

Ce document est extrait de la base de données textuelles Frantext réalisée par l'Institut National de la Langue Française (InaLF)

[La] mécanique nouvelle [Document électronique] : conférence, mémoire et note sur la théorie de la relativité / Henri Poincaré

p18

Introduction. Il semble au premier abord que l'aberration de la lumière et les phénomènes optiques et électriques qui s'y rattachent vont nous fournir un moyen de déterminer le mouvement absolu de la terre, ou plutôt son mouvement, non par rapport aux autres astres, mais par rapport à l'éther. Fresnel l'avait déjà tenté, mais il reconnut bientôt que le mouvement de la terre n'altère pas les lois de la réfraction et de la réflexion. Les expériences analogues, comme celle de la lunette pleine d'eau et toutes celles où l'on ne tient compte que des termes du premier ordre par rapport à l'aberration, ne donnèrent non plus que des résultats négatifs ; on en découvrit bientôt l'explication ; mais Michelson, ayant imaginé une expérience où les termes dépendant du carré de l'aberration devenaient sensibles, échoua à son tour. Il semble que cette impossibilité de mettre en évidence expérimentalement le mouvement absolu de la terre soit une loi générale de la nature ; nous sommes naturellement portés à admettre cette loi, que nous appellerons le *postulat de relativité et à l'admettre sans restriction. Que ce postulat, jusqu'ici d'accord avec l'expérience, doive être confirmé ou infirmé plus tard par des expériences plus précises, il est en tout cas intéressant de voir quelles en peuvent être les conséquences. Une explication a été proposée par Lorentz et Fitz Gerald, qui ont introduit l'hypothèse d'une contraction subie par tous les corps dans le sens du mouvement de la terre et proportionnelle au carré de*

p19

*l'aberration ; cette contraction, que nous appellerons la contraction lorentzienne, rendrait compte de l'expérience de Michelson, et de toutes celles qui ont été réalisées jusqu'ici. L'hypothèse deviendrait insuffisante, toutefois, si l'on voulait admettre dans toute sa généralité le postulat de relativité. Lorentz a cherché alors à la compléter et à la*

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

*modifier de façon à la mettre en concordance parfaite avec ce postulat. C' est ce qu' il a réussi à faire dans son article intitulé : Electromagnetic... etc. / Proceedings de l' académie d' Amsterdam, 27 mai 1904 /. L' importance de la question m' a déterminé à la reprendre ; les résultats que j' ai obtenus sont d' accord avec ceux de M Lorentz sur tous les points importants ; j' ai été seulement conduit à les modifier et à les compléter dans quelques points de détail ; on verra plus loin les différences qui sont d' une importance secondaire. L' idée de Lorentz peut se résumer ainsi : si l' on peut, sans qu' aucun des phénomènes apparents soit modifié, imprimer à tout le système une translation commune, c' est que les équations d' un milieu électromagnétique ne sont pas altérées par certaines transformations, que nous appellerons transformations de Lorentz ; deux systèmes, l' un immobile, l' autre en translation, deviennent ainsi l' image exacte l' un de l' autre. Langevin avait cherché à modifier l' idée de Lorentz ; pour les deux auteurs, l' électron en mouvement prend la forme d' un ellipsoïde aplati, mais pour Lorentz deux des axes de l' ellipsoïde demeurent constants, pour Langevin au contraire c' est le volume de l' ellipsoïde qui demeure constant. Les deux savants ont d' ailleurs montré que ces deux hypothèses s' accordent avec les expériences de Kaufmann, aussi bien que l' hypothèse primitive d' Abraham / électron sphérique indéformable /. L' avantage de la théorie de Langevin, c' est qu' elle ne fait intervenir que les forces électromagnétiques et les forces de liaison ; mais elle est incompatible avec le postulat de relativité ; c' est ce que Lorentz avait montré, c' est ce que je retrouve à mon tour par une*

p20

*autre voie en faisant appel aux principes de la théorie des groupes. Il faut donc en revenir à la théorie de Lorentz ; mais si l' on veut la conserver et éviter d' intolérables contradictions, il faut supposer une force spéciale qui explique à la fois la contraction et la constance de deux des axes. J' ai cherché à déterminer cette force, j' ai trouvé qu' elle peut être assimilée à une pression extérieure constante, agissant sur l' électron déformable et compressible, et dont le travail est proportionnel aux variations du volume de cet électron . Si alors l' inertie de la matière était exclusivement d' origine électromagnétique, comme on l' admet généralement depuis l' expérience de Kaufmann, et qu' à part cette pression constante dont je viens de parler, toutes les forces soient d' origine électromagnétique, le postulat de relativité peut être établi en toute rigueur. C' est ce que je montre par un calcul très simple fondé sur le principe de moindre action. Mais ce n' est pas tout. Lorentz, dans l' ouvrage cité, a jugé nécessaire de compléter son hypothèse de façon que le postulat subsiste quand il y a d' autres forces que les forces électromagnétiques. D' après lui, toutes les forces, quelle qu' en soit l' origine, sont affectées*

par la transformation de Lorentz / et par conséquent par une translation / de la même manière que les forces électromagnétiques. Il importait d' examiner cette hypothèse de plus près et en particulier de rechercher quelles modifications elle nous obligerait à apporter aux lois de la gravitation. On trouve d' abord qu' elle nous force à supposer que la propagation de la gravitation n' est pas instantanée, mais se fait avec la vitesse de la lumière. On pourrait croire que c' est une raison suffisante pour rejeter l' hypothèse, Laplace ayant démontré qu' il ne peut en être ainsi. Mais en réalité, l' effet de cette propagation est compensé, en grande partie, par une cause différente, de sorte qu' il n' y a plus contradiction entre la loi proposée et les observations astronomiques. était-il possible de trouver une loi, qui satisfît à la condition imposée par Lorentz, et qui en même temps se réduisît à la loi de Newton toutes les fois que les vitesses des astres sont assez petites pour qu' on puisse négliger leurs carrés / ainsi que le produit des accélérations par les distances / devant le carré de la vitesse de la lumière ? à cette question, ainsi qu' on le verra plus loin, on doit répondre affirmativement.

p21

La loi ainsi modifiée est-elle compatible avec les observations astronomiques ? à première vue, il semble que oui, mais la question ne pourra être tranchée que par une discussion approfondie. Mais en admettant même que cette discussion tourne à l' avantage de la nouvelle hypothèse, que devons-nous conclure ? Si la propagation de l' attraction se fait avec la vitesse de la lumière, cela ne peut être par une rencontre fortuite, cela doit être parce que c' est une fonction de l' éther ; et alors il faudra chercher à pénétrer la nature de cette fonction, et la rattacher aux autres fonctions du fluide. Nous ne pouvons nous contenter de formules simplement juxtaposées et qui ne s' accorderaient que par un hasard heureux ; il faut que ces formules arrivent pour ainsi dire à se pénétrer mutuellement. L' esprit ne sera satisfait que quand il croira apercevoir la raison de cet accord, au point d' avoir l' illusion qu' il aurait pu le prévoir. Mais la question peut encore se présenter à un autre point de vue, qu' une comparaison fera mieux comprendre. Supposons un astronome antérieur à Copernic et réfléchissant sur le système de Ptolémée ; il remarquera que pour toutes les planètes, un des deux cercles, épicycle ou déférent, est parcouru dans le même temps. Cela ne peut être par hasard, il y a donc entre toutes les planètes je ne sais quel lien mystérieux. Mais Copernic, en changeant simplement les axes de coordonnées regardés comme fixes, fait évanouir cette apparence ; chaque planète ne décrit plus qu' un seul cercle et les durées des révolutions deviennent indépendantes / jusqu' à ce que Képler rétablisse entre elles le lien qu' on avait cru détruit /. Ici il est possible qu' il y ait quelque chose d' analogue ; si nous admettions le postulat de relativité, nous trouverions dans la

loi de gravitation et dans les lois électromagnétiques un nombre commun qui serait la vitesse de la lumière ; et nous le retrouverions encore dans toutes les autres forces d'origine quelconque, ce qui ne pourrait s'expliquer que de deux manières : ou bien il n'y aurait rien au monde qui ne fût d'origine électromagnétique. Ou bien cette partie qui serait pour ainsi dire commune à tous les phénomènes physiques ne serait qu'une apparence, quelque chose

p22

qui tiendrait à nos méthodes de mesure. Comment faisons-nous nos mesures ? En transportant, les uns sur les autres, des objets regardés comme des solides invariables, répondra-t-on d'abord ; mais cela n'est plus vrai dans la théorie actuelle, si l'on admet la contraction lorentzienne. Dans cette théorie, deux longueurs égales, ce sont, par définition, deux longueurs que la lumière met le même temps à parcourir. Peut-être suffirait-il de renoncer à cette définition, pour que la théorie de Lorentz fût aussi complètement bouleversée que l'a été le système de Ptolémée par l'intervention de Copernic. Si cela arrive un jour, cela ne prouvera pas que l'effort fait par Lorentz ait été inutile ; car Ptolémée, quoi qu'on en pense, n'a pas été inutile à Copernic. Aussi n'ai-je pas hésité à publier ces quelques résultats partiels, bien qu'en ce moment même la théorie entière puisse sembler mise en danger par la découverte des rayons magnétocathodiques. La transformation de Lorentz. Lorentz a adopté un système particulier d'unités, de façon à faire disparaître les facteurs (..) dans les formules. Je ferai de même, et de plus je choisirai les unités de longueur et de temps de telle façon que la vitesse de la lumière soit égale à 1. Dans ces conditions les formules fondamentales deviennent, en appelant  $F, G, H$  le déplacement électrique, (..) la force magnétique,  $\phi, \psi, \chi$  le potentiel vecteur, (..) le potentiel scalaire,  $\rho, \sigma, \omega$  la densité électrique, (..) la vitesse de l'électron,  $U, V, W$  le courant : (..) . Un élément de matière de volume (..) subit une force mécanique dont les composantes (..) se déduisent de la formule (..) .

