IPEA INSTITUTO DE PLANEJAMENTO ECONÔMICO E SOCIAL

Instituto de Planejamento Econômico e Social
IPEA/IPLAN
SETOR DE DOCUMENTAÇÃO
SEPLAN

TEXTOS PARA DISCUSSÃO INTERNA

Nº 8

"Índice de Produto Real e Deflator Implícito: Fórmulas Aproximadas para os Índices Teóricos"

Fernando de Holanda Barbosa

Agosto de 1979

330.90
I 61

Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

ÍNDICE DE PRODUTO REAL E DEFLATOR IMPLÍCITO: FÓRMULAS APROXIMADAS PARA OS ÍNDICES TEÓRICOS

Fernando de Holanda Barbosa*

1 - INTRODUÇÃO

Uma tendência recente na literatura econômica no que diz respeito à base teórica sobre a qual deve assentar-se a construção de índices de produto real e, por conseguinte, de deflatores implícitos do produto, é de que estes índices devam ser calcados na teoria da produção.** Esta linha de desenvolvimento segue, sem dúvida alguma com uma boa defasagem, o enfoque adotado há bastante tempo na teoria dos índices de custo de vida, que passou do domínio da estatística para a teoria econômica, mais especificamente, a teoria do consumidor.

Um problema que surge no cálculo desses índices teóricos é que não existem os dados necessários para a sua computação. Do ponto de vista prático, torna-se imperativo o uso de fórmulas aproximadas que sejam passíveis de utilização de modo rotineiro. Em trabalho recente, propusemos novas fórmulas para o cálculo dos índices de custo de vida que requerem, além dos dados de preços e quantidades habitualmente coletados pelas instituições que elaboram tais índices, estimativas de certas elasticidades, que podem ser obtidas através de estudos econométricos.***

---

*Do Instituto de Pesquisas do IPEA.

**Exemplos desta literatura são: Richter (1966), Fisher e Shell (1972), Samuelson e Swamy (1974).

***Ver Barbosa (1979).

O presente trabalho utiliza o mesmo enfoque adotado na formulação dos novos índices de custo de vida para a obtenção de fórmulas aproximadas para os índices do produto real e deflator implícito do produto. Cabe salientar que as fórmulas aqui sugeridas são válidas também para o cálculo de índices de produção, ou de preços, de qualquer setor da economia. Portanto, a aplicabilidade destes índices é bastante ampla, não se restringindo apenas ao índice de produto real da economia ou ao deflator implícito do produto.

A organização deste trabalho é a seguinte. A Seção 2 apresenta algumas propriedades do modelo de dois fatores e dois produtos, que não são facilmente encontradas nos livros textos, embora sejam conhecidas na literatura econômica, e que são necessárias para a compreensão deste trabalho. A Seção 3 cuida de fórmulas aproximadas para o cálculo do índice de produto real, enquanto a Seção 4 trata das fórmulas aproximadas para os deflatores implícitos. A Seção 5 sumaria nossas conclusões.

2 - ALGUMAS PROPRIEDADES DO MODELO DE DOIS FATORES E DOIS PRODUTOS

Admita-se que dois bens são produzidos a partir das seguintes funções de produção:

(1) $Q_i = Q_i\ (K_i, L_i),\ i = 1, 2$

onde K_i é a quantidade de capital e L_i é a quantidade de mão-de-obra utilizada na produção de Q_i.

A dotação de fatores na economia é dada por K e L. Assim:

(2) $K_1 + K_2 = K$

(3) $L_1 + L_2 = L$

Os preços dos dois produtos são iguais a p_1 e p_2. Portanto, o valor total de produção é igual a:

(4) $$Y = p_1Q_1 + p_2Q_2$$

Suponha-se que este valor da produção seja maximizado, sujeito às restrições (1), (2) e (3). A função de Lagrange para este máximo condicionado é dada por:

(5) $$\ell = p_1Q_1\ (K_1,\ L_1) + p_2Q_2\ (K_2,\ L_2) + w\ (L - L_1 - L_2) + r\ (K - K_1 - K_2)$$

onde w e r são multiplicadores de Lagrange, que podem ser interpretados como os preços unitários dos fatores.

As condições de primeira ordem para que (5) seja um máximo são fornecidas por:

(6.a) $$\frac{\partial \ell}{\partial K_1} = p_1 \frac{\partial Q_1}{\partial K_1} - r = 0$$

(6.b) $$\frac{\partial \ell}{\partial L_1} = p_1 \frac{\partial Q_1}{\partial L_1} - w = 0$$

(6.c) $$\frac{\partial \ell}{\partial K_2} = p_2 \frac{\partial Q_2}{\partial K_2} - r = 0$$

(6.d) $$\frac{\partial \ell}{\partial L_2} = p_2 \frac{\partial Q_2}{\partial L_2} - w = 0$$

(6.e) $$\frac{\partial \ell}{\partial w} = L - L_1 - L_2 = 0$$

(6.f) $$\frac{\partial \ell}{\partial r} = K - K_1 - K_2 = 0$$

As duas últimas condições reproduzem as restrições de dotação dos fatores, enquanto as quatro primeiras condições afirmam que em equilíbrio o valor da produtividade marginal de cada fator é igual ao seu preço.

