



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

CENTRO DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE TELEINFORMÁTICA

AMARÍLIO GONÇALVES COELHO JUNIOR

**ESTUDO DAS CARACTERÍSTICAS DE TRANSMISSÃO E
BIESTABILIDADE ÓPTICAS EM ACOPLADORES DE
METAMATERIAIS COM PERFIL DE NÃO LINEARIDADE
DECRESCENTE**

FORTALEZA
2010

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

AMARÍLIO GONÇALVES COELHO JUNIOR

ESTUDO DAS CARACTERÍSTICAS DE TRANSMISSÃO E BIESTABILIDADE
ÓPTICAS EM ACOPLADORES DE METAMATERIAIS COM PERFIL DE NÃO
LINEARIDADE DECRESCENTE

Dissertação submetida ao Departamento de Engenharia de Teleinformática da Universidade Federal do Ceará, como parte dos requisitos para obtenção do Título de Mestre em Engenharia de Teleinformática.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Sergio Bezerra Sombra

Fortaleza
2010

EXEMPLO

F363m Coelho Jr, Amárido Gonçalves
Estudo das Características de Transmissão, Biestabilidade Óptica e Região de Histerese em Acopladores Metamateriais com Perfil de Automodulação de Fase Decrescente. / Amárido Gonçalves Coelho Junior. – Fortaleza, 2010.
120f. ; il. Color. Enc.

Orientador: Prof. Dr. Antônio Sérgio Bezerra Sombra
Área de Concentração: Eletromagnetismo Aplicado
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Ceará, Departamento de Engenharia de Teleinformática, Fortaleza 2010

1. Metamateriais 2. Acopladores 3. Comunicações Ópticas 4. Óptica Não Linear I. Sombra, Antônio Sérgio Bezerra (Orient.) II. Universidade Federal do Ceará – Curso de Mestrado em Engenharia de Teleinformática III. Título

CDD 535

AMARÍLIO GONÇALVES COELHO JUNIOR

ESTUDO DAS CARACTERÍSTICAS DE TRANSMISSÃO E BIESTABILIDADE
ÓPTICAS EM ACOPLADORES DE METAMATERIAIS COM PERFIL DE NÃO
LINEARIDADE DECRESCENTE

Dissertação submetida à Coordenação do Curso de Pós-Graduação em Engenharia de
Teleinformática, da Universidade Federal do Ceará, como requisito parcial para a obtenção do
grau de Mestre em Engenharia de Teleinformática.

Amarílio Gonçalves Coelho Junior

Aprovada em ___/___/_____.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Antônio Sérgio Bezerra Sombra (Orientador)
Universidade Federal do Ceará-UFC

Prof. Dr. Marcelo Leite Lyra
Universidade Federal de Alagoas-UFAL

Prof. Dr. Paulo Cesar Cortez
Universidade Federal do Ceará-UFC

À minha amada esposa Consolação e minha filha Marília.

AGRADECIMENTOS

A Deus Criador e Mantenedor de todas as coisas.

Ao meu orientador, Dr Antônio Sérgio Bezerra Sombra, pela imensa capacidade de inspiração, estímulo, entusiasmo, confiança e dedicação.

Ao amigo, professor e Co-orientador Dr. Márcio Gomes da Silva pela inesgotável paciência, pelas valiosas orientações, não só em relação à pesquisa, mas orientações de vida, pelas discussões que tanto contribuíram para o meu crescimento intelectual, pessoal e por sua dedicação mesmo em meio as suas muitas ocupações.

A minha querida, amada, adorada, deusa, (...), amiga, esposa e eterna namorada Consolação, por sua dedicação, compreensão, carinho e amor, durante e depois das seguidas noites de ausência em detrimento da pesquisa aqui realizada, pela paciência, alegria e momentos vividos.

A todos os professores, coordenadores e funcionários da Universidade Estadual Vale do Acaraú – UVA, que contribuíram para minha graduação, em especial aos Professores: Dr. Fernandes Siqueira, Dr. Guilherme Matias, Ms. Emerson Ferreira, Ms. Márcio Feijão, pelos sábios ensinamentos e conselhos.

Ao Departamento de Engenharia de Teleinformática da Universidade Federal do Ceará pela oportunidade ofertada.

A todos os colegas do Laboratório de Telecomunicações e Ciência e Engenharia de Materiais – LOCEM, em especial ao Ms. Antônio Filho pela amizade e companheirismo.

A Fundação Cearense de Apoio ao Desenvolvimento Científico e Tecnológico – FUNCAP, pela provisão da bolsa de mestrado.

“Sinto-me como uma criança brincando à beira-mar, divertindo-me em descobrir uma pedrinha mais lisa ou uma concha mais bonita que as outras, enquanto o imenso oceano da verdade continua misterioso diante de meus olhos”.

(Isaac Newton)

RESUMO

Apresentamos um estudo das características de transmissão e biestabilidade óptica em um acoplador onde um de seus guias é constituído de fibra de vidro com perfil de não linearidade decrescente, e o outro guia constituído de um metamaterial. Excitamos a porta de entrada do guia 1 de um acoplador direcional tradicional com perfil decrescente de não linearidade, com um pulso do tipo secante hiperbólico com potência de pico igual a 5.85 W e largura temporal de 1.7 ps. Fazendo o parâmetro $\eta = 5$, o perfil de automodulação de fase decresce até o valor final de 1/5. Observamos que o pulso acopla totalmente para o guia 2 com uma potência de pico de 3.53 W e largura temporal de 2.5 ps, um alargamento de 0.8 ps em relação ao pulso de entrada. O mesmo procedimento foi efetuado no acoplador metamaterial, então concluímos que uma parte do pulso é transmitido com um pico de potência de aproximadamente 1 W, com um alargamento de 0.3 ps na saída do guia tradicional, em relação ao pulso de entrada. A outra parte é refletida no guia metamaterial com uma intensidade de pico de aproximadamente 4.7 W e largura temporal de 1.78 ps, com um alargamento de 0.08 ps, em relação ao pulso de entrada, na saída do acoplador metamaterial. Concluímos que o acoplador tradicional tem melhor eficiência de transmissão e menor potência crítica ($P_c = 7.3$ W). Para o acoplador metamaterial com parâmetro de não linearidade $\eta = 1$, a potência crítica encontrada está em torno de 9.57 W. Para $\eta = 2$, a não linearidade decresce de 1 a 1/2 e sua potência crítica aumenta 4.8 W. Para $\eta = 3$ a potência crítica do dispositivo sofre um aumento de 7.01 W. Para $\eta = 4$ e $\eta = 5$ a potência crítica do dispositivo aumenta de 8.08 e 8.86 W respectivamente.

Palavras-chave: Acopladores. Metamateriais. Automodulação de fase.

ABSTRACT

We present a study of the transmission characteristics and bistability in a coupler where one of her guides is made of fiberglass with decreasing nonlinearity profile, and another guide made of a metamaterial. Excite the input gate of a guide of a directional coupler with traditional profile of decreasing non-linearity, with a hyperbolic secant pulse type with peak power equal to 5.85 W and temporal width of 1.7 ps. Making the parameter $\eta = 5$, the profile automodulation phase decreases until the final value of $1/5$. We observed that the pulse to fully engage the guide 2 with a peak power of 3.53 W and temporal width of 2.5 ps, a broadening of 0.8 ps for the input pulse. The same procedure was performed on the metamaterial coupler, then we conclude that a part of the pulse is transmitted with a peak power of about 1 W, with a broadening of 0.3 ps at the output of traditional guide in relation to the input pulse. The other part is reflected in the guide metamaterial with a peak intensity of about 4.7 W and temporal width of 1.78 ps, with an enlargement of 0.08 ps, for the input pulse at the output metamaterial coupler. We conclude that the traditional coupler has better transmission efficiency and lower critical power ($P_c = 7.3$ W). For the metamaterial coupler with parameter of nonlinearity $\eta = 1$, the critical power is found at about 9.57 W. For $\eta = 2$ the non-linearity decreases from 1 to $1/2$ and increases its critical power 8.4 W. For $\eta = 3$ the critical power the device is increased to 7.01 W. For $\eta = 4$ and $\eta = 5$ critical power for the device increases 8.08 and 8.86W respectively.

Keywords: Couplers. Metamaterials. Self-phase modulation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Esquema de um acoplador. Observe que a onda acoplada P_2 se propaga no mesmo sentido da onda P . Este acoplador é conhecido como acoplador direcional.....	18
Figura 1.2. Descrição do coeficiente de acoplamento butt c_{12}	21
Figura 1.3. Distribuição de índice de refração $N^2(x, y)$ dos guias de ondas acoplados.....	22
Figura 1.4a. Característica de transmissão óptica de um acoplador codirecional, onde $F=1$	27
Figura 1.4b. Característica de transmissão óptica de um acoplador codirecional, onde $F=0.2$	28
Figura 1.5. Acoplamento contradirecional em guias de onda.	30
Figura 1.6. Filtro de Bragg.	30
Figura 1.7 a. Transmissão e reflexão da potência óptica no filtro de Bragg, onde $\rho = \frac{\pi}{L}$, $\kappa_g = \frac{2}{L} (\varphi > \kappa_g)$	33
Figura 1.7b. Transmissão e reflexão da potência óptica no filtro de Bragg, onde, $\alpha = \kappa_g = \frac{2}{L} (\varphi = 0)$	33
Figura 1.8. Característica de transmissão e reflexão do filtro de Bragg, onde $\kappa_g L = 2$	34
Figura 1.9a. Características de transmissão do acoplador codirecional, onde $\Delta\beta = 0$ e $\kappa = 1$	37
Figura 1.9b. Características de transmissão do acoplador codirecional, onde $\Delta\beta = 4$ e $\kappa = 1$	38
Figura 1.10. Transmissão e reflexão para um acoplador contradirecional.....	40
Figura 2.1. Classificação dos meios materiais.....	43
Figura 2.2. Triedros $[\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0, \mathbf{R}(\mathbf{k})]$ e $[\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0, \mathbf{S}_\omega]$ para um meio (a) DPS e (b) DNG.....	47
Figura 2.3. Permissividade elétrica no sistema de coordenadas esféricas.....	48
Figura 2.4. Representação de n_e em coordenadas esféricas.....	50
Figura 2.5. Representação do índice de refração n em coordenadas esféricas.....	53
Figura 3.1. Interface $z = 0$ que separa dois meios (sem perdas).....	57
Figura 3.2. Diagrama de dispersão para um metamaterial DNG (modelo de Lorentz) das (a) partes reais de ϵ e μ (b) partes imaginárias de ϵ e μ	62

Figura 3.3 – Índice de refração de um metamaterial DNG (modelo de Lorentz) (a) parte real (b) parte imaginária.....	63
Figura 3.4 – Representação gráfica da refletividade R numa interface ar-metamaterial (modelo de Lorentz).....	66
Figura 3.5. Representação gráfica do parâmetro $\xi(\lambda)$ (modelo de Lorentz).....	66
Figura 3.6. Placa dielétrica.....	67
Figura 3.7. Variação do coeficiente de reflexão Γ numa placa metamaterial com $d = 0.25$ mm.....	68
Figura 3.8. Variação de τ numa placa metamaterial com $d = 0.25$ mm.....	69
Figura 4.1. Esquema de um acoplador não linear com um guia metamaterial (a) e um acoplador tradicional (b). Em (a) um pulso do tipo secante hiperbólico é lançado inicialmente no guia convencional, o vetor de onda e o vetor de Poynting são paralelos neste guia e antiparalelos no guia metamaterial, ativando um acoplamento no sentido oposto ao dos acopladores direcionais convencionais (b).....	72
Figura 4.2. Perfis lineares decrescentes de automodulação de fase.....	74
Figura 4.3. Propagação de um Sóliton em um acoplador direcional convencional com perfil de automodulação de fase decrescente no guia 1, com η variando de 1 a 5, onde τ e L_c representam o tempo em ps e o comprimento de acoplamento respectivamente. As setas indicam o sentido da propagação. Em (a), temos a propagação no guia 1 e em (b) propagação no guia 2.....	75
Figura 4.4. Propagação de um Sóliton em um acoplador metamaterial com perfil de automodulação de fase decrescente no guia tradicional, com η variando de 1 a 5, onde τ e L_c representam o tempo em ps e o comprimento de acoplamento respectivamente. As setas indicam o sentido da propagação. Em (a) podemos observar a transmissão ao longo do comprimento de acoplamento no guia convencional e em (b) a reflexão no guia metamaterial em sentido contrário.....	76
Figura 4.5. Fator de compressão: (a) acoplador tradicional e (b) acoplador metamaterial.....	77
Figura 4.6. Características de transmissão em um acoplador duplo direcional convencional com perfil de automodulação de fase decrescente no guia 1. Em (a) temos a transmissão no guia 1 e em (b) temos a transmissão no guia 2.....	79
Figura 4.7. Potência crítica em função do parâmetro η em um acoplador convencional.....	80

Figura 4.8. Características de transmissão em um acoplador metamaterial com perfil de automodulação de fase decrescente no guia 1. Em (a) temos a transmissão no guia 1 (convencional) e em (b) temos a reflexão no guia 2 (metamaterial).....	81
Figura 4.9. Potência crítica P_c em função do parâmetro de automodulação de fase η em um acoplador metamaterial.....	82
Figura 4.10. Esquema do cálculo da região de histerese de um acoplador metamaterial, onde P_d representa a potência de descida, P_s a potência de subida e δ é o delta de histerese determinado como $\delta = P_s - P_d$	83
Figura 4.11. Curvas de biestabilidade óptica em acopladores metamateriais para os cinco valores de η	84
Figura 4.12. Delta de histerese (δ) em função do parâmetro η	84
Figura 4.13. XR (Coeficiente de Extinção) em dB para os para os acopladores tradicionais com os respectivos valores de η , em função da potência de entrada no dispositivo.....	86
Figura 4.14. XR (Coeficiente de Extinção) em dB para os para os acopladores metamateriais com os respectivos valores de η , em função da potência de entrada no dispositivo.....	86

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

AD	Dispersão anômala.
C W	Onda contínua.
DNG	Meios Duplamente Negativos.
DPS	Meios Duplamente Positivos.
EDFA	Amplificador fibra dopado com Érbio.
ENG	Meios Com Permissividade Elétrica Negativa.
ENLS	Equação não-linear de Schorödinger.
FWM	Mistura de quatro ondas.
GVD	Dispersão de velocidade de grupo.
HNLF	Fibra de alta não-linearidade.
MNG	Meios Com Permeabilidade Magnética Negativa.
MZI	Interferômetro Mach-Zehnder.
ND	Dispersão normal.
NLDC	Acoplador Direcional Não-Linear.
PAM	Modulação por Amplitude do Pulso.
PMD	Modo de Polarização.
PPM	Modulação por Posição do Pulso.
SOA	Amplificador óptico semiconductor.
SNG	Meios Simplesmente Negativos.
SPM	Automodulação de fase.
UFC	Universidade Federal do Ceará.
XPM	Modulação de fase cruzada.
WDM	Multiplexação por Divisão de comprimento de onda.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	05
RESUMO	07
ABSTRACT	08
LISTA DE FIGURAS	09
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	12
INTRODUÇÃO	15
Capítulo 1 - Acopladores	17
1.1. Introdução	17
1.2. Equação dos Modos Acoplados.....	17
1.3. Acopladores Codirecionais.....	25
1.4. Meios Perturbados Periodicamente	28
1.5. Equação dos Modos Acoplados Para os Acopladores Codirecionais	36
1.6. Acopladores Contradirecionais	39
1.7. Conclusões.....	40
Referências	41
Capítulo 2 - Os Metamateriais	42
2.1 Introdução	42
2.2 Classificação dos Meios	43
2.3 Características dos Meios DNG	47
2.4 Conclusões	54
Referências	55
Capítulo 3 – Características de Propagação em Meios DNG	56
3.1. Introdução	56
3.2. Refração Negativa	56
3.3. Análise da Dispersão Num Meio DNG	58
3.4. Análise das Características Incomuns na Interface Ar/Metamaterial	65
3.5. Conclusões	69
Referências	70

Capítulo 4 – Características de Transmissão e Biestabilidade Óptica em Acopladores de Metamateriais	71
4.1. Introdução	71
4.2. A Biestabilidade Óptica	72
4.3. Resultados e Discussão	74
4.4. Conclusão	87
Referências	88
Capítulo 5 – Conclusões e Perspectivas Futuras	90
APÊNDICE A – PRODUÇÃO CIENTÍFICA	92
APÊNDICE B – SPLIT STEP	93
APÊNDICE C – RUNGE-KUTTA	97
APÊNDICE D – MODELO DE LORENTZ	100

INTRODUÇÃO

Para a construção de dispositivos ópticos, é necessário considerar interações mútuas entre as ondas eletromagnéticas que se propagam nos guias adjacentes. Essas interações em acopladores podem propiciar chaveamento de ondas contínuas ou pulsadas.

Um campo que se propaga num guia pode ser transmitido para os guias adjacentes, onde as ondas chaveadas podem transmitir parcialmente ou totalmente sua energia para outro guia, de forma que as propagações nos guias ópticos adjacentes podem ter ou não mesmo sentido de propagação do campo incidente no acoplador.

Quando o sentido do campo chaveado é igual ao do campo incidente, esses acopladores são conhecidos como acopladores copropagantes ou direcionais; caso o sentido seja contrário, chamamos de acopladores contrapropagantes ou contradirecionais.

Alguns estudos têm revelado que esses dispositivos são interessantes quando pulsos ultracurtos são processados. Aplicações em telecomunicações e optoeletrônica são os principais motivos que atraem diversos grupos de pesquisa a estudarem mais detalhadamente esse dispositivo. O teorema dos modos acoplados têm se mostrado uma ferramenta muito útil no estudo e compreensão dos dispositivos ópticos, como os acopladores direcionais, guias ópticos de Bragg, interferômetro de Mach-Zehnder, filtros acusto-ópticos e outros.

O conceito de um material em que a permissividade e a permeabilidade ambas podem assumir valores reais negativos foi introduzido em 1967 por Veselago. Ele analisou a propagação de ondas planas nesse meio e chamou-os de meios “left-handed” (LH). De acordo com a sua análise, nesse material, os vetores \mathbf{E} , \mathbf{H} e \mathbf{k} formam um triedro esquerdo (“left-handed”), em contraste com materiais comuns que formam triedro \mathbf{E} , \mathbf{H} e \mathbf{k} direito (“right-handed”).

De fato, a maioria das propriedades não usuais dos materiais LH podem ser explicadas tendo em conta que o vetor de Poynting de uma onda plana é antiparalelo com a sua velocidade de fase, isto é, as ondas que se propagam neste meio são ondas regressivas. Esta propriedade sugere que o índice de refração deve ser considerado negativo, o que originou outras terminologias como meio com índice de refração negativo (“negative refraction index”, NRI) e meio “backward-wave” (BW).

Quando assumimos que o índice de refração é negativo, passam a existir algumas correções importantes a fazer ao Efeito Doppler, à radiação de Cherenkov e ao princípio de Fermat. Através da lei de Snell, para uma onda incidente na interface do material RH-LH, a onda refletida está direcionada simetricamente com o que seria de esperar numa interface de

um meio RH-RH ou LH-LH, ou seja, a componente tangencial do vetor de Poynting da onda refletida esta direcionada em sentido oposto em relação ao da onda incidente. Recentemente, Shelby e a sua equipe, inspirados pelo trabalho de Pendry e seu grupo, construíram um meio composto que exhibe estes comportamentos anômalos no regime das microondas. Organizando estruturas de pequenos fios metálicos e de ressoador de anel aberto, eles demonstraram a refração anômala nesse meio. A possibilidade de construir um material composto com valores reais simultaneamente arbitrários de ϵ e μ , ou seja, materiais duplamente negativos, “double-negative” (DNG), veio trazer um grande interesse pelos metamateriais.

Metamateriais DNG passivos, com a permissividade e permeabilidade simultaneamente negativas têm de ser inerentemente dispersivos. As partes reais dos parâmetros do material são negativas apenas numa pequena banda de frequências e os seus valores podem variar significativamente dentro dessa banda. Logo a dependência com a frequência de tais parâmetros deve ser levada em consideração. Contudo, de modo a realçar as características relevantes das estruturas de guias de onda contendo estes materiais, é considerado um dado valor de frequência de operação fixa para a permissividade e permeabilidade dos materiais DNG e DPS.

No capítulo 1, obtemos as equações de modos acoplados e calculamos, de forma geral, os coeficientes de acoplamento para o acoplador direcional.

No capítulo 2, analisamos os metamateriais DNG e os enquadraremos no grupo dos meios complexos, seguindo-se de um estudo de suas propriedades.

No capítulo 3 analisamos as características de propagação dos meios DNG. Estas não se verificam nos meios convencionais DPS. O fato de que um meio tenha índice de refração negativo não implica que seja DNG. Analisamos a dispersão num meio DNG, onde para este fim utilizamos o modelo de Lorentz. Estudamos as características resultantes de transmissão e reflexão em uma interface entre o ar e uma placa DNG.

Finalmente no capítulo 4, analisamos um acoplador duplo, que possui um de seus guias composto de um material DNG. Estudamos numericamente suas características de transmissão, biestabilidade óptica e região de histerese, inserindo no guia convencional um perfil de automodulação de fase decrescente no intuito de verificar o comportamento do dispositivo.

Capítulo 1

Acopladores

1.1 Introdução

Para a construção de dispositivos ópticos, é necessário considerar interações mútuas entre as ondas eletromagnéticas que se propagam nos guias adjacentes. Essas interações em acopladores podem propiciar chaveamento de ondas contínuas ou pulsadas.

Um campo que se propaga num guia pode ser transmitido para os guias adjacentes, onde as ondas chaveadas podem transmitir parcialmente ou totalmente sua energia para outro guia, de forma que as propagações nos guias ópticos adjacentes podem ter ou não mesmo sentido de propagação do campo incidente no acoplador.

Quando o sentido do campo chaveado é igual ao do campo incidente, esses acopladores são conhecidos como acopladores copropagantes ou direcionais; caso o sentido seja contrário, chamamos de acopladores contrapropagantes ou contradirecionais.

Alguns estudos têm revelado que esses dispositivos são interessantes quando pulsos ultracurtos são processados. Aplicações em telecomunicações e optoeletrônica são os principais motivos que atraem diversos grupos de pesquisa a estudarem mais detalhadamente esse dispositivo. O teorema dos modos acoplados têm se mostrado uma ferramenta muito útil no estudo e compreensão dos dispositivos ópticos, como os acopladores direcionais, guias ópticos de Bragg, interferômetro de Mach-Zehnder, filtros acusto-ópticos e outros.

Neste capítulo, obtemos as equações de modos acoplados e calculamos, de forma geral, os coeficientes de acoplamento para esse dispositivo.

1.2 Equação Dos Modos Acoplados

Na figura (1.1), temos um acoplador duplo, onde os guias ópticos se encontram muito próximos, de tal forma que os modos ópticos que se propagam num guia interagem com os modos que se propagam no guia adjacente causando transmissão parcial ou total de sua energia para o guia vizinho.

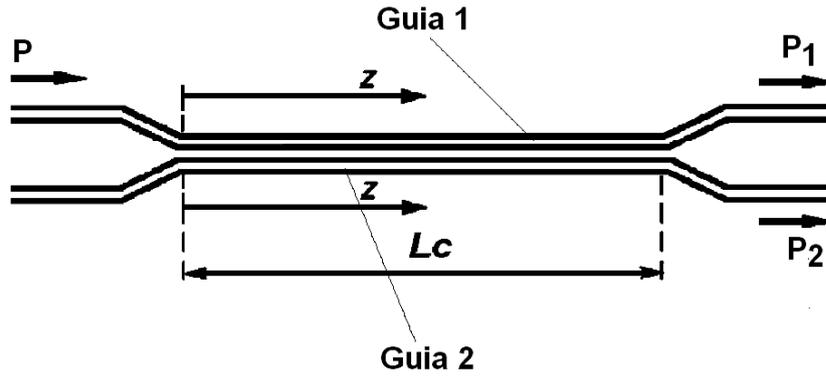


Figura (1.1). Esquema de um acoplador. Observe que a onda acoplada P_2 se propaga no mesmo sentido da onda P . Este acoplador é conhecido como acoplador direcional.

Consideremos os modos incidentes de cada guia de onda como $\tilde{\mathbf{E}}_p$ para o campo elétrico e $\tilde{\mathbf{H}}_p$ para o campo magnético, onde p representa os guias 1 e 2. Todos os modos que se propagam na fibra devem satisfazer as equações de Maxwell, assim temos [1]:

$$\begin{cases} \nabla \times \tilde{\mathbf{E}}_p = -i\omega\mu_0\tilde{\mathbf{H}}_p \\ \nabla \times \tilde{\mathbf{H}}_p = i\omega\varepsilon_0 N_p^2 \tilde{\mathbf{E}}_p \end{cases} \quad (p = 1, 2), \quad (1.1)$$

onde $N_p(x, y)$ representa o índice de refração de cada guia de onda. Podemos assumir que os campos elétricos e magnéticos dos dois guias podem ser expressos como a soma dos campos de cada guia, ou seja:

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{E}} = A(z)\tilde{\mathbf{E}}_1 + B(z)\tilde{\mathbf{E}}_2 \\ \tilde{\mathbf{H}} = A(z)\tilde{\mathbf{H}}_1 + B(z)\tilde{\mathbf{H}}_2 \end{cases}, \quad (1.2)$$

os novos campos eletromagnéticos, $\tilde{\mathbf{E}}$ e $\tilde{\mathbf{H}}$, também satisfazem às equações de Maxwell. Assim temos que:

$$\begin{cases} \nabla \times \tilde{\mathbf{E}} = -i\omega\mu_0\tilde{\mathbf{H}} \\ \nabla \times \tilde{\mathbf{H}} = i\omega\varepsilon_0 N^2 \tilde{\mathbf{E}} \end{cases} \quad (1.3)$$

e usando a identidade vetorial nas equações de Maxwell (1.3),

$$\nabla \times [A(z)\mathbf{E}] = A(z)\nabla \times \mathbf{E} + \frac{dA(z)}{dz} \mathbf{u}_z \times \mathbf{E},$$

obtemos as seguintes relações:

$$\left(\mathbf{u}_z \times \tilde{\mathbf{E}}_1\right) \frac{dA(z)}{dz} + \left(\mathbf{u}_z \times \tilde{\mathbf{E}}_2\right) \frac{dB(z)}{dz} = 0 \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned} & \left(\mathbf{u}_z \times \tilde{\mathbf{H}}_1\right) \frac{dA(z)}{dz} - i\omega\epsilon_0(N^2 - N_1^2)A(z)\tilde{\mathbf{E}}_1 + \\ & \left(\mathbf{u}_z \times \tilde{\mathbf{H}}_2\right) \frac{dB(z)}{dz} - i\omega\epsilon_0(N^2 - N_2^2)B(z)\tilde{\mathbf{E}}_2 = 0 \end{aligned} \quad (1.5)$$

onde $N(x,y)$ é o índice de refração do dispositivo como um todo. Podemos separar a dependência transversal e axial dos campos eletromagnéticos substituindo as equações (1.4) e (1.5), nas seguintes integrais:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\tilde{\mathbf{E}}_1^* \cdot (1.5) - \tilde{\mathbf{H}}_1^* \cdot (1.4) \right] dx dy = 0 \quad (1.6)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\tilde{\mathbf{E}}_2^* \cdot (1.5) - \tilde{\mathbf{H}}_2^* \cdot (1.4) \right] dx dy = 0 \quad (1.7)$$

onde obtemos:

$$\begin{aligned} & \frac{dA(z)}{dz} + \frac{dB(z)}{dz} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{u}_z \cdot (\tilde{\mathbf{E}}_1^* \times \tilde{\mathbf{H}}_2 + \tilde{\mathbf{E}}_2 \times \tilde{\mathbf{H}}_1^*) dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{u}_z \cdot (\tilde{\mathbf{E}}_1^* \times \tilde{\mathbf{H}}_1 + \tilde{\mathbf{E}}_1 \times \tilde{\mathbf{H}}_1^*) dx dy} + \\ & iA(z) \frac{\omega\epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (N^2 - N_1^2) \tilde{\mathbf{E}}_1^* \cdot \tilde{\mathbf{E}}_1 dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{u}_z \cdot (\tilde{\mathbf{E}}_1^* \times \tilde{\mathbf{H}}_1 + \tilde{\mathbf{E}}_1 \times \tilde{\mathbf{H}}_1^*) dx dy} + \\ & iB(z) \frac{\omega\epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (N^2 - N_2^2) \tilde{\mathbf{E}}_2^* \cdot \tilde{\mathbf{E}}_2 dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{u}_z \cdot (\tilde{\mathbf{E}}_1^* \times \tilde{\mathbf{H}}_1 + \tilde{\mathbf{E}}_1 \times \tilde{\mathbf{H}}_1^*) dx dy} = 0 \end{aligned} \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{dB(z)}{dz} + \frac{dA(z)}{dz} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{u}_z \cdot (\tilde{\mathbf{E}}_2^* \times \tilde{\mathbf{H}}_1 + \tilde{\mathbf{E}}_1 \times \tilde{\mathbf{H}}_2^*) dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{u}_z \cdot (\tilde{\mathbf{E}}_2^* \times \tilde{\mathbf{H}}_2 + \tilde{\mathbf{E}}_2 \times \tilde{\mathbf{H}}_2^*) dx dy} + \\
& iA(z) \frac{\omega \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (N^2 - N_1^2) \tilde{\mathbf{E}}_2^* \cdot \tilde{\mathbf{E}}_1 dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{u}_z \cdot (\tilde{\mathbf{E}}_2^* \times \tilde{\mathbf{H}}_2 + \tilde{\mathbf{E}}_2 \times \tilde{\mathbf{H}}_2^*) dx dy} + \\
& iB(z) \frac{\omega \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (N^2 - N_2^2) \tilde{\mathbf{E}}_2^* \cdot \tilde{\mathbf{E}}_2 dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{u}_z \cdot (\tilde{\mathbf{E}}_2^* \times \tilde{\mathbf{H}}_2 + \tilde{\mathbf{E}}_2 \times \tilde{\mathbf{H}}_2^*) dx dy} = 0
\end{aligned} \tag{1.9}$$

Podemos separar a dependência transversal e axial dos campos.