p23

Ces équations sont susceptibles d'une transformation remarquable découverte par Lorentz et qui doit son intérêt à ce qu'elle explique pourquoi aucune expérience n'est susceptible de nous faire connaître le mouvement absolu de l'univers. Posons (..) , étant deux constantes quelconques, et où (..) . Si alors nous posons (..) , il viendra (..) . Considérons une sphère entraînée avec l'électron dans un mouvement de translation uniforme et soit (..) l'équation de cette sphère mobile dont le volume sera (..) . La

transformation la changera en un ellipsoïde, dont il est aisé de trouver l'équation. On déduit aisément en effet des équations . L'équation de l'ellipsoïde devient ainsi (..) . Cet ellipsoïde se déplace avec un mouvement uniforme ; pour (..) , il se réduit à et a pour volume (..) . Si l'on veut que la charge d'un électron ne soit pas altérée par la transformation et si l'on appelle (..) la nouvelle densité électrique, il

p24

viendra (..) . Que seront maintenant les nouvelles vitesses (..) ? On devra avoir (..) . C'est ici que je dois signaler pour la première fois une divergence avec Lorentz. Lorentz pose / à la différence des notations près / Loccit, P 8 i 3, formules 7 et 8 (..) . On retrouve ainsi les formules (..) ; mais la valeur de diffère. Il importe de remarquer que les formules 4 et 4 bis satisfont à la condition de continuité (..) . Soit en effet (..) une quantité indéterminée et D le déterminant fonctionnel de (..) par rapport à T, X, Y, Z. On aura (..)

p25

avec (..) . Soit (..) , nous voyons que les quatre fonctions (..) sont liées aux fonctions 5 par les mêmes relations linéaires que les variables anciennes aux variables nouvelles. Si donc on désigne par (..) le déterminant fonctionnel des fonctions 5 bis par rapport aux variables nouvelles, on aura (..) , d'où (..) . Avec l'hypothèse de Lorentz, cette condition ne serait pas remplie, puisque (..) n'a pas la même valeur. Nous définirons les nouveaux potentiels, vecteur et scalaire, de façon à satisfaire aux conditions (..) . Nous tirerons ensuite de là (..) . Ces formules diffèrent notablement de celles de Lorentz, mais la divergence ne porte en dernière analyse que sur les définitions. Nous choisirons les nouveaux champs électrique et magnétique de façon à satisfaire aux équations (..) . Il est aisé de voir que (..)

p26

et l'on en conclut (..) . Ces formules sont identiques à celles de Lorentz. Notre transformation n'altère pas les équations I. En effet, la condition de continuité, ainsi que les équations 6 et 8, nous fournissent déjà quelques-unes des équations I / sauf l'accentuation des lettres / . Les équations 6 rapprochées de la condition de continuité donnent (..) . Il reste à établir que (..) et l'on voit aisément que ce sont des conséquences nécessaires des équations 6, 8 etio. Nous devons maintenant comparer les forces avant et après la transformation. Soient X, Y, Z la

force avant, et (...) la force après la transformation, toutes deux rapportées à l'unité de volume. Pour que (...) satisfasse aux mêmes équations qu'avant la transformation, on doit avoir (...), ou, en remplaçant toutes les quantités par leurs valeurs 4, 4 bis et 9 et tenant compte des équations (...).

p27

Si nous représentons par (...) les composantes de la force rapportée, non plus à l'unité de volume, mais à l'unité de charge électrique de l'électron, et par (...) les mêmes quantités après la transformation, nous aurons (...) et nous aurions les équations (...). Lorentz avait trouvé / à la différence des notations près, page 8 i 3, formule  $l_0 / (...)$ . Avant d'aller plus loin, il importe de rechercher la cause de cette importante divergence. Elle tient évidemment à ce que les formules pour (...) ne sont pas les mêmes, tandis que les formules pour les champs électrique et magnétique sont les mêmes. *si l'inertie des électrons est exclusivement d'origine électromagnétique, si de plus ils ne sont soumis qu'à des forces d'origine électromagnétique, la condition d'équilibre exige que l'on ait à l'intérieur des électrons (...).* Or en vertu des équations li ces relations équivalent à (...). *les conditions d'équilibre des électrons ne sont donc pas altérées par la transformation. malheureusement une hypothèse aussi simple est inadmissible. Si, en effet, on suppose (...), les conditions (...)*

p28

*entraîneraient (...), et par conséquent (...), c'est-à-dire (...). On arriverait à des résultats analogues dans le cas le plus général. Il faut donc bien admettre qu'il y a outre les forces électromagnétiques, soit d'autres forces, soit des liaisons. Il faut alors chercher à quelles conditions doivent satisfaire ces forces ou ces liaisons, pour que l'équilibre des électrons ne soit pas troublé par la transformation. Ce sera l'objet d'un paragraphe ultérieur. 2 principe de moindre action. On sait comment Lorentz a déduit ses équations du principe de moindre action. Je reviendrai cependant sur la question, bien que je n'aie rien d'essentiel à ajouter à l'analyse de Lorentz, parce que je préfère la présenter sous une forme un peu différente qui me sera utile pour mon objet. Je poserai (...), en supposant que sont assujetties aux conditions suivantes et à celles qu'on en déduirait par symétrie : (...). Quant à l'intégrale J elle doit être étendue : 1 par rapport à l'élément de volume (...), à l'espace tout entier ; 2 par rapport au temps T, à l'intervalle compris entre les limites (...). D'après le principe de moindre action, l'intégrale J doit être un minimum, si l'on assujettit les diverses quantités qui y figurent : 1 aux conditions 2 ; 2 à la condition que l'état du système soit déterminé aux deux époques limites (...). Cette dernière condition nous permet de*

transformer nos intégrales à l'aide de l'intégration par parties relativement au temps. Si

p29

nous avons en effet une intégrale de la forme  $(..)$ , où  $C$  est une des quantités qui définissent l'état du système et  $(..)$  sa variation, elle sera égale / en intégrant par parties relativement au temps / à  $(..)$ . Comme l'état du système est déterminé aux deux époques limites, on a  $(..)$  pour  $(..)$ ; donc la première intégrale qui se rapporte à ces deux époques est nulle, et la seconde subsiste seule. Nous pouvons de même intégrer par parties par rapport à  $X, Y, Z$ ; nous avons en effet  $(..)$ . Nos intégrations s'étendant jusqu'à l'infini, il faut faire  $(..)$  dans la première intégrale du second membre; donc, comme nous supposons toujours que toutes nos fonctions s'annulent à l'infini, cette intégrale sera nulle et il viendra  $(..)$ . Si le système était supposé soumis à des liaisons, il faudrait adjoindre ces conditions de liaison aux conditions imposées aux diverses quantités qui figurent dans l'intégrale  $J$ . Donnons d'abord à  $F, G, H$  des accroissements  $(..)$ ; d'où  $(..)$ . On devra avoir  $(..)$  ou, en intégrant par parties,  $(..)$ ,

p30

d'où, en égalant à zéro le coefficient de l'arbitraire  $(..)$ ,  $(..)$ . Cette relation nous donne / avec une intégration par parties / ou  $(..)$ , d'où enfin  $(..)$ . Désormais, et grâce à la relation 3,  $(..)$  est indépendant de  $(..)$  et par conséquent de  $(..)$ ; faisons varier maintenant les autres variables. Il vient, en revenant à l'expression  $I$  de  $J$ ,  $(..)$ . Mais  $F, G, H$  sont assujettis à la première des conditions 2, de sorte que  $(..)$ , et qu'il convient d'écrire  $(..)$ . Les principes du calcul des variations nous apprennent que l'on doit faire le calcul comme si,  $(..)$  étant une fonction arbitraire,  $(..)$  était représenté par l'expression 6 et si les variations n'étaient plus assujetties à la condition 5. Nous avons d'autre part  $(..)$ , d'où, après intégration par parties,  $(..)$ .

p31

Si nous supposons d'abord que les électrons ne subissent pas de variation,  $(..)$  et la seconde intégrale est nulle. Comme  $(..)$  doit s'annuler, on doit avoir  $(..)$ . Il reste donc, dans le cas général,  $(..)$ . Il reste à déterminer les forces qui agissent sur les électrons. Pour cela nous devons supposer qu'on applique à chaque élément d'électron une force complémentaire  $(..)$  et écrire que cette force fait équilibre aux forces d'origine électromagnétique. Soit  $U, V, W$  les composantes du déplacement



de l'élément  $(\cdot)$  d'électron, déplacement compté à partir d'une position initiale quelconque. Soient  $(\cdot)$  les variations de ce déplacement ; le travail virtuel correspondant de la force complémentaire sera  $(\cdot)$ , de sorte que la condition d'équilibre dont nous venons de parler s'écrira  $(\cdot)$ . Il s'agit de transformer  $(\cdot)$ . Pour cela, commençons par chercher l'équation de continuité exprimant que la charge d'un électron se conserve par la variation. Soient  $(\cdot)$  la position initiale d'un électron. Sa position actuelle sera  $(\cdot)$ . Nous introduirons en outre une variable auxiliaire  $(\cdot)$ , qui produira les variations de nos diverses fonctions, de sorte que, pour une fonction  $A$  quelconque, on ait  $(\cdot)$ . Il me sera commode en effet de pouvoir passer de la notation du

p32

calcul des variations, à celle du calcul différentiel ordinaire, ou inversement. Nos fonctions pourront être regardées soit comme dépendant des cinq variables  $(\cdot)$ , de telle sorte qu'on reste toujours à la même place quand  $(\cdot)$  varient seuls : nous désignerons alors leurs dérivées par des  $(\cdot)$  ronds ; 2 soit comme dépendant des cinq variables  $(\cdot)$ , de telle sorte qu'on suive toujours un même électron quand  $(\cdot)$  varient seuls : nous désignerons alors leurs dérivées par des  $D$  ordinaires. On aura alors  $(\cdot)$ . Désignons maintenant par  $(\cdot)$  le déterminant fonctionnel de  $X, Y, Z$  par rapport à  $(\cdot)$ . Si  $(\cdot)$  restant constants nous donnons à  $T$  un accroissement  $Dt$ , il en résultera pour  $X, Y, Z$  des accroissements  $(\cdot)$ , et pour  $(\cdot)$  un accroissement  $(\cdot)$ , et l'on aura  $(\cdot)$  ; d'où  $(\cdot)$ . On en déduit  $(\cdot)$ . La masse de chaque électron étant invariable, on aura  $(\cdot)$ , d'où  $(\cdot)$ . Telles sont les différentes formes de l'équation de continuité en ce qui concerne la variable  $T$ . Nous trouvons des formes analogues en ce

p33

qui concerne la variable  $(\cdot)$ . Soit  $(\cdot)$  ; il viendra  $(\cdot)$ . On remarquera la différence entre la définition de  $(\cdot)$  et celle de  $(\cdot)$  ; on remarquera que c'est bien cette définition de  $(\cdot)$  qui convient à la formule 10. Cette dernière équation va nous permettre de transformer le premier terme de 9 ; nous trouvons en effet  $(\cdot)$ , ou, en intégrant par parties,  $(\cdot)$ . Proposons-nous maintenant de déterminer  $(\cdot)$ . Observons que  $(\cdot)$  ne peut dépendre que de  $(\cdot)$  ; en effet, si l'on considère un élément d'électron dont la position initiale est un parallépipède rectangle dont les arêtes sont  $(\cdot)$ , la charge de cet élément est  $(\cdot)$  et, cette charge devant demeurer constante, on a  $(\cdot)$ . On en déduit  $(\cdot)$ .

