

IMPLEMENTAÇÃO DA MODELAGEM ELÁSTICA PARA DETECÇÃO DE DEFEITOS  
POR ULTRA-SOM EM JUNTAS SOLDADAS DISSIMILARES

Carlos Eduardo Guedes Catunda

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE  
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE  
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO  
GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA METALÚRGICA E DE  
MATERIAIS.

Aprovada por:

---

Prof. João Marcos Alcoforado Rebello, D.Sc.

---

Prof. Djalma Manoel Soares Filho, D.Sc.

---

Prof. José da Rocha Miranda Pontes, D.Sc.

---

Prof. Orlando João Agostinho Gonçalves Filho, Ph.D.

---

Prof. Maurício Saldanha Motta, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

AGOSTO DE 2004

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

CATUNDA, CARLOS EDUARDO GUEDES

Implementação da Modelagem Elástica para Detecção de Defeitos por Ultra-som em Juntas Soldadas Dissimilares [Rio de Janeiro] 2004

VIII, 144 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Metalúrgica e de Materiais, 2004)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Simulação Numérica
2. Diferenças Finitas
3. Ultra-som
4. TOFD

I. COPPE/UFRJ II. Título ( série )

*À minha família,  
alicerce de minha vida*

*“Não podemos voltar atrás e fazer um novo começo,  
mas podemos recomeçar e fazer um novo fim”.*

*Ayrton Senna*

# Agradecimentos

Primeiramente agradeço a minha família por tudo que sou até hoje e por todos os ensinamentos que me foram concedidos; amo vocês demais, Papai, Mamãe e Michelle; e palavras jamais retratariam o que vocês significam para mim. À minha namorada Ludi; ao meu cunhado, Beto. Aos amigos do peito e aos adquiridos ao longo deste caminho. Todos vocês foram essenciais para minha caminhada ao longo desta estrada.

Aos professores Dr. João Marcos Alcoforado Rebello e D.Sc. Djalma Manoel Soares Filho, pela orientação; ofereço minhas considerações e respeito pelo apoio e disponibilidade no auxílio em trabalhos e nas resoluções dos mais diversos problemas. Agradeço também ao doutorando Cléberson do Laboratório de Mecânica Computacional, LAMEC, por todo incentivo e apoio na elaboração de um algoritmo consistente o qual foi a base dos ensaios numéricos deste estudo.

À Agência Nacional do Petróleo, ANP, pelo apoio financeiro.

Ao CENPES/PETROBRAS pelo fornecimento de parte do material utilizado, em especial ao D.Sc. Alexandre Pope e ao M.Sc. Sérgio Damasceno Soares pelo suporte técnico e atenção oferecidos.

Ao Instituto de Engenharia Nuclear, IEN, através do D.Sc. Carlos Alfredo Lamy, D.Sc. Marcelo de Siqueira Queiros Bittencourt e Ph.D. Orlando João Agostinho Gonçalves Filho; pela cessão dos conhecimentos e materiais necessários para os ensaios experimentais.

Ao professor D.Sc. José da Rocha Miranda Pontes, pelo incentivo e suporte nos problemas matemáticos e computacionais e também pela disponibilidade e paciência.

Ao professor D.Sc. Hamilton de Abreu, UFC, pela ajuda nos ensaios de orientação cristalográfica.

À bibliotecária Elizabeth de Serpa Pinto, da biblioteca central do Centro de Tecnologia, pelo empenho e ajuda na procura dos artigos mais complicados; certamente esta pesquisa teria sido mais difícil se não fosse a Beth.

À toda família do LABOEND, Laboratório de Ensaio Não Destrutivos, a qual ao longo destes anos não me faltou com o apoio em momento algum.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

IMPLEMENTAÇÃO DA MODELAGEM ELÁSTICA PARA DETECÇÃO DE DEFEITOS  
POR ULTRA-SOM EM JUNTAS SOLDADAS DISSIMILARES

Carlos Eduardo Guedes Catunda

Agosto / 2004

Orientadores: João Marcos Alcoforado Rebello  
Djalma Manoel Soares Filho

Programa: Engenharia Metalúrgica e de Materiais

A proposta deste estudo é verificar a viabilidade do emprego da simulação numérica do ensaio ultra-sônico do tempo de percurso da onda difratada (TOFD – *Time Of Flight Diffraction [do ingl.]*) pelo método das diferenças finitas, em estudos de juntas soldadas e modelos multicamadas, para o caso de *risers* rígidos revestidos internamente por Inconel. Dessa forma, podem-se avaliar os efeitos de um tipo de anisotropia, especificamente a isotropia transversa (sistema com simetria elástica hexagonal ou polar) na propagação de ondas em meios elásticos pela inspeção ultra-sônica. O algoritmo para construção do modelo e para aplicação do método das diferenças finitas foi criado em linguagem FORTRAN. A abordagem avaliada encontra-se no espaço bidimensional. Para a avaliação experimental têm-se juntas soldadas de aço carbono API 5LX-60 revestidas por Inconel 625 e defeitos artificialmente inseridos na solda de união. Os efeitos de interação das ondas com as descontinuidades do material mostram que a anisotropia pode comprometer as análises sobre os resultados obtidos. A partir da análise numérica foram levantadas as curvas de probabilidade de detecção (PoD) para defeitos de variadas dimensões e de diferentes localizações no interior do material. Análises adicionais estabeleceram os parâmetros mínimos para a detecção e o diagnóstico de defeitos.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

ELASTIC MODELLING IMPLEMENTATION FOR ULTRASONIC DEFECT DETECTION  
IN DISSIMILAR WELD JOINTS

Carlos Eduardo Guedes Catunda

August / 2004

Advisors: João Marcos Alcoforado Rebello  
Djalma Manoel Soares Filho

Department: Metallurgical and Materials Engineering

The aim of this study is to verify the viability of applying numerical simulation onto ultrasonic inspection using the time of flight diffraction technique (TOFD) with the finite difference method, for welded joints studies and multi-layered models, for the case of rigid risers with internal inconel clad. By these means, it is possible to evaluate the effect of a type of anisotropy, specifically the transversal isotropy (system with hexagonal or polar elastic symmetry) in wave propagation in elastic media by ultrasonic inspection. The algorithm for the model construction and application of the finite differences method was programmed in FORTRAN language. The whole analysis takes place in the bidimensional space. For the experimental evaluation it was considered welded API 5LX-60 carbon steel joints claded by Inconel 625 and artificially inserted defects in the union weld joint. The effect of wave interaction with the material's discontinuities showed that anisotropy can compromise the obtained results. Probability of detection curves (PoD) were determined by the numerical simulation for defects varying in size and in different locations of the material. Further analysis stabilised the minimum parameters required for defect detection and diagnosis.

# Sumário

<b>SUMÁRIO.....</b>	<b>VII</b>
<b>CAPÍTULO 1.....</b>	<b>1</b>
INTRODUÇÃO .....	1
<b>CAPÍTULO 2.....</b>	<b>4</b>
FUNDAMENTOS TEÓRICOS .....	4
2.1. <i>O Ensaio Ultra-sônico</i> .....	4
2.1.1. Tipos de Ondas Ultra-sônicas .....	5
2.1.2. Interação de Várias Classes de Ondas .....	10
2.2. <i>Princípios da Técnica do Tempo de Percurso da Onda Difrata</i> .....	11
2.2.1. Difração de Ondas Ultra-sônicas.....	12
2.2.2. Procedimentos para Aplicação da Técnica.....	13
2.2.3. Formação de Imagens .....	14
2.2.4. Posicionamento de Descontinuidades .....	15
2.2.5. Resolução da Técnica.....	17
2.2.6. Fatores Relevantes da Técnica .....	18
2.3. <i>Princípios da Elastodinâmica</i> .....	19
2.3.1. Descrição das Equações Constitutivas .....	19
2.3.2. Anisotropia Elástica .....	26
2.3.3. Velocidades de Propagação em Meios Anisotrópicos.....	34
2.3.4. Obtenção das Constantes Elásticas (o problema inverso) .....	38
2.4. <i>Metodologias Numéricas em Ensaios Ultra-sônicos</i> .....	43
2.4.1. Método das Diferenças Finitas .....	43
2.4.2. A Fonte .....	45
2.4.3. Formulações .....	46
2.4.4. Estabilidade e Controle de Dispersão.....	50
2.4.5. Condições de Contorno .....	52
<b>CAPÍTULO 3.....</b>	<b>55</b>
MATERIAIS E MÉTODOS .....	55
3.1. <i>Materiais Empregados</i> .....	56
3.1.1. Metal de Base – Aço ARBL API 5L X-60.....	56

3.1.2. Metal de Solda .....	60
3.2. <i>Metodologia Experimental</i> .....	66
3.2.1. Medição das Velocidades de Propagação.....	66
3.2.2. Obtenção das Constantes Elásticas.....	70
3.3. <i>Metodologia Numérica</i> .....	71
3.3.1. Características Físicas e Geométricas dos Modelos – Etapa I.....	71
3.3.2. Procedimentos de Propagação e Simulação – Etapa II.....	73
<b>CAPÍTULO 4.....</b>	<b>78</b>
ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS .....	78
4.1. <i>Modelo Homogêneo</i> .....	78
4.2. <i>Modelo da Junta Soldada Dissimilar</i> .....	83
<b>CAPÍTULO 5.....</b>	<b>125</b>
CONCLUSÕES .....	125
<b>APÊNDICE A .....</b>	<b>128</b>
LEI DE SNELL-DESCARTES – PARTICIONAMENTO .....	128
<b>APÊNDICE B .....</b>	<b>133</b>
HIERARQUIA DOS MEIOS ANISOTRÓPICOS .....	133
CÔMPUTO DAS CONSTANTES ELÁSTICAS .....	137
<b>APÊNDICE C .....</b>	<b>138</b>
SIMULAÇÃO DA PROPAGAÇÃO DE ONDAS.....	138
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>141</b>

# Capítulo 1

## Introdução

Em ensaios não destrutivos que utilizam a técnica ultra-sônica, a simulação computacional da propagação de ondas em sólidos tem sido aplicada para o estudo de fenômenos nas interações com os defeitos presentes no material. Os resultados podem fornecer importantes informações no que concerne à compreensão dos sinais observados durante o processo de ensaio. Materiais dissimilares dificultam o processo de inspeção, como é o caso de dutos marítimos (*risers*) rígidos revestidos internamente por um material distinto, onde este revestimento torna-se necessário, devido ao alto grau de agressividade dos materiais transportados pelos *risers*; geralmente utilizam-se ligas de níquel para a proteção. Em materiais de estrutura cúbica de face centrada (CFC), como o níquel, a propagação ultra-sônica é afetada pela anisotropia e pela estrutura cristalográfica. Ambos fatores dificultam a interpretação dos sinais oriundos do ensaio.

A formulação matemática da teoria de ondas, em sua forma geral, é bastante complexa. Para o cômputo numérico de sua propagação, diversas suposições podem ser realizadas, dependendo da aplicação, reduzindo o problema geral a uma formulação mais simples. O progresso da matemática aplicada abriu novas perspectivas na modelagem destes fenômenos e uma série de formulações da teoria de ondas, utilizando métodos numéricos distintos, já apresenta uma forma bastante acessível para visualização e compreensão dos resultados experimentais, como é o caso do procedimento de resolução das equações dinâmicas em meios elásticos pelo método das diferenças finitas.

A premissa básica deste método numérico está na redução de um problema físico por um processo de discretização, com um número finito de incógnitas, podendo ser solucionado, aproximadamente, pela transformação de equações diferenciais parciais que governam o fenômeno em um sistema finito de equações algébricas.

Os fatores microestruturais inerentes dos materiais anisotrópicos provocam uma certa dificuldade na interpretação dos sinais do ensaio. A anisotropia dos materiais CFC (Cúbico de Face Centrada), provocada pelo crescimento de grãos nas direções do fluxo térmico durante o processo de solidificação da solda, desvia as direções de propagação do feixe e da energia ultra-sônica. A estrutura anisotrópica do metal de solda possui grãos epitaxiais de forma alongada e colunar, ou seja, apresentam um crescimento numa direção cristalográfica preferencial. Desta forma, o comportamento da velocidade das ondas ultra-sônicas e da atenuação possuem também uma dependência na direção de propagação, ou seja, as velocidades são diferentes para cada direção.

A difração de ondas elásticas é um problema de suma importância com aplicabilidade em muitas áreas do conhecimento, incluindo, geofísica e ensaios não destrutivos (END). Os modelos matemáticos criados para a geofísica e sismologia sempre lidam com grandes regiões terrestres como corpos elásticos ou modelos multi-camadas. Em END ultra-sônico, o que geralmente se procura é a detecção de pequenos defeitos (não homogeneidades), que incluem porosidades, inclusões, falta de fusão, falta de penetração, mordedura e trincas. As reflexões, refrações, transmissões e difrações, devido a interação da onda ultra-sônica com os defeitos presentes, fornecem importantes informações sobre a integridade do material em teste, formando a base da inspeção ultra-sônica.

A simulação do ensaio ultra-sônico em meios multi-camadas e juntas soldadas representa uma ferramenta essencial para a previsão do comportamento da onda em materiais com defeitos intrínsecos, assim como seus respectivos fenômenos interativos. É, portanto, necessário a obtenção de um modelo numérico apropriado para o completo entendimento da propagação elástica de ondas, retroespalhamento e difração no caso mais geral. O procedimento de resolução das equações de ondas elásticas pelo método de diferenças finitas surge, então, como uma alternativa para a aplicação da simulação numérica na avaliação da integridade estrutural de juntas soldadas de sistemas de dutos marítimos (*risers*) revestidos.

A proposta deste estudo é verificar a viabilidade do emprego da simulação numérica do ensaio ultra-sônico do tempo de percurso da onda difratada (*Time Of Flight Diffraction [do ingl.] - TOFD*) pelo método das diferenças finitas em estudos de juntas soldadas e modelos multi-camadas, para o caso de *risers* rígidos revestidos internamente por Inconel. Desta forma, objetiva-se a avaliação dos efeitos de um tipo de anisotropia, especificamente a isotropia transversa (sistema com simetria elástica hexagonal ou polar), na propagação de ondas em meios elásticos pela inspeção ultra-sônica. Os efeitos de interação das ondas com as descontinuidades do material, no modelo computacional, devem ser comparados com as curvas

de probabilidade de detecção (PoD) para diferentes defeitos em dimensão e localização no interior do material. Para a avaliação experimental utilizou-se juntas soldadas de aço carbono API 5LX-60 revestidas por Inconel 625 e defeitos simulados na solda de união.

A partir do exposto acima, o trabalho que foi desenvolvido e relatado adiante pode ser sintetizado segundo seus principais objetivos, a seguir:

- Verificar a eficiência da simulação numérica na geração de sinais característicos de defeitos em comparação às técnicas experimentais empregadas;
- Avaliar a confiabilidade da utilização da simulação do ensaio ultra-sônico de TOFD na inspeção de tubulações, principalmente, *risers* rígidos revestidos internamente por Inconel;
- Demonstrar os diferentes tipos de comportamento da propagação de frentes de ondas em meios isotrópicos e anisotrópicos;
- Apresentar aplicações práticas da simulação numérica juntamente com os conceitos fundamentais de ensaios ultra-sônicos de TOFD;
- Contribuir para as recentes e freqüentes pesquisas que vêm sendo realizadas para implementação prática da simulação ultra-sônica, que embora já estejam avançadas em seus aspectos teóricos, ainda não estão totalmente fundamentadas em suas aplicações práticas.

# Capítulo 2

## Fundamentos Teóricos

### 2.1. O Ensaio Ultra-sônico

O princípio ultra-sônico é baseado no conceito da baixa absorção sonora dos materiais. A análise por ultra-som é um método não destrutivo de ensaio em que um feixe sônico de alta frequência é introduzido no material com o intuito de detectar falhas internas. O feixe que percorre o material é refletido por interfaces de defeitos internos e é detectado e analisado para determinar a existência e a localização de discontinuidades (SANTIN, 1996). As ondas ultra-sônicas refletidas pelas interfaces dependem do estado físico da matéria e das propriedades específicas do meio. O efeito de interação da onda sonora com a matéria é maior quanto menor for o comprimento de onda, isto significa dizer que as maiores interações ocorrem nas maiores frequências da onda, como mostra a Eq. 2. 1.

$$f = \frac{v}{\lambda} \quad \text{Eq. 2. 1}$$

Onde  $f$  é a frequência em [MHz];  $v$  é a velocidade das ondas sonoras no meio em [km/s] e  $\lambda$  é o comprimento de onda em [mm].

Um ensaio por ultra-som segue determinados passos para encontrar o diagnóstico de um determinado material. Para possível detecção de defeitos internos em materiais adota-se a seguinte classificação de procedimentos:

- Detecção de regiões refletoras;

- Localização de regiões refletoras;
- Avaliação das regiões refletoras;
- Diagnóstico das regiões refletoras (tipo de reflexão, orientação, dimensionamento, etc).

A designação “*região refletora*” geralmente é substituída por um operador de ultra-som, pelo termo “*descontinuidade*”. Esta denominação é definida como sendo uma “irregularidade do objeto em teste a qual supõe-se ser uma falha” (BERKE, 2000). Na realidade, somente após a localização, avaliação e o diagnóstico ter sido realizado, é que se pode determinar a existência ou não de uma falha.

Trincas, poros, falta de fusão e outras descontinuidades podem ser detectadas por ultra-som, pois geram uma interface sólido-gás de fácil detecção. Inclusões, falta de penetração e outras descontinuidades podem ser também detectadas por reflexão parcial ou espalhamento do feixe sônico, ou até mesmo pela produção de outros efeitos detectáveis (SILVA, 1999).

### 2.1.1. Tipos de Ondas Ultra-sônicas

Uma onda mecânica é uma perturbação que está relacionada aos deslocamentos de partículas no meio em relação às suas posições de equilíbrio carregando energia através do espaço de maneira que dependa tanto da posição como do tempo, provocando movimentos oscilatórios, de amplitudes limitadas, que resultam em mudanças de forma e volume nas porções afetadas por essas perturbações. Ondas de ultra-som são ondas mecânicas que consistem na oscilação de partículas atômicas ou moleculares de um material, em torno de sua posição de equilíbrio, e são classificadas em função da capacidade auditiva do homem. As ondas sonoras são aquelas em que suas frequências se situam em uma faixa de 20Hz a 20.000Hz e as ondas ultra-sônicas são aquelas com frequência superior a 20kHz, já as ondas com frequência inferior a 20Hz são denominadas de infra-som e, para frequência acima de 1GHz, usualmente, tem-se utilizado o nome de hiper-som (SANTIN, 1996).

O comportamento das ondas de ultra-som é o mesmo das ondas do intervalo audível; elas se propagam em meios elásticos, sejam eles sólidos, líquidos, ou gasosos, mas não se propagam no vácuo. A velocidade com que se movem nestes meios materiais e a taxa com que a amplitude e a energia decrescem durante a propagação são propriedades características do meio em que a onda está se movendo.

Qualquer onda mecânica é composta de oscilações de partículas discretas, no meio em que se propaga. A passagem de energia acústica pelo meio faz com que as partículas sejam desbalanceadas em relação ao seu estado de equilíbrio. Assumindo-se que o meio em estudo é elástico, ou seja, que as partículas que o compõem não estão rigidamente ligadas, podendo oscilar em qualquer direção, então as ondas acústicas são classificadas em várias categorias; dentre as mais conhecidas tem-se: ondas internas (ou ondas de corpo), ondas superficiais e ondas guiadas.

### Ondas Internas

Este tipo de ondas pode se propagar por toda a extensão dos corpos, sendo classificadas de acordo com a direção dos movimentos oscilatórios gerados pela sua propagação. São geralmente subdivididas em duas classes: ondas longitudinais e ondas transversais.

#### **Ondas Longitudinais**

As ondas longitudinais, Figura 2.1, são feixes cujas partículas do meio vibram na mesma direção da propagação da onda (ondas de pressão). A oscilação de tais ondas são descritas pela compressão e descompressão atômica do material, ou seja, uma alternância de compressões e distensões das partículas que compõem o meio, proporcionando alterações de volume sem alterar a forma (considerando as partículas como elementos cúbicos infinitesimais, os ângulos entre as arestas não se alteram). Essas ondas podem se propagar tanto em meios sólidos como fluídos e, quando comparadas aos outros tipos de ondas, apresentam pequenas amplitudes, períodos curtos e velocidades altas. A distância entre duas zonas de compressão determina o comprimento de onda.

Também denominadas compressionais, de rarefação, de dilatação, volumétricas, primárias ou, simplesmente, *P*. Quando se propagam em líquidos e gases, chamados meios acústicos e que só permitem a propagação de ondas *P*, recebem o nome de ondas de pressão.

#### **Ondas Transversais**

Uma onda transversal é observada quando as partículas do meio vibram na direção perpendicular ao de propagação, ou seja, com cisalhamentos ou rotações nestas direções, ocasionando alterações de forma (ângulos entre arestas dos elementos cúbicos infinitesimais se deformam) sem alterar o volume. Neste caso, são criados com a passagem da onda, picos e

vales decorrentes do movimento perpendicular ao de propagação das partículas. O comprimento de onda é justamente a distância entre dois picos ou dois vales. As ondas transversais, Figura 2.1, são incapazes de se propagarem nos líquidos e gases pela característica das ligações entre partículas destes meios e, quando comparadas às ondas *P*, mostram amplitudes e períodos maiores e velocidades mais baixas.

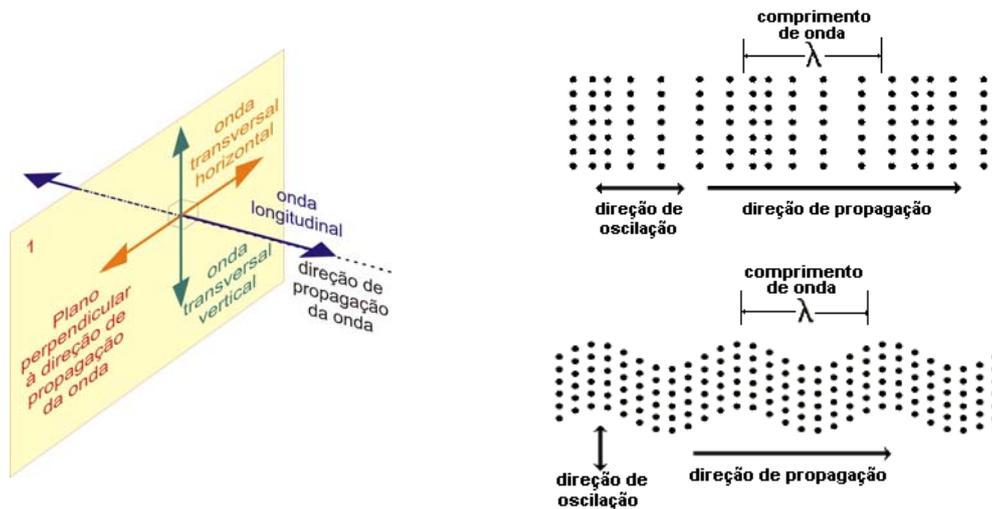


Figura 2.1. Esquema ilustrativo da direção de propagação das ondas longitudinais (*P*) e transversais (*S*); adaptado de ROSA FILHO, 2002.

Também chamadas cisalhantes, distorcionais, equívolumétricas, rotacionais, secundárias ou *S*.

Em relação ao deslocamento no plano perpendicular à direção de propagação, as ondas *S* podem subdividir-se em dois tipos: ondas SH, com deslocamentos na direção horizontal e ondas SV, com deslocamentos perpendiculares aos relacionados às ondas SH, direção vertical.

### Ondas Superficiais

As ondas superficiais são assim chamadas porque se propagam na superfície (e em suas proximidades) do material e fronteira dos corpos (sólidos ou líquidos). Podem ser classificadas como: ondas de *Rayleigh*<sup>1</sup>, de *Love*<sup>2</sup> e *Creeping*.

### **Ondas de Rayleigh**

<sup>1</sup> Físico inglês John William Strutt, conhecido como Lord Rayleigh (1842 - 1919).

<sup>2</sup> Matemático inglês Augustus Edward Hough Love (1863 - 1940).

As ondas Rayleigh se propagam nas superfícies livres do meio. Nelas, os deslocamentos ocorrem no plano que contém a direção de propagação da onda e são, simultaneamente, perpendiculares à superfície na qual a onda se propaga. Sua ocorrência está vinculada a finas camadas, de espessura equivalente a um comprimento de onda. Essas ondas resultam da combinação de deslocamentos longitudinais e transversais no referido plano, que acabam por conferir às partículas movimentos elípticos de propagação (*progradante* e *retrogradante*). Também chamadas *R*, *Rg*, *Lr* ou retrógradas.

A condição para ser gerado este tipo de onda pode ser calculada pela Lei de Snell-Descartes<sup>3</sup>, através do cálculo do segundo ângulo crítico (Apêndice A), que é aquele no qual a onda tangencia a superfície do material. Uma onda de Rayleigh pura somente provoca uma fina camada de oscilação. Segundo SANTIN (1996), a penetração da onda é na ordem de um comprimento de onda.

Uma característica marcante das ondas Rayleigh é que as amplitudes dos deslocamentos, que são bastante grandes nas superfícies em que se propagam, decrescem exponencialmente com o aumento da distância à superfície livre. As ondas Rayleigh apresentam ciclos de frequências e velocidades distintos que, quando comparadas aos outros tipos de ondas, apresentam períodos longos e velocidades de propagação próximas às das ondas S ( $\approx 0,9 v_S$ ).

### **Ondas de Love**

Quando a onda superficial se propaga sem nenhuma componente normal, isto é, paralela à superfície e os deslocamentos das partículas do meio são transversais à direção de propagação, tem-se uma onda de *Love*. Também chamadas *Lq* ou *Q<sup>4</sup>*. Ou seja, são ondas *SH* que se propagam em uma superfície ou interface.

As ondas de Love se propagam na superfície do meio somente se este estiver sobreposto a outro de velocidade de propagação mais alta. Os deslocamentos associados à sua propagação ocorrem no plano da referida superfície e são transversais à direção de propagação da onda. Admite-se que a origem das ondas Love está relacionada à energia oriunda de reflexões aprisionadas entre camadas superficiais do meio. Quando se propagam com períodos muito longos, são denominadas de ondas *L*.

---

<sup>3</sup> *Matemático francês René Descartes (1596 - 1650).*

<sup>4</sup> *Do alemão, Querwellen é o mesmo que ondas transversais.*

## **Ondas de Creeping**

De acordo com SANTIN (1996), as ondas de Creeping são ondas longitudinais que se propagam na superfície do material, geradas pela incidência de um feixe sobre o primeiro ângulo crítico de propagação (Apêndice A). Estas são fortemente atenuadas pois, a cada ponto em seu deslocamento, uma onda transversal é gerada e transmitida para o interior do material com um certo ângulo.

Existem transdutores projetados especialmente para produzir ondas de Creeping, utilizados principalmente para a detecção de descontinuidades superficiais e sub-superficiais em materiais diversos.

Em peças com superfícies paralelas, estas ondas transversais são novamente transformadas em ondas de Creeping no lado oposto, e desta forma é possível detectar descontinuidades na superfície oposta (SANTIN, 1996).

## Ondas Guiadas

As ondas guiadas são aquelas cuja propagação ocorre dentro de porções restritas do meio. Quando uma onda superficial possui o comprimento de onda próximo a espessura do material onde se propaga é chamada de onda de Lamb<sup>5</sup>. As ondas de Lamb estão associadas aos modos de ressonância natural das estruturas; sendo também conhecidas como ondas canalizadas ou cativas, e se referem às perturbações elásticas que se propagam num material sólido (chapa, placa, tubo, etc.) com as interfaces ou contornos livres. Nestas ondas, a movimentação da partícula ocorre tanto na direção de propagação (direção  $x$ ) quanto perpendicularmente (direção  $z$ ) ao comprimento do material, como mostrado na Figura 2.2. As características das ondas de Lamb dependem da densidade, propriedades elásticas, da estrutura e da espessura do material, além da frequência. Existem dois tipos básicos de ondas de Lamb: (i) Simétricas ou dilatacional e (ii) Assimétricas ou compressional.

As ondas de *Lamb* podem ser geradas a partir de ondas longitudinais, incidindo segundo um ângulo de inclinação em relação à superfície (SIQUEIRA, 2001).

---

<sup>5</sup> Físico alemão Johann Heinrich Lambert (1728 - 1777).

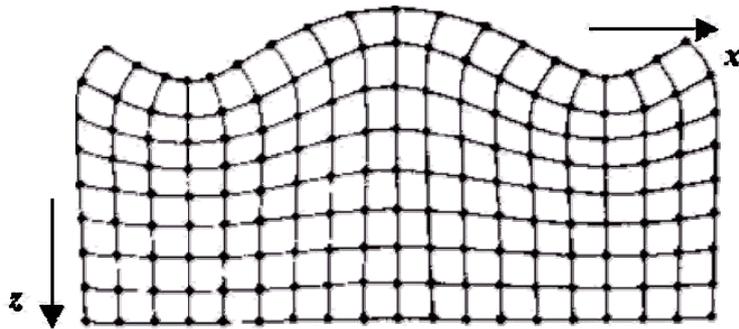


Figura 2.2. Representação da propagação de uma onda simétrica de Lamb, adaptado de SIQUEIRA, 2001.

### 2.1.2. Interação de Várias Classes de Ondas

Quando as ondas sônicas que percorrem um material atingem a interface com um segundo material, parte da energia incidente é refletida de volta para o primeiro meio e a energia restante é transmitida para o segundo meio. Se as impedâncias acústicas dos dois materiais forem iguais, não haverá reflexão e toda energia será transmitida; se as impedâncias forem muito diferentes, como por exemplo a interface metal-ar, haverá a predominância de reflexão. Esta característica é usada no ensaio por ultra-som para calcular as quantidades de energia refletida e transmitida por discontinuidades e, assim, determinar a natureza dos mesmos. O Apêndice A apresenta os índices que quantificam os fenômenos de refração e reflexão em meios particionados.

No instante em que a onda ultra-sônica atinge uma discontinuidade no material na qual ela percorre, todos fenômenos interativos de propagação de ondas ocorrem simultaneamente, como mostra a Figura 2.3.

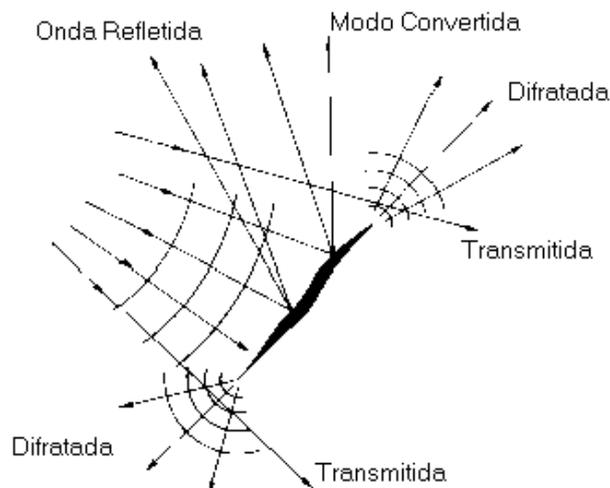


Figura 2.3. Fenômenos interativos da propagação da onda sobre uma descontinuidade; adaptado de SILVA, 1999.

Quando ocorrem associações entre duas ou mais classes de propagação de ondas de mesma fase aparente, diz-se que as ondas resultantes são ondas acopladas, como o caso de deslocamentos dos tipos de ondas *P* e *SV*, características de camadas de baixa velocidade, encaixadas entre camadas de velocidades mais altas.

Nos casos em que ocorrem conversões entre modos de propagação de ondas, as ondas resultantes recebem o nome de convertidas. O fenômeno da conversão de modo é um fator complicador porque gera uma variedade de ecos que dificultam a distinção dos sinais difratados pelas pontas da trincas (CATUNDA, 2002). Para evitar este tipo de problema utilizam-se ondas longitudinais incidentes, de modo que os ecos das ondas difratadas ocorram bem antes dos sinais com modo convertido (SILVA, 1999). Isto é possível graças a diferença de velocidade entre as ondas transversal e longitudinal.

## 2.2. Princípios da Técnica do Tempo de Percurso da Onda Difratada

A técnica do tempo de percurso da onda difratada TOFD (*Time Of Flight Diffraction [do ingl]*) foi primeiramente descrita por Maurice G. Silk em 1975. Até então, a detecção e o dimensionamento de descontinuidades em materiais por técnicas ultra-sônicas utilizavam somente a amplitude do eco obtido e a relacionava diretamente com a dimensão da

descontinuidade. A possibilidade de se utilizar a diferença entre os tempos de percurso dos sinais ultra-sônicos que são difratados pelas pontas superiores e inferiores dos defeitos como referência para seu dimensionamento abriu um novo horizonte às inspeções ultra-sônicas. Dificuldades encontradas na inspeção de materiais metálicos com o método radiográfico, como a detecção de trincas paralelas ao feixe de raios-x, estão sendo superadas com a utilização dessa técnica (SILVA, 1999). O problema da geometria inadequada para o ensaio radiográfico vem também sendo solucionado, pois a técnica TOFD incide um feixe ultra-sônico inclinado em relação a superfície de inspeção no interior do material.

Atualmente, as técnicas mais difundidas que utilizam medidas do tempo da onda difratada são: a técnica do tempo de percurso da onda difratada para inspeção de juntas soldadas em tubulações; e a técnica da conversão de modo da onda superficial para detecção e dimensionamento de trincas superficiais nos metais (CATUNDA, 2002).

A técnica TOFD viabiliza análises em campo, proporcionando aos inspetores uma maneira rápida e fácil de se detectar e dimensionar defeitos em materiais emitindo relatórios instantâneos de peças e juntas soldadas. Baseada no dimensionamento da altura do defeito a partir do intervalo de tempo entre a difração da onda em suas extremidades, esta técnica adequa-se ao processo de automação da inspeção aliando rapidez e precisão, podendo em alguns casos, substituir a radiografia convencional.

### 2.2.1. Difração de Ondas Ultra-sônicas

A origem da difração está na superposição das vibrações originadas em cada ponto de uma frente de onda. Cada frente de onda é um conjunto de fontes de vibração que se propagam para diante, e da superposição das vibrações originadas em cada ponto dessa frente é que se forma a frente de onda vizinha. Em condições normais, o processo se desenvolve de modo que a forma das frentes de onda é preservada durante a propagação. Assim quando uma onda sônica encontra em seu percurso uma descontinuidade, além da reflexão sofrida por uma parte da onda, a difração permite que a mesma “contorne” o defeito, e continue se propagando, além dele.

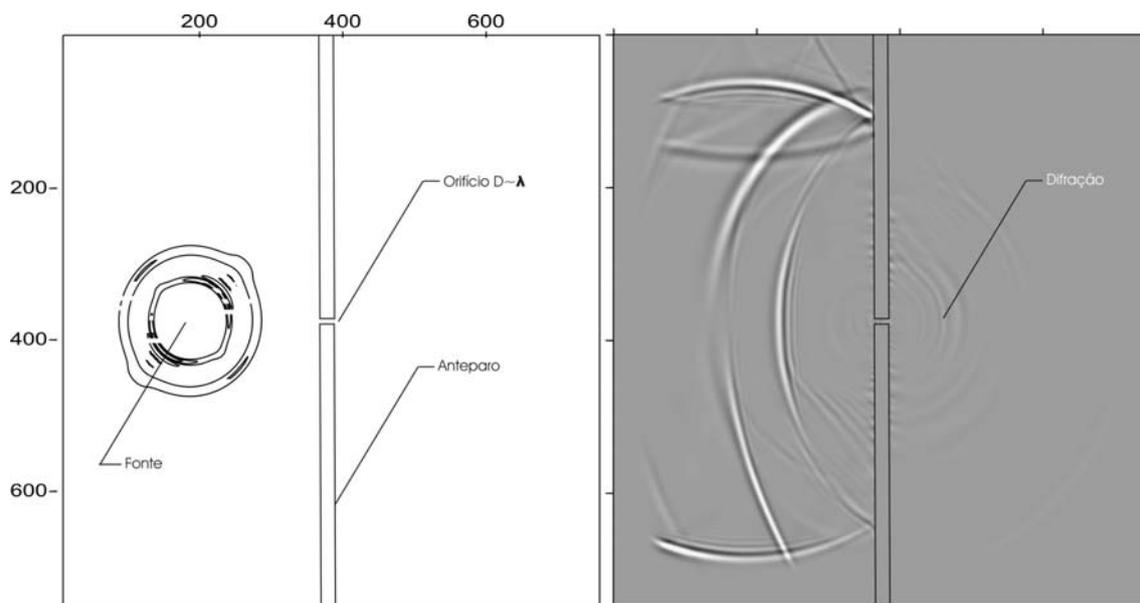


Figura 2.4. Simulação didática do fenômeno de difração.

O fenômeno da difração pode ser melhor visualizado na simulação didática realizada pelo autor, Figura 2.4, onde uma onda se propaga de encontro a um anteparo com um orifício de diâmetro equivalente a um comprimento de onda (condição básica para ocorrência da difração).

### 2.2.2. Procedimentos para Aplicação da Técnica

A Técnica *TOFD* baseia-se na medida precisa do tempo de chegada dos pequenos sinais difratados pelas pontas dos defeitos (TEMPLE, 1984). As difrações são separadas no espaço, logo suas recepções são separadas no tempo, Figura 2.5, esta diferença em tempo pode ser usada para localizar e dimensionar a trinca.

A Figura 2.5, ilustra um arranjo típico para *TOFD*. Dois transdutores, um emissor e outro receptor, são posicionados alinhados um em cada lado do defeito, de tal modo que este esteja totalmente dentro da área sonificada pelo emissor. Quatro sinais básicos serão detectados pelo receptor: (1) onda lateral que se propaga pela superfície e tem o menor tempo de percurso. Esta onda não é verdadeiramente do tipo superficial já que a sua amplitude não decai exponencialmente com a profundidade do material (SILVA, 1999); (2) onda difratada pela ponta superior do defeito; (3) onda difratada pela ponta inferior do defeito; e (4) onda refletida pela superfície do fundo do material (“*back wall echo*”).

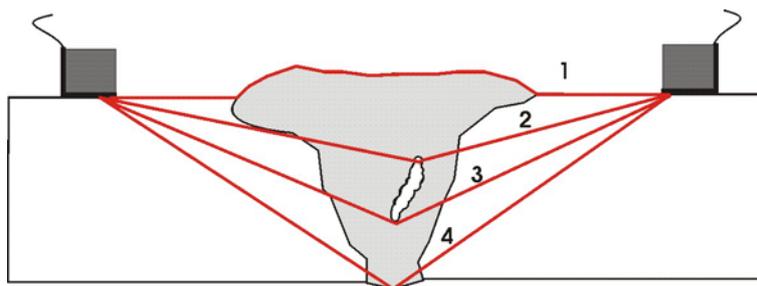


Figura 2.5. Arranjo típico da técnica TOFD convencional.

O tempo de percurso da onda difratada é usado para testes não destrutivos em tubulações e vasos de pressão devido às vantagens sobre a técnica de Pulso-Eco: velocidade, objetividade, repetitividade, e insensibilidade às condições das superfícies de solda. A técnica do tempo de percurso da onda difratada é frequentemente usada para dimensionar as discontinuidades após elas terem sido detectadas por outro método ultra-sônico. O método da difração determina com precisão o comprimento e profundidade de trincas superficiais e internas. Contudo, a aplicabilidade da técnica pode ser limitada porque a ponta inferior da trinca pode não difratar energia suficiente para ser detectada.

Vários autores, em suas experiências, utilizando a técnica do tempo de percurso da onda difratada, perceberam que em defeitos como trincas comprimidas ou com líquidos aprisionados, a onda sônica consegue atravessá-la sem perder muito de sua energia e até praticamente sem sofrer os efeitos da interação onda-defeito. Isso causa um erro no dimensionamento de tais discontinuidades, e o que é pior, tende a subestimá-las.

### 2.2.3. Formação de Imagens

A onda lateral (de superfície) passa pelo menor caminho entre os transdutores num ensaio por TOFD, conseqüentemente seu tempo de percurso será menor, dessa forma o tempo de percurso é crescente para ondas que atingem profundidades maiores em relação à superfície de inspeção. A Figura 2.6a mostra um típico ecograma (A-Scan) de uma onda incidente sobre uma trinca. O primeiro eco a surgir corresponde à onda lateral (de superfície), que é gerada pelas bordas do feixe do transdutor transmissor e que corre paralela a superfície do material. A importância deste sinal é que pode ser usado como referência para medida de tempo de outras ondas. O segundo sinal é o eco correspondente às difrações da ponta da trinca, logo após surgirá o eco de fundo ou algum dos múltiplos sinais gerados pela conversão de modo da onda. Quando se utiliza ondas longitudinais, os ecos referentes às ondas lateral, difratada e da reflexão do fundo vêm primeiro destacando-se das ondas modo convertido. Já com a utilização de ondas

transversais, ocorrerá uma mistura e sobreposição de ecos da onda transversal com os modos convertidos, o que torna difícil a distinção do sinal difratado. Embora se possa usar ondas transversais para o dimensionamento de trincas, a sua utilização para formação de imagens fica inviabilizada, pois não seria possível distinguir o eco difratado transversal dos demais.

Para formação de imagens ultra-sônicas é necessário que estes sinais básicos chamados de A-Scan, sejam arranjados lado-a-lado em intervalos de tempo relativamente pequenos e sejam atribuídos aos sinais, tons de cores ou cinzas em função de suas amplitudes. Estas imagens são chamadas de D-Scan, Figura 2.6b, convencionadas assim pelo movimento perpendicular dos transdutores em relação ao plano do feixe sônico.

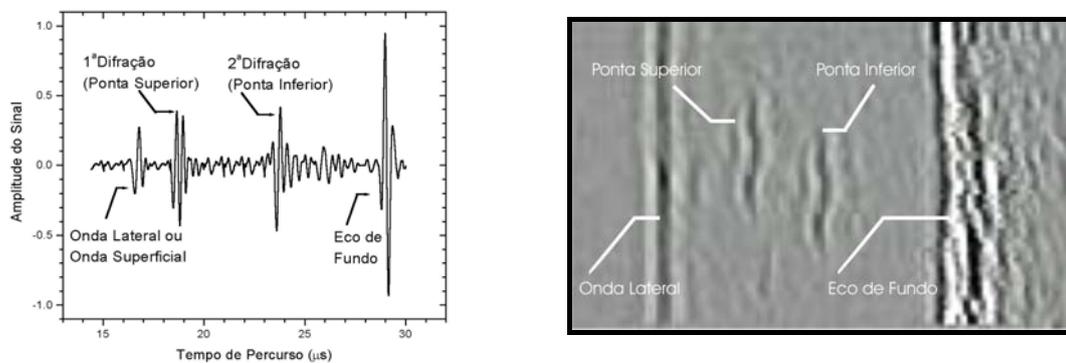


Figura 2.6. Sinais obtidos em um sinal de TOFD convencional de um defeito no interior da solda; (a) Ecograma do tipo A-Scan, (b) Imagem do tipo D-Scan.

#### 2.2.4. Posicionamento de Descontinuidades.

A técnica utiliza-se da medida do tempo percorrido pela onda difratada pela ponta da trinca para o seu posicionamento e dimensionamento. A Figura 2.7, mostra o arranjo utilizado para inspeção, onde dois transdutores angulares são utilizados no modo transmissão-recepção.

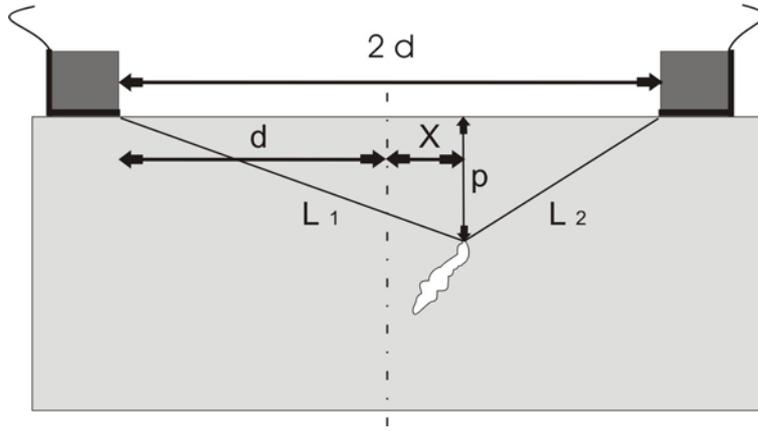


Figura 2.7. Dimensões básicas em um arranjo TOFD convencional.

$$L_1^2 = p^2 + (d + X)^2 \quad \text{Eq. 2. 2}$$

$$L_2^2 = p^2 + (d - X)^2 \quad \text{Eq. 2. 3}$$

Como os percursos  $L_1$  e  $L_2$ , descritos pelas Eq. 2. 2. e Eq. 2. 3. são oblíquos, a relação entre o atraso da onda difratada e a profundidade da ponta da trinca ou a espessura da peça não é linear, mas é bem definida, de modo não haver dificuldades em calcular a sua altura e profundidade. Movimentando o par de transdutores lateralmente, sem alterar a distância  $2d$  entre eles, o tempo total de atraso da onda nas pontas mudará, de acordo com a relação descrita pela Eq. 2. 4.

$$v \times t = \left[ p^2 + (d + X)^2 \right]^{1/2} + \left[ p^2 + (d - X)^2 \right]^{1/2} \quad \text{Eq. 2. 4}$$

Onde  $v$  é a velocidade da onda,  $t$  é o tempo de percurso da onda no material e  $d$  corresponde à metade da distância entre transdutores. Diferenciando a expressão Eq. 2. 4 com relação ao deslocamento lateral  $X$ , observa-se que o menor atraso ocorre quando a ponta da trinca está exatamente no ponto central entre os transdutores. A Eq. 2. 5 fica, então, formulada como se segue.

$$v \times t = 2 \times \left[ p^2 + d^2 \right]^{1/2} \quad \text{Eq. 2. 5}$$

A expressão para a profundidade  $p$  da ponta da trinca é dada pela Eq. 2. 6.

$$p = \left[ \left( \frac{v \times t}{2} \right)^2 - d^2 \right]^{1/2} \quad \text{Eq. 2. 6}$$

Neste caso é considerado apenas o tempo de trânsito da onda no material e a distância entre os pontos de saída do feixe nos transdutores. É desconsiderado o tempo de percurso da onda dentro dos transdutores. O posicionamento em relação à superfície de inspeção e o tamanho dos defeitos é relacionado com o tempo em que a onda leva para passar por três pontos, a origem onde ela é gerada (transdutor emissor), local da difração na descontinuidade e o transdutor receptor.

### 2.2.5. Resolução da Técnica.

Diferenciando ambos os membros da Eq. 2. 6, obtém-se uma expressão para o erro  $\Delta p$  na profundidade da ponta da trinca para um dado erro no tempo de percurso medido ( $\Delta t$ ), Eq. 2. 7.

$$\Delta p = \left( \frac{v \times \Delta t}{2} \right) \times \left[ 1 + \left( \frac{d}{p} \right)^2 \right]^{1/2} \quad \text{Eq. 2. 7}$$

Tem-se que a resolução da técnica é função da resolução temporal ( $\Delta t$ ). A resolução temporal pode ser entendida como o menor intervalo de tempo que podemos medir no sistema, e está associada ao comprimento do pulso. Sistemas com pulsos estreitos, transdutores de alta frequência, terão maior resolução. A Eq. 2. 7, também permite concluir que o erro da localização estimada da ponta do defeito diminui com a profundidade, ou seja, defeitos próximos à superfície serão dimensionados com menor precisão. A distância entre transdutores ( $2d$ ) também pode ser usada para melhorar a resolução da técnica, bastando para isto reduzi-la. Neste caso o fator limitante passa a ser a intensidade do sinal difratado.

TEMPLE (1984), calculou a resolução da técnica, na direção da espessura, para uma trinca vertical situada a meia distância entre transdutores, como função do ângulo  $\theta$  entre o feixe e a normal a superfície, Eq. 2. 8.

$$\Delta p = \frac{v_p \times \Delta t}{2 \cos \theta} \quad \text{Eq. 2. 8}$$

Onde  $v_p$  é a velocidade longitudinal da onda. Considerando uma resolução temporal ( $\Delta t$ ) de 50ns e uma velocidade de 5900 m/s, tem-se que o erro espacial pode ser matematicamente representado pela Eq. 2. 9.

$$\Delta p = \frac{0,15}{\cos \theta} \quad [mm] \quad \text{Eq. 2. 9}$$

Da Eq. 2. 9, para a resolução da técnica TOFD, pode-se observar que ângulos de incidência baixos permitem dimensionar trincas menores. A Eq. 2. 8 fornece apenas valores teóricos para a resolução da técnica. Experimentalmente, transdutores de 60° são os que tem o melhor desempenho.

## 2.2.6. Fatores Relevantes da Técnica

### Relação sinal / ruído

Os sinais difratados são de pequena amplitude apresentando em geral uma relação sinal/ruído muito baixa, o que dificulta distinguir entre sinais difratados e defeitos de sinais dispersos no material. A utilização de médias de sinais num mesmo ponto acentuam sinais fracos oriundos das descontinuidades facilitando a visualização dos defeitos quando as imagens são construídas.

### Posição do defeito x superfície de inspeção

A posição angular do defeito em relação a superfície de inspeção influirá na amplitude do sinal difratado e no dimensionamento do defeito. Uma forte difração da ponta de um defeito plano é esperada quando este estiver perpendicular ao plano de incidência.

Quando a descontinuidade está muito próxima a uma das superfícies do material, o seu eco sobrepõe-se ao eco da onda lateral ou ao eco da reflexão do fundo, não permitindo distinguir a diferença de tempo entre eles. Estabelece-se então uma região, chamada de zona morta<sup>6</sup>, onde não é possível detectar qualquer defeito que ali possa existir. A zona morta é função da resolução entre dois ecos e é esperado que frequências mais altas, por propiciarem ecos mais estreitos, forneçam também uma zona morta menor. Na prática, o conhecimento do tamanho da

zona morta serve para determinar a região passível de inspeção pela técnica de TOFD e orientar na escolha da distância de separação entre transdutores.

### Posição do defeito em relação aos transdutores

Usualmente a técnica TOFD é executada com os dois transdutores simetricamente dispostos em relação ao defeito porém, deve-se considerar a impossibilidade em alguns casos práticos de adotar tal geometria ou erros de posicionamento dos transdutores durante a inspeção.

## 2.3. Princípios da Elastodinâmica

### 2.3.1. Descrição das Equações Constitutivas

Quando um meio elástico é excitado mecanicamente, perturbações se propagam através deste. Neste processo os elementos do meio são deformados e as perturbações são transmitidas de um ponto a um outro adjacente na forma de vibração mecânica ou ondas. As equações de movimento para um meio sólido elástico são dadas em termo desse deslocamento de partículas.

Em relação ao comportamento da distribuição das propriedades físicas, os meios podem ser classificados segundo ROSA FILHO (2002):

- homogêneos: quando as propriedades físicas são as mesmas em qualquer porção do meio e
- heterogêneos: quando as propriedades físicas são dependentes da posição em que são observadas no meio.

Já em relação ao comportamento das propriedades físicas, em função da direção de propagação das ondas, os meios podem ser classificados principalmente em: anisotrópicos triclinico, monoclinico, ortorrômbico, tetragonal, trigonal, hexagonal, cúbico e isotrópico (AULD, 1973). As classificações extremas são os meios totalmente anisotrópicos e os totalmente isotrópicos, e as demais categorias são classificações intermediárias.

---

<sup>6</sup> Região na qual não existe confiabilidade de inspeção devido a flutuações nos sinais de resposta que prejudicam a interpretação do sinal.

- isotrópicos: se as propriedades físicas são as mesmas para qualquer direção, e
- anisotrópicos: se as propriedades físicas são dependentes da direção de propagação.

Para se estudar o problema, o primeiro passo é o estudo da teoria de movimento deste meio e conseqüentemente a sua equação dinâmica. Esta, escrita em termo do vetor deslocamento de partículas  $u(x,y,z,t)$ .

A perturbação acústica de um meio vibrante pode ser caracterizada pelos campos de deslocamento  $u(x,y,z,t)$  e deformação  $\epsilon(x,y,z,t)$ ; e as forças associadas a esta perturbação são caracterizadas pelo campo de tensões  $\sigma(x,y,z,t)$ , forças de corpo  $F(x,y,z,t)$  e torques  $T(x,y,z,t)$  associados.

Na seqüência de uma análise acústica, o deslocamento de uma partícula  $u(x,y,z,t)$  deve ser relacionado com as forças e torques aplicados,  $F$  e  $T$ , e com as tensões elásticas,  $\sigma$ , envolvidas pela aplicação das leis dinâmicas da mecânica do contínuo.

