UNIVERSIDADE DO GRANDE RIO
“Prof. José de Souza Herdy”

WILLIAN DA SILVA LEAL

O ENSINO DE ALGORITMOS NO ENSINO MÉDIO: POR QUE NÃO?

Duque de Caxias

2009

WILLIAN DA SILVA LEAL

O ENSINO DE ALGORITMOS NO ENSINO MÉDIO: POR QUE NÃO?

Projeto de pesquisa apresentado, como requisito parcial para elaboração da Dissertação do Curso de Mestrado em Ciências na Educação Básica.

Orientador: Prof. Dr. Abel Rodolfo Garcia Lozano

Co-Orientador: Profª. Drª. Jacqueline de Cássia Pinheiro Lima

Duque de Caxias

2009

CATALOGAÇÃO NA FONTE/BIBLIOTECA – UNIGRANRIO

L435e Leal, Willian da Silva.

O ensino de algoritmos no ensino médio: por que não? / Willian da Silva Leal. – 2009.

97 f. : il. ; 30 cm.

Dissertação (mestrado em Ensino de Ciências na Educação Básica) – Universidade do Grande Rio "Prof. José de Souza Herdy", Escola de Educação, Ciências, Letras, Artes e Humanidades, 2009.

"Orientador: Prof. Abel Rodolfo Garcia Lozano."

"Co-Orientadora: Prof.ª Jacqueline de Cássia P. Lima."

Bibliografia: p. 64-67.

1. Educação. 2. Educação básica – Recursos de rede de computadores. 3. Matemática – Estudo e ensino. 4. Modelos matemáticos. 5. Teoria dos grafos. 7. Computação – Matemática. 8. Algoritmos. I. Lozano, Abel Rodolfo. II. Lima, Jacqueline de Cássia P. III. Universidade do Grande Rio "Prof. José de Souza Herdy". IV. Título.

CDD –370

WILLIAN DA SILVA LEAL

O ENSINO DE ALGORITMOS NO ENSINO MÉDIO: POR QUE NÃO?

Dissertação apresentada à Universidade do Grande Rio "Prof. José de Souza Herdy", como parte dos requisitos parciais para a obtenção do grau de mestre em Ensino das Ciências na Educação Básica.

Aprovado em: 16 de novembro de 2009

Banca Examinadora:

Prof. Abel Rodolfo Garcia Lozano, D. Sc.

Profª. Jacqueline de Cássia Pinheiro Lima, D. Sc.

Profª. Christina Fraga Esteves Maciel Waga, D. Sc.

Ao meu filho Willian
Fitzgerald, que por várias
vezes, durante a sua
infância, disputou a minha
atenção com os diversos
livros.

Aos meus pais, nos quais
me apoio para ter coragem
de prosseguir na luta diária
e à minha irmã que amo e é
uma parceira pra todas as
horas.

Agradeço aos Professores Abel
Rodolfo Garcia Lozano, Jacqueline
de Cássia Pinheiro Lima e
pelas sugestões e incentivo.

Resumo

Esta pesquisa investiga, por meio de uma estratégia de ensino concreta, a viabilidade do ensino dos algoritmos no Ensino Médio, através de uma oficina com atividades de ensino, indicando a possibilidade de desenvolvê-lo através de uma atividade extraclasse e extracurrículo, tomando como referencial a aplicação dos algoritmos, através de conceitos associados à Teoria dos Grafos como técnica de Modelagem Matemática. Esta atividade foi desenvolvida com alunos do Ensino Médio de uma escola pública federal, e de uma escola da rede privada localizada no centro de Duque de Caxias, onde algumas facilidades e dificuldades foram demonstradas pelos participantes, no processo de construção do conhecimento, integrando assim, dados de uma pesquisa bibliográfica e os resultados obtidos na atividade proposta, e geraram assim, um estudo acerca de uma proposta motivadora de ensino-aprendizagem dos algoritmos e consequentemente da Modelagem Matemática. O desenvolvimento do pensamento algorítmico, das técnicas de Modelagem Matemática e dos conceitos da Matemática Discreta são imprescindíveis ao desenvolvimento da Matemática, portanto da ciência e da tecnologia. No mundo informatizado em que vivemos, faz-se necessário o desenvolvimento cognitivo dos indivíduos. A introdução, de forma educacional, proporcionaria aos cidadãos a aptidão necessária para viver, ativamente em um mundo fundamentado nos procedimentos sequenciais e interligados de forma lógica, o que caracteriza o Algoritmo.

Palavras chave: Algoritmo, Modelagem Matemática, Teoria dos Grafos.

Abstract

This research investigates, through a strategy of teaching practice, the possibility of teaching algorithms in high school, by a workshop with teaching activities, indicating the possibility of developing it through an extra class and extra curriculum activity, having as reference the application of algorithms, using concepts associated with the Theory of Graphs and Mathematical Modeling technique. This activity was developed with students from federal public school in Duque de Caxias a and a private school located in the center of Duque de Caxias, where some facilities and difficulties have been demonstrated by the students in the process of knowledge construction, integrating data from a literature search and the results obtained in the proposed activity, and producing, in this way, a study on a proposed reason of teaching and learning algorithms and hence the mathematical modeling. The development of algorithm thought, mathematical modeling techniques and the concepts of discreet mathematics is essential in the development of mathematics, then science and technology. In a computer world where we live in, it is necessary the individual's cognitive development. The introduction, in education, would give citizens the ability to live actively in a world based on sequential procedures and interconnected in a logical way which characterizes the algorithm.

Keywords: Algorithm, Mathematical Modeling, Theory of Graphs.

SUMÁRIO

1 Introdução

Em seu livro *Projeto de Pesquisa* de 2007, Creswell aponta que:

> Na pesquisa de ciência social aplicada, os problemas surgem a partir de questões, dificuldades e práticas correntes. E ainda, um problema de pesquisa é a questão que existe na literatura, em teoria ou na prática, que resulta na necessidade do estudo. O problema de pesquisa em um estudo começa a tornar-se claro quando o pesquisador pergunta "Qual é a necessidade deste estudo?" ou "Que problema influenciou a necessidade de fazer este estudo?" (p. 93-94).

Para responder tal indagação, ressaltamos que hoje em dia, observa-se cada vez mais o avanço tecnológico, nas mais diversas atuações do ser humano, sobretudo na computação e na engenharia. Mas será que esse avanço tecnológico poderia acontecer de forma mais rápida e eficiente?

Será que podemos afirmar que é precária a habilidade de muitos estudiosos das ciências, no que tange a resolução de problemas, já que tais especialidades são promovidas através do desenvolvimento cognitivo para esta atividade requerida no cotidiano?

Assim, observamos que este estudo passa a ser a atribuição principal do aprendizado de programação em cursos de computação e engenharia, através do desenvolvimento de algoritmos coerentes e corretos, permitindo assim, formalizar a resolução de um determinado problema através do desenvolvimento de um programa para auxiliar estes profissionais em suas atividades.

Segundo Bassanezi, 2006:

> ... procedimento construtivo conduz ao que se convencionou chamar de *Matemática* Aplicada, e teve início declarado (nas ciências não-físicas) no começo do século XX, ganhando força após a segunda guerra mundial com o interesse marcado pelo aprofundamento das pesquisas na busca da teorização em campos mais diversos (p. 18)

Principalmente a partir da segunda Guerra Mundial, a criação dos computadores e o desenvolvimento das técnicas de comunicação, a sociedade tecnológica passou e passa por contínuas transformações, e como componentes deste cenário de mudanças, aparecemos nós, os professores de Matemática.

Nós ficamos com um sentimento de angústia e preocupação, já que, desta forma, convivemos com a dificuldade de definir os conteúdos mínimos básicos de Matemática necessários aos nossos alunos, para progredirem neste mundo tecnológico de constantes mudanças, para que possam se enquadrar e assim melhor atuar no novo milênio que teve início.

Definir de que forma a Matemática pode contribuir com o desenvolvimento tecnológico, bem como enumerar as habilidades básicas necessárias ao indivíduo, é uma tarefa difícil que nos é atribuída.

É claro que resolver problemas é a principal razão para o estudo da Matemática, sobretudo a resolução de problemas não textuais. O indivíduo deve ser capaz de chegar a conclusões a partir de um dado conjunto de condições e de justificar seu pensamento, por meio de uma validação de seu processo de solução de um determinado problema.

Através de modelos, ou por meio de fatos conhecidos e argumentos lógicos. Sobretudo, o indivíduo precisa aprender a identificar padrões e fazer conjecturas, ou até mesmo usar contra-exemplos para invalidar uma conjectura apresentada.

A tecnologia mudou muito nas últimas décadas, mas o computador, um dos principais avanços desta, sempre baseada nos conceitos da máquina de Turing, esta, idealizada por Alan Turing, é um modelo abstrato de um computador, contudo, baseia-se apenas e tão somente, nos aspectos lógicos de seu funcionamento, como memória, transições e estados.

Com o intuito de servir como divulgador de idéias relacionadas a este tema, e mostrar por meio de uma experiência de ensino concreta que os conceitos de algoritmos, tão importantes para o desenvolvimento tecnológico, podem ser implementados no currículo do Ensino Médio, de uma forma mais eficiente.

Sobre a relação da Matemática e o avanço da computação, Jurkiewicz (2002) mostra que:

> O pensamento algorítmico pode e deve ser introduzido de forma educacionalmente pertinente de maneira a fornecer às sociedades do século XXI, não programadores (embora também), mas cidadãos aptos a viver num mundo onde a cultura dos procedimentos sequenciais se torna rapidamente um padrão. (p. 158)

Sendo assim, nos veio a pergunta: A tecnologia futura poderá evoluir sem o conhecimento aprimorado da Matemática, com seu pensamento lógico, dedutivo, com suas teorias sobre decibilidade, e seu pensamento algorítmico?

Muitas vezes, os cursos de Fundamentos de Programação, demonstram grande dificuldade por parte dos alunos, em compreender e desenvolver seus conteúdos. Esta deficiência está diretamente ligada à dificuldade de assimilar as abstrações necessárias.

O precário ensino de lógica Matemática, no que tange principalmente ao ensino de algoritmos no ensino médio, que muitas vezes é ignorado como componente curricular ou ocorre apenas como repetição de passos memorizados, não valorizando desta forma o pensamento algorítmico em sobre a mecanização de um processo algorítmico, pode justificar tais dificuldades demonstradas pelos alunos.

Assim, enfatizamos o questionamento: Será que se negarmos a uma geração o acesso ao pensamento algorítmico, teremos a continuidade do avanço tecnológico nos padrões esperados? Ou então: Será que se permitirmos a disseminação do pensamento de que a informática é o início do avanço tecnológico e não a Matemática, que com os seus conceitos, abstrações, procedimentos lógicos, linguagem codificada, etc., teremos no futuro indivíduos capazes de transcender a tecnologia existente e criar novas tecnologias?

É inegável que a utilização de tecnologia para o aprendizado da Matemática é importante, contudo, defendemos, nesta pesquisa, que aprender Matemática é pré-requisito para que se possam obter habilidades para desenvolver novas ferramentas, aprender e criar novas tecnologias.

Nesta dissertação, vamos mostrar estratégias de ensino concreta, relacionada ao ensino de algoritmos, viabilizado por meio da oficina desenvolvida, que indica a possibilidade de desenvolvê-lo extraclasse e extracurrículo, no ensino médio, com ênfase em algoritmos relacionados à teoria dos grafos.

Ao analisar alguns livros de História da Matemática como Boyer (1996) e Eves (1997), podemos notar que há uma ligação direta entre a solução de problemas e a formulação de algoritmos, com isso vamos posteriormente mostrar alguns destes algoritmos formulados ao longo da história, desde o surgimento da palavra Algoritmo.

E ainda, como um dos objetivos deste trabalho é divulgar conceitos relacionados a algoritmos, iremos desenvolver alguns tópicos relacionados como o próprio conceito de algoritmos, seus elementos, classificações, descrições, e outros aspectos técnicos.

A principal razão do desenvolvimento desse trabalho é a necessidade de que os alunos do Ensino Médio possam ter um contato direto com algoritmos, no intuito de desenvolver o aprendizado satisfatório dos conceitos e em seguida a solução de problemas relacionados à Computação. Mostraremos, através de estudos bibliográficos, a relação entre algoritmos e computadores como observa Tenório (2003) “o processo de programação de computadores consiste basicamente na especificação de solução de problemas em termos de algoritmo.”

Como citamos anteriormente, vários ramos da Matemática Discreta estão diretamente relacionados aos algoritmos, e para o desenvolvimento da oficina, como instrumento da coleta de dados empíricos na aplicação da teoria dos algoritmos, escolhemos alguns problemas que podem ser modelados através da Teoria dos Grafos. A Teoria dos Grafos possui alguns conceitos “fáceis”, porém com uma vasta aplicação como comunicação, transporte e alocação de recursos.

Segundo Valladares (2003), “... Teoria dos Grafos, uma das áreas da Matemática Discreta que se mostra mais promissora para ser trabalhada dentro do ensino, seja por suas aplicações como também por seu caráter lúdico[1].”, sendo assim iremos desenvolver alguns conceitos, formalidades e teoremas relacionados a essa teoria, necessários ao desenvolvimento dos algoritmos que serão desenvolvidos no intuito de resolver os problemas propostos na oficina.

A modelagem de problemas em áreas diversas possibilita um melhor interesse dos agentes do processo da pesquisa concreta, já que envolvem atividades práticas, contudo, iremos ainda mostrar algumas conclusões obtidas por estudiosos do assunto. Através de uma pesquisa bibliográfica, relacionada a alguns autores relacionados a essa área do conhecimento, desta forma abordaremos problemas relacionados ao dia-a-dia, provocando o desenvolvimento intelectual do aluno, em áreas diversas e não somente aos conteúdos exclusivos à Matemática teórica, prerrogativa observada nos PCNs:

> Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos..... proporcionando .....o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais.(BRASIL 1999)

Assim, essa pesquisa se faz importante, já que seus resultados poderão servir como referencial teórico, difundindo conteúdos, bem como as facilidades e/ou dificuldades encontradas na tentativa de oferecer novos conteúdos a alunos do Ensino Médio, no que se refere ao pensamento algorítmico, aplicado à Modelagem Matemática

---

[1] Qualidade daquilo que estimula através da fantasia, do divertimento ou da brincadeira.

por meio de estratégias relacionadas ao conteúdo da Teoria dos Grafos. Ao encontro do objetivo desta pesquisa, podemos destacar o que diz Valladares (2003):

> o ser humano é capaz de raciocinar e aprender com os erros e experiências, o que permite que faça mudanças para aperfeiçoar seus métodos de trabalho e de produção; inclusive pode fazer ajustes dentro de um procedimento a fim de clarificar alguma instrução mal compreendida ou então modificá-la para que fique mais eficiente e com isso obter melhores resultados na implementação dos métodos. (p. 31)

Os agentes da pesquisa foram incentivados a resolver alguns problemas propostos, num primeiro momento com a preocupação de que fossem eficientes quanto ao resultado do algoritmo criado, contudo a verificação de limitações associadas ao mesmo fosse também um dos objetivos da experiência.

A obtenção da melhor solução possível para o problema[2] tornou-se o desafio maior para os agentes, com isto se faz necessário a aplicação de técnicas investigação sobre algoritmos, sobretudo o desenvolvimento de técnicas na obtenção de algoritmos eficientes, e, portanto, reconhecer o grau de complexidade do problema e do algoritmo associado, se faz necessário.

Sendo assim iremos mostrar alguns conceitos associados aos graus de complexidade dos problemas, sobretudo àqueles relacionados à Teoria dos Grafos.

Sendo assim esta experiência de ensino concreta, por meio dos resultados obtidos acerca da modelagem, através dos vários ramos da Matemática Discreta, em especial a Teoria dos Grafos, culminando na confecção dos algoritmos associados. Este trabalho poderá contribuir para a verificação da aplicabilidade dos conceitos relacionados aos algoritmos, bem como mostrar novas alternativas às formas de implementação de tais conceitos nas classes de Matemática no Ensino Médio do Brasil,

[2] Solução Ótima é a solução que tem o menor custo de caminho dentre todas as soluções existentes.

podendo ainda mostrar novas estratégias e/ou abordagens por parte dos professores e do autor deste trabalho.

2 Panorama Histórico Sobre o Surgimento dos Algoritmos

2.1 Origem

De 707 a 718 os árabes conquistaram o norte da Índia e teve início um estreito contato entre as duas culturas. Em 773, uma delegação de astrônomos e matemáticos hindus visitou a corte do califa al-Mansur e, segundo várias fontes, explicou a ele e a seus eruditos como trabalhar com aquele maravilhoso sistema de numeração, logo adotado pelos sábios de Bagdad.

Segundo Garbi (2007), em sua obra *A Rainha das Ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da Matemática*, Abu-Abdullah Mohamed ibn Musa al-Kwarizmi (738-50), já nos primeiros anos do século IX, passou a interar a corte de al-Mamun.

Além de seu célebre livro sobre Álgebra, ele escreveu outro sobre os numerais hindus – *Kitab al Jami wa'l tafrik bi hisab al híndi* (Livro sobre o método hindu da adição e subtração) - e tornou-se seu maior popularizador dentro do império árabe. Foi um célebre matemático nascido na província persa de Khwarezm, que agora é chamada de Khiva e é parte do Uzbequistão, al-Khwarizmi aprendeu com os indianos a utilizar o sistema de numeração posicional de base dez e seus respectivos símbolos.

Para Garbi, seu papel importante é demonstrado na adoção, por al-Khwarizmi, se deu na adoção do sistema hindu está presente nas palavras algarismo e algoritmo, que derivaram de seu nome.

A pedido de al-Mamun, que desejava popularizar os conhecimentos aritméticos, al-Khwarizmi escreveu uma obra que se tornou um clássico da história da Matemática, denominada *Al-kitab al-jabr wa'l muqabalah,* que, em uma tradução livre, segundo Garbi(2007), significa *O livro da restauração e do balanceamento.* Onde ensina a resolver certas equações al-Khwarizmi chamava de *"al-jabr"* (restauração)[3], segundo Garbi (2007): "Daí derivou-se a palavra Álgebra, presente em quase todos os idiomas do Planeta."

A obra de al-Khwarizmi, embora carente de simbolismos e basicamente retórica, exerceu grande influência sobre os matemáticos ocidentais até o início do Renascimento.

A influência de al-Khawarizmi no crescimento da ciência em geral é bastante reconhecida, sobretudo particularmente na Matemática, astronomia e geografia.

Al-karismi colaborou com outros sábios na determinação do valor de um grau meridiano que Almamon se propôs a medir, preparou outras tábuas astronômicas com resultados tirados de Ptolomeu e de Brahmagupta e usou os valores de π dos gregos e dos hindus, $3\frac{1}{7} = \frac{22}{7}$; $\sqrt{10}$; 3,1416.