p34

Or on sait que pour une fonction  $A$  quelconque, on a, par l'équation de continuité,  $(..)$  et de même  $(..)$ . On a donc  $(..)$ . Les seconds membres de  $l_7$  et  $l_7$  bis doivent être égaux et, si l'on se souvient que  $(..)$ , il vient  $(..)$ . Transformons maintenant le second terme de  $l_9$ ; il vient  $(..)$ . Le second membre devient, par l'intégration par parties,  $(..)$ . Remarquons maintenant que  $(..)$ . Si, en effet, dans les deux membres de ces relations, on développe

p35

les  $(..)$ , elles deviennent des identités; et souvenons-nous que, le second membre en question deviendra  $(..)$ , de sorte que finalement  $(..)$ . En égalant le coefficient de  $(..)$  dans les deux membres de  $l_0$ , il vient  $(..)$ . C'est l'équation 2 du paragraphe précédent. 3 la transformation de Lorentz et le principe de moindre action. Voyons si le principe de moindre action nous donne la raison du succès de la transformation de Lorentz. Il faut d'abord voir ce que cette transformation fait de l'intégrale  $(..)$ . Nous trouvons d'abord  $(..)$ , car  $(..)$  sont liés à  $X, Y, Z, T$  par des relations linéaires dont le déterminant est égal à  $(..)$ ; il vient ensuite  $(..)$ , d'où  $(..)$ ;

p36

de sorte que si l'on pose  $(..)$ , il vient  $(..)$ . Il faut toutefois, pour que cette égalité soit justifiée, que les limites d'intégration soient les mêmes; jusqu'ici nous avons admis que  $T$  variait depuis  $(..)$  jusqu'à  $(..)$ , et  $X, Y, Z$  depuis  $(..)$  jusqu'à  $(..)$ . à ce compte les limites d'intégration seraient altérées par la transformation de Lorentz; mais rien ne nous empêche de supposer  $(..)$ ,  $(..)$ ; avec ces conditions les limites sont les mêmes pour  $J$  et pour  $(..)$ . Nous avons alors à comparer les deux équations suivantes analogues à l'équation  $l_0$  du paragraphe 2:  $(..)$ . Pour cela, il faut d'abord comparer  $(..)$ . Considérons un électron dont les coordonnées initiales sont  $(..)$ ; ses coordonnées à l'instant  $T$  seront  $(..)$ . Si l'on considère l'électron correspondant après la transformation de Lorentz, il aura pour coordonnées  $(..)$ , où  $(..)$ ; mais il n'atteindra ces coordonnées qu'à l'instant  $(..)$ . Si nous faisons subir à nos variables des variations  $(..)$  et que nous donnions en même temps à  $T$  un accroissement  $(..)$ , les coordonnées  $X, Y, Z$  subiront un accroissement total  $(..)$ .

p37

Nous aurons de même (..) et, en vertu de la transformation de Lorentz, (..) , d' où, en supposant (..) , les relations (..) . Remarquons que (..) ; il viendra, en remplaçant (..) par sa valeur, . Si nous nous rappelons la définition de K, nous tirerons de là (..) , et de même (..) ; d' où (..) . Or, en vertu des équations 2, on doit avoir (..) . En remplaçant (..) par sa valeur 3 et identifiant, il vient (..) . Ce sont les équations li du paragraphe I. Le principe de moindre action nous conduit donc au même résultat que l' analyse du paragraphe I.

p38

Si nous nous reportons aux formules I, nous voyons que (..) n' est pas altérée par la transformation de Lorentz, sauf un facteur constant ; il n' en est pas de même de l' expression (..) qui figure dans l' énergie. Si nous nous bornons au cas où (..) est assez petit pour qu' on en puisse négliger le carré de sorte que (..) et si nous supposons aussi (..) , nous trouvons (..) , ou, par addition, (..) . 4 le groupe de Lorentz. Il importe de remarquer que les transformations de Lorentz forment un groupe. Si l' on pose, en effet, (..) , et d' autre part (..) , avec (..) , il viendra (..) , avec (..) . Si nous donnons à L la valeur I, que nous supposons (..) infiniment petit, (..) , il viendra (..) . C' est là la transformation infinitésimale génératrice du groupe, que j' appellerai la transformation (..) et qui, d' après la notation de Lie,

p39

peut s' écrire (..) . Si nous supposons (..) , nous trouverions au contraire (..) et nous aurions une autre transformation infinitésimale (..) du groupe / à supposer que (..) soient regardés comme des variables indépendantes / et l' on aurait avec la notation de Lie (..) . Mais on pourrait faire jouer à l' axe des Y ou à celui des Z le rôle particulier que nous avons fait jouer à l' axe des X ; on aurait ainsi deux autres transformations infinitésimales (..) , qui n' altéreraient pas non plus les équations de Lorentz. On peut former les combinaisons imaginées par Lie, telles que (..) ; mais il est aisé de voir que cette transformation équivaut à un changement d' axes de coordonnées, les axes tournant d' un angle très petit autour de l' axe des Z. Nous ne devons donc pas nous étonner si un pareil changement n' altère pas la forme des équations de Lorentz, évidemment indépendantes du choix des axes. Nous sommes donc amenés à envisager un groupe continu que nous appellerons le *groupe de Lorentz et qui admettra comme transformations infinitésimales : 1 la transformation (..) qui sera permutable à toutes les autres ; 2 les trois transformations (..) ; 3 les trois*

rotations / (..) / . Une transformation quelconque de ce groupe pourra toujours se

p40

décomposer en une transformation de la forme (..) et une transformation linéaire qui n'altère pas la forme quadratique . Nous pouvons encore engendrer notre groupe d'une autre manière. Toute transformation du groupe pourra être regardée comme une transformation de la forme (..) précédée et suivie d'une rotation convenable. Mais, pour notre objet, nous ne devons considérer qu'une partie des transformations de ce groupe ; nous devons supposer que L est une fonction de (..) , et il s'agit de choisir cette fonction de façon que cette partie du groupe, que j'appellerai P, forme encore un groupe. Faisons tourner le système de (..) autour de l'axe des Y, nous devons retrouver une transformation qui devra encore appartenir à P. Or cela revient à changer le signe de (..) ; on trouve ainsi (..) . Donc L ne change pas quand on change (..) en (..) . D'autre part, si P est un groupe, la substitution inverse de l, qui s'écrit (..) , devra également appartenir à P ; elle devra donc être identique à 2, c'est-à-dire que (..) . On devra donc avoir (..) . 5 ondes de Langevin. M Langevin a mis sous une forme particulièrement élégante les formules qui définissent le champ électromagnétique produit par le mouvement d'un électron unique.

p41

Reprenons les équations (..) . On sait qu'on peut les intégrer par les potentiels retardés et qu'on a (..) . Dans ces formules on a , tandis que (..) sont les valeurs de (..) et de (..) au point (..) et à l'instant (..) . Soient (..) les coordonnées d'une molécule d'électron à l'instant T ; (..) ses coordonnées à l'instant . U, V, W sont des fonctions de (..) , de sorte que nous pourrions écrire (..) ; et si l'on suppose T constant, ainsi que X, Y, Z, (..) . Nous pouvons donc écrire (..) avec les deux autres équations qu'on peut en déduire par permutation circulaire. Nous avons donc (..) , en posant (..) .

p42

étudions les déterminants qui figurent dans les deux membres de 3 et d'abord dans le premier membre ; si l'on cherche à le développer, on voit que les termes du deuxième et du troisième degré par rapport à (..) disparaissent et que le déterminant est égal à (..) , (..) désignant la composante radiale de la vitesse (..) , c'est-à-dire la composante dirigée suivant le rayon vecteur

qui va du point  $X, Y, Z$  au point  $(..)$ . Pour obtenir le second déterminant, j'envisage les coordonnées des différentes molécules de l'électron à un instant  $(..)$ , qui est le même pour toutes les molécules, mais de telle façon que, pour la molécule que j'envisage, on ait  $(..)$ . Les coordonnées d'une molécule seront alors  $(..)$ ,  $(..)$  étant ce que deviennent  $U, V, W$  quand on y remplace  $(..)$  par  $(..)$ ; comme  $(..)$  est le même pour toutes les molécules, on aura  $(..)$  et par conséquent  $(..)$ , en posant  $(..)$ . Mais l'élément de charge électrique est  $(..)$  et de plus, pour la molécule envisagée, on a  $(..)$  et par conséquent  $(..)$ ; nous pouvons donc écrire  $(..)$ , de sorte que l'équation 3 deviendra et les équations 2  $(..)$ .