As forças trativas aplicadas nos contornos do corpo são descritas em termo do campo de tensões,  $\sigma$ , Eq. 2. 10, com  $\tilde{n}$  tido como o vetor unitário perpendicular no sentido externo ao contorno.

$$\sigma_n = \sigma \cdot \tilde{n} \quad \text{Eq. 2. 10}$$

Em um corpo vibrante de forma arbitrária, com volume  $\delta V$  e superfície  $\delta S$ , as forças associadas à sua vibração são forças de corpo ( $F \cdot \delta V$ ) e forças trativas aplicadas à sua superfície pela vizinhança. As forças de superfície atuantes no corpo se tornam então  $\int_{\delta S} \sigma \cdot \tilde{n} \, dS$ , e a segunda lei de *Newton* mostra-se como a Eq. 2. 11.

$$\int_{\delta S} \sigma \cdot \tilde{n} \, dS + \int_{\delta V} F^* \, dV = \int_{\delta V} \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \, dV \quad \text{Eq. 2. 11}$$

Onde  $\rho$  é a densidade de massa<sup>7</sup> do meio e  $F^*$  representa a densidade de forças de corpo.

Considerando-se um volume infinitesimal, o integrando da integral volumétrica da Eq. 2. 11, permanece constante, Eq. 2. 12.

$$\frac{\int_{\delta S} \sigma \cdot \tilde{n} \, dS}{\delta V} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - F \quad \text{Eq. 2. 12}$$

O limite matemático do primeiro termo da Eq. 2. 12,  $\delta V \rightarrow 0$ , é definido como o divergente da tensão envolvida, representado simbolicamente<sup>8</sup> pela Eq. 2. 13.

$$\nabla \cdot [\sigma] = \lim_{\delta V \rightarrow 0} \frac{\int_{\delta S} \sigma \cdot \tilde{n} \, dS}{\delta V} \quad \text{Eq. 2. 13}$$

Este limite, transforma-se na equação de movimento de um meio vibrante, Eq. 2. 14.

$$\nabla \cdot [\sigma] = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - F \quad \text{Eq. 2. 14}$$

Que pode ser escrito compactamente em coordenadas *Cartesianas*<sup>9</sup>, Eq. 2. 15.

$$\begin{aligned} (\nabla \cdot \sigma)_i &= \frac{\partial}{\partial_j} \sigma_{i j} \\ \frac{\partial}{\partial_j} \sigma_{i j} &= \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - F_i \end{aligned} \quad \text{Eq. 2. 15}$$

A equação, Eq. 2. 16, é uma forma de expressar a segunda Lei de Newton, sobre um campo de tensões e na ausência de forças de corpo, no domínio da mecânica do contínuo. O divergente do

---

<sup>7</sup> *Variações no volume da partícula devido à deformação acarretam mudanças de primeira ordem na densidade de massa. Estas devem ser consideradas em análises não lineares porém, podem ser desprezadas em aproximações linearizadas.*

<sup>8</sup> *O divergente da tensão deve ser escrito como  $\nabla \cdot \sigma$ , entretanto para todos problemas apresentados aqui,  $\sigma_{i,j} = \sigma_{j,i}$ . Sobre estas condições  $\nabla \cdot \sigma = \sigma \cdot \nabla$*

<sup>9</sup> *Esta equação freqüentemente aparece na literatura como  $\sigma_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i - F_i$ , onde o duplo ponto sobre  $\ddot{u}_i$  denota a segunda derivada com respeito ao tempo.*

tensor de tensões  $\sigma_{ij, j}$  está assim relacionado com as acelerações. Os índices  $i, j$  recebem os valores 1,2,3 que em coordenadas Cartesianas correspondem aos eixos  $x, y, z$ , respectivamente.

$$\sigma_{ij, j} = \rho \ddot{u}_i \quad \text{Eq. 2. 16}$$

Onde  $\rho$  é a densidade do sólido e  $\ddot{u}_i$  a aceleração da partícula na direção  $i$ ; o duplo ponto denota a segunda derivada parcial temporal do vetor deslocamento da partícula e a vírgula representa uma derivação em relação ao índice que a sucede, no caso a direção  $j$ . O campo de deformação, Eq. 2. 17, é definido pelo campo de deslocamento espacial das partículas, ou seja, para o movimento de corpo rígido a deformação é nula.

$$\epsilon_{kl} = \frac{1}{2} (u_{k,l} + u_{l,k} + u_{m,k} u_{m,l}) \quad \text{Eq. 2. 17}$$

Sólidos, em geral, diferem em suas capacidades de deformação. Em alguns materiais, com a borracha, gradientes de deslocamento maiores que a unidade<sup>10</sup> são facilmente alcançados. Com materiais mais rígidos, entretanto, o gradiente de deslocamento deve ser mantido abaixo da faixa de  $10^{-4}$  a  $10^{-3}$  para evitar os fenômenos de fratura ou deformações permanentes (AULD, 1973). Para deformações variantes abaixo deste intervalo, os termos quadráticos da Eq. 2. 17, podem ser negligenciados e a relação tensão-deformação pode ser linearizada, Eq. 2. 18.

$$\epsilon_{kl} = \frac{1}{2} (u_{k,l} + u_{l,k}) \quad \text{Eq. 2. 18}$$

Em um sólido elástico a energia de ligação é uma função contínua do deslocamento de seus elementos. Para pequenos deslocamentos, esta pode ser expressa como uma série de Taylor, de acordo com GEOLTRAIN (1988). Considerando que a força de ligação é a derivada da energia potencial com a distância e que esta pode ser expressa em termo da tensão-deformação, tem-se que a energia potencial ao ser diferenciada em relação à deformação fornece a chamada equação constitutiva, Eq. 2. 19. Os índices  $i, j, k, l$  assumem os valores 1,2,3, correspondendo às direções  $x, y, z$ .

---

<sup>10</sup> Tanto o gradiente do deslocamento quanto a deformação são grandezas adimensionais.

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \epsilon_{kl} + c_{ijklmn} \epsilon_{kl} \epsilon_{mn} + \dots \quad \text{Eq. 2. 19}$$

Para um meio elástico linear é adotado como equação constitutiva a forma generalizada da lei de *Hooke*; cada uma das seis componentes de tensão é uma função linear de todas as componentes de deformação e em geral 81 constantes elásticas aparecem nas relações tensão-deformação. Na teoria das deformações infinitesimais, somente é considerado o tensor de quarta ordem, também chamado de tensor de rigidez. Esta pode ser representada por uma relação entre dois tensores de segunda e um de quarta ordem (AULD,1973), relacionados, respectivamente, aos esforços  $\sigma_{ij}$ , às deformações  $\epsilon_{kl}$  e aos parâmetros elásticos  $c_{ijkl}$ . As expressões matemáticas que traduzem tal relação podem ser escritas na forma compacta denotada pela Eq. 2. 20.

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad \text{Eq. 2. 20}$$

Desta forma, o tensor de tensões pode ser relacionado diretamente com o deslocamento de acordo com a Eq. 2. 21.

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{2} c_{ijkl} u_{k,l} + \frac{1}{2} c_{ijkl} u_{l,k} \quad \text{Eq. 2. 21}$$

Em função da simetria das tensões  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ , apenas seis das nove equações são independentes e, por causa da simetria das deformações  $\epsilon_{k,l} = \epsilon_{l,k}$ , apenas seis dos nove termos de cada equação são independentes. Essas propriedades de simetria, por sua vez, implicam que  $c_{ijkl} = c_{ijlk} = c_{jilk} = c_{jilk}$ . Em conseqüência, os somatórios sobre  $k$  e  $l$  na Eq. 2. 21 conduzem a pares de termos idênticos que se somam e cancelam o termo  $1/2$ . Desta forma, a Eq. 2. 21 pode ser escrita de uma forma mais simplificada, Eq. 2. 22, onde  $u_k$  é a componente do vetor deslocamento  $[u]$  na direção  $k$ .

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} u_{k,l} \quad \text{Eq. 2. 22}$$

Substituindo a Eq. 2. 22 na Eq. 2. 16, tem-se a equação elástica da onda, a qual é uma equação tensorial no deslocamento, Eq. 2. 23.

$$\left( c_{ijkl} u_{k,l} \right)_{,j} = \rho \ddot{u}_i \quad \text{Eq. 2. 23}$$

## Transformação com Índices Abreviados – Notação de Bond

O processo de transformação do tensor elástico  $c_{ijkl}$  proposto por Bond em AULD (1973), demonstra claramente a economia de manipulações algébricas através da notação indicial abreviada. É, portanto, de considerável importância, ter um método que efetue a transformação direta da notação indicial sem a necessidade de um esforço de cálculo exacerbado. Uma técnica matricial muito eficiente foi desenvolvida com este propósito por W.L.Bond. Em resumo, esta técnica consiste na construção de matrizes  $6 \times 6$  que são utilizadas para transformar a tensão ou a deformação por intermédio de simples multiplicações matriciais.

Considerando o campo de tensões  $[\sigma]$ , na notação indicial completa, a transformação se dá de acordo com a Eq. 2. 24; onde  $i,j,k,l$  recebem os valores de  $x,y,z$ .

$$\sigma_{ij} = q_{ik}q_{jl}\sigma_{kl} \quad \text{Eq. 2. 24}$$

Para a conversão em índices abreviados, cada componente do tensor de tensões deve ser avaliado individualmente. Desenvolvendo a Eq. 2. 20 e usando a notação de Bond (AULD, 1973), tem-se que  $[\sigma]=[M][c][\epsilon]$ , onde  $M$  é a matriz transformação dos índices abreviados.

$$M = \begin{bmatrix} q_{xx}^2 & q_{xy}^2 & q_{xz}^2 & 2q_{xy}q_{xz} & 2q_{xz}q_{xx} & 2q_{xx}q_{xy} \\ q_{yx}^2 & q_{yy}^2 & q_{yz}^2 & 2q_{yy}q_{yz} & 2q_{yz}q_{yx} & 2q_{yx}q_{yy} \\ q_{zx}^2 & q_{zy}^2 & q_{zz}^2 & 2q_{zy}q_{zz} & 2q_{zz}q_{zx} & 2q_{zx}q_{zy} \\ q_{yx}q_{zx} & q_{yy}q_{zy} & q_{yz}q_{zz} & q_{yy}q_{zz} + q_{yz}q_{zy} & q_{yx}q_{zz} + q_{yz}q_{zx} & q_{yy}q_{zx} + q_{yx}q_{zy} \\ q_{zx}q_{xx} & q_{zy}q_{xy} & q_{zz}q_{xz} & q_{xy}q_{zz} + q_{xz}q_{zy} & q_{xz}q_{zx} + q_{xx}q_{zz} & q_{xx}q_{zy} + q_{xy}q_{zx} \\ q_{xx}q_{yx} & q_{xy}q_{yy} & q_{xz}q_{yz} & q_{xy}q_{yz} + q_{xz}q_{yy} & q_{xz}q_{yx} + q_{xx}q_{yz} & q_{xx}q_{yy} + q_{xy}q_{yx} \end{bmatrix}$$

Pode-se, então, obter uma nova notação onde  $ij=m$  e  $kl=n$ ; com isso, os coeficientes  $c_{ijkl}$  assumem a forma  $C_{mn}$  e permitem a definição da relação  $\sigma_{ij}=c_{ijkl}\epsilon_{kl}\Rightarrow\sigma_m=C_{mn}\epsilon_n$ ; dessa forma, a seguinte representação matricial dessa equação, Eq. 2. 25, é definida.

Onde:

$m = 1 \Rightarrow i = 1 \quad j = 1$	$n = 1 \Rightarrow k = 1 \quad l = 1$
$m = 2 \Rightarrow i = 2 \quad j = 2$	$n = 2 \Rightarrow k = 2 \quad l = 2$
$m = 3 \Rightarrow i = 3 \quad j = 3$	$n = 3 \Rightarrow k = 3 \quad l = 3$
$m = 4 \Rightarrow i = 2 \quad j = 3$	$n = 4 \Rightarrow k = 2 \quad l = 3$
$m = 5 \Rightarrow i = 1 \quad j = 3$	$n = 5 \Rightarrow k = 1 \quad l = 3$
$m = 6 \Rightarrow i = 1 \quad j = 2$	$n = 6 \Rightarrow k = 1 \quad l = 2$

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ 2\epsilon_4 \\ 2\epsilon_5 \\ 2\epsilon_6 \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 2. 25}$$

Onde:

$$C_{mn} \quad \text{é o elemento de} \quad \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 2. 26}$$

A Eq. 2. 26 é a matriz dos módulos do tensor elástico que, em função de sua simetria, costuma ser apresentada na forma matricial triangular com apenas vinte e um elementos, Eq. 2. 27.

$$C_{mn} \equiv \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 2. 27}$$

*Sim.*

Para o caso bidimensional, ou seja, com o movimento independente de uma direção, no caso a direção y, as relações tensão-deformação podem ser descritas pela Eq. 2. 28, o que representa uma simplificação da Eq. 2. 25.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_3 \\ \sigma_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{13} & C_{15} \\ C_{31} & C_{33} & C_{35} \\ C_{51} & C_{53} & C_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_3 \\ 2\epsilon_5 \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 2. 28}$$

Onde:

$$C_{mm} \equiv \begin{bmatrix} C_{11} & C_{13} & C_{15} \\ & C_{33} & C_{35} \\ & & C_{55} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 2. 29}$$

A Eq. 2. 29, é a matriz triangular dos módulos do tensor elástico com apenas seis elementos.

Os materiais de engenharia como compósitos ou ligas metálicas exibem um maior grau de simetria do que o caso mais geral representado pela Eq. 2. 25, o que faz surgir reduções no número de constantes elásticas independentes (ORTEGA, 2001). Dependendo da rotação aplicada aos eixos de coordenadas, cada classe de simetria elástica tem uma representação matricial correspondente. Neste trabalho, apenas os casos de isotropia e isotropia transversa serão tratados e explicados mais adiante. O Apêndice B expõe de uma maneira concisa a hierarquia dos meios anisotrópicos e alguns exemplos de interesse.

A utilização do ultra-som permite a obtenção direta das componentes  $C_{mn}$ , (ORTEGA, 2001), como será visto nas seções 3.2.1 e 3.2.2, do capítulo seguinte.

### 2.3.2. Anisotropia Elástica

O sistema de equações diferenciais de segunda ordem do tipo hiperbólico  $\sigma_{ij, j} = \rho \ddot{u}_i$ , Eq. 2. 16, válida para meios elásticos heterogêneos anisotrópicos pode ser alternativamente descrito pela equação Eq. 2. 30.

$$\rho \ddot{u}_i = \nabla \cdot \sigma_{ij} \quad \text{Eq. 2. 30}$$

Onde o operador  $\nabla$  é tido como, Eq. 2. 31.

$$\nabla \cdot = \begin{bmatrix} \partial/\partial x & 0 & 0 & 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y \\ 0 & \partial/\partial y & 0 & \partial/\partial z & 0 & \partial/\partial x \\ 0 & 0 & \partial/\partial z & \partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 2. 31}$$

Considerando um caso bidimensional, ou seja, um sistema independente da direção  $y$ , as equações do movimento podem ser descritas segundo a Eq. 2. 32; representado uma forma estendida da descrição da Eq. 2. 30.

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x_x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x_z} \\ \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x_x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial x_z} \end{array} \right. \quad \text{Eq. 2. 32}$$

Este sistema de equações, descreve a propagação de ondas *quasi-P*, *quasi-SV*<sup>11</sup> e *quasi-SH*<sup>12</sup> num meio elástico heterogêneo anisotrópico bidimensional. Neste sistema,  $u_x$  e  $u_z$  são os componentes de distorção horizontal e vertical da vetor deslocamento, respectivamente.

A depender das relações de simetria entre os parâmetros elásticos ( $C_{mn}$ ), apresentadas pelos meios anisotrópicos, essas equações podem ser simplificadas, de acordo com o caso de anisotropia, para o caso bidimensional tem-se o sistema expandido na forma da Eq. 2. 33.

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{11} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{13} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{15} \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{15} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) \\ \quad + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{15} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{35} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{55} \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{55} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) \\ \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{15} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{35} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{55} \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{55} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) \\ \quad + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{13} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{33} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{35} \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{35} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) \end{array} \right. \quad \text{Eq. 2. 33}$$

Alternativamente, a equação elastodinâmica pode ser escrita na forma de um sistema de equações diferenciais hiperbólicas de primeira ordem (ROSA FILHO, 2002). Este sistema pode ser obtido da Eq. 2. 16, juntamente com a derivada temporal da Eq. 2. 22. Substituindo os termos de velocidades na derivada temporal dos deslocamentos, tem-se a relações constitutivas em função de  $v$ , Eq. 2. 34.

<sup>11</sup> Ondas *quasi-SV* - Cujos vetor de polarização tem componentes paralelas à direção de anisotropia ou perpendiculares ao plano de simetria elástica ( $S \perp$ ).

<sup>12</sup> Ondas *quasi-SH* - Cujos vetor de polarização tem componentes nas direções ortogonais à direção de anisotropia ou paralelas ao plano de simetria elástica ( $S \parallel$ ).

$$\begin{cases} \dot{v}_i = 1/\rho \sigma_{ij,j} \\ \dot{\sigma}_{ij} = c_{ijkl} v_{k,l} \end{cases} \quad \text{Eq. 2. 34}$$

Onde  $[v]$  é o vetor campo de velocidades das partículas.

Utilizando a notação específica de Bond pode-se obter as expressões de cada componente espacial, que no caso bidimensional é segundo a Eq. 2. 35.

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} v_x \\ v_z \end{bmatrix} = \frac{1}{\rho} \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{xz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \\ \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{13} & C_{15} \\ & C_{33} & C_{35} \\ & & C_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial v_x / \partial x \\ \partial v_z / \partial z \\ \partial v_z / \partial x + \partial v_x / \partial z \end{bmatrix} \end{cases} \quad \text{Eq. 2. 35}$$

### Meios Isotrópicos

Se o meio é elástico isotrópico, a deformação independe da orientação do material em relação ao carregamento, o tensor elástico  $c_{ijkl}$ , da Eq. 2. 22, pode ser escrito em função do parâmetro de Lamé  $\lambda(x_n)$  e do módulo de cisalhamento  $\mu(x_n)$ , segundo a Eq. 2. 36. Desta forma, todas as constantes podem ser reduzidas a duas  $\lambda$  e  $\mu$ .

$$c_{ijkl} = \lambda(x_n) \delta_{ij} \cdot \delta_{kl} + \mu(x_n) \left[ \delta_{ik} \cdot \delta_{jl} + \delta_{il} \cdot \delta_{jk} \right] \quad \text{Eq. 2. 36}$$

Onde  $\delta$  é o delta de Kronecker<sup>13</sup> e ambos os parâmetros variam em função do espaço mas não variam com o tempo.

Deste modo a equação da onda para o deslocamento ( $c_{ijkl} u_{k,l}$ ),  $j = \rho \ddot{u}_i$ , Eq. 2. 23, para meios isotrópicos, pode ser expressa da seguinte forma, Eq. 2. 37.

---

<sup>13</sup> Matemático alemão Leopold Kronecker (1823 - 1891); o delta de Kronecker é definido como:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{para } i = j \\ 0 & \text{para } i \neq j \end{cases}$$

$$\rho(x_n) \ddot{u}_i = \left\{ \lambda(x_n) \delta_{ij} u_{k,k} + \mu(x_n) \left[ u_{i,j} + u_{j,i} \right] \right\}_{,j} \quad \text{Eq. 2. 37}$$

cujo desenvolvimento resulta na Eq. 2. 38.

$$\rho(x_n) \ddot{u}_i = \left[ \lambda(x_n) u_{k,k} \right]_{,i} + \left[ \mu(x_n) u_{i,j} \right]_{,j} + \left[ \mu(x_n) u_{j,i} \right]_{,j} \quad \text{Eq. 2. 38}$$

No caso de meios elásticos homogêneos isotrópicos, onde os parâmetros  $\rho(x_n)$ ,  $\lambda(x_n)$  e  $\mu(x_n)$  não variam em função das coordenadas espaciais e, portanto,  $[\lambda(x_n)]_{,i} = [\mu(x_n)]_{,j} = 0$  para qualquer  $x_n$ , a expressão anterior assume a forma da Eq. 2. 39.

$$\rho \ddot{u}_i = \lambda \left[ u_{k,k} \right]_{,i} + \mu \left[ u_{i,j} \right]_{,j} + \mu \left[ u_{j,i} \right]_{,j} \quad \text{Eq. 2. 39}$$

O desenvolvimento matricial dos parâmetros elásticos  $c_{ijkl}$  conduz aos resultados no formato das Eq. 2. 40, Eq. 2. 41 e Eq. 2. 42.

$$c_{1111} = c_{2222} = c_{3333} = \lambda + 2\mu \quad \text{Eq. 2. 40}$$

$$c_{1122} = c_{1133} = c_{2211} = c_{2233} = c_{3311} = c_{3322} = \lambda \quad \text{Eq. 2. 41}$$

e

$$c_{1212} = c_{1221} = c_{1313} = c_{1331} = c_{2112} = c_{2121} = c_{2323} = c_{2332} = c_{3113} = c_{3131} = c_{3223} = c_{3232} = \mu \quad \text{Eq. 2. 42}$$

Substituindo-se os índices  $ijkl$  dos parâmetros elásticos pelos respectivos índices  $mn$  da notação de Bond, obtém-se os resultados na forma das Eq. 2. 43, Eq. 2. 44 e Eq. 2. 45.

$$C_{11} = C_{22} = C_{33} = \lambda + 2\mu \quad \text{Eq. 2. 43}$$

$$C_{12} = C_{13} = C_{21} = C_{23} = C_{31} = C_{32} = \lambda \quad \text{Eq. 2. 44}$$

e

$$C_{66} = C_{55} = C_{44} = \mu \quad \text{Eq. 2. 45}$$

Assim, a matriz dos módulos do tensor elástico assume a forma da Eq. 2. 46.

$$C_{mn} \equiv \begin{bmatrix} C_{33} & C_{33} - 2C_{44} & C_{33} - 2C_{44} & & & \\ C_{33} - 2C_{44} & C_{33} & C_{33} - 2C_{44} & & & \\ C_{33} - 2C_{44} & C_{33} - 2C_{44} & C_{33} & & & \\ & & & C_{44} & & \\ & & & & C_{44} & \\ & & & & & C_{44} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 2. 46}$$

Deste modo, a representação matricial da expressão generalizada da Lei de Hooke, Eq. 2. 20, pode ser escrita na seguinte forma, Eq. 2. 47.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{33} & C_{33} - 2C_{44} & C_{33} - 2C_{44} & & & \\ C_{33} - 2C_{44} & C_{33} & C_{33} - 2C_{44} & & & \\ C_{33} - 2C_{44} & C_{33} - 2C_{44} & C_{33} & & & \\ & & & C_{44} & & \\ & & & & C_{44} & \\ & & & & & C_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ 2\epsilon_4 \\ 2\epsilon_5 \\ 2\epsilon_6 \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 2. 47}$$

Aplicando as relações entre tensão e deformação às três componentes da equação básica da elastodinâmica  $(c_{ijkl}u_{k,l})_{,j} = \rho \ddot{u}_i$ , Eq. 2. 23, pode-se obter o sistema de equações descrito pela Eq. 2. 48.

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{33} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{33} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{33} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) - 2 \left[ \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{44} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{44} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) \right] \\ \quad + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( C_{44} \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( C_{44} \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{44} \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{44} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) \\ \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{44} \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{44} \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{44} \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{44} \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) \\ \quad - \frac{\partial}{\partial x_2} \left( C_{33} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) - \frac{\partial}{\partial x_2} \left( 2C_{44} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( C_{33} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( (C_{33} - 2C_{44}) \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) \\ \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{44} \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{44} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( C_{44} \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( C_{44} \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) + \\ \quad - \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{33} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{33} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{33} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) - 2 \left[ \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{44} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{44} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) \right] \end{array} \right. \quad \text{Eq. 2. 48}$$

Em geral, o sistema da Eq. 2. 48 representa a propagação de perturbações envolvendo dois tipos de movimento, caracterizados pela expansão de volume e pela rotação.

No estudo separado destes dois tipos de movimentos, assume-se primeiramente que a deformação produzida pelas ondas é tal que a expansão de volume seja zero, ou seja,  $\epsilon_{11} + \epsilon_{22} + \epsilon_{33} = 0$ , e a deformação é constituída somente de distorção por cisalhamento e rotação. Desta forma, a equação do movimento para este caso, Eq. 2. 39, pode então ser expressa em termo dos deslocamentos espaciais, Eq. 2. 49, onde  $\nabla^2$  é o operador linear

$$\text{Laplaciano, definido como } \nabla^2 = \nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial u_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial u_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial u_3^2}$$

$$\rho \ddot{u}_i = \mu \nabla^2 u_i \quad \text{Eq. 2. 49}$$

As ondas representadas por este sistema, Eq. 2. 49, são denominadas de ondas de distorção ou simplesmente de  $S$ .

Considerando-se o caso em que a deformação produzida pelas ondas não é acompanhada de rotação, ou seja  $\epsilon_{12} = \epsilon_{23} = \epsilon_{13} = 0$ , as condições para que a deformação seja irrotacional podem ser representadas na forma,  $u_{k,l} - u_{l,k} = 0$ , sendo  $k \neq l$ , ou seja  $rot[u] = 0$ .

Estas equações são satisfeitas se os deslocamentos  $u_1, u_2, u_3$  forem derivados de uma única função potencial.

Substituindo as condições de irrotacionalidade na Eq. 2. 16 ou na Eq. 2. 30, encontram-se as equações que representam ondas irrotacionais ou ondas de dilatação (ondas P), Eq. 2. 50.

$$\rho \ddot{u}_i = (\lambda + 2\mu) \nabla^2 u_i \quad \text{Eq. 2. 50}$$

No caso mais geral, a propagação de ondas em meios elásticos é obtida da superposição de ondas de dilatação ( $P$ ) e ondas de distorção ( $S$ ). Para ambos os tipos, a equação da onda tem uma forma comum, Eq. 2. 51.

$$\ddot{u}_i = v^2 \nabla^2 u_i \quad \text{Eq. 2. 51}$$

Onde  $[v]$  é o vetor campo de velocidades das partículas no meio em questão e  $u$ , uma função potencial qualquer (no caso deslocamento). Desenvolvendo a Eq. 2. 51, e usando-se o operador linear D'Alembertiano, representado por,  $\square^2$ , sabendo-se que  $\square^2 = \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} - v^2 \nabla^2 \right)$ , tem-se a Equação de D'Alembert, Eq. 2. 52.

$$\square^2 u_i = 0 \quad \text{Eq. 2. 52}$$

### Meios Transversalmente Isotrópicos

Um dos casos de anisotropia, a chamada isotropia transversa<sup>14</sup>, ou anisotropia de simetria elástica hexagonal, ou ainda anisotropia de simetria elástica polar, tem apenas uma direção de anisotropia, enquanto as outras duas são isotrópicas e equivalentes entre si (AULD, 1976 ; ROSA FILHO , 2002).

Para meios transversalmente isotrópicos, onde a variação ocorre somente na direção do eixo vertical, a matriz dos módulos elásticos tem apenas cinco componentes independentes ( $C_{11}$ ,  $C_{13}$ ,  $C_{33}$ ,  $C_{44}$  e  $C_{66}$ ) e a representação matricial da expressão generalizada da Lei de Hooke, Eq. 2. 20, tem a forma da Eq. 2. 53.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{11} - 2 C_{66} & C_{13} \\ C_{11} - 2 C_{66} & C_{11} & C_{13} \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} \\ & C_{44} & \\ & C_{44} & \\ & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ 2 \epsilon_{23} \\ 2 \epsilon_{13} \\ 2 \epsilon_{12} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 2. 53}$$

Uma comparação entre os casos isotrópico e transversalmente isotrópico mostra que o primeiro é uma degeneração do segundo, onde os módulos elásticos adquirem os valores da Eq. 2. 54.

---

<sup>14</sup> TIV: *Isotropia Transversa Vertical (eixo de simetria elástica vertical)*,  
TIH: *Isotropia Transversa Horizontal (eixo de simetria elástica horizontal)*.

$$\left\{ \begin{array}{l} C_{11} \Rightarrow C_{33} \\ C_{66} \Rightarrow C_{44} \\ C_{13} \Rightarrow C_{33} - 2C_{44} \end{array} \right. \quad \text{Eq. 2. 54}$$

Aplicando as relações entre tensão e deformação às três componentes da equação básica da elastodinâmica, Eq. 2. 23, obtêm-se as expressões correspondentes a cada uma das direções, representado pelo sistema da Eq. 2. 55.

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{11} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{11} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( 2 C_{66} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{13} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + \\ \frac{\partial}{\partial x_2} \left( C_{66} \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( C_{66} \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{44} \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{44} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) \\ \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{66} \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{66} \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( C_{11} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( 2 C_{66} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) + \\ \frac{\partial}{\partial x_2} \left( C_{11} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( C_{13} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{44} \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{44} \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) \\ \rho \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{44} \frac{\partial u_1}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left( C_{44} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( C_{44} \frac{\partial u_2}{\partial x_3} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( C_{44} \frac{\partial u_3}{\partial x_2} \right) + \\ \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{13} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{12} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left( C_{33} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right) \end{array} \right. \quad \text{Eq. 2. 55}$$

Nos casos de isotropia transversal vertical (TIV ou anisotropia polar vertical) e isotropia transversal horizontal (TIH ou anisotropia polar horizontal), para cada direção existem três soluções independentes, polarizadas e mutuamente ortogonais, descrevendo a propagação de ondas *quasi-P* (qP ou *quasi-longitudinal*), transversa (do tipo *SH*) e *quasi-SV* (qSV ou *quasi-transversa*). A classe de ondas *SH* (*transversa*) tem componentes do vetor de polarização nas direções ortogonais à direção de anisotropia ou paralelas ao plano de simetria elástica ( $S \parallel$ ); e as ondas qSV (*quasi-SV* ou *quasi-transversa*) têm componentes do vetor de polarização paralelas à direção de anisotropia ou perpendiculares ao plano de simetria elástica ( $S \perp$ ), de acordo com AULD (1976) e ROSA FILHO (2002).

### 2.3.3. Velocidades de Propagação em Meios Anisotrópicos

As ondas em um meio elástico excitado podem se propagar em quaisquer direções. Se a propagação da onda se limitar a uma única direção, esta é dita “onda plana”. Assim, é possível a obtenção de soluções da equação de movimento Eq. 2. 16, que permitam encontrar a velocidade de propagação.

O caso mais simples de onda plana é a onda homogênea, em que o deslocamento das partículas, a cada instante, é o mesmo em todos os pontos de cada plano perpendicular à direção de propagação. Considerando uma onda plana homogênea como tendo um campo proporcional a  $e^{i(kx - wt)}$ , onde  $i = \sqrt{-1}$ ,  $k$  é o número de onda e  $w$  é a frequência circular. Se a definição de onda plana for inserida na equação de movimento, Eq. 2. 16, então a equação de Christoffel pode ser gerada, Eq. 2. 56, segundo ERIKSSON (2000).

$$(c_{ijkl}k_jk_l - \rho w^2 \delta_{ik})u_i = 0 \quad \text{Eq. 2. 56}$$

Aplicando-se a relação  $v^2 = w^2/k^2$  e considerando  $k_i$  como  $k \tilde{n}$ , onde  $\tilde{n}$  é o vetor unitário normal, tem-se:  $(k^2 c_{ijkl} n_j n_l - \rho w^2 \delta_{ik})u_i = 0 \rightarrow (c_{ijkl} n_j n_l - \rho v^2 \delta_{ik})u_i = 0$ , onde  $c_{ijkl} n_j n_l$  é definido como o tensor acústico de Christoffel, representado como  $G_{il}$ .

É fundamental ressaltar que, com a inserção da velocidade de propagação  $v$  na equação de Christoffel, Eq. 2. 56, os termos dependentes da frequência  $w$  desaparecem, o que conduzira a soluções não dispersivas (independentes da frequência) para a velocidade de fase (direção do vetor de onda  $ki$ ) em meios homogêneos (ORTEGA, 2001).

Da definição do tensor acústico de Christoffel, tem-se que  $G_{il}$  são funções quadráticas dos cossenos diretores da normal da onda gerando, portanto, nove equações. Devido a simetria do tensor elástico  $c_{ijkl}$ , o tensor acústico também torna-se simétrico, ou seja,  $G_{il} = G_{li}$ , de modo que apenas seis componentes independentes são geradas.

A condição para a solução não trivial torna-se, então uma equação de seis graus de liberdade que determina os vetores da onda, Eq. 2. 57. A Tabela 2.1, apresenta os componentes para os seis elementos independentes do tensor acústico  $G_{il}$ .

$$\Lambda = \det(c_{ijkl}k_jk_l - \rho w^2 \delta_{ik}) = 0 \rightarrow |G_{ik} - \rho v^2 \delta_{ik}| = 0 \quad \text{Eq. 2. 57}$$

Tabela 2.1. Componentes para os elementos independentes do tensor acústico de Christoffel

$G_{ik}$	$n_1^2$	$n_2^2$	$n_3^2$	$2n_2n_3$	$2n_3n_1$	$2n_1n_2$
$G_{11}$	$C_{11}$	$C_{66}$	$C_{55}$	$C_{56}$	$C_{15}$	$C_{16}$
$G_{22}$	$C_{66}$	$C_{22}$	$C_{44}$	$C_{24}$	$C_{46}$	$C_{26}$
$G_{33}$	$C_{55}$	$C_{44}$	$C_{33}$	$C_{34}$	$C_{35}$	$C_{45}$
$G_{23}$	$C_{56}$	$C_{24}$	$C_{34}$	$\frac{1}{2}(C_{23} + C_{44})$	$\frac{1}{2}(C_{36} + C_{45})$	$\frac{1}{2}(C_{25} + C_{46})$
$G_{13}$	$C_{15}$	$C_{46}$	$C_{35}$	$\frac{1}{2}(C_{36} + C_{45})$	$\frac{1}{2}(C_{13} + C_{55})$	$\frac{1}{2}(C_{14} + C_{56})$
$G_{12}$	$C_{16}$	$C_{26}$	$C_{45}$	$\frac{1}{2}(C_{25} + C_{46})$	$\frac{1}{2}(C_{14} + C_{56})$	$\frac{1}{2}(C_{12} + C_{66})$

A direção dos vetores de polarização define três superfícies, cada qual pertencentes a diferentes tipos de ondas, ou seja três soluções independentes, polarizadas. A partir da equação cúbica em  $v$ , Eq. 2. 58, tem-se a solução implícita para a velocidade de fase (AULD, 1976).

$$\begin{vmatrix} (G_{11} - \rho v^2) & G_{12} & G_{13} \\ G_{12} & (G_{22} - \rho v^2) & G_{23} \\ G_{13} & G_{23} & (G_{33} - \rho v^2) \end{vmatrix} = 0 \quad \text{Eq. 2. 58}$$

Estas três ondas são freqüentemente rotuladas de onda *quasi*-longitudinal (*qP*), e duas ondas *quasi*-transversa (*qS*), se a direção de propagação não for a de simetria. Uma das principais diferenças entre a propagação de ondas em meios anisotrópicos, comparados com materiais isotrópicos, é que a direção do fluxo de energia de velocidades de grupo não coincide com a direção das velocidades de fase (direção do vetor da onda  $k_i$ ). Segundo ERIKSSON (2000), se o material for isotrópico, as velocidades de fase e grupo coincidem e podem ser calculadas pela Eq. 2. 59.

$$v_i = \frac{\partial w}{\partial k_i} = \frac{\partial \Lambda / \partial k_i}{\partial \Lambda / \partial w} \quad \text{Eq. 2. 59}$$

No caso de materiais isotrópicos, a equação para velocidades de grupo se torna mais simplificada e somente dois tipos de ondas planas se propagam no meio. No primeiro caso, tomando-se a direção  $i$  de propagação da onda, então  $u$  é função de  $i$  somente. Neste caso as partículas se movem paralelamente à direção de propagação da onda e este tipo de onda de dilatação é denominado “onda longitudinal” (P). Assim, tem-se a Eq. 2. 60

$$\ddot{u}_i = v_p^2 (u_{j,j})_{,i} \quad \text{Eq. 2. 60}$$

Onde  $v_p$  é a velocidade definida em Eq. 2. 61.

As ondas P têm as maiores velocidades de propagação entre as ondas mecânicas. Em função disso, são as primeiras a chegar aos pontos de registro e daí o nome ondas primárias. A velocidade de propagação das ondas P,  $v_p$ , pode se relacionar de várias maneiras com alguns parâmetros físicos e outras características do meio no qual se propagam. Algumas dessas relações são apresentadas a seguir, de acordo com AULD (1973):

$$v_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2 \mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \sqrt{\frac{(1 - \eta)}{(1 + \eta) (1 - 2 \eta)}} \quad \text{Eq. 2. 61}$$

A Eq. 2. 61 é oriunda da equação da onda, onde  $\lambda$  é o parâmetro de Lamé<sup>15</sup>,  $\mu$  é o módulo de rigidez ou cisalhamento,  $\rho$  é a densidade,  $E$  é o módulo de elasticidade e  $\eta$  é o coeficiente de Poisson<sup>16</sup>.

Considerando ainda a direção  $i$  de propagação da onda, e tomando-se a direção  $k$  como sendo a direção do deslocamento transversal então, tem-se que o deslocamento  $u$  é função de  $k$  e  $t$ , de acordo com a Eq. 2. 62.

---

<sup>15</sup> Matemático francês Gabriel Lamé (1795 - 1870).

<sup>16</sup> Matemático francês Siméon Denis Poisson (1781 - 1840).

$$\ddot{u}_k = v_s^2 (u_{k,k})_{,i} \quad \text{Eq. 2. 62}$$

Sendo que  $v_s$  definido na Eq. 2. 63.

Essas ondas de distorção são denominadas “ondas transversais” (S). As ondas S têm velocidades menores e, pelo fato de sua chegada ser posterior à chegada das ondas P foram denominadas de ondas secundárias. Essa diferença entre as velocidades das ondas P e S, associada à artifícios geométricos, é utilizada no dimensionamento de descontinuidades.

Da mesma forma, a velocidade de propagação das ondas S,  $v_s$ , também está relacionada de várias maneiras com os parâmetros físicos e outras características do meio no qual se propagam, tais como a Eq. 2. 63.

$$v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \sqrt{\frac{1}{2(1+\eta)}} \quad \text{Eq. 2. 63}$$

Expressão oriunda da equação da onda, onde  $\mu$  é o módulo de cisalhamento,  $\rho$  é a densidade,  $E$  é o módulo de elasticidade e  $\eta$  é o coeficiente de Poisson. A constatação de que as ondas S não se propagam em fluidos pode ser observada na primeira relação, onde a velocidade de propagação das ondas S é dependente do módulo de cisalhamento que, nos fluidos, é zero.

Pode-se, então, concluir que dois tipos de ondas planas se propagam em um meio elástico isotrópico com velocidades distintas, dadas por  $v_p$  e  $v_s$  referentes a ondas longitudinais (dilatação) e ondas transversais (distorção), respectivamente. Tomando-se as relações definidas nas Eq. 2. 61 e Eq. 2. 63, pode-se estabelecer uma razão entre as velocidades de propagação das ondas P e S, expressa na seguinte forma, Eq. 2. 64.

$$\frac{v_s}{v_p} = \sqrt{\frac{\mu}{\lambda + 2\mu}} = \sqrt{\frac{1-2\eta}{2 \cdot (1-\eta)}} \quad \text{Eq. 2. 64}$$

A relação entre as velocidades das ondas P e S também permite o cálculo do coeficiente de Poisson ( $\eta$ ), Eq. 2. 65.

$$\eta = \frac{\frac{1}{2} \left( \frac{v_p}{v_s} \right)^2 - 1}{\left( \frac{v_p}{v_s} \right)^2 - 1} \quad \text{Eq. 2. 65}$$

Para pequenas deformações, a propagação das ondas depende exclusivamente de seus parâmetros físicos.

#### 2.3.4. Obtenção das Constantes Elásticas (o problema inverso)

De uma maneira geral, as velocidades de propagação das ondas mecânicas em materiais dependem das propriedades elásticas dos elementos que fazem parte da constituição granulométrica, da estrutura de cristalização e dos planos de propagação dos materiais. O cálculo da velocidade de fase a partir das constantes elásticas é chamado de problema direto. Segundo ORTEGA (2001) a utilização da medição direta da velocidade de propagação através do ultra-som, permite a obtenção direta das componentes  $C_{mn}$  do tensor elástico; este é o chamado problema inverso. Para um meio isotrópico, a equação de Christoffel, Eq. 2. 56, mostra que o valor de uma constante elástica é função da densidade do material e de uma combinação dos quadrados das velocidades de fase. Já para meios anisotrópicos (em qualquer grau) é usual o emprego de outras teorias, as quais quantificam o grau de anisotropia do material.

Para o caso da aproximação da teoria assintótica do raio, formulada por Daley e Hron em ROSA FILHO (2002), obtém-se uma relação de dependência direcional entre as velocidades de fase de ondas planas nas três direções de acordo com as equações que se seguem; Eq. 2. 66 à Eq. 2. 69, para o caso da isotropia transversa.

$$v_p(\theta) = \sqrt{\frac{C_{33} + C_{44} + [C_{11} - C_{33}] \text{sen}^2(\theta) + D(\theta)}{2\rho}} \quad \text{Eq. 2. 66}$$

$$v_{s\perp}(\theta) = v_{sv}(\theta) = \sqrt{\frac{C_{33} + C_{44} + [C_{11} - C_{33}] \text{sen}^2(\theta) - D(\theta)}{2\rho}} \quad \text{Eq. 2. 67}$$

$$v_{s\parallel}(\theta) = v_{sh}(\theta) = \sqrt{\frac{C_{66} \text{sen}^2(\theta) + C_{44} \text{cos}^2(\theta)}{\rho}} \quad \text{Eq. 2. 68}$$

onde  $\rho$  é a densidade,  $\theta_c$  é o ângulo de incidência do transdutor (entre o feixe principal e a normal),  $\theta$  é o ângulo de fase entre a normal  $\tilde{n}$  da frente de onda e o eixo vertical (também chamado ângulo da normal de frente de onda) e  $D(\theta)$  é uma combinação quadrática de parâmetros elásticos expressa pela relação:

$$D^2(\theta) = \text{sen}^2(\theta) \left[ (C_{11} + C_{33} - 2C_{44})^2 - 4(C_{13} + C_{44})^2 + 2(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})(C_{11} + C_{33} - 2C_{44}) \right] + (C_{33} - C_{44})^2 \quad \text{Eq. 2. 69}$$

Essa complexidade do termo  $D(\theta)$  é o principal obstáculo ao uso da anisotropia na análise dos sinais.

Tem-se, por definição, que a frente de onda é localmente perpendicular ao vetor  $\tilde{n}$  normal à frente de onda, que aponta para a direção de máxima variação da fase. Como a velocidade de fase  $v(\theta)$  é uma medida do avanço da frente de onda ao longo do vetor normal  $\tilde{n}$ , ela também é chamada de velocidade da frente de onda. Uma vez que a frente de onda não seja esférica, fica claro que  $\theta \neq \theta_c$ .

Para uma abordagem que envolva as componentes do tensor elástico  $C_{11}$ ,  $C_{13}$ ,  $C_{33}$ ,  $C_{44}$  e  $C_{66}$ , e aplicando-se uma notação que envolva parâmetros relacionados às velocidades das ondas P e S, THOMSEN (1986) propôs a estipulação de medidas de anisotropia  $\varepsilon$ ,  $\delta^*$  e  $\gamma$ , de modo que assumam uma forma adimensional; reduzindo-se a zero no caso de isotropia e a valores inferiores a unidade para os casos de isotropia transversa. Este chegou às seguintes combinações, Eq. 2. 70 à Eq. 2. 74, válidas para o caso de isotropia transversa

$$\varepsilon \equiv \frac{C_{11} - C_{33}}{2 C_{33}} \quad \text{Eq. 2. 70}$$

$$\gamma \equiv \frac{C_{66} - C_{44}}{2 C_{44}} \quad \text{Eq. 2. 71}$$

e

$$\delta^* = \frac{2(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})(C_{11} + C_{33} - 2C_{44})}{2 C_{33}^2} \quad \text{Eq. 2. 72}$$

onde:

$$C_{33} = \rho v_{pv}^2 \quad \text{Eq. 2. 73}$$

$$C_{44} = \rho v_{sv}^2 \quad \text{Eq. 2. 74}$$

Onde:  $\rho$  é a densidade e  $v_{pv}$  e  $v_{sv}$  são, respectivamente, as velocidades das ondas P e S verticais.

Aplicando tais definições dos parâmetros de anisotropia de Thomsen às aproximações formuladas por Daley e Hron, podem-se descrevê-las segundo as Eq. 2. 75 à Eq. 2. 77.

$$v_p(\theta) = v_{pv} \sqrt{1 + \varepsilon \sin^2(\theta) + D^*(\theta)} \quad \text{Eq. 2. 75}$$

$$v_{s\perp}(\theta) = v_{sv}(\theta) = v_{sv} \sqrt{1 + \frac{v_{pv}^2}{v_{sv}^2} \varepsilon \sin^2(\theta) - \frac{v_{pv}^2}{v_{sv}^2} D^*(\theta)} \quad \text{Eq. 2. 76}$$

$$v_{s\parallel}(\theta) = v_{sh}(\theta) = v_{sv} \sqrt{1 + 2\gamma \sin^2(\theta)} \quad \text{Eq. 2. 77}$$

e

$$D^*(\theta) = \frac{\left(1 - \frac{v_{sv}^2}{v_{pv}^2}\right)}{2} \left( \sqrt{1 + 4 \sin^2(\theta) \frac{\delta^* \cos^2(\theta) + \varepsilon \left(1 - \frac{v_{sv}^2}{v_{pv}^2} + \varepsilon\right) \sin^2(\theta)}{1 - \frac{v_{sv}^2}{v_{pv}^2}}} - 1 \right) \quad \text{Eq. 2. 78}$$

A complexidade destas equações dificultam o entendimento de seu significado físico. Em função disso, uma quarta medida de anisotropia, chamada  $\delta$ , foi definida como uma alternativa para  $\delta^*$ . Expandindo-se essas equações em série de Taylor, para pequenos valores para  $\varepsilon$ ,  $\delta^*$  e  $\gamma$ , e tomando-se apenas os termos lineares de  $\theta$  (o ângulo da normal fixo de frente de onda); tem-se a aproximação para termo o  $D^*(\theta)$ :

$$D^*(\theta) \approx \frac{\delta^*}{1 - \frac{v_{sv}^2}{v_{pv}^2}} \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) + \varepsilon \sin^4(\theta) \quad \text{Eq. 2. 79}$$

que, substituído nas Eq. 2. 75, Eq. 2. 76 e Eq. 2. 77 linearizadas<sup>17</sup>, permite, nos casos de anisotropia fraca, a obtenção das expressões; Eq. 2. 80, Eq. 2. 81 e Eq. 2. 82.

$$v_p(\theta) = v_{pv} \left[ 1 + \delta \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) + \varepsilon \sin^4(\theta) \right] \quad \text{Eq. 2. 80}$$

$$v_{sv}(\theta) = v_{sv} \left[ 1 + \frac{v_{pv}^2}{v_{sv}^2} (\varepsilon - \delta) \sin^2(\theta) \cos^2(\theta) \right] \quad \text{Eq. 2. 81}$$

e

$$v_{sh}(\theta) = v_{sv} \left[ 1 + \gamma \sin^2(\theta) \right] \quad \text{Eq. 2. 82}$$

Essas equações mais simples podem ser combinadas de forma que, para  $\theta$  pequenos, cada termo contribua para o total com pequenas parcelas, permitindo a troca de  $\delta^*$  por  $\delta$ , definido pela equação abaixo, Eq. 2. 83.

$$\delta \equiv \frac{1}{2} \left( \varepsilon + \frac{\delta^*}{1 - \frac{v_{sv}^2}{v_{pv}^2}} \right) = \frac{(C_{13} + C_{44})^2 - (C_{33} - C_{44})^2}{2 C_{33} (C_{33} - C_{44})} \quad \text{Eq. 2. 83}$$

Como os parâmetros  $\varepsilon$ ,  $\delta$  e  $\gamma$  têm magnitudes de mesma ordem, a Eq. 2. 80 mostra que para pequenos valores de  $\theta$  (condição da maioria das reflexões),  $\sin^2(\theta) \cos^2(\theta)$  é maior que  $\sin^4(\theta)$ ; logo, o termo  $\delta \sin^2(\theta) \cos^2(\theta)$  domina os efeitos de anisotropia. O fator trigonométrico  $\cos^2(\theta)$  do termo  $\delta \sin^2(\theta) \cos^2(\theta)$  assegura que a dependência angular de  $v_p(\theta)$  é dominada pelo parâmetro  $\delta$ , salvo aqueles casos especiais em que  $\varepsilon$  é muito maior que  $\delta$ .

Na prática, a anisotropia é calculada a partir de cinco medidas de velocidade em três direções:

- duas na direção da isotropia ( $\theta=90^\circ$ ):  $v_p(90^\circ)$  e  $v_s(90^\circ)$ ;
- duas na direção da anisotropia ( $\theta=0^\circ$ ):  $v_p(0^\circ)$  e  $v_s(0^\circ)$  e

---

<sup>17</sup> Aplicação da expansão de Taylor na raiz quadrada e retenção dos termos relacionados a primeira derivada.

- uma com ângulo oblíquo (preferencialmente,  $\theta=45^\circ$ ):  $v_p(45^\circ)$ .

Observam-se que os parâmetros  $\varepsilon$  e  $\gamma$ , são obtidos diretamente através da medição das velocidades nos eixos de simetria do material. Entretanto, para parâmetro  $\delta$  devem ser medidas as velocidades se propagando fora das direções de simetria; é habitual a adoção do ângulo de  $45^\circ$  (ORTEGA, 2001). Com essas medidas os parâmetros de anisotropia  $\varepsilon$ ,  $\delta$  e  $\gamma$  são calculados conforme as expressões; Eq. 2. 84, Eq. 2. 85 e Eq. 2. 86.

$$\varepsilon \equiv \frac{v_p(90^\circ) - v_p(0^\circ)}{v_p(0^\circ)} \equiv \frac{v_p(90^\circ) - v_{pv}}{v_{pv}} \quad \text{Eq. 2. 84}$$

$$\delta \equiv 4 \left[ \frac{v_p(45^\circ) - v_p(0^\circ)}{v_p(0^\circ)} \right] - \left[ \frac{v_p(90^\circ) - v_p(0^\circ)}{v_p(0^\circ)} \right] \equiv 4 \left[ \frac{v_p(45^\circ) - v_{pv}}{v_{pv}} \right] - \varepsilon \quad \text{Eq. 2. 85}$$

e

$$\gamma \equiv \frac{v_{sh}(90^\circ) - v_s(0^\circ)}{v_s(0^\circ)} \equiv \frac{v_{sh}(90^\circ) - v_{sv}}{v_{sv}} \quad \text{Eq. 2. 86}$$

A equações a seguir, Eq. 2. 87 à Eq. 2. 90, resumem o procedimento de obtenção das cinco constantes elásticas constituintes de um meio transversalmente isotrópico. A partir dessas informações pode-se chegar aos módulos elásticos  $C_{mn}$ .

$$C_{33} = \rho v_{pv}^2 \quad \text{Eq. 2. 87}$$

$$C_{44} = \rho v_{sv}^2 \quad \text{Eq. 2. 88}$$

$$C_{11} = (2\varepsilon + 1)C_{33} \quad \text{Eq. 2. 89}$$

$$C_{13} = -C_{44} \pm \sqrt{C_{44}^2 + (2\delta + 1)C_{33}^2 - (2\delta + 2)C_{33}C_{44}} \quad \text{Eq. 2. 90}$$

e

$$C_{66} = (2\gamma + 1)C_{44} \quad \text{Eq. 2. 91}$$

O parâmetro  $\varepsilon$  é geralmente o parâmetro empregado para se referir à anisotropia de um cristal; no entanto,  $\delta$ , que é uma combinação diferente de módulos elásticos e não inclui a velocidade

horizontal, é o parâmetro que controla a anisotropia vertical que é crucial na propagação de ondas P *quasi*-verticais em meios anisotrópicos.

## 2.4. Metodologias Numéricas em Ensaios Ultra-sônicos

Conforme o conhecimento geral, existem muitos métodos para solução numérica da equação da onda; no entanto, este trabalho se aterá ao método de diferenças finitas, onde os operadores diferenciais são substituídos por aproximações de diferenças.