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{E}}_p = \mathbf{E}_p(x, y) \exp(-i\beta_p z) \\ \tilde{\mathbf{H}}_p = \mathbf{H}_p(x, y) \exp(-i\beta_p z) \end{cases} \quad (p = 1, 2; z > 0) \tag{1.10}$$

Substituindo a equação (1.10) nas equações (1.8) e (1.9), obtemos:

$$\begin{aligned}
& \frac{dA(z)}{dz} + c_{12} \frac{dB(z)}{dz} \exp[-i(\beta_2 - \beta_1)z] + i\chi_1 A(z) + \\
& i\kappa_{12} B(z) \exp[-i(\beta_2 - \beta_1)z] = 0
\end{aligned} \tag{1.11}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{dB(z)}{dz} + c_{21} \frac{dA(z)}{dz} \exp[-i(\beta_2 - \beta_1)z] + i\chi_2 A(z) + \\
& i\kappa_{21} B(z) \exp[-i(\beta_2 - \beta_1)z] = 0
\end{aligned} \tag{1.12}$$

onde

$$\kappa_{pq} = \frac{\omega \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (N^2 - N_q^2) \tilde{\mathbf{E}}_p^* \cdot \tilde{\mathbf{E}}_q dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{u}_z \cdot (\tilde{\mathbf{E}}_p^* \times \tilde{\mathbf{H}}_p + \tilde{\mathbf{E}}_p \times \tilde{\mathbf{H}}_p^*) dx dy} \tag{1.13}$$

$$c_{pq} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{u}_z \cdot (\tilde{\mathbf{E}}_p^* \times \tilde{\mathbf{H}}_q + \tilde{\mathbf{E}}_q \times \tilde{\mathbf{H}}_p^*) dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{u}_z \cdot (\tilde{\mathbf{E}}_p^* \times \tilde{\mathbf{H}}_p + \tilde{\mathbf{E}}_p \times \tilde{\mathbf{H}}_p^*) dx dy} \tag{1.14}$$

$$\chi_p = \frac{\omega \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (N^2 - N_p^2) \tilde{\mathbf{E}}_p^* \cdot \tilde{\mathbf{E}}_p dx dy}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{u}_z \cdot (\tilde{\mathbf{E}}_p^* \times \tilde{\mathbf{H}}_p + \tilde{\mathbf{E}}_p \times \tilde{\mathbf{H}}_p^*) dx dy} \quad (1.15)$$

onde $(p,q) = (1,2)$ ou $(2,1)$ respectivamente. κ_{pq} é o coeficiente de acoplamento do acoplador.

Considere a configuração do guia de onda como mostra a figura (1.2), onde o guia 1 existe somente na região $z < 0$ e o guia 2 na região $z \geq 0$. Quando os auto-modos $(\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1)$ do guia 1 se propagam a partir de z negativo na direção de $z = 0$, o campo eletromagnético na casca excitará os auto-modos $(\mathbf{E}_2, \mathbf{H}_2)$ no guia 2 no ponto $z = 0$. Chamamos a eficiência desta excitação de c_{12} . Assim, c_{pq} representa um coeficiente de acoplamento na extremidade dos dois guia de onda [2,3].

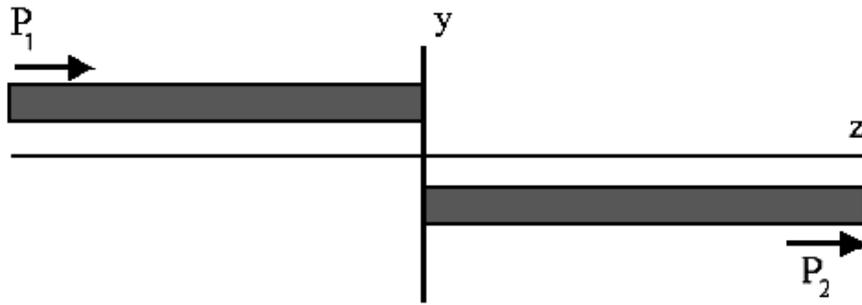


Figura 1.2. Descrição do coeficiente de acoplamento butt c_{12} .

Podemos comparar as magnitudes de κ_{pq} e χ_p para o caso em que $p=1$ e $q=2$. O valor real de $(N^2 - N_2^2)$ no guia 1 é igual a $(n_1^2 - n_0^2)$ e zero fora do guia, figura (1.3). Sendo assim, a integral de κ_{pq} somente é diferente de zero dentro do guia 1. O campo elétrico \mathbf{E}_2 no guia 1 é muito pequeno quando comparado com \mathbf{E}_1 , podemos denotar $|\mathbf{E}_2| = \eta |\mathbf{E}_1|$. A magnitude do termo da integral do numerador de κ_{12} é da ordem de $(n_1^2 - n_0^2)\eta$. A integral de χ_1 tem valores não nulos somente na região representada pelo guia 2, onde $(N^2 - N_1^2)$ é diferente de zero. Temos que a magnitude do termo da integral do numerador de χ_1 é da ordem de $(n_1^2 - n_0^2)\eta^2$, desde que a intensidade do campo elétrico \mathbf{E}_1 no guia 2 é da ordem de η . Desta forma, podemos concluir que a razão entre κ_{pq} e χ_p é η , ou seja, χ_p é η vezes menor do que κ_{pq} .

Podemos então desprezar χ_p quando os dois guias estiverem suficientemente separados e $\eta \ll 1$. Caso essa separação seja significativa, não podemos desprezar χ_p . Na maioria dos dispositivos convencionais, c_{pq} e χ_p são desprezados, ou seja, $c_{pq} = \chi_p = 0$. Observamos que a potência óptica contida em cada modo que se propaga no guia p é expressa na seguinte forma:

$$P_p = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{u}_z \cdot (\tilde{\mathbf{E}}_p \times \tilde{\mathbf{H}}_p^*) dx dy, \quad (p=1,2). \quad (1.16)$$

Analisando os denominadores das equações (1.13)-(1.15), a partir da equação (1.16) podemos concluir que eles são iguais a $4P_p$. Daqui a diante, consideraremos que os modos nos dois guias de ondas foram normalizados de modo que:

$$4P_p = 1. \quad (1.17)$$

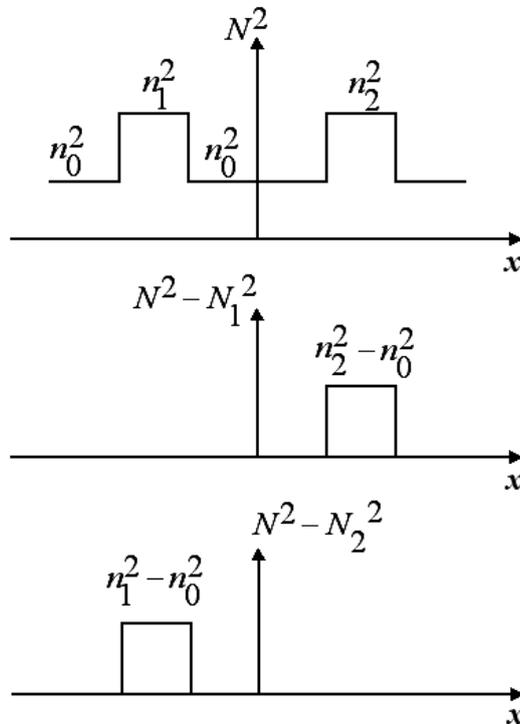


Figura 1.3. Distribuição de índice de refração $N^2(x, y)$ dos guias de ondas acoplados.

Se analisarmos cuidadosamente as equações (1.14) e (1.15), veremos que:

$$c_{12} = c_{21}^*, \quad (1.18)$$

e

$$\chi_p = \chi_p^*, \quad (1.19)$$

Podemos expressar a diferença entre as constantes de propagação dos guias 1 e 2 como:

$$\delta = \frac{(\beta_2 - \beta_1)}{2} \quad (1.20)$$

E a potência óptica no dispositivo de guias acoplados pode ser expressa da seguinte forma:

$$P = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{u}_z \cdot (\tilde{\mathbf{E}} \times \tilde{\mathbf{H}}^*) dx dy. \quad (1.21)$$

Substituindo as equações (1.2) e (1.10) na equação (1.21) obtemos:

$$P = \frac{1}{4} \left[|A|^2 + |B|^2 + A^* B c_{12} \exp(-2i\delta z) + AB^* c_{21}^* \exp(2i\delta z) \right]. \quad (1.22)$$

Derivando esta expressão em relação a z, vemos que:

$$\frac{dP}{dz} = 0 \quad (1.23)$$

e substituindo as equações (1.11), (1.12) e (1.22) na equação (1.23) obtemos:

$$iA^* B (\kappa_{21}^* - \kappa_{12} - 2\delta c_{12}) \exp(-2i\delta z) - iAB^* (\kappa_{21} - \kappa_{12}^* - 2\delta c_{12}^*) \exp(2i\delta z) = 0. \quad (1.24)$$

A fim de que (1.24) satisfaça a independência de z, temos que:

$$\kappa_{21} = \kappa_{12}^* + 2\delta c_{12}^* \quad (1.25)$$

Na maioria das análises convencionais, a reciprocidade dos coeficientes de acoplamento foi expressa por $\kappa_{12} = \kappa_{21}^*$, desde que c_{12} seja igual a zero. Podemos considerar $\kappa_{12} = \kappa_{21}^*$ em duas situações: quando as constantes de propagação dos dois guias de onda são iguais, ou seja, $\delta = 0$; ou quando os guias estão separados um do outro de forma que Através das equações (1.11) e (1.12) podemos obter as equações de modos acoplados. A partir da igualdade [eq.(1.11)–eq(1.12)] $\times c_{12} \exp(-2i\delta z) = 0$, obtemos:

$$\frac{dA}{dz} = -i\kappa_a B \exp(-2i\delta z) + i\alpha_a A. \quad (1.26)$$

Da mesma forma, a igualdade [eq.(1.11)–eq(1.12)] $\times c_{21} \exp(-2i\delta z) = 0$ nos leva:

$$\frac{dB}{dz} = -i\kappa_b A \exp(-2i\delta z) + i\alpha_b B. \quad (1.27)$$

Nas duas últimas equações os parâmetros κ_a , κ_b , α_a e α_b foram definidos da seguinte forma:

$$\kappa_a = \frac{k_{12} - c_{12}\chi_2}{1 - |c_{12}|^2} \quad (1.28a)$$

$$\kappa_b = \frac{k_{21} - c_{12}^*\chi_1}{1 - |c_{12}|^2} \quad (1.28b)$$

$$\alpha_a = \frac{\kappa_{21}c_{12} - \chi_1}{1 - |c_{12}|^2} \quad (1.28c)$$

$$\alpha_b = \frac{\kappa_{12}c_{12}^* - \chi_2}{1 - |c_{12}|^2} \quad (1.28d)$$

Para $\beta_1 > 0$ e $\beta_2 > 0$ dizemos que se trata de acoplador codirecional. Para valores de $\beta_1 > 0$ e $\beta_2 < 0$, ou $\beta_1 < 0$ e $\beta_2 > 0$, chamamos de acoplador contradirecional.

Consideremos que os parâmetros $c_{pq} = \chi_p = 0$ e reescrevamos as equações (1.26) e (1.27) numa forma mais simplificada. Com isso as equações (1.26) e (1.27) podem ser escritas da forma:

$$\frac{dA}{dz} = -i\kappa_{12}B \exp(-2i\delta z), \quad (1.29)$$

$$\frac{dB}{dz} = -i\kappa_{21}A \exp(2i\delta z). \quad (1.30)$$

Na maioria dos acopladores direcionais os coeficientes de acoplamento κ_{pq} , expressos na equação (1.13), são reais. Considerando uma relação de reciprocidade destes coeficientes, podemos dizer que para um acoplador codirecional,

$$\kappa = \kappa_{12} = \kappa_{21} \quad (1.31)$$

e para um acoplador contradirecional:

$$\kappa_{12} = -\kappa_{21}^* \quad (1.32)$$

Podemos obter a solução para os dois tipos de acopladores. Primeiramente encontramos uma solução para os acopladores direcionais e, posteriormente, para os acopladores contradirecionais.

1.3 Acopladores Codirecionais

Considere uma solução para os acopladores codirecionais ($\beta_1 > 0, \beta_2 > 0$) dada pelas seguintes expressões.

$$A(z) = [a_1 e^{iqz} + a_2 e^{-iqz}] \exp(-i\delta z), \quad (1.33)$$

$$B(z) = [b_1 e^{iqz} + b_2 e^{-iqz}] \exp(i\delta z), \quad (1.34)$$

onde q é um parâmetro desconhecido a ser determinado. As constantes a_1 , a_2 , b_1 e b_2 devem satisfazer às condições iniciais:

$$a_1 + a_2 = A(0), \quad (1.35a)$$

$$b_1 + b_2 = B(0). \quad (1.35b)$$

Substituindo as soluções, equações (1.33)-(1.34), nas equações de modos acoplados e aplicando as condições iniciais, obtemos:

$$A(z) = \left\{ \left[\cos(qz) + i \frac{\delta}{q} \operatorname{sen}(qz) \right] A(0) - i \frac{\kappa}{q} \operatorname{sen}(qz) B(0) \right\} \exp(-i\delta z) \quad (1.36)$$

$$A(z) = \left\{ i \frac{\kappa}{q} \operatorname{sen}(qz) A(0) + \left[\cos(qz) + i \frac{\delta}{q} \operatorname{sen}(qz) \right] B(0) \right\} \exp(i\delta z) \quad (1.37)$$

onde q é dado:

$$q = \sqrt{\kappa^2 + \delta^2}. \quad (1.38)$$

Na maioria dos casos práticos do nosso estudo e aplicações reais, introduzimos luz somente no guia 1. Conseqüentemente, as condições iniciais são: $A(0) = A_0$ e $B(0) = 0$. Consideramos a transmissão óptica como a relação entre a energia ou potência de luz que sai em um dos guias pela energia ou potência de luz incidente no guia 1. Assim:

$$T_1(z) = \frac{|A(z)|^2}{|A_0|^2} = 1 - F \operatorname{sen}^2(qz) \quad (1.39)$$

$$T_2(z) = \frac{|B(z)|^2}{|A_0|^2} = F \operatorname{sen}^2(qz) \quad (1.40)$$

onde F é a eficiência da potência máxima acoplada dada por:

$$F = \left(\frac{\kappa}{q} \right)^2 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\delta}{\kappa} \right)^2} \quad (1.41)$$

Na figura (1.4a) e (1.4b) mostramos a dependência da transmissões T_1 e T_2 em relação ao comprimento normalizado qz para dois acopladores direcionais, onde $F=1$ e $F=0.2$, respectivamente.

A eficiência da potência acoplada a partir do guia excitado 1 para o guia 2 atinge o máximo quando:

$$z = \frac{\pi}{2q}(2m+1) \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad (1.42)$$

O dispositivo com comprimento z e $m=0$ é conhecido como acoplador $\pi/2$, onde o comprimento de acoplamento é expresso na seguinte forma:

$$L_c = \frac{\pi}{2q}. \quad (1.43)$$

Para um dispositivo onde as constantes de propagação dos dois guias são iguais, $\beta_1 = \beta_2$ e 100% da potência é acoplada, temos que o comprimento de acoplamento é dado:

$$L_c = \frac{\pi}{2\kappa}. \quad (1.44)$$

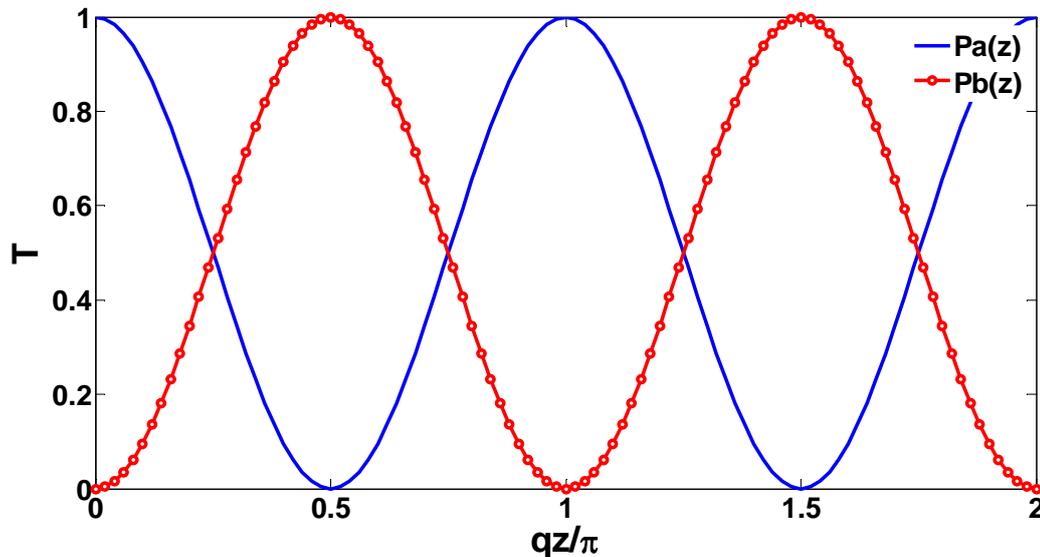


Figura 1.4a. Característica de transmissão óptica de um acoplador codirecional, onde $F=1$.

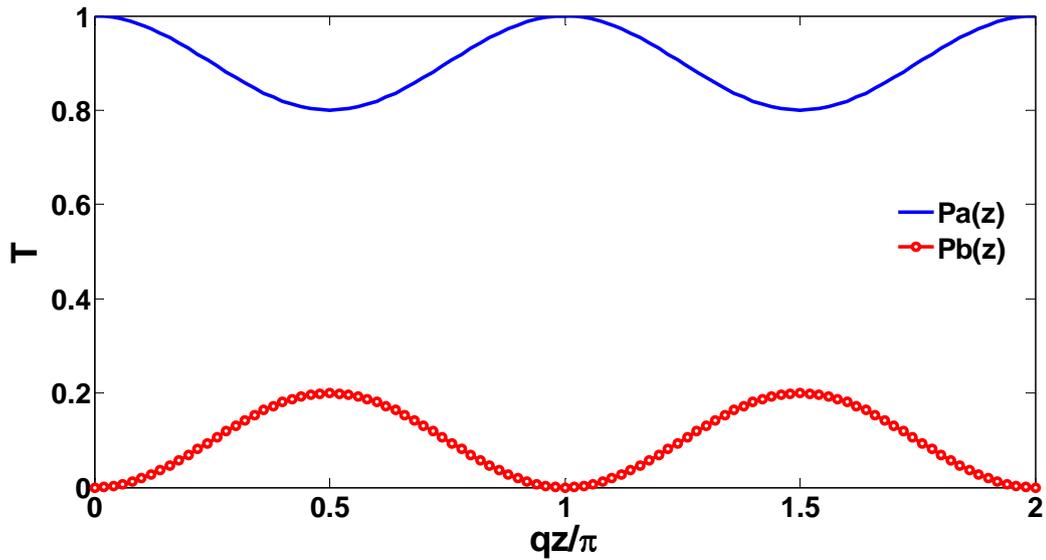


Figura 1.4b. Característica de transmissão óptica de um acoplador codirecional, onde $F=0.2$.

Quando uma onda eletromagnética se propaga num dispositivo onde seus coeficientes de propagação têm sentidos opostos, ou seja, $\beta_1 > 0$ e $\beta < 0$, o acoplamento da luz não ocorre somente pela aproximação dos guias 1 e 2. Para que ocorra um acoplamento, às vezes é necessário um meio perturbado periodicamente.

1.4 Meios perturbados periodicamente

Consideremos um acoplador sujeito aos efeitos associados à presença de uma perturbação periódica no seu coeficiente de acoplamento dado pela equação $\kappa_{12} = \kappa_g \exp[-i(2\pi/\Lambda)z]$ (figura (1.5)), onde Λ é o período da perturbação. As equações dos modos acoplados se reduzem a:

$$\frac{dA(z)}{dz} = -i\kappa_g B(z) \exp\left[i\left(\beta_1 - \beta_2 - \frac{2\pi}{\Lambda}\right)z\right], \quad (1.45)$$

$$\frac{dB(z)}{dz} = -i\kappa_g A(z) \exp\left[-i\left(\beta_1 - \beta_2 - \frac{2\pi}{\Lambda}\right)z\right], \quad (1.46)$$

onde usamos a relação de reciprocidade:

$$\kappa_{21} = -\kappa_{12}^* = -\kappa_g \exp\left(i \frac{2\pi}{\Lambda} z\right). \quad (1.47)$$

A partir do teorema da conservação de potência para $P \propto |A(z)|^2 - |B(z)|^2$ se propagando ao longo da direção positiva de z , temos que:

$$\frac{d(|A(z)|^2 - |B(z)|^2)}{dz} = 0. \quad (1.48)$$

Introduzimos um novo parâmetro que expressa a condição de casamento de fases como

$$\varphi = \frac{(\beta_1 - \beta_2 - 2\pi/\Lambda)}{2}. \quad (1.49)$$

Admitimos as seguintes condições, onde $A(0) = A_0$ e $B(L) = 0$, ou seja a luz refletida em $z = L$ é nula. Sob essas condições iniciais e geométricas, as soluções das equações do modo acoplado (1.45) e (1.46) são dadas de acordo com o valor que a condição de casamento de fase φ terá:

a) para $|\varphi| > \kappa_g$:

$$A(z) = A_0 \frac{\rho \cos[\rho(z-L)] - i\varphi \sin[\rho(z-L)]}{\rho \cos(\rho L) + i\varphi \sin(\rho L)} \exp(i\varphi z), \quad (1.50)$$

$$B(z) = A_0 \frac{i\kappa_g \sin[\rho(z-L)]}{\rho \cos(\rho L) + i\varphi \sin(\rho L)} \exp(-i\varphi z), \quad (1.51)$$

$$\rho = \sqrt{\varphi^2 - \kappa_g^2};$$

b) $|\varphi| = \kappa_g$

$$A(z) = A_0 \frac{1 - i\varphi(z-L)}{1 + i\varphi L} \exp(i\varphi z), \quad (1.53)$$

$$B(z) = A_0 \frac{i\kappa_g(z-L)}{1 + i\varphi L} \exp(-i\varphi z); \quad (1.54)$$

c) $|\varphi| < \kappa_g$

$$A(z) = A_0 \frac{\alpha \cosh[\alpha(z-L)] - i\varphi \sinh[\alpha(z-L)]}{\alpha \cosh(\alpha L) + i\varphi \sinh(\alpha L)} \exp(i\varphi z), \quad (1.55)$$

$$B(z) = A_0 \frac{i\kappa_g \sinh[\alpha(z-L)]}{\alpha \cosh(\alpha L) + i\varphi \sinh(\alpha L)} \exp(-i\varphi z), \quad (1.54)$$

$$\alpha = \sqrt{\kappa_g^2 - \varphi^2}.$$

O dispositivo óptico mais importante que utiliza o acoplador contradirecional é o filtro de Bragg, mostrado na figura (1.6), no qual o índice de refração do núcleo ou da casca é perturbado periodicamente. Os filtros de Bragg são componentes essenciais nos lasers de feedback distribuído (DFB) e refletores de Bragg distribuído (DBR).

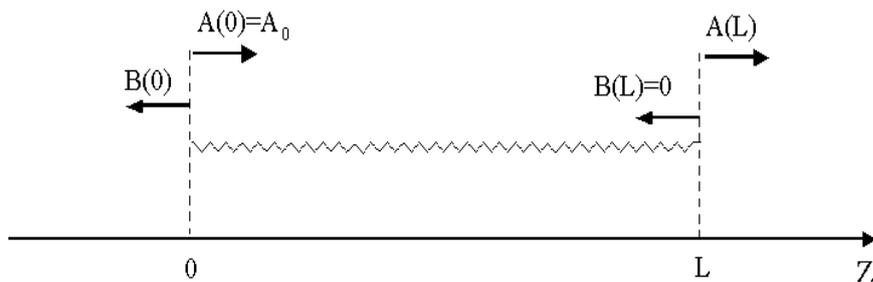
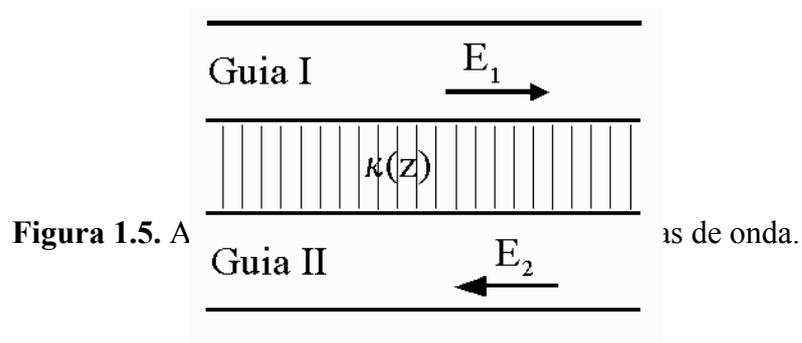


Figura 1.6. Filtro de Bragg.

No filtro de Bragg, as magnitudes das constantes de propagação serão exatamente iguais, apesar de terem sinais contrários, somente se os guias de ondas 1 e 2 forem idênticos.

Desta forma, podemos dizer que:

$$\beta_1 = -\beta_2 = kn_{\text{eff}}, \quad (1.55)$$

onde n_{eff} é índice de refração efetivo. O parâmetro de casamento de fase φ é expresso da forma:

$$\varphi = kn_{\text{eff}} - \frac{\pi}{\Lambda}. \quad (1.56)$$

Para filtros de Bragg com guias de ondas iguais, a potência óptica normalizada transmitida e refletida são expressas por:

a) $|\varphi| > \kappa_g$:

$$P_t(z) = \frac{|A(z)|^2}{|A_o|^2} = \frac{\rho^2 + \kappa_g^2 \text{sen}^2[\rho(z-L)]}{\rho^2 + \kappa_g^2 \text{sen}^2(\rho L)}, \quad (1.57)$$

$$P_r(z) = \frac{|B(z)|^2}{|A_o|^2} = \frac{\kappa_g^2 \text{sen}^2[\rho(z-L)]}{\rho^2 + \kappa_g^2 \text{sen}^2(\rho L)}, \quad (1.58)$$

b) $|\varphi| = \kappa_g$:

$$P_t(z) = \frac{|A(z)|^2}{|A_o|^2} = \frac{1 + \kappa_g^2(z-L)^2}{1 + \kappa_g^2 L^2}, \quad (1.59)$$

$$P_r(z) = \frac{|B(z)|^2}{|A_o|^2} = \frac{\kappa_g^2(z-L)^2}{1 + \kappa_g^2 L^2}; \quad (1.60)$$

c) $|\varphi| < \kappa_g$:

$$P_t(z) = \frac{|A(z)|^2}{|A_o|^2} = \frac{\alpha^2 + \kappa_g^2 \sinh^2[\alpha(z-L)]}{\alpha^2 + \kappa_g^2 \sinh^2(\alpha L)}, \quad (1.61)$$

$$P_r(z) = \frac{|B(z)|^2}{|A_o|^2} = \frac{\kappa_g^2 \sinh^2[\alpha(z-L)]}{\alpha^2 + \kappa_g^2 \sinh^2(\alpha L)}. \quad (1.62)$$

Nas figuras (1.7a) e (1.7b), temos a potência óptica normalizada transmitida e refletida no filtro de Bragg para dois valores de φ . Em (1.7a), os parâmetros são da forma: $\rho = \pi/L$, $\kappa_g = 2/L$ e $|\varphi| > \kappa_g$. Em (1.7b), os parâmetro são: $\alpha = \kappa_g = 2/L$ e $|\varphi| = 0$. As frequências angulares das ondas ópticas que satisfazem a essa condição são dadas por:

$$\frac{\pi}{\Lambda} + \kappa < \frac{\omega}{c} n_{\text{eff}} < \frac{\pi}{\Lambda} - \kappa_g. \quad (1.63)$$

Essa extensão de frequência permitida é chamada de "pass band". Em contraste, a onda de luz na condição $|\varphi| < \kappa_g$ decai exponencialmente e a maior parte da onda incidente é refletida, figura (1.1.7b) ($|\varphi| = 0$). As frequências angulares da onda ópticas que satisfazem essa condição são:

$$\frac{\pi}{\Lambda} + \kappa > \frac{\omega}{c} n_{\text{eff}} > \frac{\pi}{\Lambda} - \kappa_g. \quad (1.64)$$

Essa extensão de frequência é chamada de "stop band". O frequência que satisfaz à condição $\frac{\omega}{c} n_{\text{eff}} = \frac{\pi}{\Lambda}$ é chamada de frequência de Bragg dada por:

$$\lambda_B = 2n_{\text{eff}}\Lambda \quad (1.65)$$

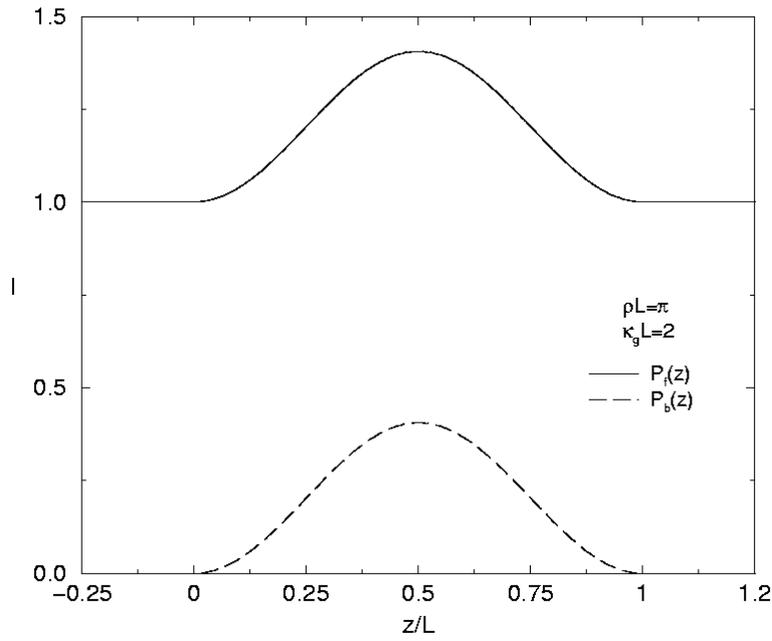


Figura 1.7 a. Transmissão e reflexão da potência óptica no filtro de Bragg, onde $\rho = \frac{\pi}{L}$,
 $\kappa_g = \frac{2}{L} (|\varphi| > \kappa_g)$.

