

**MARCO AURÉLIO BRAZÃO COSTA BADAN**

**CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL E  
MODELAGEM DO COMPORTAMENTO VIBRATÓRIO  
DE ESTRUTURAS SUBMERSAS**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
2010**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**Marco Aurélio Brazão Costa Badan**

**CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL E MODELAGEM DO  
COMPORTAMENTO VIBRATÓRIO DE ESTRUTURAS SUBMERSAS**

**Dissertação** apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, como parte dos requisitos para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**.

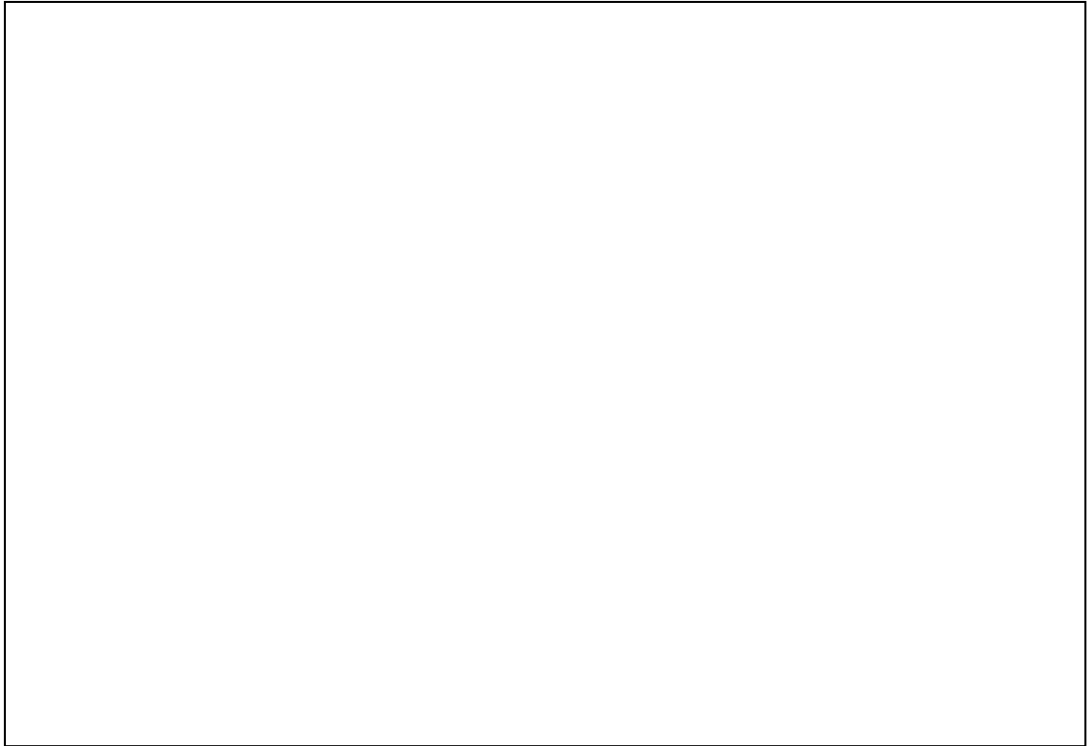
Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e Vibrações.

Orientador: Prof. Dr. Domingos Alves Rade

Coorientador: Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto

**UBERLÂNDIA - MG  
2010**

**FICHA CATALOGRÁFICA**

A large, empty rectangular box with a thin black border, occupying the lower half of the page. It is intended for a catalog card.

**Marco Aurélio Brazão Costa Badan**

**CARACTERIZAÇÃO EXPERIMENTAL E MODELAGEM DO  
COMPORTAMENTO VIBRATÓRIO DE ESTRUTURAS SUBMERSAS**

Dissertação **APROVADA** pelo Programa  
de Pós-graduação em Engenharia Mecânica da  
Universidade Federal de Uberlândia.

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos e  
Vibrações.

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. Adailton Silva Borges (UTFPR – Campus Cornélio Procópio)

---

Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto (Coorientador) - UFU

---

Prof. Dr. Domingos Alves Rade (Orientador) - UFU

---

Prof. Dr. José Luiz Oliveira Pena (IFG – Goiânia)

**Uberlândia, 20 de dezembro de 2010**

DEDICATÓRIA

A Deus, pelos presentes recebidos: Família, Saúde e a possibilidade de Aprender

## **AGRADECIMENTOS**

À Universidade Federal de Uberlândia e à Faculdade de Engenharia Mecânica pela oportunidade de realizar este curso.

Ao Instituto Federal de Goiás e ao grupo de Mecânica pelo apoio e pelas condições propiciadas.

À CAPES pelo apoio financeiro.

Aos colegas e amigos pelo apoio, amizade e incentivo.

Ao Prof. Dr. José Luiz de Oliveira Pena pela ajuda e esclarecimentos.

Ao Dr. Emmanuel Pillet, pelo envolvimento.

Ao Prof. Dr. Domingos Alves Rade, pela orientação, paciência e principalmente pela oportunidade de aprendizagem.

Ao Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto, pelos conhecimentos repassados.

A Denise, João Pedro e Giulia, pela tolerância e pelo incentivo

Badan, M. A. B. C., **Caracterização Experimental e Modelagem do Comportamento Vibratório de Estruturas Submersas**. 2010. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia-MG.

### Resumo

Este trabalho investiga os procedimentos de caracterização numérica por elementos finitos e experimental do comportamento dinâmico de estruturas submersas. Com base na hipótese de que o fluido permaneça estático, são feitas simulações numéricas visando à obtenção de respostas temporais e respostas harmônicas de dois tipos de estruturas: vigas e placas retangulares completamente submersas. Paralelamente, ensaios experimentais com excitações por impacto são realizados em laboratório, e os dois conjuntos de respostas dinâmicas são confrontados. Visando à melhoria da capacidade preditiva dos modelos de elementos finitos desenvolvidos, tanto na condição sem interação com o fluido, quando na condição submersa, é utilizado um procedimento de ajuste de modelos por meio da correção dos parâmetros de massa e/ou rigidez a partir da minimização das diferenças observadas entre as autossoluções numéricas e experimentais. Os resultados numéricos e experimentais permitem caracterizar a influência do fluido sobre o comportamento dinâmico estrutural e, em específico, os efeitos de amortecimento induzido pela viscosidade e de massa adicionada. É também mostrado que o procedimento de ajuste implementado permite efetiva melhoria da capacidade preditiva dos modelos de elementos finitos elaborados.

---

**Palavras-Chaves:** *Ajuste de modelos; Elementos finitos; Caracterização dinâmica; Interação fluido-estrutura.*



Badan, M. A. B. C., **Experimental Characterization and Modeling of the Vibration Behavior of Submersed Structures**. 2010. Master Dissertation, Federal University of Uberlândia, Uberlândia, MG, Brazil.

### **Abstract**

This work investigates the procedures for experimental finite element-based numerical characterization of submersed structures. Based on the hypothesis that the fluid remains in steady condition, numerical simulations are performed aiming at obtaining the time harmonic and time responses of two types of structures, namely beams and rectangular plates completely submersed. In parallel, experimental tests based on impact excitation are carried-out in laboratory and the two sets of dynamic responses are compared. Aiming at improving the predictive capacity of the finite element models developed, both without fluid interaction and in the immersed condition, a procedure for adjustment based on the minimization of the differences between numerical and experimental eigensolutions is implemented. The results obtained enable to characterize the influence of the fluid on the dynamic structural behavior and, specifically, the damping increase and the effect of added mass. It is also shown that the model adjustment procedure provides effective improvement of the predictive capacity of the finite element models implemented.

---

**Keywords:** *Model updating; Finite elements; Dynamic characterization; Fluid-structure interaction.*

## LISTA DE SÍMBOLOS

$m$	Massa ( $kg$ )
$k$	Rigidez ( $N/m$ )
$c$	Coefficiente de amortecimento ( $kg/s$ )
$t$	Tempo ( $s$ )
$i$	Número complexo
$s$	Solução da equação característica
$x$	Deslocamento na coordenada $x$ ( $m$ )
$y$	Deslocamento na coordenada $y$ ( $m$ )
$z$	Deslocamento na coordenada $z$ ( $m$ )
$f(t)$	Intensidade de força ( $N$ )
$W(x)$	Função peso
$R(x,t)$	Função resíduo dos elementos finitos
$E$	Módulo de elasticidade ( $N/m^2$ )
$I$	Momento de inércia ( $m^4$ )
$q(x,t)$	Carregamento distribuído ( $N/m$ )
$A$	Área da seção transversal da barra ( $m^2$ )
$l$	Comprimento da barra ( $m$ )
$M(x,t)$	Momento fletor ( $N.m$ )
$V(x,t)$	Força cortante ( $N$ )
$g$	Gravidade ( $m/s^2$ )
$T$	Temperatura ( $K$ )
$V_x$	Velocidade na direção $x$ ( $m/s$ )
$V_y$	Velocidade na direção $y$ ( $m/s$ )
$V_z$	Velocidade na direção $z$ ( $m/s$ )
$P$	Pressão ( $N/m^2$ )
$vol$	Volume ( $m^3$ )
$H$	Altura ( $m$ )

### Campo Vetorial

$\vec{V}$	Vetor de velocidade ( $m/s$ )
$\vec{F}_r$	Vetor de força resultante ( $N$ )
$\vec{n}$	Vetor unitário normal a uma superfície
$\vec{F}_c$	Vetor de força de campo ( $N$ )
$\vec{F}_s$	Vetor de força de superfície ( $N$ )
$\left  \right _r$	Fronteira material
$\left  \right _s$	Fronteira de superfície

### Matrizes e vetores

$[M]$	Matriz de massa, simétrica, definida positiva do sistema estrutural
$[C]$	Matriz de amortecimento, simétrica do sistema estrutural
$[K]$	Matriz de rigidez, simétrica do sistema estrutural
$\{x(t)\}$	Vetor das respostas
$\{f(t)\}$	Vetor das excitações
$\{\varphi_r\}$	Autovetores associados ao modo
$[\Lambda]$	Matriz espectral (matriz diagonal)
$[\phi]$	Matriz modal
$[\bar{\phi}]$	Matriz de autovetores normalizados
$[I]$	Matriz Identidade (matriz diagonal)
$[m]$	Matriz de massa generalizada (matriz diagonal)
$[c]$	Matriz de amortecimento generalizada (matriz diagonal)
$[k]$	Matriz de rigidez generalizada (matriz diagonal)
$\{X\}$	Vetor de amplitudes de respostas
$\{F\}$	Vetor de amplitudes de forças
$[H(\omega)]$	Matriz de receptâncias ou de respostas em frequências
$[U], [A]$	Matrizes de estado
$\{y(t)\}$	Vetor de estado
$\{g(t)\}$	Vetor de excitação no espaço de estado
$[\psi]$	Matriz modal no espaço de estado
$[\bar{S}]$	Matriz espectral no espaço de estado
$[\eta]$	Matriz de massa no espaço de estado
$\{y^e(t)\}$	Vetor das condições de contorno dos elementos finitos
$[T_i]$	Matriz de transformação dos elementos finitos
$[S]$	Matriz de sensibilidade
$[W_s]$	Matriz de incerteza nos dados medidos
$[W_\theta]$	Matriz de variâncias dos parâmetros
$\{\theta_0\}$	Vetor das estimativas iniciais dos parâmetros
$\{\Delta\theta\}$	Vetor formado pelos incrementos dos parâmetros corretores

### Operadores

$\dot{\circ}$	Derivada primeira em relação ao tempo = $d(\circ)/dt$
$\ddot{\circ}$	Derivada segunda em relação ao tempo = $d^2(\circ)/dt^2$
$\circ'$	Derivada primeira em relação a dimensão $\chi$ ou $d(\circ)/d\chi$
$\circ''$	Derivada segunda em relação a dimensão $\chi$ ou $d^2(\circ)/d\chi^2$
$\vec{\nabla}$	Operador Nabla = $(\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$
$\vec{\nabla}^2$	Operador Laplaciano = $(\partial^2/\partial x^2, \partial^2/\partial y^2, \partial^2/\partial z^2)$

### Sobrescritos e subscritos

$(\circ)_r$	Modos naturais $r = 1, 2, \dots, N$
$[\circ]^T$	Matriz transposta
$[\circ]^{-1}$	Matriz inversa
$(\circ)^*$	Conjugado complexo
$[\circ^e]$	Matriz elementar de elementos finitos
$[\circ^g]$	Matriz global de elementos finitos
$\{\circ^{(m)}\}$	Vetor de aquisição experimental
$\{\circ^{(a)}\}$	Vetor de dados analíticos
$(\circ)^E$	Domínio Estrutural
$(\circ)^F$	Domínio Fluido

### Letras Gregas

$\lambda$	Autovalores
$\omega_r$	Frequência natural ( $rad/s$ ) associado ao modo $r = 1, 2, \dots, N$
$\omega$	Frequência angular ( $rad/s$ )
$\xi$	Fator de amortecimento
$\varphi_i$	Componente do autovetor correspondente a coordenada $i$
$\bar{\varphi}_i$	Componente do autovetor normalizado correspondente a coordenada $i$
$\alpha$	Constante a determinar
$\beta$	Constante a determinar
$\tilde{v}(x, t)$	Deflexão na direção Y - Solução aproximada dos elementos finitos ( $m$ )
$v(x, t)$	Deflexão na direção Y - Solução exata dos elementos finitos ( $m$ )
$\theta(x, t)$	Inclinação ( $^\circ$ )
$\phi_i(x)$	Funções de forma dos elementos finitos
$\rho$	Densidade ou massa específica ( $kg/m^3$ )
$\tau$	Tensão de cisalhamento ( $N/m^2$ )
$\mu$	Viscosidade ( $Ns/m^2$ )
$\sigma$	Tensão normal ( $N/m^2$ )

# ÍNDICE

<b>CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO</b> .....	1
1.1 Contextualização do trabalho de pesquisa .....	1
1.2 Objetivos .....	9
1.3 Organização da dissertação .....	9
<b>CAPÍTULO II - CONCEITOS FUNDAMENTAIS</b> .....	11
2.1 Vibrações mecânicas .....	11
2.1.1 <i>Modelos de vários graus de liberdade</i> .....	12
2.2 Fundamentos do método dos elementos finitos .....	22
2.2.1 <i>Discretização do modelo</i> .....	23
2.2.2 <i>Modelagem em nível elementar</i> .....	23
2.2.3 <i>Obtenção das equações em nível elementar</i> .....	24
2.2.4 <i>Montagem das equações em nível Global</i> .....	27
2.2.5 <i>Modificação das matrizes globais pela imposição das condições de contorno</i> .....	28
2.3 Fundamentos de mecânica dos fluidos .....	28
2.3.1 <i>Leis básicas e subsidiárias para os meios contínuos</i> .....	28
2.3.2 <i>Equação da continuidade</i> .....	29
2.3.3 <i>Equação da quantidade de movimento</i> .....	30
<b>CAPÍTULO III - INTERAÇÃO FLUIDO E ESTRUTURA</b> .....	33
3.1 Introdução .....	33
3.2 Formulação Lagrangeana Euleriana .....	33
3.3 Efeitos inerciais .....	36
3.3.1 <i>Exemplo de acoplamento de sistemas de um grau de liberdade não amortecido</i> .....	37
3.3.2 <i>Exemplo de acoplamento de sistemas de dois graus de liberdade não amortecido</i> .....	38
3.4 Efeitos dissipativos .....	41
<b>CAPÍTULO IV AJUSTE DE MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS</b> .....	43
4.1 Motivação e fundamentação .....	43

4.2	Correlação de autovetores .....	44
4.3	Redução e expansão de modelos .....	45
4.3.1	<i>Redução SEREP</i> .....	46
4.3.2	<i>Expansão utilizando dados modais</i> .....	47
4.4	Ajuste de Modelos .....	48
<b>CAPÍTULO V - METODOLOGIA DOS ENSAIOS EXPERIMENTAIS</b> .....		55
5.1	Características dos componentes utilizados .....	55
5.1.1	<i>Reservatório de fluido</i> .....	55
5.1.2	<i>Viga de aço engastada-livre</i> .....	56
5.1.3	<i>Placa de aço engastada-livre</i> .....	57
5.1.4	<i>Instrumentação</i> .....	57
5.2	Procedimentos Experimentais .....	58
5.2.1	<i>Placa de aço engastada-livre</i> .....	58
5.2.2	<i>Viga de aço engastada-livre</i> .....	60
<b>CAPÍTULO VI - RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....		61
6.1.	Viga de aço engastada-livre .....	61
6.1.1	<i>Viga sem interação com fluido</i> .....	62
6.1.1.1	- Análise modal numérica .....	62
6.1.1.2	- Força impulsiva simulada no Ansys Workbench .....	64
6.1.1.3	- Simulação no Matlab .....	64
6.1.1.4	- Identificação de parâmetros modais experimentais .....	65
6.1.1.5	- Consolidação dos resultados obtidos para a viga a seco .....	66
6.1.1.6	- Ajuste de modelo de elementos finitos utilizando o prog. Aesop .	67
6.1.1.7	- Ajuste de modelo de viga implementado em Matlab .....	69
6.1.1.8	- Consolidação dos resultados dos ajustes .....	70
6.1.1.9	- Funções de Resposta em Frequencia do modelo ajustado .....	71
6.1.2	<i>Viga em interação com fluido (viga submersa)</i> .....	72
6.1.2.1	- Simulação de resposta a força impulsiva utilizando Ansys-CFD	72
6.1.2.2	- Aquisição de dados experimentais .....	73
6.1.2.3	- Consolidação dos resultados obtidos para a viga submersa .....	73
6.1.2.4	- Ajuste de modelo no Aesop .....	74
6.1.2.5	- Ajuste de modelo no Matlab .....	75
6.1.2.6	- Consolidação dos resultados ajustados .....	76
6.1.2.7	- Função de Resposta em Frequencia do modelo ajustado .....	76

6.2 Placa de aço engastada .....	78
6.2.1 <i>Placa sem interação com fluido</i> .....	78
6.2.1.1 - Análise modal numérica .....	78
6.2.1.2 – Resposta a força impulsiva por simulação no Ansys Workbench	81
6.2.1.3 - Aquisição de dados experimentais .....	82
6.2.1.4 - Consolidação dos resultados obtidos .....	83
6.2.1.5 - Ajuste de modelo da placa a seco utilizando o programa Aesop .	83
6.2.1.6 – Funções de Resposta em Frequência da placa a seco .....	84
6.2.2 <i>Placa com interação com fluido</i> .....	87
6.2.2.1 – Resposta a força impulsiva através de simulação no Ansys CFX	87
6.2.2.2 - Aquisição de dados experimentais da placa submersa .....	88
6.2.2.3 - Consolidação dos resultados obtidos para a placa submersa .....	89
6.2.2.4 - Ajuste de modelo da placa submersa no Aesop .....	89
6.2.2.5 - Funções de Resposta em Frequencia da placa submersa .....	90
6.3. Observações e discussões .....	93
<b>CAPÍTULO VII - CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS .....</b>	<b>96</b>
<b>CAPÍTULO VIII – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>97</b>
<b>APÊNDICE A .....</b>	<b>102</b>
<b>APÊNDICE B .....</b>	<b>113</b>
<b>ANEXO 1 .....</b>	<b>117</b>
<b>ANEXO 2 .....</b>	<b>118</b>

# CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

### 1.1 Contextualização do trabalho de pesquisa

No mundo competitivo contemporâneo é notório o crescimento econômico e industrial, além das crescentes exigências de qualidade, produtividade e exatidão das soluções de engenharia e dos produtos industriais. Soluções ou técnicas de resolução baseadas em modelos reduzidos ou simplistas podem gerar projetos ineficientes com perda de mercado para soluções tecnologicamente superiores e confiáveis. Estas soluções superiores demandam esforço de pesquisa e desenvolvimento, os quais promovem, com o tempo, o diferencial competitivo de um país.

Neste contexto e diante dos problemas freqüentemente encontrados na indústria, a necessidade de modelar problemas que envolvam mais de um domínio físico, também chamados de problemas acoplados, com qualidade e precisão, tem se tornado uma realidade freqüente. Mesmo com eficientes ferramentas computacionais e sofisticados métodos de modelagem, a resolução de problemas que envolvem interações entre domínios físicos distintos é tarefa bastante complexa. Dentre estes, os problemas de interação de fluidos com estruturas se posicionam entre os mais desafiadores e com aplicações práticas abundantes.

Entende-se por Interação Fluido Estrutura (IFE) toda situação em que esteja presente algum tipo de fluido agindo interna ou externamente com alguma estrutura móvel ou elasticamente deformável, afetando ou influenciando direta ou indiretamente o movimento desta última (BUNGARTZ; SCHÄFER, 2006). Nota-se, portanto, que os problemas de IFE não se encaixam nos problemas clássicos de Mecânica dos Fluidos porque nestes as estruturas são consideradas rígidas (obstáculos indeformáveis) e o foco está no estudo da Dinâmica dos Fluidos, mesmo que estes sejam afetados pela presença do corpo sólido. De forma semelhante, a IFE não se enquadra no estudo clássico de



Resistência de Materiais ou Dinâmica de Estruturas, nos quais a estática e a dinâmica são formuladas independentemente do fluido circundante.

Técnicas de resolução baseadas em métodos numéricos têm sido utilizadas como uma ferramenta importante em diferentes áreas, seja na Ciência ou na Engenharia. Os modelos e métodos empregados podem fornecer respostas confiáveis e bastante próximas de observações experimentais, o que não se pode obter facilmente por meio de soluções analíticas.

Ressalta-se ainda que em algumas aplicações os métodos numéricos têm possibilitado um grau de refinamento que torna possível realizar experimentação numérica, ou seja, através dos resultados numéricos tem sido possível observar detalhes que são impossíveis de medir ou obter experimentalmente com os sistemas de medição atualmente disponíveis. Um exemplo é o nível de riqueza do detalhamento que se pode obter em simulações que envolvam a turbulência de fluidos, as quais são obtidas com os métodos baseados em Simulações de Grandes Escalas e Simulação Numérica Direta. Esta última fica restrita a problemas com baixos números de Reynolds devido ao elevado número de graus de liberdade envolvidos ou elevado número de equações discretizadas. No entanto, esta metodologia é poderosa e sua aplicação fica limitada principalmente devido à capacidade computacional disponível (SILVEIRA NETO, 2009).

Historicamente os métodos numéricos surgiram pela necessidade de obter soluções aproximadas de equações diferenciais. Os métodos surgiram e se desenvolveram na década de 1950 e principalmente na década de 1960 à medida que se obtinham avanços na área computacional (GALLI, 1995). Os métodos de elementos finitos, volumes finitos, diferenças finitas, elementos de contorno, modelos analíticos e ainda a hibridação ou mesmo a combinação destes são exemplos de alguns dos métodos mais frequentemente utilizados. Entretanto, cada abordagem traz características vantajosas e inconvenientes, conforme o tratamento dado ao modelo numérico utilizado.

O método dos elementos finitos, empregado no trabalho de pesquisa reportado neste Memorial, é a técnica numérica destinada a encontrar soluções em vários problemas da Ciência e da Engenharia regidos por equações diferenciais ordinárias ou parciais. Combina uma série de conceitos matemáticos para produzir sistemas de equações algébricas ou diferenciais ordinárias lineares ou não lineares, conforme a natureza do problema. O número de equações é normalmente elevado, necessitando de capacidade computacional compatível. Os conceitos para o método surgiram há mais de 150 anos; no entanto, o método como é conhecido hoje teve seu desenvolvimento acelerado a partir de 1950 e principalmente na década de 1960 devido aos desafios da exploração espacial.

Como princípio, a metodologia consiste em dividir ou discretizar o problema em elementos para gerar soluções locais ou nodais mediante a resolução aproximada da equação diferencial parcial que governa o problema. As formulações para as soluções aproximadas utilizam diversos procedimentos, dentre os mais conhecidos são: métodos variacionais, métodos baseados em resíduos ponderados e o método de Galerkin. A solução final ou global é gerada pela conexão entre os elementos de acordo com a física do problema. Tradicionalmente, o Método de Elementos Finitos tem sido aplicado mais frequentemente na resolução de problemas de Mecânica de Sólidos (Estática e Dinâmica) e de Transferência de Calor nos regimes permanente e transiente.

O método de volumes finitos é uma outra técnica de resolução de equações diferenciais parciais que são reestruturadas na forma de equações algébricas. O domínio de solução é dividido em uma geometria constituída por um número finito de volumes de controle contíguos. No centróide de cada volume de controle a equação diferencial parcial é aplicada como um nó computacional, no qual são calculados os valores das variáveis e nas superfícies dos volumes de controle as variáveis são obtidas por interpolação dos valores nodais. As integrais de volume e de superfície são aproximadas usando fórmulas de quadratura apropriadas, obtendo-se uma equação algébrica no nó em função dos nós vizinhos. O método pode ser aplicado a qualquer tipo de malha, por isso adapta-se a geometrias complexas (GONÇALVES, 2007)

O método de diferenças finitas é baseado em aproximações de derivadas em termos de valores das funções nos nós da malha. O resultado é uma equação algébrica nodal, na qual o valor da variável num certo número de nós vizinhos aparece como incógnita. Para obter aproximações para a primeira e segunda derivadas da variável em função das coordenadas são usadas expansões em séries de Taylor ou regressões polinomiais da forma  $f'(x) \approx [f(x + b) - f(x + a)] / (b - a)$ . Quando necessário, estes métodos são também aplicados para obter os valores das variáveis em locais que não os nós da malha: variáveis avançadas (*forward*), retrógradas (*backward*) e centrais (*central*). Em malhas estruturadas, o método é muito simples e eficaz. Como desvantagem, o método é não conservativo, a não ser que sejam tomadas medidas especiais. Restrições às geometrias simples são uma desvantagem significativa em problemas complexos (GONÇALVES, 2007).

Os métodos descritos anteriormente já estão bem desenvolvidos e são bastante conhecidos. Comercialmente existem diversos pacotes de *software* que os utilizam para realizar simulações gerais em domínios específicos. Entretanto, Bungartz e Schäfer (2006) relatam que “*embora pesquisas tenham sido realizadas com resultados impressionantes e que a maioria dos softwares para dinâmica de fluidos computacional ou estrutural possuam*

*alguma possibilidade de simulação de IFE, algumas questões não foram respondidas de forma satisfatória:*

- *Como modelar o acoplamento de forma adequada?*
- *Quais são as possibilidades e limites dos regimes de acoplamento particionado <sup>1</sup>, monolítico <sup>2</sup> ou híbrido?*
- *O que pode ser dito sobre as vantagens e desvantagens dos diferentes regimes de discretização utilizados no fluxo e do lado estrutura?*
- *Quão confiáveis são os resultados e como ocorre a estimativa de erro?*
- *Como compatibilizar resultados especialmente no contexto de grandes geometrias ou mesmo as mudanças topológicas?*
- *O que pode ser dito sobre soluções em softwares robustos e eficientes?*

Blanco (2008) comenta que a modelagem computacional do problema estrutural em interação com fluido é de relevante importância a fim de dar resposta a questões de projeto de estruturas, análises de tensões, condições de regularidade de escoamentos, propagação de ondas em tubos flexíveis, dentre outros.

Teixeira (2001), também comenta que: *“Nos últimos anos, esforços têm sido empregados para desenvolver modelos numéricos de Interação de Fluido e Estrutura genéricos que atendam todas as áreas de interesse. Para isso o algoritmo deve ser capaz de simular fluidos compressíveis e incompressíveis, newtoneanos ou não, viscosos e não-viscosos, levando em conta os efeitos de turbulência e de variação da temperatura. Deve contemplar o comportamento elástico e elasto-plástico das estruturas com não-linearidade geométrica para casos de grandes deslocamentos e, considerando também, os efeitos termomecânicos.”*

---

<sup>1</sup> Na abordagem particionada, códigos são acoplados através de um ponto global fixo e são tratadas como "caixa-preta". A fonte para o solver é indisponível, a exemplo dos pacotes de software comercial. A desvantagem desta abordagem é que a iteração converge muito lentamente (HEIL, HAZEL; 2006).

<sup>2</sup> Na abordagem monolítica, os códigos são baseados na discretização total das equações governantes, permitindo completo controle sobre todos os aspectos da aplicação. Permite o acesso direto aos dados internos e facilita a aplicação das condições de contorno não-padrão. Embora essas características sejam atraentes, sua aplicação é frequentemente de trabalho intensivo, dificultando a reutilização do código em outras aplicações (HEIL, HAZEL; 2006).

Com base na literatura investigada, Zienkiewicz e Bettess (1978, *apud* TEIXEIRA, 2001) observam que os problemas de FSI são normalmente divididos em três categorias clássicas:

- Problemas com grande movimento relativo, governados pelas características do fluido cujos efeitos de compressibilidade são importantes, como por exemplo instabilidades em asas de avião (*flutter*) e oscilações em pontes suspensas.
- Problemas com deslocamentos de fluido limitados e de curta duração que usualmente ocorrem em situações de explosão ou impacto.
- Problemas com deslocamentos de fluido limitado, mas de longa duração tais como as vibrações acústicas, os movimentos de um navio e a resposta periódica de estruturas “*off-shore*” devido aos efeitos das ondas.

Além desta categorização, observamos na literatura que os problemas são tratados com base em duas linhas principais:

- Uma linha estabelece **domínios físicos** ocupados pelo fluido e pela estrutura, cuja formulação é baseada nos métodos de elementos finitos com formulações variacionais quando há escoamento de fluido ou pela formulação baseada na massa aderida quando o fluido se encontra em repouso.
- Uma outra linha estabelece um **domínio fictício** para a estrutura, onde os problemas são formulados com base os princípios de fronteira imersa.

Os pesquisadores que tratam o problema de IFS com base em **domínios físicos**, separam o problema em três sub-sistemas: o fluido, a estrutura e a fronteira. Esta abordagem, parte da premissa da necessidade de “comunicação entre domínios” e do fato das equações que governam os dois domínios terem naturezas diferentes. O princípio é fazer a evolução temporal do problema até obter uma convergência local em um dos domínios e posteriormente repassar as variáveis para o outro domínio mediante as condições de acoplamento. De acordo com o problema, as condições de acoplamento podem tratar do deslocamento de malha, velocidade, pressão, etc. Por exemplo, pode-se adotar a seguinte sequência de procedimentos: 1) calcula-se inicialmente o campo de pressão através do modelo de escoamento do fluido em torno da estrutura em sua posição não deformada; 2) aplicam-se as pressões como cargas nodais equivalentes na estrutura; 3)

calcula-se a deflexão através de um cálculo estático; 4) a posição deslocada da estrutura é repassada para a malha do fluido, com nova característica de perturbação no escoamento; 5) inicia-se nova iteração sob esta nova configuração. O processo é finalizado assim que a deflexão da estrutura, para um dado instante de tempo, não apresente mudanças significativas, de acordo com um critério de convergência pré-estabelecido. O princípio é fazer o escalonamento da solução, resolvendo as variáveis de um domínio enquanto as variáveis dos outros domínios permanecem com seus valores fixos. Estes valores são aplicados como condição de contorno ou carregamento no domínio ativo do subsistema. Esta linha de abordagem é bastante utilizada, pois levam em consideração os efeitos mútuos entre os dois subdomínios. Este conceito é também chamado de “two-way” ou acoplamento bidirecional. (CASADEI; HALLEUX, 1995), (KVAMSDAL et al., 1999a), (KVAMSDAL et al., 1999b), (PADOVESE, 2001), (WADHAM-GAGNON et al., 2007).

Outra forma simplificada de analisar os problemas de IFE é obter, primeiramente, a resposta do fluido assumindo a estrutura rígida e em seguida, a resposta da estrutura considerando a pressão de interface como carga externa atuante. Este conceito é chamado de “one-way” ou unidirecional. Esse procedimento desacoplado pode conduzir a erros muito grandes. Neste caso, por exemplo, as respostas de dutos sujeitos a golpes de aríete ou de reservatórios sujeitos a explosão seriam superestimadas e as cargas em reservatórios de armazenagem de líquidos sob ações sísmicas seriam subestimadas (TEIXEIRA, 2001).

O método da massa aderida (também conceituado como “one-way”) é interessante por permitir a investigação da dinâmica da estrutura sem determinar o movimento do fluido, reduzindo conseqüentemente o custo computacional. Massa aderida é geralmente calculada assumindo um fluido perfeitamente imóvel. Historicamente, Meyerhoff (1970, *apud* ERGIN; UGURLU, 2003), calculou a massa aderida a barras finas em um fluido infinito e descreveu o fluxo potencial ao redor da barra e Liang (2001 *apud* ERGIN; UGURLU, 2003), adotou uma formulação empírica de massa aderida para determinar freqüência e modos de barras submersas, comparando com previsões numéricas. (CONCA; OSSES; PLANCHARD, 1997).

Os acoplamentos estabelecidos em **domínios fictícios** são formulados com base nos métodos de fronteira imersa. Estes métodos trabalham conceitualmente pela construção de uma malha sobre a superfície modelada e utiliza as condições de contorno para ajustar os valores na equação integral, ao invés de valores em todo o espaço definido pela equação diferencial parcial. (PESKIN; 2002). No método, ao trabalhar na modelagem do fluido em IFE modifica-se a equação de Navier-Stokes adicionando um termo forçante que é diferente de zero somente nas vizinhas ou sobre a estrutura. O método trabalha como se a estrutura não possuísse volume físico nem massa. Para impor a condição de não escorregamento, o

termo forçante adicionado à equação de Navier Stokes tem que ser formulado de acordo com o campo de escoamento e movimento estrutural. Para fronteiras flexíveis, o termo forçante é usualmente a força elástica, a qual é obtida pelo princípio de trabalho virtual ou uma lei constitutiva como a lei de Hooke. Para resolver o sistema de acoplamento geral, a velocidade do fluido e o termo forçante é interpolada para os pontos de fronteira Lagrangeanos espalhados sobre a borda Euleriana. A descrição Euleriana é empregada para o fluido onde a malha possui uma referência espacial fixa. O movimento do fluido é tratado como se cruzasse a malha. No caso do sólido (estrutura) a descrição utilizada é a Lagrangeana e a malha se deforma ou se movimenta com a estrutura. O maior obstáculo do método é a suposição da linha elástica imersa como estrutura. Esta suposição restringe a modelagem real da estrutura. Complicações também são encontradas quando as fronteiras têm massa ou densidade não uniforme em todo o domínio computacional (BLANCO, 2008), (SIGRIST; GARREAU, 2006), (ZHANG; GAY, 2007), (HUANG; SUNG, 2009).

Outro aspecto importante relacionado aos problemas de dinâmica estrutural é a caracterização experimental. Entretanto, nota-se que grande parte dos trabalhos desenvolvem metodologias de formulação matemática ou algoritmos de simulação. Dentre os estudos citados, destacam-se os seguintes que apresentam enfoque experimental:

Ergin e Ugurlu (2003) investigam as características dinâmicas (modos e frequências naturais) de placas engastadas, parcialmente ou totalmente imersas em fluido. Os autores propõem uma metodologia para calcular frequências naturais e modos de vibração da estrutura sob interação a partir do modelo de elementos finitos obtidos no ANSYS. O modelo numérico é gerado no vácuo e na ausência de amortecimento. O objetivo é determinar a matriz de massa aderida, baseada em campo de velocidade e pressão do fluido e incorporar ao modelo numérico. Consideram fluido ideal, incompressível, invíscido, irrotacional, com amortecimento e rigidez nula, sujeito apenas a forças inerciais. Utilizam um modelo de 512 elementos e comparam com os resultados experimentais de Lindholm et al. (1965) para as seis primeiras frequências naturais, sob quatro estados de imersão.

Padovese (2001) propõe uma metodologia para obter a rigidez e o amortecimento equivalentes de um fluido interagindo com a estrutura, permitindo utilizar estas informações nas matrizes estruturais. O cálculo é efetuado após conseguir a condição de equilíbrio do sistema acoplado por meio da introdução de uma perturbação. Os resultados numéricos são comparados com resultados experimentais obtidos de uma placa engastada sob três regimes de velocidade de escoamento em quatro ângulos de ataque obtidos em túnel de vento. No trabalho o autor analisa as três primeiras frequências e o amortecimento.

O presente trabalho foi desenvolvido através de uma colaboração entre os Laboratórios de Mecânica de Fluidos (MFLab) e de Mecânica de Estruturas Prof. José Eduardo Tannús Reis (LMEst), da Faculdade de Engenharia Mecânica da UFU, e dá sequência a estudos anteriores desenvolvidos por Lima e Silva (2002), Campregher (2005), Vedovoto (2007), Lisita (2007), Silva (2008), Kitatani Jr. (2009) e Borges (2010). Ao contrário dos seis primeiros, e seguindo a mesma linha do último destes trabalhos, o principal interesse é a caracterização do comportamento dinâmico de estruturas interagindo com fluidos. Entretanto, em complementação aos trabalhos realizados anteriormente, são realizados experimentos em laboratório, cujos resultados são confrontados com os correspondentes valores obtidos por simulações numéricas.

Os objetivos são explicitados a seguir.

## 1.2 Objetivos

O presente trabalho trata da caracterização numérica e experimental de uma classe de problemas de interação fluido-estrutura, nos quais o fluido é admitido estacionário. O interesse reside em caracterizar a influência do fluido circundante sobre o comportamento dinâmico de estruturas submersas.

Os objetivos específicos estabelecidos são os seguintes:

1º. Proposição e realização de procedimentos de ensaios vibratórios de estruturas submersas de pequeno porte em laboratório destinados à caracterização experimental da influência do fluido sobre as respostas dinâmicas estruturais (respostas temporais, respostas harmônicas e respostas modais);

2º. Proposição e avaliação de um procedimento de modelagem simplificada da influência do fluido sobre o comportamento dinâmico estrutural, com base em um procedimento de ajuste de modelos de elementos finitos.

