



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA – UFSC  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL –  
PPGEC

**FRANCISCO LUNARDI DORNELLES**

Orientador: Prof. Dr. Daniel Domingues Loriggio

**ESTUDO SOBRE A MODELAGEM DA PROTENSÃO EM  
LAJES LISAS COM O USO DE ANALOGIA DE GRELHAS**

Florianópolis  
2009

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA – UFSC  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL –  
PPGEC

**FRANCISCO LUNARDI DORNELLES**

Orientador: Prof. Dr. Daniel Domingues Loriggio

**ESTUDO SOBRE A MODELAGEM DA PROTENSÃO EM  
LAJES LISAS COM O USO DE ANALOGIA DE GRELHAS**

Dissertação submetida à  
Universidade Federal de Santa  
Catarina como requisito parcial  
exigido pelo Programa de Pós-  
Graduação em Engenharia Civil –  
PPGEC – para a obtenção do  
Título de MESTRE em Engenharia  
Civil.

Florianópolis  
2009

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA – UFSC  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
CIVIL – PPGEC

**ESTUDO SOBRE A MODELAGEM DA PROTENSÃO EM  
LAJES LISAS COM O USO DE ANALOGIA DE GRELHA**

A presente Dissertação foi julgada e aprovada como requisito final para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC, em seção pública realizada em 15 de março de 2010.

---

Dr. DANIEL DOMINGUES LORIGGIO  
Professor Orientador - UFSC

---

Dr<sup>a</sup>. JANAÍDE CAVALCANTE ROCHA  
Coordenadora do PPGEC

**Banca Examinadora:**

---

Prof<sup>a</sup>. HENRIETTE LEBRE LA ROVERE, PhD  
Membro – UFSC

---

Prof. Dr. NARBAL ATALIBA MARCELINO  
Membro – UFSC

---

Prof. Dr. ROBERTO CHUST CARVALHO  
Membro – UFSCar/SP

## RESUMO

Com o aumento da complexidade na geometria dos projetos arquitetônicos faz-se necessária a utilização de técnicas construtivas e de estruturas que se adaptem a essas necessidades. A utilização de lajes lisas (sem vigas) vem como resposta à essa necessidade, dando maior flexibilidade aos pavimentos quanto ao posicionamento dos elementos estruturais de apoio, de divisórias ou a passagem de equipamentos sob as lajes. A utilização de protensão neste tipo de pavimento é um artifício bastante inteligente, pois aumenta a sua rigidez e durabilidade, diminuindo os deslocamentos e esforços de flexão e cisalhamento, fazendo com que vãos maiores possam ser vencidos e que a altura dos elementos estruturais possa ser diminuída. No entanto, por ser uma estrutura de comportamento mais complexo, apresenta alguns problemas para sua correta modelagem e análise. Esta dissertação pretende apresentar alguns destes problemas e propor algumas soluções de modelagem de lajes lisas protendidas, com uma representação correta do efeito dos pilares e da protensão. Para tal foi desenvolvido um programa computacional especificamente para este fim. Este programa utiliza analogia de grelha para a modelagem de lajes lisas, interpretando a protensão como um carregamento externo equivalente, sendo possível configurar alguns dos parâmetros de geração dos modelos. É gerado um arquivo de saída com os dados do pavimento, cuja análise pode ser realizada utilizando programas computacionais comerciais ou de pesquisa. A analogia de grelha é um procedimento bastante simples, que utiliza análise matricial para a resolução de esforços e deformações em placas. Por isso trata-se de uma solução de fácil assimilação e entendimento por parte dos projetistas e de, relativamente, simples implementação computacional. De posse do programa foram testados diferentes pavimentos de lajes lisas, com diferentes geometrias. Em cada um foram usados diferentes lançamentos de cabos de protensão, tanto em planta quanto em elevação, a fim de se obter o traçado que melhor equilibrasse os esforços de flexão das lajes em serviço. Analisados os resultados são feitas algumas recomendações quanto ao lançamento de pavimentos de lajes lisas e da protensão.

**Palavras-chave:** Concreto Protendido, Lajes Lisas, Analogia de grelha.

## ABSTRACT

With the increasing complexity in the geometry of the architectural projects it is necessary to use building techniques and structures that fit these needs. The use of flat slab (without beam) comes as a response to this need, providing greater flexibility to the floor on the positioning of the structural elements of support, partition walls or equipment passage under the slabs. The use of prestressing in this type of pavement is a clever gimmick, as it increases its rigidity and durability, reducing the displacements and the bending and shear effects, making possible greater spans can be overcome and the height of the structural elements can be decreased. However, as a structure of more complex behavior, it presents some problems for its correct modeling and analysis. This dissertation attempts to present some of these problems and propose some prestressed flat slabs modeling solutions, with a correct representation of the effect of the pillars and the prestress. For such purpose a computer program was specifically developed. This program uses grillage analogy for the modeling of flat slabs, interpreting the prestress as an equivalent external load, and allows the change of some of the parameters for model generation. The program generates an output file with the pavement data, whose analysis can be performed using commercial or research computer programs. The grillage analogy is a fairly simple procedure, which uses matrix analysis to solve efforts and deformations in plates. It is of a easy assimilation and understanding solution by the designers and has relatively simple computational implementation. With the use of the program different floors of flat slabs with different geometries were tested. In each one different profiles of prestressing cables were used, both in plan and in elevation, in order to get the better layout to balance the bending moments of the slabs in service. After the results were analyzed, some recommendations regarding the layout of flat slabs floors the prestressing cables profiles were made.

**Keywords:** Prestressed concrete, flat slabs, grillage analogy.

## AGRADECIMENTOS

Em especial ao Professor Daniel Domingues Loriggio pela excelente orientação, pela amizade, pelos incentivos, oportunidades e paciência demonstrados durante o decorrer do curso de mestrado.

Aos Professores Henriette Lebre La Rovere e Narbal Ataliba Marcelino pelos conhecimentos repassados desde a graduação e pelas idéias que contribuíram na formação deste trabalho.

Ao Professor Roberto Chust Carvalho, cujas observações como membro da banca, em muito contribuíram no aprimoramento desta Dissertação.

A CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior pela bolsa no Projeto de Pesquisa.

Aos meus pais e irmã, por tudo o que fizeram e ainda fazem por mim.

A Janaina, minha companheira nesses anos do curso de mestrado.

Aos colegas, professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFSC, que auxiliaram direta e/ou indiretamente o desenvolvimento deste trabalho.

## SUMARIO

1.	Introdução.....	1
1.1	Objetivos .....	2
1.1.1	Objetivos Gerais .....	2
1.1.2	Objetivos específicos.....	3
1.2	Justificativa.....	3
1.3	Revisão Bibliográfica.....	4
2.	Lajes Lisas.....	9
2.1	Analogia de Grelha.....	10
2.1.1	Método da Rigidez .....	11
2.1.2	Modelagem por Analogia de Grelhas.....	14
2.2	Método dos Elementos Finitos .....	17
2.3	Método dos Pórticos Equivalentes .....	18
2.4	Modelagem dos Apoios .....	19
3.	Concreto Protendido.....	21
3.1	Tipos de Protensão .....	22
3.1.1	Quanto à Intensidade .....	22
3.1.2	Quanto à Aderência .....	22
3.2	Perdas de protensão .....	23
3.3	Representações da Protensão.....	24
3.3.1	Protensão como um esforço normal aplicado à seção .....	24
3.3.2	Protensão como um carregamento equivalente .....	26
3.3.3	Protensão como cargas pontuais equivalentes .....	31
3.3.4	Protensão como um pré-alongamento da armadura ativa .....	32
3.4	Estruturas Hiperestáticas .....	32
3.5	Dimensionamento e Verificações.....	33
3.5.1	Estado Limite Último .....	33
3.5.2	Estado Limite de Serviço.....	34
3.5.3	Fase Construtiva .....	35
3.6	Traçados de Cabos.....	35
3.6.1	Traçado dos cabos em elevação.....	35
3.6.2	Estimativa do esforço de protensão .....	37
3.6.3	Distribuição dos cabos em planta .....	38
4.	Recursos Computacionais Utilizados .....	40
4.1	LLP.....	40
4.1.1	Geração da Grelha .....	40
4.1.2	Cálculo do Carregamento Equivalente da Protensão.....	50



4.1.3	Arquivos de Saída .....	55
4.2	SAP2000 .....	56
4.3	Validação das rotinas desenvolvidas .....	58
4.4	Exemplo de Laje Lisa.....	59
4.5	Exemplo de Laje Lisa Protendida .....	60
5.	Estudos Desenvolvidos .....	62
5.1	Modelos Estudados .....	62
5.2	Estudo 1 – Traçados dos Cabos em Planta.....	64
5.2.1	Parte 1 – Modelos 1, 2 e 3.....	66
5.2.2	Parte 2 – Modelos 4 e 5.....	83
5.3	Estudo 2 – Traçados dos Cabos em Elevação .....	106
5.3.1	Resultados para o Modelo 4.....	109
6.	Conclusões .....	115
6.1	Sugestões para Trabalhos Futuros.....	116
7.	Referências Bibliográficas .....	118

## 1. INTRODUÇÃO

Existe hoje na construção civil uma necessidade de estruturas que atendam com praticidade, segurança e economia às exigências dos projetos arquitetônicos e sejam de execução prática no canteiro de obras. No que diz respeito a pavimentos de edifícios de concreto armado, a utilização de lajes lisas protendidas pode ser uma boa resposta a estas necessidades.

A protensão é um artifício bastante inteligente, pois procura otimizar os elementos estruturais utilizando aços de alta resistência e fazendo com que as peças trabalhem sob a ação de um esforço normal que os comprime, limitando ou anulando a fissuração e conseqüentemente aumentando a rigidez e durabilidade da estrutura. Como será visto mais adiante neste trabalho, a protensão também pode ser interpretada como um carregamento vertical que atua de baixo para cima em sua maioria, diminuindo os deslocamentos da estrutura, fazendo com que vãos maiores possam ser vencidos e que a altura dos elementos estruturais possa ser diminuída.

Atualmente vem crescendo a utilização da protensão em pavimentos de lajes lisas, frente a técnicas há mais tempo utilizadas, como lajes nervuradas, treliçadas ou pavimentos com viga-faixa. A protensão em lajes permite vencer grandes vãos sem a utilização de vigas de apoio, tornando-se uma ótima opção em pavimentos de garagens, shopping centers, centro de convenções e anfiteatros, entre outros.

As lajes de pavimentos sem vigas podem apresentar ou não engrossamentos nas regiões em torno dos pilares (capitel ou “drop panel”) em função da taxa de esforço cortante na região. A norma NBR-6118 define como laje lisa as lajes que se apóiam diretamente sobre os pilares e laje cogumelo as apoiadas em pilares com capitéis. Neste trabalho serão estudadas as lajes lisas, no entanto vários itens do estudo poderão também ser estendidos para as lajes cogumelo.

A opção pela utilização de lajes lisas também dá grande flexibilidade ao pavimento uma vez que a presença de vigas limita o posicionamento das divisórias em prédios de apartamentos ou salas comerciais. Também fica cada dia mais fácil a construção deste tipo de estrutura devido ao crescimento do número de empresas especializadas na execução da protensão e o maior acesso ao conhecimento da técnica necessária à utilização deste tipo de estrutura.

Para análise deste tipo de elemento estrutural os programas

comerciais de dimensionamento de estruturas em concreto armado geralmente utilizam os métodos numéricos de elementos finitos ou analogia de grelha. O método dos elementos finitos apresenta uma complexa fundamentação matemática, no entanto apresenta resultados mais próximos aos dados pelas teorias de mecânica dos sólidos.

Já a analogia de grelha discretiza a placa em elementos de barra para que os esforços e deslocamentos sejam encontrados pelo método da rigidez. Por ser um procedimento mais simples, de fácil assimilação e utilização e que exige um esforço computacional inferior, a analogia de grelha é mais utilizada em projetos de estruturas de concreto armado e por isso também é o procedimento utilizado neste trabalho de pesquisa.

Do mesmo modo que cresce a demanda por projetos que adotem como solução estrutural a utilização de lajes lisas, cresce também a demanda por material técnico e pesquisa sobre o assunto. A normalização brasileira cobre vários itens necessários ao dimensionamento deste tipo de estrutura, como recomendações quanto aos tipos de análises a serem feitas, quanto aos estados limites de serviço e último, detalhamento de armaduras necessárias e verificação e dimensionamento à punção.

No entanto vários aspectos do dimensionamento dessas estruturas, como instruções referentes ao lançamento e ao traçado de cabos ainda seguem práticas usuais de projeto e recomendações de artigos e normas internacionais, destacando-se o ACI.

Muitos aspectos sobre a modelagem desse tipo de elemento estrutural não são abordados nas normas e merecem atenção e estudos adicionais.

Este trabalho de pesquisa visa o estudo da modelagem e do lançamento ideal de lajes lisas protendidas, especialmente protensão completa e limitada e cabos com cordoalha aderente. Para tal lançará mão de um programa computacional para a modelagem de lajes lisas protendidas desenvolvido pelo autor do estudo com base em rotinas previamente desenvolvidas no mesmo grupo de pesquisa.

## **1.1 Objetivos**

### **1.1.1 Objetivos Gerais**

- Estudar alternativas para o lançamento de cabos em pavimentos de lajes lisas protendidas visando à melhoria dos projetos estruturais deste tipo de estrutura, por meio de um programa computacional especificamente desenvolvido.

### 1.1.2 Objetivos específicos

- Desenvolver um programa computacional capaz de modelar automaticamente pavimentos de lajes lisas protendidas usando analogia de grelha de modo a gerar um arquivo de dados que pode ser resolvido por programas comerciais ou de pesquisa;
- Gerar automaticamente os carregamentos equivalentes da protensão na grelha;
- Estudar diferentes modelos de distribuição e traçado dos cabos, tanto em planta quanto em elevação;
- Estudar a influência da existência de balanços ou vigas no contorno de pavimentos de lajes lisas protendidas;
- Elaborar sugestões que possam ser utilizadas em projetos deste tipo de estrutura.

## 1.2 Justificativa

Vários pontos específicos sobre a modelagem de lajes lisas protendidas utilizando-se analogia de grelhas não são cobertos pelas normas brasileiras ou por bibliografia nacional. Este trabalho tem como objetivo esclarecer alguns desses pontos e obter recomendações que possam ser aproveitadas pelos projetistas da área.

Inicialmente serão estudados alguns problemas que aparecem quando do modelamento de lajes lisas utilizando analogia de grelha, que é um procedimento bastante utilizado na análise deste tipo de estrutura. Os programas de computador comerciais mais utilizados atualmente tendem a modelar o pilar como apoios pontuais. Em alguns casos é possível modelar o pilar como uma mola restringindo a rotação das barras, o que simula na grelha a rigidez à flexão do pilar. No entanto, quando são utilizados apoios deste tipo, são obtidos valores de momento negativo muito elevados sobre os apoios, como mostrado mais adiante.

Pontos que necessitam de maior estudo dizem respeito ao projeto em si da estrutura protendida. A otimização do lançamento dos cabos tanto em planta como em elevação pode levar ao dimensionamento de estruturas mais econômicas e funcionais, tendo a segurança adequada e com um comportamento melhorado em serviço.

O programa desenvolvido neste trabalho poderá gerar rapidamente o carregamento devido à protensão para uma grande variedade de lançamento de cabos e poderá ser estudada inclusive a influência da presença de balanços ou vigas no contorno do pavimento no lançamento dos cabos de protensão.

### 1.3 Revisão Bibliográfica

Neste item apresenta-se uma visão geral dos trabalhos relacionados com o tema dos estudos desenvolvidos neste trabalho. Os assuntos que necessitarem um maior aprofundamento, sejam por sua maior complexidade, ou por apresentarem tópicos mais intimamente ligados à este trabalho de pesquisa serão melhor abordados em capítulos mais adiante. Inicialmente serão comentadas as referências mais conhecidas sobre concreto protendido, produzidas por autores consagrados no tema. Posteriormente serão comentados estudos recentes relacionados à análise e ao dimensionamento de lajes lisas protendidas realizados no Brasil, com atenção especial aos produzidos no GAP - Grupo de Análise e Projeto de Estruturas e na UFSC.

Em se tratando de concreto protendido, os primeiros estudos que viabilizaram sua utilização foram realizados por Freyssinet, que entre os anos 1920 e 1930, publicou em congressos os resultados de seus ensaios, nos quais estudou perdas de protensão, recomendou a utilização de aços e concretos de alta resistência e patenteou um sistema de ancoragem das armaduras através de cunhas.

Posteriormente, nos anos 1950, Leonhardt realizou diversos ensaios sobre perdas, aderência, ancoragem e emendas em diversos tipos de aço para protensão, com ênfase em protensão aderente, tanto nos estados limite de serviço como no estado limite último, publicando seus estudos e lançando uma das primeiras importantes referências sobre o assunto.

Outra referência internacionalmente conhecida é a de Collins e Mitchell (1987) que apresenta orientações da conceituação básica de concreto protendido, bem como orientações quanto à estimativa de perdas de protensão e propriedades dos materiais, procedimentos de cálculo de peças protendidas lineares e bidimensionais à flexão e ao cisalhamento. Apresenta também observações especiais sobre edifícios e pontes protendidas.

Como bibliografia nacional mais recente, e com maior enfoque em lajes lisas, pode ser citada a publicação de Emerick (2003) que faz um resumo dos conceitos de concreto protendido com ênfase nos aspectos necessários ao dimensionamento de lajes protendidas. O autor realiza uma revisão das recomendações de diversos autores nacionais e internacionais sobre o dimensionamento de lajes protendidas, com aspectos construtivos e recomendações de normas internacionais, especialmente o ACI, e as prescrições das NBR pertinentes.

Em termos de pesquisas em nível de pós-graduação desenvolvidas nacionalmente existem vários trabalhos na área. Grande parte desses trabalhos tem como foco o tipo de análise a ser empregada na resolução dos pavimentos (processo de pórticos equivalente, analogia de grelha ou elementos finitos), problemas de punção, comuns neste tipo de laje devido ao grande nível de esforço cortante nas regiões próximas aos pilares, ou especificamente de pavimentos com armadura ativa não-aderente ou protensão parcial, todos temas preteridos por este trabalho.

O trabalho de Almeida Filho (2002) apresenta uma extensa revisão bibliográfica e de aspectos construtivos, com foco em protensão não aderente. Em sua pesquisa faz um levantamento de custos e produtividade comparando diversos pavimentos em que foram propostas diversas soluções de projeto em concreto armado, pretendido com armadura aderente e não aderente. Conclui que em diversos casos o pequeno aumento no custo da estrutura em virtude da utilização da protensão pode ser compensado por aumento na produtividade ou melhor desempenho da estrutura.

Já Mello (2005) realiza um trabalho também com ênfase em protensão parcial. Neste trabalho é apresentado um estudo de distribuição de cabos em planta e elevação e um estudo que visa a economia de armadura ativa pela consideração em cálculo da armadura passiva mínima. Em ambos os casos são estudados modelos com protensão aderente e não aderente. Este estudo já mostra as vantagens de alguns tipos de lançamento dos cabos, visando um dimensionamento mais econômico, podendo servir como base para futuros estudos.

Ambos os autores utilizam programas computacionais de resolução de lajes lisas pretendidas por analogia de grelha e representação da protensão por carregamentos externos equivalentes.

Koerich (2004) estudou os efeitos da protensão em pórticos planos, efeitos da hiperestaticidade, da rigidez dos elementos estruturais e da excentricidade adotada.

A protensão em uma estrutura pode ser representada de diferentes formas, sendo cada uma delas mais adequada em função da necessidade do projetista e da complexidade do problema em questão. Em se tratando da análise de esforços e deslocamentos em elementos estruturais hiperestáticos é necessária a representação por carregamentos externos equivalentes.

Segundo Menegatti (2004), a utilização de carregamentos equivalentes foi introduzida em 1955 por Lin que sugeriu que a protensão fosse representada por um conjunto de carregamentos que

solicitariam a estrutura da mesma forma que a protensão. Este método buscava obter uma protensão na laje que balanceasse parte do carregamento atuante. O método de Lin apresentava algumas restrições tal como a consideração de força constante no cabo de protensão.

Procurando aperfeiçoar o método de Lin, em 1995 Skaf e Stucchi apresentaram uma proposta em que o carregamento era discretizado em trechos constantes, procurando representar as perdas de protensão ao longo do cabo. Além disso este método permitiria a representação de cabos de estruturas hiperestáticas onde houvessem mudanças na trajetória dos cabos.

Menegatti (2004) estudou a representação da protensão por um conjunto de cargas concentradas equivalentes. Neste método o cabo é discretizado e representado por uma poligonal e a protensão por esforços concentrados nos vértices desta poligonal. Em seu estudo Menegatti realizou ensaios numéricos de vigas protendidas, encontrando resultados que apontaram uma diferença pequena entre os diferentes procedimentos de representação da protensão; e mostrando as vantagens deste método, como por exemplo, maior compatibilidade com estruturas que devido à sua geometria ou comportamento já são normalmente discretizadas, ou maior facilidade de utilização em casos em que há mudança na direção do cabo em planta.

Gloria (2003) estudou o problema da representação dos pilares como apoios pontuais em vigas contínuas distribuindo a reação de apoio. Em seus estudos comparou os resultados obtidos com as recomendações da NBR 6118 (2003) e de normas estrangeiras para o arredondamento dos momentos negativos, confirmando que podem ser utilizados no dimensionamento momentos fletores inferiores aos momentos obtidos por uma análise linear com apoios pontuais. A partir desses estudos, forneceu recomendações com relação à forma de utilização desses momentos e com relação ao dimensionamento das armaduras.

A analogia de grelha é um processo de análise de esforços e deformações em pavimento largamente utilizado atualmente em projetos de estruturas. Trata-se de um procedimento de simples entendimento, formulação e implementação computacional. Uma vez que se pretende utilizar analogia de grelhas neste estudo faz-se necessário um entendimento maior do procedimentos e dos fatores que influenciam os resultados obtidos.

Coelho (2000) e Stramandinoli (2003) realizaram estudos em nível de mestrado focando especificamente a analogia de grelha. Ambos

estudaram as melhores formas de se modelar lajes utilizando este procedimento, realizando diversos ensaios numéricos em pavimentos de edifícios e comparando os resultados obtidos com os resultados dados pela teoria das placas e pelo método dos elementos finitos.

Nesses estudos foram definidos alguns dos fatores que podem influenciar a análise por analogia de grelha, os quais serão comentados mais adiante, e ficou demonstrado que o procedimento fornece bons resultados numéricos utilizando uma formulação bastante simples.

Coelho (2000) deu atenção especial a estes fatores, estudando a influência da rigidez à torção e da malha da grelha. Realizou ensaios numéricos em diversos tipos e formatos de lajes apoiadas sobre vigas. Concluiu que não há um valor exato para estes fatores, variando em função da relação entre os vãos da laje, condições de contorno e esforço analisado. No entanto, apontou faixas em que estes fatores podem ser utilizados gerando resultados satisfatórios para a maioria dos esforços e deslocamentos. Mostrou também a grande versatilidade e bons resultados apresentados pelo procedimentos na análise de diferentes tipos de lajes de variados formatos.

Stramandinoli (2003) realizou estudos iniciais sobre os mesmos fatores. No entanto seus estudos concentraram-se na representação ideal de lajes nervuradas utilizando analogia de grelha. O procedimento mostra boa compatibilidade com este tipo de estrutura, devido a facilidade no modelamento das nervuras. A autora comparou os resultados apresentados pela analogia de grelha com modelos em elementos finitos, utilizando placas para modelagem da capa das nervuras, chegando a ótimos resultados.

Hennrichs (2003) estudou o problema aplicado a lajes lisas utilizando diferentes métodos e comparando a diferenças entre os mesmos. Em seu estudo analisou também a influência das dimensões do pilar no comportamento dos diagramas de momentos fletores utilizando o método dos elementos finitos. Concluiu que a utilização da analogia de grelha apresenta resultados para esforços e deslocamentos muito bons quando comparados com outros métodos ou com a teoria das placas em regime elástico, desde que cuidados mínimos sejam tomados na modelagem. Hennrichs apresenta também alguns estudos de malha de grelha, demonstrando que os momentos positivos e deslocamentos apresentam bons resultados, mesmo para malhas mais grosseiras; sendo os momentos negativos mais problemáticos.

Seguindo a mesma linha de Hennrichs, Puel (2009) estudou diferentes modos de modelar o apoio de lajes diretamente sobre os



pilares utilizando analogia de grelha e elementos finitos. Puel implementou em seus exemplos pilares com momentos fletores, adicionando mais uma variável aos estudos. Indicou algumas recomendações sobre a modelagem das lajes para melhoria no comportamento dos modelos e dos resultados obtidos.

Pedrozo (2009) também realizou estudos com lajes lisas, mas aplicado a lajes protendidas. Realizou estudos de traçados de cabos com atenção especial à modelagem dos apoios, utilizando algumas propostas semelhantes às estudadas por Puel.

## 2. LAJES LISAS

Lajes lisas, também conhecidas como lajes lisas, são definidas como lajes apoiadas diretamente sobre pilares, sem a existência de vigas para transmitir as cargas destas aos mesmos, possibilitando assim pavimentos com tetos lisos, mais versáteis arquitetonicamente que os pavimentos convencionais.

Podem apresentar na região de encontro com os apoios um engrossamento denominado capitel, bastante utilizado para evitar problemas de punção pela redução das tensões de cisalhamento nas regiões ao redor do pilar, problema muito comum neste tipo de estrutura.

Segundo Moreto (1970) pavimentos com lajes lisas oferecem vantagens que não são estritamente estruturais, estas são listadas abaixo:

- Versatilidade da estrutura aos mais complexos projetos arquitetônicos.
- Diminuição do pé-direito necessário, devido à eliminação das vigas, possibilitando aumento do número de pavimentos.
- Diminuição do peso próprio da estrutura.
- Economia e facilidade de execução, devido à diminuição da quantidade de fôrmas e maior simplicidade na montagem das armaduras.

Apresentam também algumas desvantagens quando comparadas com o sistema tradicional, a saber:

- Problemas de punção na laje, nas regiões de encontro com os pilares.
- Aumento das flechas.
- Maior complexidade na análise e no dimensionamento.
- Problemas de instabilidade em casos de edifícios esbeltos submetidos a cargas horizontais.

O pavimento de laje lisa teve sua origem nos Estados Unidos em 1906, sendo idealizado por C. A. P. Turner. A edificação foi construída e posteriormente submetida à prova de cargas, já que não havia método de cálculo neste período. Com o sucesso obtido por Turner, várias construções foram feitas dessa maneira. Apenas em 1920 o ACI fez as primeiras recomendações práticas sobre o assunto. E somente em 1971 publicou o Método dos Pórticos Equivalentes, como é conhecido até hoje, porém naquela época incluía o cálculo de todos os tipos de laje armadas em duas direções com ou sem vigas.

Atualmente, com o avanço dos recursos computacionais, os

métodos numéricos para análise de estruturas, como a analogia de grelha e o método dos elementos finitos, tornaram-se os principais métodos de cálculo utilizados. Apesar disso ainda é indicado pela norma o método dos pórticos equivalentes para a resolução manual de lajes lisas com geometria regular.

A seguir são descritos os métodos de resolução de lajes lisas supracitados, dando maior ênfase à analogia de grelha, uma vez que este método foi o adotado para a análise dos pavimentos a serem estudados neste trabalho.

## 2.1 Analogia de Grelha

A analogia de grelha é um dos processo de resolução de placas mais utilizado atualmente nos projetos de estruturas de concreto armado no Brasil. É um método simples de fácil aplicação e entendimento. Os programas computacionais que utilizam esse processo de análise são em geral de manuseio simples. Entretanto deve-se ter muito cuidado ao modelar a estrutura de maneira adequada de modo que os resultados sejam satisfatórios.

O processo consiste na divisão da placa em faixas com determinada largura nas direções principais da laje, representadas por barras que passam ao longo de seus eixos. Essas barras cruzam-se ortogonalmente formando uma grelha lisa (Figura 2.1), que pode ser facilmente resolvida computacionalmente utilizando análise matricial.

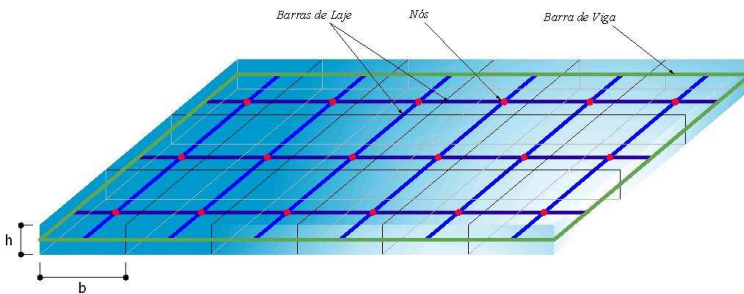


Figura 2.1 – Analogia de Grelha.

Para que o procedimento seja válido a grelha deverá possuir propriedades físicas e mecânicas de forma que os esforços e deslocamentos obtidos de sua análise tenham comportamento análogo e valores próximos aos da placa representada.

Conceitualmente a analogia de grelhas é um método bastante simples, entretanto, sua utilização apresenta algumas peculiaridades que

devem ser de conhecimento do projetista durante a discretização das lajes.

### 2.1.1 Método da Rigidez

Na resolução de estruturas reticuladas, o Método da Rigidez ou dos Deslocamentos é o mais utilizado nos programas computacionais. Sua implementação é facilitada por existir apenas um sistema principal, ao contrário do Método das Forças, onde são possíveis diferentes sistemas principais.

O Método da Rigidez consiste na determinação dos deslocamentos nos nós primeiramente, e através destes, solucionado o sistema de equações de equilíbrio das barras, são definidos os esforços solicitantes.

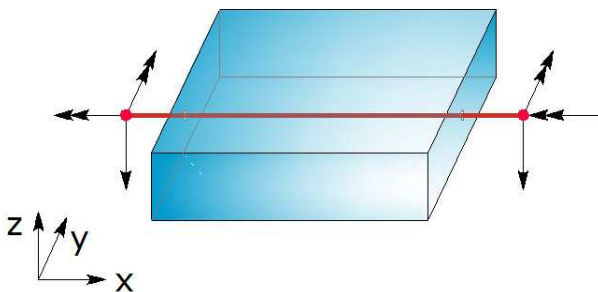


Figura 2.2 - Graus de Liberdade de uma barra de grelha.

Para tal, restringem-se todos os graus de liberdade da barra, que no caso de barras de grelha são quatro rotações e duas translações (Figura 2.2). São aplicados deslocamentos unitários nos nós, na mesma direção dos graus de liberdade, para se determinar os coeficientes de rigidez. Defini-se o coeficiente  $r_{ij}$  como sendo numericamente igual ao esforço que surge na direção  $i$ , ao aplicar-se um deslocamento unitário na direção  $j$ , impedindo-se os deslocamentos nas demais direções. Na Figura 2.3, Figura 2.4 e Figura 2.5 são mostrados alguns coeficientes de rigidez de uma barra de grelha.

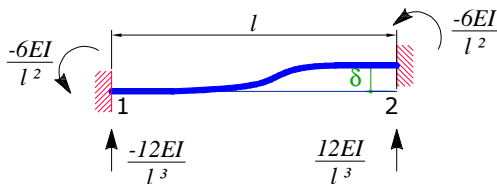


Figura 2.3 - Esforços gerados por deslocamento vertical em uma das extremidades.

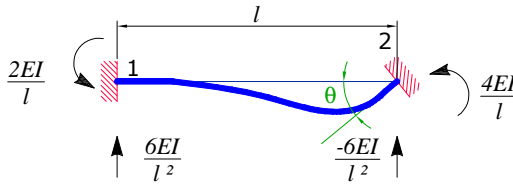


Figura 2.4 - Esforços gerados pela rotação de uma das extremidades no plano da barra.

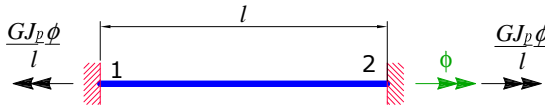


Figura 2.5 - Esforços gerados pela rotação de uma das extremidades em relação ao eixo da barra.