Um tratado de aritmética intitulado *Algoritmi de numero Indorum,* que se acha na biblioteca da Universidade de Cambridge e foi publicado pelo príncipe Boncompagni em Roma, em 1857, supõe-se ser a tradução latina da aritmética que *Alguarismi* ou *Alkarismi,* forma incorreta de *Al-Khovarismî,* nome pelo qual é conhecido o mais ilustre dos matemáticos árabes, *Abucháfar Mohamed Abenmusa,* de *Khorassan* na Pérsia.

AL-Karismi escreveu a obra *Algoritmi de numero Indorum* em Bagdad (839), na volta duma missão científica ao Afeganistão e à Índia, realizada por ordem do califa Almamon, de quem aL-Karismi foi bibliotecário.

Nesta obra, o autor expõe regras que permitem calcular com números escritos segundo o *sistema de posição,* usando, porém, pelo menos no texto latino, não os caracteres numéricos hindus, mas os romanos, com título – *Dixit Algoritmi* – de onde

---

[3] Significa a etapa do processo em que, por exemplo, x – 3 = 4 torna-se x = 7, "restaurando" a incógnita.

teria surgido o termo *algoritmo,* usado durante muito tempo para designar a aritmética baseada no sistema decimal, distinguindo-a assim da de Boécio e, nela além de indicações sobre a escrita dos números, também escreveu sobre as quatro operações fundamentais e as frações simples, encontra-se ainda, a *prova dos nove* para as três primeiras operações.

AL-Khwarizmi (830 d.C.) mostrou a solução da equação $x^2 + 10x = 39$, que indica o modo de resolução de uma equação da forma $x^2 + px = q$.

O nome *algoritmo* aplica-se hoje ao sistema de designações e convenções que permite calcular segundo certas regras. Em especial, designa qualquer sistema de *notação simbólica.* Garbi (2008), diz que a obra de *Alkhwarizmi* embora carente de simbolismos e basicamente retórica[4], exerceu grande influência sobre os matemáticos ocidentais até o início do Renascimento[5].

2.2 Primeiras Tentativas de Formalização

Segundo Garbi (2007), Charles Babbage (1792-1871), matemático inglês, professor de Matemática em Cambridge (Inglaterra), considerado o "pai do computador", idealizador do "calculador analítico", totalmente mecânico, que era composto de uma memória, um engenho central, engrenagens e alavancas para a transferência de dados, o calculador usaria cartões perfurados e seria automático.

O calculador analítico não foi construído, tendo em vista a falta de precisão dos componentes mecânicos da época e a eventual suspensão do financiamento do governo.

---

[4] Conjunto de regras relativas à eloqüência; livro que contém essas regras; arte de bem falar; afetação de eloqüência, estilo empolgado(Moderno Dicionário Enciclopédico Brasileiro –José Ábila Filho, 1986)

[5] Movimento científico, artístico e literário que se operou, na Europa, nos séculos XV e XVI e que se baseava principalmente na antiguidade clássica. (Moderno Dicionário Enciclopédico Brasileiro –José Ábila Filho, 1986)

Em 1812, notou que muito do que fazia em Matemática poderia ser automatizado, iniciou o projeto “Difference Engine” (Máquina\Engenho\Engenhoca de Diferenças).

Em 1822, terminou um protótipo da máquina e obteve financiamento do governo para construí-la, esta máquina era capaz de tabular funções polinomiais, e que poderia ser usado para gerar tábuas de logaritmos e funções trigonométricas. Em 1823, iniciou a construção.

Em 1833, depois de 10 anos, teve uma idéia e abandonou tudo. A nova idéia foi a máquina programável, denominada “Analytical Engine” (Máquina Analítica). Charles Babbage passou o resto de sua vida tentando projetar este engenho analítico, que seria programável, mas o projeto não foi concluído, não conseguindo construí-la, já que a tecnologia da época não era suficiente. Finalmente construída em 1990, constatou-se que funciona.

Ada Lovelace, uma mulher brilhante e versada em Matemática, considerada a “mãe da programação”, foi colaboradora de Charles Babbage (1792-1871), um notável pioneiro, cujo verdadeiro valor somente foi reconhecido modernamente.

Ada foi de grande importância para o trabalho de Babbage, com quem discutia as soluções dos problemas técnicos e que o ajudou muito em pesquisas, escreveu programas para o engenho analítico. Filha do grande poeta Lord Byron e casada com William Lovelace,

Ada morreu com apenas 37 anos e merece ser citada como um grande talento feminino das Ciências Exatas em sua época.

Pode-se dizer que Ada tornou-se a primeira *programadora*, escrevendo séries de instruções para o engenho analítico de Babbage, criou teorias sobre a Inteligência Artificial. Ada inventou o conceito de *sub-rotina*: uma seqüência de instruções que pode ser usada várias vezes em diferentes contextos, também descobriu o valor das repetições - os laços (*loops*).

Inventou a palavra "algoritmo" em homenagem ao matemático Al-Khawarizmi (820 d.C.), homenageando-o, por publicar obras sobre algoritmos utilizando o sistema de numeração decimal e desenvolveu trabalhos influentes na área de métodos algébricos para a resolução de problemas, basicamente por um pensamento algorítmico.

2.3 Algoritmos na atualidade

Para David Berlinski (2002), autor do livro *O advento do algoritmo,* "o algoritmo é a idéia que rege o mundo". Sem sua descoberta, a vida moderna seria muito diferente, já que o computador, a Internet, a realidade virtual e o correio eletrônico simplesmente não existiriam. Ele considera o cálculo "a primeira grande idéia científica do Ocidente", e o algoritmo "a segunda grande idéia científica do Ocidente", justifica dizendo que o cálculo resultou na física moderna, mas o algoritmo possibilitou o desenvolvimento do computador (ou, mais precisamente, do software).

Ainda para Berlinski, (2002), "Um algoritmo é um *procedimento eficaz,* um modo de fazer uma coisa em um número finito de passos discretos. A Matemática clássica é, em parte, o estudo de determinados algoritmos."

Boratti (2007) define algoritmo "como sendo uma sequência finita e lógica de instruções executáveis, especificadas em uma determinada linguagem, que mostram como resolver determinado problema."

Um algoritmo corretamente executado só não irá resolver um problema se estiver incorreto ou não for apropriado ao problema em questão, em outras palavras, um algoritmo é uma maneira sistemática de resolver um problema.

É importante salientar que o conceito de algoritmo não é exclusivo à computação, um algoritmo não necessariamente representa um programa ou um software de computador, e sim os passos necessários para realizar uma tarefa, seja ela um problema de Matemática, informática ou de qualquer área afim.

A programação de computadores é então um dos campos de aplicação dos algoritmos, onde efetua uma padronização do exercício de tarefas rotineiras, já que o algoritmo define de forma detalhada, passo a passo, possibilitando a compreensão da máquina, acerca das tarefas a serem realizadas, caracterizando assim o programa de computador. Assim temos que um programa nada mais é do que a materialização de um algoritmo.

Observemos ainda que, diferentes algoritmos podem realizar a mesma tarefa usando um conjunto diferenciado de instruções em mais ou menos tempo, espaço ou esforço do que outros. Ilustrando isto vejamos o exemplo citado no site Wikipédia, um algoritmo para se vestir pode especificar que você vista primeiro as meias e os sapatos antes de vestir a calça enquanto outro algoritmo especifica que você deve primeiro vestir a calça e depois as meias e os sapatos.

Note que embora ambos os algoritmos possam resolver o problema em questão, sem dúvida o segundo algoritmo é mais simples, ou menos custoso que o primeiro.

O primeiro algoritmo é mais difícil de executar que o segundo apesar de ambos levarem ao mesmo resultado. Assim se faz necessário procurar em determinadas situações o algoritmo que resolva o problemas mais rapidamente ou com menos "custo".

Um algoritmo determinístico, sempre que testado sobre um mesmo conjunto de entradas, deve produzir o mesmo conjunto de saídas. Uma característica importante de um algoritmo é que ele resolve uma classe de problemas e não uma instância.

Iremos entender instância como os valores de entrada a serem processados, do problema a ele proposto, e vale salientar que basta que uma instância falhe para o algoritmo ser classificado como ineficiente.

Por exemplo, um algoritmo de ordenação para *n* números inteiros, ordena qualquer conjunto com até *n* inteiros, em qualquer configuração (isto é, qualquer permutação dentre as *n!* possíveis). A aplicação do algoritmo sobre um particular conjunto de inteiros constitui a resolução de uma instância do problema.

O dicionário da língua portuguesa editado pelo Ministério da Educação define algoritmo (termo matemático) como um processo formal de cálculo.

Diversos autores denominam os problemas que não podem ser selecionados através de processos formais de cálculo como problemas não decidíveis. "Os algoritmos são estratégias para solução de problemas decidíveis, ou seja, para problemas cuja solução admita um processo formal de ações." (GOLDBARG e LUNA, 2006: p. 599-600).

Embora o conceito de algoritmo seja bem antigo, este é muitas vezes associado ao conceito formalizado por Alan Turing em 1936. Na definição da máquina de Turing como um modelo abstrato de um computador, baseando-se apenas os aspectos lógicos de seu funcionamento, como memória, transições.

Turing criou uma sequência de operações, bem definidas, que utilizava um conjunto de valores como entrada e produzia um conjunto de valores como saída, originando assim, uma das definições de algoritmo: Algoritmo é uma sequência de operações que pode ser simulada por uma máquina de Turing completa.

Jurkiewicz diz em seu trabalho *"Problemas e probleminhas*", que os problemas algorítmicos podem ser divididos nas seguintes classes de problemas:

• Problemas de Decisão:

> Existe uma estrutura S que satisfaça às propriedades do problema P?
> Objetivo: decidir pela resposta Sim ou Não, à questão acima;
>
> • Problemas de Localização:
> Encontrar uma estrutura S que satisfaça às propriedades de S?
> Objetivo: localizar certa estrutura S que satisfaça a um conjunto de propriedades dadas;
>
> • Problemas de Otimização:
> Encontrar uma estrutura S que satisfaça a certo(s) critério(s) de otimização.
> Objetivo: verificar se as propriedades a que S deve satisfazer envolvem critérios de otimização.

A definição usada de forma moderna, não só leva em questão os procedimentos, rotinas ou métodos bem definidos, para a resolução do problema, mas também, a presença de cinco características indispensáveis às aplicações diversificadas dos algoritmos atualmente, e são elas:

> Finitude:
> Um algoritmo deve sempre terminar após um número finito de passos.
>
> Assertividade:
> Cada passo de um algoritmo deve ser precisamente definido, em outras palavras, as ações devem ser definidas rigorosamente e de forma nunca ambíguas em cada caso em que apliquem.
>
> Entrada:
> Um algoritmo deve ter zero ou mais entradas, isto é quantidades que lhe são fornecidas antes do algoritmo iniciar ou de forma dinâmica.
>
> Saídas:
> Um algoritmo deve ter uma ou mais saídas, na forma de um conjunto de valores entregues por ele e que estão associados ao conjunto de relação específica com as entradas.
>
> Efetividade:
> Um algoritmo deve ser efetivo. Isto significa que todas as operações devem ser suficientemente simples de modo que possam ser em princípio executadas manualmente, com precisão em um tempo finito.

Direcionando agora para a visualização de alguns dos diferentes conceitos de algoritmos encontrados na literatura, obtemos que, de acordo com Manzano e Oliveira (2002):

> É um processo de cálculo matemático ou de resolução de um grupo de problemas semelhantes, em que se estipulam, com generalidade e sem restrições. Podemos dizer também, que são regras formais para obtenção de um resultado ou da solução de um problema, englobando fórmulas de expressões aritméticas. Em processamento de dados, é muito comum relacionar a palavra algoritmo com diagramação de bloco, já que muitas fórmulas estão dentro das simbologias de processos para a resolução de um determinado problema, seja na área contábil, seja na área financeira, seja em uma folha de pagamento, bem como, em qualquer situação que exija um resultado final "correto" e/ou "coerente". (p. 6)

Complementando a afirmação anterior, podemos mencionar Salvetti e Barbosa (1998)

> Um algoritmo, intuitivamente, é uma sequência finita de instruções ou operações básicas (operações definidas sem ambiguidade e executáveis em tempo finito dispondo-se apenas de lápis e papel) cuja execução, em tempo finito, resolve um problema computacional, qualquer que seja sua instância. (p. 5-6)

A ordenação da sequência de instruções do algoritmo apóia-se na estratégia estabelecida durante a análise do problema. O desenvolvimento do algoritmo não pode perder de vista os tipos de dados considerados e a sua representação.

De acordo com Oliveira Cruz (1997), "*um algoritmo é um conjunto finito de regras que fornece uma sequência de operações para resolver um problema específico*". Por sua vez, a enciclopédia Wikipédia define algoritmo como: "*uma sequência finita de instruções bem definidas e não ambíguas, cada uma das quais pode ser executada mecanicamente num período de tempo finito e com uma quantidade de esforço finita.*"

Leão e Mattos (1972) definem algoritmo como:

> Qualquer processo formal de cálculo, isto é, qualquer sistema de convenções e símbolos operatórios que permitam calcular, segundo regras especiais, formando uma cadeia de operações em que cada uma depende do resultado anterior. (p. 99)

Com base nas proposições anteriores, fica evidenciado que a maioria dos autores converge seus pensamentos ao afirmarem que um algoritmo é uma sequência de passos utilizados para executar instruções as quais serão utilizadas na resolução de um problema.

Como vimos, a entrada de dados é uma parte primordial para a eficiência de um algoritmo, por este motivo a estrutura de dados é parte fundamental no estudo de algoritmos.

As máquinas atuais representam apenas conjuntos discretos de dados. Dentre as estruturas usadas, os grafos constituem uma das mais complexas.

2.4 Alguns Algoritmos ao Longo da História

2.4.1 Algoritmo de Euclides

Na obra *Os Elementos de Euclides*[6], segundo Garbi (2008) o livro VII apresenta 39 proposições, é totalmente aritmético e estuda as propriedades dos números naturais e suas relações.

"A proposição VII-2 é uma das mais famosas dos Elementos porque apresenta o método para se encontrar o *Máximo Divisor Comum* (MDC) entre dois números, através de uma sequência de operações, merecidamente, consagrou-se sob o nome de Algoritmo de Euclides. O procedimento é: divide-se o maior pelo menor, o menor pelo primeiro resto, o primeiro resto pelo segundo, etc.

Se se chegar a algum resto que divida o anterior (o que levaria a um último resto igual a zero), ele será o MDC; se se chegar a um resto igual a 1, os números serão primos entre si. Vale a pena conhecer este clássico. Sejam os números a e b, com $a > b$.

---

[6] "Os Elementos de Euclides são o mais antigo livro de Matemática ainda em vigor nos dias de hoje, uma obra que somente perde para a Bíblia em número de edições e, para muitos, o mais influente livro matemático de todos os tempos." .(Garbi, 2008, p. 57)
"Agrupado em 13 livros, na realidade 13 rolos, já que esse era o formato das obras escritas de então. São, ao todo, 465 proposições(podem chegar a 470, dependendo da origem da fonte), precedidas por ***definições***, ***postulados*** e ***noções comuns.***"(Garbi, 2008, p. 59)

Ao se dividir a por b, encontra-se um quociente q_1 e um resto r_1. Ao se dividir b pelo primeiro resto r_1 obtém-se um quociente q_2 e um segundo resto r_2, e assim sucessivamente, conforme as igualdades abaixo:

$$a = q_1b + r_1 \quad \text{ou} \quad r_1 = a - q_1b$$

$$b = q_2r_1 + r_2 \quad \text{ou} \quad r_2 = b - q_2r_1$$

$$r_1 = q_3r_2 + r_3 \quad \text{ou} \quad r_3 = r_1 - q_3r_2$$

....

$$r_{n-3} = q_{n-1}\, r_{n-2} + r_{n-1} \quad \text{ou} \quad r_{n-1} = r_{n-3} - q_{n-1}r_{n-2}$$

$$r_{n-2} = q_nr_{n-1} = r_n \quad \text{ou} \quad r_n = r_{n-2} - q_nr_{n-1}$$

Suponhamos que $r_n = 0$. Neste caso, r_{n-2} é um múltiplo de r_{n-1}. Consequentemente, r_{n-3} é divisível por r_{n-1} porque é a soma de dois números divisíveis por r_{n-1}. Desta maneira, vai se provando que cada resto anterior é divisível por r_{n-1} e isto faz com que a e b também o sejam. Portanto, r_{n-1} e um divisor comum de a e b. Será ele o máximo dentre os divisores comuns?

Este detalhe não escapou a Euclides: suponhamos que exista um numero $m > r_{n-1}$ que divida a ambos, a e b. Logo, m dividira r_1. Dividindo b e r_1, m dividira r_2, e assim sucessivamente, até que se chegue a r_{n-1}, que também seria divisível por m. Mas isto é um absurdo porque um número menor não pode ser divisível por um maior. Logo, r_{n-1} é o máximo divisor comum entre a e b.

Quando tal MDC é 1, evidentemente, a e b são primos entre si. Não se sabe se este algoritmo foi criado por Euclides por outro matemático grego, mas, seguramente, quem o criou foi um gênio. "(Garbi, 2008, p. 66-67)

2.4.2 Crivo de Erastóstenes

“Erastóstenes de Cirene, (275 a.C.-195a.C.), deu contribuições a vários domínios do conhecimento, Eratóstenes é bem conhecido dos matemáticos pelo "crivo de Eratóstenes", um método sistemático para isolar os números primos.

Com todos os números naturais dispostos em ordem, simplesmente são cancelados os números de dois em dois seguindo o dois, de três em três (na sequência de partida) seguindo o três, de cinco em cinco seguindo o cinco, e continua-se assim a cancelar cada *n-ésimo* número seguindo o número *n*.

Os números restantes, de dois em diante, serão, é claro, primos.” (Boyer, 1996, p. 110)

2.4.3 Algoritmo de Welch-Powell

O Algoritmo de Welch-Powell, é um algoritmo para a coloração de um grafo G.

A entrada é um grafo G.

Passo 1 Ordene os vértices de G em ordem decrescente de grau.

Passo 2 Atribua a primeira cor, C_1, ao primeiro vértice e, então, sequencialmente, atribua C_1 a cada vértice que não é adjacente a algum vértice que o antecedeu e ao qual foi atribuída a cor C_1.

Passo 3 Repita o Passo 2 com a segunda cor C_2 e os vértices subsequentes não coloridos.

Passo 4 Repita o Passo 3 com a terceira cor C_3, depois com a quarta cor C_4, e assim por diante, até que todos os vértices estejam coloridos.

Passo 5 Saia.

3 Matemática Discreta e Algoritmo Computacional

3.1 Introdução

Alan Turing criou uma sequência de operações, bem definida, que utilizava um conjunto de valores como entrada e produzia um conjunto de valores como saída, originando assim, uma das definições de algoritmo.

