

CRISTIAN JULIANO VIVAN

APLICAÇÃO DO MÉTODO SIMULATED ANNEALING EM UM PROBLEMA REAL DE SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Ciências, pelo Programa de Pós – Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, área de concentração Programação Matemática, Setores de Tecnologia e de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof^a. Dra. Luzia Vidal

CURITIBA
2010

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

TERMO DE APROVAÇÃO

CRISTIAN JULIANO VIVAN

APLICAÇÃO DO MÉTODO SIMULATED ANNEALING EM UM PROBLEMA REAL DE SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO

Tese aprovada como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Ciências, no programa de Pós Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia – Programação Matemática da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Orientador:

Prof^a. Dra. Luzia Vidal

Departamento de Desenho, UFPR

Prof. Dr. Paulo Henrique Siqueira

Departamento de Desenho, UFPR

Prof. Dr. Ronaldo Casagrande

Centro Tecnológico, UNICEMP

Dedico este trabalho a minha Esposa, aos meus Pais e meu Irmão.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em especial, a minha orientadora Luzia Vidal, pela dedicação e interesse despendido na orientação em todas as fases do meu trabalho, por suas correções assertivas e contribuições fundamentais, no enriquecimento de todo conteúdo aqui apresentado. Agradeço também aos professores, Paulo Henrique Siqueira e Ronaldo Casagrande, por sua prontidão em participar das avaliações finais, e também enriquecer o conjunto desta tese.

Meu agradecimento à estrutura do CESEC, ao apoio dos professores e funcionários, em especial a Maristela Bandil, pela sua alegria e suportes tão importantes. Aos meus colegas de curso, que de alguma forma, contribuíram com opiniões de grande valor ao resultado aqui apresentado.

Agradeço a Lucio Azevedo, Diretor Industrial, que ofereceu recursos, e informações de grande importância, às análises desenvolvidas.

Agradeço ao meu Irmão Luiz, pelo constante incentivo, e por ser um exemplo e referência presente em minha formação. Agradeço aos meus Pais por seu apoio e preciosos ensinamentos. Agradeço a minha esposa Priscila, pelo seu carinho, dedicação e compreensão, neste, que foi um período de muitas ausências e dificuldades.

Por fim, agradeço a todos que de alguma forma, contribuíram para realização deste trabalho.

Vejo apenas um lance à frente, mas é sempre o lance certo.

José Raúl Capablanca

RESUMO

Atualmente o ambiente de mercados agressivos gera nas empresas a necessidade de aprimoramentos em seus processos produtivos, com objetivo de reduzir custos operacionais, o que as torna mais competitivas. Em termos de planejamento de produção, tais otimizações visam à máxima produtividade dos recursos, onde uma sequência de itens programados em uma mesma máquina, podem ser fontes de ineficiências e ociosidades de toda cadeia, caso tal sequência seja mal planejada. Condições como esta tem motivado o surgimento de diversos estudos, envolvendo resoluções eficientes dos problemas de sequenciamento, dentre os quais, encontram-se a programação linear e as meta-heurísticas, nos mais variados métodos. A contribuição original deste trabalho é a proposta de resolução de um problema real, de programação e sequenciamento da produção, utilizando o método heurístico conhecido como *Simulated Annealing*. Para tanto, o estudo tem por base as condições reais de fabricação de uma indústria do ramo médico - cirúrgico, mais especificamente, no processo de injeção plástica de componentes para seringas e agulhas descartáveis.

Palavras-Chave: Sequenciamento. Simulated Annealing. Heurística.

ABSTRACT

The current aggressive market environments, make companies look for improvements in your manufacturing process, asking for operational cost reductions, and also, making their self more competitive. In terms of production planning, this optimization aims the maximum resource yields, in these situations a queue scheduling on same machine, could be the reason of inefficiency and idleness for all supply chain, in case of bad scheduling option. These conditions was motivating many researches, involving efficiencies methods to solving scheduling problems, like linear programming and meta-heuristics, applying in different approaches. The original contribution of this treatise is solving a real problem, applying the heuristic method called Simulated Annealing, for that, the study use real conditions of a Medical-surgical industry, in the particularly case of injection process of plastic components, made for syringes and medical needles.

Key words: Scheduling. Simulated Annealing. Heuristics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 01: VISÃO GERAL DO PLANEJAMENTO DE PRODUÇÃO	22
FIGURA 02: ILUSTRAÇÃO DA DEMANDA PELA CAPACIDADE INSTALADA	24
FIGURA 03: SEQUENCIAMENTO NO GRÁFICO DE GANTT	26
FIGURA 04: SERINGA COM AGULHA ACOPLADA	31
FIGURA 05: GAUGES E CLASSIFICAÇÕES DE AGULHAS	31
FIGURA 06: FLUXOGRAMA DO PROCESSO DE FABRICAÇÃO	32
FIGURA 07: TIPOLOGIAS DO PROBLEMA DO SEQUENCIAMENTO	39
FIGURA 08: GRAFO EM ÁRVORE	40
FIGURA 09: EXEMPLO DE UM POLIEDRO CONVEXO DE UM PPL.	44
FIGURA 10: FLUXO GERAL DE UM MÉTODO EXATO PARA PPL	45
FIGURA 11: PROGRAMAÇÃO DINÂMICA SEQUENCIAMENTO	49
FIGURA 12: ALGORITMO DE JOHNSON	50
FIGURA 13: MÉTODO DE BUSCA LOCAL	51
FIGURA 14: VACÂNCIA NA REDE CRISTALINA	53
FIGURA 15: FENÔMENO DE CRESCIMENTO DE GRÃO	54
FIGURA 16: PSEUDOCÓDIGO DO SIMULATED ANNEALING	56
FIGURA 17: DECAIMENTO DA TEMPERATURA <i>ANNEALING</i>	57
FIGURA 18: GRÁFICO DA PROBABILIDADE NORMAL ACUMULADA	63
FIGURA 19: TABULAÇÃO DE DADOS PARA ANÁLISE χ^2	66
FIGURA 20: MODELO 2^K NA FORMA PADRÃO	72
FIGURA 21: MODELO ORTOGONAL 2^K	73
FIGURA 22: MODELO ORTOGONAL <i>CENTRAL COMPOSITE</i>	73
FIGURA 23: SUPERFÍCIE DE RESPOSTA	74
FIGURA 24: DISTRIBUIÇÃO DOS VALORES ALEATÓRIOS GERADOS	83
FIGURA 25: COMPARATIVO PRÉVIO ENTRE SOLUÇÕES	85
FIGURA 26: FUNÇÃO PENALIDADE DA DEMANDA	86
FIGURA 27: FUNÇÕES PENALIDADE DE DEMANDA E CAPACIDADE	88
FIGURA 28: DISPERSÃO POR VARIÁVEL DE SIMULAÇÃO	91
FIGURA 29: GRÁFICO DE BARRAS COMPARATIVO DO QMR(P)	94
FIGURA 30: SUPERFÍCIE DE RESPOSTA - SOLUÇÃO ANNEALING	96
FIGURA 31: DISPERSÃO DO ERRO DE CAPACIDADE MÁXIMA	97
FIGURA 32: DISTRIBUIÇÃO DAS ENTRADAS POR N° DE VARIÁVEIS	100

FIGURA 33: DISPERSÃO DO TEMPO DE PROCESSAMENTO	102
FIGURA 34: BOXPLOT DOS TEMPOS	103
FIGURA 35: CORRELAÇÃO DO TEMPO PELO N° DE VARIÁVEIS	103
FIGURA 36: DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA - TEMPO ANNEALING	104
FIGURA 37: DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA - TEMPO EXATO	104
FIGURA 38: DISTRIBUIÇÃO DA DIFERENÇA ENTRE SOLUÇÕES.....	106
FIGURA 39: TESTE DE ADERÊNCIA DA NORMALIDADE DOS DADOS	106
FIGURA 40: NORMAL TEÓRICA - DIFERENÇAS ENTRE SOLUÇÕES.....	107
FIGURA 41: ESFORÇO COMPUTACIONAL ENTRE MÉTODOS.....	108
FIGURA 42: DIAGRAMAS DO TEMPO DE PREPARAÇÃO.....	110
FIGURA 43: SOLUÇÃO DO SEQUENCIAMENTO ANNEALING	110
FIGURA 44: SOLUÇÃO DO SEQUENCIAMENTO COM SPT	112
FIGURA 45: SOLUÇÃO DO SEQUENCIAMENTO COM LPT	112
FIGURA 46: SOLUÇÃO DO SEQUENCIAMENTO POR PRIORIZAÇÃO.....	113

LISTA DE TABELAS

TABELA 01: TESTE DE CORRIDA PARA GRUPOS ALEATÓRIOS.....	81
TABELA 02: TESTE DE ADERÊNCIA PARA GRUPOS ALEATÓRIOS	82
TABELA 03: SOLUÇÕES OTIMAS PARA DEMANDA DE 12 MESES	84
TABELA 04: ANÁLISE DA FUNÇÃO PENALIDADE DE CAPACIDADE.....	87
TABELA 05: ANÁLISE DA FUNÇÃO PESO DE CAPACIDADE	89
TABELA 06: RESULTADO DO EXPERIMENTO ORTOGONAL.....	90
TABELA 07: COEFICIENTES DE REGRESSÃO (β)	93
TABELA 08: COMPARATIVOS DO QMR _(P)	94
TABELA 09: DADOS GERAIS DAS SIMULAÇÕES.....	101
TABELA 10: SOLUÇÕES OTIMAS PARA O CASO REAL.....	107

LISTA DE QUADROS

QUADRO 01: PRINCIPAIS FOCOS DO PLANEJAMENTO FUNCIONAL.....	20
QUADRO 02: RELAÇÃO DE COMPONENTES E PRODUTOS.....	33
QUADRO 03: TÉCNICAS PARA RESOLUÇÃO DE PLI.....	48
QUADRO 04: ERROS TIPO α E TIPO β	62
QUADRO 05: TESTE DAS MEDIANAS.....	67
QUADRO 06: PARAMETRIZAÇÃO DO MÉTODO SIMULATED ANNEALING.....	98

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	iv
RESUMO	vi
ABSTRACT	vii
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	viii
LISTA DE TABELAS	x
LISTA DE QUADROS	xi
SUMÁRIO	xii
1.INTRODUÇÃO	15
1.1.ESTUDO DE UM PROBLEMA DE SEQUENCIAMENTO.....	15
1.2.OBJETIVOS DO TRABALHO	16
1.3.JUSTIFICATIVA DO TRABALHO	17
1.4.RESTRIÇÕES DO TRABALHO.....	18
1.5.ESTRUTURA DO TRABALHO	18
2.REVISÃO DE LITERATURA	20
2.1.PLANEJAMENTO E SEQUENCIAMENTO DE PRODUÇÃO	20
2.1.1.Visão geral sobre planejamento e sequenciamento da produção.....	21
2.2.OUTROS TRABALHOS NA RESOLUÇÃO DO SEQUENCIAMENTO	27
2.3.COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL DO PROBLEMA	28
3.MATERIAIS E MÉTODOS ESTATÍSTICOS	30
3.1.VISÃO GERAL DOS PROCESSOS DE FABRICAÇÃO	30
3.1.1.Fabricação de seringas e agulha descartáveis	30
3.1.2.Previsão da Demanda.....	32
3.1.3.Categoria de produtos.....	33
3.1.4.O processo de injeção dos componentes	34
3.1.5.Tempos de Processo	35
3.1.6.Capacidade de Máquina	36
3.2.NOMENCLATURAS PARA MODELAGEM DO PROBLEMA	36
3.2.1.Classificações do sequenciamento pelo ambiente de produção (α) ...	36
3.2.2.Classificações do sequenciamento pela natureza da operação (β)	38
3.2.3.Classificações do sequenciamento pelo critério de otimalidade (γ).....	41
3.3.MÉTODOS PARA RESOLUÇÃO DO SEQUENCIAMENTO	42
3.3.1.Métodos Exatos.....	43

3.3.2.Métodos Heurísticos.....	49
3.3.3.Métodos de Busca Local.....	51
3.4.MÉTODO SIMULATED ANNEALING.....	52
3.4.1.Analogia com o fenômeno de Recristalização.....	52
3.4.2.Algoritmo <i>Simulated Annealing</i>	54
3.4.3.Função decaimento de temperatura.....	57
3.4.4.Funções auxiliares – Método da Penalidade e método da reparação.....	58
3.5.GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS.....	59
3.5.1.Números pseudo – aleatórios.....	59
3.5.2.Método de geração.....	60
3.6.TESTES PARAMÉTRICOS.....	62
3.6.1.Teste de hipótese e nível de significância.....	62
3.6.2.Normalidade de dados.....	63
3.7.TESTE DE ALEATORIEDADE.....	63
3.8.TESTE DE UNIFORMIDADE.....	64
3.9.TESTES NÃO PARAMÉTRICOS.....	65
3.9.1.Teste de <i>Chi-quadrado</i>	65
3.9.2.Teste das medianas.....	67
3.9.3.Análise por postos de Friedman.....	67
3.10.REGRESSÕES.....	68
3.11.PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL E SUPERFÍCIE DE RESPOSTA.....	71
4.ANÁLISE EXPERIMENTAL E RESULTADOS.....	75
4.1.RESUMO DOS EXPERIMENTOS.....	75
4.2.MODELAGEM DO PROBLEMA.....	75
4.2.1.Modelo do sequenciamento.....	75
4.2.2.Representação dos lotes e restrição da demanda.....	77
4.2.3.Modelagem Matemática.....	77
4.3.EXPERIMENTO 01 – DA GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS.....	80
4.3.1.Objetivo do experimento.....	80
4.3.2.Otimização dos parâmetros do Método.....	80
4.3.3.Avaliação da aleatoriedade dos dados.....	81
4.3.4.Uniformidade na distribuição dos dados.....	82
4.3.5.Discussão dos resultados.....	83
4.4.EXPERIMENTO 02 – OTIMIZAÇÕES NO MÉTODO <i>ANNEALING</i>	83

4.4.1.Objetivo do experimento	83
4.4.2.Comparativo inicial das soluções entre métodos	84
4.4.3.Avaliação da função penalidade para restrição de capacidade.	86
4.4.4.Avaliação do Método da Reparação para restrição da demanda.....	88
4.4.5.Otimização dos parâmetros de simulação no método <i>Annealing</i>	89
4.4.6.Discussão dos resultados	97
4.5.EXPERIMENTO 03 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS	98
4.5.1.Objetivo do experimento	98
4.5.2.Definição do domínio das variáveis de entrada.....	99
4.5.3.Geração dos conjuntos de dados.....	100
4.5.4.Avaliação dos tempos de processamento.....	101
4.5.5.Diferenças entre as soluções dos modelos.....	105
4.5.6.Comparativo dos métodos – restrito ao caso real	107
4.5.7.Discussão de resultados	108
4.6.SOLUÇÕES COMPLETAS UTILIZANDO SIMULATED ANNEALING.....	109
4.6.1.Inclusão dos tempos de preparação nos resultados	109
4.6.2.Sequenciamento randômico obtido pelo Método	110
4.6.3.Sequenciamento por heurísticas auxiliares.....	111
4.7.AVALIAÇÃO GERAL DOS RESULTADOS.....	114
5.CONSIDERAÇÕES FINAIS	115
5.1.PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS.....	116
REFERÊNCIAS.....	118
APÊNDICE A	123
APÊNDICE B	125
APÊNDICE C	126

1. INTRODUÇÃO

1.1. ESTUDO DE UM PROBLEMA DE SEQUENCIAMENTO

A dinâmica altamente competitiva nos diversos setores da área comercial faz com que as empresas utilizem seus recursos da melhor maneira possível, no que se refere à redução de custos. A política de gestão da produção com base no tempo de entrega ao cliente é desta forma um fator competitivo para a empresa. Neste sentido o planejamento da produção desempenha um papel estratégico na organização, responsável não somente pela totalidade do cumprimento da produção planejada, mas também, por fazê-lo com o melhor aproveitamento dos recursos.

Sawik (1999) descreve o problema de sequenciamento como a ordenação da execução de produção, pela determinação da entrada de cada produto no ciclo produtivo, tal definição é necessária para entender a atividade de programação, como evento fundamental do planejamento eficiente da operação do chão de fábrica. Através de um sequenciamento ótimo das ordens, nos respectivos recursos, reduz-se fatores que Tubino (1999) considera como sérios desperdícios na administração produtiva, a saber, tempos excessivos na espera entre lotes, níveis altos de inventário ao longo da cadeia, tempos improdutivo gastos na preparação de máquinas e trocas de operação de um lote para o outro.

Conforme descrito por Montevechi (2002), as abordagens tradicionais da programação de produção, aplicando soluções por avaliações determinísticas, são incompletas e deterioradas nos períodos mais longos de tempo. Em alternativa às análises tradicionais, métodos avançados passam a ser amplamente utilizados. Visando ganhos nesta área em particular, muitas empresas investem em soluções computacionais. Artiba (1997) descreve resoluções utilizando métodos exatos, por programação linear ou solução enumerativa, que apesar de vantajosos quando

comparadas às abordagens determinísticas, tem como desvantagem o alto esforço computacional necessário na busca de uma solução, aliada muitas vezes a limitações da modelagem ao descrever o problema satisfatoriamente, como condições reais de múltiplas variáveis encontradas em diversos casos práticos.

Para contornar o problema do alto custo computacional dos métodos exatos, que dependendo do problema torna impossível sua resolução, são utilizados os métodos heurísticos, estes capazes de encontrar soluções ótimas ou muito próximas do ótimo em muitos dos casos. Montevechi (2002) apresenta tais métodos como meio eficiente de desenvolver soluções aproximadas, com baixo custo computacional, sendo ainda vantajosos pela simplicidade de implantação e modelagem flexível, para adequar-se aos mais diversos gêneros de variáveis.

O tema central deste trabalho tem seu foco principal voltado para a resolução de um problema de alocação e sequenciamento, para uma indústria da área médica. Tendo em vista as vantagens apresentadas pelos métodos heurísticos, optou-se pela utilização do método *Simulated Annealing*. A escolha deste método se deu através da leitura de trabalhos que apresentaram bons resultados na utilização da técnica em problemas similares, além de oferecer uma descrição mais completa de todas variáveis envolvidas na modelagem do problema.

1.2. OBJETIVOS DO TRABALHO

O objetivo central deste trabalho é oferecer uma solução consistente para o problema de sequenciamento de produção, aplicado no caso real de fabricação de componentes para manufatura de seringas e agulhas descartáveis, utilizando o aporte matemático do método *Simulated Annealing* em sua resolução.

São apresentados neste trabalho, o desenvolvimento das melhores parametrizações do método, bem como a avaliação através de simulação intensiva,

quantificando a eficácia do método comparando o grau de proximidade das soluções ótimas, encontradas previamente por resoluções exatas.

1.3. JUSTIFICATIVA DO TRABALHO

Dada a natureza da operação, o setor responsável de injeção dos componentes é limitado em termos de recursos, uma vez que o número de componentes a serem fabricados excede em muito o número de máquinas disponíveis, logo tal produção só é viável através de um sequenciamento racional da produção. Além das dificuldades naturais do problema, a empresa tem como agravante, o fato de que as áreas de planejamento, não dispõem de um programa computacional, que permita geração de soluções de forma mais facilitada, ao invés disto, o planejamento mensal é usualmente feito de forma empírica, pelos próprios planejadores. A solução deste problema torna-se muito complexa se considerarmos todas as variações possíveis no sistema, como os arranjos variados de produto por máquina, trocas de operação (que no caso de injetoras pode durar 16 horas), além das restrições de demanda e capacidade de máquina.

O planejamento de maneira empírica, além de dispendioso em termos de tempo, de 3 a 5 dias, não conduz aos melhores resultados, especialmente quando a análise das possibilidades é feita manualmente. Além das dificuldades naturais encontradas na rotina de programação, a solução do problema de sequenciamento torna-se extremamente enfadonha por serem necessárias diversas simulações de múltiplos cenários.

Tendo em vista as dificuldades apresentadas, é fácil perceber a necessidade da implementação computacional, que possa oferecer soluções satisfatórias de maneira automatizada e ágil. O *Simulated Annealing*, uma heurística relativamente nova, tem sido amplamente utilizado em diversas aplicações, incluindo modelagem de problemas de sequenciamento, conforme descrito nas seções anteriores.

Em adição, o uso de heurística é justificado neste trabalho, pelo fato da modelagem matemática do problema, esta desenvolvida sobre a notação matricial que representa as abordagens exatas para programação linear, não ser suficiente para descrever todas as variáveis envolvidas no problema, onde para uma resolução por método exato, devem-se admitir simplificações, representando parcialmente o problema.

1.4. RESTRIÇÕES DO TRABALHO

Limitar-se-á neste trabalho ao desenvolvimento e aplicação do método *Annealing*, sendo que a utilização de outros métodos será apenas para efeito comparativo, não cabendo a este trabalho melhorias e alterações que viabilizem a utilização de outros métodos na resolução deste problema.

Na formulação do problema para soluções exatas, algumas simplificações foram adotadas de maneira a viabilizar a comparação com a heurística adotada. As variações dos modelos aplicadas nas avaliações dos métodos estão contidas em suposições aceitáveis dentro do caso real, mesmo as extrapolações utilizadas não descaracterizam o modelo.

A análise de dados, gráficos e a resolução do Problema de Programação Linear (*PPL*), foram realizadas com auxílio de softwares computacionais, Matlab5.3 e MINITAB15. A programação computacional do algoritmo foi desenvolvida utilizando linguagem Visual Basic 6.0.

1.5. ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho está dividido em cinco capítulos principais, o primeiro capítulo apresenta as questões introdutórias, as considerações para elaboração do

trabalho, bem como uma visão geral dos processos de fabricação, relacionadas ao caso real em estudo.

No segundo capítulo é apresentada a revisão de literatura, relativa aos modelos de planejamento e sequenciamento de produção, são referenciados ainda, outros trabalhos que envolvem a resolução numérica do problema, por diferentes abordagens, em alguns deles, aplicando o método do *Simulated Annealing*.

No terceiro capítulo estão descritas as principais referências de nomenclatura e modelagem do problema, na segunda seção do capítulo há uma descrição geral dos principais métodos de resolução, exatos e heurísticos. Na seção 3.3 apresenta-se o detalhamento do principal método em estudo, o algoritmo *Simulated Annealing*, enquanto na seção 3.4 é detalhado o método utilizado na geração de números aleatórios. Ainda no capítulo 3 são apresentadas nas seções, 3.5 a 3.10, as ferramentas estatísticas utilizadas como suporte, nas análises e avaliações do trabalho, sendo elas, testes paramétricos, testes não paramétricos, teste de aleatoriedade, teste de uniformidade, regressões, técnicas de planejamento experimental e superfície de resposta.

No quarto capítulo são apresentados os experimentos realizados e os resultados obtidos nas avaliações. Nas seções deste são descritas a modelagem matemática utilizada para representar o caso proposto, a demonstração dos resultados da otimização paramétrica, para o método de geração de números aleatórios e também método *Annealing* onde é estabelecido o comparativo das soluções obtidas pela resolução exata, com as soluções obtidas por *Annealing*. Encontram-se ainda no capítulo, as resoluções completas do sistema, neste caso adicionando o as variáveis do tempo de preparação ao modelo.

O capítulo final do trabalho apresenta uma revisão geral dos resultados, as considerações finais, e propostas para trabalhos futuros.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1. PLANEJAMENTO E SEQUENCIAMENTO DE PRODUÇÃO

Toda relação dentro de uma cadeia produtiva, nasce de um planejamento maior, ligado a orientação estratégica da empresa face ao mercado em que está inserido, muitas vezes tais determinantes devem ser desdobrados em objetivos cada vez mais específicos, factíveis em sua execução, de tal maneira que o somatório de cada atividade componha o chamado plano estratégico global. Maximiano (2000) apresenta em linhas gerais a matriz de responsabilidades (quadro 01) definindo cada um dos elementos que compõe um processo global do planejamento funcional.

QUADRO 01: PRINCIPAIS FOCOS DO PLANEJAMENTO FUNCIONAL

Área funcional	Principais aspectos do planejamento
Marketing	Acompanhamento e estudo da concorrência Análise e seleção de mercado Análise e seleção de produtos Definição de preço e estratégia promocional
Desenvolvimento de Produtos	Definição de características técnicas do produto Características físicas do produto Definição dos recursos de ensaio Desenvolvimento de fornecedores
Produção	Avaliação do planejamento da demanda Planejamento da capacidade produtiva Ordenação de recursos Operação dos processos produtivos
Recursos Humanos	Gestão de pessoal Qualificações necessárias Estratégias de recrutamento, seleção e treinamentos
Finanças	Custos dos planos funcionais Custos de investimentos Avaliação financeira do portfólio.

FONTE: MAXIMIANO (2000).

2.1.1. Visão geral sobre planejamento e sequenciamento da produção

Segundo Tubino (1997), conceitualmente o Planejamento de produção pode ser visto como a organização, dentro de um horizonte finito de tempo, de todos os recursos, como máquinas, pessoal, insumos e matéria prima, bem como a interação de todos estes elementos do planejamento. Estes estão dispostos dentro de uma sequência lógica de atividades, de tal forma que possam atender com produtos ou serviços, a uma necessidade real do mercado, ou a uma possível demanda futura sinalizada por algum modelo de previsão.

Ainda segundo o autor, dentro de um sistema produtivo, ao serem definidas suas metas e estratégias, faz-se necessário formular planos para atingi-las, administrar os recursos humanos e físicos com base nestes planos, direcionar a ação dos recursos humanos sobre o físico e acompanhar esta ação, permitindo a correção de prováveis desvios. O conjunto dessas funções desenvolvidas dentro de um sistema produtivo é comumente conhecido como Planejamento e Controle da Produção (PCP). Uma área de PCP desenvolve o planejamento administrando informações diversas dos mais variados setores da cadeia produtiva, como lista de materiais, desenhos de produtos, especificações de manufatura, planos de venda, estoques, roteiros de fabricação, recursos humanos, entre outras.

Todas as informações são utilizadas em três níveis hierárquicos de planejamento: estratégico, tático e operacional. No nível estratégico estão envolvidas decisões de longo prazo, como as estratégias de venda, famílias de produto, políticas e organização da empresa. Neste nível é definido o Plano Estratégico de Produção, uma definição de longo prazo baseada em modelos de previsibilidade, que apresentam em um horizonte maior de previsão o comportamento esperado para o mercado e como será o seu reflexo sobre as vendas futuras. O nível tático apresenta o desmembramento de médio prazo do Plano estratégico, neste as previsões de vendas são distribuídas em períodos menores de tempo, conforme disponibilidade das restrições de capacidade fabril, de

tal forma que picos e períodos de sazonalidades possam ser absorvidos em épocas de baixa ocupação, assim delimita-se para a fábrica (quando viável) um ritmo constante de produção, mesmo sob flutuações do mercado. O desmembramento do plano estratégico é chamado de Plano Mestre de Produção ou *Master Production Schedule* (MPS).

No nível operacional, as tarefas para transformação do produto são propriamente definidas, nesta fase ocorre o sequenciamento do Plano mestre na menor unidade de tempo do horizonte de planejamento, onde também são definidas as chamadas ordens de produção, que por sua vez são distribuídas em uma ordem lógica temporal, como uma fila de espera, alocada para utilização de um recurso previamente definido. Nas ordens de produção estão contidas as informações básicas de processamento, a saber, o produto e insumos, quantidade requerida da ordem, máquinas e relações de precedência, além de todas as instruções necessárias para que a produção possa executar a ordem requerida (TUBINO, 1997). De forma geral o Planejamento de Produção pode ser representado conforme o esquema da figura 01.

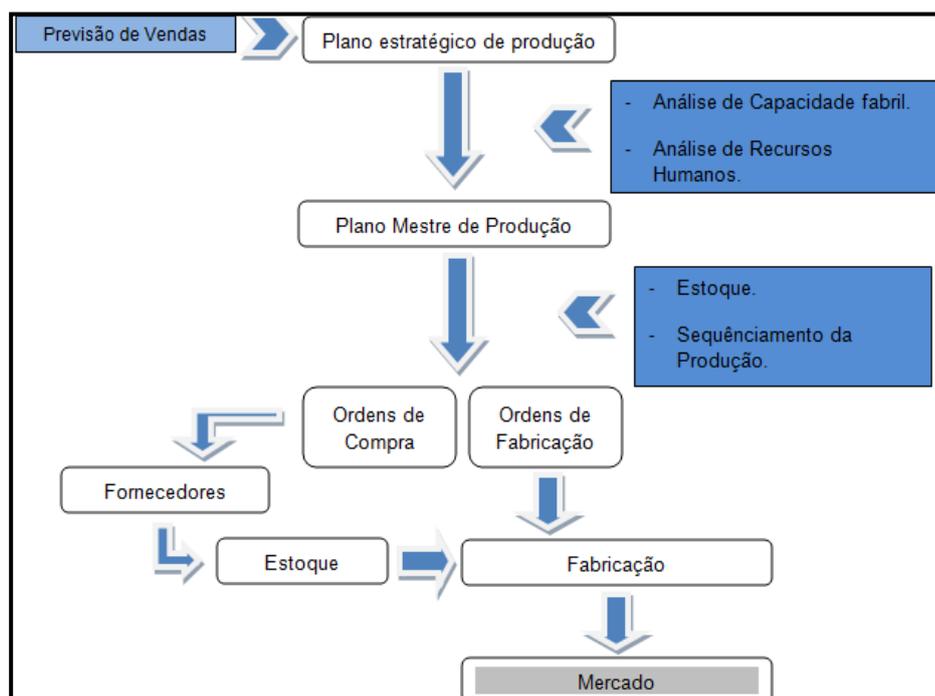


FIGURA 01: VISÃO GERAL DO PLANEJAMENTO DE PRODUÇÃO

FONTE: TUBINO (1997).

Carvalho (1998) apresenta o gerenciamento da produção em dois grandes blocos distintos, o planejamento e o controle. O planejamento tem como objetivo alocar efetivamente os recursos, a forma de operação, as quantidades e o valor do produto final, dentre outros parâmetros de produção. Já o planejamento operacional, ou programação da produção, tem como meta a execução ótima das tarefas estabelecidas pelo planejamento tático. Isto corresponde a uma alocação clara de recursos disponíveis especificando quando e como realizá-las. Assim encontra-se um desdobramento claro das funções de cada etapa, e sua importância estratégica com relação aos maiores desdobramentos da organização, até a aplicação direta no ambiente de transformação do produto propriamente dito.

No esquema mostrado na figura 01, o planejamento da produção em seu horizonte mais amplo (planejamento de longo prazo), nasce de uma previsão geral de vendas, algumas vezes fruto de um histórico de anos anteriores, outras definidas por modelos matemáticos amplamente difundidos, e até mesmo casos em que os modelos geradores são únicos e particulares da empresa, constituindo por vezes um diferencial do negócio. Já no planejamento de médio prazo, apresentado por Moreira (MOREIRA, 2000) como o processo de balanceamento entre produção e demanda prevista, por um lado tem-se a capacidade produtiva máxima da unidade, e por outro a relação da previsão sobreposta às potencialidades da fábrica. Na figura 02, é apresentado um exemplo do contraste entre as sazonalidades de uma previsão e a equivalência da capacidade global instalada.

Nas atividades focadas no médio prazo, muitas vezes com uso de programas especiais conhecidos como *MRP*¹ ou *ERP*, ocorre a chamada explosão da demanda, um termo referente a uma alocação preliminar das ordens por equipamento, neste caso considerado o recurso com capacidade ilimitada.

¹ *MRP* – *Material Requirements Planning*, *ERP* – *Enterprise Resource Planning*; sistemas computacionais integrados, dedicados ao planejamento da demanda, gestão da cadeia de suprimentos e controle do fluxo de informações.

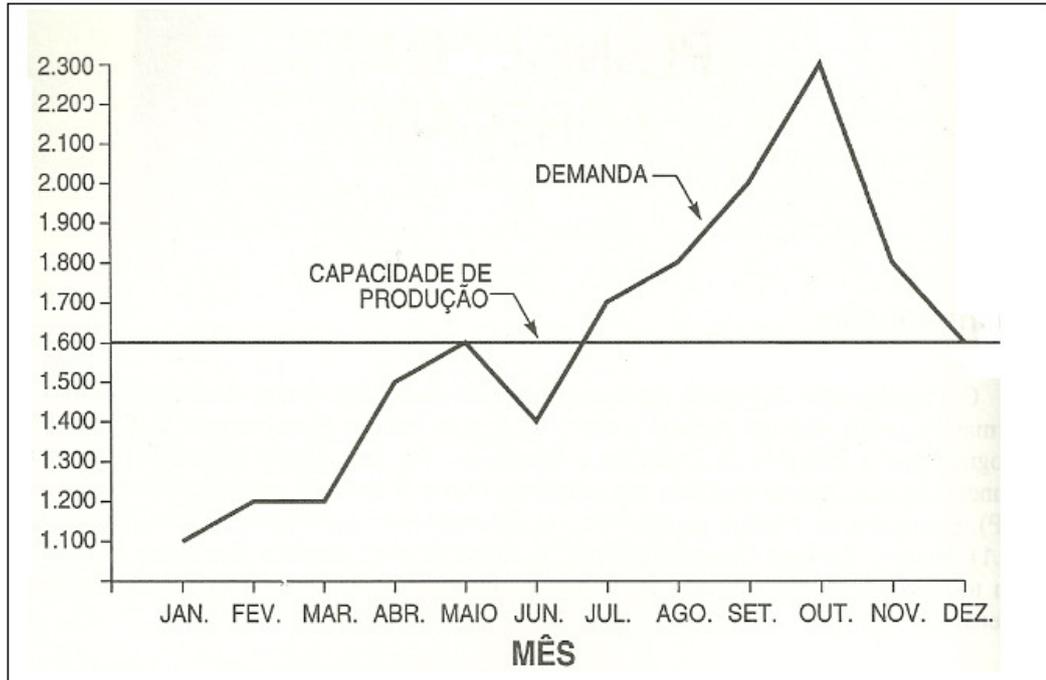


FIGURA 02: ILUSTRAÇÃO DA DEMANDA PELA CAPACIDADE INSTALADA

FONTE: MOREIRA (2000)

Nesta etapa de atividades, conforme definido por Correia e Pedroso (1996), os modelos de vendas são estratificados em porções menores, comumente em intervalos mensais, com recursos pré-definidos, elencando assim uma necessidade prévia da mão de obra, disponibilidade de matéria prima e consumo de horas de equipamento, resultando na alocação da previsão em períodos menores, compreensíveis em uma realidade de gerenciamento de médio prazo, tal plano é definido Plano Mestre de Produção.

