



**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**  
**CAMPUS DE CURITIBA**  
**DEPARTAMENTO DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**  
**E DE MATERIAIS – PPGEM**

**LEANDRO LOURENÇO VIEIRA DA ROCHA**

**MODELAGEM DO REINÍCIO DO ESCOAMENTO DE**  
**UM FLUIDO DE PERFURAÇÃO TIXOTRÓPICO**

**CURITIBA**

**AGOSTO – 2010**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**LEANDRO LOURENÇO VIEIRA DA ROCHA**

# **MODELAGEM DO REINÍCIO DO ESCOAMENTO DE UM FLUIDO DE PERFURAÇÃO TIXOTRÓPICO**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Área de Concentração em Engenharia Térmica, do Departamento de Pesquisa e Pós-Graduação, do Campus de Curitiba, da UTFPR.

**Orientador:** Prof. Cezar O. R. Negrão, PhD.

**Co-orientador:** Prof. Admilson T. Franco, Dr.

**CURITIBA**

**AGOSTO – 2010**

---

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

---

R672 Rocha, Leandro Lourenço Vieira da  
Modelagem do reinício do escoamento de um fluido de perfuração tixotrópico /  
Leandro Lourenço Vieira da Rocha. — 2010.  
176 f. : il. ; 30 cm

Orientador: Cezar Otaviano Ribeiro Negrão  
Co-orientador: Admilson Teixeira Franco  
Dissertação (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de  
Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Curitiba, 2010.  
Bibliografia: f. 157-163

1. Poços de petróleo – Fluidos de perfuração. 2. Poços de petróleo – Perfuração. 3.  
Poços de petróleo – Modelos matemáticos. 4. Engenharia do petróleo. 5. Engenharia  
mecânica – Dissertações. I. Negrão, Cezar Otaviano Ribeiro, orient. II. Franco, Admilson  
Teixeira, co-orient. III. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-  
graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais. III. Título.

CDD (22. ed.) 620.1

---

Biblioteca Central da UTFPR, Campus Curitiba

# **TERMO DE APROVAÇÃO**

LEANDRO LOURENÇO VIEIRA DA ROCHA

## **MODELAGEM DO REINÍCIO DO ESCOAMENTO DE UM FLUIDO DE PERFURAÇÃO TIXOTRÓPICO**

Esta Dissertação foi julgada para a obtenção do título de mestre em engenharia, área de concentração em engenharia de ciências térmicas, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais.

---

Prof. Giuseppe Pintaúde, D.Sc.  
Coordenador de Curso

### **Banca Examinadora**

---

Cezar Otaviano Ribeiro Negrão, PhD.  
UTFPR

---

Francisco Ricardo Cunha, PhD.  
UnB

---

André Leibsohn Martins, Dr.  
CENPES/PETROBRAS

---

Rigoberto Eleazar M. Morales, Dr.  
UTFPR

Curitiba, 26 de Agosto de 2010

Aos meus pais, **Jazomar** e **Lucia Helena**, que priorizam a competência profissional e a sabedoria de seus filhos. Estas duas pessoas, com muita cautela, discernimento, bom senso e dedicação estiveram ao meu lado, me encorajando nas horas difíceis e me aplaudindo nos momentos de glória. Obrigado por serem meus pais, profissionais corretos e competentes, fonte de inspiração, de apoio e de ensino diário.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Prof. Cezar Otaviano Ribeiro Negrão, Ph.D., orientador deste trabalho, pelo permanente acompanhamento, pelo apoio e pela amizade. Ao Prof. Admilson Teixeira Franco, D.Sc., co-orientador desta dissertação, pelas sugestões e críticas sempre construtivas.

Aos colegas de mestrado pela valiosa participação que tiveram no desenvolvimento deste trabalho, fornecendo informações e sugestões. A eles, que sempre me ajudaram na busca de uma melhor dissertação, meus sinceros agradecimentos. Em especial ao colega Gabriel Merhy de Oliveira que dedicou parte do seu tempo para me ajudar quando acessava seu computador remotamente para executar as simulações.

Aos membros do Laboratório de Ciências Térmicas, comandados pelos orientadores e pelos Professores Luciano Fernando dos Santos Rossi, D.Sc., Raul Henrique Erthal, M.Sc., Rigoberto Eleazar Melgarejo Morales, D.Sc., e Silvio Luiz de Mello Junqueira, D.Sc.

A todas as pessoas da UTFPR que me apoiaram, sejam eles funcionários, professores ou alunos, de graduação ou de mestrado. Agradeço pela amizade, suporte e constante incentivo.

Ao Programa de Recursos Humanos PRH-10 da Agência Nacional do Petróleo e à PETROBRAS, que disponibilizaram os recursos financeiros e técnicos.

Ao Grupo de Reologia da PUC-RJ, o qual me acolheu por um mês e proporcionou a realização dos testes experimentais, primordiais para a realização do projeto. Ao coordenador Paulo Roberto de Souza Mendes, Ph.D. e ao membro do grupo Flávio Henrique Marchesini, M.Sc., meus sinceros agradecimentos.

Aos membros do Centro de Pesquisas da PETROBRAS (CENPES), o Químico de Petróleo Roni Abensur Gandelman, Eng., e o Consultor Sênior André Leibsohn Martins, D.Sc., que ajudaram fornecendo relevantes informações e amostras de fluido de perfuração para os testes experimentais.

À banca examinadora desta dissertação, disponibilizando seu precioso tempo na análise prévia deste texto e na presença na defesa do presente trabalho.

A todos os meus familiares, agradeço por todo o apoio e encorajamento, decisivos principalmente para a superação dos momentos mais difíceis. Em especial à minha nova

família, composta pela minha querida esposa Alina e meu doce filho Daniel, os quais, mais do que ninguém, tiveram que conviver com um mestrando por vezes ausente e cheio de problemas a resolver. Não poderia deixar de citar meu pai e professor Jazomar Vieira da Rocha que me auxiliou na elaboração deste trabalho.

Por fim, agradeço a Deus, por todos os caminhos que pelas suas sábias mãos foram abertos neste importante período de minha vida, assim como pela sua constante benção e proteção.

Vários são aqueles que colaboraram de algum modo, seja de forma direta ou indireta, para o desenvolvimento deste trabalho e que, acima não são nominalmente citados. A todos, meus sinceros agradecimentos.



*“Penso noventa e nove vezes e nada descubro; deixo de pensar, mergulho em profundo silêncio, e eis que a verdade se revela”.*

(Albert Einstein)

VIEIRA DA ROCHA, Leandro Lourenço, **MODELAGEM DO REINÍCIO DO ESCOAMENTO DE UM FLUIDO DE PERFURAÇÃO TIXOTRÓPICO**, 2010  
Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 154p.

## **RESUMO**

O fluido de perfuração utilizado pela indústria petrolífera é um fluido altamente complexo e desenvolvido para suprir determinadas características necessárias para que se tenha o controle na perfuração de um poço. Dentre essas características estão carrear os cascalhos provenientes da perfuração de formações rochosas e sustentá-los no momento de uma parada na perfuração. Para isto, o fluido de perfuração é projetado para gelificar gradativamente quando não há cisalhamento aplicado sobre ele. A esta propriedade dá-se o nome de tixotropia, a qual é definida como um decréscimo contínuo da viscosidade com o tempo quando um escoamento é aplicado a uma amostra que tenha estado previamente em repouso e a subsequente recuperação da viscosidade no tempo quando o escoamento é descontinuado. Quando o escoamento é então reiniciado, o gel é quebrado e picos de pressão são observados, os quais podem ser suficientes para comprometer a estabilidade do poço ou até fraturar a formação nas imediações do poço. Neste trabalho é realizada uma revisão bibliográfica sobre o fenômeno da tixotropia e sobre os modelos utilizados para prever o comportamento destes tipos de materiais. A partir deste estudo bibliográfico, encontram-se possíveis modelos candidatos para ajustar à reologia de um fluido de perfuração sintético fabricado pela PETROBRAS e, após escolhido o modelo, modela-se os testes realizados com este fluido através de métodos de ajuste. Em seguida, é proposto um modelo matemático do escoamento plenamente desenvolvido de um material tixotrópico com o intuito de analisar o comportamento deste fluido em um escoamento simplificado e realizar uma análise de sensibilidade do problema para os casos em que se impõe uma pressão constante ou uma vazão constante na entrada de uma seção de tubulação preenchida totalmente com o fluido gelificado e em repouso. Após isso, outro modelo mais complexo é proposto, o qual engloba o reinício do escoamento do fluido de perfuração gelificado em um tubo e do qual são obtidos resultados e estes são analisados. Nestes resultados estão análises de estabilidade numérica, comparações com o escoamento de fluido newtoniano e de Bingham e, por último, estudos de caso adicionais são estudados.

**Palavras-chave:** Tixotropia, Fluido de Perfuração, Modelagem Matemática

VIEIRA DA ROCHA, Leandro Lourenço, **MODELAGEM DO REINÍCIO DO ESCOAMENTO DE UM FLUIDO DE PERFURAÇÃO TIXOTRÓPICO**, 2010  
Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 154p.

## **ABSTRACT**

The drilling fluid used by the oil industry is a highly complex fluid, developed to provide some characteristics necessary to control the well drilling. Carrying rock fragments originated from the drilled formation and supporting them during an operational break are two of many functions from these fluids. To accomplish these features, the drilling fluid is developed to gradually gelify when it is not subjected to shear stress. This property is named thixotropy, which is defined as a continuous decrease of viscosity with time when flow is applied to a sample that has been previously at rest and the subsequent recovery of viscosity in time when the flow is discontinued (Mewis & Wagner, 2009). When the flow is restarted, the gel is broken and a high pressure peak is observed, which may compromise the well stability and even fracture the rock formation around the well. In this sense, in this work it is carried out a bibliographical review concerning the thixotropy phenomenon and the models used to predict the behavior of this sort of materials. Subsequently, some models are chosen as candidates to adjust the rheology of a sintetic drilling fluid manufactured by PETROBRAS and, after judging the best model for this task, the tests performed with this fluid are modeled through adjust methods. Then, a mathematical model for the fully developed flow of a thixotropic fluid is proposed in order to analyze the behavior of this kind of fluid on a simplified flow and to perform sensibility analysis for two different cases: a suddenly step change in pressure at pipe inlet and a suddenly step change in velocity at the same position. On both cases the pipe is totally filled with gelified thixotropic fluid at rest. Finally, another more complex model is proposed to represent the gelified fluid flow restart in a pipe. Using this model, an analysis of numerical stability, a comparison with the flow of a Newtonian fluid and a Bingham fluid and additional cases are investigated.

**Keywords:** Thixotropy, Drilling Fluid, Mathematical Modeling

# SUMÁRIO

Lista de Figuras .....	11	
Lista de Tabelas.....	15	
Lista de Abrevisturas e Siglas .....	16	
Lista de Símbolos .....	17	
1	Introdução.....	22
1.1	A Perfuração de Poços de Petróleo.....	22
1.1.1	O Fluido de Perfuração.....	25
1.2	Tixotropia .....	27
1.3	Problema.....	28
1.4	Objetivos.....	28
1.5	Estrutura do Trabalho .....	29
2	Revisão Bibliográfica .....	30
2.1	Reologia.....	30
2.2	Tixotropia .....	34
2.2.1	Evolução do Conceito.....	34
2.2.2	Quantificação da Tixotropia .....	36
2.2.3	Modelagem.....	40
2.3	Modelagem Numérica do Escoamento de Material Tixotrópico .....	51
3	Resultados Experimentais: Escolha e Ajuste do Modelo de Tixotropia .....	54
3.1	Resultados Experimentais.....	54
3.1.1	Especificação da Amostra.....	56
3.1.2	Influência da Temperatura.....	58
3.1.3	Influência do Tempo de Repouso .....	60
3.1.4	Influência da Taxa de Cisalhamento.....	62
3.2	Escolha do Modelo de Tixotropia.....	64
3.2.1	Modelo de Toorman (1997).....	65
3.2.2	Modelo de Houska (1980) <i>apud</i> Mewis & Wagner (2009) .....	66
3.2.3	Modelo de Dullaert & Mewis (2006).....	68
3.3	Ajuste do Modelo de Tixotropia de Dullaert & Mewis (2006).....	70
4	Escoamento Plenamente Desenvolvido de um Material Tixotrópico .....	77
4.1	Formulação do Problema.....	77
4.2	Discretização .....	80
4.3	Análise de Sensibilidade da Malha .....	83

4.4	Análise de Sensibilidade para o Gradiente de Pressão Imposto na Tubulação .....	90
4.5	Análise de Sensibilidade para a Vazão Imposta na Entrada da Tubulação.....	98
4.6	Considerações Finais .....	101
5	Modelagem Matemática do Escoamento do Fluido Gelificado .....	102
5.1	Modelo Matemático .....	102
5.1.1	Condições Iniciais.....	106
5.1.2	Condições de Contorno.....	108
5.2	Metodologia de Solução .....	109
5.2.1	Discretização das Equações Governantes .....	109
5.2.2	Fluxograma da Solução Iterativa .....	115
6	Resultados.....	117
6.1	Formato de Apresentação dos Resultados .....	117
6.2	Escolha da Malha Espacial .....	118
6.3	Comparação com o Escoamento de Fluido Newtoniano e de Bingham .....	128
6.4	Estudos de Casos Adicionais .....	139
6.5	Considerações Finais .....	147
7	Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros .....	149
	Produção Científica no Período 2008 – 2010 .....	153
	Referências .....	157
	Apêndice A – Análise de Sensibilidade de Malha do Modelo de Dullaert & Mewis (2006) Discretizado .....	164
	Apêndice B – Código em Fortran do Modelo Resolvido no Capítulo 4.....	166
	Apêndice C – Código em Fortran do Modelo Proposto no Capítulo 5.....	168
	Apêndice D – Solução Analítica do Modelo Simplificado da Seção 6.3 .....	174

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Esquema simplificado do sistema de circulação durante a perfuração de um poço terrestre. ....	24
Figura 2.1 – Diferentes comportamentos de materiais não-newtonianos independentes do tempo sob cisalhamento. ....	32
Figura 2.2 – Exemplo de loops de um teste de histerese feito em um material tixotrópico.....	38
Figura 2.3 – Exemplo de resposta de um fluido tixotrópico gelificado em um experimento de inicialização. ....	39
Figura 3.1 – Esquema dos testes de inicialização realizados.....	55
Figura 3.2 – Tensão de cisalhamento e viscosidade aparente do fluido de perfuração à 25°C, obtidos dos testes de equilíbrio. ....	58
Figura 3.3 – Influência da temperatura do material nas evoluções temporais (a) da tensão de cisalhamento e (b) da viscosidade aparente para um tempo de repouso de 600s e uma taxa final de cisalhamento de $10s^{-1}$ . ...	59
Figura 3.4 – Relação entre os picos de tensão (adimensionalizados em função do valor à 25°C) e a temperatura da amostra. ....	60
Figura 3.5 – Influência do tempo de repouso do material nas evoluções temporais (a) da tensão de cisalhamento e (b) da viscosidade aparente para uma temperatura de 25°C e uma taxa final de cisalhamento de $10s^{-1}$ . ....	61
Figura 3.6 – Picos de tensão em função do tempo de repouso da amostra. ....	62
Figura 3.7 – Influência da taxa de cisalhamento imposta ao material nas evoluções temporais (a) da tensão de cisalhamento e (b) da viscosidade aparente para uma temperatura de 25°C e um tempo de repouso de 600s. ....	63
Figura 3.8 – Relação (a) entre os picos de tensão (adimensionalizados em função do valor a $10s^{-1}$ ) e a taxa de cisalhamento, (b) entre os tempos de ocorrência dos picos e a taxa de cisalhamento.....	64
Figura 3.9 – Influência do parâmetro $a$ na evolução temporal da tensão de cisalhamento a partir do modelo de Toorman (1997). $\tau_{y,\lambda=1} = 10Pa$ , $\mu_B = 0,1Pa.s$ , $c = 0,1Pa.s$ e $b/a = 0,1s$ . ....	66
Figura 3.10 – Influência do parâmetro $a$ na evolução temporal da tensão de cisalhamento a partir do modelo de Houska (1980) <i>apud</i> Mewis & Wagner (2009). $\tau_{y,o} = 1Pa$ , $\tau_{y,l} = 1Pa$ , $K = 1Pa.s^n$ , $\Delta K = 10Pa.s^n$ , $n = 0,5$ e $b/a = 0,1s$ . ....	68
Figura 3.11 – Influência dos parâmetros (a) $\beta$ ( $k_4 = 1$ ) e (a) $k_4$ ( $\beta = 1$ ) na evolução temporal da tensão a partir do modelo de Dullaert & Mewis (2006). $k_1 = 0,1s^\beta$ , $k_2 = 0,1s^{\beta-0,5}$ , $k_3 = 1,0s^{\beta-1}$ , $\eta_{st,0} = 0,5Pa.s$ , $\eta_\infty = 0,01Pa.s$ , $\gamma_e = 0,001$ e $G_o = 3GPa$ . ....	70
Figura 3.12 – Exemplo de ajuste do modelo com o método dos mínimos quadrados. ....	74
Figura 3.13 – Ajustes do modelo para os experimentos (a) a $5s^{-1}$ , (b) a $10s^{-1}$ , (c) a $15s^{-1}$ , (d) a $20s^{-1}$ , (e) a $30s^{-1}$ e (f) a $40s^{-1}$ . ....	75
Figura 3.14 – Valores do parâmetro $\beta$ em função da taxa de cisalhamento. ....	76

Figura 4.1 – Tubo horizontal completamente preenchido com material tixotrópico em repouso.....	78
Figura 4.2 – Gradiente de pressão constante em um tubo preenchido com material tixotrópico e o perfil de velocidade com região não-cisalhada.....	79
Figura 4.3 – Domínio discretizado em $N$ volumes finitos igualmente espaçados. ....	81
Figura 4.4 – Evolução temporal da tensão de cisalhamento na parede para diferentes critérios de convergência.	85
Figura 4.5 – Evolução temporal da velocidade média para diferentes critérios de convergência. ....	86
Figura 4.6 – Evolução temporal da taxa de cisalhamento na parede para diferentes malhas espaciais. ....	87
Figura 4.7 – Evolução temporal da velocidade média do escoamento para diferentes malhas espaciais. ....	87
Figura 4.8 – Perfis de velocidade em $t = 1s$ para diferentes malhas espaciais na direção radial.....	88
Figura 4.9 – Evolução temporal da taxa de cisalhamento na parede para diferentes malhas temporais.....	89
Figura 4.10 – Evolução temporal da velocidade média do escoamento na parede para diferentes malhas temporais.....	89
Figura 4.11 – Evolução temporal da taxa de cisalhamento na parede para diferentes tensões de cisalhamento impostas na parede do tubo.....	91
Figura 4.12 – Evolução temporal da velocidade média para diferentes tensões de cisalhamento impostas na parede do tubo.....	91
Figura 4.13 – Perfil de velocidade adimensional no regime permanente para diferentes tensões de cisalhamento impostas na parede do tubo.....	92
Figura 4.14 – Evolução temporal do parâmetro estrutural na parede para diferentes tensões de cisalhamento impostas na parede do tubo.....	93
Figura 4.15 – Evolução temporal do parâmetro estrutural na parede para diferentes valores de $k_1$ e $k_2 = 0,16083$ : (a) valor absoluto; (b) valor adimensionalizado [Eq. (4.26)]......	95
Figura 4.16 – Evolução temporal do parâmetro estrutural na parede para diferentes valores de $k_2$ e $k_1 = 0,08279$ : (a) valor absoluto; (b) valor adimensionalizado [Eq. (4.26)]......	95
Figura 4.17 – Evolução temporal da velocidade média do escoamento para diferentes valores de $k_1$ e $k_2 = 0,16083$ . ....	96
Figura 4.18 – Evolução temporal da taxa de cisalhamento na parede para diferentes valores de $k_1$ e $k_2 = 0,16083$ . ....	97
Figura 4.19 – Evolução temporal da velocidade média do escoamento para diferentes valores de $k_2$ e $k_1 = 0,08279$ . ....	97
Figura 4.20 – Evolução temporal da taxa de cisalhamento na parede para diferentes valores de $k_2$ e $k_1 = 0,08279$ . ....	98
Figura 4.21 – Perfis de velocidade no início do escoamento (linha tracejada) e no regime permanente (linha cheia): (a) $Q_o = 0,001m^3/s$ , (b) $Q_o = 0,005m^3/s$ , (c) $Q_o = 0,01m^3/s$ , (d) $Q_o = 0,05m^3/s$ . ....	100
Figura 4.22 – Evolução temporal da tensão adimensionalizada na parede em relação ao seu valor de regime permanente para as diversas vazões impostas na entrada do tubo. ....	101

Figura 5.1 – Representação simplificada do fluxo de massa em um tubo inclinado a um ângulo $\xi$ em relação à horizontal e completamente preenchido com fluido de perfuração.....	103
Figura 5.2 – Representação simplificada do balanço de forças na direção $z$ de um tubo disposto a um ângulo $\xi$ em relação à horizontal e completamente preenchido com fluido de perfuração. ....	104
Figura 5.3 – Função passo-unitário. ....	109
Figura 5.4 – Discretização do domínio: malhas de massa específicas e pressão deslocadas em relação à malha de velocidade. ....	110
Figura 5.5 – Fluxograma simplificado do algoritmo. ....	116
Figura 6.1 – Evolução temporal da velocidade de entrada da tubulação para diferentes valores de $CFL$ . ....	121
Figura 6.2 – Evolução temporal da velocidade no meio do tubo ( $z^* = 0,5$ ) para diferentes valores de $CFL$ . ....	122
Figura 6.3 – Evolução temporal da velocidade na saída da tubulação para diferentes valores de $CFL$ .....	122
Figura 6.4 – Evolução temporal da pressão em $z^* = 0,1$ para diferentes valores de $CFL$ . ....	123
Figura 6.5 – Evolução temporal da pressão em $z^* = 0,5$ para diferentes valores de $CFL$ . ....	124
Figura 6.6 – Evolução temporal da pressão em $z^* = 0,9$ para diferentes valores de $CFL$ . ....	124
Figura 6.7 – Evolução temporal do parâmetro estrutural em $z^* = 0,1$ para diferentes valores de $CFL$ .....	125
Figura 6.8 – Evolução temporal do parâmetro estrutural em $z^* = 0,5$ para diferentes valores de $CFL$ .....	126
Figura 6.9 – Evolução temporal do parâmetro estrutural em $z^* = 0,9$ para diferentes valores de $CFL$ .....	126
Figura 6.10 – Tempo computacional requerido para cada valor de $CFL$ .....	127
Figura 6.11 – Evolução temporal da velocidade na entrada do tubo para os três fluidos em análise (Caso 1)....	129
Figura 6.12 – Evolução temporal da velocidade no meio da tubulação para os três fluidos em análise (Caso 1). .....	130
Figura 6.13 – Evolução temporal da velocidade na saída do tubo para os três fluidos em análise (Caso 1). ....	131
Figura 6.14 – Evolução temporal da pressão em $z^* = 0,1$ para os três fluidos em análise (Caso 1). ....	132
Figura 6.15 – Evolução temporal da pressão em $z^* = 0,5$ para os três fluidos em análise (Caso 1). ....	132
Figura 6.16 – Evolução temporal da pressão em $z^* = 0,9$ para os três fluidos em análise (Caso 1). ....	133
Figura 6.17 – Evolução temporal do parâmetro estrutural do fluido tixotrópico em três posições diferentes no tubo (Caso 1). ....	134
Figura 6.18 – Evolução temporal da velocidade na entrada do tubo (Caso 2).....	135
Figura 6.19 – Evolução temporal da velocidade no meio do tubo para os três fluidos em análise (Caso 2). ....	136
Figura 6.20 – Evolução temporal da velocidade no final do tubo para os três fluidos em análise (Caso 2).....	136
Figura 6.21 – Evolução temporal da pressão em $z^* = 0,1$ para os três fluidos em análise (Caso 2). ....	137
Figura 6.22 – Evolução temporal da pressão em $z^* = 0,5$ para os três fluidos em análise (Caso 2). ....	138
Figura 6.23 – Evolução temporal da pressão em $z^* = 0,9$ para os três fluidos em análise (Caso 2). ....	138
Figura 6.24 – Evolução temporal do parâmetro estrutural do fluido tixotrópico em três posições diferentes no tubo (Caso 2). ....	139
Figura 6.25 – Evolução temporal da velocidade adimensional na entrada da tubulação para todos os casos analisados. ....	141



Figura 6.26 – Evolução temporal da velocidade adimensional no meio da tubulação para todos os casos analisados.....	142
Figura 6.27 – Evolução temporal da velocidade adimensional na saída da tubulação para todos os casos analisados.....	142
Figura 6.28 – Evolução temporal da pressão adimensional em $z^* = 0,1$ para todos os casos analisados. ....	144
Figura 6.29 – Evolução temporal da pressão adimensional em $z^* = 0,5$ para todos os casos analisados .....	144
Figura 6.30 – Evolução temporal da pressão adimensional em $z^* = 0,9$ para todos os casos analisados .....	145
Figura 6.31 – Evolução temporal do parâmetro estrutural em $z^* = 0,1$ para todos os casos analisados. ....	146
Figura 6.32 – Evolução temporal do parâmetro estrutural em $z^* = 0,5$ para todos os casos analisados. ....	146
Figura 6.33 – Evolução temporal do parâmetro estrutural em $z^* = 0,9$ para todos os casos analisados. ....	147
Figura A1 – Tipo de teste utilizado nas simulações .....	143
Figura A2 – Evolução temporal da tensão de cisalhamento para as diversas simulações realizadas a diferentes malhas temporais.....	143

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Evolução cronológica do conceito de tixotropia.....	36
Tabela 3.1 – Classes de testes de inicialização realizados com o fluido de perfuração.....	56
Tabela 3.2 – Formulação do fluido de perfuração analisado .....	57
Tabela 3.3 – Valores das constantes e coeficiente de correlação da Eq. (3.2).....	62
Tabela 3.4 – Parâmetros ajustados a partir dos valores de tensão finais .....	71
Tabela 3.5 – Divergências entre os valores medidos e calculados dos picos de tensão e de equilíbrio para cada taxa de cisalhamento analisada .....	76
Tabela 4.1 – Dados utilizados na solução do problema de escoamento plenamente desenvolvido de um material tixotrópico .....	84
Tabela 4.2 – Análise de sensibilidade em relação ao gradiente de pressão para os dados da Tabela 4.1 .....	90
Tabela 4.3 – Análise de sensibilidade em relação aos parâmetros $k_1$ e $k_2$ .....	94
Tabela 4.4 – Análise de Sensibilidade em relação à vazão volumétrica imposta na entrada do tubo ( $Q_o$ ).....	99
Tabela 6.1 – Parâmetros fixos na análise de sensibilidade do critério de estabilidade $CFL$ e da malha espacial	120
Tabela 6.2 – Parâmetros utilizados para a comparação entre os escoamentos de um fluido tixotrópico, um fluido de Bingham e um fluido Newtoniano – 1º Caso .....	128
Tabela 6.3 – Parâmetros utilizados para a comparação entre os escoamentos de um fluido tixotrópico, um fluido de Bingham e um fluido Newtoniano – 2º Caso .....	134
Tabela 6.4 – Parâmetros utilizados para a análise de sensibilidade do problema .....	140
Tabela 6.5 – Valores notáveis de todos os casos analisados.....	143
Tabela 6.6 – Primeiros picos de pressão em diferentes pontos da tubulação* .....	143
Tabela 6.7 – Comparação entre os parâmetros estruturais no regime permanente para os casos $i$ e $ii$ .....	147
Tabela A1 – Parâmetros utilizados na análise de sensibilidade de malha .....	142

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CENPES	Centro de Pesquisas e Desenvolvimento Leopoldo Américo Miguez de Mello
FNG	Fluido Newtoniano Generalizado
HB	Herschel-Bulkley
LACIT	Laboratório de Ciências Térmicas
N-R	Newton-Raphson
NaCl	Cloreto de Sódio
PETROBRAS	Petróleo Brasileiro S.A.
PUC-RJ	Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
RP	Regime Permanente
UFCG	Universidade Federal de Campina Grande
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

## LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Romanos		
$a, b, c, d$	Expoentes da Eq. (2.14)	[adim]
$A_l$	Área de seção lateral do tubo	[m <sup>2</sup> ]
$A_s$	Área de seção transversal do tubo	[m <sup>2</sup> ]
$e, f, g, h$	Expoentes da Eq. (2.19)	[adim]
$c$	Velocidade de propagação da onda de pressão	[m/s]
$C_1, C_2$	Constantes dos termos da Eq. (2.14)	[adim]
$C_3, C_4$	Constantes dos termos da Eq. (2.19)	[adim]
$D$	Diâmetro do tubo	[m]
$G$	Módulo de elasticidade	[Pa]
$G'$	Parte elástica do módulo de armazenamento	[Pa]
$K$	Índice de consistência do material	[Pa.s <sup>n</sup> ]
$L$	Comprimento da tubulação	[m]
$m$	Massa	[kg]
$M$	Número de dados experimentais coletados por teste	[N/A]
$n$	Índice comportamental do material	[adim]
$N$	Número de volumes de controle	[N/A]
$P$	Pressão	[Pa]
$P_{hid}$	Pressão hidrostática	[Pa]
$P_o$	Pressão atmosférica	[Pa]
$Q$	Vazão volumétrica	[m <sup>3</sup> /s]
$r$	Posição radial	[m]
$r_p$	Raio do <i>plug</i> não-cisalhável	[m]
$t$	Tempo	[s]
$t_{os}$	tempo de ocorrência do pico de tensão em um teste de inicialização	[s]
$t_R$	Tempo de repouso	[s]
$R$	Resíduo absoluto das equações de conservação da massa	[kg/m <sup>2</sup> ]
$R^*$	Resíduo relativo das equações de conservação da massa	[adim]
$S$	Função-Soma do Método dos Mínimos Quadrados	[Pa <sup>2</sup> ]

$T$	Temperatura	[°C]
$us(t)$	Função passo-unitário	[adim]
$V$	Velocidade	[m/s]
$z$	Posição axial	[m]

## Símbolos Gregos

$\alpha$	Compressibilidade	[Pa <sup>-1</sup> ]
$\alpha_i, \beta_i$ e $\delta_i$	Coefficientes da Eq. (5.30)	[adim]
$\alpha_l, \beta_l$ e $\delta_l$	Coefficientes da Eq. (5.34)	[adim]
$\gamma_e$	Deformação elástica	[adim]
$\gamma_c$	Deformação crítica	[adim]
$\dot{\gamma}$	Taxa de cisalhamento	[s <sup>-1</sup> ]
$\dot{\gamma}_o$	Taxa de cisalhamento final e constante em um teste de inicialização	[s <sup>-1</sup> ]
$\Delta P/L$	Gradiente constante de pressão	[Pa/m]
$\Delta t$	Incremento de tempo	[s]
$\Delta r$	Incremento de espaço na direção radial	[m]
$\Delta z$	Incremento de espaço na direção axial	[m]
$\epsilon_c$	Critério de convergência	[adim]
$\xi$	Ângulo de disposição do tubo em relação à horizontal	[°]
$\eta$	Viscosidade	[Pa.s]
$\lambda$	Parâmetro estrutural	[adim]
$\lambda_{RP}$	Parâmetro estrutural de equilíbrio	[adim]
$\lambda_w$	Parâmetro estrutural na parede do tubo	[adim]
$\lambda_{w,0}$	Parâmetro estrutural inicial na parede do tubo	[adim]
$\lambda_{w,RP}$	Parâmetro estrutural de regime permanente na parede do tubo	[adim]
$\mu_B$	Viscosidade de Bingham	[Pa.s]
$\nu$	Número de pontos estruturais	[N/A]
$\nu_o$	Número de pontos estruturais na estrutura “virgem” ou gelificada	[N/A]
$\rho$	Massa específica	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_o$	Massa específica à pressão atmosférica	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\tau$	Tensão de cisalhamento	[Pa]
$\tau_w$	Tensão de cisalhamento na parede do tubo	[Pa]

$\tau_y$	Tensão limite de escoamento	[Pa]
$\tau_{y,el}$	Tensão limite de escoamento dependente da deformação elástica	[Pa]
$\tau_{y,RP}$	Tensão limite de escoamento no equilíbrio	[Pa]
$\bar{\tau}$	Tensão de cisalhamento adimensionalizada em relação ao seu valor em regime permanente	[Pa]
$\sigma_{os}$	Pico de tensão ou tensão <i>overshoot</i> em um teste de inicialização	[Pa]
$\sigma_{RP}$	Tensão de equilíbrio ou de regime permanente em um teste de inicialização	[Pa]
$\Sigma F_z$	Resultante das forças atuantes em um volume de controle	[N]
$\varphi$	Variável qualquer	[N/A]

### Símbolos Específicos dos Modelos Revisados:

$H$	Constante da Lei de Hooke	Goodeve (1939)
$k''$ , $f_c$ , $z$	Constantes arbitrárias	
$a$ , $b$	Parâmetros ajustados experimentalmente	Moore (1959)
$\tau_{y,r}$	Tensão limite de escoamento em repouso	Slibar & Paslay (1959)
$\tau_{y,s}$	Tensão limite de escoamento dinâmica	
$\eta_\lambda$	Constante obtida experimentalmente	Worrall & Tuliani (1964)
$\eta_o$	Viscosidade a uma taxa de cisalhamento nula	Cross (1965)
$\eta_\infty$	Viscosidade a uma taxa de cisalhamento infinita	
$\alpha$	Parâmetro de ajuste experimental	
$\tau_{y,o}$	Tensão de escoamento independente da tixotropia	Houska (1980) <i>apud</i> Mewis & Wagner (2009)
$\tau_{y,1}$	Tensão de escoamento dependente da tixotropia	
$\Delta K$	Consistência do material dependente da tixotropia	
$C$	Constante arbitrária	De Kee <i>et al.</i> (1983)
$\eta_{t=0}$	Viscosidade aparente inicial	
$\alpha$ , $\beta$ , $\delta$	Parâmetros de ajuste do modelo	Suetsugu & White (1984)
$\tau_{y,o}$	Tensão limite de escoamento estática inicial	
$V_p$	Pontos estruturais inicial	De Kee & Chan Man Fong (1994)
$V_c$	Pontos estruturais máximos sem que haja escoamento	
$C_1$ e $C_2$	Constantes arbitrárias	
$b_y$	Parâmetro obtido por ajuste do experimento	

$\eta_{\infty}$	Viscosidade do material extrapolada para taxa de cisalhamento infinita	Baravian & Quemada (1996)
$a, b$	Parâmetros obtidos numericamente	
$f(\gamma), \eta_j,$ $\lambda_j, G_E$	Parâmetros do modelo	Phan-Thien <i>et al.</i> (1997)
$\tau_{y,\lambda=1}$	Tensão limite de escoamento para $\lambda = 1$	Toorman (1997)
$a, b, c$	Parâmetros obtidos numericamente	
$\kappa$	constante relativa à reologia do material gelificado	Chang <i>et al.</i> (1999)
$\tau_{est}$	tensão limite estática	
$\tau_{din}$	tensão limite estática dinâmica	
$\eta_{st,0}$	Viscosidade hidrodinâmica inicial	Dullaert & Mewis (2006)
$G_o$	Módulo de elasticidade inicial	
$\eta_{\infty}$	Viscosidade a uma taxa de cisalhamento infinita	
$\gamma_c$	Deformação elástica crítica	
$k_1, k_2, k_3,$ $k_4, \beta$	Outros parâmetros do modelo	
$\dot{\gamma}_{s \rightarrow d}, a, b,$ $c, m, t_c$	Parâmetros do modelo	Mendes (2009)

### Subscritos:

1 e 2 Índices relativos ao intervalo de busca do Método de Fibonacci

$b$  Bomba

$din$  Dinâmico

$el$  Elástico

$ent$  Entrada da tubulação

$est$  Estático

$exp$  Experimento

$i$  Denota a posição das fronteiras do volume de controle

$I$  Denota a posição do volume de controle

$j$  Denota o dado experimental

$max$  Máximo

$me$  Meio

mod Modelo

*o* Grandeza em um estado de referência

*os* Pico (do inglês *overshoot*)

*P* Plug

*RP* Regime permanente ou equilíbrio

*sai* Saída da tubulação

*w* Parede (do inglês *wall*)

*z* Relativo à direção axial

### Sobrescritos:

' Valor de uma propriedade na iteração anterior

\* Propriedade na forma adimensionalizada

*o* Instante de tempo anterior



# 1 INTRODUÇÃO

A demanda contínua e crescente de energia de baixo custo e a disponibilidade ainda maior de recursos de hidrocarbonetos com a descoberta do pré-sal no litoral brasileiro mantêm o petróleo como uma importante fonte não-renovável de energia para as próximas décadas do século XXI.

Para atender o suprimento dessa fonte energética para a sociedade, as empresas se dedicam à exploração (descoberta de novos reservatórios) e à exploração (produção do reservatório descoberto da forma mais rápida e econômica possível). O ambiente de águas profundas é uma tendência que se manifesta não somente no Brasil, mas em diversas zonas produtoras, principalmente nas regiões fora do Golfo Pérsico e, para produzir hidrocarbonetos dessas e das demais regiões produtoras, a inovação tecnológica é de suma importância na redução das incertezas tanto na fase de exploração como na fase de produção de petróleo.

Neste trabalho, será dedicada atenção à perfuração de poços de petróleo e, mais especificadamente, ao papel do fluido de perfuração nesta operação. A seguir são mostrados sucintamente como se desenvolve o processo de perfuração de poços de petróleo, a importância do fluido de perfuração e de suas funções durante a perfuração.

## 1.1 A Perfuração de Poços de Petróleo

Sonda de perfuração é a denominação da locação onde se localizam um conjunto de sistemas utilizados para a perfuração de poços de petróleo. Sabe-se que o petróleo acumula-se em bacias sedimentares que são localizadas em terra (*onshore*) ou no fundo do oceano (*offshore*). O papel da sonda é basicamente construir um poço capaz de comunicar o petróleo acumulado nestas bacias com a superfície.

Quando as rochas da formação são perfuradas pela ação da rotação e peso aplicados a uma broca disposta na extremidade da coluna de perfuração, a sonda é denominada sonda rotativa. O outro tipo de sonda é a chamada sonda de percussão, com a qual se perfura um poço pela ação de golpes sucessivos da ferramenta percussora e a qual só foi utilizada no início da perfuração de poços de petróleo (Thomas, 2001). Os sistemas existentes na sonda de perfuração são subdivididos em sistemas de superfície e de subsuperfície. Este último é a

própria coluna de perfuração, a qual é composta, basicamente de comandos (elementos tubulares espiralados ou lisos que fornecem peso sobre a broca e promovem rigidez à coluna) e de tubos de perfuração (tubos de aço de paredes finas tratados internamente com resinas contra desgaste e corrosão).

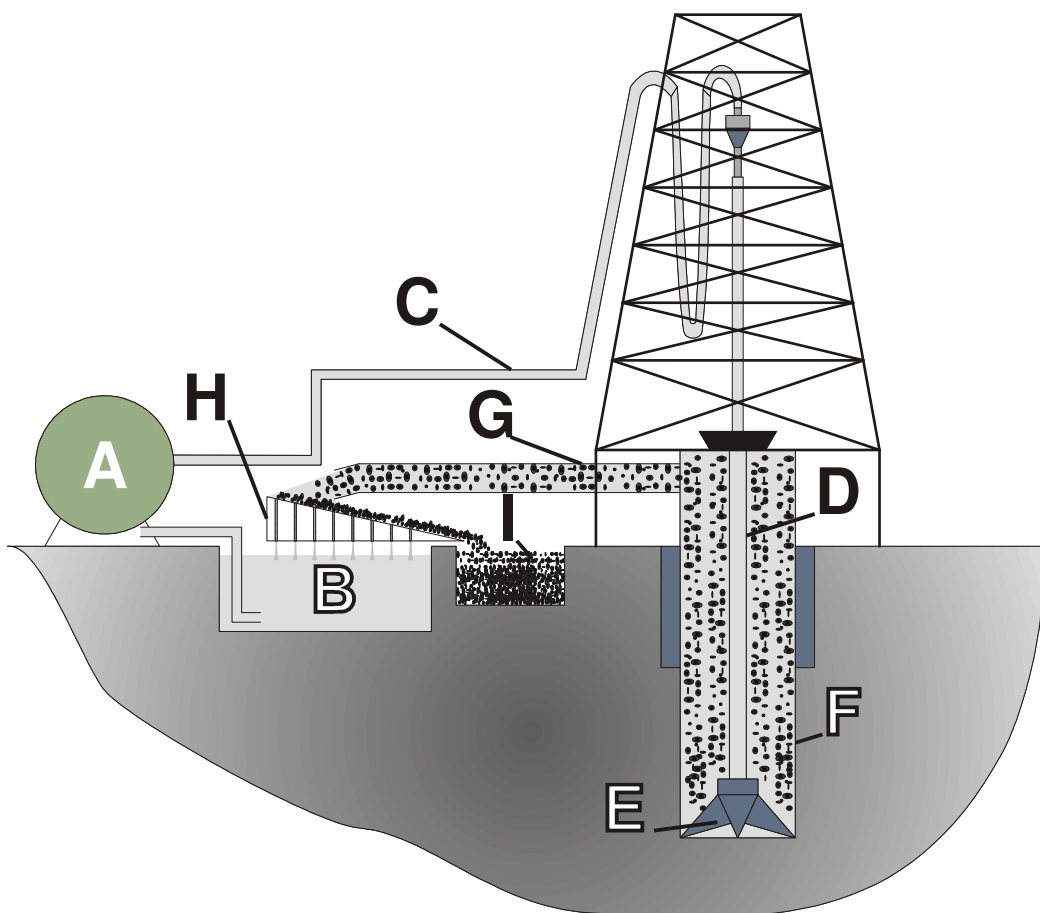
Podem ser citados como sistemas de superfície o sistema de elevação de cargas, o sistema de rotação e o sistema de circulação. No sistema de circulação, o fluido de perfuração tem a função básica de transportar para a superfície os cascalhos gerados pela perfuração. Este sistema é composto por bombas, tanques, pelo próprio poço e pelos equipamentos de tratamento. As bombas são responsáveis pelo fornecimento de energia ao fluido para sua circulação; os tanques armazenam o fluido na superfície; o poço é onde está inserida a coluna de perfuração; e o sistema de tratamento engloba uma peneira vibratória, desareiaadores, dessiltadores\* e centrífugas (Machado, 2002).

A Figura 1.1 ilustra o sistema de circulação na perfuração terrestre (*onshore*). Este tipo de perfuração foi a primeira a ser desenvolvida, é menos custosa e necessita de engenharia menos complexa em relação à perfuração marítima (também denominada submarina ou *offshore*).

O sistema de circulação pode ser esquematizado da seguinte maneira: o fluido de perfuração que se encontra no tanque (denotado pela letra B na Figura 1.1) é impulsionado pela bomba (A) para dentro do poço através da tubulação (C). O fluido é então conduzido para a coluna de perfuração (D) com uma broca (E) em sua extremidade. O fluido circula primeiramente pelo interior da coluna, passando pela broca e retornando pela região anular entre a coluna e o poço (F). Os cascalhos originados na perfuração são então transportados pelo fluido, através da região anular, até a linha de retorno (G). Os cascalhos são na seqüência separados do fluido nos equipamentos de tratamento (H), e, em seguida, armazenados para descarte (I). O fluido tratado (com baixa concentração de sólidos) retorna ao tanque e o ciclo recomeça com a sucção do fluido pela bomba.

A perfuração do poço ocorre em diversas fases, caracterizadas por diferentes diâmetros perfurados. Após a conclusão de cada fase, esta é revestida e cimentada. O revestimento é uma série de tubos de aço de alta resistência que permanecem no poço durante toda sua vida útil. A posterior cimentação é feita com as funções de isolar as formações já

perfuradas do fluido de perfuração utilizado para a perfuração da próxima fase e de garantir a estabilidade mecânica do poço.



**Figura 1.1 – Esquema simplificado do sistema de circulação durante a perfuração de um poço terrestre.**

Geralmente, cada nova fase possui um diâmetro inferior à fase anterior. A seqüência de diâmetros de revestimento é dependente das dimensões padronizadas disponíveis no mercado. Os diâmetros nominais de revestimento mais comumente utilizados na indústria são 30", 20", 13<sup>3</sup>/<sub>8</sub>" , 9<sup>5</sup>/<sub>8</sub>" e 7". Um dos motivos de se utilizar diferentes fases e revesti-las é garantir que a pressão exercida pelo fluido de perfuração esteja entre a pressão de poros e a pressão de fratura da formação. Permanecer acima da pressão de poros (pressão que se encontra o fluido no interior dos poros da formação que se está perfurando) é garantir que não haverá influxo indesejado no poço durante a perfuração. A pressão de fratura, por sua vez, é a pressão acima da qual a formação pode falhar por tração e deve-se garantir que o fluido não

\* Desareiaadores e Dessiltadores são equipamentos que retiram as partes sólidas, denominadas de finos, do fluido de perfuração que sai do poço. A diferença entre a areia e o silte é o tamanho da partícula sólida que cada um caracteriza, sendo que o último corresponde a partículas menores que o primeiro.

fratura a formação para que a estabilidade do poço seja mantida. A partir da estimativa dos valores de pressão de poros e de fratura, projeta-se o fluido de perfuração de tal forma que sua pressão transmitida fique, portanto, entre estes valores em todas as profundidades de poço aberto, ou seja, parte do poço não revestida.

Usualmente, na indústria do petróleo, identifica-se um valor de pressão em uma determinada profundidade pela massa específica de um fluido hipotético, como esta profundidade fosse a altura de uma coluna deste fluido. Por exemplo, uma pressão de 10 MPa a uma profundidade de 1000m corresponde à pressão hidrostática de um fluido de massa específica  $1000\text{kg/m}^3$  (admitindo a aceleração gravitacional de  $10\text{m/s}^2$ ). Desta forma, fica mais simples identificar qual deve ser a massa específica do fluido de perfuração que forneça uma pressão entre a pressão de poros e a pressão de fratura da formação, garantindo que não haverá influxo de fluidos da formação rochosa permeável para o poço nem a fratura da formação perfurada. Esta notação, entretanto, não será abordada neste trabalho, pois não será feita nenhuma análise de fratura nem de influxo de fluidos, sendo a informação relevante para trabalhos futuros.

### 1.1.1 O Fluido de Perfuração

Fluido de perfuração é uma mistura de base líquida (água, óleo ou sintética) ou gasosa utilizada para auxiliar a produção e a remoção de cascalhos gerados durante a perfuração de poços. Eles são especificados de forma a garantir principalmente uma perfuração segura. Lista-se a seguir as suas funções (Caenn & Chillingar, 1996):

- *limpar os cascalhos presentes na base da broca e conduzi-los até a superfície*: os cascalhos são transportados por meio do fluido em circulação e este transporte depende da vazão e da viscosidade do fluido de perfuração;
- *exercer pressão hidrostática sobre a formação maior que sua pressão de poros*: evitar o influxo de fluidos indesejáveis (fenômeno denominado *kick* ou *blowout* quando o fluxo é descontrolado) e estabilizar as paredes do poço;
- *manter o poço aberto até que o revestimento possa ser descido e cimentado*;
- *formar um filme de baixa permeabilidade de fina espessura nas paredes do poço*: este filme, denominado de reboco, previne o influxo do próprio fluido de perfuração na

formação e impede o fenômeno indesejado do inchamento de argilas hidratáveis da formação;

- *resfriar e lubrificar a coluna de perfuração e a broca;*
- *reduzir o atrito entre a coluna de perfuração e o poço aberto ou revestido.*

Essas funções fazem com que os fluidos de perfuração sejam indispensáveis à indústria de petróleo, sendo um elemento muito importante na operação de perfuração (Darley & Gray, 1988). Além disso, o fluido de perfuração não deve: reagir nocivamente à formação perfurada; causar corrosão do equipamento de perfuração e das tubulações de sub-superfície; e nem proporcionar danos ao meio ambiente e aos seres humanos. Para tal, os fluidos de perfuração são projetados como complexas dispersões de sólidos, líquidos e gases, usualmente constituídas de duas fases: uma dispersante (aquosa, orgânica ou sintética) e outra dispersa, cuja complexidade depende da natureza dos produtos dispersos e das funções acima citadas.

O fluido de perfuração é projetado ainda para formar gel quando não submetido à tensão de cisalhamento, ou seja, quando sua circulação é interrompida por um motivo qualquer. Este motivo pode ser tanto a retirada da coluna do poço como a manutenção de qualquer equipamento do sistema de circulação. O objetivo dessa gelificação é prevenir que os cascalhos precipitem durante esses períodos de parada de circulação do fluido, obstruindo a broca e podendo levar o sistema a um colapso. Devido aos efeitos tixotrópicos de muitos géis, a sua viscosidade se mantém elevada mesmo depois que a circulação se reinicia, sendo necessárias pressões de partida muito elevadas (o conceito de tixotropia é abordado na seção a seguir e no Capítulo 2). Por isso, considera-se importante o conhecimento das pressões geradas no gel, no reinício da circulação, para evitar fraturas nas paredes do poço.

Outras características interessantes do fluido de perfuração são sua baixa viscosidade em altas vazões, o que reduz ao máximo as perdas de carga, e sua alta viscosidade em baixas vazões, para não prejudicar a capacidade de carregar os cascalhos nestas condições. Além disso, o fluido é classificado como tixotrópico. Este fenômeno ainda não é plenamente compreendido pela comunidade científica, devido a sua alta complexidade. Deste modo, atenção especial será dada ao assunto: a seguir o fenômeno é definido na seção 1.2 e uma extensa revisão bibliográfica será realizada no Capítulo 2.

## 1.2 Tixotropia

Mesmo a tixotropia sendo um dos fenômenos mais antigos dentro da ciência de colóides\*, a área de pesquisas continua sendo atrativa, já que é um problema desafiador não completamente compreendido pela comunidade científica. Devido a isso, diversos autores estudam o fenômeno e alguns até o definem de maneira errônea.

O termo “tixotropia” foi introduzido por Freundlich (1923) *apud* Barnes (1997). O nome deriva da combinação das palavras gregas θίξις (*thixis*: agitação) e τρέπω (*trepo*: desvio ou mudança) e originalmente se referia à transição sol<sup>†</sup>-gel induzida mecanicamente. Baseado em seu estudo sobre tintas, Pryce-Jones (1941) propôs, por sua vez, que tixotropia é “um aumento na viscosidade do material em repouso e uma diminuição da viscosidade do material submetido a uma tensão de cisalhamento constante”. Esta definição especifica a viscosidade como parâmetro característico, mas, como na definição anterior, a dependência temporal do fenômeno não é mencionada.

Em algumas literaturas técnicas, equívocos são observados ao se definir tixotropia, a qual acaba sendo confundida com o fenômeno do *shear-thinning*. Um modelo reológico geral que descreva completamente as diferentes características da tixotropia ainda não foi desenvolvido.

Mewis & Wagner (2009) tiveram a preocupação em apresentar uma definição geral de tixotropia, a qual se baseia no decréscimo da viscosidade com o tempo, induzida pelo escoamento, e em sua reversibilidade. Tixotropia, segundo esta última revisão, é um decréscimo contínuo da viscosidade com o tempo quando uma amostra que tenha estado previamente em repouso é submetida ao escoamento e a subsequente recuperação da viscosidade no tempo quando o escoamento é descontinuado. Deve-se salientar que esta definição não menciona a viscoelasticidade do material, podendo o material tixotrópico ser ou não viscoelástico. De fato, há materiais tixotrópicos que podem ser modelados como puramente dissipativos e há aqueles cujo modelo deve conter o termo elástico. Por isso, a ocultação da viscoelasticidade na definição.

---

\* Colóides (ou também chamados de sistemas coloidais ou de dispersões coloidais) são sistemas nos quais um ou mais componentes apresentam pelo menos uma de suas dimensões dentro do intervalo de 1 nm a 1 µm. Os colóides são classificados de acordo com a fase contínua e a fase dispersa: um aerosol consiste em um sólido ou um líquido dissolvido em um gás; uma espuma consiste em um gás disperso em sólido ou líquido; uma emulsão são colóides formados por líquido disperso em outro líquido ou sólido; sol<sup>†</sup> é um tipo de colóide formado pela dispersão de um sólido em um líquido; gel é um material em que o meio disperso apresenta-se no estado líquido e a fase contínua, no estado sólido.

† Fase na qual a estrutura se encontra completamente quebrada, ou seja, o oposto à fase gel.

### 1.3 Problema

Mencionou-se anteriormente que os fluidos de perfuração são projetados para possuírem a característica tixotrópica, já que devem gelificar quando há uma parada em seu escoamento ou circulação. Isto porque os cascalhos provenientes da perfuração devem ser impedidos de precipitar durante tais paradas, o que levaria a uma obstrução da broca e o sistema a um colapso.

Porém, quando o escoamento é reiniciado, sua viscosidade decresce, induzida pelo escoamento, devido à quebra de sua microestrutura ou de seu gel. Isto faz com que o atrito entre as camadas de fluido seja diminuído e uma menor potência seja requerida pela bomba que movimenta a mistura do fluido de perfuração e com os cascalhos por ele suspensos. Como já salientado, a viscosidade dos fluidos de perfuração leva certo tempo para diminuir, sendo necessárias pressões iniciais muito elevadas. Por isso, considera-se importante o conhecimento das pressões geradas no gel, no reinício da circulação, para evitar fraturas nas paredes do poço.

### 1.4 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é o desenvolvimento de um modelo matemático para o estudo do reinício do escoamento de fluidos gelificados, considerando suas características tixotrópicas. Atenção maior é dada à previsão dos picos de pressão gerados durante a reinicialização. No modelo, o material escoar em um tubo de seção uniforme e de comprimento determinados e o escoamento é considerado unidimensional, compressível e transiente.

Como objetivos específicos podem ser citados o entendimento do fenômeno da tixotropia a partir de extensa revisão bibliográfica sobre o tema e o ajuste do comportamento do fluido de perfuração a um modelo de tixotropia existente na literatura.

São utilizadas as equações de conservação da massa e da quantidade de movimento na direção axial da tubulação, uma equação de estado para a massa específica do material e uma equação constitutiva para a característica tixotrópica do fluido como equações governantes. Esta última é escolhida dentre alguns modelos de tixotropia existentes na literatura. O modelo matemático é resolvido numericamente devido às equações governantes serem não-lineares e não possuírem solução analítica.

## 1.5 Estrutura do Trabalho

- No Capítulo 1 (Introdução), o problema é tratado e contextualizado e os objetivos são definidos;
- No Capítulo 2 (Revisão Bibliográfica), estuda-se o fenômeno da tixotropia a partir da revisão de livros sobre o tema e de artigos científicos, revisam-se os estudos sobre a introdução de modelos matemáticos para a análise qualitativa e quantitativa dos efeitos tixotrópicos em escoamentos e são abordadas as modelagens de escoamento transiente de fluidos não-newtonianos;
- O Capítulo 3 (Resultados Experimentais: Escolha e Ajuste do Modelo de Tixotropia) dedica-se à busca do modelo tixotrópico que melhor se encaixa nos experimentos realizados com um dos fluidos sintéticos atualmente utilizados pela PETROBRAS;
- No Capítulo 4 (Escoamento Plenamente Desenvolvido de um Material Tixotrópico), é analisada a evolução temporal do perfil de velocidade de um material tixotrópico inicialmente em repouso em um tubo horizontal para os casos em que é imposto um gradiente de pressão constante e o caso em que se impõe uma vazão constante na tubulação;
- O Capítulo 5 (Modelagem Matemática do Escoamento do Fluido Gelificado) se refere à modelagem do reinício de escoamento do fluido de perfuração gelificado em uma tubulação de seção transversal constante;
- O Capítulo 6 (Resultados) engloba a análise de estabilidade numérica da solução do modelo descrito no Capítulo 5, a comparação do modelo matemático desenvolvido no capítulo anterior com os modelos de fluido newtoniano e de Bingham (este último usualmente utilizado para prever o comportamento dos fluidos de perfuração) e a análise de estudos de caso adicionais;
- No Capítulo 7 (Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros), faz-se um apanhado geral do trabalho, discutem-se os resultados obtidos, é avaliado se os objetivos iniciais foram alcançados e são sugeridas ideias para trabalhos futuros.



## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, é apresentado o conceito de Reologia e é aprofundado o conceito de tixotropia introduzido no capítulo anterior. São mostrados e analisados os diversos modelos matemáticos desenvolvidos para os diferentes materiais tixotrópicos e, para alguns deles, são apresentados os principais resultados obtidos por seus autores. Ao final do capítulo, é feita uma revisão sobre a modelagem do escoamento de materiais tixotrópicos.

### 2.1 Reologia

A ciência que investiga as propriedades mecânicas e o comportamento de materiais que sofrem deformações é denominada Reologia (Tanner & Walters, 1998). Há dois comportamentos reológicos extremos: o comportamento puramente elástico, referente à habilidade de um material retornar à sua forma original quando a força externa deixa de atuar; e o comportamento puramente viscoso, cuja deformação cessa quando a força externa é removida (Akcelrud, 2007).

Os materiais que apresentam comportamento intermediário a esses dois extremos são chamados de viscoelásticos. É razoável assumir que todos os materiais existentes sejam viscoelásticos, pois a resposta de uma amostra em um experimento depende da relação entre a escala de tempo do experimento e a escala de tempo natural do material. Em outras palavras, se o experimento é relativamente lento, a amostra pode parecer viscosa e, caso contrário, a amostra pode parecer elástica. Em escalas de tempo intermediárias, em geral o comportamento viscoelástico é observado (Barnes *et al.*, 1989).

A viscosidade de um material ( $\eta$ ) representa a resistência ao movimento relativo entre duas camadas de material adjacentes (Lee *et al.*, 2009). Para os fluidos newtonianos, a tensão de cisalhamento ( $\tau$ ) e a taxa de cisalhamento ( $\dot{\gamma}$ ) são linearmente relacionadas, como indica a Eq. (2.1). A viscosidade pode variar principalmente com a temperatura ( $T$ ) e com a pressão ( $P$ ), mas não com o tempo nem com a taxa de cisalhamento.

$$\tau = \eta(T, P) \dot{\gamma} \quad (2.1)$$

Os materiais não-newtonianos possuem respostas mais complexas ao cisalhamento. Como o próprio nome indica, há um desvio na relação linear (newtoniana) entre a tensão e a taxa de cisalhamento. A viscosidade dos materiais não-newtonianos varia de diferentes formas. Por isso, é possível dividir os materiais não-newtonianos em dois grandes grupos: materiais cujas propriedades são independentes do tempo e aqueles cujas propriedades são dependentes do tempo. No primeiro grupo, são encontrados os materiais puramente plásticos, os pseudoplásticos, os dilatantes e os materiais viscoelásticos. Subdivide-se o segundo grupo, por sua vez, nos materiais tixotrópicos e nos reopéticos (ou antitixotrópicos).

Os materiais não-newtonianos plásticos não escoam até que a tensão de cisalhamento alcance uma tensão limite de escoamento ( $\tau_y$ ). Estes materiais eram antigamente denominados de fluidos de Bingham (Lee *et al.*, 2009). Entretanto, outros ajustes matemáticos do comportamento da viscosidade foram desenvolvidos. Os mais comuns são o próprio ajustes de Bingham:

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_y + \mu_B \dot{\gamma} & \text{se } \tau > \tau_y \\ \dot{\gamma} &= 0 & \text{se } \tau \leq \tau_y \end{aligned} \quad (2.2)$$

o de Herschel-Bulkley:

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_y + K \dot{\gamma}^n & \text{se } \tau > \tau_y \\ \dot{\gamma} &= 0 & \text{se } \tau \leq \tau_y \end{aligned} \quad (2.3)$$

e o de Casson:

$$\begin{aligned} \sqrt{\tau} &= \sqrt{\tau_y} + \sqrt{\eta \dot{\gamma}} & \text{se } \tau > \tau_y \\ \dot{\gamma} &= 0 & \text{se } \tau \leq \tau_y \end{aligned} \quad (2.4)$$

Nas equações acima,  $\mu_B$  é a viscosidade de Bingham, obtida pela inclinação constante da curva de equilíbrio\* ajustada pelo modelo de Bingham,  $K$  é a consistência do material e  $n$  o índice comportamental do material. Todos esses ajustes são casos específicos do modelo denominado Fluido Newtoniano Generalizado (FNG – Bird *et al.*, 1987) definido por:

---

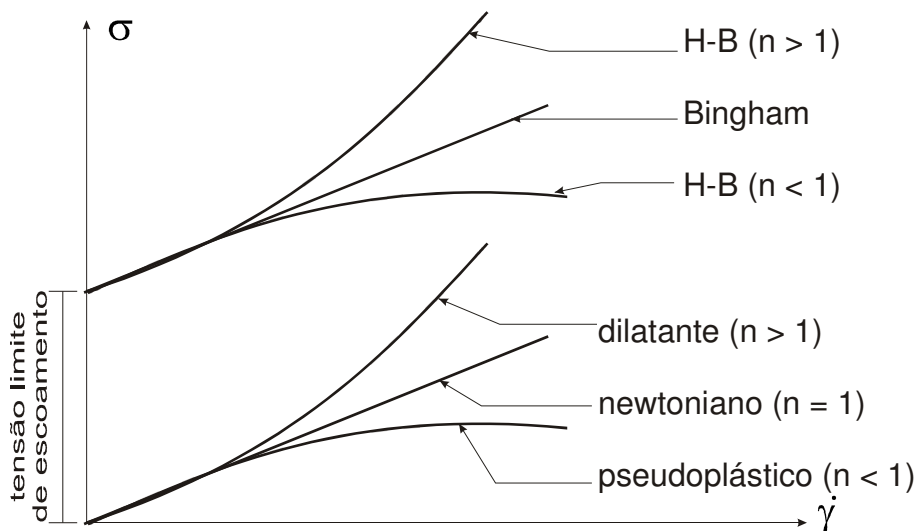
\* Curva de equilíbrio é o gráfico tensão de cisalhamento versus taxa de cisalhamento de um fluido em equilíbrio, ou seja, sem suas propriedades mais variarem com o tempo.

$$\tau = \eta(\dot{\gamma}) \dot{\gamma} \tag{2.5}$$

Outro tipo de modelo de FNG é o da Lei de Potência. Os materiais não-newtonianos pseudo-plásticos e dilatantes são modelados a partir desta lei que também é comumente chamada de sua tradução para o inglês *Power Law*. Este ajuste é descrito por:

$$\tau = K \dot{\gamma}^n \tag{2.6}$$

Tanto para o modelo HB quanto para o *Power Law*, para o índice de comportamento ( $n$ ) menor que a unidade, os modelos prevêem a característica pseudo-plástica (diminuição reversível e isotérmica da viscosidade com o aumento da taxa de cisalhamento). Estes tipos de materiais apresentam suas moléculas desordenadas quando em repouso e, a partir da aplicação de uma tensão de cisalhamento, essas moléculas tendem a se orientar na direção da tensão, diminuindo assim a viscosidade aparente. Para  $n > 1$ , a característica é dilatante, ou seja, a viscosidade aumenta reversível e isotermicamente com o aumento da taxa de cisalhamento aplicada. Neste tipo de material, à medida que a tensão de cisalhamento aplicada aumenta, há um maior contato entre as moléculas, aumentando o atrito e fazendo a viscosidade aparente aumentar. Os termos “pseudo-plástico” e “dilatante” se referem, respectivamente, aos termos em inglês *shear-thinning* e *shear-thickening* (Barnes *et al.*, 1989).