As equações (6.a) - (6.f) permitem escrever, desde que as condições do teorema da função implícita sejam satisfeitas, cada variável endógena - Q_1, Q_2, L_1, L_2, K_1, K_2, w e r - como função das variáveis exógenas: p_1, p_2, L e K. Para o caso dos níveis de produção, Q_1 e Q_2, nos quais estaremos diretamente interessados, temos:

(7.a) $Q_1 = f\ (p_1, p_2, L, K)$

(7.b) $Q_2 = g\ (p_1, p_2, L, K)$

Uma das proposições que desejamos provar nesta seção é que a matriz

(8) $$\begin{bmatrix} \dfrac{\partial Q_1}{\partial P_1} & \dfrac{\partial Q_1}{\partial P_2} \\ \dfrac{\partial Q_2}{\partial P_1} & \dfrac{\partial Q_2}{\partial P_2} \end{bmatrix}$$

IPEA/IPLAN SEÇÃO DE DOCUMENTAÇÃO SEPLAN

é positiva semidefinida. Esta propriedade implica que a quantidade produzida aumenta com o preço do produto,

$$\frac{\partial Q_i}{\partial P_i} > 0,\ i = 1,\ 2,$$

e que as condições de simetria,

$$\frac{\partial Q_i}{\partial P_j} = \frac{\partial Q_j}{\partial P_i},\ i \neq j = 1,\ 2,$$

são satisfeitas. Ademais, as seguintes igualdades são obedecidas:

$$p_1 \frac{\partial Q_1}{\partial P_1} + p_2 \frac{\partial Q_1}{\partial P_2} = 0$$

$$p_1 \frac{\partial Q_2}{\partial P_1} \quad p_2 \frac{\partial Q_2}{\partial P_2} = 0$$

o que significa dizer que as equações (7.a) e (7.b) são homogêneas do grau zero nos preços dos produtos.

Com o objetivo de provar os resultados que acabamos de citar, iremos precisar da condição de segunda ordem para a maximização de $\mathcal{L}$. Esta condição nos diz que a matriz

$$(9) \qquad \begin{bmatrix} p_1 H_1 & 0 \\ 0 & p_2 H_2 \end{bmatrix}$$

deve ser negativa definida para todo vetor $[X_1, X_2, -X_2, -X_2] = [X' \vdots -X']$, $X' = [X_1, X_2]$. As matrizes H_1 e H_2 que aparecem em (9) são as matrizes hessianas das funções de produção descritas em (1). Isto é:

$$H_1 = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 Q_1}{\partial K_1^2} & \dfrac{\partial^2 Q_1}{\partial K_1 \partial L_1} \\ \dfrac{\partial^2 Q_1}{\partial L_1 \partial K_1} & \dfrac{\partial^2 Q_1}{\partial L_1^2} \end{bmatrix} \quad H_2 = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial^2 Q_2}{\partial K_2^2} & \dfrac{\partial^2 Q_2}{\partial K_2 \partial L_2} \\ \dfrac{\partial^2 Q_2}{\partial L_2 \partial K_2} & \dfrac{\partial^2 Q_2}{\partial L_2^2} \end{bmatrix}$$

O fato de a matriz (9) ser negativa definida para vetores do tipo $[X' \vdots -X']$ implica que:

$$[X' \vdots -X'] \begin{bmatrix} p_1 H_1 & 0 \\ 0 & p_2 H_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ \cdots \\ -X \end{bmatrix} = X'(p_1 H_1 + p_2 H_2)X < 0$$

Logo, a matriz H definida por

$$(10) \qquad H = p_1 H_1 + p_2 H_2$$

é negativa definida.

O valor da produtividade marginal de cada fator, de acordo com as equações (6.a) - (6.d), é o mesmo em ambos os setores. Isto é:

(11.a) $$p_1 \frac{\partial Q_1}{\partial K_1} = p_2 \frac{\partial Q_2}{\partial K_2}$$

(11.b) $$p_1 \frac{\partial Q_1}{\partial L_1} = p_2 \frac{\partial Q_2}{\partial L_2}$$

Por outro lado, das equações de dotação de fatores (2) e (3) temos que:

$$\begin{bmatrix} dK \\ dL \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} dK_1 \\ dL_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} dK_2 \\ dL_2 \end{bmatrix}$$

Alternativamente, em notação mais compacta:

(12) $$dF = dF_1 + dF_2$$

onde $dF' = [dK \quad dL]$ e $dF_i = [dK_i \quad dL_i]$, $i = 1,2$.