## 1.3. Organização da dissertação

Além deste capítulo introdutório, este Memorial de Dissertação de Mestrado é constituído dos seguintes capítulos:

Capítulo II onde se ressaltam as bases fundamentais de vibrações mecânicas, com enfoque nos modelos de amortecimento, no método dos elementos finitos e nos conceitos básicos de Mecânica dos Fluidos, que são utilizados no trabalho.

Capítulo III que aborda os princípios da interação fluido-estrutura com base nos efeitos inerciais, de forma a caracterizar a influência de um fluido incompressível, irrotacional, sob condição estática sobre o comportamento de um sistema estrutural dinâmico.

Capítulo IV, que apresenta as bases da formulação para ajuste de modelos a partir de autovalores e autovetores obtidos experimentalmente.

Capítulo V, que descreve a metodologia adotada para o ensaio experimental para a caracterização dinâmica de uma viga e uma placa de aço.



Capítulo VI no qual se apresentam e discutem os resultados provenientes do ajuste dos parâmetros de massa e rigidez do modelo de elementos finitos, e faz-se a comparação do modelo ajustado com as respostas experimentais adquiridas para a viga e placa.

Capítulo VII que aborda as possibilidades de continuidade, dificuldades e a conclusão do trabalho.

Por fim, apresenta-se no Capítulo VIII a bibliografia utilizada no trabalho.

## CAPÍTULO II

### CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Neste capítulo são sumarizados os principais conceitos relativos à Dinâmica Estrutural, à Mecânica dos Fluidos e à Interação Fluido-Estrutura, que constituem a fundamentação teórica para os desenvolvimentos apresentados nos capítulos subsequentes,

#### 2.1. Vibrações mecânicas

Uma estrutura ou sistema mecânico no qual um ou mais carregamentos passam a ter variações no tempo são caracterizados como um problema de natureza dinâmica. Em geral, qualquer carregamento dinâmico resulta em deslocamentos estruturais, pois os elementos de natureza oscilante ou vibratória são caracterizados pelos movimentos que se repetem em um intervalo de tempo.

Uma visão analítica de um problema dinâmico estabelece que variações nas condições de entrada em um sistema produzem variações de saída ou respostas. As variáveis de entrada podem depender de condições iniciais ou de variações de carregamento e as respostas dependem da interação do sistema com as entradas. Conforme Rao (2009), os sistemas mecânicos constituem-se de um meio para armazenar energia potencial (mola ou elasticidade), de um meio para armazenar energia cinética (massa ou inércia) e um meio de perda gradual de energia (amortecedor). A vibração de um sistema envolve a transferência alternada de sua energia potencial para energia cinética e de energia cinética para potencial. Em um meio amortecido, certa quantidade de energia é dissipada, necessitando de uma fonte externa para manter um regime permanente de vibração.

Com base nestes princípios o problema físico de natureza dinâmica poderá ser modelado para a obtenção de soluções. Entretanto, conforme a natureza do problema, pode-se utilizar modelos simples de um grau de liberdade, porém restritos em termos de

aplicações físicas, modelos discretos de vários graus de liberdade, ou ainda modelos contínuos, às custas de uma maior complexidade. Em geral, os modelos contínuos podem ser substituídos por modelos discretos aproximados, empregando, por exemplo, o método de discretização por elementos finitos.

Os principais conceitos referentes à caracterização dinâmica de sistemas discretos ou discretizados são revisados a seguir.

### 2.1.1 Modelos de vários graus de liberdade

Sistemas com vários graus de liberdade são uma generalização dos sistemas de um grau de liberdade e podem ser utilizados como uma aproximação dos sistemas contínuos. Um exemplo de modelo discreto, no qual o número de graus de liberdade corresponde ao número de massas concentradas, é apresentado na Fig. 2.1.

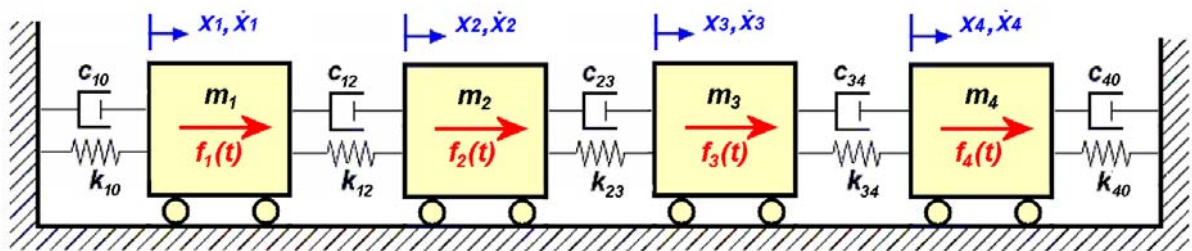


Figura 2.1 – Exemplo de modelo de um sistema de 4 GDL.

Na Figura 2.1, os  $m_i$  são as massas,  $k_i$  são os elementos de rigidez,  $c_i$  são os elementos de amortecimento,  $x_i$  são os deslocamentos,  $\dot{x}_i$  são as velocidades e  $f_i(t)$  são as forças aplicadas.

Aplicando as leis de Newton ou as Equações de Lagrange (CRAIG JR; KURDILLA, 2006), as equações do movimento para o sistema discreto, são expressas na forma matricial segundo:

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (2.1)$$

onde  $[M] \in R^{N \times N}$  é a matriz de massa simétrica, definida positiva;  $[K]$  e  $[C] \in R^{N \times N}$  são matrizes simétricas da rigidez e do amortecimento, podem ser positivas ou semi-definidas positivas;  $\{x(t)\} \in R^N$  é o vetor das respostas e  $\{f(t)\} \in R^N$  é o vetor das excitações.

Diversas considerações podem ser feitas relativas à análise deste sistema. Abordam-se, a seguir, a determinação de autovalores, autovetores, relações de ortogonalidade e das funções de resposta em frequência (FRFs) para sistemas não amortecidos e amortecidos.

- **Sistemas não amortecidos:**

Sob a condição de amortecimento nulo ( $[C] = 0$ ), o problema de autovalor associado ao sistema representado pelas equações do movimento (2.1) é expresso segundo:

$$([K] - \lambda[M])\{\varphi\} = \{0\} \quad (2.2)$$

cujas soluções são os autovalores  $\lambda_r = \omega_r^2$ ,  $r = 1, 2, \dots, N$ , sendo  $\omega_r$  as frequências naturais, e  $\{\varphi_r\}$ ,  $r = 1, 2, \dots, N$ , os correspondentes autovetores que indicam os modos naturais de vibração do sistema. Usualmente, as auto-soluções são agrupadas nas seguintes matrizes:

$$[A] = \text{diag} \{ \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N \} \quad : \text{matriz espectral}$$

$$[\Phi] = [ \{ \varphi_1 \} \quad \{ \varphi_2 \} \quad \dots \quad \{ \varphi_N \} ] \quad : \text{matriz modal}$$

Pode-se demonstrar que dadas as propriedades de simetria e positividade das matrizes de massa e de rigidez, as auto-soluções de sistemas não amortecidos são sempre reais (MEIROVITCH, 1970).

As propriedades de ortogonalidade dos autovetores em relação às matrizes de massa e de rigidez são expressas por meio das relações:

$$[m] = [\Phi]^T [M] [\Phi] \quad \text{matriz de massa generalizada (matriz diagonal)} \quad (2.3)$$

$$[k] = [\Phi]^T [K] [\Phi] \quad \text{matriz de rigidez generalizada (matriz diagonal)} \quad (2.4)$$

Como os autovetores são obtidos pela resolução de (2.2) com sua norma indeterminada, é usual aplicar-se fatores multiplicativos que tornem as massas generalizadas unitárias, considerando-se a operação:

$$[\bar{\Phi}] = [\Phi][m]^{-1/2} \quad \text{autovetores normalizados} \quad (2.5)$$

o que leva às relações:

$$[\bar{\Phi}]^T [M] [\bar{\Phi}] = [I] \quad \text{matriz de identidade (matriz diagonal)} \quad (2.6)$$

$$[\bar{\Phi}]^T [K] [\bar{\Phi}] = [\Lambda] \quad \text{matriz espectral (matriz diagonal)} \quad (2.7)$$

Havendo excitação externa do tipo harmônica, dada por  $\{f(t)\} = \{F\}e^{i\omega t}$  e admitindo solução na forma  $\{x(t)\} = \{X\}e^{i\omega t}$ , a Eq. (2.1) torna-se:

$$([K] - \omega^2 [M])\{X\}e^{i\omega t} = \{F\}e^{i\omega t} \quad \text{ou} \quad (2.8)$$

$$\{X\} = [H(\omega)]\{F\} \quad (2.9)$$

onde a *matriz de receptâncias* ou *matriz de funções de resposta de frequência* (FRF) é dada por:

$$[H(\omega)] = ([K] - \omega^2 [M])^{-1} \quad (2.10)$$

De acordo com a expressão (2.9), a definição do termo geral da matriz de FRFs é:

$$H_{ij}(\omega) = \frac{X_i(\omega)}{F_j} \quad (2.11)$$

onde  $X_i(\omega)$  é a amplitude da resposta harmônica na coordenada  $i$  para uma única força harmônica de amplitude  $F_j$ , aplicada na coordenada  $j$ .

É possível mostrar que, pré-multiplicando (2.10) por  $[X]^T$  e pós-multiplicando simultaneamente por  $[X]$ , e fazendo uso das relações de ortogonalidade (2.6) e (2.7), pode-se reescrever as Eqs.(2.10) e (2.11), respectivamente, como:

$$[H(\omega)] = \sum_{r=1}^N \frac{\{\bar{\varphi}_r\}\{\bar{\varphi}_r\}^T}{\omega_r^2 - \omega^2} \quad \text{ou} \quad (2.12)$$

$$H_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{\bar{\varphi}_{ir}\bar{\varphi}_{jr}}{\omega_r^2 - \omega^2} \quad (2.13)$$

onde  $\bar{\varphi}_{ir}, \bar{\varphi}_{jr}$  são, respectivamente, as componentes do autovetor normalizado  $\{\bar{\varphi}_r\}$  correspondentes às coordenadas segunda as quais é observada a resposta e aplicada a força excitadora.

- **Sistemas amortecidos**

Silva (2007) classifica três mecanismos primários de amortecimento para o estudo de sistemas mecânicos:

- *Amortecimento interno ou hysterético, proveniente de dissipações de energia internas da estrutura, a exemplo de micro-defeitos, contornos de grãos, impurezas, efeitos de termo-elasticidade, efeitos de histerese ou de concentração de tensões ou outros devidos a processos de ordem macro ou microscópica.*
- *Amortecimento em juntas e interfaces, causado por mecanismos de dissipação induzidos por movimentos do tipo deslizamento, impacto, fricção ou de natureza intermitentes nos pontos de contato.*
- *Amortecimento proveniente da interação com fluidos devido a forças de arrasto provenientes do movimento da estrutura associado à dinâmica na presença de fluido.*

Frequentemente aplicam-se modelos simplificados que representem a energia dissipada do sistema. Geralmente, o amortecimento viscoso modelado por forças resistentes proporcionais à velocidade apresenta simplificação matemática adequada a parte das situações práticas e pode ainda representar os demais tipos de amortecimento pela consideração de um amortecimento viscoso equivalente.

Especificamente neste trabalho aborda-se o amortecimento viscoso geral e ainda o caso particular conhecido como amortecimento proporcional. Outros modelos não serão tratados e podem ser encontrados (EWINS, 1994) e (SILVA, 2007) que fazem a abordagem geral e detalhada dos modelos de amortecimento comentados previamente.

### *Amortecimento proporcional*

A grande vantagem de se empregar o modelo de amortecimento proporcional é a possibilidade de promover o desacoplamento das equações de movimento pela transformação em coordenadas principais. De acordo com este modelo, a matriz de amortecimento, que aparece nas equações do movimento (2.1), são expressas como uma combinação linear das matrizes de massa e de rigidez, de acordo com:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (2.14)$$

Pré-multiplica-se a Eq. (2.14) por  $[\varphi]^T$  e pós-multiplica-se por  $[\varphi]$  para obter:

$$[\varphi]^T [C][\varphi] = \alpha[\varphi]^T [M][\varphi] + \beta[\varphi]^T [K][\varphi] \quad (2.15)$$

Das relações de ortogonalidade expressas pelas equações (2.3) e (2.4) resulta a seguinte matriz de amortecimento generalizado diagonal:

$$[\varphi]^T [C][\varphi] = [c] = \alpha[m] + \beta[k] \quad (2.16)$$

Ao se considerar o caso de vibrações livres, com solução da forma  $\{x(t)\} = \{X\}e^{st}$ , a Eq. (2.1) torna-se:

$$\left( s^2 [M] + s [C] + [K] \right) \{X\} = \{0\} \quad (2.17)$$

Introduzindo em (2.17) a transformação de coordenadas:

$$\{X\} = [\Phi] \{Q\} \quad (2.18)$$

E pós multiplicando a equação resultante por  $[\Phi]^T$ , e levando em conta mais uma vez a ortogonalidade dos autovetores, tem-se:

$$\left( s^2 [m] + s [c] + [k] \right) \{Q\} = \{0\} \quad (2.19)$$

Associando (2.16) e (2.19), e levando em conta que as três matrizes figurando nesta última equação são diagonais, escreve-se:

$$\begin{aligned} \left[ s^2 + (\alpha + \beta\omega_r^2)s + \omega_r^2 \right] \cdot Q_r = 0 \quad r = 1, 2, \dots, N \quad \text{ou} \\ s^2 + (\alpha + \beta\omega_r^2)s + \omega_r^2 = 0 \quad r = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (2.20)$$

Fazendo analogia com a equação característica de sistemas amortecidos de um grau de liberdade, a Eq. (2.20) pode ser expressa sob a forma:

$$s^2 + 2\xi_r\omega_r s + \omega_r^2 = 0 \quad r = 1, 2, \dots, N \quad (2.21)$$

onde:  $\xi_r = \frac{c_r}{2m_r\omega_r} = \frac{\alpha}{2\omega_r} + \frac{\beta}{2}\omega_r, \quad r = 1, 2, \dots, N$

Os desenvolvimentos apresentados acima permitem concluir que, para sistemas vibratórios com amortecimento viscoso proporcional:

1. Os autovalores são complexos, podendo ser expressos por:

$$s_r = -\xi_r\omega_r \pm i\omega_{dr} \quad \text{sendo} \quad \omega_r^2 = k_r/m_r \quad \xi_r = c_r/2\sqrt{k_r m_r} \quad \omega_{dr} = \omega_r\sqrt{1-\xi_r^2} \quad (2.22)$$

2. De acordo com (2.18) os autovetores do sistema amortecido são proporcionais aos autovetores do sistema não amortecido associado:

$$\{X_r\} = \{\varphi_r\} Q_r$$

Com excitação harmônica dada por  $\{f(t)\} = \{F\}e^{i\omega t}$  e solução da forma  $\{x(t)\} = \{X\}e^{i\omega t}$ , a Eq. (2.1) torna-se:

$$(-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K])\{X\}e^{i\omega t} = \{F\}e^{i\omega t}, \quad (2.23)$$



o que leva a:

$$\{X\} = [H(\omega)]\{F\} \quad (2.24)$$

onde:

$$[H(\omega)]^{-1} = -\omega^2 [M] + i\omega [C] + [K] \quad (2.25)$$

é a matriz de receptâncias ou matriz de FRFs do sistema amortecido.

Pré-multiplicando (2.25) por  $[\varphi]^T$  e pós-multiplicando por  $[\varphi]$ , obtém-se, após manipulações:

$$[H(\omega)] = [\varphi] \text{diag} \left\{ \omega_r^2 - \omega^2 + i2\omega\xi_r\omega_r \right\}^{-1} [\varphi]^T \quad (2.26)$$

cujo termo geral é dado pela expressão:

$$H_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^N \frac{\varphi_{ir}\varphi_{jr}}{m_r^2 (\omega_r^2 - \omega^2 + i2\omega\xi_r\omega_r)} \quad (2.27)$$

Conforme pode ser observado na formulação apresentada, a principal vantagem proporcionada pela utilização do modelo de amortecimento viscoso proporcional está relacionada ao fato que ele permite que a transformação modal baseada nos autovalores do sistema não amortecido diagonaliza simultaneamente as matrizes de massa, de amortecimento e de rigidez, levando a equações do movimento no espaço modal similares àquelas obtidas para sistemas de um grau de liberdade. De acordo com Rade e Steffen (2008), a condição mais geral para que esta diagonalização simultânea possa ser feita é que a seguinte comutação de produtos matriciais se verifique:

$$[C][M]^{-1}[K] = [K][M]^{-1}[C] \quad (2.28)$$

Na situação em que esta condição não é satisfeita, conhecida como amortecimento viscoso geral, a diagonalização das matrizes deve ser feita após transformações de coordenadas adequadas, conforme mostrado a seguir.

### Amortecimento viscoso geral

Ao reescrever a Eq. (2.1) na ausência de excitação, complementada com a identidade  $[M]\{\dot{x}\} = [M]\{\dot{x}\}$  monta-se o sistema de equações diferenciais:

$$\begin{bmatrix} [C] & [M] \\ [M] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{x}\} \\ \{\ddot{x}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K] & [0] \\ [0] & -[M] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{x\} \\ \{\dot{x}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (2.29)$$

que pode ser expresso sob forma:

$$[U]\{\dot{y}\} - [A]\{y\} = \{g\} \quad (2.30)$$

$$\text{com: } [U] = \begin{bmatrix} [C] & [M] \\ [M] & [0] \end{bmatrix}; \quad [A] = \begin{bmatrix} -[K] & [0] \\ [0] & [M] \end{bmatrix}; \quad \{y\} = \begin{Bmatrix} \{x\} \\ \{\dot{x}\} \end{Bmatrix}; \quad \{g\} = \begin{Bmatrix} \{f\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}$$

Substituindo a solução do tipo  $\{y(t)\} = \{\psi\} e^{st}$  na equação homogênea associada a (2.30), obtêm-se o seguinte problema de autovalor:

$$([A] - s[U])\{\psi\} = \{0\} \quad (2.31)$$

Como as matrizes  $[A]$  e  $[U]$  não têm propriedades de positividade, como é o caso de sistemas vibratórios sem amortecimento, e de sistemas com amortecimento proporcional, os autovalores e autovetores obtidos de (2.31)  $(s_r; \{\psi_r\})$ ,  $r = 1, 2, \dots, 2N$  são complexos.

Para níveis de amortecimento suficientes baixos (subcríticos), encontrados na maioria das aplicações práticas, as auto-soluções aparecem em pares complexos conjugados (MEIROVITCH, 1970):  $s_r, s_r^*, \{\psi_r\}, \{\psi_r^*\}$ ,  $r = 1, 2, \dots, N$ .

Define-se as matrizes modal, espectral, e de massas generalizadas, respectivamente, sob as formas:

$$[\Psi] = [\{\psi_1\} \quad \{\psi_2\} \quad \dots \quad \{\psi_{2N}\}] \quad (2.32)$$

$$[\bar{S}] = \text{diag}\{s_1 \quad s_2 \quad \dots \quad s_{2N}\} \quad (2.33)$$

$$[\eta] = \text{diag} \{ \eta_1 \quad \eta_2 \quad \cdots \quad \eta_{2N} \} \quad (2.34)$$

pode-se facilmente demonstrar que os autovetores têm as seguintes propriedades de ortogonalidade:

$$[\Psi]^T [A][\Psi] = [\eta] \quad (2.35)$$

$$[\Psi]^T [U][\Psi] = [\eta][\bar{S}] \quad (2.36)$$

Os autovalores complexos podem ser expressos sob a forma  $s_r = -\xi_r \omega_{dr} \mp j \omega_{dr}$ ,  $r = 1, 2, \dots, N$ , de modo que, a partir das partes real e imaginária dos autovalores pode-se obter os fatores de amortecimento modais  $\xi_r$  e as frequências naturais amortecidas  $\omega_{dr}$ .

Ao considerar excitação harmônica dada por  $\{g(t)\} = \{G\}e^{i\omega t}$ , e a resposta harmônica em regime permanente dada por  $\{y(t)\} = \{Y\}e^{i\omega t}$ , o sistema da Eq. (2.30) torna-se:

$$([A] - i\omega[U])\{Y\}e^{i\omega t} = \{G\}e^{i\omega t}, \quad (2.37)$$

que estabelece a seguinte relação entre os vetores de amplitudes de resposta e de forças excitadoras:

$$\{Y\} = [H(\omega)]\{G\}, \quad (2.38)$$

onde:

$$[H(\omega)] = ([A] - i\omega[U])^{-1} \quad \text{é a matriz de receptâncias ou matriz de FRFs.} \quad (2.39)$$

Seguindo procedimento similar ao apresentado nas seções precedentes, é possível expressar a matriz de receptâncias em termos dos autovalores e autovetores complexos do sistema, sob a forma:

$$[H(\omega)] = \sum_{r=1}^{2N} \frac{1}{\eta_r (s_r - i\omega)} \{\psi_r\} \{\psi_r\}^T = \sum_{r=1}^N \frac{1}{\eta_r (s_r - i\omega)} \{\psi_r\} \{\psi_r\}^T + \sum_{r=1}^N \frac{1}{\eta_r^* (s_r^* - i\omega)} \{\psi_r^*\} \{\psi_r^*\}^T \quad (2.40)$$

e seu termo geral sob a forma:

$$H_{ij}(\omega) = \sum_{r=1}^{2N} \frac{\psi_{ir} \psi_{jr}}{\eta_r (s_r - i\omega)} = \sum_{r=1}^N \frac{\psi_{ir} \psi_{jr}}{\eta_r (s_r - i\omega)} + \sum_{r=1}^N \frac{\psi_{ir}^* \psi_{jr}^*}{\eta_r^* (s_r^* - i\omega)} \quad (2.41)$$

## 2.2. Fundamentos do método dos elementos finitos

Na seção anterior foi apresentada a modelagem de sistemas vibratórios discretos, entendidos como aqueles que apresentam números finitos de graus de liberdade. Entretanto, os sistemas mecânicos reais são essencialmente sistemas contínuos, cujas propriedades mecânicas (inércia, flexibilidade e amortecimento) se distribuem sobre o volume que ocupam no espaço. Assim, estes sistemas possuem número de graus de liberdade infinito, sendo modelados matematicamente por equações diferenciais parciais (CRAIG JR; KURDILLA, 2006).

O método dos elementos finitos é uma técnica numérica utilizada para a obtenção de soluções aproximadas dos problemas regidos por equações diferenciais. A principal motivação para o uso desta técnica é que os métodos baseados na busca de soluções analíticas tornam-se inviáveis ou mesmo impossíveis para os problemas práticos de engenharia, a exemplo de problemas com geometrias complexas.

O MEF consiste basicamente em:

- 1) Dividir a estrutura em elementos interconectados, contendo pontos notáveis denominados nós (discretização).
- 2) Admitir soluções aproximadas para o problema no interior e nas fronteiras de cada elemento. Tais soluções são expressas como combinações lineares dos valores da solução nos nós.
- 3) Realizar a modelagem matemática em termos das propriedades físicas e geométricas, expressando o comportamento de cada elemento (modelagem em nível elementar). Neste caso, podem ser utilizados os seguintes processos:

- Processo Direto: É o método que faz uso direto das leis físicas envolvidas (equilíbrio de forças, balanço de energia, por exemplo) para estabelecer relações entre estímulos e respostas de cada elemento;
- Processo Variacional: Explora os chamados Princípios Variacionais, que são generalizações dos métodos baseados em energia.
- Resíduos Ponderados: Processo que opera diretamente sobre as equações diferenciais que governam o problema, estabelecendo que o erro cometido na aproximação da variável de campo, ponderado por uma função escolhida arbitrariamente seja mínimo.

Ao final deste processo, são obtidas equações matriciais-vetoriais cujas incógnitas são os valores da solução buscada correspondentes aos nós do elemento.

- 4) Montar as matrizes globais que caracterizam o modelo completo, mediante a imposição da continuidade da solução nas fronteiras de elementos vizinhos (geração do modelo global).
- 5) Alterar as equações para levar em conta as condições de contorno e o carregamento externo aplicado.
- 6) Efetuar a resolução numérica das equações globais. No caso de problemas de dinâmica estrutural, equações diferenciais ordinárias devem ser resolvidas.
- 7) Por fim, realizar cálculos complementares conforme a característica específica do problema estudado.

### 2.2.1 Discretização do modelo

De acordo com Silva (2009), o primeiro passo do MEF é escolher o elemento para dividir o modelo que representa o problema em estudo. Os elementos podem ser do tipo unidimensional (1D), como os elementos de barra e viga, bidimensional (2D), como os elementos de placa, ou tridimensionais (3D), como os elementos sólidos. A escolha de um elemento deve ser condicionada pelo tipo de geometria e pela aproximação da solução que se deseja obter. Salienta-se que os elementos não necessitam ter tamanhos ou formas idênticas;. A Figura 2.2 mostra a discretização unidimensional de uma viga engastada, que será utilizada, na sequência, para ilustração de procedimentos.

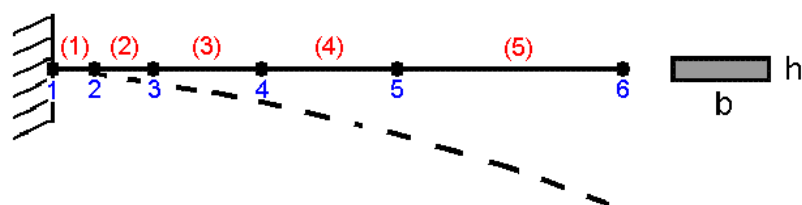


Figura 2.2 - Exemplo de discretização de uma viga. Os elementos são identificados entre parênteses, para distinguir dos pontos nodais (nós).

### 2.2.2 Modelagem em nível elementar

Os processos com base em resíduos ponderados partem da escolha arbitrária de uma solução aproximada  $\tilde{v}(x,t)$ , a qual, introduzida na equação diferencial que rege o problema, irá produzir uma função-erro denominada resíduo, aqui denotada por  $R(x,t)$ . No caso da viga ilustrada na Figura 2.2, a função  $\tilde{v}(x,t)$  indica uma aproximação para o campo de deslocamentos transversais.

Como se trata de solução aproximada  $\tilde{v}(x,t)$  o resíduo produzido é multiplicado por uma função de peso  $W(x)$ , de forma que suas integrais devidamente ponderadas sejam iguais a zero. Isto resulta em:

$$\int_0^x W_i(x) R_i(x,t) dx = 0, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (2.42)$$

### 2.2.3 Obtenção das equações em nível elementar

A essência do método dos elementos finitos é propor uma solução aproximada para cada elemento e que satisfaça as condições de contorno em nível nodal. Normalmente as funções de aproximação escolhidas são funções polinomiais cujo número de coeficientes é igual ao número de graus de liberdade do elemento. No intuito de ilustrar o método, apresenta-se o problema de uma viga Euler-Bernoulli uniforme, engastada-livre.

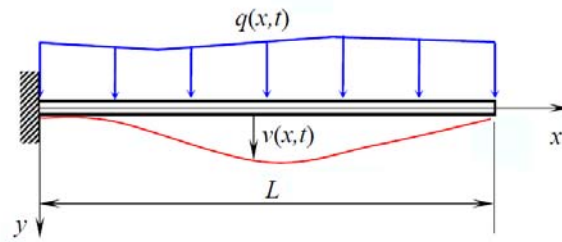


Figura 2.3 – Ilustração de uma viga engastada-livre. (RADE, 2008a)

A equação governante que modela o problema de vibrações é dada por:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( EI \frac{d^2}{dx^2} v(x,t) \right) + m \frac{d^2}{dt^2} v(x,t) = q(x,t) \quad (\text{dinâmica}) \quad (2.43)$$

onde  $E$  é o módulo de elasticidade,  $I$  é o momento de inércia,  $m$  é a massa,  $q(x,t)$  é o carregamento distribuído e  $v(x,t)$  é a deflexão da viga.

Além disso temos as seguintes relações:

$$\theta(x,t) = \frac{d}{dx} v(x,t) \quad (2.44)$$

$$M(x,t) = EI \frac{d^2}{dx^2} v(x,t) \quad (2.45)$$

$$V(x,t) = EI \frac{d^3}{dx^3} v(x,t) \quad (2.46)$$

Um elemento discretizado desta viga é mostrado na figura a seguir. Este elemento possui quatro graus de liberdade que são o deslocamento vertical e a inclinação em cada nó.

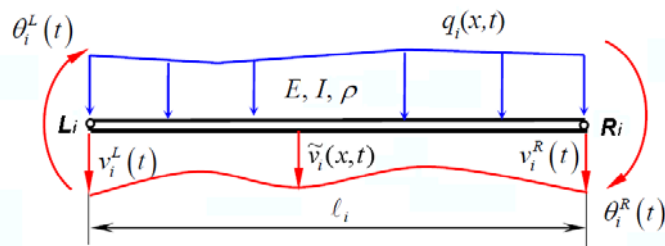


Figura 2.4 - Elemento de viga. (RADE, 2008a)

A solução aproximada será dada por:

$$\tilde{v}(x,t) = a_0(t) + a_1(t)x + a_2(t)x^2 + a_3(t)x^3 \quad (2.47)$$

As condições de contorno do problema são dadas pelas condições de Dirichlet  $\tilde{v}_i(0,t) = v_i^L(t)$  e  $\tilde{v}_i(l_i,t) = v_i^R(t)$  e pelas condições de Neumann  $\tilde{v}_i'(0,t) = \theta_i(0,t) = \theta_i^L(t)$  e  $\tilde{v}_i'(l_i,t) = \theta_i(l_i,t) = \theta_i^R(t)$ . Ao reescrever a Eq. (2.47), utilizam-se estas condições de para expressar os coeficientes  $a_0, a_1, a_2, a_3$ , obtendo-se, após manipulações:

$$\tilde{v}_i(x,t) = \left[ 1 - 3\left(\frac{x}{l_i}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{l_i}\right)^3 \right] v_i^L(t) + \left[ x - 2l_i\left(\frac{x}{l_i}\right)^2 + l_i\left(\frac{x}{l_i}\right)^3 \right] \theta_i^L(t) + \left[ 3\left(\frac{x}{l_i}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{l_i}\right)^3 \right] v_i^R(t) + \left[ -l_i\left(\frac{x}{l_i}\right)^2 + l_i\left(\frac{x}{l_i}\right)^3 \right] \theta_i^R(t) \quad (2.48)$$

Ou reescrevendo de forma compacta:

$$\tilde{v}_i(x,t) = [\phi_i(x)] \{y_i^e(t)\} \quad (2.49)$$

onde:

$$\{y_i^e(t)\} = \begin{Bmatrix} v_i^L(t) \\ \theta_i^L(t) \\ v_i^R(t) \\ \theta_i^R(t) \end{Bmatrix} \quad \text{é o vetor das condições de contorno} \quad (2.50)$$

$$[\phi_i(x)] = [\phi_1(x) \quad \phi_2(x) \quad \phi_3(x) \quad \phi_4(x)] \quad \text{são funções de forma} \quad (2.51)$$

$$\text{sendo: } \phi_1(x) = 1 - 3\left(\frac{x}{l_i}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{l_i}\right)^3; \quad \phi_2(x) = x - 2l_i\left(\frac{x}{l_i}\right)^2 + l_i\left(\frac{x}{l_i}\right)^3; \quad \phi_3(x) = 3\left(\frac{x}{l_i}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{l_i}\right)^3 \quad \text{e}$$

$$\phi_4(x) = -l_i\left(\frac{x}{l_i}\right)^2 + l_i\left(\frac{x}{l_i}\right)^3$$

Utilizando o método de Galerkin expresso por (2.42), o resíduo é obtido pela substituição da Eq. (2.48) na equação governante (2.43).



$$\int_0^{l_i} W_j(x) \left[ m \frac{d^2}{dt^2} \tilde{v}_i(x,t) + EI \frac{d^4}{dx^4} \tilde{v}_i(x,t) - q_i(x,t) \right] dx = 0, j = 1, 2, 3, 4 \quad (2.52)$$

No método de Galerkin, as funções de forma  $\phi_i(x)$  são escolhidas como funções peso  $W_j(x)$ :

$$W_j(x) = \phi_j(x), j = 1, 2, 3, 4 \quad (2.53)$$

Substituindo a equação (2.53) em (2.52), após efetuar as integrações e manipulações algébricas, obtêm-se as seguintes equações do movimento em nível elementar:

$$[M_i^e] \{ \ddot{y}_i^e(t) \} + [K_i^e] \{ y_i^e(t) \} = \{ Q_i^e(t) \} + \{ F_i^e(t) \} \quad (2.54)$$

onde:

$$[M_i^e] = \frac{\rho A l_i}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l_i & 54 & -13l_i \\ 22l_i & 4l_i^2 & 13l_i & -3l_i^2 \\ 54 & 13l_i & 156 & -22l_i \\ -13l_i & -3l_i^2 & -22l_i & 4l_i^2 \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

$$[K_i^e] = \frac{EI}{l_i^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l_i & -12 & 6l_i \\ 6l_i & 4l_i^2 & -6l_i & 2l_i^2 \\ -12 & -6l_i & 12 & -6l_i \\ 6l_i & -3l_i^2 & -6l_i & 4l_i^2 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

$$\{ F_i^e(t) \} = \begin{Bmatrix} -V_i^L \\ +Mt_i^L \\ +V_i^R \\ -Mt_i^R \end{Bmatrix} \quad \text{e} \quad \{ Q_i^e(t) \} = \frac{q_i l}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ \frac{l}{6} \\ 1 \\ -\frac{l}{6} \end{Bmatrix} \quad (2.57)$$

onde  $V_i$  são os carregamentos externos de força cortante e  $Mt_i$  são os carregamentos de momento fletor.

#### 2.2.4 Montagem das equações em nível global

Após a discretização e a obtenção das equações do movimento para o elemento genérico, necessita-se impor a conexão de elementos vizinhos com base na continuidade dos deslocamentos e rotações nodais.

Com base neste princípio, pode-se construir matrizes de transformação  $[T_i^e]$  e correlacionar os elementos locais e globais. As matrizes de massa e de rigidez e o vetor de forças e momentos nodais são montados considerando a contribuição de cada elemento.

Genericamente tem-se  $[M^g] = \sum_{i=1}^N [T_i^e]^T [M_i^e] [T_i^e]$ ,  $[K^g] = \sum_{i=1}^N [T_i^e]^T [K_i^e] [T_i^e]$ ,  $\{Q^g\} = \sum_{i=1}^N [T_i^e]^T \{Q_i^e\}$ ,  $\{F^g\} = \sum_{i=1}^N [T_i^e]^T \{F_i^e\}$  e o sistema global passa a ser descrito por:

$$[M^g] \{\ddot{y}^g(t)\} + [K^g] \{y^g(t)\} = \{Q^g(t)\} + \{F^g(t)\} \quad (2.58)$$

#### 2.2.5 Modificação das matrizes globais pela imposição das condições de contorno

Altera-se o sistema de equações diferenciais dada pela Eq. (2.58), impondo-se as condições de carregamento e deslocamento conforme as restrições cinemáticas do problema (condições de contorno). Na imposição destas condições é feito o particionamento do sistema de equações. É resolvido o conjunto de variáveis referentes aos graus de liberdade desconhecidos, tendo-se os esforços devidos as condições de contorno e posteriormente determinam-se as reações de apoio desconhecidas, utilizando os graus de liberdade previamente calculados. O sistema particionado se apresenta na forma:

$$\begin{bmatrix} M_{LL}^g & M_{Li}^g \\ M_{iL}^g & M_{ii}^g \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_L^g \\ \ddot{y}_i^g \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{LL}^g & K_{Li}^g \\ K_{iL}^g & K_{ii}^g \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_L^g \\ y_i^g \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q_L^g + F_L^g \\ Q_i^g + F_i^g \end{Bmatrix} \quad (2.59)$$

cujos índices (  $L$  ) representam os graus de liberdade livres e os índices (  $i$  ) representam os graus de liberdade impostos ou pelas condições de contorno.

## 2.3. Fundamentos de Mecânica dos Fluidos

Conceitualmente, fluidos são classificados em gases e líquidos, os quais assumem a forma do recipiente que os contém, enquanto sólidos sustentam sua própria forma. Assim, fluidos não resistem a forças de cisalhamento e ocorre deformação contínua quando são submetidos a estas forças. Os líquidos normalmente apresentam resistência à redução de volume, sendo classificados como fluidos incompressíveis e apresentam uma superfície livre, ao passo que os gases permitem a redução de seu volume quando submetidos a forças de compressão (fluidos compressíveis) e não apresentam superfície livre.

### 2.3.1 Leis básicas e subsidiárias para os meios contínuos

Utilizam-se basicamente quatro leis que devem ser satisfeitas para qualquer meio contínuo (SHAMES, 1973):

1. *Conservação da massa (equação da continuidade)*
2. *Segunda lei de Newton (equação da quantidade de movimento)*
3. *Conservação da energia (primeira lei da termodinâmica)*
4. *Segunda lei da termodinâmica*

Além destas leis gerais, existem diversas leis subsidiárias ou relações constitutivas que se aplicam a tipos específicos de domínios. Entende-se por leis constitutivas aquelas que exprimem uma relação específica entre as grandezas físicas:

✓ Na mecânica dos fluidos:

$$\tau = \mu \frac{\partial V_x}{\partial y} \quad \text{Lei de Newton para a viscosidade} \quad (2.60)$$

$$pv = RT \quad \text{Equação de estado para gases perfeitos} \quad (2.61)$$

✓ Na mecânica dos sólidos

$$\sigma = Ee \quad \text{Lei de Hooke} \quad (2.62)$$

$$F = \mu_{at} F_N \quad \text{Forças de atrito} \quad (2.63)$$

No presente trabalho objetiva-se avaliar a interação fluido e estrutura, no qual o fluido é um líquido **incompressível** a temperatura constante. Esta hipótese permite desconsiderar

a equação de energia e a segunda lei da termodinâmica, comentadas anteriormente. Se tratasse de fluido **compressível**, haveria a necessidade destas equações, pois além de avaliar pressão e as componentes de velocidade dadas pelas equações de continuidade e da conservação de movimento, ainda seria necessário avaliar a massa específica e a temperatura. Neste estudo, apresentam-se apenas as equações de interesse.