Com o conhecimento dos coeficientes de rigidez para cada tipo de deslocamento aplicado, monta-se a matriz de rigidez  $[r]$  no sistema local de coordenadas para cada barra através da resolução das equações de equilíbrio de forças no nó. A matriz de rigidez resultante de uma barra de grelha é mostrada na Equação (2.1), seguindo a notação adotada em Loriggio (2005):

$$r = \begin{bmatrix} GJ/L & 0 & 0 & -GJ/L & 0 & 0 \\ 0 & 4EI/L & -6EI/L^2 & 0 & 2EI/L & 6EI/L^2 \\ 0 & -6EI/L^2 & 12EI/L^3 & 0 & -6EI/L^2 & -12EI/L^3 \\ -GJ/L & 0 & 0 & GJ/L & 0 & 0 \\ 0 & 2EI/L & -6EI/L^2 & 0 & 4EI/L & 6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & -12EI/L^3 & 0 & 6EI/L^2 & 12EI/L^3 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Onde:

- I é o momento de inércia a flexão;
- J é o momento de inércia a torção;
- E é o módulo de elasticidade longitudinal;
- G é o módulo de elasticidade transversal;
- L é o comprimento da barra.

Transforma-se a matriz  $[r]$  para o sistema global de coordenadas utilizando-se a fórmula:

(2.2)

$$[r] = [T]^t \cdot [\underline{r}] \cdot [T]$$

onde:  $[\underline{r}]$  = Matriz no sistema global;

$[T]$  = Matriz de rotação ou matriz transformação do eixo global para o eixo local;

$[T]^t$  = Transposta da matriz de rotação.

Forma-se a matriz de rigidez da estrutura  $[K]$  sobrepondo os coeficientes das barras que convergem no mesmo nó, correspondentes aos mesmos graus de liberdade.

O passo seguinte consiste em inserir os efeitos das cargas atuantes na análise. Inicialmente determina-se o vetor de imobilização dos nós no sistema local de cada barra  $\{S_o\}$ , esse vetor é formado pelos esforços gerados nos nós devido aos carregamentos distribuídos nas barras. Transforma-se então esse vetor para o sistema global.

(2.3)

$$\{S_o\} = [T]^t \cdot \{\underline{S}_o\}$$

Da mesma forma como procedido para a obtenção da matriz de rigidez  $[K]$ , forma-se o vetor de imobilização dos nós da estrutura inteira  $\{F_o\}$ , sobrepondo os elementos que correspondem aos mesmos graus de liberdade. Compõem-se também o vetor  $\{F\}$  formado pelas cargas externas aplicadas nos nós e pelas reações de apoio.

Após a imposição das condições de contorno, os valores dos deslocamentos e reações de apoio são obtidos pela solução do sistema:

(2.4)

$$[K] \cdot [\delta] = \{F\} - \{F_o\}$$

Com a resolução dos deslocamentos encontram-se os esforços nas extremidades das barras para o sistema global. Para que a análise possa ser completada transformam-se esses esforços para o sistema local de coordenadas. As equações que compreendem o procedimento descrito acima são apresentadas a seguir:

(2.5)

$$\{S\} = [r] \cdot \{d\} + \{S_o\}$$

(2.6)

$$\{\underline{S}\} = [T] \cdot \{S\}$$

onde:

$\{S\}$  é o vetor de esforços nas barras no sistema global;

$\{\underline{S}\}$  é o vetor de esforços nas barras no sistema local.

### 2.1.2 Modelagem por Analogia de Grelhas

Inicialmente deve ser feita a discretização da laje, ou seja, a placa que se deseja analisar deve ser dividida em faixas nas duas direções. No centro de gravidade das faixas passarão as barras que representarão a laje. As barras da grelha devem, sempre que possível, ser discretizadas com seções transversais idênticas e equidistantes umas das outras. Entretanto, exceções podem ser abertas em função da geometria do problema em questão.

O espaçamento na malha de grelha adotada, ou seja, a largura das faixas de laje escolhidas na discretização do pavimento influi nos resultados obtidos pela analogia de grelha. É comum que programas comerciais de dimensionamento de concreto armado utilizem valores em torno de 40 cm ou mais para estas faixas.

Dornelles & Pereira (2005) e Coelho (2000) estudaram este problema verificando que o espaçamento ideal pode variar em função das condições de contorno da laje estudada, da sua continuidade com outras lajes e até mesmo do esforço em questão (momento negativo ou positivo). Valores de aproximadamente 25 cm para o espaçamento da malha de grelha foram os que geraram os melhores resultados para estudos e projetos em pavimentos de lajes com vigas. Hennrichs (2003) estudou o problema especificamente para lajes lisas e concluiu que valores superiores podem ser adotados no espaçamento da malha sem prejuízo à análise dos momentos positivos e deslocamentos.

Devem ser feitos estudos para definir valores para a malha de grelha que melhor represente os esforços e deformações, com atenção especial às regiões de apoio, onde poderá ser realizado um refinamento especial da malha, conforme necessário.

O segundo passo da modelagem de uma laje por analogia de grelha é a definição das propriedades geométricas das barras da grelha de forma a representar a placa da melhor maneira possível. A inércia à flexão é obtida utilizando a fórmula da mecânica dos sólidos:

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12} \quad (2.7)$$

onde:

$b$  é a largura da faixa representada pela barra;

$h$  é a altura da laje e da faixa.

Segundo Hambly (1976), a inércia à torção para elementos

lineares é dada por:

$$J_p = \beta e^3 f \quad (2.8)$$

onde:

$$\beta = \frac{1}{3} - \left( 0,21 \frac{e}{f} \right) \left( 1 - \frac{e^4}{12 f^4} \right)$$

$e$  é a menor dimensão da seção transversal;  
 $f$  é a maior dimensão da seção transversal.

E sabe-se da equação de equilíbrio dada pela teoria das placas em regime elástico (Timoshenko e Woinosky-Krieger – 1970) que parte dos carregamentos de uma laje são resistidos por esforços de flexão e parte por esforços de torção:

$$\frac{\partial^2 mx}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 mxy}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 my}{\partial y^2} = -q \quad (2.9)$$

onde:

$\frac{\partial^2 mx}{\partial x^2}$  é a parcela resistida por esforços de flexão na direção  $x$ ;  
 $\frac{\partial^2 my}{\partial y^2}$  é a parcela resistida por esforços de flexão na direção  $y$ ;  
 $\frac{\partial^2 mxy}{\partial x \partial y}$  é a parcela resistida por esforços de torção.  
 $q$  é a carga distribuída na laje

Assim quanto menor for a parcela resistida pelos esforços de torção maiores serão os esforços de flexão. O mesmo efeito acontece quando é feita a análise de um pavimento por analogia de grelha. Sabe-se da utilização do procedimento que a adoção do valor dado pela mecânica dos sólidos para o cálculo da inércia a torção das barras não gera bons resultados.

Hambly (1976) demonstra a partir da teoria das placas que para elementos de laje discretos, a inércia à torção do elemento é dada por:

$$J_t = \frac{b h^3}{6} \quad (2.10)$$

onde:

$b$  é a largura da faixa representada pela barra;  
 $h$  é a altura da laje e da faixa.

Ou seja, a inércia à torção é o dobro da inércia à flexão, valor também recomendado por Montoya (1987). No entanto a analogia de



grelhas não é um método de resolução de esforços ou deslocamentos em placas, e sim um procedimento que aproxima os esforços e deslocamentos de placas comparando-as com um reticulado de grelha. Por isso na prática esses valores podem variar.

Alguns dos programas computacionais disponíveis no mercado adotam valores reduzidos da inércia a torção dada pela teoria ou diferentes multiplicadores da inércia a flexão. Coelho (2000) e Stramandinoli (2003) estudaram este problema testando várias possibilidades. Coelho realizou ensaios numéricos onde a inércia à flexão foi multiplicada por valores variando de 2 a 4, enquanto Stramandinoli testou multiplicadores de 0 a 3,8 e a fórmula dada pela resistência dos materiais para diferentes situações. O valor de inércia ideal pode variar em função do problema em questão, mas concluiu-se que a utilização do valor proposto por Hambly e Montoya gera bons resultados em grande parte dos casos.

As propriedades mecânicas, como módulo de elasticidade longitudinal e transversal, deverão ser estimadas de acordo com as prescrições das normas e em função das características do material.

A analogia de grelha permite a consideração de cargas distribuídas sobre toda a placa ou parte dela, cargas lineares e cargas pontuais. Este carregamento poderá ser transformado em cargas distribuídas sobre as barras ou cargas pontuais sobre os nós da grelha, respeitando suas áreas de influência, como na Figura 2.6.

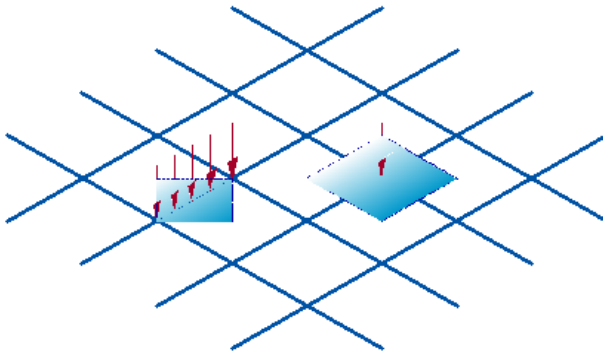


Figura 2.6 - Distribuição de Cargas sobre a Grelha.

Uma alternativa proposta para a modelagem de cargas lineares paralelas às barras da grelha é sua distribuição sobre as linhas de barras vizinhas, como mostrado na Figura 2.7.

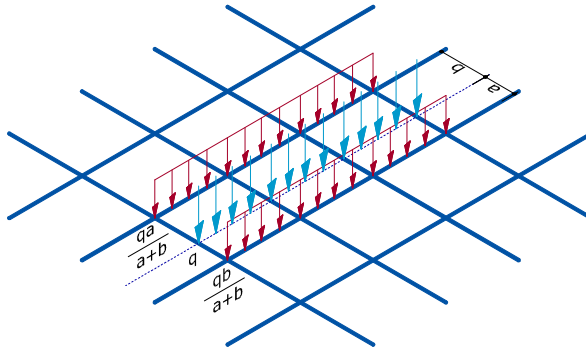


Figura 2.7 - Distribuição Alternativa de Cargas sobre a Grelha.

Neste trabalho não foi utilizado este procedimento, já que o programa desenvolvido aborda os cabos em grupos, como é explicado mais adiante. Entretanto essa pode ser mais uma alternativa a ser usada quando existir a necessidade de representar cabos isoladamente.

## 2.2 Método dos Elementos Finitos

O método dos elementos finitos (MEF) é um procedimento numérico aproximado utilizado para análise estrutural. O processo consiste na discretização de um meio contínuo em um número finito de partes (elementos). Cada elemento possui um determinado número de nós pelos quais podem ser definidos seus deslocamentos, que são aproximados no interior do elemento por funções de interpolação polinomiais. Os nós ligam elementos vizinhos e através destes é feita a compatibilização das deformações dando continuidade entre elementos.

Definindo-se matematicamente o comportamento de cada elemento é possível formar um sistema de equações em que os deslocamentos de toda a estrutura são obtidos e por meio desses os esforços. Nesse ponto existe uma certa similaridade com o método dos deslocamentos, em que existem elementos cujos comportamentos são definidos por matrizes de rigidez dos elementos que forma a matriz de rigidez da estrutura.

No entanto o procedimento de obtenção das matrizes de rigidez dos elementos é bem diferente no MEF, derivado de métodos variacionais. Utilizando esses métodos é possível obter polinômios que representam o comportamento de uma infinidade de elementos, lineares, planos ou tridimensionais.

### 2.3 Método dos Pórticos Equivalentes

A NBR 6118 permite a utilização deste procedimento de cálculo nos casos de pavimentos onde os pilares estiverem dispostos em filas ortogonais, de modo regular e com vãos pouco diferentes.

A norma define este método de cálculo de “processo elástico aproximado, com redistribuição de esforços”, exigindo da laje ductilidade suficiente para garantir a redistribuição dos esforços de maneira adequada, ou seja, esta deve apresentar um patamar de plastificação grande o bastante para assegurar a segurança da estrutura.

O método consiste na divisão da laje em faixas, nas duas direções ortogonais e na substituição dessas faixas por pórticos equivalentes formados por colunas e barras horizontais, cujas inércias serão iguais às da laje limitada pela metade da distância entre duas linhas de pilares, considerando-se no cálculo para cada direção o total das cargas (Figura 2.8).

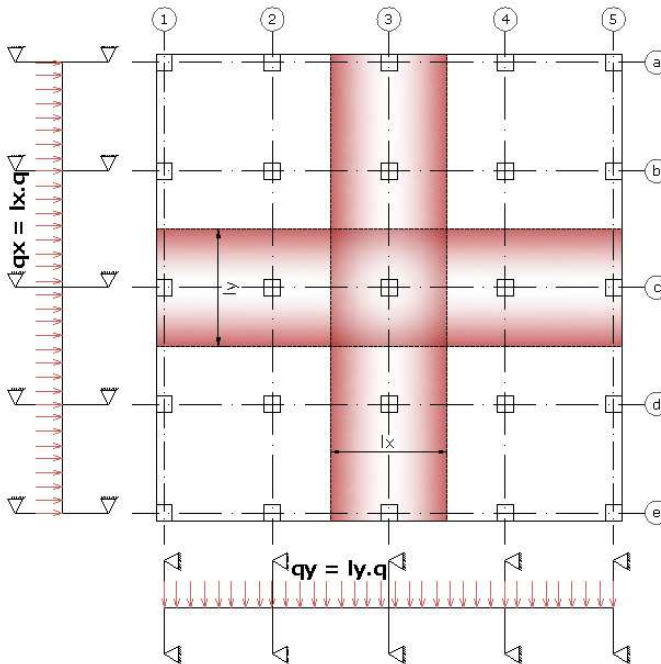


Figura 2.8 - Definição dos Pórticos Equivalentes.

Os valores dos momentos obtidos pela resolução de cada pórtico devem ser divididos em faixas conforme a Figura 2.9.

- 45% dos momentos positivos para as duas faixas internas
- 27,5% dos momentos positivos para cada uma das faixas externas
- 25% dos momentos negativos para as duas faixas internas
- 37,5% dos momentos negativos para cada uma das faixas externas

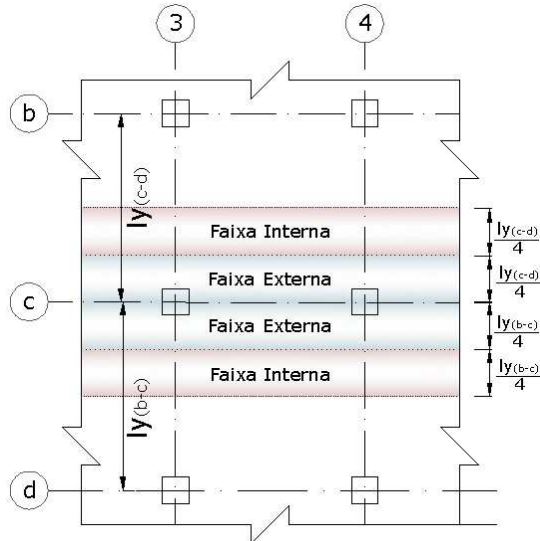


Figura 2.9 - Faixas de Lajes para Distribuição dos Momentos.

## 2.4 Modelagem dos Apoios

Nas análises mais simples de elementos estruturais submetidos à flexão como vigas e lajes os pilares são representados como apoios simples, sem restrições à rotação, com restrição apenas a deslocamentos verticais e horizontais.

Um dos problemas deste tipo de modelagem é que não leva em conta a interação entre o elemento estrutural em estudo e o elemento de apoio, que são ligados rigidamente (efeito de pórtico). Quando uma viga contínua é flexionada os pilares em que ela se apóia podem absorver parte do momento fletor entre dois diferentes tramos da viga.

Outro problema na modelagem dos pilares como apoios pontuais é a concentração de tensões naquela região. De acordo com a teoria das placas em regime elástico quanto menor for a área de aplicação de uma carga maiores serão os momentos correspondentes, que podem aumentar

infinitamente. O inverso também é válido, desta forma quanto maiores forem as dimensões do pilar menores serão os esforços sobre o mesmo, para um determinada reação.

De acordo com a NBR 6118 (2003), as regiões internas dos apoios podem ser modeladas com elementos rígidos. Utilizando este procedimento são tomados os esforços de momento em uma região interna ao pilar mais próxima de sua face e menos próxima de seu eixo. Este tipo de modelagem fornece esforços inferiores para o dimensionamento à flexão na região dos apoios. No entanto, se não for realizada uma modelagem adequada deste núcleo rígido podem surgir perturbações no diagrama de momentos na região.

Outra solução que pode ser adotada a fim de diminuir a concentração de tensões sobre os pilares é a distribuição da reação de apoio obtida na área do pilar. Esta abordagem também é prevista pela NBR 6118 e faz com que sejam gerados diagramas mais bem comportados, sem concentrações excessivas de esforços sobre os pilares. No entanto o processo é iterativo, e embora geralmente sejam necessárias poucas iterações a análise torna-se mais onerosa.

Puel (2009) estudou o problema, analisando pavimento com pilares com e sem momentos fletores, modelados com analogia de grelha e elementos finitos utilizando as duas abordagens citadas. Pelos exemplos estudados concluiu que podem ser obtidos resultados semelhantes quando utilizadas qualquer uma das duas abordagens, desde que sejam tomados alguns cuidados na modelagem.

Uma das recomendações, adotada neste trabalho, é que os elementos que formam um núcleo rígido sejam continuados com os elementos da malha normal da grelha. Ou seja, deve ser mantido o alinhamento dos elementos com a mesma malha ortogonal dentro do núcleo rígido. Isso faz com que seja obrigatório o lançamento de uma linha de barras no centro de gravidade dos pilares e talvez se faça necessário um aumento do refinamento da malha nessa região.

### 3. CONCRETO PROTENDIDO

Segundo Collins & Mitchells (1987), “o concreto protendido é um tipo de concreto armado no qual a armadura de aço é tracionada contra o concreto. Esta operação resulta em um sistema auto-equilibrado de tensões internas (tração no aço e compressão no concreto) que melhora a resposta do concreto a carregamentos externos”.

O concreto é um material que trabalha muito bem quando solicitado à compressão, no entanto, é menos resistente quando solicitado a tração. Basicamente quando se utiliza protensão busca-se eliminar ou limitar bastante as tensões de tração e do mesmo modo a fissuração do elemento estrutural, trazendo deste modo inúmeras vantagens, como melhor desempenho da estrutura em serviço e durabilidade. Como pode ser visto na Figura 3.1, quando é executada a protensão introduz-se na estrutura um estado de tensões opostas às tensões geradas pelo carregamento gravitacional, tanto acidental quanto de peso próprio.

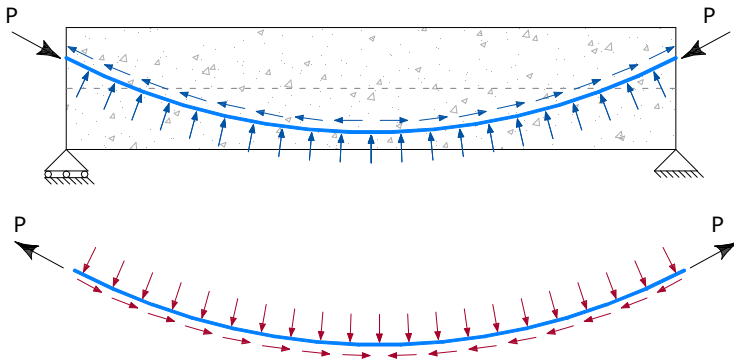


Figura 3.1 - Esforços na Viga (acima) e no Cabo (abaixo).

As primeiras tentativas de se utilizar uma armadura pré-tensionada (armadura ativa) em concreto armado acabaram em insucesso, basicamente devido à utilização de aços de baixa resistência. Entre os anos 1920 e 1930 foram feitos os primeiros experimentos com sucesso em concreto protendido devido à utilização de fios de aço de alta resistência e ao início do cálculo de perdas por Freyssinet.

O pré-alongamento da armadura ativa gera, na viga, esforços de compressão. No entanto estes esforços não são constantes, sendo chamadas perdas de protensão as diminuições no esforço desta armadura. A estimativa do esforço de protensão efetivo é imprescindível

para o dimensionamento e verificação da peça aos Estados Limites Último e de Serviço.

### **3.1 Tipos de Protensão**

#### **3.1.1 Quanto à Intensidade**

As estruturas protendidas podem ser divididas em três tipos dependendo da intensidade da protensão: estrutura com protensão parcial, limitada ou completa. Na protensão parcial, do mesmo modo que em concreto armado, ocorre a fissuração dos elementos estruturais. O dimensionamento das armaduras ativa e passiva é feito no estado limite último e posteriormente são feitas as verificações em serviço (estado limite de formação de fissuras e flecha). Nas protensões limitada e completa o dimensionamento da armadura ativa pode ser feito em serviço, respeitando-se os estados limites de descompressão e de formação de fissuras, sendo o diferencial entre estes dois tipos de protensão a combinação de carregamento que deve ser verificada. Posteriormente é feita uma verificação da flecha e do estado limite último, sendo adicionada armadura passiva, se necessário.

As estruturas com protensão completa ou limitada apresentam como vantagem sobre as com protensão parcial o fato das peças em serviço trabalharem não fissuradas, basicamente no regime elástico, sendo as seções transversais preservadas e sua inércia mantida máxima, diminuindo deslocamentos.

#### **3.1.2 Quanto à Aderência**

Em se tratando de lajes de pavimentos usuais em concreto armado, executados in loco, são utilizadas dois diferentes tipos de armadura ativa: as aderentes e não-aderentes. Na protensão aderente são montadas as bainhas antes da concretagem do elemento estrutural e, em uma etapa posterior à protensão das cordoalhas, é feita a aderência das mesmas à bainha injetando-se de nata de cimento que além de promover esta ligação serve de agente protetor contra a corrosão. Quando é utilizada armadura não-aderente usual, são lançadas bainhas de polipropileno com cordoalhas individuais, cuja proteção é feita por graxa, e não existe compatibilização das deformações entre o cabo e a estrutura de concreto em cada seção transversal.

A protensão aderente apresenta como vantagens sobre a não-aderente uma maior distribuição das fissuras, quando a estrutura é solicitada por carregamentos superiores aos de serviço. Peças com

armadura aderente também se comportam melhor no estado limite último, uma vez que nas seções mais solicitadas, onde ocorre maior deformação da seção, também existe uma reação superior do cabo de protensão. O mesmo não ocorre em elementos com armadura não aderente, onde ocorre o escorregamento do cabo, que tem uma reação praticamente constante em toda a extensão da peça. Nas estruturas com protensão não aderente não existe o risco de perda da protensão devido a problemas nas ancoragens nas extremidades da peça.

Já a protensão não aderente apresenta como vantagem a maior economia, praticidade de manuseio e facilidade de montagem no canteiro, com ausência da etapa de injeção de nata de cimento nas bainhas e menores perdas de protensão devido ao atrito.

A escolha da intensidade de protensão a ser utilizada em uma estrutura depende basicamente do projetista, desde que sejam respeitadas as restrições impostas pela NBR 6118 em seu item 13.4.2, função da agressividade do ambiente. Já a escolha entre protensão aderente e não aderente depende da experiência ou preferência pessoal do projetista, da construtora e da mão de obra em um ou outro tipo, além do custo e disponibilidade na região da obra.

Este trabalho terá um foco nas verificações em serviço de lajes lisas protendidas. Deste modo pode ser aplicada a casos de protensão aderente bem como não aderente, uma vez que a maior diferença destes dois tipos de protensão se dá no dimensionamento no estado limite último.

### 3.2 Perdas de protensão

Estas perdas podem acontecer no instante da aplicação da protensão na estrutura (perdas imediatas), fazendo que, no ato da protensão da peça, a força atuante nos cabos em cada uma das seções transversais seja inferior à aplicada no macaco de protensão. As perdas imediatas aparecem nas estruturas protendidas por características intrínsecas ao processo construtivo das peças (atrito entre o cabo e a bainha, escorregamento dos cabos para dentro da viga no momento da ancoragem e encurtamento da peça devido à aplicação do esforço de compressão).

As perdas podem também acontecer ao longo da vida útil da peça (perdas progressivas). Estas perdas se manifestam na estrutura em função das características físicas que os materiais de construção empregados apresentam, que faz com que estes apresentem deformações com o decorrer do tempo. São estes fenômenos a retração e fluência no



concreto e a relaxação no aço.

Os procedimentos de estimativas das perdas de protensão apresentados na norma NBR 6118/2003 são os mais utilizados em projetos no Brasil, entretanto diferentes normas e autores abordam o problema de formas diferentes.

### **3.3 Representações da Protensão**

A NBR 6118 (2003) leva em conta a possibilidade de se representar a protensão de três modos diferentes: um esforço normal aplicado à seção transversal na altura do cabo de armadura ativa, um conjunto de cargas externas equivalentes ou impondo deformações equivalentes ao pré-alongamento da armadura ativa.

Cada uma das três possibilidades de interpretação da protensão se aplica melhor a diferentes necessidades do projetista. As duas primeiras se aplicam melhor quando é feito o dimensionamento ou verificação nos estados limite de serviço e a terceira se aplica melhor quando é feito o dimensionamento ou verificação no estado limite último. Embora esta dissertação não planeje a princípio abordar o estado limite último dos pavimentos, serão a seguir abordadas as três possibilidades, explicando melhor as vantagens de cada uma delas.

#### ***3.3.1 Protensão como um esforço normal aplicado à seção***

Neste modelo é feito um corte sobre a seção transversal que se deseja estudar. Assim o cabo de protensão deverá ser substituído por uma força de módulo igual ao valor da resultante do esforço do cabo naquele ponto. Esta resultante deverá estar localizada na posição em que passava o cabo e possuir a mesma direção. No entanto, a inclinação da reta tangente à parábola que forma o cabo de protensão é quase sempre muito baixa, fazendo com que o cosseno do ângulo entre esta reta e a horizontal seja muito pequeno, por isso, para efeito de simplificação, esta força é freqüentemente considerada horizontal (Figura 3.2).

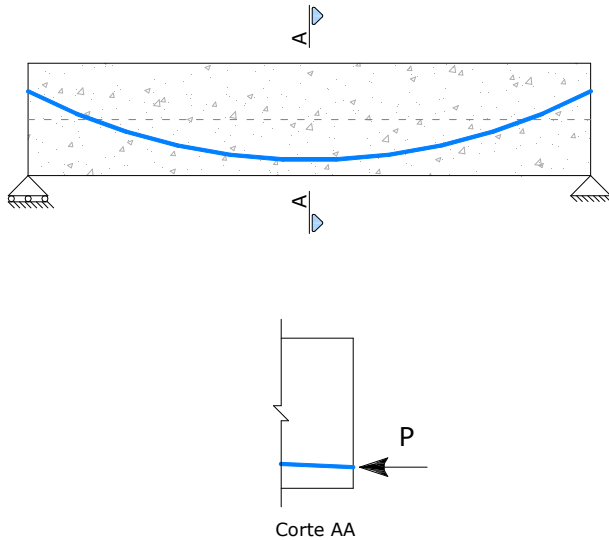


Figura 3.2 - Protensão como um esforço aplicado à seção.

Este modelo é muito usado no dimensionamento ou verificação de peças isostáticas com protensão completa ou limitada no estado limite de serviço. As tensões nas peças podem ser facilmente encontradas utilizando-se fórmulas da mecânica dos sólidos, uma vez que nas análises em serviço a estrutura ainda se encontra no regime elástico-linear.

$$\sigma = \frac{P}{A} + \frac{P \cdot e}{I} \cdot y \quad (3.1)$$

onde:

$\sigma$  é a tensão no concreto (positiva se de compressão);

$P$  é a resultante do esforço que o cabo de protensão aplica na estrutura (considerado positivo);

$A$  é a área da seção transversal;

$e$  é a excentricidade do cabo em relação ao centro de gravidade da peça (positiva para cima);

$y$  é a distância do ponto em que se deseja saber a tensão ao centro de gravidade da peça (positiva para cima).

Este modelo é bastante simples e facilita o traçado dos cabos e o

dimensionamento da força de protensão uma vez que em cada seção tem-se o esforço solicitante causado pelo carregamento e pode-se calcular o esforço contrário que será causado pela protensão.

No entanto este modelo só pode ser utilizado em peças isostáticas. Nas peças hiperestáticas aparecem os esforços hiperestáticos de protensão (que serão explicados mais adiante), desta forma o momento causado pela protensão não pode ser obtido simplesmente pela multiplicação da resultante do esforço no cabo de protensão pela excentricidade do mesmo em relação ao centro de gravidade da seção transversal. Nas estruturas hiperestáticas a análise da peça poderá ser feita pelo procedimento apresentado a seguir.

### ***3.3.2 Protensão como um carregamento equivalente***

Este é o modo de representação da protensão utilizado na maioria das análises de estruturas hiperestáticas atualmente. Neste modelo os cabos são substituídos por um carregamento estaticamente equivalente, ou seja, um conjunto de cargas que produzam no elemento estrutural as mesmas deformações e esforços causados pelo mesmo. Aplicando-se este carregamento na estrutura e utilizando-se um programa de análise estrutural é possível encontrar não só os esforços como também os deslocamentos da estrutura.

Para começar pode ser analisada a viga isostática com um cabo de formato parabólico conforme mostrado na Figura 3.3.

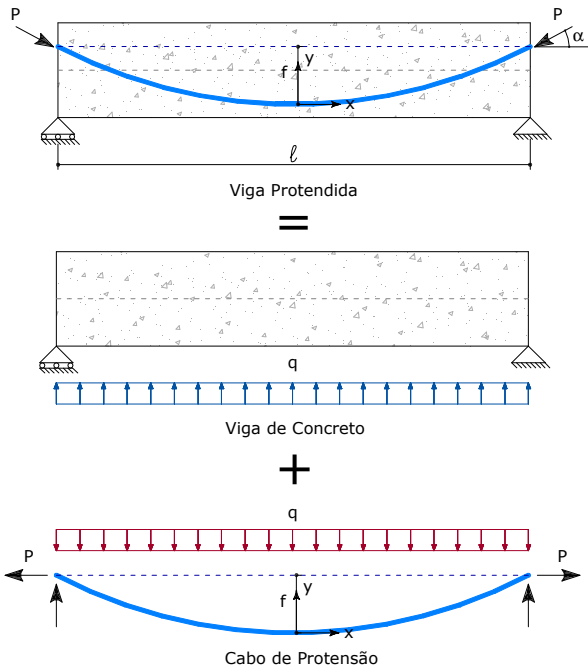


Figura 3.3 - Protensão como um carregamento externo equivalente.

onde:

$P$  é a resultante do esforço no cabo de protensão;

$f$  é a excentricidade do cabo; e

$l$  é o comprimento da viga bi-apoiada.

Sabe-se que a altura do cabo em qualquer coordenada  $x$  pode ser encontrada pela equação:

$$y(x) = \frac{4f}{l^2} \cdot x^2 \quad (3.2)$$

Considerando-se força atuante no cabo de protensão constante e horizontal, o momento fletor causado pelo cabo (momento isostático de protensão) em cada seção da viga por ser obtido pela multiplicação da força normal pela sua excentricidade, conforme a expressão:

$$M(x) = P \cdot y(x) = P \cdot \frac{4f}{l^2} \cdot x^2 \quad (3.3)$$

Sabendo que o carregamento é a segunda derivada do momento

fletor com relação à  $x$ , pode-se obter um carregamento equivalente que solicite cada seção da viga do mesmo modo que o cabo protendido:

$$q = \frac{d^2M(x)}{dx^2} = \frac{8 \cdot P \cdot f}{l^2} \quad (3.4)$$

Como a protensão é um carregamento auto-equilibrado devem ser aplicadas cargas pontuais nas extremidades da viga, fazendo com que as reações de apoio sejam nulas. Estas forças podem ser obtidas fazendo-se o equilíbrio da peça:

$$P_y = \frac{ql}{2} = \frac{4 \cdot P \cdot f}{l} \quad (3.5)$$

Tanto a carga devido à protensão como a força pontual a ser aplicada nas extremidades do cabo podem ser expressas em função da inclinação do cabo:

$$tg\alpha = \frac{dy}{dx}_{x=\frac{l}{2}} = \frac{8 \cdot f \cdot x}{l^2}_{x=\frac{l}{2}} = \frac{4f}{l} \quad (3.6)$$

Dessa forma o carregamento equivalente seria dado por:

(3.7)

$$q = \frac{2P \cdot tg\alpha}{l}$$

E a carga pontual por:

(3.8)

$$P_y = P \cdot tg\alpha$$

Esta dedução contempla a possibilidade de uma viga isostática com um cabo em que não existe mudança de direção na curvatura em seu traçado ou variação do esforço no mesmo. No entanto, em estruturas hiperestáticas faz-se necessário um traçado em que o cabo mude diversas vezes de direção subindo e descendo de forma que os esforços gerados pelo cabo aliviem ao máximo os esforços gerados pelo carregamento gravitacional, como na Figura 3.4.