### 2.4.1. Método das Diferenças Finitas

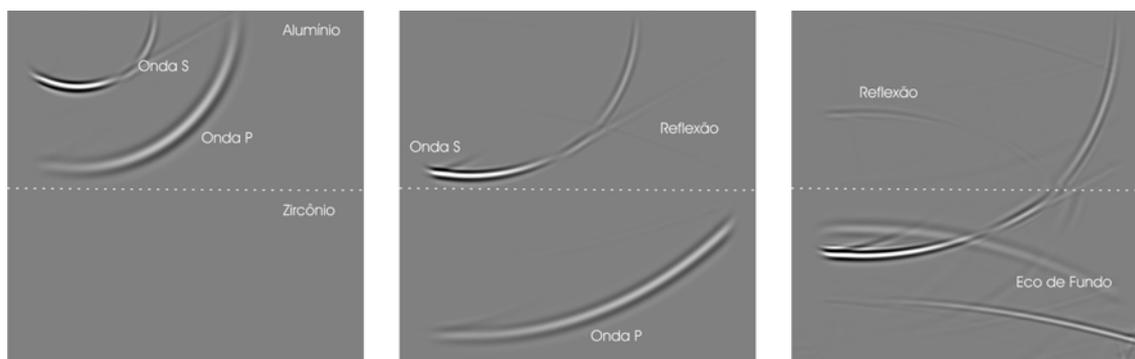
Um dos primeiros métodos numéricos desenvolvidos foi o Método das Diferenças Finitas, sendo aplicado, até a atualidade, a uma extensa gama de problemas. Neste método, utiliza-se uma malha sobre todo o domínio físico do problema, a qual contém determinados pontos onde são efetuadas as aproximações envolvidas.

A premissa básica deste método numérico está na redução de um problema físico por um processo de discretização, com um número finito de incógnitas, podendo ser solucionado, aproximadamente, pela resolução de equações diferenciais parciais das expressões que governam o fenômeno. No método das Diferenças Finitas, a região de interesse é representada por uma série de pontos ou nós, representando uma malha. Isto dá origem a um sistema de equações algébricas cuja solução fornece os valores desejados nos pontos pré-determinados. De acordo com WROBEL *et al.* (1989), a discretização é, usualmente, feita com auxílio de uma malha com espaçamento constante, o que pode introduzir aproximações de geometria. Embora malhas irregulares possam ser empregadas, e contornos curvos possam ser mapeados para facilitar a discretização, estes procedimentos envolvem complicações adicionais que ofuscam a simplicidade matemática e computacional do método. A solução mais simples da relação entre os valores nestes pontos pode ser obtida através de expansão truncada da malha em séries de Taylor. O sistema de equações algébricas formado por tal procedimento é então resolvido aplicando-se as condições de contorno do problema.

Geralmente, tal esquema de aproximação mostra-se suficientemente robusto para representar de forma adequada a equação diferencial de governo. A principal dificuldade do Método das Diferenças Finitas consiste em sua aplicação para problemas contendo um domínio físico com formas geométricas complexas, pois, neste caso, tem-se dificuldades para o estabelecimento

adequado da malha a ser utilizada para a discretização. Outra dificuldade surge na aplicação das condições de contorno que, em alguns casos, são tratadas de forma iterativa.

Entre as inúmeras técnicas disponíveis, o método das diferenças finitas é um dos mais versáteis e de fácil implementação. Neste estudo, a equação que descreve a propagação de ondas em meios elásticos é aproximada por fórmulas de diferenças finitas apropriadas, que podem ser solucionadas com procedimentos numéricos recursivos de marcha no tempo sobre uma malha espacial discreta. Dessa forma, como o método é baseado na equação elástica da onda (não em soluções particulares como, por exemplo, o método de traçado do raio) ele inclui tanto as ondas diretas como também as ondas superficiais, refratadas, difratadas e de modo convertido; e ainda preserva as relações de amplitude dos eventos. A Figura 2.8, representa um modelo simulado didático de duas camadas, compilado pelo autor, com o intuito de apresentar os fenômenos interativos da onda com o material.



*Figura 2.8. Modelo simulado de duas camadas de meios homogêneos isotrópicos; acima Alumínio, abaixo Zircônio<sup>18</sup>.*

A vantagem na utilização de abordagens envolvendo o Método das Diferenças Finitas consiste em tais esquemas serem comparativamente econômicos, em relação a outros métodos numéricos para a montagem do sistema linear de equações algébricas resultante, devido à simplicidade das operações envolvidas. Por este motivo, tais esquemas ainda são largamente utilizados atualmente, principalmente em aplicações em áreas que necessitam uma malha altamente refinada, como é o caso da simulação do ensaio ultra-sônico em materiais.

---

<sup>18</sup> Este tipo de simulação também foi avaliada por FELLINGER (1995) sob o ponto de vista dos efeitos de estabilidade nas equações dinâmicas 3D.

## 2.4.2. A Fonte

O processo de propagação das ondas tem início com uma fonte. Geralmente emprega-se uma fonte de perturbações, ou *wavelet*, descrita por uma função analítica com banda de frequência limitada (BORDING, 1995; LANGENBERG *et al.*, 2000). Uma fonte ultra-sônica real, utiliza a energia impulsiva ou de vibração para geração de ondas no material. O modelo criado para simulação de uma fonte ultra-sônica (transdutor) é do tipo impulsivo, também denominado de banda ilimitada.

O uso de fontes impulsivas pode provocar alguns problemas relacionados à natureza discreta da malha. A discretização de fontes de ondas compressionais, com comportamento temporal na forma da derivada de funções gaussianas, gera frentes de ondas com ruído de baixa amplitude<sup>19</sup>.

A fonte tem duração finita. Isto requer uma função de variação temporal  $d(t)$ , que pode ser representada pela Eq. 2. 92. A frequência para este tipo de modelagem ultra-sônica gira em torno de 5MHz e  $\beta$  determina o valor máximo do intervalo de tempo.

$$d(t) = \frac{\exp(-2\pi f_{\max} t^2)}{\beta} \quad \text{Eq. 2. 92}$$

A função *Seno* mostra-se como uma boa representação de uma função simétrica oscilatória, assim como representado pela função  $s(t)$ , na Eq. 2. 93.

$$s(t) = \text{sen}(2\pi f_{\max} t) \quad \text{Eq. 2. 93}$$

A função analítica para a representação da fonte ultra-sônica  $\text{fonte}(t)$  pode, então ser representada pelo produto de  $d(t)$  e  $s(t)$ , como na Eq. 2. 94, a qual fornece uma boa aproximação do transdutor piezelétrico comercial de banda larga MBW45-5 que será utilizado neste estudo. Esta abordagem matemática de fonte analítica também foi empregada por LANGENBERG *et al.*(2000) e BORDING (1995).

---

<sup>19</sup> O ruído da fonte pode ser atribuído ao fato de as soluções dos problemas analíticos contínuos e com diferenças discretas não serem idênticas. Essa diferença se propaga como ruído.

$$f_{\text{fonte}}(t) = \text{sen} \left( 2\pi f_{\text{max}} t \right) \frac{\exp \left( -2 \pi f_{\text{max}} t^2 \right)}{\beta} \quad \text{Eq. 2. 94}$$

### 2.4.3. Formulações

Para problemas de propagação de ondas, tanto em meios acústicos quanto elásticos, o Método das Diferenças Finitas é largamente empregado, conforme pode ser comprovado na extensa bibliografia sobre o assunto. Embora, tal método apresente algumas dificuldades, como na modelagem de problemas possuindo uma geometria complexa ou que apresentem descontinuidades no domínio físico.

De acordo com ROSA FILHO (2002), os métodos de diferenças finitas podem ser classificados em duas categorias:

- *esquemas explícitos*: computacionalmente mais simples e que, no caso dos problemas de propagação de ondas, calcula os deslocamentos das partículas, em um determinado instante, a partir dos deslocamentos em etapas de tempos anteriores;
- *esquemas implícitos*: computacionalmente mais complexos e que, no caso dos problemas de propagação de ondas, calcula os deslocamentos das partículas através da solução de um sistema de equações lineares para cada etapa da marcha de progressão no tempo;

Estes podem ser empregados em simulações de propagação de ondas em modelos elásticos com os seguintes enfoques:

- *formulação homogênea*: aplicável em modelos homogêneos por partes, ou seja, compostos por camadas homogêneas, com densidade ( $\rho$ ) e propriedades elásticas constantes ( $c_{ijkl}$ ), delimitadas por interfaces, onde algumas ou todas as propriedades variam abruptamente; nesta formulação, são usados operadores diferenciais para meios homogêneos (velocidade constante em todos os pontos inscritos dentro da camada) e aplicam-se condições de contorno explícitas em cada interface, Eq. 2. 95;

$$\rho \ddot{u}_i = c_{ijkl} \left[ u_{k,l} \right]_{,j} \quad \text{Eq. 2. 95}$$

- formulação heterogênea: mais abrangente e aplicável em modelos onde a densidade  $\rho(u_n)$  e as propriedades elásticas  $c_{ijkl}(u_n)$  variam em cada ponto da malha discreta correspondente; nesta formulação, são utilizados operadores para meios heterogêneos em todo modelo e as condições de contorno são satisfeitas implicitamente nas fórmulas de diferenças, Eq. 2. 96.

$$\rho(u_n)\ddot{u}_i = \left\{ c_{ijkl}(u_n) \left[ u_{k,l} \right] \right\}_{,j} \quad \text{Eq. 2. 96}$$

A dificuldade no tratamento de um meio genérico advém do fato deste ser normalmente muito complexo, no qual os parâmetros físicos mudam de forma contínua, aleatória ou abrupta, junto aos contornos regulares e irregulares.

Para descrição da formulação empregada neste estudo, as derivadas espaciais e temporais devem ser discretizadas da função contínua que descreve o fenômeno de propagação para uma função discreta. O método de expansão em séries de Taylor fornece uma razoável aproximação para o fenômeno de propagação de ondas. Existem outros operadores tais quais, Chebechev, Transformadas de Fourier<sup>20</sup> e Padé porém, a formulação de operadores ótimos está além do escopo deste trabalho. O método de expansão em séries de Taylor assume que uma função descrita em um ponto  $a$  pode ser estendida ao ponto  $b$  se as derivadas no ponto  $a$  existirem e forem conhecidas. O espaçamento regular da malha  $h$  é então descrito pela Eq. 2. 97. O erro de truncamento para estas séries expandidas tem um máximo dentro do intervalo aproximado.

$$h = b - a \quad \text{Eq. 2. 97}$$

Então

$$g(b) = g(a) + g'(a)h + \frac{g''(a)h^2}{2!} + \frac{g'''(a)h^3}{3!} \dots \quad \text{Eq. 2. 98}$$

Se o ponto  $b$  for estendido por uma série de espaçamento uniforme, regular, por múltiplos de  $h$  então a expansão em cada ponto da malha pode ser expresso segundo a Eq. 2. 99, assumindo-se que o operador diferencial está centrado na origem.

---

<sup>20</sup> *Físico-matemático francês, Jean Baptiste Joseph Fourier (1768-1830)*

$$\begin{cases} g(h) = g(0) + g'(0)h + \frac{g''(0)h^2}{2!} \dots \\ g(0) = g(0) \\ g(-h) = g(0) - g'(0)h + \frac{g''(0)h^2}{2!} \dots \end{cases} \quad \text{Eq. 2. 99}$$

A formulação matricial da Eq. 2. 99 usando-se termos até a segunda derivada, ou seja, desprezando os termos de ordem superior, é segundo a Eq. 2. 100.

$$\begin{pmatrix} g(h) \\ g(0) \\ g(-h) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & h & h^2/2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -h & h^2/2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g(0) \\ g'(0) \\ g''(0) \end{pmatrix} \quad \text{Eq. 2. 100}$$

Desta forma, uma equação matricial inversível pode ser gerada, tomando-se o devido cuidado com valor apropriado de  $h$ . Por outro lado, para operadores maiores a matriz pode ser numericamente instável e difícil de inverter. O resultado fornece operadores diferenciais de qualquer ordem.

A resolução da Eq. 2. 99, para  $g(0)$  e os termos derivados fornece a Eq. 2. 101.

$$\begin{pmatrix} g(0) \\ g'(0) \\ g''(0) \end{pmatrix} = \frac{1}{h^2} \cdot \begin{pmatrix} 0 & h^2 & 0 \\ h/2 & 0 & -h/2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g(h) \\ g(0) \\ g(-h) \end{pmatrix} \quad \text{Eq. 2. 101}$$

Ao se modificar os termos matriciais pela fatoração dos mesmo em relação a  $h$  da Eq. 2. 100, tem-se a Eq. 2. 102.

$$\begin{pmatrix} g(h) \\ g(0) \\ g(-h) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1/2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1/2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g(0) \cdot h^0 \\ g'(0) \cdot h^1 \\ g''(0) \cdot h^2 \end{pmatrix} \quad \text{Eq. 2. 102}$$

Efetuando-se a inversão, assim como na Eq. 2. 101, pode-se encontrar um formato matricial mais amigável, Eq. 2. 103.

$$\begin{pmatrix} g(0) \cdot h^0 \\ g'(0) \cdot h^1 \\ g''(0) \cdot h^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1/2 & 0 & -1/2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g(h) \\ g(0) \\ g(-h) \end{pmatrix} \quad \text{Eq. 2. 103}$$

Retirando apenas a segunda derivada da equação, Eq. 2. 103, obtém-se a equação de diferenças finitas de segunda ordem no tempo e espaço, Eq. 2. 104.

$$g''(0) = \frac{1}{h^2} [g(h) - 2g(0) + g(-h)] \quad \text{Eq. 2. 104}$$

A equação de diferenças finitas que descreve o fenômeno ultra-sônico é baseada em aproximações de segunda ordem no tempo e segunda ordem no espaço, assim como descrita na Eq. 2. 104, acima. Tomando-se a Equação de D'Alembert, descrita na seção anterior, Eq. 2. 52, e fazendo o uso de uma fonte sonora, tem-se que  $\square^2 \psi = \text{fonte}(t)$ ; e aplicando-se para cada termo a segunda aproximação diferencial, obtém-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} \partial^2 \psi / \partial x^2 \approx \frac{\psi_{(i+1,j)}^k - 2\psi_{(i,j)}^k + \psi_{(i-1,j)}^k}{\delta x^2} \\ \partial^2 \psi / \partial z^2 \approx \frac{\psi_{(i,j+1)}^k - 2\psi_{(i,j)}^k + \psi_{(i,j-1)}^k}{\delta z^2} \\ \partial^2 \psi / \partial t^2 \approx \frac{\psi_{(i,j)}^{k+1} - 2\psi_{(i,j)}^k + \psi_{(i,j)}^{k-1}}{\delta t^2} \end{array} \right.$$

Onde  $\psi$  representa uma função potencial qualquer e  $k$  denota o instante de tempo. Desta forma, a expressão de diferenças se torna, Eq. 2. 105.

$$\psi_{(i,j)}^{k+1} - 2\psi_{(i,j)}^k + \psi_{(i,j)}^{k-1} = \alpha^2 [\psi_{(i+1,j)}^k + \psi_{(i-1,j)}^k + \psi_{(i,j+1)}^k + \psi_{(i,j-1)}^k - 4\psi_{(i,j)}^k] + [\text{fonte}(t)]^k \quad \text{Eq. 2. 105}$$

Onde  $\alpha^2 = \frac{v^2(x, z)}{h^2} \delta t^2$  e  $\text{fonte}^k$  é o termo fonte no instante  $k$ .

A Eq. 2. 105 é uma aproximação discreta da equação da onda, Eq. 2. 23. O coeficiente  $k$  descreve uma progressão explicita do tempo, onde o valor da função no instante  $k+1$  é uma

função de seus valores nos instantes  $k$  e  $k-1$ . A equação acima então, se torna a equação explícita utilizada para a aproximação por diferenças finitas da propagação de ondas no material, Eq. 2. 106.

$$\psi_{(i,j)}^{k+1} = 2\psi_{(i,j)}^k - \psi_{(i,j)}^{k-1} + \alpha^2 \left[ \psi_{(i+1,j)}^k + \psi_{(i-1,j)}^k + \psi_{(i,j+1)}^k + \psi_{(i,j-1)}^k - 4\psi_{(i,j)}^k \right] + [fonte(t)]^k \quad \text{Eq. 2. 106}$$

#### 2.4.4. Estabilidade e Controle de Dispersão

A estabilidade é uma característica das soluções numéricas que confina a variação nas soluções encontradas dentro de certos limites, considerados aceitáveis, à medida que a progressão no tempo avança. É função do espaçamento da malha de discretização  $h$  e do grau de precisão do operador de diferenças finitas usado segundo SAENGER (2000). Quanto mais densa for a malha e maior a ordem do operador de diferenças finitas, melhor será a precisão do processo. Existem dois efeitos relacionados ao uso de malhas discretas:

- falseamento na amostragem de séries contínuas (*aliasing*) e
- dispersão progressiva na propagação de ondas (dispersão da malha), que é tanto maior quanto maior for o intervalo de amostragem da malha.

A dispersão numérica é um fenômeno intrínseco do processo de discretização das variáveis que atua como controlador das velocidades de fase e de grupo das frentes de ondas, de acordo com a dimensão da malha, a frequência e o ângulo de propagação. Uma separação de uma frente de onda em várias outras. A dispersão causada pela malha produz um atraso nas frentes de ondas de altas frequências em relação às baixas, provocando uma deformação do sinal. Quanto maior a separação entre os pontos da malha discreta, maior é a dispersão das frentes de onda relacionadas a cada frequência que compõe o espectro de frequência do sinal.

Um esquema de diferenças finitas é seguramente dito estável se obedece ao critério de estabilidade de Von Neumann, Eq. 2. 107.

$$h_t \leq \frac{h_x}{\sqrt{2} v_{\max}} \quad \text{Eq. 2. 107}$$

Onde  $h_t$  e  $h_x$  são, respectivamente, os intervalos de amostragem temporal e espacial e  $v_{max}$  é a velocidade máxima. Observa-se que, neste caso, tanto  $h_x$  como  $h_t$  são condicionados um pelo outro e pelas características do meio ( $v_p$  ou  $\lambda$ ,  $\mu$  e  $\rho$ ).

Entretanto, existem outras regras de aproximação do domínio para casos em que se exige um redução do esforço computacional despendido, ou determinadas variações de frequência. Nos estudos de FELLINGER et al. (1995), empregou-se um critério de estabilidade onde o domínio era uniformemente discretizado pela, Eq. 2. 108.

$$h_t \leq \frac{1}{v_p} \times \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{h_x^2} + \frac{1}{h_z^2}}} \quad \text{Eq. 2. 108}$$

ZHOU e SAFFARI (1997), propuseram uma adaptação às condições de estabilidade, as quais poderiam ser estendidas para uma caso mais geral, Eq. 2. 109 e Eq. 2. 110.

$$h_t \leq \min \left\{ \frac{h_x h_z}{\sqrt{v_p^2 h_x^2 + v_s^2 h_z^2}}, \frac{h_x h_z}{\sqrt{v_p^2 h_z^2 + v_s^2 h_x^2}} \right\} \quad \text{Eq. 2. 109}$$

$$h_x = h_z = \frac{v_{p-\max}}{48f} \quad \text{Eq. 2. 110}$$

Para efeitos práticos, adotar-se-á neste estudo regras de prescrição de amostragem, baseados nos trabalhos de ROSA FILHO (2002), em função do tamanho do domínio, para controlar os erros relacionados à dispersão e à existência de uma ordem ótima de aproximação em termo do total de operações aritméticas em esquemas de diferenças finitas de ordem mais alta:

- amostragem espacial: cinco pontos para o menor comprimento de onda, definido pela velocidade mínima,  $v_{min}$ , e pela frequência máxima,  $f_{max}$ , do espectro da fonte, Eq. 2. 111.

$$h_x = h_z = \frac{v_{\min}}{5 \times f_{\max}} \quad \text{Eq. 2. 111}$$

- amostragem temporal: vinte pontos para a frequência máxima, Eq. 2. 112.

$$h_t = \frac{1}{20 \times f_{\max}} \quad \text{Eq. 2. 112}$$

#### 2.4.5. Condições de Contorno

As condições de contorno de um determinado problema são introduzidas com a intenção de limitar a porção do espaço sobre o qual a solução de uma equação diferencial parcial é calculada. As condições de contorno devem ser tais que sua influência possa ser facilmente identificada e desconsiderada na análise dos resultados de interesse.

Dependendo das características do problema, as bordas podem ser tratadas com diferentes condições de contorno:

- condições de radiação aproximadas, para meios infinitos, correspondentes às condições de radiação de ondas planas;
- condições de tensões livres ou superfície livre, também denominadas critério de Von Neumann;
- condições de velocidade nula ou de superfície rígida, equivalente às condições de deslocamento nulo ou Dirichlet<sup>21</sup>.

No caso da propagação de ondas, as condições de contorno, além de resolverem os problemas de reflexões indesejadas relacionadas às fronteiras da porção delimitada, devem ser estabelecidas de modo que sua relação de dispersão seja uma boa aproximação das relações de dispersão das ondas que se propagam no interior do modelo.

Uma maneira de expressar essa aproximação é através do uso de equações da onda unidirecionais como condições de contorno. Quanto melhor as condições de contorno descreverem as ondas que se propagam, menores serão as reflexões indesejadas. Essas reflexões deveriam ser totalmente suprimidas quando as ondas incidentes satisfizessem exatamente as condições de contorno. Normalmente, os efeitos atribuídos às condições de contorno relacionadas com as superfícies livres são mais fortes e facilmente reconhecíveis.

## Bordas de Absorção

O uso de artifícios matemáticos que reduzam o efeito dispersivo das reflexões causadas pela interação das ondas em regiões com variações abruptas de propriedades (bordas), torna-se necessário para o cômputo do problema de propagação de ondas. A proposição de Cerjan em ROSA FILHO (2002), postula um esquema alternativo simples onde a redução da amplitude da onda é gradual nas bordas até uma amplitude de corte. A redução da amplitude torna-se necessária para que não ocorram efeitos de reflexão nas bordas e a onda passe a se comportar como se fosse um meio semi-infinito.

Admitindo que  $\psi(x, z, t)$  seja uma função pontencial que expresse a pressão sônica observada em um tempo  $t=n\Delta t$  na posição  $(x, z)$ , a solução seguiria o seguinte esquema de integração no tempo:

$$\psi(x, z, t + \Delta t) = \psi(x, z, t) + \Delta t \left\{ \psi \left( x, z, t - \frac{\Delta t}{2} \right) + \Delta t v_p^2(x, z) \left[ \frac{\partial^2 \psi(x, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi(x, z, t)}{\partial z^2} \right] \right\}$$

Para o caso de propagação de ondas em altas frequências, bordas com quarenta amostras ( $N_a=40$ ) mostram ser suficientes, neste caso, para atenuar sensivelmente as reflexões, visto que as amplitudes são multiplicadas pelo fator ( $ft$ ); Eq. 2. 113.

$$ft(n) = e^{-0,0001 (N_a - n)^2} \quad \text{Eq. 2. 113}$$

No caso elástico, as condições de bordas de absorção podem afetar as variáveis de campo reduzindo sua magnitude a cada passo de tempo.

## Condições de contorno de Dirichlet

Neste tipo de condição de contorno, as constantes elásticas  $C_{mn}$ , a densidade  $\rho$  e as componentes do campo de deslocamento  $u_i$  são nulas, satisfazendo às exigências do formalismo do vácuo. Desta forma, as condições de superfície livre são aproximadamente satisfeitas de forma implícita.

---

<sup>21</sup> Matemático alemão Johann Peter Gustav Legeune Dirichlet (1805 - 1859).

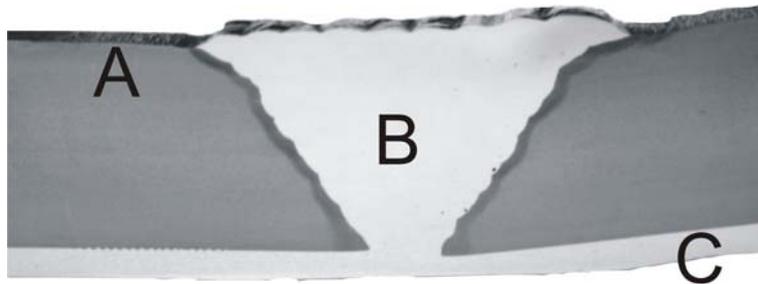
### Condições de contorno de Von Neumann

Nas superfícies que exigem a representação de um meio semi-infinito aplicam-se as condições de contorno de Von Neumann associadas às condições de absorção, na forma de fatores multiplicativos. Neste caso as derivadas das componentes do campo de deslocamento são nulas, ou seja,  $u_{i,i} = 0$ , assim, as condições de superfície semi-infinita são implicitamente satisfeitas.

# Capítulo 3

## Materiais e Métodos

Este capítulo tem como objetivo a exposição das características metalúrgicas dos materiais que serão avaliados, bem como as metodologias utilizadas para suas avaliações e análises. É imprescindível o levantamento das relações físicas e características peculiares de cada material para que estes dados possam ser simulados numericamente através da modelagem elastodinâmica. Para tal, usar-se-á neste estudo materiais de grande destaque que encontram-se em grande evidência no campo de tubulações para o setor de petróleo e gás. Os efeitos interativos das ondas ultra-sônicas com defeitos intrínsecos, que possam afetar a integridade física destas estruturas, também serão avaliados.



*Figura 3.1. Macrografia (2x) em seção transversal do material composto dissimilar com ataque eletrolítico de 2,5A em ácido oxálico.*

A Figura 3.1. , expõe uma macrografia da seção transversal de um material composto dissimilar que encontra-se em fase de avaliação e estudo de viabilidade de emprego no setor de transporte de petróleo e seus derivados, como é o caso de dutos marítimos (*risers*). Os atuais materiais empregados nas tubulações marítimas sofrem um desgaste excessivo devido ao ambiente agressivo formado pelo material transportado, reduzindo assim, a vida útil de todo o sistema. Desta forma, estuda-se o emprego de um revestimento interno mais resistente, justamente para

suprimir os efeitos do desgaste interno excessivo. O que se propõe é a utilização de ligas de níquel para a proteção, mais especificamente o Inconel 625, o qual mostra-se como uma liga apropriada na utilização para este fim. O processo de união do revestimento com o material das tubulações é a soldagem por explosão. O metal de base, denotado pela região **A**, é constituído do aço C-Mn API 5L X-60. O processo de união entre as tubulações é o GMAW<sup>22</sup> automático com arame de Inconel 625, representado pela região **B**. A região **C** é formada pelo revestimento protetor de Inconel 625 em forma de chapa soldada à explosão.

### 3.1. Materiais Empregados

#### 3.1.1. Metal de Base – Aço ARBL API 5L X-60

As características especiais necessárias aos dutos marítimos utilizados para o transporte de derivados de petróleo, neste caso, *risers rígidos*, exigem o emprego de aços que apresentem propriedades e características mecânicas que satisfaçam às exigências de alta resistência mecânica, tenacidade, soldabilidade e resistência aos efeitos danosos do meio ambiente e do fluido por eles transportado. Entre os aços estruturais, os que têm se apresentado de forma mais eficiente para este fim são os aços do tipo ARBL (Alta Resistência de Baixa Liga).

Os aços de alta resistência e baixos teores de elementos de liga são fabricados por processos de laminação controlada de custo relativamente baixo, por utilizar pequenas quantidades de elementos de liga, tipicamente menos de 2% e, principalmente, pela ausência de um tratamento térmico posterior a laminação, que tem como objetivo o máximo refino do material de modo a garantir elevados níveis de resistência mecânica, tenacidade e soldabilidade (MARCO FILHO, 2002). Este procedimento faz com que este material tenha um custo final que o torna praticamente insuperável para a fabricação de dutos de graus superiores.

O processo se dá em três etapas sucessivas. A primeira etapa se compõe do reaquecimento do material, de modo a permitir a solubilização de elementos microligantes a fim de promover o retardamento da recristalização da austenita durante a fase de laminação e o endurecimento por precipitação na transformação da austenita no seu resfriamento após a laminação. A segunda etapa é o refino do grão austenítico, através de uma série de laminações numa faixa de

---

<sup>22</sup> Processo com arame sólido contínuo sob proteção gasosa, GMAW (Gas Metal Arc Welding)

temperatura onde ocorre a recristalização. A terceira etapa é um estágio de laminação em temperaturas onde a recristalização é inibida devido à presença de elementos microligantes, Nb e V, em solução sólida e, carbonitreto precipitados; fazendo com que os grãos de austenita fiquem alongados e com uma grande densidade de bandas de deformação e maclas de recozimento no seu interior.

A transformação de fase a partir desta austenita fortemente deformada, resultará em uma microestrutura que se caracteriza por conter grãos extremamente finos, capazes de conferir ao material as propriedades mecânicas e a tenacidade desejadas. Esta descrição, foi confirmada através do ensaio metalográfico, conforme descrito na seção seguinte.

O material utilizado neste estudo é um aço de alta resistência e baixo teor de elementos de liga (ARBL). Este aço atende à especificação API 5L grau X-60 e é utilizado, entre outras aplicações, para a fabricação de dutos e especificamente *risers* rígidos. Os corpos de prova foram, então, confeccionados com chapas deste aço, com espessura de 30mm. As características químicas e mecânicas deste material estão descritas nas subseções seguintes.

### *Características Microestruturais do Metal de Base*

Para análise metalográfica foi utilizado um microscópio óptico (MO) com escala de aumento de 100X, 200X, 500X e 1000X. Os corpos de prova utilizados neste ensaio foram amostras recortadas não utilizadas no ensaio de ultra-som. As amostras foram preparadas pelo procedimento convencional com lixamento até lixa de 1200 e polimento com pasta de alumina até 1 $\mu$ m.

Para identificação dos microconstituintes observados no metal de base, as amostras foram embutidas em *baquelite* e atacadas com Nital 5% durante, aproximadamente, 40s. O ataque foi realizado por imersão da amostra com face voltada para cima. Decorrido os 40s, o ataque foi interrompido com a imersão da amostra em um recipiente contendo água, seguido de secagem com jato de ar quente. Neste caso não foi feita a análise quantitativa de fases.

A Figura 3.2. , apresenta uma macrografia com as respectivas microestruturas de cada região do material após os ataques correspondentes. Nota-se que a microestrutura observada no metal de base é predominantemente constituída de ferrita, reforçando a característica isotrópica do metal de base no que diz respeito à propagação de ondas para o ensaio ultra-sônico, porém, apresenta os grãos com uma orientação característica, inerente do processo de laminação. As micrografias do metal de base com diferentes aumentos, podem ser melhor avaliadas na tabela de micrografias, Tabela 3.5, apresentada ao final desta seção.

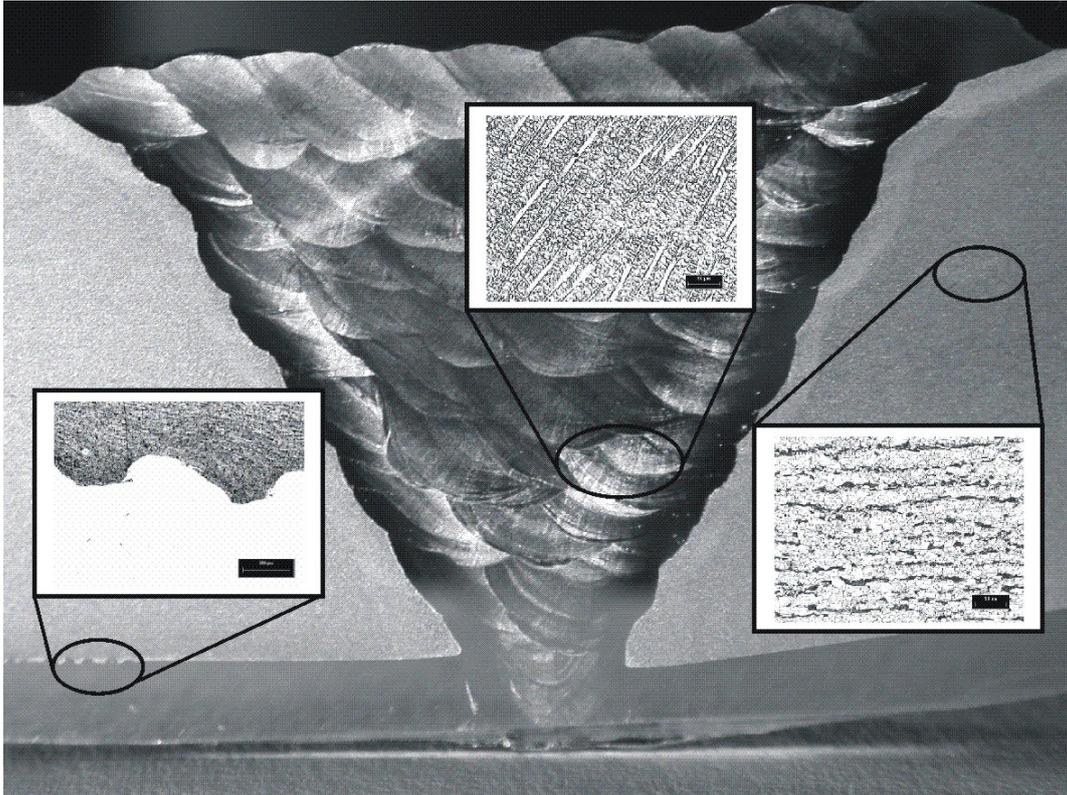


Figura 3.2. Macrografia da junta soldada com as respectivas microestruturas de cada região (200x); detalhe das marcas de explosão (50x)

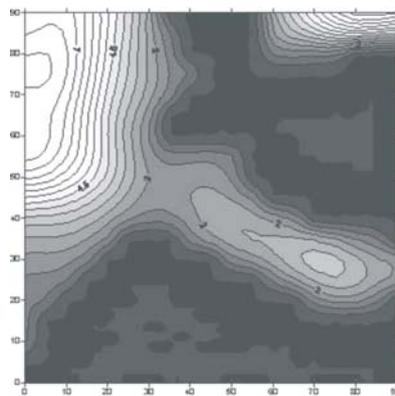


Figura 3.3. Função de distribuição e orientação cristalográfica (FDO), representativa da textura, para o metal de base

As análises macrográfica e micrográfica podem ser comparadas também com a função de distribuição e orientação cristalográfica do metal de base, Figura 3.3. , a fim de confirmar a presença de textura causada pela laminação. Este tipo de ensaio experimental faz parte de uma técnica realizada no Microscópio Eletrônico de Varredura (MEV) onde o material é acompanhado grão a grão a fim de traçar uma orientação mais provável para a indicação da

textura do mesmo. Esta análise foi efetuada na Universidade Federal do Ceará , UFC, e os resultados repassados ao autor. O resultado da FDO não apresentou uma direção preferencial bem definida para este material.

### Propriedades Químicas e Mecânicas do Aço API 5L X-60

As propriedades mecânicas, Tabela 3.1, e a composição química, Tabela 3.2, dos aços ARBL para dutos foram obtidas em referências específicas, visando apenas a exposição das características de resistência mecânica, tenacidade, soldabilidade e resistência aos efeitos do meio ambiente, exigidos pelo produto final.

Tabela 3.1. Características mecânicas dos aços

Material*	Limite de Resistência [Mpa]		Limite de Escoamento (0,2% deslocamento)[Mpa]		% Elongação
	MIN	MAX	MIN	MAX	
API 5L X60	453	563	527	637	50
API 5L X65	488	598	440	650	50
API 5L X70	522	632	575	685	50

\* fonte: USIMINAS

Tabela 3.2. Composição do Aço ARBL API X-60

Material	Elementos (% em peso)												
	C	Si	Mn	Cu	Ni	Cr	Mo	Nb	V	B	P	Al	C <sub>eq</sub>
API 5L X60 <sup>(1)</sup>	0.16	0.35	1.35	0.40	0.35	0.25	0.25	0.075	0.070	-	0.025	-	X
API 5L X65 <sup>(1)</sup>	0.16	0.35	1.40	0.40	0.35	0.25	0.25	0.075	0.070	-	0.025	-	X
API 5L X70 <sup>(1)</sup>	0.15	0.35	1.60	0.40	0.35	0.25	0.25	0.075	0.070	-	0.025	-	X
AUTORES	C <sub>EQ</sub> (JIS) <sup>(2)</sup>	1	1/24	1/6	-	1/40	1/5	1/4	-	1/14	-	-	0.526
	CE(IIW) <sup>(3)</sup>	1	-	1/6	1/15	1/15	1/5	1/5	-	1/5	-	-	0.549
	DUREN	1	1/25	1/16	1/6	1/60	1/20	1/40	-	1/15	-	-	0.354
	PCM (ITO)	1	1/30	1/20	1/20	1/60	1/20	1/15	-	1/10	5	-	0.301
	CEN (Yurioka) <sup>(3)</sup>	1	1/2*	1/6*	1/2*	1/5*	1/5*	1/5*	1/5*	1/5*	5*	-	1.03
Parâmetros	(A) <sup>(4)</sup>				(B) <sup>(5)</sup>				PCM <sup>(6)</sup>				
Auxiliares	0.145				1.25				0.301				

\* os valores devem ser multiplicados pelo fator de acomodação  $a_c(C)$ . Onde:  $a_c(C)=0,75+0,25Tanh[20(\%C-0,12)]$

(1) fonte: USIMINAS

(2) JIS – “Japanese Industrial Standard”.

(3) IIW – “Institute International of Welding”.

(4)  $A=V+Nb$

(5)  $B=Cu+Cr+Mo+Ni$

(6) Parâmetro de ITO\_BESSYO:  $PCM=C+Si/30+(Mn+Cu+Cr)/20+Ni/60+Mo/15+V/10+5B$

### 3.1.2. Metal de Solda

As uniões soldadas são largamente empregadas em engenharia, na fabricação de estruturas e componentes. A versatilidade, a produtividade e a possibilidade de obtenção de peças com geometria bastante irregular, aliadas ao baixo custo são vantagens atrativas neste processo de fabricação. No entanto, as mesmas, são bastante susceptíveis a falhas devido principalmente às imperfeições e descontinuidades inerentes ao processo.

As trincas provenientes do processo de soldagem podem ser tanto externas quanto internas. A Figura 3.4. mostra alguns tipos de fissurações comuns em juntas soldadas. Nota-se que todos os prováveis pontos ocorrência de defeitos estão associadas às regiões de descontinuidade geométrica, aparecimento de tensões, fragilização associada às mudanças microestruturais e decoesão lamelar, GRUNEY (1976).

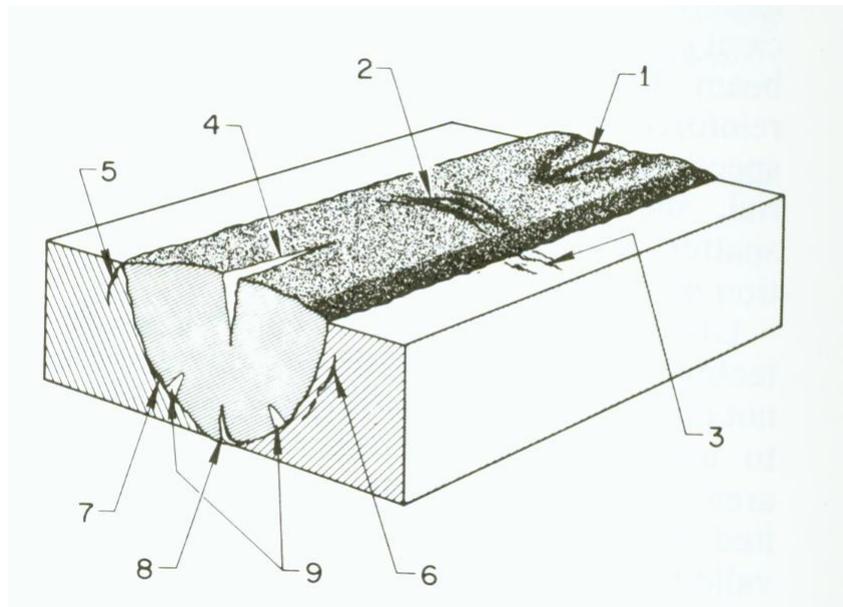


Figura 3.4. Tipos mais comuns de defeitos em uniões soldadas: <sup>(1)</sup> Trinca de cratera no metal de solda, <sup>(2)</sup> Trinca transversal no metal de solda, <sup>(3)</sup> Trinca transversal na ZTA, <sup>(4)</sup> Trinca longitudinal no metal de solda, <sup>(5)</sup> Trinca (TOE) no metal de base, <sup>(6)</sup> Trinca de sobrejunta no metal de base, <sup>(7)</sup> Trinca na linha de fusão, <sup>(8)</sup> Trinca de raiz no metal de solda, <sup>(9)</sup> Trinca (HAT) no metal de solda. (ASM HANDBOOK, 1989)

Neste trabalho, em particular, analisar-se-á, as uniões soldadas em chapas do aço API 5LX-60. À essas, foram soldadas chapas de Inconel 625 por um processo de explosão. A nova chapa revestida foi então, recortada e unida por intermédio de uma solda de topo pelo processo de arame sólido contínuo sob proteção gasosa, especificamente o GMAW (Gas Metal Arc Welding) automático com arame de Inconel 625. Todo o material avaliado neste estudo foi diretamente fornecido pela PETROBRAS-CENPES, todavia, o acompanhamento e controle dos processos de soldagem não foram objeto neste estudo, sendo de inteira responsabilidade a verificação técnica pelos que subvencionaram a cessão dos mesmos.

Os defeitos de soldagem que serão avaliados neste trabalho são variantes em tamanhos e posições porém, simplificados geometricamente. Buscou-se a obtenção dos sinais característicos dos diferentes defeitos, assim como a resposta do ensaio ultra-sônico frente a variações na forma e posição das descontinuidades no interior do material.

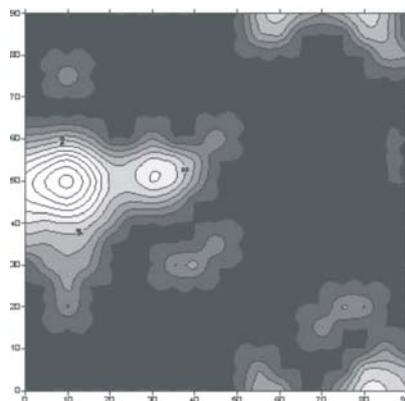
### *Características da Solda e do Procedimento de Soldagem*

As características micrográficas do metal de solda com diferentes aumentos, podem ser melhor avaliadas na tabela de micrografias, Tabela 3.5, apresentada ao final desta seção. Em se tratando de metal de solda do tipo CFC, a estrutura apresenta-se de forma bastante peculiar em relação ao formato dos grãos após a soldagem. A estrutura do metal de solda possui grãos epitaxiais de forma alongada, colunar, constituído internamente por dendritas e células (ou ambas). Várias dendritas ou células aglomeradas formam a estrutura do grão colunar. Desta forma, a estrutura mencionada é anisotrópica e, assim, o comportamento da velocidade das ondas ultra-sônicas e da atenuação varia em função da direção de crescimento dos grãos colunares. Há uma direção cristalográfica preferencial de crescimento do grão colunar, constatada na solda, onde a função de distribuição e orientação cristalográfica (*FDO*), Figura 3.5. , apresenta a direção preferencial de crescimento dos grãos. A maioria destes grãos cresce mais rapidamente nesta direção, governada pela direção do máximo gradiente térmico dentro do cordão de solda. O gradiente é determinado pelo resfriamento do metal sólido em contato com o cordão. Por isso, pode-se produzir grãos colunares com vários milímetros de comprimento.

Se as condições de reaquecimento não causarem a recristalização do passe anterior, existe o crescimento epitaxial quando o metal fundido do novo passe se solidifica. Então, o grão adquire a orientação cristalina do passe anterior.

No caso de uma solda com múltiplos passes, a direção do gradiente de temperatura muda dentro de cada passe e também de um passe para o próximo. Os grãos tendem a seguir a direção do

gradiente local de temperatura, isto é, perpendicular às isoterma. Grãos que estão na direção preferencial, paralelos ao fluxo de calor, tendem a crescerem mais rapidamente suprimindo o crescimento de grãos não orientados. Grãos que possuem orientação próxima a direção do fluxo de calor desviam-se para a direção do gradiente de temperatura com o crescimento de dendritas secundárias. Os grãos podem, desta forma, apresentarem pequenas mudanças na direção da epitaxialidade. As mudanças mais visíveis estão na proximidade da parede do chanfro em uma solda, ou seja, próximo ao metal de base, o qual é uma região mais fria.



*Figura 3.5. Função de distribuição e orientação cristalográfica (FDO), representativa da textura, para o metal da solda de união*

Como já mencionado, o processo de soldagem empregado para confecção da solda de união dos copos de prova foi o processo GMAW. Neste processo, o arco elétrico é mantido sob o fluxo de um gás protetor, entre o eletrodo e a peça. O arco cria a poça de fusão no metal de base e funde o eletrodo que forma o material de preenchimento, no caso o Inconel 625. A característica mais indesejável do processo é sua alta velocidade de resfriamento, pois não há a proteção da escória, o que favorece modificações microestruturais, possibilitando o surgimento de defeitos

A técnica de soldagem empregada no revestimento interno da tubulação (ou chapas), é o processo designado por soldagem à explosão, o qual é basicamente uma união no estado sólido, que produz a junção das partes por impacto em alta velocidade, como resultado de uma explosão controlada. Neste processo a soldagem é produzida em uma fração de segundo sem a necessidade da adição de material extra. O material soldado à explosão é, rigorosamente, o mesmo da solda de união (Inconel 625) portanto, possui as mesmas propriedades características apresentadas posteriormente (pg.64). Outros processos de soldagem estão sendo estudados para a aplicação na manufatura de dutos para *risers*.

### Características Microestruturais do Metal de Solda

O conhecimento da orientação dos grãos, Figura 3.5, qualifica a anisotropia do material e fornece informações relevantes para o ensaio ultra-sônico de uma junta soldada e sua respectiva integridade estrutural. Os resultados para a orientação mais provável segundo este tipo de análise é segundo o eixo <100> de acordo com as informações obtidas neste ensaio experimental.

A anisotropia é o resultado da solidificação do metal de solda em cada passe e uma maneira de se obter a orientação resultante dos grãos é a análise por macrografia, Figura 3.2, e micrografia da região em estudo. Este tipo de levantamento pode ser comparado a função de distribuição e orientação cristalográfica para confirmação da orientação dos mecanismos de crescimento cristalino.

A Tabela 3.5, mostra a microestrutura do metal de solda após o ataque por mistura de ácidos (15ml ácido clorídrico, 10ml ácido acético, 15ml ácido nítrico). Nota-se que a microestrutura observada é predominantemente epitaxial, reforçando a característica anisotrópica do metal de solda no que diz respeito à simulação das propriedades do material para o ensaio ultra-sônico. Existem, entretanto, algumas disparidades locais, como é o caso das dendritas secundárias. Neste tipo de junta soldada, os corpos de prova apresentam a maioria dos grãos em uma direção bem definida no plano transversal.

Do ponto de vista matemático da propagação ultra-sônica, o material pode ser descrito como uma série de sub-domínios homogêneos (passes) isotrópicos ou então, como um único domínio homogêneo transversalmente isotrópico (devido à orientação granulométrica, ou seja, a constatação de um eixo de simetria).

### Propriedades Químicas e Mecânicas do Inconel 625

As características elásticas de um material anisotrópico, assim como o Inconel 625, dependem em grande parte da composição da liga ternária Fe-Ni-Cr (MOYSAN, 2003). Estas, bem como as suas características químicas, Tabela 3.3, foram obtidas em referências específicas, visando apenas a exposição das suas características principais exigidas pelo produto final.

Tabela 3.3. Composição do Inconel 625

Tipo de Análise**	Elementos (% em peso)									
	C	Fe	Ni	Cr	Mo	Nb	Co	Ta	Ti	Al
Análise Química I	0,05	2,5	61,0	21,5	9,0	3,6	-	-	0,2	0,2
Análise Química II	*0,1	*5,0	Bal	21,5	9,0	3,65	*1,0	3,65	*0,4	*0,4

\* composição máxima

\*\* ASM Specialty Handbook (2000), pp 71 e 299.

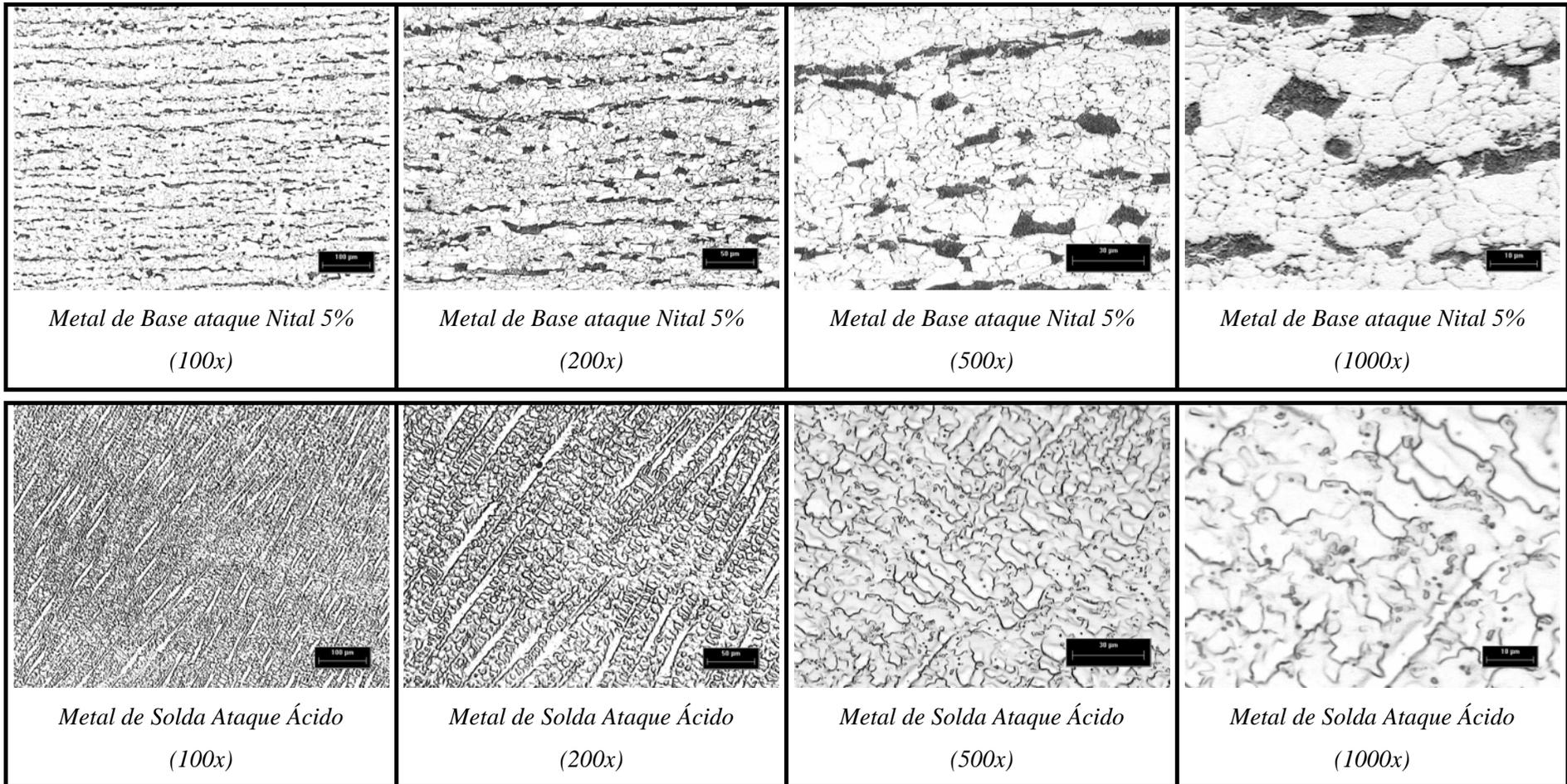
A soldagem por explosão não produz mudanças nas propriedades físicas dos materiais envolvidos mas, pode produzir apreciáveis mudanças nas características mecânicas e de dureza dos metais na região próxima da junta. De uma forma geral, a deformação plástica durante o processo de soldagem aumenta a dureza e a resistência a tração dos materiais naquela região. Porém, a Tabela 3.4, apresenta apenas as características mecânicas do Inconel 625 isoladamente, não considerando o processo no qual o mesmo foi envolvido.