Tomando-se as diferenciais de (11.a) e (11.b) chega-se ao seguinte resultado:

(13) $$HdF_1 = b_2\, dp_2 - b_1\, dp_1 + p_2\, H_2\, dF$$

onde:

$$b_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_1}{\partial K_1} \\ \frac{\partial Q_1}{\partial L_1} \end{bmatrix}, \quad b_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_2}{\partial K_2} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial L_2} \end{bmatrix}$$

Multiplicando-se ambos os lados de (13) pela matriz inversa de H, obtemos:

(14) $$dF_1 = H^{-1}\, b_2\, dp_2 - H^{-1}\, b_1\, dp_1 + p_2\, H^{-1}\, H_2\, dF$$

Substituindo-se o valor de dF_1 em (12), resulta:

$$(15) \qquad dF_2 = dF - dF_1 = - H^{-1} b_2 \, dp_2 + H^{-1} b_1 \, dp_1 + \left[I - p_2 H^{-1} H_2 \right] dF$$

Como $H^{-1} (p_1 H_1 + p_2 H_2) = I$, segue-se que $I - p_2 H^{-1} H_2 = p_1 H^{-1} H_1$.

Logo, a equação anterior pode ser escrita do seguinte modo:

$$(16) \qquad dF_2 = - H^{-1} b_2 \, dp_2 + H^{-1} b_1 \, dp_1 + p_1 H^{-1} H_1 \, dF$$

Lembrando-nos que as diferenciais das funções de produção (1) são dadas por:

$$dQ_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_1}{\partial K_1} & \frac{\partial Q_1}{\partial L_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dK_1 \\ dL_1 \end{bmatrix} = b_1' \, dF_1$$

e:

$$dQ_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_2}{\partial K_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dK_2 \\ dL_2 \end{bmatrix} = b_2' \, dF_2$$

os valores de dQ_1 e dQ_2 podem ser escritos, depois que (14) e (16) são substituídos nas duas equações anteriores, como:

$$(17) \qquad \begin{bmatrix} dQ_1 \\ dQ_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} - b_1' H^{-1} b_1 & b_1' H^{-1} b_2 \\ b_2' H^{-1} b_1 & - b_2' H^{-1} b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dp_1 \\ dp_2 \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} p_2 \, b_1' \, H^{-1} \, H_2 \\ p_1 \, b_2' \, H^{-1} \, H_1 \end{bmatrix} dF$$

Observa-se que a matriz que premultiplica o vetor $\left[dp_1 \; dp_2 \right]'$ corresponde à matriz (8). Esta matriz é positiva semidefinida, pois:

$$\left[z_1 \; z_2 \right] \begin{bmatrix} - b_1' \, H^{-1} \, b_1 & b_1' \, H^{-1} \, b_2 \\ b_2' \, H^{-1} \, b_1 & - b_2' \, H^{-1} \, b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} =$$

$$= - \left[z_1 \, b_1 - z_2 \, b_2 \right]' \; H^{-1} \left[z_1 \, b_1 - z_2 \, b_2 \right] \geqslant 0$$

O sinal da desigualdade prende-se ao fato de que a matriz H^{-1} é negativa definida. Quando $z_1 \, b_1 = z_2 \, b_2$, o que ocorre no caso de $z_1 = p_1$ e $z_2 = p_2$, a forma quatrática acima é igual a zero. Logo, a matriz (8) é positiva semidefinida.

Examinemos agora algumas propriedades da curva de transformação, que relaciona as quantidades máximas dos dois bens face à dotação de fatores existente na economia.

Multiplicando-se a primeira equação de (17) por $p_2 \, b_2' \, H^{-1} \, b_2$ e a segunda equação do mesmo sistema por $p_1 b_1' \, H^{-1} \, b_1$, e adicionando-se então estes dois resultados, chega-se, depois de algumas manipulações algébricas, à seguinte expressão:

$$(18) \qquad dQ_2 = - \frac{p_2 \, b_2' \, H^{-1} \, b_2}{p_1 \, b_1' \, H^{-1} \, b_1} \, dQ_1 +$$

$$+ \frac{(p_2^2 \, b_2' \, H^{-1} \, b_2 \, b_1' \, H^{-1} \, H_2 + p_1^2 \, b_1' \, H^{-1} \, b_1 \, b_2' H^{-1} \, H_1) \, dF}{p_1 \, b_1' \, H^{-1} \, b_2}$$

É fácil concluir-se da expressão acima que:

$$(19) \qquad \frac{\partial Q_2}{\partial Q_1} = - \frac{p_2 \, b_2' \, H^{-1} \, b_2}{p_1 \, b_1' \, H^{-1} \, b_1} < 0$$

pois a matriz H^{-1} é negativa definida. A expressão acima afirma que, na posição de equilíbrio, a taxa marginal de transformação é negativa.