### 2.3.2 Equação da continuidade

Esta equação é baseada no princípio de conservação da massa de um sistema, ou seja, ela determina que a taxa de variação da massa no interior de um volume de controle ao longo do tempo é nula:

$$\frac{dm}{dt} = 0 \quad (2.64)$$

Isso pode ser expresso como o balanço líquido de fluxo da massa que atravessa a superfície de um volume de controle, mais a taxa de variação de massa acumulada dentro deste volume, conforme representado na Fig. 2.5.

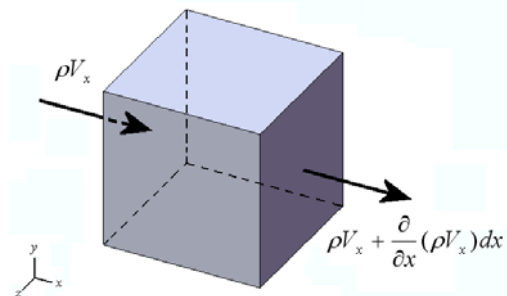


Figura 2.5 - Variação de  $\rho\vec{V}$  na direção X pela superfície de um elemento infinitesimal.

O balanço final deve ser nulo e, matematicamente, pode-se escrever:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho V_z)}{\partial z} = 0 \quad (2.65)$$

onde  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $\vec{V}$  é a velocidade da partícula de fluido.

### 2.3.3 Equação da quantidade de movimento

Dado um sistema qualquer, a segunda lei de Newton estabelece que a variação da quantidade de movimento deva ser igual à somatória das forças que agem neste sistema. Esta idéia também é válida para a abordagem em um volume de controle. Conforme este enunciado, o sistema ou o volume de controle estará em equilíbrio estático se não houver força resultante; do contrário, o movimento ocorrerá pela ação de uma força resultante. Newton enunciou que esta força é devida à variação da quantidade de movimento, ou seja:

$$d\vec{F}_r = dm \frac{D\vec{V}}{Dt} \quad (2.66)$$

A equação (2.66) expressa a força devida à variação da quantidade de movimento vetorial. Assim, a formulação matemática do escoamento de um fluido é baseada na hipótese da continuidade da matéria. Supõe-se a presença e movimento de “partículas fluidas”, como elementos infinitesimais contínuos e observáveis em um volume de controle imaginário de fluido. As velocidades destas partículas são funções do espaço e do tempo. Assim, podem ser expressas como dependentes das coordenadas espaciais e temporais, ou  $V(x,y,z,t)$ . Portanto, em se tratando de campo Euleriano, a taxa de variação temporal é expressa pela derivada substancial  $D[○]/Dt$ , e não como  $\partial[○]/\partial t$ , apropriada ao campo Lagrangeano. Por esta consideração, reescreve-se a força resultante utilizando a regra da cadeia da derivação (SHAMES, 1973):

$$d\vec{F}_r = dm \left( \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial t} \right) \quad (2.67)$$

$$d\vec{F}_r = dm \left( \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} V_x + \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} V_y + \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} V_z + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \right) \quad (2.68)$$

$$\frac{d\vec{F}_r}{dx dy dz} = \rho \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \vec{V} + \rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \quad \therefore \quad dm = \rho \cdot dx dy dz \quad (2.69)$$

Como conclusão, a presença desta força indica o desequilíbrio do sistema e movimento com características inerciais. Contudo, para que haja desequilíbrio, outras forças deverão estar agindo. No caso dos fluidos, no mínimo e basicamente haverá dois tipos de forças: as forças de campo e as forças de superfície.

As forças de campo estão relacionadas com a massa do elemento e normalmente nos fluidos comuns são apenas de natureza gravitacional. Volumes de controle rotacionais devem ser formulados observando a ação de forças centrífugas, bem como deve ser considerado também o surgimento de forças de campo devidas a outros efeitos, a exemplo de fluidos magnéticos. Portanto, sob ação exclusivamente gravitacional tem-se:

$$\frac{d\vec{F}_c}{dxdydz} = -\rho g \nabla \vec{y} \quad (2.70)$$

As forças de superfície não possuem relação com a massa do elemento e atuam exclusivamente na superfície do elemento. Fazendo uma analogia com resistência dos materiais e dos elementos sólidos, as forças superficiais de um elemento sob tensão são denominadas de tensões normais e tangenciais e estão correlacionadas através de um tensor de tensões (Fig.2.6).

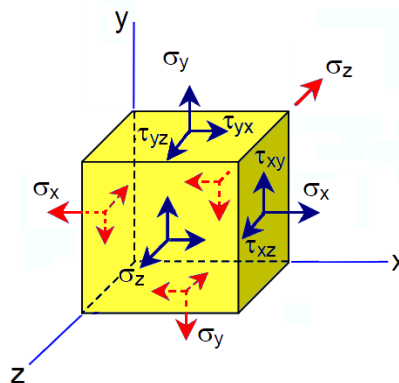


Figura 2.6 - Estado triaxial de tensões em um elemento sólido

Utilizando-se a analogia com sólidos, é estabelecido o campo de pressão e de tensões de cisalhamento dada pela Eq. (2.60). Utilizando ainda da lei da viscosidade de Stokes e realizando o balanço de forças em um volume de controle elementar em todas as direções tem-se.

$$\frac{d\vec{F}_s}{dxdydz} = \mu \vec{\nabla}^2 \vec{V} - \vec{\nabla} P \quad (2.71)$$

Relacionando as forças de campo, as forças de superfície e a força resultante em um volume de controle elementar, dadas pelas Eqs. (2.69), (2.70) e (2.71), respectivamente, tem-se a equação da quantidade de movimento:

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \vec{V} = -\rho g \nabla \bar{y} + \mu \vec{\nabla}^2 \vec{V} - \vec{\nabla} P \quad (2.72)$$

O conjunto de equações: Conservação da massa dada pela Eq.(2.65), equação da quantidade de movimento dada pela Eq. (2.72) e a equação da energia, a qual não foi formulada são conhecidas como equações de Navier Stokes e são a base para o estudo em mecânica dos fluidos.

## CAPÍTULO III

### INTERAÇÃO FLUIDO E ESTRUTURA

#### 3.1. Introdução

Axisa (2001) comenta que uma estrutura ao vibrar sob a ação de um fluido compressível, o efeito inercial é imediatamente perceptível. O movimento das paredes da estrutura contra uma certa massa de fluido promove o aumento da energia cinética do sistema acoplado. Este efeito é decorrente da massa do fluido que agrega inércia ao sistema, a exemplo de um frasco, preenchido com água. Entretanto, em função da geometria, das condições deformáveis e das condições vibrantes, o efeito de massa pode ser maior ou menor que a massa física real do fluido sobre a estrutura.

Conforme o objetivo deste trabalho, estamos interessados em analisar pequenas vibrações estruturais, levando em conta os efeitos físicos de um fluido em repouso, conhecido também como fluido inercial. Ressalta-se que esta condição de fluido é um caso particular cujo modelamento baseia-se no conceito de “massa aderida” do fluido sobre a estrutura. Na seqüência deste capítulo, apresentam-se os elementos matemáticos necessários para compreensão e formulação deste tipo de modelamento.

#### 3.2. Formulação Lagrangeana Euleriana

Uma dificuldade dos problemas de interação fluido-estrutura reside no tratamento do simultâneo das equações governantes do domínio fluído em relação ao domínio sólido. O fato é que as equações dos fluidos são formuladas com base no conceito de volumes de controle, as quais são estabelecidas por um referencial geométrico fixo fora da partícula de fluido. Isto evita o movimento de coordenadas e estabelece campos de flutuação ou linhas de corrente e são chamadas equações Eulerianas. Enquanto que as equações do sólido são



formuladas com base no conceito de sistema, estabelecidas a partir de um referencial na própria estrutura e com movimentos relativos a ela própria, são chamadas equações Lagrangeanas. Assim há princípios e sistema referencial distintos.

Este problema pode ser resolvido utilizando a formulação Lagrangeana Euleriana Arbitrária – ALE (TEIXEIRA, 2001), pela imposição das corretas condições de contorno em suas fronteiras. Nesta formulação, leva-se em conta a característica explícita de integração temporal, comandada pelas equações do fluido. Esta técnica promove uma simplificação muito importante pela possibilidade de se aplicar as condições de contato de forma explícita, conforme os seguintes passos:

- calcula-se inicialmente a pressão e as forças de superfície no fluido;
- no passo de tempo seguinte é feito a ação destas como um carregamento constante no sólido,
- o sólido de forma implícita atinge o equilíbrio na nova configuração e servirá de posição de referência para o fluido no seu próximo passo de tempo.

Outra questão a ser considerada é a movimentação da malha do domínio fluido devido à movimentação da malha Lagrangeana. Dentre as técnicas possíveis, é calculada a movimentação dos nós através de uma média ponderada da distancia em relação aos nós dos contornos fixo e móvel (TEIXEIRA, 2001). Além da movimentação de malhas são levados em conta os efeitos da velocidade pela formulação Lagrangeana Euleriana Arbitrária

A formulação consiste basicamente na introdução de um domínio de referência ( $R$ ) com movimento arbitrário e que seja independente dos pontos materiais e espaciais. Este é referenciado através do vetor  $\zeta_i$ . O domínio material ( $D$ ) é definido pelas coordenadas  $\Gamma$  e move-se na velocidade  $w_i$  com relação ao domínio de referencia.

Sendo  $\Gamma$  uma propriedade física, então sua derivada total é dada por:

$$\frac{D\Gamma(\zeta, t)}{Dt} = \frac{\partial\Gamma(\zeta, t)}{\partial t} \Big|_{\zeta} + \frac{\partial\Gamma(\zeta, t)}{\partial\zeta_i} \left( \frac{\partial\zeta_i}{\partial t} \right) \quad (3.1)$$

Se for considerado:

$$w_i = \frac{\partial\zeta_i}{\partial t} \quad e \quad \nabla \cdot (\Gamma w_i) = \Gamma \nabla \cdot w_i + w_i \cdot \nabla \Gamma \quad (3.2)$$

Tem-se:

$$\left. \frac{\partial \Gamma}{\partial t} \right|_D = \left[ \frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \nabla(\Gamma w) \right] \Big|_R \quad (3.3)$$

Ao considerar o domínio Lagrangeano como referencia, o domínio Euleriano como o domínio material, fazendo  $\Gamma = \rho$  e utilizando a equação da continuidade ( Eq. (3.4) ),

$$\frac{\partial(\rho V_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (3.4)$$

Na Eq. (3.3), tem-se:

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_L = \left[ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho w) \right] \Big|_E \quad (3.5)$$

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_L = \left[ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho w_i)}{\partial x_i} \right] \Big|_E \quad (3.6)$$

Substituindo a Eq. (3.4) na Eq. (3.6) tem-se:

$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_L = \left[ -\frac{\partial(\rho V_i)}{\partial x_i} + \frac{\partial(\rho w_i)}{\partial x_i} \right] \Big|_E \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho(w_i - V_i)) \quad (3.8)$$

Fazendo procedimento semelhante para a equação da quantidade de movimento de Navier e Stokes:

$$\frac{\partial \rho V_j}{\partial t} + V_i \frac{\partial(\rho V_j)}{\partial x_i} + \frac{\partial P}{\partial x_i} - \mu \frac{\partial^2 V_j}{\partial x_i^2} + \rho g_i = w_i \frac{\partial(\rho V_j)}{\partial x_i} \quad (3.9)$$

Observa-se que quando a velocidade da malha  $w_i$  for nula, a formulação é a Euleriana, e quando a velocidade  $w_i = V_i$  a formulação é a Lagrangeana.

### 3.3. Efeitos inerciais

Como primeiro passo para estabelecer as bases matemáticas para a formulação do problema é formular as condições de estado de equilíbrio do sistema. As equações para dinâmica estrutural, como visto, possuem a seguinte forma geral:

$$[M]^E \{\ddot{x}\}^E + [C]^E \{\dot{x}\}^E + [K]^E \{x\}^E = \{f^E(t)\} \quad (3.10)$$

O termo  $\{f^E(t)\}$ , apresentado na Eq. (3.10), indica as forças externas devido ao fluido que atuam na superfície da estrutura. O índice (<sup>E</sup>) faz referencia a estrutura e o índice (<sup>F</sup>) será referido ao fluido.

Sob a premissa de fluido compressível e não viscoso utiliza-se as equações de Euler. Estas são uma particularidade das equações de Navier e Stokes, ver abaixo nas Eq (3.11) e (3.12).

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V}^F = \frac{\partial V^F_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.11)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{V}^F}{\partial t} + \rho \vec{V}^F \cdot \vec{\nabla} \vec{V}^F + \vec{\nabla} P = 0 \quad (3.12)$$

Em se tratando de dinâmica ou de pequenas oscilações no fluido, especifica-se as condições de acoplamento:

$$\vec{\nabla} P \cdot \vec{n} = \rho^F \ddot{\vec{x}}^E \cdot \vec{n} = -f^E(t)/vol \quad (3.13)$$

$$\vec{V}^F \cdot \vec{n} \Big|_\gamma = \vec{V}^E \cdot \vec{n} \Big|_\gamma = \dot{\vec{x}}^E \cdot \vec{n} \Big|_\gamma \quad (3.14)$$

$$P \Big|_s = 0 \quad (3.15)$$

A equação (3.13) indica que a variação da força devido à pressão no fluido, na parede molhada é proporcional a aceleração imposta pela estrutura. A equação (3.14) indica que a velocidade do fluido, normal à parede molhada é igual à velocidade normal da estrutura no mesmo ponto. E a Eq. (3.15) estabelece que a pressão na superfície livre seja nula.

Ao aplicar a condição dada pela Eq. (3.13) na Eq. (3.10) e realizando -se a discretização espacial, obtém-se a equação da dinâmica estrutural sob o efeito do campo de pressão do fluido

$$[M]^E \{\ddot{x}\}^E + [C]^E \{\dot{x}\}^E + [K]^E \{x\}^E = -[m]^F \{\ddot{x}\}^E \quad \text{ou} \quad (3.16)$$

$$([M]^E + [m]^F) \cdot \{\ddot{x}\}^E + [C]^E \{\dot{x}\}^E + [K]^E \{x\}^E = 0$$

Esta expressão, sob as condições simplificadoras adotadas e sob as devidas condições de contorno, ilustra o efeito de massa adicionada devido ao fluido na matriz de massa estrutural. Pode-se então desenvolver a solução computacional da equação, utilizando os métodos iterativos de Newmark, Runge-Kutta ou outros, para a obtenção do deslocamento, velocidade e/ou aceleração para o próximo passo de tempo especificado no algoritmo. Com os dados de velocidade e com a condição dada pela Eq. (3.14), utiliza-se a Eq. (3.12) para a determinação do novo campo de pressão, restabelecendo o processo evoluindo para um novo passo de tempo  $\Delta t$  até que se atinja o critério de parada estabelecido.

Axisa (2001) comenta ainda que sistemas acoplados em fluidos inerciais podem ser modelados como uma matriz de massa aderida que atua nos graus de liberdade da estrutura.

Na seqüência, apresentam-se exemplos básicos que ilustram o efeito de massa adicionada devido ao fluido e sua influência na dinâmica estrutural.

### 3.3.1 Exemplo de acoplamento de sistemas de um grau de liberdade não amortecido

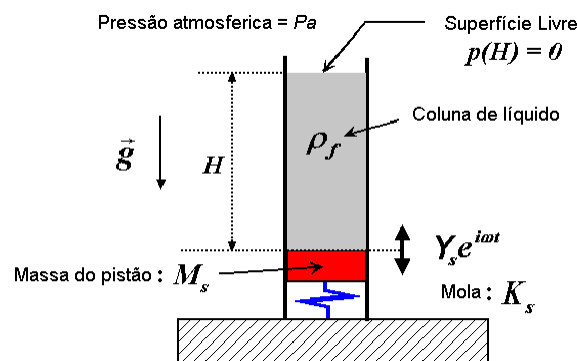


Figura 3.1 – Sistema acoplado de pistão e fluido de 1 GDL. (AXISA, 2001).

Admite-se um sistema de um grau de liberdade como indicado na Fig. 3.1, com área de seção transversal igual a  $(A)$ , massa do fluido  $(m^F = \rho^F A \cdot H)$  e pressão de superfície livre nula  $(P(H) = 0)$ . Neste exemplo não há necessidade de calcular o campo de pressão induzido pela vibração do pistão, pois a energia cinética  $(T = \frac{1}{2}(M_s + m^F)\dot{Y}^2)$  pode ser expressa diretamente em termos da velocidade do pistão e a energia potencial  $(V = \frac{1}{2}K_s Y^2)$ , pela rigidez da mola.

Então, neste exemplo o sistema pode ser deduzido aplicando o princípio de Lagrange, resultando em  $\ddot{Y} + \omega^2 Y = 0$ , com  $\omega^2 = \frac{K_s}{M_s + m^F}$ .

O exemplo visa apresentar os conceitos abordados anteriormente sobre a massa adicionada e ainda, ilustrar o caso particular em que massa física do fluido corresponde integralmente a massa adicionada à estrutura. Observa-se que esta correspondência não é sempre válida, podendo a massa adicionada devido ao fluido ser menor ou até maior que o efeito da massa física, como no caso de ilustrado na Fig. 3.2. Neste caso tem-se o efeito de impedância mecânica e o acréscimo de massa adicionada é calculado por:

$$m_a^F = \rho^F A_1 \cdot \left( H_1 + \frac{A_1}{A_2} H_2 \right).$$

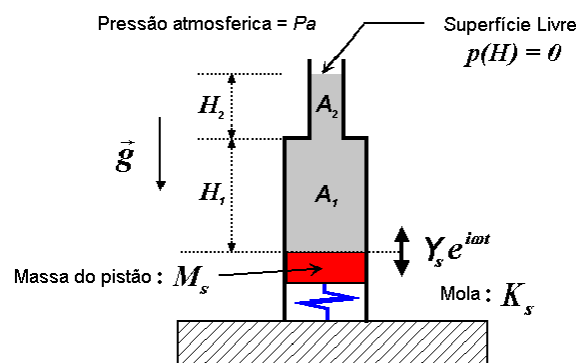


Figura 3.2 – Sistema pistão e fluido sob seção restringida. (AXISA, 2001).

### 3.3.2 Exemplo de acoplamento de sistemas de dois graus de liberdade não amortecido

O exemplo a seguir trata de um sistema de massa  $M_{s1}$  e  $M_{s2}$ , os quais vibram independentemente uma da outra com a mesma frequência natural  $\omega^2 = K_s/M_s$ , quando

há ausência de fluido. Geometricamente, a distancia  $BA = AC (= L/2)$  e a área na seção  $AO (= 2A)$  é o dobro da seção  $BC (= A)$ , conforme ilustrado na Fig. 3.3.

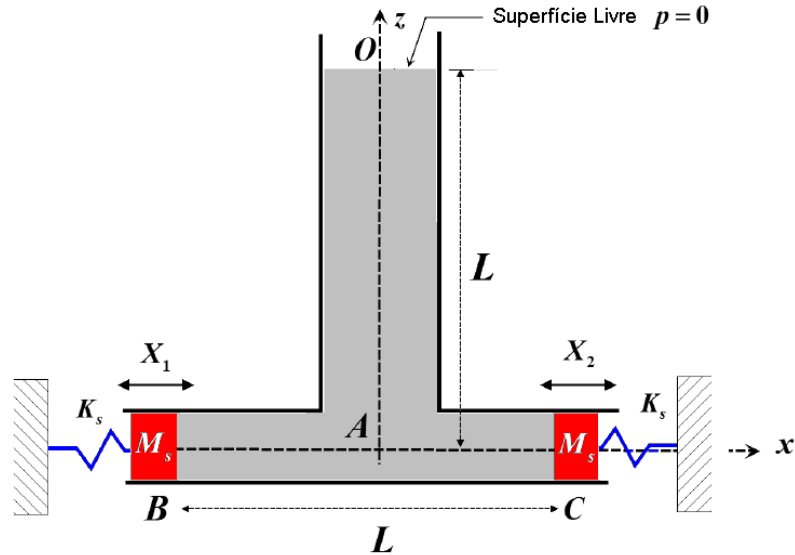


Figura 3.3 – Sistema acoplado de pistão e fluido de 2 GDL. (AXISA, 2001).

Na presença de fluido, o sistema torna-se acoplado, admitindo duas formas modais  $\varphi = [\{\varphi_1\} \ \{\varphi_2\}]$ ,  $\varphi_1$  em fase e  $\varphi_2$  defasado. A energia potencial do sistema é dada

por:  $V = \frac{1}{2}[K_s X_1^2 + K_s X_2^2]$ , onde cada pistão é regido pelas seguintes equações de

movimento:

$$M_s \ddot{X}_1 + K_s X_1 = P_B A \quad (3.17)$$

$$M_s \ddot{X}_2 + K_s X_2 = -P_C A \quad (3.18)$$

Admitindo soluções da forma:

$$X_1 = \bar{X}_1 e^{i\omega t} \quad \dot{X}_1 = i\omega \bar{X}_1 e^{i\omega t} = i\omega X_1 \quad \ddot{X}_1 = -\omega^2 \bar{X}_1 e^{i\omega t} = -\omega^2 X_1 \quad (3.19)$$

$$X_2 = \bar{X}_2 e^{i\omega t} \quad \dot{X}_2 = i\omega \bar{X}_2 e^{i\omega t} = i\omega X_2 \quad \ddot{X}_2 = -\omega^2 \bar{X}_2 e^{i\omega t} = -\omega^2 X_2 \quad (3.20)$$

E substituindo-as nas Eqs. (3.17) e (3.18), tem-se:

$$-(K_s + \omega^2 M_s) X_1 = P_B A \quad (3.21)$$

$$(K_s + \omega^2 M_s)X_2 = -P_C A \quad (3.22)$$

O fluxo de massa em cada seção é dada por:

$$\dot{m}_B = -\rho A \dot{X}_1 = -i\omega \rho A X_1 \quad (3.23)$$

$$\dot{m}_C = \rho A \dot{X}_2 = i\omega \rho A X_2 \quad (3.24)$$

$$\dot{m}_A = \rho A (\dot{X}_1 - \dot{X}_2) = i\omega \rho A (\dot{X}_1 - \dot{X}_2) \quad (3.25)$$

Pois

$$\dot{m}_A + \dot{m}_B + \dot{m}_C = 0 \quad (3.26)$$

Como também, a energia cinética é dada por:

$$T = \frac{1}{2} [M_s \dot{X}_1^2 + M_s \dot{X}_2^2 + m^F \dot{X}_1^2 + m^F \dot{X}_2^2 + m^F (\dot{X}_1 - \dot{X}_2)^2], \text{ onde } m^F = \rho^F \frac{A}{2} \cdot \frac{L}{2}. \text{ Aplicando}$$

o princípio de Lagrange, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} M_s + 2m^F & -m^F \\ -m^F & M_s + 2m^F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X}_1 \\ \ddot{X}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_s & 0 \\ 0 & K_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.27)$$

Observa-se que o sistema se encontra acoplado somente devido ao fluido, pois a matriz de massa não é diagonal. Observa-se também o efeito de massa adicionada ao sistema, pela matriz:

$$[M_a]^F = \begin{bmatrix} 2m^F & -m^F \\ -m^F & 2m^F \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

### 3.4. Efeitos dissipativos

Sistemas imersos ou estruturas que estejam envolvidas por um fluido, também interagem de forma não conservativa quando ocorre movimentação relativa entre os dois meios. Forças dissipativas ocorrem no sentido contrário ao do movimento da estrutura, na mecânica dos fluidos estas forças são chamadas de forças de arrasto.

Forças de arrasto atuam diretamente na área de projetada da estrutura sob o plano normal ao deslocamento, são de origem viscosa e originam-se na interface da estrutura com o fluido. São ainda influenciadas pela pressão de arraste desenvolvida pelo deslocamento da camada limite do fluido e ainda pela formação da turbulência. Estes efeitos estão ilustrados na Fig. 3.4.

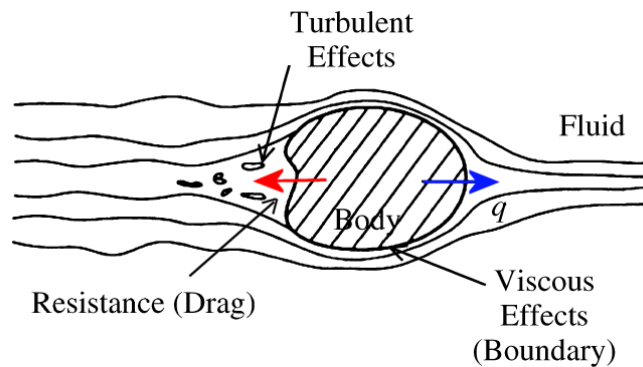


Figura 3.4 – Efeitos contribuintes para a formação da força de arrasto. (SILVA, 2007)

De forma global, o efeito da força de arrasto pode ser usualmente expresso por:

$$f_A = \frac{1}{2} c_A \cdot \rho \cdot \dot{q} \quad (3.29)$$

Onde  $\dot{x}$  é a velocidade relativa da estrutura,  $c_A$  é função do número de Reynolds e da seção transversal e  $\rho$  é a massa específica do fluido.

A força de amortecimento gerado pelo fluido pela unidade de volume pode ser calculada por:

$$f_c = \frac{\oint \int_0^{L_x} \int_0^{L_z} f_A \cdot dx \cdot dz \cdot dq(x, z, t)}{L_x L_z q_0} \quad (3.30)$$



Sendo  $L_x$  e  $L_z$  o comprimento da seção longitudinal nos eixos  $x$  e  $z$  respectivamente e  $q_0$  é a amplitude relativa ao deslocamento da estrutura.

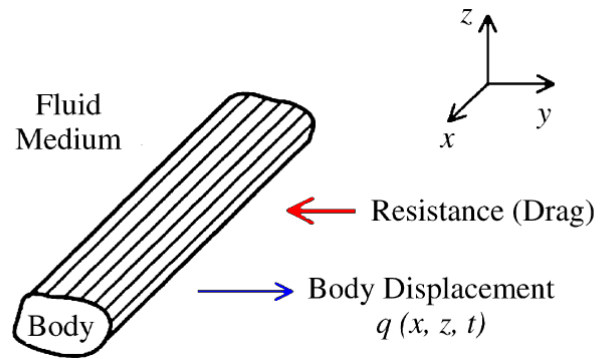


Figura 3.5 – Movimento de corpo imerso em fluido. (SILVA, 2007)

## CAPÍTULO IV

### AJUSTE DE MODELOS DE ELEMENTOS FINITOS

#### 4.1. Motivação e fundamentação

Conforme apresentado nos capítulos anteriores, o método dos elementos finitos é uma técnica numérica utilizada para a obtenção de soluções aproximadas dos problemas regidos por equações diferenciais. Este método é bastante utilizado na indústria, na pesquisa e no desenvolvimento de soluções tecnológicas em geral, dada sua ampla aplicabilidade para representação de numerosos tipos de problemas físicos.

Entretanto, há que se considerar que a modelagem de problemas complexos envolve muitas incertezas que repercutem na capacidade preditiva dos modelos desenvolvidos. Com efeito, em muitas circunstâncias, os valores dos parâmetros físicos e geométricos do sistema são desconhecidos ou mal estimados (coeficientes elásticos, densidades, espessuras, flexibilidade de apoios e juntas, por exemplo); a modelagem pode envolver simplificações do comportamento real (linearização do comportamento não linear, não consideração de efeitos dissipativos, por exemplo).

Neste contexto, foram desenvolvidas, nas últimas duas décadas, técnicas de ajustes de modelos de elementos finitos a partir de dados de respostas vibratórias. Embora diversas categorias de métodos tenham sido propostas, conforme relatado por Friswell e Mothershead (1995), aqueles baseados em correções dos valores de parâmetros físicos e geométricos são considerados entre os mais robustos e eficientes do ponto de vista computacional. Essencialmente, estes métodos conduzem a problemas numéricos de identificação paramétrica que podem ser tratados por técnicas de otimização.

Essencialmente, as técnicas de correção paramétrica envolvem procedimentos híbridos numérico-experimentais e podem ser implementados de acordo com as seguintes etapas:

1. Realização de ensaios vibratórios sobre a estrutura real e extração de um conjunto de características dinâmicas que serão utilizadas no procedimento do ajuste (mais frequentemente frequências e modos naturais de vibração, ou conjunto de funções de respostas em frequência).
2. Divisão do modelo em zonas às quais são atribuídos fatores de correção de massa e/ou de rigidez e/ou amortecimento a serem determinados. Este procedimento pressupõe que sejam previamente conhecidas as zonas mais afetadas por erros de modelagem. Alternativamente, podem ser utilizados procedimentos numéricos de identificação dos erros de modelagem dominantes (FRISWELL, MOTHERSHEAD, 1995).
3. Formulação de um problema de otimização no qual a função objetivo representa a diferença entre as características dinâmicas experimentais e as correspondentes previstas pelo modelo de elementos finitos e as variáveis de projeto são os valores dos parâmetros corretores de massa e/ou rigidez e/ou amortecimento.
4. Resolução do problema de otimização para determinação dos valores ótimos dos parâmetros de correção.

Muito frequentemente, para levar em conta o fato que os dados experimentais são inevitavelmente contaminados por erros de medição, a identificação paramétrica é conduzida em um contexto probabilístico, no qual são levadas em conta variabilidades de natureza estocástica. Além disso, dado que os procedimentos de ajuste operam sobre dois conjuntos distintos de dados, são necessárias técnicas específicas para sua comparação e compatibilização.

Nas seções seguintes são apresentados os fundamentos destas técnicas e de um procedimento de ajuste baseado nas autossoluções (frequências naturais e modos naturais de vibração).

#### **4.2. Correlação de autovetores**

A correlação dos dois conjuntos de dados é uma etapa que pode ser definida como comparação entre o modelo numérico e o experimental, em que critérios definidos quantificam a relação entre ambos. O critério mais usado é o Critério de Confiança Modal (*Modal Assurance Criterion – MAC*), sendo definido como:

$$MAC_{jk} = \frac{\left| \left\{ \varphi_j^{(m)} \right\}^T \left\{ \varphi_j^{(a)} \right\} \right|^2}{\left| \left\{ \varphi_j^{(m)} \right\} \right| \cdot \left| \left\{ \varphi_j^{(a)} \right\} \right|} \quad (4.1)$$

onde  $\left\{ \varphi_j^{(m)} \right\}$  e  $\left\{ \varphi_k^{(a)} \right\}$  indicam, respectivamente, o  $j$ -ésimo autovetor medido experimentalmente e o  $k$ -ésimo autovetor calculado pelo modelo analítico. Os valores do MAC se encontram entre 0 e 1, sendo que valores maiores significam maior grau de correlação. Fazendo variar os valores de  $j$  e  $k$  pode-se obter a denominada matriz de MAC's que estabelece os graus de correlação para cada par de autovetores experimentais e numéricos disponíveis.

Friswell e Mothershead (1995) propõem uma modificação no critério MAC, com a introdução da matriz de massa para ponderar os produtos entre os autovetores:

$$MAC_{jk} = \frac{\left| \left\{ \varphi_j^{(m)} \right\}^T [M] \left\{ \varphi_j^{(a)} \right\} \right|^2}{\left| \left\{ \varphi_j^{(m)} \right\}^T [M] \left\{ \varphi_j^{(m)} \right\} \right| \cdot \left| \left\{ \varphi_j^{(a)} \right\}^T [M] \left\{ \varphi_j^{(a)} \right\} \right|} \quad (4.2)$$

Vale observar que para calcular os MACs, é necessário que os autovetores experimentais e analíticos tenham a mesma dimensão (número de componentes). É sabido que, na maioria dos procedimentos de ensaios dinâmicos, os dados experimentais não são obtidos em todos os graus de liberdade da estrutura, de modo que, geralmente, os modelos numéricos possuem números bem superiores de graus de liberdade, determinados pela discretização adotada. Assim para utilizar a técnica de comparação é necessário reduzir o modelo de elementos finitos ou expandir os dados experimentais, utilizando procedimentos tais como os mostrados a seguir.

### 4.3. Redução e expansão de modelos

Várias técnicas de redução de modelos foram desenvolvidas para que autovetores de ambos os modelos tenham uma mesma dimensão. Destaca-se a técnica de redução estática, introduzida por Guyan (1965), a redução dinâmica, o sistema melhorado de redução ou *Improved Reduced System – IRS* e o processo de redução do sistema equivalente ou *System Equivalent Reduction Process – SEREP*. (FRISWELL, MOTHERSHEAD, 1995).

A seguir, descrevem-se as técnicas SEREP e expansão utilizando dados modais.

#### 4.3.1 Redução SEREP

A redução SEREP produz resultados exatos e utiliza os autovetores para calcular uma matriz de transformação  $[T]$ . Os graus de liberdade a serem mantidos, são denominados *principais* ( $p$ ) e têm correspondência com os autovetores medidos ou experimentais. Os graus de liberdade a serem desprezados, chamados *escravos* ( $s$ ). Faz-se portanto, a seguinte separação dos autovetores analíticos:

$$\varphi = \begin{bmatrix} [\varphi]_p \\ [\varphi]_s \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

A matriz de transformação  $[T]$  é calculada por:

$$[T] = \begin{bmatrix} [\varphi]_p \\ [\varphi]_s \end{bmatrix} \cdot [\varphi]_p^+ \quad (4.4)$$

onde  $[\varphi]_p^+$  é a pseudo-inversa da matriz modal analítica correspondente aos graus de liberdade principais, calculada por:

$$[\varphi]_p^+ = ([\varphi]_p^T [\varphi]_p)^{-1} \cdot [\varphi]_p^T \quad (4.5)$$

Calculam-se as matrizes de massa e rigidez reduzidas da seguinte forma:

$$[M_R] = [T]^T \cdot [M] \cdot [T] \quad (4.6)$$

$$[K_R] = [T]^T \cdot [K] \cdot [T] \quad (4.7)$$

### 4.3.2 Expansão utilizando dados modais

As componentes não determinadas dos autovetores experimentais podem ser estimados utilizando o modelo analítico por meio da relação:

$$\left[ \varphi^{(m)} \right]_p = \left[ \varphi^{(a)} \right]_p \cdot [T] \quad (4.8)$$

Sendo  $\left[ \varphi^{(m)} \right]_p$  a matriz dos autovetores medidos experimentalmente e  $\left[ \varphi^{(a)} \right]_p$ , a matriz dos autovetores analíticos, correspondentes aos medidos. Da Eq. (4.8), pode-se calcular a matriz [T] da expansão:

$$[T] = \left[ \varphi^{(a)} \right]_p^+ \cdot \left[ \varphi^{(m)} \right]_p \quad (4.9)$$

onde  $\left[ \varphi^{(a)} \right]_p^+$  é a pseudo-inversa dos autovetores principais analíticos, calculada segundo:

$$\left[ \varphi^{(a)} \right]_p^+ = \left( \left[ \varphi^{(a)} \right]_p^T \left[ \varphi^{(a)} \right]_p \right)^{-1} \cdot \left[ \varphi^{(a)} \right]_p^T \quad (4.10)$$

Assim, os autovetores experimentais não medidos podem ser estimados por:

$$\left[ \varphi^{(m)} \right] = \left[ \varphi^{(a)} \right] \cdot [T] \quad (4.11)$$

#### 4.4. Ajuste de Modelos

Em essência, o procedimento de ajuste de modelos promove a correção ou modificação de determinados parâmetros físicos de massa ou rigidez ou amortecimento associados ao modelo que intervêm diretamente nas matrizes elementares de um elemento ou grupo de elementos. Desta forma, o ajuste consiste basicamente em estabelecer:

$$[M] = [M^{(0)}] + [\Delta M] \quad (4.12.a)$$

$$[K] = [K^{(0)}] + [\Delta K] \quad (4.12.b)$$

$$[C] = [C^{(0)}] + [\Delta C] \quad (4.12.c)$$

onde:

- $[M], [K], [C]$  são, respectivamente, as matrizes globais de massa, rigidez e amortecimento do modelo corrigido.
- $[M^{(0)}], [K^{(0)}], [C^{(0)}]$  são, respectivamente, as matrizes globais de massa, rigidez e amortecimento do modelo original.
- $[\Delta M], [\Delta K], [\Delta C]$  são, respectivamente, as matrizes de correção de massa, amortecimento e rigidez.

O problema consiste então, na determinação das matrizes de correção, de modo a que o modelo corrigido reproduza, com a máxima precisão possível, as respostas dinâmicas observadas experimentalmente a partir de ensaios realizados na estrutura real. Entretanto, há que ser considerado que:

1º. Para um modelo de elementos finitos com N g.d.l, as matrizes globais de massa e de rigidez possuem, cada uma  $N \times (N+1)/2$  elementos independentes;

2º. Estas matrizes dependem diretamente das propriedades físicas e geométricas dos elementos finitos que compõem o modelo (densidades, módulos de elasticidade, espessuras, etc).

Assim, é inviável e desnecessário buscar corrigir todos os elementos das matrizes estruturas, uma vez que este procedimento implicaria um número proibitivo de incógnitas a

serem determinadas e, além disso, não respeitaria o significado físico das correções a serem efetuadas.

Diante do exposto, um dos procedimentos mais utilizados na literatura, é que foi adotado no trabalho de pesquisa reportado neste Memorial, consiste das seguintes etapas. Será admitido, doravante, que o modelo de elementos finitos seja não amortecido, e que o ajuste será efetuado sobre as matrizes de massa e de rigidez, a partir de valores das frequências naturais obtidas experimentalmente.