Tabela 3.4. Características mecânicas do Inconel 625

Liga*	Limite de Resistência		Limite de Escoamento (0,2% deslocamento)		% Elongação em 50 mm	Módulo de Elasticidade (tensão)		Dureza [HB]
	MPa	ksi	MPa	Ksi		GPa	10 <sup>6</sup> psi	
Inconel 625	930	135	517	75	42,5	207	30	190

\* ASM Specialty Handbook (2000), pp 17

*Tabela 3.5. Características micrográficas dos materiais*



## 3.2. Metodologia Experimental

Além dos corpos de prova utilizados para os levantamentos das características micrográficas e caracterização do tipo de anisotropia, foram confeccionados outros para medição de velocidade de propagação em diferentes eixos através do método ultra-sônico. As medidas realizadas por ultra-som tornaram possível a medição das constantes elásticas para as composições dos materiais neste estudo. De acordo com MOYSAN (2003), os valores dos componentes do tensor de constantes elásticas apresentam variações significativas de acordo com a composição dos materiais; por este motivo, optou-se aqui, por efetuar as medidas diretamente no material em vez de utilizar os valores pré-escritos em referências específicas. Os resultados das medições foram comparados com os valores obtidos por outros autores em materiais similares, como pode ser visto na seção 3.2.2., Tabela 3.9.

### 3.2.1. Medição das Velocidades de Propagação

A Figura 3.6. expõe uma representação esquemática da junta soldada analisada de onde foram retirados seis corpos de prova para medição de velocidade e constantes elásticas. Destes seis corpos de prova, quatro foram retirados do metal de base em posições diagonalmente opostas e dois destes foram retirados do metal da solda de união em posições longitudinalmente opostas, conforme apresentado. Estas posições foram selecionadas de modo a obter as diferentes propriedades em distintas posições do material, para confirmar a suposição da homogeneidade através da medição das pequenas variações nas propriedades.

Todas as amostras retiradas, cujas dimensões estão dispostas na Tabela 3.6 e Tabela 3.7, foram fresadas e polidas para propiciar uma boa precisão dimensional e obter a qualidade superficial necessária a fim de permitir um bom acoplamento com o transdutor. Todos os corpos de prova foram medidos com um micrômetro de precisão. Cada corpo de prova foi designado por uma letra para indicar a sua posição na junta soldada. As faces das amostras foram marcadas com a numeração do referencial global. As velocidades de propagação foram medidas em cada face e a numeração indica o eixo de propagação e a polarização.

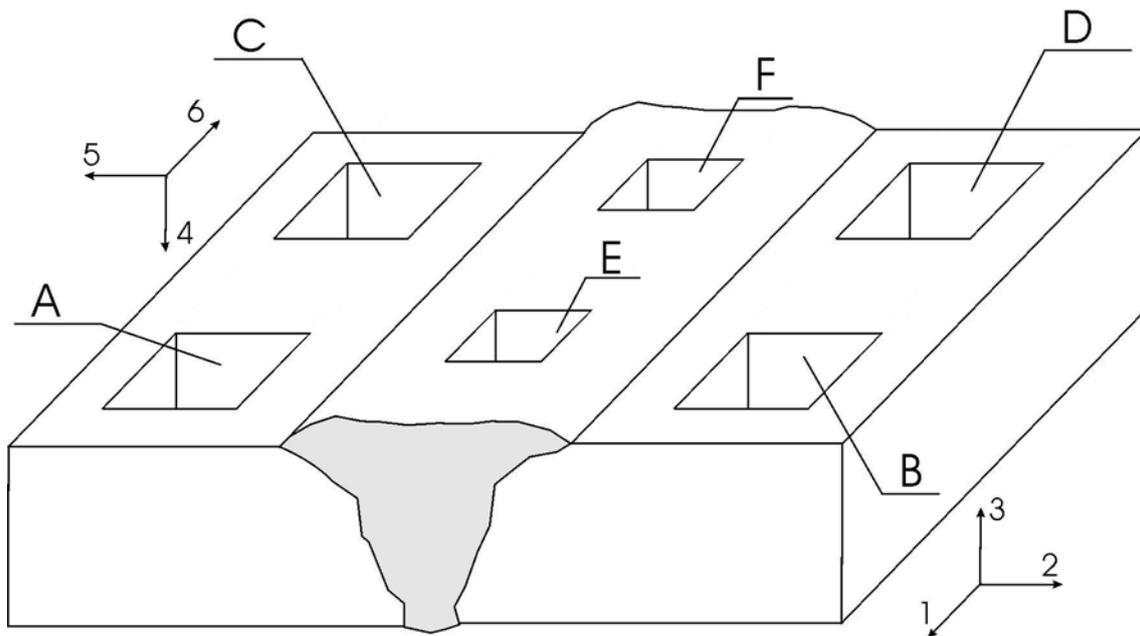


Figura 3.6. Esquema representativo do posicionamento dos corpos de prova para medição de velocidade na junta soldada

Tabela 3.6. Dimensão dos corpos de prova [mm] do metal de base – Aço API 5LX 60

Corpo	A			B			C			D		
	1-6	2-5	3-4	1-6	2-5	3-4	1-6	2-5	3-4	1-6	2-5	3-4
1	18,562	18,554	18,542	18,571	18,566	18,545	18,567	18,561	18,561	18,580	18,574	18,558
2	18,549	18,555	18,550	18,572	18,566	18,551	18,570	18,560	18,564	18,559	18,583	18,562
3	18,563	18,553	18,554	18,569	18,551	18,554	18,579	18,574	18,563	18,563	18,574	18,573
4	18,572	18,549	18,541	18,570	18,562	18,548	18,575	18,577	18,561	18,593	18,563	18,564
5	18,566	18,552	18,547	18,572	18,569	18,551	18,579	18,571	18,565	18,579	18,582	18,570
6	18,562	18,554	18,542	18,572	18,569	18,546	18,567	18,561	18,563	18,58	18,575	18,561
7	18,552	18,557	18,552	18,572	18,567	18,554	18,571	18,563	18,564	18,562	18,585	18,563
8	18,565	18,554	18,556	18,572	18,553	18,555	18,582	18,576	18,565	18,566	18,576	18,572
9	18,575	18,548	18,544	18,572	18,553	18,549	18,577	18,576	18,562	18,590	18,562	18,565
10	18,567	18,554	18,55	18,573	18,570	18,553	18,580	18,573	18,566	18,582	18,582	18,572
<b>Média</b>	18,563	18,553	18,548	18,572	18,563	18,551	18,575	18,569	18,563	18,575	18,576	18,566
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	7827			7828			7826			7827		

Tabela 3.7. Dimensão dos corpos de prova [mm] do metal de solda – Inconel 625

Corpo	E			F		
	1-6	2-5	3-4	1-6	2-5	3-4
Medição						
1	15,072	15,076	15,079	15,038	15,008	15,059
2	15,065	15,063	15,076	15,128	15,011	15,042
3	15,040	15,058	15,069	15,142	14,993	15,012
4	15,048	15,063	15,079	15,068	14,992	15,049
5	15,068	15,070	15,082	15,120	15,008	15,056
6	15,07	15,073	15,077	15,042	15,006	15,071
7	15,063	15,063	15,070	15,128	15,008	15,040
8	15,039	15,057	15,068	15,141	14,992	15,014
9	15,053	15,064	15,078	15,172	14,989	15,048
10	15,067	15,068	15,079	15,122	15,007	15,058
<b>Média</b>	15,059	15,066	15,076	15,110	15,001	15,045
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	8338			8325		

A abordagem da medição da velocidade, no contexto das suas variações em diferentes eixos de propagação, implica em alterações de tempo da ordem de nano-segundos, os quais podem ser mensurados. Estas alterações podem ser determinadas medindo-se o atraso entre os ecos da onda ultra-sônica.

Para a obtenção das variações de tempo da onda ao longo da espessura do material foi utilizada uma configuração pulso-eco, onde um único transdutor é usado como emissor/receptor. O sinal adquirido, corresponde a uma sucessão de ecos provenientes da face oposta a que o transdutor está acoplado. O tempo de percurso da onda é o tempo medido entre dois ecos consecutivos. As medições de velocidades foram realizadas no Instituto de Engenharia Nuclear (IEN), onde foi montado um sistema ultra-sônico para medida do tempo de percurso da onda semelhante ao encontrado em BITTENCOURT (2000), Figura 3.7. Os transdutores utilizados foram de ondas longitudinais e transversais com incidência normal e frequência de 5MHz e 2,25MHz, respectivamente, da marca Panametrics de 11mm de diâmetro; um gerador de pulso Matec SR9000 associado a um osciloscópio Tektronic 2221A de 100MHz, um PC e um atrasador de pulso Stanford DG53. Foram realizadas várias medições em cada face dos corpos de prova tendo-se assim, a medida da velocidade em diferentes eixos de propagação no material.

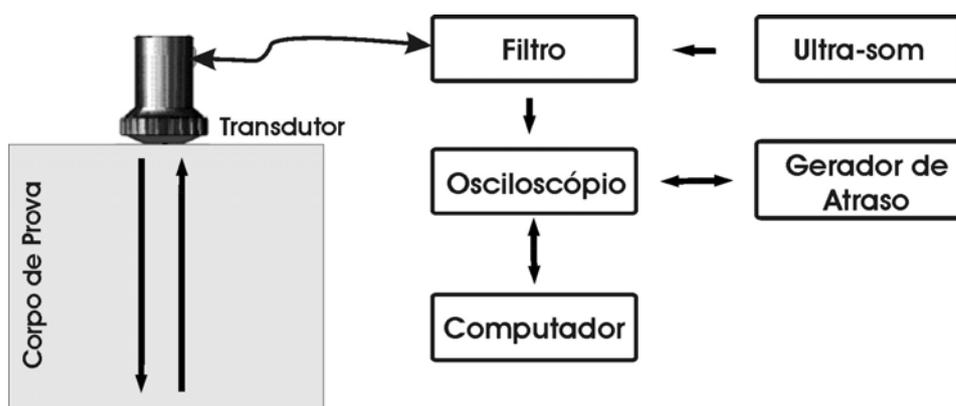


Figura 3.7. Esquema representativo do sistema de medição

O intervalo de tempo decorrido entre dois sinais é medido calculando-se a correlação cruzada<sup>23</sup>, a qual permite medir o atraso entre sinais, dispensando pontos de referência. Em BITTENCOURT *et al* (2003) foi desenvolvido um método cujo princípio se baseou na divisão do sinal adquirido, com dois ecos, de maneira a gerar dois sinais, em parte idênticos. Um dos sinais gerados era formado apenas pelo primeiro eco do sinal adquirido e o outro pelo sinal completo. O resultado da correlação cruzada entre esses dois sinais será, conceitualmente, o atraso entre eles. A defasagem entre os sinais, nesse caso, corresponde ao tempo de percurso que a onda ultra-sônica levou na sua propagação através da espessura do material.

Tabela 3.8. Velocidades de propagação da onda ultra-sônica em diferentes direções e polarizações nos corpos de prova avaliados

Velocidade (Direção e Polarização)	Metal de Base (A-D)		Metal de Solda (E-F)	
	V. Média (m/s)	Desvio Padrão	V. Média (m/s)	Desvio Padrão
$V_{11}$	6338,82	2,95	5955,26	11,40
$V_{22}$	6339,19	5,99	5908,37	3,52
$V_{33}$	6333,68	5,56	5974,24	1,37
$V_{12}$	3725,47	4,4	2967,10	25,62
$V_{13}$	3724,02	4,11	2963,41	43,18
$V_{23}$	3727,61	6,38	2957,57	19,06

As medidas de tempo pelo método proposto foram comparadas com medidas obtidas por equipamento eletrônico que possui precisão de pico-segundo, LAMY *et al.* (2002). Nos experimentos realizados, o tempo de percurso da onda ultra-sônica foi medido para o intervalo

<sup>23</sup> Maiores informações sobre esta técnica encontram-se em BITTENCOURT (2000 e 2003).

de confiança de 90% e com interpolação seguida de correlação cruzada empregando-se fatores de expansão, Tabela 3.8.

### 3.2.2. Obtenção das Constantes Elásticas

Alguns autores, SILK, (1981); HALKJAER, (2000), consideram as propriedades elásticas das ligas de níquel similares a de um material austenítico ou a sistemas ortotrópicos porém, sendo possível a utilização do sistema de isotropia transversa para caracterizar a estrutura dos grãos colunares. As constantes elásticas correspondentes aos materiais transversalmente isotrópicos podem ser associadas à orientação dos grãos colunares.

*Tabela 3.9. Constantes elástica [GPa] avaliadas nos corpos de prova*

Material	$C_{11}$	$C_{33}$	$C_{55}$	$C_{13}$	$C_{12}$	$C_{15}/C_{35}$	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Simetria
Aço Estrut Colunar <sup>1</sup>	248	214	126	142	113	0	7860	TI
Aço Austenítico <sup>2</sup>	216	262,75	129	145	145	0	7800	-
X6 CrNi 18 11 <sup>3</sup>	241,1	240,12	112,29	138,03	-	0	7820	Isotróp.
G-X5 CrNi 18 10a <sup>3</sup>	249,9	207,34	125,88	124,41	-	0	7880	Isotróp.
API 5LX-60	314,34	314,34	108,65	97,03	97,03	0	7826,95	Isotróp.
Inconel Aust Anis <sup>4</sup>	263	216	129	145	-	0	8120	-
Inconel 625 LCF(UNS N06626)	278,93	278,93	77,102	124,73	124,73	0	8800	-
Inconel Isotróp <sup>4</sup>	279	279	82,6	114	-	0	8420	Isotróp.
Inconel Estr Colunar <sup>5</sup>	217	263,2	-	144	-	0	8100	TI
Austenita <sup>3</sup>	217	263,2	-	144	-	0	8100	-
Austenita 308 <sup>3</sup>	216	216	-	145	-	0	8100	-
INCONEL 625	284,45	290,85	72,88	140,09	139,27	0	8331,61	TI
G-X5 CrNi 18 10 b <sup>3</sup>	257,46	220,08	118,65	150,47	-	0	7880	TI

<sup>1</sup> Yamawaki (2000); <sup>2</sup> Langenberg (2000); <sup>3</sup> Schmitz (1999); <sup>4</sup> Eriksson (2000); <sup>5</sup> Spies (2001).

A obtenção das constantes elásticas se dá através da associação destas com as relações das velocidades de propagação em diferentes direções no material em estudo, conforme visto no capítulo anterior, Capítulo 2. A seção 2.3.4., apresenta a relação da velocidade de fase e os parâmetros de anisotropia para o cálculo direto das constantes elásticas através das Eq. 2. 87 à Eq. 2. 91. A Tabela 3.9, acima, apresenta os valores das constantes elásticas mensuradas (itens sombreados) através do ensaio ultra-sônico da medição de velocidade cujos valores para cada

direção estão expressos na Tabela 3.8, acima, para os diferentes materiais ensaiados. Os demais itens são medidas comparativas retiradas de levantamentos de outros pesquisadores.

### 3.3. Metodologia Numérica

A metodologia numérica aplicada para as avaliações dos materiais neste estudo foi subdividida em três etapas, de maneira simplificada, descritas pelo fluxograma apresentado na Figura 3.8.

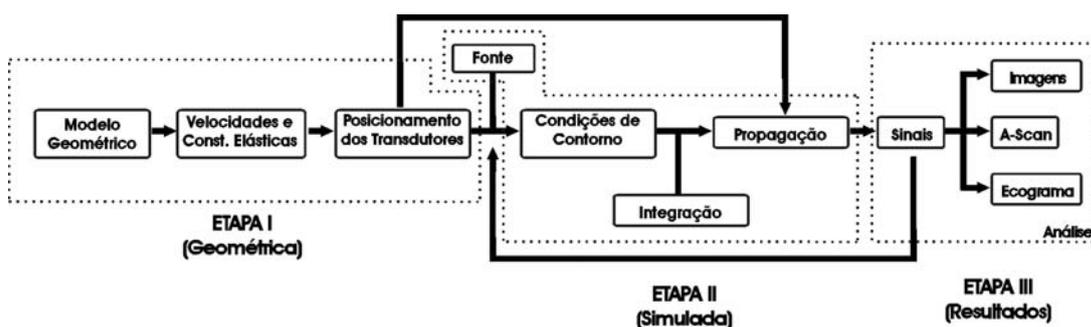


Figura 3.8. Etapas do processo de simulação

A primeira etapa consiste na estipulação da geometria a ser estudada e atribuição das propriedades em cada região do modelo, bem como o posicionamento dos transdutores. A segunda etapa é a parte simulada propriamente dita; nesta estabelece-se a função analítica que mais se aproxima da fonte desejada, as condições de contorno e o esquema de diferenças finitas mais apropriado ao modelo a ser estudado. A terceira e última etapa, são as saídas da simulação, ou seja, os resultados, que por uma questão de organização serão apresentados somente no capítulo seguinte, Capítulo 4, com todos detalhes.

Todos os modelos numéricos foram gerados no campo bidimensional, conforme descritos nas seções posteriores, de tamanhos compatíveis com os objetivos, tempo e capacidade computacional disponível, que propiciaram um bom acompanhamento dos fenômenos ocorridos durante todas as etapas do processo.

#### 3.3.1. Características Físicas e Geométricas dos Modelos – Etapa I

Para a análise dos resultados, foram gerados dois tipos de modelos, um totalmente homogêneo e um outro representativo de uma junta soldada com defeitos intrínsecos. Dos modelos homogêneos foram analisadas 15 situações distintas com avaliação baseada nas variações dos parâmetros a anisotropia, tendo as constantes elásticas do metal de solda como referência. Dos

modelos representativos da junta soldada, foram avaliados 64 modelos distintos com variações no tamanho e posicionamento dos defeitos internos para análise dos seus sinais característicos. Os modelos empregados tinham em comum as seguintes características:

- densidade ( $\rho$ ) de  $7826\text{kg/m}^3$ , para o Metal de Base e  $8331\text{kg/m}^3$ , para o Metal de Solda; medidas experimentalmente e aplicadas ao modelo numérico.
- frequência de corte ( $f_{m\acute{a}x}$ ) ajustada 500Hz, visando limitar a faixa de frequência das ondas propagadas;
- velocidades e constantes elásticas obtidas das medidas experimentais apresentadas na Tabela 3.8 e Tabela 3.9;
- malha de discretização regular quadrada, para evitar o favorecimento da propagação em qualquer direção que possa ser atribuído à definição da malha, com intervalo de amostragem espacial ( $h$ ), calculado a partir da velocidade mínima ( $v_{m\acute{i}n}$ ) de propagação das ondas e da frequência de corte, pela relação, Eq. 2. 111, no capítulo anterior, onde 5 é o número de amostras consideradas para o menor comprimento de onda ( $\lambda_{m\acute{i}n}$ ), obtido através de experimentações;
- intervalo de amostragem temporal ( $h_t$ ) calculado a partir do intervalo de discretização espacial da malha ( $h$ ) e da velocidade máxima ( $v_{m\acute{a}x}$ ) de propagação das ondas, pela relação, Eq. 2. 112, do capítulo anterior, ou seja, 1/20 do tempo necessário para que a onda ultrasônica percorra o intervalo de amostragem espacial ( $h$ ) com a maior velocidade apresentada no modelo; esse fator também foi obtido através de experimentações;

Os procedimentos de geração de modelos empregados na modelagem diferem em alguns aspectos, como é o caso do posicionamento dos transdutores. Nos modelos homogêneos, que são modelos de carácter didático, a emissão está no centro do material, apenas para demonstrar as diferenças de propagação em meios anisotrópicos. Nos modelos de juntas soldadas, os transdutores são colocados na superfície do material, se aproximando ao máximo de um ensaio real de campo.

### Geração dos Modelos de Velocidade e Constantes Elásticas ( $C_{mm}$ )

Após a geração das malhas, cada ponto deve receber um grupo valores específicos de propriedades elásticas, dependendo da região onde este se encontre. Se um ponto na malha pertencer ao metal de base, este deve receber as propriedades elásticas relativas ao metal de base e assim por diante. Cada ponto recebe seis valores de propriedades;  $\rho$ ,  $C_{11}$ ,  $C_{13}$ ,  $C_{35}$ ,  $C_{44}$ ,  $C_{66}$ ; Os valores destas propriedades são os mesmos dispostos na Tabela 3.9 e foram atribuídos a cada região correspondente no modelo.

### Posicionamento dos Transdutores

Dada a geração do modelo de velocidades e constantes elásticas, o segundo passo é a inserção do emissor e do receptor no interior do mesmo; têm-se que os modelos didáticos homogêneos possuem uma emissão de ondas ultra-sônicas centradas no interior do modelo. Nos modelos de juntas soldadas, os transdutores são colocados na superfície do material, distanciados de 80mm numa superfície de 100mm onde a solda encontra-se no centro da chapa (50mm), desta forma se aproximando ao máximo das dimensões reais de um ensaio.

## 3.3.2. Procedimentos de Propagação e Simulação – Etapa II

### Esquemas de Diferenças Finitas

O esquema de Diferenças Finitas formulado para este caso em estudo foi de formulação homogênea onde, a velocidade foi encarada como sendo constante em todos os pontos inscritos dentro de um determinado sub-domínio, ou seja, com as propriedades elásticas também constantes. As propriedades entre as camadas variam abruptamente porém, métodos de integração aplicados puderam minimizar esta diferença causada pela interface entre camadas.

Com a aplicação da formulação homogênea, previamente apresentada no capítulo anterior, seção 2.4.3., Eq. 2. 95., juntamente com a progressão temporal da função potencial  $\psi$  com aproximação de segunda ordem em diferenças centrais, na mesma seção, Eq. 2. 106., tem-se o trecho do algoritmo PS2 confeccionado por ZAHRADNÍK *et al.*(1994) adaptado neste estudo pelo autor para tal fim. O algoritmo original sugerido por ZAHRADNÍK *et al.*(1994) apresenta um esquema bidimensional de diferenças finitas para malhas quadradas no qual as derivadas espaciais são utilizadas em todo o interior do modelo. A Figura 3.9. apresenta uma representação esquemática da utilização do esquema de segunda ordem para as derivadas mistas

esaciais utilizadas nos estudos do referido autor, onde as integrações são representadas pelas elipses, as tensões por losangos e os deslocamentos por círculos.

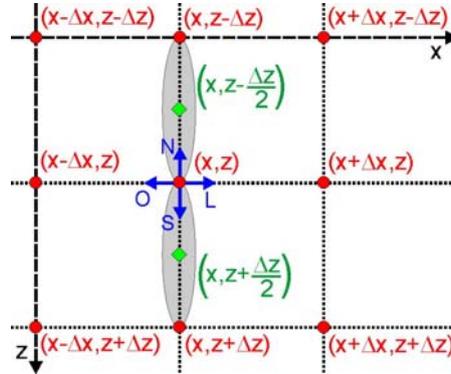


Figura 3.9. Esquemas de segunda ordem das derivadas mistas espaciais desenvolvido por ZAHRADNÍK et al.(1994), retirado de ROSA FILHO (2002).

Este é um modo de representação da equação da onda para meios anisotrópicos bidimensionais, onde as entradas são os arquivos de propriedades elásticas  $C_{mn}$  compiladas em linguagem FORTRAN, utilizando as rotinas de processamento sísmico em plataforma UNIX para aquisição dos resultados simulados. Os índices  $e$  e  $s$  nos arquivos de propriedades elásticas  $C_{mn}$  correspondem, respectivamente, às direções de  $x$  crescente e  $z$  crescente, conforme visto na Figura 3.9. anteriormente.

```

*****
do i=2,Nx-1
  do j=...
    u3(j,i)=(C11e(j,i)*(u2(j,i+1)-u2(j,i))-C11e(j,i-1)*(u2(j,i)-u2(j,i-1)))+
1    0.25*(C13e(j,i)*(w2(j+1,i+1)+w2(j+1,i)-w2(j-1,i+1)-w2(j-1,i))-
2    (C13e(j,i-1)*(w2(j+1,i)+w2(j+1,i-1)-w2(j-1,i)-w2(j-1,i-1))))+
3    (C15e(j,i)*(w2(j,i+1)-w2(j,i))-C15e(j,i-1)*(w2(j,i)-w2(j,i-1)))+
4    0.25*(C15e(j,i)*(u2(j+1,i+1)+u2(j+1,i)-u2(j-1,i+1)-u2(j-1,i))-
5    (C15e(j,i-1)*(u2(j+1,i)+u2(j+1,i-1)-u2(j-1,i)-u2(j-1,i-1))))+
6    0.25*(C15s(j,i)*(u2(j+1,i+1)+u2(j,i+1)-u2(j+1,i-1)-u2(j,i-1))-
7    (C15s(j-1,i)*(u2(j,i+1)+u2(j-1,i+1)-u2(j,i-1)-u2(j-1,i-1))))+
8    (C35s(j,i)*(w2(j+1,i)-w2(j,i))-C35s(j-1,i)*(w2(j,i)-w2(j-1,i))))+
9    0.25*(C55s(j,i)*(w2(j+1,i+1)+w2(j,i+1)-w2(j+1,i-1)-w2(j,i-1))-
0    (C55s(j-1,i)*(w2(j,i+1)+w2(j-1,i+1)-w2(j,i-1)-w2(j-1,i-1))))+
1    (C55s(j,i)*(u2(j+1,i)-u2(j,i))-C55s(j-1,i)*(u2(j,i)-u2(j-1,i))))*C+
2    2.*u2(j,i)-u1(j,i)
    w3(j,i)=(C15e(j,i)*(u2(j,i+1)-u2(j,i))-C15e(j,i-1)*(u2(j,i)-u2(j,i-1)))+
1    0.25*(C35e(j,i)*(w2(j+1,i+1)+w2(j+1,i)-w2(j-1,i+1)-w2(j-1,i))-
2    (C35e(j,i-1)*(w2(j+1,i)+w2(j+1,i-1)-w2(j-1,i)-w2(j-1,i-1))))+
3    (C55e(j,i)*(w2(j,i+1)-w2(j,i))-C55e(j,i-1)*(w2(j,i)-w2(j,i-1)))+
4    0.25*(C55e(j,i)*(u2(j+1,i+1)+u2(j+1,i)-u2(j-1,i+1)-u2(j-1,i))-
5    (C55e(j,i-1)*(u2(j+1,i)+u2(j+1,i-1)-u2(j-1,i)-u2(j-1,i-1))))+
6    0.25*(C13s(j,i)*(u2(j+1,i+1)+u2(j,i+1)-u2(j+1,i-1)-u2(j,i-1))-
7    (C13s(j-1,i)*(u2(j,i+1)+u2(j-1,i+1)-u2(j,i-1)-u2(j-1,i-1))))+
8    (C33s(j,i)*(w2(j+1,i)-w2(j,i))-C33s(j-1,i)*(w2(j,i)-w2(j-1,i))))+
9    0.25*(C35s(j,i)*(w2(j+1,i+1)+w2(j,i+1)-w2(j+1,i-1)-w2(j,i-1))-
0    (C35s(j-1,i)*(w2(j,i+1)+w2(j-1,i+1)-w2(j,i-1)-w2(j-1,i-1))))+
1    (C35s(j,i)*(u2(j+1,i)-u2(j,i))-C35s(j-1,i)*(u2(j,i)-u2(j-1,i))))*C+
2    2.*w2(j,i)-w1(j,i)
  ...

```

```

    enddo
  enddo *****

```

No caso do modelo da junta soldada, a interface que representa a superfície atende implicitamente às condições de superfície livre, e os índices  $i$  e  $j$  variam, respectivamente, de 2 a  $N_x-1$  e de superfície( $i$ )<sup>24</sup>+2 a  $N_z-1$ .

### A Fonte

O processo de propagação da onda se dá, inicialmente, através de uma perturbação na condição de repouso da malha. Este processo foi representado por uma excitação analítica causada por uma fonte direcional com ângulo de inclinação de 45° definida pela derivada de segunda ordem da função gaussiana, conforme a Eq. 2. 94., do capítulo anterior, que foi aplicada segundo o trecho do algoritmo que se segue, formulado por CUNHA (1997) e adaptado pelo autor.

```

*****
function fon_d2g(t,fc)
!Fonte: derivada segunda da Gaussiana
real*4 t,fc
real*4 pi
!Cálculo de Pi
pi = 4.0*atan(1.0)
fon_d2g=-pi*(pi*fc*t)*(pi*fc*t)
fon_d2g=exp(fon_d2g)
fon_d2g=-fon_d2g*(1.0-2.0*pi*(pi*fc*t)*(pi*fc*t))
return
end
*****
!Chamada do Termo Fonte
Nf=4*sqrt(pi)/(fcorte*DT)
Tf=2*sqrt(pi)/fcorte
fc=fcorte/(3.*sqrt(pi))
teta=(pi/180)*(theta) !âng font direcional
c stop
do n=1,Nf+1
  fonte(n)=fon_d2g((n-1)*DT-Tf,fc)
enddo
*****
do n=1,Ntotal !Progressão Temporal
  if(n.le.Nf+1)then
    u2(ixf,jzf)=Sin(teta)*fonte(k)
    w2(ixf,jzf)=Cos(teta)*fonte(k)
  endif
  ...
enddo
*****

```

Onde:  $f_c$  é a frequência central com função de tamanho ( $N_{fonte}$ ) definido pela relação:

$$N_{fonte} = \frac{4 \sqrt{\pi}}{h_t f_{máx}}$$

---

<sup>24</sup> superfície( $i$ ) valor de índice  $k$ , corresponde à coordenada vertical da interface da superfície.

onde  $h_t$  é o intervalo de amostragem temporal e  $f_{m\acute{a}x}$  é a freqüência máxima.

A utilização de fonte com polarização direcional de  $45^\circ$  teve como objetivo forçar o aparecimento das ondas S e essas, por sua vez, por causa da heterogeneidade do meio, provocaram o aparecimento de uma segunda frente de ondas P.

### Condições de Contorno

No modelo de dimensões 1000 x 300 amostras nas respectivas direções x e z, as bordas de absorção consumiram  $N_{abs}$  amostras em cada lado do modelo.

Na borda superior e inferior dos modelos, as constantes elásticas  $C_{mn}$ , a densidade  $\rho$  e as componentes do campo de deslocamento  $u_x$  e  $u_z$  são nulas, satisfazendo às exigências do formalismo do vácuo e as condições de contorno de Dirichlet. Desta forma, as condições de superfície livre são aproximadamente satisfeitas de forma implícita, conforme o algoritmo apresentado por Zahradník, em ROSA FILHO (2002).

```
*****
!Cálculo do Campo na Primeira Linha (Dirichlet u3=0.0 & w3=0.0)
c do j=1,Nz
c   u3(1,j)=0.0
c   w3(1,j)=0.0
!Cálculo do Campo na Última Linha (Dirichlet u3=0.0 & w3=0.0)
c   u3(Nx,j)=0.0
c   w3(Nx,j)=0.0
c enddo
*****
```

Nas bordas laterais dos modelos foram aplicadas condições de contorno definidas pelo algoritmo de Emerman e Stephen em 1983, segundo ROSA FILHO (2002), associadas às condições de absorção, na forma de fatores multiplicativos, através da abordagem de Von Neumann, apresentada na seção 2.4.5., do capítulo anterior, Capítulo 2, e adaptado pelo autor segundo o trecho do algoritmo a seguir:

```
*****
! Cálculo do Campo na Primeira e Última Colunas
do j=1,2
  u3(j,1)=u2(j,1)+beta*DT/h*(u2(j,2)-u2(j,1))
  w3(j,1)=w2(j,1)+alfa*DT/h*(w2(j,2)-w2(j,1))
  u3(j,Nx)=u2(j,Nx)-beta*DT/h*(u2(j,Nx)-u2(j,Nx-1))
  w3(j,Nx)=w2(j,Nx)-alfa*DT/h*(w2(j,Nx)-w2(j,Nx-1))
enddo
do j=3,Nz-2
```

```

    u3(j,1)=(alfa*DT-h)/(h+alfa*DT)*(u3(j,2)+u1(j,1))-
1    u1(j,2)+2.*h/(h+alfa*DT)*(u2(j,1)+u2(j,2))
    w3(j,1)=(beta*DT-h)/(h+beta*DT)*(w3(j,2)+w1(j,1))-
1    w1(j,2)+2.*h/(h+beta*DT)*(w2(j,1)+w2(j,2))
    u3(j,Nx)=(alfa*DT-h)/(h+alfa*DT)*(u3(j,Nx-1)+u1(j,Nx))-
1    u1(j,Nx-1)+2.*h/(h+alfa*DT)*(u2(j,Nx)+u2(j,Nx-1))
    w3(j,Nx)=(beta*DT-h)/(h+beta*DT)*(w3(j,Nx-1)+w1(j,Nx))-
1    w1(j,Nx-1)+2.*h/(h+beta*DT)*(w2(j,Nx)+w2(j,Nx-1))
enddo
do j=Nz-1,Nz
    u3(j,1)=u2(j,1)+beta*DT/h*(u2(j,2)-u2(j,1))
    w3(j,1)=w2(j,1)+alfa*DT/h*(w2(j,2)-w2(j,1))
    u3(j,Nx)=u2(j,Nx)-beta*DT/h*(u2(j,Nx)-u2(j,Nx-1))
    w3(j,Nx)=w2(j,Nx)-alfa*DT/h*(w2(j,Nx)-w2(j,Nx-1))
enddo
*****
!Bordas de absorção para as bordas laterais
do j=1,Na+1
    cof2(j)=(fmax-fmin)/Na*(Na+1-j)+fmin
    fat2(j)=exp( -(cof2(j)*(j-(Na+1)))*(cof2(j)*(j-(Na+1))) )
enddo
do i=Nx-Na,Nx
    k=i-(Nx-Na-1)
    cof3(k)=fmax-(fmax-fmin)/Na*(Nx-i)
    fat3(k)=exp( -(cof3(k)*(i-(Nx-Na)))*(cof3(k)*(i-(Nx-Na))) )
enddo
...
do i=1,Na !Borda lateral esquerda
    do j=1,Nz-Na-1
        u3(j,i)=u3(j,i)*fat2(i)
        w3(j,i)=w3(j,i)*fat2(i)
        u2(j,i)=u2(j,i)*fat2(i)
        w2(j,i)=w2(j,i)*fat2(i)
    enddo
enddo
do i=Nx-Na,Nx ! Borda Lateral Direita
    do j=1,Nz-Na-1
        u3(j,i)=u3(j,i)*fat3(i-(Nx-Na-1))
        w3(j,i)=w3(j,i)*fat3(i-(Nx-Na-1))
        u2(j,i)=u2(j,i)*fat3(i-(Nx-Na-1))
        w2(j,i)=w2(j,i)*fat3(i-(Nx-Na-1))
    enddo
enddo
*****

```

# Capítulo 4

## Análise e Discussão dos Resultados

Nas simulações com o primeiro tipo de modelo (homogêneo), foram gerados *snapshots* das componentes de deslocamento nas direções  $x$  e  $z$ , sobre os quais foram efetuadas as observações a respeito dos efeitos dos parâmetros de anisotropia no comportamento das frentes de onda. Já nas simulações com o segundo modelo (juntas soldadas) foram gerados ecogramas da classificação A-Scan sobre os quais foram realizadas as observações na qualidade e amplitude dos sinais indicadores de descontinuidades.

### 4.1. Modelo Homogêneo

Este primeiro caso de estudo visa principalmente a exposição do comportamento das frentes de onda com relação às variações nos parâmetros de anisotropia. Os seguintes modelos são da classificação homogênea formados por um semi-plano  $xz$  com 2500 x 2500 pontos nas respectivas direções.

O espaço temporal adotado para este caso em questão foi de  $6,5\mu s$  para cada uma das situações de isotropia e isotropia transversa a qual o modelo foi submetido. Produziu-se com isto 15 situações distintas de variações de parâmetros, nomeadas segundo as regras da Tabela 4.1. Os elementos da Figura 4.1 e Figura 4.2 apresentam as imagens (*snapshots*) das referidas situações no modelo homogêneo com componentes horizontal e vertical do campo de deslocamento de cada caso, onde a fonte é do tipo explosiva localizada ao centro do modelo.

Com as imagens das componentes do campo de deslocamento, Figura 4.1 e Figura 4.2, é possível a avaliação do formato das frentes de onda P e S propagadas para cada uma das situações.

*Tabela 4.1. Numeração das componente<sup>25</sup>s do campo de deslocamento segundo os parâmetros de anisotropia  $\varepsilon$  e  $\delta$ .*

Parâmetros	$\varepsilon = 0,4$	$\varepsilon = 0,2$	$\varepsilon = 0,0$
$\delta = 0,4$	pd4pe4	pd4pe2	pd4zez
$\delta = 0,2$	pd2pe4	pd2pe2	pd2zez
$\delta = 0,0$	zdzpe4	zdzpe2	zdzzez
$\delta = -0,2$	nd2pe4	nd2pe2	nd2zez
$\delta = -0,4$	nd4pe4	nd4pe2	nd4zez

Siglas:

p→positivo; n→negativo; z→zero; d→ $\delta$  ; e→ $\varepsilon$ .

Os modelos homogêneos possuem as seguintes características em comum:

- Malha de amostragem de 2500 x 2500 pontos, quadrada, com intervalo de amostragem espacial ajustado para  $1,1 \times 10^{-5}$  mm;
- Densidade de 5900 kg/m<sup>2</sup>;
- Frequência de corte ajustada em 500 Hz;
- Intervalo de amostragem temporal de  $3,2 \times 10^{-9}$  s a  $5 \times 10^{-9}$  s num total de 6,5  $\mu$ s,
- Processo de propagação iniciado através de uma fonte posicionada no centro do modelo.

---

<sup>25</sup> Esta mesma metodologia foi empregada nos estudos efetuados por ROSA FILHO (2002), entretanto, neste trabalho partiu-se de valores experimentais para os parâmetros anisotrópicos.

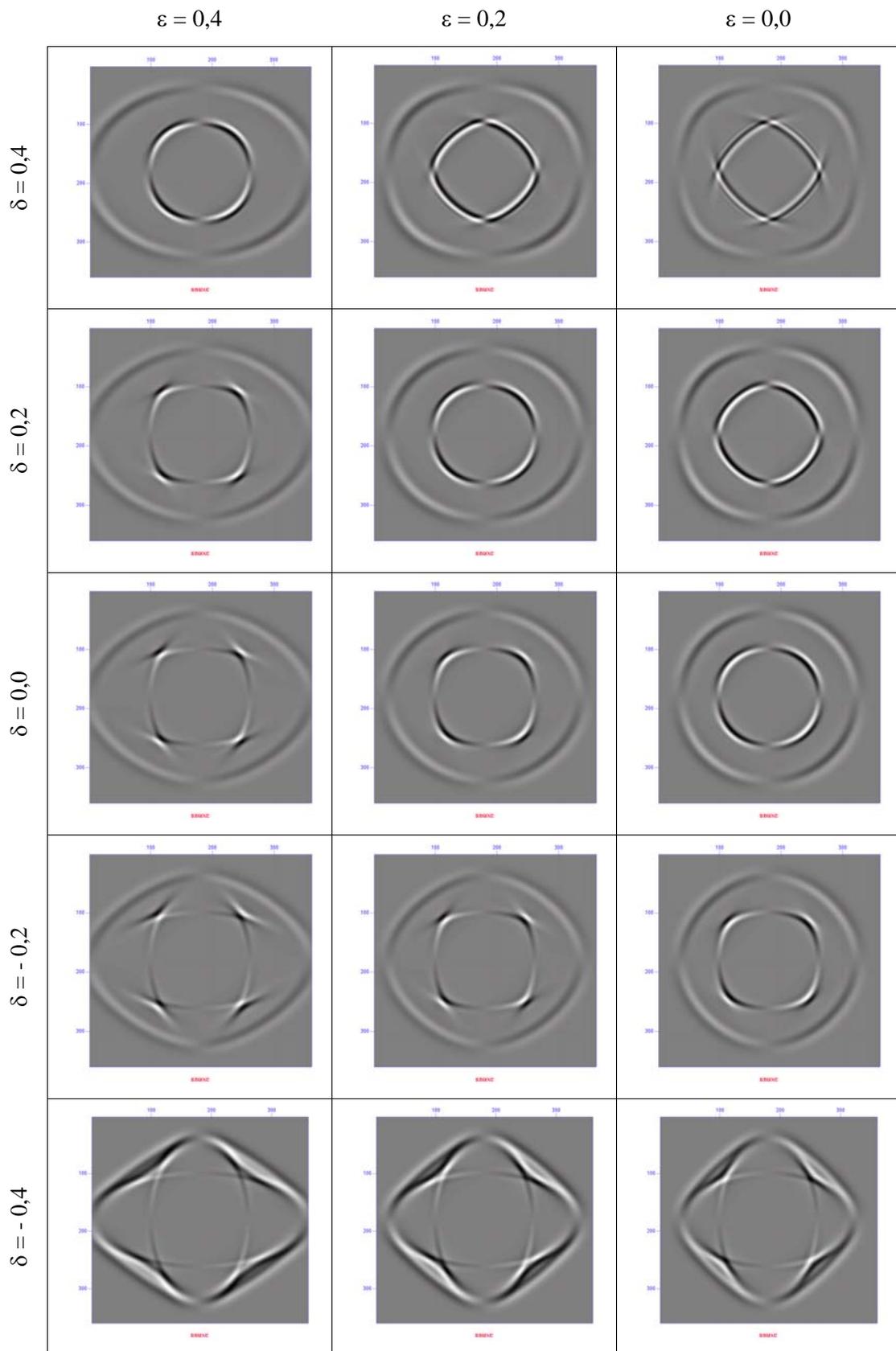


Figura 4.1. Componentes do campo de deslocamento na direção  $x$

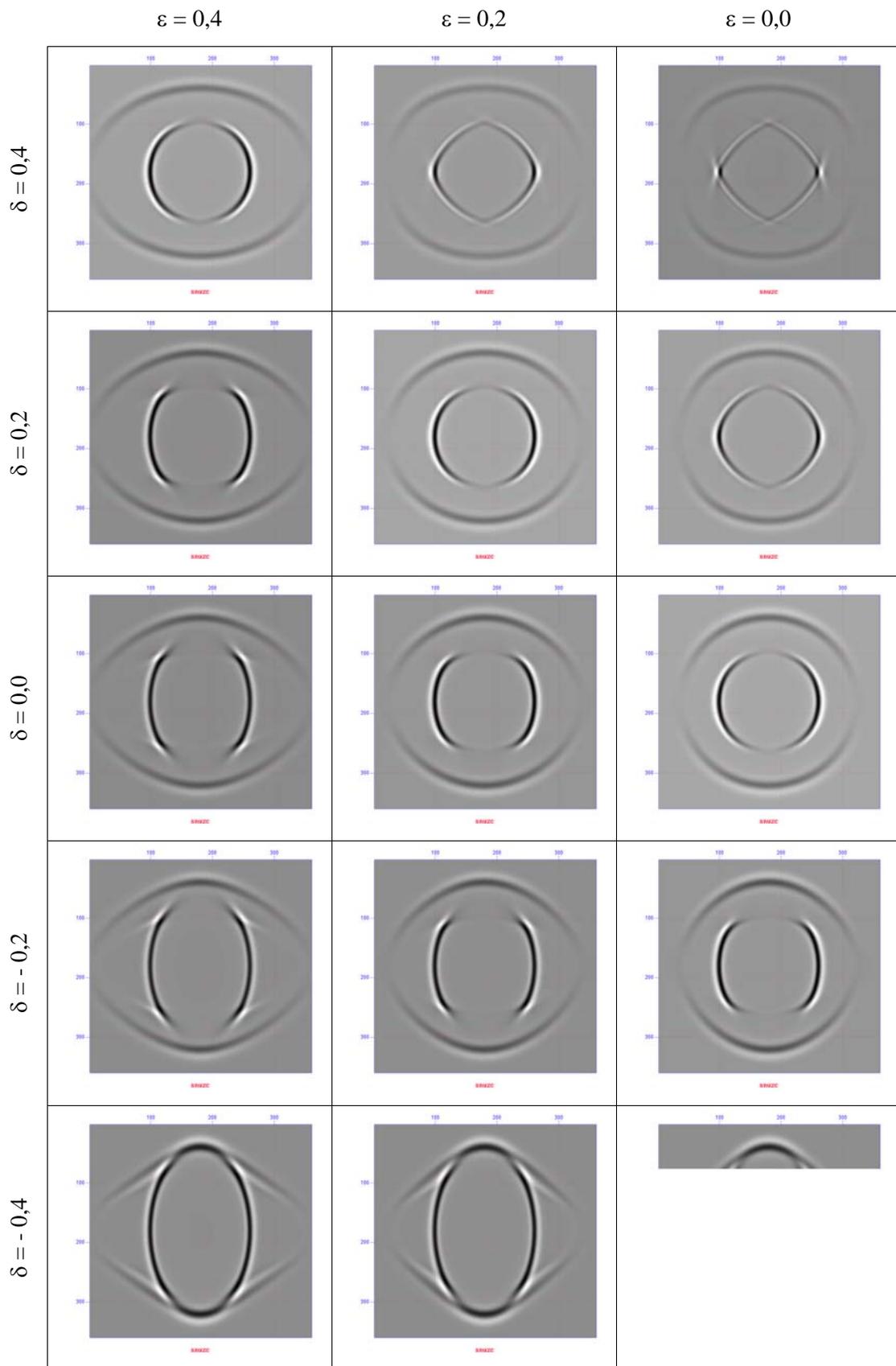


Figura 4.2. Componentes do campo de deslocamento na direção  $z$

Adicionalmente a avaliação do perfil qualitativo das imagens do campo de deslocamento vertical e horizontal apresentados nas Figura 4.1 e Figura 4.2, tem-se o levantamento do perfil de vagarosidade (*slowness profile*) para cada um dos 15 casos em questão, Figura 4.3.

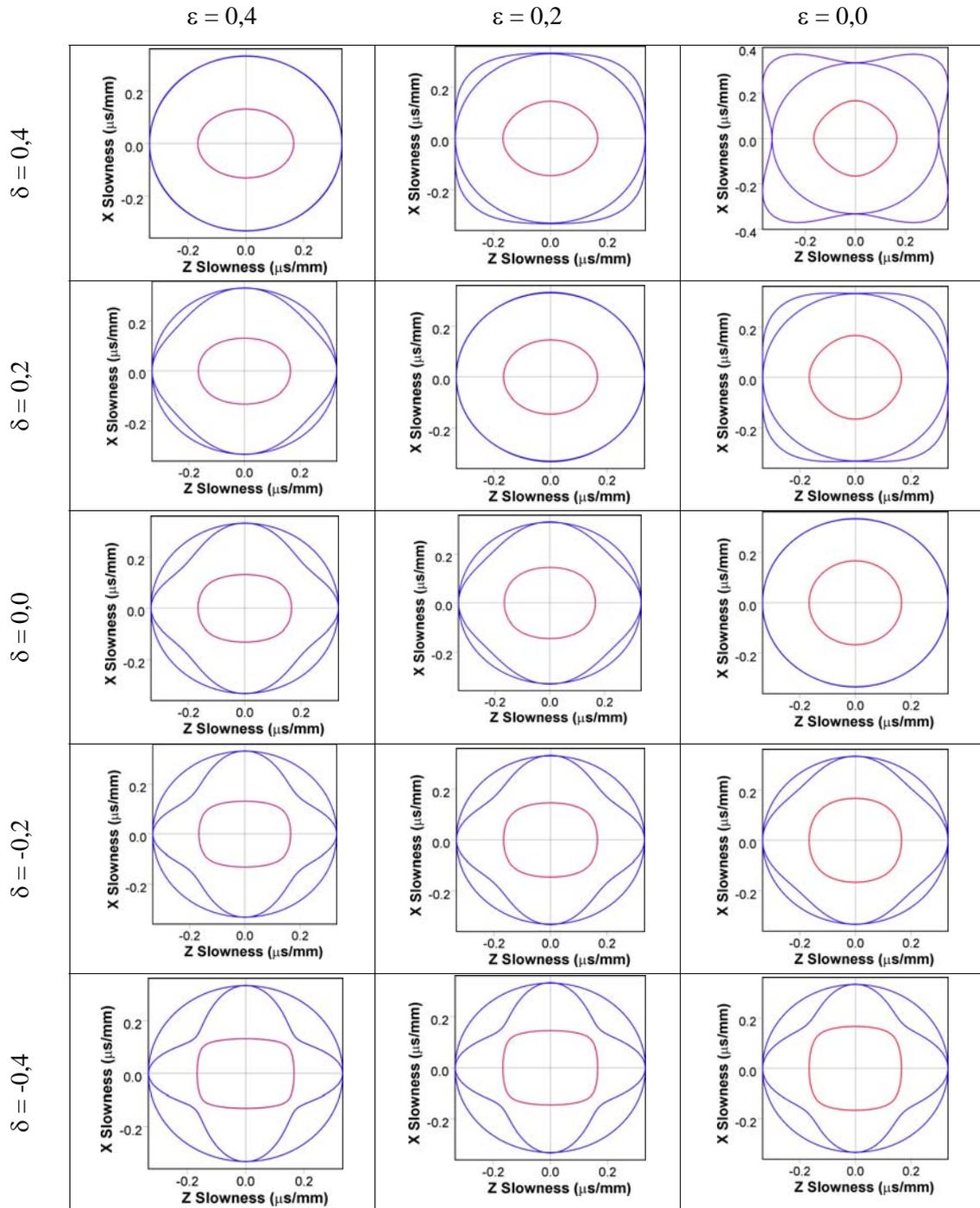


Figura 4.3. Perfil de vagarosidade (*Slowness Profile*) com parâmetros anisotrópicos variantes

## Comentários

Os efeitos das variações no parâmetro de anisotropia podem ser visualizados nas Figura 4.1 e Figura 4.2. Em ambas, o caso isotrópico, onde  $\varepsilon=0$  e  $\delta=0$ , é o modelo que serve de referência para a análise dos demais casos. Nele, as imagens das componentes do campo de deslocamento nas direções x e z mostram as frentes de ondas P e S com formatos circulares, em torno da posição central de disparo. O caso isotrópico pode ser interpretado como sendo o aço API 5L X-60. Os outros exemplos representam variações anisotrópicas referentes ao Inconel 625.

Em todos os demais casos, as imagens mostram que a variação no parâmetro  $\varepsilon$  se traduz na deformação da frente de onda P na direção horizontal. De acordo com ROSA FILHO (2002) esta deformação está vinculada em função da maior velocidade de propagação nessa direção, sem alterar a velocidade de propagação na direção vertical, então, o parâmetro  $\varepsilon$  é irrelevante em problemas de propagação de ondas P verticais. No caso das ondas S, o efeito é invertido, ou seja, ocorre uma deformação da frente de onda na direção vertical sem alterar a velocidade de propagação na direção horizontal. Já no caso da variação no parâmetro  $\delta$  o efeito se traduz por uma “aceleração”, para  $\delta>0$ , ou “desaceleração”, para  $\delta<0$ , da frente de onda P nas direções diagonais, enquanto que, para as ondas S, como no caso do parâmetro  $\varepsilon$ , ocorre o efeito inverso, ou seja, na direção diagonal, a frente de onda sofre uma “desaceleração”, para  $\delta>0$ , e “aceleração”, para  $\delta<0$ . Em suma, as variações nos parâmetros de anisotropia apresentam efeitos adversos vinculados ao desvio do sinal ultra-sônico, o que pode representar uma inspeção insatisfatória, ou ainda, um dimensionamento ou uma localização errôneos de uma descontinuidade no interior do material.

## 4.2. Modelo da Junta Soldada Dissimilar

O segundo caso avaliado é composto de um modelo de seção transversal de uma junta soldada semelhante a apresentada na Figura 3.1. , porém com a inserção de descontinuidades ao material. Este segundo caso de estudo visa principalmente o levantamento do comportamento da propagação da onda em relação a sua interação com descontinuidades de diferentes tamanhos e posições no interior do material. Desta forma, através da resposta dos sinais do tipo A-Scan (ecograma) pôde-se avaliar quais são os parâmetros relevantes para obtenção de uma inspeção não-destrutiva satisfatória. Os modelos das juntas soldadas são formados por um semi-plano em profundidade  $xz$  com 5000 x 1500 pontos nas respectivas direções.

O intervalo de amostragem temporal adotado para este caso em questão foi de  $35,0\mu\text{s}$  com resolução temporal de  $4,7\text{ns}$ .

Ao modelo da junta soldada foi inserido uma trinca vertical com dimensões definidas, assim como a apresentação esquemática da Figura 4.4. Produziu-se com isto 64 situações distintas de variações de parâmetros, nomeadas segundo as regras da Tabela 4.2, onde foram utilizados uma combinação de: quatro valores para a profundidade  $c$  (5,0/10,0/15,0/20,0 [mm]), quatro valores para o comprimento  $b$  (2,0/4,0/6,0/8,0 [mm]) e quatro valores para a espessura  $a$  (0,5/1,0/1,5/2,0 [mm]), segundo uma espessura fixa  $d$  de 30,0mm.

