

**ALEXANDRE NUNES ZUCARATO**

**MECANISMOS DE CAPACIDADE EM SISTEMAS DE ENERGIA  
ELÉTRICA COM PREDOMINÂNCIA DE GERAÇÃO  
HIDRELÉTRICA**

**FLORIANÓPOLIS – SC**

**2009**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**MECANISMOS DE CAPACIDADE EM SISTEMAS DE ENERGIA  
ELÉTRICA COM PREDOMINÂNCIA DE GERAÇÃO  
HIDRELÉTRICA**

Tese submetida à  
Universidade Federal de Santa Catarina  
como parte dos requisitos para a  
obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

**ALEXANDRE NUNES ZUCARATO**

Florianópolis, Maio de 2009

# **MECANISMOS DE CAPACIDADE EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA COM PREDOMINÂNCIA DE GERAÇÃO HIDRELÉTRICA**

ALEXANDRE NUNES ZUCARATO

“Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Sistemas de Energia Elétrica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.”

---

Prof. Edson Luiz da Silva, Dr.Eng.

Orientador

---

Prof. Roberto de Souza Salgado, Ph.D.

Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora:

---

Prof. Edson Luiz da Silva, Dr.Eng.

Presidente

---

Prof. Hans Helmut Zürn, Ph.D.

---

Prof. Marciano Morozowski Filho, D.Sc.

---

Prof. Paulo de Barros Correia, Dr.

---

Prof. Raimundo Celeste Ghizoni Teive, Dr.Eng.

*“O óbvio só é óbvio para os olhos preparados”*

*Autor Desconhecido*

*À minha esposa Deucélia, à minha filha Alice e ao bebê que está a caminho.*

## AGRADECIMENTOS

Após treze anos encerro meu ciclo como aluno da Universidade Federal de Santa Catarina, anos estes fundamentais para minha formação acadêmica, profissional e pessoal. Agradeço as oportunidades oferecidas, dentre elas aprender a cultivar o apreço pela pluralidade, quintessência do espírito universitário.

Ao Prof. Edson Luiz da Silva, amigo e orientador, meus agradecimentos pela dedicação e pelos incentivos necessários para a conclusão este doutorado. A jornada foi longa mas valeu a pena, aprendi e amadureci muito com a convivência.

Aos professores integrantes da Banca Examinadora, meus agradecimentos pelas frutíferas discussões e contribuições que enriqueceram este trabalho. Em especial, agradeço ao Prof. Marciano Morozowski Filho, que atenciosamente assumiu a relatoria do processo de defesa pública.

Aos amigos e colegas do LabPlan, agradeço pelo excelente ambiente de trabalho, uma mescla única de excelência técnica e descontração, condições necessárias para o desenvolvimento prazeroso da atividade de pesquisa na fronteira do conhecimento.

Aos amigos e colegas da Tractebel Energia, agradeço pela rica experiência profissional que permitiu compreender a teoria na prática: é teoria aplicada.

Aos meus pais e irmãos, que a distância só fez fortalecer os laços, agradeço pelo porto seguro.

E agradeço, especialmente, a minha esposa Deucélia, por compreender a ausência durante esta jornada. Eu te amo.

Resumo da Tese apresentada à UFSC como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica

## **MECANISMOS DE CAPACIDADE EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA COM PREDOMINÂNCIA DE GERAÇÃO HIDRELÉTRICA**

**ALEXANDRE NUNES ZUCARATO**

Maio / 2009

Orientador: Prof. Edson Luiz da Silva, Dr.Eng.

Área de Concentração: Sistemas de Energia Elétrica.

Palavras-chave: Economia aplicada a Sistemas de Energia Elétrica, Adequação do Suprimento, Mecanismos de Capacidade, Teoria dos Jogos.

Número de Páginas: 115.

Viabilizar a expansão da geração, ao mínimo custo e dentro de critérios rígidos de confiabilidade, é o maior desafio de planejadores e reguladores de sistemas de energia elétrica desverticalizados. Em um mercado com múltiplos agentes, coordenar os sinais econômicos e propiciar um ambiente regulatório e de mercado que sejam estáveis e previsíveis é fundamental para atrair investimentos em nível e custo adequados para a expansão do setor. Quando o preço de curto prazo é utilizado como único indutor dos investimentos – modelo denominado de mercado de energia elétrica puro – é esperado que este preço seja insuficiente para sinalizar adequadamente a necessidade de geração adicional, fato agravado em sistemas de energia elétrica com predominância de geração hidrelétrica. Para corrigir estas deficiências, faz-se necessário complementar a sinalização econômica por meio do que se convencionou denominar mecanismos de capacidade. Os diversos mecanismos de capacidade propostos na literatura, quando corretamente calibrados, produzem o mesmo resultado estático de um mercado de energia elétrica puro, porém com distintas propriedades dinâmicas. Neste trabalho, propõe-se uma discussão acerca de arquiteturas de mercado para sistemas de energia elétrica com predominância de geração hidrelétrica, visando a sustentabilidade da expansão. Particular atenção é dispensada ao estado da arte em mecanismos de capacidade, para o qual se propõe um modelo de simulação dinâmica que considera o comportamento estratégico de geradores entrantes e a competição entre eles, num ambiente de incertezas no crescimento da demanda e na afluência, possibilitando a avaliação do desempenho dinâmico.



Abstract of Thesis presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor in Electrical Engineering

## **CAPACITY MECHANISMS APPLIED TO HYDRO-BASED POWER SYSTEMS**

**ALEXANDRE NUNES ZUCARATO**

May / 2009

Advisor: Prof. Edson Luiz da Silva, Dr.

Area of Concentration: Electric Power Systems.

Keywords: Power system economics, supply adequacy, capacity mechanisms, game theory.

Number of Pages: 115.

To guarantee the expansion, at least cost and respecting tight reliability criteria, is the major challenge of designers and regulators of unbundled electric power systems. Within a multiplayer electricity market, it is necessary to coordinate the economic signals and grant a stable and predictable regulatory and economic framework in order to attract investments. When the spot price is the only driver for investment decisions – approach named energy-only market – it is common agreed that the sustainability of supply expansion is not fully addressed, especially in hydro-based systems. To overcome the deficiencies, one can use the addition of complementary economic signals to the spot price, by means of a capacity mechanism. Several proposed capacity mechanisms, when correctly calibrated, produce the same static result of a theoretical energy-only market, however, the dynamic properties are distinct. This thesis discourses market architectures for hydro-based power systems, aiming the sustainability of the supply expansion. Special attention is paid to the state-of-art of capacity mechanisms, for which it is proposed a dynamic simulation model that takes into account: (i) the strategic behavior of an investor facing uncertainties regarding demand growth and future inflow and (ii) the competition among several investors.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Capacidade instalada adicional ao SIN viabilizada pelos leilões de energia nova....	2
Figura 2.1 – Distribuição de probabilidade da energia afluente.....	9
Figura 2.2 – Distribuição de probabilidade do preço <i>spot</i> .....	9
Figura 2.3 – Curvas de oferta, demanda e duração de carga .....	12
Figura 2.4 – Curva de duração de preço.....	12
Figura 3.1 – Curva de demanda de energia e reserva operativa .....	22
Figura 3.2 – Curva de duração de preço.....	23
Figura 3.3 – Curva de demanda por capacidade.....	27
Figura 3.4 – Curva de demanda por capacidade – exemplo .....	28
Figura 3.5 – Curva de duração de preço.....	28
Figura 4.1 – Funções-amostra de um processo estocástico.....	36
Figura 4.2 – Evolução diária do Ibovespa.....	45
Figura 4.3 – Projeção do Ibovespa.....	46
Figura 4.4 – Evolução diária do preço <i>spot</i> no NordPool.....	49
Figura 4.5 – Projeção do preço <i>spot</i> no NordPool .....	50
Figura 5.1 – Cadeia de Markov para taxa de crescimento da demanda .....	55
Figura 5.2 – Cadeia de Markov proposta para a simulação .....	55
Figura 5.3 – Curva de demanda por capacidade.....	59
Figura 5.4 – Possíveis realizações da demanda.....	62
Figura 5.5 – Curva de demanda por capacidade – exemplo .....	65
Figura 5.6 – Função-objetivo do agente entrante – exemplo.....	65
Figura 5.7 – Algoritmo utilizado para simulação.....	70
Figura 6.1 – Distribuições de probabilidade do preço de curto prazo.....	74
Figura 6.2 – Curva de duração do preço de curto prazo.....	75
Figura 6.3 – Caso 1: Mercado de energia elétrica puro .....	76
Figura 6.4 – Caso 1: Mercado futuro de capacidade.....	77
Figura 6.5 – Caso 1. Amostras do preço de curto prazo.....	78
Figura 6.6 – Caso 3a. Amostras do preço de capacidade.....	82
Figura 6.7 – Caso 3b. Amostras do preço de capacidade .....	82

Figura 6.8 – Valor esperado da receita inframarginal, por tecnologia, para o mercado de energia elétrica puro.....	85
Figura 6.9 – Valor esperado da receita inframarginal, por tecnologia, para o mercado futuro de capacidade .....	86
Figura 6.10 – Matriz energética da expansão da simulação desconsiderando a aversão ao risco. (A) Mercado de energia elétrica puro. (B) Mercado futuro de capacidade.....	87
Figura 6.11 – Matriz energética da expansão da simulação considerando a aversão ao risco. (A) Mercado de energia elétrica puro. (B) Mercado futuro de capacidade.....	88
Figura A.1 – Curvas de oferta, demanda e duração de carga .....	98
Figura A.2 – Curvas de duração de carga com notação .....	99
Figura A.3 – Geração esperada por tipo de fonte.....	100

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Estrutura de custo das tecnologias disponíveis.....	11
Tabela 3.1 – Estrutura de custo das tecnologias disponíveis.....	22
Tabela 6.1 – Parâmetros de entrada .....	73
Tabela 6.2 – Número de competidores idênticos .....	76
Tabela 6.3 – Estatísticas do Caso 1 .....	77
Tabela 6.4 – Estatísticas do Caso 2 .....	79
Tabela 6.5 – Estatísticas do Caso 3 .....	79
Tabela 6.6 – Estatísticas das sensibilidades. Casos 3a e 3b .....	81
Tabela 6.7 – Resultado da calibração original.....	81
Tabela 6.8 – Dados dos agentes.....	83
Tabela 6.9 – Estatísticas do caso assimétrico desprezando a percepção ao risco .....	87
Tabela 6.10 – Estatísticas do caso assimétrico considerando a percepção ao risco.....	88
Tabela A.1 – Estrutura de custo das tecnologias disponíveis.....	98

## LISTA DE SÍMBOLOS

$CF$	custo fixo
$CV$	custo variável
$D_{pp}$	duração do pico de preço
$R_{IM}$	renda inframarginal
$P_{RO}$	preço da reserva operativa
$P_{cap}$	preço pela capacidade
$P_{spot}$	preço do mercado de curto prazo
$CapInst^*$	capacidade instalada alvo
$Q$	quantidade, de energia ou capacidade
$\xi$	incerteza associada a um processo estocástico
$\tilde{\epsilon}_t$	processo estocástico normal com média zero e variância unitária
$\alpha$	parâmetro tendência de um processo estocástico
$\sigma$	parâmetro volatilidade de um processo estocástico
$M(k)$	função geradora de momentos de ordem $k$
$\eta$	velocidade de reversão à média de um processo estocástico
$m$	média de longo prazo de um processo estocástico
$r_A$	reserva do ano $A$
$D_A$	demanda no ano $A$
$D_{R,A}$	demanda realizada no ano $A$
$D_{P,A}$	demanda prevista para o ano $A$
$\delta_A$	taxa de crescimento da demanda no ano $A$
$p_{i,j}$	probabilidade de transição entre os estados $i$ e $j$ de uma Cadeia de Markov

$\Pi$	matriz de transição de estados de uma Cadeia de Markov
$C_i$	função de custo do gerador $i$
$q_i^{Eass}$	quantidade de energia assegurada do gerador $i$
$q_i^{ger}$	quantidade de geração de energia elétrica do gerador $i$
$Q_{E,A-1}^{Eass}$	quantidade de energia assegurada total existente no ano $A-1$
$F_H$	fator de participação da geração hidrelétrica
$\pi_{i,A}^{cap}$	receita associada ao mercado de capacidade para o gerador $i$ no ano $A$
$\pi_{i,A}^{energia}$	receita associada ao mercado de energia para o gerador $i$ no ano $A$
$\Phi_i$	valor esperado do valor presente líquido do lucro do gerador $i$
$\rho_i$	parâmetro de aversão ao risco do gerador $i$
$\Delta_i^{risco}$	medida da dispersão do lucro do gerador $i$

# SUMÁRIO

<b><u>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO .....</u></b>	<b><u>1</u></b>
<b><u>CAPÍTULO 2 - FORMAÇÃO DE PREÇO EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS.....</u></b>	<b><u>6</u></b>
2.1 - INTRODUÇÃO .....	6
2.2 - MODELOS DE DESPACHO E FORMAÇÃO DE PREÇO.....	6
2.3 - RECUPERAÇÃO DOS CUSTOS FIXOS .....	10
2.4 - DEFICIÊNCIAS DE MERCADOS DE ENERGIA ELÉTRICA PUROS .....	13
2.4.1 - OBJETIVOS ANTAGÔNICOS: CONFIABILIDADE X VOLATILIDADE .....	14
2.4.2 - CICLOS DE INVESTIMENTOS.....	15
2.4.3 - CONFIABILIDADE É UM BEM PÚBLICO.....	15
2.5 - CONCLUSÕES .....	16
<b><u>CAPÍTULO 3 - MECANISMOS DE CAPACIDADE EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA .....</u></b>	<b><u>18</u></b>
3.1 - INTRODUÇÃO .....	18
3.2 - ADEQUAÇÃO DO SUPRIMENTO EM SISTEMAS TERMELÉTRICOS E HIDRELÉTRICOS	19
3.3 - ALTERNATIVAS PARA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DA ADEQUAÇÃO DO SUPRIMENTO ..	20
3.3.1 - DEMANDA POR RESERVA OPERATIVA .....	21
3.3.2 - MECANISMOS DE CAPACIDADE BASEADOS EM QUANTIDADE .....	24
3.3.3 - MECANISMOS DE CAPACIDADE BASEADOS EM PREÇO .....	26
3.3.4 - MECANISMOS DE CAPACIDADE HÍBRIDOS.....	27
3.3.5 - O ESTADO DA ARTE EM MECANISMOS DE CAPACIDADE .....	29
3.4 - MECANISMOS DE CAPACIDADE E O SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO .....	31
3.5 - CONCLUSÕES .....	33

<b><u>CAPÍTULO 4 - MODELAGEM DE MERCADOS DE ENERGIA ELÉTRICA DE</u></b>	
<b><u>CURTO PRAZO .....</u></b>	<b>34</b>
<b>4.1 - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>34</b>
<b>4.2 - PROCESSOS ESTOCÁSTICOS .....</b>	<b>35</b>
4.2.1 - PROCESSO DE MARKOV .....	37
4.2.2 - PROCESSO DE WIENER.....	39
4.2.3 - MOVIMENTO BROWNIANO.....	40
4.2.4 - PROCESSO DE ITO .....	40
4.2.5 - LEMA DE ITO.....	41
4.2.6 - ISOMETRIA DE ITO .....	41
<b>4.3 - MODELO LOGNORMAL .....</b>	<b>42</b>
4.3.1 - ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS E APLICAÇÃO.....	44
<b>4.4 - MODELO COM REVERSÃO À MÉDIA .....</b>	<b>46</b>
4.4.1 - ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS E APLICAÇÃO.....	48
4.4.2 - MODELO COM REVERSÃO À MÉDIA COM DOIS FATORES.....	50
<b>4.5 - CONCLUSÕES .....</b>	<b>51</b>
<b><u>CAPÍTULO 5 - MODELAGEM DE UM MERCADO DE CAPACIDADE EM</u></b>	
<b><u>SISTEMAS HIDROTÉRMICOS .....</u></b>	<b>53</b>
<b>5.1 - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>53</b>
<b>5.2 - MODELAGEM DO MERCADO .....</b>	<b>53</b>
5.2.1 - DEMANDA .....	54
5.2.2 - OFERTA .....	56
5.2.3 - MERCADO DE ENERGIA.....	57
5.2.4 - MERCADO DE CAPACIDADE.....	58
<b>5.3 - COMPORTAMENTO DO AGENTE ENTRANTE .....</b>	<b>60</b>
5.3.1 - RECEITA DO MERCADO DE CAPACIDADE.....	60
5.3.2 - RECEITA DO MERCADO DE ENERGIA.....	61
5.3.3 - REPRESENTAÇÃO DA AVERSÃO AO RISCO .....	63
5.3.4 - EXEMPLO .....	64
<b>5.4 - EQUILÍBRIO DE NASH.....</b>	<b>66</b>
<b>5.5 - ALGORITMO PARA A SIMULAÇÃO .....</b>	<b>70</b>
<b>5.6 - CONCLUSÕES .....</b>	<b>70</b>



<b><u>CAPÍTULO 6 - ESTUDO DE CASO .....</u></b>	<b><u>72</u></b>
<b>6.1 - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>72</b>
<b>6.2 - OLIGOPÓLIO SIMÉTRICO .....</b>	<b>72</b>
6.2.1 - CALIBRAÇÃO DO MODELO.....	73
6.2.2 - AFERIÇÃO DO MODELO.....	75
6.2.3 - INCORPORAÇÃO DA INCERTEZA NO CRESCIMENTO DA DEMANDA.....	78
6.2.4 - INCORPORAÇÃO DA AVERSÃO AO RISCO .....	79
<b>6.3 - OLIGOPÓLIO ASSIMÉTRICO.....</b>	<b>83</b>
6.3.1 - CALIBRAÇÃO DO MODELO.....	84
6.3.2 - RESULTADOS DA SIMULAÇÃO .....	86
<b>6.4 - CONCLUSÕES .....</b>	<b>89</b>
<b><u>CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.</u></b>	<b><u>90</u></b>
<b><u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</u></b>	<b><u>93</u></b>
<b><u>APÊNDICE A - A EXPANSÃO DE MÍNIMO CUSTO .....</u></b>	<b><u>98</u></b>

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

Como viabilizar a expansão de um sistema de energia elétrica, segundo critérios técnicos de desempenho eletroenergético, ao menor custo para a sociedade?

Esta pergunta é pano de fundo para muitos debates entre agentes do Setor Elétrico Brasileiro desde o início do processo de reestruturação setorial, acompanhando a tendência mundial de introduzir a competição e a escolha em uma indústria, no caso brasileiro, até então verticalizada, monopolista e estatal.

Embora a principal motivação para esta reestruturação nos países desenvolvidos tenha sido a busca do aumento da eficiência econômica, no Brasil e em outros países em desenvolvimento, as razões da reestruturação foram outras.

Em virtude da incapacidade do Estado em investir em expansão da oferta no ritmo necessário para acompanhar a evolução da demanda, o projeto de reestruturação visava abrir o setor elétrico para que a expansão necessária fosse viabilizada principalmente com capital privado.

Desde o projeto RE-SEB até o atual marco regulatório, vivenciamos a abertura econômica, privatização, planejamento indicativo, concessão onerosa de 13.904 MW em novas usinas, *self-dealing*, racionamento do consumo, proposta de aperfeiçoamento abrindo o mercado, proposta de aperfeiçoamento fechando o mercado e o estabelecimento da transição via contratos iniciais.

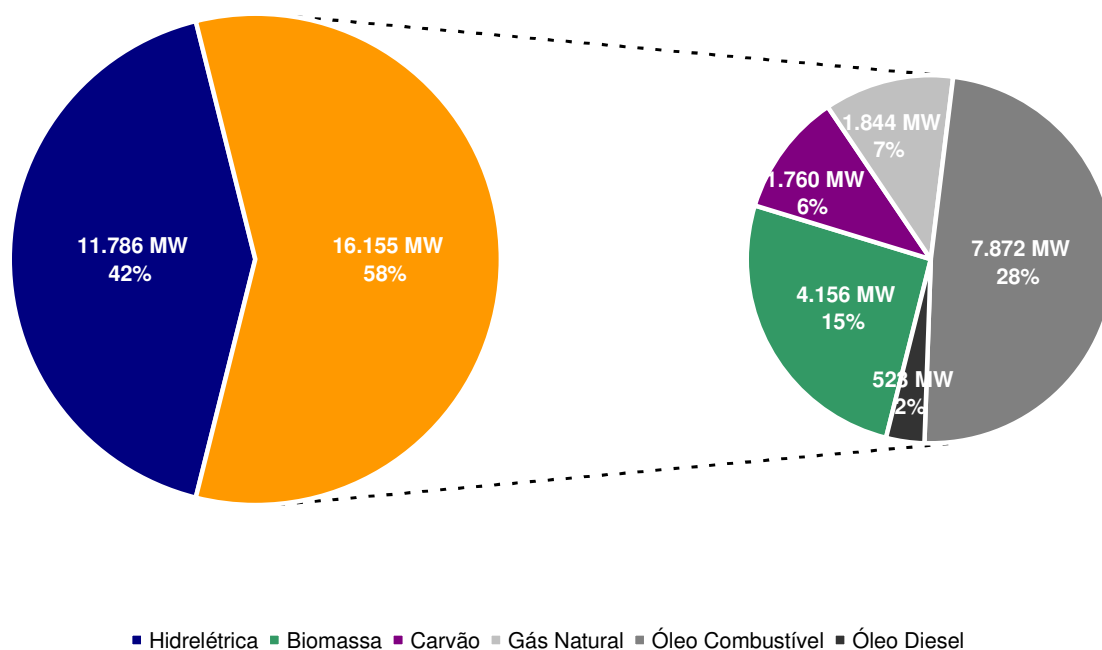
O marco regulatório atual trouxe vários benefícios para o setor, principalmente no tocante à estabilidade regulatória e à retomada do planejamento da expansão. Outra característica é a segmentação de mercado. O mercado de energia elétrica brasileiro é segmentado em duas dimensões. No que se refere ao grau de liberdade de escolha, os consumidores são separados em cativos e livres, e cada grupo tem seu próprio ambiente de comercialização. No ambiente de comercialização regulada, a geração é segmentada em energia existente e energia nova, e há reserva de mercado para esta última modalidade.

Como resultado desta segmentação e em virtude da sobreoferta após a crise energética, foi possível contratar, a preços reduzidos, mais de 17.000 MW médios no primeiro leilão de energia existente do mercado cativo. Este grande volume de energia a

preço reduzido permitiu que se contratasse energia nova a preços atrativos sem pressionar o custo médio da energia para o consumidor cativo.

Ao permitir preços suficientes para uma remuneração adequada do capital investido e reduzir as incertezas associadas aos custos ambientais e previsibilidade dos encargos setoriais, o marco regulatório atual obteve sucesso, embora parcial, na indução da expansão da geração.

Na Figura 1.1 é apresentado um levantamento da capacidade de geração a ser agregada ao SIN entre os anos 2008 e 2016 resultado dos leilões de energia nova (o que inclui os leilões de fontes alternativas e de reserva)<sup>1</sup>. O gráfico à esquerda indica a participação hidrotérmica, enquanto o gráfico à direita indica a participação de cada fonte termelétrica. Apesar da expressiva capacidade adicional (27.941 MW), a qualidade é aquém da desejável, principalmente pela vocação brasileira pela hidreletricidade – cabe ressaltar que a escassez de aproveitamentos hidrelétricos viáveis tem papel fundamental nesta matriz energética, escassez esta decorrente de entraves ambientais e da descontinuidade nos estudos de inventário e de viabilidade técnicoeconômica, felizmente já retomada.



**Figura 1.1 – Capacidade instalada adicional ao SIN viabilizada pelos leilões de energia nova**

<sup>1</sup> Os valores referem-se apenas à parcela da capacidade efetivamente nova, ou seja, são descontados os montantes das usinas já construídas mas que foram autorizadas a vender nos leilões de energia nova por não estarem totalmente amortizadas (as usinas enquadradas no Art. 17 da Lei 10.848/2004).

O mercado livre também se beneficiou da sobreoferta pós-acionamento e cresceu rapidamente, tanto em número de agentes como em volume de energia. Qualquer contrato negociado a um preço intermediário entre o resultado dos leilões de energia existente e o custo médio do mercado cativo agregava valor tanto para o agente comprador quanto para o agente vendedor. Segundo dados da CCEE, 30% do mercado em 2008 era não cativo, isto é, o segmento do mercado composto por consumidores livres e auto-produtores.

A evolução do mercado livre evidencia a ineficácia do atual o marco regulatório para induzir a expansão para este segmento. Dos 29.941 MW resultantes dos leilões de energia nova, apenas cerca de 10% foram direcionados ao mercado livre (basicamente 30% dos empreendimentos hidrelétricos do Rio Madeira e a parcela de autoprodução dos empreendimentos licitados no modelo antigo que se viabilizaram após a Lei 10.848/2004). O crescimento da demanda do mercado livre foi possível por meio da absorção da sobreoferta – o que é economicamente eficiente – e não por meio da construção de novas usinas.

O sucesso, embora parcial, dos leilões de energia nova é decorrente, dentre outros fatos, da reserva de mercado para a energia nova, eliminado o risco de mercado e garantindo contratos de longo prazo a preços atrativos. Contudo, o outro segmento do mercado, o de energia existente, absorve grande parte do risco de mercado (associado à incerteza no crescimento da demanda) e é responsável por introduzir alguma instabilidade no comportamento do mercado.

Entre 2013 e 2014 termina o prazo de suprimento dos primeiros contratos de energia existente, isto significa a desconstrução de 17.000 MW médios a preço reduzidos. Caso a demanda cresça abaixo do esperado e em virtude da reserva de mercado para a energia nova, haverá sobreoferta no mercado de energia existente e a competição reduzirá os preços. Caso a demanda cresça dentro ou um pouco acima do esperado, toda energia existente será necessária para atender aos contratos e seu preço aumentará. O tamanho da elevação do preço da energia existente dependerá do balanço energético – em última análise dependerá da taxa de crescimento da demanda – e, quanto mais equilibrado estiver o sistema, maior a chance de que o preço tenda ao custo marginal de expansão.

Os riscos alocados ao segmento de energia existente também afetam o mercado livre. Sem a reserva de mercado, a construção de novas usinas para o mercado livre depende da expectativa de preços futuros. Se a demanda crescer abaixo do esperado, a sobreoferta de energia existente provocará redução também nos preços do mercado livre. O único sinal de preço capaz de incentivar a expansão para o mercado livre é a expectativa de elevado

crescimento na demanda, com o preço da energia existente tendendo ao custo marginal de expansão.

O mercado de energia elétrica brasileiro somente funcionará em equilíbrio quando a diferença de preços entre energia existente e nova for pequena. Situações diferentes levarão à arbitragem entre os mercados cativo e livre até que se atinja o equilíbrio. Caso haja sobreoferta no mercado de energia existente, com preços abaixo do custo marginal de expansão, toda energia nova será direcionada ao mercado cativo. O crescimento vegetativo da demanda do mercado livre absorverá toda a sobra de energia existente. Como a expansão para o mercado livre não é coordenada, a aversão às pesadas penalidades por falta de lastro pode elevar o preço do mercado livre acima do custo marginal de expansão. A energia nova passa então a ser direcionada, dentro dos limites permitidos no edital, para o mercado livre, em razão da arbitragem entre os mercados. Se o custo do mercado livre ficar muito elevado, pode-se esperar uma migração para o mercado cativo, aumentando a demanda por energia existente neste mercado com consequente pressão sobre os preços desta energia.

Estas oscilações na sinalização econômica criam ciclos de excesso e escassez de investimentos, introduzindo volatilidades no mercado que poderiam ser minimizadas. Propiciando um ambiente mais estável e previsível, o custo associado à percepção de risco diminui, resultando em uma expansão adequada e um menor custo para sociedade.

Diferentemente do período anterior à reestruturação da indústria de energia elétrica, no qual a expansão era centralizada e a única dificuldade para sua sustentabilidade era a capacidade de financiamento, na indústria de energia elétrica contemporânea os novos investimentos passam a ser resultado de um processo de decisão descentralizado cuja sustentabilidade tem sido tema de grande interesse entre reguladores e projetistas de mercado.

É consensual na literatura que a sustentabilidade da expansão passa pela necessidade de algum mecanismo coordenador das decisões descentralizadas. Diversas são as sugestões de mecanismos coordenadores e, dentre elas, há a opção pela contratação bilateral mandatória, solução adotada atualmente no Brasil.

O objetivo deste trabalho é contribuir para o equacionamento do problema da adequação do suprimento de energia elétrica, por meio do estudo de um mecanismo alternativo para coordenar a expansão, denominado Mercado Futuro de Capacidade. Especificamente, este trabalho propõe um modelo de simulação para avaliar o desempenho de um mercado de capacidade para sistemas com predominância de geração hidrelétrica,

como é o caso brasileiro, sujeito a incertezas tanto na demanda futura quanto na energia afluyente.

Inicialmente, será realizada, com base na revisão bibliográfica, uma avaliação teórica de diversas arquiteturas de mercado que são capazes de oferecer o mesmo desempenho estático<sup>2</sup>, porém com diferentes propriedades dinâmicas. No Capítulo 2 será visto que uma arquitetura cujo único elemento indutor de investimentos é o mercado de curto prazo, pode ser capaz de promover a adequação do suprimento, sob certas premissas relevantes. Entretanto, em situações reais, esta abordagem tem sido insuficiente no cumprimento deste desafio. No Capítulo 3 as principais alternativas de solução descritas na literatura são apresentadas, sendo que todas elas compartilham a característica de utilizar sinais econômicos complementares ao preço de curto prazo como elementos indutores da expansão.

O Capítulo 4 contém uma revisão da teoria de processos estocásticos e de modelos econométricos, que serão utilizados para descrever o comportamento futuro do preço de curto prazo do mercado de energia elétrica. No Capítulo 5 são descritas as principais características do modelo de simulação proposto, incluindo a modelagem das incertezas, a representação do comportamento estratégico do agente entrante, a estrutura do jogo utilizado para representar a competição entre diversos agentes e o algoritmo para a simulação Monte Carlo. Os resultados da simulação e de diversas análises de sensibilidade são apresentados no Capítulo 6.

Este trabalho é finalizado, em seu Capítulo 7, com as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

---

<sup>2</sup> Por desempenho estático, entende-se o equilíbrio esperado entre oferta e demanda no longo prazo.

# CAPÍTULO 2

## FORMAÇÃO DE PREÇO EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

### 2.1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, a indústria de energia elétrica tem passado por profundas mudanças estruturais que visam introduzir o conceito de competição. As motivações para estas mudanças são distintas: nos países desenvolvidos, busca-se primariamente o aumento da eficiência da cadeia produtiva e a redução dos preços finais aos consumidores; enquanto nos países em desenvolvimento, como no caso brasileiro, acrescenta-se ao aumento da eficiência a busca por alternativas para viabilização da expansão, contando para isso com a participação de capital privado (Hunt e Shuttleworth, 1996).

Como em qualquer setor industrial, a arquitetura de mercado adotada deve, entre outras propriedades, ser capaz de fornecer um sinal de preço capaz de manter o equilíbrio entre oferta e demanda tanto no curto prazo como no longo prazo.

O objetivo deste capítulo é descrever o processo de formação de preços em sistemas hidrotérmicos e mostrar que, sob premissas importantes, o preço de curto prazo (Caramanis et al., 1982) pode fornecer sinais adequados para promover o equilíbrio tanto no curto como no longo prazo. Será visto também que a escolha de parâmetros regulatórios influencia o comportamento dinâmico do mercado e que há a necessidade de solução de compromisso na escolha destes parâmetros.

Com base na discussão teórica, algumas implicações de se relaxar estas premissas serão apresentadas, evidenciando que em situações práticas o preço do mercado de curto prazo pode ser insuficiente para viabilizar a expansão de forma sustentada.

### 2.2 MODELOS DE DESPACHO E FORMAÇÃO DE PREÇO

Os pilares da reestruturação da indústria de energia elétrica adotada pioneiramente no Chile, e também na Inglaterra e País de Gales, EUA, Austrália, Nova Zelândia, Espanha, Países Nórdicos, Brasil, dentre outros, consistem em desverticalizar a cadeia produtiva,

separar produto e serviço, introduzir competição onde possível e facultar a livre escolha dos fornecedores por parte dos consumidores (Fabra, 2001).

A desverticalização da cadeia produtiva é relevante para imprimir transparência na estrutura de custos de atividades que irão competir entre si, evitando o subsídio cruzado entre os segmentos competitivos e os regulados. A separação da geração, transmissão, distribuição e comercialização também facilita a separação entre o produto energia elétrica e os serviços de transporte e ancilares (controle de tensão, controle de frequência, restauração dos sistema, dentre outros). O próximo passo consiste em introduzir a competição nos segmentos de geração e comercialização, visto que os segmentos de transmissão e distribuição são considerados monopólios naturais<sup>3</sup> e, portanto, regulados economicamente.

A competição pode ser implementada sob o paradigma do modelo de despacho *pool* ou do modelo bilateral. No modelo *pool* um operador do sistema<sup>4</sup> calcula, com base nas ofertas de preços ou nos custos marginais de geração, o despacho ótimo que minimize o custo total de operação, sendo o preço de equilíbrio do mercado de curto prazo dado pelo recurso mais caro utilizado para atender à demanda. Neste modelo, os agentes podem assinar contratos bilaterais, que são meros instrumentos financeiros utilizados para mitigar o risco associado à volatilidade do preço de curto prazo. Já o modelo bilateral é caracterizado pela existência de contratos bilaterais físicos para entrega de energia elétrica, sendo que o despacho realizado pelo operador do sistema visa seguir as decisões dos agentes de geração e consumo, minimizando a diferença entre os montantes contratados e a geração efetiva dos agentes, sem comprometer a segurança do sistema (Silva, 2001).

