

UNIVERSIDADE BANDEIRANTE DE SÃO PAULO  
FRANKLIN RODRIGUES DE SOUZA

EXPLORAÇÕES DE FRAÇÕES EQUIVALENTES POR ALUNOS  
SURDOS: UMA INVESTIGAÇÃO DAS CONTRIBUIÇÕES  
DA MUSICALCOLORIDA

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

São Paulo

2010

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

FRANKLIN RODRIGUES DE SOUZA  
MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

EXPLORAÇÕES DE FRAÇÕES EQUIVALENTES POR ALUNOS  
SURDOS: UMA INVESTIGAÇÃO DAS CONTRIBUIÇÕES  
DA MUSICALCOLORIDA

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Universidade Bandeirante de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, sob a orientação da Profa. Dra. Lulu Healy (Siobhan Victoria Healy).

São Paulo

2010

Banca Examinadora

---

---

---

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: \_\_\_\_\_ Local e Data: \_\_\_\_\_

Dedico este trabalho primeiramente a DEUS,  
que esteve presente em todos  
os momentos nessa trajetória.

Aos MESTRES, que acompanharam  
esta minha jornada que agora chega ao fim.

Aos meus PAIS, que me ensinaram a lutar e  
nunca desistir de sonhar,  
e à minha amada esposa ELAINE,  
que me apoiou e incentivou nos momentos  
de dificuldade.

## AGRADECIMENTOS

---

A Deus, por me permitir concluir mais esta etapa da minha vida.

À minha amiga e orientadora Lulu Healy, pelo companheirismo, amizade e compreensão. Obrigado por sua disponibilidade e orientações pontuais durante todas as fases desta pesquisa e pelos momentos agradáveis ao seu lado.

À Profa. Dra. Nielce Meneguelo Lobo da Costa, que me auxiliou nos primeiros passos durante esta etapa.

À Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, pela bolsa de estudo.

À Profa. Dra. Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes, pelas importantes contribuições, tanto de seus trabalhos como das sugestões relevantes dadas na qualificação.

À Profa. Dra. Tania Margarida Lima Costa, que não poupou esforços para estar presente em minha qualificação, pelas valiosas propostas que contribuíram para consolidação deste trabalho.

À minha esposa, Elaine, companheira e amiga, pela paciência durante a realização deste trabalho.

Aos colegas de trabalho do Núcleo Regional de Tecnologia da Diretoria de Ensino Região Itaquaquecetuba, em especial, Ronaldo Spínola Nunes e Benedito Alves de Camargo Filho, pela amizade e companheirismo.

Ao Secretário Municipal de Educação do Estado de São Paulo, Alexandre Alves Schneider, e à diretora da EMEF Helem Keler Mônica Amoroso, que possibilitaram a conclusão desta pesquisa.

Aos alunos, que gentilmente cederam momentos de suas vidas contribuindo na concretização deste trabalho.

Este trabalho tem como objetivo contribuir para a compreensão dos processos de aprendizagem matemática de alunos surdos. Mais especificamente, visa investigar as interações de alunos surdos com situações de aprendizagem relacionadas ao conceito de número racional. Dentro de uma perspectiva construcionista, partiu-se da hipótese de que, no contexto de construção de “pinturas” de frações, os aprendizes podem interagir com diferentes aspectos desses números. Na busca desse objetivo, mergulha-se em um ambiente de exploração com base na metodologia de *Design Research*, utilizando a ferramenta de aprendizagem MusiCALcolorida como uma “bússola” para orientar rotas que favoreçam a construção, reconstrução e organização de ideias matemáticas do conceito de fração equivalente. Foi elaborado um *design experiment* composto por dois ciclos: o ciclo de desenvolvimento do design e o ciclo de coleta de dados. No primeiro ciclo, participaram oito alunos ouvintes com idades entre 12 e 14 anos e duas alunas surdas com 19 e 20 anos de idade. O Ciclo II foi realizado em uma escola destinada a alunos com limitações auditivas, da prefeitura de São Paulo. Participaram desse ciclo onze alunos matriculados na sétima série do ensino fundamental, com idades variando entre 13 a 20 anos de idade. As análises em ambas as fases foram baseadas na distinção feita por Confrey entre o *mundo da contagem* e o *mundo de equipartição*, e envolveu a identificação de modelos matemáticos expressos nas atividades dos alunos e o papel do micromundo no seu desenvolvimento. A emergência de duas estratégias para gerar frações equivalentes foi observada, uma pautada na “soma” de razões (válido apenas para o mundo de *equipartição*) e uma segunda, mais convencional, que consiste em multiplicar o numerador e denominador de uma fração dada pelo mesmo valor. A MusiCALcolorida foi fundamental para a realização das tarefas propostas, oferecendo para os alunos uma forma autônoma de verificar seus resultados.

**Palavras-chave:** Calculadora colorida e musical, construcionismo, número racional, fração equivalente, aprendizes surdos.



## ABSTRACT

---

This study aims to contribute to an understanding of the processes of mathematics learning of deaf learners. More specifically, it seeks to investigate the interactions of deaf students in learning situations involving rational numbers. Inspired by a constructionist perspective, the study evolved from the conjecture that by engaging in the construction of a “paintings” of fractions, learners could interact with various aspects of these numbers. With this in mind, the research activities were immersed in explorations of learning ecologies using methods associated with *Design Research* and the microworld *MusiCALcolorida* was used as a compass to orientate routes to problem solving that might favour the construction, reconstruction and organization of mathematical ideas related to equivalent fractions. A design experiment consisting of two cycles was conceived: the cycle of the developing design and the cycle of data collection. Eight hearing students, aged between 12 and 14 and two deaf students of 19 e 20 years participated in the in the first cycle. Cycle II was undertaken in a school for hearing-impaired learners in the city of São Paulo. Eleven 7<sup>th</sup> Grade students, with ages ranging from 13 to 20 years, took part in this cycle. The analyses in both these cycles were based on the distinction made by Confrey between the *world of counting* and the *world of equipartition* and involved the identification of the mathematical models expressed in the students’ activities and the role of the microworld in their development. Two main strategies emerged in relation to the challenge of generating equivalent fractions, one based on the “sum” of ratios (valid only in the world of equipartition), and a second, more conventional, which consisted of multiplying the numerator and denominator of a given fraction by the same value. MusiCALcolorida was fundamental in the realization of the proposed tasks, offering to the students an autonomous means by which they could verify their own results.

**Keywords:** Colour calculator, constructionism, rational number, equivalent fractions, deaf learners.

## SUMÁRIO

---

LISTA DE TABELAS .....	12
LISTA DE FIGURAS .....	14
1. INTRODUÇÃO .....	16
1.1 Trajetória pessoal .....	16
1.2 Considerações e problemática .....	18
1.3 O aprendiz surdo .....	20
1.4 Objeto matemático.....	23
1.5 Educação dos surdos .....	30
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	38
2.1 Computadores e educação.....	38
2.2 Micromundo .....	40
2.2.1 Escolha do micromundo.....	43
2.2.2 Ambiente digital de aprendizagem: MusiCALcolorida .....	43
3. METODOLOGIA.....	48
3.1 Abordagem metodológica: <i>Design Experiment</i> .....	48
3.1.1 Ciclos de <i>design</i> .....	51
3.2 Papel do pesquisador/professor .....	53
3.3 Descrição das sessões .....	53
3.3.1 Perfil dos alunos – Fase IAO.....	53
3.3.2 Perfil dos alunos – Fase IIAO.....	55
3.4 Fase de teste com aprendizes surdos .....	56
3.4.1 Perfil dos alunos – Fase IIIAS .....	60
3.4.2 Caracterização dos alunos surdos que participaram do Ciclo de Coleta de Dados.....	60
3.5 Versão final do <i>design</i> – coleta de dados .....	62
4. FASES DE DESENVOLVIMENTO DO <i>DESIGN</i> .....	72
4.1 Primeiro ciclo de <i>design</i> – Fase IAO.....	73
4.1.1 Resultados do primeiro ciclo de design – Fase IAO.....	76
4.1.2 Considerações do primeiro ciclo de design – Fase IAO.....	82
4.2 Segundo ciclo de design – Fase IIAO.....	83

4.2.1 Segundo ciclo de design – Fase IIAO: Atividade 3.....	83
4.2.2 Segundo ciclo de design – Fase IIAO: Atividade 3.1.....	84
4.2.3 Segundo ciclo de design – Fase IIAO: Atividades 4, 4.1 e 4.2.....	84
4.2.4 Segundo ciclo de design – Fase IIAO: Atividades 5 e 5.1.....	87
4.2.5 Segundo ciclo de design – Fase IIAO: Atividade 6.....	90
4.2.6 Segundo ciclo de design – Fase IIAO: Atividade 7.....	91
4.2.7 Segundo ciclo de design – Fase IIAO: Atividade 8.....	93
4.3 Terceiro ciclo de <i>design</i> – Fase IIIAS .....	94
4.3.1 Terceiro ciclo de design – Fase IIIAS: Atividades 3 e 3.1 .....	95
4.3.2 Terceiro ciclo de design – Fase IIIAS: Atividades 4 e 4.1 .....	95
4.3.3 Terceiro ciclo de design – Fase IIIAS: Atividade 5 .....	97
5. ANÁLISE DE DADOS .....	99
5.1 Coleta de dados.....	99
5.2 Descrição das sessões.....	101
5.2.1 Sessão I: Atividades 1, 2 e 3 .....	101
5.2.1.1 Atividade 1.....	101
5.2.1.1.1 Reflexões sobre os resultados da Atividade 1 .....	108
5.2.1.2 Atividade 2.....	109
5.2.1.2.1 Reflexões sobre os resultados da Atividade 2 .....	110
5.2.1.3 Atividade 3.....	110
5.2.1.3.1 Reflexões sobre os resultados da Atividade 3.....	112
5.2.2 Sessão II: Atividades 3.1, 4, 5 e 5.1 .....	112
5.2.2.1 Atividade 3.1.....	113
5.2.2.2 Atividade 4.....	114
5.2.2.2.1 Reflexões sobre os resultados da Atividade 4.....	116
5.2.2.3 Atividades 5a e 5b.....	117
5.2.2.3.1 Reflexões sobre os resultados das Atividades 5a e 5b.....	122
5.2.2.4 Atividade 5.1.....	122
5.2.2.4.1 Reflexões sobre os resultados da Atividade 5.1 .....	125
5.2.3 Sessão III: Atividades 6, 6.1 e 6.2 .....	126
5.2.3.1 Reflexões sobre os resultados das Atividades 6, 6.1 e 6.2 .....	136
5.2.4 Sessão IV: Atividades 7 e 8 .....	137
5.2.4.1 Atividade 7.....	138
5.2.4.1.1 Reflexões sobre os resultados da Atividade 7.....	142

5.2.4.2 Atividade 8.....	143
5.2.4.2.1 Reflexões sobre os resultados da Atividade 8 .....	146
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	148
6.1 Principais resultados.....	150
6.2 Sugestões para futuras versões do micromundo.....	159
6.3 Sugestões de outras pesquisas.....	159
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	161
ANEXO I.....	167
ANEXO II.....	171
ANEXO III.....	179
ANEXO IV .....	182
ANEXO V .....	186
ANEXO VI .....	190
ANEXO VII .....	196
ANEXO VIII .....	199
ANEXO IX .....	202
ANEXO X .....	205
ANEXO XI .....	207

## LISTA DE TABELAS

---

Tabela 1: Comparação entre os mundos de <i>contagem e equipartição</i> (COFREY, 1995a).....	25
Tabela 2: Formação das equipes de alunos ouvintes .....	54
Tabela 3: Conjuntos de frações equivalentes .....	75
Tabela 4: Resultados Atividade 1 - Equipes 1, 2 e 3.....	76
Tabela 5: Resultados Atividade 2 – Equipes 1, 2 e 3.....	77
Tabela 6: Registros dos alunos Atividade 3 .....	78
Tabela 7: Colagem dos alunos e novas frações.....	78
Tabela 8: Colagens – Equipe 2 .....	79
Tabela 9: Colagem – Equipe 3.....	80
Tabela 10: Novas frações – Colorido.....	80
Tabela 11: Novas frações – Azul .....	81
Tabela 12: Novas frações – Classificadas como colorido.....	81
Tabela 13: Conjuntos de frações equivalentes – Fase IIAO .....	85
Tabela 14: Registro dos resultados das Atividades 4 e 4.1 .....	85
Tabela 15: Resultados da Atividade 5 das alunas ouvintes.....	89
Tabela 16: Colagens Atividade 4 alunas surdas .....	96
Tabela 17: Frequência dos alunos durante as sessões de pesquisa .....	100
Tabela 18: Atividade 1, respostas dos alunos às questões 4 e 5 .....	103
Tabela 19: Atividade 1, respostas dos alunos à questão 6.....	104
Tabela 20: Atividade 1, respostas dos alunos à questão 7.....	105
Tabela 21: Atividade 1, respostas dos alunos à questão 8.....	106
Tabela 22: Atividade 1: pergunta 9 .....	108
Tabela 23: respostas da Atividade 3.....	111
Tabela 24: Respostas da Atividade 3.1 .....	113
Tabela 25: Resposta da Atividade 4 .....	115
Tabela 26: Resposta da Atividade 5a .....	118
Tabela 27: Respostas da Atividade 5b .....	121
Tabela 28: Respostas das equipes a atividade 5.1 .....	123
Tabela 29: Colagem das equipes .....	127
Tabela 30: Novas frações equivalentes.....	128
Tabela 31: Justificativas dos alunos .....	128

Tabela 32: Respostas da Atividade 7 .....	141
Tabela 33: Justificativas dos procedimentos utilizados pelos aprendizes .....	142
Tabela 34: Representações parte-todo – Atividades Finais.....	143
Tabela 35: Resultados questão 1 – Atividades Finais .....	144
Tabela 36: Representações parte-todo criadas pelos alunos .....	145
Tabela 37: Resultados do exercício 3.....	146

## LISTA DE FIGURAS

---

Figura 1: Representação visual da fração $\frac{3}{8}$ .....	24
Figura 2: Representação parte todo da fração $\frac{2}{5}$ .....	27
Figura 3: <i>Layout</i> da calculadora e representação de $\frac{1}{7}$ com largura 12.....	44
Figura 4: Representação de $\frac{1}{7}$ com largura 30 .....	44
Figura 5: Representação de $\frac{1}{7}$ com largura 20 e 50 casas decimais .....	45
Figura 6: Painel principal da MusiCALcolorida.....	46
Figura 7: Galeria .....	46
Figura 8: Ciclo de desenvolvimento do <i>design</i> .....	52
Figura 9: Registro da aluna $234 \div 3$ .....	57
Figura 10: Caderno da Joice .....	58
Figura 11: Caderno da Gisele.....	59
Figura 12: <i>Design</i> final – Atividade 1 .....	63
Figura 13: <i>Design</i> final – Atividade 3 .....	64
Figura 14: <i>Design</i> final – Atividade 3.1 .....	65
Figura 15: <i>Design</i> final – Atividade 4 .....	65
Figura 16: <i>Design</i> final - Atividades 5 e 5.1 .....	66
Figura 17: <i>Design</i> final – Atividade 6 .....	67
Figura 18: <i>Design</i> final – Atividade 6.1 .....	67
Figura 19: <i>Design</i> final – Atividade 6.2 .....	68
Figura 20: <i>Design</i> final – Atividade 7 .....	68
Figura 21: <i>Design</i> final – Atividade 8 .....	69
Figura 22: <i>Design</i> final – Atividade 9 .....	70
Figura 23: Atividade1 – IAO.....	74
Figura 24: Atividade 2 – IAO.....	74
Figura 25: Local reservado para frações equivalentes a $\frac{1}{7}$ .....	83
Figura 26: Resposta das alunas – Atividade 3.....	84
Figura 27: Atividade 3.....	84

Figura 28: Registro das alunas ouvintes – Fase IIAO.....	86
Figura 29: Conjunto de frações equivalentes – Fase IIAO.....	86
Figura 30: Atividade 5.....	88
Figura 31: Atividade 5.1.....	88
Figura 32: Resposta alunas ouvintes – Fase IIAO.....	90
Figura 33: Atividade 6.....	90
Figura 34: Resultados atividade 6 – Fase IIAO.....	91
Figura 35: Atividade 7.....	92
Figura 36: Resultados Atividade 7 – Fase IIAO.....	93
Figura 37: Atividade 8.....	94
Figura 38: Resultados das alunas surdas.....	95
Figura 39: Resposta da aluna ao item c.....	97
Figura 40: Resposta da aluna ao item f.....	98
Figura 41: Registro do cálculo efetuado pela aluna Patrícia.....	107
Figura 42: Atividade 5 item a.....	118
Figura 43: Atividade 5 item b.....	119
Figura 44: Representações parte-todo Atividade 5.1.....	122
Figura 45: Modelo usado pela Patrícia.....	133
Figura 46: Modelo de construção da tabuada do 7.....	137



## INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentaremos nossa pesquisa e considerações que envolvem aprendizagem matemática de pessoas surdas. Em seguida, faremos um breve relato de situações que permearam a trajetória educacional dos surdos.

### 1.1 Trajetória pessoal

Sou professor de Matemática na rede estadual de ensino há onze anos. Minha primeira aula foi numa sexta série em uma escola afastada do centro da cidade de Itaquaquecetuba, da Grande São Paulo. Quando comecei a lecionar, não dispúnhamos de muitos materiais pedagógicos. Assim, tanto eu como os demais professores adaptávamos alguns materiais para facilitar a compreensão dos conteúdos abordados.

Meu primeiro contato com pesquisa e com o computador sendo utilizado como uma ferramenta de aprendizagem aconteceu em 1997, com o curso de aperfeiçoamento denominado *Utilização da informática como ferramenta do ensino de ciências*, oferecido pela Universidade São Paulo, realizado no Centro de Divulgação Científica e Cultural (CDCC) na cidade de São Carlos, interior de São Paulo. Esse curso estava disposto em uma parte presencial, onde estudávamos os aplicativos e as atividades que seriam propostas aos alunos, e uma parte a distância, destinada à execução do que se havia planejado no encontro do CDCC e postagem dos trabalhos desenvolvidos pelos aprendizes.

Em 2000, participei como multiplicador do Programa de Educação Continuada de Informática, realizado pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, destinado a professores da rede estadual de ensino. O programa tinha como objetivo fazer com que os educadores analisassem os aplicativos que existiam na escola, suas respectivas ferramentas, propor a utilização do computador como uma ferramenta de aprendizagem e vivenciar os recursos pedagógicos oferecidos pelos

*softwares* que equipavam as salas de informática das escolas do Estado de São Paulo.

Especificamente para os professores de Matemática eram oferecidas duas oficinas: uma sobre o *Cabri Geometrie II* e outra denominada *SuperMaticas*, da qual eu era o responsável. Os *softwares* que compunham essa oficina eram: *Fracionando*, *Thales*, *Building Perspective*, *The Factory* e *Jogos de Funções*. Posteriormente, fui convidado para ministrar também as oficinas de *software* básico e Intel Educação para o Futuro, destinadas a diretores de escola e coordenadores. Como multiplicador de informática tive contato com muitos professores, diretores e coordenadores, que nas discussões que surgiam durante as oficinas relatavam que as salas de informática encontravam-se trancadas “a sete chaves” ou em total abandono. Tal fato só pude realmente constatar em 2003 quando ocupei o cargo de assistente técnico pedagógico de tecnologia da diretoria da região Itaquaquetuba. Como nessa diretoria ainda não havia Núcleo Regional de Tecnologia Educacional, também participei da implantação do mesmo. Somente ocupando essa função pude verificar que as afirmações anteriores feitas pelos colegas, em grande parte, eram verdadeiras, e infelizmente, mesmo com muitos esforços, não consegui mudar a condição de utilização das salas que em muitos casos já se encontravam sucateadas.

Em 2006, ingressei como professor adjunto de Matemática da Prefeitura de São Paulo, no final do mesmo ano em que assumi a função de professor orientador de Informática Educativa, quando tive meu primeiro contato com alunos deficientes auditivos e com Síndrome de Down. O que marcou nessa fase como professor de informática foi poder observar o interesse dos alunos pelas aulas e como a tecnologia contribuía na aprendizagem, principalmente em questões ligadas ao letramento de alunos surdos. Também foi um momento marcante no tocante à questão da inclusão, pois, como eu não sabia me comunicar com as duas alunas surdas integrantes de uma de minhas turmas, o computador em muitos momentos serviu para estreitar essa barreira. Esse primeiro contato com aprendizes surdos me fez refletir a respeito de como o uso da tecnologia poderia de alguma maneira auxiliar a aprendizagem de alunos especiais.

No ano seguinte, cursei especialização em Educação Matemática promovido pela Secretaria de Educação do Estado de São Paulo. Este curso foi importante na minha formação acadêmica, uma vez que pude analisar teorias relacionadas à aprendizagem matemática. Pensando em minha trajetória profissional, optei pela linha de tecnologias digitais como tema de pesquisa para realizar o trabalho de conclusão de curso, intitulado *Um estudo sobre a interface da porcentagem com as novas tecnologias no processo de ensino e aprendizagem de matemática*.

Buscamos<sup>1</sup> com o mestrado em Educação Matemática analisar quais as contribuições das tecnologias digitais na aprendizagem de alunos com necessidades educacionais especiais (NEE). Dessa forma, procuramos na linha de pesquisa de Tecnologias Digitais e Educação Matemática um projeto que combine dois interesses: o uso de tecnologia digital e a educação especial. Nossa pesquisa traz à tona o desejo que temos de utilizar a tecnologia para auxiliar a aprendizagem de alunos com NEE, particularmente aprendizes com comprometimento auditivo bilateral profundo. Pretendemos tentar analisar como as pinturas do número geradas pela MusiCALcolorida – é um ambiente computacional semelhante a uma calculadora concebido na linguagem de programação Logo que possibilita, entre outras coisas, representar os algarismos da parte decimal de um número por meio de uma pintura ou música – e outras representações visuais da fração podem contribuir na construção de modelos matemáticos sobre frações equivalentes.

## **1.2 Considerações e problemática**

Questões sobre inclusão estão cada vez mais presentes em nosso cotidiano, seja pelos meios de comunicação, por organizações sociais ou por políticas públicas. Esses fatores têm nos levado a pensar em alternativas pedagógicas que supram as necessidades de aprendizagens dos alunos com necessidades especiais que estão inseridos em escolas regulares de ensino em nosso país.

---

<sup>1</sup> A partir desse momento utilizarei a terceira pessoa do plural para me referir aos amigos que encontrei e que compartilham do desejo de tentar compreender como a tecnologia pode contribuir com a aprendizagem matemática de alunos com NEE.

No Brasil, segundo o Censo Escolar da Educação Básica de 2009 realizado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), o total de alunos com NEE matriculados na União Federal chegou a 900.814. Esses dados se referem à matrícula na creche, pré-escola, ensino fundamental, ensino médio, educação especial e educação de jovens e adultos

Dois fatores podem estar contribuindo para esse número de alunos matriculados na rede pública de ensino. Um deles é a Lei Federal 7.853, de 1989, que assegura à pessoa que tem algum tipo de necessidade especial o pleno exercício de seus direitos básicos, considerando entre estes o direito à educação. A outra possibilidade para o interesse pela formação pode ser o crescimento de novos postos de trabalho, que são criados pelas empresas privadas e públicas em cumprimento da Lei 7.853, de 1989, o artigo 93 da Lei n. 8.213, de 1991, o Decreto 3.298, de 1999, e o Decreto 5.296, de 2004, que tratam da inclusão dos deficientes no mercado de trabalho. Segundo essas leis, as empresas devem reservar uma porcentagem de suas vagas, que variam de 2% a 5%, dependendo da quantidade de funcionários.

Dados como este nos fazem pensar em alternativas que contribuam com o que é proposto pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) (Lei 9.394/1996) que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, e que no seu artigo 3.º descreve os princípios do ensino no Brasil, entre eles destacaremos o princípio de “igualdade de condições para o acesso e permanência na escola”. Isso nos remete a pensar em aprendizes com NEE que vão além das adequações físicas do ambiente educacional. No caso, podemos considerar alunos que têm deficiência cognitiva ou deficiência múltipla, e dizer que essas pessoas estão participando do processo de inclusão sem terem respeitados seus direitos a um ensino que atenda às suas necessidades de aprendizagem.

O termo *incluir* é definido no *Dicionário Aurélio* como, entre outras coisas, “fazer parte”, e, para nós, *fazer parte* do ambiente escolar significa ter as mesmas oportunidades de aprendizado que qualquer outro aluno que se enquadre no padrão considerado como normal, o que nos propõe algumas reflexões:

- A educação inclusiva que é oferecida na escola proporciona condições igualitárias de aprendizagens para todos os indivíduos da comunidade escolar?
- Os conteúdos devem ser propostos para atender às necessidades especiais de aprendizado de cada aluno?
- A mesma aula que é ministrada para alunos regulares atende às necessidades educacionais de alunos surdos, cegos ou que tenham algum problema cognitivo?
- O uso da tecnologia pode auxiliar na aprendizagem de alunos com necessidades educacionais especiais inseridos em escolas regulares?

O desafio das escolas inseridas na perspectiva inclusiva é adequar-se ao paradigma educacional proposto por Fernandes e Healy (2007), da “construção de uma escola aberta e acolhedora das diferenças”, devendo criar alternativas pedagógicas que possam atender as NEE da comunidade inserida no ambiente escolar.

Questões que envolvam a inclusão de aprendizes com NEE são muito importantes para nós. Acreditamos que, se nosso olhar estiver direcionado a uma atividade que explore outros sentidos do aluno com comprometimento sensorial, possamos favorecer a compreensão do que se deseja ensinar. Em nossa pesquisa focaremos o trabalho com aprendizes considerados surdos porque desejamos explorar como interações com ambientes que privilegiam o sentido visual podem contribuir para a compreensão e apropriação de conteúdos relacionados à matemática.

### **1.3 O aprendiz surdo**

Neste trabalho, utilizaremos o termo “surdo” para representar indivíduos que têm comprometimento auditivo bilateral profundo. Essa escolha se deu em virtude do Decreto 5.626/2005 que, entre outras coisas, distingue a surdez da deficiência auditiva, e principalmente pelo fato de o termo “surdo” ser preferido pelos próprios surdos para se referirem a outros surdos e a si mesmos (SÁ, 2006).

Entendemos que pesquisas sobre questões que envolvem aprendizes surdos são importantes à medida que cada vez mais alunos surdos estão ingressando na rede pública de ensino. Segundo o Censo escolar realizado pelo Ministério da Educação (MEC), em parceria com o Inep, em 2007, o total de alunos surdos matriculados na rede pública de ensino em 2005 foi de 46.668, e no ano seguinte as matrículas chegaram a 47.981 alunos. O Censo também revela o crescimento do número de alunos deficientes auditivos que têm ingressado no ensino superior, que chegou a 2.428 alunos em 2005, enquanto em 2003 foi de apenas 665 alunos.

Além dos fatores apontados anteriormente, acreditamos que esse crescimento pode estar relacionado com a adequação das instituições de ensino de nosso país à Lei 10.436/2002, regulamentada pelo Decreto 5.626/2005, que dispõe sobre a Língua Brasileira de Sinais (Libras) e busca medidas de assegurar aos alunos surdos acesso à comunicação, à informação e à educação. Antes dessa lei, os surdos eram considerados deficientes auditivos e, nesse caso, não se fazia distinção entre as pessoas que tinham perda parcial da audição com a pessoa surda.

Segundo a Federação Nacional de Educação e Integração dos Surdos (FENEIS), apesar das ações governamentais e os dados do Censo escolar que nos revelam que o cidadão surdo tem se conscientizado da necessidade do aprendizado, órgãos representativos da comunidade surda no Brasil alertam que somente 3% dos alunos surdos que estão no ensino fundamental conseguem concluir o ensino médio (FENEIS, 2009). Portanto, se desejamos reverter essa situação, é necessário oferecer uma educação específica e compatível às necessidades desses aprendizes, e por isso temos que aprender e compreender mais os processos de aprendizagem desses alunos.

Para entender o universo do aprendiz surdo buscamos contribuições nos trabalhos de Mazzota (2001), Skiliar (2001), Goldfeld (2002) e Goes (2002), os quais nos permitiram compreender melhor a trajetória educacional do surdo, fazendo-nos refletir sobre seu contexto histórico e questões de cognição que o envolvem. Talvez, em razão da especificidade dos processos de comunicação, a maioria dos trabalhos sobre a inclusão de aprendizes surdos concentre-se no letramento, porém, se

queremos incluir esses alunos em todas as disciplinas, precisamos pesquisar alternativas de como ajudá-los a ter acesso a conteúdos de diferentes disciplinas, no nosso caso, a Matemática.

Acreditamos que, se inserirmos o aprendiz surdo em um ambiente de aprendizagem que entendemos ser mais adequado às suas necessidades, poderemos contribuir para a superação das dificuldades de aprendizagem relacionadas à Matemática. Titus (1995), por exemplo, observou que aprendizes surdos, em avaliações nacionais, podem alcançar bons resultados em Matemática: quinze por cento dos alunos surdos conseguem atingir a média em testes padronizados, e seu desenvolvimento em contagem, resolução de problemas e em habilidades que envolvem computação segue os mesmos moldes de alunos ouvintes, embora com ritmo mais lento. Além disso, sabemos que o desempenho dos aprendizes surdos é melhor quando a informação é apresentada visualmente, e não apenas sequencialmente (NUNES E MORENO, 2002). Ao mesmo tempo, pesquisas mostram que crianças surdas têm mais dificuldades que crianças ouvintes em relacionar tarefas que exigem raciocínio lógico e com problemas que envolvem sequências de informações (MORENO, 2000, apud NUNES E MORENO, 2002).

Por essas razões, Nunes e Moreno (2002) argumentam que, embora a perda de audição não pode ser tratada como a causa da dificuldade de aprendizagem matemática, ela deve sim ser considerada um fator de risco. Segundo as autoras, dois fatores contribuem para a defasagem de aprendizagem em Matemática:

– Aprendizes surdos têm menos oportunidade de participar do que Nunes e Moreno (2002) chamam de *aprendizagens indiretas*, oriundas, por exemplo, de contatos de dia a dia, de rádio, televisão ou de conversas em torno de uma mesa. Rapin (apud NUNES E MORENO, 2002) justifica que os resultados não favoráveis em avaliações educacionais podem ser explicados pela “privação da informação”. Esse fato também é percebido por Goldfeld (2002, p. 160). Observando dois irmãos, um surdo e outro ouvinte, ela verifica que o ouvinte recebe inúmeras informações de seus pais que nem percebem que seu irmão deixa de recebê-las, ficando assim em desvantagem em sua aprendizagem em virtude da pouca informação linguística que

recebe. Ela ressalta que, se esses estímulos forem dados à criança surda, ela poderá alcançar com mais facilidade níveis de generalização abstratos.

– O segundo fator envolve práticas matemáticas em atividades do dia a dia. Diferentemente das crianças ouvintes que aprendem informalmente conceitos e procedimentos matemáticos, por exemplo, o processo de composição aditiva antes da fase escolar mediante a manipulação de dinheiro ou em atividades cotidianas, muitas crianças surdas na faixa etária entre dez e onze anos não conseguem combinar moedas de diferentes valores para obtenção de um valor único (NUNES E BRYANT, 1996 apud NUNES E MORENO, 2002). Cerca de sessenta por cento das crianças ouvintes com seis anos de idade e praticamente todas com idade de sete anos têm êxito em tarefas de cálculo que envolve dinheiro. Em contrapartida, muitas crianças surdas, com faixa etária de 10 e 11 anos, não conseguem combinar moedas de diferentes valores e obter um montante único (NUNES E MORENO, 1998).

Diante dessas reflexões, decidimos buscar estratégias para desenvolver com os alunos surdos aspectos do conceito de Número Racional, mais especificamente, discutiremos um trabalho envolvendo o estudo de frações equivalentes.

#### 1.4 Objeto matemático

Optamos em nosso trabalho por buscar estratégias para desenvolver com os alunos surdos aspectos do conceito de Número Racional, tendo em mente a sua relevância no currículo escolar. Como as pesquisas com alunos surdos têm apontado a importância de apresentar a informação visualmente para esse grupo de aprendizes, em nossa pesquisa decidimos incluir atividades com diferentes tipos de representações visuais – representação de frações apresentada visualmente, como mostra a Figura 1.

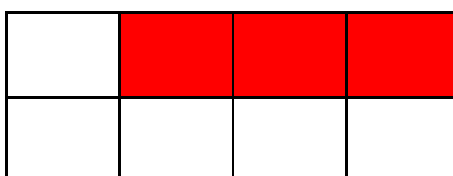




Figura 1: Representação visual da fração  $\frac{3}{8}$

Também decidimos utilizar uma abordagem para frações que busca conectar representações fracionárias com representações decimais, procurando formas de destacar em particular a noção de fração equivalente. Além das representações visuais, como a fração exposta na Figura 1, usamos também uma forma inovadora para representar visualmente a parte decimal dos números racionais gerados pelo software MusiCALculadora (descrito em detalhes no Capítulo 2).

Embora existam poucas pesquisas que tratam as concepções de fração com alunos surdos, há um corpo considerável de trabalhos nessa área envolvendo alunos ouvintes. Dois aspectos em particular dessas pesquisas influenciaram nosso trabalho.

Primeiramente, as ideias propostas por Confrey e seus colegas sobre o mundo da *contagem* e do mundo da *splitting* (*equipartição*).<sup>2</sup>

Confrey (1995) acredita que modelos baseados na contagem ou na adição de parcelas repetitivas não são os únicos, nem necessariamente os mais apropriados, para compreender as ações das crianças que podem ser vistas como multiplicativas. Ela propõe que os processos de multiplicação estão dispostos em dois mundos, o de *contagem* e o de *equipartição*, que não são independentes, mas complementares. No primeiro mundo, a multiplicação é baseada na contagem ou na adição de parcelas repetitivas e no segundo, os processos de multiplicação não dependem da adição e subtração, mas têm suas raízes em atos de partição. Ela acredita que é nesse segundo mundo que, cognitivamente, podemos localizar sementes para compreensão de conteúdos como razão e proporção.

Para o desenvolvimento de conceitos relacionados à multiplicação é necessário que o aprendiz seja estimulado a diferenciar as relações pertinentes ao

---

<sup>2</sup> Originalmente Confrey usou a palavra *splitting* para descrever este mundo, mas em trabalhos mais recentes o termo *equipartitioning* tem sido empregado. Escolhemos usá-lo porque sua tradução para o português expressa melhor suas ideias.

mundo da *contagem* e ao mundo de *equipartição*, visto que o desenvolvimento do primeiro mundo é complementar ao segundo. Portanto, a autora se vale de uma tabela para comparar algumas características entre esses mundos (CONFREY, 1995):

**Tabela 1: Comparação entre os mundos  
de *contagem* e *equipartição***  
(COFREY, 1995a)

<b><i>Contagem</i></b>	<b><i>Equipartição</i></b>
Zero é a origem	Um é a origem
Para determinar o próximo número partido de outro adicionamos um ao número	Para determinar o próximo número partido de outro efetuamos split por n
Um é a unidade básica	n ou n:1 é a unidade de crescimento
Adição e subtração são as operações básicas	Multiplicação e divisão são as operações básicas
O elemento neutro é o zero	O elemento neutro é o número um
Reinicializa no número zero	Reinicializa no número um
Comutatividade é válida na adição	Comutatividade é válida na multiplicação
Para descrever o intervalo entre dois números sucessivos usamos a diferença	Para descrever o intervalo entre dois números inteiros sucessivo usamos a razão
Multiplicação é criada como uma adição repetida	Exponencial é criada como uma multiplicação repetida
A distributividade é válida para a multiplicação em relação à adição.	A distributividade é válida para potência em relação à multiplicação
A taxa é a diferença pela unidade de tempo	A taxa é a razão pela unidade de tempo

Podemos verificar ações que envolvem o mundo de *equipartição* nos exemplos abaixo extraídos do PCN (1997, p. 68).

Exemplos associados a situações que envolvem multiplicação comparativa:

Pedro tem R\$ 5,00 e Lia tem o dobro dessa quantia. Quanto tem Lia?

Marta tem 4 selos e João tem 5 vezes mais selos que ela. Quantos selos tem João?

Lia tem R\$ 10,00. Sabendo que ela tem o dobro da quantia de Pedro, quanto tem Pedro?

Exemplos associados à comparação entre razões que envolvem a ideia de proporcionalidade:

Marta vai comprar três pacotes de chocolate. Cada pacote custa R\$ 8,00. Quanto ela vai pagar pelos três pacotes?

Dois abacaxis custam R\$ 2,50. Quanto pagarei por 4 desses abacaxis?

Marta pagou R\$ 24,00 por 3 pacotes de chocolate. Quanto custou cada pacote?

Marta gastou R\$ 24,00 na compra de pacotes de chocolate que custavam R\$ 3,00 cada um. Quantos pacotes de chocolate ela comprou?

Exemplos de situações associadas à configuração retangular:

Num pequeno auditório, as cadeiras estão dispostas em 7 fileiras e 8 colunas. Quantas cadeiras há no auditório?

Qual é a área de um retângulo cujos lados medem 6 cm por 9 cm?

As 56 cadeiras de um auditório estão dispostas em fileiras e colunas. Se são 7 as fileiras, quantas são as colunas?

A área de uma figura retangular é de  $54 \text{ cm}^2$ . Se um dos lados mede 6 cm, quanto mede o outro lado?

Situações associadas à ideia de combinatória:

Tendo duas saias — uma preta (P) e uma branca (B) — e três blusas — uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C) —, de quantas maneiras diferentes posso me vestir?

Numa festa, foi possível formar 12 casais diferentes para dançar. Se havia 3 moças e todos os presentes dançaram, quantos eram os rapazes?

As autoras Confrey e Smith (1995) propõem que, se as escolas utilizarem somente o modelo de multiplicação como modelo de adição de parcelas iguais, estarão perdendo perspectivas importantes que podem ser oferecidas no desenvolvimento de operações de *equipartição* e da covariância. Elas acreditam que

a análise desses modelos poderá auxiliar na compreensão das dificuldades dos alunos nos conceitos de razão e números racionais.

Além do trabalho de Confrey e seus colaboradores, outro aspecto das pesquisas anteriores relacionado aos números racionais que influenciou esse estudo é a identificação do que tem sido denominado os “subconstrutos da fração”. Segundo Chalarambous (2007), que trouxe uma síntese das pesquisas utilizando a classificação de tais subconstrutos, o conceito de fração é facetado em cinco subconstrutos: parte-todo, razão, operador, quociente e medida.

*Subconstruto parte-todo:* a fração é entendida como uma situação de quantidade contínua ou um conjunto de objetos discretos divididos em partes iguais. Nele devemos compreender que o tamanho do todo corresponde às partes em que ele foi dividido, discernir se o inteiro foi dividido em partes iguais, desenvolver a ideia de que os elementos do numerador também são partes do denominador e perceber que a quantidade de partes em que o todo é dividido pode aumentar ou diminuir o tamanho das partes.

Segundo Nunes (2003, apud DAMICO 2007, p. 67), o todo foi separado em  $n$  partes e representa cada parte por  $\frac{1}{n}$ ; se o indivíduo desejar representar muitas partes, ele terá  $(k)$  partes, logo teremos  $\frac{k}{m}$ . Se a quantidade de partes é  $k=n$ , teremos o inteiro que poderá ser representado pelo número 1. Ela coloca que, se o inteiro for dividido em cinco partes e duas delas forem pintadas (Figura 2), os aprendizes poderão interpretar esta representação como um processo de dupla contagem: eles contam a parte pintada para encontrar o valor da parte de cima da fração (numerador) e depois o total de partes que foi separado do todo para representar a parte de baixo (denominador).

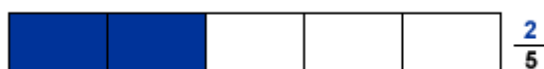


Figura 2: Representação parte todo da fração  $\frac{2}{5}$

*Subconstruto razão:* nesse caso, a fração é considerada como uma comparação entre duas quantidades. As representações  $\frac{a}{b}$  ou  $a \div b$  são utilizadas para estabelecer uma comparação entre  $a$  e  $b$ . Necessariamente não existirá um todo, o que se está desejando é uma comparação que pode ser bilateral. Segundo Godino e Batanero (2002), a diferença entre razão e fração é que, diferentemente da fração, a razão nem sempre é um número racional. Se considerarmos a razão entre o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro, encontraremos o número irracional  $\pi$ .

Ainda em relação a esses autores gostaríamos de destacar outro exemplo colocado por eles para justificar a diferença entre razão e fração. Eles mencionam que um jogador realizou no primeiro tempo da partida 2 acertos em 5 tentativas (2:5) e no segundo tempo, 3 acertos sobre 7 tentativas (3:7) ao final do jogo, ele obteve 5 acertos em um total de 12 tentativas, ou seja, com estas “frações” podemos definir uma “soma” de razões do seguinte modo:  $2:5 + 3:7 = 5:12$ . Evidentemente, essa soma não é a mesma soma de frações. Entretanto, podemos argumentar que essa “soma” das razões faz sentido no contexto do mundo de *equipartição*.

*Subconstruto operador:* nessa condição as frações têm o papel de transformar “algo que atua sobre uma situação (estado) e a modifica”. A fração  $\frac{p}{q}$  define o operador de uma estrutura multiplicativa realizando duas operações: a multiplicação por  $p$  e uma divisão por  $q$  (DAMICO, 2007, p. 76).

Exemplos que podem representar esse subconstruto são do tipo: Comprei um carro em 36 prestações e já paguei  $\frac{1}{3}$  do total. Quantas prestações ainda faltam para pagar?

*Subconstruto quociente:* a fração é representada como divisão de dois números inteiros onde  $\frac{a}{b}$  representam uma relação entre duas quantidades.  $\frac{a}{b}$  ( $b \neq 0$ ) pode ser usado para representar  $a \div b$ .

*Subconstruto medida*: este subconstruto é utilizado quando se estabelece uma unidade padrão única para as grandezas de mesma espécie, pois nesse caso a fração é interpretada como a comparação de duas grandezas (DAMICO, 2007, p. 73-74).

Exemplo: quantos palmos cabem no comprimento de uma mesa?

As atividades de nosso trabalho privilegiaram os subconstrutos quociente e parte-todo. Tais subconstrutos são elementos importantes que devem ser estudados, uma vez que Sinclair et al. (2006, p. 179) perceberam em suas pesquisas que os alunos, independentemente da série em que estão, “não relacionam fração com um número”. Buscamos nas atividades elaboradas no nosso *design*, com auxílio da ferramenta MusiCALcolorida, encontrar alternativas que possibilitem modificar a afirmação feita por eles.

No caso específico dos aprendizes surdos, Couto (1997, p. 22-25) diz que os avanços científicos e tecnológicos podem oferecer meios que auxiliam na capacidade de compreensão e que a limitação deles seria a percepção dos sons. Apesar de sua colocação estar mais direcionada aos equipamentos auditivos, vemos a tecnologia e a ciência por uma perspectiva mais ampla.

Entendemos que a tecnologia e a ciência, somadas às teorias de aprendizagem, podem gerar recursos capazes de ampliar a capacidade de aprendizagens. Nossa escolha pela ferramenta MusiCALcolorida se deu por ela possibilitar a exploração dos subconstrutos da fração, pelas representações visuais que ela proporciona e por ser um ambiente que tem características de micromundo facultando ao aprendiz ser protagonista da construção de sua aprendizagem.

Assim, pretendemos que nossa pesquisa possa trazer contribuições para as seguintes questões:

- Como a tecnologia pode contribuir para reduzir o impacto dos fatores de riscos de aprendizagem matemáticas de alunos surdos?

- Como a tecnologia pode contribuir para o estreitamento da barreira de comunicação entre os alunos surdos, professor e os saberes matemáticos?
- Como representações que favoreçam o campo visual podem contribuir com a aprendizagem matemática?