p43

Si nous avons affaire à un électron unique, nos intégrales se réduiront à un seul élément, pourvu que l'on ne considère que des points  $X, Y, Z$  suffisamment éloignés pour que  $(..)$  aient sensiblement la même valeur en tout point de l'électron. Les potentiels  $(..)$  dépendront de la position de cet électron, et aussi de sa vitesse, car non seulement  $(..)$  figurent au numérateur dans  $F, G, H$ , mais la composante radiale  $(..)$  figure au dénominateur. Il s'agit bien entendu de sa position et de sa vitesse à l'instant  $(..)$ . Les dérivées partielles de  $(..)$  par rapport à  $T, X, Y, Z$  / et par conséquent les champs électrique et magnétique / dépendront en outre de son accélération. De plus, elles en dépendront linéairement, puisque dans ces dérivées cette accélération s'introduit par suite d'une différentiation unique. Langevin a été ainsi conduit à distinguer dans les champs électrique et magnétique les termes qui ne dépendent pas de l'accélération / c' est ce qu'il appelle l'onde de vitesse / et ceux qui sont proportionnels à l'accélération / c' est ce qu'il appelle l'onde d'accélération /. Le calcul de ces deux ondes est facilité par la transformation de Lorentz. Nous pouvons en effet appliquer cette transformation au système, de façon que la vitesse de l'électron unique envisagé devienne nulle. Nous prendrons pour l'axe des  $X$  la direction de cette vitesse avant la transformation, de sorte que, à l'instant  $(..)$ ,  $(..)$ , et nous prendrons  $(..)$ , de telle façon que  $(..)$ . Nous pouvons donc ramener le calcul des deux ondes au cas où la vitesse de l'électron est nulle. Commençons par l'onde de vitesse; nous pouvons remarquer d'abord que cette onde est la même que si le mouvement de l'électron était uniforme. Si la vitesse de l'électron est nulle, on a  $(..)$ ,

p44

étant la charge électrique de l'électron. La vitesse ayant été ramenée à zéro par la transformation de Lorentz, nous avons

donc  $(..)$  ,  $(..)$  étant la distance du point  $(..)$  au point  $(..)$  , et par conséquent  $(..)$  . Faisons maintenant la transformation inverse de celle de Lorentz pour trouver le champ véritable correspondant à une vitesse  $(..)$  . Nous trouvons, en nous reportant aux équations 9 et 3 du paragraphe I,  $(..)$  . On voit que le champ magnétique est perpendiculaire à l'axe des X / direction de la vitesse / et au champ électrique, et que le champ électrique est dirigé vers le point  $(..)$  . Si l'électron continuait à se mouvoir d'un mouvement rectiligne et uniforme avec la vitesse qu'il avait à l'instant , c'est-à-dire avec la vitesse  $(..)$  , ce point 5 serait celui qu'il occuperait à l'instant T. Passons à l'onde d'accélération ; nous pouvons, grâce à la transformation de Lorentz, ramener sa détermination au cas où la vitesse est nulle . C'est le cas qui est réalisé si l'on imagine un électron qui exécute des oscillations d'amplitude très petites, mais très rapides, de façon que les déplacements et les vitesses soient infiniment petits, mais que les accélérations soient finies. On retombe ainsi sur le champ qui a été étudié dans le célèbre mémoire de Hertz intitulé *Die Kräfte Elektrischer Schwingungen Nach Der Maxwell'schen Theorie* , et cela pour un point très éloigné. Dans ces conditions : i les deux champs électrique et magnétique sont égaux entre eux ;

p45

2 ils sont perpendiculaires entre eux ; 3 ils sont perpendiculaires à la normale à la sphère d'onde, c'est-à-dire à la sphère dont le centre est le point  $(..)$  . Je dis que ces trois propriétés subsisteront encore quand la vitesse ne sera pas nulle , et pour cela, il me suffit de montrer qu'elles ne sont pas altérées par la transformation de Lorentz. Soit en effet A l'intensité commune des deux champs, soit  $(..)$  . Ces propriétés s'exprimeront par les égalités  $(..)$  ; ce qui veut dire encore que sont les cosinus directeurs de trois directions rectangulaires, et l'on en déduit les relations  $(..)$  ou  $(..)$  , avec les équations que l'on en peut déduire par symétrie. Si nous reprenons les équations 3 du paragraphe I, nous trouvons  $(..)$  . Nous avons trouvé plus haut  $(..)$  . Donc  $(..)$  entraîne  $(..)$  . D'autre part, en partant des équations 9 du paragraphe I, on

p46

trouve  $(..)$  , ce qui montre que  $(..)$  entraîne  $(..)$  . Je dis maintenant que  $(..)$  . En effet, en vertu des équations 7 / ainsi que des équations 9 du paragraphe I /, les premiers membres des deux équations 8 s'écrivent respectivement  $(..)$  . Ils s'annulent donc en vertu des équations  $(..)$  et en vertu des équations 6. Or c'est là précisément ce qu'il s'agissait de démontrer. On peut d'ailleurs arriver au même résultat par de simples

considérations d'homogénéité. En effet,  $(\dots)$  sont des fonctions de  $(\dots)$  homogènes de degré  $(\dots)$  par rapport à  $(\dots)$  et à leurs différentielles. Donc les dérivées de  $(\dots)$  par rapport à  $X, Y, Z, T$  / et par conséquent aussi les deux champs  $(\dots)$  / seront homogènes de degré  $(\dots)$  par rapport aux mêmes quantités, si nous nous rappelons d'ailleurs que la relation  $(\dots)$  est homogène par rapport à ces quantités. Or ces dérivées ou ces champs dépendent des  $(\dots)$ , des vitesses  $(\dots)$  et des accélérations  $(\dots)$ ; ils se composent d'un terme indépendant des accélérations / onde de vitesse / et d'un terme linéaire par rapport aux accélérations / onde d'accélération /. Or  $(\dots)$  est homogène de degré  $(\dots)$  et  $(\dots)$  homogène de degré  $(\dots)$ ; d'où il suit que l'onde de

p47

vitesse est homogène de degré  $(\dots)$  par rapport à  $(\dots)$  et l'onde d'accélération homogène de degré  $(\dots)$ . Donc, en un point très éloigné, l'onde d'accélération est prépondérante et peut par conséquent être regardée comme se confondant avec l'onde totale. De plus, la loi d'homogénéité nous montre que l'onde d'accélération est semblable à elle-même en un point éloigné et en un point quelconque. Elle est donc, en un point quelconque, semblable à l'onde totale en un point éloigné. Or en un point éloigné la perturbation ne peut se propager que par ondes planes, de sorte que les deux champs doivent être égaux, perpendiculaires entre eux et perpendiculaires à la direction de propagation. Je me bornerai à renvoyer pour plus de détails au mémoire de M Langevin dans le *journal de physique* / année 1905 / 6 *contraction des électrons*. Supposons un électron unique animé d'un mouvement de translation rectiligne et uniforme. D'après ce que nous venons de voir, on peut, grâce à la transformation de Lorentz, ramener l'étude du champ déterminé par cet électron au cas où l'électron serait immobile; la transformation de Lorentz remplace donc l'électron réel en mouvement par un électron idéal immobile. Soit  $(\dots)$  le champ réel; soit  $(\dots)$  ce que devient le champ après la transformation de Lorentz, de sorte que le champ idéal  $(\dots)$  correspond au cas d'un électron immobile; on a  $(\dots)$ ; et pour le champ réel / en vertu des formules 9 du paragraphe I /  $(\dots)$ . Il s'agit maintenant de déterminer l'énergie totale due au mouvement de l'électron, l'action correspondante et la quantité de mouvement électromagnétique, afin de pouvoir calculer les masses électromagnétiques de l'électron. Pour un point éloigné, il suffit de considérer l'électron comme réduit à un point unique; on est ainsi ramené aux formules 4 du paragraphe précédent qui généralement

p48

peuvent convenir. Mais ici elles ne sauraient suffire, parce que

*l' énergie est principalement localisée dans les parties de l' éther les plus voisines de l' électron. On peut faire à ce sujet plusieurs hypothèses. D' après celle d' Abraham, les électrons seraient sphériques et indéformables. Alors, quand on appliquerait la transformation de Lorentz, comme l' électron réel serait sphérique, l' électron idéal deviendrait un ellipsoïde. L' équation de cet ellipsoïde serait, d' après le paragraphe 1, (..) . Mais ici l' on a (..) , de sorte que l' équation de l' ellipsoïde devient (..) . Si le rayon de l' électron réel est R, les axes de l' électron idéal seraient donc (..) . Dans l' hypothèse de Lorentz, au contraire, les électrons en mouvement seraient déformés, de telle façon que ce serait l' électron réel qui deviendrait un ellipsoïde, tandis que l' électron idéal immobile serait toujours une sphère de rayon R ; les axes de l' électron réel seront alors (..) . Désignons par (..) l' énergie électrique longitudinale ; par (..) l' énergie électrique transversale ; par (..)*

p49

*l' énergie magnétique transversale . Il n' y a pas d' énergie magnétique longitudinale, puisque (..) . Désignons par (..) les quantités correspondantes dans le système idéal. On trouve d' abord (..) . D' autre part, nous pouvons observer que le champ réel dépend seulement de (..) , et écrire (..) ; d' où (..) . Dans l' hypothèse de Lorentz, on a (..) , et (..) , inversement proportionnel au rayon de l' électron, est une constante indépendante de la vitesse de l' électron réel ; on trouve ainsi pour l' énergie totale (..) et pour l' action / par unité de temps / (..) . Calculons maintenant la quantité de mouvement électromagnétique ; nous trouverons (..) . Mais on doit avoir certaines relations entre l' énergie (..) , l' action par unité de temps (..) , et la quantité de mouvement D. La première de ces relations est (..) , la seconde est (..) ; d' où (..) . La seconde des équations 2 est toujours satisfaite ; mais la première*

p50

*ne l' est que si (..) , c' est-à-dire si le volume de l' électron idéal est égal à celui de l' électron réel, ou encore si le volume de l' électron est constant ; c' est l' hypothèse de Langevin. Cela est en contradiction avec le résultat du paragraphe 4 et avec le résultat obtenu par Lorentz par une autre voie. C' est cette contradiction qu' il s' agit d' expliquer. Avant d' aborder cette explication, j' observe que, quelle que soit l' hypothèse adoptée, nous aurons (..) , ou, à cause de (..) , (..) . Nous pouvons rapprocher ce résultat de l' équation (..) obtenue au paragraphe 3. Nous avons, en effet, (..) . Nous observerons que l' état du système dépend seulement de (..)*



et Z, c'est-à-dire de  $(..)$ , et que nous avons  $(..)$ . En rapprochant les équations 3 et 4, on trouve  $(..)$ . Plaçons-nous dans une hypothèse quelconque, qui pourra être, soit celle de Lorentz, soit celle d'Abraham, soit celle de Langevin, soit une hypothèse intermédiaire. Soient  $(..)$  les trois axes de l'électron réel ; ceux de l'électron idéal seront  $(..)$ .