Em mercados de energia elétrica com predominância de geração hidrelétrica, é consensual a necessidade de uma operação centralizada<sup>5</sup>, justificada por dois tipos de acoplamento: temporal e espacial, como descrito a seguir. O acoplamento temporal se dá pela presença de grandes reservatórios com regularização plurianual, o que faz com que uma decisão operativa tomada no presente tenha impacto na decisão operativa futura; o acoplamento espacial se deve à presença de usinas – muitas vezes de distintos proprietários

---

<sup>3</sup> Os monopólios naturais são caracterizados pela presença de custos marginais de longo prazo decrescentes com a escala de produção, ou seja, economia de escala. Neste caso, o custo de produção (ou prestação de serviço) é menor quando uma única empresa atua no mercado, inviabilizando a competição.

<sup>4</sup> Neste texto não será feita distinção entre operador do sistema e operador do mercado, a menos que estritamente necessário.

<sup>5</sup> Observe que o requisito de operação centralizada não é incompatível com um esquema baseado em oferta de preços. Ver Zucarato (2003) e Fernandes (2006).



– numa mesma cascata, o que gera uma interdependência operativa entre as usinas, pois a energia afluyente a uma usina é composta, dentre outras, pela energia defluyente da usina a montante; e pelo uso múltiplo da água, pois a operação deve respeitar restrições de natureza socioeconómicoambientais, tais como irrigação, controle de cheias e navegação.

No SEB, é adotada uma variante do modelo *pool*, conhecido como *tight-pool*. Segundo este modelo, apenas os agentes de geração termelétrica declaram seus custos variáveis enquanto que os agentes de geração hidrelétrica informam a disponibilidade de suas usinas. O valor da energia elétrica gerada pelas usinas hidrelétricas – o valor da água – é obtido indiretamente por meio de um modelo computacional baseado em Programação Dinâmica Dual Estocástica (PDDE) que visa minimizar o custo total esperado de geração termelétrica, acrescido do custo déficit, ao longo de um horizonte de tempo (Silva e Finardi, 2003). O preço de curto prazo é dado pelo Custo Marginal de Operação (CMO), ou seja, o custo do último recurso de geração utilizado para atender à demanda.

Visto que o preço de curto prazo depende da capacidade do sistema em atender à demanda com geração termelétrica ou hidrelétrica, seu comportamento é fortemente influenciado pela hidrologia, refletindo a incerteza associada à energia afluyente. Uma forma de se avaliar o impacto da energia afluyente no preço é comparar a distribuição de probabilidade da energia afluyente com a energia assegurada<sup>6</sup> do sistema (Silva, 2006). A Figura 2.1 ilustra, para o caso brasileiro<sup>7</sup>, a distribuição de probabilidade da energia afluyente e também a energia assegurada do sistema hidrotérmico e a energia assegurada apenas do sistema hidrelétrico. Observe que tanto a média (62.972 MWmédios) quanto a mediana (57.636 MWmédios) da energia afluyente são superiores à energia assegurada do parque hidrelétrico (49.733 MWmédios). Cabe salientar que quanto maior a participação termelétrica na configuração, maior a distância entre a energia assegurada do sistema e a do parque hidrelétrico.

Supondo o caso particular de um sistema puramente hidrelétrico, se este estiver em equilíbrio a energia assegurada deve ser igual à demanda. Neste caso a energia afluyente ao sistema é suficiente para atender à demanda na maior parte do tempo sem necessidade de deplecionamento dos reservatórios e, como consequência, a expectativa acerca do preço de curto prazo é que o mesmo seja dado, durante a maior parte do tempo, pelo custo variável

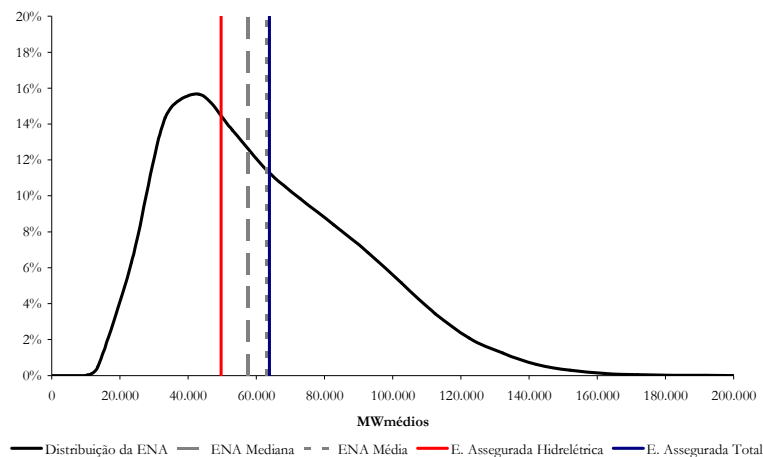
---

<sup>6</sup> Energia assegurada do sistema é a máxima demanda que o sistema pode atender em 95% dos cenários hidrológicos (Fortunato et al., 1990).

<sup>7</sup> Caso com configuração estática representando a expectativa do parque gerador de 2013, visto de 2008.

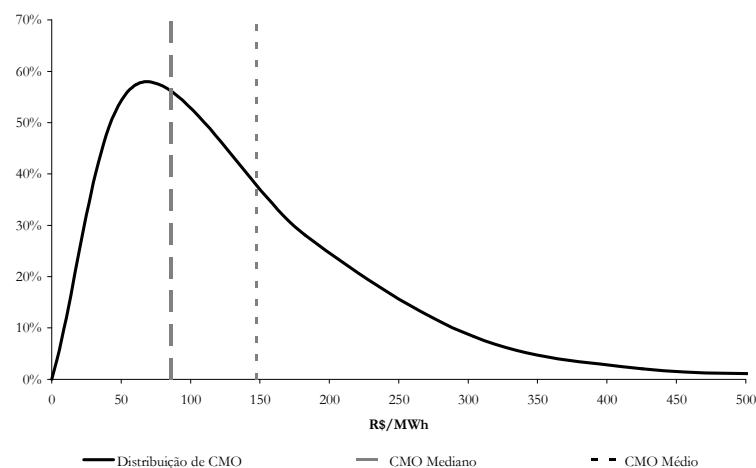
de geração hidrelétrica, valor este regulado e suficiente para cobrir os custos de operação, manutenção e *royalties*<sup>8</sup>.

Generalizando para o caso de um sistema hidrotérmico, se o mesmo encontra-se em equilíbrio, a disponibilidade de energia natural afluenta desloca em grande parte do tempo parte da geração termelétrica (cuja extensão deste deslocamento depende da participação relativa de cada tipo de fonte), e o preço de curto prazo pode ser insuficiente para recuperar o custo fixo dos agentes de geração.



**Figura 2.1 – Distribuição de probabilidade da energia afluenta**

A Figura 2.2 ilustra a distribuição de probabilidade do preço de curto prazo no Brasil, supondo uma situação de equilíbrio entre oferta e demanda e com uma configuração hidrotérmica com 78% de participação hidrelétrica em termos de energia assegurada.



**Figura 2.2 – Distribuição de probabilidade do preço *spot***

<sup>8</sup> Mesmo que fosse adotada a variação *loose-pool* – que se diferencia do modelo *tight-pool* pois todos os agentes de geração ofertam preço, não apenas os agentes termelétricos (Zucarato, 2003 e Fernandes, 2006) – o raciocínio permanece válido pela característica inerente à disponibilidade de energia afluenta.

## 2.3 RECUPERAÇÃO DOS CUSTOS FIXOS

A condição de equilíbrio de longo prazo em qualquer mercado competitivo estabelece que todos os agentes do mercado devem auferir lucro zero, ou seja, a receita extraída deve ser suficiente para cobrir exatamente o custo total de todos os agentes (Varian, 1992). Como a estrutura de custo dos agentes deve incluir a remuneração do capital investido, a condição de lucro zero é denominada lucro normal.

Para melhor entender esta condição de contorno, é conveniente qualificar o que se convencionou chamar de mercado competitivo. Um mercado sob concorrência perfeita é uma concepção teórica caracterizada pelas seguintes premissas (Varian, 1992): (i) aceitação de preços: existe um número suficientemente grande de produtores e consumidores, de forma que a ação isolada de qualquer agente é incapaz de alterar o preço de mercado; (ii) homogeneidade de produto: os produtos produzidos pelas diversas empresas são substitutos perfeitos entre si e, portanto, só pode haver um preço no mercado; (iii) transparência do mercado: existe completa informação e conhecimento sobre o preço e as características do produto e (iv) livre entrada e saída de empresas: não há custos especiais (ou barreiras) que dificultem uma empresa a entrar ou sair do mercado, isto permite que empresas menos eficientes saiam do mercado e que nele ingressem empresas mais eficientes.

Supondo válidas as premissas acima, a condição de equilíbrio de longo prazo é justificada pelo seguinte raciocínio. Se os agentes não recuperarem seus custos totais, não existe um sinal econômico para que se invista no setor e, com o crescimento da demanda, os preços aumentarão, possibilitando uma elevação da receita dos agentes. Se os agentes recuperarem mais do que os custos totais, novos investidores enxergarão no mercado uma possibilidade de ganho sobre o investimento e decidirão entrar no setor para se apropriar de parte da renda, aumentando a oferta e reduzindo os preços.

Em sistemas de energia elétrica, o preço de curto prazo é, na maior parte do tempo, insuficiente para recuperar o custo fixo de todos os agentes de geração no curto prazo. Como visto na seção anterior, isto é particularmente relevante em sistemas hidrotérmicos em razão da elevada disponibilidade de energia afluente, quando comparada ao requisito de demanda. Entretanto, o custo fixo de todos os agentes é recuperado no longo prazo, em tese, por meio da ocorrência esporádica de elevação do nível de preços nos períodos de

baixa afluência ou, de forma mais severa, durante situações de escassez de energia<sup>9</sup>. Mercados de energia elétrica em que o preço esperado da energia é o único indutor de investimentos (i.e., sem mercados auxiliares ou contratação bilateral) são chamados na literatura de *energy-only markets*, ou numa tradução livre: “mercados de energia elétrica puros” (De Vries, 2003), e a ocorrência de episódios de preços elevados é denominada “picos de preços” (ou *price spikes*).

Além de recuperar os custos fixos, preços competitivos em mercados de energia elétrica puros em geral são capazes de induzir o nível adequado de investimento em cada tipo de tecnologia. Com o intuito de ilustrar o conceito, será utilizado a seguir um exemplo (Stoft, 2002) cujo objetivo é identificar o nível de investimento em cada tecnologia de geração, dentre duas possíveis, à luz do equilíbrio competitivo de longo prazo. Caso queira se fazer uma analogia com o mercado brasileiro e supor que as tecnologias disponíveis são geradores hidrelétricos e termelétricos, basta se considerar que a incerteza associada à energia afluenta seja representada de forma alternativa como uma incerteza na demanda, o que qualitativamente não compromete a análise.

A estrutura de custo de cada tecnologia utilizada no exemplo é dada na Tabela 2.1.

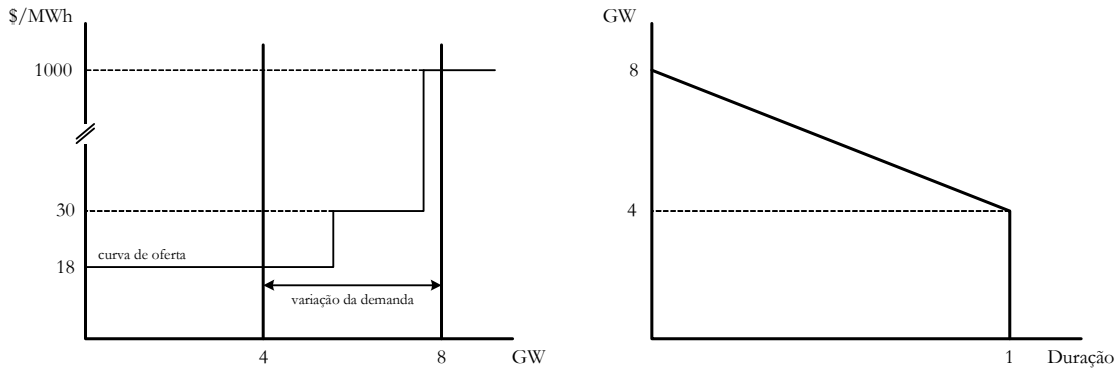
**Tabela 2.1 – Estrutura de custo das tecnologias disponíveis**

<b>Tecnologia</b>	<b>Custo Fixo (\$/MWh)<sup>10</sup></b>	<b>Custo Variável (\$/MWh)</b>
<b>Termelétrico</b>	6	30
<b>Hidrelétrico</b>	12	18

A demanda é considerada como perfeitamente inelástica e distribuída uniformemente entre 4.000 MW e 8.000 MW. Considere ainda que em caso de escassez de capacidade de geração o preço-teto seja \$1.000/MWh. Com isto, é possível traçar as curvas de oferta e demanda, bem como a curva de duração de carga, conforme indicado na Figura 2.3.

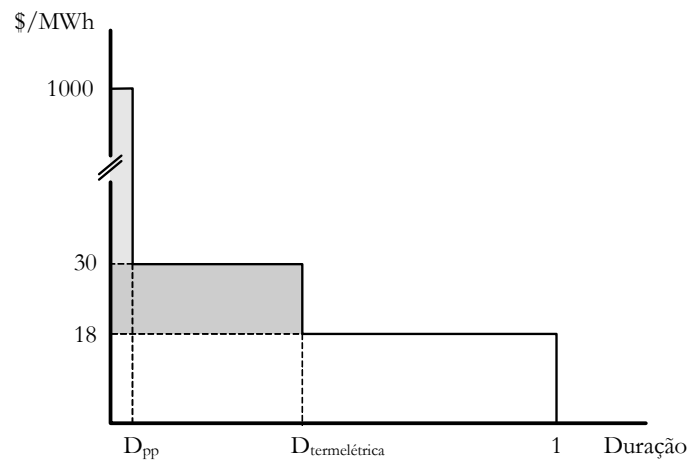
<sup>9</sup> Em caso de escassez de oferta, as curvas de oferta e demanda não se cruzam e o mercado é incapaz de encontrar um preço de equilíbrio. Nesta situação, o preço de mercado deve ser limitado para prevenir os consumidores de preços que eles são incapazes de pagar e este preço-teto (ou *price-cap*) deve ser igual ao custo do déficit, pois a este preço os consumidores deveriam ser indiferentes entre receber energia elétrica ou não.

<sup>10</sup> Apesar de normalmente ser expresso em \$/kW, o custo fixo pode ser convertido para \$/MWh utilizando-se a taxa interna de retorno, o fator de capacidade e a vida útil do projeto.



**Figura 2.3 – Curvas de oferta, demanda e duração de carga**

As curvas acima podem ser convertidas em uma curva de duração de preço (Figura 2.4), que é onde se encontram as informações fundamentais para a solução do problema: a duração e a intensidade do pico de preço.



**Figura 2.4 – Curva de duração de preço**

Observe que a duração acumulada dos picos de preço é  $D_{pp}$  e a intensidade do pico de preço é \$1.000/MWh. De acordo com a condição de equilíbrio de longo prazo, o valor esperado da renda inframarginal<sup>11</sup> obtida pelo gerador termelétrico durante estes picos de preço deve ser suficiente para cobrir o seu custo fixo:

$$CF_{termelétrico} = E\{R_{IM}\} \tag{2.1}$$

ou seja:

$$6 = (1000 - 30) \cdot D_{pp} \tag{2.2}$$

$$\therefore D_{pp} = 0,0062$$

<sup>11</sup> Define-se renda inframarginal de um dado agente econômico como a diferença entre o preço de equilíbrio do mercado e o preço ofertado por este agente (em mercados sob o regime de concorrência perfeita, o preço ofertado é o seu custo marginal).

De forma equivalente, é possível escrever a equação da condição de equilíbrio para o agente hidrelétrico, como função da renda inframarginal esperada:

$$CF_{\text{hidrelétrico}} = E\{R_{IM}\} \quad (2.3)$$

ou numericamente:

$$\begin{aligned} 12 &= (1000 - 30) \cdot D_{pp} + (30 - 18) \cdot D_{\text{termelétrico}} \\ \therefore D_{\text{termelétrico}} &= 0,5 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Utilizando os valores obtidos em (2.2) e (2.4) na curva de duração de carga da Figura 2.3, são obtidos, respectivamente, os valores de 6.000 MW e 1.975 MW, para as capacidades instaladas em geração hidrelétrica e termelétrica. Este resultado é rigorosamente o mesmo que seria obtido visando minimizar o custo para a demanda, como demonstrado no Apêndice A.

Caso o preço-teto adotado no mercado fosse diferente, a capacidade total instalada e a correspondente duração do pico de preço seriam diferentes, alterando-se a confiabilidade do sistema sem, contudo, alterar o equilíbrio econômico dos agentes de geração. Pode-se então enunciar um importante resultado para operação de um mercado de energia elétrica puro:

*A política regulatória adotada deve ser tal que o máximo valor a ser pago pela energia elétrica (preço-teto) e o requisito de confiabilidade desejado sejam determinados de forma coordenada, pois estas variáveis definem a renda inframarginal necessária para recuperar o custo fixo dos agentes geradores.*

Com base no exposto acima, observe que existe um conjunto contínuo de políticas regulatórias que podem ser utilizadas de forma a induzir o investimento desejado, apresentando o mesmo resultado do ponto de vista de remuneração dos agentes.

## 2.4 DEFICIÊNCIAS DE MERCADOS DE ENERGIA ELÉTRICA PUROS

Apesar de teoricamente viável, um mercado de energia elétrica puro tem grandes possibilidades de apresentar falhas em uma implementação prática por causa de fatores que podem ser agregados em concorrência imperfeita, informação incompleta e riscos regulatórios (Vázquez et al., 2002; De Vries, 2003; Neuhoff e De Vries, 2004).

Diferentemente da premissa elementar do modelo de concorrência perfeita, o mercado de energia elétrica é concentrado entre um pequeno número de produtores. A concentração no segmento de geração aliada à característica de inelasticidade da demanda

sujeita o sistema ao exercício de poder de mercado, sobretudo quando este está em situações de apertado equilíbrio entre oferta e demanda. A premissa de livre entrada e saída também não se aplica, dadas as características de intensidade, irreversibilidade e especificidade dos investimentos e de entraves ambientais e regulatórios que dificultam o licenciamento de projetos competitivos.

As experiências com mercados de energia elétrica são razoavelmente recentes e os dados históricos são insuficientes para estimar uma distribuição estatística dos preços. As alterações na matriz energética futura em virtude da forma como ocorre a expansão também reduzem a chance de se utilizar os dados históricos para estimativas futuras, o que é mais significativo em países com elevada taxa de crescimento da demanda.

A estabilidade do marco regulatório é questão crucial para o sucesso de um mercado de energia elétrica puro. Como a recuperação dos custos fixos depende da ocorrência de períodos de escassez de energia elétrica, há o risco de o órgão regulador atuar nos momentos de escassez, visando a mitigação do potencial impacto no equilíbrio economicofinanceiro das empresas, com consequências não apenas para os consumidores mas também para os contribuintes. Esta atuação seria inevitavelmente no sentido de reduzir o preço-teto, comprometendo a expectativa de renda associada à escassez. As recentes crises energéticas no Brasil e na Califórnia evidenciam a extensão desse problema.

#### **2.4.1 OBJETIVOS ANTAGÔNICOS: CONFIABILIDADE X VOLATILIDADE**

Mesmo que o poder de mercado seja minimizado, que o mercado seja razoavelmente maduro e que os riscos regulatórios sejam eliminados, um mercado de energia elétrica puro seria incapaz de conciliar dois objetivos importantes: maximizar a confiabilidade do suprimento e minimizar a volatilidade de preços.

A chave para recuperar os investimentos em um mercado de energia elétrica puro está no binômio intensidade do pico de preço e duração deste pico. Como este pico de preço está associado à falta de energia elétrica, do ponto de vista da confiabilidade deseja-se um pico de preço com curta duração, o que requer um preço-teto muito elevado.

Do ponto de vista economicofinanceiro, porém, é preferível um pico de preço com duração maior e de menor intensidade, pois picos de preços elevados com curta duração introduzem uma grande volatilidade na recuperação do custo dos agentes, levando a situações nas quais o agente pode receber em um ano o equivalente ao seu custo fixo de vários anos, o que não constitui um problema do ponto de vista econômico, mas pode ocasionar impacto financeiro e de risco sobre o agente.

A existência de picos de preço de curta duração promove também o aumento do poder de mercado, pois uma pequena redução na disponibilidade das unidades geradoras permite elevar drasticamente o lucro dos agentes (Stoft, 2002).

### **2.4.2 CICLOS DE INVESTIMENTOS**

Indústrias capital intensivas, como a de energia elétrica, estão sujeitas a um fenômeno conhecido como ciclos de investimentos. Este fenômeno é agravado por características particulares como incerteza no crescimento da demanda, elevado tempo de construção das usinas, volatilidade no preço de curto prazo, aversão ao risco e baixa elasticidade tanto da oferta como da demanda, o que faz com que o preço de curto prazo não sinalize a escassez de energia elétrica com a antecedência necessária (Vázquez et al., 2002; Besser et al., 2002 e De Vries, 2003).

Incertos quanto à demanda futura, geradores tendem a postergar a decisão de investir até que se tenha um nível razoável de certeza. Como uma planta de geração de energia elétrica leva um tempo considerável para entrar em operação, pode ocorrer um período prolongado de escassez, com preços elevados, até que a nova capacidade de geração esteja disponível. Este período de preços elevados provoca uma reação exagerada dos investidores, bem como mudanças de hábitos e aumento da eficiência no consumo, o que pode resultar em excesso de oferta, que reduz os preços e fecha assim o ciclo de investimento. Este comportamento foi obtido por simulação para o mercado de energia elétrica da Califórnia, EUA, por Ford (1999).

### **2.4.3 CONFIABILIDADE É UM BEM PÚBLICO**

Tão ou mais severa que o fenômeno de ciclos de investimento é uma externalidade associada à necessidade de se manter, em tempo real, o equilíbrio entre oferta e demanda, descrita por Jaffe e Felder (1996) e Brennan (2003).

Em outros mercados, incluindo as principais *commodities*, quando um bem se torna escasso, apenas os últimos consumidores que desejam adquirir o produto são penalizados. O próprio mercado tende a reduzir a pressão por consumo elevando o preço. Se o aumento de preço não for suficiente, alguns consumidores ficarão sem o produto até que a suprimimento volte à normalidade.



Por limitações técnicas e regulatórias, que impedem que cada consumidor seja desligado individualmente com base em sua disposição a pagar pela confiabilidade<sup>12</sup>, este bem é denominado na literatura econômica como um bem público.

Essa externalidade decorre da ausência de incentivos no preço de mercado para se adquirir mais confiabilidade. Se um determinado conjunto de consumidores providencia um incremento de confiabilidade, todos os consumidores se beneficiam deste fato. Decorrente disto, o equilíbrio competitivo não coincide com a solução de maior benefício social.

Jaffer e Felder (1996) discutem as vantagens de reguladores interferirem no mercado, de forma a internalizar esta externalidade, aproximando o equilíbrio competitivo da solução ótima do ponto de vista do benefício social e concluem que, assim como em outros mercados (como o sistema financeiro, por exemplo), é desejável e necessário estipular regras para que o mercado de energia elétrica funcione de forma mais eficiente possível.

## 2.5 CONCLUSÕES

Este capítulo apresentou uma breve descrição da problemática da formação de preço em sistemas hidrotérmicos. Foi visto que, em virtude dos acoplamentos temporal e espacial, sistemas hidrotérmicos necessitam de despacho centralizado e, portanto, é uma escolha natural o despacho do tipo *pool*.

No Brasil, adota-se o *tight pool*, em que apenas os geradores termelétricos ofertam preços e o preço da geração hidrelétrica é obtido indiretamente por meio de modelos computacionais. Mesmo que a escolha fosse pelo modelo *loose-pool*, pelo fato de a energia natural afluyente ser, em média, acima da energia assegurada, o preço da energia elétrica é baixo na maior parte do tempo, sendo insuficiente para cobrir os custos fixos dos agentes geradores. Porém, em teoria, o custo fixo pode ser recuperado pois o nível de investimento induzido deverá ser tal que em alguns momentos o sistema passará por pequenos períodos de preços elevados, de forma a atender a condição de equilíbrio de longo prazo.

Esta solução, denominada de mercado de energia elétrica puro, dificilmente é exitosa na prática em promover a expansão de forma sustentada, por causa de fatores tais como: a volatilidade da receita dos agentes, a incerteza associada ao crescimento da demanda, a

---

<sup>12</sup> Neste ponto é desnecessária a distinção entre a confiabilidade de curto e de longo prazos, segurança e adequação. Entretanto, este trabalho é focado do estudo do problema a longo prazo, ou seja, a adequação. Para uma discussão sobre a diferença entre as dimensões da confiabilidade, veja Batlle et al. (2007).

aversão ao risco, o incentivo ao exercício do poder de mercado e o custo social associado à escassez. A expansão também ocorre na forma de ciclos de investimento e pode ficar aquém do ótimo social devido à característica de bem público da confiabilidade.

Por todos os questionamentos levantados em torno dos mercados de energia elétrica puros, surge a necessidade de mecanismos coordenadores da expansão, seja para proteger consumidores e geradores da volatilidade do preço de curto prazo, seja para viabilizar a aquisição coletiva da confiabilidade ou, ainda, para amortecer os ciclos de investimento. O próximo capítulo trata de arquiteturas de mercado alternativas que buscam garantir esta coordenação, visando à sustentabilidade da expansão do setor elétrico.

# CAPÍTULO 3

## MECANISMOS DE CAPACIDADE EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA

### 3.1 INTRODUÇÃO

O capítulo anterior apresentou os preceitos teóricos para o funcionamento de um mercado de energia elétrica puro, ou seja, um mercado no qual o preço de curto prazo da energia elétrica é o único indutor de investimentos. Foi mostrado que, em situações ideais, um mercado de energia elétrica puro não só recupera o investimento, viabilizando a expansão, como também induz o nível adequado de investimento em cada tipo de tecnologia disponível. Foi visto também que, quando ajustados de forma coordenada, há infinitas formas de combinar preço-teto e requisito de confiabilidade sem alterar a condição de equilíbrio econômico de longo prazo.

Porém, a implementação prática de mercados de energia elétrica puros não tem assegurado a sustentabilidade da expansão da oferta, por conta de algumas falhas de mercado. Para obter um elevado nível de confiabilidade, o mercado deveria possibilitar um preço-teto que permitisse a recuperação dos investimentos. Mesmo desconsiderando-se os impactos financeiros, esta escolha aumentaria a possibilidade de exercício de poder de mercado, que normalmente é mitigada por meio da redução do valor do preço-teto do mercado de curto prazo. O efeito desta redução é tornar a renda inframarginal insuficiente para a recuperação dos custos fixos, se a capacidade instalada encontrar-se em um nível adequado. Roy J. Shanker (2003), em sua contribuição à agência reguladora dos EUA (FERC), foi o primeiro a denominar este efeito de *missing money*.

Foi mostrado também que uma externalidade associada ao uso público da confiabilidade pode fazer com que a solução de equilíbrio do mercado puro seja distinta da solução de máximo benefício social.

Garantir a sustentabilidade da expansão da geração, oferecendo o produto eletricidade com confiabilidade compatível com as exigências técnicas e minimizando, no longo prazo, o custo para os consumidores é denominado na literatura (Bushnell, 2005;

Cramton e Stoft, 2006 e Silva, 2006) como *Supply Adequacy Problem*, ou o “Problema de Adequação de Suprimento”, numa tradução livre.

Para superar os desafios relacionados ao problema da adequação do suprimento, uma segunda onda de reformas setoriais foi iniciada em meados dos anos 2000 (Sioshansi, 2008), cujas soluções propostas são baseadas em sinais econômicos complementares ao preço de curto prazo. Estas soluções têm uma denominação comum de Mecanismos de Capacidade e uma descrição sumária dos principais mecanismos pode ser encontrada em De Vries (2007).

O objetivo deste capítulo é caracterizar o problema da adequação do suprimento para sistemas termelétricos e hidrelétricos, descrever os princípios teóricos dos mecanismos de capacidade e apresentar como as principais soluções propostas na literatura podem resolver o problema da adequação do suprimento.

### **3.2 ADEQUAÇÃO DO SUPRIMENTO EM SISTEMAS TERMELÉTRICOS E HIDRELÉTRICOS**

O objetivo principal de um mecanismo de capacidade é a adequação do suprimento de energia elétrica. Entende-se como adequação do suprimento a viabilização da expansão do sistema de produção de energia elétrica, de forma a atender um determinado critério de suprimento, sendo este critério uma medida da proteção em relação ao risco de déficit de suprimento. Em qualquer sistema de geração de energia elétrica, existem dois tipos de risco de déficit de suprimento, sendo eles o déficit de potência e o déficit de energia (Fortunato et al., 1990).

Em sistemas termelétricos, predomina a aversão ao risco do déficit de potência. Supondo que o suprimento de combustível esteja equacionado, as principais preocupações referem-se à previsibilidade da demanda e à disponibilidade dos equipamentos de geração em montante tal que permita o atendimento da demanda, principalmente nos horários de ponta. Nesses sistemas, o mecanismo de capacidade deve ser projetado para mitigar o risco de déficit de potência, o que pode ser viabilizado mediante a contratação de usinas até que a potência disponível (isto é, a potência máxima, descontadas as indisponibilidades) seja suficiente para atender à carga de ponta do sistema, em base anual, acrescida de margem necessária para os serviços ancilares.

Já em sistemas hidrelétricos, o risco de déficit de energia é a principal preocupação. A capacidade de produção de energia elétrica depende da hidrologia, cujo comportamento futuro é incerto. Entretanto, com base em informações históricas e modelos de simulação

da operação energética, é possível dimensionar o sistema de forma que o mesmo seja capaz de atender à demanda de forma contínua, mesmo na ocorrência do pior evento no histórico hidrológico. Alternativamente, pode-se admitir um determinado nível de risco e dimensionar o sistema para o atendimento da demanda em 90%, 95% ou 98% dos cenários. A máxima demanda que um sistema hidrelétrico é capaz de atender, supondo um determinado nível de risco, é denominada energia assegurada.

Dado que as usinas hidrelétricas são dimensionadas para aproveitar ao máximo a disponibilidade de água, principalmente nos períodos úmidos, em geral a capacidade instalada da usina resulta significativamente superior à produção média da usina e, por extensão, resulta sempre superior à demanda de pico. Portanto, o atendimento da ponta do sistema ocorre naturalmente<sup>13</sup>.

Diferentemente de sistemas termelétricos, a comparação entre a capacidade instalada e a carga de ponta em sistemas hidrelétricos é um indicador inadequado para medir a adequação do suprimento. Nesses sistemas, mais apropriado é comparar a energia assegurada total com a demanda média.

Assumindo-se que cada usina tenha um determinado valor de energia assegurada, os incentivos de um mecanismo de capacidade necessitam induzir um determinado grau de investimento até que o somatório das energias asseguradas das usinas se iguale à demanda média projetada a cada ano.

### **3.3 ALTERNATIVAS PARA A SOLUÇÃO DO PROBLEMA DA ADEQUAÇÃO DO SUPRIMENTO**

O objetivo de um mecanismo de capacidade é permitir que os geradores recuperem seus custos fixos, recuperando a parcela de receita perdida devido a limites artificialmente baixos no preço de curto prazo. Como efeitos não intencionais, mas desejáveis, o preço de curto prazo pode ser mantido em patamares mais baixos, reduzindo o espaço para o exercício de poder de mercado, além de reduzir a volatilidade da receita, que é precificada pelos investidores nas suas ofertas e repassada aos consumidores.

Um modelo setorial que contemple um mercado auxiliar que permita uma fonte de receita adicional é sujeito ao questionamento quanto à instalação de capacidade excedente desnecessária decorrente de um excesso de investimento. Porém, como será mostrado na

---

<sup>13</sup> Ressalte-se que o deplecionamento de um reservatório provoca a redução da queda d'água, que por sua vez restringe a potência máxima da usina, como ocorre, por exemplo, na hidrelétrica Tucuruí.

sequência, os parâmetros de qualquer mecanismo de capacidade podem, e devem, ser ajustados de forma que a receita adicional obtida cubra exatamente a parcela não recuperada dos custos fixos. Portanto, estes mecanismos de capacidade fornecem, sob determinadas premissas, o mesmo desempenho estático, porém com propriedades dinâmicas distintas.

### 3.3.1 DEMANDA POR RESERVA OPERATIVA

A alternativa mais similar a um mercado de energia elétrica puro consiste em se criar um requisito de reserva operativa de modo que a formação de preço de curto prazo do mercado de energia elétrica seja influenciada pela escassez desta reserva operativa, como discutido em Stoft (2003) e Hogan (2005). Esta reserva operativa é estabelecida pelo operador do sistema como um incremento na demanda; sempre que o nível da reserva operativa cair a níveis abaixo do requisito preestabelecido, o operador do sistema paga um determinado preço para adquirir esta reserva.

Dado que um gerador pode ofertar sua energia tanto no mercado de energia quanto como reserva operativa, a possibilidade de arbitragem fará com que o preço do mercado de energia seja igual ao preço da reserva operativa, sempre que esta se encontrar abaixo do requisito exigido.

