UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE MARÍLIA
FACULDADE DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS

Raimundo Luna Neres

APLICAÇÃO DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: um estudo com alunos do sexto ano do ensino fundamental

Marília-SP
2010

Raimundo Luna Neres

APLICAÇÃO DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: um estudo com alunos do sexto ano do ensino fundamental

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação, da Faculdade de Filosofia e Ciências da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", campus de Marília, para exame de defesa do Curso de Doutorado, como exigência para obtenção do título de Doutor em Educação. Área de Concentração: Ensino na Educação Brasileira.

Orientador: Prof. Dr. Raul Aragão Martins

Marília-SP
2010

Neres, Raimundo Luna.
N444a Aplicação dos registros de representação semiótica no ensino-aprendizagem da matemática: um estudo com alunos do sexto ano do ensino fundamental / Raimundo Luna Neres. – Marília, 2010.
196 f. ; 30 cm.

Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, 2010.
Orientador: Prof. Dr. Raul Aragão Martins
Bibliografia: f. 170-176

1. Educação Matemática – Ensino. 2. Registros de representação. 3. Ensino – aprendizagem. 4. Tratamento e conversões. I Autor. II. Título.

CDD 372.7

Raimundo Luna Neres

APLICAÇÃO DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NO ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: um estudo com alunos do sexto ano do ensino fundamental

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Filosofia e Ciências - UNESP – Campus de Marília, para obtenção do título de Doutor em Educação

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Raul Aragão Martins (Orientador)

Prof. Dr. José Carlos Miguel

Prof. Dr. Paulo Sergio Teixeira Prado

Prof. Dr. Adriano Rodrigues Ruiz

Prof. Dr. Nelson Antonio Pirola

Marília, 29 de setembro de 2010

Aos meus pais “*in memoriam*” que me deram vida. Aos meus dois filhos, Marcelo Davis e Paulo Ricardo, que vi crescer, chorar e sorrir, meus verdadeiros amigos. Em especial, às minhas duas mulheres, minha esposa Dorivan e minha neta Danielle, meus grandes amores.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela criação de tudo, e a seu filho que se sacrificou por todos nós.

Aos meus colegas do DINTER em Educação, pela boa química que sempre existiu entre nós.

Ao meu orientador Professor Dr. Raul Aragão Martins, pela orientação segura e por ter-se tornado um grande companheiro.

Aos meus colegas de trabalho do NEC, extensivo aos professores do DEMAT, pela compreensão.

A todos os que, direta ou indiretamente, me ajudaram, para que este trabalho se tornasse uma realidade em minha vida.

RESUMO

Aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica no ensino-aprendizagem da Matemática. O objetivo deste trabalho foi verificar se, com a aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, seria possível melhorar o desempenho escolar em Matemática, mais precisamente, na resolução de problemas envolvendo operações com números naturais, junto aos alunos do sexto ano A do Ensino Fundamental do Colégio Universitário – COLUN, da Universidade Federal do Maranhão, Campus São Luís do Maranhão. A tarefa foi iniciada com a aplicação de um instrumento de avaliação denominado Lista de Exercícios, composta de dez problemas, com o objetivo de diagnosticar o nível de desempenho dos alunos. A partir da análise dos dados desse instrumento, foi elaborado um plano de estudos baseado nos conteúdos do livro de Matemática adotado pelo Colégio. Durante a pesquisa, foram feitas várias reuniões com a professora da turma, para verificar se estava havendo melhoria de desempenho dos alunos e, assim, poder ajustar a forma como os conteúdos deveriam ser desenvolvidos em sala de aula, à luz da aplicação da Teoria das Representações. No acompanhamento diário na sala de aula, também foram aplicados outros instrumentos de avaliação, tais como exercícios individuas e em grupo, para comprovar se estava havendo melhoria de desempenho escolar. A aplicação das operações de tratamento nos registros de representação e na conversão semiótica, nos instrumentos avaliativos e nas atividades realizadas em sala de aula, foi feita de forma aleatória, com o objetivo de se garantir a imparcialidade na análise dos dados. Como resultado final da pesquisa, verificou-se que, aproximadamente, 60% dos alunos tiveram bom rendimento (Bom de 61% a 80%) e 37% rendimento regular (Regular de 41% a 60%). Verificou-se, também, que aproximadamente 3% dos alunos não apresentaram solução nos problemas propostos. Estes resultados mostram que foi possível melhorar o desempenho escolar, em Matemática, da maioria dos alunos pesquisados.

Palavras-chave: Problemas com Números Naturais. Registros de Representação Semiótica. Ensino-aprendizagem de Matemática. Ensino Fundamental. Tratamentos e Conversões de registros semióticos.

ABSTRACT

Semiology Presentation Register, applying theory to Mathematics teaching-learning process. This paper aimed to check whether there was a better student performance after Semiology Presentation Register being applied to Mathematics, that is, with regards to solving problems, natural numbers resolutions for the 6th grade fundamental school children at COLUN – Colégio Universitário (UFMA College School). The first task consisted of a list of exercises based on Semiology Presentation Register with ten problems aiming to measure students performance level. From the analysis of the data collected, a study plan was elaborated based on the mathematics book contents adopted by the school. During the research, several meetings were held with the students teacher to detect if there was any improvement on students performance, and thus adjust the way contents would be developed in the classroom on Presentation Register Theory applied to. In observing the daily classroom, several types of evaluations were made, such as single and groups exercises, in order to secure improvement and school performance. The applying of study, approach and semiology conversions, related to evaluation and classroom activities, were made at random in order to guarantee analysis' data impartiality. As the research result it was found out that nearly 60% of students had suitable improvement (good: 61% – 80%) and 37% had fair improvement (fair: 41% – 60%). It was also found out that about 3% of students did not show any problem solution whatsoever. Those results show that it was possible to improve school performance on Mathematics for the researched students.

Keywords: Natural numbers problems. Semiology Presentation Registers. Mathematics teaching-learning. Fundamental teaching. Semiology Registers conversions and treatments.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE APÊNDICES

LISTA DE ANEXOS

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

Introdução

A resolução de problemas é a forma mais eficaz não somente do desenvolvimento da atividade matemática, mas também da aprendizagem dos conhecimentos, das habilidades, dos métodos e das aplicações matemáticas.
(Anna Zofia Krygowska, 1970)

Quase 20 anos após o Mestrado, temos a oportunidade agora de continuar a Pós-Graduação com este Doutorado em Educação, produto de Convênio DINTER – Doutorado Interinstitucional, celebrado entre a Universidade Federal do Maranhão – UFMA e a Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho – UNESP, Campus de Marília, São Paulo.

Formação básica em Matemática, inicialmente com um Bacharelado e, posteriormente, com a Licenciatura e, em seguida, com o Mestrado em Ciências, na área de Geofísica de Prospecção, cursamos o ginásio[1] (hoje, Ensino Fundamental do 6º ao 9º ano), na década de 1960, época do Movimento da Matemática Moderna no Brasil.

Nos tempos de acadêmico, ministramos aulas no Ensino Fundamental (6º ao 9º ano), na década de 1970. Finalmente, em 1979, ingressamos como professor de Matemática na Universidade Federal do Maranhão, lotado no Centro de Ciências Exatas e de Tecnologias, com exercício no Departamento de Matemática.

Como Coordenador do Curso de Matemática, no período de 1995 a 1999, vivenciamos uma experiência muito gratificante, pois, apesar de ter sido aluno do próprio Curso de Matemática, foi como professor e dirigente que tivemos a oportunidade de nos inteirarmos do dia a dia do curso, seus acertos e desacertos, além do contato permanente que mantínhamos com os alunos, tanto do Bacharelado como de Licenciatura, ouvindo suas reivindicações e sugestões. Também como professor de Estágio Supervisionado, aprendemos bastante, tanto com a disciplina, quanto com os alunos. Além disso, pudemos, na

[1] A LDB – Lei N. 5.692 de 11/08/1971 de Diretrizes e Bases para o Ensino de 1º e 2º. Grau, a partir do ano letivo de 1972, extinguiu o exame de admissão ao ginásio e criou o 1º grau, de oito séries, assim como, o ensino secundário (CARVALHO, 2003).

oportunidade, perceber quanto o professor universitário, às vezes, está distanciado dos problemas que a *educação básica* brasileira enfrenta.

Acompanhando os alunos em seu Campo de Estágio, desenvolvido ora no Colégio Universitário – COLUN, escola de aplicação da Universidade Federal do Maranhão e campo de estágio para os alunos dos Cursos de Licenciatura, ora em escolas da rede pública municipal e estadual de ensino, verificamos "in loco" como os alunos e os professores de Matemática estavam desmotivados, respectivamente, em relação ao ensino que estavam recebendo e em relação a profissão docente. Pensamos que não dava mais para continuar; algo deveria ser feito, para mudar a realidade do ensino de Matemática do nosso Estado.

Desde a época de estudante do Curso Científico (hoje Ensino Médio), inquietava-nos, e ainda continua nos inquietando, o porquê de a Matemática ser conotada de difícil, quase impossível para alguns, e esses não são poucos, alunos que, a priori, não possuem afinidades com ela. Fomos aluno do Método Tradicional, da memorização e da Matemática Moderna, época das demonstrações com suas hipóteses e teses. Passamos pela época da Resolução de Problemas e Matemática Renovada. Nos tempos atuais, fala-se muito em Matemática Crítica. Naturalmente, o ensino dessa disciplina mudou durante todas essas fases. Mas mudou de fato? Ou só houve ensaios, pequenas nuances? Observamos que, apesar das mudanças ocorridas no ensino da Matemática, muitos professores ainda permanecem apegados ao ensino tradicional (ensino baseado na memorização de conceitos).

Freire e Guimarães (1984) afirmam que: o homem precisa ser um homem do seu tempo, o que, para muitos, não tem a menor importância. Desinformação? Ou talvez gostam do tradicionalismo, confiam mais nesse método, ou simplesmente não querem mudar? A cada dia que se passa, as distâncias entre o ensino da Matemática nos níveis Fundamental, Médio e Universitário se tornam mais evidentes. Razões existem e são muitas, perpassando pela má formação da mão de obra especializada, por questões salariais, condições de trabalho e, talvez a mais séria e, ultimamente, relegada, à questão da moralidade na família e na escola. Os valores familiares estão sumindo; a escola e os professores não estão preparados para assumir a missão de resolver esse problema.

Voltando à Matemática, a forma como vem sendo ministrada no Ensino Fundamental, embora a bibliografia venha mudando constantemente e o currículo passando por algumas modificações, ao que parece, em particular, no Maranhão, a aprendizagem não tem ocorrido de forma satisfatória, haja vista encabeçarmos a lista do SAEB como um dos piores índices de desempenho escolar (BRASIL, 2007a, 2007b).

Muitas razões são elencadas como causas para esse fracasso escolar, desde a estigmatização de que essa área de conhecimento é difícil até a falta de modernização do ensino, mão de obra despreparada e quantidade insuficiente de bons professores, para o exercício de sala de aula. No entanto, na maioria das vezes, o problema não está somente no professor, menos ainda na escola, mas sim nas políticas governamentais.

Segundo a direção do COLUN, todo início de ano, quando da entrada de novos alunos nos quatro anos finais do Ensino Fundamental, os professores se deparam com quadros desanimadores, recebem alunos quase analfabetos, uma vez que esses alunos estão ingressando com o nível de aprendizagem muito aquém do esperado.

Embora a Educação Matemática no Brasil venha evoluindo consideravelmente nas últimas décadas, a Matemática ensinada nas escolas de educação básica não tem produzido resultados satisfatórios; essa disciplina tem contribuído para elevadas taxas de retenção escolar e o insucesso de muitos alunos (BRASIL, 2007a, 2007b). Os resultados divulgados pelo Sistema de Avaliação da Educação Básica - SAEB, pelo Ministério da Educação - MEC e pela Avaliação da Escola Pública (2003, 2005) do Governo do Estado do Maranhão mostraram que o desempenho escolar dos alunos do quinto ano do Ensino Fundamental em todo o Brasil não foi satisfatório, conforme relatório expedido pela Supervisão de Avaliação Educacional (2005). Isto porque a média nacional de proficiência em Matemática obteve apenas um acréscimo de 5,3 pontos, passando de 177,1 em 2003, para 182,4 em 2005.

Por outro lado, a média de proficiência em Matemática, ainda no quinto ano do Ensino Fundamental, em escolas urbanas estaduais, também não foi relevante, haja vista que a média nacional só obteve um acréscimo de 3,5 pontos, ou seja, passou de 178,3 em 2003, para 181,8 em 2005. No Maranhão, passou de 164,0 em 2003, para 164,8 em 2005, tendo um acréscimo de apenas oito décimos (0,8), bem abaixo da média nacional, que é de, aproximadamente, 180,0. Nas escolas federais, a média nacional de desempenho dos alunos passou de 233,0 em 2003, para 244,0 em 2005, resultado um pouco melhor, se comparado ao desempenho dos outros alunos. No entanto, também não foi um resultado considerado bom pelos avaliadores do MEC.

Essa mesma disciplina foi avaliada pelo governo do Estado do Maranhão (2003, 2005). Em média, essa avaliação passou de 151,5 pontos em 2003, para 159,8 em 2005. Mesmo com o acréscimo de 8,0 pontos, considerando-se a escala de mensuração nacional, os alunos não tiveram ainda um resultado satisfatório, se comparados aos da média nacional, que foi de 180,0.

Convém ressaltar que, embora tenhamos apresentado dados referentes à avaliação em Matemática de alunos do quinto ano do Ensino Fundamental, neste trabalho, optamos por trabalhar com alunos do sexto ano desse mesmo nível de ensino, em função do quinto ano já ter sido avaliado pelo MEC.

Revendo a literatura científica atual sobre o ensino-aprendizagem de Matemática, apresentada no Capítulo 3, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, que trata do funcionamento e desenvolvimento cognitivo, sobretudo, em atividades de Matemática, chamou nossa atenção, motivando-nos a questionar: A aplicação desta teoria pode ajudar a melhorar o desempenho escolar dos alunos em Matemática?

Segundo Dias (2007), nos últimos trinta anos, as pesquisas em Didática da Matemática têm tentado compreender, através de trabalhos teóricos e experimentais, os processos de aprendizagem nessa área do conhecimento. Um dos aspectos que vêm sendo considerados como componentes na eficácia do funcionamento matemático são as formas de abordagens de conteúdos e suas representações semióticas.

A Didática da Matemática tem como um dos seus objetos de estudo os processos de transmissão e de aquisição de conhecimentos em Matemática. Daí o nosso interesse em investigar como a aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica em Matemática poderia contribuir para melhorar o desempenho escolar dos alunos, principalmente, nos conteúdos referentes ao Ensino Fundamental. Para isso, elegemos como lócus de nossa investigação o Colégio Universitário – COLUN, mais especificamente, o sexto ano, Turma A.

Para a análise epistemológica, adotamos como pressuposto a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida por Duval (1993, 1995, 2004, 2007, 2009), teoria que, nos últimos anos, vem sendo discutida e estudada em diferentes Universidades do Brasil, por várias correntes metodológicas da Educação e da Educação Matemática. Segundo esse autor, para que haja a compreensão em Matemática, deve haver a coordenação de, pelo menos, dois registros de representação semiótica: tratamento que é a transformação de uma representação dentro do próprio registro e a conversão que é a transformação de um registro em outro. Além disso, essa compreensão implica na capacidade de o aluno saber mudar de registro. A articulação dos registros constitui uma condição de acesso à aprendizagem em Matemática.

Além do autor da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, também trabalhamos com outros autores. Dentre eles, destacamos: Brousseau (2008), D'Amore (2007) e Freitas (2008). Principalmente no que se referiu às situações didáticas, formas de apresentação de conteúdos de Matemática e referências aos conceitos, baseado em Lovell (1988).

Concentramos, portanto, nossa investigação no ensino-aprendizagem da Matemática, tendo o apoio da professora A que aplicou a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, objetivando melhorar o desempenho dos seus alunos, nas aulas de Matemática, sem desprezar os conhecimentos já adquiridos pelos discentes, considerado de grande importância para o ensino-aprendizagem dos conceitos matemáticos. Além disso, esse tipo de conhecimento faz o aluno se sentir mais à vontade para discutir com a professora problemas relacionados ao seu dia a dia e ao meio social em que vive.

Convém ressaltar que o ensino da Matemática, desde a época das Reformas Francisco Campos[2], Capanema[3] e das LDBs – Lei N° 5692/71 e N° 9.424/96, respectivamente, vêm sofrendo algumas mudanças metodológicas, tanto na forma de apresentação curricular, quanto na forma de ensino. No entanto, embora os movimentos em prol da modernização do ensino da Matemática venham ocorrendo, o método tradicional (baseado na memorização e autoritarismo), continua ainda a fazer parte do contexto de muitos professores, fato observado no COLUN, local de desenvolvimento desta pesquisa. Assim, procuramos mostrar e incentivar a professora *pari passu*, quanto à aplicação da Teoria das Representações como meio facilitador da aprendizagem matemática, haja vista que, no trabalho de sala de aula, a construção do conhecimento matemático sempre foi uma tarefa desafiadora. Isto porque, na aprendizagem da Matemática, o desenvolvimento cognitivo deve ser buscado incessantemente pelos alunos, sob a orientação do mestre.