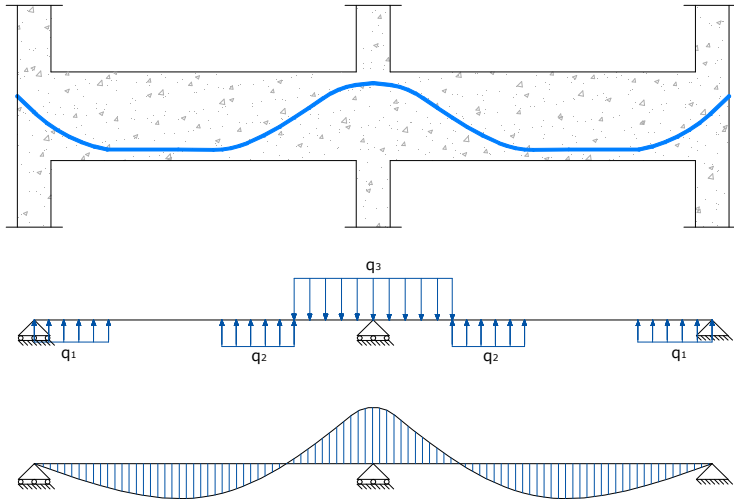


Figura 3.4 - Protensão como um carregamento externo equivalente em viga contínua.

Sabe-se também que os esforços ao longo do cabo protendido variam devido às perdas de protensão. Dessa forma pode-se utilizar um procedimento análogo ao mostrado anteriormente avaliando o carregamento constante por trechos, conforme mostrado na Figura 3.5.

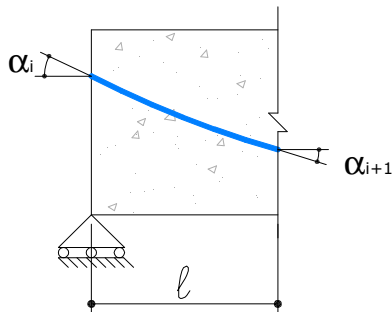


Figura 3.5 - Trecho de Cabo.

(3.9)

$$q = \frac{P_m \cdot (tg\alpha_i - tg\alpha_{i+1})}{l}$$

onde:

$P_m$  é a média do esforço no cabo de protensão no trecho;

$\alpha_i$  é o ângulo da tangente ao cabo no ponto inicial do trecho

considerado;

$\alpha_{i+1}$  é o ângulo da tangente ao cabo no ponto inicial do trecho considerado;

$l$  é o comprimento do trecho considerado.

Como existe a variação do valor da força de protensão entre trechos, neste procedimento deve ser verificado o equilíbrio das seções em que ocorrem estas variações, sendo aplicados os esforços pontuais necessários, conforme a Figura 3.6.

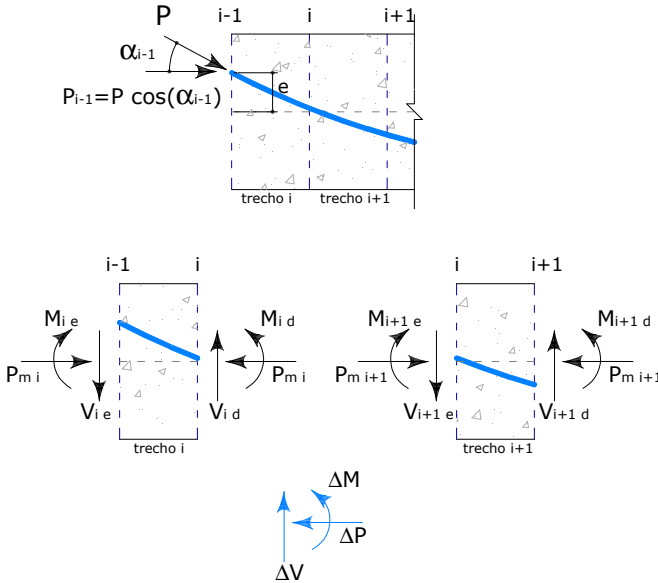


Figura 3.6 - Equilíbrio em seção onde ocorre mudança no esforço de protensão.

A representação da protensão através de esforços equivalentes não oferece ferramentas diretas para o pré-dimensionamento da força de protensão ou pré-lançamento dos cabos. Quando é utilizada pode-se obter o esforço de protensão inicial escolhendo-se o vão mais crítico e arbitrando-se qual a parcela do carregamento gravitacional que a protensão deverá equilibrar e fazer-se o processo inverso. Para que a protensão equilibre a mesma parcela da carga gravitacional em outros vãos pode-se diminuir a excentricidade dos cabos nestes vãos. No entanto este procedimento só é utilizado em lajes ou vigas contínuas com protensão parcial, uma vez que as tensões podem não ser verificadas.

### 3.3.3 Protensão como cargas pontuais equivalentes

Uma outra alternativa para a representação da protensão é pela discretização do cabo curvo em uma linha poligonal, em que os nós da poligonal coincidem com pontos do cabo real, conforme a Figura 3.7.

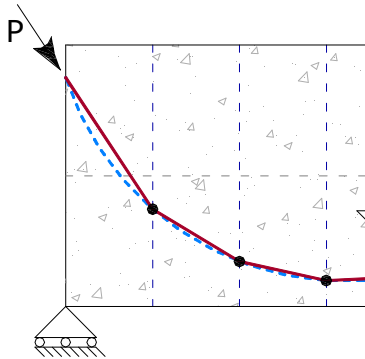


Figura 3.7 - Discretização do cabo de protensão.

A força de protensão em cada segmento linearizado do cabo é igual à força média atuante no cabo na extensão do segmento. Os esforços aplicados pelo cabo na estrutura de concreto podem ser obtidos pelo equilíbrio em cada nó, dos esforços nos dois segmentos de cabo concorrentes naquele nó, como mostrado na Figura 3.8.

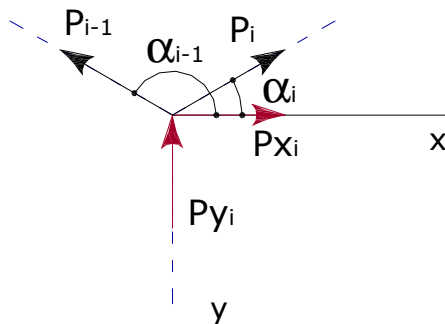


Figura 3.8 - Equilíbrio do nó no cabo discretizado.

Se a discretização do cabo for suficientemente precisa o carregamento obtido por este procedimento será estaticamente equivalente ao carregamento obtido pelo procedimento mostrado no item anterior.



A principal vantagem deste procedimento é a maior facilidade na discretização tri-dimensional do cabo para representação do carregamento em cabos em que há mudança no traçado horizontal.

### 3.3.4 Protensão como um pré-alongamento da armadura ativa

O terceiro modo de interpretar a protensão é como um pré-alongamento da armadura ativa (Figura 3.9), feita no momento da execução da protensão. Como a deformação da seção transversal é utilizada em verificações no estado limite último, este modelo serve para este tipo de verificação e dimensionamento da armadura passiva, sendo utilizado em qualquer peça protendida.

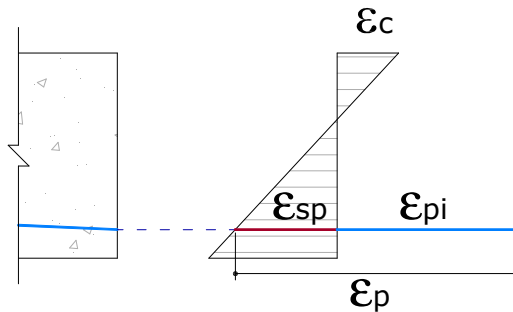


Figura 3.9 - Protensão como um pré-alongamento no cabo.

## 3.4 Estruturas Hiperestáticas

Quando uma estrutura protendida isostática é solicitada pela armadura ativa aparecem esforços e deformações correspondentes. A viga se deforma longitudinalmente devido ao esforço normal, e transversalmente devido ao momento fletor, que é igual ao produto entre o esforço normal e a excentricidade do cabo em relação ao centro de gravidade da peça.

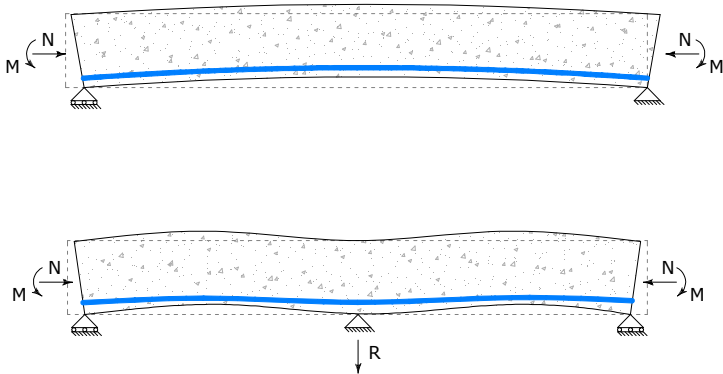


Figura 3.10 - Protensão em estrutura isostática e hiperestática.

Quando uma viga hiperestática é solicitada da mesma forma, uma parcela de suas deformações são restringidas pelos apoios (Figura 3.10). Deste modo aparecem reações de apoio e solicitações devido à protensão. Os esforços totais devido à protensão da peça serão iguais aos esforços isostáticos de protensão mais os esforços hiperestáticos de protensão. Quando a análise da estrutura é feita representando-se a protensão como carregamentos equivalentes, obtêm-se esforços e deslocamentos totais devido à protensão.

Este comportamento existe também nas lajes. Porém em lajes protendidas a identificação dos hiperestáticos é mais complexa devido ao comportamento em duas dimensões do elemento estrutural, em que os esforços em uma direção influenciam os esforços na outra direção.

A identificação correta dos esforços hiperestáticos de protensão é imprescindível ao correto dimensionamento da estrutura, uma vez que esta parcela de esforços deve ser somada aos esforços devido ao peso próprio e ao carregamento externo da estrutura na verificação quanto ao estado limite último. Neste caso o efeito isostático da protensão não deverá ser levado em conta, uma vez que já aparece no cálculo como pré-alongamento na armadura ativa.

## 3.5 Dimensionamento e Verificações

### 3.5.1 Estado Limite Último

O dimensionamento no estado limite último (ELU) de uma estrutura em concreto protendido é análogo ao dimensionamento de uma estrutura em concreto armado, com a seção transversal trabalhando no estágio III. Nesse estágio o concreto abaixo da linha neutra é

considerado como totalmente fissurado e existe plastificação dos materiais. Do mesmo modo que para a armadura passiva o esforço na armadura ativa pode ser considerado atuando no centro de gravidade das armaduras se respeitadas condições específicas de espaçamento entre os cabos.

A diferença é que o diagrama de tensão x deformação do aço das armaduras passivas é inicialmente elástico até que seja atingida a tensão de escoamento, a partir do qual o material apresenta comportamento plástico, com aumento de deformação sem acréscimo de tensão resistente. Já o aço de alta resistência utilizado nos cabos de protensão (armadura ativa) possui diagrama bi-linear. Quando é atingida a tensão de escoamento o material perde rigidez (o diagrama fica menos inclinado), mas ainda existe um acréscimo de tensão resistente com o aumento das deformações, embora a uma taxa inferior. Isso faz com que o processo de dimensionamento se torne iterativo, uma vez que a tensão na armadura muda em função da posição da linha neutra.

### **3.5.2 Estado Limite de Serviço**

Uma diferença maior no dimensionamento entre o concreto armado e protendido acontece nas verificações a serem feitas no estado limite de serviço (ELS), que variam em função do nível de protensão adotado.

Na protensão parcial deve ser respeitado o estado limite de abertura de fissuras (ELS-W), sendo o procedimento adotado semelhante ao utilizado nas verificações de concreto armado. Para estruturas com protensão limitada deve ser respeitado o estado limite de formação de fissuras (ELS-F) para a combinação freqüente de carregamento e o estado limite de descompressão (ELS-D) para a combinação de carregamento quase permanente. Já os elementos estruturais com protensão completa devem atender ao ELS-F para a combinação rara e o ELS-D para a combinação freqüente.

ELS-F é definido como o estado em que se inicia a formação das fissuras, ou seja, quando a tensão de tração no concreto atinge o seu limite. Já o ELS-D é definido como o estado em que a tensão de tração no concreto é nula em alguma região e de compressão em todo o resto. A critério do projetista as verificações no ELS-D podem ser substituídas por verificações no estado limite de descompressão na armadura (ELS-DP), um pouco mais branda. No ELS-DP são permitidas tensões de tração até uma distância  $a_p$  da armadura, conforme definido em norma.

Para as estruturas com protensão completa ou limitada devem então ser feitas verificações de tensões em serviço, sendo permitida uma pequena tensão de tração no concreto ou nenhuma, em função do nível de protensão e da combinação de serviço. Em alguns casos a diferença na quantidade de protensão necessária para que sejam satisfeitas as condições de serviço para protensão completa ou limitada é bastante próxima, variando com as condições de carregamento e geometria da estrutura. Além disso, em muitos casos o dimensionamento da quantidade de protensão a ser adotada é regido pelas tensões na peça em serviço.

O maior rigor nas verificações no estado limite de serviço para as peças em concreto protendido se dá em pela maior sensibilidade da armadura ativa frente ao risco de corrosão em função das bitolas inferiores e da armadura em mais alta tensão.

### **3.5.3 Fase Construtiva**

Outra diferença no dimensionamento das peças em concreto protendido é a necessidade de verificação de uma fase construtiva inexistente nas peças em concreto armado: o ato da protensão. Normalmente, quando a protensão é executada, atua na estrutura uma pequena parcela das cargas gravitacionais. Dependendo da diferença entre os valores das cargas gravitacionais finais e das existentes no ato da protensão, pode ser crítico o dimensionamento dessa fase construtiva, na qual podem ser grandes os esforços solicitantes causados pelo protensão, e que possuem sinal inverso aos esforços causados pelas cargas permanentes.

## **3.6 Traçados de Cabos**

Um dos passos básicos para o dimensionamento de uma laje lisa protendida é o pré-dimensionamento dos cabos de protensão, o que inclui três passos:

- Determinação do traçado dos cabos em elevação;
- Determinação do esforço de protensão;
- Distribuição dos cabos em planta.

### **3.6.1 Traçado dos cabos em elevação**

Para a fixação do traçado dos cabos é necessário que sejam definidas as deflexões dos cabos sobre os apoios e ao longo dos vãos e as distâncias desses pontos máximos e mínimos aos pontos de inflexão,

nos quais ocorrem as mudanças de sentido na curvatura dos cabos. Um traçado genérico de cabo de protensão pode ser visto na Figura 3.11.

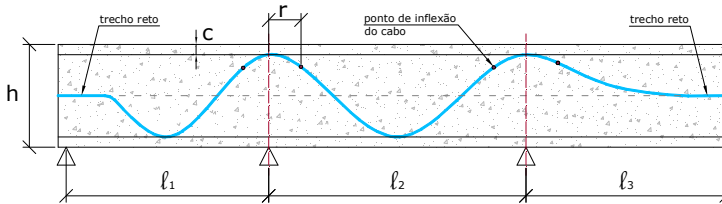


Figura 3.11 – Traçado genérico do cabo de protensão.

O traçado do cabo se inicia reto em função dos dispositivos de ancoragem, e para o caso de lajes é usualmente horizontal e localizado no centro de gravidade da peça, afim de não introduzir esforços de flexão em uma região em que estes esforços não ocorrem por ação das cargas gravitacionais. Ao fim do trecho reto o cabo se desenvolve por uma seqüência de parábolas de 2º grau com concavidades em direções opostas.

As distâncias dos centros dos apoios aos pontos de inflexão das parábolas normalmente são tomadas como uma parcela do vão em questão, em geral entre 5% e 15%, em função das dimensões da estrutura.

Para aproveitamento máximo dos cabos é usual adotarem-se traçados em elevação nas quais são utilizadas as deflexões máximas possíveis ao longo dos vão e sobre os apoios, resultando em uma carga equivalente devido à protensão máxima ao longo de toda a estrutura. Esse desenho é especialmente interessante no dimensionamento ao Estado Limite Último, já que são obtidos os maiores esforços resistentes.

No entanto em alguns casos de estruturas com vãos de dimensões muito diferentes a protensão excessiva pode ser prejudicial, ocorrendo inversão de esforços em serviço inclusive com comprometimento da segurança da peça, sobretudo em fases construtivas. Nesses casos pode-se optar pela diminuição da deflexão nos cabos nos vãos menos solicitados ou pela utilização de cabos extras apenas nos vãos mais solicitados. Para adoção da segunda opção é necessário um estudo das condições para ancoragem desses cabos no meio da peça e dimensionamento das armaduras que resistam aos esforços de fretagem e de fendilhamento causados pelos esforços normais introduzidos nesses locais.

A concordância entre parábolas consecutivas é feita por uma reta

que liga os pontos de máximo e mínimo do cabo. Para que as inclinações das parábolas consecutivas sejam as mesmas o ponto de mudança de concavidade deverá estar posicionado sobre esta reta, como mostra a Figura 3.12.

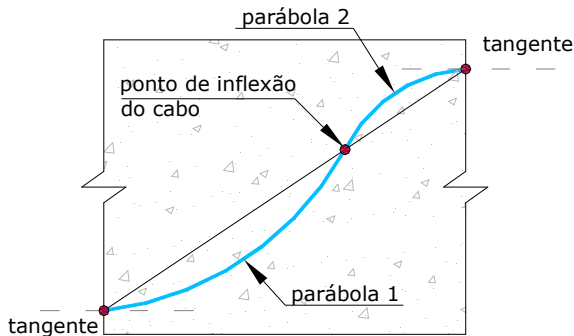


Figura 3.12 – Concordância entre parábolas de 2º grau.

### 3.6.2 Estimativa do esforço de protensão

Inicialmente se escolhe uma parcela dos carregamentos atuantes a ser equilibrada, sendo comum equilibrar-se o peso próprio mais uma pequena parcela do carregamento restante.

Na etapa de pré-dimensionamento pode se adotar um traçado simplificado dos cabos, sem levar em conta as inversões na curvatura sobre os apoios ou os trechos retos nas ancoragens, como mostrado na Figura 3.13.

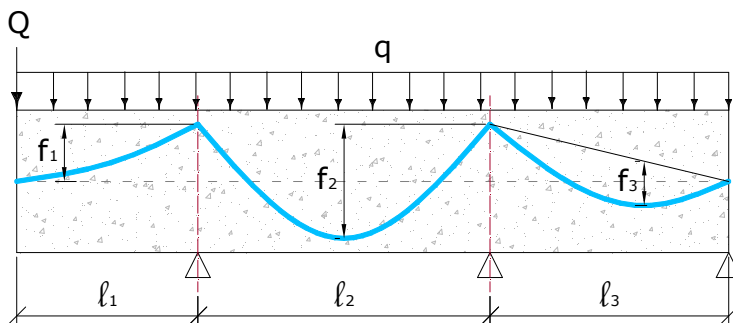


Figura 3.13 – Traçado simplificado dos cabos de protensão.

A força de protensão pode então ser estimada separadamente para cada vão:

- Balanço:

$$P = \frac{q l_1^2}{2 f_1} \quad (3.10)$$

- Vão interno:

$$P = \frac{q l_2^2}{8 f_2} \quad (3.11)$$

- Vão externo:

$$P = \frac{q l_3^2}{8 f_3} \quad (3.12)$$

Podendo então ser estimada a força de protensão a ser adotada após a ocorrência das perdas. Para estruturas com protensão total ou limitada deverá ser tomada a força de protensão do vão mais crítico para que sejam satisfeitas as condições de serviço pertinentes em todos os pontos da estrutura.

### 3.6.3 Distribuição dos cabos em planta

Os cabos de protensão podem ser distribuídos em planta basicamente de três modos diferentes:

- 1) Igualmente ao longo de toda a laje;
- 2) Concentrado sobre os apoios (parcial ou totalmente);
- 3) Misto, concentrados em uma região ou direção e igualmente espaçados em outra.

A opção pela distribuição ou concentração dos cabos em planta depende de vários fatores, como geometria do pavimento e comportamento desejado do elemento estrutural em serviço ou à ruína, tanto ao longo de sua vida útil como em etapas construtivas (função da intensidade de protensão desejada), entre outros.

Caso seja feita opção pela concentração de um número maior de cabos nas faixas sobre os pilares podem ser observadas as seguintes recomendações:

- O ACI 423 recomenda que sejam distribuídos de 65 a 75% dos cabos nas faixas sobre os pilares;
- A NBR 6118 (2003) recomenda que quando se utilizem cabos concentrados em faixas sobre os pilares, as larguras dessas faixas não ultrapassem  $b + 3,5h$  para cada lado do eixo do pilar.

onde:

$b$  é a largura do pilar na direção da largura da faixa;

$h$  é a espessura da laje.

A distribuição dos cabos de protensão em planta será mais bem analisada mais adiante, pois é tema de estudo desta dissertação.



## 4. RECURSOS COMPUTACIONAIS UTILIZADOS

No desenvolvimento do presente trabalho foram utilizadas basicamente três ferramentas computacionais:

- LLP (Laje Lisa Protendida), um programa especialmente desenvolvido pelo autor para a geração automática dos modelos utilizados nos estudos;
- GAP/GRELHA, um programa desenvolvido pelo orientador para análise de grelhas lisas pelo método da rigidez;
- SAP2000, conhecido programa comercial para modelagem e resolução de estruturas pelo método dos elementos finitos.

A seguir serão descritos os procedimentos para a utilização do programa LLP (Laje Lisa Protendida) e o “passo-a-passo” seguido na geração do modelo dos pavimentos e dos carregamentos de protensão. Nos itens subseqüentes serão descritos os recursos utilizados dos programas GAP/Grelha e SAP2000.

### 4.1 LLP

O programa LLP foi desenvolvido em linguagem Visual Basic para servir de ferramenta auxiliar, automatizando o desenvolvimento dos modelos utilizados nos exemplos que serviram como base para os estudos realizados na presente dissertação.

Ao utilizar o programa o usuário é conduzido por diversas janelas nas quais fornece os dados do pavimento necessários para o desenvolvimento do modelo, com a possibilidade de configurar alguns dos parâmetros utilizados na geração da grelha e no cálculo das cargas de protensão. Ao final do processo o programa gera um arquivo com os dados para serem lidos nos programas de análise estrutural.

#### 4.1.1 Geração da Grelha

Nas primeiras janelas do programa devem ser informados dados relativos à geometria do pavimento, e podem ser configurados alguns parâmetros relativos à geração do modelo. A tabela a seguir resume os dados de entrada necessários à geração da grelha, os parâmetros que podem ser configurados e as janelas do programa nas quais devem ser informados.

Tabela 4.1 – Dados necessários para geração do modelo de grelha.

Relativo à	Dado	Janela
Geometria do pavimento	Dimensões das lajes	1ª e 3ª
	Dimensões das vigas de bordo	1ª
	Dimensões dos pilares	4ª
	Carregamentos	1ª
Materiais	Resistência característica à compressão do concreto	1ª
Parâmetros de configuração	Malha	2ª
	Trechos refinados	2ª
	Barras rígidas	2ª

Pode ser feita a entrada de qualquer pavimento de lajes lisas em que os pilares estejam distribuídos de maneira ordenada, alinhados em planta tanto horizontalmente quanto verticalmente, com a presença de vigas de bordo ou não, como, por exemplo, o pavimento mostrado na Figura 4.1.

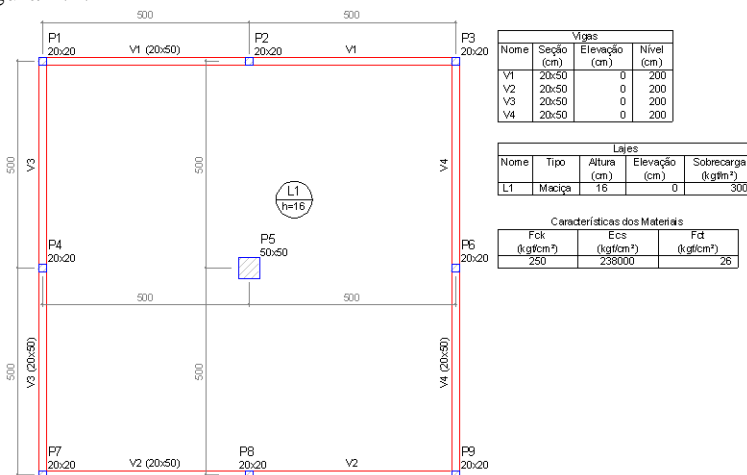


Figura 4.1 - Geometria do pavimento (Puel, 2009).

onde:

$$10 \text{ kgf/cm}^2 = 1 \text{ MPa} = 10^3 \text{ kN/m}^2$$

Este pavimento foi utilizado nos estudos realizados por Puel (2009). A modelagem descrita e utilizada por Puel para o exemplo que denominou 2.1 é bastante semelhante à utilizada neste trabalho, com apoios pontuais e elementos rígidos na região interna dos pilares. A entrada de dados para a criação do modelo completo deste pavimento em Analogia de Grelha poderá ser feita pelo usuário como mostrado a

seguir.

- Inicialmente deverão ser fornecidos pelo usuário dados de geometria do pavimento como: as dimensões e espessura da laje, pé direito do pavimento, se existem eixos de simetria na estrutura, se existem vigas de bordo e quais suas dimensões, além das propriedades do concreto e dos carregamentos, conforme é mostrado na Figura 4.2.

A imagem mostra a interface de usuário de uma janela intitulada "Entrada dos Dados". A janela é dividida em várias seções:

- Geometria:** Campos de entrada para "Dimensão X:" (1000 cm), "Dimensão Y:" (1000 cm), "Espessura:" (16 cm) e "Pé Direito:" (400 cm). Há também duas opções de simetria desativadas: "Eixo de Simetria Vertical" e "Eixo de Simetria Horizontal".
- Carregamentos:** Campos de entrada para "G2:" (1 kN/m²) e "Q:" (2 kN/m²).
- Vigas:** Uma opção "Vigas de Bordo" está selecionada com um ícone de caixa de seleção. Abaixo, há campos para "b:" (20 cm) e "h:" (50 cm).
- Propriedades do Concreto:** Um campo de entrada para "fck:" (25 MPa).
- Na parte inferior direita, há dois botões: "Modificar critérios" e "Avançar".

Figura 4.2 – 1ª janela – Entrada de Dados.

- Após a entrada de dados geométrico do pavimento devem ser configurados os critérios de geração da grelha, assim como é mostrado na Figura 4.3. Nessa janela são configurados critérios como: o espaçamento geral da malha, o refinamento da malha a ser utilizada na região dos pilares (ou seja, quantas vezes mais refinada será a malha utilizada na região dos pilares em relação à malha geral), as dimensões da área a ser refinada, se no modelo serão utilizadas as rigidezes dos pilares (o programa calcula um coeficiente de mola em função das rigidezes dos pilares), se no modelo serão utilizadas barras rígidas nos pilares, se o carregamentos provocados pela protensão serão aplicados nas barras ou nos nós e por fim, se a saída de dados

será configurada para o programa GAP/GRELHA ou SAP2000.

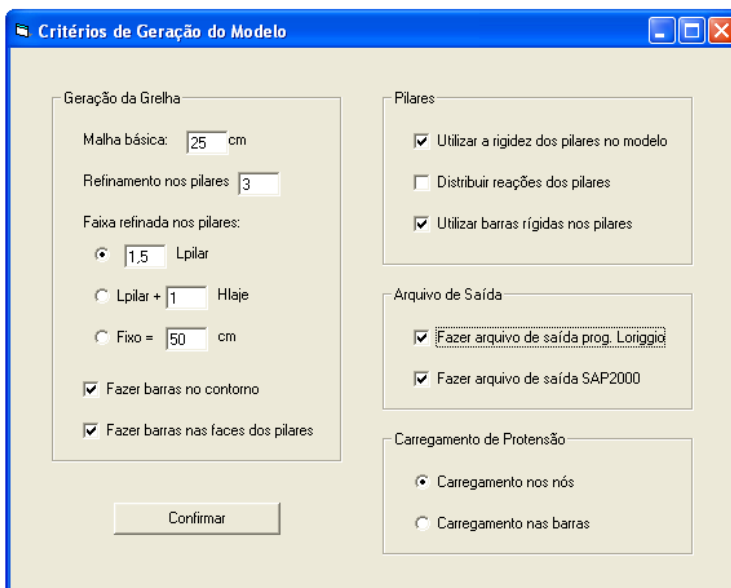


Figura 4.3 - 2ª janela – Critérios de geração da grelha.

- A próxima etapa de entrada de dados refere-se ao posicionamento dos pilares no pavimento, como pode ser observado na Figura 4.4. Nesta janela são informados o número de linhas de pilares e quais são suas distâncias em relação à origem do modelo.



Figura 4.4 - 3ª janela – Entrada das linha de pilares.

- Por último, conforme é mostrado na Figura 4.5, são fornecidas as dimensões dos pilares.

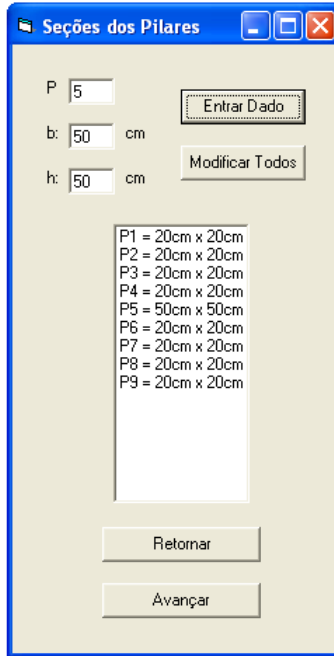


Figura 4.5 - 4ª janela – Seções dos pilares.

Para gerar o modelo o programa lê os dados inseridos nas janelas mostradas e segue uma série de algoritmos divididos em diversas rotinas, resumidas nos itens a seguir.

1) Cálculo das faixas

São calculados os vãos da estrutura e é verificada a existência de balanços no pavimento em cada direção, função dos dados de entrada.

Cada vão da estrutura é dividido em três (para os panos em balanço) ou cinco (para os panos entre pilares) faixas. A largura de cada faixa é calculada em função dos parâmetros definidos para a geração da grelha e das dimensões do pavimento, sendo possível que qualquer faixa tenha largura nula. Um esquema que mostra estas faixas pode ser visto na Figura 4.6.

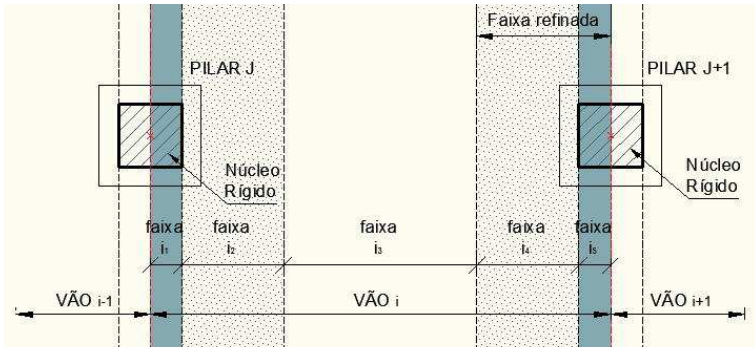


Figura 4.6 - Esquema das faixas verticais do pavimento para um vão qualquer.