Para melhor compreensão do funcionamento desta arbitragem de preços, admita que em um dado momento a capacidade instalada seja suficiente para atender exatamente à demanda do mercado de energia e ao requisito de reserva operativa. Qualquer redução na demanda do mercado de energia faz com que não haja restrição na reserva operativa; e, neste caso, o preço pago pela reserva é zero e o preço de curto prazo do mercado de energia elétrica é igual ao custo marginal (ou oferta do gerador marginal). Por outro lado, qualquer aumento na demanda faz com que a reserva operativa se torne escassa, e o operador do sistema passa a pagar um preço, digamos  $P_{OR}$ , pela reserva operativa. Se este preço for superior ao preço do mercado de energia, o gerador faz uma oferta de reserva operativa ao operador do sistema e este faz uso da reserva para não racionar a demanda. O efeito é o mesmo de se elevar o preço de curto prazo até  $P_{OR}$ , de modo que o gerador prefira ofertar no mercado de energia.

Desta forma, não há a necessidade de se esperar um período de escassez para que ocorra um pico de preço. Os picos de preços produzidos serão mais frequentes – pico de preço agregado com duração maior – e necessitarão de uma intensidade menor para

recuperar o custo fixo dos agentes. A intensidade do pico de preço será dada justamente pelo preço pago pela reserva operativa.

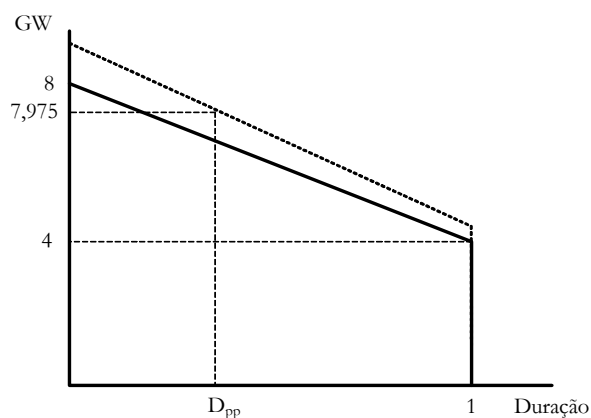
Segundo Stoft (2002), uma longa duração acumulada de picos de preço reduz tanto a variação anual na renda inframarginal dos agentes geradores (e o risco associado), bem como a possibilidade de exercício de poder de mercado, pois o máximo preço da energia pode ser menor do que seria numa situação de escassez. Em última instância, o preço-teto do mercado de energia pode ser igual ao preço pago pela reserva operativa.

Para ilustrar o funcionamento deste tipo de mecanismo de capacidade, vamos retomar o exemplo utilizado no capítulo anterior. A estrutura de custo dos geradores é repetida na Tabela 3.1.

**Tabela 3.1 – Estrutura de custo das tecnologias disponíveis**

<b>Tecnologia</b>	<b>Custo Fixo (\$/MWh)</b>	<b>Custo Variável (\$/MWh)</b>
<b>Termelétrico</b>	6	30
<b>Hidrelétrico</b>	12	18

A demanda apresenta a mesma característica, isto é, uniformemente distribuída entre 4.000 MW e 8.000 MW, e vamos estipular que o operador do sistema estabeleça como requisito de reserva operativa um montante de 3% da demanda e que o preço da reserva operativa também seja o preço-teto do mercado de energia. O objetivo é determinar o preço oferecido pelo operador do sistema pela reserva operativa de forma a induzir o nível de investimento, ou seja, a capacidade instalada de 7.975 MW, que é a solução de mínimo custo para a demanda (vide Apêndice A). A Figura 3.1 ilustra, fora de escala para facilitar a visualização, a curva de demanda por energia (linha contínua) adicionada do requisito de reserva operativa (linha pontilhada).



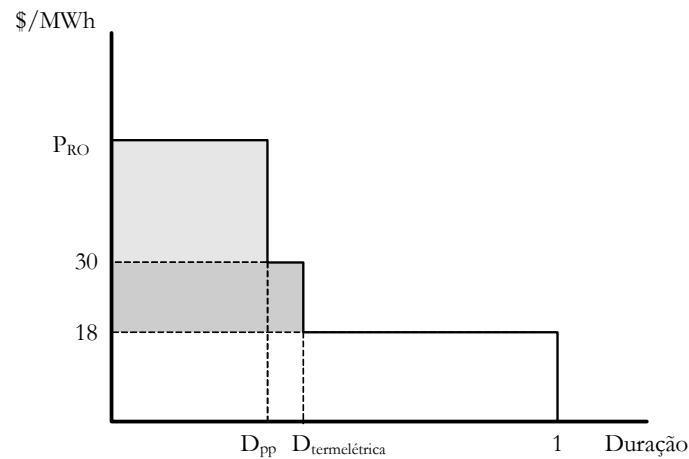
**Figura 3.1 – Curva de demanda de energia e reserva operativa**

Observe que o pico de preço ocorre sempre que a demanda adicionada do requisito de reserva operativa supera a capacidade instalada. A duração do pico de preço é dada por:

$$7975 = (8000 - 4000 \cdot D_{pp}) \cdot 1,03 \quad (3.1)$$

$$\therefore D_{pp} = 0,0643$$

Neste ponto, a demanda por energia elétrica é igual a 7.743 MW e o requisito de reserva operativa é 232 MW. A soma destes valores iguala a capacidade instalada e qualquer demanda superior fará com que o requisito de reserva não seja atingido e o preço de curto prazo no mercado de energia se iguale a  $P_{OR}$ , que deve ser escolhido de forma a garantir a recuperação do custo fixo do gerador mais caro. A Figura 3.2 ilustra a curva de duração de preço nesta situação.



**Figura 3.2 – Curva de duração de preço**

Para que o valor esperado da renda inframarginal obtida pelo gerador termelétrico durante o pico de preço seja suficiente para cobrir o seu custo fixo, tem-se que:

$$6 = (P_{RO} - 30) \cdot D_{pp} \quad (3.2)$$

$$\therefore P_{RO} = \$123,38 / MWh$$

O cálculo para o gerador hidrelétrico é equivalente:

$$12 = (123,38 - 30) \cdot D_{pp} + (30 - 18) \cdot D_{termelétrico} \quad (3.3)$$

$$\therefore D_{termelétrico} = 0,5$$

Da curva de duração de carga, pode-se obter que a capacidade instalada do gerador hidrelétrico que garante o equilíbrio de longo prazo é 6.000 MW. E com base na condição:

$$Q_{hidrelétrico} + Q_{termelétrico} = 7975 \quad (3.4)$$



A capacidade instalada do gerador termelétrico é de 1.975 MW, rigorosamente o mesmo resultado obtido no capítulo anterior e no Apêndice A. Porém com o pico de preço ocorrendo com uma frequência dez vezes superior ao caso de um mercado de energia elétrica puro (compare as equações 2.2 e 3.1), o preço-teto é reduzido a um oitavo do seu valor original de \$1.000/MWh.

A principal vantagem do modelo de precificação por meio de demanda por reserva operativa é virtualmente desacoplar o requisito de confiabilidade do preço-teto. O desempenho do sistema continua o mesmo em relação à situação ilustrada no Capítulo 2, mas é possível produzir um pico de preço de maior duração e menor intensidade. Observe que as características negativas de um mercado de energia elétrica puro, listadas no capítulo anterior, não são eliminadas, mas sim reduzidas.

### 3.3.2 MECANISMOS DE CAPACIDADE BASEADOS EM QUANTIDADE

Uma abordagem diferente ao problema de adequação do suprimento é obrigar que os consumidores contratem uma quantidade suficiente de capacidade<sup>14</sup> para cobrir sua demanda, com uma determinada especificação de confiabilidade. Essa capacidade pode ser obtida por meio de geração própria, programas de gerenciamento pelo lado da demanda ou por meio de compra de créditos de capacidade de geradores.

Esta abordagem se popularizou, até a segunda metade da década de 2000, nos mercados do nordeste dos EUA, particularmente Nova Inglaterra, Nova York e PJM (Rau, 1999; Bowring e Gramlich, 2000; Hobbs et al., 2001; Besser et al., 2002).

Ao obrigar a aquisição de capacidade, que é um bem limitado à disponibilidade dos recursos existentes, este mecanismo adiciona um valor ao bem toda vez que o mesmo torna-se escasso. Neste mecanismo, o preço da capacidade é determinado pela interação entre os agentes do mercado, porém seu valor máximo é dado pela penalidade imposta aos consumidores caso estes não cumpram com os requisitos de capacidade.

A receita associada ao mercado de capacidade substitui a renda inframarginal não auferida pela imposição de um preço-teto no mercado de curto prazo incompatível com o requisito de confiabilidade desejado. Em teoria, pode-se adotar um preço-teto tão baixo quanto o custo marginal do gerador mais caro do sistema, visto que toda a renda inframarginal necessária para este agente seria auferida no mercado de capacidade.

---

<sup>14</sup> Como já comentado na Seção 3.2, a definição de capacidade depende da característica do sistema. Para sistemas termelétricos é a capacidade instalada descontada das indisponibilidades. Para sistemas hidrelétricos é a energia assegurada.

Para ilustrar o exposto, vamos novamente utilizar o exemplo adotado até o momento, com dois tipos de tecnologia. Para determinar o nível de confiabilidade exigido, o operador do sistema utiliza a solução de mínimo custo apresentada no Apêndice A e determina que a capacidade instalada ótima é de 7.975 MW. Assim, o requisito de capacidade exigido dos consumidores é enunciado como segue: “cada consumidor deverá possuir créditos de capacidade suficiente para cobrir 99,7% de sua demanda máxima”. Dado que a demanda máxima é 8.000 MW, o percentual definido obrigará a contratação de créditos de capacidade no volume de 7.975 MW, ou seja, a meta desejada pelo operador do sistema. Para completar o modelo, o preço-teto do mercado de curto prazo será limitado a \$30/MWh, o custo marginal da tecnologia mais cara.

Para determinar o preço da capacidade em situações de equilíbrio, vamos supor que os consumidores façam um leilão para adquirir capacidade dos geradores. Caso haja excesso de capacidade instalada no sistema, o preço da capacidade tenderá a zero, pois qualquer valor recebido por capacidade será melhor do que receber apenas pela energia gerada no mercado de curto prazo. Caso haja escassez de capacidade, o preço da capacidade tenderá ao valor do custo fixo dos geradores deduzido da expectativa de receita no mercado de curto prazo. Dado que o preço-teto do mercado de curto prazo é igual ao custo marginal do gerador termelétrico (vide Tabela 3.1), o menor preço de capacidade é igual ao custo fixo do gerador termelétrico, isto é, \$6/MWh.

Como não há pico de preço, a capacidade instalada do gerador hidrelétrico deverá ser tal que a renda inframarginal do mercado de curto prazo seja suficiente para recuperar a parcela do custo fixo não coberto pelo mercado de capacidade, ou seja:

$$12 = 6 + (30 - 18) \cdot D_{\text{termelétrico}} \quad (3.5)$$

$$\therefore D_{\text{termelétrico}} = 0,5$$

o que resulta os mesmos 6.000 MW de capacidade instalada para o gerador hidrelétrico. Como o pagamento pela capacidade só ocorre se há escassez de capacidade, a capacidade instalada do gerador termelétrico será o valor complementar necessário para atingir o requisito de 7.975 MW, ou seja, 1.975 MW.

Observe que diferentemente do mecanismo da seção anterior, que busca alongar a duração do pico de preço ao passo que diminui sua intensidade, este mecanismo atua explicitamente na obrigação de contratação de um determinado nível de capacidade, o que possibilita eliminar o pico de preço. Desta forma, toda a renda inframarginal não auferida nos períodos de escassez é recuperada no mercado de capacidade.

A desvantagem deste mecanismo é que sujeita o mercado de capacidade ao exercício do poder de mercado dos geradores existente se houver alguma barreira para a entrada de novos geradores, elevando o preço da capacidade para valores acima do competitivo sem necessariamente agregar nova capacidade. Na concepção original, este tipo de mecanismo de capacidade impõe determinadas barreiras para novos entrantes, pois o mercado de capacidade é de curto prazo e, em caso de escassez de capacidade, não existe tempo hábil para construção de nova capacidade. Outra desvantagem da concepção original deste mecanismo é a falta de incentivos para que o gerador efetivamente esteja disponível quando o sistema necessitar despachá-lo.

### 3.3.3 MECANISMOS DE CAPACIDADE BASEADOS EM PREÇO

Outro mecanismo de capacidade é a adoção de um explícito pagamento pela capacidade instalada, na forma de um subsídio direto. Variações deste mecanismo são utilizadas, por exemplo, na Espanha (Batlle et al., 2007), Argentina e Chile (Lalor e García, 1996), ou já foram implementadas, como na Colômbia<sup>15</sup> e no antigo mercado de energia elétrica da Inglaterra e País de Gales (Jaffe e Felder, 1996).

Em contrapartida ao pagamento por capacidade, adota-se um preço-teto para o mercado de curto prazo, de tal forma que o pagamento por capacidade substitua a renda inframarginal associada aos períodos de escassez. Definido o pagamento por capacidade, a quantidade a ser adicionada é determinada pelo mercado.

No antigo mercado de energia elétrica da Inglaterra e País de Gales, o pagamento por capacidade era dinâmico, considerava tanto o risco de déficit como o custo do déficit e era recuperado junto aos consumidores por meio de uma elevação do preço do mercado de curto prazo.

$$P_{cap} = Risco_{deficit} \cdot (Custo_{deficit} - P_{spot}) \quad (3.6)$$

Os demais exemplos consideram um pagamento fixo e administrativamente preestabelecido. Para fins das análises deste capítulo, não mais se fará distinção entre estas duas modalidades.

Retornando ao exemplo numérico com as duas tecnologias de geração, o pagamento por capacidade deve ser igual à renda inframarginal associada à escassez. Utilizando o

---

<sup>15</sup> A Colômbia passou por nova reestruturação de seu mercado de capacidade em 2006 (Cramton e Stoft, 2007).

resultado de mínimo custo, esta renda é  $\$6/\text{MWh}$ , isto é,  $0,0062 \times (1000 - 30)$  e, portanto, este será o pagamento por capacidade. A capacidade instalada do gerador hidrelétrico é obtida de forma análoga ao mecanismo de capacidade baseado em quantidade.

A vantagem deste mecanismo de mercado é a facilidade de sua implementação. Entretanto, caso não haja nenhuma limitação no pagamento por capacidade, pode haver uma sobreoferta na capacidade instalada do gerador mais caro. Dado que o pagamento por capacidade é suficiente para cobrir seu custo fixo, não há incentivos para limitar a adição de capacidade se o pagamento por capacidade for ilimitado.

Apesar da facilidade de implementação, sua eficácia é contestada. Segundo De Vries (2007), é mais difícil obter um nível desejado de confiabilidade por meio de incentivos financeiros do que controlar a capacidade instalada diretamente.

### 3.3.4 MECANISMOS DE CAPACIDADE HÍBRIDOS

Os mecanismos de capacidade baseados em quantidade e em preço são teoricamente equivalentes sob algumas premissas (Jaffe e Felder, 1996), sendo a mais relevante a existência de informação completa. Não é possível garantir, dado um preço (quantidade), qual o resultado em termos de quantidade (preço) no mercado.

Buscando incorporar as vantagens das duas abordagens, Hobbs et al. (2005) propõem uma solução híbrida, que utiliza uma curva de demanda por capacidade e, diferentemente do mecanismo de capacidade baseado em quantidade, que obriga os consumidores a adquirirem créditos de capacidade, no modelo híbrido a aquisição de capacidade é efetuada pelo operador do sistema.

Para ilustração do conceito, será utilizada uma curva de demanda por capacidade como a da Figura 3.3.

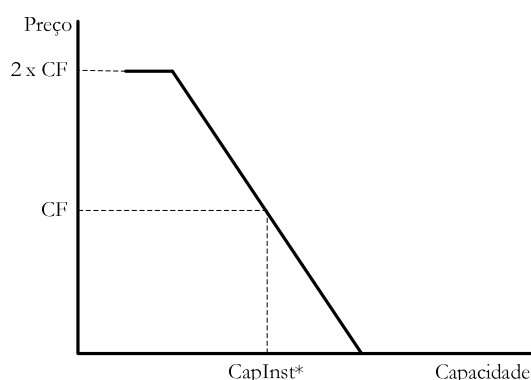
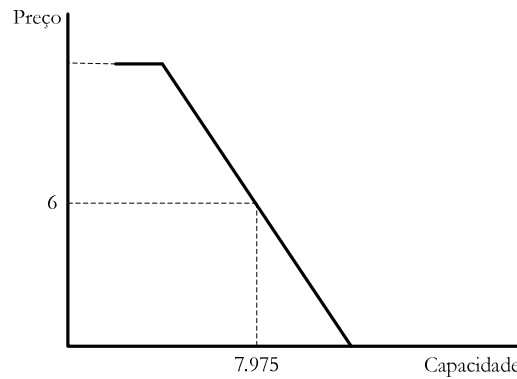


Figura 3.3 – Curva de demanda por capacidade

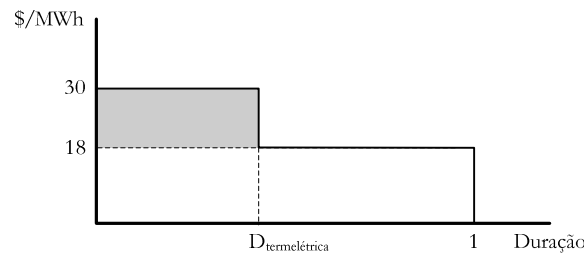
Nesta figura,  $CapInst^*$  refere-se ao nível de capacidade que o agente regulador define como necessária para se atender a determinados padrões de confiabilidade e  $CF$  refere-se ao custo fixo do gerador mais caro. Se considerarmos que a capacidade instalada é aleatoriamente, porém simetricamente, distribuída ao longo do tempo e centrada em  $CapInst^*$ , então o valor esperado do pagamento por capacidade será exatamente  $CF$  – o custo fixo do gerador mais caro.

Utilizando novamente o exemplo numérico, cuja estrutura de custo dos geradores é dada na Tabela 3.1, a curva de demanda por capacidade definida pelo regulador é:



**Figura 3.4 – Curva de demanda por capacidade – exemplo**

Como não há necessidade de renda inframarginal para o gerador termelétrico pois seu custo fixo é recuperado pelo pagamento por capacidade, o preço *spot* pode ser limitado ao custo variável deste gerador, e a curva de duração de preços para este caso está ilustrada na Figura 3.5.



**Figura 3.5 – Curva de duração de preço**

As equações que definem a condição de equilíbrio no longo prazo, considerando a necessidade de recuperação do custo fixo, são:

$$\begin{aligned}
 Q_{\text{hidrelétrico}} + Q_{\text{termelétrico}} &= CapInst^* \\
 CF_{\text{termelétrico}} &= E\{P_{cap}\} \\
 CF_{\text{hidrelétrico}} &= E\{P_{cap}\} + (CV_{\text{termelétrico}} - CV_{\text{hidrelétrico}}) \cdot D_{\text{termelétrico}}
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

ou seja:

O valor esperado para o valor do pagamento por capacidade, supondo a premissa de simetria da distribuição da capacidade instalada em torno de 7.975 MW, é \$6/MWh, então:

$$E\{P_{cap}\} = 6$$

$$12 = 6 + (30 - 18) \cdot D_{\text{termelétrico}} \quad (3.8)$$

$$\therefore D_{\text{termelétrico}} = 0,5$$

e novamente utiliza-se a curva de duração de carga para se obter os 6.000 MW de capacidade instalada do gerador hidrelétrico e, por diferença em relação à CapInst\*, obtém-se a capacidade instalada de 1.975 MW do gerador termelétrico.

Como já mencionado, todos os mecanismos de capacidade descritos apresentam o mesmo desempenho estático. O mecanismo híbrido, baseado em uma curva de demanda por capacidade, é capaz de unir as características das abordagens baseadas em quantidade e em preço, permitindo tanto o controle direto sobre a capacidade instalada como a redução da volatilidade no pagamento por capacidade. Quanto menor a inclinação da curva de demanda por capacidade, menor a variação do pagamento por capacidade em decorrência de flutuações na capacidade instalada, entretanto dilui-se a intensidade do sinal econômico para o investimento em capacidade em momentos de escassez.

A redução da volatilidade na receita dos geradores é atributo desejável para reduzir o custo da energia para o consumidor final. Stauffer (2006) mostra os efeitos da volatilidade na receita na estrutura de financiamento de um empreendimento de geração, que por sua vez afeta o custo médio de capital do projeto, elevando seu preço final.

### 3.3.5 O ESTADO DA ARTE EM MECANISMOS DE CAPACIDADE

As desvantagens na utilização de mercados de capacidade têm origem num aspecto único: a redução dos sinais econômicos de um mercado de energia cujo preço de curto prazo seja definido de forma competitiva e sem limitações. Este aspecto único provoca dois efeitos importantes:

(i) desestímulo ao desenvolvimento da elasticidade da demanda: a demanda pelo produto energia elétrica é consideravelmente inelástica e esta característica é um dos problemas na formulação de uma arquitetura de mercado que funcione. Dado que a demanda responde muito pouco aos sinais de preço, sempre há a possibilidade de a curva de demanda não interceptar a curva de oferta e o preço ser definido de forma exógena, como o custo do déficit estimado pelo regulador. Ao limitar as excursões do preço *spot*, um mercado de capacidade desestimula o desenvolvimento da elasticidade da demanda (Sutherland e Treadway, 2004);

(ii) redução dos incentivos de performance: em um mercado de energia elétrica puro, os geradores só auferem receita se efetivamente produzirem energia. Assim, um gerador com elevado custo variável seria incentivado a manter suas unidades disponíveis para a geração ou, em caso de grande ineficiência, se retiraria do mercado. Nas primeiras implementações de mecanismos de capacidade, baseados no pagamento de uma fração do preço de capacidade em função da disponibilidade verificada, uma planta termelétrica ineficiente que declarasse um custo variável muito elevado dificilmente seria chamada a gerar, mas apresentaria uma taxa de disponibilidade verificada de 100%, implicando um pagamento integral da capacidade sem agregar nenhuma confiabilidade ao sistema, ao passo que uma planta termelétrica com custo variável competitivo receberia proporcionalmente menos pois estaria sujeita a indisponibilidades (forçadas e programadas) e sua taxa de disponibilidade seria menor que 100% (Cramton e Stoft, 2005).

As versões mais modernas dos mecanismos de capacidade buscam uma conjunção entre um mercado de capacidade e um mercado de energia puro, visando recuperar a receita dos geradores ao mesmo tempo em que mantêm os sinais econômicos de um mercado de curto prazo sem limitação de preço. A base teórica é a interpretação de que o prêmio pago por consumidores para os geradores por um contrato de opção que proteja estes consumidores de picos de preço em um mercado de energia puro pode ser considerado como um pagamento por capacidade.

Vázquez et al. (2002) foi o primeiro trabalho a abordar um mecanismo de capacidade sob esta ótica, seguindo-se uma extensa lista de referências bibliográficas como Bidwell (2005), Oren (2005), Cramton e Stoft (2006), bem como uma edição especial o periódico Utilities Policy (vol. 16, setembro de 2008). A denominação mais comum na literatura para este mecanismo é contratos de confiabilidade.

O contrato de confiabilidade é um contrato de opção no qual o gerador recebe um pagamento pela capacidade, isto é, o prêmio da opção, porém tem a obrigação de compensar financeiramente os consumidores toda vez que o preço de curto prazo superar determinado valor, isto é, o preço de exercício. Desta forma, o preço de exercício funciona para os consumidores com um preço-teto, protegendo-os dos picos de preço. Porém, os geradores estão expostos aos preços elevados, mas somente em caso de indisponibilidade. Sempre que o preço de curto prazo ( $P_{spot}$ ) estiver acima do preço de exercício ( $P_e$ ), o gerador deverá ressarcir o consumidor da diferença ( $P_{spot} - P_e$ ), na proporção da capacidade alocada ao contrato de confiabilidade. Se o gerador estiver disponível, o mesmo receberá ( $P_{spot}$ ) pela quantidade gerada, portanto a receita de curto prazo deste gerador

será, por megawatt-hora gerado,  $(P_{spot} - P_{spot} + P_e)$ , ou seja, sua receita de curto prazo é limitada ao preço de exercício da opção. Isto é equivalente ao preço-teto adotado em conjunto com os mecanismos de capacidade baseado em preço ou quantidade, porém incluindo um sinal econômico para que o gerador esteja disponível quando ele for despachado, o que alternativamente pode ser implementado por meio de regulação técnica.

Outras características completam o estado da arte dos mecanismos de capacidade: (i) os geradores disputam os contratos de confiabilidade por meio de mecanismos de mercado como leilões (Nieto e Fraser, 2007); (ii) os contratos de confiabilidade são contratos futuros, pois o período de suprimento se inicia alguns anos após os leilões, o que permite que novos investidores participem da competição (Cramton e Stoft, 2006); (iii) toda a geração existente é considerada para construção da curva de oferta por capacidade, o que evita o exercício de poder de mercado por meio da retenção dessa capacidade e aumento do preço, os geradores existentes que não participarem do leilão não têm obrigação de proteger os consumidores dos preços elevados, mas também não recebem o preço por capacidade (Cramton e Stoft, 2006); (iv) para os geradores existentes o contrato de confiabilidade tem duração típica de um ano, mas para os novos geradores o contrato tem duração maior, oferecendo certa estabilidade na receita (Stauffer, 2006); e (v) as restrições de transmissão podem ser incorporadas aos mecanismos, definido-se curvas de demanda por capacidade diferentes para cada região elétrica (Nieto e Fraser, 2007).

Variações do estado da arte em mecanismos de capacidade foram recentemente adotadas pela Colômbia – Cargo por Confiabilidad (Cramton e Stoft, 2007), Nova Inglaterra – Forward Capacity Market (Cramton, 2006) e PJM – Reliability Price Model (Sener e Kimball, 2007).

### **3.4 MECANISMOS DE CAPACIDADE E O SETOR ELÉTRICO BRASILEIRO**

Peter Cramton e Steven Stoft comentam em seu trabalho de 2006 que “enquanto uma nova infraestrutura não eliminar uma das duas falhas do lado da demanda<sup>[16]</sup>, os administradores, gostando ou não, determinarão o nível de confiabilidade. Eles podem

---

<sup>16</sup> Stoft (2000) indica como falhas do lado da demanda: (i) falta de medição e faturamento em tempo real e (ii) falta de controle do fluxo de energia para consumidores específicos em tempo real. A primeira falha contribui para a inelasticidade da demanda enquanto a segunda não permite considerar a confiabilidade como um bem privado.



fazer isso de olhos fechados, como na maioria dos casos, ou por meio de um programa de adequação do suprimento. São as únicas opções”. O objetivo desta seção é mostrar que alguns mecanismos de capacidade estão efetivamente sendo utilizados pelo Setor Elétrico Brasileiro.

A Curva de Aversão ao Risco (CAR), utilizada pelo Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS), é, muito provavelmente, a mais próxima implementação prática do mecanismo de capacidade baseado em demanda por reserva operativa. Apesar de a literatura descrever este mecanismo para sistemas termelétricos, medindo a reserva operativa como a diferença entre a demanda e a capacidade disponível, a CAR pode ser considerada uma reserva operativa para sistemas hidrelétricos. Garantir que haja capacidade disponível acima da demanda mitiga o risco de déficit de potência, enquanto que garantir um nível mínimo de armazenamento nos reservatórios mitiga o risco de déficit de energia.

Observe que a forma de precificação também é similar. Na descrição deste mecanismo, foi mostrado que, se o operador do sistema aceitar reduzir a reserva operativa para evitar um corte de carga, a contrapartida é a elevação do preço de curto prazo. A modelagem da CAR é exatamente a mesma quando adotada internamente aos modelos de despacho e formação de preço: uma penalidade que aumenta o custo marginal de operação sempre que o nível de armazenamento estabelecido pela CAR for violado. É como se o preço da energia fosse definido pelo preço pago para se manter o estoque da reserva de energia.

A obrigatoriedade de que o consumo esteja 100% respaldado por contratos bilaterais, que por sua vez devem estar lastreados em ativos de geração (garantia física), possui as mesmas propriedades de um mecanismo de capacidade baseado em quantidade (Barroso et al., 2007). Sempre que houver disponibilidade suficiente de garantia física no mercado de energia elétrica brasileiro, os preços dos contratos bilaterais refletirão apenas a expectativa futura dos preços de curto prazo. Entretanto, quando a garantia física se torna um bem escasso, o preço dos contratos bilaterais considerará, além da expectativa dos preços de curto prazo, uma componente associada ao custo da capacidade. No curtíssimo prazo o custo da capacidade é determinado pela penalidade por falta de lastro enquanto que no longo prazo representa o custo de um novo ativo de geração. A modalidade de contratação por disponibilidade, adotada nos leilões de energia nova para os empreendimentos termelétricos, também possuem características de contratos de confiabilidade, no qual o preço de exercício é o custo variável unitário das usinas termelétricas e o prêmio é a receita fixa exigida pelo empreendedor.

### 3.5 CONCLUSÕES

Este capítulo abordou diversas alternativas apontadas na literatura para equacionar o problema da adequação do suprimento. Estas alternativas, denominadas mecanismos de capacidade, podem ser agrupadas em: (i) requisitos de reserva operativa; (ii) contratação mandatória; (iii) pagamento explícito pela capacidade instalada e (iv) conjunção destas abordagens, denominada contratos de confiabilidade.

Todas as alternativas têm como objetivo comum restaurar uma parcela da receita associada aos períodos de escassez, com as vantagens de reduzir a volatilidade no mercado de curto prazo, amortecer os ciclos de investimento e coordenar os investimentos em expansão.

Apesar de apresentar o mesmo resultado do ponto de vista do equilíbrio estático – resultado este, vale ressaltar, que é estritamente o mesmo supondo um mercado de energia elétrica puro ou a solução de mínimo custo – os mecanismos de capacidade aqui descritos diferem entre si pelas propriedades dinâmicas.

Dentre os mecanismos de capacidade propostos pela literatura para viabilizar a expansão da geração, a vertente mais promissora apresenta como característica a contratação futura, em longo prazo, de capacidade por meio de uma curva de demanda sensível a preço com claros incentivos de performance.

# CAPÍTULO 4

## MODELAGEM DE MERCADOS DE ENERGIA ELÉTRICA DE CURTO PRAZO

### 4.1 INTRODUÇÃO

Como visto no capítulo anterior, um mercado de capacidade é capaz de induzir níveis adequados de investimentos por meio da complementação da receita obtida pelos agentes de geração no mercado de energia elétrica de curto prazo<sup>17</sup>. É necessário então quantificar a receita obtida neste mercado e para tanto devemos utilizar algum modelo capaz de representar a evolução do preço de curto prazo, pois é por meio desta grandeza que os agentes do mercado interagem entre si.

A ciência econômica possui, dentre outras, duas grandes áreas de estudo que podem ser utilizadas para modelar um mercado de energia. A microeconomia estuda de que forma agentes econômicos (indivíduos ou entidades que tenham participação no funcionamento da economia) tomam decisões econômicas. Fundamentada no princípio da racionalidade econômica, isto é, que os agentes buscam a maximização de seus lucros, a microeconomia busca estimar o comportamento dos mercados a partir da modelagem matemática do comportamento dos agentes econômicos envolvidos, definindo regras para a interação entre os agentes. Os modelos clássicos de oligopólios, como Cournot e Bertrand (Varian, 1992), além de modelos mais sofisticados como o de equilíbrio baseado em curvas de oferta (Klemperer e Meyer, 1989; Green e Newbery, 1992) ou ainda a Teoria dos Jogos (Gibbons, 1992), são algumas das formas de se representar, via um modelo microeconômico, a evolução de um mercado de energia elétrica de curto prazo. Os modelos elementares comumente utilizados para esta modelagem foram abordados em Zucarato (2003) e não serão tratados neste documento.

Outro ramo da economia que pode ser utilizado para descrever um mercado de energia é a econometria. Uma combinação de matemática aplicada e estatística que visa

---

<sup>17</sup> Obviamente, outra fonte de receita para os agentes de geração é a contratação bilateral, porém, a título de simplificação e sem comprometer os resultados obtidos, esta modalidade não será considerada.

correlacionar grandezas econômicas por meio da análise estatística de dados históricos, construindo um modelo estocástico que possibilite estimar a evolução futura destas grandezas.

O objetivo deste capítulo, que não tem a pretensão de exaurir o tema, é apontar os principais modelos matemáticos utilizados pela econometria para simular um mercado de energia elétrica de curto prazo (Dixit e Pindyck, 1994; Pilipovic, 1997 e Anders et al., 1999).

## 4.2 PROCESSOS ESTOCÁSTICOS

Objetiva-se nesta seção revisar os principais conceitos dos processos estocásticos, supondo que o leitor tenha um conhecimento elementar de probabilidade, que possibilite a posterior discussão acerca dos principais modelos econométricos utilizados para descrever o comportamento de preços.

Qualquer modelo matemático utilizado para descrever a evolução de variáveis de um mercado, e.g. o preço *spot*, é baseado em premissas elementares acerca do comportamento destas variáveis. É consensual na literatura especializada a representação destas variáveis por meio de equações matemáticas compostas por um termo determinístico (a tendência) e por um termo estocástico (que representa a incerteza), com a seguinte forma geral:

$$d\tilde{x} = \textit{termo determinístico} + \textit{termo estocástico} \quad (4.1)$$

Observe que a equação acima representa, de forma generalizada, um processo estocástico que, formalmente, pode ser definido como:

*Seja  $\xi$  um possível resultado de um experimento aleatório. Suponha que para cada  $\xi$  seja possível associar uma função temporal  $\tilde{x}(t, \xi)$ . Denomina-se processo estocástico o conjunto destas funções temporais para todas as possíveis realizações do experimento aleatório. As funções  $\tilde{x}(t, \xi_1)$  e  $\tilde{x}(t, \xi_2)$  representam duas possíveis trajetórias para este processo estocástico. A título de simplificação, será usada a notação  $\tilde{x}(t)$  para representar um processo estocástico.*

A Figura 4.1 a seguir ilustra a definição acima.