**Figura 2.1 – Diferentes comportamentos de materiais não-newtonianos independentes do tempo sob cisalhamento.**

A Figura 2.1 mostra o aspecto de cada curva de equilíbrio dos diferentes tipos de materiais não newtonianos independentes do tempo. Observa-se que o fluido de Bingham

prevê um comportamento linear entre a tensão e a taxa de cisalhamento a partir do momento em que a tensão aplicada excede a tensão limite de escoamento. O modelo de Casson prevê uma diminuição da viscosidade aparente com o aumento da taxa de cisalhamento e o modelo HB, dependendo do valor de  $n$  na Eq. (2.3), prevê tanto a diminuição quanto o aumento da viscosidade com a taxa de cisalhamento. O comportamento do fluido newtoniano é também mostrado na Figura 2.1 a título de comparação.

Sabe-se que o material que apresenta comportamento intermediário ao puramente viscoso e ao puramente elástico é denominado viscoelástico. Há diversos modelos na literatura com o objetivo de representar o comportamento viscoelástico. O modelo de Maxwell propõe uma soma de ambos os comportamentos elástico e viscoso.

$$\tau + \frac{\eta}{G} \frac{\partial \tau}{\partial t} = \eta \dot{\gamma} \quad (2.7)$$

sendo  $G$  o módulo de elasticidade do material. Observa-se neste modelo que, no regime permanente, a equação se simplifica à equação de um fluido newtoniano (Eq. (2.1)).

O modelo de Maxwell prevê a Lei de Hooke (Eq. (2.7) com  $\dot{\gamma} = 0$ ) para pequenas deformações. Entretanto, os materiais viscoelásticos são amplamente estudados e diversos outros modelos são propostos, inclusive os que consideram a viscoelasticidade não-linear.

Se o comportamento reológico das mudanças estruturais de um material é reversível e dependente do tempo, o material pode ser modelado tanto como tixotrópico (quando sua viscosidade diminui com o tempo a uma taxa de cisalhamento constante) quanto como reopético (quando sua viscosidade aumenta com o tempo a uma taxa de cisalhamento constante).

O entendimento do comportamento da estrutura e do escoamento dos materiais tixotrópicos representa significativa importância em diversas aplicações industriais. Exemplos de materiais tixotrópicos incluem suspensões concentradas (Courtland & Weeks, 2003), emulsões (Hebraud *et al.*, 1997), espumas (Cantat & Pitois, 2005), tintas (Buron *et al. apud* Joshi, 2009), derivados de petróleo ricos em parafina (Pettersson *et al.*, 2008), cimentos (Cristiani *et al.*, 2005) e fluidos de perfuração (Lahalih & Dairanieh, 1989). Os materiais reopéticos são mais raros e dificilmente encontrados em aplicações industriais.

## 2.2 Tixotropia

### 2.2.1 Evolução do Conceito

As revisões publicadas sobre tixotropia (Bauer & Collings, 1967; Mewis, 1979; Barnes, 1997 e Mewis & Wagner, 2009) consideram que Schalek & Szegvari (1923) iniciaram o estudo do fenômeno, quando reportaram a observação de que alguns géis, consistindo de dispersões aquosas de óxido de ferro, poderiam se transformar, através da agitação, em líquido. O gel era novamente obtido quando as amostras eram deixadas em repouso, e a transformação líquido-gel poderia se repetir por diversas vezes, consistindo em um processo reversível. Desta forma, eles demonstraram que a transição "líquido-gel" poderia não apenas ser induzida por mudanças na temperatura, como já era conhecido na época, mas também por meio de agitação mecânica a uma temperatura constante.

O termo "tixotropia" foi introduzido por Freundlich (1929) *apud* Barnes (1997) baseado em uma sugestão de Peterfi (1927) *apud* Barnes (1997), o qual constatou que o protoplasma (complexo colóide – organizado de matéria orgânica e inorgânica que serve de matriz para todos os compartimentos de uma célula) se liquefaz por ação mecânica. Originalmente, o termo tixotropia se referia à transição "líquido-gel" induzida mecanicamente, sem mencionar a dependência do tempo.

Freundlich (1935) continuou o estudo do fenômeno. Ele e sua equipe realizaram importantes contribuições, culminando no documento intitulado "Tixotropia", o qual, embora enfatizasse a transição "líquido-gel", o tempo requerido para a gelificação era utilizado para quantificar o efeito. A seguir, foi descoberto que outros materiais apresentavam comportamento similar ao da dispersão aquosa do óxido de ferro. Tais materiais incluíam os géis de hidróxido de alumínio e pentóxido de vanádio, bem como sistemas contendo gelatina ou amido (Scott-Blair, 1940). Mais tarde, produtos como látex e tintas-óleo foram adicionados à lista (Green, 1949).

Baseado em seu trabalho sobre tintas, Pryce-Jones (1934) *apud* Mewis & Wagner (2009) propôs a seguinte definição de tixotropia: "um aumento na viscosidade do material em repouso e uma diminuição da viscosidade do material submetido a uma tensão de cisalhamento constante". Esta definição especificou a viscosidade como um parâmetro característico, mas a dependência do fator tempo não foi mencionada. A proposta pode ter

resultado em uma confusão entre a dependência temporal e a dependência da taxa de cisalhamento, como ilustrado pela definição de Goodeve (1939) para a tixotropia: “uma diminuição reversível e isotérmica da viscosidade com o aumento da taxa de cisalhamento”. Isto se refere claramente ao que hoje se conhece por *shear-thinning*. O argumento por trás da definição de Goodeve (1939) é que a mudança na viscosidade com a taxa de cisalhamento reflete uma mudança na estrutura que, ao menos a princípio, requereria um tempo finito para ocorrer. Mewis & Wagner (2009) afirmaram que, na realidade, as escalas de tempo do fenômeno *shear-thinning* são muito pequenas para serem significativas ou até mesmo mensuráveis, e é justamente isto que o diferencia do fenômeno da tixotropia.

Em sua revisão, Bauer & Collings (1967), baseados em trabalhos anteriores, definiram tixotropia da seguinte maneira: “O sistema é considerado tixotrópico quando há uma redução reversiva, isotérmica e dependente do tempo na magnitude de suas propriedades reológicas (seu módulo de elasticidade, sua tensão limite de escoamento e sua viscosidade) a partir da aplicação de um cisalhamento constante”. Eles consideram arcaicos os termos utilizados por Freundlich (1929) *apud* Barnes (1997), tais como liquefação e re-solidificação. Tais termos foram substituídos pelo conceito de “mudança na magnitude de propriedades reológicas”. Observa-se que os autores por eles revisados naquela época não utilizaram apenas a variação da viscosidade para quantificar a tixotropia. Sabe-se, entretanto, que, por ser facilmente mensurável, a viscosidade é a propriedade mais utilizada para quantificar o fenômeno.

Sendo assim, Barnes *et al.* (1989) definiram tixotropia como a diminuição temporal da viscosidade sob taxa ou tensão de cisalhamento constante, seguida por uma recuperação gradual quando o escoamento é interrompido. Barnes (1997) afirmou, porém, que esta definição não abrange as mudanças reológicas dependentes do tempo na microestrutura do material sob cisalhamento, concluindo que é necessária uma definição mais completa e extensiva de tixotropia.

Mewis & Wagner (2009) expõem em sua revisão um acordo geral da comunidade científica que tixotropia pode ser definida como “um decréscimo contínuo da viscosidade com o tempo quando uma amostra que tenha estado previamente em repouso é submetida ao escoamento e a subsequente recuperação da viscosidade no tempo quando o escoamento é descontinuado”. Vários dicionários científicos e enciclopédias ainda apresentam definições diferentes (Barnes, 1997; Mewis & Wagner, 2009). Entretanto, os elementos essenciais das

definições empregadas hoje em dia são a utilização da viscosidade como grandeza de medida, na qual há um decréscimo dependente do tempo induzido pelo cisalhamento e o efeito reverso quando o cisalhamento é reduzido ou completamente interrompido.

A Tabela 2.1 a seguir resume a evolução cronológica do conceito de tixotropia.

**Tabela 2.1 – Evolução cronológica do conceito de tixotropia**

Ano	Autor(es)	Breve descrição
1923	Schalek & Szegvari	Observaram que alguns géis se transformam em líquido a partir da agitação. Antes só havia o conhecimento desta mudança a partir da variação da temperatura.
1929	Freundlich	Constatou que o protoplasma se liquefaz por ação mecânica.
1934	Pryce-Jones <i>apud</i> Mewis & Wagner (2009)	Define tixotropia como um aumento na viscosidade em um estado de repouso e uma diminuição da viscosidade quando submetido a uma tensão de cisalhamento constante.
1935	Freundlich	Indica a influência do tempo de gelificação, utilizando-o para quantificar o fenômeno.
1939	Goodeve	Define tixotropia como uma diminuição reversível e isotérmica da viscosidade com o aumento da taxa de cisalhamento (característica de material pseudo-plástico).
1967	Bauer & Collings	Definem: “O sistema é considerado tixotrópico quando há uma redução reversiva, isotérmica e dependente do tempo na magnitude de suas propriedades reológicas (seu módulo de elasticidade, sua tensão limite de escoamento e sua viscosidade) a partir da aplicação de um cisalhamento constante”.
1989	Barnes <i>et al.</i>	Definem tixotropia como a diminuição temporal da viscosidade sob taxa ou tensão de cisalhamento constante, seguida por uma recuperação gradual quando o escoamento é interrompido.
2009	Mewis & Wagner	Definem tixotropia como um decréscimo contínuo da viscosidade com o tempo quando uma amostra que tenha estado previamente em repouso é submetida ao escoamento e a subsequente recuperação da viscosidade no tempo quando o escoamento é descontinuado.

### 2.2.2 Quantificação da Tixotropia

Após a interrupção do escoamento de um material tixotrópico ou quando se aplicam níveis de tensão abaixo da tensão limite de escoamento, sua estrutura tende vagarosamente a

se reestruturar ou a “envelhecer” (do termo inglês *aging*). Tais mudanças são atribuídas à reorganização estrutural que envolve a ruptura e a subsequente reformação das ligações fracas (Cloitre *et al.*, 2000). O envelhecimento pode envolver o movimento browniano (movimento aparentemente aleatório de partículas suspensas em um fluido; Macosko, 1994) e as reorganizações ativadas por tensões ou deformações locais. Sabe-se que a resposta do material quando submetido a um posterior escoamento irá depender do tempo e do nível de tensão previamente aplicado a ele.

Pensando nisso, Freundlich (1929) *apud* Barnes (1997) utilizou o tempo requerido para a gelificação (total reestruturação) do material para quantificar seu grau de tixotropia. McMillen (1932) salienta a inadequação deste método pelo tempo de gelificação ser arbitrário e depender das dimensões do volume de material utilizado. Assim, fica impossível definir o grau de tixotropia em dimensões absolutas.

McMillen (1932) sugeriu, então, que a medição da tixotropia seja dada através da medição de propriedades do sistema em vários estágios e em função de unidades fundamentais. Ele propõe a fluidez do material, grandeza recíproca da viscosidade, como parâmetro de indicação da quebra completa do gel. Na condição de gel, a tensão limite de escoamento e o módulo de elasticidade descreveriam, por sua vez, o grau de tixotropia do sistema. Outra propriedade necessária para quantificar a tixotropia, segundo o autor, é a taxa de variação da elasticidade à medida que o sistema se solidifica.

Assim, ao invés de quantificar o grau de tixotropia com o tempo de gelificação, é proposta a quantificação do fenômeno por três parâmetros:

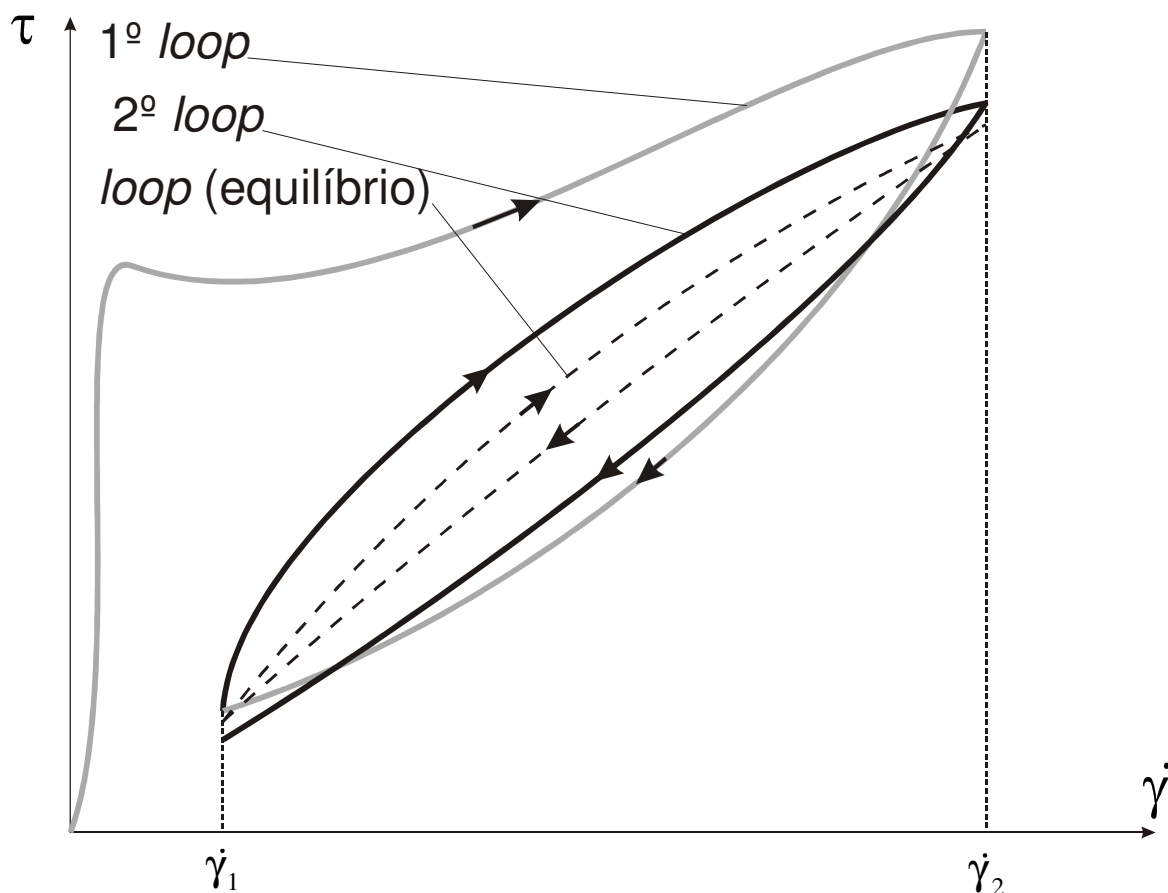
- a mínima viscosidade (ou máxima fluidez) obtida por uma violenta agitação;
- a variação temporal da viscosidade (ou fluidez) após a cessão da agitação (a partir de uma tensão de cisalhamento pequena e conhecida);
- taxa em que a solidez (tensão limite de escoamento) aumenta após a cessão da agitação.

Goodeve (1938) afirmou que as principais objeções dos métodos de quantificação da tixotropia da época são que as grandezas a serem medidas dependem da experiência do observador e da precisão do instrumento utilizado. Ele dá o exemplo do viscosímetro de cilindros concêntricos, cujo movimento do cilindro em rotação depende de sua inércia e do intervalo de tempo pós-cisalhamento. Aparentemente, na época, os pesquisadores não davam a devida atenção ao tempo de repouso e sua influência no grau de tixotropia. O autor sugere



que uma taxa uniforme é essencial pela viscosidade depender da taxa de cisalhamento. Esta condição, porém, não era estabelecida com o viscosímetro capilar. Goodeve (1938) desenvolveu, desta forma, um instrumento que proporciona taxa constante para medir a evolução temporal da viscosidade em unidades absolutas.

Ao observar outros artigos ao longo dos anos (Pryce-Jones, 1941; Cheng & Evans, 1965; Greener & Connelly, 1986; Abu-Jdayil & Mohameed, 2002), nota-se que a observação da variação da viscosidade do repouso ao escoamento, a uma taxa de cisalhamento constante, são as medidas do grau de tixotropia mais utilizadas. Porém, outras formas de quantificar a tixotropia são utilizadas por outros autores. Uma delas é através do teste de *loop* de histerese. Neste experimento, sugerido por Green & Weltmann (1943), varia-se a taxa de cisalhamento alternadamente entre dois valores predeterminados, medindo-se a tensão.



**Figura 2.2 – Exemplo de loops de um teste de histerese feito em um material tixotrópico.**

Se o material é tixotrópico, *loops* semelhantes aos da Figura 2.2 são observados. À medida que o experimento evolui, as curvas de histerese tendem a um *loop* de equilíbrio (na Figura 2.2 representado por *loop* RP, sigla que denota o regime permanente), cuja área foi

considerada como grau de tixotropia. Chega-se a um *loop* de equilíbrio, pois a histerese depende da história de cisalhamento do material, da taxa de variação do cisalhamento e de seu valor máximo.

Quando o material é viscoelástico, um *loop* de histerese pode também ser observado, mesmo que não haja tixotropia. Dependendo do grau de tixotropia e do tempo de resposta do instrumento em que se está medindo o *loop*, pode não ser possível diferenciar um material tixotrópico de um viscoelástico. Desta forma, recomenda-se utilizar outras formas de medir a tixotropia e, se possível, juntamente com este método.

Atualmente, as formas mais comuns de se mensurar a tixotropia são os testes de inicialização (do termo em inglês *start-up tests*), no qual a amostra, a partir do repouso, é abruptamente submetida a uma taxa de cisalhamento (ou tensão de cisalhamento) constante. A aplicação de uma taxa de cisalhamento constante,  $\dot{\gamma}_o$ , resulta em um pico de tensão,  $\tau_{os}$  (autores utilizam com frequência o termo em inglês *overshoot*), como esquematizado na Figura 2.3, seguido pelo gradual decaimento até um valor em regime permanente,  $\tau_{RP}$ .

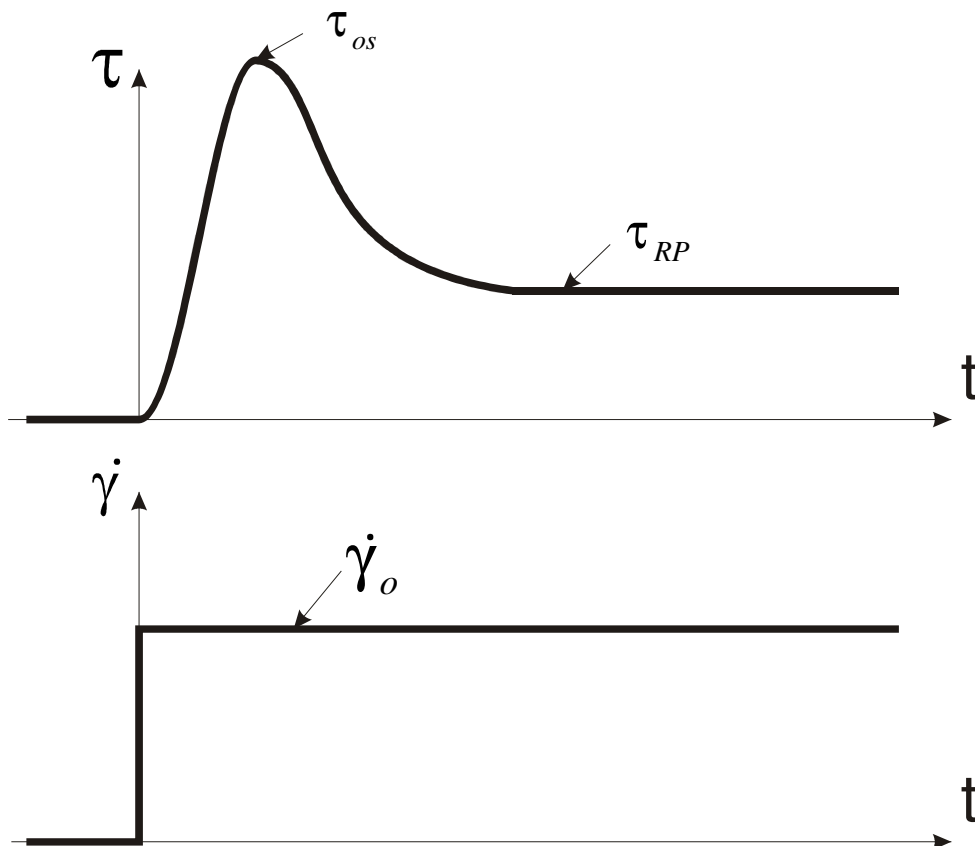


Figura 2.3 – Exemplo de resposta de um fluido tixotrópico gelificado em um experimento de inicialização.

Usualmente, uma alta taxa de cisalhamento é aplicada inicialmente para eliminar os efeitos de cisalhamento anteriores. Após este pré-cisalhamento, a amostra é posta em repouso por um tempo estipulado e em seguida o teste é executado. A tensão de pico ( $\sigma_{os}$ ) pode então ser estudada como uma função do tempo que a amostra permaneceu em repouso. A intensidade do pico de tensão em função do tempo prévio de repouso fornece uma indicação da recuperação tixotrópica após o cisalhamento (Mewis & Wagner, 2009). Uma desvantagem deste teste é o fato de ele ser destrutivo, já que a estrutura recuperada é destruída durante o início do escoamento. Desta forma, todo o procedimento de pré-cisalhamento e repouso deve ser repetido para cada novo experimento.

### 2.2.3 Modelagem

Há diversos modelos tixotrópicos, os quais são ajustes para o comportamento de diferentes tipos de materiais. Diferentes abordagens foram propostas para a incorporação da tixotropia nos modelos reológicos. A abordagem fenomenológica, por exemplo, utiliza-se basicamente da análise do fenômeno e do ajuste direto da resposta do material ao cisalhamento. Uma classe de modelos fenomenológicos é baseada nos princípios gerais da mecânica do contínuo e os efeitos do tempo são descritos por meio de funções-memória.

Uma segunda abordagem utiliza um parâmetro interno ou “estrutural” para expressar o nível estrutural do material. Esta abordagem é denominada microestrutural indireta. Estes modelos associam uma resposta reológica a um parâmetro que representa quantitativamente a estrutura molecular e a dependência temporal é expressa por uma equação cinética deste parâmetro, normalmente denominado de parâmetro estrutural. Esta dependência também pode ser escrita através de uma equação algébrica de evolução do parâmetro estrutural.

Um terceiro grupo de modelos utiliza uma abordagem microestrutural direta, na qual é associado o número de ligações entre as partículas da estrutura do material com seu nível estrutural. Considerando as complexas variações estruturais envolvidas nos escoamentos dos materiais tixotrópicos, não é surpreendente que hipóteses simplificadoras significativas sejam necessárias e devam ser cautelosamente justificadas.

Como discutido por Mewis (1979) em sua revisão, o objetivo de ambas as abordagens microestruturais é juntar a cinética estrutural com a dinâmica do fluido. Isto pode ser feito relacionando o parâmetro estrutural (ou o número de ligações ativas entre as

partículas) com uma propriedade mensurável do escoamento. A viscosidade tem sido a variável escolhida por muitos autores já que ela pode ser facilmente medida. Entretanto, Mewis & de Bleysen (1975) afirmam que a utilização de testes de inicialização destróem a estrutura do material tixotrópico e a sua reestruturação pode ser muito lenta. Devido a isto, os autores propõem relacionar o parâmetro estrutural com a parte elástica do módulo de armazenamento ( $G'$ ), obtido por um teste não-destrutivo de escoamento oscilatório. Tiu & Boger (1974) o relacionaram, por sua vez, com a tensão de cisalhamento e Nguyen & Boger (1985), com a tensão limite de escoamento. Todas as abordagens podem gerar tanto equações constitutivas puramente viscosas (inelásticas) quanto equações viscoelásticas. Cada abordagem e alguns modelos propostos para os mais diversos materiais tixotrópicos são descritos a seguir.

A seleção dos modelos a seguir revisados levou em consideração a evolução do conceito de tixotropia em cada abordagem e, em alguns casos, a sua possível aplicação na modelagem do escoamento de um fluido de perfuração.

### Abordagem Fenomenológica

Slibar & Paslay (1959) foram os primeiros a aplicar a abordagem fenomenológica à tixotropia, usando a equação de Bingham com uma tensão limite de escoamento variável exponencialmente com o tempo a partir de uma função-memória exponencial ocultada neste trabalho. Estes autores propuseram que a tensão de cisalhamento crítica necessária para o início do escoamento (tensão limite de escoamento do material em repouso,  $\tau_{y,r}$ ) é maior que a tensão necessária para mantê-lo em escoamento, denominada tensão limite de escoamento dinâmica ( $\tau_{y,s}$ ).

$$\left. \begin{array}{l} \tau = \tau_{y,s} + \eta \dot{\gamma} \quad \tau \geq \tau_{y,r} \\ \dot{\gamma} = 0 \quad \tau < \tau_{y,r} \end{array} \right\} \text{ e } \tau_{y,r} > \tau_{y,s} \quad (2.8)$$

Posteriormente, Slibar & Paslay (1964) estenderam suas análises fazendo a tensão limite de escoamento como uma função não apenas do tempo, mas também da taxa de cisalhamento, mantendo o mesmo formato da Eq. (2.8), podendo então, segundo os autores, ser aplicada a fluidos de perfuração. Elliott & Ganz (1971) modificaram o modelo acima pela introdução do comportamento elástico hookeano para quando a tensão imposta for menor que a tensão limite do escoamento:

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_{y,s} + \eta \dot{\gamma} & \tau \geq \tau_{y,r} &= G\gamma_c \\ \tau &= G\gamma_e & \tau < \tau_{y,r} & \end{aligned} \quad (2.9)$$

sendo  $\gamma_e$  a deformação elástica do material submetido a tensões menores que a tensão limite de escoamento do material em repouso e  $\gamma_c$  a deformação crítica, a partir da qual o material entra em escoamento.

Elliott & Ganz (1977) atualizaram seu modelo levando em conta o comportamento *shear-thinning* da maioria dos produtos alimentícios (Eq. (2.10)), os quais constituem os materiais tixotrópicos estudados por estes autores.

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_{y,s} + K \dot{\gamma}^n & \tau \geq \tau_{y,r} &= G\gamma_c \\ \tau &= G\gamma_e & \tau < \tau_{y,r} & \end{aligned} \quad (2.10)$$

Suetsugu & White (1984) foram os primeiros a introduzir uma expressão para a tensão limite de escoamento que era aplicada tanto para o repouso quanto para o escoamento. Assumindo um comportamento elástico linear antes do escoamento e um comportamento viscoso não-linear durante o escoamento, foi possível descrever o escoamento transitório de soluções concentradas de polímero:

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \tau_y + \eta \delta \dot{\gamma} \\ \tau_y &= \tau_{y,o} + \beta \dot{\gamma} \exp(-\alpha \gamma_e) \end{aligned} \right\} \tau \geq \tau_{y,o} = G\gamma_c \quad (2.11)$$

$$\tau = G\gamma_e \quad \tau < \tau_{y,o}$$

sendo  $\tau_{y,o}$  uma tensão limite de escoamento estática inicial e  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\delta$  são parâmetros de ajuste.

Phan-Thien *et al.* (1997) propuseram um modelo (Eq. (2.12)) para uma massa de farinha e água, que consiste na soma de um comportamento hiper-elástico (devido à rede elástica de polímeros conectados), um comportamento viscoelástico (devido à suspensão de glóbulos de amido) e um comportamento puramente viscoso (devido à presença de água). Cada um dos comportamentos é representado por um termo e o modelo depende de parâmetros constantes obtidos experimentalmente ( $\eta_j$ ,  $\lambda_j$  e  $G_E$ ) e de uma função  $f(\gamma)$ , a qual indica uma suavização da deformação do material e pode ser modelada de diferentes formas, dependendo do material analisado.

$$\tau = \tau_y + f(\gamma) \sum_j \eta_j \dot{\gamma} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\lambda_j}\right) \right] \quad \tau \geq \tau_y = G_E f(\gamma) \gamma_c \quad (2.12)$$

$$\tau = G_E f(\gamma) \gamma_e \quad \tau < \tau_y$$

Chang *et al.* (1999) desenvolveram um modelo tixotrópico ajustado para óleos crus parafínicos, no qual a tensão limite de escoamento de um fluido de Bingham varia com o tempo de acordo com a seguinte equação:

$$\tau_y(t) = \frac{\tau_{est} - \tau_{din}}{1 + \kappa t} + \tau_{din} \quad (2.13)$$

sendo  $\kappa$  uma constante relativa à reologia do material gelificado,  $\tau_{est}$  tensão limite estática e  $\tau_{din}$  a tensão limite dinâmica. Todas as constantes são obtidas a partir do ajuste da resposta do material ao teste de inicialização.

### Abordagem Microestrutural Direta

Apesar de úteis, os modelos fenomenológicos não são capazes de prever os processos reológicos básicos responsáveis pelas mudanças estruturais do material. Tais processos que governam a tixotropia podem fornecer uma percepção adicional do fenômeno e um melhor entendimento da modelagem da tixotropia.

Uma abordagem que segue este pensamento é denominada de “microestrutural” (Barnes, 1997), mas também conhecida como “cinética” (Mujumdar *et al.*, 2002), já que as mudanças estruturais são representadas utilizando equações cinéticas. A abordagem descreve as ligações entre as partículas do material (denominados pontos estruturais,  $\nu$ ) como função do tempo. Equações de balanço (equações cinéticas), escritas para o número de pontos estruturais, são genericamente expressas por:

$$\frac{d\nu}{dt} = -C_1 \nu^a \dot{\gamma}^b + C_2 (\nu_o - \nu)^c \dot{\gamma}^d \quad (2.14)$$

sendo  $\nu_o$  o número de pontos estruturais na estrutura “virgem” (após um suficientemente longo repouso);  $\nu$  o número de pontos estruturais instantâneos;  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  os expoentes obtidos experimentalmente ou impostos pelo modelo; e  $C_1$  e  $C_2$  constantes arbitrárias. O

termo negativo à direita da Eq. (2.14) se refere à quebra das ligações entre as partículas do material e o positivo à direita, à reestruturação dessas ligações.

Tal equação foi formulada inicialmente por Goodeve (1939), mostrada a seguir na Eq. (2.15). O autor ajustou-a a partir do estudo teórico do comportamento elástico linear (hookeano) e do movimento browniano das partículas:

$$\frac{d\nu}{dt} = -\frac{Hz}{f_c}\nu\dot{\gamma} + 4k''(\nu_o - \nu)^2 \dot{\gamma} \quad (2.15)$$

sendo  $H$  a constante da Lei de Hooke e  $z$ ,  $f_c$  e  $k''$  constantes arbitrárias. Nota-se que a Eq. (2.15) deriva da Eq. (2.14) para  $a=1$ ,  $b=1$ ,  $c=2$ ,  $d=1$ ,  $C_1 = \frac{Hz}{f_c}$  e  $C_2 = 4k''$ .

Cross (1965) utilizou a equação cinética acima (com a exceção de  $c=1$ ) para descrever a reologia de dispersões poliméricas aquosas. O autor utilizou paralelamente a seguinte equação constitutiva:

$$\frac{\eta - \eta_\infty}{\eta_o - \eta_\infty} = \frac{1}{1 + \alpha\dot{\gamma}^\nu} \quad (2.16)$$

sendo  $\eta_o$  e  $\eta_\infty$ , respectivamente, as viscosidades aparentes a uma taxa de cisalhamento nula e infinita e  $\alpha$  um parâmetro ajustado experimentalmente.

Utilizando a tensão de cisalhamento ( $\tau$ ) como parâmetro de controle ao invés da taxa de cisalhamento, De Kee & Chan Man Fong (1994) desenvolveram a seguinte expressão para a cinética estrutural:

$$\frac{d\nu}{dt} = -C_1\nu\tau + C_2(\nu_c - \nu)\tau \quad (2.17)$$

sendo  $\nu_c$  os pontos estruturais máximos para o início do escoamento e  $C_1$  e  $C_2$ , constantes arbitrárias.

Estes autores propuseram ainda que inicialmente o material está completamente estruturado para escoar e o escoamento só ocorre quando o número de pontos estruturais

diminuem para um valor crítico,  $v_c$ . A seguir é mostrada a expressão para a tensão de cisalhamento proposta por De Kee & Chan Man Fong (1994):

$$\tau = \frac{v_p - v_o}{b_y v_o} + \eta \dot{\gamma} \quad (2.18)$$

sendo  $v_p$  os pontos estruturais inicial e  $b_y$  um parâmetro do modelo obtido a partir de ajuste de experimento.

### Abordagem Microestrutural Indireta

Em outra abordagem, denominada de microestrutural indireta, um parâmetro estrutural ( $\lambda$ ) é utilizado para quantificar a intensidade da quebra da estrutura. Esta abordagem é a mais utilizada na área de tixotropia, pois a estrutura é tratada de uma maneira global, sem a necessidade de se conhecer como as partículas estão interligadas. Este parâmetro é adimensional e adquire o valor nulo quando o material possui seu gel totalmente quebrado e o valor unitário quando todo o gel está estruturado.

Assim como na abordagem microestrutural direta, a equação cinética, para o parâmetro estrutural, tem seu formato usual inspirado na cinética química. A taxa de variação de  $\lambda$  é resultado das taxas simultâneas de quebra (termo negativo do lado direito da Eq. (2.19)) e da reconstrução da estrutura (termo positivo do lado direito da Eq. (2.19)). Estas taxas são funções de  $\lambda$  e da taxa de cisalhamento:

$$\frac{d\lambda}{dt} = -C_3 \dot{\gamma}^e \lambda^f + C_4 \dot{\gamma}^g (1 - \lambda)^h \quad (2.19)$$

sendo  $C_3$  e  $C_4$ , respectivamente, as constantes de reconstituição e de quebra estrutural; os expoentes  $e$ ,  $f$ ,  $g$  e  $h$  são especificados diretamente no modelo ou obtidas pelo ajuste de dados experimentais. No caso de sistemas coloidais, quatro mecanismos básicos para a variação estrutural podem ser considerados (Mewis & Wagner, 2009):

- formação de ligações entre as partículas pela movimentação térmica das partículas e pelas forças de atração entre elas;
- formação de ligações induzidas pelo movimento convectivo;



- ruptura das ligações pela movimentação térmica;
- ruptura das ligações pelo escoamento.

Goodeve (1939) menciona estes quatro mecanismos em sua teoria sobre tixotropia, embora eles não tenham sido todos incorporados em um modelo tixotrópico específico. Dentre os modelos analisados, a ruptura das ligações pela movimentação térmica nunca foi considerada. Mewis & Wagner (2009) afirmam, no entanto, que este mecanismo não deve ser significativo durante o escoamento.

Dentre os modelos propostos na literatura, muitos levam em conta a formação de ligações apenas pelo movimento browniano (chamada de floculação pericinetica) e a ruptura apenas pelo cisalhamento. A floculação ortocinética (floculação através do contato entre as partículas devido à presença de gradientes de velocidade; Wallevik, 2009) é um fenômeno muito comum em suspensões, mas seu efeito foi incluído em apenas um pequeno número de modelos tixotrópicos para este tipo de material (Worrall & Tuliani, 1964; Lin & Brodkey, 1985; Dullaert & Mewis, 2006). Os dois primeiros modelos citados entre parênteses consideram os dois mecanismos de reconstrução da estrutura combinados em um único termo. O artigo mais atual, por sua vez, separa-os em dois termos distintos.

O termo da taxa de quebra do gel é considerado de primeira ordem em  $\lambda$  ( $f = 1$  na Eq. (2.19)), salvo poucas exceções (Lin & Brodkey, 1985). A potência à qual a taxa de cisalhamento é elevada normalmente é imposta como um valor fixo, mas às vezes seu valor é ajustado experimentalmente (Houska, 1980 *apud* Mewis & Wager, 2009). Quando esta potência é fixada, o valor utilizado é normalmente a unidade. Entretanto, é possível ainda que uma potência mais complexa seja empregada, como por exemplo, uma função exponencial (Burgos *et al.*, 2001).

O conceito de um parâmetro estrutural escalar que não se refere a aspectos físicos específicos da estrutura foi introduzido por Moore (1959) para explicar o comportamento de pastas cerâmicas, conforme descrito na seguinte equação:

$$\frac{d\lambda}{dt} = a(1-\lambda) - b\lambda\dot{\gamma} \quad (2.20)$$

sendo  $a$  e  $b$  parâmetros ajustados experimentalmente.

Em seus estudos sobre o fenômeno do envelhecimento de suspensões de argila em água, Worrall & Tuliani (1964) estenderam o modelo de Moore (1959) a partir da relação linear entre a viscosidade aparente e o parâmetro estrutural. A tensão limite de escoamento é mantida constante no modelo, como mostra a equação a seguir:

$$\tau = \tau_y + (\eta_o + \eta_\lambda \lambda) \dot{\gamma} \quad (2.21)$$

sendo  $\eta_\lambda$  uma constante obtida experimentalmente.

O valor de  $\lambda$  na Eq. (2.21) é o obtido a partir da mesma equação cinética proposta por Moore (1959), a qual foi utilizada também por diversos outros autores. Toorman (1997), em seu estudo sobre suspensões sedimentares coesivas (sendo um exemplo o fluido de perfuração), utilizou-a em conjunto com a equação constitutiva exposta na Eq (2.22), que é semelhante à proposta por Worrall & Tuliani (1964), com a diferença de que a tensão limite de escoamento varia com o parâmetro estrutural.

$$\tau = \tau_y(\lambda) + \eta(\dot{\gamma}, \lambda) \dot{\gamma} \rightarrow \tau = \lambda \tau_{y,\lambda=1} + \left( \mu_B + c\lambda + \frac{b}{a} \tau_{y,\lambda=1} \lambda_{RP} \right) \dot{\gamma} \quad (2.22)$$

sendo  $\tau_{y,\lambda=1}$  a tensão limite de escoamento para a estrutura completamente gelificada, as constantes  $a$ ,  $b$  e  $c$  parâmetros obtidos numericamente e  $\lambda_{RP}$  o parâmetro estrutural de equilíbrio, dado por:

$$\lambda_{RP} = \frac{1}{1 + (b/a) \dot{\gamma}} \quad (2.23)$$

Em trabalhos posteriores, Mujumdar *et al.* (2002) utilizaram a Eq. (2.20), juntamente com a Eq. (2.24), com o intuito de modelar suspensões cerâmicas. Os autores incluem a elasticidade do material na equação constitutiva e afirmam que o comportamento do material é inicialmente hookeano (quando  $\lambda=1$ ) e se torna de fluido não-newtoniano (quando  $\lambda \rightarrow 0$ ):

$$\tau = \lambda G \gamma_e + (1 - \lambda) K \dot{\gamma}^n \quad (2.24)$$

Cheng & Evans (1965) generalizaram o modelo de Moore (1959) através da modificação do termo de reestruturação do gel (Eq. (2.25)) e desenvolveram condições para modelar tanto a tixotropia quanto a anti-tixotropia. Esta abordagem foi utilizada por Baravian & Quemada (1996) para explicar o comportamento não-elástico e sem tensão limite de escoamento de produtos alimentícios, modelando a tensão de cisalhamento como descrito na Eq. (2.26).

$$\frac{d\lambda}{dt} = a(1-\lambda)^m - b\lambda\dot{\gamma} \quad (2.25)$$

$$\tau = \frac{\eta_{\infty}}{(1-K\lambda)^2} \dot{\gamma} \quad (2.26)$$

sendo  $\eta_{\infty}$  o valor da viscosidade do material extrapolada para uma taxa de cisalhamento infinita e  $a$  e  $b$  parâmetros arbitrários.

Outro modelo que foi desenvolvido com o intuito de se estudar tanto a tixotropia quanto a reopexia é o modelo de Houska (1980) *apud* Mewis & Wagner (2009). A equação cinética para o parâmetro estrutural é a representada por:

$$\frac{d\lambda}{dt} = a(1-\lambda) - b\lambda\dot{\gamma}^m \quad (2.27)$$

A equação constitutiva considera uma tensão limite de escoamento dividida em duas partes: uma parte independente da tixotropia ( $\tau_{y,o}$ ) e outra dependente da tixotropia ( $\tau_{y,1}$ ). O mesmo ocorre com a consistência do material, a qual possui a parte independente ( $K$ ) e a dependente da tixotropia ( $\Delta K$ ):

$$\tau = \tau_y(\lambda) + K(\lambda)\dot{\gamma}^n \rightarrow \tau = \tau_{y,o} + \lambda\tau_{y,1} + (K + \lambda\Delta K)\dot{\gamma}^n \quad (2.28)$$

De Kee *et al.* (1983) utilizaram a equação cinética de Moore (1959) para modelar a tixotropia em produtos alimentícios comuns. Sua equação constitutiva consiste de um modelo HB modificado composto por um expressão para uma viscosidade aparente dependente do tempo:

$$\tau = \lambda \left( \tau_y + \dot{\gamma} \left[ \left[ \eta_{t=0} - (\tau_y \dot{\gamma}^{-1} + K \dot{\gamma}^{n-1}) \right]^{-1} + Ct (\tau_y \dot{\gamma}^{-1} + K \dot{\gamma}^{n-1})^{-1} \right]^{-1} + \tau_y \dot{\gamma}^{-1} + K \dot{\gamma}^{n-1} \right) \quad (2.29)$$

sendo  $C$  uma constante arbitrária e  $\eta_{t=0}$  a viscosidade aparente inicial. Os autores não explicam fisicamente cada termo. Para maiores detalhes, vide De Kee *et al.* (1983).

Mais tarde, Nguyen & Boger (1985) utilizaram a seguinte equação cinética para estudar o comportamento da “lama vermelha” (bauxita):

$$\frac{d\lambda}{dt} = a\dot{\gamma}^2 (1 - \lambda) - b\dot{\gamma}^2 \lambda \quad (2.30)$$

juntamente com o modelo HB, sendo a tensão limite de escoamento linearmente dependente do parâmetro estrutural:

$$\tau = \lambda \tau_{y,o} + \eta \dot{\gamma} \quad (2.31)$$

sendo  $\tau_{y,o}$  a tensão limite de escoamento inicial.

Até o momento só foram mostrados modelos que consideram a reconstrução da estrutura pelo movimento browniano. Worrall & Tuliani (1964), em seu trabalho sobre o envelhecimento de suspensões de argila em água, utilizaram o conceito de reconstrução pela floculação ortocinética (definida na seção “Abordagem Microestrutural Indireta, pg. 30). Um modelo mais geral foi proposto por Dullaert & Mewis (2006), no qual a tensão é dividida na contribuição da partícula (elástica,  $\tau_{el}(\lambda, \dot{\gamma})$ , e viscosa,  $\tau_{pl}(\lambda, \dot{\gamma})$ ) e na contribuição do meio,  $\tau_m(\dot{\gamma})$ :

$$\tau(\lambda, \dot{\gamma}) = \tau_{el}(\lambda, \dot{\gamma}) + \tau_{pl}(\lambda, \dot{\gamma}) + \tau_m(\dot{\gamma}) \rightarrow \tau = \lambda(G_o \gamma_e + \eta_{st,0} \dot{\gamma}) + \eta_\infty \dot{\gamma} \quad (2.32)$$

sendo  $G_o$  o módulo de elasticidade inicial,  $\eta_{st,0}$  a viscosidade hidrodinâmica inicial,  $\eta_\infty$  a viscosidade a uma taxa de cisalhamento infinita e  $\gamma_e$  a deformação elástica.

Além da equação cinética para o parâmetro estrutural dependente da floculação ortocinética (Eq. (2.33)), leva-se em conta o efeito da deformação elástica através da utilização de uma nova equação cinética para esta propriedade (Eq. (2.34)):

$$\frac{d\lambda}{dt} = \left(\frac{1}{t}\right)^\beta \left[ -k_1 \lambda \dot{\gamma} + k_2 (1-\lambda) \sqrt{\dot{\gamma}} + k_3 (1-\lambda) \right] \quad (2.33)$$

$$\frac{d\gamma_e}{dt} = \left(\frac{k_4}{t}\right)^\beta \left[ \tau(\lambda, \dot{\gamma}) \gamma_c - \tau_{RP}(\dot{\gamma}) \gamma_e \right] \quad (2.34)$$

sendo  $\gamma_c$  a deformação elástica crítica,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$  e  $\beta$  parâmetros de ajuste numérico. Desta forma, nove é o total de parâmetros do modelo ajustados experimentalmente.

Mendes (2009) desenvolveu um modelo que, segundo o autor, prevê corretamente o comportamento de materiais tixotrópicos em testes transientes, quais sejam: testes de inicialização e testes oscilatórios. Ao contrário dos outros modelos anteriormente expostos, o modelo de Mendes (2009) é composto pelo modelo de Maxwell como equação constitutiva. Os valores do módulo de elasticidade e da viscosidade são funções do parâmetro estrutural:

$$\tau + \frac{\eta(\lambda)}{G(\lambda)} \frac{\partial \tau}{\partial t} = \eta(\lambda) \dot{\gamma} \quad (2.35)$$

$$\eta(\lambda) = \left(\frac{\eta_o}{\eta_\infty}\right)^\lambda \eta_\infty \quad (2.36)$$

$$G(\lambda) = \frac{G_o}{\lambda^m} \quad (2.37)$$

sendo  $G_o$  o módulo de elasticidade do material completamente gelificado e  $m$  uma constante adimensional positiva.

A equação cinética para o parâmetro estrutural (Eq. (2.38)) se mostra mais complexa do que as já desenvolvidas e é uma função do parâmetro estrutural em regime permanente,  $\lambda_{RP}(\dot{\gamma})$ , omitido neste texto, mas que pode ser consultado em Mendes (2009).

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{1}{t_c} \left[ (1-\lambda)^a - (1-\lambda_{RP})^a \left( \frac{\lambda}{\lambda_{RP}} \right)^b \left( \frac{\tau}{\eta(\lambda_{RP})\dot{\gamma}} \right) \right] \quad (2.38)$$

sendo  $t_c$  o tempo característico de mudança do parâmetro estrutural e  $a$ ,  $b$  e  $c$  constantes arbitrárias. A viscosidade de regime permanente,  $\eta_{RP}$  é calculada por:

$$\eta_{RP}(\dot{\gamma}) = \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\eta_o \dot{\gamma}}{\tau_s}\right) \right] \left\{ \frac{\tau_s - \tau_d}{\dot{\gamma}} \exp\left(-\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_{s \rightarrow d}}\right) + \frac{\tau_d}{\dot{\gamma}} + K \dot{\gamma}^{n-1} \right\} + \eta_\infty \quad (2.39)$$

sendo  $\tau_s$  e  $\tau_d$ , respectivamente, as tensões limite de escoamento estática e dinâmica; e  $\dot{\gamma}_{s \rightarrow d}$  a taxa de cisalhamento que marca a transição entre essas tensões.

Ao todo são 13 parâmetros neste modelo, sendo sete obtidos da curva de equilíbrio ( $\eta_o$ ,  $\eta_\infty$ ,  $\tau_s$ ,  $\tau_d$ ,  $\dot{\gamma}_{s \rightarrow d}$ ,  $K$  e  $n$ ) e seis dos testes transientes ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $G_o$ ,  $m$  e  $t_c$ ). Entretanto, o autor afirma que todos os parâmetros são mais simples de serem obtidos em comparação com outros modelos.

### 2.3 Modelagem Numérica do Escoamento de Material Tixotrópico

Juntamente com o conhecimento do comportamento reológico dos materiais tixotrópicos, diversos autores desenvolveram soluções numéricas de vários tipos de escoamento, cada qual considerando o modelo disponível que mais bem se adequava ao material em estudo. A maioria dos trabalhos encontrados se dedica à predição do escoamento de óleos crus parafínicos. Porém, a maioria dos modelos pode ser também aplicada a suspensões.

O primeiro registro de predição numérica de um escoamento de material tixotrópico foi feito por Ritter & Batycky (1967), quando os autores perceberam a importância de inserir a dependência temporal das propriedades reológicas na predição dos campos de pressão e de velocidade no início do escoamento de óleos crus parafínicos. Os autores afirmam que os modelos existentes na época (por exemplo, Cheng & Evans, 1965) eram complexos e inadequados para a modelagem de escoamentos tixotrópicos, utilizando desta forma a interpolação polinomial dos dados reológicos obtidos experimentalmente (curvas de equilíbrio

para diversos tempos de cisalhamento e comportamento da tensão de cisalhamento em testes de *start-up*).

A tensão limite de escoamento do material, omitida por Ritter & Batycky (1967), foi considerada por Carleton *et al.* (1974) *apud* Sestak *et al.* (1987) em seu método de predição da variação temporal do campo de pressão de um fluido de Bingham com propriedades tixotrópicas seguindo o modelo de Moore (1959). As condições de contorno utilizadas eram de pressão constante na entrada da tubulação e de variação do tipo dente de serra na vazão volumétrica. Na modelagem, os autores consideraram que um material com propriedades reológicas independentes do tempo empurra o material no interior da tubulação. A interface entre ambos os materiais é considerada plana (sem influxo de um material no outro) e os efeitos de inércia, bem como a compressibilidade do material, foram desconsiderados.

Um modelo para a determinação do tempo de remoção de material gelificado de uma tubulação, mais completo que os anteriores, foi apresentado por Sestak *et al.* (1987). Neste problema, um fluido de limpeza incompressível e newtoniano empurra o material tixotrópico novamente compressível. Os efeitos de inércia também são desprezados e a interface é considerada plana. O modelo de tixotropia utilizado é o proposto por Houska (1980) *apud* Mewis & Wagner (2009) e o termo transiente da equação da conservação de quantidade de movimento é negligenciado, considerando um equilíbrio instantâneo entre as forças de pressão e viscosa. As variações temporais se dão apenas através da mudança das propriedades reológicas à medida que ocorre a fratura do material.

Em trabalhos posteriores, Chang *et al.* (1999) desenvolveram um modelo semelhante ao de Sestak *et al.* (1987). Porém, a compressibilidade do material foi desconsiderada e empregou-se um modelo reológico de abordagem fenomenológica (Eq. (2.13)), que foi baseado em trabalho anterior sobre diferentes tensões limites de escoamento (Wardhaugh & Boger 1991). O modelo foi também utilizado por Davidson *et al.* (2004) para modelar o reinício do escoamento de um material compressível.

Vinay *et al.* (2006) apresenta um modelo transiente, compressível e bidimensional para simular o início do escoamento de um fluido de Bingham. Um ano depois, Vinay *et al.* (2007) compara um novo modelo unidimensional com o anterior, mostrando boa concordância. Os autores afirmam que o modelo 1D é mais eficiente devido à significativa redução do tempo computacional. Em um trabalho ainda mais recente, Wachs *et al.* (2009) melhoraram o modelo de Vinay *et al.* (2007) através da inclusão de uma equação reológica

que incorpora a tixotropia. Para isso, utilizaram de uma mescla entre os modelos 1D e 2D e caracterizaram o novo modelo como 1,5D. O modelo de tixotropia utilizado por Wachs *et al.* (2009) é uma modificação do modelo de Houska (1980) *apud* Mewis & Wagner (2009) para materiais compressíveis.

Oliveira *et al.* (2010), em seu trabalho sobre o reinício do escoamento axial, compressível e transiente de um fluido de Bingham em tubos circulares e em anulares, mostraram que algumas oscilações existentes nos resultados de Vinay *et al.* (2007) são causadas por instabilidades numéricas e propõem a utilização de um critério de estabilidade que previne a ocorrência destas oscilações. Além disso, foi feita pelos autores uma análise de sensibilidade do problema, na qual eles definem dois parâmetros adimensionais que determinam quando os resultados são afetados pelos termos advectivos não-lineares das equações constitutivas.

Na revisão sobre a modelagem numérica de materiais tixotrópicos, nota-se que os autores utilizam com mais frequência a abordagem microestrutural indireta, por ser de certa forma intuitiva e também modelar com boa precisão os resultados experimentais obtidos para os mais diversos materiais tixotrópicos. Desta forma, atenção maior será dada aos modelos que se baseiam nesta abordagem para realizar o ajuste dos experimentos executados para o fluido de perfuração sintético no próximo capítulo.



### **3 RESULTADOS EXPERIMENTAIS: ESCOLHA E AJUSTE DO MODELO DE TIXOTROPIA**

Objetivando conhecer o efeito da temperatura, do tempo de repouso e da taxa de cisalhamento na variação da intensidade da tensão de cisalhamento em testes de inicialização aplicados em um fluido de perfuração de base sintética desenvolvido pela PETROBRAS, o CENPES (Centro de Pesquisas e Desenvolvimento Leopoldo Américo Miguez de Mello / PETROBRAS) solicitou testes reológicos ao grupo de Reologia do Laboratório de Termociências da Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-RJ). Os resultados destes testes foram cedidos pela PUC-RJ e pelo CENPES ao Laboratório de Ciências Térmicas (LACIT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Um dos modelos de tixotropia revisados no capítulo anterior foi então escolhido para ajustar as curvas obtidas a partir destes experimentos. Ao fim do capítulo, são mostrados a metodologia de ajuste e os valores finais para os parâmetros do modelo de tixotropia escolhido.

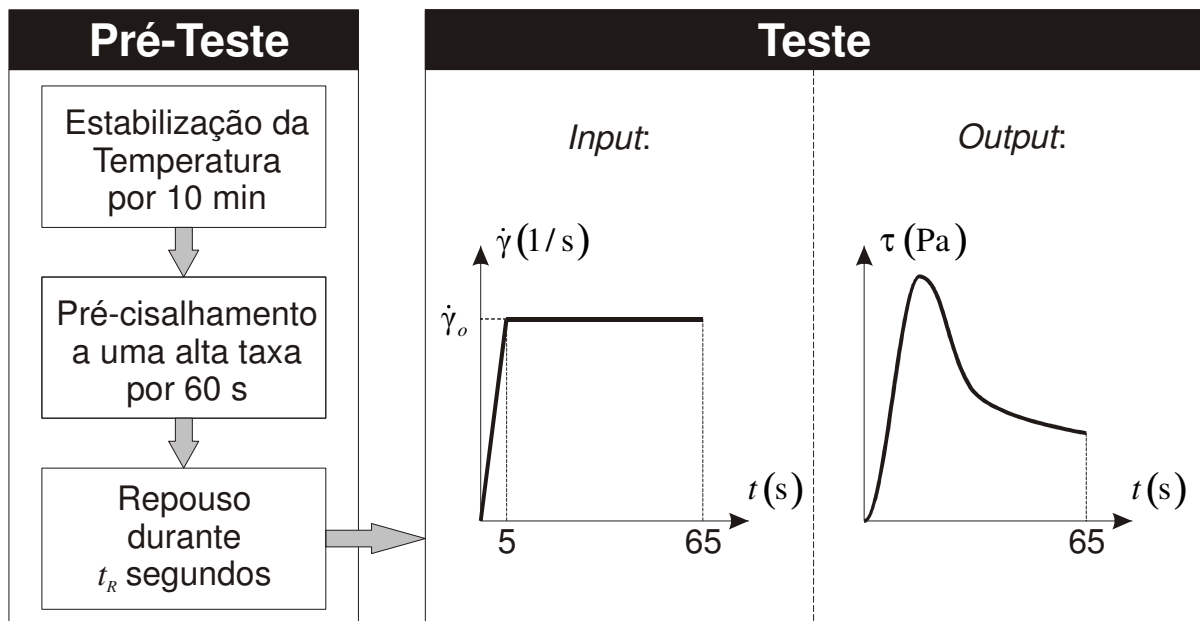
#### **3.1 Resultados Experimentais**

A UTFPR não dispõe de um Reômetro em suas instalações, o que dificulta a caracterização reológica do fluido de perfuração sem o apoio de outras instituições. Em estágio realizado no Grupo de Reologia do Laboratório de Termociências da PUC-RJ durante os dias 21 de Janeiro a 11 de Fevereiro de 2009, foi possível obter informações importantes sobre Reometria e Reologia do fluido de perfuração a base sintética da PETROBRAS.

O tipo de reômetro utilizado nos testes citados acima é denominado de reômetro de cisalhamento, o qual mede, dentre outras propriedades, a tensão de cisalhamento quando o fluido é submetido a uma taxa de cisalhamento controlada.

O objetivo dos testes era a obtenção da máxima tensão de cisalhamento que ocorre em um teste de inicialização a uma taxa de cisalhamento e temperatura constantes, após um determinado tempo de repouso. Entretanto, os reômetros da PUC-RJ não possuem esta função e optou-se por realizar um teste alternativo, ou seja, a taxa de cisalhamento varia linearmente durante cinco segundos e em seguida mantém-se constante no valor desejado. Os testes são esquematizados na Figura 3.1 e consistem na seqüência detalhada abaixo:

- i. Estabiliza-se a temperatura por 10min, a qual se mantém constante por todo o teste;
- ii. Aumenta-se a taxa de cisalhamento de 0/s a 1000/s em 10s;
- iii. Mantém-se a taxa de cisalhamento em 1000/s durante 60s;
- iv. Diminui-se a taxa de cisalhamento de 1000/s a 0/s em 10s;
- v. Mantém-se a amostra em repouso por um tempo,  $t_R$ ;
- vi. Aumenta-se linearmente a taxa de cisalhamento de 0/s até uma taxa de cisalhamento final,  $\dot{\gamma}_o$ , durante 5s;
- vii. Mantém-se a taxa de cisalhamento em  $\dot{\gamma}_o$  por 60s.



**Figura 3.1 – Esquema dos testes de inicialização realizados.**

O objetivo do passo (i) é estabilizar a temperatura da amostra em um valor constante. Já os passos de (ii) a (iv) fazem parte do pré-cisalhamento e servem para quebrar inicialmente a estrutura do material para que a história de cisalhamento de possíveis testes anteriores não afete os resultados. No passo (v), o material é deixado em repouso para sua gelificação. Os passos (vi) e (vii) consistem dos testes de quebra do gel propriamente ditos.

As influências de três parâmetros foram investigadas: da temperatura do material ( $T$ ), do tempo de repouso ( $t_R$ ) e da taxa de cisalhamento final ( $\dot{\gamma}_o$ ). Conforme mostra a Tabela 3.1, variou-se a temperatura de 4°C a 60°C, o tempo de repouso de 10s a 2700s e a taxa final de cisalhamento de  $5\text{s}^{-1}$  a  $40\text{s}^{-1}$ . O objetivo é observar a influência desses parâmetros na evolução temporal da tensão de cisalhamento e utilizar um dos modelos revisados no Capítulo 2 para ajustar algumas destas evoluções.

**Tabela 3.1 – Classes de testes de inicialização realizados com o fluido de perfuração**

Influência da temperatura			Influência do tempo de repouso			Influência da taxa de cisalhamento final		
$T(^{\circ}C)$	$t_R(s)$	$\dot{\gamma}_o(s^{-1})$	$T(^{\circ}C)$	$t_R(s)$	$\dot{\gamma}_o(s^{-1})$	$T(^{\circ}C)$	$t_R(s)$	$\dot{\gamma}_o(s^{-1})$
4	600	10	25	10	10	25	600	5
12				60				10
25				300				15
35				600				20
45				1800				30
60				2700				40

### 3.1.1 Especificação da Amostra

A amostra do fluido de perfuração utilizada nos testes foi provida pelo CENPES/PETROBRAS. O fluido de perfuração é um fluido a base de compostos sintéticos, cuja formulação e aditivos são citados na Tabela 3.2.

Os fluidos de base sintética surgiram a partir da necessidade de características semelhantes às dos fluidos a base óleo (estabilidade a altas temperaturas, lubrificação, utilização em grandes profundidades, maiores taxas de perfuração, dentre outras), porém, que causassem menos impactos ambientais, sendo menos tóxicos e mais biodegradáveis (Guimarães & Rossi, 2007). O fluido analisado é uma emulsão cujo componente base é o polímero N-Parafina.

Devido à presença da solução saturada de Cloreto de Sódio (NaCl), a emulsão pode se desfazer. A emulsão é então mantida pela adição do emulsificante, agente de superfície que adsorve na interface e facilita a formação da emulsão por redução da tensão interfacial (Garti, 1999). A função da solução de NaCl é evitar a incorporação dos cascalhos finos provenientes da perfuração, evitar o inchamento de argila e o conseqüente desmoronamento das paredes do poço. O composto que realiza esta última função é comumente denominado de inibidor de inchamento de argila ou apenas inibidor de argila (Serra, 2003). O redutor de filtrado, como o próprio nome indica, é o constituinte do fluido de perfuração que o inibe de migrar para as formações permeáveis, situação que seria danosa (aumento local de perda de carga) à posterior produção de petróleo.

O composto que mais contribui para o aumento da viscosidade do fluido analisado é a argila organofílica (da Silva, 2003). Para aumentar ainda mais a viscosidade e característica de formar gel quando em repouso, adiciona-se o Geltone.

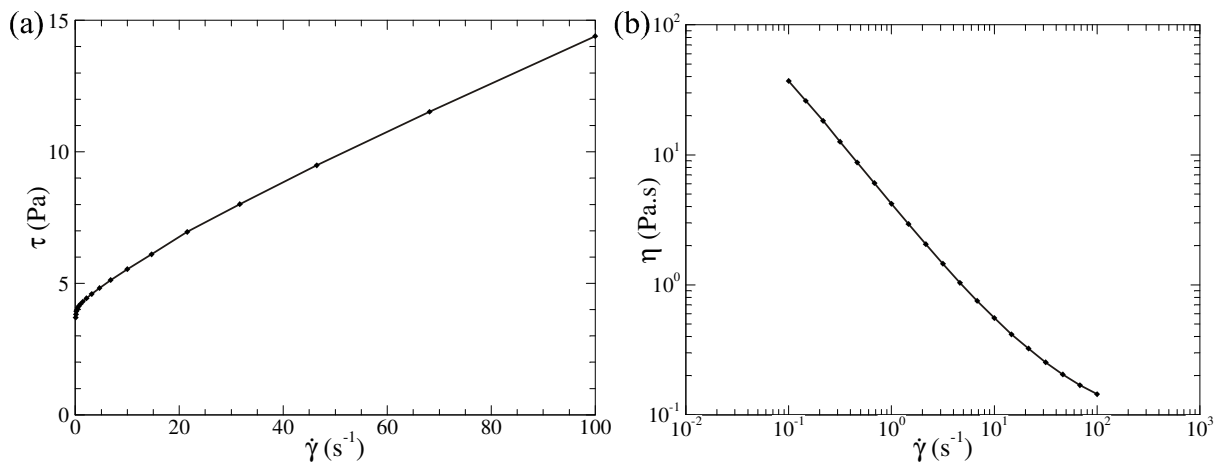
**Tabela 3.2 – Formulação do fluido de perfuração analisado**

<b>Formulação do fluido base</b>	
<b>Constituinte</b>	<b>Concentração (lb/bbl e g/L)</b>
N-Parafina	0,57 / 1,62
Emulsificante Primário	9,0 / 25,68
Óxido de Cálcio	5,0 / 14,27
Solução Saturada de NaCl	0,39 / 1,11
Redutor de Filtrado	1 a 4 / 2,85 a 11,41
Argila Organofílica	2,0 / 8,14
Modificador Reológico	1,0 / 2,85
<b>Aditivos</b>	
<b>Constituinte</b>	<b>Concentração (lb/bbl e g/L)</b>
Geltone	4 / 11,41

A curva de equilíbrio do fluido de perfuração sintético a 25°C também foi fornecida e será importante no ajuste do modelo de tixotropia, já que alguns parâmetros dependem desta curva. A tensão de cisalhamento e a viscosidade aparente obtidos dos testes de equilíbrio são mostradas na Figura 3.2. É importante salientar que a curva de equilíbrio mostra o comportamento independente do tempo. Observa-se na Figura 3.2a que a tensão limite de escoamento do fluido em questão é aproximadamente igual a 3,7Pa. Será visto nas próximas seções que há um aumento considerável deste valor devido à gelificação.