### 1ª ETAPA: **PARAMETRIZAÇÃO DOS ERROS DE MODELAGEM.**

Admite-se que o modelo de elementos finitos tenha sido idealizado como a associação de  $n_r$  regiões (denominadas frequentemente *macroelementos*) às quais se associam-se parâmetros corretores de massa e de rigidez,  $m_i$  e  $k_i$ , respectivamente).

Desta forma, as pode-se escrever:

$$[M^{(0)}] = \sum_{i=1}^{n_r} [M_i^{(0)}] \quad (4.15.a)$$

$$[K^{(0)}] = \sum_{i=1}^{n_r} [K_i^{(0)}] \quad (4.15.b)$$

$$[\Delta M] = \sum_{i=1}^{n_r} m_i [M_i^{(0)}] \quad (4.16.a)$$

$$[\Delta K] = \sum_{i=1}^{n_r} k_i [K_i^{(0)}] \quad (4.16.b)$$

onde  $[M_i]$ ,  $[K_i]$  são, respectivamente, as matrizes de massa e rigidez associadas à  $i$ -ésima região do modelo global de elementos finitos.

Substituindo as Eqs. (4.15) e (4.16) nas Eqs. (4.12), respectivamente, tem-se as seguintes expressões para matrizes de massa e rigidez corrigidas, em função dos parâmetros de correção:



$$[M] = \sum_{i=1}^{n-r} (1 + m_i) [M_i^{(0)}] \quad (4.17.a)$$

$$[K] = \sum_{i=1}^{n-r} (i + k_i) [K_i^{(0)}] \quad (4.17.b)$$

Kloutsey (2007), com base em Friswell e Mottershead (1995), comenta que a escolha dos parâmetros é uma fase muito importante na correção de modelos. O número de parâmetros a serem corrigidos deve ser preferencialmente pequeno para evitar problemas de mau condicionamento causados pela quantidade de dados experimentais disponíveis.

Os parâmetros definidos para ajuste podem ser as dimensões geométricas, a massa, o módulo de elasticidade, o coeficiente de Poisson, dentre outros. Assim, os parâmetros do modelo numérico são diretamente ligados à geometria e as propriedades do material, sendo fisicamente significantes.

## 2ª ETAPA: CÁLCULO DOS PARÂMETROS DE CORREÇÃO

Após a parametrização dos erros de modelagem, deve-se determinar o conjunto de valores dos parâmetros de correção que conduzam à menor diferença entre os autovalores previstos pelo modelo corrigido e os correspondentes obtidos por procedimentos experimentais. Para formular matematicamente o problema, utilizam-se séries de Taylor linearizadas que permitem relacionar os dois conjuntos de dados:

$$\lambda_j^{(e)} = \lambda_j^{(m)} + \sum_{i=1}^{n-r} \frac{\partial \lambda_j^{(m)}}{\partial m_i} \Delta m_i + \sum_{i=1}^{n-r} \frac{\partial \lambda_j^{(m)}}{\partial k_i} \Delta k_i \quad (4.18)$$

onde o superscritos (e) e (m) designam, respectivamente, as autossoluções experimentais e as associadas ao modelo de elementos finitos.

O cálculo das derivadas dos autovalores em relação aos parâmetros corretores é feito de acordo com a formulação apresentada a seguir.

Derivando a equação que expressa o problema de autovalor associado ao modelo de elementos finitos:

$$\left( \left[ K^{(m)} \right] - \lambda_j^{(m)} \left[ M^{(m)} \right] \right) \left\{ \varphi_j^{(m)} \right\} = \{0\} \quad (4.19)$$

e as relações de normalização dos autovetores:

$$\left\{ \varphi_j^{(m)} \right\}^T \left[ M^{(m)} \right] \left\{ \varphi_j^{(m)} \right\} = 1, j = 1, 2, \dots \quad (4.20a)$$

$$\left\{ \varphi_j^{(m)} \right\}^T \left[ K^{(m)} \right] \left\{ \varphi_j^{(m)} \right\} = \lambda_j, j = 1, 2, \dots \quad (4.20b)$$

obtêm-se as seguintes expressões para as derivadas dos autovalores em relação aos parâmetros de correção (RADE, 1994):

$$\frac{\partial \lambda_j^{(m)}}{\partial m_i} = -\lambda_j^{(m)} \left\{ \varphi_j^{(m)} \right\}^T \frac{\partial \left[ M \right]}{\partial m_i} \left\{ \varphi_j^{(m)} \right\} \quad (4.21a)$$

$$\frac{\partial \lambda_j^{(m)}}{\partial k_i} = \left\{ \varphi_j^{(m)} \right\}^T \frac{\partial \left[ K \right]}{\partial k_i} \left\{ \varphi_j^{(m)} \right\} \quad (4.21b)$$

Considerando a parametrização expressa nas equações (4.17), as equações (4.21) ficam:

$$\frac{\partial \lambda_j^{(m)}}{\partial m_i} = -\lambda_j^{(m)} \left\{ \varphi_j^{(m)} \right\}^T \left[ M_i^{(0)} \right] \left\{ \varphi_j^{(m)} \right\} \quad (4.22a)$$

$$\frac{\partial \lambda_j^{(m)}}{\partial k_i} = \left\{ \varphi_j^{(m)} \right\}^T \left[ K_i^{(0)} \right] \left\{ \varphi_j^{(m)} \right\} \quad (4.22b)$$

Uma vez determinadas as derivadas parciais dos autovalores em relação aos parâmetros corretores, dispondo-se de  $p$  autovalores experimentais, a partir de (4.18) pode-se formar o seguinte conjunto de equações:

$$\begin{Bmatrix} \lambda_1^{(e)} - \lambda_1^{(m)} \\ \lambda_2^{(e)} - \lambda_2^{(m)} \\ \vdots \\ \lambda_p^{(e)} - \lambda_p^{(m)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda_1^{(m)}}{\partial m_1} & \frac{\partial \lambda_1^{(m)}}{\partial m_2} & \dots & \frac{\partial \lambda_1^{(m)}}{\partial m_{n-r}} & \frac{\partial \lambda_1^{(m)}}{\partial k_1} & \frac{\partial \lambda_1^{(m)}}{\partial k_2} & \dots & \frac{\partial \lambda_1^{(m)}}{\partial m_{n-r}} \\ \frac{\partial \lambda_2^{(m)}}{\partial m_1} & \frac{\partial \lambda_2^{(m)}}{\partial m_2} & \dots & \frac{\partial \lambda_2^{(m)}}{\partial m_{n-r}} & \frac{\partial \lambda_2^{(m)}}{\partial k_1} & \frac{\partial \lambda_2^{(m)}}{\partial k_2} & \dots & \frac{\partial \lambda_2^{(m)}}{\partial m_{n-r}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \lambda_p^{(m)}}{\partial m_1} & \frac{\partial \lambda_p^{(m)}}{\partial m_2} & \dots & \frac{\partial \lambda_p^{(m)}}{\partial m_{n-r}} & \frac{\partial \lambda_p^{(m)}}{\partial k_1} & \frac{\partial \lambda_p^{(m)}}{\partial k_2} & \dots & \frac{\partial \lambda_p^{(m)}}{\partial m_{n-r}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta m_1 \\ \Delta m_2 \\ \vdots \\ \Delta m_{n-r} \\ \Delta k_1 \\ \Delta k_2 \\ \vdots \\ \Delta k_{n-r} \end{Bmatrix} \quad (4.23a)$$

ou,

$$\{\Delta \lambda\} = [S] \{\Delta \theta\} \quad (4.23b)$$

onde  $[S]$  é conhecida como a matriz de sensibilidade dos autovalores e  $\{\Delta \theta\}$  é o vetor formado pelos incrementos dos parâmetros corretores.

Em princípio, a resolução deste sistema de equações permite determinar os incrementos dos parâmetros corretores que devem ser aplicados ao modelo inicial. Como a matriz  $[S]$  geralmente não é quadrada, utiliza-se a resolução pelo método dos Mínimos Quadrados:

$$\{\Delta \theta\} = \left( [S]^T [S] \right)^{-1} [S]^T \{\Delta \lambda\} \quad (4.24)$$

Entretanto, a resolução direta não fornece resultados satisfatórios, uma vez que a linearização efetuada em (4.18) pode não ser aplicável nos casos em que as correções não são infinitesimais. Desta forma, opta-se por um esquema de resolução iterativo no qual parte-se do modelo inicial e calculam-se incrementos sucessivos a serem aplicados aos parâmetros de correção. Em cada iteração, a matriz de sensibilidade e os autovetores calculados pelo modelo de elementos finitos são atualizados, em conformidade com:

$$\Delta \{\theta\}_i = \left( [S(\{\theta\}_i)]^T [S(\{\theta\}_i)] \right)^{-1} \cdot [S(\{\theta\}_i)]^T \cdot \Delta \lambda(\{\theta\}_i) \quad (4.25a)$$

$$\{\theta\}_{i+1} = \{\theta\}_i + \{\Delta \theta\}_i \quad (4.25b)$$

onde  $i$  indica a  $i$ -ésima iteração. Um critério de convergência, baseado na amplitude do vetor de incrementos dos parâmetros é utilizado para interromper o procedimento iterativo.

A equação (4.25.a) expressa a ponderação de todas as medidas de forma equivalente. Contudo, na prática, pode haver diferença nos níveis de confiabilidade que se atribuem às diferentes medidas. Esta diferença de confiabilidade pode ser ponderada no processo de minimização por uma matriz diagonal  $[W]$ , positiva definida, que permite agregar uma incerteza ou grau de confiança nos dados medidos. Resultados mais confiáveis possuem pequenas variâncias, portanto pesos maiores nos elementos diagonais da matriz  $[W]$ . Assim a equação (4.25.a) pode ser reescrita, incorporando a variação de pesos:

$$\{\Delta\theta\}_i = \left( [S(\{\theta\}_i)]^T [W_S] [S(\{\theta\}_i)] \right)^{-1} [S(\{\theta\}_i)]^T [W_S] \{\Delta\lambda(\{\theta\}_i)\} \quad (4.26)$$

Na grande parte dos casos práticos, o número de parâmetros necessários a ajustar é maior que o número de dados adquiridos experimentalmente. Ocorre também que alguns parâmetros podem ter magnitudes que diferem consideravelmente em relação a outros e por outro lado, alguns parâmetros são melhores estimados do que outros. Estes fatores fazem com que o problema de estimação dos parâmetros corretores seja numericamente mal condicionado, o que torna sua solução extremamente sensível a erros presentes nos dados, o que é uma condição inevitável na prática. Assim faz-se necessário realizar uma ponderação adicional dos parâmetros por uma matriz  $[W_\theta]$  para a regularização do problema.

A matriz peso  $[W_\theta]$  é uma matriz diagonal de elementos normalmente escolhidos como as variâncias dos parâmetros. A equação (4.26) passa a ser escrita como:

$$\{\Delta\theta\}_i = \left( [S(\{\theta\}_i)]^T [W_S] [S(\{\theta\}_i)] + [[W_\theta]] \right)^{-1} [S(\{\theta\}_i)]^T [W_S] \{\Delta\lambda(\{\theta\}_i)\} \quad (4.27)$$

Alternativamente, pode-se melhorar o condicionamento das equações utilizando uma estimativa inicial dos parâmetros desconhecidos. Este procedimento é preferível do que ponderar as mudanças nos parâmetros dada pela Eq. (4.27). A equação de estimação com base em estimativas será apresentada na Eq. (4.28) a seguir:

$$\{\theta\}_{i+1} = \{\theta\}_i + \left( \left[ s(\{\theta\}_i) \right]^T [W_S] \left[ s(\{\theta\}_i) \right] + [W_\theta] \right)^{-1} \left[ s(\{\theta\}_i) \right]^T [W_S] \left\{ \Delta\lambda(\{\theta\}_i) \right\} - [W_\theta] (\{\theta\}_i - \{\theta\}_0) \quad (4.28)$$

onde  $\{\theta_0\}$  é o vetor das estimativas iniciais dos parâmetros.

Infantes (2000) comenta que as frequências naturais analíticas e experimentais precisam se referir ao mesmo modo. Ordená-las em ordem crescente ou dos valores das frequências naturais pode não ser adequado. O uso de critérios tais como o MAC, definido em (4.1) e (4.2) entre os modos experimentais e os analíticos garante a correspondência.

Um método alternativo de estimação dos parâmetros corretores trabalha com uma função de penalidade obtida com base estatística, assumindo que os parâmetros estimados e as medições possuem erros e que estas possam ser expressas em termos de matrizes de variância. A característica principal é que a cada iteração as matrizes de ponderação mudam à medida que o ajuste é realizado.

Collins et al. (1974) introduziram o método da variância mínima, assumindo a independência estatística dos dados medidos e os parâmetros escolhidos, logo a correlação entre estes poderia ser considerada nula. Friswell (1989) apresentou um método em que a correlação entre os dados experimentais e os parâmetros escolhidos é levada em conta, considerando que na primeira iteração não haja correlação, mas certamente haverá nas interações subsequentes. Ambas as estratégias foram citadas por Infantes (2000).

## CAPÍTULO V

### METODOLOGIA DOS ENSAIOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo são descritos os procedimentos experimentais realizados objetivando à determinação das características dinâmicas de estruturas submersas em água, para posterior incorporação dos efeitos exercidos sobre o fluido empregando procedimentos de ajuste de modelos de elementos finitos abordados no Capítulo IV. Foram ensaiados dois tipos de estruturas: uma viga e uma placa retangular.

#### **5.1. Características dos componentes utilizados**

##### *5.1.1 Reservatório de fluido*

Foi construída uma caixa em aço carbono, com dimensões internas de 550 mm x 450 mm x 410 mm, utilizando chapas de  $\frac{1}{2}$ " de espessura na base e em uma das laterais. Para propiciar melhor visualização do experimento, foram montadas duas placas de vidro em duas laterais opostas. Para o fechamento da caixa, foi montada uma chapa de  $\frac{1}{4}$ " na lateral oposta à lateral de aço de  $\frac{1}{2}$ " de espessura. O conjunto pode ser visualizado na Fig. 5.1.



Figura 5.1 – Caixa de aço para experimento com fluido

### 5.1.2 Viga de aço engastada-livre

Desempenhando a função da viga ensaiada, utilizou-se uma barra de aço com dimensões livres 376 mm x 30.5 mm” x 3/16”, engastada em uma das laterais da caixa, conforme ilustrado na Figura 5.1. O engastamento foi realizado inserindo a viga entre duas peças de perfil cantoneira, sendo o conjunto apertado por meio de parafusos.

Como instrumentação, fixou-se um acelerômetro piezelétrico na extremidade livre. A viga engastada foi avaliada na condição a seco e na condição submerso com 180 mm de coluna de água sobre a face superior e 190 mm sob a face inferior, conforme mostra a Fig. 5.2.



(a)



(b)

Figura 5.2 – Viga de aço engastada e com instrumentação fixada. (a) a seco; (b) submersa

### 5.1.3 Placa de aço engastada-livre

Para o ensaio sobre placa, utilizou-se uma chapa de aço com dimensões livres: 376 mm x 200 mm x 1/8", engastada na lateral da caixa. O sistema de engastamento é o mesmo utilizado para a viga, descrito anteriormente.

Como instrumentação, fixou-se um acelerômetro em um dos cantos da extremidade livre da placa, que foi ensaiada na condição a seco e submersa com 180 mm de coluna de água sobre a face superior e 190 mm sob a face inferior (Fig. 5.3).

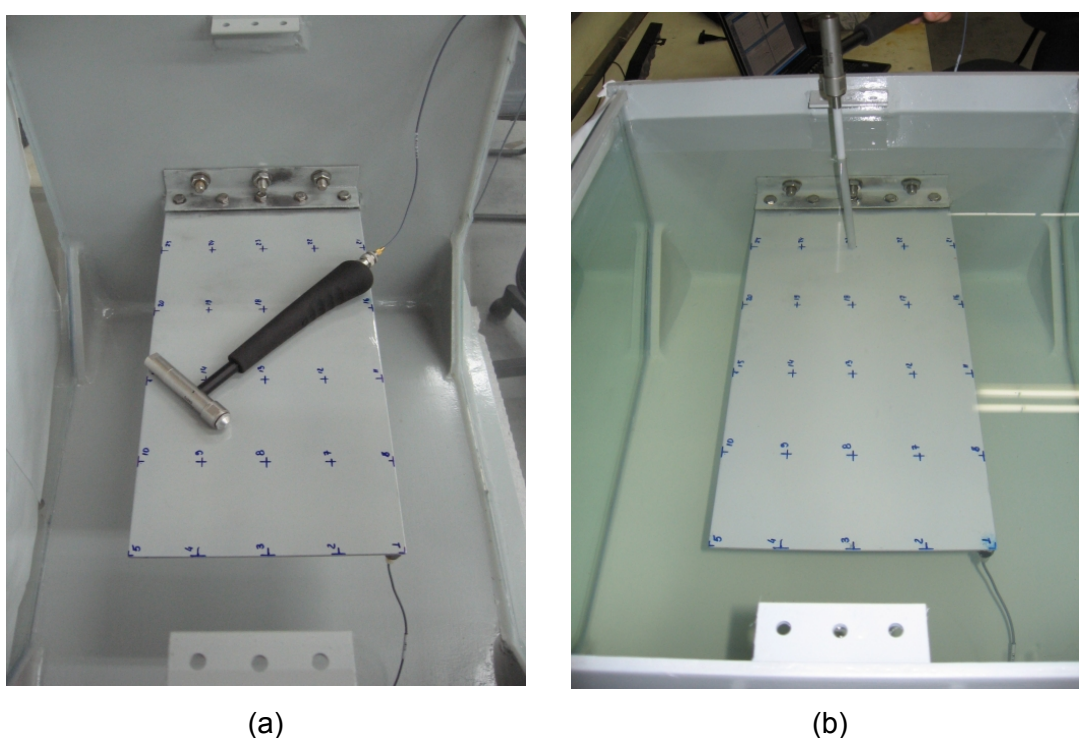


Figura 5.3 – Placa de aço engastada e com instrumentação fixada. (a) a seco. (b) submersa

### 5.1.4 Instrumentação

Os dados experimentais foram adquiridos com os seguintes itens de instrumentação Brüel & Kjær, que se encontram ilustrado na Fig. 5.4:

- (a) Acelerômetro Delta Tron, tipo IEPE 4514, massa de 8,7 g e sensibilidade de  $1,039 \text{ mV/ms}^{-2}$ . Foi adicionado vedação de silicone para teste na água.
- (b) Martelo de impacto tipo 8206-003, instrumentado com célula de carga com sensibilidade de 1,12 mV/N e massa sísmica de 100 g.



- (c) Sistema para aquisição de dados Pulse Lite – 6300 com conversor analógico integrado e ajuste de ganho via software (Fig. 5.4 (b))

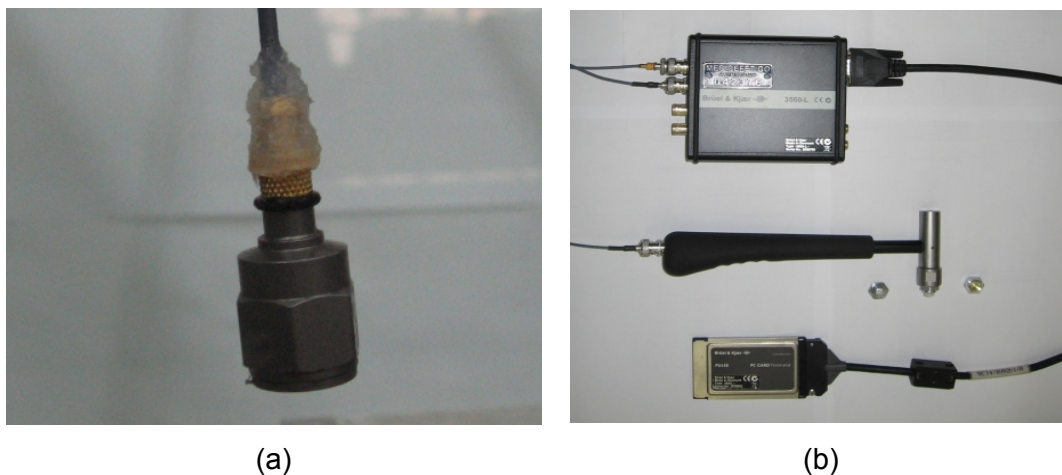


Figura 5.4 – Ilustração da instrumentação. (a) Acelerômetro com vedação de silicone; (b) martelo de impacto com a interface de aquisição

## 5.2. Procedimentos Experimentais

### 5.2.1 Placa de aço engastada-livre

O procedimento de ensaios dinâmicos da placa consistiu na aplicação e medição sucessiva de forças impulsivas em 25 pontos distribuídos sobre sua superfície superior, indicados na Fig. 5.5 e a resposta obtida em apenas no ponto em que foi posicionado o acelerômetro, designado por ponto **01**. Em cada ponto foram realizadas 15 impactos para a obtenção da FRF média, utilizando os seguintes parâmetros de estimação.

- janela Hanning com overlapping 66%
- taxa de aquisição de 2560 Hz;
- faixa de frequência de 0 a 1000 Hz;
- 6400 linhas frequenciais

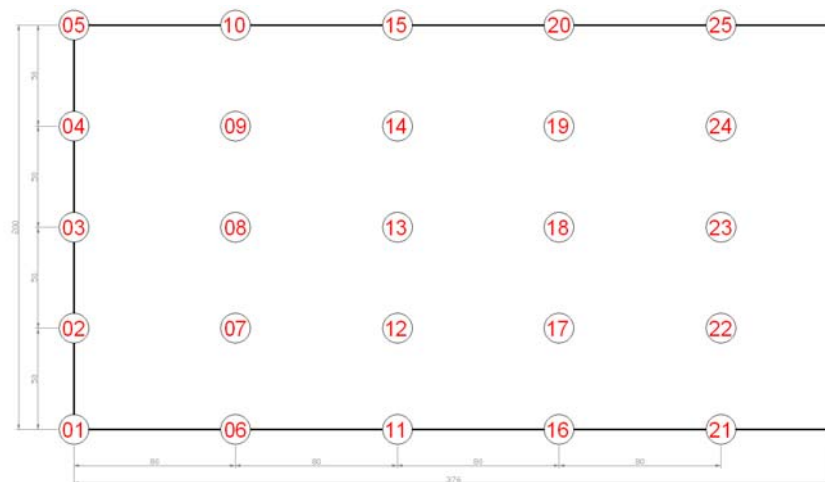


Figura 5. 5 – Distribuição dos pontos de excitação. Resposta medida somente no ponto 01.

Os ensaios realizados na placa foram os seguintes:

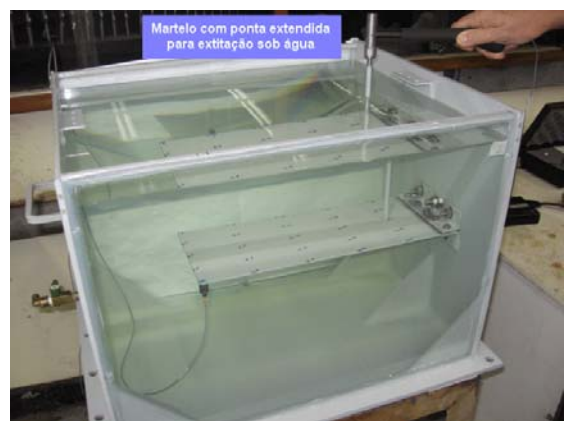
- 1) Condição a seco, sem a presença de fluido, utilizando martelo de impacto na configuração original, mostrado na Fig. 5.6(a)
- 2) Condição a seco, sem a presença de fluido, utilizando martelo de impacto com ponta estendida (Fig. 5.6(b)).
- 3) Condição submersa, na presença de fluido, utilizando martelo de impacto com ponta estendida (Fig. 5.6(c))



(a)



(b)



(c)

Figura 5.6 – Ensaios realizados: (a) Sem fluido e com martelo normal. (b) Sem fluido e com martelo estendido. (c) Com fluido e com martelo estendido.

### 5.2.2 Viga de aço engastada-livre

O procedimento de ensaio da viga foi baseado na aplicação de força impulsiva com martelo instrumentado em 5 pontos distribuídos ao longo de seu comprimento e a resposta obtida apenas no ponto 01, indicado na Fig. 5.7. Em cada ponto foram realizados 15 impactos para a obtenção da FRF média, utilizando os seguintes parâmetros de estimação:

- janela Hanning com overlapping 66%
- taxa de aquisição de 1280 Hz;
- faixa de frequência de 0 a 500 Hz;
- 3200 linhas frequenciais

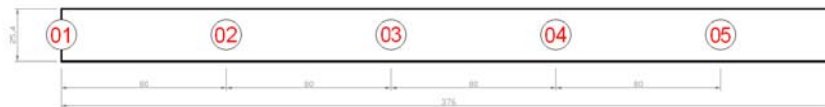


Figura 5.7 – Distribuição dos pontos de excitação. Resposta medida somente no ponto 01

As demais características dos ensaios realizados na viga foram semelhantes às dos ensaios realizados na placa.

## **CAPÍTULO VI**

### **RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Foram investigados os comportamentos dinâmicos de uma viga e de uma placa, cujo procedimento de aquisição de dados e características geométricas estão descritas no Capítulo V. Divide-se a apresentação dos resultados obtidos, inicialmente para a viga e posteriormente para a placa. Em ambas as situações foram investigadas as características dinâmicas das estruturas na condição a seco (sem interação com o fluido) e na condição submersa (com interação com o fluido).

#### **6.1. Viga de aço engastada-livre**

Na caracterização deste problema foram obtidos modelos numéricos de elementos finitos e dados experimentais na faixa de 0 Hz a 500 Hz. Posteriormente os resultados são tabelados, ajustados e comparados.

### 6.1.1 Viga sem interação com fluido

#### 6.1.1.1 - Análise modal numérica

Para verificação das características modais, foi utilizada a ferramenta *Análise Modal* disponível no *software* Ansys Workbench, versão 11. Foi gerado modelo numérico com malha tridimensional de 332 elementos, tipo *Standard Mechanical*.

As propriedades físicas e geométricas utilizadas para geração do modelo de elementos finitos foram:

- Densidade: 7850 Kg/m<sup>3</sup>
- Módulo de elasticidade: 2e+11 Pa
- Dimensões da seção transversal: 30,50e-3 m x 4,7625e-3 m
- Comprimento da viga: 0,376 m
- Dimensões do paralelepípedo posicionado na extremidade livre: 30,50e-3 m x 10,64e-3 m x 5,89e-3 m

As freqüências naturais e formas modais são apresentadas na Fig. 6.1. Note-se que na extremidade livre do modelo de EF foi introduzido um paralelepípedo para objetivando representar, de forma aproximada, a massa adicionada pelo acelerômetro (8,29 g).

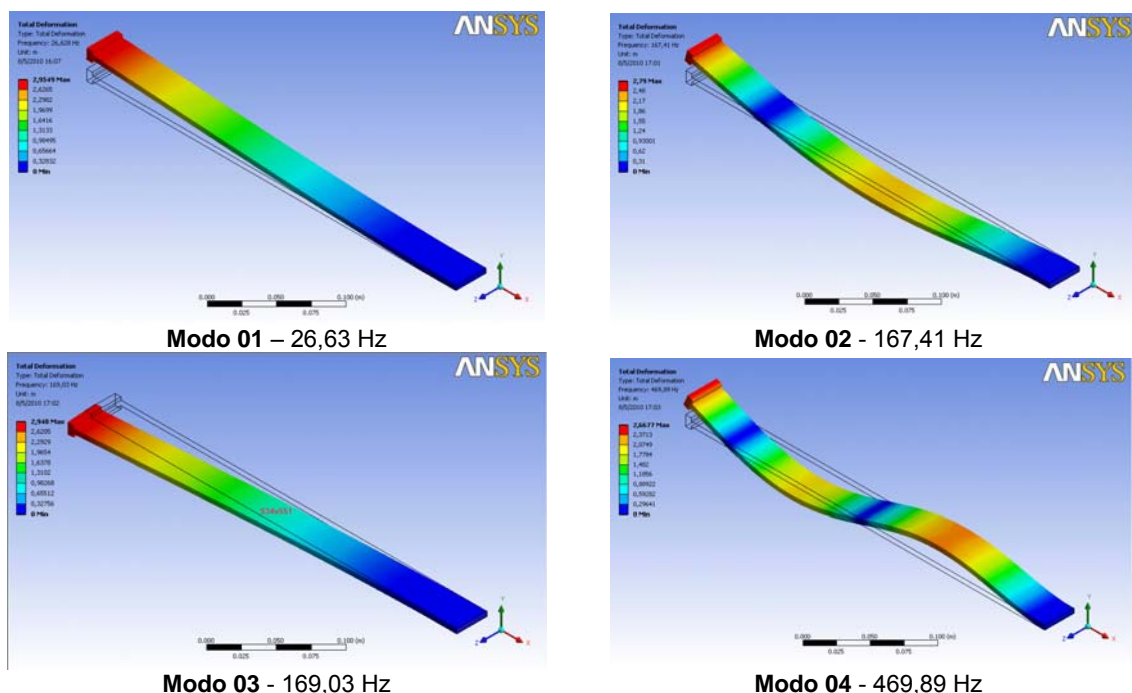


Figura 6.1 – Modos de vibrar associados às freqüências naturais.

Nota-se que o terceiro modo corresponde a movimento no plano da viga (plano perpendicular ao eixo Y) e não será considerado na correlação com dados experimentais, pois na aquisição experimental utilizou-se acelerômetro unidirecional posicionado para medir apenas os movimentos correspondentes ao eixo Y.

As formas modais também foram avaliadas no ANSYS utilizando um modelo de 10 elementos de viga bidimensional de Euler-Bernoulli (elemento BEAM03) para simulação e posterior ajuste de parâmetros.

As propriedades físicas e geométricas utilizadas para geração do modelo de elementos finitos foram:

- Densidade: 7850 kg/m<sup>3</sup>
- Módulo de elasticidade: 2,1×10<sup>11</sup> Pa
- Dimensões da seção transversal: 30,50×10<sup>-3</sup> m x 4,7625×10<sup>-3</sup>m
- Comprimento da viga: 0,376 m

As formas modais obtidas são equivalentes às apresentadas na Fig. 6.1, com freqüências listadas na Tab. 6.1

Tabela 6.1 – Freqüências modais no ANSYS

<b>MODO</b>	<b>Freqüências (Hz)</b>
<b>1º</b>	28,30
<b>2º</b>	177,31
<b>3º</b>	496,32

### 6.1.1.2 - Força impulsiva simulada no Ansys Workbench

Foram simuladas excitações impulsivas nos ponto 01 a 05 (conforme Fig. 5.7) e respostas medidas no ponto 01. Neste caso utiliza-se a ferramenta *Análise Flexível*, disponível no Ansys Workbench, versão 11. O modelo gerado é constituído por 332 elementos e o tempo de processamento é de 00h30'04". As frequências naturais foram obtidas pelo picos dos autoespectros da resposta, apresentados na Fig. 6.2.

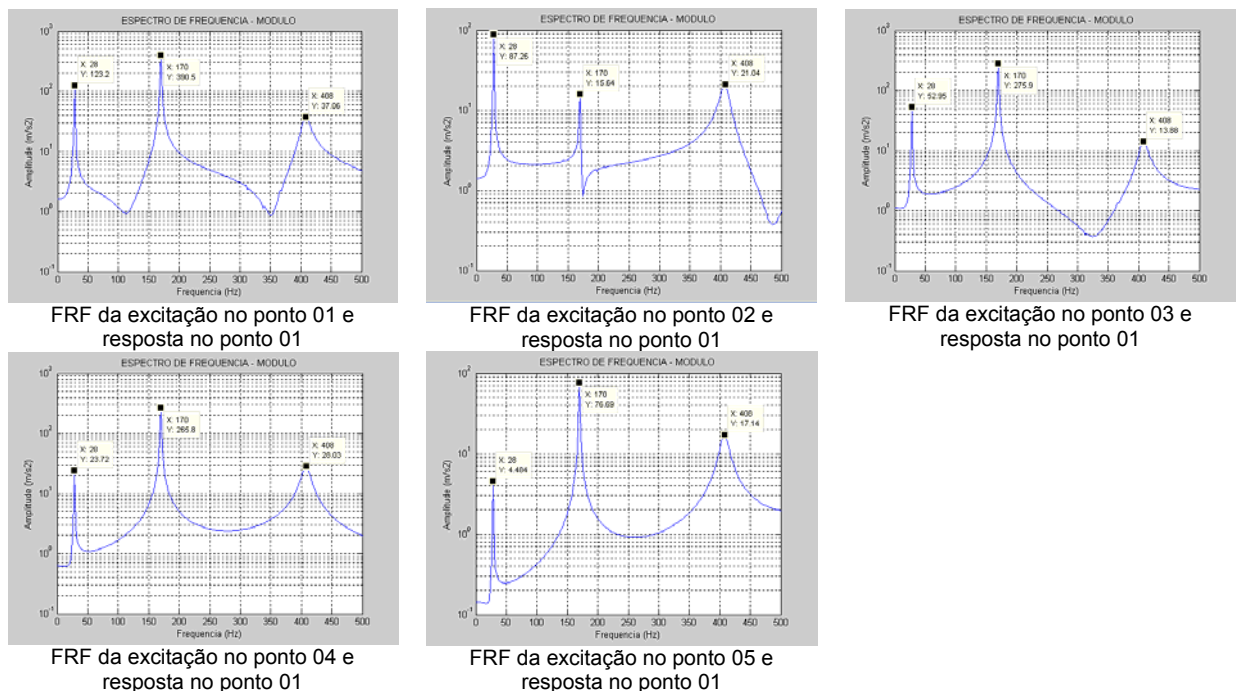


Figura 6.2 – Autoespectros da resposta, com excitação impulsiva, obtidas no programa Ansys.

### 6.1.1.3 - Simulação no MATLAB

Formulou-se um modelo unidimensional de EF de viga no ambiente MATLAB (Apêndice A). O modelo é constituído por dez elementos e tempo de processamento menor que 00h03'00". As frequências naturais, obtidas a partir do cálculo de autovalores, são apresentadas na Tab. 6.2

Tabela 6.2 – Frequências calculadas no MatLab

MODO	Frequências (Hz)
1º	28,15
2º	176,39
3º	494,05

#### 6.1.1.4 - Identificação de parâmetros modais experimentais

As freqüências naturais e os fatores de amortecimento foram identificados a partir das FRFs experimentais utilizando o software MODAN, Versão 3, desenvolvido pelo *Laboratoire de Mécanique Appliquée*, da *Université de Franche-Comté*, de Besançon, França (ver descrição no Anexo 1). As curvas de amplitude das FRFs obtidas estão apresentadas na Fig. 6.3 e os valores dos parâmetros modais identificados são fornecidos na Tab. 6.3.

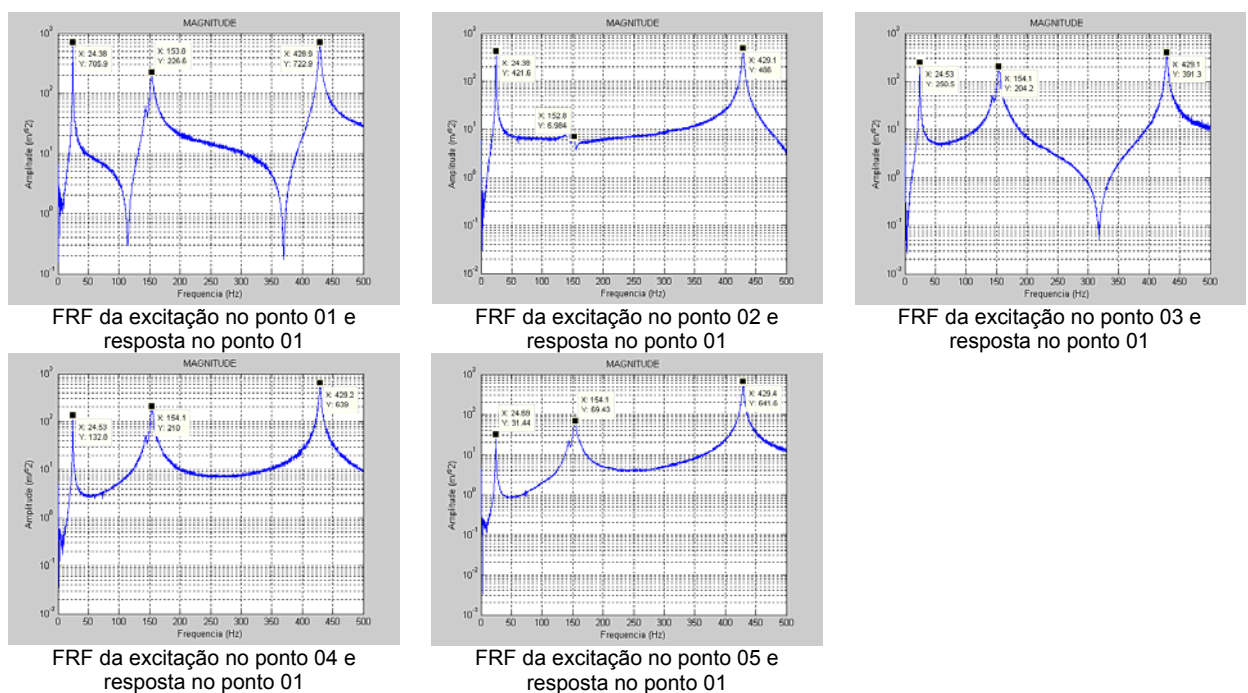


Figura 6.3 – Respostas em freqüência. Excitação impulsiva adquiridas experimentalmente.

Tabela 6.3 - Parâmetros modais da viga a seco obtidos com o programa MODAN

	1º	2º	3º
Freqüências (Hz)	24,4729	153,9589	429,1493
Amortecimento ( $\xi$ )	0,006458	0,010630	0,002409
Forma modal			

OBSERVAÇÃO: As imagens apresentadas correspondem à forma identificada pelo software



### 6.1.1.5 - Consolidação dos resultados obtidos para a viga a seco.

Como comparação inicial, apresenta-se na Tab. 6.4 a consolidação dos valores das freqüências naturais obtidos através das simulações numéricas apresentadas nas subseções 6.1.1.1, 6.1.1.2 e 6.1.1.3 e por meio da identificação experimental descrita na subseção 6.1.1.4. Na mesma tabela mostram-se os erros entre os valores obtidos nas simulações e no experimento, sendo estes últimos tomados como referência.