A máquina Turing, baseia-se especificamente num procedimento efetivo, em um algoritmo ou numa função computável, portanto, não necessariamente associado à computação, sendo assim concluímos que a Matemática viabilizou a computação e, consequentemente, o avanço da tecnologia, que podemos observar nos dias atuais.

Embora seja à base do computador, a máquina Turing, é, portanto uma máquina puramente Matemática e ainda é o alicerce de toda a tecnologia atual, mesmo sendo um advento da década de 1930, muitos anos antes de existirem os modernos computadores digitais. De acordo com Campello(1994),

> Todo algoritmo, no sentido formal mais geral, pode ser expresso como uma máquina de Turing, e a recíproca é verdadeira. Assim, qualquer computação realizada por um computador digital pode ser modelada por uma máquina de Turing. (p. 60)

Portanto, como a máquina de Turing foi viabilizada pela Matemática, como citado acima, podemos dizer que a computação possui um núcleo fundamental baseado na Matemática, ou ainda é uma parte da Matemática Aplicada.

Cálculos e manuseios mecânicos, desenvolvimentos lógicos, resolução de problemas por processos exaustivos, testes de algoritmos relacionados a uma família de problemas, sem dúvida, tiveram grande avanço. Contudo, é preciso salientar que tais avanços tecnológicos são extremamente dependentes dos conceitos e algoritmos da Matemática, sobretudo da Matemática Discreta.

De acordo com o trabalho *Matemática Discreta e Ensino Médio* de Samuel Jurkiewicz (2004):

> Os algoritmos já existiam entre babilônios e gregos. O recurso a eles sempre acompanhou o desenvolvimento “nobre” da teoria matemática. As idéias de manuseio mecânico dos cálculos e desenvolvimentos lógicos é um sonho antigo e bastante tentado; ele se torna possível, entretanto, a partir de desenvolvimentos importantes da eletrônica digital (extremamente dependente da matemática do contínuo), mas antes ainda, do trabalho de teóricos como Von Newmann e Turing. (p. 3)

Os trabalhos de teóricos como Von Newmann e Turing deram um grande avanço na concepção dos computadores que conhecemos hoje. Eles projetaram matematicamente e logicamente o computador antes que ele existisse, antes que a tecnologia para a sua construção existisse.

Com o surgimento dos computadores modernos, viu-se a possibilidade de um novo olhar sobre determinados ramos da Matemática, que pouco estavam sendo pesquisados. A facilitação, por meio de tais computadores, na resolução de muitos cálculos numéricos complexos, proporcionou um grande avanço na Matemática, já que vários problemas antes muito trabalhosos puderam ser resolvidos.

Corroborando o parágrafo acima Valladares (2003) mostra que: “Antes do desenvolvimento do computador moderno, a grande dificuldade em lidar com cálculos numéricos complexos desencorajava a resolução de problemas que exigissem extensivos cálculos iterativos.”

E ainda:

> Surgiu então o interesse e a necessidade de estudar alguns tópicos bastante relacionados com a Matemática Discreta, alguns deles já existentes no currículo, como nos casos da Análise Combinatória, da Estatística e Probabilidade (ambas também com ramificações na Matemática Contínua) e da Álgebra Linear, sendo que esta última, associada à Teoria das Matrizes, permitiu o avanço de novas abordagens socioeconômicas e industriais, que têm sido fundamentais no tratamento digital das informações. Vale frisar, entretanto, que alguns dos temas apontados somente passaram a figurar nos cursos de

> Engenharia, Administração e Economia apenas a partir da década de sessenta como, por exemplo, os de Estatística e Probabilidade e Álgebra Linear. (Valladares, 2003, p. 3)

Ratificando as palavras de Valladares, no que se refere à Matemática Discreta e o Ensino Médio Jurkiewicz (2004) escreve que:

> ...o desenvolvimento das máquinas digitais permitiu o uso extensivo de métodos discretos para modelar, simular e otimizar situações sociais que antes se configuravam como prescindíveis: tempo de produção, distribuição eficiente de insumos, aproveitamento ótimo de recursos, são alguns exemplos. (p. 04)

Como uma grande ferramenta da Matemática Aplicada, a Matemática Discreta teve um avanço considerável no século XX, que ocorreu principalmente pelo desenvolvimento da Computação, todavia, proporcionou por sua vez, uma ascensão para a Computação em si.

No documento do MEC, (PCN, p. 94) encontramos uma passagem que confirma a importância da Matemática Discreta no cenário atual, que diz que “no decorrer do século XX, novas necessidades tecnológicas advindas da introdução dos computadores – que têm uma Matemática Discreta no seu funcionamento – provocaram um grande desenvolvimento dos modelos matemáticos discretos.”

A Matemática Discreta tem possibilitado o desenvolvimento de várias soluções de problemas relacionados à Matemática Aplicada e áreas afins, e estas soluções, muitas vezes, se dão por intermédio de algoritmos, o que justifica a escolha do tema Algoritmos como nosso objeto de estudo.

A utilização do computador tem se mostrado uma ferramenta importante atualmente, permitindo uma revitalização de formas algorítmicas de pensar, e criando uma dualidade de atuação, por um lado uma máquina de calcular, e por outro um modelo lógico-matemático, fruto do desenvolvimento da Matemática e de outras ciências ao longo da história. O estudo de algoritmos deve levar em conta essas duas realidades que envolvem o computador.

Analisando alguns livros de Algoritmos adotados nos cursos de Programação, podemos notar que muitas vezes os professores da disciplina de algoritmo e de programação, utilizam uma metodologia voltada exclusivamente à computação.

Segundo Pereira Júnior e Rapkiewicz (2006),

> Projetos de cursos de computação e informática definem metas relacionadas à capacidade do aluno construir soluções no contexto de diversas classes de problemas encontrados no cotidiano. Geralmente os alunos são instruídos a apresentar um algoritmo, ou seja, um conjunto de passos que rigorosamente seguidos levam à solução de um problema. Estas disciplinas têm um dos maiores índices de reprovação em todas as instituições de ensino brasileiras que dispõem de graduação em computação, o que as torna ponto de reflexão por parte dos professores preocupados em melhorar o processo de ensino e aprendizagem através de alterações didáticas e metodológicas. Desenvolvimento da lógica de programação é, em seu estudo, a competência para representar o raciocínio envolvido através de algoritmos coerentes e corretos. Entretanto, grande parte dos alunos apresenta dificuldades em assimilar as abstrações envolvidas. Estas disciplinas têm um dos maiores índices de reprovação em todas as instituições de ensino brasileiras que dispõem de graduação em computação, o que as torna ponto de reflexão por parte dos professores preocupados em melhorar o processo de ensino e aprendizagem através de alterações didáticas e metodológicas. (p. 51)

Os conteúdos relacionados aos algoritmos são passados por meio de uma linguagem de programação, esquecendo que um algoritmo é a descrição dos passos até chegar à solução de um problema, não necessariamente formalizado por uma linguagem de programação e sim por descrição que seja inteligível pelos membros da comunidade de interesse.

Durante o processo de ensino-aprendizagem de fundamentos de programação nota-se que grande parte dos alunos apresenta dificuldades em assimilar as abstrações envolvidas. Não é novidade que disciplinas desta área apresentem altos índices de reprovação, o que pode ser um sintoma de limitadas pesquisas relacionadas, de acordo com Kaasboll (1998).

A computação é uma aliada da Matemática, já que no mundo digitalizado em que vivemos, a computação está presente em praticamente todos os segmentos da criação humana, porém, a tomada de decisões necessária na solução de problemas teóricos ou práticos dá-se através de pensamentos algorítmicos.

Assim observamos a necessidade de que o ensino da Matemática contemple o desenvolvimento das habilidades do indivíduo no que se refere à solução de problemas. É primordial, portanto, que uma melhoria no ensino de algoritmos, ainda no ensino médio, seja implementada urgentemente, objetivando o aumento da abstração dos indivíduos na solução de problemas diversos.

Tornar possível que o currículo do ensino médio comporte o conteúdo referente aos algoritmos é um dos objetivos deste estudo, apoiando-se nas idéias dos *Parâmetros Curriculares Nacionais* (PCN), que indicam a valorização do ensino de algoritmos:

> Outro aspecto metodológico a ser considerado, no ensino das ciências em geral, com possível destaque para a Química e a Física, diz respeito às abordagens quantitativas e às qualitativas. Deve-se iniciar o estudo sempre pelos aspectos qualitativos e só então introduzir tratamento quantitativo. Este deve ser feito de tal maneira que os alunos percebam as relações quantitativas sem a necessidade de utilização de algoritmos. Os alunos, a partir do entendimento do assunto, poderão construir seus próprios algoritmos (p. 53)

> A Matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. Em seu papel formativo, a Matemática contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e a aquisição de atitudes, cuja utilidade e alcance transcendem o âmbito da própria Matemática, podendo formar no aluno a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, propiciando a formação de uma visão ampla e científica da realidade, a percepção da beleza e da harmonia, o desenvolvimento da criatividade e de outras capacidades pessoais. No que diz respeito ao caráter instrumental da Matemática no Ensino Médio, ela deve ser vista pelo aluno como um conjunto de técnicas e estratégias para serem aplicadas a outras áreas do conhecimento, assim como para a atividade profissional. Não se trata de os alunos possuírem muitas e sofisticadas estratégias, mas sim de

> desenvolverem a iniciativa e a segurança para adaptá-las a diferentes contextos, usando-as adequadamente no momento oportuno. Nesse sentido, é preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de idéias e permite modelar a realidade e interpretá-la. Assim, os números e a álgebra como sistemas de códigos, a geometria na leitura e interpretação do espaço, a estatística e a probabilidade na compreensão de fenômenos em universos finitos são subáreas da Matemática especialmente ligadas às aplicações. (p. 40)

> A Matemática, por sua universalidade de quantificação e expressão, como linguagem, portanto, ocupa uma posição singular. No Ensino Médio, quando nas ciências torna-se essencial uma construção abstrata mais elaborada, os instrumentos matemáticos são especialmente importantes. Mas não é só nesse sentido que a Matemática é fundamental. Possivelmente, não existe nenhuma atividade da vida contemporânea, da música à informática, do comércio à meteorologia, da medicina à cartografia, das engenharias às comunicações, em que a Matemática não compareça de maneira insubstituível para codificar, ordenar, quantificar e interpretar compassos, taxas, dosagens, coordenadas, tensões, freqüências e quantas outras variáveis houver. A Matemática ciência, com seus processos de construção e validação de conceitos e argumentações e os procedimentos de generalizar, relacionar e concluir que lhe são característicos, permite estabelecer relações e interpretar fenômenos e informações. As formas de pensar dessa ciência possibilitam ir além da descrição da realidade e da elaboração de modelos. O desenvolvimento dos instrumentos matemáticos de expressão e raciocínio, contudo, não deve ser preocupação exclusiva do professor de Matemática, mas dos das quatro disciplinas científico-tecnológicas, preferencialmente de forma coordenada, permitindo-se que o aluno construa efetivamente as abstrações matemáticas, evitando-se a memorização indiscriminada de algoritmos, de forma prejudicial ao aprendizado. A pertinente presença da Matemática no desenvolvimento de competências essenciais, envolvendo habilidades de caráter gráfico, geométrico, algébrico, estatístico, probabilístico, é claramente expressa nos objetivos educacionais da Resolução CNE/98. (p. 09)

A Matemática Discreta e os algoritmos fundamentam-se em procedimentos, e entre as diversas características em comum temos o fato de que ambas possuem um número finito de etapas, o que justifica a natureza discreta dos algoritmos.

Segundo Cormen (2002):

> Também podemos visualizar um algoritmo como uma ferramenta para resolver ***um problema computacional*** bem especificado. O enunciado do problema especifica em termos gerais o relacionamento entre a entrada e a saída desejada. O algoritmo descreve um procedimento

> computacional específico para se alcançar esse relacionamento da entrada com a saída. (p. 03)

Segundo Villas (1993), “a teoria dos grafos é a parte da Matemática dedicada a estudar as relações entre entidades (objetos), que possuem características relevantes. Essa teoria engloba todas as estruturas de dados apresentadas”, e ao trabalharmos com a resolução de questões e problemas diversos da Matemática Discreta, é comum nos confrontarmos com questões de complexidade computacional, pois muitos dos problemas da teoria dos grafos têm motivação algorítmica.

Como vimos anteriormente, a finitude é uma das cinco características indispensáveis: ”Um algoritmo deve sempre terminar após um número finito de passos.”, esta característica é o principal diferenciador entre o algoritmo e o programa computacional.

Embora com muitas semelhanças, como assertividade (passos precisamente definidos), o programa não necessariamente possui um número finito de passos, exemplo os programas que compõem o sistema operacional de uma máquina, que ao ligada os executa e estes ficam indefinidamente aguardando a ocorrência de novas tarefas, até que a máquina seja desligada.

De acordo com Cormen (2002):

> Analisar um algoritmo significa prever os recursos de que o algoritmo necessitará. Ocasionalmente, recursos como memória, largura de banda de comunicação ou hardware de computador são a principal preocupação, mas com frequência é o tempo de computação que desejamos medir. Em geral, pela análise de vários algoritmos candidatos para um problema, pode-se identificar facilmente um algoritmo mais eficiente. Essa análise pode indicar mais de um candidato viável, mas vários algoritmos de qualidade inferior em geral são descartados no processo. (p. 16)

Sobre a análise dos algoritmos, Cormen (2002), diz ainda:

> Até mesmo a análise de um algoritmo simples no modelo de RAM[7] pode ser um desafio. As ferramentas matemáticas exigidas podem incluir análise combinatória, teoria das probabilidades, destreza em álgebra e a capacidade de identificar os termos mais significativos em uma fórmula. (p. 17)

A criação de computadores rápidos e potentes possibilitou o desenvolvimento de muitos ramos da Matemática que tratam problemas de grande complexidade ou cálculos difíceis bem como problemas com grande diversidade de caminhos.

Alguns resultados hoje são aceitos apenas pela atuação da computação e destacamos um teorema associado à Teoria dos Grafos, conhecido como o Teorema das Quatro Cores[8], que possui uma demonstração aceita até o momento, apenas através de recursos computacionais.

O computador trabalha segundo procedimentos sequenciais, e precisa ser programado por meio de algoritmos para atuar, provando assim a relação estreita entre a Matemática Discreta e os algoritmos.

Diversos campos da Matemática foram desenvolvidos com o advento do computador, como, a Análise Combinatória, a Otimização, Álgebra Computacional, Matemática Discreta. Vários estudos estão relacionados à construção de algoritmos, procurando mostrar a eficiência dos processos de soluções dos problemas associados a tais áreas.

Segundo Tenório (2003), "os processos chamados *computáveis* são aqueles passíveis de mecanização. Tais processos podem ser descritos algoritmicamente, ou seja, passo a passo, de forma sequencial e precisa.". Então há uma ligação íntima entre a computação e os algoritmos, e que por sua vez tem ligação com a Matemática Discreta.

---

[7] Random-access machine – máquina de acesso aleatório). No modelo RAM, as instruções são executadas uma após outra, sem operações concorrentes (ou simultâneas).

[8] Teorema das quatro cores BOAVENTURA NETTO[9]: " Todo mapa desenhado no plano e dividido em um número qualquer de regiões pode ser colorido com um máximo de quatro cores sem que duas regiões fronteiriças recebam a mesma cor" (página 2)

Tenório (2003), ainda mostra:

> “algoritmo é todo procedimento mecânico bem definido, ou seja, todo conjunto finito de instruções precisamente definidas e executáveis passo a passo; então os nossos resultados podem ser resumidos assim:
> 1) O computador eletrônico é uma máquina universal.
> 2) O domínio de ação dessas máquinas é constituído pelas funções compatíveis.
> 3) Tudo o que é computável nesses dispositivos pode ser obtido por um procedimento mecânico bem definido – ou algoritmo –, em última instância, o próprio programa ou tabela que o gerou.
> 4) A proposição de Post ou a de Turing: tudo o que pode ser descrito por um algoritmo é computável (nas máquinas abstratas ou reais).

O processo final da computação se dá por meio de programas e estrutura de dados, relacionados à Matemática Aplicada, bem particular e estritamente formal.

Segundo Tenório (2003), o computador caracteriza-se por:

- ser um sistema discreto, pois admite apenas um número finito de estados ou configurações diferentes, bem definidos e conhecidos;
- ser uma máquina abstrata; seu funcionamento pode ser descrito totalmente por meios matemáticos não probabilísticos e algorítmicos;
- ser um sistema determinístico, onde tudo é previsível;
- utilizar linguagens estritamente formais, cada instrução dessas linguagens implica uma sequência de passos em definidos.

Nota-se então que praticamente em todas as definições atribuídas aos algoritmos, associa a finitude dos passos por ele descritos, bem como ao computador as soluções de problemas por meio de algoritmos.

Porém Tenório define algoritmo como “uma sequência de ações lógico matemáticas bem definidas, executáveis passo a passo, e recursivas”, ou seja, podemos executar um trecho de um algoritmo repetidamente, portanto um número finito de passos de um algoritmo.

Um programa computacional pode determinar um número infinito de passos distintos, logo identificando um caráter ainda discreto, contudo infinito.

Segundo Carnielli (2009) “existem *algoritmos que terminam*, enquanto outros podem ser continuados tanto quanto quisermos.

O algoritmo de Euclides, utilizado para determinar o maior divisor comum entre dois números inteiros, é desenvolvido por um número finito de passos computacionais, enquanto, o algoritmo computacional para determinação da raiz quadrada de um número natural em notação decimal é infinito, pode ser continuado e cada vez mais se aproximando do valor referente à raiz do número.

3.2 Critérios para Procedimentos Computáveis

Os critérios para procedimentos computáveis, segundo Carnielli, (2009, p. 96 – 97) são:

Discretude Algorítmica

Um algoritmo é um processo para a construção sucessiva de quantidades, que é executado em tempo discreto, de forma que no começo é dado um sistema finito inicial de quantidades e em cada momento seguinte o sistema de quantidades resultante é obtido por meio de uma lei definida (programa) a partir do sistema de quantidades existente no momento anterior.

Exatidão Algorítmica

O sistema de quantidades obtido em algum momento de tempo (que não seja o inicial) é unicamente determinado pelo sistema de quantidades obtido no momento precedente.

Elementaridade dos passos do algoritmo

A lei para obter o sistema sucessor de quantidades a partir do precedente deve ser simples e local.

Direcionalidade do algoritmo

Se o método de obtenção da quantidade seguinte a partir de qualquer quantidade dada não fornecer um resultado, então deve ser ressaltado o que precisa ser considerado como o resultado do algoritmo.

Massividade algorítmica

O sistema inicial de quantidades pode ser escolhido a partir de um conjunto potencialmente infinito.