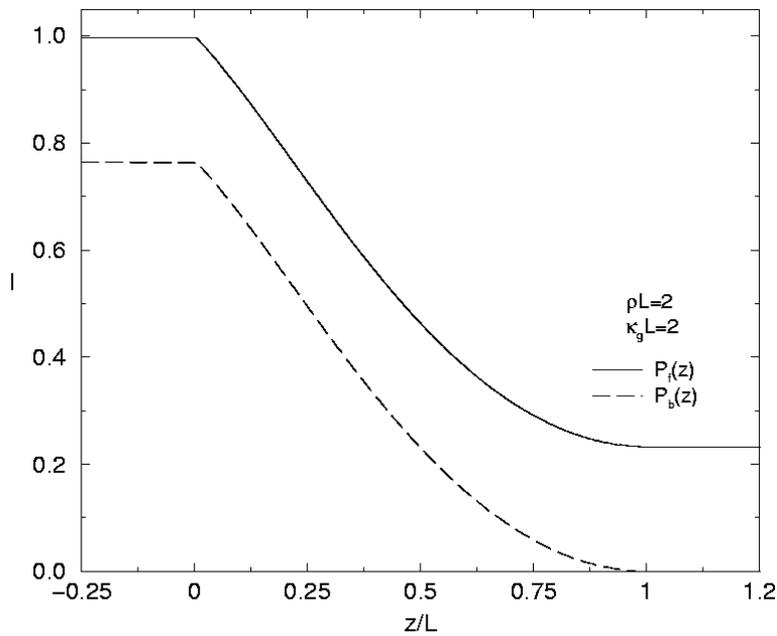


Figura 1.7b. Transmissão e reflexão da potência óptica no filtro de Bragg, onde,
 $\alpha = \kappa_g = \frac{2}{L} (|\varphi| = 0)$.

O filtro de Bragg atua como um filtro de frequência que reflete ondas próximas da frequência de Bragg e transmite ondas distantes do comprimento de onda de Bragg. As

características de transmissão e reflexão do filtro de Bragg para $\kappa_g L = 2$ são mostradas na figura (1.8). A transmissão e a reflexão são dadas por:

$$T = \frac{|A(L)|^2}{|A_o|^2}, \quad (1.66a)$$

$$R = \frac{|B(0)|^2}{|A_o|^2}. \quad (1.66b)$$

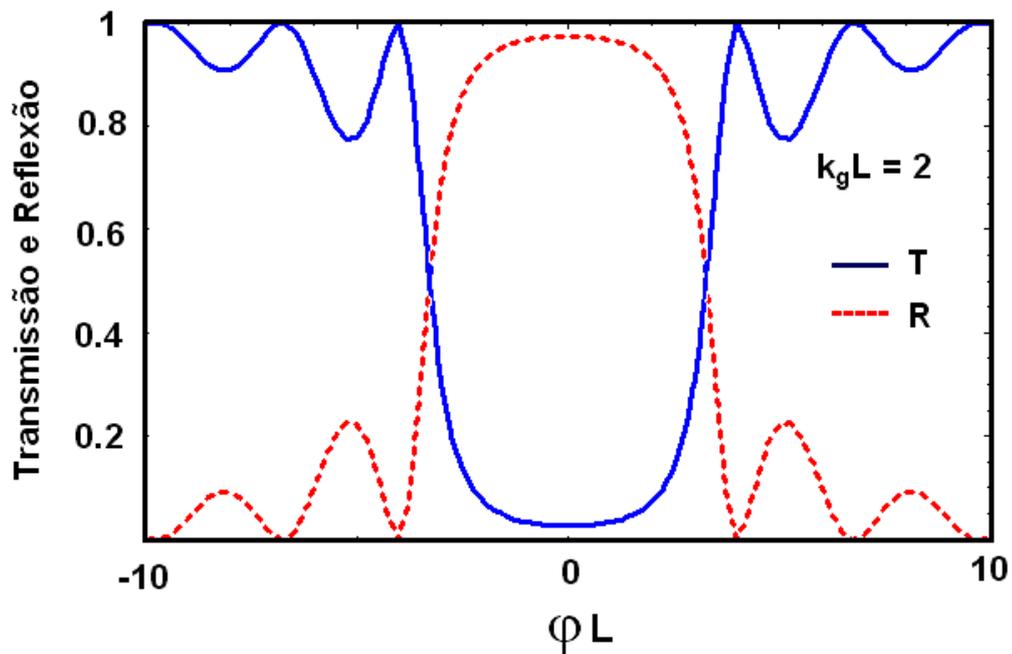


Figura 1.8. Característica de transmissão e reflexão do filtro de Bragg, onde $\kappa_g L = 2$.

A partir das equações (1.60)-(1.62), podemos obter a reflexão máxima para diversas situações:

$$a) \left| \frac{(\omega - \omega_B)n_{\text{eff}}}{c} \right| > \kappa_g,$$

$$R = \frac{\left(\frac{\kappa_g}{\rho} \right)^2 \text{sen}^2(\rho L)}{1 + \left(\frac{\kappa_g}{\rho} \right)^2 \text{sen}^2(\rho L)}; \quad (1.67)$$

$$b) \left| \frac{(\omega - \omega_B) n_{\text{eff}}}{c} \right| = \kappa_g,$$

$$R = \frac{(\kappa_g L)^2}{1 + (\kappa_g L)^2}; \quad (1.68)$$

$$c) \left| \frac{(\omega - \omega_B) n_{\text{eff}}}{c} \right| < \kappa_g,$$

$$R = \frac{(\kappa_g / \alpha)^2 \sinh^2(\alpha L)}{1 + (\kappa_g / \alpha)^2 \sinh^2(\alpha L)}; \quad (1.69)$$

onde a transmissão, para todos os casos, é dada por:

$$T = 1 - R. \quad (1.70)$$

A reflexão no comprimento de onda λ_B ou na frequência de Bragg ω_B pode ser obtida considerando $\alpha = \kappa_g$ na equação (1.69):

$$R = \tanh^2(\kappa_g L). \quad (1.71)$$

Por exemplo, para $\kappa_g L = 2$, a reflexão é $R=0.93$.

Os acopladores codirecionais periodicamente perturbados são dispositivos muito atraentes devido às diversas aplicações tecnológicas. Podemos considerar a variação periódica do tensor dielétrico como uma perturbação que acopla os modos normais, ou seja, o tensor dielétrico é uma função do espaço onde ϵ_0 é a parte constante e $\Delta\epsilon$ é a variação periódica na direção do eixo. Assim temos:

$$\epsilon(x, y, z) = \epsilon_0(x, y) + \Delta\epsilon(x, y, z). \quad (1.72)$$

Para uma melhor compreensão destes dispositivos podemos, através da teoria de modos acoplados, obter uma boa solução para uma propagação de uma radiação eletromagnética em meios periódicos. Consideremos que os modos normais de propagação num meio dielétrico não perturbado são descritos pelo tensor ϵ_0 . Sendo assim, podemos

considerar que para um meio homogêneo na direção do eixo z , ou seja, $\frac{\partial \epsilon_0}{\partial z} = 0$, os modos normais podem ser contínuos ou discretos e escritos na forma:

$$\frac{dA}{dz} = -i\kappa_{12} B \exp(-2i\delta z), \quad (1.73)$$

$$\frac{dB}{dz} = -i\kappa_{21} A \exp(2i\delta z). \quad (1.74)$$

Consideremos uma perturbação periódica na constante dielétrica expressa como:

$$\Delta\epsilon(x, y, z) = \sum_{m \neq 0} \epsilon(x, y) \exp\left[-im \frac{2\pi}{\Lambda} z\right].$$

O somatório será sobre todos os m diferentes de zero. As equações dos modos acoplados se reduzem a:

$$\frac{dA(z)}{dz} = -i\kappa_{12} B(z) \exp[i\Delta\beta z], \quad (1.75)$$

$$\frac{dB(z)}{dz} = -i\kappa_{21} A(z) \exp[-i\Delta\beta z], \quad (1.76)$$

onde

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2 - m \frac{2\pi}{\Lambda}. \quad (1.77)$$

As equações de reciprocidade estabelecem que $\Delta\epsilon(x, y, z)$ é um tensor hermitiano.

1.5 A Equação dos Modos Acoplados Para os Acopladores Codirecionais

Para os acopladores codirecionais as equações dos modos acoplados são[4]:

$$\frac{dA(z)}{dz} = -i\kappa B(z) \exp[i\Delta\beta z], \quad (1.78)$$

$$\frac{dB(z)}{dz} = -i\kappa A(z)\exp[-i\Delta\beta z], \quad (1.79)$$

onde

$$\kappa_{12} = \kappa_{21} = \kappa. \quad (1.80)$$

As potências da onda eletromagnética que fluem nos guias são $|A|^2$ e $|B|^2$, respectivamente. As equações dos modos acoplados estão combinadas de forma que a energia se conserva durante a propagação das ondas, ou melhor, a energia incidente é igual à energia emergente. Isso implica que:

$$\frac{d}{dz} \{|A|^2 + |B|^2\} = 0. \quad (1.81)$$

As soluções para as equações (1.78)-(1.79) são obtidas integrando-as desde $z = 0$ até $z = L$. Assim, temos:

$$A(L) = e^{i\frac{\Delta\beta}{2}L} \left\{ \left[\cos(sL) - i\frac{\Delta\beta}{2s} \sin(sL) \right] A(0) - i\frac{\kappa}{s} \sin(sL) B(0) \right\}, \quad (1.82)$$

$$B(L) = e^{-i\frac{\Delta\beta}{2}L} \left\{ -i\frac{\kappa}{s} \sin(sL) A(0) + \left[\cos(sL) + i\frac{\Delta\beta}{2s} \sin(sL) \right] B(0) \right\}, \quad (1.83)$$

onde

$$s^2 = \kappa^* \kappa + \left(\frac{\Delta\beta}{2} \right)^2. \quad (1.84)$$

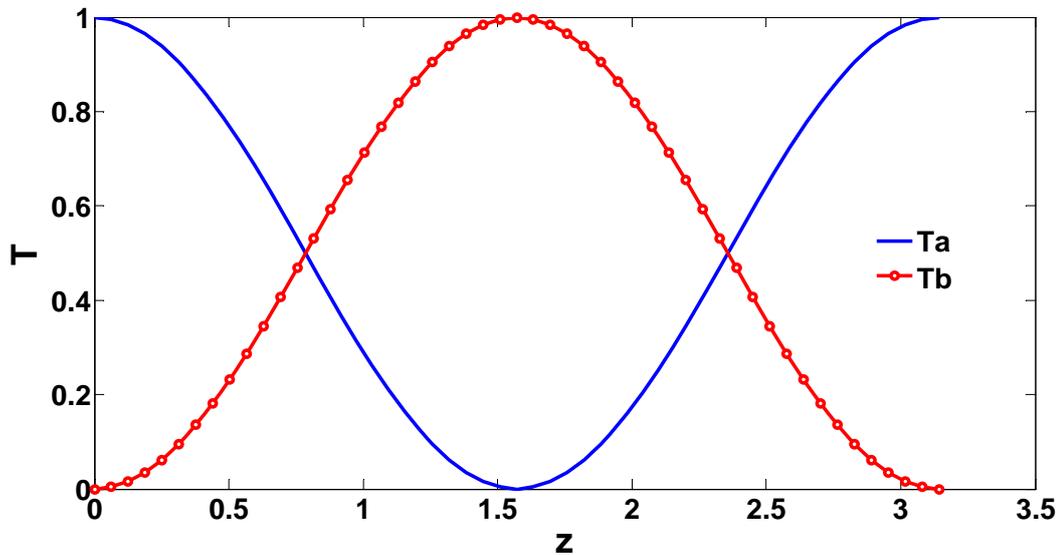


Figura 1.9a. Características de transmissão do acoplador codirecional, onde $\Delta\beta = 0$ e $\kappa = 1$.

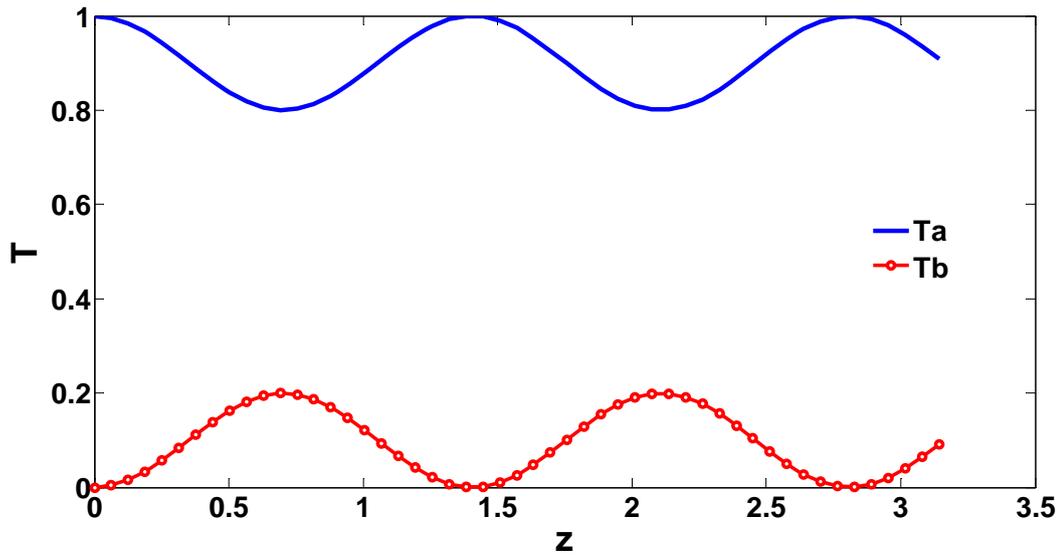


Figura 1.9b. Características de transmissão do acoplador codirecional, onde $\Delta\beta = 4$ e $\kappa = 1$.

$A(0)$ e $B(0)$ são as amplitudes em $z = 0$. Os casos mais comuns estudados neste trabalhos são situações em que $B(0) = 0$. Logo, podemos reescrever a equações acima numa nova forma:

$$A(L) = \left[\cos(sL) - i \frac{\Delta\beta}{2s} \text{sen}(sL) \right] A(0) e^{i \frac{\Delta\beta}{2} L}, \quad (1.85)$$

$$B(L) = -i \frac{\kappa}{s} \text{sen}(sL) A(0) e^{-i \frac{\Delta\beta}{2} L}. \quad (1.86)$$

A partir das soluções obtidas, podemos obter a transmissão de potência do guia A para B:

$$T_b = \frac{|B(L)|^2}{|A(0)|^2} = \frac{|\kappa|^2}{|\kappa|^2 + \left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2} \text{sen}^2 \left[\left(\sqrt{|\kappa|^2 + \left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2} \right) L \right]. \quad (1.87)$$

A potência máxima chaveada é igual a:

$$T_{\text{Max}} = \frac{|\kappa|^2}{|\kappa|^2 + \left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2}. \quad (1.88)$$

A chaveamento total acontece quando $\Delta\beta = 0$. Nas figuras (1.9a) e (19b) temos as características de transmissão do acoplador codirecional para dois valores de $\Delta\beta$.

1.6 Acopladores Contradirecionais

Quando os modos acoplados se propagam em sentido contrário, ou seja, quando as constantes de propagação em sinais opostos $\beta_1 = -\beta_2$, a equação acoplada expressa como[4]:

$$\frac{dA(z)}{dz} = -i\kappa B(z)\exp[i\Delta\beta z], \quad (1.89)$$

$$\frac{dB(z)}{dz} = i\kappa A(z)\exp[-i\Delta\beta z]. \quad (1.90)$$

Neste caso a potência que se propaga nos guias é $|A|^2 - |B|^2$. As equações de modos acoplados obedecem também à conservação de energia:

$$\frac{d}{dz} \{ |A(z)|^2 - |B(z)|^2 \} = 0. \quad (1.91)$$

As condições de contorno para esse tipo de acopladores são: $A = A(0)$ em $z = 0$ e $B = B(L)$ em $z=L$. Assim, uma solução da equações acopladas é:

$$A(z) = \frac{s \cosh [s(L-z)] + i\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right) \sinh [s(L-z)]}{s \cosh (sL) + i\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right) \sinh (sL)} A(0) e^{i\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)z} + \frac{-i\kappa \sinh (sz) e^{i\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)L}}{s \cosh (sL) + i\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right) \sinh (sL)} B(L) e^{i\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)z}, \quad (1.92)$$

$$B(z) = \frac{-i\kappa \sinh [s(L-z)]}{s \cosh (sL) + i\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right) \sinh (sL)} A(0) e^{-i\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)z} + e^{i\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)L} \frac{s \cosh [sz] + i\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right) \sinh [sz]}{s \cosh (sL) + i\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right) \sinh (sL)} B(L) e^{-i\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)z}, \quad (1.93)$$

onde

$$s^2 = \kappa^* \kappa + \left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2. \quad (1.94)$$

Através das soluções obtidas, podemos calcular a reflexão da potência que é dada por:

$$R = \frac{|B(0)|^2}{|A(0)|^2} = \frac{\kappa^2 \sinh^2(sL)}{s^2 \cosh^2(sL) + \left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2 \sinh^2(sL)}. \quad (1.95)$$

Note que a reflexão decresce com o crescimento de $\Delta\beta$. A reflexão completa ocorre quando a condição de casamento de fases é satisfeita ($\Delta\beta = 0$), figura 1.10. Essa é uma situação diferente em comparação aos acopladores direcionais. Aqui a onda acoplada se propaga no sentido oposto à propagação do campo incidente.

1.7 Conclusões

Abordamos neste capítulo a teoria dos modos acoplados para os diversos dispositivos de fibras ópticas e analisamos as características de cada um. Demonstramos que o filtro de Bragg atua como um filtro de frequência que reflete ondas próximas da frequência de Bragg e transmite ondas distantes do comprimento de onda de Bragg. Analisamos o comportamento de vários tipos de acopladores como os direcionais e os contradirecionais.

Referências

- Marcuse, D. "Light Transmission Optics". New York: Van Nostrand Reinhold (1972).
- Hardy, A., and W. Streifer. "Coupled-mode theory of parallel waveguides". IEEE J. Lightwave Tech. pag.1135-1147. (1985).
- Marcatili, E. A. J. "Improved coupled-mode equations for dielectric guides". IEEE J. Quantum electrom.pag. 988-993. (1986).
- Yariv, A. "Introduction to optical electronics". New York: Holt, Reinhart and Winston. (1985).
- Okamoto, K. "Fundamentals of Optical Waveguides". Academic Press (1992).
- Agrawal, G. P., "Nonlinear Fiber Optics", Academic Press, San Diego, 1998

Capítulo 2

Os Metamateriais

2.1. Introdução

O conceito de um material em que a permissividade e a permeabilidade ambas podem assumir valores reais negativos foi introduzido em 1967 por Veselago. Ele analisou a propagação de ondas planas nesse meio e chamou-os de meios “left-handed” (LH). De acordo com a sua análise, nesse material, os vetores \mathbf{E} , \mathbf{H} e \mathbf{k} formam um triedro esquerdo (“left-handed”), em contraste com materiais comuns que formam triedro \mathbf{E} , \mathbf{H} e \mathbf{k} direito (“right-handed”).

De fato, a maioria das propriedades não usuais dos materiais LH podem ser explicadas tendo em conta que o vetor de Poynting de uma onda plana é antiparalelo com a sua velocidade de fase, isto é, as ondas que se propagam neste meio são ondas regressivas. Esta propriedade sugere que o índice de refração deve ser considerado negativo, o que originou outras terminologias como meio com índice de refração negativo (“negative refraction index”, NRI) e meio “backward-wave” (BW).

Quando assumimos que o índice de refração é negativo, passam a existir algumas correções importantes a fazer ao Efeito Doppler, à radiação de Cherenkov e ao princípio de Fermat. Através da lei de Snell, para uma onda incidente na interface do material RH-LH, a onda refletida está direcionada simetricamente com o que seria de esperar numa interface de um meio RH-RH ou LH-LH, ou seja, a componente tangencial do vetor de Poynting da onda refletida esta direcionada em sentido oposto em relação ao da onda incidente. Recentemente, Shelby e a sua equipe, inspirados pelo trabalho de Pendry e seu grupo, construíram um meio composto que exhibe estes comportamentos anômalos no regime das microondas. Organizando estruturas de pequenos fios metálicos e de ressoador de anel aberto, eles demonstraram a refração anômala nesse meio. A possibilidade de construir um material composto com valores reais simultaneamente arbitrários de ϵ e μ , ou seja, materiais duplamente negativos, “double-negative” (DNG), veio trazer um grande interesse pelos metamateriais.

Metamateriais DNG passivos, com a permissividade e permeabilidade simultaneamente negativas têm de ser inerentemente dispersivos. As partes reais dos

parâmetros do material são negativas apenas numa pequena banda de frequências e os seus valores podem variar significativamente dentro dessa banda. Logo a dependência com a frequência de tais parâmetros deve ser levada em consideração. Contudo, de modo a realçar as características relevantes das estruturas de guias de onda contendo estes materiais, é considerado um dado valor de frequência de operação fixa para a permissividade e permeabilidade dos materiais DNG e DPS. Nesta seção analisaremos os metamateriais DNG e os enquadraremos no grupo dos meios complexos, seguindo-se de um estudo de suas propriedades.

2.2. Classificação dos meios

A resposta de um sistema à presença de um campo eletromagnético é determinada em grande parte pelas propriedades dos materiais envolvidos. A descrição dessas propriedades é feita definindo os parâmetros de permissividade ε e permeabilidade μ destes materiais.

Consideremos um metamaterial DNG (duplamente negativo) caracterizado por duas constantes complexas, a permissividade dielétrica, $\varepsilon = \varepsilon(\omega) \in \mathbb{C}$, e a permeabilidade magnética, $\mu = \mu(\omega) \in \mathbb{C}$. Em geral

$$\varepsilon' + i\varepsilon'', \text{ com } \varepsilon', \varepsilon'' \in \mathbb{R}$$

$$\mu' + i\mu'', \text{ com } \mu', \mu'' \in \mathbb{R}$$

Na Figura 2.1 representa-se a classificação dos meios materiais de acordo com o valor da permeabilidade e permissividade.

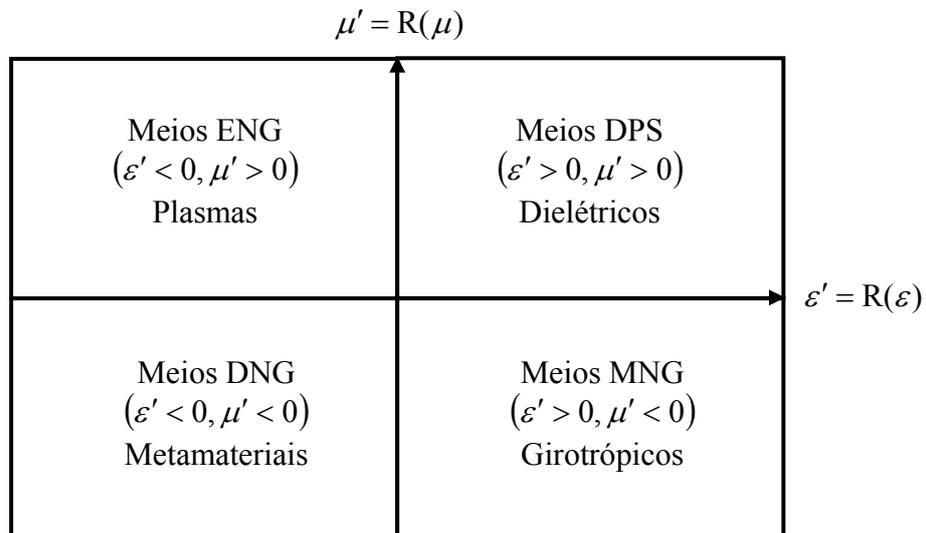


Figura 2.1. Classificação dos meios materiais.

Em um meio DNG tem-se simultaneamente,

$$\begin{aligned}\varepsilon' &= \text{R}(\varepsilon) < 0 \\ \mu' &= \text{R}(\mu) < 0\end{aligned}\tag{2.1}$$

assim podemos chamá-lo de meio duplamente negativo.

Em um meio DPS (duplamente positivo), convencional, tem-se

$$\begin{cases} \varepsilon' = \text{R}(\varepsilon) > 0 \\ \mu' = \text{R}(\mu) > 0 \end{cases}\tag{2.2}$$

As fibras ópticas e outros dielétricos se encaixam dentro dessa categoria.

