

**UNIVERSIDADE REGIONAL DO NOROESTE DO ESTADO DO RIO GRANDE DO
SUL - UNIJUÍ**

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA

**SIMULAÇÃO E ANÁLISE DE TENACIFICAÇÃO DE MATERIAIS COMPOSTOS
REFORÇADOS POR FIBRAS ATRAVÉS DO MÉTODO DE ELEMENTOS
DISCRETOS**

KELLEM DE MELO SOARES

IJUÍ, RS, BRASIL, 2010

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**UNIVERSIDADE REGIONAL DO NOROESTE DO ESTADO DO RIO GRANDE DO
SUL - UNIJUÍ**

DeFEM – DEPARTAMENTO DE FÍSICA, ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA

DeTEC – DEPARTAMENTO DE TECNOLOGIA

**SIMULAÇÃO E ANÁLISE DE TENACIFICAÇÃO DE MATERIAIS COMPOSTOS
REFORÇADOS POR FIBRAS ATRAVÉS DO MÉTODO DE ELEMENTOS
DISCRETOS**

KELLEM DE MELO SOARES

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Modelagem Matemática da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul – UNIJUÍ para obtenção do título de Mestre em Modelagem Matemática.

ORIENTADOR: PROF. DR. WANG CHONG

Ijuí

2010

**UNIVERSIDADE REGIONAL DO NOROESTE DO ESTADO DO RIO GRANDE DO
SUL - UNIJUÍ**

DeFEM – DEPARTAMENTO DE FÍSICA, ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA

DeTEC – DEPARTAMENTO DE TECNOLOGIA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA

A Comissão Examinadora, abaixo assinada, aprova a Dissertação

**SIMULAÇÃO E ANÁLISE DE TENACIFICAÇÃO DE MATERIAIS COMPOSTOS
REFORÇADOS POR FIBRAS ATRAVÉS DO MÉTODO DE ELEMENTOS
DISCRETOS**

Elaborada por

KELLEM DE MELO SOARES

Como requisito para obtenção do grau de Mestre em Modelagem Matemática

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Wang Chong – DeTEC - Orientador

Prof. Dr. Ignacio Iturrioz - UFRGS

Prof. Dr. Luciano Pivoto Specht – DeTEC

Ijuí, RS, 17 de Setembro de 2010.

Dedicatória

*A minha mãe, pelo incentivo e compreensão.
Aos meus familiares e amigos pela fé, amor e
confiança.*

AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos...

- *À Deus...*
- *A minha mãe Noreni pelo amor, dedicação e principalmente paciência sempre me apoiando durante este percurso e em todos os momentos da minha vida.*
- *A Débora pelo carinho, paciência, compreensão e apoio incondicional.*
- *Ao Professor Doutor Wang Chong pela amizade, paciência, compreensão, dedicação e orientação prestada, cujo conhecimento comigo dividiu conduzindo-me admiravelmente com êxito no desenvolvimento deste trabalho.*
- *Ao Professor Doutor Ignácio Iturrioz (UFRGS), Doutorando Ricardo Barrios (UNNE) e Doutorando Vicente Puglia (UFRGS) pelo conhecimento transmitido e intensa colaboração na programação ao longo desta pesquisa.*
- *Aos meus familiares e amigos, sempre prontos a dar seu valioso apoio e grande compreensão pelos momentos de ausência e ansiedade.*
- *A toda equipe do mestrado, professores e funcionários.*
- *Aos Professores da Banca, pela disponibilidade e interesse.*
- *Ao CNPQ pela ajuda financeira através de bolsa.*
- *Aos meus colegas do mestrado pelo companheirismo.*
- *A todos aqueles que me ajudaram, de uma forma ou outra a realizar este trabalho.*

....A todos, obrigada.

RESUMO

O problema da tenacificação de materiais frágeis reforçado por fibras é complexo, envolvendo todas as propriedades mecânicas de fibras, matriz e interface, além da geometria da fibra. O método adequado para realizar a simulação e análise é fundamental. Neste trabalho, foram realizadas simulações e análises do aumento da tenacidade de materiais compostos reforçados por fibras aleatoriamente distribuídas através do método de elementos discretos. Através de implementação de programação numérica, investigou-se as forças, tensões e danos no material composto quando uma trinca principal aparece na matriz frágil, construiu-se o modelo da contribuição das fibras de diferentes materiais para a tenacidade do material composto e o procedimento de obter os resultados tridimensionais através de resultados bi-dimensionais. Pelos resultados obtidos e pelas análises realizadas concluímos que: (i) fibras de alta resistência e baixo módulo de elasticidade beneficiaram o aumento da tenacidade; (ii) fibras com o módulo de elasticidade relativamente alto comparado ao da matriz podem provocar mais danos na matriz através do efeito de spalling; (iii) utilização de fibras sintéticas de alta resistência como reforço para matrizes frágeis é uma boa opção; (iv) as tensões de ponte são variáveis com subidas e descidas mas com a tendência de subida com o aumento da abertura da trinca. Quando houver quebras notáveis, ela desce; (v) a alta resistência tanto da fibra como da interface beneficiam a tenacificação. Através deste trabalho é possível otimizar e obter uma melhor combinação entre os parâmetros a fim de elaborar cerâmica avançada com as características desejadas. O trabalho sugere desenvolver um método que combine o método de elementos discretos (MED) com o método de elementos finitos (MEF) para aumentar a versatilidade e eficiência do programa computacional.

Palavras-chave: materiais reforçados por fibras, tenacidade, método de elementos discretos, tensão de ponte, trinca e danos, interface fibra/matriz, modelagem computacional.

ABSTRACT

The problem of toughening of brittle materials by fiber reinforcement is complex, involves the mechanical properties of fiber, matrix and interface, and the fiber geometry. The proper method to perform the simulation and analysis is essential. In this work, it was did simulations and analysis about increasing of the toughness in composites reinforced with randomly distributed fibers, using the discrete elements method. With the implementation of the numerical programming we investigated the forces, stresses and damage in the compost material, when a main crack did appear on the fragile matrix, built the model of the contribution of fibers with different materials to the toughness of compost material, and the procedures to obtain three-dimensional results by two-dimensional results. The results and the analysis performed conclude that: (i) fibers with high strength and low elasticity benefited from the increased toughness; (ii) fibers with high elasticity, as compared to the matrix, can cause more damage in the matrix through the spalling effect; (iii) the use of high strength synthetic fibers as reinforcement for brittle matrices is a good option; (iv) the strain bridge is variable with ups and downs but with the rising trend with increasing crack. When there are notable breaks it down; (v) both the high strength fiber such as the interface, benefiting the toughening. Through this work it is possible to optimize and make a better combination of parameters in order to develop advanced ceramic with the desired characteristics. The work proposes to develop a method that combines discrete element method (DEM) with the finite element method (FEM) to increase the versatility and efficiency of the computer program. The work proposes to develop a method that combines discrete element method (DEM) with the finite element method (FEM) to increase the versatility and efficiency of the computer program.

Key words: fiber reinforced materials, toughness, discrete element method, stress bridge, cracking and damage, fiber / matrix interface, computational modeling.

SIMBOLOGIA

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ = tensões normais

$\tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{xz}$ = tensões cisalhantes

τ_0 = resistência da interface fibra/matriz

$(\sigma_{\theta\theta})_{máx}$ = máxima tensão circunferencial

w = abertura das superfícies da trinca principal

d_f = diâmetro da fibra

r = raio da fibra

l_f = comprimento da fibra

l_o = comprimento não enterrado

z = distância do centro da fibra até a superfície da trinca principal

ν = coeficiente de *Poisson*

G_c = aumento da tenacidade à fratura

V_f = fração volumétrica de fibras distribuídas no composto

A_f = área da seção transversal da fibra

E = módulo de elasticidade longitudinal - módulo Young

G = módulo de elasticidade transversal - módulo de elasticidade ao cisalhamento

u, u_1, u_2 = deslocamentos

$\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ = deformações angulares

$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ = deformações normais específicas

ρ = raio da curvatura da extremidade de trinca

$2a$ = comprimento inicial da trinca

Δa = aumento do comprimento

ΔR = energia superficial referente à nova superfície da trinca

ΔS = nova superfície total formada pela propagação da trinca

ΔU = variação da energia de deformação

γ_s = energia de superfície por unidade de área

$P\Delta\delta$ = trabalho feito pela força externa

ΔA = incremento da área da seção fraturada

G_I = taxa de alívio da energia de deformação devido à propagação da trinca

G_{IC} = taxa crítica de alívio da energia de deformação ou resistência a fratura

K_I, K_{II}, K_{III} = fatores de intensidade de tensões

K_{IC} = tenacidade da fratura para deformação no plano

$G_{m\acute{a}x}$ = máxima taxa de alívio de energia de deformação

S = fator de densidade de energia de deformação

σ_f = resistência da fibra

$P(\theta)$ = probabilidade da orientação - ângulo θ formado pela fibra e pelo vetor normal à superfície da trinca principal

$p(z)$ = probabilidade da localização z do centro da fibra até a superfície da trinca

a - comprimento da trinca.

A_n e A_d - Área de seção da transversal das barras normais e diagonais do módulo cúbico respectivamente.

a^* - aceleração da partícula no instante analisado

C - matriz de amortecimento (também considerada diagonal)

C_{ij} : Componentes do tensor constitutivo.

D_f - constante vinculada ao coeficiente de amortecimento

F - Carga aplicada.

F_f = Força de inércia

F_a = Força de amortecimento

F_R^i : Resultante da soma de todas as forças correspondentes ao nó i .

f_n - é a frequência natural de vibração do modo n (Hz)

f_r^b - força interna de cada barra.

K_r - função das propriedades mecânicas do material e da discretização adotada que determina a deformação de ruptura da barra.

L_c - Dimensão do lado do módulo cúbico da formulação em MED utilizada.

M - matriz de massas nodais (considerada diagonal),

m - massa da partícula;

P_c - Carga crítica.

Q_{11} e Q_{22} - Propriedades efetivas numa determinada direção.

R_{fc} - fator de falha.

t - tempo.

U - energia de deformação.

v - velocidade.

v_0 - velocidade inicial da partícula

x - é o vetor deslocamento nodal,

x_0 - posição inicial da partícula.

α_{ikl}^n e α_{jkl}^d - são os cossenos diretores.

ξ_n - Coeficiente de amortecimento crítico.

e_p - Limite de deformação elástica.

ε_j - tensor deformação.

ε_r - Deformação de ruptura

σ_i : Componentes do tensor tensão.

Y - características geométricas do tamanho do defeito característico da micro-estrutura do material.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	17
LISTA DE TABELAS	20
CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO.....	21
1.1. <i>Objetivo</i>	<i>23</i>
1.1.1 <i>Objetivo Geral</i>	<i>23</i>
1.1.2 <i>Objetivo Específico</i>	<i>23</i>
1.2 <i>Organização do Trabalho</i>	<i>23</i>
CAPÍTULO 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	25
2.1 <i>Mecanismos de Tenacificação</i>	<i>27</i>
2.1 .1 <i>Tenacificação por Microtrincas</i>	<i>28</i>
2.1 .2 <i>Compósitos Reforçados por Partículas</i>	<i>28</i>
2.1 .2.1 <i>Compósitos Reforçados com Partículas Grandes</i>	<i>28</i>
2.1 .2.2 <i>Compósitos Reforçados por Dispersão</i>	<i>28</i>
2.1 .3 <i>Compósitos Reforçados por Uísqueres</i>	<i>29</i>
2.1 .4 <i>Compósitos Reforçados por Fibras</i>	<i>29</i>
2.2 <i>Tenacificação de Materiais Compostos Reforçados por Fibras</i>	<i>29</i>
2.3 <i>Modelos Matemáticos para Calcular a Tenacificação de Materiais Compostos Reforçados por Fibras</i>	<i>33</i>
2.4 <i>Determinação Experimental do Comportamento de Tração do Material Reforçado por Fibras</i>	<i>39</i>

CAPÍTULO 3 FUNDAMENTOS DA MECÂNICA DO MEIO CONTÍNUO.....41

<i>3.1 Notações para Forças e Tensões</i>	41
<i>3.2 Componentes de Tensões</i>	43
<i>3.3 Componentes de Deformações</i>	44
<i>3.4 Equações Constitutivas: Lei de Hooke</i>	46
<i>3.5 Equações Diferenciais de Equilíbrio</i>	47
<i>3.6 Condições de Contorno</i>	49
<i>3.7 Equações de Compatibilidade</i>	50

CAPÍTULO 4 FUNDAMENTOS DA MECÂNICA DA FRATURA.....52

<i>4.1 Resistências dos Materiais – Paradoxo</i>	52
<i>4.2 Teorias de Griffith</i>	54
<i>4.3 Correções Propostas por Irwin e Orowan</i>	56
<i>4.4 Modos de Propagação de Trincas</i>	57
<i>4.4.1 Distribuição de Tensões na Ponta de uma Trinca</i>	58
<i>4.4.2 Fatores de Intensidade de Tensões</i>	62
<i>4.5 Critérios de Propagação de Trincas</i>	62
<i>4.5.1 Critério do Fator de Intensidade de Tensões</i>	63
<i>4.5.2 Critério da Máxima Tensão Circunferencial</i>	63
<i>4.5.3 Critério de Intensidade de Energia de Deformação Mínima</i>	64
<i>4.5.4 Critério da Taxa Máxima de Liberação de Energia de Deformação</i>	66
<i>4.5.5 Critério COD (Crack-tip-Open Displacement)</i>	67
<i>4.5.5.1 COB sob condição de escoamento pequeno de Irwin</i>	67
<i>4.5.5.2 COD da região de escoamento tipo cunha (Dugdale-Barenblatt modelo)</i>	68
<i>4.5.6 Relação entre G_{IC} e K_{IC}</i>	69

CAPÍTULO 5 MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS (MED).....70

5.1 <i>Características do Método Utilizado Neste Trabalho</i>	72
5.2 <i>Rigidez das Barras Equivalente ao Contínuo</i>	73
5.3 <i>Massas Nodais</i>	78
5.4 <i>Solução da Equação de Equilíbrio</i>	79
5.5 <i>Critério de Falha da Barra</i>	80

**CAPÍTULO 6 MODELO MECÂNICO E MATEMÁTICO DA TENACIFICAÇÃO
POR FIBRAS.....83**

6.1 <i>A Trinca</i>	83
6.2 <i>Fibras</i>	83
6.3 <i>Materiais Compostos</i>	84
6.4 <i>Metodologia e Conceitos para Elaboração dos Modelos</i>	84
6.5 <i>Delimitações de Dimensões e Funções de Distribuição da Fibra</i>	84
6.6 <i>Layout da Fibra em Relação a Superfície da Trinca</i>	85
6.7 <i>Determinar a Tenacidade a Fratura pelos Resultados de Energia através do Método de Elementos Discretos</i>	88
6.8 <i>Determinar a Tenacidade a Fratura pelos Resultados de Forças de Reações através do Método de Elementos Discreto</i>	90
6.9 <i>Tensão de Ponte Proveniente das Fibras no Plano Trincado</i>	92
6.10 <i>Aumento de Energia de Fratura G_c</i>	93

CAPÍTULO 7 SIMULAÇÕES E ANÁLISES DE RESULTADOS.....95

7.1 <i>Casos Modelados e Parâmetros Utilizados</i>	95
7.2 <i>Resultados e Análise</i>	97
7.2.1 <i>Distribuição de tensões</i>	97

7.2.2	<i>Quebras.....</i>	97
7.2.3	<i>Distribuição de tensões nas fibras sintéticas.....</i>	102
7.2.4	<i>Tensões de ponte.....</i>	103
7.2.5	<i>Relação entre a energia dissipada e o ângulo de inclinação da fibra.....</i>	104
7.2.6	<i>Aumento da tenacidade.....</i>	105
 CONCLUSÃO		108
 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS		110
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		111
 GLOSSÁRIO		120

LISTA DE FIGURAS

Fig. 2.1	BROWN (1996): (a) Vista lateral de uma prótese dentária de cerâmica composta;.....	26
Fig. 2.2	BONFIELD e TANNER (1997): (a) Articulações do quadril, a esquerda prótese de cerâmica, a direita quadril original;.....	26
Fig. 2.3	CHODOUNSKY (2008): (a) Adição de fibras ao cimento; (b) Aumentando a resistência do concreto com fibras	30
Fig. 2.4	MACCAFERRI (2007). Fibras de aço reforçando concreto	31
Fig. 2.5	MACCAFERRI (2007). Aplicações do concreto reforçado com fibras	32
Fig. 2.6	LI, Victor C. (1995): (a) Comportamento do dano em R/C; (b) R/ECC, mostra 10% de força.....	32
Fig. 2.7	LI, WANG e BACKER (1991): pull-out para comprimento enterrado l . (a) para fibra alinhada com a força axial; (b) fibra com orientação arbitrária.....	34
Fig. 2.8	LIN e LI (1997): Esquema de fibra (a) <i>debonding</i> e (b) <i>pull-out</i>	35
Fig. 2.9	LEUNG e LI (1992): (a) Fibra dobrando no cruzamento da trinca; (b) Componentes da força bridge na seção da trinca	36
Fig. 2.10	Ilustração do <i>efeito snubbing</i>	37
Fig. 3.1	Elemento cúbico sujeito a tensões nas faces	42
Fig. 3.2	Tensões em uma face de um elemento cúbico	43
Fig. 3.3	Elemento infinitesimal $dx dy$ e um corpo elástico	44
Fig. 3.4	Deformações no plano xy	45
Fig. 3.5	Tensões em um bloco retangular	48

Fig. 3.6	Tensões no contorno	50
Fig. 4.1	Concentração de tensão na extremidade da trinca (A)	53
Fig. 4.2	GRIFFITH, A. A. (1920). Trinca em material frágil – vidro material testado por Griffith	54
Fig. 4.3	Modos de carregamentos que podem ser aplicados para uma trinca	57
Fig. 4.4	Distribuição de tensões na ponta da trinca: (a) coordenadas polares; (b) coordenadas retangulares	58
Fig. 4.5	Comprimento efetivo da trinca ($a+r_0$)	67
Fig. 4.6	Região de escoamento tipo cunha	68
Fig. 5.1	Modelo reológico da interação das partículas no DEM.....	70
Fig. 5.2	Modelo em MED utilizando o arranjo espacial de barras e detalhe do módulo cúbico básico.....	72
Fig. 5.3	Determinação da área efetiva: a) barras normais e b) diagonais	73
Fig. 5.4	Diagrama do corpo livre de um nó do modelo.....	79
Fig. 5.5.	Lei constitutiva bilinear atribuída a cada barra do modelo (a) parâmetros envolvidos na lei constitutiva, (b) Comportamento em tração e compressão ROCHA (1989).....	81
Fig. 6.1	Trinca considerada – Modo I	83
Fig. 6.2	Geometria da fibra	83
Fig. 6.3	Orientação 3-D randômica da fibra onde o comprimento enterrado tem sua parte final na superfície hemisférica e a probabilidade $P(\theta)$	85
Fig. 6.4	Configuração da fibra antes da trinca abrir.....	86
Fig. 6.5	Expansão do modelo bi-dimensional para um tri-dimensional.....	89
Fig. 6.6	Layout da fibra inclinada ao plano de fratura e as resultantes das reações e o deslocamentos.....	91
Fig. 7.1	Dimensões da placa. A cor cinza é matriz, a azul fibra, a verde interface e vermelho contorno lateral.....	95
Fig. 7.2	As distribuições da tensão de Von Mises sob condição de restrição de deslocamento aplicado	98

Fig. 7.3	Danos no material. A cor azul indica a barra ainda está no estado elástico; a cor branco indica que a barra já está entre dano mas continua carregando; a cor vermelho indica que a barra já foi quebrada e não carrega mais. A figura direita é uma amplificação da região na intersecção da fibra com a trinca.....	99
Fig. 7.4	Danos para a fibra de aço (Dado2)	100
Fig. 7.5	Comparação de quebras entre diferentes dados.....	101
Fig. 7.6	Distribuição da tensão de Von-Mises. (a), (b) e (c) é dos dados 3	102
Fig. 7.7	Tensão de ponte.....	103
Fig. 7.8	Comparação da energia elástica com a energia dissipada pelos danos. As linhas contínuas são para energia elástica e as pontilhadas para a energia dissipada pelos danos.....	104
Fig. 7.9	Comparação e aumento de tenacidade: (a) Pela tensão de ponte e (b) Pela energia de diferentes formas.....	106
Fig. 7.10	Relação entre o aumento da tenacidade e a meia abertura w da trinca.....	107

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - Parâmetros usados nos casos investigados.....	96
TABELA 2 - Comparação entre diferentes dados.....	105

INTRODUÇÃO

A busca de novos materiais com melhor desempenho e menor custo juntamente com o avanço da tecnologia, as necessidades econômicas e os fatores ambientais têm provocado grandes desafios à indústria moderna. Os materiais tradicionais principalmente os metais vem sendo substituídos por materiais compósitos com enorme versatilidade, desempenho e características inigualáveis e de baixo custo. Os materiais compósitos são materiais projetados de modo a conjugar características desejáveis de dois ou mais materiais. Dentre estes materiais compósitos, a cerâmica avançada tem sido objetivo de pesquisa, devido as suas intrínsecas propriedades mecânicas e físicas, como a resistência ao uso, alta resistência a corrosão e abrasão, alta dureza, baixa densidade, resistência a altas temperaturas, baixa condutividade térmica e boa resistência química além de algumas características específicas de algumas cerâmicas como supercondutividade, condutividade iônica e propriedades nucleares, etc.

Com o desenvolvimento científico constante e de novas tecnologias, além de uma maior busca por qualidade e economia, a cerâmica avançada vem sendo usada nas mais diversas áreas e a cada dia surgem novas aplicações inéditas para estes materiais como na construção civil, na indústria petroquímica, na indústria automobilística, na aviação, na geração de eletricidade, na medicina, na odontologia, nas telecomunicações e na exploração espacial. Algumas aplicações em áreas que envolvem altas tecnologias e que fazem parte do universo da indústria cerâmica são as embalagens dos componentes eletrônicos de circuitos integrados de memória de computadores que atuam como isolantes de alta-voltagem em resistores e capacitores, naves espaciais que fornecem blindagem ao aquecimento interno e são usados nos rolamentos em motores automotivos, reatores nucleares, veículos blindados, aviões, helicópteros, próteses humanas utilizadas na odontologia e bioengenharia e materiais de alta resistência à abrasão entre outros. A cerâmica avançada esta sendo muito usada

atualmente e tende cada vez mais a aumentar através de novas pesquisas que possibilitam o melhoramento na eficiência, qualidade, durabilidade, desempenho e versatilidade.

Porém com tantas qualidades e aplicações, a cerâmica avançada tem desafiado a ciência e engenharia com sua fragilidade, que limita sua aplicação, sendo que uma micro trinca na cerâmica se propaga facilmente ao ser submetida a ações de altas tensões ou cargas de impacto. As cerâmicas normalmente possuem baixa tenacidade, ou seja, possuem baixa energia de fratura, devido à tendência desses materiais a falhas frágeis e a falhas catastróficas causadas pela propagação de trincas. Existem muitas pesquisas para o aprimoramento da fragilidade da cerâmica a nível mundial.

Com o objetivo de aumentar a tenacidade do material, vários experimentos e simulações têm sido desenvolvidos e aperfeiçoados, gerando assim uma nova gama de cerâmicas avançadas, mais resistentes e com propriedades diversificadas. Os materiais que mais têm dado resultado envolvem compósitos de matriz cerâmica, reforçada por fibras de variados materiais, como níquel, nióbio, silício, vidro-carbono entre outros materiais considerados dúcteis e que não alteram significativamente as propriedades da cerâmica.

Cientistas e engenheiros de materiais avaliam esses materiais em experimentos de diferentes formas e métodos, através de testes com diversos tipos de fibras, testando as diversas propriedades mecânicas, físicas e geométricas. As combinações e as faixas das propriedades dos materiais estão sendo ampliadas através do desenvolvimento multifásico com proporção significativa das propriedades de ambas as fases que o constituem de forma a obter uma melhor combinação de propriedades pelo princípio da ação combinada de dois ou mais materiais distintos, proporcionando uma nova geração de materiais com melhores características mecânicas. Estes experimentos são de custo elevado, necessitando de equipamentos adequados e de alta tecnologia e exigindo mão-de-obra especializada e competente, o que tornam o processo de confecção desses materiais compósitos de alto custo e de acesso limitado a poucas instituições.

Por essas razões, a utilização de simulação e modelagem matemática para desenvolver materiais compósitos de alto desempenho é uma etapa necessária e econômica, para prever o comportamento de compósitos de maneira otimizada e eficiente, que irá propiciar uma maior tenacidade.

Esta pesquisa visa dar continuidade as pesquisas do Programa de Pós-graduação de Mestrado em Modelagem Matemática na área de mecânica dos sólidos em seqüência aos trabalhos desenvolvidos por PAVAN (2006), sob o tema “*Modelagem Matemática de*

Tenacificação de Materiais Cerâmicos Através da Adição de Microfibras” visando o aumento da tenacidade através de materiais compósitos, no qual se observou notável diferença ao comparar com experimentos, os resultados numéricos tanto dos modelos propostos como dos apresentados na literatura e, com o trabalho de PIACESKI (2009) intitulada em “*Modelagem Matemática do efeito de spalling à tenacificação de materiais compostos reforçados por fibras*” que analisou o *efeito de spalling* para encontrar o deslocamento e a distribuição de tensão na região de spalling em relação dos parâmetros do sistema, surgindo então à necessidade da inclusão da análise do *efeito de pullout* para a continuidade do estudo.

1.1 Objetivo

1.1.1 Objetivo Geral

Propor um modelo mecânico e um método numérico computacional para poder calcular com eficiência o aumento da tenacidade da matriz frágil no estágio do *início da abertura* da trinca contribuído pela adição de fibras.

1.1.2 Objetivo Específico

Aplicar o método de elementos discretos para analisar a influência das propriedades mecânicas de fibras, matriz, interface e a geometria da fibra ao aumento da tenacidade no início da abertura da trinca.

1.2 Organização do Trabalho

Este trabalho foi organizado da seguinte forma:

» Revisão bibliográfica sobre conceitos da Mecânica da Elasticidade, Mecânica da Fratura, Método de Elementos Discretos, mecanismos de tenacificação, modelos matemáticos e experimentos da tenacificação de materiais compostos reforçados por fibras.

» Investigaram-se as forças, tensões e danos no material composto quando uma trinca principal aparece na matriz frágil, construiu-se o modelo da contribuição das fibras de diferentes materiais para a tenacidade do material composto e o procedimento de obter os resultados tri-dimensionais através dos resultados bi-dimensionais.