Observa-se ainda que o fluido de perfuração em questão pode ser caracterizado no equilíbrio como um fluido HB ou como de Bingham. Na engenharia de campo, comumente se utiliza o modelo de Bingham por possuir parâmetros mais simples de se obter. Será mostrado no Capítulo 6, entretanto, que há uma grande diferença em se utilizar este ou qualquer outro modelo de fluido viscoplástico, em relação a usar um modelo tixotrópico, para se avaliar o reinício da circulação de fluidos de perfuração.

As próximas seções discutem a influência da temperatura, do tempo de repouso e da taxa de cisalhamento na variação temporal da tensão de cisalhamento e da viscosidade aparente a partir dos testes citados no início do capítulo.

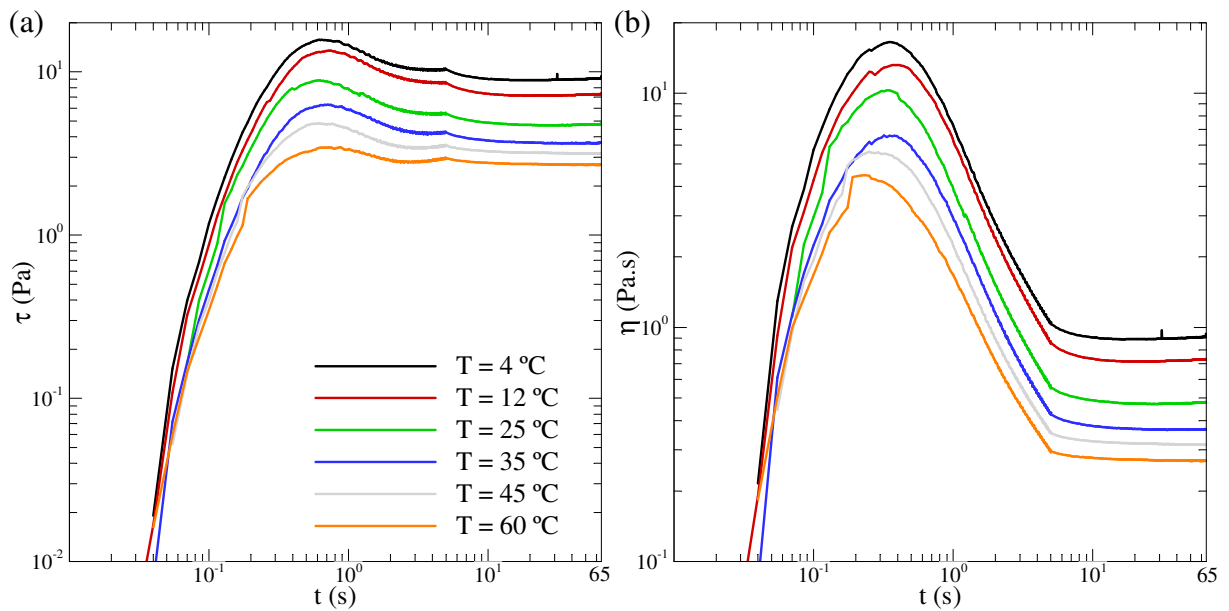


**Figura 3.2 – Tensão de cisalhamento e viscosidade aparente do fluido de perfuração à 25°C, obtidos dos testes de equilíbrio.**

### 3.1.2 Influência da Temperatura

A Figura 3.3 mostra a influência da temperatura na evolução temporal da tensão de cisalhamento e da viscosidade aparente. A menor temperatura ( $T = 4\text{ °C}$ ) é a que proporciona o maior pico de tensão e, conseqüentemente, de viscosidade. À medida que a temperatura aumenta, provavelmente menor é a taxa de gelificação da amostra e, assim, menor é a intensidade do pico. Aparentemente, o equilíbrio é alcançado ao final do teste, já que a tensão não varia significativamente neste instante. Os valores de equilíbrio da tensão e da viscosidade são inversamente proporcionais à temperatura da amostra. Pode-se então concluir ainda que a curva de equilíbrio do fluido de perfuração em análise é dependente da temperatura, pois todos os testes são executados a uma mesma taxa de cisalhamento final.

Observa-se que os picos (*overshoots*) ocorrem praticamente no mesmo instante em todos os testes ( $t_{os} \approx 0,63\text{ s}$ ). Outro fato interessante é notado em  $t = 5\text{ s}$  (instante em que a taxa de cisalhamento se torna constante após ter variado linearmente): a curva de tensão muda sua inclinação, caindo de forma mais acentuada e tendendo a um valor de equilíbrio. Um leve crescimento na tensão e na viscosidade ainda é observado nas duas curvas de menores temperaturas. Este fato é passível de acontecer, já que a taxa de reestruturação tende a ser maior quanto menor é a temperatura. Este efeito não será levado em conta nas próximas análises por ser pequeno em relação às variações iniciais das grandezas medidas.



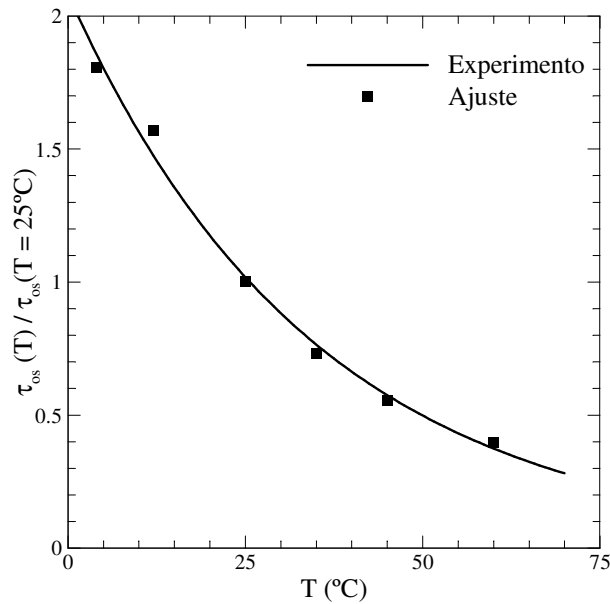
**Figura 3.3 – Influência da temperatura do material nas evoluções temporais (a) da tensão de cisalhamento e (b) da viscosidade aparente para um tempo de repouso de 600s e uma taxa final de cisalhamento de  $10\text{s}^{-1}$ .**

A Figura 3.4 mostra a relação entre a intensidade dos picos de tensão e a temperatura da amostra. Percebe-se que a dependência inversa entre estas grandezas pode ser ajustada por uma função exponencial. Escolheu-se como valor de referência o pico de tensão à temperatura de 25°C. O ajuste que possui um coeficiente de correlação  $R^2$  de 0,9916 e um erro máximo de -6,1% para a temperatura de 60°C proporciona a seguinte função exponencial para o pico de tensão:

$$\frac{\tau_{os}(T)}{\tau_{os}(25^\circ\text{C})} = \frac{2,082}{1,0290^T} \rightarrow \tau_{os}(T) = \frac{17,9026}{1,0290^T} \quad (3.1)$$

sendo  $\tau_{os}$  o pico da tensão de cisalhamento e  $\tau_{os}(25^\circ\text{C}) = 8,60 \text{ Pa}$ .

Este ajuste serve apenas para avaliar a ordem de grandeza do pico de tensão de cisalhamento em função da temperatura, para uma taxa de cisalhamento de  $10 \text{ s}^{-1}$  e um tempo de repouso de 600 s.



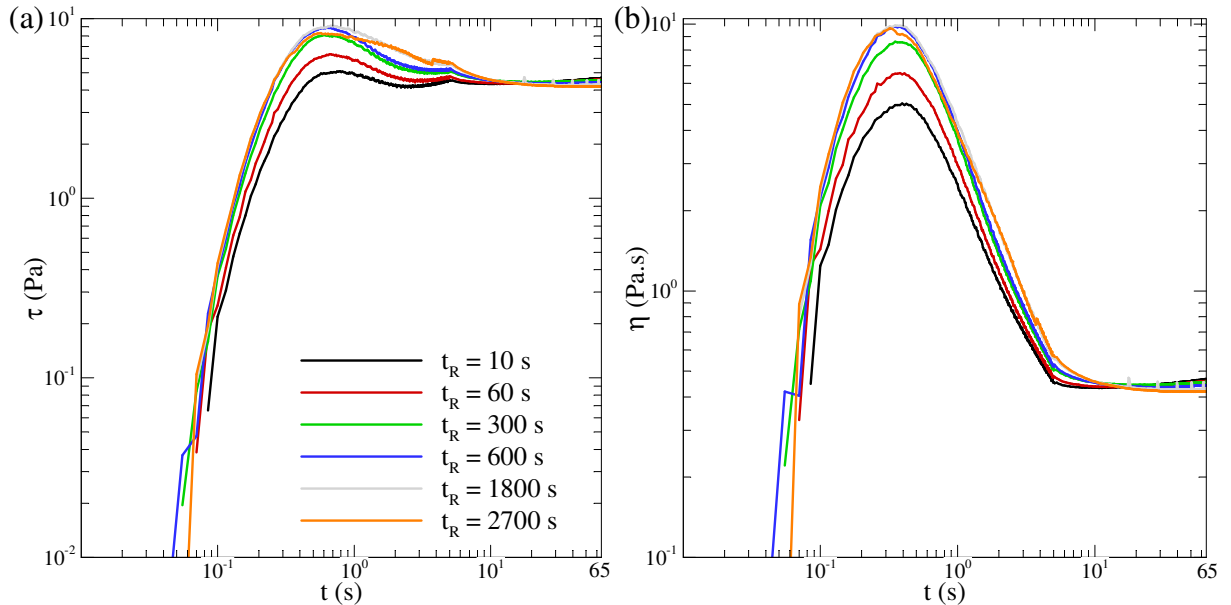
**Figura 3.4 – Relação entre os picos de tensão (adimensionalizados em função do valor à 25°C) e a temperatura da amostra.**

### 3.1.3 Influência do Tempo de Repouso

Paradas de processos de perfuração são frequentes e quanto maior o tempo de interrupção, maior é a gelificação do fluido de perfuração e, conseqüentemente, maiores as pressões necessárias para fraturá-lo. Para verificar este efeito, variou-se o tempo de repouso da amostra. Observa-se na Figura 3.5 que há um aumento significativo nos picos de tensão e de viscosidade aparente quando o tempo de repouso varia de 10s para 60s e também quando o aumento é de 60s para 300s. Acima de 300s, o efeito do tempo de repouso na variação positiva do pico de tensão praticamente desaparece, indicando que a taxa de gelificação é maior logo no início do repouso. Para o tempo de repouso de 2700s (45min), há uma oscilação muito grande nos resultados, mostrando que não são confiáveis. Desta forma, as próximas análises não considerarão este último teste.

O instante de ocorrência do pico de tensão se mostra independente do tempo de repouso (novamente igual a 0,63s) e o decaimento assintótico da tensão a partir de 5s é mais uma vez observado nos testes. É interessante notar que há uma inversão na relação entre a tensão de equilíbrio e o tempo de repouso: o valor da tensão é maior quanto menor é o tempo de repouso. Entretanto, a variação é pequena: de  $\tau(t_R = 1800 \text{ s}) = 4,29 \text{ Pa}$  a  $\tau(t_R = 10 \text{ s}) = 4,67 \text{ Pa}$ . Como esta variação é da mesma ordem de grandeza das oscilações observadas em

todos os testes, considerou-se que o valor no equilíbrio é independente do tempo de repouso. Pode-se, porém, afirmar que o equilíbrio demora mais para ser alcançado quanto maior for o tempo de repouso e que, provavelmente, o equilíbrio não é alcançado até o final do teste para os tempos de repouso mais elevados.



**Figura 3.5 – Influência do tempo de repouso do material nas evoluções temporais (a) da tensão de cisalhamento e (b) da viscosidade aparente para uma temperatura de 25°C e uma taxa final de cisalhamento de  $10s^{-1}$ .**

A Figura 3.6 mostra o aumento do pico de tensão com o tempo de repouso e nota-se que este aumento é menos intenso à medida que o tempo de repouso aumenta. Assim, propõe-se a seguinte equação para o ajuste do pico em função do tempo de repouso:

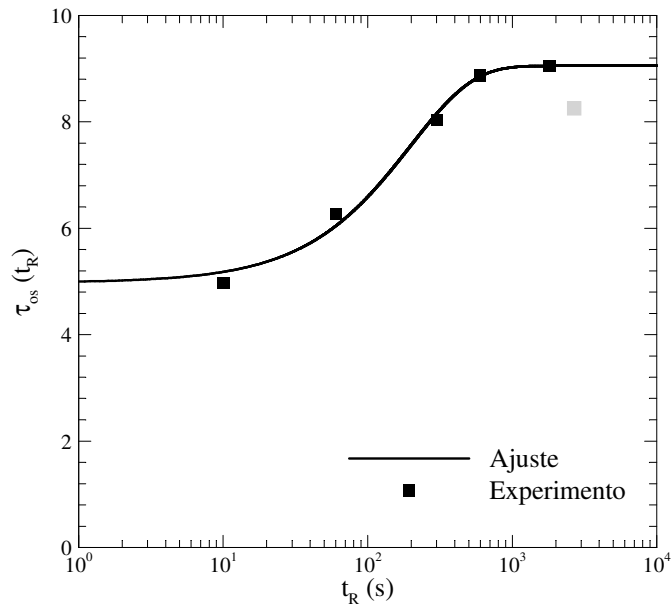
$$\tau_{os}(t_R) = \tau_{os}(10\text{ s}) + [\tau_{os}(1800\text{ s}) - \tau_{os}(10\text{ s})](1 - e^{-t_R/C}) \quad (3.2)$$

sendo  $\tau_{os}(10\text{ s})$  e  $\tau_{os}(1800\text{ s})$ , respectivamente, as tensões de pico para 10s e 1000s de repouso e  $C$  é uma constante de ajuste. O teste para  $t_R = 2700\text{s}$  foi excluído do ajuste e é denotado pelo ponto cinza na Figura 3.6. Os valores das constantes da Eq. (3.2), juntamente com seu coeficiente de correlação, são mostrados na Tabela 3.3. O erro máximo do ajuste ocorre em  $t = 10\text{s}$  e é de 4,0%.



**Tabela 3.3 – Valores das constantes e coeficiente de correlação da Eq. (3.2)**

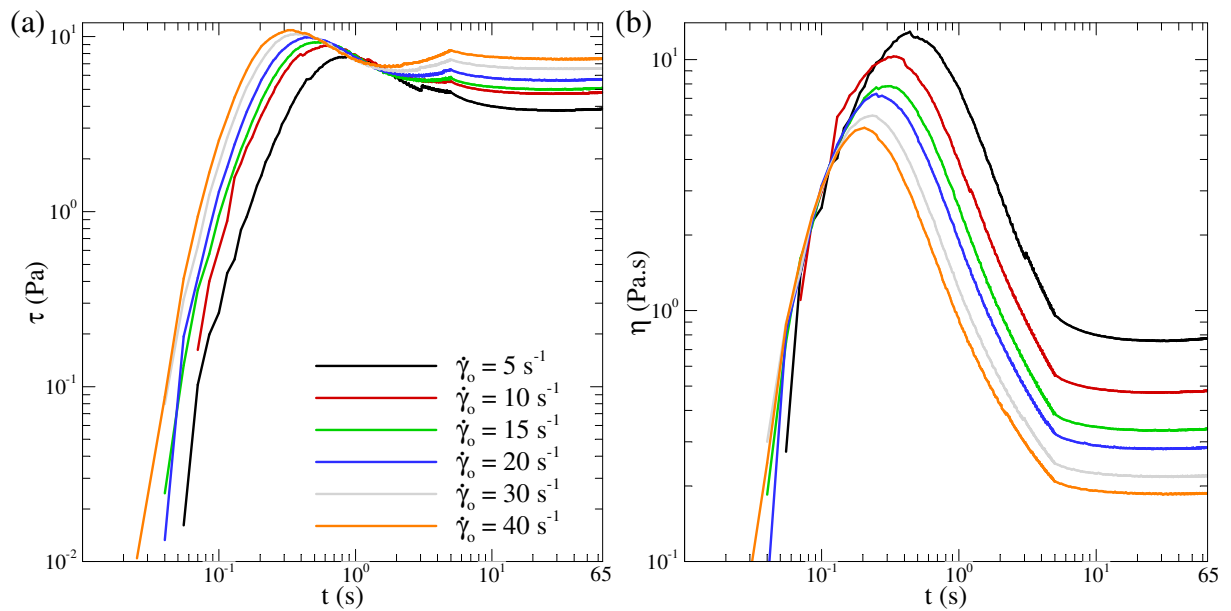
$\tau_{os} (10 \text{ s})$	$\tau_{os} (1800 \text{ s})$	$C$	$R^2$
4,9785Pa	9,0499Pa	$197,288\text{s}^{-1}$	0,9918



**Figura 3.6 – Picos de tensão em função do tempo de repouso da amostra.**

### 3.1.4 Influência da Taxa de Cisalhamento

O outro conjunto de testes realizados foi para avaliar a influência da taxa de cisalhamento na evolução temporal da tensão de cisalhamento e da viscosidade aparente da amostra. O material foi mantido a 25°C e em repouso por 600s. Espera-se que a tensão de cisalhamento seja uma função da taxa imposta. A Figura 3.7 mostra não somente esta influência, mas também a influência da taxa no instante em que ocorre o pico de tensão. Quanto maior é a taxa de cisalhamento, mais rápido atinge-se o valor do pico de tensão. Vale lembrar que o instante de ocorrência do pico não depende da temperatura e do tempo de repouso, mas somente da taxa de cisalhamento.



**Figura 3.7 – Influência da taxa de cisalhamento imposta ao material nas evoluções temporais (a) da tensão de cisalhamento e (b) da viscosidade aparente para uma temperatura de 25°C e um tempo de repouso de 600s.**

A Figura 3.8a mostra a variação do valor do pico de tensão com a taxa de cisalhamento, enquanto que a Figura 3.8b apresenta a dependência do tempo de ocorrência do pico com a taxa de cisalhamento.

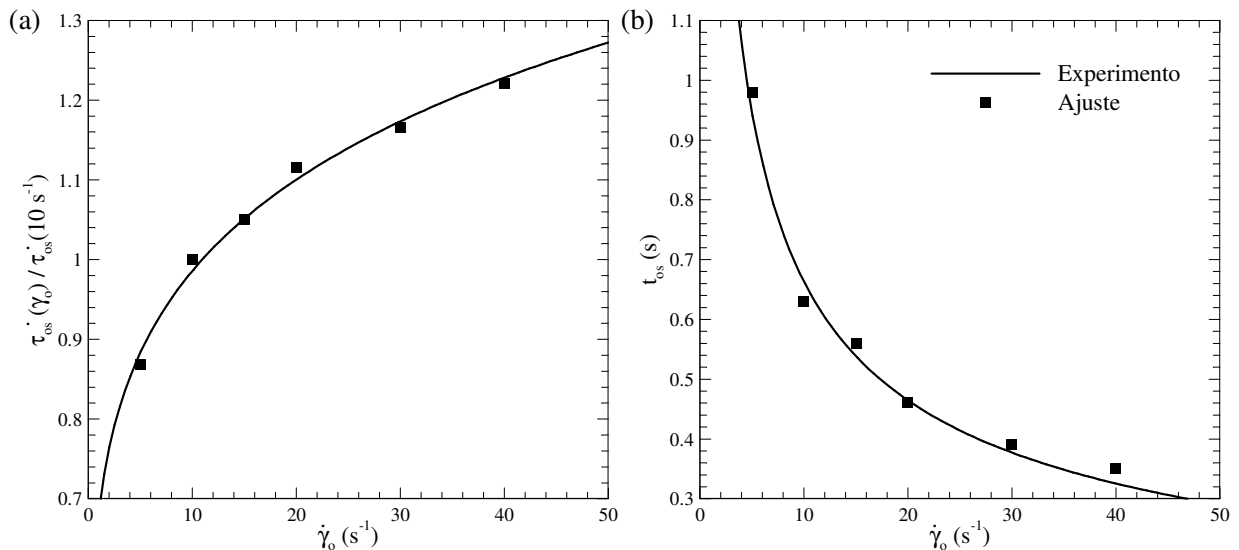
A função-ajuste que se mostrou mais adequada para ambas as relações supracitadas é a curva geométrica  $y = Ax^B$ , na qual  $B > 0$  para o aumento do pico de tensão e  $B < 0$  para diminuição do tempo de ocorrência do pico. Assim, para o fluido de perfuração utilizado nos testes, em repouso inicial de 600s e com temperatura constante de 25°C, o pico de tensão pode ser estimado em função da taxa de cisalhamento imposta,  $\dot{\gamma}_o$ , da seguinte maneira:

$$\tau_{os}(\dot{\gamma}_o) = 6,0500(\dot{\gamma}_o)^{0,1585} \tag{3.3}$$

cujos coeficiente de correlação vale  $R^2 = 0,9906$  e o erro máximo ocorre para  $5s^{-1}$  e vale 1,7%. O tempo em que ocorre o pico de tensão,  $t_{os}$ , pode ser estimado pela seguinte função da taxa de cisalhamento:

$$t_{os}(\dot{\gamma}_o) = 2,2042(\dot{\gamma}_o)^{-0,5151} \tag{3.4}$$

cujo coeficiente de correlação vale  $R^2 = 0,9889$  e o erro máximo ocorre para  $10\text{s}^{-1}$  e vale 6,9%.



**Figura 3.8 – Relação (a) entre os picos de tensão (adimensionalizados em função do valor a  $10\text{s}^{-1}$ ) e a taxa de cisalhamento, (b) entre os tempos de ocorrência dos picos e a taxa de cisalhamento.**

### 3.2 Escolha do Modelo de Tixotropia

Alguns modelos de tixotropia propostos por diversos autores foram analisados nesta seção com o objetivo de identificar qual se mostrou mais adequado para representar a variação da tensão de cisalhamento com o tempo obtida pelos testes de inicialização anteriormente expostos. Inicialmente, procurou-se encontrar um modelo que respondesse qualitativamente bem à variação em rampa da taxa de cisalhamento, sem se preocupar com os valores absolutos da tensão de cisalhamento.

A seguir, alguns dos modelos revisados no Capítulo 2 são detalhados e analisados, desde os modelos mais simples (menos parâmetros e com equações cinéticas de primeira ordem) até os mais complexos. Como a variação em rampa da taxa de cisalhamento não é tratada por nenhum trabalho revisado, não se sabe antecipadamente se é necessário considerar a viscoelasticidade, as floculações pericinética e ortocinética, dentre outros fenômenos. A preocupação inicial é, então, de encontrar um modelo que, por ora, apenas se assemelhe de maneira qualitativa aos resultados experimentais.

### 3.2.1 Modelo de Toorman (1997)

O modelo de Toorman (1997), revisado no Capítulo 2, é a seguir reescrito por conveniência:

$$\frac{d\lambda}{dt} = a(1-\lambda) - b\dot{\gamma}\lambda \rightarrow \frac{d\lambda}{dt} = a \left[ 1 - \left( 1 + \frac{b}{a} \dot{\gamma} \right) \lambda \right] \quad (2.20)$$

$$\tau = \tau_y(\lambda) + \eta(\dot{\gamma}, \lambda) \dot{\gamma} \rightarrow \tau = \lambda \tau_{y,\lambda=1} + \left( \mu_B + c\lambda + \frac{b}{a} \tau_{y,\lambda=1} \lambda_{RP} \right) \dot{\gamma} \quad (2.22)$$

No regime permanente, o parâmetro estrutural de equilíbrio ( $\lambda_{RP}$ ) pode ser obtido em função da taxa de cisalhamento a partir da solução da Eq. (2.20) para a derivada temporal nula:

$$\lambda_{RP} = \frac{1}{1 + (b/a) \dot{\gamma}} \quad (3.5)$$

O modelo possui um total de cinco parâmetros ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $\tau_{y,\lambda=1}$  e  $\mu_B$ ), sendo que apenas o valor absoluto de  $a$  é obtido a partir do teste transiente. Os valores de  $c$ ,  $\tau_{y,\lambda=1}$ ,  $\mu_B$  e da razão  $b/a$  são conseguidos pelo ajuste da curva de equilíbrio.

Estipularam-se nesta análise valores arbitrários de  $c$ ,  $\tau_{y,\lambda=1}$ ,  $\mu_B$  e da razão  $b/a$  e observou-se a influência do parâmetro  $a$ . Os valores foram então fixados em  $\tau_{y,\lambda=1} = 10$  Pa,  $\mu_B = 0,1$  Pa s,  $c = 0,1$  Pa.s e  $b/a = 0,1$  s. A Figura 3.9 mostra o efeito da variação de  $a$  no comportamento do modelo. Nota-se que os picos de tensão ocorrem exatamente em 5s, ou seja, o instante a partir do qual a taxa de cisalhamento se mantém constante. Outra diferença observada é o valor nulo inicial de tensão nos testes e sempre igual a  $\tau_{y,\lambda=1}$  no modelo de Toorman (1997). Ao ajustar a curva de equilíbrio do fluido de perfuração, o valor de  $\tau_{y,\lambda=1}$  nunca seria nulo. Desta forma, este modelo não se ajusta ao comportamento deste material.

Nota-se também que somente após  $t = 5$  s o modelo se comporta de forma similar aos resultados da medição, quando há um decréscimo exponencial da tensão com o tempo. Para um material totalmente estruturado,  $\lambda = 1$ , o parâmetro estrutural só poderá decrescer com o tempo para uma taxa constante (vide Eq. (2.20)). Por outro lado, a Eq. (2.22) mostra

que sempre há uma queda de tensão se  $\lambda$  sempre diminui e  $\dot{\gamma}$  é uma constante. Portanto, o modelo de Toorman (1997) não pode prever picos de pressão como nos testes reológicos.

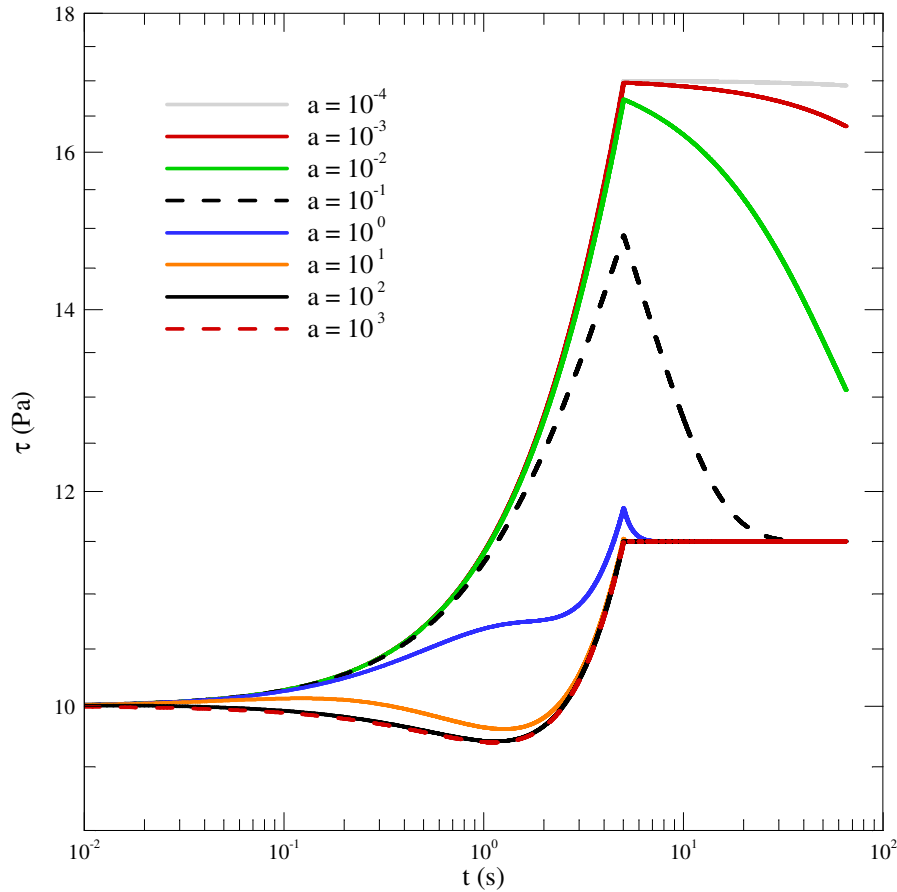


Figura 3.9 – Influência do parâmetro  $a$  na evolução temporal da tensão de cisalhamento a partir do modelo de Toorman (1997).  $\tau_{y,\lambda=1} = 10\text{Pa}$ ,  $\mu_B = 0,1\text{Pa.s}$ ,  $c = 0,1\text{Pa.s}$  e  $b/a = 0,1\text{s}$ .

### 3.2.2 Modelo de Houska (1980) *apud* Mewis & Wagner (2009)

Este modelo é uma generalização das expressões de Bingham e Power Law com propriedades dependentes do tempo. As equações são a seguir repetidas por conveniência:

$$\frac{d\lambda}{dt} = a(1-\lambda) - b\lambda\dot{\gamma}^m \tag{2.27}$$

$$\tau = \tau_y(\lambda) + K(\lambda)\dot{\gamma}^n = \tau_{y,o} + \lambda\tau_{y,1} + (K + \lambda\Delta K)\dot{\gamma}^n \tag{2.28}$$

Observa-se na Eq. (2.28) que o termo que multiplica a taxa de cisalhamento é devido à soma da consistência constante do material ( $K$ ) com a consistência dependente da tixotropia ( $\Delta K$ ). O mesmo pode ser verificado para a tensão limite de escoamento. Observa-se ainda que o termo de quebra do gel da Eq. (2.27) é dependente de  $\dot{\gamma}$ , tornando a equação diferencial não-linear.

O valor do parâmetro estrutural de equilíbrio é dado por manipulação matemática da Eq. (2.27), semelhante ao que foi feito no modelo anterior:

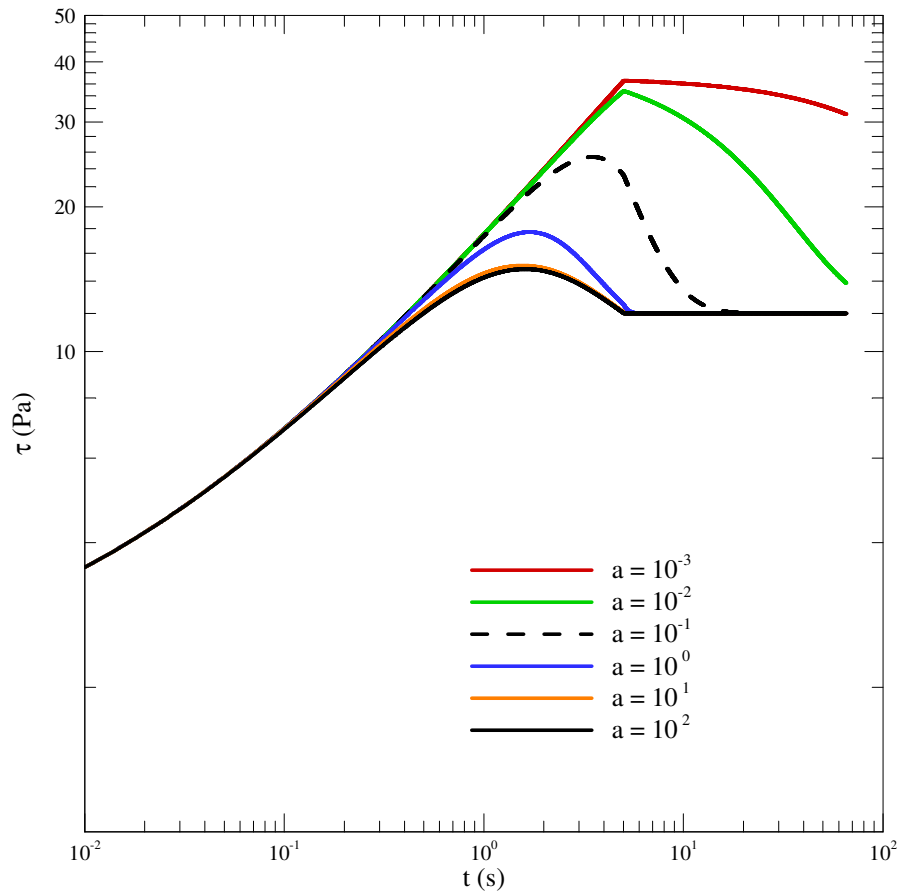
$$\lambda_{RP} = \frac{1}{1 + (b/a) \dot{\gamma}^m} \quad (3.6)$$

O modelo possui um total de oito parâmetros, sendo que seis deles e a razão  $b/a$  dependem da condição de equilíbrio:

$$\tau_{RP} = \tau_{y,o} + \lambda_{RP} \tau_{y,1} + [K + \lambda_{RP} \Delta K] \dot{\gamma}^n \quad (3.7)$$

Fixa-se, então,  $\tau_{y,o} = 1 \text{ Pa}$ ,  $\tau_{y,1} = 1 \text{ Pa}$ ,  $K = 1 \text{ Pa.s}^n$ ,  $\Delta K = 10 \text{ Pa.s}^n$ ,  $n = 0.5$ ,  $m = 1.5$  e  $b/a = 0.1 \text{ s}$  (valores com ordem de grandeza dos encontrados para óleo parafínico por Sestak *et al.*, 1987). A Figura 3.10 mostra um pico de tensão para o início do escoamento, mas a queda exponencial após a estabilização da taxa de cisalhamento não é prevista pelo modelo de Houska (1980) *apud* Mewis & Wagner (2009). O pico, entretanto, só ocorreu devido à variação linear da taxa entre zero e cinco segundos e ao efeito não-linear da taxa no parâmetro estrutural e na tensão de cisalhamento. Entretanto, não há qualquer possibilidade de pico de tensão se a taxa for constante, exatamente como no modelo de Toorman (1997).

Assim como o modelo de Toorman (1997), o modelo de Houska (1980) *apud* Mewis & Wagner (2009) é para fluido viscoplástico e, por isso, prevê a queda da tensão a partir de uma tensão inicial não-nula. Ambos os modelos não incluem os efeitos elásticos do material e, por tanto, não são capazes de prever o crescimento da tensão a partir de zero, como nos testes reológicos.



**Figura 3.10 – Influência do parâmetro  $a$  na evolução temporal da tensão de cisalhamento a partir do modelo de Houska (1980) *apud* Mewis & Wagner (2009).  $\tau_{y,0} = 1\text{Pa}$ ,  $\tau_{y,l} = 1\text{Pa}$ ,  $K = 1\text{Pa}\cdot\text{s}^n$ ,  $\Delta K = 10\text{Pa}\cdot\text{s}^n$ ,  $n = 0,5$  e  $b/a = 0,1\text{s}$ .**

### 3.2.3 Modelo de Dullaert & Mewis (2006)

Ao contrário dos modelos anteriores, o modelo tixotrópico apresentado por Dullaert & Mewis (2006) contempla a resposta elástica do material. A tensão é dividida nas contribuições elástica e viscosa adicionada da contribuição do meio ou da base do fluido. As duas primeiras contribuições são dependentes do parâmetro estrutural (Eq. (2.32)). A equação cinética do parâmetro estrutural considera o efeito do cisalhamento na quebra e reestruturação do gel (primeiro e terceiro termos do lado direito da Eq. (2.33)), bem como o efeito do movimento browniano na reestruturação (segundo termo do lado direito da Eq. (2.33)). A deformação elástica dos flocos da suspensão é também incluída através da adição de uma equação cinética para esta grandeza (Eq. (2.34)).

$$\tau(\lambda, \dot{\gamma}) = \tau_{el}(\lambda, \dot{\gamma}) + \tau_{pl}(\lambda, \dot{\gamma}) + \tau_{me}(\dot{\gamma}) \rightarrow \tau = \lambda(G_o \gamma_e + \eta_{st,0} \dot{\gamma}) + \eta_{\infty} \dot{\gamma} \quad (2.32)$$

$$\frac{d\lambda}{dt} = \left(\frac{1}{t}\right)^{\beta} \left[ -k_1 \lambda \dot{\gamma} + k_2 (1 - \lambda) \sqrt{\dot{\gamma}} + k_3 (1 - \lambda) \right] \quad (2.33)$$

$$\frac{d\gamma_e}{dt} = \left(\frac{k_4}{t}\right)^{\beta} \left[ \tau(\lambda, \dot{\gamma}) \gamma_c - \tau_{RP}(\dot{\gamma}) \gamma_e \right] \quad (2.34)$$

Ao fazer  $d\lambda/dt = 0$  na Eq. (2.33), chega-se na relação entre o parâmetro estrutural e a taxa de cisalhamento no equilíbrio:

$$\lambda_{RP} = \frac{k_2 \sqrt{\dot{\gamma}} + k_3}{k_1 \dot{\gamma} + k_2 \sqrt{\dot{\gamma}} + k_3} \quad (3.8)$$

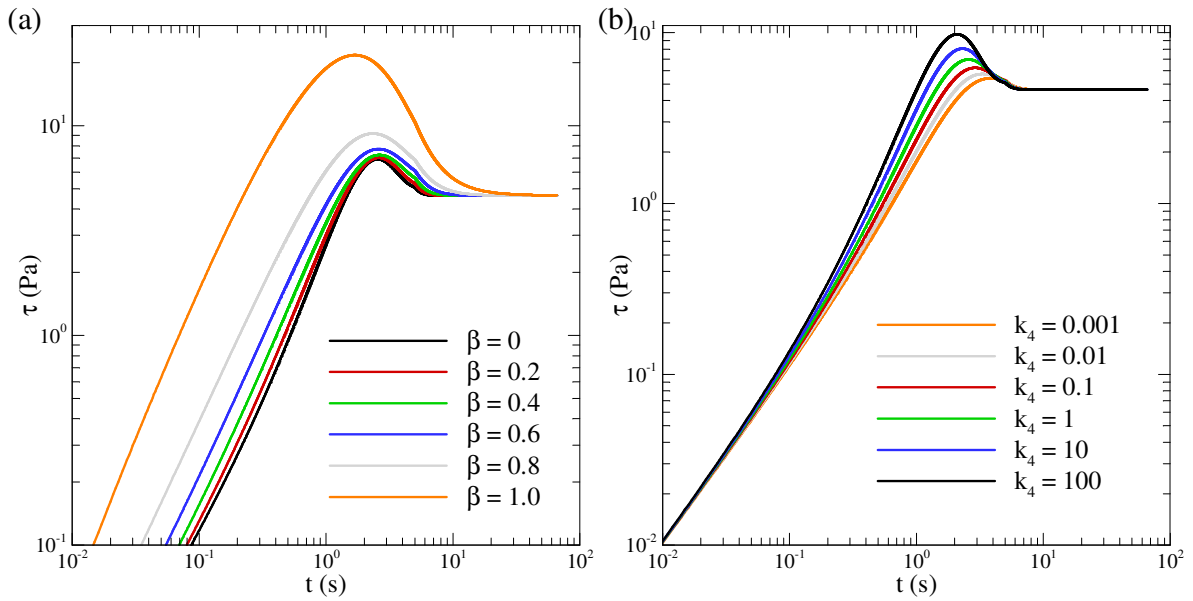
O valor da deformação elástica no equilíbrio é igual à deformação crítica  $\gamma_c$  ( $d\gamma_e/dt = 0$  na Eq. (2.34)). A Eq. (2.32), por sua vez, no equilíbrio, se resume em:

$$\tau_{RP}(\dot{\gamma}) = \lambda_{RP}(\tau_{y,RP} + \eta_{st,0} \dot{\gamma}) + \eta_{\infty} \dot{\gamma} \quad (3.9)$$

Desta forma, sete dos nove parâmetros do modelo ( $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $\eta_{st,0}$ ,  $\eta_{\infty}$ ,  $\gamma_c$  e  $G_o$ ) podem ser obtidos através do ajuste da curva de equilíbrio. Sobram dois parâmetros independentes ( $\beta$  e  $k_4$ ) que devem ser ajustados aos valores dinâmicos.

Para esta análise qualitativa, as constantes  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $\eta_{st,0}$ ,  $\eta_{\infty}$ ,  $\gamma_c$  e  $G_o$  são fixadas em, respectivamente,  $0,1 \text{ s}^{\beta}$ ,  $0,1 \text{ s}^{\beta-0,5}$ ,  $1,0 \text{ s}^{\beta-1}$ ,  $0,5 \text{ Pa s}$ ,  $0,01 \text{ Pa s}$ ,  $0,001$  e  $3 \text{ GPa}$  (valores com ordem de grandeza semelhante às utilizadas por Dullaert & Mewis, 2006). A Figura 3.11 mostra que o comportamento temporal da tensão de cisalhamento é compatível com o comportamento observado nos testes reológicos. A influência do parâmetro  $\beta$  mostra ser maior, por ele estar no expoente das equações. (2.33) e (2.34). Para toda a faixa de valores de ambos os parâmetros, é previsto o pico inicial e o decréscimo posterior aos cinco segundos de teste. Atribui-se este comportamento à consideração dos efeitos elásticos.





**Figura 3.11 – Influência dos parâmetros (a)  $\beta$  ( $k_4 = 1$ ) e (a)  $k_4$  ( $\beta = 1$ ) na evolução temporal da tensão a partir do modelo de Dullaert & Mewis (2006).  $k_1 = 0,1s^\beta$ ,  $k_2 = 0,1s^{\beta-0,5}$ ,  $k_3 = 1,0s^{\beta-1}$ ,  $\eta_{st,0} = 0,5Pa.s$ ,  $\eta_\infty = 0,01Pa.s$ ,  $\gamma_c = 0,001$  e  $G_o = 3GPa$ .**

Apenas os modelos de abordagem microestrutural indireta foram analisados, pois são estes os modelos normalmente escolhidos em trabalhos que ajustam o comportamento de materiais parafínicos ou cuja base é a parafina. Devido à grande semelhança entre os resultados dos testes e a evolução temporal prevista pelo modelo de Dullaert & Mewis (2006) e por não ter sido encontrado na literatura outro modelo que contenha a influência dos efeitos elásticos, este modelo será utilizado para o ajuste aos resultados medidos de tensão.

### 3.3 Ajuste do Modelo de Tixotropia de Dullaert & Mewis (2006)

O modelo de tixotropia de Dullaert & Mewis (2006), composto de uma equação constitutiva para a tensão de cisalhamento (Eq. (2.32)), de uma equação cinética para o parâmetro estrutural (Eq. (2.33)) e de outra para a deformação elástica (Eq. (2.34)), não possui solução analítica quando é variada a taxa de cisalhamento.

Para a obtenção do parâmetro  $G_o$ , os autores afirmam que seria necessário o teste dinâmico da parte elástica do módulo de armazenamento  $G'(\omega)$ , do qual o parâmetro é o valor do platô a baixas frequências de  $G'$ . A partir do conhecimento de  $G_o$ , o parâmetro  $\gamma_c$  seria resultado da razão entre a tensão limite de escoamento no equilíbrio,  $\tau_{y,RP}$ , e  $G_o$ . Tal

relação é obtida fazendo  $\dot{\gamma} = 0$  na Eq. (3.9). Para o fluido de perfuração submetido aos testes, não foi executado o teste dinâmico em questão. Para contornar este problema, algumas peculiaridades do modelo de Dullaert & Mewis (2006) foram observadas. As Eqs. (2.32) e (2.34) são reescritas sabendo que  $\gamma_e = \tau_{y,el} / G_o$  e que  $\gamma_c = \tau_{y,RP} / G_o$  :

$$\tau(\lambda, \dot{\gamma}) = \lambda(\tau_{y,el} + \eta_{st,0} \dot{\gamma}) + \eta_{\infty} \dot{\gamma} \tag{2.32}$$

$$\frac{d\tau_{y,el}}{dt} = \left(\frac{k_4}{t}\right)^{\beta} [\tau(\lambda, \dot{\gamma})\tau_{y,RP} - \tau_{RP}(\dot{\gamma})\tau_{y,el}] \tag{3.10}$$

sendo  $\tau_{y,el}$  uma tensão limite de escoamento dependente da deformação elástica, a qual possui seu valor crítico no equilíbrio ( $\tau_{y,RP}$ ) da mesma forma que a deformação elástica,  $\gamma_e$ , tem seu valor crítico no equilíbrio,  $\gamma_c$ .

Para o material em análise, a curva de equilíbrio está disponível apenas a 25°C, conforme mostrado na Figura 3.2. Em outras temperaturas, esta curva não foi gerada. Portanto, somente a curva de equilíbrio a 25°C foi utilizada para o ajuste dos parâmetros  $\tau_{y,RP}$ ,  $\eta_{\infty}$ ,  $\eta_{st,0}$ ,  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_3$  na Eq. (3.9). Com a ajuda do software LAB Fit Curve Fitting V 7.2.46 (shareware desenvolvido por pesquisadores da UFCG – Universidade Federal de Campina Grande\*), ajustou-se os parâmetros que são mostrados na Tabela 3.4. São 20 os pontos ajustados da Figura 3.2.

**Tabela 3.4 – Parâmetros ajustados a partir dos valores de tensão finais**

$\tau_{y,RP}$ (Pa)	$\eta_{\infty}$ (Pa.s)	$\eta_{st,0}$ (Pa.s)	$k_1$ (s $^{\beta}$ )	$k_2$ (s $^{\beta-0.5}$ )	$k_3$ (s $^{\beta-1}$ )
2,9010	0,0187	0,4176	0,0828	0,1608	0,7276

O ajuste dos parâmetros  $\beta$  e  $k_4$  não é trivial, pois o modelo possui equações diferenciais. Decide-se, desta forma, discretizar ambas as equações diferenciais pelo método das diferenças finitas, com formulação totalmente explícita. A formulação totalmente explícita foi escolhida por ser mais simples de ajustar e sua solução naturalmente produz um

\* Mais informações no site <http://www.labfit.net/>

regime transitório detalhado. A integração da Eq. (2.33) entre os instantes  $t$  e  $t + \Delta t$  resulta em:

$$\int_t^{t+\Delta t} \left[ \frac{d\lambda}{dt} \right] dt = \int_t^{t+\Delta t} \left[ \left( \frac{1}{t} \right)^\beta \left[ -k_1 \lambda \dot{\gamma} + k_2 (1 - \lambda) \sqrt{\dot{\gamma}} + k_3 (1 - \lambda) \right] \right] dt \quad (3.11)$$

Após a manipulação da equação resultante, tem-se

$$\lambda = \lambda^o + \frac{\Delta t}{t^\beta} \left[ -k_1 \lambda^o \dot{\gamma}^o + k_2 (1 - \lambda^o) \sqrt{\dot{\gamma}^o} + k_3 (1 - \lambda^o) \right] \quad (3.12)$$

A integração da equação (3.10) entre  $t$  e  $t + \Delta t$  produz:

$$\int_t^{t+\Delta t} \left[ \frac{d\tau_{y,el}}{dt} \right] dt = \int_t^{t+\Delta t} \left[ \left( \frac{k_4}{t} \right)^\beta \left[ \tau \tau_{y,RP} - \tau_{RP} \tau_{y,el} \right] \right] dt \quad (3.13)$$

cujo resultado é dado por:

$$\tau_{y,el} = \tau_{y,el}^o + \Delta t \left( \frac{k_4}{t} \right)^\beta \left[ \tau^o \tau_{y,RP}^o - \tau_{RP}^o \tau_{y,el}^o \right] \quad (3.14)$$

onde o sobrescrito  $o$  denota o instante de tempo anterior. As condições iniciais para ambas as grandezas são dadas por:

$$\lambda(t=0) = 1 \quad (3.15)$$

$$\tau_{y,el}(t=0) = 0 \leftrightarrow \gamma_e(t=0) = 0 \quad (3.16)$$

ou seja, a estrutura está toda gelificada, Eq. (3.15), e não há inicialmente deformações elásticas ou tensões residuais, Eq. (3.16).

Substituindo os valores do parâmetro estrutural (Eq. (3.12)), da tensão limite de escoamento (Eq. (3.14)) e da taxa de cisalhamento na Eq. (2.32), pode-se obter o valor da tensão de cisalhamento a cada instante de tempo.

Por se tratar de uma solução numérica, uma análise de sensibilidade da malha temporal foi realizada, conforme discutido no Apêndice A. O incremento de tempo que

apresentou resultados independentes da malha temporal foi de  $\Delta t = 0,001$  s. Este incremento foi então utilizado no ajuste dos parâmetros  $\beta$  e  $k_4$ , descrito a seguir.

Inicialmente, o critério de ajuste utilizado foi o do método dos mínimos quadrados. Neste método, os parâmetros ajustados devem satisfazer o critério da mínima soma do quadrado da diferença entre os valores medidos e os valores calculados de tensão de cisalhamento.

$$S = \sum_{j=1}^M (\tau_{\text{exp},j} - \tau_{\text{mod},j})^2 \quad (3.17)$$

sendo  $S$  a função-soma do método dos mínimos quadrados e os subscritos *exp* e *mod* denotam, respectivamente, o valor da grandeza do experimento e do modelo. O índice  $j$  varia de 1 a  $M$ , que indica cada um dos valores medidos.

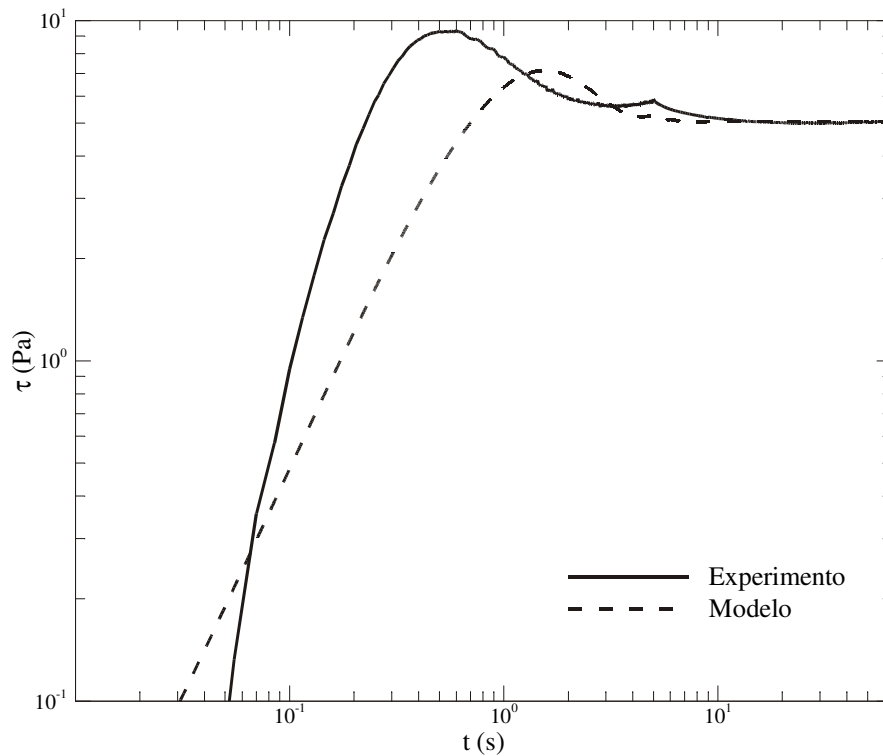
O mínimo pode ser obtido pela derivação da equação (3.17) em relação a ambos os parâmetros:

$$\min\{S\} \leftrightarrow \frac{\partial S}{\partial \beta} = 0 \text{ e } \frac{\partial S}{\partial k_4} = 0 \quad (3.18)$$

O sistema de equações gerado pelas derivações da Eq. (3.18) é não-linear e foi resolvido pelo método de Newton-Raphson. O ajuste foi então realizado para cada curva da Figura 3.7, ou seja, para diferentes taxas a temperatura e tempo de repouso constantes. Observou-se que os valores de  $\beta$  e  $k_4$  obtidos eram diferentes em cada curva ajustada, fato não previsto por Dullaert & Mewis (2006).

Além disso, apesar do mínimo do mínimo da Eq. (3.17) ter sido encontrado, a curva não representa bem os valores medidos, como pode ser visto na Figura 3.12. Nota-se que as curvas diferem bastante no transitório inicial e coincidem somente no equilíbrio.

Várias tentativas de ajustar os valores de  $k_4$  e  $\beta$  que aproximassem as curvas foram feitos, mas nenhum plenamente satisfatório. Concluiu-se que, mesmo o modelo apresentando uma resposta muito parecida com as respostas observadas experimentalmente, é possível que as curvas não se aproximem apenas com o ajuste das constantes  $k_4$  e  $\beta$ .



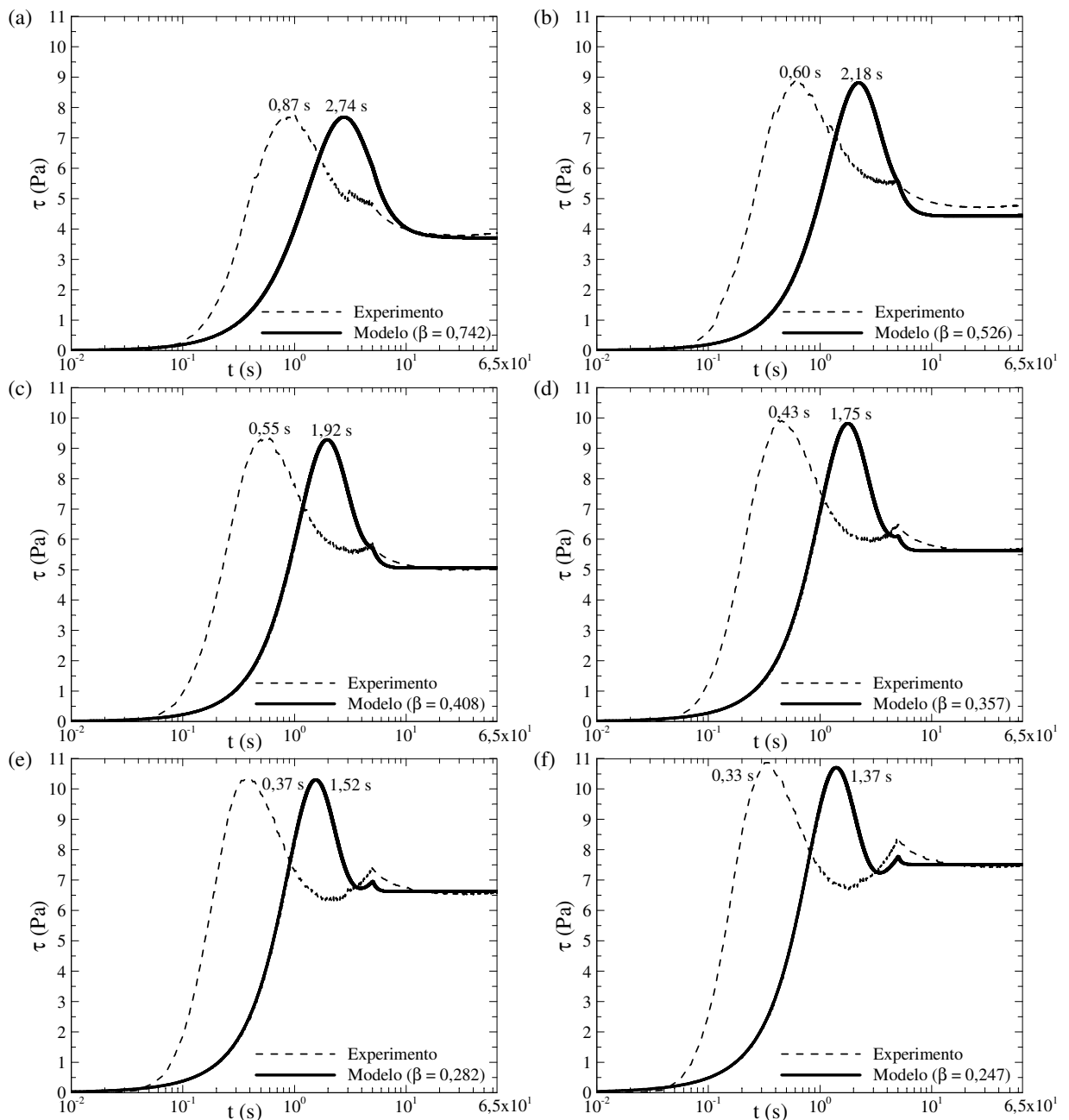
**Figura 3.12 – Exemplo de ajuste do modelo com o método dos mínimos quadrados.**

Pensando na aplicação do modelo, considerou-se que o valor absoluto do pico da tensão seja importante, mas não necessariamente o instante de tempo em que ele ocorre. Além disso, o modelo deveria satisfazer a condição de equilíbrio. Conforme foi observado, o valor do pico de tensão é muito sensível aos valores de  $\beta$  e pouco sensível aos valores de  $k_4$ . Sendo assim, decide-se fixar o valor de  $k_4$  e trabalhar apenas com o ajuste de  $\beta$ .

Dullaert & Mewis (2006) realizam procedimento semelhante ao ajustar seu modelo. Eles decidem fixar  $k_4$  igual à unidade e ajustar os outros parâmetros. No ajuste atual, entretanto, resultados mais satisfatórios foram encontrados ao fixar  $k_4 = 2$ . O critério de ajuste de  $\beta$  foi a mínima diferença entre o valor do pico de tensão medido e calculado em cada curva, resultando em valores diferentes de  $\beta$ , conforme mostra a Figura 3.13.

O valor de  $\beta$  se mostrou dependente da taxa de cisalhamento, como observado na Figura 3.14. Através do ajuste por mínimos quadrados entre  $\beta$  e  $\dot{\gamma}$  encontrou-se a seguinte relação que possui  $R^2 = 0,9988$  e cujo máximo erro é de  $-2,1\%$  em  $10s^{-1}$ :

$$\beta = 1,7678\dot{\gamma}^{-0,5355} \quad (3.19)$$



**Figura 3.13 – Ajustes do modelo para os experimentos (a) a  $5s^{-1}$ , (b) a  $10s^{-1}$ , (c) a  $15s^{-1}$ , (d) a  $20s^{-1}$ , (e) a  $30s^{-1}$  e (f) a  $40s^{-1}$ .**

As diferenças observadas no valor do pico e no valor do regime permanente da tensão estão compiladas na Tabela 3.5 e se mostram satisfatórias. Qualitativamente, considera-se que o modelo se ajustou bem ao experimento. O tempo de ocorrência do pico foi a principal diferença entre os resultados. Entretanto, como o pico está atrasado e dura mais tempo no modelo, acredita-se que isto implica em uma solução mais conservadora.

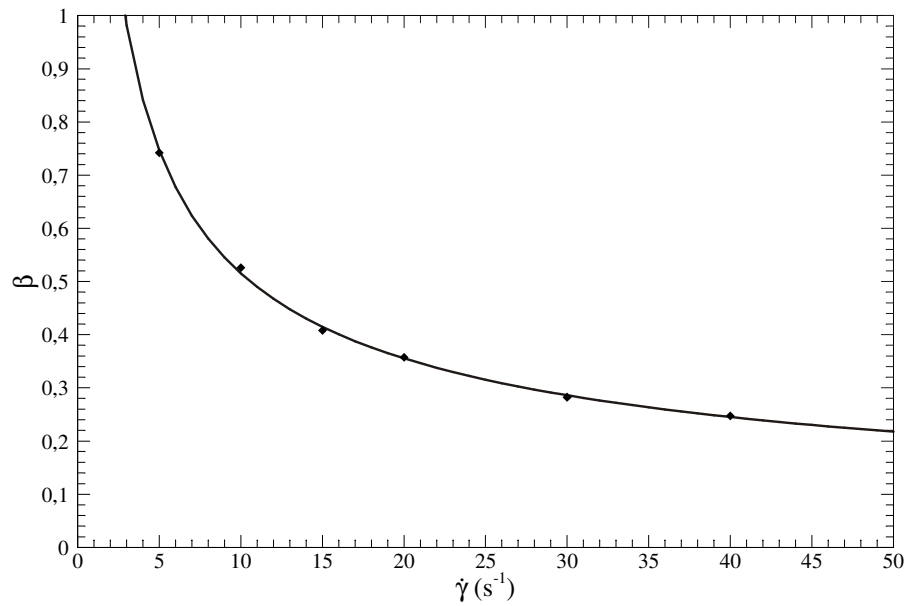


Figura 3.14 – Valores do parâmetro  $\beta$  em função da taxa de cisalhamento.

Tabela 3.5 – Divergências entre os valores medidos e calculados dos picos de tensão e de equilíbrio para cada taxa de cisalhamento analisada

$\dot{\gamma}_o$ ( $s^{-1}$ )	$\tau_{os,exp}$ (Pa)	$\tau_{os,mod}$ (Pa)	Dif. $\{\tau_{os}\}^*$	$\tau_{RP,exp}$ (Pa)	$\tau_{RP,mod}$ (Pa)	Dif. $\{\tau_{RP}\}^*$
5	7,690	7,685	-0,06%	3,869	3,707	-4,19%
10	8,810	8,818	+0,09%	4,792	4,423	-7,70%
15	9,280	9,281	-0,01%	5,054	5,062	+0,16%
20	9,810	9,817	+0,08%	5,703	5,621	-1,44%
30	10,300	10,302	+0,01%	6,562	6,625	+0,95%
40	10,700	10,706	+0,06%	7,517	7,512	-0,06%

\* A diferença é obtida por:  $Dif\{\tau\} = \frac{\tau_{mod} - \tau_{exp}}{\tau_{exp}} \times 100\%$

No Capítulo 4, o modelo escolhido e ajustado será aplicado ao estudo de um escoamento plenamente desenvolvido de um material tixotrópico em um tubo.

## 4 ESCOAMENTO PLENAMENTE DESENVOLVIDO DE UM MATERIAL TIXOTRÓPICO

Este capítulo analisa a evolução temporal do perfil de velocidade de um material tixotrópico inicialmente em repouso em um tubo horizontal. Neste estudo prévio, empregam-se como condições de contorno um gradiente constante de pressão ao longo do tubo e uma vazão constante na tubulação. Inicialmente, o problema é formulado, as equações encontradas são discretizadas e o método de solução é descrito. Em seguida, são feitas análises de sensibilidade de malha e dos parâmetros do modelo.