Em um meio SNG (simplesmente negativo), ENG ou MNG, temos que

$$\varepsilon'(\omega)\mu'(\omega) < 0.\tag{2.3}$$

Neste caso, quando a permissividade for negativa, o meio será denominado ENG, no entanto se a permeabilidade for negativa, o meio será denominado MNG, ou seja, teremos respectivamente:

$$\begin{cases} \varepsilon' = \text{R}(\varepsilon) < 0 \\ \mu' = \text{R}(\mu) > 0 \end{cases} \text{ e } \begin{cases} \varepsilon' = \text{R}(\varepsilon) > 0 \\ \mu' = \text{R}(\mu) < 0 \end{cases}.$$

Em certos regimes de frequência muitos plasmas exibem a característica do meio ENG. Por exemplo, metais nobres, como o ouro ou a prata, comportam-se como um meio ENG no domínio de frequência do infra-vermelho e do visível. Já os meios girotrópicos exibem, em certas regimes de frequências, uma característica de um meio MNG. As relações constitutivas de um meio serão (no domínio da frequência) dadas por[1-4]:

$$\begin{cases} \varepsilon(\omega) = 1 + \chi_e(\omega) \\ \mu(\omega) = 1 + \chi_m(\omega) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon(\omega) \mathbf{E} \\ \mathbf{B} = \mu_0 \mu(\omega) \mathbf{H} \end{cases}\tag{2.4}$$

onde as funções $\chi_e(\omega)$ e $\chi_m(\omega)$ são as suscetibilidades elétrica e magnética, respectivamente. Admitamos, ainda, que o campo elétrico se encontra polarizado em relação a x e que as ondas eletromagnéticas se propagam em z , de forma que

$$\begin{cases} \mathbf{E} = \hat{x}E_0 \exp[i(kz - \omega t)] \\ \mathbf{H} = \hat{y}H_0 \exp[i(kz - \omega t)] \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \mathbf{E}_0 = \hat{x}R(E_0) \\ \mathbf{H}_0 = \hat{y}R(H_0) \end{cases} \quad (2.5)$$

em que a constante de propagação k se relaciona com a constante de propagação no vácuo

$k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = \omega/c$ através do índice de refração do meio $n = n(\omega)$ tal que

$$\mathbf{k} = \hat{z}k \rightarrow k = k(\omega) = n(\omega)k_0 = n(\omega)\frac{\omega}{c}. \quad (2.6)$$

A impedância de onda no meio em questão é dada por

$$\eta = \frac{E_0}{H_0} \quad (2.7)$$

Ao aplicar as equações de Maxwell à propagação de ondas planas num meio isotrópico infinito (ondas TEM), obteremos:

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = \mathbf{k} \cdot \mathbf{H} = 0, \quad \begin{cases} \mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega\mu_0\mu\mathbf{H} \\ \mathbf{k} \times \mathbf{H} = \omega\varepsilon_0\varepsilon\mathbf{E} \end{cases} \quad (2.8)$$

onde \mathbf{E} e \mathbf{H} são as amplitudes complexas dos campos elétrico e indução magnética, respectivamente, então

$$\begin{pmatrix} k & -\omega_0\mu_0\mu \\ -\omega_0\varepsilon_0\varepsilon & k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_0 \\ H_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

de modo que temos,

$$k^2 = \omega^2\varepsilon_0\mu_0\varepsilon\mu = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon\mu, \quad k = nk_0$$

logo

$$n = \sqrt{\varepsilon\mu} \quad (2.9)$$

e então

$$\eta = \frac{k}{\omega\varepsilon_0\varepsilon} = \frac{\omega\mu_0\mu}{k} = \zeta\eta_0, \quad \eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$$

assim

$$\zeta = \frac{\eta}{\eta_0} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \quad (2.10)$$

onde η_0 é a impedância de onda no vácuo. Note que, deste modo, a impedância de onda normalizada:

$$\zeta = \frac{\eta}{\varepsilon} = \sqrt{\frac{\mu}{n}}. \quad (2.11)$$

Então podemos escrever:

$$k = k\hat{z} = (nk_0)\hat{z} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \mathbf{E} = \hat{\mathbf{x}}E_0 \exp[(ink_0z)] \\ \mathbf{H} = \hat{\mathbf{y}}\frac{E_0}{\zeta\eta_0} \exp[(ink_0z)] \end{cases} \quad (2.12)$$

O valor médio do vetor de Poynting para a frequência ω será então:

$$\mathbf{S}_\omega = \frac{1}{2}\mathbf{R}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) = \hat{\mathbf{z}}\frac{1}{2}\mathbf{R}(E_0 \times H_0^*) = \hat{\mathbf{z}}\frac{|E_0|^2}{2\eta_0}\mathbf{R}\left(\frac{1}{\zeta}\right)\exp[-2\Im(k)z]. \quad (2.13)$$

Podemos então perceber que a condição para que o meio seja passivo é que se tenha $\Im(k) = k'' > 0$ para uma onda eletromagnética que se propaga no sentido positivo do eixo z . Sendo em geral $n = n' + in'' \in \mathbb{C}$, com $n' = \Re(n)$ e $n'' = \Im(n)$, temos:

$$\mathbf{E} = \hat{\mathbf{x}}E_0 \exp(ink_0z) = \hat{\mathbf{x}}E_0 \exp(-n''k_0z) \exp(in'k_0z). \quad (2.14)$$

Na literatura muitas vezes o n'' é representado por κ . Concluimos então que em um meio passivo teremos $\Im(n) = n'' = \kappa > 0$ pois, caso contrário, não se teria a condição de um meio passivo para uma onda em que a energia se propaga no sentido positivo do eixo z .

$$\lim_{z \rightarrow \infty} |\mathbf{E}| \leq |E_0|$$

Notemos, ainda, que a velocidade de fase da onda eletromagnética é dada por[7, 8]:

$$\begin{cases} k = nk_0 \\ k = k' + ik'' \\ n = n' + in'' \end{cases} \rightarrow v = \frac{\omega}{R(k)} = \frac{\omega}{k_0 R(n)} = \frac{c}{R(n)} = \frac{c}{n'} \quad (2.15)$$

2.3 Características dos meios metamateriais DNG

Na Figura 2.2 representam-se os triedros $[\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0, \mathbf{R}(\mathbf{k})]$ e $[\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0, \mathbf{S}_\omega]$ para um meio DPS (Figura 2.2 (a)) e um meio DNG (Figura 2.2 (b)).

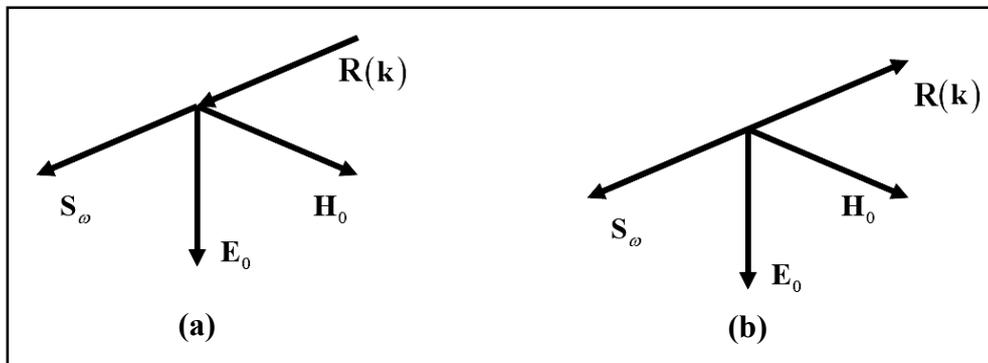


Figura 2.2 – Triedros $[\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0, \mathbf{R}(\mathbf{k})]$ e $[\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0, \mathbf{S}_\omega]$ para um meio (a) DPS e (b) DNG.

Podemos observar na Figura 2.2 que em um meio DNG o triedro $[\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0, \mathbf{R}(\mathbf{k})]$ é esquerdo, ao contrário de um meio DPS onde o triedro $[\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0, \mathbf{R}(\mathbf{k})]$ é direito. Note que, seja num meio DPS ou num meio DNG, o triedro $[\mathbf{E}_0, \mathbf{H}_0, \mathbf{S}_\omega]$ é sempre direito.

Num meio DNG, em que $\varepsilon < 0$ e $\mu < 0$, o vetor que representa a constante de propagação é antiparalelo ao vetor de Poynting. As respectivas soluções são determinadas por ondas regressivas (*backward waves*), deixando evidente um novo fenômeno para materiais duplamente negativos.

No entanto para encontrarmos a solução da equação (2.9), e da equação da impedância de onda (2.10) para que estas tenham consistência física, sabendo que em geral $\varepsilon, \mu \in \mathbb{C}$ da equação (2.13), podemos escrever para um meio DPS ou DNG

$$R\left(\frac{1}{\zeta}\right) = R\left(\frac{1}{\mu}\right) = R\left(\frac{n' + in''}{\mu' + i\mu''}\right) = \frac{n'\mu' + n''\mu''}{(\mu')^2 + (\mu'')^2}$$

Sendo o meio passivo, tem-se $\varepsilon'' > 0$, $\mu'' > 0$ e $n'' > 0$. Além disso, como se trata de um meio DNG, vem que $\varepsilon' < 0$, $\mu' < 0$ e $n' < 0$, como será verificado posteriormente. Portanto

$$\frac{n'\mu' + n''\mu''}{(\mu')^2 + (\mu'')^2} > 0 \quad \Rightarrow \quad \hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{S}_\omega > 0 \quad (2.16)$$

Para facilitar os cálculos transformamos a permissividade elétrica em coordenadas esféricas, na forma representada pela figura 2.3.

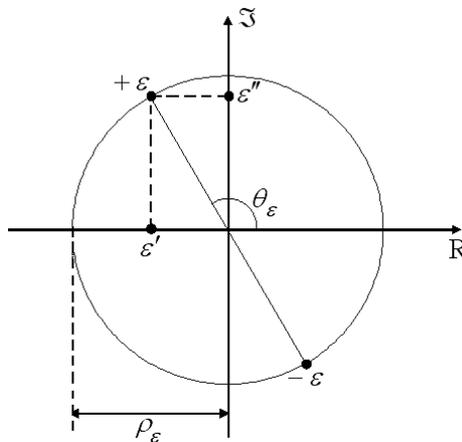


Figura 2.3. Permissividade elétrica no sistema de coordenadas esféricas

Obtendo-se então

$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon'' = \rho_\varepsilon \exp(i\theta_\varepsilon) \\ \mu = \mu' + i\mu'' = \rho_\mu \exp(i\theta_\mu) \end{cases}$$

em que

$$\cos(\theta_\varepsilon) = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2(\theta_\varepsilon)}}$$

então teremos

$$\begin{cases} \rho_\varepsilon = \sqrt{(\varepsilon')^2 + (\varepsilon'')^2} = |\varepsilon'| \sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}\right)^2} \\ \cos(\theta_\varepsilon) = \operatorname{sgn}(\varepsilon') \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}\right)^2}} = \operatorname{sgn}(\varepsilon') \frac{|\varepsilon'|}{\sqrt{(\varepsilon')^2 + (\varepsilon'')^2}} \end{cases}$$

onde

$$\varepsilon' = \rho_\varepsilon \cos(\theta_\varepsilon) < 0 \quad \rightarrow \quad \cos(\theta_\varepsilon) = \frac{\varepsilon'}{\sqrt{(\varepsilon')^2 + (\varepsilon'')^2}} < 0 \quad (2.17)$$

Para simplificar, consideramos que o índice de refração do meio, dado pela equação (2.9) poderá ser escrito como:

$$n = n_\varepsilon n_\mu$$

em que n_ε e n_μ , são respectivamente a raiz quadrada da permissividade elétrica e da permeabilidade magnética do meio.

Representamos n_ε em coordenadas esféricas, como se pode observar na Figura 2.4.

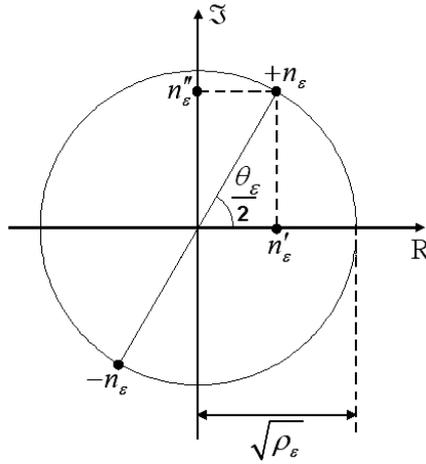


Figura 2.4. Representação de n_ε em coordenadas esféricas

No caso de um meio DNG, $\varepsilon' < 0$ onde $\frac{\pi}{2} \leq \theta_\varepsilon \leq \pi$. Então podemos afirmar que

$$\frac{\pi}{4} \leq \frac{\theta_\varepsilon}{2} \leq \frac{\pi}{2}, \text{ onde}$$

$$n_\varepsilon = n'_\varepsilon + in''_\varepsilon = \sqrt{\varepsilon} = \rho_\varepsilon^{1/2} \exp\left(i \frac{\theta_\varepsilon}{2}\right)$$

concluimos então que

$$n_\varepsilon = i \left(n''_\varepsilon - in'_\varepsilon \right) = \rho_\varepsilon^{1/2} \left[\text{sen}\left(\frac{\theta_\varepsilon}{2}\right) - i \cos\left(\frac{\theta_\varepsilon}{2}\right) \right] \quad (2.18)$$

de forma que

$$\cos\left(\frac{\theta_\varepsilon}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 + \cos(\theta_\varepsilon)}{2}}, \quad \text{sen}\left(\frac{\theta_\varepsilon}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 - \cos(\theta_\varepsilon)}{2}}$$

assim

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos\left(\frac{\theta_\varepsilon}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{\varepsilon'}{\sqrt{(\varepsilon')^2 + (\varepsilon'')^2}} \right]^{1/2} > 0 \\ \text{sen}\left(\frac{\theta_\varepsilon}{2}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[1 - \frac{\varepsilon'}{\sqrt{(\varepsilon')^2 + (\varepsilon'')^2}} \right]^{1/2} > 0 \end{array} \right. .$$

Para que $n'_\varepsilon \geq 0$ e $n''_\varepsilon \geq 0$, deveremos escolher a raiz positiva, obtendo-se

$$n'_\varepsilon = \sqrt{\frac{|\varepsilon'|}{2}} \left[1 + \left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \right)^2 \right]^{1/4} \left[1 + \frac{\text{sgn}(\varepsilon')}{\sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \right)^2}} \right]^{1/2} \quad (2.19)$$

$$n''_\varepsilon = \sqrt{\frac{|\varepsilon'|}{2}} \left[1 + \left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \right)^2 \right]^{1/4} \left[1 - \frac{\text{sgn}(\varepsilon')}{\sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \right)^2}} \right]^{1/2} \quad (2.20)$$

pelo que $n'_\varepsilon > n''_\varepsilon$ pois $\text{sgn}(\varepsilon') = -1$. No caso em que desprezamos as perdas, obtemos ($\varepsilon'' = 0$)

$$\text{sgn}(\varepsilon') = -1 \rightarrow \begin{cases} n'_\varepsilon = 0 \\ n''_\varepsilon = |\varepsilon'|^{1/2} \end{cases} \rightarrow n_\varepsilon = i|\varepsilon'|^{1/2} \quad (2.21)$$

Do modo idêntico para a raiz da permeabilidade magnética do meio DNG, vem que

$$n'_\mu = \sqrt{\frac{|\mu'|}{2}} \left[1 + \left(\frac{\mu''}{\mu'} \right)^2 \right]^{1/4} \left[1 - \frac{\text{sgn}(\mu')}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu''}{\mu'} \right)^2}} \right]^{1/2} \quad (2.22)$$

$$n''_\mu = \sqrt{\frac{|\mu'|}{2}} \left[1 + \left(\frac{\mu''}{\mu'} \right)^2 \right]^{1/4} \left[1 + \frac{\text{sgn}(\mu')}{\sqrt{1 + \left(\frac{\mu''}{\mu'} \right)^2}} \right]^{1/2} \quad (2.23)$$

com $n'_\mu \geq 0$ e $n''_\mu > 0$, tendo-se ainda $n'_\mu < n''_\mu$ visto que $\mu' < 0$. No caso limite de não existirem perdas, vem (com $\mu'' = 0$)

$$\text{sgn}(\mu') = -1 \rightarrow \begin{cases} n'_\mu = 0 \\ n''_\mu = |\mu'|^{1/2} \end{cases} \rightarrow n_\mu = i|\mu'|^{1/2} \quad (2.24)$$

No caso limite em que não há perdas, ou seja, com $\varepsilon'' = \mu'' = 0$, e de acordo com (2.21) e (2.24), num meio DNG o índice de refração é negativo e dado por

$$n = n_\varepsilon n_\mu = (in''_\varepsilon)(in''_\mu) = -|\varepsilon'|^{1/2} |\mu'|^{1/2} < 0. \quad (2.25)$$

No caso geral, o índice de refração do meio será então

$$\begin{aligned} n &= n + in'' = n_\varepsilon n_\mu \\ n &= (n'_\varepsilon + in''_\varepsilon)(n'_\mu + in''_\mu) \\ n &= [i(n''_\varepsilon - in'_\varepsilon)][i(n''_\mu - in'_\mu)] \\ n &= -(n''_\varepsilon - in'_\varepsilon)(n''_\mu - in'_\mu) \\ n &= -[(n''_\varepsilon n''_\mu - n'_\varepsilon n'_\mu) - i(n'_\varepsilon n''_\mu + n''_\varepsilon n'_\mu)] \end{aligned}$$

logo, para um meio DNG

$$\begin{cases} n' = -(n''_\varepsilon n''_\mu - n'_\varepsilon n'_\mu) < 0 \\ n'' = n'_\varepsilon n''_\mu + n''_\varepsilon n'_\mu > 0 \end{cases} \quad (2.26)$$

Verificando-se então que para um meio DNG

$$\begin{cases} \varepsilon' < 0 \\ \mu' < 0 \end{cases} \rightarrow n = \rho_n \exp(i\theta_n) = \rho_\varepsilon^{1/2} \rho_\mu^{1/2} \exp\left(i \frac{\theta_\varepsilon + \theta_\mu}{2}\right) \quad (2.25)$$

com $\pi \geq \theta_n \geq \frac{\pi}{2}$. De forma que podemos concluir que

$$k = k' + ik'' = nk_0 = (n' + in'') \frac{\omega}{c}$$

então, para um meio DNG temos

$$R(k) = k' = \frac{n' \omega}{c} < 0 \rightarrow \mathbf{S}_\omega \cdot \mathbf{R}(\mathbf{k}) < 0 \quad (2.28)$$

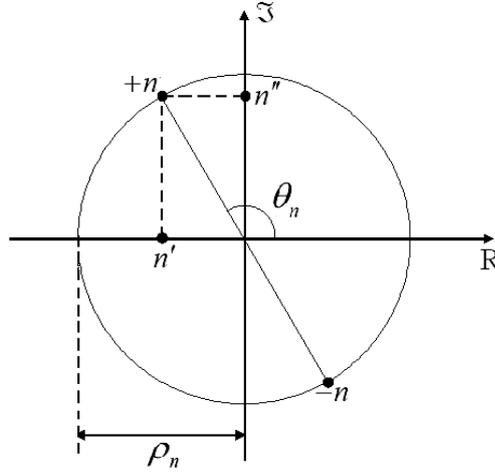


Figura 2.5 – Representação do índice de refração n em coordenadas esféricas.

Determinado o valor complexo do índice de refração n fica univocamente determinado o valor complexo da impedância de onda normalizada ζ através da equação (2.11). Assim temos [9, 10]:

$$\zeta = \frac{\eta}{\varepsilon} = \frac{n' + in''}{\varepsilon' + i\varepsilon''} = \frac{(n' \varepsilon' + n'' \varepsilon'') + (n'' \varepsilon' + n' \varepsilon'')}{(\varepsilon')^2 + (\varepsilon'')^2} \quad (2.29)$$

Se as perdas não forem consideradas, $\varepsilon'' = n'' = 0$, o valor de ζ passa a ser então:

$$\zeta = \frac{\eta'}{\varepsilon'} = \sqrt{\frac{\mu'}{\varepsilon'}} = \frac{|\mu'|^{1/2}}{|\varepsilon'|^{1/2}} \quad (2.30)$$

A outra solução possível para n , com $\Im(n) = n'' < 0$, não tem significado físico pois esta viria para o meio DNG

$$\begin{cases} n' = (n''_\varepsilon n''_\mu - n'_\varepsilon n'_\mu) > 0 \\ n'' = -(n'_\varepsilon n''_\mu + n''_\varepsilon n'_\mu) < 0 \end{cases}$$

solução que, no limite em que não existem perdas, corresponderia a ter-se um índice de refração positivo e não negativo como no caso da expressão (2.25). Assim, teríamos

$$n'_\varepsilon = n'_\mu = 0, \text{ onde}$$

$$\begin{cases} n = n'_\varepsilon n''_\mu = |\varepsilon'|^{1/2} |\mu'|^{1/2} > 0 \\ \zeta = \frac{n}{\varepsilon'} = -\sqrt{\frac{\mu'}{\varepsilon'}} = -\frac{|\mu'|^{1/2}}{|\varepsilon'|^{1/2}} < 0 \end{cases}$$

o que corresponde a uma onda que se amplifica.

É importante realçar que, da expressão do valor médio do vetor de Poynting para a frequência ω dada pela equação (2.13) mostra a principal diferença entre as duas soluções possíveis para n . Essa diferença está no fato de que a solução adotada, para a qual $\Im(n) > 0$, corresponde a uma direção do fluxo de potência no sentido positivo (+z), enquanto à outra solução, para $\Im(n) < 0$, corresponde a uma direção do fluxo de potência no sentido negativo (-z). Contudo, qualquer que seja a solução escolhida, verifica-se sempre que $\mathbf{S}_\omega \cdot \mathbf{R}(\mathbf{k}) < 0$, isto é, o fluxo de potência é sempre diametralmente oposto à direção segundo a qual a amplitude do campo elétrico aumenta.

O caso em que um meio DPS corresponde ao caso ordinário com $\frac{\pi}{2} > \theta_\varepsilon \geq 0$ e $\frac{\pi}{2} > \theta_\mu \geq 0$, pelo que $n'_\varepsilon > n''_\varepsilon$ e $n'_\mu > n''_\mu$. Assim, a expressão (2.27) continua a ser válida; porém, para um meio DPS, tem-se $\frac{\pi}{2} > \theta_n \geq 0$, onde $\mathbf{S}_\omega \cdot \mathbf{R}(\mathbf{k}) > 0$. Se não houverem perdas, temos que $n''_\varepsilon = n''_\mu = 0$ e, conseqüentemente, para um meio DPS

$$n = n'_\varepsilon n'_\mu = |\varepsilon'|^{1/2} |\mu'|^{1/2} > 0.$$

2.4. Conclusões

Neste segundo capítulo nós enquadrámos os meios DNG no conjunto dos meios complexos. Analisou-se a componente real e a componente complexa da permeabilidade, da permissividade e do índice de refração, verificando-se que, para estes meios, o índice de refração é negativo. No capítulo que se segue nós constataremos que um meio com índice de refração negativo não é necessariamente um meio DNG.

Referências

- [1] V. G. Veselago, “The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ ”, *Sov. Phys. Uspekhi*, vol. 10, no. 4, pp. 509-514, 1968. [*Usp. Fiz. Nauk*, vol.92, pp.517-526, 1967].
- [2] Carlos Paiva, “Introdução ao metamateriais DNG”, versão 3, IST, 2006.
- [3] António L. Topa, Carlos R. Paiva and Afonso M. Barbosa, “Novel propagation features of double negative H-guides and H-guide couplers”, *Microwave and Optical Technology Letters* vol. 47, pp.185–190, October 2005.
- [4] R. W. Ziolkowski and E. Heyman, “Wave propagation in media having negative permittivity and permeability”, *Physics Review E.*, vol. 64, 06625, October 2001.
- [5] M. W. McCall, A. Lakhtakia, and W. S. Weiglhofer, “The negative index of refraction demystified”, *European Journal of Physics*, vol. 23, pp. 353-359, May 2002
- [6] Nader Engheta and Richard W. Ziolkowski, Eds., *Metamaterials: Physics and Engineerings Explorations*. Piscataway, NJ: IEEE Press/ Wiley, 2006.
- [7] A. Alu and N. Engheta, in *Negative-Refractive Metamaterials*, Ed. by G. V. Eleftheriades and K. G. Balmain (Wiley, New York, 2005).
- [8] N. M. Litchinitser, I. R. Gabitov, and A. I. Maimistov, arXiv:0705.0361v2
- [9] J.B. Pendry. “Negative refraction makes a perfect lens”. *Phys. Rev. Lett.* Vol 85, pp. 3966-3969. 2000.
- [10] H. Torres-Silva. C. Villarroel, P.H. Sakanaka and N. Reggiani. “Electromagnetic properties of a chiral plasma medium”. *Pramana Journal of Physics*. Vol 49, pp. 431-442. 1997.

Capítulo 3.

Características de propagação em meios DNG

3.1. Introdução

Neste capítulo analisamos as características de propagação dos meios DNG. Estas não se verificam nos meios convencionais DPS. O fato de que um meio tenha índice de refração negativo não implica que seja DNG.

Analisamos a dispersão num meio DNG, onde para este fim utilizamos o modelo de Lorentz. Estudamos as características resultantes de transmissão e reflexão em uma interface entre o ar e uma placa DNG.

3.2. Refração negativa

Em conformidade com o que se viu anteriormente para um meio DNG, a lei de Snell terá que ser reinterpretada. Para tal, consideremos a interface $z = 0$ que separa dois meios representada na Figura 3.1 em que:

1. para $z < 0$, teremos um meio DPS com um índice de refração $n_1 > 0$;
2. para $z > 0$ e $x > 0$, teremos um meio DPS com um índice de refração $n_2 > 0$;
3. para $z > 0$ e $x < 0$, teremos um meio DNG com um índice de refração $n_2 < 0$.

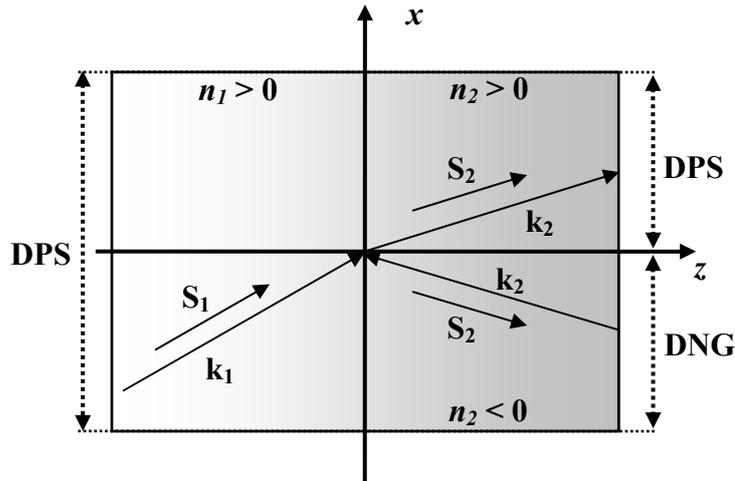


Figura 3.1 - Interface $z = 0$ que separa dois meios (sem perdas).

Assim, a lei de Snell na interface $z = 0$ deve ser escrita na forma [1, 2]:

$$\theta_t = \text{sgn}(n_2) \sin^{-1} \left[\frac{n_1}{|n_2|} \sin \theta_i \right] \quad (3.1)$$

Pela imposição da continuidade das componentes tangenciais (na interface, em $z = 0$) dos vetores de onda em cada um dos casos (DPS e DNG) de ondas transmitidas, temos como consequência a refração negativa no sentido em que o ângulo $\theta_t < 0$ para $x < 0$. Devido ao fato do meio ser DNG para $z > 0$ e $x < 0$ e à nossa escolha dos meios DNG como meios com um índice de refração negativo, existe, como se viu anteriormente, um vetor de onda \mathbf{k}_2 oposto ao vetor de Poynting \mathbf{S}_2 . Assim, a refração negativa é o resultado da escolha adotada para o índice de refração n . A solução conforme esta interpretação da lei de Snell é a que corresponde a escolher a solução $\Im(n) > 0$.

Suponhamos que adotemos a solução $\Im(n) < 0$, ou seja, a solução contrária à que foi aqui adotada para o índice de refração, a lei de Snell para um meio DNG seria a mesma que para um meio DPS, em relação ao vetor de onda \mathbf{k} , então teríamos $\theta_t > 0$. Entretanto teríamos uma diferença notável, pois no meio 2 o fluxo de potência em vez de se afastar da interface passaria a dirigir-se para ela.

Então podemos assumir que a solução correta é efetivamente a solução $\Im(n) > 0$, ou seja, a que atribui aos meios DNG um índice de refração negativo, no limite sem perdas [13].

3.3. Análise da dispersão num meio DNG

Do ponto de vista da teoria eletromagnética, quando se tem um meio isotrópico caracterizado por uma constante dielétrica relativa ε e por uma permeabilidade magnética relativa μ , os valores médios no tempo das densidades volume de energia elétrica W_e e energia magnética W_m são dados pelas expressões:

$$W_e = \frac{1}{4} \varepsilon_0 \varepsilon \bar{\mathbf{E}} \cdot \bar{\mathbf{E}}^* \quad (3.2)$$

$$W_m = \frac{1}{4} \mu_0 \mu \bar{\mathbf{H}} \cdot \bar{\mathbf{H}}^* \quad (3.3)$$

Para o caso de um meio dispersivo, as expressões (3.2) e (3.3) devem ser substituídas por

$$W_e = \frac{\varepsilon_0}{4} \frac{\partial[\omega \varepsilon(\omega)]}{\partial \omega} \bar{\mathbf{E}}(t) \cdot \bar{\mathbf{E}}^*(t) \quad (3.4)$$

$$W_m = \frac{\mu_0}{4} \frac{\partial[\omega \mu(\omega)]}{\partial \omega} \bar{\mathbf{H}}(t) \cdot \bar{\mathbf{H}}^*(t) \quad (3.5)$$

onde se consideram campos quase monocromáticos de tal forma que $\mathbf{E}(t) = \bar{\mathbf{E}} \exp(-i\omega t)$ e $\mathbf{H}(t) = \bar{\mathbf{H}} \exp(-i\omega t)$ variam lentamente ao longo de um período de aproximadamente $T = 2\pi/\omega$, isto é, $\nu \ll \omega$. As equações (3.4) e (3.5) mostram que um metamaterial DNG tem que ser considerado como um meio dispersivo, caso contrário a energia armazenada no campo eletromagnético não seria positiva. Assim, pela definição de densidade de energia eletromagnética, um meio DNG tem que ser necessariamente dispersivo.