Antes de finalizado, o plano de produção é refinado manualmente, a fim de refletir os limitantes de capacidade de máquina – inicialmente considerados como recursos ilimitados, a partir deste plano final as atividades de programação da produção passam a ser desenvolvidas. A programação de produção, ou atividades de curto prazo, consiste em decidir quais ordens de trabalho serão alocadas, em que tempo serão executadas (momento de início e sua prioridade na fila) e com quais recursos serão produzidas.

Uma vez estabelecido o Plano de Produção, a programação da produção passa a ser uma gestão de rotina, uma vez que os elementos desta programação

são focados em atividades de curto prazo, as quais são avaliadas diariamente com base nos resultados do dia anterior. De forma geral as operações de rotina podem ser reunidas em três grupos de atividades:

1. Liberação das ordens de compra de material e matéria prima;
2. Liberação das ordens de fabricação para a produção;
3. Realimentação do MPS com informação de ordens concluídas.

As ordens de compra especificam a natureza do insumo, quantidades requisitadas, datas e planejamento de entrega, as ordens de produção por sua vez, apresentam ao chão de fábrica, o produto, quantidade, roteiros com sequência de máquinas do processo produtivo. Nesta relação entre planejamento de médio prazo e programação de produção é dinâmica, o plano mestre é continuamente alimentado, pela continua realização das ordens, o plano mestre também é periodicamente revisado, a fim de corrigir distorções vindas de variações do mercado, ineficiências nas execuções das ordens de produções e até mesmo redirecionamentos na estratégia da companhia.

O elo comum de ligação entre o Plano Mestre e a programação de produção é o sequenciamento das ordens de produção, ou simplesmente sequenciamento da produção. O termo sequenciamento remete a ordenação lógica e temporal das demandas do plano mestre, neste contexto o sequenciamento define a real alocação de equipamentos nas suas restrições de capacidade, define o roteiro básico de processo e as relações de precedência entre máquinas, e por fim pré-dispõe as datas alvo de entrada e saída de uma ordem no ambiente produtivo (CORREIA e PEDROSO, 1996).

Segundo Carvalho (1999) um sistema de manufatura é composto por itens a serem processados em unidades ou centros de trabalho, estes por sua vez podem ser compostos de máquinas que modificam as características do produto, ou transportadores que modificam a localização do produto. O item flui pelo sistema produtivo sofrendo transformações, sendo transportado segundo uma sequência tecnológica predeterminada, fazendo parte de montagens até se tornar produto final.

Neste contexto a operação de sequenciamento será o meio viabilizador da máxima fluência do sistema, como um elemento que traduz uma demanda planejada em uma realidade coerente com a capacidade produtiva. Conforme Montevechi (2002), nos dias de hoje em ambientes altamente competitivos, produtos com ciclos de vida continuamente mais curtos, uma programação de produção inteligente é fundamental em qualquer estratégia de planejamento. Qualquer que seja o modelo adotado, as soluções obtidas por ele, devem favorecer reduções de tempo do ciclo produtivo, menor ociosidade de equipamentos, menores custos produtivos e uma ocupação ótima da capacidade disponível.

A natureza permutacional no sequenciamento de um conjunto de ordens faz com que seja inviável, obter uma boa resposta por métodos exaustivos, de tal forma que muitas vezes na prática diária, as soluções encontradas estarão muito distantes das soluções ótimas. Brucker (2007) representa o sequenciamento de produção como um conjunto de máquinas M_j ($j = 1, \dots, m$) para processar o conjunto de tarefas J_i ($i = 1, \dots, n$), de tal forma que cada atividade seja alocada uma ou mais vezes, em uma fila de processamento ao longo do tempo, em um conjunto de uma ou mais máquinas para cada tarefa, tradicionalmente adiciona-se o índice i para tarefas, produtos, serviços ou qualquer item passivo de transformação, o índice j representa as máquinas ou recursos do problema.

A figura 03 apresenta um sequenciamento, disposto em um modelo do diagrama de Gantt².

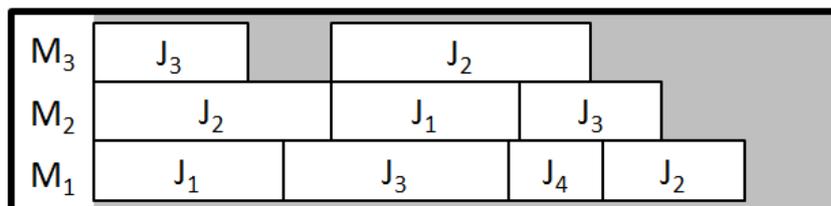


FIGURA 03: SEQUENCIAMENTO NO GRÁFICO DE GANTT

² Desenvolvido em 1917 pelo engenheiro Henry Gantt, este diagrama é utilizado para ilustrar o avanço das diferentes etapas, com o início e fim de cada fase como barras dispostas sobre o eixo de tempos do gráfico.

Além dos conjuntos de máquinas e tarefas, existem outros elementos que definem o problema geral do sequenciamento, Pinedo (2008) apresenta os seguintes aspectos:

1. tempo de processo (p_{ij}): tempo necessário para produzir um elemento da atividade i no recurso j ;
2. data de liberação (r_i): é a data de entrada da tarefa no sistema, representa o período inicial em que a atividade estará disponível para o recurso, da qual não poderá ser antecipada;
3. data de entrega (d_i): representa o compromisso de entrega da tarefa, ou uma data limite para finalização. Em casos práticos, as datas de entrega são muitas vezes restrições contratuais, representando penalidades para condições de atraso.
4. peso da tarefa (w_i): basicamente um fator de prioridade, que denota a importância da tarefa i em relação às demais.

O conjunto composto pelos elementos acima compõe a base da modelagem matemática, das principais abordagens apresentadas no capítulo 3 deste trabalho.

2.2. OUTROS TRABALHOS NA RESOLUÇÃO DO SEQUENCIAMENTO

Na literatura são encontrados vários trabalhos relacionados ao sequenciamento de produção. Neste trabalho são apresentados alguns destes, os quais servirão de base para o desenvolvimento desta pesquisa.

Gomes (2008) apresenta a resolução de um problema produtivo, de minimização do tempo de processamento entre máquinas, utilizando métodos de Busca Local. Seu objeto de estudo foi um ambiente de produção *Flow Shop*³ permutacional. Os resultados apresentados revelam a flexibilidade de aplicação dos métodos heurísticos, e os bons resultados obtidos, para o problema em estudo.

³ A definição dos termos *Flow Shop*, *Open Shop* e *Makespan*, são apresentadas na seção 3.1.

Muller e Gómez, (2007) apresentam uma aplicação do método de Busca Tabu, em um problema de escalonamento em ambiente Job Shop. Este trabalho tem por principal característica o desenvolvimento dos modelos, considerando atrasos e tempo de setup na formulação matemática. Santos (2006) apresenta um conjunto de métodos heurísticos, aplicados a soluções de lotes econômicos, o tema em estudo do artigo é do planejamento e sequenciamento da produção em uma máquina, considerando um processo repetitivo em lotes. Ferreira (2008) apresenta o desenvolvimento de um algoritmo misto, de um método inteiro com aplicações heurísticas, para resolução de um problema de sequenciamento em uma indústria de refrigerantes. Toso e Morabito (2005) apresenta um desenvolvimento de soluções para o problema de sequenciamento, utilizando programação linear inteira, em uma fábrica de rações.

Por fim dois artigos apresentados desenvolvem a aplicação do método *Annealing* em problemas do sequenciamento de produção. Ribas (2003) apresenta em sua tese o uso do método *annealing* no desenvolvimento ótimo de plano mestre de produção. Buzzo (2000) apresenta um método híbrido de Algoritmo Genético e *Simulated Annealing*, aplicado em um problema de sequenciamento de produção, em um sistema *Flow Shop*.

2.3. COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL DO PROBLEMA

A avaliação da complexidade de resolução de um problema em sequenciamento é um fator determinante, para a análise de eficiência de um algoritmo, ou ainda para se quantificar em que extremos do modelo um método continua eficiente na resolução do problema. Segundo Brookshear (2003), a complexidade em um problema é diretamente determinada pelas características do algoritmo que o resolve, neste sentido a menor complexidade de um problema será a própria complexidade do algoritmo mais simples que o soluciona.

Ainda segundo o autor, dentre diversas maneiras de definir complexidade, a forma mais precisa para avaliação será obtida quando mensurada do ponto de vista do esforço computacional, ou seja, pelo tempo necessário para execução eficaz de um algoritmo aplicado a resolução de um problema. Assim o tempo dedicado a uma resolução poderá ser definida em termos de uma função $O(f(n))$, sendo este um limite para o qual nenhum outro algoritmo seja capaz de resolver um problema de n variáveis, em um tempo menor.

Conforme definições apresentadas por Goodrich (2004), a classe de complexidade chamada de polinomial (P) é o conjunto de todos os problemas de decisão, que podem ser limitados por uma função polinomial em seu pior caso, ou seja, existe um algoritmo que encontra convergência em tempo $p(n)$, onde n é o número de variáveis do modelo e $p(n)$ o polinômio da função. De forma similar define-se um algoritmo como eficiente, quando o tempo de execução for da ordem $O(n^k)$ onde k é uma constante maior que zero ($k > 0$).

Uma segunda classe de problemas são chamados de NP (não polinomiais), para o qual não existe uma função $O(f(n))$, que possa limitar no seu pior caso, o tempo de resolução qualquer que seja o método. De forma geral em um problema NP , o tempo de resolução cresce exponencialmente quando o número de variáveis ultrapassa seus valores críticos.

Para os casos de valor elevado de n , o problema dificilmente será resolvido utilizando métodos exatos, com esforço computacional aceitável. Além das funções polinomiais (P) e não polinomiais (NP), são comuns identificar problemas em tempos $O(n^2)$ onde a complexidade é proporcional ao quadrado do número das variáveis, ou $O(n \log n)$ n vezes o logaritmo das variáveis do problema.

Quando se analisa o sequenciamento de produção, muitos casos práticos são constituídos de problemas com complexidade NP , conforme apresentado por Herrmann et al (1993) a categoria do caso real em estudo é uma classe NP de problemas.

3. MATERIAIS E MÉTODOS ESTATÍSTICOS

3.1. VISÃO GERAL DOS PROCESSOS DE FABRICAÇÃO

3.1.1. Fabricação de seringas e agulha descartáveis

A unidade em estudo está localizada na Cidade Industrial de Curitiba, contando hoje com aproximadamente 500 funcionários, em números gerais. A produção anual da fábrica é de 850 milhões de seringas/ano, divididas em cinco tamanhos diferentes – 01 ml, 03 ml, 05 ml, 10 ml e 20 ml, além de 1,5 bilhões de agulhas em 08 tamanhos diferentes.

A figura 04 mostra uma visão dos componentes utilizados na manufatura do produto final, na figura 05 apresentam-se as classificações utilizadas para separação em *gauges*⁴ de uma agulha hipodérmica. O processo de fabricação de uma seringa descartável pode ser dividido em cinco etapas distintas: moldagem dos componentes; impressão da escala volumétrica; montagem do cilindro com haste e rolha; embalagem e esterilização. A fabricação de agulhas compreende apenas quatro etapas: moldagem; montagem cânula-canhão; embalagem e esterilização.

Entre as etapas produtivas existem estoques de material em processo, também chamados de pulmões, são utilizados para absorver diferenças na capacidade produtiva das máquinas. Desta forma um recurso com maior produtividade horária, pode abastecer continuamente um recurso menor, destinando a produção excedente para estes estoques.

Toda a sequência de manufatura é desenhada para produção por lotes, estes de tamanhos variáveis, definidos pelo volume máximo disponível nas câmaras

⁴ Gauge é uma denominação utilizada para os padrões de medidas de cânula (comprimento e diâmetro) de uma agulha para uso médico. Cada gauge é representado por uma cor de cânula.

de esterilização. Um fluxograma geral do processo de fabricação é apresentado na figura 06.

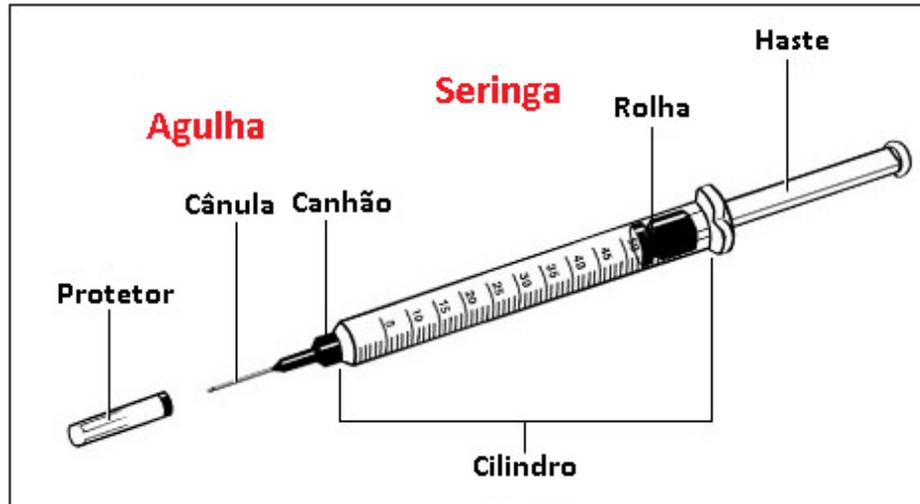


FIGURA 04: SERINGA COM AGULHA ACOPLADA

Tabela de Medidas de Agulhas			
Métrico (mm)	Gauge/Polegadas	Cor do Canhão A cor do canhão define o diâmetro da agulha	
1,60 x 40	16G 1 1/2		Branco
1,20 x 25 1,20 x 40	18G 1 18G 1 1/2		Rosa
1,00 x 25 1,00 x 30	19G 1 19G 1 1/4		Amarelo
0,80 x 25 0,80 x 30 0,80 x 40	21G 1 21G 1 1/4 21G 1 1/2		Verde
0,70 x 25 0,70 x 30	22G 1 22G 1 1/4		Preto
0,55 x 20	24G 3/4		Violeta
0,45 x 13	26G 1/2		Castanho
0,38 x 13	27 5G 1/2		Cinza

FIGURA 05: GAUGES E CLASSIFICAÇÕES DE AGULHAS

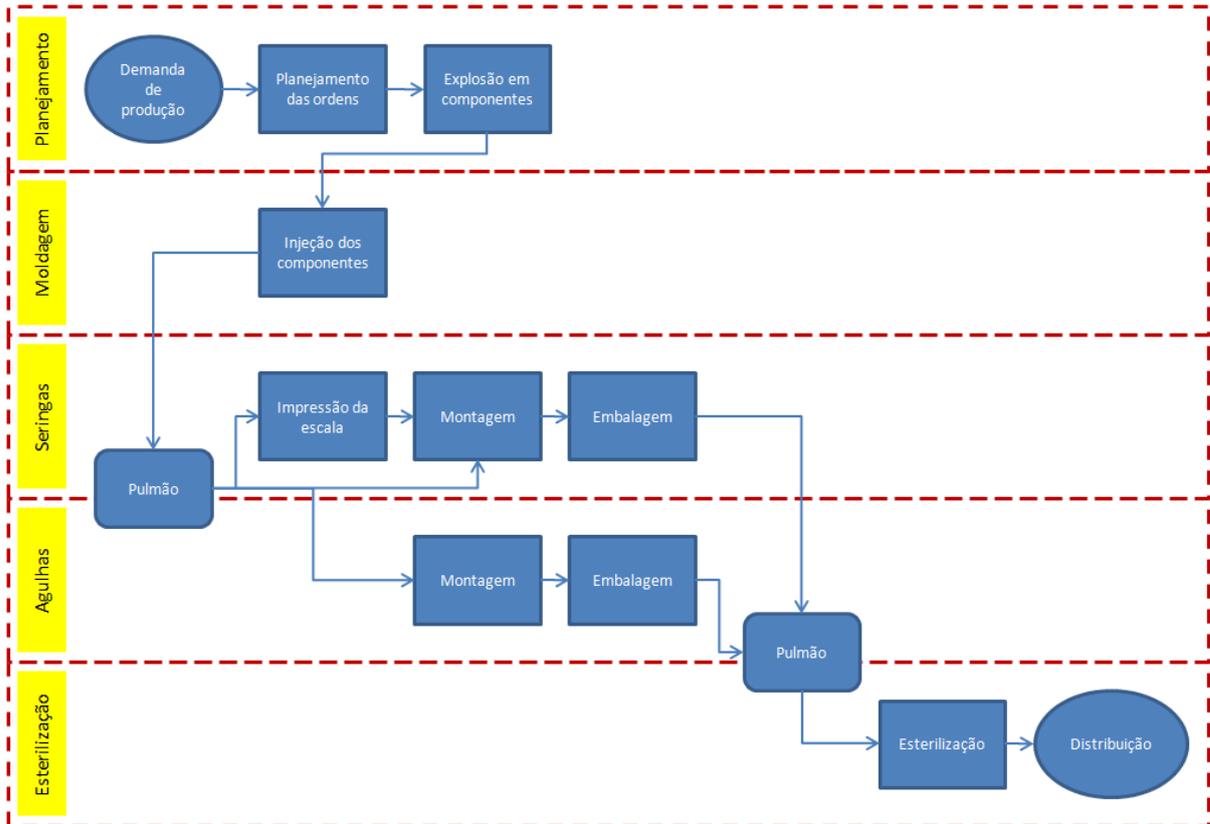


FIGURA 06: FLUXOGRAMA DO PROCESSO DE FABRICAÇÃO

3.1.2. Previsão da Demanda

A programação mestre de produção, ou *Master Production Scheduling* (MPS), é gerada sobre uma base histórica, considerando fatores externos como campanhas de vacinação, licitações do governo, e até mesmo estratégias de exportações entre unidades do mesmo segmento.

O MPS é a Matriz geradora de onde será obtida a extratificação do produto em seus subcomponentes, mantendo neste caso a relação um para um, ou seja, uma seringa consome um cilindro, uma haste e uma agulha, conforme o modelo do produto. Índices de perda da produção são incrementados ao plano para compensar ocasionais perdas em produção.

O apêndice A apresenta os valores adotados como previsão de 12 meses, estes utilizados como base de dados das simulações iniciais.

3.1.3. Categoria de produtos

O conjunto total de componentes é composto por 40 itens distintos, com os quais é possível a manufatura de 130 produtos diferentes, por componente entende-se as partes individuais que serão utilizadas na composição final do produto, sendo eles cilindros, hastes, canhões, protetores e adaptadores. O quadro 02 apresenta o conjunto de subitens, e sua relação com a matriz de produtos.

QUADRO 02: RELAÇÃO DE COMPONENTES E PRODUTOS

Categoria de produtos	Componente	Categoria de produtos	Componente
01ml descartável	Haste 01ml	Canhões	Preto
	Cilindro 01ml		Verde
03ml descartável	Haste 03ml		Castanho
	Cilindro tipo 1-03ml		Azul
	Cilindro tipo 2-03ml		Lilás
05ml descartável	Haste-05ml		Cinza
	Cilindro tipo 1-05ml		Laranja
	Cilindro tipo 2-05ml		Rosa
10ml descartável	Haste 10ml		Vermelho
	Cilindro tipo 1-10ml		Creme
	Cilindro tipo 2-10ml	Amarelo	
20ml descartável	Haste 20ml	Canhões	Branco
	Cilindro tipo 1 20ml	Protetores	Curto
	Cilindro tipo 2 20ml		Regular
03ml Oral	Haste Oral 03ml	Adaptadores	AD#11
	Cilindro Oral 03ml		AD#16
05ml Oral	Haste Oral 05ml		AD#19
	Cilindro Oral 05ml		AD#21
10ml Oral	Haste Oral 10ml		AD#22
	Cilindro Oral 10ml		TIPCAP

3.1.4. O processo de injeção dos componentes

Não serão exploradas neste trabalho características físicas ou químicas da injeção plástica de peças. Serão apresentadas apenas as particularidades relacionadas ao processo produtivo e planejamento de produção. O parque fabril é composto de 38 máquinas injetoras, cada máquina possui um conjunto particular de moldes, tais conjuntos não são intercambiáveis, ou seja, moldes de um equipamento não poderão ser utilizados em outra injetora.

Ao todo, existem 51 moldes disponíveis para fabricação de 40 componentes diferentes, entre seringas e agulhas, sendo assim um mesmo componente pode ser produzido por até três moldes diferentes, cada molde é designado para apenas uma injetora, no entanto uma mesma injetora comporta diferentes moldes.

O par molde_injetora configura a relação que definirá, nas seções seguintes, o sequenciamento da produção, pela disposição de ordens de produção no tempo. Para modelagem das características dos conjuntos, há cinco parâmetros comuns e importantes para o modelo:

1. tempo de ciclo, representa o tempo entre abertura e fechamento do molde, obtido pelo histórico das produções dos componentes;
2. número de cavidades define a capacidade produtiva do molde, em cada ciclo são produzidos tantos componentes quanto o número de cavidades disponíveis. Os moldes utilizados em produção regular encontram-se na faixa de 16 a 256 cavidades;
3. tempo de *setup* (3), ou tempo de troca, é o tempo para substituição de um conjunto de moldes por outro em uma injetora. uma troca de um molde pode durar de 08 a 16 horas;
4. Eficiência da Injetora, designa o índice médio obtido pelo valor histórico de produção;
5. Eficiência média do molde reflete o percentual médio de cavidades ativas na produção, cavidades são bloqueadas por desgaste ou defeito.

Os índices de quebra de máquina serão incorporados a eficiência média da injetora. As variações de matéria prima, não serão consideradas no modelo, por tratar de um ponto comum de variação em todas as máquinas, sem demonstrar uma previsibilidade aparente.

Uma variável importante do modelo é o tempo de preparação da máquina, ou como podemos chamar simplesmente tempo de *setup*, depende principalmente dos produtos envolvidos na troca, uma preparação do equipamento para produção de um item A para B pode ser diferente da preparação de A para C, em uma mesma máquina, além disso, em casos particulares a reciprocidade não é válida, neste caso o tempo de troca de A para B é diferente do tempo de B para A. Utilizando a base histórica dos dados de produção, pode-se atribuir um tempo médio de preparação, considerando a divisão em quatro grupos diferentes:

1. apenas a troca da ordem de produção, onde o mesmo produto é fragmentado em dois lotes diferentes, porém produzidos em sequência, neste caso o tempo de preparação é zero;
2. preparação para trocas de cor, ocorre a produção de uma sequência de componentes iguais, no entanto com colorações diferentes, requer apenas a limpeza de máquina e a troca de resina, média de 4 horas;
3. troca de moldes pequenos, ou moldes com fixação comum, considerada troca simples com média de 8 horas;
4. trocas complexas que necessitam 16 horas.

3.1.5. Tempos de Processo

O tempo de processamento de um componente, para cada conjunto molde injetora, depende de dois valores principais: o tempo do ciclo da injeção plástica e o número de cavidades do molde. Além disso, um índice de eficiência obtido historicamente é utilizado para correção das improdutividades do equipamento. A relação que define a produtividade em cada um dos recursos depende do número de

cavidades do molde instalado, e do tempo de ciclo parametrizado na injetora, o valor teórico é então acrescido de um fator de eficiência ε . O cálculo da produtividade horária total é apresentado na equação (1).

$$Tp_{horas} = N \left(\frac{3.600}{Ciclo} \right) (1 + \varepsilon) \quad (1)$$

Onde Tp representa a produção horária, N o número de cavidades e o *ciclo*, o número de tarefas da máquina executadas em um minuto. No apêndice B, encontra-se a tabela com os valores de produtividade utilizados nas simulações.

3.1.6. Capacidade de Máquina

Considera-se como capacidade máxima do recurso, o número de dias disponíveis, pelo total de horas nos turnos. Neste modelo específico, assume-se uma média mensal de 28 dias para 24 horas diárias, totalizando uma restrição máxima de 672 horas por máquina, disponíveis no mês, sendo esta igual e constante para todos os equipamentos.

3.2. NOMENCLATURAS PARA MODELAGEM DO PROBLEMA

Nesta seção serão apresentados os principais termos, e conceitos utilizados para a correta definição de um problema de sequenciamento, tais conceitos, são importantes para referenciar os pressupostos adotados na modelagem do problema.

3.2.1. Classificações do sequenciamento pelo ambiente de produção (α)

Uma classificação amplamente utilizada para descrição de problemas desta natureza, e que conta como referência de muitos autores em outros trabalhos publicados, foi proposto por Graham (1979) na qual um modelo de sequenciamento é representado por uma classificação de três campos $\alpha / \beta / \gamma$, que representam

respectivamente o ambiente do processo, a natureza da tarefa e o critério de otimalidade, respectivamente.

O parâmetro α representa a natureza dos recursos, a forma com que as linhas são arranjadas no processo produtivo, e a maneira na qual um item pode ser manufaturado no conjunto. Kindt (2006) apresenta dentre as diversas configurações de recursos possíveis, aqueles que são mais tradicionalmente encontrados:

Recurso simples, denotado pelo sinal (α) ou simplesmente um campo vazio, ocorre quando se dispõe de uma única máquina para processar todas as atividades. Um problema com recurso único é essencialmente permutacional, no entanto problemas complexos podem ser reduzidos a vários problemas menores, de uma única máquina, também processadores computacionais são um caso de recurso mono-operacional.

Máquinas paralelas, uma variação do caso de máquina simples, porém mais complexo, e mais comum em muitas aplicações industriais, trata de um grupo de máquinas similares em sua aplicação, no qual uma tarefa J_i pode ser igualmente processada em múltiplas opções de máquinas, em conjuntos M_j . Existem três classificações possíveis neste ambiente:

1. Paralelas idênticas, representado por (P), onde o tempo de processo p_{ij} é o mesmo entre todas as linhas.
2. Paralelas uniformes, representado por (Q), ocorre quando o tempo de processo p_{ij} é igual ao tempo de ciclo da linha p_j corrigido por um fator de velocidade q_i , ou seja: $p_{ij} = q_i \cdot p_j$.
3. Paralelas não relacionadas ou independentes, caso geral do modelo de linhas paralelas, onde cada par produto_máquina é definido por um tempo de processo p_{ij} , previamente conhecido.

Este último modelo é comumente representado pela sigla R .

O modelo geral do chão de fábrica, também chamando *General Shop*, segundo Brucker (2007), refere-se a uma configuração multi-operacional, na qual para cada tarefa J_i há um conjunto de atividades O_{i1}, \dots, O_{in} associado, onde

usualmente pode-se definir uma relação de precedência entre operações. O modelo geral possui alguns casos especiais, dos quais se vê mais comumente o uso das notações, conforme definido por Pinedo (2008), sendo eles:

Job Shop, indicado por (*J*), este modelo consiste no fato de que cada atividade O_{ij} é designada a uma linha específica μ_{ij} durante um tempo p_{ij} determinado, a designação respeita a relação de precedência das tarefas, encadeando as atividades pela condição $\mu_{i-1} \neq \mu_{ij}$. Cada atividade neste modelo possui uma rota própria pré-determinada, onde cada tarefa deve visitar uma das linhas do conjunto ao menos uma vez na execução total;

Flow Shop, representado por (*F*), como no *Job shop*, possui uma cadeia de eventos associados para cada tarefa, mantendo entre elas a relação de precedência, no entanto, no lugar de uma única máquina, são disponíveis um conjunto $\mu_{ij} = \{M_j\}$, de vários recursos, no qual O_{ij} pode ser alocado;

Open Shop, indicado por (*O*), difere dos modelos *Flow Shop* pelo fato de não haver relações de precedência entre as atividades O_{ij} , ou seja, um evento pode ser realizado em qualquer ordem, respeitando a condição de que no final do processo, toda cadeia $\{O_{i1}, \dots, O_{in}\}$ seja executada;

Mixed Shop, denotado por (*X*), da mesma maneira que o *Open Shop* é uma variação do *Flow Shop* sem a relação de precedência, o modelo *Mixed Shop* é uma variação do *Job Shop* sem a precedência entre atividades. Kindt e Billaut (2006) apresentam um quadro resumo, com as possíveis tipologias do problema do sequenciamento, figura 07, vê-se neste quadro a relação para a qual um modelo geral evolui para um modelo específico, conforme condições de restrição.

3.2.2. Classificações do sequenciamento pela natureza da operação (β)

O segundo parâmetro da notação de Graham representa as características das tarefas, definidas pela sigla β , encontra-se subdividido em seis grupos de restrições $\beta = \{ \beta_1, \beta_2 \dots \beta_6 \}$:

$\beta_1 = \{pmtn, \emptyset\}$: Indica se um conjunto de tarefas pode ter sua execução interrompida após iniciada, e retomada posteriormente, na mesma linha ou em uma máquina diferente, no caso de interrupção ser permitida $\beta_1 = pmtn$, ou $\beta_1 = \emptyset$ para o caso da interrupção infactível;

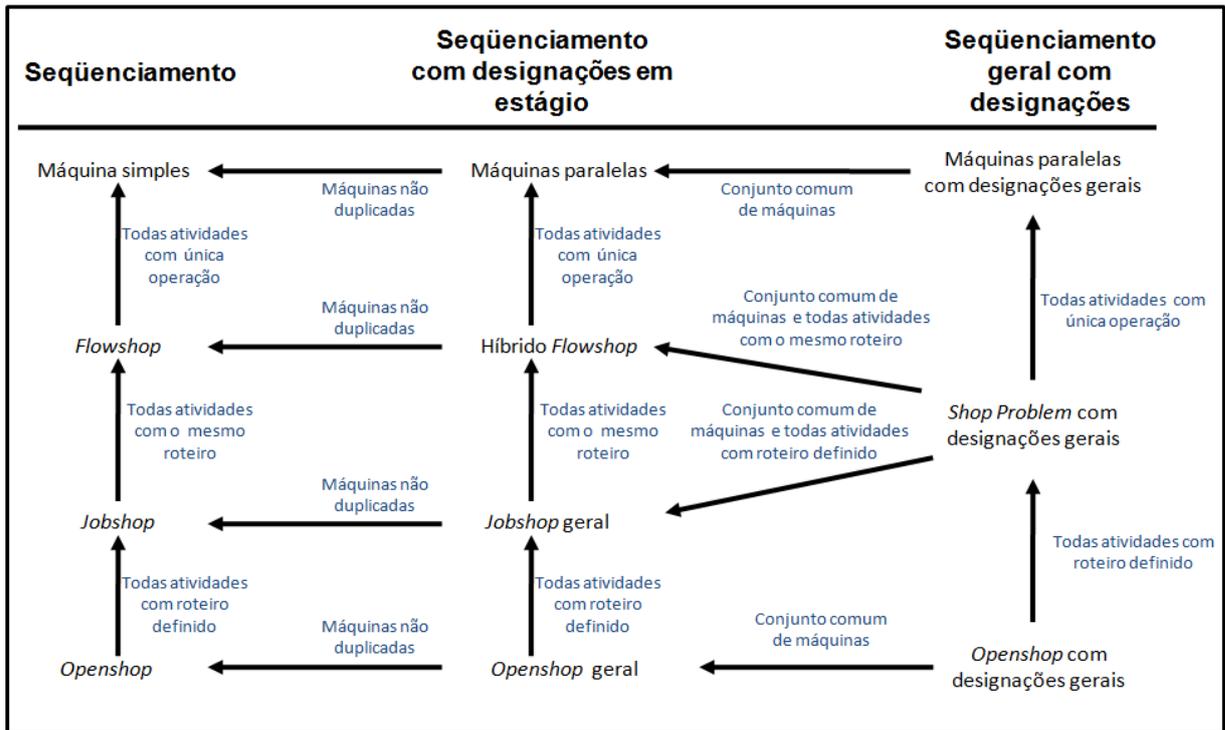


FIGURA 07: TIPOLOGIAS DO PROBLEMA DO SEQUENCIAMENTO
 FONTE: KINDT E BILLAUT (2006)

$\beta_2 = \{res, res1, \emptyset\}$: Relaciona a existência de restrição de recursos, no qual dada uma quantidade total R_h , esta não deve ser inferior ao somatório do consumo total individual, alocado por atividade (r_{hj}). Quando múltiplos recursos são restritos β_2 é indicado por (*res*), para o caso de um único recurso limitado no problema β_2 é representado por (*res1*) e quando não há restrições β_2 assume o valor (\emptyset);

$\beta_3 = \{prec, tree, \emptyset\}$: Indica relações de precedência, quando β_3 recebe a notação (*prec*), indica-se um conjunto de grafos ordenados⁵ $G=(V,E)$, com caminho

⁵ Um Grafo, como definido por Tutte (1984), consiste de um par ordenado $G = (V,E)$, no qual $V(G)$ é o conjunto de vértices distribuídos no plano gráfico e $E(G)$, um conjunto de elementos chamados de Aresta. Associado a cada Aresta há uma relação de incidência de um vértice origem, para um ou vários vértices de destino.

da operação $j \rightarrow k$ definido ($J_k > J_j$), onde será necessário finalizar uma atividade J_j antes do início de outra J_k . Quando β_3 é indicado por (*tree*) tem-se os caminhos do grafo arranjados sob forma de árvore, conforme figura 08, para o qual um único vértice estará relacionado a múltiplas atividades, neste caso um conjunto de tarefas $k=\{1,2,..r\}$ será iniciado apenas com a conclusão do mesmo predecessor j .