### 4.1 Formulação do Problema

Considere um tubo disposto horizontalmente com diâmetro  $D$  e comprimento  $L$ , completamente preenchido por um material tixotrópico, como mostra a Figura 4.1. O material obedece à equação constitutiva proposta no capítulo anterior, repetida aqui por conveniência:

$$\tau(\dot{\gamma}, \lambda) = (\tau_{y,el} + \eta_{st,0} \dot{\gamma}) \lambda + \eta_{\infty} \dot{\gamma} \quad (2.32)$$

sendo:

$$\frac{d\lambda}{dt} = \left(\frac{1}{t}\right)^{\beta} \left[ -k_1 \lambda \dot{\gamma} + k_2 (1 - \lambda) \sqrt{\dot{\gamma}} + k_3 (1 - \lambda) \right], \quad (2.33)$$

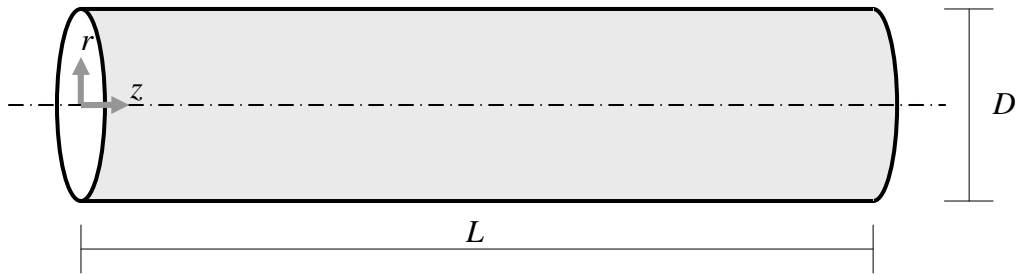
$$\frac{d\tau_{y,el}}{dt} = \left(\frac{k_4}{t}\right)^{\beta} \left[ \tau(\lambda, \dot{\gamma}) \tau_{y,RP} - \tau_{RP}(\dot{\gamma}) \tau_{y,el} \right], \quad (3.10)$$

$$\beta = 1,7678 \dot{\gamma}^{-0,5355}, \quad (3.19)$$

$$\lambda_{RP} = \frac{k_2 \sqrt{\dot{\gamma}} + k_3}{k_1 \dot{\gamma} + k_2 \sqrt{\dot{\gamma}} + k_3} e \quad (3.8)$$

$$\tau_{RP}(\dot{\gamma}) = \lambda_{RP} (\tau_{y,RP} + \eta_{st,0} \dot{\gamma}) + \eta_{\infty} \dot{\gamma} \quad (3.9)$$





**Figura 4.1 – Tubo horizontal completamente preenchido com material tixotrópico em repouso.**

Como condição inicial, o parâmetro estrutural do material é considerado igual à unidade em toda a extensão do tubo, pois o mesmo se encontra totalmente gelificado. Além disso, a tensão limite de escoamento elástica também é considerada uma constante e é igual a zero para todo o material (pois a deformação elástica é nula), ou seja, o material está em repouso e não está sob tensão:

$$\lambda(t=0, r, z) = 1 \quad (4.1)$$

$$\tau_{y,el}(t=0, r, z) = 0 \quad (4.2)$$

Uma vez que se inicia o escoamento, este é admitido plenamente desenvolvido em todo o tubo em cada instante de tempo, ou seja, não há variação axial do perfil de velocidade  $[V_z(r, t)]$ . Sendo assim, a partir do equilíbrio de forças de pressão e de cisalhamento, é possível encontrar uma relação entre a tensão de cisalhamento e o gradiente de pressão imposto:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau)}{\partial r} \quad (4.3)$$

Como o gradiente de pressão na direção axial é admitido constante ( $\partial P/\partial z = \Delta P/L$ ), é possível realizar a integração na direção radial  $r$ , resultando em:

$$\tau = \frac{r}{2} \frac{\Delta P}{L} + \frac{C}{r} \quad (4.4)$$

Para um tubo, a constante  $C$  deve ser igual a zero para evitar a indeterminação quando  $r$  é igual a zero. Desta forma, uma variação linear da tensão de cisalhamento na direção radial é obtida:

$$\tau = \frac{r \Delta P}{2 L} \tag{4.5}$$

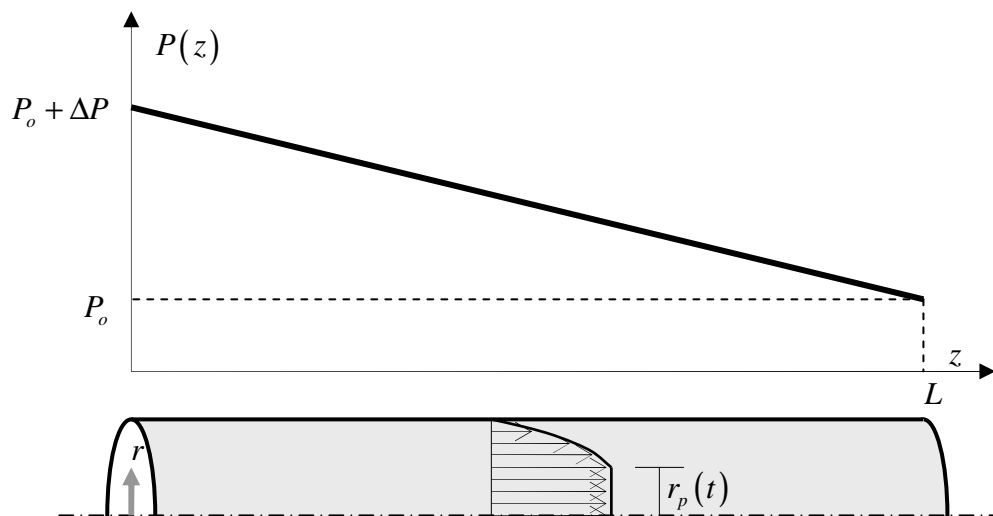
Fazendo  $r$  igual a  $D/2$ , obtém-se a tensão de cisalhamento na parede do tubo,  $\tau_w$ :

$$\tau_w = \frac{D \Delta P}{4 L} \tag{4.6}$$

Assim sendo, a variação radial da tensão pode ser reescrita em função da tensão de cisalhamento na parede:

$$\tau = \frac{2r}{D} \tau_w \tag{4.7}$$

Na Figura 4.2, observa-se o perfil de velocidade em um tempo  $t$  qualquer. Pelo fato do fluido sofrer um cisalhamento maior junto à parede reduzindo no sentido do centro do tubo, há uma região em que o material que não sofre cisalhamento. Nesta região, a tensão sofrida é insuficiente para quebrar o gel e o material se desloca como um núcleo não-cisalhado, caracterizando um perfil uniforme de velocidade.



**Figura 4.2 – Gradiente de pressão constante em um tubo preenchido com material tixotrópico e o perfil de velocidade com região não-cisalhada.**

Esta variação é definida por um raio, denominado de raio do núcleo não-deformado,  $r_p$ , o qual varia com o tempo. De acordo com a Eq. (2.32), a tensão mínima que cisalha o material tixotrópico é identificada pelo termo independente da taxa de cisalhamento, ou seja:

$$\tau \geq \tau_{y,el} \lambda \quad (4.8)$$

No início do escoamento,  $\tau_{y,el}$  cresce a partir do zero e nas regiões onde a tensão de cisalhamento é menor do que  $\tau_{y,el}$ , não ocorre o escoamento. Comparando as Eqs. (4.7) e (4.8), chega-se em uma relação para o raio do núcleo:

$$r_p = \lambda \frac{D \tau_{y,el}}{2 \tau_w} \quad (4.9)$$

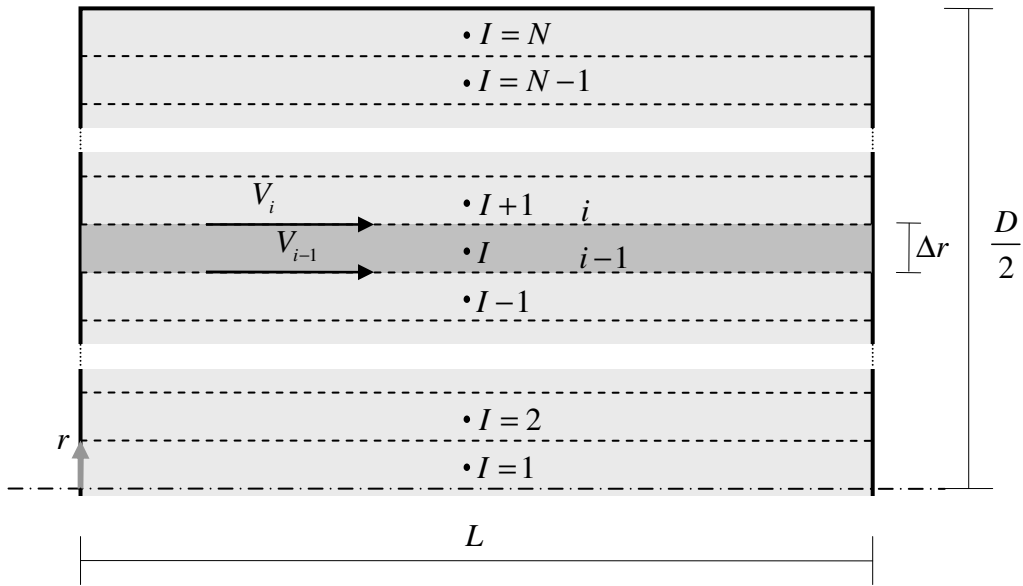
Como o modelo tixotrópico é não-linear, não há solução analítica para o campo de velocidade  $V_z(r, t)$ . Como a taxa de cisalhamento  $\dot{\gamma}$  também pode ser definida por:

$$\dot{\gamma} = \left| \frac{dV_z}{dr} \right|, \quad (4.10)$$

propõe-se uma solução numérica para as equações deste escoamento que será descrita na seção a seguir.

## 4.2 Discretização

Para a discretização do modelo, será utilizado o Método dos Volumes Finitos (Patankar, 1980). Divide-se o domínio na direção  $r$  em  $N$  volumes igualmente espaçados, como mostra a Figura 4.3 (a figura foi ampliada verticalmente para uma melhor compreensão do esquema de discretização). O parâmetro estrutural, a deformação elástica e a taxa de cisalhamento são avaliados no centro destes volumes, indicados pelo índice  $I$ . A velocidade axial é calculada a partir da Eq. (4.10) e avaliada nas fronteiras dos volumes. O  $I$ -ésimo volume de controle, destacado na Figura 4.3, tem suas fronteiras sul e norte denotadas através dos índices  $i-1$  e  $i$ , respectivamente. Assim, a velocidade da fronteira norte é indexada como  $V_i$  e a velocidade da fronteira sul é indexada como  $V_{i-1}$ .



**Figura 4.3 – Domínio discretizado em  $N$  volumes finitos igualmente espaçados.**

Como condições de contorno, admite-se que a velocidade na parede do tubo é nula pela condição de não-deslizamento e que a taxa de cisalhamento é nula no centro do tubo pela condição de simetria do campo de velocidade, ou seja:

$$V\left(r = \frac{D}{2}\right) = 0, \quad \dot{\gamma}(r = 0) = 0 \quad (4.11)$$

Aplicando o método dos volumes finitos à Eq. (2.32) e realizando a integração, tem-se:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{i-1}^i \tau dr dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_{i-1}^i [(\tau_{y,el} + \eta_{st,0} \dot{\gamma}) \lambda + \eta_{\infty} \dot{\gamma}] dr dt \quad (4.12)$$

Utilizando a formulação completamente implícita, bem como os valores médios das variáveis no centro do volume de controle, tem-se:

$$\tau_I \Delta r \Delta t = \tau_{y,el,I} \Delta r \Delta t + (\eta_{st,0} \lambda_I + \eta_{\infty}) \dot{\gamma}_I \Delta r \Delta t \quad (4.13)$$

Substituindo o valor da  $I$ -ésima tensão de cisalhamento pela relação da Eq. (4.7) e rearranjando a Eq. (4.13), obtém-se:

$$\frac{2r_I}{D}\tau_w = \tau_{y,el,I} + (\eta_{st,0}\lambda_I + \eta_\infty)\dot{\gamma}_I \quad (4.14)$$

Integrando as Eqs. (3.10), (3.19), (2.33), (3.8) e (3.9) da mesma maneira anteriormente proposta, chega-se, respectivamente, às seguintes relações:

$$\tau_{y,el,I} = \tau_{y,el,I}^o + \Delta t \left( \frac{k_4}{t} \right)^{\beta_I^o} \left[ \frac{2r_I}{D}\tau_w \tau_{y,RP}^o - \tau_{RP,I}^o \tau_{y,el,I}^o \right] \quad (4.15)$$

$$\lambda_I = \lambda_I^o + \left( \frac{1}{t} \right)^{\beta_I^o} \left[ -k_1 \lambda_I^o \dot{\gamma}_I^o + k_2 (1 - \lambda_I^o) \sqrt{\dot{\gamma}_I^o} + k_3 (1 - \lambda_I^o) \right] \Delta t \quad (4.16)$$

$$\beta_I = A \dot{\gamma}_I^B \quad (4.17)$$

$$\lambda_{RP,I} = \frac{k_2 \sqrt{\dot{\gamma}_I} + k_3}{k_1 \dot{\gamma}_I + k_2 \sqrt{\dot{\gamma}_I} + k_3} \quad (4.18)$$

$$\tau_{RP,I} = \tau_{y,RP} \lambda_{RP,I} + (\eta_{st,0} \lambda_{RP,I} + \eta_\infty) \dot{\gamma}_I \quad (4.19)$$

O termo  $1/t$  é o único que não se encontra na formulação totalmente explícita, pois para  $t=0s$  ocorreria uma indeterminação. Nas equações acima, as variáveis sem sobrescrito são do futuro enquanto que as com sobrescrito “ $^o$ ” fazem parte do presente. Combinando as Eqs. de (4.14) a (4.19), é possível chegar a um sistema não-linear de três equações:

$$\frac{2r_I}{D}\tau_w - \tau_{y,el,I} - (\eta_{st,0}\lambda_I + \eta_\infty)\dot{\gamma}_I = 0 \quad (4.20)$$

$$\frac{2r_I}{D}\tau_w \tau_{y,RP}^o - \tau_{y,el,I}^o \left\{ \frac{k_2 \sqrt{\dot{\gamma}_I^o} + k_3}{k_1 \dot{\gamma}_I^o + k_2 \sqrt{\dot{\gamma}_I^o} + k_3} (\tau_{y,RP} + \eta_{st,0} \dot{\gamma}_I^o) + \eta_\infty \dot{\gamma}_I^o \right\} - \frac{\tau_{y,el,I} - \tau_{y,el,I}^o}{\Delta t} \left( \frac{t}{k_4} \right)^{A(\dot{\gamma}_I^o)^B} = 0 \quad (4.21)$$

$$\lambda_i - \lambda_i^o - \left(\frac{1}{t}\right)^{A(\dot{\gamma}_i^o)^B} \left[ -k_1 \lambda_i^o \dot{\gamma}_i^o + k_2 (1 - \lambda_i^o) \sqrt{\dot{\gamma}_i^o} + k_3 (1 - \lambda_i^o) \right] \Delta t = 0 \quad (4.22)$$

As Eqs. (4.20) a (4.22) são resolvidas em conjunto e os valores de  $\tau_{y,el}$ ,  $\lambda$  e  $\dot{\gamma}$  são determinados para cada volume de controle  $I$ . A partir da discretização da Eq. (4.10) e das condições de contorno (4.11), é possível encontrar a  $i$ -ésima velocidade em função do valor da  $(i+1)$ -ésima velocidade:

$$V_i = V_{i+1} + \dot{\gamma}_i \Delta r \quad (4.23)$$

Dentre as várias formas de resolver este sistema de equações não-lineares, duas foram verificadas: linearização das equações e o método de Newton-Raphson (N-R). A primeira gera um sistema de equações lineares cujos coeficientes dependem das próprias variáveis a serem determinadas. Esse método se mostrou divergente logo nos primeiros instantes de tempo uma vez que as Eqs. (4.21) e (4.22) ficam indeterminadas quando  $t \ll 1$  s.

A segunda forma verificada, o método N-R, apresenta, por sua vez, fácil convergência na solução, desde que haja refinação local na região do raio do núcleo não-cisalhável. Este método foi implementado em linguagem Fortran com a ajuda do algoritmo fornecido por Stoecker (1989), o qual foi modificado para se adequar ao problema formulado no início deste capítulo. No Apêndice B, o código implementado é apresentado.

### 4.3 Análise de Sensibilidade da Malha

Uma análise de sensibilidade de malha das malhas espacial e temporal foi considerado de maneira a identificar valores de  $\Delta t$  e  $\Delta r$  que tornam a solução independente da malha. Por se tratar de uma solução iterativa pelo método N-R, também se faz necessário determinar qual é o melhor critério de convergência,  $\varepsilon_c$ , para as propriedades. Este critério é definido por:

$$\left| \frac{\varphi_i - \varphi'_i}{\varphi_i} \right| \leq \varepsilon_c \quad (4.24)$$

sendo  $\varphi$  uma variável qualquer e o sobrescrito “'” indica seu valor na iteração anterior.

Para iniciar o processo iterativo, atribui-se as seguintes estimativas iniciais para as variáveis:  $\lambda_I = 1$ ,  $\tau_{y,el,I} = 1$  e  $\dot{\gamma}_I = 1$ . Nesta análise, será resolvido o problema para um material cujas propriedades estão descritas na Tabela 4.1. Como pode ser observado no Capítulo 3, os parâmetros do modelo tixotrópico são os ajustados para o fluido de perfuração a base sintética, com o qual foram feitos os testes experimentais. Nesta mesma tabela, apresentam-se os valores da queda de pressão e da tensão de cisalhamento imposta na parede, que é suficientemente pequena para que o escoamento ocorra a uma baixa velocidade. O intuito de se aplicar esta tensão na parede é observar se há alguma oscilação numérica de baixa amplitude dependente do critério de convergência adotado, oscilação esta que pode ser omitida para velocidade com ordem de grandeza elevada.

**Tabela 4.1 – Dados utilizados na solução do problema de escoamento plenamente desenvolvido de um material tixotrópico**

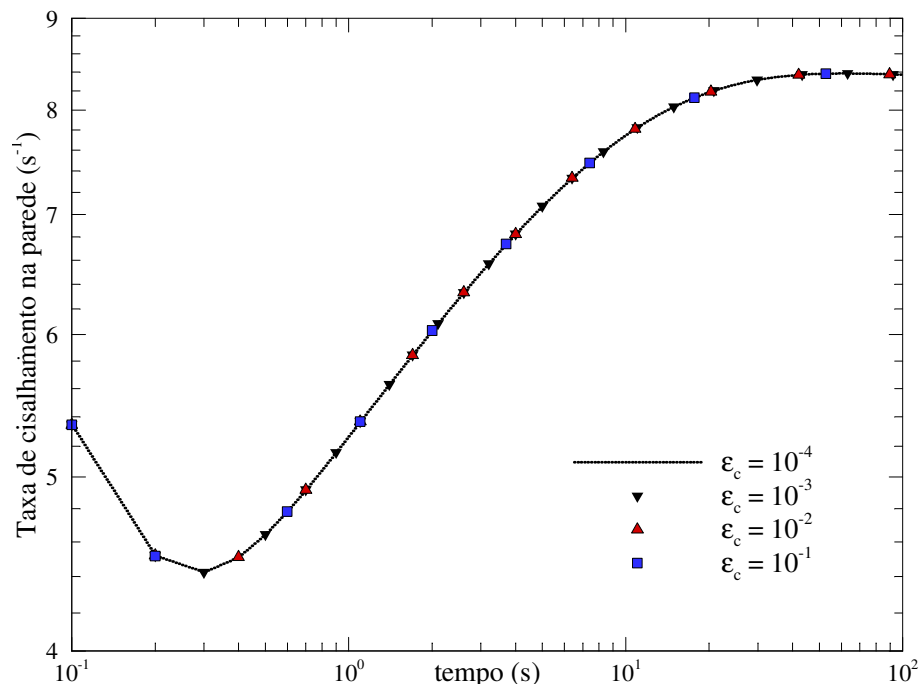
$k_1 (s^\beta)$	$k_2 (s^{\beta-0.5})$	$k_3 (s^{\beta-1})$	$k_4 (s)$
0,08279	0,16083	0,72757	2,0000
$A(s)$	$B(-)$	$\eta_{st,0} (Pa.s)$	$\eta_\infty (Pa.s)$
1,76780	-0,53550	0,41761	0,01868
$G_o (Pa)$	$\gamma_c (-)$	$D(m)$	$L(m)$
560,00	0,005180	0,200	10,00
$\tau_{y,RP} (Pa)$	$\rho (kg/m^3)$	$\Delta P (Pa)$	$\tau_w (Pa)$
2,9008	750	800,0	4,0

Para testar a influência do critério de convergência, utiliza-se uma malha de 10 pontos na direção radial ( $\Delta r = 10^{-2} m^*$ ) e um incremento no tempo de  $\Delta t = 10^{-2} s$ . A Figura 4.4 mostra a evolução temporal da taxa de cisalhamento na parede com o tempo para vários critérios de convergência. Nota-se que para todos os critérios de convergência adotados, a evolução é semelhante, não havendo diferença aparente entre as curvas. Esta diferença é de, no máximo, 0,07% ao se comparar as curvas para  $\varepsilon_c = 10^{-1}$  e para  $\varepsilon_c = 10^{-4}$ .

A taxa de cisalhamento na parede é uma grandeza que depende apenas de valores do parâmetro estrutural e da deformação elástica em posições homólogas nos instantes de tempo futuro e presente, bem como de seu valor anterior. Para se ter uma idéia da influência do

\* Este valor de incremento de espaço na direção radial,  $\Delta r$  é obtido dividindo pela divisão do raio do tubo pelo número de volumes de controle nesta direção.

critério de convergência em toda a seção, pode-se observar a evolução temporal da velocidade média do escoamento. Note na Figura 4.5 que apenas para a curva da velocidade média do escoamento para  $\varepsilon_c = 10^{-1}$  difere das demais. A máxima diferença percentual entre a curva para o critério mais restritivo ( $\varepsilon_c = 10^{-4}$ ) e a dos critérios  $\varepsilon_c = 10^{-2}$  e  $\varepsilon_c = 10^{-3}$  é menor do que 0,001%. Como ainda não foi executado o teste de sensibilidade de malha, podem ser observadas imprecisões nos resultados, mas o objetivo é avaliar por ora apenas o critério de convergência.

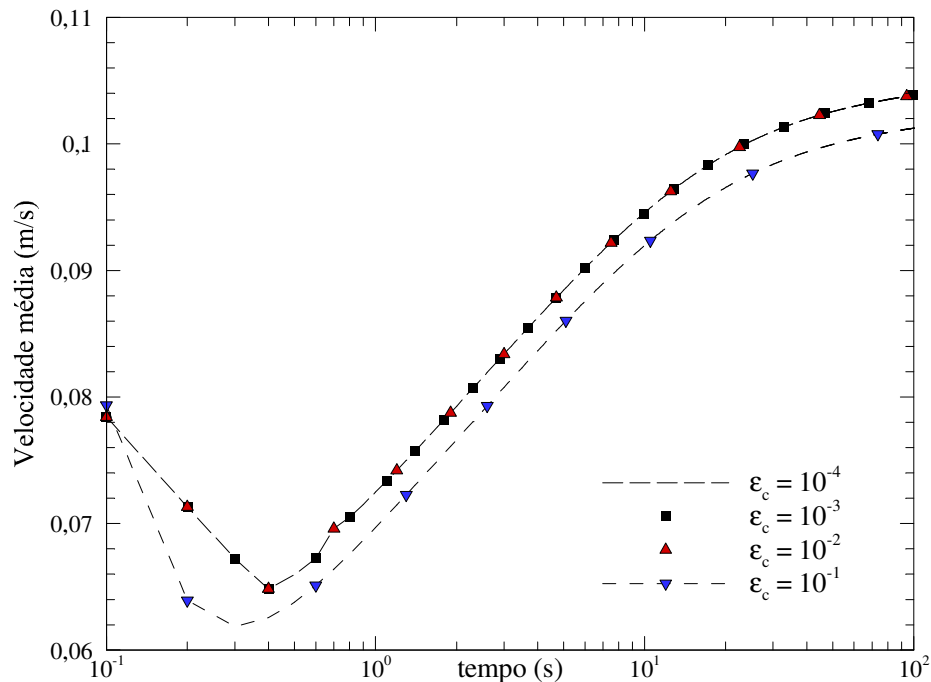


**Figura 4.4 – Evolução temporal da tensão de cisalhamento na parede para diferentes critérios de convergência.**

Mesmo parecendo ser segura a utilização dos critérios de convergência  $\varepsilon_c = 10^{-2}$  e  $\varepsilon_c = 10^{-3}$ , utilizar-se-á  $\varepsilon_c = 10^{-4}$  nas próximas análises, pois a diferença de iterações necessárias para satisfazer ambos os critérios mais relaxados não difere muito das do critério escolhido, não influenciando significativamente no tempo de cálculo computacional.

Nas Figuras 4.6 e 4.7, analisa-se o efeito da malha espacial, fixando-se  $\varepsilon_c = 10^{-4}$  e  $\Delta t = 10^{-2}$  s. Novamente observam-se as evoluções temporais da velocidade média do escoamento e da taxa de cisalhamento na parede. O material e o gradiente de pressão são os mesmos da análise anterior (Tabela 4.1).





**Figura 4.5 – Evolução temporal da velocidade média para diferentes critérios de convergência.**

Ao se analisar a evolução temporal da taxa de cisalhamento na parede (Figura 4.6), nota-se que os resultados para 10 volumes de controle (o equivalente a  $\Delta z = 10^{-2}$  m), 20 volumes e 50 volumes se diferenciam bastante dos resultados obtidos para 100, 200, 500 e 1000 volumes. A diferença máxima percentual entre os resultados da malha de 100 volumes de controle e os da malha de 1000 volumes é de 1,9%. Os resultados da malha de 200 volumes, em relação aos da malha de 1000 volumes, por sua vez, possui a diferença máxima percentual de 0,8%.

Na Figura 4.7, nota-se que a malha com 10 volumes de controle não é suficiente para evitar oscilações numéricas na evolução temporal da velocidade média do escoamento. Estas oscilações são principalmente devido ao valor do raio do núcleo não-cisalhado, que oscila ligeiramente de um intervalo de tempo a outro devido às aproximações numéricas. Para as malhas mais refinadas, estas oscilações também ocorrem, mas não influem no valor da velocidade média. Em relação à malha mais refinada, os resultados da malha com 100 volumes apresentam uma diferença média percentual de 2,9% e os da malha de 200 volumes, 1,3%.

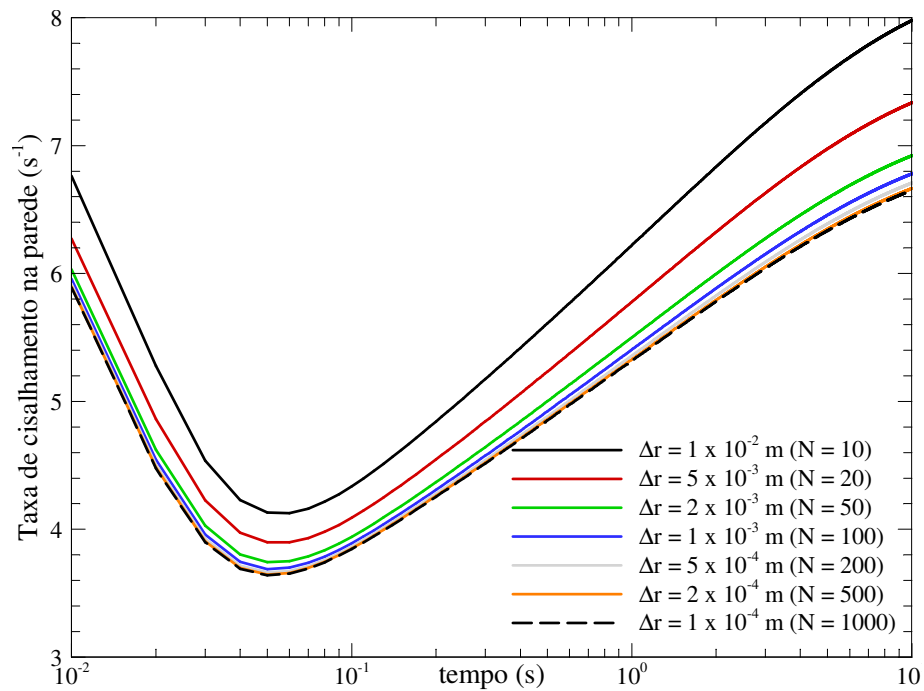


Figura 4.6 – Evolução temporal da taxa de cisalhamento na parede para diferentes malhas espaciais.

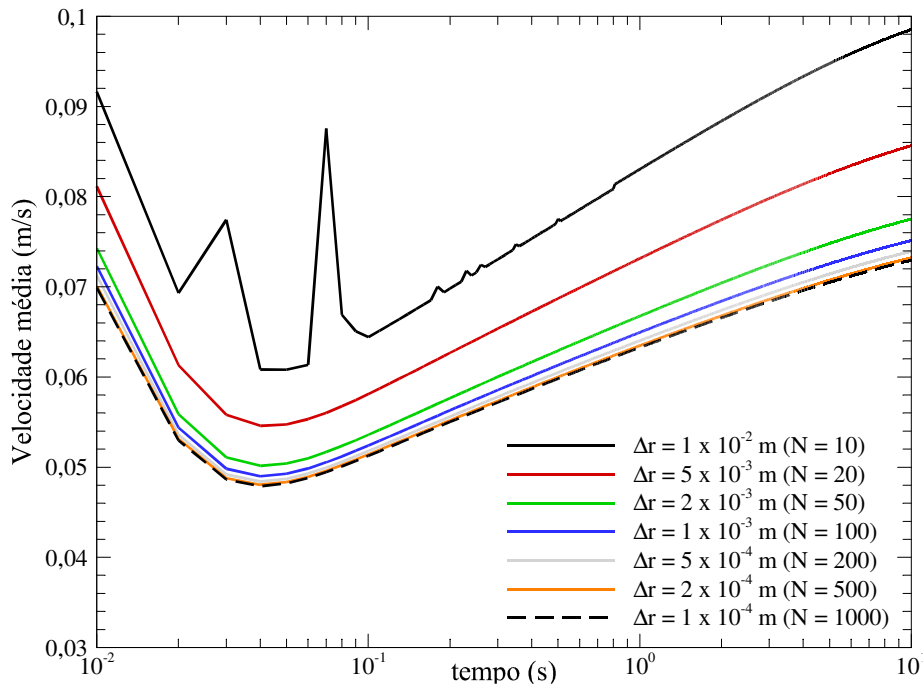
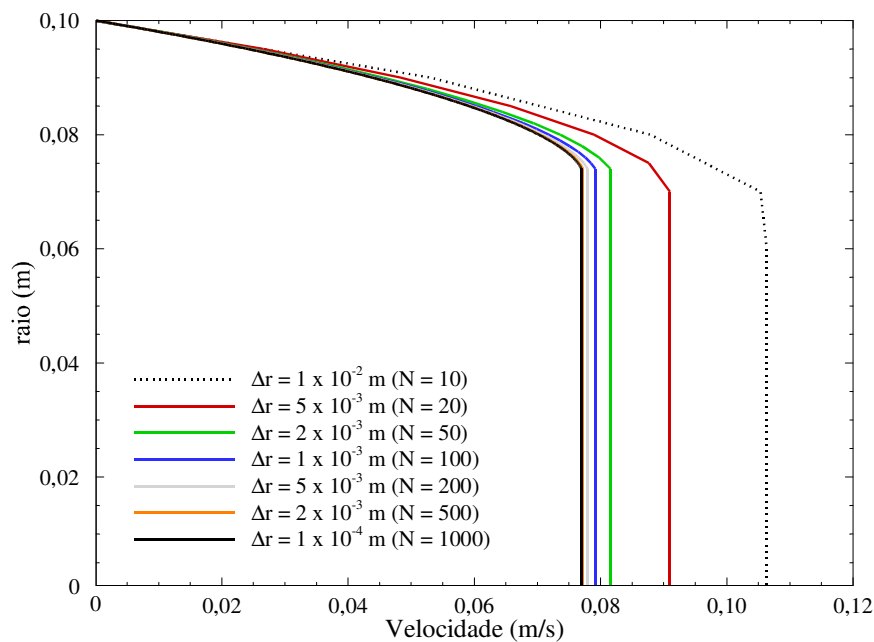


Figura 4.7 – Evolução temporal da velocidade média do escoamento para diferentes malhas espaciais.

Como está sendo analisado o efeito da malha radial nas variáveis do problema, faz-se útil mostrar o perfil de velocidade obtido para cada malha. A Figura 4.8 mostra o perfil de velocidade no instante  $t = 1$  s para todas as malhas. Como observado na Figura 4.7, onde a velocidade média converge para um valor instantâneo menor para as malhas mais refinadas, o mesmo é notado na convergência do perfil de velocidade. Os perfis para  $N = 200$ ,  $N = 500$  e  $N = 1000$  são praticamente coincidentes e nota-se uma convergência no valor do raio do núcleo a partir de  $N = 50$  em  $r_p = 0,074$  m. Devido a isto, a malha a ser utilizada nas próximas análises é a de 200 volumes.

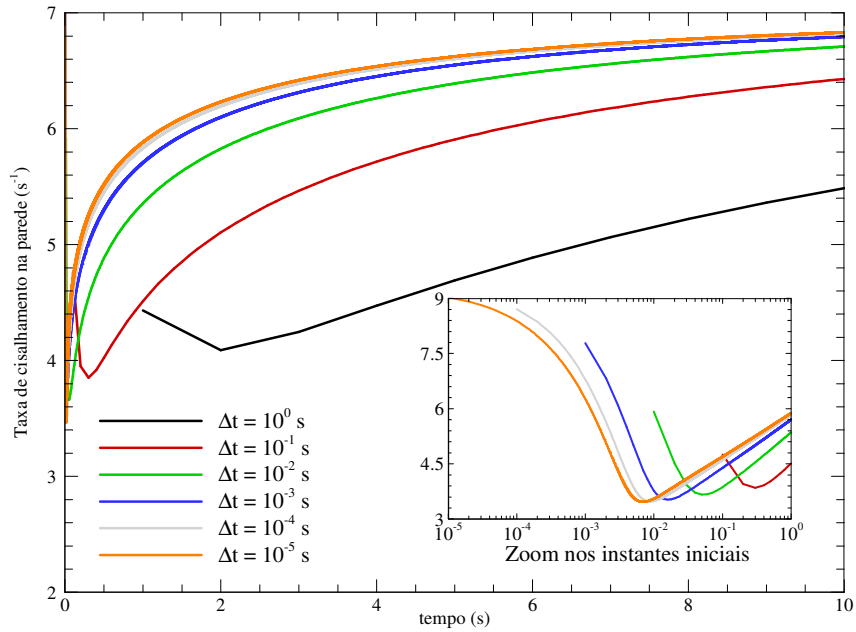


**Figura 4.8 – Perfis de velocidade em  $t = 1$  s para diferentes malhas espaciais na direção radial.**

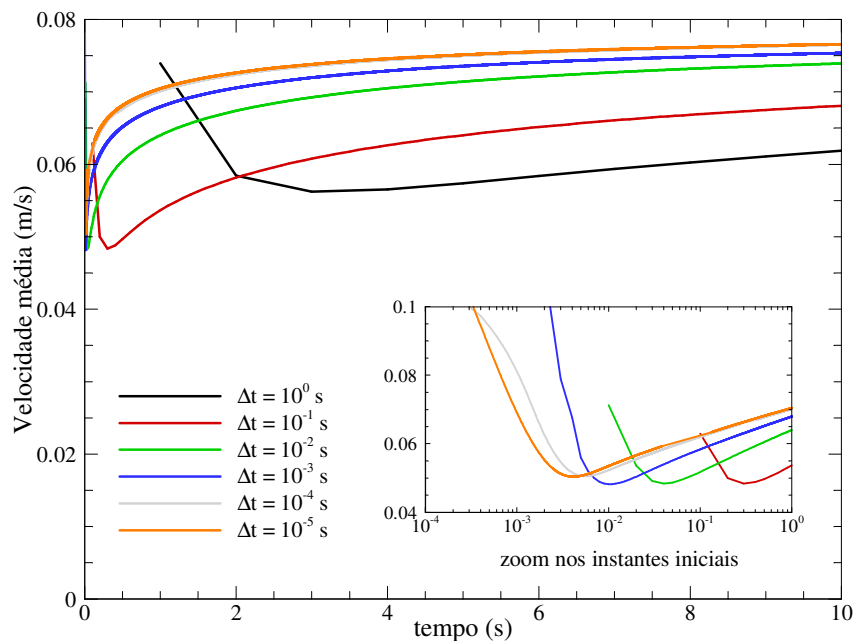
Para realizar a análise de sensibilidade da malha temporal, utiliza-se  $\varepsilon_c = 10^{-4}$  e  $N = 200$ , que corresponde a  $\Delta r = 5 \times 10^{-4}$  m para o caso analisado em que o raio é de 0,1m. As mesmas evoluções temporais (da taxa de cisalhamento da parede e da velocidade média) são mostradas, respectivamente, nas Figuras 4.9 e 4.10, para diferentes passos de tempo.

Pode-se afirmar que, quanto mais grosseira é a malha temporal, mais o erro se propaga entre os passos de tempo. Em ambas as evoluções, observa-se que, mesmo para as malhas mais refinadas, não há convergência no resultado. Isto significa que o resultado ainda está dependente da malha. Entretanto, como esta diferença é notória apenas para os primeiros instantes de tempo ( $t < 1$  s) e a utilização de uma malha extremamente refinada

comprometeria significativamente o custo computacional da solução numérica, decide-se fixar um passo de tempo  $t = 10^{-3}$  s nas próximas análises, tendo em mente que nestes instantes iniciais, o resultado obtido não possui boa confiabilidade.



**Figura 4.9 – Evolução temporal da taxa de cisalhamento na parede para diferentes malhas temporais.**



**Figura 4.10 – Evolução temporal da velocidade média do escoamento na parede para diferentes malhas temporais.**

#### 4.4 Análise de Sensibilidade para o Gradiente de Pressão Imposto na Tubulação

Uma vez definida a malha espacial ( $N = 200$ ), a malha temporal ( $t = 10^{-3}$  s) e o critério de convergência relativo ( $\varepsilon_c = 10^{-4}$ ), parte-se para uma análise de sensibilidade do problema. A análise será feita para diferentes gradientes de pressão e diferentes parâmetros do modelo de tixotropia.

A partir dos dados apresentados na Tabela 4.1, para diversos valores de  $\Delta P$  (variação de pressão ao longo do tubo), tem-se diferentes valores de tensão de cisalhamento na parede, conforme os valores da Tabela 4.2. O escoamento é resolvido até atingir o regime permanente, o qual é definido de acordo com a seguinte condição:

$$\text{Se } \frac{|V(z, t) - V(z, t - \Delta t)|}{V(z, t) \Delta t} < 10^{-3} / \text{s, então } t = t_{RP} \quad (4.25)$$

O motivo de inserir o termo de incremento de tempo ( $\Delta t$ ) na condição de regime permanente é contornar o fato de que, para malhas temporais muito finas, a diferença entre valores subseqüentes de velocidade é pequena mesmo quando o regime permanente não tenha sido alcançado.

**Tabela 4.2 – Análise de sensibilidade em relação ao gradiente de pressão para os dados da Tabela 4.1**

Teste	$\Delta P$ (kPa)	$\tau_w$ (Pa)
1	0,80	4,0
2	1,20	6,0
3	1,60	8,0
4	2,40	12,0
5	3,20	16,0

Como era esperado, os maiores gradientes de pressão impostos geraram maiores taxas de cisalhamento na parede (Figura 4.11) e maiores velocidades médias finais (Figura 4.12). Ainda nessas figuras, observa-se que o regime permanente (indicado com um marcador vertical juntamente com o tempo necessário para atingi-lo) demora mais para ocorrer quanto menor é o gradiente imposto. Isto se deve provavelmente à quebra do gel ser mais lenta neste caso.

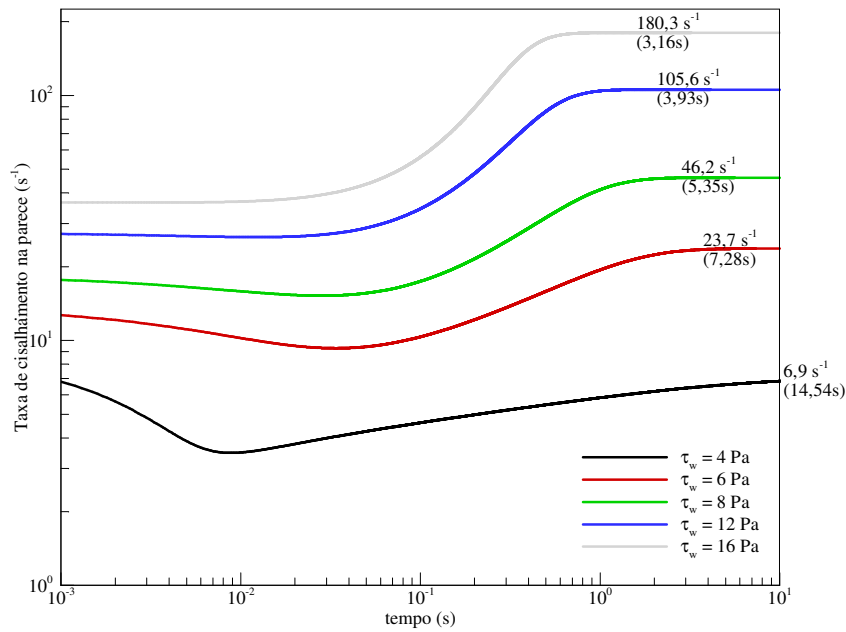


Figura 4.11 – Evolução temporal da taxa de cisalhamento na parede para diferentes tensões de cisalhamento impostas na parede do tubo.

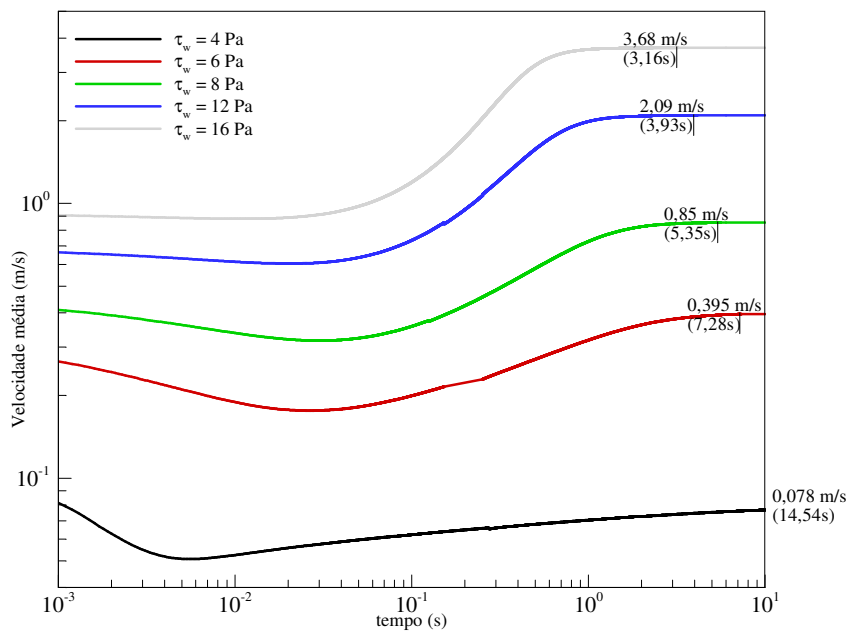
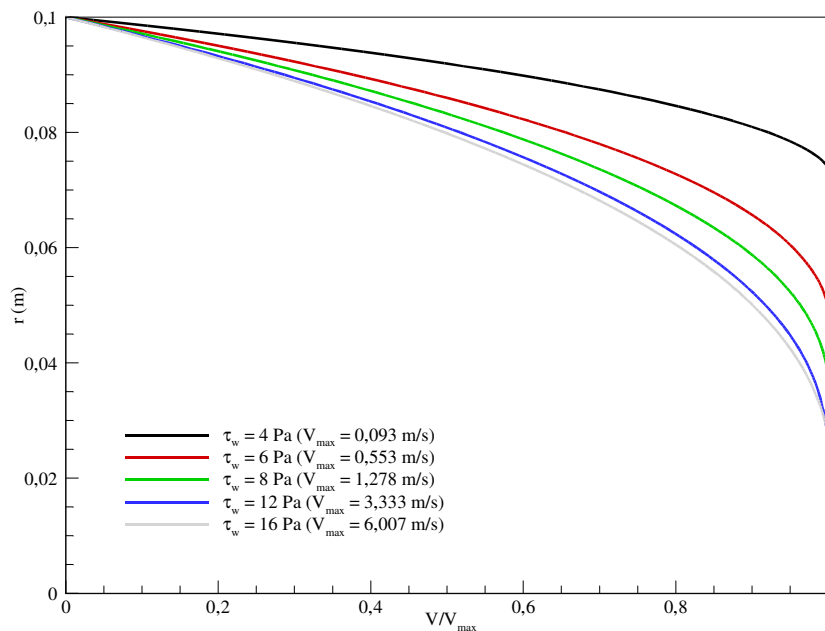


Figura 4.12 – Evolução temporal da velocidade média para diferentes tensões de cisalhamento impostas na parede do tubo.

Observa-se um vale inicial no valor da velocidade média e na taxa de cisalhamento na parede, principalmente para os casos em que a tensão de cisalhamento imposta é pequena. Isto provém da elasticidade do material, já que inicialmente a resistência do mesmo à quebra é

pequena e cresce junto com o crescimento de sua tensão limite de escoamento elástica. A partir do momento que a elasticidade do material passa a não mais contribuir na resistência quebra (denotado pelo mínimo na evolução temporal da taxa de cisalhamento na parede e da velocidade média), sua resistência passa a ser governada majoritariamente pelo parâmetro estrutural, que decresce assintoticamente ao seu valor de regime permanente, como pode ser notado na Figura 4.14, mais bem analisada na sequência.

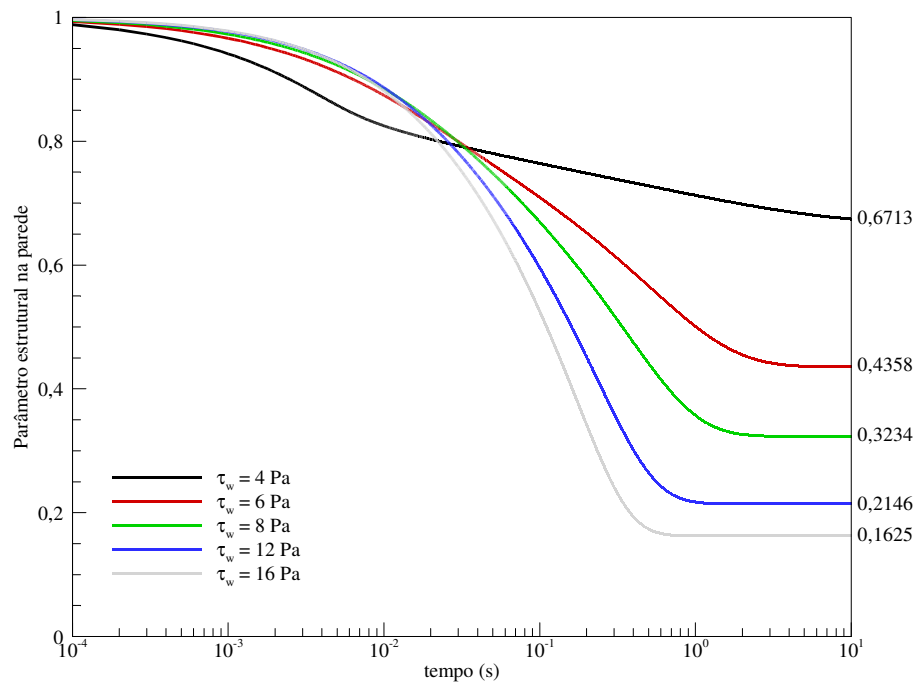
A Figura 4.13 mostra os perfis de velocidade adimensionais finais para todos os casos da Tabela 4.2. A adimensionalização é feita em relação à velocidade máxima de cada perfil. Nota-se que quanto maior é a tensão na parede, menor é o raio do núcleo não-cisalhado e maior é a velocidade média alcançada. Este aumento da velocidade média e esta diminuição do raio do núcleo se mostram ser mais significativas quando se comparam as menores tensões de cisalhamento impostas. Para as maiores tensões, são obtidos raios do núcleo ligeiramente semelhantes, o que leva a crer que seriam necessárias tensões de cisalhamento muito altas para se conseguir quebrar todo o gel.



**Figura 4.13 – Perfil de velocidade adimensional no regime permanente para diferentes tensões de cisalhamento impostas na parede do tubo.**

A evolução temporal do parâmetro estrutural na parede do tubo,  $\lambda_w$ , mostrada na Figura 4.14, é um indicativo de como ocorre a quebra em toda a região cisalhada. A menor tensão de cisalhamento proporciona a maior quebra inicial na parede. Mesmo parecendo contraditório ao relembrar que há uma relação direta entre o grau de quebra do gel e a tensão

de cisalhamento imposta, este fato pode ser explicado analisando o comportamento da taxa de cisalhamento com o tempo. Nota-se na Figura 4.11 que a variação inicial da taxa de cisalhamento é maior quanto menor é a tensão imposta. No mesmo instante de tempo em que ocorre a mínima taxa de cisalhamento para a menor tensão imposta, ocorre uma inflexão na evolução temporal do parâmetro estrutural (ver Figura 4.14). Depois desta inflexão, a variação do parâmetro estrutural se torna mais lenta, por consequência da menor taxa de cisalhamento obtida pela menor tensão de cisalhamento imposta.



**Figura 4.14 – Evolução temporal do parâmetro estrutural na parede para diferentes tensões de cisalhamento impostas na parede do tubo.**

Os efeitos de alguns parâmetros do modelo de tixotropia são agora avaliados. Dois dos parâmetros que determinam o quanto o material é suscetível à quebra e à reestruturação,  $k_1$  e  $k_2$ , são os escolhidos para esta análise. Estes parâmetros são variados para analisar como o material se comporta para um mesmo gradiente de pressão imposto (no caso, o gradiente de 0,2 kPa/m corresponde a uma tensão de cisalhamento na parede de  $\tau_w = 10$  Pa). Os valores de  $k_1$  e  $k_2$  estão mostrados na Tabela 4.3.

Analisando a Eq. (2.33), sabe-se que o termo de  $k_1$  é relativo à quebra do gel devido ao cisalhamento enquanto que o termo de  $k_2$  é relativo à reestruturação do gel devido ao movimento browniano. Assim, com o aumento de  $k_1$  e com a diminuição de  $k_2$ , a equação



cinética para o parâmetro estrutural representará uma maior quebra do material. O inverso também é verdadeiro: a diminuição de  $k_1$  e aumento de  $k_2$  proporcionam uma menor quebra. Isto pode ser constatado ao observar a evolução temporal do parâmetro estrutural na parede do tubo para diversos valores de  $k_1$ , Figura 4.15, e para diversos valores de  $k_2$ , Figura 4.16.

**Tabela 4.3 – Análise de sensibilidade em relação aos parâmetros  $k_1$  e  $k_2$**

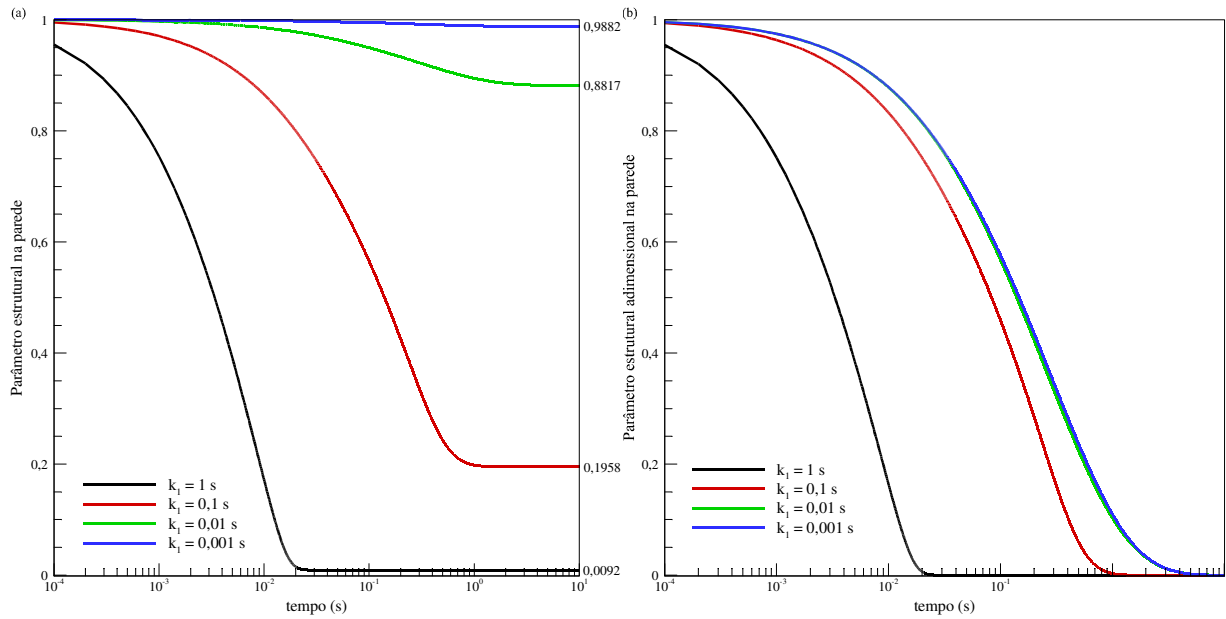
Teste	$k_1 (s^\beta)$	$k_2 (s^{\beta-0.5})$	Teste	$k_1 (s^\beta)$	$k_2 (s^{\beta-0.5})$
1	0,001	0,16083	5	0,08279	0,001
2	0,01		6		0,01
3	0,1		7		0,1
4	1		8		1

Na Figura 4.15a, observa-se que  $k_1 = 1 s^\beta$  proporciona uma quebra quase que total do material na parede do tubo. Diminuindo  $k_1$  em uma ordem de grandeza, há um aumento de aproximadamente 20 vezes no valor do parâmetro estrutural na parede do tubo ( $\lambda_w$ ). Quando se diminui o valor  $k_1$  ainda mais, a variação no valor de  $\lambda_w$  tende a se suavizar ( $\lambda_w|_{k_1=0,01s^\beta} \approx 4,5 \lambda_w|_{k_1=0,1s^\beta}$  e  $\lambda_w|_{k_1=0,001s^\beta} \approx 1,1 \lambda_w|_{k_1=0,01s^\beta}$ ) e a evolução temporal deste parâmetro também é suavizada. Isto é constatado também ao se observar na Figura 4.15b a evolução temporal do parâmetro estrutural adimensionalizado de acordo com a seguinte equação:

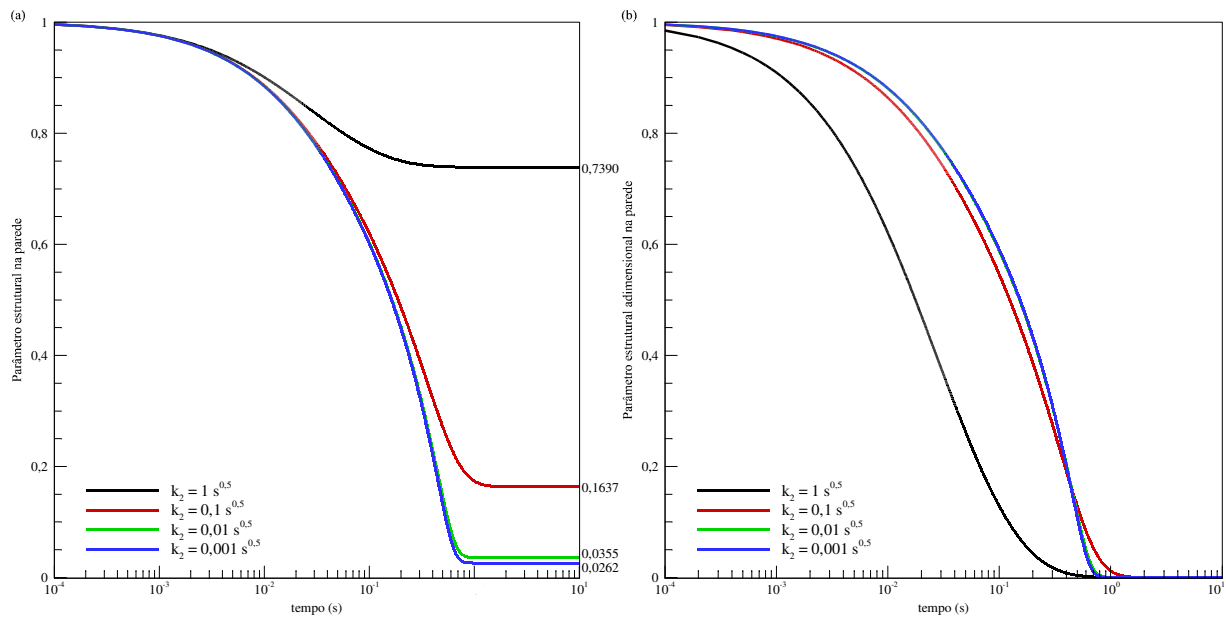
$$\bar{\lambda}_w = \frac{\lambda_w - \lambda_{w,RP}}{\lambda_{w,0} - \lambda_{w,RP}} \tag{4.26}$$

sendo  $\lambda_{w,0}$  e  $\lambda_{w,RP}$ , respectivamente, os valores do parâmetro estrutural inicial e no regime permanente, ambos na parede do tubo.

Na Figura 4.16a pode ser notado que o maior valor de  $k_2$  proporciona o maior valor de  $\lambda_{w,RP}$ , como era esperado. Entretanto, não há uma tendência ao se observar quão suave é a evolução temporal do parâmetro estrutural. Isto é observado na Figura 4.16b, onde, inicialmente, quanto maior é  $k_2$ , mais abrupta é a diminuição de  $\lambda_w$ . Entretanto, quando o tempo de escoamento atinge  $t = 0,42 s$ , ocorre uma suavização da curva para  $k_2 = 0,1 s^{\beta-0,5}$  em relação às curvas para  $k_2 = 0,01 s^{\beta-0,5}$  e  $k_2 = 0,001 s^{\beta-0,5}$ .



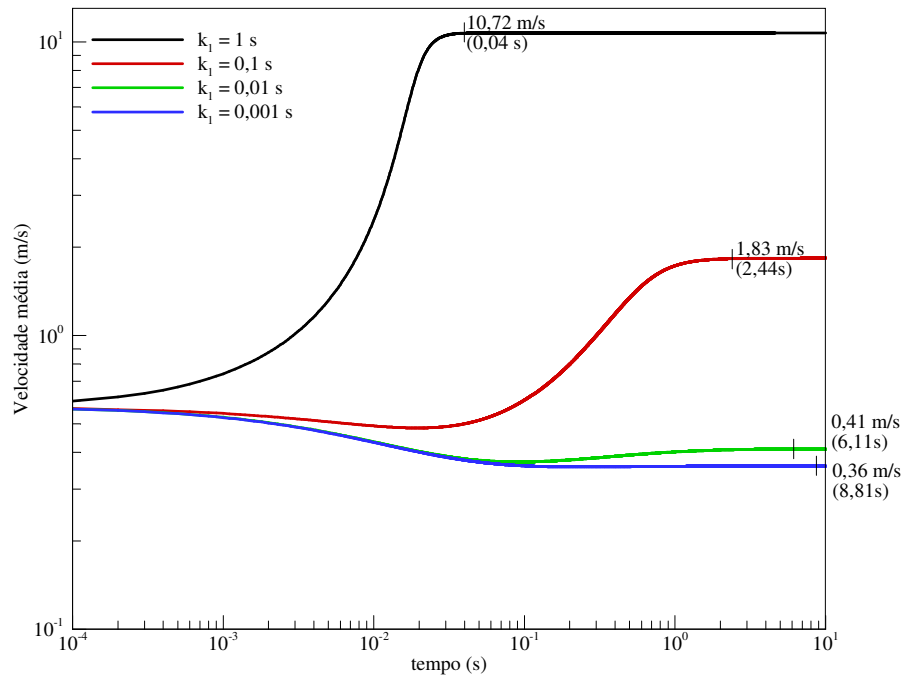
**Figura 4.15 – Evolução temporal do parâmetro estrutural na parede para diferentes valores de  $k_1$  e  $k_2 = 0,16083$ : (a) valor absoluto; (b) valor adimensionalizado [Eq. (4.26)].**



**Figura 4.16 – Evolução temporal do parâmetro estrutural na parede para diferentes valores de  $k_2$  e  $k_1 = 0,08279$ : (a) valor absoluto; (b) valor adimensionalizado [Eq. (4.26)].**

A evolução temporal da velocidade média do escoamento para diferentes valores do parâmetro  $k_1$  pode ser observada na Figura 4.17. O maior parâmetro, o qual corresponde a uma maior suscetibilidade à quebra, proporciona ao material a maior velocidade média atingida quase que instantaneamente ( $t_{RP} = 0,04$  s). À medida que se diminui o parâmetro  $k_1$ ,

a velocidade média de regime permanente também diminui e o material demora mais para atingir o regime permanente. Para todos os valores de  $k_1$  menor que a unidade, há uma leve queda inicial da velocidade para um posterior aumento até atingir o regime permanente. Esta leve queda ocorre tão mais tarde quanto menor é o valor de  $k_1$ .



**Figura 4.17 – Evolução temporal da velocidade média do escoamento para diferentes valores de  $k_1$  e  $k_2 = 0,16083$ .**

Análise semelhante pode ser feita ao se observar a evolução temporal da taxa de cisalhamento na parede para os diferentes valores de  $k_1$  (Figura 4.18): um maior valor de regime permanente para um maior valor de  $k_1$ ; alcance do regime permanente mais lento para menores valores de  $k_1$ ; e leve vale inicial para os valores de  $k_1$  menores que a unidade. Aparentemente, um aumento do  $k_1$  reduz os efeitos elásticos do material, já que o vale inicial é tão menor quanto maior é o valor deste parâmetro.

Novamente é observado um comportamento semelhante da velocidade média do escoamento e da taxa de cisalhamento na parede ao se analisar suas evoluções temporais para diversos valores de  $k_2$  (Figuras 4.19 e 4.20). Observa-se um vale na evolução temporal das duas grandezas para todos os valores de  $k_2$ . Este vale é menos evidente quanto maior é o valor de  $k_2$ . Além disso, quanto menor é  $k_2$ , maior é a intensidade do escoamento (altas

velocidades médias e altas taxas de cisalhamento na parede). O regime permanente é atingido mais lentamente quanto menor é o valor de  $k_2$ .

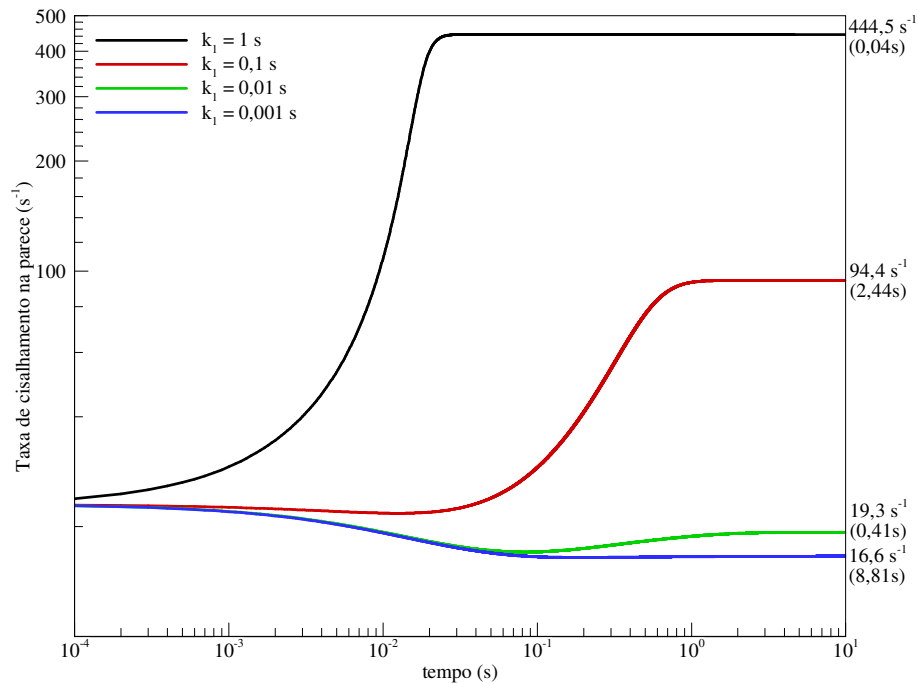


Figura 4.18 – Evolução temporal da taxa de cisalhamento na parede para diferentes valores de  $k_1$  e  $k_2 = 0,16083$ .