3.3 Heurísticas

Segundo Jurkiewicz heurísticas são métodos que não garantem o fornecimento de soluções ótimas, mas que, esperamos, possam produzir soluções razoavelmente boas pelo menos por uma boa parte do tempo.

Na aplicação de alguns problemas pretendemos conseguir uma solução que satisfaça aos objetivos principais do mesmo, segundo determinados delineamentos previamente definidos, desta forma, o algoritmo considerado “bom” pode resolver o problema satisfazendo-o segundo um determinado domínio e não no universo de todas as suas possibilidades.

Porém a identificação de uma heurística como razoável, devera satisfazer a alguns parâmetros de classificação, podendo desta forma caracterizá-la em níveis de “satisfação” na situação gerada pelo problema motivador do algoritmo.

Sendo assim, nos cabe dar uma breve introdução às diferentes formas de classificação dos algoritmos e heurísticas no que tange a complexidade e aceitação dos mesmos.

Segundo Polya ((1887 tradução de 1995), p. 86-87), Heurística, Heurética ou “ars inveniendi” era o nome de certo ramo de estudo, não bem delimitado, mas raramente apresentado com detalhes, hoje praticamente esquecido. O objetivo da Heurística é o estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção.

Polya diz ainda que, alguns indícios desse estudo podem ser encontrados em trabalho dos comentaristas de Euclides[9]. A este respeito, Pappus[10] tem uma passagem particularmente interessante. As mais famosas de sistematização da Heurística devem-se a Descartes[11] e a Leibnitz[12], ambos grandes matemáticos e filósofos. Bernard Bolzano apresentou notável descrição pormenorizada da Heurística.

No dicionário, Heurística é a "arte de inventar ou descobrir."

Ainda por Polya, heurística moderna procura compreender o processo solucionador de problemas, particularmente as operações mentais, típicas desse processo, que tenham utilidade.

A experiência na resolução de problemas e a experiência na observação dessa atividade por parte de outros devem constituir a base em que se assenta a Heurística.

> O estudo da Heurística tem objetivos "práticos": melhor conhecimento das típicas operações mentais que se aplicam à resolução de problemas pode exercer certa influência benéfica sobre o ensino, particularmente sobre o ensino da Matemática. (Polya, 1887, p. 87)

---

[9] Euclides de Alexandria, (360a.C.-295a.C.), matemático, criador da obra "Os elementos de Euclides, formada por treze livros, sendo os seis primeiros sobre geometria plana, os três seguintes sobre teoria dos números, o Livro X sobre incomensuráveis e os três últimos versam principalmente sobre geometria no espaço, considerado o criador da "Geometria Euclidiana".
[10] Pappus de Alexandria(284-305), autor da obra *Coleção*(Synagoge).
[11] René Descartes, (1596-1650), um dos principais matemáticos da época, autor da obra *La gómétrie.*
[12] Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), nasceu em Leipzig, estudou teologia, direito, filosofia e matemática na universidade, que deu grande contribuição para a formalização do Cálculo Diferencial e Integral.

4 Modelagem no Auxílio à Formação do Pensamento Algorítmico

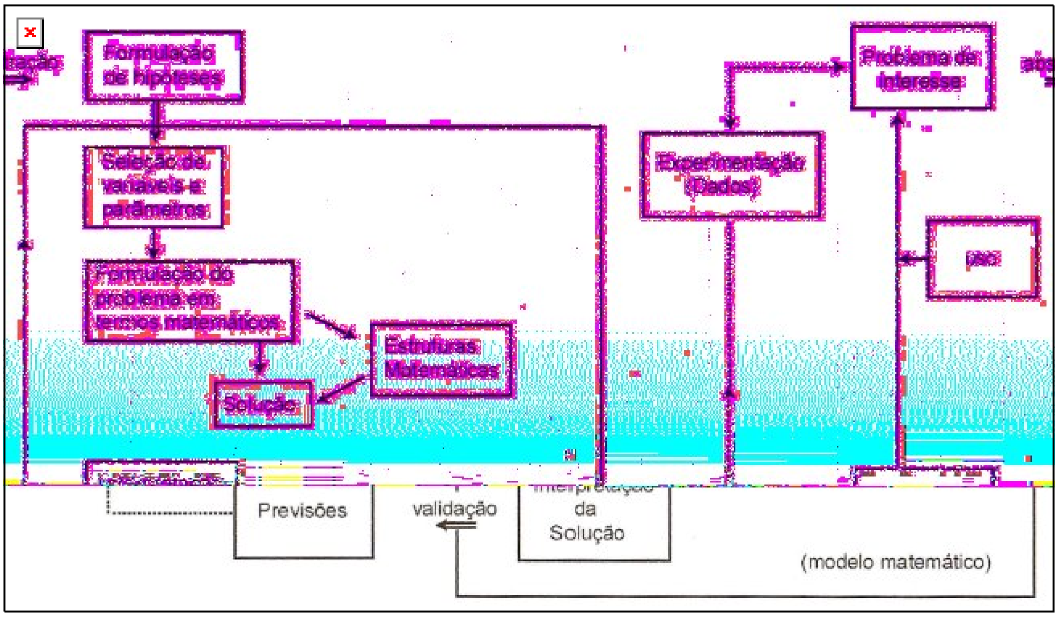
4.1 Introdução

De acordo com Bassanezi, 2006, “A *Modelagem Matemática* consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”

Por Bassanezi ainda,

> Partindo do pressuposto de que todas as ciências são ao mesmo tempo empíricas e teóricas, saberes em que a busca da verdade deve ser impulsionada por indicações empíricas aliadas à atividade criadora a procura de leis (formulação de problemas e ensaios de hipóteses a serem testadas e avaliadas) para as quais a utilização da lógica e das ferramentas matemáticas é fundamental, é fácil percebermos o potencial da aplicação da modelagem nos campos científicos com métodos e finalidades comuns. (p. 16)

Divisão de atividades intelectuais de Bassanezi



Divisão de atividades intelectuais.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais:

> A maior parte dos conteúdos de Matemática do ensino médio está vinculada a modelos matemáticos de natureza contínua: os números reais e os espaços geométricos (reta, plano e espaço tridimensional). O estudo da geometria e das funções de variável real insere-se nesse

> contexto, refletindo o papel fundamental do Cálculo (esse assunto é objeto de estudo na universidade) no desenvolvimento das aplicações da Matemática nas Ciências. (p. 94)

Jurkiewicz (2006) observa em seu trabalho *Problemas e probleminhas* que:

> Os grafos são fonte imensa e inesgotável de problemas teóricos ou aplicados que apresentam, em sua grande maioria, enunciados de simples entendimento, mas que, muitas vezes, escondem uma sofisticada estrutura matemática onde precisam ser modelados visto que, vez por outra, suas soluções (nem sempre exatas) exigem difíceis métodos de procura e obtenção. (p. 01)

Como visto, a Teoria dos Grafos aplica-se bem ao objetivo deste trabalho, já que desejamos mostrar a Modelagem de problemas e a confecção de algoritmos que os resolvam, tendo em vista que alguns dos problemas por nós propostos na nossa oficina, embora tenham enunciados e situações simples, por vezes apresentam um nível elevado de dificuldade no que tange às suas generalizações.

Lajonquière, (2007) escreve que: "... o pensamento é o produto de um entrelaçamento sutil entre a inteligência e o desejo ou, sob outro ângulo, um composto entrelaço de conhecimento e saber."

4.2 A Escolha da Classe Etária

A supervalorização do pensar nos dias atuais faz com que a computação seja cada vez mais desenvolvida, e assim a divisão do trabalho aumenta o abismo entre o trabalho intelectual e o trabalho manual, aumentado a distância entre países tecnologicamente desenvolvidos e os que apenas utilizam essas tecnologias, quando possuem o mínimo de acesso.

A inclusão dos computadores no ensino deve ser efetivamente implementada, contudo, a educação formal deve atuar na compreensão dos instrumentos teóricos e práticos relacionados ao desenvolvimento tecnológico bem como ao entendimento do processo de produção tecnológica, o que exige a compreensão conceitual, permitido ao indivíduo analisar a eficiência, suas potencialidades e limitações.

Quando se discute sobre compreensão conceitual, desenvolvimento intelectual naturalmente é preciso discutir a possibilidade dos indivíduos assimilarem tais conceitos, portanto, se faz necessário um estudo acerca do nível escolar indicado para tais atribuições. Segundo Lajonquière (2007):

> ... a psicologia genética[13] tem identificado três grandes períodos evolutivos no desenvolvimento cognitivo: um período sensório-motor que culmina na construção da primeira estrutura intelectual, o grupo prático dos deslocamentos, um estádio[14] da inteligência representacional (dos 2 até os 10 ou 11 anos) que culmina na construção das estruturas operatórias concretas, e, por último, um estádio de operações formais que desemboca na construção das estruturas intelectuais próprias do raciocínio hipotético-dedutivo por volta dos 12/15 anos. (p. 32)

Para Piaget, no fim do estágio das operações formais, a criança é capaz de refletir sobre idéias abstratas, e em torno dos 15 anos em diante, a criança atinge a maturidade intelectual, podendo então, formular hipóteses e proposições, proporcionando a capacidade de assimilar conceitos abstratos.

Para Piaget, a criança constrói estratégias próprias no que se refere ao conhecimento, filtrando experiências anteriores e atuais. Portanto, o indivíduo consegue formular estratégias de experimentação e aplicação do conhecimento por ele adquirido.

Muito se discute sobre a questão do conhecimento no que diz respeito à dicotomia entre as categorias concretas e abstratas, contudo é importante salientar que na verdade elas estão intimamente ligadas e completam-se, já que tudo que é significativo é concreto. Mesmo um pensamento abstrato tem um fator que exprime

[13] A psicologia genética, desenvolvida por Jean Piaget, estuda os processos psíquicos em sua origem, parte da análise dos processos primeiros e mais simples, pelos quais cronologicamente passa o sujeito.
[14] Fase, época, período

significado, e desta forma é concreto, portanto o pensamento algoritmo faz parte das ciências de base concreta e abstrata.

No livro de *Piaget a Freud*, Lajonquière cita um trecho de Inhelder e outros 1977, sobre o sucesso de uma experiência por Piaget, que relata que:

> em todos os níveis um êxito é, com certeza, fonte de dois efeitos contrários? Uma novidade criadora, mas, ao mesmo tempo, uma lacuna virtual, que se tornará real se os poderes adquiridos não se prolonguem num exercício renovado. No contexto concreto de uma pesquisa científica, essa complementaridade, entre descobertas e novas lacunas que elas engendram, mais ou menos cedo, é evidente no terreno das explicações: uma vez encontradas as "razões" B de um acontecimento A, elas logo levantam o problema das "razões" C de B, ou, D de C e assim por diante. (p. 138)

E ainda segundo Lajonquière (2007):

> ... no campo piagetiano o sujeito é síntese de coordenações majorantes que lhe impõem (na sua consciência), mais ou menos repentinamente, seu resultado. Em palavras do próprio Piaget:"... A sociedade é a unidade suprema e o indivíduo não chega a suas invenções ou construções intelectuais senão na medida em que é a sede de interações coletivas, cujo nível e valor dependem, naturalmente, da sociedade no seu conjunto. O homem genial que parece criar correntes novas não é mais do que um ponto de interseção ou de síntese de idéias elaboradas por uma cooperação contínua, mais ainda, quando inclusive se opõe à opinião vigente responde a necessidade subjacente das quais não é a fonte "(1973a: 337) (p. 111)

A ciência da computação, assim como outras ciências exatas, são altamente matematizadas, e uma mudança na Matemática fundamental iria entremear as ciências na totalidade, trazendo consequências para a educação em geral, sobretudo no ensino da Matemática, o que implica numa transformação no ensino e até mesmo numa mudança epistemológica na produção do conhecimento, no que se refere à questão conceitual.

4.3 Currículo

A relação entre currículo escolar e o mundo produtivo é um estudo antigo, porém o conceito de formação profissional tem sido cada vez mais discutido já que é um instrumento de formação para o mundo produtivo, preparando os alunos para as atividades informatizadas, obrigando assim a escola a se modernizar.

A inserção dos estudantes no mercado de trabalho tão competitivo, pode ser facilitada se o currículo puder familiarizá-los e instrumentalizá-los com as tecnologias e seus conceitos.

De acordo com o artigo de Elizabeth Macedo, *Novas Tecnologias e Currículo,* (1997):

> Em primeiro lugar, os conteúdos do trabalho não podem mais ser apreendidos pela experiência, exigindo que, mesmo para atender ao mercado, os currículos escolares privilegiem uma formação geral sólida, que garanta maiores flexibilidade e elasticidade ao homem. Em segundo, as habilitações hoje existentes parecem não dar conta da nova dinâmica do processo produtivo, precisando ser remodeladas com o privilégio de uma abordagem mais generalista do conhecimento. (p. 42)

As formas de observação e o processamento de dados têm mudado muito atualmente, e têm provocado uma intensa mudança na Matemática elementar e avançada ou universitária moderna. Segundo D'Ambrosio (1996):

> pode-se prever que na matemática do futuro serão importantes o que hoje se chama matemática discreta e igualmente o que se chamavam "casos patológicos", desde a não linearidade até teoria do caos, fractais, fuzzies, teoria dos jogos, pesquisa operacional, programação dinâmica. Lamentavelmente isso só é estudado em algumas especialidades de matemática aplicada. O mais importante é destacar que toda essa matemática é acessível até o nível primário. (p. 59)

Uma mudança no currículo então se daria pelo acréscimo de conteúdos associados à Matemática Discreta, Modelagem Matemática e Algoritmos, que contemplariam os conceitos relacionados à Lógica Matemática.

Porém, com uma grade curricular tão extensa, que possuímos no que se refere à Matemática do Ensino Médio, propomos a inclusão de atividades extracurriculares no intuito de diminuir o abismo entre a Matemática básica e os conceitos necessários ao desenvolvimento e otimização das tecnologias baseadas no pensamento algorítmico.

5 Desenvolvimento da Pesquisa

5.1 Metodologia da Pesquisa

Segundo CRESWELL (2007) os métodos de pesquisa dividem-se em basicamente três grupos: qualitativos, quantitativos e mistos. As principais características de cada grupo são enumeradas a seguir:

- Técnicas quantitativas: alegação de conhecimento pós-positivista, experimentos, questões fechadas, dados numéricos, testa ou verifica teorias ou explicações, identifica variáveis para o estudo, observa e mensuras as informações numericamente;

- Técnicas qualitativas: alegações de conhecimento construtivista, estudo de caso, questões abertas, dados de texto, coleta significados dos participantes, traz valores pessoais para o estudo e estuda o contexto ou o ambiente dos participantes;

- Técnicas mistas: alegação de conhecimento pragmático, questões abertas e fechadas, dados quantitativos e qualitativos, desenvolve um raciocínio para fazer a mistura e integra os dados em estágios diferentes da investigação.

Este trabalho embora traga muitos dados quantitativos, baseia-se em uma abordagem predominantemente qualitativa, pois o tratamento dos dados e informações obtidos terá foco não em dados quantitativos, e sim nos sucessos ou insucessos percebidos no processo de ensino-aprendizagem.

A meta de mostrar através de atividades, desenvolvidas durante a oficina e utilizando investigações acerca de experiências práticas, a viabilidade do conteúdo referente aos Algoritmos, em seu próprio contexto, onde iremos mostrar esta viabilidade através de uma percepção comportamental dos alunos.

A análise dos dados terá um caráter apenas qualitativo, não nos prendendo a resultados quantitativos e sim por uma análise criteriosa do desenvolvimento dos conteúdos, bem como, as opiniões dos alunos quanto à assimilação dos pontos trabalhados nesta oficina.

As características da pesquisa qualitativa são observadas por Garnica (2004) da seguinte forma:

> (a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas (p. 86).

Lüdke e André (1987) dão as características básicas da pesquisa qualitativa, enumeradas da seguinte forma:

1. A pesquisa qualitativa tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento.
2. Os dados coletados são predominantemente descritivos.
3. A preocupação com o processo é muito maior do que com o produto.
4. O “significado” que as pessoas dão às coisas e à sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador.
5. A análise dos dados tende a seguir um processo indutivo. Os pesquisadores não se preocupam em buscar evidências que comprovem hipóteses definidas antes do início dos estudos. As abstrações se formam ou se consolidam basicamente a partir da inspeção dos dados num processo de baixo para cima. (p. 11-3)

De acordo ainda com Creswell (2007):

> ... uma técnica *qualitativa* é aquela em que o investigador sempre faz alegações de conhecimento com base principalmente ou em

> perspectivas construtivistas (ou seja, significados múltiplos das experiências individuais, significados social e historicamente construídos, com o objetivo de desenvolver uma teoria ou um padrão) ou em perspectivas reivindicatórias/participatórias (ou seja, políticas, orientadas para a questão; ou colaborativas, orientadas para a mudança) ou em ambas. Ela também usa estratégias de investigação como narrativas, fenomenologias, etnografias, estudos baseados em teoria ou estudos de teoria embasada na realidade. O pesquisador coleta dados emergentes abertos com o objetivo principal de desenvolver temas a partir dos dados. (p. 35)

Morse (1991) escreve que a pesquisa qualitativa é exploratória e útil quando o pesquisador não conhece as variáveis importantes a examinar. Esse tipo de técnica pode ser necessário ou porque o tópico é novo, ou porque nunca foi abordado com uma determinada amostragem ou grupo de pessoas, ou porque as teorias existentes não se aplicam a uma determinada amostra ou grupo em estudo.

Por Bogdan e Biklen (1999), a pesquisa qualitativa é um tipo de abordagem que tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento.

Os dados coletados são predominantemente descritivos, além de incluir descrições de pessoas, situações, acontecimentos; incluem transcrições de depoimentos, fotografias, desenhos e análise de vários tipos de documentos.

Em outras palavras, no que refere aos estudos relacionados à área de Educação, a pesquisa qualitativa se enquadra melhor no trabalho que desenvolvemos, já que possibilita uma melhor compreensão dos assuntos dessa área, sobretudo no que tange ao ambiente escolar, porque retrata a dimensão deste em todos os seus aspectos, e não somente aos aspectos quantitativos da análise dos dados.