Nesse contexto, colocamo-nos no centro do foco pesquisado, para que pudéssemos sentir não apenas como interlocutor, mas como o próprio aluno que buscava conhecimento. A prática docente e as questões que dela emergem nos fizeram ver, a cada dia, o quanto tínhamos ainda que aprender e apreender, e nada melhor do que aprender e apreender na base da construção da pirâmide escolar que poucos têm o privilégio de construir.

Para que a aprendizagem possa lograr êxito, segundo Godino (2007), devemos considerar, no desenvolvimento da didática, as contribuições de diversos campos do saber, como: psicologia, pedagogia, filosofia, sociologia dentre outros. Além disso, devemos levar

---

[2] A Reforma Francisco Campos data de 1931, promulgada pelo Decreto Lei n. 19.890, de 18 de abril de 1931. Nela foi fixada a duração de sete anos para o ensino secundário, 5 dos quais constituíam o ciclo fundamental e os dois últimos o complementar, de preparação para os cursos superiores.

[3] A Reforma Capanema foi promulgada pelo Decreto Lei n. 4.244, de 9 de abril de 1942. Dividiu o ensino secundário em duas partes: o curso ginasial, de 4 anos e o colegial, de 3 anos, dividido em duas modalidades, o clássico e o científico, depois foi regulamentado o Curso Normal (CARVALHO, 2003, p. 123-124).

em conta a natureza dos conteúdos matemáticos a ser ministrados, o desenvolvimento cultural e pessoal do aluno, principalmente, no seio das instituições escolares.

Na literatura pesquisada para a elaboração deste trabalho, principalmente no Brasil, alguns dos teóricos como Colombo (2008), Karrer (2006) e Brandt (2005), em geral, tomam como base, para as suas análises, a aplicação de exercícios, sem que haja um acompanhamento diário do desenvolvimento das aulas ministradas pelo professor, em determinado conteúdo. Ou são trabalhos, apenas, de cunho bibliográfico. Nos trabalhos levantados, não encontramos nenhum que enfocasse, exatamente, a aplicação da Teoria das Representações Semióticas diretamente, no conteúdo de livro texto ou programas adotados.

Dessa forma, podemos afirmar que falta ainda ser investigada a aplicação da Teoria das Representações Semióticas no dia a dia da sala de aula, para verificar se melhora o desempenho escolar dos alunos em Matemática. Daí porque nos propusemos desenvolver este trabalho, no sentido de contribuir com a divulgação de conhecimento construído nessa área de saber. Assim, definimos como objetivos a serem executados:

a) Identificar dificuldades de aprendizagem na resolução de problemas envolvendo operações com números naturais.
b) Propor situações de ensino com base na Teoria em estudo e nas dificuldades de aprendizagem identificadas.
c) Analisar os resultados das situações de ensino vivenciadas à luz do referencial adotado.

A opção de trabalhar apenas com problemas envolvendo números naturais, fui em função de termos optado pela sequência do livro, e ainda porque no período de realização da pesquisa esse foi o assunto mais trabalhado em sala de aula .

Delimitamos o quantitativo de informações, na tentativa de deixar o texto menos cansativo a quem se dispuser a lê-lo. Seguindo essa linha de pensamento, organizamos essa tese em seis capítulos, que passamos a enunciá-los. Antes, porém, justificamos que a escolha dos conteúdos, postos nos capítulos, foi no sentido de dar uma sequência lógica de apresentação e desenvolvimento da pesquisa, assim como facilitar o entendimento da leitura.

O Capítulo 1, INTRODUÇÃO, procura situar o leitor sobre nosso objeto de estudo, justificando a trajetória percorrida para desvelamento do objeto focado.

No Capítulo 2, procuramos desenvolver a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, fazendo uma retrospectiva teórica, mas focando, principalmente, nos aspectos voltados para os objetivos definidos nesta tese. Ou seja, visando a uma melhoria do desempenho escolar dos alunos em Matemática. Também foi dada ênfase na aplicação das funções de tratamento e conversões, em que, na conversão de uma representação em outra representação, priorizamos a conversão congruente; apenas em alguns casos, foi utilizada a conversão não congruente. Ainda foi dada atenção à análise das funções de tratamento, por estas já serem de conhecimento de muitos alunos. Nesse nível de ensino, foi possível identificar mais rapidamente o desenvolvimento dos processos de cognição.

Por outro lado, os alunos conseguiram um rendimento melhor com a utilização do tratamento dos registros de representação, pois esse tipo de registro estava mais intimamente ligado ao assunto desenvolvido em sala de aula pela professora.

No Capítulo 3, foi feita uma revisão de literatura. Nela, buscamos embasamento teórico-metodológico que pudesse contribuir para a melhoria do ensino- aprendizagem da matemática, com a aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, assim como para a melhoria do desempenho em Matemática dos alunos, sujeitos desta pesquisa. Ainda neste Capítulo, buscamos trabalhos que, de certo modo, estivessem ligados diretamente aos objetivos aqui definidos. Além disso, procuramos levantar o estado da arte, direcionando esse levantamento para os trabalhos com algum tipo de interseção com a tese proposta.

O Capítulo 4 trata dos procedimentos metodológicos adotados nesta pesquisa, dando ênfase ao trabalho realizado pela professora A com seus alunos em sala de aula, com a aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, assim como à produção matemática de seus alunos, desenvolvida no dia a dia da sala de aula. Também acompanhamos, através de exercícios aplicados em sala de aula e fora dela, se houve evolução no desempenho escolar dos alunos, em atividades relacionadas à resolução de problemas com números naturais, utilizando a Teoria em estudo.

No capítulo 5, foram feitas as análises das produções dos alunos no transcorrer desta pesquisa, prioritariamente, na solução de problemas de aritmética, envolvendo operações com números naturais. Analisamos, também, a evolução do desempenho em Matemática dos alunos, durante o período da pesquisa, compreendido de março a setembro de 2009. Nesse período, os alunos trabalharam com a aplicação dos registros de representação semiótica, em situações que envolveram a utilização do tratamento dos registros de representação e a conversão de um registro em outro.

E, finalmente, no Capítulo 6, encerramos com as Considerações Finais, fazendo uma reflexão sobre este trabalho. E, apresentamos os dados analisados mostrando que com a aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica é possível contribuir para a melhoria do desempenho escolar dos alunos em matemática.

CAPÍTULO 2

Teoria das Representações Semióticas: um enfoque teórico

> *Os matemáticos nunca estiveram de acordo sobre a matéria que estudam e, todavia, supõe-se que a matemática seja a ciência das verdades absolutas, eternas e indiscutíveis.*
> *(Henri Lebesgue, 1875-1941)*

Este capítulo faz uma retrospectiva de alguns aspectos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida por Raymond Duval[4], tendo como foco o papel dos registros de representação na aprendizagem de Matemática que esteja relacionada aos objetivos deste trabalho. Esse enfoque foi construído, sobretudo, para permitir a análise de resolução de problemas envolvendo operações com números naturais, aplicados a alunos do sexto ano A do Ensino Fundamental, do Colégio Universitário – COLUN, colégio de aplicação da Universidade Federal do Maranhão, durante o ano de 2009.

2.1 Teoria das Representações Semióticas

A Teoria das Representações Semióticas estuda o funcionamento e o desenvolvimento cognitivo do pensamento humano, principalmente em atividades relacionadas à Matemática. Segundo Duval (2007), para desenvolvermos o entendimento da Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental, é necessária uma abordagem cognitiva, haja vista que, no ensino da Matemática, buscamos desenvolver nos alunos habilidades e competências que possam vir contribuir para o desenvolvimento de suas capacidades de raciocínio e de análise.

O interesse de Duval (2007), no desenvolvimento cognitivo do aluno, está para ele, segundo Flores (2006), no pensamento ligado às operações semióticas e, consequentemente, nas suas representações, pois não haverá compreensão, sem os recursos das representações semióticas. Através de operações concretas e com a utilização de uma

---

[4] Raymond Duval é filósofo e psicólogo de formação. Desenvolveu pesquisas em Psicologia Cognitiva no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática, no (IREM) de Strasbourg, na França, de 1970 a 1999.

variedade de registros de representação, o aluno consegue visualizar mais facilmente os objetos matemáticos, visto que nem sempre esses objetos são passíveis de percepção.

Segundo Duval (1993), as dificuldades de aprendizagem da Matemática estão relacionadas ao fato de que o aluno não consegue fazer a distinção entre um objeto matemático e sua representação. Esta distinção é um ponto estratégico para a compreensão da Matemática. Por outro lado, quando os objetos matemáticos são confundidos com a sua representação, em geral, o aluno sofre uma perda da compreensão dos conhecimentos já adquiridos, tornando-se dessa forma fora do contexto da aprendizagem (como por exemplo: uma adição de dois números naturais e sua representação semiótica).

Segundo Godino (2007), podemos considerar como objeto matemático tudo aquilo que pode ser indicado, que pode ser sinalizado ou ao que podemos fazer referência.

Para Peirce (2005), um objeto é a representação real de um signo, podendo ser perceptível ou apenas imaginável (abstrato), uma entidade puramente mental ou imaginária.

O acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas. Dessa forma, a compreensão em Matemática está condicionada a uma capacidade de permutação de registros. Para Duval (1993), as diversas representações semióticas de um objeto matemático são mais do que necessárias, haja vista que os objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis à percepção, numa experiência intuitiva imediata, como estão os objetos comumente ditos reais ou físicos. Neste caso, é preciso poder dar aos objetos uma representação semiótica.

Peirce (2005) definiu Semiótica como a tarefa de determinar o que deve ser verdadeiro quanto ao representâmen utilizado por toda inteligência científica, a fim de que possa incorporar um significado qualquer.

A diferenciação entre um objeto matemático e sua representação é fator essencial para o desenvolvimento cognitivo. Torna-se, portanto, uma condição importante para que haja, de fato, compreensão dos objetos matemáticos, condição *sine qua non* na utilização de resolução de problemas.

A utilização das representações semióticas no estudo e análise de resolução de problemas envolvendo números naturais se faz necessária, em função de essas representações permitirem fácil comunicação entre as diversas formas de registros, além da possibilidade de facilitar o tratamento e a conversão dos objetos matemáticos. De maneira geral, a evolução da aprendizagem matemática está associada ao desenvolvimento de novos sistemas semióticos relacionados aos já existentes e conhecidos dos alunos. Dessa forma, a formação do pensamento científico possui estreita relação com os simbolismos específicos que servem para representar os objetos e suas relações, ou mesmo, pode-se afirmar que é inseparável deles.

Segundo Da Silva (2008), a introdução da reta graduada como um registro semiótico para os números racionais amplia a possibilidade de enfrentamento das dificuldades consagradas na aprendizagem desses números. Para ele, o registro da reta graduada é mais apto a criar um elo entre números e grandezas relativas, pois a reta se encontra envolvida em meio a números que a atribuem uma ordem crescente, sendo assim, as frações equivalentes são criadas em condições mais favoráveis.

Para Colombo (2008), na aprendizagem da Matemática, deve existir uma relação de dupla entrada entre sistemas cognitivos e sistemas semióticos, visto que não devemos prestigiar mais um sistema do que o outro; se assim ocorrer, poderá haver dificuldades de absorção de conhecimento.

Do ponto de vista genético, as representações semióticas e as representações mentais não podem pertencer a domínios distintos. Duval (2004) afirma que o desenvolvimento das representações mentais se efetua como uma assimilação das representações semióticas, da mesma forma que acontece com as imagens mentais que são assimilações dos perceptos, de imagens recentemente formadas. Normalmente, consideram-se as representações semióticas como apenas um meio de exteriorização das representações mentais, para fins de comunicação, ou seja, torná-las visíveis ou acessíveis a outras pessoas. Olhando sob este ponto de vista, é possível o cometimento de engano (DUVAL, 1993, p.39).

Por outro lado, não devemos conjecturar que as representações sirvam apenas para externar comunicação entre indivíduos; elas também podem ser vistas como um meio preponderante de desenvolvimento de atividades cognitivas do pensamento humano.

As representações semióticas desempenham um papel extremamente necessário ao

> a) desenvolvimento das representações mentais: estas dependendo da interiorização das representações semióticas, de igual forma que as imagens mentais.
> b) permitir a realização de uma variedade de funções cognitivas, tais como a função de objetivação (interna ao indivíduo) que independe da função de comunicação (expressão de outra pessoa) e principalmente a função de tratamento, que não deve ser preenchida pelas representações mentais, nessa, a maioria das atividades de tratamento estão ligadas a utilização de sistemas semióticos, tais como as operações desenvolvidas quando da solução numérica de determinado problema.
> c) produzir conhecimento, haja vista que, com a utilização das representações, é possível apresentar diferentes tipos de representações para um mesmo objeto. (DUVAL, 1993, p. 39).

Além disso, essas representações possibilitam ao aluno compreender, efetuar e ter domínio da variedade de ações matemática que lhes são apresentadas no ensino.

Duval (1993) afirma ainda não ser possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento, sem recorrer à noção de representação. Para ele, as representações semióticas desempenham um papel fundamental nas atividades relacionadas à Matemática, uma vez que estamos em presença daquilo que poderíamos chamar de paradoxo cognitivo do pensamento matemático: de um lado, a apreensão de objetos matemáticos não pode ser senão apreensão conceitual; de outro lado, é somente através das representações semióticas que uma atividade sobre os objetos matemáticos é possível.

Em geral, o aluno em fase de aprendizagem deveria não confundir os objetos matemáticos com suas representações semióticas. Entretanto, Duval (1995) afirma que a impossibilidade do acesso direto aos objetos matemáticos se dá em função de esses objetos serem exteriores às representações, tornando-se assim uma confusão quase inevitável. Ele afirma ainda que, pensando o inverso, comumente os alunos podem adquirir domínios de tratamentos matemáticos necessariamente ligados às representações semióticas e, a priori, se eles não possuem uma apreensão conceitual dos objetos representados, este paradoxo é tanto mais forte, quando identificamos atividade matemática e atividade conceitual e quando consideramos as representações semióticas como secundárias ou extrínsecas.

Em matemática, toda comunicação se torna mais fácil, se ela é baseada em representações.

> Os objetos a serem estudados são conceitos, propriedades, estruturas, relações que podem expressar diferentes situações, portanto, para seu ensino, precisa-se levar em consideração as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático. Os primeiros passos a ser dado é a compreensão do que seriam essas representações, essenciais ao funcionamento do conhecimento e ao desenvolvimento dos conhecimentos. (DAMM, 2008, p. 167).

2.2 Sistemas Semióticos como Atividades Cognitivas

Para que um sistema semiótico possa ser um registro de representação, ele deve permitir três atividades cognitivas fundamentais ligadas à semiósis, quais sejam:

> a) Formação de uma representação identificada como uma representação de um registro dado, como por exemplo, o enunciado de uma frase – compreensão numa linguagem natural dada – composição de um texto, desenho de uma figura geométrica, elaboração de um esquema, expressão escrita de uma fórmula etc. Dessa forma, a formação de uma representação poderia ser comparada à realização de uma tarefa de descrição.

> b) Tratamento de uma representação – pode ser entendido como sendo a transformação desta transformação dentro do próprio registro em que ele foi enunciado – a solução analítica de uma expressão numérica é uma forma de tratamento dentro do próprio registro proposto.
> c) Conversão de uma representação – deve ser admitida como sendo a transformação de uma representação em outra representação de outro registro – devendo conservar a totalidade ou apenas uma parte do registro dado como ponto de partida. (DUVAL, 1993, p. 41-42).

Os tratamentos e as conversões dos objetos matemáticos em estudo também serão tratados mais amiúdes posteriormente. Neste trabalho, em que buscamos comprovar uma evolução da aprendizagem escolar, particularmente na resolução de problemas, envolvendo operações com números naturais, trabalhamos com tratamento (operações realizadas dentro do próprio registro) e conversão (operações realizadas de um registro em outro registro de representação semiótica). No entanto, foi através das atividades envolvendo conversão que a aprendizagem dos alunos ficou mais evidenciada.

A passagem de um sistema de representação a outro, ou seja, a mobilização simultânea de vários sistemas de representação, no decorrer do mesmo percurso, fenômeno evidente e espontâneo freqüentemente usado em atividade matemática, em geral, para a maioria dos alunos, não se apresenta assim de forma tão evidente, visto que a passagem espontânea de uma representação semiótica a outra só acontece quando as mesmas são congruentes. Essa passagem, segundo Duval (2009), só ocorre de forma espontânea, quando:

a) Existe uma correspondência semântica entre as unidades significantes que as constituem.
b) Há a mesma ordem possível de apreensão dessas unidades nas duas representações.
c) Há conversão de uma unidade significante da representação de saída em uma só unidade significante de chegada.

Para o autor, caso uma dessas hipóteses não seja verificada, a passagem de uma a outra representação não ocorre mais de forma imediata, visto que, nesse caso, as representações não são mais congruentes. Ele assegura que a conversão não deve ser confundida com as atividades que estão próximas destas e, sim, da codificação e da interpretação, pois a mudança em um registro nem sempre implica em mudança no outro registro. É possível haver uma exclusão do registro dado inicialmente. Nesse caso, a conversão não satisfaz as condições impostas como ponto de partida e não contribui para uma aprendizagem significativa. Assim, a conversão é uma atividade cognitiva diferente e não está sujeita às atividades de tratamento (DUVAL, 1995).