Consideremos um modelo de Lorentz para a dispersão:

$$\begin{aligned}\varepsilon(\omega) &= 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{0e}^2 - i\Gamma_e\omega - \omega^2} \\ \mu(\omega) &= 1 + \frac{\omega_{pm}^2}{\omega_{0m}^2 - i\Gamma_m\omega - \omega^2}\end{aligned}\quad (3.6)$$

onde ω_{0e} e ω_{0m} representam as frequências de ressonância enquanto que os coeficientes Γ_e e Γ_m representam as frequências de colisão (isto é, as perdas) enquanto ω_{pe} e ω_{pm} são as frequências de plasma. Com efeito, neste modelo é possível encontrar um intervalo de frequências $[\omega_{1e}, \omega_{2e}]$ e $[\omega_{1\mu}, \omega_{2\mu}]$ em que cada um dos parâmetros $\varepsilon(\omega)$ e $\mu(\omega)$ apresenta uma parte real negativa.

$$\begin{cases} \omega_{1e} = \omega_\varepsilon \\ \omega_{2e} = \omega_b \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \text{R}(\varepsilon) < 0 \rightarrow [\omega_\varepsilon, \omega_b] \\ \text{R}(\mu) < 0 \rightarrow [\omega_a, \omega_\mu] \end{cases}$$

Para simplificar as expressões, eliminamos os índices 'e' e 'm', correspondentes, respectivamente, à permissividade dielétrica e à permeabilidade magnética relativa. Então:

$$\begin{cases} 2\omega_1^2 = (2\omega_0^2 - \Gamma^2) - \sqrt{2\Gamma^2\omega_p^2 - 4\Gamma^2\omega_0^2} \\ 2\omega_2^2 = (2\omega_0^2 + 2\omega_p^2 - \Gamma^2) - \sqrt{2\Gamma^2\omega_p^2 - 4\Gamma^2\omega_0^2} \end{cases} \quad (3.7)$$

Veja que, ao desprezarmos as perdas, isto é $\Gamma = 0$, temos como consequência: $\omega_1 = \omega_0$ e

$$\omega_2 = \sqrt{\omega_0^2 + \omega_p^2}.$$

Um meio será DNG na intersecção dos dois intervalos

$$[\omega_1, \omega_2] = [\omega_{1e} = \omega_\varepsilon, \omega_{2e} = \omega_b] \cap [\omega_{1m} = \omega_a, \omega_{2m} = \omega_\mu] \quad (3.8)$$

Supondo que esse intervalo existe e que $\omega_\varepsilon < \omega_a < \omega_b < \omega_\mu$, então temos que $\omega_1 = \omega_a$ e $\omega_2 = \omega_\mu$; o meio será DNG no intervalo $[\omega_1 = \omega_a$ e $\omega_2 = \omega_\mu]$.

$$\omega_o = 0 \rightarrow \begin{cases} \omega_1 = 0 \\ \omega_2 = \sqrt{\omega_p^2 - \Gamma^2} \end{cases}$$

Uma expressão alternativa para a permissividade dielétrica obtém-se considerando o comprimento de onda medido no vácuo $\lambda = \frac{2\pi}{k_0} = \frac{2\pi c}{\omega}$ assim como os comprimentos de onda correspondentes à frequência de ressonância $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega_{0e}}$, o comprimento de onda correspondente à frequência do plasma $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega_{pe}}$ e o coeficiente de amortecimento $\gamma_e = \frac{2\pi c}{\Gamma_e}$, obtendo-se deste modo a expressão [3]

$$\varepsilon(\lambda) = 1 + \frac{\left(\frac{\lambda_{0e}}{\lambda_{pe}}\right)^2}{1 - i \frac{\lambda_{0e}}{\gamma_e \lambda} - \left(\frac{\lambda_{0e}}{\lambda}\right)^2}.$$

Fazendo as seguintes substituições, temos:

$$\lambda_{0e} = \frac{q_e}{\sqrt{1+q_e^2}} \lambda_e;$$

$$\lambda_{pe} = \frac{\lambda_e}{\sqrt{p_e}} \text{ e}$$

$$\lambda_e = \frac{q_e \lambda_e}{2}.$$

ou seja

$$\lambda_e = \frac{\lambda_{0e}}{1 - \left(\frac{\lambda_{0e}}{2\lambda_e}\right)^2};$$

$$q_e = \sqrt{\left(\frac{2\lambda_e}{\lambda_{0e}}\right)^2 - 1} \quad e$$

$$p_e = \frac{1}{\lambda_{pe}^2 \left[\left(\frac{1}{\lambda_{0e}}\right)^2 - \left(\frac{1}{2\gamma_e}\right)^2 \right]}$$

de forma que podemos obter o modelo de Lorentz para obtenção de ε e μ nos meios metamateriais. Então:

$$\varepsilon(\lambda) = 1 + \frac{p_e}{1 + \left(\frac{1}{q_e} - i \frac{\lambda_e}{\lambda}\right)^2}. \quad (3.9)$$

Por simetria teremos:

$$\mu(\lambda) = 1 + \frac{p_m}{1 + \left(\frac{1}{q_m} - i \frac{\lambda_m}{\lambda}\right)^2}. \quad (3.10)$$

Para exemplificar consideremos os seguintes valores numéricos: $p_e = 1$, $p_m = 0.8$, $q_e = q_m = 100$, $\lambda_e = 0.3\mu m$ e $\lambda_m = 0.32\mu m$. Nas Figura 3.2 representamos a variação com o comprimento de onda λ das partes reais e imaginárias de $\varepsilon(\lambda)$ e $\mu(\lambda)$, nas figuras 3.2a e 3.2b respectivamente.

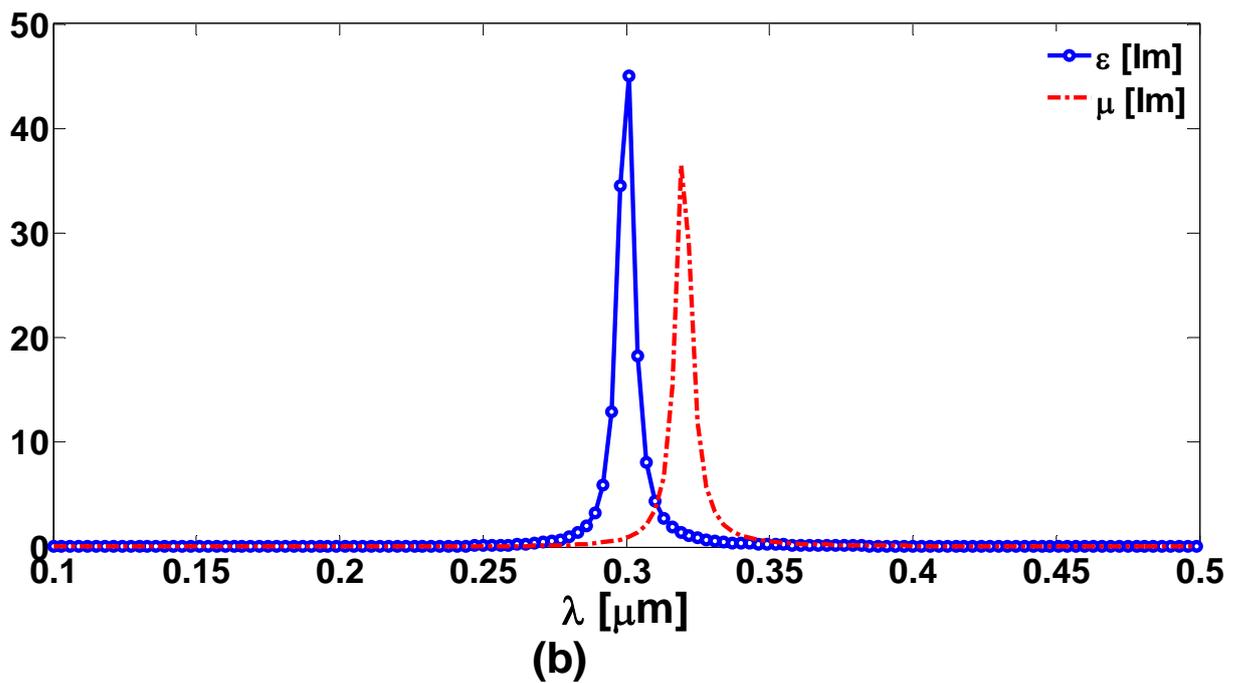
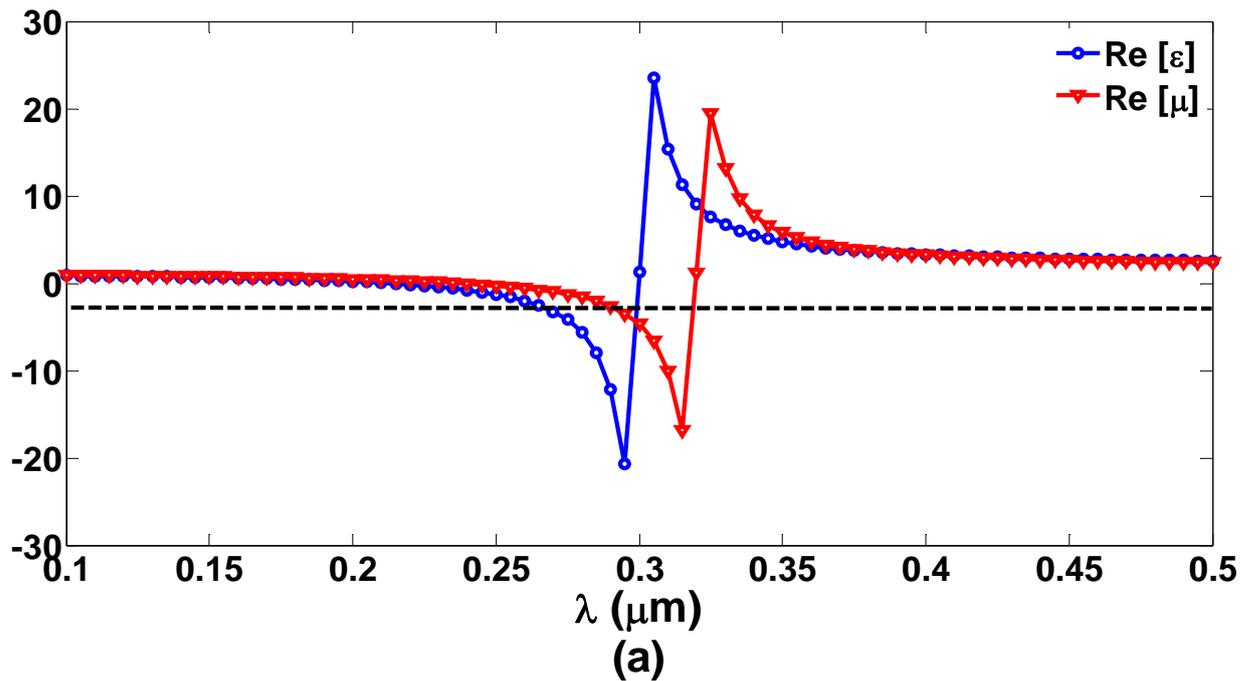


Figura 3.2 – Diagrama de dispersão para um metamaterial DNG (modelo de Lorentz) das (a) partes reais de ϵ e μ (b) partes imaginárias de ϵ e μ .

Podemos concluir, pela observação da Figura 3.2(a), que a parte real da permissividade é menor que zero para $\lambda_e = 0.214 < \lambda < \lambda_b = 0.298 \mu m$ e a parte real da permeabilidade é menor que zero para $\lambda_a = 0.241 < \lambda < \lambda_b = 0.319 \mu m$. Assim, as partes reais da permissividade e da permeabilidade são simultaneamente negativas no intervalo $0.214 \mu m$ a $0.319 \mu m$, isto é, nesta região o material é DNG. No intervalo

$\lambda_\varepsilon = 0.214 < \lambda < \lambda_a = 0.241 \mu m$ verifica-se que $\varepsilon < 0$ e $\mu > 0$, isto é, neste intervalo é um meio ENG. No intervalo $\lambda_b = 0.301 < \lambda < \lambda_a = 0.319 \mu m$ temos $\varepsilon > 0$ e $\mu < 0$. Então, nesta região, trata-se de um meio MNG. Ou seja, nestes dois últimos intervalos trata-se de um meio SNG (simplesmente negativo).

Na Figura 3.2(b) verifica-se que a parte imaginária da permissividade é $\varepsilon > 0$ e a parte imaginária da permeabilidade é $\mu > 0$, concluímos então que estamos presença de um meio passivo.

Na Figura 3.3 representam-se a variação com o comprimento de onda λ das partes real e imaginária do índice de refração usando a solução com a parte imaginária do índice de refração maior que zero $\Im(n) > 0$.

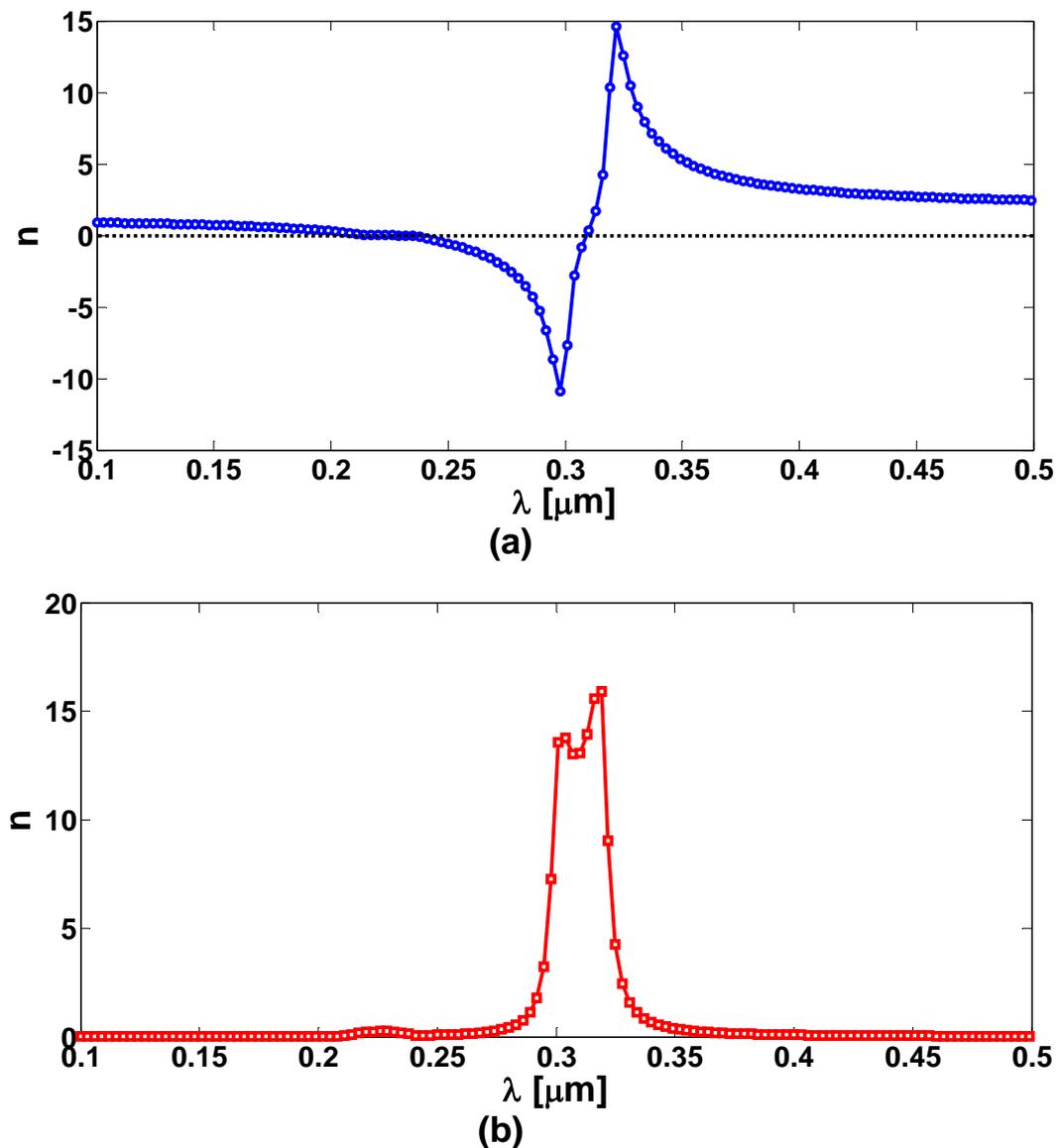


Figura 3.3 – Índice de refração de um metamaterial DNG (modelo de Lorentz) (a) parte real
(b) parte imaginária

A análise da Figura 3.3(a) mostra que a região em que o índice de refração é negativo ou, de forma mais precisa, onde a parte real do índice de refração é negativa $n' < 0$, correspondente a um meio do tipo NIR (negative index of refraction), é $\lambda_1 = 0.229 < \lambda < \lambda_2 = 0.309 \mu m$. A observação das Figuras 3.2 e 3.3 nos permite concluir que esta região não coincide de forma exata com a região em que o material é DNG ($\epsilon' < 0$ e $\mu' < 0$ simultaneamente), ou seja, com a região 0.214 mm a 0.319 mm. A zona DNG é, efetivamente, apenas um subconjunto da região em que $n' < 0$, ou seja, da zona NIR. Nas duas zonas onde o material é SNG, ou seja, nos intervalos $\lambda_\epsilon = 0.214 < \lambda < \lambda_a = 0.241 \mu m$ e $\lambda_\mu = 0.301 < \lambda < \lambda_a = 0.319 \mu m$ verifica-se na Figura 3.3(a) tratar-se de um meio NIR, isto é, com um índice de refração negativo não sendo, contudo, DNG.

Na Figura 3.3(b) verifica-se que a parte imaginária da permissividade é $n'' > 0$, visto estarmos na presença de um meio passivo.

Efetivamente, a condição para que se tenha $\mathbf{S}_\omega \cdot \mathbf{R}(\mathbf{k}) < 0$ corresponde, de acordo com a solução adotada, a impor $n' = R(n) < 0$ ou, tendo em conta a expressão (2.26), temos

$$n_\epsilon'' n_\mu'' = n_\epsilon' n_\mu' \quad (3.11)$$

Podemos obter através das equações (2.19) a (2.23):

$$\left[\sqrt{(\epsilon')^2 + (\epsilon'')^2} - \epsilon' \right]^{\frac{1}{2}} \left[\sqrt{(\mu')^2 + (\mu'')^2} - \mu' \right]^{\frac{1}{2}} > \left[\sqrt{(\epsilon')^2 + (\epsilon'')^2} + \epsilon' \right]^{\frac{1}{2}} \left[\sqrt{(\mu')^2 + (\mu'')^2} + \mu' \right]^{\frac{1}{2}}$$

temos

$$\left[\sqrt{(\epsilon')^2 + (\epsilon'')^2} - \epsilon' \right] \left[\sqrt{(\mu')^2 + (\mu'')^2} - \mu' \right] > \epsilon'' \mu'' \quad (3.12)$$

A equação (3.12) é, portanto, a condição necessária para que o índice de refração seja negativo ou, mais precisamente, para que se tenha $n' = R(n) < 0$. Notando que para um meio DNG

$$\begin{cases} \varepsilon' < 0 \Leftrightarrow \sqrt{(\varepsilon')^2 + (\varepsilon'')^2} > \varepsilon' + \varepsilon'' \\ \mu' < 0 \Leftrightarrow \sqrt{(\mu')^2 + (\mu'')^2} > \mu' + \mu'' \end{cases} \quad (3.13)$$

podemos verificar que a intersecção das duas condições em (3.13) é, sem dúvida, um caso particular de (3.12), ou seja, para que um meio tenha um NIR, $R(n) = n' < 0$, é condição suficiente, mas não necessária, para que esse meio seja um meio DNG [5,6].

3.4. Análise das características incomuns na interface ar/metamaterial

Agora, analisaremos o problema de uma interface entre o ar e o metamaterial estudado até aqui. Para incidência normal do lado do ar, a refletividade é dada por

$$\xi = \frac{2\zeta}{1+|\zeta|^2} \rightarrow R = \left| \frac{\zeta - 1}{\zeta + 1} \right|^2 = \frac{1 - \xi}{1 + \xi} \quad (3.14)$$

As figuras 3.4 e 3.5 mostram uma representação gráfica da refletividade R e do parâmetro de ξ , onde a impedância de onda normalizada ζ é dada pela expressão (2.11).

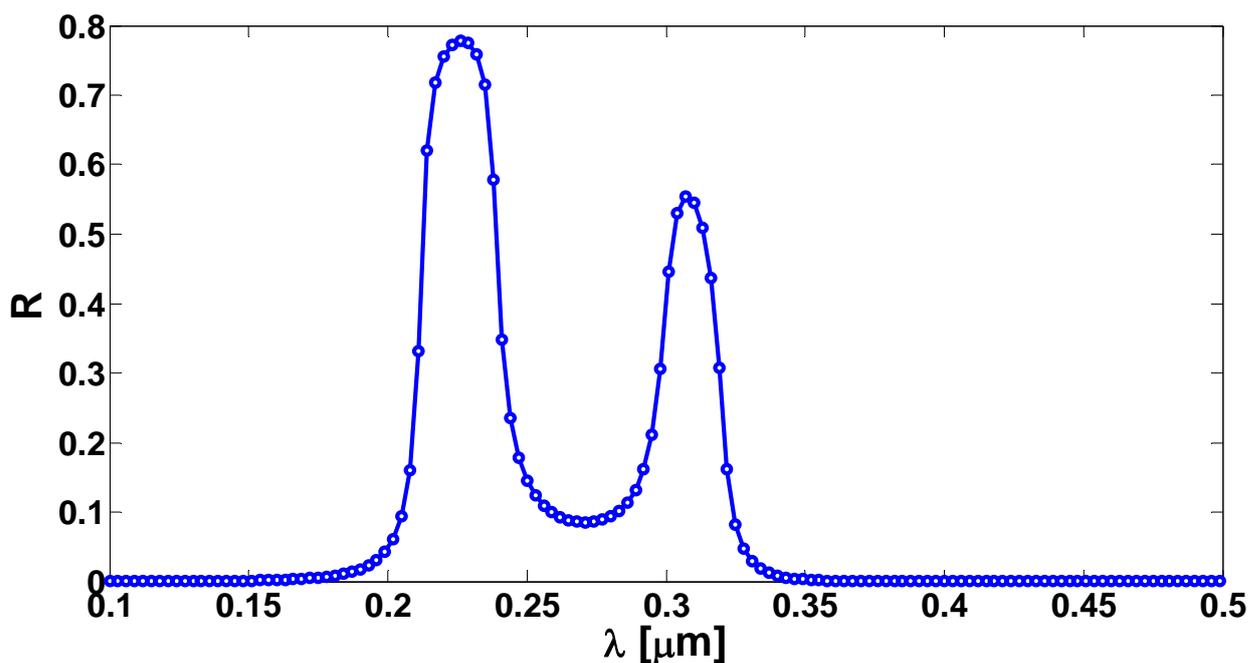


Figura 3.4 – Representação gráfica da refletividade R numa interface ar-metamaterial (modelo de Lorentz)

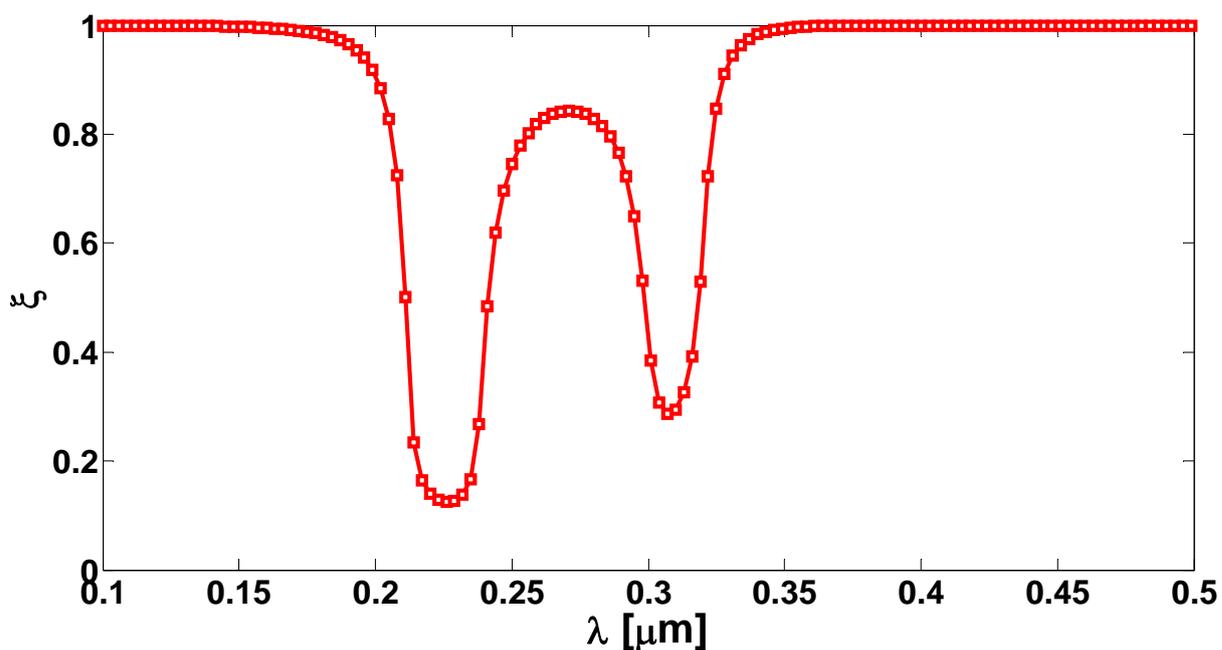


Figura 3.5. Representação gráfica do parâmetro $\xi(\lambda)$ (modelo de Lorentz)

Analisando os gráficos e tendo em conta o princípio da conservação da energia, a refletividade satisfaz $0 \leq R \leq 1$. Nas regiões de comprimentos de onda em que o meio se comporta como DPS a refletividade é praticamente nula. Com o aumento do comprimento de onda, entramos então, na região em que o meio se comporta como ENG, com refletividades crescentes até que, nessa região, se atinja um pico de refletividade. A partir de então, a refletividade decresce com o aumento do comprimento de onda até que se entre na região em

que o meio se comporta como DNG. Nessa região a refletividade, embora esteja inicialmente a decrescer, tem valores significativos, mas não tão elevados como no meio ENG. A partir desse valor, a refletividade volta a crescer e entra-se na região em que o meio se comporta como MGN, na qual se verifica um novo pico da refletividade, não tão elevado como na região ENG, mas superior aos valores da região DNG. Finalmente a refletividade decresce até se entrar novamente numa zona DPS em que a refletividade volta a ser praticamente nula. Podemos perceber que os dois picos ocorrem na região onde o meio se comporta como SNG, na primeira região como ENG e na segunda região como MNG. Uma explicação plausível para este tipo de comportamento da refletividade encontra-se, obviamente, no comportamento de ζ ; nas zonas em que a refletividade é praticamente nula, $R \approx 0$, tem-se $\zeta \approx \zeta \approx 1$.

Consideremos agora uma placa dielétrica representada na Figura 3.6, de espessura d e caracterizada por uma permissividade elétrica relativa ϵ e uma permeabilidade magnética relativa μ , imersa no vácuo.

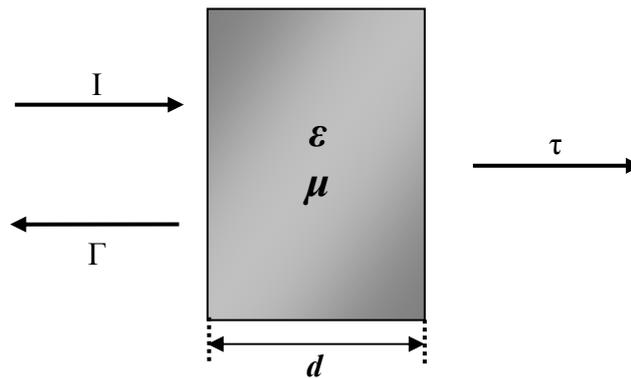


Figura 3.6. Placa dielétrica

Para a reflexão e transmissão em relação a essa placa dielétrica o coeficiente de reflexão Γ e coeficiente de transmissão τ são dados por

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma = \frac{\zeta - 1}{\zeta + 1} \frac{1 - \exp(2in'k_0d) \exp(-2n''k_0d)}{1 - \left(\frac{\zeta - 1}{\zeta + 1}\right)^2 \exp(2in'k_0d) \exp(-2n''k_0d)} \\ \tau = \frac{4\zeta}{(\zeta + 1)^2} \frac{\exp(in'k_0d) \exp(-n''k_0d)}{1 - \left(\frac{\zeta - 1}{\zeta + 1}\right)^2 \exp(2in'k_0d) \exp(-2in''k_0d)} \end{array} \right. \quad (3.15)$$

onde $k = nk_0$ e $\eta = \zeta\eta_0$. Ao fazermos $\zeta = 1$, teremos simplesmente $\Gamma = 0$ e $\tau = \exp(ik_0d)$. Quando $d \rightarrow \infty$ o problema reduz-se ao de uma simples interface entre dois meios: como $n'' > 0$, então:

$$\lim_{d \rightarrow \infty} [\exp(in'k_0d) \exp(-n''k_0d)] = 0$$

onde

$$\Gamma = \frac{\zeta - 1}{\zeta + 1} \rightarrow R = |\Gamma|^2 \quad (3.16)$$

recuperando-se a expressão (3.14). Nestas condições, não existe transmissão para um terceiro meio e, conseqüentemente, $\tau = 0$.

