

# **TEXTO PARA DISCUSSÃO N° 1097**

## **MODELO FATORIAL LINEAR MACROECONÔMICO DE ESTRUTURA A TERMO DA TAXA DE JUROS: APLICAÇÃO PARA A ECONOMIA BRASILEIRA**

**Marcos Antonio Coutinho da Silveira**

Rio de Janeiro, junho de 2005

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.



# **TEXTO PARA DISCUSSÃO Nº 1097**

## **MODELO FATORIAL LINEAR MACROECONÔMICO DE ESTRUTURA A TERMO DA TAXA DE JUROS: APLICAÇÃO PARA A ECONOMIA BRASILEIRA**

**Marcos Antonio Coutinho da Silveira\***

Rio de Janeiro, junho de 2005

---

\* Do IPEA.

## Governo Federal

### Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão

**Ministro** – Paulo Bernardo Silva

**Secretário-Executivo** – Nelson Machado



Fundação pública vinculada ao Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão, o IPEA fornece suporte técnico e institucional às ações governamentais, possibilitando a formulação de inúmeras políticas públicas e programas de desenvolvimento brasileiro, e disponibiliza, para a sociedade, pesquisas e estudos realizados por seus técnicos.

#### **Presidente**

Glauco Arbix

#### **Diretora de Estudos Sociais**

Anna Maria T. Medeiros Peliano

#### **Diretor de Administração e Finanças**

Celso dos Santos Fonseca

#### **Diretor de Cooperação e Desenvolvimento**

Luiz Henrique Proença Soares

#### **Diretor de Estudos Regionais e Urbanos**

Marcelo Piancastelli de Siqueira

#### **Diretor de Estudos Setoriais**

Mario Sergio Salerno

#### **Diretor de Estudos Macroeconômicos**

Paulo Mansur Levy

#### **Chefe de Gabinete**

Persio Marco Antonio Davison

#### **Assessor-Chefe de Comunicação**

Murilo Lôbo

URL: <http://www.ipea.gov.br>

Ouvidoria: <http://www.ipea.gov.br/ouvidoria>

ISSN 1415-4765

JEL E43, E52, G12

## TEXTO PARA DISCUSSÃO

Uma publicação que tem o objetivo de divulgar resultados de estudos desenvolvidos, direta ou indiretamente, pelo IPEA e trabalhos que, por sua relevância, levam informações para profissionais especializados e estabelecem um espaço para sugestões.

As opiniões emitidas nesta publicação são de exclusiva e inteira responsabilidade dos autores, não exprimindo, necessariamente, o ponto de vista do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada ou do Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão.

É permitida a reprodução deste texto e dos dados contidos, desde que citada a fonte. Reproduções para fins comerciais são proibidas.

Este texto é uma reprodução do original, gerado em Scientific WorkPlace 4.0.

# SUMÁRIO

SINOPSE

ABSTRACT

1 INTRODUÇÃO 1

2 ESTRUTURA A TERMO 4

3 DINÂMICA DO VETOR-ESTADO 15

4 ESTIMAÇÃO 21

5 DADOS 25

6 RESULTADOS 26

7 CONCLUSÃO 29

BIBLIOGRAFIA 30

## **SINOPSE**

O trabalho desenvolve um modelo linear fatorial macroeconômico de estrutura a termo da taxa de juros, em que a dinâmica das variáveis-estado é determinada pela forma reduzida de um modelo estrutural novo-keynesiano estendido para economias abertas e pequenas como a brasileira. O modelo é aplicado para investigar os determinantes macroeconômicos da estrutura a termo brasileira após a introdução do sistema de metas de inflação.

## **ABSTRACT**

The work develops a macroeconomic factor term structure model of interest rate in which the state-variables dynamics is given by the reduced form of a new-keynesian structural model for a small open economy, like the Brazilian one. The model is used to identify the macroeconomic determinants of the Brazilian term structure after the introduction of the inflation target regime.





# 1 INTRODUÇÃO

A estrutura a termo da taxa de juros informa o preço relativo do dinheiro entre empréstimos com diferentes vencimentos, embora equivalentes em termos de risco de crédito, liquidez ou qualquer outro fator de risco além daquele decorrente de flutuações na taxa de juros. Mais formalmente, o formato da estrutura a termo é determinado pela diferença entre a taxa interna de retorno (TIR) de títulos de empréstimo de longo e curto prazos, ou seja, o excesso de retorno das taxas longas sobre a taxa curta.

A hipótese de ausência de arbitragem na economia impõe uma estreita relação entre as taxas curta e longa da estrutura a termo. Em um mundo neutro ao risco, a estratégia de carregar um título longo até o vencimento precisa oferecer o mesmo retorno que a estratégia de rolar títulos curtos no horizonte de vida do título longo. Isso implica que a taxa longa é uma “média” das expectativas das taxas curtas futuras até o vencimento do título longo. Em um mundo avesso ao risco, essa relação é ajustada pela presença de um prêmio de risco, uma vez que as duas estratégias correlacionam-se diferentemente com a riqueza dos investidores. Tal relação de equilíbrio implica que um choque em uma variável-estado da economia, latente ou observada, com efeito sobre a taxa curta também repercute sobre a taxa longa, bastando, para isso, que carregue informação relevante sobre a distribuição da taxa curta futura.

A partir desse resultado, uma classe de modelos conhecidos como fatoriais latentes foi desenvolvida na área de finanças para extrair da estrutura a termo informação quanto à natureza e à dinâmica das variáveis estocásticas que comandam seu movimento. Partindo da hipótese de que a taxa curta é uma função afim (linear com uma constante) de fatores de risco não-observados, esses modelos estabelecem que a condição de não arbitragem implica que o restante da estrutura a termo — o conjunto das taxas longas — herda essa propriedade. Em geral, dois ou três fatores de risco determinantes da estrutura a termo são identificados por meio desses modelos e são comumente denominados nível, inclinação e curvatura devido à forma de seu impacto sobre a estrutura a termo. Uma séria deficiência desses modelos reside no uso exclusivo de informação proveniente da curva de juros, de forma que não é possível atribuir qualquer interpretação econômica às variáveis latentes que afetam a estrutura a termo. Como resultado, a relevância de tais modelos ficou restrita à área de finanças.

Para contornar esse problema, uma agenda de pesquisa emergiu na interseção entre as áreas de finanças e de macroeconomia com o propósito de entender a relação entre a estrutura a termo e a dinâmica macroeconômica. A intuição por trás dessa relação apóia-se no equilíbrio

que a condição de arbitragem impõe entre as taxas longa e curta, conforme já foi explicado. Em regimes de política monetária passiva, a taxa curta da estrutura a termo é a variável-instrumento sob controle da autoridade monetária, sendo determinada em função de um subconjunto das variáveis-estado da economia. Logo, a expectativa corrente quanto à trajetória futura da taxa curta depende das expectativas (racionais) quanto à trajetória futura das variáveis-estado que entram na função de reação da autoridade monetária, a qual, por sua vez, depende do valor corrente dessas variáveis. Como a ausência de arbitragem implica que a taxa longa é uma média das taxas curtas futuras esperadas, ajustada pelo risco, é possível derivar uma relação entre o estado corrente da economia e a taxa longa.

O que motiva essa linha de pesquisa em finanças é a interpretação econômica dos fatores de risco latentes que determinam o comportamento estocástico da estrutura a termo no modelo canônico linear, enquanto a motivação em macroeconomia segue a via de mão dupla percorrida pela relação de causalidade entre a estrutura a termo e a dinâmica macroeconômica: não somente choques nos agregados macroeconômicos afetam a estrutura a termo, como também a estrutura a termo carrega informação relevante para a formação de expectativas dos agentes econômicos.

Em uma direção, como a autoridade monetária controla apenas a taxa de juros de curto prazo, enquanto a demanda agregada é afetada diretamente pela taxa de longo prazo, a eficiência da política monetária depende, entre outros fatores, do funcionamento do canal de transmissão da política monetária ao longo da estrutura a termo, ou seja, do impacto de movimentos da taxa curta sobre a taxa longa.

Na outra direção, a estrutura a termo provê informação relevante para a autoridade econômica e os agentes privados sobre variáveis latentes presentes na estrutura da economia, cujo comportamento pode ser inferido a partir da dinâmica da estrutura a termo. Com base nessa informação adicional extraída da estrutura a termo, os agentes econômicos revisam suas expectativas e reformulam suas estratégias, abrindo-se, assim, uma via de mão dupla na relação entre a estrutura a termo e os agregados macroeconômicos. No caso da economia de países emergentes, a estrutura a termo pode trazer informação relevante sobre o prêmio de risco soberano e o *spread* pago pelo governo para o financiamento da dívida pública doméstica.

O primeiro esforço no sentido de estudar a relação entre a estrutura a termo e a dinâmica macroeconômica envolveu estimação de modelos vetoriais auto-regressivos (VARs) não-estruturais que incluíam como variáveis dependentes tanto as taxas curta e longa de juros como os principais agregados macroeconômicos. Esses modelos permitem simular o efeito de choques macroeconômicos sobre a estrutura a termo por meio de funções impulso-resposta, bem como avaliar

a importância relativa das variáveis macroeconômicas para a volatilidade da estrutura a termo valendo-se de uma análise de decomposição de variância.

Entretanto, essa metodologia apresenta sérias limitações. Em primeiro lugar, não é possível analisar a dinâmica de taxas com vencimentos não incluídos no VAR. Em segundo, a estimação de um VAR irrestrito ignora a condição de não-arbitragem entre as taxas longa e curta da estrutura a termo, ignorando, assim, importante informação fornecida pela teoria. Em terceiro lugar, como todas as variáveis incluídas no VAR são observadas, não é possível usá-lo para a identificação de variáveis latentes que afetam a economia.

Uma alternativa ao uso do VAR irrestrito consiste na extensão dos modelos fatoriais afins de finanças através da combinação de variáveis latentes e observadas na especificação da taxa de juros de curto prazo, cuja dinâmica conjunta é especificada no modelo. Esses modelos podem ser entendidos como VARs estruturais que incorporam a relação de não-arbitragem embutida na estrutura a termo. Além de usar informação relevante provida pela teoria, tais modelos permitem a identificação de variáveis-estado latentes através da estrutura a termo.

Ang e Piazzesi (2003), em um primeiro esforço nesse sentido, combinam variáveis macroeconômicas observadas e variáveis latentes no modelo fatorial linear convencional de estrutura a termo desenvolvido em Duffie e Kan (1996). No entanto, para facilitar sua estimação, o vetor de variáveis-estado segue um processo auto-regressivo em que as variáveis macroeconômicas e latentes são independentes. Isso permite que o processo das variáveis observadas seja estimado em uma primeira fase, cujo resultado é usado, então, na estimação do processo das variáveis latentes e do preço do risco. Essa hipótese, no entanto, possui o grave inconveniente de não permitir que a economia seja afetada pela política monetária, uma vez que a presença de variáveis latentes na especificação da taxa curta contradiz a independência entre as variáveis latentes e observadas.

Superando essas limitações, trabalhos posteriores especificam um modelo estrutural novo-keynesiano para descrever o comportamento estocástico das variáveis (basicamente, inflação e produto) que entram na função de reação do Banco Central (Bacen). Dessa forma, cria-se uma via de mão dupla entre a economia e a estrutura a termo, além de possibilitar uma identificação natural dos choques exógenos da economia. O custo da estratégia é que todos os parâmetros do modelo precisam ser estimados conjuntamente por meio da maximização de uma função de verossimilhança bastante não-linear. Exemplos dessa linha de pesquisa são Bekaert, Cho e Moreno (2003), Hordahl, Tristani e Vestin (2003) e Rudebusch e Wu (2003).

Este trabalho faz parte dessa última linha de pesquisa da crescente literatura que explora a relação entre a estrutura a termo e a dinâmica macroeconômica. Mais especificamente, o

estudo pretende colaborar para o entendimento da relação existente na economia brasileira entre a estrutura a termo da taxa de juros. Para tanto, deriva um processo para as variáveis-estado da economia como a forma reduzida de um modelo estrutural novo-keynesiano para economias abertas e pequenas como a brasileira. Em seguida, esse processo é acoplado à equação de não-arbitragem para ativos financeiros para gerar a dinâmica da estrutura a termo como função das variáveis-estado.

O trabalho também colabora para o desenvolvimento de um roteiro para a estimação por máxima verossimilhança dos modelos fatoriais macroeconômicos, procurando, em especial, oferecer uma solução para os problemas de estimação inerentes a uma economia aberta e pequena.

O texto se divide em sete seções, incluindo esta introdução. A Seção 2 descreve a forma geral do modelo de estrutura a termo baseado na hipótese de não-arbitragem. A Seção 3 deriva a dinâmica das variáveis-estado da economia neste trabalho. A Seção 4 descreve o processo de estimação do modelo por máxima verossimilhança. A Seção 5 apresenta os dados. A Seção 6 apresenta os principais resultados da estimação do modelo com dados da economia brasileira a partir de junho de 1999. A Seção 7 conclui o trabalho.

## 2 ESTRUTURA A TERMO

Esta seção descreve a especificação geral do modelo linear fatorial macroeconômico de estrutura a termo. Seguindo os passos da literatura empírica recente, esse é o modelo usado neste trabalho para o estudo da relação entre a estrutura a termo da taxa de juros e a dinâmica macroeconômica na economia brasileira no passado recente. Nesse sentido, a próxima subseção desenvolve o caso particular do modelo para o caso de uma economia aberta e pequena como a brasileira.

A principal hipótese comportamental do modelo é a ausência de oportunidades de arbitragem, de forma que seus resultados têm razoável generalidade. Partindo de uma estrutura linear para a dinâmica das variáveis macroeconômicas e para a relação destas com a taxa curta da estrutura a termo, o modelo conclui que toda a estrutura a termo responde linearmente a choques exógenos nas variáveis-estado da economia.

A primeira subseção apresenta e interpreta o conceito de fator de desconto estocástico (FDE), o qual permeia toda a literatura de finanças e se fundamenta na hipótese de não-arbitragem. Essa variável é parametrizada na segunda subseção. A terceira subseção apresenta o conceito de preço de mercado de risco e sua parametrização, enquanto a quarta subseção explica o efeito exercido por essa variável sobre o *spread* entre as taxas curta e longa da estrutura a termo. A quinta

subseção lança mão do conceito de FDE para derivar a relação linear entre a estrutura a termo e a dinâmica macroeconômica.

## 2.1 FDE: INTERPRETAÇÃO

Um resultado fundamental da teoria de finanças estabelece que a hipótese de ausência de oportunidade de arbitragem equivale à existência de uma variável aleatória positiva  $M_{t+1}$ , denominada FDE, tal que o preço  $P_t$  de qualquer ativo financeiro satisfaz a condição de equilíbrio

$$P_t = E_t [M_{t+1} P_{t+1}]. \quad (1)$$

Em particular, seja  $P_t$  o preço em  $t$  de um título com *pay-off* certo e igual a 1 no vencimento em  $t + 1$ . Nesse caso,  $P_{t+1} = 1$  e, além disso, segue de (1) que

$$P_t^1 = \exp \{-i_t\} = E_t [M_{t+1}], \quad (2)$$

onde  $i_t$  é a taxa de retorno de um investimento livre de risco em  $t$  no horizonte de um período, medida com frequência de capitalização contínua (f.c.c.).

Qual a intuição econômica por trás do FDE? Em um modelo em que as decisões de investimento resultam da maximização de uma função de utilidade intertemporal, a condição de equilíbrio para o preço dos ativos financeiros é dada pela equação de Euler

$$u(C_t) P_t = \beta E_t [u'(C_{t+1}) P_{t+1}], \quad (3)$$

onde  $u(\cdot)$  é a utilidade do período,  $C_t$  é o consumo em  $t$  e  $\beta$  é a taxa de desconto intertemporal. Supondo a função utilidade do período com coeficiente de aversão relativa ao risco constante, ou seja,

$$u(C_t) = \frac{C_t^{1-\rho}}{1-\rho}, \quad \rho > 1,$$

e combinando as equações (1) e (3), segue que o FDE é dado pela expressão

$$M_{t+1} = \beta (1 + g_{t+1}^c)^{-\rho} \quad (4)$$

onde  $g_{t+1}^c \equiv \frac{C_{t+1}}{C_t} - 1$  é a taxa de crescimento do consumo entre  $t$  e  $t + 1$ .

## 2.2 FDE: PARAMETRIZAÇÃO

Suponha que o vetor  $X_t$  dos logaritmos das variáveis-estado da economia, denominado vetor-estado, segue o processo estocástico

$$X_t = C + \Theta X_{t-1} + \Phi \xi_t, \quad (5)$$

tal que  $\xi_t \equiv \Sigma \varepsilon_t$  é um vetor de choques exógenos, onde  $\varepsilon_t \stackrel{IID}{\sim} N[0, I]$  e  $\Sigma \Sigma^\perp$  é uma matriz não-singular. Nesse caso, esta subseção demonstra que o logaritmo do FDE  $M_{t+1}$  em (1) é uma função exponencial linear do vetor de choques  $\varepsilon_{t+1}$  dada pela equação

$$m_{t+1} \equiv \ln M_{t+1} = \exp \left\{ -i_t - \frac{1}{2} \lambda^\perp \lambda + \lambda^\perp \varepsilon_{t+1} \right\},$$

onde  $\lambda$  é um vetor de parâmetros.

Inicialmente, cabe observar que, nos modelos fatoriais de finanças, a variável  $m_{t+1}$  pode ser expressa como função linear do vetor-estado da economia, ou seja,

$$m_{t+1} = \Lambda_0 + \Lambda_1^\perp X_{t+1}, \quad (6)$$

onde  $\Lambda_0$  é uma constante e  $\Lambda_1$ , um vetor de parâmetros estruturais específicos de cada modelo. A título de exemplo, log-linearizando a expressão (4), segue que

$$m_{t+1} \equiv \ln M_{t+1} = \ln \beta - \rho \ln \{1 + g_{t+1}^c\} \approx \ln \beta - \rho g_{t+1}^c,$$

onde  $g_{t+1}^c$  pode ser expresso como função linear das variáveis-estado através da log-linearização de um modelo estrutural previamente especificado.