Embora, do ponto de vista matemático, na representação de registros, o uso de conversão, segundo Freitas (2007), não desempenhe papel tão importante, do ponto de vista cognitivo, é a conversão que leva a uma melhor compreensão, haja vista que a originalidade da atividade matemática está na possibilidade de utilização de pelo menos dois registros de representação para cada situação problema, ou de perspectivas de mudanças de registros de representação.

Nos registros de representação semiótica, a aplicabilidade da conversão e do tratamento no ensino de Matemática torna-se, portanto, necessária no processo de ensino-aprendizagem; permite, desta forma, disponibilizar aos professores instrumentos que podem viabilizar uma melhora considerável de aproveitamento e compreensão de conteúdos ministrados. A partir do momento em que o professor utiliza novos recursos didáticos e procura representar o conteúdo ministrado de várias formas, a perspectiva de aprendizagem, com certeza, poderá ter o resultado desejado. Por outro lado, quando um aluno não consegue aprender de uma forma, outras formas podem ser utilizadas pelo professor, como, por exemplo, a utilização das conversões congruentes, as quais podem contribuir para facilitar essa aprendizagem.

Segundo Pavlopoulou (1993), as regras para a conversão podem parecer muito simples, mas a passagem da representação de um objeto em um cadastro de sua representação em outro registro é, na maioria das vezes, muito mais complexa do que parece. Por outro lado, em atividades de matemática trabalhadas com os alunos, em que a conversão das representações é congruente, segundo Duval (2009), existe uma taxa elevada de sucesso. No entanto, se a atividade envolve representação não congruente, as pesquisas têm mostrado que os resultados têm atingido taxas mais ou menos fracas de sucesso.

O tratamento dado a uma representação é visto como sendo a transformação dessa representação realizada no próprio registro em que ela foi concebida. Ou seja, as operações de tratamento ocorrem internamente num registro. As funções de tratamento, em geral, no nível de ensino-aprendizagem deste trabalho, normalmente os alunos o fazem por tentativas (simulação), em primeiro plano, para depois apresentar uma solução mais formal. Às vezes, nem conseguem expressar a solução de outra forma que não a feita por tentativa.

Para soluções por tentativas (simulação), Duval (2004) apresenta um modelo de representação o qual define esse processo:

> É interessante observar neste modelo que a representação não se restringe à simples relação: representante - representado como na definição, por analogia com signo logístico. Mas integra as ações e tratamento para que a representação possa levar (comportamento - representante e comportamento - representado). Assim, o relacionamento entre estes dois sistemas de ação

> (comportamento 1 e 2) é predominante em relação ao representante – representado. (DUVAL, 2004, p. 66).

A figura1 retrata bem essa função de tratamento.

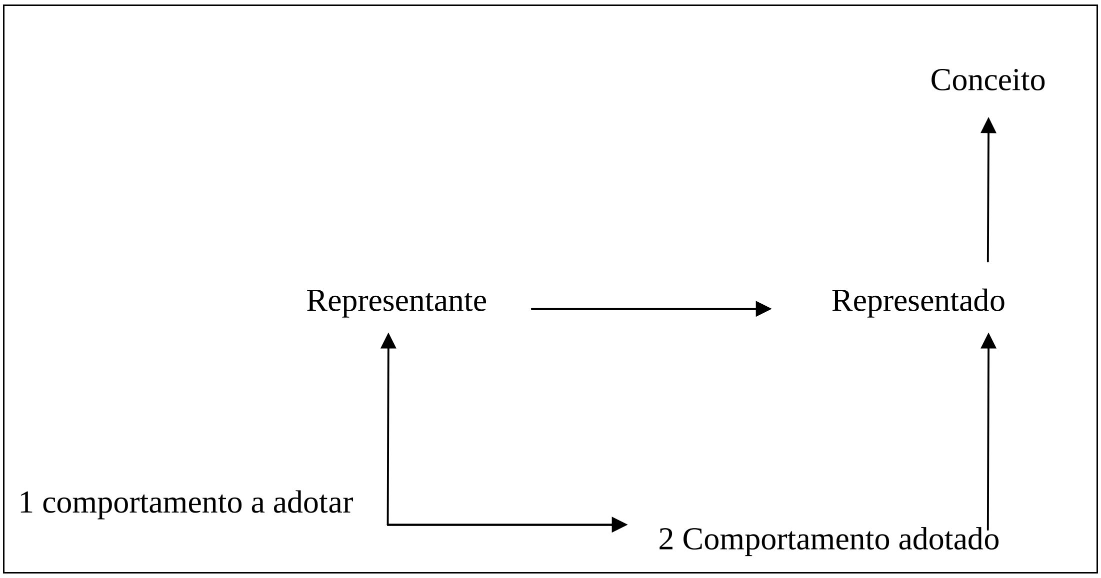


Figura 1 – Modelo de Representação da Função de Tratamento por Tentativa – simulação
Fonte: Adaptado de Duval (2009).

Em relação à figura 1, podemos supor que aparecem duas possibilidades relacionadas entre o que é representante e o que é representado, quais sejam:

- A relação a partir de cada representante é superficial, no entanto é suficiente para a função de expressão ou para a função de tratamento (Figura 1).
- A relação a partir da convertibilidade dos representantes, própria ao sujeito de conhecimento (seta C, Figura 2), é necessária para a função de objetivação.

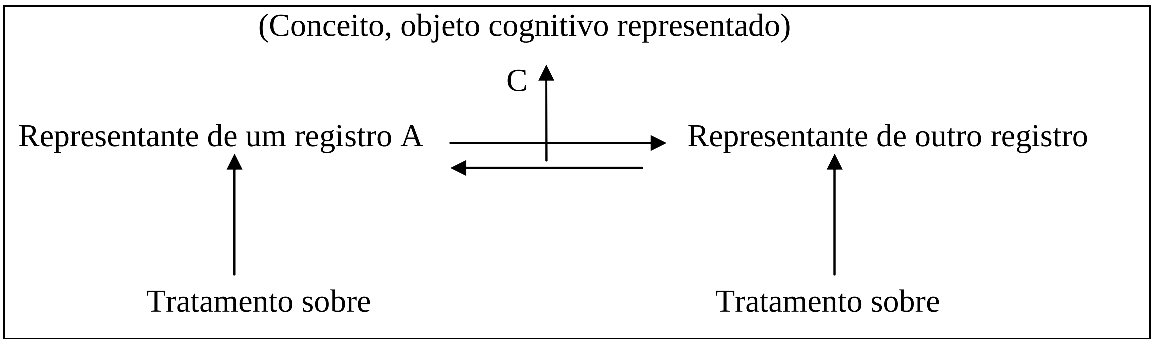


Figura 2 – Modelo de Representação Centrado na Função de Objetivação
Fonte: Adaptado de Duval (2004)

A figura 2 é a expressão da hipótese de aprendizagem definida e defendida por Duval (1993), em que faz a seguinte formulação:

> A compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de pelo menos dois registros de representação e esta coordenação manifesta-se pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão. (DUVAL, 1993, p. 51).

De fato, para Duval (2004), a percepção ou a reprodução de uma representação semiótica não significa que, em decorrência do próprio fato, não há diferenciação entre representante e representado. Ou seja, há a possibilidade de considerar esta representação apenas a partir da perspectiva do representante, ou só do ponto de vista do representado.

Duval (1993) considera que existe uma diferença fundamental na análise de atividades de matemática, na concepção de aprendizagem e de ensino, numa conjuntura de pesquisa por matemático. Ele afirma que, quando analisamos a solução de determinadas situações problemas desenvolvidas por alunos, em geral, não levamos em consideração os aspectos da diferenciação das transformações de um registro em outro.

Para Almouloud (2007), boa parte dos problemas de ensino e de aprendizagem, em alguns conteúdos, como, por exemplo, o de geometria, pode ser de origem didática e linguística e não propriamente de matemática em si, haja vista que

> A coordenação dos diferentes registros de representação – escrita algébrica, as figuras geométricas, o discurso na língua natural ligados ao tratamento dos conhecimentos não se opera espontaneamente, mesmo no curso de um ensino que mobilize uma diversidade de registros. [...], a dificuldade dos alunos para interpretar corretamente um problema e sua incapacidade em produzir a explicação de sua solução com um mínimo de vocabulário apropriado mostram sua limitação para entender os textos mais simples. Ao compreender o senso global, o aluno estará capaz de selecionar as informações principais e de revelar as relações das instruções e conseqüentemente a cometer erros. (ALMOULOUD, 2007, p. 130).

O autor afirma ainda que, em geral, os livros didáticos não costumam propor exercícios ou problemas que envolvam interpretações de textos matemáticos em seus enunciados, nem propõem no ensino-aprendizagem tratamentos e conversões, ao mesmo tempo. Dessa forma, devemos admitir que as representações sejam produções advindas de uma variedade de signos que podem ou não pertencer a um mesmo sistema de representação, com peculiaridades próprias e intrínsecas ao funcionamento e desenvolvimento do objeto de estudo.

Por outro lado, a compreensão conceitual, a diferenciação e o domínio das diferentes formas de raciocínio, as interpretações hermenêuticas e heurísticas dos enunciados são intimamente ligadas à mobilização e à articulação quase imediata da variedade de registros que se pode mobilizar (DUVAL, 2009, p. 20)

Convém salientar que, em geral, no processamento da função de conversão, devemos levar em consideração as conversões congruentes e as não congruentes. Em geral, o aluno escolhe a conversão congruente, por comodidade e por demandar menos tempo de construção da função de representação do objeto.

Segundo Duval (1993, p. 43),

> Mesmo que a atividade cognitiva de conversão de uma representação possa freqüentemente parecer estar estreitamente ligada a uma representação ou a um código, às vezes ela parece ser irredutível, visto que a conversão nem sempre pode ser obtida por simples aplicação de formulas ou regras.

No quadro 1, Duval (2007) mostra como se efetuam as mudanças de comportamento em relação às atividades de tratamento e conversão.

<table>
<tr><td colspan="2">(Operações de tratamento e conversão)</td></tr>
<tr><td>Permanecendo no mesmo sistema: Tratamento</td><td>Mudança de registro, mas conservando as mesmas características dos objetos: Conversão</td></tr>
<tr><td>Em geral, este tipo de transformação é mais usado, pois ele corresponde a procedimentos de provas, justificativas.
Pedagogicamente, a procura do melhor registro, nestes casos, produz uma melhor compreensão e os resultados são mais visíveis para os alunos</td><td>Neste tipo de transformação pode ocorrer o fenômeno da não-congruência. Em geral, isso acontece em função de os alunos não conseguirem perceber duas representações diferentes dos mesmos objetos. No processo de conversão, os fatores de não-congruência mudam de acordo com os tipos de registros envolvidos, em que a conversão pode e deve ser efetivada.</td></tr>
</table>

Quadro 1: Transformações de uma Representação Semiótica em outra Representação Semiótica

Fonte: Adaptado de Duval (2007)

2.3 Tipos de Representações Semióticas

Dentre os vários tipos de representações, Duval (2004) também chama a atenção para as características das representações conscientes e não conscientes, em que a oposição consciente/não consciente é o contraste entre o que parece um assunto em estudo e o que ele não percebeu dele. Por outro lado, pode ser visto como o que está faltando para complementar e ele não pode apontar o que falta. Nesse sentido, a consciência pode ser caracterizada pelo objetivo de algo a ser conquistado. Assim, a parcela da consciência não consciente tem um correspondente processo de objetivação, para que o sujeito se torne consciente. As representações conscientes podem ser vistas como aquelas que apresentam caráter intencional e desempenham uma função de objetivação.

Para Duval (1995), o caráter intencional das representações conscientes é essencial do ponto de vista cognitivo, pois permite levar em consideração o papel fundamental da significação nas determinações dos objetos que podem ser notados pelo sujeito. Para ele, as representações geométricas são exemplos típicos desses tipos de representações.

As representações conscientes externas são essenciais para a função de tratamento. As atividades de tratamento por sua vez estão diretamente ligadas à utilização de um sistema semiótico. Já as funções conscientes internas são designadas como funções de objetivação e a função de objetivação de si, quase sempre, é equiparada à de expressão para as outras funções. Dessa forma, é independente.

O quadro 2 caracteriza bem esses dois tipos de funções e de representações.

	INTERNA	EXTERNA
Consciente	Mentais Função de objetivação	Semiótica Função de objetivação Função de expressão Função de tratamento intencional
Não Consciente	Computacional Função de tratamento Automática Ou quase instantânea	-

Quadro 2: Tipos de Funções e de Representações

Fonte: Adaptado de Duval (1995)

Convém informar que não fizemos referência à função de tratamento computacional, por não termos trabalhado com esse tipo de tratamento.

Os tratamentos intencionais são aqueles que levam menos tempo. O controle consciente do indivíduo se concentra exclusivamente em dados do objeto observados anteriormente.

Duval (2004) também relaciona como essencial a oposição entre as representações externas e internas. Para ele, a oposição ocorre entre uma pessoa, organização ou sistema e é diretamente visível e observável. Por outro lado, as representações externas são produzidas por um sujeito ou por um sistema. As representações internas são representações que pertencem a um sujeito e não são disponibilizadas para outrem, através da produção de uma representação externa.

As representações externas são por natureza representações semióticas. Dessa forma, essas representações estão ligadas a um estudo de desenvolvimento e controle de um sistema semiótico. Assim, percebemos que, em Matemática, existe uma diversidade de registros de representação de um mesmo objeto. Entretanto, é a mobilização e a articulação desses diferentes registros que levam a uma compreensão em Matemática, embora algumas abordagens didáticas não reproduzam esse aspecto.

Por outro lado, a idéia de que todos os registros de representações de um mesmo objeto tenham conteúdo semelhante, ou que se permita ver em outros, é muito duvidosa. Nessa perspectiva, Duval (2007) afirma que a oposição, muitas vezes feita entre a compreensão que seria conceitual ou puramente mental e as representações semióticas que seriam externas, aparece como enganadora, haja vista que as representações mentais, na maioria das vezes, não passam de representações semióticas internas. Sendo assim, as representações semióticas não são nem internas nem externas. O quadro 3 exemplifica essa situação.

SISTEMA DE PRODUÇÃO	-	MENTAL INTERNA	MATERIAL EXTERNA	
	-	-	Oral	Visual (suporte de papel ou tela de computador)
	-	Produção para si próprio	Produção para os outros	Produção para si próprio ou para os outros
	Semiótico (Produção intencional)	Discurso interior Objetivação e funções de tratamento	Interações verbais Funções de comunicação	Escrita, figuras funções de tratamento de comunicação e de objetivação
	Natural (Produção automática)	Memória visual Função de objetivação	-	-

Quadro 3: Fenomenologia das Representações Mentais
Fonte: Adaptado de Duval (2007)

Do quadro 3, concluímos que as representações mentais que tenham aplicação em Matemática são representações interiores, em processo de interação e tratamento com representações semióticas externas.

Por outro lado, para Duval (2007), a compreensão em Matemática implica a capacidade de mudar de registro, dado que os objetos matemáticos nem sempre são perceptíveis. Dessa forma, o acesso aos objetos matemáticos passa, necessariamente, por representações semióticas. Além do mais, isso mostra porque a evolução dos conhecimentos matemáticos nos conduz ao desenvolvimento e à variedade de registros de representação.

Um dos pontos dessa pesquisa consistiu de procurar desenvolver no aluno a percepção, reconhecimento e explicitação de expressões numéricas advindas de formulação de problemas, em linguagem natural e vice-versa. Além desse aspecto, em se tratando de expressões numéricas, foi possível por parte do aluno o reconhecimento de expressões escritas de formas diferentes, sem que necessariamente se tratasse do mesmo objeto. Isso porque, trabalhando com expressões numéricas, mesmo em nível de problemas envolvendo números naturais, ao mudarmos a posição de certos números, podem ocorrer resultados totalmente diferentes, em relação à expressão anterior ou mesmo nem existir uma solução, no conjunto dos números naturais.

Segundo Duval (2004), a distinção entre sentido e referência está estreitamente ligada ao princípio da substituição, que é essencial nas operações de cálculo. Dessa forma, duas expressões, possuindo a mesma referência, podem ser modificadas ou trocadas uma pela outra, em uma fórmula, ou ser operado apenas o deslocamento de algum símbolo, podendo o conjunto verdade mudar ou não.

Por outro lado, ainda segundo Duval (2004), o trânsito entre as várias representações possíveis de um mesmo objeto matemático tem um papel fundamental. O valor cognitivo desse trânsito vai depender, principalmente, da noção de congruência semântica. Em síntese, o aluno pode perfeitamente reconhecer a operação 5-4, entretanto, pode não reconhecer que 5-4 é o mesmo que 5º.

Pode também ocorrer que, para uma expressão do tipo $20+(4:2)=22$, o aluno consiga formular um enunciado, um problema, utilizando a linguagem natural, sem que necessariamente consiga dar uma solução à expressão dada. Ou pode ocorrer que o aluno não consiga visualizar que os números dispostos na expressão $(20+4):2=12$, embora sejam os mesmos da expressão anterior, diferem da anterior, portanto objeto diferente, com resposta diferente.

Para Moretti (2007), em discussões sobre ensino-aprendizagem de conceitos em Matemática, uma preocupação, frequentemente levantada, é de como transformar objetos de pesquisa em objetos de ensino. Essa preocupação é fruto do papel das representações semióticas e da noção de congruência semântica na aprendizagem em Matemática.