No esquema mostrado as faixas  $i_1$  e  $i_5$  correspondem ao início ou fim da região em que serão utilizados os elementos rígidos dentro dos pilares. Este núcleo é modelado automaticamente, sendo suas dimensões definidas de acordo com as prescrições da NBR 6118 (2003) em seu item 14.6.2.1. A rigidez dos elementos rígidos é obtida aumentando em 1000 vezes a rigidez dos elementos de barra do restante da laje. Caso seja feita opção pela não-utilização de elementos rígidos as faixas  $i_1$  e  $i_5$  terão largura nula.

As faixas  $i_2$  e  $i_4$  correspondem ao fim ou início das regiões mais refinadas em torno dos pilares, definidas nos parâmetros. Se a largura dessas regiões for inferior à largura dos pilares ou for definida uma região refinada fixa igual a zero a largura dessas faixas serão nulas.

Logicamente as larguras das faixas  $i_1$  e  $i_2$  são função da largura do pilar  $j$  (direção do eixo  $X$ ). Caso sejam inseridos pelo usuário outros pilares na mesma linha vertical do pilar  $j$  com diferentes dimensões o cálculo das larguras das faixas  $i_1$  e  $i_2$  será feito pelo programa utilizando a dimensão do maior pilar. Por isso é preferível que todos os pilares de uma mesma linha vertical possuam a mesma largura, e que todos os pilares em uma mesma linha horizontal possuam a mesma largura. Do contrário é possível que nos pilares menores as dimensões efetivas do núcleo rígido gerado sejam inferiores às que se esperavam, como mostrado na Figura 4.7.

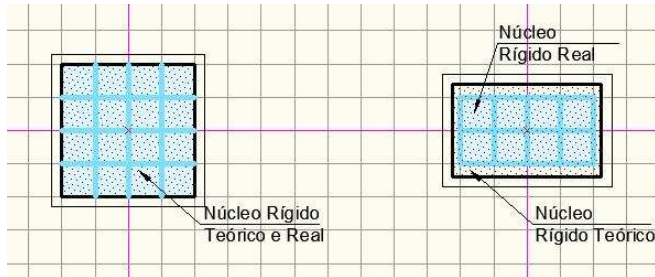


Figura 4.7 - Pilares com alturas diferentes em uma mesma linha horizontal.

Isso acontece quando o programa é utilizado para modelar o pavimento proposto por Puel (2009). No exemplo desenvolvido os momentos fletores foram bem próximos aos encontrados por Puel (2009). Mas em problemas com diferentes geometrias e na análise de outros esforços (com os momentos nos apoios) as diferenças podem ser maiores. Vale também salientar que a diferença nas dimensões do núcleo rígido gerado e do esperado será inversamente proporcional ao refinamento da malha da grelha adotado na região dos pilares.

O procedimento é análogo para as outras dimensões e também para os panos de lajes em balanço. Nesta etapa também são dimensionadas as quantidades de algumas das variáveis necessárias à definição da geometria em elevação dos cabos de protensão, que são função do número de vãos da estrutura e da existência de balanços no pavimento.

## 2) Geração dos nós

São calculados o número de divisões e os espaçamentos efetivos da malha da grelha para cada faixa horizontal e vertical. O cálculo do número de divisões é feito dividindo-se o vão pelo espaçamento teórico da malha, igual ao espaçamento básico para a faixa  $i_3$  e igual ao espaçamento básico dividido pelo refinamento para as outras faixas. O valor obtido para o número de divisões é arredondado para baixo, de modo que o espaçamento real é ligeiramente superior ao espaçamento teórico definido pelo usuário.

Em seguida é criado o primeiro nó na origem dos eixos coordenados e é adicionado o espaçamento da malha horizontal à variável X do nó para a obtenção das coordenadas do nó seguinte. O procedimento é repetido até que se chegue ao último nó da linha, quando as coordenadas horizontais dos nós reiniciam do zero e é adicionado o espaçamento vertical à coordenada Y do nó para a geração



da linha superior.

### 3) Cálculo das molas e imposição das restrições

São verificados os nós que correspondem aos centros de gravidade dos pilares inseridos pelo usuário. À esses nós é associada uma restrição ao deslocamento vertical e é calculado um coeficiente de mola à rotação em cada direção, caso a opção de modelo com molas não esteja desabilitada. O coeficiente de mola é igual à rigidez do pilar em cada direção dividido pelo pé-direito da estrutura (metade do comprimento do pilar para cima mais metade do comprimento do pilar para baixo).

Caso existam eixos de simetria na estrutura são também restringidas as rotações correspondentes dos nós ao longo do bordo em que se situa o eixo de simetria.

### 4) Geração das barras

A geração das barras é feita atribuindo-se seqüencialmente os nós inicial e final para cada elemento. Inicialmente são geradas as barras horizontais em que o nó final é igual ao nó inicial mais um. Posteriormente são geradas as barras verticais em que o nó final é igual ao nó inicial mais o número de nós em uma linha horizontal.

### 5) Propriedades geométricas das barras

São calculadas as propriedades das barras e das suas seções transversais, conforme a Tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Propriedades geométricas das seções das barras.

Propriedade	Cálculo
Comprimento	Coordenadas dos nós final e inicial
Largura	Coordenadas dos nós das barras adjacentes
Inércia à flexão	Fórmula da resistência dos materiais
Inércia à torção	Vigas - fórmula da resistência dos materiais Lajes - tomada como duas vezes a inércia à flexão

### 6) Propriedades mecânicas das barras

São atribuídos os módulos de elasticidade à flexão e à torção das barras. O módulo de elasticidade na flexão é calculado de acordo com as indicações da NBR 6118 em função da resistência característica a compressão especificada pelo usuário. O módulo de elasticidade transversal é calculado pela fórmula da resistência dos materiais.

### 7) Cálculo dos carregamentos

São calculados os carregamentos lineares nas barras em função

da sua largura.

Seguindo esses passos, com os dados de entrada mostrados nas figuras o programa gera um modelo do pavimento completo, sem levar em conta os eixos de simetria, utilizando uma malha de 25 x 25 cm com um refinamento três vezes maior na região dos pilares. Note-se que na região dos bordos da laje não existe refinamento, pois se considera que no entorno a laje se apóia sobre as vigas e não diretamente sobre os pilares (Figura 4.8). Por isso, para este exemplo, existe apenas uma faixa mais refinada em cada direção, passando sobre os pilares centrais. A largura da faixa refinada é igual 1,5 vezes a largura total do maior pilar para cada lado, igual a 150 cm (total) neste caso.

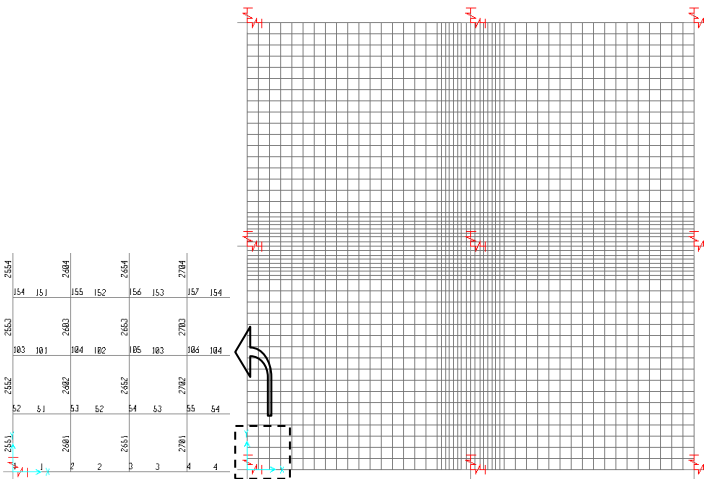


Figura 4.8 - Grelha gerada (visualização SAP2000).

#### 4.1.2 Cálculo do Carregamento Equivalente da Protensão

O programa LLP utiliza a representação da protensão através de carregamentos distribuídos equivalentes, conforme mostrados no item 3.3.2. Para facilitar tanto a entrada de dados quanto a geração do modelo os cabos são lançados agrupados em faixas. Dentro de cada grupo os cabos deverão ter o mesmo traçado em elevação, mesmo esforço e espaçamento.

Para que sejam calculados os carregamentos de protensão é necessário saber as quantidades de cabos e seus esforços e a geometria dos mesmos. O LLP assume que os cabos possuem geometria parabólica, conforme descrito no capítulo 3 e por isso o traçado vertical dos cabos pode ser definido através apenas das elevações nos pontos máximos e mínimos e das ordenadas dos pontos de inflexão. Além disso, é necessário informar a posição dos cabos para que o carregamento seja lançado sobre a grelha. Os dados necessários para o cálculo dos carregamentos distribuídos equivalentes estão resumidos na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 - Dados relativos aos cabos de protensão.

Dado	Janela
Número de Cabos	5ª
Esforço nos cabos	5ª
Posição dos cabos	5ª
Elevações dos cabos	6ª
Pontos de Inflexão dos cabos	6ª

De posse dos dados o programa faz o cálculo do carregamento equivalente para cada trecho de parábola, utilizando o procedimento descrito em 3.3.2. Cruzando-se os dados relativos à posição das faixas e a geometria dos cabos nelas contidos com os dados das coordenadas do nó final e inicial de cada barra o programa pode lançar nas barras os carregamentos relativos às faixas que passam sobre ela. A rotina desenvolvida lança sobre as barras apenas o carregamento devido aos cabos que se desenvolvem na mesma direção das barras. Assim, as barras horizontais recebem o carregamento relativo à protensão na direção horizontal apenas. O próprio comportamento da grelha faz com que este carregamento se distribua nas duas direções.

Como o traçado dos cabos é independente da discretização da grelha existirão casos em que o ponto de mudança de direção no cabo protendido esteja situado fora do nó, ao longo da barra. A rotina desenvolvida calcula e lança os dois carregamentos em um único elemento. Isso faz com que seja necessária a utilização de um programa de análise que aceite a entrada de dois carregamentos distribuídos de intensidade diferentes para um mesmo caso de carregamento ao longo de um único elemento, como o SAP2000.

Existe também, no programa, uma opção para que o carregamento seja distribuído nos nós da grelha. Neste caso cada nó recebe apenas um esforço por grau de liberdade para cada caso de carregamento. Caso seja utilizada esta opção é executada uma rotina que faz a análise de cada barra, obtendo os esforços nodais equivalentes (força e momento) relativos ao carregamento distribuído.

Para exemplificar o lançamento dos cabos e validar os resultados obtidos será modelado o pavimento mostrado na Figura 4.9.

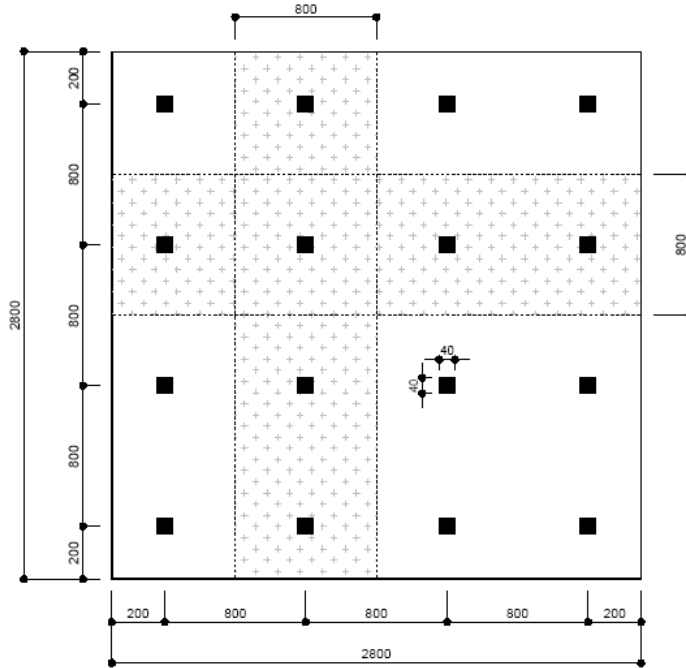


Figura 4.9 - Geometria do pavimento (Pedrozo, 2009).

O estudo deste pavimento foi proposto por Pedrozo (2009). A laje protendida se apóia diretamente sobre os pilares e possui espessura de 20 cm. Deverá suportar além do peso-próprio, um carregamento permanente extra de  $1 \text{ kN/m}^2$  e uma sobrecarga de  $3 \text{ kN/m}^2$ . Pedrozo propôs em um de seus estudos a utilização de 49 cabos igualmente espaçados, utilizando as deflexões máximas possíveis para obtenção de um dimensionamento o mais econômico possível. O lançamento dos cabos, tanto em planta quanto em elevação, pode ser visto na Figura 4.10 e Figura 4.11.

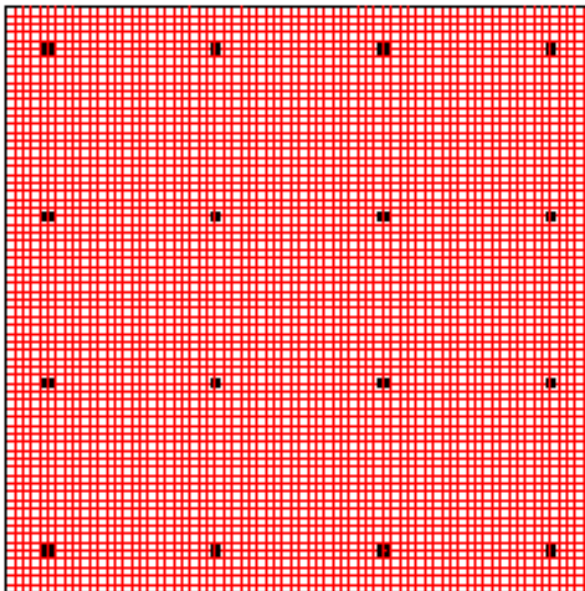


Figura 4.10 – Lançamento dos cabos (Pedrozo, 2009).

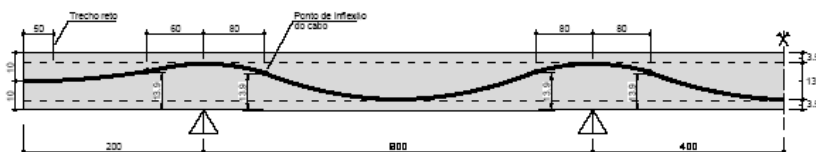


Figura 4.11 - Geometria dos cabos em elevação (Pedrozo, 2009).

Na análise deste exemplo foi aproveitada a dupla simetria do pavimento e dos carregamentos, sendo modelada apenas a quarta parte da estrutura. A entrada dos dados relativos à geometria do pavimento foi feita do mesmo modo mostrado no item anterior, nas janelas 1 a 4 do programa LLP. As figuras a seguir mostram a entrada dos dados relativos aos cabos de protensão.

**Entrada da Protensão**

Número da Faixa:

Número de Cabos:

Esforço por Cabo:  kN

Posição da Faixa:  cm

Largura da Faixa:  cm

**Faixas Horizontais**

Faixa:	Cabos:	Esforço/ cabo:	Posição:	Largura:
1	25	140	700	1400

kN cm cm

**Faixas Horizontais**

Faixa:	Cabos:	Esforço/ cabo:	Posição:	Largura:
1	25	140	700	1400

kN cm cm

Figura 4.12 - 5ª janela – Faixas de cabos.

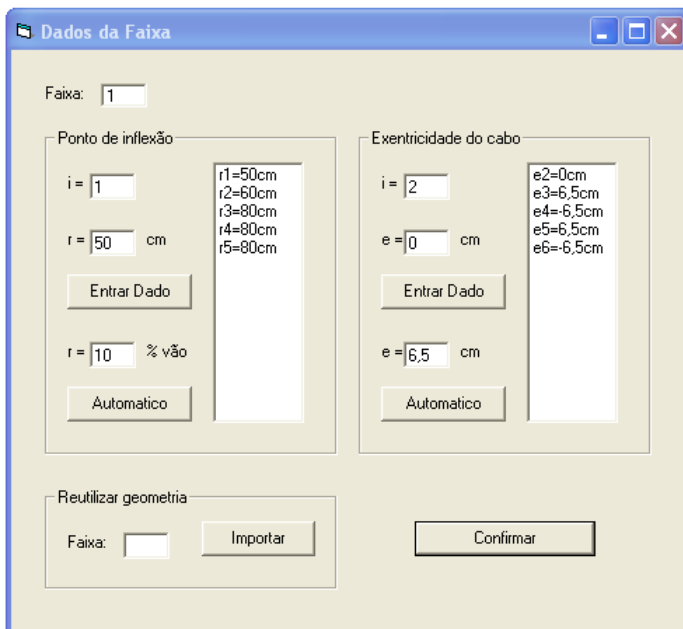


Figura 4.13 - 5ª janela – Faixas de cabos.

Utilizando os dados fornecidos o programa calcula o carregamento equivalente de protensão e os distribui na grelha. Os carregamentos obtidos para uma linha de barras pode ser visto na Figura 4.14.



Figura 4.14 - Exemplo de cargas de protensão (visualização SAP2000).

### 4.1.3 Arquivos de Saída

Com os dados fornecidos nas telas apresentadas, que definem a geometria e o carregamento do pavimento e dos elementos estruturais bem como a geometria em elevação, a distribuição em planta e os esforços nos cabos de protensão o programa pode gerar dois arquivos de saída com os dados do modelo. Um para ser aberto no programa GAP/GRELHA e outro no SAP2000. Os dados de saída, necessários para análise estrutural dos pavimentos são listados na tabela abaixo.



Tabela 4.3 - Dados relativos aos cabos de protensão.

Dados de Saída	
Nós	Coordenadas
	Carregamentos
	Restrições
	Molas
Barras	Incidência
	Propriedades da seção
	Carregamentos

As propriedades da seção transversal incluem as dimensões, momentos de inércia à flexão e à torção e os módulos de elasticidade longitudinal e de cisalhamento.

## 4.2 SAP2000

O SAP2000 é um programa internacionalmente conhecido destinado à modelagem e análise de estruturas pelo método dos elementos finitos. Trata-se de uma ferramenta poderosa que permite a análise de diversos tipos de estruturas modeladas com elementos de barra, área, sólidos, estado plano de tensão ou de deformação cada um com diferentes opções de formulação. Permite também a análise de estruturas com não-linearidade física e geométrica, bem como submetidas a esforços dinâmicos.

Muitas vezes o lançamento do modelo estrutural é feito utilizando-se as ferramentas do próprio programa. No entanto, dependendo das necessidades os dados podem ser importados de programas de desenho tipo CAD (arquivos formato DXF) ou podem ser inseridos através de tabelas, com auxílio de programas de planilha eletrônica.

Caso a opção de geração de arquivo de saída para o SAP2000 seja habilitada pelo usuário o LLP criará um arquivo de texto (formato TXT) formatado de modo que quando aberto em programa de planilha eletrônica permitirá que as tabelas sejam copiadas e coladas para leitura pelo SAP2000.

Para permitir a utilização dos modelos gerados automaticamente pelo LLP foi criado um arquivo de modelo do SAP2000 (arquivo SDB) chamado PADRAO. Este arquivo possui elementos de barra utilizados nos modelos de grelha. Isso faz possível a abertura das tabelas geradas pelo SAP2000 para cada um dos elementos ou parâmetros necessários à análise dos pavimentos por analogia de grelha, como mostra a Tabela

#### 4.4.

Tabela 4.4 - Tabelas editadas para entrada de dados no SAP2000.

Variável do modelo	Tabela correspondente	Passo
Coordenadas dos nós	TABLE: Joint Coordinates	1
Restrições	TABLE: Joint Restraint Assignments	2
Molas	TABLE: Joint Spring Assignments 1 - Uncoupled	3
Incidência das barras	TABLE: Connectivity - Frame	3
Seções transversais	TABLE: Frame Section Assignments	3
	TABLE: Frame Property Modifiers	3
Carga nas barras	TABLE: Frame Loads - Distributed	3
Carga nos nós	TABLE: Joint Loads - Force	3

Para facilitar a implementação no programa LLP e diminuir o número de tabelas a serem lidas no SAP2000 todos os elementos possuem uma mesma seção transversal, denominada PADRAO. As propriedades das seções transversais dos elementos do modelo são associadas no SAP2000 utilizando o recurso *Frame Property Modifier*, que permite que sejam editadas cada uma das propriedades da seção transversal individualmente e para cada elemento.

A leitura do modelo gerado pelo LLP no SAP2000 deve então seguir os seguintes passos:

- 1) Abrir o arquivo PADRAO.SDB;
- 2) Escolher a opção Interactive Database Editing no menu Edit;
- 3) Selecionar as tabelas a serem editadas (no arquivo PADRAO, estas tabelas estão gravadas, basta escolher a opção PADRAO clicando no botão *Show Named Set*) (Figura 4.15);
- 4) Abrir as tabelas e colar os dados do arquivo de saída. As tabelas referentes aos passos 1 e 2 indicados na Tabela 4.4, acima, devem ser lidas e aplicadas no modelo um por vez, já que os dados contidos nelas são necessários para a leitura das outras tabelas. As tabelas indicadas no passo 3 podem ser lidas e aplicadas ao modelo de uma só vez.

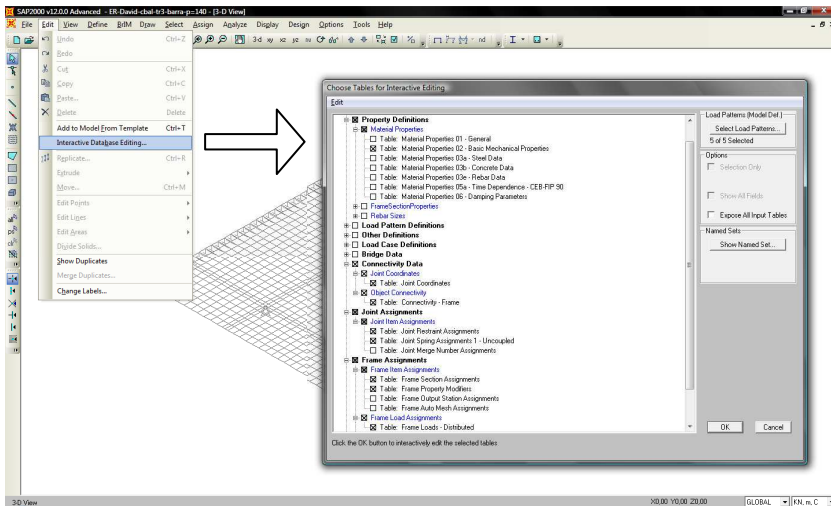


Figura 4.15 - Passos para leitura do modelo no SAP2000.

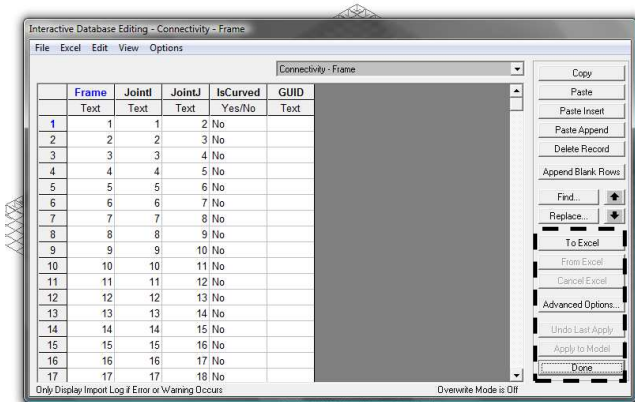


Figura 4.16 - Passos para leitura do modelo no SAP2000.

### 4.3 Validação das rotinas desenvolvidas

Os exemplos mostrados nos itens 4.4 e 4.5 foram modelados no programa LLP e processados no SAP2000. Os resultados foram comparados aos obtidos por Puel (2009) e Pedrozo (2009) com modelagem em elementos finitos.

O primeiro utilizou um modelo de laje lisa com vigas no contorno que permitem a verificação do modelo de grelha. O segundo modelou um pavimento de laje lisa com carga de protensão o que permite a

verificação das rotinas de cálculo das cargas equivalentes de protensão e sua aplicação na grelha.

#### 4.4 Exemplo de Laje Lisa

Em seu trabalho Puel (2009) apresenta os resultados na forma de diagramas de isovalores de momentos fletores e de cortes longitudinais nos diagramas. Para o exemplo testado, denominado caso 2.1, Puel apresenta um corte longitudinal no diagrama de momentos fletores sobre uma linha que passa pelo centro da laje, pelos centros de gravidade dos pilares P4, P5 e P6, mostrado na Figura 4.17.

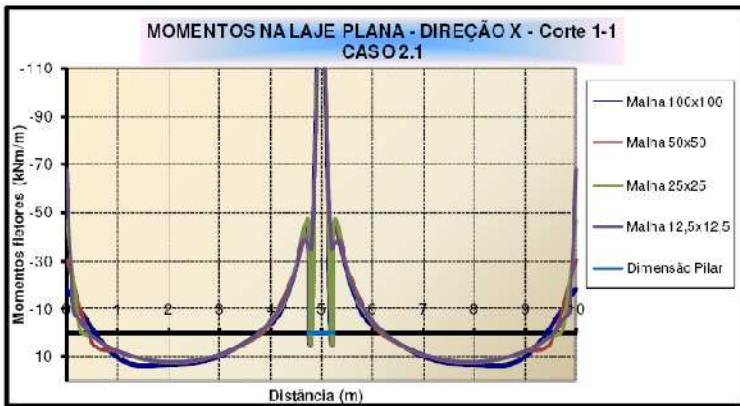


Figura 4.17 - Resultados obtidos por Puel (2009) com Analogia de Grelha.

Utilizando as já citadas ferramentas foram obtidos os seguintes resultados, mostrados da mesma forma.

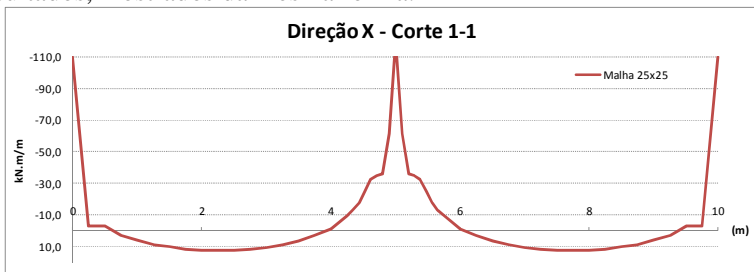


Figura 4.18 - Resultados para o modelo gerado pelo programa LLP.

Como pode ser observado nos gráficos, os resultados obtidos foram bastante próximos, com uma diferença nos valores dos momentos negativos sobre os pilares P4 e P6 (ver disposição dos pilares na Figura 4.1). Essa diferenças foram atribuídas às diferenças nas modelagens,

uma vez que Puel adota núcleo rígido apenas no pilar central, objeto de seu estudo, diferente da modelagem automática realizada pelo programa LLP que modela núcleos rígidos em todos os pilares.

### 4.5 Exemplo de Laje Lisa Protendida

Pedrozo (2009) apresenta os resultados na forma de cortes transversais nos diagramas de momentos fletores. Para o exemplo testado, que Pedrozo denominou traçado 3 (observar linha vermelha no gráfico) ele apresenta cortes transversais nos diagramas de momentos fletores sobre diversas linhas ao longo do pavimento. Para comparação dos resultados obtidos foram tomados os cortes A-A e C-C. Essas seções passam respectivamente sobre o centro da laje (eixo de simetria) e por uma linha sobre os pilares mais próximos ao eixo.

Os resultados obtidos por Pedrozo são apresentados na Figura 4.19 e Figura 4.20.

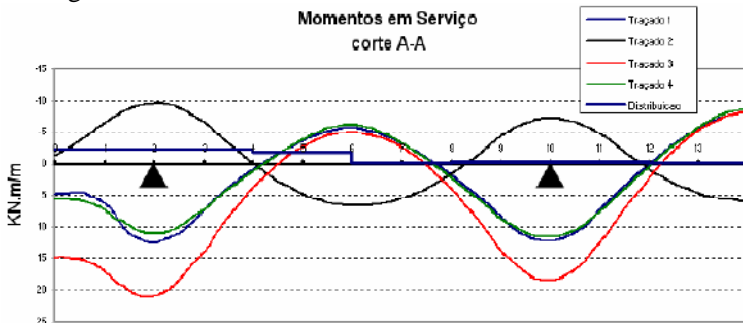


Figura 4.19 - Resultados obtidos por Pedrozo (2009) – Seção A-A.

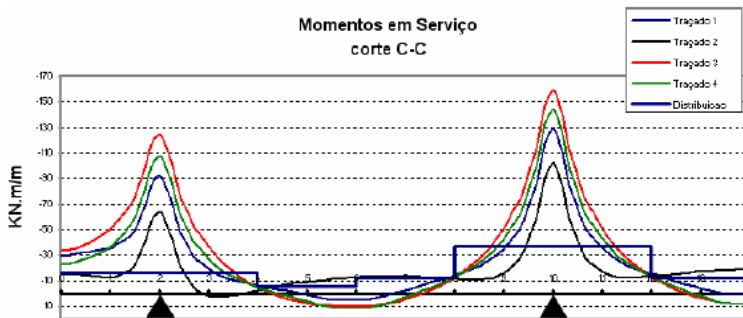


Figura 4.20 - Resultados obtidos por Pedrozo (2009) – Seção C-C.

Utilizando as já citadas ferramentas foram obtidos os seguintes resultados, mostrados na Figura 4.21e Figura 4.22 para as mesmas condições de carregamento.

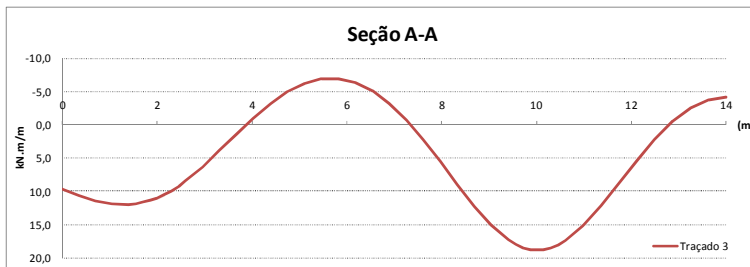


Figura 4.21 - Resultados para o modelo gerado pelo programa LLP – Seção A-A.

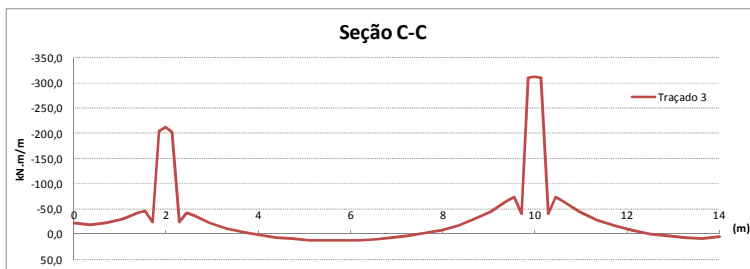


Figura 4.22 - Resultados para o modelo gerado pelo programa LLP – Seção C-C.

Novamente foram obtidos gráficos com formas semelhantes e valores bastante próximos salvo em regiões específicas.

## 5. ESTUDOS DESENVOLVIDOS

Os estudos iniciais foram feitos com base nos pavimentos propostos por Pedrozo (2009). Em seguida foram analisadas propostas de modificação dos traçados dos cabos e pavimentos de diferentes geometrias. Os primeiros estudos se concentraram na análise da distribuição dos cabos em planta. Em seguida foi realizado um estudo de traçado dos cabos em elevação.

Os resultados são analisados no estado limite de serviço (com combinação rara) em que atuam todas as cargas permanentes e acidentais com seus valores máximos característicos e a protensão após a ocorrência total das perdas.

São feitas duas análises, uma em que são comparados os momentos fletores causados pelas cargas gravitacionais e os momentos causados pelo carregamento devido à protensão (no tempo infinito) para cada um dos diferentes traçados. Essa análise permite verificar quais são as seções ou regiões nas quais a compensação dos momentos causados pelas cargas gravitacionais é mais próxima da desejada e quais as regiões em que “sobra” protensão. A segunda análise, mais usual, é entre os esforços totais causados pelas combinações de cargas para os diferentes traçados.

Nos itens subseqüentes são descritos os exemplos estudados e são apresentados e analisados os resultados.