Substituindo (5) em (6), segue que

$$\begin{aligned} m_{t+1} &= \Lambda_0 + \Lambda_1^\perp X_{t+1} \\ &= \Lambda_0 + \Lambda_1^\perp C + \Lambda_1^\perp \Theta X_t + \Lambda_1^\perp \Phi \Sigma \varepsilon_{t+1}, \end{aligned} \quad (7)$$

de forma que

$$E_t [m_{t+1}] = \Lambda_0 + \Lambda_1^\perp C + \Lambda_1^\perp \Theta X_t; \quad (8)$$

$$VAR_t [m_{t+1}] = \Lambda_1^\perp \Phi \Sigma \Sigma^\perp \Phi^\perp \Lambda_1. \quad (9)$$

Além disso, substituindo (8) em (7), segue que

$$m_{t+1} = E_t [m_{t+1}] + \Lambda_1^\perp \Phi \Sigma \varepsilon_{t+1}. \quad (10)$$

Por outro lado, como o vetor  $\varepsilon_{t+1}$  é normalmente distribuído pela hipótese (5), este último resultado implica que a distribuição condicional de  $m_{t+1}$  é normal. Isso significa que o FDE  $M_{t+1}$  herda a propriedade de lognormalidade condicional das variáveis-estado da economia em  $X_{t+1}$ , de forma que

$$E_t [M_{t+1}] = \exp \left\{ E_t [m_{t+1}] + \frac{1}{2} VAR_t [m_{t+1}] \right\}. \quad (11)$$

Substituindo esse resultado na condição (2), segue que

$$\begin{aligned}\exp\{-i_t\} &= \exp\left\{E_t[m_{t+1}] + \frac{1}{2}VAR_t[m_{t+1}]\right\} \\ \implies -i_t &= E_t[m_{t+1}] + \frac{1}{2}VAR_t[m_{t+1}]\end{aligned}\quad (12)$$

Finalmente, substituindo a expectativa em (12) no resultado (10) e usando o resultado (9), segue que

$$\begin{aligned}m_{t+1} &\equiv \ln M_{t+1} \\ &= E_t[m_{t+1}] + \Lambda_1^\perp \Phi \Sigma \varepsilon_{t+1} \\ &= -i_t - \frac{1}{2}VAR_t[m_{t+1}] + \Lambda_1^\perp \Phi \Sigma \varepsilon_{t+1} \\ &= -i_t - \frac{1}{2}\Lambda_1^\perp \Phi \Sigma \Sigma^\perp \Phi^\perp \Lambda_1 + \Lambda_1^\perp \Phi \Sigma \varepsilon_{t+1},\end{aligned}\quad (13)$$

demonstrando assim que o FDE  $M_{t+1}$  é uma função exponencial linear dos choques no vetor  $\varepsilon_{t+1}$ .

Definindo o vetor  $\lambda$  como

$$\lambda^\perp \equiv \Lambda_1^\perp \Phi \Sigma, \quad (14)$$

segue de (13) que

$$m_{t+1} = -i_t - \frac{1}{2}\lambda^\perp \lambda + \lambda^\perp \varepsilon_{t+1} \quad (15)$$

$$\implies M_{t+1} = \exp\left\{-i_t - \frac{1}{2}\lambda^\perp \lambda + \lambda^\perp \varepsilon_{t+1}\right\}, \quad (16)$$

onde

$$\lambda = COV_t[\varepsilon_{t+1}, m_{t+1}]. \quad (17)$$

Duffie e Kan (1996) supõem que o preço de mercado do risco depende linearmente do vetor-estado da economia, ou seja, o parâmetro  $\lambda$  é substituído por  $\lambda_t$ , tal que

$$\lambda_t = \lambda_0 + \lambda_1^\perp X_t, \quad (18)$$

onde  $\lambda_0$  e  $\lambda_1$  são, respectivamente, um vetor e uma matriz de parâmetros estruturais. Intuitivamente, o preço do risco poderia ser contracíclico. Supondo que as matrizes  $\Lambda_1$  e  $\Phi$  na expressão (14) são invariantes no tempo, a adoção dessa hipótese no modelo desenvolvido implica que o processo do vetor-estado em (5) precisa ser generalizado para permitir a heterocedasticidade do vetor de choques exógenos  $\xi_t$ , ou seja, este vetor precisa ser redefinido como  $\xi_t \equiv \Sigma_{t-1} \varepsilon_t$ , onde  $\varepsilon_t \stackrel{IID}{\sim} N[0, I]$ . Essa hipótese, contudo, esbarra no sério inconveniente de gerar uma estrutura a termo não-linear como função do vetor-estado da economia.

## 2.3 PREÇO DE MERCADO DO RISCO

Esta subseção demonstra intuitivamente que o  $i$ -ésimo elemento do vetor  $\lambda$  em (17) pode ser interpretado economicamente como o preço de mercado do risco associado ao  $i$ -ésimo choque no vetor  $\varepsilon_{t+1}$ .

Inicialmente, reescreve-se a equação (1) como

$$1 = E_t [M_{t+1} Z_{t+1}], \quad (19)$$

onde  $Z_{t+1} \equiv \frac{P_{t+1}}{P_t}$  é a taxa de retorno bruta efetiva de um ativo qualquer entre  $t$  e  $t + 1$ . Dado que  $M_{t+1}$  e  $Z_{t+1}$  na equação (19) são condicionalmente lognormais, segue que

$$\begin{aligned} 1 &= E_t [M_{t+1} Z_{t+1}] \\ &= \exp \left\{ E_t [m_{t+1} + z_{t+1}] + \frac{1}{2} VAR_t [m_{t+1} + z_{t+1}] \right\} \\ &= \exp \left\{ E_t [m_{t+1}] + E [z_{t+1}] + \frac{1}{2} VAR_t [m_{t+1}] + COV_t [m_{t+1}, z_{t+1}] + \frac{1}{2} VAR_t [z_{t+1}] \right\} \\ &= \exp \left\{ E_t [m_{t+1}] + \frac{1}{2} VAR_t [m_{t+1}] \right\} \exp \left\{ E [z_{t+1}] + \frac{1}{2} VAR_t [z_{t+1}] \right\} \exp \{ COV_t [m_{t+1}, z_{t+1}] \} \\ &= E_t [M_{t+1}] \exp \left\{ E [z_{t+1}] + \frac{1}{2} VAR_t [z_{t+1}] \right\} \exp \{ COV_t [m_{t+1}, z_{t+1}] \} \\ &= \exp(-i_t) \exp \left\{ E [z_{t+1}] + \frac{1}{2} VAR_t [z_{t+1}] \right\} \exp \{ COV_t [m_{t+1}, z_{t+1}] \}, \end{aligned}$$

onde a última igualdade segue do resultado (2). Segue diretamente da última expressão que

$$\begin{aligned} 0 &= -i_t + E_t [z_{t+1}] + \frac{1}{2} VAR_t [z_{t+1}] + COV_t [m_{t+1}, z_{t+1}] \\ \implies E_t [z_{t+1}] - i_t + \frac{1}{2} VAR_t [z_{t+1}] &= -COV_t [m_{t+1}, z_{t+1}]. \end{aligned} \quad (20)$$

Substituindo o resultado (15) na segunda igualdade em (20) e rearranjando a expressão, segue que o excesso de retorno do ativo sobre a taxa livre de risco é dado por

$$\begin{aligned} &E_t [z_{t+1}] - i_t \\ &= -\frac{1}{2} VAR_t [z_{t+1}] - COV_t \left[ \overbrace{-i_t - \frac{1}{2} \lambda^\perp \lambda + \lambda^\perp \varepsilon_{t+1}}^{m_{t+1}}, z_{t+1} \right] \\ &= -\frac{1}{2} VAR_t [z_{t+1}] - \lambda^\perp COV_t [\varepsilon_{t+1}, z_{t+1}], \end{aligned}$$

onde  $\lambda = COV_t [m_{t+1}, \varepsilon_{t+1}]$  pelo resultado (17).



A variância na expressão (17) segue da desigualdade de Jensen, uma vez que as variáveis estão medidas com f.c.c. O segundo termo no lado direito da expressão é o prêmio de risco, o qual pode variar com o tempo. Essa variável é o produto de duas covariâncias: *a*) a covariância do retorno do ativo com os choques, a qual depende do ativo e, portanto, pode ser interpretada como a “quantidade de risco” nele embutida; e *b*) a covariância do FDE com os choques, a qual não depende do ativo e, portanto, pode ser interpretada como o preço de mercado do risco, ou seja, a compensação que o ativo precisa oferecer para o investidor suportar seu risco. Mais especificamente, o *i*-ésimo elemento do vetor  $\lambda$  é o preço de mercado do risco associado ao *i*-ésimo choque no vetor  $\varepsilon_{t+1}$ .

## 2.4 ESTRUTURA A TERMO: HIPÓTESE DAS EXPECTATIVAS

A taxa de juros à vista em  $t$  para  $n$  períodos, denotada por  $y_t^n$ , é a taxa interna de retorno (TIR) em  $t$  de um título sem cupom (TSC) com vencimento em  $n$  períodos e valor de face 1, sendo então definida pela expressão

$$P_t^n \equiv \exp \{-y_t^n n\}, \quad (21)$$

onde  $P_t^n$  é preço em  $t$  do TSC e  $y_t^n$  é medida com f.c.c. Por convenção, o horizonte de um período corresponde ao curto prazo, enquanto qualquer horizonte com mais de um período corresponde ao longo prazo. Logo,  $y_t^n$  com  $n > 1$  é uma taxa longa, enquanto  $y_t^1$  é a taxa curta. Como  $y_t^1$  é também a taxa de retorno do TSC com vencimento no curto prazo, a hipótese de ausência de arbitragem implica que

$$-\ln \{P_t^1\} \equiv y_t^1 = i_t, \quad (22)$$

onde  $i_t$ , como definida na Subseção 2.1, é a taxa de retorno de um investimento livre de risco no horizonte de um período.

Qualquer taxa longa da estrutura a termo é a média, ajustada pelo risco, das expectativas das taxas curtas futuras. Adiante, esta subseção discute mais formalmente a intuição por trás desse resultado e, como desdobramento, apresenta o efeito exercido pelo preço de mercado do risco  $\lambda$  sobre o *spread* entre as taxas longa e curta. Para tanto, é suficiente examinar o caso da taxa longa para dois períodos. Fazendo  $n = 2$ , a expressão (21) pode ser reescrita como

$$\exp \{2y_t^2\} = \frac{P_{t+1}^1}{P_t^2} \frac{1}{P_{t+1}^1}, \quad (23)$$

onde  $P_t^2$  é o preço do TSC em  $t$  com vencimento em  $t + 2$ , enquanto  $P_{t+1}^1$  é o preço desse título em  $t + 1$ .

Suponha o caso particular da condição (19) em que a variável  $Z_{t+1}$  é o retorno bruto desse título no horizonte de um período entre  $t$  e  $t + 1$ , ou seja,

$$Z_{t+1} = \frac{P_{t+1}^1}{P_t^2}. \quad (24)$$

Substituindo (24) em (23) e calculando o logaritmo de ambos os lados da expressão, segue que

$$y_t^2 = \frac{1}{2} (z_{t+1} + i_{t+1}),$$

onde  $z_{t+1} \equiv \ln \{Z_{t+1}\}$  e  $i_{t+1} = -\ln \{P_{t+1}^1\}$  pelo resultado (22). Como a última expressão é uma identidade, segue que

$$y_t^2 = \frac{1}{2} (E_t [z_{t+1}] + E_t [i_{t+1}]).$$

Substituindo o resultado (20) nesta última expressão, segue que

$$y_t^2 = \frac{1}{2} (i_t + E_t [i_{t+1}]) - \frac{1}{4} VAR_t [z_{t+1}] - \frac{1}{2} COV_t [m_{t+1}, z_{t+1}]. \quad (25)$$

Segue ainda de (22) e (24) que

$$z_{t+1} \equiv \ln \{Z_{t+1}\} = \ln \{P_{t+1}^1\} - \ln \{P_t^2\} = -i_{t+1} - \ln \{P_t^2\},$$

de forma que

$$VAR_t [z_{t+1}] = VAR_t [i_{t+1}]; \quad (26)$$

$$COV_t [m_{t+1}, z_{t+1}] = -COV_t [m_{t+1}, i_{t+1}]. \quad (27)$$

Substituindo os resultados (26) e (27) em (25), segue que

$$y_t^2 = \frac{1}{2} (i_t + E_t [i_{t+1}]) - \frac{1}{4} VAR_t [i_{t+1}] + \frac{1}{2} COV_t [m_{t+1}, i_{t+1}]. \quad (28)$$

O primeiro termo do lado esquerdo da expressão (28) corresponde à hipótese das expectativas, segundo a qual a taxa longa é uma média das expectativas das taxas curtas futuras. O segundo termo corresponde à desigualdade de Jensen, uma vez que as taxas estão medidas com f.c.c. O terceiro termo corresponde ao prêmio de risco.

Finalmente, substituindo a expressão para o FDE em (15) no resultado (28), segue que

$$y_t^2 = \frac{1}{2} (i_t + E_t [i_{t+1}]) - \frac{1}{4} VAR_t [i_{t+1}] + \frac{1}{2} \lambda^\perp COV_t [\varepsilon_{t+1}, i_{t+1}], \quad (29)$$

onde  $\lambda = COV_t [m_{t+1}, \varepsilon_{t+1}]$  pelo resultado (17). Como explicado na subseção anterior, este último resultado estabelece que o prêmio de risco depende da covariância dos choques da economia com o FDE e com a taxa curta futura.

## 2.5 ESTRUTURA A TERMO: FUNÇÃO DAS VARIÁVEIS-ESTADO

Os modelos lineares fatoriais de estrutura a termo são assim chamados porque a taxa de juros à vista  $y_t^n$  para  $n$  períodos quaisquer, medida com f.c.c., pode ser expressa como função linear dos logaritmos das variáveis-estado da economia.

Para chegar a esse resultado, os modelos partem da hipótese de que essa propriedade é satisfeita pela taxa de juros  $i_t$  de um investimento livre de risco no curto prazo, medida com f.c.c., a qual, pelo resultado (22), é igual à taxa curta da estrutura a termo  $y_t^1$ , de forma que

$$i_t = y_t^1 = \delta_0 + \delta_1^\perp X_t, \quad (30)$$

onde  $\delta_0$  é uma constante e  $\delta_1$  é um vetor de coeficientes.

No modelo estrutural deste trabalho, como  $i_t$  pertence ao vetor-estado  $X_t$ , segue que  $\delta_0 = 0$  e  $\delta_1 = (0, 0, 0, 0, 1, 0, \dots, 0)^\perp$ . No entanto, há na literatura exemplos de modelos não-estruturais, como em Ang e Piazzesi (2003), onde  $i_t$  não pertence ao vetor  $X_t$ , embora seja especificado como uma função linear desse vetor. Nesse caso,  $\delta_0$  e  $\delta_1$  precisam ser estimados junto com os outros parâmetros do modelo.

A demonstração do resultado para a taxa longa da estrutura a termo, quando  $n > 1$ , segue, por indução, diretamente da condição de não-arbitragem (1) aplicada no caso particular do preço  $P_t^n$  de um TSC com vencimento em  $n$  períodos, ou seja,

$$P_t^{n+1} = E_t [M_{t+1} P_{t+1}^n]. \quad (31)$$

Para tanto, dado um prazo  $n$  qualquer, suponha que  $P_t^n$  seja determinado em função das variáveis-estado em  $X_t$  por meio da equação

$$P_t^n = \exp \{ \bar{A}_n + \bar{B}_n^\perp X_t \}, \quad (32)$$

onde  $\bar{A}_n$  é uma constante e  $\bar{B}_n$  é um vetor de coeficientes que não dependem de  $X_t$ . Então, substituindo (16) e a expressão (32) para  $t + 1$  em (31), segue que

$$\begin{aligned} P_t^{n+1} &= E_t [M_{t+1} P_{t+1}^n] \\ &= E_t \left[ \exp \left\{ -i_t - \frac{1}{2} \lambda^\perp \lambda - \lambda^\perp \varepsilon_{t+1} \right\} \exp \{ \bar{A}_n + \bar{B}_n^\perp X_{t+1} \} \right] \\ &= \exp \left\{ -i_t - \frac{1}{2} \lambda^\perp \lambda + \bar{A}_n \right\} E_t \left[ \exp \{ -\lambda^\perp \varepsilon_{t+1} + \bar{B}_n^\perp X_{t+1} \} \right]. \end{aligned} \quad (33)$$

Substituindo as equações (5) e (30) na expressão (33), segue que

$$\begin{aligned}
P_t^{n+1} &= \exp \left\{ -(\delta_0 + \delta_1^\perp X_t) - \frac{1}{2} \lambda^\perp \lambda + \bar{A}_n \right\} \\
&\quad E_t [\exp \{ -\lambda^\perp \varepsilon_{t+1} + \bar{B}_n^\perp (C + \Theta X_t + \Phi \Sigma \varepsilon_{t+1}) \}] \\
&= \exp \left\{ -\delta_0 + \bar{B}_n^\perp C + (\bar{B}_n^\perp \Theta - \delta_1^\perp) X_t - \frac{1}{2} \lambda^\perp \lambda + \bar{A}_n \right\} \\
&\quad E_t [\exp \{ (\bar{B}_n^\perp \Phi \Sigma - \lambda^\perp) \varepsilon_{t+1} \}]
\end{aligned} \tag{34}$$