Como estas questões são muito abrangentes, formulamos outra mais específica, que norteia as atividades de pesquisa deste projeto:

- **Qual o papel das diferentes representações das frações, digitais ou não, na identificação e compreensão da equivalência entre frações?**
- **Quais estratégias emergem durante as tentativas de gerar e identificar frações equivalentes?**

## 1.5 Educação dos surdos

Como veremos a seguir, a educação do surdo tem seus primeiros registros somente no final do século XV. Percebemos que nesse caminho até os dias de hoje muitas das decisões que envolveram a comunidade surda foram tomadas por uma maioria ouvinte. Somente a partir do século XVI os surdos começaram a ter suas comunidades organizadas e o acesso à educação, o que provocou muitas discussões sobre qual deveria ser a filosofia educacional mais adequada para o surdo. Goldfeld (2002, p. 33-42) destaca as seguintes filosofias educacionais para o surdo:

– *Oralismo*: a surdez é colocada como uma patologia e a maioria dos adeptos dessa filosofia defende que a língua oral deve ser a única forma de comunicação.

– *Comunicação total*: preocupa-se com os processos de comunicação entre surdos e de surdos e ouvintes, defende a utilização de recursos espaço-viso-manuais, preocupando-se com a aprendizagem da língua oral sem deixar de lado os aspectos cognitivos emocionais e sociais.

– *Bilinguismo*: nessa filosofia, os surdos formam uma comunidade com língua e cultura próprias. A língua de sinais é assumida como língua materna e a língua

oficial de seu país, como segunda língua. Essa filosofia assume duas vertentes: a primeira acredita que o surdo deve adquirir a língua de sinais e a modalidade oral do país onde vive, e a segunda, defende que é necessário ao surdo adquirir a língua de sinais e a língua oficial de seu país somente na forma escrita.

Segundo um documento produzido pelo Centro de Apoio Pedagógico Especializado de São Paulo (CAPE, 2009), os primeiros registros de crianças surdas surgem na idade primitiva. Entre esses registros podemos destacar casos como os de algumas comunidades nômades que pensavam que crianças surdas eram uma manifestação da presença de uma divindade ou poderiam absorver os males que recairiam sobre o grupo; os gauleses, por sua vez, sacrificavam crianças surdas ao deus Tutátis. No Brasil, algumas tribos indígenas acreditavam que a surdez poderia indicar a presença de espíritos bons ou ruins, e em algumas tribos os surdos poderiam ser sacrificados.

Acreditava-se que os surdos eram pessoas primitivas e por esse motivo não podiam ser educadas. Aristóteles, que viveu no período de 384 a 322 a.C., sugere no seu livro *Política* que crianças que tivessem algum tipo de deficiência deveriam ser proibidas de ser alimentadas, e que o Estado não deveria se preocupar com a educação do surdo por julgar que o “pensamento é impossível sem a palavra”. Aristóteles também acreditava que os processos de aprendizagem envolviam somente a audição, por esse motivo afirmava que os cegos eram mais educáveis que as pessoas surdas (CAPOVILLA, V II, p. 1480, 2008).

Mesmo no final do século XV, ainda não havia escolas especializadas para surdos. Pessoas ouvintes tentavam ensiná-los utilizando sinais, linguagem escrita, treinamento da voz e leitura dos lábios, educação essa que privilegiava os filhos de ricos e nobres da corte espanhola, que eram preparados para administrar os bens da família. Os que não pertenciam a essa classe se encontravam em situação de verdadeira miséria, isolados socialmente e sem trabalho, vivendo nas ruas (CAPE, 2009).



Segundo Giuseppe Rinaldi et al. (1997, p. 254) e Oliveira (2005, p. 22), a educação dos surdos teve início com o espanhol Pedro Ponce De Leon (1520-1584), um monge da ordem beneditina que ensinava alunos surdos filhos de nobres no mosteiro onde vivia. Para ensinar, ele utilizava, além dos sinais, treinamento da voz e leitura labial.

Como relatam Oliveira (2005, p. 23) e CAPE (2009), dois fatores importantes marcaram a trajetória educacional dos surdos. A primeira surgiu com a Revolução Industrial na Inglaterra em 1750 e a Revolução Francesa de 1789, que proporcionaram o ajuntamento de grande quantidade de pessoas nas cidades, resultando sérios problemas em razão do agrupamento de desempregados nos centros urbanos. A efervescência política perante uma situação de desequilíbrio no exercício do poder político colocava a insensível nobreza em oposição a uma burguesia cada vez mais senhora da economia. Esse cenário era o berço natural para as manifestações públicas de insatisfação, o surgimento de lideranças e a formação de grupos que compartilhavam as mesmas privações e expectativas.

Abbé de L'Épée, sensível aos problemas que se multiplicavam, é especialmente tocado pelas dificuldades dos jovens, e, entre estes, os surdos, decide com esse grupo em 1760 criar a Primeira Escola Pública de Jovens e Adultos Surdos em Paris. É no convívio dos surdos que L'Épée percebe que os gestos cumpriam as mesmas funções que as das línguas faladas e, portanto, permitiam uma comunicação efetiva entre eles. Assim, iniciou-se o processo de reconhecimento da língua de sinais não apenas em discursos, mas em práticas metodológicas oficiais desenvolvidas por ele na escola de surdos. Além disso, para o L'Épée, os sons articulados não eram o essencial na educação dos surdos, mas, sim, a possibilidade de aprender a ler e a escrever por meio da língua de sinais, pois essa era a forma natural que possuíam para expressar suas ideias.

O segundo fator importante ocorreu na Itália, com a realização do Segundo Congresso de Professores Surdos em 1880, onde um grupo de cento e sessenta e quatro pessoas ouvintes impôs a superioridade da língua oral sobre a língua de sinais e decretou que a língua oral deveria constituir o único objetivo do ensino.

Segundo a Federação Nacional de Educação e Integração dos Surdos – FENEIS (2005), nesse congresso duas resoluções aprovadas marcam a história dos surdos:

1. Que a fala é incontestavelmente a única maneira de incorporar os surdos-mudos na sociedade;
2. Que o método oral deve ser utilizado puramente. Os gestos devem ser proibidos.

Anterior a esses fatos no Brasil, durante o período do Reino e Império, foi criado um Projeto de Lei, de 29 de agosto de 1835, do Deputado Cornélio Ferreira França, que institui em seu art. 1.º: “Na capital do império, como nos principais lugares de cada província, será criada uma classe para surdos-mudos e para cegos”.

Segundo Giuseppe Rinaldi et al. (1997, p. 255), Oliveira (2005, p. 23) e CAPE (2009), pela Lei 839, de 26 de setembro de 1857, a convite de D. Pedro II, pelo professor francês Ernest Huet, partidário de l’Epée, a primeira escola para meninos surdos-mudos do País no Rio de Janeiro: o Imperial Instituto de Surdos Mudos, hoje denominado Instituto Nacional de Educação de Surdos (INES), mantido pelo governo federal, e que atende crianças, jovens e adultos surdos. O Brasil, seguindo a tendência mundial proposta no congresso italiano em 1880, estabeleceu o oralismo puro como filosofia de educação, e a língua de sinais é banida das escolas, entretanto ela sobreviveu fora das salas de aula, sendo usada nos pátios e corredores da escola (GOLDFELD, 2002).

Ao longo dos anos, o governo brasileiro optou pela criação de instituições, leis e documentos para assegurar e nortear os direitos da pessoa surda. Uma das instituições foi fundada na cidade de Campinas, em 15 de abril de 1929, denominada Instituto Santa Terezinha, que contava com duas religiosas que passaram quatro anos, no Instituto de Bourg-la – Reine, em Paris, para se especializarem no ensino de crianças surdas. Em 1933, o Instituto foi transferido para São Paulo e mantido pela Congregação das Irmãs de Nossa Senhora do Calvário (MAZZOTA, 2003, p. 35-36).

O Instituto Nacional de Surdos Mudos (INSM) publica a cartilha *Vamos falar*, destinada às crianças surdas, de autoria de Léa Paiva Borges Carneiro e Jorge Mário Barreto, ambos professores do Instituto, e em 1951 é criado o Curso Normal de Formação de Professores para Surdos (primeiro curso normal para professores na área da surdez).

Em 13 de outubro 1952, é instalada no bairro de Santana a Escola Municipal Helen Keller, como “I Núcleo Educacional para Crianças Surdas”, para atender crianças de 5 a 7 anos, visando dar condições para socialização desde a mais tenra idade. No ano de 1953, é criado no Instituto Nacional de Surdos Mudos o Curso de Artes Plásticas, em parceria com a Escola Nacional de Belas Artes.

A Fundação do Instituto Educacional São Paulo (IESP) é criada em 18 de outubro de 1954. Seus primeiros professores eram pais de alunos, os quais não tinham formação especializada, e sim o Curso Normal. Em 12 de junho de 1969, o Instituto passa para a Pontifícia Universidade Católica (PUC) de São Paulo e fica subordinado ao Centro de Educação e Reabilitação dos Distúrbios da Comunicação (CERDIC), hoje denominado DERDIC – Divisão de Educação e Reabilitação dos Distúrbios da Comunicação (MAZZOTTA, 2003, p. 37-38).

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), Lei 4.024/1961, dedica em seu Capítulo III, Título XX, dois artigos à Educação dos Excepcionais, em que se reafirmam o direito dos excepcionais à educação, sua integração na comunidade, empréstimos e subvenções à iniciativa privada (MAZZOTTA, 2003, p. 67-69).

Artigo 88. A educação de excepcionais deve, no que for possível, enquadrar-se no sistema geral de educação, a fim de integrá-los na comunidade.

Artigo 89. Toda iniciativa privada considerada eficiente pelos conselhos estaduais de educação, e relativa à educação de excepcionais, receberá dos poderes públicos tratamento especial mediante bolsas de estudo, empréstimos e subvenções (Lei 4.024, de 20 de dezembro de 1961).

A partir dos estudos sobre a definição de línguas naturais realizadas pelo americano William Stokoe, em 1960, e de suas pesquisas linguísticas, a língua de

sinais passa a ser reconhecida como uma língua na modalidade sinalizada e a educação torna-se o caminho para o resgate da língua de sinais e da cultura surda (FENEIS, 2005).

O MEC cria, em 1973, o Centro Nacional de Educação Especial (CENESP), ao qual o INES fica subordinado. Seu objetivo é “promover em todo território nacional, a expansão e melhoria do atendimento aos excepcionais” (MAZZOTTA, 2003, p. 55-58).

Em maio de 1987, é criada a Federação Nacional de Educação e Integração de Surdos (FENEIS) como resultado da reunião de várias entidades com objetivos similares, e é “filiação à Federação Mundial dos Surdos (WFD) que tem sede na Finlândia e representa os surdos em organizações mundiais como a ONU, Unesco, OEA, OIT”. A FENEIS exerce a representação das pessoas surdas quanto aos aspectos educacionais, assistenciais e socioculturais. Essa organização surgiu da oposição à Federação Nacional de Educação e Integração dos Deficientes Auditivos (FENEIDA), composta apenas por ouvintes. No ano seguinte, são criadas mais quatro escolas municipais de educação infantil e de 1.º grau para deficientes auditivos na rede municipal de São Paulo (MAZZOTTA, 2003, p. 36).

Em 1994, ocorre um ato bastante significativo na educação não apenas para os aprendizes surdos, mas para todos os aprendizes portadores de necessidades educacionais especiais: a Declaração de Salamanca, resultante da “Conferência Mundial sobre Necessidades Educativas Especiais: Acesso e Qualidade”. Esta declaração reafirma o direito de todas as pessoas à educação, conforme a Declaração Universal de Direitos Humanos, de 1948, e renova o empenho do que foi decidido na Conferência Mundial sobre Educação para Todos, de 1990, de garantir a educação a todos, independentemente de diferenças particulares.

A declaração acredita, entre outras coisas, que:

[...] todas as crianças, de ambos os sexos, têm direito fundamental à educação, e que a elas deve ser dada a oportunidade de obter e manter um nível aceitável de conhecimentos [...]

os sistemas educativos devem ser projetados e os programas aplicados de modo que tenham em vista toda a gama dessas diferentes características e necessidades [...] as pessoas com

necessidades educativas especiais devem ter acesso às escolas comuns que deverão integrá-las numa pedagogia centralizada na criança, capaz de atender a essas necessidades...

Declara ainda no artigo 21 a

[...] importância da linguagem dos sinais como meio de comunicação para os surdos, e ser assegurado a todos os surdos acesso ao ensino da linguagem de sinais de seu país. Face às necessidades específicas de comunicação de surdos e de surdos/cegos, seria mais conveniente que a educação lhes fosse ministrada em escolas especiais ou em classes ou unidades especiais nas escolas comuns.

O Centro de Apoio Pedagógico Especializado (CAPE) foi criado em 2001 para oferecer suporte ao processo de inclusão escolar de alunos com necessidades educacionais especiais na Rede Estadual de Ensino. Atuando no gerenciamento, acompanhamento e suporte às ações regionais de educação especial, nos processos de formação continuada, na provisão de recursos e na articulação das escolas com a comunidade, procedendo a orientações e encaminhamentos. Essa linha de atuação já se estende às 89 Diretorias de Ensino, envolvendo Supervisores, Assistentes Técnicos e mais de 1.300 professores especializados. Mediante os Serviços de Apoio Especializado (SAPES), mais de 17 mil alunos estão sendo atendidos, e por meio de 226 convênios firmados com instituições especializadas o atendimento do CAPE chega a mais de 31 mil alunos (CAPE, 2009).

O suporte ao processo de inclusão escolar oferecido pelo centro envolve ainda um Plano de Adaptação de Prédios Escolares, cuja execução está a cargo da Fundação para o Desenvolvimento da Educação (FDE). Este plano objetiva proporcionar acessibilidade física de alunos com necessidades especiais aos prédios escolares. Envolve ainda a produção de livros em Braille e em tipos ampliados. Já foram produzidos mais de 2.000 livros em Braille e mais de 1.000 em tipos ampliados.

Quanto ao processo de formação continuada, o CAPE prioriza temas como: Adaptações de Acesso ao Currículo Módulos I e II, Educação Física Adaptada, Uso e Ensino do Soroban Adaptado para Cegos, Grafia Química Braille, Código Unificado Matemático para Braille, Língua Portuguesa para Surdos e Atendimento Educacional no Contexto Hospitalar (CAPE, 2009).

Segundo a pesquisadora surda Perlin (2002, p. 12), nessa década as lutas que a comunidade surda tem enfrentado continuam semelhantes às de períodos passados, ou seja, pelos direitos à diferença na educação, na política e nos direitos humanos.

Neste capítulo permeamos a trajetória educacional dos surdos, bem como as principais discussões sobre as filosofias educacionais utilizadas com esses indivíduos, descrevemos o objeto matemático de nossas análises na pesquisa, os subconstrutos da fração envolvidos na construção do *design*, os mundos propostos por Confrey, que serão analisados nos modelos matemáticos construídos pelos aprendizes surdos, e as questões que pretendemos responder com este trabalho. Também expomos dados dos últimos Censos realizados por órgãos federais a respeito das matrículas de pessoas com NEE, dados envolvendo o total de aprendizes surdos matriculados no diversos ciclos de escolarização e as leis e decretos que acreditamos que têm contribuído para o desencapsulamento de pessoas com NEE, entre eles os surdos.

Apresentaremos no capítulo seguinte a fundamentação teórica que alicerça nossa pesquisa bem como o micromundo escolhido para auxiliar na validação das hipóteses elaboradas por nossos aprendizes.

---

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 Computadores e educação

Os avanços tecnológicos nos surpreendem a cada dia: são telefones celulares, computadores, televisores, máquinas fotográficas digitais, entre outros aparelhos eletrônicos, com capacidade de armazenar e processar grande quantidade de informações. O desenvolvimento da tecnologia, as descobertas de pesquisadores e o crescimento da indústria possibilitaram que equipamentos como o computador pudessem chegar ao nosso trabalho, casa e escola. Houve um tempo em que seria uma utopia pensar que computadores pudessem ser utilizados por alunos e professores em uma escola para auxiliar na aprendizagem, como se está tentando nos dias de hoje.

O impacto da tecnologia na vida de cada indivíduo vai exigir competências que vão além do simples lidar com as máquinas. Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é, hoje, o computador, exigirá do ensino de matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento” (PCNEM, 1999, p. 41).

Segundo Moran (2006), o computador tem modificado as formas de ensinar e aprender, mas é necessário compreender que ele por si só não dá conta dos problemas de ensino. É necessário saber usar as tecnologias de maneira consciente, integrando-as ao currículo.

A construção do conhecimento, a partir do processamento multimídico, é mais “livre”, menos rígida, com conexões mais abertas, que passam pelo sensorial, pelo emocional e pela organização racional [...] (MORAN, 1998).

No Brasil, especificamente, temos percebido que existe um esforço por parte dos governos federal e estadual no investimento de ações e programas que permitem que nossas escolas tenham uma sala equipada com, em média, de 15 a

20 computadores ligados em rede e com conexão a internet, apesar de esse número de computadores estar distante do idealizado por Papert (1980), que propõe um computador pessoal por aluno com acesso a internet com conexão sem fio, proporcionando aos aprendizes realizar seus trabalhos e pesquisas durante e fora das aulas.

Não obstante, se essa sala ambiente de informática for utilizada pelos educadores e alunos de uma maneira que contribua efetivamente nos processos de ensino e aprendizagem e os resultados dessa melhoria sejam expressivos no meio educacional, acreditamos que resultados desse tipo possam servir de incentivo para investimentos na formação de professores e na manutenção e compra de equipamentos.

Temos no Estado de São Paulo escolas dos níveis fundamental e médio equipadas com pelo menos uma sala de informática, o que nos coloca diante do paradigma de como usar esses ambientes de maneira que efetivamente venha a contribuir com os processos de aprendizagem. Entretanto, o que temos percebido como prática pedagógica predominante é a utilização do computador como um transmissor de informações para o aluno, sendo programado para passar ao aluno informações em forma de tutoriais, exercício-e-prática ou um jogo; é empregado para informatizar os processos que já existem.

Essa forma instrucionista de utilização se difundiu rapidamente na escola por não necessitar de muitas adequações dos espaços escolares e não despender grandes investimentos na formação do professor, que para dominar essa técnica deve ser capaz apenas de usar os recursos disponíveis do *software*. Nesse conceito, o computador é o responsável por administrar o processo de ensino (VALENTE, 2009).

Acreditamos no computador como um recurso pedagógico que também pode possibilitar a construção do conhecimento pelo próprio aprendiz. Para isso, deve-se analisar cuidadosamente o papel do professor no processo de ensinar e aprender, compreender a maneira que está sendo representado o conhecimento pelo computador. No entanto, a formação do professor deve ir além dos conhecimentos



em informática, compreendendo como e por que integrar o computador em sua prática pedagógica (VALENTE, 2009).

O conceito de construcionismo foi concebido por Seymour Papert. Ele percebeu que, quando estava diante de uma situação que envolvesse a matemática, recorria às engrenagens para construir um modelo que o ajudasse a resolver o problema. A construção desse modelo o remetia a situações que haviam sido vivenciadas ainda quando criança, e, desse modo, a matemática assumia também um caráter afetivo. Para ele, o ponto fundamental para a aprendizagem são os modelos que o indivíduo consegue criar: qualquer coisa pode ser simples ou extremamente difícil, dependendo de como o indivíduo consegue incorporá-la a seu “arsenal de modelos”. Portanto, o que se aprende ou pode aprender vai depender dos modelos que temos disponíveis. Essa ideia refere-se à gênese do conhecimento em que as estruturas intelectuais se desenvolvem a partir de outras, adquirindo forma lógica e emocional.

Ele acredita que, por sua universalidade, pelo poder de simulação, por poder assumir milhares de formas, finalidades, e por atrair milhares de gostos, o computador pode assumir o papel que as engrenagens tiveram em sua aprendizagem, revelando-se como um sistema compreensivo e legítimo sem ser rigorosamente determinístico, facilitando o acesso a ideias matemáticas que antes eram abstratas (PAPERT, 1980).

## **2.2 Micromundo**

Acreditamos que a ideia de micromundo está ligada ao conceito de construcionismo sugerido por Papert, e este fato pode ser considerado quando ele relata um ditado africano a respeito de um homem que tem fome. Ele nos indaga sobre o que seria melhor de fazer para saciar a fome dessa pessoa. Dar um peixe ou ensiná-lo a pescar? Ele coloca que, além do conhecimento sobre pescaria, é necessário ter boas varas de pesca e lugares abundantes de peixes. No ditado sugerido por Papert (1994, p. 125), ele considera as varas de pesca o computador e o micromundo, o rio. Nessa metáfora, o aprendiz tem que aprender a se comunicar com o computador para pegar as ideias que se encontram no rio, e essa

comunicação pode modificar como as aprendizagens acontecem (PAPERT, 1980, p. 18). Para ele, os micromundos são ambientes propícios aos aprendizes para construção de sua própria aprendizagem (PAPERT, 1994, p. 125).

Nesse sentido, acreditamos que, se o aprendiz estiver envolvido no processo de comunicação com o micromundo e a atividade do *design*, pode construir modelos pessoais de aprendizagem.

O termo “micromundo” surgiu da observação dos trabalhos realizados no laboratório do Departamento de Inteligência Artificial da Universidade de Edimburgo e Instituto de Educação da Universidade de Londres, MIT – Massachusetts Institute of Technology. Nesses laboratórios, pesquisadores descreviam pequenos domínios do mundo real que seriam utilizados nas pesquisas com inteligência artificial, com a finalidade de ensinar computadores a resolver problemas (WEIR, 1987, apud HOYLES, 1993, p. 1).

No desenvolvimento desses pequenos domínios do mundo real, Papert observou que eles também passavam a fazer parte do arsenal de conhecimento dos pesquisadores, e não somente dos computadores.

Papert (1980) descreve o micromundo como ambiente de aprendizagem interativa baseada no computador. Esse ambiente, por estar menos dominado por questões de certo ou errado, possibilita aos aprendizes expressarem suas próprias teorias, que poderão ser refutadas ou validadas no decorrer do processo de aprendizagem; permite o pensamento mais reflexivo e autoconsciente; e tem a finalidade de apropriação do conhecimento. Nele os pré-requisitos dos conteúdos que serão explorados estão embutidos no sistema, tornando o aprendiz ativo de sua aprendizagem, proporcionando uma exploração genuína e pessoal, inserindo o aprendiz em um ambiente em que as ideias matemáticas são desenvolvidas e formalizadas (HOYLES, 1993, p. 1). Diante dessas ideias, ele pode se deparar com resultados que não são esperados, e estes o farão analisar suas hipóteses, conjecturas e planejamento. Nessa busca, o aprendiz pode se apropriar de um conhecimento que foi construído por ele, e essa apropriação é propriedade inerente do micromundo.

Dois conceitos fundamentais surgem dessa exploração: o de *bug* e *debugging* (PAPERT, 1980, p. 39).

Não é esperado que aprendiz, inserido em um micromundo, encontre resultados corretos logo na primeira tentativa, e diante de um caso de *bug* ele se enverede em um processo de *debugging*, ou seja, analisar, formular e testar hipóteses que poderão levá-lo ao resultado desejado. Esses conceitos têm um papel importante na aprendizagem por colocarem o aprendiz diante de situações de construção do seu próprio aprendizado por meio de ideias genéricas fundamentais, como a de organização hierárquica e de planejar o desenvolvimento de um projeto (PAPERT, 1980, p. 83-128).

Micromundos são ambientes computacionais em que os aprendizes podem estudar e aprender a partir da exploração das ferramentas e das respostas que são dadas pelo computador. Eles são projetados de maneira que os aprendizes possam construir significados e representações eles são capazes de modificar a condição do aluno de ouvinte e receptor para a condição de construtor e pensador (HOYLES, NOSS, ADAMSON, 2002).

Hoyles, Noss, Adamson (2002) descrevem dois níveis de micromundos:

O nível de plataforma: é o mais simples de interação do usuário com o ambiente de aprendizagem. Este nível pode oferecer aberturas ao usuário para criar ou modificar as ferramentas do micromundo. A construção de retas perpendiculares a uma outra reta dada no Cabri é um exemplo desse nível. O usuário não necessita conhecer a linguagem para construir retas perpendiculares à outra, basta clicar no botão, reta perpendicular, e sair construindo quantas desejar.

O nível de superestrutura: neste, o usuário descreve os objetos do micromundo e as formas de manipulá-los. Como exemplo, vamos citar a construção de um quadrado de lado com 100 passos de tartaruga no ambiente Logo. Para isso, o usuário deve saber a definição de quadrado, conhecer os comandos da linguagem Logo necessários para executar a tarefa, criar uma sequência com esses comandos, ou seja, programar a tartaruga para fazer o quadrado.

### 2.2.1 Escolha do micromundo

Nossa pesquisa envolve aprendizes surdos, por isso escolhemos trabalhar com o micromundo MusiCALcolorida, uma vez que ele oferece recursos e representações visuais diferenciados das demais calculadoras e por apresentar características necessárias para construção, genuína e pessoal do conhecimento dos indivíduos envolvidos na pesquisa e por oferecer aos aprendizes “[...] oportunidade de aprender e de usar a Matemática através de um modo não formalizado de conhecer encoraja ao invés de inibir a eventual adoção também de um modo formalizado...” (PAPERT, 1994, p. 22).

A MusiCALcolorida, uma calculadora de cores e musical, foi utilizada no nível de plataforma pelos aprendizes – para testar, analisar, depurar suas hipóteses e conjecturas. Os pesquisadores, por outro lado, interagiram com o micromundo no nível de superestrutura, para desenvolver novas ferramentas que se mostraram apropriadas no decorrer do processo de aprendizagem.

Esse micromundo se diferencia das demais calculadoras convencionais por estar em ambiente de computador, por poder sofrer alterações pela equipe de pesquisa de acordo com a necessidade do trabalho e pelas representações da parte decimal dos números que podem ser exibidos em uma tabela colorida, que chamamos de pintura, ou por notas musicais. A representação musical não será tratada por nossa pesquisa.

### 2.2.2 Ambiente digital de aprendizagem: MusiCALcolorida

A primeira calculadora colorida encontra-se disponível para utilização no site <<http://tapor1.mcmaster.ca/~sgs/maths/>>. Ela foi desenvolvida pela pesquisadora Nathalie Sinclair e usada em suas pesquisas com números racionais (2006). A principal característica dessa ferramenta é o tipo de representação visual do número, onde cada algarismo decimal é representado por uma cor de acordo com a tabela disponível no *layout* da calculadora.

Na Figura 3 temos a representação de  $\frac{1}{7}$  com largura da pintura igual a 12. Nessa versão da calculadora a largura da pintura pode chegar a 30 retângulos coloridos (Figura 4).

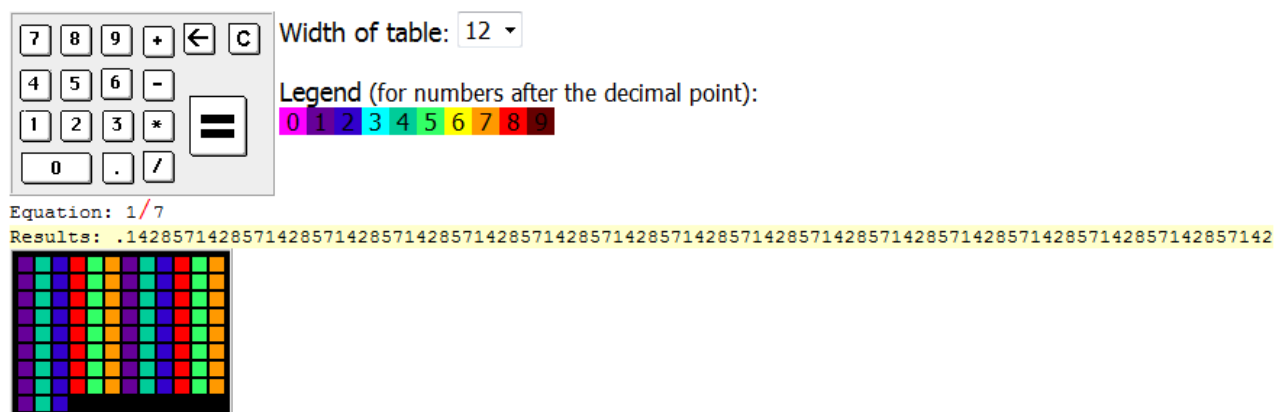


Figura 3: Layout da calculadora e representação de  $\frac{1}{7}$  com largura 12

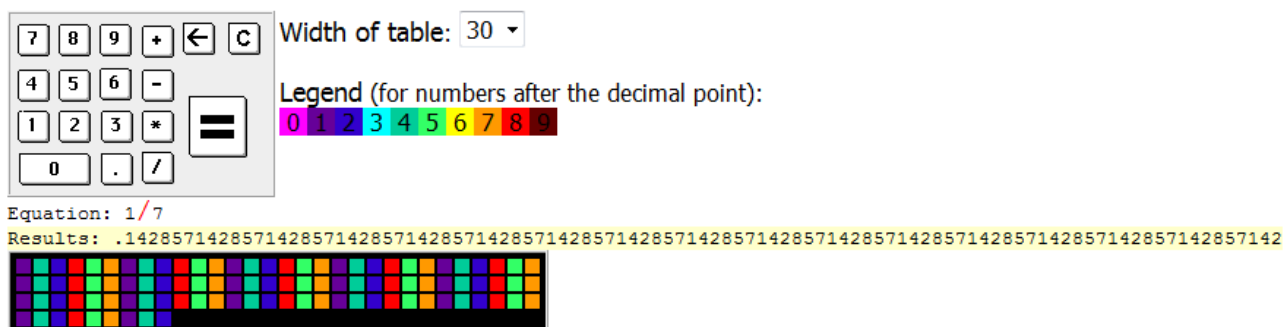


Figura 4: Representação de  $\frac{1}{7}$  com largura 30

E em uma outra versão, disponível no mesmo *site*, é possível alterar também a quantidade de casas decimais, podendo ter 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 15, 20, 25, 50, 75 ou 100 casas (Figura 5).

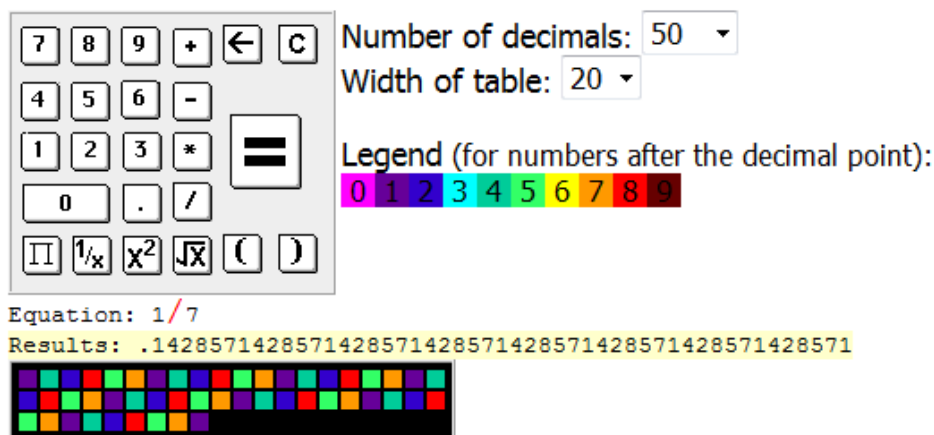


Figura 5: Representação de  $\frac{1}{7}$  com largura 20 e 50 casas decimais

Os resultados das pesquisas obtidas por Sinclair e o desejo de estudos sobre como novas representações do número podem contribuir para aprendizagens matemáticas, especialmente no caso de alunos surdos e cegos, serviram de motivação para o desenvolvimento da ferramenta de aprendizado que utilizaremos.

A MusiCALcolorida (Figura 6) é programada em linguagem Logo e desenvolvida em colaboração dos pesquisadores Nathalie Sinclair, Lulu Healy, Guilherme Magalhães e pelos integrantes do grupo de pesquisa TecMem (Tecnologias e Meios de Expressão em Matemática), que a utilizam, propondo inclusão de novas ferramentas ou acessórios de acordo com a necessidade de suas pesquisas.

A atual versão, além de preservar as características da primeira calculadora, permite também representação musical dos números que podem sofrer alterações, pelo usuário, quanto ao tipo de instrumento a ser tocado, tempo e tons das notas, alterar a relação entre o dígito e a duração da nota. Apresenta ainda as ferramentas: galeria (Figura 7), que possibilita salvar até dez pinturas ou músicas para facilitar a comparação entre dois ou mais números; o martelo que desabilita botões ou operações da calculadora obrigando o aprendiz a refletir sobre novas sequências que obtenha em resultado que ele já conhece, além do controle do tamanho dos retângulos exibidos no painel colorido e o controle de precisão de raiz. O zero pode ser habilitado para representar ausência de som e permitir também entrada de vídeos.

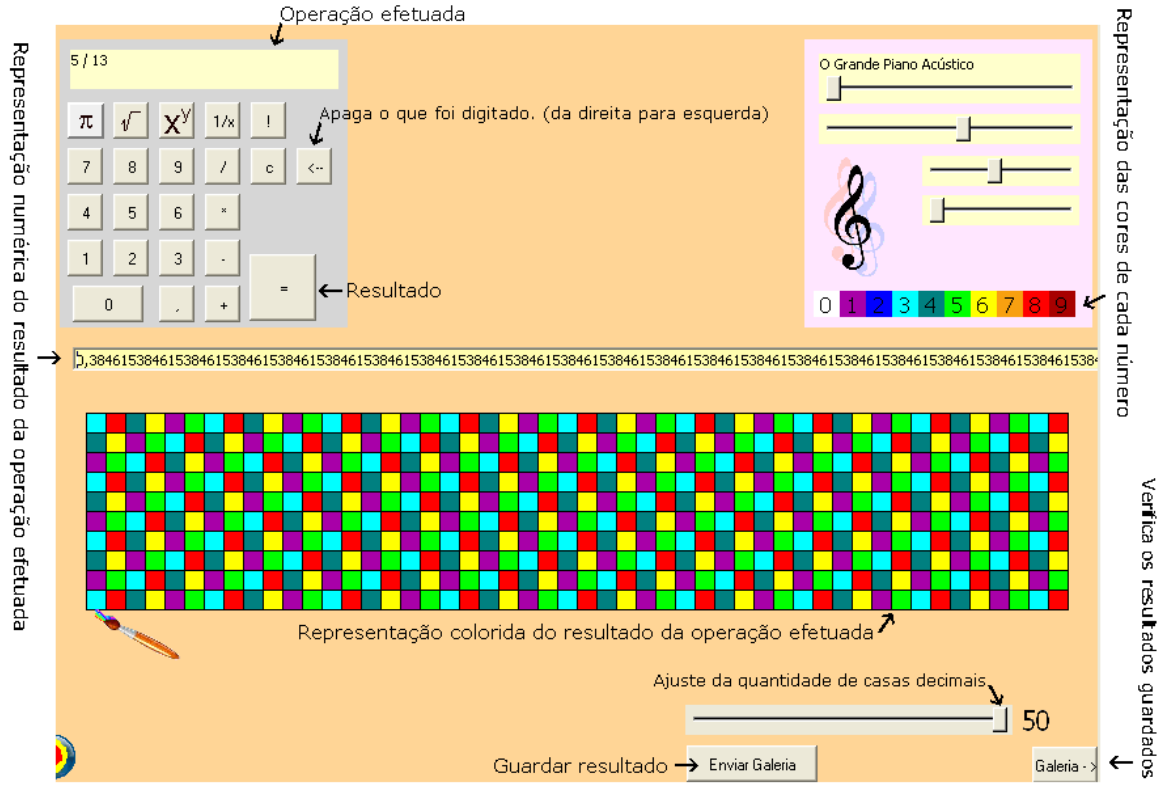


Figura 6: Painel principal da MusiCALcolorida

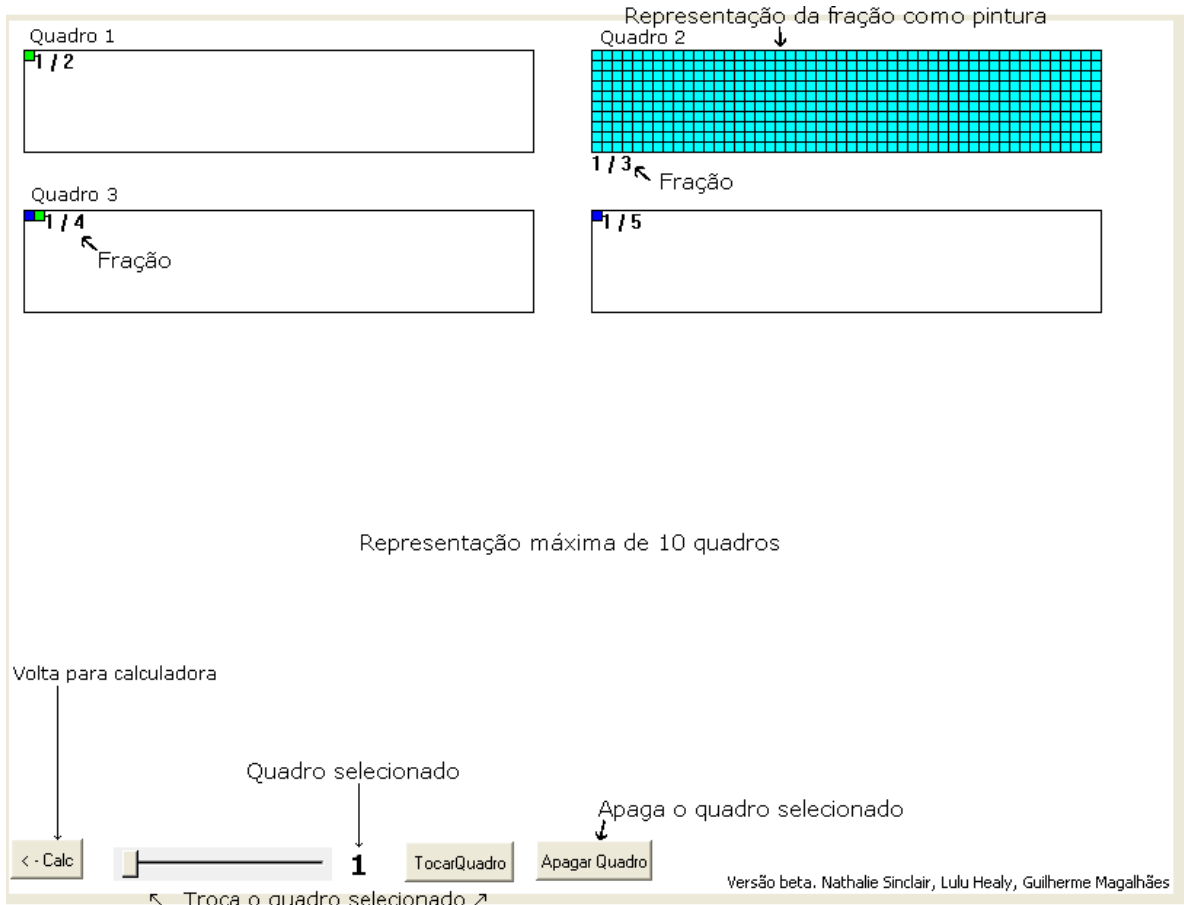


Figura 7: Galeria

As principais características da MusiCALcolorida que não são encontradas em ambiente de papel e lápis ou em uma calculadora convencional são velocidade, tamanho, som e cor. A característica tamanho está relacionada com a quantidade de dígitos que são mostrados pela calculadora de cores, que pode chegar a cem dígitos; em contrapartida, uma calculadora convencional exibe oito dígitos; a característica velocidade está ligada à capacidade de a Calculadora de Cores exibir a expansão decimal muito rapidamente (isso seria muito moroso e trabalhoso de se realizar em um ambiente de papel e lápis); a característica som se deve a representação de cada algarismo da parte decimal por uma nota musical, possibilitando transformar números em musica; e a característica cor é responsável pela transformação de cada algarismo da parte decimal, resultante de uma operação, em uma cor distinta onde os padrões e regularidades são facilmente discerníveis (SINCLAIR ET AL., 2006, p. 184).

Neste capítulo tratamos as ideias de micromundo e construcionismo ambas propostas por Papert. Tais ideias abundam nossa pesquisa à medida que propomos aos nossos aprendizes uma exploração de uma ecologia de aprendizagem que possibilite que eles elaborem e testem suas conjecturas criando modelos matemáticos genuínos e pessoais.

No Capítulo 3 exploraremos a metodologia de *Design Experiments*, o papel do pesquisador neste estudo, o perfil de todos os aprendizes envolvidos e as atividades utilizadas para a fase de coleta de dados.



---

## METODOLOGIA

A fim de tentar compreender como as representações visuais podem auxiliar na aprendizagem matemática, especificamente de alunos surdos, optamos por uma pesquisa na visão qualitativa, e para conduzir nosso trabalho adotaremos como metodologia norteadora o *Design Experiment*.

### 3.1 Abordagem metodológica: *Design Experiment*

Essa metodologia para Cobb et al. (2003, p. 9) está voltada para a compreensão de como as pessoas aprendem e de orientações ligadas ao desenvolvimento de teorias, sistematizando as formas de aprendizagens e os meios de apoiá-las. Assim sendo, é uma metodologia com um lado pragmático e um lado teórico (KARRER, 2006, p. 197), que visa explorar “ecologias” de aprendizagem, ou seja, qualquer sistema de aprendizagem que se autorregula. A metáfora “ecologia” é usada para descrever o conceito de aprendizagem como um sistema complexo e interativo que envolve múltiplos elementos de diferentes tipos de níveis. Nesse caso, os elementos que a constituem são, além dos participantes humanos, as atividades passadas para alunos e as ferramentas utilizadas (RIBEIRO, 2007, p. 61).

Segundo Karrer (2006), esse tipo de abordagem surgiu na década de 70 nos Estados Unidos para atender as necessidades específicas de pesquisas ligadas à Educação Matemática, que anteriormente se faziam valer dos modelos de outras áreas, como a psicologia, epistemologia e filosofia. Mais particularmente, a abordagem foi desenvolvida na tentativa de preencher um espaço que existia entre a prática da pesquisa e a prática do ensino. Nessa metodologia, o principal interesse do pesquisador são os modelos matemáticos construídos pelos aprendizes e o questionamento acerca da generalização dos resultados que eles obtiveram durante o experimento (RIBEIRO, 2007, p. 62).

O *Design Experiment* é uma metodologia exploratória, oriunda das intervenções clínicas de Piaget, que consiste no diálogo sistemático com a criança, buscando compreender a sequência dos pensamentos de acordo com as repostas que eles vão dando ou fazendo. Piaget, em vez de contabilizar o número de respostas predeterminadas como corretas, fixou-se na análise das justificativas que as crianças davam ao responder suas indagações. Portanto, essa metodologia tem como objetivo explorar a “matemática dos estudantes” para compreender os “modelos de matemática dos estudantes” (SALES, 2008). Dessa maneira, a metodologia que escolhemos é considerada um método científico de investigação quando o foco da análise está no pensamento matemático dos estudantes e nas modificações desses pensamentos (KARRER, 2006).

Segundo Cobb et al. (2003, p. 9), as características transversais dessa metodologia são as explicações teóricas sobre os processos de aprendizagens, sejam dos estudantes, professores e organizações de ensino, a natureza altamente intervencionista desenvolvida pela metodologia do *Design Experiment* pode entrar em contraposição a metodologia aplicada tradicionalmente nas instituições de ensino podendo, ou não, causar um desconforto entre o pesquisador e a instituição que está pesquisando.