Nas Figuras 3.7 e 3.8 representa-se, respectivamente, a variação do módulo do coeficiente de reflexão Γ e do módulo do coeficiente de transmissão τ com o comprimento de onda para uma placa de metamaterial de espessura $d = 0.25$ mm. O modelo usado é o modelo de Lorentz que analisamos anteriormente.

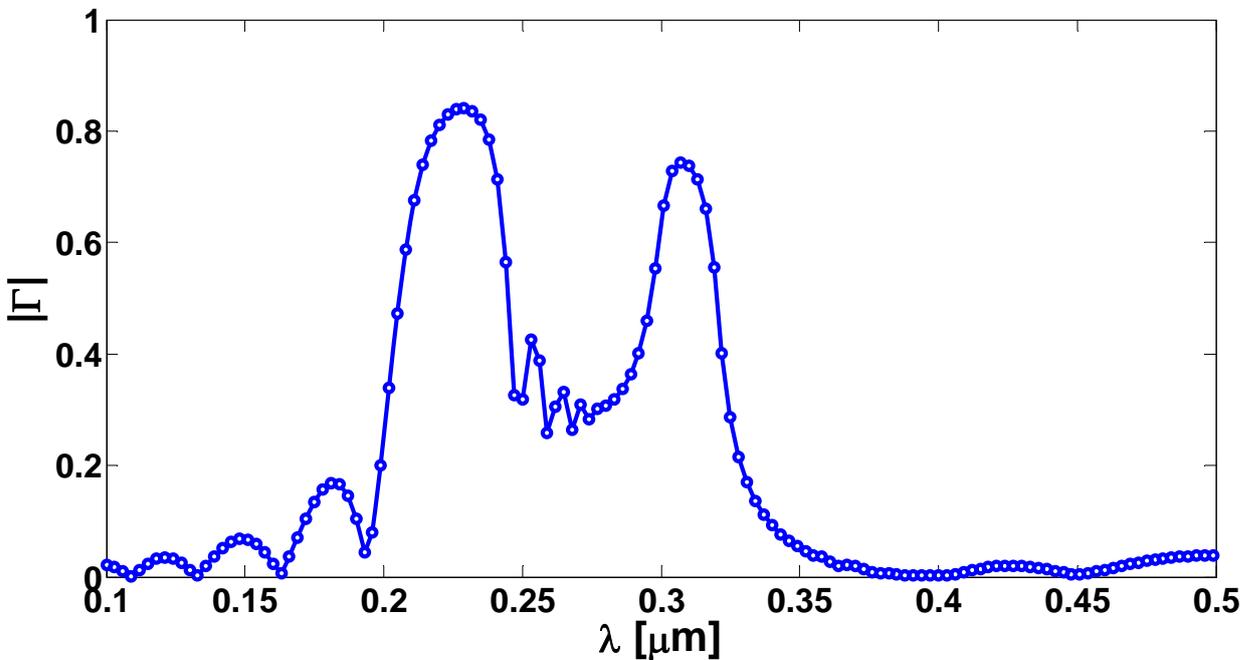


Figura 3.7. Variação do coeficiente de reflexão Γ numa placa metamaterial com $d = 0.25$ mm

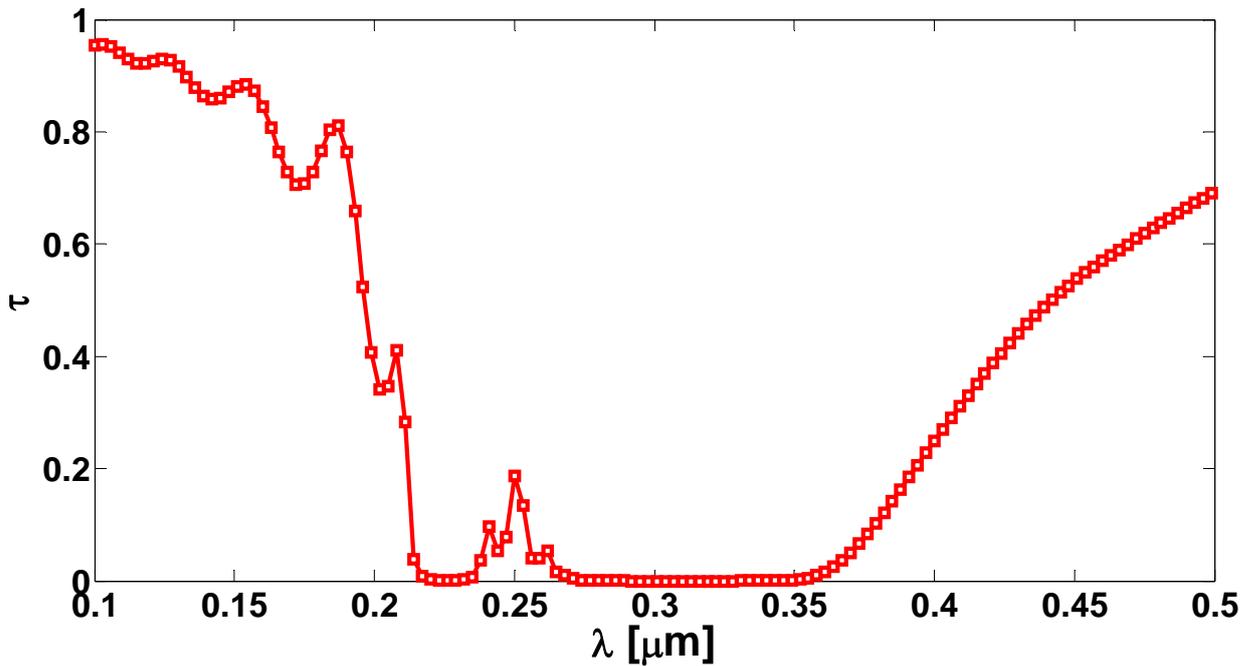


Figura 3.8. Variação de τ numa placa metamaterial com $d = 0.25\text{mm}$

3.5 Conclusões

Analisamos as características de propagação dos meios DNG, onde verificamos que estas não se mostram como nos meios convencionais DPS e demonstramos por um modelo clássico que o fato de que um meio tenha índice de refração negativo não implica que seja um meio duplamente negativo (DNG). Caracterizamos a dispersão num meio DNG, onde para este fim utilizamos o modelo de Lorentz. Estudamos as características resultantes de transmissão e reflexão em uma interface entre o ar e uma placa DNG.

Demonstramos que a região em que o índice de refração é negativo ou, de forma mais precisa, onde a parte real do índice de refração é negativo, correspondente a um meio do tipo NIR (negative index of refraction), é $\lambda_1 = 0.229 < \lambda < \lambda_2 = 0.309 \mu\text{m}$. Concluimos que esta região não coincide de forma exata com a região em que o material é DNG. A zona DNG é, efetivamente, apenas um subconjunto da região em que $n' < 0$, ou seja, da zona NIR. Nas duas zonas onde o material é SNG, verificamos que se trata de um meio NIR, isto é, com um índice de refração negativo não sendo, contudo, DNG.

Referências

- [1] V. G. Veselago, “The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ ”, *Sov. Phys. Uspekhi*, vol. 10, no. 4, pp. 509-514, 1968. [*Usp. Fiz. Nauk*, vol.92, pp.517-526, 1967].
- [2] Carlos Paiva, “Introdução ao metamateriais DNG”, versão 3, IST, 2006.
- [3] António L. Topa, Carlos R. Paiva and Afonso M. Barbosa, “Novel propagation features of double negative H-guides and H-guide couplers”, *Microwave and Optical Technology Letters* vol. 47, pp.185–190, October 2005.
- [4] R. W. Ziolkowski and E. Heyman, “Wave propagation in media having negative permittivity and permeability”, *Physics Review E.*, vol. 64, 06625, October 2001.
- [5] M. W. McCall, A. Lakhtakia, and W. S. Weiglhofer, “The negative index of refraction demystified”, *European Journal of Physics*, vol. 23, pp. 353-359, May 2002
- [6] Nader Engheta and Richard W. Ziolkowski, Eds., *Metamaterials: Physics and Engineerings Explorations*. Piscataway, NJ: IEEE Press/ Wiley, 2006.

Capítulo 4

Características de Transmissão e Biestabilidade Óptica em Acopladores de Metamateriais

4.1. Introdução

Dois guias próximos podem ser acoplados devido à penetração da luz de um guia para o outro. Este dispositivo fabricado a partir de materiais com índice de refração positivo preserva o sentido de propagação da luz e, possivelmente, por esta razão, é chamado de "acoplador direcional".

Recentemente algumas demonstrações experimentais de materiais novos compostos com um índice de refração negativo abrem um novo caminho no projeto de novos tipos de dispositivos onde ondas eletromagnéticas se propagam de um modo não-convencional.

A história de tais materiais inicia-se com o artigo de Veselago [1], o qual estuda a propagação de ondas em um hipotético material com, simultaneamente, permissividade dielétrica ϵ e permeabilidade magnética μ negativos. Tais meios são usualmente chamados de *metamateriais*, ou "*left-handed materials*" (LHM), hajam visto os campos elétrico e magnético formarem uma tríade à esquerda com o vetor de onda, ao contrário dos convencionais "*right-handed materials*" (RHM). Em 1968, Veselago predisse algumas propriedades dos metamateriais, incluindo refração negativa. Entretanto, as estruturas com ϵ e μ negativos não eram conhecidas até recentemente, quando as primeiras demonstrações experimentais de tais materiais foram feitas.

Uma das primeiras aplicações dos metamateriais foi sugerida por Pendry [2], o qual demonstrou que um slab composto por um material com índice de refração negativo e sem perdas poderia fornecer uma imagem perfeita de uma fonte pontual. Essa significativa melhora na resolução da imagem pode ser explicada pela excitação de ondas de superfície em

ambas as interfaces do slab. Portanto, faz-se importante estudar as propriedades de ondas de superfície nas interfaces entre a refração negativa e materiais convencionais [3].

4.2. A Biestabilidade óptica

As propriedades de transmissão de um acoplador direcional não linear coerente foram originalmente estudadas por Jensen [5], que concluiu que um acoplador composto por dois guias convencionais feitos de materiais homogêneos e não-lineares não é biestável.

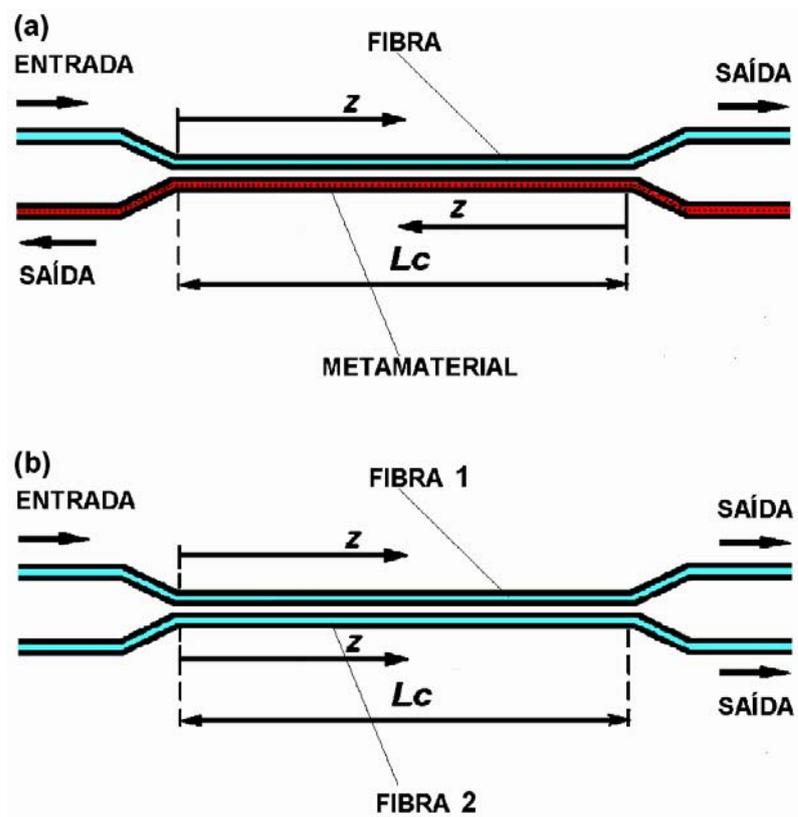


Figura 4.1. Esquema de um acoplador não linear com um guia metamaterial (a) e um acoplador tradicional (b). Em (a) um pulso do tipo secante hiperbólico é lançado inicialmente no guia convencional, o vetor de onda e o vetor de Poynting são paralelos neste guia e antiparalelos no guia metamaterial, ativando um acoplamento no sentido oposto ao dos acopladores direcionais convencionais (b).

A biestabilidade (ou multiestabilidade) é um fenômeno em que o sistema apresenta duas (ou mais) intensidades de saída para a mesma intensidade de entrada [6,7]. A biestabilidade óptica foi prevista e realizada experimentalmente em vários dispositivos

ópticos, como em ressoadores de Fabry-Perot não-linear [7], em camadas de estruturas periódicas como as Grades de Bragg [8] e em acopladores não-lineares com mecanismos de feedback externos [9-12].

Entretanto, se um dos guias de um acoplador é fabricado a partir de um material com índice de refração negativo, esse dispositivo age como um espelho [13] e por esta razão o acoplador não-linear metamaterial possui propriedades biestáveis [14] relacionadas com a dependência não exclusiva da transmitância (refletividade) sobre a potência da radiação de entrada. Essa biestabilidade ocorre devido ao mecanismo de feedback, ativado por uma propriedade fundamental dos metamateriais onde o vetor de onda e o vetor de Poynting possuem sentidos opostos.

Neste trabalho, analisamos os efeitos do perfil de automodulação de fase decrescente em um acoplador não linear que utiliza em um dos guias um metamaterial cujo índice de refração é negativo [1,15] e um material de índice de refração positivo convencional no outro guia, como mostrado na figura 1. Algumas propriedades de transmissão linear de uma estrutura óptica semelhante foram estudadas anteriormente por Alu e Engheta [13].

Adaptamos o conjunto de equações (7) e (8) ao nosso dispositivo de forma que estas passam a expressar a evolução de uma onda eletromagnética em um acoplador não linear metamaterial sem perda, considerando que a dispersão de velocidade de grupo é a mesma tanto no guia convencional quanto no guia metamaterial, podem ser descritas pelo seguinte sistema de equações [13, 26]:

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} + Q(z) |A|^2 A + CB = 0 \quad (4.1)$$

$$-i \frac{\partial B}{\partial z} - \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 B}{\partial T^2} + \gamma |B|^2 B + CA = 0 \quad (4.2),$$

onde β_2 é a dispersão de velocidade de grupo, γ é o parâmetro de não linearidade fixo no metamaterial, $Q(z)$ é o perfil linear de automodulação de fase decrescente, A e B são as amplitudes dos pulsos nos guias convencional e metamaterial respectivamente e C é a constante de acoplamento [4]. O sinal da primeira derivada da equação (12) representa o índice de refração negativo do metamaterial.

4.3. Resultados e Discussão

Neste trabalho cada acoplador possui um guia convencional com perfil de automodulação de fase decrescente, onde a dispersão cai suavemente de 1 até o valor final de η , de tal forma que o alargamento do sóliton pode ser comparado a um processo adiabático, onde o sóliton fundamental pode ser alargado com a propagação, sem perder suas características.

A figura 2, mostra os perfis lineares decrescentes de automodulação de fase $Q(z)$ para os valores de η utilizados em nosso dispositivo. Para os diferentes valores de η , utilizamos a expressão:

$$Q(z) = \frac{(1-\eta)z}{\eta Lc} + 1, \quad (4.3)$$

onde Lc é o comprimento do acoplador.

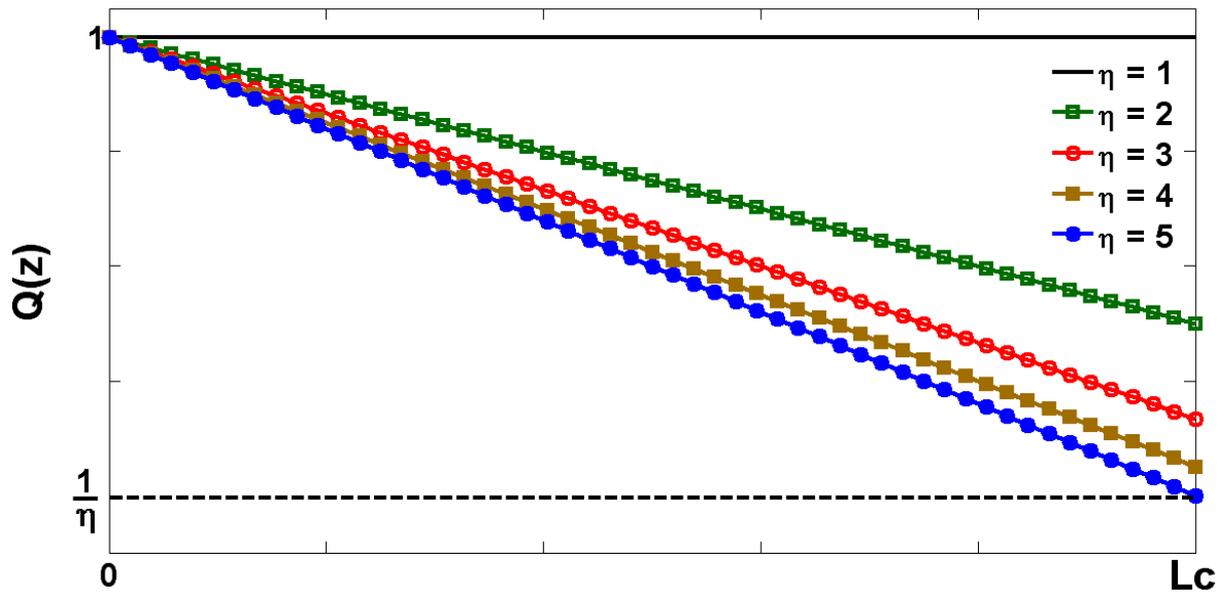


Figura 4.2. Perfis lineares decrescentes de automodulação de fase.

Primeiramente, excitamos a porta de entrada do guia 1 de um acoplador direcional tradicional com perfil decrescente de automodulação de fase, figura 1(b), com um pulso do tipo secante hiperbólico, dado pela expressão:

$$A = A_0 \operatorname{sech}(A_0 \tau), \quad (4.4)$$

com potência de pico igual a 5.85 W (figura 3(a)) e largura temporal de 1.7 ps. Fazendo o parâmetro $\eta = 5$, o perfil de automodulação de fase decresce até o valor final de $1/5$.

Observamos que o pulso acopla totalmente para o guia 2 (figura 3(b)) com uma potência de pico de 3.53 W e largura temporal de 2.5 ps, um alargamento de 0.8 ps em relação ao pulso de entrada.

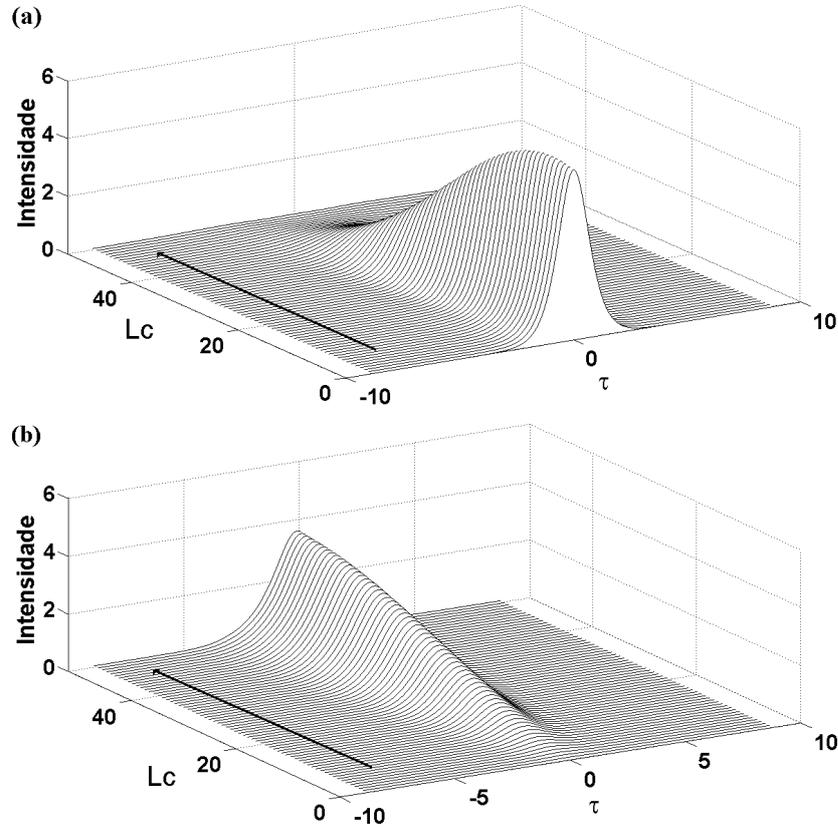


Figura 4.3. Propagação de um Sóliton em um acoplador direcional convencional com perfil de automodulação de fase decrescente no guia 1, com η variando de 1 a 5, onde τ e L_c representam o tempo em ps e o comprimento de acoplamento respectivamente. As setas indicam o sentido da propagação. Em (a), temos a propagação no guia 1 e em (b) propagação no guia 2.

Como era de se esperar a propagação ocorre no mesmo sentido durante o acoplamento.

O mesmo procedimento foi efetuado no acoplador metamaterial, figura 1(a), onde excitamos o guia convencional com um pulso do tipo secante hiperbólico. Variamos o parâmetro η de 1 a 5 ao longo do comprimento de acoplamento no guia convencional.

Inserimos um sóliton (equação 4. 4) com potência de pico igual a 5.85 W (figura 4(a)) e largura temporal de 1.7 ps no guia 1(convencional), onde concluímos que uma parte do pulso é transmitido com um pico de potência de aproximadamente 1 W, com um alargamento de 0.3 ps na saída do guia tradicional, em relação ao pulso de entrada. A outra parte é refletida

no guia metamaterial (figura 4(b)) com uma intensidade de pico de aproximadamente 4.7 W e largura temporal de 1.78 ps, com um alargamento de 0.08 ps, em relação ao pulso de entrada, na saída do acoplador metamaterial.

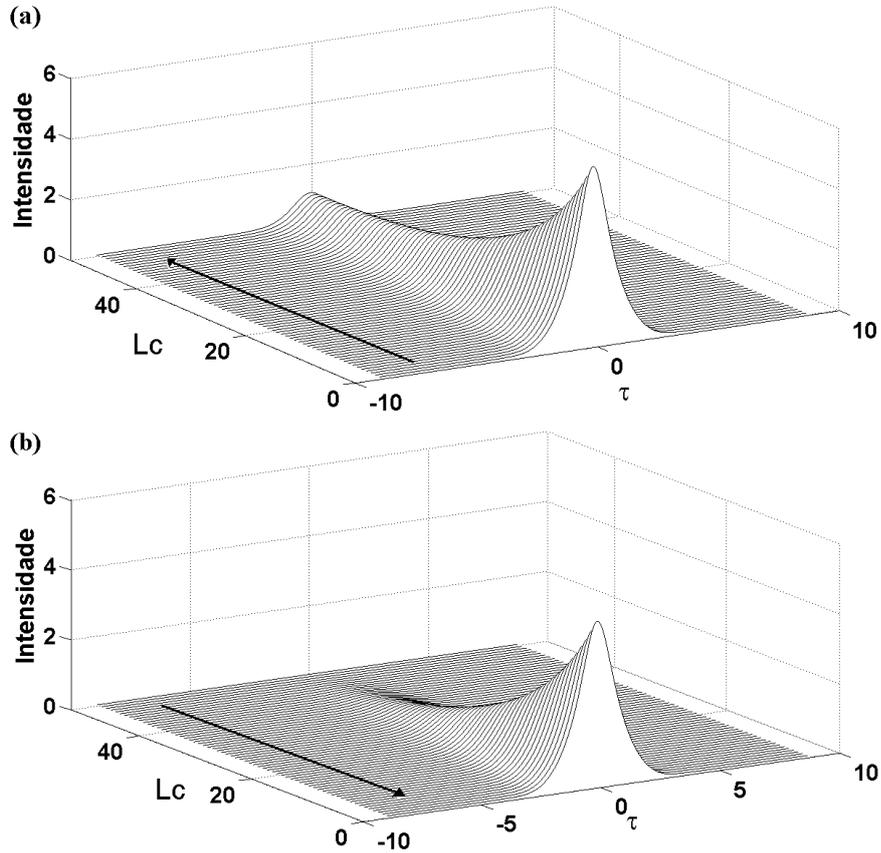


Figura 4.4. Propagação de um Sóliton em um acoplador metamaterial com perfil de automodulação de fase decrescente no guia tradicional, com η variando de 1 a 5, onde τ e L_c representam o tempo em ps e o comprimento de acoplamento respectivamente. As setas indicam o sentido da propagação. Em (a) podemos observar a transmissão ao longo do comprimento de acoplamento no guia convencional e em (b) a reflexão no guia metamaterial em sentido contrário.

Definimos então o fator de compressão C , obtido à medida que o pulso evolui ao longo dos acopladores, como a razão do pulso incidente pela largura do pulso após um passo h , dado por:

$$C_i = \frac{T_i(0)}{T_i(h)} = \frac{\tau_0}{\tau_i}, \quad (4.5)$$

onde $i = 1$ para o pulso chaveado no guia convencional e $i = 2$ para o pulso chaveado no guia 2 (convencional ou metamaterial).

No acoplador tradicional o pulso no guia 1 sofre um compressão seguida de um alargamento. No guia 2 o pulso acopla com mesma largura temporal do pulso no guia 1, sofre uma ligeira compressão e passa a alargar ao longo do guia até uma distância de acoplamento de aproximadamente 45 m após essa distância o pulso passa a se comprimir novamente mas não atinge a largura do pulso de entrada (ver figura 4.5a).

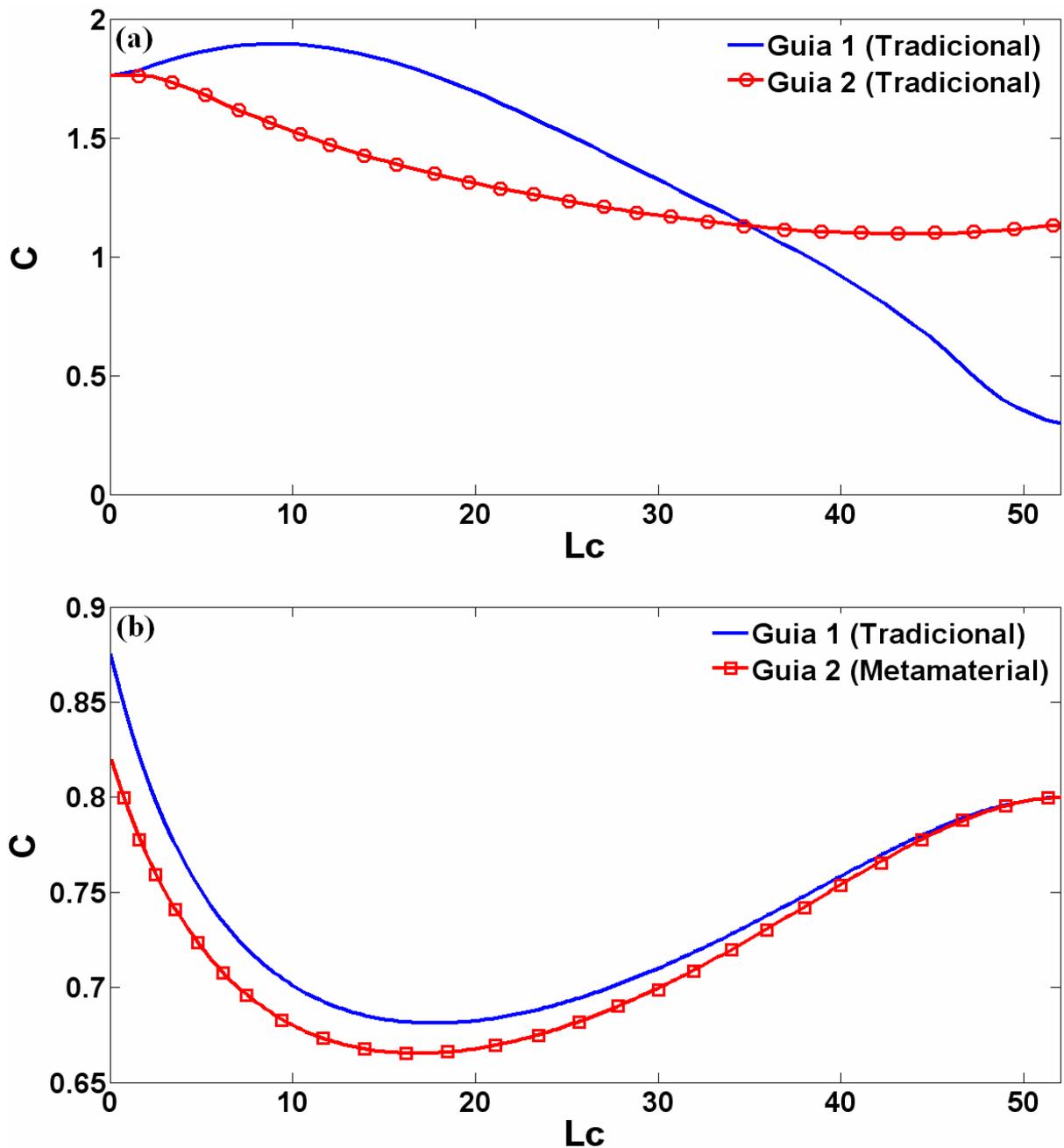


Figura 4.5. Fator de compressão: (a) Acoplador tradicional e (b) Acoplador Metamaterial.