A expressão entre colchetes em (34) tem uma distribuição lognormal, uma vez que  $\varepsilon_t \stackrel{IID}{\sim} N[0, I]$  pela hipótese (5). Logo, a equação (34) pode ser expressa como

$$\begin{aligned}
P_t^{n+1} &= \exp \left\{ -\delta_0 + \bar{B}_n^\perp C + (\bar{B}_n^\perp \Theta - \delta_1^\perp) X_t - \frac{1}{2} \lambda^\perp \lambda + \bar{A}_n \right\} \\
&\quad \exp \left\{ E_t [(\bar{B}_n^\perp \Phi \Sigma - \lambda^\perp) \varepsilon_{t+1}] + \frac{1}{2} VAR_t [(\bar{B}_n^\perp \Phi \Sigma - \lambda^\perp) \varepsilon_{t+1}] \right\} \\
&= \exp \left\{ -\delta_0 + \bar{B}_n^\perp C + (\bar{B}_n^\perp \Theta - \delta_1^\perp) X_t - \frac{1}{2} \lambda^\perp \lambda + \bar{A}_n \right\} \exp \left\{ \frac{1}{2} (\bar{B}_n^\perp \Phi \Sigma - \lambda^\perp) (\bar{B}_n^\perp \Phi \Sigma - \lambda^\perp)^\perp \right\} \\
&= \exp \left\{ -\delta_0 + \bar{B}_n^\perp C + (\bar{B}_n^\perp \Theta - \delta_1^\perp) X_t - \frac{1}{2} \lambda^\perp \lambda + \bar{A}_n + \frac{1}{2} (\bar{B}_n^\perp \Phi \Sigma - \lambda^\perp) (\Sigma^\perp \Phi^\perp \bar{B}_n - \lambda) \right\} \\
&= \exp \left\{ -\delta_0 + \bar{B}_n^\perp C + (\bar{B}_n^\perp \Theta - \delta_1^\perp) X_t + \bar{A}_n + \frac{1}{2} \bar{B}_n^\perp \Phi \Sigma \Sigma^\perp \Phi^\perp \bar{B}_n - \bar{B}_n^\perp \Phi \Sigma \lambda \right\} \\
&= \exp \left\{ -\delta_0 + \bar{B}_n^\perp C + (\bar{B}_n^\perp \Theta - \delta_1^\perp) X_t + \bar{A}_n + \frac{1}{2} \bar{B}_n^\perp \Phi \Sigma \Sigma^\perp \Phi^\perp \bar{B}_n - \bar{B}_n^\perp \Phi \Sigma \Sigma^\perp \Phi^\perp \Lambda_1 \right\}
\end{aligned} \tag{35}$$

Definindo os coeficientes  $\bar{A}_{n+1}$  e  $\bar{B}_{n+1}$  como

$$\bar{A}_{n+1} \equiv -\delta_0 + \bar{B}_n^\perp C + \bar{A}_n + \frac{1}{2} \bar{B}_n^\perp \Phi \Sigma \Sigma^\perp \Phi^\perp \bar{B}_n - \bar{B}_n^\perp \Phi \Sigma \Sigma^\perp \Phi^\perp \Lambda_1; \tag{36}$$

$$\bar{B}_{n+1} \equiv \bar{B}_n^\perp \Theta - \delta_1^\perp, \tag{37}$$

segue de (35) que

$$P_t^{n+1} = \exp \{ \bar{A}_{n+1} + \bar{B}_{n+1}^\perp X_t \}$$

Esse resultado estabelece que, se  $P_t^n$  satisfaz a condição (32), ou seja, se  $P_t^n$  é uma função exponencial linear de  $X_t$  para um  $n$  qualquer,  $P_t^{n+1}$  herda essa propriedade, sendo os respectivos coeficientes relacionados através das equações de recursão (36)-(37). Como o resultado (30) implica que a condição (32) é válida para  $n = 1$  com  $\bar{A}_1 = -\delta_0$  e  $\bar{B}_1 = -\delta_1$ , fica demonstrado, por indução, que essa condição vale para qualquer  $n$ .

Finalmente, para provar que a taxa à vista  $y_t^n$  é uma função linear de  $X_t$  para todo  $n$ , basta substituir (32) em (21), de forma que

$$\begin{aligned}
y_t^n &= -\frac{\ln \{P_t^n\}}{n} \\
&= -\frac{\ln \left\{ \exp \left\{ \bar{A}_n + \bar{B}_n^\perp X_t \right\} \right\}}{n} \\
&= -\frac{\bar{A}_n}{n} - \frac{\bar{B}_n^\perp}{n} X_t \\
&= A_n + B_n^\perp X_t,
\end{aligned} \tag{38}$$

onde

$$A_n = -\frac{\bar{A}_n}{n}; \quad B_n = -\frac{\bar{B}_n^\perp}{n}, \tag{39}$$

enquanto  $\bar{A}_n$  e  $\bar{B}_n$  estão definidos recursivamente em (36) e (37) com  $\bar{A}_1 = -\delta_0$  e  $\bar{B}_1 = -\delta_1$ .

A expressão para os coeficientes  $\bar{A}_n$  e  $\bar{B}_n$  em (36) e (37) incorpora os dois canais através dos quais a estrutura a termo pode ser afetada por um choque em uma variável-estado em  $X_t$ :

- efeito direto sobre  $i_t$ , desde que o choque seja correlacionado com uma variável  $X_t$  cujo coeficiente na relação (30) seja diferente de 0, caso em que o choque afeta tanto a taxa curta como a taxa longa da estrutura a termo;
- efeito indireto sobre a taxa longa, desde que o choque carregue informação relevante sobre a distribuição futura de uma variável em  $X_t$  cujo coeficiente na relação (30) seja diferente de 0.<sup>1</sup>

Finalmente, para levar em conta a existência de choques afetando a estrutura a termo além dos choques fundamentais da economia no vetor  $\varepsilon_t$ , o modelo introduz um ruído na expressão (38), de forma que

$$y_t^n = A_n + B_n^\perp X_t + \sigma_n u_t^n, \tag{40}$$

onde, para todo  $n$ ,  $u_t^n \stackrel{IID}{\sim} N[0, 1]$ ,  $COV(u_t^n, u_t^m) = 0$  se  $n \neq m$  e  $COV(u_t^n, \varepsilon_t) = 0$ .

## 2.6 SUMÁRIO DO MODELO

Esta subseção desenvolve o modelo teórico de estrutura a termo usado no trabalho para estudar a relação entre a estrutura a termo e a dinâmica macroeconômica. Conhecido como modelo

---

<sup>1</sup>Conseqüentemente, é preciso estar atento para o efeito sobre a estrutura a termo de variáveis que não estão presentes na função de reação da autoridade monetária.

linear fatorial macroeconômico, sua principal propriedade é a dependência linear da estrutura a termo em relação a variáveis macroeconômicas. A proposição a seguir resume as hipóteses e as conclusões do modelo:

*Proposição — Modelo Linear Fatorial Macroeconômico*

- Seja  $X_t$  o vetor-estado da economia, o qual segue o processo em (5), dado por

$$X_t = C + \Theta X_{t-1} + \Phi \xi_t,$$

onde  $\xi_t \equiv \Sigma \varepsilon_t$  e  $\varepsilon_t \stackrel{IID}{\sim} N(0, I)$ .

- Seja  $i_t$  a taxa de juros com f.c.c. de um investimento livre de risco no horizonte de um período, a qual é especificada como uma função linear do logaritmo das variáveis-estado da economia, conforme a equação (30), ou seja,

$$i_t = y_t^1 = \delta_0 + \delta_1^\perp X_t.$$

- Suponha ausência de arbitragem na economia, de forma que o preço  $P_t$  de qualquer ativo financeiro satisfaz a condição

$$P_t = E_t [M_{t+1} P_{t+1}],$$

onde o logaritmo do FDE  $M_t$  é uma função linear do logaritmo das variáveis-estado com a forma especificada em (6), ou seja,

$$m_t \equiv \ln M_t = \Lambda_0 + \Lambda_1^\perp X_t,$$

onde  $\Lambda_0$  e  $\Lambda_1$  são matrizes de parâmetros estruturais específicas de cada modelo.

- Então, a taxa de juros à vista livre de risco para  $n$  períodos com f.c.c., denotada por  $y_t^n$ , pode ser expressa como função linear do logaritmo das variáveis-estado em  $X_t$  por meio da equação

$$y_t^n = -\frac{\ln \{P_t^n\}}{n} = A_n + B_n^\perp X_t,$$

onde

$$A_n = -\frac{\bar{A}_n}{n}; \quad B_n = -\frac{\bar{B}_n}{n},$$

enquanto  $\bar{A}_n$  e  $\bar{B}_n$  estão definidos recursivamente em (36) e (37) com  $\bar{A}_1 = -\delta_0$  e  $\bar{B}_1 = -\delta_1$ .

### 3 DINÂMICA DO VETOR-ESTADO

A derivação da estrutura a termo na seção anterior baseou-se na hipótese de que o vetor-estado da economia segue um processo estocástico bastante genérico dado pela equação (5). Entretanto, para efeito de identificação das variáveis fundamentais que determinam a dinâmica da estrutura a termo, é preciso listar as variáveis incluídas no vetor-estado, sejam elas observadas ou latentes, bem como especificar restrições sobre os parâmetros do seu processo de forma a identificar os choques exógenos em  $\varepsilon_t$ .

Ang e Piazzesi (2003) especificam o processo em (5) como um VAR não-estrutural que inclui como variáveis endógenas tanto variáveis macroeconômicas relevantes em uma economia fechada (hiato do produto e inflação) como variáveis latentes presentes em modelos de finanças (nível e inclinação). Outra linha de pesquisa especifica esse processo como a forma reduzida de um modelo estrutural novo-keynesiano para economias fechadas, o qual consiste basicamente de uma curva de Phillips, uma curva IS e uma função de reação para a autoridade monetária.

Este trabalho segue a segunda linha, desenvolvendo um modelo estrutural relativamente simples para uma economia aberta e pequena como a brasileira. Conseqüentemente, a forma reduzida desse modelo consiste em um caso particular do processo para o vetor de variáveis-estado em (5).

#### 3.1 MODELO ESTRUTURAL NOVO-KEYNESIANO

O modelo estrutural empregado no trabalho consiste, basicamente, em uma extensão para economias abertas e pequenas dos modelos de equilíbrio geral dinâmicos, estocásticos e microeconomicamente fundamentados que foram desenvolvidos para a análise e avaliação de políticas anticíclicas em economias fechadas.

Nesse sentido, o modelo agrega à estrutura de uma economia fechada novo-keynesiana a equação de paridade não coberta dos juros e equações para o comportamento estocástico do prêmio de risco e da taxa de juros internacional.

Foge ao escopo do trabalho uma derivação plena e rigorosa do modelo, apenas enunciando-se suas principais hipóteses: agentes otimizadores, expectativas racionais, competição monopolista, rigidez de preços do tipo Calvo, persistência de hábito, taxa de juros de curto prazo como instrumento de política monetária, economia aberta e pequena. Seguem, adiante, a descrição e a interpretação das equações do modelo log-linearizado.

### 3.1.1 Curva de Phillips

A curva de Phillips segue da condição de primeira ordem do problema de decisão de preço da firma representativa da economia, a qual opera em um mercado de concorrência monopolista onde existe rigidez nominal de preços. Esta equação é dada pela expressão

$$\pi_t = \gamma (1 - \mu_\pi) \sum_{j=1}^{k_\pi^l} \alpha_{\pi j} \pi_{t-j} + \gamma \mu_\pi \sum_{j=1}^{k_\pi^E} E_t [\pi_{t+j}] + \sum_{j=1}^{k_y^l} \alpha_{y j} y_{t-j} + (1 - \gamma) \sum_{j=0}^{k_e^l} \alpha_{e j} e_{t-j} + \xi_t^\pi;$$

$$\sum_{j=1}^{k_\pi^l} \alpha_{\pi j} = \sum_{j=0}^{k_e^l} \alpha_{e j} = 1; \quad 0 < \gamma, \mu_\pi < 1;$$

$$\xi_t^\pi \stackrel{IID}{\sim} N [0, \sigma_\pi^2],$$
(41)

onde  $\pi_t$ ,  $y_t$  e  $e_t$  são, respectivamente, a taxa de inflação, o hiato do produto e a taxa de depreciação nominal do câmbio, enquanto  $k_\pi^l$ ,  $k_y^l$  e  $k_e^l$  são, respectivamente, o número de defasagens da inflação, produto e taxa de câmbio e  $k_\pi^E$  é o número de períodos à frente para a inflação.

O primeiro termo do lado direito da equação incorpora o efeito da inflação defasada sobre a inflação corrente, motivado pela existência de indexação parcial da economia. O segundo termo incorpora o efeito da expectativa de inflação futura sobre a inflação corrente, motivado pela existência de rigidez nominal dos preços. O parâmetro  $\mu_\pi$  mede a força relativa entre esses dois efeitos. O terceiro termo incorpora o efeito inflacionário de uma expansão na atividade econômica, motivada pela relação positiva entre o custo marginal nominal e o hiato do produto. O quarto termo incorpora o efeito de uma depreciação nominal da taxa de câmbio sobre a inflação, onde o parâmetro  $\gamma$  mede o efeito relativo entre a inflação produzida domesticamente e a importada do resto do mundo. A restrição em (41) impõe que a curva de oferta de longo prazo é vertical, não havendo, portanto, *trade-off* entre inflação e produto no longo prazo. O choque  $\xi_t^\pi$  pode, por exemplo, refletir mudanças no poder de mercado das firmas.

Em uma economia com preços flexíveis, competição monopolista implica que o preço da firma é fixado como um *mark-up* sobre o custo marginal corrente. Entretanto, com rigidez de preços, a firma desconhece quando poderá reajustá-lo novamente e, conseqüentemente, fixa seu preço — quando possível — de forma a maximizar o valor presente do lucro corrente e das expectativas de lucro futuro. Isso significa que o preço corrente também depende das expectativas futuras de *mark-ups* sobre os custos marginais, explicando, assim, a presença do hiato do produto e das expectativas de inflação na curva de Phillips.



### 3.1.2 Paridade Não-Coberta dos Juros

Supondo uma economia integrada financeiramente com o resto do mundo, o modelo impõe a paridade não-coberta dos juros, dada pela equação

$$E_t [e_{t+1}] = i_t - i_t^F - x_t,$$

onde  $i_t^F$  e  $x_t$  são, respectivamente, a taxa de juros livre de risco no resto do mundo no horizonte de um período e o prêmio de risco soberano, os quais, por hipótese, seguem os processos estacionários

$$\begin{aligned} i_t^F &= \phi_F i_{t-1}^F + \xi_t^F; & \xi_t^F &\stackrel{IID}{\sim} N[0, \sigma_F^2]; & 0 < \phi_F < 1; \\ x_t &= \phi_x x_{t-1} + \xi_t^x; & \xi_t^x &\stackrel{IID}{\sim} N[0, \sigma_x^2]; & 0 < \phi_x < 1. \end{aligned}$$

### 3.1.3 Curva IS/Demanda Agregada

A curva IS segue do fundamento microeconômico de que o indivíduo representativo escolhe seu plano de consumo contingente de forma a maximizar uma função utilidade intertemporal, sendo expressa pela equação

$$\begin{aligned} y_t &= \mu_y \sum_{j=1}^{k_y^E} E_t [y_{t+j}] + (1 - \mu_y) \sum_{j=1}^{k_y^I} \beta_{yj} y_{t-j} - \beta_r (i_t - E_t [\pi_{t+1}]) + \xi_t^y; \\ \xi_t^y &\stackrel{IID}{\sim} N[0, \sigma_y^2], \end{aligned}$$

onde  $k_y^E$  é o número de períodos à frente para o produto.<sup>2</sup>

O primeiro termo do lado direito da expressão segue da equação de Euler intertemporal para o consumo. O segundo termo incorpora o produto defasado, motivado pela existência de persistência de hábito. O terceiro termo captura o efeito negativo de um aumento na taxa de juros real sobre o hiato do produto.