Multiplicando-se ambos os lados de (19) por $(- p_2/p_1)$ obtém-se:

$$- \frac{p_2}{p_1} \frac{\partial Q_2}{\partial Q_1} = - \frac{(p_2 \, b_2)' \, H^{-1} \, (b_2 \, p_2)}{(p_1 \, b_1)' \, H^{-1} \, (b_1 \, p_1)}$$

Como em equilíbrio $p_2 \, b_2 = p_1 \, b_1$, segue-se que a taxa marginal de transformação é igual ao preço relativo p_1/p_2 dos produtos. Isto é:

$$(20) \qquad - \frac{\partial Q_2}{\partial Q_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

A partir da primeira equação do sistema (17), é fácil obter-se o seguinte resultado:

$$(21) \qquad \frac{d \, (p_1/p_2)}{(p_1/p_2)} = \frac{dp_1}{p_1} - \frac{dp_2}{p_2} = - \frac{1}{p_1 \, b_1' \, H^{-1} \, b_1} \, dQ_1 +$$

$$+ \frac{p_2 \, b_1' \, H^{-1} \, H_2}{p_1 \, b_1' \, H^{-1} \, b_1} \, dF$$

Logo, desta expressão segue-se que:

$$\frac{\partial (p_1/p_2)}{\partial Q_1} = - \frac{1}{p_2 \, b_1' \, H^{-1} \, b_2}$$

Conseqüentemente:

$$(22) \qquad \frac{\partial^2 Q_2}{\partial Q_1^2} = - \frac{\partial (p_1/p_2)}{\partial Q_1} = \frac{1}{p_2 \, b_1' \, H^{-1} \, b_1} < 0$$

Esta desigualdade implica que, no ponto de equilíbrio, a curva de transformação é côncava. A Figura 1 apresenta uma curva de transformação para uma dada dotação de fatores. No eixo vertical, marca-se a quantidade do segundo bem, Q_2, enquanto no eixo horizontal mede-se a quantidade do primeiro bem, Q_1. A tangente no ponto A é igual à taxa marginal de transformação que, em equilíbrio, é igual à relação de preços p_1/p_2.

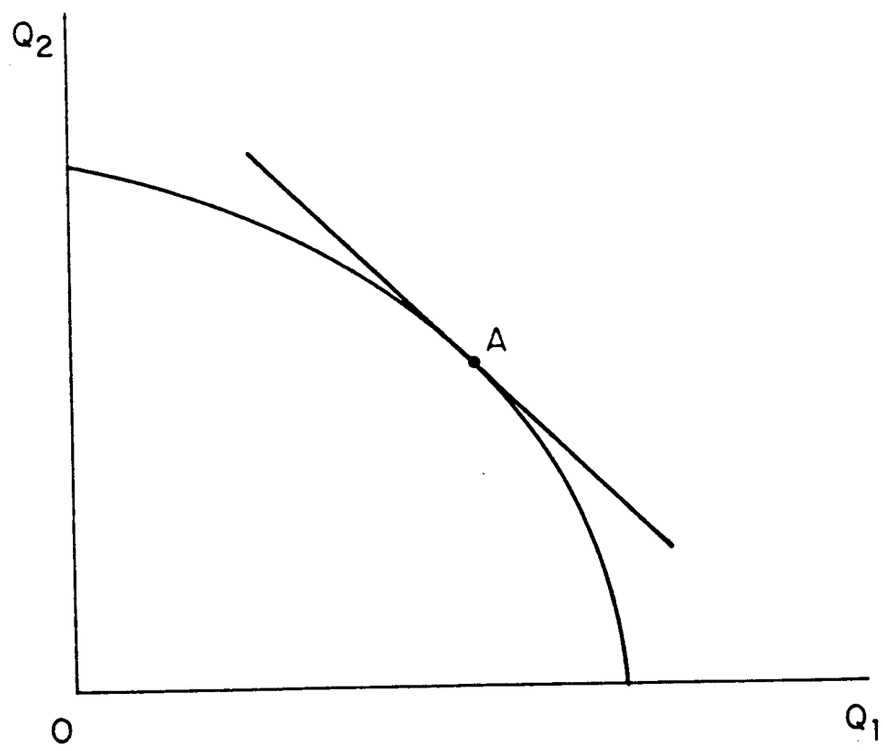

Figura 1. Curva de Transformação

O valor máximo da produção Y pode ser escrito como função dos preços dos produtos e da dotação de fatores existentes na economia, condicionado ao estado atual de desenvolvimento tecnológico. Com efeito, substituindo-se (7.a) e (7.b) na expressão (4) obtém-se

(23) $Y = Y\ (p,\ F)$

onde p indica o vetor de preços $[p_1,\ p_2]$ e F representa a dotação de fatores $[F_1,\ F_2]$.

3 - ÍNDICE DE PRODUTO REAL: FÓRMULAS APROXIMADAS

Imagine-se duas situações, A e B, como descritas na Figura 2. Admita-se também que se deseja medir a variação de produção ocorrida entre estas duas situações. O índice verdadeiro de produção será definido pela relação entre o valor máximo da produção, obtido quando a curva de transformação passa por B, e o valor correspondente àquela curva de transformação que passa por A, sendo ambos os valores avaliados para um mesmo vetor de preços p. Isto é:

(24) $$V_q\ (p) = \frac{Y\ (p,\ F_B)}{Y\ (p,\ F_A)}$$

Um problema que surge no cálculo deste índice é quanto ao vetor de preços a ser escolhido como base de comparação. A seguir, apresentaremos dois diferentes índices, um com base nos preços na situação A, que será identificada com o período t-1, e o segundo índice que utiliza como base de referência a situação B, identificada aqui com o período t.