### 5.1 Modelos Estudados

Como objetos de estudo foram tomados os pavimentos mostrados no desenho genérico da Figura 5.1. As dimensões de cada modelo foram variadas conforme a Tabela 5.1, apresentada na seqüência.

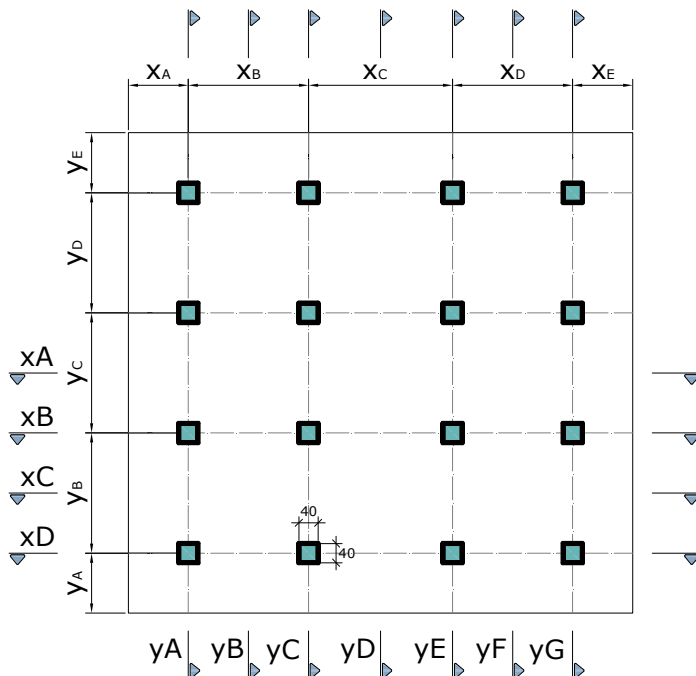


Figura 5.1 – Geometria Genérica dos Modelos Estudados

Tabela 5.1 – Dimensões dos modelos estudados

Modelo	Vãos (cm)										Vigas de Bordo (cm x cm)
	XA	XB	XC	XD	XE	YA	YB	YC	YD	YE	
1	200	800	800	800	200	200	800	800	800	200	-
2	-	800	800	800	-	-	800	800	800	-	-
3	-	800	800	800	-	-	800	800	800	-	20 x 60
4	200	1000	700	700	200	200	800	800	800	200	-
5	200	700	1000	700	200	200	800	800	800	200	-

A estrutura possui pé-direito igual a 3,00 m e é utilizado concreto com resistência característica à compressão igual a 30 MPa. O módulo de elasticidade, estimado seguindo as prescrições da NBR 6118, é de aproximadamente 26.072 MPa. O pavimento é submetido aos seguintes carregamentos:

$$\text{Peso-próprio: } G1 = \gamma_c e_{Laje} = 5 \text{ kN/m}^2;$$

Carregamento permanente (revestimento, divisórias):

$$G2 = 2 \text{ kN/m}^2;$$



Carregamento variável:  $Q = 3 \text{ kN/m}^2$ .

Nos estudos foi adotado o traçado de cabo mostrado na Figura 5.2 para os modelos 1, 4 e 5 e o traçado mostrado na Figura 5.3 para os modelos 2 e 3.

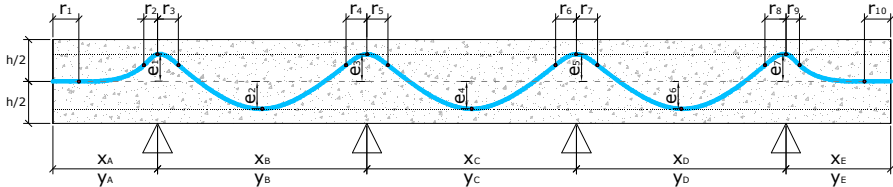


Figura 5.2 – Traçados dos Cabos em Elevação – Exemplos com Balanço

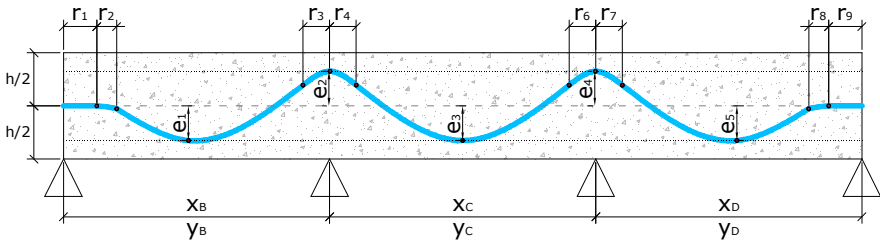


Figura 5.3 – Traçados dos Cabos em Elevação – Exemplos sem Balanço

Nos traçados mostrados, simples e intuitivos, os cabos saem retilíneos e horizontais do centro de gravidade da seção transversal no bordo da laje, e passam pelos pontos máximos possíveis sobre os apoios e mínimo possíveis nos meios dos vãos. Nas saídas são adotados os trechos retos mínimos necessários para a colocação do mecanismo de ancoragem e fretagem da protensão.

As perdas de protensão imediatas foram estimadas em 7% e as perdas progressivas em 8%, totalizando 15%.

Os modelos foram gerados usando-se do programa LLP e processados no SAP2000. Foi utilizada uma malha de 35 cm, com um refinamento três vezes maior em faixas 1,10 m para cada lado das linhas de pilares. Foi utilizada a opção para geração de barras rígidas nas regiões internas dos pilares.

## 5.2 Estudo 1 – Traçados dos Cabos em Planta

Como brevemente descrito no capítulo 3, existem diferentes formas de distribuir os cabos em planta sobre o pavimento, ou seja, diferentes formas de distribuir os esforços de protensão ao longo da seção da laje.

Nos estudos descritos a seguir são adotados os traçados mostrados na Figura 5.2 e na Figura 5.3, mostradas no item anterior. O trecho reto adotado na saída dos cabos é igual a 50 cm e os pontos de inflexão ao longo dos vãos são tomados como 10% do comprimento do vão.

Para o pavimento com balanço, que possui comprimento de apenas dois metros, o ponto de inflexão do cabo sobre o primeiro pilar foi tomado a 50 cm do eixo do apoio, ao invés dos 10% do comprimento do vão adotado nos outros trechos de curvatura para baixo.

No pavimento sem balanço, após o trecho reto, é tomado o primeiro ponto de inflexão a uma distância arbitrada de 30 cm. A partir daí ao longo dos vãos os pontos de inflexão são tomados como 10% do vão.

Com o conhecimento da geometria dos cabos foi estimado o esforço de protensão necessário para cada modelo utilizando o procedimento descrito no capítulo 4 com o traçado simplificado dos cabos. Este cálculo está resumido na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Estimativa da Força de Protensão Necessária

Modelo	Balanço			Vão 1			Vão 2			$P_{\infty}$ (kN/m)	$P_0$ (kN/m)	$P_{0,adot.}$ (kN/m)
	l (m)	f (cm)	P (kN/m)	l (m)	f (cm)	P (kN/m)	l (m)	f (cm)	P (kN/m)			
1	2,00	6,50	169	8,00	13,00	338	8,00	13,00	338	338	398	400
2	-	-	-	8,00	9,75	451	8,00	13,00	338	451	531	550
3	-	-	-	8,00	9,75	451	8,00	13,00	338	451	531	550
4	2,00	6,50	169	10,00	13,00	529	7,00	13,00	259	529	622	625
5	2,00	6,50	169	7,00	13,00	259	10,00	13,00	529	529	622	625

A Tabela 5.2 indica os valores dos esforços de protensão a serem aplicados por metro linear de laje. Os esforços indicados deverão ser aplicados nas duas direções nos modelos 1, 2 e 3. No caso dos modelos 4 e 5, em que as dimensões não são iguais nas direções X e Y, os valores indicados deverão ser utilizados na protensão da direção X. Na direção Y dos modelos 4 e 5 deverão ser utilizados a mesma protensão por metro utilizada no modelo 1.

Os estudos realizados sobre a maneira ideal de distribuir esses esforços na laje foram divididos em duas partes, como descrito nos itens específicos, a seguir.

**Apresentação dos Resultados:** Os resultados serão mostrados na forma de cortes transversais nos diagramas de momentos fletores feitos com auxílio de planilha eletrônica. Nesses cortes o diagrama é visto em seções ortogonais às correspondentes armaduras e em uma mesma seção podem ser comparados os esforços nas faixas sobre os pilares e ao longo

dos vãos para cada caso estudado.

### 5.2.1 Parte 1 – Modelos 1, 2 e 3

As geometrias dos pavimentos dos modelos 1, 2 e 3 apresentam um vão típico, de 8 m. Tomando-se esse vão como base é calculada uma quantidade de protensão que se deseja distribuir em todas as faixas internas. Nas faixas externas é distribuído o esforço restante da protensão necessária de acordo com o tamanho do vão. Dessa forma, na primeira e na última faixa externa as quantidades de protensão são ligeiramente inferiores às das outras faixas internas.

Nesta etapa do estudo foram variadas as taxas de protensão distribuídas ao longo do vão e concentradas sobre os apoios. As taxas foram variadas como mostrado na Tabela 5.3 e na Tabela 5.4 e os esforços distribuídos como descrito anteriormente.

Tabela 5.3 – Distribuição da protensão para o modelo 1

Carga total (kN/m)	Caso	Cabos distribuídos	Cabos concentrados	Carga nas faixas (kN/m)		
				Faixas internas	1ª faixa externa	2ª faixa externa
400	C1	100%	0%	400	400	400
	C2	0%	100%	0	1200	1600
	C3	35%	65%	185	830	1040
	C4	20%	80%	105	990	1280

Tabela 5.4 – Distribuição da protensão para os modelos 2 e 3

Carga total (kN/m)	Caso	Cabos distribuídos	Cabos concentrados	Carga nas faixas (kN/m)	
				Faixas externas	Faixas internas
550	C1	100%	0%	550	550
	C2	0%	100%	2200	0
	C3	35%	65%	1430	255
	C4	20%	80%	1760	145

As dimensões dos pavimentos dos modelos 1, 2 e 3 são idênticas nas duas direções e possuem simetria. Por isso os resultados mostrados graficamente nos itens a seguir só são mostrados até o centro do vão e apenas em uma direção.

#### 5.2.1.1 Resultados do Modelo 1

- Seções de momentos positivos:

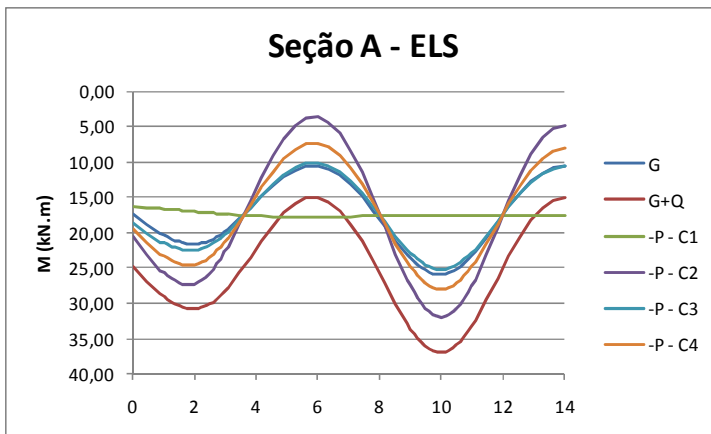


Figura 5.4 – Modelo1 – Seção A – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

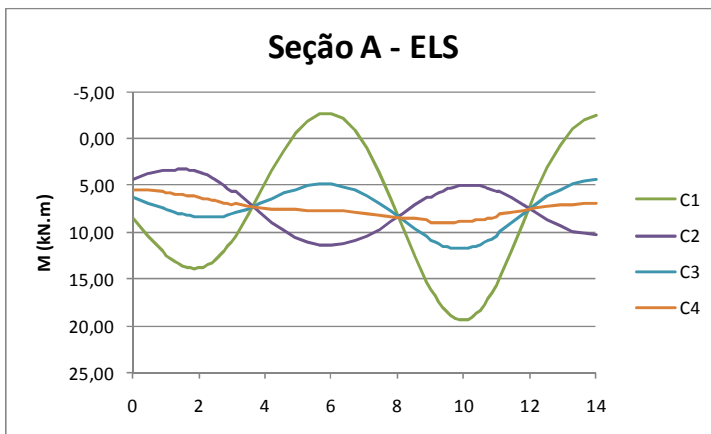


Figura 5.5 – Modelo1 – Seção A – ELS – Combinação Rara.

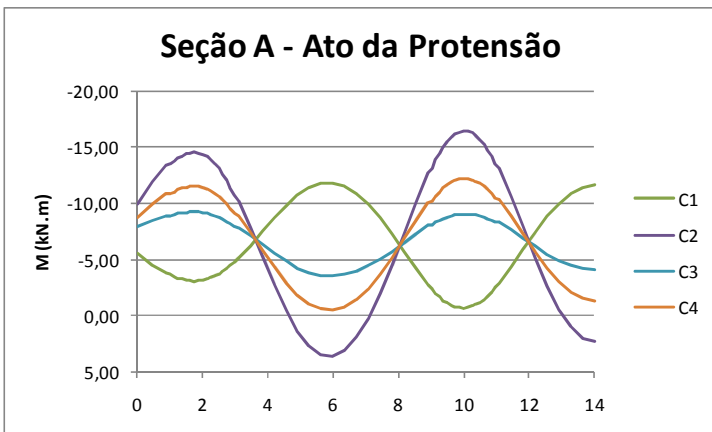


Figura 5.6 – Modelo1 – Seção A – Ato da Protensão.

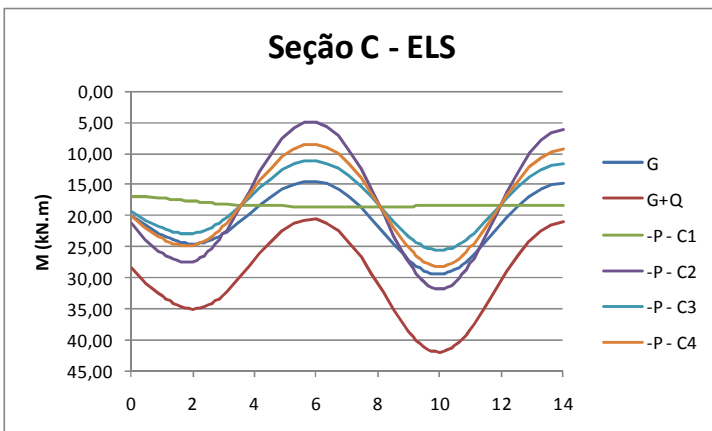


Figura 5.7 – Modelo1 – Seção C – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

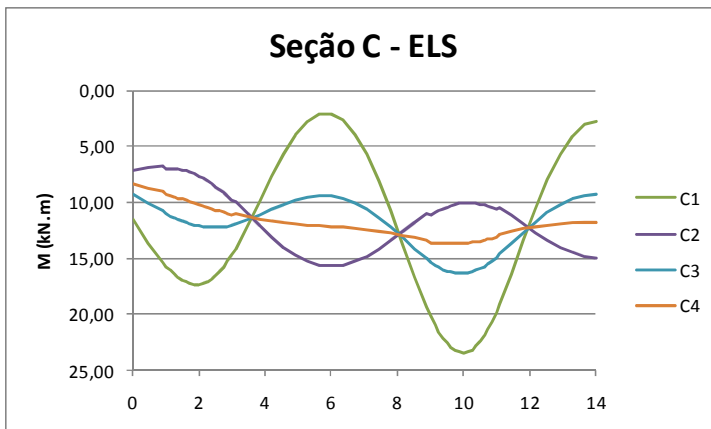


Figura 5.8 – Modelo1 – Seção C – ELS – Combinação Rara.

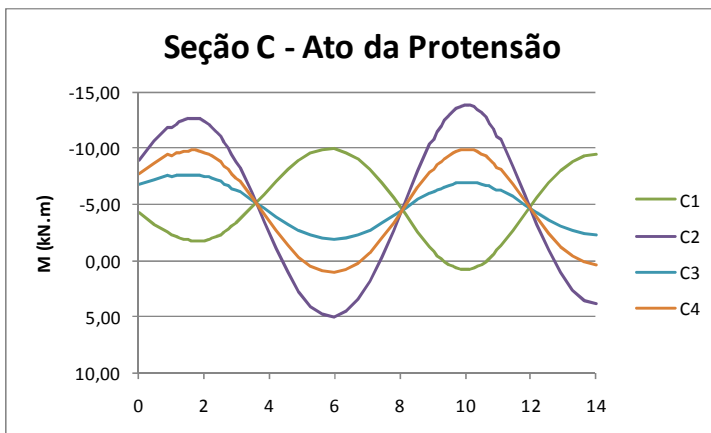


Figura 5.9 – Modelo1 – Seção C – Ato da Protensão.

- Seções de momentos negativos:

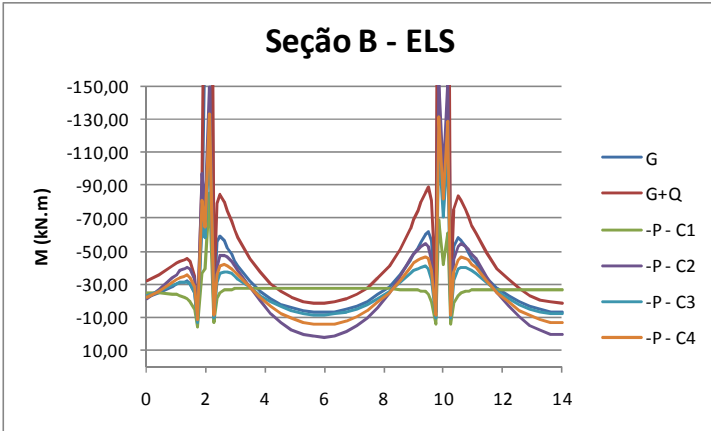


Figura 5.10 – Modelo1 – Seção B – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

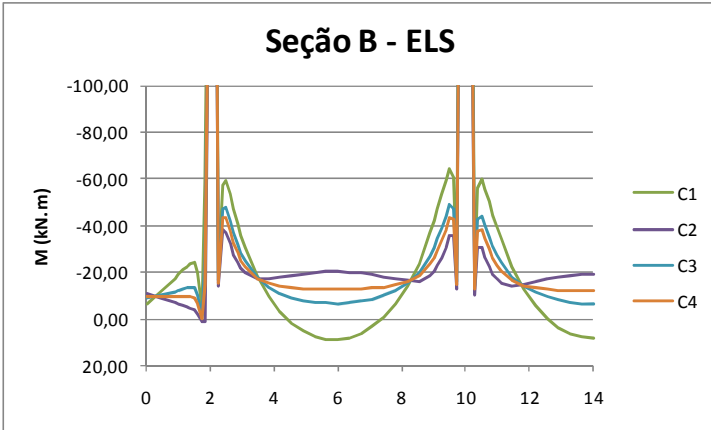


Figura 5.11 – Modelo1 – Seção B – ELS – Combinação Rara.

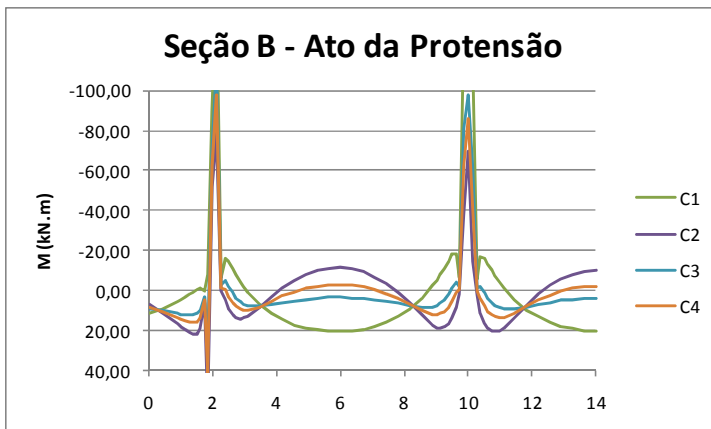


Figura 5.12 – Modelo1 – Seção B – Ato da Protensão.

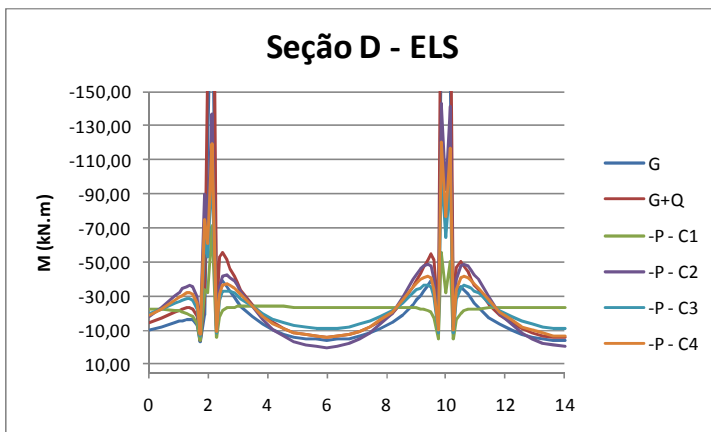


Figura 5.13 – Modelo1 – Seção D – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.



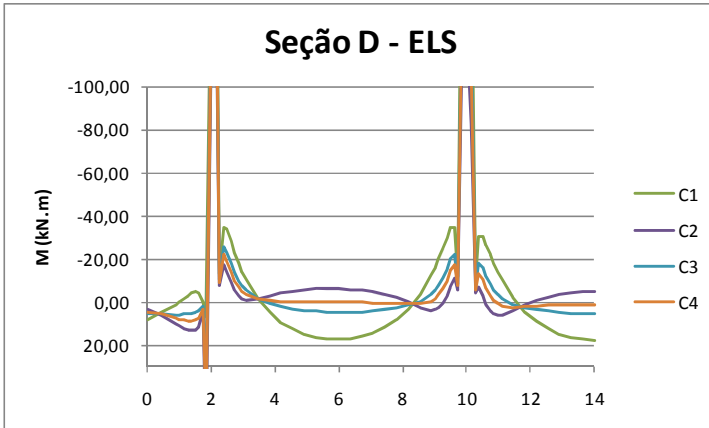


Figura 5.14 – Modelo1 – Seção D – ELS – Combinação Rara.

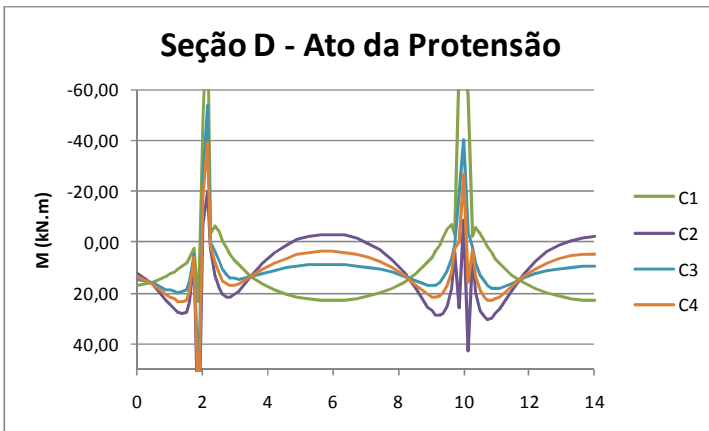


Figura 5.15 – Modelo1 – Seção D – Ato da Protensão.

O pavimento do modelo 1 possui vãos igualmente espaçados e um pequeno balanço em todo o seu contorno. Para este exemplo os casos com maior concentração de cabos sobre as faixas dos pilares foram os que apresentaram melhor desempenho. Isso pode ser notado nos gráficos que mostram os momentos relativos às combinações de serviço. O desempenho da estrutura em serviço é melhor quanto mais suave e regular for o diagrama de momentos fletores, apresentando menores oscilações nos esforços ao longo da seção transversal.

Para as seções B e D que passam sobre os apoios e apresentam momentos negativos quando solicitadas pelos esforços gravitacionais, o

caso 2, com toda a protensão concentrada nas faixas sobre os pilares, apresentou os melhores resultados. Para as seções A e C, o caso 4, com 80% da protensão concentrada nas faixas sobre os pilares, foi o que apresentou o melhor comportamento em serviço.

Analisando-se os gráficos em que são comparados os esforços devido às cargas gravitacionais com os esforços de protensão nota-se que, para todas as seções a carga compensada é muito próxima à totalidade das cargas permanentes ( $G = 7,0 \text{ kN/m}^2$ ). Nas seções A e B, mais próximas ao centro do pavimento, a carga compensada é quase igual, enquanto nas seções C e D, mais afastadas, é um pouco inferior às cargas permanentes. Mesmo nas seções C e D a carga compensada ainda é superior à parcela de carga que se desejava compensar ( $5,5 \text{ kN/m}^2$ ), aproximadamente 80% das cargas gravitacionais permanentes (G).

#### 5.2.1.2 Resultados do Modelo 2

- Seções de momentos positivos:

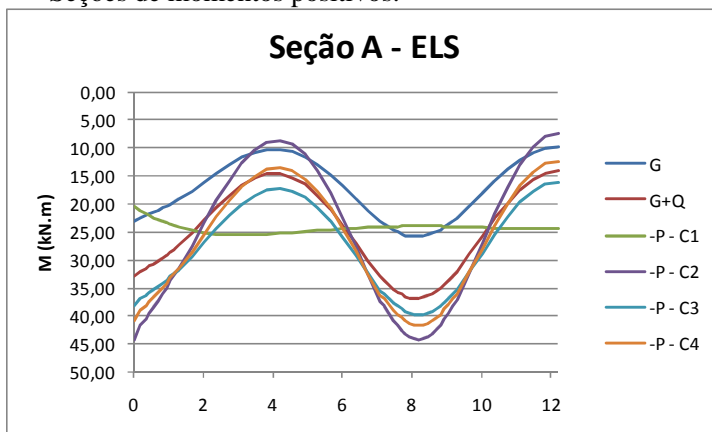


Figura 5.16 – Modelo2 – Seção A – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

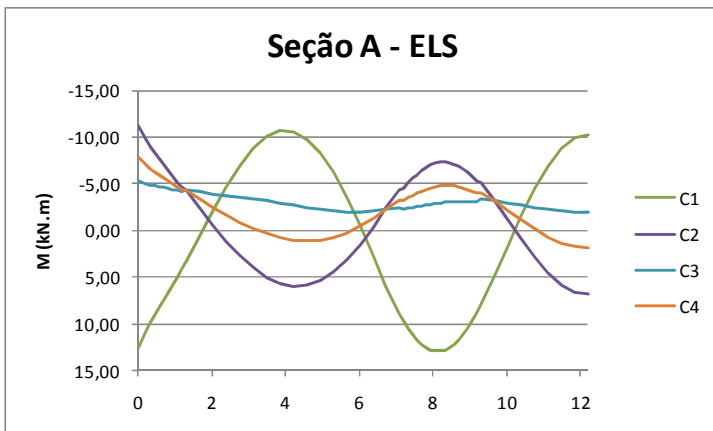


Figura 5.17 – Modelo2 – Seção A – ELS – Combinação Rara.

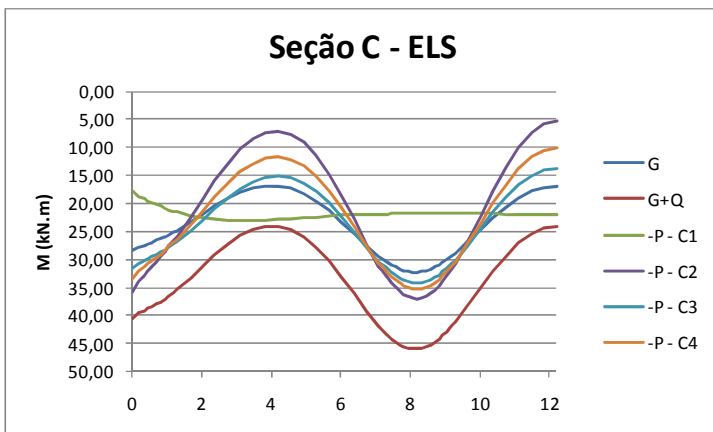


Figura 5.18 – Modelo2 – Seção C – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

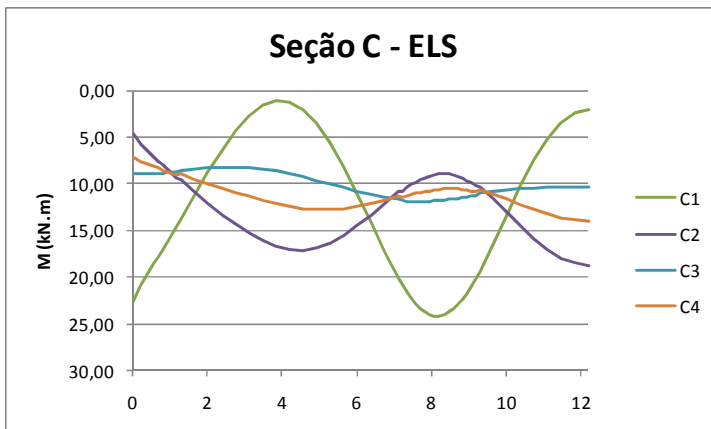


Figura 5.19 – Modelo2 – Seção C – ELS – Combinação Rara.

- Seções de momentos negativos:

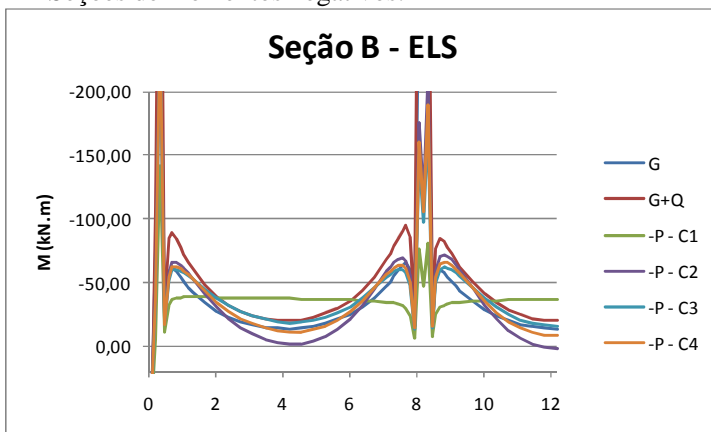


Figura 5.20 – Modelo2 – Seção B – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

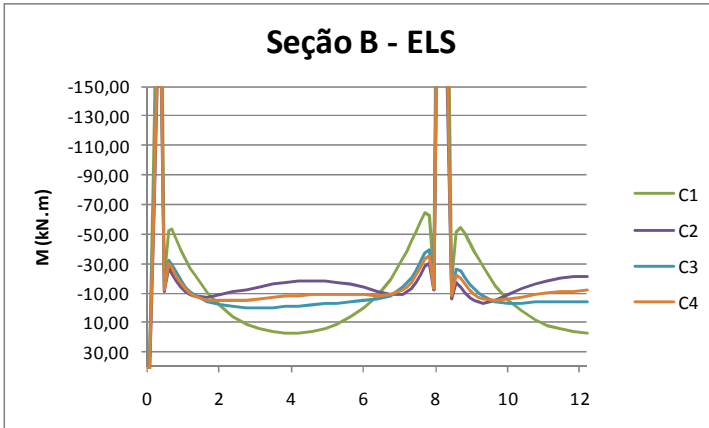


Figura 5.21 – Modelo2 – Seção B – ELS – Combinação Rara.

O pavimento do modelo 2 possui vãos igualmente espaçados. Para este exemplo, os casos com maior concentração de cabos sobre as faixas dos pilares também apresentaram melhor desempenho.

Para a seção B, que passa sobre os apoios, o caso 2, com toda a protensão concentrada nas faixas sobre os pilares, apresentou os melhores resultados. Para as seções A e C o caso 3 (com 65% da protensão sobre os apoios) apresentou o melhor desempenho. O caso 4 (com 80% da protensão sobre os apoios) apresentou desempenho bastante semelhante, mas ligeiramente inferior.

Analisando-se os gráficos em que são comparados os esforços devido às cargas gravitacionais com os esforços de protensão nota-se que, para a seção C, em que foi obtido o maior valor de protensão necessária no pré-dimensionamento, a carga compensada é próxima à totalidade das cargas permanentes (G), ligeiramente superior nas faixas sobre os pilares e ligeiramente inferior ao longo dos vãos. Para a seção A, cuja protensão necessária calculada no pré-dimensionamento foi 25% inferior, a carga compensada pela protensão foi superior à soma das cargas verticais totais ( $G+Q = 10,0 \text{ kN/m}^2$ ).