» Implementação dos modelos obtidos através de programas em FORTRAN, MATLAB com a utilização do pós-processo do software ANSYS para obtenção de resultados.

» Análise da contribuição de cada fibra e a resistência da matriz, relacionando-se inclinação das fibras, distribuição de forças, resistência de interface e parâmetros, para obter o aumento da tenacidade.

A estrutura desta dissertação é composta de sete capítulos. Após esta introdução, uma revisão bibliográfica, onde foram abordados conhecimentos sobre materiais frágeis, suas aplicações e mecanismos de tenacificação, uma breve referência à literatura sobre modelos matemáticos e mecânicos para calcular a tenacificação por micro fibras e experimentos envolvendo o comportamento de materiais compostos reforçados por micro fibras. Nos três capítulos posteriores foram apresentados embasamentos teóricos sobre as teorias da Mecânica da Elasticidade, Mecânica da Fratura e Método de Elementos Discretos. O capítulo seis apresenta os detalhes da dedução do modelo proposto. Após, no sétimo capítulo foram mostrados e analisados os resultados obtidos pela implementação do modelo em FORTRAN, MATLAB, pós-processo no ANSYS e finalmente a conclusão.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Cerâmica corresponde a materiais inorgânicos não metálicos originados geralmente através da ação do fogo e altas temperaturas. A maioria dos materiais cerâmicos é composta por elementos metálicos e não-metálicos, que incluem óxidos, carbonetos, e metais compostos, que são juntados por ligações iônicas ou covalentes, geralmente por sinterização.

Com a evolução tecnológica destes materiais foi desenvolvido um novo tipo de cerâmica com diversas aplicações e com variados graus de importâncias. A sua fabricação é composta por um segmento cerâmico de alta tecnologia em que suas propriedades elétricas, magnéticas e óticas, vêm sendo estudadas, bem como combinações de propriedades exclusivas, podendo ser transformadas nos mais variados formatos, sua composição depende do tipo de aplicação e podem ser formados de alumina (Al_2O_3), carbetos de silício (SiC), nitreto de silício (Si_3N_4), zircônia (ZrO_2), carbetos de boro (B_4C) e diboreto de titânio (TiB_2), são produzidos por processos rigorosamente controlados exigindo equipamentos com elevada qualidade.

Devido ao seu alto potencial, as cerâmicas avançadas podem ser utilizadas nos motores a combustão interna e de turbina, chapas de blindagem, naves espaciais, satélites, aviões, próteses humanas, aparelhos de som/vídeo, suporte de catalisadores para automóveis, sensores (umidade, gases e outros), ferramentas de corte, brinquedos, embalagens de componentes eletrônicos, na fibra óptica, e para conversão, armazenamento e geração de energia os quais, são classificados em eletroeletrônicos, aeroespaciais, magnéticos, ópticos, químicos, térmicos, mecânicos, biológicos e nucleares.

Algumas aplicações em áreas que envolvem altas tecnologias e que fazem parte do universo da indústria e de nosso cotidiano: cabos de fibra ótica (que trazem a imagem até a televisão), memória de computadores (atuam como isolantes de alta-voltagem em resistores e capacitores), foguetes e ônibus espaciais (fornecem blindagem ao aquecimento interno e ainda

são usados nos rolamentos para os motores), motores automotivos, reatores nucleares, satélites, aviões, helicópteros, joelhos artificiais, implantes dentários como na Figura 2.1 e materiais de alta resistência a abrasão entre outros.



Fig.2.1. Vista lateral de uma prótese dentária de cerâmica composta (BROWN, 1996).

As cerâmicas representam a melhor alternativa de tratamento restaurador para estrutura dental por causa de sua biocompatibilidade, resistência à compressão e por conseguir representar a aparência dos dentes originais. Além disso, vem aumentando o uso de próteses de quadril na indústria biomédica mundial devido ao crescente número de acidentes automobilísticos que geram lesões graves aumentado muito o índice de cirurgias de artroplastia. A figura 2.2 mostra um componente de cerâmica avançada aplicada como uma articulação do quadril.

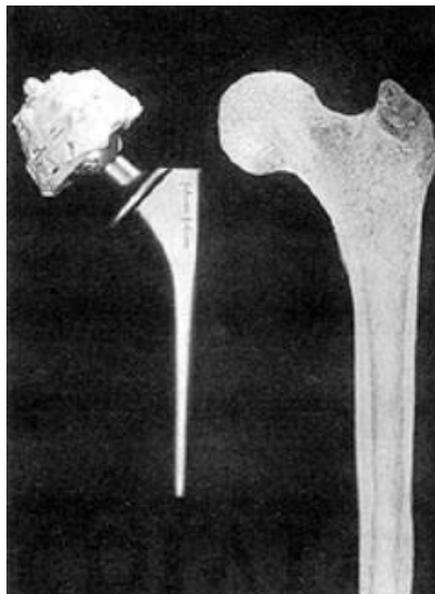


Fig.2.2. Articulações do quadril, a esquerda prótese de cerâmica, a direita quadril original (BONFIELD e TANNER, 1997).

Mas devido a tantas qualidades e aplicações os materiais cerâmicos são muito frágeis quando submetidos a altas tensões e aplicações de cargas de impacto, sendo que sua energia de fratura é muito baixa e trincas se propagam muito facilmente, gerando em muitos casos fraturas catastróficas.

Contudo, há numerosos estudos na tentativa de melhorar a tenacidade dos materiais cerâmicos, sendo que os investimentos nesta área são muito altos, também existem as dificuldades para usinar e controlar o tamanho desejado da cerâmica, devido ao processo de queima na confecção. Entretanto a tenacidade à fratura e resistência mecânica tem obtido grandes avanços com a adição de uma nova fase cerâmica, os *compósitos com matriz cerâmica*.

Considera-se relevante o crescimento de uma nova geração de materiais que vem sendo estudada que são os compósitos em geral, em substituição aos materiais convencionais. Com a mistura de dois ou mais materiais distintos, pretende-se aperfeiçoar as características mecânicas, tais como rigidez, fragilidade, ductilidade, capacidade de absorção de energia de deformação, tenacidade, comportamento pós-fissuração, resistência em condições ambientes e a altas temperaturas. Diferentes materiais podem ser combinados, geralmente são formados por duas fases na qual uma é chamada de matriz que é contínua e envolve a outra fase que é dispersa, desde que se conheçam suas propriedades mecânicas, físicas e químicas dos materiais de constituição, como pode ser feita a combinação, a quantidade relativa e a geometria da fase dispersa.

2.1 Mecanismos de Tenacificação

Existem vários mecanismos que podem melhorar a tenacidade das cerâmicas avançadas segundo WILLIAM e CALLISTER (2002), os mais utilizados são: tenacificação por microtrincas, tenacificação por transformação de fases, tenacificação por partículas e tenacificação por micro fibras ou bigodes (whisker).

2.1.1 Tenacificação por Microtrincas

Normalmente a formação de trincas em materiais causa danos, entretanto as microtrincas podem aumentar a tenacidade do material. A maior dificuldade desse método é o que considera o crescimento da microtrinca estável, não acontecendo em materiais frágeis. Enquanto satisfizer o critério de Griffith (seção 4.2) as falhas pré-existentes nos materiais permanecem estáveis, depois se tornam instáveis quando o carregamento aumenta para certo nível.

Além disso, a tenacificação por microtrincas depende da temperatura tornando esse processo pouco eficaz e, as tensões residuais baixas não podem prevenir as microtrincas de ficarem instáveis e se propagarem.

2.1.2 Compósitos Reforçados por Partículas

Para os compósitos reforçados por partículas a fase dispersa tem eixos quase iguais, isto é, as partículas possuem aproximadamente as mesmas dimensões em todas as direções. Existem duas subclassificações deste método: compósitos reforçados com partículas grandes e compósitos reforçados por dispersão.

2.1.2.1 Compósitos Reforçados com Partículas Grandes

A fase particulada é mais dura e mais rígida do que a matriz, o movimento da fase matriz tende a ser restrito nas redondezas de cada partícula. Parte desta tensão aplicada na matriz é transferida às partículas, as quais suportam uma fração de carga, que se baseia no grau de reforço dependente de uma ligação forte na interface matriz-partícula.

2.1.2.2 Compósitos Reforçados por Dispersão

Como ocorre com o endurecimento por precipitação, as interações entre partículas e as disparidades no interior da matriz podem aumentar a resistência, neste caso esta tenacidade permanece a temperaturas elevadas e por períodos prolongados, pois as partículas dispersas são escolhidas de modo a serem reativas com a fase matriz.

2.1.3 Compósitos Reforçados por Uísqueres

Compósitos reforçados por uísqueres apresentam grande tenacidade, porém tendo um custo elevado é utilizado normalmente como meio de reforço, além disso, é muito trabalhoso incorporar uísqueres no interior de uma matriz. Devido a pouca ligação entre suas superfícies e matriz esses materiais falham, podendo causar um desvio da trinca, o que também pode aumentar um pouco a tenacidade.

2.1.4 Compósitos Reforçados por Fibras

Este mecanismo apresenta melhora significativa na resistência a fratura e, sem dúvida é o mais eficaz, pois os materiais usados como fibras de reforço suportam elevadas trações, possuem grande força de ligação entre as fibras e a matriz, tem maior ductibilidade e durabilidade o que contribui na tenacificação em todos os processos, desde a descolagem até a quebra da fibra.

2.2 Tenacificação de Materiais Compostos Reforçados por Fibras

Existem vários processos e efeitos que possuem relação com o aumento da tenacidade como *debonding* (descolagem) da interface fibra/matriz, *pull-out* (fibra sendo puxada para fora da matriz) ou *slip* (escorregamento), *spalling* (fragmento da matriz na região de saída da fibra da matriz), a *aparent strength* (tensão de ruptura da fibra) suportada antes do rompimento e, estão diretamente envolvidos com a relação de tensão proveniente das fibras e com a abertura de trincas.

De acordo com Taylor (1994), módulo de elasticidade, resistência, teor, comprimento, diâmetro, propriedades físicas da fibra e matriz, aderência e compatibilidade entre as duas fases são os principais parâmetros para controlar o desempenho dos materiais compósitos reforçados por fibras.

Os materiais *compósitos* que são as *ações combinadas* de *dois* ou *mais materiais distintos*, ou seja, *duas fases* na qual uma é chamada de *matriz* e a outra é a *fase dispersa*, estão substituindo muitos dos materiais tradicionais devido as suas intrínsecas aplicações em diversos segmentos e, vem se estendendo também na construção civil cujas aplicações

consagradas são: telhas de fibrocimento, painéis de vedação vertical, placas de plásticos reforçados com fibras de vidro, estruturas de concreto, pisos e pavimentos rígidos. A figura 2.3 apresenta a adição de fibras aos compostos de cimento.



Fig.2.3. CHODOUNSKY (2008): (a) Adição de fibras ao cimento; (b) Aumentando a resistência do concreto com fibras.

A matriz liga as fibras umas às outras e a tensão aplicada é transmitida e distribuída para as fibras sendo que quanto maior a ligação na interface fibra/matriz melhor é o reforço.

A Figura 2.4 mostra as fibras Wirand® adicionadas ao concreto, atuando como uma armadura tridimensional que redistribui as tensões aplicadas sobre o elemento estrutural restringindo a propagação de fissuras e aumentando a resistência pós-fissuração do elemento estrutural aumentando a resistência.

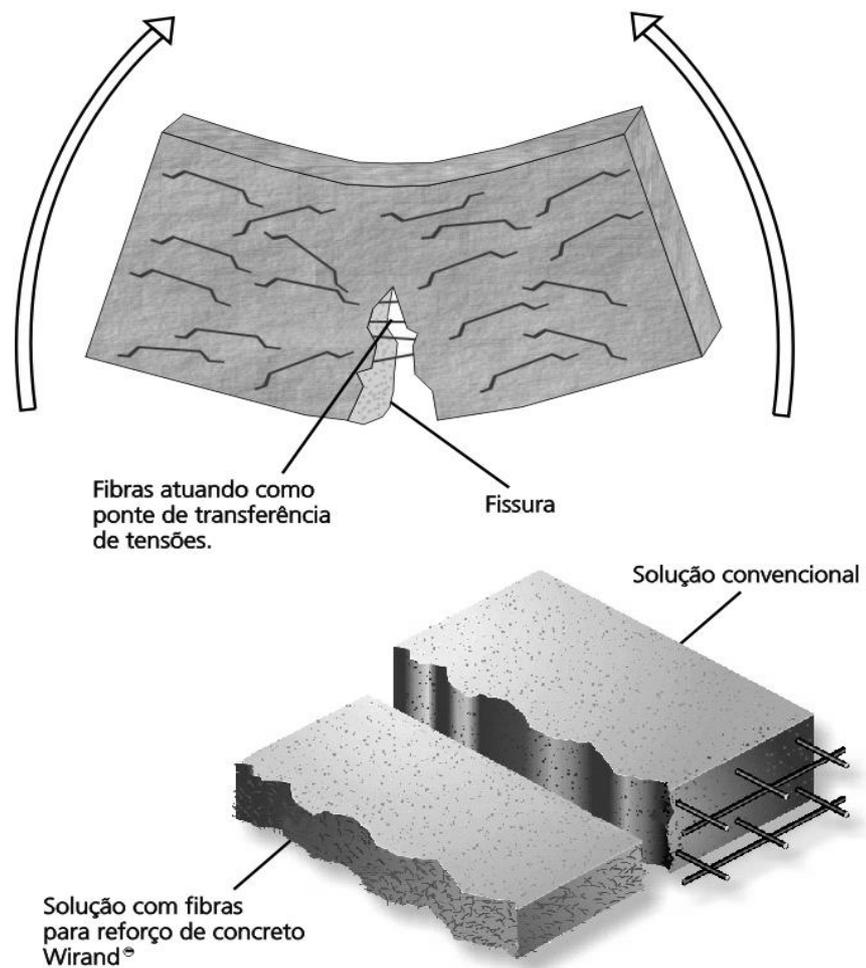


Fig.2.4. MACCAFERRI (2007). Fibras de aço reforçando concreto

Na seqüência, a figura 2.5 mostra algumas aplicações do concreto reforçado com fibras.



(a) Pisos e Pavimentos

(b) Túneis e Galerias



Fig.2.5. MACCAFERRI (2007). Aplicações do concreto reforçado com fibras.

A figura 2.6 mostra uma comparação entre colunas de concreto sem e com reforço de fibras. Observa-se que com alto esforço, não quebra a matriz R/ECC (compostos de cimento reforçados por fibra dúctil). Em contraste a coluna de concreto R/C (compostos de cimento) perde a resistência depois da ligação com a trinca e a quebra ocorre.

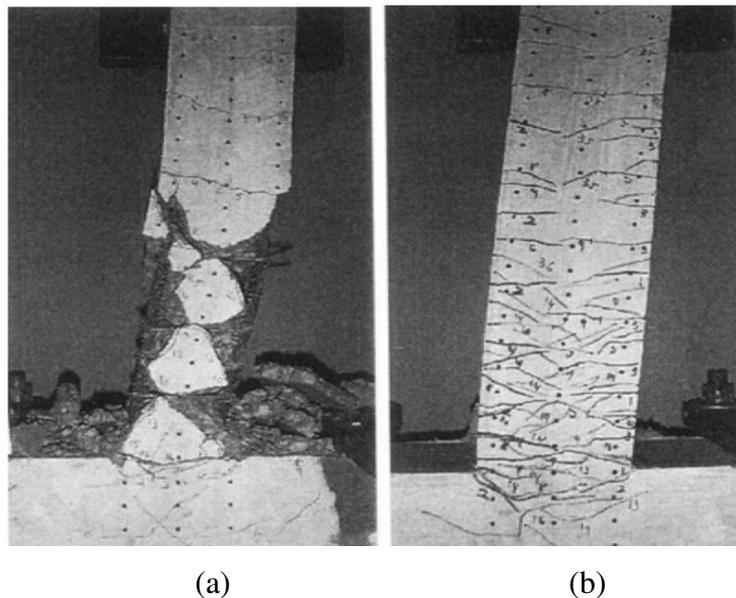


Fig.2.6. LI, Victor, C. (1995): (a) Comportamento do dano em R/C; (b) R/ECC, mostra 10% de força.

Para obter melhor desempenho estrutural que a matriz, o módulo de elasticidade da fibra do compósito fibra/matriz deverá ser maior que o da matriz, além disso, se a fibra possui alta resistência à tração, então a aderência deverá ser alta para impedir que as fibras sejam arrancadas antes que a resistência seja mobilizada.

As fibras em uma matriz podem em geral ter dois efeitos importantes, tendem a reforçar o compósito sobre todos os modos de carregamento que induzem (tensões de tração,

tração direta ou flexão e cisalhamento) e melhoram a ductilidade e a tenacidade de uma matriz frágil.

A orientação de uma fibra é de suma importância, sendo que uma fibra posicionada paralela ao plano de ruptura não influencia na habilidade de transmitir cargas, enquanto que uma fibra perpendicular ao plano de ruptura tem influência máxima. A tensão de resistência máxima da fibra pode ser atingida quando submetida a determinado carregamento, ocasionando seu rompimento o que depende de sua capacidade de deformação.

A fase fibra serve como obstáculo contra a propagação de trincas, mesmo ocorrendo à falha de algumas fibras individuais a fratura total do composto não irá ocorrer até que uma grande quantidade de fibras tenha falhado. Para uma maior resistência do composto é fundamental uma alta força de ligação entre fibra e matriz.

2.3 Modelos Matemáticos para Calcular a Tenacificação de Materiais Compostos Reforçados por Fibras

Diversos pesquisadores estão estudando os efeitos da adição de fibras em materiais compostos quando uma trinca principal se propaga. Na literatura, existem vários modelos com o objetivo de prever o comportamento desses materiais.

LI (2003) propôs um modelo que trata o atrito da interface fibra/matriz como constante prevendo o comportamento da tensão-deslocamento após a propagação de trinca e a energia de fratura *pull-out*, para compostos de cimento de diversos tipos de fibra (aço, carbono, sintéticas) com parâmetros micro mecânicos variados, determinados experimentalmente, chamado de “*constant- τ model*”.

LIN, KANDA e LI (1999) desenvolveram um modelo micro-mecânico de comparando dois compostos fibra/matriz PVA-RMU e PVA-RK para caracterizar as propriedades de interface de uma fibra sendo puxada para fora da matriz, onde é considerados a tenacidade à fratura interfacial, resistência à tensão de cisalhamento, coeficiente pós descolagem, ruptura da fibra e a redução da resistência devido à inclinação da fibra, confirmando que em casos de ruptura da fibra, a tenacidade interfacial a fratura diminui a energia de fratura dos compostos, mas tende a aumentar à resistência a tração.

LI, WANG e BACKER (1991), propuseram um modelo com material cimentício reforçado por fibras (FRC), que analisa o comportamento das fibras nestes compostos após a

abertura de trinca, considerando a orientação e a distribuição, bem como a linearidade elástica e a força das fibras para permitir o completo *pull-out* sem ruptura, também considerando a variação da tensão de ligação de atrito fibra/matriz com a distância escorregada da fibra, alcançando bom resultado no comportamento *pull-out* para fibras de nylon e polipropileno, para estas fibras sintéticas a tensão de ligação aumenta com a distância escorregada durante o

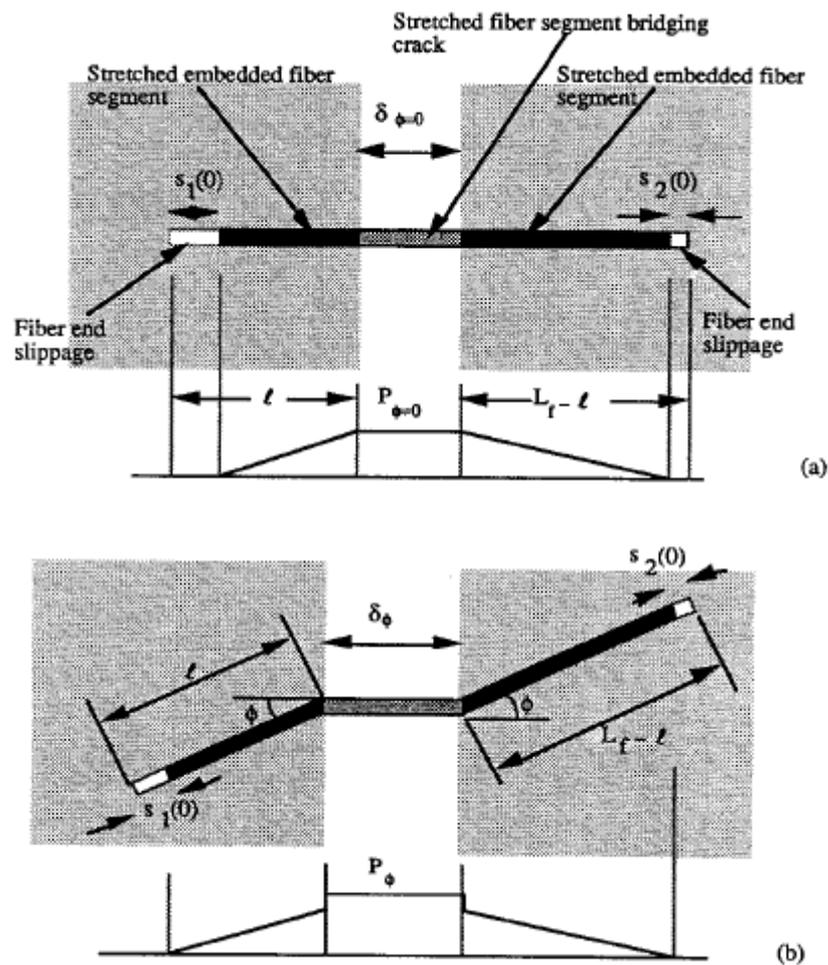


Fig. 2.7. LI, WANG e BACKER (1991): pull-out para comprimento enterrado l . (a) para fibra alinhada com a força axial; (b) fibra com orientação arbitrária.

out, também prevê razoavelmente bem o comportamento de fibras de aço para a qual a tensão de ligação diminui com a distância escorregada.

LIN e LI (1997) acreditam que quando ocorre grande escorregamento (*slip*) na interface, há discordância no uso do modelo *constant- τ* , principalmente para trincas que

alcançam o máximo da tensão de ponte, deste modo, criaram um modelo de cisalhamento na interface variando em função dos deslocamentos por escorregamento da fibra matriz.

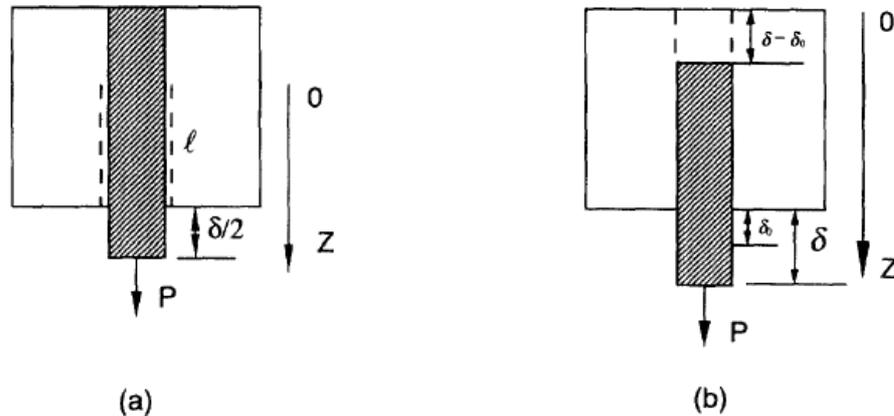


Fig. 2.8. LIN e LI (1997): Esquema de fibra (a) *debonding* e (b) *pull-out*.

MORTON e GROVES (1974) fizeram experimentos sobre *debonding*, *pull-out* e atrito na interface e, propuseram que a fibra inclinada pode ser dividida em duas partes iguais pelo centro da trinca, considerando simetria na trinca, na qual uma parte fica enterrada na matriz e uma parte livre "viga em balanço". Foram estudados os efeitos de fibras de cobre, níquel e aço, com orientação oblíqua a face da trinca em matriz de resina. Observando que uma grande força adicional ocorre na fibra inclinada a aproximadamente 45° para uma abertura de trinca menor que o diâmetro da fibra. A deformação de uma fibra inclinada é uma importante contribuição com a força na trinca e no trabalho total de fratura quando a fibra é muito mais curta que o comprimento crítico.

O modelo proposto por LEUNG e LI (1992) considerou as fibras como uma viga e a matriz como uma fundação elástica, trataram o efeito de inclinação das fibras e tensão atravessando a trinca por fibras (*bridging stress*) reforçando compostos de matriz frágil considerando o efeito *bending* (fibra curvada na saída da matriz), base elástica e possibilidade de *spalling* (fratura da matriz no ponto de saída da fibra). Analisando a propagação das tensões na trinca atravessada para uma dada trinca abrindo notou-se um melhora no desempenho dos materiais reforçados por fibras. São consideradas duas componentes para a força atravessando a trinca, uma para a tensão interfacial fibra/matriz (Fig. 2.7 (a)) e outra para reações devido à dobra da fibra novamente na matriz (Fig. 2.7 (b)), a força pode ser

obtida como seu vetor soma, a tensão pode ser obtida pela produção da força atravessando por fibras e pelo número de fibras por unidade de área.

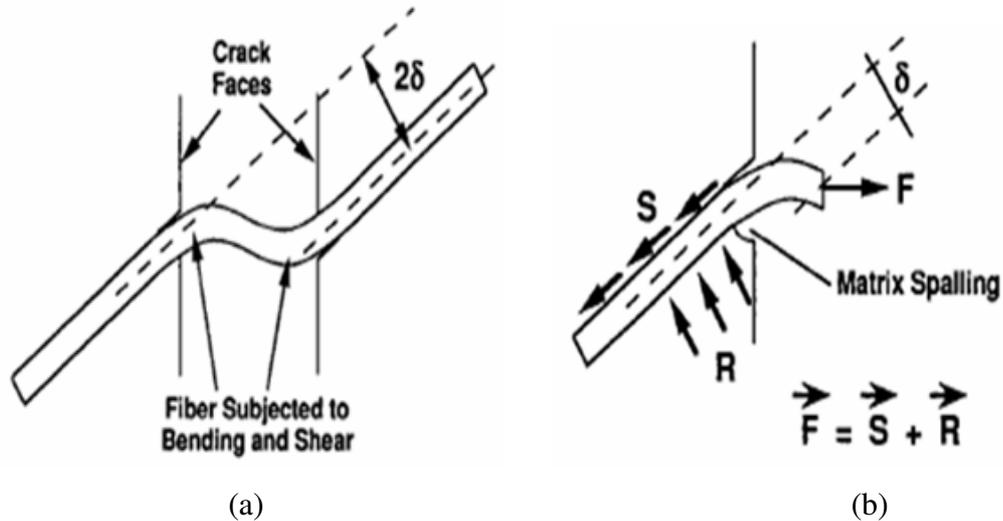


Fig.2.9. LEUNG e LI (1992): (a) Fibra dobrando no cruzamento da trinca;
 (b) Componentes da força bridge na seção da trinca.