### 3.1.4 Função de Reação da Autoridade Monetária

Esta função descreve a regra de política monetária seguida pela autoridade monetária, especificando como a taxa de juros de curto prazo — o instrumento de política — responde a mudanças nas variáveis-estado da economia. Várias especificações para essa função são sugeridas pela literatura sobre política monetária. Seguindo Hordahl, Tristani e Vestin (2003), o modelo supõe

---

<sup>2</sup>O número de defasagens do produto na curva IS não precisa ser o mesmo que o da curva de Phillips.

que a função de reação é dada pela seguinte regra de política:

$$\dot{i}_t = \rho_i \dot{i}_{t-1} + (1 - \rho_i) [g_y y_t + g_\pi (E_t [\pi_{t+1}] - \pi_t^M)] + \xi_t^i$$

O parâmetro  $\rho_i$  mede o grau de persistência da política monetária ou inércia de política. Os parâmetros  $g_y$  e  $g_\pi$  medem a resposta da política monetária ao desvio do produto e da inflação de suas metas. A variável  $\pi_t^M$  é a meta de inflação almejada pela autoridade monetária no período  $t$ . O modelo supõe que essa variável é latente e segue um dos processos especificados a seguir:

$$\begin{aligned} \pi_t^M &= \rho_M \pi_{t-1}^M + (1 - \rho_M) (\pi_t - \pi_{t-1}^M) + \xi_t^M; \\ \pi_t^M &= \rho_M \pi_{t-1}^M + \xi_t^M; \\ \xi_t^M &\overset{IID}{\sim} N [0, \sigma_M^2], \end{aligned}$$

onde  $\xi_t^M$  é um choque na meta decorrente dos custos sociais da inflação e o parâmetro  $\rho_M$  mede o grau de persistência da meta, o qual deve aproximar-se de 1. O choque exógeno  $\xi_t^i \overset{IID}{\sim} N [0, \sigma_i^2]$  captura mudanças na política monetária não especificadas na função de reação da autoridade monetária.<sup>3</sup>

## 3.2 SOLUÇÃO DO MODELO ESTRUTURAL

O modelo estrutural especificado na última subseção é um sistema linear de equações de diferenças estocásticas, cuja forma reduzida é derivada neste trabalho através do algoritmo desenvolvido em Sims (2001). Colocando o modelo no formato requerido pelo algoritmo, chega-se ao sistema de equações

$$\Gamma_0 F_t = \Gamma_1 F_{t-1} + \xi_t + \Pi \eta_t, \quad (42)$$

---

<sup>3</sup>Parte da literatura costuma especificar  $\xi_t^i$  como um processo auto-regressivo estacionário da forma

$$\xi_t^i = \phi_i \xi_t^i + v_t, \quad |\phi_i| < 1, \quad v_t \sim N [0, \sigma_i^2],$$

introduzindo, assim, a possibilidade de correlação serial entre o conjunto de fatores que afetam a política monetária além daquelas explicitamente especificadas na função de reação, como o produto e a inflação. Nesse caso,  $\xi_t^i$  torna-se uma variável-estado latente e o choque  $v_t$  em seu processo é a nova variável exógena do modelo. Como sugerem Rudebusch e Wu (2003), essa mais completa especificação permite avaliar se a persistência empiricamente observada na taxa de juros de curto prazo decorre da inércia de política, caso em que o parâmetro  $\rho_i$  é significativo, ou da autocorrelação serial das variáveis agrupadas em  $v_t$ , caso em que  $\phi_i$  é significativo. A título de simplificação, este trabalho supõe que  $\xi_t^i$  é um ruído branco, ou seja,  $\phi_i = 0$ , para evitar a introdução de uma nova variável latente dependente de outras variáveis latentes, o que dificultaria ainda mais o já complicado processo de estimação do modelo.

tal que  $F_t \equiv \left( X_t^{o\perp}, X_t^{u\perp}, X_t^{E\perp} \right)^\perp$ , onde  $X_t^o$ ,  $X_t^u$ ,  $X_t^E$ ,  $\xi_t$  e  $\eta_t$  são vetores definidos como

- vetor de variáveis-estado observadas:

$$X_t^o \equiv \left( \pi_t, \pi_{t-1}, \dots, \pi_{t-k_\pi^E+1}, y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-k_y^E+1}, e_t, e_{t-1}, \dots, e_{t-k_e^E+1}, i_t, i_{t-1}, i_t^F \right)^\perp;$$

- vetor de variáveis-estado latentes (não-observadas):<sup>4</sup>

$$X_t^u \equiv (\pi_t^M, i_t, x_t)^\perp;$$

- vetor de variáveis expectacionais:

$$X_t^E \equiv \left( E_t[\pi_{t+1}], \dots, E_t[\pi_{t+k_\pi^E}], E_t[y_{t+1}], \dots, E_t[y_{t+k_y^E}], E_t[e_{t+1}] \right)^\perp;$$

- vetor de choques exógenos:

$$\xi_t \equiv (\xi_t^\pi, \xi_t^y, \xi_t^F, \xi_t^x, \xi_t^M, \xi_t^i)^\perp$$

vetor de erros expectacionais:

$$\begin{aligned} \eta_t &\equiv \left( \eta_t^{\pi\perp}, \eta_t^{y\perp}, \eta_t^e \right)^\perp; \\ \eta_t^\pi &\equiv \left( \eta_t^{\pi,1}, \dots, \eta_t^{\pi,k_\pi^E} \right)^\perp; \\ \eta_t^y &\equiv \left( \eta_t^{y,1}, \dots, \eta_t^{y,k_y^E} \right)^\perp; \\ \eta_t^{\pi,j} &\equiv E_t[\pi_{t+j-1}] - E_{t-1}[\pi_{t+j-1}], \quad j = 1, \dots, k_\pi^E; \\ \eta_t^{y,j} &\equiv E_t[y_{t+j-1}] - E_{t-1}[y_{t+j-1}], \quad j = 1, \dots, k_y^E; \\ \eta_t^e &\equiv e_t - E_{t-1}[e_t], \end{aligned}$$

e  $\Gamma_0$ ,  $\Gamma_1$  e  $\Pi$  são matrizes definidas a partir das equações do modelo estrutural como função do vetor de parâmetros estruturais  $\varphi \equiv (\gamma, \mu_\pi, \alpha_{\pi 1}, \dots, \alpha_{\pi k_\pi^E}, \alpha_{y 1}, \dots, \alpha_{y k_y^E}, \alpha_{e 0}, \alpha_{e 1}, \dots, \alpha_{e k_e^E}, \mu_y, \beta_{y 1}, \dots, \beta_{y k_y^E}, \beta_r, \phi_F, \phi_x, \rho_i, \rho_M, g_y, g_\pi, \sigma_\pi, \sigma_y, \sigma_F, \sigma_x, \sigma_i, \sigma_M)^\perp$ .

Por hipótese, os choques exógenos em  $\xi_t$  são serialmente independentes e contemporaneamente não-correlacionados. Logo, a dinâmica do vetor-estado  $X_t$  neste modelo é um caso particular do

---

<sup>4</sup>A rigor, a variável  $i_t$  é observada e, apenas por conveniência metodológica, é classificada no modelo como latente. Como observado na próxima seção, esse tratamento é perfeitamente admissível, uma vez que  $i_t$  é plenamente identificada pela estrutura a termo através do resultado  $i_t = y_t^1$ .

processo (5) com  $C = 0$ ,  $\bar{\Phi} = I$  e  $\xi_t = \Sigma \varepsilon_t$ , onde  $\varepsilon_t \stackrel{IID}{\sim} N[0, I]$  e  $\Sigma$  é uma matriz diagonal cuja diagonal principal é o vetor de desvios-padrão dos choques exógenos  $(\sigma_\pi, \sigma_y, \sigma_F, \sigma_x, \sigma_M, \sigma_i)$ . O vetor  $\varepsilon_t$  reúne os choques exógenos normalizados por seus desvios-padrão.

O modelo impõe sobre o vetor de parâmetros estruturais  $\varphi$  a restrição de que as matrizes  $\Gamma_0$ ,  $\Gamma_1$  e  $\Pi$  são tais que o sistema (42) é determinado. Isso significa que o vetor de erros expectacionais é determinado de forma única como função do vetor de choques exógenos  $\varepsilon_t$ .

O algoritmo de Sims deriva a forma reduzida do modelo, dada por

$$F_t = \bar{\Theta} F_{t-1} + \bar{\Phi} \xi_t, \quad (43)$$

no caso em que o sistema em (42) é determinado, onde as matrizes da forma reduzida  $\bar{\Theta}$  e  $\bar{\Phi}$  são derivadas a partir das matrizes da forma estrutural  $\Gamma_0$ ,  $\Gamma_1$  e  $\Pi$  através da decomposição de Schur. Logo,  $\bar{\Theta}$  e  $\bar{\Phi}$  também são determinadas em função dos parâmetros estruturais agrupados no vetor  $\varphi$ .

### 3.3 ELIMINAÇÃO DAS VARIÁVEIS EXPECTACIONAIS

Agrupando todas as variáveis não-expectacionais do vetor  $F_t$  em  $X_t \equiv (X_t^{o\perp}, X_t^{u\perp})^\perp$ , segue que o sistema em (43) pode ser reescrito como

$$F_t = \begin{bmatrix} X_t \\ X_t^E \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} \Theta & \bar{\Theta}_E^x \\ \bar{\Theta}_x^E & \bar{\Theta}_E^E \end{bmatrix}}^{\bar{\Theta}} \begin{bmatrix} X_{t-1} \\ X_{t-1}^E \end{bmatrix} + \overbrace{\begin{bmatrix} \Phi \\ \Phi_E \end{bmatrix}}^{\bar{\Phi}} \xi_t. \quad (44)$$

Pela definição dos erros expectacionais  $\eta_t$  em (42), as variáveis expectacionais defasadas em  $X_{t-1}^E$  podem ser expressas apenas em termos das variáveis em  $F_t$  e  $\eta_t$ . Além disso, no caso de uma solução determinada para o sistema em (42), o vetor  $\eta_t$  pode ser expresso apenas em termos do vetor  $\xi_t$ . Combinando esses dois resultados,  $X_{t-1}^E$  pode ser expresso apenas em função de  $F_t$  e  $\xi_t$ . Conseqüentemente, dados  $X_{t-1} \equiv (X_{t-1}^{o\perp}, X_{t-1}^{u\perp})^\perp$  e  $\xi_t$  no sistema (44),  $F_t$  não depende de  $X_{t-1}^E$ , ou seja,  $\bar{\Theta}_E^x = \bar{\Theta}_E^E = 0$ . Esse resultado, por sua vez, implica que  $X_t$  segue o processo

$$X_t = \Theta X_{t-1} + \Phi \xi_t. \quad (45)$$

Tal processo é um caso particular do processo geral em (5), seguido pelas variáveis-estado no modelo de estrutura a termo desenvolvido na Seção 2. Cabe observar que as matrizes  $\Theta$  e  $\Phi$  são blocos das matrizes da forma reduzida  $\bar{\Theta}$  e  $\bar{\Phi}$  no sistema (43) e, portanto, são também determinadas em função dos parâmetros do modelo estrutural agrupados no vetor  $\varphi$ , definido na Subseção 3.2.

## 4 ESTIMAÇÃO

Esta seção discute o processo de estimação por máxima verossimilhança dos parâmetros do modelo de estrutura a termo desenvolvido na Seção 2. A função de verossimilhança é derivada a partir da dinâmica das variáveis observadas: o vetor  $X_t^o$  de variáveis-estado observadas e o vetor  $Y_t$  de  $N$  taxas de juros à vista com diferentes vencimentos com séries observadas.

### 4.1 DINÂMICA DAS VARIÁVEIS OBSERVADAS

Considerando a eventual existência de variáveis latentes, como é o caso do modelo deste trabalho, o processo em (45) para o vetor-estado  $X_t \equiv (X_t^{o\perp}, X_t^{u\perp})^\perp$  é decomposto na forma.

$$X_t \equiv \begin{bmatrix} X_t^o \\ X_t^u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C^o \\ C^u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Theta^o \\ \Theta^u \end{bmatrix} X_{t-1} + \begin{bmatrix} \Phi^o \\ \Phi^u \end{bmatrix} \xi_t. \quad (46)$$

A dinâmica do vetor  $X_t^o$  segue diretamente do processo em (46), ou seja,

$$X_t^o = C^o + \Theta^o X_{t-1} + \Phi^o \xi_t. \quad (47)$$

A dinâmica do vetor  $Y_t$  segue da expressão em (40), de forma que

$$Y_t = A + BX_t + \Psi u_t; \quad (48)$$

$$u_t \stackrel{IID}{\sim} N[0, I],$$

tal que os vetores  $Y_t$  e  $\xi_t$  são dados por

$$Y_t \equiv (y_t^{n_1}, y_t^{n_2}, \dots, y_t^{n_N})^\perp;$$

$$u_t \equiv (u_t^{n_1}, u_t^{n_2}, \dots, u_t^{n_N})^\perp,$$

onde  $n_1, n_2, \dots, n_N$  são os prazos das  $N$  taxas à vista observadas, as matrizes  $A$  e  $B$  são dadas por

$$A \equiv (A_{n_1}, A_{n_2}, \dots, A_{n_N})^\perp;$$

$$B \equiv (B_{n_1}, B_{n_2}, \dots, B_{n_N})^\perp,$$

onde  $A_n$  e  $B_n$  são definidas em (39), e  $\Psi$  é uma matriz diagonal cujo  $n$ -ésimo elemento da diagonal principal é dado por  $\sigma_n$ , onde  $\sigma_n^2 \equiv VAR[u_t^n]$  e  $n = n_1, n_2, \dots, n_N$ .

No modelo geral da Seção 2, os parâmetros estimados são as matrizes  $C$ ,  $\Theta$  e  $\Phi$  no processo em (5), o coeficiente  $\delta_0$  e o vetor  $\delta_1$  na função de reação da autoridade monetária em (30), o

vetor  $\lambda$  de preços de mercado do risco e a matriz  $\Psi$  de covariância dos resíduos. Todos esses parâmetros são agrupados no vetor  $\theta \equiv (C, \Theta, \Phi, \delta_0, \delta_1, \lambda, \Psi)$ .

Esse processo pode ser aplicado na estimação do caso particular do modelo em que a dinâmica do vetor de variáveis-estado é a forma reduzida da economia novo-keynesiana desenvolvida na Seção 3. Nesse caso,  $C = 0$ ,  $\delta_0 = 0$ ,  $\delta_1 = (0, 0, 0, 0, 1, 0, \dots, 0)^\perp$  e as matrizes  $\Theta$  e  $\Phi$  são funções do vetor de parâmetros  $\varphi$  da economia, de forma que todos os parâmetros do modelo podem ser agrupados no vetor de parâmetros  $\theta \equiv (\varphi, \lambda, \Psi)$ .

## 4.2 IDENTIFICAÇÃO DAS VARIÁVEIS LATENTES

Obviamente, quando existem variáveis latentes (não-observadas) em  $X_t$ , a função de verossimilhança não pode ser derivada diretamente a partir dos processos em (47) e (48). Nesse caso, o trabalho emprega a metodologia desenvolvida em Chen e Scott (1993) para identificar o vetor  $X_t^u$  de variáveis latentes a partir da estrutura a termo, obtendo, assim, uma expressão para esse vetor como função das variáveis-estado observadas em  $X_t^o$  e da estrutura a termo observada em  $Y_t$ .

Nesse sentido, o modelo supõe que  $k^u$  títulos sem cupom com diferentes vencimentos são apreçados sem resíduo, onde  $k^u$  é o número de variáveis latentes. Obviamente, é preciso que  $k^u \leq N$ . No modelo da Seção 3,  $k^u = 2$ . Com esta restrição, o processo em (48) pode ser decomposto na forma

$$\underbrace{\begin{bmatrix} Y_t \\ Y_t^{se} \\ Y_t^{ce} \end{bmatrix}}_{Y_t} = \underbrace{\begin{bmatrix} A^{se} \\ A^{ce} \end{bmatrix}}_A + \underbrace{\begin{bmatrix} B_o^{se} & B_u^{se} \\ B_o^{ce} & B_u^{ce} \end{bmatrix}}_B \underbrace{\begin{bmatrix} X_t^o \\ X_t^u \end{bmatrix}}_{X_t} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \Psi^{ce} \end{bmatrix}}_\Psi u_t, \quad (49)$$

ou seja,

$$Y_t^{se} = A^{se} + B_o^{se} X_t^o + B_u^{se} X_t^u; \quad (50)$$

$$Y_t^{ce} \equiv A^{ce} + B_o^{ce} X_t^o + B_u^{ce} X_t^u + \Psi^{ce} u_t, \quad (51)$$

onde os superescritos *se* e *ce* denotam apreçamento sem e com resíduo, respectivamente. Isolando o vetor  $X_t^u$  de variáveis latentes na equação (50), este é expresso em função de  $X_t^o$  e  $Y_t^{se}$ , ou seja,

$$X_t^u = B_u^{se-1} [Y_t^{se} - A^{se} - B_o^{se} X_t^o]. \quad (52)$$

Substituindo a expressão (52) na equação (51), chega-se ao vetor  $u_t$  de resíduos, dado por

$$\begin{aligned}
u_t &= Y_t^{ce} - A^{ce} - B_o^{ce} X_t^o - B_u^{ce} X_t^u \\
&= Y_t^{ce} - A^{ce} - B_o^{ce} X_t^o - B_u^{ce} B_u^{se-1} [Y_t^{se} - A^{se} - B_o^{se} X_t^o] \\
&= Y_t^{ce} - A^{ce} - B_o^{ce} X_t^o - B_u^{ce} B_u^{se-1} Y_t^{se} + B_u^{ce} B_u^{se-1} A^{se} + B_u^{ce} B_u^{se-1} B_o^{se} X_t^o \\
&= [Y_t^{ce} - B_u^{ce} B_u^{se-1} Y_t^{se}] - [A^{ce} - B_u^{ce} B_u^{se-1} A^{se}] - [B_o^{ce} - B_u^{ce} B_u^{se-1} B_o^{se}] X_t^o. \quad (53)
\end{aligned}$$

Uma inspeção visual dos gráficos das séries observadas de  $Y_t^{ce}$  e das séries estimadas de  $\bar{Y}_t^{ce} \equiv Y_t^{ce} - u_t$  permite uma avaliação informal do ajustamento do modelo aos dados.

### 4.3 DERIVAÇÃO DA FUNÇÃO DE VEROSSIMILHANÇA

Esta subseção deriva a função de verossimilhança para o caso particular do modelo de estrutura a termo com a dinâmica macroeconômica especificada na Seção 3. A derivação para o caso geral da Seção 2 segue o mesmo procedimento.