Os métodos associados à metodologia *Design Experiment* pretendem criar condições para o desenvolvimento de interpretações teóricas, que podem ter dois aspectos:

- Prospectivo: o *design*<sup>3</sup> é executado como uma hipótese do processo aprendizagem.
- Reflexivo: em que o *design* é conduzido por testes de conjecturas, muitas vezes, em vários níveis de análise, que podem validar ou invalidar uma determinada hipótese. Mesmo quando uma conjectura é refutada, novas conjecturas auxiliares podem ser geradas e testadas.

---

<sup>3</sup> *Design* não tem uma tradução para o português; ele envolve atividades como planejar, delinear, desenhar, esboçar, projetar, esquematizar, criar, inventar e executar (DRISOSTES, 2005, p. 38).

Dos aspectos do *design* prospectivo e reflexivo resultam as características de *design* iterativo, por meio das conjecturas geradas e ou refutadas são criadas novas conjecturas e submetidas a testes, resultando em um processo iterativo de *design* apresentando ciclos de invenção e revisão. A iteração surge no contato do aprendiz com as fases de *design*, e partindo da análise desse contato poderão surgir indicações de mudanças que podem ser executadas e novamente expostas à interação para verificação, assim aprimorando o ciclo de *design* iterativo até atingir os objetivos estabelecidos (DRISOSTES, 2005, p. 41).

Podemos encontrar nessa metodologia de pesquisa algumas características que convergem (COBB et al., 2003):

- Preocupação com o desenvolvimento de uma classe de teorias tanto sobre o processo de aprendizagem como sobre os meios para dar suporte a tal aprendizagem.
- Um caráter altamente intervencionista dessa metodologia possibilita desenvolver novas formas de aprendizagem. A observação detalhada de cada etapa da intervenção facilita identificar formas diferentes ou inéditas de aprendizagem.
- Uma característica cíclica que possibilita revisão investigativa durante cada experimento, proporcionando a revisão das conjecturas e criação de novos modelos na busca de um objetivo específico.
- Um pragmatismo inerente. As teorias desenvolvidas estão relacionadas com um domínio específico do processo de aprendizagem e são construções pessoais dos participantes da pesquisa.

Para o desenvolvimento do *Design Experiment* é necessário o levantamento dos recursos para obtenção dos resultados e registros, que permitam análise dos dados em um processo iterativo e o trabalho com os ciclos, buscando a análise dos resultados sobre a luz das teorias propostas.

Cobb et al. (2003; p. 9) mencionam que as configurações desse tipo de metodologia podem variar quanto ao tipo e alcance. Segundo os autores, temos as seguintes configurações:

- *One-on-one* (professor/pesquisador e aluno) são aplicações de sessões de estudos, pela equipe de investigação do *design*, com um número reduzido de alunos, com o objetivo de criar uma versão reduzida da ecologia de aprendizagem, que pode ser estudada profundamente e em detalhes.
- Aula de experimentação em que uma equipe de investigação colabora com o professor, que pode ser um membro da equipe de investigação, para assumir responsabilidade pela instrução.
- Desenvolvimento de experiências que auxiliam na formação de novos professores.
- Desenvolvimento de experiências que auxiliam professores no seu desenvolvimento profissional.
- Reestruturação de experimentos nos quais uma equipe de pesquisadores colabora com os professores, administradores escolares e outros interessados para apoiar a mudança organizacional da instituição de ensino.

### 3.1.1 Ciclos de design

Como utilizaremos um micromundo já constituído para a pesquisa, nosso foco ficou mais direcionado no sentido de desenvolver atividades que incluem teoria e prática, de modo que a aprendizagem ocorra espontaneamente da relação entre o aprendiz surdo, o *design* e o micromundo.

O processo de *design* pode ser caracterizado por dois aspectos dependentes que se inter-relacionam (Figura 8). Esses aspectos consistem no desenvolvimento

instrucional envolvendo planejamento dos elementos do *design* alicerçados na teoria e aspectos ligados a prática (COBB et al., 2003).

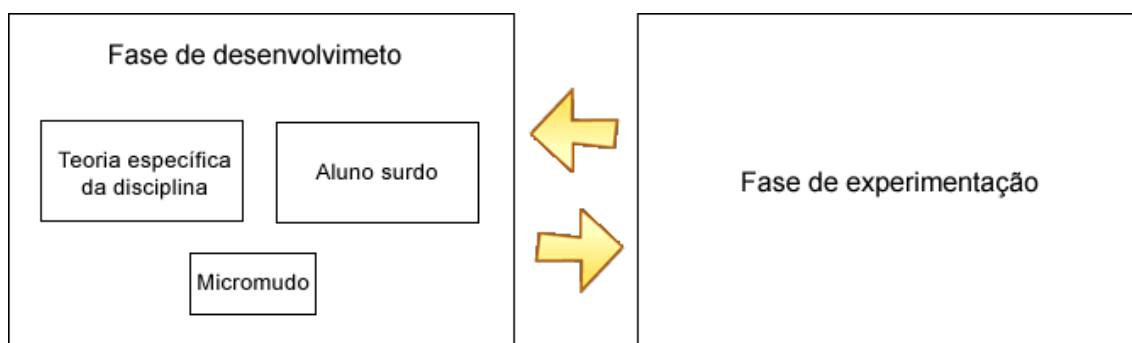


Figura 8: Ciclo de desenvolvimento do *design*

O desenvolvimento das atividades foi o foco inicial de nossos trabalhos, e caminhando paralelamente tínhamos a fase de experimentação, que contribuiu efetivamente para o refinamento das atividades que comporiam o *design* utilizado para coleta de dados. Passamos por três ciclos de desenvolvimento do *design* denominadas: Fase I Alunos Ouvintes (Fase IAO), Fase II Alunos Ouvintes (Fase IIAO) e Fase III Alunos Surdos (Fase IIIAS). Esses momentos nos possibilitaram executar mudanças importantes nas atividades antes de alcançarmos o Ciclo de Coleta de Dados. As Fases IAO e IIAO foram testadas com alunos ouvintes e a Fase IIIAS, com alunos surdos, todos pertencentes à rede estadual de ensino de São Paulo. Considerados os processos de *redesign* da metodologia adotada na pesquisa, optamos inicialmente por realizar testes com alunos ouvintes a fim de detectar pontos falhos nas atividades, e, de acordo com a necessidade, reformularíamos ou elaborariamos novas tarefas que poderiam possibilitar a observação dos procedimentos matemáticos envolvidos na construção dos modelos pelos aprendizes surdos. Os dados gerados nos testes com aprendizes ouvintes poderão ser usados para futura comparação entre os dados oriundos das fases de testes e o de coleta de dados, bem como servirão de referência em nossas análises. Diante dessas preocupações, optamos realizar dois momentos de testes com alunos ouvintes antes de proceder aos testes com aprendizes surdos.

### 3.2 Papel do pesquisador/professor

Em ambos os ciclos da pesquisa, o pesquisador tem como tarefa assumir também o papel de professor. Essa dupla função está presente durante toda a pesquisa, semelhantemente ao Dr. Henry Jekyll no filme *O médico e o monstro*. Nesse duplo papel, cabe-nos, quando na função de professor, estimular, encorajar, envolver e interferir em momentos críticos que poderão surgir durante o experimento, respeitando os métodos de resolução apresentados por eles. Como pesquisador, cabe observar, registrar e analisar os elementos contidos durante a coleta de dados sem deixar que os desejos de “ajudar” do professor interfiram na mente do pesquisador prejudicando os dados que estão sendo coletados.

### 3.3 Descrição das sessões

As sessões de pesquisa serão organizadas para: Investigar (1) os significados das representações visuais dos números racionais pela ferramenta MusiCALcolorida (2), funcionalidade da calculadora (Anexo II) (3) análise das possibilidades de comparação entre dois números por meio de suas representações visuais, (4) análise das descobertas feitas pelos alunos durante a experimentação, (5) compartilhar as descobertas, (6) definição, por parte dos aprendizes envolvidos na pesquisa, das propriedades das frações equivalentes, (7) análise desses resultados. Os materiais e registros produzidos serão coletados mediante o Termo de Consentimento Livre e Esclarecimento (Anexo I).

#### 3.3.1 Perfil dos alunos – Fase IAO

A primeira versão do *design* foi aplicada a alunos matriculados na rede estadual de ensino do Estado de São Paulo. Os critérios utilizados para a seleção basearam-se no baixo rendimento em matemática ou ser aluno do sexto ano. Escolhemos esse ano de escolarização por considerarmos que nessa fase os aprendizes ainda não tiveram contato com o conteúdo matemático abordado na pesquisa.

Inicialmente, fizemos uma reunião com os responsáveis pela escola onde apresentamos nosso projeto de pesquisa e expusemos nossos objetivos com os testes. Todos julgaram nossa intenção adequada, assim optando por autorizarem a realização dos trabalhos conforme lhes foram propostos.

Para realização da fase de testes das primeiras versões das atividades, decidimos trabalhar com seis alunos, considerando os critérios citados. Como a escola em questão tem uma equipe pedagógica familiarizada com seus aprendizes, decidimos solicitar a eles que encaminhassem os alunos para que pudéssemos esclarecer algumas dúvidas que porventura eles tivessem a respeito do projeto, sendo posteriormente chamados os responsáveis para autorizarem a realização da pesquisa.

Como pretendemos observar a interação entre os alunos durante a realização das tarefas, optamos por trabalhar com os alunos divididos em duplas, cujos perfis serão apresentados na Tabela 2.

**Tabela 2: Formação das equipes de alunos ouvintes**

<b>Equipe 1</b>	<b>Bruno:</b> tem 11 anos; está no sexto ano do ensino fundamental; é considerado um aluno dedicado que não apresenta problemas de comportamento. Em avaliações sempre tem bons resultados. É um aluno aparentemente tímido e tem familiarização com a informática.
	<b>Bruna:</b> tem 11 anos; está no sexto ano do ensino fundamental; é uma aluna regular em Matemática e muito inibida; pouco conversava com seu companheiro de grupo.
<b>Equipe 2</b>	<b>Ana:</b> tem 11 anos; está no sexto ano do ensino fundamental; é uma aluna que demonstra bastante interesse em utilizar a tecnologia para aprender matemática.
	<b>Clara:</b> tem 11 anos; gosta de matemática e informática; na escola é tida como uma aluna muito extrovertida.
<b>Equipe 3</b>	<b>Pedro:</b> tem 11 anos; está no sexto ano do ensino fundamental é um aluno inquieto. Não demonstra interesse pela Matemática, mas, como iríamos usar o computador, aceitou o desafio.
	<b>Ricardo:</b> tem 17 anos; está no primeiro ano do ensino médio. Esse aluno tem baixa audição e muita dificuldade em Matemática. É um aluno introvertido.

Inicialmente, programamos a sessão de teste com duração de duas horas, e nela pretendíamos observar a disposição dos alunos, os recursos que utilizamos para captura de vídeo e as dificuldades para a realização das atividades durante a coleta de dados.

### 3.3.2 Perfil dos alunos – Fase IIAO

Antes de darmos início a essa fase de testes, executamos modificações no *design* considerando os pontos críticos que surgiram na análise da aplicação da Fase IAO. Entre elas incluímos novas atividades, trocamos as frações que geravam pinturas semelhantes e optamos por representar os enunciados das atividades utilizando tiras em quadrinhos com o intuito de chamar a atenção dos aprendizes

Perdemos muitos dados durante a realização da primeira fase de teste do *design*, principalmente por problemas técnicos dos meios que estávamos utilizando para gravação da atividade. O objetivo dessa segunda fase de testes é verificar se as novas atividades propostas estão adequadas, efetuar o *redesign*, se necessário, e testar os recursos de captura de imagem.

Para essa fase, convidamos duas alunas ouvintes matriculadas na rede Municipal de Ensino de Poá, cidade da Grande São Paulo, que se dispuseram prontamente a colaborar com o trabalho. Da mesma maneira que propomos no pré-teste anterior, utilizamos nomes fictícios para representar as alunas.

#### **Equipe 4**

**Elaine:** tem 10 anos; está matriculada no sexto ano do ensino fundamental; é uma aluna dedicada. Tem maior interesse em disciplinas ligadas a linguagem e códigos e não tem dificuldade em manipular o computador.

**Lidiane:** tem 10 anos; está matriculada na mesma classe de sua parceira no grupo de pesquisa. Segundo ela, a matéria que mais gosta é a Matemática e também não demonstra nenhuma dificuldade em manipular o computador.



### 3.4 Fase de teste com aprendizes surdos

Nessa fase ocorreram poucas alterações do *design*. Entre elas, optamos por inserir a funcionalidade da MusiCALcolorida no rol de atividades e algumas modificações nos enunciados.

Não obstante nossas atividades terem passado por ciclos de *redesign*, ainda tínhamos muitas inseguranças a respeito da realização da pesquisa com alunos surdos. Estávamos preocupados com questões ligadas a comunicação e interpretação dos enunciados das atividades. Nesse sentido, esta versão do *design* foi aplicada com aprendizes surdos, uma vez que as anteriores sofreram modificações baseadas nas observações das dificuldades apresentadas nos testes com alunos ouvintes.

Diante dessas preocupações, procuramos um dos polos do Cape para que este autorizasse a aplicação das atividades com alunos surdos, bem como para autorização da Dirigente Regional à qual pertence a escola, da diretora da escola onde está o polo do Cape, e da professora responsável pela sala de apoio. Felizmente, não sofremos resistência de nenhuma das partes.

O centro de apoio dessa escola atende alunos com diversas necessidades especiais. Nesse centro, tínhamos dois alunos com deficiência intelectual, uma aluna com surdez e deficiência intelectual, dois alunos com deficiência auditiva moderada e cinco alunos surdos. Entre os alunos surdos havia três frequentando o primeiro ano do ensino médio com 18, 19 e 20 anos de idade, respectivamente, e dois com idade de 16 anos frequentando o nono ano do ensino regular. Aparentemente, somente essas duas alunas poderiam potencialmente se enquadrar no perfil dos nossos sujeitos de pesquisa.

Conversando com a professora dessa sala a respeito de assuntos ligados à matemática, fomos informados de que uma das alunas do ensino médio era muito boa em matemática. Sugerimos, então, que ela fizesse uma divisão. Imediatamente dissemos que não seria mais necessário, e a aluna em questão pediu que a deixasse fazer o cálculo.

A professora solicitou que a aluna fizesse a divisão de 234 por 3. Achamos estranho, mas continuamos a observar quais eram os procedimentos matemáticos que ela utilizava para resolução. Inicialmente, ela nos perguntou se podia armar a

conta; informamos que sim. Pegou uma folha do caderno (Figura 8) e fez vários registros. Retornou à lousa e resolveu o problema proposto.

The image shows a student's handwritten work on a piece of lined paper. The work is organized into several sections:

- Top Section:** A multiplication table for 3 and 9. The 3x table is on the left, and the 9x table is in the middle. To the right, there are two addition problems:  $3+3+3+3+3$  and  $3+3+3+3+3=$ .
- Middle Section:** A large, dark scribble covers out a portion of the page.
- Bottom Section:** Contains several division problems. On the left, there are two simple divisions:  $3 \overline{) 6}$  and  $3 \overline{) 12}$ . In the center, there is a more complex division:  $3 \overline{) 12}$  with a horizontal line and the number 12 below it. On the right, there are two long division problems:  $7 \overline{) 21}$  and  $7 \overline{) 28}$ .

Figura 9: Registro da aluna  $234 \div 3$

Observando o registro, percebemos que a aluna necessita primeiramente fazer uso da tabuada, e na construção se vale principalmente do mundo da *contagem* para obtenção dos valores, e finalmente resolve o problema. Não estamos querendo dizer que esse procedimento não seja adequado, afinal o aluno obteve o resultado correto, mas sim considerando que alunos do primeiro ano do ensino médio se valem de processos menos trabalhosos para resolver problemas desse

tipo. Diante dessa situação, procuramos compreender como esses alunos estavam lidando com o conteúdo de matemática do ensino médio. Solicitamos que, se possível, trouxessem o caderno de registros de sala no próximo encontro.

No encontro seguinte, as alunas trouxeram seus cadernos e pudemos verificar os conteúdos estudados por elas. Entre outros, vamos destacar regra de três e equação do segundo grau (Figuras 9 e 10, respectivamente).

18/08/09

Exercícios

1) Comprei 5 m de corda por R\$ 40,00, quanto pagarei por 14 m?

	40	560   5
5 x 40	x 14	-5   112
14 x 40	160	66
	+ 40 +	5
	560	70
		-70
		0

2) Com 12 operários podemos construir um muro em 4 dias. Quantos dias levarão 8 operários para fazer o mesmo muro?

	4	6 dias
12 x 4	x 8	
8 x 4	32	

3) Uma roda dá 80 voltas em 20 minutos, quantas voltas dará em 28 minutos?

	80	2240   28
80 x 20	x 28	-20   112 voltas
20 x 28	640	024
	+ 160 +	80
	2240	040
		-40
		0

4) Com 8 eletricitas podemos fazer a instalação de uma casa em 3 dias. Quantos dias levarão 6 eletricitas para fazer o mesmo trabalho?

	3	4 dias
8 x 3	x 6	
6 x 3	18	
	+ 12 +	
	24	

Figura 10: Caderno da Joice

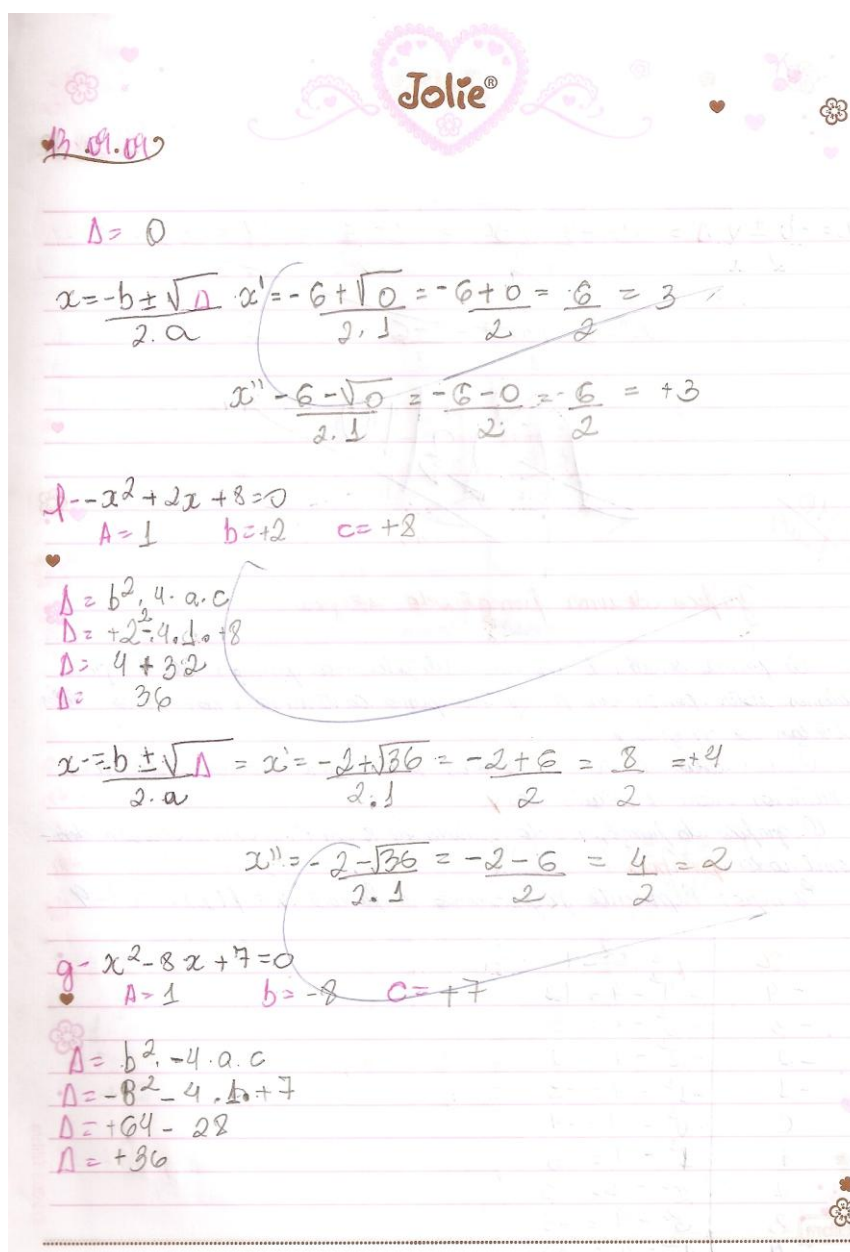


Figura 11: Caderno da Gisele

Em conversa com esses alunos, perguntamos por curiosidade quais eram suas menções a matemática: nesse caso observamos que a aluna Joice tem média 8 em matemática e a Gisele, média 7. Ainda observando os registros feitos nos cadernos, perguntamos para as alunas como elas encontraram o resultado “6 dias” no exercício 2 (Figura 8), porém nenhuma das duas alunas soube responder. Nesse momento, a professora da sala de apoio se aproximou questionando sobre o que estava acontecendo, relatamos o fato e ela nos respondeu: “não, na escola deles eles são copistas, ganham nota pelo caderno e vem aqui para eu ajudá-los fazer o

trabalho de casa”. Também nos relatou que teve que intervir junto à escola regular onde estuda um de seus alunos que é surdo, e nos contou que ele era sempre encaminhado para diretoria por tumultuar a aula. Explicou que o aluno em questão tentava se comunicar com a professora ou com os colegas de classe, e como ninguém o compreendia acabava sendo encaminhado à direção da escola.

Os sujeitos envolvidos nessa fase do trabalho são duas alunas com surdez bilateral profunda que frequentam aulas de apoio pedagógico em horário alternado ao da escola regular. Usaremos os pseudônimos Maria e Joana para representar essas alunas.

#### *3.4.1 Perfil dos alunos – Fase IIIAS*

##### **Equipe 5:**

**Joice:** tem 19 anos; se comunica bem com Libras; é uma aluna desinibida e brincalhona. No início ficou um pouco constrangida com a câmera filmadora, e, segundo ela, gosta de Matemática. Ela está matriculada no primeiro ano do ensino médio.

**Gisele:** tem 18 anos e está frequentando o primeiro ano do ensino médio. Reclama de tudo e adora ficar navegando na internet.

#### *3.4.2 Caracterização dos alunos surdos que participaram do Ciclo de Coleta de Dados*

Realizamos a coleta de dados com 11 alunos matriculados na Escola Municipal de Educação Especial (EMEE) Helen Keller, que desde sua fundação em 1952 atende alunos surdos. Nesse momento, conta com 400 alunos distribuídos em três períodos.

Por se tratar de uma escola de educação especial destinada a aprendizes surdos, tem sua proposta pedagógica voltada para necessidades desses alunos. Esse fato nos dá novas expectativas, uma vez que todos os aprendizes surdos com os quais tivemos contato anteriormente não frequentaram uma escola desse tipo, e

foram alfabetizados em média após os 8 anos de idade. Na sua grande maioria aprenderam a se comunicar por meio das Libras em igrejas ou ONGs.

Participaram da coleta de dados todos os onze alunos da sétima série, considerando que essa escola segue a seriação das turmas. Identificaremos individualmente os sujeitos de pesquisa, uma vez que a organização das turmas sofreu alterações durante os quatro dias de pesquisa.

**Vanessa:** 19 anos; sempre saía antes do término das sessões em razão do trabalho. Não participou de todos os momentos da pesquisa.

**Patrícia:** 15 anos; é uma aluna muito participativa e não faltou em nenhuma sessão.

**Fabiana:** 20 anos; participou somente do primeiro e último encontro.

**Benedito:** 18 anos; mesmo tendo se ausentado no terceiro dia da pesquisa, deixou contribuições para nossas análises; é um aluno, segundo sua professora, que gosta de Matemática.

**Dalva:** 13 anos; uma aluna oralizada e se mostrou muito interessada com a pesquisa.

**Aline:** 19 anos; participou de todos os momentos do trabalho.

**Edmar:** 18 anos; participou somente da primeira e última sessão de coleta de dados.

**Ronaldo:** 18 anos; muito comunicativo, e, mesmo tendo faltado no segundo encontro, conseguiu acompanhar os demais colegas.

**Sônia:** 20 anos; faltou somente na primeira sessão, e é uma aluna esforçada.

**Célio:** 18 anos; esteve presente somente na segunda e última sessões de coleta de dados.

**Sergio:** 21 anos; participou somente das duas últimas sessões.

### **3.5 Versão final do *design* – coleta de dados**

Mediante nossas observações durante a realização das atividades com alunos surdos, detectamos a necessidade de alguns refinamentos das atividades. Consideramos interessante para o estudo incluir atividades que também trabalhassem com representações visuais do subconstruto parte-todo, uma vez que esse tipo de representação pode auxiliar na elaboração de hipóteses que favoreçam a construção de modelos matemáticos construídos por nossos aprendizes.

#### **Atividade 1 – Entrevista**

Nessa atividade (Figura 12) levantaremos os dados pessoais dos alunos. Ela também possibilita observar quais modelos matemáticos os aprendizes estão tentando utilizar para resolver nossos questionamentos.

Nome: ..... Idade: .....

Série ou ano em que está matriculado? .....

Qual matéria mais gosta de estudar? .....

Você tem algum número preferido? Pode dizer por quê?

.....  
 .....

Pedro recebeu 30 reais, gastou  $\frac{2}{3}$  do dinheiro que recebeu. Quanto de dinheiro ele ficou?

.....

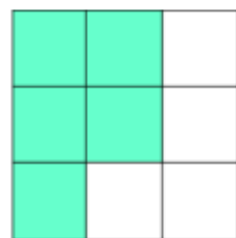
Quantas gramas correspondem meio quilo de café?

.....

José comprou  $\frac{3}{6}$  de um quilo de café e João comprou  $\frac{2}{4}$  de um quilo de café. Quem comprou mais café? Justifique sua resposta.

.....  
 .....

Como você representaria com número a parte pintada da figura?



.....  
 .....

Figura 12: *Design* final – Atividade 1

## Atividade 2 – Apresentação da ferramenta MusiCALcolorida

A exploração da MusiCALcolorida se dará por meio de um manual explicativo (Anexo III) contendo as funções e ferramentas incluídas na calculadora de cores. Nesse manual também é explicitado como a calculadora representa a parte decimal do número por meio de uma pintura.<sup>4</sup> Optamos por criar um tutorial da MusiCALcolorida pois entendemos que os sujeitos, tanto surdos quanto ouvintes, envolvidos no trabalho não estão familiarizados com a ferramenta de aprendizagem que utilizaremos na pesquisa.

<sup>4</sup> Referimo-nos como pintura a representação da parte decimal do número no visor da MusiCALcolorida.



### Atividade 3

Propomos nessa atividade (Figura 13) que os aprendizes observem que algumas frações têm pinturas idênticas e outras pinturas são totalmente diferentes. Nossa experiência nas fases de testes nos mostra que as comparações provavelmente terão unicamente caráter empírico.



a)  $\frac{2}{16}$   $\frac{1}{8}$

e)  $\frac{77}{99}$   $\frac{77}{999}$

b)  $\frac{23}{23}$   $\frac{7}{7}$

f)  $\frac{2}{16}$   $\frac{4}{32}$

c)  $\frac{5}{17}$   $\frac{4}{19}$

g)  $\frac{2}{14}$   $\frac{6}{14}$

d)  $\frac{5}{9}$   $\frac{55}{99}$

Figura 13: *Design* final – Atividade 3

#### Atividade 3.1

Com o objetivo de estimular o raciocínio dos alunos, propomos que eles tentem justificar o fato de alguns pares de frações terem pinturas iguais.

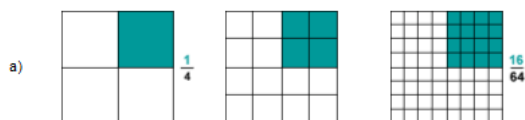


Figura 14: *Design* final – Atividade 3.1

### Atividade 4

Essa atividade (Figura 15) explora o subconstruto da fração parte-todo e quociente, e nela propomos que o aprendiz perceba a relação que existe entre a quantidade em que o todo foi dividido com a parte pintada e ainda compare as áreas das representações visuais parte-todo criando conexões com as questões ligadas à condição de duas frações ou mais frações terem ou não pinturas idênticas. Nas resoluções dessas atividades podemos observar quais dos mundos da Matemática estão mais presentes nos modelos de nossos aprendizes.

As frações representam a relação entre a parte pintada e a figura toda. Coloque uma fração para as figuras que não tem e complete as que estão faltando algum número.



O que acontece quando digitamos as três frações na MusiCALcolorida. Por que isso acontece?

.....

.....

.....



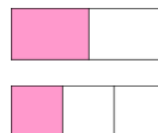
O que acontece quando digitamos as duas frações na MusiCALcolorida. Por que isso acontece?

.....

.....

.....

c)



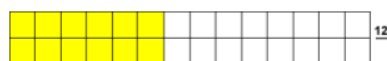
O que acontece quando digitamos as duas frações na MusiCALcolorida. Por que isso acontece?

.....

.....

.....

d)



O que acontece quando digitamos as três frações na MusiCALcolorida. Por que isso acontece?

.....

.....

.....

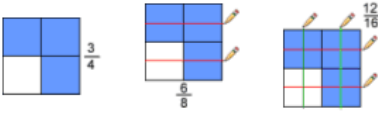
Figura 15: *Design* final – Atividade 4

## Atividade 5 e 5.1

As atividades 5 e 5.1 (Figura 16) têm como objetivo mostrar que frações equivalentes podem ser encontradas a partir dos fracionamentos em partes congruentes dos pedaços que representam a fração no subconstruto parte-todo. Outra possibilidade inerente dessa atividade é o trabalho com o mundo da *equipartição* nas obtenções de novas frações equivalentes.

### Atividade 5

a) Digite na calculadora as frações  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{6}{8}$ ,  $\frac{12}{16}$ .

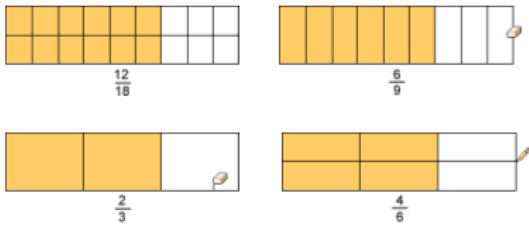


O que podemos dizer das pinturas dessas frações na calculadora?

.....

.....

b) Digite na calculadora as frações  $\frac{12}{18}$ ,  $\frac{6}{9}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{4}{6}$ .




Escreva uma nova fração que tem a mesma pintura das frações do exercício b:

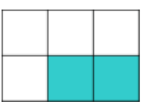
.....

.....

### Atividade 5.1

Represente a parte pintada da figura com uma fração e escreva mais duas frações com a mesma pintura da fração que você encontrou:

a) 

b) 

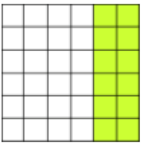
c) 

Figura 16: *Design* final - Atividades 5 e 5.1

## Atividade 6

Para realização da atividade (Figura 17), a dupla recebe um envelope contendo 13 cartas de cartolina indicadas com uma fração em uma de suas faces. Aqui as frações estão representadas nos seus respectivos conjuntos. Em seguida, solicitamos que separem as frações em grupos considerando a igualdade das pinturas das frações quando digitadas na calculadora. Essa atividade tem caráter

empírico e não esperamos que nesse momento os aprendizes notem que podem organizar os conjuntos a partir da percepção da equivalência entre as frações.

Nessa está tudo misturado.

Me ajude organizar as frações que tem a mesma pintura.

	$\frac{1}{7}, \frac{2}{14}, \frac{4}{28}$
	$\frac{2}{3}, \frac{4}{6}$
	$\frac{1}{8}, \frac{8}{47}$
	$\frac{5}{6}, \frac{10}{12}, \frac{20}{24}$
	$\frac{3}{4}, \frac{9}{12}$

Figura 17: *Design* final – Atividade 6

### Atividade 6.1

Logo após a colagem, é pedido (Figura 18) que encontrem duas novas frações para cada agrupamento. Nesse ponto, gostaríamos que nossos aprendizes, a partir da observação das frações (Figura 17) dos conjuntos, percebessem alguma relação que os possibilitasse encontrar outras frações a uma dada, e considerando as manipulações de suas hipóteses construíssem um modelo para esse tipo de problema.

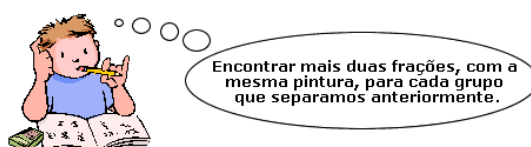


Figura 18: *Design* final – Atividade 6.1

### Atividade 6.2

Nessa atividade (Figura 19) os alunos justificam o processo que utilizaram para determinar as novas frações. É nessa fase do *design* que os alunos organizam as ideias de um modelo matemático sobre frações equivalentes. Nesses relatos poderemos observar quais dos mundos eles privilegiam em suas hipóteses ou modelos matemáticos.

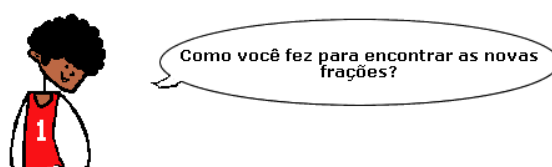


Figura 19: *Design* final – Atividade 6.2

### Atividade 7

Nosso objetivo com essa atividade (Figura 20) é levar a dupla de aprendizes a descobrir o número que está faltando, criando e testando novas hipóteses, ampliando assim o modelo que vem sendo construído.



a)  $\frac{2}{3} = \frac{8}{\quad}$

e)  $\frac{\quad}{30} = \frac{6}{15}$

b)  $\frac{2}{7} = \frac{\quad}{21}$

f)  $\frac{14}{\quad} = \frac{2}{5}$

c)  $\frac{7}{8} = \frac{\quad}{32}$

g)  $\frac{30}{35} = \frac{\quad}{7}$

d)  $\frac{3}{\quad} = \frac{18}{24} = \frac{9}{\quad}$

Figura 20: *Design* final – Atividade 7

### Atividade 8

O objetivo dessa atividade (Figura 21) é propor que a dupla encontre frações equivalentes às frações dadas de maneira que os novos pares tenham denominadores iguais. Buscamos com essa atividade analisar os procedimentos utilizados para obter seus resultados.



$\frac{4}{6}$ e $\frac{6}{12}$  $\frac{5}{15}$ e $\frac{2}{3}$  $\frac{2}{14}$ e $\frac{3}{21}$		$\frac{8}{10}$ e $\frac{3}{5}$  $\frac{16}{40}$ e $\frac{4}{5}$  $\frac{4}{5}$ e $\frac{3}{7}$
---	--	--


Figura 21: *Design* final – Atividade 8


### Atividade 9

Essa atividade (Figura 22) foi desenvolvida por considerarmos que seria apropriada uma sequência em que os aprendizes pudessem se valer dos modelos,

que acreditamos que poderiam ter sido construídos durante a pesquisa em sua resolução.

Para somar ou subtrair duas ou mais frações seus denominadores devem ser iguais.

$$\frac{3}{16} + \frac{8}{16} = \frac{3+8}{16} = \frac{11}{16} \quad \frac{13}{24} - \frac{8}{24} = \frac{13-8}{24} = \frac{5}{24}$$




The comic strip consists of six panels. Panel 1: A student thinks 'Numerador / Denominador'. Panel 2: A student asks '... então como podemos adicionar  $\frac{1}{3} + \frac{3}{6} = ??$ '. Panel 3: A student explains 'As frações equivalentes de  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \dots$  and  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \dots$ '. Panel 4: A student asks 'Mas como isso pode nos ajudar?'. Panel 5: A student asks 'As frações têm que ter o mesmo denominador??'. Panel 6: A student says 'Já sei ...' and shows the solution:  $\frac{1}{3} + \frac{3}{6} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$ .

a)  $\frac{3}{8} + \frac{1}{4} =$

c)  $\frac{5}{12} - \frac{1}{3} =$

b)  $\frac{3}{9} - \frac{6}{27} =$

d)  $\frac{2}{4} + \frac{2}{5} =$

Figura 22: Design final – Atividade 9

Neste capítulo, descrevemos as atividades desta pesquisa, as quais foram concebidas diante da metodologia do *design experiments*, e desde o início de seu desenvolvimento buscamos nos processos de *design* e *redesign* elaborar atividades relacionadas à construção de modelos pessoais ligados ao objeto matemático de frações equivalentes, e como as representações visuais podem contribuir com essas construções. Consideramos, já nos momentos finais de *redesign*, que seria adequado inserir atividades que incluíssem representações visuais do subconstruto parte-todo em nossas sequências por acreditarmos que esse tipo de representação pode trazer outras possibilidades para o desenvolvimento da construção dos modelos que estamos buscando.

No capítulo seguinte, poderemos observar as modificações que ocorreram durante o processo de *redesign* e as situações que as propuseram. Também trazemos ao conhecimento dados oriundos do ciclo de *design* que poderão nos ajudar na compreensão das hipóteses geradas durante a pesquisa dos modelos criados pelos aprendizes.



---

## FASES DE DESENVOLVIMENTO DO *DESIGN*

As atividades desenvolvidas para a realização da pesquisa procuram auxiliar na compreensão de como as representações visuais podem contribuir para a aprendizagem matemática de alunos surdos. Com esse objetivo, acreditamos que o tipo de representação visual do número proposto na MusiCALcolorida vem ao encontro do nosso trabalho. Outro fator importante para escolha da ferramenta é em razão de sua característica de micromundo, uma vez que ela permite fazer alterações em sua estrutura de acordo com as necessidades que podem surgir durante o experimento, ou criar novas ferramentas. Nesse experimento, as alterações serão realizadas pela equipe de pesquisadores envolvidos no trabalho, e, por isso, a MusiCALcolorida é entendida como uma ferramenta de aprendizagem, um micromundo para os pesquisadores e para os aprendizes.

Em nossas análises durante o Ciclo de Design tivemos em mente duas ideias principais. A primeira foi colocada por Papert (1980), quando ele sugere que seria mais fácil aprender Matemática se estivéssemos inseridos no mundo dessa disciplina, o que ele carinhosamente denomina de “Matelandia”. A segunda ideia foi proposta por Nunes (2002), e segundo ela a surdez deve ser encarada como fator de risco que pode contribuir com as dificuldades de aprendizagem relacionadas com conteúdos ligados à matemática de aprendizes surdos. Esses dois fatores nos fazem acreditar que, se tivéssemos ferramentas que nos permitissem entrar na atmosfera de locais como a “Matelandia”, poderíamos reduzir os riscos de aprendizagem propostos pela autora.

Buscamos criar uma atmosfera rica de representações visuais sem deixar de lado a teoria que envolve nosso conteúdo, permitindo aos aprendizes participantes da pesquisa enveredarem em processos autônomos de construções ou reconstrução de modelos matemáticos, como propõe Papert (1980).

Como não existem muitas pesquisas, até o momento, relacionadas à aprendizagem matemática de alunos surdos, consideramos necessário pensar em atividades que já tivessem passado por algumas fases de *design*, experimentação e de *redesign*. Logo, optamos por aplicar as ideias iniciais com alunos ouvintes e depois com alunos surdos.

Buscamos, nos momentos de testar as várias versões das atividades em desenvolvimento, analisar pontos críticos que poderiam surgir durante a pesquisa, fazer correções ou reformulações das atividades e planejar a coleta de dados. Outra contribuição dessa fase foi a obtenção de resultados oriundos das análises das atividades envolvidas na pesquisa. Esses dados poderão servir para nos auxiliar na compreensão ou comparação dos resultados que obtivermos com aprendizes surdos.

Cabe destacar que, não obstante as atividades inicialmente estarem sendo testadas com alunos ouvintes, nosso olhar em nenhum momento deixou de estar voltado para o aprendiz surdo. Portanto, foi necessário considerar as dificuldades que eles apresentam na compreensão de textos que envolvem generalização, compreensão de figuras de linguagem e de frases que estejam com seus verbos conjugados em um tempo diferente do presente, como destaca Goldfeld (2002). Assim, optamos por utilizar textos sempre no presente, com os verbos, quando possível, no infinitivo e frases curtas nos enunciados das atividades.

#### **4.1 Primeiro ciclo de *design* – Fase IAO**

A aplicação dessas atividades durou aproximadamente três horas. Participaram desse primeiro ciclo de testes seis alunos, distribuídos em três duplas, nomeadas Equipe 1, Equipe 2 e Equipe 3. Descreveremos a seguir as três atividades iniciais que serviram de referência para nossas observações para elaboração e reformulação dessas mesmas atividades, no sentido de adequação à proposta da pesquisa.

A primeira atividade (Figura 23) idealizada para compor o *design* propunha verificar como os aprendizes surdos relacionavam frações presentes em uma frase

como sua representação numérica. Com esse objetivo, elaboramos as seguintes frases e logo em seguida solicitamos que indicassem com uma fração os textos que estão em negrito:

Pensar nas situações:

**Meio quilo** de açúcar

**Três quartos** de café

**Um quarto** de hora

**Meio metro**

**Dois terços** do mês

**Uma oitava** acima

**Um quinto** da herança

**Meio dia.**

Representar as palavras mais fortes com um número?

<input type="text"/>	de açúcar	<input type="text"/>	do mês
<input type="text"/>	de café	<input type="text"/>	acima
<input type="text"/>	de hora	<input type="text"/>	da herança
<input type="text"/>	metro	<input type="text"/>	dia

Figura 23: Atividade1 – IAO

A segunda atividade (Figura 24) propõe mostrar que uma divisão pode ser representada na forma de fração e o reconhecimento dos termos matemáticos utilizados para representar os números que ficam na parte superior e inferior da fração.

Divisão representar fração.

$$2 \overline{) 3} = \frac{2}{3} = \frac{\text{Numerador}}{\text{Denominador}}$$

Colocar nome ao número:

$\frac{3}{5}$	5	<input type="text"/>	$\frac{2}{8}$	2	<input type="text"/>
$\frac{1}{4}$	4	<input type="text"/>	$\frac{10}{99}$	99	<input type="text"/>
$\frac{3}{7}$	7	<input type="text"/>	$\frac{5}{13}$	5	<input type="text"/>
$\frac{3}{11}$	11	<input type="text"/>	$\frac{1}{9}$	9	<input type="text"/>

Figura 24: Atividade 2 – IAO

E, finalmente, a terceira atividade é composta por três momentos descritos a seguir:

Inicialmente é dado aos alunos um envelope contendo 34 recortes de cartolina de dimensões 2,3 x 2,5 centímetros. Cada recorte tem em uma de suas faces uma fração que pertence a um dos sete grupos de frações equivalentes que foram previamente selecionadas pelos pesquisadores. Na Tabela 3, temos cada uma das frações impressas em uma das faces dos recortes de cartolina agrupadas nos seus respectivos conjuntos de equivalência.

**Tabela 3: Conjuntos de frações equivalentes**

$\frac{3}{5}, \frac{6}{10}, \frac{9}{15}, \frac{12}{20}$	$\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \frac{5}{15}$	$\frac{3}{7}, \frac{6}{14}, \frac{9}{21}, \frac{12}{28}$	$\frac{4}{7}, \frac{8}{14}, \frac{12}{21}, \frac{16}{28}$
$\frac{7}{8}, \frac{14}{16}, \frac{21}{24}, \frac{28}{32}, \frac{35}{40}$	$\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \frac{5}{15}$	$\frac{1}{7}, \frac{2}{14}, \frac{3}{21}, \frac{4}{28}, \frac{5}{35}$	

Foram considerados para formação dos grupos: números racionais com um número finito de casas, dízimas periódicas e a pintura gerada pela fração na MusiCALcolorida.

Assim que entregamos aos alunos o envelope contendo as frações e a ficha, solicitamos que o abrissem e separassem as frações em grupos de acordo com a pintura gerada por elas na MusiCALcolorida.