Convém ressaltar que nem sempre a semelhança semiótica e semântica é suficiente para satisfazer a continuidade do discurso matemático. Neste caso, deve ser dada uma segunda dimensão ao objeto matemático que torne necessário ou não a se recorrer a uma terceira maneira de expressão do objeto.

Para que uma declaração possa estabelecer a continuidade entre duas frases, expressão, como entender o que está escrito e satisfazer as mesmas condições, uma semelhança semiótica ou semântica de cada uma das declarações está ligada ao ato da produção intencional da pergunta e da expressão numérica que sucede ao enunciado. Portanto, não há expansão discursiva de um enunciado que não se baseie na combinação de uma semelhança semiótica ou semântica e de uma semelhança interna ou externa.

O quadro 4 objetiva explicitar melhor essas situações de semelhança entre semiótica e semântica.

Mecanismo de Expansão	Semelhança Interna - continuidade sem ter enunciado	Semelhança Externa - continuidade com enunciado
Semelhança semiótica (se recuperam alguns significantes)	Associações verbais Linguagem do inconsciente	Expansão dos símbolos, escrita algébrica etc.
Semelhança semântica, significantes diferentes e mesmo objeto	Expansão suficiente com o conhecimento da linguagem natural Descrição, narração e argumentação	Expansão cognitiva: exige o conhecimento de definições, regras ou leis para um domínio do objeto. Explicação, demonstração por dedução ou por absurdo

Quadro 4: Formas de Expansão Discursiva de uma Expressão
Fonte: Adaptado de Duval (2004)

Observamos, no quadro 4, que as formas de expansão discursiva são opostas às situadas nas posições diagonais desse quadro e caracterizam tipos de discursos, sem que se tenha nenhum ponto comum entre eles.

Em função da grande variedade de representações semióticas utilizadas em Matemática, tais como: sistemas de numeração, enunciados de problemas em linguagem natural, expressões numéricas e representação geométrica de um problema, figural, mesmo que utilizadas de forma diferenciada da linguagem corrente, os quadros apresentados anteriormente facilitarão bastante a análise dessas situações problemas correntes em Matemática.

Mesmo que a utilização dessas formas diferenciadas seja diferente das da linguagem corrente, Duval (2007) propõe o quadro 5 para designar esses tipos diferentes de representação semiótica e que melhor sintetiza as argumentações para esse trabalho.

TIPOS DE REGISTROS	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
MULTIFUNCIONAIS Neles, os tratamentos em geral não podem ser expressos em forma de algoritmos.	Linguagem natural Associações verbais (conceituais) Formas de raciocinar: Argumentação a partir de observação. Dedução por tentativas ou por definição	Figuras geométricas planas em uma ou duas dimensões. Apreensão operatória, desenvolvimento. Construção com instrumentos.
MONOFUNCIONAIS Em geral, os tratamentos podem ser expressos em forma de algoritmos.	Sistema de escrita: Numérica Algébrica Simbólica	Gráficos cartesianos: Mudança de sistema de coordenadas Interpolação ou extrapolação

Quadro 5: Diferentes Tipos de Registros Semióticos utilizados na Atividade de Matemática

Fonte: Adaptado de Duval (2007)

A aprendizagem em Matemática deve ser precedida da mobilização simultânea de, pelo menos, dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na viabilidade de haver permuta a todo instante de registros. Dessa forma, se quisermos analisar as dificuldades de aprendizagem em Matemática, devemos estudar, principalmente, a conversão das representações semióticas.

CAPÍTULO 3

Revisão de Literatura

> *Se o professor atormenta os seus alunos e, em lugar de conquistá-los, estimula ódio contra si mesmo e contra a matemática que ensina, não apenas o seu ensinamento será negativo, mas ter que conviver com tantos inimigos será para ele um tormento contínuo.*
> *(Giuseppe Peano, 1858-1932)*

A educação é fator preponderante para promover o desenvolvimento de uma nação. A cada dia, torna-se mais evidente que a economia moderna avança, a partir de sujeitos dotados de capacidades e de saberes que possam processar informações, em menor espaço de tempo. Assim, as competências cognitivas, sociais e tecnológicas são fatores primordiais para o progresso social. Por conseguinte, a aprendizagem construída na base da pirâmide educacional torna-se cada vez mais imprescindível para alcançarmos esses objetivos. Sem educação de qualidade, caminhamos para a formação de sujeitos sem perspectivas de qualidade de vida.

Quando surge uma nova metodologia, um novo currículo ou um novo movimento em favor de mudanças de atitudes, em geral, não é aceito de forma imediata, sempre vão existir desconfianças e rejeição por parte da maioria dos professores. Por outro lado, qualquer teoria de aprendizagem, aplicada à educação, estará sempre em busca de uma educação que privilegie o aprender das crianças. Assim, a prática de ensino precisa ser uma ação pedagógica em processo contínuo, visando à melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem da criança.

Várias pesquisas em Educação Matemática têm sido feitas no Brasil, em particular as que estudam a aprendizagem escolar e o desenvolvimento cognitivo. Entretanto, acreditamos, muitas delas com enfoques um pouco diferentes da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Essa Teoria foi aplicada na investigação de que trata este trabalho, *cujo objetivo foi o de melhorar o desempenho escolar em Matemática, dos alunos do sexto ano A do Ensino Fundamental, do Colégio Universitário da UFMA, principalmente, em atividades relacionadas à resolução de problemas de aritmética, envolvendo operações com números naturais.*

3.1 Pesquisas Aplicando a Teoria dos Registros de Representação Semiótica

Sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, buscamos o que havia de publicações realizadas nos últimos anos. Dentre os trabalhos levantados e pesquisados, selecionamos apenas aqueles que, de certa forma, possuem alguma interseção com este trabalho e que tenha aplicado essa Teoria.

Pavlopoulou (1994) investigou a aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica no ensino propedêutico de álgebra linear. O objetivo foi promover a coordenação dos diferentes registros de representação. Ele propôs aos alunos de álgebra linear, do DEUG A (Primeiro ano universitário), da Universidade de Strasbourg, uma variedade de situações para as famílias de vetores em cada um dos seus registros, assim como tarefas que levassem a explorar sistematicamente as possíveis variações que estivessem representadas em um cadastro e fornecer, ou observar as variações concomitantes de performances em outro registro. Foram desenvolvidas quatro pesquisas com os alunos.

Nessas pesquisas, foi pedido para os alunos realizarem conversões, representações de famílias de vetores no plano e no espaço e representarem três registros: gráfico, tabelas e simbólico. Foi organizada uma sequência didática de ensino de oito horas, a fim de promover a coordenação da aplicação dos registros de representação semiótica, com o objetivo de: a) verificar se era possível conseguir aprendizagem, usando conversão; b) se essa aprendizagem, se bem sucedida, facilitava o acesso a objetos e conceitos matemáticos.

O experimento foi realizado com alunos que já haviam concluído o programa tradicional de ensino de álgebra linear, mas que não tinham concluído os exames finais do primeiro semestre. Foram escolhidos ainda três grupos (população experimental) que seguiam a sequência de ensino e dois outros (grupo controle) que foram monitorados, durante este tempo de educação formal feita pelo próprio professor.

Um primeiro questionário foi aplicado em duas populações (144 alunos), antes da sequência de ensino. O questionário constou de três partes: a primeira tratava da aplicação da conversão e trabalhava com questões de representação de uma família de vetores, no plano ou no espaço tridimensional; a segunda dizia respeito à noção de vetor e a terceira constou de exercícios clássicos de álgebra linear.

Para avaliar a evolução das duas populações, foi aplicado um segundo questionário, após o término da sequência de ensino. Os resultados das duas populações foram analisados, comparando os resultados obtidos da população experimental com o da população do grupo de controle.

Os resultados que Pavlopoulou (1994) encontrou como respostas dos alunos, sujeitos da pesquisa, foram considerados ruins. Ele justificou, afirmando que isso ocorreu, devido às dificuldades que os discentes tiveram em realizar as passagens de um tipo de registro a outro, especificamente:

a) nas soluções algébricas, usadas pela maioria dos alunos.

Nesses tipos de registros, apareceram três tipos de dificuldades:

- transição de registros, em termos de equações, expressos em linguagem natural para o registro simbólico.
- pouco desenvolvimento com o tratamento de registros simbólicos.
- dificuldade de interpretar graficamente os resultados obtidos.

b) nas soluções geométricas, apenas dois registros foram estabelecidos: a linguagem natural e a representação através de gráficos.

Pavlopoulou (1994) observou, também, que houve uma tendência geral de representação dos estudantes em traduzir os conceitos abstratos da álgebra linear. Essa abstração parece ser a preocupação central das propostas já conhecidas. O autor notou, no entanto, que, em geral, o conceito de representação utilizado fora ainda de forma vaga: não soube se foram em função das representações mentais de representações semióticas ou de exemplos de uso em áreas supostamente mais familiares.

Em geral, Pavlopoulou (1994) considerou que a passagem de um registro para outro é uma compreensão natural dos conceitos matemáticos envolvidos. Entretanto, os resultados das investigações e as avaliações feitas mostraram que os alunos fizeram justamente o contrário. Muitos calouros universitários não conseguiram realizar a função de conversão em tarefas relativamente simples. Além disso, o sucesso realizado em determinadas tarefas de conversão não sinalizou para que se pudesse prever que o comportamento a ser realizado em outras atividades de conversão aparentemente semelhantes também tivesse sucesso.

Pavlopoulou ainda observou que os alunos confundiram o objeto matemático com o vetor de seu representante, em especial, com a seta desenhada no plano ou no espaço tridimensional. Os discentes também apresentaram grandes dificuldades para realizar conversões de representações de um registro para outro registro, especialmente quando combinado com vários tipos de registros, como, por exemplo, figural, vetorial e os registros da escrita simbólica.

No ensino-aprendizagem da Matemática não devemos levar em consideração apenas os aspectos tais, como, procedimentos e métodos que levam o aluno a construir conceitos matemáticos. Devemos, também, considerar os aspectos cognitivos em que analisemos como o aluno aprende.

Dominoni (2005) investigou como se dava o processo da aplicação dos diferentes registros de representação na aprendizagem de função exponencial. Na pesquisa, foram utilizados os procedimentos metodológicos da Engenharia Didática, considerados adequados ao estudo dos processos de ensino-aprendizagem referentes à construção do conceito de função exponencial, desenvolvidos por meio de uma sequência didática, por se caracterizar por um esquema experimental baseado em "realizações didáticas" na sala de aula. O autor enfatizou a concepção, a observação e a análise da sequência de ensino.

Depois de realizada a pesquisa do referencial teórico, foi elaborada uma sequência didática baseada na teoria dos registros de representação semiótica. Essa sequência ocorreu por meio de um processo interativo entre professor e alunos, buscando estratégias mais efetivas e constou, inicialmente, de sete atividades de ensino que permitiam ao aluno compreender função exponencial e lidar com diferentes registros de representação desta função (linguagem natural, registro tabular, registro gráfico e registro algébrico).

A segunda sequência foi realizada numa única aula e constituiu-se de seis atividades, planejadas de modo a contemplar a conversão, o tratamento e a coordenação entre os diferentes registros.

Participaram da pesquisa 27 alunos da primeira série do ensino médio de uma escola particular da cidade de Arapongas, na faixa etária de 13 a 15 anos, em que a pesquisadora atuou como professora. Os alunos foram distribuídos em doze duplas e um trio, embora no trabalho o autor tenha utilizado apenas 8 duplas. O critério utilizado de escolha das duplas foi a frequência dos alunos às aulas.

Os resultados da pesquisa revelaram que os alunos, em geral, apresentavam dificuldades para representar os pontos no gráfico, estranhavam o traçado da curva, iniciavam tentando traçar uma reta; como não era possível, perguntavam se o registro estava correto e solicitavam ajuda do professor. Apenas a conversão do registro tabular para o registro gráfico não apresentou muitas dificuldades para a maioria das duplas. No entanto, as conversões e coordenações entre registros não ocorreram de forma espontânea; em geral, os alunos solicitavam ajuda ao professor. A conversão entre o registro em linguagem natural e o registro algébrico apresentou o maior grau de dificuldade de operacionalização. Revelaram, também, que, em geral, nos livros didáticos, é enfatizada apenas a identificação de função, usando diferentes registros de tratamento. Esses instrumentos de ensino não enfatizam com a mesma intensidade a conversão e a coordenação entre elas.

Buehring (2006) investigou de que forma era possível elaborar uma sequência de ensino de noções básicas de análise de dados, para alunos da primeira série do ensino fundamental, utilizando e coordenando diferentes registros de representação semiótica.

Para desenvolver a investigação dessa questão de pesquisa, a autora aplicou um pré-teste que constou de uma sequência didática composta de quatro aulas, com duração de uma hora e meia cada aula, em quatro dias seguidos, para observar as possíveis dificuldades dos alunos e para verificar as idéias que as crianças poderiam construir sobre conceitos de análise de dados.

Na aula 1, a autora desenvolveu as seguintes atividades:

a) Perguntou aos alunos os nomes deles e sugeriu que cada um deles escrevesse seu nome numa ficha. Combinou coletivamente uma cor para os meninos pintarem suas fichas e uma cor para as meninas pintarem, também, suas fichas. Pediu que todos os alunos colassem as fichas num papel pardo em frente ao quadro de giz.
b) Perguntou às crianças quantos meninos e quantas meninas havia na sala e deixou que eles fizessem esses registros de forma aleatória.

Na aula 2, foram repetidos os mesmos trabalhos realizados na aula 1, tendo-se em seguida feito a comparação desses dados.

Na aula 3, foram retomados os dados das aulas anteriores e construídas malhas quadriculadas, formando gráficos de colunas de diferentes tipos, registrando esses gráficos em cartazes.

Na aula 4, foi revisado o que já tinha sido feito nas aulas anteriores. Foi solicitado que cada aluno definisse o que era gráfico e o que era tabela. Também, foi distribuído aos alunos vasto material impresso, para que eles identificassem tabelas e gráficos, recortassem-nos e colassem em separado os tipos semelhantes.

Nas atividades, foi observado que os alunos utilizaram os registros de conversão, ao passarem do real para a representação nas fichas, tendo isso acontecido gradualmente. Observou a autora que houve crescimento significativo, com o desenvolver das aulas e de forma natural, embora, às vezes, provocado pela professora.

Foi observado, também, que os alunos conseguiram representar vários tipos de registros de representação semiótica: pintados em tabela, icônica e numericamente. Foi constatado que os discentes perceberam que os diferentes tipos de tabelas e gráficos poderiam servir para representar semioticamente uma mesma informação.

Foi observado, ainda, que, nas atividades desenvolvidas, usando diferentes tipos de registros de representação semiótica, as respostas obtidas foram muito boas, em relação à visualização da realidade pela criança, no tratamento com o objeto de estudo.

A pesquisa revelou, também, a capacidade das crianças em operar e coordenar diferentes registros de representação, além de terem desenvolvido suas capacidades de ler e de fazer interpretação de dados.

Buratto (2006) fez um estudo reflexivo sobre a formação inicial de professores de Matemática e o ensino-aprendizagem do conteúdo de áreas de figuras geométricas planas. Desenvolveu uma proposta alternativa de metodologia que buscava uma nova prática pedagógica, assim como a formação de conceitos geométricos. O suporte teórico utilizado foi baseado na Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

A pesquisa foi realizada em três fases: revisão bibliográfica, trabalhos com os alunos de licenciatura, o que foi denominado de experiência, e elaboração de uma proposta pedagógica de atividade didática.

A revisão bibliográfica foi feita através da seleção de pesquisas baseadas no ensino-aprendizagem da geometria e tendo como aporte a teoria dos registros de representação semiótica.

A experiência foi realizada com 30 alunos do quinto semestre do Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade do Planalto Catarinense – UNIPLAC. Esses alunos foram escolhidos pelo fato de já haverem concluído as disciplinas básicas de licenciatura. Essa fase da pesquisa teve início com a aplicação de um questionário aos alunos, objetivando explorar a utilização dos registros de representação semiótica, quanto à aplicação de diferentes registros, no uso de tratamento e conversão em problemas de geometria.

A análise do questionário foi feita por meio de simples correção de itens e serviu para orientar quanto à elaboração de nove atividades de aprendizagem que serviriam de base para a adequação da proposta de atividade didática. Essas atividades foram aplicadas ao longo da pesquisa.

Foi constatado que a estratégia utilizada pelos alunos, para resolver os exercícios que envolviam cálculo de áreas de figuras geométricas, na maioria das vezes, ainda foi a da memorização. Poucos alunos utilizaram a figura geométrica e a mudança de registros de representação como ferramenta na resolução dos problemas. Foi constatado, também, que os tipos de problemas propostos e a metodologia de trabalho adotada pelo professor da turma constituíram-se fatores determinantes para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos. E, ainda, que as atividades apresentadas pelo processo das apreensões, envolvendo a aplicação dos diferentes registros, muito contribuíram para o desenvolvimento do ensino-aprendizagem da geometria.

A autora constatou que as dificuldades de domínio em trabalhar com os diferentes tipos de registros de representação semiótica, na apreensão da aprendizagem da geometria, ocorreram muito mais em função de deficiências de conteúdo. Alguns alunos ainda desconheciam que a Matemática, para ser compreendida, não basta que ela seja ensinada apenas de modo lógico, ou seja, como funciona ou como pode ser aplicada; depende, também, da habilidade do professor e do interesse em fazer com que os alunos aprendam.