Observaram ainda que em fibras frágeis reforçando compostos de matriz frágil, a dobra e o corte podem conduzir a quebra e a força agindo sobre a matriz na fibra pode conduzir ao *spalling* na matriz no ponto de saída da fibra, o *spalling* pode conduzir ao relaxamento das fibras e a demora na quebra da fibra tem forte efeito sobre a tensão no composto. A tensão de fibras inclinadas no plano da trinca influencia intensamente o comportamento mecânico do composto matriz frágil, sendo que a tensão numa trinca abrindo é controlada por vários micro mecanismos incluindo fibras dobrando e ruptura da matriz. A máxima tensão alcançada pelo composto por causa das fibras inclinadas é comparada com resultados experimentais sobre uma fibra de vidro reforçando poliéster. O Método de Elementos Finitos foi utilizado para calcular numericamente a dureza da fundação e o critério de *spalling* para a matriz fundação e a tensão dobrando.

BRANDT (1985), sugeriu um problema de otimização no qual a quantidade de energia absorvida na fratura é considerada como uma função objetiva e o máximo é buscado, onde o ângulo de orientação de fibras paralelas é considerado variável e a otimização do problema é resolvido por derivação com referência ao ângulo. A absorção de energia mais baixa ou mais alta esta relacionada com seleção de parâmetros, tais como a qualidade das

fibras e matrizes, também analisou a habilidade do material na resistência a propagação de trincas, a quantia de energia absorvida para a produção de uma trinca no elemento e a extensão evidente da abertura.

Levando em conta a descolagem da matriz e efeito de puxar a fibra para fora da matriz para trincas com fibras cruzando a descolagem das fibras e trinca, confirmando que para fibras mais fortes requerem mais altos valores de inclinação angular, a trinca é considerada como a fratura final no elemento.

ZHANG e LI (2002) estudam em seu modelo a influência do ângulo de inclinação das fibras na ruptura quando sujeito a carregamentos em compostos de cimento reforçados por fibras, usaram dados experimentais de matriz de material cimentício com fibras de carbono, confirmando a diminuição na tensão de ruptura da fibra à medida que o ângulo aumenta influenciado pela elasticidade da fibra e da matriz e a força cisalhante entre fibra/matriz. A fibra enterrada na matriz é tratada como uma viga elástica sobre uma fundação elástica e infinita.

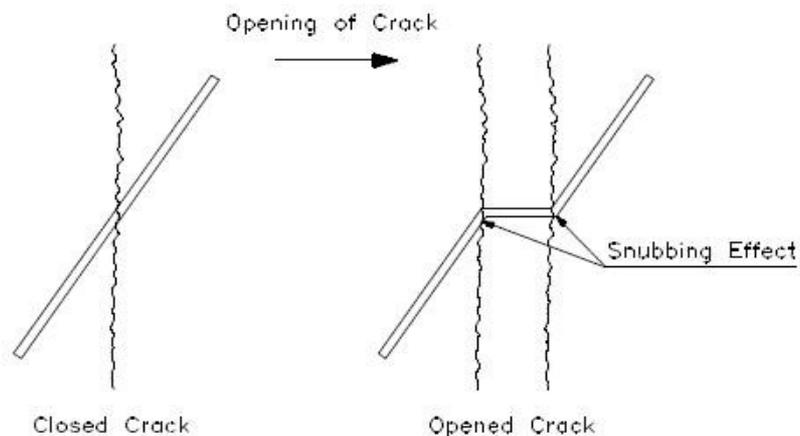


Fig.2.10. Ilustração do efeito *snubbing*.

KATZ e LI (1995) para preverem o resultado do carregamento e tensão de fibras frágeis inclinadas atravessando uma trinca, o *bridging load* (carregamento atravessando) e tensão desenvolvida nas fibras atravessando a trinca, considerando também a matriz *spalling* (quebra local da matriz imediatamente na saída da fibra) e a concentração de atrito no ponto do carregamento onde as fibras se curvam em cima da matriz, utilizando experimentos com

fibras de carbono. O modelo analítico desenvolvido serve para calcular a influência das fibras e parâmetros na matriz sobre o carregamento atravessando e tensão nas fibras. O aumento no módulo das fibras, resistência de ligação ou módulo da matriz, observados por experimentos elevam a tensão nas fibras para uma dada largura da trinca e resulta em menor falha das fibras, conduzindo a uma diminuição no carregamento podendo melhorar as propriedades do material.

KANDA e LI (1998) através de experimentos em compostos de cimento e fibras hidrofílicas, observaram as propriedades da interface fibra/matriz e a máxima tensão suportada pela fibra antes do rompimento (*apparent strength*), testes com única fibra sendo puxada para fora da matriz (*pull-out*), e resistência no emprego de fibras PVA (*polyvinyl alcohol*). As fibras possuem alta ligação química e tensão de atrito segundo os exames e, a tensão na ligação química era relativamente estável independentemente da razão água/cimento da matriz e tipo de fibra testada e contrário a tensão de ligação de atrito. Concluíram que a inclinação angular da fibra embutida na trinca plana reduzia a máxima tensão suportada pelas fibras antes do rompimento e o efeito de combinação da alta força de ligação e força de degradação da fibra provavelmente contribuem no desempenho do composto menos que o esperado se comparado com fibra de alto desempenho.

Outros trabalhos que utilizam compostos de cimentos também são dignos de atenção como LI e WU (1992), KATZ LI e KAZMER (1995), LI e MAALEJ (1996), MOBASHER, OUYANG e SHAH (1991), LI e CHAN (1993), SHAH e OUYANG (1991), NELSON, LI e KAMADA (2002), WANG e LI (2006), LIU, TAO e GUO (2005).

Os princípios da modelagem matemática em cerâmicos compostos são os mesmos que compostos de cimentos, no entanto possuem carência de modelos, pois a confecção da cerâmica através da sinterização dificulta a análise de algumas propriedades da interface como coeficiente de atrito, tensão de cisalhamento e tenacidade à fratura da interface. Além disso, a sinterização pode provocar, na cerâmica composta, tensões residuais notáveis causadas pelos coeficientes de dilatação térmica incompatíveis entre matriz e a fibra. Tudo isso complica o modelo matemático para a tenacificação de cerâmica.

CHARALAMBIDES e EVANS (1989), observaram a descolagem das interfaces fibra/matriz sujeita a tensão residual (*residual stress*). Outros pesquisadores como BUDIANSKY, JOHN e EVANS (1986), EVANS (1984), KERANS e PARTHASARATHY (1991), NAIR (1990), e EVANS, HE e HUTCHINSON (1989) também analisam os processo de descolagem e arrancamento da fibra/matriz e baseados em tensão residual e atrito propõe modelos da tenacificação de compostos cerâmicos.

2.4 Determinação Experimental do Comportamento de Tração do Material Reforçado por Fibras

Na literatura são encontrados diversos resultados experimentais sobre o comportamento de materiais compostos reforçados com fibras em maior quantidade os materiais cimentícios reforçados por fibras HONG-LING *et al* (2010) e ABU-LEBDEHA *et al* (2010). Contudo existe grande dificuldade no estudo das propriedades mecânicas da cerâmica nos experimentos. As informações encontradas envolvem tensões residuais e propriedades da interface fibra/matriz, além das mudanças de fases que podem alterar as propriedades mecânicas dos materiais envolvidos. Alguns trabalhos experimentais encontrados na literatura são citados abaixo.

KANDA e LI (1998) analisaram as propriedades da interface fibra/matriz e tensão aparente, testes de *pull-out* para estudo da força de ligação e para tensão de ruptura da fibra através de experimentos com matriz cimento e fibras hidrófilas (hydrophilic). MORTON e GROVES (1974) fizeram experimentos para *debonding*, *pull-out* e atrito na interface, observando efeito de fibras de cobre, níquel e aço de orientação oblíqua a face da trinca em matriz de resina (poliéster). LI, WANG e BACKER (1991) pesquisaram o comportamento da tensão de ponte em compostos de cimento com fibras sintéticas. KATZ e LI (1995), OUYANG, PACIOS e SHAH (1994) observaram no processo de *pull-out* com matriz cimento e fibras de aço e carbono a influência do ângulo de inclinação da fibra no pico de tensão. YANG, MURA e SHAH (1991) examinaram uma porcentagem volumétrica crítica de fibras de aço em matriz de cimento. Concluindo que quando a porcentagem de fibras no composto for menor que o valor crítico, a descolagem ocorre antes da propagação da trinca. Dependendo das propriedades da fibra e matriz e da ligação da interface. CAO *et al* (1990),

analisaram a tensão residual causada pelo esfriamento e pela mudança de fase da cerâmica e as propriedades mecânicas de matrizes compostas de vidro, cerâmica e vidro-cerâmica com fibras de carbono e Nicalon. ZHAI et al (2000) perceberam que o mecanismo de ten em compostos cerâmicos depende da orientação das fibras e a combinação dos e associada com a distribuição randômica das fibras.

CAPÍTULO 3 FUNDAMENTOS DA MECÂNICA DO MEIO CONTÍNUO

As tensões, deformações e deslocamentos de um grupo elástico causados por ação de forças externas e/ou mudança de temperatura são estudados pela mecânica elástica.

Segundo THIMOSHENKO e GOODIER (1980), as tensões, deformações e deslocamentos são analisados mediante a adoção das hipóteses básicas da teoria clássica:

- i) A matéria de um corpo é distribuída continuamente, entre elas às tensões, deformações e deslocamentos, ou seja, não se consideram a micro estrutura do material com grãos de cristais, poros, vácuo, fissuras, etc;
- ii) A matéria é isótropa (as propriedades físicas são as mesmas em todas as direções) e homogênea (mesmas propriedades físicas para quaisquer elementos retirados de qualquer parte do corpo, mesmos E e ν em todos os seus pontos);

Os materiais estruturais não são homogêneos por microscopia, entretanto, se as dimensões geométricas de um corpo elástico são muito grandes em comparação com as dimensões de um único cristal, a hipótese da homogeneidade pode ser usada com grande precisão e, caso os cristais sejam orientados aleatoriamente, o material pode ser tratado como isótropo (1980). Como, por exemplo, o aço que se apresenta constituído de cristais de várias espécies e com diversas orientações.

3.1 Notações para Forças e Tensões

Existem dois tipos de classificação para as forças externas que atuam sobre um corpo elástico. *Forças de superfícies*, que são distribuídas sobre a superfície do corpo, tais como a pressão de um corpo sobre o outro ou a pressão hidrostática, e as *forças de massa* ou *forças*

de volume, distribuídas pelo volume do corpo, como forças gravitacionais, magnéticas, ou forças de inércia, no caso de um corpo em movimento. A força de superfície por unidade de área pode ser decomposta em três componentes paralelas aos eixos coordenados cartesianos x , y , z , notadas por \bar{X} , \bar{Y} , \bar{Z} . A força de massa por unidade de volume também pode ser decomposta em três componentes, designadas por X , Y , Z .

A *tensão normal* e a *tensão cisalhante* são representadas respectivamente pelas letras gregas σ e τ , também são utilizados índices subscritos a estas letras para identificar a direção do plano no qual a tensão está atuando. Considerando um elemento cúbico muito pequeno num ponto P (Fig. 3.1), com faces paralelas aos eixos coordenados.

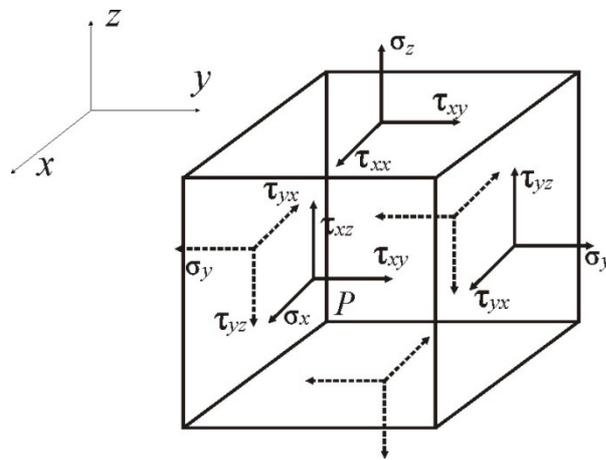


Fig.3.1. Elemento cúbico sujeito a tensões nas faces.

Para as faces do elemento perpendiculares ao o eixo y , por exemplo, as componentes normais da tensão são designadas por σ_y . O índice y indica a ação da tensão num plano normal ao eixo y . A tensão normal será positiva quando produzir tração, e negativa no caso de compressão.

A tensão de cisalhamento é decomposta em duas componentes que são paralelas aos outros dois eixos coordenados. Usam-se duas letras subscritas, a primeira indica a direção da normal ao plano considerado e a segunda a direção da componente da tensão. Os sentidos positivos das componentes da tensão cisalhante em uma face do elemento cúbico são tomados como os sentidos positivos dos eixos coordenados se uma tensão de tração na mesma face tiver o sentido do eixo correspondente. Se a tensão de tração tiver sentido oposto ao eixo

positivo, os sentidos positivos das componentes da tensão de cisalhamento devem ser invertidos.

3.2 Componentes de Tensões

O estado de tensões em um ponto é um tensor de nove componentes no espaço. Para indicar as *tensões normais* $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ e para as *tensões cisalhantes* $\tau_{xy}, \tau_{yx}, \tau_{xz}, \tau_{zx}, \tau_{yz}, \tau_{zy}$. Em cima de cada uma das seis faces de um cubo elementar há uma tensão normal e duas tensões de cisalhamento. Pode-se provar que somente três das seis de tensões de cisalhamento são independentes, quando não existir momento corporal. Assim, para duas faces perpendiculares de um elemento cúbico, as componentes da tensão de cisalhamento perpendiculares à linha de intersecção destas faces são iguais (Fig. 3.2). Isto é:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{zx} = \tau_{xz}, \tau_{zy} = \tau_{yz} \quad 3.1$$

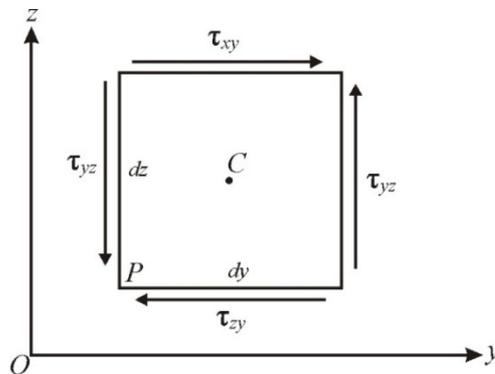


Fig.3.2. Tensões em uma face de um elemento cúbico.

Diante disso, as seis *componentes de tensão* $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{xz} = \tau_{zx}, \tau_{zy} = \tau_{yz}$ são suficientes para descrever o estado de tensões de um ponto.

3.3 Componentes de Deformação

Considera-se a deformação de um cubo elementar. A Fig. 3.3 mostra a face infinitesimal $dx dy$ enquanto a Fig. 3.4 observa-se o que acontece com este corpo após sofrer a deformação no plano xy , onde

$u + \frac{\partial u}{\partial x} dx$ é o deslocamento linear de A na direção x ;

$v + \frac{\partial v}{\partial y} dy$ é o deslocamento linear de B na direção y ;

$v + \frac{\partial v}{\partial x} dx$ é o deslocamento angular de A na direção y ;

$u + \frac{\partial u}{\partial y} dy$ é o deslocamento angular de B na direção x ;

u é a componente do deslocamento de P na direção x ;

v é a componente do deslocamento de P na direção y ;

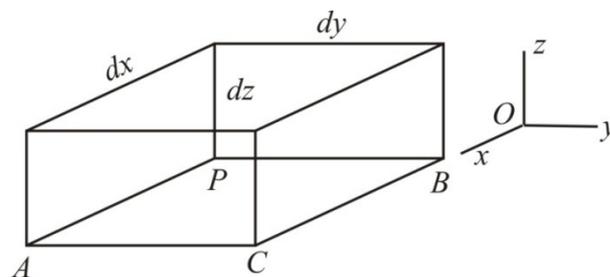


Fig.3.3. Elemento infinitesimal $dx dy$ e um corpo elástico.

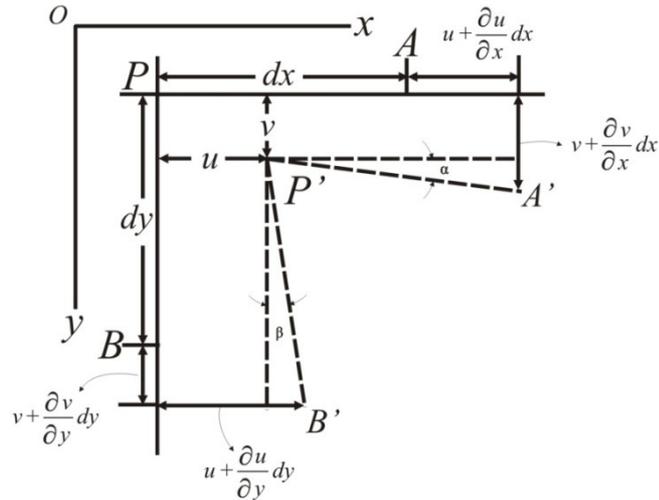


Fig.3.4. Deformações no plano xy.

Pela figura acima nota-se que o aumento no comprimento do elemento PA devido à deformação é $\frac{\partial u}{\partial x} dx$. Por conseqüência, o alongamento unitário ou deformação linear unitária no ponto P , na direção x é $\frac{\partial u}{\partial x}$. Do mesmo modo, os alongamentos unitários nas direções y e z , são, respectivamente, $\frac{\partial v}{\partial y}$ e $\frac{\partial w}{\partial z}$.

Analisa-se ainda que o ângulo inicialmente reto APB sofre redução do ângulo $\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}$, chamado de *deformação angular* ou *deformação por cisalhamento* ou *distorção* entre os planos xy e yz . Assim, podem-se obter as distorções entre os planos xy e xz e entre os planos yx e yz .

O alongamento unitário ou *deformação normal específica* é descrito pela letra ϵ e a deformação angular por γ , ainda usando os mesmo índices das componentes de tensão para indicar as direções têm-se as *componentes de deformação*

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad 3.1$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad 3.2$$

3.4 Equações Constitutivas: Lei de Hooke

As relações lineares entre as componentes de tensão e as componentes de deformação são conhecidas como *Lei de Hooke*. Por exemplo, no ensaio de tração tem-se um *alongamento unitário* ou *deformação específica longitudinal na direção x* na forma

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \quad 3.3$$

Onde E é o *módulo de elasticidade longitudinal na tração* ou *módulo de Young*. Os materiais utilizados, na engenharia estrutural, possuem módulos de elasticidade muito grandes comparados com as tensões admissíveis, sendo o alongamento unitário (3.3) uma quantidade muito pequena.

O alongamento unitário na direção x é acompanhado por componentes laterais de *deformação* (contrações) nas direções y e z

$$\varepsilon_y = \frac{-\nu\sigma_x}{E} \quad 3.4$$

$$\varepsilon_z = \frac{-\nu\sigma_x}{E} \quad 3.5$$

em que ν é o *coeficiente de Poisson*, que em muitos materiais é considerado igual a 0,25. E é obtido da relação entre deformação específica transversal pela deformação específica

$$\text{longitudinal } \nu = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \text{ e } \nu = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x}.$$

As *componentes de deformação lineares* que são *equações generalizadas da Lei de Hooke* são obtidas se o elemento considerado estiver sujeito à ação simultânea das tensões normais σ_x , σ_y e σ_z , uniformemente distribuídas sobre as faces, e se os alongamentos e contrações produzidos por cada uma das três tensões forem superpostos.

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \frac{1}{E} \left[\sigma_x - \nu (\sigma_y + \sigma_z) \right] \\
 \varepsilon_y &= \frac{1}{E} \left[\sigma_y - \nu (\sigma_x + \sigma_z) \right] \\
 \varepsilon_z &= \frac{1}{E} \left[\sigma_z - \nu (\sigma_x + \sigma_y) \right]
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

Estabelecendo a relação entre as deformações lineares e as tensões normais, definidas pelas constantes físicas E e ν .

Tem-se também a relação entre as deformações angulares e as tensões cisalhantes em função de E e ν que são do modo

$$\gamma = \frac{\tau}{G}
 \tag{3.7}$$

onde $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ é o *módulo de elasticidade transversal* ou *módulo de rigidez* ou *de corte*.

No caso de um *estado plano de tensão*, ou seja, quando atuam no corpo somente as componentes de tensão σ_x , σ_y e τ_{xy} , são consideradas somente as componentes de deformação

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y) \\
 \varepsilon_y &= \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x) \\
 \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy}
 \end{aligned}
 \tag{3.8}$$

3.5 Equações Diferenciais de Equilíbrio

Considera-se agora um pequeno bloco retangular em equilíbrio com espessura unitária e arestas h e k (Fig. 3.5). As tensões que atuam nas faces 1, 2, 3, 4 e seus sentidos positivos, são indicados na figura.

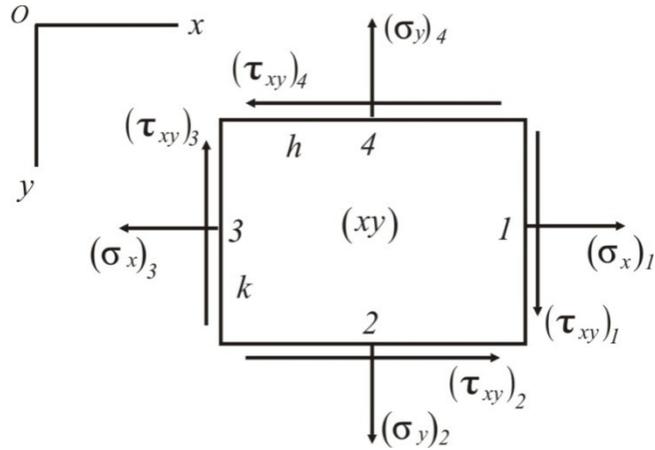


Fig.3.5. Tensões em um bloco retangular.

Neste caso a força de massa no bloco deve ser considerada por ser da mesma ordem de grandeza que os termos relativos às variações das componentes de tensão que agora são considerados.

Notando por X e Y as componentes da força de massa por unidade de volume, a equação de equilíbrio para as forças na direção x : $\sum F_x = 0$ é da forma

$$(\sigma_x)_1 k - (\sigma_x)_3 k + (\tau_{xy})_2 h - (\tau_{xy})_4 h + Xhk = 0 \quad 3.9$$

ou, dividindo por hk ,

$$\frac{[(\sigma_x)_1 - (\sigma_x)_3]}{h} + \frac{[(\tau_{xy})_2 - (\tau_{xy})_4]}{k} + X = 0 \quad 3.10$$

Se à medida que o tamanho do bloco fica cada vez menor, isto é, $h \rightarrow 0$ e $k \rightarrow 0$, pela definição de derivada tem-se

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(\sigma_x)_1 - (\sigma_x)_3]}{h} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}$$

$$\lim_{k \rightarrow 0} \frac{[(\tau_{xy})_2 - (\tau_{xy})_4]}{k} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}$$
3.11

Onde $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ se referem ao ponto de centro do retângulo da Fig. 3.5, de coordenadas x e y .

De mesmo modo pode ser obtida a equação de equilíbrio para as forças na direção y :

$$\sum F_y = 0 \quad \text{ou seja}$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + X = 0$$
3.12

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + Y = 0$$

Geralmente, em muitas aplicações práticas, o peso do corpo é a única força de massa. Então, tomando o eixo y dirigido para baixo e chamando ρ a massa por unidade de volume do sólido, temos

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0$$
3.13

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \rho g = 0$$

sendo estas as equações diferenciais de equilíbrios para problemas bidimensionais.

3.6 Condições de Contorno

Em todos os pontos do corpo é necessário que as Equações (3.11) ou (3.12) sejam satisfeitas. No contorno, é preciso que elas estejam em equilíbrio com as forças externas, e de

tal forma que estas se confundam com uma continuação da distribuição interna de tensões, pois as componentes de tensão variam ao longo do volume. Tomando o pequeno prisma triangular PBC (Fig. 3.6), de tal modo que o lado BC coincida com o bordo do elemento e denotando por \bar{X} e \bar{Y} as componentes das forças de superfícies por unidade de área neste ponto do contorno, tem-se

$$\bar{X} = l\sigma_x + m\tau_{xy} \tag{3.14}$$

$$\bar{Y} = m\sigma_y + l\tau_{xy}$$

nos quais l e m são os co-senos diretores da normal N ao contorno. As equações (3.13) representam as condições de contorno a serem consideradas.

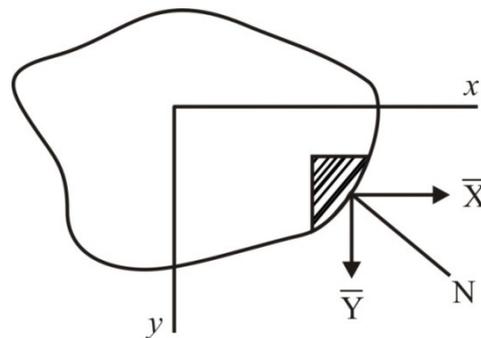


Fig.3.6. Tensões no contorno.

3.7 Equações e Compatibilidade

É de suma importância determinar o estado de tensões num corpo submetido à ação de determinadas forças na teoria da elasticidade. Para isto, torna-se necessário resolver as equações diferenciais de equilíbrio, satisfazendo as condições de contorno e considerando a deformação elástica do sólido para o caso bidimensional.

As funções u e v que garantem a continuidade do campo de deslocamentos determinam as deformações $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$, através das expressões (3.2) devem satisfazer a *condição de compatibilidade* em termos das componentes de deformação, da forma

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad 3.15$$

Entre as componentes de tensão pode-se representar a equação de compatibilidade. Para isso devem-se substituir na equação (3.14), as equações (3.7) – Lei de Hooke. Assim,

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} (\sigma_x - \nu \sigma_y) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} (\sigma_y - \nu \sigma_x) = 2(1 + \nu) \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad 3.16$$

Usando-se as equações diferenciais de equilíbrio esta equação pode ser escrita numa forma diferente. Para isso, derivando a primeira equação das equações (3.12) em relação à x , a segunda em relação à y e, somando-as, temos

$$\frac{2\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{-\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \sigma_y}{\partial y^2} \quad 3.17$$

Substituindo a equação (3.16) na equação (3.15) chega-se a equação de compatibilidade em termos das componentes de tensão, da forma

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (\sigma_x + \sigma_y) = 0 \quad 3.18$$

CAPÍTULO 4 FUNDAMENTOS DA MECÂNICA DA FRATURA

Com o objetivo de estudar sobre a *lei de propagação de trincas em materiais*, avaliar e reforçar a resistência de estruturas surgiu a Mecânica da Fratura.