Depois de agrupadas todas as frações segundo sua pintura, é pedido que sejam coladas na ficha entregue anteriormente. Após concluída a fase da colagem, solicitamos aos aprendizes que encontrem duas novas frações para cada equipe separada anteriormente e que justifiquem como encontraram essas novas frações. Consideramos esse momento um dos pontos importantes do trabalho, pois nele propomos uma sequência de atividades que podem dar condições aos aprendizes surdos de criar, argumentar e testar suas hipóteses a respeito do conteúdo, e, a partir de suas observações e reflexões sobre a realização das atividades em

conjunto com a MusiCALcolorida, construir modelos matemáticos pessoais que os auxiliem resolver problemas que envolvam ou possam ser resolvidos utilizando frações equivalentes.

#### 4.1.1 Resultados do primeiro ciclo de design – Fase IAO



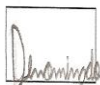
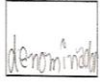

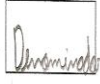


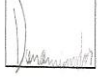



Apresentaremos os resultados da primeira atividade proposta aos aprendizes ouvintes. É possível notar (Tabela 4) que a Equipe 1 tem referências sobre as unidades das grandezas que estamos utilizando. Durante a atividade surgem os comentários “um quilo é 1000”, “uma hora é 60”, “um metro é 100”, etc. Aparentemente, eles entendem a fração segundo o subconstruto de operador, e esse fato pode ser notado quando Bruno diz “uma hora 60, ... divide por 4” e “a metade é 500”.

**Tabela 4: Resultados Atividade 1 – Equipes 1, 2 e 3**

Dupla 1		Dupla 2		Dupla 3	
$\frac{1}{500}$ de açúcar	$\frac{2}{3}$ do mês	$\frac{1}{2}$ de açúcar	$\frac{2}{3}$ do mês	$\frac{1}{2}$ de açúcar	$\frac{2}{3}$ do mês
$\frac{3}{4}$ de café	$\frac{1}{8}$ acima	$\frac{3}{4}$ de café	$\frac{1}{8}$ acima	$\frac{3}{4}$ de café	$\frac{1}{8}$ acima
$\frac{1}{4}$ de hora	$\frac{1}{5}$ da herança	$\frac{1}{4}$ de hora	$\frac{1}{5}$ da herança	$\frac{1}{4}$ de hora	$\frac{1}{5}$ da herança
$\frac{1}{50}$ metro	$\frac{1}{10}$ dia	$\frac{1}{2}$ metro	$\frac{1}{2}$ dia	$\frac{1}{2}$ metro	$\frac{1}{2}$ dia

Observando os resultados da segunda atividade (Tabela 5), podemos constatar que as Equipes 1 e 2 não tiveram dificuldade de expressar o que fora pedido, e somente a Equipe 3 encontrou dificuldade para responder adequadamente todos os itens da atividade proposta.

Tabela 5: Resultados Atividade 2 – Equipes 1, 2 e 3

Dupla 1		Dupla 2		Dupla 3	
$\frac{3}{5}$ 5		$\frac{2}{8}$ 2		$\frac{3}{5}$ 5	
$\frac{1}{4}$ 4		$\frac{10}{99}$ 99		$\frac{1}{4}$ 4	
$\frac{3}{7}$ 7		$\frac{5}{13}$ 5		$\frac{3}{7}$ 7	
$\frac{3}{11}$ 11		$\frac{1}{9}$ 9		$\frac{3}{11}$ 11	

Durante a realização da terceira atividade, observou-se que seria mais interessante registrar as duas novas frações com os grupos formados. Assim, as colagens são uma atividade e os registros das duas novas frações equivalentes correspondem à resposta da atividade posterior à colagem.

Uma característica dos dados da Equipe 1 que nos chamou atenção nessa dupla, como podemos observar na Tabela 6, foi o fato de terem utilizado os valores da parte decimal para comparar as frações, valores esses que geram a pintura na MusiCALcolorida. Talvez esse tipo de representação ocorreu em razão da semelhança entre a pintura de alguns números. Podemos observar que eles se valeram desse tipo de representação principalmente para representações que eram muito coloridas. Observando o vídeo da gravação da atividade, percebemos que seus relatos ficaram mais orientados para frases do tipo “tem uma cor só”, “esse é colorido igual ao outro”, “esse é uma cor só” e “esses três são quase iguais” e perderam os recortes das frações  $\frac{6}{10}$ ,  $\frac{12}{20}$  e  $\frac{25}{40}$ .

**Tabela 6: Registros dos alunos Atividade 3**

42857 <sub>1</sub>	Para representar o grupo de frações equivalentes a $\frac{3}{7}$
142857 <sub>11</sub>	Para representar o grupo de frações equivalentes a $\frac{1}{7}$
875	Para representar o grupo de frações equivalentes a $\frac{7}{8}$
57142857 <sub>111</sub>	Para representar o grupo de frações equivalentes a $\frac{4}{7}$

Outro fato interessante dessa equipe foi ter utilizado reticências para indicar os números que têm quantidade de casas decimais infinitas.

Observamos que em virtude da qualidade excessiva de frações de cada conjunto e da semelhança entre as pinturas de alguns agrupamentos de frações, não restou tempo hábil para a dupla responder todas as questões e discutir sobre os modelos que utilizaram em seus procedimentos matemáticos. Como podemos observar nos dados da Tabela 7, alguns conjuntos, especificamente os últimos, considerando a ordem de colagem dessa equipe, não foram encontradas novas frações equivalentes.

**Tabela 7: Colagem dos alunos e novas frações**

$\frac{4}{36}$ $\frac{2}{18}$ $\frac{3}{27}$ $\frac{5}{45}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{8}{72}$ $\frac{9}{81}$	$\frac{3}{7}$ $\frac{15}{35}$ $\frac{6}{14}$ $\frac{9}{21}$ $\frac{12}{28}$
$\frac{3}{9}$ $\frac{5}{15}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{4}{12}$ $\frac{6}{18}$ $\frac{7}{21}$	$\frac{7}{8}$ $\frac{28}{32}$ $\frac{14}{16}$ $\frac{21}{24}$
$\frac{3}{5}$ $\frac{9}{15}$ $\frac{15}{25}$ $\frac{7}{42}$ $\frac{2}{12}$	$\frac{12}{21}$ $\frac{16}{28}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{8}{14}$
$\frac{1}{7}$ $\frac{2}{14}$ $\frac{3}{21}$ $\frac{5}{35}$ $\frac{4}{28}$ $\frac{6}{42}$	

Observando os dados da Tabela 8, notamos que os estudantes da Equipe 2 tentaram organizar as frações observando suas cores, e dessa maneira criaram grupos que classificaram como “azul”, “amarelo”, “roxo”, “vermelho, laranja, verde”, “laranja e verde”, “sem cor” e “coloridos”.

As Equipes 1 e 2 estavam muito próximas umas das outras, possibilitando a Equipe 2 copiar as novas frações descobertas pela Equipe 1. Quando solicitado à Equipe 2 que explicasse como encontrou as outras frações, não o fizeram, confessando que haviam copiado. Portanto, não levaremos em consideração em nossas análises suas novas frações equivalentes encontradas.

**Tabela 8: Colagens – Equipe 2**

Classificação	Agrupamento
Azul	$\frac{3}{9} \frac{5}{15} \quad \frac{4}{12} \frac{1}{3} \quad \frac{6}{18} \frac{7}{21}$ <p style="text-align: center;"><i>Azul</i></p>
Amarelo	$\frac{3}{5} \frac{15}{25} \frac{9}{15} \quad \frac{2}{12} \frac{7}{42}$ <p style="text-align: center;"><i>Amarelo</i></p>
Roxo	$\frac{2}{18} \frac{5}{45} \frac{4}{36} \frac{3}{27} \frac{1}{9}$ <p style="text-align: center;"><i>Roxo</i></p>
Vermelho, laranja e verde	$\frac{28}{32} \frac{7}{8} \frac{21}{24} \frac{14}{16}$ <p style="text-align: center;"><i>Vermelho, laranja e verde</i></p>
Laranja e verde	$\frac{35}{40}$ <p style="text-align: center;"><i>Laranja e verde</i></p>
Coloridos	$\frac{12}{28} \frac{15}{35} \frac{8}{14} \frac{9}{21} \frac{4}{28} \frac{4}{7} \frac{1}{7} \frac{6}{14}$ <p style="text-align: center;"><i>Coloridos</i></p>
	$\frac{12}{21} \frac{3}{21} \frac{2}{14} \frac{20}{35} \frac{3}{7} \frac{5}{35} \frac{16}{28} \frac{4}{28}$ <p style="text-align: center;"><i>Coloridos</i></p>
Sem cor	$\frac{12}{20} \frac{6}{10} \quad \frac{27}{3} \frac{45}{5}$ <p style="text-align: center;"><i>Sem cor</i></p>



É possível constatar, a partir da observação dos dados da Tabela 9, que a Equipe 3 classificou as frações de uma forma semelhante à da equipe anterior. Eles optaram por classificar os grupos com os nomes “colorido”, “três cores”, “roxo” e “azul” e não colaram as frações contidas no envelope.

**Tabela 9: Colagem – Equipe 3**

Classificação	Agrupamento
Colorido	
Três cores	
Roxo	
Azul	

Cabe ressaltar que essa equipe conseguiu descobrir novas frações de acordo com as classificações dadas por eles.

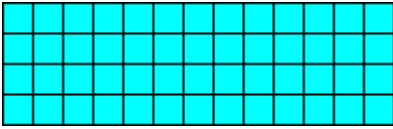
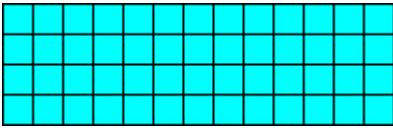
Com o objetivo de facilitar para o leitor que pode não dispor da calculadora MusiCALcolorida no momento da leitura do trabalho, optamos colocar amostras das pinturas das frações registradas pelos alunos em paralelo.

**Tabela 10: Novas frações – Colorido**

<p><math>\frac{26}{35}</math> colorido</p> <p><math>\frac{68}{58}</math> colorido</p>	$\frac{26}{35}$	
	$\frac{68}{58}$	



Os alunos propuseram agrupar frações seguindo como propriedade do conjunto o fato de ser colorido. Observando as frações encontradas na Tabela 10 podemos afirmar que essas frações pertencem ao conjunto de frações coloridas. No entanto, a atividade coloca que as frações que pertencem a um mesmo conjunto devem ter pinturas idênticas, logo as frações encontradas não pertencem aos conjuntos da atividade.

**Tabela 11: Novas frações – Azul**

$\frac{11}{33}$ azul. $\frac{8}{6}$ azul.	$\frac{11}{33}$	
	$\frac{8}{6}$	

Observe que na Tabela 11 a fração  $\frac{11}{33}$  realmente pertence ao conjunto das frações da atividade, já segunda fração  $\frac{8}{6}$ , apesar de ter a mesma pintura de um dos conjuntos dados, é uma fração imprópria, e no trabalho estamos considerando somente frações próprias. Como a calculadora gera a pintura a partir da parte decimal do número, o aprendiz não percebeu a diferença entre as razões ( $1,333... \neq 0,333...$ ). Contudo, essa situação denota que a representação visual, nesse caso, foi mais evidente que a numérica.

**Tabela 12: Novas frações – Classificadas como colorido**

$\frac{21}{8}$ Três cores. $\frac{5}{8}$ Três cores.	$\frac{21}{8}$	
	$\frac{5}{8}$	

O mesmo tipo de problema também ocorre nesse caso, como podemos observar nos dados da Tabela 12, em que o grupo de três cores encontrado não é proporcional a nenhum dos conjuntos dados pela atividade, aparecendo novamente uma fração imprópria, situação a ser superada no redesign do micromundo. Cabe destacar que a equipe de alunos justificou as frações foram encontradas em um processo de tentativas, ou seja, empiricamente.

#### 4.1.2 Considerações do primeiro ciclo de design – Fase IAO

A análise da Fase IAO propôs que efetuássemos uma série de mudanças no *design*, a começar pela apresentação dos enunciados utilizando-se tiras em quadrinhos. Acreditamos que esse tipo de apresentação pode melhorar a compreensão do que está sendo proposto pela atividade. As sessões de apresentação, coleta de informações dos alunos e funcionalidade da calculadora passaram a compor o rol de atividades do *design*. As duas primeiras serão denominadas Atividade 1 e a última, Atividade 2.

Optamos por trocar as Atividades 1 e 2 (Fase IAO) por outras que nos auxiliassem na escolha dos sujeitos que ainda não tiveram contato ou não construíram modelos sobre frações equivalentes, pois entendemos que alunos familiarizados com o conteúdo que está sendo abordado pelo trabalho poderiam interferir nos resultados que estamos pesquisando.

Outra mudança importante diz respeito à atividade em que os aprendizes colavam as frações nos seus respectivos grupos. Observamos que os alunos perderam muito tempo com o momento de colagem e agrupamento, sobrando, assim, um intervalo muito pequeno para suas reflexões concernentes às regularidades das frações equivalentes. Para tentar minimizar essa situação, optamos por criar um campo específico referenciado pela cor das frações (Figura 25).

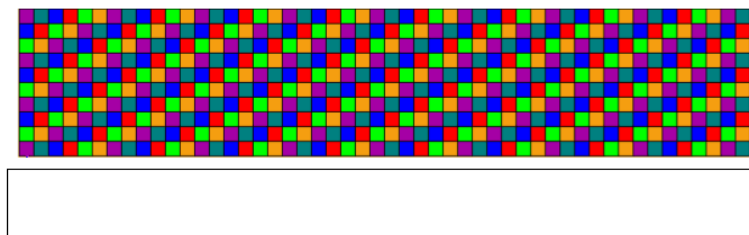



Figura 25: Local reservado para frações equivalentes a  $\frac{1}{7}$

## 4.2 Segundo ciclo de design – Fase IIAO

Participou dessa fase uma dupla de alunas que classificaremos como Equipe 4. As sessões aconteceram na casa de uma das alunas acompanhadas pelos seus respectivos responsáveis, durante três sessões de 3 horas cada. Depois de realizadas a Atividade 1 (apresentação do professor e preenchimento do cadastro dos alunos) e a Atividade 2 (funcionalidade da calculadora), aplicamos as Atividades 3 a 8, apresentando em seguida as novas atividades e observações sobre as interações da equipe com as tarefas propostas.

### 4.2.1 Segundo ciclo de design – Fase IIAO: Atividade 3

Nas primeiras atividades (Figura 26), os alunos tinham que verificar se as divisões associadas às partes das frações dadas produzem ou não as mesmas representações visuais. A equipe completou a atividade com sucesso, sem intervenção.



a)  $\frac{2}{16}$  e  $\frac{1}{8}$                       f)  $\frac{5}{9}$  e  $\frac{55}{99}$   
 b)  $\frac{2}{14}$  e  $\frac{5}{3}$                       g)  $\frac{77}{99}$  e  $\frac{77}{999}$   
 c)  $\frac{5}{17}$  e  $\frac{4}{19}$                       h)  $\frac{2}{16}$  e  $\frac{4}{32}$   
 d)  $\frac{2}{14}$  e  $\frac{8}{64}$                       i)  $\frac{7}{12}$  e  $\frac{7}{14}$   
 e)  $\frac{10}{30}$  e  $\frac{2}{6}$                       j)  $\frac{11}{33}$  e  $\frac{111}{333}$

a)  $\frac{2}{16}$  e  $\frac{1}{8}$                       f)  $\frac{5}{9}$  e  $\frac{55}{99}$   
 b)  $\frac{2}{14}$  e  $\frac{5}{3}$                       g)  $\frac{77}{99}$  e  $\frac{77}{999}$   
 c)  $\frac{5}{17}$  e  $\frac{4}{19}$                       h)  $\frac{2}{16}$  e  $\frac{4}{32}$   
 d)  $\frac{2}{14}$  e  $\frac{8}{64}$                       i)  $\frac{7}{12}$  e  $\frac{7}{14}$   
 e)  $\frac{10}{30}$  e  $\frac{2}{6}$                       j)  $\frac{11}{33}$  e  $\frac{111}{333}$

Figura 26: Resposta das alunas – Atividade 3

#### 4.2.2 Segundo ciclo de design – Fase IIAO: Atividade 3.1

A Figura 27 apresenta a próxima atividade, e nela pedimos para justificarem por que isso ocorre. As meninas não souberam justificar o motivo nesse momento.



Figura 27: Atividade 3

#### 4.2.3 Segundo ciclo de design – Fase IIAO: Atividades 4, 4.1 e 4.2

Essa atividade foi elaborada mediante as observações das dificuldades surgidas na realização da Fase IAO. Percebemos a dificuldade dos aprendizes na comparação das duas frações quando suas pinturas são muito coloridas, por meio dos registros de duas equipes de aprendizes que se valeram do termo “colorido”

para representar conjuntos de frações. Para evitar que isso ocorra novamente, escolhemos frações (Tabela 13) que geram pinturas de fácil percepção quando comparadas com outras. Acreditamos que essa nova escolha permitirá aos aprendizes perceber rapidamente as frações que pertencem a um conjunto de equivalência.

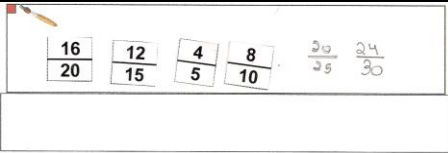
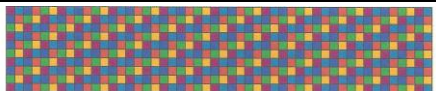
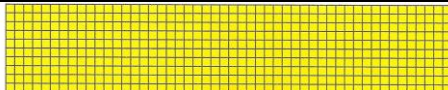
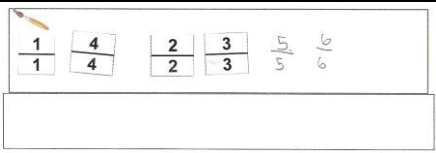
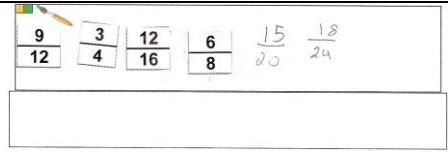


A realização dessa atividade segue a mesma sequência de desenvolvimento proposto para a Atividade 3 – Fase IAO

**Tabela 13: Conjuntos de frações equivalentes – Fase IIAO**

$\frac{4}{5}, \frac{8}{10}, \frac{12}{15}, \frac{16}{20}$	$\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}$	$\frac{1}{7}, \frac{2}{14}, \frac{3}{21}, \frac{4}{28}$	$\frac{5}{6}, \frac{10}{12}, \frac{15}{18}, \frac{20}{24}$
$\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}$	$\frac{1}{9}, \frac{2}{18}, \frac{3}{27}, \frac{4}{36}$	$\frac{1}{1}, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}$	

O desenvolvimento dessa atividade transcorreu como planejado; as alunas agruparam os conjuntos de frações equivalentes com facilidade, como pode ser observado nos resultados contidos na Tabela 14.

**Tabela 14: Registro dos resultados das Atividades 4 e 4.1**

 <p><math>\frac{16}{20}, \frac{12}{15}, \frac{4}{5}, \frac{8}{10}, \frac{20}{25}, \frac{24}{30}</math></p>	 <p><math>\frac{1}{7}, \frac{4}{28}, \frac{3}{21}, \frac{2}{14}, \frac{5}{35}, \frac{6}{42}</math></p>
 <p><math>\frac{6}{9}, \frac{4}{6}, \frac{8}{12}, \frac{2}{3}, \frac{10}{15}, \frac{12}{18}</math></p>	 <p><math>\frac{1}{1}, \frac{4}{4}, \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{5}{5}, \frac{6}{6}</math></p>
 <p><math>\frac{9}{12}, \frac{3}{4}, \frac{12}{16}, \frac{6}{8}, \frac{15}{20}, \frac{18}{24}</math></p>	 <p><math>\frac{5}{6}, \frac{15}{18}, \frac{20}{24}, \frac{10}{12}, \frac{25}{30}, \frac{30}{36}</math></p>
 <p><math>\frac{4}{36}, \frac{2}{18}, \frac{1}{9}, \frac{3}{27}, \frac{5}{45}, \frac{6}{54}</math></p>	

Como podemos notar, a dupla encontrou duas novas frações para cada conjunto.

Na atividade seguinte, Atividade 4.2, é solicitado aos aprendizes que descrevam os procedimentos que utilizaram para encontrar as duas novas frações equivalentes para cada conjunto dado.

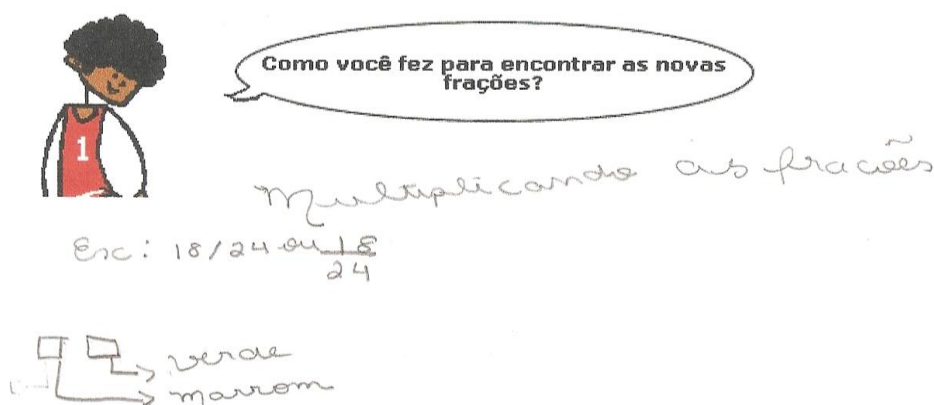


Figura 28: Registro das alunas ouvintes – Fase IIAO

Ao observar o registro dessa atividade (Figura 28), consideramos que seria adequado solicitar às alunas que justificassem oralmente o procedimento que utilizaram para encontrar as duas novas frações, e para tal, elas fizeram uso de um dos grupos de frações equivalentes (Figura 29).

$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{18}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{5}{45}$	$\frac{6}{54}$
----------------	----------------	---------------	----------------	----------------	----------------

Figura 29: Conjunto de frações equivalentes – Fase IIAO

**Lidiane:** “É, nos fazemos assim uma tabuada”.

**Elaine:** “Uma soma”.

**Lidiane:** “?”

**Lidiane:** “É, 2..., 1, 2, 3 e 4”.

**Elaine:** “4+1, 5”.

**Lidiane:** “Aí, 5, aí 9, 18, 27, 36”.

**Elaine:** “Aí, agente soma”.

**Lidiane:** “Aí a gente põe assim 36+9 e 4+1, aí fica 5 sobre 45 e 6 sobre 54”.

Notamos na fala da aluna Lidiane que ela inicialmente pretendia se valer de processos multiplicativos, e no seu registro escrito utiliza a frase “multiplicando as frações” para justificar sua resposta. Por algum motivo que desconhecemos, no momento em que Elaine afirma “uma soma”, ela olha para a sequência e aceita a opinião da colega, e passa a justificar seus resultados valendo-se de processos aditivos que estão associados a processos multiplicativos.

#### *4.2.4 Segundo ciclo de design – Fase IIAO: Atividades 5 e 5.1*

Com a preocupação dos aprendizes desenvolverem modelos matemáticos que utilizassem somente os processos aditivos ou multiplicativos para encontrar frações equivalentes a uma fração dada, pensamos em uma atividade (Figura 30) em que os botões de adição e subtração estão quebrados. Nela os aprendizes, caso já não o tenham descoberto na atividade anterior, procuraram novos processos para obtenção de frações equivalentes, e acreditamos que, utilizando o mundo da *equipartição* na Atividade 5.1, eles tentarão justificar os processos que utilizaram para encontrá-las.





a)  $\frac{4}{12} =$

b)  $\frac{10}{15} =$

c)  $\frac{222}{999} =$

d)  $\frac{12}{16} =$

e)  $\frac{6}{18} =$

f)  $\frac{8}{8} =$

Figura 30: Atividade 5

As estudantes inicialmente relutaram em não usar as teclas de adição e multiplicação justificando que seria muito difícil encontrar essas frações. Inicialmente, concordamos com as alunas e propomos que, visto que não queriam fazer a atividade (Figura 31) como apresentada, propomos que elas descobrissem duas frações usando as teclas que elas quisessem na MusiCALculadora, e que pelo menos uma fração para cada item deveria ser encontrada de acordo com o enunciado proposto.

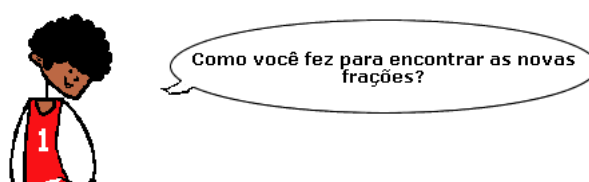


Figura 31: Atividade 5.1

Podemos perceber nos dados da Tabela 15 que as alunas encontraram as frações equivalentes a cada item multiplicando o numerador e o denominador das frações dadas primeiramente pela constante 2 e depois pela constante 3, caracterizando o mundo de *equipartição*. Como elas ainda não estavam dispostas a realizar a atividade sem as teclas de adição e multiplicação, solicitamos que observassem as frações incluindo as que encontraram no sentido da direita para esquerda. Uma cochichou com a outra, voltaram à calculadora e passaram a encontrar frações utilizando um divisor comum entre o numerador e o denominador. Achamos que seria melhor registrar a justificativa das alunas (Atividade 5.1) ao lado dos itens da atividade.

**Tabela 15: Resultados da Atividade 5 das alunas ouvintes**

a) $\frac{4}{12} = \frac{8}{24} = \frac{12}{36} = \frac{2}{6}$	Dividimos os dois números por 2
b) $\frac{10}{15} = \frac{20}{30} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$	Dividimos por 5
c) $\frac{222}{999} = \frac{444}{1998} = \frac{666}{2.997}$	Não sabiam justificar
d) $\frac{12}{16} = \frac{24}{32} = \frac{36}{48} = \frac{6}{8}$	Dividimos os dois números por 2
e) $\frac{6}{18} = \frac{12}{36} = \frac{18}{54} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$	Dividimos os dois números por 3 e dividimos por 3

O item *f* foi o único registrado na folha de respostas (Figura 32). Cabe ressaltar que, ao resolver esse item, recordaram que já haviam feito algo semelhante na Atividade 3.

$$f) \frac{8}{8} = \frac{16}{16} = \frac{24}{24} = \frac{5}{5} = \frac{4}{4}$$

A regra é fazer o número sobre ele mesmo

Figura 32: Resposta alunas ouvintes – Fase IIAO

#### 4.2.5 Segundo ciclo de design – Fase IIAO: Atividade 6

Nesta atividade (Figura 33) uma sequência de itens é proposta aos aprendizes na qual eles devem encontrar o número que está faltando na igualdade entre duas frações. São orientados a verificar se o valor encontrado conserva a igualdade entre as pinturas das frações. Pretendemos com essa atividade que os alunos construam ou reconstruam seus modelos matemáticos sobre frações equivalentes, incluindo nestes processos as operações de multiplicação, divisão e o termo constante.



$$a) \frac{3}{10} = \frac{15}{\quad}$$

$$e) \frac{\quad}{30} = \frac{6}{15}$$

$$b) \frac{2}{7} = \frac{\quad}{21}$$

$$f) \frac{14}{\quad} = \frac{2}{5}$$

$$c) \frac{7}{8} = \frac{28}{\quad}$$

$$g) \frac{5}{12} = \frac{\quad}{36}$$

$$d) \frac{3}{4} = \frac{18}{\quad} = \frac{\quad}{12}$$

$$h) \frac{8}{\quad} = \frac{12}{21} = \frac{\quad}{7}$$

Figura 33: Atividade 6

Notamos que para descobrir o número faltante as alunas inicialmente localizavam dois números na fração que pertenciam ao numerador ou ao

denominador. De posse desses números, tentavam localizar um produto ou uma divisão que as ajudasse a descobrir um número que serviu de coeficiente para localizar o termo desconhecido (Figura 34).

Handwritten mathematical work showing fraction simplification and multiplication. The work includes several equations and calculations with handwritten notes:

- $\frac{3}{10} = \frac{15}{50}$  (with  $3 \times 2 = 6$ ,  $3 \times 3 = 9$ ,  $3 \times 5 = 15$ , and  $10 \times 5 =$  written below)
- $\frac{12}{30} = \frac{6}{15}$  (with  $30 \overline{) 115}$  and  $\underline{-30}$  written to the right)
- $\frac{2}{7} = \frac{6}{21}$  (with  $\times 3$  written below)
- $\frac{14}{35} = \frac{2}{5}$
- $\frac{7}{8} = \frac{28}{32}$  (with  $7 \times 3 = 21$  and  $7 \times 4 = 28$  written to the right)
- $\frac{5}{12} = \frac{15}{36}$  (with  $36 \overline{) 112}$  and  $\underline{-36}$  written to the right)
- $\frac{3}{4} = \frac{18}{24} = \frac{9}{12}$
- $\frac{8}{14} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$  (with  $8 \times 3 = 24$ ,  $8 \times 2 = 16$ , and  $7 \times 3 =$  written to the right)


Figura 34: Resultados atividade 6 – Fase IIAO

#### 4.2.6 Segundo ciclo de design – Fase IIAO: Atividade 7

Nesta atividade, como mostra a Figura 35, temos pares de frações não proporcionais. Nossa intenção é propor aos aprendizes que encontrem uma nova fração para cada uma que pertence ao par dado, porém essas frações descobertas deverão ter os mesmos denominadores entre si, dessa forma propondo a percepção de um modelo matemático para resolução de situações que envolvam soma ou subtração de frações com denominadores diferentes. Para auxiliar na compreensão dos termos numerador e denominador, utilizamos a figura abaixo.

Os elementos de uma fração são indicados por:

Numerador
-----
Denominador

Tente fazer com que as frações a abaixo fiquem com o mesmo denominador.

Exemplo:

$\frac{3}{4}$	e	$\frac{2}{8}$
$\frac{3}{4}$	e	$\frac{1}{4}$

$\frac{5}{6}$	e	$\frac{4}{12}$		$\frac{5}{15}$	e	$\frac{2}{3}$
$\frac{2}{14}$	e	$\frac{3}{21}$		$\frac{5}{10}$	e	$\frac{3}{6}$
$\frac{12}{36}$	e	$\frac{1}{3}$		$\frac{4}{5}$	e	$\frac{3}{7}$

Figura 35: Atividade 7

Essa atividade (Figura 36) exigiu que as alunas raciocinassem sobre o que se desejava alcançar. Inicialmente, elas pensaram que os pares de frações deveriam ter a mesma pintura, e nesse momento tivemos que intervir e explicar que elas deveriam ter somente os denominadores iguais aos das outras e que a questão sobre as pinturas das frações apenas deveria ser observada em comparação com a fração gerada a partir de outra.

No início, tiveram dificuldade de encontrar uma fração que atendia à necessidade proposta, e logo que localizaram a primeira puderam descobrir as demais, com exceção de  $\frac{4}{5}$  e  $\frac{3}{7}$ . Não temos muitos registros dos cálculos que efetuaram, visto que na maior parte do tempo utilizaram a calculadora.

$\frac{5}{6}$  e  $\frac{4}{12}$       $\frac{5}{15}$  e  $\frac{2}{3}$   
 $\frac{10}{12}$       $\frac{10}{15}$

$\frac{2}{14}$  e  $\frac{3}{21}$       $\frac{5}{10}$  e  $\frac{3}{6}$   
 $\frac{1}{7}$       $\frac{1}{7}$       $\frac{1}{2}$       $\frac{1}{2}$

$\frac{12}{36}$  e  $\frac{1}{3}$       $\frac{4}{5}$  e  $\frac{3}{7}$   
 $\frac{2}{6}$       $\frac{2}{6}$       $\frac{4}{5}$       $\frac{3}{7}$

Additional handwritten work includes:  $\frac{14}{14} - \frac{14}{14} = \frac{0}{0}$ ,  $\frac{21}{21} - \frac{21}{21} = \frac{0}{0}$ ,  $\frac{36}{36} - \frac{36}{36} = \frac{0}{0}$ ,  $\frac{12}{12} - \frac{12}{12} = \frac{0}{0}$ , and several boxed fractions:  $\frac{2}{6}$ ,  $\frac{2}{6}$ ,  $\frac{4}{5}$ , and  $\frac{3}{7}$ .

Figura 36: Resultados Atividade 7 – Fase IIAO

#### 4.2.7 Segundo ciclo de design – Fase IIAO: Atividade 8

Essa é a atividade (Figura 37) final do nosso experimento, e nela acreditamos que os aprendizes utilizarão seus modelos matemáticos para tentarem resolver algumas adições entre duas frações. O foco dessa atividade não é o processo de resolução, mas sim como o aprendiz se valeu dos seus modelos matemáticos pessoais para tentar efetuar o cálculo. Ela propõe aplicação do conteúdo estudado.



a)  $\frac{1}{3} + \frac{3}{6} =$

b)  $\frac{1}{2} + \frac{6}{8} =$

c)  $\frac{6}{27} + \frac{3}{9} =$

d)  $\frac{1}{3} + \frac{3}{6} =$

a)  $\frac{2}{5} + \frac{2}{4} =$

Figura 37: Atividade 8

Essa última atividade não foi aplicada a essa dupla de alunas em virtude da dificuldade dos encontros da equipe.

### 4.3 Terceiro ciclo de *design* – Fase IIIAS

As atividades dessa fase não sofreram alterações, ou seja, as atividades utilizadas na Fase IIAO foram aplicadas novamente, desta vez com duas alunas surdas. Foram necessários cinco encontros de duas horas, e da mesma forma que na fase anterior, trabalhamos com uma dupla de alunas indicadas por Equipe 5. A coleta de dados aconteceu no horário em que frequentam a sala de apoio pedagógico.

#### 4.3.1 Terceiro ciclo de design – Fase IIIAS: Atividades 3 e 3.1

As meninas completaram a Atividade 3 sem dificuldades. Suas respostas são apresentadas na Figura 38.

a) $\frac{2}{16}$ e $\frac{1}{8}$ ✗	f) $\frac{5}{9}$ e $\frac{55}{99}$ ✗
b) $\frac{2}{14}$ e $\frac{5}{3}$	g) $\frac{77}{99}$ e $\frac{77}{999}$
c) $\frac{5}{17}$ e $\frac{4}{19}$	h) $\frac{2}{16}$ e $\frac{4}{32}$ ✗
e) $\frac{10}{30}$ e $\frac{2}{6}$ ✗	j) $\frac{11}{33}$ e $\frac{111}{333}$ ✗
d) $\frac{2}{14}$ e $\frac{8}{64}$	i) $\frac{7}{12}$ e $\frac{7}{14}$

Figura 38: Resultados das alunas surdas





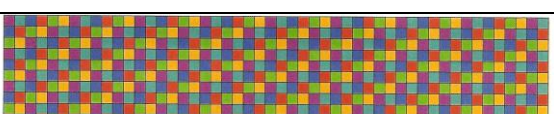
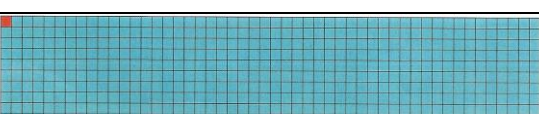
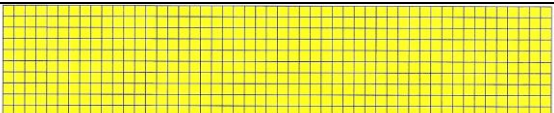
Como no grupo anterior, os aprendizes não souberam justificar o motivo de algumas frações terem a mesma pintura e outras, não.

#### 4.3.2 Terceiro ciclo de design – Fase IIIAS: Atividades 4 e 4.1

Como podemos observar nas colagens da Tabela 16, os alunos não tiveram nenhuma dificuldade em separar os grupos de frações equivalentes com a MusiCALcolorida.



Tabela 16: Colagens Atividade 4 alunas surdas

 <table border="1"> <tr> <td>1</td><td>7</td><td>9</td><td>3</td><td>2</td><td>8</td><td>9</td> </tr> <tr> <td>1</td><td>7</td><td>9</td><td>3</td><td>2</td><td>8</td><td>9</td> </tr> </table>	1	7	9	3	2	8	9	1	7	9	3	2	8	9	 <table border="1"> <tr> <td>80</td><td>36</td><td>4</td><td>8</td><td>20</td><td>12</td><td>40</td> </tr> <tr> <td>100</td><td>45</td><td>5</td><td>10</td><td>25</td><td>15</td><td>50</td> </tr> </table>	80	36	4	8	20	12	40	100	45	5	10	25	15	50
1	7	9	3	2	8	9																							
1	7	9	3	2	8	9																							
80	36	4	8	20	12	40																							
100	45	5	10	25	15	50																							
 <table border="1"> <tr> <td>1</td><td>5</td><td>7</td><td>9</td><td>8</td><td>10</td> </tr> <tr> <td>9</td><td>45</td><td>63</td><td>81</td><td>72</td><td>90</td> </tr> </table>	1	5	7	9	8	10	9	45	63	81	72	90	 <table border="1"> <tr> <td>60</td><td>15</td><td>3</td><td>12</td><td>15</td><td>75</td> </tr> <tr> <td>80</td><td>20</td><td>4</td><td>16</td><td>20</td><td>100</td> </tr> </table>	60	15	3	12	15	75	80	20	4	16	20	100				
1	5	7	9	8	10																								
9	45	63	81	72	90																								
60	15	3	12	15	75																								
80	20	4	16	20	100																								
 <table border="1"> <tr> <td>10</td><td>5</td><td>1</td><td>7</td><td>3</td><td>9</td><td>8</td><td>6</td> </tr> <tr> <td>70</td><td>35</td><td>7</td><td>49</td><td>21</td><td>63</td><td>56</td><td>42</td> </tr> </table>	10	5	1	7	3	9	8	6	70	35	7	49	21	63	56	42	 <table border="1"> <tr> <td>55</td><td>5</td><td>35</td><td>20</td><td>60</td><td>40</td> </tr> <tr> <td>66</td><td>6</td><td>42</td><td>24</td><td>72</td><td>48</td> </tr> </table>	55	5	35	20	60	40	66	6	42	24	72	48
10	5	1	7	3	9	8	6																						
70	35	7	49	21	63	56	42																						
55	5	35	20	60	40																								
66	6	42	24	72	48																								
 <table border="1"> <tr> <td>20</td><td>2</td><td>4</td><td>10</td><td>40</td><td>6</td><td>14</td><td>22</td> </tr> <tr> <td>30</td><td>3</td><td>6</td><td>15</td><td>60</td><td>9</td><td>21</td><td>33</td> </tr> </table>	20	2	4	10	40	6	14	22	30	3	6	15	60	9	21	33													
20	2	4	10	40	6	14	22																						
30	3	6	15	60	9	21	33																						

É importante informar que no início da atividade (Atividade 4.1) as alunas não estavam conseguindo em hipótese alguma encontrar outras frações equivalentes, com exceção das frações em que os numeradores eram iguais aos denominadores. Verificando que as alunas não conseguiam e já estavam desistindo, optamos por mostrar vários exemplos e muitos semelhantes aos das atividades. Registramos várias frações equivalentes e tentamos fazer com que as alunas percebessem alguma relação entre as frações, e após muitas tentativas notamos que uma delas construiu um procedimento que a permitia encontrar outras frações equivalentes a uma fração dada. Como todas as novas frações dessa atividade foram descobertas pela aluna Joice, solicitamos que ela explicasse para a Gisele o procedimento empregado para encontrar novas frações equivalentes. A seguir, relataremos seu procedimento, e como ele foi elaborado em Libras fizemos algumas adaptações nos seus comentários para facilitar a compreensão.

**Joice:** “Você pega dois números e soma<sup>5</sup>”.

**Gisele:** “Nossa, difícil”.

**Joice:** “Você pega duas, aí soma os de cima e coloca em cima depois pega os de baixo soma e depois coloca em baixo. Aí olha no computador para vê se deu igual”.

**Gisele:** “Difícil”.

Como podemos notar, até esse momento essa equipe, para encontrar novas frações equivalentes, se valeu principalmente de processos ligados ao mundo da *contagem* como estratégia em seus modelos matemáticos, diferentemente dos alunos ouvintes que usaram relações do mundo de *equipartição* em seus modelos matemáticos.

#### 4.3.3 Terceiro ciclo de design – Fase IIIAS: Atividade 5

A atividade da calculadora quebrada as alunas não conseguiram fazer, portanto propusemos que pelo menos tentassem encontrar novas frações utilizando todos os elementos da calculadora. Somente após muita insistência resolveram tentar realizar a atividade localizando apenas frações equivalentes. Para os itens c e f temos as respostas dadas pelas alunas surdas a esses itens nas Figuras 39 e 40 respectivamente.

$$c) \frac{222}{999} = \frac{22}{99} = \frac{2}{9} = \frac{22222}{99999} = \frac{222222}{999999}$$

Figura 39: Resposta da aluna ao item c

<sup>5</sup> Usaremos essa fonte para representar os relatos feitos em Libras pelos aprendizes surdos

**Joice:** “Tem que somar um número em cima [apontando para o dois] e aumentar um número em baixo” [apontando para o 9].

$$f) \frac{8}{8} = \frac{2}{2} = \frac{9}{9} = \frac{7}{7} = \frac{6}{6}$$

Figura 40: Resposta da aluna ao item f

**Gisele:** “Esse é igual ao outro é colocar os tem números iguais” [referindo-se à Atividade 4].

As atividades seguintes as alunas optaram por não fazer e pediram para terminar a pesquisa. Observando que elas já estavam cansadas, optamos por finalizar os trabalhos e executar algumas alterações no *design*, entre elas, retirar a atividade da calculadora quebrada, cujo botão do martelo, por ironia, estava com defeito, e fazer algumas alterações relativas à quantidade de exercícios de cada atividade, inserção de atividades envolvendo o subconstruto da fração parte-todo com o objetivo de trazer novas hipóteses e possibilidades para obtenção de frações equivalentes a uma dada fração.

Neste capítulo apresentamos os ciclos de *design* que nos auxiliaram na elaboração das atividades utilizadas para coleta de dados e as situações que nos impulsionaram a realizar reformulações ou desenvolver novas atividades, bem como alguns relatos dos alunos a respeito dos modelos construídos durante esses ciclos.

No próximo capítulo, estaremos apresentando os resultados obtidos durante a coleta de dados e as considerações finais deste trabalho, procurando responder as questões que motivaram nossa pesquisa.

---

## ANÁLISE DE DADOS

Neste capítulo, descreveremos o planejamento das sessões de pesquisa, bem como as atividades que foram executadas, analisando os dados coletados sob a luz das fundamentações teóricas apresentadas em capítulos anteriores.

### 5.1 Coleta de dados

Descreveremos as sessões de coleta de dados em ordem cronológica. Foram necessárias quatro sessões com duração de aproximadamente nove horas no total para a realização do trabalho. As sessões estão indicadas por Sessão I, Sessão II, Sessão III e Sessão IV.

Consideramos como dados de pesquisa as imagens capturadas pelos equipamentos de gravação digital, registros dos alunos feitos em papel durante a sessão, notas de campo feitas pelo pesquisador, comentários dos professores que acompanharam a pesquisa e todas ou quaisquer formas das quais os alunos se valeram para expressar conteúdos matemáticos

É necessário levar em conta em nossas análises a dificuldade que os aprendizes surdos, envolvidos com o trabalho, apresentaram em se expressar por meio de registros escritos. Julgamos que essa observação deva ser considerada, uma vez que a língua portuguesa na modalidade escrita é a segunda língua para o surdo (Decreto 5.626, de 2005, art. 13), sendo a Libras a primeira. Observamos, ao longo dos trabalhos com alunos surdos, durante o ciclo de desenvolvimento do *design* deste estudo e também no decorrer das sessões de coleta de dados durante o ciclo final, que os aprendizes surdos tentam fazer tradução para Libras dos enunciados das atividades. Mais frequentemente, quando encontram termos

matemáticos, não conseguem essa tradução. Essa situação nos preocupa, uma vez que encontramos nos dicionários<sup>6</sup> de Libras poucos termos utilizados para Matemática. Isso nos sugere considerar, para análise, as estratégias adotadas pelos alunos para encontrar a solução das atividades e nas maneiras de expressar esses resultados entre eles ou com a professora que nos acompanha.