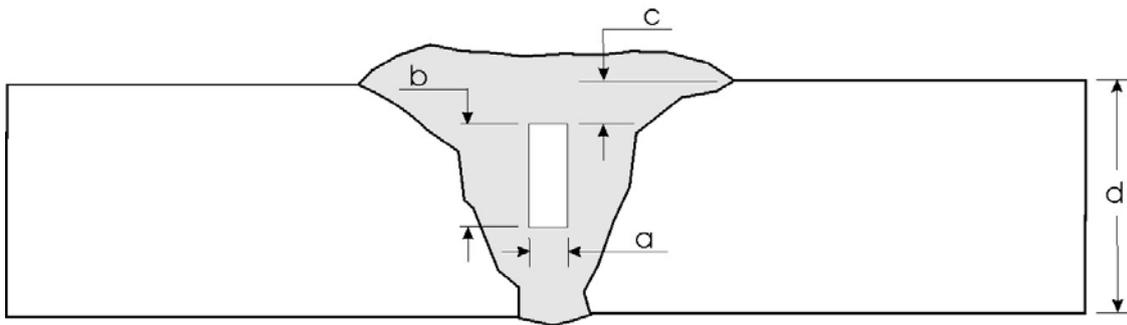


Figura 4.4. Representação esquemática do modelo da junta soldada avaliado.

A fonte empregada para o caso da simulação numérica de juntas soldadas é do tipo direcional com ângulo de  $45^\circ$  e frequência 5MHz, localizada na superfície do modelo em um arranjo de TOFD padrão com receptor também na superfície porém no lado oposto em relação ao cordão de solda. O processo de propagação da onda se dá, inicialmente, através de uma perturbação na condição de repouso da malha através de uma excitação analítica definida pela derivada de segunda ordem da função gaussiana, conforme o capítulo de conceitos, Capítulo 2, Eq. 2. 94.

Tabela 4.2. Regras para nomeação de arquivos na simulação das juntas soldadas com defeitos intrínsecos

[mm]	c=5,0				c=10,0			
	a=0,5	a=1,0	a=1,5	a=2,0	a=0,5	a=1,0	a=1,5	a=2,0
b=2,0	050205	050210	050215	050220	100205	100210	100215	100220
b=4,0	050405	050410	050415	050420	100405	100410	100415	100420
b=6,0	050605	050610	050615	050620	100605	100610	100615	100620

b=8,0	050805	050810	050815	050820	100805	100810	100815	100820
	c=15,0				c=20,0			
b=2,0	150205	150210	150215	150220	200205	200210	200215	200220
b=4,0	150405	150410	150415	150420	200405	200410	200415	200420
b=6,0	150605	150610	150615	150620	200605	200610	200615	200620
b=8,0	150805	150810	150815	150820	200805	200810	200815	200820

Para efeitos demonstrativos dos ensaios experimentais utilizando a técnica TOFD, as Figura 4.5, Figura 4.6 e Figura 4.7 apresentam um padrão para as características dos sinais do tipo A-Scan (ecograma) para os materiais com e sem defeitos internos. Dessa forma, busca-se em caracter expositivo a comparação entre os sinais simulados e sinais experimentais para obtenção de uma inspeção não-destrutiva satisfatória.

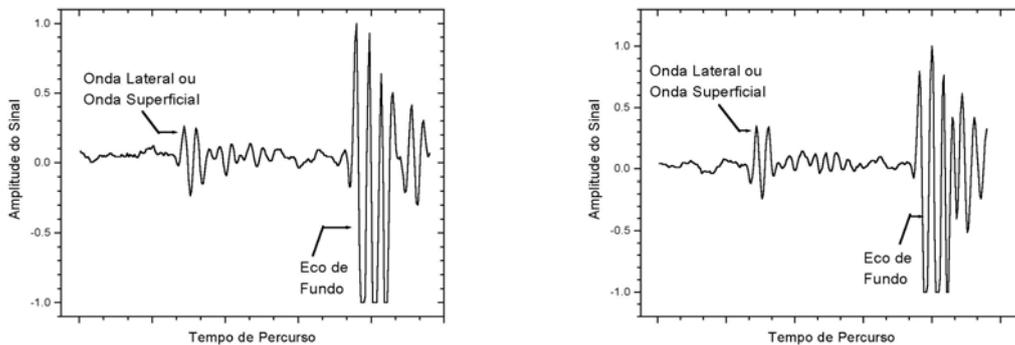


Figura 4.5. Sinais experimentais A-Scan para junta soldada sem defeitos internos.

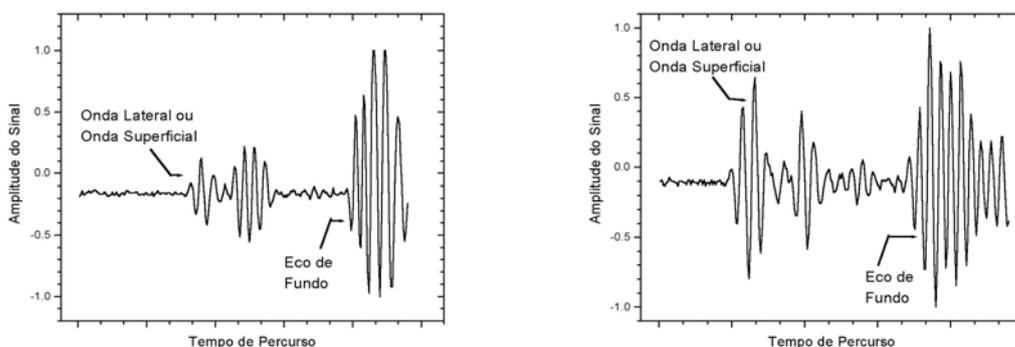


Figura 4.6. Sinais experimentais A-Scan para junta soldada com defeitos do tipo falta de fusão.

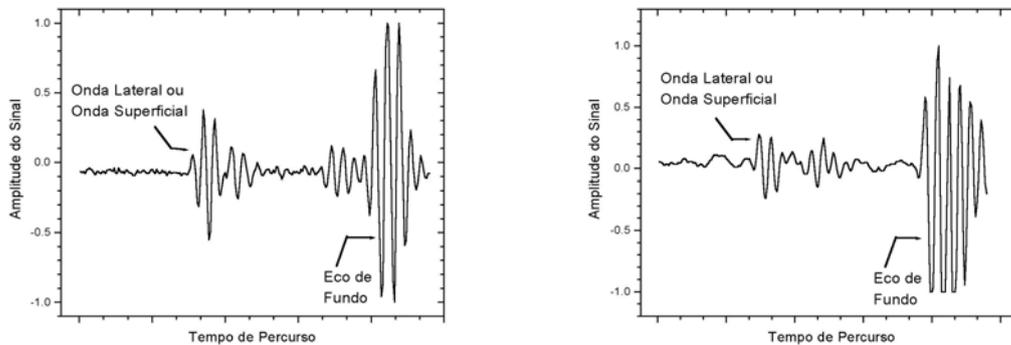


Figura 4.7. Sinais experimentais A-Scan para junta soldada com defeitos do tipo falta de penetração.

As figuras apresentadas a seguir, Figura 4.8 a Figura 4.71, expõem os resultados simulados através: (i) das imagens das componentes do campo de deslocamento em  $14,0\mu\text{s}$ , (ii) das seções transversais (macrografia) simuladas com o referido tamanho de defeito e (iii) do ecograma do tipo A-Scan. Com as imagens das componentes do campo de deslocamento é possível não somente o levantamento do formato das frentes de onda P e S propagadas como também a avaliação numérica da resposta em amplitude de sinal através da análise em A-Scan com os transdutores, emissor e receptor, dispostos na superfície do modelo em uma configuração TOFD padrão, assim como a apresentada na Figura 2.5. Devido ao grau de detalhamento descritos nas figuras que se seguem, o Apêndice C foi formulado no intuito contribuir para um melhor entendimento das características inerentes das mesmas.