Substituindo o processo do vetor-estado em (45) na expressão para  $Y_t$  em (49) e lembrando que  $\xi_t \equiv \Sigma \varepsilon_t$ , onde  $\Sigma$  é a matriz diagonal dos desvios-padrão dos choques exógenos, segue que

$$\begin{aligned}
Y_t &\equiv A + BX_t + \Psi u_t \\
&= A + B(C + \Theta X_{t-1} + \Phi \xi_t) + \Psi u_t \\
&= A + B(C + \Theta X_{t-1} + \Phi \Sigma \varepsilon_t) + \Psi u_t \\
&= A + BC + B\Theta X_{t-1} + B\Phi \Sigma \varepsilon_t + \Psi u_t. \quad (54)
\end{aligned}$$

Definindo o vetor  $W_t \equiv (X_t^{o\perp}, Y_t^\perp)^\perp$ , segue de (47) e (54) que sua lei de movimento é dada por

$$W_t \equiv \begin{bmatrix} X_t^o \\ Y_t \end{bmatrix} = C^w + \Theta^w X_{t-1} + \Sigma^w \zeta_t,$$

onde

$$C^w = \begin{bmatrix} C \\ A + BC \end{bmatrix}; \Theta^w \equiv \begin{bmatrix} \Theta \\ B\Theta \end{bmatrix}; \Sigma^w \equiv \begin{bmatrix} \Phi \Sigma & 0 \\ B\Phi \Sigma & \Psi \end{bmatrix}; \zeta_t = \begin{bmatrix} \varepsilon_t \\ u_t \end{bmatrix}.$$

Como todas as variáveis do vetor  $\zeta_t$  são independentes, serialmente não-correlacionadas e têm uma distribuição normal padrão, a função de densidade conjunta condicional (em termos de  $X_{t-1}$ ) do vetor de variáveis  $W_t$  é dada por

$$\begin{aligned}
f(W_t | X_{t-1}) &= (2\pi)^{-1/2} \left| (\Sigma^w \Sigma^{w\perp})^{-1} \right|^{1/2} \\
&\exp \left\{ -\frac{1}{2} (W_t - C^w - \Theta^w X_{t-1})^\perp (\Sigma^w \Sigma^{w\perp})^{-1} (W_t - C^w - \Theta^w X_{t-1}) \right\}. \quad (55)
\end{aligned}$$

Dada uma amostra de tamanho  $T$  de todas as variáveis observadas, a função de verossimilhança é dada por

$$\begin{aligned}
L(\theta) &\equiv f(W_1, W_2, \dots, W_T; \theta) \\
&= f(W_1; \theta) \prod_{t=2}^T f(W_t | W_1, W_2, \dots, W_{t-1}; \theta) \\
&= f(W_1; \theta) \prod_{t=2}^T f(W_t | X_1, X_2, \dots, X_{t-1}; \theta) \\
&= f(W_1; \theta) \prod_{t=2}^T f(W_t | X_{t-1}; \theta), \tag{56}
\end{aligned}$$

onde  $\theta \equiv (\varphi, \lambda, \Psi)$  no caso da economia descrita na Seção 3. A primeira igualdade na expressão (56) segue da lei do produto, enquanto a terceira igualdade segue da estrutura markoviana para o processo do vetor-estado  $X_t$ . A segunda igualdade segue da hipótese em (49) na Seção 2, de que o número de títulos apreçados sem resíduo é igual ao número de variáveis latentes, de forma que o vetor de variáveis latentes  $X_t^u$  é plenamente identificado a partir do vetor de variáveis observadas  $(X_t^{o\perp}, Y_t^\perp)$  com base na equação (52). Logo, o vetor  $X_t \equiv (X_t^{o\perp}, X_t^{u\perp})^\perp$  carrega a mesma informação que o vetor  $W_t \equiv (X_t^{o\perp}, Y_t^\perp)^\perp$ .

Para uma amostra suficientemente grande, segue de (56) que o logaritmo da função de verossimilhança aproxima-se do logaritmo da função de verossimilhança condicional, ou seja,

$$\begin{aligned}
\ln L(\theta) &= \ln f(W_1, W_2, \dots, W_T; \theta) \\
&= \ln f(W_1; \theta) + \sum_{t=2}^T \ln f(W_t | X_{t-1}; \theta) \\
&\simeq \sum_{t=2}^T \ln f(W_t | X_{t-1}; \theta) = \ln L^c(\theta),
\end{aligned}$$

onde

$$L^c(\theta) \equiv f(W_2, \dots, W_T | W_1; \theta) = \frac{f(W_1, W_2, \dots, W_T; \theta)}{f(W_1; \theta)}.$$

Logo, a estimativa de máxima verossimilhança dos parâmetros em  $\theta$  pode ser obtida via maximização do logaritmo da função de verossimilhança condicional, dada por

$$\ln L^c(\theta) = \sum_{t=2}^T \ln f(W_t | X_{t-1}; \theta). \tag{57}$$



Substituindo a função (55) em (57), segue que

$$\begin{aligned}\ln L^c(\theta) &= \sum_{t=2}^T \ln f(W_t|X_{t-1}; \theta) \\ &= -\frac{T-1}{2} \ln \{2\pi\} - \frac{T-1}{2} \ln \{|\Sigma^w \Sigma^{w\perp}|\} \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^T (W_t - C^w - \Theta^w X_{t-1})^\perp (\Sigma^w \Sigma^{w\perp})^{-1} (W_t - C^w - \Theta^w X_{t-1}).\end{aligned}$$

Na economia descrita na Seção 3, onde  $\theta \equiv (\varphi, \lambda, \Psi)$ , a maximização da função  $\ln L^c(\theta)$  está sujeita à restrição de que o vetor de parâmetros estruturais  $\varphi$  é tal que o sistema (42) é determinado. A função  $\ln L^c(\theta)$  é bastante não-linear e, portanto, de difícil maximização.

Quando o modelo estrutural não inclui variáveis latentes, a estimação pode ser feita em dois estágios. No primeiro estágio, os parâmetros do processo do vetor-estado em (5) são estimados. No segundo estágio, essas estimativas são usadas na estimação do vetor  $\lambda$  de preços de mercado do risco. Quando o modelo estrutural inclui variáveis latentes, todos os parâmetros precisam ser estimados conjuntamente através de um processo iterativo que envolve os seguintes passos em cada etapa:

- dado um conjunto de valores para os parâmetros em  $\theta$ , derivação da forma reduzida do modelo estrutural em (42) através do algoritmo de Sims;
- identificação das séries de variáveis latentes a partir da estrutura a termo com base na expressão em (52); e
- derivação da função de verossimilhança.

Esse processo é repetido indefinidamente até a maximização da função de verossimilhança, sendo o conjunto de valores para o vetor  $\theta$  usado em cada etapa determinado com base no algoritmo de otimização empregado.

## 5 DADOS

Usando a metodologia descrita na seção anterior, o modelo estrutural de estrutura a termo desenvolvido nas Seções 2 e 3 é estimado com dados mensais para a economia brasileira de junho de 1999 até outubro de 2003. Embora curto, esse período amostral foi escolhido para evitar

quebras estruturais causadas pela flexibilização cambial e pela introdução do regime de metas inflacionárias. Dados mais recentes não foram disponíveis. Os dados para hiato do produto, inflação e desvalorização nominal do câmbio foram derivados a partir das séries para capacidade instalada dessazonalizada, Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA) e índice de câmbio nominal obtidas no Ipeadata. A taxa implícita no Treasury-Bill de um mês é usada como *proxy* para a taxa de juros externa. Os dados referentes à estrutura a termo consistem de séries para as taxas de juros à vista com maturidades de 1, 2, 3, 6, 12 e 24 meses vigentes no primeiro dia útil de cada mês, as quais foram derivadas por interpolação a partir das taxas médias de mercado para os contratos futuros de DI e contratos de *swap* negociados na Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F). O método de interpolação é apresentado em Brito, Duarte e Guillen (2003). Todas as séries foram expressas em termos percentuais ao mês. O desvio em relação à média dessas variáveis foi usado na estimação do modelo, de forma que constantes são ignoradas na estimação do modelo estrutural.

## 6 RESULTADOS

Esta seção apresenta e discute os principais resultados da estimação do modelo com dados para a economia brasileira. Para facilitar a estimação do modelo, apenas três defasagens foram usadas na curva de Phillips e na curva IS, de forma que  $k_y^E = k_\pi^E = k_y^I = k_\pi^I = 3$ . O modelo foi inicialmente estimado com o preço de mercado do risco  $\lambda$  constante no tempo, de forma que a matriz  $\lambda_1$  em (18) é nula. Em seguida, o modelo foi estimado com a matriz  $\lambda_1$  dependente do estado da economia. Nesse caso, como é comum na literatura e para facilitar a estimação, supõe-se que esta matriz é diagonal.

### 6.1 PARÂMETROS ESTRUTURAIS

Os principais resultados referentes às estimativas dos parâmetros estruturais são coerentes com estudos empíricos semelhantes para a economia brasileira. A estrutura da economia é fortemente *backward-looking*, tanto em relação à curva de Phillips como à curva IS, com  $\mu_\pi = 0.003$  e  $\mu_y = 0.2333$ . Isso implica um forte peso para o componente inercial da inflação. A taxa de juros real esperada tem um efeito negativo e significativo sobre o hiato do produto ( $\beta_r = 0,650$ ), enquanto a desvalorização nominal do câmbio tem efeito significativo e positivo sobre a inflação ( $\alpha_{e2} = 0,330$ ;  $\alpha_{e3} = 0,312$ ). O efeito da demanda agregada na curva de Phillips não é significa-

tivo. Os processos para a política monetária e para a meta de inflação são bastante persistentes ( $\rho_i = 0,74$ ;  $\rho_M = 0,99$ ). A resposta do Bacen a desvios na inflação é significativa, o mesmo não podendo ser dito em relação aos desvios no hiato do produto ( $g_\pi = 0,92$ ;  $g_y = 0,08$ ).

## 6.2 DINÂMICA DAS VARIÁVEIS MACROECONÔMICAS

As Figuras (1-6)A1 e (1-6)B1 trazem os gráficos das funções impulso-resposta das variáveis macroeconômicas domésticas — hiato do produto, inflação e taxa de desvalorização nominal do câmbio — a um choque de 1% em cada uma das seis variáveis exógenas do modelo no horizonte de 12 meses. As figuras com a letra A referem-se aos modelos onde o preço do risco  $\lambda$  é constante, enquanto as figuras com a letra B referem-se aos modelos com preço do risco variante com o estado. É notório que não há praticamente qualquer diferença significativa entre esses dois conjuntos de gráficos, uma vez que a estimação dos preços do risco tem um efeito irrisório sobre a estimativa dos demais parâmetros. Comum a todos os choques é o fato de que a estrutura estacionária do modelo implica que o efeito dos choques sobre as variáveis macroeconômicas amortece ao longo do tempo.

A política monetária reage prontamente a um choque positivo na taxa de inflação, causando uma apreciação nominal do câmbio forte o suficiente para trazer a inflação rapidamente de volta à meta. O hiato do produto parece ser bem pouco afetado por um choque na inflação. A política monetária também reage a um choque positivo no hiato do produto, provocando uma apreciação nominal do câmbio que contribui para reduzir a taxa de inflação.

Choques na taxa de juros externa e no prêmio de risco têm efeito parecido sobre a economia, que consiste em uma resposta positiva da política monetária — através da elevação da taxa de juros de curto prazo — acompanhada de uma depreciação nominal do câmbio, a qual, por sua vez, produz um aumento na taxa de inflação.

Um choque positivo na política monetária tem um efeito inesperadamente positivo sobre a taxa de câmbio nominal e, conseqüentemente, sobre a taxa de inflação, embora o efeito sobre o hiato do produto tenha o sinal correto.

## 6.3 DINÂMICA DA ESTRUTURA A TERMO

As Figuras (1-6)A2 e (1-6)B2 trazem os gráficos das funções impulso-resposta da estrutura a termo — taxas à vista com maturidades de 1, 3, 6 e 12 meses — a um choque de 1% em cada uma das seis variáveis exógenas do modelo no horizonte de 12 meses. As Figuras (1-6)A3 e (1-

6)B3 trazem os gráficos do impacto contemporâneo dos choques sobre toda a estrutura a termo, enquanto as Figuras (1-6)A4 e (1-6)B4 trazem os gráficos das funções impulso-resposta do *spread* entre as taxas curta e longa (3 meses) e do *spread* entre as taxas longas de 3 e 6 meses. As figuras com a letra A e B referem-se, respectivamente, aos modelos onde o preço do risco  $\lambda$  é constante e variante com o estado. Novamente, a estrutura estacionária do modelo implica que o efeito dos choques sobre a estrutura a termo amortece ao longo do tempo, de forma que a função impulso-resposta do *spread* entre as taxas longa e curta converge para 0.

É conveniente analisar, primeiro, o caso em que o preço de mercado do risco  $\lambda$  é constante no tempo, ou seja, quando  $\lambda_1 = 0$  em (18). Nesse caso, como *a*) a taxa longa é uma média das expectativas das taxas curtas futuras e *b*) a função impulso-resposta referente à taxa curta (um mês) descreve a expectativa corrente da taxa curta para todos os momentos futuros (condicionado a choques futuros nulos), conclui-se que a função impulso-resposta da taxa longa para qualquer maturidade pode ser diretamente inferida a partir da função impulso-resposta da taxa curta. Com base nesse resultado, alguns padrões de comportamento da estrutura a termo observados nos gráficos podem ser explicados:

1. se a função impulso-resposta da taxa curta a um choque exógeno positivo é negativamente (positivamente) inclinada, o efeito inicial desse choque sobre a estrutura a termo consiste em torná-la negativamente (positivamente) inclinada;
2. quanto maior a inclinação da função impulso-resposta da taxa curta, maior a inclinação da estrutura a termo e, portanto, maior o *spread* entre as taxas longa e curta; e
3. quanto maior a concavidade da função impulso-resposta da taxa curta, maior a velocidade com que sua inclinação (em módulo) é reduzida e, portanto, maior a velocidade com que o *spread* entre as taxas longa e curta converge para 0.

Analisa-se, agora, o caso em que o preço de mercado do risco  $\lambda$  pode variar com o tempo, conforme a expressão (18), sendo a matriz  $\lambda_1$  estimada junto com os demais parâmetros do modelo. No caso dos choques na taxa de juros externa e no prêmio de risco, fica bastante evidente o efeito que a hipótese de preço do risco variável exerce sobre a função impulso-resposta das taxas longas e, conseqüentemente, do *spread* entre as taxas longa e curta.<sup>5</sup> Com  $\lambda$  variante no tempo, a taxa longa tende a situar-se acima da taxa curta, mesmo quando a expectativa corrente

---

<sup>5</sup>A introdução do preço do risco variante no tempo teve um efeito irrisório sobre a função impulso-resposta das taxas longas a choques na inflação e no produto.

das taxas curtas futuras decai no tempo. Como mostra a Tabela 1, esse resultado é explicado pelo sinal positivo do preço de mercado do risco para choques na taxa de juros externa e no prêmio de risco, o que significa que esses choques são positivamente correlacionados com o FDE e, portanto, inversamente correlacionados com o consumo. Isso acontece porque, com base na estrutura da economia, os choques na taxa de juros externa e no prêmio de risco também são positivamente correlacionados com as taxas curtas futuras e, portanto, inversamente correlacionados com a taxa de retorno dos títulos longos. Assim, investir em um título longo significa investir em um ativo cujo retorno covaria positivamente com o consumo e que, portanto, amplifica a volatilidade da riqueza. Logo, investidores avessos ao risco demandarão um prêmio positivo para manter esses títulos.

Finalmente, as Figuras 7A e 7B trazem os gráficos das séries temporais das taxas de juros à vista efetiva e ajustada para 2, 3 e 6 meses. Lembre-se que o modelo supõe que os títulos com essas maturidades são apreçados com erro. As letras A e B referem-se, respectivamente, aos modelos sem e com preço de mercado do risco  $\lambda$  variante no tempo.

## 7 CONCLUSÃO

O trabalho descreve o modelo fatorial linear macroeconômico de estrutura a termo e desenvolve sua especificação para o caso particular em que a dinâmica do vetor-estado da economia é a forma reduzida de um modelo estrutural novo-keynesiano para uma economia aberta e pequena como a brasileira.

Partindo de uma estrutura linear para a dinâmica do vetor-estado e para a relação entre a taxa curta e os fatores macroeconômicos, o modelo usa a condição de não-arbitragem para expressar toda a estrutura a termo como função linear do vetor-estado da economia. Após a estimação do modelo, funções impulso-resposta podem ser construídas para simular o efeito de um choque em uma variável macroeconômica sobre toda a estrutura a termo.

O trabalho descreve detalhadamente o processo de estimação do modelo por máxima verossimilhança, o qual pode ser aplicado mesmo quando a estrutura da economia incorpora variáveis expectacionais e variáveis latentes. Como resultado, o modelo pode ser usado para extrair informação da estrutura a termo sobre variáveis-estado macroeconômicas latentes, como o prêmio de risco soberano e choques na política monetária. O modelo é estimado com dados para a economia brasileira a partir de junho de 1999.

## 8 BIBLIOGRAFIA

ANG, C., PIAZZESI, M. A no-arbitrage vector autoregression of the term structure dynamics with macroeconomic and latent variables. *Journal of Monetary Economics*, v. 50, p. 745-787, 2003.

BEKAERT, G., CHO, S., MORENO, A. *New Keynesian macroeconomics and the term structure*. 2003 (Texto para Discussão).

BRITO, R., DUARTE, A., GUILLEN, O. *O prêmio pela maturidade na estrutura a termo das taxas de juros brasileiras*. Banco Central do Brasil, 2003 (Texto para Discussão, 72).

CHEN, R. R., SCOTT, L. Maximum likelihood estimation for a multifactor equilibrium model of the term structure of interest rates. *Journal of Fixed Income*, v. 3, p. 14-31, 1993.

DUFFIE, D., KAN, R. A yield factor model of interest rates. *Mathematical Finance*, v. 6, p. 379-406, 1996.

HORDAHL, P., TRISTANI, O., VESTIN, D. *A joint econometric model of macroeconomic and term structure dynamics*. Banco Central Europeu, 2003 (Texto para Discussão).

SIMS, C. Solving linear rational expectations models. *Computational Economics*, v. 20, p. 1-20, 2001.

RUDEBUSCH, G., WU, T. *A macro-finance model of the term structure monetary policy and the economy*. Federal Reserve Bank of San Francisco, 2003 (Texto para Discussão).