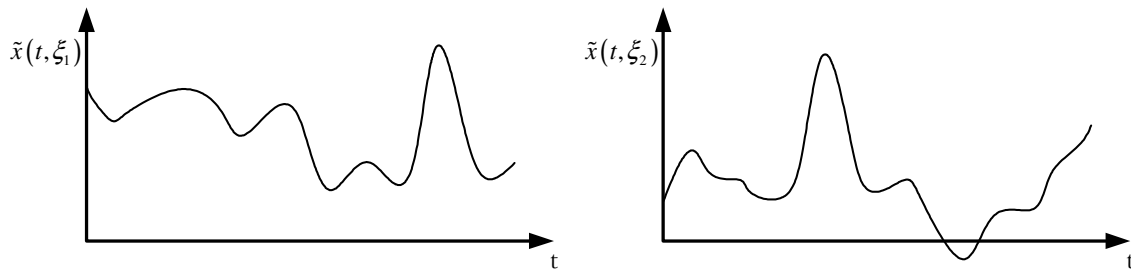


Figura 4.1 – Funções-amostra de um processo estocástico

Um processo estocástico pode ser classificado como segue:

**Processo estacionário:**

Um processo estocástico é dito estritamente estacionário se todas as estatísticas de  $\tilde{x}(t)$  forem iguais às de  $\tilde{x}(t+\tau)$ . Este processo é dito estacionário no sentido amplo se as estatísticas média e variância são independentes do tempo.

**Processo não-estacionário:**

Suas estatísticas dependem do tempo.

**Processo de tempo discreto:**

São processos nos quais a variável  $t$  só pode assumir valores discretos.

**Processo de tempo contínuo:**

São processos nos quais a variável  $t$  é contínua.

**Processo de estado discreto:**

A variável aleatória é representada por uma distribuição de probabilidade discreta.

**Processo de estado contínuo:**

A variável aleatória é representada por uma distribuição de probabilidade contínua.

### 4.2.1 PROCESSO DE MARKOV

Processo de Markov é um tipo de processo estocástico no qual os valores futuros do processo independem dos valores passados, sendo dependentes apenas do valor presente (atual) do processo. O grande apelo ao uso de processos de Markov está na sua simplicidade e facilidade de implementação, todavia a propriedade de Markov é consistente com a Hipótese de Eficiência de Mercado em sua forma fraca (Fama, 1970 e Haugen, 2001) que estabelece que o preço presente de um ativo incorpore plenamente as informações contidas na sequência histórica de preços<sup>18</sup>.

O processo de Markov mais simples é conhecido como “Caminhada ao Azar” ou *Random Walk*. Este processo é, em tempo e estado discreto, definido pela equação:

$$x_t = x_{t-1} + \xi_t \quad (4.2)$$

onde  $\xi_t$  é uma variável aleatória que pode assumir os valores -1 ou 1, com probabilidade igual a  $\frac{1}{2}$  em ambos os casos<sup>19</sup>. A distribuição de probabilidade de  $x_t$  pode ser obtida da distribuição binomial supondo que, para  $T$  passos,  $\xi_t$  assumo o valor de -1 em  $n$  passos e, conseqüentemente,  $T-n$  valores iguais a 1. Portanto, a probabilidade de  $x_t$  assumir o valor de  $T-2n$  é<sup>20</sup>:

$$P(x_t = T-2n) = 0,5^T \cdot \binom{T}{n} \quad (4.3)$$

Supondo que  $x_0$  seja o valor inicial deste processo estocástico, então o valor de  $x_t$  é:

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 + \xi_1 \\ x_2 &= x_1 + \xi_2 \\ x_2 &= x_0 + \xi_1 + \xi_2 \\ &\vdots \\ x_T &= x_0 + \sum_{i=1}^T \xi_i \end{aligned} \quad (4.4)$$

---

<sup>18</sup> A título de comparação, a forma semiforte exige que o preço presente incorpore tanto as informações do histórico como também outras informações públicas, como balanços e política de dividendos. A forma forte acrescenta a necessidade de o preço presente refletir também as informações privilegiadas.

<sup>19</sup> Observe que  $E\{\xi_t\} = 0$ .

<sup>20</sup> Dados  $n$  passos de valor -1 e  $T-n$  passos de valor 1,  $x_T$  assumiria o valor de  $-n+T-n = T-2n$ .

O valor esperado de  $x_t$  para  $\forall t = T$  é:

$$\begin{aligned}
 E\{x_T\} &= E\left\{x_0 + \sum_{i=1}^T \xi_i\right\} \\
 &= E\{x_0\} + E\left\{\sum_{i=1}^T \xi_i\right\} \\
 &= E\{x_0\} + \sum_{i=1}^T E\{\xi_i\} \\
 &= E\{x_0\} + \sum_{i=1}^T (-1 \cdot 0.5 + 1 \cdot 0.5) \\
 E\{x_T\} &= x_0
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Observando que a caminhada ao azar é um processo cujos incrementos são independentes entre si, i.e., não há autocorrelação<sup>21</sup>, pode-se determinar a variância de  $x_t$  para  $\forall t = T$ . Como demonstrado na equação (4.6), a caminhada ao azar não é um processo estacionário, visto que sua variância aumenta com o passar do tempo.

$$\begin{aligned}
 Var\{x_T\} &= E\{(x_T - x_0)^2\} \\
 &= E\left\{\left(x_0 + \sum_{i=1}^T \xi_i - x_0\right)^2\right\} \\
 &= E\left\{\left(\sum_{i=1}^T \xi_i\right)^2\right\} \\
 &= E\left\{\sum_{i=1}^T \xi_i^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^T \sum_{j=i+1}^T \xi_i \xi_j\right\} \\
 &= \sum_{i=1}^T E\{\xi_i^2\} + 2 \cdot \sum_{i=1}^T \sum_{j=i+1}^T E\{\xi_i \xi_j\} \\
 &= \sum_{i=1}^T E\{\xi_i^2\} + 2 \cdot \sum_{i=1}^T \sum_{j=i+1}^T (E\{\xi_i\} E\{\xi_j\}) \\
 &= \sum_{i=1}^T (-1^2 \cdot 0,5 + 1^2 \cdot 0,5) \\
 Var\{x_T\} &= T
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

---

<sup>21</sup> Quando não há autocorrelação, o valor esperado do produto de duas variáveis aleatórias é igual ao produto de seus respectivos valores esperados:  $E\{\xi_i \xi_j\} = E\{\xi_i\} \cdot E\{\xi_j\}$ .

### 4.2.2 PROCESSO DE WIENER

O processo de Wiener é um processo de tempo contínuo com as seguintes propriedades:

- é um processo de Markov, ou seja, os valores futuros independem dos valores passados;
- as variações nos valores do processo são normalmente distribuídas e a variância aumenta linearmente com o tempo;
- estas variações não são correlacionadas, ou seja, os valores obtidos para o instante  $t_i$  são independentes dos valores obtidos para o instante  $t_j$ , com  $i \neq j$ .

A equação diferencial que descreve este processo é:

$$d\tilde{z} = \tilde{\varepsilon}_t \sqrt{dt}, \text{ onde } \tilde{\varepsilon}_t \sim N(0,1) \quad (4.7)$$

As equações (4.8) e (4.9) demonstram, respectivamente, que os incrementos  $d\tilde{z}$  da equação (4.7) apresentam as propriedades de um processo de Wiener, i.e., seguem uma distribuição normal com  $d\tilde{z} \sim N(0, dt)$  e não são correlacionados:

$$E\{d\tilde{z}\} = E\{\tilde{\varepsilon}_t \sqrt{dt}\} = \sqrt{dt} \cdot E\{\tilde{\varepsilon}_t\} = 0 \quad (4.8)$$

$$Var\{d\tilde{z}\} = Var\{\tilde{\varepsilon}_t \sqrt{dt}\} = dt \cdot Var\{\tilde{\varepsilon}_t\} = dt$$

$$\begin{aligned} Corr(d\tilde{z}_{t_1}, d\tilde{z}_{t_2}) &= \frac{Cov(d\tilde{z}_{t_1}, d\tilde{z}_{t_2})}{\sqrt{Var\{d\tilde{z}_{t_1}\}} \cdot \sqrt{Var\{d\tilde{z}_{t_2}\}}} \\ &= \frac{Cov(\tilde{\varepsilon}_{t_1} \sqrt{dt}, \tilde{\varepsilon}_{t_2} \sqrt{dt})}{dt} \\ &= \frac{E\left\{\left[\tilde{\varepsilon}_{t_1} \sqrt{dt} - E\{\tilde{\varepsilon}_{t_1} \sqrt{dt}\}\right] \cdot \left[\tilde{\varepsilon}_{t_2} \sqrt{dt} - E\{\tilde{\varepsilon}_{t_2} \sqrt{dt}\}\right]\right\}}{dt} \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$= \frac{E\{\tilde{\varepsilon}_{t_1} \sqrt{dt} \cdot \tilde{\varepsilon}_{t_2} \sqrt{dt}\}}{dt}$$

$$= dt \cdot \frac{E\{\tilde{\varepsilon}_{t_1} \cdot \tilde{\varepsilon}_{t_2}\}}{dt}$$

$$= E\{\tilde{\varepsilon}_{t_1}\} \cdot E\{\tilde{\varepsilon}_{t_2}\}$$

$$Corr(d\tilde{z}_{t_1}, d\tilde{z}_{t_2}) = 0$$



### 4.2.3 MOVIMENTO BROWNIANO

O movimento browniano é uma generalização no processo de Wiener com a inclusão de um termo determinístico indicando uma tendência para a evolução do processo. Esta equação tem origem na química molecular e é utilizada para modelar o comportamento de pequenas partículas sujeitas a impactos de intensidade e direção aleatórias provenientes de outras partículas. Mais recentemente este processo foi adotado para modelar o comportamento de preços na teoria econômica.

$$d\tilde{x} = \alpha \cdot dt + \sigma \cdot d\tilde{z} \quad (4.10)$$

onde  $d\tilde{z} = \tilde{\varepsilon}\sqrt{dt}$  e  $\tilde{\varepsilon} \sim N(0,1)$ .

O parâmetro  $\alpha$  representa o componente determinístico do processo, indicando uma tendência de crescimento, e o parâmetro  $\sigma$  representa a volatilidade do processo.

O valor esperado e variância deste processo estocástico são:

$$\begin{aligned} E\{d\tilde{x}\} &= E\{\alpha \cdot dt + \sigma \cdot d\tilde{z}\} \\ &= E\{\alpha \cdot dt\} + E\{\sigma \cdot d\tilde{z}\} \\ &= \alpha \cdot dt + \sigma \cdot E\{d\tilde{z}\} \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$E\{d\tilde{x}\} = \alpha \cdot dt$$

$$\begin{aligned} Var\{d\tilde{x}\} &= E\{(d\tilde{x} - E\{d\tilde{x}\})^2\} \\ &= E\{(\alpha \cdot dt + \sigma \cdot d\tilde{z} - \alpha \cdot dt)^2\} \\ &= E\{(\sigma \cdot d\tilde{z})^2\} \\ &= E\{(\sigma \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{dt})^2\} \\ &= E\{\sigma^2 \cdot \varepsilon^2 \cdot dt\} \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$Var\{d\tilde{x}\} = \sigma^2 \cdot dt$$

### 4.2.4 PROCESSO DE ITO

No movimento browniano descrito na seção anterior, os parâmetros determinísticos ( $\alpha$ ) e estocásticos ( $\sigma$ ) são invariantes no tempo. O processo de Ito é uma generalização do movimento browniano ao permitir a variação destes parâmetros não apenas no tempo, mas também em função do estado, como segue:

$$d\tilde{x} = \alpha(\tilde{x}, t) \cdot dt + \sigma(\tilde{x}, t) \cdot d\tilde{z} \quad (4.13)$$

onde  $d\tilde{z} = \tilde{\varepsilon}\sqrt{dt}$  e  $\tilde{\varepsilon} \sim N(0,1)$ .

De forma análoga às equações (4.11) e (4.12), obtemos o valor esperado:

$$\begin{aligned} E\{d\tilde{x}\} &= E\{\alpha(\tilde{x}, t) \cdot dt + \sigma(\tilde{x}, t) \cdot d\tilde{z}\} \\ E\{d\tilde{x}\} &= \alpha(\tilde{x}, t) \cdot dt \end{aligned} \quad (4.14)$$

e sua variância:

$$\begin{aligned} E\{d\tilde{x}\} &= E\{\alpha(\tilde{x}, t) \cdot dt + \sigma(\tilde{x}, t) \cdot d\tilde{z}\} \\ E\{d\tilde{x}\} &= \alpha(\tilde{x}, t) \cdot dt \end{aligned} \quad (4.15)$$

#### 4.2.5 LEMA DE ITO

O lema de Ito é considerado um dos pilares do cálculo estocástico e permite calcular a derivada de funções cujos argumentos são processos estocásticos, da mesma forma que a regra da cadeia é utilizada no cálculo tradicional. Sua dedução utiliza a expansão em série de Taylor da função  $F(\tilde{x})$ , dada a seguir.

$$dF(\tilde{x}, t) = \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} dx^2 + O(dt) \quad (4.16)$$

Desprezando os termos de ordem superiores  $O(dt)$  e considerando os resultados da equação (4.8), a substituição da equação (4.13) na série de Taylor resulta no lema de Ito.

$$dF(\tilde{x}, t) = \left( \alpha(x, t) \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma(x, t)^2 \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right) dt + \sigma(x, t) \frac{\partial F}{\partial x} dz \quad (4.17)$$

#### 4.2.6 ISOMETRIA DE ITO

A isometria de Ito é outra propriedade fundamental no cálculo estocástico e permite a manipulação de integrais de um processo estocástico em relação ao termo estocástico (processo de Wiener). Dado um processo estocástico  $\tilde{x}$ , a isometria de Ito é dada por (Øksendal, 2003):

$$E\left(\int_0^T \tilde{x}_t d\tilde{z}\right) = 0 \quad (4.18)$$

$$E\left(\int_0^T \tilde{x}_t d\tilde{z}\right)^2 = E\left(\int_0^T \tilde{x}_t^2 dt\right) \quad (4.19)$$

### 4.3 MODELO LOGNORMAL

Considere  $P$  como a variável que represente o preço de um ativo, que no presente caso é o preço da energia elétrica em um mercado de curto prazo. A equação a seguir, também conhecida como Movimento Browniano Geométrico, é o modelo lognormal para a evolução desta variável.

$$dP = \alpha \cdot P \cdot dt + \sigma \cdot P \cdot dz \quad (4.20)$$

A evolução temporal do preço pode ser descrita analiticamente por meio de uma transformação de variável, fazendo  $g = \ln(P)$ , obtendo  $dg$  pela aplicação do Lema de Ito e integrando  $dg$ . Note que a equação (4.20) é um processo de Ito cujos parâmetros são:

$$\begin{aligned} \alpha(\tilde{x}, t) &= \alpha \cdot P \\ \sigma(\tilde{x}, t) &= \sigma \cdot P \end{aligned} \quad (4.21)$$

então:

$$\begin{aligned} d \ln(P) &= \left( \alpha \frac{\partial \ln(P)}{\partial P} + \frac{\partial \ln(P)}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 P^2 \frac{\partial^2 \ln(P)}{\partial P^2} \right) dt + \sigma P \frac{\partial \ln(P)}{\partial P} dz \\ d \ln(P) &= \left( \alpha P \frac{1}{P} - \frac{1}{2} \sigma^2 P^2 \frac{1}{P^2} \right) dt + \sigma P \frac{1}{P} dz \\ d \ln(P) &= \left( \alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dz \end{aligned} \quad (4.22)$$

cuja integração leva a:

$$\begin{aligned} \int_{P_t}^{P_{t+\tau}} d \ln(P) &= \int_t^{t+\tau} \left( \alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right) \cdot dt + \int_{z_t}^{z_{t+\tau}} \sigma \cdot dz \\ \ln(P_{t+\tau}) - \ln(P_t) &= \left( \alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right) \cdot (t + \tau - t) + \sigma \cdot (z_{t+\tau} - z_t) \\ \ln(P_{t+\tau}) &= \ln(P_t) + \left( \alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right) \cdot \tau + \sigma \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{\tau} \\ P_{t+\tau} &= P_t e^{\left( \alpha - \frac{\sigma^2}{2} \right) \tau + \sigma \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{\tau}} \end{aligned} \quad (4.23)$$

Para obter o valor esperado e a variância de  $P_{t+\tau}$  é imprescindível deduzir a função geradora de momentos  $M_s(k)$  associada do termo estocástico  $e^{\sigma \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{\tau}} = e^s$ , onde  $s \sim N(0, \sigma^2 \tau)$  e  $f(s)$  é a função densidade de probabilidade de  $s$ .

$$\begin{aligned}
 M_s(k) &= E\{e^{ks}\} = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ks} \cdot f(s) \cdot ds \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ks} \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{s^2}{2\sigma^2\tau}} \cdot ds \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{2\sigma^2\tau ks + s^2}{2\sigma^2\tau}} \cdot ds \\
 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}\sqrt{2\pi}} \cdot e^{\frac{-(s-\sigma^2\tau k)^2 + (\sigma^2\tau k)^2}{2\sigma^2\tau}} \cdot ds \quad (\text{quadrado perfeito}) \\
 &= e^{\frac{\sigma^2\tau k^2}{2}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(s-\sigma^2\tau k)^2}{2\sigma^2\tau}} \cdot ds \\
 \text{fazendo } u &= \frac{-(s-\sigma^2\tau k)}{\sigma\sqrt{\tau}} \Rightarrow \sigma\sqrt{\tau} du = ds \\
 &= e^{\frac{\sigma^2\tau k^2}{2}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{\tau}\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{u^2}{2}} \cdot \sigma\sqrt{\tau} du \quad (\text{curva de Gauss}) \\
 M_s(k) &= e^{\frac{\sigma^2\tau k^2}{2}}
 \end{aligned} \tag{4.24}$$

Portanto, o valor esperado de  $P_{t+\tau}$  é:

$$\begin{aligned}
 E\{P_{t+\tau}\} &= E\left\{P_t e^{\left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau + \sigma \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{\tau}}\right\} \\
 &= P_t e^{\left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau} \cdot E\{e^{\sigma \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{\tau}}\} \\
 &= P_t e^{\left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau} \cdot M_s(1) \\
 &= P_t e^{\left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau} \cdot e^{\frac{\sigma^2\tau}{2}} \\
 E\{P_{t+\tau}\} &= P_t e^{\alpha\tau}
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

e a variância:

$$\begin{aligned}
Var\{P_{t+\tau}\} &= E\{P_{t+\tau}^2\} - E^2\{P_{t+\tau}\} \\
&= E\left\{P_t^2 e^{2\left(\alpha - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau} \cdot e^{2\sigma\varepsilon\sqrt{\tau}}\right\} - P_t^2 e^{2\alpha\tau} \\
&= P_t^2 e^{2\alpha\tau - \sigma^2\tau} \cdot E\left\{e^{2\sigma\varepsilon\sqrt{\tau}}\right\} - P_t^2 e^{2\alpha\tau} \\
&= P_t^2 e^{2\alpha\tau - \sigma^2\tau} \cdot M_s(2) - P_t^2 e^{2\alpha\tau} \\
&= P_t^2 e^{2\alpha\tau - \sigma^2\tau} \cdot e^{2\sigma^2\tau} - P_t^2 e^{2\alpha\tau} \\
&= P_t^2 e^{2\alpha\tau - \sigma^2\tau + 2\sigma^2\tau} - P_t^2 e^{2\alpha\tau} \\
Var\{P_{t+\tau}\} &= P_t^2 \left(e^{2\alpha\tau + \sigma^2\tau} - e^{2\alpha\tau}\right) \\
&= P_t^2 e^{2\alpha\tau} \left(e^{\sigma^2\tau} - 1\right)
\end{aligned} \tag{4.26}$$

### 4.3.1 ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS E APLICAÇÃO

Os parâmetros de tendência ( $\alpha$ ) e volatilidade ( $\sigma$ ) podem ser estimados a partir de dados históricos. Dias (2004) sugere a utilização do valor esperado e do desvio padrão das diferenças entre os logaritmos naturais dos preços como estimadores para  $\alpha - 1/2\sigma^2$  e  $\sigma$ , respectivamente.

$$\begin{aligned}
\alpha - 1/2\sigma^2 &= E\{\ln P_{t+\tau} - \ln P_t\} \\
\sigma &= \sqrt{Var\{\ln P_{t+\tau} - \ln P_t\}}
\end{aligned} \tag{4.27}$$

Utilizando como base os dados do índice Ibovespa para o ano de 2006 (disponível em <http://www.bovespa.com.br>), a Figura 4.2 ilustra a evolução diária do índice.

A estimação dos parâmetros com a equação (4.27) leva aos resultados:

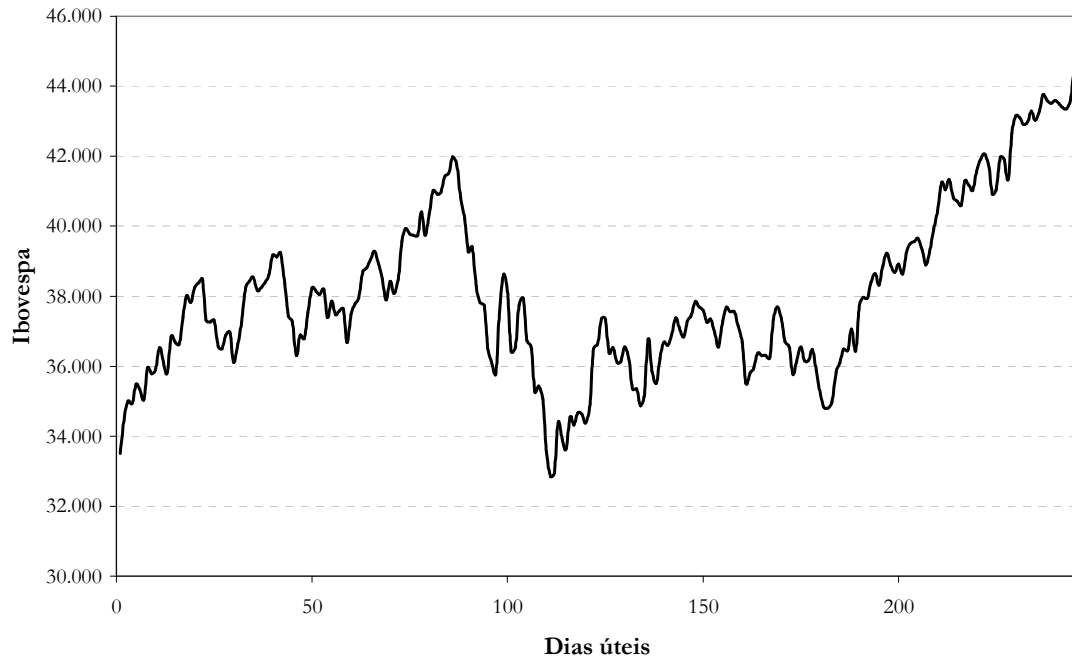
$$\begin{aligned}
\alpha &= 31,30\% \\
\sigma &= 23,97\%
\end{aligned} \tag{4.28}$$

em valores anualizados.

A título de ilustração, o modelo lognormal que descreve a evolução diária<sup>22</sup> do índice Ibovespa para 2006 é:

$$P_t = P_{t-1} + 0,17 \cdot P_{t-1} \cdot \frac{dt}{246} + 0,23 \cdot P_{t-1} \cdot \varepsilon_t \cdot \sqrt{\frac{dt}{246}} \tag{4.29}$$

<sup>22</sup> Note-se a necessidade de adequar a base de tempo, visto que os parâmetros estão anualizados com base em 246 dias úteis.



**Figura 4.2 – Evolução diária do Ibovespa**

A projeção do valor esperado da evolução diária é dada pela equação para o valor esperado do processo.

$$E\{P_{31/12/2006+t}\} = P_{31/12/2006} e^{\alpha t} \quad (4.30)$$

Também é possível estimar um intervalo de confiança para a evolução diária utilizando:

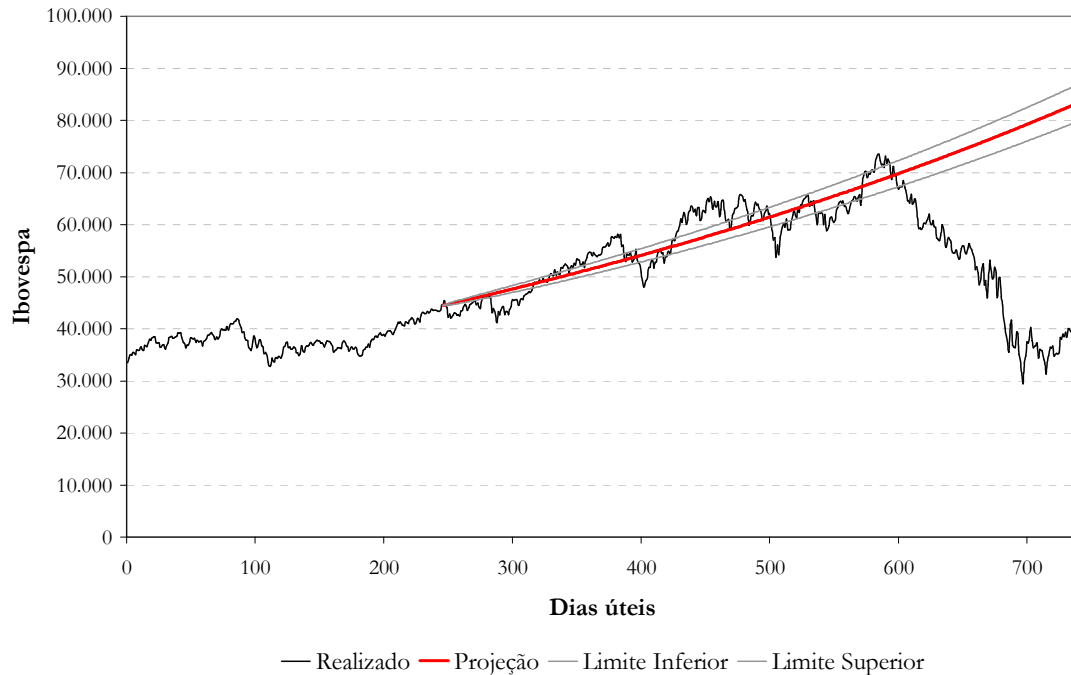
$$P_{31/12/2006} e^{\alpha t} \pm z_{\%} \sqrt{P_{31/12/2006}^2 e^{2\alpha t} (e^{\sigma^2 t} - 1)} \quad (4.31)$$

$$P_{31/12/2006} e^{\alpha t} \left( 1 \pm z_{\%} \sqrt{e^{\sigma^2 t} - 1} \right)$$

onde  $z_{\%}$  indica o inverso da função de distribuição da variável normal padrão para um dado intervalo de confiança.

A Figura 4.3 ilustra o valor esperado e as envoltórias do intervalo de confiança de 95% da projeção do índice Ibovespa para 2007 e 2008, bem como os valores realizados para o período. Este tipo de projeção adota a premissa de que os parâmetros do modelo estocástico estimado para 2006 se mantenham constantes para 2007 e 2008.

Comparando os valores realizados com a projeção, percebe-se que esta premissa de invariância do modelo estocástico mostra-se válida para 2007, mas não para 2008.



**Figura 4.3 – Projeção do Ibovespa – valor esperado e intervalo de confiança de 95%**

#### 4.4 MODELO COM REVERSÃO À MÉDIA

Como pôde ser percebido da seção anterior, o preço de um ativo modelado pelo modelo lognormal apresenta comportamento crescente com o tempo, no caso de  $\alpha$  positivo. Para determinados ativos este é um comportamento coerente com a realidade física como, e.g., ações. Porém, para *commodities*, o desequilíbrio de mercado manifestado pela diferença entre oferta e demanda emite sinais econômicos que tendem a levar o preço ao seu patamar de equilíbrio, fato este validado pela teoria microeconômica quando referencia o custo marginal de longo prazo. Neste caso, é adequado o uso de modelos com a propriedade de reversão à média. O processo elementar com a propriedade de reversão à média é o processo estocástico de Ornstein-Uhlenbeck Aritmético (Schwartz, 1997).

$$dg = \eta \cdot (m - g) \cdot dt + \sigma \cdot dz \quad (4.32)$$

onde  $m$  é o valor de equilíbrio de longo prazo e  $\eta$  é a velocidade da reversão.

A variável  $g_t$  resultante deste processo possui distribuição de probabilidade normal, portanto, para representar o preço de um ativo que tenha distribuição de probabilidade lognormal, basta fazer  $g = \ln(P)$ .

A expressão (4.32) é uma equação diferencial linear de primeira ordem e sua solução é imediata com a aplicação da integral geral (Bronstein e Semendiaev, 1979):

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} + A(t) \cdot x &= B(t) \\ x &= e^{-\int A dt} \left[ \int B e^{\int A dt} dt + C \right] \end{aligned} \quad (4.33)$$

e reescrevendo (4.32):

$$\begin{aligned} \frac{dg}{dt} + \eta g &= \eta m + \sigma \frac{dz}{dt} \\ \therefore A(t) &= \eta \\ B(t) &= \eta m + \sigma \frac{dz}{dt} \end{aligned} \quad (4.34)$$

então:

$$\begin{aligned} g_t &= e^{-\int_0^t \eta dt} \left[ \int_0^t \left( \eta m + \sigma \frac{dz}{dt} \right) e^{\int_0^t \eta dt} dt + g_0 \right] \\ &= e^{-\eta t} \left[ \int_0^t \left( \eta m + \sigma \frac{dz}{dt} \right) e^{\eta t} dt + g_0 \right] \\ &= e^{-\eta t} \left[ \int_0^t \eta m e^{\eta t} dt + \int_0^t \sigma \frac{dz}{dt} e^{\eta t} dt + g_0 \right] \\ &= e^{-\eta t} \left[ m e^{\eta t} - m e^{\eta 0} + \sigma \int_0^t e^{\eta t} dz + g_0 \right] \\ &= g_0 e^{-\eta t} + m e^{\eta t} e^{-\eta t} - m e^{-\eta t} + \sigma e^{-\eta t} \int_0^t e^{\eta t} dz \\ g_t &= g_0 e^{-\eta t} + m(1 - e^{-\eta t}) + \sigma e^{-\eta t} \int_0^t e^{\eta t} dz \end{aligned} \quad (4.35)$$

O valor esperado de  $g_t$  é dado por:

$$\begin{aligned} E\{g_t\} &= E \left\{ g_0 e^{-\eta t} + m(1 - e^{-\eta t}) + \sigma e^{-\eta t} \int_0^t e^{\eta t} dz \right\} \\ &= g_0 e^{-\eta t} + m(1 - e^{-\eta t}) + \sigma e^{-\eta t} \cdot E \left\{ \int_0^t e^{\eta t} dz \right\} \\ E\{g_t\} &= g_0 e^{-\eta t} + m(1 - e^{-\eta t}) \end{aligned} \quad (4.36)$$

A integral do termo estocástico é zero conforme (4.18). Observe que o valor esperado do processo de Ornstein-Uhlenbeck Aritmético é a média ponderada entre a



condição inicial  $g_0$  e o equilíbrio de longo prazo  $m$ , sendo que a ponderação se altera com a evolução no tempo.

A variância de  $g_t$  é obtida utilizando a isometria de Ito (4.19).

$$\begin{aligned}
 Var\{g_t\} &= E\left\{\left(g_t - E\{g_t\}\right)^2\right\} \\
 &= E\left\{\left[g_0 e^{-\eta t} + m(1 - e^{-\eta t}) + \sigma e^{-\eta t} \int_0^t e^{\eta z} dz - g_0 e^{-\eta t} - m(1 - e^{-\eta t})\right]^2\right\} \\
 &= E\left\{\left[\sigma e^{-\eta t} \int_0^t e^{\eta z} dz\right]^2\right\} \\
 &= \sigma^2 e^{-2\eta t} \cdot E\left\{\left[\int_0^t e^{\eta z} dz\right]^2\right\} \\
 &= \sigma^2 e^{-2\eta t} \cdot E\left\{\int_0^t e^{2\eta t} dt\right\} \\
 &= \frac{\sigma^2 e^{-2\eta t}}{2\eta} \cdot E\{e^{2\eta t} - e^0\} \\
 &= \frac{\sigma^2 e^{-2\eta t}}{2\eta} (e^{2\eta t} - 1) \\
 Var\{g_t\} &= \frac{\sigma^2}{2\eta} (1 - e^{-2\eta t})
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

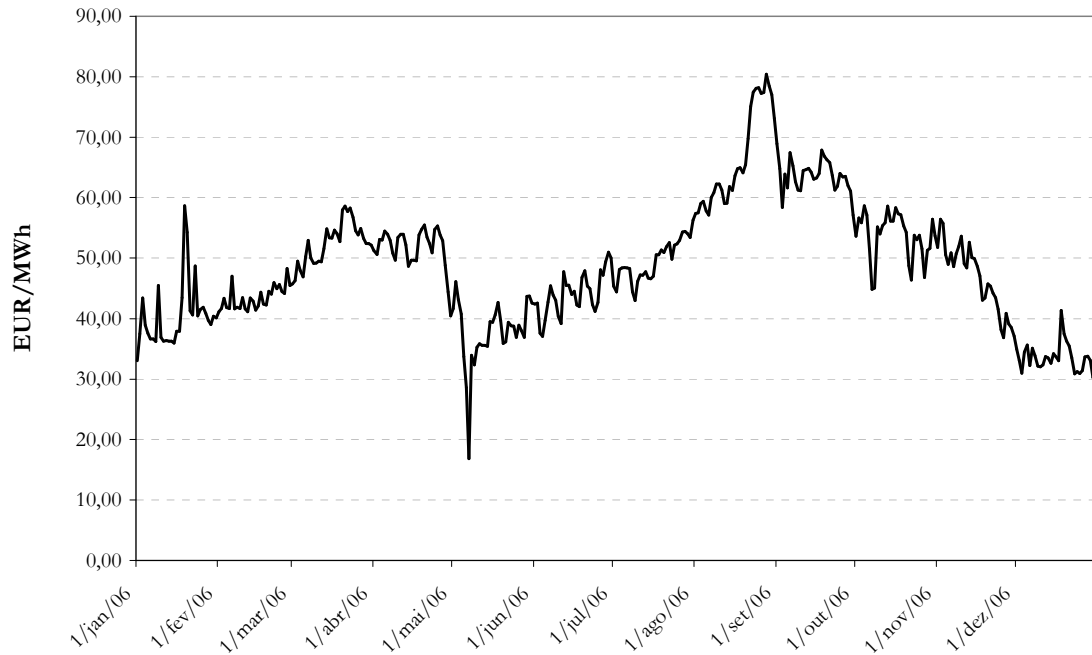
Aplicando  $\lim_{t \rightarrow \infty}$  em (4.36) e (4.37), obtêm-se os valores de longo prazo da média e da variância:

$$\begin{aligned}
 E\{g_\infty\} &= g_0 e^{-\eta \infty} + m(1 - e^{-\eta \infty}) = m \\
 Var\{g_\infty\} &= \frac{\sigma^2}{2\eta} (1 - e^{-2\eta \infty}) = \frac{\sigma^2}{2\eta}
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

e, sem surpresa, o valor esperado de  $g_\infty$  é igual ao valor de equilíbrio de longo prazo.