As características de um problema de pesquisa qualitativa, segundo Morse (1991), são:

> (a)o conceito é "imaturo" devido à evidente falta de teoria e pesquisa prévia; (b) uma noção de que a teoria disponível pode ser imprecisa, imprópria, incorreta ou tendenciosa; (c) existe necessidade de explorar e descrever os fenômenos e desenvolver teorias; ou (d) a natureza do

> fenômeno pode não ser apropriada para medidas quantitativas. (p. 120)

Segundo Lajonquière (2007), sobre o processo de aprendizagem:

> A grandes traços, podemos dizer que este tem a seguinte estrutura: pré-teste, sessões de aprendizagem, pós-teste e grupos-controle. Em primeiro lugar, as provas preliminares servem para selecionar os sujeitos de acordo com o seu nível de desenvolvimento cognitivo inicial, em relação à aquisição da operação que se pretende ensinar. Em segundo lugar, propõe-se a esses sujeitos, conforme o método clínico de exploração crítica, uma série de tarefas e questões diferentes com a finalidade de comparar sua eficácia relativa na aprendizagem, ou seja, trata-se de "fazer passar de uma conduta de nível menor a uma outra mais evoluída" (Vinh-Bang, 1986:30)". Algumas dessas tarefas consistem em repetir simples constatações empíricas como,... (p. 44)

Sobre o tema, aprendizagem das estruturas lógicas, de acordo com Lajonquière (2007, p. 45), Piaget, resume da seguinte forma:

> a)(...) existe incontestavelmente uma certa aprendizagem das estruturas lógicas (...)
> b)(...) essa aprendizagem das estruturas lógicas permanece muito limitada quando é obtida por uma simples leitura dos resultados da transformação considerada e se limita em geral a uma melhor articulação das intuições pré-operatórias (...)
> c)(...) a aprendizagem é mais eficaz na medida em que consegue provocar um exercício operatório (...)
> d)(...) para aprender uma estrutura lógica é necessário utilizar outras que conduzam a ela ou que a apliquem(...)
> e)(...) a aprendizagem no sentido restrito é uma aquisição em função das estruturas lógicas, não é redutível à experiência física: enquanto nesse último caso a experiência se dirige aos objetos mesmos(...), a experiência lógico-matemática se dirige às ações que utilizam os objetos e emprega uma abstração a partir dessas ações como tais. É essa abstração a partir da ação que favorece então a aprendizagem específica das estruturas lógicas (Piaget; Gréco, 1974:25-27).

Procedimentos algorítmicos fundamentam a solução de problemas lógicos, matemáticos e científicos, de vital importância nos meios de produção contemporânea, mostrando a grande importância dos algoritmos nas ciências, portanto, de forma direta na educação.

Sendo assim com o propósito de responder a questão central desta pesquisa: o estudo dos algoritmos e a viabilidade da implementação dos algoritmos no ensino médio, problemas de áreas afins, podem despertar o interesse dos alunos, em relação à construção de suas soluções e a busca pela melhor solução.

E através de uma proposta de generalização das suas soluções, procurando conscientizá-los da importância do desenvolvimento do raciocínio algorítmico, foram estabelecidos os seguintes objetivos:

- Analisar as soluções apresentadas pelos alunos, de problemas relacionados a situações possíveis do cotidiano sem qualquer informação técnica previamente passada para os sujeitos de tal pesquisa, observando desta forma o nível de dificuldade apresentado por eles já que não possuíam conhecimentos de Modelagem Matemática, teoria dos grafos, ou algoritmos, assuntos ausentes nos currículos do Ensino Médio.
- Avaliar a ocorrência de mudanças na habilidade de resolver os problemas ou problemas semelhantes com a implementação de conceitos relacionados aos conteúdos matemáticos, oferecidos como ferramentas no auxílio de suas tentativas. Estes conceitos foram sendo passados de forma gradativa para que pudéssemos analisar a evolução dos alunos passo a passo, e, desta forma, observar as mudanças no nível de complexidade destes problemas a partir da experiência realizada.

É importante salientar que as propostas desta pesquisa são diversas, já que por tratar-se de estratégias concretas de ensino, iremos observar por meio de um processo empírico, as facilidades e dificuldades apresentadas durante o estudo.

Quanto ao processo de Modelagem que iremos propor vale frisar que a obtenção do modelo “ótimo” é, portanto um dos objetivos não necessariamente imprescindíveis, já que se trata de uma estratégia de ensino, como justifica Bassanezi, 2006, “A modelagem no ensino é apenas uma estratégia de aprendizagem, onde o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas, caminhar seguindo etapas aonde o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado.”

5.2 População Alvo

A oficina foi constituída por alunos dos 1.º e 2.º anos do Ensino Médio, matriculados em dois estabelecimentos de ensino, situados na Baixada Fluminense: uma escola pública federal de ensino médio e superior, e uma escola da rede privada localizada em Duque de Caxias.

É importante salientar a diversificação entre esses sujeitos, tendo em vista o fato de que foram selecionados alunos dos 1^0 e 2^0 períodos do Ensino Médio profissionalizante de uma instituição federal de ensino e alunos do 1^0 e 2^0 anos do Ensino Médio Regular de uma escola da rede privada localizada em Duque de Caxias.

Escolhemos os alunos nestes níveis escolares, pois o objetivo deste trabalho é mostrar a viabilidade do ensino de algoritmos no Ensino Médio.

Estes alunos têm pouca experiência com o desenvolvimento de conteúdos de Matemática, contudo, podemos observar uma grande variação de estratégias dos mesmos, quanto ao desenvolvimento das soluções dos problemas propostos, assim poderíamos observar a assimilação dos conteúdos por parte dos alunos nas séries inicias do ensino médio, por vários ângulos de atuação.

Assim podemos comprovar a viabilidade do ensino de algoritmos em qualquer momento deste segmento e ainda uma instituição federal e uma privada, para que pudéssemos obter mais uma entrada de dados na pesquisa, no que se refere às possíveis diferenças de “base” ou conhecimentos prévios de conteúdos da Matemática básica.

A seleção dos participantes da pesquisa foi feita tendo em vista algumas características como, interesse pela aquisição de novos conhecimentos, assiduidade dos alunos nas aulas, no decorrer do ano, bem como seus rendimentos em termos de resultados (notas), já que a oficina seria realizada próximo aos exames finais do ano letivo (outubro e novembro de 2008), provocando uma preocupação com o rendimento dos participantes e de seus responsáveis nas avaliações do 4.° bimestre.

Os alunos convidados representaram um grupo de alunos que possuem um interesse especial pela Matemática, bem como um bom rendimento escolar nas matérias oferecidas no Ensino Regular ou Técnico no Ensino Médio.

Foram selecionados inicialmente trinta alunos das duas instituições, em seguida, apresentados os objetivos do trabalho. Quatorze alunos não foram autorizados pelos responsáveis a participarem das oficinas (todos alegaram preocupação com as avaliações finais). Aos alunos que demonstraram interesse em participar como sujeitos de pesquisa do trabalho, concordaram e poderiam participar, solicitamos, como em REIS (2007):

> Que assinassem um termo de consentimento, em que se comprometeriam em participar como sujeito potencial da pesquisa, respondendo questionários, cientes de que haveria a possibilidade futura de divulgação de relatórios, apresentações em Seminários, Congressos e livros que constariam as observações, análises e conclusões da pesquisa. No entanto, seriam preservadas as identidades dos envolvidos na investigação, mediante o uso de pseudônimos.

5.3 Coleta de Dados

Para Lather (1986), nos projetos de pesquisa qualitativa, o uso da teoria qualifica-se por:

> Construir teoria empiricamente baseada exige uma relação recíproca entre dados e teoria. Deve-se permitir que os dados gerem proposições de maneira dialética, que permita o uso de estruturas teóricas *a priori*, mas que evite que uma determinada estrutura torne-se o recipiente no qual os dados devem ser despejados. (p. 267)

Tendo por base as idéias de Rossman e Rallis (1998), podemos dizer que:

> A pesquisa qualitativa utiliza vários métodos, caracterizados pelo fato de serem humanísticos. Os métodos de coleta de dados envolvem efetivamente a participação ativa dos participantes e do estudo, envolvendo-os de forma ativa dos mesmos na coleta dos dados. Os pesquisadores qualitativos não interferem no ambiente de estudo mais do que o necessário para um direcionamento para a questão foco a ser pesquisada. Os métodos de coleta se fazem existir por meio de entrevistas, e documentos, emails, algum de recortes, e outros, além da observação do pesquisador a cerca das discussões, indagações, dificuldades dos participantes durante o estudo.

Com o objetivo de obter as informações necessárias para o desenvolvimento dessa pesquisa, deu-se a divisão da oficina em cinco momentos:

- Primeiro momento – Apresentação dos problemas motivadores;
- Segundo momento – Definição de Modelagem Matemática.
- Terceiro momento – Introdução de noções de Teoria dos Grafos;
- Quarto momento - Resolução de problemas envolvendo grafos;
- Quinto momento - Coleta de todo material deixado com os alunos e fechamento da oficina.

A oficina teve um caráter mais associado à observação, onde os participantes foram sempre incentivados a resolver os problemas (situações), em grupo, embora talvez pela característica individual de interesse dos mesmos, eles tenham quase sempre, apresentado o comportamento de individualismo, fechando-se em tentar resolver os problemas sozinhos.

A nossa intervenção foi discreta, atuando apenas na mediação das discussões, na eliminação de hipóteses que não estivessem de acordo com a situação oferecida ou teses infundadas, e nos concentrando mais na observação acerca das soluções ou tentativas de soluções por parte dos participantes.

Todos os encontros ocorreram aos sábados, com início às 8h e com o término às 12h. Sempre com certa flexibilidade e tolerância com os imprevistos como os atrasos e com a necessidade de alguns alunos nem sempre poderem ficar até o final. As oficinas foram realizadas nos dias 11, 18 e 25 de outubro, 1 e 8 de novembro de 2008.

6 Apresentação e Análise dos Dados

O processo de discussão e análise de dados se dá por diversas estratégias, bem como componentes, mesmo quando se trata de uma pesquisa qualitativa, e uma das formas é pela comparação das facilidades e dificuldades observadas pelos interlocutores.

Creswell (2007) escreve que:

> O processo de análise de dados consiste de extrair sentido dos dados de texto e imagem. Envolve preparar os dados para análise, conduzir análises diferentes, aprofundar-se cada vez mais no entendimento dos dados, fazer representação dos dados e fazer uma interpretação do significado mais amplo dos dados. A proposta pode incluir diversos processos genéricos que transmitam um sentido das atividades gerais de análise de dados qualitativos. (p. 194)

No primeiro momento foi explicado aos alunos, o objetivo da pesquisa, sem lhes informar os objetivos específicos e sim, conscientizando-os de que se tratava de componentes da pesquisa concreta, que tem por objetivo investigar alguns parâmetros relacionados à estratégia pedagógica de ensino, onde se obteve a concordância de todos os presentes em participar do estudo.

Perguntados pelo interlocutor, os alunos disseram ter um interesse especial pela Matemática, alguns justificando desta forma a participação no grupo.

De acordo com os PCNs:

> a situação-problema apresenta um objetivo distinto, porque leva o aluno à construção de um novo conhecimento matemático. De maneira bastante sintética, podemos caracterizar uma situação-problema como uma situação geradora de um problema cujo conceito, necessário à sua resolução, é aquele que queremos que o aluno construa. (p. 84).

Sendo assim, neste momento um problema incentivador lhes foi oferecido, onde os participantes deveriam montar horários de palestras que seriam oferecidas a um público de estudantes, divididos em Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino

Superior, sendo que uma destas palestras oferecida apenas aos estudantes do Ensino Superior, outra aos alunos somente do Ensino Médio e Superior, outra aos alunos do Ensino Fundamental e médio e por fim uma que seria oferecida a todos os alunos.

Os participantes deveriam montar estes horários, tendo em vista que deveriam atender às restrições, bem como o número de palestrantes, e objetivando uma distribuição no menor número de dias possível.

Os alunos mostraram interesse em desenvolver o problema, mesmo que inicialmente alguns tenham ficado surpresos por pensarem que "aprenderiam" novos conteúdos de Matemática na pesquisa. Um aluno ainda insistiu ao terminar a tarefa*: "... mas isto é Matemática",* outro disse: *"isto tem a ver com o que, Análise Combinatória?"*, um terceiro falou*: "Acho que é Teoria dos Conjuntos".*

Os participantes na grande maioria conseguiram montar os horários dentro das restrições observadas na situação-problema, porém se mostraram curiosos quanto a uma melhor solução ou algum conteúdo matemático que pudesse "resolver" o problema.

Pela fala de um dos alunos, *"ainda bem que eram só três palestras e três turmas.",* surgiu uma discussão sobre a ação que tomariam se fossem muitas palestras e muitas turmas, fazendo com que os mesmos fossem tomados por uma expectativa acerca de uma solução "milagrosa", na palavra de um deles.

Como o caráter da pesquisa inicialmente era puramente investigativo, a discussão acima descrita, foi incentivada, porém deixada uma interrogação nos participantes, o que nos mostrou um interesse dos mesmos em conhecer ou descobrir tal método prático, na construção de horários em situações maiores.

Sendo incentivados a pensar não somente na solução proposta por eles ao montar o horário das palestras, mas também, nos procedimentos efetuados por eles ao desenvolver o problema, e estes foram incentivados a descrever, passo a passo, o que pensaram como estratégia de solução.

Ao serem indagados pelos pesquisadores se havia sido pensada outra metodologia para a solução do problema, ou algo relacionado teria sido observado por algum deles.

Um dos participantes disse que não havia resolvido por outro método, mas teria, observando a tabela que havia feito com os horários, uma semelhança com o que haveria aprendido sobre matrizes, destacando o fato de que lá havia linhas e colunas, bem como nas matrizes, constatação que teve neste momento apoio de outros participantes que cursavam o segundo ano do Ensino Médio e que também conheciam este assunto.

Como naquele momento não fora desenvolvido um algoritmo para a solução do problema, deixamos que estes refletissem sobre a possível relação entre a situação-problema e o conteúdo referente à teoria das Matrizes.

Vale salientar que este momento da pesquisa foi muito proveitoso, já que sem a nossa interferência direta, os participantes, talvez por saber que éramos professores de Matemática, procuraram sempre modelar o problema, tentando relacionar a situação-problema aos conteúdos que cada um conhecia previamente.

Alunos que cursavam o primeiro ano, em grande maioria, tentaram modelar o problema por meio da teoria dos conjuntos, enquanto os alunos do segundo ano, em grande parte, procuraram modelar o problema por análise combinatória, além de uma intervenção acerca da teoria das matrizes, demonstrando o interesse dos participantes em modelar os problemas, mesmo sem que tivessem qualquer conceituação específica, relacionada à Modelagem Matemática.

No segundo momento, alguns conceitos relacionados à Modelagem Matemática são introduzidos, quando os participantes foram conscientizados de que os esforços desenvolvidos por eles no que se refere à solução do problema anterior, nada mais era do que a criação de um modelo para a solução do problema em questão e que há algum tempo a Modelagem Matemática estaria sendo largamente estudada e desenvolvida.

As tentativas de associar conceitos da Matemática Pura, à situação-problema é uma das formas de se desenvolver a Modelagem dos problemas. Os participantes foram neste ainda, incentivados a pensar sempre em uma possível generalização dos modelos relacionados a uma situação-problema específica, como a referida situação das palestras antes vista.

Em seguida, já com alguns conceitos específicos da Modelagem, lhes foi proposto um novo problema, e foi pedido um modelo que auxiliasse a solução do mesmo, bem como uma possível solução do mesmo.

Esta nova situação-problema caracterizava-se por um mapa, contendo os estados das regiões Sudeste, Sul e Centro-Oeste do Brasil, e a questão: *"Se quiséssemos colorir este mapa, sendo que todos os estados que tivessem fronteira em comum, tivessem cores distintas, quantas cores, no mínimo, precisaríamos?"*

Alguns alunos, na falta de lápis de cor, resolveram representar as cores que utilizariam por letras do nosso alfabeto, A, B, C..., enquanto outros preferiram cores como azul, verde, branco,... Como no primeiro momento da pesquisa os participantes foram incentivados a descrever todos os procedimentos, um aluno relatou seu método da seguinte forma:

"Começo do Sul e vou em direção ao Norte. Em seguida, vou intercalando as cores, não repetindo quando tiver a mesma fronteira, de um estado para o outro. Logo

notamos que além de duas cores, que tomei como base, precisaríamos de uma terceira cor. E seguindo assim o raciocínio descubro que são necessárias três cores.”

De acordo com os PCNs:

> Se por um lado a idéia de situação-problema pode parecer paradoxal, pois como o aluno pode resolver um problema se ele não aprendeu o conteúdo necessário à sua resolução? por outro lado, a história da construção do conhecimento matemático mostra-nos que esse mesmo conhecimento foi construído a partir de problemas a serem resolvidos. (p. 84).

Para seguir este raciocínio, por várias vezes chamamos a atenção da importância de tentar desenvolver a generalização dos modelos, e sendo assim o mesmo participante ainda descreve os procedimentos da seguinte forma, acerca de um possível problema relacionado a um mapa muito maior que o considerado no problema em questão: *“Em outro mapa, com mais estados, ou países, é só usar o mesmo raciocínio lógico, primeiramente, separe duas cores da base, e de acordo com a posição dos estados, vá intercalando, e se chegar a um dado momento e notar que precisa de mais uma cor, utilize-a, sempre lembrando que com menos cores melhor.”.*

Notamos, assim, que o participante procura generalizar o modelo, mas, sobretudo, desenvolver um algoritmo que solucione uma família de situações-problemas relacionadas ao problema oferecido.

Em seguida, utilizando o mesmo mapa descrito acima, e por meio também, de uma tabela com as distâncias entre capitais dos estados, bem como o distrito federal, fora proposta outra situação-problema que consistia em criar um modelo para uma empresa de táxi aéreo que deseja explorar as regiões Sudeste, Sul e Centro-Oeste do Brasil e que para isso, em seu “Projeto Piloto”, instalou heliportos nas capitais de todos os estados das regiões citadas e em Brasília, mas que queria ter uma estimativa sobre as possíveis capitais “sedes” e o número mínimo de aeronaves necessárias para a realização do projeto, em que o objetivo era que cada aeronave atendesse em um raio máximo de 1000 km de sua sede.

Um participante deu uma solução escolhendo uma capital, neste caso específico a cidade de São Paulo, contemplasse o maior número de capitais, desenhando um círculo sobre o gráfico e notando que apenas uma não seria contemplando, no caso específico a cidade de Cuiabá, percebendo assim a necessidade de mais um helicóptero. Assim necessitando de dois helicópteros no mínimo.

De acordo com Bassanezi, (2006),

> *Modelagem Matemática* é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (p. 24)

Exemplificando bem a fala de Bassanezi na citação acima, podemos destacar um dos participantes do grupo, que relatar sua solução, disse "*Como só serão utilizados o mínimo de aeronaves, parti da idéia de qual lugar tenha mais pessoas e comecei por São Paulo, traçando vetores que constituiriam a malha aeroviária das regiões, coloquei a distância e analisei quantas aeronaves colocaria.*" Claramente desenvolvendo um algoritmo.

Neste momento ainda foram indagados sobre um procedimento que pudesse modelar e resolver a situação-problema para qualquer mapa, com qualquer disposição de estados. E muitos alunos disseram que resolveriam se lhes fosse dado o mapa e uma tabela com as distâncias. E novamente indagados foram da seguinte forma:

"Então só com o mapa em mãos? Não se pode criar um procedimento que solucione a situação-problema ao invés do mapa específico a cada situação?