Como proposta didática, Buratto (2006) propôs adotar uma postura crítica e autônoma e compreender que o ensino da geometria deve ser visto para além do uso de técnicas, fórmulas, identificação. Deve ser vista, também, como uma atividade do pensamento que pode proporcionar grande desenvoltura no olhar, no resolver e no saber e que, dominando as mudanças de linguagem (linguagem natural para linguagem figural) das representações semióticas, o ensino e a aprendizagem da Matemática se tornarão mais objetivos.

Silva (2007) investigou como os estudantes do ensino médio utilizaram os registros de representação semiótica na resolução de problemas de Matemática. Segundo a autora, os enunciados dos problemas estão escritos normalmente na língua natural ou, às vezes, em linguagem gráfica, geométrica etc. Assim, em geral, o aluno precisa traduzir os enunciados dos problemas para outra linguagem, implicando numa mudança de registro que, normalmente, com os quais o aluno não possui habilidades para operar.

Como procedimento da pesquisa, foi aplicado um teste exploratório em duas escolas da Rede Pública de Ensino do Estado de São Paulo, com a função de preparar para o teste final. Na primeira escola, o teste foi aplicado numa turma de segundo e de terceiro ano do ensino médio; na outra escola, apenas numa turma do segundo ano do ensino médio, totalizando 114 alunos. A escolha dos sujeitos foi aleatória, em relação à faixa etária e gênero. No teste, havia quatro questões selecionadas do Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM – 2003. Essas questões foram selecionadas em conformidade com o assunto que estava sendo ministrado em sala de aula.

Numa primeira análise, foi constatado que os alunos haviam respondido apenas uma questão, das quatro propostas.

O segundo teste foi elaborado com duas questões do ENEM, sendo uma delas a que obteve sucesso de respostas no teste exploratório, e mais duas questões elaboradas pelo pesquisador. Esse teste foi aplicado em outra escola, para evitar que os estudantes que já haviam participado do teste exploratório influíssem no resultado. As questões retiradas do

ENEM sofreram pequenas alterações na formulação da pergunta, assim como em relação ao gabarito divulgado pelo ENEM.

O segundo teste foi replicado em outra escola, para 56 alunos do terceiro ano do ensino médio. Para a análise dos resultados, ele levou em consideração:

a) análise do enunciado o qual trazia como um registro de partida aspectos sintáticos e semânticos.

b) análise e objetivos do problema

c) conhecimentos requeridos

d) registros de representação semiótica presentes no enunciado do problema e prováveis registros presentes na resolução.

Durante a análise, verificou-se que foram poucos os alunos que recorreram a uma variedade de registros de representação semiótica. Em 114 respostas, apenas uma conversão foi realizada com sucesso; em 78, apenas duas e em 7, apenas 03 alunos apresentaram suas soluções, usando a função de conversão corretamente.

Silva (2007) observou que os alunos apresentaram muitas dificuldades no uso da linguagem algébrica, consequentemente poucos resolveram problemas dessa área. Observou, também, que, em função do desconhecimento da representação do objeto, isso influenciou negativamente no desempenho do aluno. Constatou, ainda, que, na utilização da conversão da linguagem natural para um registro figural, a maioria dos alunos não conseguiu representar de forma adequada.

Em função dos resultados obtidos, a autora sugeriu que fosse aplicada a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, nas aulas de Matemática, para que os alunos pudessem ter um melhor desempenho na resolução de problemas.

Brandt (2005) procurou investigar quais as formas de organizar e propor, no processo de ensino, situações que permitissem aos alunos compreender o sistema de numeração decimal, enquanto forma de comunicação e de registro da medida de um conjunto. Também investigou como atribuir sentido e significação aos registros de representação do número, em suas formas de escrita e numeral arábico que veiculam a estrutura do Sistema de Numeração Decimal.

Como metodologia, foram utilizadas, como instrumento de coleta de dados, provas distribuídas em tarefas. Essas provas foram testadas em menores grupos de sujeitos, a fim de refinar o instrumento em relação às compreensões buscadas.

Foram elaborados dois instrumentos pilotos, propostos em dois momentos distintos. O primeiro constou de uma replicação de uma prova de Kamii (1992) e de outras duas provas de outros pesquisadores, mas com algumas alterações. As provas foram aplicadas a dois sujeitos do ensino fundamental: um de uma escola estadual de Ponta Grossa, Paraná; o outro, de uma escola estadual do Balneário de Camboriú, Santa Catarina.

Num segundo momento, outras provas foram elaboradas e aplicadas a oito alunos da terceira série de uma escola estadual de Navegantes, em Santa Catarina.

Num terceiro momento, foi organizado o instrumento final de coleta de dados, composto das provas já aplicadas e replicadas a 47 crianças de 3ª e 4ª séries do Ensino Fundamental de uma escola de Ponta Grossa, Paraná. Foi utilizado o método “clínico-crítico”, para conduzir as provas e proceder com a análise interpretativa dos desempenhos e conduta dos sujeitos.

A aplicação das provas foi feita pela pesquisadora. Após a aplicação destas, foi procedida a identificação dos tipos de respostas para uma mesma questão e categorizadas pelas diferentes soluções.

Na primeira prova, os sujeitos tinham que contar fichas, anotar o valor num papel e circular, na escrita arábica, o número de fichas correspondentes a cada dígito da representação, de acordo com o seu valor relativo. Para os valores escritos em escrita arábica, num cartão, separavam o número de objetos correspondentes e os circulavam de modo a representar os algarismos.

Na segunda prova, os sujeitos realizaram, numa folha de papel , uma operação de adição mental, com reserva, envolvendo números de dois algarismos e uma subtração, também, com reserva. Eles deveriam justificar a necessidade do empréstimo e a sua transformação em 10 unidades – caso da subtração – e o procedimento adotado para a soma que ultrapassasse 10 unidades.

Numa terceira prova, os sujeitos receberam os cartões nos quais estava escrito: 1 unidade, 2 unidades ...; 3 dezenas, 5 dezenas ... centenas etc. Um número determinado aleatoriamente pelo sujeito, pertencente a um intervalo dado, deveria ser escolhido e os cartões representativos da quantidade separados.

Outra prova aplicada envolvia a operação de conversão. Devido às variações nas unidades, sempre levavam a uma referência em outro objeto, no caso, outro número. Foi também realizada uma prova de reconhecimento do conteúdo, com a aplicação dos registros de representação semiótica, no sistema de numeração decimal. Os dados foram analisados de duas formas: identificação das respostas dadas, dos procedimentos e estratégias adotadas e das explicações e argumentações à interpretação dos resultados construídos pelas crianças.

Na pesquisa, foi observado que os alunos não reconheciam um mesmo objeto em representações diferentes. Este reconhecimento era absolutamente necessário para que um sujeito pudesse utilizar formas alternativas de mobilização do registro. Concluiu, também, que as crianças utilizavam os nomes de números e a escrita arábica, para denominar objetos de uma coleção ou para se referir à medida de um conjunto. Entretanto, essas crianças não reconheciam, nesses registros de representação, a estrutura do sistema de numeração decimal. Nesse caso, constatou que o não reconhecimento do objeto nos registros, pelas crianças, configurou um retrocesso.

Observou que as crianças não conseguiram realizar a conversão não congruente entre a palavra e o numeral arábico. Esta função de não congruência foi maior, quando a função de estudo acontecia para valores no intervalo [11;15]. Observou, também, que a maioria das crianças não foi capaz de identificar, nos dígitos da representação semiótica por algarismos, o valor relativo das unidades de acordo com a posição que ocupava. Poucas crianças foram capazes de enxergar, nos dígitos da representação por algarismos, os agrupamentos e os agrupamentos de agrupamentos. Entretanto, todas as crianças produziram números com três algarismos, mudando de posição os algarismos no numeral, identificando-os e ordenando-os, segundo o critério pedido.

Identificou, também, nas produções dos alunos, atribuição de sentido pertencente à função apofântica[5] em que conseguiram lidar com as dez unidades como uma dezena e com cem unidades como uma centena.

Karrer (2006) pesquisou que tipo de mecanismo cognitivo de compreensão foi desencadeado pelos estudantes, quando se deparavam com uma abordagem diferenciada do conteúdo das transformações lineares, na perspectiva dos registros de representação semiótica.

A metodologia utilizada constou de análise de livros didáticos e aplicação, pela pesquisadora, de questionários com questões de transformação linear no plano.

Os livros didáticos analisados de álgebra linear foram:

a) CALLIOLI, C. A.; DOMINGUES, H. H.; COSTA, R. C. F. **Álgebra linear e aplicações**. 6. ed. São Paulo: Atual Editora, 1995.

[5] A função apofântica acrescenta uma qualificação aos enunciados tornando-os completos, diferenciando-os das expressões referenciais que apenas designam objetos. O sentido completo significa tornar um valor determinado, no universo cognitivo, representacional ou relacional dos interlocutores, cuja finalidade é baseada num valor lógico ou epistêmico (BRANDT, 2005 p. 203).

b) BOLDRINI, J. L.; COSTA, S. I. R.; RIBEIRO, V. L.; WETZLER, H. G. **Álgebra linear**. São Paulo: Ed. Harper e Row do Brasil, 1980.
c) ANTON, H.; RORRES, C. **Álgebra linear com aplicações**. Tradução Claus Ivo Doering. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.
d) LAY, D. C. **Álgebra linear e suas aplicações**. Tradução Ricardo Camelier e Valéria de Magalhães Iório. 1. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1997

O questionário foi aplicado a 86 alunos que já haviam cursado a disciplina de álgebra linear, dos cursos de Engenharia da Computação e/ou Ciências da Computação de quatro Instituições particulares de ensino superior do Estado de São Paulo. Em geral, os questionários aplicados constavam de cinco questões, envolvendo transformação linear, cuja formulação fora baseada nos livros pesquisados.

Os livros de Computação Gráfica analisados foram:

a) FOLEY, J. D. et al. **Computer graphics**: principles and practice. [S.l.]: Addison-Wesley Publishing Company, 1990.
b) ANGEL, E. **Interactive computer graphics**: a top-down approach with openGL. [S.l.]: Addison-Wesley Longman, 1997.

Durante a análise dos dados, Karrer (2006) observou que, a partir da definição matemática, o conceito de transformação linear era tratado exclusivamente no seu caráter objeto.

Nas questões propostas nos livros, estavam presentes o registro da língua natural, o registro gráfico e o registro simbólico, nas suas representações algébrica e matricial. Estavam, também, presentes vários exercícios em que a conversão de registros gráficos para o simbólico e algébrico era solicitada, havendo uma predominância do registro simbólico. Não foi constatada a utilização de recursos computacionais, na introdução ou nos problemas apresentados.

Também observou que, na descrição dos resultados de cada amostra trabalhada, frequentemente, os estudantes associavam o objeto “transformação linear” com a sua representação simbólico-algébrica, ou seja, confundiam o objeto matemático com uma de suas representações. Constatou que as conversões praticamente não foram estabelecidas nas questões pesquisadas, com exceção das que partiam da representação simbólico-algébrica e requeriam uma conversão para o registro numérico. Esse tipo de representação foi a que obteve resultados mais expressivos. Em comparação com alguns livros didáticos analisados, esse tipo de conversão era uma das mais trabalhadas.

Nas questões em que não especificávamos o tipo de representação que deveria ser utilizado, poucos estudantes apresentaram uma representação diferente da língua natural de emprego comum, sendo esta apresentada, na maioria das vezes, de forma insatisfatória. Quando a questão partia de registro gráfico para o numérico, houve um alto grau de desistência em responder e, quando os alunos se dispuseram a apresentar alguma solução, fizeram-no de forma incorreta.

Concluiu ainda que, especificamente quanto ao conteúdo das transformações, há um descompasso, em termos de registros e conversões, entre o que é valorizado nos livros didáticos de Álgebra Linear analisados e o que era enfatizado nos livros de computação gráfica.

Lopes Júnior (2006) pesquisou a compreensão do conceito de função do primeiro grau, no que diz respeito às formas de linguagem e códigos que são utilizados por alunos do ensino médio, baseado na Teoria dos Registros de Representação Semiótica. A metodologia utilizada por ele foi denominada de micro-engenharia; objetivava analisar a aplicação de alguns registros de representação semiótica na formulação de conceitos de função do primeiro grau e na resolução de problemas, envolvendo função do primeiro grau. Para isso, foram realizados um teste diagnóstico, análise a priori, sequência didática e análise *a posteriori*.

O teste diagnóstico constou de três questões que envolviam conhecimento de funções do primeiro grau. A aplicação foi feita pelos próprios professores das respectivas turmas, para um universo de 255 alunos, divididos em grupos equitativos.

A primeira questão tratava de registro representado em forma de tabela. Os alunos deveriam formular um conceito de função e enunciá-la, a partir dos dados da tabela dada. A segunda questão trabalhava a compreensão de um enunciado que levava o aluno a completar uma tabela e expressar a função correspondente, fazendo a conversão do registro: língua natural para o registro simbólico e numérico. A terceira questão trabalhava o conceito de função, a partir do registro linguagem natural.

Dos 255 alunos que responderam ao teste diagnóstico, apenas 44 esboçaram algum tipo de solução aos problemas propostos e destes, nenhum conseguiu trabalhar com o registro algébrico ou gráfico. Nas soluções apresentadas, trabalharam apenas com a conversão do registro em linguagem natural para o simbólico numérico.

A análise a priori objetivava verificar se os alunos tinham conhecimento do conceito de função do primeiro grau e se sabiam aplicar os registros de representação semiótica na resolução de problemas envolvendo estas funções. Como os resultados não foram considerados bons, o pesquisador elaborou uma sequência didática, dividindo-a em três partes. A primeira, através do acompanhamento das atividades desenvolvidas em sala de aula, orientadas através de fichas de observação, constou de exercícios usando variação de grandezas e sua respectiva interpretação gráfica ou através de tabelas. A segunda, através de trabalhos sobre situações problemas que proporcionavam a identificação de diferentes tipos de representações semióticas, com a aplicação de tratamento e conversão. A terceira, através da coordenação dos registros trabalhados anteriormente, distinguindo a natureza de cada registro: tratamento ou conversão.

Lopes Júnior (2006) comprovou que os alunos tiveram muitas limitações na aplicação dos registros de representação semiótica, na resolução dos exercícios propostos, usando a conversão. O rendimento foi regular, quando a conversão era congruente e partia do registro expresso em tabela para o registro gráfico. As dificuldades maiores foram observadas nas atividades de conversão saindo do registro simbólico para o registro gráfico.

Colombo (2008) realizou uma pesquisa sobre a representação semiótica como forma de estruturar o saber que está sendo ensinado e aprendido na escola, analisados e articulados em uma proposição curricular: a representação semiótica dos objetos matemáticos como ponto central e o conjunto de tarefas matemáticas escolares como referência do saber.

A pesquisa foi dividida em quatro fases: referencial teórico, revisão de literatura, análise de documentos oficiais e elaboração de uma proposição curricular que envolvesse os aspectos levantados nas fases anteriores.

A investigação do referencial teórico constou de quatro etapas: a primeira etapa se referiu à natureza semiótica do conhecimento matemático; a segunda tratou do levantamento teórico sobre a noção dos registros de representação semiótica, dos campos conceituais e da classificação de tarefas escolares de João Pedro da Ponte; a terceira desvelou as principais propostas curriculares relacionadas à Matemática e a quarta verificou a articulação dos referenciais teóricos, destacando os pontos de convergência entre eles.

A segunda fase, revisão de literatura, foi dividida em duas etapas. A primeira etapa constou do levantamento de pesquisas realizadas no Brasil, baseadas no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, com foco nos registros de representação semiótica, no período 1990-2005. Na segunda etapa, foi feita uma revisão bibliográfica de trabalhos publicados que tratassem de propostas curriculares e que tivessem algum tipo de interseção, com o objetivo da pesquisa: refletir crítica e teoricamente sobre o currículo e os registros de representação semiótica, a fim de elaborar uma proposta curricular de Matemática para o Ensino Fundamental.

Na terceira fase da pesquisa, foi feita a análise de documentos oficiais, em que:

a) foi investigada a presença das representações semióticas em propostas curriculares de Portugal e Estados Unidos da América;
b) foi analisada, nos PCNs, a representação semiótica: como é considerada e se possibilita articulações curriculares com os Estados e municípios brasileiros;
c) foram analisadas as propostas curriculares dos estados de Santa Catarina e Paraná, em relação à aplicação dos registros de representação semiótica, como forma de compreender como a representação semiótica é tratada.

Na quarta fase da pesquisa, houve a investigação da articulação das fases anteriores por meio de proposição curricular pautada nas representações semióticas e nos construtos teóricos estudados. Toda a pesquisa foi delimitada aos números naturais, conteúdo do Ensino Fundamental.

Os trabalhos pesquisados indicaram que a aprendizagem dos objetos matemáticos, com enfoque na noção teórica dos registros semióticos, foi considerada muito boa. Observou que os registros de representação semiótica podem ser aplicados em qualquer nível de ensino. Verificou que as mudanças ocorridas nos currículos de Matemática seguiam, quase sempre, a estrutura de um currículo cartesiano, centrada nos objetivos, métodos e conteúdos. E, quando as mudanças não seguiam esse enfoque, apresentavam problemas com a implantação. As questões curriculares foram analisadas tendo como suporte a base de dados da CAPES.