p51

Alors  $(..)$  sera l'énergie électrostatique due à un ellipsoïde ayant pour axes  $(..)$ . Que l'on suppose l'électricité répandue à la surface de l'électron comme à celle d'un conducteur, ou uniformément répandue à l'intérieur de cet électron, cette énergie sera de la forme  $(..)$ , où  $(..)$  est une fonction connue. L'hypothèse d'Abraham consiste à supposer  $(..)$ . Celle de Lorentz. Celle de Langevin  $(..)$ . On trouve ensuite  $(..)$ . Abraham trouve, à la différence des notations près / *Göttinger Nachrichten*, I 9 o 2, P 37 /,  $(..)$ , A étant une constante. Or, dans l'hypothèse d'Abraham, on a  $(..)$ ; donc  $(..)$ , ce qui définit la fonction  $(..)$ . Cela posé, imaginons que l'électron soit soumis à une liaison, de telle façon qu'il y ait une relation entre R et  $(..)$ ; dans l'hypothèse de Lorentz cette relation serait  $(..)$ , dans celle de Langevin  $(..)$ . Nous supposerons d'une façon plus générale  $(..)$ ,

p52

B étant une constante ; d'où  $(..)$ . Quelle sera la forme que prendra l'électron quand la vitesse deviendra  $(..)$ , si l'on ne suppose pas l'intervention d'autres forces que celles de liaison ? Cette forme sera définie par l'égalité  $(..)$ , ou  $(..)$ , ou  $(..)$ . Si nous voulons que l'équilibre ait lieu de telle façon que  $(..)$ , il faut que pour  $(..)$ , la dérivée logarithmique de  $(..)$  soit égale à M. Si nous développons  $(..)$  et le second membre de 5 suivant les puissances de  $(..)$ , l'équation 5 devient  $(..)$ , en négligeant les puissances supérieures de  $(..)$ . En différentiant, il vient  $(..)$ . Pour  $(..)$ , c'est-à-dire quand l'argument de  $(..)$  est égal à l, ces équations deviennent  $(..)$ . On doit donc avoir, conformément à l'hypothèse de Langevin. Ce résultat doit être rapproché de celui qui est relatif à la première équation 2 et dont en réalité il ne diffère pas. En effet, supposons que tout élément  $(..)$  de l'électron soit soumis à une force  $(..)$  parallèle à l'axe des X, X étant le même pour tous les éléments ; nous aurons

p53

alors, conformément à la définition de la quantité de mouvement . D' autre part, le principe de moindre action nous donne  $(\dots)$  , étant le déplacement du centre de gravité de l' électron ;  $H$  dépend de  $(\dots)$  et de  $(\dots)$  , si l' on admet que  $R$  est lié à  $(\dots)$  par l' équation de liaison ; on a alors  $(\dots)$  . D' autre part,  $(\dots)$  ; d' où, en intégrant par parties,  $(\dots)$  , ou  $(\dots)$  ; d' où  $(\dots)$  . Mais la dérivée  $(\dots)$  , qui figure dans le second membre de la première équation 2, c' est la dérivée prise en supposant  $(\dots)$  exprimé en fonction de  $(\dots)$  , de sorte que  $(\dots)$  . L' équation 2 équivaut donc à l' équation 6. D' où la conclusion : si l' électron est soumis à une liaison entre ses trois axes, *et si aucune autre force n' intervient en dehors des forces de liaison*, la forme que prendra cet électron, quand il sera animé d' une vitesse uniforme, ne pourra être telle que l' électron idéal correspondant soit une sphère, que dans le cas où la liaison sera la constance du volume, conformément à l' hypothèse de Langevin. Nous sommes amenés de la sorte à nous poser le problème suivant : *quelles forces supplémentaires, autres que les forces de liaison, serait-il*

p54

*nécessaire de faire intervenir pour rendre compte de la loi de Lorentz ou, plus généralement, de toute loi autre que celle de Langevin ?* l' hypothèse la plus simple, et la première que nous devons examiner, c' est que ces forces supplémentaires admettent un potentiel spécial dérivant des trois axes de l' ellipsoïde, et par conséquent de  $(\dots)$  et de  $R$  ; soit  $(\dots)$  ce potentiel ; dans ce cas, l' action aura pour expression  $(\dots)$  et les conditions d' équilibre s' écriront  $(\dots)$  . Si nous supposons  $R$  et  $(\dots)$  liés par la liaison  $(\dots)$  , nous pourrions regarder  $R$  comme fonction de  $(\dots)$  , envisager  $F$  comme ne dépendant que de  $(\dots)$  et conserver seulement la première équation 8 avec  $(\dots)$  . Il faut que, pour  $(\dots)$  , l' équation 8 soit satisfaite ; ce qui donne, en tenant compte des équations 7,  $(\dots)$  , d' où  $(\dots)$  et dans l' hypothèse de Lorentz, où  $(\dots)$  ,  $(\dots)$  . Supposons maintenant qu' il n' y ait *aucune* liaison et, considérant  $R$  et  $(\dots)$  comme deux variables indépendantes, conservons les deux équations 8 ; il viendra  $(\dots)$  . Les équations 8 doivent être satisfaites pour  $(\dots)$  ; ce qui

p55

donne  $(\dots)$  . Une des manières de satisfaire à ces conditions est de poser  $(\dots)$  ,  $(\dots)$  étant des constantes ; les équations 9 doivent être satisfaites pour  $(\dots)$  , ce qui donne  $(\dots)$  . En identifiant, on trouve  $(\dots)$  . Mais le volume de l' ellipsoïde est proportionnel à  $(\dots)$  , de sorte que le potentiel supplémentaire est proportionnel à la puissance  $(\dots)$  du volume de l' électron. Dans l' hypothèse de

Lorentz, on a (...) . *on retrouve donc l' hypothèse de Lorentz à la condition d' ajouter un potentiel supplémentaire proportionnel au volume de l' électron.* l' hypothèse de Langevin correspond à (...) . 7 mouvement quasi stationnaire. Il reste à voir si cette hypothèse sur la contraction des électrons rend compte de l' impossibilité de mettre en évidence le mouvement absolu, et je commencerai par étudier le mouvement quasi stationnaire d' un électron isolé, ou soumis seulement à l' action d' autres électrons éloignés. On sait qu' on appelle *mouvement quasi stationnaire un mouvement où les variations de la vitesse sont assez lentes pour que les énergies magnétique et électrique dues au mouvement de l' électron diffèrent peu de ce qu' elles seraient dans le mouvement uniforme ; on sait également que c' est en partant de cette notion du mouvement quasi stationnaire qu' Abraham est arrivé à celle des masses électromagnétiques transversale et longitudinale.*

p56

*Je crois devoir préciser. Soit H notre action par unité de temps , où nous ne considérons pour le moment que les champs électrique et magnétique dus au mouvement d' un électron isolé. Au paragraphe précédent, considérant le mouvement comme uniforme, nous regardions H comme dépendant de la vitesse (...) du centre de gravité de l' électron / ces trois composantes, dans le paragraphe précédent, avaient pour valeurs (...) / et des paramètres R et (...) qui définissent la forme de l' électron. Mais si le mouvement n' est plus uniforme, H dépendra non seulement des valeurs de (...) à l' instant considéré, mais des valeurs de ces mêmes quantités à d' autres instants qui pourront en différer de quantités de même ordre que le temps mis par la lumière pour aller d' un point à l' autre de l' électron ; en d' autres termes, H dépendra non seulement de (...) , mais de leurs dérivées de tous les ordres par rapport au temps. Eh bien, le mouvement sera dit quasi stationnaire quand les dérivées partielles de H par rapport aux dérivées successives de (...) seront négligeables devant les dérivées partielles de H par rapport aux quantités (...) elles-mêmes. Les équations d' un pareil mouvement pourront s' écrire (...). Dans ces équations, F a la même signification que dans le paragraphe précédent ; X, Y, Z sont les composantes de la force qui agit sur l' électron : cette force étant due uniquement aux champs électrique et magnétique produits par les autres électrons. Observons que H ne dépend de (...) que par l' intermédiaire de la combinaison (...), c' est-à-dire de la grandeur de la vitesse ; on a donc, en appelant*

p57

encore D la quantité de mouvement (...), d' où (...) avec (...). Si

nous prenons la direction actuelle de la vitesse pour axe des X, il vient (..) ; les équations 2 et 2 bis deviennent (..) et les trois dernières équations 1 (..) . C' est pourquoi Abraham a donné à (..) le nom de *masse longitudinale* et à (..) le nom de *masse transversale* ; *rappelons que (..) . Dans l' hypothèse de Lorentz, on a (..) , (..) représentant la dérivée par rapport à V, après que R et (..) ont été remplacés par leurs valeurs en fonctions de V tirées des deux premières équations 1 ; on aura d' ailleurs, après cette substitution, (..) . Nous choisirons les unités de telle façon que le facteur constant A*

p58

*soit égal à 1, et je pose (..) , d' où (..) . Nous poserons encore et nous trouverons pour l' équation du mouvement quasi stationnaire (..) . Voyons ce que deviennent ces équations par la transformation de Lorentz. Nous poserons (..) , et nous aurons d' abord (..) , d' où l' on tire aisément (..) . Nous avons également , d' où (..) , d' où encore (..) et (..) . Reportons-nous maintenant aux équations libis du paragraphe 1 ; on peut y regarder (..) comme ayant la même signification que dans les équations 5. D' autre part, nous avons (..) ;*

p59

*ces équations deviennent donc (..) . Calculons (..) à l' aide des équations 5, nous trouverons (..) , d' où (..) . En comparant les équations 5, 6, 7 et 9, on trouve enfin (..) , ce qui montre que les équations du mouvement quasi stationnaire ne sont pas altérées par la transformation de Lorentz ; mais cela ne prouve pas encore que l' hypothèse de Lorentz est la seule qui conduise à ce résultat. Pour établir ce point, nous allons nous restreindre, ainsi que l' a fait Lorentz, à certains cas particuliers, ce qui nous suffira évidemment pour démontrer une proposition négative. Comment allons-nous d' abord étendre les hypothèses sur lesquelles reposait le calcul précédent ? 1 au lieu de supposer (..) dans la transformation de Lorentz, nous supposerons L quelconque ; 2 au lieu de supposer que F est proportionnel au volume, et par conséquent que H est proportionnel à H, nous supposerons que F est une fonction quelconque de (..) et de R, de telle façon que / après avoir remplacé (..) et R par leurs valeurs en fonction de V, tirées des deux premières équations 1 H soit une fonction quelconque de V. J' observe d' abord que, si l' on suppose (..) , on devra avoir (..) ; et en effet les équations 6 et 7 subsisteront, sauf que les seconds membres seront multipliés par (..) ; les équations 9 également, sauf que les seconds membres seront multipliés par ; et enfin les équations*