Cabe ainda apontar que, embora trabalhemos com 13 alunos da sétima série, quatro deles têm problemas de assiduidade. Em razão dessa característica da sala, optamos por organizar, inicialmente, os alunos em quatro equipes, e à medida que as sessões fossem ocorrendo, caso houvesse ausência ou presença de novos participantes, os redistribuiríamos em duplas ou trios, se necessário, respeitando manter as formações que participaram da sessão anterior a que está sendo realizada.

A tabela a seguir (Tabela 17) mostra a frequência dos alunos durante cada sessão de pesquisa.

**Tabela 17: Frequência dos alunos durante as sessões de pesquisa**

	Sessão I	Sessão II	Sessão III	Sessão IV
Carla	X		X	
Patrícia	X	X	X	X
Fabiana	X			X
Benedito	X	X		X
Dalva	X	X	X	X
Aline	X	X	X	X
Edmar	X			X
Ronaldo	X		X	X
Sônia		X	X	X
Célio		X		X
Sergio			X	X

<sup>6</sup> *Dicionário da Língua Brasileira de Sinais e Dicionário Enciclopédico Ilustrado Trilingue da Língua de Sinais Brasileira.*

## 5.2 Descrição das sessões

### 5.2.1 Sessão I: Atividades 1, 2 e 3

Essa sessão foi realizada no dia 14 de junho, com duração de 90 minutos. Utilizamos a sala ambiente de informática para essa fase de coleta de dados. Participaram dessa sessão, além de oito alunos surdos, como podemos constatar na Tabela 1, o pesquisador responsável pela pesquisa e os professores de informática e de matemática da unidade escolar. Estes professores tiveram papel fundamental no que se diz respeito ao auxílio da aplicação das atividades, visto que estávamos trabalhando com uma quantidade maior de alunos do que havíamos planejado inicialmente.

Desenvolvemos a primeira atividade com os alunos dispostos em carteiras universitárias, visto que nosso primeiro objetivo é identificar quais modelos matemáticos os aprendizes utilizam para solucionar situações que envolvam os objetos matemáticos tratados neste trabalho.

#### 5.2.1.1 Atividade 1

As atividades que compõem essa sessão de coleta de dados têm duas características distintas. A primeira tem como proposta levantar informações a respeito do aluno. Com essa intenção, elaboramos questões do tipo: qual seu nome, sua idade, série em que estuda, matéria que mais gosta e se gosta de algum número; caso goste, pedimos para justificar o motivo. Outra característica dessas questões é a possibilidade de analisar se os modelos matemáticos dos aprendizes, envolvidos no trabalho, privilegiam o *mundo da contagem* ou o *mundo da equipartição* proposto por Confrey e descrito no Capítulo 1. Para fazer um levantamento inicial dos modelos de fração dos alunos, observando os procedimentos matemáticos que utilizaram na resolução de situações (papel e lápis) que envolvam os subconstrutos da fração parte-todo e razão. Com a intenção de tentar verificar essas características nos modelos dos alunos, optamos inicialmente

por aplicar as atividades individualmente, e ao concluírem o questionário os organizaríamos em equipes para a realização da segunda atividade.

Assim que entregarmos aos alunos a primeira atividade, percebemos que os aprendizes ficaram nos olhando como se estivessem esperando algum tipo de instrução. Nesse caso em particular pensávamos que eles estavam esperando autorização para começar a responder. E só percebemos a real intenção dos olhares a partir da seguinte indagação da aluna à sua professora:

Carla: “*Professora ???*” (apontando para uma das questões)

Professora: “Eles não conhecem a palavra!” (referindo-se à palavra série)

Diante da dificuldade dos alunos em compreender o que estava sendo pedido, a professora resolve explicar em Libras a eles a atividade.

Professora: “Presta atenção, primeiro 7.<sup>a</sup> A, segunda qual matéria vocês mais gostam, matemática, português, ciências, geografia, história, qual?”

Carla, Patrícia, Dalva: “*Pode duas?*”.

Podemos observar alguns alunos fazendo os sinais correspondentes às matérias que gostavam, contudo mostravam dificuldade com a ortografia dessas palavras. Nesse momento eles passam a utilizar a datilologia<sup>7</sup> para auxiliar os colegas na escrita. Logo após terem respondido a questão, a professora novamente chama a atenção dos alunos:

Professora: “Tem algum número que vocês mais gostam [referindo-se à próxima questão] exemplo: eu adoro 21, tudo, loteria, rifa..., vocês têm numero que mais gostam?”.

---

<sup>7</sup> Cada letra do alfabeto português é representada por um sinal. Datilologia é utilizada quando se quer saber o sinal em Libras de uma palavra em português ou para representar uma palavra que não tem sinal, geralmente nomes próprios ou termos desconhecidos pelos surdos (definição nossa).

Fabiana: “É para escrever qualquer número?”.

Ronaldo: “75”.

Professora: “Ele gosta do 75 [ainda explicando para os alunos], tem pessoas que gostam do dia que nasceu, tem pessoas que gostam do dia que começou a namorar, dia que se casa, dia do natal, aniversário mamãe, papai..., se não tem, coloca não tem, quem não tem escreve não tem”.

Descreveremos as perguntas finais desse levantamento e seus resultados (Tabela 18), uma vez que as questões iniciais tratam de dados a respeito da identificação dos aprendizes envolvidos na pesquisa. Notamos que na tradução da professora ela modificou a maneira de colocar a questão, de certa forma sugerindo alguns critérios para a escolha do número. Nenhum desses critérios era relacionado às suas propriedades matemáticas; de fato, na fala dela, enfatizou-se mais número com uma forma de indicar um dia especial. Visto que esta questão não é central para nossas análises sobre as relações dos alunos com números racionais, consideramos que essa modificação não atrapalhou a atividade. Entretanto, é a primeira indicação de transformações que podem ocorrer quando uma questão é traduzida.

**Tabela 18: Atividade 1, respostas dos alunos às questões 4 e 5**

Alunos	Perguntas	
	<i>Qual matéria você mais gosta de estudar?</i>	<i>Você tem algum número preferido? Pode dizer por quê?</i>
Carla	História	Não tem
Patrícia	Matemática e Português	15
Fabiana	Matemática e Ciências	20
Benedito	Português e Matemática	5
Dalva	Português e Geografia	14, porque tem o dia do meu aniversário e nascimento
Aline	Português	Não tem
Edmar	Matemática e Português	5, por causa do futebol
Ronaldo	Português	5, por causa dos filmes

Constatamos diante das situações presenciadas durante a atividade que os aprendizes eram muito dependentes da orientação da professora que nos



acompanhava. Então, solicitamos a ela que, a partir desse ponto, não mais explicasse ou desse algum tipo de exemplo para os próximos questionamentos. Em seguida, ela chama a atenção dos alunos dizendo:

Agora, presta atenção, agora vocês vão ter que experimentar fazer sozinhos. Eles [apontando para os pesquisadores] precisam saber se vocês sabem, não tem problema se não souber fazer nada, eles não são professores são alunos iguais a vocês, eles estão fazendo testes.

Logo após o comentário da professora, solicitamos que os alunos respondessem a questão:

“Pedro recebeu 30 reais, gastou  $\frac{2}{3}$  do dinheiro que recebeu. Quanto de dinheiro ele ficou?”. A Tabela 19 mostra os resultados dessa questão.

**Tabela 19: Atividade 1, respostas dos alunos à questão 6**

Carla	Não respondeu
Patrícia	<i>não sei</i>
Fabiana	<i>não sei</i>
Benedito	<i>1</i>
Dalva	<i>10</i>
Aline	<i>X</i>
Edmar	<i><math>30 \times \frac{2}{3} = 92</math> Eu achou <math>30 \times \frac{2}{3} = \frac{32}{10}</math></i>
Ronaldo	<i><math>30 \div \frac{2}{3} = 76</math> me Eu to ACHAOU</i>

Percebemos que, mais uma vez, os alunos estavam com dificuldade de compreender o que era proposto no enunciado. Pedimos que continuassem tentando. Nossa preocupação naquele momento era observar uma das alunas (Dalva) – a única que conseguiu resolver a problema com êxito – explicando para os colegas o que deveria ser feito e como havia encontrado sua resposta. Descreveu seu procedimento da seguinte maneira: “pega o 30 divide por 3 depois pega o resultado, multiplica por dois e depois tira”.

Esse tipo de raciocínio pode estar relacionado ao mundo de *equipartição* para responder a questão e envolve o uso do subconstruto quociente.

Embora apenas Dalva tenha resolvido corretamente o problema, as respostas dos outros membros da equipe contêm indícios do conteúdo matemático abordado em nossa pesquisa com o qual os alunos já tiveram contato. Por exemplo, considerando o resultado dado pelo Edmar, observamos que ele tenta utilizar um modelo comumente empregado para somar um número inteiro a uma fração ou para transformar um número misto em uma fração imprópria. No caso podemos exemplificar essas situações com o número misto  $3\frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5} = \frac{5 \times 3 + 2}{5} = \frac{17}{5}$ . Talvez ele tenha confundido a proposta da atividade e a tratou como fosse a soma de 30 com  $\frac{2}{3}$ , e aparentemente ele buscou encontrar o numerador da adição.

Na questão seguinte, “Quantas gramas correspondem a meio quilo de açúcar?”, os alunos responderam conforme a Tabela 20.

**Tabela 20: Atividade 1, respostas dos alunos à questão 7**

Carla	..... não tem.....
Patrícia	X
Fabiana	..... não sei.....
Benedito	1585
Dalva	..... não sei.....
Aline	X
Edmar	..... não sei.....
Ronaldo	..... eu não sei..... ?

Percebemos que, ao iniciar essa questão os aprendizes, estavam agitados e em seguida começaram a fazer a datilologia da palavra G-R-A-M-A-S, informando que não conheciam tal palavra. Nesse momento, a professora nos solicitou se podia explicar seu significado aos aprendizes; informamos que sim, e passamos a observar a reação dos alunos.

Nesse caso, para explicar o significado da palavra “gramas” no contexto da atividade, ela utilizou basicamente a mímica para exemplificar uma pessoa subindo em uma balança e observando o ponteiro subindo depois de olhar a medida do peso. Até esse momento, aparentemente, eles estavam entendendo, pois passaram a relatar a medida dos seus pesos. Em seguida, ao tentar explicar que gramas é um submúltiplo do quilo, os aprendizes voltaram a fazer expressões faciais de dúvida e sinais de que não estavam compreendendo. Ela comentou que para explicar “gramas” seria mais simples se tivéssemos uma balança para mostrar aos alunos as unidades de medida, e em seguida desistiu de sua empreitada.<sup>8</sup>

Apesar da dificuldade na questão, observamos nos comentários dos alunos a respeito do termo “meio” o seguinte: “divide em duas partes... em dois”, “dividir em dois” e “pedaços iguais”. É interessante destacar que a palavra “meio”, ao contrário do termo anterior, tem um sinal que representa a ação de dividir na metade – uma ideia que podemos relacionar com o mundo de *equipartição*.

Na Tabela 21, apresentamos as respostas dos alunos à questão: “José comprou  $\frac{3}{6}$  de um quilo de café e João comprou  $\frac{2}{4}$  de um quilo de café. Quem comprou mais café? Justifique sua resposta”.

**Tabela 21: Atividade 1, respostas dos alunos à questão 8**

Carla	Não respondeu
Patrícia	$\frac{12}{12} = \frac{6}{6} + \frac{6}{6} = \frac{12}{12}$
Fabiana	não sei
Benedito	$\frac{4}{12} = \frac{6}{12} = \frac{2}{12}$
Dalva	X
Aline	X
Edmar	$\frac{3}{6} = \frac{12}{12}$ <del>mas não sei</del>
Ronaldo	<del>mas não sei</del> ? não sei

<sup>8</sup> Por curiosidade, procuramos em dois dicionários de Libras a palavra “gramas” e não encontramos nesses materiais que pesquisamos um sinal em Libras que a representasse no sentido que estamos propondo na questão.

Nenhum dos alunos identificou que as duas frações são equivalentes ou que João e José compraram a mesma quantidade de café. É interessante notar, entretanto, que todos os alunos que conseguiram dar uma resposta buscaram aplicar procedimentos relacionando a adição ou subtração de frações. A resposta dada pela Patrícia nos chamou a atenção; notamos que ela assumiu que deveria somar as frações para encontrar o resultado para a questão. Nos registros do cálculo que ela efetuou (Figura 41), utilizou corretamente um procedimento que permite a soma de frações que têm denominadores diferentes.

$$\frac{3}{6} + \frac{2}{4}$$

$$\frac{6}{12} + \frac{6}{12} = \frac{12}{12}$$

$$\begin{array}{r} 614 \\ \times 2 \\ \hline 1228 \end{array}$$


$$\begin{array}{r} 72 \\ \times 3 \\ \hline 216 \end{array}$$

Figura 41: Registro do cálculo efetuado pela aluna Patrícia

É possível que nas experiências prévias dos alunos este procedimento tenha sido bastante presente, e, embora alguns deles sabiam como efetuar somas envolvendo frações com diferentes denominadores, não é claro que eles entenderam que na transformação de  $\frac{2}{4}$  em  $\frac{6}{12}$  as duas frações são equivalentes – de fato eles não notam nenhuma relação entre as frações  $\frac{2}{4}$ ,  $\frac{3}{6}$  e  $\frac{6}{12}$ . Talvez eles tivessem mais experiência em efetuar o procedimento para achar o valor de somas do que de comparar frações ou até entender os passos do procedimento que eles estavam efetuando. Pode-se perguntar: o aprendiz não entende, ao julgar a equivalência de duas representações do mesmo número, qual sentido eles podem atribuir para o ato de determinar denominadores comuns?

No último exercício dessa atividade o aprendiz deve responder a questão: “Como você representaria com um número a parte pintada da figura?”. A resposta de Dalva é apresentada na Tabela 22.

**Tabela 22: Atividade 1: pergunta 9**

Figura				Resposta da Dalva
				

Incluimos apenas a resposta dessa aluna pelo fato de que os demais alunos registraram “não sei” como resposta à questão proposta ou copiaram o resultado de Dalva. Nesse caso, podemos afirmar que, embora alguns desses aprendizes saibam procedimentos associados com a soma de frações, apenas um membro da equipe identificou a representação numérica de uma fração representada visualmente – uma tarefa usualmente associada ao subconstruto parte-todo.

#### 5.2.1.1.1 Reflexões sobre os resultados da Atividade 1

As atividades propostas nessa atividade buscam caracterizar a Equipe de aprendizes que participaram de nosso trabalho. Nossos dados mostram a fragilidade de conhecimento deles a respeito do conceito em questão. Apenas Dalva conectou uma representação visual com a representação numérica da mesma fração, e também foi ela a única que poderia calcular  $\frac{2}{3}$  de um número inteiro. Nenhum dos alunos conseguiu comparar frações com denominadores diferentes, e, de fato, quando confrontado com tais frações, a reação de alguns foi tentar efetuar um procedimento (adição de frações) no qual denominadores comuns foram calculados.

Como estamos tratando de alunos que frequentam a mesma escola e série, pudemos notar nos resultados obtidos que esses aprendizes já tiveram contato anterior com números racionais, mas ainda assim aparentemente não dispõem de modelos matemáticos que possibilitem a comparação de frações ou a determinação de frações equivalentes ou que permitam a interpretação de uma fração apresentada visualmente usando o subconstruto parte-todo.

### 5.2.1.2 Atividade 2

Nessa fase da Sessão I, as Equipes ficaram assim dispostas:

**Equipe 1:** Dalva e Aline

**Equipe 2:** Edmar e Ronaldo

**Equipe 3:** Patrícia e Fabiana

**Equipe 4:** Carla e Benedito

Nessa atividade, os aprendizes exploraram a ferramenta MusiCALcolorida. Como já era previsto, organizamos os alunos em equipes, descritas no início, depois mostramos no computador o ícone da MusiCALculadora e pedimos que ativassem a calculadora. Por ter sido o primeiro contato com a ferramenta, foi entregue um pequeno tutorial (Anexo III) visando possibilitar o reconhecimento dos elementos da ferramenta que julgamos serem adequados para realização da pesquisa.

Em todos os ciclos de desenvolvimento do *design* utilizamos esse tutorial para mostrar a funcionalidade da ferramenta. É interessante relatar que no primeiro contato com a ferramenta os alunos ficam entusiasmados ao verem a sequência de cores que aparece no *display* da calculadora e começam a testar vários números para verificar a pintura colorida que ela gera. O mesmo aconteceu com essas Equipes de alunos.

Diferentemente dos alunos ouvintes descritos no Capítulo 4, que percebiam quase que automaticamente que cada número representava uma cor distinta e que a pintura colorida gerada no *display* da calculadora respeitava a mesma ordem dos fatores decimais de um número que representa o resultado de uma operação feita na MusiCALcolorida, os alunos surdos não perceberam essa relação sem que mostrássemos a eles. Outro fator importante a relatar é que esses alunos demonstravam espanto ao verificar que alguns números podiam ter mais de duas casas decimais. Conjecturamos que talvez no seu trabalho até aquele ponto com

números decimais havia uma priorização de exemplos associados a questões monetárias.

Durante essa atividade, notamos que os alunos estavam digitando muitos valores aleatórios na calculadora sem observar a relação entre as cores da pintura com os números. Para contrapor essa situação, propomos acompanhar com os aprendizes o tutorial. Tomamos essa decisão para que não ficasse nenhuma ferramenta da calculadora sem ser testada.

Muitos desses alunos estão nessa escola há mais de um ano, e, pelo fato de ela pertencer à rede municipal de ensino de São Paulo, oferece aulas de informática educativa na sua grade curricular desde o primeiro ano do ensino fundamental. Talvez tal fato sirva para justificar a facilidade que esses aprendizes têm de manipular o computador.

#### 5.2.1.2.1 Reflexões sobre os resultados da Atividade 2

Observamos que, diferentemente dos alunos surdos que participaram ciclo de *design*, os alunos desse ciclo facilmente transitavam por todos os elementos da calculadora. A professora de informática educativa, que também nos acompanhou durante essa sessão, fez o seguinte comentário a respeito da ferramenta: “Legal isso, bem visual”. Tal comentário reforça nossa hipótese sobre a importância do tipo de representação do número que é oferecido pela ferramenta. No fim dessa atividade, os alunos aparentemente compreenderam a utilização dos recursos da calculadora e, mesmo se concentrando mais na parte colorida, compreendiam a relação existente entre os algarismos e as cores. Não podemos assegurar que eles tenham entendido bem como conceitualizar os números decimais.

#### 5.2.1.3 Atividade 3

Essa atividade é composta por pares de frações, cabendo ao aluno classificar esses pares em iguais ou diferentes. Caso ele saiba simplificar as frações até chegar à geratriz, não necessita de nenhum recurso tecnológico para obter esse tipo de conclusão. Devemos considerar que os aprendizes que souberem realizar esse

procedimento estão familiarizados com o objeto matemático de nosso trabalho, podendo ser descartados da pesquisa.

Os alunos também puderam resolvê-la empiricamente digitando cada fração do par de frações da atividade na MusiCALcolorida, percebendo assim facilmente se suas pinturas ou quocientes que geraram essas frações são iguais ou não. No início da pesquisa informamos que a fração deveria ser tratada como uma divisão, ou seja, dada a fração  $\frac{3}{4}$ , eles digitariam  $3 \div 4$  na calculadora.

Observamos que, mesmo com as notações dos sinais de “=” para indicar “pinturas iguais” e do sinal “≠” para indicar “pinturas diferentes”, contidas no enunciado da questão, foi necessário que a professora de matemática explicasse a atividade em Libras descrevendo na lousa os dois sinais.

A Tabela 23 mostra as respostas dos alunos a essa atividade.

**Tabela 23: respostas da Atividade 3**

Equipe 1	Equipe 2	Equipe 3	Equipe 4
a) $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$	a) $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$	a) $\frac{2}{16} \frac{1}{8} = \text{igual}$	a) $\frac{2}{16} \frac{1}{8} \text{ igual}$
b) $\frac{23}{23} = \frac{7}{7}$	b) $\frac{23}{23} = \frac{7}{7}$	b) $\frac{23}{23} \frac{7}{7} = \text{igual}$	b) $\frac{23}{23} \frac{7}{7} \text{ igual}$
c) $\frac{5}{17} \neq \frac{4}{19}$	c) $\frac{5}{17} \neq \frac{4}{19}$	c) $\frac{5}{17} \frac{4}{19} \neq$	c) $\frac{5}{17} \frac{4}{19} \text{ diferente}$
d) $\frac{5}{9} = \frac{55}{99}$	d) $\frac{5}{9} = \frac{55}{99}$	d) $\frac{5}{9} \frac{55}{99} = \text{igual}$	d) $\frac{5}{9} \frac{55}{99} \text{ igual}$
e) $\frac{77}{99} \neq \frac{77}{999}$	e) $\frac{77}{99} \neq \frac{77}{999}$	e) $\frac{77}{99} \frac{77}{999} \neq$	e) $\frac{77}{99} \frac{77}{999} \text{ diferente}$
f) $\frac{2}{16} = \frac{4}{32}$	f) $\frac{2}{16} = \frac{4}{32}$	f) $\frac{2}{16} \frac{4}{32} = \text{igual}$	f) $\frac{2}{16} \frac{4}{32} \text{ igual}$
g) $\frac{2}{14} \neq \frac{6}{14}$	g) $\frac{2}{14} \neq \frac{6}{14}$	g) $\frac{2}{14} \frac{6}{14} \neq$	g) $\frac{2}{14} \frac{6}{14} \text{ diferente}$

Notamos que nenhuma das equipes teve dificuldade em dar respostas corretas, entretanto todas as equipes usaram a MusiCALculadora para testar cada exemplo. Ou seja, o *feedback* colorido foi o principal recurso para indicar a



igualdade. Aparentemente, ninguém percebeu que as frações  $\frac{2}{14}$  e  $\frac{6}{14}$ , por exemplo, são diferentes sem testar empiricamente.

#### 5.2.1.3.1 Reflexões sobre os resultados da Atividade 3

Os exercícios dessa atividade propõem a comparação entre dois números, privilegiando, assim, o subconstruto quociente. Observamos que, como aconteceu nos ciclos de *design*, os alunos utilizavam exclusivamente as pinturas geradas pela ferramenta em suas conclusões. Verificamos que a calculadora teve papel fundamental nessa atividade, permitindo aos aprendizes uma maneira de comparar (mesmo apenas empiricamente testando números aleatoriamente) as frações e que o mesmo não ocorreria sem esse recurso.

#### 5.2.2 Sessão II: Atividades 3.1, 4, 5 e 5.1

Realizamos a coleta de dados dessa sessão no dia 16 de junho, a qual teve duração de 2 horas e 15 minutos. Participaram desse momento o pesquisador e as professoras de matemática e informática dos alunos; os dados foram coletados na sala ambiente de informática da escola.

Na segunda sessão da pesquisa foi necessário redistribuir as equipes de aprendizes, em razão da ausência de quatro alunos e da presença de outros dois novos participantes, que chamaremos de Sônia e Célio. As equipes assumiram a seguinte formação:

**Equipe 1:** Dalva e Aline

**Equipe 2:** Patrícia e Sônia

**Equipe 3:** Benedito e Célio

## 5.2.2.1 Atividade 3.1

Diferentemente da Atividade 3 completada na sessão anterior, na qual nenhuma tentativa de motivar alunos foi além de testes empíricos, a Atividade 3.1 propõe aos aprendizes elaborar hipóteses que justifiquem o motivo de alguns pares de frações da Atividade 3 terem pinturas iguais e outros, não.

Escolhemos devolver a Atividade 3 para as equipes recordarem (ou pelo menos ver os resultados no caso dos Alunos 9 e 10) o que haviam feito anteriormente. Em seguida, entregamos a Atividade 3.1 e solicitamos que a respondessem. Novamente percebemos os alunos fazendo a tradução para Libras do enunciado da questão. Essa situação se repete várias vezes durante a coleta de dados.

Consideramos mais adequado descrever os comentários feitos em Libras pelos alunos em paralelo aos registros em papel, uma vez que esses podem auxiliar na compreensão dos dados.

De acordo com os objetivos já mencionados, propomos a seguinte questão: “Por que algumas frações têm a mesma pintura?”. Podemos observar na Tabela 24 as duas justificativas dadas pelas equipes.

Na primeira coluna, registramos os comentários dos alunos com a professora a respeito da questão e na segunda, seus registros escritos.

**Tabela 24: Respostas da Atividade 3.1**

	Comentário dos alunos	Justificativa escrita
Equipe 1	<i>Os números são diferentes</i>	<i>Por que tem o números diferentes.</i>
Equipe 2	<i>Se tiver números iguais cor igual, se tem número diferente cor diferente.</i>	<i>Porque o número igual e cor também igual... mas o número que diferentes e <del>tem</del> cor também diferentes.</i>
Equipe 3	<i>A cor diferente é porque o número é maior quando tem cor diferente porque o número que é maior.</i>	<i>Eu penso que acho número mais + ou menor - e diferente cores.</i>

É importante relatar que as Equipes 1 e 2, antes de justificarem suas conclusões, optaram por redigitar os pares de frações da atividade anterior na calculadora. Podemos observar, durante a realização da atividade, que eles primeiramente digitavam pares de frações que geravam pinturas iguais na calculadora, e posteriormente os pares de frações que geravam pinturas diferentes. Os resultados indicam que, neste momento, nenhum dos alunos consegue descrever matematicamente as propriedades que determinam quando duas frações são equivalentes.

Até este ponto podemos afirmar que a calculadora tem um papel muito importante para gerar dados, mas aparentemente os alunos estão trabalhando exclusivamente de forma empírica.

#### 5.2.2.2 Atividade 4

Essa atividade é composta de quatro itens relacionados às questões: “As frações representam a relação entre a parte pintada e a figura toda. Coloque uma fração para as figuras que não têm e complete as que estão faltando algum número”, e “O que acontece quando digitamos as frações na *MusiCALcolorida*. Por que isso acontece?”.

Pretendemos com essa atividade que os aprendizes relacionem frações equivalentes com suas representações parte-todo, observando que novas frações equivalentes podem ser obtidas a partir da reorganização das partes do todo.

Na Tabela 25 temos as respostas das equipes dadas às questões.

Tabela 25: Resposta da Atividade 4

	Equipe 1	Equipe 2	Equipe 3
A			
	<i>...tudo igual... não sei?</i>	<i>O número é igual</i>	<i>Tudo igual porque cores igual</i>
B			
	<i>é diferente... não sei?</i>	<i>O número é diferente</i>	<i>é diferente porque cores diferente</i>
C			
	<i>é diferente... não sei?</i>	<i>O número é diferente</i>	<i>é diferente porque cores diferente</i>
D			
	<i>Igual a todos...</i>	<i>O número é igual</i>	<i>Tudo igual porque cores igual</i>

Em alguns exercícios, não colocamos a fração para representar a parte do desenho que foi colorida. Nesses casos, os alunos deveriam indicar a fração adequada à representação, podendo determiná-la pelo mundo da *contagem* utilizando um processo de dupla contagem, ou seja, contando a parte colorida para determinar o numerador e depois contando o total de partes em que o todo foi dividido para encontrar o denominador ou no mundo de *equipartição* em que o numerador e denominador são determinados por meio do cálculo das áreas das regiões, respectivamente, pintada e total de uma representação parte-todo.

Observando a realização da atividade e os registros dos alunos, percebemos que eles não tiveram dificuldade em expressar com uma fração os subconstrutos parte-todo. Destacamos que, para isso, todas as equipes contavam inicialmente o total de partes pintadas e depois o total de partes em que a figura foi dividida. Entretanto, a calculadora também teve um papel fundamental nessa parte da atividade. No caso da primeira tarefa, por exemplo, as equipes começaram com as

duas figuras que já tinham as frações representadas de forma numérica  $\left(\frac{1}{4} \text{ e } \frac{16}{64}\right)$ .

Eles digitaram essas frações na calculadora e perceberam que as pinturas eram iguais. Em seguida, tiveram que determinar uma fração para a figura restante. Foi nesse momento que fizeram a conexão com os desenhos – conexão facilitada pelo fato de que o numerador era apresentado visual e numericamente em azul.

Acreditamos que esses dados são importantes ao recordarmos que na Atividade 1 quase a totalidade dos alunos não demonstrou ter nenhum modelo matemático que os auxiliasse nesse tipo de representação. Como podemos observar, a partir desse momento e nas atividades seguintes a essa, os aprendizes utilizam comumente tal tipo de representação.

Outro ponto importante desse grupo de exercícios é a possibilidade de comparação entre frações equivalentes e não equivalentes, bem como a observação da congruência ou não de suas áreas quando representadas por uma figura, e, a partir dessa comparação, notar que frações com razões iguais quando digitadas na MusiCALcolorida geram a mesma pintura.

Ao observar as justificativas dadas pelos aprendizes, entretanto, não podemos afirmar se o que havíamos proposto no parágrafo anterior foi analisado por alguma equipe. Notamos que utilizavam a calculadora para comparar as pinturas de duas frações, e, em particular, a Equipe 2, além da pintura, também considerava a representação decimal em suas análises – ou seja, eles notaram que as divisões associadas de alguns dos pares de frações não apenas tinham a mesma pintura, mas também foram associadas com o mesmo resultado decimal. Mas, nesse momento, os alunos ainda estavam usando raciocínio essencialmente empírico, e, ao solicitarmos que de alguma maneira tentassem descrever uma relação que poderia existir entre as representações parte-todo e as pinturas das frações, afirmavam não saber.

#### 5.2.2.2.1 Reflexões sobre os resultados da Atividade 4

Nesta atividade, a intenção foi possibilitar estratégias que considerassem os subconstrutos da fração quociente e parte-todo. Os exercícios propõem a

exploração em paralelo desses dois subconstrutos, e, no caso, esperávamos que os aprendizes inseridos em questões desse tipo observassem a relação que existe entre duas frações equivalentes e suas representações parte-todo e, no mesmo sentido, a diferença entre as áreas quando essas frações não fossem equivalentes.

Os dados nos revelam que essa equipe de alunos conseguiu facilmente relacionar que o total de partes em que foi dividida uma figura representa o denominador e que o total de partes pintadas em uma mesma representação parte-todo indica o denominador. Esses dados poderiam ser descobertos por qualquer um dos dois mundos propostos por Confrey, contudo fica nítido quando observamos a gravação das imagens desse momento a evidenciação do mundo da *contagem* por meio do procedimento de dupla contagem para determinar o numerador e denominador.

#### 5.2.2.3 Atividades 5a e 5b

A Atividade 5 envolve dois exercícios. Neles pretendíamos que os alunos obtivessem frações equivalentes a partir do fracionamento, em pedaços maiores ou menores, de uma representação visual de uma fração. Mais particularmente, apresenta a fração  $\frac{3}{4}$  e sua respectiva representação parte-todo, e, a partir dessa figura, foi mostrado o resultado de duas *equipartições* de 2 obtendo respectivamente as frações  $\frac{6}{8}$  e  $\frac{12}{16}$  (Figura 42).

O objetivo dessa atividade é observar a congruência entre as áreas, pintada e total, de representações de frações equivalentes quando indicadas por figuras, e que tais frações podem ser obtidas efetuando *equipartições* sucessivas e que os alunos percebam que essas frações, se digitadas na MusiCALcolorida, geram pinturas iguais.

a) Digite na calculadora as frações  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{6}{8}$ ,  $\frac{12}{16}$ .

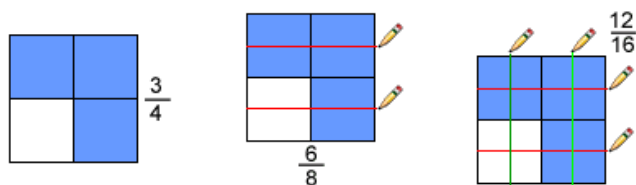


Figura 42: Atividade 5 item a

Solicitamos aos aprendizes que respondessem a questão: “O que podemos dizer das pinturas dessas frações na calculadora?”. Podemos observar as respostas dadas pelos alunos na Tabela 26.

Tabela 26: Resposta da Atividade 5a

Equipe 1	Igual a todas:
Equipe 2	O número é igual.
Equipe 3	O número é igual a elas.

Relataremos inicialmente os comentários da professora a respeito dessa questão com os alunos.

**Professora:** “Presta atenção!!!!”

**Professora:** “Você vê que um quadrado foi dividido em diferentes partes. Se você olhar igual [mostrando que as regiões pintadas de todas as figuras eram iguais]. Só que diferente 4, 8 e 16 [referindo-se ao total de partes das figuras]. Entenderam? [Continua explicando.] O mesmo dividido em quantos? 18, quantos 12. Divide igual só que diferente em partes diferentes. Agora vocês vão experimentar frações em partes iguais”.

Escolhemos apresentar tal registro para exemplificar a dificuldade de expressar, em Libras, conteúdos relacionados à Matemática, e mesmo a professora tentando explicar a atividade, foi necessário retomar individualmente o exercício com as equipes.

Durante a realização do exercício pudemos observar que as equipes consideravam a relação entre as áreas das figuras. Eles faziam contornos da área pintada com as mãos e comparavam as áreas que representavam o inteiro, comentando uns com os outros que eram iguais, porém, ao indagarmos qual relação estavam percebendo, respondiam de acordo com os dados da Tabela 24. Também foi possível observar as Equipes 2 e 3 considerando as razões das frações e suas respectivas pinturas para fazerem as comparações entre elas em iguais e diferentes.

No exercício seguinte (Figura 43) temos as frações  $\frac{12}{18}$ ,  $\frac{6}{9}$ ,  $\frac{2}{3}$  e  $\frac{4}{6}$  e suas respectivas representações parte-todo. Nesse caso, pedimos aos aprendizes que encontrassem outra fração com a pintura igual àquela gerada na MusiCALcolorida pelas frações acima.

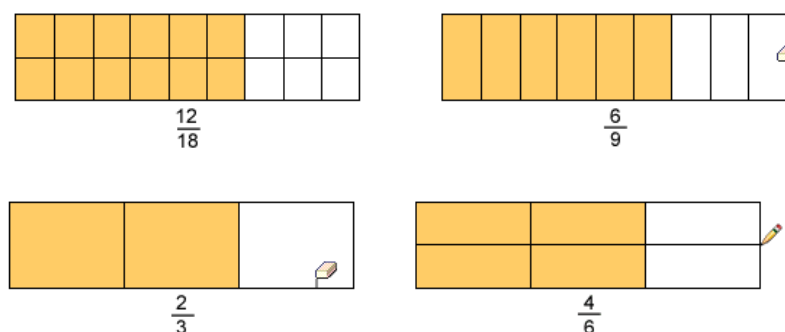


Figura 43: Atividade 5 item b

Com esse exercício, tentamos exemplificar que frações equivalentes podem ser determinadas redistribuindo os pedaços do todo em partes maiores ou menores. Na tentativa de exemplificar tais situações, utilizamos as figuras do lápis e da borracha: a primeira para indicar que dividimos a figura em pedaços menores e a segunda para reorganizar em pedaços maiores. Em ambos os casos preservamos a congruência entre os pedaços obtidos.

Inicialmente, entregamos a atividade aos alunos. Como nas outras, primeiramente fizeram a tradução para Libras do enunciado e depois aguardavam que explicássemos o que deveria ser feito. Entendemos que seria mais adequado,



inicialmente, solicitar às equipes que refletissem sobre a proposta do exercício, e, após essa reflexão, caso houvesse necessidade, explicaríamos as dificuldades pontuais de cada equipe. Após a releitura, percebemos que os aprendizes continuavam com dúvidas, e assim começaram a chutar aleatoriamente valores e depois questionavam se estavam certos ou errados.

Diante das dificuldades, consideramos que seria adequado explicar o exercício, e, mesmo depois de detalhado, notamos que a professora estava aflita em descrever mais a atividade. Podemos notar tal observação pelo diálogo que se deu no momento entre os pesquisadores e a professora.

**Professora:** *“Eu não posso dar outro exemplo?”*

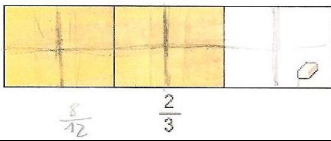
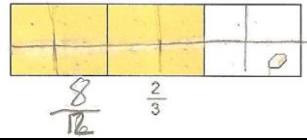
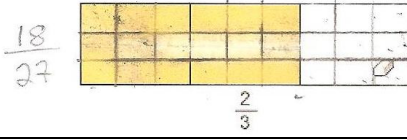
**Pesquisadores:** “Melhor não!”.

**Professora:** “Não?. Com outra coisa... para ver se eles entenderam.. porque é difícil para eles entenderem... eu ia fazer diferente... queria fazer no círculo... o círculo dividido”.

**Pesquisadores:** “Espere eles tentarem fazer primeiro”.

Felizmente, ao contrário das preocupações descritas acima, as equipes não tiveram dificuldade em encontrar uma nova fração que conservasse a pintura igual às frações do enunciado da atividade. A Tabela 27 mostra as respostas dos alunos. Nesse caso, todas as equipes optam por reorganizar as partes das representações parte-todo da fração  $\frac{2}{3}$ .

Tabela 27: Respostas da Atividade 5b

Equipe 1	 <p style="text-align: center;"><math>\frac{8}{12}</math>      <math>\frac{2}{3}</math></p> <p style="text-align: center;"><i>Igual a todos:</i></p>
Equipe 2	 <p style="text-align: center;"><math>\frac{8}{12}</math>      <math>\frac{2}{3}</math></p> <p style="text-align: center;"><i>Os números são iguais 8/12</i></p>
Equipe 3	 <p style="text-align: center;"><math>\frac{18}{27}</math>      <math>\frac{2}{3}</math></p> <p style="text-align: center;"><i>O número é igual todos</i></p>

Cabe destacar que as equipes encontraram a nova fração em um espaço de tempo relativamente pequeno, sendo que as equipes 1 e 2 haviam inicialmente determinado a fração  $\frac{12}{18}$ , que já pertencia à atividade. Ao fracionarem a figura com o lápis, pelo método de dupla contagem, determinavam a fração de acordo com o subconstruto parte-todo e, em seguida, ditavam na MusiCALcolorida as frações para fazer comparação entre suas pinturas. Caso fossem iguais, chamavam-nos para mostrar o resultado; se não, apagavam e tentavam novamente. Parece que a calculadora está ainda servindo como uma espécie de “bengala” – os alunos não se sentiam seguros até confirmar as equivalências das pinturas geradas pela ferramenta.

Dois outros comentários: 1.º Eles, em momento algum, tentavam apagar as linhas das figuras. Todos os resultados mostram que optaram por dividir a figura em partes ainda menores; e 2.º Embora visualmente seja possível identificar, não podemos nesse momento afirmar que eles perceberam as relações numéricas entre frações da mesma classe e se estão conscientes de que todas as figuras estão divididas em partes iguais.

### 5.2.2.3.1 Reflexões sobre os resultados das Atividades 5a e 5b

Novamente evidenciamos a comparação entre os dois subconstrutos parte-todo e quociente. Nesse caso, exemplificamos que frações equivalentes podem ser obtidas a partir do fracionamento de uma representação parte-todo, não podemos considerar que os aprendizes utilizaram *equipartições* para redistribuir os pedaços da figura, mas podemos afirmar que eles para fracionar a figura consideravam que os pedaços deviam ser do mesmo tamanho e encontravam os valores do numerador e denominador utilizando o mundo da *contagem*. Outra situação interessante observada era a necessidade de digitar a fração que determinaram a partir da contagem na ferramenta a fim de verificar se a pintura gerada era idêntica à do exercício, e só depois disso consideravam a nova fração equivalente à fração dada.

### 5.2.2.4 Atividade 5.1

Nessa atividade, temos três representações parte-todo de frações (Figura 44).

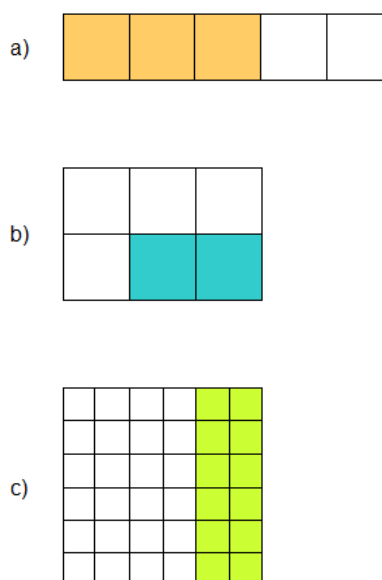

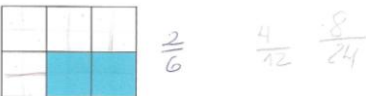

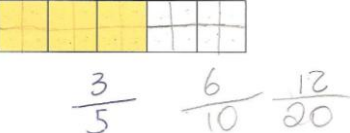
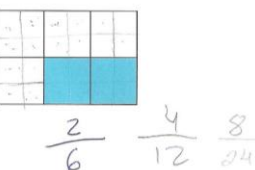
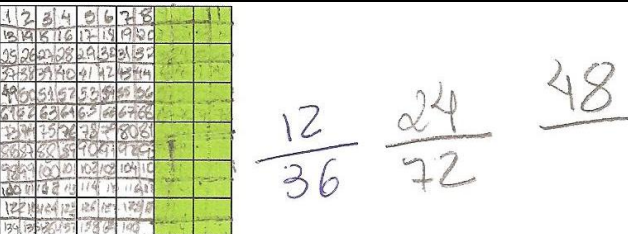


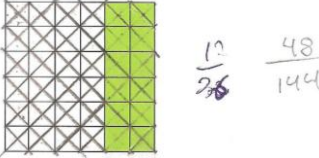


Figura 44: Representações parte-todo Atividade 5.1

Solicitamos às equipes que respondessem a questão: “Represente a parte pintada da figura com uma fração e escreva mais duas frações com a mesma pintura da fração que você encontrou”.

Tabela 28: Respostas das equipes a atividade 5.1

Equipe 1		$\frac{3}{5}, \frac{6}{10}, \frac{12}{20}$
		$\frac{2}{6}, \frac{4}{12}, \frac{8}{24}$
		$\frac{12}{36}, \frac{6}{18}, \frac{3}{9}$
Equipe 2		$\frac{3}{5}, \frac{6}{10}, \frac{12}{20}$
		$\frac{2}{6}, \frac{4}{12}, \frac{8}{24}$
		$\frac{12}{36}, \frac{24}{72}, \frac{48}{144}$
Equipe 3		$\frac{3}{5}, \frac{6}{10}, \frac{12}{20}$
		$\frac{2}{6}, \frac{4}{12}$
		$\frac{12}{36}, \frac{48}{144}$

É notório pelas respostas apresentadas na Tabela 28 que todas as equipes utilizam naturalmente uma fração para representar o subconstruto parte-todo e que determinam novas frações equivalentes fracionando o subconstruto em pedaços menores. Percebemos que as equipes sempre se valeram de processos pertencentes ao mundo da *contagem* para determinar o numerador e denominador.

Nesse caso, alguns alunos nos chamaram atenção; eles, ao contarem os retângulos em que a figura estava dividida, utilizavam o lápis em uma das mãos e com a outra faziam simultaneamente o sinal em Libras do número. Dessa forma, cada novo retângulo indicado com o lápis gerava um registro em Libras que representa o total de retângulos contados até o momento. Tal procedimento é semelhante ao processo de contagem que usamos naturalmente indicando com a mão um determinado objeto e registrando-o mental ou oralmente. Ao indagarmos os alunos a respeito, informaram-nos que servia para não esquecer a quantidade de retângulos.