Por último quando β_3 é indicado por ($^{\circ}$) não existem relações de precedência no problema;

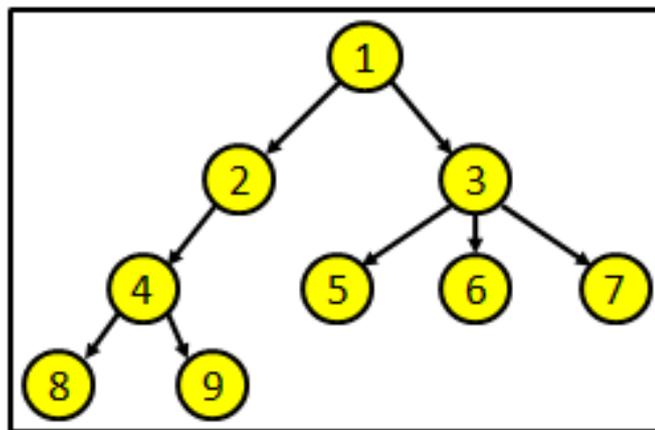


FIGURA 08: GRAFO EM ÁRVORE

$\beta_4 = \{r_j, ^{\circ}\}$: Representa a existência de restrições quanto a data de liberação de uma atividade, neste caso r_j seria a menor data permitida para início da tarefa j , define-se individualmente a restrição por operação ($\beta_4 = r_j$), ou admite-se $r_j = 0$ para todo j no caso da condição irrestrita ($\beta_4 = ^{\circ}$);

$\beta_5 = \{d_j, ^{\circ}\}$: Brucker (2007) apresenta a quinta característica da atividade pela data limite de conclusão, de forma similar a β_4 , d_j indica a existência de uma data máxima para término da tarefa, ou uma condição irrestrita para todas atividades;

$\beta_6 = \{p_{ij} = 1, p \leq p_{ij} \leq \bar{P}, ^{\circ}\}$: Representa as condições relacionadas ao tempo de processamento de uma atividade, na primeira designação todas atividades compartilham do mesmo tempo p_{ij} unitário, pela segunda representação tem-se que o tempo de processo para qualquer atividade será limitado ao intervalo $[p ; \bar{P}]$, por fim a terceira condição indica que o tempo p_{ij} será irrestrito ou desconhecido.

3.2.3. Classificações do sequenciamento pelo critério de otimalidade (γ)

O terceiro e último campo da classificação de Graham, representado por γ , indica qual o critério de otimalidade (função objetivo) será adotado como referencial do problema de sequenciamento.

Muitos autores apresentam uma relação diversificada de critérios possíveis, destes serão apresentados os mais usuais, ou aqueles de maior relevância para problemas desta natureza. Kindt e Billaut (2006), classificam os critérios em duas famílias, os chamados critérios *Minimax*, no qual o primeiro conjunto de funções dos valores máximos e o segundo grupo de funções cujo somatório de valores deve ser minimizado. No caso de uma notação genérica o parâmetro γ assume duas representações, conforme apresentado nas equações (2) e (3).

$$\gamma = f_{max} \quad (2)$$

$$\gamma = \sum f_i \quad (3)$$

Onde γ representa o critério objetivo, e f uma função geral do modelo;

Para o caso de funções específicas, utiliza-se como representação do tempo de operação alocadas ao recurso M_j por $f = C_j$. Em seu trabalho Brucker (2007) apresenta como primeiro critério o tempo total de execução, também chamado de *Total Flow Time*, este dado pelo somatório dos tempos individuais de cada atividade em execução, equação (4), uma variação do mesmo critério é dada pelo somatório ponderado, onde para cada recurso j há um peso w_j associado, equação (5).

$$f = \sum_{j=1}^m C_j \quad (4)$$

$$f = \sum_{j=1}^m w_j C_j \quad (5)$$

O critério conhecido por *Makespan* é valor máximo obtido dentre todos os tempos de execução individuais em cada atividade j , conforme equação (6).

$$f = \max(C_j \rightarrow j = 1 \dots m) \quad (6)$$

Ainda relacionados aos critérios de otimalidade, Pinedo (2008) apresenta outras quatro funções objetivo representativas do modelo, associadas a restrição da data máxima de entrega (d_j), sendo eles o Tempo de atraso total (L), relacionado na equação (7).

$$f = \sum_{j=1}^m L_j \quad (7)$$

L representa o atraso total, equação (8), dado pela diferença da data de entrega (d_j) e do tempo total de produção menos o tempo de Makespan (C_j).

$$L_j = C_j - d_j \quad (8)$$

Como variações do critério de atraso, encontra-se o atraso máximo (T_j).

$$T_j = \max(L_j \rightarrow j = 1 \dots m) \quad (9)$$

Ou a penalidade total por atraso (U), apresentado na equação (10).

$$f = \sum_{j=1}^m U_j \rightarrow U_j = \begin{cases} 1 & \text{se } C_j > d_j \\ 0 & \text{c. c} \end{cases} \quad (10)$$

3.3. MÉTODOS PARA RESOLUÇÃO DO SEQUENCIAMENTO

Dada a classificação do sistema, pela notação $\alpha / \beta / \gamma$, entende-se por problema do sequenciamento, a busca por um arranjo das tarefas e da alocação de máquinas, que otimize o resultado final da função objetivo, considerando para tanto as relações de precedência entre atividades, a factibilidade das datas de início e término da ordem e as restrições de capacidade do sistema. Assim como são amplas as possibilidades de classificação de um problema de sequenciamento da produção, variadas também são as abordagens disponíveis para sua resolução.

Goldbarg (2000) apresentam alguns dos métodos que se destacam pelas possibilidades de aplicação em diversas variações do problema, outros sendo uma referência tradicional no assunto sequenciamento.

3.3.1. Métodos Exatos

Conforme definições de Murty (1985), métodos de solução exata, ou métodos exatos, são algoritmos constituídos de forma a encontrarem, dentro de um problema com infinitas soluções factíveis, sujeitas a um conjunto de restrições, respostas que sejam um máximo ou mínimo entre todas as soluções, este também chamado ótimo global. Segundo Karloff (2008), em uma visão mais formal do problema, tem-se a relação geral de um modelo Problema de Programação Linear (*PPL*), apresentado na equação (11).

Onde c e $x \in R^n$ são os vetores de custo e variáveis, $b \in R^k$ o vetor de restrições do problema e A é uma matriz de dimensão $k \times n$.

$$\begin{aligned}
 & \min C^T \cdot x \\
 & s. a: A \cdot x = b \\
 & A' \cdot x \geq b' \\
 & x_i \geq 0 \rightarrow i = 1 \dots n
 \end{aligned} \tag{11}$$

A forma das inequações $A' \cdot x \geq b'$ denominada forma canônica, pode ser transformada na forma padrão de igualdades, pela adição de variáveis artificiais ao modelo. Goldbarg (2000) apresenta a resolução pelo método Simplex formulado a partir das relações da Álgebra Linear. Em linhas bastante gerais, o método inicia-se em uma solução viável qualquer, e a partir desta passa a percorrer novas soluções factíveis de valor igual ou melhor que a corrente. Conforme Castrucci (2005) o critério de escolha do algoritmo permite identificar sempre novos e melhores vértices

na envoltória convexa⁶, e um segundo critério que define se o vértice escolhido é ou não ótimo. A sobreposição dos semi-espacos restritos pelas inequações de restrição, bem como a formação do poliedro convexo, pode ser visualizada em um exemplo de duas variáveis apresentado pelo autor na figura 09.

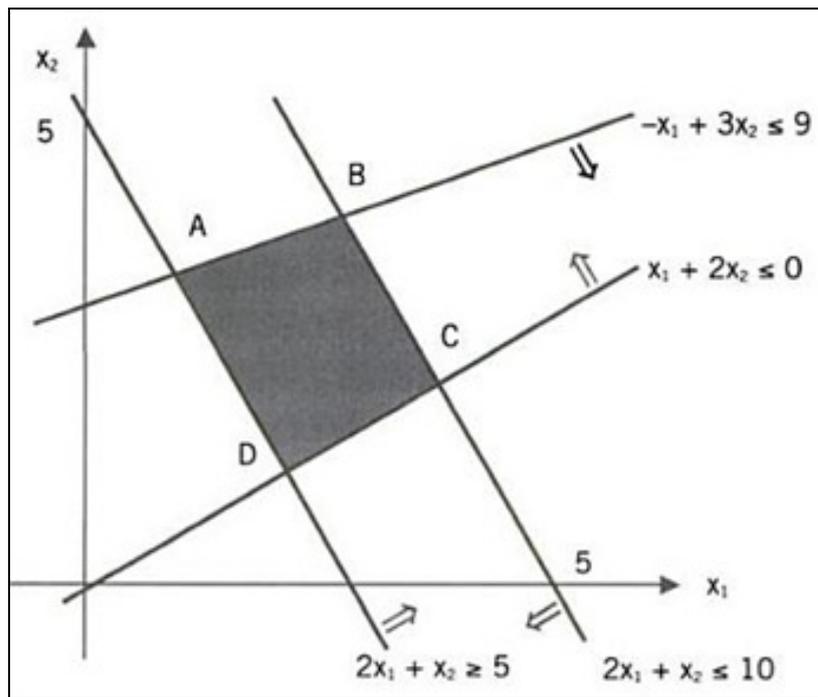


FIGURA 09: EXEMPLO DE UM POLIEDRO CONVEXO DE UM PPL.
FONTE: CASTRUCCI (2005).

Como em todos os algoritmos, as evoluções entre as diversas iterações, dependem dos resultados numéricos, assim como das decisões lógicas sobre tais valores, Bajpai e Walker (1977) apresentam de forma geral e esquemática, o fluxo de tomada de decisão aplicável a lógica programada dos métodos exatos para resolução do PPL (figura 10). Este em si, um guia para as deduções matemáticas que compõem a geometria do método simplex, a serem apresentadas nas seções subsequentes.

⁶ Murty (1985) define casca convexa como uma intersecção finita de semi-planos no espaço, no caso um conjunto de restrições do PPL constituem em si um poliedro convexo.

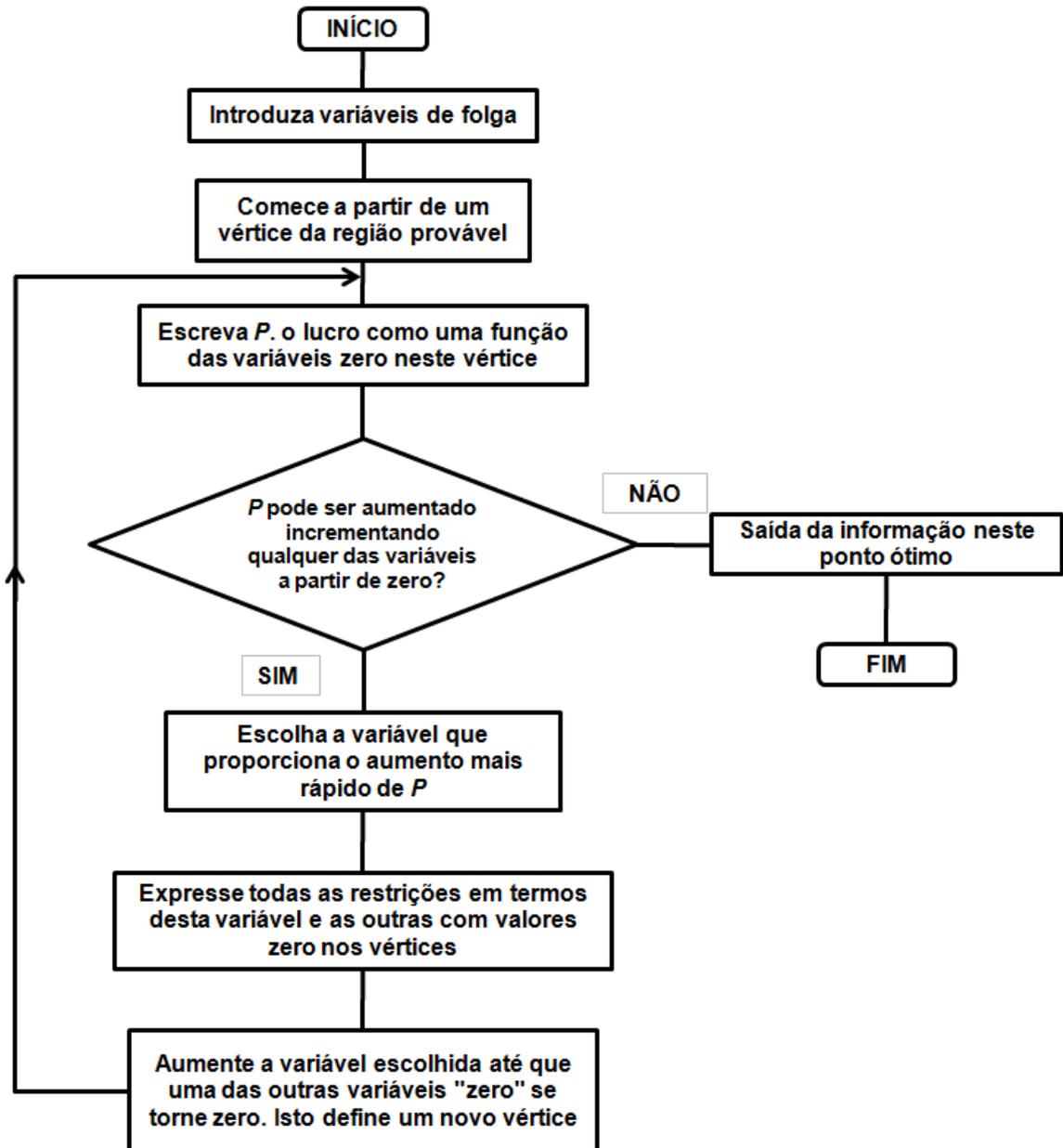


FIGURA 10: FLUXO GERAL DE UM MÉTODO EXATO PARA PPL
 FONTE: BAJPAI (1977).

Apoiado nas relações do sistema de equações definidas na equação (11) em seu trabalho Goldbarg (2000) define o método principal da resolução do *SIMPLEX*. O autor define por B como a matriz de coeficientes dos elementos básicos, pertencentes à solução inicial, e ainda adotando por $[j_b]$ o índice relacionado ao conjunto destes elementos e $[j_r]$ os elementos não básicos, dados na equação (12).

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} B^{-1}b \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$Z_0 = c \cdot \bar{X} = (c_b, c_r) \cdot \begin{bmatrix} B^{-1}b \\ 0 \end{bmatrix} = c_b \cdot B^{-1} \cdot b \quad (12)$$

Estratificando o vetor das variáveis, por elementos básicos e não básicos, encontramos as relações apresentadas em (13).

$$\begin{aligned}
 Ax &= Bx_b + Rx_r \\
 x_b &= B^{-1}b - B^{-1}Rx_r \\
 x_b &= B^{-1}b - \sum_{j \in J} B^{-1}a_j x_j
 \end{aligned} \tag{13}$$

Uma vez definida a relação entre elementos básicos e não básicos, defina-se o valor da função objetivo pelo resultado das equações (14).

$$\begin{aligned}
 z &= c \cdot x = c_b x_b + c_r x_r \\
 z &= c_b \cdot \left(B^{-1}b - \sum_{j \in J} B^{-1}a_j x_j \right) + \sum_{j \in J} c_j x_j \\
 \text{sendo } z_j &= c_b B^{-1}a_j \\
 z &= z_0 - \sum_{j \in J} z_j x_j + \sum_{j \in J} c_j x_j \\
 z &= z_0 - \sum_{j \in J} (z_j - c_j) x_j
 \end{aligned} \tag{14}$$

Ainda por esta equação (14), a condição $\pi = (z_j - c_j)$ também chamada custo reduzido, representa a possibilidade de melhoria da resposta Z , se para alguma variável não básica $j \in J$ encontrar-se $\pi > 0$, sabe-se que o valor final Z pode ser reduzido com a inclusão de um termo externo não básico, porém se $c_j > z_j$, para todo coeficiente não básico do problema, tem-se que a solução atual é ótima em X_b . Sendo k o índice da variável de interesse para entrada na base (compor a solução básica), é do interesse de uma convergência eficiente ao ótimo, que x_k seja incrementado ao máximo, para máxima redução do Z associado, conforme pode ser verificado na equação (15).

$$\begin{aligned}
 z &= z_0 - (z_k - c_k)x_k \\
 k &\rightarrow \{ \max(z_j - c_j) \}
 \end{aligned} \tag{15}$$

Avaliando equação (13) no termo k encontra-se as relações do sistema (16).

$$x_b = B^{-1}b - B^{-1}a_k x_k = \bar{b} - y_k x_k$$

$$\text{onde: } \begin{cases} \bar{b} = B^{-1}b \\ y_k = B^{-1}a_k \end{cases} \quad (16)$$

$$\text{Vetorialmente } \rightarrow \begin{bmatrix} x_{b1} \\ \vdots \\ x_{bn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} y_{1k} \\ \vdots \\ y_{nk} \end{bmatrix} x_k$$

Do sistema de equações (16) o incremento de x_k será limitado a condição de não negatividade da solução factível, portando a variável de entrada na base (x_k) tem a possibilidade de crescer, até o ponto em que o primeiro componente x_{bj} seja igualado a zero, desta forma a variável de saída (x_s) é encontrada na relação (17).

$$\therefore x_{bj} \geq 0 \quad \forall j = 1 \dots n$$

$$x_{bj} \geq \frac{\bar{b}_j}{y_{jk}} \quad (17)$$

Uma vez definidos os elementos de entrada e saída da base, atualiza-se a matriz dos coeficientes, a solução básica e o novo valor da função objetivo Z_0 . As iterações são repetidas até que a condição de otimalidade, representada pelas equações (18) e (19), sejam obtidas.

$$B = (B \setminus \{a_s\} \cup \{a_k\}) \quad (18)$$

$$(z_j - c_j) \leq 0 \quad \forall j \quad (19)$$

Além da abordagem descrita como o método *SIMPLEX*, há ainda resoluções através de programação linear inteira (*PLI*) e através de programação dinâmica, segundo Johnson (1980) um problema de programação inteira é correspondente ao problema de programação linear em todas as restrições, exceto a condição X_j inteiro em $j \in J$. Goldberg e Luna apresentam no quadro 03, como principais métodos para resoluções inteira, os seguintes algoritmos:

QUADRO 03: TÉCNICAS PARA RESOLUÇÃO DE PLI

MÉTODOS PARA PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA (PLI)	Técnica de Enumeração
	Branch and Bound (B&B)
	Enumeração implícita
	Surrogate
	Técnica de Cortes
	Cortes inteiros
	Cortes combinatórios
	Cortes de interseção
	Método de decomposição de Benders
	Técnica de Híbridas
	Branch and Cut
	Teoria de Grupo

FONTE: GOLDBARG E LUNA (2000).

A segunda abordagem que pode ser utilizada para resolver o problema de sequenciamento de produção conhecido como Programação Dinâmica, apóia-se no princípio da otimalidade aplicado em processo multiestágio, definido por Bellman (2003), no qual um problema N -dimensional pode ser dividido em N problemas menores, onde a partir de uma solução ótima definida no primeiro estágio, as decisões restantes conduzem a uma política ótima. A figura 11 ilustra de forma geral o desenvolvimento de etapas até a solução final do método.

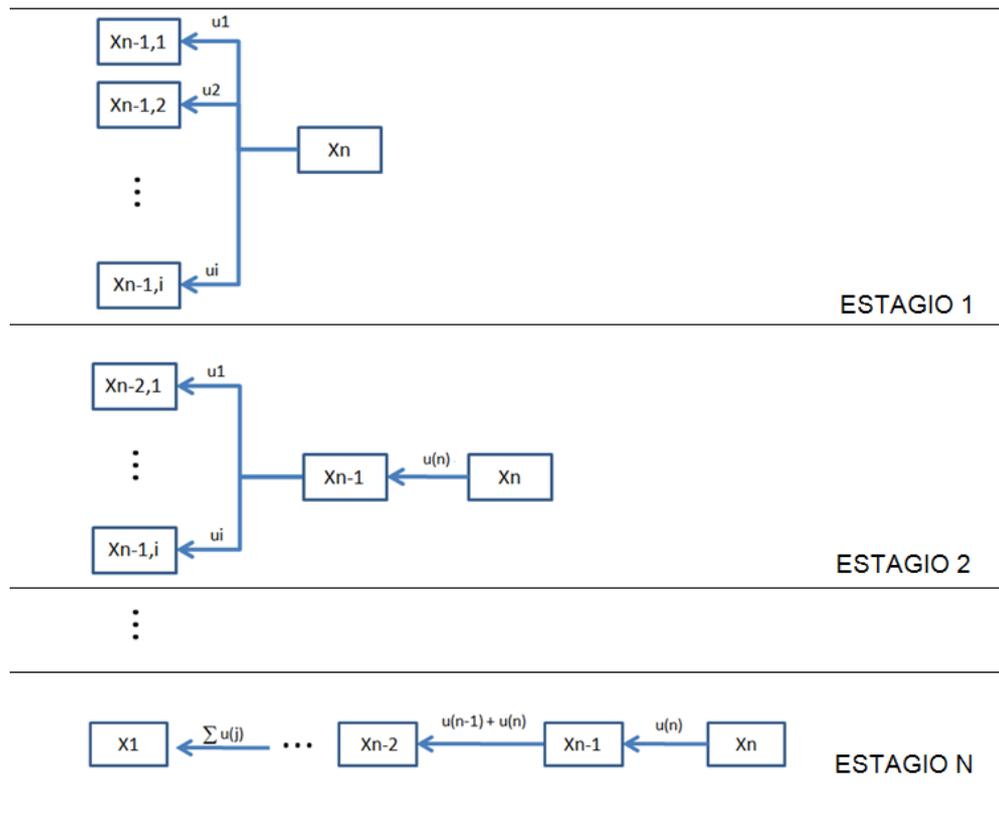


FIGURA 11: PROGRAMAÇÃO DINÂMICA SEQUENCIAMENTO

3.3.2. Métodos Heurísticos

Metaheurística pode ser considerada uma classe de métodos aproximativos, desenhado para problemas de difícil solução na otimização combinatória, tais algoritmos provém de estruturas gerais, derivadas de heurísticas tradicionais, inteligência artificial, processos biológicos ou mecânica estrutural (OSMAN e KELLY,1996).

Uma classe de heurísticas, chamada de métodos de simples despacho, apresentadas por Morton e Pentico (1993), são propostas para resolver problemas de endereçamento direto em máquinas (máquinas simples ou paralelas idênticas). Quando uma tarefa entra no sistema é alocada ao primeiro recurso livre, ou quando um recurso que se torna disponível é ocupado pela atividade de mais alta prioridade. Conway (1967) apresenta o principal conjunto de regras, classificados nesta família de algoritmos:

- SPT (*Shortest processing time*) regra que prioriza em um sequenciamento as tarefas com menor tempo de processo;
- MWKR (*Most work remaining*) prioriza atividades com o maior tempo de trabalho acumulado nos processos seguintes;
- LWKR (*Least work remaining*) em oposição ao método anterior, esta regra prioriza atividades com o menor tempo de trabalho acumulado, nos processos subsequentes;
- LPT (*Longest processing time*) oposto a regra SPT, prioriza tarefas com o maior tempo de processamento;
- FCFS (*First come – first served*) as tarefas são executadas conforme a ordem de entrada no sistema.
- RANDOM (Aleatório) desenha a fila do sequenciamento de forma aleatória entre todas as atividades disponíveis.

Uma segunda heurística tradicional, apresentada por Kindt (2006), denominada de algoritmo de Johnson, este um método para resolução de problemas de n atividades em duas máquinas sequenciadas, em modelo *Flowshop* com critério *Makespan* ($F/pmtn / C_{max}$ ou $F/ / C_{max}$). Neste modelo os produtos são primeiramente processados na máquina e M_1 e em seguida finalizadas no recurso M_2 . O código geral do método está representado na figura 12.

ALGORÍTMO DE JOHNSON
<p><i>/ T é conjunto de atividades do seqüenciamento /</i></p> <p>$U = \{i \in T / p_{i1} < p_{i2}\};$</p> <p>$V = \{i \in T / p_{i1} \geq p_{i2}\};$</p> <p><i>Classificar U por ordem crescente dos valores de p_{i1};</i></p> <p><i>Classificar V por ordem decrescente dos valores de p_{i2};</i></p> <p>$S = U \cup V;$</p> <p>$C_{max}^* = C_{max}(S)$</p>

FIGURA 12: ALGORITMO DE JOHNSON

FONTE: KINDT (2006).

3.3.3. Métodos de Busca Local

Definido por Reeves e Rowe (2003), Algoritmos de busca local são métodos computacionais, de simples implementação, onde dada uma solução inicial, procura-se na vizinhança das variáveis soluções melhores que a atual.

Desta forma, o método encontra sucessivas melhorias nos resultados, traçando um caminho descendente (ou ascendente em funções de maximizações) até convergência a um ponto ótimo, conforme ilustrado na figura 13.

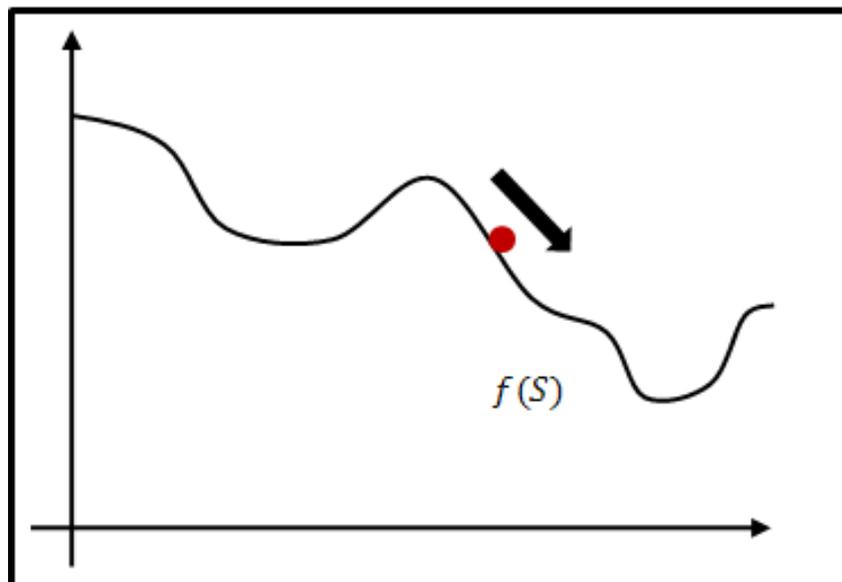


FIGURA 13: MÉTODO DE BUSCA LOCAL

Os autores representam ainda, um algoritmo geral para o modelo Busca local, cujas etapas são:

1. Gerar uma solução inicial v_0 ;
2. Estabelecer a solução v_0 como melhor atual v^*
3. Determinar a função de busca local nas vizinhanças da solução $N(v)$;
4. Enquanto não atingir o critério de parada faça:
5. Selecionar uma solução qualquer da vizinhança $v' \in N(v)$;
6. Avaliar a função objetivo $g' = g(v)$;
7. Se $g' < g(v_0) \rightarrow v^* = v'$ e $g^* = g'$.
8. Ao final das iterações retornar v^* e g^* como solução do problema.

3.4. MÉTODO SIMULATED ANNEALING

Nesta seção será apresentada a metaheurística *Simulated Annealing* com maiores detalhes, uma vez que esta foi a técnica utilizada para solucionar o problema em estudo. Conforme apresentado por Laarhoven (1987), o método pertence a classe de algoritmos não especializados, aplicáveis na resolução de problemas de otimização combinatória.

3.4.1. Analogia com o fenômeno de Recristalização.

O fenômeno físico de recristalização de metais, particularmente do aço, representa a principal relação física, à qual a analogia do método foi baseada. Neste ponto é conveniente a definição do processo desenhado pela migração de contornos, em suas generalidades, a fim de ilustrar melhor o entendimento do método.

Segundo Callister (CALLISTER, 1991) a estrutura cristalina de um metal é formada por uma rede de átomos, constituídos em um conjunto de vazios e imperfeições estruturais, que caracterizam por si as singularidades de resistência nas diferentes matérias primas. O mais simples defeito pontual, definido como vacância, é apresentado pelo autor como a ausência de um átomo na estrutura. Tal ausência ocorre durante a solidificação de uma liga metálica, ou por movimento de migração, deslocando um átomo de um sítio para outro na estrutura (figura 14). A quantidade de vazios, e naturalmente uma melhor ou pior resistência estrutural, pode ser estimada pela equação (20).

$$N_v = N \cdot \exp(-Q_v/kT) \quad (20)$$

N é o número total de sítios de átomos, Q_v dado pela energia de ativação (vibração) requerida para formar uma vacância, T a temperatura absoluta e k a constante universal de Boltzmann ($1,38 \times 10^{-3}$ J/atom), a relação $\exp(-Q_v / kT)$

representa o estado interno de energia do sistema é conhecido como fator de Boltzmann. Ainda pelas definições do autor, um processo conhecido como difusão de vacância é favorecido em temperaturas altas, onde o número de imperfeições da rede é maior.

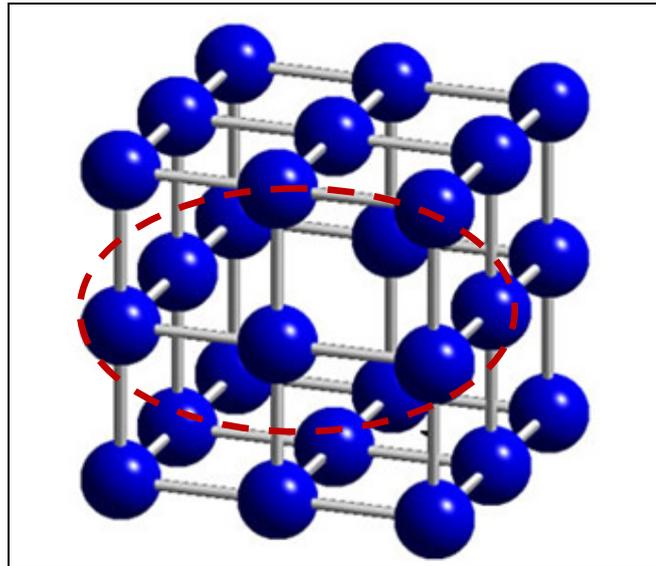


FIGURA 14: VACÂNCIA NA REDE CRISTALINA

Callister descreve a partir do processo de difusão, um fenômeno conhecido por crescimento de grão, onde o diâmetro médio dos grãos formadores da rede cristalina aumenta devido ao resfriamento lento de uma amostra de metal. Após ser submetido a temperaturas elevadas, durante o resfriamento, ocorre a difusão de curta distância de um átomo, migrando de um contorno para outro, de tal forma que o diâmetro médio da rede cristalina aumenta gradativamente ao longo do resfriamento – figura 15. Dois fatores são predominantes para o crescimento de grãos, a temperatura inicial de exposição e o tempo total do resfriamento. Resfriamentos relativamente longos⁷ proporcionam uma estrutura final refinada, com grãos maiores e contornos bem definidos na rede, baixo número de vacâncias e pequena diferença na energia intersticial atômica no grão.

⁷ Os tempos de resfriamento podem ser definidos como longos ou curtos, a partir das curvas Temperatura – Tempo – Transformação (TTT), estas características de cada material. No caso de um aço, resfriamentos longos seriam de ordem superior a 10^3 segundos (GROOVER, 1997).

Por outro lado, resfriamentos curtos, geram estruturas grosseiras, com características opostas a de uma estrutura refinada.

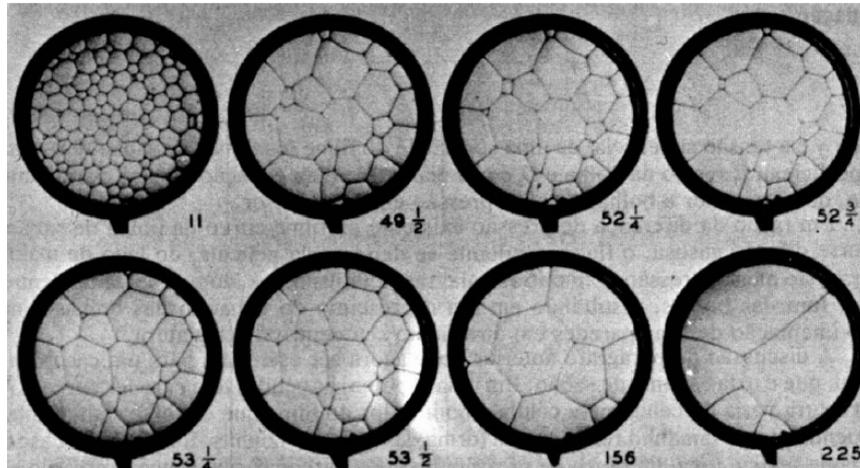


FIGURA 15: FENÔMENO DE CRESCIMENTO DE GRÃO
 FONTE: CALLISTER (1991).

3.4.2. Algoritmo *Simulated Annealing*.

Proposto inicialmente no trabalho de Kirkpatrick (1983), o método baseia-se inicialmente no procedimento de *Metropolis*, aplicado no estudo da mecânica dos sólidos por um modelo computacional.

Neste estudo, um átomo do sistema sofre um pequeno deslocamento, escolhido de forma randômica, com movimento representado pela transição energética ΔE . Quando ΔE for menor ou igual a zero (transição para um estado de menor energia) a nova configuração cristalina é naturalmente aceita e a iteração do *Metropolis*, reinicia deste ponto. No caso de $\Delta E > 0$, o movimento de difusão só será aceito mediante uma condição probabilística, ou seja, se a energia interna do sistema representada por $(-\Delta E/kT)^8$ for maior que um número aleatório $P(\Delta E)^9$, caso contrário o movimento é rejeitado e a iteração do método retorna da rede inicial.

⁸ Análogo à função de difusão definida no processo real de resfriamento.

⁹ Em muitas aplicações os valores aleatórios são gerados a partir de uma função uniforme no intervalo [0,1].

Segundo a analogia do autor, substituindo a condição energética do sistema, por uma função de custo, resultado de uma configuração de um conjunto de variáveis X_j , o procedimento de *Metropolis* é perfeitamente capaz de gerar um grupo de soluções a um problema de otimização, onde a condição inicial de temperatura do sistema seria um parâmetro de controle, nas mesmas unidades da função objetivo.

O método *Annealing* consiste inicialmente em aquecer o sistema a ser otimizado, a uma temperatura efetivamente alta, e a partir deste ponto, resfriar o modelo em estágios progressivos até que a energia interna, seja tão baixa, que não permita nenhuma alteração nos parâmetros.

Laarhoven (1989) avalia que no método *Annealing*, os mecanismos de geração das diferentes configurações das variáveis (diferentes movimentações atômicas no interior da estrutura), pode ser associado a um simples método de busca local, no qual dada uma vizinhança R_i de um estado inicial i , todas as configurações do sistema podem ser pesquisadas através de pequenas perturbações nas vizinhanças de i . Neste caso cada iteração possível, representa um resultado submetido ao critério de aceitação do método, como fator da relação ΔE .