E se tivéssemos que fazer um programa de computador, por exemplo, para resolver os problemas com características semelhantes?

*Faríamos um programa para cada mapa e tabelas?"*E surpresos com as questões disseram-se incapazes de pensar algo que atendesse às questões levantadas, algumas discussões sem sucesso foram travadas, e os participantes chegaram à conclusão que não possuíam uma ferramenta que solucionasse a situação geral proposta.

No terceiro momento, uma terceira situação-problema é apresentada objetivando mostrar aos participantes que os conhecimentos matemáticos adquiridos por eles até aquele momento poderiam não ser suficientes para a modelagem de alguns problemas ou quem sabe não muito eficientes, já que neste novo problema teríamos que montar uma grade de horários de 20 turmas de uma determinada escola, com as disciplinas de Matemática, Língua Portuguesa, Física, Química, Biologia, Língua Estrangeira, História e Geografia, com o mínimo de professores por matéria, bem como, as respectivas cargas horárias semanais e nunca alguma turma tendo três aulas consecutivas de uma determinada disciplina.

Alguns alunos disseram que seria como o primeiro problema, do primeiro encontro, só que maior, começaram a desenvolver a grade de horários, chegando à conclusão que seriam capazes de fazê-lo, contudo, lhes seria muito trabalhoso e demorado, constatando que um algoritmo mais eficiente seria assim de grande valia, e mostraram-se curiosos em conhecer uma ferramenta que pudesse ajudá-los em tão árduo trabalho que surgira naquele momento.

Então levantamos a questão: *"E se pudéssemos programar um computador pra fazer o horário por nós?"* *Os alunos concordaram que seria bem melhor, mas então veio a segunda questão, "mas como vamos programá-lo sem um algoritmo, com os passos bem definidos no intuito de encontrar a solução do problema?"*

Neste momento, alegando ser uma ferramenta poderosa na construção de modelos e algoritmos que solucionassem diversas situações-problema, foram introduzidas as noções da Teoria dos Grafos, bem como mostradas algumas de suas tantas aplicações.

Segundo Jurkiewicz em *Problemas e Probleminhas,* sobre um problema P, tem-se que:

> Resolver o problema P consiste em desenvolver um algoritmo cuja entrada é composta pelos dados específicos do problema (retirados desse conjunto) e sua saída, denominada solução, resposta ao objetivo do problema. (p. 08)

É importante lembrar que a teoria dos Grafos está diretamente ligada à Matemática Discreta e em especial à Análise Combinatória, justificando a escolha dos problemas oferecidos aos agentes deste estudo. Alguns problemas clássicos da Teoria dos Grafos são citados nos *Parâmetros Curriculares Nacionais*, como podemos ver no texto a seguir:

> No ensino médio, o termo "combinatória" está usualmente restrito ao estudo de problemas de contagem, mas esse é apenas um de seus aspectos. Outros tipos de problemas poderiam ser trabalhados na escola – são aqueles relativos a conjuntos finitos e com enunciados de simples entendimento relativo, mas não necessariamente fáceis de resolver. Um exemplo clássico é o problema das pontes de Könisberg, tratado por Euler: dado um conjunto de sete ilhas interligadas por pontes, a pergunta que se coloca é: "Partindo-se de uma das ilhas, é possível passar pelas demais ilhas e voltar ao ponto de partida, nisso cruzando-se cada uma das pontes uma única vez?" Problemas dessa natureza podem ser utilizados para desenvolver uma série de habilidades importantes: modelar o problema, via estrutura de grafo –

> no exemplo, um diagrama em que cada ilha é representada por um ponto e cada ponte é um segmento conectando dois pontos; explorar o problema, identificando situações em que há ou não solução; convergir para a descoberta da condição geral de existência de uma tal solução (ainda no exemplo, o caso em que cada ilha tem um número par de pontes). Muitos outros exemplos de problemas combinatórios podem ser tratados de modo semelhante, tais como determinar a rota mais curta em uma rede de transportes ou determinar um eficiente trajeto para coleta de lixo em uma cidade. (BRASIL, 2006, p. 94).

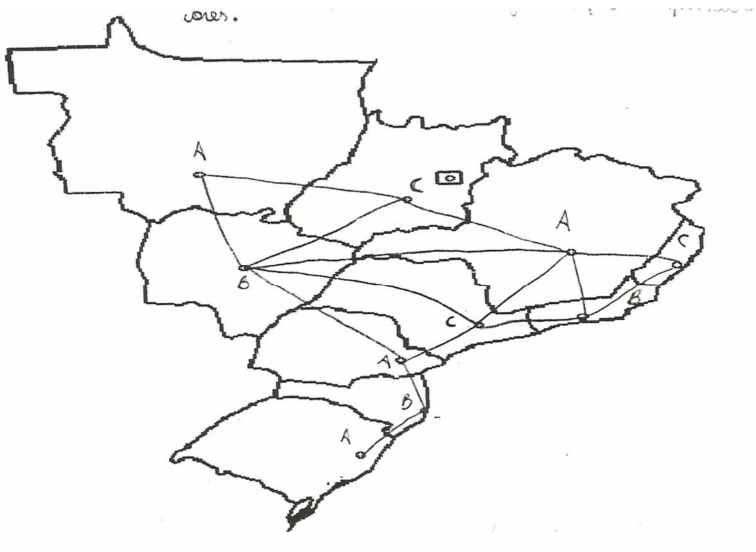
No quarto momento, de acordo com a fala de Jurkiewicz citada acima, e já transmitidos os conceitos básicos da Teoria dos Grafos, foi proposto aos alunos que tentassem resolver os dois problemas iniciais novamente, pra ver se mudariam os seus procedimentos ou confirmariam os procedimentos anteriores descritos.

E podemos notar que os participantes, quase em sua totalidade, procuraram desenvolver modelos e algoritmos associados à Teoria dos Grafos.

Um dos alunos desenvolveu um algoritmo pra resolver a questão do número de cores necessárias para a coloração do mapa proposto no segundo problema, enumerando os passos da seguinte forma:

"*1º Liga as cidades que não podem ter a mesma cor.*
2º As cidades que estão ligadas, colocar cores diferentes.
3º As cidades eu não estão ligadas, podem possuir as mesmas cores."

E o esquema que proposto pelo próprio está apresentado a seguir, onde o mesmo representa as três cores escolhidas, pelas letras A, B e C.

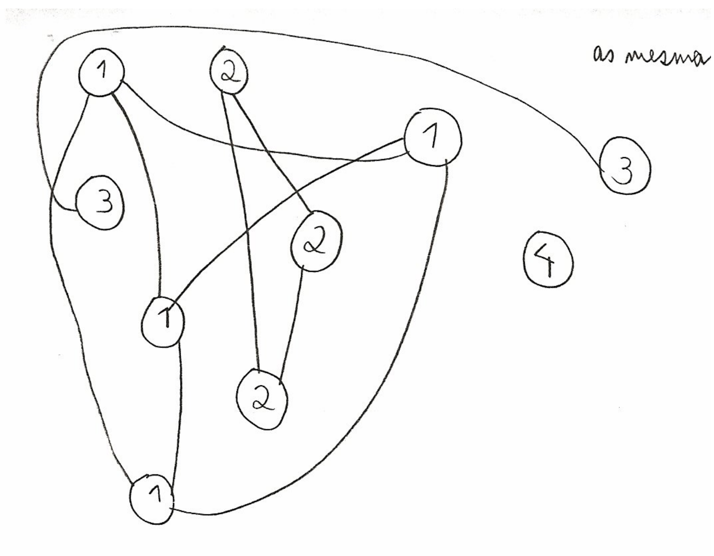


Outro participante decidiu ligar os estados que pudessem ter a mesma cor, desenvolvendo o seguinte algoritmo.

"*1) Colocar números em cada estado, de forma que ele não se repita quando há fronteira entre eles.*

2) Ligar as mesmas cores a serem pintadas entre si."

E o seu esquema está representado na figura abaixo, desenvolvida pelo próprio.



Outro aluno criou um algoritmo parecido com o anterior, contudo, resolveu ligar os estados que têm fronteira em comum, formulando o algoritmo descrito pelo próprio da seguinte forma:

"Cada bolinha representa um estado, cada ligação uma fronteira:

1º Numerei um estado.

2º Numerei sua fronteira de maneira que um mesmo número não fique ligado a ele mesmo.

Sendo assim são necessárias 3 cores."

O mesmo participante, demonstrando preocupação com a generalização da questão, desenvolveu o algoritmo a seguir:

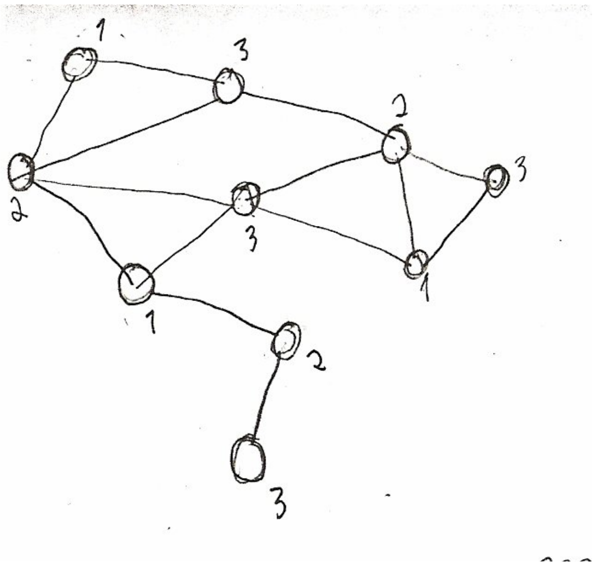
"Em um mapa maior.

1º Definir a quem cada estado está ligado

2º depois numerar os estados que não estão ligados com mesmo número.

3º As fronteiras desses estados numerados, numerar evitando que os mesmos números se ligassem."

Este aluno propôs o esquema a seguir:



Segundo Bassanezi, 2006,

> O objetivo fundamental do "uso" de matemática é de fato extrair a parte essencial da situação-problema e formalizá-la em um contexto abstrato onde o pensamento possa ser absorvido com uma extraordinária economia de linguagem. Desta forma, a matemática pode ser vista como um instrumento intelectual capaz de sintetizar idéias concebidas em situações empíricas que estão quase sempre camufladas num emaranhado de variáveis de menor importância. (p. 18)

Após aplicar a Teoria dos Grafos aos problemas iniciais um participante demonstrando concordância com a citação acima em relação à estratégia de Modelagem por meio da ferramenta proposta, Teoria dos Grafos, disse: *"Tendo a Teoria dos Grafos observa-se que há uma maior agilidade e rapidez em resolver um problema. Caso tivesse um mapa bem grande, essa teoria ajudaria de forma excepcional. Neste caso observa-se que fazendo o grafo pelas restrições, ficaria menor, sendo mais fácil a visualização e conclusão do problema."*

No quinto e último momento, foi proposta uma última atividade, que apresentava um grau de dificuldade maior que os anteriores devido à quantidade de elementos e restrições que continha. A seguir temos este problema, na forma que foi proposto aos participantes da pesquisa.

"Uma universidade vai realizar os exames finais de seu curso de Engenharia Mecânica, que serão aplicados em n dias, cada um com apenas dois horários disponíveis para a realização dos mesmos, às 8h e 13h.

Alguns alunos estão matriculados em mais de uma disciplina, excetuando-se às disciplinas que possuem pré-requisitos ainda não atingidos pelo aluno, e assim não podemos marcar os exames das disciplinas que possam ter alunos matriculados em ambas, no mesmo horário. Observe que disciplinas que possuem pré-requisito não possuem alunos em comum com o seu pré-requisito, portanto podem realizar seus exames no mesmo horário e dia.

Observações:

I) A sala é grande suficiente para todos os alunos matriculados numa determinada disciplina e satisfaz todas as características requeridas para a realização do exame.

II) Desde que obedeça a seu pré-requisito, um aluno pode estar matriculado em qualquer disciplina, de qualquer período.

Crie uma tabela e horários em que todos os exames sejam associados a uma célula de horário, obedecendo às restrições acima citadas, e que permita que cada aluno possa fazer todos os exames que lhe cabem, sem que tenha que fazer dois exames num mesmo dia e hora, procurando realizá-los no menor número de dias possível."

Obs.: O número total de cursos, portanto de provas finais era em torno de 80.

Alguns alunos começaram a fazer o horário e dando-se conta do tamanho de tal planilha de horário, logo foram desistindo e dizendo que só se *"fossem computadores."*

De acordo com PCNs:

> A modelagem matemática, percebida como estratégia de ensino, apresenta fortes conexões com a idéia de resolução de problemas... Ante uma situação-problema ligada ao “mundo real”, com sua inerente complexidade, o aluno precisa mobilizar um leque variado de competências: selecionar variáveis que serão relevantes para o modelo a construir; problematizar,...; formular hipóteses explicativas do fenômeno em causa; recorrer ao conhecimento matemático acumulado para a resolução do problema formulado, o que, muitas vezes, requer um trabalho de simplificação quando o modelo originalmente pensado é matematicamente muito complexo;... revelando o aspecto dinâmico da construção do conhecimento. (p. 85-86)

E desta forma, utilizando a Teoria dos Grafos, um dos participantes sacou uma tentativa de modelar e encontrar uma solução Algorítmica, que descreveremos a seguir:

“*Para resolver o problema de montar o horário de provas finais da faculdade de Engenharia, partimos para o princípio da Teoria dos Grafos, seguindo o seguinte algoritmo:*

1 – Ligue em um grafo todas as matérias que têm apenas um pré-requisito, essas ficarão no mesmo dia e horário.

2 – Faça outro grafo com todas as matérias que têm dois pré-requisitos, mas os pré-requisitos devem ter sido usados no primeiro passo.

3 – Faça o mesmo com 3, 4 ... requisitos, até o final.

4 – Monte a tabela a partir dos grafos.

5 – Conclua.

A técnica de Coloração de Grafos fora usada por alguns participantes na tentativa de solucionar os problemas, embora, destaquemos o fato de que nenhum conceito ou teorema ou mesmo algoritmo sobre Coloração de Grafos fora informado aos participantes, e sim, somente as definições básicas relacionada à Teoria dos Grafos.

Um dos alunos ainda procurou desenvolver um algoritmo acerca de coloração de grafos, nos chamando a atenção, já que demonstra o grau de preocupação na generalização das situações-problema, bem como com a formação do pensamento algorítmico, e desta forma apresentamos a seguir:

"1 - *Separar os pontos "chaves" do problema, que neste caso são os estados, e anotá-los em algum lugar. (Preferencialmente separados em círculos).*

2 – Observar se é mais fácil ligar os vértices pelas restrições ou não.

3 – Ligue como queira.

4 – Anote o resultado, passando para onde desejar.

5 – Conclua o resultado.

E finalmente neste momento ainda, foram feitos comentários finais sobre Modelagem Matemática, Pensamento Algorítmico e sobre Teoria dos Grafos, por meio da explanação dos alunos quanto às experiências por eles vividas no projeto que se encerrara, e finalmente a coleta de todo material deixado com os alunos e encerramento da oficina.

Reafirmando a fala dos autores no que se refere ao avanço da Modelagem Matemática, do desenvolvimento da teoria relacionada aos algoritmos, através de uma validação mais rápida e eficiente, portanto podemos observar um desenvolvimento da Matemática Discreta em alguns dos problemas propostos na pesquisa, mesmo com algoritmos desenvolvidos, por vezes seriam inviáveis o uso de recursos tecnológicos, representados principalmente pela computação, que tem sua base no desenvolvimento de programas que se dão por meio dos algoritmos.

Sendo assim, podemos afirmar que o avanço no que se refere à solução de situações-problemas, que são vitais para o bom desenvolvimento do educando, passa por um bom desenvolvimento do pensamento algorítmico do mesmo.

Este trabalho oferece uma contribuição no que se refere a um estudo concreto sobre algumas estratégias na transferência de conceitos relacionados à Modelagem

Matemática e à criação de Algoritmos, por meio, principalmente, da Teoria dos Grafos e a criação de modelos que permitam a resolução da questão proposta e outras similares.

7 Considerações Finais

Muito ainda resta verificar no âmbito da aplicação da Teoria dos Algoritmos no Ensino Médio, mas queremos enfatizar que buscamos estabelecer, uma observação criteriosa em relação à possível aplicação dos conteúdos relacionados aos Algoritmos, onde percebemos a dificuldade por parte de alguns agentes da pesquisa no que se refere à abstração relacionada às situações problemas.

Observamos também a facilidade relacionada ao interesse desses agentes pela resolução dos problemas e criação dos algoritmos, principalmente incentivada pelo fato de que os problemas não possuíam caráter puramente matemático e sim relacionado às situações não associadas diretamente com os conteúdos observados por eles nas salas de aula.

Percebemos que o ensino de teoria dos grafos, construção de algoritmos e Modelagem oferecem significativa contribuição para um ensino que evidencie a articulação da Matemática do ensino médio, com assuntos relacionados à ciência e à tecnologia. Além de permitir, de forma contextualizada ou desafiadora, abordar problemas de natureza combinatória presentes em situações reais.

Esta pesquisa tem alcançado este objetivo: apresentar uma proposta em que o aluno, alvo das atenções no processo de aprendizagem, seja motivado a investigar situações-problema ou solucionar problemas que permitam a construção dos conceitos sobre grafos, utilizando Matemática para compreender a tecnologia.

Enfatizamos, assim, a excelente contribuição da Matemática, disciplina do Ensino Médio, que precisa ser ensinada para criar no aluno a prática de lidar com os procedimentos algorítmicos. Enfatizamos que os resultados das atividades apontam positivamente para a importância da abordagem, relevância e potencialidade desse assunto no Ensino Médio.

Evidentemente que os estudos aqui mostrados merecem ainda um aprofundamento posterior, através de levantamentos bibliográficos bem como novas pesquisas nesse contexto, podendo assim validar as considerações obtidas nesse estudo.

Entendemos que o estudo dos algoritmos poderá ajudar a compreensão de assuntos relacionados à Matemática, e áreas afins. Nos dias atuais, notamos que os algoritmos são utilizados apenas com o propósito do desenvolvimento de programas relacionados à computação, o que indica um subaproveitamento desta ferramenta.

A teoria dos algoritmos pode ser aplicada como estratégia de ensino-aprendizagem, nos mais diversos segmentos do conhecimento, aprimorando técnicas construtivas do desenvolvimento do conhecimento humano.

Enfim, afirmamos que este trabalho apenas inicia a proposta de ensino-aprendizagem, por meio dos Algoritmos, onde o aluno pode desenvolver os conceitos necessários à resolução dos problemas propostos, que julgamos de grande importância no currículo do Ensino Médio.