#### 4.4.1 ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS E APLICAÇÃO

Como exemplo de aplicação do modelo com reversão à média, será analisado o comportamento do preço *spot* de energia elétrica no NordPool. A figura a seguir ilustra a variação diária deste preço para o ano de 2006 (disponível em <http://www.nordpool.no>).



**Figura 4.4 – Evolução diária do preço *spot* no NordPool**

Os parâmetros da equação (4.32) são estimados por meio de uma regressão linear

$$g_t - g_{t-1} = a + bg_{t-1} + \xi_t \quad (4.39)$$

e das seguintes fórmulas:

$$\begin{aligned} m &= -a/b \\ \eta &= -\ln(1+b) \\ \sigma &= \xi \cdot \sqrt{\frac{-2\eta}{(1+b)^2 - 1}} \end{aligned} \quad (4.40)$$

onde  $\xi$  é o erro padrão da regressão.

Calculando a regressão linear da variação diária do preço e aplicando a equação (4.40), obtém-se

$$\begin{aligned} a &= 0,2304 \\ b &= -0,0597 \\ m &= 3,8563 \\ \eta &= 0,0616 \\ \sigma &= 0,0780 \end{aligned} \quad (4.41)$$

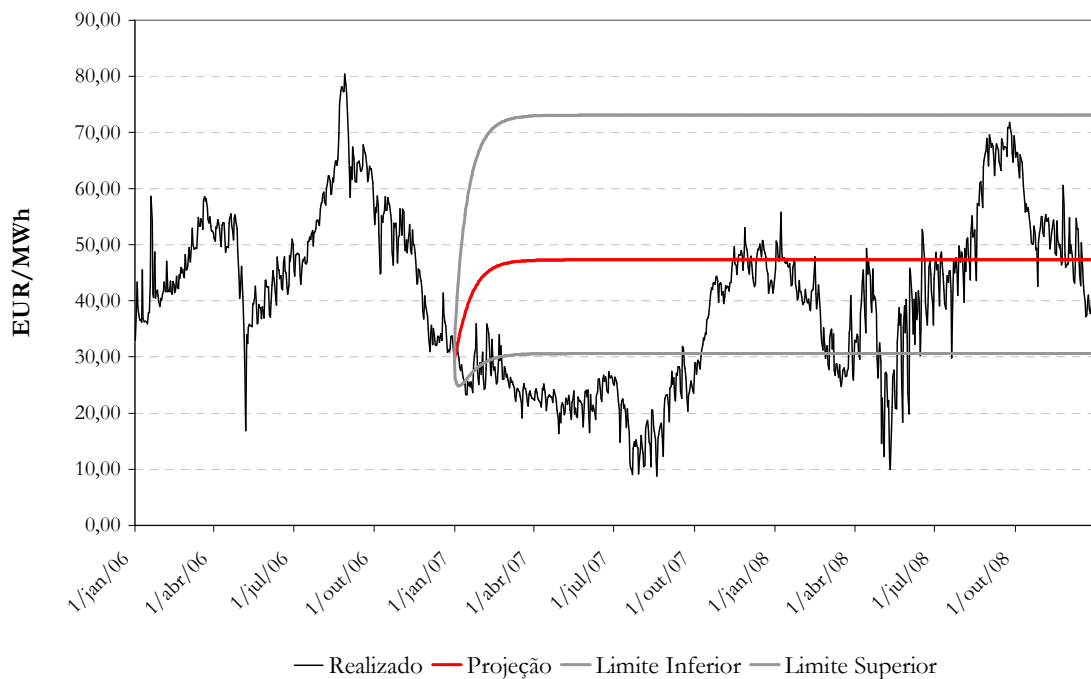
As equações para o valor esperado e intervalo de confiança, necessárias para se projetar a evolução diária do preço para 2007 e 2008, são dadas abaixo.

$$E\{\ln(P_{31/12/2006+t})\} = \ln(P_{31/12/2006})e^{-0,0616t} + 3,8563(1 - e^{-0,0616t}) \quad (4.42)$$

$$E\{\ln(P_{31/12/2006+t})\} \pm \xi_{\%} \sqrt{\frac{\sigma^2}{2\eta}(1 - e^{-2\eta t})} \quad (4.43)$$

onde  $\xi_{\%}$  indica o inverso da função de distribuição da variável normal padrão para um dado intervalo de confiança.

A figura a seguir ilustra o valor esperado e as envoltórias do intervalo de confiança de 95% da projeção do preço *spot* no mercado de energia elétrica NordPool para 2007 e 2008. Observe que a tendência de reversão à média, apesar da pequena amostra, é evidente quando comparadas a projeção e a realização.



**Figura 4.5 – Projeção do preço *spot* no NordPool – valor esperado e intervalo de confiança de 95%**

#### 4.4.2 MODELO COM REVERSÃO À MÉDIA COM DOIS FATORES

Como visto, no modelo com reversão à média apresentado, o termo que representa o preço de equilíbrio no longo prazo, para o qual o processo reverte, é constante ao longo do tempo. Porém, dependendo do comportamento real observado de uma variável que se deseja modelar, a restrição de preço de equilíbrio constante poderia ser um limitador para a qualidade do modelo utilizado. Neste caso, pode-se adotar um modelo com dois fatores, um para representar o comportamento do preço de curto prazo e outro para representar a evolução do preço de equilíbrio.

Para exemplificar o exposto, considere que o preço de curto prazo é modelado como um processo com reversão à média, sendo que o comportamento do preço de equilíbrio é descrito por um modelo lognormal. Esta representação permite contemplar uma importante característica da expansão de sistemas de energia elétrica onde há predominância de geração hidrelétrica: o custo marginal de longo prazo é crescente. As equações para este modelo são:

$$\begin{aligned} dP &= \eta \cdot (m - P) \cdot P \cdot dt + \sigma \cdot P \cdot dz \\ dm &= \nu \cdot m \cdot dt + \omega \cdot m \cdot dz \end{aligned} \quad (4.44)$$

Neste trabalho será utilizado um modelo com reversão à média com dois fatores, porém com propriedades diferentes do modelo apresentado em (4.44). A idéia é utilizar dois fatores para representar as duas incertezas que serão modeladas no capítulo seguinte, a saber, a taxa de crescimento da demanda e a afluência.

A modelagem do preço do mercado de curto prazo considera uma componente estrutural, representada pela relação oferta e demanda e denominada reserva de capacidade  $r$ , mas também de uma componente conjuntural, que é a afluência. A componente estrutural é descrita por um processo elementar com reversão à média, como (4.32), enquanto a componente conjuntural é representada por uma distribuição lognormal independente, cujos parâmetros dependem da componente estrutural.

$$\begin{aligned} P &= e^{\mu_{\ln}(r) + \tilde{\epsilon} \cdot \sigma_{\ln}(r)} \\ r &= r_0 e^{-\eta t} + R(1 - e^{-\eta t}) + \sigma e^{-\eta t} \int_{z_0}^{z_t} e^{\eta z} dz \end{aligned} \quad (4.45)$$

onde  $\tilde{\epsilon} \sim N(0,1)$  e  $R$  é valor de equilíbrio de longo prazo da reserva

## 4.5 CONCLUSÕES

Este capítulo apresentou uma breve descrição matemática dos principais modelos econométricos utilizados para descrever o comportamento de preços. Estes modelos econométricos são formulados como processos estocásticos markovianos de estado e tempo contínuos, razão pela qual uma parte do capítulo foi dedicada à conceituação de processos estocásticos elementares, subsidiando a discussão posterior.

O modelo lognormal possui grande apelo entre os profissionais da área de finanças pela sua versatilidade e simplicidade. Pode ser utilizado para descrever o comportamento de preços cujos retornos (definidos como a variação percentual no preço) são normalmente

distribuídos e, conseqüentemente, os preços são lognormalmente distribuídos. Seu termo determinístico cresce exponencialmente com o tempo enquanto a variância cresce linearmente com tempo, ambos de forma ilimitada. Apesar de representar satisfatoriamente muitos ativos financeiros, como o valor de uma ação em bolsa, dado que é desejável que seu valor sempre cresça com o tempo, este modelo apresenta uma limitação para descrever ativos físicos como *commodities*, pois é incapaz de capturar os efeitos do mecanismo de mercado atuando quando há um desequilíbrio entre oferta e demanda.

Já o modelo com reversão à média representa facilmente este fenômeno e com a incorporação de outros fatores, como a variação temporal do preço de equilíbrio, pode-se modelar a característica de custo marginal de expansão crescente, típica de sistemas com predominância hidrelétrica como o brasileiro.

Obviamente este modelo ainda apresenta limitações e há um vasto campo para estudos. É possível modelar limites mínimos e máximos nos valores do preço, exatamente uma característica do Preço de Liquidação das Diferenças do mercado brasileiro. Ou ainda a presença de descontinuidades como, por exemplo, quando há uma maxidesvalorização cambial (janeiro de 1999) ou, no caso do setor elétrico, com a retirada de parte da capacidade de geração termelétrica dos modelos de despacho e formação de preço por conta da escassez no fornecimento de gás natural (janeiro de 2007).

# CAPÍTULO 5

## MODELAGEM DE UM MERCADO DE CAPACIDADE EM SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

### 5.1 INTRODUÇÃO

O objetivo geral deste trabalho é avaliar o desempenho dinâmico de um mercado de capacidade em sistemas de energia elétrica com predominância de geração hidrelétrica. Para esta avaliação faz-se necessária a formulação e implementação de um simulador capaz de representar de forma satisfatória as principais características físicas e econômicas do sistema em estudo. O modelo proposto consiste em uma simulação dinâmica, similar a outros modelos (Hobbs et al., 2005; Botterud et al., 2005; Hobbs et al., 2007 e Doorman e Botterud, 2008), porém se diferencia por utilizar otimização estocástica para modelar o comportamento estratégico dos agentes de geração entrantes frente à incerteza no crescimento da demanda e nas afluências futuras e por utilizar a Teoria dos Jogos para modelar a competição entre diversos agentes de geração entrantes.

Neste capítulo busca-se caracterizar formalmente o modelo de simulação proposto e o algoritmo utilizado na sua implementação.

### 5.2 MODELAGEM DO MERCADO

Um dos grandes desafios em qualquer modelagem é identificar os fenômenos de maior interesse e tentar representá-los com o maior rigor possível. Obviamente, dada a complexidade de sistemas reais, é impossível atingir este nível de detalhamento em todos os aspectos do sistema. Fazendo um paralelo com a cadeia de modelos utilizada no planejamento da operação energética do Sistema Interligado Nacional (SIN), observa-se que, nos modelos de mais longo prazo, o fenômeno de maior interesse é a incerteza quanto às afluências futuras e o porte deste problema limita a representação física detalhada de todos os elementos do sistema. Já nos modelos de programação da operação, vista a redução da incerteza quanto à afluência e a necessidade de definir o montante a ser gerado por cada unidade geradora do sistema, o modelo representa com detalhes estas unidades,

inclusive não-linearidades, zonas proibidas e restrições termodinâmicas, além da completa representação da rede de transmissão (Finardi, 2003).

Como aspectos considerados mais relevantes para o estudo do comportamento dinâmico do mercado, foram escolhidos a competição dos novos agentes de geração no mercado de capacidade e as incertezas associadas ao crescimento da demanda e às afluências futuras.

De forma sucinta e antecipando o que será detalhado a seguir, a arquitetura em estudo considera a indústria de energia elétrica organizada em dois mercados concomitantes, sendo eles o mercado de capacidade e o mercado de energia. O mercado de capacidade é composto por todos os agentes de geração, e o leilão para agregar nova capacidade ao sistema acontece sempre cinco anos antes do início do suprimento. Os agentes de geração existentes são representados como um único gerador e são tomadores de preço neste mercado. Cada agente de geração entrante conhece o histórico do mercado e suas decisões econômicas são tomadas com base no princípio da racionalidade. O mercado de energia é representado por um modelo econométrico cujos parâmetros dependem da condição de atendimento do mercado, isto é, da relação entre oferta e demanda.

### 5.2.1 DEMANDA

Em estudos de planejamento da expansão, a demanda prevista não é o principal dado de entrada. Pelo contrário, ela é resultado da assunção de uma série de premissas e cenários macroeconômicos que definem, por exemplo, a expectativa de crescimento do Produto Interno Bruto (PIB). De posse destes dados e conhecendo o comportamento histórico da elasticidade-preço da demanda por energia elétrica, definida como a variação percentual na demanda frente a uma variação percentual no PIB, é possível definir uma expectativa de demanda futura para cada cenário macroeconômico.

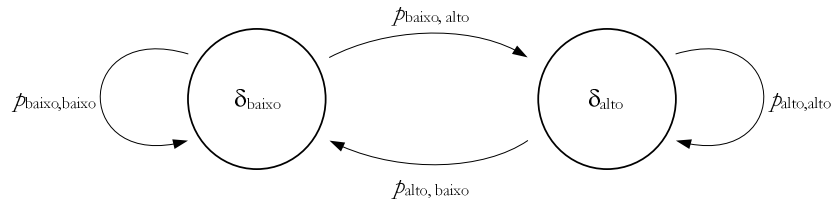
Para este trabalho a representação do crescimento da demanda não segue o rigor acima descrito, sendo utilizado um processo estocástico para representar sua evolução. Considerando uma discretização anual para a simulação, a demanda do ano  $A$ , denominada  $D_A$ , é dada por:

$$D_A = D_{A-1} (1 + \delta_A) \quad (5.1)$$

onde  $\delta_A$  representa as possíveis taxas de crescimento.

A taxa de crescimento pode assumir um valor denominado “Crescimento Alto” ou um valor denominado “Crescimento Baixo” com uma probabilidade que depende da

tendência de crescimento do estágio de tempo anterior. Formalmente, a taxa de crescimento da demanda é modelada por uma Cadeia de Markov, cujo diagrama de transição de estado está ilustrado na Figura 5.1.



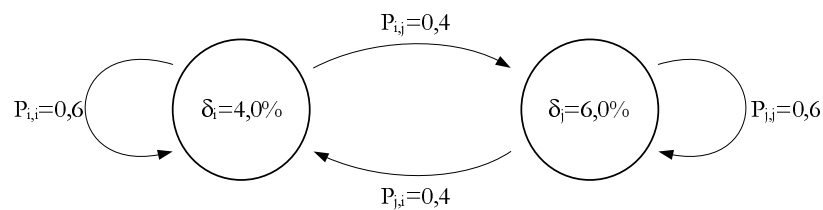
**Figura 5.1 – Cadeia de Markov para taxa de crescimento da demanda**

Nesta figura, considere a seguinte nomenclatura:

- $i, j$  índices que identificam o crescimento alto ou baixo;
- $\delta_i, \delta_j$  percentuais de crescimento da demanda em cada cenário;
- $p_{ij}, p_{ji}$  probabilidades de transição entre os cenários  $i$  e  $j$ ;
- $p_{ii}, p_{jj}$  probabilidades de permanência nos cenários  $i$  e  $j$ .

Cabe ressaltar que apenas a taxa de crescimento da demanda é markoviana, visto que não depende da taxa de crescimento do passado, mas sim do estado atual (taxa de crescimento do último ano). Já a demanda de energia elétrica não é um processo de Markov, pois o valor futuro depende do valor presente (estado atual) e de um valor anterior, para indicar a tendência de crescimento, caracterizando um processo autorregressivo de ordem dois<sup>23</sup>.

Os valores numéricos utilizados para a cadeia de Markov são 6,0% e 4,0%, considerando os cenários de crescimento alto e baixo respectivamente. As probabilidades de transição de estado foram arbitradas. A cadeia de Markov proposta está ilustrada na figura a seguir.



**Figura 5.2 – Cadeia de Markov proposta para a simulação**

<sup>23</sup> Existem ainda outras propostas para representação da incerteza no crescimento da demanda, sendo todas elas adaptáveis ao modelo proposto. A abordagem markoviana foi escolhida pela simplicidade e não é objetivo deste trabalho qualificar se está é a melhor representação.



No presente trabalho, a demanda é considerada completamente inelástica, ou seja, ela independe do preço da energia elétrica. Todavia, caso se queira representar a elasticidade, o procedimento é trivial, bastando a inclusão de um parâmetro na equação (5.1). Supondo que a demanda sofra uma retração linear em função de um aumento de preço do tipo  $\Delta D = -\beta \cdot P$ , a equação de evolução da demanda poderia ser descrita por:

$$D_A = D_{A-1}(1 + \delta_A) - \beta \cdot P_A \quad (5.2)$$

### 5.2.2 OFERTA

A caracterização do lado da oferta do modelo proposto compreende três variáveis de interesse: capacidade, custo e função de lucro.

A capacidade de um agente de geração  $i$ , vista a característica de predominância hidrelétrica do sistema em estudo, não será medida em termos de sua capacidade instalada, mas sim em termos de sua energia assegurada, como descrito no Capítulo 3. A grande simplificação consiste na consideração de que esta variável seja contínua no modelo proposto, enquanto que na realidade esta variável é discreta.

A estrutura de custo dos agentes de geração do modelo proposto é elementar e envolve uma parcela de custo fixo (CF) e uma parcela linear de custo variável (CV). Como ambas as parcelas são medidas em R\$/MWh, a equação que descreve o custo total é função da capacidade de comercialização  $q_i^{Eass}$  e da geração  $q_i^{ger}$ :

$$C_i(q_i^{Eass}, q_i^{ger}) = CF_i \cdot q_i^{Eass} + CV_i \cdot q_i^{ger} \quad (5.3)$$

A função que descreve o lucro de um agente de geração deve incorporar a receita proveniente do mercado de energia e do mercado de capacidade, como segue:

$$Lucro_i(q_i^{Eass}, q_i^{ger}) = (P_{cap} - CF_i) \cdot q_i^{Eass} + (P_{spot} - CV_i) \cdot q_i^{ger} \quad (5.4)$$

A diferença entre o preço de curto prazo e custo variável é a renda inframarginal. Por simplificação analítica, a renda inframarginal será normalizada pela energia assegurada.

$$R_{IM}(CV_i) = \frac{(P_{spot} - CV_i) \cdot q_i^{ger}}{q_i^{Eass}} \quad (5.5)$$

Os agentes de geração que já fazem parte do mercado, os chamados agentes existentes, são modelados como um único agente de geração conforme a estrutura de custo acima descrita. Os agentes entrantes são modelados individualmente.

### 5.2.3 MERCADO DE ENERGIA

Como indicado no capítulo anterior, o preço do mercado de curto prazo será representado por um modelo econométrico. Esta opção simplifica bastante a simulação por dispensar a modelagem da interação econômica entre os diversos agentes envolvidos, o que demandaria uma abordagem baseada na Teoria dos Jogos.

O modelo econométrico escolhido utiliza dois fatores para representar uma componente estrutural e uma componente conjuntural. A componente estrutural é denominada reserva de capacidade e representa a relação entre a energia assegurada do sistema e a demanda média anual. Para um determinado ano  $A$ , a reserva de capacidade  $r_A$  é:

$$r_A = \frac{\sum_i q_{i,A}^{Eass}}{D_{R,A}} \quad (5.6)$$

onde  $D_{R,A}$  representa a demanda realizada para o ano  $A$ .

A componente conjuntural é a afluência, e a incerteza associada a esta componente é considerada representando-se a renda inframarginal por meio de uma variável aleatória com distribuição lognormal, cujos parâmetros média e variância dependem da reserva de capacidade.

Os parâmetros da função de distribuição de probabilidade da renda inframarginal em relação à reserva de capacidade são obtidos dos resultados de simulações da operação energética de uma determinada configuração hidrotérmica estática – cuja energia assegurada é conhecida – para diversos níveis de demanda. Cada simulação é realizada em base mensal para 2.000 séries sintéticas de energia afluyente e, para cada cenário  $s$  e mês  $m$ , a renda inframarginal, em função do custo variável  $CV$ , é dada por:

$$R_{IM_{s,m}}(CV) = \frac{(Pspot_{s,m} - CV) \cdot q_{s,m}^{ger}}{q_i^{Eass}} \quad (5.7)$$

onde  $q_{s,m}^{ger}$  é a geração para o cenário  $s$  e mês  $m$ .

Para se capturar o efeito de preço-teto na renda inframarginal, ou ainda o impacto do preço de exercício no caso de modelagem de um contrato de confiabilidade, basta limitar os valores de  $Pspot$  obtidos na simulação.

Para um determinado custo variável, uma função linear é utilizada para relacionar os valores das estatísticas média e desvio padrão da renda inframarginal de cada simulação com a respectiva reserva de capacidade.

$$E\{R_{IM}^{CV}(r)\} = a_0 + a_1 \cdot r \quad (5.8)$$

$$DP\{R_{IM}^{CV}(r)\} = b_0 + b_1 \cdot r \quad (5.9)$$

Os parâmetros da distribuição lognormal são obtidos das equações abaixo:

$$\mu_{ln} = \log \left( \frac{E^2\{R_{IM}\}}{\sqrt{DP^2\{R_{IM}\} + E^2\{R_{IM}\}}} \right) \quad (5.10)$$

$$\sigma_{ln} = \sqrt{\log \left( \frac{DP^2\{R_{IM}\}}{E^2\{R_{IM}\}} + 1 \right)} \quad (5.11)$$

qualquer amostra gerada com os parâmetros  $\mu_{ln}$  e  $\sigma_{ln}$ , terão média e desvio padrão  $E\{R_{IM}\}$  e  $DP\{R_{IM}\}$ .

Finalmente, considerando que alterações na participação termelétrica afetam a renda inframarginal, é adotada uma correção na renda inframarginal proporcional à variação na participação hidrelétrica da configuração hidrotérmica utilizada para calibrar o modelo:

$$R_{IM}' = R_{IM}^0 \cdot \frac{F_H^0}{F_H'} \quad (5.12)$$

ou seja, se a configuração original possuía uma participação hidrelétrica de 70% e esta participação cai para, e.g., 63%, então a renda inframarginal é corrigida para cima em 10%, como efeito da maior necessidade de despacho de geração termelétrica.

#### 5.2.4 MERCADO DE CAPACIDADE

O mercado de capacidade é caracterizado pela realização de um leilão anual de capacidade organizado pelo operador do sistema. Este leilão é realizado cinco anos antes do início do suprimento, ou seja, o leilão acontece em A-5.

A energia assegurada dos agentes de geração existentes sempre é considerada na construção da curva de oferta do mercado de capacidade, a despeito da participação destes agentes neste mercado. Ou seja, são tomadores de preço e o objetivo é minimizar o poder de mercado. Os agentes de geração entrantes têm participação ativa no leilão, decidindo com base na racionalidade econômica a quantidade ótima a ser ofertada.

A demanda por capacidade utilizada no leilão de A-5 é estimada pelo operador do sistema com base no valor esperado da demanda para o ano A. Como o comportamento da demanda descrito na Seção 5.2.1 é conhecido, a demanda projetada  $D_{p,A}$  para o ano A pode ser obtida por:

$$\begin{aligned}
 D_{P,A} &= E\{D_A\} = E\{D_{R,A-5}(1 + \delta_5)\} \\
 &= D_{R,A-5}(1 + E\{\delta_5\})
 \end{aligned}
 \tag{5.13}$$

$$D_{P,A} = E\{D_A\} = D_{R,A-5} \left(1 + \bar{\delta}_0 \cdot \Pi^5 \cdot [0,04 \quad 0,06]^t\right)$$

onde:

- $\bar{\delta}_0$  é o vetor que indica o estado inicial da cadeia de Markov que representa a variação da taxa de crescimento da demanda;
- $\Pi$  é a matriz de transição de estados da cadeia de Markov.

Para quatro anos à frente, a cadeia de Markov já atingiu valores muito próximos de seu regime permanente, situação na qual a probabilidade de se estar em qualquer estado da cadeia independe da condição inicial. A cadeia proposta em regime permanente apresenta probabilidade de 0,5 de o crescimento da demanda ser 4,0% ou 6,0%. Como  $4,0\% \cdot 0,5 + 6,0\% \cdot 0,5 = 5\%$ , a equação acima será simplificada para:

$$D_{P,A} = E\{D_A\} = D_{R,A-5} (1 + 0.05)^5
 \tag{5.14}$$

Observe que a demanda do mercado de capacidade é projetada deterministicamente pelo operador do sistema ( $D_{P,A}$ ) a partir da demanda realizada em A-5 ( $D_{R,A-5}$ ) e pode ser diferente da demanda que se realizará em A ( $D_{R,A}$ ).

A curva de demanda por capacidade utilizada possui três segmentos e está ilustrada na Figura 5.3. Nesta figura, quando o valor da reserva de capacidade é unitário, significa que o somatório da energia assegurada de todos os agentes de geração do mercado iguala-se à demanda e, por definição de garantia física, o sistema está sendo operado dentro dos padrões de risco preestabelecidos e neste caso o preço por capacidade é igual a  $P_{cap_{max}}/2$ . O parâmetro  $\phi$  define indiretamente a inclinação da curva de demanda por capacidade e, quanto menor seu valor, mais a curva se aproxima do formato em degrau.

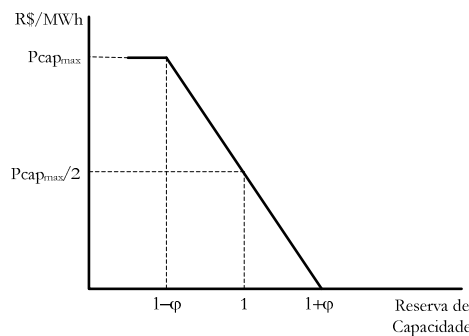


Figura 5.3 – Curva de demanda por capacidade

Para definição dos parâmetros regulatórios do mercado de capacidade, o operador do mercado pode utilizar como condição de contorno o equilíbrio de longo prazo, isto é, sob competição perfeita o sistema deverá estar em equilíbrio, com a oferta igual à demanda, e o lucro esperado dos geradores deverá ser igual a zero.

$$\begin{aligned}
 E\{Lucro_i\} &= E\{(Pcap - CF_i + R_{IM}^{r=1}) \cdot q_i^{Eass}\} = 0 \\
 &= (E\{Pcap\} - CF_i + E\{R_{IM}^{r=1}\}) \cdot q_i^{Eass} = 0 \\
 &= \left( Pcap_{max} / 2 - CF_i + E\{R_{IM}^{r=1}\} \right) = 0 \\
 \therefore Pcap_{max} &= 2 \cdot (CF_i - E\{R_{IM}^{r=1}\})
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

A interpretação econômica do resultado acima é importante e está em linha com as discussões do Capítulo 3. A solução para o problema da adequação do suprimento é recompor a receita dos agentes, suprimida pelo uso do preço-teto no mercado de curto prazo, incompatíveis com o requisito de confiabilidade desejado. Como o mercado de capacidade paga, em média, a metade de seu preço máximo, este valor deve ser definido como sendo duas vezes a parcela do custo total não recuperada pelo mercado de curto prazo, supondo uma hipótese de neutralidade ao risco.

### 5.3 COMPORTAMENTO DO AGENTE ENTRANTE

O comportamento estratégico de um agente de geração é orientado pelo objetivo de maximizar o valor presente líquido esperado do lucro conforme equação abaixo, que, por ora, não considera aversão ao risco.

$$\Phi_i(q_i^{Eass}, q_i^{ger}) = E\left\{VPL\left[Lucro_i(q_i^{Eass}, q_i^{ger})\right]\right\} \tag{5.16}$$

onde o operador VPL utiliza uma taxa de desconto livre de risco.

Para obter o valor da função-objetivo, o agente de geração precisa estimar os valores das receitas associadas ao mercado de capacidade e ao mercado de energia ao longo de um horizonte de decisão que corresponde ao período de concessão de  $T$  anos. A seguir será detalhado o procedimento para obtenção destes valores.

#### 5.3.1 RECEITA DO MERCADO DE CAPACIDADE

A demanda utilizada no leilão do mercado de capacidade é perfeitamente determinada, e o preço resultante deste leilão para o ano  $A$  não dependerá da demanda que se realizará e sim da competição entre os geradores entrantes, cuja modelagem será vista na

seção 5.4. A parcela da função-objetivo (5.16) associada à receita do mercado de capacidade é dada por:

$$\pi_{i,A}^{cap} = \sum_{t=0}^{T-1} \left[ \frac{Pcap_A(r_A) \cdot q_{i,A}^{Eass}}{(1+j)^t} \right] \quad (5.17)$$

onde  $j$  é a taxa de desconto e  $q_i^{Eass}$  é a oferta do agente de geração entrante  $i$  no ano  $A$ .

Como a oferta total em  $A-1$  e a demanda por capacidade para o ano  $A$  são conhecidas, a reserva de capacidade para o ano  $A$  é:

$$r_A = \frac{Q_{E,A-1}^{Eass} + \sum_i q_{i,A}^{Eass}}{D_{P,A}} \quad (5.18)$$

onde  $Q_{E,A-1}^{Eass}$  representa a oferta total existente para o ano  $A-1$ . Com base na Figura 5.3 obtém-se  $\pi_{i,A}^{cap}$ .

### 5.3.2 RECEITA DO MERCADO DE ENERGIA

A incerteza na receita do mercado de energia é composta por duas componentes. A primeira componente, conjuntural, é a afluência, como visto na seção 5.2.3. A segunda, estrutural, é decorrente da incerteza na taxa do crescimento da demanda.

Quando o agente de geração entrante participa do leilão de capacidade, a demanda por capacidade no ano  $A$  é determinística, mas a demanda por energia no ano  $A$  (que efetivamente determinará a tendência central da renda inframarginal (5.8) neste ano) é estocástica, devido à incerteza na taxa de crescimento da demanda. A incerteza na demanda por energia introduz um ruído na evolução da reserva de capacidade, ano a ano, e por consequência afeta o valor da tendência central da renda inframarginal.

A evolução da reserva de capacidade é representada por um elementar processo estocástico com reversão à média (processo estocástico de Ornstein-Uhlenbeck Aritmético, descrito no Capítulo 4), cuja formulação é aqui reproduzida:

$$dr = \eta \cdot (R - r) \cdot dt + \sigma \cdot dz \quad (5.19)$$

onde:

- $r$  é a reserva de capacidade;
- $R$  é o valor do equilíbrio de longo prazo;
- $\eta$  é a velocidade de reversão à média;
- $\sigma$  é a volatilidade;
- $dz$  é o incremento de Wiener.

A premissa por trás da escolha desta representação é o resultado econômico de que “a mão invisível do mercado”, decorrente da interação entre oferta e demanda, tende a trazer o sistema para próximo do valor de equilíbrio de longo prazo quando da ocorrência de perturbações.

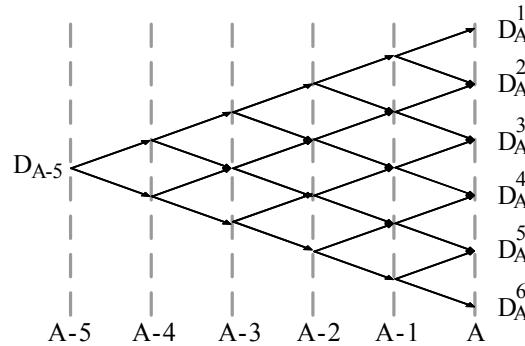
Como apontado no Capítulo 4, a variável  $r_A$  possui distribuição de probabilidade normal e as equações, já deduzidas, que descrevem a evolução temporal do processo estocástico, da média e da variância, respectivamente, supondo uma condição inicial  $r_0$  são:

$$r_A = r_0 e^{-\eta t} + R(1 - e^{-\eta t}) + \sigma e^{-\eta t} \int_{z_0}^{z_t} e^{\eta t} dz \tag{5.20}$$

$$E\{r_A\} = r_0 e^{-\eta t} + R(1 - e^{-\eta t}) \tag{5.21}$$

$$Var\{r_A\} = \frac{\sigma^2}{2\eta} (1 - e^{-2\eta t}) \tag{5.22}$$

Utilizando-se da matriz de transição de estados da cadeia de Markov representada na Figura 5.1, pode-se determinar todas as  $nD$  realizações da demanda e suas respectivas probabilidades de ocorrência,  $p_k$ , como ilustrado na Figura 5.4.