Na contramão das demais equipes, a Equipe 1, no último item dessa atividade, encontrou frações equivalentes que poderiam ser justificadas pelo reagrupamento do todo em partes maiores. Essa equipe determinou frações equivalentes organizando as partes do todo em pedaços menores, percebemos no diálogo a seguir que eles determinaram essas frações mentalmente.

Antes de citarmos os diálogos referentes ao observado, descreveremos alguns fatos em que as equipes pouco discutem suas hipóteses com seus pares. Inicialmente, verificamos que as alunas da Equipe 1 não haviam feito nenhum registro no papel, somente observavam a figura que representava visualmente a fração  $\frac{12}{36}$  e em seguida digitaram essa fração na calculadora comentando as cores da pintura entre elas. Logo após as observações, Dalva digita na calculadora uma nova fração, e, depois de verem a pintura que havia gerado, fazem uma expressão de muito entusiasmo.

**Equipe 1:** “*Nossa! Certo, certo*” (risos e abraços).

Elas voltam a observar a figura e comentam “*vamos experimentar*”, referindo-se a testar outra fração na calculadora e novamente observamos uma expressão de felicidade em seus rostos.

**Equipe 1:** “*Certo?*”.

**Professora:** “Cadê  $\frac{3}{9}$  pintado?”.

**Equipe 1:** “*A tá!*” (retoma a calculadora para mostrar a pintura da fração para professora).

**Professora:** “Mas cadê a pintura?” (referindo-se à figura que representa o subconstruto parte-todo de  $\frac{3}{9}$ ).

**Equipe 1:** “*Na cabeça*”.

**Professora:** “A tá, pinta aí!” (solicitando a Equipe para fazer as figuras que representam as frações que encontraram).

A equipe rapidamente representou as frações que havia descoberto com uma figura. Como a fração inicial da atividade era  $\frac{12}{36}$ , e elas determinaram  $\frac{6}{18}$  e  $\frac{3}{9}$  nessa ordem, acreditamos que, para terem encontrado essas frações, tenham se apoiado em hipóteses relacionadas ao mundo de *equipartição*.

#### 5.2.2.4.1 Reflexões sobre os resultados da Atividade 5.1

Cabe destacar que nessa atividade os aprendizes rapidamente indicaram com uma fração as representações visuais da fração. Essa forma enfatizou o construto parte-todo, e, para representar o numerador e o denominador, utilizaram o processo de dupla contagem.

Outro fato relevante é que, pela primeira vez, podemos, diante dos dados da Equipe 1, considerar que alguns desses aprendizes estão utilizando um raciocínio em seus procedimentos matemáticos que nos levam a acreditar que estão pensando em processos ligados ao mundo da *equipartição*. Nossas considerações a respeito dessa hipótese se baseiam unicamente nos dados já mencionados, uma vez que eles não conseguiram descrever como encontraram tais frações. Outro fato que nos

intriga nesse caso é que essa equipe, ao contrário das demais, determinou as frações sem terem manipulado as partes da representação parte-todo, e ao perguntarmos como haviam encontrado as frações justificaram que foi mentalmente, e mesmo que retomássemos o questionamento a resposta seria sempre a mesma.

### 5.2.3 Sessão III: Atividades 6, 6.1 e 6.2

Essa sessão foi realizada em 21 de junho, com duração de 2 horas e 15 minutos, e novamente utilizamos os computadores da sala de informática. Participaram dessa fase os pesquisadores e a professora de matemática da turma que participa da pesquisa.

Para essa sessão, organizamos os aprendizes em equipes para distribuir os sete alunos que estavam presentes, conforme segue:

**Equipe 1:** Dalva e Aline

**Equipe 2:** Sônia e Carla

**Equipe 3:** Patrícia, Edmar e Sergio

Para essa sessão de ensino, preparamos três atividades. A primeira pode ser resolvida empiricamente e envolve cinco conjuntos distintos de frações equivalentes distribuídos da seguinte maneira:

$$\text{Conjunto 1: } \frac{1}{7}, \frac{2}{14} \text{ e } \frac{4}{28}$$

$$\text{Conjunto 2: } \frac{2}{3} \text{ e } \frac{4}{6}$$

$$\text{Conjunto 3: } \frac{1}{1}, \frac{8}{8} \text{ e } \frac{47}{47}$$

$$\text{Conjunto 4: } \frac{5}{6}, \frac{10}{12} \text{ e } \frac{20}{24}$$

Conjunto 5:  $\frac{3}{4}$  e  $\frac{9}{12}$ .

Cada uma dessas frações foi impressa em uma das faces de um recorte de papel e em seguida foram armazenadas em um envelope. Para realizar a atividade, os alunos receberam uma ficha contendo uma amostra das pinturas de cada conjunto de frações equivalentes, um envelope com 13 frações e um tubo de cola. O objetivo dessa atividade é que os aprendizes digitem na calculadora de cores a fração que está no recorte de papel, observem a pintura gerada e a coleem no seu respectivo conjunto.

A Tabela 29 mostra as colagens feitas pelas Equipes.

**Tabela 29: Colagem das equipes**

	Equipe 1	Equipe 2	Equipe 3
	$\frac{4}{28}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{2}{14}$	$\frac{4}{28}$ $\frac{2}{14}$ $\frac{1}{7}$	$\frac{2}{14}$ $\frac{4}{28}$ $\frac{1}{7}$
	$\frac{4}{6}$ $\frac{2}{3}$	$\frac{4}{6}$ $\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{6}$
	$\frac{47}{47}$ $\frac{8}{8}$ $\frac{1}{1}$	$\frac{8}{8}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{47}{47}$	$\frac{8}{8}$ $\frac{1}{1}$ $\frac{47}{47}$
	$\frac{20}{24}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{10}{12}$	$\frac{20}{24}$ $\frac{10}{12}$ $\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$ $\frac{10}{12}$ $\frac{20}{24}$
	$\frac{3}{4}$ $\frac{9}{12}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{9}{12}$	$\frac{3}{4}$ $\frac{9}{12}$

Na atividade seguinte (Atividade 6.1), solicitamos aos aprendizes que analisassem os conjuntos que organizaram anteriormente e determinassem mais duas novas frações equivalentes para cada conjunto.

Podemos verificar as respostas dadas a essa questão na Tabela 30.



Tabela 30: Novas frações equivalentes

Equipe 1	Equipe 2	Equipe 3
$\frac{3}{21} \frac{5}{35} \frac{6}{42} \frac{7}{49}$	$\frac{3}{21} \frac{5}{35} \frac{6}{42}$	$\frac{3}{21} \frac{5}{35} \frac{7}{49}$
$\frac{10}{15} \frac{6}{9} \frac{8}{12} \frac{12}{18}$	$\frac{6}{9} \frac{8}{12} \frac{12}{18}$	$\frac{8}{12} \frac{12}{18} \frac{14}{21}$
$\frac{18}{18}$	$\frac{38}{38} \frac{58}{58}$	$\frac{6}{6} \frac{7}{7} \frac{9}{9}$
$\frac{15}{18} \frac{20}{30}$	Não respondeu	$\frac{30}{42} \frac{70}{84} \frac{15}{18}$
$\frac{12}{16} \frac{15}{20} \frac{6}{8} \frac{18}{24}$	$\frac{6}{8} \frac{12}{16} \frac{15}{20} \frac{21}{28}$	$\frac{12}{16} \frac{15}{20} \frac{18}{24}$

A Tabela 31 apresenta as justificativas dadas pelos alunos à questão da Atividade 6.2, que pedia às Equipes para justificar os procedimentos matemáticos de que se valeram para obter as demais frações equivalentes.

Tabela 31: Justificativas dos alunos

Equipe 1	Eu somei e <del>.....</del> fiz multiplicação.
Equipe 2	Não justificou
Equipe 3	Como faz <del>preparada</del> pensar que preparada o número igual tá certo por. O número que igual por é multiplicação.

Comentaremos em paralelo as Atividades 6.1 e 6.2, visto que foram exploradas simultaneamente. Ao observarmos a dificuldade que as equipes apresentavam em encontrar outras frações equivalentes aos conjuntos dados, consideramos apropriado questionar as equipes, a cada fração descoberta, a respeito dos procedimentos matemáticos que utilizaram para determiná-la. Por esse motivo, analisaremos as respostas dadas pelos aprendizes segundo a Tabela 30 e suas explicações e procedimentos matemáticos que empregaram durante a realização da atividade Tabela 31.

Inicialmente, podemos destacar que todas as equipes ficaram por algum tempo tentando obter frações com pinturas iguais às da atividade digitando aleatoriamente valores na calculadora, retomando dessa maneira os processos de caráter empíricos. Percebemos que os alunos ficaram frustrados com a demora para encontrar tais frações que satisfizessem a condição proposta pelo enunciado. Nesse momento, intervimos, e antes que desistissem, informamos que as frações poderiam surgir a partir da observação de alguma regularidade que existe entre as frações de cada conjunto dado.

Focaremos nossas análises nos procedimentos matemáticos utilizados pelas Equipes 1 e 3 para responder a atividade. Essa escolha se deu por observarmos que a Equipe 1 utilizou procedimentos ligados à adição, enquanto a Equipe 3 buscava modelos aparentemente relativos ao conceito de *equipartição*.

Cabe relatar que não comentaremos os resultados obtidos pela Equipe 2 em razão da forte influência dos professores e nossas nos seus resultados, cabendo assim um estudo diferenciado do que estamos propondo neste trabalho. Interessante notar que em nenhuma das equipes os alunos fizeram referências às atividades anteriores ou tentaram utilizar as representações de frações visualmente (como o número de partes de um todo) nos seus modelos.

Primeiramente, relataremos algumas situações envolvendo os modelos matemáticos utilizados pela Equipe 1.

Essa equipe colou as frações  $\frac{4}{28}$ ,  $\frac{1}{7}$  e  $\frac{2}{12}$ , nessa ordem. Em um dado momento, eles nos chamaram a atenção para mostrar que tinham encontrado  $\frac{3}{21}$ , e solicitamos que nos explicassem como fizeram para achar esse resultado.

Uma das alunas relata que existe uma sequência de denominadores, apontando para os numeradores segue contando “*um, dois, três, e quatro*”, e, observando a sequência, supõe que o próximo numerador será o cinco. Ela fica insegura quanto ao denominador e assim passa a testar os números  $\frac{5}{22}$ ,  $\frac{5}{28}$  e  $\frac{5}{12}$  na calculadora. A professora, vendo a aluna, resolve intervir comentando:

Professora: “Você no caminho certo 1, 2, 3, 4 e 5, certo! E depois do 21 tem outro?”.

Dalva: “35?” (Testa na calculadora  $\frac{5}{35}$ ).

A professora pede mais uma fração equivalente para a aluna e ela, antes de responder, tenta explicar para sua amiga de equipe como encontrar a outra fração da seguinte maneira: “*Seis, depois 35+7*”.

Elas digitam na calculadora  $\frac{6}{42}$  e fazem uma expressão de contente. Vendo que haviam criado um método para essa situação, solicitamos outro número equivalente e automaticamente responderam  $\frac{7}{49}$ .

Incentivamos a equipe a resolver o exercício seguinte. Nesse momento, Dalva aponta com os dedos para as frações  $\frac{4}{6}$  e  $\frac{2}{3}$  que estavam coladas nessa ordem.

Dalva começa a fazer as seguintes perguntas para sua amiga  $2 \times 3$ ,  $3 \times 3$  e  $3 \times 4$ , e ela responde 6, 9 e 12. Digitam na calculadora  $\frac{6}{9}$ , comemoram e, antes de passarem para o próximo item, comentam:

**Dalva:** *“É uma sequência do número dois,  $2+2=4$ ,  $4+2=6$ ”.*

**Aline:** *“Oito?”.*

**Dalva:** *“Não, quatro mais dois”.*

**Aline:** *“Seis”* (mostra seis dedos na mão).

E a aluna Dalva segue perguntando *“ $6+3$ ,  $9+3$ ,  $12+3$  e  $15+3$ ”*, e sua amiga vai respondendo respectivamente *“9, 12, 15 e 18”*. Depois verificam se as pinturas são iguais e ao final escrevem as frações  $\frac{10}{15}$ ,  $\frac{6}{9}$ ,  $\frac{8}{12}$  e  $\frac{12}{18}$ .

Novamente percebemos esse modelo de resolução no conjunto formado pelas frações  $\frac{3}{4}$  e  $\frac{9}{12}$ . Nesse caso, observamos as alunas fazendo os cálculos  $3+3$  e  $4+4$  para determinar  $\frac{6}{8}$ ,  $9+3$  e  $12+4$  encontrando  $\frac{12}{16}$ , e assim por diante.

Observando os registros e os comentários a respeito dos procedimentos utilizados na resolução das atividades, pode-se evidenciar que essas alunas construíram um modelo matemático para resolver situações que envolvem frações equivalentes alicerçadas em procedimentos ligados ao conceito aditivo.

A seguir, relataremos as observações a respeito dos procedimentos matemáticos idealizados pela Equipe 3 da mesma atividade.

Inicialmente, notamos a equipe utilizando estratégias de resolução relacionada à ideia de adição em que eles fixaram o denominador e incrementaram valores ao numerador.

O risco nessa hipótese, utilizando essa ferramenta, é que toda vez que digitarmos uma fração do tipo  $K + \frac{a}{b}$  ( $K \in \mathbb{Z}$ ,  $a \in \mathbb{Z}$ ,  $b \in \mathbb{Z}^*$  e  $a \neq b$ ) obteremos números decimais diferenciados unicamente por suas partes inteiras, e, nesse caso, como a MusiCALcolorida gera a pintura usando somente os algarismos que vêm logo após a vírgula, e se considerarmos somente a pintura construída pela ferramenta como parâmetro de comparação, poderemos afirmar erroneamente que a razão entre duas ou mais frações é a mesma.

E como não podia ser diferente, nesse modelo que idealizaram eles se depararam com frações desse tipo, e isso foi possível principalmente em virtude da característica nata desse tipo de ferramenta, que é a possibilidade de testar muitos valores em um intervalo pequeno de tempo. O agravante, nesse caso, como já mencionamos, é que, se se considerarem somente a pintura gerada pela fração na calculadora colorida, fatalmente seriam induzidos ao erro. Entretanto, tal fator não prejudicou a pesquisa, uma vez que os alunos, ao serem informados desse caso, passaram a observar as duas representações antes de classificarem as frações. Tal procedimento é importante para o trabalho por mostrar que a equipe caminhou no sentido contrário aos testes empíricos, passando a formular hipóteses para resolução.

Após terem ficado por algum período tentando encontrar frações equivalentes utilizando o modelo inicial, uma das alunas solicita aos seus companheiros que digite uma fração na calculadora. Nesse momento, eles arregalam os olhos e nos chamam para verificar que haviam encontrado uma fração equivalente. Pedimos para determinarem a segunda fração e novamente ela encontra outra equivalente. Solicitamos para explicar seu procedimento para os companheiros de equipe, e ela o faz da seguinte maneira:

**Patrícia:** “Os números estão todos na tabuada e para encontrar é só multiplicar!”.

Observamos a aluna comentando com seus amigos o modelo utilizado para determinar as frações equivalentes a  $\frac{1}{7}$ . Ela descreve que encontrou os números na tabuada do 2, do 3, do 4 e do 7. A princípio, imaginávamos que ela estava multiplicando o numerador e denominador por uma constante e, ao observarmos com mais cuidado o procedimento que estava sendo utilizado, percebemos que ela encontrou as frações equivalentes a  $\frac{1}{7}$ , como exemplificaremos na Figura 45.

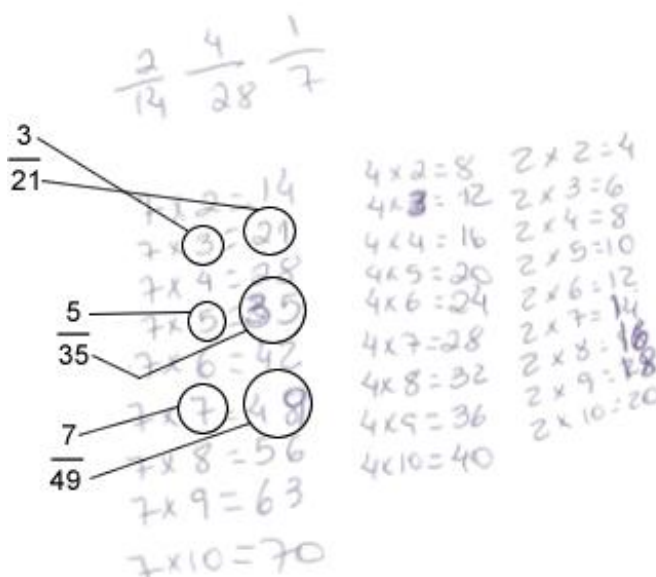


Figura 45: Modelo usado pela Patrícia

No exercício seguinte notamos que esses aprendizes tentavam utilizar esse mesmo modelo para encontrar frações equivalentes a  $\frac{2}{3}$  e  $\frac{4}{6}$ . Ao sentirem dificuldade de determinar outras frações com a pintura igual à proposta, abandonaram, então, a hipótese e partiram novamente para os testes empíricos.

É importante relatar que a aluna que construiu esse modelo participou de todas as sessões de ensino, porém os demais, não. Resolvemos relatar tal fato por ter sido essa aluna que novamente propôs outro modelo capaz de determinar novas

frações equivalentes àsquelas dadas. Esse modelo utiliza a tabuada como referência para obtenção dos resultados dos produtos.

Ao considerarmos a explicação da aluna para o seu modelo a um de seus colegas de equipe, notamos que ela utilizou procedimentos matemáticos que passam a ideia de multiplicar o numerador e denominador por uma mesma constante. Nesse caso, como em outros momentos do trabalho envolvendo alunos surdos, observamos que eles necessitam registrar tabuadas inteiras e só depois conseguem determinar novas frações equivalentes. Essa situação fica evidente no comentário da aluna com a Equipe: *“Pega o número depois vezes dois, vezes 3, vezes 4,...”*. Seus registros (ficha, carteira, papel,...) mostram que, ao se referir a *“vezes dois, vezes 3, etc.”*, está fazendo alusão de que deve fazer a tabuada do 2, 3, e assim por diante.

Nesse momento da pesquisa, consideramos que seria pertinente que os alunos explicitassem para os demais participantes da pesquisa os procedimentos matemáticos que estavam adotando para resolverem as atividades, pois assim poderiam utilizar as ideias de seus parceiros para implementar seus modelos.

Organizamos os alunos em um semicírculo e começamos as discussões informando que, mesmo com dificuldades, todos conseguiram realizar corretamente a atividade. Em seguida, pedimos para tentarem explicar quais procedimentos matemáticos utilizaram para resolverem os exercícios. Como não houve nenhum tipo de manifestação dos alunos, solicitamos que a Dalva explicasse como resolveu a atividade. Ela rapidamente sinalizou que havia se esquecido.

Sentimos que eles estavam inseguros quanto aos seus relatos, e para sair dessa situação resolvemos escrever na lousa as frações  $\frac{1}{5}$  e  $\frac{2}{10}$ . Em seguida, pedimos para determinarem outra fração que tivesse a mesma pintura.

A aluna Patrícia foi à lousa, e, como ela não tinha uma tabuada em mãos, ficou na dúvida sobre qual deveria ser o denominador. Nesse momento, vendo a

dificuldade da amiga, Dalva veio ao seu encontro e registrou a fração  $\frac{3}{15}$ . Ao observarmos que a resposta estava certa, pedimos que ela registrasse mais uma, e ela escreveu  $\frac{4}{20}$ . Patrícia, acompanhando o raciocínio da amiga, comenta “*ela somando, eu multiplicando*”, e volta para sua cadeira.

O exemplo que oferecemos era composto de duas frações e ficamos com a impressão de que Dalva estava somando o numerador e o denominador para encontrar novas frações. Com o objetivo de analisar nossa hipótese a respeito do modelo construído pela aluna, optamos por oferecer outras frações para que ela encontrasse outras frações equivalentes. Nesse caso, consideramos que seria interessante escrever somente uma fração e, a partir dela, solicitarmos à aluna que encontrasse outras equivalentes.

Pedimos atenção dos aprendizes e em seguida solicitamos que Dalva determinasse uma fração equivalente a  $\frac{2}{3}$ . A aluna registrou  $\frac{4}{6}$ ; solicitamos outra, e ela encontrou  $\frac{6}{9}$ . Propomos que ela agora encontrasse frações equivalentes a  $\frac{3}{4}$ . A aluna, prevendo que pedíamos para determinar outras frações a essa, automaticamente escreveu  $\frac{6}{8}$  e  $\frac{9}{12}$ . Observando as respostas da aluna, podemos considerar que ela, a partir de uma fração, determina os novos denominadores somando repetidamente o denominador da fração inicial e para encontrar os numeradores utiliza o mesmo procedimento.

Considerando a hipótese do modelo que a aluna utilizou e para tentarmos observar como ela lida com situações diferentes das propostas anteriormente, pedimos a ela para determinar o número que está faltando na sequência  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{6}{8}$ ,  $\frac{9}{12}$ ,  
 ...,  $\frac{30}{?}$ .



Observamos que, ao contrário das outras situações, não responde imediatamente e no mesmo instante Patrícia se levanta, vem à lousa e escreve 40. Nesse instante, notamos que a aluna que tentava dar a resposta ficou com uma expressão de dúvida do valor registrado pela amiga.

Vendo que Patrícia estava correta, pedimos que ela explicasse como conseguiu encontrar o valor adequado à situação que propomos. Ela tentou explicar apontando para o 3 e depois para o 30, realizando o mesmo procedimento com o 4 e 40, perguntamos o porquê. E fez o sinal de multiplicação com as mãos.

Comparando com os resultados dos alunos surdos para a mesma atividade no ciclo de *design*, podemos relatar que essa equipe construiu modelos que auxiliavam na descoberta de novas frações equivalentes a uma fração dada, mas devemos considerar que para essa fase o *design* sofreu modificações que podem ter contribuído com tal fato. Gostaríamos de continuar a discussão desses modelos nessa sessão de ensino, mas como os alunos continuamente respondiam que estavam somando ou multiplicando como justificativas de seus procedimentos, e o tempo estipulado para realização da tarefa já havia ultrapassado meia hora do previsto, optamos por finalizar a sessão.

#### 5.2.3.1 Reflexões sobre os resultados das Atividades 6, 6.1 e 6.2

Evidenciamos nessa sequência de atividades o subconstruto quociente. Podemos considerar que duas equipes constroem suas hipóteses fundadas em elementos ligados ao mundo da *contagem* e o outro segue caminhos orientados aparentemente no mundo de *equipartição*. Dúvidas a respeito dos raciocínios matemáticos ligados ao mundo da *equipartição* com alunos surdos surgiram inicialmente na fase de ciclos de *design*. Conforme observamos nessa fase, quando se referem a multiplicação ou divisão, inicialmente constroem tabuadas inteiras para os auxiliar, e como exemplo descreveremos o modelo matemático para fazer a tabuada do sete.

Podemos observar, tanto na fase de testes com alunos surdos como no momento da coleta de dados, no registro do aluno (Figura 46, p. 137) que, para

construir uma determinada tabuada, utilizam modelos que privilegiam o mundo da *contagem*. Como podemos notar, vão utilizando adições repetidas as quais dependem de resultados anteriores nos cálculos.

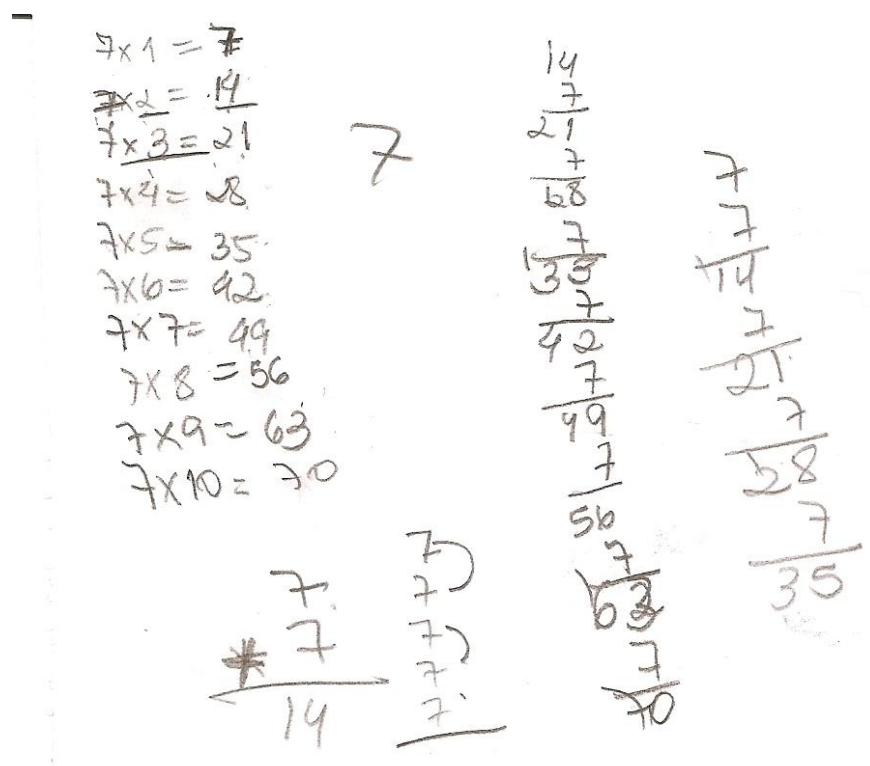


Figura 46: Modelo de construção da tabuada do 7

Portanto, observando esses registros e a precariedade da explicitação dos procedimentos matemáticos que utilizaram, que se limitam basicamente a dizer que usaram a multiplicação ou a adição, nos faz supor que alguns aprendizes estão construindo seus modelos no mundo da *contagem* e outros estão caminhando para o mundo da *equipartição*.

#### 5.2.4 Sessão IV: Atividades 7 e 8

Nesta sessão, aplicamos as atividades finais de nosso trabalho. Ela foi realizada do dia 22 de junho e teve duração de 3 horas. Os dados foram coletados na sala de aula, que nesse dia estava equipada com três computadores. Participaram dessa sessão dez alunos, divididos em três equipes, a professora da turma e os pesquisadores.

As equipes ficaram assim constituídas para a sessão final de coleta de dados:

**Equipe 1:** Dalva, Aline, Edmar e Ronaldo

**Equipe 2:** Fabiana, Benedito, Célio

**Equipe 3:** Patrícia, Sônia e Sergio

#### 5.2.4.1 Atividade 7

Escolhemos iniciar nosso trabalho revisando as atividades executadas na sessão anterior. Tal escolha foi tomada por dois motivos: o primeiro por acreditarmos que momentos como esses podem nos auxiliar na compreensão dos modelos matemáticos que os alunos estavam utilizando para resolver as atividades e para tentar inserir os alunos que não participaram de etapas anteriores do trabalho, em razão da ausência, em situações que os permitam vivenciar experiências matemáticas e a partir delas retomar a construção de seus modelos pessoais.

Com o intuito de tentar trazer à tona as discussões dos modelos matemáticos dos aprendizes, consideramos que poderia ser apropriado criar novas situações que envolvam equivalência entre frações, e, partindo destas, tentar expor os raciocínios matemáticos que utilizaram para resolver o que se propunha.

Em primeiro lugar, pedimos simplesmente que eles verificassem com a MusiCALcolorida a pintura de uma determinada fração registrada por nós na lousa. Tendo a pintura em mente, pedimos para encontrarem novas frações com a mesma pintura da fração inicial. Depois de terem encontrado algumas, propomos que explicassem às equipes quais cálculos matemáticos fizeram para encontrar essas frações.

Registramos na lousa número  $\frac{2}{4}$ . As equipes 1 e 3 indicaram as frações,  $\frac{4}{8}$ , e  $\frac{6}{12}$ , enquanto os alunos da Equipe 2, formada por aqueles que não participaram da

sessão anterior, se comportaram de maneira idêntica aos demais alunos no início da Sessão III, ou seja, “chutavam” valores indiscriminadamente. Nesse momento, informamos que deveriam observar as pinturas dos números na calculadora e as possíveis regularidades que existiam entre os números encontrados pelos seus colegas.

Pudemos observar que um dos alunos da Equipe 2 havia compreendido como os colegas encontraram as frações. Ele comenta, referindo-se aos valores dos denominadores “ $2+2=4$ ,  $4+4=8$ ,  $6+6=12$ ”. Seu amigo de equipe acrescenta que no exemplo em questão, para determinar os denominadores, é só ir somando dois a dois. Em seguida, testa a fração  $\frac{8}{16}$ , verifica que sua pintura é idêntica à pintura de  $\frac{1}{2}$  e pede para registrá-la na lousa.

Essa regra proposta pelo aluno segue procedimentos ligados ao mundo da *contagem*. Com a intenção de fazê-lo pensar em conceitos mais próximos do mundo de *equipartição*, propomos que ele encontre o denominador da fração  $\frac{?}{100}$  de maneira que sua pintura continue igual à pintura de  $\frac{1}{2}$ . Rapidamente ele responde cinquenta, justificando que multiplicou e depois pegou a metade de 100. Seguindo a mesma proposta, perguntamos qual seria o numerador se, em vez de 100, o denominador fosse 600. Os alunos em questão não sabiam a resposta.

Como esse questionamento era dirigido a todas as equipes, Dalva responde 300. Constatando que ela estava correta e buscando compreender seu raciocínio matemático para determinar o resultado, pedimos que explicasse como havia encontrado o valor. Ela disse que tinha simplesmente “chutado” o número. Tanto a professora que nos acompanhava quanto nós mesmos discordamos da justificativa dada pela aluna, pois durante as sessões ela sempre respondia corretamente nos exercícios.

Após essas discussões continuamos a revisão propondo as frações:  $\frac{1}{13}$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{3}{4}$  e  $\frac{4}{13}$ .

A seguir, a partir dos comentários que surgiram durante a revisão, relataremos algumas explicações dadas pelos aprendizes para justificar como encontraram frações equivalentes.

Equipe 1: Dalva: “*Eu estou somando 13*”, referindo-se à sequência de frações  $\frac{1}{13}$ ,  $\frac{2}{26}$ ,  $\frac{3}{39}$ ,  $\frac{4}{52}$ ,  $\frac{5}{65}$  e  $\frac{6}{78}$  encontradas por eles com o apoio das demais equipes. Em outro momento, eles comentam que têm que somar os números da fração seguindo o raciocínio:  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{3+3}{4+4} = \frac{6}{8}$ ,  $\frac{6+3}{8+4} = \frac{9}{12}$ .

Equipe 2: Patrícia: “*Multiplico os números por 2, 3, 4, 5*”. Nesse caso, a aluna estava explicando seu modelo matemático para os alunos da Equipe 2. Em sua explicação, ela se referia ao grupo de frações  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{6}{10}$ ,  $\frac{9}{15}$ ,  $\frac{12}{20}$  e  $\frac{15}{25}$ . No caso, ela encontra as frações com o seguinte procedimento:

$$\frac{3}{5}, \frac{3x2}{5x2} = \frac{6}{10}, \frac{3x3}{5x3} = \frac{9}{15}, \dots$$

Equipe 3: Essa equipe segue um modelo semelhante ao modelo proposto pelos alunos da Equipe 1.

Não diferentes dos resultados obtidos nos ciclos de *design*, os modelos idealizados pelos alunos dessa fase seguem um padrão semelhante aos construídos pelos alunos durante as fases de testes das atividades, ou seja, como observamos nos resultados até o momento, os alunos se baseiam somente nas operações de adição e multiplicação na construção de seus modelos. Propomos com essa atividade que eles percebam a possibilidade de incluir a operação de divisão em suas hipóteses.

Na Tabela 32 temos as respostas dadas pelos alunos a essa atividade.

**Tabela 32: Respostas da Atividade 7**

Equipe 1	Equipe 2	Equipe 3
$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$	$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$	$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$
$\frac{2}{7} = \frac{6}{21}$	$\frac{2}{7} = \frac{6}{21}$	$\frac{2}{7} = \frac{6}{21}$
$\frac{7}{8} = \frac{28}{32}$	$\frac{7}{8} = \frac{28}{32}$	$\frac{7}{8} = \frac{28}{32}$
$\frac{3}{4} = \frac{18}{24} = \frac{9}{12}$	$\frac{3}{4} = \frac{18}{24} = \frac{9}{12}$	$\frac{3}{4} = \frac{18}{24} = \frac{9}{12}$
$\frac{42}{30} = \frac{6}{15}$	$\frac{12}{30} = \frac{6}{15}$	$\frac{12}{30} = \frac{6}{15}$
$\frac{14}{35} = \frac{2}{5}$	$\frac{14}{35} = \frac{2}{5}$	$\frac{14}{35} = \frac{2}{5}$
$\frac{6}{7} = \frac{30}{35}$	$\frac{30}{35} = \frac{6}{7}$	$\frac{6}{7} = \frac{30}{35}$

Durante a realização da atividade, os alunos demonstraram dificuldade para determinar o numerador ou denominador das igualdades. Em alguns casos percebemos os alunos digitando números ao acaso e testando na MusiCALcolorida se as pinturas eram iguais ou não. Faz necessário destacar que os modelos desenvolvidos por nossos aprendizes, apresentados pela tabela acima, foram influenciados pela professora da unidade escolar que nos acompanhava.

Nas atividades anteriores a essa, os aprendizes construíram modelos matemáticos para encontrar frações equivalentes a uma fração dada. Basicamente, esses modelos acabavam seguindo uma cadência numérica, como podemos

observar (Tabela 33) na resolução de um dos exercícios propostos durante as sessões de ensino.

**Tabela 33: Justificativas dos procedimentos utilizados pelos aprendizes**

$\frac{1}{13} =$	$\frac{1+1}{13+13}$	$= \frac{2}{26} =$	$\frac{2+1}{26+13}$	$= \frac{3}{39} =$	$\frac{3+1}{39+13}$	$= \frac{4}{52} =$	$\frac{4+1}{52+13}$	$= \frac{5}{65}$
	$\frac{1 \times 2}{13 \times 2}$		$\frac{1 \times 3}{12 \times 3}$		$\frac{1 \times 4}{13 \times 4}$		$\frac{1 \times 5}{13 \times 5}$	

Como essa atividade propõe que determinem somente valores que estão faltando na igualdade, os alunos demonstraram dificuldade em resolver o problema somente com os modelos utilizados anteriormente.

Notamos que uma das estratégias usadas inicialmente pela Equipe 3, e depois pelas demais equipes, foi utilizar uma tabuada impressa em papel para determinar os números que estávamos solicitando. Essa situação nos chamou a atenção pelo fato de que eles tinham uma calculadora em mãos para auxiliá-los, mas preferiam usar a tabuada impressa.

Seus comentários durante a realização da atividade e os resultados expostos na Tabela 32 nos mostram que eles faziam uso da tabuada para verificar por qual coeficiente um dos elementos da fração foi multiplicado e em seguida utilizavam esse coeficiente para determinar o termo que estava faltando.

#### 5.2.4.1.1 Reflexões sobre os resultados da Atividade 7

Os exercícios que compõem essa atividade evidenciam o subconstruto quociente. Os dados nos mostram que nosso objetivo de tentar propor o uso da operação divisão nos modelos sequer foi comentado pelos aprendizes, contudo notamos que nesse momento os procedimentos ligados ao mundo do *equipartição* foram mais evidenciados em detrimento ao da *contagem*. Observações como essas são importantes à medida que percebemos os alunos em processos de reconstrução de seus modelos matemáticos.

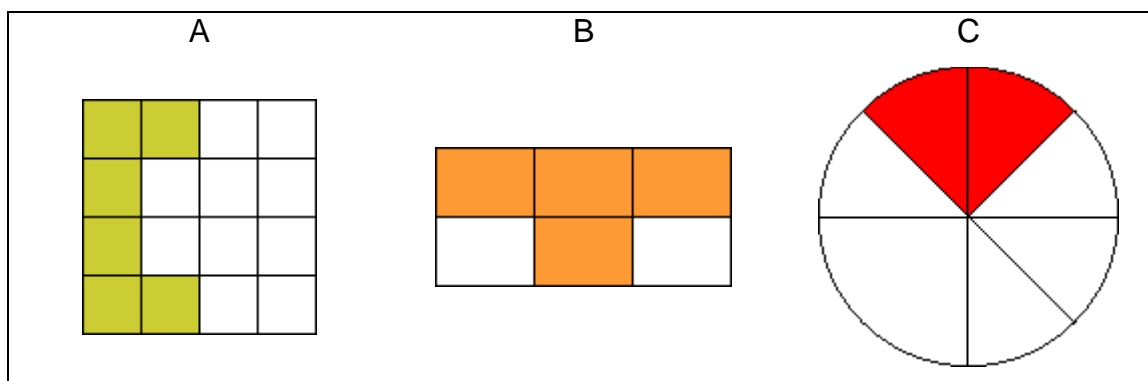
### 5.2.4.2 Atividade 8

Nesse momento, diante das observações das dúvidas apresentadas pelos alunos perante situações envolvendo frações equivalentes, as quais eles já haviam vivenciado no decorrer da pesquisa, e para observar detalhadamente os modelos matemáticos construídos por eles, consideramos que seria mais apropriado elaborar atividades que os fizessem expor mais detalhadamente seus procedimentos matemáticos.

Com essa ideia em mente, buscamos elaborar situações de aprendizagem que passassem por todas as atividades que discutimos em sessões anteriores.

Inicialmente, propomos um exercício (Tabela 34) em que os alunos deveriam indicar com uma fração a relação parte-todo de algumas figuras. Cabe destacar que na figura C os aprendizes devem atentar que as partes desse tipo de representação são congruentes.

**Tabela 34: Representações parte-todo – Atividades Finais**



As respostas dadas pelos alunos a essa questão são apresentadas na Tabela 35. Ressaltamos que nessa etapa os aprendizes pertencentes à Equipe 3 registraram na lousa suas respostas às questões que propomos. Dessa forma, para que fosse possível o conhecimento desses dados, optamos por digitá-los.



Tabela 35: Resultados questão 1 – Atividades Finais

Equipe 1	A	$\frac{5}{16}$
	B	$\frac{4}{10}$
	C	$\frac{2}{7}$
Equipe 2	A	$\frac{6}{16}$
	B	$\frac{4}{6}$
	C	$\frac{3}{7}$
Equipe 3	A	$\frac{6}{16}$
	B	$\frac{4}{6}$
	C	$\frac{2}{7}$

Como podemos constatar, nenhuma das equipes considerou que o item C do exercício poderia estar fracionado em mais partes. Supomos, nesse caso, que os aprendizes estão apenas fazendo a contagem das partes pintadas e daquelas em que o todo foi dividido, não considerando que essas partes devem ser congruentes.

A atividade seguinte propõe aos alunos irem à lousa e desenharem uma figura que pode ser representada utilizando o subconstruto parte-todo e em seguida indicar a fração que a representa.

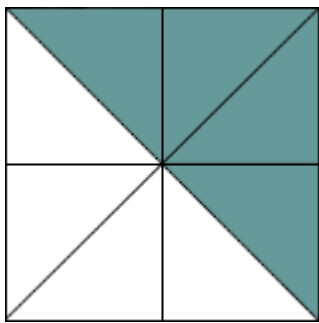
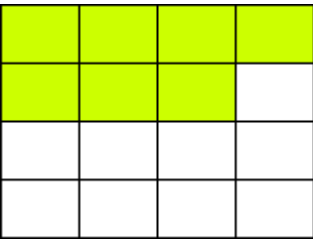
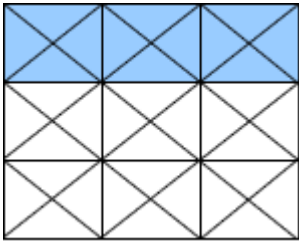
A título de exemplificação, apresentaremos na Tabela 36 as representações das figuras desenhadas pelos aprendizes e suas respectivas frações. Escolhemos representá-las dessa maneira em virtude da visualização deficiente dessas figuras nas imagens capturadas durante a sessão.

Destacamos que na construção das figuras devemos considerar que havia uma preocupação explícita dos alunos em dividir a figura em partes exatamente

iguais. Quando notavam que seus traços estavam muito tortos ou os pedaços desproporcionais, apagavam e os refaziam.

Observações como essa nos remetem aos resultados da questão anterior e a nos questionar sobre quais fatores podem ter contribuído para não terem considerado a questão da congruência entre as partes da figura C. Uma das hipóteses que devemos considerar diz respeito ao fato de essa representação ter sido empregada pela primeira vez no trabalho, e talvez por esse motivo nossos aprendizes não souberam lidar com a situação proposta.

**Tabela 36: Representações parte-todo criadas pelos alunos**

Equipe 1	Equipe 2	Equipe 3
		
$\frac{8}{4}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{12}{36}$

Assim que desenharam as figuras, solicitamos que retornassem a suas respectivas equipes, observassem a pintura gerada por cada fração na MusiCALcoloria e, em seguida, após a observação das pinturas, pedimos que determinassem mais duas frações que conservassem as pinturas para cada exemplo de fração registrada na lousa por eles.

Podemos notar nos resultados da Tabela 37 que os aprendizes construíram um procedimento matemático para determinar essas frações equivalentes. Novamente a Equipe 3 registrou suas respostas somente na lousa e por esse motivo usaremos o mesmo tipo de registro para mostrar seus resultados.

Tabela 37: Resultados do exercício 3

Equipe 1	$\frac{12}{36}, \frac{14}{42}, \frac{16}{48}$	$\frac{7}{16}, \frac{14}{32}, \frac{21}{48}$	$\frac{4}{8}, \frac{6}{12}, \frac{8}{16}$
Equipe 2	$\frac{12}{36}, \frac{14}{42}, \frac{16}{48}$	$\frac{7}{16}, \frac{14}{32}, \frac{21}{48}$	$\frac{4}{8}, \frac{6}{12}, \frac{8}{16}$
Equipe 3	$\frac{12}{36}, \frac{24}{72}, \frac{36}{108}$	$\frac{7}{16}, \frac{14}{32}, \frac{21}{48}$	$\frac{4}{8}, \frac{8}{16}, \frac{12}{24}$

Nosso objetivo com essa atividade não foi somente examinar os conceitos matemáticos existentes nos modelos construídos por esses aprendizes durante a pesquisa, mas também tentar vencer o desafio de fazer com que eles expusessem seus procedimentos matemáticos para explicar ou exemplificar um determinado valor que encontraram.

#### 5.2.4.2.1 Reflexões sobre os resultados da Atividade 8

Podemos observar que essa atividade trata os dois subconstrutos abordados durante todo o trabalho. Notamos nos resultados gerados pelos aprendizes que eles construíram modelos que os auxiliassem para determinar frações equivalentes a uma dada. Podemos ainda relatar que esses modelos seguem duas vertentes. Uma delas foi concebida utilizando procedimentos matemáticos ligados ao mundo da *contagem*, enquanto a outra oscila entre os mundos da *contagem* e o da *equipartição*.

Neste capítulo descrevemos as sessões de pesquisa realizadas com onze aprendizes surdos, bem como os resultados e os comentários dos alunos durante o desenvolvimento da sequência de atividades que compõem o *design*. Podemos notar que o micromundo utilizado neste trabalho foi adequado às nossas expectativas, uma vez que nossos sujeitos se mostravam confiantes considerando

em suas reflexões os resultados da ferramenta para construção de seus modelos matemáticos.

A seguir, a partir de nossas reflexões, apresentaremos as considerações finais desta pesquisa, procurando responder as questões que motivaram nossos estudos.

---

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A meta inicial deste trabalho foi explorar como representações visuais podem contribuir com a aprendizagem matemática de alunos surdos. Em especial, focamos nossos esforços em questões que envolvessem equivalência entre frações e na análise das estratégias que emergem na construção dos modelos desses conteúdos por aprendizes surdos. Com esse propósito, escolhemos a ferramenta MusiCALculadora que permite representar um número por meio de uma pintura que é gerada a partir dos algarismos decimais que o compõem.