Fig.1A1:FIR-Var.Macro/Choque:Inflação  
Preço do Risco Constante

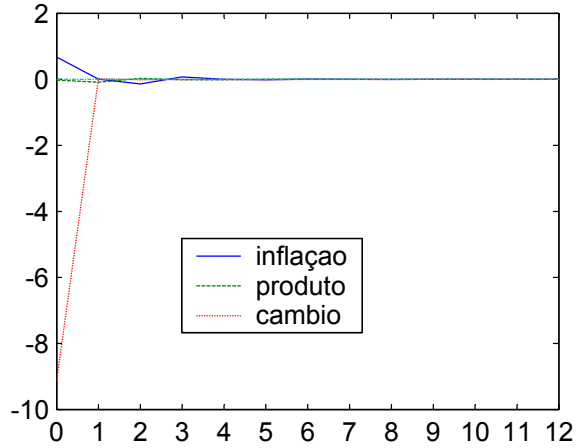


Fig.1B1:FIR-Var.Macro/Choque:Inflação  
Preço do Risco Variavel

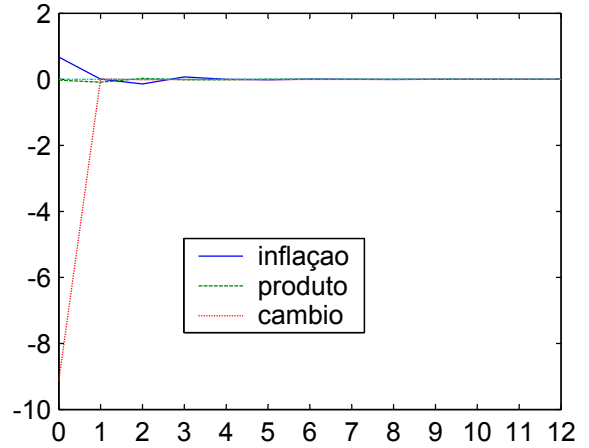


Fig.1A2:FIR-ET/Choque:Inflação  
Preço do Risco Constante

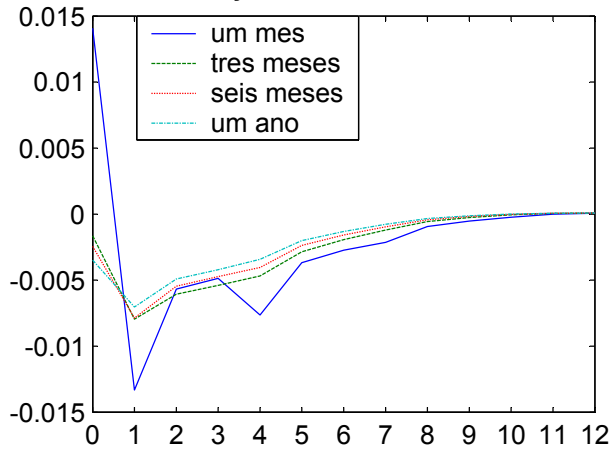


Fig.1B2:FIR-ET/Choque:Inflação  
Preço do Risco Variavel

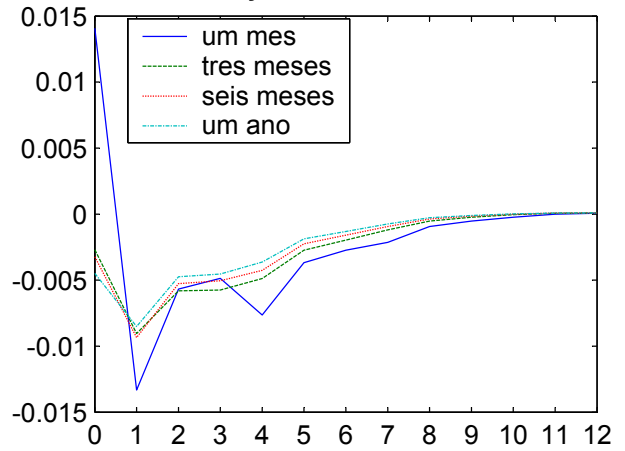


Fig. 1A3: Impacto Inicial da ET/Choque: Inflação  
 $\times 10^{-3}$  Preço do Risco Constante

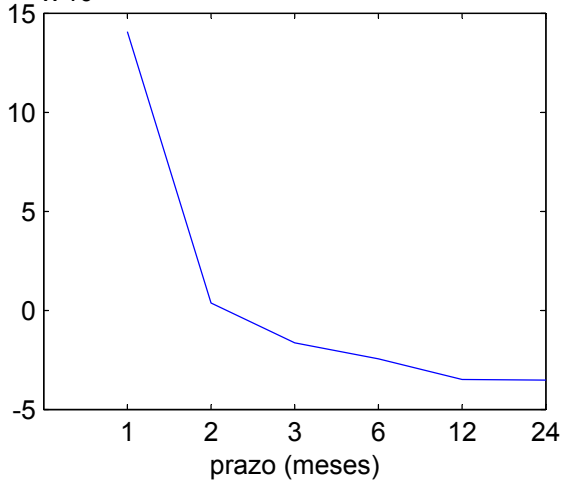


Fig. 1B3: Impacto Inicial da ET/Choque: Inflação  
 $\times 10^{-3}$  Preço do Risco Variável

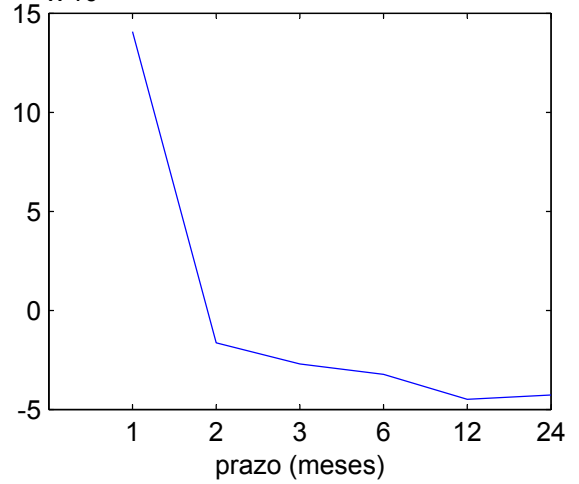


Fig. 1A4: FIR do Spread/Choque: Inflação  
 Preço do Risco Constante

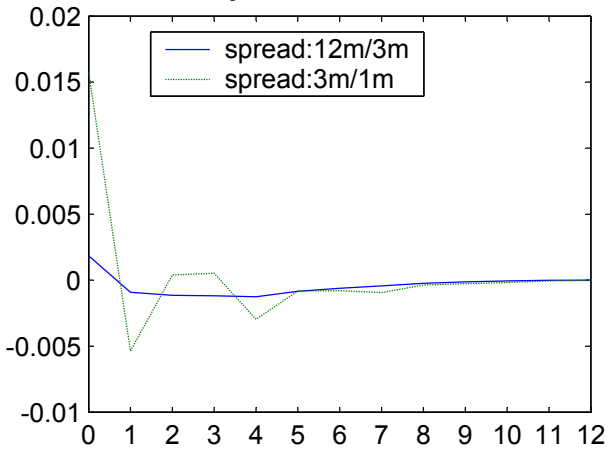


Fig. 1B4: FIR do Spread/Choque: Inflação  
 $\times 10^{-3}$  Preço do Risco Variável

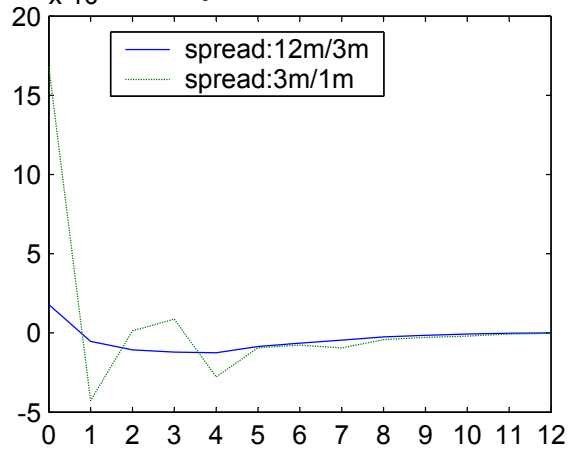




Fig.2A1:FIR-Var.Macro/Choque:Produto  
Preço do Risco Constante

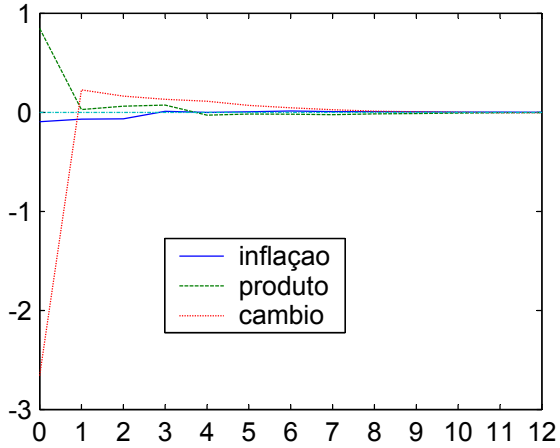


Fig.2B1:FIR-Var.Macro/Choque:Produto  
Preço do Risco Variavel

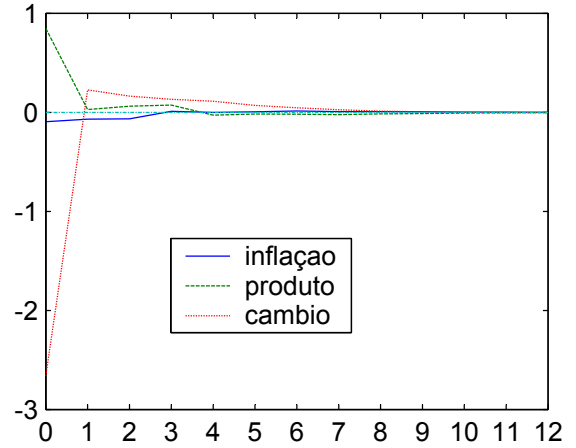


Fig.2A2:FIR-ET/Choque:Produto  
Preço do Risco Constante

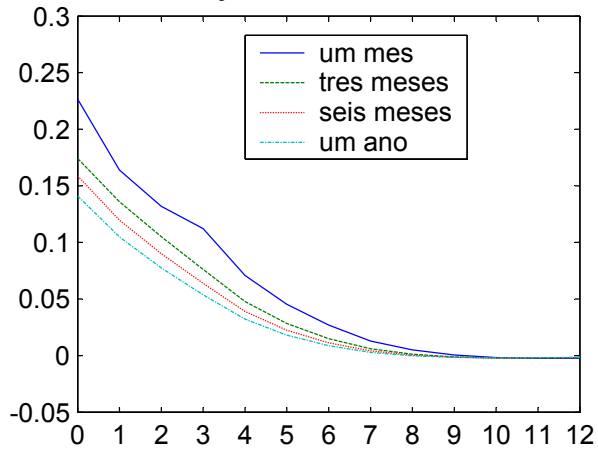


Fig.2B2:FIR-ET/Choque:Produto  
Preço do Risco Variavel

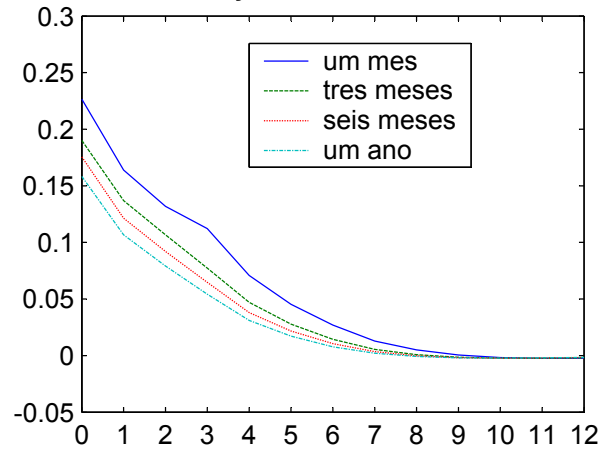


Fig.2A3: Impacto Inicial da ET/Choque:Produto  
Preço do Risco Constante

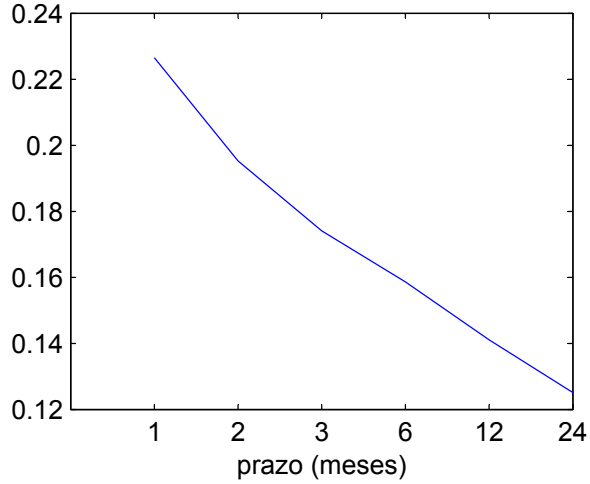


Fig.2B3: Impacto Inicial da ET/Choque:produto  
Preço do Risco Variavel

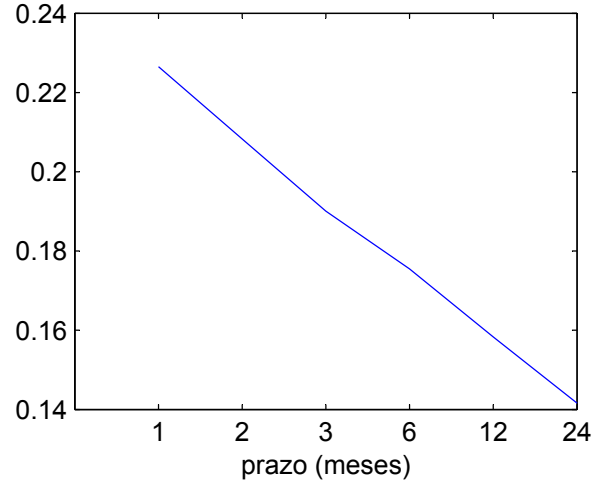


Fig.2A4: FIR do Spread/Choque:Produto  
Preço do Risco Constante

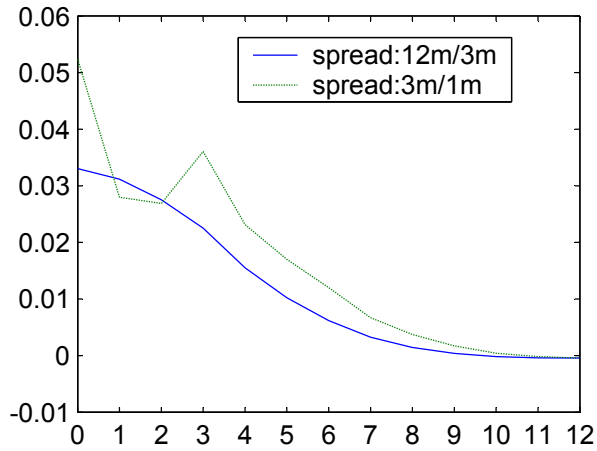


Fig.2B4: FIR do Spread/Choque:Produto  
Preço do Risco Variavel

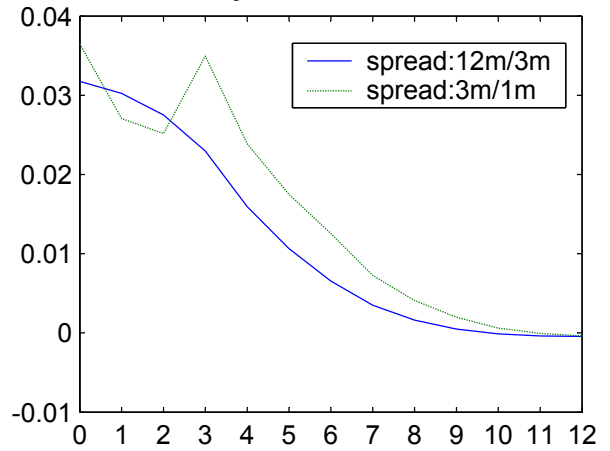


Fig.3A1:FIR-Var.Macro/Choque:Tx.Juros Ext.  
Preço do Risco Constante

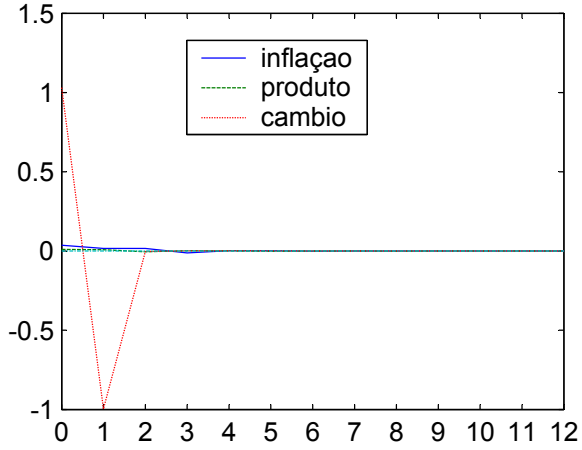


Fig.3B1:FIR-Var.Macro/Choque:Tx.Juros Ext.  
Preço do Risco Variavel

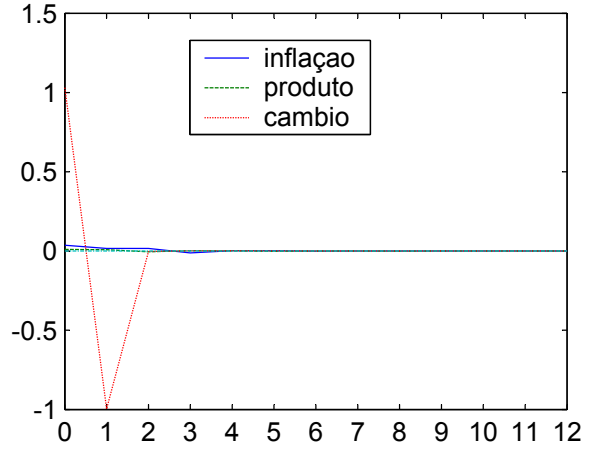


Fig.3A2:FIR-ET/Choque:Tx.Juros Ext.  
Preço do Risco Constante

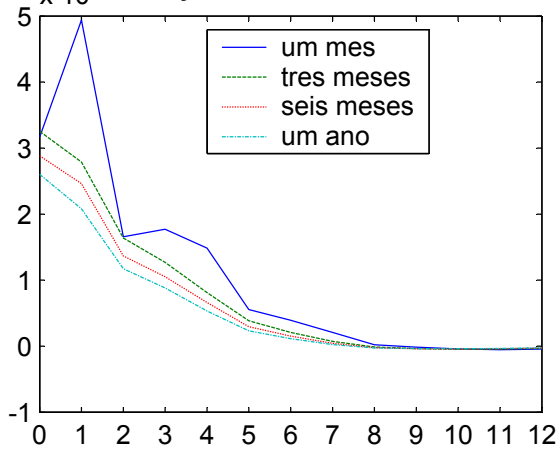


Fig.3B2:FIR-ET/Choque:Tx.Juros Ext.  
Preço do Risco Variavel

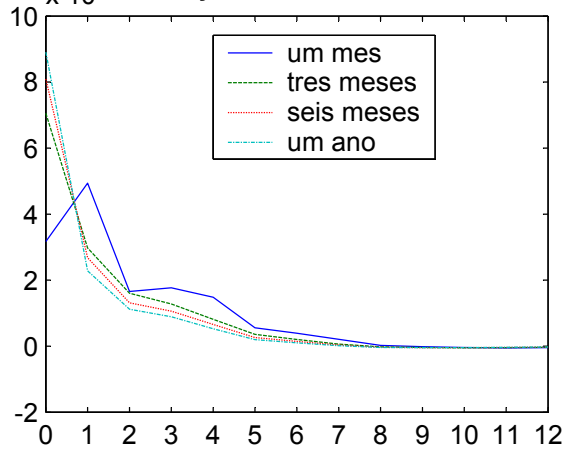


Fig.3A3: Impacto Inicial da ET/Choque:Tx.Juros Ext.  
 $\times 10^{-3}$  Preço do Risco Constante