**Figura 5.4 – Possíveis realizações da demanda**

Cada realização  $k$  da demanda representa uma possível condição inicial para o processo estocástico que descreve a evolução da reserva de capacidade.

$$r_0^k = \frac{Q_{E,A-1}^{Eass} + \sum_i q_{i,A}^{Eass}}{D_A^k} \tag{5.23}$$

A parcela da função-objetivo (5.16) associada à receita no mercado de energia é dada por (5.24).

$$\pi_{i,A}^{energia} = \sum_{k=1}^{nD} \left\{ p_k \cdot \sum_{t=0}^{T-1} \left[ \frac{E\{R_{IM,t}(r_A^k, CV)\}}{(1+j)^t} \cdot q_{i,t}^{Eass} \right] \right\} \quad (5.24)$$

A receita no mercado de energia é uma média ponderada do valor presente líquido de possíveis trajetórias médias da renda inframarginal associadas às  $nD$  condições iniciais. Cada trajetória média da renda inframarginal é obtida substituindo-se (5.21) em (5.8).

$$\begin{aligned} E\{R_{IM,A}(r_A^k, CV)\} &= a_0 + a_1 \cdot E\{r_A^k\} \\ &= a_0 + a_1 \cdot [r_A^k e^{-\eta t} + R(1 - e^{-\eta t})] \end{aligned} \quad (5.25)$$

### 5.3.3 REPRESENTAÇÃO DA AVERSÃO AO RISCO

Até o momento, toda a modelagem foi apresentada em termos de valores esperados, não considerando qualquer componente de aversão ao risco. A aversão a risco é representada subtraindo-se do valor esperado do lucro uma parcela referente à dispersão deste lucro (Anders et al., 1999).

$$\Phi_i^{risco} = \Phi_i - \rho_i \cdot \Delta_i^{risco} \quad (5.26)$$

onde:

$\Phi_i$  é o valor esperado do VPL do lucro;

$\rho_i$  é o parâmetro da aversão ao risco;

$\Delta_i^{risco}$  é a parcela referente à dispersão do lucro.

Visto que a receita associada ao mercado de capacidade é constante para os geradores entrantes, a dispersão do lucro é decorrente somente do mercado de energia.

A renda inframarginal está sujeita a incertezas associadas à taxa de crescimento da demanda e à afluência. A incerteza no crescimento da demanda provoca flutuações na reserva de capacidade (5.22), que por sua vez impactam no valor médio da renda inframarginal (5.8). As flutuações provocadas pela afluência podem ser obtidas de (5.9), para cada possível trajetória da reserva de capacidade.

Considerando o exposto, a parcela referente à dispersão da renda inframarginal é dada por:



$$\Delta_i^{risco} = VPL \left[ DP_{r_i} \left\{ E_{\xi} \left\{ R_{IM} (r_A, CV, \xi) \right\} \right\} + E_{r_i} \left\{ DP_{\xi} \left\{ R_{IM} (r_A, CV, \xi) \right\} \right\} \right] \cdot q_{i,t}^{Eass} \quad (5.27)$$

onde  $\xi$  é uma realização da afluência.

Os termos de (5.27) são demonstrados em (5.28) e (5.29).

$$\begin{aligned} DP_{r_i} \left\{ E_{\xi} \left\{ R_{IM} (r_A, CV, \xi) \right\} \right\} &= DP_{r_i} \{ a_0 + a_1 \cdot r_t \} \\ &= |a_1| DP_{r_i} \{ r_t \} \\ &= |a_1| \sqrt{\frac{\sigma^2}{2\eta}} (1 - e^{-2\eta r_t}) \end{aligned} \quad (5.28)$$

$$\begin{aligned} E_{r_i} \left\{ DP_{\xi} \left\{ R_{IM} (r_t, CV, \xi) \right\} \right\} &= \sum_{k=1}^{nD} \left\{ p_k \cdot DP_{\xi} \left\{ R_{IM,t} (r_t^k, CV, \xi) \right\} \right\} \\ &= \sum_{k=1}^{nD} \left\{ p_k \cdot [b_0 + b_1 \cdot r_t^k] \right\} \end{aligned} \quad (5.29)$$

### 5.3.4 EXEMPLO

No intuito de ilustrar graficamente o formato da função-objetivo do agente entrante, considere os seguintes dados para um leilão de capacidade em A-5:

Demanda Prevista para A      40.000 MWmed

Oferta Existente em A-1      38.000 MWmed

O agente entrante, de geração hidrelétrica, possui as seguintes características:

Custo Fixo      R\$ 135,00 / MWh

Custo Variável      R\$ 0,00 / MWh

Taxa de Desconto      10 %

Período de Concessão      30 anos

Os parâmetros do mercado de curto prazo são

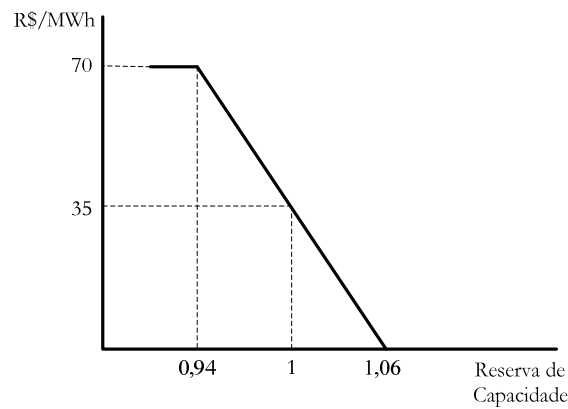
Preço Spot de Equilíbrio (m)      R\$ 100 / MWh

Reversão à média ( $\eta$ )      1

O preço máximo do mercado de capacidade é obtido com a equação (5.15):

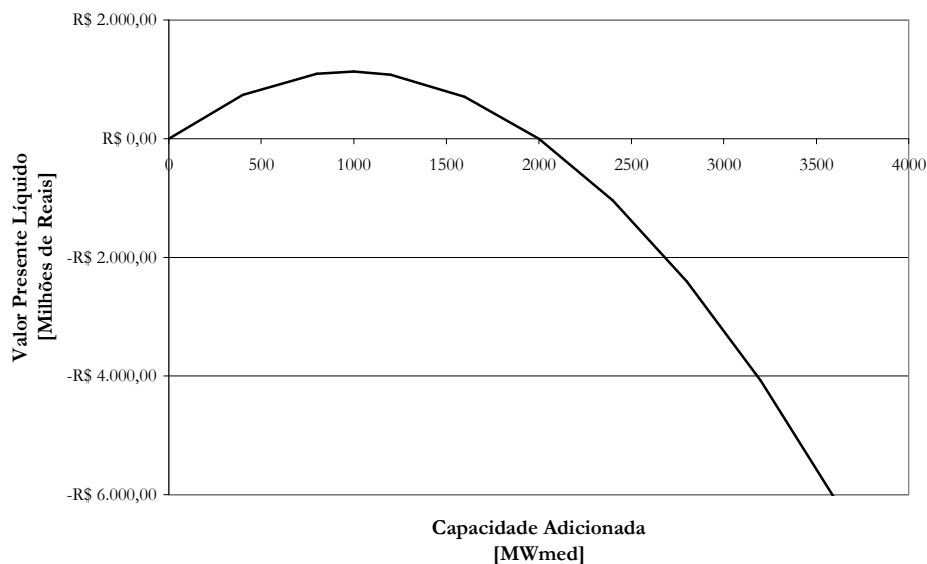
$$Pcap_{max} = 2 \cdot (CF_i - R_{IM}^{r=1}) = 2 \cdot (135 - 100) = 70 \text{ R\$/MWh} \quad (5.30)$$

e a curva de demanda por capacidade é:



**Figura 5.5 – Curva de demanda por capacidade – exemplo**

A função-objetivo do agente entrante, para o caso em que sua projeção de demanda (que influencia a renda inframarginal) seja igual a 40.000 MWmed (a mesma demanda prevista pelo operador do mercado – poderia ser qualquer outro valor), é ilustrada na figura a seguir.



**Figura 5.6 – Função-objetivo do agente entrante – exemplo**

Note que a função-objetivo é estritamente côncava e o problema de otimização irrestrita é facilmente resolvido numericamente por qualquer um dos vários pacotes de otimização não-linear disponíveis.

Analisando a solução do problema, a quantidade ótima a ser ofertada é 1.000 MWmed. Caso haja surpresa no resultado – pois o modelo foi calibrado para uma expansão que mantivesse o sistema equilibrado – basta lembrar que o equilíbrio de longo prazo (equação utilizada na calibragem) é atingido num mercado perfeitamente competitivo. Como temos um único agente entrante, seu comportamento natural é exercer

o poder de monopólio e elevar o lucro. Se for calculado o equilíbrio de mercado com  $N$  agentes entrantes, capacidade adicional será ofertada até que não haja mais renda para se extrair do mercado, o que ocorre quando o somatório das ofertas for igual a 2.000 MWmed.

## 5.4 EQUILÍBRIO DE NASH

Cada agente de geração entrante se comporta como descrito anteriormente. Entretanto, há uma interdependência econômica nas decisões desses agentes de geração, pois os preços dos mercados de capacidade e de energia dependem da oferta conjunta dos agentes de geração, e não da oferta individual. Esta interdependência econômica é representada por um modelo de Cournot, no qual a competição ocorre pela escolha das quantidades a serem ofertadas no leilão de capacidade e esta escolha é feita de forma simultânea por todos os agentes de geração entrantes (Gibbons, 1992). A solução do modelo de Cournot é dada pelo equilíbrio de Nash, situação na qual cada agente de geração não consegue aumentar seu lucro alterando unilateralmente a capacidade ofertada. Apesar da complexidade algébrica da função-objetivo, ela é estritamente côncava, o que garante a existência e a unicidade do equilíbrio de Nash (Rosen, 1965).

O problema matemático que descreve a maximização do lucro de um agente qualquer em um mercado oligopolista pode ser escrito de forma genérica como:

$$\max_{q_i} \pi_i(q_i) = p\left(\sum_{i=1}^N q_i\right) \cdot q_i - c_i(q_i) \quad (5.31)$$

onde a interdependência econômica, isto é, o impacto da decisão de um agente sobre a decisão dos demais, é representada no modelo de Cournot pelo termo  $p\left(\sum_{i=1}^N q_i\right)$ , que é a curva de demanda. Observe que é explícito que o preço do mercado depende não apenas da quantidade ofertada pelo agente  $i$ , mas pelo somatório de todas as quantidades.

A condição de primeira ordem para maximização do lucro de um dado agente é:

$$\frac{\partial \pi_i(q_i)}{\partial q_i} = p\left(\sum_{i=1}^N q_i\right) + p'\left(\sum_{i=1}^N q_i\right) \cdot q_i - c'_i(q_i) = 0 \quad (5.32)$$

ou seja, a derivada de primeira ordem deve ser igual a zero.

Como visto, o equilíbrio de Nash é definido como o conjunto de ofertas de todos os agentes tal que nenhum agente possa aumentar seu lucro alterando unilateralmente a oferta escolhida. Isto é equivalente a maximizar, simultaneamente, o lucro de todos os agentes.

Se as funções necessárias para representar o lucro dos agentes são disponíveis na forma analítica, é possível escrever um sistema de equações não-lineares, no qual cada equação é a condição de primeira ordem para maximização do lucro, e a solução deste sistema de equações não-lineares é a solução do jogo de Cournot, ou seja, o equilíbrio de Nash.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \pi_1(q_1, q_2, \dots, q_N)}{\partial q_1} &= p\left(\sum_{i=1}^N q_i\right) + p'\left(\sum_{i=1}^N q_i\right) \cdot q_1 - c'_1(q_1) = 0 \\
\frac{\partial \pi_2(q_1, q_2, \dots, q_N)}{\partial q_2} &= p\left(\sum_{i=1}^N q_i\right) + p'\left(\sum_{i=1}^N q_i\right) \cdot q_2 - c'_2(q_2) = 0 \\
&\vdots \\
\frac{\partial \pi_N(q_1, q_2, \dots, q_N)}{\partial q_N} &= p\left(\sum_{i=1}^N q_i\right) + p'\left(\sum_{i=1}^N q_i\right) \cdot q_N - c'_N(q_N) = 0
\end{aligned} \tag{5.33}$$

A título de ilustração do funcionamento do modelo de Cournot, considere o exemplo numérico a seguir, que representa a estrutura de custo de dois geradores e a curva de demanda – não é necessário distinguir se a demanda é por energia elétrica ou capacidade. Os geradores devem ofertar simultaneamente quantidades e o preço é dado pela curva de demanda.

$$\begin{aligned}
c_1(q_1) &= 210 + 7,20 \cdot q_1 + 0,00142 \cdot q_1^2 \\
c_2(q_2) &= 80 + 7,85 \cdot q_2 + 0,00194 \cdot q_2^2 \\
p(q_1 + q_2) &= 11 - 0,002 \cdot (q_1 + q_2)
\end{aligned} \tag{5.34}$$

O sistema de equações não-lineares é:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \pi_1(q_1, q_2)}{\partial q_1} &= 11 - 0,002 \cdot (q_1 + q_2) - 0,002 \cdot q_1 - (7,20 + 0,00284 \cdot q_1) = 0 \\
\frac{\partial \pi_2(q_1, q_2)}{\partial q_2} &= 11 - 0,002 \cdot (q_1 + q_2) - 0,002 \cdot q_2 - (7,85 + 0,00388 \cdot q_2) = 0
\end{aligned} \tag{5.35}$$

cuja solução é  $q_1 = 473,8$  MW e  $q_2 = 279,5$  MW.

Para a modelagem proposta, a condição de otimalidade deve ser deduzida a partir da equação de lucro, reescrita aqui por conveniência com os argumentos suprimidos para facilitar a notação.

$$\Phi_i^{risco} = E\left\{VPL\left[\left(Pcap + R_{IM} - CF_i\right) \cdot q_i^{Eass} - \rho_i \Delta_i^{risco}\right]\right\} \tag{5.36}$$

ou ainda:

$$\Phi_i^{risco} = \sum_{t=0}^{T-1} \left[ \frac{Pcap_A + \sum_{k=1}^{nD} (p_k \cdot E\{R_{IM,t}\}) - CF_i}{(1+j)^t} - \frac{\rho_i \cdot \left( \frac{DP}{r_t} \left\{ \frac{E\{R_{IM}\}}{\xi} \right\} + E \left\{ \frac{DP}{r_t} \left\{ \frac{R_{IM}\}}{\xi} \right\} \right) \right)}{(1+j)^t} \right] \cdot q_{i,A}^{Eass} \quad (5.37)$$

Para simplificar a identificação dos termos da condição de otimalidade, a derivada da função acima é obtida por meio da aplicação da seguinte regra:

$$\frac{d(f(x) \cdot x)}{dx} = f'(x) \cdot x + f(x) \quad (5.38)$$

onde:

$$f(x) = \sum_{t=0}^{T-1} \left[ \frac{Pcap_A + \sum_{k=1}^{nD} (p_k \cdot E\{R_{IM,t}\}) - CF_i}{(1+j)^t} - \frac{\rho_i \cdot \left( \frac{DP}{r_t} \left\{ \frac{E\{R_{IM}\}}{\xi} \right\} + E \left\{ \frac{DP}{r_t} \left\{ \frac{R_{IM}\}}{\xi} \right\} \right) \right)}{(1+j)^t} \right] \quad (5.39)$$

As derivadas de cada termo da equação (5.39) são ilustradas nas próximas equações. Lembrando sempre que a derivada da reserva de capacidade em relação à quantidade é dada, de forma generalizada, por:

$$\frac{\partial r}{\partial q_i} = \frac{\partial}{\partial q_i} \left( \frac{Q + \sum_{i=1}^N q_i}{D} \right) = \frac{1}{D} \quad (5.40)$$

Ressalte-se que, nas equações a seguir, algumas derivadas se referem à reserva de capacidade para o leilão de capacidade – que é determinística e depende da demanda projetada para este leilão,  $D_{P,A}$  – enquanto outras referem-se à reserva de capacidade do mercado de energia – que é probabilística e depende das futuras realizações da demanda  $D_A^k$ .

Derivada do termo associado à receita do mercado de capacidade

$$\frac{\partial}{\partial q_i} Pcap_A = \begin{cases} 0 & \text{se } r_A < 1 - \varphi \\ -\frac{Pcap_{max}}{2 \cdot \varphi \cdot D_{P,A}} & \text{se } 1 - \varphi < r_A < 1 + \varphi \\ 0 & \text{se } r_A > 1 + \varphi \end{cases} \quad (5.41)$$

Derivada do termo associado à receita do mercado de energia

$$\frac{\partial}{\partial q_i} E\{R_{IM,t}(r_t^k)\} = (a_1) \cdot \left[ \frac{e^{-\eta t}}{D_A^k} + \frac{(1 - e^{-\eta t})}{D_{P,A}} \right] \quad (5.42)$$

Derivada do termo associado ao custo fixo

$$\frac{\partial}{\partial q_i} CF = 0 \quad (5.43)$$

Derivada dos termos associados à aversão ao risco

$$\frac{\partial}{\partial q_i} DP_{r_i} \left\{ E_{\xi} \{ R_{IM} \} \right\} = \frac{\partial}{\partial q_i} \left( |a_1| \sqrt{\frac{\sigma^2}{2\eta}} (1 - e^{-2\eta t}) \right) = 0 \quad (5.44)$$

e

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial q_i} E_{r_i} \left\{ DP_{\xi} \{ R_{IM} \} \right\} &= \frac{\partial}{\partial q_i} \sum_{k=1}^{nD} \left\{ p_k \cdot [b_0 + b_1 \cdot r_t^k] \right\} \\ &= \sum_{k=1}^{nD} \left\{ p_k \cdot \left[ \frac{b_1}{D_t^k} \right] \right\} \end{aligned} \quad (5.45)$$

Assim como no exemplo ilustrativo do modelo de Cournot, a solução de equilíbrio para o modelo proposto é encontrada numericamente por meio da solução de um sistema de equações não-lineares composto pelas condições de otimalidade de cada gerador entrante.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \Phi_1^{risco}(q_1, \dots, q_N)}{\partial q_1} = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial \Phi_N^{risco}(q_1, \dots, q_N)}{\partial q_N} = 0 \end{array} \right. \quad (5.46)$$

## 5.5 ALGORITMO PARA SIMULAÇÃO

Para simulação da evolução temporal do modelo proposto utiliza-se o método de Monte Carlo, amostrando duas variáveis: taxa de crescimento da demanda e afluência. Observe que para a decisão da capacidade a ser adicionada, apenas a incerteza na taxa de crescimento na demanda é relevante. Os passos para simulação estão ilustrados a seguir.

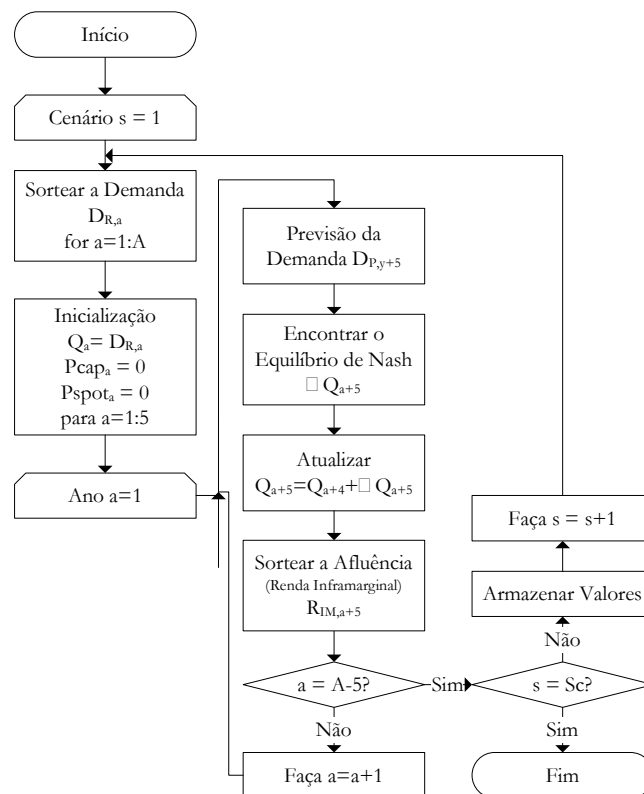


Figura 5.7 – Algoritmo utilizado para simulação

Como estamos interessados no comportamento do mecanismo de capacidade em regime permanente, os valores dos primeiros anos da simulação são descartados para evitar qualquer transitório provocado pela condição inicial.

## 5.6 CONCLUSÕES

Neste capítulo foi apresentada a modelagem um mercado de capacidade em sistemas hidrotérmicos. Apesar de outros trabalhos da literatura proporem modelos para simulação deste tipo de mercado, este trabalho avança frente aos demais por representar a aleatoriedade da renda de curto prazo, característica típica de sistemas hidrelétricos nos

quais o preço é função da energia afluyente e por modelar o comportamento do agente entrante, baseado no princípio da racionalidade.



# CAPÍTULO 6

## ESTUDO DE CASO

### 6.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, são apresentados os resultados dos estudos de casos elaborados com base na modelagem proposta no Capítulo 5.

O primeiro conjunto de estudos de casos considera um oligopólio simétrico, supondo a participação apenas de agentes de geração hidrelétrica, sob diversos níveis de competição, do monopólio até a competição perfeita. Para aferir a modelagem, um caso sem aversão a risco e sem incerteza no crescimento na demanda é testado. É esperado que o mecanismo de capacidade seja capaz de induzir o nível correto de capacidade quando houver competição suficiente para tanto. Os casos seguintes consideram a inclusão da incerteza no crescimento da demanda e da aversão ao risco, respectivamente.

O segundo conjunto de estudos de casos refere-se à simulação de um oligopólio assimétrico, formado por agentes de geração hidrelétrica e termelétrica de diferentes tecnologias.

Os resultados de todos os estudos de casos são comparados com uma simulação baseada no mercado de energia elétrica puro. Para que as simulações sejam plenamente compatíveis, permitindo a comparação, o preço de curto prazo utilizado nas simulações do mercado de capacidade é baseado na mesma distribuição de probabilidade do preço de curto prazo utilizado na simulação do mercado de energia elétrica puro. A diferença entre ambas as distribuições é a utilização de um preço-teto no caso do mercado de capacidade.

### 6.2 OLIGOPÓLIO SIMÉTRICO

O modelo proposto foi utilizado para avaliar o desempenho de um mecanismo de capacidade, supondo o caso particular de um oligopólio simétrico<sup>24</sup>, para diferentes níveis de competição, isto é, para diferentes números de agentes de geração entrantes competindo entre si.

---

<sup>24</sup> Um oligopólio é dito simétrico se todos os competidores forem idênticos.

A Tabela 6.1 sumariza os parâmetros do modelo. A calibração do modelo, que envolve os parâmetros marcados com (\*), será mostrada na sequência.

**Tabela 6.1 – Parâmetros de entrada**

Parâmetro	Valor	Descrição <sup>a</sup>
A	120 anos	Horizonte de simulação <sup>MC</sup>
A <sub>0</sub>	20 anos	Período pré-estudo <sup>MC</sup>
nS	25	Número de cenários <sup>MC</sup>
$\delta_{\text{alto}}$	6%	Crescimento alto <sup>D</sup>
$\delta_{\text{baixo}}$	4%	Crescimento baixo <sup>D</sup>
P <sub>alto,baixo</sub>	0,4	Probabilidade de transição de estado <sup>D</sup>
P <sub>alto,alto</sub>	0,6	Probabilidade de permanência no estado <sup>D</sup>
T	30 anos	Horizonte de decisão <sup>O</sup>
CF	100 \$/MWh	Custo fixo <sup>O</sup>
CV	0 \$/MWh	Custo variável <sup>O</sup>
j	10%	Taxa de desconto livre de risco <sup>O</sup>
$\rho$	0,05	Parâmetro de aversão ao risco <sup>O</sup>
[a <sub>0</sub> a <sub>1</sub> ]	[850 -750]	Coefficientes da função <sup>b</sup> E{R <sub>IM</sub> } <sup>E</sup>
[b <sub>0</sub> b <sub>1</sub> ]	[822 -683]	Coefficientes da função <sup>c</sup> DP{R <sub>IM</sub> } <sup>E</sup>
R	dinâmico (*)	Equilíbrio de longo prazo da reserva de capacidade <sup>E</sup>
$\eta$	1	Velocidade de reversão à média <sup>E</sup>
$\sigma$	0,0354 (*)	Volatilidade <sup>E</sup>
P <sub>cap,max</sub>	20,5\$/MWh (*)	Preço-teto do mercado de capacidade <sup>C</sup>
$\phi$	0,06	Parâmetro de inclinação <sup>C</sup>

<sup>a</sup> Tipo do parâmetro; MC = Monte Carlo, D = Demanda, O = Oferta; E = Mercado de Energia, C = Mercado de Capacidade.

<sup>b</sup> Função que descreve o valor esperado da Renda Inframarginal.

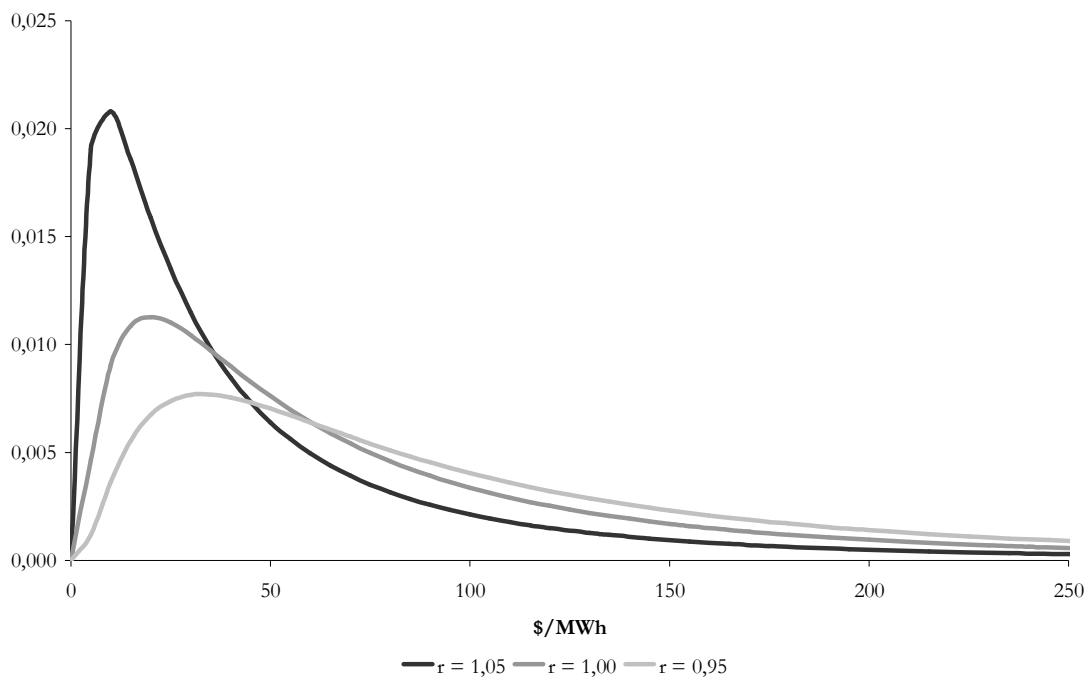
<sup>c</sup> Função que descreve o desvio padrão da Renda Inframarginal.

### 6.2.1 CALIBRAÇÃO DO MODELO

Equilíbrio de longo prazo da reserva de capacidade: este parâmetro representa a visão do agente de geração entrante para o equilíbrio do sistema no longo prazo e esta visão é considerada na tomada de decisão. Suponha que um agente entrante acredita que no futuro o sistema estará com escassez de oferta, então sua expectativa de renda inframarginal para o futuro é elevada e sua decisão é instalar mais capacidade para se apropriar desta renda. Se esta percepção não se alterar com o passar do tempo, e como todo ano a decisão de investimento é tomada novamente, o futuro com escassez de oferta – hipoteticamente imaginado pelo agente entrante – nunca se realizará. Com base na teoria dos jogos repetitivos (Gibbons, 1992), deve-se considerar que a lógica de decisão do agente entrante será a mesma no futuro, ou seja, a reserva de capacidade média no longo prazo depende da decisão presente. O impacto na simulação é o efeito de um “processo de aprendizado” que converge quando a simulação atinge o regime permanente.

Volatilidade da reserva de capacidade: é a volatilidade intrínseca decorrente somente da incerteza na taxa de crescimento da demanda. Este parâmetro é obtido por meio do seguinte procedimento: 1) gere uma amostra de realizações da demanda para cinco anos à frente; 2) partindo da demanda no ano 1, considere que a oferta cinco anos a frente será  $D(1) \cdot 1,05^5$ , isto é, uma expansão determinística com base no valor esperado da demanda; 3) obtenha a variância da reserva de capacidade para a amostra gerada; 4) utilize a equação (5.22) tendendo o tempo  $t$  ao infinito, isto é, com  $\lim_{t \rightarrow \infty}$ , para obter a volatilidade  $\sigma$ .

Distribuição do preço de curto prazo: para viabilizar a recuperação do custo fixo de \$100/MWh, o preço de curto prazo no caso do mercado de energia elétrica puro é calibrado para resultar em um valor esperado de \$100/MWh quando o sistema estiver em equilíbrio. A distribuição de probabilidade do preço de curto prazo está ilustrada na Figura 6.1 para diferentes relações entre oferta e demanda.



**Figura 6.1 – Distribuições de probabilidade do preço de curto prazo**

Para as simulações do mercado de capacidade, o preço de curto prazo segue as mesmas distribuições anteriores, mas limitado a \$200/MWh. Com este teto, o valor esperado do preço de curto prazo é \$79/MWh, obtido por meio da equação (6.1). Graficamente, a Figura 6.2 ilustra, por meio de curva de duração do preço de curto prazo, o efeito do preço-teto no pico de preço agregado.

$$\begin{aligned}
 E\{P_{spot}\} &= \int_0^{200} P_{spot} \cdot \frac{1}{P_{spot} \cdot \sigma \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln P_{spot} - \mu)^2}{2\sigma^2}} dP_{spot} + \\
 &+ \int_{200}^{\infty} 200 \cdot \frac{1}{P_{spot} \cdot \sigma \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln P_{spot} - \mu)^2}{2\sigma^2}} dP_{spot} \quad (6.1) \\
 \therefore E\{P_{spot}\} &= \$79 / MWh
 \end{aligned}$$

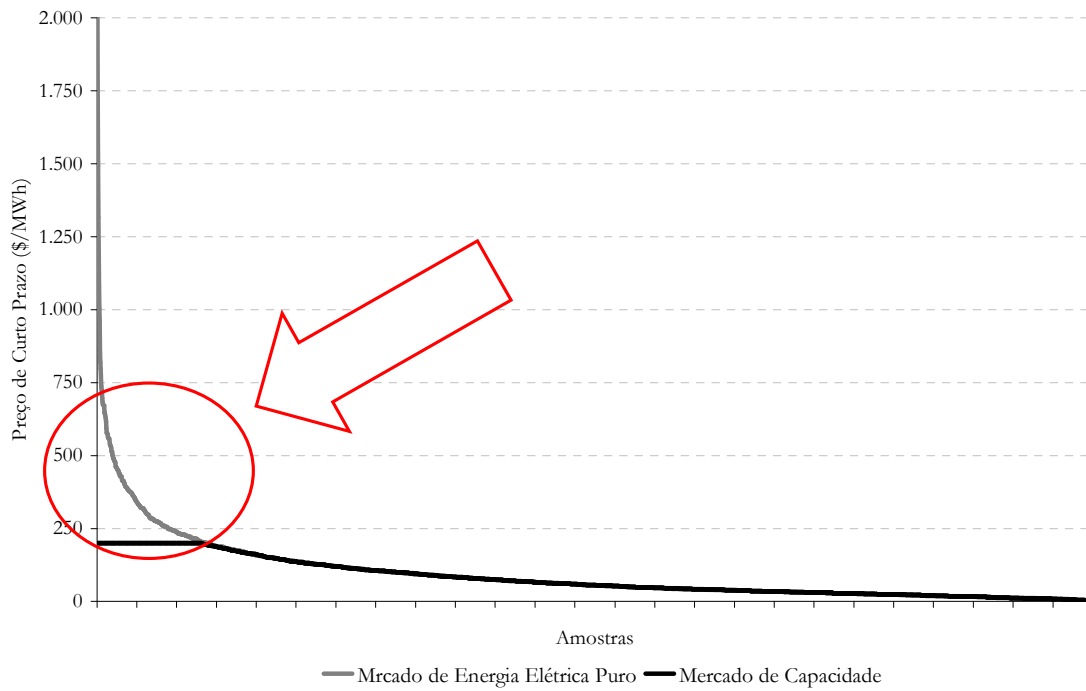


Figura 6.2 – Curva de duração do preço de curto prazo

Preço máximo do mercado de capacidade: utiliza-se o resultado da equação (5.15), isto é, o valor é o dobro da parcela do custo total não recuperada, em média, no mercado de curto prazo. Quando o sistema encontra-se em equilíbrio, a reserva de capacidade é unitária e o preço do mercado de curto prazo, supondo limitado a \$200/MWh, possui valor esperado de \$79/MWh. A parcela do custo total não recuperada é de \$21/MWh, portanto o preço máximo do mercado de capacidade deve ser de \$42/MWh.