Concluiu que, de um modo geral, as pesquisas indicam, em relação à organização dos conceitos, que o professor é quem deve organizar os conteúdos científicos básicos e realizar as conexões entre os vários eixos temáticos propostos; nenhuma organização pode ser concebida como única e absoluta.

Concluiu, também, que a nova proposta curricular de Matemática para o Ensino Fundamental deve considerar a aplicação dos registros de representação semiótica na organização dos conteúdos curriculares, nas orientações didático-metodológicas e nos conceitos matemáticos, nas suas múltiplas representações semióticas.

3.2 Pressupostos

Na composição dos pressupostos, buscamos levantar as publicações que estivessem relacionadas ao processo de ensino-aprendizagem, sobretudo, em relação à Matemática e do embasamento teórico que contribuísse para a fundamentação desta pesquisa.

Dienes (1973) afirma que a maioria dos alunos passa pela escola considerando a Matemática como apenas um processo condicionante. Acredita, pois, que eles acham que devem aprender Matemática apenas para passar de ano.

Assim, em oposição à fala de Dienes, não devemos deixar de incentivar os alunos, fortalecendo-os para que o principal motivo da aprendizagem da Matemática ainda deva ser a emoção da descoberta, não apenas a competição com um ou outro aluno, com a finalidade de conseguir um prêmio ou para, simplesmente, passar de ano.

Segundo Dienes (1974), se as necessidades da vida diária determinassem o conteúdo dos programas de Matemática, haveria muito pouca Matemática neles. No entanto, não mostrar a importância dos conteúdos da Matemática aos alunos ao ensiná-la, é o mesmo que ensinar a uma criança a jogar futebol, sem lhe permitir que jogue uma partida.

Por outro lado, Got (1962) afirma que, se é verdade que em todos os domínios da Matemática a fonte inicial é a Aritmética, podemos pensar que os números são chamados a desempenhar um papel cada vez mais importante no domínio das ciências.

Uma nova maneira de conhecer, de abordar, de saber e de representar deve acontecer, a partir de um novo sistema de representação semiótica, tomando como pressupostos o sujeito do conhecimento, o objeto do conhecimento e um embasamento (FLORES, 2007). Essa representação semiótica deve ser realizada através de um signo, de um artifício, de uma simbologia, de uma linguagem ou de uma expressão numérica, ou seja, de vários registros.

Melhorar a qualidade do ensino é bandeira de todos nós que fazemos a educação deste país. É, pois, movimento sem fronteiras, longe de se restringir a locais predeterminados. Dos muitos olhares que podemos fazer da educação, Moysés (1997) diz que um deles passa, necessariamente, pelo campo da questão específica do ensino e da aprendizagem. Portanto, uma das exigências para alcançarmos um nível de qualidade na educação é oportunizar conhecimento de qualidade aos nossos alunos, tornando-os capazes de se colocar e responder às demandas sociais do seu tempo.

Segundo Dienes e Golding (1969), em geral, quando a criança chega à escola, o mestre não conhece a extensão de sua experiência anterior e da formação de seus conceitos. Por isso, faz-se necessário que o professor procure conhecer seus alunos e suas inquietações e buscas. Esses conceitos, na visão de Lovell (1988), permitem que nos comuniquemos através dos nossos pensamentos em linguagem escrita e falada, os quais ajudam muito a criança a desenvolver e discutir conceitos tais como cibernética e automação.

Do ponto de vista de Piaget (1987), a linguagem ajuda na formação e estabilização de um sistema de comunicação formado de conceitos, já que esta por si só não é suficiente para promover as operações mentais que possibilitem o pensamento lógico e sistemático. Nestas condições, a linguagem reproduz o que já é entendido.

A formação de conceitos, na visão de Dienes (1974), aparece como consequência de experiências que passam a consolidar a percepção e a apropriação do conhecimento.

Entretanto, não só no ensino, como na vida, devemos levar em conta além da percepção, a abstração e a generalização, admitindo que a abstração e a generalização, nessa visão, se caracterizam eminentemente como processos mentais, elaborados na mente humana. No entanto, na criança, essa sequência ocorre de forma diferenciada, ou seja, partindo da percepção direta para o conceito. Dessa forma, é essencial trabalhar a formação de conceitos no ensino de qualquer conteúdo.

Em se tratando da Matemática,

> A mais forte justificativa para o estudo da matemática não está na aquisição de conhecimentos matemáticos, por mais úteis e valiosos que sejam estes. Mais importante ainda do que a própria matéria das matemáticas é o fato de esta exemplificar, da maneira mais clara, simples e tipicamente possível, certos modos de pensamento, idéias, conceitos, hábitos, atitudes métodos de procedimentos, que são da mais alta relevância para todos. (VALENTE, 2003, p. 169).

Construindo os conceitos como uma generalização, a partir de dados concretos que estejam a eles relacionados, isso pode levar a criança a desenvolver estímulos específicos e percepções, de um modo particular, mais bem elaborado.

Admitindo-se o transcurso da humanidade e a capacidade de compreensão da criança e do adolescente, o ensino deverá servir-lhe para abrir novas perspectivas de vida, guiá-lo para idéias mais elevadas, romper com o concreto e fazer formulações abstratas. No entanto, o que vemos, ainda em pleno século XXI, é uma população de jovens analfabetos; quando são alfabetizados, tornam-se analfabetos funcionais. No caso, em Matemática, não é diferente em relação à língua natural do país. Os exemplos são muitos; muitos jovens terminam as cinco primeiras séries do Ensino Fundamental, sem saber trabalhar com as operações elementares, tais como: multiplicação e divisão. É possível e nada parece dizer o contrário.

A educação escolar deve se iniciar pela vivência do aluno, absorver o seu currículo oculto, ou seja, aproveitar os seus conhecimentos no tempo vivido; isso não significa que ela deva ser reduzida somente a esse saber. Em relação à Matemática, a educação consiste em partir do conhecimento rudimentar do sistema de numeração, das medidas e da própria iniciação à geometria, contextualizando-as em realidades dos alunos. O desafio do ensinar consiste em encontrar condições favoráveis, para que ocorra uma evolução dessa aprendizagem, com o aluno dando sentido ao que estudou e ao que aprendeu. Dessa forma, através do compromisso com o contexto por ele vivenciado, que faz com que aquilo que ele estuda tenha significado autêntico, pode aproximar-se da realidade.

Segundo Dienes e Golding (1969), o essencial é compreender a criança; é permitir que ela descubra por si só as relações existentes entre a Matemática e o seu meio social; que, por exemplo, aprenda que existem dez centímetros em um decímetro e faça a correspondência concretamente, não lhe impondo que decore tabelas de equivalência, sem que as tenha descoberto por si mesma.

Convém ressaltar que muitos professores ainda justificam sua verdade de sala de aula, dão a sua instrução, partindo das ideias mais gerais, para depois ir para as mais simples, quando deveria ser o contrário. Por outro lado, na maioria das vezes, os alunos não conseguem dar sentido ao que se ensina nem mesmo fazer relação com outras disciplinas. Assim, é preciso contextualizar o ensino de Matemática, através de uma técnica que relacione essa disciplina com as outras (CALLIARI, 2001).

Para Silva (1997), muitos professores são colocados em sala de aula totalmente despreparados para lidar com a complexidade que têm a realizar, tanto no que diz respeito ao domínio de conteúdo, quanto em relação ao processo de desenvolvimento cognitivo por que passam seus alunos. Em geral, falta-lhes conteúdo, condições de trabalho e motivação, isso sem levar em conta o péssimo salário que um professor do Ensino Fundamental recebe.

Ensinar exige compreender que a educação é uma forma de intervenção no mundo. Quanto mais pensarmos sobre a prática educativa, reconhecendo a responsabilidade que ela exige de nós, tanto mais devemos nos convencer do dever de lutar, no sentido de que ela seja realmente respeitada (FREIRE, 1996).

No desempenho da profissão docente, acontecem diferentes situações. Um professor deve emitir um juízo de valor ou tomar uma decisão a respeito da adequação do uso de um determinado método para a aprendizagem da Matemática (HERNADEZ, 2007). Várias são as situações semelhantes que ocorrem no dia a dia do professor. Às vezes, muitos pais e mães, quando observam que seus filhos estão com alguma dificuldade de aprendizagem de determinado conteúdo ou disciplina, comumente procuram o professor e perguntam o que está acontecendo em suas aulas, que método está usando e, dependendo do pai, sugere, inclusive, adequação de ensino para o aluno.

Na realidade, em nenhum momento histórico, a Educação faz parte de um sistema autônomo, sem influências políticas ou econômicas, seja no Maranhão, seja no Brasil ou em algum lugar do planeta Terra. As suas ações e o seu desenvolvimento sempre estão submissos e vinculados a um poder social vigente.

Para Machado (2006), o fato de a Educação jamais ter sido autônoma não permite alimentar ideias de neutralidade. Será melhor abrir os olhos do aluno para o mundo, deixando a ele a tarefa de escolha do que deseja, visto que é praticamente impossível conscientizar alguém, sem que lhe seja dada uma direção.

Acreditamos que, no processo ensino-aprendizagem, o papel das teorias é iluminar e oferecer instrumentos, esquemas e representações que permitam analisar, investigar e questionar as práticas institucionalizadas, assim como as ações do sujeito e, ao mesmo tempo, levantar suposições e questionamentos, uma vez que as teorias estudadas, em geral, são explicações provisórias da realidade.

Defendemos a ideia de que a mudança na forma da aprendizagem escolar esteja relacionada ao desenvolvimento da criança, do brincar estudando e da formação do *conceito*, como na visão de Lovel (1988). Dessa forma, estaremos contribuindo para a formação matemática; além do mais, estaremos ajudando na mudança de atitude escolar, no dia a dia da criança. Por outro lado,

> Muitos psicólogos têm estudado como os alunos aprendem conceitos. Abordagens divergentes entre especialistas em conteúdos e psicólogos têm produzido informações úteis, que facilitam a aprendizagem de conceitos por crianças na escola. Entretanto, há diferenças marcantes entre os conceitos de várias áreas de conteúdo e, também, porque os princípios são colocados de diversas maneiras, dependendo da firmeza com que são estabelecidos. Verificaram que crianças de quinta série tinham formado seus conceitos de acordo com o agrupamento de conceitos representados em 4 diferentes áreas de conteúdo, tais como: inglês, matemática, ciências, história e geografia. Isto significa que os conceitos de matemática e geografia, por exemplo, são suficientemente diferentes para que as crianças adquiram os conceitos de uma área de conteúdo melhor do que os de outra, além disso, até muito recentemente, nem psicólogos, nem especialistas em conteúdos tiveram a oportunidade de estudar a formação dos mesmos conceitos por crianças de idades diferentes. Desta forma os conceitos estão definidos apenas com base em uma determinada área de conteúdo. (KLAUSMEIER; GOODWIN, 1977, p. 311).

Segundo D’Amore (2007), no âmbito educativo, uma distinção típica entre conceito concreto e abstrato deve ser entendida apenas de maneira relativa ao estágio de avanço intelectual do indivíduo; o que é abstrato num período do desenvolvimento, em outro, pode se tornar concreto.

Por outro lado, a abstração é um processo mental, portanto, executado internamente na mente da criança. Além disso, na criança em geral acontece um salto da percepção para o conceito, visto que,

> Um conceito pode ser definido como uma generalização a respeito de dados relacionados; isso nos permite responder a, ou pensar sobre estímulos específicos, ou percepções, de um modo particular. Donde um conceito é exercido como um ato de julgamento. Os conceitos parecem surgir das percepções, do conhecimento real dos objetos e situações, e através da vivência de experiências e empenho em ações de diversas espécies. O conceito também é ajudado por lembranças e imagens. Em geral o conceito, na criança, não se desenvolve repentinamente em sua forma final. Eles se alargam e se aprofundam através da vida, enquanto o cérebro e a mente permanecem ativos. Além disso, é certo que o raciocínio se acha muitas vezes envolvido quando da formação de conceitos, é a fase da seleção do relevante e a rejeição do irrelevante. (LOVEL, 1988, p. 13).

O conceito pode ser entendido como um processo, algo dinâmico, assim, pode existir um conceito de qualquer coisa, de objetos concretos a objetos abstratos. Segundo Fávero (2005), o primeiro ponto considerado na teoria dos campos conceituais é o próprio conceito. De acordo com essa teoria, um conceito não pode ser meramente entendido como uma definição, principalmente se estamos interessado em sua aprendizagem e em seu ensino.

Para Fávero (2005),

> É por meio das situações e dos problemas a serem resolvidos que um conceito adquire sentido para um sujeito. A essa situação Vergnaud chama de elaboração pragmática, essencial, segundo ele, para a psicologia e para a didática. Elaboração pragmática não significa, porém, prejulgar a natureza dos problemas aos quais um conceito novo traz uma resposta, isto é, não significa que se está tratando apenas de questões práticas, assim, os problemas podem ser tanto teóricos como práticos. Da mesma forma, esse termo não significa prejulgar a análise do papel da linguagem e do simbolismo na conceituação. (p. 245-246).

D'Amore (2007) sugere uma definição, em termos matemáticos, pertinente e eficaz. Para este teórico, um conceito é uma terna de conjuntos, C = (S, I, S_1) em que: S é o conjunto das situações que dão sentido ao conceito (*o referente*); I é o conjunto dos invariantes[6] nos quais se baseia a operatividade dos esquemas (*o significante*) e S_1 é o

[6] Segundo D'Amore (2007), os invariantes podem ser classificados em três tipos: do tipo proposição, que faz sentido a atribuição de serem verdadeiros ou falsos. Do tipo função proposicional, entendido como uma expressão que contém uma ou mais variáveis que indicam indivíduos e que, quando no lugar delas, são

conjunto das formas linguísticas e não linguísticas que permitem representar simbolicamente o conceito, seus procedimentos, as situações e os procedimentos de tratamento (*o significado*).

Convém ressaltar que os estudiosos que privilegiam a teoria em detrimento da prática,

> Preferem entender conceito como “técnicas utilizadas para obter ou medir alguma coisa para além do próprio fenômeno que descreve”, para os que privilegiam os fatos em detrimento da teoria, conceito, significa uma série de operações realizáveis físicas e/ou mentalmente, empreendidas com a finalidade de justificar os referentes do fenômeno que está definindo. (CERVO; BERVIAN; SILVA, 2007, p. 18)

Por outro lado, de maneira geral, os símbolos da linguagem e da Matemática exercem um papel fundamental na formação do conceito, visto que eles capacitam a criança a escolher, selecionar e esclarecê-los.

Para Lovel (1988), o desenvolvimento do conceito, na criança, permite comunicar os seus pensamentos, em linguagem escrita e falada, o que a ajuda muito a desenvolver e discutir conceitos como, por exemplo, o de automação. No entanto, na maioria das vezes, o professor é enganado, pois é levado a acreditar, de forma errada, baseado simplesmente no vocabulário das crianças, em que elas podem até usar a palavra apropriada e, apesar disso, não possuírem nem terem ideia do conceito relacionado ao objeto em discussão.

Fávero (2005) também analisou o conceito de situações,

> Dando-lhes não apenas a importância didática inexistente na psicologia, mas também uma significação na qual a dimensão afetiva intervém tanto quanto na dimensão cognitiva. Isto é, os processos cognitivos e as respostas do sujeito são funções das situações com as quais esse sujeito é confrontado. (p. 252).

Consideramos que a apreensão de conceitos matemáticos não é nem o começo nem o fim da capacidade matemática. É, portanto, necessário, para o desenvolvimento das potencialidades da criança, o conhecimento da linguagem conceitual da Matemática. Acreditamos que a criança não conseguirá avançar em seu pensar matemático, se antes não for construída uma base sólida de conceitos.

Para Cândido (2007), a aprendizagem pode ser entendida como a possibilidade de fazer conexões e associações entre diversos significados, conceitos, de cada nova ideia. Ela depende, então, da multiplicidade de relações que a criança estabelece entre esses diferentes significados.

---

colocadas nomes, dando lugar a uma proposição. E do tipo argumento, podendo ser objetos, relações, proposições, funções proposicionais ou outra coisa.

A questão do significado e do sentido tem uma relação, segundo Fávero (2005), decisiva com a aquisição de conceitos e, portanto, com o próprio desenvolvimento cognitivo da criança.

Para Pannuti (2007), para que haja efetiva construção de novos conhecimentos numa atividade, deve haver uma busca de alternativas, para a solução de um problema por parte da criança, orientada por atuações adequadas do professor. Assim, devemos ter a consciência de que o desenvolvimento das potencialidades da criança passa inicialmente pela construção de conceitos e que é necessário o fortalecimento desses conceitos, para aprender Matemática.

Por outro lado, segundo a divulgação das medidas de desempenho do Ensino Fundamental (SAEB, 2005), a aprendizagem de Matemática pelas crianças não está ocorrendo de forma satisfatória. Essa não aprendizagem ou aprendizagem não significativa pode estar relacionada à não construção de uma base sólida de conceitos matemáticos, o que só acontecerá com a ajuda do professor.

Aprender, segundo Brousseau (2008), não consiste em apenas cumprir ordens nem copiar soluções para problemas. Aprender é produzir conhecimentos, em um processo contínuo e autônomo.

Para Plaisance e Vergnaud (2003), o aumento do conhecimento pode ser classificado em quatro ideias: a atividade do sujeito que aprende, a oferta de situações favoráveis ao aprendizado, a troca de experiências com as pessoas do seu entorno e a utilização de formas linguísticas e de formas simbólicas, para comunicar e representar.