p60

lo, sauf que les seconds membres seront multipliés par (...). Si l'on veut que les équations du mouvement ne soient pas altérées par la transformation de Lorentz, c'est-à-dire que les équations lo ne diffèrent des équations 5 que par l'accentuation des lettres, il faut supposer (...). Supposons maintenant que l'on ait (...), d'où (...); les équations 5 prendront la forme (...). Nous pouvons d'ailleurs poser (...). Si les équations du mouvement ne sont pas altérées par la transformation de Lorentz, on devra avoir (...), et par conséquent. Mais nous avons (...), d'où (...);

p61

d'où, en éliminant (...), nous trouvons l'équation fonctionnelle, ou, en posant (...), celle-ci (...), équation qui doit être satisfaite pour toutes les valeurs de (...) et de (...). Pour (...), on trouve (...), d'où (...), A étant une constante, et où j'ai fait. On trouve alors (...). Or (...); donc on a (...). Comme L ne doit dépendre que de (...) / puisque, s'il y a plusieurs électrons, L doit être le même pour tous les électrons dont les vitesses (...) peuvent être différentes /, cette identité ne peut avoir lieu que si l'on a (...). Ainsi, l'hypothèse de Lorentz est la seule qui soit compatible avec l'impossibilité de mettre en évidence le mouvement absolu; si l'on admet cette impossibilité, il faut admettre que les électrons en mouvement se contractent de façon à devenir des ellipsoïdes de révolution dont deux des axes demeurent constants; il faut donc admettre, comme nous l'avons montré au paragraphe précédent, l'existence d'un potentiel supplémentaire proportionnel au volume de l'électron.

p62

L'analyse de Lorentz se trouve donc pleinement confirmée, mais nous pouvons mieux nous rendre compte de la vraie raison du fait qui nous occupe; cette raison doit être cherchée dans les considérations du paragraphe 4. les transformations qui n'altèrent pas les équations du mouvement doivent former un groupe, et cela ne peut avoir lieu que si (...). Comme nous ne devons pas pouvoir reconnaître si un électron est en repos ou en mouvement absolu, il faut que, quand il est en mouvement, il subisse une déformation qui doit être précisément celle que lui impose la transformation correspondante du groupe. 8 mouvement quelconque. Les résultats précédents ne s'appliquent qu'au mouvement quasi stationnaire, mais il est aisé de les étendre au cas général; il suffit d'appliquer les principes du paragraphe 3, c'est-à-dire de partir du principe de moindre action. à l'expression de l'action (...), il convient d'ajouter un terme, représentant le potentiel supplémentaire F du paragraphe 6; ce terme prendra évidemment la forme (...), où / F / représente la

*somme des potentiels supplémentaires dus aux différents électrons, chacun d' eux étant proportionnel au volume de l' électron correspondant. J' écris / F / entre parenthèses pour ne pas confondre avec le vecteur F, G, H. L' action totale est alors . Nous avons vu au paragraphe 3 que J n' est pas altéré par la transformation de Lorentz ; il faut montrer maintenant qu' il en est de même de (..) . On a, pour l' un des électrons, (..) , (..) étant un coefficient spécial à l' électron et (..) son volume ; je puis*

p63

*donc écrire (..) , l' intégrale devant être étendue à tout l' espace, mais de telle façon que le coefficient (..) soit nul en dehors des électrons, et qu' à l' intérieur de chaque électron il soit égal au coefficient spécial à cet électron. On a alors (..) et, après la transformation de Lorentz, (..) . Or on a (..) ; car si un point appartient à un électron, le point correspondant après la transformation de Lorentz appartient encore au même électron. D' autre part, nous avons trouvé au paragraphe 3 (..) et, puisque nous supposons maintenant (..) , (..) . On a donc (..) . Cqfd. Le théorème est donc général, il nous donne en même temps une solution de la question que nous nous posions à la fin du paragraphe 1 : trouver des forces complémentaires non altérées par la transformation de Lorentz. Le potentiel supplémentaire / F / satisfait à cette condition. Nous pouvons donc généraliser le résultat énoncé à la fin du paragraphe 1 et écrire : si l' inertie des électrons est exclusivement d' origine électromagnétique, s' ils ne sont soumis qu' à des forces d' origine électromagnétique ou aux forces qui engendrent le potentiel supplémentaire F, aucune expérience ne pourra mettre en évidence le mouvement absolu. quelles sont alors ces forces qui engendrent le potentiel / F / ? Elles peuvent évidemment être assimilées à une pression qui régnerait à l' intérieur de l' électron ; tout se passe comme si chaque électron était une capacité creuse soumise à une pression interne constante / indépendante*

p64

du volume / ; le travail d' une pareille pression serait évidemment proportionnel aux variations du volume. Je dois observer toutefois que cette pression est négative. Reprenons l' équation lo du paragraphe 6, qui, dans l' hypothèse de Lorentz, s' écrit (..) ; les équations li du paragraphe 6 nous donneront (..) . Notre pression est égale à A, à un coefficient constant près, qui d' ailleurs est négatif. évaluons maintenant la masse de l' électron, je veux parler de la " masse expérimentale " , c' est-à-dire de la masse pour des vitesses

faibles ; on a / Cf (...) 6 / (...) ; d' où (...) . Pour  $V$  très petit, je puis écrire (...), de sorte que la masse, tant longitudinale que transversale, sera (...). Or  $A$  est une constante numérique, ce qui montre que *la pression qui engendre notre potentiel supplémentaire* est proportionnelle à la quatrième puissance de la masse expérimentale de l'électron . Comme l'attraction newtonienne est proportionnelle à cette masse expérimentale, on est tenté de conclure qu'il y a quelque relation entre la cause qui engendre la gravitation et celle qui engendre ce potentiel supplémentaire. 9 hypothèses sur la gravitation. Ainsi la théorie de Lorentz expliquerait complètement l'impossibilité de mettre en évidence le mouvement absolu, si toutes les forces étaient d'origine électromagnétique

p65

Mais il y a des forces auxquelles on ne peut pas attribuer une origine électromagnétique comme par exemple la gravitation. Il peut arriver, en effet, que deux systèmes de corps produisent des champs électromagnétiques équivalents, c'est-à-dire exerçant la même action sur des corps électrisés et sur des courants, et que cependant ces deux systèmes n'exercent pas la même action gravifique sur les masses newtoniennes. Le champ gravifique est donc distinct du champ électromagnétique. Lorentz a donc été obligé de compléter son hypothèse en supposant que *les forces de toute origine, et en particulier la gravitation, sont affectées par une translation / ou, si l'on aime mieux, par la transformation de Lorentz / de la même manière que les forces électromagnétiques* . Il convient maintenant d'entrer dans les détails et d'examiner de plus près cette hypothèse. Si nous voulons que la force newtonienne soit affectée de cette façon par la transformation de Lorentz, nous ne pouvons plus admettre que cette force dépend uniquement de la position relative du corps attirant et du corps attiré à l'instant considéré. Elle devra dépendre en outre des vitesses des deux corps. Et ce n'est pas tout : il sera naturel de supposer que la force qui agit à l'instant  $T$  sur le corps attiré dépend de la position et de la vitesse de ce corps à ce même instant  $T$  ; mais elle dépendra, en outre, de la position et de la vitesse du corps *attirant*, non pas à l'instant  $T$ , mais à *un instant antérieur*, comme si la gravitation avait mis un certain temps à se propager. Envisageons donc la position du corps attiré à l'instant (...) et soient, à cet instant (...) ses coordonnées, (...) les composantes de sa vitesse ; considérons d'autre part le corps attirant à l'instant correspondant (...) et soient, à cet instant (...) ses coordonnées, (...) les composantes de sa vitesse. Nous devons d'abord avoir une relation (...) pour définir le temps  $T$ . Cette relation définira la loi de la propagation de l'action gravifique / je ne m'impose nullement la condition que la propagation se fasse avec la même vitesse dans tous les sens /. Soient maintenant (...) les trois composantes de l'action exercée

à l' instant  $T$  sur le corps attiré ; il s' agit d' exprimer

p66

en fonctions de  $(..)$  . Quelles sont les conditions à remplir ? 1 la condition I ne devra pas être altérée par les transformations du groupe de Lorentz. 2 les composantes  $(..)$  devront être affectées par les transformations de Lorentz de la même manière que les forces électromagnétiques désignées par les mêmes lettres, c' est -à-dire conformément aux équations / li bis / du paragraphe I. 3 quand les deux corps seront au repos, on devra retomber sur la loi ordinaire de l' attraction. Il importe de remarquer que, dans ce dernier cas, la relation I disparaît, car le temps  $T$  ne joue plus aucun rôle si les deux corps sont au repos. Le problème ainsi posé est évidemment indéterminé. Nous chercherons donc à satisfaire autant que possible à d' autres conditions complémentaires. 4 les observations astronomiques ne semblent pas montrer de dérogation sensible à la loi de Newton, nous choisirons la solution qui s' écarte le moins de cette loi, pour de faibles vitesses des deux corps. 5 nous nous efforcerons de nous arranger de façon que  $T$  soit toujours négatif ; si en effet on conçoit que l' effet de la gravitation demande un certain temps pour se propager, il serait plus difficile de comprendre comment cet effet pourrait dépendre de la position non encore atteinte par le corps attirant. Il y a un cas où l' indétermination du problème disparaît ; c' est celui où les deux corps sont en repos relatif l' un par rapport à l' autre, c' est-à-dire où  $(..)$  ; c' est donc le cas que nous allons examiner d' abord, en supposant que ces vitesses sont constantes, de telle sorte que les deux corps sont entraînés dans un mouvement de translation commun, rectiligne et uniforme. Nous pourrions supposer que l' axe des  $X$  a été pris parallèle à cette translation, de telle façon que  $(..)$  , et nous prendrions  $(..)$  . Si, dans ces conditions, nous appliquons la transformation de

p67

Lorentz, après la transformation les deux corps seront au repos et l' on aura  $(..)$  . Alors les composantes  $(..)$  devront être conformes à la loi de Newton et l' on aura, à un facteur constant près,  $(..)$  . Mais on a, d' après le paragraphe I,  $(..)$  . On a d' ailleurs  $(..)$  et  $(..)$  ; ce qui peut s' écrire  $(..)$  . Il semble d' abord que l' indétermination subsiste, puisque nous n' avons fait aucune hypothèse sur la valeur de  $T$  , c' est-à-dire sur la rapidité de la transmission ; et que d' ailleurs  $X$  est fonction de  $T$  ; mais il est aisé de voir que  $(..)$  , qui figurent seuls dans nos formules, ne dépendent pas de  $T$  . On voit que si les deux corps sont simplement animés d' une translation commune, la force qui agit sur le corps attiré est



normale à un ellipsoïde ayant pour centre le corps attirant. Pour aller plus loin, il faut chercher les invariants du groupe de Lorentz.