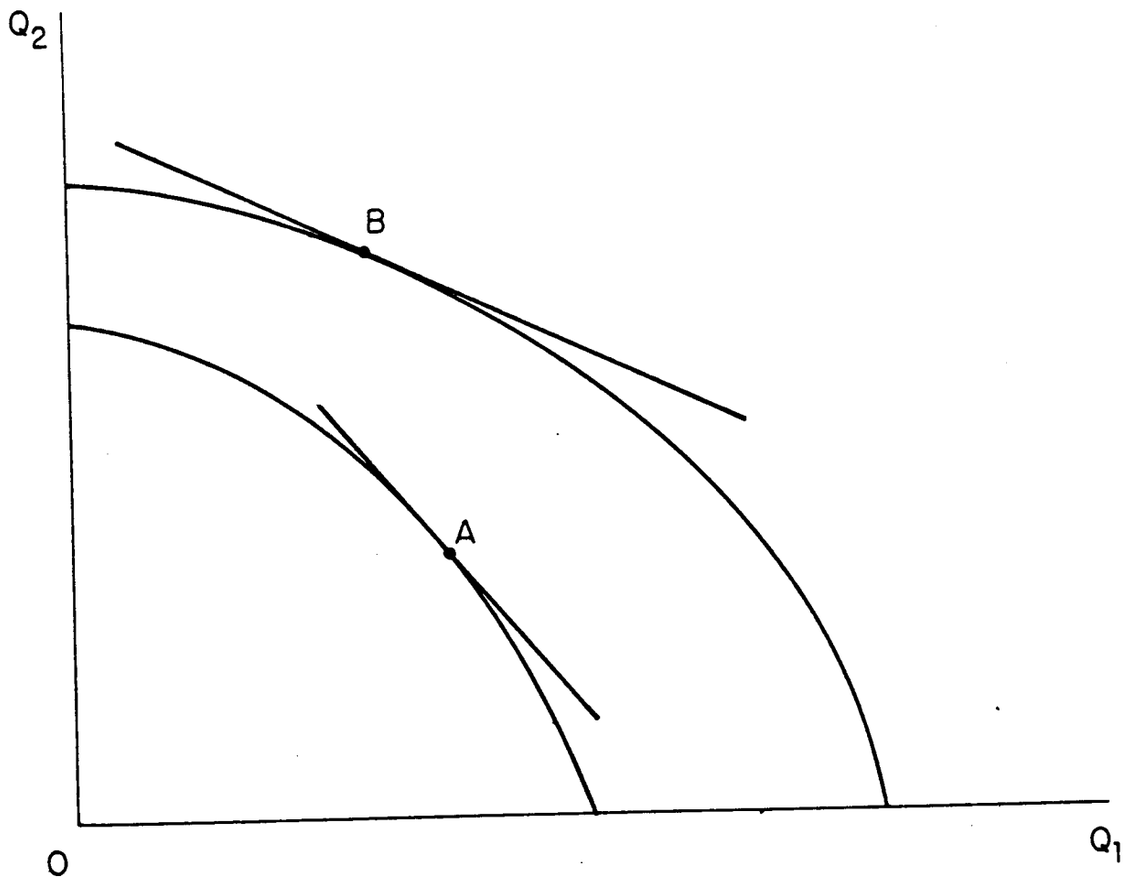

Figura 2 . Variação do Produto Real

3.1 - O Índice de Laspeyres Modificado

Quando o vetor de preços de referência corresponde ao período t-1, $p = p_{t-1}$, o índice (24) passa a ser escrito como:

$$(25) \qquad V_q\ (p_{t-1}) = \frac{Y\ (p_{t-1},\ F_t)}{Y\ (p_{t-1},\ F_{t-1})} = \frac{\sum_i Q^*_{i,t}\ p_{i,t-1}}{\sum_i Q_{i,t-1}\ p_{i,t-1}}$$

onde $Q_{i,t-1}$ indica a quantidade produzida do bem i no período t-1, $p_{i,j}$ é o preço do bem i no período j e $Q^*_{i,t}$ representa a quantidade do bem i que seria produzida no período t se os preços neste período fossem iguais aos preços do período anterior, $p_{i,t-1}$.