Por outro lado, Brousseau (2008) afirma que o ensino e a aprendizagem acontecem por meio de processos que nunca estão em equilíbrio estável. Dessa forma, na maioria das vezes, o aluno aprende na instabilidade do processo, às vezes com os erros, visto que o importante não é saber se o aluno encontra uma solução para determinado problema, mas em que condições essas soluções são encontradas.

Em geral não é atribuída aos psicólogos, mas sim encontrada entre os pedagogos e educadores,

> A tese de que a criança deve ser ativa para aprender determinado conteúdo matemático, de que o conhecimento deve ocorrer em situações favoráveis de aprendizagem, de ter ocasiões propícias de resolver problemas ou de efetuar operações e julgar por si mesma os resultados de sua ação. Entretanto, foram os psicólogos, e principalmente Piaget, que mostraram empiricamente que, para a criança aprender não bastava apenas comunicação de conhecimento por meio do dizer e explicar, mas sim, ajudando a criança a construir, esse conhecimento, permitindo a ela classificar, analisar, ordenar, contar comparar e transformar. (VERGNAUD; PLAISANCE, 2003, p. 65-66).

A Matemática é uma matéria básica importante para a vida do estudante e tem de atender a vários interesses da sociedade.

Gårding (1997) afirma que a Matemática não só deve servir aos seus usuários e à sociedade em geral, como também tem de cuidar dos seus próprios interesses. Portanto, dentre outros argumentos, deve ser ensinada de maneira significativa, olhando a realidade da conjuntura do ensino.

Ressaltamos que não devemos subestimar nem as exigências conceituais nem as tarefas de aprendizagem com que se deparam o professor e o aluno quando,

> Em apenas poucos anos de ensino, tentam ensinar e aprender idéias que os matemáticos levaram muitos séculos para descobrir. Dessa forma, será que, simplesmente, a matemática ensinada na escola é tão difícil assim para muitos alunos? Ou a resposta está, senão no todo, mas pelo menos em parte, nos métodos de ensino empregados? (WOOD, 2003, p. 254).

Para Paulos (1994), da forma como a Matemática vem sendo tratada na maioria das escolas, é óbvio podermos verificar a relação entre as dificuldades de aprendizagem em Matemática e o ensino deficiente dessa disciplina recebido por tantas crianças.

Dessa forma, devemos nos empenhar em dar um ensino de qualidade. Para que isto ocorra, devemos ter como objetivo, no ensino da Matemática, levar o aluno a pensar matematicamente. Assim, as situações problemas e os desafios que aparecerem, com certeza, serão mais fáceis de ser resolvidos.

Por outro lado, conforme afirma Luckesi (2008), é preciso que haja interesse, tanto dos governantes, quanto dos educadores, de oportunizar a criança a aprender e se desenvolver individual e coletivamente. Só assim, será possível construir uma importante base educativa. O ensino, para ser bem sucedido, deve utilizar métodos e técnicas com objetivos mais ajustados aos alunos. Sua eficiência deve buscar o desenvolvimento integral do educando, só assim é possível desenvolver uma consciência crítica no homem (HUPPES, 2002).

Há momentos em que o professor expõe atividades em sala de aula que levam o aluno a criar situações novas, problemas que envolvem generalizações, criação de novas regras de resolução, novas representações, novos tratamentos, textos, imagens, diagramas etc. Contudo, segundo Neto (1997), não devemos colocar situações impossíveis; não devemos dar um salto muito grande, mas, em pequenos passos, iniciar com situações simples e, à medida que o aluno for se apropriando do conteúdo, aumentar o grau de dificuldades.

Em geral, o aluno recebe muitas informações e conclusões prontas, no entanto ele precisa desenvolver suas habilidades de análise e tirar suas próprias conclusões. Esse fato vem comumente ocorrendo no dia a dia da sala de aula; acha-se, não se deduz. É preciso levar o aluno a pensar, a criar, a crescer e desenvolver suas habilidades e competências. Cabe, portanto, ao professor promover a construção de instrumentos que facilitem a aprendizagem, seja pela demonstração da essencialidade dos conteúdos, seja pelo uso de outras formas de apresentação, como, por exemplo, registros diferentes dos costumeiramente apresentados nos livros didáticos.

Segundo Silva (1997), o professor das séries iniciais do Ensino Fundamental deve insistir na aprendizagem dos conceitos, como por exemplo, no ensino de frações via concepção parte/todo, quociente e medida, permitindo dessa forma que os alunos possam refletir sobre as diferentes abordagens e dêem sentido ao conceito construído.

O professor precisa, também, estar imbuído do desejo de verificar se as crianças estão habilitadas a entender certos conceitos, certas atividades que serão ensinadas, que permitam desenvolver suas capacidades cognitivas. Dessa forma, ficará mais fácil construir atividades que possam levar os alunos a aprender o conteúdo ensinado, pois, caso contrário, poderá haver desmotivação da criança pelos objetos matemáticos ensinados, dificultando, assim, a aprendizagem. Isto porque a aprendizagem, em geral, acontece de forma fragmentada, apresentando frequentes rupturas que podem ter origens e formas variadas.

Para Brousseau (2008), as informações não sequenciais, a mudança na forma de controle e a origem ontogenética são algumas das concepções adquiridas que não desaparecem, em função de uma metodologia ou teoria. Por outro lado, a didática, a contingência e a epistemologia são pressupostos que tendem a fortalecer a aprendizagem e, por certo, não são levados em consideração no dia a dia da sala de aula.

Os professores devem estar sempre atentos ao desenvolvimento do raciocínio lógico da criança; devem incentivá-las a fazer interpretação e demonstração de resultados, através de gráficos, diagramas, escrita na linguagem natural etc., quando for possível tal representação. Sendo assim, os desafios poderão ser melhor administrados pelas crianças.

Ao ajudar a promover o desenvolvimento do raciocínio, é possível introduzir, com mais facilidade, os conceitos inerentes a cada campo disciplinar, utilizando novas ferramentas, diferentes das usadas tradicionalmente, tais como os já conhecidos algoritmos de resolução de problemas.

Segundo Piaget (1987), as crianças adquirem os conceitos de número e operações por meio de uma construção interna e não por meio de uma interiorização proveniente do meio ambiente. Contar e compreender a utilidade dos números seria duas coisas bem diferentes. Para ele, a construção das relações entre a razão e a organização biológica surge, necessariamente, no início de um estudo sobre o nascimento da inteligência, essa, por sua vez, construída na criança, a partir dos hábitos, processos de assimilação e sistemas de reflexos.

Para Kamii (2004), o conhecimento lógico matemático deve ser construído individualmente pelas crianças e em interação com outrem. Operações consistem em raciocínio e cada criança pode utilizar suas próprias habilidades naturais para obter a solução de um determinado problema. É de fundamental importância que o professor possa orientar os alunos na busca de novas formas de representação dos conteúdos ministrados, pois, assim, a aprendizagem se solidificará e passará a ter sentido e melhor significado para o aprendiz.

Nunes, Campos, Magina e Bryant (2005) relatam que o raciocínio matemático não pode ser considerado apenas como habilidade de calcular. Esses(as) autores(as) comentam que Piaget foi o primeiro a sugerir que saber calcular e compreender a lógica da soma são capacidades bem distintas.

Convém afirmar que muitos investigadores já demonstraram que as crianças podem aprender e usar os algoritmos ensinados na escola, sem necessariamente entender a sua lógica de aplicação. A habilidade de resolver problemas e o raciocínio não se desenvolve espontaneamente. Acreditando neste pressuposto, podemos dizer que um dos objetivos da educação deve ser *sempre* o de promover esta inter-relação entre a lógica de calcular e a habilidade de resolução de problemas. Acreditamos que muitos pesquisadores já estejam empenhados em explicar e esclarecer quais as melhores formas de estabelecer essas relações.

Para Santos (2007), em geral, o professor, quando avalia o aluno através de provas escritas, normalmente atribui zero em questões em que o aluno apresenta apenas a resposta sem o desenvolvimento dos cálculos necessários. No entanto, faz-se necessário analisar também o raciocínio e a lógica que o aluno usou para responder tal questão. Deve, também, investigar e analisar o modo como eles interpretam os enunciados das questões.

Acreditamos que um dos caminhos mais curtos para melhorarmos o desempenho em Matemática é preparar os alunos para lidar com situações adversas, situações diferentes das encontradas no seu cotidiano. Desta forma, será necessário desenvolver neles a iniciativa de estar sempre buscando o novo. Se possível, procurar dotá-los de capacidades e habilidades que lhes permitam resolver os problemas que lhes são apresentados, tanto melhor, quando eles puderem expressar suas respostas em mais de uma maneira, tendo em vista que

> O único veículo que permite apresentar as aplicações da matemática é a resolução de problemas. Apesar da grande e reconhecida importância da matemática, quer pelo desenvolvimento de raciocínio que proporciona ao aluno, que por suas aplicações nos problemas da vida diária, em geral os alunos, logo nos primeiros contatos com essa ciência, começam a detestá-la ou tornam-se indiferentes a ela. Isso pode ser atribuído ao exagero no treino de algoritmos e regras desvinculadas de situações reais, além do pouco envolvimento do aluno com aplicações da matemática que exijam raciocínio. (DANTE, 2007, p. 13).

A utilização de conceitos matemáticos de forma adequada pode ajudar a criar no aluno uma atitude positiva no aprender a trabalhar com a Matemática. Quando esse trabalho está sendo desenvolvido à luz de teorias que desenvolvam habilidades, acreditamos que essas teorias possam contribuir bastante para a aprendizagem.

O processo de ensino-aprendizagem de conceitos de campos disciplinares tem sido alvo de várias pesquisas da Educação Matemática (NUNES, 2005). As implicações da não acessibilidade de uma criança a esses conceitos podem acarretar graves prejuízos à aprendizagem dos diversos ramos da Matemática.

Por outro lado,

> Resolver problemas tanto pode ser uma atividade estimulante e enriquecedora como enfadonha e improdutiva. Isso depende de vários fatores. Existem problemas medíocres e problemas inteligentes. A resolução de um problema medíocre e rotineiro pode até dar uma falsa sensação de euforia ao aluno, mas realmente pouco proveito lhe traz. Só com a resolução de problemas inteligentes e não rotineiros é que o aluno poderá ter algum ganho. (KRULIK; REYS, 1997, p. 5).

A opção pela resolução de problemas não se trata de algo muito fácil, pois nem todos os que militam no ensino da Matemática possuem essas habilidades, muito menos a de ensinar a alguém. George Polya (2006), disse: A resolução lúcida de problemas inteligentes e não rotineiros não é uma tarefa simples e nem pode ser de improviso, deve, sim, ser tomado de muito cuidado. Desta forma, o professor precisa estar muito bem preparado para esse desafio.

Para Pozo e Echeverría (1998), a maioria dos programas que tentam ensinar a resolver problemas baseia-se, fundamentalmente, na execução de procedimentos heurísticos[7] ou estratégicos, no entanto o resultado, ou sucesso, em geral tem sido relativo, não alcança o desejado.

Parece, pois, difícil, tanto por razões psicológicas como didáticas, treinar alunos na resolução de problemas. O uso de habilidades cognitivas é, em grande parte, condicionado

[7] Método analítico usado para o descobrimento de verdades científicas

pelo conteúdo das tarefas às quais são aplicados. Nos últimos anos, na solução de problemas matemáticos, os modelos gerais têm sido substituídos por outros mais simples, direcionados a problemas concretos (POZO; ECHEVERRÍA, 1998, p. 28-29).

É importante poder contribuir para a diminuição das dificuldades relacionadas com a aprendizagem de qualquer campo disciplinar da Matemática, usando como ferramenta a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval (2007). Este autor relata que a análise do desenvolvimento cognitivo e as dificuldades encontradas na aprendizagem apresentam três fenômenos interligados: a) existência de diversos registros de representação semiótica; b) diferenciação entre objeto representado e seus registros de representação semiótica; c) coordenação entre diferentes registros de representação.

É importante destacar que o conhecimento das regras de correspondências entre dois registros pode não ser suficiente para mobilizá-los ou utilizá-los simultaneamente. A criança pode, por exemplo, conhecer um registro e não conhecer esse mesmo registro expresso de formas diferenciadas da primeira representação, por exemplo, 1 e 2^0 . Isso é comum no ensino; é possível até que um ou outro professor se preocupe em apresentar para os seus alunos outras formas de apresentação de solução de problemas.

Seguindo esse raciocínio, podemos afirmar que a aprendizagem deve ser construída, passo a passo, tendo como ponto inicial o nível de desenvolvimento real da criança, e como resultado a alcançar os objetivos pré-estabelecidos.

Por outro lado, os professores das séries iniciais desempenham um papel importante no processo de ensino-aprendizagem. Notadamente, em Matemática, é essencial que o professor comece a desenvolver, nas crianças, o raciocínio lógico e a percepção para a utilização dos números e de sua escrita. Ele deve propor ações integradas alunos – escola – professor – sala de aula, de tal forma a desenvolver atividades, no sentido de obter um melhor aproveitamento de aprendizagem nessa área de conhecimento.

Embora a Matemática seja usada cotidianamente como campo de saber, ainda traz dificuldades de aprendizagem para muitos alunos. Por ser considerada uma disciplina de difícil aprendizagem, necessita ser bem ensinada e com aplicações práticas no dia a dia dos alunos, a fim de que eles possam melhor absorver a prática pedagógica do professor.

Com referência às dificuldades de aprendizagem, vários exemplos podem ser citados, tais como: o estudo de valor posicional, o estudo de frações, geometria e números decimais etc. Muitos deles são gerados pela ausência de aplicabilidade prática em sala de aula e, às vezes, em função da não qualificação do professor.

Para Nunes (2005), um dos erros frequentes encontrados no ensino das séries iniciais do Ensino Fundamental é a insegurança por parte dos alunos. Em geral, eles encontram muitas dificuldades, ao fazerem as combinações dos números com os seus respectivos dígitos. É, pois, necessário, que o professor, ao ministrar suas aulas, peça aos alunos respostas imediatas e seguras às questões que envolvem tais combinações. Isso poderá facilitar a compreensão e a aprendizagem.

Em geral, as dificuldades que os alunos têm em compreender a Matemática, como, por exemplo, o sistema de numeração decimal, na maioria das vezes, está na falta de o professor promover novas situações de ensino com atividades fundamentadas nas dificuldades dos alunos (BRANDT, 2005).

Segundo Gomes (2006), se quisermos melhorar a qualidade das aulas de Matemática de nossas crianças, temos que começar ouvindo os futuros professores, suas inquietações, temores e dificuldades; fazer dessas apreensões objeto de estudo, temas para discussão, questionamentos, pois somente deste modo poderemos reverter o analfabetismo matemático, tão presente em nossos dias.

Acreditamos que um dos caminhos para solucionar tais dificuldades de aprendizagem e incompreensões pode ser a utilização dos registros de representação semiótica. A aplicação dos diferentes registros na aprendizagem da Matemática, não só facilita a aprendizagem das estruturas, como também pode permitir a transposição das barreiras da utilização do ensino mecânico focado na memorização.

A priori, quando existe mais de uma forma de representação de um objeto matemático, o professor precisa se perguntar, de imediato, qual das formas de representação é mais acessível aos alunos. Nunes (2005) relata que ainda existe pouco estudo investigando a dificuldade relativa a essas formas de representação, embora essa questão seja de grande importância para o ensino-aprendizagem da Matemática.

As dificuldades de aprendizagem da Matemática, em princípio, podem não ser casos isolados nem restritos a uma ou outra criança ou assunto. Em geral, são dificuldades quase globais e se encontram em todos os níveis de ensino e em todos os domínios da atividade matemática. No entanto, é possível revertermos essa situação, dotando o aluno de ferramentas que lhe possibilitem aprendizagem. Um dos caminhos para a concretização da aprendizagem pode estar relacionado ao ato de o aluno aprender a representar um objeto matemático por meio de múltiplas representações.

Várias técnicas de ensino encorajam a expressão oral espontânea do aluno, incluindo a discussão em sala de aula, a discussão em pequenos grupos de alunos e trabalhos em grupo, com sugestões de apresentação de outras formas de atividades. Klausmeier e Goodwin (1977) enfatizam que, mesmo os trabalhos desenvolvidos no quadro de giz, quando têm a participação do professor e do aluno, na verificação da aprendizagem, podem ser extremamente eficientes, pois fornecem um retorno imediato a respeito dos acertos e dos erros dos alunos.

Segundo Lopes (2007), a falta de domínio da linguagem comum e da linguagem matemática interfere na leitura e compreensão de enunciados de problemas matemáticos; em geral, essas situações não são tratadas nos livros didáticos. Para a autora, para resolver problemas, primeiramente, é necessária uma compreensão dos enunciados desses problemas.

A "Resolução de Problemas", tem sido a ferramenta mais utilizada na aprendizagem dos conteúdos ensinados. No entanto, nem sempre é absorvida em sua totalidade; normalmente os alunos têm grandes dificuldades em resolver problemas.

Para Wood (2003, p. 259),

> Dispor de meios para se resolver problemas de mais de uma maneira confere vários benefícios possíveis aos alunos, saber dois ou mais métodos, todos eles produzindo a mesma resposta, oferece um meio significativo para descobrir o que é invariante numa determinada situação. A contradição entre os resultados de dois métodos também é potencialmente útil como ferramenta de simular pensamento, reflexão e, talvez, encontrar e explicar erros.