Em seu trabalho, Artiba (1997) apresenta de forma geral o pseudocódigo do método (figura 16), desenhado em uma condição geral de aplicação, no qual os principais parâmetros do método são, as variáveis iniciais do modelo x_j , a função objetivo f , a temperatura inicial e instantânea do sistema T_i e T_0 , o número máximo de iterações do modelo N , a função para geração de probabilidade $U(0,1)$ e a vizinhança $R(x_j)$. Além destes as respostas do modelo são funções de f_b e x_m . A temperatura inicial e o número máximo de iterações são valores arbitrários, definidos previamente ao início das iterações. Alfa corresponde ao fator de decaimento da temperatura, sendo este um valor constante ou uma função $\alpha = f(T)$ pertencente ao intervalo $[0;1]$.

```

 $f_b = +\infty;$ 
 $x_0 \rightarrow$  Solução inicial;
 $f_m = f(x_0);$ 
 $I = 0 \rightarrow$  Número de iterações;
 $T = T_0 \rightarrow$  Temperatura inicial do sistema;

    enquanto  $I \leq N_{max}$  faça:

         $x_j = R(x_0);$ 

         $I = I + 1;$ 

        se  $f(x_j) < f(x_0)$  então:

             $x_m = x_0; f_m = f(x_0);$ 

        termina se;

        senão:

             $\Delta f = f(x_j) - f(x_0); P(f) \rightarrow \text{unif. } [0; 1];$ 

            se  $P(f) \leq e^{(-\Delta f/T)}$  então:

                 $x_m = x_0; f_m = f(x_0);$ 

            termina se;

        termina se;

         $T = T \cdot \alpha;$ 

        se  $f_b < f_m$  então:

             $f_b = f_m; x_b = x_m;$ 

        termina se;

    termina enquanto;

```

FIGURA 16: PSEUDOCÓDIGO DO SIMULATED ANNEALING

FONTES: ARTIBA (1997).

3.4.3. Função decaimento de temperatura

Segundo Ribas (2003) a taxa de redução de temperatura é crucial para o bom desempenho do método, em relação à otimalidade da solução final, ainda que existam outras abordagens quanto ao parâmetro α , em sua tese o autor apresenta o método tradicionalmente utilizado, defendido por muitos autores incluído o trabalho original de Kirkpatrick, no qual o parâmetro alfa é uma constante, pertencente ao intervalo $[0,1]$ e a temperatura corrente é sempre uma fração da temperatura anterior definida na equação (21).

$$T_{i+1} = (1 - \alpha).T_i \quad (21)$$

O decaimento da temperatura é proporcional ao coeficiente α , pelo qual o decaimento desempenha uma curvatura acentuada, em maior ou menor grau, conforme a disposição inicial de α (figura 17).

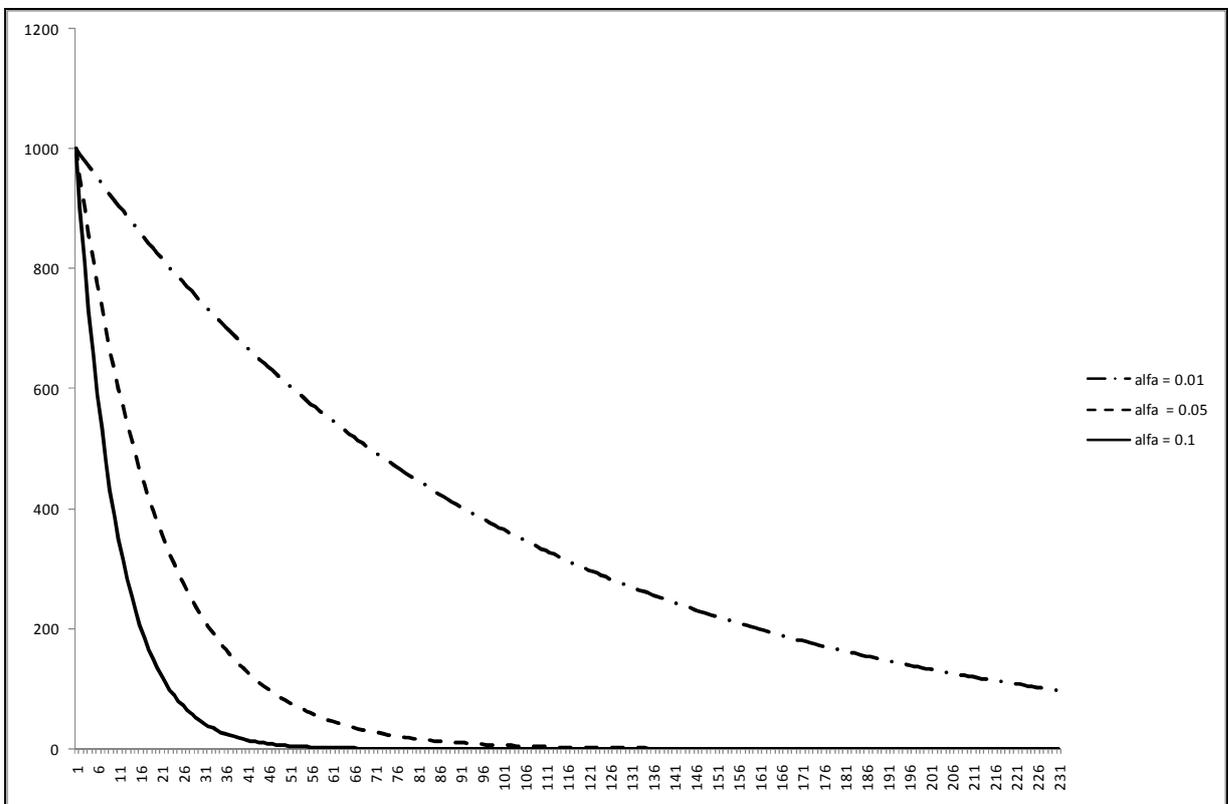


FIGURA 17: DECAIMENTO DA TEMPERATURA ANNEALING

3.4.4. Funções auxiliares – Método da Penalidade e método da reparação

Quando abordados na resolução do problema de sequenciamento, a relação de igualdade com a demanda dada pela restrição $A.X = b$ deverá ser respeitada, assim como o limite máximo da capacidade de máquina, apresentada na seção 1.6.6. Tais condições de restrição, sempre são garantidas quando da resolução por método exato, no entanto em uma abordagem heurística, não há garantias de que as restrições serão respeitadas na solução final.

Gen e Chen (1997) apresentam, duas estratégias alternativas para correção do problema de infactibilidade. Aplicando funções auxiliares aos algoritmos principais, permite-se que um problema restrito seja abordado como irrestrito, porém condicionado a critérios específicos que, delimitam o espaço de resolução do problema a uma região factível de resultados. As abordagens apresentadas pelos autores são:

1. método da Penalidade;
2. método da Reparação.

O método da Penalidade consiste em associar à função objetivo um peso, proporcional ao erro da infactibilidade gerada. O resultado da solução final, sempre será acrescida de um peso ($w.\varepsilon$), onde w é um valor constante previamente definido, que atribui uma grandeza significativa ao erro ε , conforme equação (22).

$$F.o = \left(\sum_{j=1}^m c_j x_j \right) + w.\varepsilon \quad (22)$$

O método da Reparação assume a inserção de um procedimento lógico no próprio código base do algoritmo, com a função de atuar corretivamente sobre os elementos infactíveis da solução, impedindo desta forma que uma iteração qualquer do método venha gerar soluções inviáveis. A desvantagem desta abordagem está no fato de que, para cada problema em particular, um procedimento de reparo específico deve ser desenvolvido.

3.5. GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS

Segundo Alltman (2004), números aleatórios são fundamentais para diversas aplicações em matemática computacional, como técnicas de simulação, técnicas de sub-amostragem ou algoritmos não lineares, métodos como *Simulated Annealing*, utilizam-se de números aleatórios, para conferir um caráter probabilístico nos critérios de seleção e aceitação dos resultados.

3.5.1. Números pseudo – aleatórios

Magalhães (2006) define variáveis aleatórias como sendo uma função do espaço Ω , nos reais, para a qual é possível encontrar uma probabilidade relativa de ocorrência, como resposta a distribuição de seu conjunto de valores. Neste sentido, variáveis aleatórias são elementos contidos em um espaço dos Números Reais, no qual possuem uma probabilidade de ocorrência, dada por uma distribuição previamente conhecida. Entre as distribuições mais notáveis para estas aplicações estão aquelas geradas por uma distribuição Uniforme, na qual todos os elementos têm igual probabilidade de ocorrência, dentro de um intervalo $[a,b]$, conforme equação (23), apresentada pela seguinte função:

$$p(X = x) = \frac{1}{b - a} \quad (23)$$

Segundo Deo (1979), números aleatórios podem ser encontrados em eventos reais, como lançamento de um dado, contudo tais gerações não seriam factíveis nas aplicações em simulações computacionais por duas razões principais: a primeira delas devido à quantidade de entradas de dados e gerações computacionais que seriam extremamente complexas e dispendiosas em termos de esforço de processamento, a segunda razão é que uma vez gerada uma sequência de números esta não poderia mais ser reproduzida em uma segunda avaliação, desta forma um resultado obtido por simulação não poderia ser replicado.

Em oposição às gerações puramente aleatórias, métodos computacionais aplicam modelos determinísticos, chamados Pseudo – aleatórios, nos quais os algoritmos de geração são baseados em uma relação de recorrência, onde um novo valor é gerado pelo anterior através de uma simples operação de sobreposição. Segundo Niederriter (1992) Números pseudo-aleatórios gerados para uma aplicação computacional, devem ser relacionados a uma distribuição conhecida e apresentar propriedades estatísticas de independência.

Desta forma, o principal objetivo de um método de geração, é utilizar uma pequena sequência verdadeiramente aleatória, para expandir e criar uma sequência grande de valores, na qual ao final não seja possível distinguir um conjunto de valores gerados, de uma sequência realmente aleatória. Por se tratar de um processo determinístico, de domínio finito, a geração está sujeita a ciclos de repetição ou períodos, para o qual sempre é desejável a maior quantidade de elementos possíveis, antes da ocorrência da repetição do ciclo. Em resumo, um método satisfatório de geração pseudo – aleatória deve apresentar as seguintes características, conforme apresentado por Dias (2005):

- Dada a mesma semente, o método deve sempre reproduzir a mesma sequência de valores;
- O método deve ser de baixo custo computacional;
- Valores sucessivos devem ser independentes e uniformemente distribuídos, a correlação entre valores deve ser sempre muito pequena.

3.5.2. Método de geração

Dentre diversos métodos, aplicáveis na geração de valores aleatórios, relacionados a uma distribuição uniforme no intervalo $[0;1]$, Gentle (2003) apresenta como um dos geradores mais utilizados, o método *Linear Congruencial*, definido pelo autor na equação (24).

$$N_{i+1} = (N_i a + b) \text{ mod } m \rightarrow 0 \leq N_i < m \quad (24)$$

Onde a é chamado de multiplicador, b incremento e m o módulo da função. Quando $b = 0$ o método é conhecido como *Gerador Congruencial Multiplicativo*.

A partir de um valor inicial arbitrário, semente N_0 , tem-se uma sequência de valores inteiros resultantes da relação recursiva do número anteriormente gerado, tal conjunto de dados é conhecido como "*Sequência de Lehmer*". Quando aplicados em relações de probabilidade o conjunto de dados gerados pode ser convertido em uma distribuição uniforme $U(t) = [0;1]$ pela simples relação da função (25).

$$u_i = \frac{x_i}{m} \quad (25)$$

Uma última condição do método, apresentada pelo autor, diz respeito ao ciclo máximo de valores possíveis quando se utiliza o método linear congruencial, uma vez que N_i é determinado por N_{i-1} , e que o conjunto de dados está contido no intervalo $[0;m]$, considerando ainda que $N_{i-1} = 0$ não constitui uma condição válida ao multiplicador, resulta em um período máximo de $m - 1$ valores sem repetição de elementos.

Segundo Da Rosa (2002) é possível aplicar um conjunto de relações para determinação dos valores de a , b e m , com finalidade de se obter o melhor desempenho na geração do conjunto de valores. Inicialmente define-se um número mínimo de elementos, que se deseja gerar, sem interrupção do ciclo, este valor é definido como n . Os valores do módulo m são definidos na equação (26).

$$m = \langle \text{menor primo}(\sqrt{10n})^2 \rangle \quad (26)$$

Uma vez definido o valor do módulo m , a parcela a é obtida na função (27).

$$a = \langle \text{menor primo}(\sqrt{10n}) + 1 \rangle \quad (27)$$

O valor de b é um parâmetro arbitrário no intervalo $[0 ; m/10]$, adotando-se b como número primo, obtém-se os ciclos maiores na relação de geração. A semente inicial (N_0), deve ser selecionada, dos valores contidos no intervalo aberto $(0 ; m)$.

3.6. TESTES PARAMÉTRICOS

3.6.1. Teste de hipótese e nível de significância

Um dos pontos de relevância nas técnicas de inferência, diz respeito à teoria das decisões, Spiegel (1993) conceitua as relações de uma decisão estatística a partir de hipóteses formuladas sobre a população. Quando se compara diferentes processos avalia-se a hipótese de que não existem diferenças significativas entre eles, tal formulação é denominada hipótese nula (H_0), qualquer suposição que difira de H_0 , é conhecida como hipótese alternativa (H_1).

Uma vez definida a hipótese nula, a rejeição de H_0 está sujeita a dois tipos de erro, erro tipo I ocorre se H_0 é rejeitada quando deveria ser aceita, ao contrário quando aceita-se a hipótese nula quando a mesma deveria ser rejeitada, diz-se que foi cometido um erro tipo II. O erro tipo I fornece a base para definir o nível de significância do teste, representado por α , indica qual grau de probabilidade de ocorrência, em termos práticos utilizam-se valores como $\alpha = 0,1$ / $\alpha = 0,05$ ou $\alpha = 0,01$. O erro tipo II ou erro β , conforme apresentado por Silva (SILVA, 2009), é definido pelo fator complementar do nível de significância. No quadro 04 observa-se a probabilidade da ocorrência do erro, como fator da decisão domada.

QUADRO 04: ERROS TIPO α E TIPO β

		Realidade	
		Ho verdadeira	Ho falsa
Decisão	Aceitar Ho	Decisão correta ($1-\alpha$)	Erro tipo II (β)
	Rejeitar Ho	Erro tipo I (α)	Decisão correta ($1-\beta$)

FONTE: SILVA (2009).

Pode-se ainda citar a estatística complementar é chamada de p_valor ou p_value , este representa o índice de probabilidade de aceitação, quando $p_valor < \alpha$ H_0 é rejeitado (LEVIN, 1978).

3.6.2. Normalidade de dados

Segundo Hair (1998), Normalidade dos dados refere-se a forma da distribuição de amostras de uma métrica individual, quando esta se aproxima de uma distribuição Normal. Um método gráfico para avaliação de normalidade utiliza a curva de probabilidade acumulada. Nele os valores cumulativos da distribuição são dispostos na forma de uma reta diagonal, sobre a qual estão os pontos cumulativos dos dados coletados, quanto maior a Normalidade, maior a sobreposição de pontos sobre a reta, conforme apresentado na figura 18.

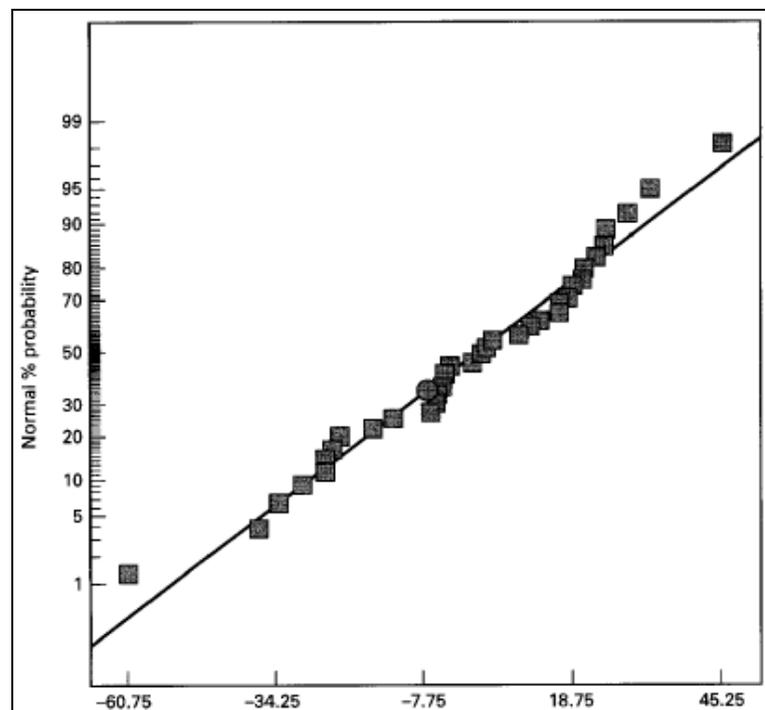


FIGURA 18: GRÁFICO DA PROBABILIDADE NORMAL ACUMULADA

3.7. TESTE DE ALEATORIEDADE.

O teste de aleatoriedade das séries, conforme apresentado por Spigel (2000), é um procedimento utilizado na avaliação de aleatoriedade de uma sequência de dados, gerados ou não. Neste uma série é definida como um conjunto de símbolos idênticos consecutivos, para uso de valores numéricos em geral

inserem-se os dados na ordem de coleta e calcula-se a mediana, onde valores acima da mediana são associados o sinal de (+), valores abaixo da mediana associam-se o símbolo (-), se o valor é igual a da mediana é omitido da amostra. Da sequência avaliada tem-se o conjunto de símbolos do tipo 1 (+), cujo o total é dado por N_1 , e o conjunto dos símbolos tipo 2 (-) representado por N_2 , além destes cada sequência possui um número total de séries denotado por V , um conjunto grande de sequências constitui uma distribuição amostral de V , com média e variância encontrados através das equações (28) e (29):

$$\mu_V = \frac{2N_1N_2}{N_1 + N_2} + 1 \quad (28)$$

$$\sigma_V^2 = \frac{2N_1N_2(2N_1N_2 - N_1 - N_2)}{(N_1 + N_2)^2(N_1 + N_2 - 1)} \quad (29)$$

Para valores de N_1 e N_2 suficientemente grandes, a distribuição de V tende a uma Normal, assim para se testar uma hipótese de aleatoriedade (H_0), em um nível apropriado de significância, utiliza-se a comparação do valor crítico Z_α contra o Z_V da sequência e este calculado na relação (30).

$$Z_V = \frac{V - \mu_V}{\sigma_V} \quad (30)$$

3.8. TESTE DE UNIFORMIDADE.

Meyer (1973) demonstra um teste formulado por Karl Pearson, conhecido como teste de aderência, aplicado para avaliar se um conjunto de dados está associado a uma distribuição de probabilidade conhecida.

O conjunto A_i , ($i = 1, 2, \dots, k$) representa o número de eventos da variável de estudo, para os k eventos de A_i temos uma frequência n_i , representando a quantidade de elementos do conjunto de dados X pertencentes ao evento A_i , onde n_0 representa a frequência teórica de elementos associados ao mesmo evento A_i ,

tem-se ainda p_0 a probabilidade de ocorrência do evento $P(X \leq x)$. A variável crítica D^2 pode ser calculada de acordo com a equação (31).

$$D^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(n_i - n_0 \cdot p_0)^2}{n \cdot p_0} > C \quad (31)$$

Assumindo H_0 como a hipótese de aderência, rejeita-se H_0 quando a variável crítica D^2 for maior que uma constante C a ser determinada. Seguindo a demonstração de Meyer, verifica-se que para uma quantidade de valores N suficientemente grande, a relação D^2 se aproxima de uma distribuição Chi-quadrado, esta relação é fundamental para determinar a constante C . Tal valor será dado pela inversa da função Chi-quadrado, em $k-1$ graus de liberdade para um nível α de significância, conforme equação (32).

$$C = \chi_{k-1; 1-\alpha}^2 \quad (32)$$

3.9. TESTES NÃO PARAMÉTRICOS

Segundo Levin (1978), muitas das análises estatísticas baseiam sua significância no pressuposto da distribuição normal de dados, gerados a partir de uma coleta aleatória, sob tais características verifica-se que o teste tem caráter paramétrico. Quando tais pressupostos não são satisfeitos, utiliza-se um grupo diferente de testes, os quais permitem uma avaliação assertiva da hipótese nula, para amostragens não normais.

3.9.1. Teste de *Chi-quadrado*

O teste de significância baseado na distribuição χ^2 ocupa-se da comparação entre frequências esperadas (fe) e frequências reais obtidas (fo) dos valores observados. Um conjunto de dados é subclassificado em grupos ou categorias, como os intervalos de um histograma, para o qual a frequência real é a proporção de

elementos em cada um dos subgrupos intervalares. A hipótese nula do modelo assume que não há diferenças entre categorias dos conjuntos, espera-se que a proporção de elementos nas frequências reais e teóricas sejam, estatisticamente, iguais em todos os sub-grupos. O teste *Chi-quadrado* inicia-se pelo somatório das diferenças relativas de cada intervalo, conforme equação (33).

$$\chi^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e} \quad (33)$$

Para interpretação dos dados da amostra é necessário encontrar o número de graus de liberdade das proporções. Imaginando uma tabulação de dados, as categorias de variáveis¹⁰ são distribuídas como colunas de uma tabela, e os subgrupos intervalares como linhas desta tabela. Uma ilustração da tabulação dos dados é apresentada na figura 19, com esta tabulação se obtém o número de graus de liberdade da amostragem utilizando a relação (34).

$$gl = (linhas - 1)(colunas - 1) \quad (34)$$

Os valores críticos da distribuição (χ^2_{α}) são função do número de graus de liberdade e nível de significância. Compara-se então o valor calculado da amostra (χ^2_x) com o valor crítico, caso o primeiro seja maior rejeita-se a hipótese nula, por haver evidências de diferença entre os grupos (LEVIN, 1978).

	Categoria 01	Categoria 02	Categoria 03	Ca
Intervalo 1 - 9	2	0	5	
Intervalo 10 - 19	7	10	2	
Intervalo 20 - 29	3	8	5	
Intervalo 30 - 39	15	2	7	
Intervalo 40 - 49	2	6	10	
Intervalo 50 - 59	1	4	1	

FIGURA 19: TABULAÇÃO DE DADOS PARA ANÁLISE χ^2

¹⁰ Categorias de variáveis são distintos conjuntos de dados, pertencentes a diferentes famílias amostrais ou gerados por diferentes condições experimentais.

3.9.2. Teste das medianas

O teste das medianas é um procedimento simples, para comparação de amostras independentes, onde se busca determinar se duas populações são iguais pela comparação das medianas. Inicia-se o teste agrupando-se os dados das duas amostras em um único conjunto. Deste conjunto se extrai a mediana global, para cada uma das amostras originais encontra-se o número total de elementos maiores que a mediana, e dos valores menores iguais a mediana. Os resultados são tabulados conforme apresentado no quadro 05, Na tabela dos dados aplica-se o teste *Chi-quadrado* com grau de liberdade um e nível de significância desejado (LEVIN, 1978).

QUADRO 05: TESTE DAS MEDIANAS

	Distribuição I	Distribuição II
> mediana	r(A)	r(B)
≤ mediana	s(A)	s(B)

3.9.3. Análise por postos de Friedman

Um teste de posto de Friedman permite avaliar diferenças em uma mesma amostra de respondentes, que tenham sido mensurados em duas ou mais condições diferentes. Para aplicação de Friedman os dados são classificados em postos relativos, onde geralmente é atribuído o posto 1 para o menor valor, sucessivamente até o posto n para o de maior valor. A relação de postos é comparada pela distribuição *Chi-quadrado*, onde χ^2_p de Friedman é apresentado na equação (35).

$$\chi^2_p = \frac{12}{Nk(k+1)} \sum \left(\sum R_i \right)^2 - 3N(k+1)$$

k → Número de condições das mensurações dos respondentes; (35)

N → Tamanho da amostras (total de respondentes);

ΣR_i → Soma dos postos relativos a uma particular mensuração;

O resultado de χ^2_p é comparado ao valor crítico (χ^2_α), obtido com grau de liberdade $k - 1$. Caso $\chi^2_p > \chi^2_\alpha$ rejeita-se H_0 (LEVIN, 1978).

3.10. REGRESSÕES

Conforme definido por Chatterjee (2006), regressão é um método de investigação funcional entre variáveis e resultados experimentais. A partir de resultados obtidos em experimentos, históricos de dados ou medições em campo, busca-se uma relação em forma de equação aproximativa, que descreva da maneira mais exata possível, a dependência de uma resposta com as variáveis preditoras do modelo. A função geral em um modelo de regressão é representada na equação (36).

$$\hat{Y} = f(X_1, X_2, \dots, X_n) + \varepsilon \quad (36)$$

Onde ε é o erro aleatório resultante da diferença do resultado obtido pela função aproximativa e os valores reais encontrados. Um exemplo específico de uma relação linear, apresentado pelo autor, tem a forma apresentada na função (37), no qual β é o vetor dos coeficientes da função.

$$\hat{Y} = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n \quad (37)$$

Martins (2010) apresenta a relação mais básica de um estudo de regressão, a aproximação pelo modelo linear de uma única variável. Dado por $\hat{Y} = a + bx_i + \varepsilon_i$, onde a é o intercepto da reta e b a taxa de variação de y por unidades de x . Descrevendo uma aproximação pelo método dos mínimos quadrados, Burden (2003) deduz as relações que definem os parâmetros a e b , como função de x_i e y_i , para o qual o somatório dos erros é mínimo.

$$a = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i y_i \sum x_i}{n(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} \quad (38)$$

$$b = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} \quad (39)$$

$$\min \rightarrow \varepsilon = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (40)$$

Burden apresenta ainda, uma particularização para o qual uma serie de dados assume uma distribuição aproximada por uma função exponencial, na forma dada pela equação (41):

$$\hat{y} = be^{ax} \quad (41)$$

A equação (42) pode ser resolvida utilizando as mesmas deduções das equações normais, considerando a linearização do modelo exponencial, através da aplicação do logaritmo natural nos termos da função.

$$\ln \hat{y} = \ln b + ax \quad (42)$$

De forma similar as deduções observadas em (34) e (35), os parâmetros a e b são obtidos pelos valores x_i e y_i com as funções (43) e (44).

$$a = \frac{n \sum x_i \ln y_i - \sum x_i \sum \ln y_i}{n(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} \quad (43)$$

$$\ln b = \frac{\sum x_i^2 \sum \ln y_i - \sum x_i \ln y_i \sum x_i}{n(\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} \quad (44)$$

Por se tratar de um modelo que aproxima uma função de uma série de dados coletados, é esperada a existência de erros e divergências entre os valores reais e teóricos do modelo. Conforme Werkema (1996) esta diferença individual de cada medição é chamada de resíduo (e_i), sendo uma medida global do erro a soma quadrática da parcela residual (SQR), conforme equação (45).

$$SQR = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (45)$$

Uma segunda análise de variação é dada pela soma dos quadrados devido a função de regressão, calculada a partir do valor médio das medições ($SQreg$). O erro total (SQT) do modelo é resultado da soma das parcelas dos erros parciais.

$$SQreg = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \quad (46)$$

$$SQT = SQreg + SQR = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 + \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (47)$$

Um último parâmetro de análise, conforme definido por Sheather (2009), chamado de coeficiente de determinação (R^2), representa a proporção relativa da variabilidade total dos dados reais y_i , que é explicada pelo modelo aproximado da regressão. Em valores práticos o coeficiente R^2 é calculado pela equação (48).

$$R^2 = \frac{SQreg}{SQT} = 1 - \frac{SQR}{SQT} \quad (48)$$

Em muitos casos, a adição de variáveis irrelevantes ao modelo podem efetivamente aumentar o valor do final de R^2 . Por esta razão adota-se coeficiente de determinação ajustado, ponderado pelo número de preditores do modelo (p) e o número de variáveis em análise (n), conforme expressão (49).

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{SQR / (n - p - 1)}{SQT / (n - 1)} \quad (49)$$

Por fim podem-se avaliar condições, onde mais de uma variável independente está presente no conjunto de dados, Martins (2010) descreve regressão multivariada, como uma relação funcional de várias variáveis independentes, todas contribuindo para a descrição do modelo. De forma geral, uma equação linear multivariada apresenta-se na forma da função (50).

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_k x_{ki} + \varepsilon_i \quad (50)$$

Onde: Y_i é a variável dependente ou variável de estudo, X_k é a variável independente do modelo, β_i o coeficiente da equação e ε_i o erro aleatório.

Segundo Monahan (2001) em um conjunto de resultado experimentais, X é chamada de matriz de *variáveis*, e β a matriz de coeficientes (desconhecida). Na equação Normal do método (51), encontra-se a relação fundamental para definir β como função de X e y conhecidos, conforme equação (52).

$$X^T X \beta = X^T y \quad (51)$$

$$\beta = (X^T X)^{-1} (X^T y) \quad (52)$$

3.11. PLANEJAMENTO EXPERIMENTAL E SUPERFÍCIE DE RESPOSTA

Calado e Montgomery (2003) definem o experimento planejado como uma técnica estatística, utilizada para avaliar a influência de um conjunto de parâmetros, individualmente sobre um resultado mensurado, sem no entanto, recair em erros de confundimento das variáveis. Os experimentos podem ser exploratórios ou ainda de otimização, em que conhecidos os parâmetros busca-se a melhor configuração para maximizar um resultado.

Algumas referências iniciais são importantes para o entendimento do conceito de experimento. Conforme Mason (2003) um planejamento experimental caracteriza-se por Fatores e respostas, define-se por resposta o resultado de saída, quantitativo e mensurável, em qualquer experimento individual. Já fator é tido como uma variável de entrada, investigada para determinar o seu efeito real na resposta do fenômeno. Ainda segundo o autor, um fator está sujeito a níveis de avaliação, compreendido pelas diferentes configurações atribuídas a este único fator, onde cada combinação fator-nível é chamada "*corrida*" do experimento.

Um experimento fatorial, conforme definição de Montgomery (2001) é um modelo envolvendo um grupo de fatores avaliados em múltiplas combinações de nível, o caso mais simples da análise fatorial é chamado de modelo 2^k , onde cada

variável em estudo é quantificada em dois níveis, extremos e opostos, [+1;-1]. Tal modelo delimita as variáveis em uma geometria prismática do espaço. Em um caso de duas variáveis, a representação do espaço seria um quadrado, com o nível dos fatores nos vértices, arranjos de três variáveis seria representado por um cubo, sucessivamente até uma generalização de n variáveis. Na figura 20 verifica-se a configuração das corridas para um modelo de três fatores.

A análise dos resultados de todas as respostas, obtidas nas corridas individuais de um modelo 2^k , permite entender a influência direta de uma variável contra a resposta, chamada efeito principal, assim como a interação entre estes fatores. Por interação entende-se que a influência de um parâmetro é dependente das condições de outro, para ser significativo no resultado.

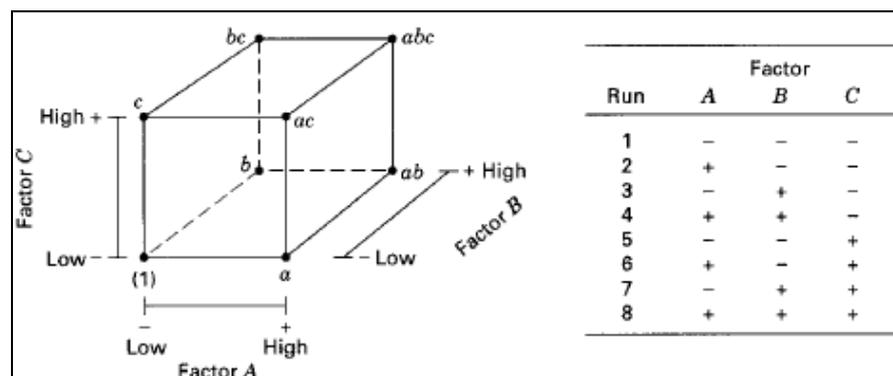


FIGURA 20: MODELO 2^k NA FORMA PADRÃO

FONTE: MONTGOMERY (2001).

A figura 21 exemplifica o comportamento do modelo quando avaliados efeitos principais individuais, e as interações entre fatores. Uma vez coletados as respostas individuais de cada corrida, é estabelecida a tabulação de resultados $X \rightarrow y$, na qual, aplicadas as relações de regressão multivariada da equação (52), deduz-se a função representativa do modelo, $Y = f(x)$. Por avaliar os fatores em apenas dois níveis, o experimento 2^k sempre aproxima o modelo por uma função linear, no entanto, muitos resultados reais não são ajustados por uma reta, desta forma, segundo Calado (2003), para se avaliar, curvaturas ou uma relação quadrática, utiliza-se um desenho experimental em três níveis – modelo 3^k .

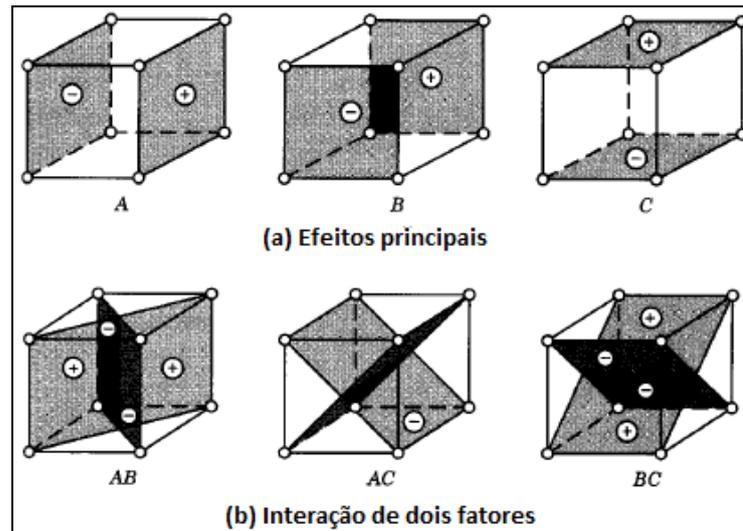


FIGURA 21: MODELO ORTOGONAL 2^k
 FONTE: MONTGOMERY (2001).