### 5.2.1.3 Resultados do Modelo 3

- Seções de momentos positivos:

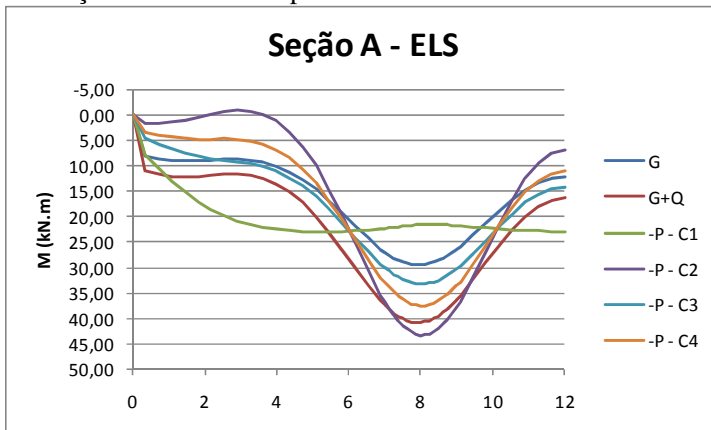


Figura 5.22 – Modelo3 – Seção A – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

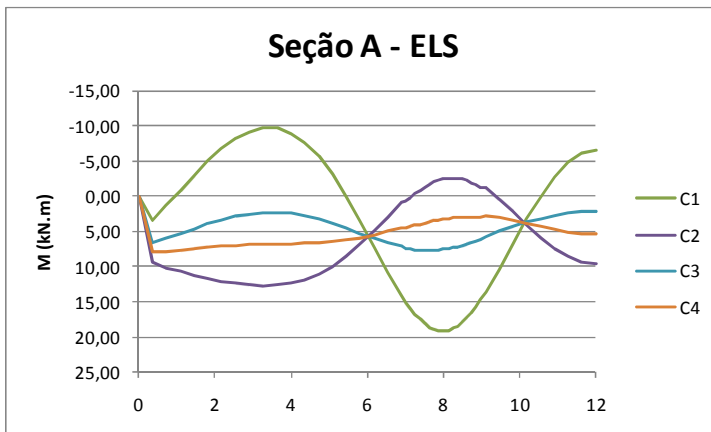


Figura 5.23 – Modelo3 – Seção A – ELS – Combinação Rara.

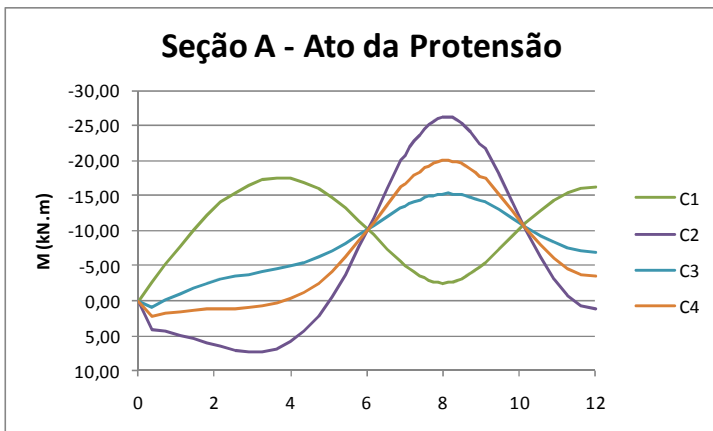


Figura 5.24 – Modelo3 – Seção A – Ato da Protensão.

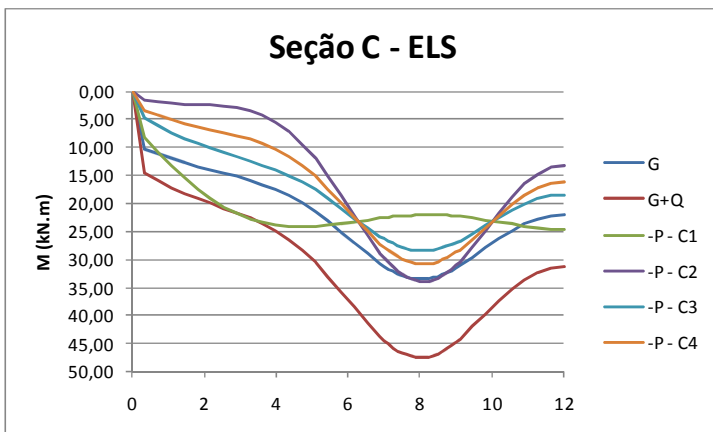


Figura 5.25 – Modelo3 – Seção C – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

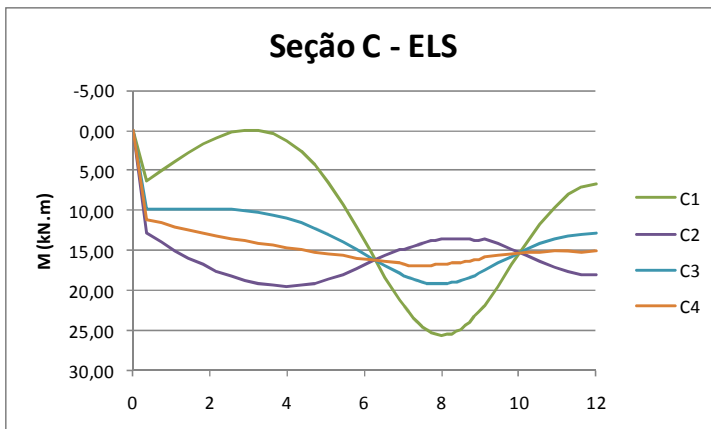


Figura 5.26 – Modelo3 – Seção C – ELS – Combinação Rara.

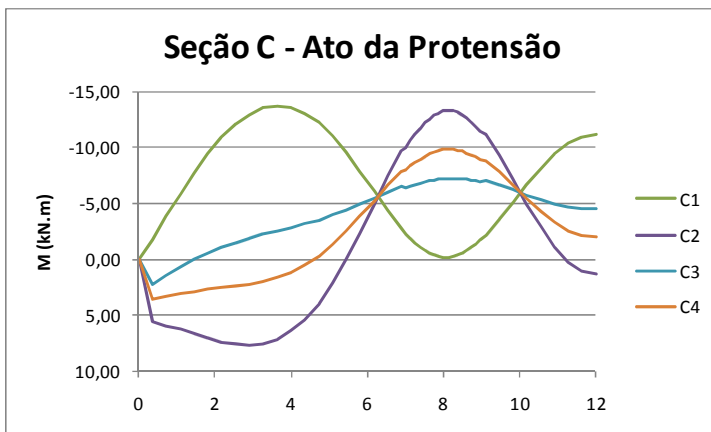


Figura 5.27 – Modelo3 – Seção C – Ato da Protensão.



- Seções de momentos negativos:

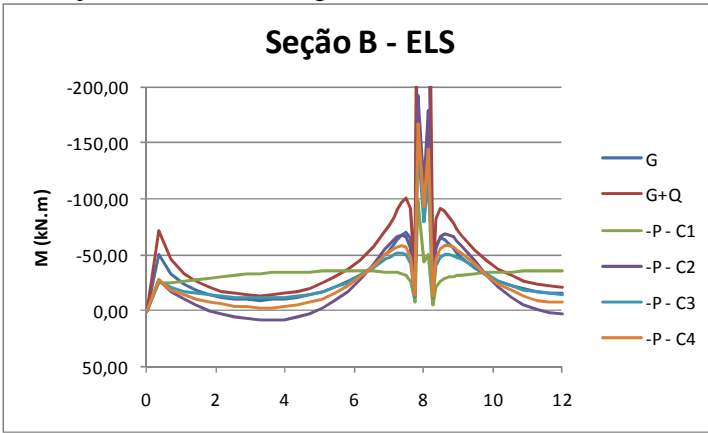


Figura 5.28 – Modelo1 – Seção 3 – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

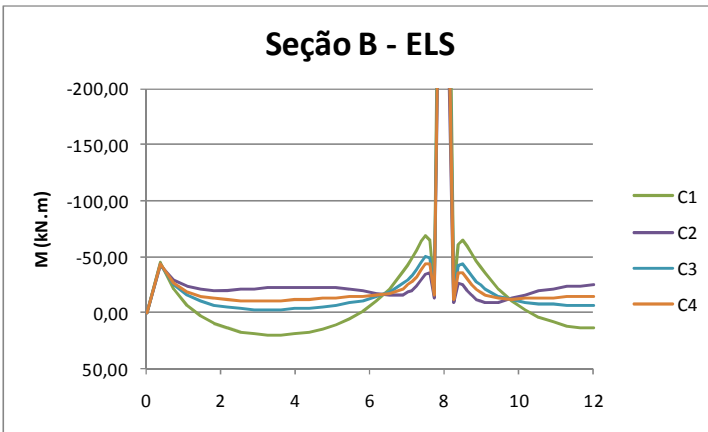


Figura 5.29 – Modelo3 – Seção B – ELS – Combinação Rara.

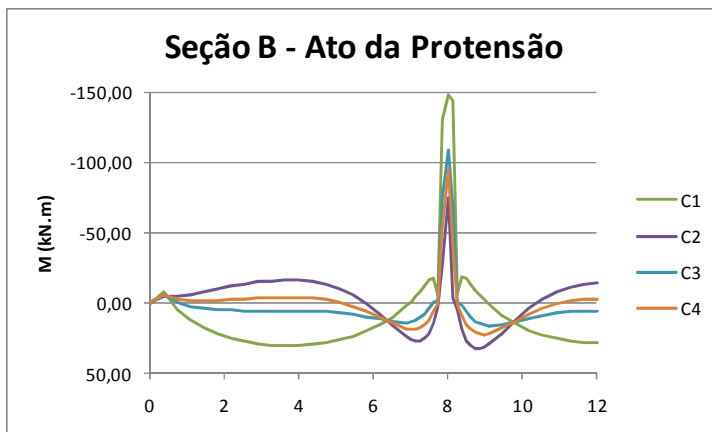


Figura 5.30 – Modelo3 – Seção B – Ato da Protensão.

O pavimento do modelo 3 possui vãos igualmente espaçados e vigas em todo o seu contorno. Para este exemplo os casos com maior concentração de cabos sobre as faixas dos pilares foram os que apresentaram melhor desempenho.

Para a seção B, que passa sobre os apoios, o caso 2, com toda a protensão concentrada nas faixas sobre os pilares, apresentou os melhores resultados. Para as seções A e C o caso 4 (com 80% da protensão sobre os apoios) apresentou o melhor desempenho. O caso 3 (com 65% da protensão sobre os apoios) também apresentou bom desempenho, mas ligeiramente inferior.

Analisando-se os gráficos em que são comparados os esforços devido às cargas gravitacionais com os esforços de protensão nota-se que, para a seção C, em que foi obtido o maior valor de protensão necessária no pré-dimensionamento, a carga compensada é um pouco inferior à totalidade das cargas permanentes. Para a seção A, cuja protensão necessária calculada no pré-dimensionamento foi 25% inferior, a carga compensada pela protensão foi superior às cargas permanentes, mas inferior ao somatório das cargas gravitacionais ( $G+Q = 10,0 \text{ kN/m}^2$ ), a exceção do caso 4.

#### 5.2.1.4 Análise parcial

O desempenho das estruturas em serviço foi estudado analisando-se os gráficos que mostram os cortes transversais nos diagramas de momentos fletores relativos às combinações raras. Quanto mais suave e regular for o diagrama de momentos fletores, apresentando menores

oscilações nos esforços ao longo da seção transversal, melhor é considerado o comportamento e o desempenho da estrutura.

Nos exemplos dos modelos 1, 2 e 3 foram obtidas conclusões semelhantes quanto à distribuição dos cabos em planta. Nas seções transversais que passam sobre os apoios, com momentos negativos, foram obtidos melhores resultados quando os cabos são totalmente dispostos sobre as faixas dos pilares. Isso pode ser explicado pelo grande acúmulo de esforços de momento sobre os pilares, o que demanda uma concentração maior de cabos nesta região para combater este efeito.

Nas seções transversais que passam pelos vãos das lajes foram obtidos resultados melhores quando uma grande parte dos cabos é concentrada em faixas sobre os pilares. Isso acontece por que a disposição dos cabos acompanha a forma do diagrama de momentos das lajes lisas. A colocação de um número maior de cabos nas regiões em que são maiores os esforços positivos torna a protensão mais eficiente. No entanto é difícil fixar uma taxa ideal de cabos concentrados sobre os apoios.

Nos modelos estudados foram testadas duas concentrações de taxas de cabos sobre os apoios, uma no limite inferior recomendado pelo ACI (65%) e outra um pouco acima do limite superior (utilizado 80%, além dos 75% recomendados). Em alguns modelos a primeira solução apresentou melhores resultados, em outros a segunda. Houve modelo em que os dois casos apresentaram resultado de comportamentos igualmente vantajoso em serviço, podendo ser adotada qualquer uma das soluções, e exemplo em que um caso apresentou melhor desempenho em uma seção e outro caso melhor desempenho em outra.

Além da geometria do pavimento e das suas condições de contorno, pode também influir nas taxas ideais de cabos distribuídos a combinação de serviço analisada e a quantidade de protensão utilizada. Nos exemplos estudados, quanto menores as parcelas das cargas gravitacionais compensadas pela protensão melhor foi o comportamento dos casos com maior taxa de armadura ativa concentrada sobre os apoios.

Nos modelos 1 e 2, a parcela das cargas gravitacionais compensada pela protensão foi superior à inicialmente proposta (5,5 kN/m<sup>2</sup>  $\cong$  80% G), mesmo para os vãos mais críticos. Na seção C do modelo 3 foi obtida a menor diferença entre a carga compensada efetiva e a proposta, mas mesmo para o caso 4, considerado o de melhor desempenho a carga balanceada efetiva foi ligeiramente superior à

proposta.

Tendo isso em vista pode-se concluir que, para estes modelos, o procedimento utilizado para o pré-dimensionamento da força de protensão leva a valores acima do necessário para equilibrar o carregamento desejado.

De um modo geral os esforços encontrados nos três modelos foram de ordem semelhante, mas nos pavimentos dos modelos 2 e 3 foi necessária a utilização de uma quantidade maior de protensão para equilibrar os esforços gravitacionais. Além do custo associado à necessidade de uma quantidade maior de armadura ativa isso fez com que nos vão internos das lajes houvesse um aproveitamento menor dos cabos. Em algumas partes da seção do meio do pavimento (seção A) do modelo 2 houve até inversão de esforços em serviço.

Os modelos 2 e 3 apresentaram esforços bastante próximos na seção do meio do primeiro vão (seção C). Já para a seção que corta o vão central (seção A) os valores foram bem superiores para o modelo 3.

A utilização de vigas no contorno do pavimento de lajes lisas tornou desnecessária a utilização de protensão sobre a linha de pilares dos bordos. No entanto, nas seções dos vão internos, os esforços foram superiores nas combinações de serviço, possivelmente pela quantidade inferior de protensão. Os modelos testados são relativamente pequenos, com apenas três vãos; é possível que em pavimentos com um número maior de repetições dos vãos essa diferença seja menor. Mesmo assim o desempenho do pavimento com vigas foi muito bom.

A utilização de um pano de lajes em balanço ao redor do pavimento contribui no desempenho do pavimento, muito embora a utilização de vigas no contorno possa trazer mais benefícios ao comportamento global da estrutura, devido ao incremento na rigidez do pórtico.

### **5.2.2 Parte 2 – Modelos 4 e 5**

Diferente dos modelos 1 a 3, os pavimentos dos modelos 4 e 5 não apresentam um vão mais representativo de todo o pavimento, que se repita diversas vezes. Desta forma, para uma certa relação de cabos concentrados/distribuídos, pode-se proceder de diferentes formas para encontrar as quantidades de protensão a ser distribuída em cada faixa:

- a) Arbitrar um vão que seja representativo ou uma quantidade de protensão que se deseje distribuir sobre as faixas internas e utilizar o procedimento empregado na 1ª parte do estudo;
- b) Distribuir a protensão nas faixas diferentemente para cada vão,

- tomando-se como vão a distância entre eixos de linhas de pilares consecutivas para calcular essa distribuição;
- c) Distribuir a protensão nas faixas diferentemente para cada vão, tomando-se como vão a distância entre eixos dos panos de lajes para calcular essa distribuição.

A Figura 5.31 mostra os vãos a serem tomados para a distribuição da protensão segundo descrito em (b) e (c). Nesta figura também são mostradas as faixas em que foi distribuída a protensão.

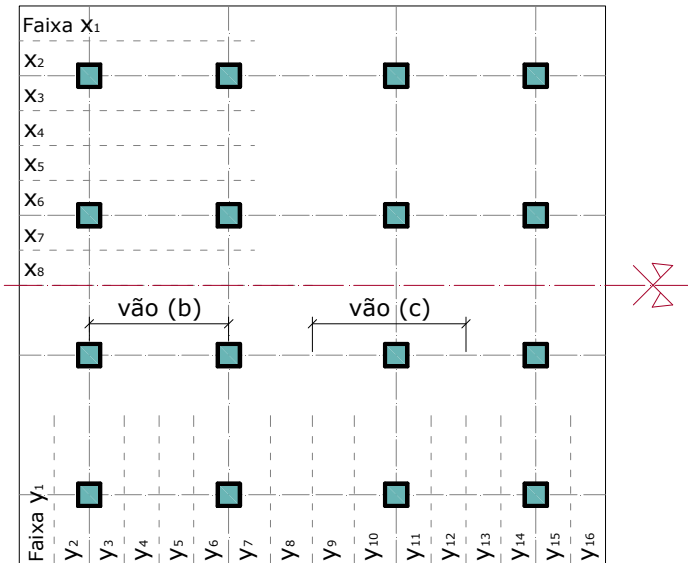


Figura 5.31 – Definição dos Vãos para Distribuição da Protensão

Quando é utilizado o procedimento (b) são calculadas duas taxas de protensão a serem aplicadas nas faixas sobre os pilares, uma para o lado direito e outra para o lado esquerdo, em função dos diferentes vãos adotados no cálculo. Do mesmo modo, quando é utilizado o procedimento (c) são calculadas duas taxas diferentes a serem distribuídas ao longo do tramo da laje, por isso os pavimentos foram divididos em um número grande faixas na Figura 5.31. Na prática, buscando-se otimizar o projeto poder-se-ia utilizar a média dos esforços nas faixas concentradas e distribuídas. No entanto, para fins didáticos, serão utilizados os valores discretos calculados nas faixas indicadas.

Foram estudados quatro casos, conforme descrito abaixo.

- C1 – Distribuição dos cabos conforme proposto em (b);
- C2 – Distribuição dos cabos conforme proposto em (c);
- C3 – Distribuição dos cabos conforme proposto em (a);
- C4 – Distribuição dos cabos conforme proposto em (a) utilizando uma faixa mais larga para distribuição dos cabos concentrados.

Em todos os casos foi concentrada 70% da protensão nas faixas sobre os apoios e distribuída 30% ao longo dos vãos. Os esforços utilizados em cada faixa estão mostrados nas tabelas a seguir.

Tabela 5.5 – Protensão nas faixas verticais – Modelo 4

Caso	Protensão nas faixas verticais (kN/m)															
	y1	y2	y3	y4	y5	y6	y7	y8	y9	y10	y11	y12	y13	y14	y15	y16
C1	240	560	1400	150	150	1400	980	170	170	980	980	170	170	980	560	240
C2	210	980	980	210	155	1190	1190	155	170	980	980	170	190	770	770	190
C3	160	1000	1000	160	160	1180	1180	160	160	1000	1000	160	160	820	820	160
C4	195	675	675	195	195	695	695	195	195	675	675	195	195	645	645	195

Tabela 5.6 – Protensão nas faixas verticais – Modelo 5

Caso	Protensão nas faixas verticais (kN/m)							
	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8
C1	240	560	980	170	170	980	1400	150
C2	190	770	770	190	155	1190	1190	155
C3	160	820	820	160	160	1180	1180	160
C4	195	645	645	195	195	695	695	195

Tabela 5.7 – Protensão nas faixas horizontais – Modelos 4 e 5

Protensão nas faixas horizontais (kN/m)							
x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8
250	1375	1375	250	250	1750	1750	250

Tabela 5.8 – Largura das faixas de cabos sobre os pilares – Modelos 4 e 5

Modelo	Caso	Largura das faixas				
		y2	y3 = y6	y7 = y10	y11 = y14	y15
4	C1/C2/C3	100	100	100	100	100
	C4	100	200	150	150	100
5	C1/C2/C3	100	100	100	100	100
	C4	100	150	200	150	100

Assim como na primeira parte do estudo, foi aproveitada a simetria dos pavimentos na apresentação dos resultados, quando possível. Apenas nos cortes horizontais do modelo 4, em que não existe simetria, foi apresentada toda a seção do pavimento.

5.2.2.1 Resultados do Modelo 4

- a) Seções na direção X:
  - Seções de momentos positivos:

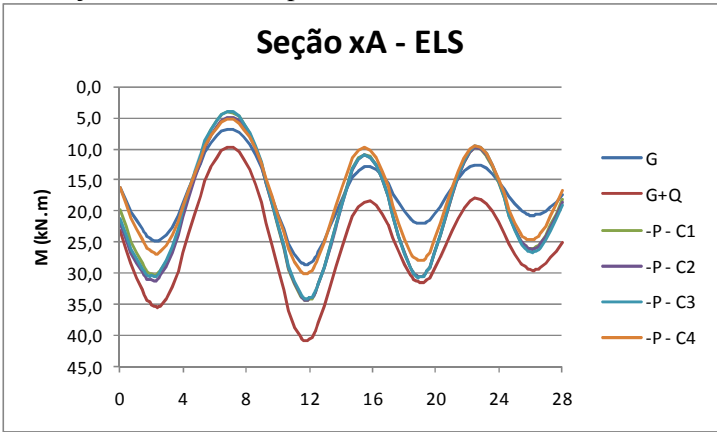


Figura 5.32 – Modelo4 – Seção xA – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

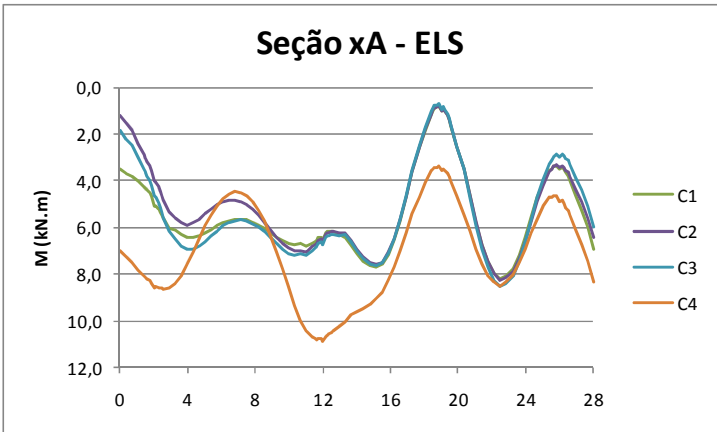


Figura 5.33 – Modelo4 – Seção xA – ELS – Combinação Rara.

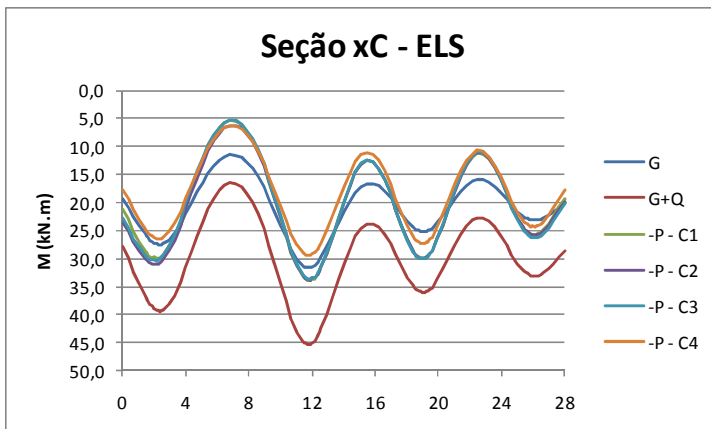


Figura 5.34 – Modelo4 – Seção xC – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

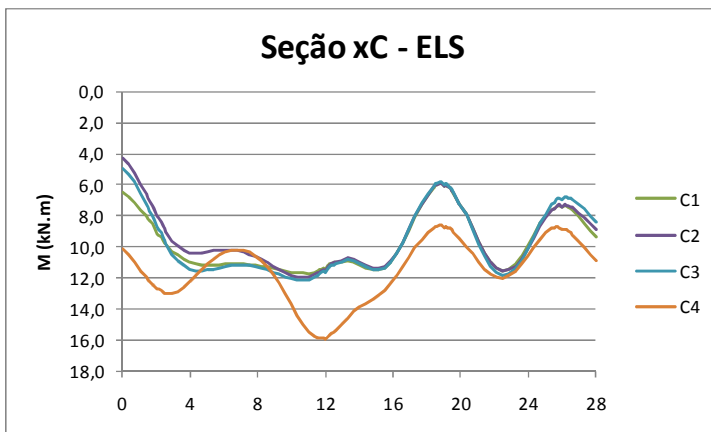


Figura 5.35 – Modelo4 – Seção xC – ELS – Combinação Rara.



- Seções de momentos negativos:

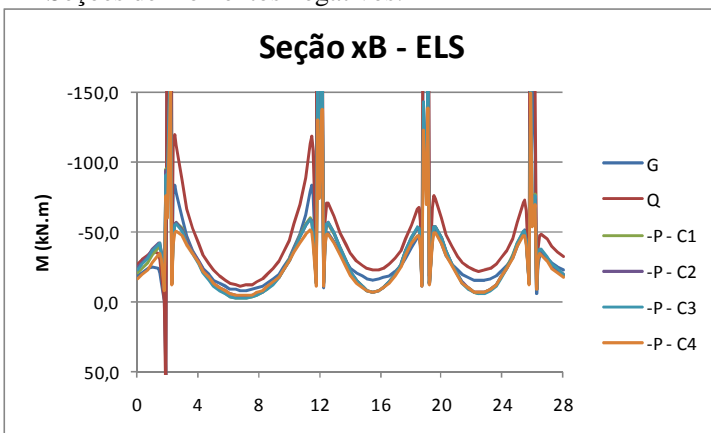


Figura 5.36 – Modelo4 – Seção xB – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

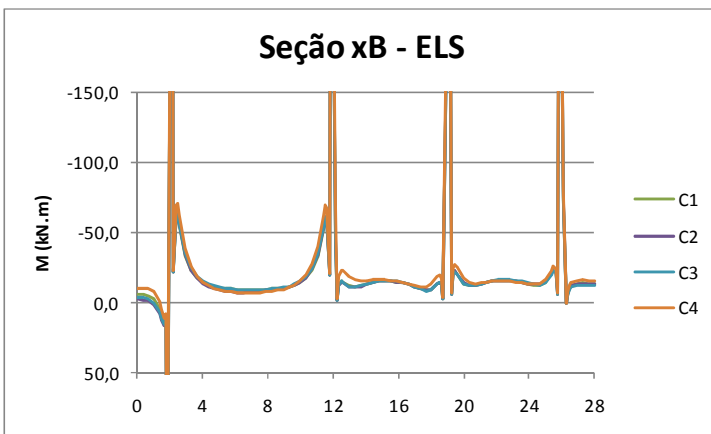


Figura 5.37 – Modelo4 – Seção xB – ELS – Combinação Rara.

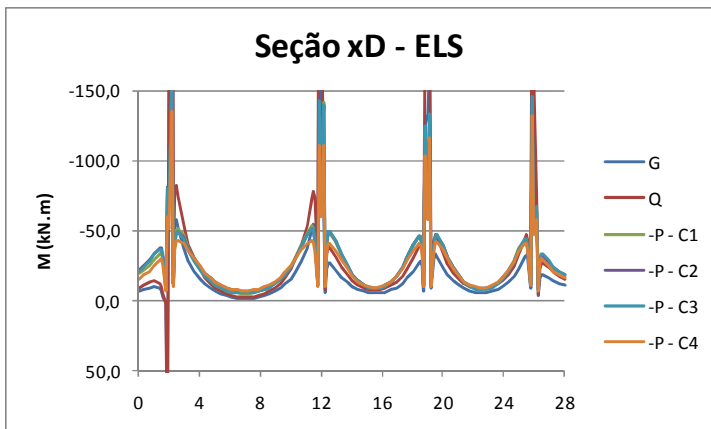


Figura 5.38 – Modelo4 – Seção D – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

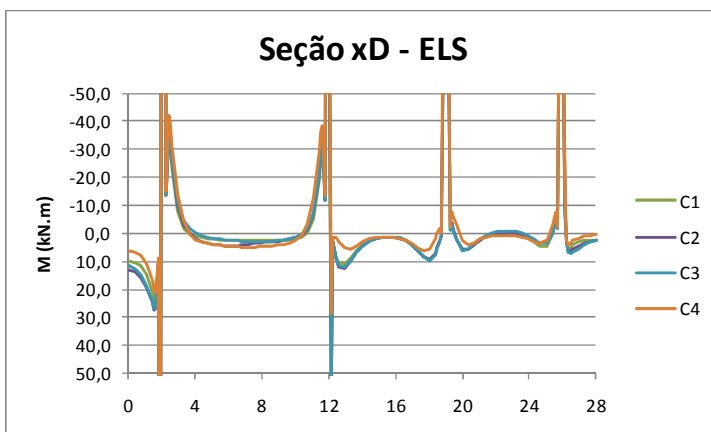


Figura 5.39 – Modelo4 – Seção xD – ELS – Combinação Rara.

- b) Seções na direção Y:
  - Seções de momentos positivos:

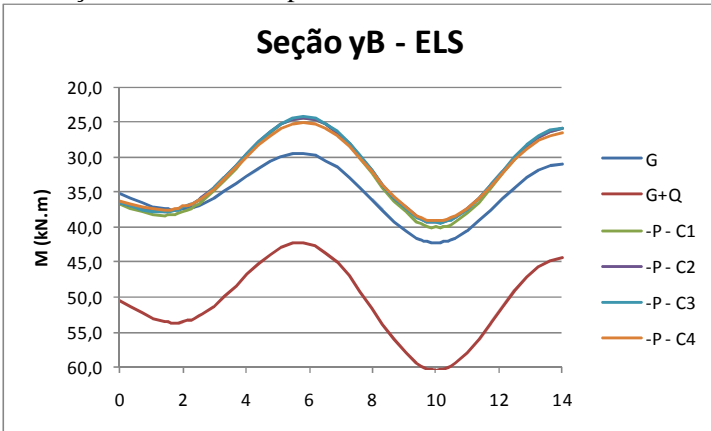


Figura 5.40 – Modelo4 – Seção yB – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

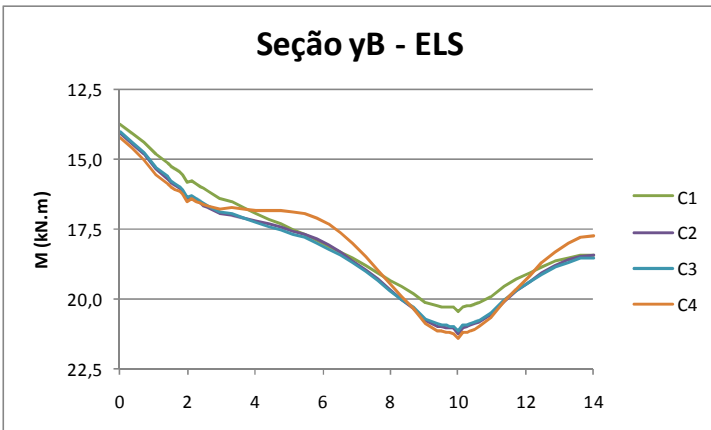


Figura 5.41 – Modelo4 – Seção yB – ELS – Combinação Rara.