As atividades de pesquisas desenvolvidas durante o estudo inspiram-se na ideia sobre a aprendizagem colocada por Papert (1980). Segundo o autor, o que determina a compreensão de qualquer conhecimento é o “arsenal de modelos” que o indivíduo constrói a partir da forma com a qual tinha contato com o conhecimento em questão. Ele acredita que, se colocarmos os aprendizes diante de situações que os façam refletirem, criarem e testarem conjecturas quanto a seus procedimentos matemáticos, estaremos possibilitando a construção ou a reconstrução de modelos matemáticos pessoais. Ele chama esta perspectiva sobre aprendizagem de *construcionismo* e enfatiza como os modelos pessoais dos indivíduos assumem características cognitivas e características afetivas que são fundamentais para a aprendizagem. Ele sugere que para promover a construção de tais modelos matemáticos precisamos elaborar um tipo de ambiente de aprendizagem, que ele chama *micromundo*.

A ideia dos micromundos surgiu durante pesquisas realizadas com inteligência artificial. Papert observou que pequenos domínios do mundo real que os pesquisadores elaboravam para tentar fazer com que computadores resolvessem problemas também acabavam constituindo o arsenal de modelos dos pesquisadores. Ele descreve como ambientes de aprendizagem não controlados por questões de certo ou errado possibilitam pensamento reflexivo e autoconsciente, podendo gerar uma aprendizagem genuína e pessoal do indivíduo interagindo com

essas atmosferas. Com essas considerações em mente, optamos por criar atividades baseadas no uso de micromundo MusiCALcolorida para auxiliar na construção dos modelos dos aprendizes inseridos nesta pesquisa.

Outra perspectiva que inspirou a trajetória deste estudo é a análise dos dados dos mundos de *contagem* e a *equipartição* propostos por Confrey. Buscamos observar nas estratégias desenvolvidas pelos aprendizes que participaram dos vários ciclos da pesquisa evidências de movimentos dentro e entre estes dois mundos. As análises, e também o *design* das atividades, também foram influenciados por pesquisas identificando diferentes subconstrutos da noção de número racional, com nossas atividades enfatizando principalmente os subconstrutos quociente e parte-todo descritos por Charalambos (2007)

A metodologia *Design Experiments* (COBB AT AL., 2003) norteou todas as decisões metodológicas do presente trabalho. Tal escolha se fez em razão das possibilidades de reestruturação durante o desenvolvimento do projeto e pelo fato de que essa metodologia nos permite tentar compreender como uma ideia matemática particular é explorada pelos aprendizes surdos, levando em conta os meios, as atividades e as ações dos alunos com os elementos constituintes da ecologia de aprendizagem criada para esse momento.

Podemos dividir nossa pesquisa em dois momentos, a saber: o primeiro chamado *Ciclo de desenvolvimento do design* e o segundo, *Ciclo de coleta de dados*. O primeiro ciclo era composto de três fases denominadas Fase IAO, Fase IIAO, Fase IIIAS. Nas Fases IAO e IIAO participaram oito alunos ouvintes com idades entre 12 e 14 anos e na Fase IIIAS, duas alunas surdas com 19 e 20 anos de idade. Essas fases nos possibilitaram efetuar várias modificações nas atividades. Por exemplo, em atividades que propúnhamos comparações entre duas frações, nos casos em que as pinturas geradas eram muito próximas à comparação entre elas, tornou-se mais difícil. Identificamos também em algumas das atividades uma quantidade excessiva de exercícios. Outra observação feita durante estas fases de *design* foi que os alunos ficaram mais dispostos a tentar entender a tarefa quando foi proposta por meio de tiras em quadrinhos em alguns enunciados.

O Ciclo II foi realizado em umas das cinco escolas municipais de educação especial destinada a alunos, onde pelo menos uma de suas necessidades especiais é relacionada a limitações auditivas, da Prefeitura de São Paulo. Fundada em 1952, hoje conta com mais de 400 alunos do Ensino Fundamental, matriculados nos períodos manhã, tarde e noite. Participaram desse ciclo onze alunos matriculados na sétima série do ensino fundamental com idades variando entre 13 a 20 anos de idade. O Ciclo de Coleta de Dados foi realizado no mês de julho em sessões de em média 3 horas cada.

Todos os momentos dessa pesquisa foram gravados em vídeo. Foram arquivadas as produções dos alunos surdos ou não, os registros durante as sessões e as notas de campo que julgamos relevantes durante a realização da pesquisa.

### **6.1 Principais resultados**

Nossos resultados fortalecem a ideia colocada por Nunes e Moreno (2002) de que a surdez deve ser considerada um fator de risco para as dificuldades de aprendizagem matemática de aprendizes surdos, e não causa. Nossos dados nos revelam que tanto os aprendizes surdos quanto os ouvintes envolvidos com a ecologia de aprendizagem aqui proposta construíram modelos matemáticos pessoais. Contudo, ao analisarmos os dados desses dois grupos, notamos que os modelos matemáticos construídos pelos aprendizes ouvintes se apoiam em elementos característicos do mundo da *equipartição*, enquanto os modelos desenvolvidos pelos aprendizes surdos são marcados principalmente por elementos do mundo da *contagem*. Cabe destacar que alguns aprendizes se referiam ao produto nas construções de suas hipóteses. Contudo, ao observarmos o desenvolvimento das atividades, evidenciamos características do mundo da *contagem* nos registros das construções das tabuadas que os auxiliavam a determinar novas frações equivalentes a uma fração dada, e nesse caso consideramos que os modelos construídos por esses aprendizes ficam na fronteira entre os mundos da matemática propostos por Confrey.

Destacamos dois aspectos recorrentes neste trabalho: o primeiro diz respeito à característica passiva que os aprendizes surdos assumiram inicialmente durante a

pesquisa, pois a cada atividade proposta eles aguardavam que explicássemos o que deveriam fazer, e mesmo ao propormos que lessem o enunciado da atividade continuavam se mostrando inseguros, só os registrando após terem perguntado para a professora se ele era adequado à questão; o segundo aspecto emerge das observações feitas durante as traduções dos enunciados para Libras, que se mostravam diferentes da questão proposta e acabavam assumindo uma perspectiva explicativa.

Cabe lembrar que nosso *design* passou por três momentos de *redesign* e que todas as modificações foram discutidas e analisadas a partir das necessidades que surgiram durante as fases testes. A aplicação das primeiras versões das atividades foi para nós de extrema importância. Um fator que nos preocupava nessa fase estava relacionado ao pouco contato que tínhamos com aprendizes surdos no início do trabalho e a pequena quantidade de pesquisas que existiam abordando aprendizagem matemática e aprendizes surdos. Fatores como esses nos propuseram aplicar inicialmente as atividades com alunos ouvintes. Optamos por trabalhar inicialmente com alunos ouvintes matriculados no sexto ano (quinta série), e essa escolha foi tomada principalmente ao observarmos que o currículo de Matemática desse nível de escolarização não aborda frações equivalentes e pela facilidade de reunir esses aprendizes.

No desenvolvimento do *design*, tínhamos que considerar situações que encorajassem os aprendizes a pensar e a testar hipóteses que favorecessem a construção de seus próprios modelos de frações equivalentes. Nosso espectro de possibilidades aumenta ao agregarmos uma ferramenta computacional como a MusiCALcolorida ao experimento. Como essa calculadora até esse momento só havia sido utilizada em trabalhos que envolvessem questões ligadas à classificação de números racionais e irracionais (RODRIGUES, 2009; MARTINS, 2009), não poderíamos prever sua eficácia quando utilizada para comparar as razões entre duas ou mais frações.

Optamos para concentrar nesta seção principalmente os resultados obtidos durante o Ciclo de Coleta de Dados. Quando pertinente, traremos também aspectos



dos dados relacionados ao primeiro ciclo que servirão para auxiliar em nossas observações.

Analisando os resultados da primeira atividade, podemos considerar que todos os nossos sujeitos, em algum momento, tiveram contato com frações. Em particular, temos evidências nos registros de alguns alunos que sugerem que eles tentam utilizar modelos comumente empregados em situações que envolvem adição das frações. Entretanto, nossas análises também mostraram a fragilidade da compreensão dos procedimentos usados pelos alunos surdos. Todos os indícios sugerem que a maioria não tinha clareza sobre como interpretar os significados de frações – nem mesmo nas representações tipo parte-todo. Os dados também indicam que os alunos não eram acostumados a comparar frações – apenas a operar com elas de forma ritualística.

Explorando os resultados associados às atividades com a calculadora, vemos que ela teve papel fundamental nas respostas dadas pelos aprendizes em ambos os ciclos. Em atividades nas quais as respostas poderiam ser atingidas de forma empírica, os alunos obtiveram êxitos com rapidez e entusiasmo. Entretanto, notamos, pelas expressões faciais dos aprendizes, certa inquietação quando questionados sobre o motivo de algumas frações terem pinturas iguais, e outras não. Algumas respostas que encontramos a essa questão se basearam na comparação entre os números decimais que são exibidos em conjunto com a pintura, embora seja importante destacar que tal comparação não aconteceu de forma espontânea e só foi contemplada a partir de nossa indagação.

Outro dado que chama a atenção diz respeito a questões que envolvem representações visuais mais convencionalmente associadas ao trabalho com frações, ou seja, representações que privilegiam o subconstruto parte-todo. Entre os alunos surdos, apenas uma aluna soube representar com uma fração a relação parte-todo de uma dada figura antes da aplicação das atividades de pesquisa. Durante a pesquisa, os demais aprendizes surdos conseguiram trabalhar com mais sucesso estas representações, embora os modelos matemáticos que estavam sendo construídos por eles parecem estar alicerçados em um processo de dupla contagem. Ou seja, os alunos contam o total de partes em que a figura está dividida

para determinar o denominador e em seguida contam o total de partes pintadas e encontram o numerador – sem se preocupar se existiam congruências ou não das áreas pintadas das representações parte-todo e se a figura estava dividida em partes iguais. Nesse caso, podemos afirmar que esses aprendizes utilizaram na construção desses modelos procedimentos matemáticos do mundo da *contagem*.

Podemos evidenciar nos resultados da Atividade 5.1 que a maioria dos aprendizes, para encontrar novas frações a partir de representações parte-todo, fracionava os pedaços na figura dada em pedaços menores. Na análise dos registros dos alunos foi possível identificar como, em alguns casos, os fracionamentos foram enumerados para facilitar a *contagem* ou foram feitas marcas – pontas de lápis ou caneta – nas figuras que sugerem que os retângulos foram contados um a um, revelando novamente a presença do mundo da *contagem* nos procedimentos desses aprendizes. Contudo, é importante notar no registro da Equipe 1 uma resposta que se diferencia das demais. Considerando seus resultados, verificamos que essa equipe pode ter obtido as novas frações equivalentes sempre pegando a metade do denominador e do numerador das frações que encontravam, que indicam uma estratégia relacionada ao mundo de *equipartição*. O registro em questão nos dá fortes indícios de que, para encontrarem a primeira fração, fizeram uso do procedimento de dupla contagem, e observando o relato de uma das alunas da equipe que afirmava ter determinado mentalmente as frações equivalentes, e, nesse caso, mesmo ela não conseguindo nos explicar o mecanismo utilizado, nossas observações nos propõem que nesta questão existem vestígios de construção de modelos apoiados no mundo de *equipartição*. Nesse sentido, acreditamos que nossa ecologia de aprendizagem pode estar contribuindo para a construção de novos modelos que envolvam questões como as que estamos propondo neste trabalho. Nossos resultados também denotam certa falta de conexão entre os diferentes subconstrutos da fração, no sentido de que os alunos não trabalharam com as representações visuais parte-todo da fração quando a atividade não a coloca explicitamente no seu enunciado. Ao observarmos os agrupamentos de frações dadas, podemos notar que todos os alunos ficaram totalmente dependentes da calculadora para separar as frações em grupos de acordo com a pintura. Além disso, na determinação de novas frações equivalentes para cada conjunto agrupado por eles, a calculadora continua a ter um papel

fundamental nas suas validações. Entretanto, embora os aprendizes inicialmente sempre testavam empiricamente suas conjecturas sobre possíveis frações equivalentes, quando questionados a respeito dos procedimentos matemáticos que poderiam ser adotados para determinar outras frações, podemos relatar a presença de modelos matemáticos ligados ao mundo da *contagem* e um modelo relacionado a ideias próximas ao mundo da participação.

Notamos uma tendência forte em algumas equipes de usar estratégias envolvendo adição para gerar novas frações, ou seja, “somar” os numeradores e denominadores de duas frações equivalentes para obter uma terceira fração equivalente, ou, quando havia somente uma fração, somar o numerador e o denominador com eles mesmos. No mundo de *contagem*, esta soma é inapropriada, entretanto no mundo de participação têm situações nas quais a estratégia pode ser considerada válida. A prevalência dessa tendência sugere que poderia ser útil pensar em situações de ensino que tratam de forma mais explícita os dois mundos de Confrey e as relações entre eles. Se alguns alunos privilegiam estratégias que envolveram adição, outros desenvolveram modelos baseados na utilização da multiplicação para determinar novas frações equivalentes. Considerando uma descrição mais detalhada desse modelo, verificamos outra forte tendência: a associação do produto de uma multiplicação com a tabuada. Os aprendizes buscam relações entre os valores das frações com os produtos existentes na tabuada, realizando multiplicações sucessivas seguindo a sequência dos valores da tabuada, ou seja, multiplicar o numerador e o denominador por dois, por três, por quatro e assim por diante. Esse procedimento nos propõe a ideia de multiplicar os elementos da fração por uma constante.

Observamos que, para efetuarem essa estratégia, os alunos necessitavam de tabuadas impressas ou construí-las por meio de adições sucessivas. Cabe relatar, por exemplo, que, se houvesse necessidade de saber o produto de 3 por 4, os aprendizes fariam a tabuada do 3 iniciando do 1 e terminando no 10 e somente depois dos cálculos feitos determinariam o valor. É claro que esse tipo de procedimento só era realizado quando não tinham a tabuada impressa em mãos, logo entendemos que esse modelo pode estar na fronteira entre o mundo da *contagem* e o da *equipartição*.

Outro resultado que permeou ambos os ciclos de pesquisa foi que os alunos quase sempre determinaram frações equivalentes de maneira que os novos denominadores e numeradores fossem maiores que a primeira fração do grupo em questão. É importante relatar que em nenhum momento os grupos tentaram utilizar representações parte-todo em suas construções. Nesse caso em particular, não notamos nenhuma das duplas pensando que poderiam dividir os elementos da fração para encontrar uma outra equivalente, por isso os aprendizes se valeram da tabuada impressa para encontrar seus resultados. Por conseguinte, entendemos que seus modelos estão migrando para a fronteira entre os mundos propostos por Confrey.

Na atividade final retomamos os subconstrutos da fração parte-todo e quociente para tentar observar com detalhes os modelos construídos por nossos aprendizes durante a pesquisa. Podemos relatar que lidaram com certa segurança quando as frações estão representadas no subconstruto parte-todo, cabendo uma reconstrução no modelo da relação de congruência entre as partes em que o todo está dividido. Podemos observar ainda que esses modelos estão inseridos em métodos pertencentes ao mundo da *contagem*. Outro elemento que se mostrou muito forte na obtenção de frações equivalentes envolvendo principalmente o subconstruto razão é a utilização de modelos que oscilam entre o mundo da *contagem* e o mundo de *equipartição*.

Finalmente, dois fatos que não poderíamos deixar de relatar: primeiro, percebemos na realização da última atividade que as frações equivalentes geradas pelos alunos não necessitavam se apoiar nas representações da calculadora; o segundo fato está diretamente ligado a questões que dizem respeito a se expressarem matematicamente. Durante toda a pesquisa notamos que havia grande dificuldade de explicitar os enunciados das atividades aos alunos, e o mesmo ocorria ao tentarem explicar seus modelos, e se limitavam a frases do tipo “eu somei” ou “eu multipliquei”.

Essas reflexões nos propuseram as seguintes questões indicadas no Capítulo

1.

- **Qual o papel das diferentes representações das frações, digitais ou não, na identificação e compreensão da equivalência entre frações?**

As representações visuais contribuíram efetivamente no desenvolvimento dos modelos matemáticos de nossos aprendizes. Observando o caminho trilhado pelos alunos durante as sessões de coleta de dados, podemos relatar que tais representações possibilitaram que nossos aprendizes, na maioria das vezes, construíssem modelos matemáticos alicerçados em procedimentos empíricos.

Os dados nos revelam que a representação visual parte-todo de fração possibilitou, por meio de seu fracionamento, que determinassem novas frações equivalentes e esse mesmo tipo de representação. Possibilitou ainda, mediante a comparação de cores, que os alunos estabelecessem conexões com as relações entre o numerador e denominador e respectivamente parte pintada e total de partes em que o todo foi dividido.

O tipo de representação visual do número proposto pela MusiCALcolorida, à primeira vista, nos leva a imaginar que elas serviram basicamente para a comparação entre dois quocientes. Contudo, ao analisarmos as respostas dos alunos, notamos que a ferramenta possibilitou que eles desenvolvessem e testassem suas hipóteses, entrando em um processo de “bug” e “debugging”. Nesse processo, ao verificarmos o erro na busca de corrigi-lo, adotamos procedimentos mentais que são fundamentais para a construção de modelos pessoais. Observamos que nossos aprendizes nos seus testes empíricos buscavam compreender as relações que existiam entre as frações equivalentes, e esses testes também possibilitaram que os aprendizes discutissem suas conjecturas com os demais, contribuindo assim com a construção dos modelos dos demais participantes da pesquisa.

Essas observações nos fazem concluir que as representações visuais utilizadas neste trabalho deram condições para que todos os aprendizes testassem e refutassem suas conjecturas, propiciando dessa maneira uma construção genuína e pessoal de modelos matemáticos adequados a situações que envolvem questões ligadas a nosso objeto de pesquisa.

- **Quais estratégias emergem durante as tentativas de gerar e identificar frações equivalentes?**

Neste estudo exploramos duas vertentes inter-relacionadas que possibilitam nossos aprendizes construir modelos matemáticos a respeito de gerar e identificar frações equivalentes: a primeira está alicerçada nas representações visuais parte-todo da fração e a segunda, pela comparação das pinturas dos quocientes geradas pelo micromundo.

Ao observarmos os dados coletados, podemos afirmar que a segunda vertente foi largamente utilizada durante a pesquisa, servindo para validação ou não das estratégias desenvolvidas por nossos aprendizes.

Pode-se perceber nas atividades envolvendo representações parte-todo que os aprendizes optaram sempre por dividirem a figura em partes menores e, nesse procedimento, tentavam manter a congruência entre as partes e esse tipo de estratégia, considerando que o subconstruto parte-todo é fundamental nessa representação. Nesse caso, poderíamos considerar que a estratégia utiliza procedimentos ligados ao mundo da *equipartição*, contudo sabemos que os conceitos metade e dobro são intuitivos, e crianças, mesmo não tendo frequentado a escola, têm modelos construídos a esse respeito, por essas ideias pertencerem ao cerne do mundo de *equipartição*. Observando mais detalhadamente, notamos que, depois de terem fracionado a representação parte-todo, eles contavam as partes pintadas para determinar o numerador e depois o total de partes em que o todo foi dividido para encontrar o denominador.

A maioria das atividades contidas no *design* explora as representações visuais geradas pelo micromundo MusiCALcoloida. Examinando superficialmente, poderíamos considerar que as representações dessa calculadora serviram principalmente para comparar frações, mas ao levarmos em conta as descrições dos procedimentos utilizados nos modelos que os aprendizes estavam construindo, vemos que ela permitiu o desenvolvimento de ideias totalmente livres e independentes. Nesse desenvolvimento dos modelos, notamos que as estratégias adotadas pertenciam principalmente ao mundo da *contagem*, mesmo em um dos grupos apontados para estratégias ligadas ao mundo de *equipartição* observamos

que na construção de artifícios (Tabuada) que os auxiliassem eles utilizavam procedimentos de contagem.

Retomando a questão proposta, temos que considerar, a princípio, três estratégias. A primeira tem elementos de ambos os mundos: o mundo da *contagem* é explícito nos procedimentos de dupla contagem das representações parte-todo; e o mundo da *equipartição* é implícito nas divisões das partes feitas pelos aprendizes. Observamos um risco associado a essa estratégia: quando as divisões não foram feitas pelos próprios alunos, há uma tendência de contar as partes sem verificar se elas tinham o mesmo tamanho. Na segunda estratégia, nossas observações nos permitem colocar que os modelos construídos pelos aprendizes também se situavam na fronteira entre o mundo da *contagem* e o da *equipartição*. Essa afirmação advém da observação dos procedimentos utilizados pelos alunos para construir a tabuada, desenvolvida a partir de adições repetidas que os auxiliavam durante a atividade, e, nesse sentido, consideramos que as estratégias construídas pelos aprendizes estavam presentes na fronteira entre esses dois mundos. É verdade que em muitas situações temos alguns aprendizes sustentando que, para encontrarem outra fração equivalente, tinham que multiplicar o numerador e denominador por um número. Contudo, é forte a presença de procedimentos do mundo da *contagem* em seus modelos e não podemos ter certeza que os alunos entenderam que as operações efetuadas por eles eram equivalentes a multiplicar por 1. A terceira estratégia envolve procedimentos aditivos que residem (funcionam) apenas no mundo de equipartição e no qual os alunos somavam repetidamente os elementos da fração (numerador com numerador e denominador com denominador) para obter outras equivalentes a uma equivalente dada. O risco que corre nesse modelo de somar os elementos de duas frações equivalentes seria o de generalizarem erroneamente esse procedimento para soma entre frações

É importante destacar já nas atividades finais que os modelos construídos por nossos aprendizes se tornaram independentes, ou seja, não estavam mais totalmente dependentes da calculadora para encontrar suas respostas, e isso nos mostra que nossos aprendizes estavam de alguma maneira implementando seu “arsenal de modelos”.

## 6.2 Sugestões para futuras versões do micromundo

O micromundo da MusiCALcolorida foi fundamental para a realização deste trabalho, e por isso podemos propor algumas alterações nesse ambiente que poderiam ter contribuído durante a pesquisa:

- Criar uma representação para a parte inteira do número, uma vez que a ausência dessa representação indicou que frações do tipo  $\frac{1}{2}$  e  $\frac{5}{2}$  eram equivalentes quando eram comparadas somente utilizando suas pinturas geradas pelo micromundo.
- Aumentar o tamanho da fonte nos botões da ferramenta para facilitar a visualização.
- Criar uma galeria que grave somente os números digitados pelos usuários ao pressionarem o botão de igual. Essa ferramenta seria importante, uma vez que teríamos um registro sequencial das hipóteses testadas por nossos aprendizes, semelhante a uma sequência de DNA, em que poderíamos tentar analisar as sequências das hipóteses elaboradas durante os procedimentos envolvidos nas tentativas dos sujeitos da pesquisa.

## 6.3 Sugestões de outras pesquisas

Nosso trabalho dá uma pequena contribuição para as comunidades de Educação Matemática e Surda, e visando o aprofundamento dessa temática propomos as seguintes pesquisas:

- Quais condições facilitam a construção de modelos conectados no mundo de *equipartição* por aprendizes surdos?
- Quais condições facilitam o desenvolvimento de outros procedimentos matemáticos abstratos por aprendizes surdos?
- Como entender a contribuição da Língua Brasileira de Sinais (Libras) nestes processos de aprendizagem matemática?



- O modelo de inclusão existente no Brasil é adequado para aprendizagem matemática do surdo?

Mesmo sendo uma pesquisa de mestrado, com alcance restrito, e considerando as suas limitações de tempo e quantidade de alunos, ela nos possibilitou entender os mundos da Matemática envolvidos nos modelos desses aprendizes, e como uma ecologia de aprendizagem pode auxiliar a ampliação dos modelos matemáticos dos alunos surdos. Percebemos, também, as dificuldades desses aprendizes com conteúdos ligados à Matemática e de desenvolverem uma ecologia de aprendizagem em uma perspectiva construcionista de atividades que explorem os conceitos de frações equivalentes.

Para nós, esta pesquisa serve de incentivo para buscarmos cada vez mais nas metodologias de aprendizagem situações que desenvolvam a aprendizagem de alunos com NEE. Acreditamos que os elos que criamos durante este trabalho contribuíram para esse campo de pesquisa ainda pouco explorado, e que a utilização de micromundos agregados a uma metodologia de aprendizagem voltada às especificidades dos aprendizes com NEE pode contribuir para o desenvolvimento de ecologias propícias para tornarem nossos aprendizes protagonistas do seu desenvolvimento educacional.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

ARANHA, M.S.F. Paradigmas da relação da sociedade com as pessoas com deficiência, *Revista do Ministério Público do Trabalho*, ano XI, n. 21, p. 160-173, mar. 2001.

BRUNER, J. *Atos de significação*. Tradução de Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997. 130 p.

CAPE. Disponível em: <<http://cenp.edunet.sp.gov.br/index.htm>>. Último acesso em: 10 set. 2009.

CASTELLANI, Lino Filho. *Educação física no Brasil: a história que não se conta*. 7. ed. Campinas: Papirus, 2001.

CHARALAMBOUS, Charalambos Y. *Developing and testing a scale for measuring students' understanding of fractions*. University of Michigan, 2007.

CNBB – CONFERÊNCIA NACIONAL DOS BISPOS DO BRASIL. *Campanha da Fraternidade 2006 – Manual*. São Paulo: Salesiana, 2005.

CAPOVILLA, Fernando Cesar; RAPHAEL, Walkiria Duarte. *Dicionário enciclopédico ilustrado trilingue da Língua de Sinais Brasileira*. 3. ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2008. v. 1 e 2.

COBB, Paul; CONFREY, Jere; DISESA, Andrea; LEHRER, Richard; SCHAUBLE Leona. *Design Experiments in Educational Research*, 2003.

COUTO LENZI, Alpia. *A interação das pessoas surdas*. Informativo técnico científico do INES. Rio de Janeiro. 1997. v. 7.

CONFREY. Splitting, similarity, and rate of change: a new approach to multiplication and exponential functions. *Proceedings of the 19th International*

*Conference for the Psychology of Mathematics Education*, v. 1, p. 291-326, 1995a.

———; SMITH, E. Splitting, covariation, and their role in the development of exponential functions. *Journal of Research in Mathematics Education*, v. 26, n. 1, p. 66-86, 1995b.

CUNHA, Maria Clementina Pereira. *O espelho do mundo? Juquery, a história de um asilo*. 2. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1988.

DAMICO, Alécio. *Uma investigação sobre a formação inicial de professores de matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental*. 2007. Dissertação (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

DRISOSTES, Carlos Aparecido Teles. *Design iterativo de um micromundo com professores de matemática do ensino fundamental*. 2005. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

FENEIS. Disponível em: <<http://www.feneis.com.br/page/quantitativo.asp>>. Último acesso em: 9 set. 2009.

———. Política Educacional para Surdos do Rio Grande do Sul. Organizadores: FENEIS, FADERS, Secretaria da Educação. Porto Alegre, 2005. Disponível em: <[http://www.feneis.org.br/arquivos/FENEIS\\_politica\\_educacional\\_para\\_surdos.pdf](http://www.feneis.org.br/arquivos/FENEIS_politica_educacional_para_surdos.pdf)>. Último acesso em: 12 dez. 2009.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali; HEALY, Lulu. *Ensaio sobre a inclusão na Educação Matemática*, n. 10, p. 59-76, 2007. ISSN: 1815-0640.

GIUSEPPE, Rinaldi et al. Brasília Brasil, Secretaria de Educação Especial: A educação dos surdos / organizado, 1997.

GODINO, Juan D.; BATANERO, Carmen. *Proporcionalidad y su didáctica para maestros. Matemática y su didáctica para maestros*. Proyecto EDUMAT-Maestros. Madrid: Ministerio de Ciencia y Tecnología, 2002.

GOLDFELD, Márcia. *A criança surda: linguagem e cognição numa perspectiva sociointeracionista*. São Paulo: Plexus, 2002.

HITCH, G. J.; ARNOLD, P.; Philips, L. J. Counting processes in deaf children's arithmetic. *British Journal of Psychology*, n. 74, p. 429-437, 1983.

HOYLES, Celia. Microworlds/Schoolworlds. The transformation of innovation. In: KEITEL, C.; RUTHVEN, K. (Org.). *Learning from computers: Mathematics education and technology*, Berlin: Springer Verlag, Nato Asi Series F, v. 121, p. 1-17, 1993.

———; NOSS; ADAMSON, Ross. Rethinking the Microworld Idea. *Journal of Educational Computing Research*, v. 27 n. 1-2, p. 29-53, 2002.

INEP. Senso escolar da educação básica 2008. Disponível em: <[http://www.inep.gov.br/censo/escolar/DOU\\_final\\_2008.htm](http://www.inep.gov.br/censo/escolar/DOU_final_2008.htm)>. Último acesso em: 15 abr. 2010

———. Senso escolar da educação básica 2008. Disponível em: <<http://www.inep.gov.br/download/censo/2009/Anexo%20II.xls>>. Último acesso em: 15 jun. 2010.

MARTINS, Elen Graciele. *O papel da percepção sonora na atribuição de significados matemáticos para números racionais por pessoas cegas e pessoas com baixa visão*. 2010. Dissertação (Mestrado) – Universidade Bandeirantes, São Paulo.

MAZZOTTA, Marcos José da Silveira. *Educação escolar comum ou especial?* São Paulo: Pioneira, 1987.

———. *Educação especial no Brasil história e políticas públicas*. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2003.

MEC/SEESP. 1997. Ministério da Educação. *Evolução da educação especial no Brasil*. 2007. Disponível em:

<<http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/brasil.pdf>>. Último acesso em: 10 ago. 2009.

MORAN, José Manuel, *Mudanças na comunicação pessoal*. 2. ed. Paulinas, 2000, p.137-154. Disponível em: <http://www.eca.usp.br/prof/moran/comunicar.htm>. Último acesso em 03/15/2009.

———; MASETTO, Marcos; BEHRENS, Marilda. *Novas tecnologias e mediação pedagógica*. 10. ed. Campinas: Papiros, 2006.

MORENO, C. *Predicting numeracy in hearing impaired children*. Doctoral dissertation, London, Institute of Education, 2000.

MOURA, Maria Cecília de; LODI, Ana Claudia B.; HARRISON, Kathryn M. P. História e educação: o surdo e a oralidade e o uso de sinais. In: LOPES FILHO, Otacílio de C. *Tratado de fonoaudiologia*. São Paulo: Roca, 1997. p. 327-357.

NUNES, T.; BRYANT, P. *Children doing mathematics*. Oxford: Blackwell, 1996.

———; MORENO, C. Solving word problems with different ways of representing the task. *Equals. Mathematics and Special Educational Needs*, 3(2), 15-17, 1997.

———; ———. Is hearing impairment a cause of difficulties in learning Mathematics? In DONLAN, C. (Ed.). *The development of mathematical skills*. Hove, Britain: Psychology Press, 1998. p. 227-254.

———. ———. An Intervention Program for Promoting Deaf Pupils' Achievement in Mathematics. *Journal of Deaf Studies and Deaf Education*, 7:2, Spring 2002.

OLIVEIRA, Janine Soares de. *A comunidade surda: perfil, barreiras e caminhos promissores no processo de ensino-aprendizagem em matemática*, 2005.

OLIVEIRA, Pedro; CASTRO, Fernanda; RIBEIRO, Almeida. Surdez infantil. *Rev. Bras. Otorrinolaringologia*, v. 68, n. 3, p. 417-423, maio 2002.

PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio/Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnologia. Brasília: Ministério da Educação, 1999.

PERLIN, Gládis. *História dos surdos*. Florianópolis: UDESC/CEAS, 2002.

PNE – Programa Nacional de Educação, 2001. Disponível em: <[http://www.inep.gov.br/download/cibec/2001/titulos\\_avulsos/miolo\\_PNE.pdf](http://www.inep.gov.br/download/cibec/2001/titulos_avulsos/miolo_PNE.pdf)>. Último acesso em: 1.º jul. 2010.

RIBEIRO, Edith Valladão Campos. *O design e o uso de um micromundo musical para explorar relações multiplicativas*. 2007. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

RODRIGUES, Maisa Aparecida Siqueira. *Explorando números reais através de uma representação visual e sonora: um estudo das interações dos alunos do ensino médio com a ferramenta MusiCALcolorida*. 2010. Dissertação (Mestrado) – Universidade Bandeirantes, São Paulo.

SECADA, W. G. *Counting in Sign: the number string, accuracy and use*. 1984. Unpublished doctoral dissertation, Department of Education, Northwestern University, Evanston, Illinois.

SEYMOR, Papert. *Logo computadores e educação*. Tradução de José Armando Valente, Beatriz Bitelan e Afira V. Ripper. São Paulo: Brasiliense, 1980.

———. *A máquina das crianças: representando a escola na era da informática*. Tradução de S. Costa. Porto Alegre: Artes Gráficas, 1994.

SILVA, Otto Marques da. *Na epopéia ignorada: a pessoa deficiente na história do mundo de ontem e de hoje*. São Paulo: Cedas, 1987. 470 p.

SINCLAIR, Nathalie; LILJEDAHN, Perter; ZIZKIS, Rina. A coloured Window on pre-service teachers' conceptions of rational numbers. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, n. 11, p. 177-203, 2006.

SOARES, M. Letramento e surdez. In: ANAIS DO I SEMINÁRIO SOBRE LINGUAGEM, LEITURA E ESCRITA DE SURDOS. Belo Horizonte, MG: Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação de Surdos. 1998. v. 2, p. 92-104. (Série Atualidades pedagógicas, n. 4.)

TITUS, J. C. (1995). The concept of fractional number among deaf and hard of hearing students. *American Annals of the Deaf*, 140, 255-263.

VALENTE, José Armando. Por que o computador na educação?. In: ——— (Org.). *Computadores e conhecimento: repensando a educação*. Campinas: Gráfica Central da Unicamp, 1993. p. 24-44.

———. Informática na educação: Instrucionismo x Construcionismo. Publicado no site em 28.03.2005. Disponível em: <<http://www.serprofessoruniversitario.pro.br/ler.php?modulo=18&texto=1021>>. Acesso em: jul. 2009.

---

**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Título do Projeto: **Explorações de frações equivalentes por alunos surdos: Uma investigação das contribuições da MusiCALcolorida**

Pesquisador Responsável: **Franklin Rodrigues de Souza**

Instituição a que pertence o Pesquisador Responsável: **Universidade Bandeirante de São Paulo (UNIBAN)**

Telefones para contato: **(11) 4634 2892 - (11) 7230 0961**

As informações a seguir estão sendo fornecidas para sua participação neste estudo, o qual tem como objetivo desenvolver e avaliar ambientes tecnológicos para aprendizagem matemática. O projeto visa promover ambientes de inclusão nas aulas da Matemática, permitindo que alunos portadores de deficiência auditiva tenham acesso aos mesmos conteúdos matemáticos dos seus pares. Consideramos sua contribuição fundamental para o desenvolvimento de recursos e atividades de aprendizagem matemática para instrumentalizar uma matemática escolar mais inclusiva, como também para a produção de conhecimento da área de Educação Matemática.

Os dados do projeto serão obtidos por meio de entrevista em dupla, nas quais os participantes resolverão atividades matemáticas. O material coletado durante o projeto, as atividades realizadas, as gravações de áudio e vídeo, as transcrições, os registros escritos, serão de uso exclusivo do grupo de pesquisa e servirão como base para procurar entender melhor a relação dos processos de aprendizagem com os campos sensoriais.

Os participantes terão seus nomes trocados por pseudônimos preservando a identidade dos sujeitos. Menção às instituições onde as entrevistas foram realizadas apenas serão feitas mediante a autorização. O cronograma das entrevistas será organizado para não prejudicar outras atividades escolares, sendo realizadas de



acordo com a disponibilidade dos participantes. Além disso, o conteúdo matemático e as atividades das entrevistas serão discutidos previamente com os professores dos participantes, para evitar aplicação de atividades consideradas inadequadas. Assim, esperamos que sua participação resulte em avanços de conhecimento, sendo positivo não apenas para o participante, como também para a comunidade a que ele pertence.

Os resultados desta pesquisa poderão ser utilizados pelos pesquisadores em publicações em periódicos, livros, eventos científicos, cursos e outras divulgações acadêmico-científicas. A veiculação de imagem de sujeitos em divulgações científicas só será realizada com consentimento, abaixo, dos envolvidos.

Em qualquer etapa do estudo, o sujeito participante da pesquisa terá acesso aos responsáveis por esta pesquisa. Para eventuais dúvidas ou esclarecimentos sobre os procedimentos ou a ética da pesquisa entre em contato com o pesquisador responsável na Uniban – Campus de Marte, sito à Av. Braz Leme, 3.029 – São Paulo SP, telefones (11) 2972-9008 - (11) 2972-9025

A qualquer participante é garantida a liberdade da retirada de seu consentimento para participação da pesquisa, quando lhe convier.

Não há despesas pessoais para o participante em qualquer fase do estudo, assim como não há compensação financeira relacionada à sua participação.

Eu, \_\_\_\_\_, RG  
n.º \_\_\_\_\_, responsável legal por \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_, RG n.º \_\_\_\_\_

declaro estar suficientemente informado a respeito das informações que li acima, ou que foram lidas para mim, a respeito do projeto **Explorações de frações**

**equivalentes por alunos surdos: Uma investigação das contribuições da MusiCALcolorida.**

Ficaram claros para mim quais são os propósitos do estudo, os procedimentos, as garantias de confidencialidade e autorizo a veiculação dos resultados para os usos mencionados. Está claro também que minha participação é isenta de qualquer tipo de despesas. Assim sendo, concordo em participar deste estudo e poderei retirar o meu consentimento a qualquer momento, antes ou durante o mesmo, sem penalidades ou prejuízo para mim e sem prejuízo para a continuidade da pesquisa em andamento.

São Paulo, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
Assinatura do sujeito de  
pesquisa/representante legal

\_\_\_\_\_  
Assinatura da pesquisadora responsável

\_\_\_\_\_  
Assinatura da testemunha

\_\_\_\_\_  
Assinatura da testemunha

Declaro que obtive de forma apropriada e voluntária o Consentimento Livre e Esclarecido deste sujeito de pesquisa ou representante legal para a participação neste estudo.

\_\_\_\_\_  
Assinatura do responsável pelo estudo

Data \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

**AUTORIZAÇÃO DO USO DAS IMAGENS**

Declaro também meu consentimento na veiculação de minha imagem para fins de divulgação científica, nas condições do TERMO DE **CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**, que li acima, ou que foram lidas para mim, a respeito do projeto

**Explorações de frações equivalentes por alunos surdos: Uma investigação das contribuições da MusiCALcolorida**

São Paulo, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

---

Assinatura do sujeito de  
pesquisa/representante legal

---

Assinatura da pesquisadora responsável

---

Assinatura da testemunha

---

Assinatura da testemunha

## ANEXO II

## Atividade 1 – Coleta de dados

Atividade 1: Pesquisa: EMEE Helen Keller

Grupo: \_\_\_\_\_

Nome: *Carla*Idade: *19*Série ou ano em que está matriculado? *7<sup>a</sup> A*Qual matéria mais gosta de estudar? *História*

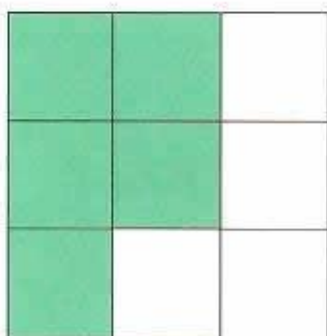
Você tem algum número preferido? Pode dizer por quê?

*nao tem*Pedro recebeu 30 reais, gastou  $\frac{2}{3}$  do dinheiro que recebeu. Quanto de dinheiro ele ficou?

Quantas gramas correspondem meio quilo de café?

*nao tem*José comprou  $\frac{3}{6}$  de um quilo de café e João comprou  $\frac{2}{4}$  de um quilo de café. Quem comprou mais café? Justifique sua resposta.

Como você representaria com número a parte pintada da figura?



*$\frac{5}{9}$*

Atividade 1: Pesquisa: EMEE Helen Keller

Grupo: \_\_\_\_\_

Nome: *Patricia* Idade: *15*

Série ou ano em que está matriculado? *7ª A*

Qual matéria mais gosta de estudar? *matemática e portuguesas*

Você tem algum número preferido? Pode dizer por quê?

*quinze 15*

Pedro recebeu 30 reais, gastou  $\frac{2}{3}$  do dinheiro que recebeu. Quanto de dinheiro ele ficou?

*não sei*

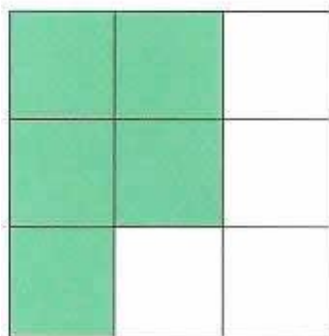
Quantas gramas correspondem meio quilo de café?

*não sei*

José comprou  $\frac{3}{6}$  de um quilo de café e João comprou  $\frac{2}{4}$  de um quilo de café. Quem comprou mais café? Justifique sua resposta.

*$\frac{12}{12} \quad \frac{6}{12} + \frac{6}{12} = \frac{12}{12}$*

Como você representaria com número a parte pintada da figura?



*não sei*

**Atividade 1:** Pesquisa: EMEE Helen Keller

Grupo: \_\_\_\_\_

Nome: *Fabiana* Idade: *20*

Série ou ano em que está matriculado? *7ª*

Qual matéria mais gosta de estudar? *matemática e ciência*

Você tem algum número preferido? Pode dizer por quê?

*oito 20*

Pedro recebeu 30 reais, gastou  $\frac{2}{3}$  do dinheiro que recebeu. Quanto de dinheiro ele ficou?

*não sei*

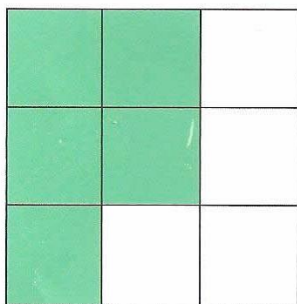
Quantas gramas correspondem meio quilo de café?

*não sei*

José comprou  $\frac{3}{6}$  de um quilo de café e João comprou  $\frac{2}{4}$  de um quilo de café. Quem comprou mais café? Justifique sua resposta.

*não sei*

Como você representaria com número a parte pintada da figura?



*não sei*

$$\begin{array}{r} 2 \\ 2 \\ 3 \\ \hline 12 \\ 12 \phantom{3} \\ \hline 24 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \phantom{4} \\ 8 \phantom{4} \\ \hline 16 \phantom{4} \\ 16 \phantom{4} \\ \hline 32 \end{array}$$

$$12 + 12$$

Atividade 1: Pesquisa: EMEE Helen Keller

Grupo: \_\_\_\_\_

Nome: Benedito Idade: 18

Série ou ano em que está matriculado? 7ª A

Qual matéria mais gosta de estudar? Português e Matemática

Você tem algum número preferido? Pode dizer por quê?

5 cinco

Pedro recebeu 30 reais, gastou  $\frac{2}{3}$  do dinheiro que recebeu. Quanto de dinheiro ele ficou?

1

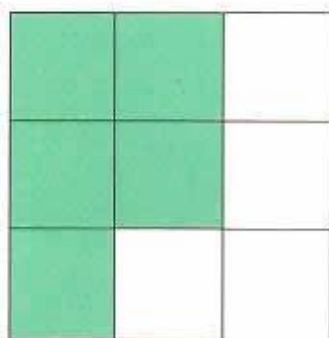
Quantas gramas correspondem meio quilo de café?