Os materiais, geralmente são susceptíveis ao desenvolvimento de danos, ou seja, micro defeitos distribuídos continuamente na matéria. De diâmetro milimétrico, são danos como discordâncias, corrosão, micro fissuras, micro poros e originados da plasticidade do material. Microtrincas podem ser iniciadas por desenvolvimento de dano como também da fadiga, erosão e radiação.

Os estudos da mecânica da fratura com base na lei de conservação de energia foram iniciados por Alan Arnold Griffith (1926), estabelecendo uma relação entre a fratura e o comprimento da trinca. Tempos depois, com o grande desenvolvimento da indústria de navios e aviões o estudo da fratura tomou um novo rumo. Com o conceito introduzido por George Rankin Irwin (1948), do fator de intensidade de tensão, reformulando as idéias de Griffith, a mecânica da fratura obteve evoluiu rapidamente permitindo sua aplicação na engenharia. Na década de 1960, Paris, Sih e Erdogan mostraram que, a velocidade de propagação de uma trinca pode ser expressa utilizando-se o conceito de variação do fator de intensidade de tensão no processo de fadiga e as bases da Mecânica da Fratura não linear foram formuladas por Rice & Hutchinson (1968).

4.1 Resistências dos Materiais – Paradoxo

Conforme Inglis (1913), num corpo infinito com um furo elíptico, a tensão na extremidade do furo vale (Fig. 4.1)

$$\sigma|_A = (\sigma_y)_{m\acute{a}x} = \sigma \left(\frac{1+2a}{b} \right) \approx \sigma \left(1 + 2\sqrt{\frac{a}{b}} \right) \quad 4.1$$

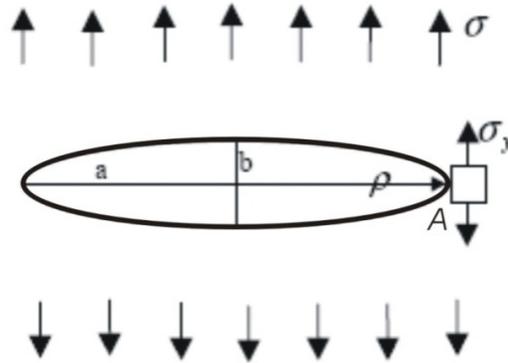


Fig.4.1. Concentração de tensão na extremidade da trinca (A).

Se pensarmos que tal furo é redondo ($a = b$) temos $\sigma_y = 3\sigma$. No entanto, quando $\rho \rightarrow 0$ temos $\sigma_y \rightarrow \infty$. Desta forma, as tensões atingiriam valores infinitamente altos independentes do tamanho da trinca, sua orientação e carga externa. Tal afirmação contradiz todos os conceitos da Resistência dos Materiais, pois se sabe que todos os corpos possuem algum tipo de defeito. Logo todos os materiais entrariam em colapso sob qualquer sollicitação, o que não faz sentido físico.

Tal paradoxo, que sugere que nenhuma estrutura com defeitos, por menor que sejam, é capaz de resistir a mínimos esforços, só se desfez com o estabelecimento dos princípios da Mecânica da Fratura. Na medida em que vão sendo desenvolvidos os métodos de detecção das trincas, tem-se comprovado que elas estão sempre presentes em qualquer estrutura, podendo ser inerentes ao material ou ao processo de fabricação, ou então surgido durante o desempenho em serviço da estrutura.

A idéia fundamental da Mecânica da Fratura, lançada em 1926 por Griffith, *consiste em estabelecer uma relação da resistência à fratura com o tamanho da trinca*, fato ignorado na dedução de Inglis, pois era unicamente baseada nos conceitos clássicos da Resistência dos Materiais.

4.2 Teorias Griffith

Na década de 1920, Griffith (1924 e 1920) estudou as trincas em material frágil, mais especificamente no vidro (Fig. 4.2).

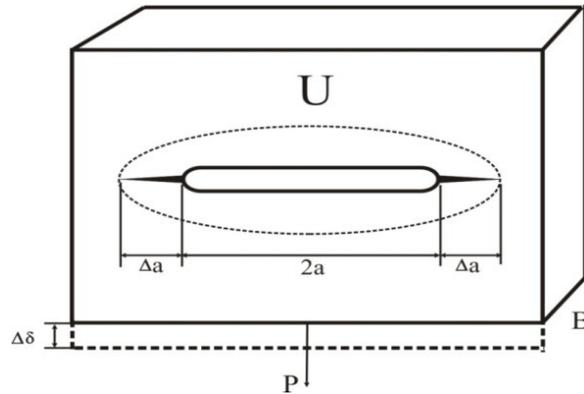


Fig.4.2. GRIFFITH, A. A. (1920) Trinca em material frágil-vidro, material testado por Griffith.

A energia referente às superfícies novas é dada por

$$\Delta R = \gamma_s \Delta S = \gamma_s 4B\Delta a \quad 4.2$$

onde γ_s é a energia de superfície por unidade de área (depende do material) e ΔS é a nova superfície total formada pela propagação da trinca.

Pelo equilíbrio de energia tem-se

$$P\Delta\delta = \Delta R + \Delta U \quad 4.3$$

onde $P\Delta\delta$ é o trabalho feito pela força externa; ΔU é a variação da energia de deformação.

Pela equação (4.3) obtém-se

$$-(\Delta U - P\Delta\delta) = \Delta R \quad 4.4$$

Notando $\Delta A = 2B\Delta a$ como o incremento da área da seção fraturada, pode-se ter

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} - \left(\frac{\Delta U - P\Delta\delta}{\Delta A} \right) = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta S} \quad 4.5$$

Observando agora G_I como sendo o lado esquerdo da equação (4.5), chega-se em

$$G_I = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} - \left[- \frac{(\Delta U - P\Delta\delta)}{\Delta A} \right] = - \frac{\partial U}{\partial A} + P \frac{\partial \delta}{\partial A} \quad 4.6$$

Obtém-se

$$G_I = 2\gamma_s \quad 4.7$$

Sendo G_I a taxa de liberação da energia de deformação quando a trinca propaga e representa fisicamente a resistência à fratura do material (ou *tenacidade*). É a força motriz da trinca.

Assim, a condição necessária para o início de propagação da trinca é

$$G_I > G_{IC} \quad 4.8$$

mas não permite saber se a propagação continuará.

Uma propagação continuada denomina-se de propagação instável, e ocorrerá desde que à próxima equação seja satisfeita

$$\frac{\partial G}{\partial A} > \frac{\partial G_{IC}}{\partial A} \quad 4.9$$

No entanto, observa-se que para um material que obedece a Griffith, $\frac{\partial G_{IC}}{\partial A}$ é sempre igual à zero. Isto quer dizer que, desde que o primeiro termo da equação (4.9) seja positivo, a

propagação será sempre instável. Porém, ocorre na prática a propagação estável (trinca para de crescer) mesmo com tal termo positivo.

As conclusões de Griffith não tiveram aplicação imediata na engenharia, pois simplesmente forneciam tamanhos muito pequenos para os materiais usuais de engenharia. Para o vidro, material originalmente testado por Griffith, esses comprimentos críticos da trinca eram válidos.

Observa-se ainda que se δ for mantido após um determinado valor, a equação (4.6) pode se escrita como

$$G_I = - \left. \frac{\partial U}{\partial A} \right|_{\delta=const} \quad 4.10$$

a qual determina a quantidade de propagação da trinca (Δa) baseada no equilíbrio de energia.

4.3 Correções Propostas por Irwin e Orowan

Irwin e Orowan concluíram de forma independente, que G_I era muito pequeno, pois não considerava a dissipação plástica e outros efeitos não lineares na ponta da trinca, e redefiniram G_I como

$$G_I = 2(\gamma_s + \gamma_p) \quad 4.11$$

onde γ_p é o trabalho de deformação plástica por unidade de área, dado por

$$\gamma_p = \sigma_{esc} \varepsilon_{esc} \rho \quad 4.12$$

sendo σ_{esc} a tensão de escoamento, ε_{esc} a deformação plástica na ponta da trinca quando o escoamento acontece, ρ o raio de curvatura da ponta da trinca. E $\sigma_{esc} \varepsilon_{esc}$ é considerado como a energia por unidade de volume na ponta da trinca.

Tal energia será em geral muito maior que γ_s o que corrige as discrepâncias encontradas nos cálculos de Griffith.

A resistência à fratura, parâmetro mecânico do material, que representa a sua resistência à fratura é notada agora por

$$G_{IC} = 2(\gamma_s + \gamma_p) \quad 4.13$$

Irwin foi o responsável por resgatar a teoria de Griffith e aplicá-la a casos reais da engenharia além da correção acima.

4.4 Modos de Propagação de Trincas

Existem três modos básicos de propagação de uma trinca. Os movimentos das superfícies inferior e superior da trinca que os caracterizam, como mostra a Fig. 4.3, são chamados de: *opening mode* ou modo “abrindo” (modo I), *sliding mode* ou modo “deslizamento” (modo II) e *tearing mode* ou modo “rasgando” (modo III).

Em estudos de engenharia envolvendo trincas a maior parte é baseada no Modo I.

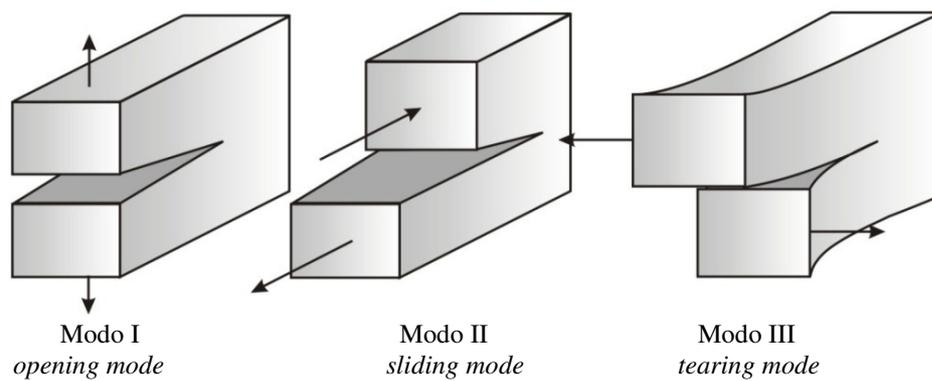


Fig.4.3. Modos de carregamentos que podem ser aplicados para uma trinca.

4.4.1 Distribuição de Tensões na Ponta de uma Trinca

De WESTERGAARD (1939) e WILLIAMS (1957) têm-se as tensões e os deslocamentos nos sistemas de coordenação polar e retangular.

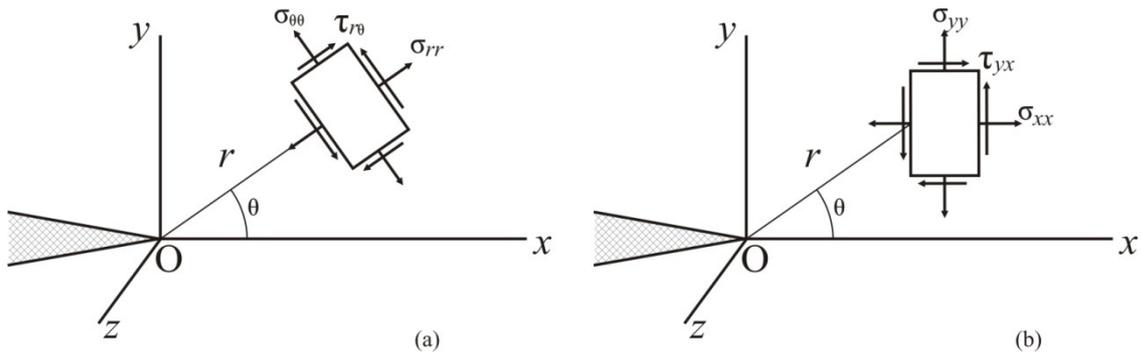


Fig. 4.4. Distribuição de tensões na ponta da trinca: (a) coordenadas polares; (b) coordenadas retangulares.

Para o Modo I, têm-se no sistema de coordenação polar (Fig. 4.4a), as tensões são

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \tau_{r\theta} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \operatorname{sen}^2 \frac{\theta}{2} \right) \\ \cos^3 \frac{\theta}{2} \\ \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad 4.14$$

E os deslocamentos

$$\begin{Bmatrix} u_r \\ u_\theta \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} (1+\nu) \left[(2k-1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right] \\ (1+\nu) \left[-(2k+1) \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} - \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right] \end{Bmatrix} \quad 4.15$$

$$\begin{Bmatrix} u_r \\ u_\theta \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} (1+\nu) \left[(2k-1) \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{3\theta}{2} \right] \\ (1+\nu) \left[-(2k+1) \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} - \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right] \end{Bmatrix} \quad 4.16$$

Para o Modo II

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \tau_{r\theta} \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \left(1 - 3 \operatorname{sen}^2 \frac{\theta}{2} \right) \\ -3 \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - 3 \operatorname{sen}^2 \frac{\theta}{2} \right) \end{Bmatrix} \quad 4.17$$

$$\begin{Bmatrix} u_r \\ u_\theta \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} (1+\nu) \left[-(2k-1) \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} + 3 \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right] \\ (1+\nu) \left[-(2k+1) \cos \frac{\theta}{2} + 3 \cos \frac{3\theta}{2} \right] \end{Bmatrix} \quad 4.18$$

E para o Modo III

$$\begin{Bmatrix} \tau_{rz} \\ \tau_{\theta z} \end{Bmatrix} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad 4.19$$

$$\begin{Bmatrix} u_r = u_\theta \\ u_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{K_{III}}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[2(1+\nu) \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \right] \end{Bmatrix} \quad 4.20$$

Já no sistema de coordenação retangular (Figura 4.4b) tem-se

Para o Modo I

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right) \\ \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right) \\ \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad 4.21$$

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} (1+\nu) \left[(2k-1) \cos \frac{\theta}{2} - 3 \cos \frac{3\theta}{2} \right] \\ (1+\nu) \left[(2k+1) \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} - 3 \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right] \end{Bmatrix} \quad 4.22$$

Para Modo II

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right) \end{Bmatrix} \quad 4.23$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right) \end{Bmatrix} \quad 4.24$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\ \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right) \end{Bmatrix} \quad 4.25$$

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} (1+\nu) \left[(2k+3) \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} + \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right] \\ -(1+\nu) \left[(2k-3) \cos \frac{\theta}{2} + \cos \frac{3\theta}{2} \right] \end{Bmatrix} \quad 4.26$$

E, para o Modo III

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{Bmatrix} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad 4.27$$

$$\begin{Bmatrix} u_x = u_y \\ u_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{K_{III}}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[2(1+\nu) \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \right] \end{Bmatrix} \quad 4.28$$

De modo geral, pelo método da superposição, podem-se expressar os campos de tensão e de deslocamento, respectivamente, por

$$\sigma_{ij}(r, \theta) = \sigma_{ij}^I + \sigma_{ij}^{II} + \sigma_{ij}^{III} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \left[K_I f_{ij}^I(\theta) + K_{II} f_{ij}^{II}(\theta) + K_{III} f_{ij}^{III}(\theta) \right] \quad 4.29$$

$$u_i(r, \theta) = \frac{1}{2E} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[K_I g_i^I(\theta) + K_{II} g_i^{II}(\theta) + K_{III} g_i^{III}(\theta) \right] \quad 4.30$$

Onde f e g são funções do θ ; E é o módulo de elasticidade longitudinal de Young; ν é a razão de Poisson; e ainda, $k = (3 - \nu)/(1 + \nu)$ (caso de tensões no plano) ou $k = 3 - 4\nu$ (caso de deformação no plano).

4.4.2 Fatores de Intensidade de Tensões

Os fatores de intensidade de tensões correspondentes aos modos I, II e III são representados respectivamente por K_I , K_{II} e K_{III} . Independente do material, estes fatores são funções da geometria da configuração da trinca e do carregamento.

O campo de tensão (4.29) tem singularidade de $1/2$ ordem, pois, se $r \rightarrow 0$, ou seja, muito próximo da ponta da trinca, então $\sigma_{ij} \rightarrow \infty$. Isto ocorre porque o contorno não é liso matematicamente na ponta da trinca, fazendo com que a derivada na ponta ao longo do contorno da trinca seja contínua.

Pelas equações (4.14) a (4.28) pode-se obter

$$K_{I,II,III} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \left[\frac{\sigma_{ij}(r, \theta)}{f_{ij}(\theta)} \right] \Bigg|_{\theta=0} \quad 4.31$$

Se $f_{ij}(\theta)|_{\theta=0} \neq 0$.

4.5 Critérios de Propagação de Trincas

Há três questões que podem ser analisadas no estudo de trincas:

- i) Quando uma trinca vai propagar (condição crítica)?
- ii) Qual a direção da propagação?
- iii) Qual a quantidade propagada?

Na literatura mundial, existem critérios já consagrados para responder a estas perguntas, alguns dos quais serão abordados de forma geral a seguir.

4.5.1 Critério do Fator de Intensidade de Tensões

$$K(K_I, K_{II}, K_{III}) > K_C \quad (\text{valor crítico}) \quad 4.32$$

Este critério é utilizado comumente apenas para o modo I de propagação. Assim, a condição crítica é

$$K_I > K_{IC} \quad 4.33$$

Onde K_{IC} é a tenacidade da fratura para deformação no plano.

Esta tenacidade é um importante parâmetro do material, pois representa a capacidade de resistência à fratura do mesmo. Pode-se provar ainda a equivalência entre K_{IC} e G_{IC} .

4.5.2 Critério da Máxima Tensão Circunferencial ($(\sigma_{\theta})_{máx}$, SIH (1972))

Por este critério uma trinca começa a propagar-se

$$(\sigma_{\theta\theta})_{máx} > \sigma_t \quad (\text{condição crítica}) \quad 4.34$$

Onde σ_t é a resistência à tração do material.

Na verdade a condição crítica é dada por

$$\cos \frac{\theta_0}{2} \left(K_I \cos^2 \frac{\theta_0}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \operatorname{sen} \frac{\theta_0}{2} \right) = K_{IC} \quad 4.35$$

onde θ_0 é o ângulo que representa a direção de propagação da trinca e satisfaz as condições

$$\left. \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_0} = 0 \quad \text{e} \quad \left. \frac{\partial^2 \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta^2} \right|_{\theta=\theta_0} < 0 \quad 4.36$$

Ou seja,

$$K_I \operatorname{sen} \theta_0 + K_{II} (3 \cos \theta_0 - 1) = 0 \quad 4.37$$

O ângulo θ_0 é obtido numericamente e pode assumir dois valores. Será considerado aquele que representar a direção à frente da trinca.

4.5.3 Critério de Intensidade de Energia de Deformação Mínima

(critério S, SIH (1972))

Seja

$$w = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} = \frac{S}{r} \quad 4.38$$

Onde w é a densidade de energia de deformação; S é o fator de densidade de energia de deformação, cujo valor é determinado por

$$a_{11} K_I^2 + 2a_{12} K_I K_{II} + a_{22} K_{II}^2 + a_{33} K_{III}^2 \quad 4.39$$

Com

$$\begin{aligned}
 a_{11} &= \frac{[(3 - 4\nu - \cos \theta)(1 + \cos \theta)]}{16G} \\
 a_{12} &= \frac{(2\text{sen} \theta)[\cos \theta - (1 - 2\nu)]}{16G} \\
 a_{22} &= \frac{[4(1 - \nu)(1 - \cos \theta) + (1 + \cos \theta)(3 \cos \theta - 1)]}{16G} \\
 a_{33} &= \frac{1}{4G}
 \end{aligned}
 \tag{4.40}$$

As equações (4.40) são aplicadas no caso de deformação no plano. Para o caso de tensões no plano deve-se fazer a troca de ν por $\frac{\nu}{(1 + \nu)}$ nas mesmas equações.

De acordo com o critério, a condição crítica, sendo S_C dependente do material, é

$$S_{\min} > S_C \quad (\text{valor crítico}) \tag{4.41}$$

Onde

$$S_C = \frac{(1 - 2\nu)}{4\pi G} K_{IC}^2 = \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{2\pi E} K_{IC}^2 \tag{4.42}$$

Na equação (4.42), pode-se usar K_I , K_{II} ou K_{III} e é aplicada para deformações no plano. Para tensões no plano deve-se, da mesma forma anterior, realizar a troca de ν por $\nu/(1 + \nu)$.

O critério ainda determina que a trinca propague na direção θ_0 , que satisfaz

$$\left. \frac{\partial S}{\partial \theta} \right|_{\theta=\theta_0} = 0 \quad \text{e} \quad \left. \frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} \right|_{\theta=\theta_0} > 0 \tag{4.43}$$

4.5.4 Critério da Taxa Máxima de Liberação de Energia de Deformação

(critério $G_{máx}$, Irwin (1958)).

Neste caso a condição crítica é

$$G_{máx} > G_E$$

$$\frac{\partial G_{máx}}{\partial A} > \frac{\partial G_C}{\partial A} \quad 4.44$$

Onde

$$G_C = \frac{1}{E'} K_{IC}^2 \quad 4.45$$

$E' = E$ (caso de deformação no plano); $E' = \frac{E}{(1-\nu^2)}$ (caso de tensão no plano).

A primeira equação de (4.44) representa a condição necessária, mas não suficiente, enquanto que a segunda é a condição suficiente.

Para os modos I + III a condição crítica para deformações no plano pode ser dada por

$$\left(\frac{K_I}{K_{IC}}\right)^2 + \left(\frac{K_{III}}{\sqrt{1-\nu}K_{IC}}\right) \quad 4.46$$

Para tensão no plano deve-se trocar ν por $\frac{\nu}{(1+\nu)}$.

No caso dos modos I + II, o critério $G_{máx}$ é igual ao critério $(\sigma_\theta)_{máx}$ e, os casos II + III e I + II + III são muito raros.

4.5.5 Critério COD (Crack-tip-Open Displacement)

O critério COD é utilizado para regiões de materiais dúcteis que apresentam pequena plasticidade. A condição crítica é

$$\delta = \delta_c \quad 4.47$$

Onde δ_c é o parâmetro do material e pode ser determinado conforme a norma inglesa DD-19, e δ a abertura na ponta da trinca. Há duas maneiras de estimar o valor de δ .

4.5.5.1. COB sob condição de escoamento pequeno de IRWIN (1958)

Irwin supôs o comprimento efetivo da trinca, notado por $a^* = a + r_0$.

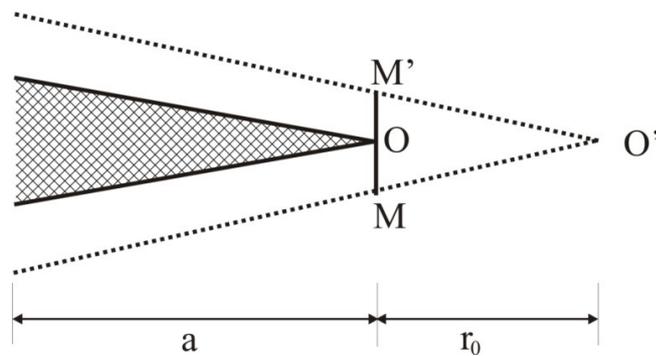


Fig.4.5. Comprimento efetivo da trinca ($a+r_0$).

Conforme HERTZBERG (1989) na verdade o acréscimo r_0 é o tamanho da região plástica na ponta da trinca.

$$r_0 \approx \begin{cases} \frac{\left(\frac{K_I}{\sigma_s}\right)^2}{2\pi} & \text{(para tensões no plano)} \\ \frac{\left(\frac{K_I}{\sigma_s}\right)^2}{6\pi} & \text{(para deformações no plano)} \end{cases} \quad 4.48$$

Onde σ_s é a tensão de escoamento do material. Assim, tem-se, para o caso de deformação no plano,

$$\delta = MM' = \frac{4K_I^2}{\pi E \sigma_s} \quad 4.49$$

Este caso é aplicável tanto para o fator K_I quanto para o fator K_{II} e K_{III} , sendo estes determinados considerando o comprimento efetivo a^* da trinca.

4.5.5.2. COD da região de escoamento tipo cunha (Dugdale-Barenblatt modelo)

Neste caso, a ponta da trinca tem forma de cunha. Conforme se verifica, (Fig. 4.6.).

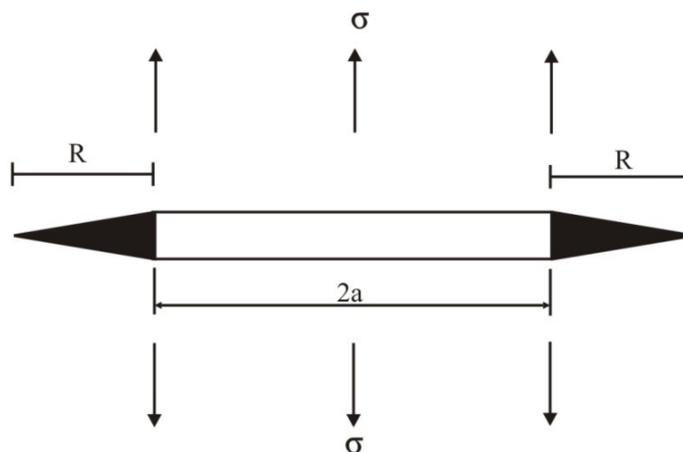


Fig. 4.6. Região de escoamento tipo cunha.

Somente K_I pode ser considerado neste caso e

$$\delta = \frac{\sigma^2 \pi a}{E \sigma_s} = \frac{K_I^2}{E \sigma_s} / \quad 4.50$$

4.5.6. Relação entre G_{IC} e K_{IC}

No caso elástico linear, Rice provou que

$$G_I = \frac{1}{E'} K_I^2 \quad 4.51$$

Sabe-se que há dois critérios idênticos para deformação no plano

$$G_{IC} = \frac{1 - \nu^2}{E} K_{IC}^2$$

CAPITULO 5 MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS (MED)

O método dos elementos discretos (MED), foi introduzido na década de setenta, na literatura Cundall, surgindo como um dos principais precursores do mesmo CUNDALL (1971) e CUNDALL e STRACK (1979). No MED o meio a ser modelado considera-se como um sistema de partículas discretas, geralmente de forma esférica e massa conhecida, conectadas entre si, mediante molas e amortecedores. De maneira geral, é considerada uma interação visco-elástica entre as partículas, como representa a Fig. 5.1.