A figura 4.5(b) mostra o fator de compressão para o acoplador metamaterial, onde efetuamos o mesmo procedimento do acoplador tradicional. Inserimos um pulso do tipo sóliton (equação 4.4) no guia convencional, onde podemos observar que o pulso, ao andar o primeiro passo dos métodos numéricos, sofre um alargamento que se acentua até uma distância de 17.5 m e após esta distância passa então a se comprimir chegando na saída do guia 1 (tradicional) com uma largura de aproximadamente 2 ps. No guia 2 (metamaterial) o pulso no início da propagação sofre um alargamento um pouco maior que no guia 1 (convencional) e após uma distancia 17.5 m o pulso passa a se comprimir atingindo uma largura temporal de 1.7 ps.

Fazendo um comparativo entre os dois acopladores, concluimos que ambos mantêm o formato do pulso, no entanto, o pulso sofre um alargamento maior para o acoplador tradicional.

Definimos a Transmissão nos guias, como a razão entre energia no final do acoplador no guia j pela a energia incidente no guia 1 (tradicional):

$$T_j = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |u_j(Lc, \tau)|^2 d\tau}{\int_{-\infty}^{+\infty} |u_1(0, \tau)|^2 d\tau}, \quad (4.6)$$

onde $j = 1, 2$, T_j é a transmissão no guia correspondente, Lc é o comprimento do acoplador e τ o tempo normalizado.

As integrais descritas na equação (4.6) são proporcionais à energia do pulso. Outra definição importante é a energia crítica. Ela é definida como a energia necessária para se obter uma transmissão de 50% no canal de incidência e 50% no canal cruzado.

As figuras 4.6(a) e 4.6(b) mostram as curvas de transmissão para os sólitons aplicados no guia 1, para os diferentes valores de η . Os pulsos de baixa potência têm um comportamento periódico com o eixo de propagação, ao se propagar Lc observamos que o pulso foi completamente acoplado para o guia adjacente, dependendo do tamanho do acoplador esse processo pode se repetir por várias vezes. Com o aumento da potência a eficiência de acoplamento diminui, levando um chaveamento somente de parte do pulso. Para valores de potência maiores que a potência crítica o período de oscilação diminui assim como

a eficiência do acoplador. Para este acoplador, obtivemos numericamente as potências críticas para os diferentes valores de η , que podem ser observadas na figura 4.7.

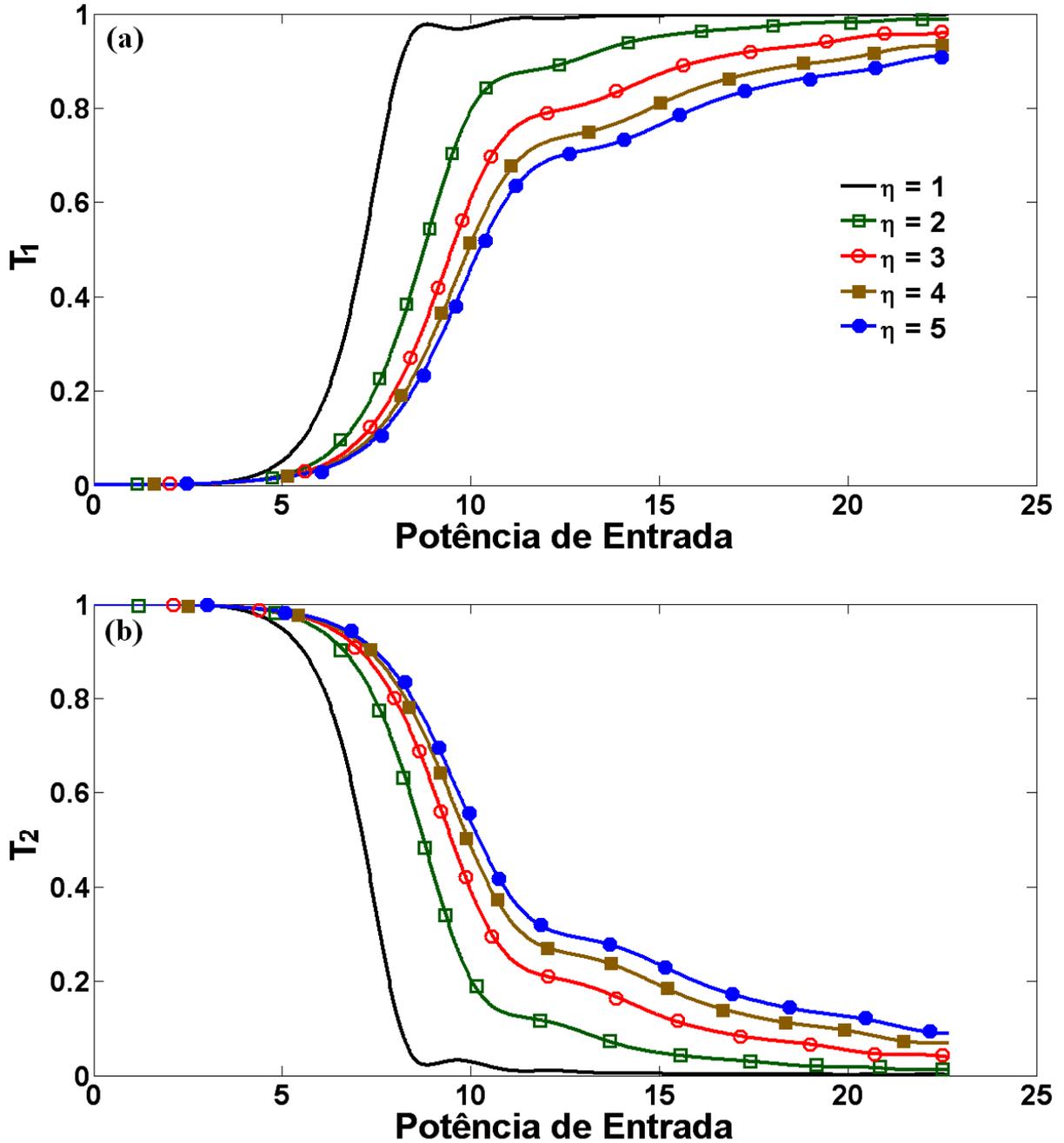


Figura 4.6. Características de transmissão em um acoplador duplo direcional convencional com perfil de automodulação de fase decrescente no guia 1. Em (a) temos a transmissão no guia 1 e em (b) temos a transmissão no guia 2.

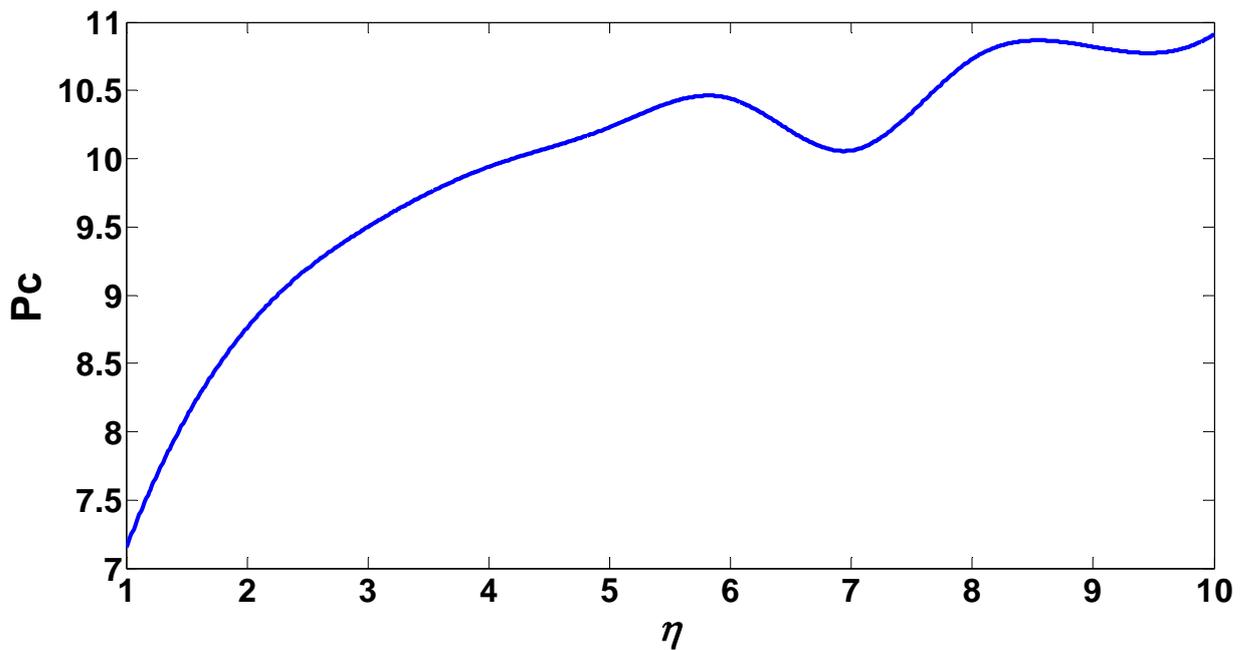


Figura 4.7. Potência crítica em função do parâmetro η em um acoplador convencional.

O mesmo procedimento foi efetuado no acoplador metamaterial, figura 4.1(a), onde excitamos o guia convencional com um pulso do tipo secante hiperbólico. Variamos o parâmetro η ao longo do comprimento de acoplamento no guia convencional. A figura 4.7 mostra as curvas de transmissão para o acoplador metamaterial, onde o vetor de onda e o vetor de Poynting são antiparalelos.

Excitamos a porta de entrada do guia tradicional do acoplador metamaterial com pulsos do tipo sóliton e variamos a amplitude de entrada A_0 . Esse guia possui perfil de automodulação de fase decrescente com o parâmetro de não linearidade η variando de 1 a 5 ao longo do seu comprimento.

Para o acoplador metamaterial sem perfil, $\eta = 1$, a potência crítica encontrada está em torno de 9.57 W. Para o acoplador com parâmetro $\eta = 2$, o perfil de automodulação decresce de 1 a 1/2 e sua potência crítica aumenta 4.8 W em relação ao acoplador de referência. Para $\eta = 3$ a potência crítica do dispositivo sofre um aumento de 7.01 W em relação ao acoplador de referência. Por fim, para os acopladores com parâmetros $\eta = 4$ e $\eta = 5$ a potência crítica do dispositivo aumenta em relação ao acoplador de referência de 8.08 e 8.86 W respectivamente (ver figura 4.9).

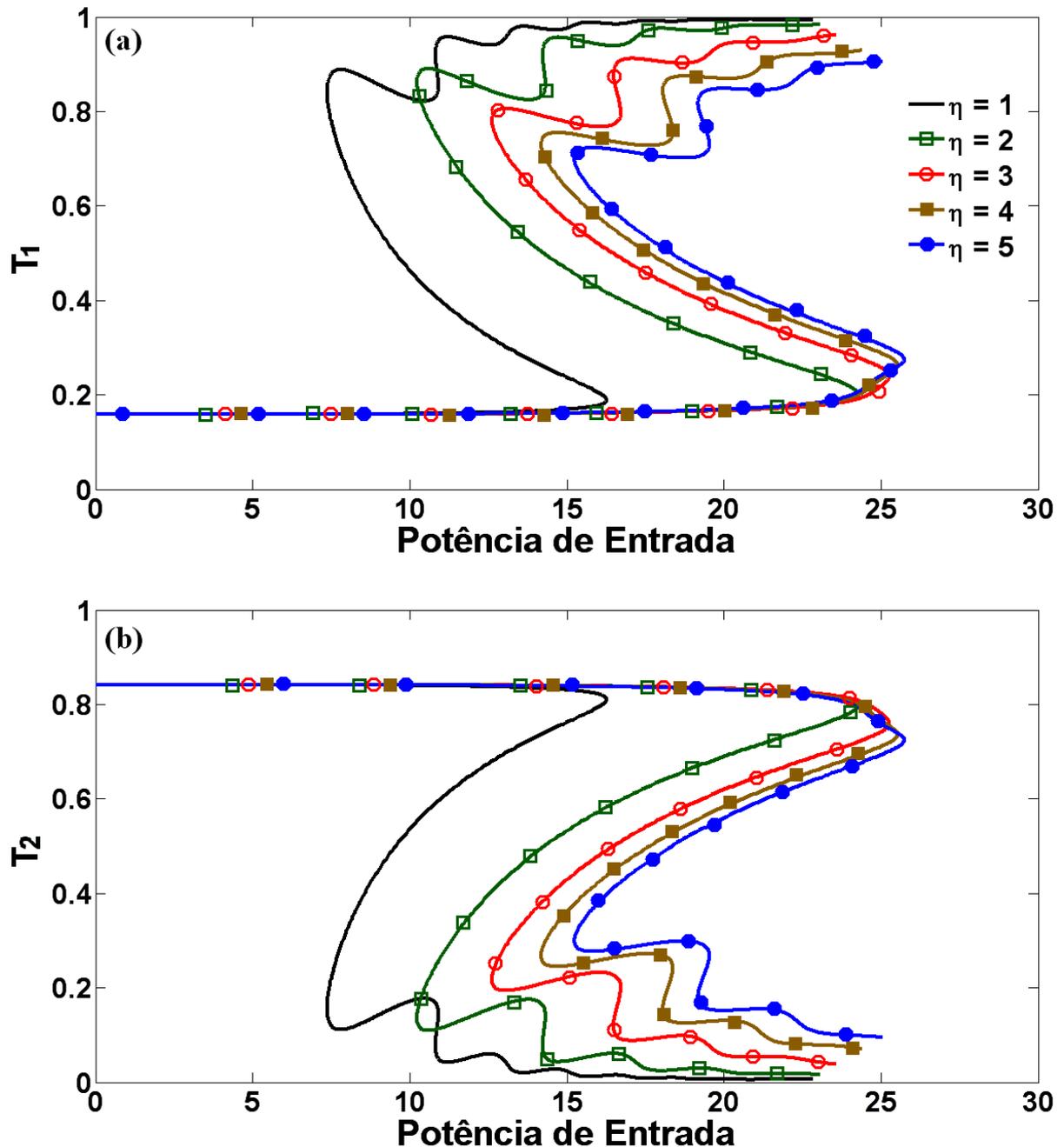


Figura 4.8. Características de transmissão em um acoplador metamaterial com perfil de automodulação de fase decrescente no guia 1. Em (a) temos a transmissão no guia 1 (convencional) e em (b) temos a reflexão no guia 2 (metamaterial).

Podemos observar um comportamento biestável nas curvas, onde para potências acima das potências críticas de cada acoplador, a maior parte da energia de entrada se concentra no guia convencional.

No caso em questão, um acoplador óptico metamaterial passa a apresentar características biestáveis, devido à presença de um metamaterial em um dos guias, sem a presença de um meio perturbado periodicamente ou de um mecanismo de feedback externo.

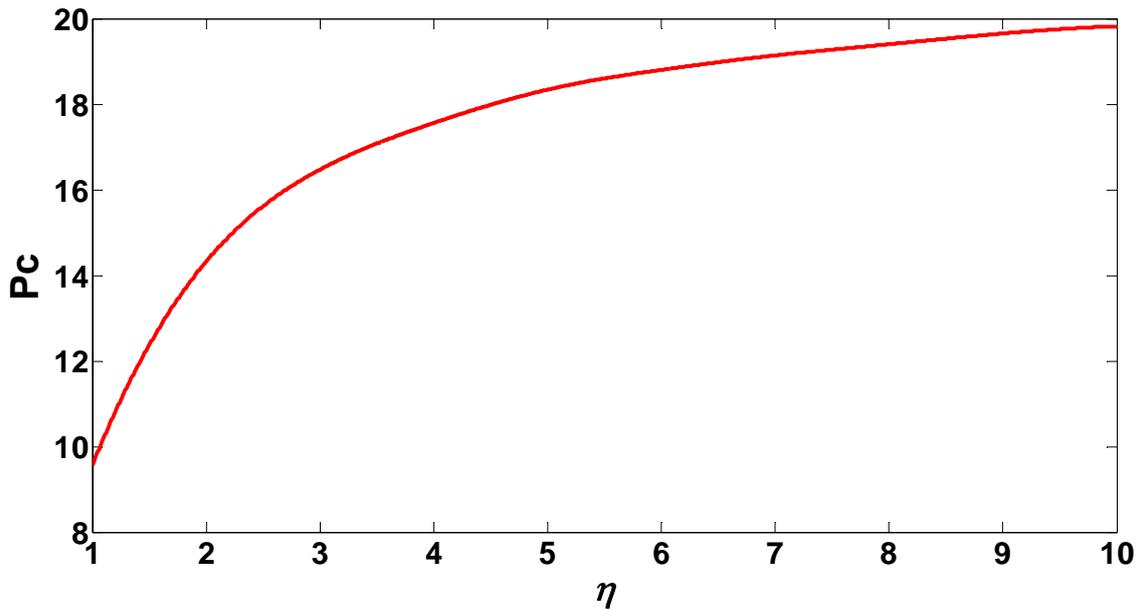


Figura 4.9. Potência crítica P_c em função do parâmetro de automodulação de fase η em um acoplador metamaterial.

O fenômeno de Biestabilidade Óptica é uma denominação geral para um grande número de fenômenos estáticos e dinâmicos que resultam da integração entre a não-linearidade e a retro-alimentação do sistema. Um sistema opticamente biestável é aquele que pode exibir simultaneamente dois estados estacionários de emissão, de reflexão ou de transmissão para a mesma intensidade de bombeio.

Em sistemas puramente ópticos (como as cavidades) a biestabilidade pode ser induzida por fenômenos não-lineares como a dispersão e/ou a absorção do meio intracavidade. Estes comportamentos não-lineares isoladamente, ou associados, permitem a formação de um comportamento biestável. Um exemplo simples deste dispositivo é o interferômetro Fabry-Perot contendo em sua cavidade um material cujo índice de refração varia com a intensidade da luz incidente (efeito Kerr). A retro-alimentação do sistema induz a um ganho diferencial, de forma que a luz que sai da cavidade muda mais rapidamente que o bombeio, resultando numa curva de histerese para as intensidades dos campos incidente e transmitido (ou refletido). Este tipo de dispositivo também pode ser operado com dois feixes, sendo que um deles controla o ganho do outro, constituindo um transistor óptico de três portas [25]. A figura 14 mostra as curvas de biestabilidade óptica para os correspondentes valores de η , em função da potência de entrada no dispositivo.

Para a análise da região de histerese, definimos os principais parâmetros de um dispositivo biestável que são as potências críticas de subida P_s e de descida P_d e a diferença entre elas. Estes valores são úteis quando se deseja utilizar um dispositivo periódico como chaveador não-linear totalmente óptico.

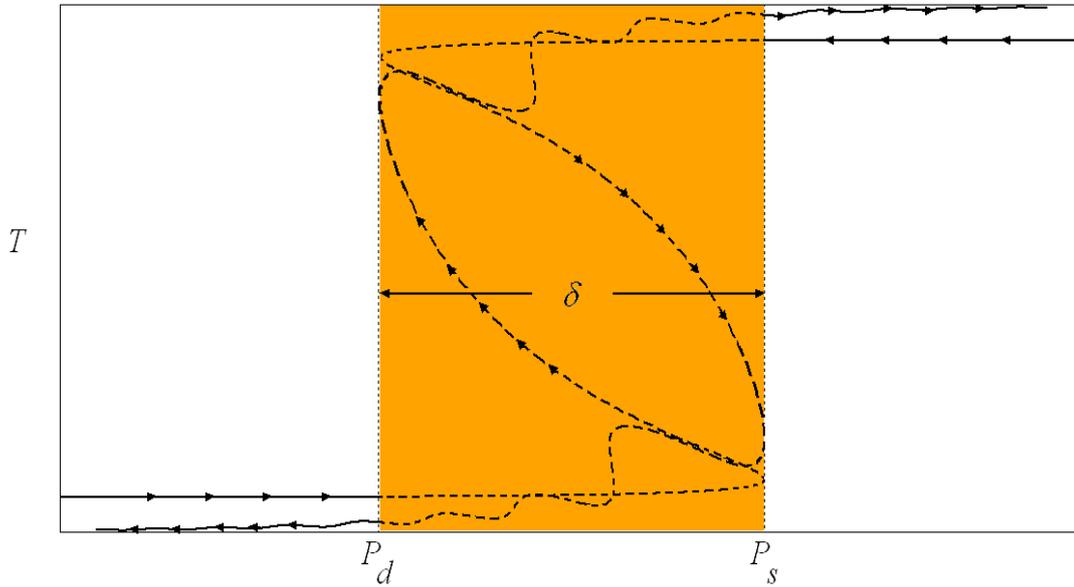


Figura 4.10. Esquema do cálculo da região de histerese de um acoplador metamaterial, onde P_d representa a potência de descida, P_s a potência de subida e δ é o delta de histerese determinado como $\delta = P_s - P_d$.

Chamamos a primeira potência onde passa a acontecer a biestabilidade de potência de descida P_d e a segunda onde a região biestável tem sua maior potência de potência de subida P_s , como mostrado na figura 13, sendo a diferença entre elas o delta de histerese ou delta de potência $\delta = P_s - P_d$.

Demonstramos numericamente que o acoplador metamaterial apresenta uma maior ou menor região de histerese com o decaimento da automodulação de fase. Quando aumentamos o parâmetro de auto-modulação de fase η do acoplador metamaterial a um valor de aproximadamente 2.13 o delta de histerese tem um aumento máximo entorno de 14.03 W. A partir deste ponto o delta de histerese diminui (ver figura 4.11).

A figura 4.11 exhibe as curvas de biestabilidade calculadas para os diferentes valores de η . Utilizamos para cada dispositivo um valor de η fixo que faz com que o perfil de automodulação de fase decaia a medida que o pulso se propaga no comprimento Lc do acoplador (ver a figura 4.2). Para $\eta=1$, observamos uma região de menor delta de histerese.

Para $\eta=2$, percebemos que o delta de histerese aumenta e deste ponto em diante o delta de histerese diminui suavemente para os demais valores de η . Este resultado pode ser observado na figura 4.12, que mostra o comportamento do delta de histerese em relação ao parâmetro de automodulação de fase.

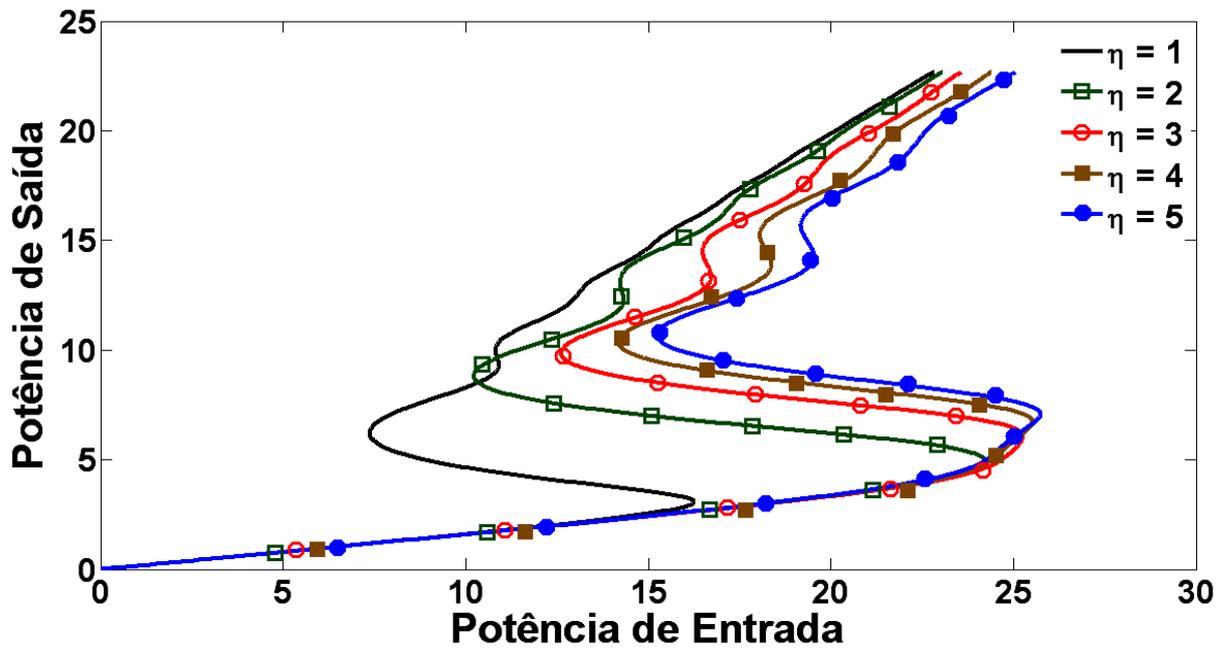


Figura 4.11. Curvas de biestabilidade óptica em acopladores metamateriais para os cinco valores de η .

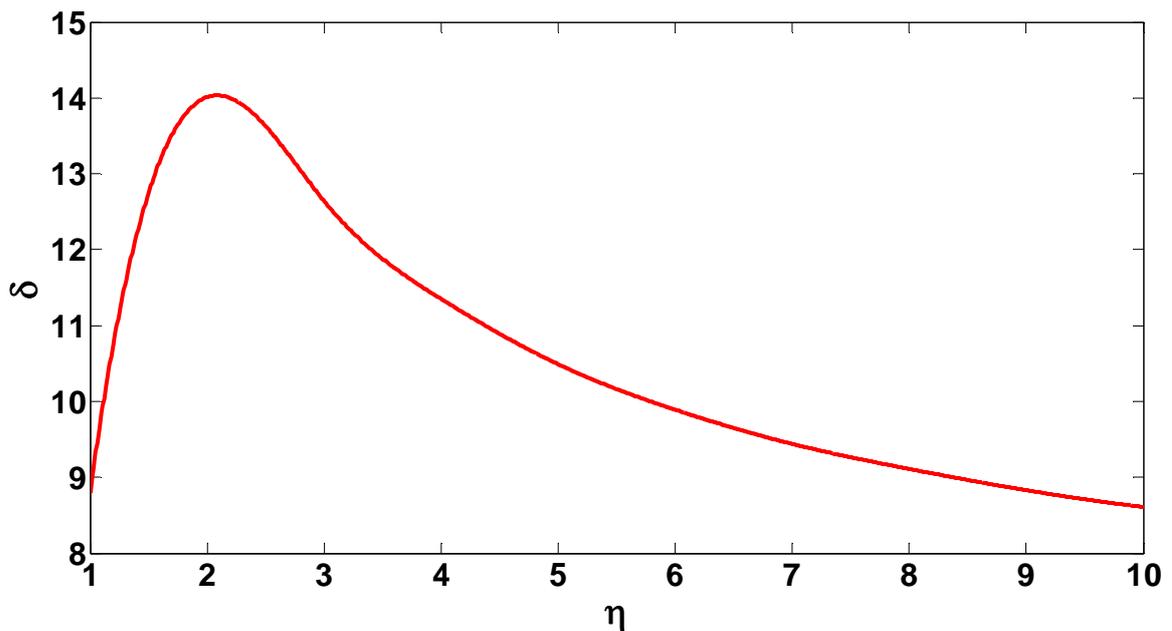


Figura 4.12. Delta de histerese (δ) em função do parâmetro η .

Dispositivos opticamente multiestáveis podem ser úteis para aplicações em memórias de multiestados totalmente ópticas, conversores analógicodigitais e em sistemas que usam acesso múltiplo por divisão de código (CDMA) de pulsos.

O primeiro passo em qualquer sistema óptico é gerar um feixe de bits digital no transmissor óptico, na forma de um trem de pulsos ópticos codificados, tal que ele contenha toda a informação no correspondente sinal elétrico. Resulta que a conversão de um feixe de bits do domínio elétrico para o óptico pode ser levada em vários formatos diferentes. Semelhante a um sistema de comunicação elétrico pode-se escolher uma das opções de modular a amplitude, frequência ou fase da portadora óptica. O formato de modulação ASK multinível, também conhecido como chaveamento *on-off*, possui dois níveis de amplitude codificados digitalmente.