Prevalece a certeza de que os assuntos de teoria dos grafos, aqui tratados e aplicados permitirão que o aluno entenda os princípios básicos na resolução do problema real; assim como para a compreensão do funcionamento das tecnologias que o cercam, norteadas em processos algorítmicos utilizadas na resolução de problemas reais, de diferentes naturezas e áreas.

Assim sendo, observamos que, no ensino de grafos, há uma grande oportunidade de contribuir para um ensino de Matemática que seja experimental e contextualizado.

Apêndice I

Problema Um

MESTRADO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Modelagem matemática

Orientadores: Prof. Dr. Abel Rodolfo Garcia Lozano
Profª. Drª. Jacqueline de Cássia Pinheiro Lima

Mestrandos: Gessé Pereira Ferreira
Willian da Silva Leal

Problema 1.

No primeiro fim de semana de novembro deste mesmo ano, a Universidade do Grande Rio estará promovendo uma série de palestras sobre Ecologia, Doenças Sexualmente Transmissíveis (DST), Teoria da Relatividade e Estatuto da Criança e do Adolescente (ECA). O "Público Alvo" está dividido basicamente em três grupos: Ensino Fundamental (EF), Ensino Médio (EM) e Ensino Superior (ES). A palestra sobre Teoria da Relatividade estará sendo oferecida somente para estudantes de nível superior, enquanto as sobre DST e ECA **não** estarão sendo oferecidas aos estudantes de nível fundamental e superior, respectivamente.

Monte os horários das palestras, sabendo que serão oferecidas, no mesmo dia, durante o turno da manhã, com as seguintes opções: 8h às 9h; 9h 30min às 10h 30min e 11h às 12h e só existe um Professor disponível para cada palestra.

"Tudo deveria se tornar o mais simples possível, mas não simplificado".
Albert Einstein

Apêndice II

Problema Dois

MESTRADO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Modelagem matemática

Orientadores: Prof. Dr. Abel Rodolfo Garcia Lozano
Profª. Drª. Jacqueline de Cássia Pinheiro Lima

Mestrando: Willian da Silva Leal

"Tudo deveria se tornar o mais simples possível, mas não simplificado".
Albert Einstein

Apêndice III

Problema Três

UNIVERSIDADE UNIGRANRIO
Vá além da sala de aula

MESTRADO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Modelagem matemática

Orientadores: Prof. Dr. Abel Rodolfo Garcia Lozano
Profª. Drª. Jacqueline de Cássia Pinheiro Lima

Mestrandos: Gessé Pereira Ferreira
Willian da Silva Leal

- Língua Estrangeira, 3 aulas;
- História, 3 aulas; e
- Geografia, 3 aulas.

Monte o quadro de horários para o ano letivo de 2009, sabendo que a escola já possui alunos, pré-matriculados, suficientes para formar 20 turmas no "turno" da manhã. Use o mínimo de professores possíveis de cada currículo e, observe ainda, que nenhuma das turmas poderá ter mais de três aulas seguidas, do mesmo currículo, no mesmo dia. Use o quadro abaixo como modelo.

Início de cada aula	Seg.	Ter.	Qua.	Qui.	Sex.
1.ª 7h 30min					
2.ª 8h 20min					
3.ª 9h 10min					
10h	intervalo	intervalo	intervalo	intervalo	intervalo
4.ª 10h 20min					
5.ª 11h 10min					
6.ª 12h					

"Não há ramo da matemática, por abstrato que seja, que não possa um dia vir a ser aplicado aos fenômenos do mundo real".

Lobachevsky

Apêndice IV
Problema Quatro

MESTRADO EM ENSINO DAS CIÊNCIAS NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Modelagem matemática

Orientadores: Prof. Dr. Abel Rodolfo Garcia Lozano
Profª. Drª. Jacqueline de Cássia Pinheiro Lima
Mestrandos: Gessé Pereira Ferreira
Willian da Silva Leal

Problema 4

Uma universidade vai realizar os exames finais de seu curso de Engenharia Mecânica, que serão aplicados em *n* dias, cada um com apenas dois horários disponíveis para a realização dos mesmos, às 8h e 13h.

Alguns alunos estão matriculados em mais de uma disciplina, excetuando-se as disciplinas que possuem pré-requisitos ainda não atingidos pelo aluno, e assim não podemos marcar os exames das disciplinas que possam ter alunos matriculados em ambas, no mesmo horário. Observe que, disciplinas que possuem pré-requisito não possuem alunos em comum com o seu pré-requisito, portanto podem realizar seus exames no mesmo horário e dia.

Observações:
I) A sala é grande suficiente para todos os alunos matriculados numa determinada disciplina e satisfaz todas as características requeridas para a realização do exame.

II)Desde que obedeça a seu pré-requisito, um aluno pode estar matriculado em qualquer disciplina, de qualquer período.

Crie uma tabela e horários em que todos os exames sejam associados a uma célula de horário, obedecendo às restrições acima citadas, e que permita que cada aluno possa fazer todos os exames que lhe cabem, sem que tenha que fazer dois exames num mesmo dia e hora, procurando realizá-los no menor número de dias possível.

O quadro abaixo mostra todas as disciplinas oferecidas, bem como seus pré-requisitos, indicando a disciplina através do seu código.

Curso de Engenharia Mecânica: Grade Curricular

Código	Disciplinas	Pré-Requisito	
101	DESENHO MECÂNICO	-	
102	INTRODUÇÃO À ENGENHARIA MECÂNICA	-	
103	CÁLCULO I	-	
104	GEOMETRIA ANALÍTICA E VETORES	-	1^0 Período
105	PROGRAMAÇÃO DE COMPUTADORES	-	
106	QUÍMICA GERAL	-	
107	LABORATÓRIO DE QUÍMICA	-	
108	COMUNICAÇÃO E EXPRESSÃO	-	
109	EDUCAÇÃO FÍSICA DESPORTIVA	-	
112	MÉTODOS COMPUTACIONAIS	103	
113	DESENHO COM AUXÍLIO DO COMPUTADOR	101	
114	FÍSICA I	103	
115	LABORATÓRIO DE FÍSICA I	114	2^0 Período
116	CÁLCULO II	103 - 104	
117	PRÁTICA DE OFICINAS	-	
118	PROPRIEDADES DOS MATERIAIS	106 - 107	
119	PSICOLOGIA APLICADA	-	
122	FÍSICA IIII	114 - 115	
123	LABORATÓRIO DE FÍSICA III	122	
124	CÁCULO NUMÉRICO EM COMPUTADOR	104 -112	3^0 Período
125	ESTÁTICA	114 - 115 - 116	
126	INTRODUCÃO À ENG. DE FABRICAÇÃO	114 - 115 - 117	
127	TRANSFORM. DE D\FASES DOS MATERIAIS	118	
128	CÁLCULO III	116	
131	DINÂMICA	125	
132	MECÂMICA DOS FLUÍDOS I	128	
133	RSISTÊNCIA DOS MATERIAIS I	125	
134	TERMODINÂMICA	116 - 122 - 123	4^0 Período
135	CIRCUITOS ELÉTRICOS	128	
136	ESTÁTÍSTICA I	116	
137	USINAGEM DOS MATERIAIS	118 - 126	
138	INTROD. DAS TÉCNIC. ELETROMAGNÉTICAS	122 - 123	
141	ELETOTÉCNICA	127 - 138	
142	LABORATÓRIO DE ELETROTÉCNICA	141	
143	RESISTÊNCIA DOS MARTERIAIS II	133	5^0 Período
144	MECÂNICA DOS FLUÍDOS II	132	
145	TRANSFERÊNCIA DE CALOR I	132 - 13445	
146	ELEMENTOS DO MÁQUIINAS I	131	

147	DINÂMICAS DAS MÁQUINAS	128 - 131	
148	ESTÁTISTICA II	136	
149	ENSAIOS DOS MATERIAIS	135	
152	VIBRAÇÕES MECÂNICAS	128 - 131	
153	INTRODUÇÃO À ELETRÔNICA	138	
154	LABORATÓRIO DE ELETRÔNICA	153	
155	SISTEMA FLUÍDOSMECÂNICOS I	144	6^0 Período
156	ELEMENTOS DE MÁQUINAS II	143 - 146	
157	CONTROLE DE SISTEMAS DE MECÂNICOS	147	
158	LABORATÓRIO DE ENG. DOS MATERIAIS	149	
159	PROCESSOS METALÚRG. DE FABRICAÇÃO	135	
160	TRANSFERÊNCIA DE CALOR II	144 - 145	
163	INTRODUÇÃO À ADMINISTRAÇÃO	-	
164	SISTEMA FLÚIDOS MECÂNICOS II	144	
165	MÁQUINAS TERMICAS	160	
166	ENGENHARIA DE QUALIDADE	148	7^0 Período
167	GERAÇÃO, DISTRIB. E UTILIZ. DO VAPOR	160	
168	CONFORMAÇÃO MECÂNICA	126 - 135	
169	SIST. DE PROD. E AUTOM. DE MANUFAT.	148	
170	INSTRUMENTAÇÃO	143 -145 - 149	
173	ORGANIZAÇÃO DE EMPRESAS	163	
174	CONTROLE TÉRMICOS DE AMBIENTES	160	
175	LABORAT. DE PROCESSOS DE FABRICAÇÃO	135 - 159 - 168	
176	AUTOVEÍCULO	164 - 165	8^0 Período
177	SELEÇÃO DE MATERIAIS	135	
178	LABORATÓRIO DE CALOR E FLUÍDOS	155 - 160 - 164	
179	ECONOMIA PARA ENGENHARIA	148	
180	DIREITO	-	
183	SOCIOLOGIA	-	
184	LABORATÓRIO DE SISTEMAS TÉRMICAS	165 - 166 - 173	
185	MÁQUINAS DE ELEVAÇÃO E TRANSPORTE	164 -165	9^0 Período
186	CUSTOS INDUSTRIAIS	178	
187	PLANEJ. E CONTROLE DA PRODUÇÃO	163	
188	MANUTENÇÃO INDUSTRIAL	173	
189	CIÊNCAIS DO AMBIENTE	-	

Disciplinas Optativas

Código	Disciplinas	Pré-Requisito		Crédito
194	PESQUISA OPERACIONAL	169	60	4
195	PROJETO DO RODUTO E DA FABRICA	169	60	4
196	SISTEMA CED / CAD / CAM EM ENGENHARIA	112 - 116	60	4
197	DESENHO 3D COM AUXÍLIO DO COMPUTADOR	-	60	4
198	TÓPICOS EM ENGENHARIA MECÂNICA I	-	VAR.	VAR.
199	TÓPICOS EM ENGENHARIA MECÂNICA II	-	VAR.	VAR.
200	TUBULAÇÕES E VENTILAÇÕES INDUSTRIAL	144 - 145	60	4
201	PROJETOS DE SISTEMAS MECÂNICOS	166	60	4
202	USINAS HIDRELÉTRICAS	143	60	4
203	ESTRUTURA METÁLICA PARA ENG. MECÂNICA	173	60	4
204	ERGONOMIA E SEGURANÇA DOA TRABALHO	173		
205	PROTEÇÃO ANTICORROSIVA	106 - 107		
206	ENGENHARIA MECÂNICA ROVIARIA	152 - 166		

DISTÂNCIA ENTRE AS CAPITAIS BRASILEIRAS - em Km

Anexo I

Distância entre as Capitais Brasileiras

Números acima do 0 (zero) = Distâncias AÉREAS / Números abaixo do 0 (zero) = Distâncias RODOVIÁRIAS

	Aracaju	Belém	Belo Horizonte	Boa Vista	Brasília	Campo Grande	Cuiabá	Curitiba	Florianópolis	Fortaleza	Goiânia	João Pessoa	Macapá
Aracaju	0	1.641	1.248	3.022	1.292	2.155	2.121	2.061	2.207	815	1.461	486	1.967
Belém	2.079	0	2.111	1.432	1.592	2.212	1.778	2.665	2.904	1.133	1.693	1.636	329
B. Horizonte	1.578	2.824	0	3.117	624	1.118	1.372	820	973	1.893	666	1.726	2.349
Boa Vista	6.000	6.083	4.736	0	2.496	2.667	2.107	3.370	3.620	2.562	2.503	3.067	1.110
Brasília	1.652	2.120	716	4.275	0	878	873	1.081	1.314	1.687	173	1.716	1.791
C. Grande	2.765	2.942	1.453	3.836	1.134	0	559	780	1.007	2.547	705	2.593	2.309
Cuiabá	2.775	2.941	1.594	3.142	1.133	694	0	1.302	1.543	2.329	740	2.495	1.822
Curitiba	2.595	3.193	1.004	4.821	1.366	991	1.679	0	251	2.670	972	2.545	2.836
Florianópolis	2.892	3.500	1.301	5.128	1.673	1.298	1.986	300	0	2.857	1.215	2.693	3.082
Fortaleza	1.183	1.610	2.528	6.548	2.200	3.407	3.406	3.541	3.838	0	1.854	555	1.451
Goiânia	1.848	2.017	906	4.076	209	935	934	1.186	1.493	2.482	0	1.889	1.868
João Pessoa	611	2.161	2.171	6.593	2.245	3.357	3.366	3.188	3.485	688	2.442	0	1.964
Macapá													0
Maceió	294	2.173	1.854	6.279	1.930	3.040	3.049	2.871	3.168	1.075	2.125	395	
Manaus	5.215	5.298	3.951	785	3.490	3.051	2.357	4.036	4.443	5.763	3.291	5.808	
Natal	788	2.108	2.348	6.770	2.422	3.534	3.543	3.365	3.662	537	2.618	185	
Palmas	1.662	1.283	1.690	4.926	973	1.785	1.784	2.036	2.336	2.035	874	2.253	
Porto Alegre	3.296	3.852	1.712	5.348	2.027	1.518	2.206	711	476	4.242	1.847	3.889	
Porto Velho	4.230	4.397	3.050	1.686	2.589	2.150	1.456	3.135	3.442	4.862	2.390	4.822	
Recife	501	2.074	2.061	6.483	2.135	3.247	3.255	3.078	3.375	800	2.332	120	
Rio Branco	4.763	4.931	3.584	2.230	3.123	2.684	1.990	3.669	3.976	5.396	2.924	5.356	
R. Janeiro	1.855	3.250	434	5.159	1.148	1.444	2.017	852	1.144	2.805	1.338	2.448	
Salvador	356	2.100	1.372	5.794	1.446	2.568	2.566	2.385	2.682	1.389	1.643	949	
São Luis	1.578	806	2.738	6.120	2.157	2.979	2.978	3.230	3.537	1.070	2.054	1.660	
São Paulo	2.187	2.933	586	4.756	1.015	1.014	1.614	408	705	3.127	926	2.770	
Teresina	1.142	947	2.302	6.052	1.789	2.911	2.910	3.143	3.450	634	1.986	1.224	
Vitória	1.408	3.108	524	5.261	1.239	1.892	2.119	1.300	1.597	2.397	1.428	2.001	

DISTÂNCIA ENTRE AS CAPITAIS BRASILEIRAS - em Km

Números acima do 0 (zero) = Distâncias AÉREAS / Números abaixo do 0 (zero) = Distâncias RODOVIÁRIAS

	Maceió	Manaus	Natal	Palmas	Porto Alegre	Porto Velho	Recife	Rio Branco	R. Janeiro	Salvador	São Luis	S. Paulo	Teresina	Vitória
Aracaju	201	2.673	604	1.235	2.580	2.946	398	3.359	1.482	277	1.226	1.731	903	1.102
Belém	1.680	1.292	1.550	973	3.188	1.886	1.676	2.333	2.450	1.687	481	2.463	750	2.275
B. Horizonte	1.439	2.556	1.831	1.178	1.341	2.477	1.639	2.786	339	964	1.932	489	1.652	378
Boa Vista	3.089	661	2.983	1.988	3.785	1.335	3.103	1.626	3.428	3.009	1.913	3.300	2.169	3.394
Brasília	1.485	1.932	1.775	620	1.619	1.900	1.657	2.246	933	1.060	1.524	873	1.313	947
C. Grande	2.352	2.013	2.654	1.320	1.119	1.634	2.530	1.827	1.212	1.905	2.284	894	2.132	1.490
Cuiabá	2.302	1.453	2.524	1.029	1.679	1.137	2.452	1.414	1.575	1.915	1.942	1.326	1.862	1.745
Curitiba	2.259	2.734	2.645	1.693	546	2.412	2.459	2.601	675	1.784	2.599	338	2.362	1.076
Florianópolis	2.402	2.981	2.802	1.931	376	2.641	2.603	2.809	748	1.930	2.821	489	2.573	1.160
Fortaleza	730	2.383	435	1.300	3.213	2.855	629	3.300	2.190	1.028	652	2.368	495	1.855
Goiânia	1.656	1.912	1.948	724	1.497	1.813	1.829	2.138	936	1.225	1.662	810	1.467	1.022
João Pessoa	299	2.819	151	1.521	3.066	3.200	104	3.632	1.968	763	1.162	2.216	905	1.581
Macapá	2.009	1.054	1.874	1.177	3.341	1.724	2.005	2.159	2.687	2.000	803	2.664	1.079	2.545
Maceió	0	2.778	434	1.383	2.775	3.090	202	3.510	1.671	475	1.234	1.928	929	1.282
Manaus	5.491	0	2.765	1.509	3.132	761	2.833	1.149	2.849	2.605	1.746	2.689	1.921	2.865
Natal	572	5.985	0	1.527	3.172	3.179	253	3.616	2.085	875	1.071	2.320	843	1.706
Palmas	1.851	4.141	2.345	0	2.222	1.711	1.498	2.127	1.512	1.114	964	1.493	835	1.413
Porto Alegre	3.572	4.563	4.066	2.747	0	2.706	2.977	2.814	1.123	2.303	3.142	852	2.909	1.536
Porto Velho	4.505	901	4.998		3.662	0	3.190	449	2.707	2.808	2.274	2.463	2.362	2.835
Recife	285	5.698	297	2.058	3.779	4.712	0	3.618	1.874	675	1.209	2.128	934	1.483
Rio Branco	5.039	1.445	5.533	3.764	4.196	544	5.243	0	2.982	3.206	2.726	2.704	2.806	3.156
R. Janeiro	2.131	4.374	2.625	2.124	1.553	3.473	2.338	4.007	0	1.209	2.266	357	1.979	412
Salvador	632	5.009	1.126	1.454	3.090	4.023	839	4.457	1.649	0	1.323	1.453	994	839
São Luis	1.672	5.335	1.607	1.386	3.891	4.434	1.573	4.968	3.015	1.599	0	2.348	329	2.023
São Paulo	2.453	3.971	2.947	1.776	1.109	3.070	2.660	3.604	429	1.962	2.970	0	2.091	741
Teresina	1.236	5.267	1.171	1.401	3.804	4.366	1.137	4.900	2.579	1.163	446	2.792	0	1.713
Vitória	1.684	4.476	2.178	2.214	2.001	3.575	1.831	4.109	521	1.202	2.607	882	2.171	0

Anexo II
Teoria dos Grafos

Grafos – Algumas Definições

Segundo LIPSCHUTZ, S., LIPSON, M. Matemática Discreta. Terceira Edição. Editora Artmed. Coleção Schaum.