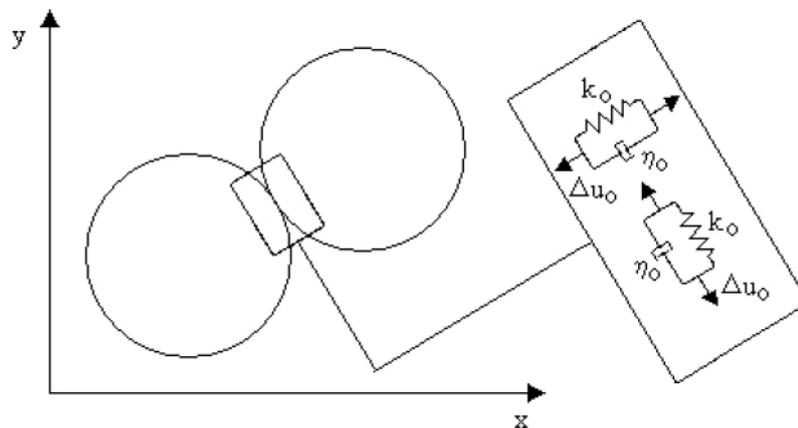


Fig. 5.1. Modelo reológico da interação das partículas no DEM

Através da utilização das equações do movimento, considerando cada partícula separadamente, são determinadas suas posições instantâneas como se mostra a seguir.

A aceleração de uma partícula em um determinado instante é dada pela segunda lei de Newton eq. 5.1.

$$a^* = \frac{F}{m} \quad 5.1$$

Onde:

F : soma vetorial de todas as forças que atuam sobre a partícula no instante analisado, (força de inércia, força de amortecimento, força externa, força de atrito, etc);

m : massa da partícula;

a^* : aceleração da partícula no instante analisado

Utilizando as equações de movimento e conhecendo a aceleração da partícula são obtidas sua velocidade e posição (eq. 5.2 e eq. 5.3).

$$v = v_0 + a^* . t \quad 5.2$$

$$x = x_0 + \frac{1}{2}(v_0 + v) . t \quad 5.3$$

onde: v e x : Velocidade e posição da partícula no instante analisado; v_0 e x_0 : Velocidade e posição inicial da partícula.

Em processos que envolvem comportamentos predominantemente descontínuos o método dos elementos discretos (MED) tem sido utilizado com sucesso à simulação computacional, como é o caso do comportamento de sólidos não-coesivos, onde se destacam os trabalhos de simulação computacional de filtros com camadas granulares CHOU *et al.*(2000) e o estudo do transporte de sedimentos num fluido GOTH e SAKAI (1997) e LIN *et al.* (2000). Este método também tem sido aplicado no estudo de processos de degradação e fratura em sólidos coesivos, entre os quais podem ser citados: simulação de explosões em rochas LADISLAV e DUTKO (2003), PROCHÁZKA (2004), fratura de materiais compósitos como o concreto SAWAMOTO *et al* (1998), CAMBORDE *et al* (2000), BRARA *et al* (2001), WITTEL *et al* (2003) entre outras aplicações.

Os processos de fratura têm sido modelados em rochas, produto de terremotos DALGUER *et al* (2003), impacto em concreto armado RIERA (1980) e (1984), fenômenos de fratura por impacto em polímeros BARRIOS *et al* (2002), processos de fratura em concreto RIERA e ITURRIOZ (1998) entre outros.

O grande trabalho computacional requerido é uma das maiores desvantagens do método, pois como cada partícula é considerada individualmente, múltiplos processos são

executados ao mesmo tempo. Para isto, têm-se desenvolvido alguns trabalhos que melhoram os recursos de processamento computacional, fazendo uso de técnicas avançadas de programação em paralelo SCHAFFER *et al* (2002) ou a combinação com o método dos elementos finitos GETHIN *et al* (2001), MUNJIZA *et al* (2004) entre outros.

5.1. Características do Método Utilizado Neste Trabalho.

A formulação em elementos discretos utilizada neste trabalho para representação do meio contínuo, pode ser atribuída a Herennikoff, 1942, e Absi, 1971. Esses pesquisadores utilizaram estruturas de barras de rigidez equivalente a estruturas contínuas com o objetivo de simplificar o modelo em análise.

Neste trabalho foi utilizada a proposta de Hayashi, 1982, onde, o material a ser simulado está representado através de uma distribuição regular espacial de massas, interconectadas através de barras de rigidez equivalente ao contínuo que se deseja analisar. As barras estão dispostas no espaço segundo a unidade cúbica básica, mostrada no detalhe da Fig. 5.2 e as mesmas são consideradas como sendo barras de treliça, o qual determina três graus de liberdade por nó. A obtenção do modelo (Fig. 5.2) se dá pela repetição regular desta unidade cúbica nas três direções ortogonais. A objetividade é uma das vantagens destes modelos, ou seja, é possível analisar problemas com grandes deslocamentos sem muito esforço.

A representação do sólido através de um sistema de treliças visando a obtenção de tensores constitutivos pré-determinados também tem sido obtida através da homogeneização inversa.

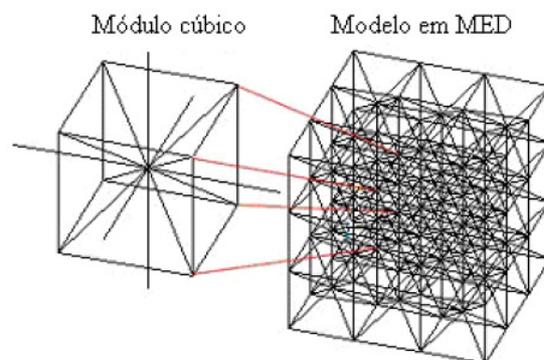


Fig. 5.2. Modelo em MED utilizando o arranjo espacial de barras e detalhe do módulo cúbico básico.

5.2. Rigidez das Barras Equivalente ao Contínuo.

O contínuo é representado por Hayashi, 1982, como um sistema de barras de rigidez equivalente, percorrendo o caminho inverso de NAYFEH e HEFZHY (1978), que pesquisaram estruturas em treliça através de contínuos equivalentes.

Podem-se constatar, considerando a disposição espacial das barras que concorrem a um nó central do módulo cúbico (Fig. 5.2), que a estrutura em treliça utilizada está caracterizada por sete direções diferentes, três correspondentes às barras normais às faces do módulo e quatro direções correspondentes às barras diagonais. Se o módulo de elasticidade (E) de todas as barras for o mesmo, cada conjunto de barras paralelas define um contínuo com propriedade unidirecional efetiva que será chamada de Q_{11} . Considerando que Q_{11} é tomado como um valor médio ponderado com relação à área de influência da barra, em um determinado conjunto de barras paralelas o valor de Q_{11} dependerá do espaçamento entre elas.

Pode-se observar na Fig. 5.3, que na área correspondente às faces normais do módulo cúbico (L_c^2), existe a contribuição de duas barras, uma correspondente à barra central, e a outra correspondente a um quarto de barra, com que contribui cada vértice do módulo cúbico. Dessa forma a área de influência das barras normais vai ser $L_c^2/2$.

Se for considerada a área delimitada por quatro barras diagonais ($L_c^2/\sqrt{3}$), tem-se a contribuição de um quarto de barra por cada uma delas. Assim a área de influência das barras diagonais é de $(L_c^2/\sqrt{3})$.

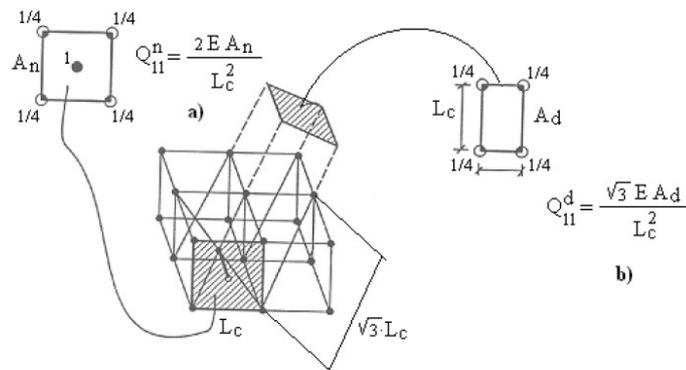


Fig. 5.3. Determinação da área efetiva: a) barras normais e b) diagonais.

Do estudo efetuado se infere que nas direções perpendiculares às faces do módulo cúbico, o empilhamento de barras é maior que nas direções das barras diagonais, o qual mostra que para considerar um contínuo isotrópico equivalente, a rigidez das barras diagonais deve ser maior que a das normais.

Define-se a propriedade unidirecional na direção das barras normais às faces do módulo cúbico (Q_{11}^n), e a propriedade unidirecional na direção das barras diagonais (Q_{11}^d) como a relação entre, o módulo de elasticidade, a área da seção transversal da barra (A_n e A_d) e a área de influência da barra, segundo indicam as equações 5.4 e 5.5, HAYASHI (1982).

$$Q_{11}^n = \frac{2.E.A_n}{L_c^2} \quad 5.4$$

$$Q_{11}^d = \frac{\sqrt{3}.E.A_d}{L_c^2} \quad 5.5$$

De um modo geral, a relação tensão-deformação de um material elástico qualquer está definida pela eq.(5.6), representada da forma compacta.

$$\sigma_i = C_{ij} \varepsilon_j \quad i, j = 1...6 \quad 5.6$$

Onde: σ_i e ε_j : Componentes do tensor tensão e tensor deformação, respectivamente; C_{ij} : Componentes do tensor constitutivo.

Para um material isotrópico, o tensor constitutivo é representado segundo mostra a eq. 5.7, e suas componentes C_{ij} são função somente de duas constantes elásticas independentes.

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{pmatrix} \quad 5.7$$

Onde: C_{11}, C_{12} e C_{44} : São funções do módulo de Young (E) e o coeficiente de Poisson (ν).

Na representação do contínuo através da estrutura em treliça, é necessário considerar a influência de cada barra na rigidez do sólido equivalente. Para isto foi utilizada a eq. 5.8 NAYFEH e HEFZHY (1978), que permite a transformação das constantes elásticas de um sistema de coordenadas cartesianas x_i para outro cujas coordenadas são \bar{x}_i .

$$\bar{Q}_{ij} = \sum_{I=1}^3 f(Q_{11}^n, \alpha_{Ikl}^n) + \sum_{J=1}^4 f(Q_{11}^d, \alpha_{Jkl}^d) \quad (k, l = 1 \dots 3) \quad 5.8$$

onde: O primeiro termo corresponde à contribuição das barras normais às faces do módulo cúbico e o segundo termo corresponde às quatro direções das diagonais do cubo; α_{Ikl}^n e α_{Jkl}^d : Cossenos diretores dos sistemas \bar{x}, x_I^n e \bar{x}, x_J^d respectivamente; \bar{Q}_{ij} : Constantes elásticas do sólido equivalente representado pela estrutura em treliças.

Considerando-se as equações 5.7 e 5.8 chega-se às equações 5.9.

$$\begin{aligned} C_{11} &= Q_{11}^n (1)^4 + 4Q_{11}^d \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^4 = Q_{11}^n + \frac{4}{9} Q_{11}^d \\ C_{12} &= 4Q_{11}^d \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{4}{9} Q_{11}^d \\ C_{44} &= 4Q_{11}^d \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)^2 = \frac{4}{9} Q_{11}^d \end{aligned} \quad 5.9$$

Define-se agora a eq. 5.10 como:

$$\delta = \frac{Q_{11}^d}{Q_{11}^n} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{A_d}{A_n} \quad 5.10$$

Que permite simplificar as equações 5.9. Como mostram as equações 5.11:

$$\begin{aligned} C_{11} &= Q_{11}^n \cdot \left(1 + \frac{4}{9} \delta \right) \\ C_{12} &= Q_{11}^n \cdot \left(\frac{4}{9} \delta \right) \\ C_{44} &= Q_{11}^n \cdot \left(\frac{4}{9} \delta \right) \end{aligned} \quad 5.11$$

Logo, substituindo as eq. 5.11 na eq. 5.7, obtém-se a eq. 5.12:

$$C_{ij} = \frac{2EA_n}{L^2} \begin{bmatrix} 1 + \frac{4}{9} \delta & \frac{4}{9} \delta & \frac{4}{9} \delta & 0 & 0 & 0 \\ & 1 + \frac{4}{9} \delta & \frac{4}{9} \delta & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 + \frac{4}{9} \delta & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{4}{9} \delta & 0 & 0 \\ & & & & \frac{4}{9} \delta & 0 \\ & & & & & \frac{4}{9} \delta \end{bmatrix} \quad 5.12$$

simétrica

A eq. 5.12 apresenta as componentes do tensor constitutivo, do contínuo equivalente que representa a estrutura em treliça analisada.

As constantes elásticas E , ν e μ se relacionam com as componentes do tensor constitutivo (C_{ij}) através das equações 5.13.

$$\begin{aligned}
 E &= C_{11} - \frac{2C_{12}^2}{C_{11} + C_{12}} \\
 \nu &= \frac{C_{12}}{C_{11} + C_{12}} \\
 \mu &= \frac{1}{2}C_{44}
 \end{aligned}
 \tag{5.13}$$

Substituindo-se as componentes do tensor constitutivo do sólido equivalente à estrutura treliçada nas equações 5.13, é obtida sua relação com as constantes elásticas E (módulo da elasticidade), ν (coeficiente de poisson), e μ (Módulo da elasticidade transversal) (eq. 5.14).

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{2EA_n(9+12\delta)}{L^2(9+8\delta)} \\
 \nu &= \frac{4\delta}{9+8\delta} \\
 \mu &= \frac{EA_n 4\delta}{9L^2}
 \end{aligned}
 \tag{5.14}$$

Das eq. 5.14 chega-se à eq. 5.15:

$$\delta = \frac{9\nu}{(4-8\nu)}
 \tag{5.15}$$

Considera-se oportuno salientar que no trabalho de NAYFEH e HEFTZY (1978) se comprovou que a matriz constitutiva representada pela equação 5.12, somente representa um sólido isotrópico e homogêneo para valores de $\delta = 9/8$, o qual significa que $\nu=0,25$. Das equações 5.10 e 5.14, obtém-se as equações 5.16:

$$\begin{aligned}
 EA_n &= \frac{L^2(9+8\delta)}{2(9+12\delta)} E \\
 EA_t &= \frac{\delta L^2(9+8\delta)}{\sqrt{3}(9+12\delta)} E
 \end{aligned}
 \tag{5.16}$$

Das relações apresentadas na equação 5.16, e considerado a rigidez das barras normais e diagonais como $\frac{EA_n}{L_n}$ e $\frac{EA_d}{L_d}$ respectivamente, é obtida a rigidez das barras do módulo cúbico equivalente ao contínuo que se deseja modelar, eq. 5.17. Onde L_n é o comprimento das barras normais (L_c) e L_d é o comprimento das barras longitudinais.

$$\frac{EA_n}{L_n} = \frac{L(9+8\delta)}{2(9+12\delta)} E$$

$$\frac{EA_d}{L_d} = \frac{2\delta L(9+8\delta)}{3(9+12\delta)} E$$
5.17

5.3. Massas Nodais.

Nos nós da treliça estão concentradas as massas, e a magnitude da mesma vai depender do volume de influência do nó. Considerando-se o módulo cúbico básico, pode-se notar que para cada módulo de volume L_c^3 existe ao todo a contribuição de dois nós: o nó central e um oitavo que aporta cada nó das arestas do módulo. Pode-se dizer que a massa do nó central do módulo cúbico vai estar determinada pela relação $\frac{\rho L_c^3}{2}$, onde ρ representa a densidade do material. Assim, a massa que corresponde a cada nó das arestas do módulo, vai estar determinada pela relação $\frac{\rho L_c^3}{16}$ multiplicada pela quantidade de módulos da qual participa tal nó. Em outras palavras, para os nós dos cantos do modelo global só existe a participação de um módulo, portanto, a massa será de $\frac{\rho L_c^3}{16}$. Os nós das aresta do modelo global participam de dois módulos portanto, a massa nos mesmos vai ser de $\frac{\rho L_c^3}{8}$. Finalmente, para os nós localizados nas superfícies do modelo global que participam de quatro módulos têm uma massa de $\frac{\rho L_c^3}{4}$.

5.4. Solução da Equação de Equilíbrio

Para cada nó de massa m é considerado o sistema de forças representado no diagrama de corpo livre mostrado na Fig. 5.4.

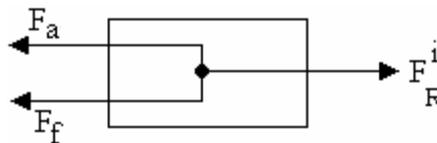


Fig. 5.4. Diagrama do corpo livre de um nó do modelo.

Onde:

F_f : Força de inércia

F_a : Força de amortecimento

F_R^i : Resultante da soma de todas as forças correspondentes ao nó i (cargas externas, força interna da barra) (eq. 5.18).

$$F_R^i = \sum_{b=1}^k f_r^b + F_{ext}^i \quad 5.18$$

A força interna de cada barra (f_r^b) é obtida a partir da relação força deformação. A equação de equilíbrio do sistema de forças para um nó mostrado na Fig. 5.4, pode ser escrito conforme a eq. 5.19, mostrada seguir.

$$F_R^i = M \ddot{x} + C \dot{x} \quad 5.19$$

onde: x : Vetor deslocamento nodal, M : Matriz de massas nodais (considerada diagonal),
 C : Matriz de amortecimento (também considerada diagonal).

A equação de equilíbrio 5.19, é integrada no tempo através de um esquema de integração explícita, o método de diferenças finitas centrais. Desta forma é obtida a coordenada atual do nó em cada passo de integração.

Em relação à matriz de amortecimento (C), foi utilizada a hipótese simplificada de considerar o amortecimento proporcional à massa (M) 5.20, HAYASHI(1982).

$$C = MD_f \quad 5.20$$

Sendo D_f uma constante vinculada ao coeficiente de amortecimento crítico ξ_n , eq. 5.21

$$D_f = \xi_n 2\pi f_n \quad 5.21$$

onde: f_n : Freqüência natural de vibração do modo n (Hz).

De um modo geral o modo n é adotado como sendo igual ao modo fundamental de vibração da estrutura.

5.5. Critério de Falha da Barra.

A relação força-deformação ($P-\varepsilon$) de cada barra responde ao diagrama bilinear mostrado na Figura 5.5, proposto por ROCHA (1989). Dois parâmetros fundamentais caracterizam esta relação bilinear: a deformação crítica da barra (ε_p) que define a deformação a partir da qual começa verificar-se dano na barra, e a energia específica de fratura (G_c) que define a deformação de ruptura ε_r . A carga crítica P_c vai estar determinada pela relação $P_c = EA.\varepsilon_p$ onde EA representa a rigidez da barra e a mesma é proporcional ao módulo de elasticidade (E) do material. Como pode ser observado na Fig. 5.5, a ruptura da barra somente é considerada quando a mesma está submetida à tração.

A obtenção da deformação crítica da barra (ε_p) tem suas bases na mecânica linear elástica da fratura considerando estado plano de deformações, como será mostrado a seguir.

Particularizando para o caso da barra, a expressão para o K_{IC} e sua relação com a energia específica de fratura poderiam ser escritas como mostram as equações 5.22. Substituindo a tensão crítica por $E.\varepsilon_p$ e realizando as devidas transformações algébricas chega-se à eq. 5.23.

$$\begin{aligned} K_{IC} &= Y.P_c.\sqrt{a} \\ G_c &= \frac{K_{IC}^2.(1-\nu^2)}{E} \end{aligned} \quad 5.22$$

$$\left(Y.E.\varepsilon_p.\sqrt{a}\right)^2 = \frac{E.G_c}{(1-\nu^2)} \quad 5.23$$

$$\varepsilon_p = R_{fc}.\sqrt{\frac{G_c}{E.(1-\nu^2)}} \quad 5.24$$

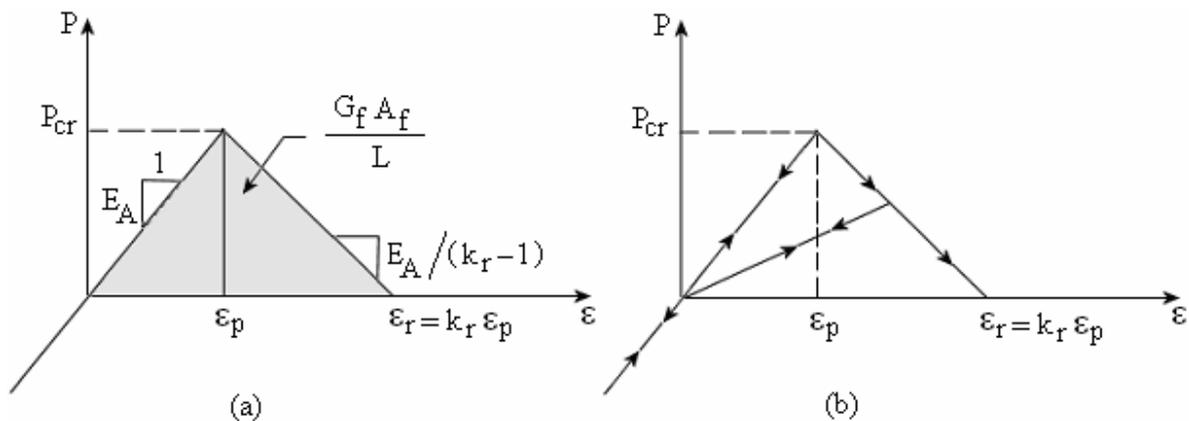


Fig. 5.5. Lei constitutiva bilinear atribuída a cada barra do modelo (a) parâmetros envolvidos na lei constitutiva, (b) Comportamento em tração e compressão ROCHA (1989).

Isolando o ε_p na eq. 5.23 se obtém a eq. 5.24, onde o R_{fc} é chamado de fator de falha e, o mesmo contém informações sobre o tamanho de defeito característico (a) da micro-estrutura do material, e suas características geométricas (Y), relacionados como mostra a eq. 5.25.

$$R_{fc} = \frac{1}{Y.\sqrt{a}} \quad 5.25$$

A relação entre G_f e a área abaixo da curva da Figura 5.5, está determinada pela eq. 5.26.

$$\int_0^{\varepsilon_r} P(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{G_c \cdot A_f}{L_c} = \frac{K_r \cdot \varepsilon_p^2 \cdot E \cdot A_n}{2} \quad 5.26$$

onde: A_f : Área de fratura da barra. Determinada por ROCHA (1989), $A_f = 0.1385x L_c^2$.

Para que a relação constitutiva seja estável deve-se cumprir que $K_r \geq 1$, sendo que K_r é função das propriedades mecânicas do material e da discretização adotada (L_c). Desta forma a inclinação do ramo descendente da curva bilinear apresentada na Fig. 5.5, depende do tamanho do elemento (L_c) utilizado no modelo. Esta característica deixa evidente como o critério de falha utilizado considera o efeito de escala inerente aos problemas de fratura. Para maior informação a este respeito se recomenda consultar os trabalhos de RIOS e RIERA (2004), e ITURRIOZ *et al* (2007), onde são verificadas as características do efeito de escala no critério de falha.

Cabe destacar que a forma bilinear que determina a relação força deformação da barra (Fig. 5.5), poderia ser substituída por outra, visando coerência entre o comportamento do modelo em MED e do material que se quer modelar. Outras modificações já realizadas na forma da curva de falha da barra foram desenvolvidas por MIGUEL, RIERA e DALGUER (2006).

Finalizando a descrição da formulação em elementos discretos (MED) utilizada, cabe salientar que é possível incorporar características aleatórias nas propriedades mecânicas do material que se quer modelar, através de um coeficiente de variação pré-estabelecido que é introduzido como parâmetro de entrada. Estas características da formulação têm sido exploradas em vários trabalhos dentre os quais podem ser citados os desenvolvidos por ROCHA (1989); ITURRIOZ (1995) e RIOS (1995), entre outros.

Particularmente neste trabalho, não é introduzida aleatoriedade nas propriedades mecânicas, porém, a microestrutura a ser modelada contém componentes particulados distribuídos de forma dispersa que acabam introduzindo variabilidade nas propriedades.

CAPÍTULO 6 MODELO MECÂNICO E MATEMÁTICO DA TENACIFICAÇÃO POR FIBRAS

6.1 A Trinca

Será utilizada a trinca tipo *opening mode* ou modo “abrindo” (Modo I). Trinca com superfície plana e propagação paralela.

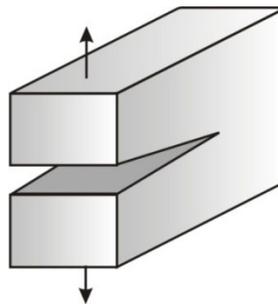


Fig.6.1. Trinca considerada – Modo I.

6.2 Fibras

Fibras com geometria circular, considerando o diâmetro e comprimento, e propriedades como módulo de elasticidade (Módulo Young, E_f) e resistência (σ_{fu}).

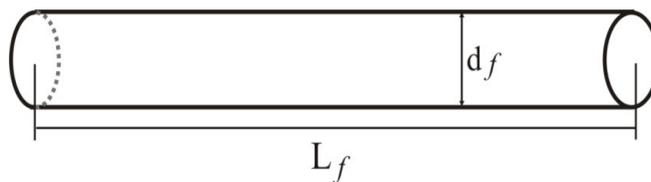


Fig. 6.2. Geometria da fibra.

Tanto a matriz quanto a fibra serão considerados materiais elásticos, isotrópicos e homogêneos.

6.3 Materiais Compostos

Considerado a composição da matriz com fibras, sabendo a porcentagem volumétrica de fibras no composto (V_f), resistência cisalhante de atrito entre as interfaces fibra/matriz (τ_0) e módulo de elasticidade da matriz (E_m).

As fibras têm distribuição aleatória, com ângulo $0 \leq \theta \leq 90^\circ$ com a normal do plano da trinca (Fig. 6.3).

6.4 Metodologia e Conceitos para Elaboração dos Modelos

Serão considerados e aplicados conceitos típicos de Mecânica da Elasticidade, Mecânica da Fratura e o Método de Elementos Discretos, propondo um modelo mecânico que possa calcular as forças e tensões às quais as fibras estão sujeitas quando uma trinca principal aparece na matriz frágil, e a contribuição dessas fibras para a tenacidade do material composto.

Simulações e resultados são obtidos através de implementação de programas computacionais em FORTRAN e MATLAB com a utilização do pós-processo do software ANSYS.

6.5 Delimitações de Dimensões e Funções de Distribuição da Fibra

A distribuição randômica das fibras de acordo com LI e CHAN (1993) considera o ângulo de inclinação da fibra referente à normal ao plano da trinca, sendo que a distribuição randômica da fibra na matriz equivale a dizer que a probabilidade da parte final da fibra que está enterrada na matriz está em algum ponto da superfície hemisférica como mostra (Fig.6.3).