### 6.2.2 AFERIÇÃO DO MODELO

Para aferir o modelo, foi utilizado um caso no qual a taxa de crescimento da demanda é determinística e não há aversão a risco. Como não há incerteza na expectativa de receitas futuras e a decisão é tomada com base apenas na informação de valor esperado,

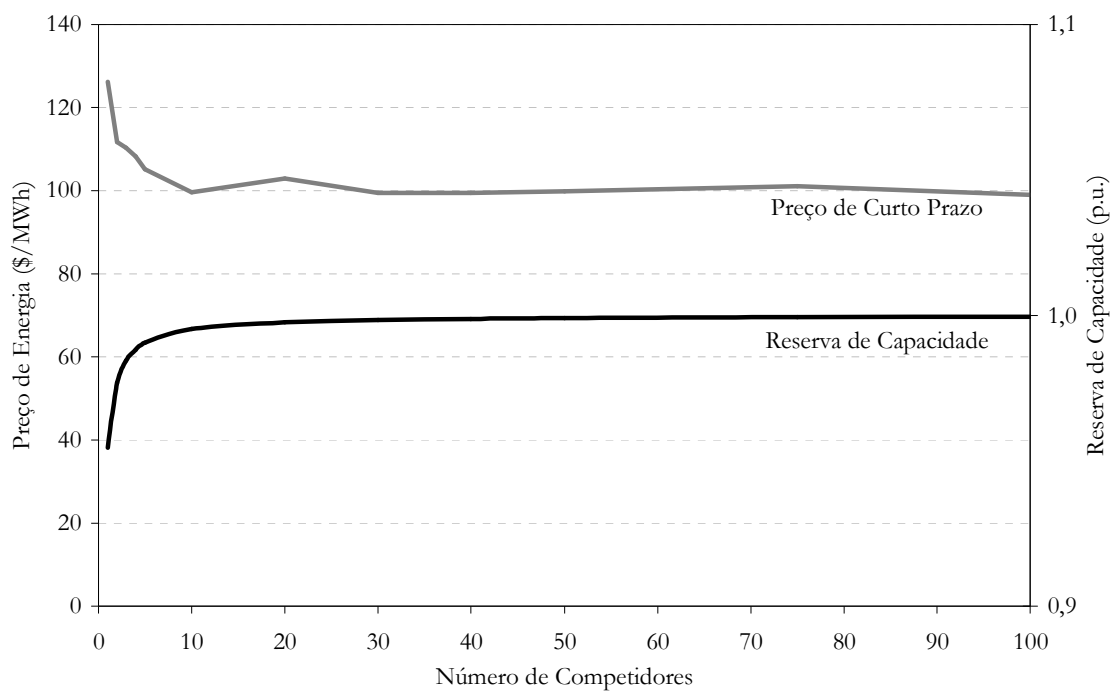
o resultado da simulação em regime permanente deve ser determinístico, em termos do mercado de capacidade. A única dispersão deve ser exclusivamente no mercado de curto prazo em função das afluências.

Para avaliar a performance para diferentes níveis de competição, o caso foi simulado doze vezes, incrementando o número de agentes em cada simulação, conforme a tabela a seguir.

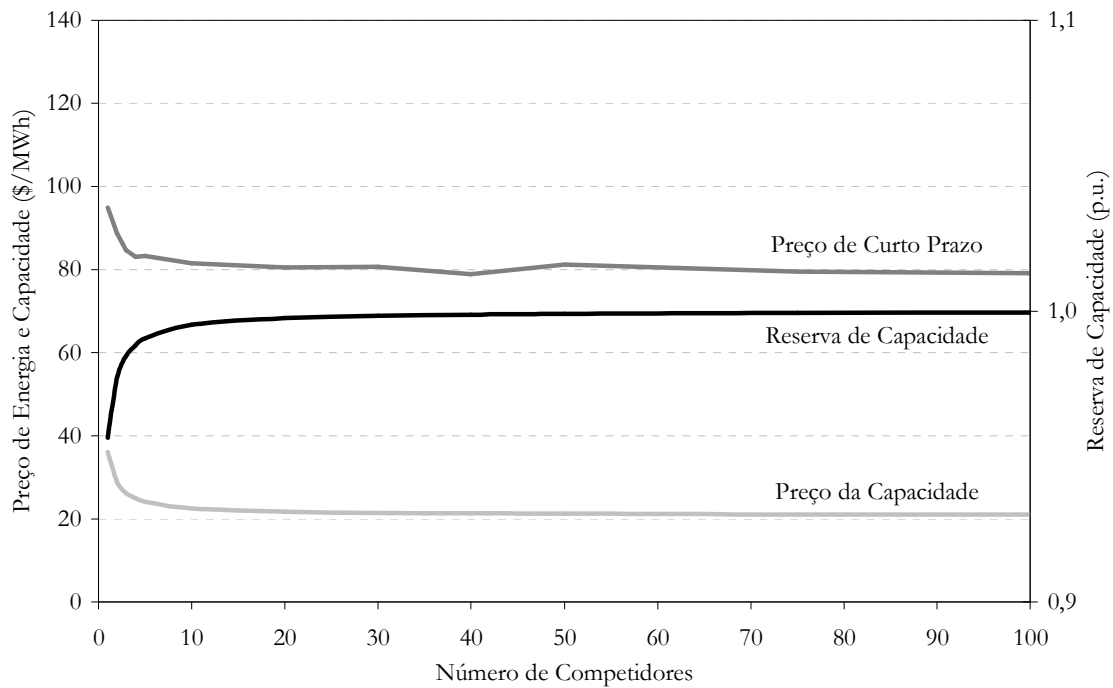
**Tabela 6.2 – Número de competidores idênticos**

1	2	3	4	5	10	20	30	40	50	75	100
---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	-----

A Figura 6.3 e a Figura 6.4 ilustram os resultados supondo um mercado de energia elétrica puro e um mercado futuro de capacidade, como modelado no Capítulo 5. Observe que, em ambas as abordagens, à medida que o número de competidores aumenta, o sistema tende à condição de equilíbrio sob concorrência perfeita (reserva de capacidade unitária) como deveria ser. Nesta condição de reserva de capacidade, o preço de curto prazo é \$100/MWh no mercado de energia elétrica puro e \$79/MWh na abordagem via mercado de capacidade, sendo que neste caso a receita é complementada pelo preço da capacidade de \$21/MWh. Em ambos os casos a receita é suficiente para recuperar o custo total de \$100/MWh.



**Figura 6.3 – Caso 1: Mercado de energia elétrica puro**



**Figura 6.4 – Caso 1: Mercado futuro de capacidade**

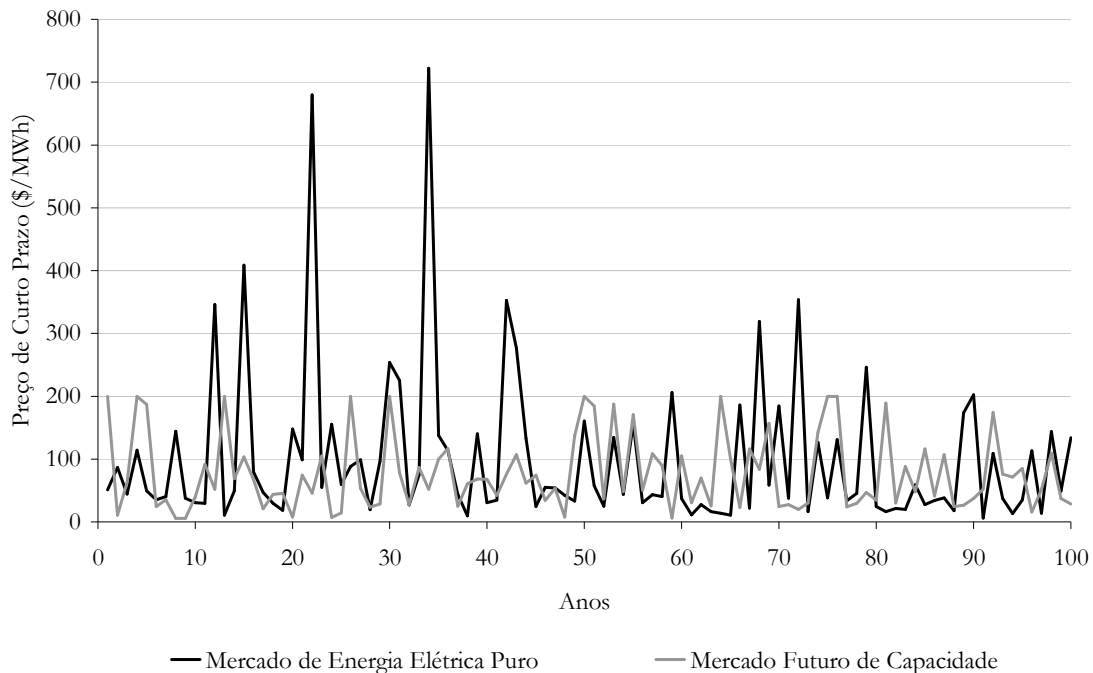
A Tabela 6.3 apresenta os valores de média e, entre parênteses, o desvio padrão para algumas estatísticas das simulações deste caso. Cabe destacar o resultado esperado de não existir nenhuma dispersão do resultado, a não ser no mercado de curto prazo em função das afluências. Ressalte-se ainda a grande redução no desvio padrão do preço de curto prazo quando da adoção do mercado de capacidade concomitante com o preço-teto. Finalmente, as unidades (\$/MWh) do Preço da Energia e do Preço da Capacidade, apesar de aparentemente iguais, referem-se a grandezas distintas. No primeiro caso refere-se à energia gerada, enquanto no segundo caso refere-se à energia assegurada.

**Tabela 6.3 – Estatísticas do Caso 1. Média (Desvio Padrão)**

NC <sup>a</sup>	Mercado de Energia Elétrica Puro			Mercado Futuro de Capacidade		
	Reserva de Capacidade (p.u.)	Preço da Capacidade (\$/MWh)	Preço da Energia (\$/MWh)	Reserva de Capacidade (p.u.)	Preço da Capacidade (\$/MWh)	Preço da Energia (\$/MWh)
1	0,955 (0,000)	0,0 (0,0)	126,2 (156,2)	0,956 (0,000)	36,1 (0,0)	94,9 (63,6)
5	0,991 (0,000)	0,0 (0,0)	105,1 (138,6)	0,991 (0,000)	24,2 (0,0)	83,3 (63,1)
10	0,995 (0,000)	0,0 (0,0)	99,6 (123,5)	0,995 (0,000)	22,6 (0,0)	81,6 (62,6)
50	0,999 (0,000)	0,0 (0,0)	99,8 (125,0)	0,999 (0,000)	21,2 (0,0)	81,2 (63,6)

<sup>a</sup> Número de agentes entrantes.

A Figura 6.5 ilustra, tanto para o mercado de energia elétrica puro quanto para o mercado futuro de capacidade, a evolução do preço de curto prazo em um cenário amostrado da simulação com 100 agentes. Observe o efeito do preço-teto de \$200,00/MWh, que limita a excursão do preço de curto prazo quando adota-se o mecanismo de capacidade.



**Figura 6.5 – Caso 1. Amostras do preço de curto prazo**

### 6.2.3 INCORPORAÇÃO DA INCERTEZA NO CRESCIMENTO DA DEMANDA

A Tabela 6.4 sumariza os resultados do Caso 2, no qual é mantido o comportamento neutro em relação ao risco, mas acrescenta-se a incerteza em relação à taxa de crescimento da demanda. Os valores médios obtidos são iguais ao Caso 1, porém agora há dispersão.

Vale aproveitar os resultados deste caso para validar a calibração do processo estocástico utilizado. A volatilidade obtida por meio do procedimento ilustrado na Seção 6.2.1 foi 0,0354. Percorrendo o caminho inverso e substituindo este valor na equação (5.22) do capítulo anterior, fazendo  $t \rightarrow \infty$ , tem-se:

$$DP\{r_{\infty}\} = \sqrt{\frac{0,0354^2}{2}(1 - e^{-2\infty})} = 0,025 \quad (6.2)$$

que é exatamente o desvio padrão da reserva de capacidade obtido por meio da simulação, vide os valores entre parênteses na coluna 2 da Tabela 6.4. Observe que este valor refere-se ao regime permanente e independe do nível de reserva de capacidade, depende apenas da dispersão da demanda.

**Tabela 6.4 – Estatísticas do Caso 2. Média (Desvio Padrão)**

NC <sup>a</sup>	Mercado de Energia Elétrica Puro			Mercado Futuro de Capacidade		
	Reserva de Capacidade (p.u.)	Preço da Capacidade (\$/MWh)	Preço da Energia (\$/MWh)	Reserva de Capacidade (p.u.)	Preço da Capacidade (\$/MWh)	Preço da Energia (\$/MWh)
1	0,955 (0,025)	0,0 (0,0)	131,2 (173,1)	0,955 (0,025)	36,2 (1,7)	100,7 (68,2)
5	0,993 (0,024)	0,0 (0,0)	104,8 (133,9)	0,992 (0,025)	24,2 (0,5)	83,5 (65,0)
10	0,997 (0,025)	0,0 (0,0)	99,7 (145,6)	1,000 (0,026)	22,6 (0,2)	79,9 (63,6)
50	0,999 (0,025)	0,0 (0,0)	96,1 (127,5)	1,000 (0,024)	21,3 (0,0)	78,1 (62,6)

<sup>a</sup> Número de agentes entrantes.

#### 6.2.4 INCORPORAÇÃO DA AVERSÃO AO RISCO

O terceiro caso considera a introdução da aversão ao risco no comportamento dos agentes de geração entrantes. Os resultados estão na Tabela 6.5.

**Tabela 6.5 – Estatísticas do Caso 3. Média (Desvio Padrão)**

NC <sup>a</sup>	Mercado de Energia Elétrica Puro			Mercado Futuro de Capacidade		
	Reserva de Capacidade (p.u.)	Preço da Capacidade (\$/MWh)	Preço da Energia (\$/MWh)	Reserva de Capacidade (p.u.)	Preço da Capacidade (\$/MWh)	Preço da Energia (\$/MWh)
1	0,920 (0,024)	0,0 (0,0)	142,4 (178,9)	0,943 (0,024)	40,6 (1,7)	100,1 (64,8)
5	0,958 (0,023)	0,0 (0,0)	125,7 (150,4)	0,977 (0,024)	29,3 (0,5)	88,2 (64,8)
10	0,961 (0,025)	0,0 (0,0)	121,0 (162,2)	0,985 (0,025)	27,7 (0,2)	85,6 (63,9)
50	0,963 (0,025)	0,0 (0,0)	117,1 (142,9)	0,985 (0,023)	26,4 (0,0)	84,0 (63,3)

<sup>a</sup> Número de agentes entrantes.

Observe que nenhuma abordagem é capaz de produzir o resultado desejado em termo de adequação do suprimento, isto é, mesmo com um elevado nível de competição o sistema não atinge o equilíbrio entre oferta e demanda. Isto é esperado pois a aversão ao risco representa, na função-objetivo do agente entrante, um custo adicional que não é recuperado quando o sistema encontra-se em equilíbrio.

Apesar do baixo desempenho em termos de adequação do suprimento de ambas as abordagens, o mercado futuro de capacidade supera o mercado de energia elétrica puro em



todos os indicadores. Isto confirma as evidências teóricas da eficiência de se substituir o pico de preço por um pagamento lateral estável na mitigação do risco de preço do mercado de curto prazo.

É possível explorar outra característica dos mecanismos de capacidade: a habilidade de controlar efetivamente a adequação do suprimento. Veja que a volatilidade do preço de curto prazo pode ser mitigada, mas não eliminada. Se, quando o sistema está em equilíbrio entre oferta e demanda, o preço de curto prazo é insuficiente para recuperar o custo total ajustado ao risco, nada mais pode ser feito sob a abordagem do mercado de energia elétrica puro.

No exemplo anterior, o mercado futuro de capacidade não foi eficiente em promover a adequação do suprimento, pois foi calibrado para recompor a parcela do custo total não recuperada pela renda inframarginal sob a premissa de neutralidade ao risco. Entretanto, o mercado futuro de capacidade pode ser ajustado para compensar o custo do risco.

Para se atingir o equilíbrio entre oferta e demanda, uma nova calibração no mercado de capacidade se faz necessária. Há dois caminhos para este ajuste: elevar o preço máximo do mercado de capacidade (Caso 3a) ou deslocar a curva de capacidade para a direita, centrando-a numa reserva de capacidade superior à unidade (Caso 3b). A primeira opção aumenta a inclinação da curva de demanda por capacidade e isto deve alterar a dinâmica do mercado como um todo. A segunda opção mantém a inclinação original.

As duas calibrações foram testadas e os resultados comparativos para a reserva de capacidade e preço da capacidade estão na Tabela 6.6. Para facilitar a comparação, os resultados do mercado futuro de capacidade com a calibração original são rerepresentados na Tabela 6.7.

Ambos os casos conseguem levar o sistema ao equilíbrio, havendo competição suficiente e, alinhado com as conclusões de trabalhos correlatos (Hobbs et al., 2005 e Hobbs et al., 2007), a opção de calibração com maior inclinação na curva de demanda por capacidade aumenta a incerteza no preço da capacidade e está mais sujeita a poder de mercado caso a competição seja insuficiente.

Em particular, observe-se que o desvio padrão do preço da capacidade é zero para a simulação com apenas um agente entrante no Caso 3b. A aparente surpresa em não haver dispersão, subretudo em um cenário monopolista, é porque o valor \$41,8/MWh é exatamente o preço-teto do mercado de capacidade. Perceba que se este valor fosse superior, certamente o agente entrante exerceria o poder de mercado para auferir mais

renda, exatamente o que ocorre no Caso 3a, no qual o mercado de capacidade é ajustado por meio do aumento do preço-teto.

**Tabela 6.6 – Estatísticas das sensibilidades. Casos 3a e 3b. Média (Desvio Padrão)**

NC <sup>a</sup>	Aumento do Pcap <sub>max</sub>			Deslocamento da curva para direita		
	Reserva de Capacidade (p.u.)	Preço da Capacidade (\$/MWh)	Preço da Energia (\$/MWh)	Reserva de Capacidade (p.u.)	Preço da Capacidade (\$/MWh)	Preço da Energia (\$/MWh)
1	0,956 (0,025)	57,0 (2,8)	94,5 (64,0)	0,972 (0,025)	41,8 (0,0)	88,7 (63,2)
5	0,993 (0,024)	38,0 (0,8)	81,9 (64,0)	0,993 (0,025)	36,1 (0,5)	81,9 (64,0)
10	0,997 (0,025)	35,4 (0,4)	78,7 (61,7)	0,997 (0,025)	34,5 (0,2)	78,7 (61,7)
50	0,999 (0,026)	33,4 (0,0)	77,9 (62,3)	0,999 (0,026)	33,2 (0,0)	77,9 (62,3)

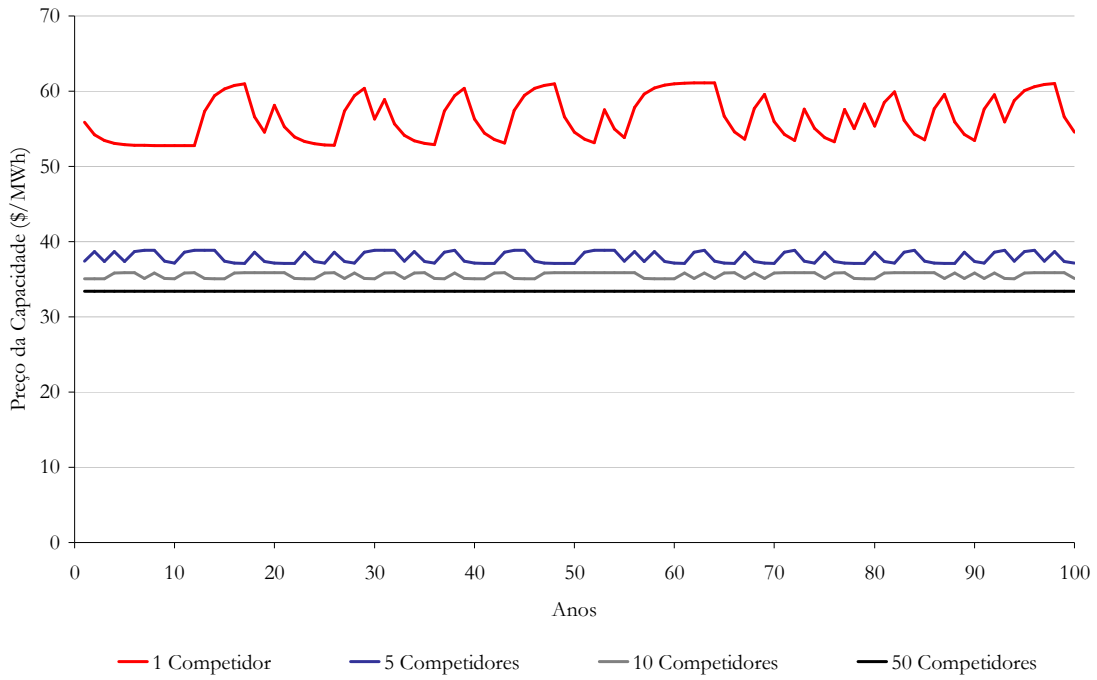
<sup>a</sup> Número de agentes entrantes.

**Tabela 6.7 – Resultado da calibração original. Média (Desvio Padrão)**

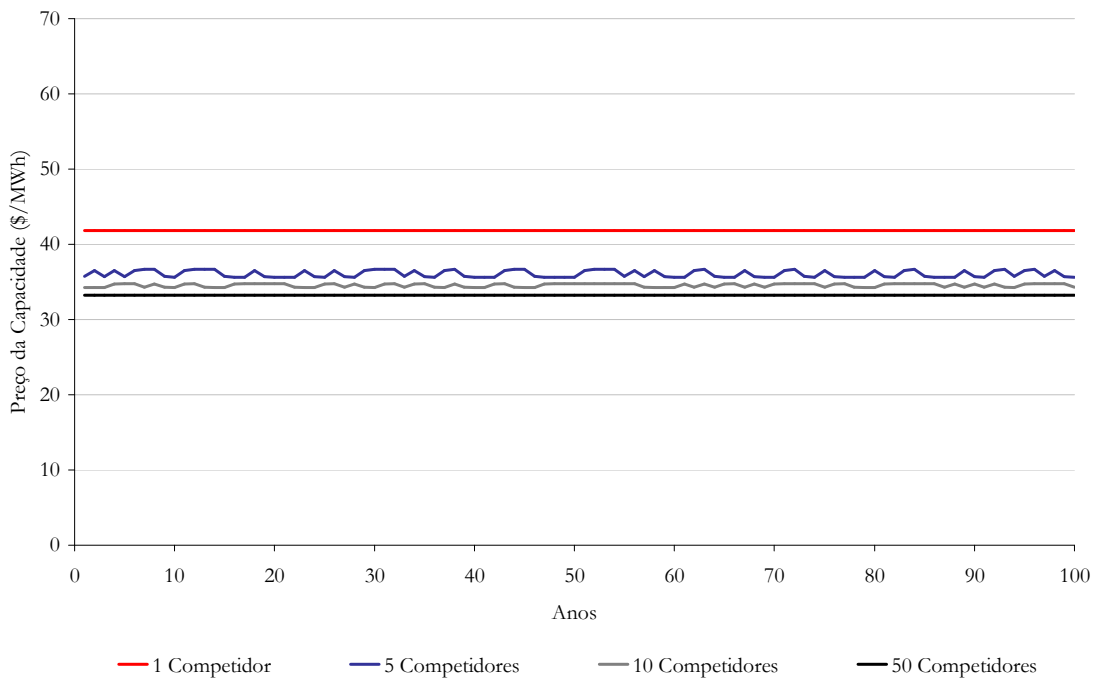
NC <sup>a</sup>	Mercado Futuro de Capacidade Original		
	Reserva de Capacidade (p.u.)	Preço da Capacidade (\$/MWh)	Preço da Energia (\$/MWh)
1	0,943 (0,024)	40,6 (1,7)	100,1 (64,8)
5	0,977 (0,024)	29,3 (0,5)	88,2 (64,8)
10	0,985 (0,025)	27,7 (0,2)	85,6 (63,9)
50	0,985 (0,023)	26,4 (0,0)	84,0 (63,3)

<sup>a</sup> Número de agentes entrantes.

A Figura 6.6 e a Figura 6.7 ilustram, respectivamente para o Caso 3a e para o caso 3b, a evolução do preço da capacidade, em um dado cenário, para cada nível de competição.



**Figura 6.6 – Caso 3a. Amostras do preço de capacidade**



**Figura 6.7 – Caso 3b. Amostras do preço de capacidade**

### 6.3 OLIGOPÓLIO ASSIMÉTRICO

O modelo proposto também foi utilizado para avaliar o desempenho de mercado futuro de capacidade supondo uma situação de competição entre diversas fontes de geração de energia elétrica e sob diferentes percepções de risco. Foi utilizado um caso com 25 agentes, sendo 15 de geração hidrelétrica e 10 de geração termelétrica (dois a carvão, três a gás natural e cinco a óleo combustível). A Tabela 6.8 sumariza os dados dos agentes

**Tabela 6.8 – Dados dos agentes**

Tipo	Parâmetro	Valor	Quantidade
Hidrelétrica	CF	135 \$/MWh	5
	CV	0 \$/MWh	
	j	10%	
	$\rho$	0,05	
Hidrelétrica	CF	135 \$/MWh	5
	CV	0 \$/MWh	
	j	10%	
	$\rho$	0,10	
Hidrelétrica	CF	135 \$/MWh	5
	CV	0 \$/MWh	
	j	12%	
	$\rho$	0,10	
Carvão	CF	100 \$/MWh	1
	CV	50 \$/MWh	
	j	12%	
	$\rho$	0,05	
Carvão	CF	100 \$/MWh	1
	CV	50 \$/MWh	
	j	12%	
	$\rho$	0,10	
Gás Natural	CF	65 \$/MWh	1
	CV	150 \$/MWh	
	j	10%	
	$\rho$	0,05	
Gás Natural	CF	65 \$/MWh	1
	CV	150 \$/MWh	
	j	10%	
	$\rho$	0,10	
Gás Natural	CF	65 \$/MWh	1
	CV	150 \$/MWh	
	j	12%	
	$\rho$	0,10	
Óleo Combustível	CF	40 \$/MWh	5
	CV	300 \$/MWh	
	j	12%	
	$\rho$	0,10	

Os parâmetros de simulação, como horizonte de simulação e número de cenários, e os parâmetros da demanda são os mesmos ilustrados na Tabela 6.1.

### 6.3.1 CALIBRAÇÃO DO MODELO

Distribuição do preço de curto prazo: a distribuição de probabilidade do preço de curto prazo foi ajustada para média e desvio padrão iguais a \$135/MWh e \$300/MWh, respectivamente, quando a oferta é igual à demanda. Variações na reserva de capacidade afetam a média e o desvio padrão conforme as expressões a seguir:

$$E\{P_{spot}(r)\} = 1.435 - 1.300 \cdot r \quad (6.3)$$

$$DP\{P_{spot}(r)\} = 1.500 - 1.200 \cdot r \quad (6.4)$$

Estas variações são consistente com simulações estáticas com o modelo NEWAVE de uma configuração hidrotérmica para diferentes valores de demanda.

Na representação do mercado futuro de capacidade, adota-se um limite ao preço de curto prazo igual ao custo variável da termelétrica mais cara, ou seja, o preço de curto prazo é limitado a \$300/MWh.

Representação da renda inframarginal: para os agentes de geração hidrelétrica, a renda inframarginal depende não apenas do preço de curto prazo, mas também da geração de energia elétrica, que por sua vez é dependente tanto da hidrologia quanto da configuração hidrotérmica (substituição termelétrica). Com base nas simulações com o modelo NEWAVE, observou-se que, para as condições simuladas e a despeito das observações acima, o valor médio da renda inframarginal do bloco hidrelétrico normalizado pela energia assegurada é da ordem de grandeza do valor médio do preço de curto prazo. Neste trabalho, por simplificação, o valor esperado da renda inframarginal dos agentes de geração hidrelétrica será considerado igual ao valor esperado do preço de curto prazo.

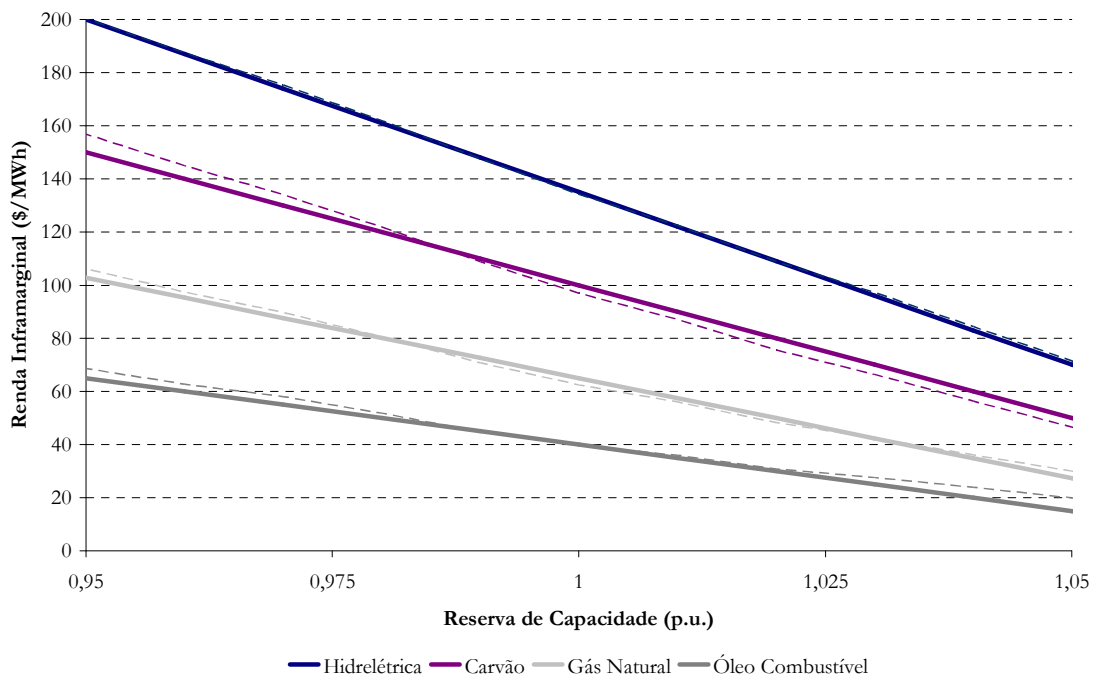
A renda inframarginal para cada agente de geração termelétrica foi obtida analiticamente por meio das expressões (6.5) e (6.6). A primeira expressão refere-se ao valor esperado da renda inframarginal supondo um mercado de energia elétrica puro, enquanto a segunda representa a mesma grandeza supondo a utilização do mercado futuro de capacidade e a respectiva limitação no preço de curto prazo.

$$E\{R_{IM}^{CV}\} = \int_{CV}^{\infty} (P_{spot} - CV) \cdot \frac{1}{P_{spot} \cdot \sigma \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln P_{spot} - \mu)^2}{2\sigma^2}} dP_{spot} \quad (6.5)$$

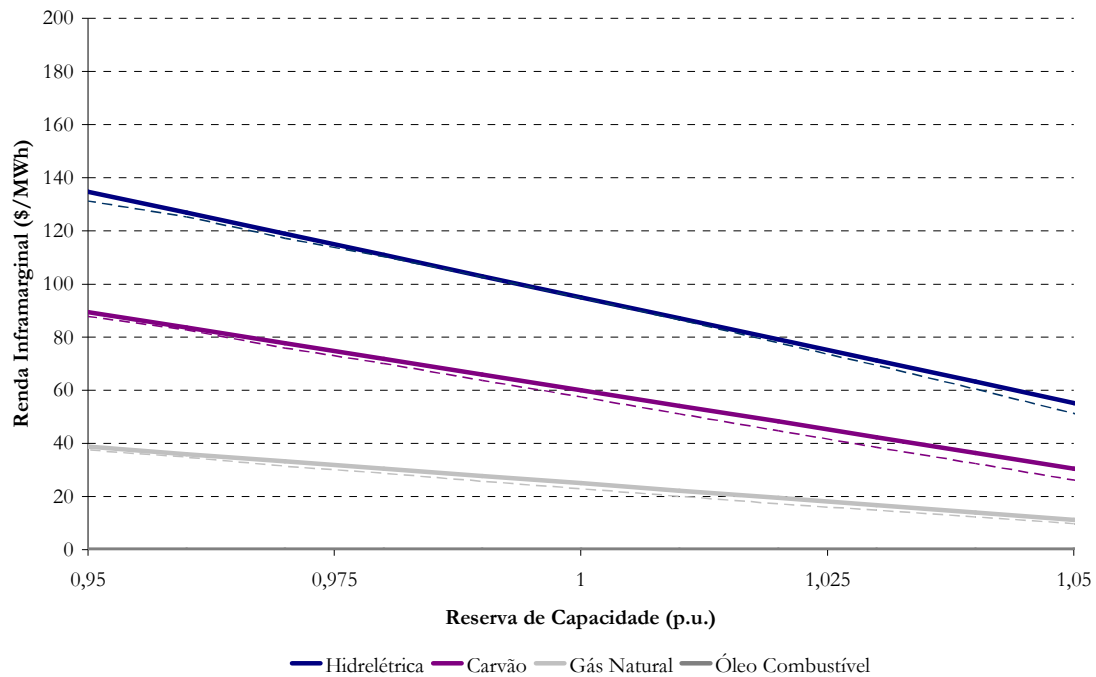
$$\begin{aligned}
 E\{R_{IM}^{CV}\} = & \int_{CV}^{300} (P_{spot} - CV) \cdot \frac{1}{P_{spot} \cdot \sigma \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln P_{spot} - \mu)^2}{2\sigma^2}} dP_{spot} + \\
 & + \int_{300}^{\infty} (300 - CV) \cdot \frac{1}{P_{spot} \cdot \sigma \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln P_{spot} - \mu)^2}{2\sigma^2}} dP_{spot}
 \end{aligned}
 \tag{6.6}$$

Uma função linear foi ajustada para melhor representar as variações do valor esperado da renda inframarginal em função da reserva de capacidade do sistema, conforme as equações (5.8) e (5.9) do capítulo anterior. Entretanto, para viabilizar a recuperação dos custos fixos de todos os agentes de geração em uma situação de equilíbrio entre oferta e demanda e sem representação da aversão ao risco, as aproximações lineares foram corrigidas heurísticamente. As correções realizadas foram de pequena monta e as comparações entre os valores analíticos e as aproximações corrigidas encontram-se nas figuras a seguir.