Esses níveis podem ser representados pela presença (estado *on*) ou ausência de luz (estado *off*). Para isto definimos o coeficiente de extinção em um chaveamento *on-off*, podendo ser definido como o cociente entre a energia de saída no estado *on*, pela energia de saída no estado *off*, dado pela expressão:

$$Extinction - Ratio = XR = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |A(Lc)|^2 dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} |B(Lc)|^2 dt}, \quad (4.7)$$

onde a taxa de extinção em dB é:

$$X(R) = 10 \log_{10} XR \quad (4.8).$$

Para os acopladores em questão definimos como estado *on* o guia 1 excitado e o estado *off* o guia 2 não excitado e verificamos as saídas de cada guia. A figura 4.13 mostra as taxas de extinção para cada acoplador (convencional) em função do parâmetro η . Observamos que para todos os perfis o coeficiente de extinção tem praticamente o mesmo valor inicial de aproximadamente -60 dB e passa a crescer rapidamente com o aumento da potência de entrada o que não é verificado nos acopladores metamateriais.

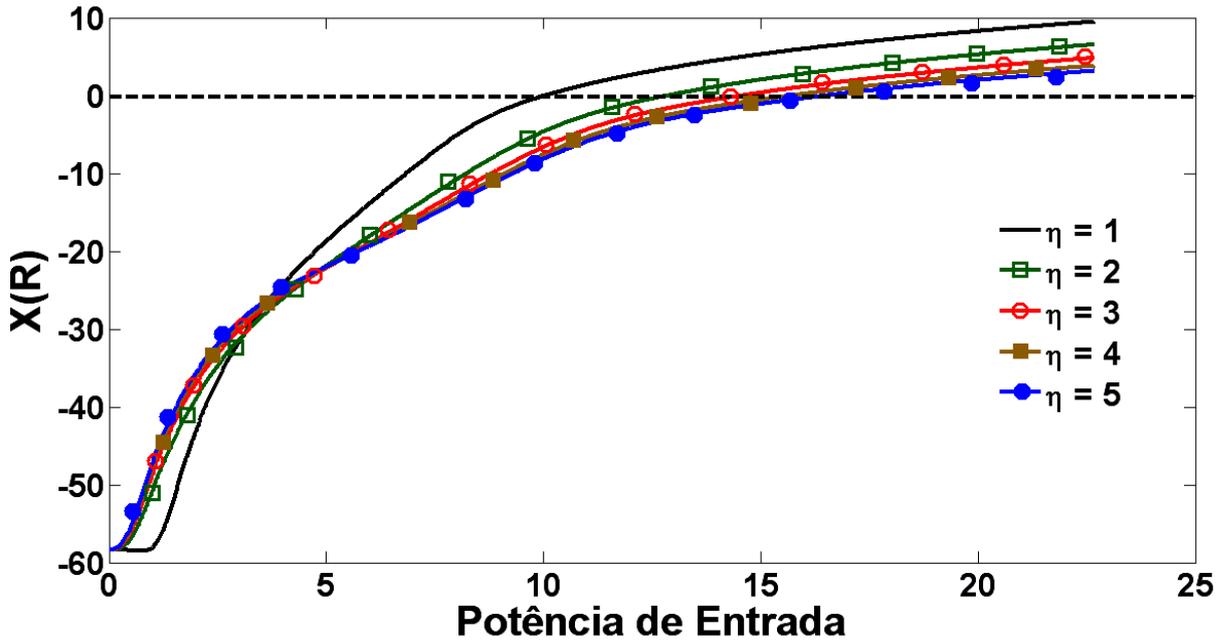


Figura 4.13. XR (Coeficiente de Extinção) em dB para os para os acopladores tradicionais com os respectivos valores de η , em função da potência de entrada no dispositivo.

A figura 4.14 mostra as taxas de extinção para cada acoplador metamaterial em função do parâmetro η . Observamos que para todos os perfis o coeficiente de extinção tem praticamente o mesmo valor de -7.16 dB para potências de entrada de 0 a 16.17 W. Para o perfil com $\eta = 5$, a maior parte da energia se concentra no guia 2.

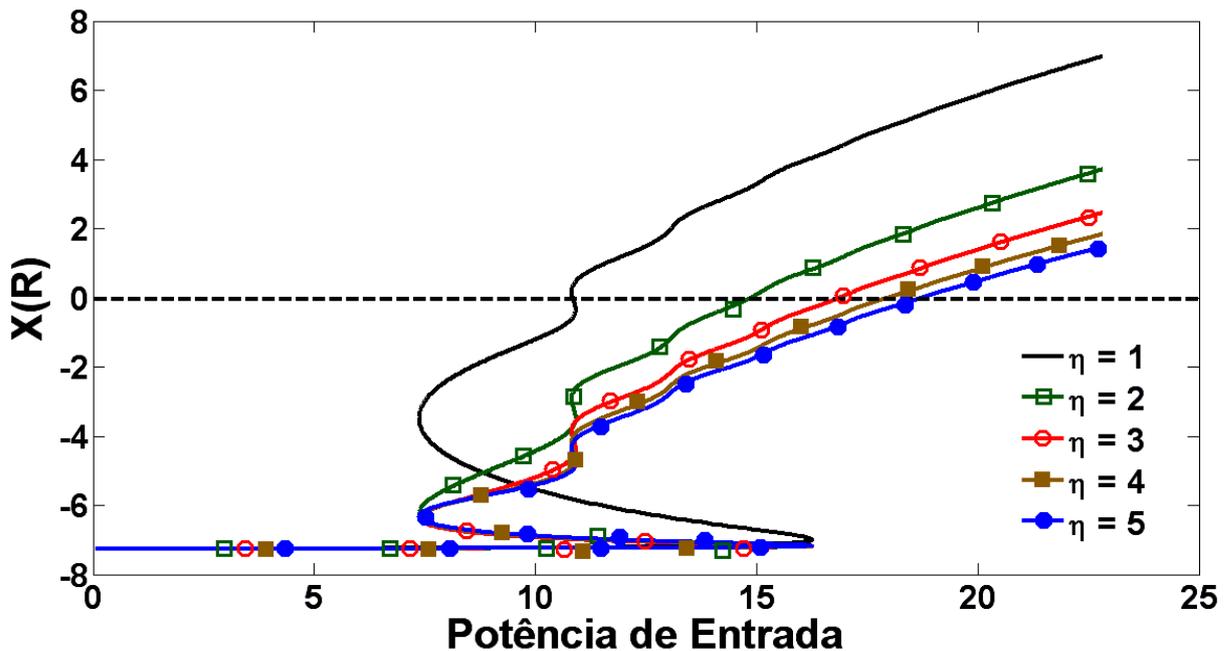


Figura 4.14. XR (Coeficiente de Extinção) em dB para os para os acopladores metamateriais com os respectivos valores de η , em função da potência de entrada no dispositivo.

4.4. Conclusões

Verificamos as características de transmissão e potência crítica, onde concluímos que a presença do guia metamaterial no acoplador, aumenta a potencia crítica do dispositivo. Analisamos os resultados do acoplamento em sentido contrário entre os modos de propagação, ativado pela propriedade básica dos metamateriais, com velocidade de fase antiparalela ao vetor de Poynting, resultando na biestabilidade ou multiestabilidade óptica no acoplador metamaterial, e esta biestabilidade ou a multiestabilidade óptica depende do parâmetro de não linearidade. Esses efeitos não têm analogias com os acopladores convencionais compostos de guias uniformes (homogêneos).

Analisamos a região de histerese e concluímos pela análise numérica, que esta depende do perfil de automodulação de fase do dispositivo. Esta região poderá nos dar resultados bem interessantes, pois com seu completo domínio, poderemos implementar futuramente, dispositivos de memória, conversores analógicos digitais entre outros dispositivos usando apenas o acoplador.

Algumas das obras recentes de Stockman [23, 24] têm desencadeado intensos debates sobre a possibilidade da existência de materiais com um índice de refração negativo e de perda zero. Sem entrar na discussão deste problema, notemos que as suposições feitas neste trabalho poderão admitir a existência de perdas, que serão analisadas posteriormente.

Apesar dos metamateriais não existirem de forma natural, manipulações deste tipo de estrutura tem sido amplamente realizadas e estudadas em laboratório na região das microondas, e quem sabe futuramente passem a ser compatíveis a altas frequências.

Estudos futuros dos fenômenos aqui analisados podem levar a dispositivos com características próprias e aplicações até mesmo em sistemas que usam acesso múltiplo por divisão de código (CDMA) de pulsos, utilizando este tipo de acoplador em vez de uma grade de bragg ou algum outro dispositivo periódico ou de feedback externo.

Referências

- [1] V.G. Veselago. “The Electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ ”. Sov. Phys. Usp. Vol. 10, pp. 509-514. 1968.
- [2] J.B. Pendry. “Negative refraction makes a perfect lens”. Phys. Rev. Lett. Vol 85, pp. 3966-3969. 2000.
- [3] H. Torres-Silva, C. Villarroel, P.H. Sakanaka and N. Reggiani. “Electromagnetic properties of a chiral plasma medium”. Pramana Journal of Physics. Vol 49, pp. 431-442. 1997.
- [4] S. M. Jensen. "The Nonlinear Coherent Coupler". IEEE Journal of Quantum Electronics, Vol. QE-18, páginas: 1580-1583(1982).
- [5] S. M. Jensen, IEEE J. Quantum Electron. **18**, 1580 (1982).
- [6] *Optical Bistability*, edited by C. Bowden, M. M. Ciftan, and H. Robl (Plenum, New York, 1981).
- [7] H. M. Gibbs, *Optical Bistability* (Academic Press, Orlando, FL, 1985).
- [8] H. G. Winful, J. H. Marburger, and E. Garmire, Appl. Phys. Lett. **35**, 379 (1979).
- [9] G. I. Stegeman, G. Assanto, R. Zanon, C. T. Seaton, E. Garmire, A. A. Maradudin, R. Reinisch, and G. Vitrant, Appl. Phys. Lett. **52**, 869 (1988).
- [10] S. Dubovitsky and W. H. Steier, IEEE J. Quantum Electron. **28**, 585 (1992).
- [11] C. Thirstrup, IEEE J. Quantum Electron. **31**, 2101 (1995).
- [12] D. Artigas, F. Dios, and F. Canal, J. Mod. Opt. **44**, 1207 (1997).
- [13] A. Alu and N. Engheta, in *Negative-Refraction Metamaterials*, Ed. by G. V. Eleftheriades and K. G. Balmain (Wiley, New York, 2005).
- [14] N. M. Litchinitser, I. R. Gabitov, and A. I. Maimistov, arXiv:0705.0361v2 [physics.optics]; Phys. Rev. Lett. **99**, 113902 (2007).
- [15] V. M. Shalaev, Nature Photonics **1**, 41 (2007).
- [16] T. Pacitti, C. P. Atkinson. Programação e métodos computacionais. Editora Livros Técnicos e científicos S. A, volume 2, 2ª edição.
- [17] G. P. Agrawal, Nonlinear Fiber Optics, Academic Press, San Diego, 1989.
- [18] Jonh M. McCormick, Mario G. Salvadori Métodos Numéricos em Fortran. Editora Polígono, capítulo 7(1971).
- [19] W. Cai, U. K. Chettiar, H.-K. Yang, et al., Opt. Express **15** (6), 3333 (2007).

- [20] V. M. Agranovich, Y. R. Shen, R. H. Baughman, and A. A. Zakhidov, *Phys. Rev. B* **69** (16), 165112 (2004).
- [21] V. M. Agranovich and Yu. N. Gartshstein, *Usp. Fiz. Nauk* **176** (10), 1051 (2006).
- [22] A.C. Peacock and G.R. Broderick. "Guided modes in channel waveguides with a negative index of refraction". *Optics Express*. Vol. 11, pp. 2502-2510. 2003.
- [23] M. I. Stockman, arXiv: cond-mat/0611350v1.
- [24] M. I. Stockman, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 177404 (2007).
- [25] D. A. B. Miller, C. T. Seaton and S. D. Smith, "Optical Bistability and Transphasor Action in Semiconductors,"*Proc. SPIE*, 236, 435-440, *Proc. Soc. Photo-Opt. Instr. Eng.* (1980).
- [26] N. M. Litchinitser, I. R. Gabitov, A. I. Maimistov, "Optical Bistability in a Nonlinear Optical Coupler with a Negative Index Channel," *Phys. Rev. Lett. PRL* **99**, 113902 (2007).

Capítulo 5.

Conclusões Finais e Perspectivas Futuras

Nesta dissertação nós enquadrámos os meios DNG no conjunto dos meios complexos. Analisou-se a componente real e a componente complexa da permeabilidade, da permissividade e do índice de refração, verificando-se que, para estes meios, o índice de refração é negativo. Analisamos as características de propagação dos meios DNG, onde verificamos que estas não se mostram como nos meios convencionais DPS e demonstramos por um modelo clássico que o fato de que um meio tenha índice de refração negativo não implica que seja um meio duplamente negativo (DNG). Caracterizamos a dispersão num meio DNG, onde para este fim utilizamos o modelo de Lorentz. Estudamos as características resultantes de transmissão e reflexão em uma interface entre o ar e uma placa DNG.

Demonstramos que a região em que o índice de refração é negativo ou, de forma mais precisa, onde a parte real do índice de refração é negativo, correspondente a um meio do tipo NIR (negative index of refraction), é $\lambda_1 = 0.229 < \lambda < \lambda_2 = 0.309 \mu m$. Concluimos que esta região não coincide de forma exata com a região em que o material é DNG. A zona DNG é, efetivamente, apenas um subconjunto da região em que $n' < 0$, ou seja, da zona NIR. Nas duas zonas onde o material é SNG, verificamos que se trata de um meio NIR, isto é, com um índice de refração negativo não sendo, contudo, DNG.

Verificamos as características de transmissão e potência crítica, onde concluimos que a presença do guia metamaterial no acoplador, aumenta a potencia crítica do dispositivo. Analisamos os resultados do acoplamento em sentido contrário entre os modos de propagação, ativado pela propriedade básica dos metamateriais, com velocidade de fase antiparalela ao vetor de Poynting, resultando na biestabilidade ou multiestabilidade óptica no acoplador metamaterial, e esta biestabilidade ou a multiestabilidade óptica depende do parâmetro de não linearidade. Esses efeitos não têm analogias com os acopladores convencionais compostos de guias uniformes (homogêneos).

Analisamos a região de histerese e concluimos pela análise numérica, que esta depende do perfil de automodulação de fase do dispositivo. Esta região poderá nos dar resultados bem interessantes, pois com seu completo domínio, poderemos implementar

futuramente, dispositivos de memória, conversores analógicos digitais entre outros dispositivos usando apenas o acoplador.

Algumas das obras recentes de Stockman [23, 24] têm desencadeado intensos debates sobre a possibilidade da existência de materiais com um índice de refração negativo e de perda zero. Sem entrar na discussão deste problema, notemos que as suposições feitas neste trabalho poderão admitir a existência de perdas, que serão analisadas posteriormente.

Apesar dos metamateriais não existirem de forma natural, manipulações deste tipo de estrutura tem sido amplamente realizadas e estudadas em laboratório na região das microondas, e quem sabe futuramente passem a ser compatíveis a altas frequências.

Estudos futuros dos fenômenos aqui analisados podem levar a dispositivos com características próprias e aplicações até mesmo em sistemas que usam acesso múltiplo por divisão de código (CDMA) de pulsos, portas lógicas ópticas, entre outros, utilizando um acoplador metamaterial em vez de uma grade de bragg ou algum outro dispositivo periódico ou de feedback externo.

APÊNDICE A

PRODUÇÃO CIENTÍFICA

CONFERÊNCIAS NACIONAIS

ESTUDO DO IMPACTO DA AUTOMODULAÇÃO DE FASE E BIESTABILIDADE ÓPTICA EM ACOPLADORES METAMATERIAIS

A. G. COELHO Jr, H. H. B. Rocha , M. G. da Silva , A. S. B. Sombra
XXVIII Encontro de Físicos do Norte e Nordeste / ID: 208-1
Novembro 09-11 Teresina-Piauí-Brasil(2010).

ESTUDO DO DESEMPENHO DE PERFIS DE APODIZAÇÃO EM FILTROS DE BRAGG DE FIBRAS ÓPTICAS.

A.G. Coelho Jr, M.G. da Silva e A. S. B. Sombra
XXVIII Encontro de Físicos do Norte e Nordeste / ID: 208-2
Novembro 09-11 Teresina-Piauí-Brasil(2010).

TRABALHOS SUBMETIDOS EM REVISTAS INTERNACIONAIS

STUDY OF CHARACTERISTICS OF TRANSMISSION, OPTICAL BISTABILITY AND HYSTERESIS REGION IN METAMATERIALS COUPLERS WITH DECREASING SELF-PHASE MODULATION PROFILE

A.G. Coelho Jr, A. J. M. Sales, H. H. B. Rocha, A.C.Ferreira, M.G.da Silva and A. S. B. Sombra
Subjected to Optical and Quantum Electronics (November 2010)

APÊNDICE B

SPLIT STEP

Soluções numéricas de propagação de pulsos em meios dispersivos e não-lineares podem ser obtidas através do método split-step, onde parte do cálculo é efetuado com auxílio da Transformada Rápida de Fourier FFT[1]. Os efeitos dispersivos são calculados no domínio das frequências, por outro lado os efeitos não-lineares no domínio temporal. Para obter o cálculo numérico exato devemos multiplicar os resultados obtidos nos dois domínios. A equação de propagação de um campo $A(z, T)$ em um meio dispersivo e não linear é[2]:

$$\frac{\partial A(z, T)}{\partial z} = (\hat{D} + \hat{N})A(z, T) \quad (\text{A.1})$$

onde \hat{D} e \hat{N} são operadores responsáveis pelos os efeitos de dispersão e não-linearidade, respectivamente. No caso dos pulsos ópticos que se propagam submetidos aos efeitos de perda, dispersão de segunda ordem e auto-modulação de fase, para este caso a equação (A.1) é chamada de equação não-linear de Schrödinger, onde os operadores \hat{D} e \hat{N} são:

$$\hat{D} = -\frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2}{\partial T^2} - \frac{\alpha}{2} \quad (\text{A.2})$$

$$\hat{N} = i\gamma |A(z, T)|^2 \quad (\text{A.3})$$

Em geral os efeitos dispersivos e não-lineares atuam simultaneamente ao longo da fibra. O método split-step obtém uma solução aproximada, admitindo que durante a propagação de $A(z, T)$ para $A(z + h, T)$, onde h é o passo, os operadores atuam um de cada vez. Assim essa propagação ocorre em duas etapas, na primeira analisamos somente os efeitos não-lineares, e depois os efeitos dispersivos. Matematicamente podemos dizer que:

$$A(z + h, T) \cong \exp(h\hat{D})\exp(h\hat{N})A(z, T) \quad (\text{A.4})$$

Os cálculos da exponencial $\exp(h\hat{D})$ é feito no espaço recíproco de Fourier, usando a seguinte descrição:

$$\exp(h\hat{D})B(z, T) = \{F^{-1} \exp[h\hat{D}(i\omega)]F\}B(z, T) \quad (\text{A.5})$$

onde F é a transformada de Fourier, $\hat{D}(i\omega)$ é obtido a partir de (A.2) substituindo os operadores $\partial/\partial T$ por $i\omega$, onde ω é a frequência no domínio de Fourier. Usando o FFT faz com que possamos calcular (A.5) rapidamente. Isso faz com que o split-step seja um método duas vezes mais rápido do que o método de diferenças finitas.

Para estimar a precisão do split-step, devemos observar que a solução exata é dada pela equação (A.1):

$$A(z+h, T) = \exp[h(\hat{D} + \hat{N})]A(z, T) \quad (\text{A.6})$$

Considere \hat{N} independente de z . Usando a identidade de Baker-Hausdorff, e o fato de que $h(\hat{D} + \hat{N})$ comuta com $h(\hat{N} + \hat{D})$, obtemos então:

$$\exp(h\hat{D})\exp(h\hat{N}) = \exp\left[h(\hat{D} + \hat{N}) + \frac{h^2}{2}[\hat{D}, \hat{N}] + \frac{h^3}{12}[\hat{D} - \hat{N}, [\hat{D}, \hat{N}]] + \dots\right] \quad (\text{A.7})$$

Supondo que h é muito pequeno, o que leva a $h \gg h^2$. Podemos considerar somente os termos de primeira ordem, desprezando os termos de ordem mais alta:

$$A(z+h, T) \cong \exp(h\hat{D})\exp(h\hat{N})A(z, T) \quad (\text{A.8})$$

Esta equação é básica do split-step, onde primeiro atua o operador \hat{N} , e logo depois o operador \hat{D} , independente um do outro.

Pela equação (A.7) o erro é da ordem de h^2 , que é a precisão do método, onde o operador erro é:

$$\hat{\epsilon} = \frac{\hbar^2}{2} [\hat{D}, \hat{N}] \quad (\text{A.9})$$

No espaço recíproco de Fourier o operador diferencial $\partial/\partial T$ é substituído por $-i\omega$, como pode ser visto diretamente da definição de transformada de Fourier:

$$\frac{\partial B(z, T)}{\partial T} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} -i\omega B(z, \omega) \exp(-i\omega T) d\omega \quad (\text{A.10})$$

No caso da propagação de pulsos ópticos o operador de dispersão se transforma em:

$$\hat{D}(i\omega) = \frac{i}{2} \beta_2 \omega^2 - \frac{\alpha}{2} \quad (\text{A.11})$$

O introduzindo as transformações no fator dispersivo a equação (A.8) pode ser expressa na seguinte forma:

$$A(z+h, T) \cong \{F^{-1} \exp(h\hat{D})F\} \exp(h\hat{N})A(z, T) \quad (\text{A.12})$$

onde F^{-1} é a transformada inversa de Fourier. A equação (A.12) é a base para a estrutura de um algoritmo computacional, onde inicialmente se aplica a não-linearidade, depois calcula a transformada de Fourier, em seguida se aplica a dispersão no espaço recíproco e por último retornamos ao espaço temporal através da transformada inversa de Fourier. O resultado desse procedimento é uma propagação do pulso para um dado comprimento h . Podemos testar a convergência do método testando os valores de h cada vez menores até não obter um resultado convergente.

Referências

- [1]. G. P. Agrawal, Nonlinear Fiber Optics, Academic Press, San Diego, 1989.
- [2]. Jonh M. McCormick, Mario G. Salvadori Métodos Numéricos em Fortran. Editora Polígono, capítulo 7(1971)..
- [3]. Numerical recipes in C: The art of scientific computing. Cambridge University press (1988).
- [4]. Paul L. DeVries, A first course computational Physics, John Wiley & Sons, New York, (1994).

APÊNDICE C

RUNGE KUTTA

Os métodos de Runge (Carl D. T. Runge) e Kutta (Martin W. Kutta) são dos mais antigos já utilizados para solucionar equações diferenciais. Todas as fórmulas do método são destinadas à resolução de

$$y' = f(x, y) \quad (\text{B.1})$$

,ou seja, procuram exprimir y_{i+1} em termos de y_i [1,2].

Os métodos de Runge-Kutta admitem como forma genérica a seguinte expressão:

$$y_{i+1} = y_i + \sum_{j=1}^m a_j k_j \quad (\text{B.2})$$

Sendo m a ordem do método, os temos a_j constantes e os k_j são produtos da amplitude do passo, h , pela função $f(x, y)$. O método de Range-Kutta pode ser utilizado para obter soluções completas e precisas. O método de quarta ordem apresenta precisão de $(h)^5$. Este método pode ser usado para produzir soluções precisas de um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem. A forma da equação de Runge-Kutta de quarta ordem é dada pela expressão:

$$\begin{cases} K_1 = hf(x_i, y_i) \\ K_2 = hf\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{K_1}{2}\right) \\ K_3 = hf\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{K_2}{2}\right) \\ K_4 = hf(x_i + h, y_i + K_3) \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \quad (\text{B.4})$$

Um ponto importante que devemos ressaltar quanto a este método de quarta ordem é que ele conduz as soluções bastante precisas, para um passo de amplitude relativamente grande, apesar de se tratar de um método de passo único.

Para conseguir as soluções de transmissão e as características de transmissão e chaveamento, utilizamos Runge-Kutta de Quarta ordem.

Referências

- [5]. T. Pacitti, C. P. Atkinson. Programação e métodos computacionais. Editora Livros Técnicos e científicos S. A, volume 2, 2ª edição.
- [6]. Paul L. DeVries, A first course computational Physics, John Wiley & Sons, New York, (1994). W. H. Press e S. A. Teukolsky, computers in Phys. Vol 6,

APÊNDICE D

MODELO DE LORENTZ E A FUNÇÃO DIELÉTRICA

No modelo fenomenológico de Lorentz considera-se um meio não magnético polarizável como um conjunto de osciladores mecanicamente independentes, distribuídos de maneira isotrópica no espaço. Em cada átomo, um elétron ligado sofre a ação de uma força restauradora proporcional à distância da carga ao ponto de equilíbrio e seu movimento é amortecido por uma força proporcional a sua velocidade. A propagação de uma onda eletromagnética através desse meio pode ser representada por um campo elétrico variando harmonicamente com o tempo. Considera-se apenas o campo elétrico porque $\frac{v}{c} \ll 1$ para elétrons atômicos e moleculares, sendo portanto desprezível a interação associada a indução magnética.

Trata-se assim de um modelo estritamente clássico com a equação de movimento dos elétrons correspondendo a equação de um oscilador harmônico amortecido e forçado pelo campo da onda eletromagnética. Detalhes do modelo, conexões com as equações de campo e definições das grandezas características do meio podem ser encontradas por exemplo em [1] e [5] e o tratamento matemático do oscilador harmônico em [1]. A seguir apenas explicitamos de forma resumida as equações que consideramos interessantes para o nosso propósito.

Considerando um oscilador em uma dimensão temos a equação de movimento é dada por:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{eE'}{m}, \quad \text{D.1}$$

onde $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$, $\gamma = \frac{b}{m}$ e E' é o campo incidente sobre a carga, dado por:

$$E' = E + \eta P, \quad \text{D.2}$$

onde P é a polarização do material, ηP a contribuição dos arredores do oscilador e $\hat{E} \propto \exp(-i\omega t)$ é o campo da onda incidente, suposta monocromática. Com isso as soluções de (D.1) são do tipo:

$$\hat{x}(t) = \frac{eE'_0}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} \exp(-i\omega t), \quad \text{D.3}$$

onde E'_0 é a amplitude do campo E' .

A susceptibilidade χ do material é definida através da relação constitutiva

$$P = \chi E \quad \text{D.4}$$

e relaciona-se com a “constante” dielétrica ε por

$$\varepsilon = 1 + 4\pi\chi. \quad \text{D.5}$$

Mostramos a seguir que o Modelo de Lorentz prevê que ε é uma função complexa da frequência da onda incidente e dos parâmetros do oscilador. De fato, se N é o número de osciladores por unidade de volume, com carga e , a equação D.3 nos permite calcular a polarização,

$$P(t) = N \cdot e \cdot x(t).$$

Da expressão harmônica para \hat{E} e de D.2 e D.3 obtemos a relação

$$\hat{\chi}[-\omega^2 - i\gamma\omega + \omega_0^2] = [1 + \eta\hat{\chi}] \frac{\left[\frac{4\pi N e^2}{m} \right]^2}{4\pi}.$$

Definindo $\omega_p = 4\pi Ne^2 / m$ (denominada de frequência de plasma) e introduzindo um frequência efetiva¹

$$\omega_l^2 \equiv \omega_0^2 - \left(\frac{\eta}{4\pi}\right)\omega_p^2,$$

podemos obter a função dielétrica D.5:

$$\hat{\varepsilon} = 1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_l^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}.$$

Vemos que de fato trata-se de uma função complexa da frequência da onda incidente com partes real e imaginária dadas por

$$\text{Re}\{\hat{\varepsilon}(\omega) - 1\} = \frac{\omega_p^2(\omega_l^2 - \omega^2)}{(\omega_l^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \quad \text{D.6}$$

$$\text{Im}\{\hat{\varepsilon}(\omega)\} = \frac{\omega_p^2\gamma\omega}{(\omega_l^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2} \quad \text{D.7}$$

Como discutido em detalhes nos livros de Eletromagnetismo a parte imaginária de $\hat{\varepsilon}(\omega)$ é associada a absorção da onda incidente pelo meio e observa-se um pico de absorção na frequência de ressonância efetiva, região essa caracterizada por uma diminuição da parte real da função dielétrica (dispersão anômala).

¹ Para os gases a contribuição das fronteiras do oscilador pode ser desprezada, logo podemos considerar $\eta = 0$. Portanto_ para essa ampla classe de dielétricos a frequência efetiva, ω_l , pode ser aproximada pela própria frequência natural ω_0 .

Referências

- [1]. G. Arfken, *Mathematical Methods for Physicists*. Academic Press (New York 1970).
- [2]. F. W. Byron Jr e R W Fuller, *Mathematics of Classical and Quantum Physics* (Dover New York 1992).
- [3]. R. W. Christy, “*Classical Theory of Optical Dispersion*” Am. Journal of Physics, **40**_(1972) 1403.
- [4]. D. Ito, *Introdução a Teoria das Relações de Dispersão*, Instituto de Física Teórica – IFT, São Paulo (1961).
- [5]. J. D. Jackson, *Eletrodinâmica Clássica* (Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1983).

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)