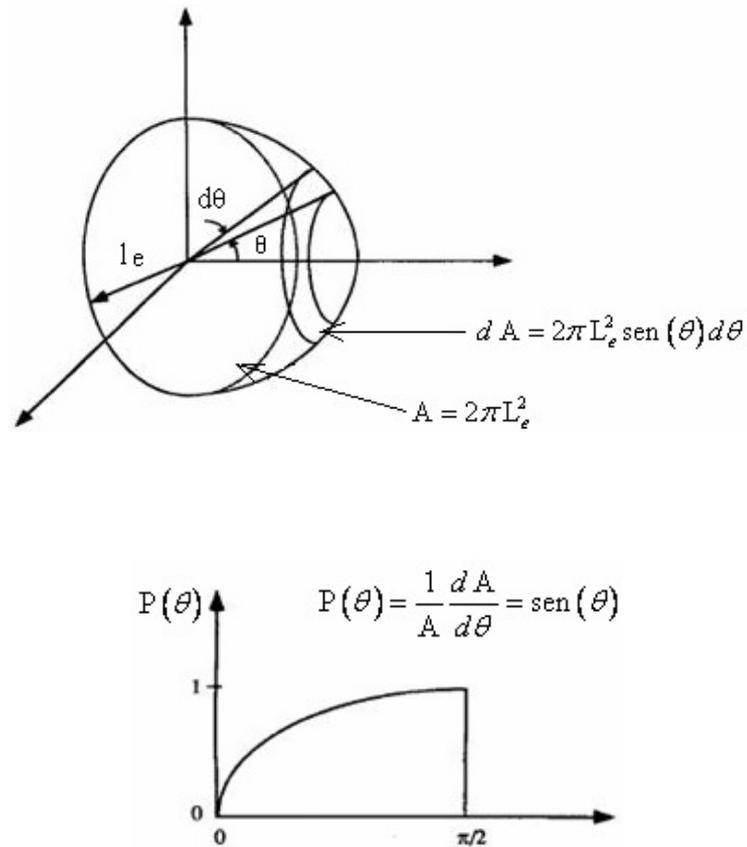


Fig. 6.3. Orientação 3-D randômica da fibra onde o comprimento enterrado tem sua parte final na superfície hemisférica e a probabilidade $P(\theta)$.

6.6 Layout da Fibra em Relação à Superfície da Trinca

A fibra inclinada num ângulo θ em relação ao vetor normal da superfície fraturada com parte da fibra enterrada l_e , WANG *et al* (2010).

Observando a Figura 6.4 mostra-se uma fibra antes da deformação pela propagação da trinca, podemos considerar que o comprimento livre inicial (descolado) é $2l_e$.

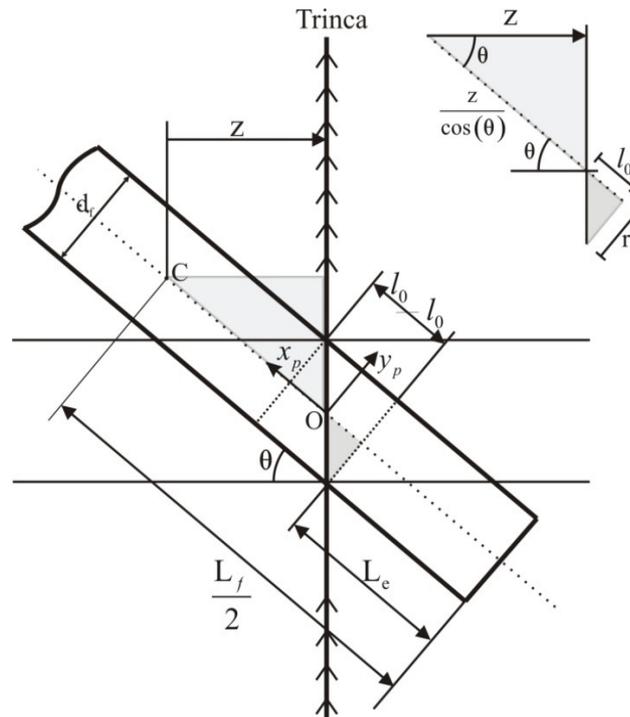


Fig. 6.4. Configuração da fibra antes da trinca abrir.

Claramente, pela geometria, tem-se o comprimento enterrado da fibra inicialmente dado por

$$L_e = \frac{L_f}{2} - \frac{z}{\cos \theta} - l_0 \quad 6.1$$

Observado l_0 na figura, temos que

$$\tan(90 - \theta) = \frac{r}{l_0} \quad 6.2$$

Pelas relações trigonométricas $l_0 = r \tan \theta$

$$l_0 = r \tan \theta \quad 6.3$$

$$L_e = \frac{L_f}{2} - \frac{z}{\cos \theta} - \frac{d_f \cdot \tan \theta}{2} \quad 6.4$$

Para $L_e > 0$, obtemos

$$0 < z < \frac{L_f}{2} \cos \theta - \frac{d_f \cdot \tan \theta}{2} \quad 6.5$$

Onde z é a distância do centro da fibra até o plano da trinca.

De $l_0 = r \tan \theta$, temos

$$d_f \tan \theta = 2l_0 < \frac{L_f}{2} \quad 6.6$$

LI e CHAN (1993), sugere que

$$\theta \leq \frac{\pi}{2} \quad 6.7$$

Mas observando a Figura 6.4, verificamos que o ângulo de inclinação da fibra que realmente contribuirá com a tenacidade é limitado por

$$\theta < \arctan \frac{L_f}{d_f} \quad 6.8$$

Assim as probabilidades de que o ângulo θ e a distância z aconteçam é dada por

$$P(\theta) = \frac{2}{L_f} \quad \text{para } 0 \leq \theta \leq \arctan \left(\frac{L_f}{d_f} \right) \quad 6.9$$

$$p(z) = \frac{2}{L_f} \quad \text{para } 0 \leq z \leq \frac{L_f \cos(\theta) - d_f \sin(\theta)}{2}$$

6.7 Determinação da Tenacidade a Fratura pelos Resultados de Energia através do Método de Elementos Discretos

O número de fibras dN com ângulo inclinado entre θ e $\theta+d\theta$ e centros localizados entre z e $z+dz$ que estão ligados ao plano de trinca, podem ser calculados por:

$$dN = N_t p(\theta) d\theta p(z) dz = \frac{A_c}{A_f} V_f \text{sen}\theta d\theta \frac{2}{L_f} dz \quad 6.10$$

$$N_t = \frac{V \text{ total de fibras}}{\text{Volume por fibra}} = \frac{A_c L_f V_f}{L_f A_f} = \frac{A_c}{A_f} V_f \quad 6.11$$

onde: $A_c = \frac{A_f}{V_f}$ é uma área qualquer no plano trincado

Cada uma das fibras contribui com uma energia $U_1(\theta, z)$, que será determinada pelos cálculos, usando o programa do Método de Elementos Discretos. Então a energia total contribuindo por diversas fibras poderá ser determinada pela seguinte fórmula.

$$U_{total} = \int U_1 dN = \int_0^{\frac{L_f}{2}} \frac{2}{L_f} dz \int_0^{\arctan(L_f/d_f)} U_1 \frac{A_c}{A_f} V_f \text{sen}\theta d\theta \quad .12$$

Atualmente o programa consegue somente a simulação bi-dimensional com o estado de deformação plana, assim os resultados de energia U_b podem ser considerados para uma fatia da parte central da fibra. Na secção transversal da fibra esta fatia tem altura igual ao raio $2R$ da fibra como mostrado pela textura na Fig. 6.5. Para expandir este modelo bi-dimensional para um tri-dimensional, precisa calcular outras fatias com alturas menores como nos sombreados da Fig. 6.5. Para este fim supomos que a energia é proporcional à área da fatia seccional da fibra, está suposição precisa ser confirmada. Usando U_b e A_b como base, então a energia contida em uma fibra completa pode ser calculada pela fórmula seguinte:

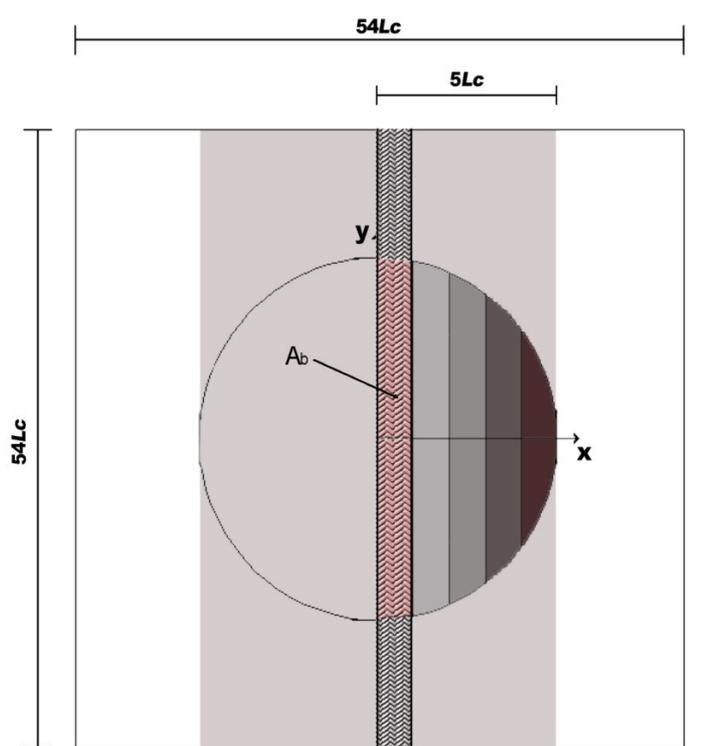


Fig. 6.5 Expansão do modelo bi-dimensional para um tri-dimensional.

$$U_1 = 4 \int_{\frac{A_f}{4}}^{\frac{A_b}{2}} \frac{U_b}{2A_b} dA = 4 \int_0^R \frac{U_b}{2A_b} y dx = \frac{2U_b}{A_b} \int_0^{\frac{\pi}{2}} R \sin\theta R (-\sin\theta) d\theta = -\frac{2U_b R^2}{A_b} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos 2\theta}{2} d\theta = \frac{U_b R^2}{A_b} \cdot \frac{\pi}{2} \quad 6.13$$

Como $A_b = RL_c$ e tomando no calculo $R = 5L_c$, então

$$U_1 = \frac{U_b R^2 \pi}{2A_b} = \frac{U_b (5L_c)^2 \pi}{2(5L_c)L_c} = \frac{5\pi U_b}{2} \quad 6.14$$

Deve-se enfatizar que essa energia não é somente para a região que contém as fatias de fibras (na cor cinza), mas também é considerada para uma área de secção transversal da trinca: $(54L_c)^2$. Isto implica que as regiões brancas na secção transversal não contém energia, pois não tem reforço pela fibra. Pela dimensão dada à fração volumétrica de fibras é determinada por

$$V_f = \frac{A_f}{A_c} = \frac{R^2 \pi}{A_c} = \frac{(5L_c)^2 \pi}{(54L_c)^2} = 0,027 = 2,7\% \quad 6.15$$

Deste modo, U_1 é considerada para a secção transversal A_c , então a tenacidade a fratura é dada por

$$G_c = \frac{U_{total}}{A_c} \quad 6.16$$

Ainda lembrando que U_1 é contribuída por uma fibra inclinada então ela é uma função de θ e z . Pela dada dimensão, temos $A_c = (54L_c)^2$, $V_f = 2,7\%$ então $\frac{A_c}{A_f} V_f = 1$.

Consequentemente pela equação 6.12

$$G_c = \frac{U_{total}}{A_c} = \frac{V_f}{A_f} \int_0^{\arctan(L_f/d_f)} d\theta \int_0^{(L_f \cos(\theta) - d_f \sin(\theta))/2} \frac{U_b(\theta, z) 5\pi \sin\theta}{2} \frac{2}{L_f} dz \quad 6.17$$

Onde $U_b(\theta, z)$ será obtida pelo programa do Método de Elementos Discretos bi-dimensional.

6.8 Determinação da Tenacidade a Fratura pelos Resultados de Forças de Reações através do Método de Elementos Discretos

O programa pode analisar problemas dinâmicos. As restrições de deslocamentos são aplicadas através da aplicação de velocidade e o tempo percorrido assim,

$$dis = VF \cdot \Delta T \quad 6.18$$

Onde VF é a velocidade e ΔT é o tempo percorrido. A equação 6.18 implica que a velocidade é constante apesar de que o programa pode aplicar uma velocidade variável.

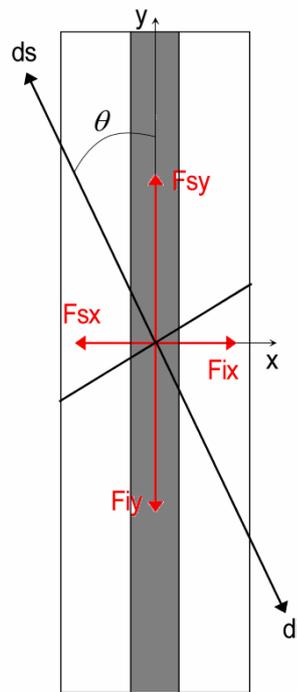


Fig. 6.6 Layout da fibra inclinada ao plano de fratura e as resultantes das reações e o deslocamentos.

O programa oferece os resultados das reações nos contornos. Multiplicando estas pelos deslocamentos correspondentes nos contornos podemos obter o trabalho feito pelas reações. Teoricamente este trabalho deveria ser igual à energia contida no material composto pela fibra, interface e matriz. O programa também oferece a resultante das reações das partes superiores e inferiores. A Fig. 6.6 mostra o layout da fibra inclinada ao plano de fratura e os resultantes das reações e os deslocamentos. Pela figura podemos obter as componentes dos deslocamentos:

$$dsy = |ds| \cos \theta \quad 6.19$$

$$dsx = -|ds| \sen \theta \quad 6.20$$

$$diy = -|di| \cos \theta \quad 6.21$$

$$dix = |di| \sen \theta \quad 6.22$$

onde $dis = |ds| = |di|$ é o valor de deslocamento, dsx e dsy são os componentes em x e y respectivamente da parte superior; dix e diy são os componentes em x e y respectivamente da parte inferior.

O trabalho W , feito pelas resultantes de reações superiores W_s e inferiores W_i é determinado pelas seguintes equações

$$W_s = \vec{F}_s \cdot \vec{d}_s = F_{sx} d_{sx} + F_{sy} d_{sy} \quad 6.23$$

$$W_i = \vec{F}_i \cdot \vec{d}_i = F_{ix} d_{ix} + F_{iy} d_{iy} \quad 6.24$$

$$W = W_s + W_i = |dis| \left[\text{sen}\theta (F_{ix} - F_{sx}) - \cos\theta (F_{iy} - F_{sy}) \right] \quad 6.25$$

$$W = |dis| \left[\text{sen}\theta (F_{ix} - F_{sx}) - \cos\theta (F_{iy} - F_{sy}) \right] \quad 6.26$$

6.9 Tensão de Ponte Proveniente das Fibras no Plano Trincado

De acordo com LI e CHAN (1993) a tensão da ponte é ligada a abertura u com a força de ponte N de cada fibra, que é indispensável para calcular o aumento da tenacidade à fratura, conforme a equação

$$\sigma_c(u) = \frac{V_f}{A_f} \int_0^{\arctan(L_f/d_f)} \int_0^{(L_f \cos(\theta) - d_f \text{sen}(\theta))/2} N(u, \theta, z) P(\theta) p(z) dz d\theta \quad 6.27$$

onde $N(u, \theta, z)$ é a força axial na fibra em seu respectivo processo, que deveria igual à resultante das reações. A abertura da trinca é igual $2dis$.

Através dessa equação percebemos que a chave de obtenção da tensão de ponte é encontrar a força axial N em relação à abertura u para uma dada fibra inclinada e distante da superfície fraturada z . A maior dificuldade no cálculo do aumento da tenacidade a fratura está nessa relação. Por isso a obtenção dessa relação é o foco da pesquisa da área. Na literatura

quase todas as pesquisas propõe a parte da fibra que fica fora da matriz como uma viga em balanço. Essa pré-hipótese é adequada apenas quando a parte que fica fora da matriz atinge mais que seis ou oito vezes o diâmetro da fibra. Mas no início da abertura da trinca, a hipótese está completamente incorreta. Porém muitas fibras podem ser quebradas e a matriz é danificada no estágio do início da abertura porque a maior força axial ocorre neste estágio. Em consequência, a tenacificação será influenciada fortemente. Na literatura ainda não encontram-se os trabalhos focados no estágio do *início da abertura*, por isso ele se torna o objetivo deste trabalho. Neste trabalho a força N é substituída pelo resultante das reações, que por sua vez, são determinadas pelo MED.

6.10 Aumento de Energia de Fratura G_c

O aumento de energia de fratura G_c , ou seja, tenacificação, com unidade J/m^2 , é encontrada através da área formada pela curva $\sigma_c - u$, ou seja,

$$G_c = \int_0^{dis} \sigma_c(u) du = \int_0^{dis} \frac{V_f}{A_f} \int_0^{\arctan(L_f/d_f)} \int_0^{(L_f \cos(\theta) - d_f \sin(\theta))/2} N(u, \theta, z) P(\theta) p(z) dz d\theta du \quad 6.28$$

Substituindo a parte da integral: $\int_0^{dis} N(u, \theta, z) du$ pelo trabalho realizado pelas reações sobre cada fatia como determinado pela 6.28, podemos obter:

$$\begin{aligned} G_c(dis) &= \int_0^{dis} \sigma_c(u) du = \frac{V_f}{A_f} \int_0^{\arctan(L_f/d_f)} \int_0^{(L_f \cos(\theta) - d_f \sin(\theta))/2} 10W(\theta, z) P(\theta) p(z) dz d\theta \\ &= \frac{V_f}{A_f} \int_0^{\arctan(L_f/d_f)} \frac{2}{L_f} dz \int_0^{(L_f \cos(\theta) - d_f \sin(\theta))/2} 10W(\theta, z) \sin\theta d\theta \end{aligned} \quad 6.29$$

onde $W(\theta, z)$ é o trabalho feito pelas reações sobre apenas uma fatia de espessura L_c que é obtido pelo MED e o coeficiente 10 indica que uma fibra é constituída pelas 10 fatias idênticas.

Neste trabalho, foi utilizada duas maneiras para obter-se a tenacidade como mostram as equações 6.28 e 6.29. Na primeira é através da energia obtido pelo MED e a segunda é através do trabalho feito pelos resultantes das reações nos contornos.

CAPÍTULO 7 RESULTADOS E ANÁLISES

7.1 Casos Modelados e Parâmetros Utilizados

Para todos os casos, a placa é de $200 \times L_c$ na altura, $54 \times L_c$ na largura e $1 \times L_c$ na espessura, a fibra tem a mesma altura da placa mas $10 \times L_c$ de largura, a interface também possui a mesma altura da placa com $1 \times L_c$ de largura (Fig. 7.1). L_c é a dimensão do lado do módulo cúbico da formulação no MED utilizado, cujo valor é 10^{-5} m. Aplica-se um deslocamento de $0,4 \mu\text{m}$ a baixa velocidade nas direções perpendiculares ao plano trincado. A tabela 7.1 mostra os parâmetros usados nos casos investigados.

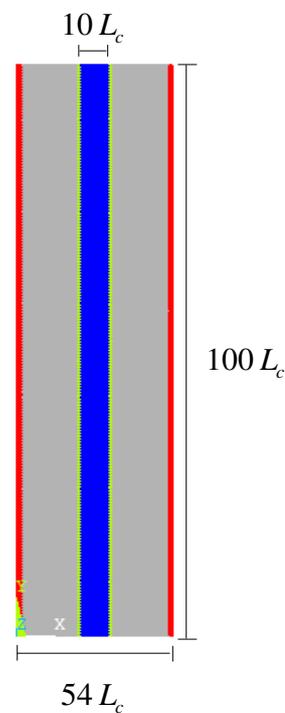


Fig. 7.1 Dimensões da placa. A cor cinza é matriz, a azul fibra, a verde interface e vermelho contorno lateral.

Tabela 7.1 Parâmetros usados nos casos investigados.

Material	Variáveis	Dados 2	Dados 4	Dados 5	Dados 3	Dados 6
Matriz	E (GPa)	30	Idem aos dados 2			
	ν	0,25				
	σ_f (MPa)	3,7				
	G_c (N/m)	24				
	ρ (Kg/m ³)	2500				
	R (1/√m)	4,21				
Fibra	E (GPa)	200	200	200	60	60
	ν	0,3	0,3	0,3	0,35	0,35
	σ_f (MPa)	797	797	1200	2254	1200
	G_c (N/m)	18000	18000	18000	564	564
	ρ (Kg/m ³)	7800	7800	7800	1250	1250
	R (1/√m)	12,67	12,67	19,08	363	193,24
Interface	E (GPa)	40	40	40	40	40
	ν	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
	σ_f (MPa)	5	2,76	5	5	5
	G_c (N/m)	16	5	16	16	16
	ρ (Kg/m ³)	2800	2800	2800	2800	2800
	R (1/√m)	6,053	6,053	6,053	6,053	6,053

Os dados 2, 4, 5 são de fibras de aço enquanto os dados 3 e 6 são de fibras sintéticas. Entre os dados 2 e 4 a diferença principal é a resistência da interface (veja a tabela 7.1 na cor vermelho). Entre os dados 2 e 5, o dado 5 possui uma resistência da fibra maior que a do dado 2 (veja a tabela 7.1 na cor verde). Os dados 3 e 6 possuem principalmente as resistências das fibras diferentes (veja a tabela 7.1 na cor laranja).

7.2 Resultados e Análise

7.2.1 Distribuição de tensões

As figuras das distribuições de tensão de Von Mises ANSYS (1994), são obtidas através do pós-processo do ANSYS. A Fig. 7.2 mostra algumas distribuições da tensão de Von Mises para as fibras de aço. Na figura, u é o deslocamento aplicado e u_q é o deslocamento aplicado com que ainda não aconteceu nenhuma quebra em que os nós ficassem muito distantes, permitidos pelo ANSYS. Com este parâmetro podemos saber se a quebra acontece cedo ou tarde relativamente.

Através da comparação das figuras, podemos inferir que quanto maior a inclinação da fibra de aço mais cedo as barras se quebram. Isto ocorre devido a existência de alta compressão entre a fibra e a matriz quando a fibra está inclinada. Observando que com ângulo de 0° , o deslocamento suportado sem quebras u_q para os dados 2, 4 e 5 foram respectivamente: $u_q=0,05\mu\text{m}$, $u_q=0,06\mu\text{m}$ e $u_q=0,08\mu\text{m}$ (a primeira coluna da Fig 7.2), sendo que com o ângulo de 30° estes deslocamentos diminuíram, sendo eles de $u_q=0,02\mu\text{m}$, $u_q=0,02\mu\text{m}$ e $u_q=0,01\mu\text{m}$ e para 60° os deslocamentos suportados foram de apenas $u_q=0,01\mu\text{m}$ para todos os dados.

Observando as figuras com dados diferentes, podemos concluir que as fibras com maior resistência (o dado5) suportam maiores deslocamentos. Isto acontece, quando mesmo possuindo módulos de elasticidade iguais, por possuir uma resistência maior a deformação crítica também é maior.

7.2.2. Quebras

A Fig. 7.3 ilustra as quebras acontecidas para o caso $\theta=0^\circ$. Analisando as figuras, podemos observar que aumentando a distância da trinca do centro da fibra $z=0$ para $z=50$, ocorrem pequenas diferenças na quantidade de barras quebradas e na forma de distribuição das mesmas (veja as Fig. 7.3 (a) e (b)).

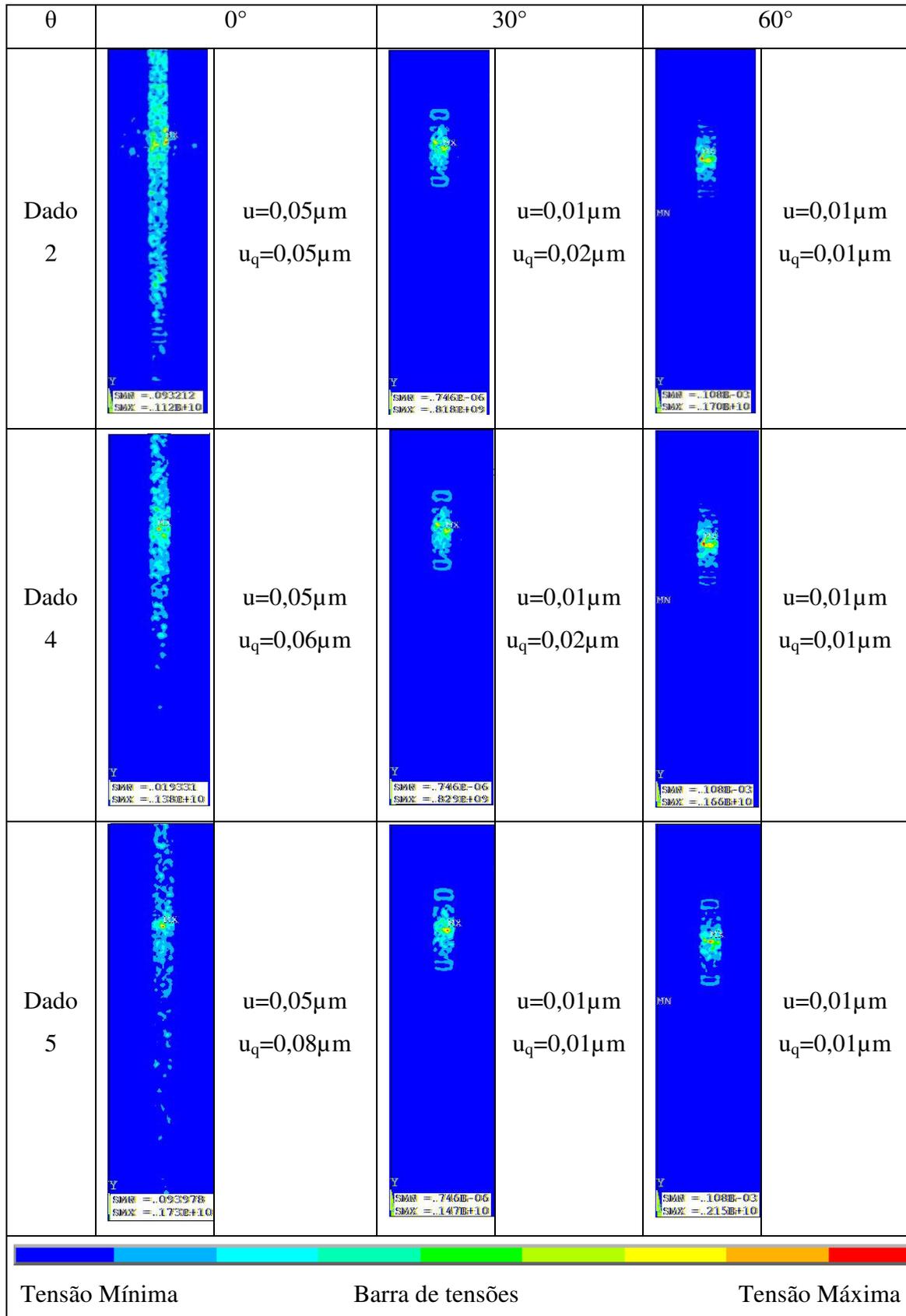


Fig. 7.2 As distribuições da tensão de Von Mises sob condição de restrição de deslocamento aplicado .