Em virtude das quantidades $Q^*_{i,t}$ não serem observadas, o cálculo do índice (25) torna-se impossível na prática. Todavia, um valor aproximado deste índice pode ser desenvolvido usando-se o mesmo procedimento que adotamos em trabalho anterior [Barbosa (1979)]. Com efeito, uma expansão de Taylor nos permite escrever:

$$(26) \qquad Q^*_{i,t} = Q_{i,t} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} (S^t_{i,j} + S^{t-1}_{i,j})\ \Delta\ p_{j,t-1}$$

onde $\Delta\ p_{j,t-1} = p_{j,t-1} - p_{j,t}$ e:

$$S^t_{i,j} = \left.\frac{\partial Q_{i,t}}{\partial p_{j,t}}\right|_{F\ =\ ct}, \quad S^{t-1}_{i,j} = \left.\frac{\partial Q_{i,t-1}}{\partial p_{j,t-1}}\right|_{F\ =\ ct}$$

A notação acima indica que as derivadas parciais são calculadas, mantendo-se constante a dotação de fatores e o progresso tecnológico.

O fato da matriz (8) ser positiva semidefinida implica as seguintes propriedades:

(27.a) $$\sum_{j=1}^{n} s_{i,j}^{t} \, p_{j,t} = 0$$

(27.b) $$\sum_{j=1}^{n} s_{i,j}^{t-1} \, p_{j,t-1} = 0$$

(27.c) $$\sum_{i} \sum_{j} s_{i,j}^{t} \, p_{i,t-1} \, p_{j,t-1} \geqslant 0$$

(27.d) $$\sum_{i} \sum_{j} s_{i,j}^{t-1} \, p_{i,t} \, p_{j,t} \geqslant 0$$

As formas quadráticas (27.c) e (27.d) são nulas quando os preços em t-1 são proporcionais aos preços no período t, ou seja, quando não existe mudança de preços relativos entre os dois períodos.

Substituindo-se (26) em (25) e levando-se em conta as restrições (27.a) e (27.b), chega-se ao seguinte resultado:

(28) $$V_q \, (p_{t-1}) = \frac{\sum_{i} Q_{i,t} \, p_{i,t-1} + \frac{1}{2} \sum_{i} \sum_{j} s_{i,j}^{t} \, p_{i,t-1} \, p_{j,t-1}}{\sum_{i} Q_{i,t-1} \, p_{i,t-1}}$$

Alternativamente, a expressão anterior pode ser escrita como:

(29) $$V_q \, (p_{t-1}) = \frac{\sum_{i} Q_{i,t} p_{i,t-1}}{\sum_{i} Q_{i,t-1} p_{i,t-1}} + \frac{\frac{1}{2} \sum_{i} \sum_{j} s_{ij}^{t} \, p_{i,t-1} \, p_{j,t-1}}{\sum_{i} Q_{i,t-1} \, p_{i,t-1}}$$

O primeiro termo do lado direito desta expressão é o índice de Laspeyres, enquanto o segundo termo indica a correção a ser feita no índice de Laspeyres para obter-se um valor aproximado do ín-

dice verdadeiro de produção, cujo vetor preço de referência é aquele correspondente ao período t-1. Em virtude de (27.c), segue-se que:

$$V_q\ (p_{t-1}) > \frac{\sum_i Q_{i,t}\ p_{i,t-1}}{\sum_i Q_{i,t-1}\ p_{i,t-1}} = L_q$$

Esta desigualdade afirma que o índice de Laspeyres subestima o índice de produção verdadeiro, uma propriedade bastante conhecida na literatura econômica.

A fórmula (29) pode ser calculada a partir das elasticidades η_{ij}, definidas por:

$$\eta_{ij} = S^t_{i,j}\ \frac{p_{i,t}}{Q_{i,t}}$$

Com efeito, substituindo-se o valor de $S^t_{i,j}$ dada por esta expressão na equação (29), obtém-se:

$$(30) \qquad V_q\ (p_{t-1}) = \frac{\sum_i Q_{i,t}\ p_{i,t-1}}{\sum_i Q_{i,t-1}\ p_{i,t-1}} + \frac{\frac{1}{2}\sum_i \sum_j \eta_{ij}\ Q_{it}\ p_{i,t-1}\ \frac{p_{i,t-1}}{p_{j,t}}}{\sum_i Q_{i,t-1}\ p_{i,t-1}}$$

3.2 - O Índice de Paasche Modificado

O Índice de Paasche Modificado é obtido quando se utiliza o vetor preço do período t como referência, na comparação entre a produção dos dois períodos. Assim, o índice (24) passa a ser expresso como:

$$(31) \qquad V_q\ (p_t) = \frac{Y\ (p_t,\ F_t)}{Y\ (p_t, F_{t-1})} = \frac{\sum_i Q_{i,t}\ p_{i,t}}{\sum_i Q^*_{i,t-1}\ p_{i,t}}$$

Este índice não pode ser calculado na prática, pois os valores de $Q_{i,t-1}^{*}$ não são observados, isto é, os níveis de produção que se teria no período t-1, se os preços neste período fossem iguais aos preços vigentes no período seguinte, não são conhecidos. Um valor aproximado pode ser obtido a partir da seguinte expansão de Taylor:

$$(32) \qquad Q_{i,t-1}^{*} = Q_{i,t-1} + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n} (s_{ij}^{t} + s_{ij}^{t-1}) \, \Delta p_{j,t}$$

onde $\Delta p_{j,t} = p_{j,t} - p_{j,t-1}$.