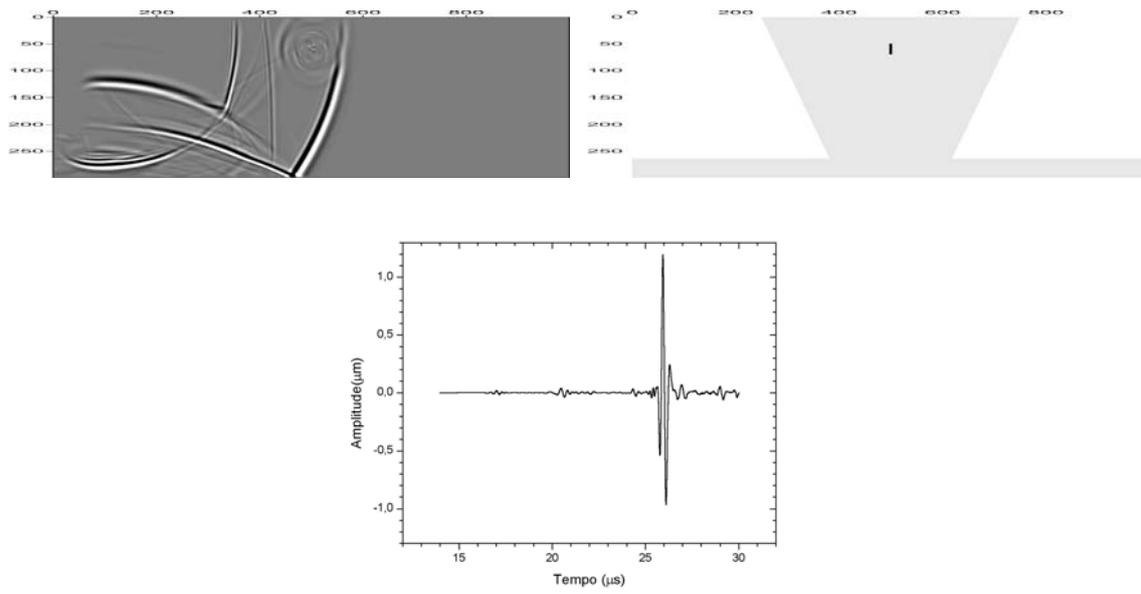


Figura 4.8. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 050205

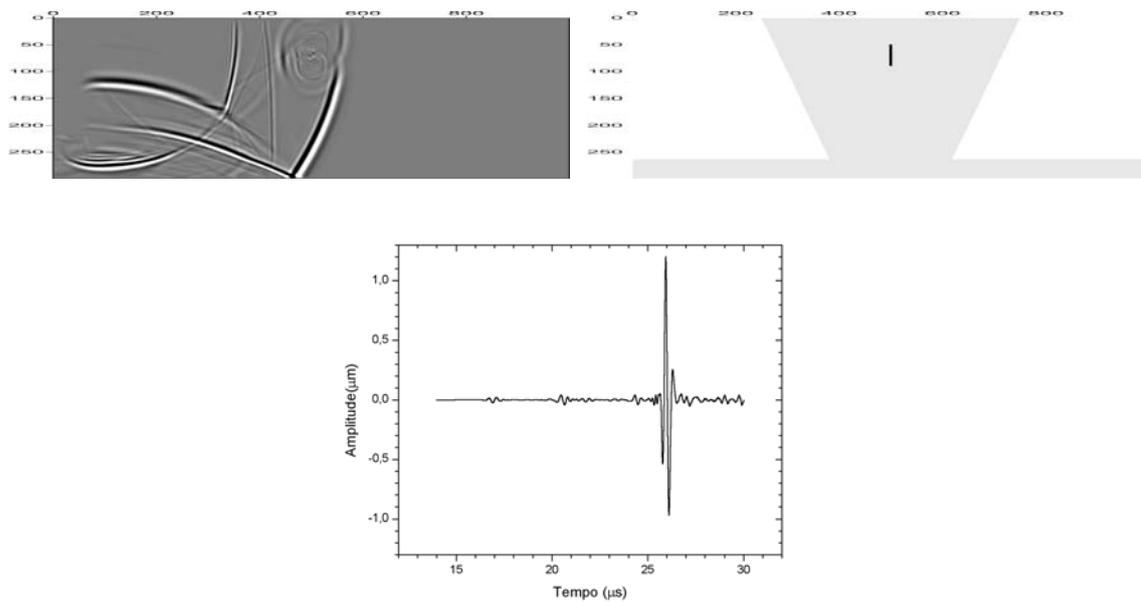


Figura 4.9. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 050405

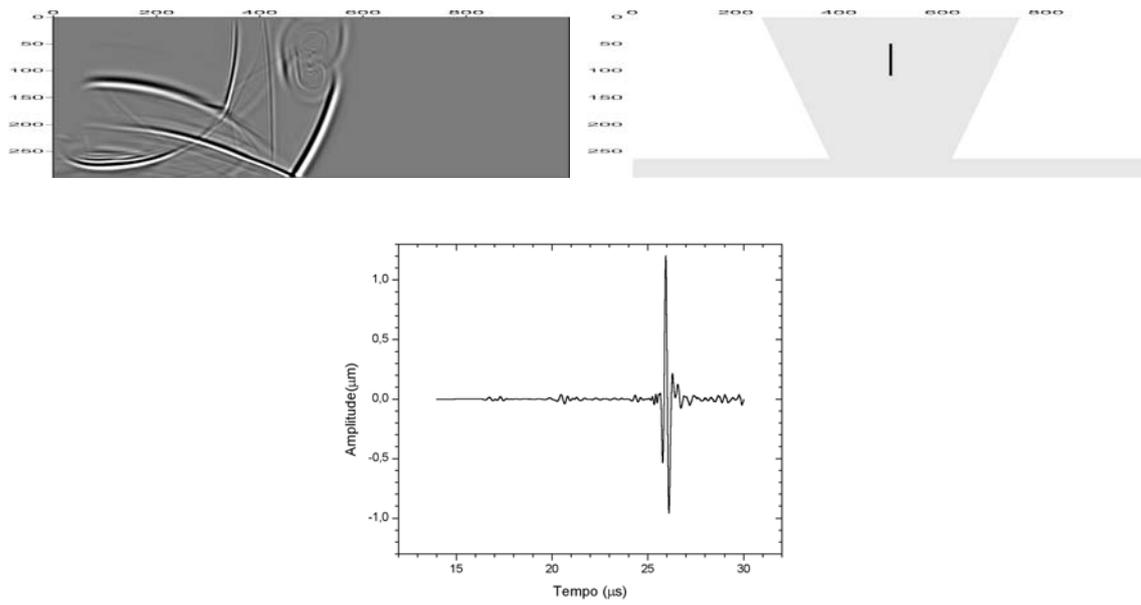


Figura 4.10. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 050605

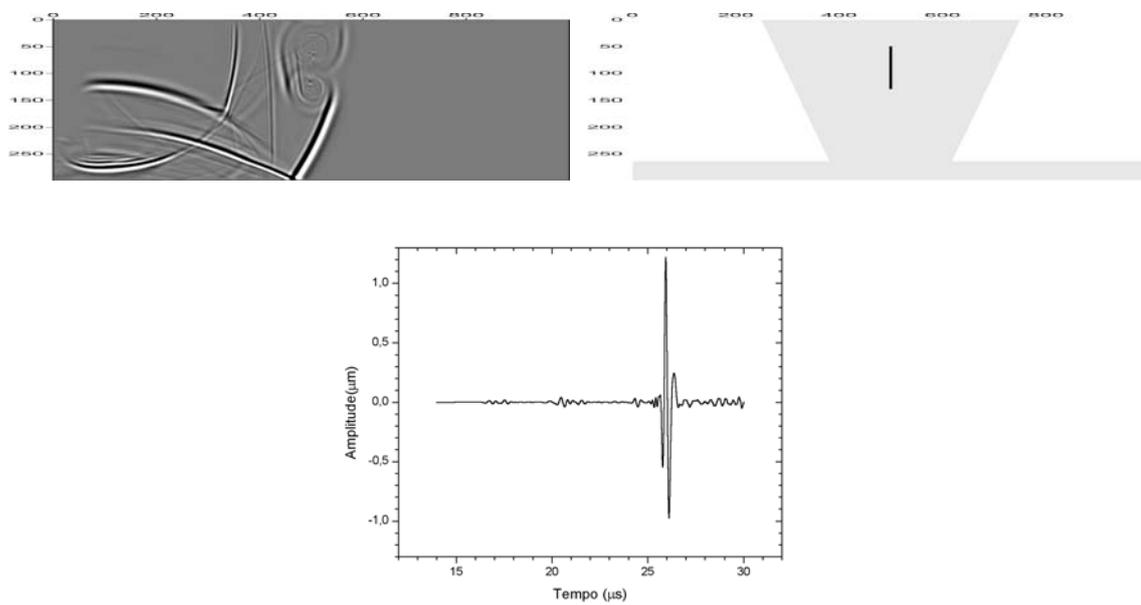


Figura 4.11. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 050805

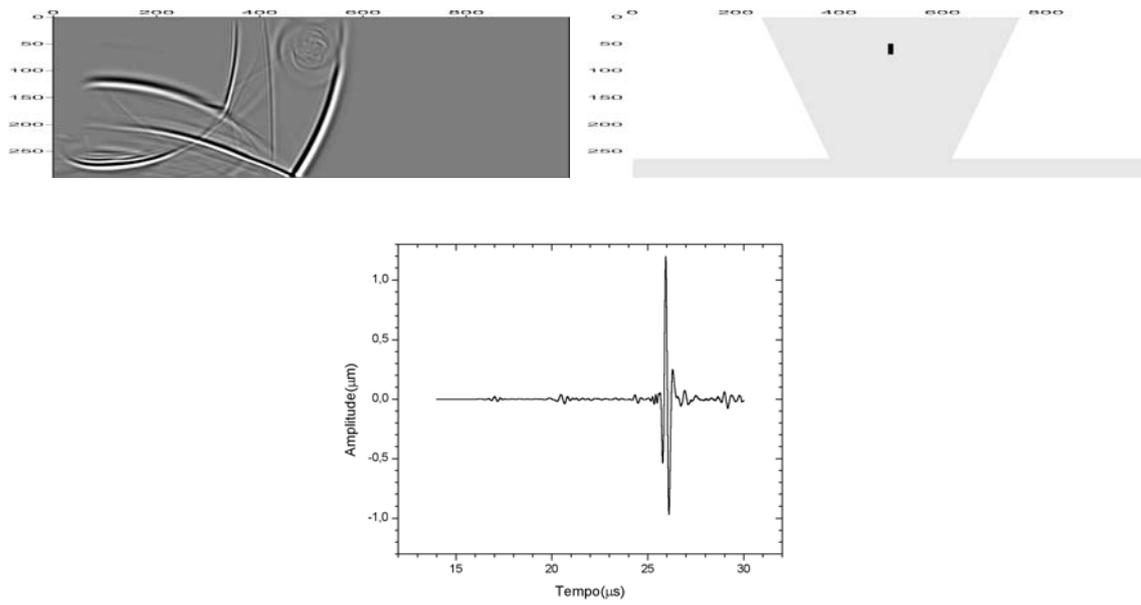


Figura 4.12. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 050210

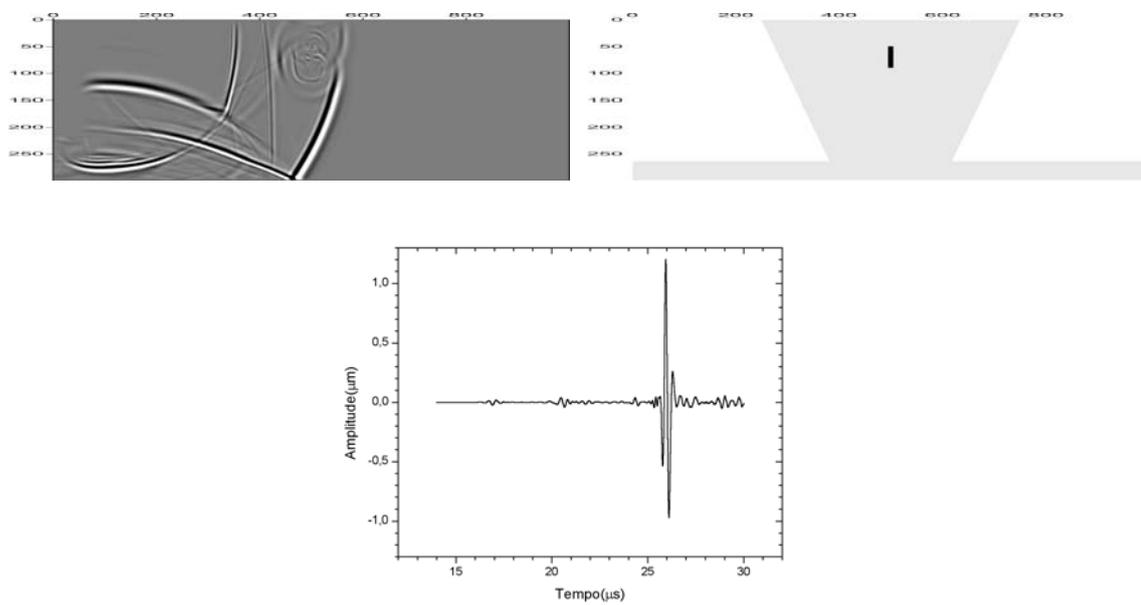


Figura 4.13. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 050410

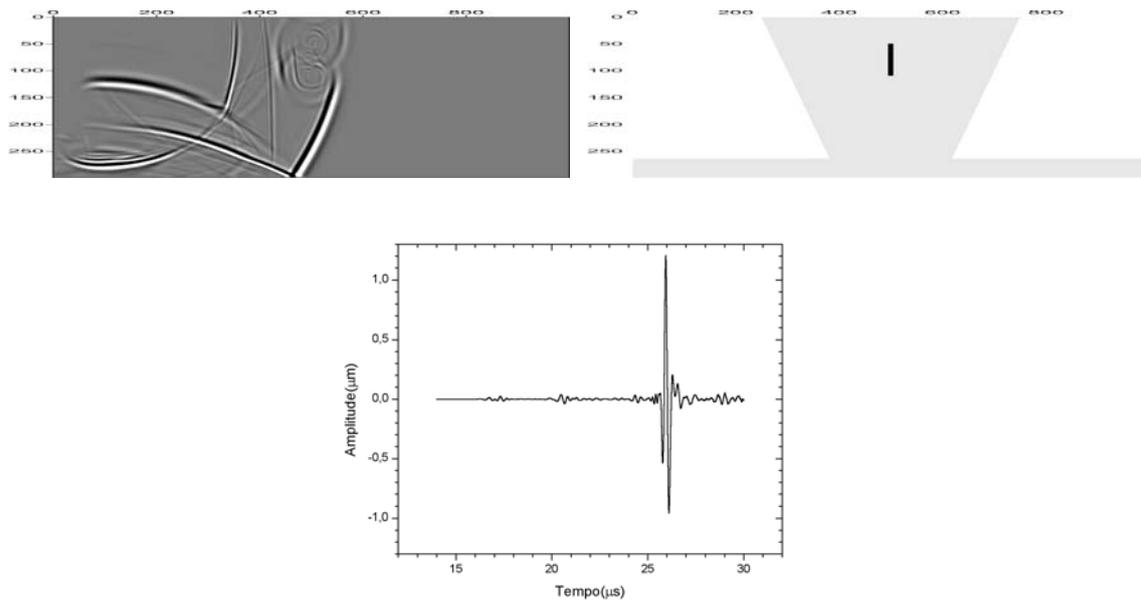


Figura 4.14. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 050610

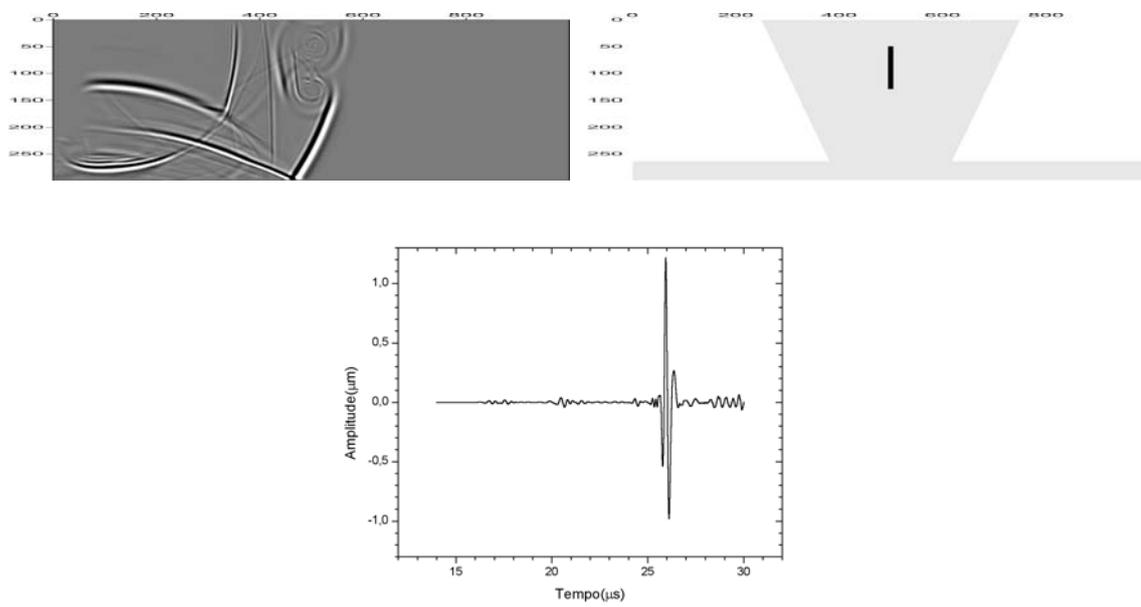


Figura 4.15. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 050810

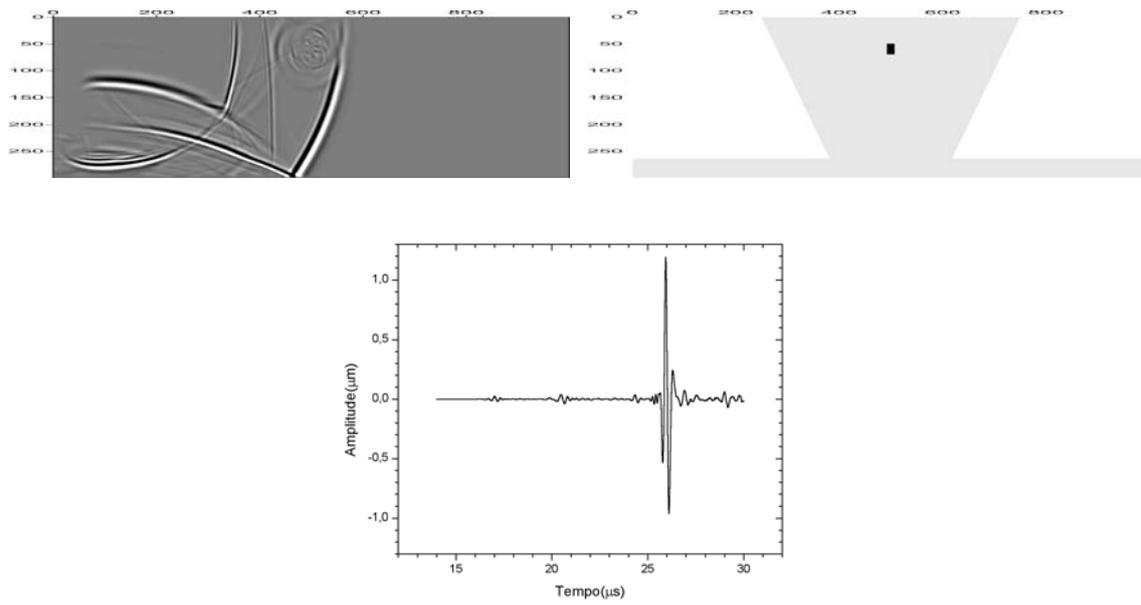


Figura 4.16. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 050215

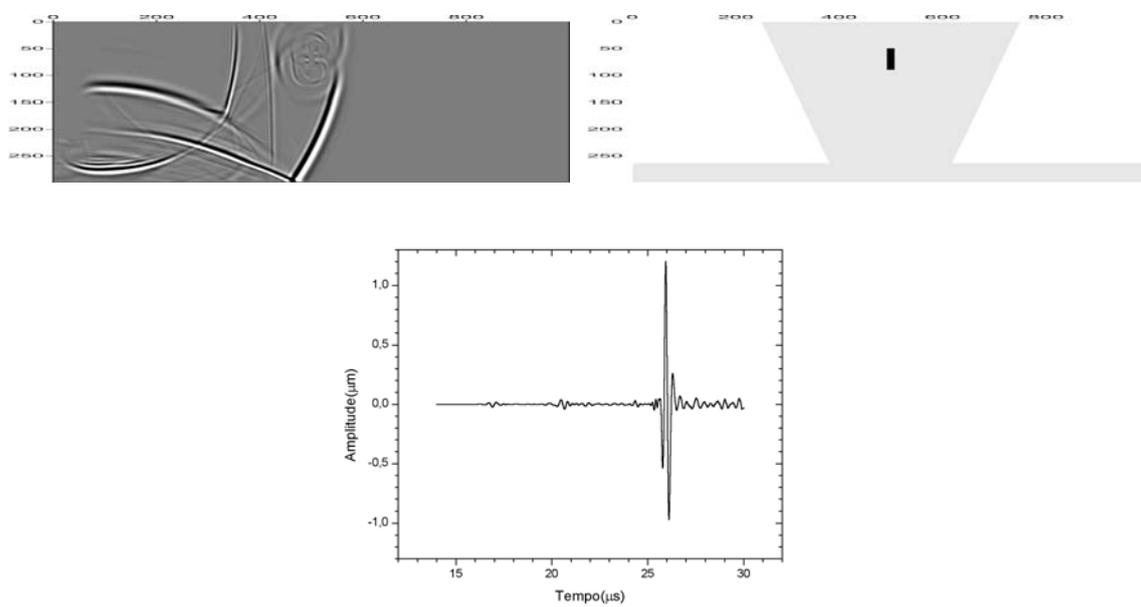


Figura 4.17. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 050415

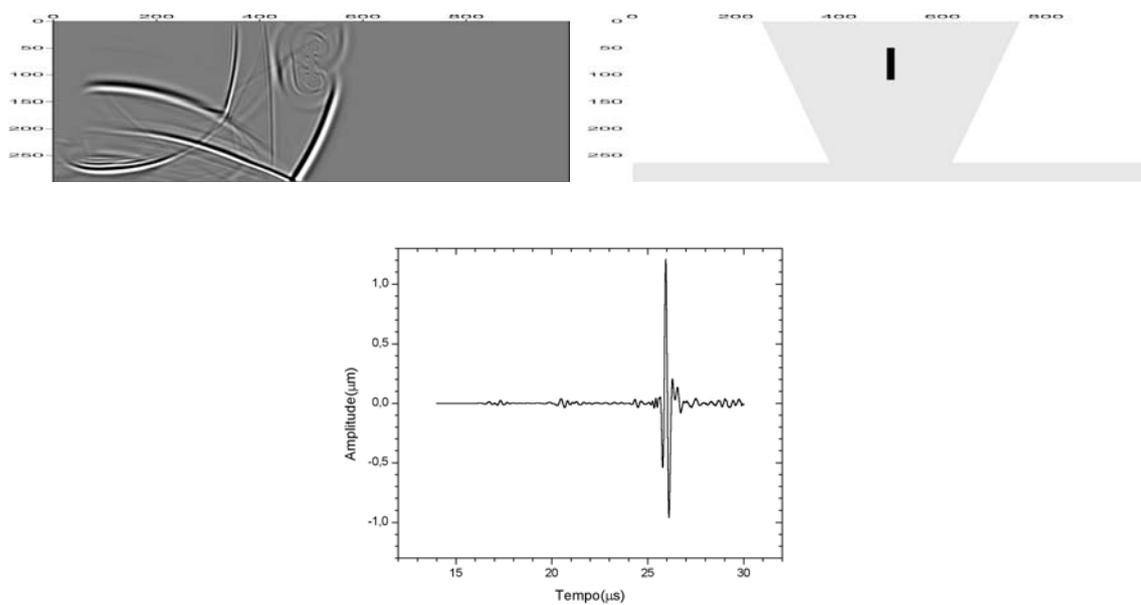


Figura 4.18. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 050615

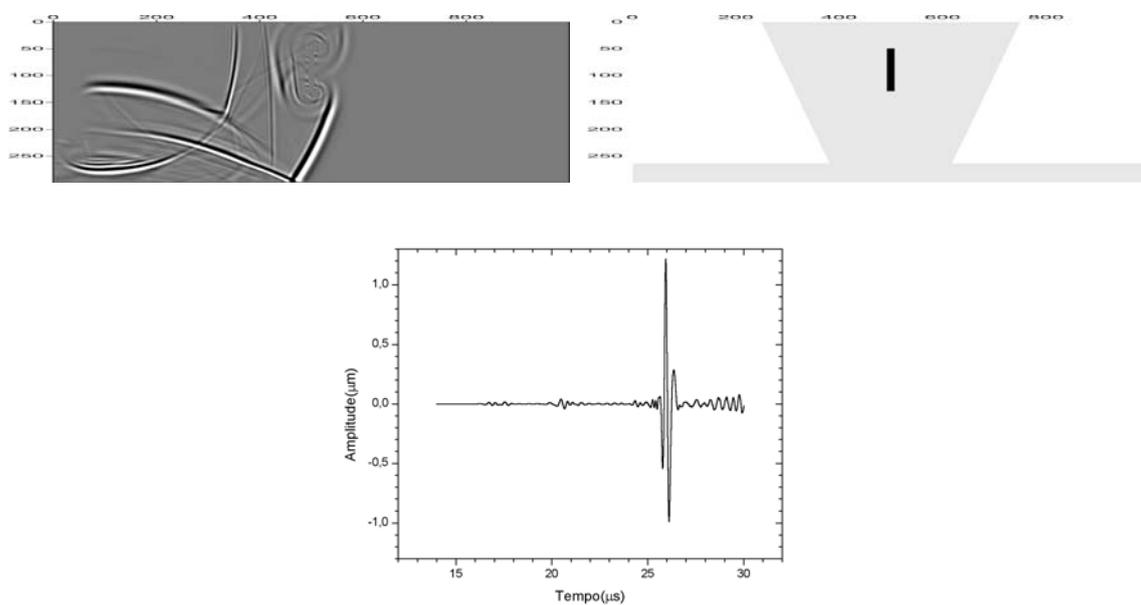


Figura 4.19. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 050815

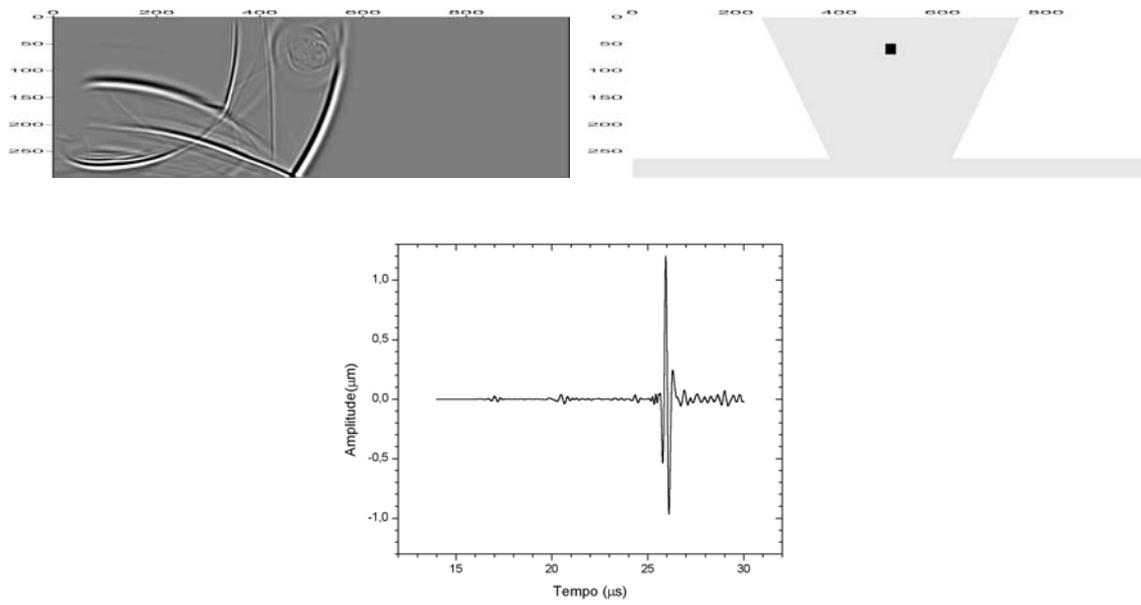


Figura 4.20. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 050220

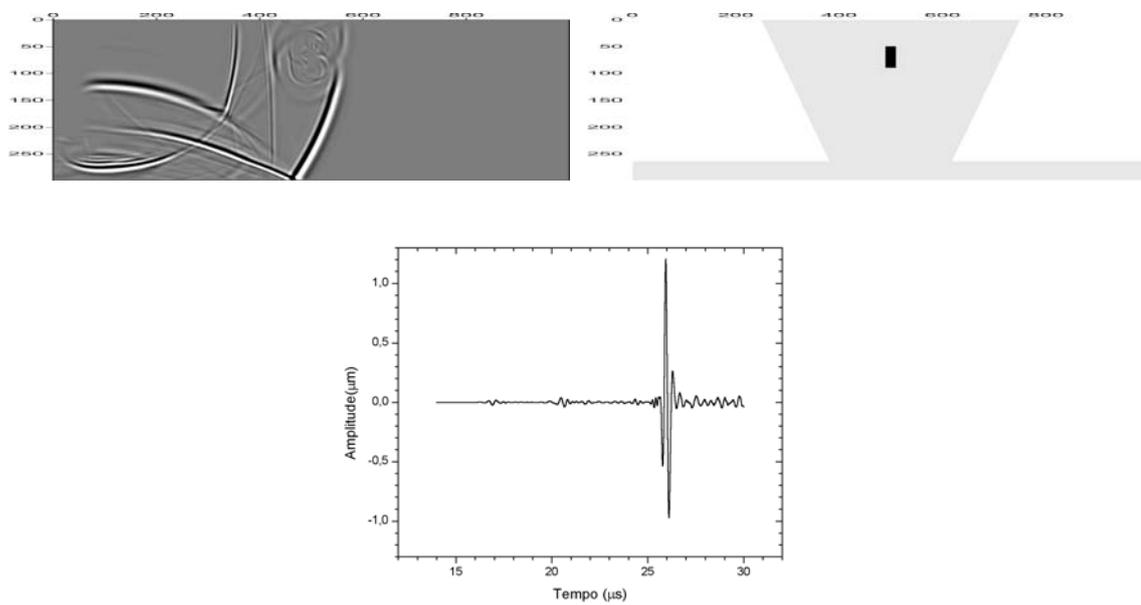


Figura 4.21. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 050420

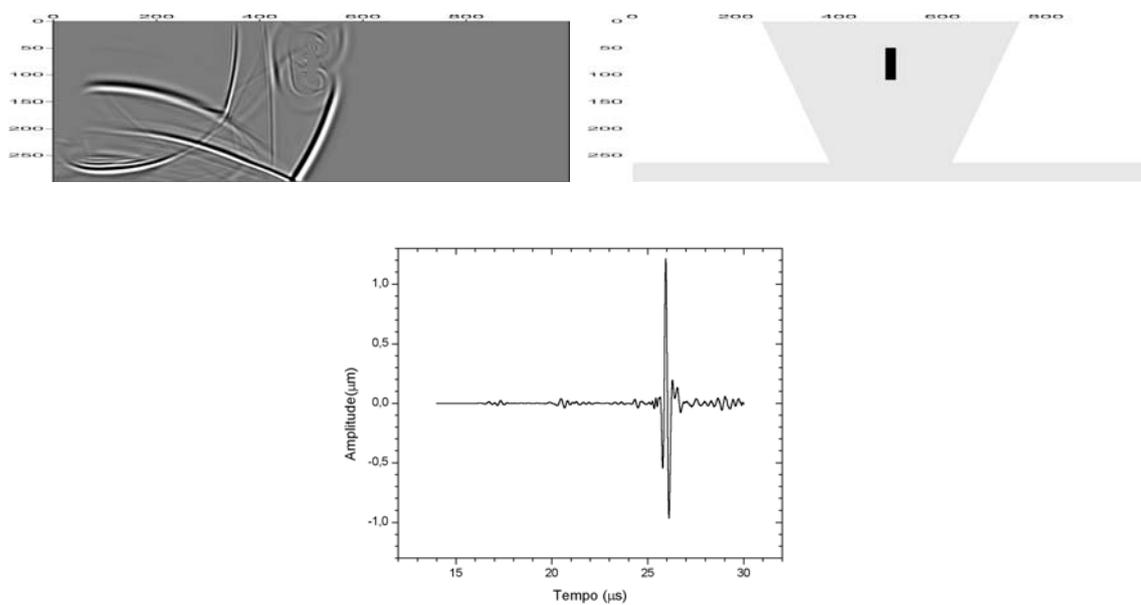


Figura 4.22. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 050620

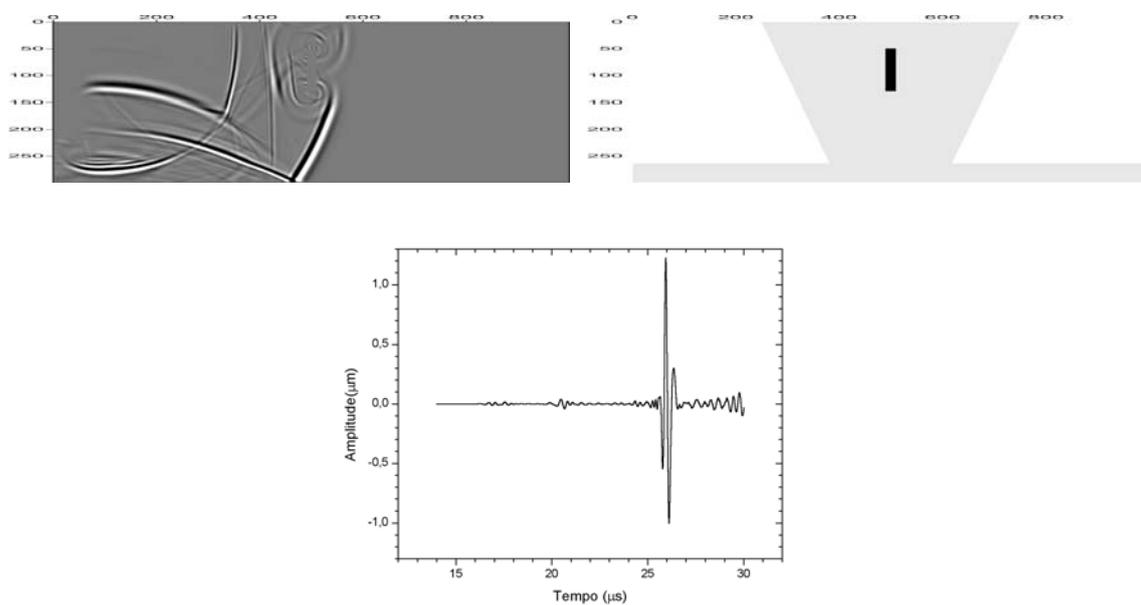


Figura 4.23. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 050820

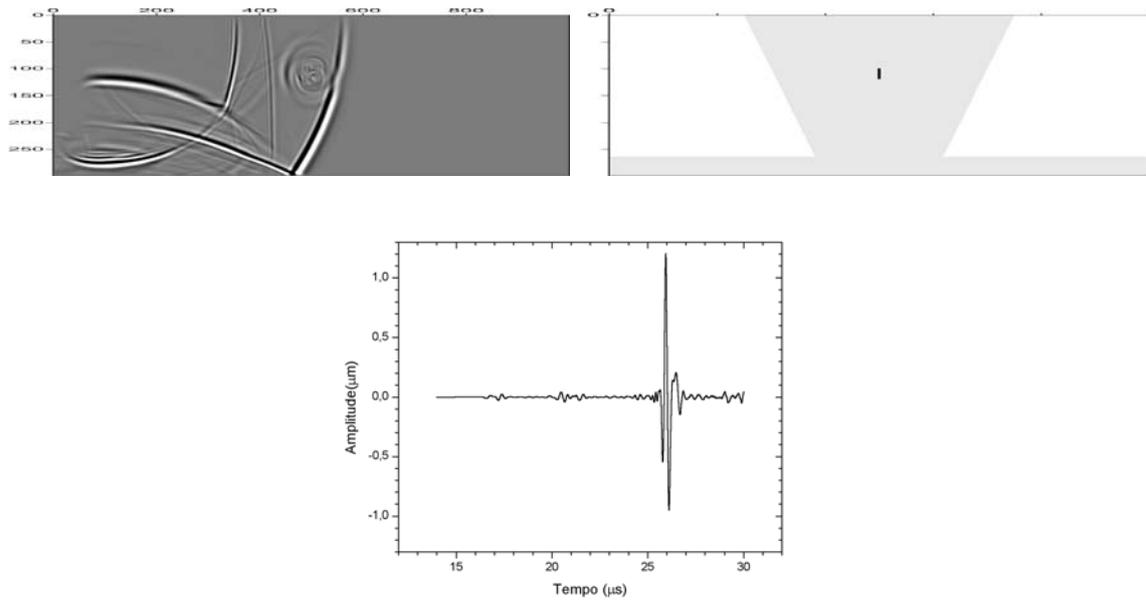


Figura 4.24. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 100205

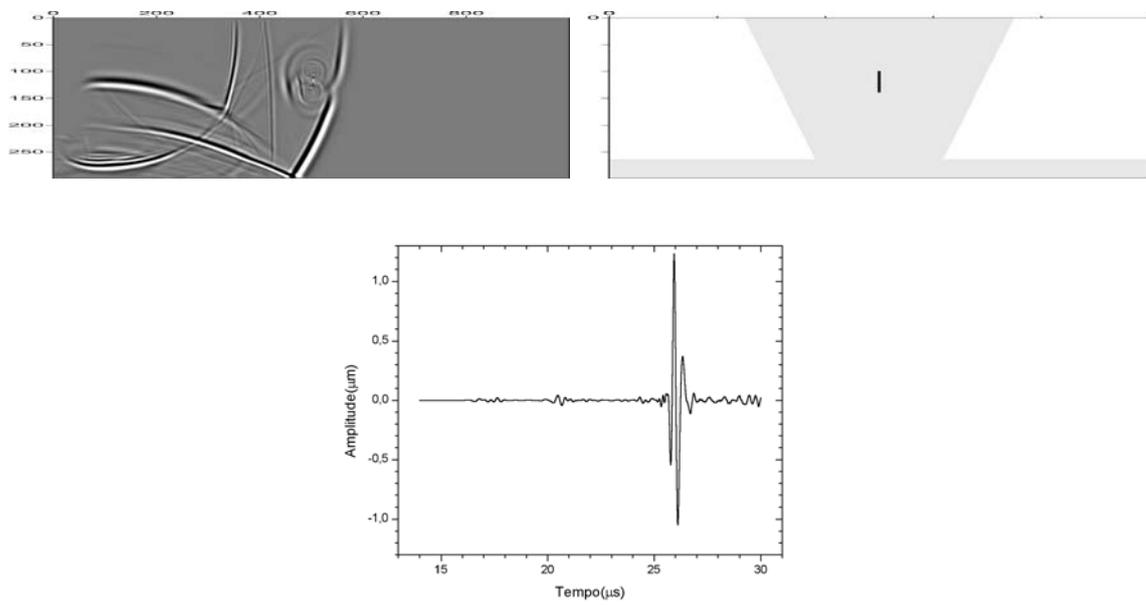


Figura 4.25. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 100405

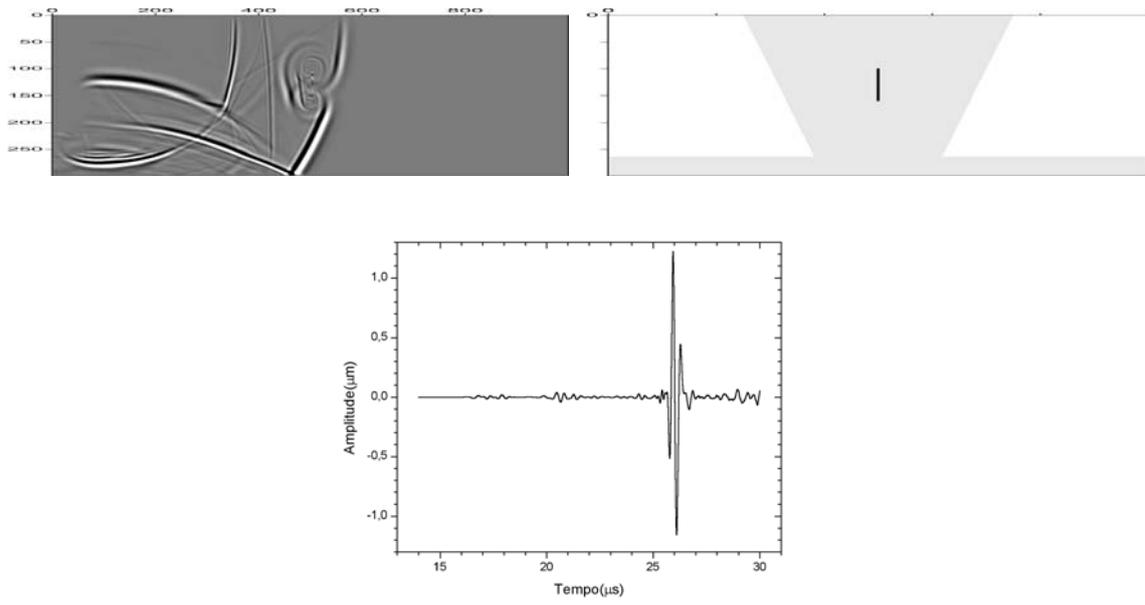


Figura 4.26. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 100605

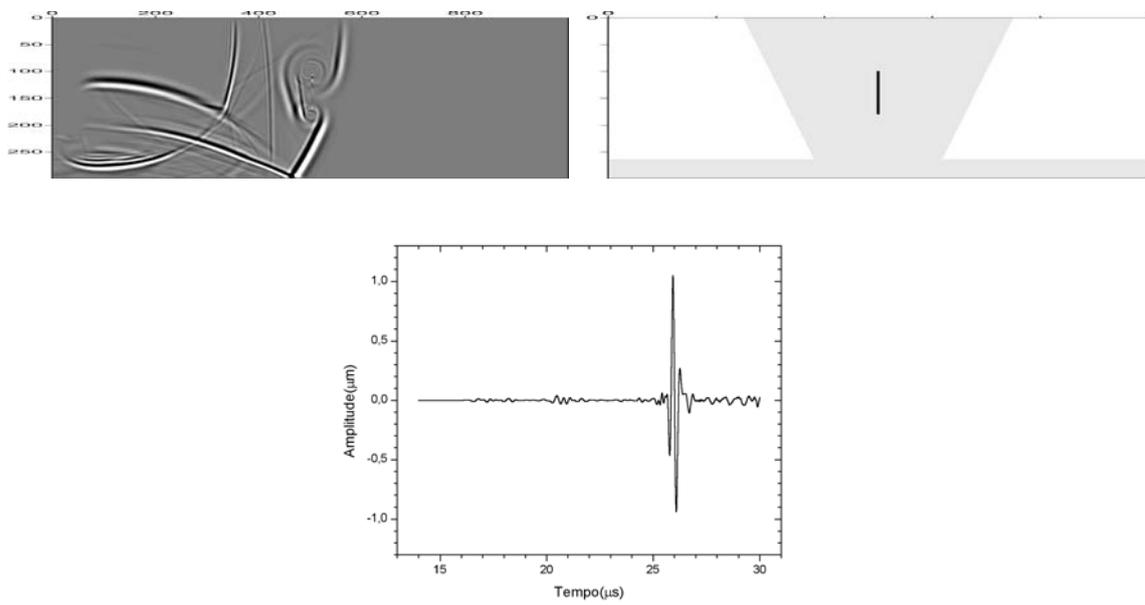


Figura 4.27. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 100805

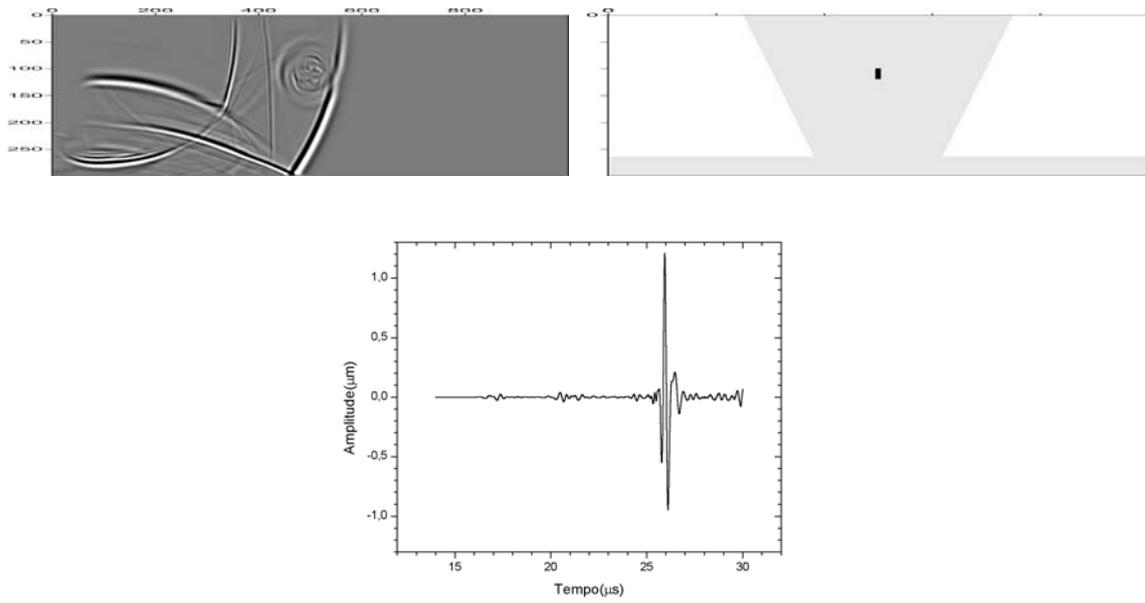


Figura 4.28. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 100210

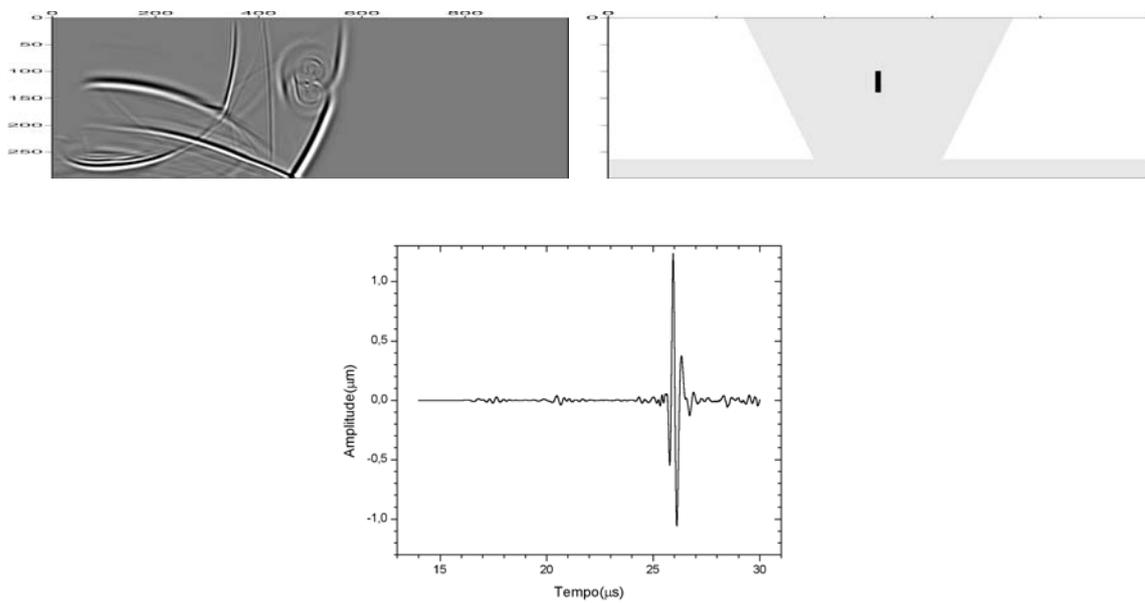


Figura 4.29. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 100410

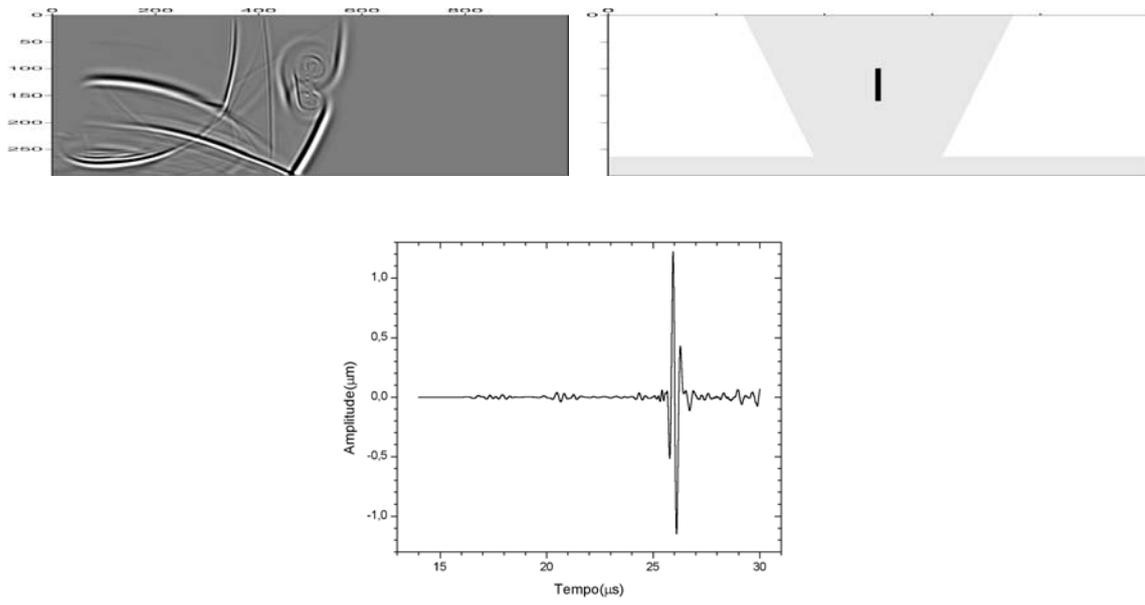


Figura 4.30. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 100610

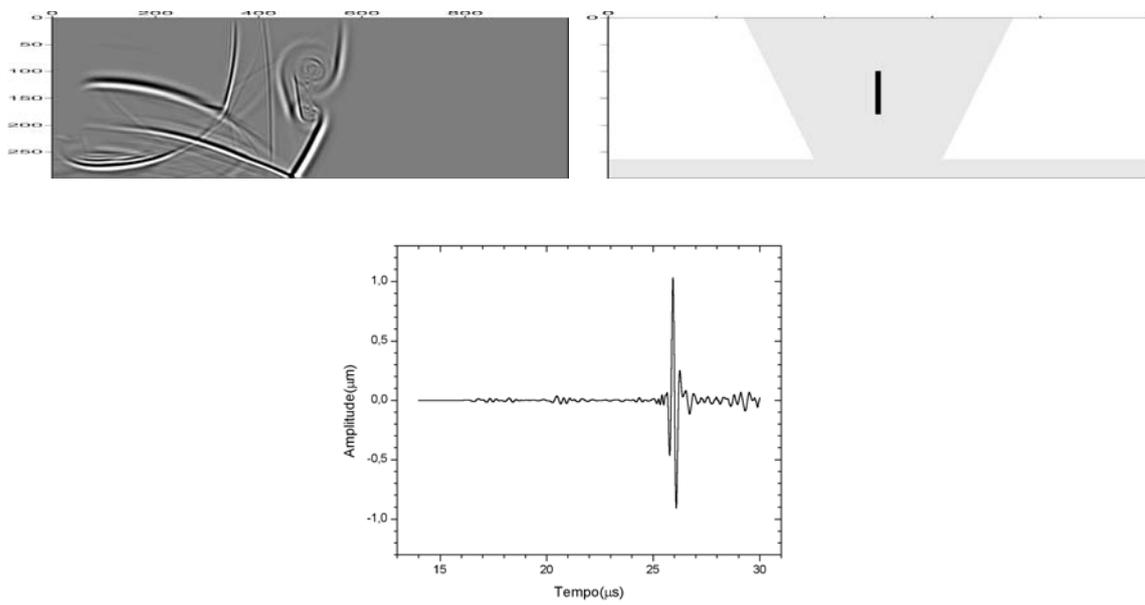


Figura 4.31. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 100810

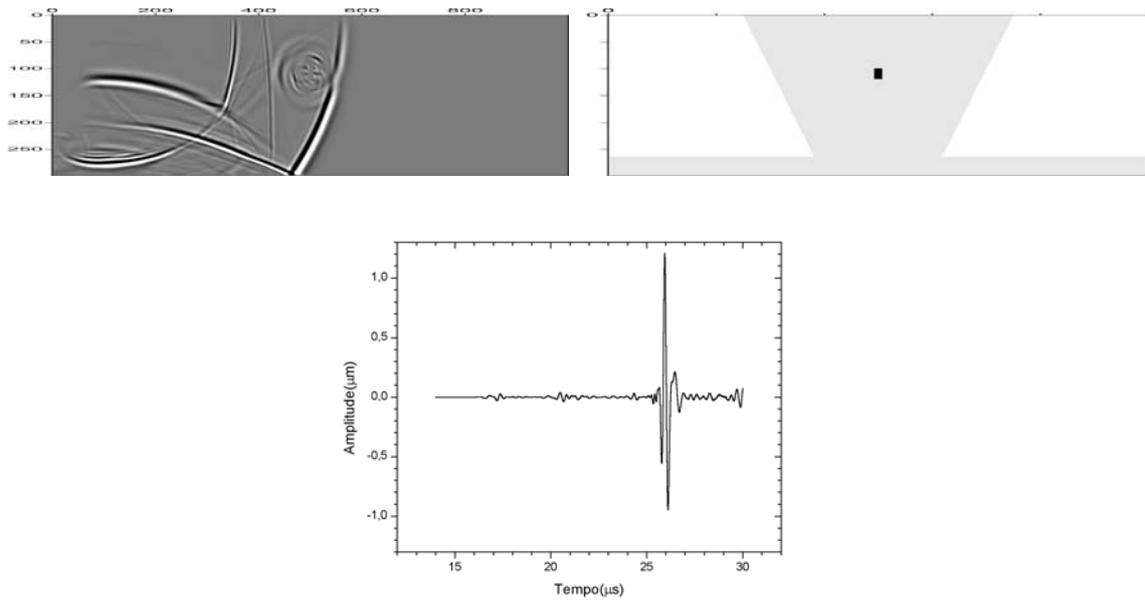


Figura 4.32. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 100215

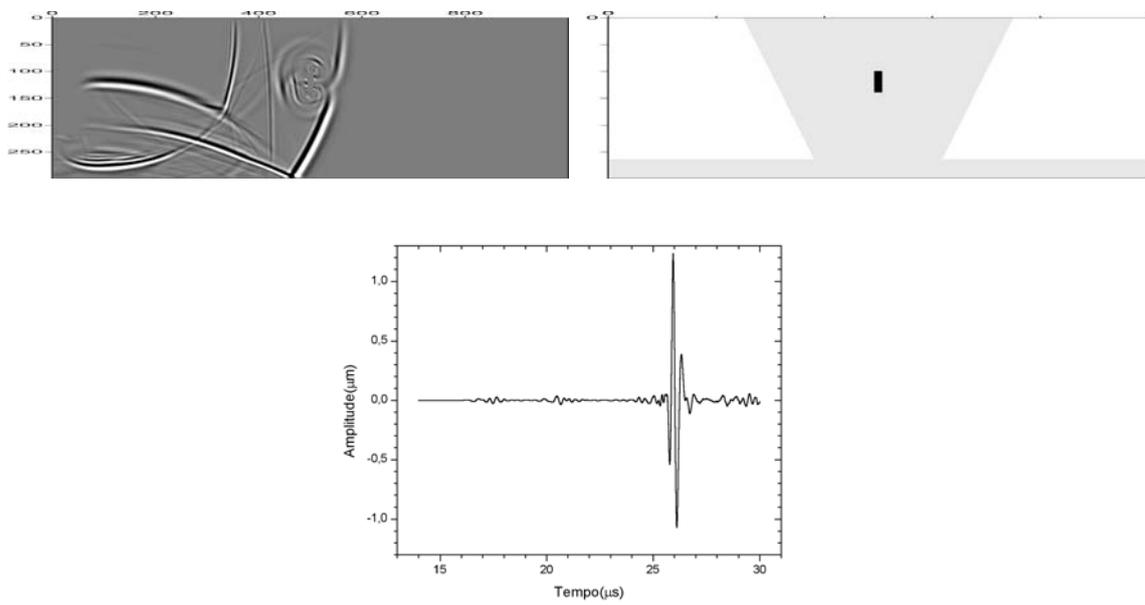


Figura 4.33. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 100415

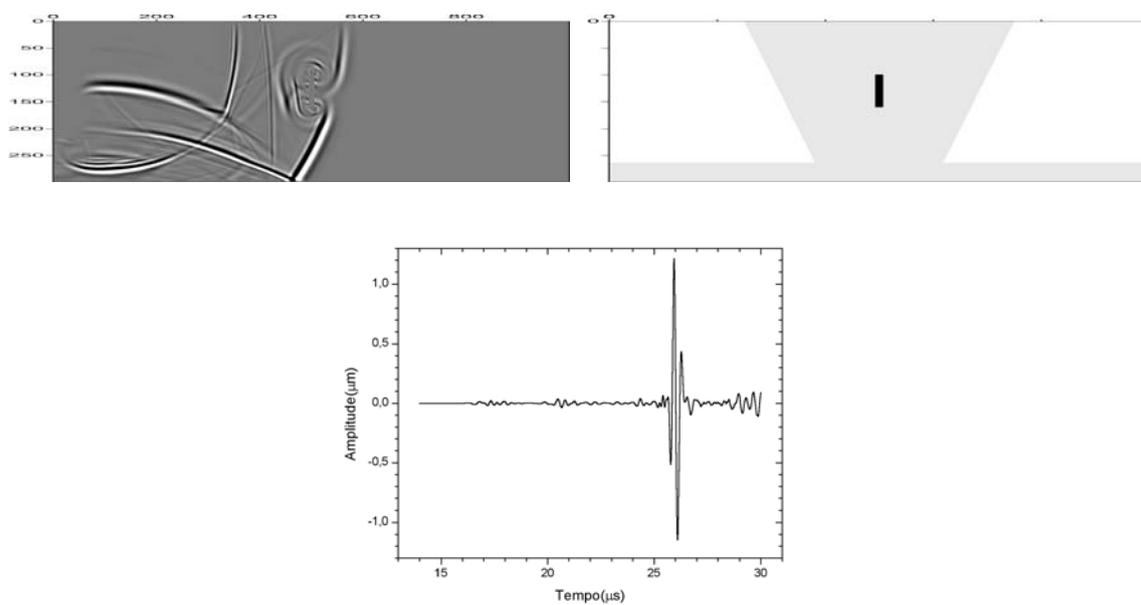


Figura 4.34. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 100615

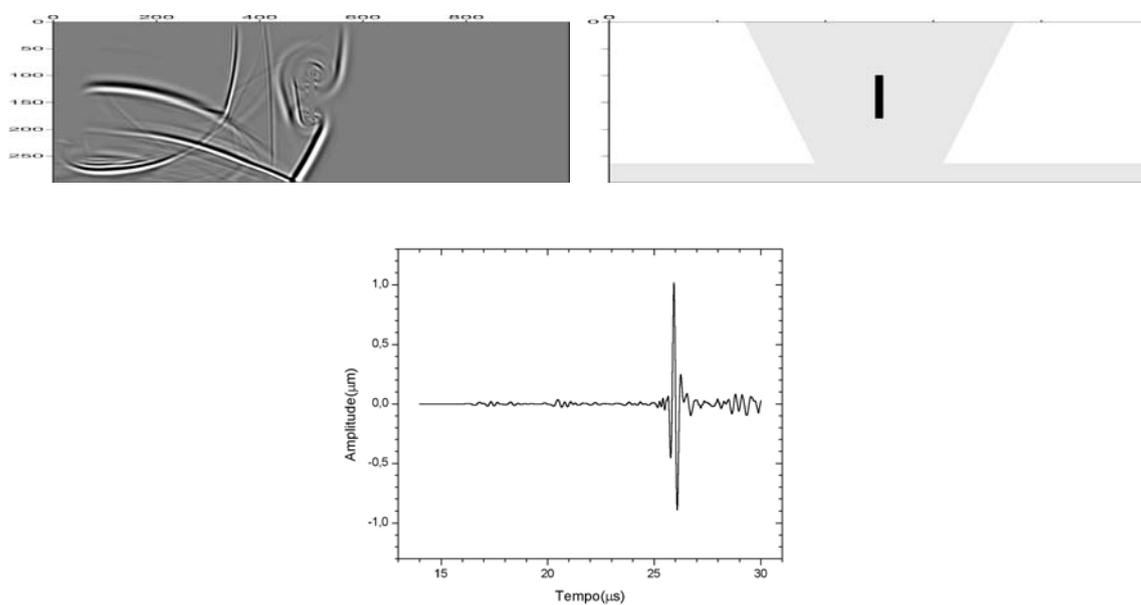


Figura 4.35. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 100815

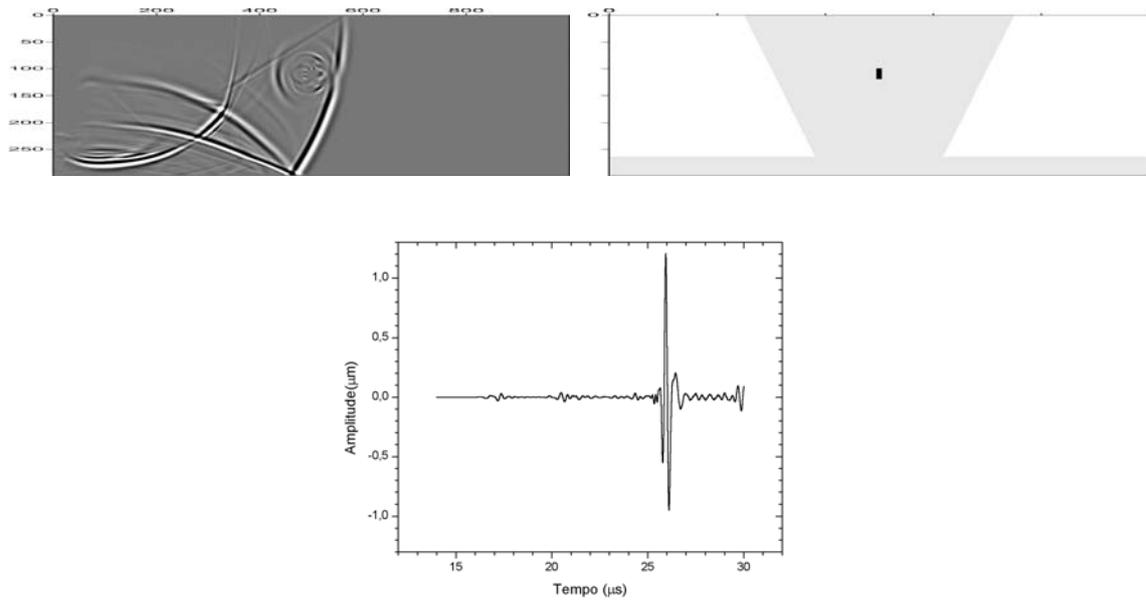


Figura 4.36. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 100220

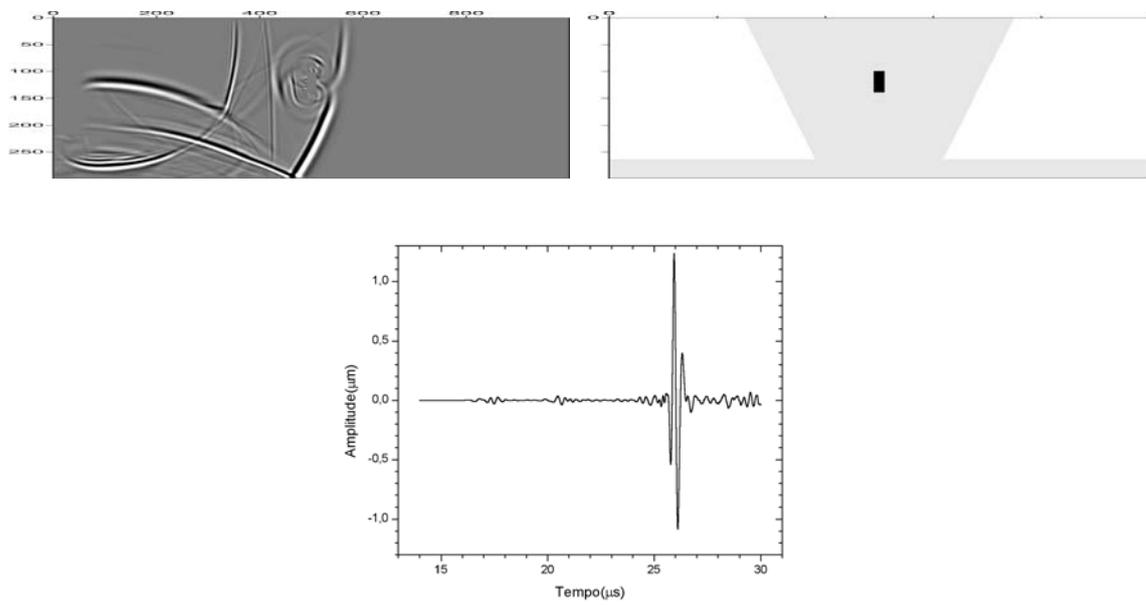


Figura 4.37. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 100420

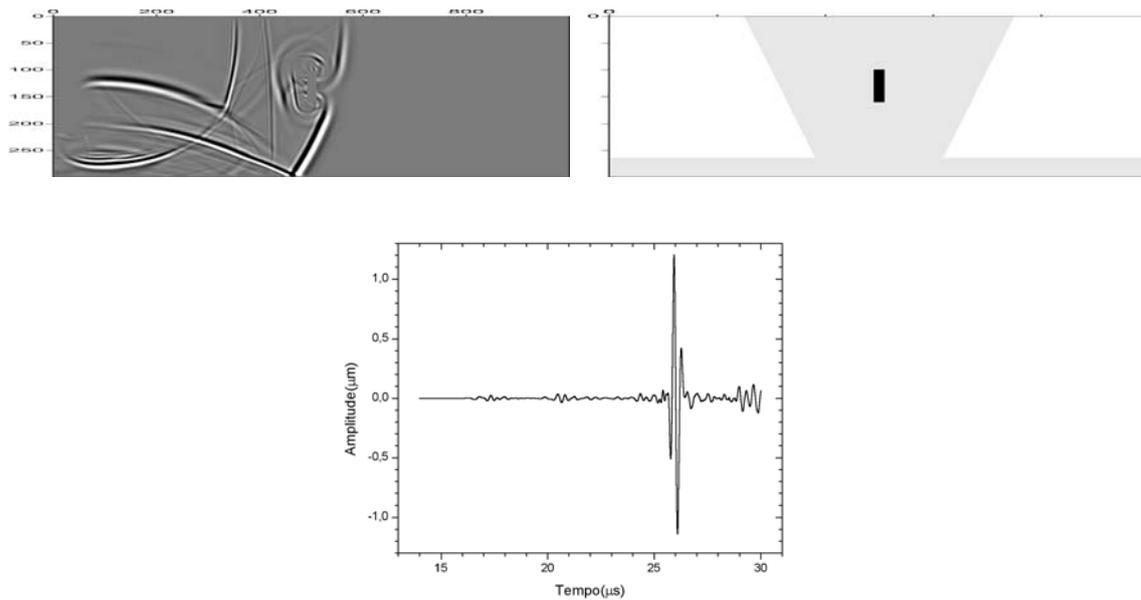


Figura 4.38. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 100620

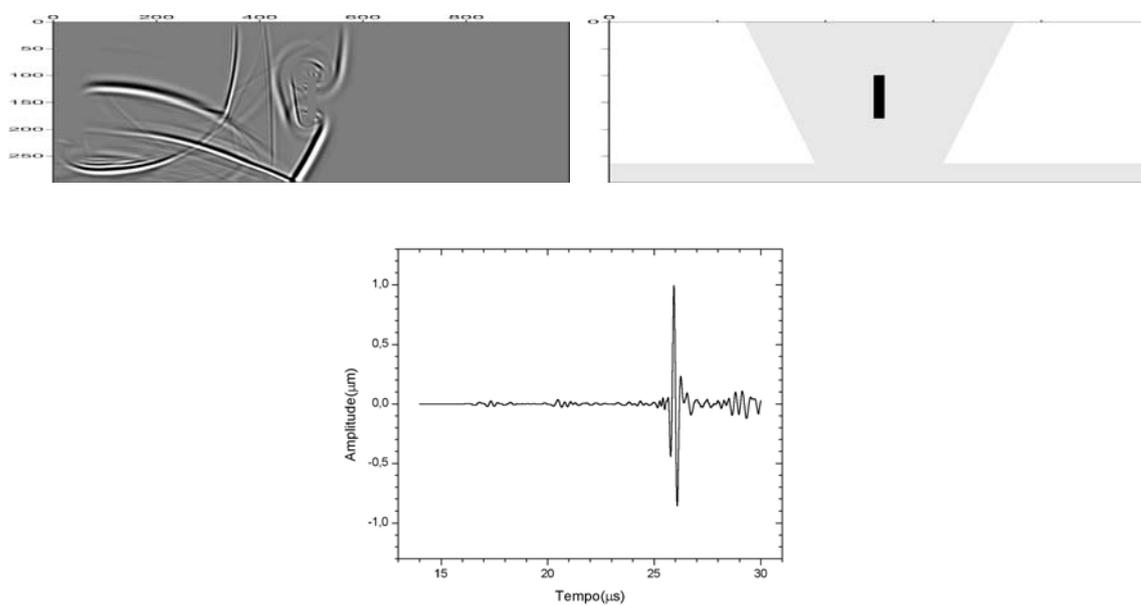


Figura 4.39. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 100820

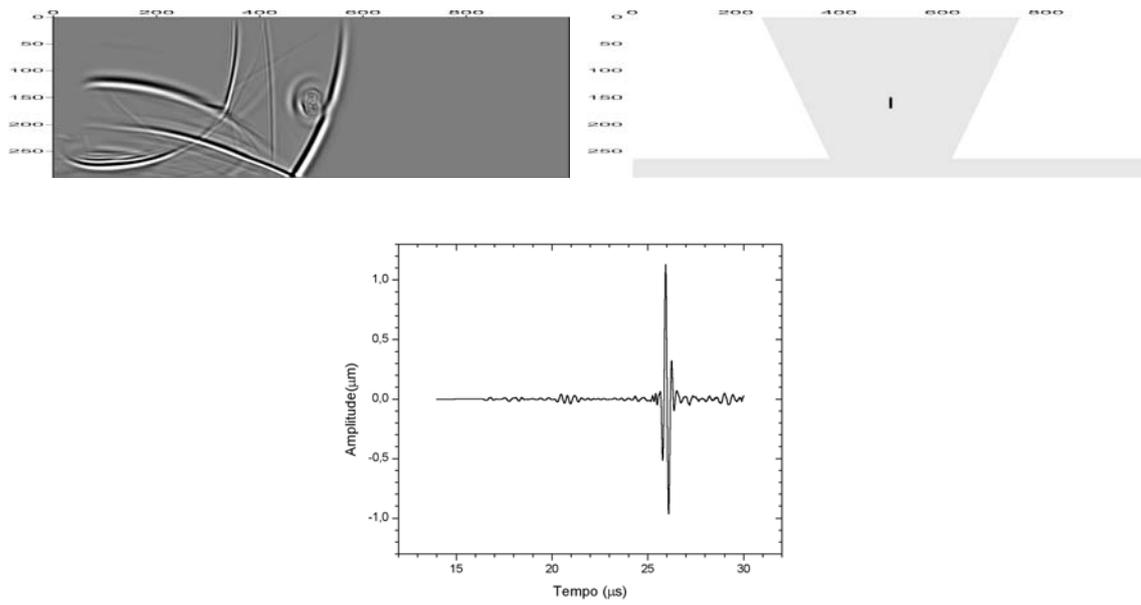


Figura 4.40. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 150205

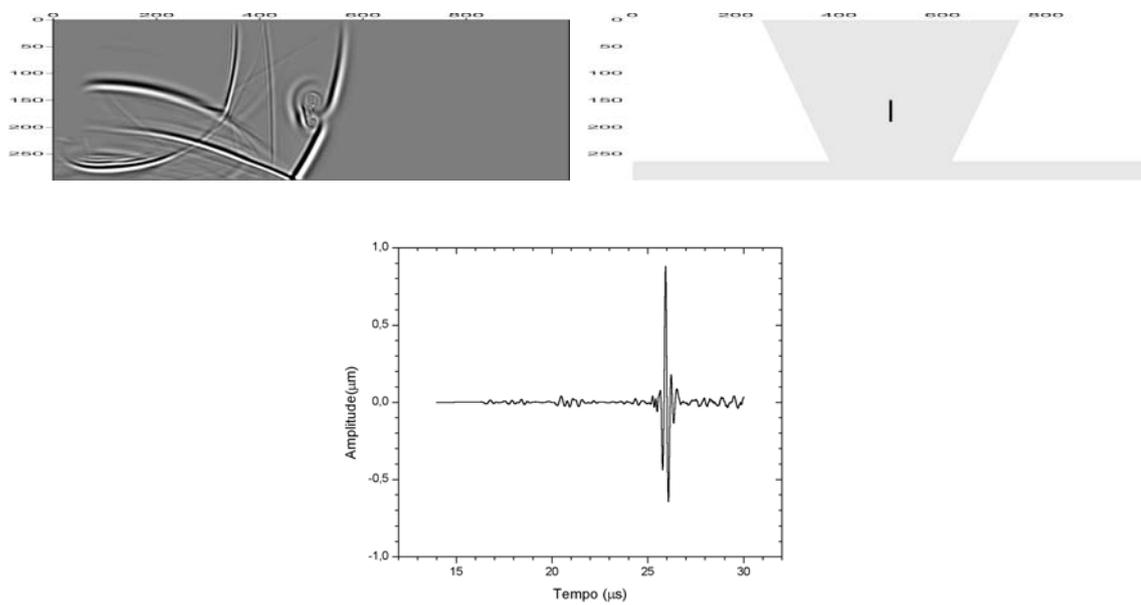


Figura 4.41. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 150405

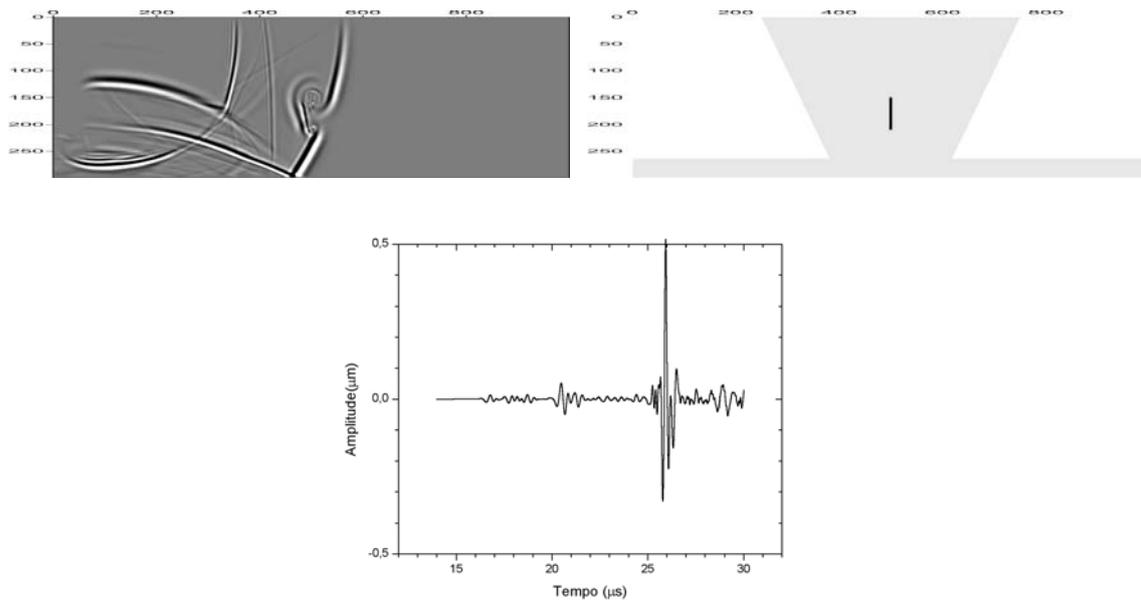


Figura 4.42. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 150605

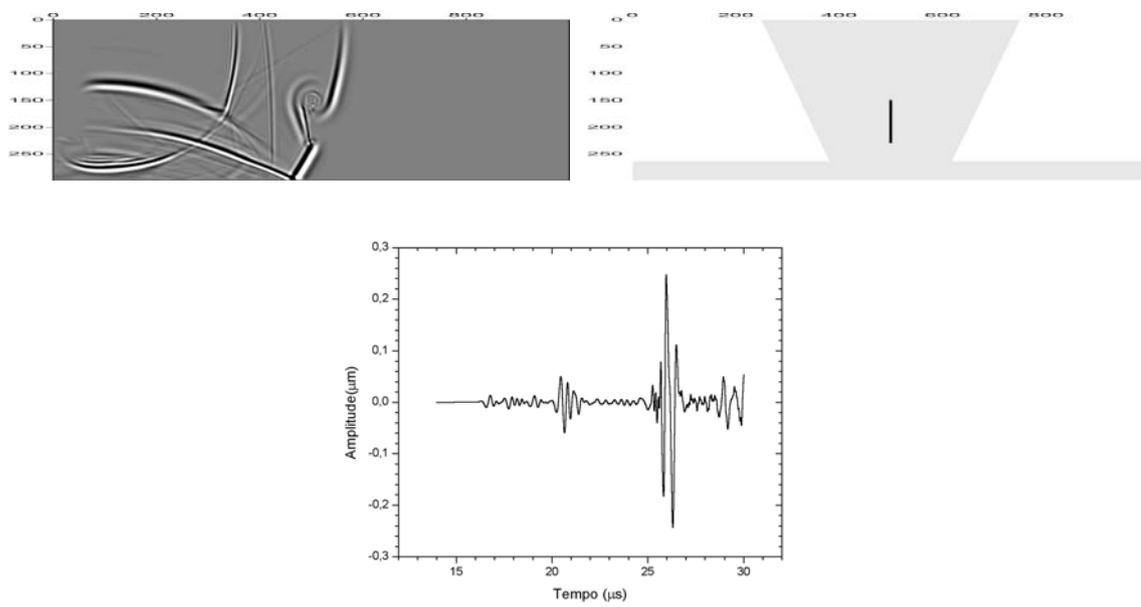


Figura 4.43. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 150805

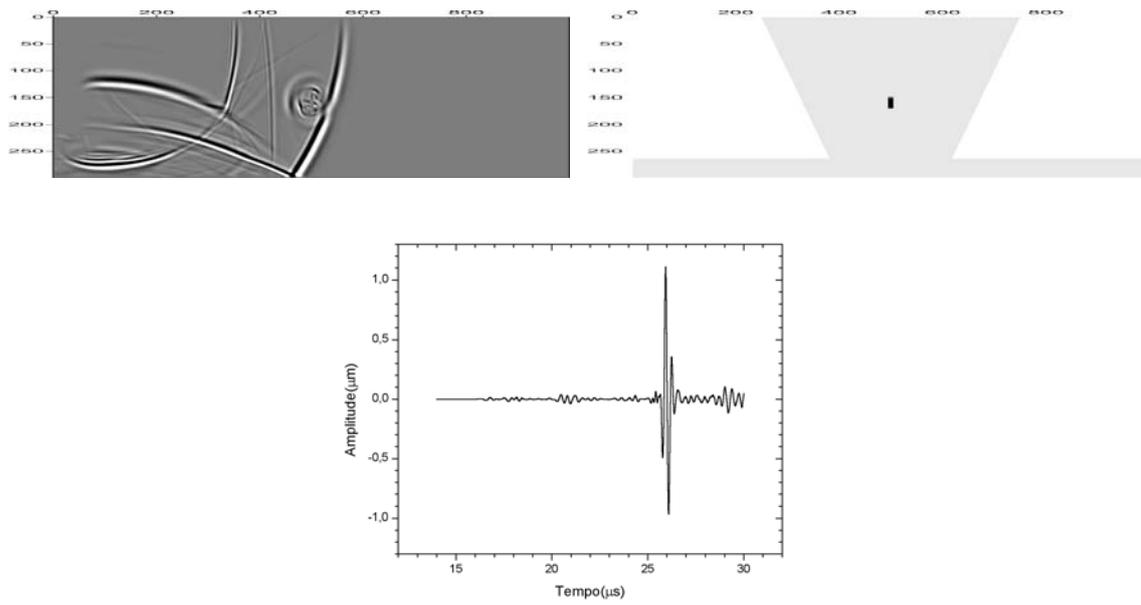


Figura 4.44. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 150210

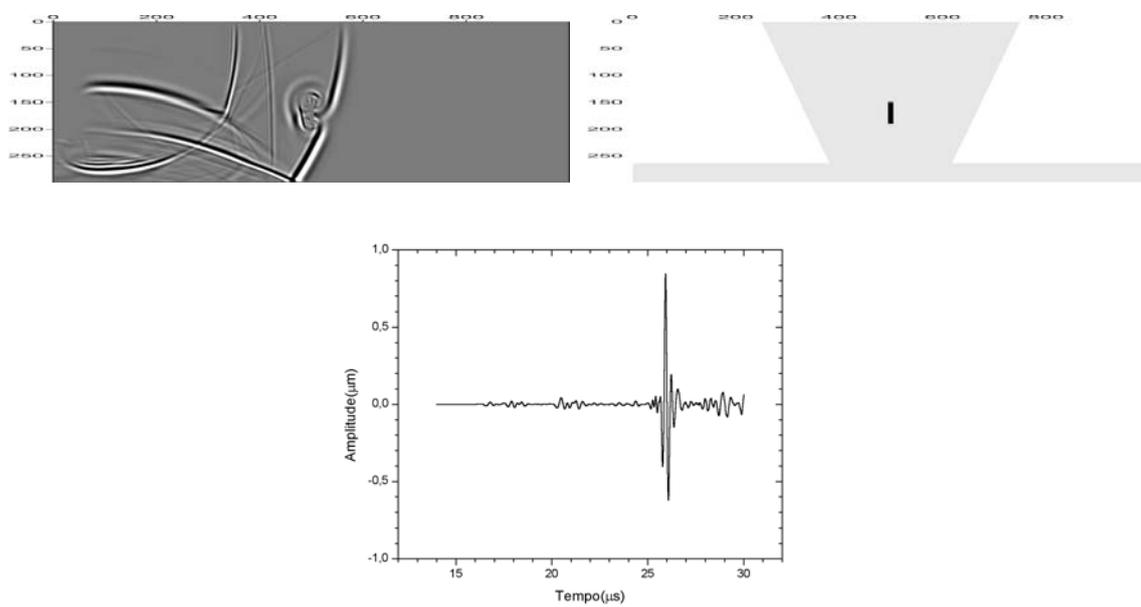


Figura 4.45. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 150410

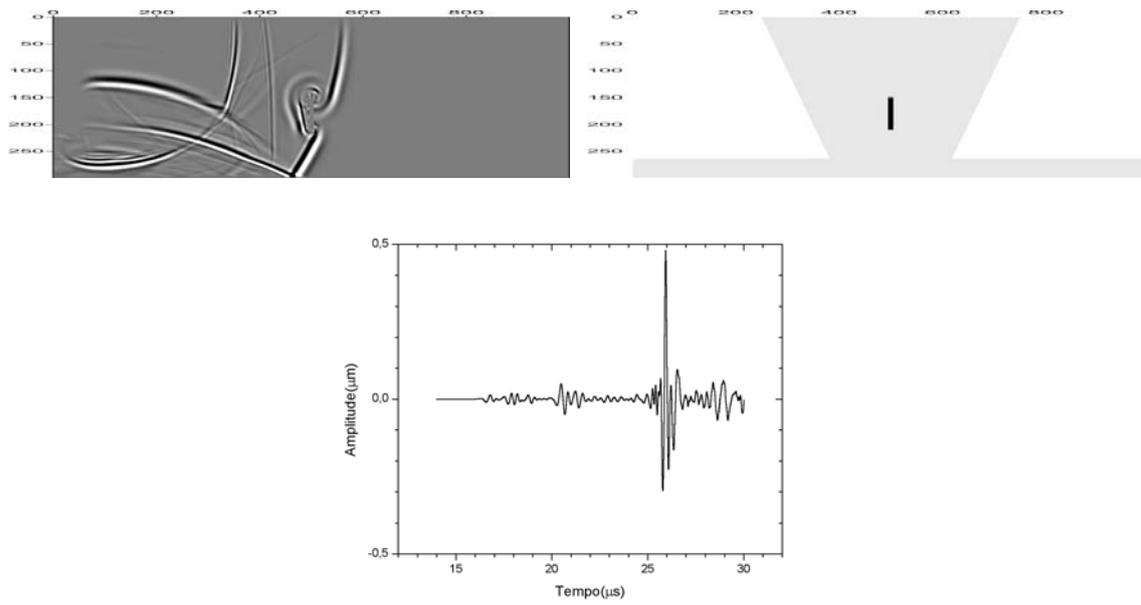


Figura 4.46. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 150610

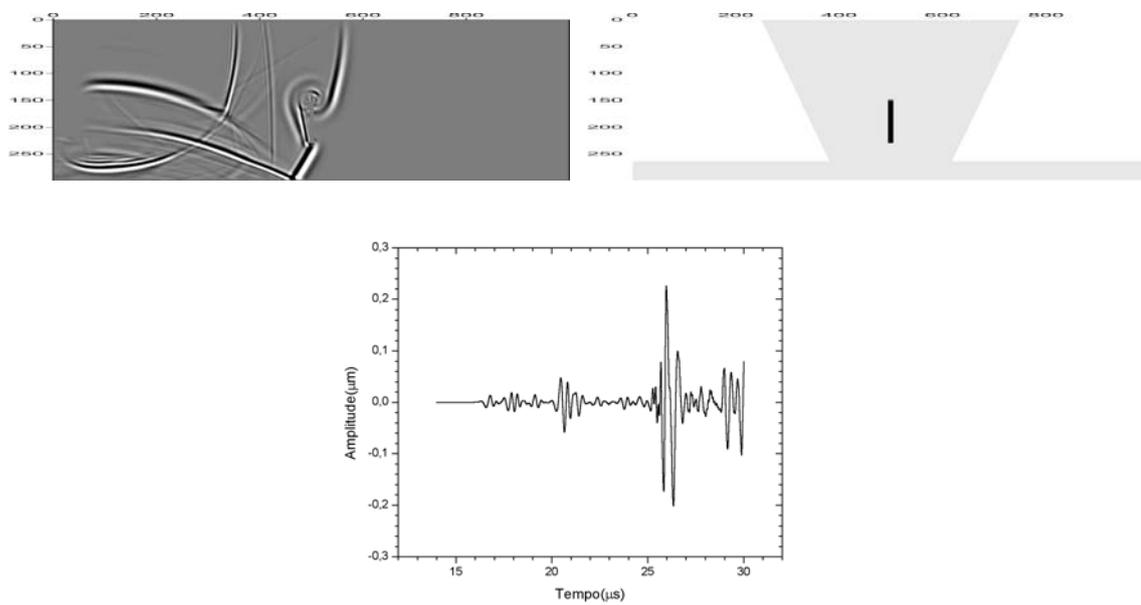


Figura 4.47. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 150810

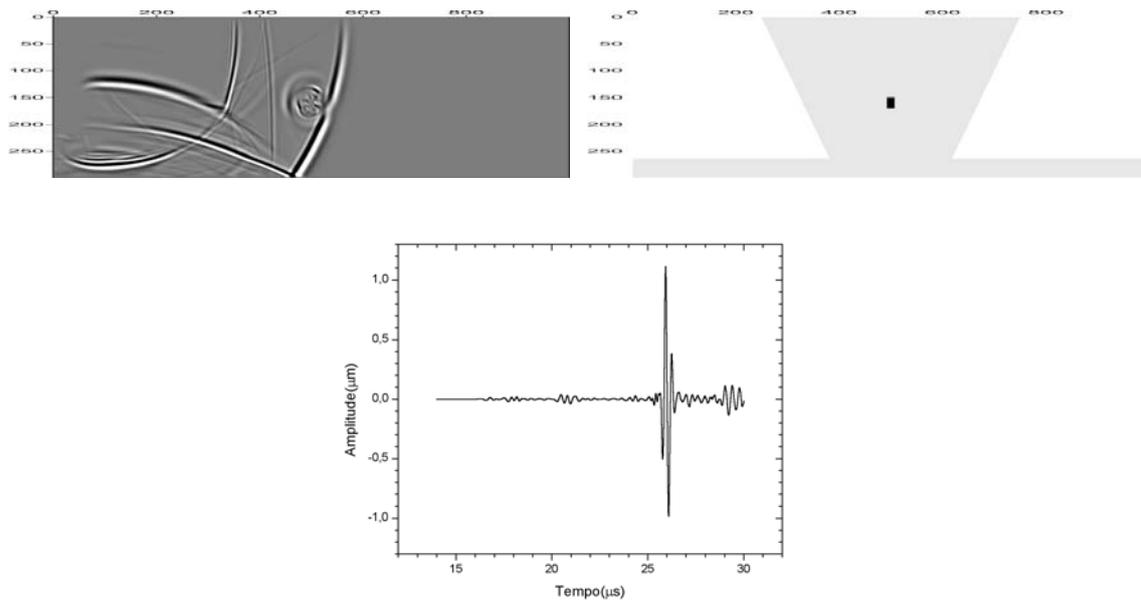


Figura 4.48. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 150215

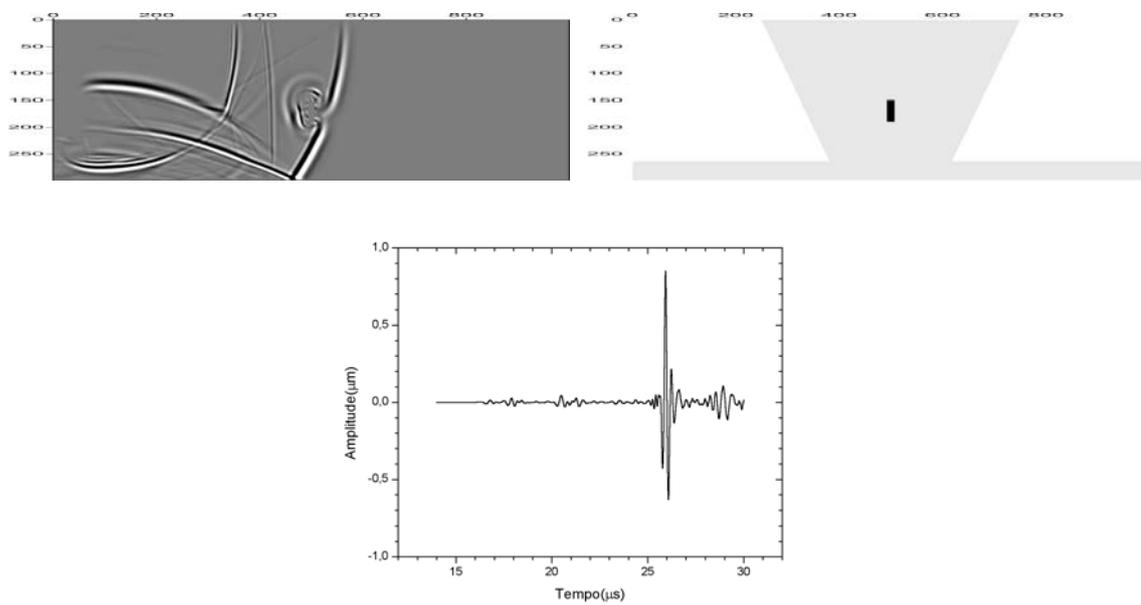


Figura 4.49. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 150415

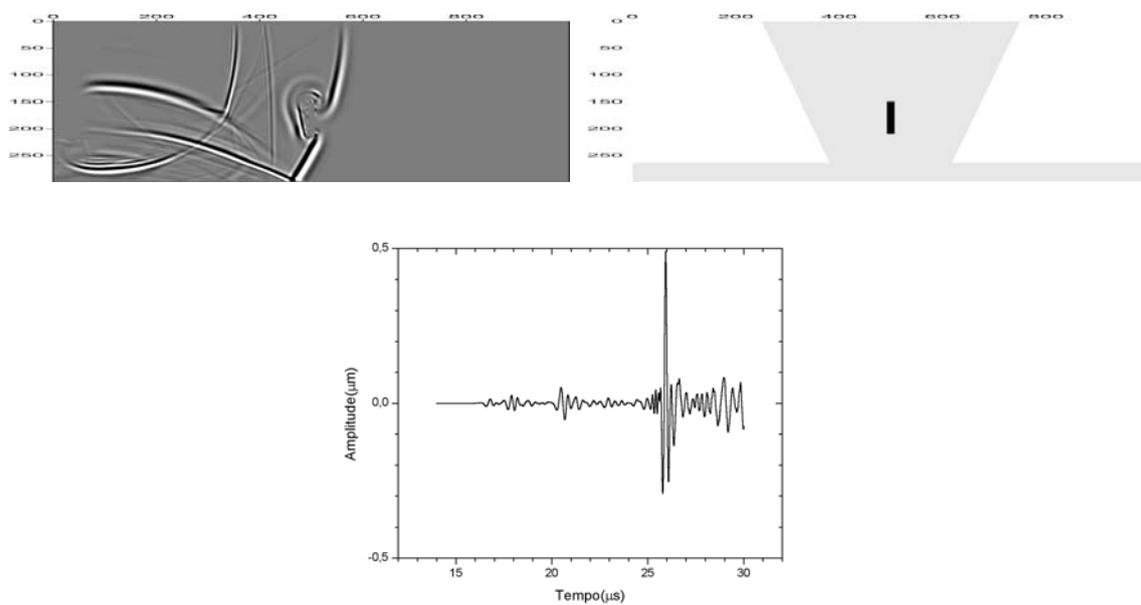


Figura 4.50. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 150615

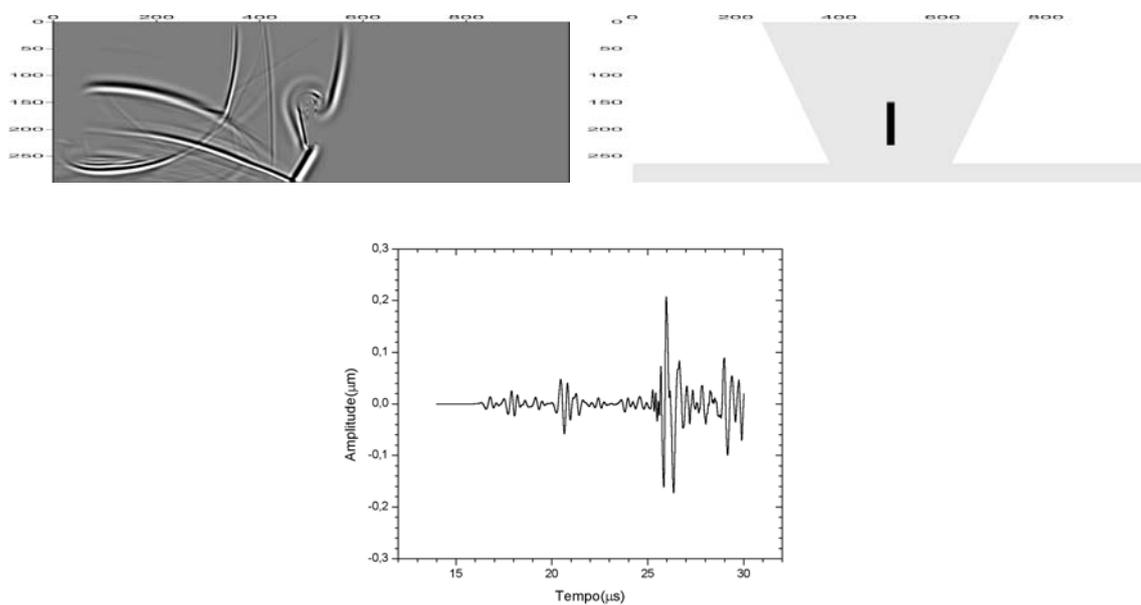


Figura 4.51. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 150815

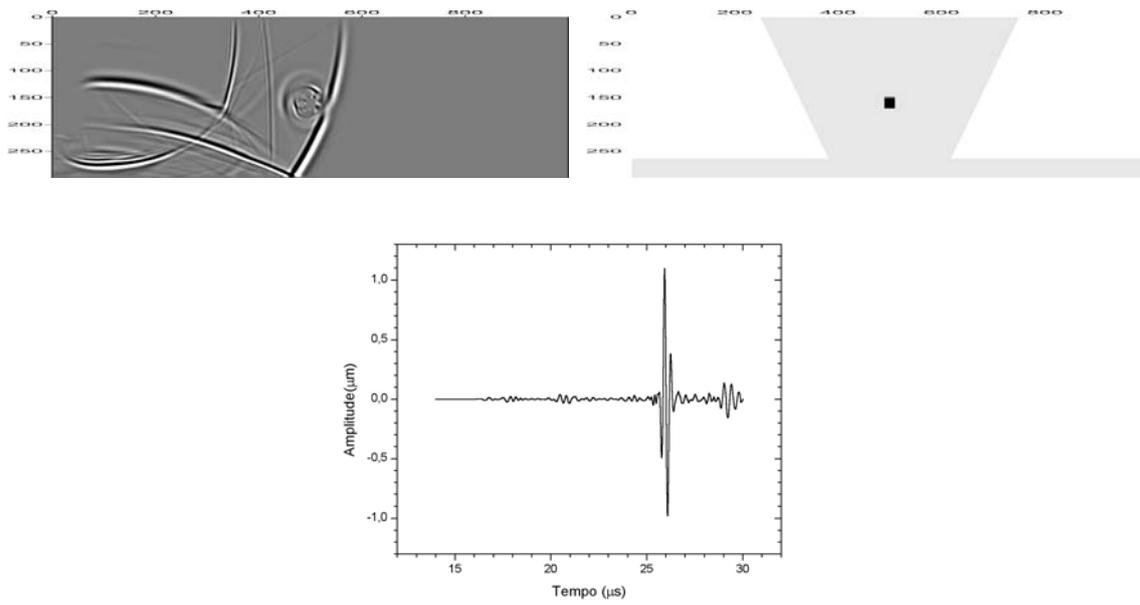


Figura 4.52. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 150220

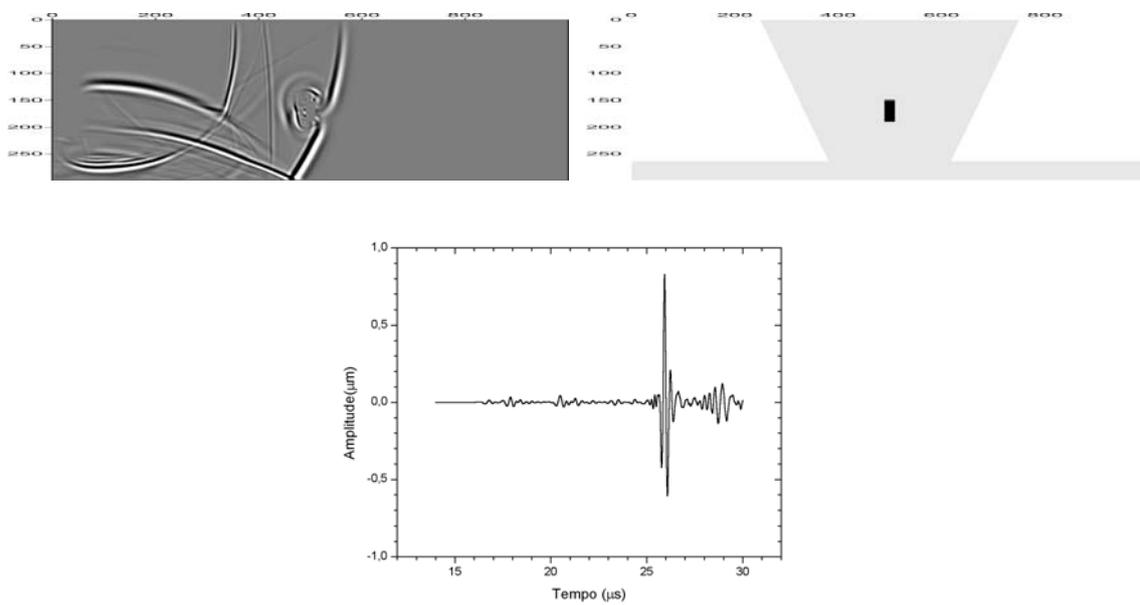


Figura 4.53. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 150420

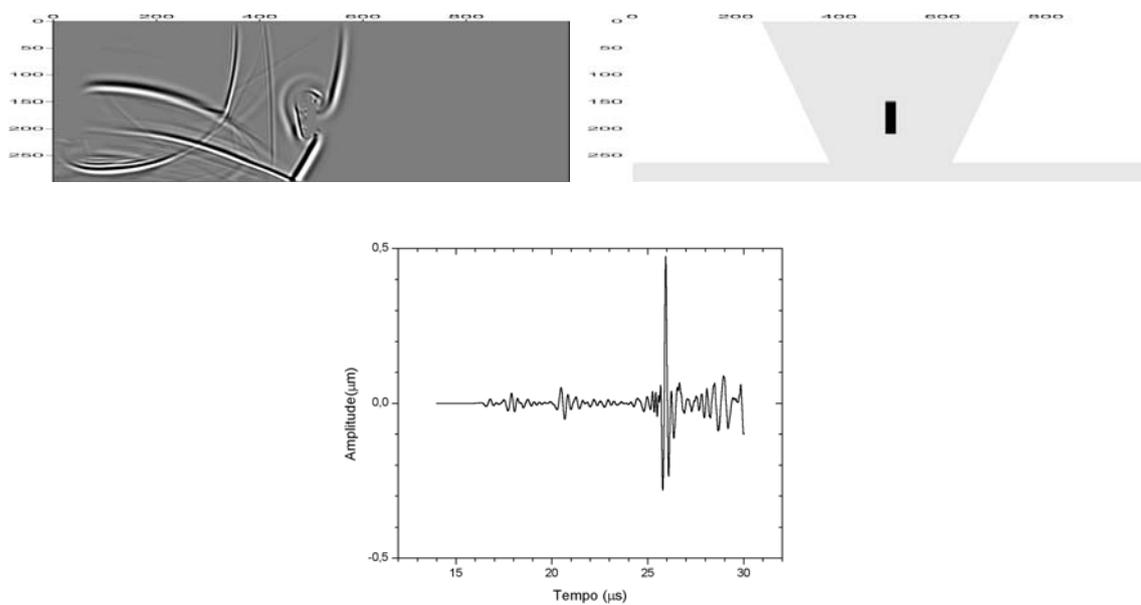