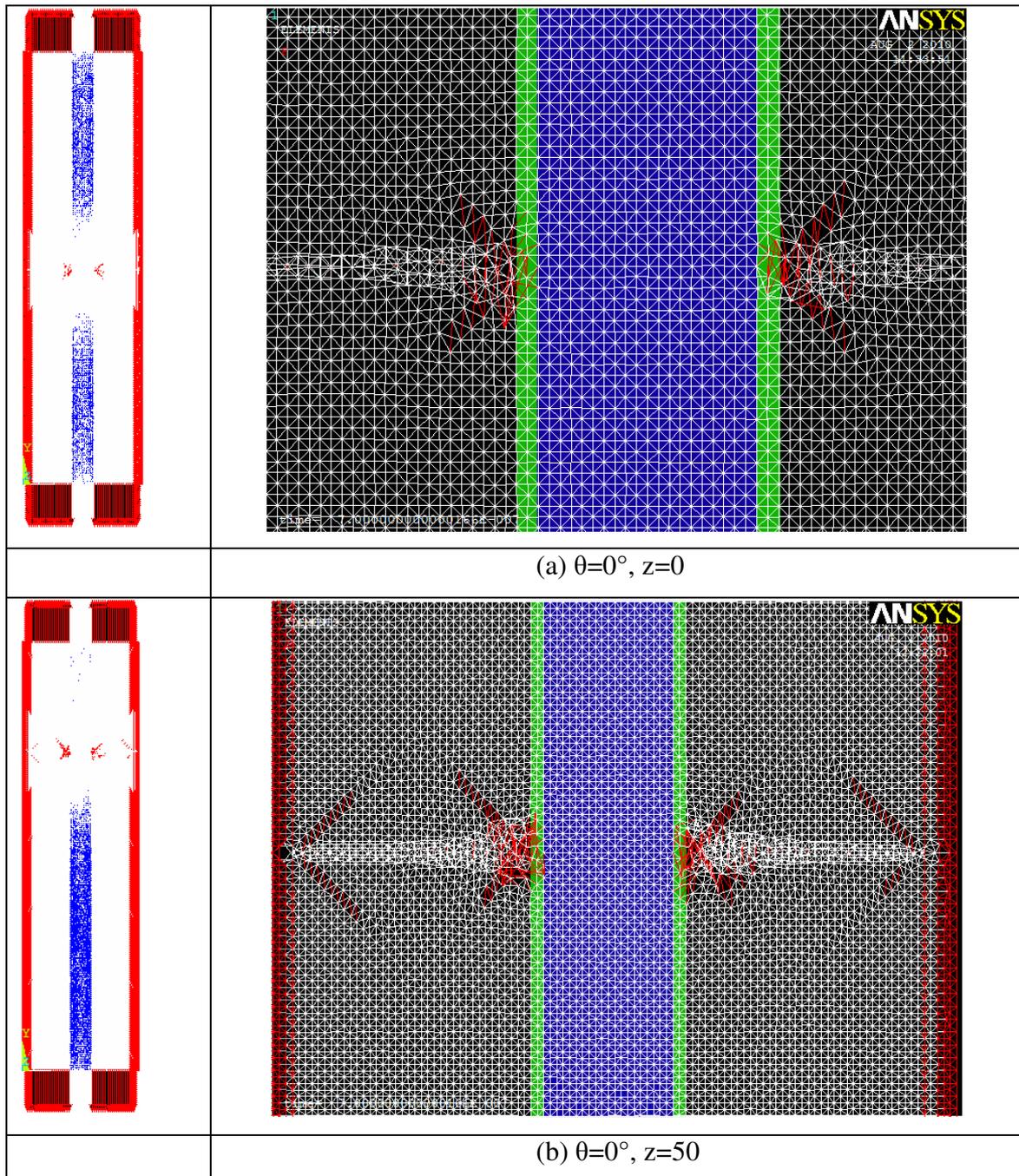


Fig. 7.3 Danos no material.

A cor azul indica a barra ainda está no estado elástico; a cor branca indica que a barra já está com dano mas continua carregando; a cor vermelho indica que a barra já foi quebrada e não carrega mais. A figura direita é uma ampliação da região na intersecção da fibra com a trinca.

A Fig. 7.4 mostra uma comparação entre diferentes ângulos de inclinação da fibra ((a) $\theta=0^\circ$ e (b) $\theta=60^\circ$) e a comparação entre diferentes posições da trinca em relação ao centro da

fibra ((b) $z=0$ e (c) $z=50 L_c$). Claramente podemos observar que quanto maior a inclinação da fibra maior é a quebra (veja (a) e (b)). Mas mais uma vez, a posição da trinca não tem muita influência nas quebras, quando não está perto da extremidade da fibra (para a Fig. 7.4(b), a fibra está distante da extremidade da fibra $100 L_c$ enquanto na Fig. 7.4(c), $50 L_c$).

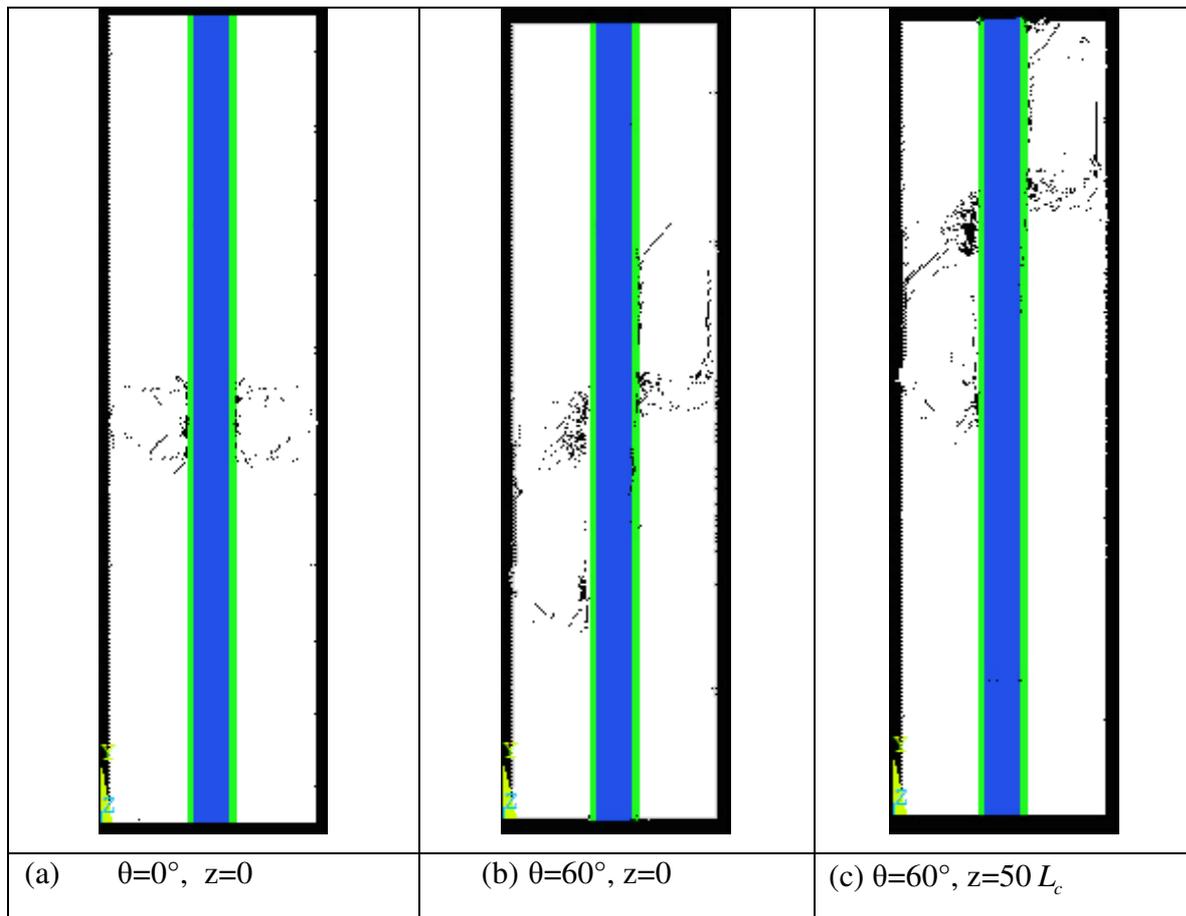


Fig. 7.4 Danos para a fibra de aço (Dado2)

A Fig. 7.5 mostra os danos para diferentes dados com $\theta=60^\circ, z=50 L_c$, tempo= $1,4e-6s$, $dis=0,2 \mu m$, sendo os dados 2, 4 e 5 fibras de aço e o dado 6 fibra sintética. Podemos notar que o dado 5 apresenta uma maior quebra das barras da matriz do que os dados 2 e 4 (as barras da fibra não foram quebradas, isto pode ser observado na Fig. 7.5 (e) que é uma ampliação da região de quebras concentradas da Fig. 7.5).

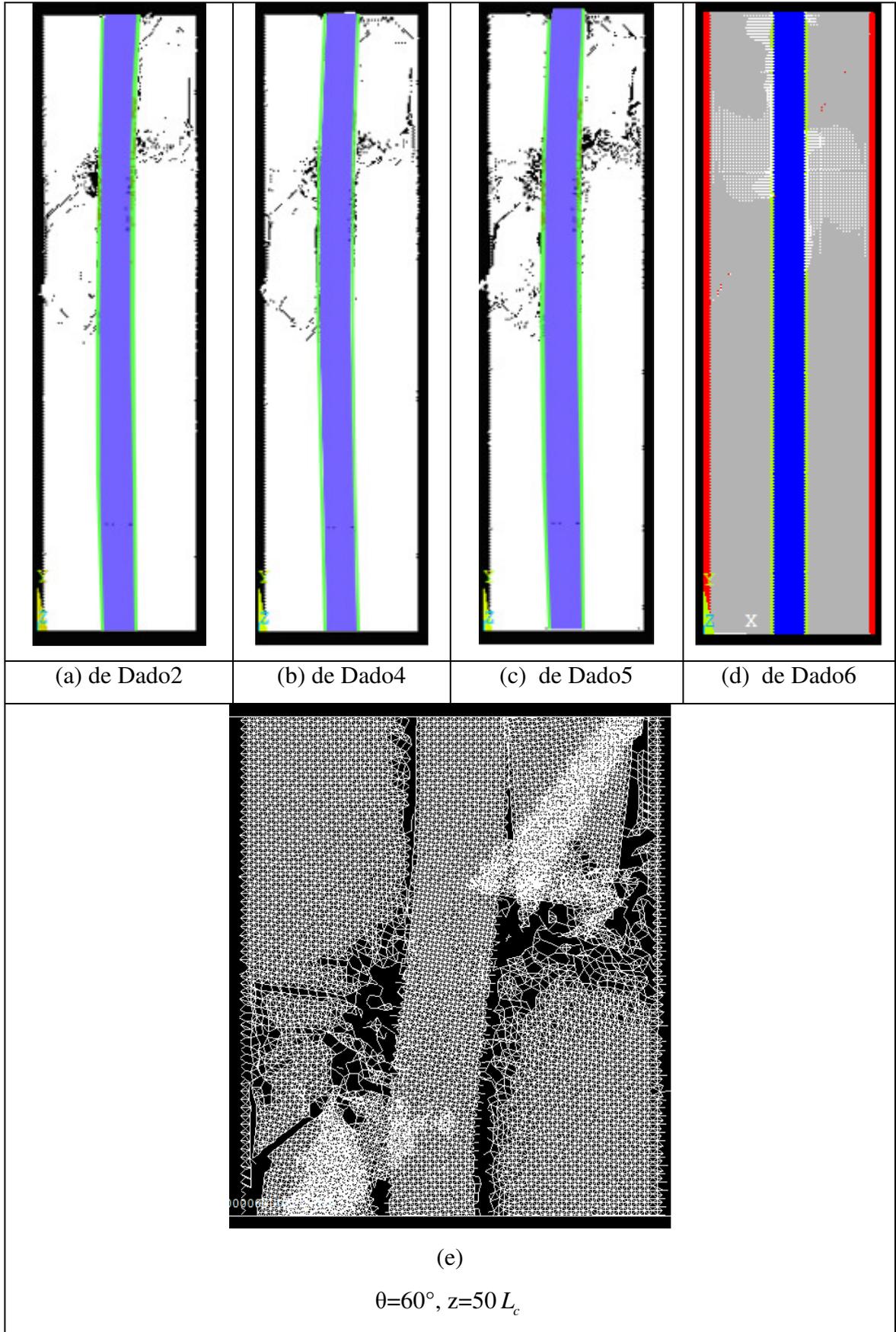


Fig. 7.5 Comparação de quebras entre diferentes dados.

Na comparação as quebras do dado 2 são menor que as do dado 4, devida sua interface ser mais forte que a do dado 4. Ainda não encontra uma explicação pelas quebras do dado 5 serem maiores, pois o dado 5 possui maior resistência da fibra que o do dado 2 e maior resistência da interface que o do dado 4.

Comparando a Fig. 7.5 (d) (fibra sintética) com a Fig. 7.5 (c) (fibra de aço), apesar das fibras terem mesmas resistências (1200MPa), o módulo de elasticidade da fibra sintética é bem inferior ao de aço, ou seja, a fibra sintética é mais flexível e tem a deformação crítica bem maior do que a do aço, por isso a fibra sintética produz uma pressão na matriz bem menor que a produzida pela fibra de aço, isto faz com que o dano na matriz seja bem menor que o do aço.

7.2.3. Distribuição de tensões nas fibras sintéticas

A Fig.7.6 mostra as tensões nos diferentes ângulos para fibras sintéticas. Com $\theta=0^\circ$ a fibra recebe maior força por isso possui tensão mais alta. Com o aumento da inclinação a

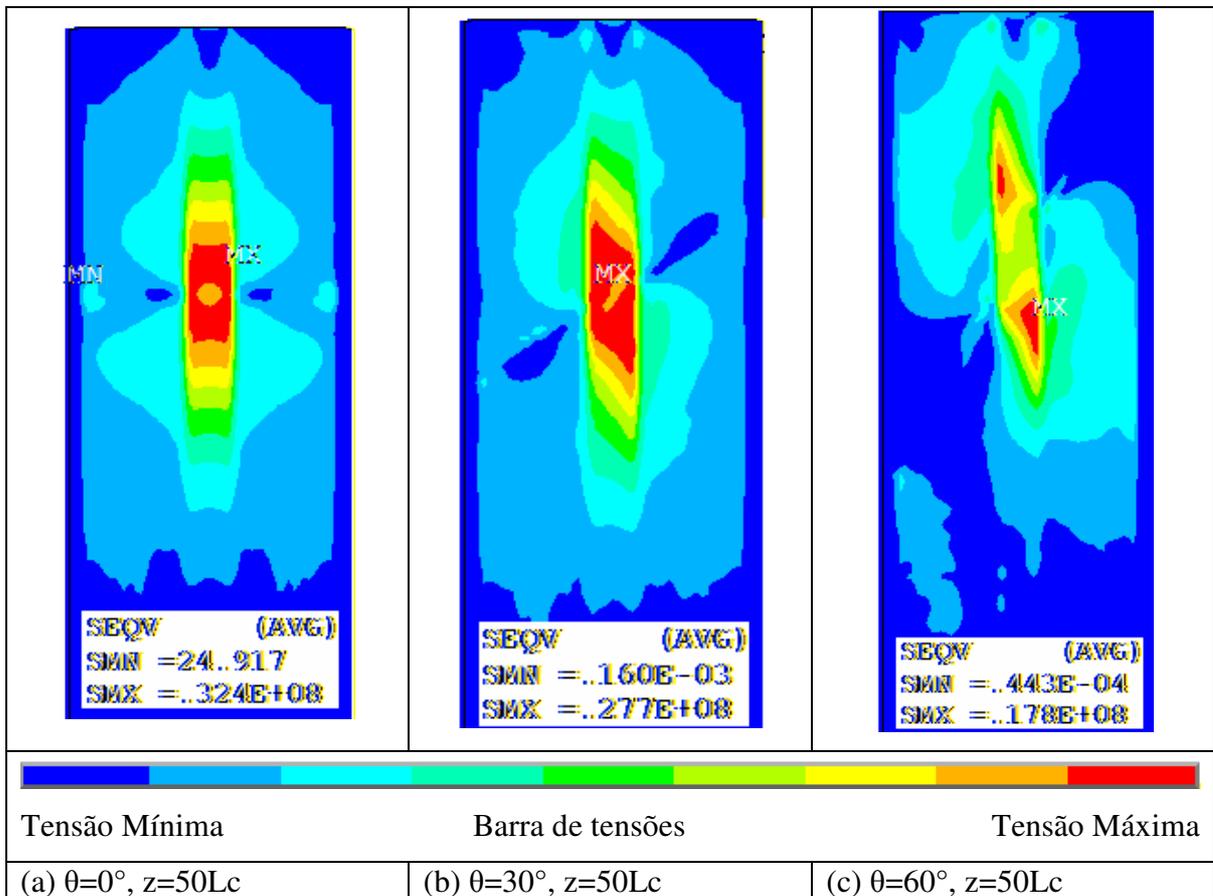


Fig. 7.6 Distribuição da tensão de Von-Mises. (a), (b) e (c) é dos dados 3.

força recebida pela fibra diminui conseqüentemente a tensão na fibra diminui. O resultado do dado 6 é quase idêntico ao do dado 3 pois a diferença nas resistências das fibras dos dados 3 e 6 ainda não mostra o efeito pois a tensão nas fibras são muito baixas.

7.2.4. Tensões de ponte

A Fig. 7.7 mostra as tensões de ponte (veja a definição pela equação 6.27). É interessante observar na Fig. 7.7, a maneira de subida das tensões das fibras de aço (dados 2, 4 e 5): subir, cair e subir novamente. A caída pode ser provocada quando a quebra é substancial, mostrando o descarregamento e depois na subida o recarregamento.

Para as fibras sintéticas (Dados 3 e 6) isso não acontece pois não existe quebra nas barras e o carregamento esta subindo constantemente com uma baixa muito pequena, isto ocorre devido a flexibilidade da fibra sintética.

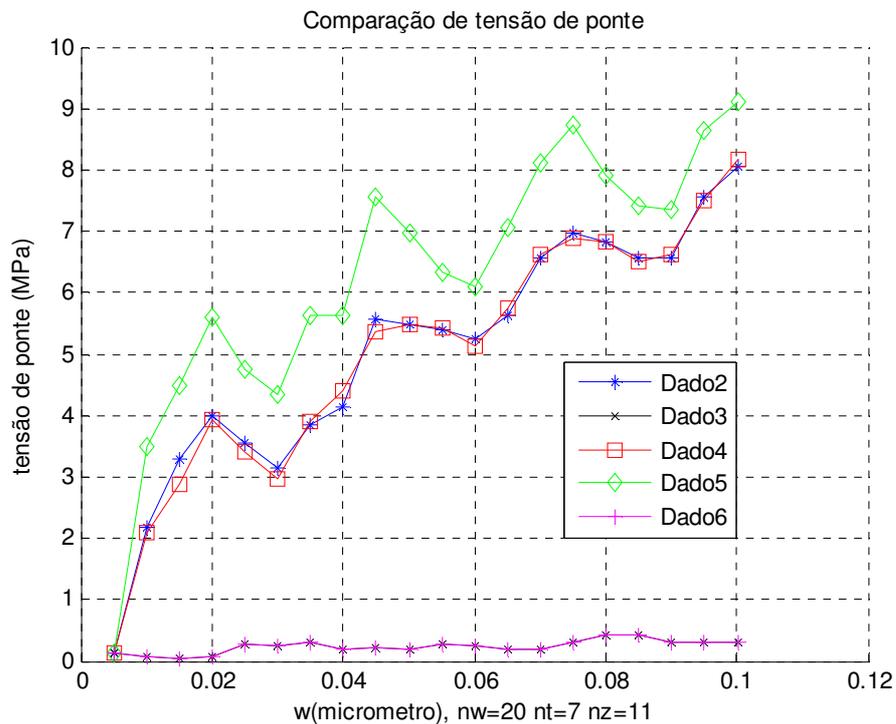


Fig. 7.7 Tensão de ponte.

7.2.5. Relação entre a energia dissipada e o ângulo de inclinação da fibra

A Fig. 7.8 mostra o desenvolvimento da energia elástica e da energia dissipada por danos para $dis=0,2 \mu\text{m}$. Podemos observar que a energia elástica sempre é maior que a energia dissipada pelo dano (veja linhas vermelhas comparando com as linhas pretas correspondentes), isto é natural pois as barras quebradas sempre são muito poucas comparando com as barras não quebradas, outro fenômeno revelado pela figura, é que parece existir 4 regiões distintas.

Na primeira região de ângulo de inclinação $0^\circ \leq \theta \leq 10^\circ$, as energias se mantêm quase como uma constante; para $10^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ a energia cresce notavelmente, logo após na faixa $20^\circ \leq \theta \leq 50^\circ$ a energia se mantêm quase constante novamente e na fase final $50^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ as energias aumentam quase igualmente como na segunda região ($10^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$). Estas características de se manter constantes revelam que a inclinação na faixa de $20^\circ \leq \theta \leq 50^\circ$ não faz muita diferença assim como na região de $0^\circ \leq \theta \leq 10^\circ$. Isto pode nos ajudar a diminuir as simulações necessárias.

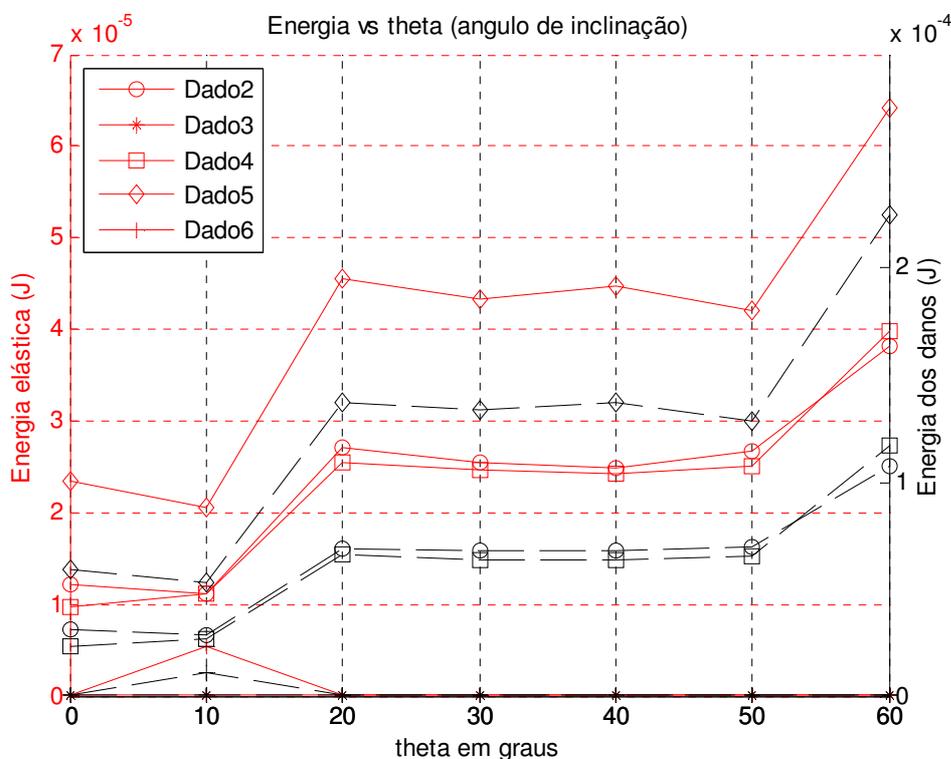


Fig. 7.8 Comparação da energia elástica com a energia dissipada pelos danos. As linhas contínuas são para energia elástica e as pontilhadas para a energia dissipada pelos danos.

7.2.6. Aumento da tenacidade

A Tabela 7.2 mostra os resultados da tenacidade obtidos de duas maneiras diferentes, a primeira é pela tensão de ponte a outra pela energia (veja também na Fig. 7.9, (a) e (b)). Os valores não representam realmente o aumento da tenacidade, pois as simulações são apenas para o estágio início da abertura da trinca. Para obter o aumento da tenacidade real, deve-se aplicar uma abertura suficiente para todas as fibras se quebrarem ou serem puxadas para fora da matriz. O programa atual não possui tratamento do processo de pull-out da fibra, por isso não é possível obter o aumento real da tenacidade. Mas os valores servem para a comparação entre os diferentes dados.