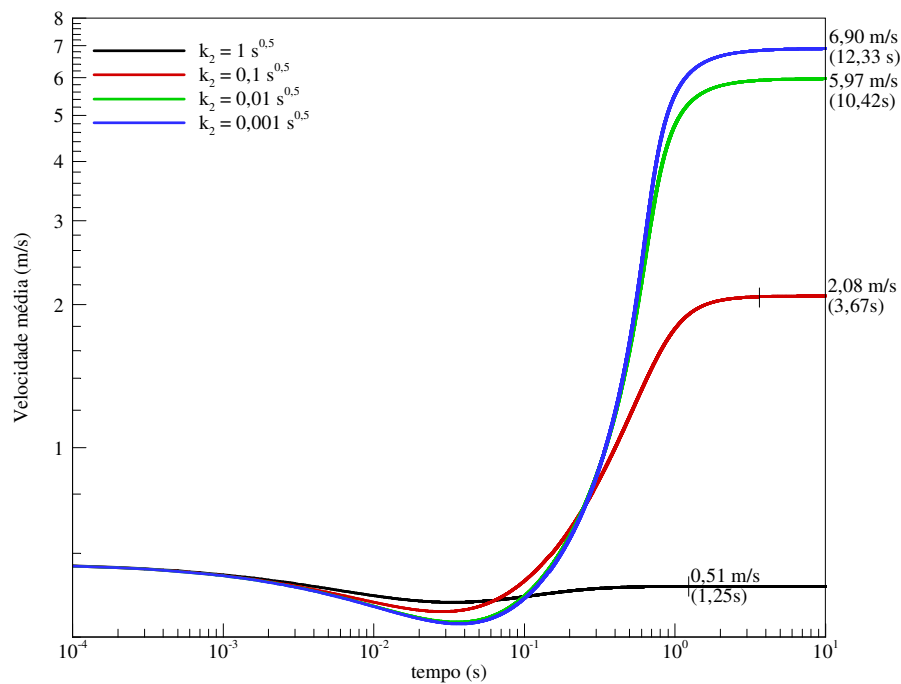
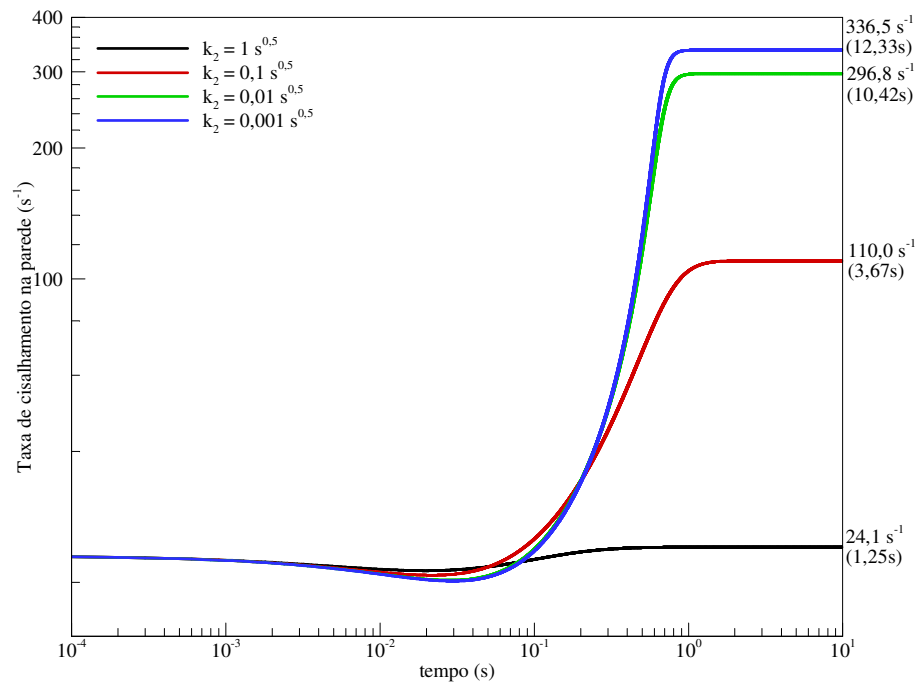


Figura 4.19 – Evolução temporal da velocidade média do escoamento para diferentes valores de  $k_2$  e  $k_1 = 0,08279$ .



**Figura 4.20 – Evolução temporal da taxa de cisalhamento na parede para diferentes valores de  $k_2$  e  $k_1 = 0,08279$ .**

#### 4.5 Análise de Sensibilidade para a Vazão Imposta na Entrada da Tubulação

Nas seções anteriores deste capítulo, foi tratado o problema de inicialização do escoamento de um material gelificado previamente em repouso e submetido instantaneamente a um gradiente de pressão constante. Nesta seção, modifica-se a condição de contorno para vazão constante imposta abruptamente na entrada do tubo.

Para esta situação, o tubo experimenta em toda sua extensão a condição de vazão constante a partir do instante em que a vazão é imposta. Para não alterar a solução do modelo, utiliza-se do princípio que uma determinada vazão necessita de um gradiente de pressão correspondente. Assim, para cada intervalo de tempo, busca-se o gradiente de pressão (e, por consequência, a tensão de cisalhamento na parede do tubo) que corresponde àquela vazão constante.

Sabe-se que, como o material tixotrópico se quebra à medida que ocorre o escoamento, o gradiente de pressão terá uma variação no tempo, mesmo que a vazão imposta não varie durante o escoamento. A Tabela 4.4 mostra as diferentes vazões impostas nesta análise de sensibilidade.

**Tabela 4.4 – Análise de Sensibilidade em relação à vazão volumétrica imposta na entrada do tubo ( $Q_o$ )**

Teste	$Q_o$ (m <sup>3</sup> /s)
1	0,001
2	0,005
3	0,01
4	0,05

Para este problema, as equações discretizadas expostas na seção 4.2 são resolvidas conforme o seguinte algoritmo:

- i. Impõe-se uma vazão  $Q_o$  na entrada da tubulação;
- ii. Estipula-se um intervalo de procura para  $\tau_w$  :  $\tau_{w,1} \leq \tau_w \leq \tau_{w,2}$
- iii. Procura-se, pelo Método de Fibonacci (Stoecker, 1989), o valor de  $\tau_w$  que minimiza a função descrita pela Eq. (4.27);

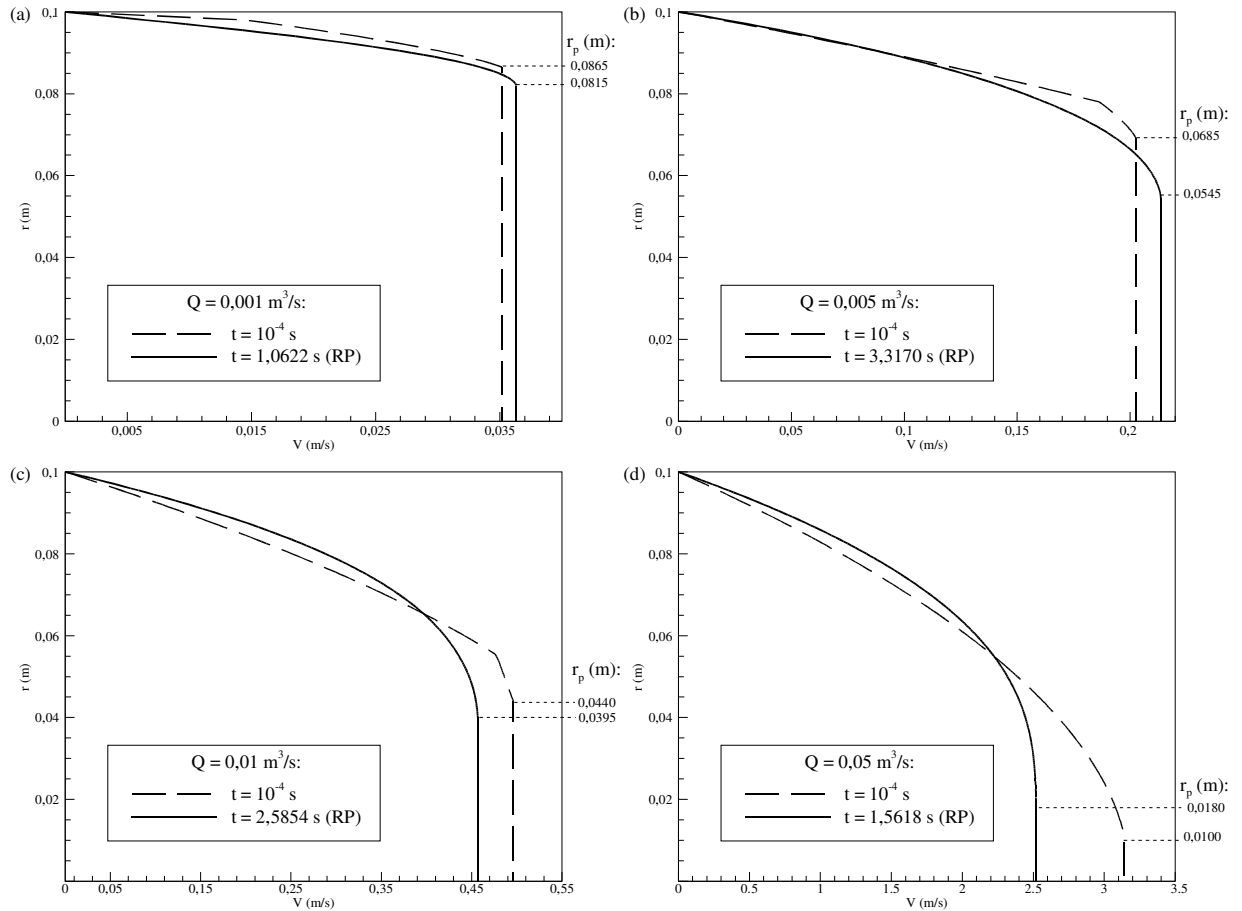
$$\text{Erro}(V_m) = \left| 1 - \frac{\pi D^2 V_m}{4 Q_o} \right| \tag{4.27}$$

- iv. Testa-se se o escoamento atingiu ou não o regime permanente a partir da condição imposta pela Eq. (4.28). Se sim, encerra-se o algoritmo. Se não, incrementa-se um passo de tempo e volta-se para o passo (ii).

$$\text{Se } \frac{|\tau_w(t) - \tau_w(t - \Delta t)|}{\tau_w(t) \Delta t} < 10^{-3} \text{ s}^{-1}, \text{ então } t = t_{RP} \tag{4.28}$$

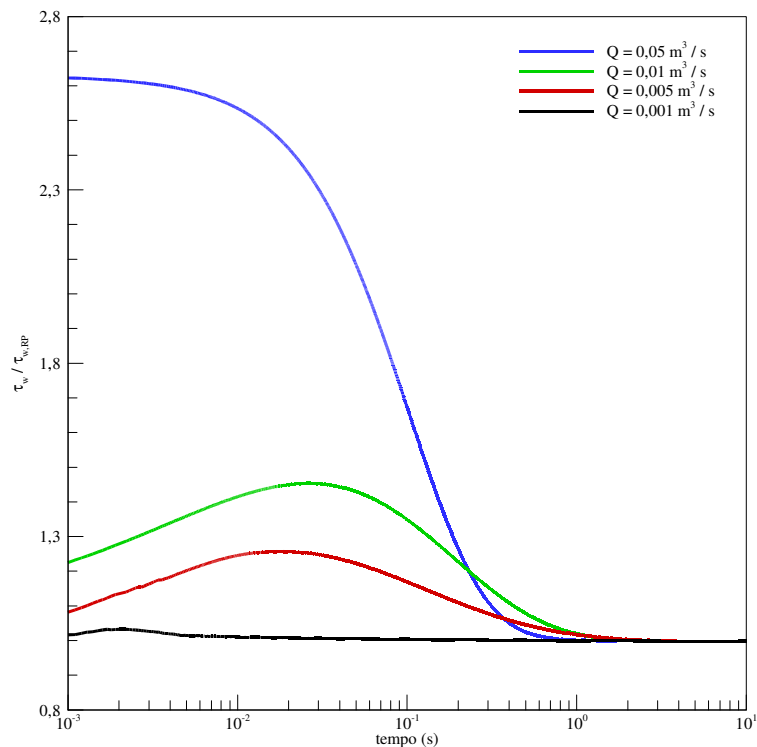
A Figura 4.21 mostra os perfis de velocidade obtidos no primeiro instante de tempo calculado ( $t = 10^{-4}$  s) e no regime permanente. Observa-se uma mudança nestes perfis (os quais são sempre equivalentes à vazão volumétrica imposta) pelo fato de o material ter suas propriedades reológicas modificadas gradativamente. Ao realizar a comparação dos perfis, nota-se que o raio do núcleo varia com o tempo. Para as menores vazões de entrada ( $Q_o = 0,001 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $Q_o = 0,005 \text{ m}^3/\text{s}$  e  $Q_o = 0,01 \text{ m}^3/\text{s}$ ) há uma quebra gradativa do gel, o que corresponde à diminuição também gradativa do raio do núcleo não-cisalhado com o tempo. Para  $Q_o = 0,05 \text{ m}^3/\text{s}$ , entretanto, o raio do núcleo é inicialmente maior do que o observado no regime permanente. Isto pode ser explicado ao notar na Figura 4.22 que a tensão

de cisalhamento na parede aumenta inicialmente e, posteriormente, reduz até seu valor de regime permanente para as vazões mais baixas. Para a vazão mais alta, porém, a tensão apenas decresce assintoticamente até seu valor de regime permanente.



**Figura 4.21 – Perfis de velocidade no início do escoamento (linha tracejada) e no regime permanente (linha cheia): (a)  $Q_o = 0,001\text{m}^3/\text{s}$ , (b)  $Q_o = 0,005\text{m}^3/\text{s}$ , (c)  $Q_o = 0,01\text{m}^3/\text{s}$ , (d)  $Q_o = 0,05\text{m}^3/\text{s}$ .**

Ao se analisar os picos de tensão da Figura 4.22, nota-se que não apenas os picos absolutos são maiores quanto maiores são as vazões impostas ( $\tau_{w,\max}|_{Q_o=0,001\text{ m}^3/\text{s}} = 3,64\text{ Pa}$ ,  $\tau_{w,\max}|_{Q_o=0,005\text{ m}^3/\text{s}} = 5,72\text{ Pa}$  e  $\tau_{w,\max}|_{Q_o=0,01\text{ m}^3/\text{s}} = 8,03\text{ Pa}$ ) como também os picos adimensionalizados em relação à tensão de regime permanente ( $\bar{\tau}_{\max}|_{Q_o=0,001\text{ m}^3/\text{s}} = 1,03$ ,  $\bar{\tau}_{\max}|_{Q_o=0,005\text{ m}^3/\text{s}} = 1,26$  e  $\bar{\tau}_{\max}|_{Q_o=0,01\text{ m}^3/\text{s}} = 1,45$ ). Para a vazão de  $Q_o = 0,05\text{ m}^3/\text{s}$ , o pico ocorre logo no início do escoamento. Isto significa que o material sofre uma quebra abrupta caso a vazão seja suficientemente grande.



**Figura 4.22 – Evolução temporal da tensão adimensionalizada na parede em relação ao seu valor de regime permanente para as diversas vazões impostas na entrada do tubo.**

O escoamento atinge o regime permanente em  $t = 0,901 \text{ s}$  para  $Q_o = 0,05 \text{ m}^3 / \text{s}$  e em  $t = 3,317 \text{ s}$  para  $Q_o = 0,005 \text{ m}^3 / \text{s}$ . Para os valores intermediários, o tempo em que o escoamento atinge o regime permanente diminui aproximadamente e forma logarítmica com o aumento da vazão. Apenas para a menor vazão, este tempo foge deste padrão. Isto pode ser resultado do baixo grau de quebra do gel e da conseqüente pequena variação da tensão limite de escoamento.

## 4.6 Considerações Finais

Após estudar o comportamento de um fluido tixotrópico sob um escoamento plenamente desenvolvido em um tubo, admitindo os casos de uma pressão constante na entrada e de uma vazão constante, parte-se, no próximo capítulo, para a análise do reinício de escoamento do fluido tixotrópico gelificado. Como neste caso o escoamento é mais complexo, esta análise inicial foi de suma importância para que possíveis fenômenos a serem observados nos estudos de caso do capítulo seguinte (Capítulo 6) sejam compreendidos.



## 5 MODELAGEM MATEMÁTICA DO ESCOAMENTO DO FLUIDO GELIFICADO

Neste capítulo, estuda-se o modelo matemático que representa o início do escoamento do fluido de perfuração tixotrópico em um tubo de seção constante. São apresentadas as equações governantes e são justificadas as hipóteses simplificadoras. Em seguida, é mostrada a metodologia de solução do modelo proposto.

### 5.1 Modelo Matemático

Seja um tubo de seção uniforme inclinado em relação à posição horizontal e preenchido com fluido de perfuração tixotrópico em repouso. Este fluido é abruptamente colocado em escoamento através da aplicação de uma pressão constante em sua entrada. As equações governantes deste problema são a seguir deduzidas e apresentadas em seu formato final.

- **Equação de Conservação da Massa:**

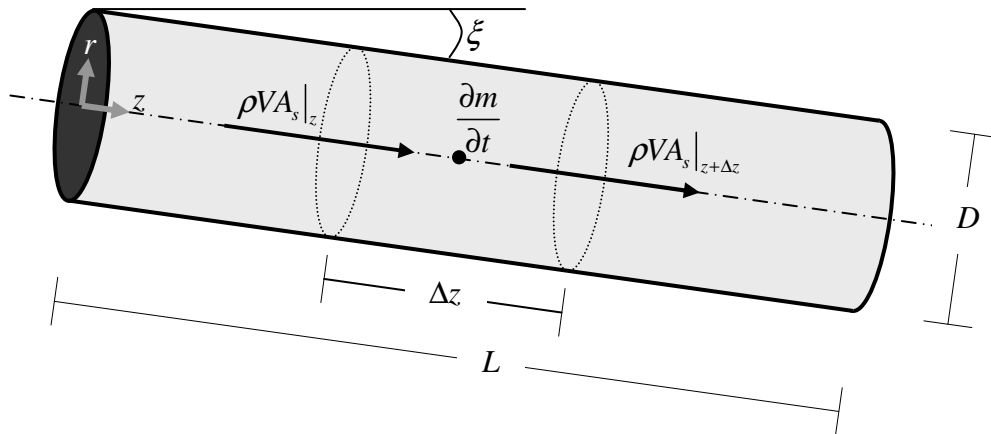
Considere um elemento diferencial tubular de diâmetro  $D$  (área de seção  $A_s$  equivalente a  $\pi D^2/4$ ) e comprimento  $\Delta z$  disposto em um ângulo  $\xi$  em relação à horizontal e submetido a fluxos de massa em suas extremidades (Figura 5.1).

Estes fluxos são representados pelo produto  $\rho V A_s|_z$ , cujos termos são: a massa específica  $\rho$ , a velocidade média na direção axial  $V_z$  e a área de seção transversal  $A_s$  em determinada posição  $z$ . Do princípio de conservação da massa, a variação da massa no volume de controle,  $\partial m/\partial t$ , é igual ao fluxo mássico que entra subtraído do fluxo mássico que sai do volume de controle, ou seja:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \rho V_z A_s|_z - \rho V_z A_s|_{z+\Delta z} \quad (5.1)$$

Considerando que a massa,  $m$ , é obtida por  $\rho A_s \Delta z$  e aplicando a expansão em série de Taylor do último termo da Eq. (5.1), tem-se:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_z)}{\partial z} = 0 \tag{5.2}$$



**Figura 5.1 – Representação simplificada do fluxo de massa em um tubo inclinado a um ângulo  $\xi$  em relação à horizontal e completamente preenchido com fluido de perfuração.**

• **Equação de Conservação da Quantidade de Movimento:**

O princípio da conservação da quantidade de movimento enuncia que a resultante das forças atuantes em um volume de controle,  $\Sigma F_z$ , é igual à variação da quantidade de movimento dentro do volume,  $\partial(mV)/\partial t$ , somada à taxa líquida de quantidade de movimento através de suas superfícies de controle,  $\rho V_z V_z A_s$ . A Figura 5.2 mostra esquematicamente a variação da quantidade de movimento no volume de controle, as forças atuantes no volume (forças de atrito viscoso, força da gravidade e forças devido às pressões nas áreas das superfícies de controle) e os fluxos de entrada e de saída de quantidade de movimento.

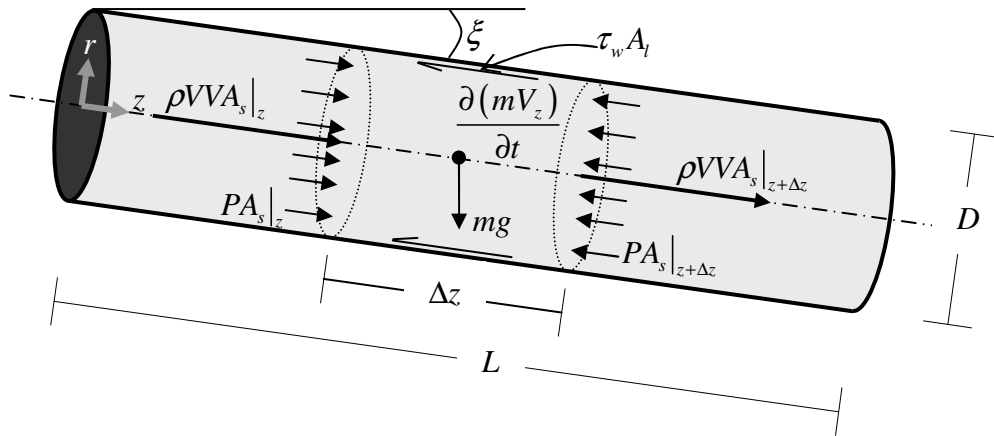
Sabendo-se que a quantidade de movimento é representada pelo produto entre a massa e a velocidade e, conseqüentemente, o fluxo dessa propriedade consiste no produto entre a vazão mássica e a velocidade (o que resulta em  $\rho V_z V_z A_s|_z$ , em determinada posição  $z$ ), tem-se:

$$\Sigma F_z = \frac{\partial(\rho V_z)}{\partial t} A_s \Delta z + \rho V V A_s \Big|_{z+\Delta z} - \rho V V A_s \Big|_z \quad (5.3)$$

De acordo com a Figura 5.2,  $\Sigma F_z$  é encontrada pela resultante das forças relativas à gravidade, à tensão de cisalhamento média atuante na parede (em  $D/2$ ) e às forças devido às pressões que atuam nas áreas de seção transversais (em  $z$  e em  $z + \Delta z$ ):

$$\Sigma F_z = -\tau_w A_l + P A_s \Big|_z - P A_s \Big|_{z+\Delta z} + \rho A_s \Delta z g_z \quad (5.4)$$

sendo  $A_l$  a área lateral do volume de controle dada por  $\pi D \Delta z$ .



**Figura 5.2 – Representação simplificada do balanço de forças na direção  $z$  de um tubo disposto a um ângulo  $\xi$  em relação à horizontal e completamente preenchido com fluido de perfuração.**

Assim, as Eqs. (5.3) e (5.4) podem ser reagrupadas e aplicando-se a expansão em série de Taylor nos termos de pressão e de fluxo de quantidade de movimento em  $z + \Delta z$ , obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho V_z)}{\partial t} A_s \Delta z + A_s \left( \rho V_z V_z + \frac{\partial(\rho V_z V_z)}{\partial z} \Delta z - \rho V_z V_z \right) = \\ = -A_l \tau_w + A_s \left( P - P - \frac{\partial P}{\partial z} \Delta z \right) + \rho A_s \Delta z g_z \end{aligned} \quad (5.5)$$

Dividindo-se a Eq. (5.5) por  $A_s \Delta z$ , chega-se em:

$$\frac{\partial(\rho V_z)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_z V_z)}{\partial z} = -\frac{A_l}{A_s \Delta z} \tau_w - \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z \quad (5.6)$$

Substituindo as áreas transversal e lateral e sabendo que  $g_z = g \text{sen} \xi$ , tem-se:

$$\frac{\partial(\rho V_z)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_z V_z)}{\partial z} = -\frac{\pi D \Delta z}{(\pi D^2/4) \Delta z} \tau_w - \frac{\partial P}{\partial z} + \rho g \text{sen} \xi \quad (5.7)$$

Simplificando, chega-se finalmente a:

$$\frac{\partial(\rho V_z)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_z V_z)}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{4}{D} \tau_w + \rho g \text{sen} \xi \quad (5.8)$$

• **Equação de Estado:**

A equação de estado para a massa específica em função da pressão é obtida a partir da definição de compressibilidade ( $\alpha$ ) isotérmica (Anderson, 1990):

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \left. \frac{d\rho}{dP} \right|_T \quad (5.9)$$

No escoamento compressível, a onda de pressão se propaga a uma velocidade finita ( $c$ ), a qual é expressa para líquidos e sólidos por:

$$c^2 = \left. \frac{\partial P}{\partial \rho} \right|_T \quad (5.10)$$

A tixotropia do fluido de perfuração é modelada pelas equações propostas no Capítulo 3, ou seja, o modelo de Dullaert & Mewis (2006) modificado. Assim, resume-se a seguir todas as equações do modelo:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_z)}{\partial z} = 0 \quad (5.11)$$

$$\frac{\partial(\rho V_z)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V_z V_z)}{\partial z} + \frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{4}{D} \tau_w + \rho g \text{sen} \xi \quad (5.12)$$

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \left. \frac{d\rho}{dP} \right|_T \quad (5.13)$$

$$\begin{aligned}
\tau &= \lambda(\tau_{y,el} + \eta_{st,0}\dot{\gamma}) + \eta_{\infty}\dot{\gamma}, \text{ onde:} \\
\frac{d\lambda}{dt} &= \left(\frac{1}{t}\right)^{\beta} \left[ -k_1\lambda\dot{\gamma} + k_2(1-\lambda)\sqrt{\dot{\gamma}} + k_3(1-\lambda) \right], \\
\frac{d\tau_{y,el}}{dt} &= \left(\frac{k_4}{t}\right)^{\beta} \left[ \tau\tau_{y,RP} - \tau_{RP}\tau_{y,el} \right], \\
\tau_{RP} &= \lambda_{RP}(\tau_{y,RP} + \eta_{st,0}\dot{\gamma}) + \eta_{\infty}\dot{\gamma}, \\
\lambda_{RP} &= \frac{k_2\sqrt{\dot{\gamma}} + k_3}{k_1\dot{\gamma} + k_2\sqrt{\dot{\gamma}} + k_3} e \\
\beta &= 1,7678\dot{\gamma}^{-0,5355}
\end{aligned} \tag{5.14}$$

As Eqs. (5.11) a (5.14) possuem como incógnitas a velocidade média  $V_z$ , a massa específica  $\rho$ , a pressão  $P$  e a tensão de cisalhamento  $\tau$ . Todas estas variáveis são funções da posição axial  $z$  e do tempo  $t$  e apenas  $\tau$  é também função da posição radial  $r$ .

Para calcular a tensão de cisalhamento na parede ( $\tau_w$  na Eq. (5.12)), considera-se que o perfil de velocidade – em cada seção do tubo e em cada instante de tempo – é idêntico ao de um escoamento plenamente desenvolvido. O procedimento para a obtenção da tensão de cisalhamento na parede é, portanto, o mesmo mostrado no Capítulo 4.

### 5.1.1 Condições Iniciais

O fluido de perfuração que preenche o tubo está inicialmente em repouso e totalmente gelificado. Deste modo, pode-se afirmar, como condições iniciais, que o campo de velocidade é nulo:

$$V(z, t = 0) = 0 \tag{5.15}$$

Como o tubo está inclinado, a pressão estática varia com a posição vertical:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \rho g \text{sen} \xi \tag{5.16}$$

sendo  $g$  a aceleração da gravidade.

Considerando que a compressibilidade é uma constante independente da pressão, a Eq. (5.13) pode ser substituída na Eq. (5.16). Então, o seu rearranjo fica no seguinte formato:

$$\alpha g \operatorname{sen} \xi dz = \frac{d\rho}{\rho^2} \quad (5.17)$$

Integrando a Eq. (5.17) de  $z=0$ , onde a massa específica é igual a uma massa específica de referência,  $\rho_o$ , a uma posição axial qualquer, tem-se o campo inicial de massa específica:

$$\rho(z, t=0) = \frac{\rho_o}{1 - \alpha \rho_o g \operatorname{sen} \xi z} \quad (5.18)$$

O campo de pressão pode ser obtido da integração da Eq. (5.13) desde um estado de referência ( $\rho_o, P_o$ ) até um estado qualquer:

$$\alpha(P - P_o) = \ln\left(\frac{\rho}{\rho_o}\right) \quad (5.19)$$

Substituindo a Eq. (5.19) na Eq. (5.18) e admitindo que a pressão de referência seja a pressão atmosférica ( $P_o$ ), o campo inicial de pressão pode ser obtido:

$$P(z, t=0) = \frac{1}{\alpha} \ln\left(\frac{1}{1 - \alpha \rho_o g \operatorname{sen} \xi z}\right) \quad (5.20)$$

Note na equação acima que a pressão atmosférica foi admitida igual a zero, ou seja, calcula-se com esta equação a pressão manométrica em qualquer posição do tubo no instante inicial. Todos os cálculos de pressão neste trabalho serão tratados desta forma. Assume-se também que, inicialmente, o material em repouso não está deformado elasticamente e, por consequência, a tensão elástica é nula. A possível deformação elástica causada pelo peso do fluido quando o tubo está disposto em um ângulo não-nulo em relação à horizontal é desprezada, logo:

$$\tau_{y,el}(r, z, t=0) = 0 \quad (5.21)$$

Além disso, o campo inicial do parâmetro estrutural é unitário, o que caracteriza uma gelificação completa:

$$\lambda(r, z, t = 0) = 1 \quad (5.22)$$

e, pelo fato de não haver escoamento, tanto a tensão quanto a taxa de cisalhamento iniciais são nulas:

$$\tau(r, z, t = 0) = 0, \quad \dot{\gamma}(r, z, t = 0) = 0. \quad (5.23)$$

### 5.1.2 Condições de Contorno

Há duas maneiras de tratar o problema de início de escoamento de um fluido de perfuração:

- i) a partir de uma pressão constante na entrada da tubulação:

$$P(z = 0, t) = P_{ent} = P_b \text{us}(t) \quad (5.24)$$

- ii) a partir de uma vazão constante na entrada da tubulação:

$$V(z = 0, t) = V_{ent} = Q_b \frac{4}{\pi D^2} \text{us}(t) \quad (5.25)$$

sendo os subscritos *ent* e *b* relativos à “entrada” e à “bomba”, respectivamente, e *us(t)* a função passo-unitário definida por (Figura 5.3):

$$\text{us}(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t < 0 \\ 1 & \text{se } t \geq 0 \end{cases} \quad (5.26)$$

Para ambos os casos, entretanto, considera-se que a pressão e a massa específica no final da tubulação são mantidas constantes e iguais aos seus valores iniciais:

$$P(z = L, t) = P_{sai} = \frac{1}{\alpha} \ln \left( \frac{1}{1 - \alpha \rho_o g \text{sen} \xi L} \right) \quad (5.27)$$

$$\rho(z=L, t) = \rho_{sai} = \frac{\rho_o}{1 - \alpha \rho_o g \sin \xi L} \quad (5.28)$$

sendo o subscrito *sai* relativo à “saída”.

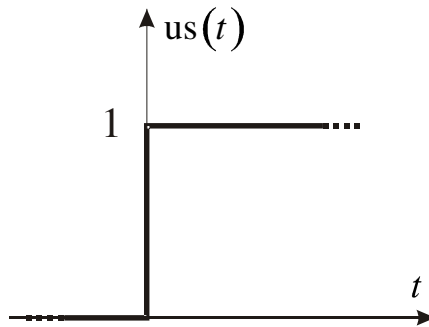


Figura 5.3 – Função passo-unitário.

## 5.2 Metodologia de Solução

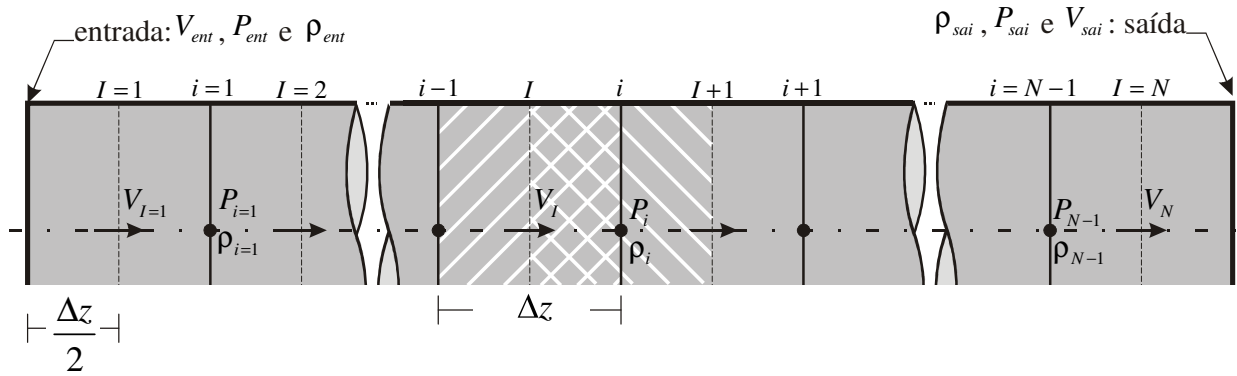
O sistema de equações diferenciais não-lineares propostos no modelo matemático não possui solução exata. Devido a isto, propõe-se nesta seção a metodologia de solução numérica do modelo.

### 5.2.1 Discretização das Equações Governantes

As equações governantes do problema são discretizadas com base no Método dos Volumes Finitos proposto por Patankar (1980), utilizando malhas de pressão e de massa específica deslocadas em relação à malha de velocidade. Os valores de pressão  $P$  e de massa específica  $\rho$  são avaliados nas fronteiras dos volumes de controle e os valores de velocidade média  $V_z$ , no centro de cada volume (vide Figura 5.4, onde a tubulação está disposta horizontalmente para facilitar sua representação).

O domínio é dividido em  $N$  volumes finitos regulares de dimensão  $\Delta z$ . Nota-se na Figura 5.4 que a posição de  $P$  e  $\rho$  é indicada pelo índice  $i$ , enquanto que a posição de  $V_z$ , pelo índice  $I$ . Por conveniência, a partir de agora, omite-se o subscrito  $z$  da velocidade média. Não há indicação de índice na entrada e na saída, pois é possível resolver o problema a partir de pressão ou de velocidade conhecida na entrada e o valor de pressão (e massa específica) na saída.





**Figura 5.4 – Discretização do domínio: malhas de massa específicas e pressão deslocadas em relação à malha de velocidade.**

Para discretizar as equações, foram utilizados a formulação totalmente implícita e o esquema de interpolação *upwind* de 1ª ordem. Integrando a equação da conservação da massa (Eq. (5.11)) no  $i$ -ésimo volume de controle, no intervalo  $\Delta t$  (segundo domínio hachurado na Figura 5.4) e admitindo um valor médio para a massa específica no centro do volume de controle, obtém-se:

$$(\rho_i - \rho_i^o) \Delta z + [\rho_i V_{I+1} - \rho_{i-1} V_I] \Delta t = 0 \quad (5.29)$$

Rearranjando a Eq. (5.29) para a solução da massa específica, chega-se em:

$$\alpha_i \rho_i = \beta_i \rho_{i-1} + \delta_i \quad 1 \leq i \leq N-1 \quad (5.30)$$

sendo os coeficientes  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  e  $\delta_i$  dados por:

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \Delta z / \Delta t + V_{I+1} \\ \beta_i &= V_I \\ \delta_i &= \rho_i^o \Delta z / \Delta t \end{aligned} \quad (5.31)$$

Integra-se agora a equação da conservação da quantidade de movimento (Eq. (5.12)) em um intervalo  $\Delta t$  e no  $I$ -ésimo volume de controle (primeiro domínio hachurado na Figura 5.4):

$$\begin{aligned}
 \int_{i-1}^i [(\rho V) - (\rho V)^o] dz + \int_t^{t+\Delta t} [(\rho V V)_i - (\rho V V)_{i-1}] dt + \int_t^{t+\Delta t} [P_i - P_{i-1}] dt = \\
 = \int_t^{t+\Delta t} \left[ \left( -\frac{4}{D} \tau_w \right)_I \Delta z \right] dt + \int_t^{t+\Delta t} [(\rho g \text{sen} \xi)_I \Delta z] dt
 \end{aligned} \tag{5.32}$$

Os valores de massa específica no centro do  $I$ -ésimo volume de controle são aproximados como a média aritmética de seus valores adjacentes e a tensão de cisalhamento na parede é avaliada na mesma posição da velocidade. A velocidade do termo não linear que pertencer ao coeficiente é também aproximada como a média de seus valores adjacentes. Assim, para a aproximação *upwind*, tem-se:

$$\begin{aligned}
 \left( \Delta z \frac{\rho_i + \rho_{i-1}}{2} \right) V_I - \left( \Delta z \frac{\rho_i^o + \rho_{i-1}^o}{2} \right) V_I^o + \left( \Delta t \rho_i \frac{V_{I+1} + V_I}{2} \right) V_I - \left( \Delta t \rho_{i-1} \frac{V_I + V_{I-1}}{2} \right) V_{I-1} + \\
 \Delta t (P_i - P_{i-1}) = \Delta z \Delta t \left( -\frac{4}{D} \tau_{w,I} \right) + \Delta z \Delta t \left( \frac{\rho_i + \rho_{i-1}}{2} \right) g \text{sen} \xi
 \end{aligned} \tag{5.33}$$

Rearranjando a Eq. (5.33) para a solução da velocidade, obtém-se:

$$\alpha_I V_I = \beta_I V_{I-1} + \delta_I \quad 2 \leq I \leq N-1 \tag{5.34}$$

sendo os coeficientes e o termo independente dados por:

$$\begin{aligned}
 \alpha_I &= \frac{\Delta z}{\Delta t} \frac{\rho_i + \rho_{i-1}}{2} + \frac{V_{I+1} + V_I}{2} \rho_i \\
 \beta_I &= \frac{V_I + V_{I-1}}{2} \rho_{i-1} \\
 \delta_I &= \frac{\Delta z}{\Delta t} \frac{\rho_i^o + \rho_{i-1}^o}{2} V_I^o - \frac{4 \Delta z}{D} \tau_{w,I} + \frac{\rho_i + \rho_{i-1}}{2} \Delta z g \text{sen} \xi + P_{i-1} - P_i
 \end{aligned} \tag{5.35}$$

Escrevendo a equação de estado (Eq. (5.19)) para o  $i$ -ésimo volume de controle, pode-se calcular a pressão em cada volume:

$$P_i = \frac{1}{\alpha} \ln \left( \frac{\rho_i}{\rho_o} \right) \tag{5.36}$$

A tensão de cisalhamento na parede  $\tau_{w,I}$  que aparece no coeficiente  $\delta_I$  deve ser determinada a partir do modelo de tixotropia. Considerando a discretização do modelo de

tixotropia apresentada no Capítulo 4, os perfis radiais da taxa de cisalhamento, da tensão elástica e do parâmetro estrutural podem ser determinados a partir do conhecimento da tensão de cisalhamento na parede. Desta forma, as Eqs. (5.30), (5.34) e (5.36) devem ser resolvidas conjuntamente com as Eqs. (4.20), (4.21) e (4.22) de maneira iterativa, conforme explicado na seção 5.2.2.

### Condições de Contorno

No meio-volume de controle próximo à fronteira esquerda (de  $z=0$  a  $I=1$  na Figura 5.4), conhece-se, a depender da condição de contorno imposta, a pressão ou a velocidade na entrada (Eq. (5.24) ou Eq. (5.25), respectivamente). Ressalta-se que o valor de massa específica pode ser determinado a partir da pressão e vice-versa (Eq. (5.19)). A discretização deste meio-volume é realizada da seguinte forma:

$$\int_{z=0}^{I=1} \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial \rho}{\partial t} dt dz + \int_t^{t+\Delta t} \int_{z=0}^{I=1} \frac{\partial(\rho V)}{\partial z} dz dt = 0 \quad (5.37)$$

Aproxima-se a massa específica no meio do meio-volume de controle como sendo o valor na fronteira esquerda e na fronteira direita como sendo o valor médio das posições adjacentes, ou seja:

$$\left( \rho_{ent} - \rho_{ent}^o \right) \frac{\Delta z}{2} + \left( \frac{\rho_{i=1} + \rho_{ent}}{2} V_{I=1} - \rho_{ent} V_{ent} \right) \Delta t = 0 \quad (5.38)$$

Caso seja conhecido o valor da massa específica na entrada (condição de contorno de pressão constante), a velocidade na entrada  $V_{ent}$  é calculada a partir da equação acima, como segue:

$$V_{ent} = \left( 1 - \frac{\rho_{ent}^o}{\rho_{ent}} \right) \frac{\Delta z}{2\Delta t} + \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\rho_{i=1}}{\rho_{ent}} \right) V_{I=1}, \text{ sendo } \rho_{ent} = \rho_o \exp(\alpha P_{ent}) \quad (5.39)$$

Caso seja conhecido o valor da velocidade na entrada (condição de contorno de vazão constante), a massa específica na entrada  $\rho_{ent}$  é determinada também a partir da Eq. (5.38):

$$\rho_{ent} = \frac{\rho_{ent}^o - \frac{\Delta t}{\Delta z} V_{I=1} \rho_{i=1}}{1 + \frac{\Delta t}{\Delta z} (V_{I=1} - 2V_{ent})} \quad (5.40)$$

e a pressão na entrada  $P_{ent}$ , a partir da equação de estado:

$$P_{ent} = \frac{1}{\alpha} \ln \left( \frac{\rho_{ent}}{\rho_o} \right) \quad (5.41)$$

Para o campo de velocidade, os volumes de controle próximos à entrada e à saída possuem a mesma dimensão dos demais volumes. Portanto, na discretização da equação de conservação da quantidade de movimento, a condição de contorno pode ser introduzida diretamente. Integrando a Eq. (5.12) nestes volumes, tem-se:

$$\begin{aligned} & \left( \Delta z \frac{\rho_{i=1} + \rho_{ent}}{2} \right) V_{I=1} - \left( \Delta z \frac{\rho_{i=1}^o + \rho_{ent}^o}{2} \right) V_{I=1}^o + \left( \Delta t \rho_{i=1} \frac{V_{I=2} + V_{I=1}}{2} \right) V_{I=1} - \Delta t \rho_{ent} V_{ent}^2 + \\ & \Delta t (P_{i=1} - P_{ent}) = \Delta z \Delta t \left( -\frac{4}{D} \tau_{w,I=1} \right) + \Delta z \Delta t \left( \frac{\rho_{i=1} + \rho_{ent}}{2} \right) g \sin \xi \end{aligned} \quad (5.42)$$

Resolvendo a Eq. (5.42) para  $V_{I=1}$ , obtém-se:

$$\alpha_{I=1} V_{I=1} = \delta_{I=1} \quad (5.43)$$

sendo que o coeficiente e o termo independente são escritos como segue:

$$\begin{aligned} \alpha_{I=1} &= \frac{\Delta z}{\Delta t} \frac{\rho_{i=1} + \rho_{ent}}{2} + \frac{V_{I=2} + V_{I=1}}{2} \rho_{i=1} \\ \delta_{I=1} &= \frac{\Delta z}{\Delta t} \frac{\rho_{i=1}^o + \rho_{ent}^o}{2} V_{I=1}^o + \rho_{ent} V_{ent}^2 - \frac{4\Delta z}{D} \tau_{w,I=1} + \frac{\rho_{i=1} + \rho_{ent}}{2} \Delta z g \sin \xi + P_{ent} - P_{i=1} \end{aligned} \quad (5.44)$$

Por outro lado, a integração da Eq. (5.12) no volume de controle de saída leva ao seguinte:

$$\begin{aligned}
 & \left( \Delta z \frac{\rho_{sai} + \rho_{i=N-1}}{2} \right) V_{I=N} - \left( \Delta z \frac{\rho_{sai}^o + \rho_{i=N-1}^o}{2} \right) V_{I=N}^o + \\
 & + \Delta t \rho_{sai} V_{sai}^2 - \left( \Delta t \rho_{i=N-1} \frac{V_{I=N} + V_{I=N-1}}{2} \right) V_{I=N-1} + \Delta t (P_{sai} - P_{i=N-1}) = \\
 & = \Delta z \Delta t \left( -\frac{4}{D} \tau_{w,I=N} \right) + \Delta z \Delta t \left( \frac{\rho_{sai} + \rho_{i=N-1}}{2} \right) g \text{sen} \xi
 \end{aligned} \tag{5.45}$$

Rearranjando a Eq. (5.45), pode-se obter a velocidade no último volume de controle:

$$\alpha_{I=N} V_{I=N} = \beta_{I=N} V_{I=N-1} + \delta_{I=N} \tag{5.46}$$

sendo:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{I=N} &= \frac{\Delta z}{\Delta t} \frac{\rho_{sai} + \rho_{i=N-1}}{2} \\
 \beta_{I=N} &= \rho_{i=N-1} \frac{V_{I=N} + V_{I=N-1}}{2} \\
 \delta_{I=N} &= \frac{\Delta z}{\Delta t} \frac{\rho_{sai}^o + \rho_{i=N-1}^o}{2} V_{I=N}^o - \frac{4\Delta z}{D} \tau_{w,I=N} + \\
 & + \frac{\rho_{sai} + \rho_{i=N-1}}{2} g \Delta z \text{sen} \xi + P_{i=N-1} - P_{sai} - \rho_{sai} V_{sai}^2
 \end{aligned} \tag{5.47}$$

O valor da velocidade na saída é obtido a partir da condição de contorno dada pela Eq. (5.28), a qual admite que a massa específica não varia com o tempo nesta posição. Assim, da equação de conservação da massa neste ponto, tem-se:

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial z} = 0 \tag{5.48}$$

Integra-se a Eq. (5.48) no meio-volume de controle da saída (de  $I = N$  a  $z = L$ ), chegando-se a:

$$(\rho V)_{sai} - (\rho V)_{I=N} = 0 \tag{5.49}$$

O valor de massa específica em  $I = N$  é aproximado pela média das posições adjacentes e, com isso, pode ser encontrado o valor de  $V_{sai}$ :

$$V_{sai} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\rho_{I=N-1}}{\rho_{sai}} \right) V_{I=N} \quad (5.50)$$

### 5.2.2 Fluxograma da Solução Iterativa

Nota-se que a equação para a obtenção do campo de massa específica depende do campo de velocidade e a equação para a obtenção do campo de velocidade também depende do campo de massa específica, de pressão e de tensão de cisalhamento na parede. Desta forma, a solução global de equações não pode ser obtida diretamente, sendo necessário o desenvolvimento de um procedimento iterativo.

Para cada intervalo de tempo, o campo de massa específica, de pressão, de velocidade e de tensão de cisalhamento na parede são obtidos sequencialmente de forma iterativa. Para tal, utiliza-se o repouso como estimativa inicial do campo de velocidade ( $V_I = 0$  para  $1 \leq I \leq N$ ) e calcula-se o campo de massa específica a partir da Eq. (5.30). Nesta equação, observa-se que a  $i$ -ésima massa específica depende da propriedade na posição  $i-1$ . Desta forma, a massa específica pode ser obtida de forma seqüencial da entrada para a saída.

Após isso, o campo de pressão é calculado a partir do valor da compressibilidade e do valor da massa específica em cada volume de controle (Eq. (5.19)). O próximo campo a ser determinado é o da velocidade, admitindo inicialmente que o campo axial de tensão de cisalhamento na parede é nulo e utilizando os valores mais recentes da massa específica e da pressão.

A partir deste campo de velocidade axial, é calculado o campo radial de tensão de cisalhamento (Eqs. (4.20), (4.21) e (4.22)) e, por conseguinte, o valor da tensão de cisalhamento na parede. Este processo é repetido até que se atinja uma convergência dos campos. Parte-se, então, para o próximo intervalo de tempo e repete-se o mesmo procedimento até um tempo máximo ou até que o regime permanente seja atingido.

Para avaliar a convergência dos campos, são somados os resíduos das equações de conservação da massa em todos os volumes de controle do domínio após cada cálculo do campo de velocidade:

$$R = \sum_{i,l=1}^{N-1} \{ [\rho_i - \rho_i^o] \Delta z + [\rho_i V_{l+1} - \rho_{i-1} V_l] \Delta t \} \tag{5.51}$$

sendo  $R$  o resíduo absoluto. O resíduo relativo  $R^*$  é definido em função da vazão mássica que entra na tubulação:

$$R^* = \frac{R}{\rho_{ent} V_{ent}} \text{ e } R^* \leq 0,001 \tag{5.52}$$

O fluxograma da Figura 5.5 esquematiza de forma simplificada o algoritmo proposto. No Apêndice C pode ser encontrado o código em Fortran da solução do modelo.

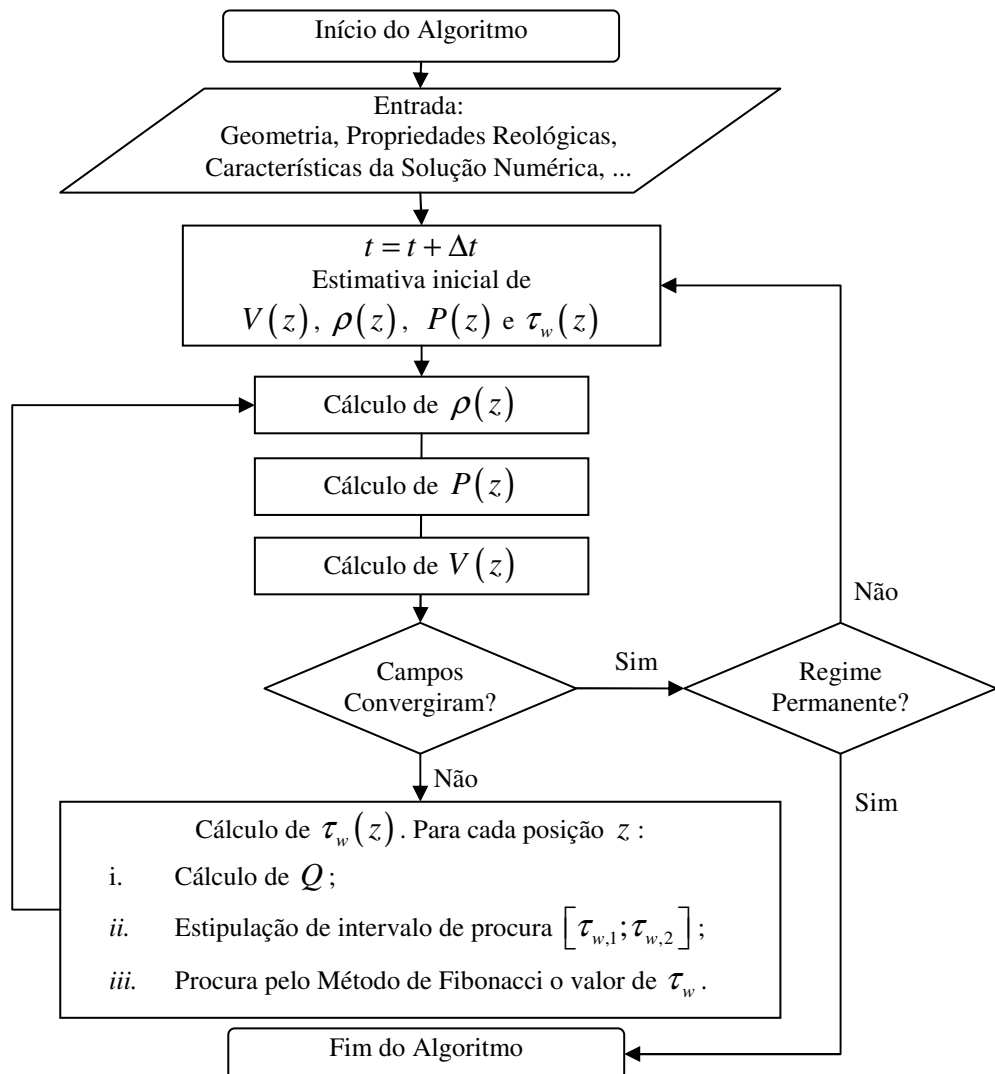


Figura 5.5 – Fluxograma simplificado do algoritmo.

## 6 RESULTADOS

Neste capítulo são mostrados e analisados os resultados obtidos com o modelo descrito no Capítulo 5. Primeiramente, porém, será proposta a forma de adimensionalização dos resultados que será utilizada em todos os gráficos mostrados no capítulo. Depois disso, será realizada uma análise de estabilidade numérica em função do coeficiente  $CFL$  (definido a seguir) e observada a dependência do tempo computacional em relação a este coeficiente. Ainda, será mostrada uma comparação entre o modelo atual de fluido tixotrópico e os resultados obtidos por modelos de fluido newtoniano e de Bingham. Finalmente, serão apresentados estudos de casos que proporcionam a análise de sensibilidade do problema em relação a duas variáveis do modelo: a razão de aspecto e a disposição do tubo em relação à horizontal.

### 6.1 Formato de Apresentação dos Resultados

O modelo de tixotropia proposto neste trabalho é um sistema de equações diferenciais e algébricas, cujos parâmetros, em sua maioria, não possuem ou não foi identificado significado físico, o que impossibilitou que o referido modelo fosse adimensionalizado.

Propõe-se, desta forma, que os resultados sejam adimensionalizados da seguinte maneira:

- O tempo adimensional ( $t^*$ ) é definido a partir do quociente entre o tempo do escoamento ( $t$ ) e o tempo necessário para que a onda de pressão atinja o fim do tubo ( $c/L$ ), ou seja:

$$t^* = \frac{t}{c/L} \quad (6.1)$$

- A posição adimensional ( $z^*$ ) é definida pelo quociente entre a posição ( $z$ ) e o comprimento do tubo ( $L$ ):

$$z^* = \frac{z}{L} \quad (6.2)$$



- A velocidade adimensional ( $V^*$ ) é obtida pelo quociente entre a velocidade ( $V$ ) e a velocidade final alcançada no regime permanente na entrada do tubo ( $V_{ent,RP}$ ):

$$V^* = \frac{V}{V_{ent,RP}} \quad (6.3)$$

- A pressão adimensional ( $P^*$ ) é definida por:

$$P^* = \frac{P - P_{hid}}{P_b} \quad (6.4)$$

sendo  $P_b$  a pressão imposta pela bomba na entrada da tubulação e  $P_{hid}$  a pressão hidrostática correspondente à posição em análise. Note que, para tubos na horizontal,  $P_{hid} = 0$ .

## 6.2 Escolha da Malha Espacial

A análise de sensibilidade de malha realizada no Capítulo 4 mostra que utilizar um critério de convergência do método iterativo N-R de  $\varepsilon_c = 10^{-4}$ , bem como 200 divisões na direção radial e um intervalo de tempo de  $\Delta t = 10^{-3}$  s são suficientes para que os resultados sejam independentes da malha.

Para o modelo descrito e discretizado no Capítulo 5, além desses parâmetros, deve-se observar a sensibilidade do resultado em relação à malha espacial na direção axial  $z$ . Na literatura (Fortuna, 2000), sugere tomar cuidado na escolha das malhas espacial e temporal para que a solução deste tipo de modelo (hiperbólico) não seja instável ou apresente dispersões numéricas. Fortuna (2000) apresenta o critério proposto anteriormente por Courant *et al.* (1928) *apud* Fortuna (2000). Este critério basicamente relaciona a malha espacial axial e a temporal com a velocidade de propagação de um pulso de pressão no fluido:

$$CFL = c \frac{\Delta t}{\Delta z} \leq 1 \quad (6.5)$$

Em trabalhos anteriores (Vieira da Rocha, 2007; Oliveira, 2008 e mais recentemente em Oliveira, *et al.*, 2010), foram realizadas simulações que comprovam a necessidade de atender a este critério. O primeiro trabalho consistia de um modelo simplificado em que o fluido é modelado com a equação constitutiva de Bingham. O modelo proposto por Oliveira (2008), por sua vez, utiliza a equação constitutiva algébrica proposta por Chang *et al.* (1999) que caracteriza o fluido como tixotrópico.

Oliveira (2008) observou que o  $CFL$  deve ser mantido igual a 0,5 para evitar instabilidades, como aquelas que ocorrem quando  $CFL > 0,5$ , e falsa difusão ou oscilações numéricas quando  $CFL < 0,5$ . A estabilidade da solução é alcançada para  $CFL = 0,5$  ao invés de  $CFL = 1,0$  devido ao menor tamanho dos volumes de controle das fronteiras: seus comprimentos são metade dos comprimentos dos volumes de controle internos do domínio ( $\Delta z / 2$ ). Assim, o critério de estabilidade para o presente modelo é definido como:

$$CFL = c \frac{\Delta t}{\Delta z / 2} = 1 \rightarrow CFL = c \frac{\Delta t}{\Delta z} = \frac{1}{2} \quad (6.6)$$

Ao se analisar as Eqs. (5.9) e (5.10), chega-se na seguinte relação entre a velocidade de propagação da onda de pressão ( $c$ ), a massa específica na pressão atmosférica ( $\rho_o$ ) e a compressibilidade ( $\alpha$ ) de um fluido:

$$c = (\rho_o \alpha)^{-1/2} \quad (6.7)$$

Considerou-se a massa específica à pressão atmosférica no cálculo de  $c$  para evitar que a malha espacial não dependa da própria solução do problema, já que, a cada passo de tempo calculado, há um novo campo de massas específicas e, conseqüentemente, novas velocidades de propagação de onda. Desta forma, este efeito é ignorado. Porém, dependendo do tipo de fluido que está sendo estudado, haverá uma velocidade de propagação diferente, o que influencia diretamente na escolha da malha espacial. Essa é uma desvantagem de não se trabalhar com um modelo adimensional, o qual não foi desenvolvido neste trabalho pelo fato de o modelo de tixotropia de Dullaert & Mewis (2006) ser complexo e conter diversos

parâmetros de difícil interpretação física, dificultando sua correta adimensionalização. Os resultados, porém, serão dispostos de forma adimensionalizada para facilitar a análise.

Como também já mencionado no início deste capítulo, foi escolhida uma malha temporal com  $\Delta t = 10^{-3}$  s. Assim, em função do valor de  $CFL$ , chega-se no seguinte valor para a malha espacial:

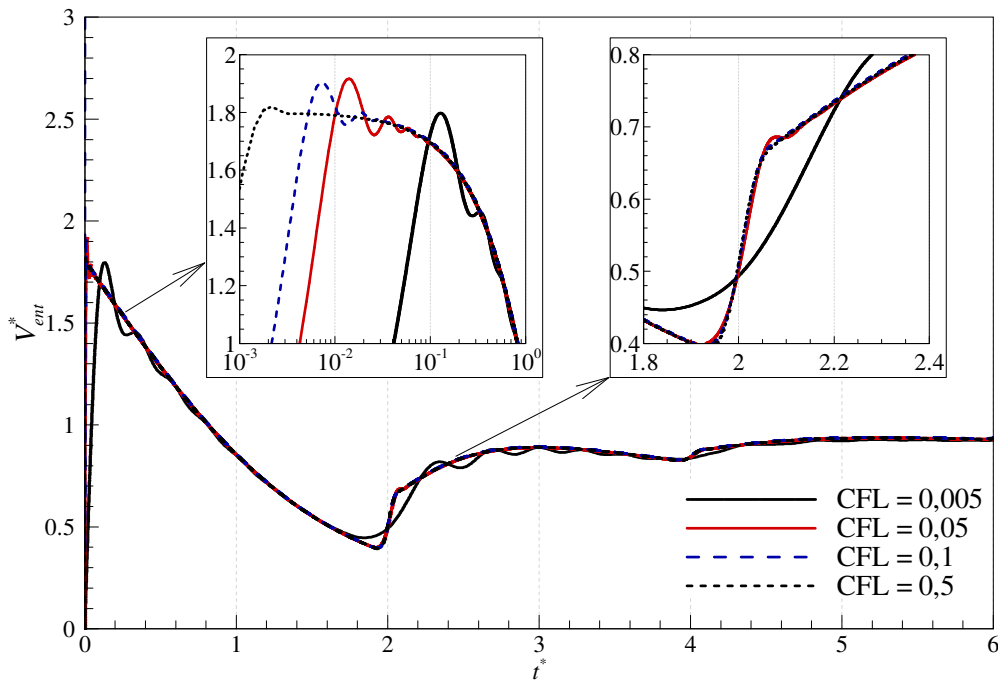
$$\Delta z = \frac{c\Delta t}{CFL} = \frac{\Delta t}{CFL\sqrt{\rho\alpha}} \quad (6.8)$$

A Tabela 6.1 mostra os parâmetros utilizados nas próximas simulações cujo objetivo é verificar se, para o modelo atual, o uso de  $CFL = 0,5$  é mandatório ou se é possível utilizar um valor menor, o que impacta diretamente no número de elementos da malha espacial e, conseqüentemente, no tempo computacional necessário para a simulação. Atenta-se ao fato de que, nesta primeira análise, não é feita a interpretação física dos resultados. Este tipo de análise é feita posteriormente.

**Tabela 6.1 – Parâmetros fixos na análise de sensibilidade do critério de estabilidade  $CFL$  e da malha espacial**

$k_1 (s^\beta)$	$k_2 (s^{\beta-0.5})$	$k_3 (s^{\beta-1})$	$k_4 (s)$
0,08279	0,16083	0,72757	2,0000
$A(s)$	$B(-)$	$\eta_{st,0} (Pa.s)$	$\eta_\infty (Pa.s)$
1,76780	-0,53550	0,41761	0,01868
$G_o (Pa)$	$\gamma_c (-)$	$D(m)$	$L(m)$
560,00	0,005180	0,100	2554,00
$\alpha (Pa^{-1})$	$\tau_{y,RP} (Pa)$	$P_b (Pa)$	$\rho (kg/m^3)$
$1 \times 10^{-9}$	2,9008	$10^6$	1200,0

A Figura 6.1 mostra a evolução temporal da velocidade na entrada do tubo para diferentes valores de  $CFL$ . Observa-se uma maior oscilação quando se utiliza  $CFL = 0,005$  e esta oscilação é amenizada para valores maiores de  $CFL$ . Na primeira ampliação mostrada na Figura 6.1, nota-se inclusive, uma pequena oscilação para  $CFL = 0,5$ . Esta anomalia já havia sido constatada no trabalho Oliveira (2008) e provém da aproximação no cálculo da velocidade na entrada feita em meio volume de controle (vide Figura 5.4).