Tabela 6.4 – Comparação dos valores numéricos e experimentais das freqüências naturais

MODO	Freqüências naturais (Hz) / erro (%)			
	Experim.	Análise Modal ANSYS	Simulação Impulsiva ANSYS WB	Simulação MATLAB
1º	24,47	28,30/15,65	28,00/14,43	28,15/15,04
2º	153,96	177,31/15,17	170,00/10,42	176,39/14,57
3º	429,15	496,32/15,65	408,00/-4,93	494,05/15,12

É possível concluir que embora as simulações apresentem resultados coerentes com a resposta experimental, há erros significativos. Vários fatores, relacionado tanto aos modelos numéricos quanto ao procedimento experimental, podem contribuir para estas discrepâncias, dentre os quais, citam-se: a natureza do modelo de EF utilizado (unidimensional ou bidimensional), o grau de discretização deste modelo e a rigidez finita do engastamento. Neste sentido emprega-se uma metodologia visando ao ajuste do modelo de EF com base em dados experimentais para reduzir estas diferenças, com base nos fundamentos apresentados na Seção 4.4. Especificamente neste caso da viga a seco apresenta-se na sequência, o ajuste realizado pelo software AESOP desenvolvido pelo *Laboratoire de Mécanique Appliquée*, da *Université de Franche-Comté*, de Besançon, França (ver descrição no Anexo 2), em associação com o modelo de EF gerado em ambiente MATLAB (Apêndice A).

### 6.1.1.6 - Ajuste de modelo de elementos finitos utilizando o programa AESOP

O software AESOP utiliza os parâmetros modais experimentais identificados pelo MODAN em conexão com o ANSYS para obter os parâmetros corretores aplicados ao modelo de elementos finitos inicial, segundo a metodologia descrita na Seção 4.4.. No ANSYS o modelo foi gerado utilizando o elemento de viga BEAM3 e discretizado em dez elementos. Os modos no AESOP são avaliados conforme critério MAC, definido de acordo com a Eq. (4.1) e os parâmetros escolhidos são ajustados conforme sua sensibilidade à mudança dos autovetores e autovalores. O critério de parada é estabelecido pela minimização de uma função erro ou função objetivo que expressa a diferença entre as autossoluções numéricas e experimentais, calculada segundo:

$$J(\{\theta\}) = \sum_{i=1}^m P_i \left( \lambda_i^{(e)} - \lambda_i^{(m)} \right)^2 + \sum_{i=1}^m Q_i \left( \{\varphi\}_i^{(e)} - \{\varphi\}_i^{(m)} \right)^2 \quad (6.1)$$

onde  $P_i$  e  $Q_i$  são fatores de ponderação. No caso da viga sem interação com o fluido, o parâmetro escolhido para ajuste é o módulo de rigidez à flexão ( $EI$ ) por ser fisicamente relevante.

O ajuste pode ser feito utilizando três principais procedimentos de parametrização dos erros de modelagem, a saber: localmente (elemento por elemento), por regiões agrupando vários elementos, ou globalmente, associando-se um único parâmetro corretor a todos os elementos que compõem o modelo. Em princípio a correção localizada para cada elemento seria a mais lógica a se realizar, mas pode implicar um grande número de incógnitas ou problemas numericamente mal condicionados no caso de modelos com um grande número de elementos ou regiões. Por outro lado, a correção global tem utilização mais prática uma vez que conduz a problemas de identificação com uma única incógnita. Por se tratar de um modelo com pequeno número de elementos, as três possibilidades foram consideradas nos procedimentos de ajuste do modelo da viga, realizados neste trabalho.

A Fig. 6.4 apresenta os resultados obtidos para o ajuste global da rigidez à flexão da viga a seco, sendo mostrados o diagrama que confirma a convergência do processo iterativo para o valor ótimo do parâmetro de correção e a matriz dos MACs, mostrando a boa correlação entre os autovetores do modelo ajustado e os correspondentes identificados a partir de dados experimentais utilizando o programa MODAN.

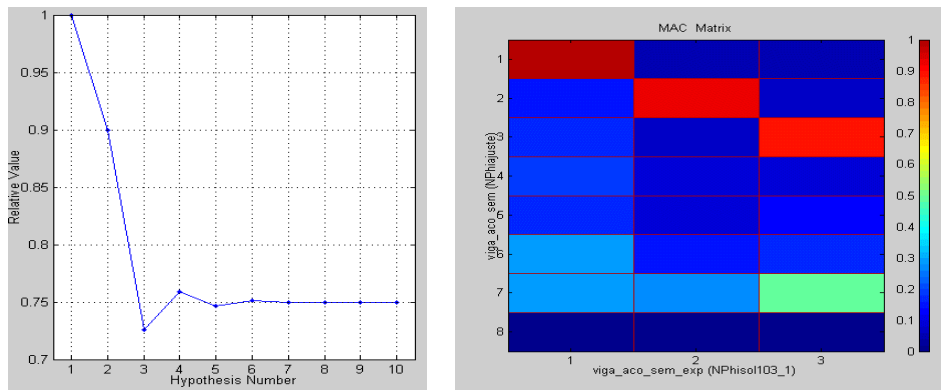


Figura 6.4 – Resultados do ajuste do modelo da viga sem interação com fluido. (a) evolução de convergência do parâmetro correção global. (b) matriz dos MACs calculados entre os autovetores do modelo de EF e os autovetores experimentais.

A Tabela 6.5 apresenta os fatores de correção que deverão ser multiplicados ao módulo de elasticidade do modelo inicial ( $E = 2,1e11 \text{ N/m}^2$ ). Nesta tabela, avaliam-se as seguintes opções de parametrização do erro para o ajuste da rigidez:

- **1ª parametrização:** correção da rigidez apenas no elemento junto ao engaste.
- **2ª parametrização:** correção de todos os elementos, independentemente.
- **3ª parametrização:** correção da rigidez de todos os elementos de forma global.

Tabela 6.5 – Fatores de correção aplicados em cada elemento finito, obtidos para três formas de parametrização dos erros de modelagem

Parametrização	Elemento do modelo									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1ª	0,443	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
2ª	0,954	0,990	0,574	0,375	0,698	0,561	0,492	1,018	1,004	3,015
3ª	0,7498									

Na Tabela 6.6. comparam-se as variações de frequência com erros associados entre a resposta experimental e as opções listadas, considerando-se os fatores de correção apresentados na tabela anterior. Note-se que o melhor ajuste ocorre com o 3º esquema de parametrização.

Tabela 6.6 – Resultados obtidos antes e depois do ajuste – ajuste de rigidez

MODO	Experim.	Frequências naturais (Hz) / erro (%) / MAC(%)				
		Antes do ajuste	Parametrização			
			1ª	2ª	3ª	
1º	24,47	28,30/15,65/ 98,7	24,46/-0,06/ 98,3	23,03/-5,88/ 98,8	24,50/+0,13/ 98,7	
2º	153,96	177,31/15,17/ 92,3	162,19/+5,34/ 92,2	146,25/-5,01/ 93,3	153,54/-0,27/ 92,3	
3º	429,15	496,32/15,65/ 88,1	467,46/+8,93/ 88,6	404,19/-5,82/ 89,4	429,78/+0,15/ 88,1	

### 6.1.1.7 - Ajuste de modelo de viga implementado em MATLAB

Para efeito de validação e comparação com os resultados fornecidos pelo programa AESOP, a formulação apresentada no Capítulo IV foi também implementada em código desenvolvido em ambiente de programação MATLAB, visando ao ajuste da rigidez no modelo da viga, que tem as mesmas características físicas e geométricas da viga considerada na seção 6.1.1.7.

O código ajusta o modelo numérico de modo a que reproduza os parâmetros modais identificados experimentalmente. O processo atua diretamente nas matrizes do modelo de elementos finitos, fornecendo o valor do parâmetro de correção da rigidez de flexão para cada elemento discretizado; possibilita, alternativamente, obter o fator de correção da matriz de rigidez global por meio de atualizações sucessivas da estimativa inicial.

Como resultado, apresenta-se na Tab. 6.7 os fatores de correção da rigidez flexional para os três esquemas de parametrização adotados.

Tabela 6.7 – Fatores de correção aplicados em cada elemento finito, obtidos para três formas de parametrização dos erros de modelagem

Parametrização	Elemento do modelo									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 <sup>a</sup>	0,685	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
2 <sup>a</sup>	0,742	0,814	0,820	0,680	0,734	0,764	0,782	0,793	0,801	0,805
3 <sup>a</sup>	0,7604									

Na Tabela 6.8. comparam-se as variações de frequência com erros associados entre a resposta experimental e as opções listadas, considerando os fatores de correção apresentados na tabela anterior. Note-se que o melhor ajuste ocorre com o 3º esquema de parametrização, similarmente ao que foi observado nos resultados obtidos com o ajuste do modelo gerado no ANSYS.

Tabela 6.8 – Resultados obtidos antes e depois do ajuste – ajuste de rigidez

MODO	Frequências naturais (Hz) / erro (%)				
	Experim.	Antes do ajuste	Parametrização		
			1 <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>	3 <sup>a</sup>
1 <sup>o</sup>	24,47	28,15/15,04	24,40/-0,29	24,60/0,53	24,54/0,29
2 <sup>o</sup>	153,96	176,39/14,57	163,53/6,22	153,74/-0,14	153,82/-0,09
3 <sup>o</sup>	429,15	494,05/15,12	466,18/8,63	430,67/0,35	430,81/0,39

### 6.1.1.8 - Consolidação dos resultados dos ajustes

Apresenta-se na Tab. 6.9 a consolidação dos resultados obtidos nos ajustes apresentados nas subseções 6.1.1.6 e 6.1.1.7, com os resultados experimentais; apresentam-se os menores erros apurados entre os valores das frequências naturais dos modelos ajustados entre as simulações e o experimento, para o 3º esquema de parametrização dos erros de modelagem.

Tabela 6.9 – Comparação dos resultados com ajuste e o experimental

MODO	Frequências naturais (Hz) / erro (%)		
	Experim.	Ajuste da rigidez global com	
		AESOP	MATLAB
1º	24,47	24,50/0,13	24,54/0,29
2º	153,96	153,54/-0,27	153,82/-0,09
3º	429,15	429,78/0,15	430,81/0,39

Observa-se, de modo geral, a melhoria do modelo numérico após os ajustes. As diferenças observadas entre os resultados obtidos com o ajuste feito com o programa AESOP e com o código proprietário desenvolvido podem ser devidos aos seguintes fatores: escolha da função objetivo adotada; ponderação atribuída aos modos na construção da função objetivo; características numéricas inerentes de otimização.

Uma outra característica importante é que o programa AESOP considera autovetores e autovalores para o ajuste, ao passo que o código desenvolvido trata apenas dos autovalores. Esta característica do código desenvolvido em MATLAB implica que na resolução iterativa do problema de otimização, considerando o 3º esquema de parametrização do erro, de acordo com as equações (4.25), lida-se com sistemas de equações subdeterminado (número de equações menor que o número de incógnitas). Neste caso, a solução por Mínimos Quadrados é a solução de norma mínima, que pode não ser satisfatória em todos os casos.

### 6.1.1.9 – Funções de resposta em frequência do modelo ajustado

Para efeito de avaliação qualitativa complementar da qualidade dos modelos ajustados, são comparadas, na Fig. 6.5, as amplitudes das FRFs obtidas experimentalmente e as correspondentes geradas por análise harmônica efetuada no ANSYS a partir do modelo ajustado utilizando o programa AESOP com o 3º esquema de parametrização do erro. Neste modelo numérico foram inseridos os fatores de amortecimento modal identificados na subseção 6.1.1.4 (Tab. 6.3) e geram-se as FRF's correspondente aos pontos de resposta experimental. No Apêndice B, apresentam-se os comandos em linguagem APDL, com os passos para geração do modelo de elementos finitos, as análises e a geração das curvas.

Observa-se boa concordância sobretudo nos picos de ressonância.

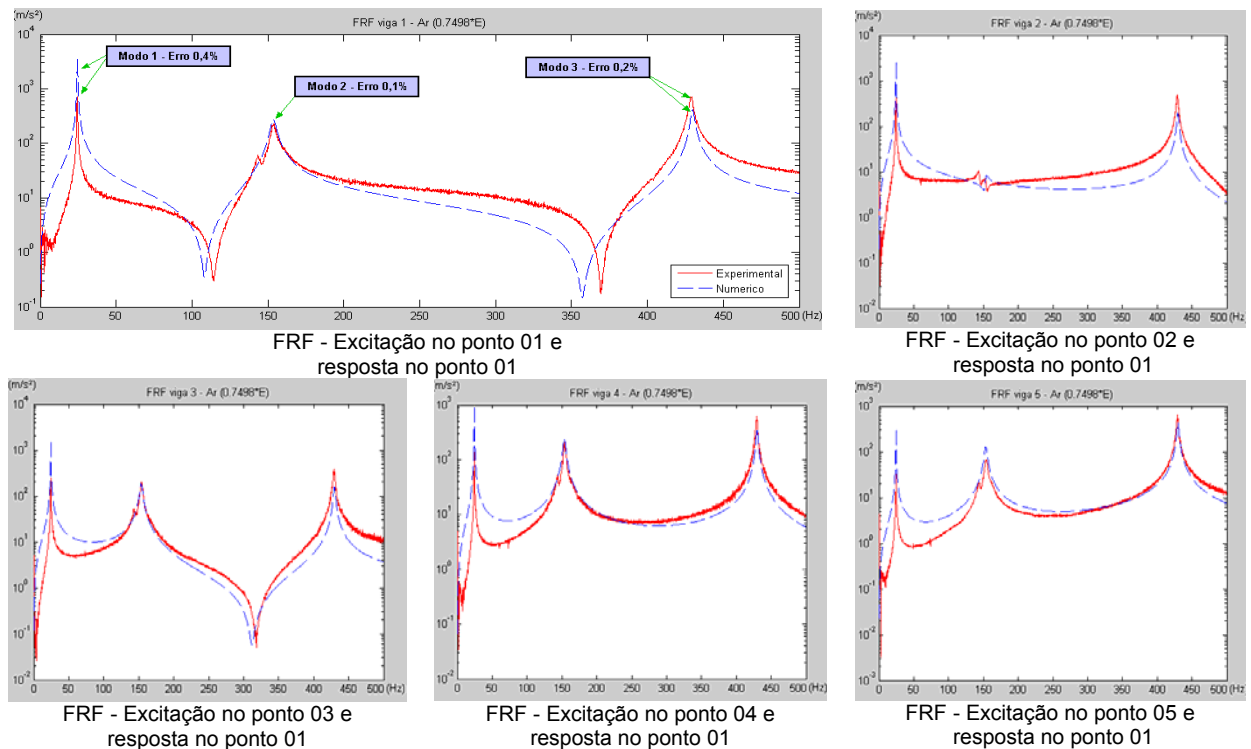


Figura 6.5 – FRFs experimentais e numéricas do modelo de EF ajustado (Amplitude x Freqüência).

### 6.1.2 Viga em interação com fluido (viga submersa)

#### 6.1.2.1 – Simulação de resposta a força impulsiva utilizando o Ansys-CFX

Similarmente ao que foi descrito na subseção 6.1.1.2 para a viga a seco, foi simulada excitação impulsiva no ponto 01 e obtenção da resposta temporal no ponto 01 da viga submersa. O modelo é constituído por 332 elementos tridimensionais, tipo *Standard Mechanical* e o domínio do fluido com 10710 elementos, tipo *CFD*. O modelo é ilustrado na Fig. 6.6. As frequências naturais, cujos valores são apresentados na Tab. 6.10, foram obtidas pela identificação dos picos do auto-espectro da resposta.

É importante observar que o software CFX foi projetado originalmente para simulações de fluidos, sendo possível o estudo de interação fluido-estrutural. Observa-se, contudo, que não fornece ferramentas adaptadas ou opções relativas a alguns tipos de análise dinâmica estrutural, tais como análise modal ou análise harmônica.

A comparação dos valores das frequências naturais da viga apresentados na Tab. 6.1 (viga a seco) com os correspondentes fornecidos na Tab. 6.10 (viga submersa) revela que a interação com o fluido conduz à redução dos valores das frequências naturais, o que é explicado pelo efeito de massa adicionada pela presença do fluido.

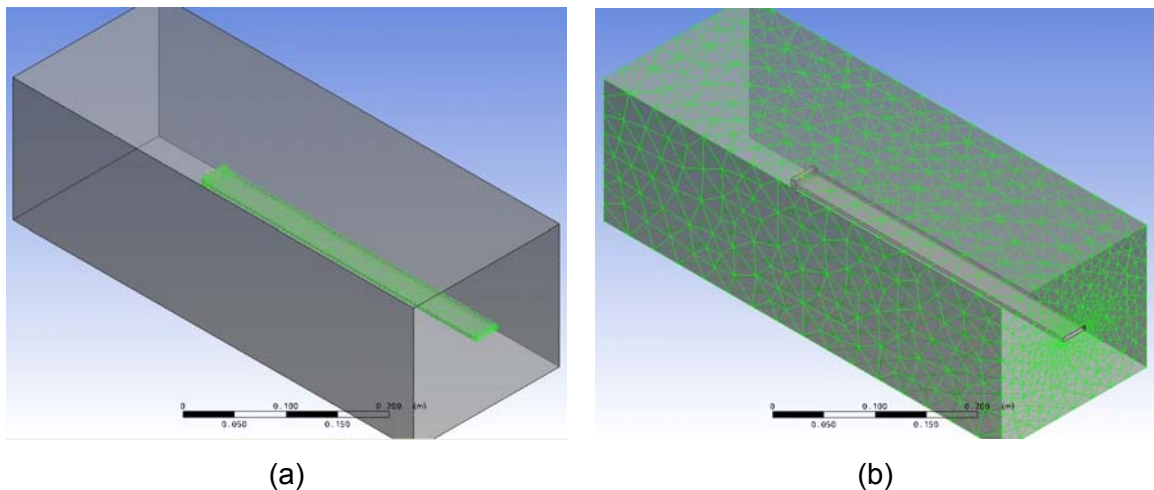


Figura 6.6 – Modelo de EF utilizado para (a) viga e (b) fluido

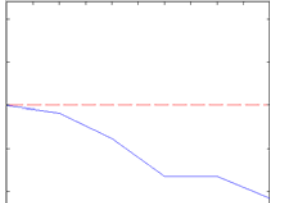
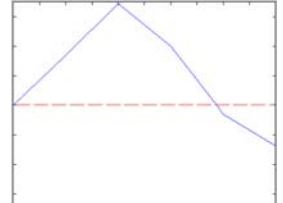
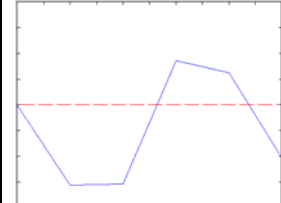
Tabela 6.10 – Frequências simuladas no Ansys - CFX

MODO	Frequências (Hz)
1º	27,21
2º	171,4
3º	424,5

### 6.1.2.2 - Aquisição de dados experimentais

Para verificar frequências naturais, os modos de vibração e amortecimentos foram adquiridos respostas experimentais conforme procedimento descrito no Capítulo V. O tratamento dos dados e a identificação dos parâmetros modais foram realizados utilizando o programa MODAN. Os parâmetros identificados são apresentados na Tab. 6.11 a seguir.

Tabela 6.11 - Parâmetros modais da viga submersa obtidos com o programa MODAN

	1º	2º	3º
Frequências (Hz)	19,1738	119,7983	337,8576
Amortecimento ( $\xi$ )	0,012550	0,005012	0,003631
Forma modal			

OBSERVAÇÃO: As imagens apresentadas correspondem à forma identificada pelo software

### 6.1.2.3 - Consolidação dos resultados obtidos para a viga submersa

Na Tab. 6.12 comparam-se os dados obtidos pelas simulações numéricas apresentadas nas subseções 6.1.2.1 com a aquisição experimental em 6.1.2.2. Na tabela apresenta-se o erro entre e as simulações e o experimento.

Tabela 6.12 – Comparação dos resultados numéricos e experimentais

MODO	Frequências naturais (Hz) / erro (%)	
	Experim.	Simulação com Ansys CFX
1º	19,17	27,21/41,94
2º	119,80	171,4043,07
3º	337,86	424,50/25,64



### 6.1.2.4 - Ajuste de modelo no AESOP

Conforme descrito na seção 6.1.1.6, efetua-se o ajuste de parâmetros do modelo proposto. Também neste caso buscou-se a correção de parâmetros de massa, uma vez que, como foi visto no Capítulo III, o acoplamento de uma estrutura em interação com fluido estático tem o efeito de massa adicionada.

Por questões práticas já apresentadas e por ter proporcionado o melhor ajuste nos testes realizados para a viga a seco, será considerado aqui apenas o **3º esquema de parametrização**, que consiste em atribuir um único parâmetro de correção para todos os elementos do modelo de EF da viga. Assim, nesta seção efetua-se a correção de massa utilizando o modelo original sem correção e o modelo já corrigido pela rigidez (em 6.1.1.6).

A título de ilustração, a figura 6.7 mostra a avaliação dos modos conforme critério MAC, e a evolução da função objetivo para o ajuste de massa realizado a partir do modelo original.

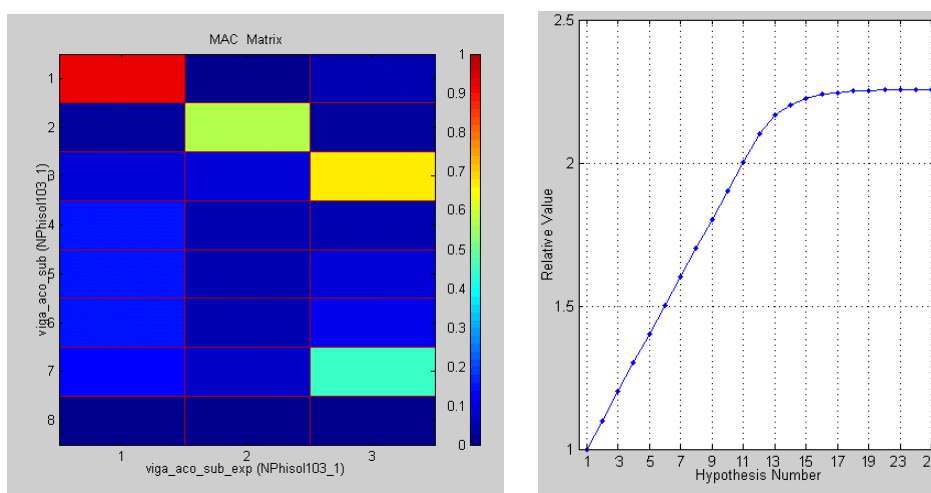


Figura 6.7 – Resultados do ajuste do modelo da viga com interação com fluido. (a) matriz dos MACs calculados entre os autovetores do modelo de EF e os autovetores experimentais; (b) evolução de convergência do parâmetro correção global.

Como resultado, obtém-se a massa específica global ajustada pelo fator multiplicativo 2,166. Os parâmetros modais obtidos pelo AESOP estão listados na Tab. 6.13.

Tabela 6.13 – Comparação dos resultados. Correção da massa a partir do modelo original.

MODO	Frequências naturais (Hz) / erro (%) / MAC(%)		
	Experim	Antes do ajuste	Depois do ajuste
1º	19,17	28,30/+47,63/ 92,1	19,23/+0,31/ 92,1
2º	119,80	177,31/+48,01/ 56,5	120,48/+0,57/ 56,5
3º	337,86	496,32/+46,90/ 67,5	337,24/-0,17/ 67,5

Ao utilizar o modelo já previamente corrigido pela rigidez, com parâmetro de ajuste multiplicativo 0,7498, obtém-se a massa específica global ajustada pelo fator multiplicativo 1,658. Os parâmetros modais obtidos estão listados na Tab. 6.14 a seguir.

Tabela 6.14 – Comparação dos resultados – Correção de  $\rho$  a partir do modelo corrigido

MODO	Frequências naturais (Hz) / erro (%) / MAC(%)		
	Experim	Antes do ajuste	Depois do ajuste
1º	19,17	24,50/+0,13	19,03/-0,73/ 92,1
2º	119,80	153,54/-0,27	119,24/-0,47/ 56,5
3º	337,86	429,78/+0,15	333,77/-1,21/ 67,5

Observa-se que a correção direta de apenas um parâmetro é melhor. Entretanto se o objetivo for avaliar os efeitos físicos da interação fluido-estrutura, o ajuste a partir do modelo previamente corrigido permite destacar o efeito exclusivo da massa adicionada pelo fluido.

#### 6.1.2.5 - Ajuste de modelo no MATLAB

Mais uma vez foi utilizado o código implementado em MATLAB para efetuar o ajuste de massa no modelo. O código ajusta o modelo numérico conforme os parâmetros modais identificados experimentalmente. Utilizou-se o mesmo procedimento para avaliar a correção de massa global, utilizando o modelo original sem correção e utilizando o modelo já corrigido pela rigidez (subseção 6.1.1.7).

A massa específica global é ajustada pelo fator multiplicativo 2,0761, a partir do modelo sem ajuste inicial. Os resultados do ajuste são apresentados na Tab. 6.15.

Tabela 6.15 – Resultados do ajuste da massa a partir do modelo original

MODO	Frequências naturais (Hz) / erro (%)		
	Experim	Antes do ajuste	Depois do ajuste
1º	19,17	28,15/46,84	19,14/-0,16
2º	119,80	176,39/47,24	120,05/0,21
3º	337,86	494,05/46,23	337,07/-0,23

Ao se utilizar o modelo corrigido pela rigidez, com parâmetro de ajuste multiplicativo 0,7604, obtém-se a massa global ajustada pelo parâmetro multiplicativo 1,5594. Os resultados do ajuste são apresentados na Tab. 6.16.

Tabela 6.16 – Comparação dos resultados – Correção de  $\rho$  a partir do modelo corrigido

MODO	Frequências naturais (Hz) / erro (%)		
	Experim	Antes do ajuste	Depois do ajuste
1º	19,17	24,54/28,01	19,13/-0,21
2º	119,80	153,33/27,99	120,04/0,20
3º	337,86	429,59/27,15	337,12/-0,22

### 6.1.2.6 - Consolidação dos resultados ajustados

Para comparação final, apresenta-se na Tab. 6.17 a consolidação dos resultados obtidos nos ajustes apresentados nas subseções 6.1.2.4 e 6.1.2.5 e os resultados da aquisição experimental obtidos na subseção 6.1.2.2. Na tabela apresenta-se o erro entre as simulações e o experimento.

Tabela 6.17 – Comparação dos resultados ajustados e o experimental

MODO	Experim.	Frequências naturais (Hz) / erro (%)			
		Ajuste de massa, pressupondo modelo:			
		sem ajuste		já ajustado pela rigidez	
		AESOP	MATLAB	AESOP	MATLAB
1º	19,17	19,23/0,31	19,14/-0,16	19,03/-0,73	19,13/-0,21
2º	119,80	120,48/0,57	120,05/0,21	119,24/-0,47	120,04/+0,20
3º	337,86	337,24/-0,17	337,07/-0,23	333,77/-1,21	337,12/-0,22

Novamente, observam-se nos resultados a melhora do modelo numérico obtido após o ajuste. Observa-se também que o modelo corrigido diretamente pelo parâmetro de massa, produz bons resultados, o que permite eliminar uma etapa intermediária (ajuste de rigidez).

### 6.1.2.7 – Funções de resposta em frequência do modelo ajustado (viga submersa):

Para a obtenção das FRFs aplicou-se o mesmo procedimento descrito em 6.2.1.9. Nesta seção avalia-se a correção de massa a partir do modelo sem correção e a partir do modelo corrigido pela rigidez (em 6.1.2.5). No Apêndice B, apresenta-se a sequência de comandos do ANSYS e os passos para geração do modelo de elementos finitos, análises e obtenção das curvas.

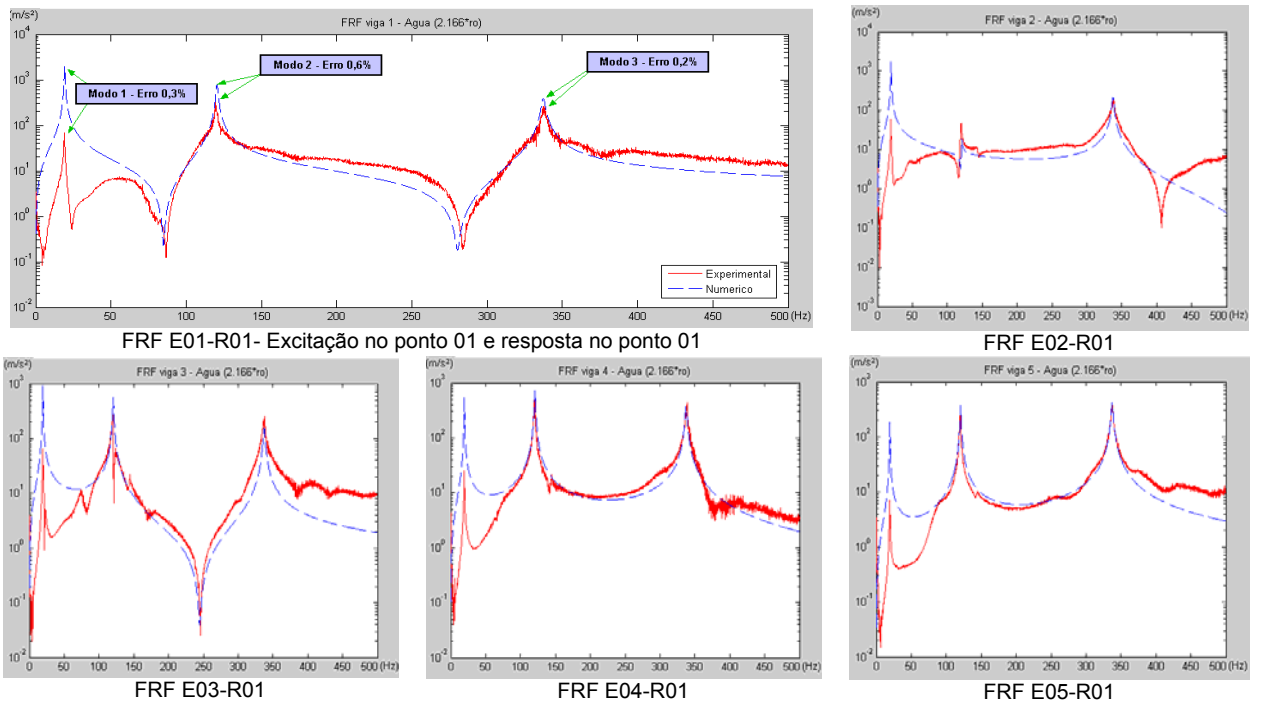


Figura 6.8 – Resposta experimental com modelo ajustado em massa (Amplitude x Freqüência).

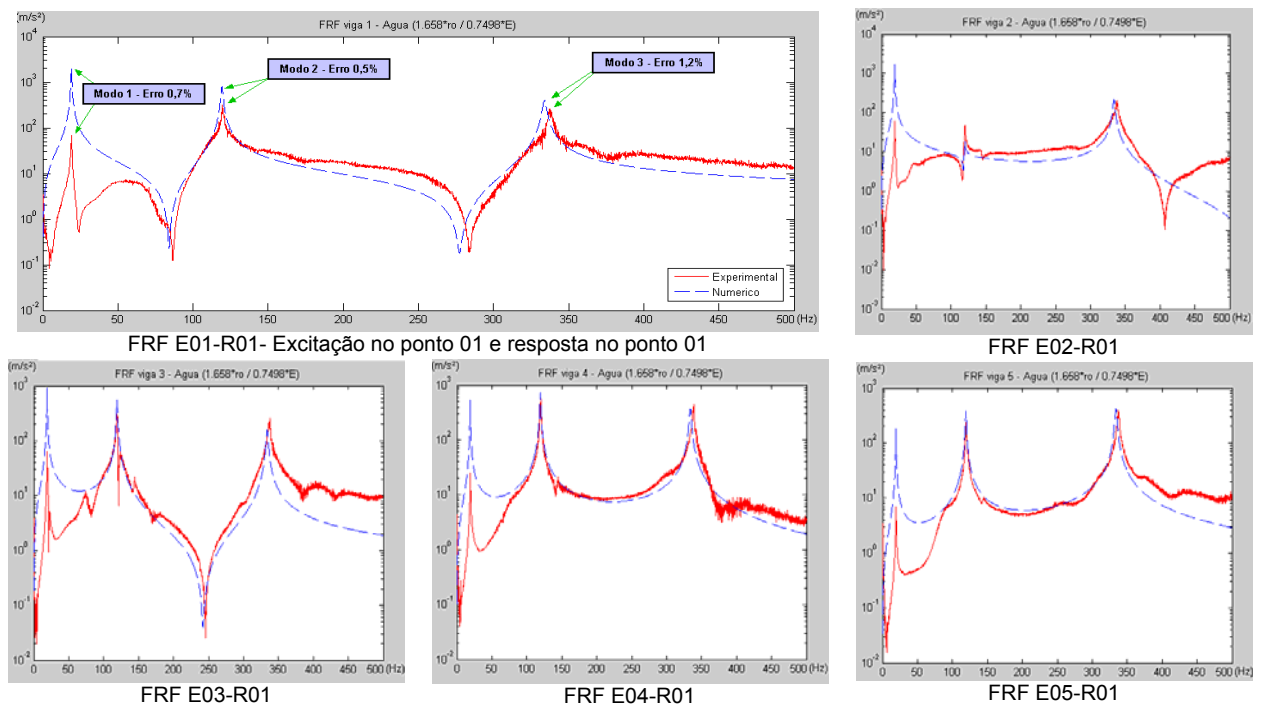


Figura 6.9 – Resposta experimental com modelo ajustado em rigidez e massa (Amplitude x Freqüência).

Não se observam diferenças expressivas entre FRFs apresentadas nas Figs. 6.8 e 6.9. Nota-se que o modelo corrigido diretamente, produz menores erros. Desta maneira, pode-se eliminar a etapa intermediária do ajuste de rigidez na interação com fluido. Observa-se também a concordância em termos de forma entre as curvas experimental e numérica.

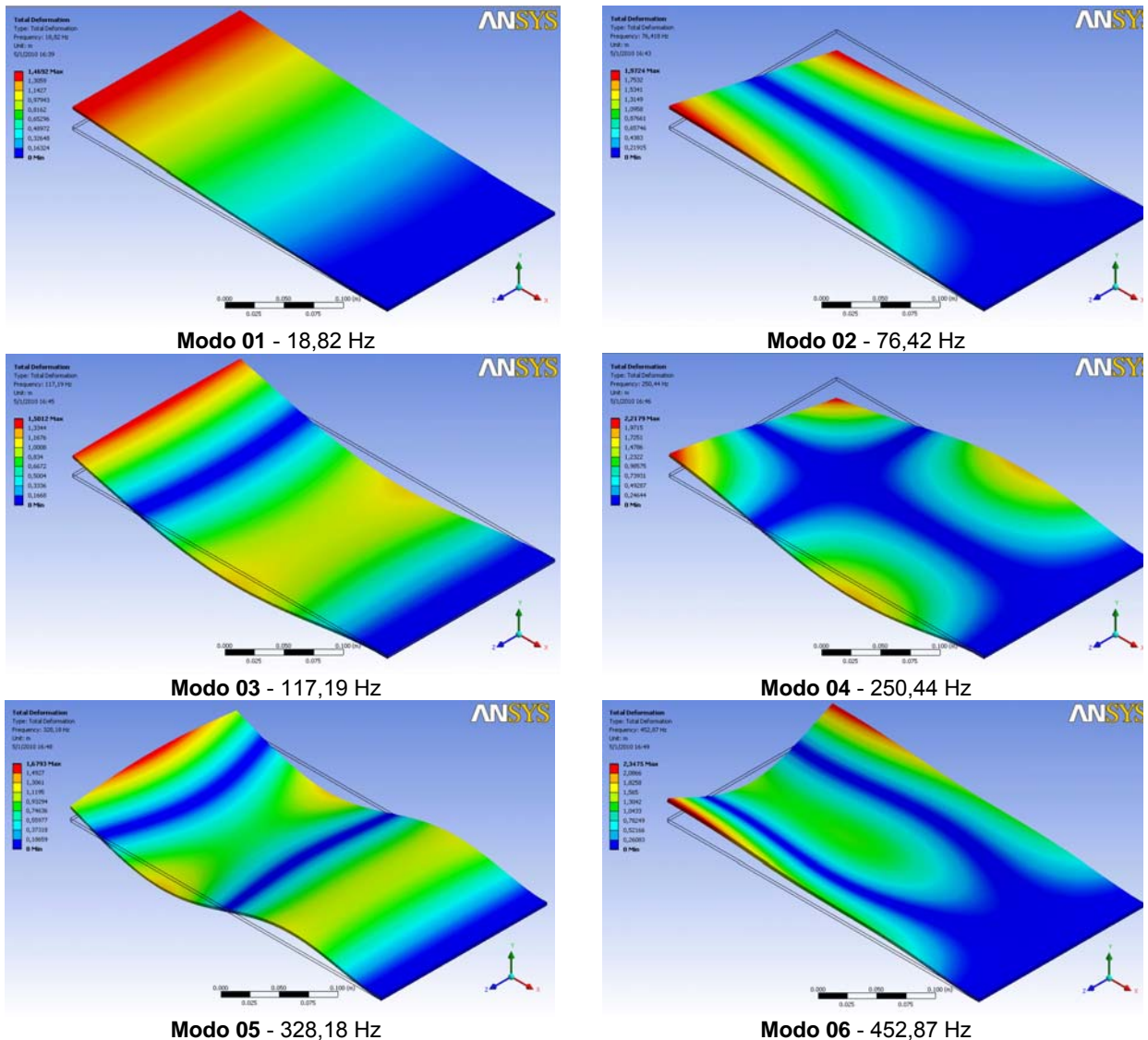
## 6.2. Placa de aço engastada

Na caracterização deste problema foram obtidos modelos numéricos de elementos finitos e dados experimentais na faixa de 0 Hz a 1000 Hz.