Uma variante desta abordagem, conhecido com *Método Central Composite*, avalia além dos pontos extremos nos vértices, pontos internos nas faces do modelo (pontos axiais) e o ponto central do cubo (MONTGOMERY, 2001). A figura 22 apresenta a geometria cúbica, representando as 15 corridas do modelo.

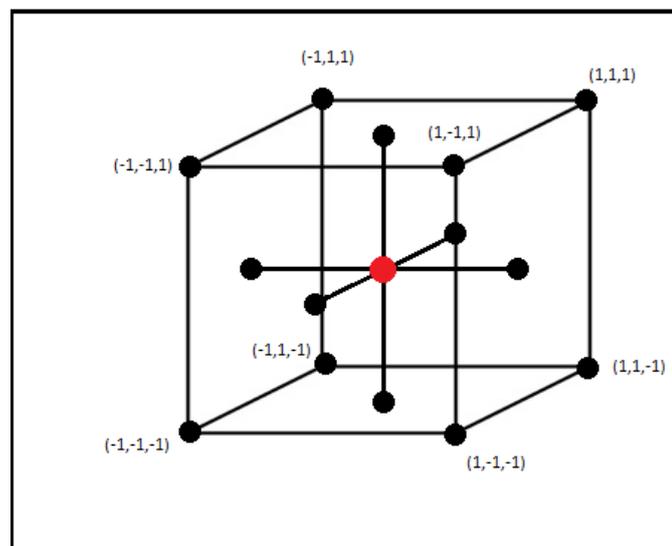


FIGURA 22: MODELO ORTOGONAL *CENTRAL COMPOSITE*

Uma vez definida a função que descreve o modelo, uma possibilidade de visualização gráfica dos resultados, conforme apresentado por Khuri (1996), é a técnica conhecida como superfície de resposta (*RSM*). Em uma função de duas

variáveis são desenhadas linhas ou curvas em intervalos regulares, sobre o plano formado pelos eixos dos fatores X_1 e X_2 , cada contorno representa um intervalo específico do resultado, geometricamente seria como uma projeção de topo dos valores de Y sobre o plano X_1X_2 , os fatores que não estão no eixo entram como constante no modelo. A figura 23 exemplifica a visualização gráfica de um resultado por superfície de resposta.

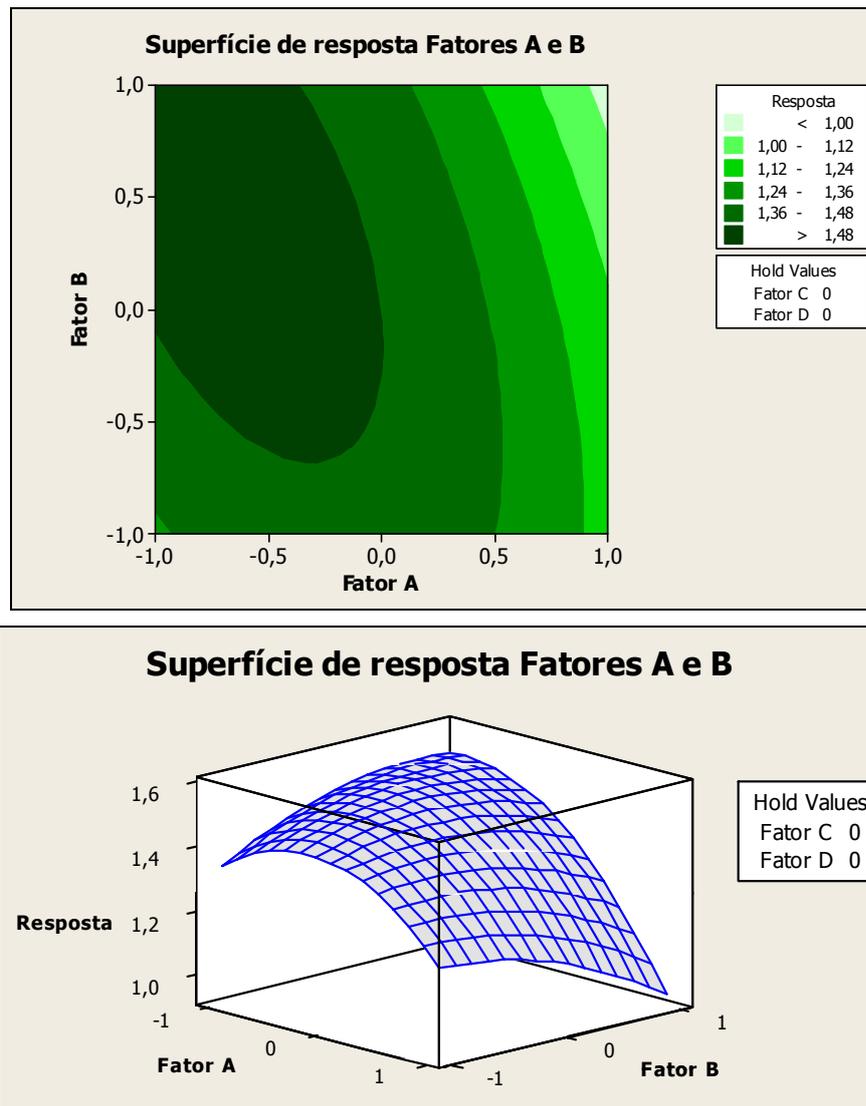


FIGURA 23: SUPERFÍCIE DE RESPOSTA

4. ANÁLISE EXPERIMENTAL E RESULTADOS

4.1. RESUMO DOS EXPERIMENTOS

A avaliação experimental proposta neste trabalho, visa desenvolver um método, capaz de encontrar soluções satisfatórias ao problema de sequenciamento, para tanto os experimentos conduzidos, levam as melhores condições do algoritmo *Simulated Annealing*.

- Experimento 1: avalia a qualidade de geração dos números aleatórios, quando utilizado o método *linear congruencial*;
- Experimento 2: desenvolve a configuração ótima dos parâmetros no *annealing*, que maximiza a eficiência da resolução do método;
- Experimento 3: apresenta o comparativo entre o método *Simulated Annealing* e o desenvolvimento da solução exata;
- Experimento 4: apresenta as soluções finais pela inclusão do tempo de preparação e heurísticas auxiliares;

A última condição de análise avalia as resoluções do *Simulated Annealing*, para o problema completo, considerando todas as variáveis omitidas no modelo simplificado.

4.2. MODELAGEM DO PROBLEMA

4.2.1. Modelo do sequenciamento

Conforme visto na seção 3.1 utiliza-se a nomenclatura $\alpha / \beta / \gamma$ para representação do modelo de sequenciamento. No modelo em estudo tem-se uma configuração em máquinas paralelas, uma vez que, todos os itens podem ser

produzidos simultaneamente em qualquer uma das linhas, no entanto para cada configuração máquina/produto, o tempo do processo é diferente. Desta forma o parâmetro α , que representa o ambiente de produção, é definido pela categoria de máquinas paralelas independentes, designado pela sigla R .

A classificação da natureza de operação (β) é definida considerando 6 condições do modelos:

1. Um lote de produção não pode ser interrompido depois de iniciado o processo, devido à rastreabilidade e por uma questão de degradação do produto, quando começado o lote deve ser produzido integralmente;
2. Não há nenhuma limitação na quantidade de insumos de fabricação no modelo;
3. Não há nenhuma relação de precedência entre produtos;
4. Não há restrições para data de início, o tempo de liberação será $t = 0$ para todos os itens;
5. A data de entrega está restrita apenas ao limite de capacidade do recurso, $d_i = d$ para todos os itens;
6. O tempo de processo p_{ij} não é comum entre recursos, pelo contrário, cada recurso possui sua produção horária característica.

Considerando-se as condições acima a classificação da natureza de operação fica definida simplesmente por (α) , ou seja, elementos irrestritos quanto à natureza de operação.

Com relação ao parâmetro γ , a função objetivo do modelo traduz-se em minimizar o tempo total de produção, este o resultante do somatório dos tempos individuais em cada recurso, conforme função (53).

$$Z = \min \sum_{j=1}^m C_j \quad (53)$$

Onde: $m \rightarrow$ Total de recursos do modelo;

$C_j \rightarrow$ Tempo total de produção por recurso

Conforme os pressupostos descritos, a representação final dos parâmetros $\alpha / \beta / \gamma$, e a descrição do modelo em estudo será representado no conjunto (54).

$$S \rightarrow \left\{ R / \text{º} / \sum_{j=1}^m C_j \right\} \quad (54)$$

Onde: R → Designação de Máquinas paralelas independentes;

º → Natureza da operação irrestrita;

Z → Função objetivo, minimizar o tempo total de produção

4.2.2. Representação dos lotes e restrição da demanda

O problema do caso real não dispõe de um roteiro fixo de atividades e sim uma gama de possibilidades entre os recursos disponíveis. Além deste fato, a demanda inicial D_j não é constituída por um lote único, mas pode ser convenientemente subdividida em frações menores d_{ij} , estas sim, destinadas às máquinas e utilizadas no sequenciamento.

Uma questão importante a ser considerada na utilização do modelo, é que na inicialização, as frações d_{ij} são desconhecidas, a única restrição imposta ao fracionamento, é de que o somatório total das quantidades individuais dos lotes, seja igual a demanda original.

$$D_j = \sum_{i=1}^m d_{ij} \quad (55)$$

Onde: D_j é a demanda prevista e d_{ij} são as frações (lotes) destinadas ao recurso i .

4.2.3. Modelagem Matemática

Sendo a variável X a matriz de demanda, matriz de dimensão $n \times m$ que representa a quantidade do produto i alocado no recurso j , reescreve-se a lista de variáveis em uma única coluna sobreposta, de tal forma que X torne-se um vetor de dimensão $(n.m) \times 1$, de forma $X = \{ x_{11} \ x_{12} \ \dots \ x_{21} \ \dots \ x_{n1} \ \dots \ x_{nm} \}^T$, Tal abordagem é

necessária para permitir o produto vetorial em $A.x = b$. A rigor, o resultado do PLL apresentado admitiria apenas variáveis inteiras em sua solução, no entanto, por simplificação do modelo, define-se neste trabalho a variável X como pertencente ao conjunto dos Reais positivos ($X \geq 0$), entendendo que, por ser este da ordem de grandeza de 10^4 , um arredondamento decimal será perfeitamente aceitável na solução final. Além desta simplificação, inicialmente não será considerado o tempo de troca entre lotes ($setup = 0$) nas simulações do modelo.

A matriz $[A]$, que representa as configurações das alocações possíveis, pode ser subdividida em dois blocos distintos, $A = [A_1 : A_2]$, onde o primeiro bloco representa as condições associadas às restrições de demanda, e o segundo bloco às restrições de capacidade. A_1 seria, portanto uma matriz de dimensão $n \times (n.m)$, na qual $a_{ij} = 1$ quando a alocação do item é possível e $a_{ij} = 0$ nas alocações infactíveis, por sua vez A_2 assume a dimensão $m \times (n.m)$, neste caso a_{ij} representa o tempo para processar uma unidade de i em j :

$$a_{ij} = \beta_{kj} \rightarrow [i = (k + 1) \text{ e } j = (k.n) + 1]; \forall k = 0, \dots, m - 1 \quad (56)$$

A matriz A tem o formato de matriz esparsa $(n+m) \times (n.m)$, diagonalmente dominante na forma:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & \dots & 1 & \\ \beta_{11} & \dots & 0 & \beta_{12} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \beta_{21} & \dots & 0 & \beta_{22} & \dots & 0 & \\ 0 & \dots & \beta_{n1} & \dots & 0 & \dots & \beta_{nn} & \end{pmatrix} \quad (57)$$

O vetor c de custos carrega o tempo de processamento de uma unidade do produto i no recurso j , as restrições do modelo de forma similar à matriz A é subdividida em blocos $b = [b_1 : b_2]$, onde b_1 apresenta a demanda total prevista por

item e b_2 as restrições de capacidade. Para adequação dimensional do modelo, o vetor de custos tem dimensão $1 \times (n \cdot m)$ e o vetor das restrições $(n+m) \times 1$.

$$\begin{aligned} C &= \{c_{11}, c_{12} \dots c_{nm}\} \\ b &= \{b_1, \dots, b_n, d_1, \dots, d_n\} \\ C, b &\in R^+ \end{aligned} \tag{58}$$

A mesma relação matricial pode ser facilmente visualizada na forma de sistema de equações, da qual se tem um entendimento facilitado da disposição das variáveis.

A representação final do sistema é apresentada na seguinte configuração das equações:

$$Fo = c_{11} \cdot x_{11} + c_{12} \cdot x_{12} + \dots c_{21} \cdot x_{21} + \dots + c_{nm} \cdot x_{nm}$$

s. a:

$$\begin{array}{cccccccc} & \underbrace{\hspace{2cm}}_{X_{1j}} & & \underbrace{\hspace{2cm}}_{X_{2j}} & & \underbrace{\hspace{2cm}}_{X_{nj}} & & \\ x_{11} + x_{12} + \dots & 0 \cdot x_{21} + 0 \cdot x_{22} + \dots & + & 0 \cdot x_{n1} + \dots & 0 \cdot x_{nm} & = & b_1 \\ 0 \cdot x_{11} + 0 \cdot x_{12} + \dots & x_{21} + x_{22} + \dots & + & 0 \cdot x_{n1} + \dots & 0 \cdot x_{nm} & = & b_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 \cdot x_{11} + 0 \cdot x_{12} + \dots & 0 \cdot x_{21} + 0 \cdot x_{22} + \dots & + & x_{n1} + \dots & x_{nm} & = & b_n \\ \beta_{11} x_{11} + 0 \cdot x_{12} + \dots & \beta_{21} x_{21} + 0 \cdot x_{22} + \dots & + & 0 \cdot x_{n1} + \dots & 0 \cdot x_{nm} & = & d \\ 0 \cdot x_{11} + \beta_{12} \cdot x_{12} + \dots & 0 \cdot x_{21} + \beta_{22} x_{22} + \dots & + & 0 \cdot x_{n1} + \dots & 0 \cdot x_{nm} & = & d \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 \cdot x_{11} + 0 \cdot x_{12} + \dots & 0 \cdot x_{21} + 0 \cdot x_{22} + \dots & + & \beta_{nm} \cdot x_{nm} & = & d \end{array}$$

$$X, C, b \in R^+ \tag{59}$$

Onde:

- c_{ij} → Tempo de produção de uma unidade de i em j ;
- x_{ij} → Produção total do item i em j ;
- β^{-1} → Produção horária do recurso;
- b_i → Demanda prevista do item;
- d → Restrição de capacidade em horas.

4.3. EXPERIMENTO 01 – DA GERAÇÃO DE NÚMEROS ALEATÓRIOS

4.3.1. Objetivo do experimento

Um dos mais importantes fatores dos métodos heurísticos, especialmente tratando-se do *Simulated Annealing*, é a aleatoriedade dos dados da simulação. Conforme apresentado na seção 3.4 deste trabalho, a geração de números pseudo-aleatórios será obtida pela aplicação do *método linear congruencial*, apresentado na equação (60).

$$N_{n+1} = (a \cdot N_n + b) \text{ mod } m \quad (60)$$

O desenvolvimento dos experimentos e análises desta seção inicia-se pela definição dos melhores parâmetros que constituem o algoritmo. Uma vez definidos tais parâmetros, é avaliada a qualidade do método gerador, quanto à aleatoriedade e uniformidade da distribuição dos dados.

4.3.2. Otimização dos parâmetros do Método

Assumindo inicialmente, um ciclo mínimo (n) de 10.000 valores sem repetição, entendendo que para uma estimativa inicial, tal valor representa uma quantidade razoável de iterações para qualquer simulação prévia, partindo do valor n , com as relações definidas na seção 3.4.2, calcula-se os melhores valores para os parâmetros m , a e b do método.

$$\begin{aligned}
 n &= 10.000 & a &= \text{menor primo}(\sqrt{10n}) + 1 \\
 m &= (\text{menor primo}(\sqrt{10n}))^2 & a &= 314 \\
 m &= (\text{menor primo}(\sqrt{975}))^2 & b &\in [0, m/10] \\
 m &= (313)^2 & \tilde{N}_i &= \frac{N_i}{m} \in [0,1] \\
 m &= 97.969
 \end{aligned} \quad (61)$$

O parâmetro b pode assumir qualquer valor inteiro, no intervalo 0 a $m/10$.

Conforme apresentado por Da Rosa (ROSA, 2002), para melhores resultados do ciclo mínimo b deve ser definido como valor primo, simulando diversos conjuntos a partir de $b \rightarrow [1, 3, 5, 7, 11, 13, 41, 47, 73, 79]$. Verifica-se que $b=7$ proporciona o melhor resultado de ciclo, com uma geração consistente de $m-1$ valores sem repetição.

Além dos parâmetros m , a e b , uma condicional extra de controle do ciclo foi adicionada ao modelo, quando o número de variáveis geradas ultrapassa o valor limite ($N_i \geq m - 1$) reinicia-se a geração com um novo valor de semente, $S = S_o + 1$.

4.3.3. Avaliação da aleatoriedade dos dados

Conforme apresentado na seção 3.6, um teste simples de verificação da aleatoriedade de um conjunto, é o chamado teste das séries. Consistindo basicamente em atribuir sinais positivos para valores maiores que a mediana, e negativos para valores menores ou iguais. Avaliando um grupo de 65.000 amostras, gerados a partir de 11 sementes diferentes, aplicando o teste de aleatoriedade com uma confiança de 95%, obtém-se os resultados apresentados na tabela 01. Dos valores encontrados, todos os conjuntos apresentaram um resultado de p_valor , próximo de um, indicando um alto grau de correlação com a hipótese de aleatoriedade.

TABELA 01: TESTE DE CORRIDA PARA GRUPOS ALEATÓRIOS

Semente	Amostras	p_valor
100	65.000	0,994
101	65.000	0,919
102	65.000	0,907
103	65.000	0,917
104	65.000	0,894
105	65.000	0,943
106	65.000	0,969
107	65.000	0,882
108	65.000	0,864
109	65.000	0,851
110	65.000	0,913

4.3.4. Uniformidade na distribuição dos dados

O segundo critério de avaliação de uma distribuição pseudo-aleatória, diz respeito à uniformidade dos dados, no intervalo $[0,1]$, aplicando as relações definidas no tópico 3.7 em um conjunto de 35.000 amostras, pode-se avaliar a disposição da distribuição dos dados reais, quando agrupados em conjuntos de 10 categorias. Comparados com uma distribuição Uniforme teórica, em uma divisão de 10 eventos equivalentes, é esperados um $n_0 = 3.500$ unidades para cada intervalo, nesta distribuição a probabilidade individual de cada valor é igual, sendo $p_0 = 1$ para todos os eventos. O resultado das avaliações é apresentado na tabela 02.

TABELA 02: TESTE DE ADERÊNCIA PARA GRUPOS ALEATÓRIOS

Eventos ($X \leq x$)	Freq. n_i	Freq. Teórica n_0	$(n_i - n_0 \cdot p_0)^2 / n \cdot p_0$	D^2
0,1	3.483	3.500	0,008	0,502
0,2	3.515	3.500	0,006	
0,3	3.560	3.500	0,103	
0,4	3.523	3.500	0,015	
0,5	3.559	3.500	0,099	
0,6	3.516	3.500	0,007	
0,7	3.499	3.500	0,00003	
0,8	3.430	3.500	0,140	
0,9	3.474	3.500	0,019	
1	3.440	3.500	0,103	

Para os dez eventos da distribuição, as colunas 2 e 3 representam as frequências reais e teóricas de uma distribuição uniforme, respectivamente. O valor C é obtido pelo cálculo da função inversa a um nível de significância de 5%, sendo o resultado $C = 3,32$. Como o valor D^2 é muito menor que o valor C , não há evidências significativas para rejeição de H_0 , podendo-se assumir com alto grau de confiança, que os valores gerados estão uniformemente distribuídos. Na figura 24 verifica-se graficamente a distribuição uniforme dos valores.

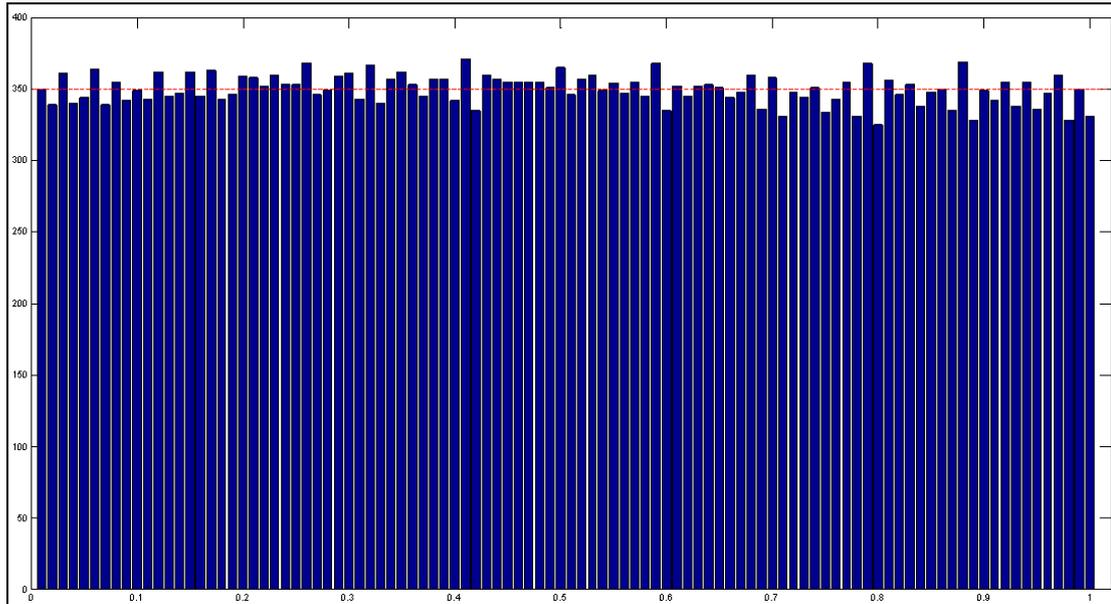


FIGURA 24: DISTRIBUIÇÃO DOS VALORES ALEATÓRIOS GERADOS

4.3.5. Discussão dos resultados

Os resultados obtidos, utilizando o método *congruencial* e parametrizado nos valores m , a e b da seção 4.3.2, demonstram um algoritmo gerador capaz de prover valores aleatórios, suficientemente adequados às aplicações do método *Annealing*. Os altos índices de confiabilidade, quanto à aleatoriedade da amostra e a uniformidade da distribuição, reforçam as qualidades desejadas, para conferir um caráter randômico às iterações da Metaheurística.

4.4. EXPERIMENTO 02 – OTIMIZAÇÕES NO MÉTODO ANNEALING

4.4.1. Objetivo do experimento

Os experimentos da seção 4.4 visam estabelecer a melhor configuração de parâmetros para o método *Annealing*, de tal forma que se obtenha em todos os casos, soluções relativamente próximas do ótimo, em um tempo computacional adequado, respeitando as restrições da demanda projetada e capacidade máxima de máquina. Após um comparativo inicial, entre métodos, serão avaliados critérios

para minimizar os erros relativos às restrições de demanda e capacidade, tópicos três e quatro. Ao final, um experimento utilizando o método *Central Composite*, para estabelecer a configuração ótima dos seguintes parâmetros:

- número máximo de iterações;
- temperatura inicial do modelo;
- fator de decaimento da temperatura.

4.4.2. Comparativo inicial das soluções entre métodos

Com o objetivo de estabelecer uma avaliação inicial, foram geradas todas as soluções ótimas, para os doze meses do horizonte de simulação. Tais resultados servirão de base comparativa sempre que referenciados. A resolução exata, apresentada na tabela 03, foi obtida através do método *SIMPLEX*, através da função *LINPROG*, do *MATLAB 5.3*.

TABELA 03: SOLUÇÕES OTIMAS PARA DEMANDA DE 12 MESES

Mês Ref.	Resultado ótimo	Média de dias por máquina
M – 01	14.245 horas	15,62 dias
M – 02	14.753 horas	16,17 dias
M – 03	14.753 horas	16,17 dias
M – 04	12.641 horas	13,86 dias
M – 05	14.579 horas	15,98 dias
M – 06	14.164 horas	15,53 dias
M – 07	14.038 horas	15,39 dias
M – 08	15.508 horas	17,00 dias
M – 09	14.843 horas	16,27 dias
M – 10	13.359 horas	14,64 dias
M – 11	12.128 horas	13,29 dias
M – 12	15.154 horas	16,61 dias

O valor de referência para comparação de eficácia entre métodos exatos e heurísticos, sempre que citado, será $[1-(R_h/R_e)]$, onde R_h representa a soluções do método *Annealing* e R_e a solução exata.

Para o comparativo inicial foi desenvolvido uma solução utilizando o mês 01 da demanda, para o método *Annealing* a seguinte configuração de parâmetros foi utilizada:

- número máximo de iterações (N_0): 10.000;
- temperatura inicial do sistema (T_0): 2.000;
- coeficiente de decaimento (α): 0,0005;
- peso da função penalidade (w): 50.000;
- semente inicial: 200.

Utilizando a configuração proposta, não foi encontrada uma solução factível ao problema utilizando a heurística. No resultado final, muitos dos recursos foram superalocados em mais de 672 horas, capacidade máxima disponível, algumas das respostas em mais de 200% deste valor, conforme apresentado no gráfico da figura 25.

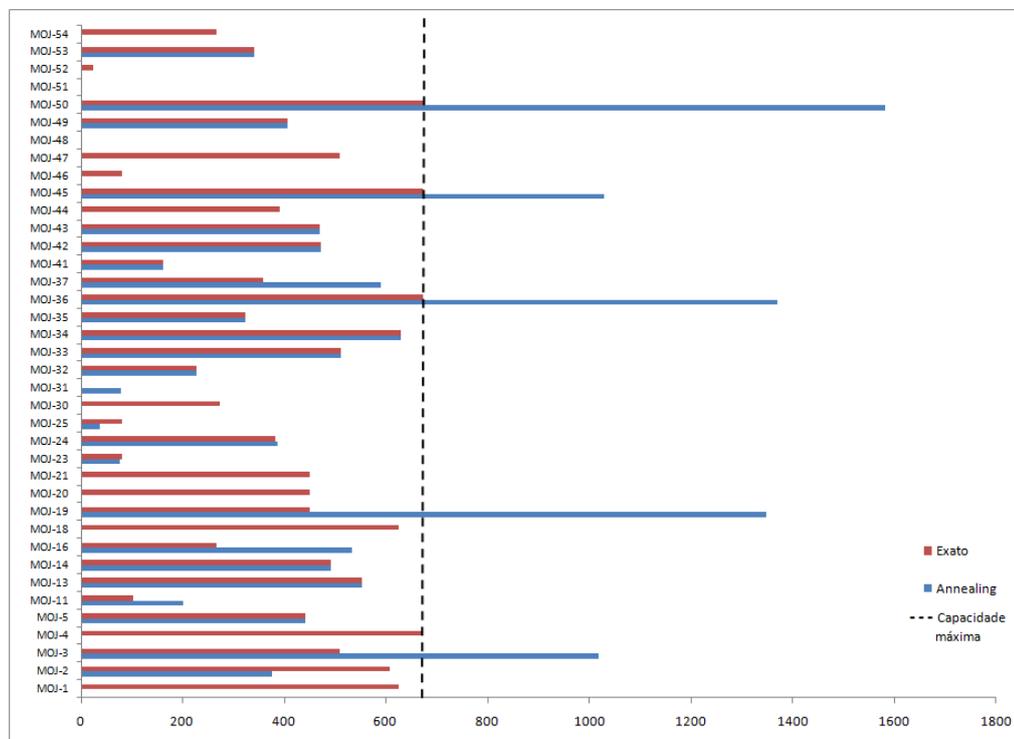


FIGURA 25: COMPARATIVO PRÉVIO ENTRE SOLUÇÕES

A partir desta análise, uma primeira correção necessária é a revisão dos critérios de penalidade, tanto para demanda, quanto para capacidade de máquina.

4.4.3. Avaliação da função penalidade para restrição de capacidade.

A função penalidade utiliza as relações descritas na seção 3.3.4, para a qual associa-se um peso w_1 para o erro da demanda, e w_2 para o erro de capacidade. Define-se desta forma a função objetivo pela seguinte equação:

$$F.o = \left(\sum_{j=1}^m c_j \cdot x_j \right) + w_1 \cdot \varepsilon_1 + w_2 \cdot \varepsilon_2 \quad (62)$$

A influência do peso w_1 pode ser avaliada de maneira independente. Estabelecendo $w_2 = 0$, verifica-se na figura 26 que o erro médio¹¹ da demanda decai exponencialmente em relação ao peso. Para valores superiores a 50.000, há uma estabilidade do erro em um mínimo de 0,05%.

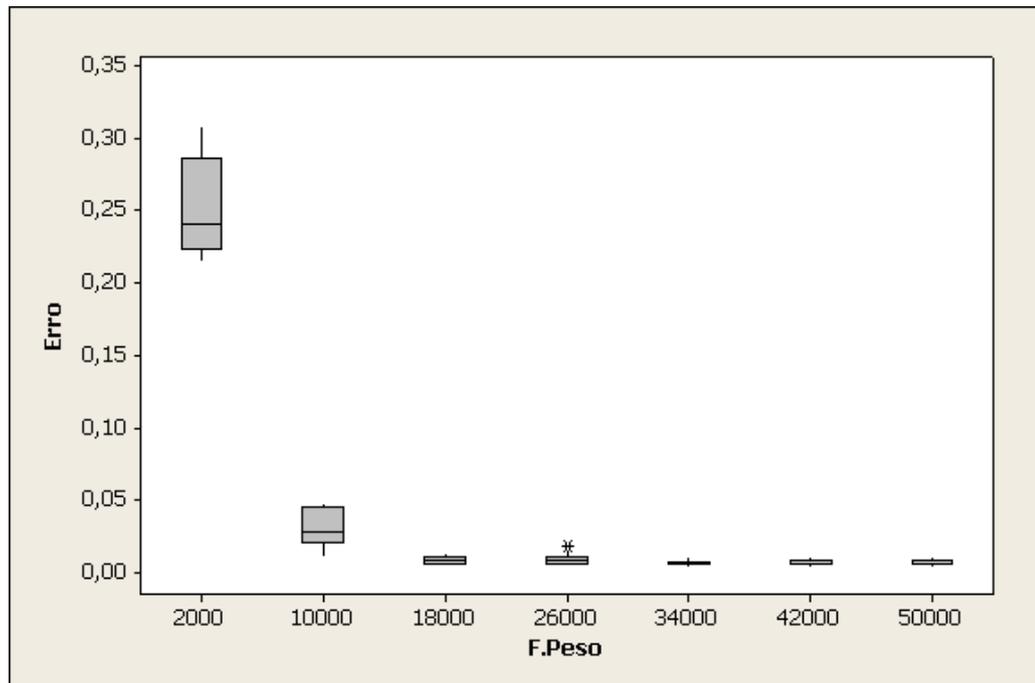


FIGURA 26: FUNÇÃO PENALIDADE DA DEMANDA

Para avaliação independente da penalidade de capacidade, arbitrou-se um valor proporcionalmente mais alto que a faixa de estabilidade avaliada ($w_1=100.000$).

¹¹ Condições de simulação, N° de iterações 10.000; T0 = 2.000, $\alpha = 0.0005$, demanda do mês 01, sementes dos números aleatórios [100, 450, 302, 200, 154].

De forma similar utilizada na avaliação da demanda, optou-se na contabilização do erro médio, da simulação de 4 meses diferentes escolhidos de forma aleatória, variando w_2 no intervalo $[0 ; 5.000]$. Utilizou-se na simulação os mesmos parâmetros de 4.4.2 e uma semente $S_0 = 100$.

O erro relativo da capacidade, também decai exponencialmente, no entanto, pelos resultados apresentados na tabela 04, é possível verificar que as condições de penalidade associadas à capacidade de máquina são divergentes das associadas à demanda, sempre que encontrada uma solução factível para capacidade, esta será incoerente para a demanda. Ao considerar w_2 inferior a 50 e $w_1 = 100.000$, o erro percentual da demanda é nulo, no entanto a capacidade do sistema é extrapolada em 1%. No outro extremo da avaliação, um peso w_2 superior a 2.000, garante a boa convergência do método em relação à capacidade, porém o erro percentual da demanda assume um patamar da ordem de 9%.

TABELA 04: ANÁLISE DA FUNÇÃO PENALIDADE DE CAPACIDADE

Peso w_2	Erro% Capacidade	Erro% Demanda
0	1,0%	0.0%
50	1,1%	0.0%
500	0,7%	5,7%
2.000	0,1%	9,6%
3.500	0.0%	9,8%
5.000	0.0%	9,7%

Na figura 27, observa-se que o melhor ponto de convergência das restrições ainda é insuficiente para considerarmos como boa a resposta do método. Mesmo tomando o ponto onde se verifica o menor erro comum, ainda assim não há uma solução cujo erro absoluto seja menor que 1%. Fica demonstrado neste ponto, que apenas um parâmetro ϵ , proporcional aos erros de todas as restrições, não será suficiente para obter uma solução convergente que respeite simultaneamente as condições de capacidade e demanda.