Um grafo G consiste em:

(i) Um conjunto $V = V(G)$ cujos elementos são chamados *vértices*, *pontos* ou *nós* de G.

(ii) Um conjunto $E = E(G)$ de pares não ordenados de vértices distintos, chamados *arestas de G.*

Denotamos tal grafo por $G(V, E)$ quando queremos enfatizar as duas partes de G.

Vértices u e v são ditos adjacentes se existe uma aresta $e = \{u, v\}$. Neste caso, u e v são ditos os *extremos* de e, e diz-se que *e conecta u e v.* Além disso, diz-se que uma aresta e é *incidente* a seus extremos u e v.

Grafos são representados por diagramas no plano de modo natural. Especificamente, cada vértice v em V é representado por um ponto (ou pequeno círculo), e cada aresta $e= \{v_1, v_2\}$ é representada por uma curva que conecta seus extremos v_1 e v_2.

A representação gráfica de um grafo orientado G é uma representação de G no plano, ou seja, cada vértice u de G é representado por um ponto (ou um pequeno círculo), e cada aresta (orientada) $e = \{u, v\}$ é representada por uma seta ou curva orientada do ponto inicial u de e para o ponto terminal v. De uma forma geral, um dígrafo G é mais comumente representado por sua representação do que pela listagem explícita de seus vértices e arestas.

Um grafo orientado $G(V, E)$ é dito *finito* se o seu conjunto de vértices V e o seu conjunto de arestas E são finitos.

Subgrafos

Seja *G(V, E)* um grafo orientado, e seja *V'* um subconjunto de *V* de vértices de *G*. Suponha que *E*' é um subconjunto de *E* tal que os pontos finais das arestas em *E*' pertencem a *V*'. Logo, *H*(*V', E'*) é um grafo orientado e dito *subgrafo* de *G*.

Algumas definições básicas

Ordem

A ordem de um grafo *G* é dada pela cardinalidade do conjunto de vértices, ou seja, pelo número de vértices de *G*.

Adjacência

Em um grafo simples dois vértices de v e u são adjacentes se há uma aresta $e = \{u, v\}$ em *G*. Esta aresta é dita incidente a ambos, u e v.

Laço

Um laço é uma aresta ou arco do tipo $e = \{u, u\}$, ou seja, que relaciona um vértice a ele próprio.

Grau

Seja *G* um grafo orientado. O grau de saída de um vértice u de *G* é o número de arestas começando em v, e o grau de entrada é o número de arestas terminando em v.

Teorema: a soma dos graus de saída dos vértices de um grafo orientado *G* é igual à soma dos graus de entrada dos vértices, que é igual ao número de arestas de *G*.

Grafo Regular

Um grafo é dito ser regular quando todos os seus vértices tem o mesmo grau.

Grafo Completo

Um grafo é dito ser completo quando há uma aresta entre cada par de seus vértices. Estes grafos são designados por K_n, onde n é a ordem do grafo

Grafo Valorado

Um grafo *G(V, E)* é dito ser valorado quando existe uma ou mais funções relacionando *V* e/ou *E* com um conjunto de números.

Multigrafo

Um grafo *G(V, E)* é dito um multigrafo quando existem múltiplas arestas entre pares de vértices de *G*.

Cadeia

Uma cadeia é uma sequência qualquer de arestas adjacentes que ligam dois vértices. O conceito de cadeia vale também para grafos orientados, bastando que se ignore o sentido da orientação dos arcos.

Caminhos

Seja *G* um grafo orientado. Os conceitos de caminho, caminho simples, trilha e ciclo são os mesmos dos grafos não orientados, exceto pelo fato de que a direção da aresta deve coincidir com a direção do caminho.

1) Um caminho orientado *P* em *G* é uma sequência alternada de vértices e arestas orientadas.
2) O comprimento do caminho *P* é *n*, seu número de arestas.
3) Um caminho simples é um caminho com vértices distintos. Uma trilha é um caminho com arestas distintas.
4) Um caminho fechado tem os vértices primeiro e último iguais.
5) Um caminho gerador contém todos os vértices de *G*.
6) Um ciclo ou circuito é um caminho fechado com vértices distintos (exceto o primeiro e o último).

7) Um semicaminho é o mesmo que um caminho, a não ser pelo fato de que a aresta e_i pode iniciar em v_{i-1} ou v_i e terminar no outro vértice. Semitrilhas e caminhos semi-simples são definidos de maneira análoga.

Ciclo

Um ciclo é uma cadeia simples e fechada, ou seja, o vértice inicial é o mesmo que o vértice final.

Circuito

Um circuito é um caminho simples e fechado.

Grafo Conexo

Um grafo $G(V, E)$ é dito ser conexo se há pelo menos uma cadeia ligando cada para de vértices deste grafo G.

Grafo Desconexo

Um grafo $G(V, E)$ é dito ser desconexo se há pelo menos um par de vértices que não está ligado por nenhuma cadeia.

Conectividade

Existem três tipos de conectividade em um grafo orientado G:

1) G é fortemente conexo ou forte se, para qualquer par de vértices u e v em G, existe um caminho de u para v e um caminho de v para u, isto é, se cada um deles é alcançável a partir do outro.
2) G é unilateralmente conexo ou unilateral, se para qualquer par de vértices u e v em G, existe um caminho de u para v ou um caminho de v para u, isto é, se algum deles é alcançável a partir do outro.
3) G é fracamente conexo ou fraco se existe um semicaminho entre quaisquer dois vértices u e v em G.

Vértice de Corte

Um vértice é dito ser um vértice de corte se sua remoção, juntamente com as arestas a ele conectadas, provoca uma redução na conexidade do grafo.

Ponte

Uma aresta é dita ser uma ponte se sua remoção provoca uma redução na conexidade do grafo.

Base

Uma base de um grafo *G(V, E)* é um subconjunto $B \subseteq V$, tal que:

- dois vértices quaisquer de B não são ligados por nenhum caminho;

- todo vértice não pertencente a B pode ser atingido por um caminho partindo

de B.

Anti-Base

Uma anti-base de um grafo *V* é um subconjunto $A \subseteq V$, tal que:

- dois vértices quaisquer de *A* não são ligados por nenhum caminho;

■ de todo vértice não pertencente a A pode-se atingir A por um caminho.

Raiz

Se a base de um grafo $G(V, E)$ é um conjunto unitário, então esta base é a raiz de G.

Anti-Raiz

Se a anti-base de um grafo $G(V, E)$ é um conjunto unitário, então esta anti-base é a anti-raiz de G.

Árvore

Uma árvore é um grafo conexo sem ciclos.

Seja $G(V, E)$ um grafo com ordem $n > 2$; as propriedades seguintes são equivalentes para caracterizar G como uma árvore:

1) G é conexo e sem ciclos;
2) G é sem ciclos e tem $n - 1$ arestas;
3) G é conexo e tem $n - 1$ arestas;
4) G é sem ciclos e por adição de uma aresta se cria um ciclo e somente um;
5) G é conexo, mas deixa de sê-lo se uma aresta é suprimida (todas as arestas são pontes);
6) Todo par de vértices de G é unido por uma e somente uma cadeia simples.

Árvore com Raízes

Árvore é um grafo conexo acíclico, isto é, um grafo conexo sem ciclos. Uma árvore com raiz ou enraizada T é uma árvore que contém um vértice designado r, chamado de raiz de árvore. Como existe um único caminho simples da raiz r para qualquer outro vértice *v* em T, isso determina a direção das arestas de *T*. Portanto, *T* pode ser visto como um grafo orientado. Qualquer árvore pode ser transformada em uma árvore com raiz pela simples seleção de um dos vértices como a raiz.

Grafo Planar

Um grafo *G(V, E)* é dito planar, quando existe alguma forma de se dispor seus vértices em plano de tal modo que nenhum par de arestas se cruze.

Coloração de Grafos

Considere um grafo *G*. Uma *coloração de vértices* ou, simplesmente, uma *coloração* de *G* é uma atribuição de cores aos vértices de *G* de tal forma que vértices adjacentes têm cores distintas. Dizemos que *G* é *n*-colorável se existe uma coloração de *G* que uns *n* cores. O número mínimo de cores necessárias para pintar *G* é dito o *número cromático* de *G* e é denotado por *X(G).*

Assim sendo, uma coloração de G é uma função $f\colon V \to C$ tal que para cada par

de vértices $u, v \in V$ tem se $(u, v) \in E \Longrightarrow f(u) \neq f(v)$.

Uma *k*-coloração de *G* é uma coloração que utiliza um total de *k* cores.

Número Cromático

Denomina-se número cromático *X(G)* de um grafo *G* ao menor número de cores *k*, para o qual existe uma *k*-coloração de *G*.

Isomorfismo

Sejam dois grafos $G_1(V_1, E_1)$ e $G_2(V_2, E_2)$. Um isomorfismo de G_1 sobre G_2 e um mapeamento bijetivo $f: V_1 \rightarrow V_2$ tal que $\{x, y\} \in A_1$ se e somente se $\{f(x), f(y)\} \in A_2$, para todo $x, y \in V_1$.

Valoração

Diz-se que um grafo é valorado sobre os vértices (ligações) quando existem uma ou mais funções relacionando X (U) a conjunto de números. Na maioria das aplicações de grafos existem dados quantitativos associados a pontos ou a ligações envolvidas pelo problema; os modelos correspondentes envolverão, nesses casos, grafos valorados.

Partição de grafos

Em muitas situações há interesse no particionamento do conjunto de vértices de um grafo em subconjuntos que apresentem propriedades importantes para o estudo que se realiza, e muitas vezes precisaremos da partição de X em subconjuntos de vértices mutuamente não adjacentes.

Um grafo $G = (V, E)$ é dito k-partido se existir uma partição $P = \{Y_i \,/\, i = 1, \ldots , k, Y_i \cap Y_j = \emptyset, i \neq j\}$ do seu conjunto de vértices, tal que não existam ligações entre elementos de um mesmo Y_i (todas as ligações de G são da forma (p, q)

tais que $p \in Y_i$ e $q \in Y_j$, $j \neq i$).

Segundo P. Feofiloff , Y. Kohayakawa, Y.Wakabayashi a “teoria dos grafos estuda objetos combinatórios—os grafos—que são um bom modelo para muitos problemas em vários ramos da Matemática, da Informática, da Engenharia e da Indústria. Muitos dos problemas sobre grafos tornaram-se célebres porque são um interessante desafio intelectual e porque têm importantes aplicações práticas.

Segundo Jurkiewicz os grafos são fonte imensa e inesgotável de problemas teóricos ou aplicados que apresentam, em sua grande maioria, enunciados de simples entendimento, mas que, muitas vezes, escondem uma sofisticada estrutura Matemática onde precisam ser modelados visto que, vez por outra, suas soluções (nem sempre exatas) exigem difíceis métodos de procura e obtenção.

Ao longo da história muitos problemas de Matemática Discreta surgiram e alguns foram resolvidos através da Modelagem Matemática, e a construção de uma solução por meio de algoritmos da teoria dos grafos.

8 Referências Bibliográficas

______. ______. *Parâmetros Curriculares Nacionais+* (PCN+) – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2002.
______. ______. Secretaria da Educação Básica. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio.* Volume 2. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2006.
______. ______. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Ensino Médio. Brasília: MEC, 1999.
57, janeiro/junho 1996.

BARBOSA, C. B., CALDEIRA, A. D., ARAÚJO, J. L.(Orgs). Modelagem na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007.

BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática. São Paulo: Contexto, 2006.

BERLINSKI, David, 1942, O advento do algoritmo: a idéia que governa o mundo; tradução Leila de Souza Mendes.-São Paulo, Globo, 2002

BICUDO, M. A. V. Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo, Editora UNESP, 1999.

BOAVENTURA Netto “ Grafos: Teoria, Modelos, Algoritmos”, Editora Edgard Blucher Ltda.,2a. ed., 2001

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. Investigação Qualitativa em Educação. Uma Introdução à Teoria e aos Métodos. Porto: Porto Editora, 1999.

BORATTI, I. C. :Introdução à Programação: Algoritmos. 3 ed. Florianópolis: Visual Books, 2007.

BOYER,C.B. História da matemática. Trad: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard/Blucher, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. *Lei nº 9.394/96* – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Art.35. 1996.

BRASIL, Secretária de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio. Brasília: MEC, 2002.

CAMPELLO, R. Eduardo. *Algoritmos e Heurísticas: desenvolvimento e avaliação de performance*/Ruy Eduardo Campello e Nelson Maculan – Niterói, RJ: EDUFF, 1994

CARNIELLI, Walter A. "Computabilidade, funções computáveis, lógica e os fundamentos da matemática – 2 ed. Revista – São Paulo: Editora UNESP, 2009

CORMEN Thomas H. Algoritmos : teoria e prática *1*... [et all;tradução da segunda edição [americana] Vandenberg D. de Souza. - Rio de Janeiro : Elsevier, 2002 - @ Reimpressão.
CRESWELL, J.W. Projeto de pesquisa: método qualitativo, quantitativo e misto. 2. ed. São Paulo: Artmed, 2007.

D'AMBROSIO, Ubiratan "Educação matemática: Da teoria à prática"-Campinas, SP Papirus, 1996.

DEWEY, Jonh. *Como pensamos*. São Paulo: Nacional, 1979.

EVES, Howard, Introdução à História da Matemática, Unicamp, Campinas, 1997

FREIRE, Paulo. ; MORIN, Edgar. *A cabeça bem feita; repensar a reforma; reformar o pensamento*. Rio de Janeiro: Bertrand do Brasil, 2000.

FRIEDMANN VALLADARES, C. Matemática discreta, algoritmos, modelos. Tendências do ensino da matemática no século XXI. 2003, 252 f., Tese (Doutorado) – COPPE / UFRJ – Programa de Engenharia de Produção, Rio de janeiro, 2003.

FRIEDMANN VALLADARES, C., LOZANO, A. Modelagem e modelos discretos: uma necessidade do ensino atual.

GARBI, Gilberto G. *A Rainha das Ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática/* Gilberto Geraldo Garbi. – 2. Ed ver. e ampl. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007 *Gerais*, WEIMIG'04, Belo Horizonte - MG.

GARNICA, A. V. M. História Oral e educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

GERSTING, J. L.. Fundamentos Matemáticos para Ciência da Computação. Rio de Janeiro: LTC, 2004.

http://pt.wikipedia.org/wiki/Algoritmo acessado em 02 de março de 2009

III Workshop de Educação em Computação e Informática do Estado de Minas Gerais, WEIMIG’04, Belo Horizonte - MG.

JOSÉ ÁBILA FILHO”(Moderno Dicionário Enciclopédico Brasileiro” – 1986

JURKIEWICZ, S. Matemática Discreta em Sala de Aula. In: CARVALHO L. M.;

GUIMARÃES, L. C. (Org.). *História e Tecnologia no Ensino de Matemática.* v 1. Rio de Janeiro: IME-UERJ, 2002. p 115-161.

JURKIEWICZ, S.; MUNIZ, Ivail Junior. Oficina de Teoria dos Grafos. In: III Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática, 2006. Goiania: UFG, 2006. *Resumo das Oficinas…*

JURKIEWICZ, S. ; TEIXEIRA, P. J. M. (Discente-Autor/Doutorado), 2006. PROBLEMINHAS E PROBLEMAS EM GRAFOS; Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática da UFG: Anais da III Bienal da SBM, 001, 1, ISBN: Português, Meio digital.

KAASBØLL, J. (1998) “*Exploring Didactic Models for Programming*”. Norsk Informatikkkonferanse, Høgskolen i Agder.

LAJONQUIÈRE, Leandro de:”De Piaget a Freud: para repensar as aprendizagens. A (psico)pedagogia entre o conhecimento e o saber”. 14. Ed – Petrópolis, RJ: Vozes, 2007

LEÃO E MATTOS, *Dicionário ilustrado de matemática;* vol. I fascículo I. Brasília. Instituto Nacional do Livro, 1972

LIPSCHUTZ, S., LIPSON, M. Matemática Discreta. Terceira Edição. Editora Artmed. Coleção Schaum, 2004

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. de. Pesquisa em educação: abordagens qualitativas. São Paulo: E.P.U., 1996.

MACEDO, E. F. . Novas tecnologias e currículo. In: ANTONIO FLAVIO MOREIRA. (Org.). CURRICULO:QUESTOES ATUAIS. 1ª ed. CAMPINAS: PAPIRUS, 1997, v. 1, p. 39-58.

MENDONÇA, M. C. D. A intendidade dos algoritmos nas séries iniciais: uma imposição sócio-historica-estrutural ou uma opção valiosa? Zetetiké, v.4, n° 5, p.55-

MORSE, J., *Approaches to qualitative-quantitative methodological triangulation,* Nursing Research, 40, 1991.

PEREIRA JÚNIOR, J. C. R.; Rapkiewicz, C. E. (2004) “O Processo de Ensino e Aprendizagem de Algoritmos e Programação: Uma Visão Crítica da Literatura”. In:

PEREIRA JÚNIOR, José Carlos Rocha ; RAPKIEWICZ, Clevi Elena ; XEXÉO, José Antonio Moreira ; DELGADO, Carla . ,”Um Ambiente de Apoio ao Ensino de Algoritmos e Programação” 2006, Campos Grande, MS, 2006.

PIAGET J "O desenvolvimento do pensamento: Equilibração das estruturas cognitivas." Lisboa Publicações Dom Quixote, 1977

POLYA, G.(George), 1887 – A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático / G. Polya; tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo, Rio de Janeiro; interciência, 1995

SCHEINERMAN, Eward R.. Matemática Discreta: uma introdução. São Paulo: Thompson, 2003.

TENÓRIO, Robinson Moreira "Computadores de papel: máquinas abstratas para o ensino concreto – 3 ed – São Paulo, Cortez, 2003

VILLAS, Marcos Vianna. (1993) Estruturas de dados : conceitos e técnicas de implementação. Rio de Janeiro: Ed. Campus.

Baixar livros de Literatura
Baixar livros de Literatura de Cordel
Baixar livros de Literatura Infantil
Baixar livros de Matemática
Baixar livros de Medicina
Baixar livros de Medicina Veterinária
Baixar livros de Meio Ambiente
Baixar livros de Meteorologia
Baixar Monografias e TCC
Baixar livros Multidisciplinar
Baixar livros de Música
Baixar livros de Psicologia
Baixar livros de Química
Baixar livros de Saúde Coletiva
Baixar livros de Serviço Social
Baixar livros de Sociologia
Baixar livros de Teologia
Baixar livros de Trabalho
Baixar livros de Turismo