### 6.2.1 Placa sem interação com fluido

#### 6.2.1.1 - Análise modal numérica

Para a obtenção das características modais utilizou-se a ferramenta *Análise Modal* disponível no Ansys Workbench, versão 11. As 12 primeiras freqüências e formas modais de interesse são apresentadas a seguir na Fig. 6.10.



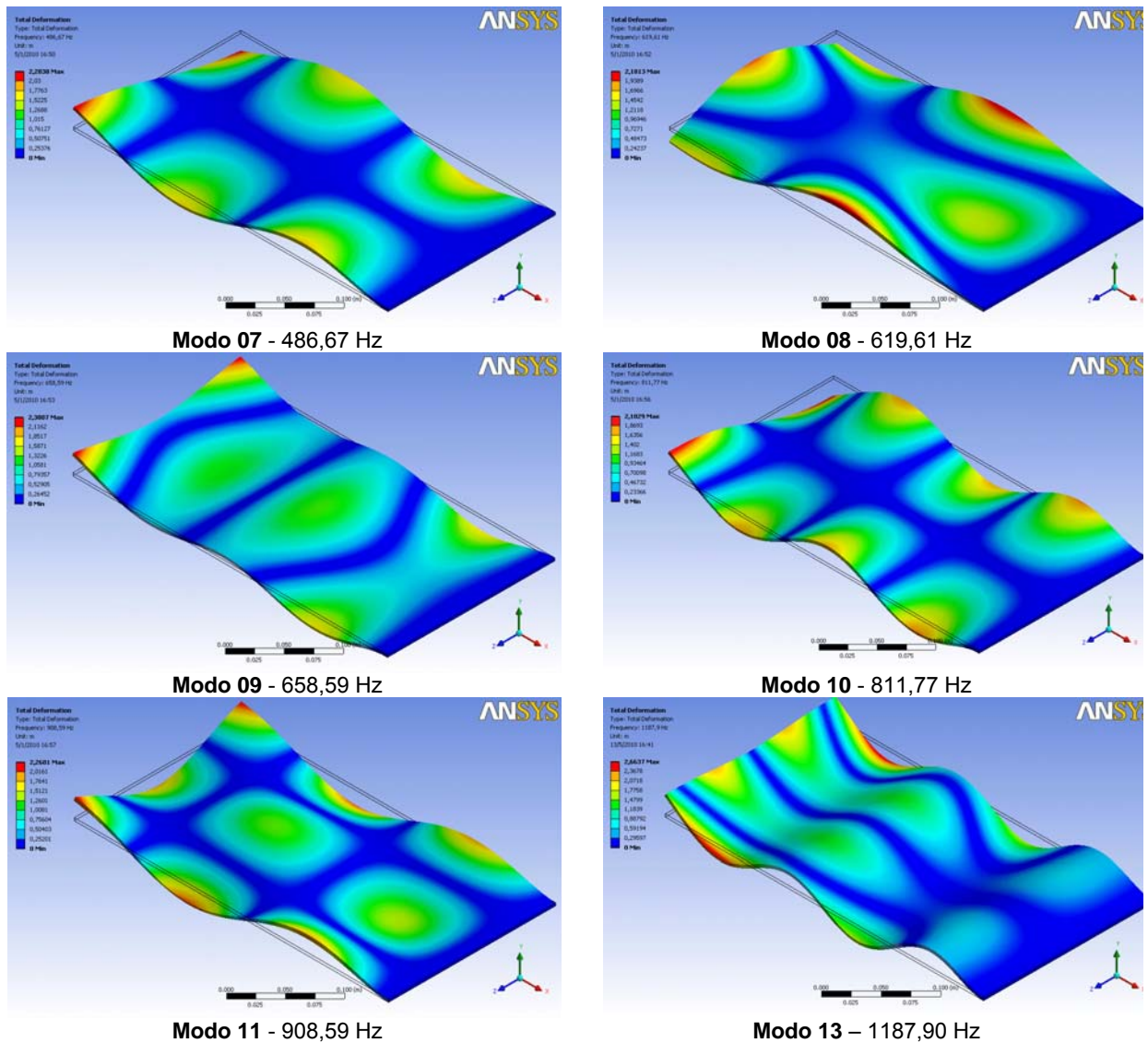


Figura 6.10 – Ilustração das formas modais correspondentes aos 12 primeiros modos de vibrar de interesse da placa a seco.

Vale destacar que o décimo segundo modo (não mostrado na Fig. 6.10) corresponde a movimento no plano da placa e não foi considerado, pois na aquisição experimental utilizou-se um acelerômetro sensível apenas a movimento na direção perpendicular ao plano da placa.

Este modelo foi gerado com malha tridimensional de 2013 elementos, tipo *Standard Mechanical*, considerando densidade de  $7850 \text{ Kg/m}^3$ , módulo de elasticidade de  $2,0 \times 10^{11} \text{ Pa}$  e dimensões  $0,376 \text{ m} \times 0,200 \text{ m} \times 3,175 \times 10^{-3} \text{ m}$ . A malha de elementos finitos é mostrada na Fig. 6.11

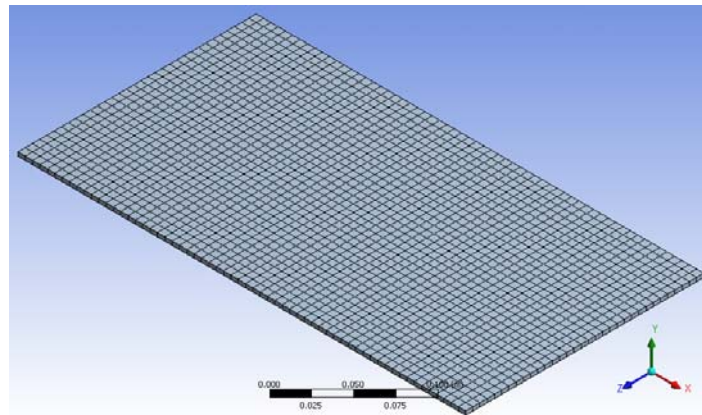


Figura 6.11 – Ilustração da malha de EF utilizada no Ansys Workbench

As formas modais também foram avaliadas em um modelo gerado no ANSYS para simulação e posterior ajuste de parâmetros. Este foi gerado com 760 elemento tipo SHELL63, densidade de  $7850 \text{ kg/m}^3$ , módulo de elasticidade de  $2,1e+11 \text{ Pa}$  e dimensões de  $0,376 \text{ m} \times 0,200 \text{ m} \times 3,175e-3 \text{ m}$ . A malha pode ser visualizada na Fig. 6.12. As formas obtidas são equivalentes às apresentadas na Fig. 6.11, com freqüências dadas pela Tab. 6.18

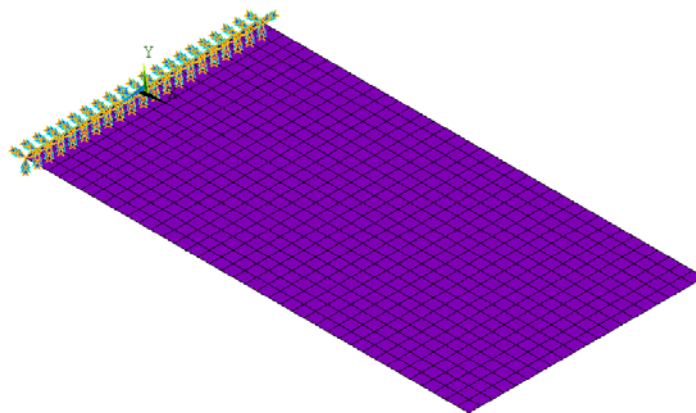


Figura 6.12 - Ilustração da malha de EF utilizada no ANSYS para ajuste de modelos

Tabela 6.18 – Freqüências naturais da placa a seco obtidas por simulação utilizando ANSYS

<b>MODO</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>Freqüências (Hz)</b>	19,26	78,61	119,99	257,71	336,29	464,91
<b>MODO</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>13</b>
<b>Freqüências (Hz)</b>	500,95	637,51	675,88	835,91	936,94	995,87

As diferenças verificadas entre os modelos podem ser devido ao tipo de elemento utilizado para gerar a malha de EF. Porém não se dispõem de maiores informações sobre este ponto. Também não se verifica elementos que sejam comuns entre os programas

### 6.2.1.2 – Resposta a força impulsiva por simulação no Ansys Workbench

Para obtenção das frequências naturais foram simuladas as repostas da placa a excitações impulsivas no ponto 01 e com resposta colhida no ponto 05 (conforme Fig. 5.5). Neste caso utilizou-se a ferramenta *Análise Flexível*, do Ansys Workbench, versão 11. Com o modelo constituído por 2013 elementos, o tempo de processamento foi de 05h20'00". As frequências naturais foram obtidas pela localização dos picos do autoespectro da resposta. Os resultados são apresentados na Tab. 6.19.

Tabela 6.19 – Frequências naturais da placa a seco obtidas a partir de respostas simuladas no Ansys Workbench

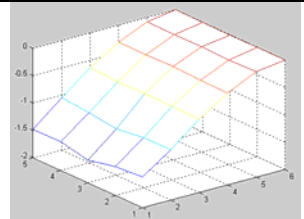
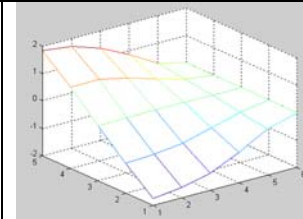
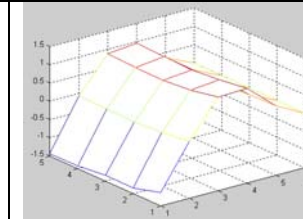
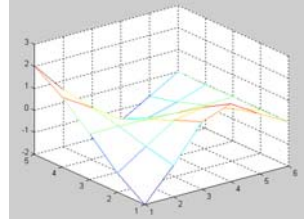
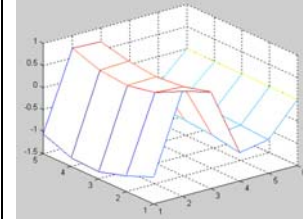
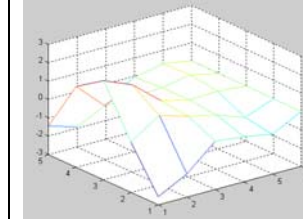
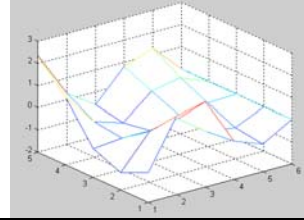
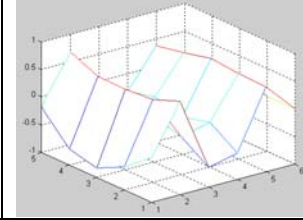
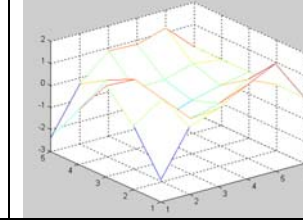
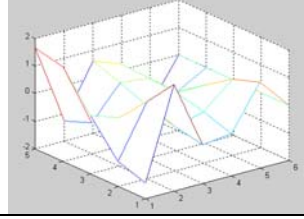
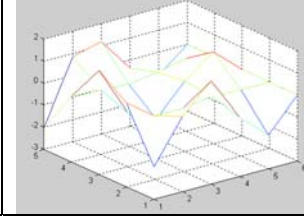
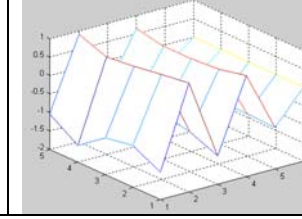
<b>MODO</b>	<b>Frequências (Hz)</b>
<b>1º</b>	20,0
<b>2º</b>	75,0
<b>3º</b>	115,0
<b>4º</b>	250,0
<b>5º</b>	320,0
<b>6º</b>	440,0
<b>7º</b>	470,0
<b>8º</b>	585,0
<b>9º</b>	620,0
<b>10º</b>	740,0
<b>11º</b>	810,0
<b>13º</b>	---



### 6.2.1.3 - Aquisição de dados experimentais

Para verificar frequências naturais, os modos de vibração e amortecimentos modais da placa a seco foram adquiridas respostas experimentais conforme procedimento descrito no Capítulo V. O tratamento e a identificação dos parâmetros modais foram realizados empregando o software MODAN. Os parâmetros identificados estão apresentados a seguir na Tab. 6.19.

Tabela 6.19 - Identificação modal da placa sem interação obtida com o software MODAN

	<b>1º</b>	<b>2º</b>	<b>3º</b>
Frequências (Hz)	16,76	70,69	104,91
Amortecimento ( $\xi$ )	0,009678	0,004058	0,004730
Forma modal			
	<b>4º</b>	<b>5º</b>	<b>6º</b>
Frequências (Hz)	229,96	296,64	425,51
Amortecimento ( $\xi$ )	0,002836	0,005112	0,002298
Forma modal			
	<b>7º</b>	<b>8º</b>	<b>9º</b>
Frequências (Hz)	446,90	574,19	591,14
Amortecimento ( $\xi$ )	0,003388	0,009293	0,005118
Forma modal			
	<b>10º</b>	<b>11º</b>	<b>12º</b>
Frequências (Hz)	731,06	843,22	951,13
Amortecimento ( $\xi$ )	0,004569	0,002970	0,009393
Forma modal			

#### 6.2.1.4 - Consolidação dos resultados obtidos

Apresenta-se na Tab. 6.20 a consolidação dos resultados obtidos pelas simulações numéricas apresentadas nas subseções 6.2.1.1 e 6.2.1.2 e pela aquisição experimental descrita na seção 6.2.1.3. Na tabela apresenta-se o erro verificado entre as simulações e o experimento.

Tabela 6.20 – Comparação dos resultados em frequências

MODO	Frequências naturais (Hz) / erro (%)			
	Experim.	Análise Modal Ansys WB	Análise Modal Ansys	Sim. Impulso Ansys WB
1º	16,76	18,82/+12,29	19,26/+14,92	20,00/+19,33
2º	70,69	76,42/+8,11	78,61/+11,20	75,00/+6,10
3º	104,91	117,19/+11,71	119,99/+14,37	115,00/+9,62
4º	229,96	250,44/+8,91	257,71/+12,07	250,00/+8,71
5º	296,64	328,18/+10,63	336,29/+13,37	320,00/+7,87
6º	425,51	452,87/+6,43	464,91/+9,26	440,00/+3,41
7º	446,90	468,67/+4,87	500,95/+12,09	470,00/+5,17
8º	574,19	619,61/+7,91	637,51/+11,03	585,00/+1,88
9º	591,14	658,59/+11,41	675,88/+14,34	620,00/+4,88
10º	731,06	811,77/+11,04	835,91/+14,34	740,00/+1,22
11º	843,22	908,59/+7,75	936,94/+11,11	810,00/-3,94
13º	951,13	1187,90/+24,89	995,87/+4,70	---

Novamente observam-se resultados simulados mostram-se coerentes com os correspondentes valores experimentais, havendo, porém, erros associados que buscar-se-á diminuir por meio de procedimentos de ajuste.

#### 6.2.1.5 - Ajuste de modelo da placa a seco utilizando o programa Aesop

Novamente como descrito em 6.1.1.6, efetuaram-se ajustes de parâmetros para a melhoria da capacidade preditiva do modelo proposto. Neste caso avalia-se o parâmetro global de correção de rigidez, adotando-se o **3º esquema de parametrização** dos erros de modelagem, anteriormente caracterizado. A Fig. 6.13 mostra os resultados do procedimento de ajuste.

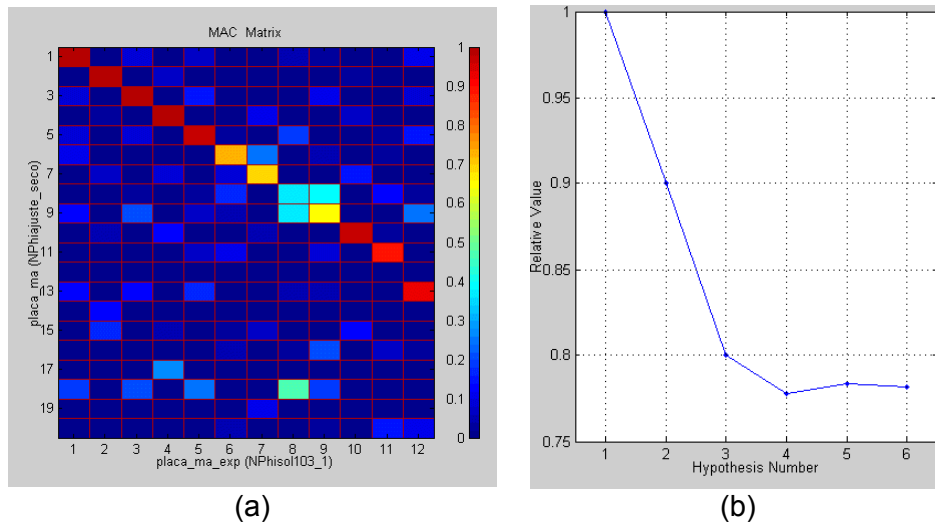


Figura 6.13 – Resultados do ajuste do modelo da placa com interação com fluido. (a) matriz dos MACs calculados entre os autovetores do modelo de EF e os autovetores experimentais; (b) evolução de convergência do parâmetro correção de rigidez.

A rigidez global é ajustada por um fator multiplicativo de 0,782. Os parâmetros modais obtidos pelo AESOP estão listados na Tab. 6.21 abaixo:

Tabela 6.21 – Resultados obtidos antes e depois do ajuste da rigidez global

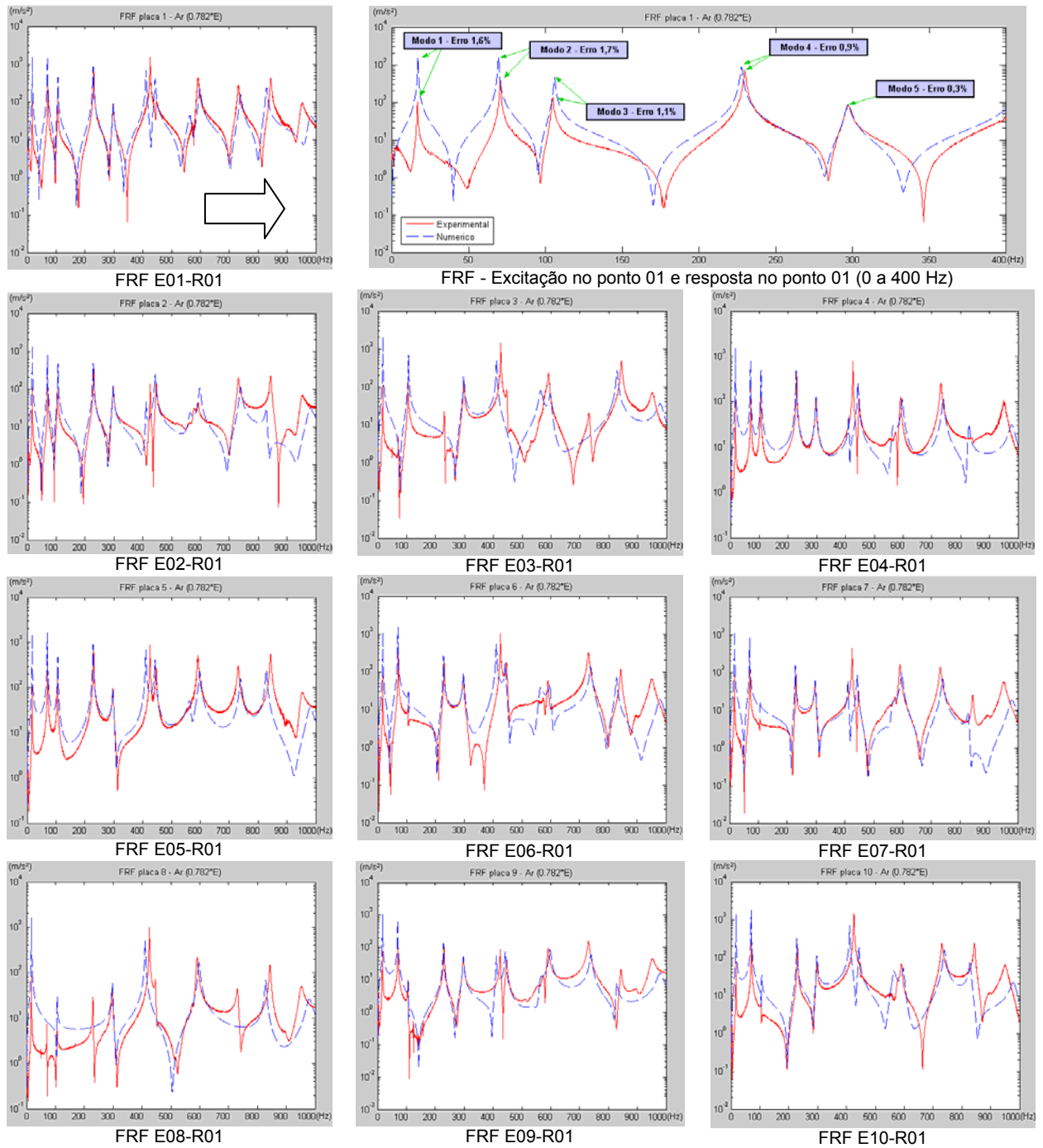
MODO	Frequências naturais (Hz) / erro (%) / MAC(%)		
	Experim.	Antes do ajuste	Após o ajuste
1º	16,76	19,26/+14,92/ 99,8	17,03/+1,61/ 99,8
2º	70,69	78,61/+11,20/ 99,4	69,51/-1,67/ 99,4
3º	104,91	119,99/+14,37/ 98,8	106,11/+1,14/ 98,8
4º	229,96	257,71/+12,07/ 99,4	227,90/-0,90/ 99,4
5º	296,64	336,29/+13,37/ 97,8	297,39/+0,25/ 97,8
6º	425,51	464,91/+9,26/ 72,3	411,13/-3,38/ 72,3
7º	446,90	500,95/+12,09/ 69,3	443,00/-0,87/ 69,3
8º	574,19	---	NA
9º	591,14	675,88/+14,34/ 65,8	597,70/+1,11/ 65,8
10º	731,06	835,91/+14,34/ 96,1	739,22/+1,12/ 96,1
11º	843,22	936,94/+11,11/ 89,6	828,56/-1,74/ 89,6
13º	951,13	1107,68/+16,46/ 92,9	979,55/+2,99/ 92,9

NA = Não Ajustado

#### 6.2.1.6 – Funções de resposta em frequência da placa a seco

Para a obtenção das FRFs do modelo ajustado, aplicou-se o fator de correção obtido pelo ajuste descrito na subseção 6.2.1.5. Posteriormente foram realizadas análise modal e harmônica no ANSYS. Inserem-se os fatores de amortecimento modal identificados em 6.2.1.3 (Tab. 6.19) e geram-se as FRFs correspondente aos pontos de resposta experimental. No Apêndice B apresenta-se a sequência de comandos e os passos para

geração do modelo de elementos finitos, e obtenção das FRFs. Na Fig. 6.14 comparam-se as respostas experimental e numérica.



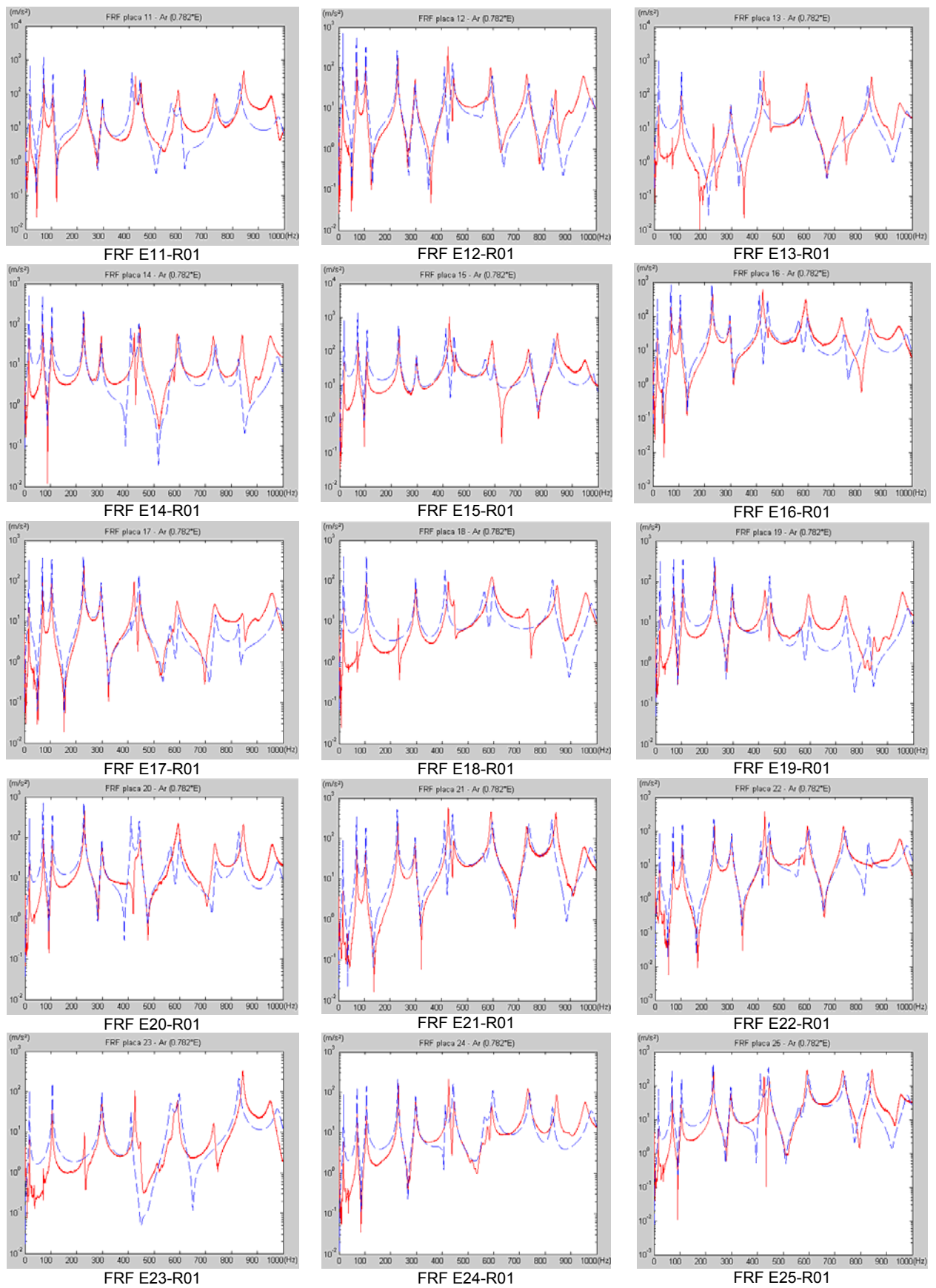


Figura 6.14 – Comparação das FRFs experimentais e as do modelo com rigidez ajustada (Amplitude x Freqüência).

## 6.2.2 Placa com interação com fluido

### 6.2.2.1 – Resposta a força impulsiva através de simulação no Ansys CFX

Para obter as frequências naturais da placa submersa foram simuladas excitações impulsivas nos ponto 01 com resposta no ponto 01. O modelo da estrutura é constituído por 2013 elementos, tipo *Standard Mechanical* e o domínio do fluido por 65164 elementos, tipo *CFD*, ilustrado na Fig. 6.15. O tempo de processamento foi de 55h14'38". As frequências naturais foram obtidas pela identificação dos picos do auto-espectro da resposta. Seus valores são apresentados na Tab. 6.24.

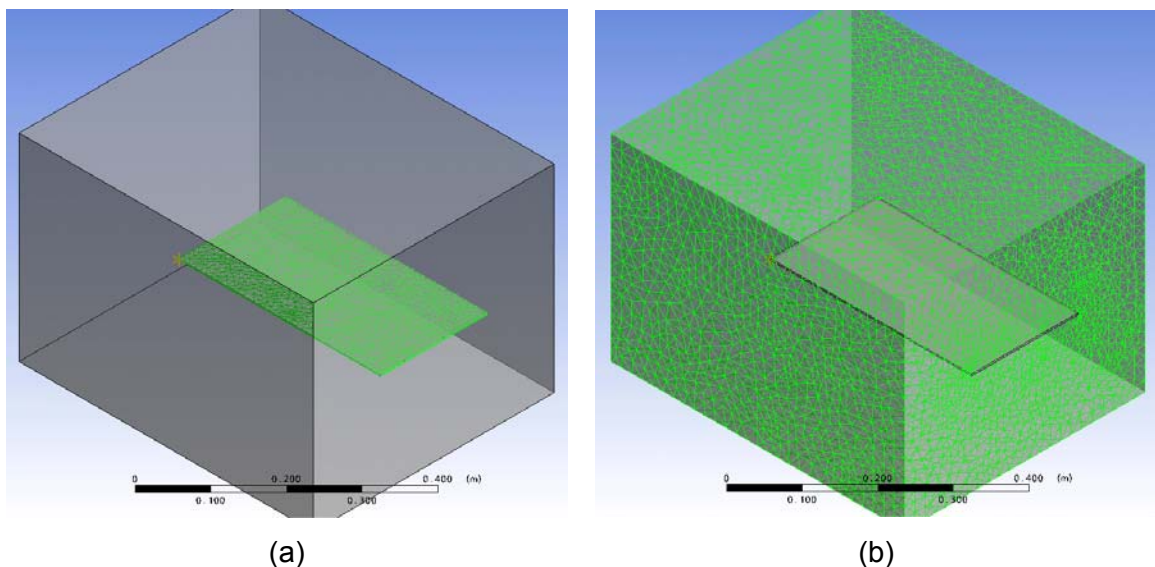


Figura 6.15 – Modelo de EF utilizado para. (a) placa e (b) fluido

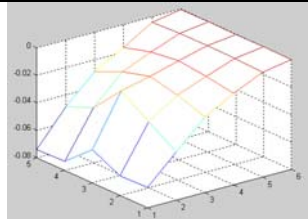
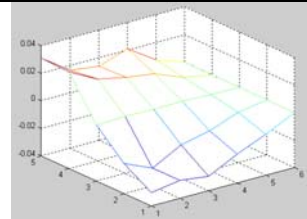
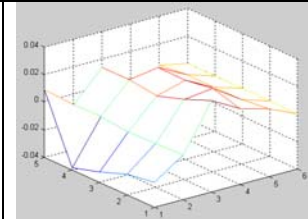
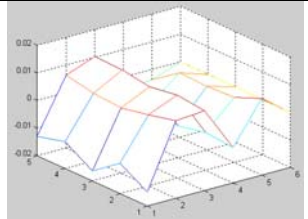
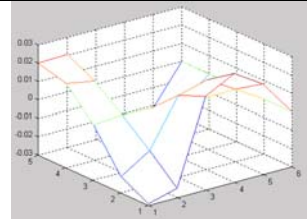
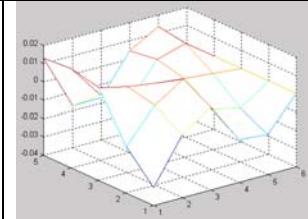
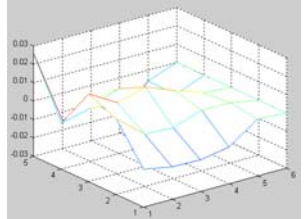
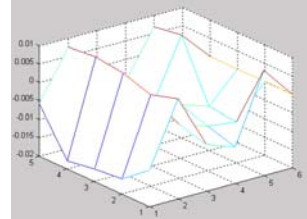
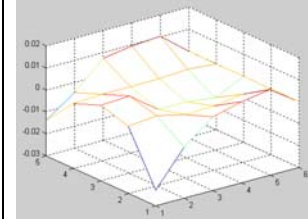
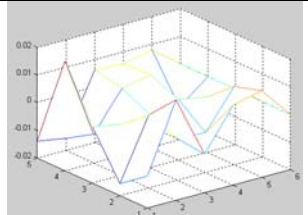
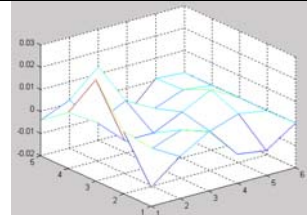
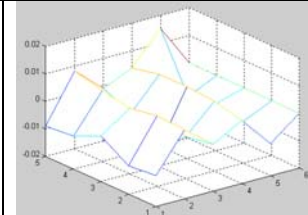
Tabela 6.22 – Frequências naturais da placa submersa simuladas no Ansys – CFX

<b>MODO</b>	<b>Frequências (Hz)</b>
<b>1º</b>	9,99
<b>2º</b>	69,93
<b>3º</b>	234,80
<b>4º</b>	404,60

### 6.2.2.2 - Aquisição de dados experimentais da placa submersa

Para obter as frequências naturais, os modos de vibração e fatores de amortecimentos da placa submersa foram adquiridas respostas experimentais conforme procedimento descrito no Capítulo V. O tratamento e a identificação dos parâmetros modais foram realizados pelo software MODAN. Os parâmetros identificados estão apresentados a seguir na Tab. 6.23.

Tabela 6.23 - Identificação modal da placa sem interação obtida com o software MODAN

	<b>1º</b>	<b>2º</b>	<b>3º</b>
Frequências (Hz)	7,27	39,61	48,60
Amortecimento ( $\xi$ )	0,033862	0,007871	0,007287
Forma modal			
	<b>4º</b>	<b>5º</b>	<b>6º</b>
Frequências (Hz)	132,58	146,44	262,12
Amortecimento ( $\xi$ )	0,004245	0,006002	0,004048
Forma modal			
	<b>7º</b>	<b>8º</b>	<b>9º</b>
Frequências (Hz)	268,26	310,61	367,30
Amortecimento ( $\xi$ )	0,002532	0,006411	0,002523
Forma modal			
	<b>10º</b>	<b>11º</b>	<b>12º</b>
Frequências (Hz)	446,70	531,26	539,65
Amortecimento ( $\xi$ )	0,005498	0,003426	0,03888
Forma modal			

### 6.2.2.3 - Consolidação dos resultados obtidos para a placa submersa

A comparação fica prejudicada por não se obter uma gama de valores da simulação numérica feita no CFX. O software fornece ferramentas para análise de escoamento e propriedades relacionadas à dinâmica de fluidos. Não fornece análise modal ou características relativas ao comportamento dinâmico estrutural. Mesmo com dados de resposta ao impulso, simuladas na seção 6.2.2.1, a identificação das correspondências entre os modos simulados e experimentais seria possível se fosse gerado simulações de respostas em outros pontos, conforme mostrado a Fig. 5.5. Este procedimento se torna impraticável, devido ao custo computacional superior a 55h, apresentado na seção 6.2.2.1, de forma quantitativa.

### 6.2.2.4 - Ajuste de modelo da placa submersa no AESOP

Neste caso, como efeito físico dominante esperado é o efeito de massa adicionada, avalia-se o fator de correção global para massa (3º esquema de parametrização) utilizando o modelo original sem correção e posteriormente o modelo já corrigido pela rigidez (em 6.2.1.5). A figura 6.16 mostra a avaliação dos modos conforme critério MAC, e a evolução da função objetivo para o ajuste de massa realizado a partir do modelo original.

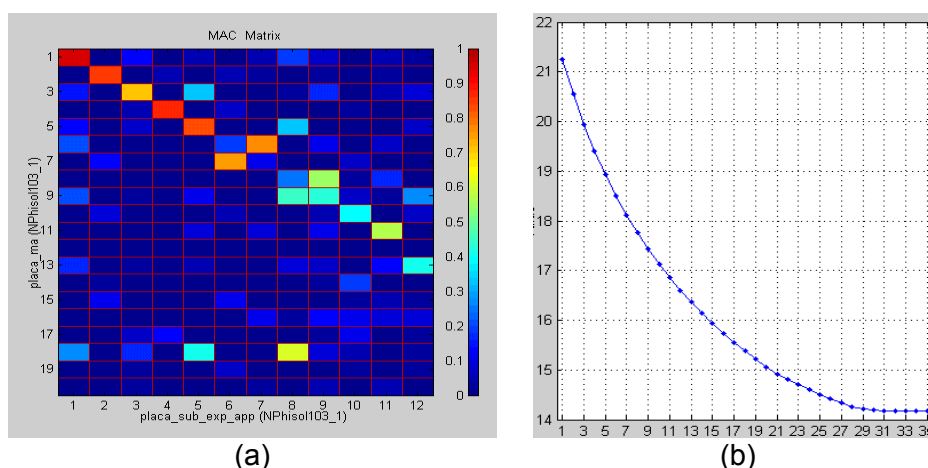


Figura 6.16 – Resultados do ajuste do modelo da placa com interação com fluido. (a) matriz dos MACs calculados entre os autovetores do modelo de EF e os autovetores experimentais; (b) evolução de convergência do parâmetro  $\rho$ , a partir do modelo sem ajuste

Obeve-se a massa específica global ajustada pelo fator multiplicativo 4,4. Os parâmetros modais obtidos estão listados na Tab. 6.24.