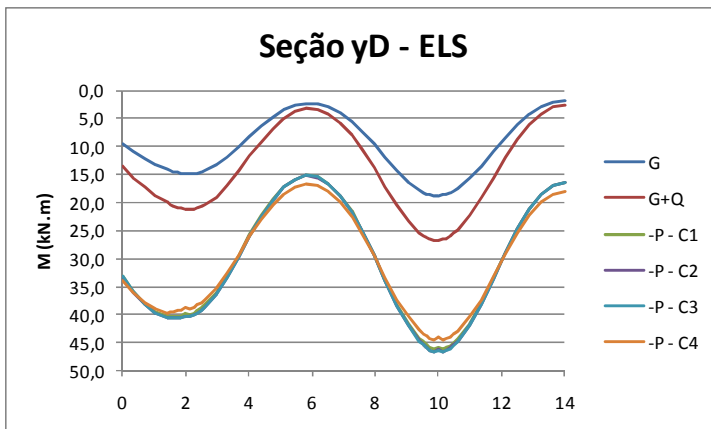


Figura 5.42 – Modelo4 – Seção yD – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

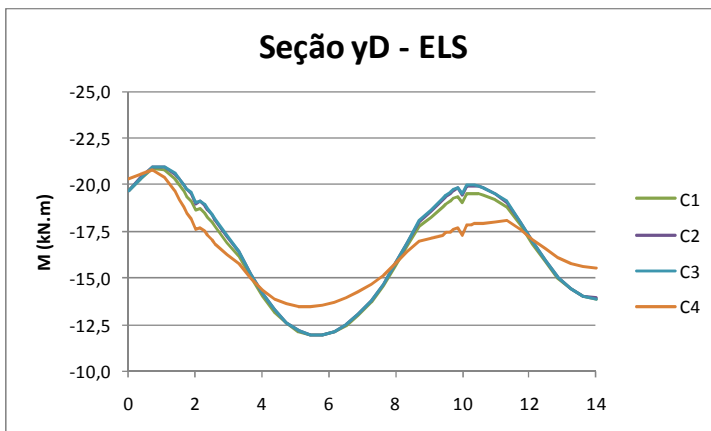


Figura 5.43 – Modelo4 – Seção yD – ELS – Combinação Rara.

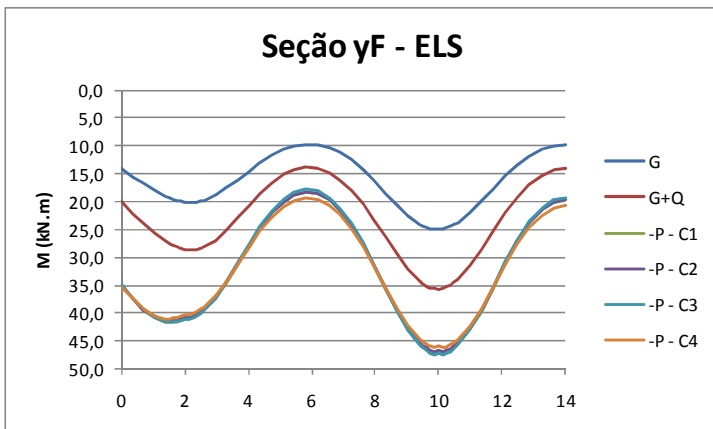


Figura 5.44 – Modelo4 – Seção yF – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

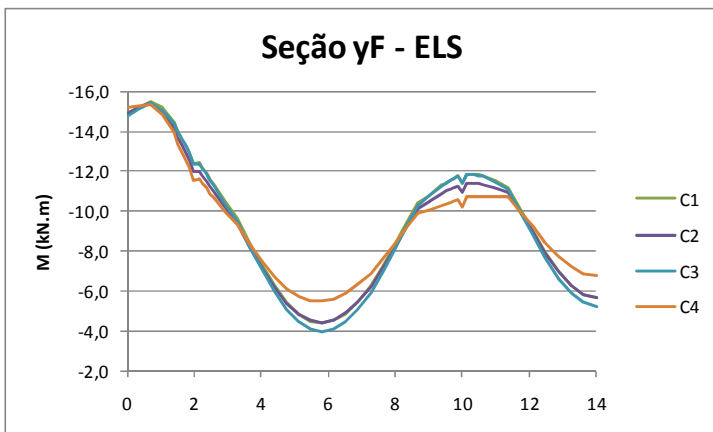


Figura 5.45 – Modelo4 – Seção yF – ELS – Combinação Rara.

- Seções de momentos negativos:

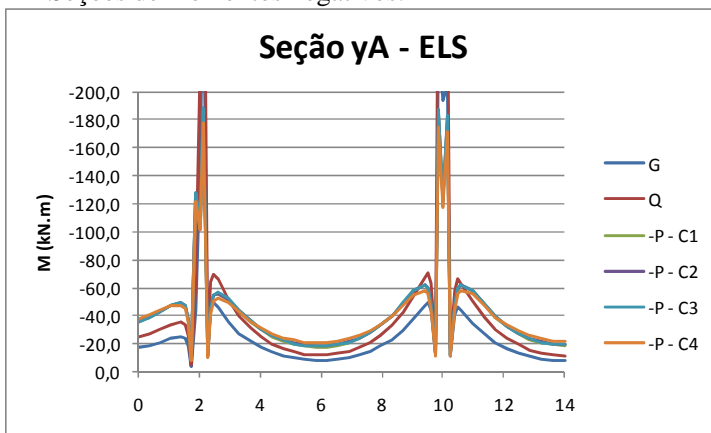


Figura 5.46 – Modelo4 – Seção yA – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

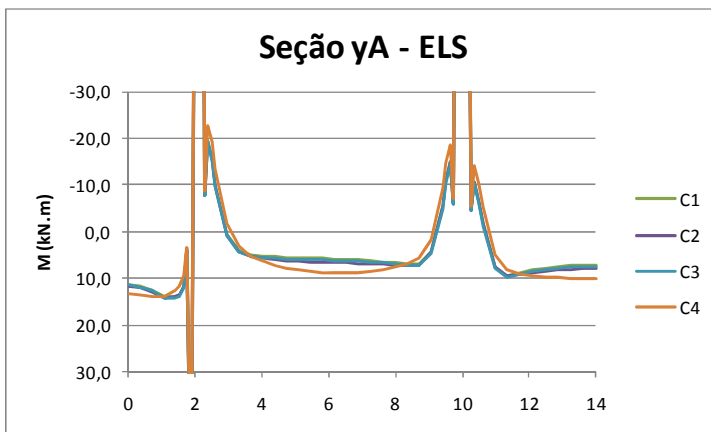


Figura 5.47 – Modelo4 – Seção yA – ELS – Combinação Rara.

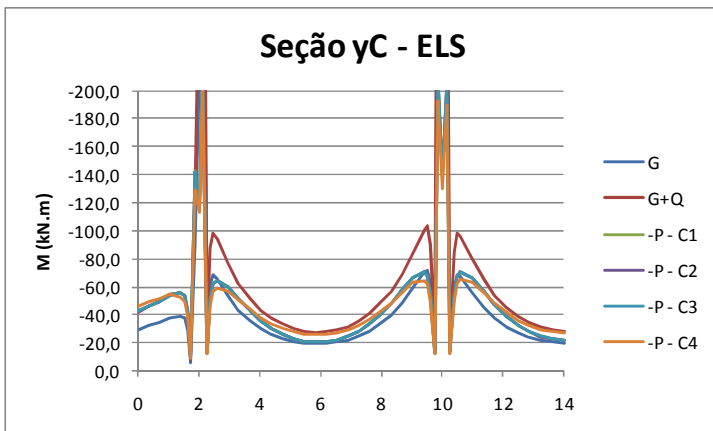


Figura 5.48 – Modelo4 – Seção yC – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

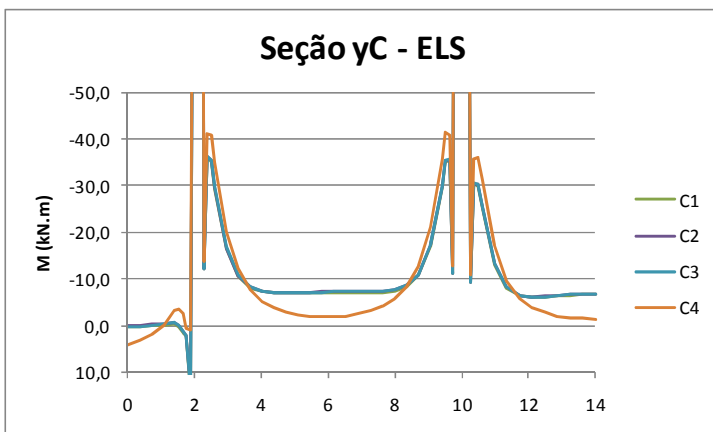


Figura 5.49 – Modelo4 – Seção yC – ELS – Combinação Rara.

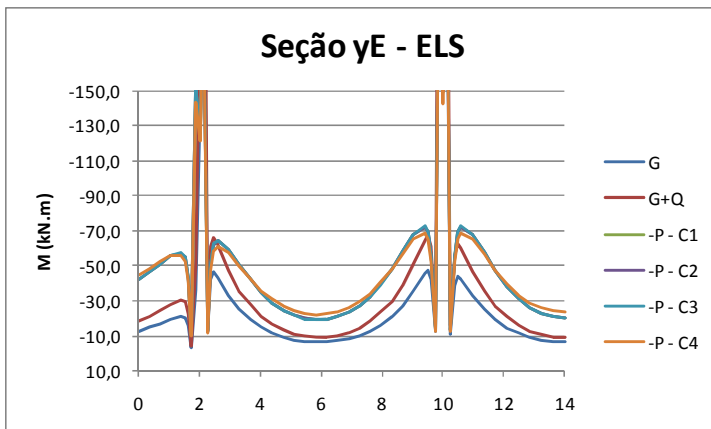


Figura 5.50 – Modelo4 – Seção yE – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

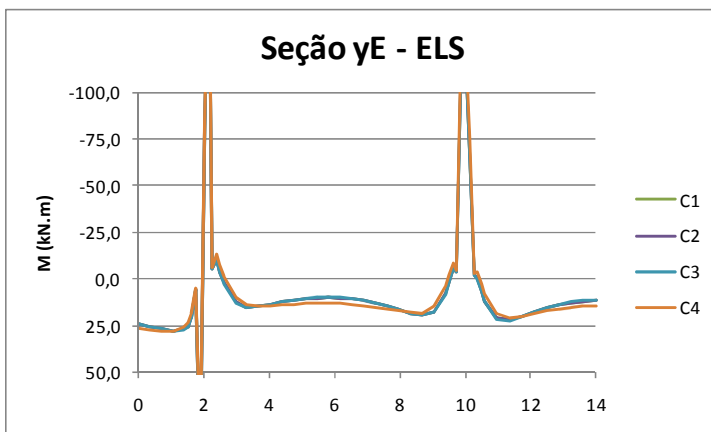


Figura 5.51 – Modelo4 – Seção yE – ELS – Combinação Rara.



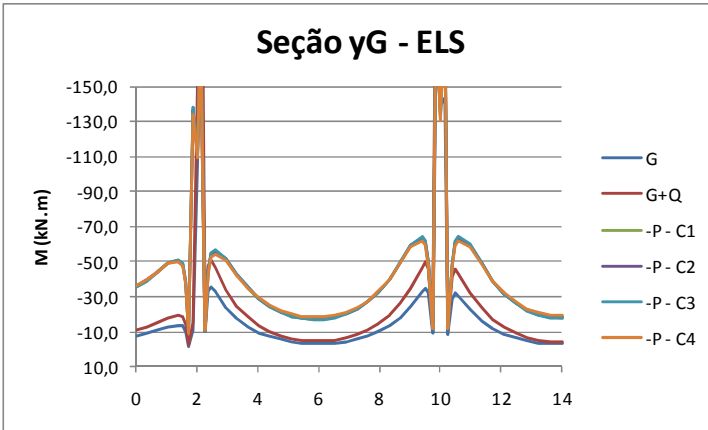


Figura 5.52 – Modelo4 – Seção yG – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

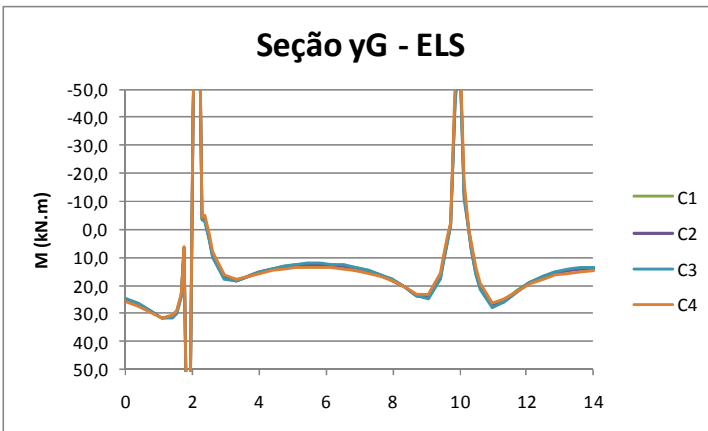


Figura 5.53 – Modelo4 – Seção yG – ELS – Combinação Rara.

O pavimento do modelo 4 possui um pequeno balanço em todo o seu contorno e é assimétrico na direção X, com o primeiro vão aproximadamente 45% maior que os outros dois. Dos casos propostos o único que apresentou uma diferença maior foi o caso 4 em que os cabos concentrados sobre os pilares foram distribuídos em faixas um pouco mais largas.

Analisando a seção yB, cujo esforço obtido no pré-dimensionamento da protensão na direção horizontal foi crítico, percebe-se que a carga balanceada é ligeiramente inferior à G, mas ainda superior à carga que se pretendia balancear. Nas seções yD e yF, cujo

esforço obtido no pré-dimensionamento foi aproximadamente 50% inferior, as cargas balanceadas pela protensão são bastante superiores às cargas gravitacionais totais, aproximadamente 55% superior à G+Q para a seção yD e 30% superior à G+Q para a seção yF.

Na direção vertical foram utilizadas as mesmas quantidades de protensão que no modelo 1. No entanto as cargas balanceadas pela protensão são um pouco superiores às observadas no modelo 1.

#### 5.2.2.2 Resultados do Modelo 5

- a) Seções na direção X:
  - Seções de momentos positivos:

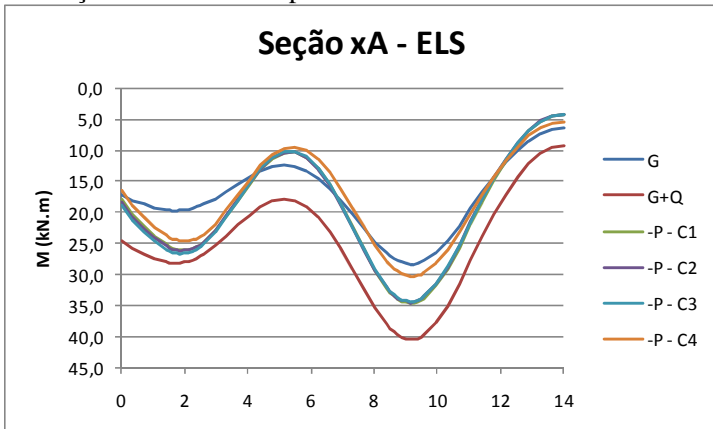


Figura 5.54 – Modelo5 – Seção xA – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

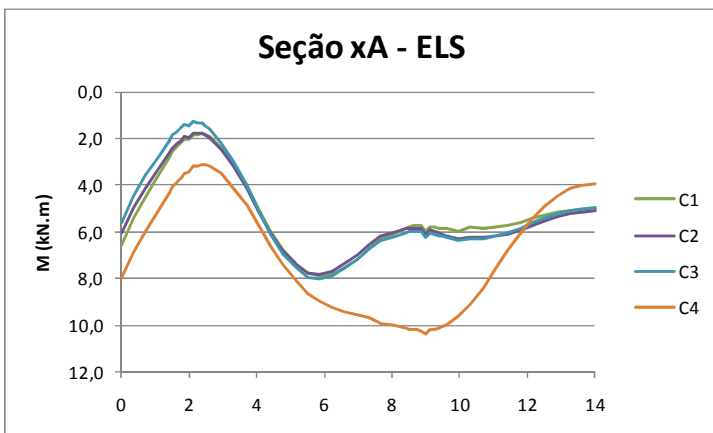


Figura 5.55 – Modelo5 – Seção xA – ELS – Combinação Rara.

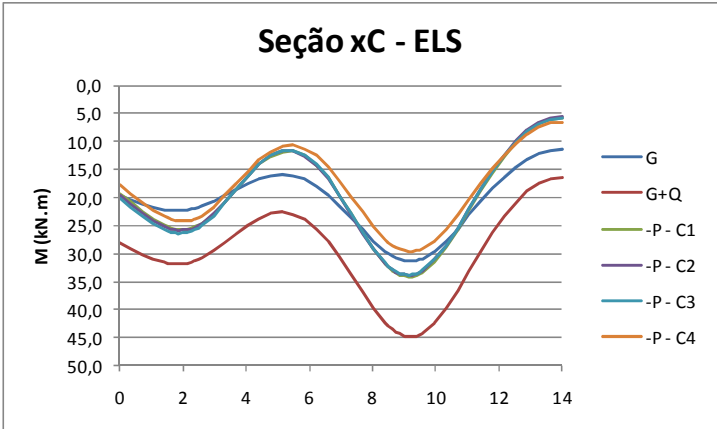


Figura 5.56 – Modelo5 – Seção xC – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

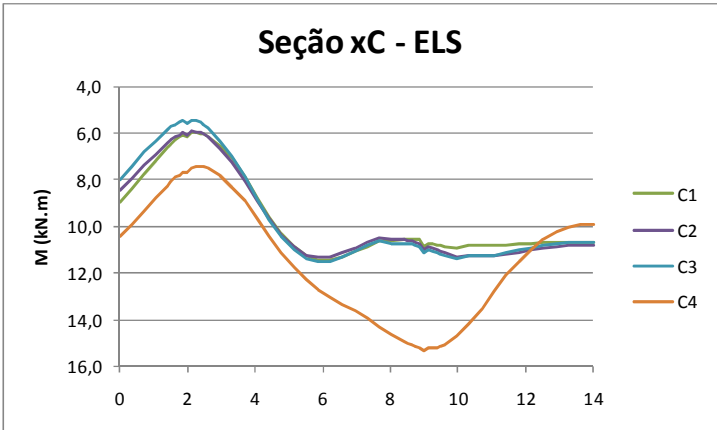


Figura 5.57 – Modelo5 – Seção xC – ELS – Combinação Rara.

- Seções de momentos negativos:

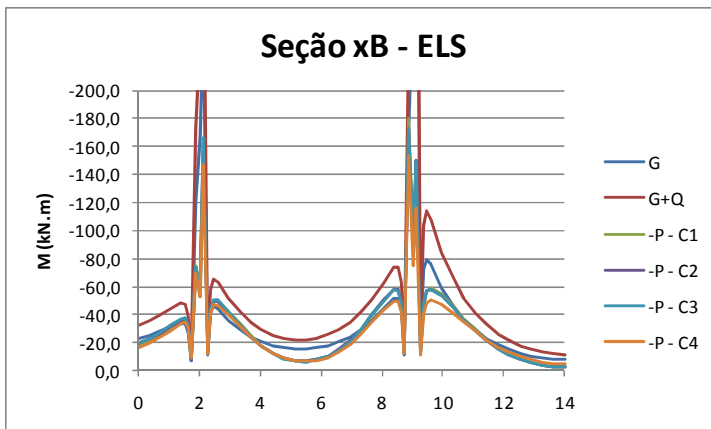


Figura 5.58 – Modelo5 – Seção xB – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

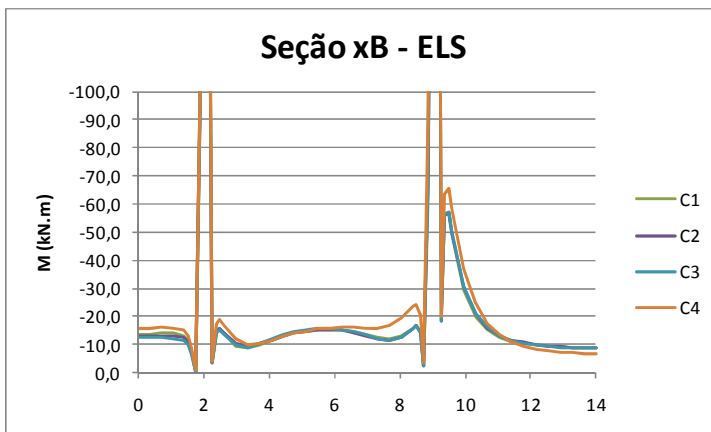


Figura 5.59 – Modelo5 – Seção xB – ELS – Combinação Rara.

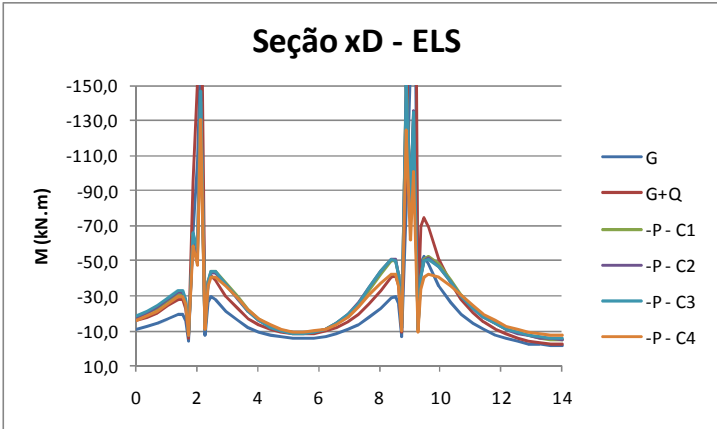


Figura 5.60 – Modelo5 – Seção D – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

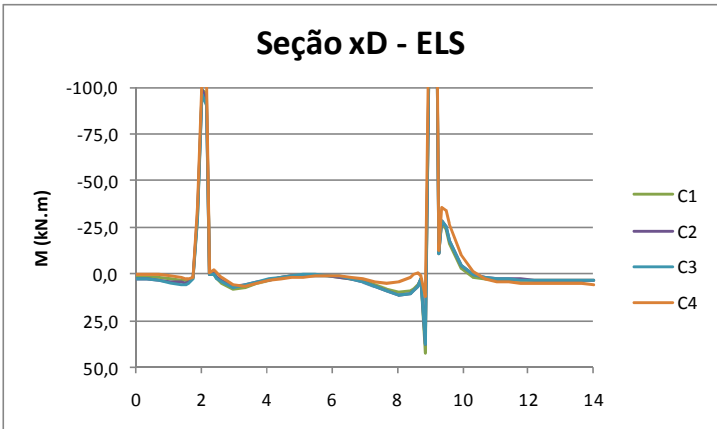


Figura 5.61 – Modelo5 – Seção xD – ELS – Combinação Rara.

- b) Seções na direção Y:
  - Seções de momentos positivos:

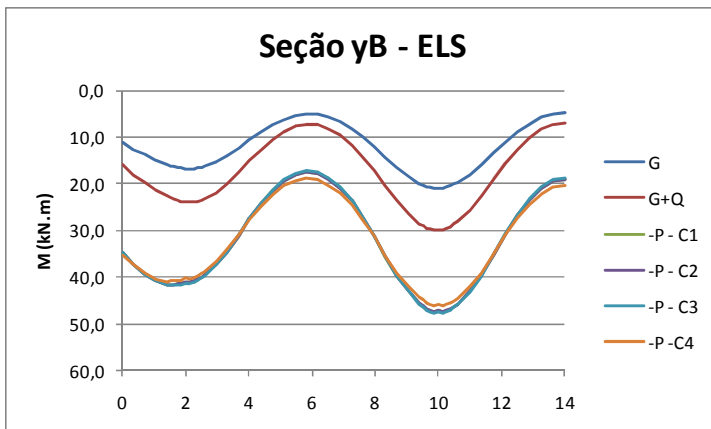


Figura 5.62 – Modelo5 – Seção yB – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

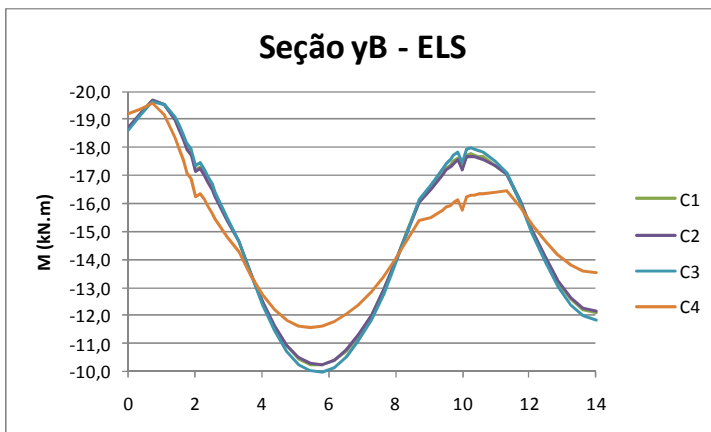


Figura 5.63 – Modelo5 – Seção yB – ELS – Combinação Rara.

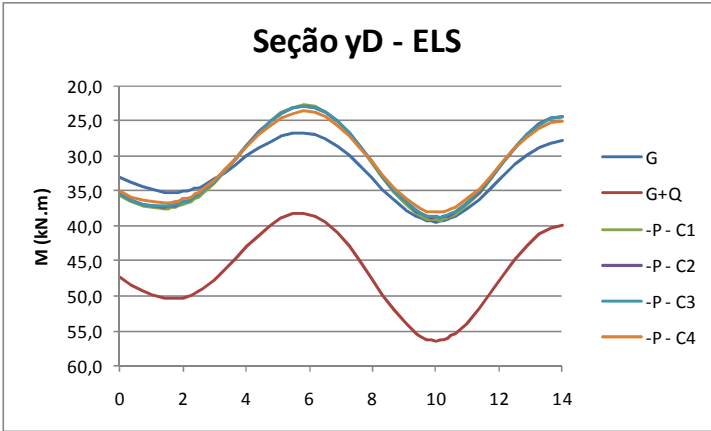


Figura 5.64 – Modelo5 – Seção yD – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

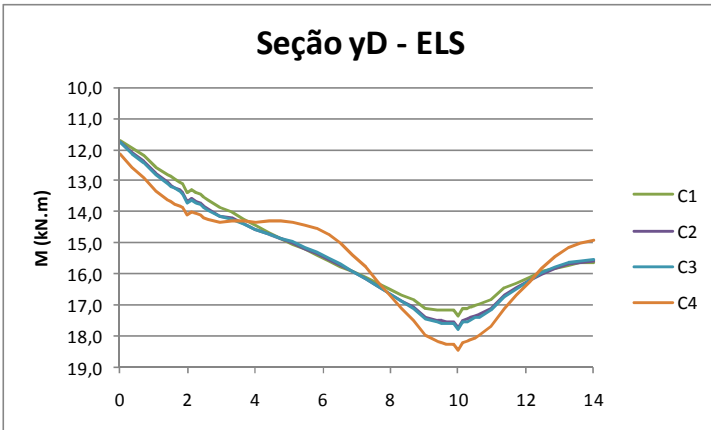


Figura 5.65 – Modelo5 – Seção yD – ELS – Combinação Rara.

- Seções de momentos negativos:

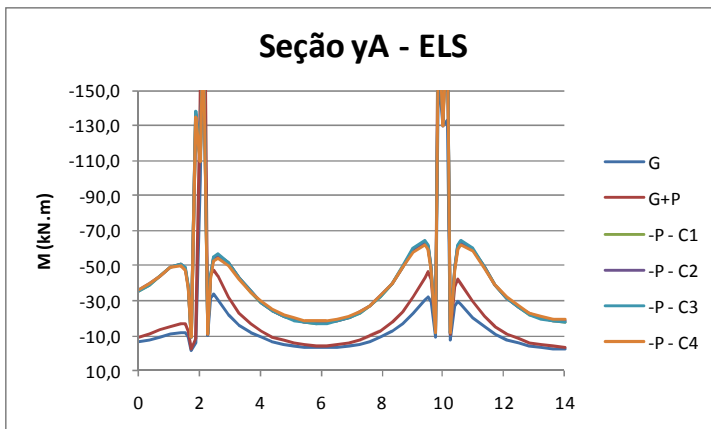


Figura 5.66 – Modelo5 – Seção yA – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

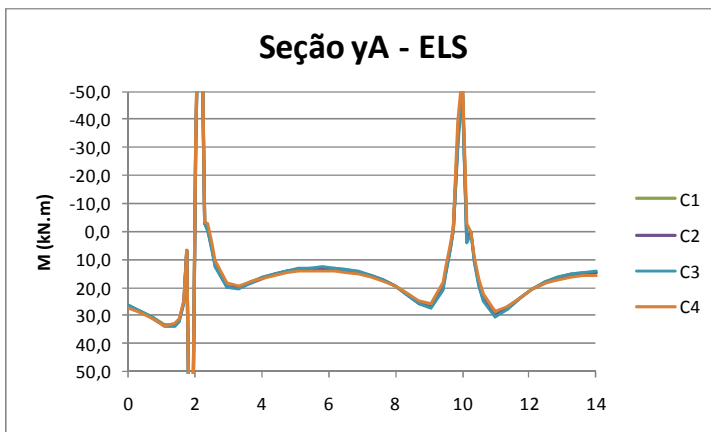


Figura 5.67 – Modelo5 – Seção yA – ELS – Combinação Rara.



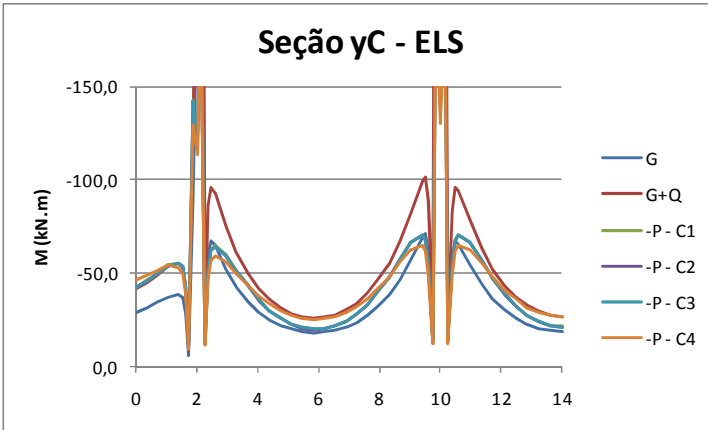


Figura 5.68 – Modelo5 – Seção yC – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

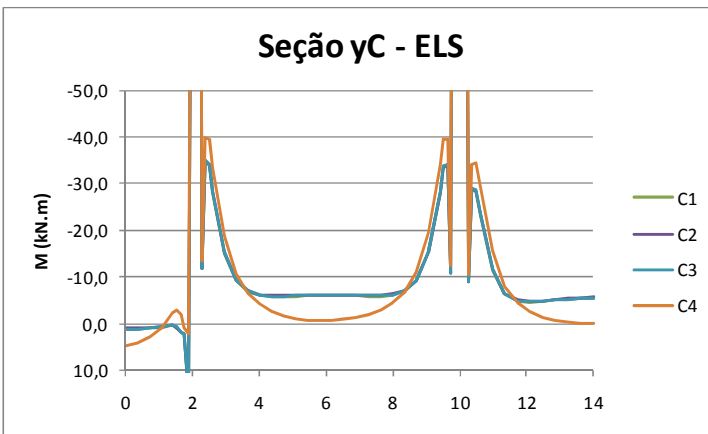


Figura 5.69 – Modelo5 – Seção yC – ELS – Combinação Rara.

O pavimento do modelo 5 possui um pequeno balanço em todo o seu contorno. A fôrma possui simetria em ambas as direções, mas na direção X o comprimento do vão central é aproximadamente 45% superior ao comprimento dos vão adjacentes. Dos casos propostos o único que apresentou uma diferença maior foi o caso 4 em que os cabos concentrados sobre os pilares foram distribuídos em faixas um pouco mais largas.

Analisando a seção yD, cujo esforço obtido no pré-dimensionamento da protensão na direção horizontal foi crítico, percebe-se que a carga balanceada é muito próxima à G, superior à

carga que se pretendia balancear. Na seção yB, cujo esforço obtido no pré-dimensionamento foi aproximadamente 50% inferior, as cargas balanceadas pela protensão são bastante superiores às cargas gravitacionais totais, aproximadamente 60% superior à G+Q.