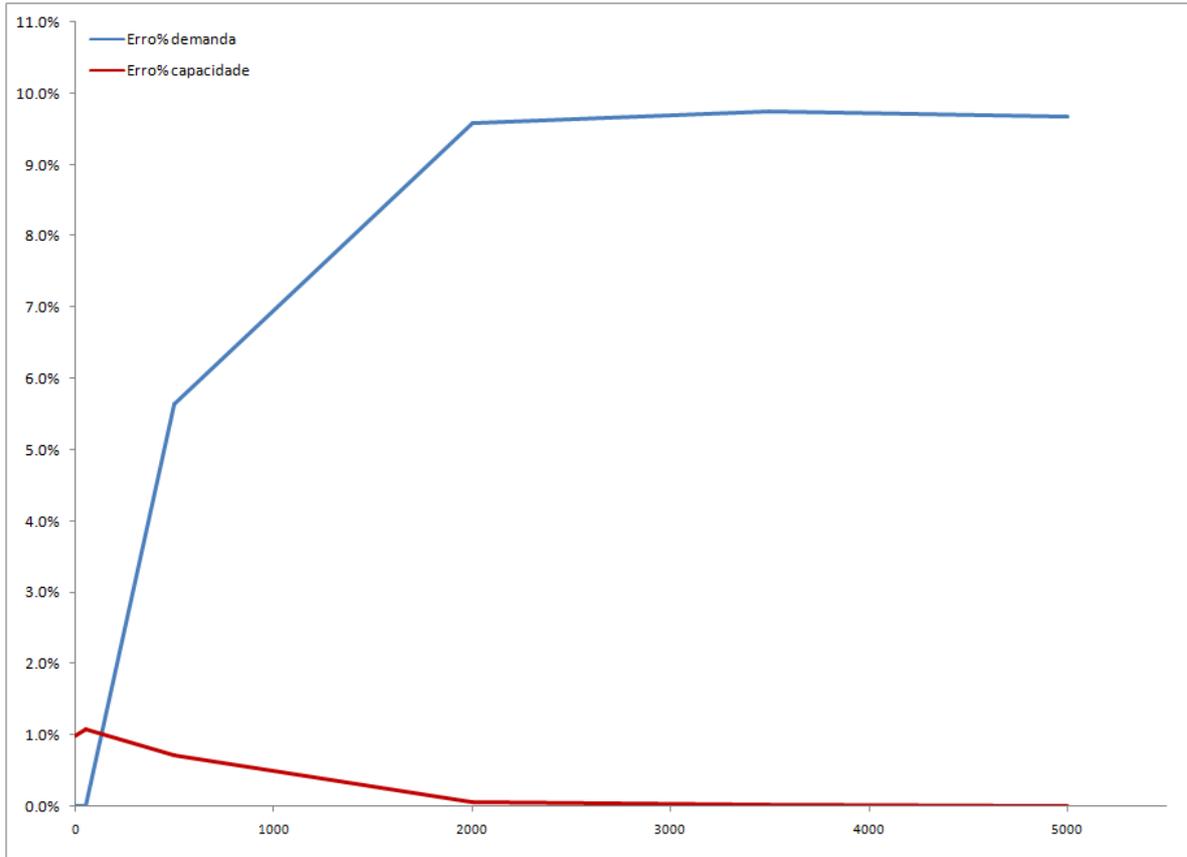


FIGURA 27: FUNÇÕES PENALIDADE DE DEMANDA E CAPACIDADE

4.4.4. Avaliação do Método da Reparação para restrição da demanda

Uma vez que não é efetiva a aplicação simultânea de penalidade, nas restrições de capacidade e demanda, pelas definições do método da reparação, tópico 3.3.4, deve ser incorporado ao algoritmo principal, um procedimento auxiliar que para todas as iterações, seja sempre garantida 100% da alocação da demanda.

Como proposta de método auxiliar, estabelecendo a variação vetor X no intervalo $[0;1]$, temos que, a restrição de demanda será garantida quando respeitada a relação apresentada na equação (63).

$$X_{ik} = 1 - \sum_{j=1}^{k-1} X_{ij} \tag{63}$$

$$\text{onde: } X_{ik} = 0 \rightarrow \sum_{j=1}^{k-1} X_{ij} \geq 1$$

Avaliando a restrição de capacidade nas mesmas condições do tópico anterior, porém com a função de reparação ativa para restrição de demanda, são obtidos valores que convergem rapidamente a um erro mínimo, apenas com um pequeno incremento no valor do peso w_2 .

Pela tabela 05 verifica-se que a partir de $w_2 = 50$ o erro médio da capacidade é de apenas 0,16%. Além do melhor resultado para a resolução da restrição de capacidade, o erro associado à demanda foi nulo em todas as condições.

TABELA 05: ANÁLISE DA FUNÇÃO PESO DE CAPACIDADE

Peso w_2	Erro% Capacidade	Erro médio absoluto	Erro% Demanda
0	2,46%	464,82 horas	0.0%
1	1,96%	356,82 horas	0.0%
2	1,29%	269,48 horas	0.0%
3	1,15%	172,78 horas	0.0%
5	0,66%	99,09 horas	0.0%
10	0,28%	40,38 horas	0.0%
50	0,16%	29,66 horas	0.0%
100	0,16%	29,66 horas	0.0%
625	0,16%	29,66 horas	0.0%

4.4.5. Otimização dos parâmetros de simulação no método *Annealing*

Conforme apresentado na seção 3.10, a análise paramétrica foi desenvolvida com auxílio do método de superfície de resposta, através de um modelo 3^k (*central composite*), resultando em 15 simulações, sendo oito nos parâmetros extremos, seis pontos na posição média de um dos fatores, e um ponto central. No presente estudo foram adotados os seguintes intervalos de avaliação:

- número máximo de iterações: 5.000 a 20.000;
- Temperatura inicial do modelo: 500 a 2.000;
- Fator de decaimento de temperatura (α): 0,0001 a 0,0011.

Utilizou-se como variável de resposta no estudo, a diferença média da solução gerada em relação ao valor ótimo, além desta, o erro médio relacionado à restrição de capacidade também foi avaliado. Para cada uma das 15 execuções, utilizou-se a média da simulação de quatro meses diferentes, selecionados de forma aleatória¹². Na tabela 06 apresentam-se os parâmetros aplicados no método, em cada uma das rodadas, e o resultado experimental obtido, pela diferença relativa com a solução ótima, apresentado também o erro percentual na restrição de capacidade.

TABELA 06: RESULTADO DO EXPERIMENTO ORTOGONAL

Corrida	N.max	T ₀	α	Erro. Média	Erro% da cap.
1	5.000	500	10^{-4}	0,0498	0,16%
2	20.000	500	10^{-4}	0,0395	0,12%
3	5.000	2.000	10^{-4}	0,0623	0,16%
4	20.000	2.000	10^{-4}	0,0413	0,12%
5	5.000	500	11×10^{-4}	0,0213	0,15%
6	20.000	500	11×10^{-4}	0,0210	0,09%
7	5.000	2.000	11×10^{-4}	0,0240	0,12%
8	20.000	2.000	11×10^{-4}	0,0230	0,09%
9	12.500	1.250	10^{-4}	0,0535	0,12%
10	12.500	1.250	11×10^{-4}	0,0248	0,12%
11	5.000	1.250	6×10^{-4}	0,0328	0,14%
12	20.000	1.250	6×10^{-4}	0,0183	0,12%
13	12.500	500	6×10^{-4}	0,0195	0,09%
14	12.500	2.000	6×10^{-4}	0,0220	0,12%
15	12.500	1.250	6×10^{-4}	0,0183	0,12%

A figura 28 apresenta graficamente, a dispersão dos pontos em cada nível dos fatores. Observando a dispersão dos dados é possível intuir, a existência de um grau de curvatura para todos os parâmetros, o que indica que uma aproximação inteiramente linear, não proporciona uma boa representação do modelo.

¹² Meses utilizados no estudo, 02, 05, 07 e mês 12, semente de geração 100.

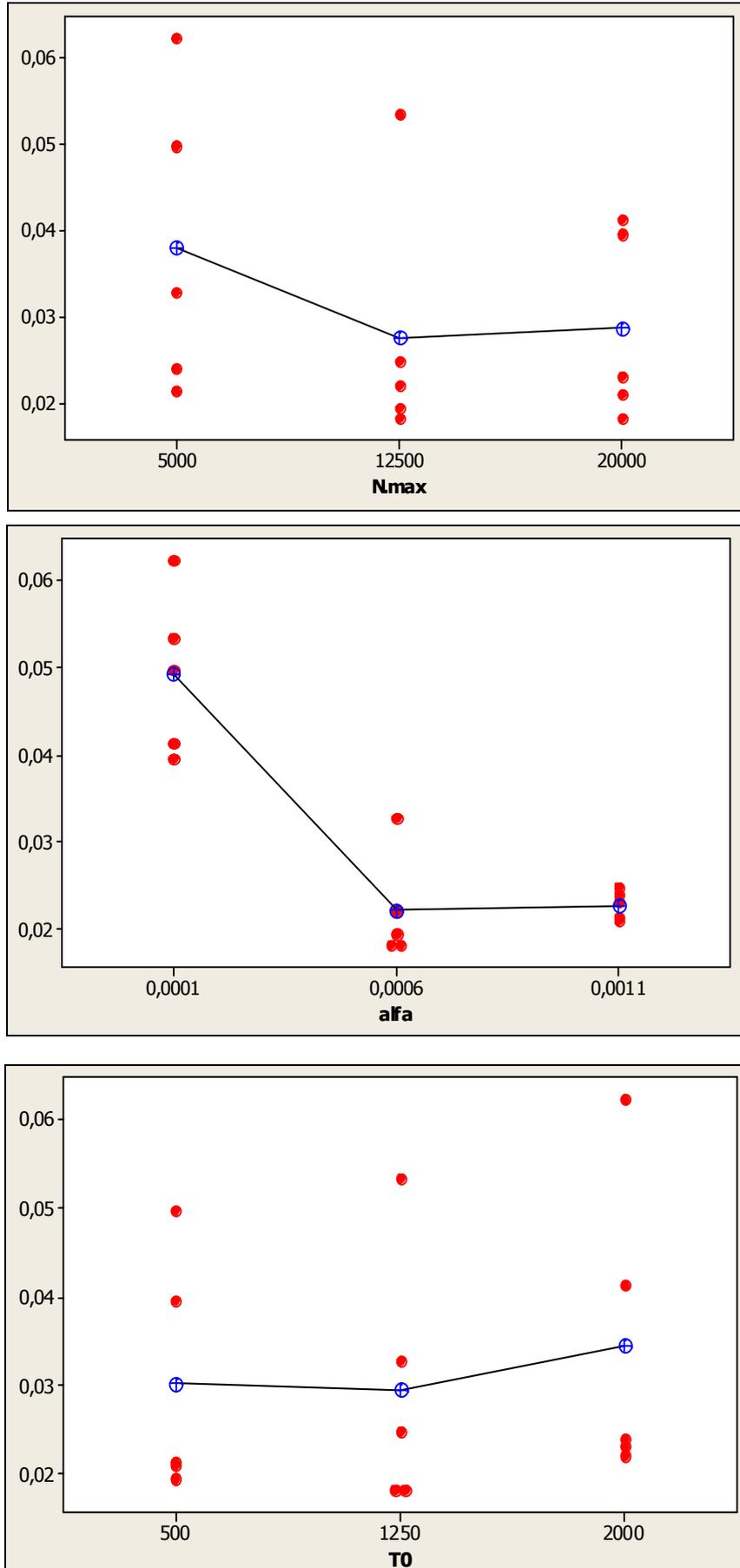


FIGURA 28: DISPERSÃO POR VARIÁVEL DE SIMULAÇÃO

Os dados do experimento evidenciam a curvatura do modelo, e a relação de dependência entre variáveis. Uma função que descreva bem os resultados, não pode ser simplificada a uma única variável, sendo necessária a aplicação de uma regressão multivariada, para melhores resultados na aproximação. Aplicando as equações apresentadas na seção 3.9, encontra-se a matriz de coeficientes das variáveis (β) com a equação (64).

$$\hat{\beta} = (X^T \cdot X)^{-1}(X^T \cdot Y) \quad (64)$$

O vetor X representa os parâmetros do modelo e Y o resultado experimental, como estimadores lineares optou-se pela formulação completa do modelo, com a adoção das variáveis principais $\{x_1, x_2, x_3\}$, interações entre as variáveis principais $\{x_4, x_5, x_6\}$ e a razão quadrática $\{x_7, x_8, x_9\}$. Tal modelo é conhecido como *Full Quadratic*.

$$\begin{aligned} x_1 &= N. \text{ max de iterações} \\ x_3 &= \alpha \\ x_2 &= \text{Temp. inicial} \\ x_4 &= x_1 \cdot x_2 & x_5 &= x_2 \cdot x_3 \\ x_6 &= x_1 \cdot x_3 & x_7 &= x_1^2 \\ x_8 &= x_2^2 & x_9 &= x_3^2 \\ Y &= \beta_0 + \beta_1 \cdot x_1 + \beta_2 \cdot x_2 + \dots + \beta_9 \cdot x_9 \end{aligned} \quad (65)$$

As interações e parâmetros quadráticos do modelo foram substituídos por variáveis artificiais, de tal forma que a relação de Y mantém-se sempre uma função linear. A partir do modelo *Full*, retiram-se variáveis não significativas, avaliando em cada caso se as funções de aproximação estão melhores ajustadas. Segundo Werkema (1996), diferentes modelos não devem ser comparados por seu valor R^2 ou R^2 ajustado, isto porque tais resultados, em maior ou menor grau, podem ser influenciados pelo número de fatores do modelo, ainda que seja uma representação melhor no que diz respeito aos resíduos.

Ao invés disto a autora propõe a aplicação do critério do quadrado médio residual, como parâmetro de comparação da eficácia dos variados modelos (WERKMA, 1996). O coeficiente $QMR(p)$ é dado pela equação (66).

$$QMR(p) = \frac{SQR(p)}{n - p} \quad \text{onde: } p = k + 1 [k \rightarrow n^{\circ} \text{ de parâmetros}] \quad (66)$$

A tabela 07 apresenta os coeficientes das equações de regressão, obtidas em oito interpolações diferentes, considerando somente os fatores principais (linear), linear com as variáveis quadráticas, linear com interações, *Full* e por fim lineares com variáveis quadráticas individuais, onde se verificam os valores reais dos coeficientes, definidos para cada variável significativa do modelo.

TABELA 07: COEFICIENTES DE REGRESSÃO (β)

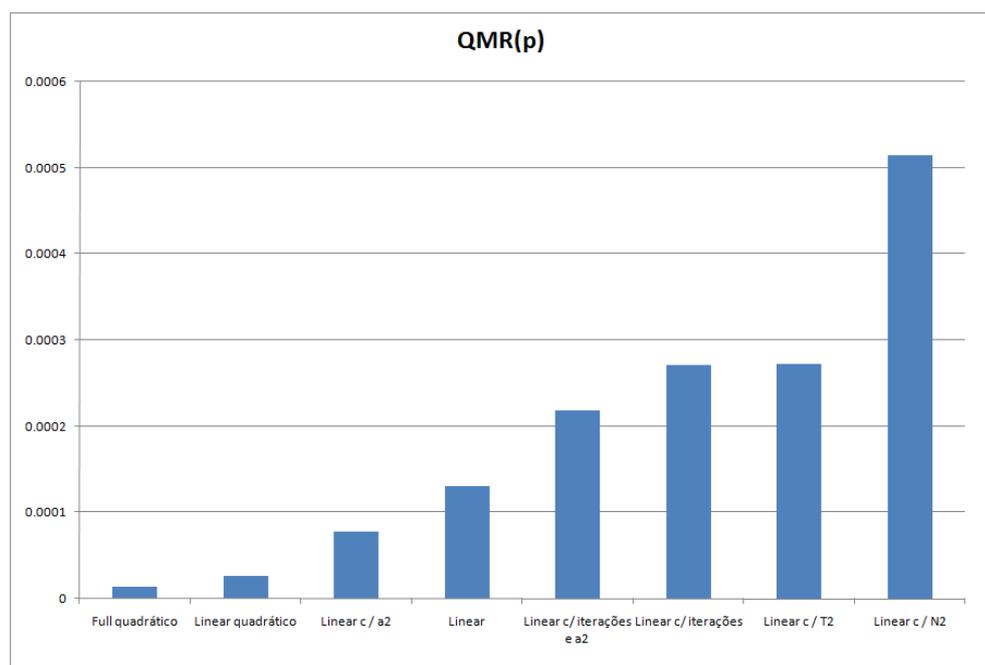
Fatores	Linear	Linear + Quadrático	Linear + Interações	<i>Full Quadratic</i>	Linear + N^2	Linear + T^2	Linear + α^2	Linear + iter. + α^2
β_0	0,052	0,058	0,053	5,91E-02	0,064	0,058	0,062	0,063
N_{\max}	0	-1,2E-06	0	-1,44E-06	0	0	0	0
T_0	0	1,87E-05	0	2,38E-05	0	0	0	0
A	-26,5	-97,6	-34,96	-1,06E+02	-26,5	-26,5	-93,04	-101,54
N. α			0,001	1,00E-03				0,001
N. T_0			0	-2,56E-10				0
$T_0.\alpha$			-0,003	-3,17E-03				-0,003
N_{\max}^2		2,12E-11		2,12E-11	0			
T_0^2		-6,3E-09		-6,32E-09		0		
α^2		59278		5,93E+04			55480	55480

A tabela 08 apresenta uma análise comparativa utilizada para cada equação, definidas com os coeficientes da tabela 07. Onde se apresenta, para cada um dos oito modelos, o erro quadrático ajustado (R^2_{adj}), o somatório quadrático dos resíduos ($SQR_{(p)}$) e o critério mais importante na comparação, o termo do quadrado médio residual $QMR_{(p)}$. Tais critérios definem o grau de proximidade da função, com os resultados reais experimentais.

TABELA 08: COMPARATIVOS DO $QMR_{(p)}$

Método	N. de variáveis	p	Fator associado	$R^2(\text{adj})$	$SQR(p)$	$QMR(p)$
Linear	3	4	N, T_0, α	61,3%	1,43E-03	1,30E-04
Linear c/ iterações	6	7	$N, T_0, \alpha, (N.T), (T.\alpha), (N.\alpha)$	55,3%	2,17E-03	2,71E-04
Linear c / N_{\max}^2	4	5	N, T_0, α, N^2	62,7%	5,15E-03	5,15E-04
Linear c / T_0^2	4	5	N, T_0, α, T^2	58,7%	2,72E-03	2,72E-04
Linear c / α^2	4	5	N, T_0, α, α^2	88,4%	7,84E-04	7,84E-05
Linear quadrático	6	7	$N, T_0, \alpha, N^2, T^2, \alpha^2$	87,5%	2,07E-04	2,59E-05
Linear c/ iter. e α^2	7	8	$N, T_0, \alpha, (N.T), (T.\alpha), (N.\alpha), \alpha^2$	93,1%	1,53E-03	2,19E-04
Full quadrático	9	10	$N, T_0, \alpha, (N.T), (T.\alpha), (N.\alpha), N^2, T^2, \alpha^2$	93,6%	6,71E-05	1,34E-05

Ordenados pelo índice $QMR_{(p)}$, de forma crescente em gráfico de barras (figura 29), é possível estabelecer um comparativo direto dos melhores resultados entre modelos. Verifica-se pelo gráfico que o modelo de regressão completa com todos os estimadores (*full*), é a que proporciona o menor erro residual, sendo a função que melhor descreve o conjunto resposta da simulação.

FIGURA 29: GRÁFICO DE BARRAS COMPARATIVO DO $QMR(P)$

A função de aproximação final, definida para descrever o comportamento do método *Annealing*, a partir dos seus parâmetros iniciais, é apresentada em sua forma matricial pela seguinte equação:

$$\bar{Y} = \begin{pmatrix} 5,91 \cdot 10^{-3} \\ -1,44 \cdot 10^{-6} \\ 2,38 \cdot 10^{-5} \\ -1,06 \cdot 10^2 \\ 10^{-3} \\ -2,56 \cdot 10^{-10} \\ -3,17 \cdot 10^{-3} \\ 2,12 \cdot 10^{-11} \\ -6,32 \cdot 10^{-9} \\ 5,9310^4 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ N_{max} \\ T_0 \\ \alpha \\ N_{max} \cdot \alpha \\ N_{max} \cdot T_0 \\ T_0 \cdot \alpha \\ N_{max}^2 \\ T_0^2 \\ \alpha^2 \end{pmatrix} \quad (67)$$

Onde \bar{Y} representa o erro médio da solução do método *Simulated Annealing*, ou ainda, à real proximidade da solução final com relação a solução ótima.

A Figura 30 apresenta a superfície que descreve graficamente a função encontrada, verifica-se claramente a curvatura acentuada da superfície, especialmente no eixo representado pela variável α , logo, uma vez que exista tal curvatura, é possível intuir a existência de mínimo global, obtido no ponto crítico $F(x_0, y_0, z_0)$.

Conforme descrito por Leithold (LEITHOLD, 1986), como condição para existência de um ponto crítico, em uma função com múltiplas variáveis, basta que a derivada de primeira ordem seja igual a zero. Neste ponto as derivadas parciais individuais de cada fator, também são iguais a zero, desta forma, existe um sistema com n equações e n incógnitas, cuja solução do sistema é o ponto crítico da função.

$$\nabla f(x_0, y_0, z_0) = 0 \therefore$$

$$\frac{\partial f(x_0)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial f(y_0)}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial f(z_0)}{\partial z} = 0$$

(68)

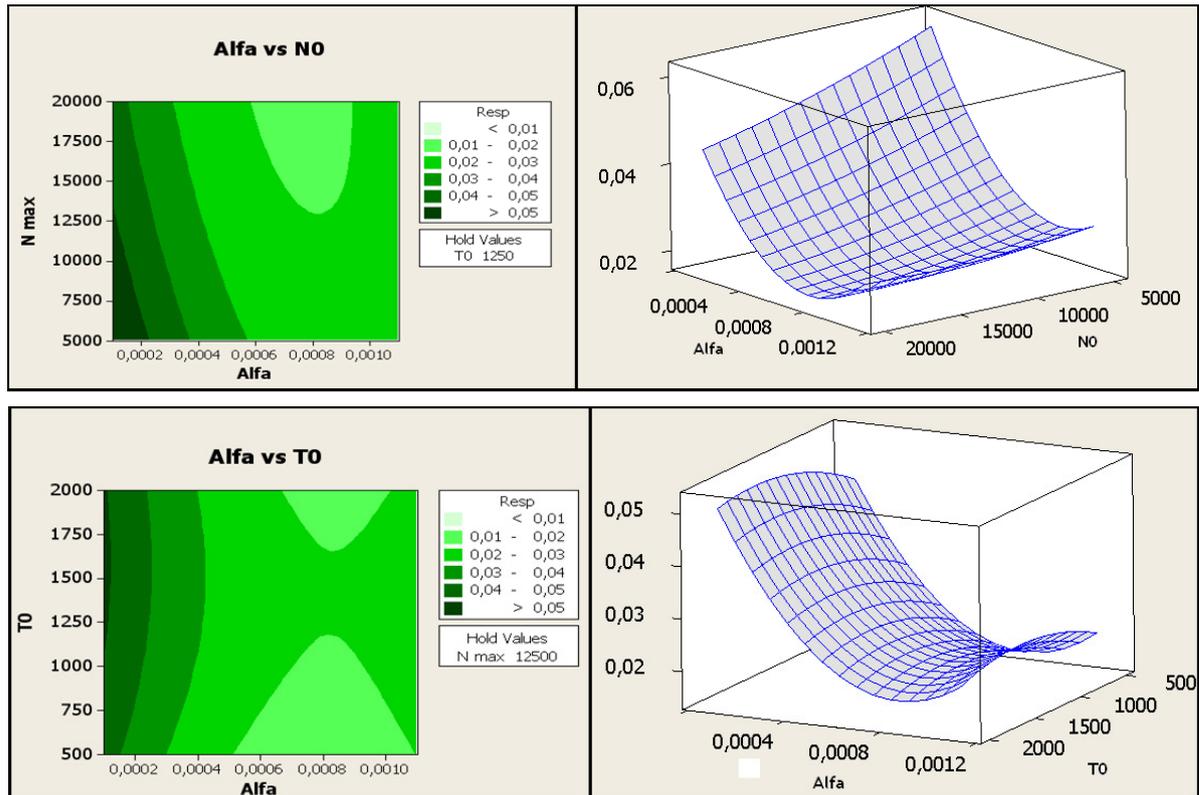


FIGURA 30: SUPERFÍCIE DE RESPOSTA - SOLUÇÃO ANNEALING

Aplicando as regra das derivadas parciais na equação de regressão encontrada, obtém-se o sistema de equação (69).

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{Y}}{\partial N} &= -1,44 \cdot 10^{-6} + 4,24 \cdot 10^{-11} N_{max} - 2,56 \cdot 10^{-10} T_0 + 10^{-3} \alpha = 0 \\ \frac{\partial \bar{Y}}{\partial T} &= 2,38 \cdot 10^{-5} - 2,56 \cdot 10^{-10} N_{max} - 1,26 \cdot 10^8 T_0 - 3,17 \cdot 10^{-3} \alpha = 0 \\ \frac{\partial \bar{Y}}{\partial \alpha} &= -1,06 \cdot 10^2 + 10^{-3} N_{max} - 3,17 \cdot 10^{-3} T_0 + 1,19 \cdot 10^5 \alpha = 0 \end{aligned} \quad (69)$$

Da resolução do sistema (69), encontra-se o ponto crítico nos seguintes valores:

- número máximo de iterações (N_0) = 24.097;
- temperatura inicial do sistema (T_0) = 1.211
- fator de decaimento da temperatura (α) = $7,24 \times 10^{-4}$.

O resultado encontrado minimiza a diferença percentual da solução do método, em relação a resposta ótima, onde a diferença média teórica será de 1,78%.

O segundo parâmetro de avaliação é o erro médio sobre a restrição de capacidade, em nenhuma das condições simuladas houve um erro maior que 0.2%, em média 0,12% de todos os níveis, além disso, pelo gráfico da dispersão dos dados (figura 31), verifica-se que as condições ótimas definidas para N_{max} , T_0 e α também são favoráveis à redução do erro na restrição, onde é possível verificar a estabilidade do erro no mínimo, na região que contém os parâmetros otimizados.

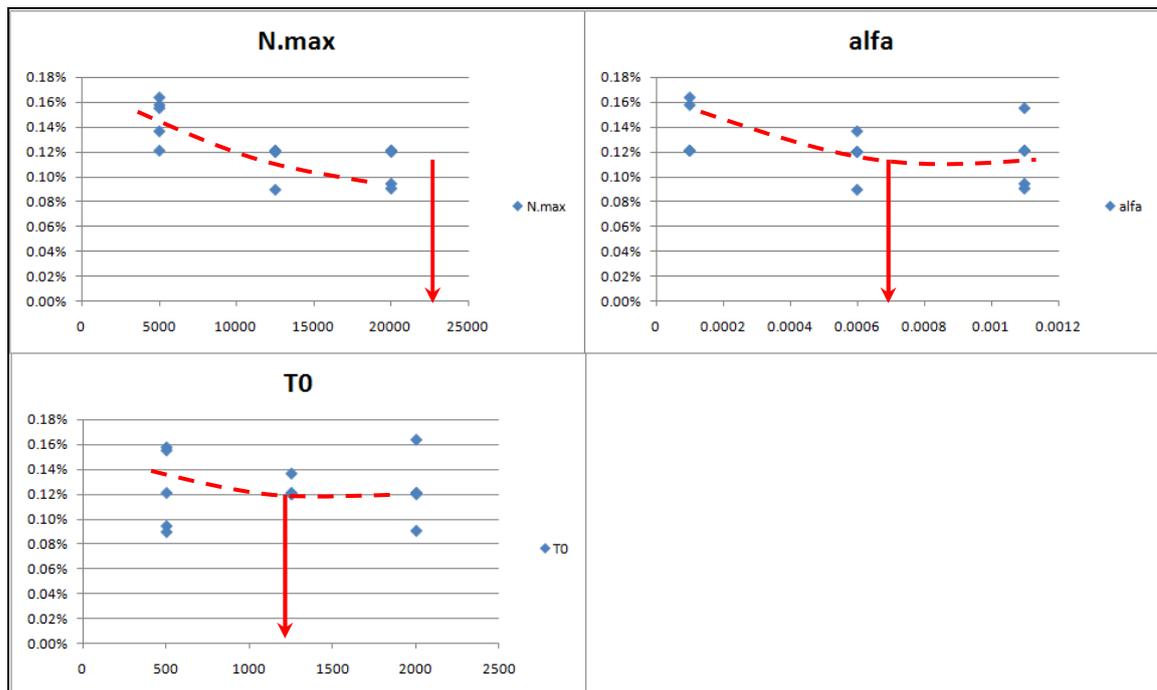


FIGURA 31:DISPERSÃO DO ERRO DE CAPACIDADE MÁXIMA

4.4.6. Discussão dos resultados

No quadro 06 encontram-se os valores das funções e parâmetros, definidos como as melhores condições para serem utilizados no algoritmo. Os valores obtidos nesta seção definem os parâmetros ótimos em todas as simulações do método. Ainda que avaliados sobre as condições particulares do caso real, é possível pressupor que o algoritmo manterá o mesmo nível de eficiência quando aplicado em problemas com limites mais abrangentes. Tal pressuposto deve ser demonstrado com uma avaliação mais criteriosa, utilizando o modelo ótimo em simulações que extrapolem as condições em questão.

QUADRO 06: PARAMETRIZAÇÃO DO MÉTODO SIMULATED ANNEALING

Função Objetivo	$F.o = \left(\sum_{j=1}^m c_j x_j \right) + w \cdot \varepsilon$
Penalidade ε para restrição de capacidade d	$\varepsilon_2 = [\max(c_j \cdot x_j) - d] \rightarrow \max(c_j \cdot x_j) \geq d$
Peso da penalidade w	50
Método da reparação para restrição de demanda	$X_{ik} = 1 - \sum_{j=1}^{k-1} X_{ij} \text{ onde } X_{ik} = 0 \rightarrow \sum_{j=1}^{k-1} X_{ij} \geq 1$
Temperatura Inicial (T_0)	1.211 °C
Número máximo de iterações (N)	24.097
Decaimento da temperatura (α)	$7,24 \times 10^{-4}$

4.5. EXPERIMENTO 03 – COMPARATIVO ENTRE MÉTODOS

4.5.1. Objetivo do experimento

Conforme apresentado nas discussões propostas da seção 4.4.6, torna-se apropriado neste ponto, uma avaliação com maior generalidade no que diz respeito à eficácia do método *Simulated Annealing*. Utilizando princípios da abordagem de *Monte Carlo*¹³, busca-se estabelecer um comparativo de maior generalidade, que permita conclusões que extrapolem os limites do caso real.

¹³ Monte Carlo, método que proporciona soluções aproximadas, pela geração intensiva de valores randômicos das variáveis pertencentes a um modelo matemático, gerando (computacionalmente) uma amostragem experimental. (FISHMAN, 1996).

Os resultados experimentais apresentados nesta seção iniciam-se pelo desenvolvimento de modelos representativos das diferentes condições do processo, estes com arranjo de parâmetros gerados de forma aleatória. Como resposta do experimento utiliza-se o tempo computacional para resolução de cada problema gerado, também foi avaliada a eficiência da resolução por *Annealing* comparada à solução ótima.

Seguindo um modelo de planejamento do experimento, conforme proposição de Gómez (2009), este é constituído de quatro etapas principais, sendo elas:

- definição do domínio das entradas;
- geração do conjunto de valores de entrada aleatórios;
- cálculos determinísticos de cada conjunto de dados;
- resumo das respostas individuais, quando possível associadas a uma distribuição de probabilidade conhecida.

4.5.2. Definição do domínio das variáveis de entrada

As variáveis de entrada foram estabelecidas de forma aleatória, geradas em sua maioria por distribuição uniforme, e em alguns casos por uma distribuição normal. Os parâmetros de entrada foram modelados conforme o caso real, porém os limites do modelo assumiram pressupostos mais abrangentes.

Primeiramente o número total de itens, valores simulados por uma distribuição uniforme, no intervalo de 30 a 68 itens, o limite inferior do intervalo é referente a uma hipotética redução do portfólio atual em 25%¹⁴, e o limite superior relativo a um crescimento projetado de 7% para os próximos 10 anos.

A demanda de produção item a item foi gerada de forma aleatória por uma distribuição Normal, utilizando neste caso a média e desvio padrão dos 12 meses do caso real.

¹⁴ Os valores de 25% do portfólio são referentes a divisão de Mercado entre unidades do mesmo segmento, para o caso da produção de uma família de produto ser inteiramente transferida para outra planta da mesma corporação. Já 7% representa o crescimento médio do mercado.

O Número total de máquinas, considerando no intervalo de 30 a 80 recursos diferentes, o limite inferior do intervalo representa um cenário de redução em 20% nas necessidades de demanda, já o limite superior foi calculado com base nos pressupostos do número total de itens e condição máxima da demanda¹⁵. Tais valores são aleatórios gerados a partir uma distribuição uniforme. O número máximo de itens por máquina (J) gerado de forma aleatória no intervalo de 3 a 7 itens por equipamento, uma vez definida a quantidade máxima de itens que podem ser alocados em um equipamento, a quantidade efetiva de itens alocados linha a linha, é obtida aleatoriamente no intervalo 1 a J .

4.5.3. Geração dos conjuntos de dados

Ao todo foram gerados 54 cenários, obtidos pelas múltiplas combinações das condições apresentadas na seção 4.5.2. Os números totais de variáveis em cada modelo variam de 1.500 a 5.200 elementos, apesar de aleatoriamente gerados, a distribuição dos conjuntos, com relação ao número total de variáveis, confere uma boa abrangência de todo espectro da avaliação. Na figura 32 é possível verificar a existência de um conjunto de modelos representativos, nos intervalos de da análise.

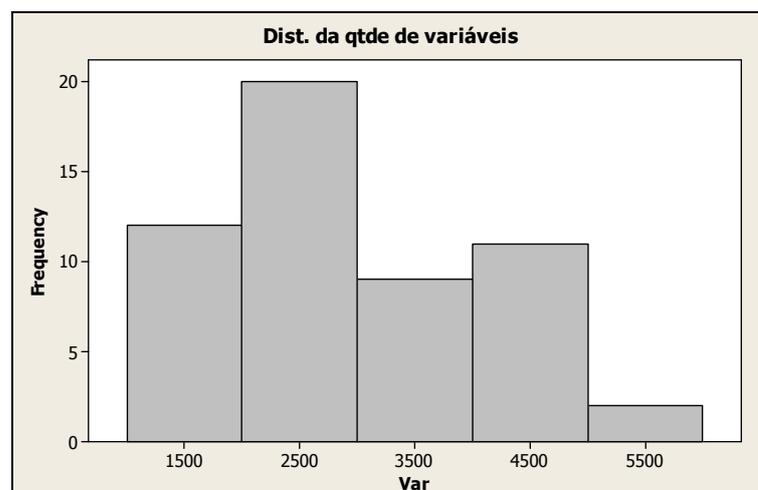


FIGURA 32: DISTRIBUIÇÃO DAS ENTRADAS POR N° DE VARIÁVEIS

¹⁵ Considerado o número de equipamentos necessários para a produção de 68 itens, com demanda mensal de 44 milhões de unidades, com uma produção horária de referência em 65.000 peças/hora.