Tabela 6.24 – Comparação dos resultados – Correção da massa a partir do modelo original

MODO	Frequências naturais (Hz) / erro (%) / MAC(%)		
	Experim.	Antes do ajuste	Após o ajuste
1º	7,27	19,26/+164,92/ 95,1	9,28/+27,65/ 95,1
2º	39,61	78,61/+98,46/ 84,8	37,89/-4,34/ 84,8
3º	48,60	119,99/+146,89/ 71,9	57,83/+18,99/ 71,9
4º	132,58	257,71/+94,38/ 86,2	124,22/-6,31/ 86,2
5º	146,44	336,29/+129,64/ 83,0	162,09/+10,69/ 83,0
6º	262,12	464,91/+77,37/ 74,0	224,09/-14,51/ 74,0
7º	268,27	500,95/+86,73/ 77,5	241,46/-9,99/ 77,5
8º	310,61	---	NA
9º	367,30	675,88/+84,01/ 54,2	NA
10º	446,70	835,91/+87,13/ ---	NA
11º	531,26	936,94/+76,36/ 56,2	NA
13º	539,65	1107,68/+105,26/ ---	NA

NA = Não Ajustado

Ao utilizar o modelo corrigido pela rigidez (parâmetro corretor 0,782), obtém-se a massa específica global ajustada por 3,4. Os parâmetros modais obtidos estão listados na Tab. 6.25 abaixo.

Tabela 6.25 – Comparação dos resultados – Correção de  $\rho$  a partir do modelo corrigido

MODO	Frequências naturais (Hz) / erro (%) / MAC(%)		
	Experim.	Antes do ajuste	Após o ajuste
1º	7,27	17,03/+134,25/ 95,1	9,24/+27,10/ 95,1
2º	39,61	69,51/+75,49/ 84,8	37,70/-4,82/ 84,8
3º	48,60	106,11/+118,33/ 71,9	57,54/+18,40/ 71,9
4º	132,58	227,90/+71,90/ 86,2	123,60/-6,77/ 86,2
5º	146,44	297,39/+103,08/ 83,0	161,28/+10,13/ 83,0
6º	262,12	411,13/+56,85/ 74,0	222,96/-14,94/ 74,0
7º	268,27	443,00/+65,13/ 77,5	240,25/-10,44/ 77,5
8º	310,61	---	NA
9º	367,30	563,75/+53,49/ 54,2	305,74/-16,76/ 54,2
10º	446,70	739,22/+65,48/ ---	NA
11º	531,26	828,56/+55,96/ 56,2	449,34/-15,42/ 56,2
13º	539,65	979,55/+81,52/ ---	NA

NA = Não Ajustado

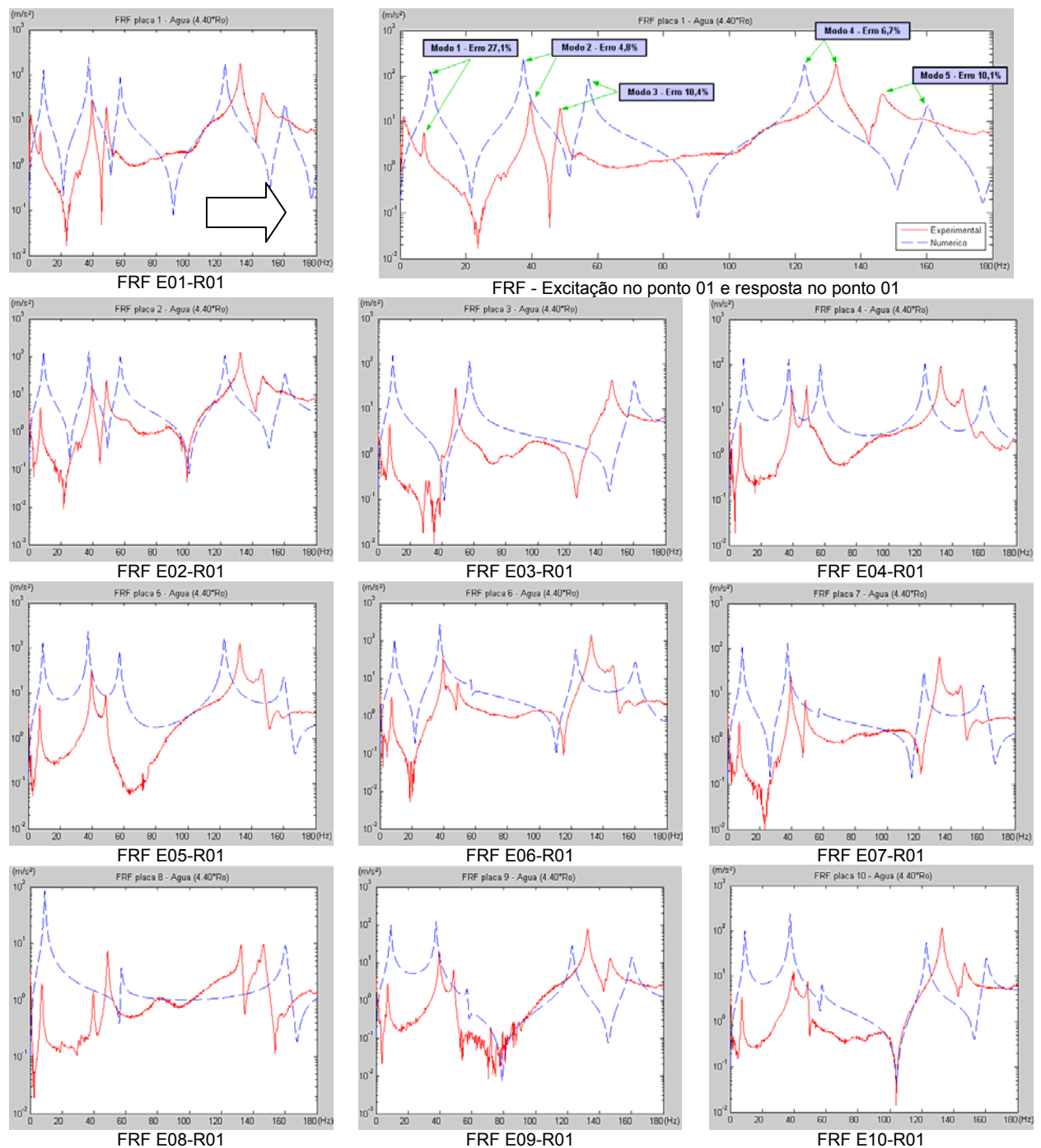
Observa-se que o modelo corrigido diretamente pelo parâmetro de interesse, melhores resultados. Em princípio não há a necessidade da etapa do ajuste de rigidez.

#### 6.2.2.5 – Funções de resposta em frequência da placa submersa

Para a obtenção das FRFs do modelo ajustado, foi aplicado o fator de correção obtido pelo ajuste na subseção 6.2.2.4. Posteriormente foi feita a análise modal e a análise harmônica no Ansys. Inseriram-se os fatores de amortecimento modal identificados em

6.2.1.2 (Tab. 6.23) e geraram-se as FRFs correspondente aos pontos de resposta experimental. No Apêndice B apresenta-se a sequência de comandos com os passos para geração do modelo de elementos finitos e obtenção das FRFs.

Na Fig. 6.17 comparam-se as respostas experimental e numérica. Não foram observadas diferenças expressivas no formato das FRFs a partir da correção do modelo original com o modelo previamente corrigido pela rigidez, tal como observado em 6.1.2.7. Assim nesta seção trataremos apenas do fator de correção global.



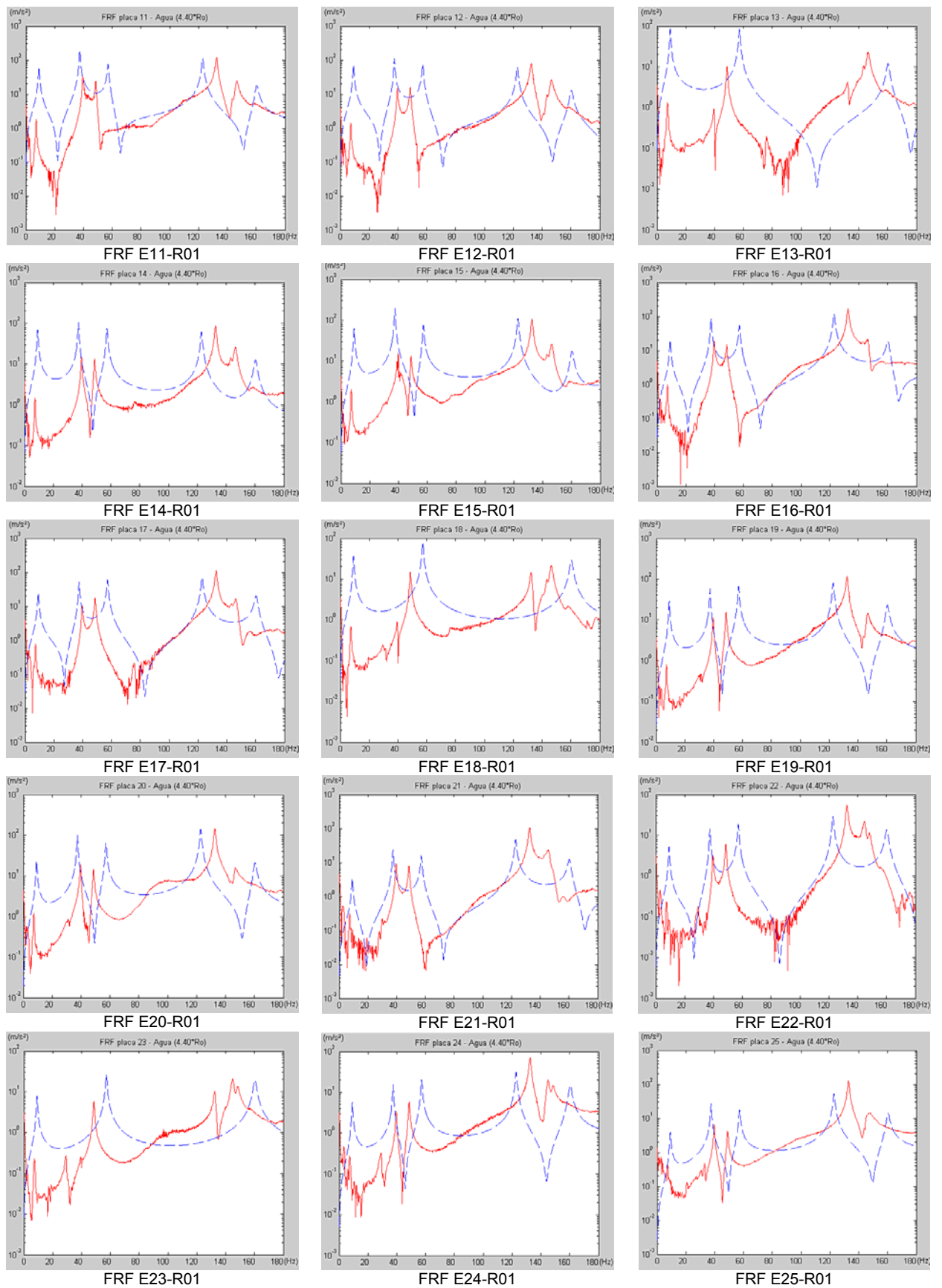


Figura 6.16 – Resposta experimental do modelo com massa ajustada pelo fator multiplicativo 4,40 (Amplitude x Freqüência).

### 6.3. Observações e discussões

A seguir, será feita uma breve discussão e a consolidação das observações realizadas no decorrer deste capítulo.

#### VIGA SEM INTERAÇÃO COM FLUIDO

Na avaliação deste caso foram consideradas várias opções de simulação numérica e os resultados são apresentados na subseção 6.1.1.5. Destaca-se o fato que embora a ferramenta numérica utilizada (Ansys) seja bastante difundida, as respostas apresentam erros com relação as respostas experimentais. Uma justificativa para esta diferença pode ser a natureza do modelo de EF utilizado, o grau de discretização e principalmente, a rigidez finita no engastamento. Assim, a necessidade de validar um modelo numérico, bastante discutida na literatura, se comprova aqui.

Outro ponto observado é referente à técnica de ajuste de parâmetros, na qual as diferenças são minimizadas. Neste caso, investigou-se a correção da rigidez do modelo, verificando que o ajuste de forma global em todos os elementos no modelo apresenta melhores resultados e com aplicação prática mais viável uma vez que conduz a problemas de identificação com uma única incógnita.

Por fim apresentaram-se as FRFs do modelo ajustado em comparação com as FRFs experimentais. Como não se tratou de reconstituição das FRFs a partir de parâmetros modais identificados, há diferenças verificadas, entretanto, também há semelhanças entre a forma das curvas, picos de ressonâncias e antirressonâncias.

#### VIGA EM INTERAÇÃO COM FLUIDO

Aplicando a técnica de ajuste de modelo na interação com o fluido, nota-se que a correção direta de apenas um parâmetro é melhor. Esta observação mostra que é desnecessário corrigir previamente o modelo pela rigidez, podendo-se tratar a correção diretamente pelo parâmetro mais influente (massa). Também não foi evidenciado diferenças entre as FRFs resultante desta análise (Figuras 6.8 e 6.9). Entretanto se o objetivo for avaliar os efeitos físicos da interação fluido-estrutura, o ajuste do modelo previamente corrigido pela rigidez permitiria destacar o efeito exclusivo da massa adicionada pelo fluido.

Ergin e Ugurlu (2003) afirmam que a pressão do líquido estático está em fase com a aceleração da estrutura, assim assumem que as formas modais não se alteram entre a condição a seco e submersa. Verificam ainda que as frequências naturais da estrutura submersa são menores que as frequências da estrutura a seca. Neste trabalho, estas verificações se aplicam, contudo notou-se ligeira alteração nas formas modais apresentadas nas Tabs. 6.3 e 6.11, identificadas pelo programa MODAN e evidenciado pelo critério MAC apurando na Fig. 6.7.

Na apresentação das FRFs verificou-se certa concordância em termos dos parâmetros característicos. Entretanto a curva experimental mostra-se com ruído, forma truncada e com suavidade afetada. Estas alterações podem ser decorrentes da movimentação do fluido induzida pela estrutura, afetando o campo de pressão ou principalmente devido ao artifício utilizado para excitação da estrutura interferindo na força de excitação. A excitação da estrutura sob a água, juntamente com a instrumentação que se tinha disponível foi um dos aspectos de dificuldade na execução do trabalho.

#### PLACA SEM INTERAÇÃO COM FLUIDO

Como discutido para a viga, foram consideradas várias opções de simulação numérica com resultados apresentados em 6.2.1.4. Destaca-se também a diferença verificada, em frequência natural, entre o modelo numérico sem ajuste e a resposta experimental.

As FRF's do modelo ajustado em comparação com as FRF's experimentais apresentam semelhanças nas formas das curvas e proximidade em pontos característicos, apesar de ser difícil a concordância de um grande número de modos. Ressalta-se que as curvas numéricas foram obtidas através da análise harmônica do Ansys para o modelo de placa com modelo de amortecimento Modal Damping. Como no caso da viga, houve diferenças nas frequências naturais e nos autovetores evidenciadas através do critério MAC.

Observa-se que a correlação entre os modos numérico e experimental ocorreu melhor entre 0 a 400 Hz, nos 05 primeiros modos onde o critério MAC é superior a 90%.

#### PLACA EM INTERAÇÃO COM FLUIDO

Como relatado para a viga, observou-se que não houve diferença expressiva nas frequências modais em relação ao parâmetro de ajuste ao utilizar correção pela massa a

partir do modelo sem ajuste ou do modelo previamente corrigido pela rigidez (Tabs. 6.24 e 6.25).

Observa-se que as freqüências naturais da placa diminuem bastante devido à massa adicionada pelo fluido, limitando o número de modos passíveis de ajuste, também indicados pelo critério MAC (Tab. 6.25). Nota-se ainda, a alteração entre as formas modais apresentadas nas Tabs. 6.19 e 6.23. Neste ponto pode-se questionar a influência na excitação do sistema e a contaminação da resposta experimental, como discutido anteriormente para a viga.

Na apresentação das FRFs verificam-se diferença expressivas entre as freqüências modais, obtidas pelo ajuste. Entretanto há certa semelhança entre a forma das curvas, picos das freqüências naturais e presença de antiressonancias, apesar da curva experimental apresentar-se bastante “ruidosa”. Estas observações nos levam a supor que uma melhor concordância poderá ser obtida, reduzindo a diferença entre as freqüências naturais, a exemplo dos três casos discutidos anteriormente. Surgem, portanto, novas possibilidades de investigação de técnicas de otimização para este objetivo.

## CAPÍTULO VII

### CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Diante dos resultados obtidos e discussões apresentadas, pode-se concluir que a metodologia proposta na elaboração deste trabalho apresenta potencial para modelagem do comportamento estrutural de uma estrutura envolvida por um fluido estático. Justifica-se ainda que softwares de simulação numérica com fluidos são especialistas apenas em análise de escoamento e propriedades relacionadas à dinâmica de fluidos. Não fornecem opções para análise modal ou características relativas ao comportamento dinâmico estrutural, mesmo no caso de interações.

Assim, o aprimoramento de técnicas e metodologias neste sentido representa viabilidade em termos de custos computacionais, tempo de projetos e até confiabilidade pela base experimental associada.

Como propostas de continuidade do estudo aqui reportado, sugere-se:

- Investigações nos meios de aquisição de dados para a dinâmica de estruturas submersas em termos de excitação, instrumentação e confiabilidade;
- Investigação dos limites aceitáveis para a condição de estática do fluido. Neste trabalho observou-se que para sensibilizar a aquisição (trigger pelo acelerômetro) a excitação promovia deslocamento da estrutura. Amplitudes podem promover deslocamento de fluido e variação não linear do campo de pressão sobre a superfície molhada da estrutura;
- Investigação de técnicas de ajuste baseadas em FRFs que dispensam a etapa de identificação de parâmetros modais;
- Inclusão, nos modelos numéricos e nos procedimentos de ajuste, o efeito do amortecimento induzido pela viscosidade do fluido, que represente o forte decaimento das respostas, observado para estruturas submersas.

## CAPÍTULO VIII

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AXISA, F. **Modélisation des Systèmes Mécaniques – Interactions Fluide Structure**. Paris – France: Hermes Science Publications, 2001, Vol. III.

BLANCO, P. J. **Incompatibilidade cinemática, imersão de domínios e modelagem constitutiva de multiescala: Nexo com a modelagem do sistema cardiovascular**. 2008. 323 f. Tese de Doutorado - Laboratório Nacional de Computação Científica, Petrópolis - RJ.

BORGES, A. S. **Desenvolvimento de procedimentos de modelagem de interação fluidoestrutura combinando a teoria de vigas de Cosserat e a metodologia de fronteira imersa**. 2010. 199 f. Tese de Doutorado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia - MG.

BUNGARTZ, H. J.; SCHÄFER, M. Fluid-Structure Interaction Modelling, Simulation, Optimisation. **Lecture Notes in Workshop of Computational Science and Engineering**. New York, v.53, 2006.

CAMPREGHER, R. **Modelagem Matemática Tridimensional para Problemas de Iteração Fluido-Estrutura**. 2005. Tese de Doutorado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia - MG.

CASADEI, F.; HALLEUX, J. P. An algorithm for permanent fluid-structure interaction in explicit transient dynamics. **Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.** v. 128, p. 231-289, Dec. 1995.



COLLINS, J. D.; HART, G. C.; HASSELMAN, T. K.; KENNEDY, B. Statistical identification of structures. **AIAA Journal**. v.12, n.2, p.185-190, february 1974.

CONCA, C.; OSSES, A.; PLANCHARD, J. Added Mass and Damping in Fluid-Structure Interaction. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**. v. 146, n. 3, p. 387-405, Jul. 1997.

CRAIG JR., R. R. and KURDILA, A. J. **Fundamentals of Structural Dynamics**. 2.ed., New Jersey – USA: John Wiley & Sons, 2006. 744p.

ERGIN, A.; UGURLU, B. Linear vibration analysis of cantilever plates partially submerged in fluid. **Journal of Fluids and Structures**. v. 17, n. 7, p. 927-939, 2003.

EWINS, D. J. **Modal Testing: Theory and Practice**. New York – USA: Research Studies Press Ltd. and John Wiley & Sons, 1994. 269p.

FRISWELL, M. I. The adjustment of structural parameters using a minimum variance estimator, **Journal of Mechanical Systems and Signal Processing**. v.3, n.2, p.143-155, August 1989.

FRISWELL, M. I.; MOTTERSHEAD, J. E. **Finite Element Model Updating in Structural Dynamics**. London, Kluwer Academic Publishers, 1995. 282p.

GALLI, L. A. F. **Estudo do comportamento dinâmico de sistemas acoplados fluido estrutura utilizando uma formulação simétrica em potenciais de velocidade**. 1995. 111 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Campinas - SP.

GONÇALVES, N. D. F. **Método dos Volumes Finitos em Malhas Não-Estruturadas**. 2007. 71 f. Dissertação de Mestrado - Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Cidade do Porto – Portugal.

GUYAN, R.J. Reduction of Stiffness and Mass Matrices. **AIAA Journal**, v. 3(2), p.380, 1995.

HEIL, M.; HAZEL, A. L. An Object-Oriented Multi-Physics Finite-Element Library. **Lecture Notes in Workshop of Computational Science and Engineering**. New York, v. 53, p. 19-49, 2006.

HUANG, W.; SUNG, H. J. An immersed boundary method for fluid–flexible structure interaction. **Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.** v. 198, p. 2650–2661, 2009.

INFANTES, J. E. C. **Ajuste de Modelos de Elementos Finitos Usando Técnicas de Estimaco de Parâmetros.** 2000, 127 f. Dissertao de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Campinas – SP.

KITATANI, S. J. **Modelagem Matemática e Simulao Numérica para Iterao Fluido-Estrutura de um Pêndulo Imerso Utilizando Fronteira Imersa.** 2009. 140 f. Dissertao de Mestrado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlandia - MG.

KLOUTSEY, A. E. H. **Correo de modelos elementos finitos – Estudo de um conjunto rotor gerador.** 2007. 98 f. Dissertao de Mestrado - Universidade de Braslia, Braslia - DF.

KVAMSDAL, T.; JENSSEN, C. B.; OKSTAD, K. M.; AMUNDSEN, J. **Numerical Methods for Fluid-Structure Interactions of Slender Structures.** In: European Conference on Computational Mechanics, ECCM99, 1999, Munchen – Germany.

KVAMSDAL, T.; JENSSEN, C. B.; OKSTAD, K. M.; AMUNDSEN, J. **Fluid-Structure Interaction For Structural Design.** In: Proceedings of the International Symposium on Computational Methods for Fluid-Structure Interaction, FSI99, 1999, Trondheim - Norway, Tapir Publishers. p. 211-238.

LIANG, C. C.; LIAO, C. C.; TAI, Y. S.; LAI, W. H. The free vibration analysis of submerged cantilever plates. **Ocean Engineering.** v. 28, p. 1225–1245. 2001.

LIMA e SILVA, A. L. F. **Desenvolvimento e Implementao de uma Nova Metodologia para Modelagem de Escoamentos sobre Geometrias Complexas: Método da Fronteira Imersa como Modelo Físico Virtual.** 2002. 162 f. Tese de Doutorado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia - MG.

LINDHOLM, U. S.; KANA, D. D.; CHU, W. H.; ABRAMSON, H. N. Elastic vibration characteristics of cantilever plates in water. **Journal of Ship Research.** v. 9, p. 11–22, 1965.

LISITA, R. R. **Interação fluido estrutura em cilindros utilizando dinâmica dos fluidos computacional**. 2007. 141 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia - MG.

MEIROVITCH, L. **Methods of Analytical Dynamics**. New York – USA: McGraw-Hill, 1970. 524p.

MEYERHOFF, W.K. Added masses of thin rectangular plates calculated from potential theory. **Journal of Ship Research**. v. 14, p.100–111. 1970.

PESKIN, C.S. The immersed boundary method. **Acta Numerica**, New York, v. 11, p. 479–517, 2002.

PADOVESE, G. C. **Determinação da rigidez e amortecimento equivalente proveniente do fluido escoando e interagindo com placas flexíveis: Teoria e constatações experimentais**. 2001. 224 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Estadual de Campinas, Campinas – SP.

RADE, D. A. **Método dos Elementos Finitos em Engenharia Mecânica**. 2008. 100 f. Apostila - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia – MG.

RADE, D. A. and STEFFEN JR, V. **Structural Dynamics and Modal Analysis**. 2008. 55 f. Apostila - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia – MG.

RAO, S. S. **Vibrações Mecânicas**. 4.ed. São Paulo – SP: Pearson - Prentice Hall, 2009. 424p.

SILVEIRA NETO, A. **Turbulência nos Fluidos Aplicada**. 2009. 150 f. Apostila - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia – MG.

SHAMES, I. H. **Mecânica dos Fluidos – Princípios Básicos**. 2.ed. São Paulo – SP: Edgard Blucher Ltda, 1973. 2vol.

SIGRIST, J. F.; GARREAU, S. Dynamic analysis of fluid–structure interaction problems with modal methods using pressure-based fluid finite elements. **Finite Elements in Analysis and Design**. v. 43, p. 287–300, 2006.

SILVA, A. R. **Modelagem Matemática de Interação Fluido-Estrutura Utilizando o Método da Fronteira Imersa**. 2008. 214f. Tese de Doutorado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia - MG.

SILVA, C. W. **Vibration Damping, Control, and Design**. 2.ed. Flórida – USA: CRC Press Taylor & Francis Group, 2007. 596p.

SILVA, S. **Introdução ao Método dos Elementos Finitos**. 2009. 195 f. Apostila - UNIOESTE - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Foz do Iguaçu – PR

TEIXEIRA, P. R. F. **Simulação numérica da interação de escoamentos tridimensionais de fluidos compressíveis e incompressíveis e estruturas deformáveis usando o método de elementos finitos**. 2001. 237 f. Tese de Doutorado - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre – RS.

VEDOVOTO, J.M. **Modelagem matemática de simulação numérica de escoamentos incompressíveis sobre geometrias complexas tridimensionais utilizando o método da fronteira imersa**. 2007. 125 f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia - MG.

WADHAM-GAGNON, M.; PAIDOUSSIS, M. P.; SEMLER, C. Dynamics of cantilevered pipes conveying fluid. Part 1: Nonlinear equations of three-dimensional motion. **Journal of Fluids and Structures**. v. 23, p. 545–567, 2007.

ZIENKIEWICZ, O. C.; BETTESS, P. Fluid-structure dynamic interaction and wave forces. An introduction to numerical treatment. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**. v.13, p. 1-16, 1978.

ZHANG, L.T.; GAY, M. Immersed finite element method for fluid-structure interactions. **Journal of Fluids and Structures**. v. 23, p. 839–857, 2007.

## APÊNDICE A

Apresenta-se o código desenvolvido na linguagem MATLAB. O programa calcula a deflexão estática de uma viga e permite executar o ajuste do parâmetro de massa. O ajuste é baseado na sensibilidade dos autovalores.

Ao final deste, apresenta-se o algoritmo correspondente.

```

% *****
% Universidade Federal de Uberlandia - UFU
% Faculdade de Engenharia Mecânica - FEMEC
% Disciplina: Mestrado em Eng Mecânica
%
% Descrição: Análise Estática e dinamica de vigas retas pelo MEF
%            Elemento de barra - Teoria de Euler-Bernoulli
%            Atenção: Este código não preve esforço AXIAL. Apenas FLEXAO
% Autor:     MARCO AURÉLIO BRAZÃO COSTA BADAN
% Data:     30/10/09
%
% AUTORIZAÇÃO: Autoriza-se o uso parcial ou total deste código, inclusive
%               alterações, desde que se faça a citação do autor e do trabalho
% *****

close all; clear all; clc;
nao=99.99; % Marcador para desconsiderar entrada de cond_cont e
           % carga_aplic. Veja como exemplo a entrada de dados para
           % uma viga bi-apoiada no fim deste arquivo

mj=1; % Constante de ajuste global para massa (1.5594)
kj=1; % Constante de ajuste global para rigidez (0.7604)
%-----
% VARIÁVEIS DE ENTRADA - VALORES A INSERIR
%-----
% prop= [ L b h E rho q nó nó ca ]
%        [ (m) (m) (m) (N/m^2) (kg/m3) (N/m) (E) (D) (Ns/m) ]
prop= [ 0.028 30.5e-3 4.7625e-3 kj*2.1e11 mj*7850 -0.0 01 02 0.00
        0.028 30.5e-3 4.7625e-3 kj*2.1e11 mj*7850 -0.0 02 03 0.00
        0.040 30.5e-3 4.7625e-3 kj*2.1e11 mj*7850 -0.0 03 04 0.00
        0.040 30.5e-3 4.7625e-3 kj*2.1e11 mj*7850 -0.0 04 05 0.00
        0.040 30.5e-3 4.7625e-3 kj*2.1e11 mj*7850 -0.0 05 06 0.00
        0.040 30.5e-3 4.7625e-3 kj*2.1e11 mj*7850 -0.0 06 07 0.00
        0.040 30.5e-3 4.7625e-3 kj*2.1e11 mj*7850 -0.0 07 08 0.00
        0.040 30.5e-3 4.7625e-3 kj*2.1e11 mj*7850 -0.0 08 09 0.00
        0.040 30.5e-3 4.7625e-3 kj*2.1e11 mj*7850 -0.0 09 10 0.00
        0.040 30.5e-3 4.7625e-3 kj*2.1e11 mj*7850 -0.0 10 11 0.00 ];

% Deslocamentos transversais e inclinações impostos aos gdl
% cond_cont = [ nó desl(m) inclinação(graus) ]
cond_cont = [ 1 0 0 ];

% Forças externas transversais APLICADAS nos gld livres valores em Newtons
% carga_aplic = [ nó força(N) momento(N*m) ];
carga_aplic = [ 2 0 0 ;
                3 0 0 ;
                4 0 0 ;
                5 0 0 ;
                6 0 0 ;

```

```

7      0      0 ;
8      0      0 ;
9      0      0 ;
10     0      0 ;
11    -10     0 ];

% Sinalizador para ajuste de parametros
sn1=1;      % Se sn1=1, a rotina executa o ajuste. Se sn1=0, não executa
sn2=1;      % Se sn2=1, ajusta pela massa. Se sn2=0, ajusta pela rigidez

% Parametros para ajuste de modelo - Ajuste de massa
zm=[19.1738 119.7983 337.8579 0 0 0 0 0 0]; % Vetor das freq naturais (em Hz) SUBM
% zm=[24.4729 153.9589 429.1493 0 0 0 0 0 0]; % Vetor das freq naturais (em Hz) SECO
T = length(zm); % Determina o tamanho para o vetor zm
po(1:T,1)=0.000; % Parametro inicial ou Estimativa inicial
% 'EI' para Ajuste da Rigidez. Utilizado (EI = -10.0)
% ' m' para Ajuste da Massa. Utilizado (m = 0.001)

eAdm=0.001; % Erro admitido entre zm e z
Wee=eye(T,T); % Matriz de variancia do vetor zm
Wee(1,1)=10^2;
Wee(2,2)=10^1;
Wtt=eye(T,T); % Matriz de variancia dos parametros

#####
% RESPOSTA ESTÁTICA - CALCULO DAS MATRIZES E APRESENTAÇÃO DOS DADOS
#####
[op,num_gdl_glo,gdl_livres,num_ele,conect,M,C,K,Q,des,K_ll,M_ll]= ...
CEstatico(prop,cond_cont,carga_aplic,nao);

#####
% ROTINA PARA O AJUSTE DE PARAMETROS (MASSA ou RIGIDEZ)
#####
if sn1 == 1 % verifica se executa o ajuste
    it=1; % Contador para as iterações
    eLim=1000; % Valor de desbalanceamento para iniciar iterações
    conv(it)=1e100; % Valor inicial para verificação de convergencia

    while -eLim < -eAdm
        if sn2 == 1 % verifica se ajusta pela massa
            [Sj,M_ll,M]= Ajuste_massa(num_gdl_glo,num_ele,prop, ...
                conect,gdl_livres,T,po,it,K_ll);
        else % Ajusta pela rigidez
            [Sj,K_ll,K]= Ajuste_rigidez(num_gdl_glo,num_ele,prop, ...
                conect,gdl_livres,T,po,it,M_ll);
        end

    -----
    % CALCULA OS AUTOVALORES ANALITICOS
    -----
    [vet,val]=eig(K_ll,M_ll);
    for ii=1:T
        z(ii,1)=val(ii,ii).^5/2/pi; % Vetor das freq naturais calculadas em Hz
    end

    erro=(zm-z); % Verifica o erro entre o medido e o calculado
    po(:,it+1) = po(:,it) + inv(Sj(1:T,1:T)'*Wee*Sj(1:T,1:T)+Wtt) * ...
        (Sj(1:T,1:T)'*Wee*erro-Wtt*(po(:,it)-po(:,1)));

    eApur(it)=erro(1:3)'*Wee(1:3,1:3)*erro(1:3);
    eLim=eApur(it);
    it=it+1; % próxima iteração

    -----
    % VERIFICAÇÃO DE ERROS DE CONVERGENCIA
    -----
    % Verificação de convergencia
    conv(it)=eApur(it-1);%abs(erro(1,1));%
    if conv(it)>conv(it-1)
        disp('#####');
        disp('Erro - O processo esta divergindo. Abaixo os resultados apurados');
        disp('#####');
        eLim=eAdm/2;
    end
end

```

```

% Limite máximo de iterações
if it>15000
    eLim=eAdm/2;
end

end

if sn2 == 1          % verifica se ajusta pela massa

    for ii=1:T
        rho_cor(ii)=po(ii,it-1)/(prop(ii,1)*prop(ii,2)*prop(ii,3))...
            /(prop(ii,5)/mj)+mj;
    end
    disp('M. adicion   Fator correção');
    disp('aos elemen   para rho');
    [po(:,it-1) rho_cor']
else                % Ajusta pela rigidez
    for ii=1:T
        k_cor(ii)=po(ii,it-1)/(prop(ii,2)*prop(ii,3)^3/12)/prop(ii,4)/kj+kj;
    end
    disp('EI adicion   Fator correção');
    disp('aos elemen   para K');
    [po(:,it-1) k_cor']
end

end

#####
% AUTOVALORES e AUTOVETORES ANALITICOS
#####
% Apresenta as frequencias naturais
[vet,val]=eig(K_ll,M_ll);      % calcula autovetores e autovalores
for ii=1:T
    autoval(ii)=val(ii,ii).^5/2/pi;
end
display('Autovetores e autovalores disponiveis nas variaveis "vet" e "val"');
display('Apresentam-se as freq naturais');
autoval'

% ooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooo FIM ooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooooo
% -----
% %   EXEMPLO DE ENTRADA PARA VIGA BI-APOIADA
% -----
% % Deslocamentos transversais e inclinações impostos aos gdl
% % cond_cont = [ nó  desl(m)  inclinação(graus)]
% % cond_cont = [ 1      0      nao ;
% %              11     0      nao ];
%
% % Forças externas transversais APLICADAS nos gld livres valores em Newtons
% % carga_aplic = [ nó  força(N)  momento(N*m);
% % carga_aplic = [ 1      nao      0 ;
% %                2      0      0 ;
% %                3      0      0 ;
% %                4      0      0 ;
% %                5      0      0 ;
% %                6     -10     0 ;
% %                7      0      0 ;
% %                8      0      0 ;
% %                9      0      0 ;
% %               10      0      0 ;
% %               11     nao     0 ];
%
% % O sinalizador não indica inclinação livre como condição de contorno e
% % não aplicação de carga ou livre para reação de apoio

```

```

function [op,num_gdl_glo,gdl_livres,num_ele,conect,M,C,K,Q,des,K_ll,M_ll]=
CEstatico(prop,cond_cont,carga_aplic,nao)

% *****
% Universidade Federal de Uberlandia - UFU
% Faculdade de Engenharia Mecanica - FEMEC
% Disciplina: Mestrado em Eng Mecânica
%
% Descrição: Análise Estática e dinamica de vigas retas pelo MEF
%             Elemento de barra - Teoria de Euler-Bernoulli
%             Atenção: Este código não preve esforço AXIAL. Apenas FLEXAO
% Autor:      MARCO AURÉLIO BRAZÃO COSTA BADAN
% Data:       30/10/09
%
% AUTORIZAÇÃO: Autoriza-se o uso parcial ou total deste código, inclusive
%               alterações, desde que se faça a citação do autor e do trabalho
%
% *****

%-----
% AJUSTE DAS VARIÁVEIS DE ENTRADA
%-----
% Determinar número de GDL, número de elementos e de nós
[inutil,N]      = size(carga_aplic);
N               = N-1;           % Número de graus de liberdade no nó
[num_ele,inutil] = size(prop);   % Número de elementos
num_nos        = num_ele+1;     % Número de nós
num_gdl_glo    = num_nos*N;     % Número de graus de liberdade global

% Gera a matriz de conectividade (ou matriz das incognitas)

% cada nó possui 2 gdl associados as incognitas no ponto, então
% no(1) passa a ser 1,2 no(2) passa a ser 3,4
% no(3) passa a ser 5,6 no(4) passa a ser 7,8 ...
conect=zeros(num_ele,N*2);
for ii=1:num_ele
    conect(ii,:)=[ prop(ii,7)*N-1 prop(ii,7)*N prop(ii,8)*N-1 prop(ii,8)*N];
end

% Faz a transformação da matriz das condições de contorno em vetor coluna
% o vetor será montado, sendo (num_incognita, valor_desloc)
% o vetor será montado, sendo (num_incognita, valor_inclin) ...
[dim,inutil]=size(cond_cont);
a=0;
for ii=1:dim
    if cond_cont(ii,2) ~= nao
        a=a+1;
        cond_cont_mod(a,:)=[cond_cont(ii,1)*N-1; cond_cont(ii,2)];
    end
    if cond_cont(ii,3) ~= nao
        a=a+1;
        cond_cont_mod(a,:) =[cond_cont(ii,1)*N ; cond_cont(ii,3)];
    end
end

% Faz a transformação da matriz das condições de carregamento em vetor coluna
% o vetor será montado, sendo (num_incognita, valor_força)
% o vetor será montado, sendo (num_incognita, valor_momento) ...
[dim,inutil]=size(carga_aplic);
a=0;
for ii=1:dim
    if carga_aplic(ii,2) ~= nao
        a=a+1;
        carga_aplic_mod(a,:)=[carga_aplic(ii,1)*N-1; carga_aplic(ii,2)];
    end
    if carga_aplic(ii,3) ~= nao
        a=a+1;
        carga_aplic_mod(a,:) =[carga_aplic(ii,1)*N ; carga_aplic(ii,3)];
    end
end
end