Figura 4.54. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 150620

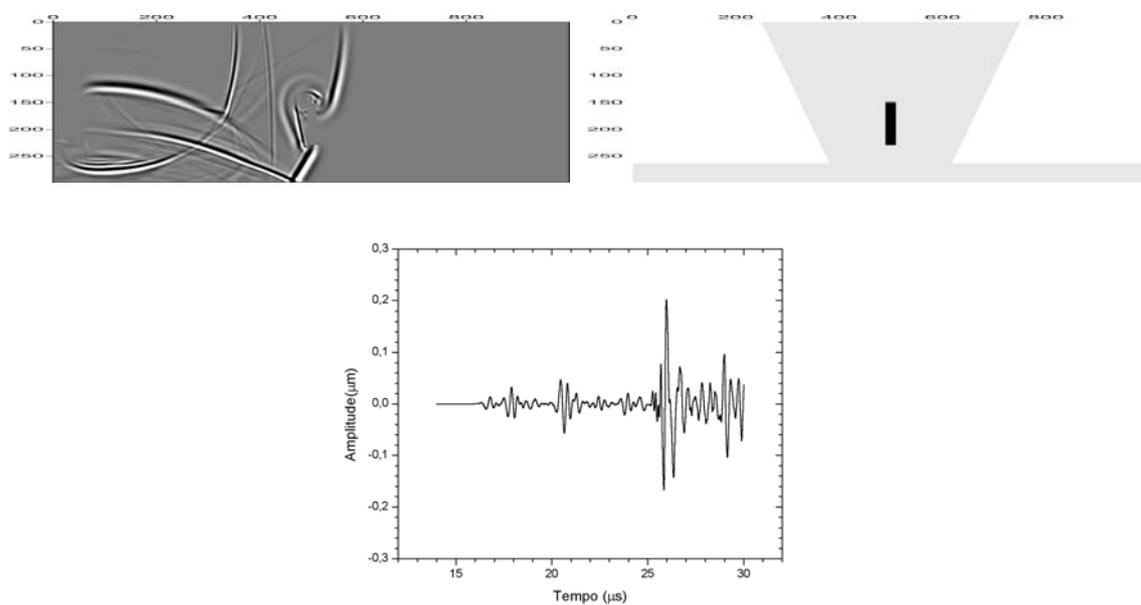


Figura 4.55. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 150820

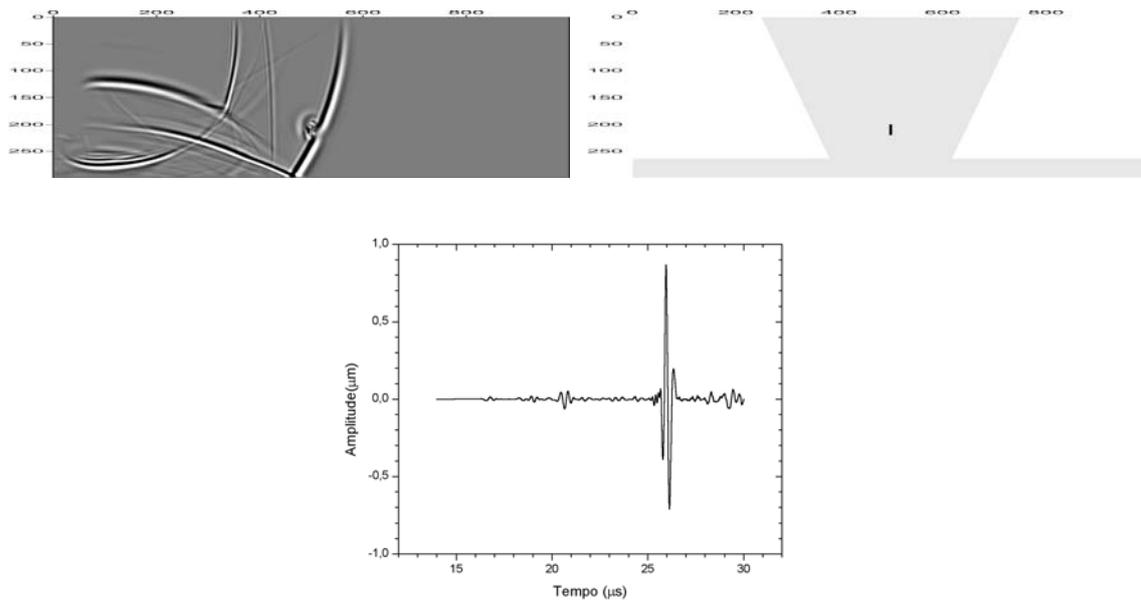


Figura 4.56. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 200205

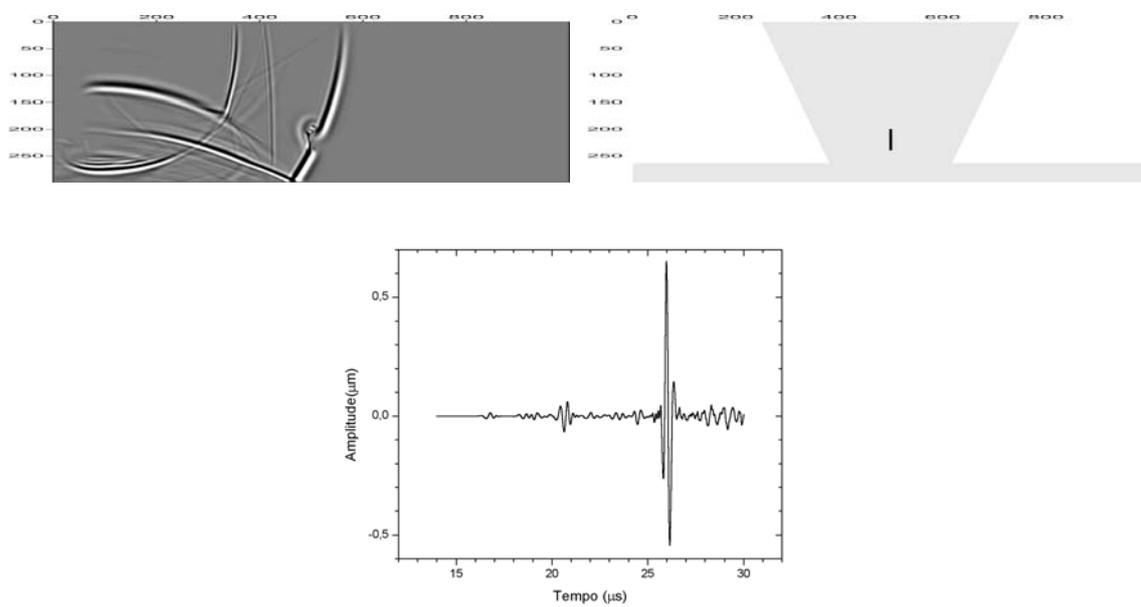


Figura 4.57. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 200405

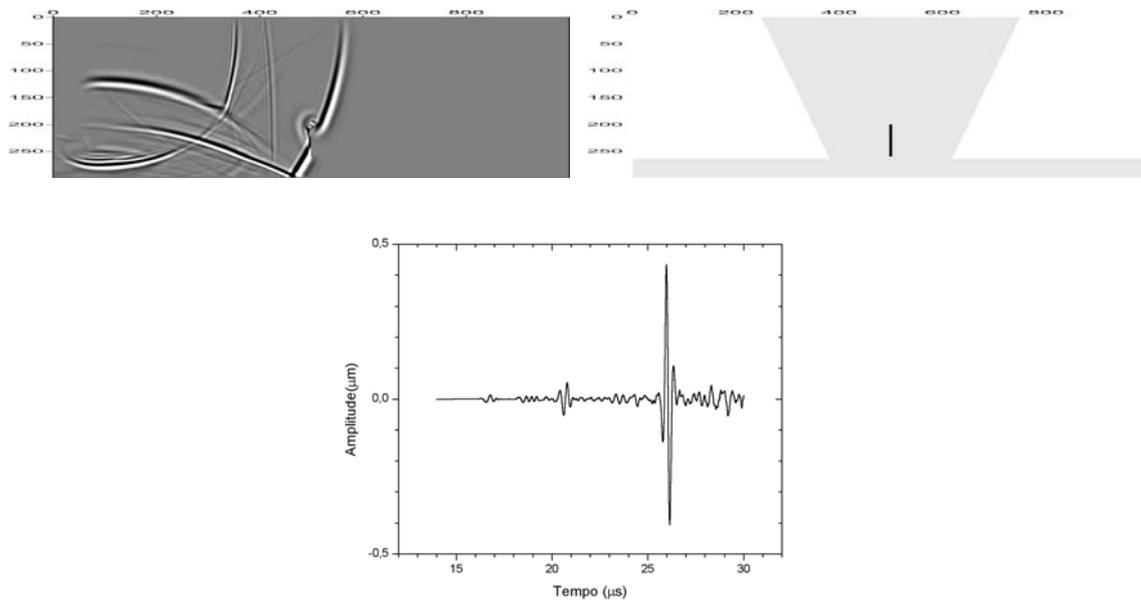


Figura 4.58. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 200605

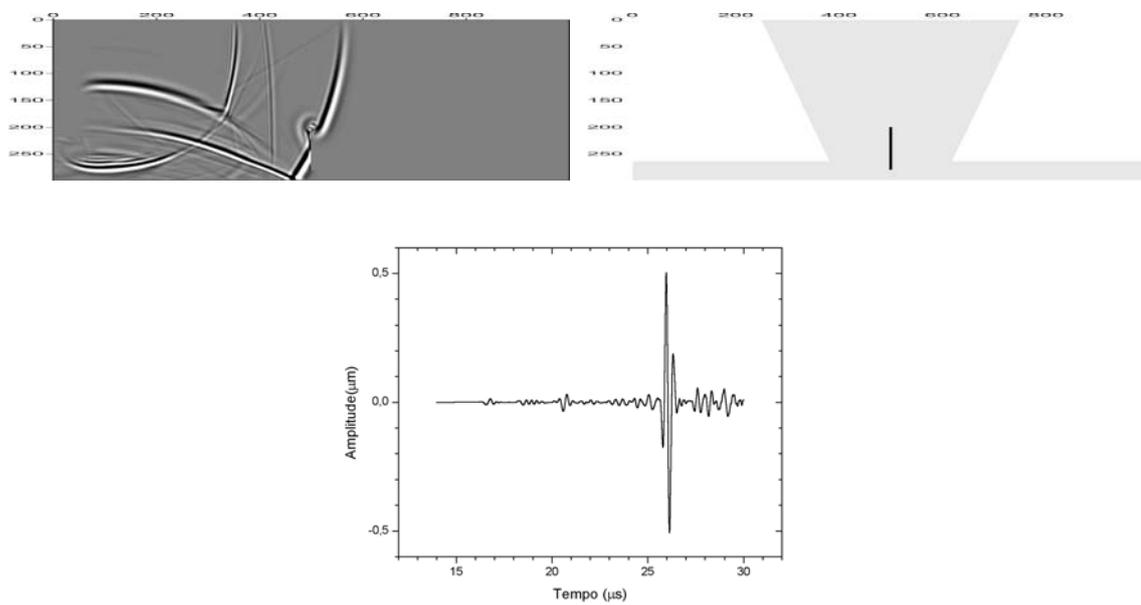


Figura 4.59. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 200805

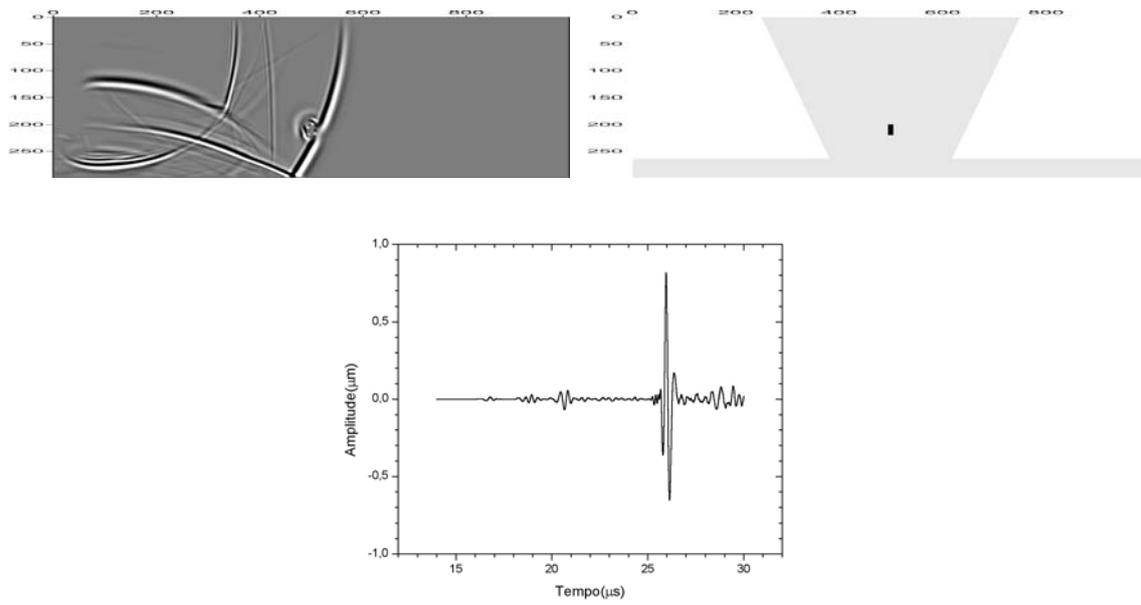


Figura 4.60. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 200210

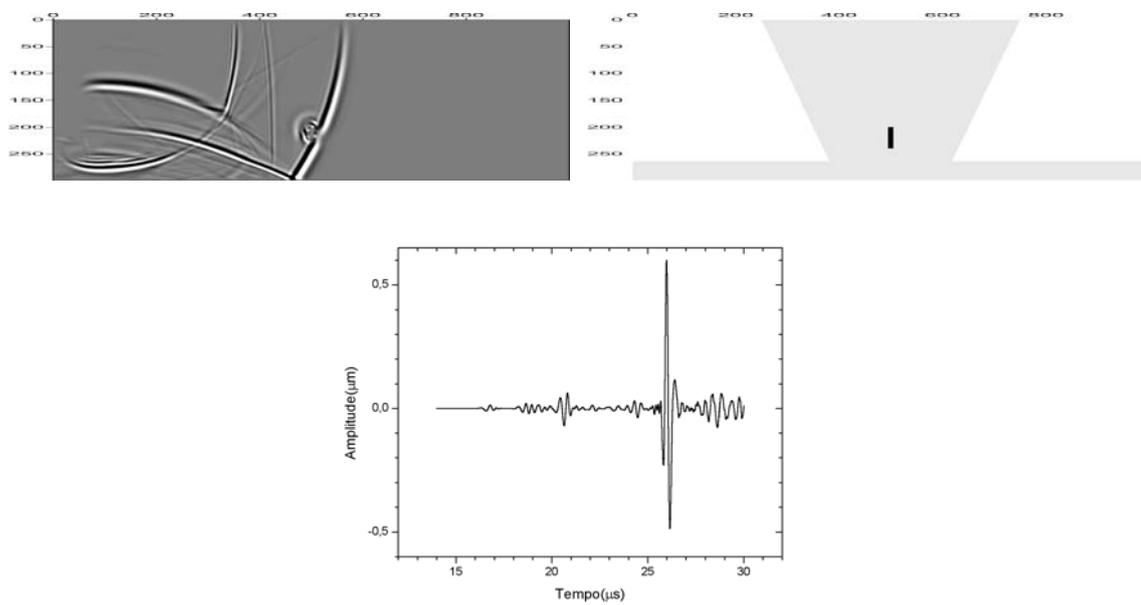


Figura 4.61. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 200410

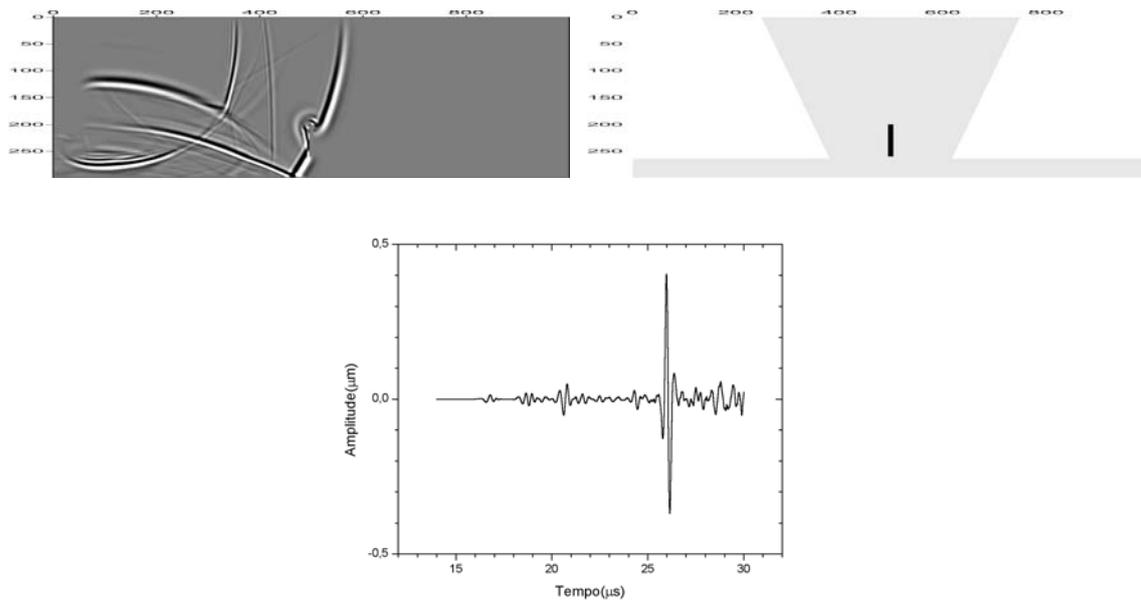


Figura 4.62. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 200610

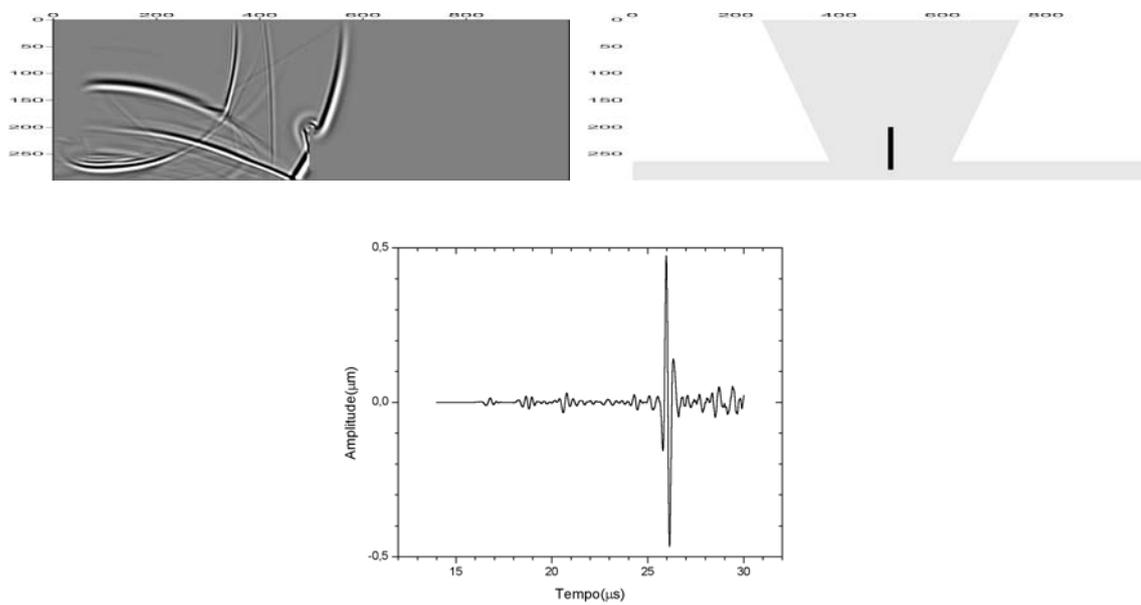


Figura 4.63. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 200810

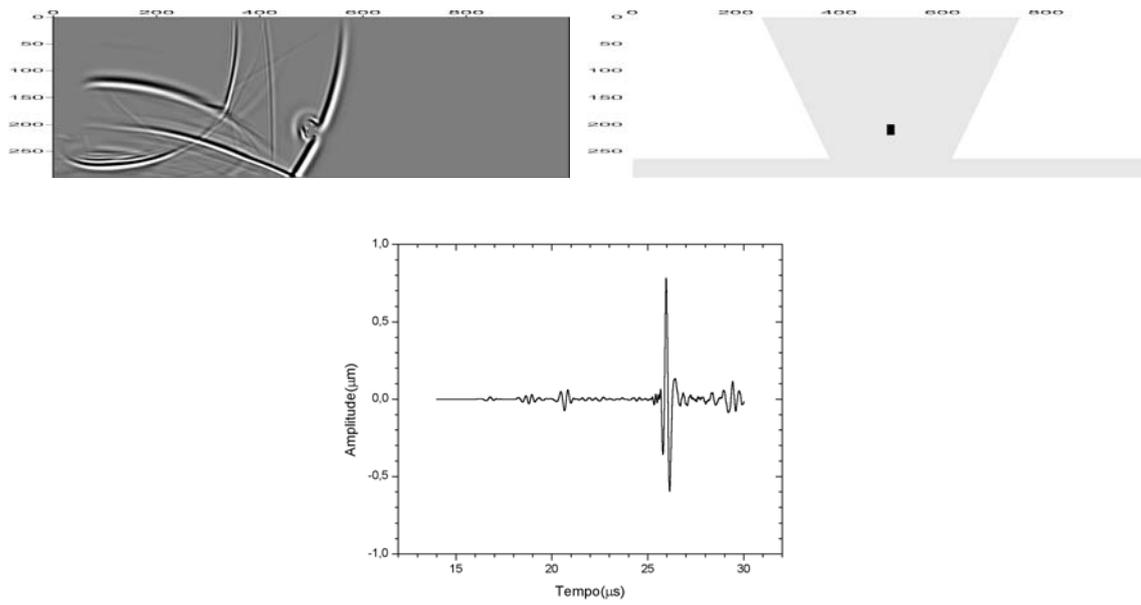


Figura 4.64. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 200215

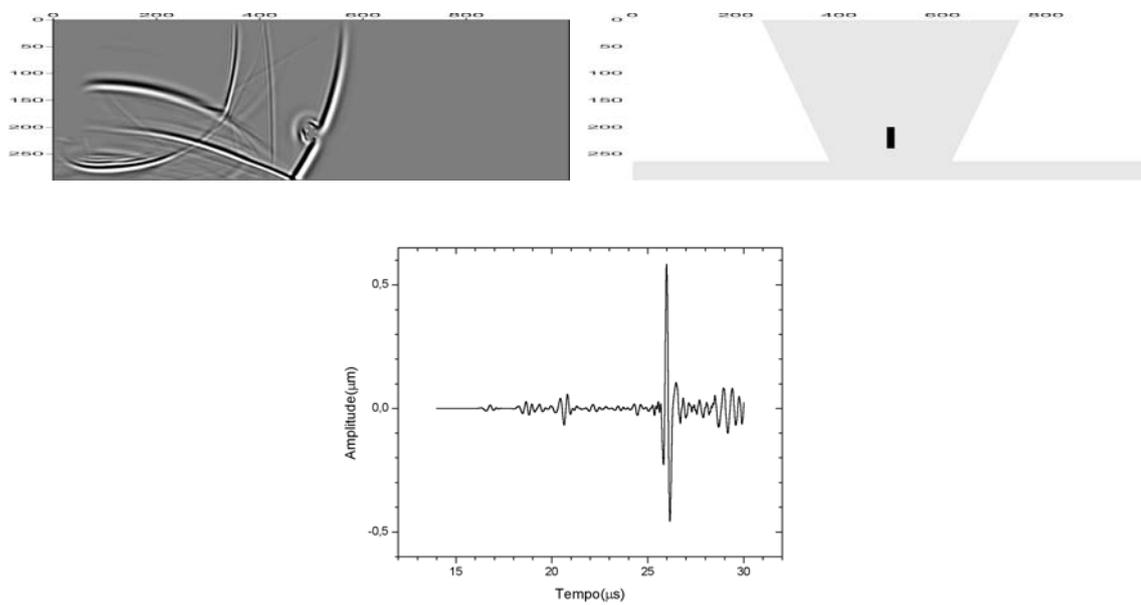


Figura 4.65. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 200415

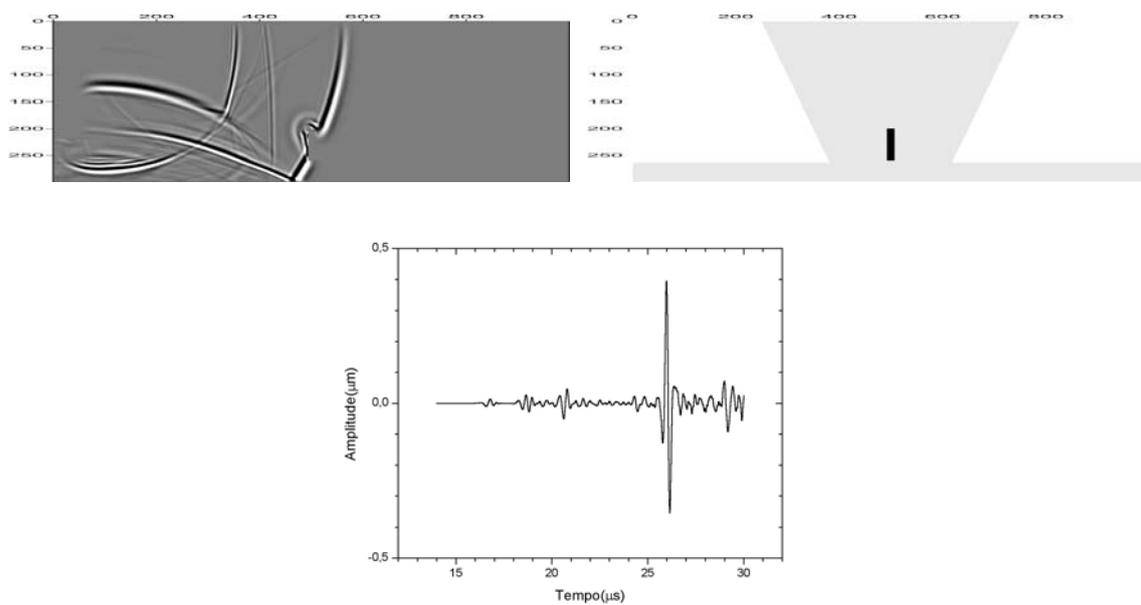


Figura 4.66. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 200615

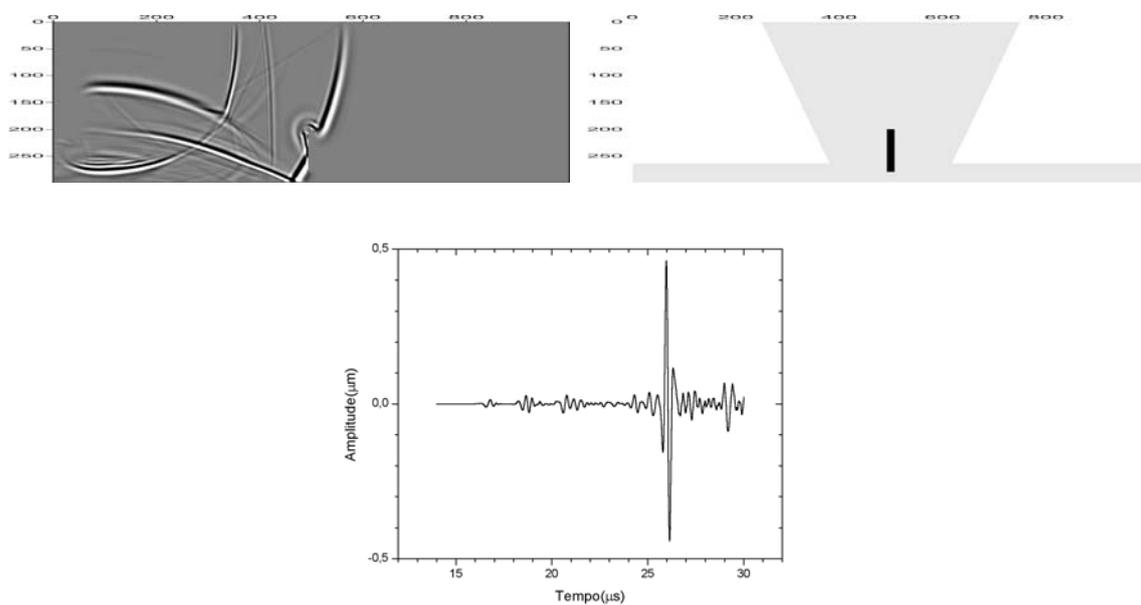


Figura 4.67. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 200815

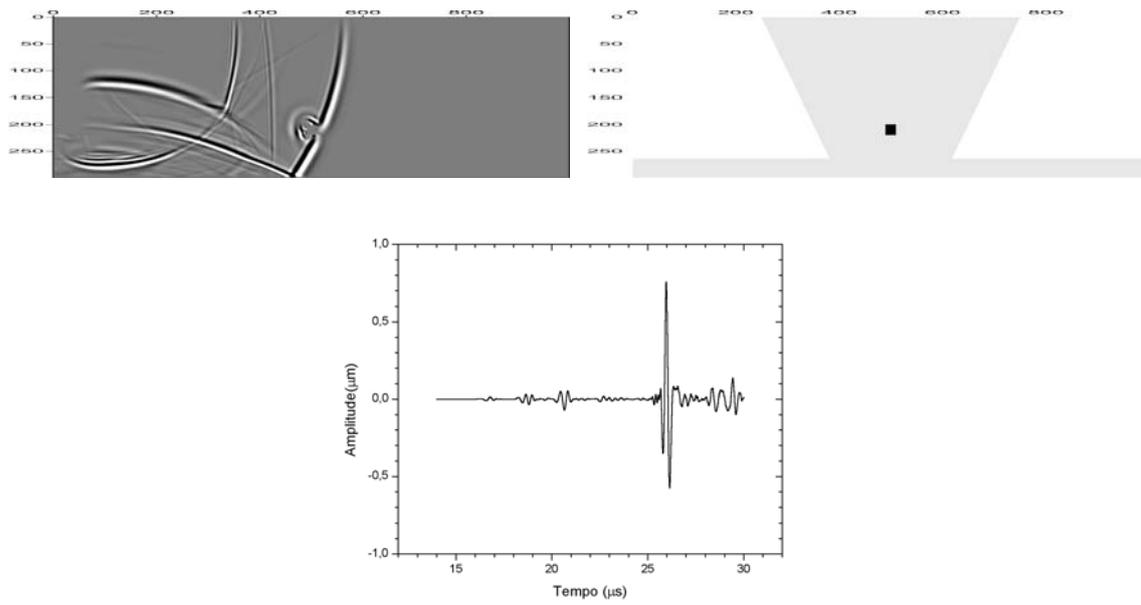


Figura 4.68. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 200220

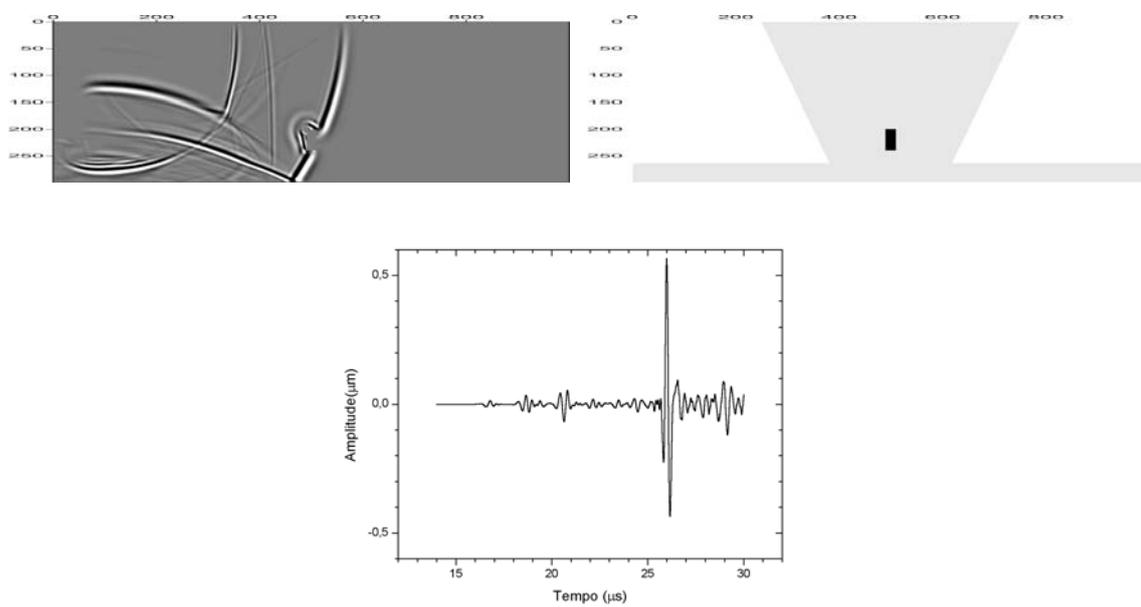


Figura 4.69. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 200420

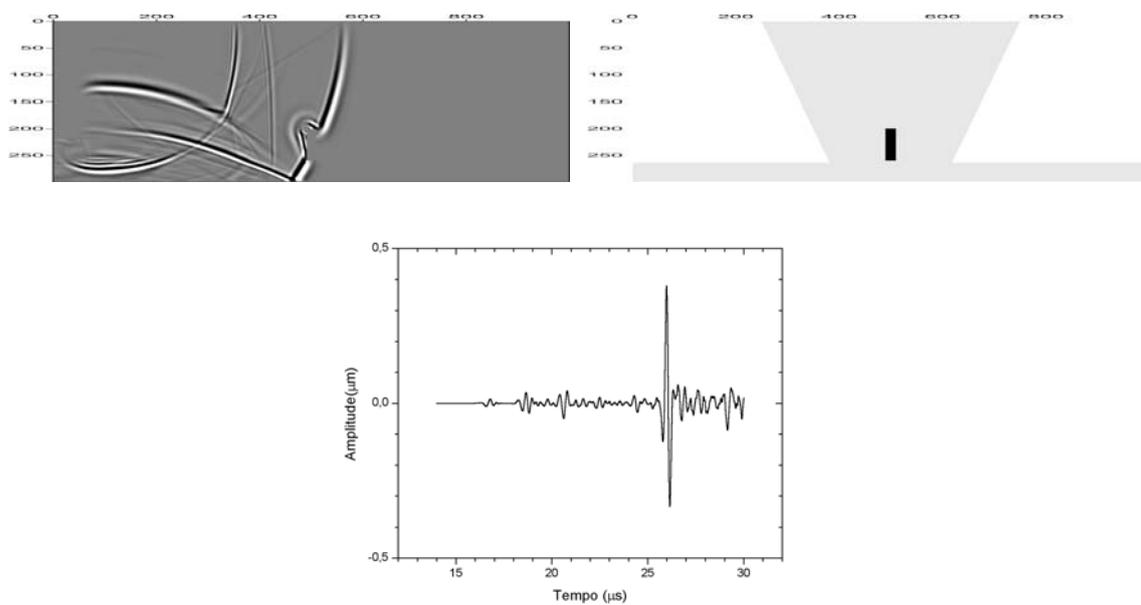


Figura 4.70. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 200620

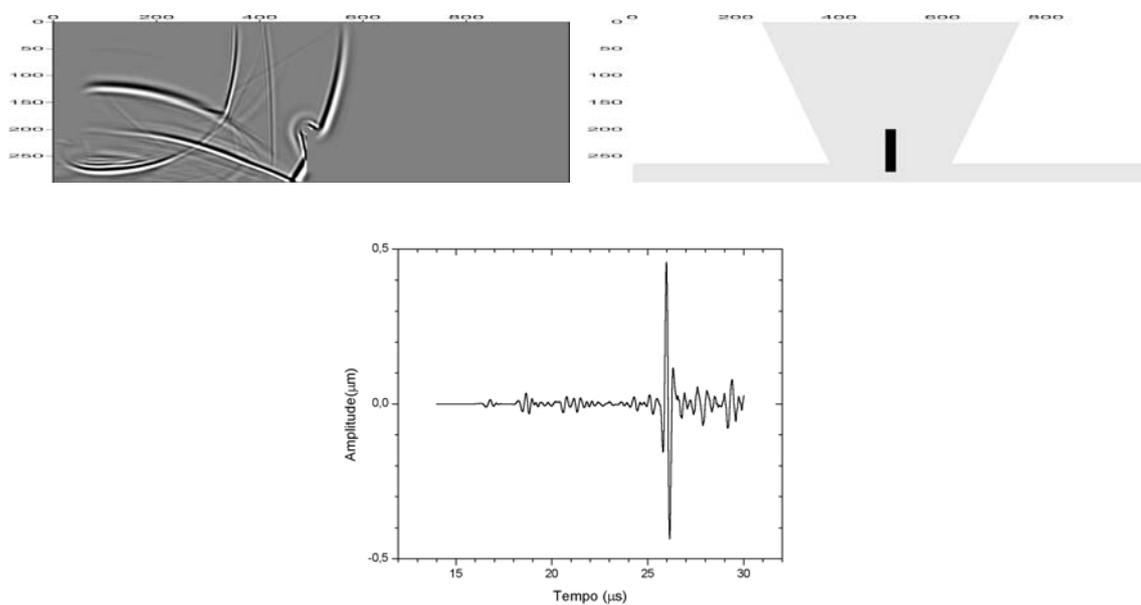


Figura 4.71. Resultados numéricos do modelo de junta soldada 200820

## Comentários

Os resultados expostos apresentam o comportamento da evolução da onda ultra-sônica com os diferentes defeitos no interior do material segundo as imagens das componentes do campo de deslocamento. Nota-se que diversos efeitos interativos ocorrem simultaneamente conforme apresentado e explicado anteriormente. A medição das amplitudes dos sinais que chegam ao transdutor receptor com defasagem em tempo devido a interação com o material compõe o chamado ecograma do tipo A-Scan.

Adicionalmente às imagens do campo de deslocamento e a obtenção dos sinais A-Scan simulados, efetuou-se também um estudo referente a importância das variáveis dimensionais frente a probabilidade de detecção dos defeitos. Foram levantadas curvas das possibilidades de detecção através da medição da amplitude da segunda difração no ecograma do tipo A-Scan, ou seja, o pico indicador da presença da ponta inferior da trinca vertical avaliada. O pico de difração foi mensurado a partir de um procedimento de janelamento do sinal A-Scan na região específica de ocorrência do pico e posterior média extrapolada para os pontos de máximo. A razão da seleção da segunda difração está vinculada ao fato de que a ponta superior pode eventualmente sofrer efeitos da zona morta superior dificultando a avaliação do sinal A-Scan. Estes efeitos se retratam no embaralhamento dos sinais ultra-sônicos impossibilitando a separação entre o sinal indicador da ponta do defeito e ruídos dispersos no material, como pôde ser experimentado em todos os sinais neste estudo caso se adotasse a ponta superior da trinca como a referência para medição.

A Figura 4.72 apresenta os gráficos que fornecem a relação existente entre a amplitude do sinal difratado, a qual pode ser encarada como a facilidade de detecção, e o comprimento  $b$  da trinca vertical, assim como o exposto na Figura 4.4, para cada comprimento de trinca. Nota-se que a probabilidade de detecção (PoD) aumenta quanto maior for o comprimento da trinca.

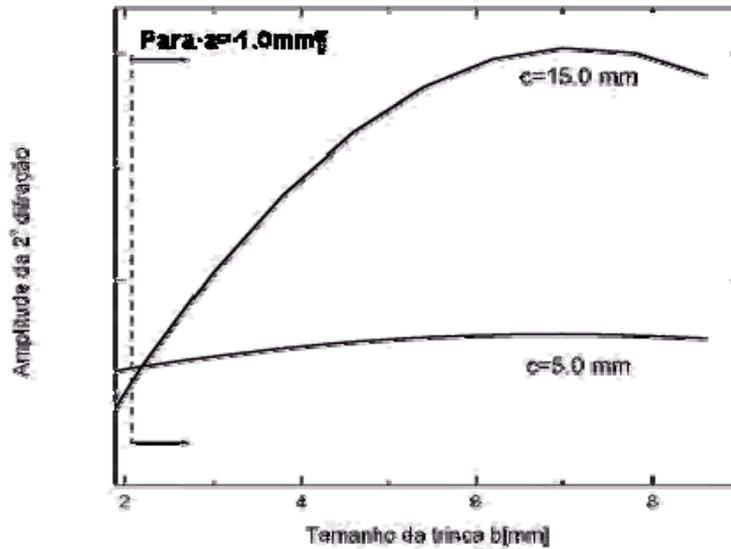


Figura 4.72. Relação entre a probabilidade de detecção com o comprimento  $b$  da trinca

A relação entre a probabilidade de detecção e o posicionamento  $c$  da trinca, ou seja, a profundidade, também foi avaliada visando mensurar um valor numérico para a zona morta superior, ou seja, a região sobre a qual existe uma dificuldade de detecção de defeitos. Adicionalmente ao estudo da relação entre a amplitude do sinal difratado e as dimensões de comprimento e profundidade, avaliou-se os efeitos da espessura da trinca também sob o ponto de vista da probabilidade de detecção. As Figura 4.73 a Figura 4.76 apresentam estas relações para cada profundidade ( $c$ ) e espessura ( $a$ ) de trinca.

Tendo como base os resultados acima, nota-se que quanto mais próximo à superfície, ou seja, para baixos valores de profundidade ( $c$ ), existe uma dificuldade na avaliação do sinal. Porém, a probabilidade de detecção aumenta significativamente para valores de profundidade que excedem o tamanho da zona morta superior. Entretanto, a probabilidade de detecção não apresenta forte relação com a variável dimensional de espessura visto que, trincas de pequena espessura (finas) fornecem uma amplitude de sinal suficiente para a detecção, e trincas de grandes espessuras (espessas) fornecem além do sinal difratado uma reflexão em sua superfície.