Os mesmos procedimentos foram utilizados para representar o desvio padrão da renda inframarginal.



**Figura 6.8 – Valor esperado da receita inframarginal, por tecnologia, para o mercado de energia elétrica puro. Linha pontilhada: valor exato. Linha contínua: aproximação linear corrigida.**



**Figura 6.9 – Valor esperado da receita inframarginal, por tecnologia, para o mercado futuro de capacidade. Linha pontilhada: valor exato. Linha contínua: aproximação linear corrigida.**

Preço máximo do mercado de capacidade: com base no preço-teto arbitrado para o mercado de curto prazo (\$300/MWh) e dos ajustes na representação da renda inframarginal dos agentes de geração, a parcela do custo total não recuperada, em média, no mercado de curto prazo quando o sistema encontra-se em equilíbrio é igual a \$40/MWh, independentemente do agente de geração. Portanto o preço máximo do mercado de capacidade deve ser de \$80/MWh.

### 6.3.2 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO

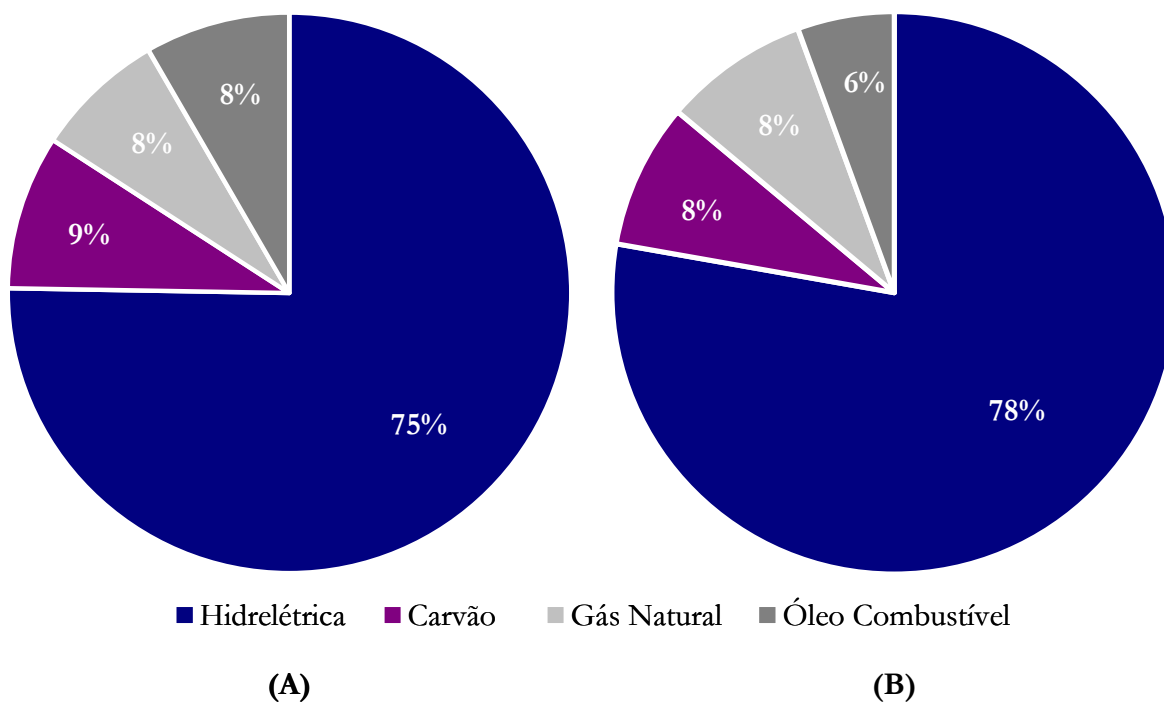
A Tabela 6.9 apresenta valores de média e, entre parênteses, o desvio padrão para algumas estatísticas das simulações da configuração de oligopólio assimétrico supondo a abordagem de mercado de energia elétrica puro e mercado futuro de capacidade. Ambos os casos foram simulados desprezando-se e considerando-se a representação da aversão ao risco.

Os resultados da simulação apontam para a equivalência, em termos de valor esperado, das duas abordagens. Ambas foram capazes de induzir o nível adequado de investimento, e o valor esperado da parcela do preço de curto prazo suprimida pelo teto de preço é igual ao valor esperado do mercado de capacidade.

**Tabela 6.9 – Estatísticas do caso assimétrico desprezando a percepção ao risco.  
Média (Desvio Padrão)**

Variável	Mercado de Energia Elétrica Puro	Mercado Futuro de Capacidade
Reserva de Capacidade (p.u.)	1,005 (0,025)	1,000 (0,025)
Preço da Capacidade (\$/MWh)	0,0 (0,0)	40,4 (0,1)
Preço da Energia (\$/MWh)	134,8 (320,7)	93,6 (94,3)

A Figura 6.10 ilustra, em termos médios, a participação relativa das fontes na expansão induzida por cada abordagem. Observe novamente que há equivalência entre os resultados.



**Figura 6.10 – Matriz energética da expansão da simulação desconsiderando a aversão ao risco. (A) Mercado de energia elétrica puro. (B) Mercado futuro de capacidade.**

Os resultados para a simulação considerando a representação da aversão ao risco encontram-se ilustrados na Tabela 6.10 e na Figura 6.11, respectivamente as principais estatísticas e a participação relativa de cada fonte da expansão. Observe que a abordagem de mercado de energia elétrica puro não conseguiu induzir o nível adequado de investimento bem como inviabilizou o investimento em Óleo Combustível. Esta

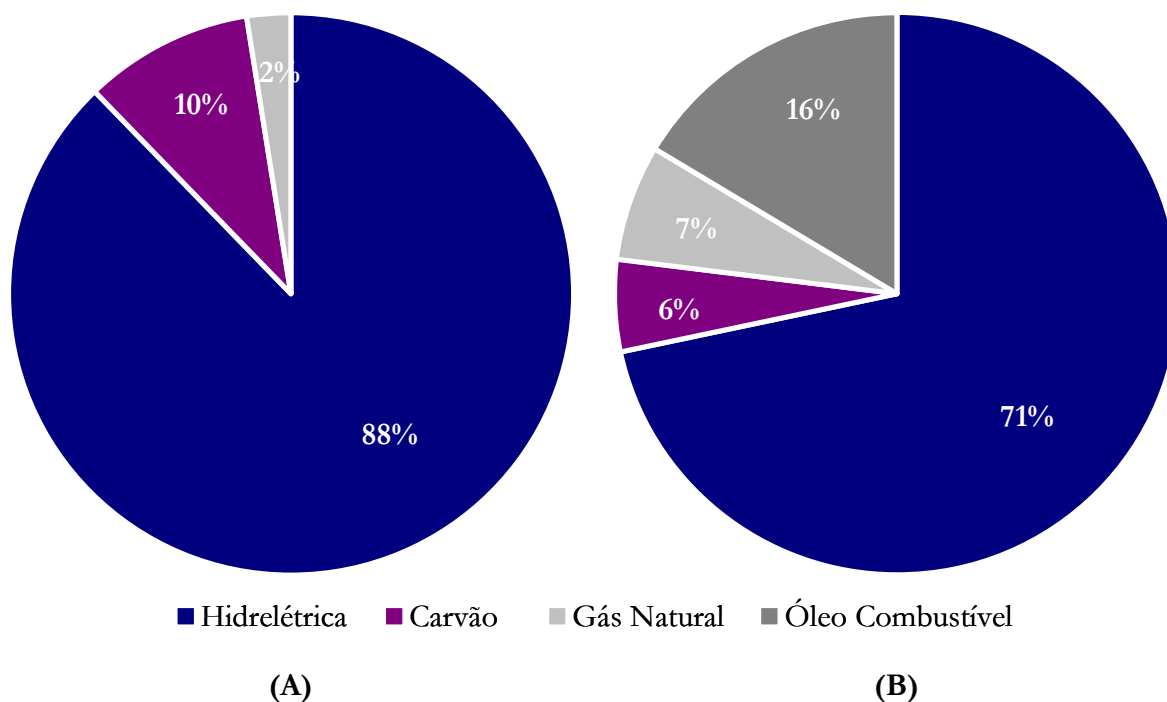


abordagem, apesar da elevação da participação hidrelétrica, resultou em elevados valores esperados para o preço de curto prazo.

Já a abordagem de mercado futuro de capacidade, além de reduzir a incerteza associada à receita, reduzindo o impacto da percepção avessa ao risco, conseguiu induzir o nível adequado de investimentos. Entretanto, visto ser necessária a recuperação dos custos associados à percepção de risco, a adequação do suprimento ocorreu às custas de uma redução da participação hidrelétrica e a correspondente elevação do nível médio do preço de curto prazo.

**Tabela 6.10 – Estatísticas do caso assimétrico considerando a percepção ao risco.**  
**Média (Desvio Padrão)**

Variável	Mercado de Energia Elétrica Puro	Mercado Futuro de Capacidade
Reserva de Capacidade (p.u.)	0,970 (0,024)	0,999 (0,025)
Preço da Capacidade (\$/MWh)	0,0 (0,0)	41,0 (0,1)
Preço da Energia (\$/MWh)	157,2 (318,1)	99,5 (96,5)



**Figura 6.11 – Matriz energética da expansão da simulação considerando a aversão ao risco. (A) Mercado de energia elétrica puro. (B) Mercado futuro de capacidade.**

## 6.4 CONCLUSÕES

As análises realizadas mostraram que o modelo proposto é capaz de reproduzir os resultados econômicos clássicos para um caso determinístico cuja solução é trivial. Para os casos mais complexos, considerando incerteza na taxa de crescimento da demanda, representação da aversão ao risco e assimetria entre os agentes entrantes, os resultados obtidos estão alinhados com as evidências de trabalhos correlatos (Hobbs et al., 2005 e Hobbs et al., 2007).

Os mercados de energia elétrica puros, apesar das premissas teóricas que o embasam, não possuem ferramentas para equacionar problemas – como a percepção de risco e a característica de bem público da confiabilidade – encontrados na implementação deste paradigma, o que foi confirmado por meio de simulações.

Por outro lado, a adequação do suprimento foi obtida por meio da abordagem de mercado futuro de capacidade, observando-se o adequado ajuste dos parâmetros regulatórios pertinentes. Nas simulações foi possível constatar que esta abordagem fornece controle suficiente sobre os sinais econômicos necessários para a indução dos investimentos.

# CAPÍTULO 7

## CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

As contribuições deste trabalho incluem uma revisão bibliográfica com exemplos numéricos, uma modelagem matemática para sistemas hidrotérmicos e um estudo de caso, constituindo-se portanto em uma contribuição ao estudo do problema da adequação do suprimento.

Como mostrado no Capítulo 2, os mercados de energia elétrica puros são, em teoria, capazes de induzir o nível adequado de suprimento. Porém, existem algumas dificuldades na implementação prática deste tipo de mercado que motivou, a partir da década de 2000, uma segunda onda de reformas estruturais, visando corrigir as imperfeições nas concepções originais.

As dificuldades práticas dos mercados de energia elétrica puros são consequência das características intrínsecas desta indústria: concorrência imperfeita, informação incompleta, investimentos de capital intensivo de longo tempo de maturação e o caráter de bem público da confiabilidade. A conjunção destes fatores leva à falta de sustentabilidade nos investimentos em expansão, particularmente no segmento de geração, e aumenta a oportunidade para exercício do poder de mercado.

As discussões da segunda onda de reformas do setor elétrico possuem em comum a necessidade de algum mecanismo coordenador das atividades competitivas, minimizando os efeitos das características setoriais intrínsecas, denominados genericamente de mecanismos de capacidade.

Em seu Capítulo 3, esta tese apresentou o conceito de capacidade, diferenciando o caso de sistemas termelétricos de sistemas hidrelétricos, bem com uma revisão bibliográfica dos principais mecanismos de capacidade, buscando sempre a comparação entre estes mecanismos e o mercado de energia elétrica puro por meio de um simples, porém ilustrativo, exemplo numérico. O estado da arte em mecanismos de capacidade tem como característica a contratação futura, em longo prazo, de capacidade por meio de uma curva de demanda sensível a preço com claros incentivos de performance.

A principal vantagem de um mercado futuro de capacidade é fomentar a competição num horizonte de tempo que permita a participação de novos empreendimentos, indo ao encontro da premissa de livre entrada e saída de mercados sob competição perfeita. A contratação de longo prazo, no caso, específica para novos agentes, reduz a volatilidade da receita e, conseqüentemente, o custo de capital. A utilização de uma curva de demanda por capacidade melhora o desempenho dinâmico pois aceita-se mais capacidade se o preço compensar ou paga-se mais se a capacidade não for suficiente sem os extremos dos mecanismos baseados somente em quantidade ou preço. Os incentivos de performance garantem que a capacidade agregada ao sistema estará disponível quando ela for realmente necessária. Com isso é possível assegurar a expansão da oferta, ao menor custo possível para os consumidores e com um satisfatório desempenho dinâmico.

Para contribuir com a discussão em foco foi utilizada a técnica de simulação pois é inviável a aplicação de técnicas analíticas dada a complexidade do problema. A simulação pode ser utilizada para identificar as falhas de mercado e propor a calibração dos parâmetros do mercado.

O uso de simulação pressupõe a modelagem dos elementos que compõem o mercado. Neste trabalho de doutorado foram apresentadas as modelagens da demanda, da oferta e dos mercados de capacidade e de energia. O mercado de energia foi tratado por um modelo econométrico e o mercado de capacidade por um modelo microeconômico.

Para subsidiar a modelagem econométrica do mercado de energia, o Capítulo 4 descreveu uma revisão teórica da teoria de processos estocásticos e sua aplicação na projeção futura de preços. O modelo econométrico escolhido, a dois fatores, apesar de simples, apresenta as propriedades de interesse e possibilitou representar o preço do mercado de curto prazo em função da incerteza na afluência e na relação entre oferta e demanda.

O equacionamento matemático da modelagem proposta foi descrito no Capítulo 5, incluindo o problema de otimização que descreve o comportamento do agente entrante e a técnica adotada para encontrar a solução de equilíbrio do jogo utilizado para representar a competição entre os agentes.

Os estudos de caso e análises do Capítulo 6 mostraram que a modelagem proposta é capaz de reproduzir os resultados econômicos clássicos para um caso determinístico cuja solução é trivial. Para os demais casos, os resultados também correspondem às expectativas teóricas. Foi visto que o nível de reserva de capacidade depende do número de competidores, mas a volatilidade na reserva de capacidade é decorrente apenas da incerteza

na taxa de crescimento da demanda. Foi visto também que a aversão ao risco, modelada como um custo na função-objetivo que aumenta com a volatilidade na receita, requer que a calibração dos parâmetros do mercado de capacidade leve em consideração a percepção de risco dos investidores para induzir o nível adequado de capacidade. Dentre as formas de calibração, foi visto que o aumento da inclinação da curva de demanda por capacidade é uma estratégia pior do que elevar a meta de reserva de capacidade. Para o caso de competição entre diferentes fontes de geração, além dos aspectos relacionados à adequação do suprimento e ao custo, a modelagem proposta possibilitou avaliar o impacto na matriz energética induzida por cada abordagem de mercado.

Finalmente, o modelo de simulação proposto consiste em uma ferramenta para reguladores e projetistas de mercados de energia elétrica. No atual contexto do Setor Elétrico Brasileiro, a adoção de mecanismos de capacidade pode ser uma alternativa viável para induzir a expansão da geração. Desta forma, a expansão poderia ser coordenada para as necessidades de todo o sistema, não apenas para o Ambiente de Contratação Regulada. Numa hipotética implantação de um mercado futuro de capacidade no SEB, a contratação da capacidade seria administrada, com os custos associados aos leilões de capacidade repassados a todos os consumidores finais. A contratação bilateral passaria a representar apenas um instrumento financeiro de mitigação do risco de preço.

Como sugestão para trabalhos futuros, recomenda-se: (i) a extensão da modelagem microeconômica para o mercado de energia, representando o comportamento estratégico dos agentes de geração na formação de preço de curto prazo, reduzindo assim muitas das simplificações adotadas neste trabalho; (ii) a incorporação do princípio da racionalidade limitada no modelo de tomada de decisão; e (iii) o aprimoramento da modelagem da demanda, com a inclusão da representação da elasticidade, o que permite observar o impacto da elasticidade da demanda na mitigação do poder de mercado.

Adicionalmente, sugere-se o estudo do problema da adequação do suprimento quando há exportação e importação de energia entre áreas de controle distintas. Este é o grande desafio que atualmente se discute na Europa, pois enquanto o mecanismo aqui discutido pode resolver o problema da adequação em um sistema, é tema aberto a pesquisa de soluções regulatórias para o caso de países integrados energeticamente, no qual um adota um programa de adequação do suprimento e outro não. Se não for possível interromper o fluxo (e isso só é possível se a integração energética for parcial) a confiabilidade torna-se um bem público para ambos os países.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Anders, G., Entriken, R., Nitu, P., 1999. *Risk Assessment and Financial Management – Tutorial*. IEEE Power Engineering Society Winter Meeting.
- Barroso, L.A., Rudnick, H., Moreno, R., Bezerra, B., 2007. *Ensuring Resource Adequacy with Auctions of Options and Forward Contracts*. IEEE Power Engineering Society General Meeting.
- Battle, C., Vásquez, C., Rivier, M., Pérez-Arriaga, I.J., 2007. *Enhancing power supply adequacy in Spain: Migrating from capacity payments to reliability options*. Energy Policy, vol. 35 (9).
- Besser, J.G., Farr, J.G., Tierney, S.F., 2002. *The Political Economy of Long-Term Generation Adequacy: Why an ICAP Mechanism is Needed as Part of Standard Market Design*. The Electricity Journal, vol. 15, August-September.
- Bidwell, M., 2005. *Reliability Options: A Market-Oriented Approach Long-Term Adequacy*. The Electricity Journal, vol. 18, June.
- Botterud, A., Ilic, M.D., Wangensteen, I., 2005. *Optimal Investments in Power Generation Under Centralized and Decentralized Decision Making*, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 20, February.
- Bowring, J.E., Gramlich, R.E., 2000. *The Role of Capacity Obligations in a Restructured Pennsylvania-New Jersey-Maryland Electricity Market*. The Electricity Journal, vol. 13, November.
- Brennan, T.J., 2003. *Electricity Capacity Requirements: Who Pays? Resources for the Future*, Discussion Paper 03–39. Disponível em <http://www.rff.org>. Acessado em 18/01/2009.
- Bronstein, I., Semendiaev, K., 1979. *Manual de Matemática para Engenheiros e Estudantes*. Editora Mir, Moscou, Rússia.
- Bushnell, J., 2005. *Electricity Resource Adequacy: Matching Policies and Goals*. The Electricity Journal, vol. 18, October.
- Caramanis, M.C., Bohn, R.E., Schweppe, F.C., 1982. *Optimal Spot Pricing: Practice Theory*. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems PAS-101 (9).

- Cramton, P., 2006. *New England's Forward Capacity Auction*. Working Paper, University of Maryland, June. Disponível em <http://www.cramton.umd.edu/> Acessado em 18/01/2009.
- Cramton, P., Stoft, S., 2005. *A Capacity Market that Makes Sense*. Electricity Journal, vol. 18, August-September.
- Cramton, P., Stoft, S., 2006. *The Convergence of Market Designs for Adequate Generating Capacity with Special Attention to the CAISO's Resource Adequacy Problem*. White Paper for the Electricity Oversight Board. Disponível em <http://stoft.com/p/50.html>. Acessado em 18/01/2009.
- Cramton, P., Stoft, S., 2007. *Colombia Firm Energy Market*. Proceedings of the 40th Hawaii International Conference on System Sciences.
- Cramton, P., Stoft, S., 2008. *Forward reliability markets: Less risk, less market power, more efficiency*. Utilities Policy, vol. 16, September.
- De Vries, L.J., 2003. *The Instability of Competitive Energy-Only Electricity Markets*. Research Symposium on European Electricity Markets, The Hague, Netherlands.
- De Vries, L.J., 2007. *Generation Adequacy: Helping the market do its job*. Utilities Policy, vol. 15, Março.
- Dias, M.A.G., 2004. *Stochastic Processes with Focus in Petroleum Applications*. Disponível em <http://www.puc-rio.br/marco.ind/stochast.html>. Acessado em 18/01/2009.
- Dixit, A.K., Pindyck, R.S., 1994: *Investment under Uncertainty*. Princeton University Press, New Jersey.
- Doorman, G.L., Botterud, A., 2008. *Analysis of Generation Investment Under Different Market Designs*. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 23, August.
- Fabra, N., 2001. *Market Power in Electricity Markets*. Ph.D. Thesis, Department of Economics, Europe University Institute, Italy.
- Fama, E.F., 1970. *Efficient Capital Markets: A review of theory and empirical work*. Journal of Finance, 25: p. 383-417.
- Fernandes, R.C., 2006. *Avaliação do Comportamento Estratégico de Geradores Hidrelétricos em Sistemas Hidrotérmicos*. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Elétrica, UFSC.
- Finardi, E.C., 2003. *Alocação de unidades geradoras hidrelétricas em sistemas hidrotérmicos utilizando relaxação lagrangeana e programação quadrática seqüencial*. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Elétrica, UFSC.

- Ford, A., 1999. *Cycles in Competitive Electricity Markets: A Simulation Study of the Western United States*. Energy Policy, vol. 27.
- Fortunato, L.A.M., Araripe Neto, T.A., Albuquerque, J.C.R., Pereira, M.V.F., 1990. *Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica*. EDUFF Editora Universitária, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Gibbons, R., 1992. *Game Theory for Applied Economists*. Princeton University Press, New Jersey.
- Green, R., Newbery, D., 1992. *Competition in the British Electricity Spot Market*. Journal of Political Economy, vol. 100, No. 5.
- Haugen, R.A., 2001. *Modern Investment Theory*. Prentice-Hall, New Jersey.
- Hobbs, B.F., Hu, M.C., Iñón, J.G., Stoft, S., Bhavaraju, M.P., 2007. *A Dynamic Analysis of a Demand Curve-Based Capacity Market Proposal: The PJM Reliability Pricing Model*. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 22, February.
- Hobbs, B.F., Iñon, J., Stoft, S., 2001. *Installed Capacity Requirements and Price Caps: Oil on the Water, or Fuel on the Fire?* The Electricity Journal, vol. 14, July.
- Hobbs, B.F., Iñon, J.G., Hu, M.C., Stoft, S., 2005. *Capacity Markets: Review and a Dynamic Assessment of Demand-Curve Approaches*. IEEE Power Engineering Society General Meeting.
- Hogan, W.W., 2005. *On an "Energy Only" Electricity Market Design for Resource Adequacy*. Harvard University, John F. Kennedy School of Government. Disponível em <http://ksghome.harvard.edu/~whogan/>. Acessado em 18/01/2009.
- Hunt, S., Shuttleworth, G., 1996. *Competition and Choice in Electricity*. John Wiley & Sons Ltd. England.
- Jaffe, A.B., Felder, F.A., 1996. *Should Electricity Markets Have a Capacity Requirement? If So, How Should It Be Priced?* The Electricity Journal, vol. 9, December.
- Klemperer, P.D., Meyer, M.A., 1989. *Supply Function Equilibria in Oligopoly under Uncertainty*. Econometrica, vol. 57, No. 6, November.
- Lalor, R.P., García, H., 1996. *Reshaping Power Markets: Lessons from South América*. The Electricity Journal, vol. 9, March.
- Neuhoff, K., De Vries, L.J., 2004. *Insufficient Incentives for Investment in Electricity Generations*. Utilities Policy, vol. 12, December.
- Nieto, A.D., Fraser, H., 2007. *Locational Electricity Capacity Markets: Alternatives to Restore the Missing Signals*. The Electricity Journal, vol. 20, March.



- Oren, S., 2005. *Generation Adequacy via Call Options Obligations: Safe Passage to the Promised Land*. The Electricity Journal, vol. 18, November.
- Øksendal, B.K., 2003. *Stochastic Differential Equations: an introduction with applications*. Springer Press, New York.
- Pilipovic, D., 1997. *Energy Risk: Valuing and Managing Energy Derivatives*. McGraw-Hill, New York.
- Rau, N.S., 1999. *The Need for Capacity Markets in the Deregulated Electrical Industry - A Review*. IEEE Power Engineering Society Winter Meeting.
- Rosen, J.B., 1965. *Existence and uniqueness of equilibrium points for concave n-person game*. Econometrica, vol. 33(3), July.
- Schwartz, E.S., 1997. *The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging*. The Journal of Finance, vol. LII(3), July.
- Sener, A.C., Kimball, S., 2007. *Reviewing Progress in PJM's Capacity Market Structure via the New Reliability Pricing Model*. The Electricity Journal, vol. 20, December.
- Shanker, R.J., 2003. *Comments on Standard Market Design: Resource Adequacy Requirement*. Federal Energy Regulatory Commission, Docket RM01-12-000, January 10.
- Silva, E.L., 2001. *Formação de Preços em Mercados de Energia Elétrica*. Editora Sagra Luzzatto, Porto Alegre, RS, Brasil.
- Silva, E.L., 2006. *Supply Adequacy in Electricity Markets Based on Hydro Systems – The Brazilian Case*. Energy Policy, vol. 34, October.
- Silva, E.L., Finardi, E.C., 2003. *Parallel Processing Applied to Planning of Hydrothermal Systems*. IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, 14.
- Sioshansi, F.P., (Ed) 2008. *Competitive Electricity Markets: Design, Implementation, Performance*. 1st ed., Elsevier Science, Oxford, UK.
- Sioshansi, F.P., Pfaffenberger, W., (Eds) 2006. *Electricity Market Reform: An International Perspective*. 1st ed., Elsevier Science, Oxford, UK.
- Stauffer, H., 2006. *Capacity Markets and Market Stability*. The Electricity Journal, vol. 19, April.
- Stoft, S., 2002. *Power System Economics – Designing Markets for Electricity*. Wiley-IEEE Press. New York.
- Stoft, S., 2003. *The Demand for Operating Reserves: Key to Prices Spikes and Investments*. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 18, no. 2.

- Sutherland, R., Treadway, N., 2004. *Resource Adequacy and the Cost of Reliability: The Impact of Alternative Policy Approaches on Customers and Electric Market Participants*. Report, Center for Advancement of Energy Markets.
- Varian, H.R., 1992. *Microeconomics Analysis*. WW Norton and Company, Inc. New York.
- Vázquez, C., Rivier, M., Pérez-Arriaga, I.J., 2002. *A Market Approach to Long-Term Security of Supply*. IEEE Transactions on Power Systems, vol. 17, no. 2.
- Zucarato, A.N., 2003. *Simulação de Mercados de Energia Elétrica com Predominância de Geração Hidrelétrica*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Elétrica, UFSC.

# APÊNDICE A

## A EXPANSÃO DE MÍNIMO CUSTO

Considere os dados do problema de expansão ilustrado no Capítulo 2 referentes às estruturas de custo de cada tecnologia de geração disponível e à curva de duração de carga, aqui reproduzidos.

Tabela A.1 – Estrutura de custo das tecnologias disponíveis

Tecnologia	Custo Fixo (\$/MWh) <sup>25</sup>	Custo Variável (\$/MWh)
Termelétrico	6	30
Hidrelétrico	12	18

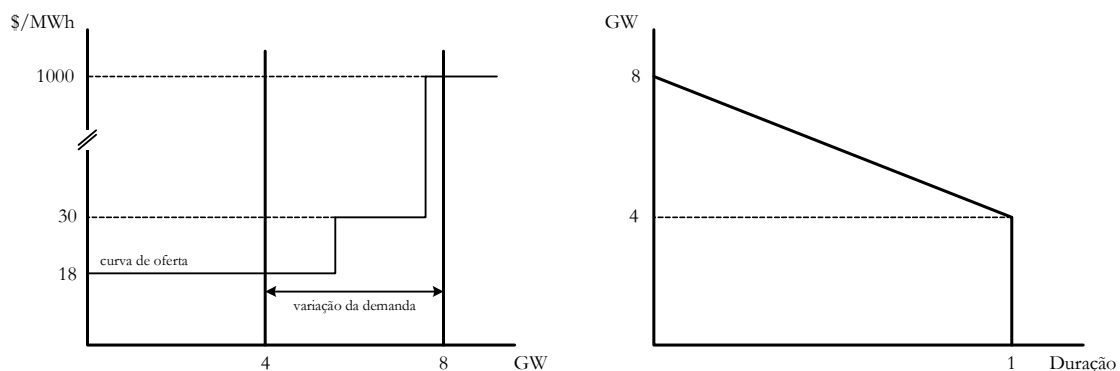


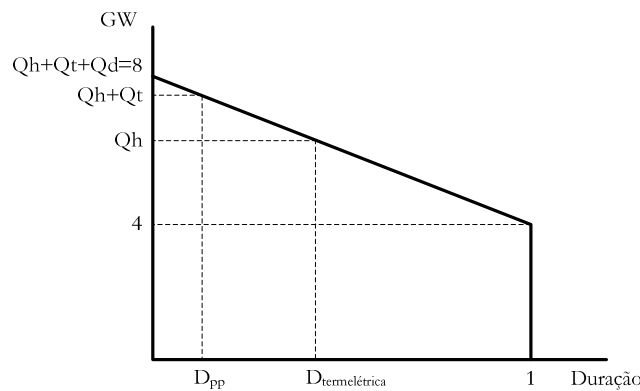
Figura A.1 – Curvas de oferta, demanda e duração de carga

O objetivo deste Apêndice é formular e resolver o seguinte problema: Qual o nível de investimento em cada tecnologia que minimize o custo de instalação e operação para os consumidores?

Para esta formulação, considere a notação a seguir, interpretada com o auxílio da Figura A.2.

<sup>25</sup> Apesar de normalmente ser expresso em \$/kW, o custo fixo pode ser convertido para \$/MWh utilizando-se da taxa interna de retorno e da vida útil do projeto.

- $Q_h$  quantidade instalada de geração hidrelétrica, em MW;
- $Q_t$  quantidade instalada de geração termelétrica, em MW;
- $Q_d$  quantidade instalada fictícia representando o déficit, em MW;
- $D_{pp}$  duração acumulada dos picos de preço (termelétrica operada na base);
- $D_{termelétrico}$  duração equivalente da termelétrica formando preço (hidrelétrica operada na base);



**Figura A.2 – Curvas de duração de carga com notação**

Com base na equação que descreve a duração de carga,  $D_{pp}$  e  $D_{termelétrico}$  podem ser escritos em termos de capacidade instalada (com a restrição de  $Q_h > 4.000$ ).

$$\begin{aligned}
 D_{pp} &= \frac{Q_d}{4000} \\
 D_{termelétrico} &= \frac{(8000 - Q_h)}{4000}
 \end{aligned}
 \tag{A.1}$$

O custo total de instalação (CTI), em R\$/h, é obtido pelo somatório dos custos de instalação (CI) em cada tecnologia:

$$\begin{aligned}
 CI_{déficit} &= 0 \\
 CI_{termelétrico} &= 6 \cdot Q_t \\
 CI_{hidrelétrico} &= 12 \cdot Q_h \\
 \therefore CTI &= CI_{déficit} + CI_{termelétrico} + CI_{hidrelétrico}
 \end{aligned}
 \tag{A.2}$$

O custo total de operação (CTO), em R\$/h, é obtido de forma similar. O custo esperado de operação (CO) para cada tecnologia é dado pelo produto entre o custo variável

de operação e a geração esperada. A geração esperada é dada pela área hachurada na figura a seguir.

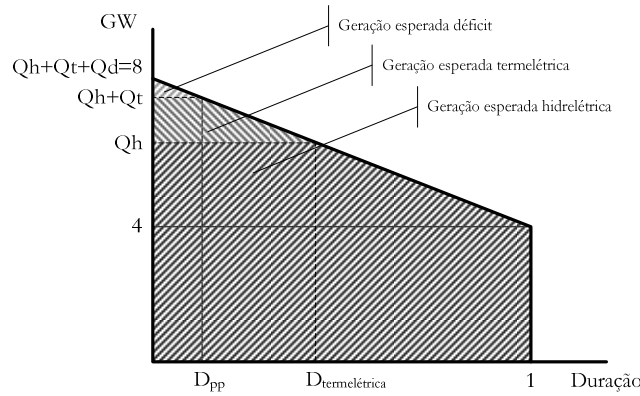


Figura A.3 – Geração esperada por tipo de fonte

$$\begin{aligned}
 CO_{\text{déficit}} &= \frac{1000 \cdot Q_d \cdot D_{pp}}{2} \\
 CO_{\text{termelétrico}} &= \frac{30 \cdot Q_t \cdot (D_{pp} + D_{\text{termelétrico}})}{2} \\
 CO_{\text{hidrelétrico}} &= 4000 \cdot 18 + \frac{18 \cdot (Q_h - 4000) \cdot (1 + D_{\text{termelétrico}})}{2} \\
 \therefore CTO &= CO_{\text{déficit}} + CO_{\text{termelétrico}} + CO_{\text{hidrelétrico}}
 \end{aligned}
 \tag{A.3}$$

O problema de minimização a ser resolvido é:

$$\min CTI + CTO
 \tag{A.4}$$

O resultado obtido numericamente é:

$$\begin{aligned}
 Q_h &= 6.000MW \\
 Q_t &= 1.975MW \\
 Q_d &= 25MW
 \end{aligned}
 \tag{A.5}$$

exatamente o mesmo resultado obtido nos capítulos 2 e 3.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)