```



```

-----
% CONSTRUÇÃO DAS MATRIZES ELEMENTARES E MONTAGEM DAS MATRIZES GLOBAIS
-----
% Nota:          Esta etapa foi desenvolvida com base no programa beam.m para
%               cálculo estático de EF gerado por RADE, D. A.
%               Foram incluídas as matrizes de amortecimento e de carregamento.

% Inicializa as matrizes
ident=eye(num_gdl_glo);

K=zeros(num_gdl_glo);
M=zeros(num_gdl_glo);
C=zeros(num_gdl_glo);
Q=zeros(num_gdl_glo,1);
op=0;

for ii=1:num_ele

    % Leitura dos dados do elemento para montar matrizes elementares
    L = prop(ii,1);
    b = prop(ii,2);
    h = prop(ii,3);
    E = prop(ii,4);
    rho = prop(ii,5);
    q = prop(ii,6);
    ca = prop(ii,9);
    I = b*h^3/12;

    % Sinaliza se há amortecimento
    if ca ~= 0, op=1; end

    % Montagem das matrizes elementares
    M_ele = rho*b*h*L/420 * [ 156    22*L    54    -13*L
                           22*L    4*L^2    13*L   -3*L^2
                           54     13*L    156   -22*L
                           -13*L   -3*L^2  -22*L    4*L^2 ];
    C_ele = ca*L/420 * [ 156    22*L    54    -13*L
                       22*L    4*L^2    13*L   -3*L^2
                       54     13*L    156   -22*L
                       -13*L   -3*L^2  -22*L    4*L^2 ];
    K_ele = E*I/L^3 * [ 12     6*L    -12     6*L
                      6*L    4*L^2   -6*L    2*L^2
                      -12   -6*L     12    -6*L
                      6*L    2*L^2   -6*L    4*L^2 ];
    Q_ele = q*L/2 * [ 1 ; L/6 ; 1 ; -L/6 ];

    % Montagem da matriz de transformação
    mat_transf=[ident(conect(ii,1),:); ident(conect(ii,2),:); ...
               ident(conect(ii,3),:); ident(conect(ii,4),:)];

    % Montagem das matrizes globais
    M = M + mat_transf'*M_ele*mat_transf;
    C = C + mat_transf'*C_ele*mat_transf;
    K = K + mat_transf'*K_ele*mat_transf;
    Q = Q + mat_transf'*Q_ele;
end

-----
% IMPOSIÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO - PARTICIONAMENTO DA MATRIZ DE RIGIDEZ
-----
% Nota:          Esta etapa foi desenvolvida com base no programa beam.m para
%               cálculo estático de EF gerado por RADE, D. A.
%               Foi incluída a matriz de carregamento.

% identificacao dos gdl livres e gdl impostos
gdl_livres = carga_aplic_mod(:,1);
gdl_impostos = cond_cont_mod(:,1);

% construção dos vetores de forças nos gdl livres e de deslocamentos nos gdl impostos
f_liv=carga_aplic_mod(:,2);
d_imp=cond_cont_mod(:,2);

```

```

% construção das submatrizes
M_ll=M(gdl_livres,gdl_livres);
M_li=M(gdl_livres,gdl_impuestos);
M_ii=M(gdl_impuestos,gdl_impuestos);
K_ll=K(gdl_livres,gdl_livres);
K_li=K(gdl_livres,gdl_impuestos);
K_ii=K(gdl_impuestos,gdl_impuestos);
Q_ll=Q(gdl_livres);
Q_ii=Q(gdl_impuestos);

%-----
% RESPOSTA ESTÁTICA - DESLOCAMENTOS NOS GDL LIVRES E DAS FORÇAS DE REAÇÃO
%-----
% Calcula as deflexões dos GDL livres
d_liv=inv(K_ll)*(Q_ll + f_liv - K_li*d_imp);

% Transforma vetor coluna em matriz para apresentação dos dados
des=zeros(num_gdl_glo,1);
des(cond_cont_mod(:,1))=cond_cont_mod(:,2);
des(carga_aplic_mod(:,1))=d_liv;
[dim,inutil]=size(des);
des_mod=zeros(dim/N,3);
for ii=1:(dim/N)
    des_mod(ii,:)=[ii des(ii*N-1) des(ii*N)*(180/pi) ];
end
disp('Deslocamentos nos gdl livres');
disp('  Nó      Desloc(m)  Incl(graus)');
des_mod

% Calcula as cargas nos GDL impostos
f_imp=(K_li'*d_liv+K_ii*d_imp)-Q_ii;

% Transforma vetor coluna em matriz para apresentação dos dados
F=zeros(num_gdl_glo,1);
F(carga_aplic_mod(:,1))=carga_aplic_mod(:,2);
F(cond_cont_mod(:,1))=f_imp;
[dim,inutil]=size(F);
F_mod=zeros(dim/N,3);
for ii=1:(dim/N)
    Reacoes(ii,:)=[ii F(ii*N-1)+Q(ii*N-1) F(ii*N)+Q(ii*N)];
end
disp('Reacoes de apoio');
disp('  Nó      Forças(N)  Momentos(N.m)');
Reacoes

% Plota as deflexões dos GDL
L(1)=0;for ii=2:num_ele+1,L(ii)=prop(ii-1,1)+L(ii-1); end;
plot(L,des_mod(:,2,:));grid;
ylabel('Deslocamento transversal (m)');
xlabel('Comprimento (m)')

% ooooooooooooooooooooooooooooooooooooo FIM ooooooooooooooooooooooooooooooooooooo

```

```
function [Sj,M_ll,M]= Ajuste_massa(num_gdl_glo,num_ele,prop,conect,gdl_livres,T,po,it,K_ll)

% *****
% Universidade Federal de Uberlandia - UFU
% Faculdade de Engenharia Mecanica - FEMEC
% Disciplina: Mestrado em Eng Mecânica
%
% Descrição: Realiza o ajuste de massa conforme FRISWELL e MOTTERSHEAD
% Autor: MARCO AURÉLIO BRAZÃO COSTA BADAN
% Data: 10/03/10
%
% AUTORIZAÇÃO: Autoriza-se o uso parcial ou total deste código, inclusive
% alterações, desde que se faça a citação do autor e do trabalho
% *****

% Inicializa as matrizes
ident=eye(num_gdl_glo); % Utiliza na matriz de Transformação
M=zeros(num_gdl_glo); % Matriz global ajustada
cont=0;

for ii=1:num_ele
% Leitura dos dados do elemento para montar matrizes elementares
L = prop(ii,1);
b = prop(ii,2);
h = prop(ii,3);
rho = prop(ii,5);
ma=0; % massa adicionada ou ajustada

% ajusta os ultimos elementos conforme tamanho de zm
if cont<T
if ii>num_ele-T+cont
ma = po(cont+1,it);
cont=cont+1;
end
end

% Montagem das matrizes elementares
M_ele = (rho*b*h*L + ma) /420 * [ 156 22*L 54 -13*L
22*L 4*L^2 13*L -3*L^2
54 13*L 156 -22*L
-13*L -3*L^2 -22*L 4*L^2 ];

% Montagem da matriz de transformação
mat_transf=[ident(conect(ii,1),:); ident(conect(ii,2),:); ...
ident(conect(ii,3),:); ident(conect(ii,4),:)];

% Montagem das matrizes globais
M = M + mat_transf'*M_ele*mat_transf;
end
M_ll=M(gdl_livres,gdl_livres);
[vet,val]=eig(K_ll,M_ll);
Sj=zeros(T);

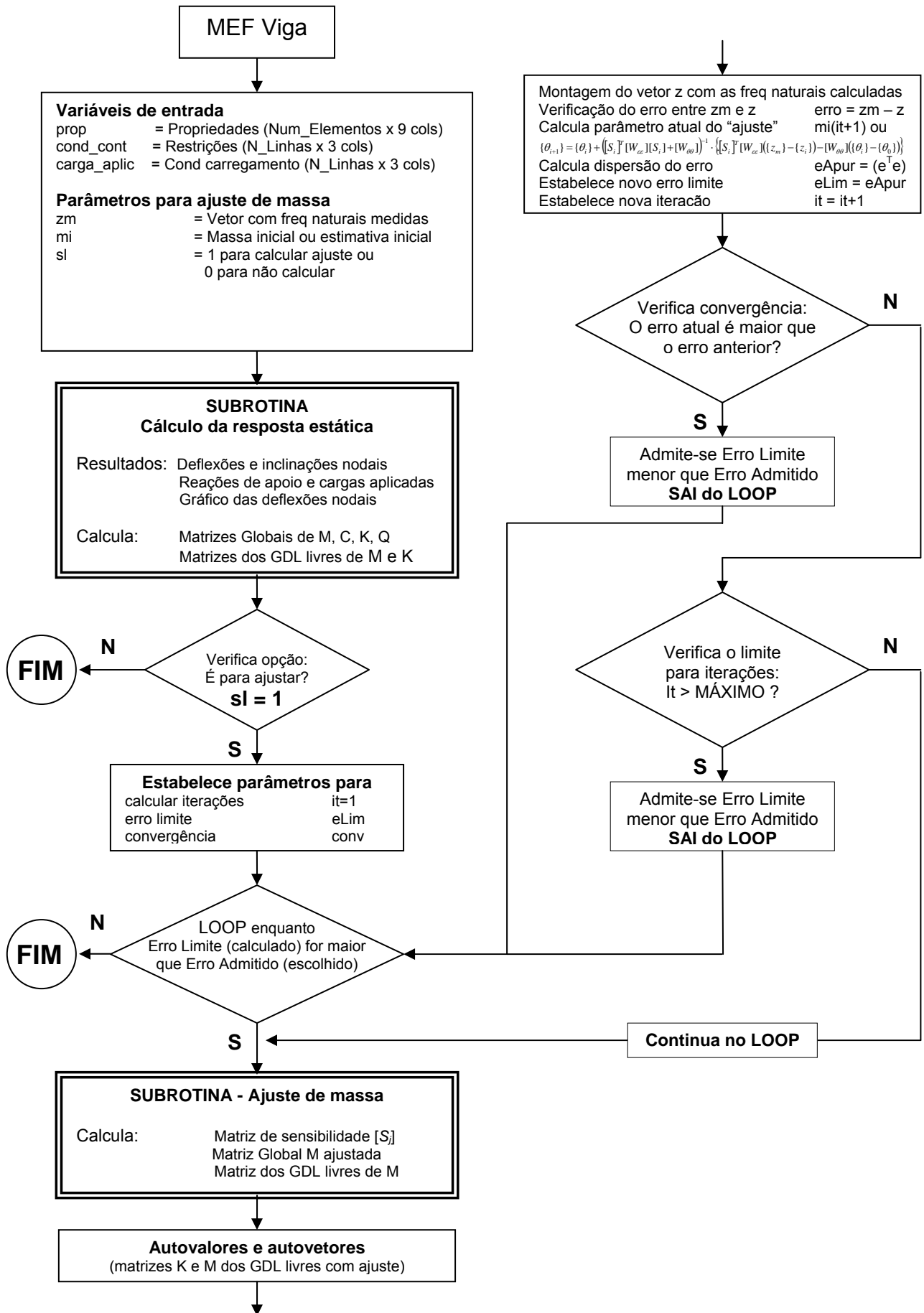
for pp=1:T
DMdm=zeros(num_gdl_glo); % Matriz global da derivada da massa
DMdm_ll=DMdm(gdl_livres,gdl_livres);
for ii=1:num_ele
dMdm = zeros(4,4);
% ajusta os ultimos elementos conforme tamanho de zm
if ii>=num_ele-T +pp %+1
dMdm = 1/420*[ 156 22*L 54 -13*L
22*L 4*L^2 13*L -3*L^2
54 13*L 156 -22*L
-13*L -3*L^2 -22*L 4*L^2 ];
end

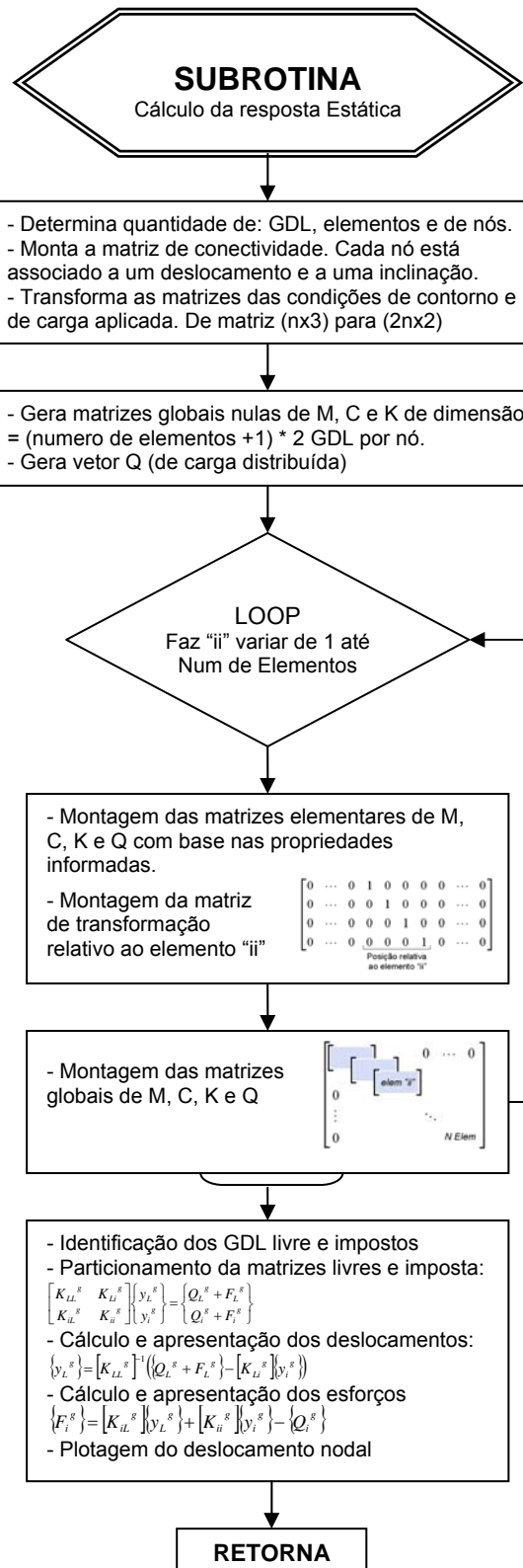
% Montagem da matriz de transformação
mat_transf=[ident(conect(ii,1),:); ident(conect(ii,2),:); ...
ident(conect(ii,3),:); ident(conect(ii,4),:)];

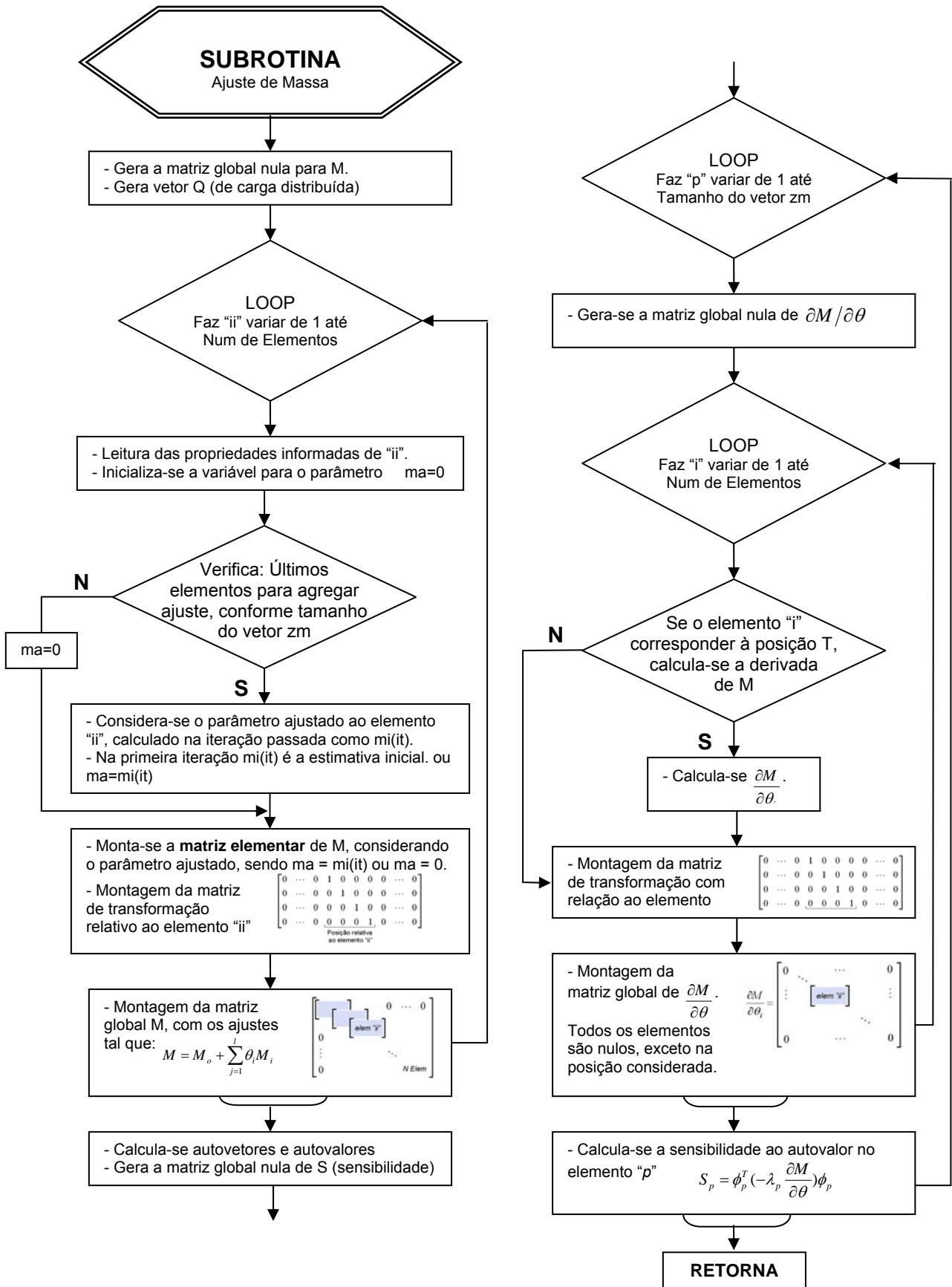
% Montagem das matrizes globais
DMdm = DMdm + mat_transf'*dMdm*mat_transf;
end
DMdm_ll=DMdm(gdl_livres,gdl_livres);
Sj(pp,pp) = -vet(:,pp)'*(val(pp,pp)*DMdm_ll)*vet(:,pp); % (Eq.2.59 pag.24)
end
end

% ooooooooooooooooooooooooooooooooooooo FIM ooooooooooooooooooooooooooooooooooooo
```









## APÊNDICE B

Comandos implementados no ANSYS. O programa monta a malha de elementos finitos, faz a análise modal, análise harmônica e calcula as FRFs numéricas, nos pontos correspondentes aos pontos de resposta obtidos experimentalmente

### VIGA – AR

```

/PREP7
ET,1,BEAM3
! Dados de ajuste e identificação modal
E = 7.498e-01*2.1e11
ro = 7850
po = 0.3
xi1 = 0.005794
xi2 = 0.012227
xi3 = 0.002907
! ===== Malha de Elementos Finitos =====
R,1,1.4525625e-4,2.77551e-10,4.7625e-3, , , ,
MP,EX,1,E
MP,PRXY,1,po
MP,DENS,1,ro
K,1,0,0,0
K,2,0.056,0,0,
K,3,0.376,0,0,
L,1,2
L,2,3
TYPE,1
REAL,1
MAT,1
nel = 2
ne2 = 8
LESIZE,1, , ,nel,1,1
LESIZE,2, , ,ne2,1,1
LMESH,1
LMESH,2
nummrg,all
numcmp,all
NSEL,S,LOC,X,0
D,ALL,ALL
NSEL,ALL
FINISH
! ===== Análise Modal =====
/SOLU
fmin=0
fmax=500
np=3200
ANTYPE,MODAL
EMATWRITE,YES
MODOPT,QRDAMP,5,fmin,fmax,OFF
MXPAND,5,fmin,fmax
SOLVE
FINISH
! ===== Análise Harmonica =====
/SOLU
ANTYPE,HARMIC
HROPT,MSUP,5 ! MODE SUPERPOSITION ANALYSIS
HROUT,ON
FK,3,Fy,-1,0 ! força aplicada no keypoint 3
HARFRQ,fmin,fmax ! FREQUENCY BANDWITH:
NSUBST,np ! NUMBER OF FREQUENCIAL POINTS
MDAMP,1,xi1,xi2,xi3, ! amortecimento modal
SOLVE
FINISH
! ===== Calculo da FRF =====
/POST26
FILE,,rfrq
*DIM,NTBL,ARRAY,5
*DEL,FRF_viga_ansys_ar_E
*DIM,FRF_viga_ansys_ar_E,TABLE,np,5
! Pontos de resposta (mesmo q o Experimental)
NTBL(1)= 4.00000
NTBL(2)= 10.00000
NTBL(3)= 8.00000
NTBL(4)= 6.00000
NTBL(5)= 2.00000
*DO,j,1,5
NSOL,2,NTBL(j),U,Y,
STORE,MERGE
VGET,FRF_viga_ansys_ar_E(1,0),1
VGET,FRF_viga_ansys_ar_E(1,1),2,,0
VGET,FRF_viga_ansys_ar_E(1,2),2,,1
*CFOOPEN,FRF_viga_ansys_ar_E,txt,,APPEND
*VWRITE,FRF_viga_ansys_ar_E(1,0),
FRF_viga_ansys_ar_E(1,1),FRF_viga_ansys_ar_E(1,2)
%14.5G %14.5G %14.5G
*CFCLOS
*ENDDO

```



## VIGA - AGUA

```

/PREP7
ET,1,BEAM3
! Dados de ajuste e identificação modal
E = 2.1e11
ro = 2.166*7850
po = 0.3
xil = 0.012550
xi2 = 0.005012
xi3 = 0.003631
! ===== Malha de Elementos Finitos =====
R,1,1.4525625e-4,2.77551e-10,4.7625e-3, , ,
MP,EX,1,E
MP,PRXY,1,po
MP,DENS,1,ro
K,1,0,0,0
K,2,0.056,0,0,
K,3,0.376,0,0,
L,1,2
L,2,3
TYPE,1
REAL,1
MAT,1
ne1 = 2
ne2 = 8
LESIZE,1, , ,ne1,1,1
LESIZE,2, , ,ne2,1,1
LMESH,1
LMESH,2
nummrg,all
numcmp,all
NSEL,S,LOC,X,0
D,ALL,ALL
NSEL,ALL
FINISH
! ===== Análise Modal =====
/SOLU
EMATWRITE,YES
MODOPT,QRDAMP,5,fmin,fmax,OFF
MXPAND,5,fmin,fmax
SOLVE
FINISH
! ===== Análise Harmônica =====
/SOLU
ANTYPE,HARMIC
HROPT,MSUP,5 ! MODE SUPERPOSITION ANALYSIS
HROUT,ON
FK,3,Fy,-1,0 ! força aplicada no keypoint 3
HARFRQ,fmin,fmax ! FREQUENCY BANDWITH:
NSUBST,np ! NUMBER OF FREQUENCIAL POINTS
MDAMP,1,xil,xi2,xi3, ! amortecimento modal
SOLVE
FINISH
! ===== Calculo da FRF =====
/POST26
FILE,,rfrq
*DIM,NTBL,ARRAY,5
*DEL,FRF_viga_ansys_agua
*DIM,FRF_viga_ansys_agua,TABLE,np,5
! Pontos de resposta (mesmo q o Experimental)
NTBL(1)= 4.00000
NTBL(2)= 10.00000
NTBL(3)= 8.00000
NTBL(4)= 6.00000
NTBL(5)= 2.00000
*DO,j,1,5
NSOL,2,NTBL(j),U,Y,
STORE,MERGE
VGET,FRF_viga_ansys_agua(1,0),1
VGET,FRF_viga_ansys_agua(1,1),2,,0
VGET,FRF_viga_ansys_agua(1,2),2,,1
*CFOPEN,FRF_viga_ansys_agua.txt,,APPEND
*VWRITE,FRF_viga_ansys_agua(1,0),
FRF_viga_ansys_agua(1,1),FRF_viga_ansys_agua(1,2)
%14.5G %14.5G %14.5G
*CFCLOS
*ENDDO

```

## PLACA - AR

```

/PREP7
ET,1,SHELL63
! Dados de ajuste e identificação modal
h = 3.175e-3
E = 7.820E-01*2.1e11
ro = 7850
po = 0.3
xil = 0.009678
xi2 = 0.004058
xi3 = 0.004730
xi4 = 0.002836
xi5 = 0.005112
xi6 = 0.002298
xi7 = 0.003388
xi8 = 0.009293
xi9 = 0.005118
xi10 = 0.004569
xi11 = 0.002970
xi12 = 0.009393
xi13 = 0.009393
! ===== Malha de Elementos Finitos =====
R,1,h,h,h,h,h, , ,
RMORE, , , ,
RMORE
RMORE, ,
MPTEMP, , , , ,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1, ,E
MPDATA,PRXY,1, ,po
MPTEMP, , , , ,
MPTEMP,1,0
MPDATA,DENS,1, ,ro
K,1,0,0,-0.1,
K,2,0,0,0.1,
K,3,0.376,0,0.1,
K,4,0.376,0,-0.1,
K,5,0.056,0,-0.1,
K,6,0.056,0,0.1,
/VIEW,1,1,1,1
/ANG,1
/REP,FAST
FLST,2,4,3
FITEM,2,6
FITEM,2,5
FITEM,2,4
FITEM,2,3
A,P51X
FLST,2,4,3
FITEM,2,2
FITEM,2,1
FITEM,2,5
FITEM,2,6
A,P51X
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,1
AESIZE,P51X,0.01,
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,0
CM,_Y,AREA
ASEL, , , , 1
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,2
AESIZE,P51X,0.01,
CM,_Y,AREA
ASEL, , , , 2
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
/VIEW,1, , ,1
/ANG,1
/REP,FAST
/VIEW,1,1,1,1
/ANG,1
/REP,FAST
/UI,MESH,OFF
nummrg,all
numcmp,all
/VIEW,1, , ,1
/ANG,1
/REP,FAST
FLST,2,21,1,ORDE,2
FITEM,2,694
FITEM,2,-714
/GO
D,P51X, , , , ,UX,UY,UZ,ROTX,ROTY,ROTZ
FINISH
! ===== Análise Modal =====
/SOLU
fmin=0
fmax=1000
np=6400
ANTYPE,MODAL
EMATWRITE,YES
MODOPT,QRDAMP,24,fmin,fmax,OFF
MXPAND,24,fmin,fmax
SOLVE
FINISH
! ===== Análise Harmônica =====
/SOLU
ANTYPE,HARMIC
HROPT,MSUP,24 ! MODE SUPERPOSITION ANALYSIS
HROUT,ON
FK,4,Fy,-1,0 ! força aplicada no keypoint 4
HARFRQ,fmin,fmax ! FREQUENCY BANDWIDTH:
NSUBST,np ! NUMBER OF FREQUENTIAL POINTS
MDAMP,1,xil,xi2,xi3,xi4,xi5,xi6
MDAMP,7,xi7,xi8,xi9,xi10,xi11,xi12
MDAMP,13,xi13
SOLVE
FINISH
! ===== Calculo da FRF =====
FILE,,rfrq
*DIM,NTBL,ARRAY,25
*DEL,FRF_placa_ansys_ar_E
*DIM,FRF_placa_ansys_ar_E,TABLE,np,5
! Pontos de resposta (mesmo q o Experimental)
NTBL(1) = 22.00000
NTBL(2) = 59.00000
NTBL(3) = 64.00000
NTBL(4) = 69.00000
NTBL(5) = 54.00000
NTBL(6) = 46.00000
NTBL(7) = 562.00000
NTBL(8) = 407.00000
NTBL(9) = 252.00000
NTBL(10) = 81.00000
NTBL(11) = 38.00000
NTBL(12) = 554.00000
NTBL(13) = 399.00000
NTBL(14) = 244.00000
NTBL(15) = 89.00000
NTBL(16) = 30.00000
NTBL(17) = 546.00000
NTBL(18) = 391.00000
NTBL(19) = 236.00000
NTBL(20) = 97.00000
NTBL(21) = 2.00000
NTBL(22) = 17.00000
NTBL(23) = 12.00000
NTBL(24) = 7.00000
NTBL(25) = 1.00000
*DO,j,1,25
NSOL,2,NTBL(j),U,Y,
STORE,MERGE
VGET,FRF_placa_ansys_ar_E(1,0),1
VGET,FRF_placa_ansys_ar_E(1,1),2,,0
VGET,FRF_placa_ansys_ar_E(1,2),2,,1
*CFOpen,FRF_placa_ansys_ar_E,txt,,APPEND
*VWRITE,FRF_placa_ansys_ar_E(1,0),FRF_pla
ca_ansys_ar_E(1,1),FRF_placa_ansys_ar_E(1,2)
%14.5G %14.5G %14.5G
*CFCLOS
*ENDDO

```

## PLACA - ÁGUA

```

/PREP7
ET,1,SHELL63
! Dados de ajuste e identificação modal
h = 3.175e-3
E = 2.1e11
ro = 4.4*7850
po = 0.3
xi1 = 0.033862
xi2 = 0.007871
xi3 = 0.007287
xi4 = 0.004245
xi5 = 0.006002
xi6 = 0.004048
xi7 = 0.002532
xi8 = 0.006411
xi9 = 0.002523
xi10 = 0.005498
xi11 = 0.003426
xi12 = 0.003888
! ===== Malha de Elementos Finitos =====
R,1,h,h,h,h, , ,
RMORE, , , ,
RMORE
RMORE, ,
MPTEMP, , , , ,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1, , E
MPDATA,PRXY,1, , po
MPTEMP, , , , ,
MPTEMP,1,0
MPDATA,DENS,1, , ro
K,1,0,0,-0.1,
K,2,0,0,0.1,
K,3,0.376,0,0.1,
K,4,0.376,0,-0.1,
K,5,0.056,0,-0.1,
K,6,0.056,0,0.1,
/VIEW,1,1,1,1
/ANG,1
/REP,FAST
FLST,2,4,3
FITEM,2,6
FITEM,2,5
FITEM,2,4
FITEM,2,3
A,P51X
FLST,2,4,3
FITEM,2,2
FITEM,2,1
FITEM,2,5
FITEM,2,6
A,P51X
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,1
AESIZE,P51X,0.01,
MSHAPE,0,2D
MSHKEY,0
CM,_Y,AREA
ASEL, , , , 1
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,2
AESIZE,P51X,0.01,
CM,_Y,AREA
ASEL, , , , 2
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
AMESH,_Y1
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
/VIEW,1, , 1
/ANG,1
/REP,FAST

/VIEW,1,1,1,1
/ANG,1
/REP,FAST
/UI,MESH,OFF
nummrg,all
numcmp,all
/VIEW,1, , 1
/ANG,1
/REP,FAST
FLST,2,21,1,ORDE,2
FITEM,2,694
FITEM,2,-714
/GO
D,P51X, , , , , UX,UY,UZ,ROTX,ROTY,ROTZ
FINISH
! ===== Análise Modal =====
/SOLU
fmin=0
fmax=1000
np=6400
ANTYPE,MODAL
EMATWRITE,YES
MODOPT,QRDAMP,24,fmin,fmax,OFF
MXPAND,24,fmin,fmax
SOLVE
FINISH
! ===== Análise Harmonica =====
/SOLU
ANTYPE,HARMIC
HROPT,MSUP,24 ! MODE SUPERPOSITION ANALYSIS
HROUT,ON
FK,4,Fy,-1,0 ! força aplicada no keypoint 4
HARFRQ,fmin,fmax ! FREQUENCY BANDWIDTH:
NSUBST,np ! NUMBER OF FREQUENCIAL POINTS
MDAMP,1,xi1,xi2,xi3,xi4,xi5,xi6
MDAMP,7,xi7,xi8,xi9,xi10,xi11,xi12
SOLVE
FINISH
! ===== Calculo da FRF =====
FILE,,rfrq
*DIM,NTBL,ARRAY,25
*DEL,FRF_placa_ansys_agua
*DIM,FRF_placa_ansys_agua,TABLE,np,5
! Pontos de resposta (mesmo q o Experimental)
NTBL(1) = 22.00000
NTBL(2) = 59.00000
NTBL(3) = 64.00000
NTBL(4) = 69.00000
NTBL(5) = 54.00000
NTBL(6) = 46.00000
NTBL(7) = 562.00000
NTBL(8) = 407.00000
NTBL(9) = 252.00000
NTBL(10) = 81.00000
NTBL(11) = 38.00000
NTBL(12) = 554.00000
NTBL(13) = 399.00000
NTBL(14) = 244.00000
NTBL(15) = 89.00000
NTBL(16) = 30.00000
NTBL(17) = 546.00000
NTBL(18) = 391.00000
NTBL(19) = 236.00000
NTBL(20) = 97.00000
NTBL(21) = 2.00000
NTBL(22) = 17.00000
NTBL(23) = 12.00000
NTBL(24) = 7.00000
NTBL(25) = 1.00000
*DO,j,1,25
NSOL,2,NTBL(j),U,Y,
STORE,MERGE
VGET,FRF_placa_ansys_agua(1,0),1
VGET,FRF_placa_ansys_agua(1,1),2, , 0
VGET,FRF_placa_ansys_agua(1,2),2, , 1
*CFOPEN,FRF_placa_ansys_agua.txt, , APPEND
*VWRITE,FRF_placa_ansys_agua(1,0),FRF_pla
ca_ansys_agua(1,1),FRF_placa_ansys_agua(1,2)
%14.5G %14.5G %14.5G
*CFCLOS
*ENDDO

```

## ANEXO 1

Apresenta-se sucintamente o software MODAN ou *Modal Analysis*, versão 3, desenvolvido pelo *Laboratoire de Mécanique Appliquée, Université de Franche-Comté, Besançon, França*.

Trata-se de um programa interativo para identificação modal, desenvolvido no ambiente MatLab e instalado em ambiente Unix, também disponível para Windows. O software trabalha com dados de módulo e fase das FRF experimentais e permite a extração de autovalores, autovetores e fatores de amortecimento modal.

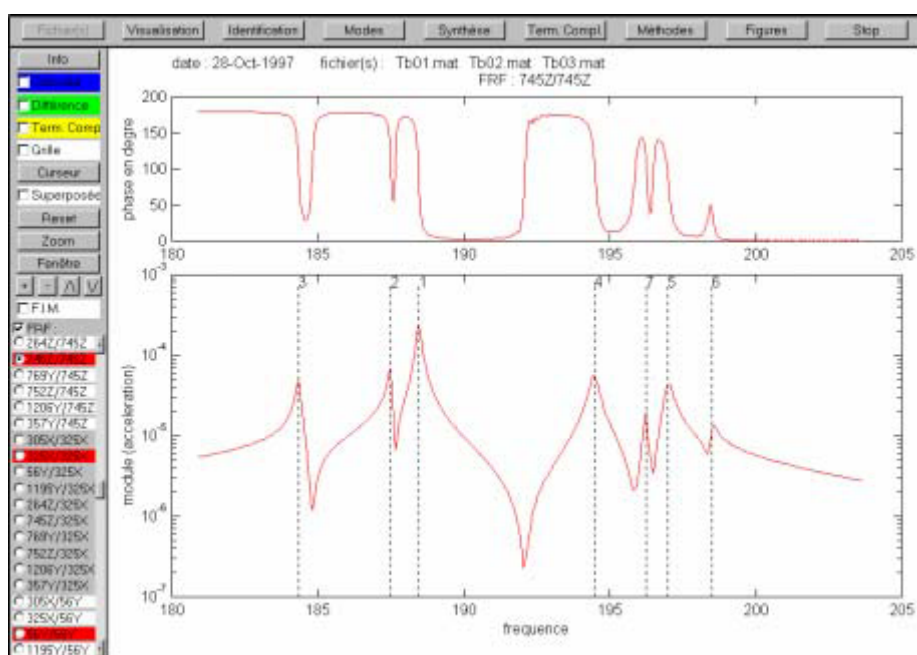


Figura A.1 – Tela de dados no Modan

## ANEXO 2

Apresenta-se sucintamente o software AESOP ou *Analytical Experimental Structural Optimization Platform*, versão 5, desenvolvido pelo *Structural Dynamics Research Group – FEMTO-ST*, do *LAMARC (Laboratoire de Mécanique Appliquée Raymond Chaleat)* do *Institute Besançon*, França. Site <http://lma.univ-fcomte.fr>.

Trata-se de um programa interativo voltado à validação e otimização de modelos elastodinâmicos trabalhando com dados numéricos e experimentais, permitindo entender, prever e melhorar o comportamento do sistema a ser modelado. O AESOP é desenvolvido no ambiente MatLab e instalado em ambiente Unix, também disponível para Windows.

Com este software é possível realizar a simulação de um modelo experimental, gerar campo de deslocamentos no campo tridimensional e comparar respostas, além de análise de sensibilidades e manipulação de FRF. O programa executa ainda interfaceamento com software de elementos finitos, tipo Nastran ou Ansys para análise de elementos finitos com o modelo AESOP. É possível trabalhar com localização de erro de modelagem, atualização de modelos, análise de sensibilidade global e local, além de resultados estatísticos sobre o modelo (incertezas, superfície de respostas e robustez).

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)