p68

Nous savons que les substitutions de ce groupe / en supposant (..) / sont les substitutions linéaires qui n'altèrent pas la forme quadratique (..) . Posons, d'autre part, (..) ; nous voyons que la transformation de Lorentz aura pour effet de faire subir à (..) les mêmes substitutions linéaires qu'à (..) . Regardons (..) , comme les coordonnées de trois points (..) dans l'espace à quatre dimensions. Nous voyons que la transformation de Lorentz n'est qu'une rotation de cet espace autour de l'origine, regardée comme fixe. Nous n'aurons donc pas d'autres invariants distincts que les six distances des trois points (..) entre eux et à l'origine, ou, si l'on aime mieux, que les deux expressions , ou les quatre expressions de même forme qu'on en déduit en permutant d'une manière quelconque les trois points (..) . Mais ce que nous cherchons ce sont les fonctions des dix variables  $2$  qui sont des invariants ; nous devons donc, parmi les combinaisons de nos six invariants, rechercher celles qui ne dépendent que de ces dix variables, c'est-à-dire celles qui sont homogènes de degré  $0$  tant par rapport à (..) , que par rapport à . Il nous restera ainsi quatre invariants distincts, qui sont . Occupons-nous maintenant des transformations subies par les

p69

composantes de la force ; reprenons les équations  $li$  du paragraphe I, qui se rapportent non à la force (..) , que nous considérons ici, mais à la force  $X, Y, Z$  rapportée à l'unité de volume. Posons d'ailleurs (..) ; nous verrons que ces équations  $li$  peuvent s'écrire (..) ; de sorte que  $X, Y, Z, T$  subissent la même transformation que  $X, Y ; Z, T$  . Les invariants du groupe seront donc (..) . Mais ce n'est pas de  $X, Y, Z$  que nous avons besoin, c'est de (..) , avec (..) . Nous voyons que (..) . Donc la transformation de Lorentz agira sur (..) de la même manière que sur  $X, Y, Z, T$ , avec cette différence que ces expressions seront en outre multipliées par (..) . De même elle agira sur (..) , de la même manière que sur (..) , avec cette différence que ces expressions seront en outre multipliées par le même facteur (..) . Considérons alors (..) comme les coordonnées d'un quatrième point  $Q$  ; alors les invariants seront les fonctions des distances mutuelles des cinq points (..) et parmi ces fonctions nous devons conserver seulement celles qui

p70

sont homogènes de degré 0, d'une part par rapport à (...) / variables que l'on peut remplacer ensuite par (...) /, d'autre part par rapport à (...) / variables que l'on peut remplacer ensuite par (...) /. Nous trouvons ainsi, outre les quatre invariants 5, quatre invariants distincts nouveaux, qui sont . Le dernier invariant est toujours nul, d'après la définition de (...) . Cela posé, quelles sont les conditions à remplir ? Le premier membre de la relation I, qui définit la vitesse de propagation, doit être une fonction des quatre invariants 5. On peut faire évidemment une foule d'hypothèses ; nous n'en examinerons que deux : a on peut avoir (...), d'où (...), et, puisque  $T$  doit être négatif, (...). Cela veut dire que la vitesse de propagation est égale à celle de la lumière. Il semble d'abord que cette hypothèse doive être rejetée sans examen. Laplace a montré en effet que la propagation est, ou bien instantanée, ou beaucoup plus rapide que celle de la lumière. Mais Laplace avait examiné l'hypothèse de la vitesse finie de propagation, *Ceteris Non Mutatis* ; ici, au contraire, cette hypothèse est compliquée de beaucoup d'autres, et il peut se faire qu'il y ait entre elles une compensation plus ou moins parfaite, comme celles dont les applications de la transformation de Lorentz nous ont déjà donné tant d'exemples. B on peut avoir . La vitesse de propagation est alors beaucoup plus rapide que celle de

p71

la lumière ; mais, dans certains cas,  $T$  pourrait être négatif, ce qui, comme nous l'avons dit, ne paraît guère admissible. *nous nous en tiendrons donc à l'hypothèse / A /*. 2 les quatre invariants 7 doivent être des fonctions des invariants 5. 3 quand les deux corps sont en repos absolu, (...) doivent avoir la valeur déduite de la loi de Newton, et quand ils sont en repos relatif, la valeur déduite des équations 4. Dans l'hypothèse du repos absolu, les deux premiers invariants 7 doivent se réduire à (...), ou, par la loi de Newton, à (...); d'autre part, dans l'hypothèse / A /, le deuxième et le troisième des invariants 5 deviennent (...), c'est-à-dire, pour le repos absolu, à (...). Nous pouvons donc admettre par exemple que les deux premiers invariants 4 se réduisent à (...); mais d'autres combinaisons sont possibles. Il faut faire un choix entre ces combinaisons, et, d'autre part, pour définir (...), il nous faut une troisième équation. Pour un pareil choix, nous devons nous efforcer de nous rapprocher autant que possible de la loi de Newton. Voyons donc ce qui se passe quand / faisant toujours (...) / on néglige les carrés des vitesses (...), ... les quatre invariants 5 deviennent alors (...),

p72

et les quatre invariants 7 (..) . Mais pour pouvoir comparer avec la loi de Newton, une autre transformation est nécessaire ; ici représentent les coordonnées du corps attirant à l' instant , et (..) ; dans la loi de Newton, il faut envisager les coordonnées (..) du corps attirant à l' instant (..) , et la distance (..) . Nous pouvons négliger le carré du temps T nécessaire à la propagation et par conséquent faire comme si le mouvement était uniforme ; nous avons alors (..) ; ou, puisque (..) , (..) ; de sorte que nos quatre invariants 5 deviennent (..) , et nos quatre invariants 7 (..) . Dans la seconde de ces expressions j' ai écrit (..) au lieu de R , parce que R est multiplié par (..) et que je néglige le carré de (..) . D' autre part, la loi de Newton nous donnerait, pour ces quatre invariants 7, (..) . Si donc nous appelons A et B, le deuxième et le troisième des invariants 5, et M, N, P les trois premiers invariants 7, nous satisferons à la loi de Newton, aux termes près de l' ordre du carré des vitesses, en faisant (..) . Cette solution n' est pas unique. Soit en effet C le quatrième invariant 5, (..) est de l' ordre du carré de (..) , et il en est de même de (..) .

p73

Nous pourrions donc ajouter aux deuxièmes membres de chacune des équations 8 un terme formé de (..) multiplié par une fonction arbitraire de A, B, C et un terme formé de (..) multiplié également par une fonction de A, B, C. Au premier abord, la solution 8 paraît la plus simple ; elle ne peut néanmoins être adoptée ; en effet, comme M, N, P sont des fonctions de (..) , on peut tirer de ces trois équations 8 les valeurs de (..) ; mais, dans certains cas, ces valeurs deviendraient imaginaires. Pour éviter cet inconvénient, nous opérerons d' une autre manière . Posons (..) , ce qui est justifié par l' analogie avec la notation (..) qui figure dans la substitution de Lorentz. Dans ce cas, et à cause de la condition (..) , les invariants 5 deviennent (..) . D' autre part, nous voyons que les systèmes suivants de quantités (..) subissent les mêmes substitutions linéaires quand on leur applique les transformations du groupe de Lorentz. Nous sommes donc conduits à poser (..) .

p74

Il est clair que si (..) sont des invariants (..) satisferont à la condition fondamentale, c' est-à-dire subiront, par l' effet de transformations de Lorentz, une substitution linéaire convenable . Mais pour que les équations 9 soient compatibles, il faut que l' on ait (..) , ce qui, en remplaçant (..) par leurs valeurs 9 et en multipliant par (..) devient (..) . Ce que nous voulons, c' est que si l' on néglige, devant le carré de la vitesse de la lumière

, les carrés des vitesses (...) , etc., ainsi que le produit des accélérations par les distances, comme nous l' avons fait plus haut, les valeurs de (...) restent conformes à la loi de Newton. Nous pourrions prendre (...). Avec l' ordre d' approximation adopté, on a (...). La première équation 9 devient alors (...). Mais si l' on néglige le carré de (...), on peut remplacer (...) par (...) ou encore par (...), ce qui donne (...). La loi de Newton donnerait (...). Nous devons donc choisir, pour l' invariant X, celui qui se réduit à (...) à l' ordre d' approximation adopté, c' est-à-dire . Les équations

p75

9 deviendront (...). Nous voyons d' abord que l' attraction corrigée se compose de deux composantes ; l' une parallèle au vecteur qui joint les positions des deux corps, l' autre parallèle à la vitesse du corps attirant. Rappelons que quand nous parlons de la position ou de la vitesse du corps attirant, il s' agit de sa position ou de sa vitesse au moment où l' onde gravifique le quitte ; pour le corps attiré, au contraire, il s' agit de sa position ou de sa vitesse du moment où l' onde gravifique l' atteint, cette onde étant supposée se propager avec la vitesse de la lumière. Je crois qu' il serait prématuré de vouloir pousser plus loin la discussion de ces formules ; je me bornerai donc à quelques remarques. Les solutions li ne sont pas uniques ; on peut, en effet, remplacer (...), qui entre en facteur partout, par (...), (...) étant des fonctions arbitraires de A, B, C, ou encore ne plus prendre (...) nul, mais ajouter à (...) des termes complémentaires quelconques, pourvu qu' ils satisfassent à la condition lo et qu' ils soient du deuxième ordre par rapport aux (...), en ce qui concerne X, et du premier ordre en ce qui concerne (...). 2 la première équation li peut s' écrire (...) et la quantité entre crochets peut, elle-même, s' écrire (...), de sorte que la force totale peut être partagée en trois composantes correspondant aux trois parenthèses de l' expression l 2 ; la première

p76

composante a une vague analogie avec la force mécanique due au champ électrique, les deux autres avec la force mécanique due au champ magnétique ; pour compléter l' analogie, je puis, en vertu de la première remarque, remplacer dans les équations li (...) par , de façon que (...) ne dépendent plus que linéairement de la vitesse (...) du corps attiré, puisque C a disparu du dénominateur de / li bis /. Posons alors (...); il viendra, C ayant disparu du dénominateur de / li bis / , (...); et l' on aura d' ailleurs (...). Alors (...), ou (...), est une espèce de champ électrique, tandis que (...), ou plutôt (...), est une espèce de

champ magnétique. 3 le postulat de relativité nous obligerait à adopter la solution 11 ou la solution 14 ou l'une quelconque des solutions qui s'en déduiraient à l'aide de la première remarque ; mais la première question qui se pose est celle de savoir si elles sont compatibles avec les observations astronomiques ; la divergence avec la loi de Newton est de l'ordre de (...), c'est-à-dire 10000 fois plus petite que si elle était de l'ordre de (...), c'est-à-dire si la propagation se faisait avec la vitesse de la lumière, Ceteris Non Mutatis ; il est donc permis d'espérer qu'elle ne sera pas trop grande. Mais une discussion approfondie pourra seule nous l'apprendre. H Poincaré. Paris, juillet 1905.