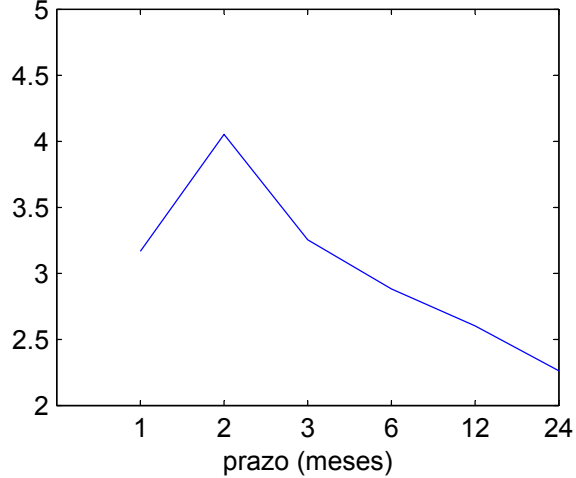


Fig.3B3: Impacto Inicial da ET/Choque:Tx.Juros Ext.  
 $\times 10^{-3}$  Preço do Risco Variavel

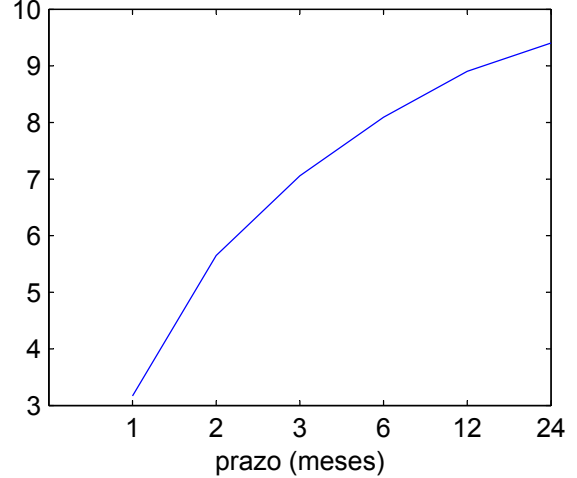


Fig.3A4: FIR do Spread/Choque:Tx.Juros Ext.  
 $\times 10^{-3}$  Preço do Risco Constante

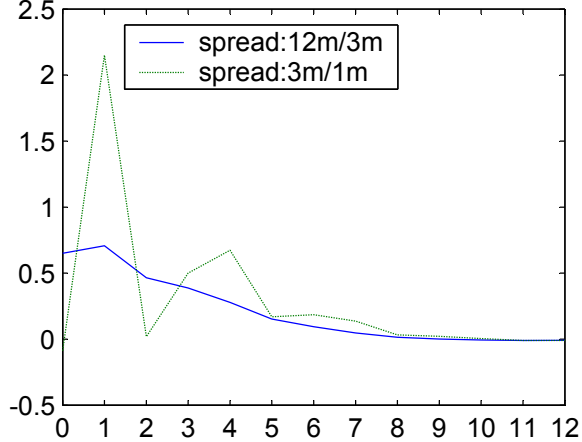


Fig.3B4: FIR do Spread/Choque:Tx.Juros Ext.  
 $\times 10^{-3}$  Preço do Risco Variavel