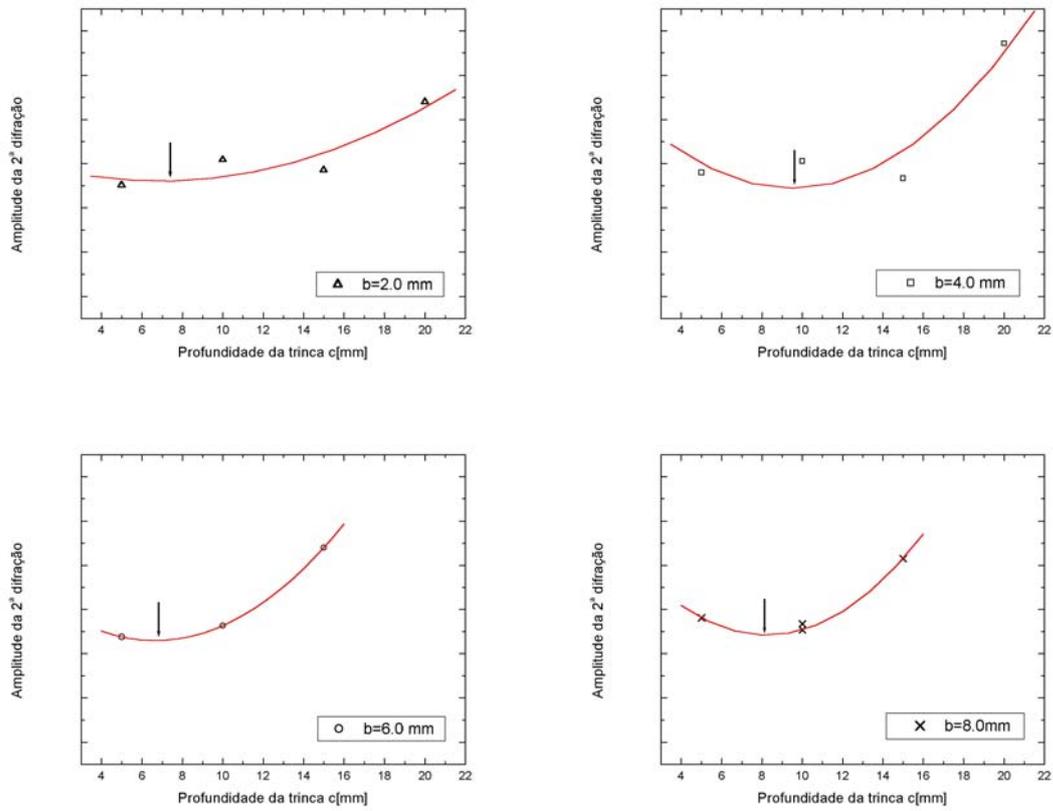
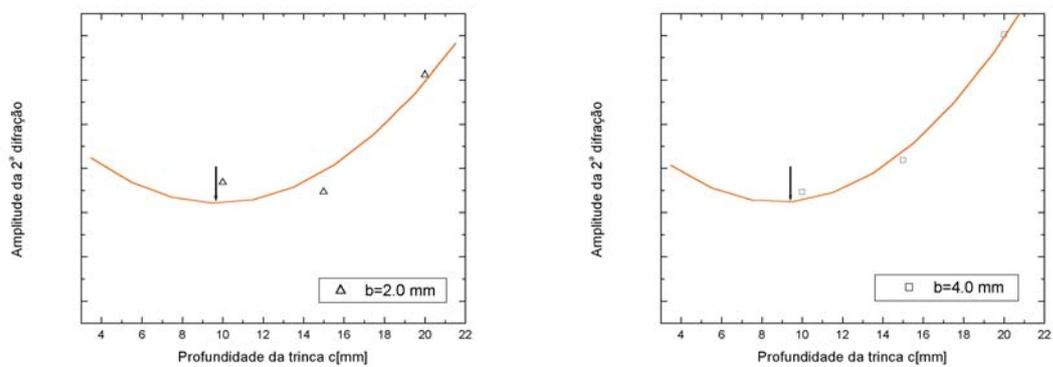


Figura 4.73. Relação entre a probabilidade de detecção com a profundidade  $c$  da trinca com espessura fixa em 0,5 mm em diferentes comprimentos



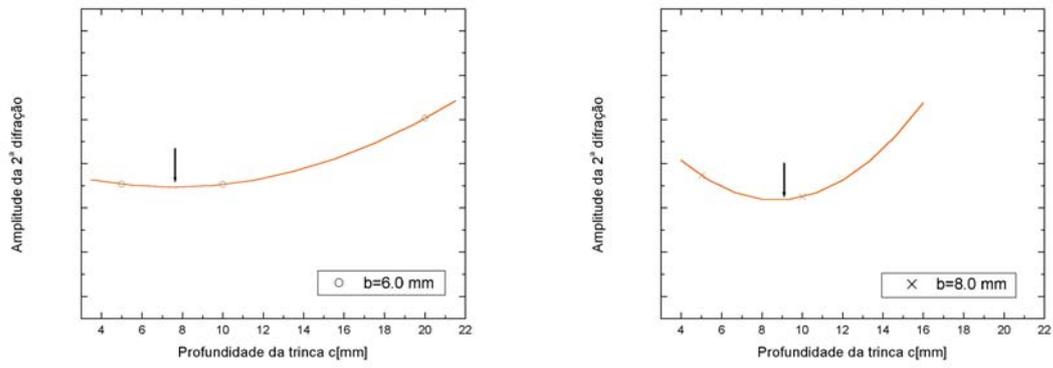


Figura 4.74. Relação entre a probabilidade de detecção com a profundidade  $c$  da trinca com espessura fixa em 1,0 mm em diferentes comprimentos

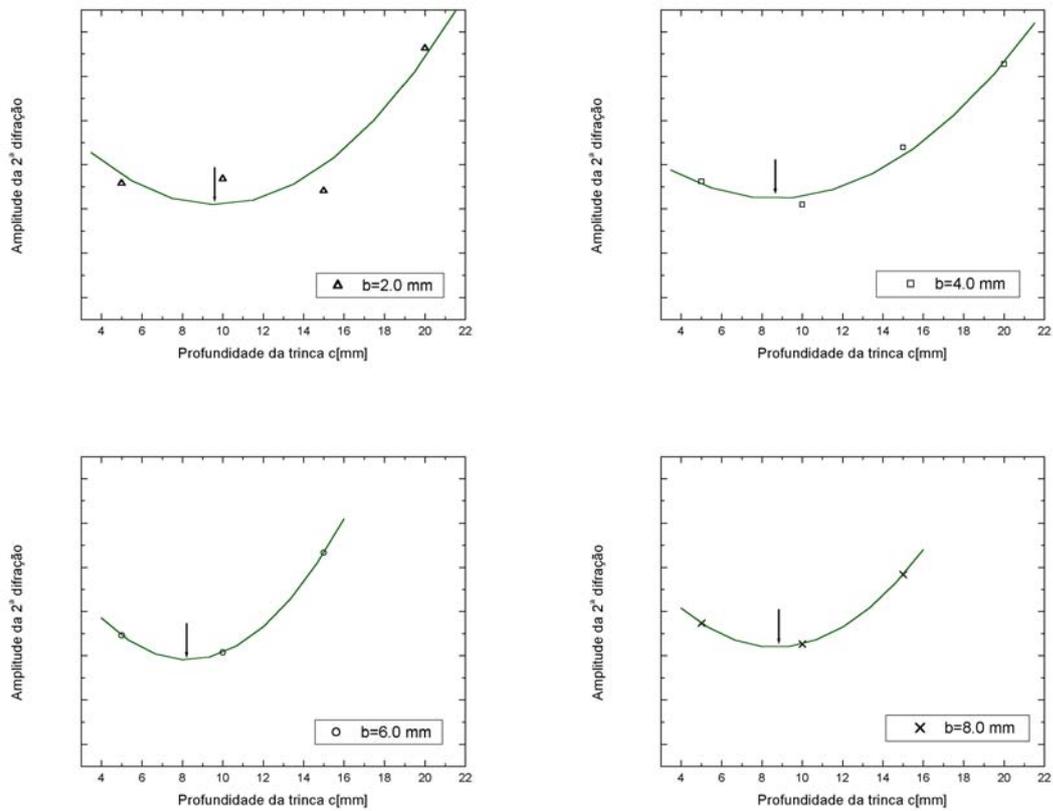


Figura 4.75. Relação entre a probabilidade de detecção com a profundidade  $c$  da trinca com espessura fixa em 1,5 mm em diferentes comprimentos

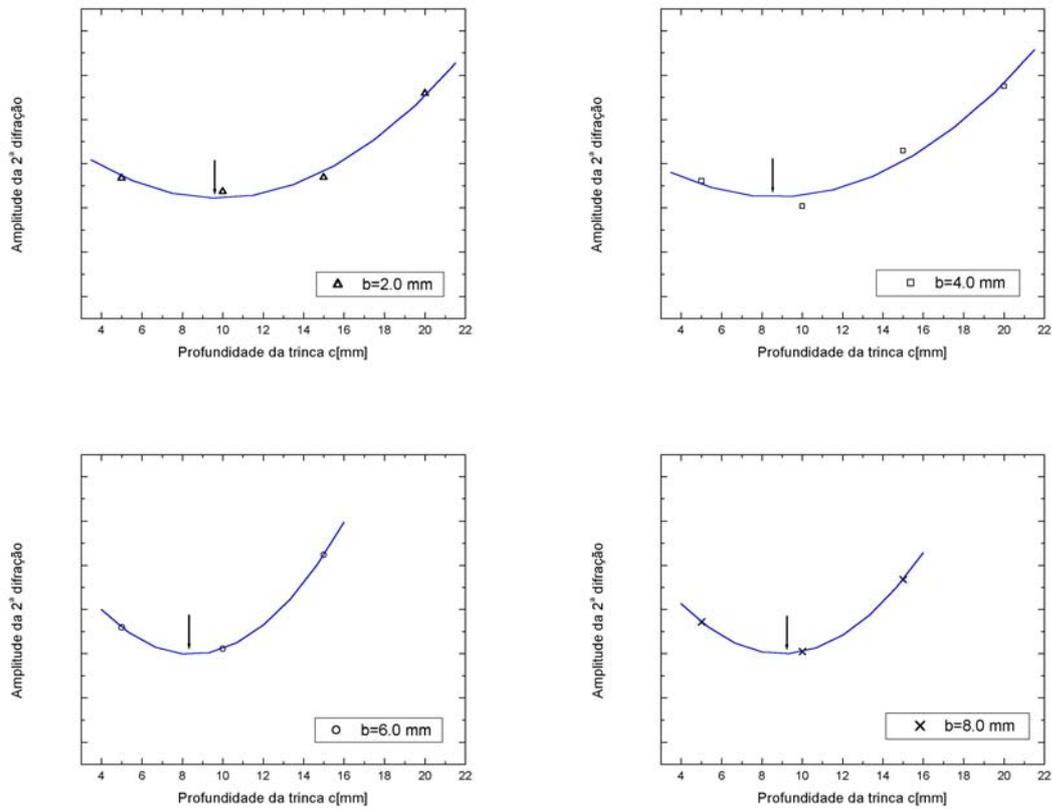


Figura 4.76. Relação entre a probabilidade de detecção com a profundidade  $c$  da trinca com espessura fixa em 2,0 mm em diferentes comprimentos

Para efeito de comparação de resultados, os gráficos que se seguem, Figura 4.77, exibem um resumo da dependência da probabilidade de detecção com todos os parâmetros dimensionais  $a$  e  $b$ , espessura e comprimento, respectivamente; com a profundidade  $c$  da trinca, dessa forma objetivando a estipulação das menores espessuras e comprimentos detectáveis pelo ensaio ultrassônico de TOFD através da simulação numérica de diferenças finitas.

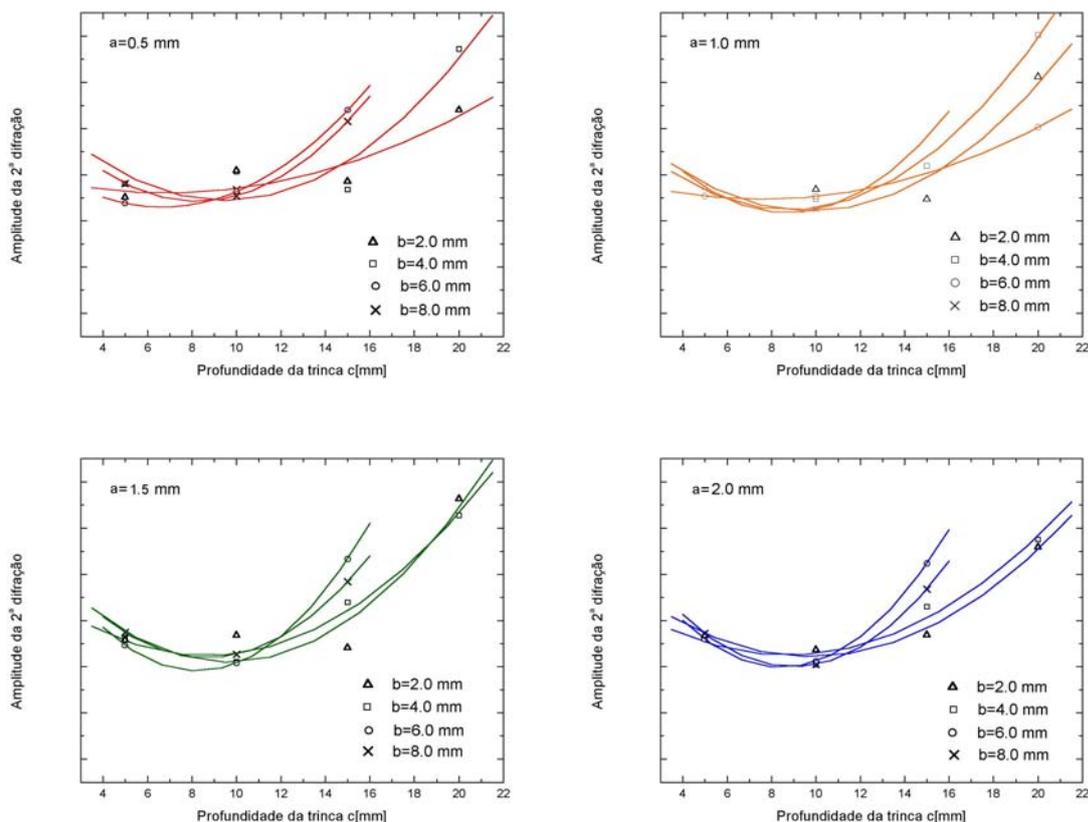


Figura 4.77. Dependência da probabilidade de detecção com os parâmetros dimensionais de uma trinca interna

Devido ao ajuste quadrático adotado para a interpolação dos pontos nos gráficos acima representados pôde-se obter o ponto de mínimo. Este ponto pode ser interpretado como sendo a região a partir da qual há um crescimento contínuo na amplitude do sinal, ou seja, o ponto acima do qual há uma confiabilidade na medição do sinal de detecção sem flutuações que reduzam esta amplitude e prejudiquem a identificação do sinal. Em outras palavras este ponto é tido como sendo a zona morta que nesta geometria de junta soldada avaliada ficou na média entre 7 a 8mm de profundidade em relação à superfície. Em profundidades inferiores a esta medida, apesar do sinal avaliado apresentar um aumento expressivo em amplitude, este pode estar sendo interferido por ruídos dispersos no material em vez de difrações indicadoras de defeitos portanto, nada se pode inferir sobre a de detecção em profundidades inferiores a da zona morta. Entretanto, em profundidades superiores a esta medida há indícios de uma grande confiabilidade da inspeção ultra-sônica devido ao incremento expressivo da amplitude dos sinais difratados.

# Capítulo 5

## Conclusões

A crescente necessidade do completo entendimento dos fenômenos interativos e atenuantes das ondas ultra-sônicas nos materiais tem impulsionado a modelagem numérica no sentido de desenvolver novas ferramentas que utilizam ao máximo as informações contidas em peças e equipamentos reais de campo. De acordo com análise de resultados avaliada no capítulo anterior, assim como os conceitos teóricos e procedimentos numéricos adotados, foi possível a inferência de conclusões práticas relativas às características deste estudo.

Os resultados obtidos foram comparados para inferir a resolução da técnica TOFD através da aplicação numérica da mesma em modelos com defeitos. Neste caso, os ecogramas (A-Scan) mostraram as indicações de interação com os defeitos nas formas e posições correspondentes. Dessa forma, os resultados obtidos mostraram que defeitos com comprimento ( $b$ ) superiores a 2,0mm são perfeitamente detectáveis e dimensionáveis. Contudo, defeitos inferiores a esta medida apresentam uma certa dificuldade de detecção e dimensionamento. Qualquer medida superior a 2,0mm (dentro das testadas neste estudo) não apresentou problemas de detecção ou dimensionamento, dentro da frequência utilizada (5MHz). Quanto a espessura ( $a$ ) das trincas, os casos avaliados mostraram que não existe forte relação entre a amplitude do sinal difratado e suas amplitudes, dentro dos casos avaliados.

O erro da localização estimada da ponta do defeito reduziu-se com a profundidade, ou seja, defeitos próximos à superfície foram dimensionados com menor precisão. Essa afirmação encontra-se em concordância com os conceitos teóricos do Capítulo 2, expresso pela Eq. 2. 7. A distância entre transdutores ( $2d$ ) também pode ser usada para melhorar a resolução da técnica, bastando para isto reduzi-la. Neste caso o fator limitante passa a ser a intensidade do sinal difratado e o tamanho da zona morta superior a qual foi mensurada, dentro dos casos avaliados, como sendo entre 7 a 8mm de profundidade.

Nas imagens de propagação (snapshots) não foi possível a observação plena dos efeitos nocivos da anisotropia no modelo da junta soldada. Isso significa que o material analisado não apresentou parâmetros anisotrópicos suficientes para desviar a energia sônica de seu trajeto original. Esse efeito, entretanto, pode ser perfeitamente visualizado, em caracter didático, nos modelos homogêneos isotrópicos e transversalmente isotrópicos da seção 4.1.

O modelo numérico apresenta estabilidade em operadores de segunda ordem. Para operadores superiores a matriz pode apresentar-se numericamente instável e de difícil inversão porém, isto não foi avaliado neste estudo.

O uso de fontes impulsivas pode provocar alguns problemas relacionados à natureza discreta da malha. A discretização de fontes de ondas compressionais, com comportamento temporal na forma da derivada de funções gaussianas, gerou frentes de ondas com ruído de baixa amplitude. O ruído da fonte é atribuído ao fato de as soluções dos problemas analíticos contínuos e com diferenças discretas não serem idênticas. Essa diferença se propaga como ruído, podendo afetar os resultados. Uma pequena dispersão causada pela malha produziu um atraso nas frentes de ondas de altas frequências em relação às baixas provocando uma tênue deformação do sinal. Os sinais difratados são de pequena amplitude, conforme técnicas experimentais, e apresentam em geral uma relação sinal/ruído muito baixa, o que dificulta distinguir entre sinais difratados e defeitos de sinais dispersos no material.

A posição interna do defeito em relação a superfície de inspeção influiu na amplitude do sinal difratado e conseqüentemente em seu dimensionamento. Esta afirmação encontra-se em completa aquiescência com as técnicas experimentais, isto é, as técnicas numéricas fornecem grandes amplitudes de sinal para grandes defeitos proporcionando a sua detecção e, pequenas amplitudes de sinal para pequenos defeitos dificultando a sua identificação. Quando a descontinuidade está muito próxima a uma das superfícies do material, o seu eco sobrepõe-se ao eco da onda lateral ou da reflexão do fundo, não permitindo distinguir a diferença de tempo entre eles.

O cálculo das velocidades de propagação da onda em diferentes eixos de simetria foi efetuado de acordo com os procedimentos expressos no capítulo anterior, Capítulo 2 , seção 2.3. Entretanto, para uma avaliação focada nos parâmetros de anisotropia empregados,  $\epsilon$ ,  $\delta$  e  $\gamma$ , os quais possuem magnitudes de mesma ordem, é possível inferir determinadas tendências numéricas associadas às condições de propagação. De acordo com a Eq. 2. 80, para pequenos valores de  $\theta$ , tem-se que o termo  $\sin^2(\theta)\cos^2(\theta)$  é numericamente superior que ao termo

$\text{sen}^4(\theta)$ ; logo, o componente  $\delta \text{sen}^2(\theta)\text{cos}^2(\theta)$  domina os efeitos de anisotropia. O fator trigonométrico  $\text{cos}^2(\theta)$  do componente  $\delta \text{sen}^2(\theta)\text{cos}^2(\theta)$  assegura que a dependência angular de  $v_p(\theta)$  em relação ao parâmetro  $\delta$ , salvo os casos especiais em que  $\varepsilon$  é muito superior que  $\delta$ .

Dentre as inúmeras técnicas numéricas disponíveis, o método das diferenças finitas é um dos mais versáteis e de fácil implementação, justamente pela possibilidade do emprego de procedimentos numéricos recursivos de marcha no tempo sobre uma malha espacial discreta, descrevendo a propagação de ondas em meios elásticos. Dessa forma, como o método é baseado na equação elástica da onda (não em soluções particulares como, por exemplo, o método de traçado do raio) este inclui tanto as ondas diretas como também as ondas superficiais, refratadas, difratadas e de modo convertido; e ainda preserva as relações de amplitude dos eventos. Donde se conclui que este método representa um procedimento satisfatório para representação da propagação das ondas ultra-sônicas em meios anisotrópicos e seus respectivos fenômenos interativos.

Tendo em vista todo o estudo que desenvolvido e relatado, para dar continuidade a esta linha de pesquisa, podem-se adotar inúmeras diretrizes, as quais servem de sugestões e recomendações para futuros trabalhos:

- Generalização da metodologia aqui empregada de forma a incorporar outros tipos de descontinuidades mais complexas, abrangendo a análise para outros parâmetros físicos tais como: natureza do defeito, dimensionamento e localização do defeito, configurações da solda e procedimentos de soldagem;
- Comparação entre outras técnicas de modelagem numérica para os mesmos parâmetros de entrada; e
- A extensão do método visando atender aos casos de modelos tridimensionais.

# Apêndice A

## Lei de Snell-Descartes – Particionamento

Uma propriedade que pode ser utilizada para caracterizar o meio elástico, no qual se propagam ondas mecânicas, é a impedância acústica<sup>26</sup> dos materiais que compõem cada camada desse meio ( $Z_{Pj}$ , onde  $j$  é o número da camada) e pode ser calculada através das expressões:

- impedância, relacionada à propagação das ondas P ( $Z_{Pj}$ ):

$$Z_{Pj} = \rho_j v_{Pj}, \quad \text{A.1}$$

onde  $\rho_j$  é a densidade e  $v_{Pj}$  é a velocidade de propagação das ondas P do material que compõe a camada  $j$ ; e

- impedância, relacionada à propagação das ondas S ( $Z_{Sj}$ ):

$$Z_{Sj} = \rho_j v_{Sj}, \quad \text{A.2}$$

onde  $v_{Sj}$  é a velocidade de propagação das ondas S do material que compõe a camada  $j$ .

O contraste de impedância é definido pela razão entre as impedâncias das duas camadas nas quais as ondas se propagam.

---

<sup>26</sup> Forma de oposição do meio à propagação das perturbações mecânicas.

A partir das impedâncias das camadas é possível computar os coeficientes de reflexão CR e de transmissão CT da interface que separa os dois meios elásticos nos quais as ondas se propagam, desde que a incidência seja normal à interface que separa os meios, através das expressões:

$$CR = \frac{Z_{2^{\circ}} - Z_{1^{\circ}}}{Z_{2^{\circ}} + Z_{1^{\circ}}} = \frac{\rho_{2^{\circ}} v_{P2^{\circ}} - \rho_{1^{\circ}} v_{P1^{\circ}}}{\rho_{2^{\circ}} v_{P2^{\circ}} + \rho_{1^{\circ}} v_{P1^{\circ}}} \quad \text{A.3}$$

e

$$CT = 1 - CR = \frac{2 Z_{1^{\circ}}}{Z_{2^{\circ}} + Z_{1^{\circ}}} = \frac{2 \rho_{1^{\circ}} v_{P1^{\circ}}}{\rho_{2^{\circ}} v_{P2^{\circ}} + \rho_{1^{\circ}} v_{P1^{\circ}}} \quad \text{A.4}$$

Os coeficientes de reflexão e de transmissão também refletem as relações entre as amplitudes das ondas refletidas e incidentes e das ondas transmitidas e incidentes, ou seja:

$$CR \approx \frac{A_{Pr90^{\circ}}}{A_{Pi90^{\circ}}} \quad \text{A.5}$$

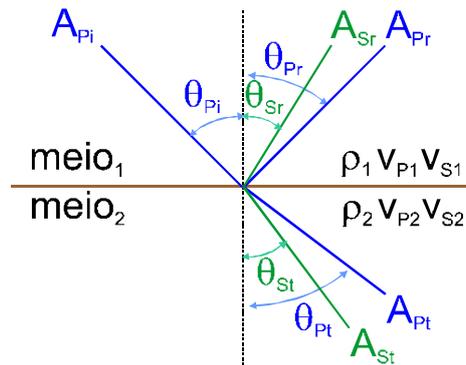
e

$$CT \approx \frac{A_{Pt90^{\circ}}}{A_{Pi90^{\circ}}} \quad \text{A.6}$$

Dependendo das características dos meios elásticos e das formas como se propagam, as ondas mecânicas P e S podem sofrer processos de partição da energia ao atingirem as interfaces que delimitam esses meios. Nesse processo de partição, parte da energia é refletida e parte é transmitida (ou refratada) distribuída em quatro tipos de ondas: ondas P refletida (Pr) e transmitida (Pt) e ondas S refletida (Sr) e transmitida (St).

Supondo o caso em que uma onda P atinja uma interface entre os meios 1 e 2, cujas respectivas densidades sejam  $\rho_1$  e  $\rho_2$  e as velocidades de propagação das ondas P e S sejam respectivamente  $v_{P1}$  e  $v_{S1}$  e  $v_{P2}$  e  $v_{S2}$ , conforme esquematizado na Figura a seguir, onde:

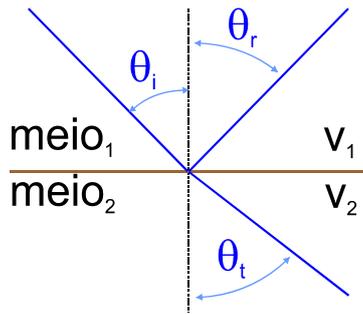
- Geometria de Snell.



- $A_{Pi}$  e  $\theta_{Pi}$  são a amplitude e o ângulo de incidência da onda P incidente,
- $A_{Pr}$  e  $\theta_{Pr}$  são a amplitude e o ângulo de emergência da onda P refletida,
- $A_{Pt}$  e  $\theta_{Pt}$  são a amplitude e o ângulo de emergência da onda P transmitida,
- $A_{Sr}$  e  $\theta_{Sr}$  são a amplitude e o ângulo de emergência da onda S refletida e
- $A_{St}$  e  $\theta_{St}$  são a amplitude e o ângulo de emergência da onda S transmitida.

O ângulo de incidência é conhecido e os ângulos de emergência são calculados seguindo os mesmos preceitos da óptica geométrica, que estabelecem que os ângulos de incidência e emergência das ondas P e S, obedecem à Lei de Snell-Descartes, que define a mudança de direção de um raio, quando encontra uma interface que separa um meio, com velocidade de propagação  $v_1$ , de outro, com velocidade de propagação  $v_2$ .

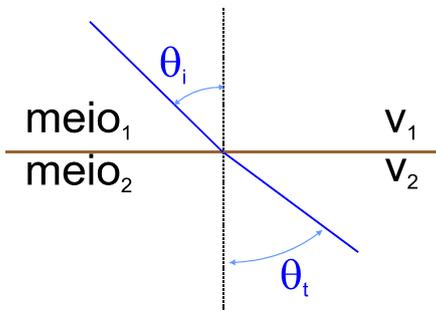
A entidade que relaciona a geometria de incidência, reflexão e transmissão na interface entre dois meios com velocidades  $v_1$  e  $v_2$  é conhecida como parâmetro do raio ( $p$ ) e é definida pela expressão:



$$\frac{\text{sen}(\theta_i)}{v_1} = \frac{\text{sen}(\theta_r)}{v_1} = \frac{\text{sen}(\theta_t)}{v_2} = \frac{1}{v_h} = p, \quad \text{A.7}$$

onde  $\theta_i$  é o ângulo de incidência,  $\theta_r$  é o ângulo de reflexão,  $\theta_t$  é o ângulo de transmissão e  $v_h$  é a velocidade de fase horizontal.

Toda vez que uma onda atravessar uma superfície que separa dois meios elásticos com velocidades diferentes ocorre refração, ou seja, desvio de direção de propagação. Este fenômeno é regido pela Lei de Snell:



$$\frac{\text{sen}(\theta_{Pi})}{v_{P1}} = \frac{\text{sen}(\theta_{Pt})}{v_{P2}} \quad \text{A.8}$$

ou

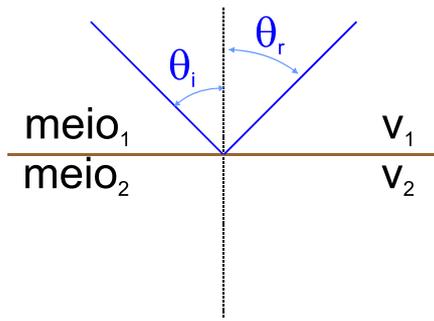
$$\frac{\text{sen}(\theta_{Si})}{v_{S1}} = \frac{\text{sen}(\theta_{St})}{v_{S2}} \quad \text{A.9}$$

Quando a onda refratada se propaga paralelamente à superfície atingida, ou seja, quando  $\theta_{Pt}=90^\circ$ , e isso ocorre somente quando  $v_{P1}<v_{P2}$ , a equação da Lei de Snell pode ser simplificada para:

$$\text{sen}(\theta_{Pi}) = \frac{v_{P1}}{v_{P2}} \quad \text{A.10}$$

e  $\theta_{Pi}$  é chamado de ângulo crítico. Caso  $v_{P1}>v_{P2}$ , o fenômeno de refração nunca ocorrerá.

Toda vez que uma onda encontra uma superfície que separa dois meios elásticos com impedâncias acústicas diferentes  $Z1 \neq Z2$  ocorre reflexão. Esse fenômeno é regido pela lei da reflexão:



"Os raios das ondas incidente e refletida sempre estão em um mesmo plano e o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência ( $\theta_{Pr}=\theta_{Pi}$ )".

Quando a onda incidente e, conseqüentemente a onda refletida, tiverem ângulo nulo, ou seja, quando  $\theta_{Pi}=\theta_{Pr}=0^\circ$ , ocorre o fenômeno chamado de incidência normal.

No caso da reflexão, as ondas incidente e refletida se propagam no mesmo meio; portanto, a equação da Lei de Snell pode ser escrita na forma:

$$\frac{\text{sen}(\theta_{Pi})}{V_{P1}} = \frac{\text{sen}(\theta_{Pr})}{V_{P1}}, \quad \text{A.11}$$

o que implica a relação que define a lei da reflexão  $\theta_{Pi}=\theta_{Pr}$ .

A generalização dessa lei para ondas P e S é dada pelas relações:

$$\frac{\text{sen}(\theta_{Pi})}{V_{P1}} = \frac{\text{sen}(\theta_{Pr})}{V_{P1}} = \frac{\text{sen}(\theta_{Pt})}{V_{P2}} = \frac{\text{sen}(\theta_{Si})}{V_{S1}} = \frac{\text{sen}(\theta_{Sr})}{V_{S1}} = \frac{\text{sen}(\theta_{St})}{V_{S2}} = p. \quad \text{A.12}$$

# Apêndice B

## Hierarquia dos Meios Anisotrópicos

O sistema de coordenadas pode ser rotacionado de modo a diminuir o efeito de certas constantes elásticas e estabelecer alguma dependência entre elas. A hierarquia entre meios anisotrópicos é baseada na quantidade de constantes não-nulas ou no número de constantes independentes.

O meio anisotrópico mais complexo é o sistema triclinico, definido por vinte e uma constantes elásticas. Os sistemas tetragonal e trigonal também são bastante complexos. O meio isotrópico é o sistema mais simples, definido por apenas duas constantes elásticas não-nulas e mutuamente independentes.

Entre os sistemas empregados nos problemas de propagação de ondas estão:

1. **triclinico**: vinte e uma constantes elásticas, das quais dezoito ou dezenove, dependendo da rotação aplicada, são não-nulas e independentes:

$$\begin{array}{cc}
 C_{34}=C_{35}=C_{45}=0 & C_{15}=C_{16}=0 \\
 \left[ \begin{array}{cccccc}
 C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\
 & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\
 & & C_{33} & & & C_{36} \\
 & & & C_{44} & & C_{46} \\
 & & & & C_{55} & C_{56} \\
 & & & & & C_{66}
 \end{array} \right] & \left[ \begin{array}{cccccc}
 C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & & \\
 & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\
 & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\
 & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\
 & & & & C_{55} & C_{56} \\
 & & & & & C_{66}
 \end{array} \right] & \mathbf{B.1}
 \end{array}$$

2. **monoclínico** (degeneração do sistema triclínico): doze ou treze constantes elásticas não-nulas e independentes, dependendo da rotação aplicada:

$$C_{14}=C_{15}=C_{24}=C_{25}=C_{46}=C_{56}=0 \quad C_{25}=C_{26}=C_{35}=C_{36}=C_{45}=C_{46}=0$$

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & & & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & & & C_{26} \\ & & C_{33} & & & C_{36} \\ & & & C_{44} & & \\ & & & & C_{55} & \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & & \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & & \\ & & C_{33} & C_{34} & & \\ & & & C_{44} & & \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B.2}$$

3. **ortorrômbico** (degeneração do sistema monoclinico acima, à esquerda): nove constantes elásticas não-nulas e independentes:

$$C_{16}=C_{26}=C_{36}=0$$

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & & & \\ & C_{22} & C_{23} & & & \\ & & C_{33} & & & \\ & & & C_{44} & & \\ & & & & C_{55} & \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B.3}$$

4. **trigonal** (degeneração do sistema monoclinico à direita): seis constantes elásticas não-nulas e independentes:

$$C_{22}=C_{11} \quad C_{12}=C_{11}-2C_{66} \quad C_{23}=C_{13}$$

$$C_{14}=-C_{24}=C_{56} \quad C_{55}=C_{44} \quad C_{34}=0$$

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{11}-2C_{66} & C_{13} & C_{56} & & \\ & C_{11} & C_{13} & -C_{56} & & \\ & & C_{33} & & & \\ & & & C_{44} & & \\ & & & & C_{44} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B.4}$$

5. **tetragonal** (degeneração do sistema ortorrômbico e de mesmo nível hierárquico do sistema trigonal): seis constantes elásticas não-nulas e independentes:

$$\begin{array}{ccc}
 C_{22}=C_{11} & C_{23}=C_{13} & C_{55}=C_{44} \\
 \left[ \begin{array}{cccccc}
 C_{11} & C_{12} & C_{13} & & & \\
 & C_{11} & C_{13} & & & \\
 & & C_{33} & & & \\
 & & & C_{44} & & \\
 & & & & C_{44} & \\
 & & & & & C_{66}
 \end{array} \right] & & \mathbf{B.5}
 \end{array}$$

6. **cúbico** (degeneração do sistema tetragonal): três constantes elásticas não-nulas e independentes:

$$\begin{array}{ccc}
 C_{33}=C_{11} & C_{12}=C_{13} & C_{66}=C_{44} \\
 \left[ \begin{array}{cccccc}
 C_{11} & C_{13} & C_{13} & & & \\
 & C_{11} & C_{13} & & & \\
 & & C_{11} & & & \\
 & & & C_{44} & & \\
 & & & & C_{44} & \\
 & & & & & C_{44}
 \end{array} \right] & & \mathbf{B.6}
 \end{array}$$

7. **hexagonal** ou **polar** (dependendo da rotação aplicada, pode ser uma degeneração dos sistemas tetragonal ou trigonal): seis constantes elásticas não-nulas das quais cinco são independentes; o nome polar advém do fato de ter um único pólo de simetria rotacional em torno de um dos eixos, normalmente na vertical, ou seja, na direção dos outros dois eixos, as velocidades de propagação não variam (há simetria nos outros dois eixos):

$$\begin{array}{ccc}
 C_{12}=C_{11}-2C_{66} & C_{56}=0 \\
 \left[ \begin{array}{cccccc}
 C_{11} & C_{11}-2C_{66} & C_{13} & & & \\
 & C_{11} & C_{13} & & & \\
 & & C_{33} & & & \\
 & & & C_{44} & & \\
 & & & & C_{44} & \\
 & & & & & C_{66}
 \end{array} \right] & & \mathbf{B.7}
 \end{array}$$

8. **isotrópico** (dependendo da rotação aplicada, pode ser uma degeneração dos sistemas cúbico ou hexagonal): cinco constantes elásticas não-nulas das quais duas são independentes ( $\lambda$  e  $\mu$ ):

$$\begin{array}{cccc}
 C_{12}=C_{11}-2C_{66} & & C_{33}=C_{11} & C_{12}=C_{13} & C_{66}=C_{44} \\
 & \left[ \begin{array}{ccc}
 C_{11} & C_{11}-2C_{66} & C_{13} \\
 & C_{11} & C_{13} \\
 & & C_{11} \\
 & & & C_{44} \\
 & & & & C_{44} \\
 & & & & & C_{44}
 \end{array} \right] & & & \mathbf{B.8}
 \end{array}$$

# Cômputo das Constantes Elásticas

Com a medição das velocidades de propagação, nos referidos corpos de prova, em diferentes eixos pôde-se calcular os parâmetros de anisotropia dos materiais. Os parâmetros de anisotropia são a base para o cômputo das constantes elásticas de acordo com as teorias de THOMSEN (1986) apresentadas neste estudo. O memorial simplificado de cálculo se resume segundo o esquema apresentado na seqüência.

Velocidade (Direção e Polarização)	Metal de Base (A-D)	Metal de Solda (E-F)
	V. Média (m/s)	V. Média (m/s)
$V_{11}$	6338,82	5955,26
$V_{22}$	6339,19	5908,37
$V_{33}$	6333,68	5974,24
$V_{12}$	3725,47	2967,10
$V_{13}$	3724,02	2963,41
$V_{23}$	3727,61	2957,57

## Parâmetros de anisotropia

$$\varepsilon \equiv \frac{v_p(90^\circ) - v_{pv}}{v_{pv}}$$

$$\delta \equiv 4 \left[ \frac{v_p(45^\circ) - v_{pv}}{v_{pv}} \right] - \varepsilon$$

$$\gamma \equiv \frac{v_{sh}(90^\circ) - v_{sv}}{v_{sv}}$$

## Constantes Elásticas

$$C_{33} = \rho v_{pv}^2$$

$$C_{44} = \rho v_{sv}^2$$

$$C_{11} = (2\varepsilon + 1)C_{33}$$

$$C_{13} = -C_{44} \pm \sqrt{C_{44}^2 + (2\delta + 1)C_{33}^2}$$

$$C_{66} = (2\gamma + 1)C_{44}$$

TI

Isotrópico

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{11} - 2C_{66} & C_{13} & & & & & & \\ & C_{11} & C_{13} & & & & & & \\ & & C_{33} & & & & & & \\ & & & C_{44} & & & & & \\ & & & & C_{44} & & & & \\ & & & & & C_{44} & & & \\ & & & & & & C_{66} & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{11} - 2C_{66} & C_{13} & & & & & & \\ & C_{11} & C_{13} & & & & & & \\ & & C_{11} & & & & & & \\ & & & C_{44} & & & & & \\ & & & & C_{44} & & & & \\ & & & & & C_{44} & & & \\ & & & & & & C_{44} & & \end{bmatrix}$$

Material	$C_{11}$	$C_{33}$	$C_{55}$	$C_{13}$	$C_{12}$	$C_{15}/C_{35}$	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	Simetria
API 5LX-60	314,34	314,34	108,65	97,03	97,03	0	7826,95	Isotróp.
INCONEL 625	284,45	290,85	72,88	140,09	139,27	0	8331,61	TI

# Apêndice C

## Simulação da Propagação de Ondas

Para o melhor entendimento dos resultados expostos no Capítulo 4, Figura 4.8 a Figura 4.71, optou-se por uma explicação mais detalhada das componentes representativas das figuras, assim como a representação da evolução das frentes de onda simuladas de acordo com a modelagem numérica realizada pelo autor.

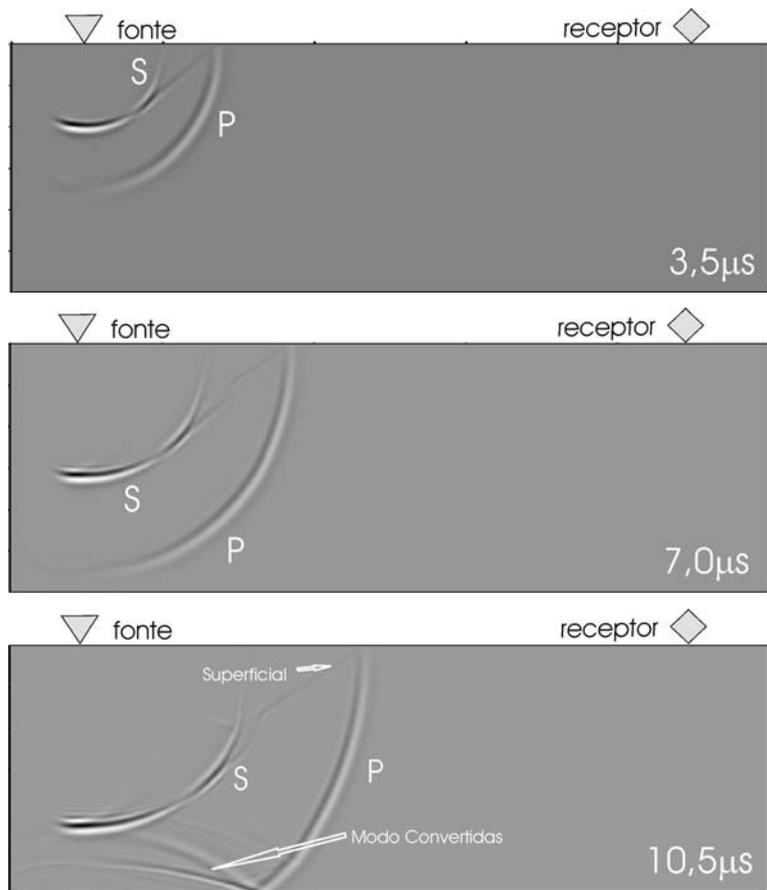
As malhas espaciais de amostragem dos modelos numéricos das juntas soldadas são formadas por um semi-plano em profundidade  $xz$  com 5000 x 1500 pontos nas respectivas dimensões. Para efeitos práticos, as regras de prescrição de amostragem espacial em função do tamanho do domínio foram aproximadas em termo do total de operações aritméticas em esquemas de diferenças finitas de ordem mais alta; para tanto, utilizou-se cinco pontos para o menor comprimento de onda definido pela velocidade mínima no modelo, conforme a Eq. 2. 111 do Capítulo 2. Dessa forma, todas as imagens simuladas (componentes do campo de deslocamento e seções transversais) apresentam-se com um fator cinco de contração da malha, ou seja, o *grid* de amostragem com 5000 x 1500 pontos transforma-se em 1000 x 300 pontos (numeração indicada nas imagens). Esta transformação é de suma importância na redução das operações aritméticas envolvidas e no tempo computacional despendido para a compilação dos arquivos de propriedades elásticas porém, não apresenta nenhuma mudança visual na apresentação destas imagens.

A configuração geométrica da junta soldada e dos defeitos internos, Figura 4.4, está disposta no interior da malha de acordo com as propriedades de cada região. À cada região do *grid* da junta soldada é atribuído um grupo de propriedades elásticas referente a cada material de sua composição, de acordo com as características levantadas no Capítulo 3, seção 3.2.2. deste estudo.

Com todas as propriedades inseridas no modelo, o processo de propagação está apto a iniciar. A simulação da propagação de ondas tem início com uma fonte de energia impulsiva representada por uma função analítica conforme exposto no Capítulo 2, Eq. 2. 94. Esta fonte foi inserida na superfície do modelo, assim como o transdutor receptor. Ambos estão dispostos em uma configuração TOFD padrão, conforme a Figura 2.5 de modo que o espaçamento entre os transdutores é de 80mm.

Com a explosão da fonte, inicia-se a propagação. Como o método das diferenças finitas é baseado na equação elástica da onda e não em soluções particulares, este inclui tanto ondas diretas (P e S) como também as ondas superficiais, refratadas, difratadas e de modo convertido; e ainda preserva as relações de amplitude dos eventos.

As imagens das componentes do campo de deslocamento das Figura 4.8 a Figura 4.71 são os resultados no tempo de propagação de  $14\mu\text{s}$  porém, o precede este tempo está exposto em maiores detalhes nas imagens da Figura C.1. , onde pode-se verificar o fenômeno desde o seu início até o tempo em questão fornecendo uma melhor visualização da evolução do processo de propagação das ondas ultra-sônicas. A diferença de tempo entre as imagens é de  $3,5\mu\text{s}$ . os fenômenos interativos estão indicados diretamente nas figuras assim como o posicionamento dos transdutores.



*Figura C.1. Evolução do processo de propagação das ondas ultra-sônicas em imagens das componentes do campo de deslocamento.*

# Referências Bibliográficas

- ASM Specialty Handbook, “Nickel, Cobalt, and their Alloys”, ASM International, The Materials Information Society, 1<sup>st</sup> Ed., December, 2000.
- AULD, B.A.; Acoustical Fields and Waves in Solids, 1st ed., New York, John Wiley & Sons, 1973.
- BERKE, M.; “Nondestructive Material Testing with Ultrasonics - Introduction to the Basic Principles” [on line], Disponível na Internet via www. URL: <http://www.ndt.net/article/v05n09/berke/berke1.htm>, 2000.
- BITTENCORT, M.S.Q.; “Desenvolvimento de um Sistema de Medida de Tempo Decorrido da Onda Ultra-sônica e Análise do Estado de Tensões em Materiais Metálicos pela Técnica da Birrefringência Acústica”, Tese de D.Sc.; COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2000.
- BITTENCORT, M.S.Q.; PINHEIRO, M.A.A.; LAMY, C.A.; PAYÃO FILHO, J.C.; “Medida do Tempo de Percurso da Onda Ultra-Sônica para Avaliação de Tensões”, PANNDT, Rio de Janeiro, Brasil, Junho/2003.
- BOND, L. J.; PUNJANI, M.; SAFFARI, N., 1986, "Ultrasonic Wave Propagation and Scattering Using Explicit Finite Difference Methods". In: Mathematical Modelling in Non-Destructive Testing, v. 16, The Institute of Mathematics and its Application: Conference Series, Oxford University Press, pp. 81-124.
- BORDING, P.; “Seismic Wave Propagation Modeling and Inversion”; Computatio Science Education Project, e-book – [bordingcsep1.phy.ornl.gov](http://bordingcsep1.phy.ornl.gov), 1995.
- CATUNDA, C.E.G.; REBELLO, J.M.A.; SILVA, I.C.; *et. al.*, “Desenvolvimento de um Veículo de Ensaio com Rodas Magnéticas”, XXI Congresso Nacional de Ensaio Não Destrutivos – CONAEND, Salvador-Bahia, 2002.
- COFFEY, J.M.; CHAPMAN, R.K.; “Application of Elastic Scattering Theory for Smooth Flat Cracks to the Quantitative Prediction of Ultrasonic Defect Detection and Sizing”, Nucl. Energy, vol. 22, n.5, pp. 319-333, 1983.
- CUNHA, P. E. M.; “Estratégias Eficientes para Migração Reversa no Tempo Pré-empilhamento 3D em Profundidade pelo Método das Diferenças Finitas”; Tese M.Sc., Pós-Graduação em Geofísica da Universidade Federal da Bahia – PPPG/UFBA, Salvador (BA), 1997.

- DIJKSTRA, F.H.; RAAD, J.A.; BOUMA, T.; "Time of Flight Diffraction and Acceptance Criteria: A Perfect Team", *Materials Evaluation*, pp. 395-398, March/1998.
- ERHARD, A., EWERT, U., "The TOFD Method – Between Radiography and Ultrasonic in Weld Testing", *NDTnet*, September 1999, vol. 4, N° 9,  
<http://www.ndt.net/article/v04n09/erhard/erhard.htm>.
- ERIKSSON, A. S.; MATTSSON, J.; NIKLASSON, A.J.; "Modelling of Ultrasonic Crack Detection in Anisotropic Materials", *NDT&E International*, vol.33, pp.441-451, 2000.
- FELLINGER, P.; MARKLEIN, R.; LANGENBERG, K.J.; et al; "Numerical Modeling of Elastic Wave Propagation and Scattering with EFIT – Elastodynamic Finite Integration Technique", *Wave Motion*, n. 21, pp. 47-66, 1995.
- GEOLTRAIN, S.; "Propagation of Elastic Waves in Transversely Isotropic Media", CWP-074R – Center for Wave Phenomena – Colorado School of Mines, 1988.
- GIBSON, R. L.; THEOPHANIS JR., S.; TOKSÖZ, M. N.; "Physical and Numerical Modeling of Tuning and Diffraction in Azimuthally Anisotropic Media", *Geophysics*, vol. 65, n°5, pp. 1613-1621, 2000.
- GRUNEY, T. R.; "Fatigue Design Rules for Welded Steel Joints", *The Welding Institute Research Bulletin*, 1976.
- HALKJAER, S. ; SORENSEN, M. P. ; KRISTENSEN, W. D. ; "The Propagation of Ultrasound in an Austenitic Weld", *Ultrasonics*, n\_38, pp. 256-261, 2000.
- HIGDON, R.L.; "Absorbing Boundary Condition for Difference Approximations to the Multi-Dimensional Wave Equation", *American Mathematical Society*, vol. 47, n. 176, pp. 437-459, 1986.
- KAGAWA, Y.; FUJITANI, T.; FUJITA, Y; et al ; "Discrete Huygens' Modelling Approach to Wave Propagation in Homogeneous Elastic Field", *Journal of Sound and Vibration*, n. 255, pp. 323-335, 2002.
- KARAL JR., F.C.; KELLER, J. B.; "Elastic Wave Propagation in Homogeneous and Inhomogeneous Media", *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol.31, n. 6, pp 694-705, 1959.
- KISHORE, N.N.; SRIDHAR, I.; IYENGAR, N.G.R.; "Finite Element Modelling of the Scattering of Ultrasonic Waves by Isolated Flaws", *NDT & International*, n 33, pp 297-305, 2000.
- LAMY, C.A.; PAYÃO FILHO, J.C.; BITTENCOURT, M.S.Q.; AREAS, V.L.F.; "Avaliação por Ultra-som do Tratamento Térmico para Alívio de Tensões", VI Conferência sobre Tecnologia de Equipamentos e XXI Congresso Nacional de Ensaios Não Destrutivos, pp.10-15, 2002.
- LANGENBERG, K.J; AULENBACHER, U.; BOLLING, G.; FELLINGER, P.; MORBITZER, H.; WEINFURTER, G.; ZANGER, P.; SCHMITZ, V., 1986, "Numerical Modelling of Ultrasonic Scattering". In: *Mathematical Modelling in Non-Destructive Testing*, v. 16, The Institute of Mathematics and its Application: Conference Series, Oxford University Press, pp. 125-174.

- LANGENBERG, K.J.; MAYER, K; FELLINGER, P.; et al, "Imaging and Inverse Scattering in Nondestructive Evaluation with Acoustic and Elastic Waves", *Acoustical Imaging*, v. 20, pp. 165-172, 1993.
- LANGENBERG, K.J.; HANNEMANN, R.; KACZOROWSKI, T.; et al ; "Application of Modeling Techniques for Ultrasonic Austenitic Weld Inspection", *NDT & International*, n.\_33, pp. 465-480, 2000.
- LHÉMERY, A.; CALMON, P.; LECOEUR-TAÏBI, I.; et al, "Modeling Tools for Ultrasonic Inspection of Welds", *NDT & International*, n.\_33, pp. 499-513, 2000.
- MARCO FILHO, F.; "Propagação de Trincas de Fadiga em Juntas Soldadas de Aço API 5L Grau X-65 para Utilização em Risers Rígidos"; Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2002.
- MOYSAN, J. ; APFEL, A. ; CORNELOUP, G. ; CHASSIGNOLE, B. ; "Modelling the Grain Orientation of Stainless Steel Multipass Welds to Improve Ultrasonic Assessment of Structural Integrity", *Pressure Vessels and Piping*, n\_80, pp. 77-85, 2003.
- OGILVY, J. A., "Ultrasonic Propagation in Anisotropic Weld and Cast Materials". In: *Mathematical Modelling in Non-Destructive Testing*, v. 16, The Institute of Mathematics and its Application: Conference Series, Oxford University Press, pp. 191-208.
- ORTEGA, L.P.C., "Análise de Tensões por Ultra-Som Através da Refração de Ondas com Incidência Oblíqua"; Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2001.
- ORTEGA, L.P.C.; LAMY, C.A.; BITTENCORT, M.S.Q.; MARAES, M.M.; PAYÃO FILHO, J.C.; "Avaliação por Ultra-Som de Tratamento Térmico de Alívio de Tensões em Componente Industrial", PANNDT, Rio de Janeiro, Brasil, Junho/2003.
- ROSA FILHO, J.C., "Modelagem Sísmica de Ondas Elásticas e Migração Reversa no Tempo em Meios Transversalmente Isotrópicos"; Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2002.
- SAMUELS, J. C.; "Reflection and Refraction of Elastic Waves at the Interface of Two Moving Semi-Infinite Plane Media", *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol31, n. 8, pp 1076-1079, 1959.
- SANTIN, J.L.; "Ultra-som- Técnica e Aplicação", Rio de Janeiro, 1996.
- SCHMITZ, V.; KRÖNING, M.; CHAKHLOV, S.V.; "Modelling of Sound Fields Through Austenitic Welds"; *First Intern. Conf. On NDE in Relation to Structural Integrity for Nuclear and Pressurized Components*, pp 20.-22, Amsterdam, October –1998.
- SCHMITZ, V.; WALTE, F.; CHAKHLOV, S.V.; "3D Ray Tracing in Austenite Materials", *NDT & International*, n 32, pp 201-213, 1999.
- SILK, M. G.; "A Computer Model for Ultrasonic Propagation in Complex Orthotropic Structures", *Ultrasonics*, n\_19, pp. 208-212, 1981
- SILVA, I. C., "Avaliação da Técnica do Tempo de Percurso da Onda Difrata no Dimensionamento de

- Descontinuidades”; Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1999.
- SIQUEIRA, M. H. S, “Inspeção em Grandes Distâncias Utilizando Ondas Ultra-sônicas Guiadas e Inteligência Artificial”; Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2001.
- TEMPLE, J.A.G., “Theoretical Work in Reaction to Reliability: Time-of-Flight Diffraction”, Non-Destructive Examination for Pressurized Components, ed. Elsevier: Applied Science Publishers, pp 279-304, 1984.
- THOMSEN, L.; “Weak Elastic Anisotropy”, Geophysics, vol. 51, pp 1954-1966, 1986.
- WROBEL, L. C.; EIGER, S.; ROSMAN, P.C.; TUCCI, C.E.; CIRILO, J.A.; CABRAL, J.P.; “Métodos Numéricos em Recursos Hídricos”, Associação Brasileira de Recursos Hídricos, Capítulo 1, pp.2-83, 1989.
- YAMAWAKI, H.; SAITO, T.; “Numerical Calculation of Ultrasonic Propagation with Anisotropy”, NDT & International, n. 33, pp. 489-497, 2000.
- YAMAWAKI, H.; SAITO, T.; MASUDA, C.; FUKUHARA, H.; “Development of Tree-Dimensional Ultrasonic Simulation and Its Application”, Jpn. J. Appl. Phys., vol. 33, n. 5B, Part 1, pp. 3126-3129, 1994.
- ZAHRADNÍK, J.; O’LEARY, P.; SOCHACKI, J. S.; “Finite-difference scheme for elastic waves based on the interaction approach”, Geophysics, vol. 59, pp. 928-937, 1994.
- ZHOU, J.; SAFFARI N.; “Numerical Modelling of Wave Propagation in Elastic Rectangular Block Media”, Journal of Computational Physics, v. 131, n. CP965596, pp. 299-309, 1997.
- ZINGG, D.W.; “Comparison of High-Accuracy Finite-Difference Methods for Linear Wave Propagation”, SIAM. J. SCI. COMPUT., vol 22, n.2, pp. 476-502, 2000.



O trabalho IMPLEMENTAÇÃO DA MODELAGEM ELÁSTICA PARA DETECÇÃO DE DEFEITOS POR ULTRA-SOM EM JUNTAS SOLDADAS DISSIMILARES de Carlos Eduardo Guedes Catunda foi licenciado com uma Licença [Creative Commons - Atribuição - Uso Não Comercial - Partilha nos Mesmos Termos 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/).

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)