4.5.4. Avaliação dos tempos de processamento

A avaliação do tempo de processamento confere a principal medida de referência, para determinar o nível de esforço computacional exigido na resolução de qualquer problema, quanto maiores os tempos consumidos, menor será a eficiência geral do método. Em termos de comparação, utilizou-se o tempo de resolução dos 54 modelos gerados. O tempo de processamento, em segundos, para os dois métodos avaliados (*Annealing* e exato) foi determinado considerando o início do carregamento do modelo, até o final do ciclo de resolução do algoritmo.

Um resumo geral dos resultados obtidos, está apresentado na tabela 09, onde os dados do experimento foram condensados em grupos com dez simulações, na ordem de execução, onde pode-se observar os resultados relativos ao custo computacional e diferença média com relação a solução ótima.

As três primeiras colunas indicam as características do cenário simulado, apresentando o intervalo (mínimo e máximo) da composição das variáveis. A diferença média, obtida com o método *Annealing*, em relação ao resultado ótimo está em 14%, conforme observado em todos os subgrupos da tabela.

TABELA 09: DADOS GERAIS DAS SIMULAÇÕES

Simul.	N° Prod.	N° Maq.	N° Tarefas	N° Var.	Média Sol. Ann.	Média Sol. Exat	Dif % média	Média dif. temp.	Médiana dif. temp.
01-09	[37-63]	[46-73]	[83-203]	2.820	5.584 horas	5.041 horas	12%	329,00 segund.	368,46 segund.
10-19	[34-63]	[40-72]	[93-286]	2.854	6.524 horas	5.782 horas	13%	207,00 segund.	367,11 segund.
20-29	[30-65]	[42-80]	[95-267]	3.739	6.583 horas	5.754 horas	15%	189,00 segund.	658,51 segund.
30-39	[30-65]	[32-80]	[90-247]	2.746	5.614 horas	4.985 horas	12%	(-69,00) segund.	239,60 segund.
40-49	[35-65]	[39-77]	[99-284]	2.808	6.707 horas	5.689 horas	18%	29,00 segund.	295,35 segund.
50-54	[37-63]	[39-74]	[72-232]	2.938	6.156 horas	5.556 horas	10%	77,00 segund.	424,05 segund.

Em termos do custo computacional, representado pelo tempo de processamento dos métodos, há uma grande divergência dos resultados, em média, encontram-se resultados na faixa de -69 segundos até 329 segundos, indicando a existência de resultados piores obtidos pelo Annealing, tais pontos podem ser verificados na figura 33. Pelo gráfico apresentado, poucos pontos (dentre as 54 simulações) são divergentes da grande parte dos resultados, o efeito destes pontos estranhos, pode ser verificado, quando analisado pela mediana. Nos dados da última coluna da tabela 09, observa-se que os valores medianos variam no intervalo de 239 segundos a 658 segundos, todos indicando uma resolução mais rápida pelo método *Simulated Annealing*.

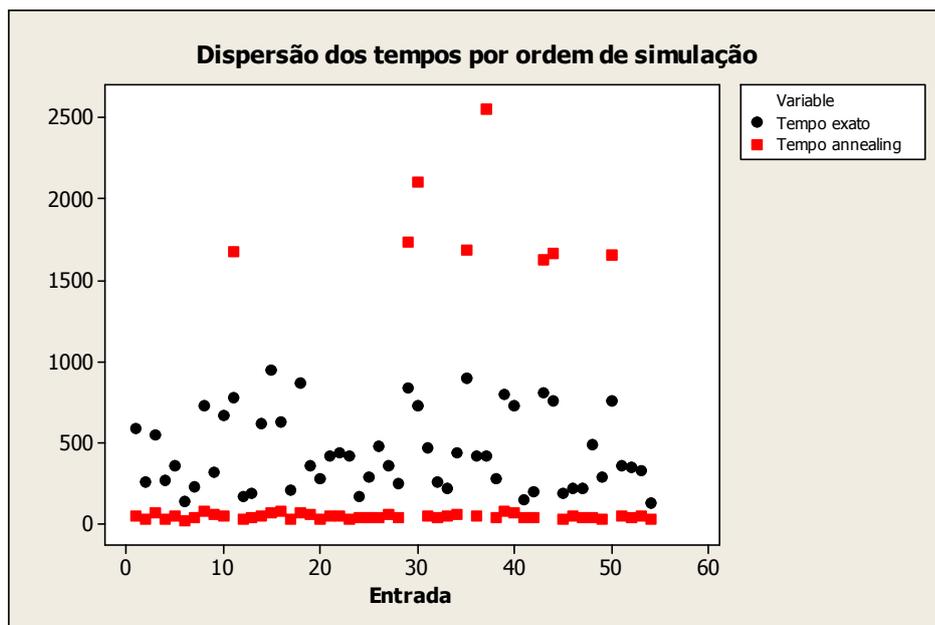


FIGURA 33: DISPERSÃO DO TEMPO DE PROCESSAMENTO

Disposto em forma de gráfico Boxplot, apresentado na figura 34, os pontos em que o método Annealing consumiu um custo computacional maior, são apresentados como singularidades do gráfico, one tais singularidades relacionam-se ao esforço adicional exigido no método da reparação (em condições muito particulares), não representando integralmente o comportamento do *Annealing*.

Avaliando o intervalo entre quartis, encontram-se em uma faixa de valores muito menores, que os resultados obtidos quando da resolução de forma exata.

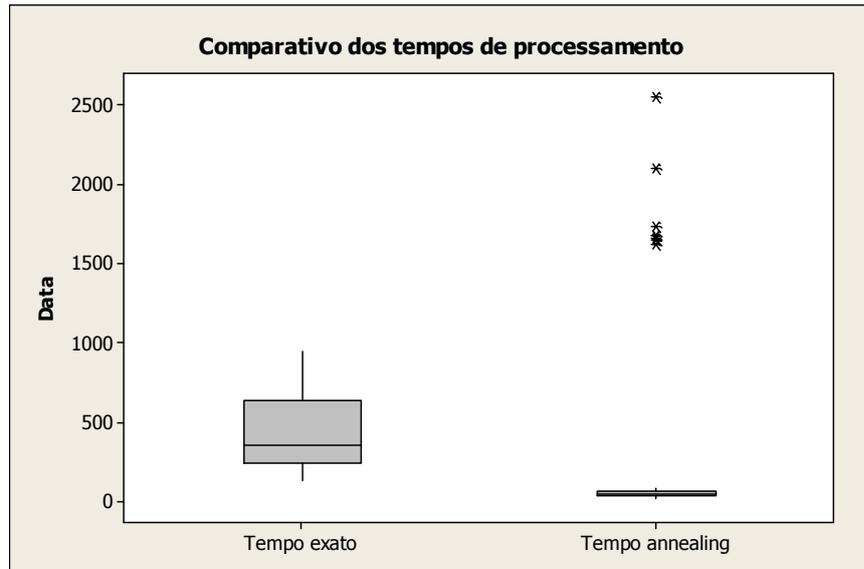


FIGURA 34: BOXPLOT DOS TEMPOS

Como análise complementar, utilizando o número total de variáveis da simulação, como eixo do gráfico de dispersão dos tempos (figura 35) verifica-se no gráfico gerado a existência de uma correlação entre o tempo computacional do método exato e o número de variáveis no modelo, de tal forma que o tempo de resolução, neste caso, assume uma curva crescente. Desta forma, quanto maior o número de variáveis no estudo, maior será o tempo para resolução do problema. Tal correlação não é verificada no método *Annealing*, ocorrendo pequenas variações ao longo das simulações, em todo o intervalo do número total de variáveis.

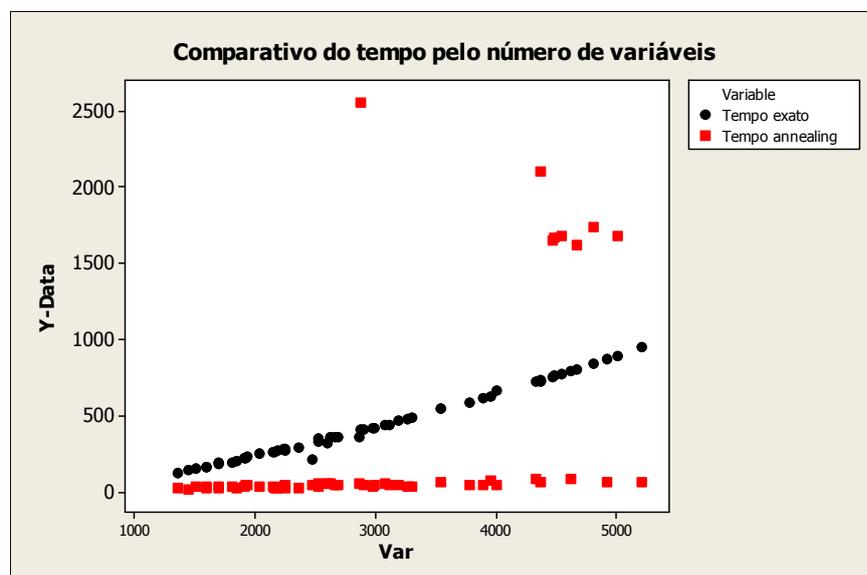


FIGURA 35: CORRELAÇÃO DO TEMPO PELO N° DE VARIÁVEIS

Dispondo os dados na forma de distribuição de frequências, é possível verificar que em sua maioria, os tempos do método *Annealing* estão em intervalos inferiores a 100 segundos (figura 36) ao contrário dos resultados encontrados para o método exato (figura 37) predominantemente no intervalo de 100 a 750 segundos. Outro fator observado, consiste de que as curvas descritas nos histogramas não aparentam seguir uma distribuição normal dos dados, desta forma uma avaliação por testes não paramétricos é mais conveniente na comparação dos modelos.

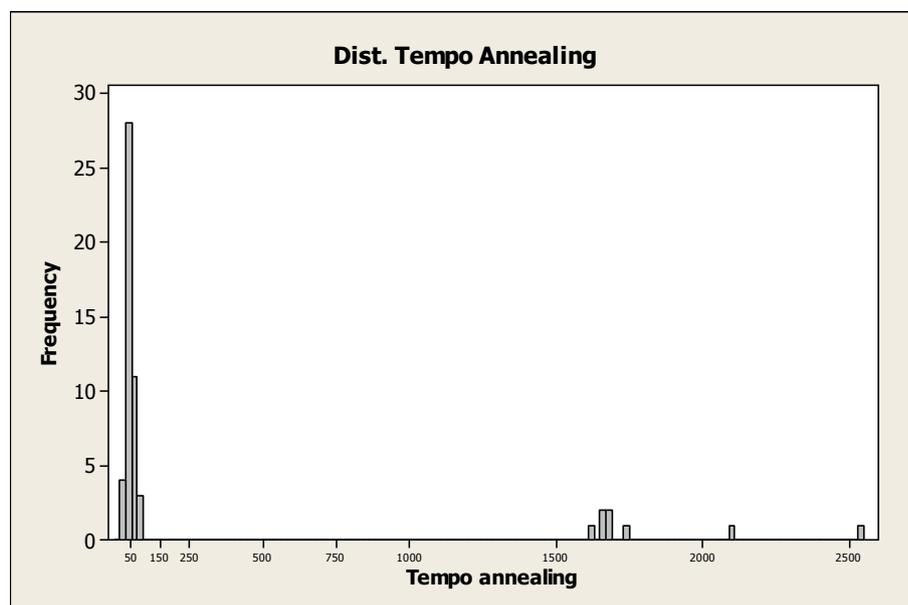


FIGURA 36: DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA - TEMPO ANNEALING

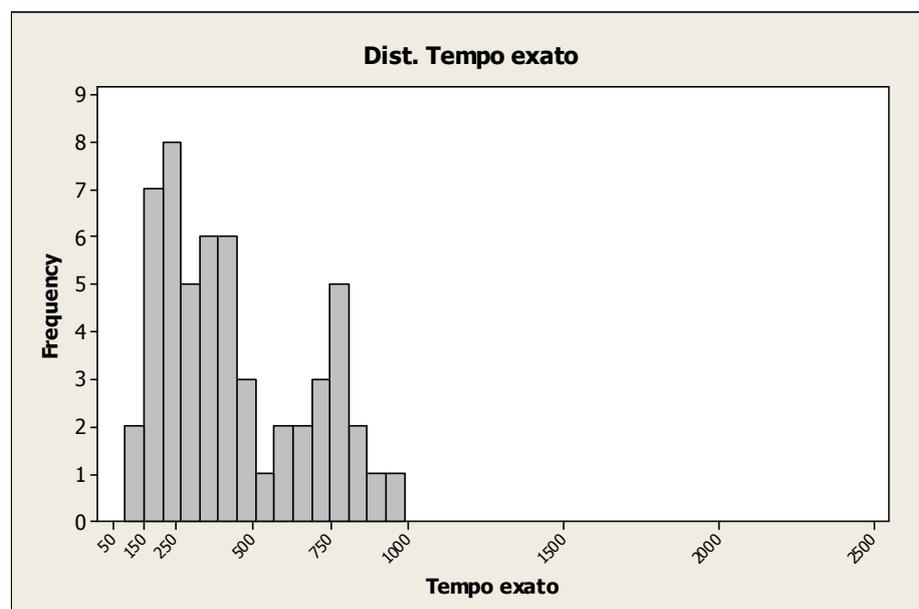


FIGURA 37: DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA - TEMPO EXATO

Utilizando-se o teste de Friedman para análise de variância por posto, avalia-se nos resultados obtidos, a existência de diferenças significativas entre os dois métodos, assumindo um nível de significância inferior de 0,05 ($p_{\text{valor}} = 0$).

```

Friedman test
S = 26,74  DF = 1  P = 0,000

      N  Median  Ranks
Tempo annealing  54   85,0   62,0
Tempo exato      54  328,5  100,0
Grand median = 206,8

```

O resultado do teste demonstra as mesmas suposições da análise gráfica. Em termos de medianas, a concentração de resultados do *Simulated Annealing* encontra-se na faixa de 85 segundos, inferior aos 328 segundos das soluções exatas. Um segundo teste auxiliar, o teste das medianas, permite evidenciar a existência da diferenças entre os métodos.

```

Mood median test
Chi-Square = 53,48  DF = 1  P = 0,000

Individual 95,0% CIs
C14      N<=  N>  Median  Q3-Q1  -----+-----+-----+-----
Tempo anneal.  46   8    46     32  *)
Tempo exato    8  46   358    393  (-----*-----)
-----+-----+-----+-----
                        120      240      360

```

4.5.5. Diferenças entre as soluções dos modelos

A diferença percentual média dos resultados é de 14% com desvio padrão em 7 pontos percentuais, o mínimo um erro total de 2%, e máximo em 35%. A distribuição de frequência das diferenças entre soluções é visualmente comparável a uma curva normal, conforme mostra a figura 38. Aplicando um teste de normalidade (aderência de Pearson), verificado na figura 39, para os dados da distribuição, não é evidenciada a condição de não normalidade dos dados, uma vez que o valor p calculado de 0,46 é superior ao nível de significância de 0,05.

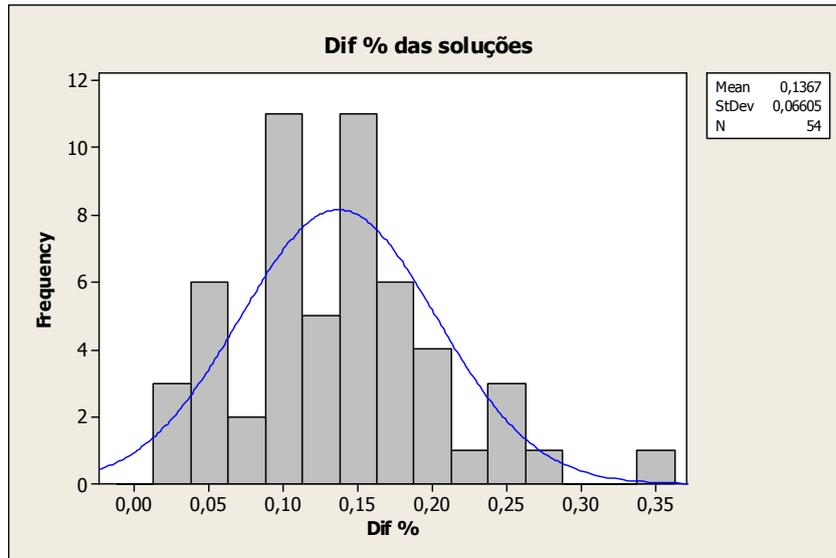


FIGURA 38: DISTRIBUIÇÃO DA DIFERENÇA ENTRE SOLUÇÕES

Desta forma permite-se admitir a distribuição das diferenças, aproximada por uma Normal. Generalizando as conclusões pela hipótese da Normal, avalia-se dentro das condições limites dos modelos de simulação definidas em 4.4.1, que ao menos 83% das soluções geradas, apresentariam uma diferença, sobre a solução ótima, inferior a 20%¹⁶, utilizando para tanto o algoritmo *Simulated Annealing* parametrizado nas condições apresentadas em 4.4.6. Tal condição é exemplificada na Figura 40, com as variações de diferenças distribuídas pela curva Normal.

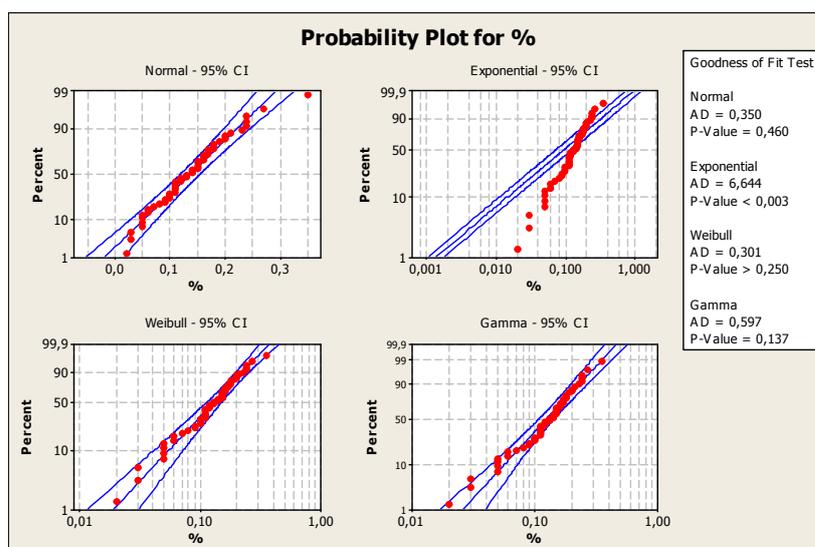


FIGURA 39: TESTE DE ADERÊNCIA DA NORMALIDADE DOS DADOS

¹⁶ Dados da tabela Normal padrão obtidos de Breyfogle (BREYFOGLE, 2003).

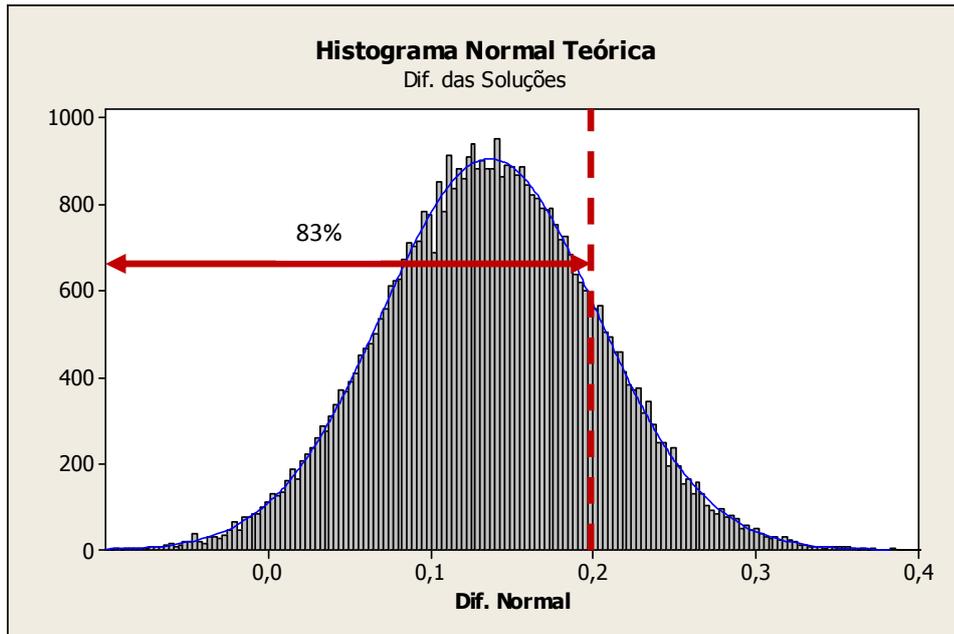


FIGURA 40: NORMAL TEÓRICA - DIFERENÇAS ENTRE SOLUÇÕES

4.5.6. Comparativo dos métodos – restrito ao caso real

Uma vez que as comparações das condições gerais do método estão delineadas, avalia-se nesta seção a parcela relativa ao caso real em estudo, dado que o objetivo principal do trabalho é estabelecer uma relação eficiente, para a resolução destes problemas. Na tabela 10 são apresentados os resultados comparativos entre as soluções ótimas obtidas nos doze meses da demanda e das soluções finais obtidas através da utilização do algoritmo *Simulated Annealing*.

TABELA 10: SOLUÇÕES OTIMAS PARA O CASO REAL

Mês de referência.	Resultado ótimo	Sol. <i>Annealing</i>	Diferença
M – 01	14.245 horas	14.454 horas	1,5%
M – 02	14.753 horas	15.482 horas	5,0%
M – 03	14.753 horas	15.481 horas	5,0%
M – 04	12.641 horas	12.830 horas	1,5%
M – 05	14.579 horas	14.938 horas	2,5%
M – 06	14.164 horas	14.514 horas	2,5%
M – 07	14.038 horas	14.321 horas	2,0%
M – 08	15.508 horas	15.545 horas	0,3%
M – 09	14.843 horas	15.066 horas	1,5%
M – 10	13.359 horas	13.702 horas	2,6%
M – 11	12.128 horas	13.302 horas	9,7%
M – 12	15.154 horas	15.449 horas	1,9%

4.5.7. Discussão de resultados

O conjunto de resultados desenvolvidos no experimento fornece evidências para análise de duas qualidades desejadas no algoritmo, acuracidade na resolução do problema e o baixo custo computacional.

Os resultados obtidos com a utilização do método *Simulated Annealing* apresentaram valores satisfatórios em termos de acuracidade, em mdia encontra-se uma diferença em relação à resposta ótima em torno de 14%, considerados satisfatório para a aplicação proposta. Verificado pela normalidade dos resultados, nas condições mais gerais de simulação, ao menos 83% das resoluções por Annealing, divergirão do resultado ótimo em menos de 20%. Se a comparação for restrita apenas ao caso real em estudo, o índice do erro encontrado é consideravelmente menor, da ordem média de 3%, conforme observado na tabela 10.

Quanto ao custo computacional, como pode ser observado na figura 41, alguns resultados consumiram um esforço computacional maior pelo método heurístico que pelo exato, no entanto, em sua maioria os resultados por *Annealing* foram de 200 a 600 segundos mais rápidos do que os obtido na resolução exata.

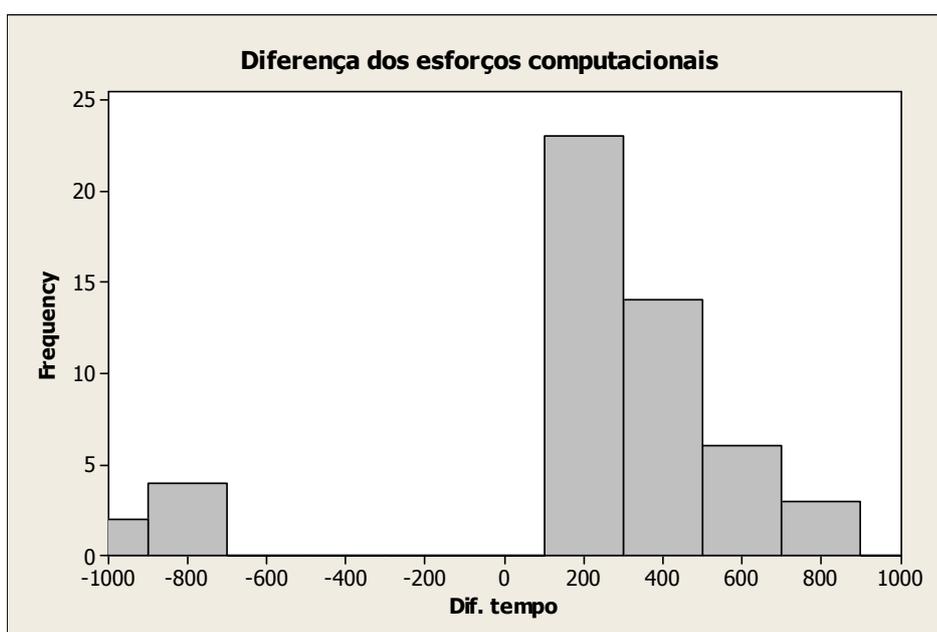


FIGURA 41: ESFORÇO COMPUTACIONAL ENTRE MÉTODOS

Os resultados apresentados demonstram a vantagem na aplicação do método Simulated Annealing, pois, mesmo submetido a condições de elevado número de variáveis, o método apresentou soluções satisfatórias, em tempo computacional adequado.

Quando o problema é elevado a condições extremas, a resolução para solução exata passa a ser impraticável, devido a proporcionalidade do tempo como função do número de variáveis, nestas condições não seriam obtidas soluções com baixo custo computacional, permanecendo desta forma um método heurístico como solução viável.

4.6. SOLUÇÕES COMPLETAS UTILIZANDO SIMULATED ANNEALING

4.6.1. Inclusão dos tempos de preparação nos resultados

Os experimentos das seções 4.4 e 4.5 foram realizados sem a consideração dos tempos de preparação de máquinas, no entanto, ainda que para as relações de comparação, não houvesse nenhuma mensuração do efeito de tais parâmetros, assume-se sem perda de generalidade que, os ganhos advindos das otimizações aplicadas ao método *Annealing*, continuam válidos com a inclusão destas novas variáveis.

Os tempos gerais relativos à troca de operação foram apresentados na seção 1.6.4, onde foi definido que para cada combinação de produtos e injetoras existirá um valor específico de *setup* τ_{ij} . A relação básica para a composição do tempo total de produção da linha (com inclusão de *setup*) é definida pelo somatório de todos os tempos individuais dos lotes, acrescido do tempo de troca entre eles, o tempo de troca de operação por sua vez está compreendido entre a última unidade produzida de um lote, até a primeira peça válida do lote seguinte.

A figura 42 apresenta um exemplo das considerações de *setup* na forma de diagrama.

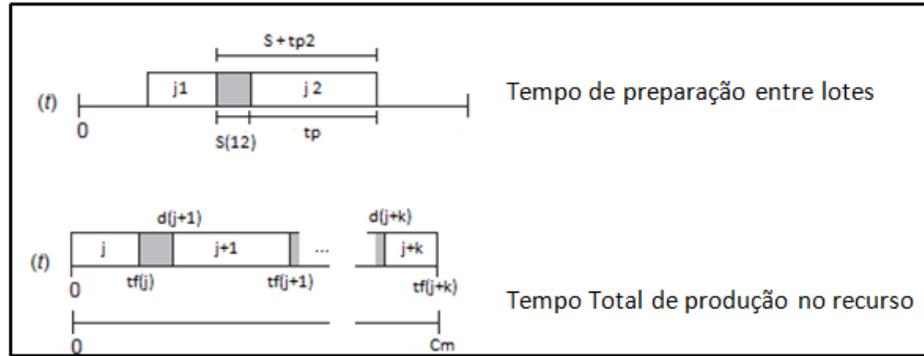


FIGURA 42: DIAGRAMAS DO TEMPO DE PREPARAÇÃO

4.6.2. Sequenciamento randômico obtido pelo Método

As soluções geadas pelo método *Annealing*, resultam em sequências dispostas de forma aleatória dentro de um mesmo recurso. Uma sequência de itens do tipo A/B/C é equivalente a sequência C/B/A, pois no resultado final, a solução ótima, não é alterada pela permutação dos itens, desde que considerada a relação de reciprocidade do tempo τ_{ij} . A figura 43 apresenta uma solução final, obtida pelo método *annealing*.



FIGURA 43: SOLUÇÃO DO SEQUENCIAMENTO ANNEALING

4.6.3. Sequenciamento por heurísticas auxiliares

Muitas vezes a estratégia de produção tem por base, princípios gerenciais que não refletem um comportamento numérico subordinado a representação do modelo matemático. Analisada neste sentido, uma permutação aplicada a sequência de produção (de um mesmo recurso), pode resultar em melhores condições quando avaliadas por critérios secundários, dentre muitos critérios possíveis, três deles representam relevância ao caso real em estudo:

1. priorização de lotes curtos no início do período, permitindo que o impacto inicial de ineficiências e tempos de troca seja diluído no restante do período, nas ordens mais longas;
2. priorização dos lotes longos para o início do período, como forma de garantir um volume mínimo de produção antes do término do período;
3. priorização dos lotes com maior valor agregado (margem de lucro), como forma de garantir um faturamento mínimo no início.

Há duas abordagens possíveis, para resolução do sequenciamento, quando avaliado apenas o tempo total de processamento do lote, tais heurísticas são conhecidas como *Shortest processing time (SPT)* e *Longest process time (LPT)*, apresentadas na seção 3.2.2.

Utilizando o sequenciamento por *SPT*, as ordens com menor tempo de processamento são priorizadas, em relação às de maior tempo. A figura 44 apresenta a solução final gerada com este método. A mesma abordagem pode ser aplicada ao algoritmo *LPT*, neste caso a priorização se dá no sentido decrescente do tempo de processamento, as ordens longas são produzidas primeiro no sistema, a figura 45 apresenta a solução final gerada por *LPT*.

O tempo total de produção e o *makespan* máximo obtido na solução inicial permanecem inalterados, quando do rearranjo da sequência, tanto pelo método *SPT* quanto *LPT*.

Não é possível estabelecer qual melhor método para esta aplicação apenas com os dados em questão, uma decisão sobre uso dependeria essencialmente, da estratégia de produção e políticas adotadas para demanda de produtos.

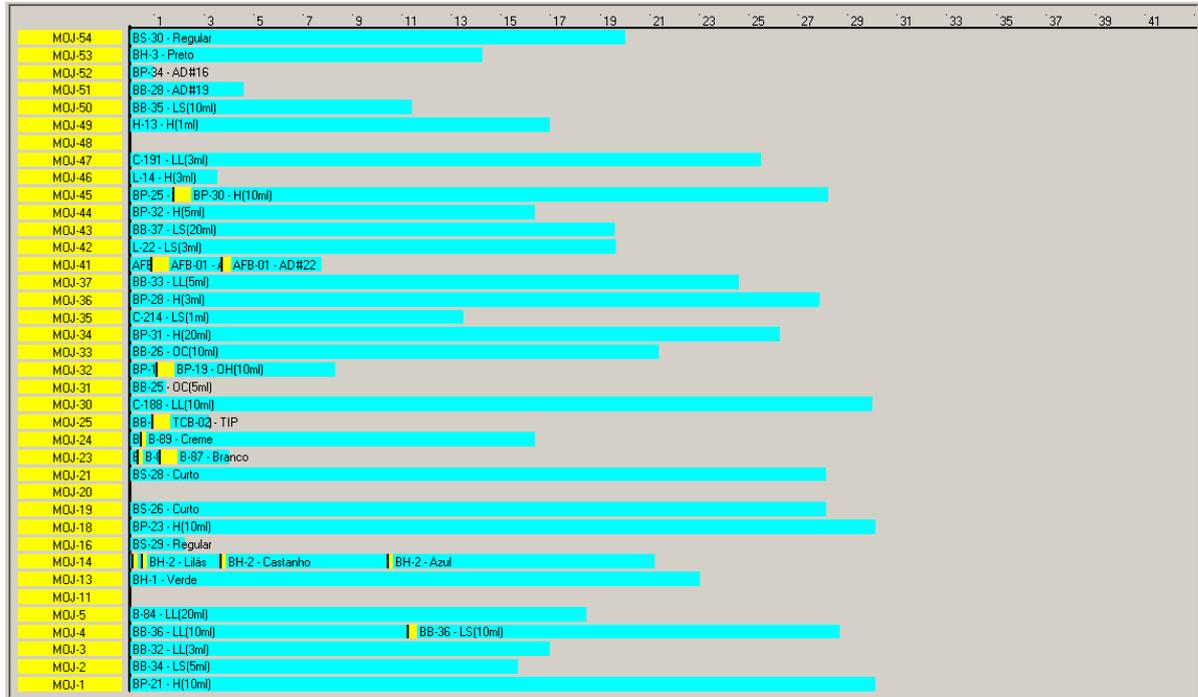


FIGURA 44: SOLUÇÃO DO SEQUENCIAMENTO COM SPT



FIGURA 45: SOLUÇÃO DO SEQUENCIAMENTO COM LPT

Uma terceira abordagem para o problema permite uma aderência maior à realidade produtiva, onde pode-se atribuir um peso w , como fator de prioridade de item em relação aos demais. Tal critério de peso é definido por um fator externo como: a margem de venda do produto, importância estratégica no mercado, se o item é destinado a clientes especiais, produto comprometido com campanhas, ou ainda multas pela não entrega.

Em qualquer um dos casos, define-se uma função Φ que relaciona o peso relativo do item comparado aos demais. Como exemplo, uma solução foi gerada utilizando o critério de margem de venda, na qual a prioridade de entrada será pelos itens de maior lucro. Obtêm-se como resultado uma solução que privilegia a entrada de produção de ordens com maior valor agregado, permanecendo as de menor valor para o final do período. Na figura 46 é apresentada a solução final gerada neste critério.