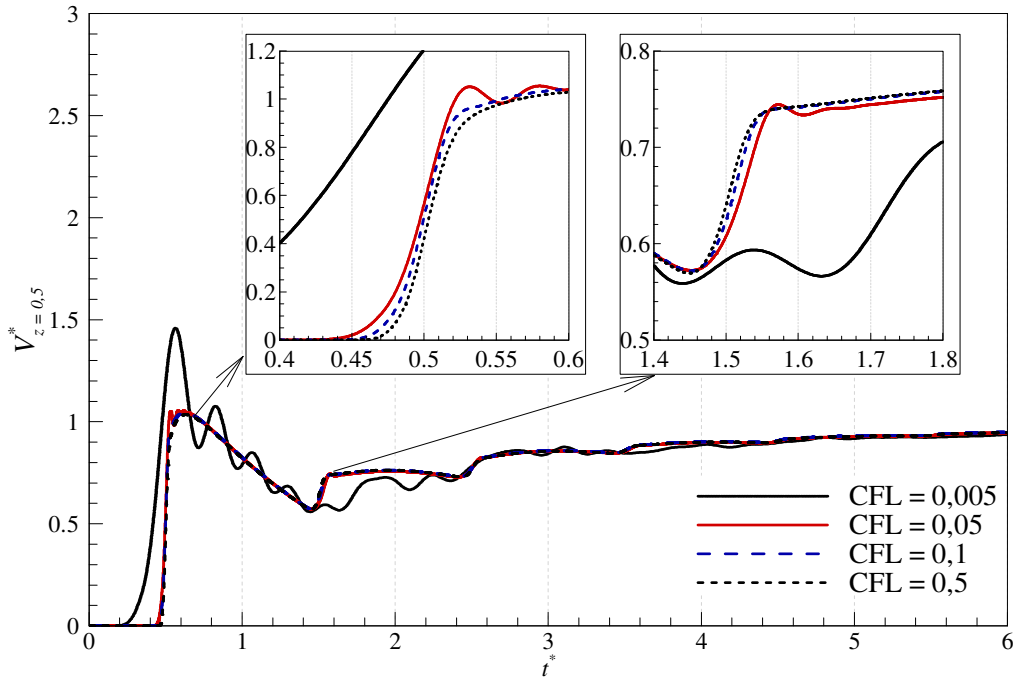


**Figura 6.1 – Evolução temporal da velocidade de entrada da tubulação para diferentes valores de  $CFL$ .**

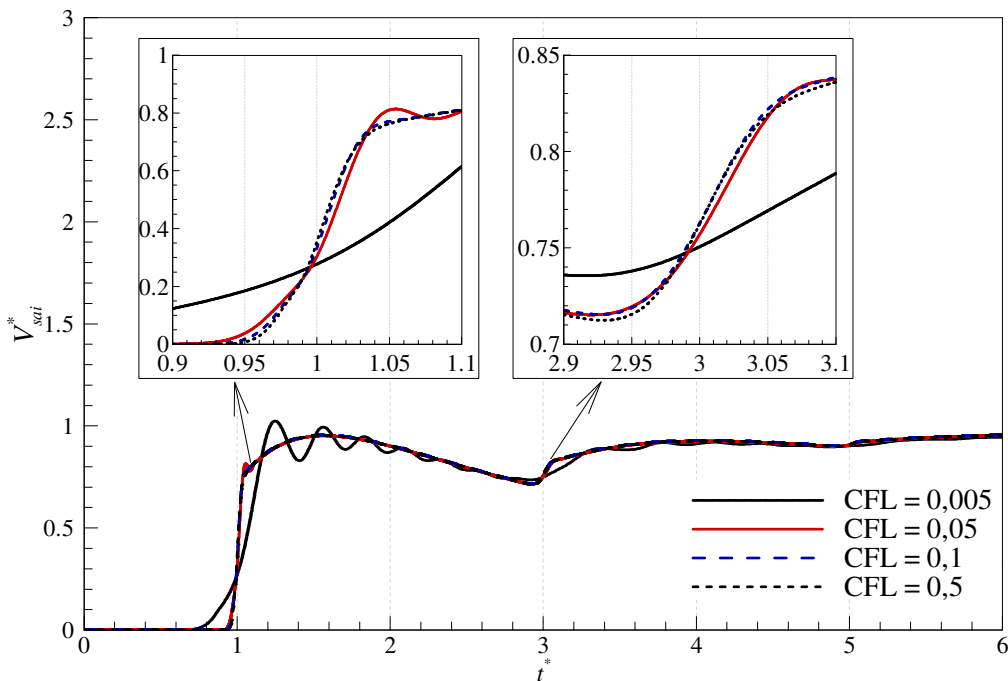
A segunda ampliação da Figura 6.1 indica que a oscilação numérica da solução para  $CFL < 0,5$  é dissipada com o tempo. Enquanto que na primeira aproximação há uma diferença nítida entre os valores de velocidade encontrados pelas diferentes simulações, na segunda a maior diferença nitidamente notada é apenas para o caso de menor  $CFL$ . A máxima diferença percentual entre o valor da velocidade para  $CFL = 0,05$  em relação ao valor para  $CFL = 0,5$  é de apenas 3,5% em  $t^* = 2,015$  e de 1,3% em  $t^* = 1,957$  ao comparar  $CFL = 0,1$  com  $CFL = 0,5$ . Esta diferença cai a praticamente zero em  $t^* = 6$ , quando o regime permanente é praticamente atingido, confirmando a dissipação da oscilação numérica com o tempo.

Análise semelhante pode ser feita ao se observar as Figuras 6.2 e 6.3: quanto menor o valor de  $CFL$ , maior é a oscilação numérica e quanto maior é o tempo de escoamento, menores são estas oscilações. Ao se analisar em paralelo todos os gráficos de velocidade, observa-se que a oscilação é, também, tanto menor quanto mais se avança no tubo, ou seja, nota-se maiores oscilações no início do tubo do que no centro que, por sua vez, são maiores que no fim da tubulação. Entretanto, observa-se que há certo *offset* entre as curvas de  $CFL < 0,5$  em relação à curva de  $CFL = 0,5$ , o qual é intensificado nas regiões de mudança abrupta de velocidade e este *offset* se intensifica ainda mais quanto mais se avança na tubulação. Este

fenômeno, porém, já não é significativo para  $CFL = 0,1$  ao se analisar os gráficos principais de cada figura.



**Figura 6.2 – Evolução temporal da velocidade no meio do tubo ( $z^* = 0,5$ ) para diferentes valores de  $CFL$ .**



**Figura 6.3 – Evolução temporal da velocidade na saída da tubulação para diferentes valores de  $CFL$ .**

Nas Figuras 6.4 a 6.6 é possível analisar a evolução temporal da pressão em três diferentes trechos do tubo: em 10%, em 50% e em 90% de seu comprimento, respectivamente. Nota-se que as oscilações também ocorrem no momento em que há mudança abrupta da pressão, sendo que maiores oscilações são obtidas no trecho mais próximos à entrada da tubulação. Em  $z^* = 0,1$  (Figura 6.4), uma grande oscilação ocorre no primeiro pico de pressão e quase não é observada oscilação para o segundo e o terceiro picos para  $CFL \geq 0,05$ . Em  $z^* = 0,5$  e em  $z^* = 0,9$  (Figuras 6.5 e 6.6, respectivamente), por sua vez, nem no primeiro pico de pressão há a ocorrência de grandes oscilações.

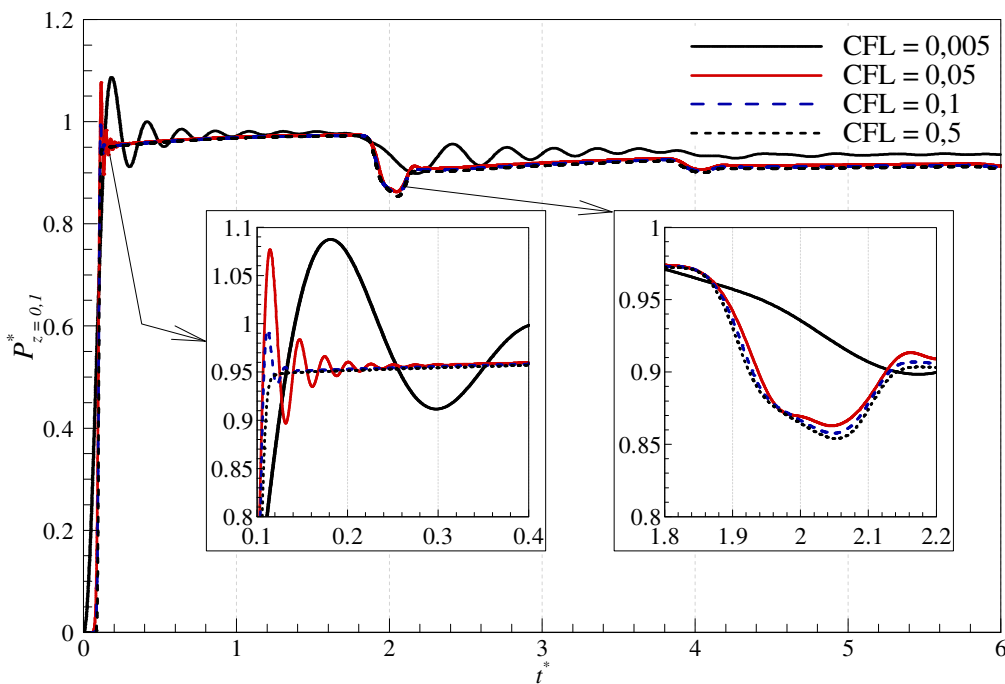


Figura 6.4 – Evolução temporal da pressão em  $z^* = 0,1$  para diferentes valores de  $CFL$ .

O que se observa, entretanto, é um maior *offset* das curvas do que o observado nas evoluções temporais da velocidade. Este *offset* é tão mais acentuado quanto mais se avança na tubulação. Por exemplo, note que, na segunda ampliação na Figura 6.6, a curva para  $CFL = 0,5$  possui um pico de pressão de  $p^* = 0,151$ , enquanto que as curvas para  $CFL = 0,1$  e  $CFL = 0,05$  possuem picos de  $p^* = 0,154$  e  $p^* = 0,157$ , respectivamente. Portanto, os *offsets* em relação à curva para  $CFL = 0,5$  são, respectivamente, de 2,0% e 4,0%. Esta discrepância entre os resultados tende a aumentar com o tempo de escoamento, chegando, neste caso, a um valor máximo no regime permanente de 2,8% entre os valores de velocidade em  $z^* = 0,9$  para  $CFL = 0,1$  e para  $CFL = 0,5$ .

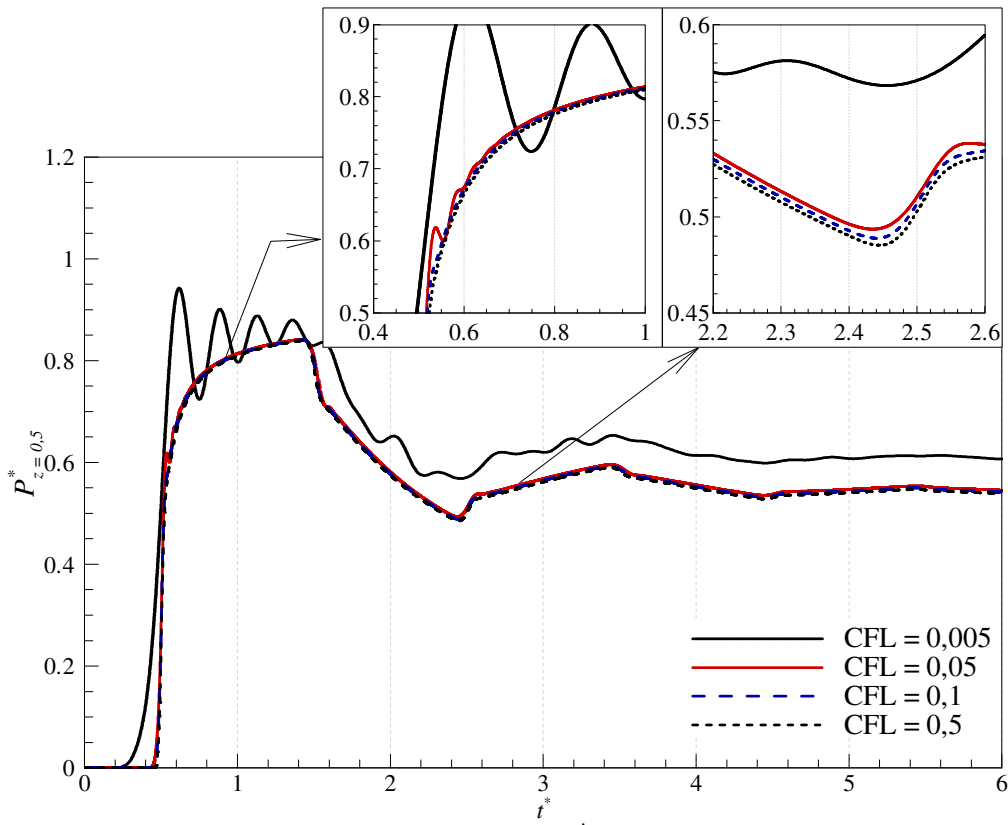


Figura 6.5 – Evolução temporal da pressão em  $z^* = 0,5$  para diferentes valores de  $CFL$ .

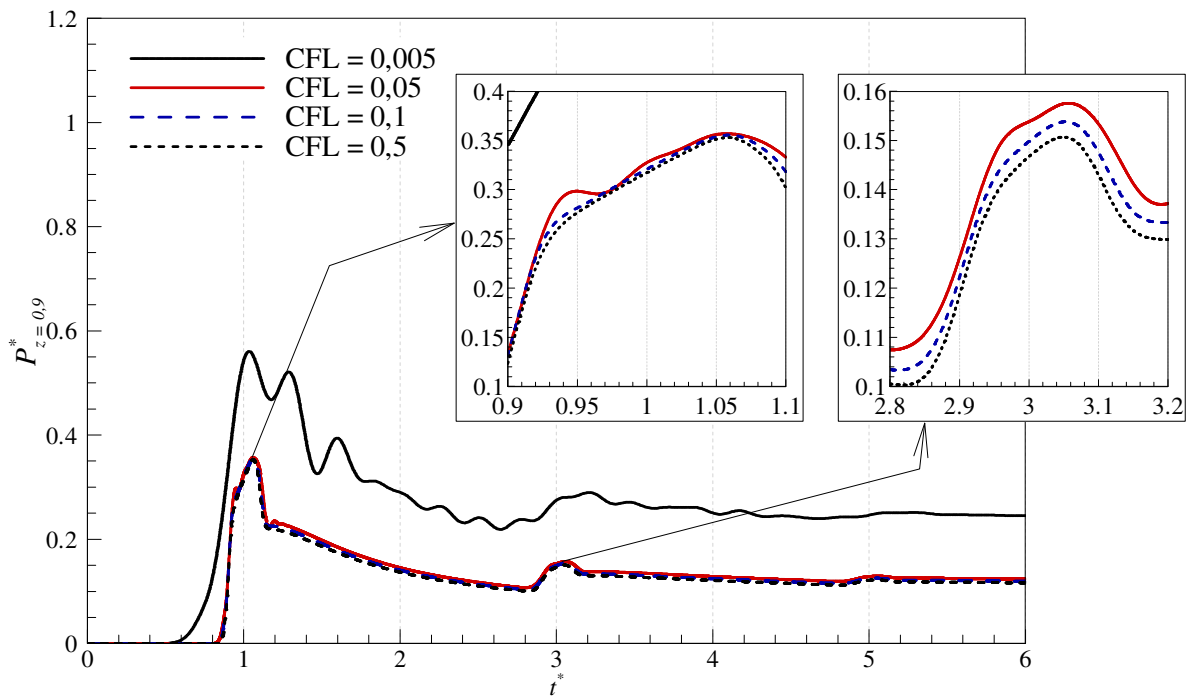
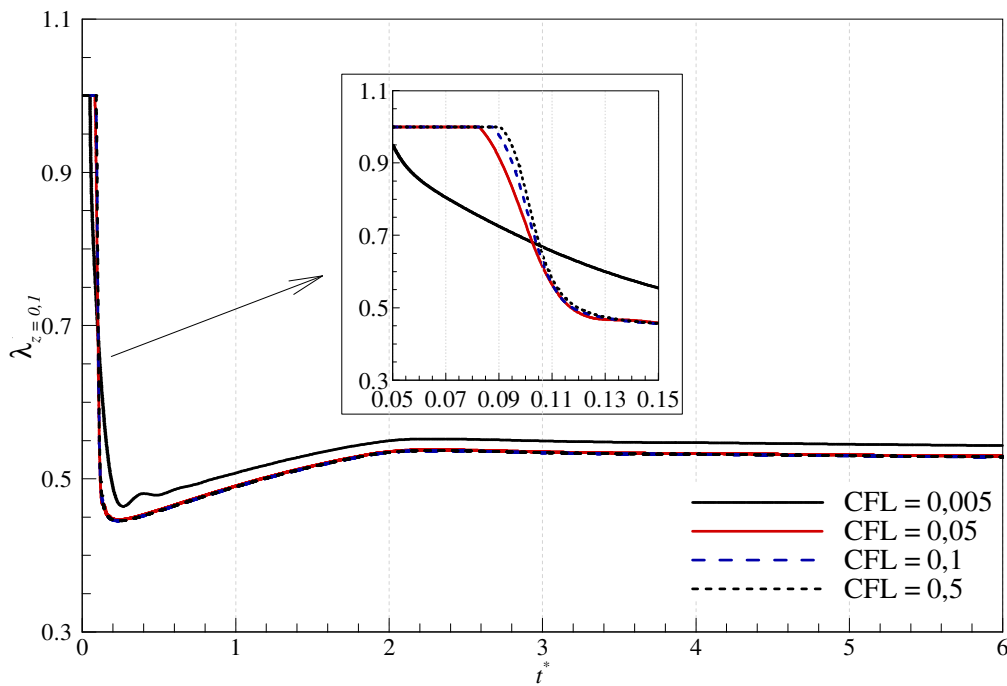


Figura 6.6 – Evolução temporal da pressão em  $z^* = 0,9$  para diferentes valores de  $CFL$ .

Finalmente é analisada a evolução temporal do parâmetro estrutural nos mesmos trechos do tubo:  $z^* = 0,1$  (Figura 6.7),  $z^* = 0,5$  (Figura 6.8) e  $z^* = 0,9$  (Figura 6.9). Observa-se que para esta propriedade não há oscilação (ao menos visualmente), a não ser para a curva de  $CFL = 0,005$ . Nem o *offset* entre as curvas é notado nos gráficos, chegando a ser de apenas 0,05% em  $z^* = 0,1$ , 0,05% em  $z^* = 0,5$  e 0,03% em  $z^* = 0,9$ , ou seja, o *offset* é virtualmente nulo (comparação entre as curvas para  $CFL = 0,1$  e  $CFL = 0,5$ ). Certa difusão numérica pode ser observada nas ampliações dos três gráficos, sendo que esta difusão é maior no início da tubulação e crescente com a diminuição do  $CFL$ .



**Figura 6.7 – Evolução temporal do parâmetro estrutural em  $z^* = 0,1$  para diferentes valores de  $CFL$ .**



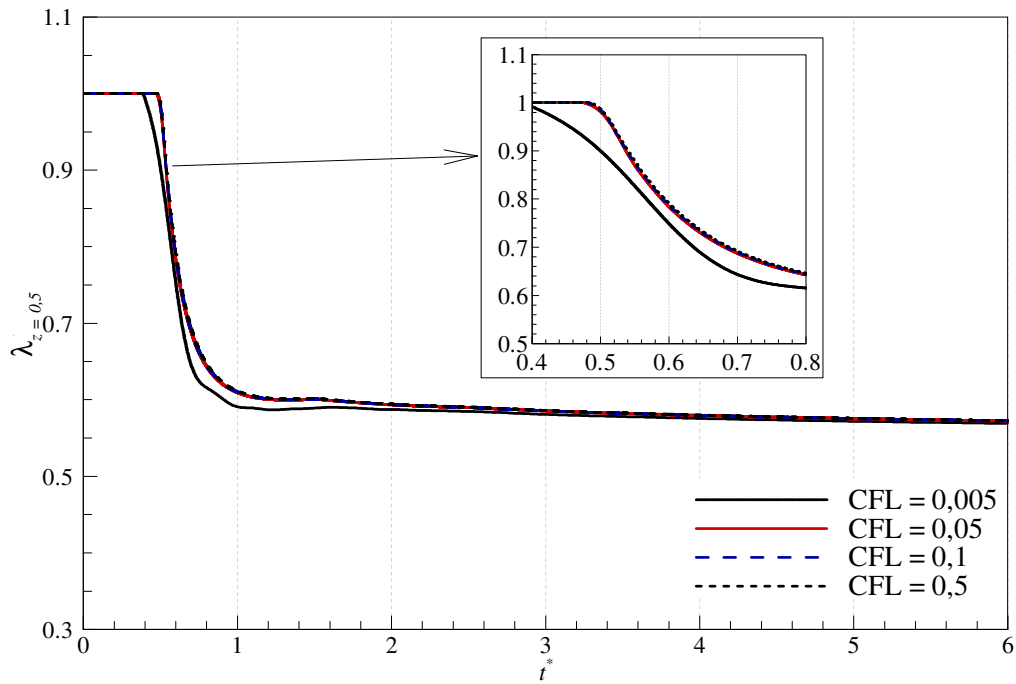


Figura 6.8 – Evolução temporal do parâmetro estrutural em  $z^* = 0,5$  para diferentes valores de  $CFL$ .

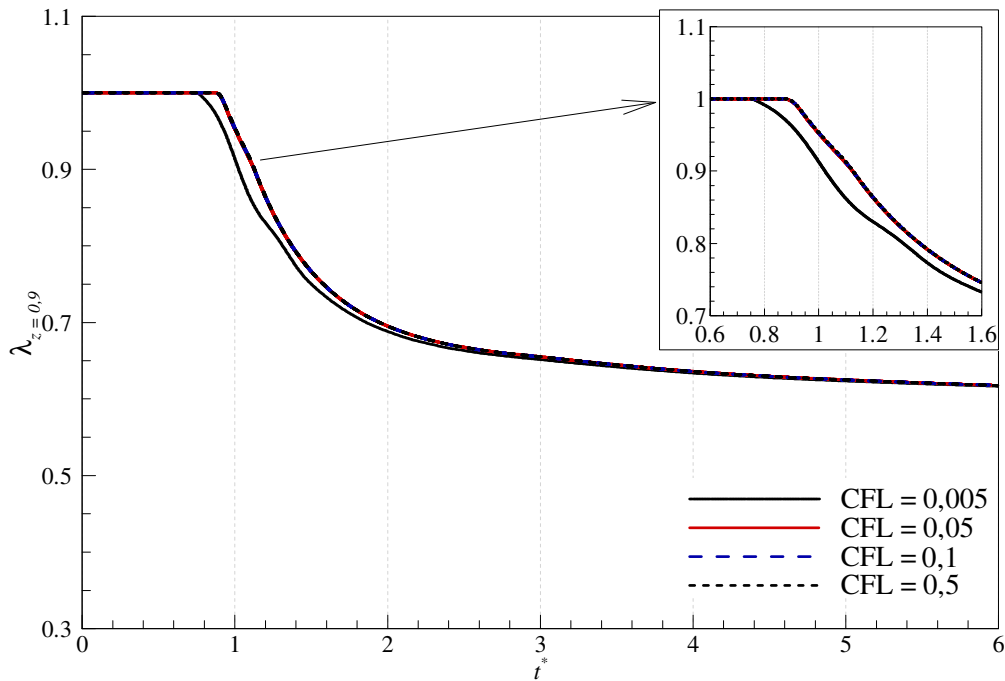


Figura 6.9 – Evolução temporal do parâmetro estrutural em  $z^* = 0,9$  para diferentes valores de  $CFL$ .

O tempo computacional requerido para cada simulação pode ser observado na Figura 6.10. Por se tratar de um algoritmo complexo e com várias iterações a cada incremento de tempo, há uma dependência considerável do valor de  $CFL$  no tempo computacional e isto se deve à variação proporcional da malha espacial. Ou seja, quando se aumenta  $CFL$  em uma ordem de grandeza, aumenta-se o número de divisões espaciais também em uma ordem de grandeza.

É fato que o valor de  $CFL = 0,5$  é o mais adequado, mas neste caso o tempo requerido para simular até  $t^* = 8$  é extremamente elevado (76 horas neste exemplo) devido ao algoritmo não estar devidamente otimizado. O mesmo período é simulado para  $CFL = 0,1$  em pouco mais de 16 horas, caracterizando uma redução de tempo computacional de 78%. Sabe-se, porém, que durante principalmente o período inicial do escoamento, utilizar um valor de  $CFL$  inferior a 0,5 significa gerar resultados com oscilações e difusões numéricas. Entretanto, com o passar do tempo do escoamento, as oscilações são insignificantes para  $CFL = 0,1$ , sendo o *offset* entre as curvas o fenômeno mais significativo.

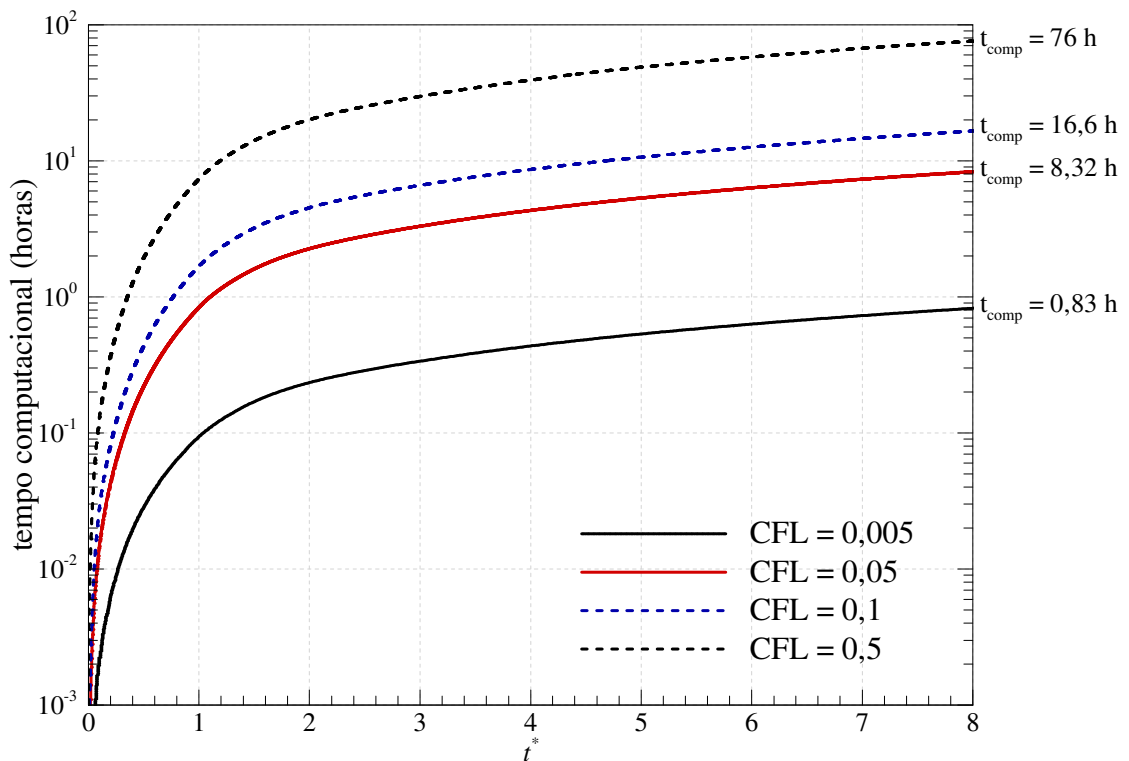


Figura 6.10 – Tempo computacional requerido para cada valor de  $CFL$ .

Tendo em vista o anteriormente exposto, propõe-se simular os próximos casos com  $CFL = 0,1$  e simular também até  $t^* = 0,5$  com  $CFL = 0,5$ , o que significaria (tomando como base o gráfico de tempo computacional desta análise, Figura 6.10) um incremento de aproximadamente 2 horas (12%) no tempo computacional total em relação a simular apenas com  $CFL = 0,1$ . Fazendo isso, podem-se substituir os trechos que possuam oscilações numéricas. Como o *offset* entre as curvas de pressão é o mais significativo e sempre para valores maiores em relação à curva para  $CFL = 0,5$ , considera-se que este erro não seja tão crítico, já que se estaria superestimando o valor desta propriedade.

### 6.3 Comparação com o Escoamento de Fluido Newtoniano e de Bingham

Nesta seção, compara-se o modelo atual com os modelos de início do escoamento laminar de dois tipos de fluidos: um fluido newtoniano e um fluido de Bingham. Ambos escoam em um tubo horizontal, submetido a uma pressão constante na entrada. Para fluidos newtonianos, a partir de hipóteses simplificadoras, este tipo de escoamento possui solução analítica, a qual é explicitada no Apêndice D. Para o fluido de Bingham, serão usados resultados numéricos de softwares apresentados em trabalhos anteriores (Oliveira, 2008). Dois casos distintos são analisados e os parâmetros utilizados no primeiro caso são os dispostos na Tabela 6.2 a seguir.

**Tabela 6.2 – Parâmetros utilizados para a comparação entre os escoamentos de um fluido tixotrópico, um fluido de Bingham e um fluido Newtoniano – 1º Caso**

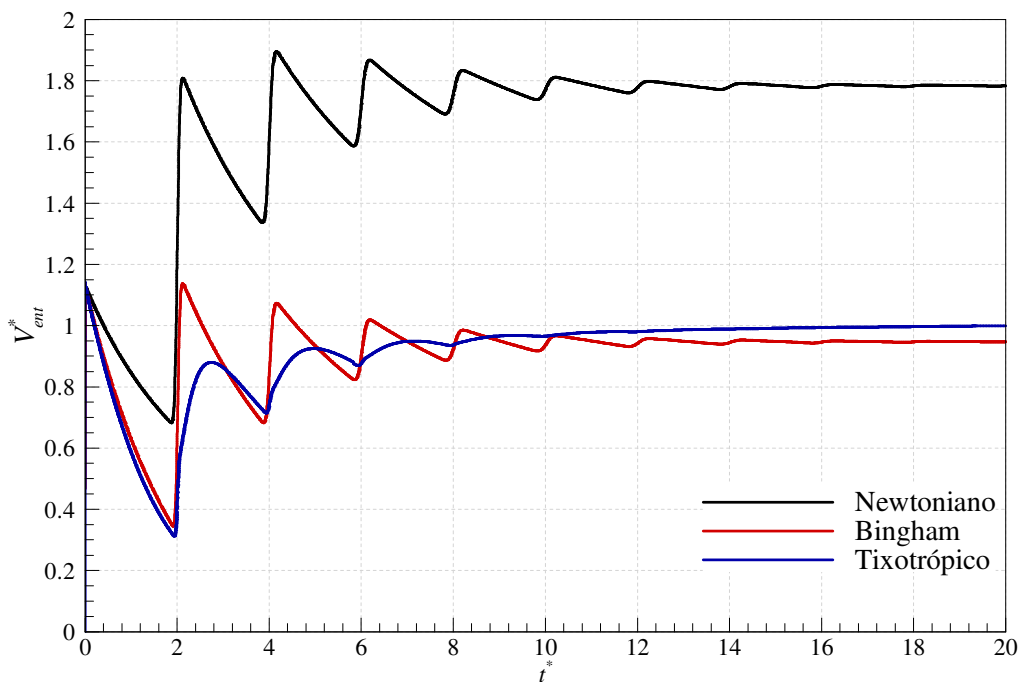
$L(m)$	$D(m)$	$\rho(kg/m^3)$	$\alpha(Pa^{-1})$
3000	0,12	1100	$10^{-9}$
Material Tixotrópico	Fluido de Bingham*	Fluido Newtoniano*	$P_b(Pa)$
Vide Tabela 6.1	$\mu_B = 0,0996 Pa s$ e $\tau_y = 3,5561 Pa$	$\mu = 0,0996 Pa s$	$10^6$

\*Valores de viscosidade e de tensão limite de escoamento obtidos a partir do ajuste do gráfico da Figura 3.2a com o modelo de fluido de Bingham e a viscosidade é usada para definir o fluido newtoniano correspondente.

Os resultados foram adimensionalizados da forma proposta no início do capítulo, sendo que os campos de velocidade de todos os fluidos foram adimensionalizados em relação à velocidade de regime permanente na entrada do tubo do escoamento do fluido tixotrópico. Esta velocidade foi alcançada em 60,0 s e vale 0,85 m/s. O fluido de Bingham alcançou

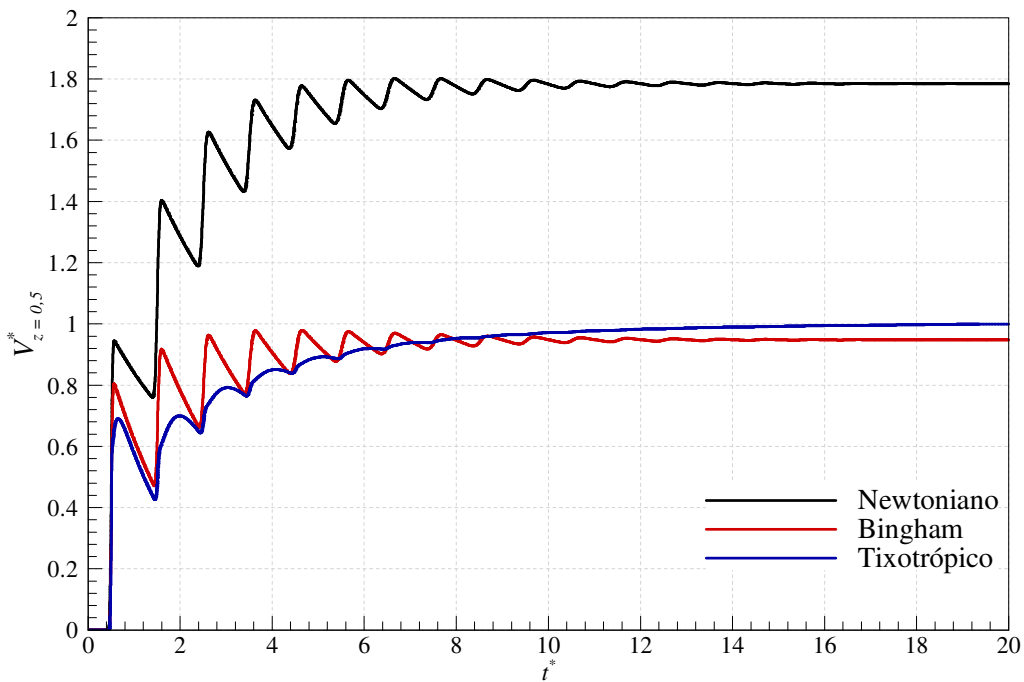
velocidade semelhante ( $0,8 \text{ m/s}$  ou  $V_{ent,RP,Bingham}^* = 0,941$  em  $38,8 \text{ s}$ ), pois, ao final do escoamento, o gel do fluido tixotrópico se encontra plenamente quebrado e ele se comporta como um material pseudo-plástico cuja curva de equilíbrio é a mesma utilizada para ajustar o modelo binghamiano. A pequena diferença é devido à curva de equilíbrio que caracteriza o fluido de perfuração não é uma linha reta como o modelo de Bingham propõe.

A Figura 6.11 mostra a evolução temporal da velocidade na entrada da tubulação. Nela observa-se que há uma diferença na magnitude da velocidade ao se comparar o escoamento do fluido newtoniano com os escoamentos dos outros fluidos. É interessante notar que o primeiro pico de velocidade (logo no início do escoamento) é aproximadamente igual para todos os fluidos, mas os demais se mostram distintos em magnitude e formato. Enquanto que os picos de velocidade do fluido newtoniano e de Bingham são mais bruscos e definidos, os picos do fluido tixotrópico são mais arredondados e menos intensos. Isto se deve basicamente à diferença entre a energia que deve ser fornecida ao fluido para escoar, ou seja, enquanto que para o fluido de Bingham deve-se vencer sua tensão limite de escoamento, para o fluido tixotrópico deve-se quebrar sua estrutura gelificada e, para o fluido newtoniano, basta apenas superar sua resistência viscosa.



**Figura 6.11 – Evolução temporal da velocidade na entrada do tubo para os três fluidos em análise (Caso 1).**

A evolução temporal da velocidade no centro da tubulação para os três tipos de escoamentos pode ser vista na Figura 6.12. O mesmo aspecto observado na figura anterior (Figura 6.11) é notado nesta figura, sendo que agora, para todos os fluidos, há menores picos de velocidade para todos os escoamentos. Isto leva a crer que há certo amortecimento do pulso de pressão ao longo do tubo. O valor final de velocidade, porém, é semelhante ao encontrado na entrada da tubulação, ou seja, no regime permanente, um campo uniforme de velocidades é obtido para todos os fluidos. Note que a velocidade no centro do tubo é nula até  $t^* = 0,5$ , ou seja, até o pulso de pressão chegar a este ponto da tubulação. Cada pico de velocidade ocorre a cada 1,0 unidade de tempo adimensional, que corresponde ao tempo necessário para que o pulso de pressão vá até a extremidade do tubo e retorne ao seu centro.

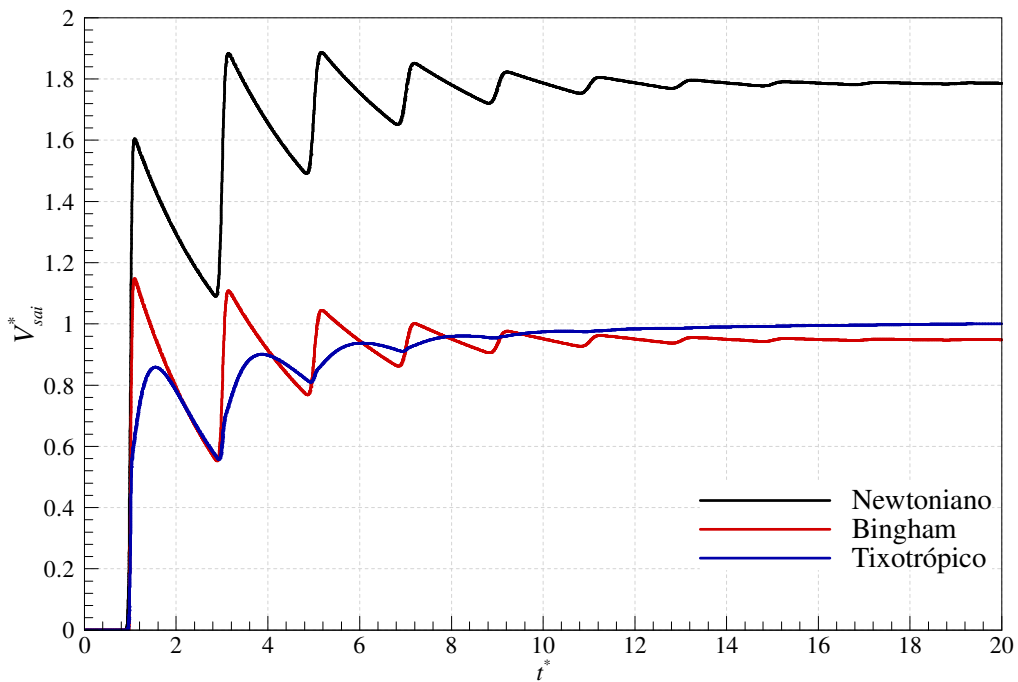


**Figura 6.12 – Evolução temporal da velocidade no meio da tubulação para os três fluidos em análise (Caso 1).**

O gráfico da Figura 6.13 é adicionado à análise apenas para corroborar o que já foi observado nos gráficos anteriores. Novamente, nota-se picos menos intensos (mais amortecidos) na evolução temporal da velocidade no final da tubulação, os quais se iniciam em  $t^* = 1,0$ , como era esperado. Ainda, velocidades de regime permanente são novamente

semelhantes aos valores do início e do centro do tubo devido à baixa compressibilidade dos fluidos analisados.

A evolução temporal da pressão no ponto correspondente a 10% do comprimento do tubo é mostrada na Figura 6.14, bem como os pontos correspondentes a 50% e 90% do comprimento são mostrados, respectivamente, nas Figuras 6.15 e 6.16. Nota-se que, para todos os fluidos, uma variação axial linear de pressão (ou seja, um gradiente constante de pressão) é obtido no regime permanente. Desta forma, tanto para o fluido tixotrópico quanto para os outros dois tipos:  $P_{RP}^*(z^* = 0,1) \cong 0,1$ ,  $P_{RP}^*(z^* = 0,5) \cong 0,5$  e  $P_{RP}^*(z^* = 0,9) \cong 0,9$ . Este gradiente linear é obtido devido à baixa compressibilidade dos fluidos. Pode ser observado também que os picos de pressão são menores para os maiores tempos e também menores quanto mais se avança na tubulação, devido ao amortecimento do pulso pelo fluido.



**Figura 6.13 – Evolução temporal da velocidade na saída do tubo para os três fluidos em análise (Caso 1).**

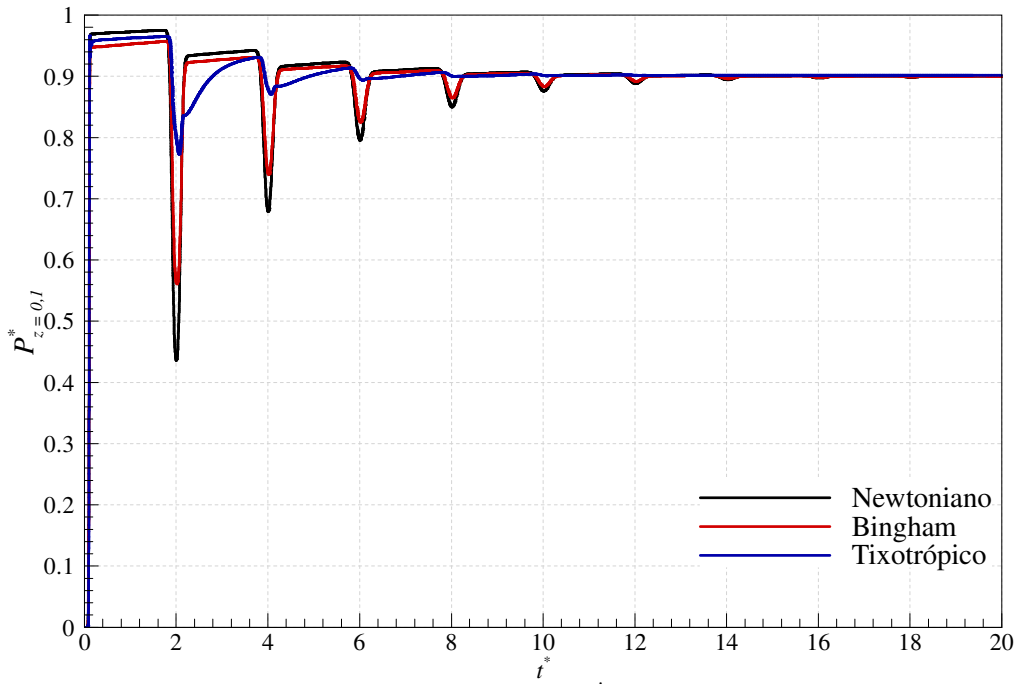


Figura 6.14 – Evolução temporal da pressão em  $z^* = 0,1$  para os três fluidos em análise (Caso 1).

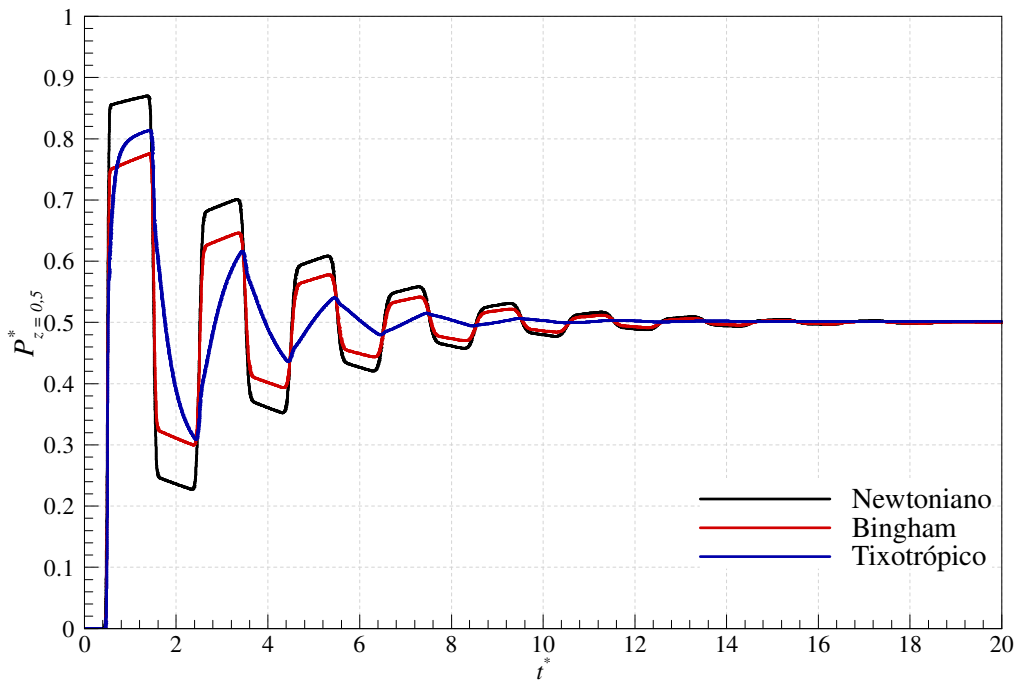
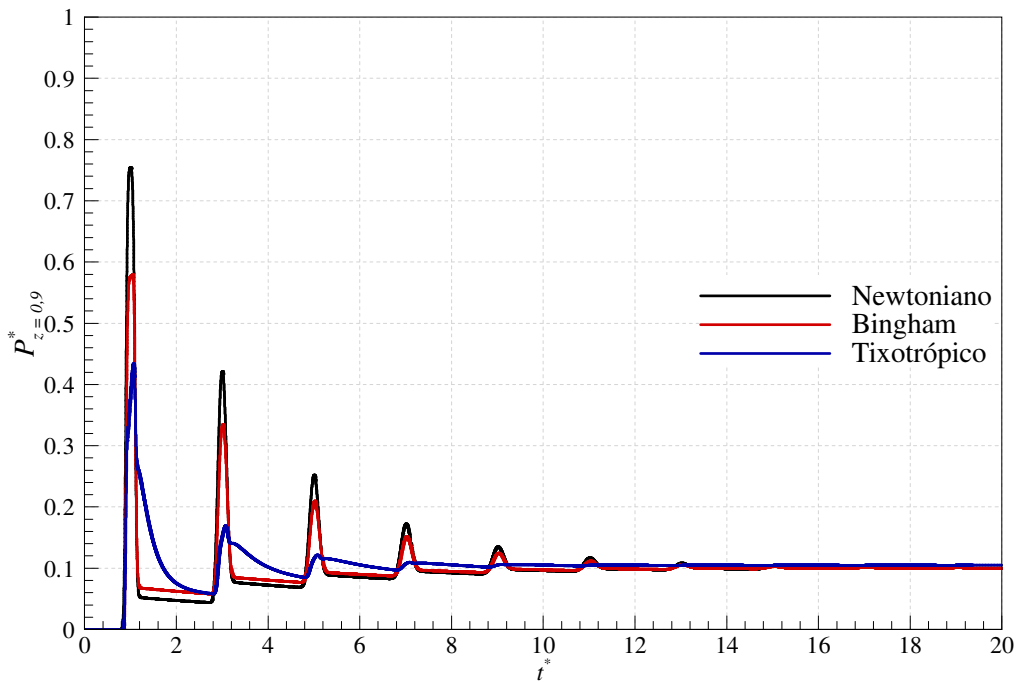


Figura 6.15 – Evolução temporal da pressão em  $z^* = 0,5$  para os três fluidos em análise (Caso 1).

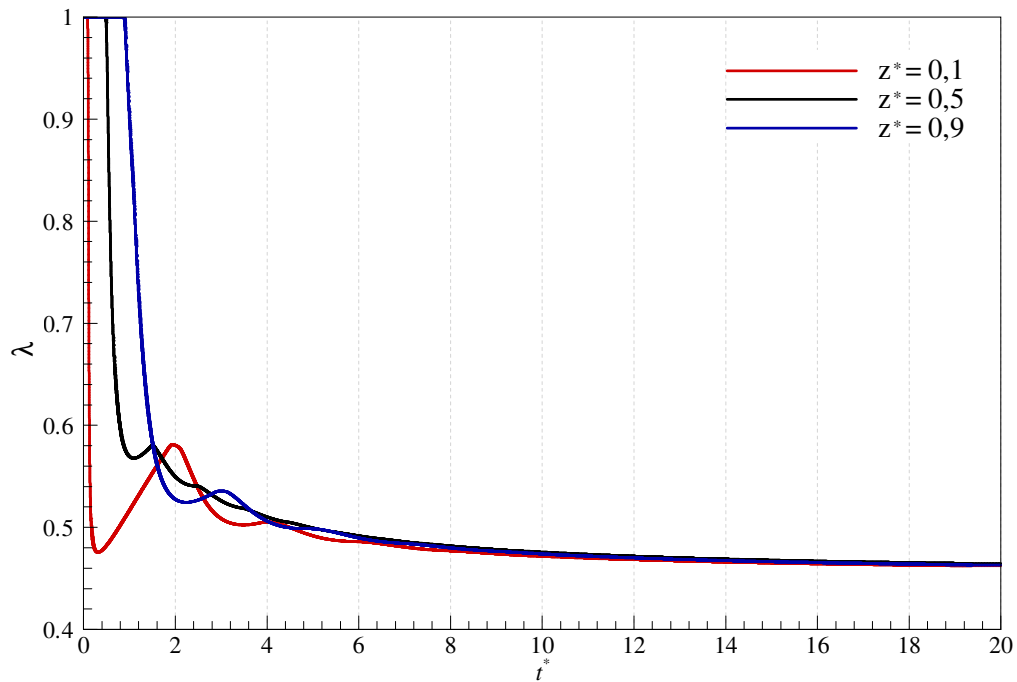


**Figura 6.16 – Evolução temporal da pressão em  $z^* = 0,9$  para os três fluidos em análise (Caso 1).**

Os maiores picos são sempre observados no fluido newtoniano, em seguida no fluido de Bingham e os picos menos intensos e suaves ocorrem no fluido tixotrópico, com exceção do primeiro pico das evoluções temporais em  $z^* = 0,1$  e em  $z^* = 0,5$ , onde o pico observado no fluido tixotrópico é mais intenso que o do fluido de Bingham. Atenção maior deve ser dada ao final da tubulação, na qual o pico de pressão inicial chega a ser 4,3 vezes o valor de regime permanente para o fluido tixotrópico. Quando se analisa o fluido newtoniano, chega-se no primeiro pico em um valor de pressão 7,5 vezes maior que o regime permanente em  $z^* = 0,9$ .

Ao se observar a evolução temporal do parâmetro estrutural na parede (do fluido tixotrópico) na Figura 6.17, nota-se que ocorre inicialmente uma grande quebra de gel, logo quando a onda de pressão passa por cada ponto em análise. Para todos os pontos há uma posterior reestruturação do gel (denotada pelo aumento do parâmetro estrutural) e, em seguida, ocorre uma nova quebra logo que a onda de pressão volta a passar pelo ponto. A partir daí, não há mais reestruturação evidente ou significativa, fazendo com que o material tixotrópico tenda ao comportamento de fluido pseudoplástico.





**Figura 6.17 – Evolução temporal do parâmetro estrutural do fluido tixotrópico em três posições diferentes no tubo (Caso 1).**

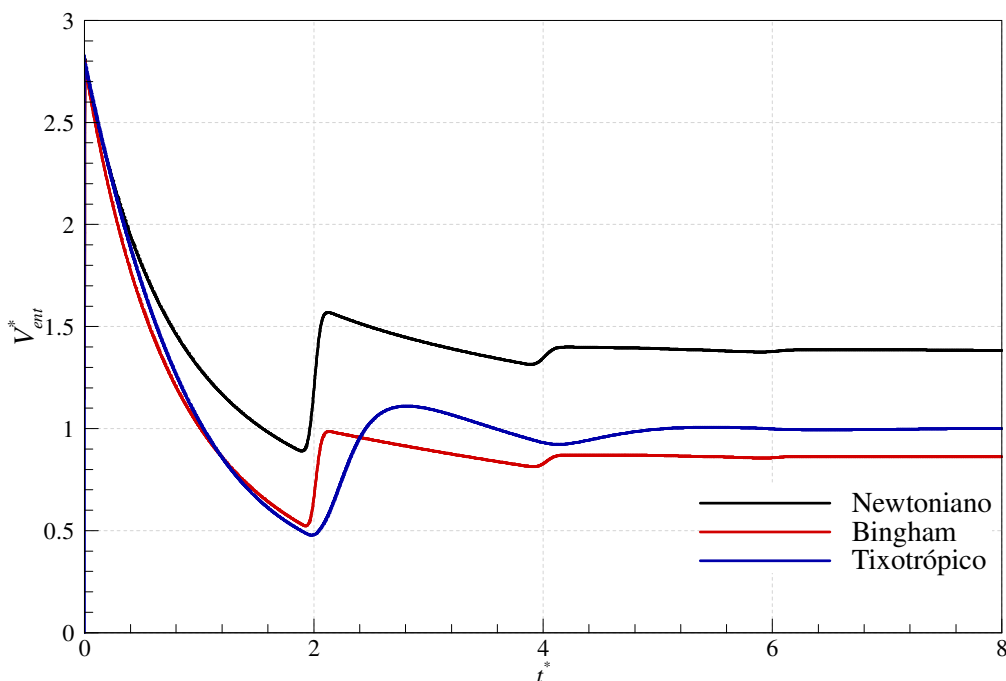
Em todos os gráficos de evolução temporal de velocidade e de pressão, nota-se que os picos existentes no material tixotrópico são “atrasados” em relação aos picos que ocorrem no fluido de Bingham. Isto é de se esperar devido à tixotropia, ou seja, a partir do momento em que há uma perturbação de um local, um determinado tempo é necessário para que haja a completa quebra do gel deste fluido, como indica a Figura 6.17.

Um novo caso é a seguir analisado. Seus parâmetros estão dispostos na Tabela 6.3, sendo que os parâmetros que definem a reologia dos fluidos são os mesmos dispostos na Tabela 6.2. Note nesta tabela que este fluido é dez vezes mais compressível que o anterior e que a razão de aspecto (relação entre o comprimento e o diâmetro da tubulação) muda de  $2,5 \times 10^4$  para  $2 \times 10^4$ . Outro parâmetro com ligeira mudança é a massa específica, que no caso anterior era 10% superior.

**Tabela 6.3 – Parâmetros utilizados para a comparação entre os escoamentos de um fluido tixotrópico, um fluido de Bingham e um fluido Newtoniano – 2º Caso**

$L$ (m)	$D$ (m)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\alpha$ (Pa <sup>-1</sup> )
2000	0,10	1000	$10^{-8}$
Material Tixotrópico	Fluido de Bingham*	Fluido Newtoniano*	$P_b$ (Pa)
Vide Tabela 6.1	$\mu = 0,0996$ Pa s e $\tau_y = 3,5561$ Pa	$\mu = 0,0996$ Pa s	$10^6$

As evoluções temporais da velocidade na entrada, no meio e na saída do tubo são mostrados a seguir nas Figuras 6.18 a 6.20. Nota-se que há menos reflexões da onda de pressão neste caso em relação ao caso anterior devido à maior compressibilidade do fluido. Para o fluido tixotrópico, há apenas dois picos de velocidade visíveis na entrada do tubo e é possível perceber três picos no meio e na saída da tubulação. Novamente observa-se que a velocidade do fluido newtoniano é maior em todas as posições do tubo analisadas, devido à sua menor resistência ao escoamento. Velocidades finais semelhantes são alcançadas com os fluidos de Bingham e tixotrópico, sendo:  $V_{ent,RP,Tixotrópico} = 1,125 \text{ m/s}$  ( $V_{ent,RP,Tixotrópico}^* = 1,0$ ) alcançada em 7,4 tempos adimensionais e  $V_{ent,RP,Bingham}^* \cong 0,9$  alcançada em  $t^* = 6,1$ .



**Figura 6.18 – Evolução temporal da velocidade na entrada do tubo (Caso 2).**

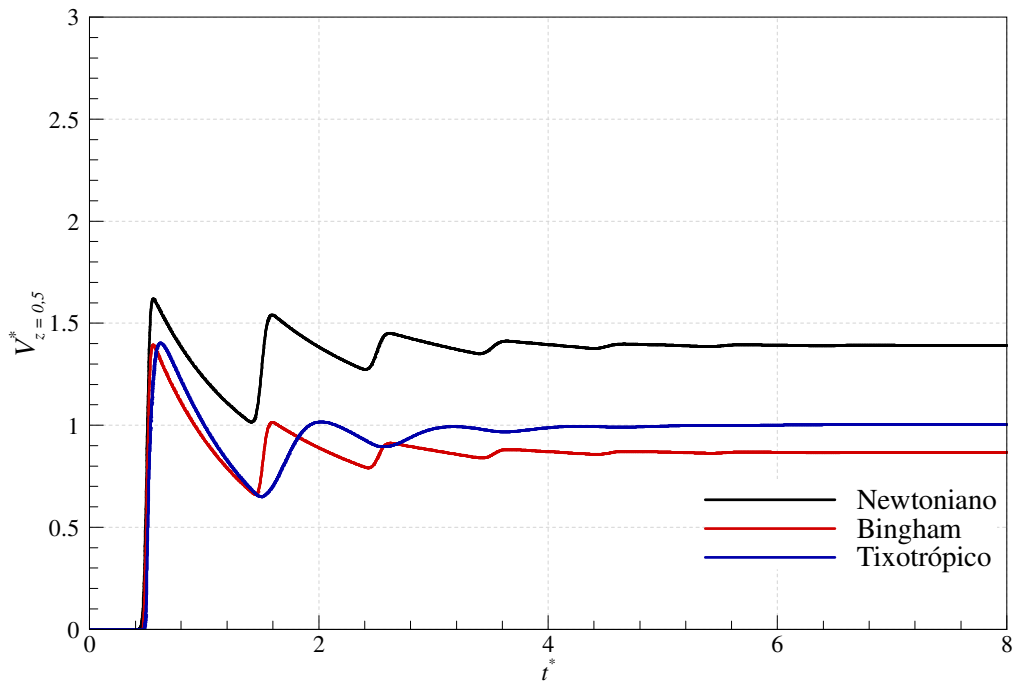


Figura 6.19 – Evolução temporal da velocidade no meio do tubo para os três fluidos em análise (Caso 2).

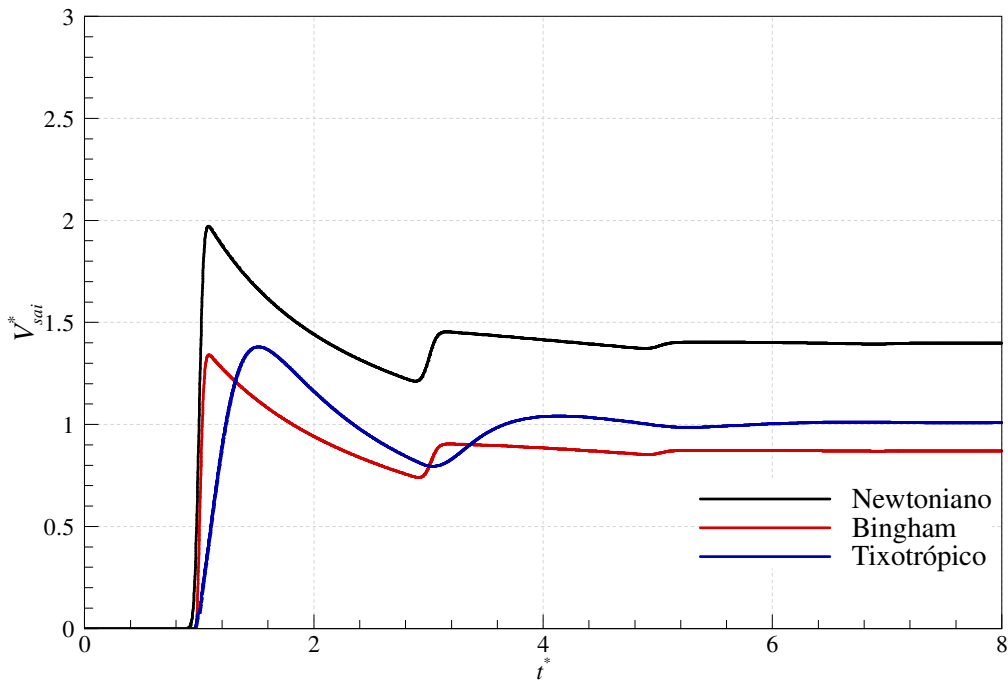
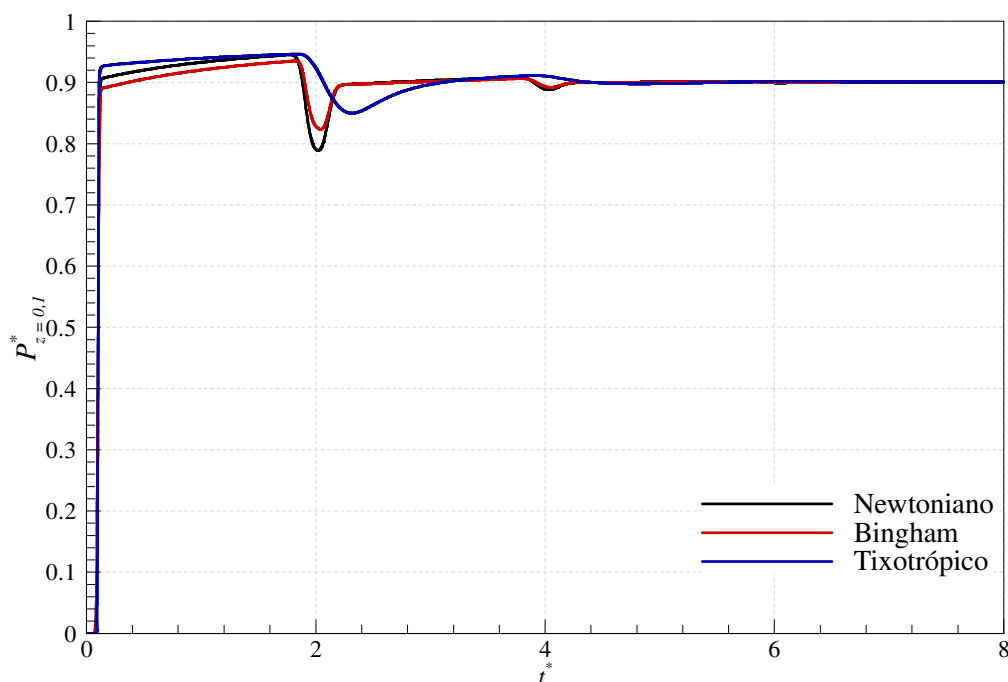


Figura 6.20 – Evolução temporal da velocidade no final do tubo para os três fluidos em análise (Caso 2).

A evolução temporal da pressão em  $z^* = 0,1$  é mostrada na Figura 6.21 a seguir. Ao observar o comportamento da pressão do fluido tixotrópico sem atentar ao comportamento da velocidade, tem-se a impressão que o regime permanente é alcançado logo após o segundo pico de pressão. Ainda, percebe-se que nos momentos em que a onda de pressão retorna a  $z^* = 0,1$  (em  $t^* = 1,9$  e em  $t^* = 2,1$ ) a pressão adimensional neste ponto continua a cair, percebendo a perturbação apenas mais tarde, quando lentamente chega no segundo pico de pressão. Ao contrário do comportamento dos fluidos newtoniano e de Bingham que percebem imediatamente a perturbação quando a onda de pressão passa pelos trechos.