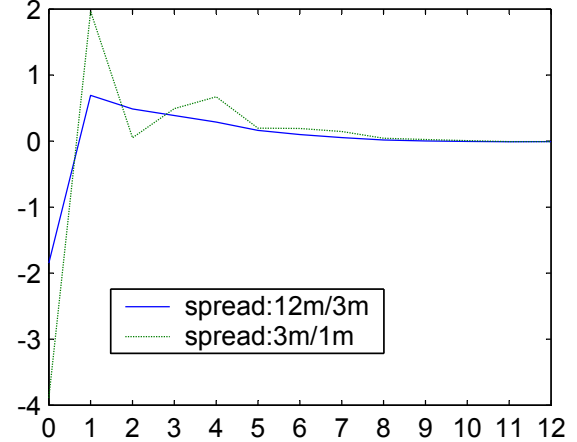


Fig.4A1:FIR-Var.Macro/Choque:Meta Inflação  
Preço do Risco Constante

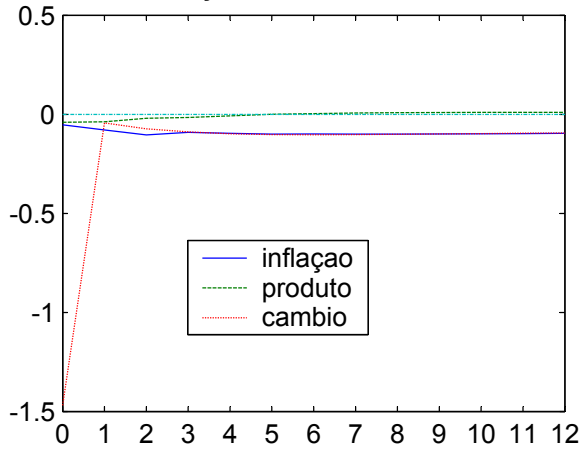


Fig.4B1:FIR-Var.Macro/Choque:Meta Inflação  
Preço do Risco Variavel

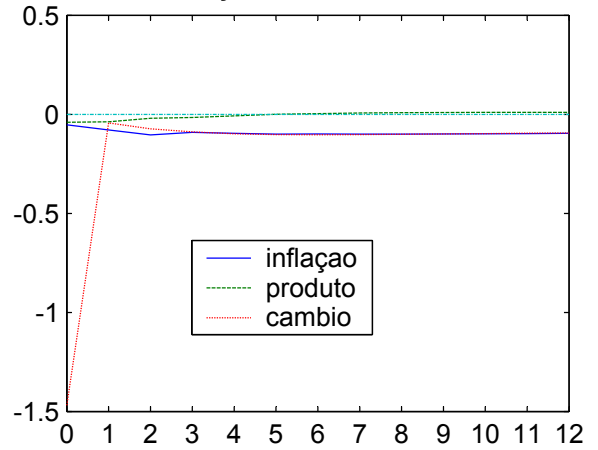


Fig.4A2:FIR-ET/Choque:Meta Inflação  
Preço do Risco Constante

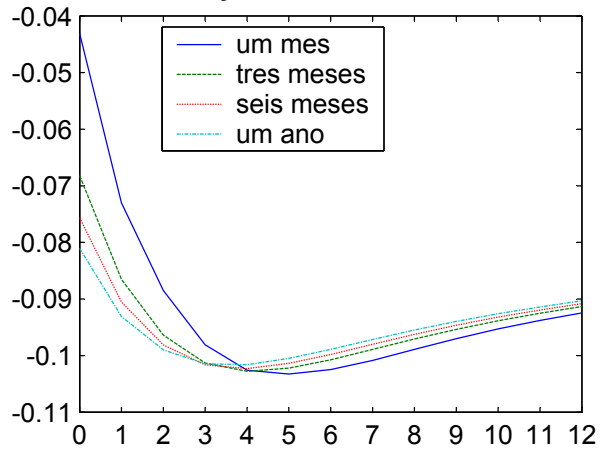


Fig.4B2:FIR-ET/Choque:Meta Inflação  
Preço do Risco Variavel

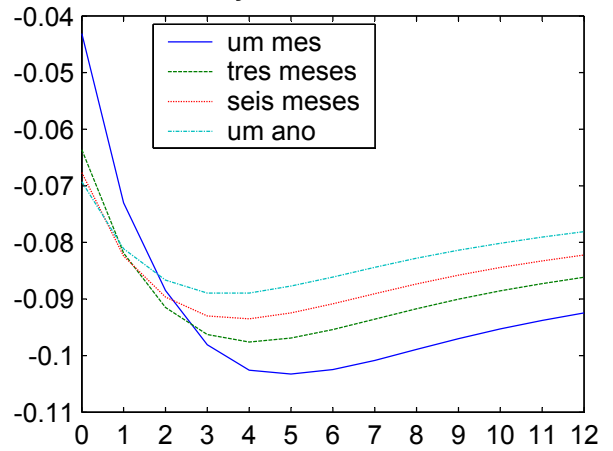


Fig.4A3:Impacto Inicial da ET/Choque:Meta Inflação  
Preço do Risco Constante

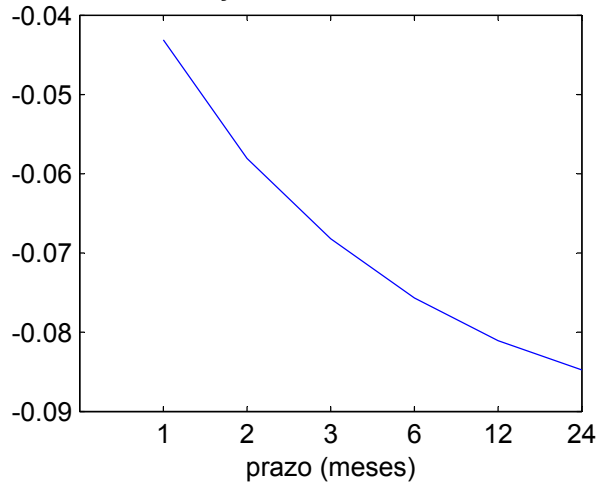


Fig.4B3:Impacto Inicial da ET/Choque:Meta Inflação  
Preço do Risco Variavel

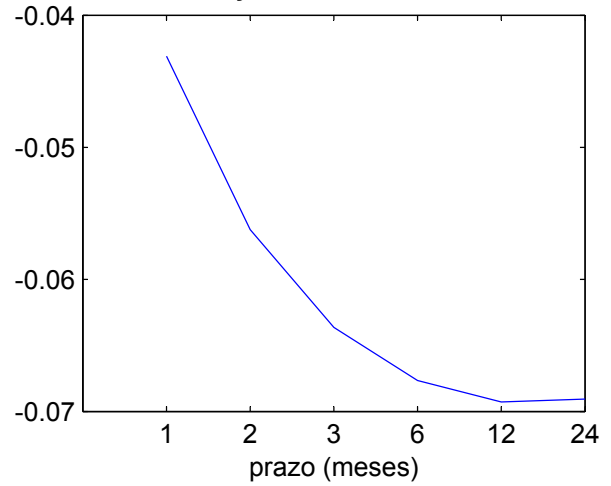


Fig.4A4:FIR do Spread/Choque:Meta Inflação  
Preço do Risco Constante

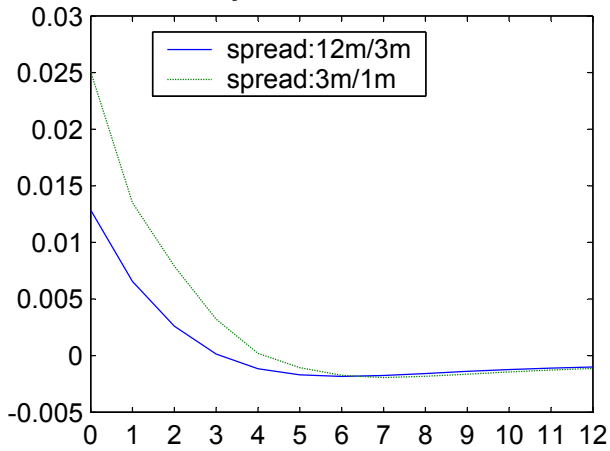


Fig.4B4:FIR do Spread/Choque:Meta Inflação  
Preço do Risco Variavel

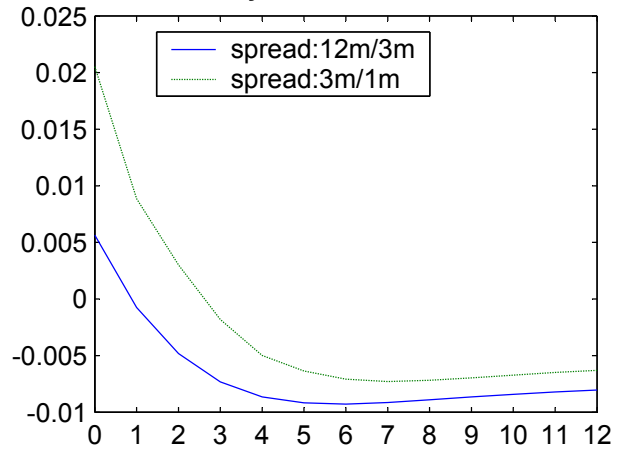


Fig.5A1:FIR-Var.Macro/Choque:Premio Risco  
Preço do Risco Constante

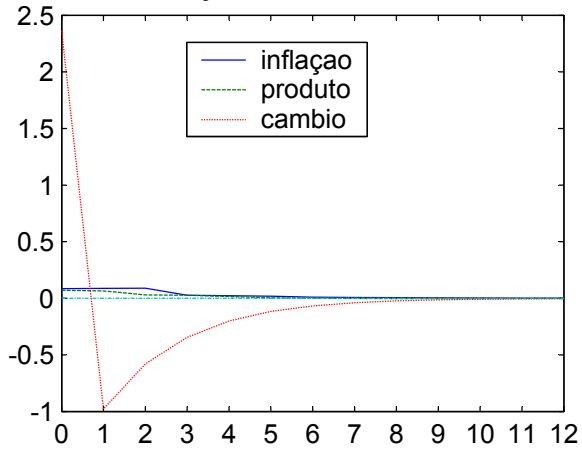


Fig.5B1:FIR-Var.Macro/Choque:Premio Risco  
Preço do Risco Variavel

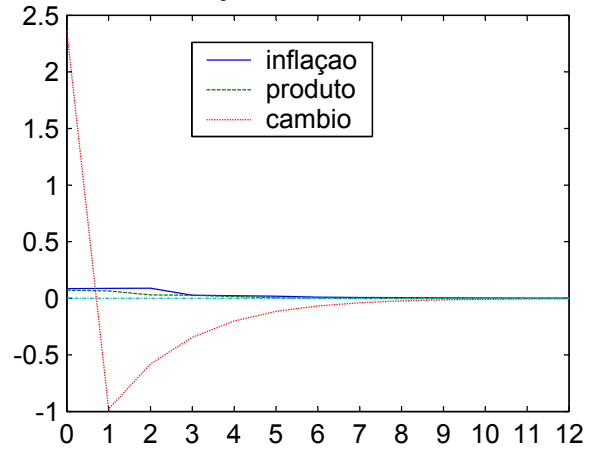


Fig.5A2:FIR-ET/Choque:Premio Risco  
Preço do Risco Constante

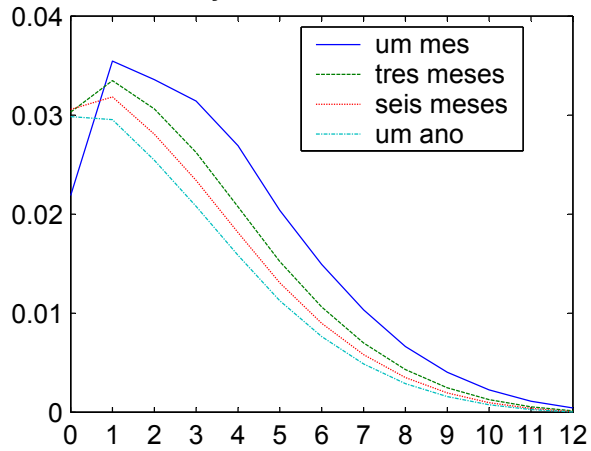


Fig.5B2:FIR-ET/Choque:Premio Risco  
Preço do Risco Variavel

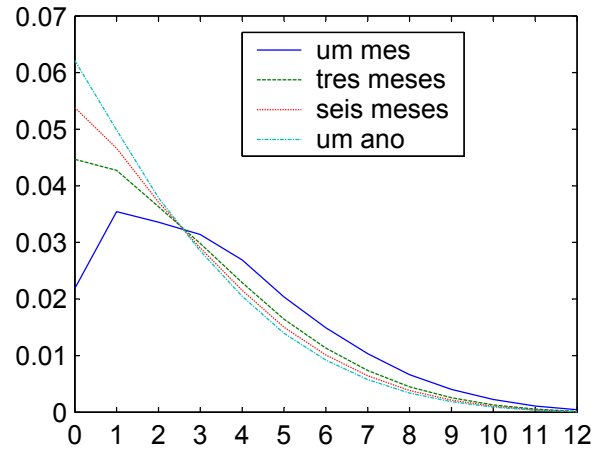


Fig.5A3:Impacto Inicial da ET/Choque:Pr.Risco  
Preço do Risco Constante

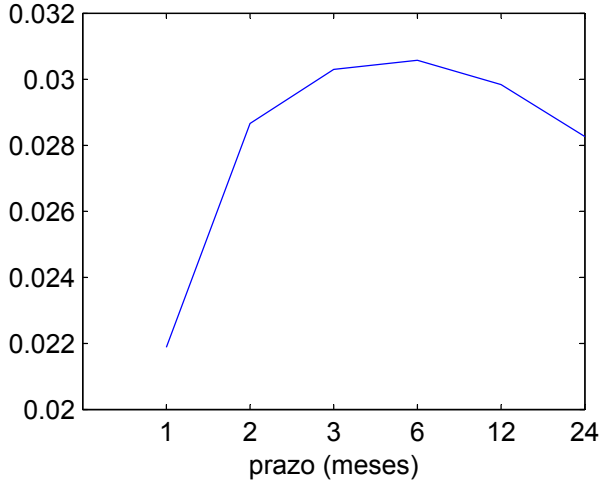


Fig.5B3:Impacto Inicial da ET/Choque:Pr.Risco  
Preço do Risco Variavel

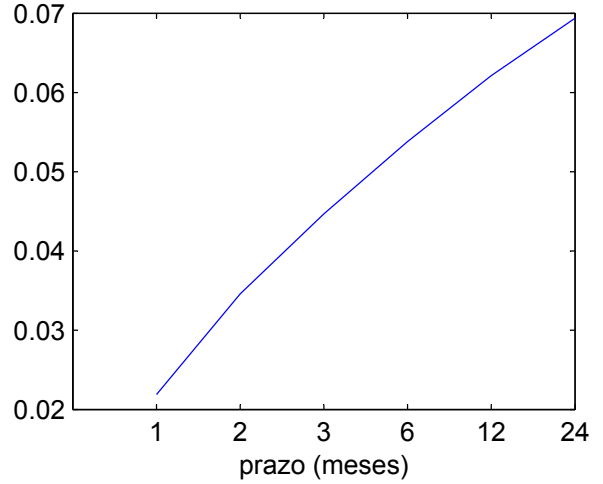


Fig.5A4:FIR do Spread/Choque:Premio Risco  
Preço do Risco Constante

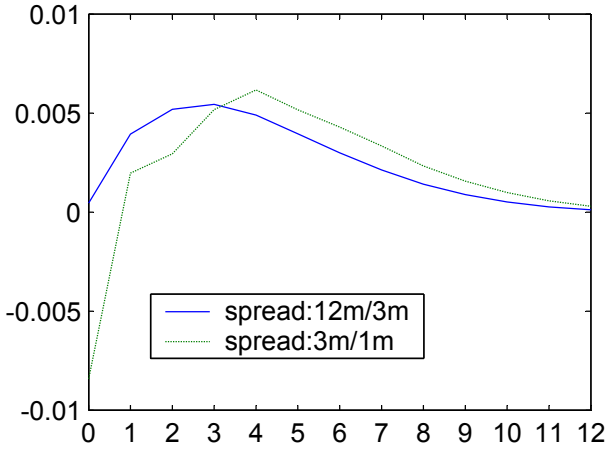


Fig.5B4:FIR do Spread/Choque:Premio Risco  
Preço do Risco Variavel

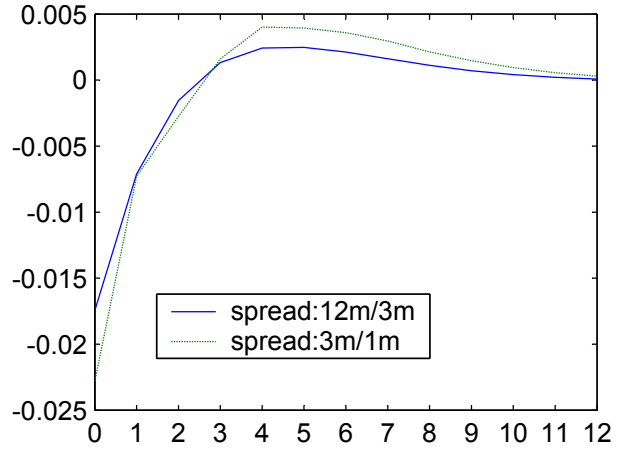




Fig.6A1:FIR-Var.Macro/Choque:Pol.Mon.  
Preço do Risco Constante

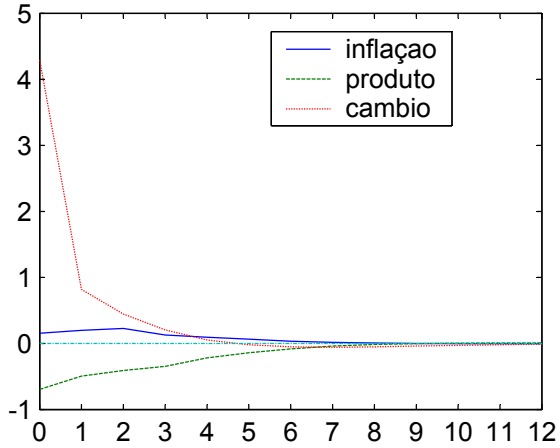


Fig.6B1:FIR-Var.Macro/Choque:Pol.Mon.  
Preço do Risco Variavel

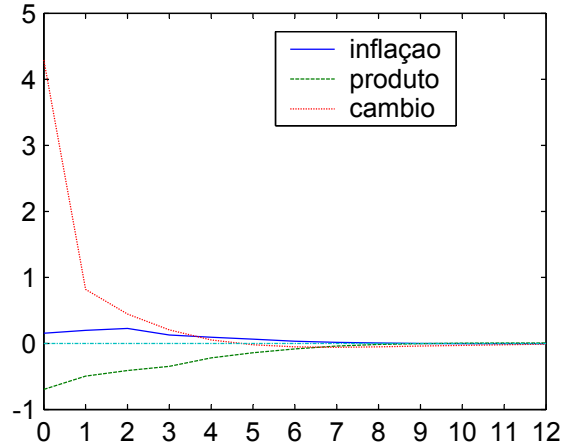


Fig.6A2:FIR-ET/Choque:Pol.Mon.  
Preço do Risco Constante

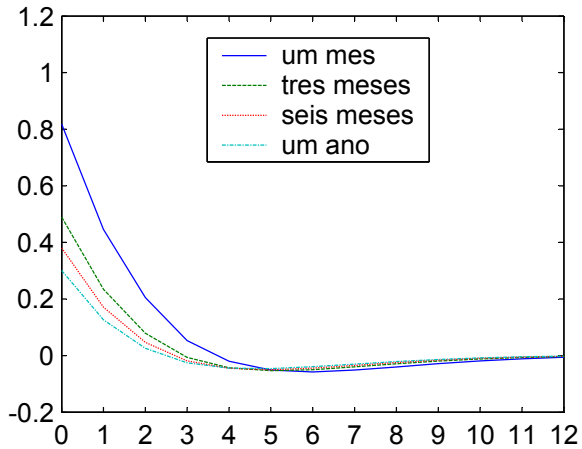


Fig.6B2:FIR-ET/Choque:Pol.Mon.  
Preço do Risco Variavel

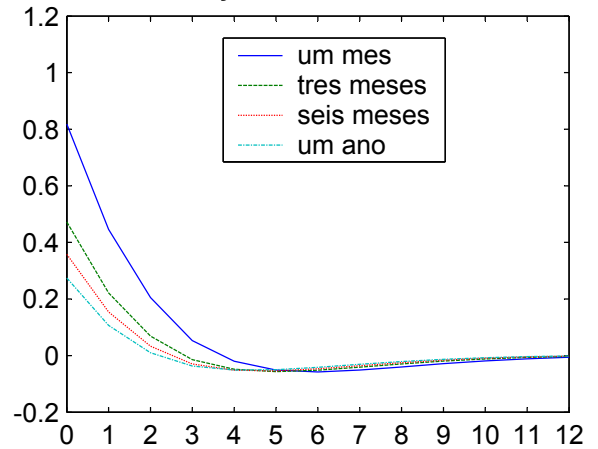


Fig.6A3: Impacto Inicial da ET/Choque:Pol.Mon.  
Preço do Risco Constante

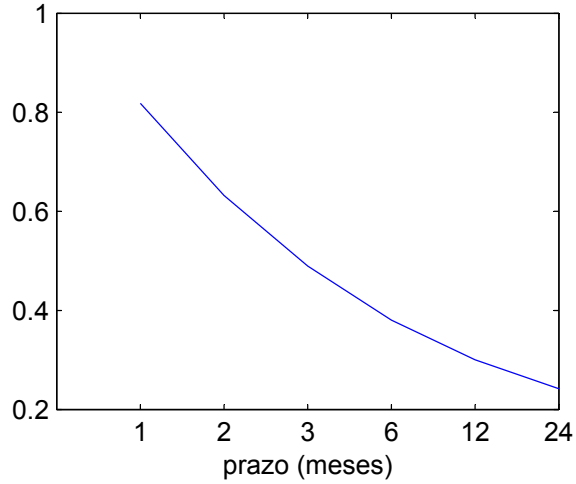


Fig.6B3: Impacto Inicial da ET/Choque:Pol.Mon.  
Preço do Risco Variavel

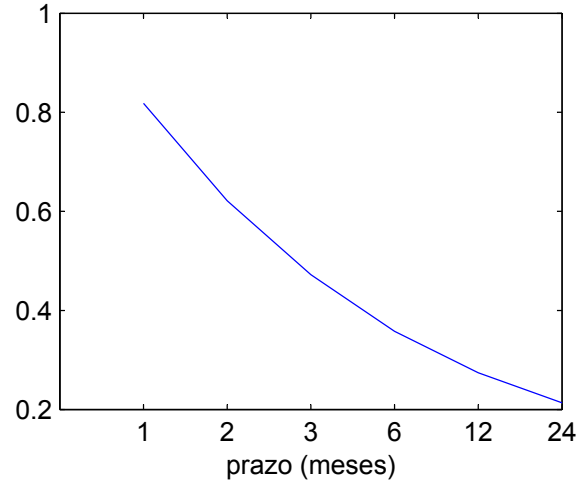


Fig.6A4: FIR do Spread/Choque:Pol.Mon.  
Preço do Risco Constante

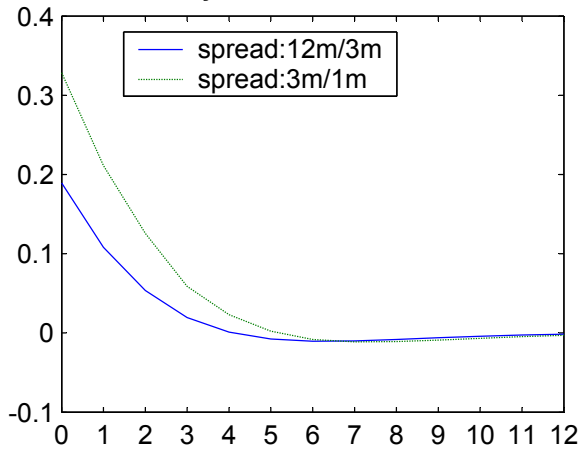
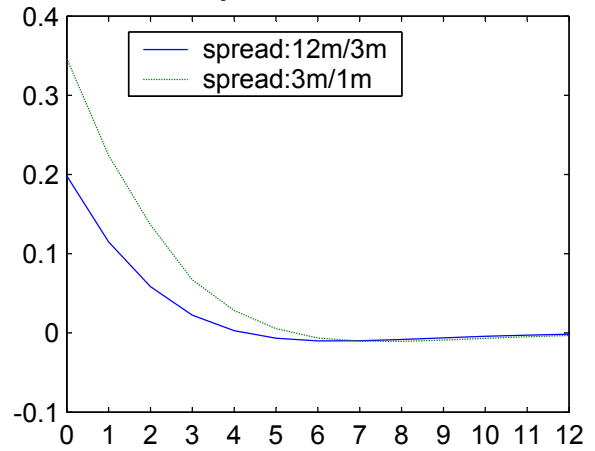
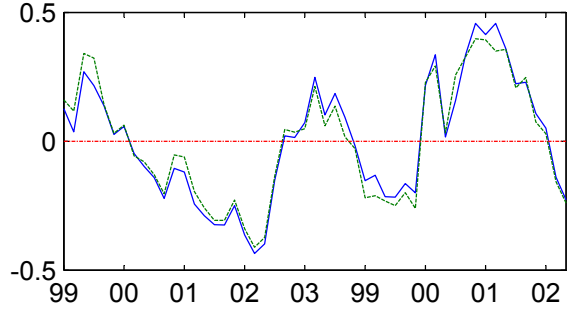
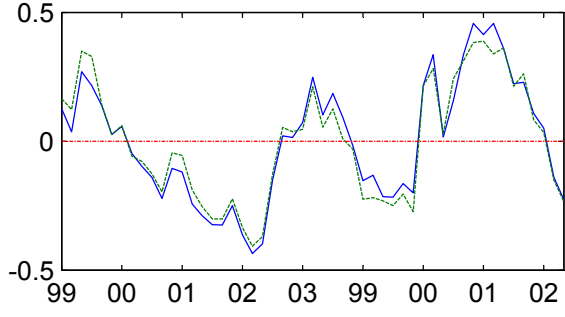
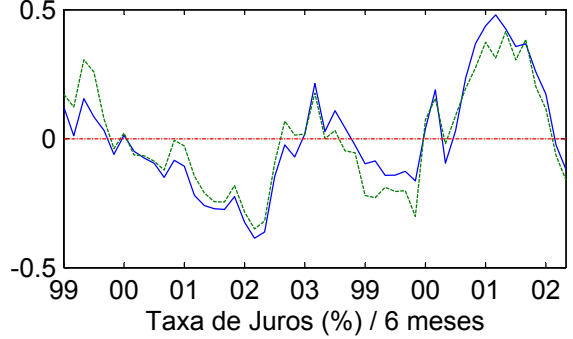
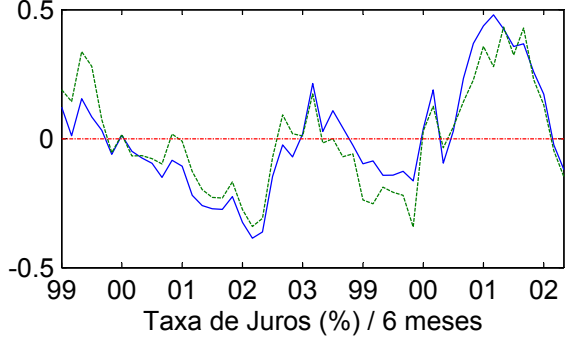
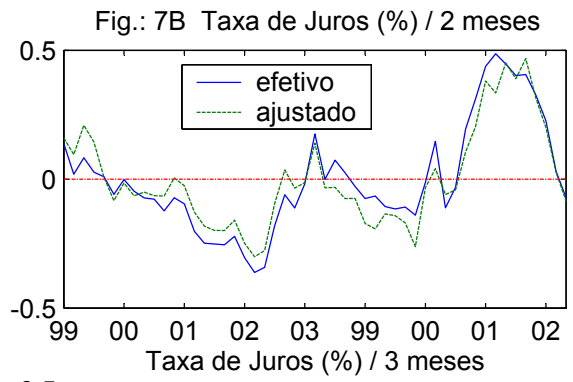
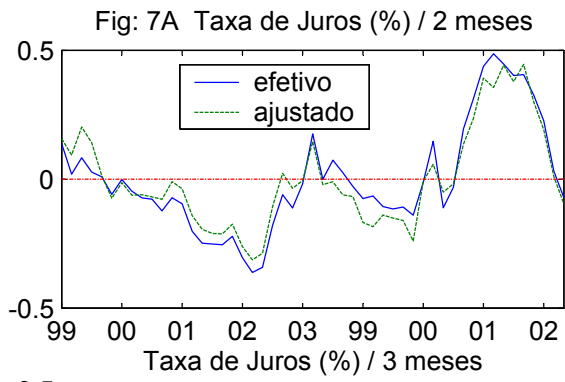


Fig.6B4: FIR do Spread/Choque:Pol.Mon.  
Preço do Risco Variavel





**Tabela 1: Estimativas dos Parâmetros**

<b>Curva de Phillips</b>										
$\gamma$	$\mu_\pi$	$\alpha_{\pi 1}$	$\alpha_{\pi 2}$	$\alpha_{\pi 3}$	$\alpha_{y 1}$	$\alpha_{y 2}$	$\alpha_{y 3}$	$\alpha_{e 2}$	$\alpha_{e 3}$	
0.8996*	0.003	0.520*	0.250*	0.238	0.667	0.644	0.622	0.330*	0.312*	
<b>Curva IS</b>										
$\mu_y$	$\beta_{y 1}$	$\beta_{y 2}$	$\beta_{y 3}$	$\beta_r$						
0.2333	0.230*	0.200*	0.022	0.65*						
<b>Paridade Não Coberta dos Juros</b>										
$\phi_E$	$\phi_x$									
0.0074	0.6151*									
<b>Função de Reação</b>										
$\rho_i$	$g_y$	$g_\pi$	$\rho_M$							
0.72*	0.08	0.92*	0.99*							
<b>Prêmio de Risco</b>										
$\pi$	$y$	$i^*$	$x$	$\pi^*$						
7.588	-5.308	0.903	0.114	-1.762						

Obs: (\*): Significante em 10%

## **EDITORIAL**

### **Coordenação**

Silvânia de Araujo Carvalho

### **Supervisão**

Helena Rodarte Costa Valente

### **Revisão**

André Pinheiro

Elisabete de Carvalho Soares

Lucia Duarte Moreira

Marcio Alves de Albuquerque

Marcos Hecksher

Míriam Nunes da Fonseca

Alejandro Augusto S. V. A. Poinho (estagiário)

Alessandra Senna Volkert

### **Editoração**

Carlos Henrique Santos Vianna

Joanna Silvestre Friques de Sousa

Roberto das Chagas Campos

Camila Guimarães Simas (estagiária)

## **COMITÊ EDITORIAL**

### **Secretário-Executivo**

Marco Aurélio Dias Pires

SBS – Quadra 1 – Bloco J – Ed. BNDES,

9º andar – 70076-900 – Brasília – DF

Fone: (61) 315-5090

Fax: (61) 315-5314

Correio eletrônico: madp@ipea.gov.br

### **Brasília**

SBS – Quadra 1 – Bloco J – Ed. BNDES,

9º andar – 70076-900 – Brasília – DF

Fone: (61) 315-5090

Fax: (61) 315-5314

Correio eletrônico: editbsb@ipea.gov.br

### **Rio de Janeiro**

Av. Nilo Peçanha, 50, 6º andar — Grupo 609

20044-900 – Rio de Janeiro – RJ

Fone: (21) 2215-1044 R. 234

Fax (21) 2215-1043 R. 235

Correio eletrônico: editrj@ipea.gov.br

Tiragem: 142 exemplares



# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)