p77

Il semble au premier abord que l'aberration de la lumière et les phénomènes optiques qui s'y rattachent vont nous fournir un moyen de déterminer le mouvement absolu de la terre, ou plutôt son mouvement, non par rapport aux autres astres, mais par rapport à l'éther. Il n'en est rien ; les expériences où l'on ne tient compte que de la première puissance de l'aberration ont d'abord échoué et l'on en a aisément découvert l'explication ; mais Michelson, ayant imaginé une expérience où l'on pouvait mettre en évidence les termes dépendant du carré de l'aberration, ne fut pas plus heureux. Il semble que cette impossibilité de démontrer le mouvement absolu soit une loi générale de la nature. Une explication a été proposée par Lorentz, qui a introduit l'hypothèse d'une contraction de tous les corps dans le sens du mouvement terrestre ; cette contraction rendrait compte de l'expérience de Michelson et de toutes celles qui ont été réalisées jusqu'ici, mais elle laisserait la place à d'autres expériences plus délicates encore et plus faciles à concevoir qu'à exécuter, qui seraient de nature à mettre en évidence le mouvement absolu de la terre. Mais, si l'on regarde l'impossibilité d'une pareille constatation comme hautement probable, il est permis de prévoir que ces expériences, si l'on parvient jamais à les réaliser, donneront encore un résultat négatif. Lorentz a cherché à compléter et à modifier son hypothèse de façon à la mettre en concordance avec le postulat de l'impossibilité complète de la détermination du mouvement absolu. C'est ce qu'il a réussi à faire dans son article intitulé *Electromagnetic Phenomena In A System Moving With*

p78

*Any Velocity Smaller Than That Of Light / Proceedings de l'académie d'Amsterdam, 27 mai 1904 / L'importance de la question m'a déterminé à la reprendre ; les résultats que*

*j' ai obtenus sont d' accord sur tous les points importants avec ceux de Lorentz ; j' ai été seulement conduit à les modifier et à les compléter dans quelques points de détail. Le point essentiel, établi par Lorentz, c' est que les équations du champ électromagnétique ne sont pas altérées par une certaine transformation / que j' appellerai du nom de Lorentz / et qui est de la forme suivante :  $(x, y, z, t)$  ,  $X, Y, Z$  sont les coordonnées et  $T$  le temps avant la transformation,  $(x', y', z', t')$  , et après la transformation. D' ailleurs  $c$  est une constante qui définit la transformation  $(x, y, z, t)$  et  $L$  est une fonction quelconque de  $(x, y, z, t)$  . On voit que dans cette transformation l' axe des  $X$  joue un rôle particulier, mais on peut évidemment construire une transformation où ce rôle serait joué par une droite quelconque passant par l' origine. L' ensemble de toutes ces transformations, joint à l' ensemble de toutes les rotations de l' espace, doit former un groupe ; mais, pour qu' il en soit ainsi, il faut que  $(x, y, z, t)$  ; on est donc conduit à supposer  $(x, y, z, t)$  et  $c$  est là une conséquence que Lorentz avait obtenue par une autre voie. Soient  $(x, y, z, t)$  la densité électrique de l' électron,  $(x, y, z, t)$  sa vitesse avant la transformation ; on aura pour les mêmes quantités  $(x', y', z', t')$  après la transformation  $(x', y', z', t')$  . Ces formules diffèrent un peu de celles qui avaient été trouvées par Lorentz. Soient maintenant  $X, Y, Z$  et  $(x, y, z, t)$  les trois composantes de la force avant et après la transformation, la force est rapportée à l' unité de volume ; je trouve  $(x, y, z, t)$  .*

p79

Ces formules diffèrent également un peu de celles de Lorentz ; le terme complémentaire en  $(x, y, z, t)$  rappelle un résultat obtenu autrefois par M Liénard. Si nous désignons maintenant par  $(x, y, z, t)$  et  $(x', y', z', t')$  les composantes de la force rapportée non plus à l' unité de volume, mais à l' unité de masse de l' électron, nous aurons . Lorentz est amené également à supposer que l' électron en mouvement prend la forme d' un ellipsoïde aplati ; c' est également l' hypothèse faite par Langevin, seulement, tandis que Lorentz suppose que deux des axes de l' ellipsoïde demeurent constants, ce qui est en accord avec son hypothèse  $(x, y, z, t)$  , Langevin suppose que  $c$  est le volume qui reste constant. Les deux auteurs ont montré que ces deux hypothèses s' accordent avec les expériences de Kaufmann, aussi bien que l' hypothèse primitive d' Abraham / électron sphérique /. L' hypothèse de Langevin aurait l' avantage de se suffire à elle-même, puisqu' il suffit de regarder l' électron  $(x, y, z, t)$  comme déformable et incompressible pour expliquer qu' il prenne, quand il est en mouvement, la forme ellipsoïdale. Mais je montre, d' accord en cela avec Lorentz, qu' elle est incapable de s' accorder avec l' impossibilité d' une expérience montrant le mouvement absolu. Cela tient, ainsi que je l' ai dit, à ce que  $(x, y, z, t)$  est la seule hypothèse pour laquelle l' ensemble des transformations de Lorentz forme un groupe. Mais avec l' hypothèse de Lorentz, l' accord entre les formules ne se fait pas tout seul ; on l' obtient, et en même

temps une explication possible de la contraction de l' électron, en supposant que l' électron, déformable et compressible, est soumis à une sorte de pression constante extérieure dont le travail est proportionnel aux variations du volume . Je montre , par une application du principe de moindre action, que, dans ces conditions, la compensation est complète, si l' on suppose que l' inertie est un phénomène exclusivement électromagnétique, comme on l' admet généralement depuis l' expérience de Kaufmann, et qu' à part la pression constante dont je viens de parler et qui agit sur l' électron, toutes les forces sont d' origine électromagnétique. On a ainsi l' explication de l' impossibilité de montrer le mouvement

p80

absolu et de la contraction de tous les corps dans le sens du mouvement terrestre. Mais ce n' est pas tout ; Lorentz, dans l' ouvrage cité, a jugé nécessaire de compléter son hypothèse en supposant que toutes les forces, quelle qu' en soit l' origine, soient affectées, par une translation, de la même manière que les forces électromagnétiques, et que, par conséquent, l' effet produit sur leurs composantes par la transformation de Lorentz est encore défini par les équations 4. Il importait d' examiner cette hypothèse de plus près et en particulier de rechercher quelles modifications elle nous obligerait à apporter aux lois de la gravitation. C' est ce que j' ai cherché à déterminer ; j' ai été d' abord conduit à supposer que la propagation de la gravitation n' est pas instantanée, mais se fait avec la vitesse de la lumière. Cela semble en contradiction avec un résultat obtenu par Laplace qui annonce que cette propagation est, sinon instantanée, du moins beaucoup plus rapide que celle de la lumière. Mais, en réalité, la question que s' était posée Laplace diffère considérablement de celle dont nous nous occupons ici. Pour Laplace, l' introduction d' une vitesse finie de propagation était la seule modification qu' il apportait à la loi de Newton. Ici, au contraire, cette modification est accompagnée de plusieurs autres ; il est donc possible, et il arrive en effet, qu' il se produise entre elles une compensation partielle. Quand nous parlerons donc de la position ou de la vitesse du corps attirant, il s' agira de cette position ou de cette vitesse à l' instant où l' onde gravifique est partie de ce corps ; quand nous parlerons de la position ou de la vitesse du corps attiré, il s' agira de cette position ou de cette vitesse à l' instant où ce corps attiré a été atteint par l' onde gravifique émanée de l' autre corps ; il est clair que le premier instant est antérieur au second. Si donc X, Y, Z sont les projections sur les trois axes du vecteur qui joint les deux positions, si la vitesse du corps attiré est (..) , et celle du corps attirant (..) , les trois composantes de l' attraction / que je pourrai encore appeler (..) / seront des fonctions de (..) . Je me suis demandé s' il était possible de déterminer ces fonctions de telle façon qu' elles soient affectées par la

transformation de Lorentz conformément aux équations 4 et que l'on retrouve la loi ordinaire de la gravitation, toutes les fois que les vitesses (..) sont assez petites pour que l'on puisse

p81

en négliger les carrés devant le carré de la vitesse de la lumière. La réponse doit être affirmative. On trouve que l'attraction corrigée se compose de deux forces, l'une parallèle au vecteur  $X, Y, Z$ , l'autre à la vitesse (..) . La divergence avec la loi ordinaire de la gravitation est, comme je viens de le dire, de l'ordre de (..) ; si l'on supposait seulement, comme l'a fait Laplace, que la vitesse de propagation est celle de la lumière, cette divergence serait de l'ordre de (..) , c'est-à-dire 10000 fois plus grande. Il n'est donc pas, à première vue, absurde de supposer que les observations astronomiques ne sont pas assez précises pour déceler une divergence aussi petite que celle que nous imaginons. Mais c'est ce qu'une discussion approfondie permettra seule de décider.



# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)