**Figura 6.21 – Evolução temporal da pressão em  $z^* = 0,1$  para os três fluidos em análise (Caso 2).**

Comportamento semelhante pode ser notado na evolução da pressão em  $z^* = 0,5$  (Figura 6.22) e em  $z^* = 0,9$  (Figura 6.23): os picos de pressão do fluido tixotrópico estão “atrasados” em relação ao tempo em que a onda de pressão passa pelo trecho em análise. Estes picos são menos intensos que os picos do primeiro caso e isto é devido à maior compressibilidade do fluido, ocorrendo uma absorção mais rápida da energia proporcionada pela bomba. O primeiro pico em  $z^* = 0,9$  para o fluido tixotrópico, por exemplo, é apenas 3,3 vezes o valor de regime permanente, enquanto que para o fluido newtoniano este valor chega a 4,2 (valores substancialmente menores que os encontrados no primeiro caso). Nota-se também que o primeiro pico de pressão no fluido tixotrópico é maior que o primeiro pico dos

outros fluidos em  $z^* = 0,1$  e em  $z^* = 0,5$ . Apenas no último trecho analisado, o pico do fluido tixotrópico é menor que o de ambos os fluidos.

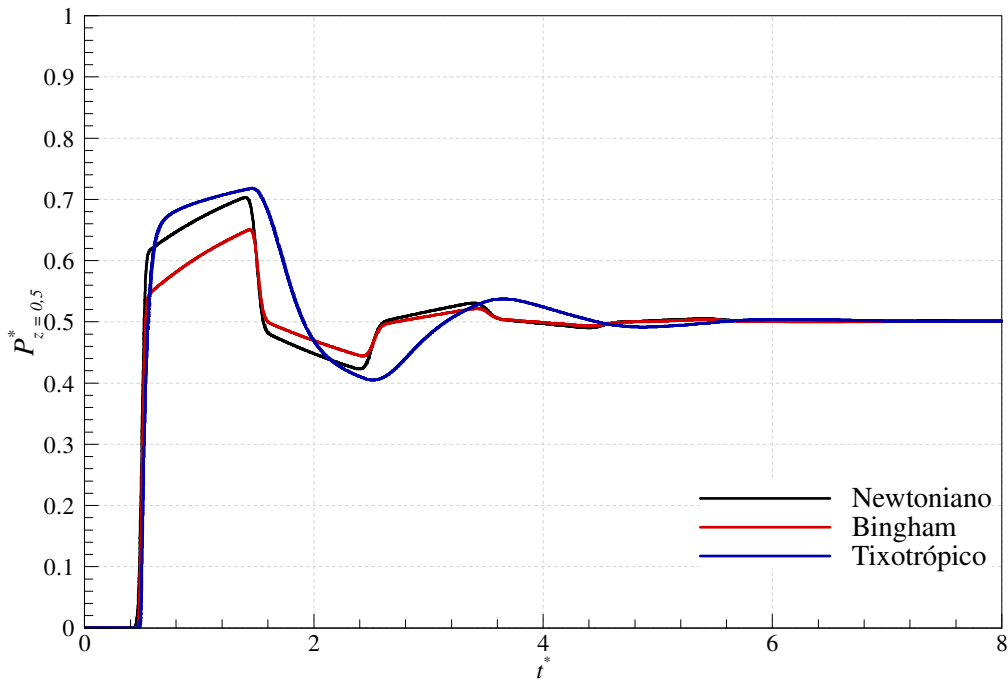


Figura 6.22 – Evolução temporal da pressão em  $z^* = 0,5$  para os três fluidos em análise (Caso 2).

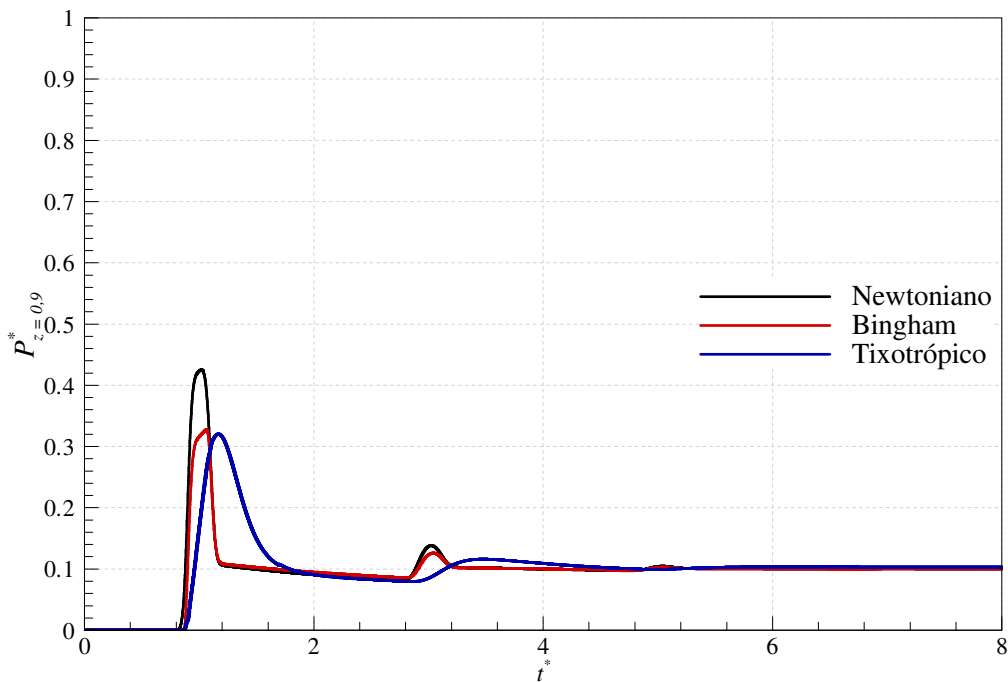
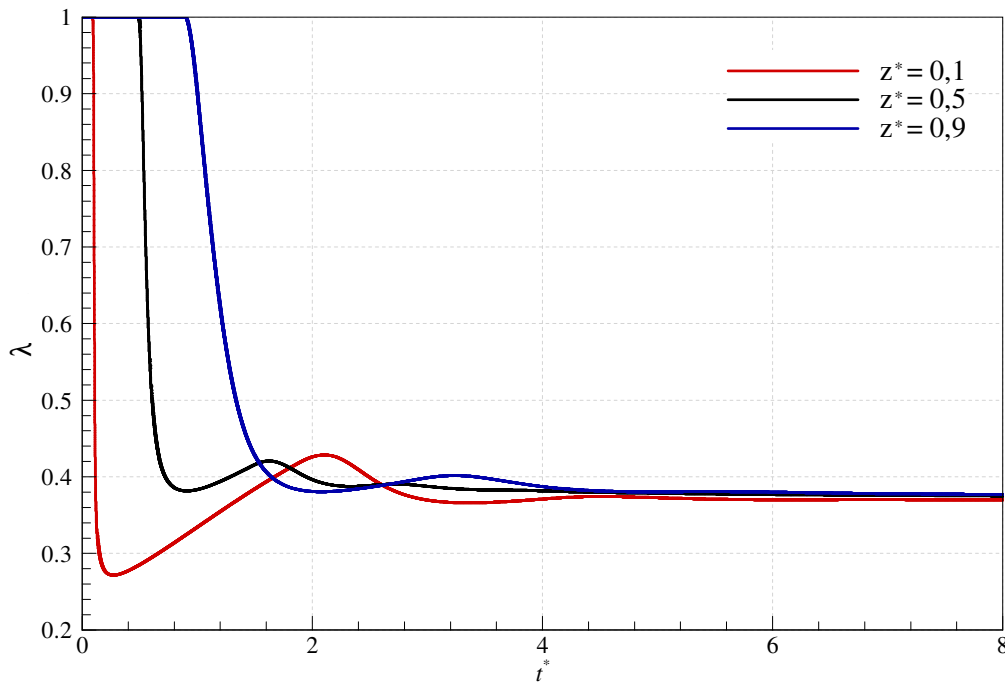


Figura 6.23 – Evolução temporal da pressão em  $z^* = 0,9$  para os três fluidos em análise (Caso 2).

A forma como o parâmetro estrutural se comportou durante o escoamento nos mesmos pontos em que foi observada a pressão está mostrada na Figura 6.24. Nota-se novamente uma grande quebra inicial logo que a onda de pressão atinge o ponto em análise. O local em que há maior reestruturação posterior é o ponto em que a onda de pressão leva mais tempo para retornar ( $z^* = 0,1$ ), pois há tempo suficiente para tal. Neste ponto da tubulação,  $\lambda_{\min} = 0,27$  em  $t^* = 0,25$  e há uma reestruturação a  $\lambda_{\max} = 0,43$  em  $t^* = 2,08$ , quando a onda de pressão retorna a este ponto e uma nova quebra se inicia.



**Figura 6.24 – Evolução temporal do parâmetro estrutural do fluido tixotrópico em três posições diferentes no tubo (Caso 2).**

#### 6.4 Estudos de Casos Adicionais

Nesta seção será feita uma análise de como o escoamento se comporta se forem feitas determinadas mudanças em certos parâmetros. Devido ao grande tempo computacional necessário para simular o software, esta análise é limitada às mudanças propostas na Tabela 6.4. Desta forma, para trabalhos futuros espera-se que o software seja melhorado de modo a se conseguir simular vários casos de análise de sensibilidade do problema em tempo hábil.

Para o caso em que uma pressão constante é aplicada na entrada da tubulação, são observadas a seguir as influências da disposição do tubo (horizontal e vertical) e da razão de aspecto (razão entre o comprimento e o diâmetro da tubulação). A Tabela 6.4 mostra os parâmetros fixos nesta análise, bem como os parâmetros que são modificados para observar suas influências.

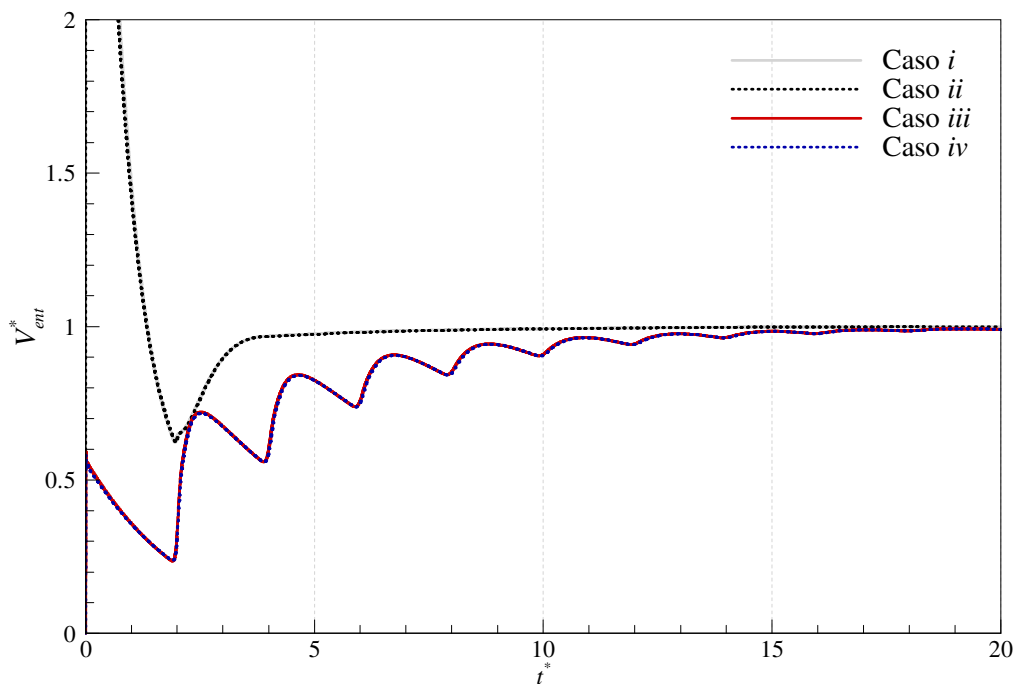
**Tabela 6.4 – Parâmetros utilizados para a análise de sensibilidade do problema**

$P_b$ (Pa)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\alpha$ (Pa <sup>-1</sup> )	$D$ (m)	Modelo de Tixotropia
$10^6$	800	$10^{-9}$	0,1	Vide Tabela 6.1
Casos		$L$ (m)	$g$ (m/s <sup>2</sup> )	
<i>i</i>		4000	0,0	
<i>ii</i>		4000	9,81	
<i>iii</i>		1500	0,0	
<i>iv</i>		1500	9,81	

Em todos os gráficos – seja de evolução da velocidade (Figuras 6.25 a 6.27), de evolução de pressão (Figuras 6.28 a 6.30) ou de evolução do parâmetro estrutural (Figuras 6.31 a 6.33) – nota-se que para a maior razão de aspecto (Casos *i* e *ii*), a tubulação é suficientemente longa para absorver a onda de pressão e não há sucessivas reflexões como observado nos gráficos para a menor razão de aspecto (Casos *iii* e *iv*). Entretanto, apenas na evolução temporal da velocidade é observada significativa diferença entre os gráficos do escoamento horizontal e o vertical, sendo mais evidente ao comparar os casos *i* e *ii*. Ainda, esta diferença é maior quanto mais se avança na tubulação. Isto se deve à compressão do fluido devido a seu próprio peso, fazendo com que haja maior valor de massa específica na parte mais inferior da tubulação e, conseqüentemente, menores valores de velocidade.

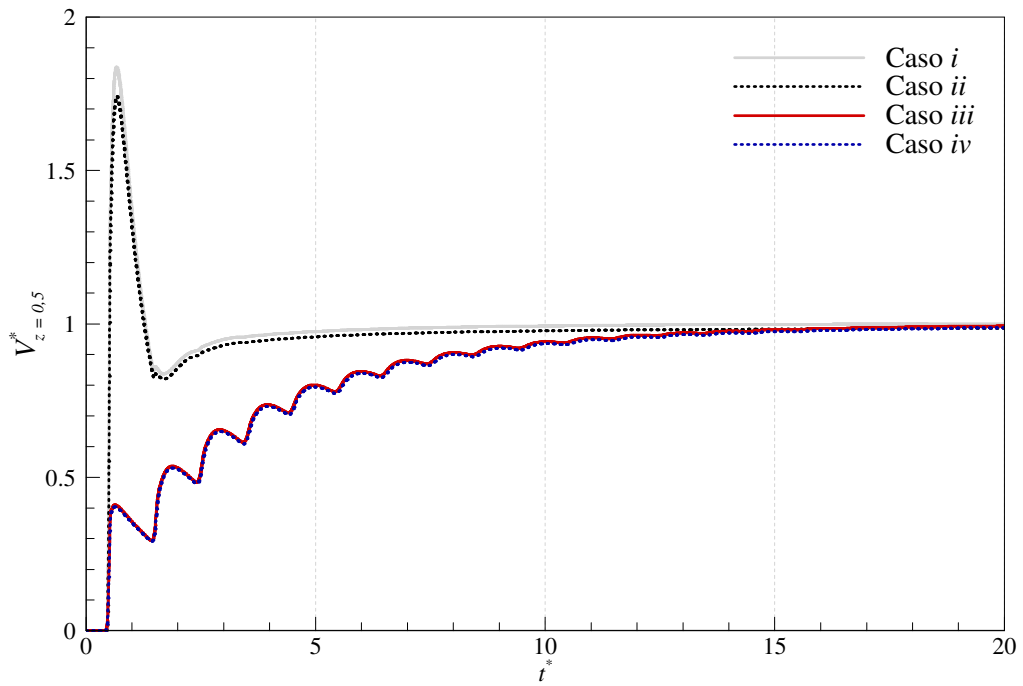
Como os gráficos mostrados nas Figuras 6.25 a 6.30 estão adimensionalizados, a Tabela 6.5 mostra os principais parâmetros encontrados em todos os casos para que a análise (chamados de valores notáveis) não seja apenas em função dos resultados adimensionalizados e para que não seja feita nenhuma falsa interpretação. Nesta tabela, nota-se que uma maior velocidade é alcançada nos casos em que a tubulação é de menor comprimento. Isto já era esperado devido às pressões na entrada da tubulação em todos os casos serem iguais.

Observa-se também que nos casos em que a tubulação se encontra na horizontal, o campo de velocidade no regime permanente é constante, enquanto que para os outros casos, a compressibilidade do fluido passa a atuar aumentando sua massa específica em pontos mais inferiores da tubulação fazendo com que a velocidade se torne ligeiramente menor nestes pontos. Pode-se observar nesta mesma tabela que o regime permanente é alcançado mais lentamente nos casos de maior razão de aspecto. Acredita-se que esse maior tempo é devido à propagação mais suave e amortecida da onda de pressão. Entretanto, nem sempre essa tendência é observada: em trabalhos anteriores (Oliveira *et al.*, 2010), uma análise mais detalhada mostra que não há evidente relação entre o tempo de regime permanente e a razão de aspecto.

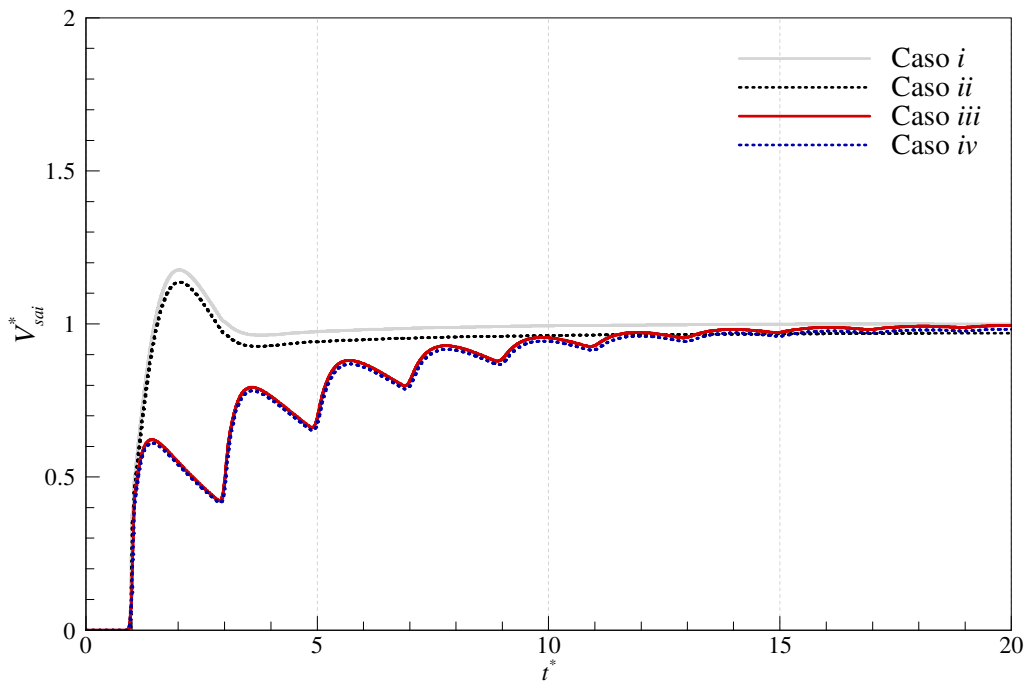


**Figura 6.25 – Evolução temporal da velocidade adimensional na entrada da tubulação para todos os casos analisados.**





**Figura 6.26 – Evolução temporal da velocidade adimensional no meio da tubulação para todos os casos analisados.**



**Figura 6.27 – Evolução temporal da velocidade adimensional na saída da tubulação para todos os casos analisados.**

**Tabela 6.5 – Valores notáveis de todos os casos analisados**

	Caso <i>i</i>	Caso <i>ii</i>	Caso <i>iii</i>	Caso <i>iv</i>
$c$ (m/s)	1118	1118	1118	1118
$t_{z=L} = c/L$ (s)	3,58	3,58	1,34	1,34
$t_{RP}$ (s)	52,3	52,3	43,1	43,1
$V_{ent,RP}$ (m/s)	0,227	0,240	1,985	2,020
$V_{sai,RP}$ (m/s)	0,227	0,233	1,985	1,998

Como já mencionado, os maiores e mais frequentes picos de pressão são notados nos casos em que a razão de aspecto é menor. Uma característica que pode ser observadas nas Figuras 6.28 a 6.30 é que no ponto mais próximo à entrada da tubulação, o aumento de pressão é mais lento que seu decréscimo, enquanto que no ponto mais próximos à saída da tubulação o comportamento inverso é notado: aumento de pressão mais rápido que seu decréscimo. No centro da tubulação é onde tanto o aumento quanto o decréscimo de pressão ocorrem em tempos semelhantes. Este fenômeno é devido ao tempo necessário para a onda de pressão passar por vezes consecutivas por esses pontos e o tempo necessário para quebra e reestruturação do gel. Por exemplo, no ponto  $z^* = 0,9$ , a onda de pressão passa pela primeira vez em  $t^* = 0,9$  e retorna em  $t^* = 1,1$ . Assim, a quebra do gel ocorre de maneira mais intensa neste ponto durante estes instantes.

Uma relação com os picos máximos de cada ponto analisado está colocada na Tabela 6.6, onde se observa que o ponto de maiores picos em relação ao seu valor de regime permanente é o mais próximo à saída da tubulação, embora sua duração seja inferior às durações dos picos dos outros pontos. Os valores entre parênteses correspondem à relação entre o valor do pico de pressão e seu valor de regime permanente.

**Tabela 6.6 – Primeiros picos de pressão em diferentes pontos da tubulação\***

	$P_{z^*=0,1}^*$	$P_{z^*=0,5}^*$	$P_{z^*=0,9}^*$
Caso <i>i</i>	0,940 (104,4%)	0,681 (136,2%)	0,184 (184,0%)
Caso <i>ii</i>	0,942 (104,7%)	0,686 (137,2%)	0,187 (187,0%)
Caso <i>iii</i>	0,974 (108,2%)	0,862 (172,4%)	0,596 (596,0%)
Caso <i>iv</i>	0,974 (108,2%)	0,864 (172,8%)	0,599 (599,0%)

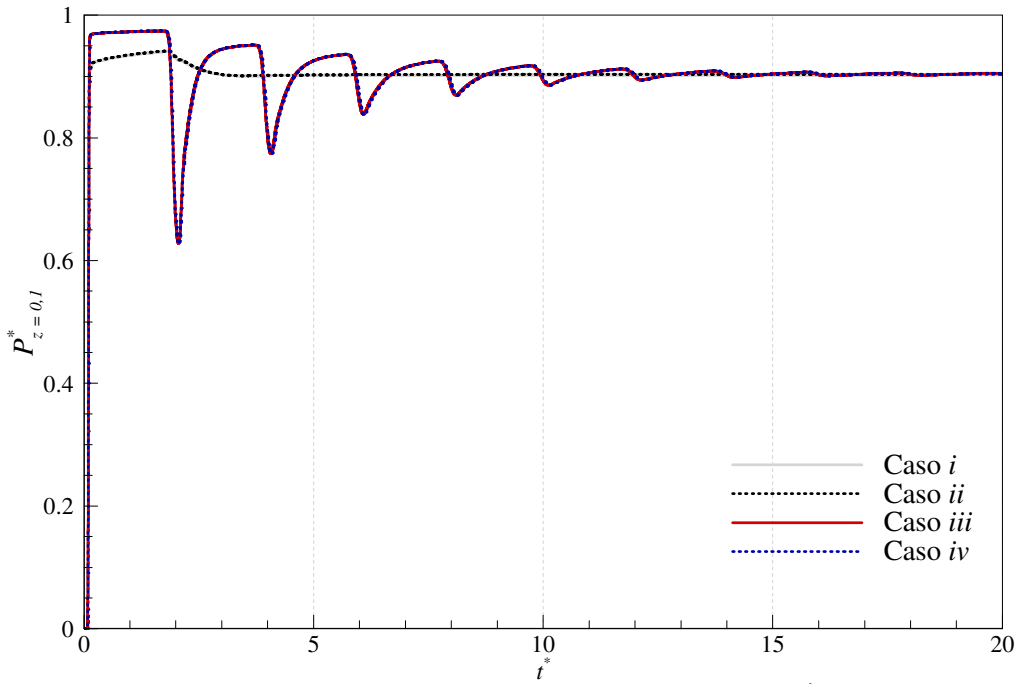


Figura 6.28 – Evolução temporal da pressão adimensional em  $z^* = 0,1$  para todos os casos analisados.

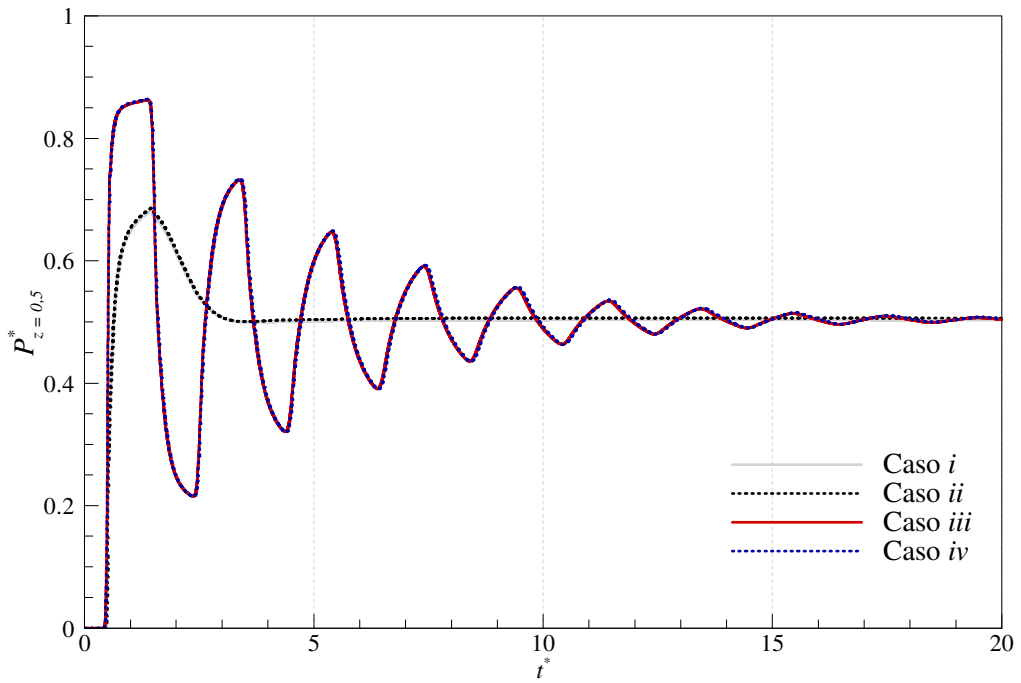
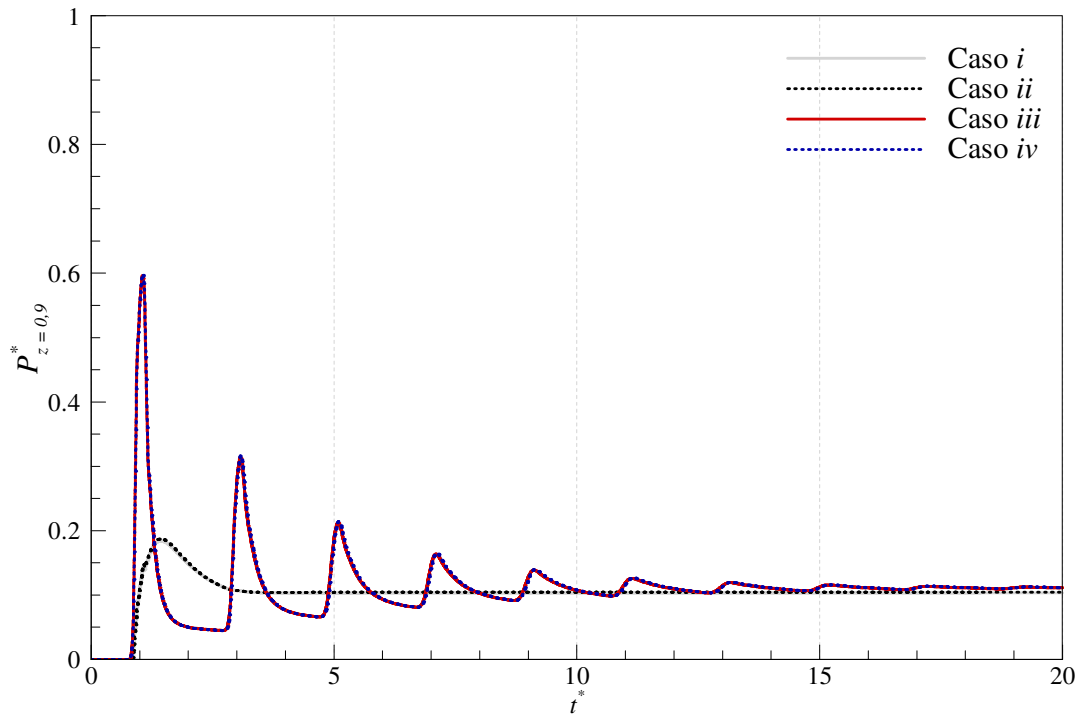


Figura 6.29 – Evolução temporal da pressão adimensional em  $z^* = 0,5$  para todos os casos analisados



**Figura 6.30 – Evolução temporal da pressão adimensional em  $z^* = 0,9$  para todos os casos analisados**

Observando a evolução do parâmetro estrutural em todos os locais analisados, nota-se que os casos com menor razão de aspecto possuem maiores quebras do gel ( $\lambda_{RP} \cong 0,3$  para todos os pontos dos casos *iii* e *iv*) devido à maior velocidade de regime permanente alcançada nesses casos. Nota-se que a força gravitacional não influencia significativamente nestes casos, fazendo com que os gráficos dos casos *iii* e *iv* fiquem praticamente coincidentes.

Por outro lado, a disposição do tubo influencia mais no valor do parâmetro estrutural ao comparar os casos de maior razão de aspecto: maiores quebras do gel ocorrem no caso *ii* (tubo disposto verticalmente) em relação ao caso *i*, mas esta variação decresce à medida que se observa pontos mais próximos à saída da tubulação. A Tabela 6.7 detalha estas diferenças entre os valores do parâmetro estrutural, o qual no regime permanente fica em ambos os casos na faixa de 0,64 a 0,66.

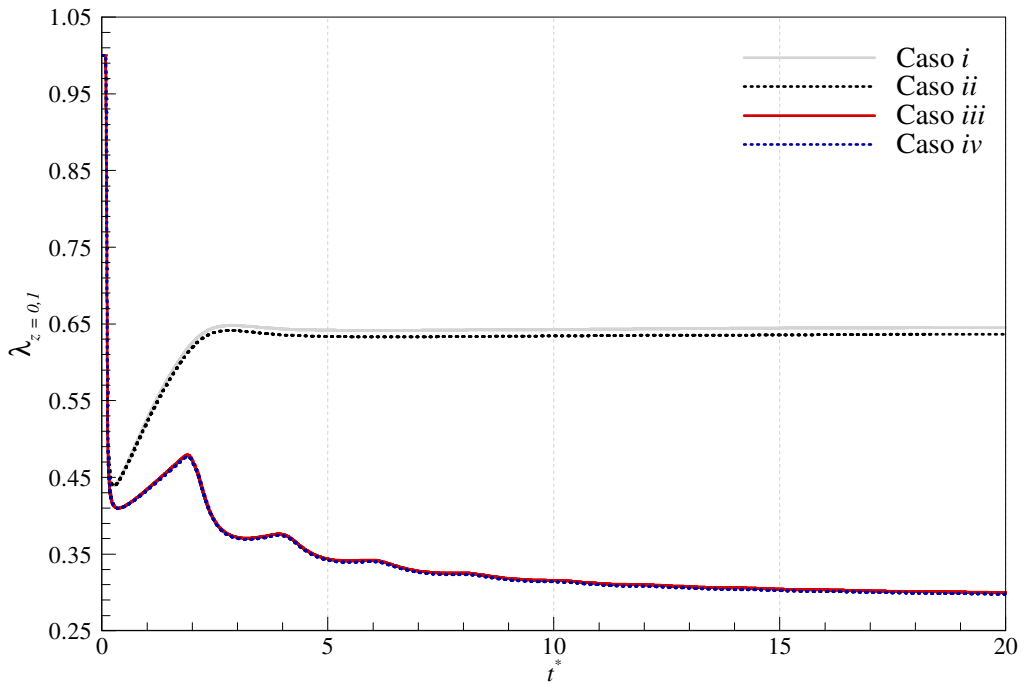


Figura 6.31 – Evolução temporal do parâmetro estrutural em  $z^* = 0,1$  para todos os casos analisados.

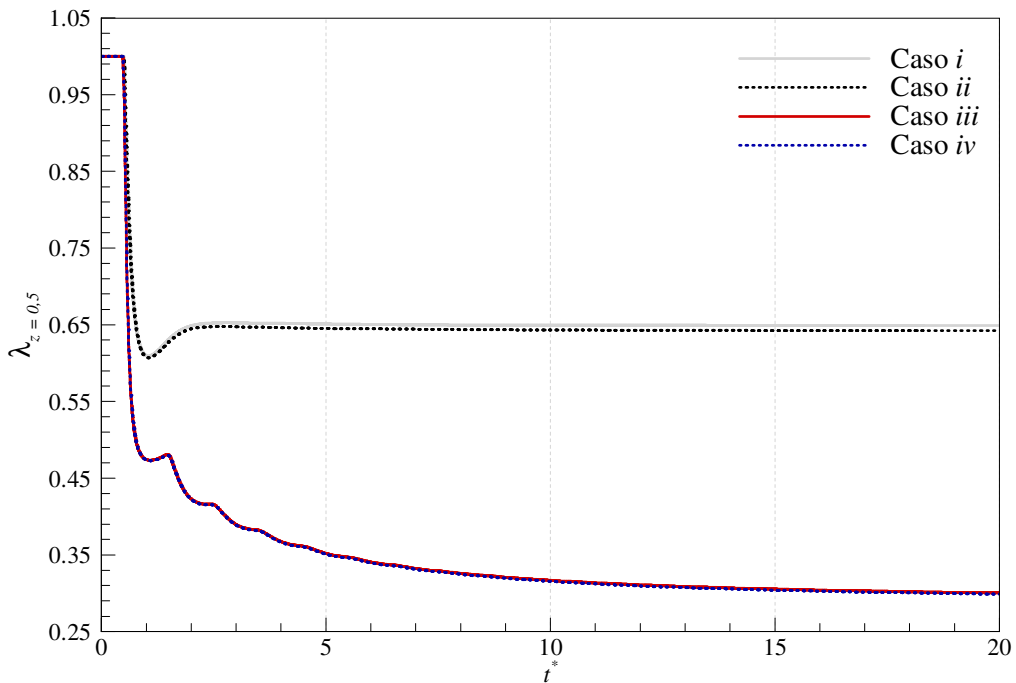


Figura 6.32 – Evolução temporal do parâmetro estrutural em  $z^* = 0,5$  para todos os casos analisados.

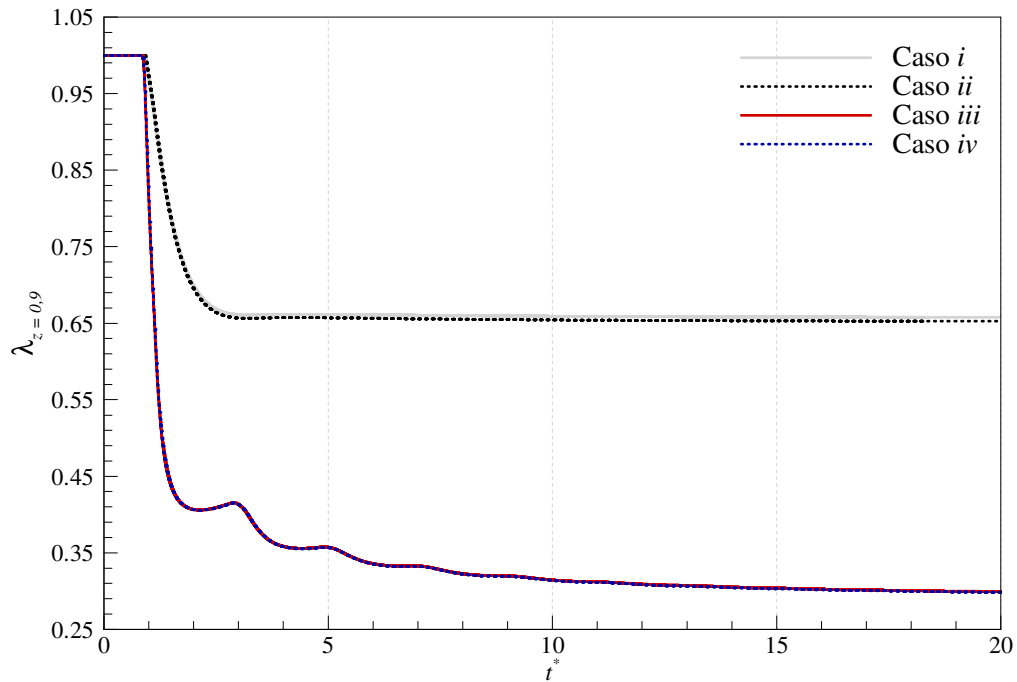


Figura 6.33 – Evolução temporal do parâmetro estrutural em  $z^* = 0,9$  para todos os casos analisados.

Tabela 6.7 – Comparação entre os parâmetros estruturais no regime permanente para os casos *i* e *ii*

	$\lambda_{RP,z^*=0,1}$	$\lambda_{RP,z^*=0,5}$	$\lambda_{RP,z^*=0,9}$
Caso <i>i</i>	0,645	0,650	0,658
Caso <i>ii</i>	0,637	0,643	0,652

### 6.5 Considerações Finais

Neste capítulo foram analisados os resultados obtidos pelo modelo de reinício de escoamento de fluido de perfuração tixotrópico. Primeiramente foi feita uma análise de sensibilidade da malha espacial axial juntamente com a análise do critério de estabilidade da solução numérica. Foi observado que a utilização de *CFL* menor que 0,5 proporciona à solução oscilações numéricas indesejadas e *offset* (ou superdimensionamento da pressão e da velocidade, já que estes *offset* são sempre para valores maiores que o obtido quando é satisfeito o critério). Notou-se que a utilização de  $CFL = 0,1$  gera um resultado numericamente incorreto para os primeiros instantes da simulação, mas nos instantes

seguintes o erro é aceitável. Desta forma, propôs-se para as análises posteriores a utilização de  $CFL = 0,5$  até  $t^* = 0,5$  e de  $CFL = 0,1$  até o final da simulação, proporcionando um significativo ganho de tempo computacional.

Em seguida, foram comparados dois casos de escoamento do fluido tixotrópico com os escoamentos de um fluido de Bingham e de um fluido newtoniano. Notou-se principalmente que, majoritariamente, o primeiro pico de pressão do fluido tixotrópico é maior que o notado no fluido de Bingham, favorecendo assim o uso deste modelo para as predições dos picos de pressão existentes no reinício do escoamento de um fluido de perfuração gelificado.

Estudos de casos adicionais foram executados com o intuito de verificar a influência de alguns parâmetros no escoamento do fluido tixotrópico. Notou-se que um aumento na razão de aspecto caracteriza um maior amortecimento dos picos de pressão, os quais são menores e menos frequente quando comparados com os picos do escoamento de menor razão de aspecto. Observou-se também que o escoamento vertical proporciona ao fluido maiores velocidades que o escoamento horizontal e maiores diferenças entre as velocidades de entrada e saída no regime permanente devido à contribuição da força gravitacional juntamente com a compressibilidade do fluido.

## 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Esta dissertação teve como principal objetivo a análise dos resultados de um modelo matemático que simula o reinício do escoamento de um fluido de perfuração caracterizado como material tixotrópico. Para tal, alguns objetivos específicos foram no início traçados e durante este trabalho realizados, quais sejam:

- Extensa revisão bibliográfica sobre tixotropia, com o intuito do entendimento do fenômeno de forma qualitativa (definições e particularidades dos materiais tixotrópicos) e quantitativa (maneiras de se medir tixotropia, busca de variáveis que caracterizam o grau de tixotropia);
- Busca por modelos da literatura que simulam o comportamento dos mais diversos materiais tixotrópicos;
- Estágio em laboratório de reologia para conhecer os equipamentos essenciais para a caracterização dos mais diversos materiais (reômetros, viscosímetros, etc.);
- Execução de testes com o fluido de perfuração à base sintética produzido pela Petrobras, posterior tratamento dos dados e análise dos resultados obtidos. Estes testes visavam observar a dependência da curva reológica deste fluido com três parâmetros: temperatura, tempo de repouso e taxa de cisalhamento final. As principais observações feitas são:
  - Maior é o pico de tensão quanto menor é a temperatura da amostra;
  - Maior é o pico de tensão quanto maior é o tempo de repouso prévio em que a amostra é submetida;
  - Maior é o pico de tensão quanto maior é a taxa de cisalhamento que a amostra é submetida;
  - Maior é o tempo de ocorrência do pico de tensão quanto menor é a taxa de cisalhamento imposta à amostra e não há relação deste tempo com a temperatura nem com o tempo de repouso.
- Dentre os modelos existentes na literatura, foram escolhidos aqueles que seriam potenciais modelos de ajuste do comportamento observado nos testes com o fluido em análise e, após



a comparação com estes resultados, observou-se que o modelo de Dullaert & Mewis (2006) correspondia, ao menos qualitativamente, ao que se observou nos testes;

- Partiu-se então para o ajuste dos resultados com o modelo escolhido e nesta etapa foram encontradas grandes dificuldades em se obter os parâmetros que ajustassem da melhor forma possível os dados experimentais que havíamos previamente obtido. Foi constatado que o modelo, mesmo sendo o melhor dentre os estudados, não se ajustava quantitativamente aos resultados reológicos e decidiu-se por ajustar o valor do pico de tensão em detrimento da duração e do momento em que ocorre este pico. Esta decisão proporciona ao modelo uma boa resposta qualitativa da tixotropia do fluido, mas superdimensiona o tempo de duração do pico de tensão, gerando resultados mais conservadores;
- Um modelo numérico mais simples foi desenvolvido para se ter uma melhor noção do comportamento do material e para que sejam feitas prévias análises de sensibilidade de malha e dos parâmetros do modelo. Este modelo consiste em um tubo cheio de fluido de perfuração gelificado em repouso e submetido bruscamente ao escoamento plenamente desenvolvido a partir de duas condições de entrada: pressão constante ou velocidade média constante. Notou-se que o modelo depende de uma malha relativamente refinada, exigindo assim um tempo computacional elevado. Na análise de sensibilidade do problema foi constatado, por exemplo, que:
  - as taxas de cisalhamento na parede da tubulação são tão maiores quanto maiores são os gradientes de pressão impostos;
  - há uma relação inversa entre o tempo de ocorrência do regime permanente e o gradiente de pressão, devido à quebra mais lenta do gel nos casos de menor gradiente;
  - devido ao material gelificado possuir uma alta resistência inicial à quebra e ser um material com relativa elasticidade, observa-se para todos os casos um vale inicial no valor da velocidade média e na taxa de cisalhamento na parede;
  - quanto maior a tensão de cisalhamento, menor é o raio do núcleo não-cisalhado. Entretanto, essa diminuição se torna menos acentuada quando são comparados valores altos de tensão;

- quando se aplica uma vazão constante na tubulação, tanto os picos absolutos de tensão quanto os picos adimensionalizados (em função do correspondente valor de regime permanente) são maiores quanto maior é a vazão imposta;
- ainda, quanto maior é esta vazão, mais rapidamente ocorre o pico de tensão e mais rapidamente também se chega ao regime permanente.

Partiu-se então para o objetivo principal deste trabalho e iniciou-se com a modelagem matemática do problema proposto: escoamento unidimensional e compressível. Devido ao modelo não ser passível de solução analítica, elaborou-se a discretização do mesmo. Como já havia sido feita a análise de sensibilidade de malha temporal e espacial na direção radial durante o estudo do modelo anterior simplificado, nesta etapa, apenas a análise para a malha axial foi executada. Juntamente com esta análise, estudou-se a estabilidade da solução através do critério *CFL* e notou-se que para valores deste parâmetro menores que 0,5, as evoluções temporais da pressão e da velocidade sofriam oscilações numéricas, principalmente no início do escoamento e nas porções mais próximas à entrada da tubulação. Entretanto, como o tempo computacional era extremamente dependente deste parâmetro e o *software* desenvolvido não foi devidamente otimizado, o tempo computacional necessário para gerar resultados com  $CFL = 0,5$  se mostrou extremamente alto. Desta forma, propôs-se iniciar o escoamento com  $CFL = 0,5$  e ultrapassar a região de oscilação numérica e posteriormente utilizar  $CFL = 0,1$ , obtendo assim resultados confiáveis com um tempo computacional consideravelmente menor.

Na comparação entre os resultados do modelo atual tixotrópico com os modelos de fluidos newtoniano e de Bingham, notou-se principalmente que no regime permanente os valores das propriedades se assemelham entre o modelo atual e o de Bingham, já que este foi ajustado a partir da curva de equilíbrio do fluido de perfuração. As tênues diferenças são devido à curva de equilíbrio não ser plenamente ajustada com uma linha reta (principalmente para pequenas taxas de cisalhamento), como o modelo de Bingham propõe. Há uma diferença de magnitude da velocidade entre o modelo de fluido newtoniano (que possui menor restrição ao escoamento e conseqüentemente maiores velocidades) e os fluidos de Bingham e tixotrópico. As evoluções temporais da velocidade e da pressão do fluido tixotrópico são mais suaves que as evoluções do fluido de Bingham e acredita-se que esta diferença se deve à gradual quebra do gel. O primeiro pico de pressão é, entretanto, na maioria das simulações,

maior para o fluido tixotrópico em relação ao fluido de Bingham e isto é devido à grande resistência inicial da estrutura gelificada do fluido.

Durante a análise de sensibilidade do problema em relação à razão de aspecto, notou-se que o aumento da razão de aspecto proporciona ao escoamento um maior amortecimento dos picos de pressão e de velocidade atrelados a uma menor quebra do gel. Enquanto que os picos de pressão mais intensos para os casos de maior razão de aspecto não passavam de duas vezes a intensidade da pressão de regime permanente, para os casos de menor razão de aspectos, os picos mais intensos chegaram a ser seis vezes seu valor de equilíbrio. Na análise em relação à disposição da tubulação, o escoamento vertical proporciona ao fluido uma maior velocidade e também uma maior diferença entre os valores de velocidade no início e no final da tubulação, devido à mudança de massa específica entre essas duas posições. Entretanto, não foi notada significativa diferença entre os valores adimensionais da pressão e os valores do parâmetro estrutural ao comparar os casos de escoamento horizontal e vertical.

Para trabalhos futuros, sugere-se que seja feita uma nova pesquisa de modelos tixotrópicos que serão desenvolvidos após este trabalho ou até mesmo sugerir um novo modelo que corresponda não apenas qualitativamente mas principalmente quantitativamente aos resultados experimentais obtidos com o fluido de perfuração analisado ou outro tipo de fluido de perfuração com características tixotrópicas. Devem ser feitos mais testes experimentais com os mais diversos fluidos de perfuração existentes na indústria para que haja um maior entendimento sobre a tixotropia de cada um destes materiais. Sugere-se também que a forma de solução deste modelo seja revista e otimizada para que o tempo computacional necessário seja minimizado e para que novos testes sejam executados em tempo hábil com o intuito de se conhecer melhor o comportamento do fluido de perfuração nos mais diversos tipos de escoamento. Ainda, considera-se importante o aprimoramento do modelo matemático, o qual poderia incluir o escoamento em tubulação anular e acoplar os escoamentos em tubo e em anular para que ele se pareça o máximo possível ao escoamento em um poço. Outra atualização interessante com este mesmo intuito é a inclusão da condição de contorno de vazão constante na entrada na tubulação.

## PRODUÇÃO CIENTÍFICA NO PERÍODO 2008 – 2010

### Artigo em Revista:

Título: *Numerical Simulation of the Start-up of Bingham Fluid Flows in Pipelines*

Autores: Leandro Lourenço Vieira da Rocha, Eng. (UTFPR), Gabriel Merhy de Oliveira, Eng. (UTFPR), Cezar Otaviano Ribeiro Negrão, Ph.D (UTFPR), Admilson Teixeira Franco, D.Sc (UTFPR).

Publicado em: Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics

Edição: 165 (2010) páginas 1114–1128

Resumo: This paper describes a mathematical model used to simulate the restart of an axial, compressible and transient flow of a Bingham fluid in circular or annular pipes. The model is based on the mass and momentum conservation equations plus a state equation that relates pressure to density. The viscous effect is modeled by employing a friction factor approach. The governing equations are discretized by using the finite volume method with a first-order upwind scheme, and the resulting non-linear algebraic equations are then solved iteratively. The model results were corroborated by an analytical solution for Newtonian flows. Additionally, the results were also in reasonable agreement with results reported in the literature. We also conducted sensitivity analyses with respect to Reynolds number, aspect ratio, gravity and the non-linear advective terms of the governing equations.

### Artigos em Congresso:

Título: *Pressure Transmission in Gelled Drilling Fluids in Deepwater Environments*

Autores: Cezar Otaviano Ribeiro Negrão, Ph.D (UTFPR), Admilson Teixeira Franco, D.Sc (UTFPR), Gabriel Merhy de Oliveira, Eng. (UTFPR), Leandro Lourenço Vieira da Rocha, Eng. (PETROBRAS), André Leibsohn Martins, Ph.D (PETROBRAS), Roni Abensur Gandelman, Eng. (PETROBRAS).

Publicado em: 2010 IADC/SPE Drilling Conference and Exhibition

Local: New Orleans (USA)

Data: 2 a 4 de Fevereiro de 2010

Resumo: Deep water drilling is normally associated to narrow operational windows where gains and losses are frequent. Drilling fluids are designed to gel when it is not submitted to shear stress. This is necessary to avoid cuttings to settle during circulation stops. When circulation is resumed, the pump pressure rises above the circulation pressure in order to overcome the gel strength. Due to its thixotropic effect, the gel viscosity remains high for a while after the circulation restart. The gelation may have significant importance, specially, in deep waters where high pressures and low temperatures take place. Gel effects can both generate excessive pressures (inducing losses) and cause delays in pressure transmission which can directly affect gain detection devices. The current work presents a compressible transient flow model of the restart of drilling fluid circulation, in order to predict pressures at the borehole. The model comprises the conservation equations of mass and momentum which are solved by the finite volume method. A constitutive equation is employed to model the time dependent rheology of gel breaking. Case studies are conducted to evaluate the effect of fluid properties, well geometry and pumping pressure on the bottomhole pressures. Major effects on pressure propagation delay in deepwater drilling are highlighted.

Título: *Numerical Solution of the Start-up of Well Drilling Fluid Flows*

Autores: Leandro Lourenço Vieira da Rocha, Eng. (UTFPR), Gabriel Merhy de Oliveira, Eng. (UTFPR), Cezar Otaviano Ribeiro Negrão, Ph.D (UTFPR), Admilson Teixeira Franco, D.Sc (UTFPR).

Publicado em: 81<sup>st</sup> Annual Meeting (Society of Rheology)

Local e Data: Madison (EUA) de 18 a 22/10/2009

Apresentação em Pôster: Cezar Otaviano Ribeiro Negrão, Ph.D (UTFPR)

**Resumo:** Many oil well drilling fluids are designed to gel when it is not submitted to shear stress. The purpose is to avoid cuttings to lie over the bit during the circulation stoppage. When circulation resumes the pumping pressure rises above the circulation pressure in order to overcome the gel strength. Due to its thixotropic effect, the gel viscosity remains high for a while after the circulation restarts. The gelation may have significant importance, specially, in deep waters where high pressures and low temperatures take place. The current work presents a compressible transient flow model of the start-up flow of drilling fluids, in order to predict borehole pressures. The model comprises the one-dimensional conservation equations of mass and momentum. A second order differential equation is derived from the sum of the governing equations. This equation is one variable dependent, the velocity, and it is easier to solve. It is discretized by the Finite Volume Method and solved. The pressure is obtained after the whole velocity field for each time-step is found. This alternative solution is compared to the simultaneous solution of the conservation equations of mass and momentum. The viscous effect is modeled by employing the friction factor approach. The Fanning friction factor for Bingham fluid is changed in order to avoid indetermination when velocity tends to zero and a fourth order solution is proposed for the friction factor. The results are corroborated with the literature. A sensibility analysis with respect to Reynolds number, Bingham number and compressibility was also carried out.

**Título:** *Transient Model for the Start-up of a Thixotropic Fluid Flow*

**Autores:** Leandro Lourenço Vieira da Rocha, Eng. (UTFPR), Gabriel Merhy de Oliveira, Eng. (UTFPR), Cezar Otaviano Ribeiro Negrão, Ph.D (UTFPR), Admilson Teixeira Franco, D.Sc (UTFPR), André Leibsohn Martins, Ph.D (PETROBRAS / CENPES / PDP / TEP), Roni Abensur Gandelman, Eng. (PETROBRAS / CENPES / PDP / TEP).

**Publicado em:** 20<sup>th</sup> International Congress of Mechanical Engineering (COBEM 2009)

**Local e Data:** Gramado (RS) de 15 a 20/11/2009

**Apresentação:** 17/11/2009

**Apresentador:** Gabriel Merhy de Oliveira, Eng. (UTFPR)

**Resumo:** The present work describes a mathematical model for the restart of a gelled fluid in pipelines. This axial, compressible and transient flow of a thixotropic fluid requires pressures higher than the usual operation ones in order to break up the gel. The model is based on the mass and momentum conservation equations and on a state equation for the calculation of the fluid density as a function of the pressure. Furthermore, a thixotropic model is used to describe the time-dependent behavior of the rheological properties. The governing equations are discretized by the Finite Volume Method using the totally implicit formulation and the first-order upwind scheme. The resulting non-linear algebraic equations are iteratively solved. The results of a non-Newtonian Bingham fluid flow have good agreement with the literature. In addition, a sensibility analysis to the flow dimensionless parameters was carried out. The model can be applied to predict the time-dependent pressure field in waxy crude oil production lines and to measure the pressure peaks during the restart of drilling fluid operations.

**Título:** *Modelagem Compressível do Reinício da Circulação de Fluidos de Perfuração*

**Autores:** Leandro Lourenço Vieira da Rocha, Eng. (UTFPR), Gabriel Merhy de Oliveira, Eng. (UTFPR), Cezar Otaviano Ribeiro Negrão, Ph.D (UTFPR), Admilson Teixeira Franco, D.Sc (UTFPR), André Leibsohn Martins, Ph.D (PETROBRAS / CENPES / PDP / TEP), Roni Abensur Gandelman, Eng. (PETROBRAS / CENPES / PDP / TEP).

**Publicado em:** III Encontro Nacional de Hidráulica de Poços (ENAHPE 2009)

**Local e Data:** Campos do Jordão (SP) de 07 a 10/06/2009

**Apresentação:** 09/06/2009

**Apresentador:** Gabriel Merhy de Oliveira (Pôster)

**Resumo:** Muitos fluidos de perfuração são projetados para gelificarem quando não estão submetidos à tensão de cisalhamento. O objetivo é evitar que os cascalhos da perfuração se depositem no fundo do poço obstruindo a broca. Por outro lado, quando a circulação do fluido de perfuração se reinicia, a pressão de bombeio deverá ser maior do que a pressão usual de trabalho de maneira a fraturar o fluido gelificado, devido a propriedades tixotrópicas do fluido que mantém elevada a viscosidade do gel nos primeiros instantes do cisalhamento. A gelificação pode ter efeitos significativos, especialmente em águas profundas onde altas pressões e baixas temperaturas podem intensificar a gelificação. O presente trabalho descreve um modelo matemático desenvolvido sobre o início do escoamento axial compressível e transitório (início da recirculação) de fluidos de perfuração em tubulações de seção transversal circular e anular, com o propósito de prever picos de pressão no interior de poços de petróleo durante o processo de perfuração. O modelo é elaborado com base nas equações da conservação da massa e da quantidade de movimento, em uma equação de estado que relaciona a pressão absoluta local com a massa específica do material e em um modelo tixotrópico que descreve o comportamento dependente do tempo das propriedades reológicas do material. As equações governantes são discretizadas pelo Método dos Volumes Finitos com a utilização da formulação totalmente implícita e do esquema Upwind de primeira ordem. As equações algébricas não-lineares resultantes são resolvidas iterativamente através do desenvolvimento de um software escrito em linguagem FORTRAN. Os resultados obtidos com o presente modelo para o escoamento em um tubo de um fluido não-newtoniano de Bingham mostram boa concordância quando comparados com resultados de outro modelo da literatura. Além dessas comparações, a sensibilidade do modelo é analisada para vários casos. Por exemplo, quando a compressibilidade do fluido é relativamente pequena, é notável o fenômeno de reflexão da onda de pressão.

**Título:** *Modeling the Start-up Flow of Gelled Drilling Fluids*

**Autores:** Leandro Lourenço Vieira da Rocha, Eng. (UTFPR), Cezar Otaviano Ribeiro Negrão, Ph.D (UTFPR), Admilson Teixeira Franco, D.Sc (UTFPR).

**Publicado em:** 1º Evento Anual do Programa de Mestrado em Engenharia Mecânica e de Materiais (I EAPPGEM)

**Local e Data:** Curitiba (PR) em 10/12/2008

**Apresentação:** 10/12/2008

**Apresentador:** Leandro Lourenço Vieira da Rocha

**Resumo:** Many oil well drilling fluids are designed to gel when it is not submitted to shear stress. The purpose is to avoid cuttings to lie over the bit during the circulation stoppage. When circulation resumes the pumping pressure rises above the circulation pressure in order to overcome the gel strength. Due to its thixotropic effect, the gel viscosity remains high for a while after the circulation restarts. The gelation may have significant importance, specially, in deep waters where high pressures and low temperatures take place. The current work presents a compressible transient flow model of the start-up flow of drilling fluids, in order to predict borehole pressures. The model comprises the one-dimensional conservation equations of mass and momentum. A second order differential equation is derived from the sum of the governing equations. This equation is one variable dependent, the velocity, and it is easier to solve. It is discretized by the Finite Volume Method and solved. The pressure is obtained after the whole velocity field for each time-step is found. This alternative solution is compared to the simultaneous solution of the conservation equations of mass and momentum. The viscous effect is modeled by employing the friction factor approach. The Fanning friction factor for Bingham fluid is changed in order to avoid indetermination when velocity tends to zero and a fourth order solution is proposed for the friction factor. The results are corroborated with the literature. A sensibility analysis with respect to Reynolds number, Bingham number and compressibility was also carried out.

**Título:** *Modeling the Start-up Flow of Gelled Drilling Fluids*

**Autores:** Leandro Lourenço Vieira da Rocha, Eng. (UTFPR), Gabriel Merhy de Oliveira, Eng. (UTFPR), Cezar Otaviano Ribeiro Negrão, Ph.D (UTFPR), Admilson Teixeira Franco, D.Sc (UTFPR), André Leibsohn Martins, Ph.D (PETROBRAS / CENPES / PDP / TEP).

**Publicado em:** 12<sup>th</sup> Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences (12<sup>th</sup> ENCIT)

**Local e Data:** Belo Horizonte (MG) de 10 a 14/11/2008

Apresentação: 14/11/2008

Apresentador: Leandro Lourenço Vieira da Rocha

**Resumo:** Many oil well drilling fluids are designed to gel when it is not submitted to shear stress. The purpose is to avoid cuttings to lie over the bit during the circulation stoppage. When circulation resumes the pumping pressure rises above the circulation pressure in order to overcome the gel strength. Due to its thixotropic effect, the gel viscosity remains high for a while after the circulation restarts. The gelation may have significant importance, specially, in deep waters where high pressures and low temperatures take place. The current work presents a compressible transient flow model of the start-up flow of drilling fluids, in order to predict borehole pressures. The model comprises the one-dimensional conservation equations of mass and momentum. A second order differential equation is derived from the sum of the conservation equations. This equation is one variable dependent, the velocity, and it is easier to solve. This equation is discretized by the Finite Volume Method and solved for the velocity. The pressure is obtained after the whole velocity field for each time-step is found. This alternative solution is compared to the simultaneous solution of the conservation equations of mass and momentum. An adapted Bingham fluid model is employed to characterize the time dependent rheology of gel breaking. The viscous effect is modeled by employing the friction factor approach. The Fanning friction factor for Bingham fluid is changed in order to avoid indetermination when velocity tends to zero and a fourth order solution is proposed for the friction factor. The results of the transient flow model corroborate with literature data. Case studies are conducted to evaluate the effect of fluid flow properties, well geometry and pumping pressure on borehole pressures.

**Título:** *Estudo do Início da Recirculação de Fluidos de Perfuração Gelificados*

**Autores:** Leandro Lourenço Vieira da Rocha, Eng. (UTFPR), Gabriel Merhy de Oliveira, Eng. (UTFPR), Cezar Otaviano Ribeiro Negrão, Ph.D (UTFPR), Admilson Teixeira Franco, D.Sc (UTFPR), André Leibsohn Martins, Ph.D (PETROBRAS / CENPES / PDP / TEP).

**Publicado em:** Rio Oil & Gas Expo and Conference 2008

**Local e Data:** Rio de Janeiro (RJ) de 15 a 18/09/2008

**Apresentação:** 18/09/2008

**Apresentador:** Leandro Lourenço Vieira da Rocha

**Resumo:** O presente trabalho descreve rapidamente um modelo matemático desenvolvido sobre o início do escoamento axial compressível e transitório (início da recirculação) de fluidos em espaços anulares com o objetivo de prever picos de pressões no interior de poços de petróleo durante o processo de perfuração. A modelagem foi conduzida através do uso das equações da conservação da massa e da quantidade de movimento, que foram discretizadas pelo método dos volumes finitos, com utilização da formulação totalmente implícita e do esquema upwind. As equações algébricas discretizadas são resolvidas iterativamente através do desenvolvimento de um algoritmo em linguagem FORTRAN. O modelo desenvolvido ainda apresenta a potencialidade de poder ser facilmente adaptado para o escoamento no interior de um tubo. Estudos de casos onde se avalia a evolução da pressão e da velocidade ao longo do tempo são realizados tanto para o escoamento em espaços anulares quanto para o escoamento em tubos. Verifica-se que aumentando a compressibilidade do fluido ou a sua viscosidade consegue-se uma redução da magnitude dos picos de pressão.