Tabela 7.2 Comparação entre diferentes dados

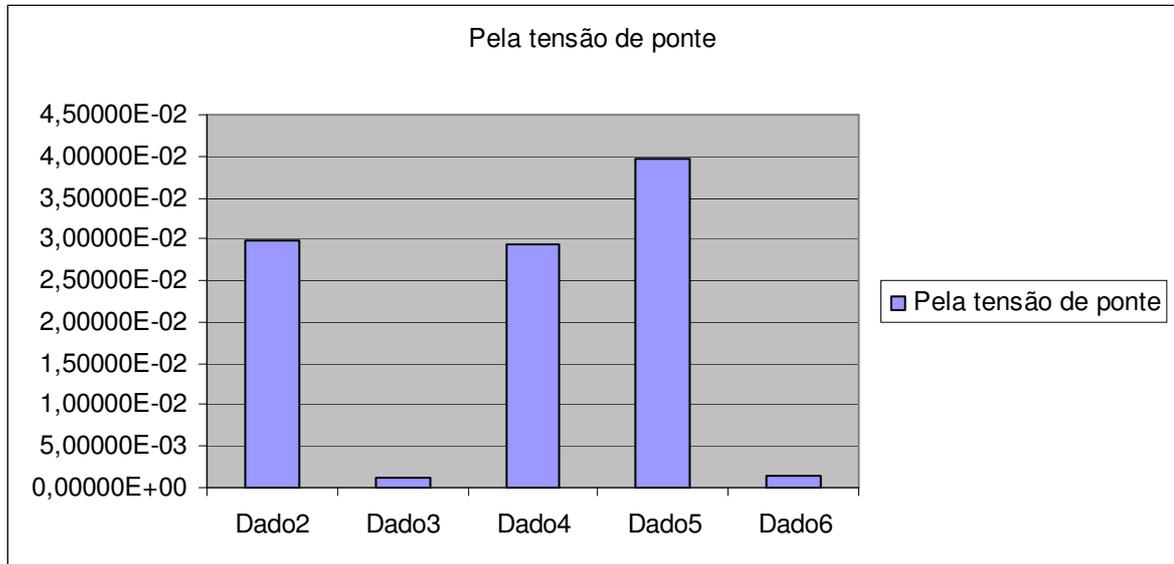
Fonte de dados	Pela tensão de ponte G_c (N/m) (através da equação 6.29)	Pela energia G_c (N/m) (através da equação 6.17)
Dado2	2,99068e-002	6,74834e+002
Dado3	1,32128e-003	5,62096e-002
Dado4	2,93065e-002	6,72711e+002
Dado5	3,96285e-002	1,22097e+003
Dado6	1,32545e-003	3,92578e-001

Pela tabela 7.2 podemos perceber que o aumento da tenacidade das fibras de aço são bem maior que os da fibra sintética (veja também na Fig. 7.8). Como o módulo de elasticidade da fibra de aço é bem maior que o de sintética, então para fazer a mesma abertura da trinca, precisa de mais força para a fibra de aço. Mas isto não implica que o emprego de fibras de aço, vai se obter maior tenacidade porque atualmente analisou-se somente o início da abertura da trinca.

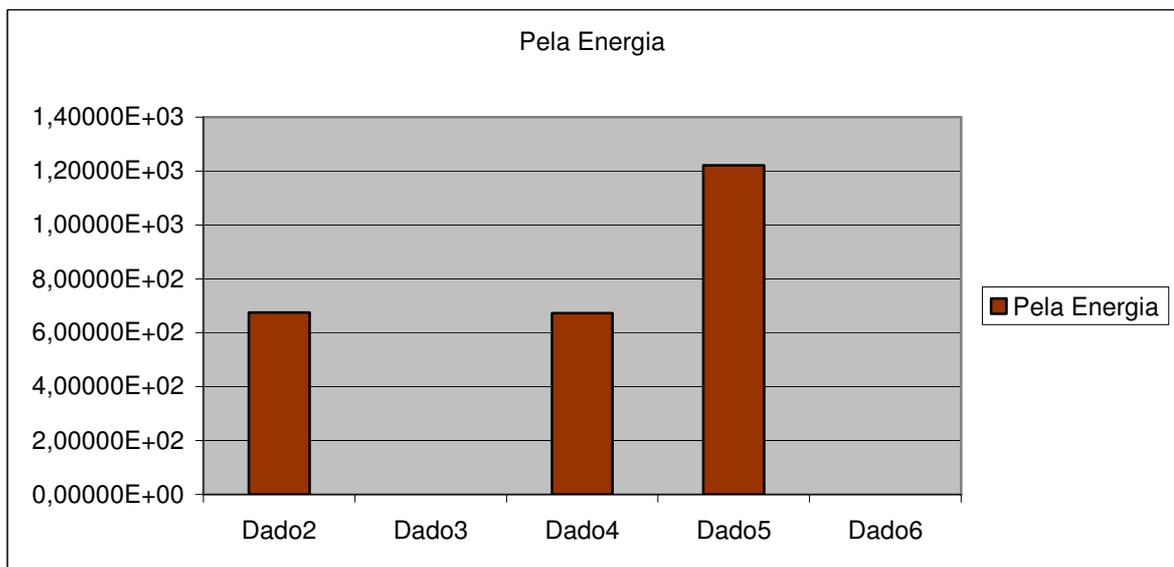
A Fig. 7.10 mostra a relação do aumento da tenacidade com a abertura (w) da trinca no estágio inicial. As fibras de aço parecem ter mais efeito na tenacificação que as fibras sintéticas, mas não podemos confirmar isso, pois a figura está mostrando apenas o estágio inicial da abertura da trinca, não o final, como explicado anteriormente.

Comparando os efeitos da fibra de aço, a fibra de alta resistência mostrou claramente melhores resultados (veja a linha verde do dado 5), isto significa que a fibra de

alta resistência é sempre uma boa opção. Esta conclusão é confirmada pelos trabalhos de WANG *et al* (2009 e 2010).



(a)



(b)

Fig.7.9 Comparação e aumento de tenacidade: (a) Pela tensão de ponte; (b) Pela Energia.

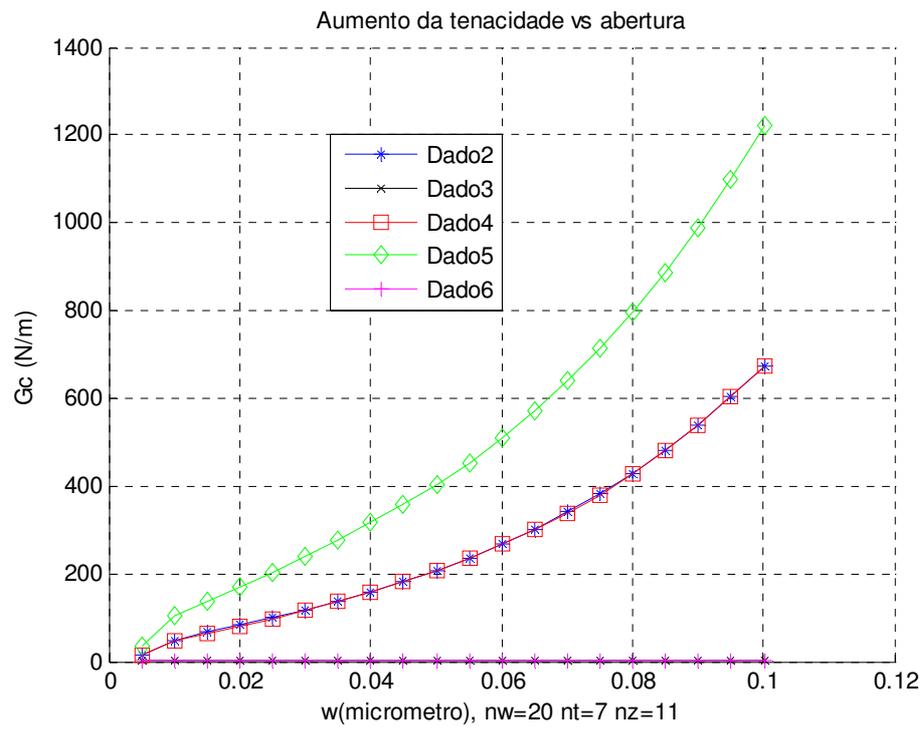


Fig. 7.10 Relação entre o aumento da tenacidade e a meia abertura w da trinca.

CONCLUSÃO

Neste trabalho, foram realizadas simulações e análises do aumento da tenacidade de materiais compostos reforçados por fibras através do método de elementos discretos. Através de implementação da programação numérica, investigou-se as forças, tensões e danos no material composto quando uma trinca principal aparece na matriz frágil e a contribuição das fibras de diferentes materiais para a tenacidade do material composto. Pelos resultados obtidos e pelas análises realizadas podemos concluir:

- i. Fibras de alta resistência e baixo módulo de elasticidade beneficiaram o aumento da tenacidade;
- ii. Fibras com o módulo de elasticidade relativamente alto comparado ao da matriz podem provocar mais danos na matriz através do *efeito de spalling*;
- iii. Utilização de fibras sintéticas de alta resistência como reforço para matrizes frágeis são uma boa opção;
- iv. O ângulo de inclinação em relação ao normal do plano trincado pode provocar as quebras se o módulo de elasticidade da fibra for bem mais alto que o da matriz. Na faixa de baixa inclinação $0^\circ \leq \theta \leq 20^\circ$ ou alta inclinação $50^\circ < \theta$, quanto maior a inclinação da fibra, maior é a quebra. Na faixa $20^\circ \leq \theta \leq 50^\circ$, as quebras não fazem muitas alterações;
- v. As tensão de ponte são variáveis com subidas e descidas mas com a tendência de subida com o aumento da abertura da trinca. Quando existem quebras notáveis, ela desce. Este fenômeno não pode ser revelado por método analítico.
- vi. A alta resistência tanto da fibra como da interface beneficiam a tenacificação;

O problema da tenacificação da cerâmica por fibras é complexo, envolvendo todas as propriedades mecânicas de fibras, matriz e a interface e a geometria da fibra.. O método adequado para realizar a simulação e análise é fundamental. O MED empregado neste trabalho mostrou-se eficiente na análise de desenvolvimento de danos e quebras. Com o aprimoramento do programa computacional, acredita-se que o MED poderá ser um método com mais vantagem na modelagem numérica e nas simulações que envolvem a análise de desenvolvimento de danos.

SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Trabalhos sucessíveis devem focar em melhorar o MED no aspecto de facilitar a adequação da geometria no domínio do problema, especialmente a configuração da trinca. Com o uso do MED, realizar mais simulações variando as dimensões da placa, da fibra e os parâmetros mecânicos da matriz, fibra e interface em busca da melhor combinação dos parâmetros. Precisa-se desenvolver um software específico baseado num método determinado para otimizar os parâmetros e obter uma melhor combinação entre eles, a fim de elaborar cerâmica avançada com as características desejadas. Um método futuro poderá ser combinar o método de elementos discretos (MED) com o método de elementos finitos (MEF).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABU-LEBDEHA, T.; HAMOUSH, S.; HEARDB, W.; ZORNIG, B. *Effect of matrix strength on pullout behavior of steel fiber reinforced very-high strength concrete composites*. Construction and Building Materials, Volume 25, Issue 1, January 2011, Pages 39-46.

ANSYS. *User's Manual - Theory*. Vol. IV. SAS IP, September. 1994.

BARRIOS, R. D.; ITURRIOZ, I.; FASCE, L. A.; FRONTINI, P. M.; CISLINO, A. P. *Utilización del método de los elementos discretos en la simulación numérica de ensayos de impacto para caracterización de materiales compuestos poliméricos*. MECOM 2002- Santa Fé- Paraná, Argentina, Mecánica Computacional, Vol. XXI. ISSN 1666-6070. pp. 1121-1134.

BONFIELD, W.; TANNER, E.. *Hydroxyapatite Composite Biomaterials-Evolution and Applications*. Material World, 1997; vol. 5, pp. 18-20.

BRANDT, A. M. *On the optimal direction of short metal fibers in brittle matrix composites*. J. of Materials Science, 1985; 20:3831-3841.

BRARA A.; CAMBORDE F.; KLEPACZKO J. R.; MARIOTTI C. *Experimental and Numerical Study of Concrete at High Strain Rates in Tension*. Mechanics of Material, 2001; vol. 33, pp. 33-45.

BROWN, D. *Dental Materials*. Materials World, vol. 4, p. 259-61, 1996.

BUDIANSKY, B.; JOHN, W. H.; EVANS A. G. *Matrix fracture in fiber-reinforced ceramics*. J. Mech. Phys Solids, 1986; 34[2]:167-189.

CAO, H. C.; BISCHOFF, E.; SBALZERO, O.; RÜHLE, M.; EVANS, A. G.; MARSHALL, D. B.; BRENNAN, J. J. *Effect of interfaces on the properties of fiber-reinforced ceramics*. J. Am. Ceram. Soc., 1990; 73[6]:1691-1699.

CAMBORDE F.; MARIOTTI C.; DONZÉ F. V. *Numerical Study of Rock and Concrete Behavior by Discrete Element Modeling*. Computer Geotechnics, 2000; vol. 27 pp. 225-247.

CHARALAMBIDES, P. G.; EVANS A. G. *Debonding properties of residually stressed brittle-matrix composites*. J. A. Ceram. Soc, 1989; 72[5]:746-753.

CHODOUNSKY, M. A. *Revista Pisos Industriais*. Ed. VI. 2008. Trima Engenharia e Consultoria.

CHOU, C.S.; TSENG, C.Y.; SMID, J.; KUO, J.T.; HSIAU, S.S. *Numerical Simulation of Flow Patterns of Disks in the Asymmetric Louvered-Wall Moving Granular Filter Bed*. Powder Technology, 2000; vol.110, pp. 239-245.

CUNDALL, P.A. *A computer model for simulating progressive large scale movements in block rock systems*. Symposium International Society of Rock Mechanics, Nancy, France, 1971.

CUNDALL, P.A.; STRACK, O.D.L. *A distinct element model for granular assemblies*, Geotechnique, 1979; vol.29:47, pp. 65.

DALGUER, A.; IRIKURA, K.; RIERA, J.D. *Generations of New Cracks Accompanied by Dynamic Shear Rupture Propagation of the 2000 Tottori (Japan), Earthquake*. Bulletin of the Seismological Society of America, 2003; vol. 93, pp. 2236-2252.

EVANS, A. G. *Fracture in ceramic materials Toughening Mechanisms, Machining Damage, Shock*. Noyes Publications, New Jersey, 1984.

EVANS, A. G.; HE, M. Y.; HUTCHINSON, J. W. *Interface debonding and fiber cracking in brittle matrix composites*. J. Am. Ceram. Soc., 1989; 72[12] 2300- 2303.

GETHIN, D. T.; RANSING, R. S.; LEWIS, R. W.; DUTKO, M.; CROOK, A. J. L. *Numerical Comparison of a Deformable Discrete Element Model and an Equivalent Continuum Analysis for the Compaction of Ductile Porous Material*. Computers and Structures, 2001; vol. 79, pp. 1287-1294.

GOTH H.; SAKAI, T. *Numerical Simulation of Sheet flow as Granular Material*. Journal of Waterway Port Coast and Ocean Engineering, 1997; vol. 123, pp. 329-336.

GRIFFITH, A. A. *The theory of rupture*. In: PROC. FIRST. INTERNAT. CONG. APPL. MECH. Ed. C. B. Biezero & J. M. Burgers. 1924, Delft, J. Walterman, 1924. p.55.

GRIFFITH, A. A. *The phenomena of rupture and flow in solids*. Phil. Trans. Roy.Soc. Lond. [S.1.], A 221, 163, 1920.

HAYASHI, N. *Sobre um Modelo de discretização de estruturas tridimensionais aplicado a dinâmica não linear*. Tese M Sc., CPGE, Universidade Federal de Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1982.

HERTZBERG, R. W. *Deformation and fracture mechanics of engineering materials*.3ed. Library of Congress Cat. In Public. Data Canadá, 1989

HONG-LING, Z.; YING, W.; YU-LUO, S.; HONG-MEI, S. *Fiber debonding and pull-out of elastic matrix*. Information Management and Engineering (ICIME), The 2nd IEEE International Conference on [978-1-4244-52], pp. 316 -318, 2010.

IRWIN, G. R. *Fracture in handbuch der physic springer-verlag*. v.6. Berlin, 1958. p.551.

ITURRIOZ, I. *Aplicação do método dos elementos discretos ao estudo de estruturas laminares de concreto armado*. Tese de Doutorado, CPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 1995; pp. 157.

ITURRIOZ, I.; MORQUIO, A.; BITTENCOURT, E.; ROSITO, D. V. M. *Performance of the Discrete Element Method to Represent the Scale Effect*. Mechanics of Solids in Brazil, Marcilio alves&H.S da Costa Mattos, ABEM, 2007.

KANDA, T.; LI, V. C. *Interface property and apparent strength of high-strength hydrophilic fiber in cement matrix*. J. of Mater. In Civ. Eng., 1998; 10[1]:5-13.

KATZ, A.; LI, V. C. *Inclination angle effect of carbon fibers in cementations composites*. ASCE Journal of Engineering Mechanics, 1995; 12:1340-1348.

KATZ, A.; LI, V. C.; KAZMER, A. *Bond properties of carbon fibers in cementitious matrix*. ASCE Journal of Materials in Civil Engineering, 1995; 2:125-128.

KERANS, R. J.; PARTHASARATHY, T. A. *Theoretical analysis of the fiber pullout and pushout tests*. J. Am. Ceram. Soc., 1991; 74[7]:1585-1596.

LADISLAV, E.; DUTKO, M. *Large Scale Fracturing and Rock Flow Using Discrete Element Method, 2D Application for Block Caving*. Numerical Methods in Continuum Mechanics, 2003; Žilina, Slovak Republic.

LEUNG, C. K. Y.; LI, V. C. *Effect of fiber inclination on crack bridging stress in brittle fiber reinforced brittle matrix composites*. J. Mech. Phys. Solids, 1992; 40[6]: 1333-1362.

LI, V. C. *On Engineered Cementitious Composites (ECC). A Review of the Material and Its Applications*. Journal of Advanced Concrete Technology. Vol.1, No.3, 215-230, 2003.

LI, V. C.; CHAN, Y. *Determination of interfacial debond mode for fiber-reinforced cementitious composites*. J. of Eng Mech., 1993; 120[4]:707-719.

LI, V. C.; MAALEJ, M. *Toughening in cement based composites. Part II: Fiber reinforced cementitious composites*. Cement & Concrete Composites, 1996; 18: 239-249.

LI V. C.; WANG, Y.; BACKER, S. *A micromechanical model of tension softening and bridging toughening of short random fiber reinforced brittle matrix composites*. J. Mech Phys. Solids, 1991; 39[5]:607- 625.

LI, V. C.; WU, H. *Conditions for pseudo strain-hardening in fiber reinforced brittle matrix composites*. Appl Mech, 1992; 45[8]:390-399.

LIN, C-J.; WEI, W-C.J.; IWAI, T.; HONG, C-W.; GREIL, P. *Discrete Element Method (DEM) Simulation and Processing of Mo/Al₂O₃ Granules in a Fluidizing Bed*. Proceeding of the National Science Council of the Republic of China, 2000; vol. 24, pp. 394-404.

LIN, N. Z.; KANDA, T.; LI, V. C. *On interface property characterization and performance of fiber-reinforced cementations composites*. Concrete Science and Engineering, 1999; 1:173-174.

LIN, Z.; LI, V. C. *Crack bridging in fiber reinforced cementitious composites with slip-hardening interfaces*. J. Mech. Phys. Solids, 1997; 45[5] :763-787.

LIU, P-F.; TAO, W-M.; GUO, Y-M. *Properties of frictional bridging in fiber pull-out for fiber-reinforced composites*. Dep. of Eng. Mechs. Zhejiang University, Hangzhou, China, 2005.

MACCAFERRI.; Empresa do Grupo Industrial Maccaferri. Maccaferri América Latina. 2002-2007.

MIGUEL, L. F. F.; RIERA, J. D.; DALGUER, L. A. *Macro constitutive law for rupture dynamics derived from micro constitutive law measured in laboratory*. Geophysical Research Letters V. 33, L03302, doi:10.1029/2005GL024912, 2006.

MOBASHER B.; OUYANG, C.; SHAH, S. P. *Modeling of fiber toughening in cementitious materials using an R-curve approach*. International Journal of Fracture, 1991; 50:199-219.

MORTON, J.; GROVES, G.W. *The cracking of composites consisting of discontinuous ductile fibres in a brittle matrix – effect of fibres orientation*. Journal of Materials Science, 1974;9:1436-1445.

MUNJIZA A.; BANGASH T.; JOHN N.W.M. *The Combined Finite-Discrete Element Method for Structural Failure and Collapse*. Engineering Fracture Mechanics, 2004; vol. 71, pp. 469-483.

NAIR, S. V. *Crack-wake debonding and toughness in fiber-or-whisker-reinforced brittle-matrix composites*. J. Am. Ceram. Soc., 1990; 73[10]2839-2847.

NAYFEH, A. H.; HEFZY M. S. *Continuum Modelling of Three-Dimensional Truss-Like Space Structures*. AIAA Journal, 1978; Vol. 16 pp. 779-787.

NELSON, P. K.; LI, V. C.; KAMADA, T. *Fracture Toughness of Microfiber Reinforced Cement Composites*. J. of Mater. in civil Eng., 2002.14[5]: 384- 391.

OUYANG, C.; PACIOS, A.; SHAH, P. *Pullout of inclined fibers from cementitious matrix*. J. of Eng. Mech., 1994; 120[12]:2641-2659.

PAVAN, A. R. *Modelagem Matemática de tenacificação de materiais cerâmicos através da adição de microfibras*. 2006. 155 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) - Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí 2006.

PIACESKI, N. F. *Modelagem Matemática do efeito de spalling à tenacificação de materiais compostos reforçados por fibras*. 2009. 156 f. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) - Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí 2009.

PROCHÁZKA P. P. *Application of Discrete Element Methods to Fracture Mechanics of Rock Bursts*. Engineering Fracture Mechanics, 2004; vol. 71, pp. 601-618.

RIERA, J.D. *Local Effects in Impact Problems on Concretes Structures*. Proceedings, Conference on Structural Analysis and Design of Nuclear Power Plants, Porto Alegre, Brasil, CPGE/UFGRS, Porto Alegre, 1984; V. III, pp.57-79.

RIERA, J.D. *A Critical Reappraisal of Nuclear Power Plant Safety Against Accidental Aircraft Impact*. Nuclear Engineering and Design, 1980; vol. 57, pp. 193-206, North Holland Publishing Company.

RIERA, J.D.; ITURRIOZ, I. *Discrete Element Model for Evaluating Impact and Impulsive Response of Reinforced Concrete Plates and Shells Subjected to Impulsive Loading*. Nuclear Engineering and Design, Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 1998; pp. 179, 135-144.

RIOS, R.D. *Determinação das propriedades dinâmicas das estruturas mediante o emprego de modelos em escala reduzida*. Tese de mestrado em engenharia civil PPGE/UFGRS, 1995.

RIOS, R. D.; RIERA, J. D. *Size effects in reinforced concrete structures engineering structures*. A SER PUBLICADO, 2004.

ROCHA, M. M. *Ruptura e Efeitos de Escala em Materiais não Homogêneos*. Dissertação de Mestrado, CPGE, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brazil, 1989.

SAWAMOTO Y.; TSUBOTA H.; KASAI Y.; KOSHIKA N.; MORIKAWA H. *Analytical Studies on Local Damage to Reinforced Concrete Structures Under Impact Loading by Discrete Element Method*. Nuclear Engineering and Design, 1998; vol. 179, pp. 157-177.

SCHAFER, B.C.; QUINGLEY S.F.; CHAN, A.H.C. *Implementation of the Discrete Element Method Using Reconfigurable Computing (FGPAS)*. 15th ASCE Engineering Mechanics Conference, Columbia University, New York, USA, 2002.

SHAH, S. P.; OUYANG, C. Mechanical Behavior of fiber-reinforced cement-based composites. *J. Am. Ceram. Soc.*, 1991; 71[11]:2947-2953.

SIH, G. C. *Strain-Energy-Density Factor Applied to Mixed Mode Crack Problems. Institute of Fracture and Solid Mechanics Technical Report* – Lehigh University, 1972.

TAYLOR, G. D. *Materials in construction*. London: Longman Scientific & technical. 2ed. 1994. 284p.

THIMOSHENKO, S. P.; GOODIER, J. N. *Teoria da Elasticidade*. 3^a ed. Guanabara Dois:Rio de Janeiro, 1980.

WANG, C.; PAVAN, A. R.; SOARES, K. M. *Modelagem de Tensão de Ponte e Aumento da Tenacidade a Fratura de Matriz Frágil por Fibras*. In: Anais do CONEM 2010. Campina Grande, Editora da Universidade Federal de Campina Grande, 2010.

WANG, C.; PIACESKI, N. F.; SOARES, K. M. *Modeling of Spalling Effect on Toughening in Fiber Reinforced Composites*. In: 4th International Conference on Advanced Computational Engineering and Experimenting (ACE-X 2010), 2010, Paris. 4TH International Conference on Advanced Computational Engineering and Experimenting ABSTRACT BOOK. Paris : IRONIX CONFERENCES, 2010. p. 204-204.

WANG, S.; LI, V. C. *High-Early-Strength Engineered Cementitious Composites*. *ACI Materials Journal*, 2006; 103[2]:97-105.

WESTERGAARD, H. M. *Trans. ASME. J. Appl. Mech.* [S.l.], 61, p.49, 1939.

WILLIAM, D.; CALLISTER, JR. *Ciência e engenharia de materiais: uma introdução*. 5^a ed. LTC. Rio de Janeiro, 2002.

WILLIAMS, M. L. *J. Appl. Mech.* [S.l.], 24, p.109, 1957.

WITTEL, F. K.; SCHULTE_FISCHEDICK, J.; KUN, F.; KROPLIN, B-H.; FRIEB, M. *Discrete Element Simulation of Transverse Cracking During the Pyrolysis of Carbon Fibre*

Reinforced Plastics to Carbon/Carbon Composites. Computational Materials Science, 2003; vol. 28, pp. 1-15.

YANG, C. C.; MURA, T.; SHAH, S. P. *Micromechanical theory and uniaxial tensile tests of fiber reinforced cement composites.* J. Mater. Res., 1991; 6[11]:2463-2473.

ZHAI, H.; HUANG, Y.; WANG, C.; WU, X. *Toughening multiple mechanisms in ceramic-matrix composites with discontinuous elongated reinforced.* J. Am. Ceram. Soc., 2000; 83[8]:2006-2016.

ZHANG, J.; LI, V. C. *Effect of inclination angle on fiber rupture load in fiber reinforced cementations composites.* Composites Science and Technology, 2002; 62:775-781.

GLOSSÁRIO

advanced = *avançada*

bending = *fibra curvada na saída da matriz*

bridge = *ponte*

bridging stress = *tensão de ponte, tensão proveniente das fibras com a abertura da trinca*

bridging load = *carregamento atravessando*

bridging stress = *tensão de ponte, tensão entre a fibra e abertura da trinca*

ceramics = *cerâmica*

composite = *composto*

compressive strength = *resistência na compressão*

cracking = *trinca*

debonding = *descolagem, descolagem da interface fibra/matriz*

efeito de snubbing = *atrito local imediatamente antes da saída da fibra da matriz*

flexural strength = *resistência a tração*

fiber = *fibra*

força bridge = *força de ponte*

fracture = *fraturar, falhar*

frictional = *atrito*

matrix = *matriz*

opening mode = *modo abrindo*

pull-out = *puxar para fora, fibra sendo puxada para fora da matriz*

reinforced = *reforçado*

slip = *escorregamento*

sliding mode = *modo deslizando*

spalling = *falha, quebra, fratura local da matriz no ponto de saída da fibra*

stress = *tensão*

strength = resistência

tearing mode = modo rasgando

toughness = tenacidade

toughening = fortalecendo

whiskers = bigodes

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)