Substituindo-se (32) em (31) e levando-se em conta as restrições (27.a) e (27.b), obtém-se o seguinte resultado:

$$(33) \qquad V_q \, (p_t) = \frac{\sum_i Q_{i,t} \, p_{i,t}}{\sum_i Q_{i,t-1} \, p_{i,t} + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j s_{i,j}^{t-1} \, p_{i,t} \, p_{j,t}}$$

Alternativamente, podemos escrever esta equação como:

$$(34) \qquad V_q \, (p_t) = \frac{\dfrac{\sum_i Q_{i,t} \, p_{i,t}}{\sum_i Q_{i,t-1} \, p_{i,t}}}{1 + \dfrac{\frac{1}{2} \sum_i \sum_j s_{i,j}^{t-1} \, p_{i,t} \, p_{j,t}}{\sum_i Q_{i,t-1} \, p_{i,t}}}$$

O numerador da expressão acima é o índice de Paasche e o denominador indica a correção a ser feita neste índice para que se obtenha um valor aproximado para o índice verdadeiro de produção, que utiliza como preços de referência os preços do período t. Em virtude da forma quadrática (27.d) ser positiva segue-se, então, que o índice de Paasche superestima o crescimento da produção. Isto é:

$$P_q = \frac{\sum_i Q_{i,t}\, P_{i,t}}{\sum_i Q_{i,t-1}\, P_{i,t}} \geq V_q\ (P_t)$$

O sinal de igualdade na expressão acima ocorre quando entre os períodos t-1 e t não se verificam mudanças nos preços relativos.

4 - DEFLATOR IMPLÍCITO: FÓRMULAS APROXIMADAS

O valor da produção no período t-1, multiplicado pelo índice de quantidade vezes o índice de preço, é igual ao valor da produção no período t. Isto é:

$$V_q\ V_p \sum_i Q_{i,t-1}\, P_{i,t-1} = \sum_i Q_{i,t}\, P_{i,t} \tag{35}$$

onde V_q e V_p indicam índices de quantidade e preço, respectivamente. Segue-se, então, que associado à cada índice de quantidade da seção anterior existe um índice de preço denominado de deflator implícito em virtude do processo pelo qual é gerado.

4.1 - Deflator Implícito - Paasche Modificado

Quando se substitui a expressão (28) em (35) obtém-se o deflator implícito do tipo Paasche modificado. Isto é:

$$V_p\ (Q_t) = \frac{\sum_i Q_{i,t}\, P_{i,t}}{\sum_i Q_{i,t}\, P_{i,t-1} + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j S^t_{ij}\, P_{i,t-1}\, P_{j,t-1}} \tag{36}$$

Alternativamente, o índice acima pode ser escrito do seguinte modo:

$$V_p\ (Q_t) = \frac{\dfrac{\sum_i Q_{i,t}\, P_{i,t}}{\sum_i Q_{i,t}\, P_{i,t-1}}}{1 + \dfrac{\frac{1}{2} \sum_i \sum_j S^t_{ij}\, P_{i,t-1}\, P_{j,t-1}}{\sum_i Q_{i,t}\, P_{i,t-1}}} \tag{37}$$

O numerador desta expressão é o índice de Paasche enquanto o denominador é o fator de correção para obter-se o deflator verdadeiro. Em virtude da forma quadrática

$$\sum_i \sum_j S^t_{ij} \, p_{i,t-1} \, p_{j,t-1}$$

ser positiva semidefinida, o índice Paasche superestima o índice verdadeiro. Assim:

$$(38) \qquad V_p \, (Q_t) < \frac{\sum_i Q_{i,t} \, P_{i,t}}{\sum_i Q_{i,t} \, P_{i,t-1}} = P_p$$

É interessante observar que o índice de produto real é calculado segundo o critério Laspeyres, enquanto o deflator implícito do produto é do tipo Paasche. Conseqüentemente, o índice do produto real subestima o crescimento da economia enquanto o deflator implícito do produto superestima a taxa de inflação.

O deflator implícito (36) pode ser obtido diretamente a partir da definição do índice de preço. Este é definido pela relação entre o valor máximo da produção quando o vetor de preços é p_t e, o valor máximo de produção, quando o vetor de preços é p_{t-1}, ambos os valores sendo avaliados para a mesma curva de transformação F. Isto é:

$$(39) \qquad V_p \, (F) = \frac{y \, (p_t, \, F)}{y \, (p_{t-1}, \, F)}$$

Quando a curva de transformação de referência é a curva do período t, o índice (39) passa a ser dado por:

$$(40) \qquad V_p \, (Q_t) = \frac{\sum_i Q_{i,t} \, P_{i,t}}{\sum_i Q^*_{i,t} \, P_{i,t-1}}$$

Usando-se a aproximação fornecida por (26) e procedendo-se como anteriormente, obtém-se o índice (36).