500g

José comprou  $\frac{3}{6}$  de um quilo de café e João comprou  $\frac{2}{4}$  de um quilo de café. Quem comprou mais café? Justifique sua resposta.

~~12~~  $\frac{4}{12} - \frac{6}{12} = \frac{2}{12}$

Como você representaria com número a parte pintada da figura?



$\frac{5}{9}$



Atividade 1: Pesquisa: EMEE Helen Keller

Grupo: \_\_\_\_\_

Nome: Dalva

Idade: 13

Série ou ano em que está matriculado? 7<sup>o</sup> A

Qual matéria mais gosta de estudar? Português e Geografia

Você tem algum número preferido? Pode dizer por quê?

14, porque tem o dia do meu aniversário e nascimento.

Pedro recebeu 30 reais, gastou  $\frac{2}{3}$  do dinheiro que recebeu. Quanto de dinheiro ele ficou? 10

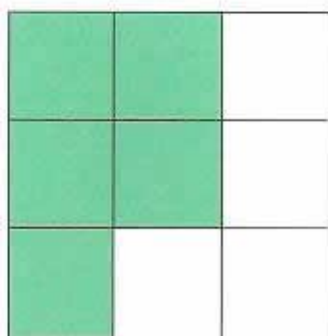
Quantas gramas correspondem meio quilo de café?

X

José comprou  $\frac{3}{6}$  de um quilo de café e João comprou  $\frac{2}{4}$  de um quilo de café. Quem comprou mais café? Justifique sua resposta.

X

Como você representaria com número a parte pintada da figura?



$\frac{5}{9}$



Nome: Aline Idade: 19

Série ou ano em que está matriculado? 7ª

Qual matéria mais gosta de estudar? Português

Você tem algum número preferido? Pode dizer por quê?

EU Não

Pedro recebeu 30 reais, gastou  $\frac{2}{3}$  do dinheiro que recebeu. Quanto de dinheiro ele ficou?

X

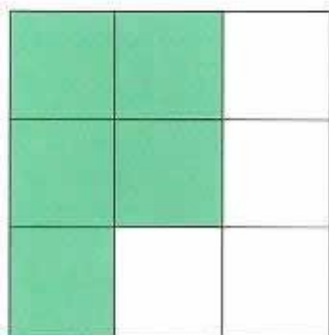
Quantas gramas correspondem meio quilo de café?

X

José comprou  $\frac{3}{6}$  de um quilo de café e João comprou  $\frac{2}{4}$  de um quilo de café. Quem comprou mais café? Justifique sua resposta.

X

Como você representaria com número a parte pintada da figura?



$\frac{5}{9}$

Atividade 1: Pesquisa: EMEE Helen Keller

Grupo: 8

Nome: Edmar Idade: 13

Série ou ano em que está matriculado? 7<sup>ª</sup>A

Qual matéria mais gosta de estudar? MATEMÁTICA E PORTUGUÊS

Você tem algum número preferido? Pode dizer por quê?

S. simas futebol  
futebol

Pedro recebeu 30 reais, gastou  $\frac{2}{3}$  do dinheiro que recebeu. Quanto de dinheiro ele ficou?

$30 \times \frac{2}{3} = 92$  Eu acho  $30 \times \frac{2}{3} = \frac{32}{10}$

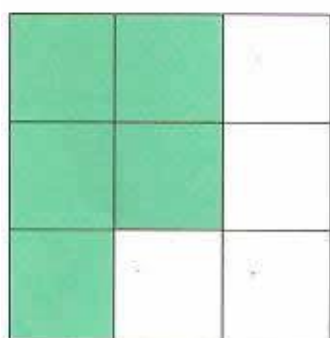
Quantas gramas correspondem meio quilo de café?

Não sei

José comprou  $\frac{3}{6}$  de um quilo de café e João comprou  $\frac{2}{4}$  de um quilo de café. Quem comprou mais café? Justifique sua resposta.

$\frac{3}{6} = \frac{12}{24}$   $\frac{2}{4} = \frac{12}{24}$   
6 4 = 12 X NÃO SEI

Como você representaria com número a parte pintada da figura?



5  
9

Atividade 1: Pesquisa: EMEE Helen Keller

Grupo: 8

Nome: Ronaldo

Idade: 18

Série ou ano em que está matriculado?

~~8º ano~~ 7º A

Qual matéria mais gosta de estudar?

Português

Você tem algum número preferido? Pode dizer por quê?

FIMÉ 5 ~~10~~ ~~100~~ ~~1000~~

Pedro recebeu 30 reais, gastou  $\frac{2}{3}$  do dinheiro que recebeu. Quanto de dinheiro ele ficou?

$30 \div \frac{2}{3} = 76$  mas eu tô achando

Quantas gramas correspondem meio quilo de café?

Eu não sei?

José comprou  $\frac{3}{6}$  de um quilo de café e João comprou  $\frac{2}{4}$  de um quilo de café. Quem comprou mais café? Justifique sua resposta.

~~Eu não sei?~~ João

Como você representaria com número a parte pintada da figura?

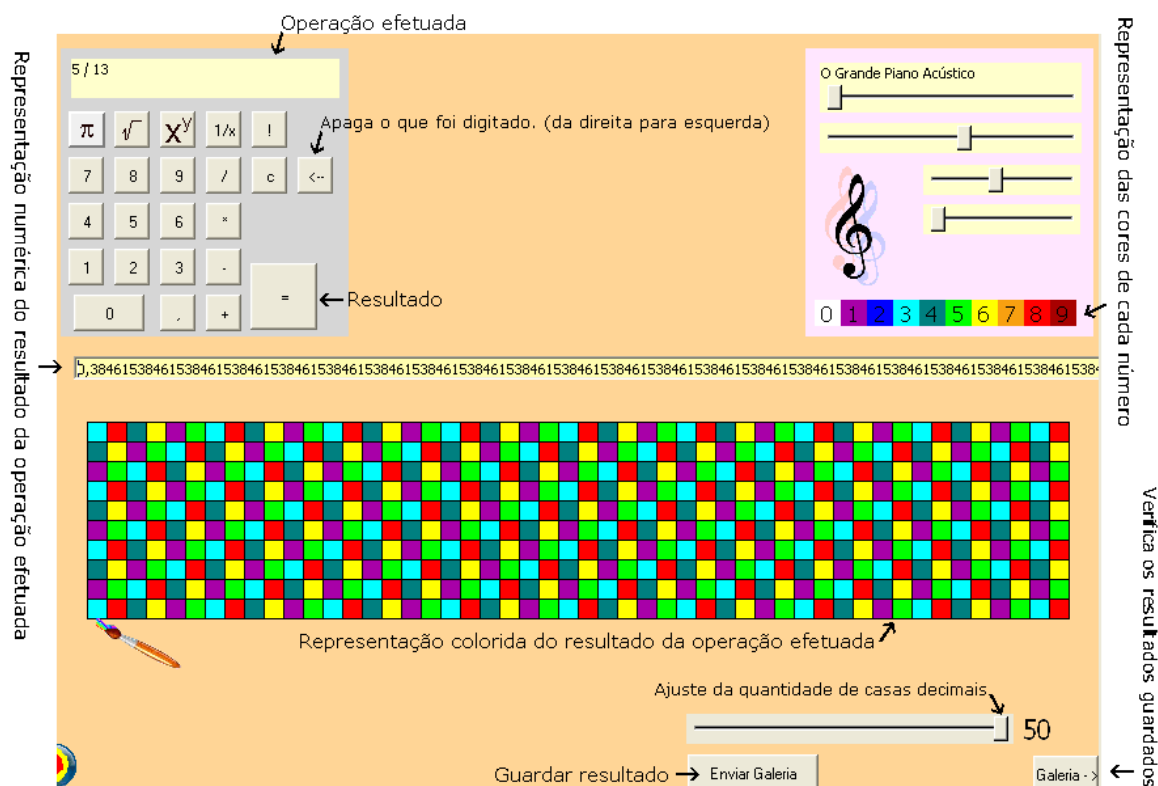


5

9

## Atividade 2 – Funcionalidade da MusiCALcolorida

Calculadora colorida:



Exemplos:

Digite na calculadora colorida 1/2

Aperte o botão de igual ou a tecla “Enter” do teclado

Aperte o botão “Enviar Galeria”.

Digite 1/3

Clique no botão  e apague os números 5 e 4.

Aperte o botão de igual.

Aperte o botão “Enviar Galeria”.

Digite 1/4

Aperte o botão de igual.

Aperte o botão “Enviar Galeria”.

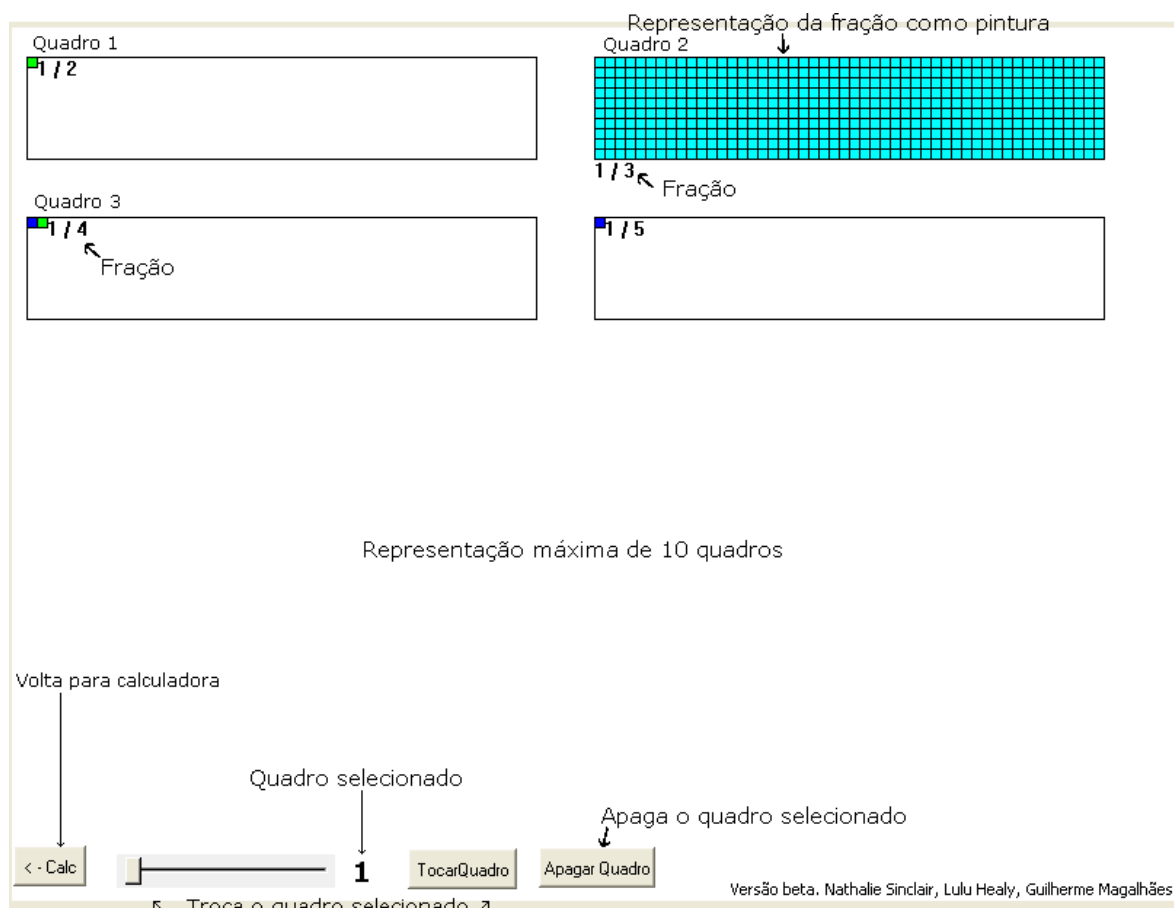
Digite 1/5

Aperte o botão de igual.

Aperte o botão “Enviar Galeria”.

Galeria:

Aperte o botão “Galeria”




Você deve ter quatro representações em sua galeria.

Vamos apagar o quadro 3.

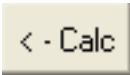
Aperte o botão “Trocar Quadro” até que o indicador de quadro fique igual a 3.

Aperte o botão “Apagar Quadro”.

Ou

Movimente o cursor do botão  **1** até obter o quadro 3.

Aperte o botão “Apagar Quadro”.

Para retornar a calculadora de cores aperte o botão 

### Atividade 3 – Coleta de dados

#### Atividade 3

Grupo: 1



a)  $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

e)  $\frac{77}{99} \neq \frac{77}{999}$

b)  $\frac{23}{23} = \frac{7}{7}$

f)  $\frac{2}{16} = \frac{4}{32}$

c)  $\frac{5}{17} \neq \frac{4}{19}$

g)  $\frac{2}{14} \neq \frac{6}{14}$

d)  $\frac{5}{9} = \frac{55}{99}$



## Atividade 3

Grupo: 2 (2)

a)  $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

e)  $\frac{77}{99} \neq \frac{77}{999}$

b)  $\frac{23}{23} = \frac{7}{7}$

f)  $\frac{2}{16} = \frac{4}{32}$

c)  $\frac{5}{17} \neq \frac{4}{19}$

g)  $\frac{2}{14} \neq \frac{6}{14}$

d)  $\frac{5}{9} = \frac{55}{99}$



## Atividade 3

Grupo: 3

$$\text{a) } \frac{2}{16} \quad \frac{1}{8} = \text{igual}$$

$$\frac{1}{3} =$$

$$\text{e) } \frac{77}{99} \quad \frac{77}{999} \neq$$

$$\text{b) } \frac{23}{23} \quad \frac{7}{7} = \text{igual}$$

$$\text{f) } \frac{2}{16} \quad \frac{4}{32} = \text{igual}$$

$$\text{c) } \frac{5}{17} \quad \frac{4}{19} \neq$$

$$\text{g) } \frac{2}{14} \quad \frac{6}{14} \neq$$

$$\text{d) } \frac{5}{9} \quad \frac{55}{99} = \text{igual}$$

## Atividade 3

Grupo: 4

a)  $\frac{2}{16}$   $\frac{1}{8}$  igual

e)  $\frac{77}{99}$   $\frac{77}{999}$  diferente

b)  $\frac{23}{23}$   $\frac{7}{7}$  igual

f)  $\frac{2}{16}$   $\frac{4}{32}$  igual

c)  $\frac{5}{17}$   $\frac{4}{19}$  diferente

g)  $\frac{2}{14}$   $\frac{6}{14}$  diferente

d)  $\frac{5}{9}$   $\frac{55}{99}$  igual

## ANEXO V

## Atividade 3.1 – Coleta de dados

Atividade 3.1

Grupo: 1

Por que tem o números diferentes



## Atividade 3.1

Grupo: 3

Porque o número igual e cor também igual, mas o número que diferentes e ~~também~~ cor também diferentes.

## Atividade 3.1

Grupo: 4

Eu penso que acho número mais +  
ou menor - e diferente cores

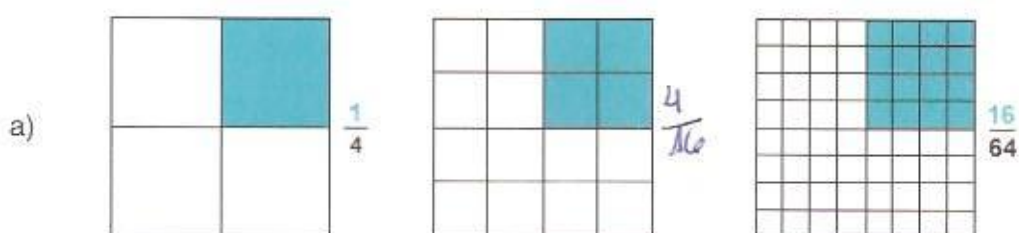


### Atividade 4 – Coleta de dados

#### Atividade 4

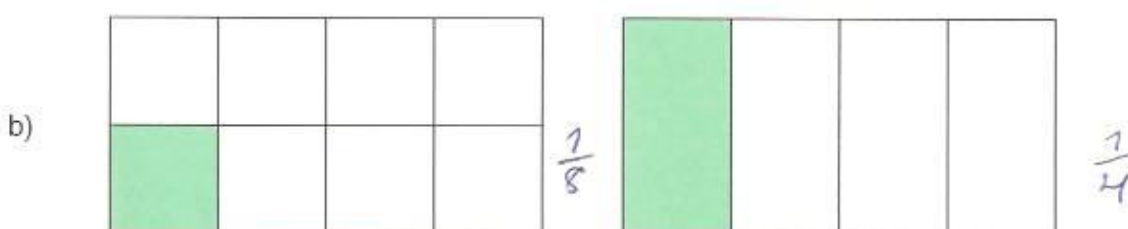
Grupo: 1

As frações representam a relação entre a parte pintada e a figura toda. Coloque uma fração para as figuras que não tem e complete as que estão faltando algum número.



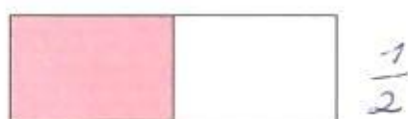
O que acontece quando digitamos as três frações na MusiCALcolorida. Por que isso acontece?

*tem tudo igual. não sei?*



O que acontece quando digitamos as três frações na MusiCALcolorida. Por que isso acontece?

*é diferente. não sei?*



c)



O que acontece quando digitamos as duas frações na MusiCALcolorida. Por que isso acontece?

*é diferente não sei*



d)



O que acontece quando digitamos as quatro frações na MusiCALcolorida. Por que isso acontece?

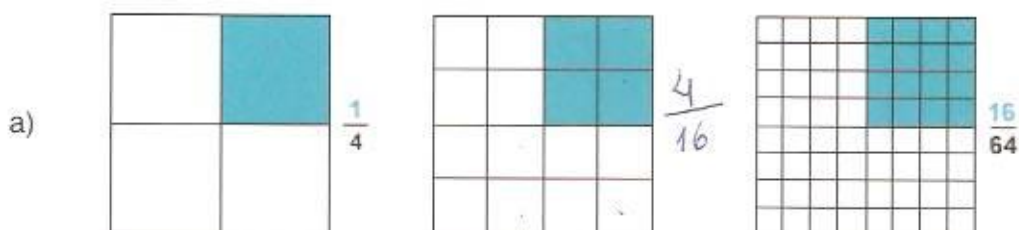
*Igual a Todas*



## Atividade 4

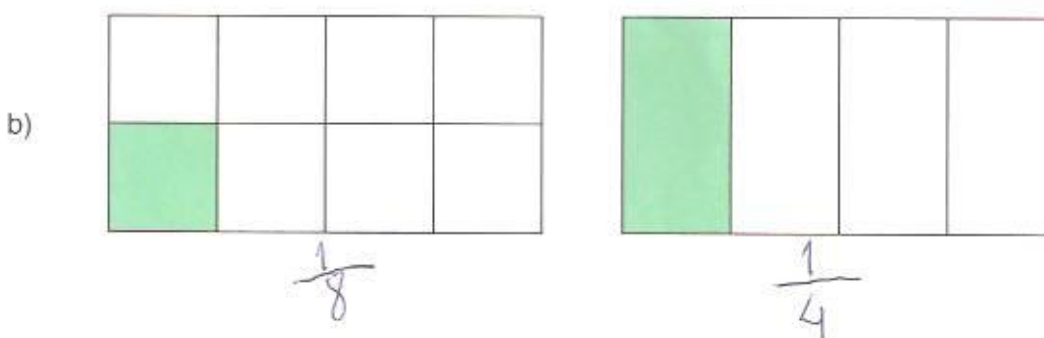
Grupo: 2

As frações representam a relação entre a parte pintada e a figura toda. Coloque uma fração para as figuras que não tem e complete as que estão faltando algum número.



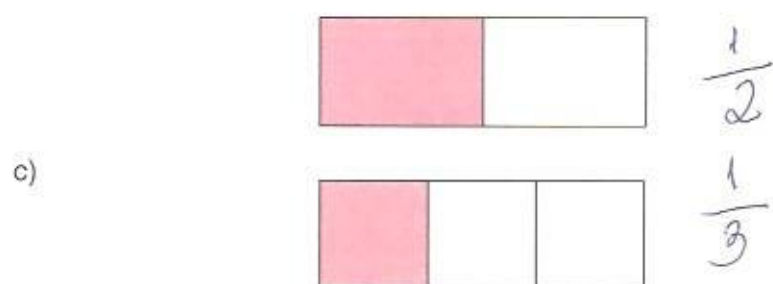
O que acontece quando digitamos as três frações na MusiCALcolorida. Por que isso acontece?

*O número é igual*



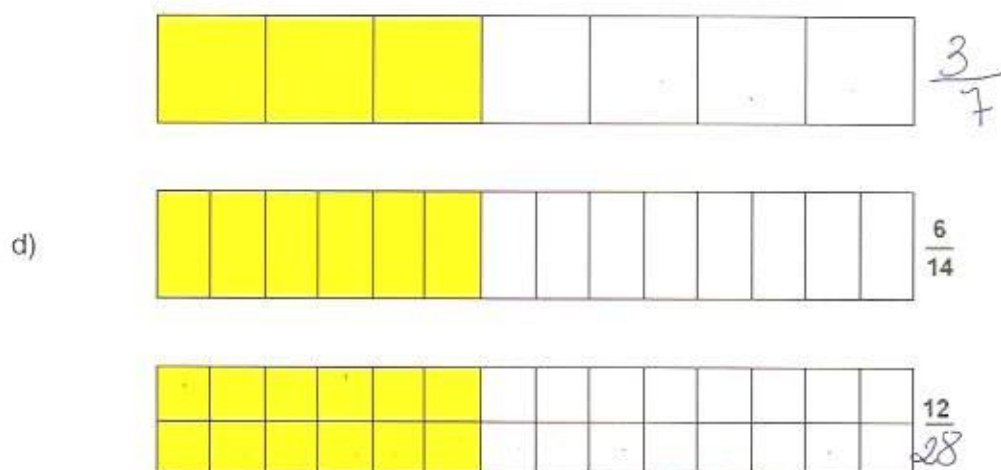
O que acontece quando digitamos as três frações na MusiCALcolorida. Por que isso acontece?

*O número é diferentes*



O que acontece quando digitamos as duas frações na MusiCALcolorida. Por que isso acontece?

*O número é diferente*



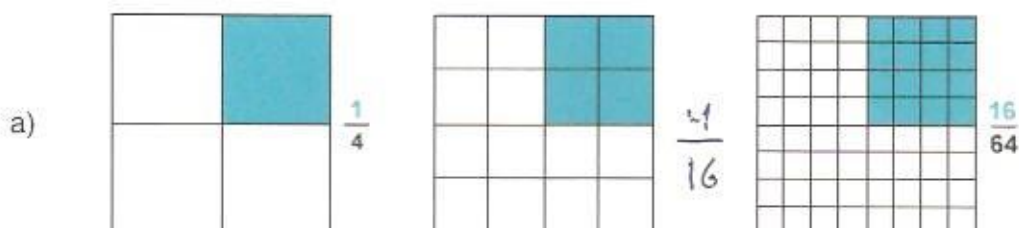
O que acontece quando digitamos as quatro frações na MusiCALcolorida. Por que isso acontece?

*O número é igual*

## Atividade 4

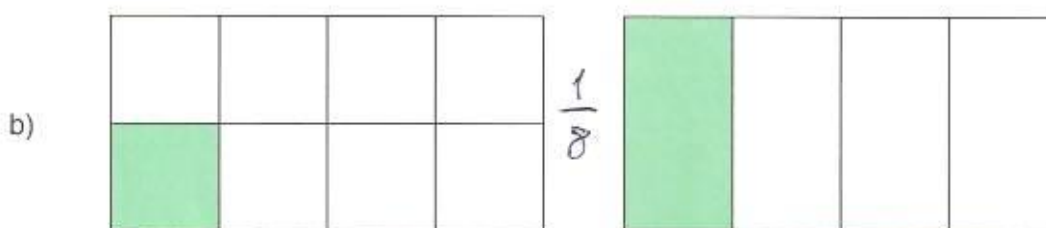
Grupo: 3

As frações representam a relação entre a parte pintada e a figura toda. Coloque uma fração para as figuras que não tem e complete as que estão faltando algum número.



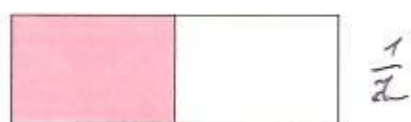
O que acontece quando digitamos as três frações na MusiCALcolorida. Por que isso acontece?

*Tudo igual porque cores igual*



O que acontece quando digitamos as três frações na MusiCALcolorida. Por que isso acontece?

*é diferente porque cores diferente*



c)



O que acontece quando digitamos as duas frações na MusiCALcolorida. Por que isso acontece?

*é diferente porque cores diferente*



d)



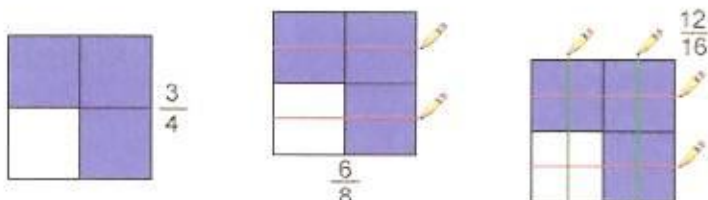
O que acontece quando digitamos as quatro frações na MusiCALcolorida. Por que isso acontece?

*Tudo igual porque cores iguais*

## ANEXO VII

## Atividade 5 – Coleta de dados

## Atividade 5

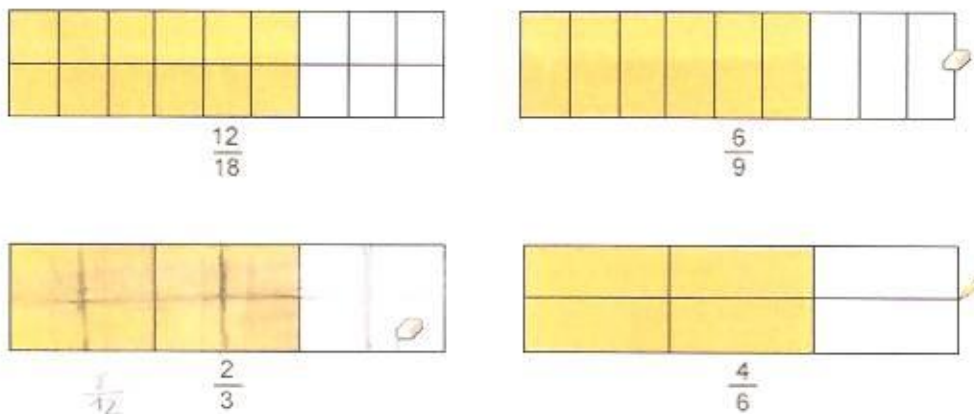
Grupo: 1a) Digite na calculadora as frações  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{6}{8}$ ,  $\frac{12}{16}$ .

O que podemos dizer das pinturas dessas frações na calculadora?

*Igual a todos:* .....

.....

.....

b) Digite na calculadora as frações  $\frac{12}{18}$ ,  $\frac{6}{9}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{4}{6}$ .

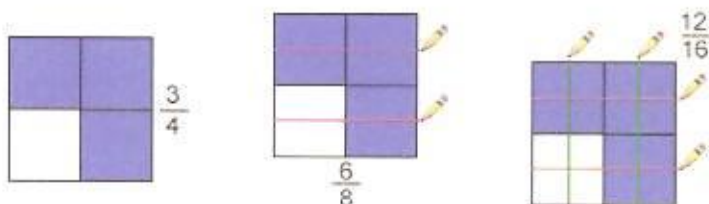
Escreva uma nova fração que tem a mesma pintura das frações do exercício b:

*Igual a todos:* .....

.....

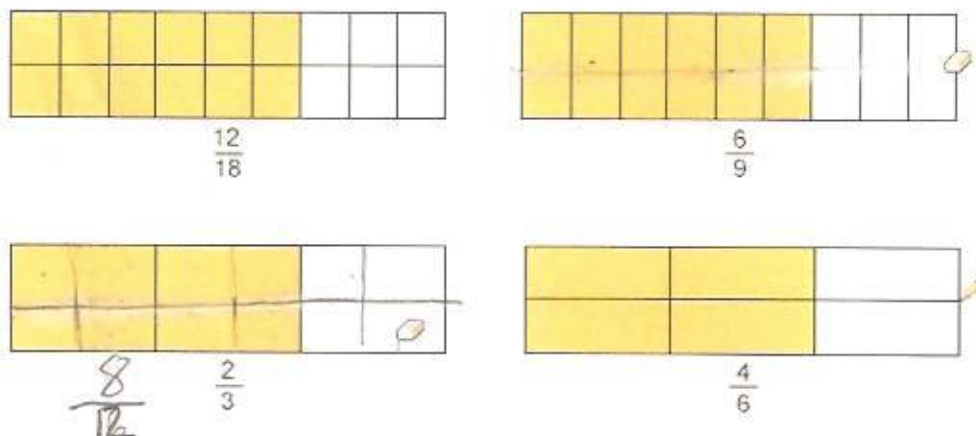
.....

## Atividade 5

Grupo: 2a) Digite na calculadora as frações  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{6}{8}$ ,  $\frac{12}{16}$ .

O que podemos dizer das pinturas dessas frações na calculadora?

*O número é igual.*

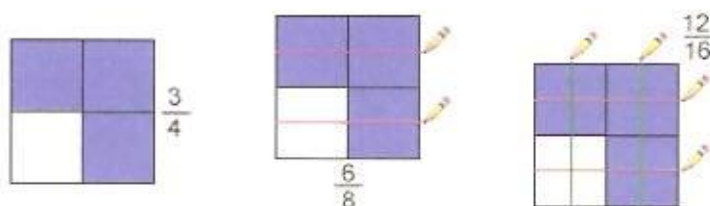
b) Digite na calculadora as frações  $\frac{12}{18}$ ,  $\frac{6}{9}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{4}{6}$ .

Escreva uma nova fração que tem a mesma pintura das frações do exercício b:

*Os números são iguais  $\frac{8}{12}$*



## Atividade 5

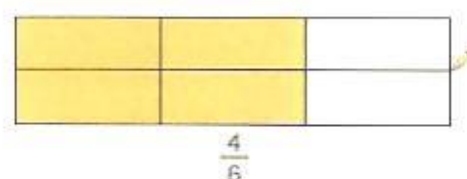
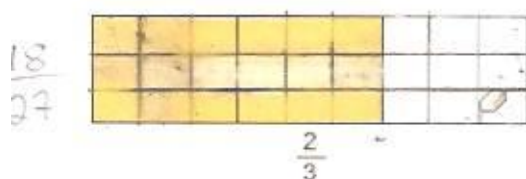
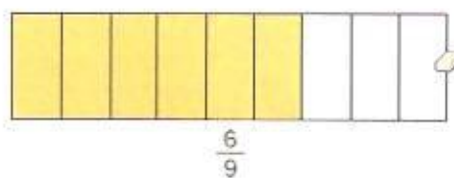
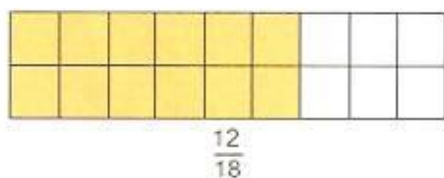
Grupo: 3a) Digite na calculadora as frações  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{6}{8}$ ,  $\frac{12}{16}$ .

O que podemos dizer das pinturas dessas frações na calculadora?

O número é igual em

.....

.....

b) Digite na calculadora as frações  $\frac{12}{18}$ ,  $\frac{6}{9}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{4}{6}$ .

Escreva uma nova fração que tem a mesma pintura das frações do exercício b:

O número é igual em

.....

.....

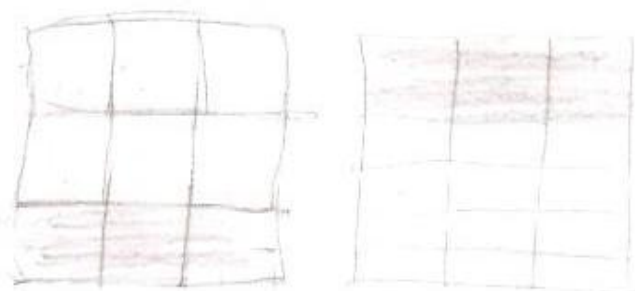
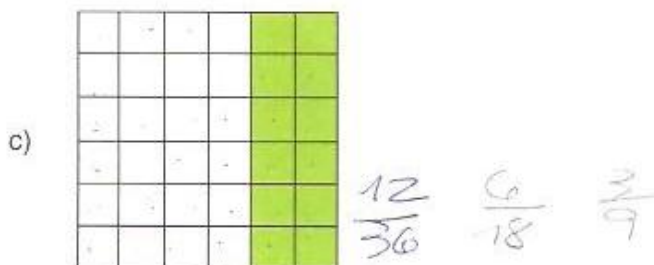
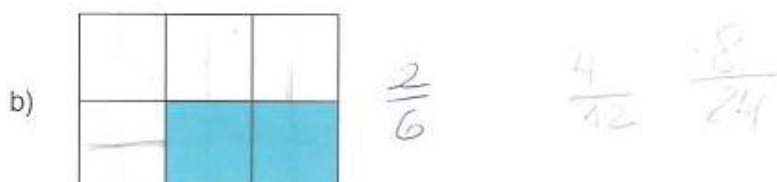
## ANEXO VIII

## Atividade 5.1 – Coleta de dados

Atividade 5.1

Grupo: 1

Represente a parte pintada da figura com uma fração e escreva mais duas frações com a mesma pintura da fração que você encontrou:

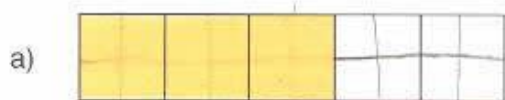




## Atividade 5.1

Grupo: 2

Represente a parte pintada da figura com uma fração e escreva mais duas frações com a mesma pintura da fração que você encontrou:



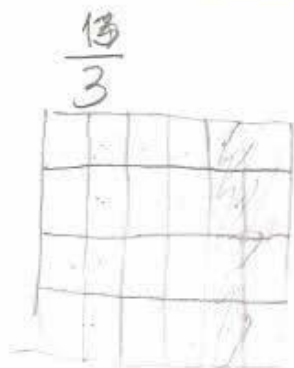
$$\frac{3}{5} \quad \frac{6}{10} \quad \frac{12}{20}$$



$$\frac{2}{6} \quad \frac{4}{12} \quad \frac{8}{24}$$



$$\frac{12}{36} \quad \frac{24}{72} \quad \frac{48}{144}$$

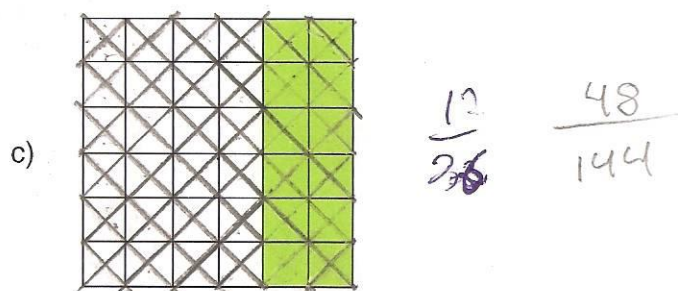
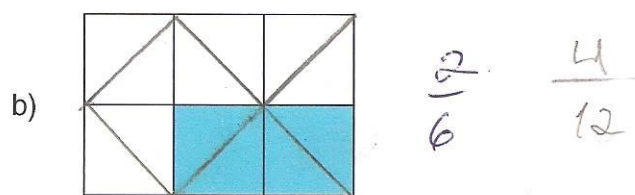
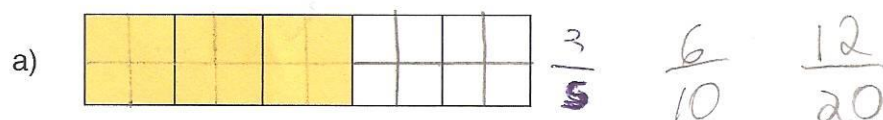


$$\frac{1}{3} \quad \frac{8}{24}$$

## Atividade 5.1

Grupo: 3

Represente a parte pintada da figura com uma fração e escreva mais duas frações com a mesma pintura da fração que você encontrou:



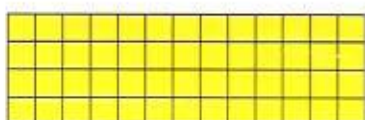
## ANEXO IX

## Atividade 6 e 6.1 – Coleta de dados

Atividade 6

Grupo: 1

$\frac{4}{28}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{2}{14}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{5}{35}$	$\frac{6}{42}$	$\frac{7}{49}$
----------------	---------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------



$\frac{4}{6}$	$\frac{2}{3}$	<del><math>\frac{10}{15}</math></del>	$\frac{6}{9}$	$\frac{8}{12}$	$\frac{12}{18}$
---------------	---------------	---------------------------------------	---------------	----------------	-----------------



$\frac{47}{47}$	$\frac{8}{8}$	$\frac{1}{1}$	<del><math>\frac{18}{18}</math></del>
-----------------	---------------	---------------	---------------------------------------

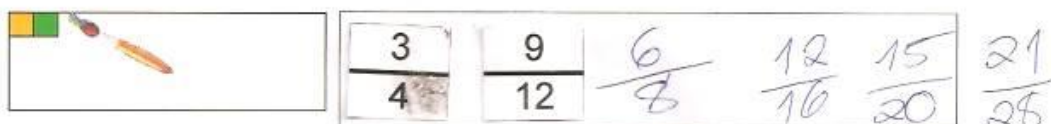
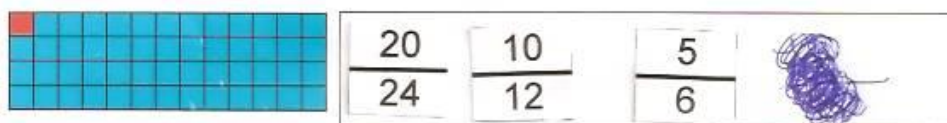
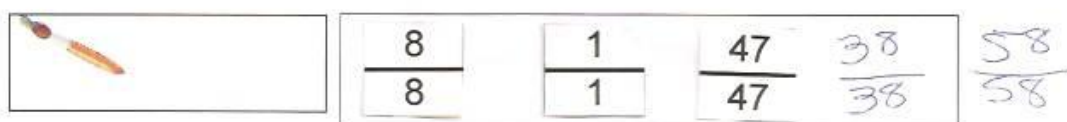
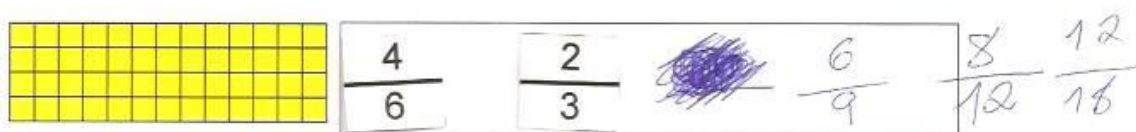
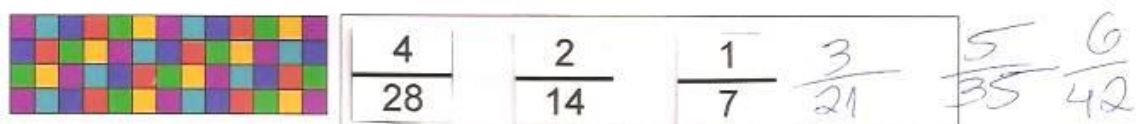


$\frac{20}{24}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{10}{12}$	<del><math>\frac{15}{18}</math></del>	$\frac{20}{20}$
-----------------	---------------	-----------------	---------------------------------------	-----------------



$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{12}$	<del><math>\frac{12}{16}</math></del>	<del><math>\frac{15}{20}</math></del>	$\frac{6}{8}$	$\frac{18}{24}$
---------------	----------------	---------------------------------------	---------------------------------------	---------------	-----------------

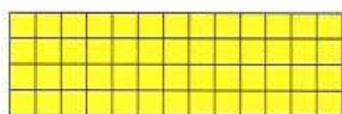
## Atividade 6

Grupo: 2

## Atividade 6

Grupo: 3

$\frac{2}{14}$	$\frac{4}{28}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{5}{35}$	$\frac{7}{49}$
----------------	----------------	---------------	----------------	----------------	----------------



$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{6}$	<del><math>\frac{6}{10}</math></del>	<del><math>\frac{8}{5}</math></del>	$\frac{8}{12}$	$\frac{12}{18}$	$\frac{14}{21}$
---------------	---------------	--------------------------------------	-------------------------------------	----------------	-----------------	-----------------



$\frac{8}{8}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{47}{47}$	$\frac{6}{6}$	$\frac{7}{7}$	$\frac{9}{9}$
---------------	---------------	-----------------	---------------	---------------	---------------



$\frac{5}{6}$	$\frac{10}{12}$	$\frac{20}{24}$	$\frac{30}{42}$	$\frac{70}{84}$	$\frac{15}{18}$
---------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------	-----------------



$\frac{3}{4}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{12}{16}$	$\frac{15}{20}$	$\frac{18}{24}$
---------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------

## Atividade 6.2 – Coleta de dados

Atividade 6.2

Grupo: 1

Como você fez para encontrar as novas frações?

Eu somei e ~~multipliquei~~ fiz  
multiplicação.



## Atividade 6.2

Grupo: 3

Como você fez para encontrar as novas frações?

Como faz ~~preparada~~ pensar  
que preparada o número igual  
tá certo por.

O número que igual com é  
multiplicação.

## Atividade 7 – Coleta de dados

## Atividade 7

Grupo: 1

Encontre o número que está faltando.

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{?}$$


Verifique com a calculadora de cores se a pintura das frações são iguais.

a)  $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

b)  $\frac{2}{7} = \frac{6}{21}$

c)  $\frac{7}{8} = \frac{28}{32}$

$$d) \frac{3}{4} = \frac{18}{24} = \frac{9}{12}$$

*(Handwritten arrows show 3 to 18 via x6 and 4 to 24 via x6, and 18 to 9 via ÷2 and 24 to 12 via ÷2)*

e)  $\frac{12}{30} = \frac{6}{15}$   
*(Handwritten: 12 x 2 = 24, 30 x 2 = 60, then 24/60 = 4/25)*

f)  $\frac{14}{35} = \frac{2}{5}$

g)  $\frac{30}{35} = \frac{6}{7}$

$\frac{6}{7} = \frac{30}{35}$



## Equipe 2

## Atividade 7

Grupo: \_\_\_\_\_

Encontre o número que está faltando.

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{?}$$


Verifique com a calculadora de cores se a pintura das frações são iguais.

a)  $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

e)  $\frac{12}{30} = \frac{6}{15}$

b)  $\frac{2}{7} = \frac{6}{21}$

f)  $\frac{14}{35} = \frac{2}{5}$

c)  $\frac{7}{8} = \frac{28}{32}$

g)  $\frac{30}{35} = \frac{6}{7}$

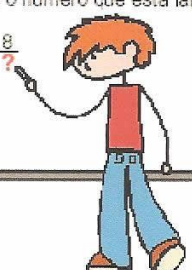
d)  $\frac{3}{4} = \frac{18}{24} = \frac{9}{12}$

## Equipe 3

## Atividade 7

Grupo: \_\_\_\_\_

Encontre o número que está faltando.

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{?}$$


Verifique com a calculadora de cores se a pintura das frações são iguais.

a)  $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$

b)  $\frac{2}{7} = \frac{6}{21}$

c)  $\frac{7}{8} = \frac{28}{32}$

d)  $\frac{3}{4} = \frac{18}{24} = \frac{9}{12}$

e)  $\frac{12}{30} = \frac{6}{15}$

f)  $\frac{14}{35} = \frac{2}{5}$

g)  $\frac{30}{35} = \frac{6}{7} = \frac{30}{35}$

$$\frac{6}{7} = \frac{30}{35}$$

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)