## REFERÊNCIAS

- ABU-JDAYIL, B.; MOHAMEED, H. **Experimental and modeling studies of the flow properties of concentrated yogurt as affected by the storage time.** Journal of Food Engineering, v. 52, 359–365, 2002.
- AKCELRUD, L. **Fundamentos da Ciência dos Polímeros.** 1ª Edição. Barueri: Ed. Manole, 2007.
- ANDERSON, J. D. **Modern Compressible Flow: With Historical Perspective.** Second Edition: Estados Unidos: McGraw-Hill, 1990.
- BARAVIAN, C.; QUEMADA D. **Modelling thixotropy using a novel structural kinetics approach: basis and application to a solution of iota carrageenan.** Journal Texture Studies, v. 27, 371–390, 1996.
- BARNES, H.; HUTTON, J.; WALTERS, K. **An Introduction to Rheology.** 3ª Edição. Amsterdam: Ed. Elsevier, 1989.
- BARNES, H. **Thixotropy – a Review.** Journal Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 70, 1–33, 1997.
- BAUER, W.; COLLINGS, E. **Rheology: Theory and Applications.** 1ª Edição. New York: Ed. Academic Press, 1967.
- BIRD, R. B.; ARMSTRONG, R. C.; HASSAGER, O. **Dynamics of Polymeric Liquids,** Volumes I e II, 2<sup>nd</sup> Edition. New York: John Wiley, 1987.
- BURGOS, G. R.; ALEXANDROU, A. N.; ENTOV, V. **Thixotropic rheology of semisolid metal suspensions.** Journal of Materials Processing Technology, v. 110, 164–176, 2001.
- CAENN, R.; CHILLINGAR, G. **Drilling Fluids: State of the art.** Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 14, 221–230, 1996.
- CANTAT, I.; PITOIS, O. **Mechanical probing of liquid foam ageing.** Journal of Physics: Condensed Matter, v. 17, n. 45, 2005



- COURTLAND, R.E.; WEEKS, E.R. **Direct visualization of ageing in colloidal glasses.** *Journal of Physics: Condensed Matter*, v. 15, 2003.
- CHANG, C.; NGUYEN, Q. D.; RØNNINGSTEN, H. P. **Isothermal Start-up of Pipeline Transporting Waxy Crude Oil.** *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 87, 127–154, 1999.
- CHENG, D. C. H; EVANS, F. **Phenomenological characterization of the rheological behaviour of inelastic reversible thixotropic an antithixotropic fluids.** *British Journal of Applied Physics*, v. 16, 1599–1617, 1965.
- CLOIRE, M.; BORREGA, R.; LEIBLER, L. **Rheological Aging and Rejuvenation in Microgel Pastes.** *Physical Review Letters*, v. 85, 4819–4822, 2000.
- CRISTIANI, C.; VALENTINI, M.; MERAZZI, M. NEGLIA, S.; FORZATTI, P. Effect of ageing time on chemical and rheological evolution in  $[\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3]$  slurries for dip-coating. *Catal. Today*, v. 105, 492–498, 2005.
- CROSS, M. **Rheology of non-Newtonian fluids: a new flow equation for pseudoplastic systems.** *Journal of Colloid Science*, v. 20, 417–473, 1965.
- DA SILVA, C. T. **Desenvolvimento de fluidos de perfuração a base de óleos vegetais.** Monografia de Conclusão de Curso – Engenharia Química – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2003.
- DARLEY, H.C.H. & GRAY, G.R. **Composition and Properties of Drilling and Completion Fluids.** 5th Edition. Houston: Gulf, 1988.
- DAVIDSON, M. R.; NGUYEN, Q. D.; CHANG, C.; RØNNINGSTEN, H. P. **A Model for Restart of a Pipeline with Compressible Gelled Waxy Crude Oil.** *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 123, 269–280, 2004.
- DE KEE, D.; CODE, R.; TURCOTTE, G. **Flow Properties of Time-Dependent Foodstuffs.** *Journal of Rheology*, v. 27, 581–604, 1983.
- DE KEE, D.; CHAN MAN FONG, C. **A True Yield Stress?** *Journal of Rheology*, v. 37, 775–776, 1994.

DULLAERT, K.; MEWIS, J. **A model system for thixotropy studies**. *Rheologica Acta*, v. 45, 23–32, 2006.

ELLIOTT, J.; GANZ, A. **Modification of Food Characteristics with Cellulose Hydrocolloids I: Rheological Characterization of an Organoleptic Property (Unctuousness)**. *Journal of Texture Studies*, v. 2, 220–229, 1971.

ELLIOTT, J.; GANZ, A. **Salat Dressing – Preliminary Rheological Characterization**. *Journal of Texture Studies*, v. 8, 359–371, 1977.

FORTUNA, A. O. **Técnicas Computacionais para Dinâmica dos Fluidos**. 1ª Edição, São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2000.

FREUNDLICH, H. **Thixotropie**, 1<sup>st</sup> Edition. Paris: Hermann, 1935.

GARTI, N. **What can nature offer from an emulsifier point of view: trends and progress?** *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, v. 152, 125–146, 1999.

GOODEVE C.; WHITFIELD, G. The measurement of thixotropy in absolute units. *Transactions of the Faraday Society*, v. 34, 511–520, 1938.

GOODEVE, C. F. **A General Theory of Thixotropy and Viscosity**. *Transactions of the Faraday Society*, v. 35, 342–358, 1939.

GREEN, H. **Industrial rheology and rheological structures**. 2<sup>nd</sup> Edition. New York: J. Wiley, 1949.

GRENN, H.; WELTMANN, R. N. **Equations of thixotropic breakdown for rotational viscometer**. *Industrial and Engineering Chemistry, Analytical Edition*, v. 18, 167–172, 1943

GREENER, J.; CONNELLY, W. **The Response of Viscoelastic Liquids to Complex Strain Histories: The Thixotropic Loop**. *Journal of Rheology*, v. 30, 285 – 300, 1986.

GUIMARÃES, I. B.; ROSSI, L. F. S. **Estudo dos Constituintes dos Fluidos de Perfuração: Proposta de uma Formulação Otimizada e Ambientalmente Correta**. In: IV Congresso Brasileiro de Pesquisa e Desenvolvimento em Petróleo e Gás, Campinas (SP), 2007.

HEBRAUD, P.; LEQUEUX, F.; MUNCH, J. P.; PINE, D. J. Yielding and rearrangements in disordered emulsions. *Physical Review Letters*, v. 78, 4657–4660, 1997.

JOSHI, Y. **Modeling Dependence of Creep Recovery Behavior on Relaxation Time Distribution of Aging Colloidal Suspensions**. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, Indian Institute of Technology, Kanpur, 2009.

LAHALIH, S. M.; DAIRANIEH, I.S. **Development of novel polymeric drilling mud dispersants**. *Eur. Polym. Journal*, v. 25, 187–192, 1989.

LIN, S; BRODKEY, R. **Rheological Properties of Slurry Fuels**. *Journal of Rheology*, v. 29, 147–175, 1985.

LEE, C. H.; MOTURI, V.; LEE, Y. **Thixotropic property in pharmaceutical formulations**. *Journal of Controlled Release*, v. 136, 88 – 98, 2009.

MACHADO, J. C. V. **Reologia e escoamento de Fluidos. Ênfase na indústria do petróleo**. 1ª Edição. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2002.

MACOSKO, C.W. **Rheology – Principles, Measurements and Applications**. New York: Wiley – VCH, 1994.

McMILLEN, E. **Thixotropy and plasticity: I. The measurement of thixotropy**. *Journal of Rheology*, v. 3, 75– 94, 1932

MENDES, P. R. S. **Modeling the thixotropic behavior of structured fluids**. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 164, 66–75, 2009.

MEWIS, J. **Thixotropy – a General Review**. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 6, 1–20, 1979.

MEWIS, J.; de BLEYSER, R. **Concentration Effects in Viscoelastic Dispersions**. *Rheological Acta*, v. 14, 721–728, 1975.

MEWIS, J.; WAGNER, N.J. **Thixotropy**. *Adv. Colloid Interface Science*, v.147–148, 214–227, 2009.

- MOORE, F. **The rheology of ceramic slips and bodies (d) A thixotropic model.** Transactions of the British Ceramic Society, v. 58, 470–494, 1959.
- MUJUMDAR, A.; BERIS, A.; METZNER, A. **Transient phenomena in thixotropic systems.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 102, 157–178, 2002.
- NGUYEN, Q.; BOGER, D. **Thixotropic behaviour of concentrated bauxite residue suspensions.** Rheologica Acta, v. 24, 427–437, 1985.
- OLIVEIRA, G. M. **Reinício da Circulação de Fluidos de Perfuração em Espaços Anulares Horizontais.** Monografia de Conclusão de Curso – Engenharia Industrial Mecânica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2008.
- OLIVEIRA, G. M.; VIEIRA DA ROCHA, L. L.; NEGRÃO, C. O. R.; FRANCO, A. T. **Numerical simulation of the start-up of Bingham fluid flows in pipelines.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, *In Press*, 2010.
- PATANKAR, S. V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow.** First Edition. New York: Hemisphere Publishing Corp, 1980.
- PETERSSON, M.; GUSTAFSON, I.; STADING, M. **Ageing of two petroleum waxes.** Journal of the Materials Science, v. 43, 1859–1868, 2008.
- PHAN-THIEN, N.; SAFÁRI-ARDI, M.; MORALER-PATIÑO, A. **Oscillatory and simple shear flows of a flour-water dough: a constitutive model.** Rheologica Acta, v. 36, 38–48, 1997.
- PRYCE-JONES, J. **Experiments on Thixotropic and Other Anomalous Fluids with a New Rotation Viscometer.** Journal of Scientific Instruments, v. 18, 39–48, 1941.
- RITTER, R.A.; BATYCKY, J.P. **Numerical Prediction of the Pipeline Flow Characteristics of Thixotropic Liquids.** SPE Journal, v. 7, 369–376, 1967.
- SCHALEK, E.; SZEGVARY, A. **Ueber Eisenoxydgallerten.** Kolloid Z, v. 32, 318–319, 1923.

- SCOTT-BLAIR, G. **The measurement of the rheological properties of some industrial materials.** *Journal of Scientific Instruments*, v. 17, 169–177, 1940.
- SERRA, A. C. S. **A influência de aditivos de lama de perfuração sobre as propriedades geoquímicas de óleos.** Dissertação de Mestrado – Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2003.
- SESTAK, J.; CAWKWELL, M. G.; CHARLES, M. E.; HOUSKA, M. **Start-up of Gelled Crude Oil Pipelines:** *Journal of Pipelines*, v. 6, 15–24, 1987.
- SLIBAR, A.; PASLAY, P. **Retarded flow of Bingham materials.** *Journal of Applied Mechanics*, v. 26, 107–113, 1959.
- SLIBAR, A.; PASLAY, P. **On the analytical description of the flow of thixotropic materials.** *International Symposium of Second-Order Effects in Elasticity, Plasticity and Fluid Dynamics*, v. 1, 314–330, 1964.
- STOECKER, W. F. **Design of Thermal Systems.** 3<sup>rd</sup> Edition. New York: McGraw-Hill, 1989.
- SUETSUGU, Y.; WHITE, J. **A theory of thixotropic plastic viscoelastic fluids with a time-dependent yield surface and its comparison to transient and steady state experiments on small particle filled polymer melts.** *Journal of Non-newtonian Fluid Mechanics*, v. 14, 121–140, 1984.
- TANNER, R.I.; WALTERS, K. **Rheology: An Historical Perspective.** Amsterdam: Elsevier Science, 1998.
- THOMAS, J.E. **Fundamentos de Engenharia de Petróleo.** Petrobras, Rio de Janeiro: Interciência, 2001.
- TIU, C.; BOGER, D. **Complete Rheological Characterization of Time-Dependent Food Products.** *Journal of Texture Studies*, v. 5, 329–338, 1974.
- TOORMAN, E. A. **Modeling the thixotropic behaviour of dense cohesive sediment suspensions.** *Rheological Acta*, v. 36, 56–65, 1997.

VIEIRA DA ROCHA, L. L. **Modelagem do Reinício da Circulação de Fluidos de Perfuração em Tubulações**. Monografia de Conclusão de Curso – Engenharia Industrial Mecânica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2007.

VINAY, G.; WACHS, A.; Agassant, J. **Numerical Simulation of Weakly Compressible Bingham Flows: The Restart of Pipeline Flows of Waxy Crude Oils**: Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 136, 93–105, 2006.

VINAY, G.; WACHS, A.; Frigaard, I. **Start-up Transients and Efficient Computation of Isothermal Waxy Crude Oil Flows**: Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 143, 141–156, 2007.

WACHS, A.; VINAY, G.; FRIGAARD, I. **A 1.5D numerical model for the start up of weakly compressible flow of a viscoplastic and thixotropic fluid in pipelines**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 159, 81–94, 2009.

WALLEVIK, J. E. **Rheological properties of cement paste: Thixotropic behavior and structural breakdown**. v. 39, 14–29, 2009.

WARDHAUGH, L. T.; BOGER, D. V. **The measurement and description of the yielding behavior of waxy crude oil**. Journal of Rheology, v. 35, 1121–1156, 1991

WHITE, F. M. Fluid Mechanics. 5th Edition. New York: McGraw-Hill, 2003.

WORRALL, W.; TULIANNI, S. **Viscosity changes during the ageing of clay-water suspensions**. Transactions of the British Ceramic Society, v.63, 167–185, 1964.

## APÊNDICE A – ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE MALHA DO MODELO DE DULLAERT & MEWIS (2006) DISCRETIZADO

Para realizar a análise de sensibilidade de malha da Eq. (2.32), a qual é dependente dos valores discretizados do parâmetro estrutural (Eq. (3.12)) e da tensão limite de escoamento elástica (Eq. (3.14)), foram utilizados os parâmetros mostrados na Tabela A1, os quais foram os utilizados no trabalho de Dullaert & Mewis (2006) para ajustar o comportamento de um material denominado Sílica Fumê. Estas equações são abaixo repetidas para facilitar sua leitura:

$$\tau(\lambda, \dot{\gamma}) = \lambda(\tau_{y,el} + \eta_{st,0}\dot{\gamma}) + \eta_{\infty}\dot{\gamma} \tag{2.32}$$

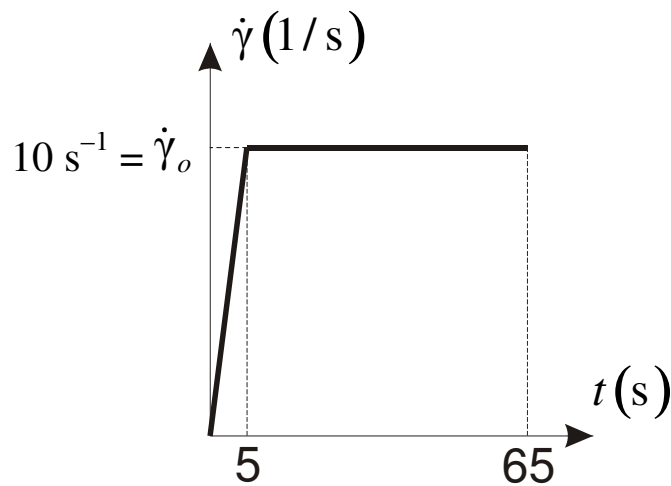
$$\lambda = \lambda^o + \frac{\Delta t}{t^{\beta}} \left[ -k_1 \lambda^o \dot{\gamma}^o + k_2 (1 - \lambda^o) \sqrt{\dot{\gamma}^o} + k_3 (1 - \lambda^o) \right] \tag{3.12}$$

$$\tau_{y,el} = \tau_{y,el}^o + \Delta t \left( \frac{k_4}{t} \right)^{\beta} \left[ \tau^o \tau_{y,RP}^o - \tau_{RP}^o \tau_{y,el}^o \right] \tag{3.14}$$

**Tabela A1 – Parâmetros utilizados na análise de sensibilidade de malha**

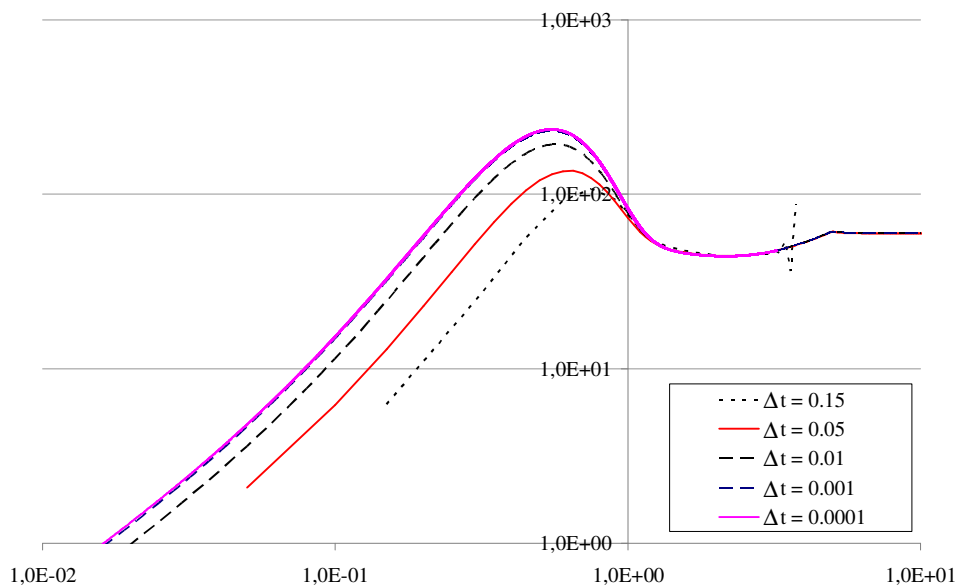
$\tau_{y,RP}$ (Pa)	$\eta_{\infty}$ (Pa.s)	$\eta_{st,0}$ (Pa.s)	$k_1$ ( $s^{\beta}$ )	$k_2$ ( $s^{\beta-0.5}$ )	$k_3$ ( $s^{\beta-1}$ )
8,4	1,84	8,6	0,2	0,086	0,203
$k_4$ ( $Pa^{-\beta}$ )	$\beta$	$G_o$ (Pa)	$\gamma_c$	$\lambda(t=0)$	$\tau_{y,el}(t=0)$
1,0	0,37	560,0	0,015	1,0	0,0

O teste simulado é o mesmo que se pretende ajustar, ou seja, uma variação inicial linear da taxa de cisalhamento durante um determinado tempo e a posterior taxa constante até a estabilização da tensão de cisalhamento. Na Figura A1 é mostrado o tipo de teste juntamente com os valores utilizados nas simulações. As simulações foram feitas com as seguintes malhas temporais:  $\Delta t = 0,15s$ ,  $\Delta t = 0,05s$ ,  $\Delta t = 0,01s$ ,  $\Delta t = 0,001s$  e  $\Delta t = 0,0001s$ .



**Figura A1 – Tipo de teste utilizado nas simulações.**

O resultado obtido, mostrado na Figura A1, indica que, ao utilizar uma malha de tempo muito grosseira ( $\Delta t = 0,15 \text{ s}$ ), ocorre uma divergência no valor de tensão encontrado. Isto já era esperado por ser característico da formulação totalmente explícita. A partir de  $\Delta t = 0,05 \text{ s}$ , já é possível encontrar uma evolução temporal estável da tensão de cisalhamento, mas apenas para  $\Delta t = 0,001 \text{ s}$  pode-se considerar que a simulação possui uma dependência insignificante da malha. Desta forma, resolve-se utilizar uma malha de  $\Delta t = 0,001 \text{ s}$  no ajuste do modelo de Dullaert & Mewis (2006) com os resultados experimentais.



**Figura A2 – Evolução temporal da tensão de cisalhamento para as diversas simulações realizadas a diferentes malhas temporais.**



# APÊNDICE B – CÓDIGO EM FORTRAN DO MODELO RESOLVIDO NO CAPÍTULO 4

## Programa Principal

```

PROGRAM Cap4
USE VARIÁVEIS
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION V(40),R(40),PD(40,40),VCORR(40),DES(40)
CHARACTER*4 DES

NVAR=3
TLRNCE=1d-4
ITMAX=1000
DES( 1) = 'g_p'
DES( 2) = 'g_e'
DES( 3) = 'l_i'

CALL ENTRADA

OPEN (2, FILE = "perfil_v.txt")
OPEN (3, FILE = "lambda.txt")
OPEN (4, FILE = "v_medio.txt")
OPEN (5, FILE = "gama_ponto.txt")
OPEN (6, FILE = "lambda_w.txt")
OPEN (7, FILE = "raio_plug.txt")
OPEN (8, FILE = "gama_ponto_w.txt")

iitemp = 0
flag = 0
W_m0 = 1d30
jj = 0

DO WHILE (jj <= MM .AND. flag2 < NN+1)
  jj = jj + 1
  t = jj*dt
  W = 0.0_8
  flag2 = 0
  W_m = 0.0_8
  gama_pm = 0.0_8

  DO 100 ii = 1, NN+1
    V(1)=0.0_8
    V(2)=0.0_8
    V(3)=0.0_8
    flag = 0
    ITER = 1
30    CALL EQNS(NVAR,V,R)
    IF (flag == 1) THEN
      GO TO 91
    END IF
    CALL PARDIF(NVAR,V,R,PD)
200    CALL GAUSSY(PD,R,VCORR,NVAR)
    DO 44 L=1,NVAR
      V(L) = V(L)*(1.0_8 - sr) + sr*(V(L) -
44      VCORR(L))
    CONTINUE
37    IF (ITER-ITMAX) 38,91,91
38    ITER = ITER+1
    K = 1
40    IF (DABS(VCORR(K)/V(K)) - TLRNCE) 41,30,30
41    IF (K-NVAR) 42,99,99
42    K = K+1
    GO TO 40
90    WRITE(*,*) "Número máximo de iterações em r = ",
      raio(ii)
91    WRITE(7,*) t,raio(ii)
      iiplug = ii

    IF (iitemp == 0) THEN
      iitemp = ii
    END IF
    DO 95 kk = ii, NN
      IF(kk == 1) THEN
        write(*,*) "tensao insuficiente"
        read(*,*)
        stop
        END IF
        lambda(kk) = lambda0(kk)
        gama_e(kk) = gama_e0(kk)
        gama_p(kk) = 0.0_8
95      CONTINUE
        W(NN+1) = W(NN)
        GO TO 101
99      gama_p(ii) = V(1)
        gama_e(ii) = V(2)
        lambda(ii) = V(3)

      IF (ii > 1) THEN
        IF(gama_p(ii) < 0) THEN
          GO TO 91
        END IF
        IF(gama_p(ii-1) < 1 .AND. gama_p(ii) >
          gama_p(ii-1)) THEN
          GO TO 91
        END IF
        END IF
100      CONTINUE
        W(1) = 0
101      DO ii=2,NN+1
        W(ii) = W(ii-1) + dr*gama_p(ii-1)
        W_m = W_m + 2.0_8*W(ii)*raio(ii)*dr
        gama_pm = gama_pm + gama_p(ii-1)
        END DO
        W_m = 4.0_8*W_m/D**2.0_8
        gama_pm = gama_pm/real(NN)
        IF (abs(W_m - W_m0)/dt < 1d-3) THEN
          flag2 = NN
          END IF
        WRITE(4,*) t,W_m
        WRITE(6,*) t,lambda(1)
        WRITE(8,*) t,gama_p(1) + 1/2.0_8*(gama_p(1)-gama_p(2))
        write(*,*) t,W_m,raio(iiplug)
102      FORMAT (ES15.5,ES15.5,ES15.5,ES15.5)

        IF (jj == 1 .OR. REAL(jj/10000) - REAL(jj)/10000 == 0)
          THEN
            DO ii=1,NN
              WRITE(2,300) raio(ii),W(ii)
              WRITE(3,300) raio(ii)-dr/2,lambda(ii)
              WRITE(5,300) raio(ii)-dr/2,gama_p(ii)
300              FORMAT(ES20.5,ES20.5)
            END DO
            END IF

            IF(flag2 == NN) THEN
              DO ii=1,NN
                WRITE(2,300) raio(ii),W(ii)
                WRITE(3,300) raio(ii)-dr/2,lambda(ii)
                WRITE(5,300) raio(ii)-dr/2,gama_p(ii)
                END DO
              END IF

              W_m0 = W_m
              lambda0 = lambda
              gama_e0 = gama_e
400            END DO
          END

```

## Módulo Variáveis

```

MODULE Variaveis

REAL*8 :: k1,k2,k3,k4,A,B,eta_s,eta_8,G_0,gama_c,D,dr,dt,t,Tau_w,
  mult,W_m,W_m0,sr,gama_pm
REAL*8 :: W(10001),W0(10001),raio(10001),lambda0(10001),

```

```

        lambda(10001), gama_e0(10001),gama_e(10001),gama_p(10001)
INTEGER :: ii,NN,jj,MM,ITER,flag,flag2,iipl

END MODULE Variáveis
    
```

### Subrotina Entrada

```

SUBROUTINE Entrada
    USE Variáveis
    OPEN (1, FILE = "input.txt")
    READ(1,*) k1
    READ(1,*) k2
    READ(1,*) k3
    READ(1,*) k4
    READ(1,*) A
    READ(1,*) B
    READ(1,*) eta_s
    READ(1,*) eta_8
    READ(1,*) G_0
    READ(1,*) gama_c
    READ(1,*) D
    READ(1,*) NN
    READ(1,*) dt
    READ(1,*) MM
    READ(1,*) Tau_w
    READ(1,*) sr
    dr = D/2/real(NN)
    DO ii = 1,NN
        raio(ii) = D/2 - dr*(ii-1)
    END DO
    lambda0 = 1.0_8
    gama_e0 = 0.0_8
    CLOSE (1)
END SUBROUTINE Entrada
    
```

### Subrotina do sistema de equações

```

SUBROUTINE EQNS(NVAR,V,R)
    USE VARIÁVEIS
    IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
    DIMENSION V(40),R(40)
    IF (V(1) <= 1e-1) THEN
        R(1) = V(2) - gama_e0(ii)
        R(2) = V(3) - lambda0(ii)
    ELSE
        R(1) = (V(2) - gama_e0(ii))/dt - (k4/t)**(A*(V(1))**B)*(gama_c*Tau_w*raio(ii)/(D/2) - V(2)*((G_0*gama_c&
        &+ eta_s*V(1))*((k2*(V(1))*0.5 + k3)/(k1*V(1) + k2*(V(1))*0.5 + k3)) + eta_8*V(1)))
        R(2) = (V(3) - lambda0(ii))/dt - (1/t)**(A*(V(1))**B)*(-k1*V(3)*V(1) + k2*(1 - V(3))*(V(1))*0.5 + k3*(1 - V(3)))
    END IF
    R(3) = Tau_w*raio(ii)/(D/2) - (G_0*V(2) + eta_s*V(1))*V(3) - eta_8*V(1)
    10 CONTINUE
    RETURN
    END
    
```

### Subrotina Pardif (Stoecker, 1989)

```

SUBROUTINE PARDIF(NVAR,V,R,PD)
    IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
    DIMENSION VD(40),RD(40)
    DIMENSION V(40),R(40),PD(40,40)
    DV = 0.001D0
    DO 550 K=1,NVAR
550 VD(K) = V(K)
    DO 560 J=1,NVAR
    IF (DABS(V(J))-10.D0**(-30)) 551,551,552
551 VD(J) = V(J)+10.D0**(-10)
    GO TO 553
552 VD(J) = (1.D0+DV)*V(J)
    553 CALL EQNS(NVAR,VD,RD)
    DO 558 I=1,NVAR
    IF (DABS(V(J))-10.D0**(-30)) 555,555,556
    555 PD(I,J) = (RD(I)-R(I))/(10.D0**(-10))
    GO TO 558
    556 PD(I,J) = (RD(I)-R(I))/(V(J)*DV)
    558 CONTINUE
    VD(J) = V(J)
    560 CONTINUE
    RETURN
    END
    
```

### Subrotina Gauss (Stoecker, 1989)

```

SUBROUTINE GAUSSY(A,B,X,N)
    IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
    DIMENSION A(40,40),B(40),X(40)
    DO 28 K=1,N
    AMAX=0.
    DO 4 I=K,N
    IF (DABS(A(I,K))-DABS(AMAX)) 4,4,2
    2 AMAX=A(I,K)
    IMAX=I
    4 CONTINUE
    IF (DABS(AMAX)-0.1E-13) 10,10,14
    10 RETURN
    14 BTEMP=B(K)
    B(K)=B(IMAX)
    B(IMAX)=BTEMP
    DO 18 J=K,N
    ATEMP=A(K,J)
    A(K,J)=A(IMAX,J)
    18 A(IMAX,J)=ATEMP
    KPLUS=K+1
    IF (K-N) 22,28,28
    DO 24 I=KPLUS,N
    B(I)=B(I)-B(K)*A(I,K)/A(K,K)
    ACON=A(I,K)
    DO 24 J=K,N
    A(I,J)=A(I,J)-A(K,J)*ACON/A(K,K)
    24 CONTINUE
    L=N
    SUM=0.
    IF (L-N) 34,38,38
    LPLUS=L+1
    DO 36 J=LPLUS,N
    SUM=SUM+A(L,J)*X(J)
    36 CONTINUE
    X(L)=(B(L)-SUM)/A(L,L)
    IF (L-1) 42,42,40
    L=L-1
    GOTO 32
    42 RETURN
    END
    
```

# APÊNDICE C – CÓDIGO EM FORTRAN DO MODELO PROPOSTO

## NO CAPÍTULO 5

### Arquivo de Entrada Editável\*

```

XXX      # [n°]      Número de volumes de controle
XXX      # [m]       Comprimento do tubo/anular
XXX      # [m]       Diâmetro interno do espaço anular
XXX      # [m]       Diâmetro externo do espaço anular/tubo
XXX      # [Pa]      Pressão da bomba
XXX      # [m/s^2]   Gravidade
XXX      # [kg/m^3]  Massa específica do fluido
XXX      # [Pa^-1]   Coeficiente de compressibilidade do fluido
XXX      # [s]       Passo de tempo
XXX      # [s]       Tempo máximo estipulado para atingir o R.P
XXX      # [-]       CFL
1 ou 0   # [-]       Deseja utilizar O CFL?          0 -> NÃO          1 -> SIM
1 ou 0   # [-]       Tubo ou Anular                 0 -> ANULAR       1 -> TUBO
1 ou 0   # [-]       Fluido Newtoniano ou Tixotrópico? 0 -> TIXOTÓPICO 1 -> NEWTONIANO
XXX      # [n°]      Número máximo de iterações para o cálculo do campo de velocidade
XXX      # [-]       Erro relativo "aceitável" Conservação da Massa
XXX      # [-]       Erro relativo "aceitável" p/ Regime Permanente
XXX      # [-]       Número de passos de tempo para início da gravação dos campos PxZ e VxZ
XXX      # [-]       Número de passos de tempo para cada gravação dos campos PxZ e VxZ
'Vxt.txt' #          Nome do arquivo de saída Vxt
'Vxz.txt' #          Nome do arquivo de saída Vxz
'Pxt.txt' #          Nome do arquivo de saída Pxt
'Pxz.txt' #          Nome do arquivo de saída PxZ
'lxt.txt' #          Nome do arquivo de saída lxt
'lxz.txt' #          Nome do arquivo de saída lxz
XXX      # k_1      (equação cinética do parâmetro estrutural )
XXX      # k_2      (equação cinética do parâmetro estrutural )
XXX      # k_3      (equação cinética do parâmetro estrutural )
XXX      # k_4      (equação cinética da deformação elástica )
XXX      # A        (equação beta = A*(taxa de cisalhamento)^B )
XXX      # B        (equação beta = A*(taxa de cisalhamento)^B )
XXX      # eta_st,0 (viscosidade hidrodinâmica inicial - eq. constitutiva )
XXX      # eta_8    (viscosidade a alta taxa de cisalhamento - eq. constitutiva )
XXX      # G_0      (platô em baixa frequência no teste do módulo de armazenamento - eq. constitutiva)
XXX      # gama_c   (valor crítico da deformação elástica - equação cinética da deformação elástica )
XXX      # N        (número de divisões na direção radial )

```

### Programa Principal

```

PROGRAM FLUIDO_TIXOTROPICO

USE Variaveis_Globais
USE Variaveis_Globais_b

USE DFPOR !Utilizada apenas para mostrar o relógio - biblioteca interna do FORTRAN

USE DFLIB !Declaração das bibliotecas e módulos utilizados no programa principal. DFLIB não é uma biblioteca do programa, é
          !uma biblioteca específica do Fortran, utilizada para a função GETCHARQQ().

IMPLICIT NONE

CHARACTER*1 espera !Para esperar tecla ser pressionada-> Utiliza a DFLIB do FORTRAN
CHARACTER*20 clo
REAL*8 residuo, div, rectime, Wo, tadim, Re, X, B, res
REAL*8 prod, V_mrp
REAL*8 Tau_wat, Tau_wdt, temp, temp2, Vtemp, Vtemp2, T_kml, T_k, T_kp1, F_kml, F_k, F_kp1
INTEGER converge, conta

Pi = DACOS(-1.0_8)

!----- Leitura de dados de entrada -----

CALL LeEntrada
OPEN (1, FILE = "Pxt.txt")
OPEN (2, FILE = "Vxt.txt")
OPEN (3, FILE = "tempos.txt")
OPEN (4, FILE = "lxt.txt")
OPEN (5, FILE = "Pxz.txt")
OPEN (6, FILE = "Vxz.txt")
OPEN (7, FILE = "lxz.txt")

!----- Algoritmo de simulação -----

j=1.0_8 !j=1.0 -> 1ª iteração
Y=0.0_8 !Y=1.0 -> Campo de Velocidades Convergiu
cont=0.0_8 !Cont=1.0 -> Escoamento em Regime Permanente

```

\* Estão denotados por 'XXX' todos os trechos editáveis pelo usuário.

```

h=1
col=1
max=0.0_8

ALLOCATE (flag(NZ+1),P_new(NZ+1), P_old(NZ+1),ro_old(NZ+1), ro_new(NZ+1), nRe(NZ+1),ai(NZ+1),bi(NZ+1),ci(NZ+1))
ALLOCATE (V_NEW(NZ+1), V_OLD(NZ+1), V_arb(NZ+1), tw_NEW(NZ+1), tw_OLD(NZ+1), Tau_wOLD(NZ+1), f_NEW(NZ+1), Tau_w(NZ+1),
Tau_wt(NZ+1), V_m(NZ+1))
ALLOCATE (A_NEW(NZ+1),B_NEW(NZ+1),C_NEW(NZ+1),D_NEW(NZ+1),matriz_press_z (11,NZ+1),matriz_vel_z (11,NZ+2),l_m(NZ+1))

matriz_vel_t=0.0
matriz_press_t=0.0
matriz_vel_z=0.0
matriz_press_z=0.0

WRITE (3,*)"hor inicio: ", CLOCK ()
clo=CLOCK()

!Inicialização das variáveis

V_OLD=0.0_8 ! Atribui velocidade 0 para todo o campo antigo de velocidade

V_NEW=0.000000001_8 ! Estimativa para o campo de VELOCIDADE no instante de tempo inicial

Do i=1,NZ+1

    ro_old(i)=1.0_8/( 1.0_8/ro - alfa*grav*(i-1)*dz )
    P_new(i) = 1.0_8/alfa*DLOG(ro_old(i)/ro)
    P_old(i) = P_new(i)
end do

WRITE (5,299)
0,dz*(1),dz*(NZ/30),dz*(2*NZ/30),dz*(3*NZ/30),dz*(4*NZ/30),dz*(5*NZ/30),dz*(6*NZ/30),dz*(7*NZ/30),dz*(8*NZ/30),dz*(9*NZ/30),d
z*(10*NZ/30),dz*(11*NZ/30),dz*(12*NZ/30),dz*(13*NZ/30),dz*(14*NZ/30),dz*(15*NZ/30),dz*(16*NZ/30),dz*(17*NZ/30),dz*(18*NZ/30),
dz*(19*NZ/30),dz*(20*NZ/30),dz*(21*NZ/30),dz*(22*NZ/30),dz*(23*NZ/30),dz*(24*NZ/30),dz*(25*NZ/30),dz*(26*NZ/30),dz*(27*NZ/30)
,dz*(28*NZ/30),dz*(29*NZ/30),dz*(30*NZ/30)

WRITE (6,299)
0,dz*(1),dz*(NZ/30),dz*(2*NZ/30),dz*(3*NZ/30),dz*(4*NZ/30),dz*(5*NZ/30),dz*(6*NZ/30),dz*(7*NZ/30),dz*(8*NZ/30),dz*(9*NZ/30),d
z*(10*NZ/30),dz*(11*NZ/30),dz*(12*NZ/30),dz*(13*NZ/30),dz*(14*NZ/30),dz*(15*NZ/30),dz*(16*NZ/30),dz*(17*NZ/30),dz*(18*NZ/30),
dz*(19*NZ/30),dz*(20*NZ/30),dz*(21*NZ/30),dz*(22*NZ/30),dz*(23*NZ/30),dz*(24*NZ/30),dz*(25*NZ/30),dz*(26*NZ/30),dz*(27*NZ/30)
,dz*(28*NZ/30),dz*(29*NZ/30),dz*(30*NZ/30)

WRITE (7,299)
0,dz*(1),dz*(NZ/30),dz*(2*NZ/30),dz*(3*NZ/30),dz*(4*NZ/30),dz*(5*NZ/30),dz*(6*NZ/30),dz*(7*NZ/30),dz*(8*NZ/30),dz*(9*NZ/30),d
z*(10*NZ/30),dz*(11*NZ/30),dz*(12*NZ/30),dz*(13*NZ/30),dz*(14*NZ/30),dz*(15*NZ/30),dz*(16*NZ/30),dz*(17*NZ/30),dz*(18*NZ/30),
dz*(19*NZ/30),dz*(20*NZ/30),dz*(21*NZ/30),dz*(22*NZ/30),dz*(23*NZ/30),dz*(24*NZ/30),dz*(25*NZ/30),dz*(26*NZ/30),dz*(27*NZ/30)
,dz*(28*NZ/30),dz*(29*NZ/30),dz*(30*NZ/30)

DO WHILE (cont/=1) !->LOOP TEMPORAL -> Encerra-se quando o escoamento entra em R.P cont=1

    ro_new(1)=ro*EXP(alfa*PB)
    P_new(1)=PB
    ro_new(NZ+1)= ro_old(NZ+1)
    t=j*dt
    k=1 !-> Contador utilizado durante o processo iterativo para convergência do campo de velocidade
    Y=0 !-> Chave para convergência do campo de velocidades quando Y=1 -> convergiu
    Tau_wt = 10.0_8
    Tau_w = 10.0_8
    V_m = 0.0_8

    Do while ( Y/=1 .AND. k<ITMAX ) !->LOOP -> "Encerra-se" quando a V_arb ~ V_NEW (Y=1) ou k>ITMAX

        resíduo=0.0_8
        res=0.0_8

50    do i=2,NZ

            ai(i) = dz/dt+V_NEW(i)
            bi(i) = dz/dt
            ci(i) = V_NEW(i-1)
            ro_new(i) = ( bi(i)*ro_old(i) + ci(i)*ro_new(i-1) ) / ai(i)
            IF (ro_new(i).LT.0.0) then
                write(*,*) " Ro negativo "
                write(*,*) "Volume i", i, "Iteracao j", j
                write(*,*) ai(i),ci(i),ro_new(i)
            ENDIF
            P_new(i) = 1.0_8/alfa*DLOG(ro_new(i)/ro)
        end do

        !Cálculo da Velocidade na Fronteira Esquerda [FE] (i=1)
55    i=1
        li= (ro_new(i+1)+ro_new(i))/2.0_8
        mi= (ro_new(i) - ro_old(i))*dz/dt/2.0_8
        V_fe= ((li*V_NEW(i)+mi)/ro_new(i))
        AFE= dz/dt*(ro_new(i+1)+ro_new(i))/2.0 + ro_new(i+1)*(V_NEW(i+1)+V_NEW(i))/2.0
        BFE= dz/dt*(ro_old(i+1)+ro_old(i))/2.0
        CFE= 0.0_8
        DFE= ro_new(i)*V_fe**2.0 + PB - P_new(i+1) - 4*Tau_w(i)*dz/D2 +(ro_new(i+1)+ro_new(i))/2.0*grav*dz
        V_NEW(i) = ((BFE*V_OLD(i) +DFE)/AFE)
        if (V_NEW(i)<1d-10)then
            V_NEW(i)=0.0_8
        endif

        !Pontos Internos
60    do i=2,NZ-1
            A_NEW(i) = dz/dt*(ro_new(i+1)+ro_new(i))/2 + ro_new(i+1)/2.0*(V_NEW(i+1)+V_NEW(i))
            B_NEW(i) = dz/dt/2.0*(ro_old(i+1)+ro_old(i))
            C_NEW(i) = ro_new(i)/2.0*(V_NEW(i)+V_NEW(i-1))
            D_NEW(i) = P_new(i) - P_new(i+1) - 4*Tau_w(i)*dz/D2 +(ro_new(i+1)+ro_new(i))/2.0*grav*dz
            V_NEW(i) = ((B_NEW(i)*V_OLD(i)+C_NEW(i)*V_NEW(i-1) + D_NEW(i))/A_NEW(i))

```

```

        if(V_NEW(i)<1d-10)then
            V_NEW(i)=0.0_8
        endif
    end do

!Cálculo da Velocidade na Fronteira Direita [FD] (i=NZ)
70  i=NZ
    V_fd= (1.0/2.0*(1.0+ro_new(i)/ro_new(i+1))*V_NEW(i))
    AFD= dz/dt*(ro_new(i+1)+ro_new(i))/2.0 + ro_new(i+1)/4.0*V_NEW(i)*(1.0+ro_new(i)/ro_new(i+1))**2.0
    BFD= dz/dt*(ro_old(i+1)+ro_old(i))/2.0
    CFD= ro_new(i)*(V_NEW(i)+V_NEW(i-1))/2.0
    DFD= P_new(i) - P_new(i+1) - 4*Tau_w(i)*dz/D2 + (ro_new(i+1)+ro_new(i))/2.0*grav*dz
    V_NEW(i) = ( ( BFD*V_OLD(i) + CFD*V_NEW(i-1) + DFD) / AFD )
    if(V_NEW(i)<1d-10)then
        V_NEW(i)=0.0_8
    endif

!Análise da convergência através da conservação da massa
80  DO i=2,NZ
    ai(i) = dz/dt+V_NEW(i)
    bi(i) = dz/dt
    ci(i) = V_NEW(i-1)
    residuo = residuo + DABS( ai(i)*ro_new(i) - bi(i)*ro_old(i) - ci(i)*ro_new(i-1) )
    end DO

div = DABS( residuo/(ro_new(1)*V_fe) )
!FIM DE TESTE de convergência

90  IF (div<=erro .OR. k == ITMAX-1) THEN
    Y = 1 !Y=1 -> Campo de velocidade CONVERGIU - avança um passo de tempo
    go to 100
    END IF

DO i = 1,NZ
    converge = 0
    conta = 0
    IF (V_NEW(i) > 5.0d-2) THEN
        IF (j > 1 .AND. Tau_wOLD(i) > 0.0_8) THEN
            T_kml = 1.1*Tau_wOLD(i)
        ELSE
            T_kml = 100.0
        END IF
        Tau_w_t = T_kml
        CALL Tixotropia
        F_kml = V_m(i) - V_new(i)
        IF (j > 1 .AND. Tau_wOLD(i) > 0.0_8) THEN
            T_k = 0.9*Tau_wOLD(i)
        ELSE
            T_k = 5.0
        END IF
        Tau_w_t = T_k
        CALL Tixotropia
        F_k = V_m(i) - V_new(i)
        DO WHILE (converge /= 1)
            conta = conta + 1
            T_kpl = (F_k*T_kml - F_kml*T_k)/(F_k - F_kml)
            Tau_w_t = T_kpl
            CALL Tixotropia
            F_kpl = V_m(i) - V_new(i)
            IF (abs(F_kpl) < 1d-3) THEN
                Tau_w(i) = T_kpl
                go to 94
            END IF
            IF (abs((T_kpl-T_k)/T_k) < 1d-3) THEN
                Tau_w(i) = T_kpl
            ELSE
                T_kml = T_k
                T_k = T_kpl
                F_kml = F_k
                F_k = F_kpl
            END IF
            IF (conta == 100) THEN
                Tau_w(i) = Tau_w(i)
                go to 94
            END IF
        END DO
        converge = 1
    END DO
    ELSE
        Tau_w(i) = 0.0_8
        DO ii = 1,NN+1
            gama_e(ii,i) = gama_e0(ii,i)
            lambda(ii,i) = lambda0(ii,i)
        END DO
    END IF
END DO

100  k=k+1
    End Do !-> Fim do LOOP do campo de velocidade

!Verificação do regime de escoamento

200  cont=0.0_8 !REGIME PERMANENTE não atingido
    V_OLD=V_NEW !Velocidade calculada (nova) torna-se a anterior
    ro_old=ro_new !o mesmo ocorre para a massa específica
    Tau_wOLD=Tau_w

    If (j*dt>maxtime) then
        write (*,*) "Tempo de Simulacao maximo alcançado sem atingir R.P", maxtime
        cont=1.0 !para finalizar o loop caso o tempo extrapole um valor máximo
    
```

```

        end if
    DO i=1,NZ
        l_m(i) = lambda(1,i)*raio(1)*dr+lambda(NN+1,i)*raio(NN+1)*dr
        DO ii=2,NN
            l_m(ii) = l_m(i) + 2.0_8*lambda(ii,i)*raio(ii)*dr
        END DO
        l_m(i) = 4.0_8*l_m(i)/D**2.0_8
    END DO

    WRITE(2,*) dt*j, V_fe, V_fd
    WRITE(1,298) dt*j, P_new(NZ/10),P_new(5*NZ/10),P_new(9*NZ/10)
    WRITE(4,298) dt*j, l_m(NZ/10),l_m(5*NZ/10),l_m(9*NZ/10)
298  FORMAT (ES18.11,ES10.3,ES10.3,ES10.3)
    WRITE (*,*)"j = ", j, CLOCK (),k
    IF (j/NG - REAL(INT(j)/NG) == 0) THEN
        WRITE (3,*)"j = ", j, CLOCK (),k
        WRITE (5,299) j*dt,P_new(1),P_new(NZ/30),P_new(2*NZ/30),P_new(3*NZ/30),P_new(4*NZ/30),P_new(5*NZ/30),P_new(6*NZ/30),
        P_new(7*NZ/30),P_new(8*NZ/30),P_new(9*NZ/30),P_new(10*NZ/30),P_new(11*NZ/30),P_new(12*NZ/30),P_new(13*NZ/30),P_new(14*NZ/30),
        P_new(15*NZ/30),P_new(16*NZ/30),P_new(17*NZ/30),P_new(18*NZ/30),P_new(19*NZ/30),P_new(20*NZ/30),P_new(21*NZ/30),P_new(22*NZ/30),
        P_new(23*NZ/30),P_new(24*NZ/30),P_new(25*NZ/30),P_new(26*NZ/30),P_new(27*NZ/30),P_new(28*NZ/30),P_new(29*NZ/30),P_new(30*NZ/30)

        WRITE (6,299) j*dt,V_new(1),V_new(NZ/30),V_new(2*NZ/30),V_new(3*NZ/30),V_new(4*NZ/30),V_new(5*NZ/30),V_new(6*NZ/30),
        V_new(7*NZ/30),V_new(8*NZ/30),V_new(9*NZ/30),V_new(10*NZ/30),V_new(11*NZ/30),V_new(12*NZ/30),V_new(13*NZ/30),V_new(14*NZ/30),
        V_new(15*NZ/30),V_new(16*NZ/30),V_new(17*NZ/30),V_new(18*NZ/30),V_new(19*NZ/30),V_new(20*NZ/30),V_new(21*NZ/30),V_new(22*NZ/30),
        V_new(23*NZ/30),V_new(24*NZ/30),V_new(25*NZ/30),V_new(26*NZ/30),V_new(27*NZ/30),V_new(28*NZ/30),V_new(29*NZ/30),V_new(30*NZ/30)

        WRITE (7,299) j*dt,l_m(1),l_m(NZ/30),l_m(2*NZ/30),l_m(3*NZ/30),l_m(4*NZ/30),l_m(5*NZ/30),l_m(6*NZ/30),
        l_m(7*NZ/30),l_m(8*NZ/30),l_m(9*NZ/30),l_m(10*NZ/30),l_m(11*NZ/30),l_m(12*NZ/30),l_m(13*NZ/30),l_m(14*NZ/30),l_m(15*NZ/30),l_m(16*NZ/30),
        l_m(17*NZ/30),l_m(18*NZ/30),l_m(19*NZ/30),l_m(20*NZ/30),l_m(21*NZ/30),l_m(22*NZ/30),l_m(23*NZ/30),l_m(24*NZ/30),l_m(25*NZ/30),
        l_m(26*NZ/30),l_m(27*NZ/30),l_m(28*NZ/30),l_m(29*NZ/30),l_m(30*NZ/30)
299  FORMAT (ES18.11,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,
        ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3,ES10.3)

    END IF

    j = j+1.0_8 !incremento no tempo
    lambda0 = lambda
    gama_e0 = gama_e

    END DO !FIM do LOOP temporal

!Finalização do programa

300 If (j>=maxtime/dt) then
    write (*,*) "Max Time atingido sem atingir REGIME PERMANENTE"
    else
        WRITE (*,*) "REGIMEPERMANENTE t=",dt*j, dt*j*tadim
        WRITE (*,*) "ro(1)*V_fe",ro_new(1)*V_fe
        WRITE (*,*) "ro(NZ+1)*V_fd",ro_new(NZ+1)*V_fd
        WRITE (*,*) " entrada",V_fe*DEXP(X), V_fe
        WRITE (*,*) " saida", V_fd
    end If

    WRITE (*,*) "hor inicio : ", clo
    WRITE (*,*) "hor termino: ", CLOCK ()
    WRITE (*,*)

    WRITE (*,*) " Pressione uma tecla para fechar "
    espera=GETCHARQQ()

DEALLOCATE ( flag, P_new, P_old, ro_old, ro_new, nRe, ai, bi, ci)
DEALLOCATE ( V_NEW, V_OLD, V_arb, tw_NEW, tw_OLD, f_NEW)
DEALLOCATE ( A_NEW, B_NEW, C_NEW,D_NEW, matriz_press_z, matriz_vel_z)

END PROGRAM FLUIDO_TIXOTROPICO

```

### Subrotina Entra Dados

```

SUBROUTINE LeEntrada()
    USE Variaveis_Globais
    USE Variaveis_Globais_b
    USE DFLIB
    IMPLICIT NONE
    CHARACTER*128 a_entrada
    CHARACTER*1 espera

    a_entrada= 'entrada_p_cte.txt'
    OPEN (3, FILE = a_entrada, ERR=900)

    READ (3,*) NZ
    READ (3,*) L
    READ (3,*) D1
    READ (3,*) D2
    READ (3,*) PB
    READ (3,*) grav
    READ (3,*) ro
    READ (3,*) alfa
    READ (3,*) dt
    READ (3,*) maxtime
    READ (3,*) CFL
    READ (3,*) usetime
    READ (3,*) istube
    READ (3,*) isnewt
    READ (3,*) ITMAX

    READ (3,*) erro
    READ (3,*) erro_rp
    READ (3,*) inirec
    READ (3,*) pasrec
    READ (3,*) vel_x_time
    READ (3,*) vel_x_pos
    READ (3,*) pres_x_time
    READ (3,*) pres_x_pos
    READ (3,*) pres_x_time_anlt
    READ (3,*) vel_x_time_anlt
    READ (3,*) k1
    READ (3,*) k2
    READ (3,*) k3
    READ (3,*) k4
    READ (3,*) AA
    READ (3,*) BB
    READ (3,*) eta_s
    READ (3,*) eta_8
    READ (3,*) G_0
    READ (3,*) gama_c
    READ (3,*) NN

    CLOSE (3, STATUS = 'KEEP')

    dz=L/NZ
    c = 1.0_8/sqrt(ro*alfa)
    D = D2

```

```

dr = D/2/real(NN)
Fib(1) = 1
Fib(2) = 1
OO = 500
DO ll = 3,OO
  Fib(ll) = Fib(ll-1) + Fib(ll-2)
END DO

IF(usetime==1) then
  NZ=int(L*CFL/C/dt) + 1
  dz= L/NZ
  endif

NG=L/4/c/dt

ALLOCATE
(W(NN+1),W0(NN+1),raio(NN+1),lambda0(NN+1,NZ),lambda(NN+1,
NZ),gama_e0(NN+1,NZ),gama_e(NN+1,NZ),gama_p(NN+1),
lambdat(NN+1,NZ),gama_et(NN+1,NZ))

lambda0 = 1.0_8
gama_e0 = 0.0_8

DO ii = 1,NN
  raio(ii) = D/2 - dr*(ii-1)
END DO

raio(NN+1) = 0.0_8

IF(istube==1) then
  D1=0.0_8
  R2=D2/2.0_8
  R1=D1/2.0_8
  else
  R2=D2/2.0_8
  R1=D1/2.0_8
  end if

RETURN
900 WRITE (*,*) 'Arquivo de Entrada Nao Encontrado -> Crie
um arquivo de entrada na pasta do programa com o nome
entrada.txt'
STOP
END SUBROUTINE

```

### Subrotina Tixotropia

```

MODULE Variaveis
REAL*8 :: mult,W_m,W_m0,gama_w,Q
INTEGER :: jj,ITER,flag
END MODULE Variaveis

SUBROUTINE Tixotropia

USE VARIAVEIS
USE Variaveis_Globais_b

IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
CALL VELFIELD
100 DO ii = 1,NN+1
  gama_e(ii,i) = gama_et(ii,i)
  lambda(ii,i) = lambdat(ii,i)
END DO

END SUBROUTINE Tixotropia

```

### Subrotina VelField

```

SUBROUTINE VELFIELD
USE VARIAVEIS
USE Variaveis_Globais_b
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION V(40),R(40),PD(40,40),VCORR(40)
NVAR=3
TLRNCE=1.0d-3
ITMAX=50

DO ii = 1,NN+1
  V(1)=0.0_8
  V(2)=0.0_8
  V(3)=0.0_8
  flag = 0
  ITER = 1
30 CALL EQNS(NVAR,V,R)

  IF (flag == 1) THEN
    GO TO 91
  END IF

  CALL PARDIF(NVAR,V,R,PD)
200 CALL GAUSSY(PD,R,VCORR,NVAR)

  DO L=1,NVAR
    V(L) = V(L) - VCORR(L)
  END DO

37 IF (ITER-ITMAX) 38,91,91
38 ITER = ITER+1
  K = 1

40 IF (DABS(VCORR(K)/V(K)) - TLRNCE) 41,41,30
41 IF (K-NVAR) 42,99,99
42 K = K+1
  GO TO 40

91 IF (iter == itmax) THEN
  itemp = ii
  END IF

DO kk = ii,NN+1
  IF (kk == 1) THEN
    W_m = 0.0_8
    GO TO 102
  END IF

  lambdat(kk,i) = lambda0(kk,i)
  gama_et(kk,i) = gama_e0(kk,i)
  gama_p(kk) = 0.0_8
END DO

W(NN+1) = W(NN)
GO TO 101
99 gama_p(ii) = V(1)
gama_et(ii,i) = V(2)
lambdat(ii,i) = V(3)

IF (ii > 1) THEN
  IF (gama_p(ii) < 0) THEN
    GO TO 91
  END IF
  IF (gama_p(ii-1) < 1 .AND. gama_p(ii) > gama_p(ii-1))
  THEN
    GO TO 91
  END IF
END IF

101 V_m(ii) = 0.0_8
W(1) = 0.0_8

DO ii=2,NN+1
  W(ii) = W(ii-1) + dr*gama_p(ii-1)
  V_m(ii) = V_m(ii) + 2.0_8*W(ii)*raio(ii)*dr
END DO

V_m(ii) = 4.0_8*V_m(ii)/D**2.0_8

102 END

```

### Subrotina Eqns

```

SUBROUTINE EQNS(NVAR,V,R)
USE VARIAVEIS
USE Variaveis_Globais_b
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION V(40),R(40)

IF (V(1) <= 1e-3) THEN
  R(1) = V(2) - gama_e0(ii,i)
  R(2) = V(3) - lambda0(ii,i)
ELSE
  R(1) = t**(AA*(V(1))**BB)*(V(2) - gama_e0(ii,i)) - (k4)**(AA*(V(1))**BB)*(gama_c*Tau_w_t*raio(ii)/(D/2) -
V(2)*(G_0*gama_c + eta_s*V(1))*(k2*(V(1))**0.5 + k3)/(k1*V(1) + k2*(V(1))**0.5 + k3)) + eta_8*V(1))*dt
  R(2) = t**(AA*(V(1))**BB)*(V(3) - lambda0(ii,i)) - dt*(-k1*V(3)*V(1) + k2*(1 - V(3))*(V(1))**0.5 + k3*(1 - V(3)))
END IF
R(3) = Tau_w_t*raio(ii)/(D/2) - (G_0*V(2) + eta_s*V(1))*V(3) - eta_8*V(1)

```

```

10 CONTINUE
RETURN
END

```

### Subrotina Pardif

```

SUBROUTINE PARDIF (NVAR, V, R, PD)
IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
DIMENSION VD(40), RD(40)
DIMENSION V(40), R(40), PD(40, 40)
DV = 0.1D0
DO 550 K=1, NVAR
550VD(K) = V(K)
DO 560 J=1, NVAR
IF (DABS(V(J))-10.D0**(-30)) 551, 551, 552
551VD(J) = V(J)+10.D0**(-10)
GO TO 553
552VD(J) = (1.D0+DV)*V(J)

```

```

553CALL EQNS (NVAR, VD, RD)
DO 558 I=1, NVAR
IF (DABS(V(J))-10.D0**(-30)) 555, 555, 556
555PD(I, J) = (RD(I)-R(I))/(10.D0**(-10))
GO TO 558
556PD(I, J) = (RD(I)-R(I))/(V(J)*DV)
558CONTINUE
VD(J) = V(J)
560CONTINUE
RETURN
END

```

### Subrotina Gaussy

```

SUBROUTINE GAUSSY (A, B, X, N)
IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
DIMENSION A(40, 40), B(40), X(40)
DO 28 K=1, N
AMAX=0.
DO 4 I=K, N
IF (DABS(A(I, K))-DABS(AMAX)) 4, 4, 2
2 AMAX=A(I, K)
IMAX=I
4 CONTINUE
IF (DABS(AMAX)-0.1E-13) 10, 10, 14
10 WRITE (9, 12) K
12 FORMAT (5X, 'SISTEMA DE EQUACOES LD', I3)
RETURN
14 BTEMP=B(K)
B(K)=B(IMAX)
B(IMAX)=BTEMP
DO 18 J=K, N
ATEMP=A(K, J)
A(K, J)=A(IMAX, J)
18 A(IMAX, J)=ATEMP

```

```

KPLUS=K+1
IF (K-N) 22, 28, 28
22 DO 24 I=KPLUS, N
B(I)=B(I)-B(K)*A(I, K)/A(K, K)
ACON=A(I, K)
DO 24 J=K, N
24 A(I, J)=A(I, J)-A(K, J)*ACON/A(K, K)
28 CONTINUE
L=N
32 SUM=0.
IF (L-N) 34, 38, 38
34 LPLUS=L+1
DO 36 J=LPLUS, N
36 SUM=SUM+A(L, J)*X(J)
38 CONTINUE
X(L)=(B(L)-SUM)/A(L, L)
IF (L-1) 42, 42, 40
40 L=L-1
GOTO 32
42 RETURN
END

```



## APÊNDICE D – SOLUÇÃO ANALÍTICA DO MODELO SIMPLIFICADO DA SEÇÃO 6.3

As soluções analíticas do modelo simplificado do início do escoamento laminar de um fluido newtoniano compressível em um tubo disposto horizontalmente, sendo este submetido a uma pressão constante na entrada e a uma vazão constante na entrada são aqui explicitadas.

Partindo do procedimento realizado no Capítulo 5, no qual se chegou a uma equação para a conservação da massa (Eq. (5.2)), a outra para a conservação da quantidade de movimento (Eq. (5.8)) e a outra equação de estado (Eq. (5.9)), faz-se as seguintes hipóteses simplificadoras:

- a. Fluido newtoniano, cuja tensão de cisalhamento na parede pode ser modelada a partir do conceito de fator de atrito (e este pela definição de fator de atrito de Fanning em função do número de Reynolds), da seguinte maneira:

$$\tau_w = \frac{f \rho V^2}{2}, f = \frac{16}{\text{Re}} \text{ e } \text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} \rightarrow \tau_w = \frac{8 \mu V}{D} \quad (\text{D1})$$

- b. Escoamento horizontal ( $\text{sen} \xi = 0$ );
- c. Fluido possui baixa compressibilidade, o que, segundo White (2003), leva o fluido a possuir variação espacial de sua massa específica e a uma variação de seu fluxo de quantidade de movimento insignificantes ( $\frac{\partial \rho}{\partial z} \cong 0$  e  $\frac{\partial(\rho V V)}{\partial z} \cong 0$ ).

A partir dessas premissas, as Eqs. (5.2) e (5.8) são reescritas como seguem:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (\text{D2})$$

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{32 \mu V}{D^2} = 0 \quad (\text{D3})$$

A seguir, substitui-se a equação de estado (Eq. (5.9)) na Eq. (D2), chegando em:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (\text{D4})$$

Ao derivar a Eq. (D3) em relação a  $t$ , a Eq. (D4) em relação a  $z$  e subtraindo uma equação da outra de tal forma que se elimine o termo resultante de pressão, chega-se em:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - \frac{1}{\rho\alpha} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + \frac{32\mu}{\rho D^2} \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad (\text{D5})$$

Substituindo o valor da velocidade de propagação de uma onda de pressão (Eq. (6.7) com  $\rho_o \approx \rho$ , o que é válido para fluido com baixa compressibilidade) e definindo a constante  $T = \rho D^2 / 16\mu$ :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + \frac{2}{T} \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad (\text{D6})$$

Desta forma, o modelo é reduzido a uma única equação função apenas da velocidade, a qual possui solução analítica para a pressão e para a velocidade para ambos os regimes de fluxo:

- **Pressão ( $P_b$ ) na entrada:**

$$P(z, t) = P_b \left\{ \left( 1 - \frac{z}{L} \right) - \frac{2}{\pi} e^{-t/T} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{n} \sin \frac{n\pi z}{L} \left( \cos \omega_{n,p} t + \frac{1}{T\omega_{n,p}} \sin \omega_{n,p} t \right) \right] \right\} \quad (\text{D7})$$

$$V(z, t) = \frac{2P_b\alpha c^2}{L} e^{-t/T} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{\omega_{n,p}} \cos \frac{n\pi z}{L} \text{sen} \omega_{n,p} t \right] + \frac{TP_b\alpha c^2}{2L} (1 - e^{-2t/T}) \quad (\text{D8})$$

$$V(z, t) = \frac{2P_b\alpha c}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{n} \cos \frac{n\pi z}{L} \text{sen} \frac{n\pi ct}{L} \right] + \frac{P_b\alpha c^2}{L} t \quad p/ \quad T^{-1} = 0$$

sendo  $\omega_{n,p} = \sqrt{\left( \frac{n\pi c}{L} \right)^2 - T^{-2}}$ .

- **Velocidade ( $V_b$ ) na entrada:**

$$P(z, t) = \frac{2V_b(L-z)}{\Gamma\alpha c^2} + \frac{2V_b L}{\pi^2\alpha c^2} e^{-t/\Gamma} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{(n-1/2)^2} \cos \frac{(n-1/2)\pi z}{L} \left[ \left( \omega_{n,v} - \frac{1}{\Gamma} \right) \text{sen } \omega_{n,v} t - \frac{2}{\Gamma} \cos \omega_{n,v} t \right] \right\} \quad \text{(D9)}$$

$$V(z, t) = V_b \left\{ 1 - \frac{2}{\pi} e^{-t/\Gamma} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{(n-1/2)} \text{sen} \frac{(n-1/2)\pi z}{L} \left( \cos \omega_{n,v} t + \frac{1}{\Gamma} \text{sen } \omega_{n,v} t \right) \right] \right\} \quad \text{(D10)}$$

sendo  $\omega_{n,v} = \sqrt{\left( \frac{(n-1/2)\pi c}{L} \right)^2 - \Gamma^{-2}}$ .

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)