FIGURA 46: SOLUÇÃO DO SEQUENCIAMENTO POR PRIORIZAÇÃO

4.7. AVALIAÇÃO GERAL DOS RESULTADOS

De forma geral, demonstrou-se em toda extensão do capítulo 4, as possibilidades de aplicação do método *Simulated Annealing*, quando avaliado em um problema de sequenciamento da produção. Em especial, pelos resultados apresentados nas seções 4.6.2 e 4.6.3, trata-se de um algoritmo capaz de desenvolver resultados práticos, abrangendo todas as particularidades do caso real, onde uma aplicação do método em uma rotina de produção seria altamente viável, representando uma melhoria nas práticas atuais.

Em termos de desempenho, o método respondeu de forma satisfatória nas questões de proximidade a solução ótima com tempos de processamento menores, demonstrando em todos os critérios resultado adequados a uma aplicação de planejamento industrial. Ainda condição particular que reforça o uso do método heurístico sobre a abordagem por método exato, está no fato das soluções obtidas pelo método exato representarem apenas um modelo simplificado da condição real em estudo, sendo neste caso as soluções completas, envolvendo todas as variáveis que descrevem o problema, impraticáveis para os métodos exatos abordados no trabalho.

Uma última consideração relativa à comparação dos métodos, diz respeito a problemas que admitem um grau de erro sobre as restrições de capacidade, nestes casos as soluções por *Simulated Annealing* serão geradas mesmo com o erro presente, o que não é validado para métodos exatos, onde tais condições de erro, constituem uma infactibilidade do problema, e conseqüentemente uma não resolução em muitos casos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi proposta uma abordagem para resolução de um problema real, de alocação e sequenciamento, utilizando um algoritmo desenvolvido com o método *Simulated Annealing*, onde os dados iniciais para modelagem do problema têm por base, o planejamento de produção de uma indústria do ramo médico cirúrgico, mais especificamente fabricação de seringas e agulhas descartáveis. Uma revisão geral de sequenciamento, principais conceitos e avaliação de trabalhos anteriores, ofereceram subsídios para sustentar os modelos e considerações adotados nesta dissertação, sendo que a principal referência diz respeito à nomenclatura $\alpha / \beta / \gamma$, pressuposto aplicado para tradução do problema real em modelagem matemática, sendo este classificado como um problema de máquinas paralelas, sem restrições de entradas ou precedências, avaliadas pelo somatório do tempo total de produção.

A principal contribuição deste trabalho se deu com base à heurística desenvolvida por Kirkpatrick, à qual foram propostas modificações para a adaptação do algoritmo ao caso real. A partir de resultados de técnicas estatísticas como superfície de resposta, configurou-se a escolha dos parâmetros do algoritmo, de forma a otimizar a solução final. O desempenho do algoritmo foi comparado aos resultados obtidos com resolução através de método de exato, tomando-se como referência não só os dados do problema real, como extrapolações geradas nas técnicas de *Monte Carlo*.

O algoritmo desenvolvido para a aplicação em estudo mostrou-se versátil na resolução de todas as condições de simulação, não somente nas específicas, mas também nas modelagens desenhadas com maior grau de generalidade, avaliando os resultados obtidos, apresentados nos capítulos anteriores, pode-se considerar o algoritmo *Simulated Annealing* eficiente e eficaz quanto à sua utilização. Eficiente

em relação a sua fácil implementação, simplicidade de critérios e poucas restrições aos parâmetros iniciais, a maior vantagem na utilização do algoritmo se dá pela facilidade de implementação em uma rotina de, ao contrário das abordagens exatas, não necessita de softwares especializados para cálculo de soluções, podendo inclusive absorver novas restrições através de pequenas alterações do código fonte, e mais importante, permite trabalhar com o modelo em todas suas variáveis, sem a necessidade de considerar simplificações. Por outro lado, considera-se eficaz, pois com a utilização do algoritmo, as soluções foram satisfatórias em todas as condições avaliadas, estas relativamente próximas do ótimo global. Quanto ao custo computacional, à utilização do simulated annealing demonstrou capacidade de oferecer soluções de boa qualidade com menor tempo computacional se comparado aos métodos exatos.

Avaliando os resultados obtidos, pode-se concluir que o *Simulated Annealing* pode ser utilizado no problema de seqenciamento de ordens e outros similares, oferecendo soluções de qualidade com menor custo computacional, tendo como vantagem sobre os métodos exatos tradicionais, o baixo esforço computacional comparado as boas soluções as quais é capaz de encontrar. Em complemento, tal abordagem oferece maior simplicidade na modelagem do problema e facilidade na implementação do método, em uma aplicação real na rotina produtiva.

5.1. PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho foi proposta a utilização do método *Simulated Annealing* em um problema de escopo restrito, e, portanto limitado em sua abrangência, outras possibilidades de trabalhos futuros podem ser considerados, tais como:

- utilização do método em sequenciamento com múltiplas máquinas encadeadas, com e sem estoques intermediários.

- estabelecer estudos em problemas com ambientes produtivo mais gerais que os de máquinas paralelas, abordado neste trabalho.
- estudo da eficácia do método com variáveis mais complexas, como precedência entre equipamentos, admitir interrupções de lotes, ou tempos de preparação de máquina sem reciprocidade de produtos ($\tau_{ij} \neq \tau_{ji}$).
- estudos em processos não determinísticos, com alocações de recursos para entradas dinâmicas sem lotes definidos.
- Aplicação de outras Meta-heurísticas nas condições de modelagem, definidas neste trabalho, para efeito de comparação dos resultados.

REFERÊNCIAS

- ALTMAN, MICAH; MCDONALD, MICHAEL P.; GILL, JEFF. **Numerical Issues in Statistical Computing for the Social Scientist**. Ed. John Willey & Sons, New York, USA, 2004.
- ARTIBA, A.; ELMAGHRABY, S. E. **The Planning and Scheduling of Production Systems**. Ed. Chapman & Hall, Londres, UK, 1997.
- BAJPAI, AVINASH CHANDRA; MUSTOE, L. R.; WALKER, DENNIS. **Matemática para Engenheiros**. Ed. Hemus, Moema, SP, 1977.
- BELLMAN, RICHARD. **Dynamic Programming**. Ed. Courier Dover Publications, Mineola, USA, 2003.
- BREYFOGLE, FORREST W. **Implementing Six Sigma**. Ed. John Willey & Sons, 2ª edição, New York, USA, 2003.
- BROOKSHEAR, J. CLENN. **Ciência da Computação uma visão abrangente**. Ed. Artmed, 7ª edição, Porto Alegre, RS, 2003.
- BRUCKER, PETER. **Scheduling Algorithms**. Ed. Springer, 5ª edição, New York, USA, 2007.
- BURDEN, RICHARD L.; FAIRES, J. DOUGLAS. **Análise Numérica**. Ed. Thomson, São Paulo, SP, 2003.
- BUZZO, WALTHER ROGÉRIO; MOCCELLIN, JOÃO VITOR. **Programação da produção em sistemas flow shop utilizando um método heurístico híbrido algoritmo genético-simulated annealing**. Revista Gestão & Produção, v.7, n.3, São Carlos, SP, 2000.
- CALADO, VERÔNICA; MONTGOMERY, DOUGLAS C. **Planejamento de Experimentos usando o Statistica**. Ed. e-Papers, Rio de Janeiro, RJ, 2003.
- CALLISTER, WILLIAN D. **Material Science and Engineering an Introduction**. Ed. John Willey & Sons, New York, USA, 1991.
- CARVALHO, M. FILHO; SILVA, O .S. **O planejamento da manufatura – Práticas industriais e Métodos de Otimização**. Revista Gestão e Produção, v.5, n.1, p.34-59, São Paulo, SP, 1998.
- CARVALHO, M. FILHO. **Planejamento da Produção por Fluxo em redes**. Revista Gestão e Produção, v.6, n.1, p. 30-50, São Paulo, SP, 1999.
- CASTRUCCI, PLINIO DE LAURO. **Modelos Computacionais para Gestão**. Ed. Manole, Barueri, SP, 2005.

CHATTERJEE, SANPRIT; HADI, ALI S. **Regression Analysis by Example**. Ed. Ed. John Willey & Sons, 4ª edição, New York, USA, 2006.

CONWAY, RICHARD W.; MAXWELL, WILLIAM L.; MILLER LOUIS W. **Theory of Scheduling**. Ed. Courier Dover Publications, Mineola, USA, 1967.

CORREIA, LUIZ H.; PEDROSO, MARCELO C. **Sistemas de Programação da Produção com Capacidade Finita: Uma decisão estratégica?**. RAE da FGVSP, v.36, n.4, São Paulo, SP, 1996.

DEO, NARSINGH. **System Simulation with Digital Computer**. Ed. Prentice-Hall, Nova Delhi, Índia, 1979.

DIAS, GUSTAVO NEVES. **A Influência da Semente na Geração de Sequências de Números Aleatórios através de Geraores de Números (Pseudo) Aleatórios**. Artigo apresentado ao Programa de Engenharia de Sistemas e Computação – PESC/COPPE, UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 2005.

FERREIRA, DEISEMARA; MORABITO, REINALDO; RANGEL, SOCORRO. **Um modelo de otimização inteira mista e heurísticas *relax and fix* para a programação da produção de fábricas de refrigerantes de pequeno porte**. Revista Produção, v.18, n.1, p. 076-088, 2008.

FISHMAN, GEORGE S. **Monte Carlo concepts, algorithms, and applications**. Ed. Springer, New York, USA, 1996.

GEN, MITSUO; CHENG, RUNWEI. **Genetic Algorithms & Engineering Design**. Ed. John Willey & Sons, New York, USA, 1997.

GENTLE, JAMES E. **Random Number Generaion and Monte Carlo Methods**. Ed. Springer, 2ª edição, New York, USA, 2003.

GOLDBARG, MARCO CESAR; LUNA, HENRIQUE PACCA. **Otimização Combinatória e Programação Linear**. Ed. Campus, Rio de Janeiro, RJ, 2000.

GOMEZ, FRANCISCO RÉGIS ABREU. **Um interated local search para a minimização do makespan em sistemas de produção Flowshop com execução contínuas das tarefas**. Trabalho apresentado no XXVIII Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Rio de Janeiro, RJ, 2008.

GÓMEZ, LUIZ ALBERTO. **Excel para Engenheiros**. Ed. Visual Books, Florianópolis, SC, 2009.

GOODRICH, MICHAEL T.; TAMASSIA, ROBERTO. **Projeto de Algoritmos**. Ed. Bookman, São Paulo, SP, 2004.

GRAHAM, E. L. **Optimization and approximation is deterministic sequencing and scheduling**. Annals of Discrete Mathematics, v.5, n.2, p. 287-326, 1979.

GROOVER, MIKELL P. **Fundamentos de Manufatura Moderna**. Ed. Prentice-Hall Hispanoamericana, Naucalpan de Juárez, MEX, 1997.

HAIR, JOSEPH F.; TATHAM, RONALD L.; ANDERSON, ROLPH E.; BLACK, WILLIAM. **Análise Multivariada de Dados**. Ed. Bookman, 5ª edição, Porto Alegre, RS, 1998.

HEREMANN, JEFFREY W.; SNOWDON, JANE L.; LEE, CHUNG YEE. **Complexity in Numerical Optimization**. Ed. World Scientific Publishing, New Jersey, USA, 1993.

JOHNSON, ELLIS L. **Integer Programming**. Ed. Odyssey Press, New Hampshire, USA, 1980.

KARLOFF, HOWARD. **Linear Programming**. Ed. Springer, New York, USA, 2008

KHURI, ANDRE I.; CORNELL, JOHN A. **Response Surfaces designs and analyses**. Ed. Marcel Dekker, 2ª edição, New York, USA, 1996.

KINDT, VINCENT T.; BILLAUT, JEAN-CHARLES. **Multicriteria Scheduling**. Ed. Springer, 2ª edição, New York, USA, 2006.

KIRKPATRICK, S. **Optimization by Simulated Annealing**. Revista Science, V.220, N.4598, p.671-680, 1983.

LAARHOVEN, P. J. M.; AARTS E. H. **Simulated Annealing Theory and Applications**. Ed. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands, 1987.

LEITHOLD, LOUIS. **O Cálculo com Geometria Analítica: vol. 2**. Ed. Harbra, 2ª edição, São Paulo, SP, 1986.

LEVIN, JACK. **Estatística Aplicada a Ciências Humanas**. Ed. Harbra, 2ª edição, São Paulo, SP, 1978.

MAGALHÃES, MARCOS NASCIMENTO. **Probabilidade e Variáveis Aleatórias**. Ed. Edusp, 2ª edição, São Paulo, SP, 2006.

MASON, ROBERT L.; GUNST, RICHARD F.; HESS, JAMES L. **Statistical Design and Analysis of Experiments: with applications to Engineering and Science**. Ed. John Willey & Sons, 2ª edição, New York, USA, 2003.

MARTINS, GILBERTO DE ANDRADE. **Estatística Geral e Aplicada**. Ed. Atlas, 3ª edição, São Paulo, SP, 2010.

MAXIMIANO, ANTONIO C. AMARU. **Introdução à Administração**. Ed. Atlas, 5ª edição, São Paulo, SP, 2000.

MEYER, PAUL L. **Probabilidade: aplicação a estatística**. Ed. Ao Livro Técnico, Rio de Janeiro, RJ, 1973

MONAHAN, JOHN F. **Numerical Methods of Statistics**. Ed. Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2001.

MONTGOMERY, DOUGLAS C. **Design and Analysis of Experiments**. Ed. John Wiley & Sons, 5ª edição, New York, USA, 2001.

MONTEVECHI, J. ARNALDO; TURRIONI, J. BATISTA; ALMEIDA, D. ALVES; MERGULHÃO, RICARDO C.; LEAL, FABIANO. **Análise comparativa entre regras heurísticas de sequenciamento da produção aplicada em *job shop***. Revista Produto e Produção, v.6, n.2, p. 12-18, 2002.

MOREIRA, DANIEL AUGUSTO. **Administração da Produção e Operações**. Ed. Pioneira, 5ª edição, São Paulo, SP, 2000.

MORTON, THOMAS E.; PENTICO, DAVID W. **Heuristic Scheduling System**. Ed. John Wiley & Sons, New Jersey, USA, 1993.

MÜLLER, GILBERTO IRAJÁ; GÓMEZ, ARTHUR TÓRGO. **Um estudo do comportamento dos tempos de Makespan, atraso e setup no problema de Escalonamento do Job-shop**. Unisinos, v.31, n. 59/60, São Leopoldo, SP, 2007.

MURTY, KATTA G. **Linear and combinatorial programing**. Ed. Robert E. Krieger Publish Company, Florida, USA, 1985.

NIEDERREITER, HARALD. **Random Number Generation and Quasi-Monte Carlos Methods**. Ed. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, USA, 1992.

OSMAN, IBRAHIM H.; KELLY, JAMES P. **Meta-Heuristics: Theory & Applications**. Ed. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands, 1996.

PINEDO, MICHAEL L. **Scheduling, Theory, Algorithms, and Systems**. Ed. Springer, 3ª edição, New York, USA, 2008.

REEVES, COLIN R.; ROWE, JONATHAN E. **Genetic Algorithms Principles and Perspectives**. Ed. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands, 2003.

RIBAS, PAULO CESAR. **Análise do uso de t mpera simulada na otimiza o do planejamento mestre da produ o**. Disserta o de Mestrado apresentada ao Programa de P s Gradua o em Engenharia de Produ o e Sistemas, PUC, Curitiba, PR, 2003.

ROSA, FERNANDO HENRIQUE FERRAZ PEREIRA DA. [SI]. **Notas de Aula, 2002**.
Dispon vel em:
<http://www.feferraz.net/br/Listas/Laboratorio_de_Matematica_Aplicada_-_Trabalho_1>, Acesso em: 15 de Julho de 2009, 20:55.

SANTOS, ANTONIO MARCOS DOS; CARVALHO, CARLOS ROBERTO V. DE. **Planejamento e sequenciamento da produ o de uma m quina alocado a uma industria de processo repetitivo em lotes**. XXVI ENEGP, Fortaleza, CE, 2006.

SAWIK, TADEUSZ. **Planning and Sheculing in Flexible Assembly Systems**. Ed. Springer, New York, USA, 1999.

SHEATHER, SIMON J. **A Modern Approach to Regression with R**. Ed. Springer, New York, USA, 2009.

SILVA, ANDRE L. CARVALHAL DA. **Introdução à Análise de Dados**. Ed. E-papers, Rio de Janeiro, RJ, 2009.

SPIEGEL, MURRAY R.; SCHILLER, JOHN; SRINIVASAN, R. ALU. **Probabilidade e Estatística**. Ed. Bookman, 2ª edição, São Paulo, SP, 2000.

TOSO, ELI ANGELA VITOR; MORABITO REINALDO. **Otimização no dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção: Estudo de caso numa Fábrica de Rações**. Revista Gestão & Produção, v.12, n.2, p.203-217, 2005.

TUBINO, DALVIO FERRARI. **Manual de Planejamento e Controle da Produção**. Ed. Atlas, 1ª edição, São Paulo, SP, 1997.

TUBINO, DALVIO FERRARI. **Sistemas de Produção: A produtividade no chão de fábrica**. Ed. Bookman, Porto Alegre, RG, 1999.

TUTTE, W. T. **Graph Theory**. Ed. Cambridge University Press, 1ª edição, New York, USA, 1984.

WERKEMA, MARIA CRISTINA CATARINO; AGUIAR, SÍLVIO. **Análise de Regressão: como entender o relacionamento entre as variáveis de um processo**. Ed. Werkema, Belo Horizonte, MG, 1996.

APÊNDICE A

LISTA DE PREVISÃO DA DEMANDA – 12 MESES

UNIDADE: QUANTIDADE DE COMPONENTES.

Cód.		Mes 01	Mes 02	Mes 03	Mes 04	Mes 05	Mes 06	Mes 07	Mes 08	Mes 09	Mes 10	Mes 11	Mes 12
101	Preto	2,45 E+07	3,18 E+10	3,18 E+10	2,12 E+10	2,80 E+10	2,41 E+10	2,99 E+10	2,83 E+07	2,33 E+07	2,94 E+10	2,69 E+10	3,58 E+10
102	Verde	2,86 E+10	2,30 E+10	2,30 E+10	2,17 E+10	2,31 E+07	2,90 E+10	2,31 E+10	2,80 E+10	2,80 E+10	1,77 E+10	2,40 E+10	2,81 E+10
103	Castanho	8,20 E+06	1,09 E+10	1,09 E+10	7,98 E+06	9,14 E+06	1,13 E+10	7,83 E+06	8,26 E+06	9,77 E+06	1,04 E+10	9,48 E+06	8,45 E+06
104	Azul	1,31 E+10	1,77 E+10	1,77 E+10	1,44 E+10	1,90 E+10	1,59 E+10	1,76 E+10	1,59 E+07	1,49 E+10	1,81 E+10	1,08 E+10	1,18 E+10
105	Lilás	3,76 E+06	5,38 E+06	5,38 E+06	5,28 E+06	6,27 E+06	3,51 E+06	6,12 E+06	5,54 E+06	6,07 E+06	4,07 E+06	4,04 E+06	4,68 E+06
106	Cinza	2,70 E+05	3,00 E+05	3,00 E+05	2,00 E+05	2,40 E+05	2,50 E+05	1,80 E+05	1,80 E+05	3,10 E+05	2,00 E+05	3,20 E+05	2,10 E+05
107	Laranja	1,50 E+05	1,70 E+05	1,70 E+05	1,60 E+05	1,30 E+05	1,90 E+05	1,80 E+05	1,90 E+05	1,30 E+05	1,30 E+05	1,60 E+05	1,10 E+05
108	Rosa	2,31 E+05	1,95 E+10	1,95 E+10	2,14 E+05	1,74 E+05	1,70 E+10	1,89 E+10	1,61 E+10	1,45 E+10	2,44 E+05	2,31 E+10	1,66 E+10
109	Vermelho	3,90 E+05	4,10 E+05	4,10 E+05	3,30 E+05	2,80 E+05	5,20 E+05	4,20 E+05	5,10 E+05	2,90 E+05	3,60 E+05	3,50 E+05	3,10 E+05
110	Creme	8,22 E+06	6,85 E+06	6,85 E+06	8,52 E+06	5,25 E+06	4,91 E+06	7,14 E+06	6,38 E+06	7,42 E+06	7,67 E+06	5,08 E+06	9,08 E+06
111	Amarelo	1,70 E+05	1,40 E+05	1,40 E+05	1,70 E+05	1,10 E+05	1,20 E+05	1,60 E+05	1,20 E+05	1,40 E+05	1,90 E+05	1,70 E+05	1,90 E+05
112	Branco	1,10 E+06	7,20 E+05	7,20 E+05	1,07 E+06	8,00 E+05	1,05 E+06	7,50 E+05	7,10 E+05	8,60 E+05	1,17 E+06	9,00 E+05	8,80 E+05
201	Curto	5,99 E+10	6,88 E+10	6,88 E+10	6,91 E+10	6,44 E+10	6,07 E+10	3,90 E+10	6,27 E+10	6,99 E+10	5,63 E+10	4,93 E+10	7,01 E+10
202	Regular	2,21 E+10	2,53 E+10	2,53 E+10	1,76 E+10	2,63 E+10	2,57 E+10	2,54 E+10	2,86 E+10	2,76 E+10	2,93 E+10	1,92 E+10	2,42 E+10
1001	LS(1ml)	6,09 E+06	5,27 E+06	5,27 E+06	6,01 E+06	5,79 E+06	6,48 E+06	7,50 E+06	5,52 E+06	5,78 E+06	8,42 E+06	6,30 E+06	6,17 E+06
2001	H(1ml)	8,43 E+06	8,47 E+06	8,47 E+06	9,02 E+06	8,14 E+06	6,69 E+06	8,02 E+06	8,93 E+06	6,11 E+06	5,02 E+06	6,31 E+06	7,77 E+06
1002	LL(3ml)	1,85 E+10	1,85 E+10	1,85 E+10	2,01 E+10	2,30 E+10	1,44 E+10	2,25 E+07	2,54 E+10	2,35 E+10	1,82 E+10	2,14 E+10	2,26 E+10
1003	LS(3ml)	8,20 E+06	8,89 E+06	8,89 E+06	9,39 E+06	9,89 E+06	9,88 E+06	1,03 E+10	8,08 E+06	6,50 E+06	7,28 E+06	6,19 E+06	8,01 E+06
2002	H(3ml)	2,21 E+10	1,90 E+10	1,90 E+10	2,12 E+10	1,69 E+10	1,94 E+10	1,80 E+10	2,10 E+10	1,98 E+10	1,48 E+10	2,05 E+10	1,78 E+10
1004	LL(5ml)	1,07 E+10	1,20 E+10	1,20 E+10	1,34 E+10	1,12 E+10	1,26 E+10	1,37 E+10	1,58 E+10	1,09 E+10	9,24 E+06	1,57 E+10	1,44 E+10
1005	LS(5ml)	6,82 E+06	5,91 E+06	5,91 E+06	4,36 E+06	7,15 E+06	4,33 E+06	6,92 E+06	4,72 E+06	4,34 E+06	6,86 E+06	4,87 E+06	4,23 E+06
2003	H(5ml)	1,64 E+07	2,10 E+10	2,10 E+10	1,54 E+10	1,21 E+07	1,24 E+07	2,11 E+10	1,56 E+10	1,54 E+10	1,48 E+10	1,65 E+10	1,62 E+10
1007	LL(10ml)	8,94 E+06	1,13 E+10	1,13 E+10	7,27 E+06	1,14 E+10	9,46 E+06	1,13 E+10	1,00 E+10	7,02 E+06	1,11 E+10	1,02 E+10	1,07 E+10
1009	LS(10ml)	6,79 E+06	4,07 E+06	4,07 E+06	6,32 E+06	6,88 E+06	6,51 E+06	4,88 E+06	6,07 E+06	4,15 E+06	4,29 E+06	5,44 E+06	5,44 E+06
2004	H(10ml)	1,91 E+10	1,84 E+10	1,84 E+10	1,11 E+10	1,93 E+10	1,59 E+10	1,10 E+10	1,70 E+10	1,92 E+10	1,74 E+10	1,09 E+10	1,79 E+10
1011	LS(20ml)	5,85 E+06	6,28 E+06	6,28 E+06	6,39 E+06	5,71 E+05	8,65 E+06	5,67 E+06	8,91 E+06	7,65 E+06	2,76 E+06	5,69 E+06	6,01 E+06
1013	LL(20ml)	1,58	1,26	1,26	1,65	1,45	1,63	1,52	1,77	1,79	1,50	1,07	1,54

)	E+06											
2008	H(20ml)	8,62 E+06	6,80 E+06	6,80 E+06	6,42 E+06	1,01 E+10	6,39 E+06	8,67 E+06	6,58 E+06	8,49 E+06	1,02 E+10	6,72 E+06	7,78 E+06
3001	OH(3ml)	3,70 E+05	5,70 E+05	5,70 E+05	5,80 E+05	4,90 E+05	5,10 E+05	5,30 E+05	5,00 E+05	3,80 E+05	4,40 E+05	5,90 E+05	4,30 E+05
3011	OC(3ml)	3,70 E+05	3,60 E+05	3,60 E+05	4,20 E+05	6,50 E+05	4,10 E+05	4,90 E+05	4,10 E+05	3,80 E+05	6,20 E+05	6,30 E+05	6,00 E+05
3002	OH(5ml)	2,30 E+05	3,10 E+05	3,10 E+05	2,70 E+05	3,60 E+05	3,20 E+05	2,10 E+05	3,60 E+05	2,80 E+05	2,20 E+05	3,90 E+05	3,70 E+05
3012	OC(5ml)	3,00 E+05	3,70 E+05	3,70 E+05	3,90 E+05	3,20 E+05	2,40 E+05	2,50 E+05	2,50 E+05	2,50 E+05	2,60 E+05	3,30 E+05	2,80 E+05
3003	OH(10ml)	1,33 E+06	1,73 E+06	1,73 E+06	1,90 E+06	1,56 E+06	2,06 E+06	2,26 E+06	1,97 E+06	1,99 E+06	2,27 E+06	1,71 E+06	1,46 E+06
3013	OC(10ml)	2,18 E+06	2,01 E+06	2,01 E+06	1,70 E+06	1,94 E+06	1,51 E+06	2,30 E+06	1,31 E+06	2,03 E+06	2,10 E+06	1,97 E+06	1,31 E+06
3101	AD#11	1,60 E+05	2,30 E+05	2,30 E+05	1,80 E+05	1,80 E+05	2,30 E+05	1,80 E+05	1,90 E+05	2,40 E+05	2,50 E+05	2,10 E+05	1,70 E+05
3102	AD#16	4,60 E+05	6,50 E+05	6,50 E+05	4,20 E+05	4,90 E+05	4,20 E+05	3,60 E+05	3,60 E+05	4,00 E+05	5,80 E+05	5,10 E+05	5,60 E+05
3103	AD#19	4,70 E+05	2,90 E+05	2,90 E+05	4,90 E+05	5,10 E+05	3,50 E+05	3,70 E+05	4,50 E+05	3,60 E+05	3,60 E+05	3,00 E+05	3,90 E+05
3104	AD#21	2,40 E+05	3,40 E+05	3,40 E+05	3,80 E+05	3,80 E+05	3,90 E+05	3,90 E+05	2,90 E+05	2,10 E+05	1,60 E+05	3,70 E+05	3,90 E+05
3105	AD#22	4,00 E+05	6,00 E+05	6,00 E+05	4,80 E+05	6,10 E+05	4,30 E+05	3,60 E+05	5,40 E+05	4,90 E+05	2,00 E+05	4,40 E+05	3,80 E+05
3106	TIP	6,00 E+05	4,70 E+05	4,70 E+05	4,60 E+05	5,20 E+05	6,10 E+05	7,00 E+05	5,70 E+05	6,40 E+05	4,80 E+05	5,50 E+05	7,40 E+05

APÊNDICE B

LISTA DE TEMPOS DE PROCESSO EM PEÇAS/HORA

Injetora	Molde	Produtividade Horária
MOJ-35	1	18846
MOJ-41	2	4605
MOJ-41	3	7339
MOJ-5	4	3988
MOJ-5	5	3575
MOJ-23	6	21827
MOJ-23	7	21827
MOJ-24	8	21827
MOJ-31	9	8515
MOJ-31	10	8515
MOJ-33	11	4257
MOJ-51	12	4257
MOJ-25	13	15830
MOJ-25	14	15830
MOJ-45	15	8515
MOJ-3	16	18157
MOJ-37	17	18157
MOJ-2	18	18157
MOJ-50	19	9943
MOJ-4	20	9943
MOJ-43	21	12442
MOJ-13	22	51840
MOJ-14	23	51840
MOJ-53	24	71778
MOJ-32	25	8515
MOJ-32	26	8515
MOJ-32	27	8515
MOJ-1	28	5305
MOJ-18	29	5305
MOJ-45	30	8515
MOJ-45	31	8515
MOJ-48	32	4257
MOJ-36	33	29829
MOJ-36	34	26100
MOJ-45	35	18610
MOJ-34	36	13680
MOJ-44	37	41829
MOJ-52	38	19964
MOJ-19	39	44434
MOJ-20	40	44434
MOJ-21	41	44434
MOJ-16	42	41472
MOJ-54	43	41472
MOJ-30	44	8700
MOJ-47	45	18157
MOJ-49	46	20736
MOJ-46	47	26100
MOJ-42	48	17400
MOJ-2	49	10099
MOJ-11	50	4605
MOJ-25	51	15830

APÊNDICE C

MODELOS E RESULTADOS DO MÉTODO MONTE CARLO

Entrada	N. de prod.	N. de Maq.	N. de jobs	Total var.	Sol. Anne	Sol. Exato	Dif %	Tempo annealing	Tempo exato	Dif. tempo
T01	41	73	115	2993	4.881,90	4.440,10	0,10	48	420	372
T02	63	46	148	2898	7.936,98	7.234,40	0,10	45	413	368
T03	53	49	190	2597	5.379,86	4.868,12	0,11	56	319	263
T04	37	67	137	2479	3.449,75	2.996,00	0,15	45	217	172
T05	43	55	90	2365	5.519,39	5.271,65	0,05	29	293	264
T06	48	64	203	3072	5.671,86	4.197,44	0,35	60	437	377
T07	42	71	83	2982	4.410,25	4.281,60	0,03	32	418	386
T08	57	58	107	3306	7.093,38	6.918,37	0,03	35	488	453
T09	42	64	138	2688	5.911,70	5.157,64	0,15	46	356	310
T10	58	55	148	3190	6.450,42	5.822,28	0,11	46	466	420
T11	62	72	286	4464	7.544,54	6.116,27	0,23	1.650	756	- 894
T12	48	45	93	2160	6.974,23	6.261,00	0,11	30	261	231
T13	48	40	187	1920	7.194,40	5.945,55	0,21	45	222	177
T14	48	68	100	3264	5.275,43	4.843,74	0,09	39	474	435
T15	62	57	228	3534	6.933,37	5.785,80	0,20	65	543	478
T16	34	40	98	1360	5.191,80	4.960,06	0,05	25	130	105
T17	59	66	144	3894	7.458,17	7.027,41	0,06	51	620	569
T18	40	56	141	2240	4.328,05	3.815,49	0,13	40	279	239
T19	63	40	150	2520	7.890,56	7.237,98	0,09	38	353	315
T20	58	69	120	4002	8.311,06	7.742,61	0,07	45	662	617
T21	46	42	185	1932	5.324,32	4.547,86	0,17	42	230	188
T22	30	68	95	2040	3.557,62	3.209,72	0,11	35	251	216

T23	37	46	139	1702	3.312,56	2.846,41	0,16	34	186	152
T24	61	71	267	4331	8.054,57	6.473,15	0,24	83	723	640
T25	63	72	243	4536	7.547,10	6.511,03	0,16	1.675	772	- 903
T26	59	74	262	4366	5.668,15	4.584,80	0,24	2.100	729	- 1.370
T27	63	78	167	4914	8.538,11	7.644,79	0,12	67	869	802
T28	65	80	171	5200	7.995,82	7.262,70	0,10	68	947	879
T29	59	74	194	4366	7.519,19	6.712,40	0,12	69	731	662
T30	60	80	247	4800	7.909,98	6.878,86	0,15	1.735	840	- 895
T31	52	76	202	3952	6.199,33	5.241,40	0,18	76	631	555
T32	32	50	90	1600	5.712,39	5.002,46	0,14	31	163	132
T33	64	45	225	2880	6.355,00	5.584,10	0,14	2.549	413	- 2.136
T34	65	71	245	4615	7.118,48	6.073,42	0,17	82	795	713
T35	33	55	113	1815	3.449,33	2.963,97	0,16	38	198	160
T36	53	32	110	1696	5.329,81	5.033,91	0,06	27	193	166
T37	40	40	160	1600	5.762,46	5.164,66	0,12	39	166	127
T38	30	75	109	2250	3.218,57	2.909,43	0,11	42	285	243
T39	48	47	96	2256	5.087,24	4.994,61	0,02	31	276	245
T40	35	76	134	2660	4.459,48	3.864,80	0,15	51	358	307
T41	55	46	198	2530	7.257,30	6.200,14	0,17	53	332	279
T42	36	42	139	1512	5.091,72	4.005,27	0,27	36	151	115
T43	64	70	284	4480	8.587,69	7.212,20	0,19	1.664	760	- 904
T44	65	77	280	5005	9.494,30	8.070,00	0,18	1.682	894	- 788
T45	41	70	168	2870	5.827,47	4.837,46	0,20	56	359	303
T46	50	43	152	2150	6.140,54	5.419,56	0,13	37	260	223
T47	51	61	148	3111	9.269,93	8.074,67	0,15	48	440	392

T48	49	39	142	1911	5.810,42	4.685,62	0,24	37	220	183
T49	42	44	99	1848	5.133,28	4.615,95	0,11	30	204	174
T50	39	56	82	2184	4.892,77	4.664,67	0,05	31	268	237
T51	63	74	199	4662	7.459,73	6.552,35	0,14	1.619	806	- 813
T52	54	70	128	3780	6.298,64	5.807,08	0,08	48	587	539
T53	37	39	72	1443	4.376,12	4.187,37	0,05	21	141	120
T54	61	43	232	2623	7.750,52	6.568,84	0,18	55	357	302

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)