Na direção vertical foram utilizadas as mesmas quantidades de protensão que no modelo 1. No entanto as cargas balanceadas pela protensão são consideravelmente superiores às observadas no modelo 1.

#### 5.2.2.3 Análise parcial

Os casos 1, 2 e 3 apresentaram comportamento bastante semelhante, o que mostra que variações relativamente pequenas na aplicação das cargas fazem uma diferença mínima nos esforços finais da laje, desde que as cargas totais sejam as mesmas. Nem mesmo para as seções dos balanços nas quais a é maior a diferença na distribuição das cargas foram obtidos resultados com diferenças significativas entre os casos 1, 2 e 3.

Somente para o caso 4 foram encontrados esforços solicitantes em serviço com diferenças significativas. Comparando-se com os resultados obtidos nos modelos 1, 2 e 3 pode-se dizer que a adoção de uma faixa mais larga sobre os pilares para locação dos cabos apresenta resultados análogos à utilização de uma taxa de cabos menor em uma faixa mais concentrada.

Nos outros casos os cabos sobre os pilares foram concentrados em faixas com um metro de largura para cada lado a partir do eixo da linha de pilares, ligeiramente abaixo dos 110 cm prescritos pela NBR 6118 (2003) para a geometria da estrutura em questão. No caso 4 essa faixa foi aumentada em meio ou um metro, dependendo da largura do vão em questão (conforme definido na Tabela 5.8), e os resultados encontrados não foram satisfatórios.

Analisando as seções horizontais dos modelos 4 e 5 e comparando-as com as seções do modelo 1, nota-se que com a variação das dimensões dos vãos e dos valores dos esforços de protensão aplicados os esforços na estrutura em serviço se apresentam de forma muito mais dispersas. As parcelas das cargas gravitacionais compensadas pela protensão passam a variar bastante em diferentes regiões da seção transversal.

Mesmo sem variação nas dimensões dos vãos ou da protensão aplicada na direção vertical do pavimento, os esforços em serviço apresentados pelos modelos 4 e 5 foram superiores aos encontrados para o modelo 1. Analisando-se os gráficos em que são comparados os

esforços devido às cargas gravitacionais com os esforços de protensão, nota-se que, se observadas as linhas de pilares com condições de contorno semelhantes, os esforços devido a G e Q apresentam valores de mesma ordem de grandeza, o que leva a crer que a diferença no comportamento dos pavimentos 4 e 5 com relação ao pavimento 1 acontece em grande parte devido à diferença nos momentos devido à carga de protensão.

Existe uma dificuldade na análise do comportamento do pavimento submetido às cargas gravitacionais devido às diferenças nas dimensões dos vãos e à interação entre os esforços nas duas direções das lajes. Quando são adicionados carregamentos devido a protensões com intensidades diferentes nas duas direções a análise torna-se ainda mais complexa.

Para um melhor entendimento das diferenças obtidas para as seções horizontais traçadas nos modelos 1, 4 e 5 seria necessário um estudo mais laborioso desses três modelos adotando-se uma distribuição dos cabos em planta igual na direção vertical. Poderia ser realizado um estudo mais específico dos efeitos isolados da aplicação da protensão em cada uma das duas direções, longitudinal e transversal, em relação ao momento analisado.

As modulações analisadas, com vãos de diferentes comprimentos, não se mostraram as mais adequadas quando são utilizados balanços no contorno da estrutura, caso em que a utilização de vãos de comprimento os mais próximos possível parece ser mais indicado. Nos casos em que se faz a opção por uma configuração de pavimento sem panos de laje em balanços, a adoção de uma modulação com vãos maiores nos panos internos do pavimento pode ser uma melhor opção, como sugerem os resultados obtidos para os modelos 2 e 3. No entanto, o estudo de um número maior de exemplos seria necessário para ratificar esta proposição.

Observando-se os resultados obtidos para os modelos 1, 4 e 5, nota-se também que existe uma diminuição nos esforços em serviço nas faixas sobre os pilares externos do pavimento. Isso sugere que nesta região a protensão adotada poderia ser um pouco aliviada.

### **5.3 Estudo 2 – Traçados dos Cabos em Elevação**

Nos traçados usuais os cabos de protensão tangenciam os pontos máximos possíveis sobre os apoios e os pontos mínimos ao longo dos vãos. Esses pontos máximos e mínimos são determinados para cada estrutura em função da espessura do elemento estrutural e do

cobrimento, definido pela classe de agressividade ambiental. Obviamente, a adoção deste tipo de traçado maximiza a utilização da protensão, sendo vantajosa tanto em serviço quanto na segurança da estrutura à ruína.

O outro dado necessário para a definição da geometria do cabo são os pontos em que ocorre a mudança de direção na curvatura dos cabos. Este segundo estudo propõe variar estes dois parâmetros com fins didáticos para que possam ser analisadas as implicações, possíveis vantagens e desvantagens da mudança no traçados dos cabos em elevação.

Para tal foram estudadas mudanças no traçado em elevação dos cabos do modelo 4. O modelo 4 possui um pequeno balanço em todo o seu contorno e é assimétrico na direção X, com o primeiro vão maior que os outros dois. Foram estudados cinco casos, descritos abaixo.

- C1 – traçado usual, o cabo passa pelos pontos máximos e mínimos e ponto de mudança na curvatura dos cabos tomado igual a 10% do vão;
- C2 – o cabo passa pelos pontos máximos e mínimos, mas o trecho de curvatura para baixo é 40% maior do que em C1;
- C3 – o cabo passa pelos pontos máximos e mínimos, mas o trecho de curvatura para baixo é aproximadamente 40% menor;
- C4 – o cabo passa pelos pontos máximos e pelo mínimo no primeiro vão, mas não passa pelos mínimos nos dois vãos seguintes. O ponto de mudança na curvatura dos cabos é tomado igual a 10% do vão;
- C5 – o cabo passa pelos pontos máximos e pelo mínimo no primeiro vão, mas não passa pelos mínimos nos dois vãos seguintes. A deflexão no cabo no segundo vão é menor em relação ao caso C4. O ponto de mudança na curvatura dos cabos é tomado igual a 10% do vão.

A geometria dos cabos para estes cinco casos é dada na Tabela 5.9 que define os parâmetros mostrados na Figura 5.70, mostrada na seqüência.

Tabela 5.9 – Traçado dos cabos em elevação

Caso	Dados do traçado dos cabos (cm)																
	Elevações										Pontos de inflexão						
	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	r <sub>3</sub>	r <sub>4</sub>	r <sub>5</sub>	r <sub>6</sub>	r <sub>7</sub>	r <sub>8</sub>	r <sub>9</sub>	r <sub>10</sub>	e <sub>1</sub>	e <sub>2</sub>	e <sub>3</sub>	e <sub>4</sub>	e <sub>5</sub>	e <sub>6</sub>	e <sub>7</sub>
C1	50	50	100	100	70	70	70	70	50	50	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5
C2	50	70	140	140	100	100	100	100	70	50	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5
C3	50	35	60	60	40	40	40	40	35	50	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5
C4	50	50	100	100	70	70	70	70	50	50	6,5	6,5	6,5	3,0	6,5	3,0	6,5
C5	50	50	100	100	70	70	70	70	50	50	6,5	6,5	6,5	2,5	6,5	3,0	6,5

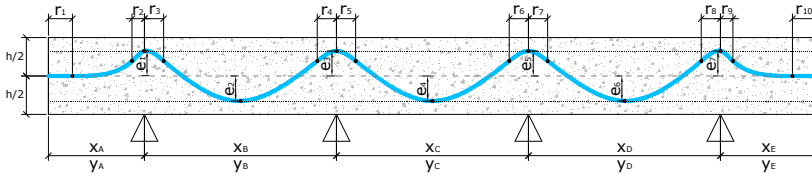


Figura 5.70 – Traçado Genérico dos Cabos em Elevação

Em todos os casos os trechos retos na entrada e na saída dos cabos são tomados iguais a 50 cm. O traçado dos cabos na direção vertical é igual aos utilizados no estudo 1, com o cabo tangente nos pontos máximos e mínimos e os pontos de inflexão tomados como 10 % do vão. Foi aplicado um esforço de protensão de 625 kN/m na direção horizontal e 400 kN/m na direção vertical, do mesmo modo que no estudo 1.

**Apresentação dos Resultados:** Os resultados serão mostrados na forma de cortes longitudinais nos diagramas de momentos fletores feitos com auxílio de planilha eletrônica. Nesses cortes o diagrama é visto em seções na mesma direção do esforço solicitante, paralela às armaduras correspondentes. Em um único corte podem ser comparados os esforços ao longo do comprimento em que se desenvolvem os cabos.

### 5.3.1 Resultados para o Modelo 4

- Seções no Centro dos Vãos:

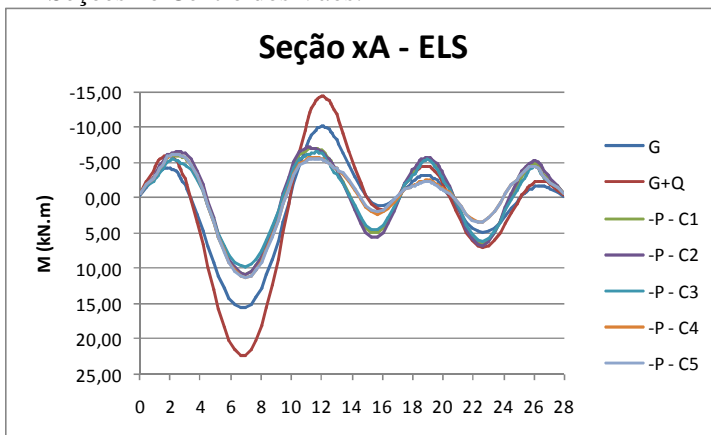


Figura 5.71 – Estudo 2 – Modelo 4 – Seção xA – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

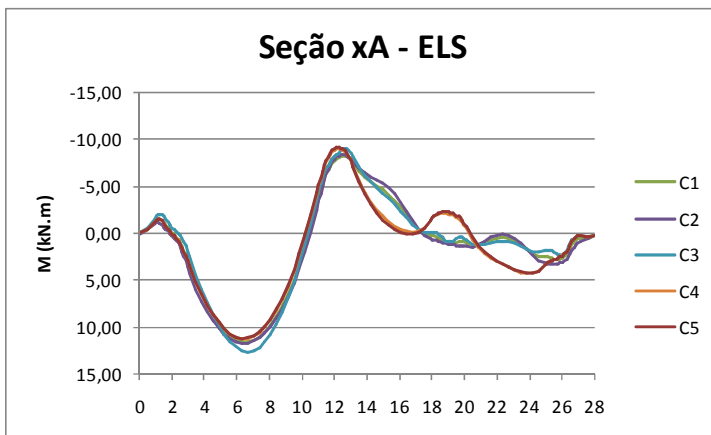


Figura 5.72 – Estudo 2 – Modelo 4 – Seção xA – ELS – Combinação Rara.

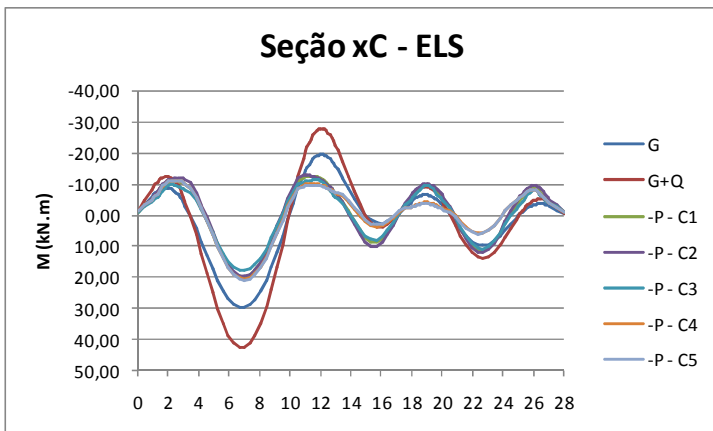


Figura 5.73 – Estudo 2 – Modelo 4 – Seção xC – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

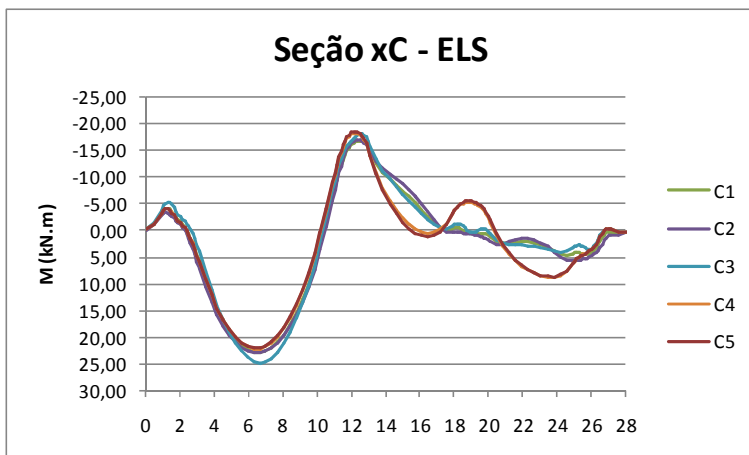


Figura 5.74 – Estudo 2 – Modelo 4 – Seção xC – ELS – Combinação Rara.

- Seções sobre os Pilares:

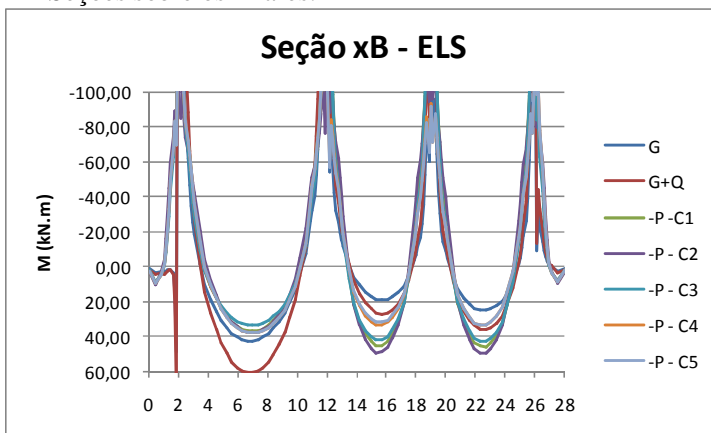


Figura 5.75 – Estudo 2 – Modelo 4 – Seção xB – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

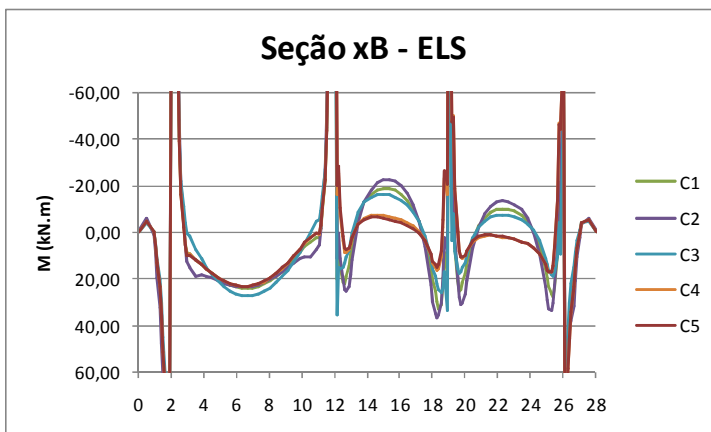


Figura 5.76 – Estudo 2 – Modelo 4 – Seção xB – ELS – Combinação Rara.



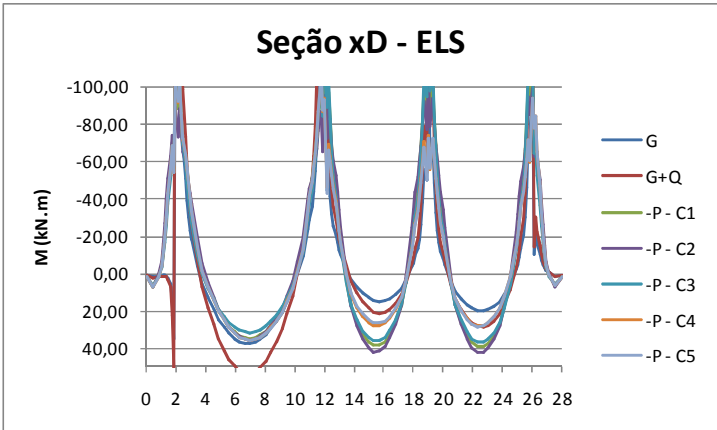


Figura 5.77 – Estudo 2 – Modelo 4 – Seção D – ELS – Esforços gravitacionais x Esforços de protensão.

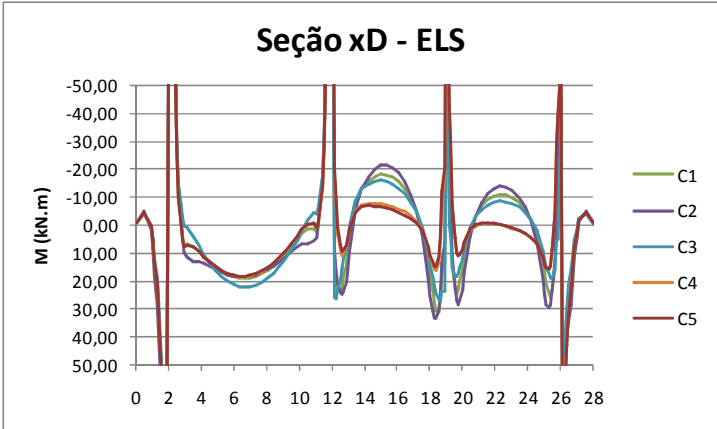


Figura 5.78 – Estudo 2 – Modelo 4 – Seção xD – ELS – Combinação Rara.

Os casos C1, C2 e C3 apresentam resultados próximos, mas o caso C3 foi um pouco mais eficiente, apresentando diferenças mais significativas nas seções que passam sobre os pilares. As diferenças encontradas nos esforços entre os três casos foram pequenas se comparadas às variações nos comprimentos de cada trecho dos cabos.

Conforme descrito no item 3.6.1, o ponto de mudança da curvatura do cabo está situado sobre uma reta que liga o ponto de máximo e o ponto de mínimo de duas parábolas consecutivas. Observa-se, portanto, que fixados os pontos de máximo e mínimo para um

determinado segmento do cabo e sua respectiva distância horizontal, os valores da deflexão de uma parábola ( $f$ ) e do comprimento em que esta se desenvolve( $l$ ) são sempre proporcionais.

Tendo isso em mente e observando a equação (3.4), percebe-se que, com o aumento do comprimento de uma das parábolas, o carregamento uniformemente distribuído a ela associado diminui linearmente, embora sua resultante continue a mesma. Por isso no pré-dimensionamento dos cabos pode ser utilizado o traçado simplificado mostrado no item 3.6.1

As diferenças na forma como o carregamento é distribuído e as diferenças nas posições das resultantes são suficientes para fazer com que ocorram as diferenças mostradas nos gráficos de momentos fletores.

Nos casos 4 e 5 as cargas compensadas foram mais próximas às gravitacionais, comportando-se como esperado. Utilizando a equação (3.11) com os dados sobre a elevação dos cabos dados na Tabela 5.9, obtêm-se os valores de carregamento gravitacional que deveriam ser equilibrados pela protensão de aproximadamente  $8 \text{ kN/m}^2$  ( $\cong 115\% G$ ) para os casos 4 e 5.

Nas seções que passam no centro dos vãos, as cargas balanceadas pela protensão foram, para todos os casos, consideravelmente inferiores às cargas gravitacionais permanentes ( $G$ ) no primeiro vão (maior vão, com 10 m de comprimento). Nos outros dois vãos (menores, com 7 m de comprimento) os esforços balanceados pelas cargas devido à protensão para os casos C4 e C5 também foram inferiores à  $G$ , mas proporcionalmente inferiores.

Nas seções que passam sobre os apoios, em que os esforços devido às cargas gravitacionais são maiores e a protensão mais concentrada, as cargas balanceadas pela protensão foram, para todos os casos, ligeiramente inferiores à  $G$  no primeiro vão. Nos vãos seguintes os esforços balanceados pelas cargas devido à protensão para os casos C4 e C5 foram um pouco superior às cargas gravitacionais totais ( $G+Q$ ), e no terceiro ligeiramente inferiores.

Como foi observado nos exemplos anteriores, a carga compensada pela protensão é superior à utilizada no pré-dimensionamento. Tendo isso e os resultados obtidos para os modelos 1, 4 e 5 no estudo 1 em vista, pode-se dizer que a linearidade entre a deflexão total do cabo e a carga compensada pela protensão é confirmada. Ou seja, quando foi diminuída a deflexão dos cabos, a carga compensada no modelo diminuiu proporcionalmente.

Foi comentado anteriormente, na análise do estudo anterior, que a

proporção entre a quantidade de protensão a ser distribuída nos vãos e concentrada nos apoios varia com a proporção das cargas gravitacionais balanceadas pela protensão. Isso explica em parte a diferença entre as parcelas das cargas que são balanceadas em cada uma das seções para os vãos menores em relação ao primeiro vão.

Os diagramas de momentos fletores apresentados pelas combinações de serviço não apresentaram o comportamento vantajoso para as seções que passam no meio dos vãos. Nas seções que passam sobre as linhas dos pilares, os traçados adotados para os casos 4 e 5 mostraram-se vantajosos em função da diminuição da inversão de esforços ao longo dos dois vãos menores.

O modelo analisado neste estudo forneceu poucos dados para que fosse proposta uma revisão do procedimento utilizado no pré-dimensionamento dos cabos, que forneceu valores um pouco acima do necessário para que fossem equilibradas as parcelas do carregamento gravitacional desejadas. Mais estudos sobre o assunto são necessários, mas sugere-se que sejam utilizados fatores de redução da protensão dimensionada pelas equações (3.10), (3.11) e (3.12) em função das condições de contorno e da geometria real do cabo em elevação.

## 6. CONCLUSÕES

A proposta do trabalho foi a avaliação do comportamento em serviço de lajes lisas protendidas. Para isso, durante o período de estudos, foi desenvolvido o programa LLP que é capaz de gerar automaticamente modelos desse tipo de estrutura para resolução em diferentes programas.

A utilização de programação para construção da ferramenta específica para a realização dos estudos propostos foi de grande valia. Apesar do grande trabalho inicial para elaboração das rotinas computacionais, o programa criado dá agilidade ao processo de geração dos modelos utilizados nos ensaios numéricos. Além disso, trata-se de uma ferramenta personalizada, em que vários parâmetros dos modelos podem ser configurados e estudados, de acordo com o escopo do trabalho.

A utilização da analogia de grelha fez com que todas as partes da geração e análise dos modelos pudessem ser feitas com ferramentas totalmente desenvolvidas na universidade por participantes do grupo de pesquisa. Além disso, foi possível gerar tabelas que pudessem ser lidas no SAP2000, um conhecido programa comercial de análise estrutural. Com pouco esforço poderiam ser implementadas pequenas alterações nas rotinas do programa LLP que tornassem possível a geração de modelos com elementos de placa para análise em elementos finitos.

Sobre os estudos realizados, pode-se afirmar que a distribuição em planta com parte dos cabos concentrados em faixas que passam sobre os pilares é a mais vantajosa. Pelos exemplos analisados deve-se concentrar de 70 a 80% dos cabos nessas faixas, taxa um pouco maior do que a recomendada pelo ACI. Estes cabos deverão estar distribuídos em uma faixa suficientemente estreita para que o lançamento funcione adequadamente. Nos exemplos em que foram utilizadas faixas com largura igual ou inferior a 25% do vão foram obtidos bons resultados. A NBR 6118 (2003) associa a largura máxima das faixas à largura do pilar e à espessura da laje. Para que seja obtido um dimensionamento econômico dos elementos estruturais, essas dimensões (seção do pilar e espessura e vãos da laje) devem ser compatíveis, por isso é possível que a largura máxima da faixa indicada pela NBR 6118 convirja para valores dessa ordem.

A modulação utilizada nos modelos foi decisiva no aproveitamento da protensão. Em pavimentos cujos vãos possuem as mesmas dimensões pode-se recomendar a utilização de um pequeno

balanço no seu bordo livre. No modelo em que foi utilizado balanço foram obtidos esforços mais uniformes de uma seção transversal para outra.

Nos pavimentos em que não for viável a utilização de balanços, recomenda-se utilizar uma modulação com vãos internos de comprimento superior aos periféricos, com o objetivo de aproveitar melhor a protensão. Lançar o pavimento deste modo faz com que as cargas balanceadas pela protensão sejam mais uniformes ao longo das seções do pavimento.

Nos pavimentos modelados com vigas nos bordos foram obtidos esforços de flexão superiores na região central com relação ao mesmo pavimento sem vigas. Para que se entenda a razão desta diferença mais ensaios são necessários. Mesmo assim pode-se dizer que a utilização de vigas no contorno do pavimento é uma boa opção, pois além da economia em armadura ativa e do ganho na estabilidade da edificação pode-se dizer que o comportamento do pavimento foi satisfatório.

Sugere-se que sejam adotados cabos com traçados em elevação os mais simples possíveis. Os efeitos da diminuição do comprimento das parábolas de curvatura para baixo foram mais sentidos nas regiões próximas aos apoios. Recomenda-se o lançamento de cabos com o menor comprimento possível dos trechos de curvatura para baixo, respeitando-se as prescrições normativas e recomendações dos fabricantes dos dispositivos da armadura ativa. A adoção de 10% do vão para o comprimento destes trechos forneceu bons resultados e parece uma boa alternativa.

A menos que hajam inversões de esforços de magnitude muito elevada, indesejadas em serviço, não se recomenda a diminuição das excentricidades máximas dos cabos ao longo dos vãos, em virtude da perda de capacidade resistente à ruína. Cada caso deve ser analisado separadamente.

A utilização do procedimento descrito no item 3.6.2 para fazer o pré-dimensionamento da protensão levou a carregamentos equivalentes que equilibraram uma parcela da carga gravitacional superior a desejada. Para correção é sugerida a utilização de fatores de redução dos esforços de protensão dimensionada utilizando este procedimento em função das condições de contorno e da geometria real do cabo em elevação. Mais estudos para o ajuste destes fatores são necessários.

## 6.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

Para dar prosseguimento e ampliar os estudos sobre os temas

---

abordados nesta dissertação os seguintes tópicos poderão ser estudados:

- Estudo sobre a modelagem dos apoios. Puel (2009) encontrou bons resultados quando os apoios foram modelados utilizando trechos rígidos. O mesmo tipo de modelagem foi adotado neste trabalho, mas muitas perturbações apareceram nessas regiões, em parte devido à utilização da protensão, que faz com que exista uma concentração de esforços ainda maior nessa região.
- Estudo sobre os efeitos das dimensões dos pilares sobre os esforços atuantes nas lajes.
- Estudo sobre os efeitos isolados da protensão em cada uma das duas direções, que poderá dar mais informações sobre os traçados de cabos ideais.
- Estudo dos efeitos hiperestáticos de protensão. O conhecimento dos esforços hiperestáticos de protensão é de suma importância para o dimensionamento das peças no Estado Limite de Serviço. Como as lajes são elementos estruturais de comportamento mais complexo a obtenção desses esforços é menos simples do que em vigas.
- Estudos sobre o comportamento das lajes no Estado Limite Último. Pode ser verificado se os traçados de cabos mais eficientes em serviço são também os mais eficientes na segurança contra a ruína da peça.
- Implementação das perdas de protensão nos estudos, para uma avaliação mais realista do assunto.
- Realização de estudos semelhantes, utilizando diferentes para avaliação dos resultados, como as tensões e flechas em serviço, com a possibilidade de utilização das mesmas ferramentas utilizadas neste estudo.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento. 2003.
2. ACI - American Concrete Institute. ACI 318 - Building Code Requirements for Structural Concrete. 1995.
3. ACI - American Concrete Institute. ACI 423 – Recommendation for Concrete Members Prestressed with Unbounded Tendons. 1995.
4. ALMEIDA FILHO, F. M. Estruturas de Pisos de Edifícios com a Utilização de Cordolhas Engraxadas. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos, 2002. Orientador: Márcio Roberto Silva Corrêa.
5. COELHO, J. A. Modelagem de Lajes de Concreto Armado por Analogia de Grelha. Dissertação de Mestrado, 2000. Orientador: Daniel Domingues Loriggio.
6. COLLINS, M. P.; MITCHELL, D. Prestressed Concrete Basics. 1ª ed. Canadian Prestressed Concrete Institute. Ontario, Canada, 1987.
7. DORNELLES, F. L.; PEREIRA, J. S. Estudo sobre a Análise de Lajes em Regime Elástico. Trabalho de Conclusão de Curso, Curso de Graduação em Engenharia Civil - UFSC, 2006. Orientador: Daniel Domingues Loriggio.
8. EMERICK, A. A. Projeto e Execução de Lajes Protendidas. Editora Interciência Ltda. Brasília, 2003.
9. GLORIA, R. L. Estudo do Dimensionamento de Vigas na Ligação com Pilares em Projetos de Estruturas de Concreto Armado. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - UFSC, 2003. Orientador: Daniel Domingues Loriggio.
10. HAMBLY, E. C. Bridge Deck Behaviour. John Wiley and Sons

Inc. Nova York, EUA, 1976.

11. HENNRICHS, C.A. Estudos sobre a Modelagem de Lajes Lisas de Concreto Armado. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - UFSC, 2003. Orientador: Daniel Donmingues Loriggio.
12. KOERICH, R. B. Estudo de Estruturas Protendidas Hiperestáticas com a Representação da Protensão por Carregamentos Equivalentes. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - UFSC, 2004. Orientador: Daniel Donmingues Loriggio.
13. MELLO, A. L. V. Cálculo de Lajes Lisas com Protensão Parcial e Limitada. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Construção Civil - UFSCar, 2005. Orientador: Roberto Chust Carvalho.
14. MENEGATTI, M. A Protensão como um Conjunto de Cargas Concentradas Equivalentes. Dissertação de Mestrado, Escola Politecnica da Universidade de São Paulo, 2004. Orientador: Fernando Rebouças Stucchi.
15. MONTOYA, P. J.; MESEGUER, A. G.; CABRE, F. M. Hormigon Armado. 12<sup>a</sup> Edicion. Editorial Gustavo Gili, S. A. Barcelona, 1987.
16. MORETTO, O. Curso de Hormigón Armado - 2<sup>a</sup> Edição, Editorial “El Ateneo”, Buenos Aires, 1970.
17. MOURA, M. W. Estudo sobre o Traçado de Cabos Pós-Tracionados em Vigas Isostáticas. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil – UFSC, 2004. Orientador: Daniel Domingues Loriggio.
18. PEDROZO, D. G. E. Análise Crítica dos Critérios de Projeto de Lajes Protendidas. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil – UFSC, 2009. Orientador: Daniel Domingues Loriggio.



19. PUEL, A. Modelagem de Lajes Lisas Simétricas e Assimétricas em Concreto Armado – Análise Integrada Laje X Pilar. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil – UFSC, 2009. Orientador: Daniel Domingues Loriggio.
20. LEONHARDT, F. Construções de Concreto – Concreto Protendido. Vol. 5. Editora Interciência Ltda. Rio de Janeiro, 1983.
21. LORIGGIO, D.D. Concreto Protendido - Notas de aula. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - UFSC, 2006.
22. LORIGGIO, D.D. Placas e lajes de concreto armado - Notas de aula. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil - UFSC, 2005.
23. SOUZA, V. C. M; CUNHA, A.S.P. Lajes em Concreto Armado e Protendido. 2ª ed. Rio de Janeiro, 1998.
24. STRAMANDINOLI, J. S. B. Contribuição à Análise de Lajes por analogia de Grelha. Dissertação de Mestrado, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil – UFSC, 2003. Orientador: Daniel Domingues Loriggio.
25. TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. E. Mecânica dos Sólidos, volumes 1 e 2. Editora LTC. Rio de Janeiro, 1994.
26. TIMOSHENKO, S. P.; WOINOSKY-KRIEGER, S. Theory of Plates and Shells, McGraw-Hill International Book Co., Singapore. 1970.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)