4.2 - Deflator Implícito - Laspeyres Modificado

Quando se substitui (33) na equação (35), obtém-se o deflator implícito do tipo Laspeyres modificado. Sua expressão analítica é:

$$(41) \qquad V_p\ (Q_{t-1}) = \frac{\sum_i Q_{i,t-1}\ p_{i,t} + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j S^{t-1}_{i,j}\ p_{i,t}\ p_{j,t}}{\sum_i Q_{i,t-1}\ p_{i,t-1}}$$

Alternativamente, tem-se:

$$(42) \qquad V_p\ (Q_{t-1}) = \frac{\sum_i Q_{i,t-1}\ p_{i,t}}{\sum_i Q_{i,t-1}\ p_{i,t-1}} + \frac{\frac{1}{2} \sum_i \sum_j S^{t-1}_{i,j}\ p_{i,t}\ p_{j,t}}{\sum_i Q_{i,t-1}\ p_{i,t-1}}$$

O primeiro termo do lado direito desta expressão é o índice Laspeyres, enquanto o segundo termo envolve uma forma quadrática que é positiva semidefinida. Logo, o índice Laspeyres subestima o índice de preços verdadeiro, ou seja:

$$(43) \qquad V_p\ (Q_{t-1}) > \frac{\sum_i Q_{i,t-1}\ p_{i,t}}{\sum_i Q_{i,t-1}\ p_{i,t-1}} = L_p$$

O deflator implícito do tipo Laspeyres modificado pode ser obtido também a partir da definição do índice de preços. Com efeito, quando a curva de transformação de referência é a que prevalece no período t-1, o índice (39) passa a ser dado por:

$$(44) \qquad V_p\ (Q_{t-1}) = \frac{\sum_i Q^*_{i,t-1}\ p_{i,t}}{\sum_i Q_{i,t-1}\ p_{i,t-1}}$$

Utilizando-se da expansão de Taylor (32) e levando-se em conta as restrições (27.a) e (27.b) chega-se facilmente ao índice (41).

5 - CONCLUSÃO

As fórmulas dos índices do produto real e dos deflatores implícitos do produto aqui apresentados certamente requerem um esforço adicional de pesquisa econométrica para sua implementação na prática, em virtude de estes índices necessitarem de estimativas de elasticidades-preço para o seu cômputo. Todavia, acreditamos que os benefícios provenientes de se usar uma fórmula mais acurada, do ponto de vista teórico, no cálculo do crescimento da economia e na taxa de inflação como medida pelo deflator implícito, certamente compensará o custo do estudo econométrico para a determinação das estimativas das elasticidades-preço.

BIBLIOGRAFIA

Barbosa, F. de Holanda (1979). "Índice de Custo de Vida: Avaliação do Método da Fundação Getúlio Vargas e Nova Formulação," Texto Para Discussão Interna nº 4, INPES-IPEA.

Fisher, F. M. e K. Shell (1972). The Economic Theory of Price Indices. New York: Academic Press.

Richter, M. (1966). "Invariance Axions and Economic Indexes," Econometrica, 34, pp. 336-341.

Samuelson, P. A. e S. Swamy (1974). "Invariant Economic Index Numbers and Canonical Duality: Survey and Synthesis," American Economic Review, 64, pp. 566-593.

Livros Grátis

(http://www.livrosgratis.com.br)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração
Baixar livros de Agronomia
Baixar livros de Arquitetura
Baixar livros de Artes
Baixar livros de Astronomia
Baixar livros de Biologia Geral
Baixar livros de Ciência da Computação
Baixar livros de Ciência da Informação
Baixar livros de Ciência Política
Baixar livros de Ciências da Saúde
Baixar livros de Comunicação
Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE
Baixar livros de Defesa civil
Baixar livros de Direito
Baixar livros de Direitos humanos
Baixar livros de Economia
Baixar livros de Economia Doméstica
Baixar livros de Educação
Baixar livros de Educação - Trânsito
Baixar livros de Educação Física
Baixar livros de Engenharia Aeroespacial
Baixar livros de Farmácia
Baixar livros de Filosofia
Baixar livros de Física
Baixar livros de Geociências
Baixar livros de Geografia
Baixar livros de História
Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura
Baixar livros de Literatura de Cordel
Baixar livros de Literatura Infantil
Baixar livros de Matemática
Baixar livros de Medicina
Baixar livros de Medicina Veterinária
Baixar livros de Meio Ambiente
Baixar livros de Meteorologia
Baixar Monografias e TCC
Baixar livros Multidisciplinar
Baixar livros de Música
Baixar livros de Psicologia
Baixar livros de Química
Baixar livros de Saúde Coletiva
Baixar livros de Serviço Social
Baixar livros de Sociologia
Baixar livros de Teologia
Baixar livros de Trabalho
Baixar livros de Turismo