No entender de Passoni e Campos (2007), talvez a própria Matemática tenha fornecido, ao longo da história, modelos em que determinados problemas (verbais ou não) passam a apresentar menos dificuldades em sua resolução, quando aplicamos o uso de novas linguagens.

Para Echeverría (1998), se há uma área do ensino na qual parece desnecessário justificar a importância que possui a solução de problemas, ela é sem dúvida a área da Matemática. Assim,

> Tradicionalmente, diante de outras áreas do conhecimento escolar, a matemática e a solução de problemas matemáticos têm envolvido determinadas capacidades intelectuais. Pode-se ter aprovação em disciplinas como: história, geografia e filosofia, simplesmente estudando, memorizando de forma mecânica, mas para ser aprovado em matemática era necessário "entendê-la", e para entendê-la era preciso ter facilidade de aprendizagem ou ser inteligente. Essa concepção popular reflete-se na ciência e na filosofia na medida em que, em muitas ocasiões, equiparam-se as regras do bem pensar com novos procedimentos algorítmicos e heurísticos que podem ser usados nas tarefas escolares na sala de aula. (ECHEVERRÍA, 1998, p. 43-44).

Branca (1997) afirma que toda a Matemática está relacionada com a resolução de problemas, alguns teóricos outros práticos; problemas de vários tipos ocorrem ao longo de toda a Matemática escolar. No entanto, para ele,

> Há certas estratégias gerais e métodos que são úteis em todo tipo de problema, cujos objetivos são: munir o aluno de uma variedade de estratégias para a resolução de problemas. Desenvolver no aluno versatilidade para lidar com a resolução de problemas. Desenvolver técnicas para o uso de representações geométricas, como uma maneira de obter novas informações sobre uma situação dada. Desenvolver algumas habilidades no uso de representações tabulares de informações dadas e deduzidas, para ajudar a resolver problemas. E levar o aluno a uma compreensão melhor de um problema, ensinando-o a fazer estimativas numéricas e testá-las em problema real. O que se tornará mais fácil com a aplicação dos registros semióticos. (BRANCA, 1997, p. 9).

Convém ressaltar que o termo conversão utilizado por ele é o mesmo utilizado por Duval: ou seja, serve para denotar a mudança de um registro em outro, em referência a um mesmo objeto matemático. Desta forma, ao utilizarmos a conversão na resolução de problemas, estamos aplicando outra heurística na sala de aula.

Segundo Schoenfeld (1997), o melhor entendimento dessa estratégia geral de resolução de problemas "poderá exercer uma influência positiva sobre o ensino da matemática". A sensibilidade do professor para e com o processo de raciocínio pode ser uma variável fundamental e dinâmica na sala de aula. Desta forma, devemos encontrar caminhos que possam minimizar os desafios enfrentados por professores, em busca de solucionar ou, pelo menos, facilitar as dificuldades encontradas, ao ministrar suas aulas no dia a dia.

Por outro lado, hoje falamos muito em Matemática Crítica, Etnomatemática, Modelagem Matemática etc. Sadovsky (2007), em seu livro "*Ensino de matemática hoje:* enfoques, sentidos e desafios", afirma que, no modelo pedagógico atual, os professores mostram a utilidade das fórmulas e das regras matemáticas por meio de um treinamento de aplicações, definições, exercícios-modelo e exercícios de aplicação. No entanto, é muito comum o aluno perguntar: Para que serve o que estamos estudando, professor? Em geral, como o professor não está habilitado para dar respostas a esse tipo de pergunta, termina, na maioria das vezes, não revelando a verdadeira essência do conteúdo ministrado. Portanto,

> O ensino de matemática hoje, enfoques, sentidos e desafios nos alerta para a necessidade urgente de avaliar, questionar e repensar os métodos do ensino da disciplina, a despeito das dificuldades e condições adversas do meio escolar. Afinal, para produzir um conhecimento de qualidade, não basta conhecer truques e fórmulas matemáticas memorizadas. É preciso saber

> como e por que aplicá-las e, mais que isso compreender suas aplicações no meio em que vive. (SADOVSKY, 2007, p. 8).

Assim, torna-se gratificante para o aluno, desde os estudos iniciais da Matemática, ele conseguir resolver determinadas situações sem a ajuda de terceiros. Mas, para Sadovsky, não basta só resolver problemas, resolver simplesmente; é preciso criar no aluno a argumentação, a criatividade e a discussão de idéias. Desenvolvendo essas atitudes, podemos contagiá-los, na busca de novas formas de aprendizagem.

Para Schliemann e Carraher (2006), o ensino de Matemática se faz, tradicionalmente, sem referência ao que os alunos já sabem, apesar de todos reconhecerem que os alunos podem aprender sem que o façam na sala de aula. Em geral, o professor, ao iniciar o semestre letivo, não verifica que aprendizagem é trazida pelos alunos; sem nenhuma sondagem, inicia suas aulas, sem conhecer efetivamente o nível dos seus alunos. Assim, torna, na maioria das vezes, o ensino da Matemática descontínuo e de difícil aprendizagem.

É importante encontrar uma proposta de ensino que busque a aprendizagem significativa, em que procuremos incentivar o aluno na descoberta de novas idéias para o desenvolvimento da Matemática, tanto em trabalhos teóricos quanto práticos. Assim, torna-se essencial encorajá-los, nesta fase de Ensino Fundamental, principalmente em conteúdos concernentes à geometria, à aritmética e a noções de estatística, objetivando dar prazer e conservar a curiosidade da criança, ao se fazer Matemática.

Devemos, pois, incentivar a criança a buscar sozinha a resolução de problemas. Com isso, podemos estar aguçando a sua percepção e modificando seu comportamento perante a aprendizagem. Como disse Piaget, a seu modo: “sempre que tiramos uma dúvida da criança evitamos que ela aprenda” (PIAGET apud DEMO, 2002, p. 17).

Promover aprendizagem significativa é assumir o fato de que aprender possui um caráter dinâmico. Portanto, requer ações de ensino direcionadas, para que os alunos aprofundem e ampliem os seus conhecimentos (CÂNDIDO, 2007).

Nessa linha de raciocínio, a resolução de problemas pode ser concebida, não apenas como uma habilidade de conhecimento em si, mas também como uma competência para o exercício da cidadania, desde que trabalhada conjuntamente entre professor, aluno e família. É função da escola, do professor e da família dar autonomia à criança, de modo a proporcionar-lhe condições de enfrentar o mundo que a cerca, capacitá-la para participar de forma crítica e ativa da sociedade na qual está inserida, opinando e contribuindo com os seus conhecimentos.

À escola cabe ensinar, garantir a seus alunos aprendizagem, habilidades, competências e atitudes para a formação do cidadão, visto que

> O conhecimento tal como veiculado pela escola, no entanto, só adquire sentido se for apropriado pelo aluno enquanto instrumento que lhe permita expressar-se com precisão, analisar, comparar, resolver problemas, enfim, interpretar e atuar sobre a realidade a sua volta. Como instrumento privilegiado de compreensão de mundo e de exercício da cidadania, ler interpretar, resolver e saber representar assume, na escola e na vida, um lugar fundamental. (BRUSNTEIN et al., 2002, p. 45-46).

O aluno precisa se instrumentalizar para poder se expressar. É importante que o professor tenha essa visão, para que, quando propuser atividades, não apenas pense em fazer com que o aluno compreenda a atividade, ou a resolva através de algoritmos, técnicas ou fórmulas, mas também procure desenvolver a curiosidade e a investigação.

Quando levamos o aluno a descobrir por ele mesmo, outras formas de resolver determinadas atividades, a aula poderá se tornar mais prazerosa. Por outro lado, a habitualidade desse tipo de procedimento poderá aguçar novas ideias no aluno que, na maioria das vezes, desconhecemos. Quiçá possamos descobrir novos talentos em Matemática.

CAPÍTULO 4

Procedimentos Metodológicos

> *Muitos pensadores já insistiam, nenhuma descoberta ou invenção significativa pode acontecer sem a vontade de descobrir.*
> *(Jacques Hadamard, 1949)*

4.1 Percurso Metodológico

O caminho metodológico seguido foi dividido em seis partes: levantamento do estado da arte, revisão de literatura, participação do planejamento pedagógico, discussão da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, aplicação desta teoria e análise dos dados.

O estado da arte constou de levantamento bibliográfico de trabalhos publicados, em que seus autores aplicaram em suas pesquisas a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, no período 1994 a 2008. Além disso, verificamos se alguns desses trabalhos publicados tinham algum direcionamento para esta pesquisa, ou se já teriam sido desenvolvidos com a temática proposta.

Na revisão de literatura, buscamos levantar e pesquisar os trabalhos publicados que tratassem de assuntos relacionados ao processo de ensino-aprendizagem, sobretudo, em relação à Matemática. O intuito era obter embasamento teórico e metodológico que pudesse contribuir para a fundamentação desta pesquisa.

Para procedermos à terceira parte – Planejamento Pedagógico –, inicialmente, solicitamos à diretora do Colégio Universitário – COLUN, colégio de aplicação da Universidade Federal do Maranhão – UFMA, através de documento, autorização para participar do planejamento pedagógico que seria realizado com os docentes para o ano de 2009. Esse planejamento foi dividido em duas semanas pedagógicas: uma realizada em fevereiro e a outra, em agosto.

Nas semanas pedagógicas, foram discutidas e planejadas as ações que o colégio adotaria para o ano de 2009. A primeira semana pedagógica foi realizada na primeira quinzena de fevereiro; a segunda, na primeira quinzena de agosto. No primeiro dia do encontro, apresentamos à diretora o projeto de pesquisa que deveria ser enviado ao Comitê de

Ética da UFMA, desde que o COLUN, por ela representado, aceitasse a realização da referida pesquisa.

Em seguida, expusemos os objetivos da pesquisa e os benefícios que ela poderia trazer para aquele colégio. Também foram apresentadas as condições exigidas pelo Comitê de Ética e as garantias de que todas as informações seriam sigilosas, de modo a preservar a privacidade e a identidade dos alunos, da professora e do colégio (ver Anexos). E ainda que, em qualquer momento da pesquisa, os integrantes poderiam desistir de participar, sem qualquer penalidade ou prejuízo. Também informamos que os resultados da pesquisa poderiam ser apresentados em Congressos e/ou Reuniões Científicas e até mesmo publicados, sem a identificação dos participantes, a não ser que houvesse o seu consentimento.

Durante os encontros, foi informado que, no ano de 2009, iriam funcionar duas turmas de sexto ano do Ensino Fundamental. Também foi apresentada a professora que iria ministrar as aulas de Matemática, oportunidade em que apresentamos novamente a proposta da pesquisa, fortalecendo a garantia de sigilo absoluto, quanto às identidades dos participantes.

Em princípio, a professora não se mostrou muito receptiva, tinha muitas dúvidas quanto ao trabalho que iria desempenhar; aparentemente, demonstrava-se incomodada com a presença de um professor avaliando suas aulas. Como forma de dirimir qualquer dúvida, garantimos a ela que, nesta pesquisa, em hipótese alguma, o pesquisador assistiria às aulas, nem haveria participação presencial dele, nas atividades desenvolvidas com os alunos na sala de aula. Também não manteria qualquer contato formal com os alunos, na sala de aula ou fora dela. A participação do pesquisador ocorreria, exclusivamente, através da observação das atividades de Matemática que os alunos registrassem em seus cadernos, tanto as realizadas em sala de aula, quanto às realizadas fora dela, como, por exemplo, as atividades realizadas extraclasse. O professor seria o elo entre os alunos e o pesquisador.

A professora aceitou participar da pesquisa e, como forma de tornar mais dinâmica as atividades que seriam desenvolvidas, propusemos uma aluna bolsista para ajudar nas atividades diárias de sala de aula. A bolsista foi selecionada, através das notas do histórico escolar, entre os alunos do sétimo período, alunos em fase de estágio, do Curso de Matemática – Licenciatura, da Universidade Federal do Maranhão.

Embora, no COLUN, funcionassem duas turmas de sexto ano do Ensino Fundamental, a turma selecionada, aleatoriamente, foi o sexto ano A. Feita a seleção da turma, acertamos com a professora e com a bolsista que faríamos uma discussão sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, antes do início das aulas, a fim de que ela conhecesse o material que gostaríamos que ela aplicasse aos seus alunos, durante o período da pesquisa. A discussão da teoria aconteceu na segunda quinzena de fevereiro, após o planejamento pedagógico. Ao apresentarmos o material referente à Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, acertamos que faríamos três encontros, para discutirmos a referida teoria e como a professora poderia aplicá-la nas suas aulas de Matemática.

No primeiro encontro, foram discutidos: Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática (DUVAL, 2007), que correspondem ao primeiro capítulo do livro "*Aprendizagem em Matemática*: registros de representação semiótica", organizado por Sílvia Dias Alcântara Machado, publicado em 2007.

No segundo encontro, foi discutido o artigo: *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. 5 (1993), (p. 37-65) – IREM de Strasbourg.

No terceiro encontro, foi discutido o quinto capítulo: *El razonamiento do livro Semiosis Y pensamiento humano*: registros semióticos y aprendizajes intelectuales (DUVAL, 2004, p. 185-213). Durante a discussão da teoria de Duval, optamos por elaborar cinco instrumentos avaliativos para serem aplicados durante a pesquisa.

A seguir, apresentamos, no quadro 6, uma síntese para melhor entendimento da sequência de aplicação desses instrumentos.

Mês	Apêndice	Instrumento	N° Questões	Elaboração
Março	A	Primeiro	10	Pesquisador, professora e bolsista
Abril	E	Segundo	8	Pesquisador e professora
Maio	F	Terceiro	6	Pesquisador
Junho	G	Quarto	5	Pesquisador, professora e bolsista
Setembro	H	Quinto	10	Pesquisador, professora e bolsista

Quadro 6: Sequência de Aplicação dos Instrumentos de Avaliação de Desempenho

O primeiro instrumento avaliativo serviu de parâmetro da coleta de dados que aconteceria durante a pesquisa. A elaboração foi feita em conjunto: pesquisador, professora da turma e bolsista (Apêndice A). Didaticamente, através desse instrumento, propúnhamos diagnosticar o nível de compreensão e de conhecimento dos alunos, em Matemática.

Ficou acertado também que, nesse primeiro instrumento, deveriam constar apenas problemas referentes aos conhecimentos já adquiridos pelas crianças, em anos anteriores de estudo. O instrumento foi composto de 10 (dez) questões adaptadas do livro texto e inéditas[8] envolvendo problemas aditivos[9]; problemas envolvendo adição e multiplicação, envolvendo as quatro operações[10], envolvendo raciocínio lógico[11]; divisão, envolvendo contagem[12] e de interpretação gráfica. A professora da turma, em conjunto com a bolsista, aplicou o instrumento avaliativo a 27 alunos que compareceram à aula, do universo da turma de 30 alunos.

A primeira questão constou de um problema semi-aberto, em que dávamos uma tabela de material escolar, com seus respectivos valores e pedíamos hipoteticamente ao aluno que comprasse, com uma quantia determinada dada por sua mãe, o seu material escolar. Para que o aluno gastasse toda a quantia dada pela mãe, ele deveria saber escolher o material, de forma que a soma gasta desse exatamente a quantia de dinheiro que ele tinha.

A segunda questão também constou de um problema semi-aberto, em que os alunos deveriam fazer várias combinações de valores e efetuar operações aditivas para encontrar a resposta desejada.

Essas duas primeiras questões foram elaboradas com o objetivo de observar o desempenho escolar individual de cada aluno, haja vista que as referidas questões possuem várias soluções, ou seja, no universo de alunos trabalhados, 27 alunos, poderíamos ter 27 respostas diferentes e todas poderiam estar corretas.

A terceira questão, embora de solução muito simples, induzia o aluno a aplicar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Nessa questão, pedíamos apenas que o aluno representasse sua resposta.

A quarta questão tratava da representação de um número de, pelo menos, duas maneiras diferentes. Embora a questão fosse de enunciado muito simples e de construção de resposta também, dependendo da resposta construída pelo aluno, ele estaria utilizando os registros de representação semiótica para construir essas respostas.

---

[8] Questões inéditas – questões elaboradas pelo pesquisador.
[9] Problemas envolvendo as operações de adição e de subtração.
[10] Quatro operações – São as quatro operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão.
11 Raciocínio Lógico – É a capacidade de identificar e compreender determinadas situações de estudo.
12 Contagem – Ato ou operação de contar.
Todos os termos utilizados nesta nota de rodapé foram extraídos de: CARDOSO, Luiz Fernandes.. **Dicionário de Matemática**. Rio de Janeiro: Lexikon Editora Digital, 2007

A quinta questão foi dividida em três itens, cujo objetivo era trabalhar com os conceitos de números pares e ímpares. Mas, os alunos precisariam raciocinar para responder com exatidão à questão dada.

A sexta, a sétima, a oitava e a nona questão, além da resolução e da solução do problema, o aluno deveria conhecer o conceito de sucessor e de antecessor de um número, representar a solução num gráfico ou numa semi-reta (num desenho), respectivamente. Ao pedirmos que o aluno representasse a resposta, queríamos identificar se esse aluno apresentaria a solução, utilizando os registros de representação semiótica.

A décima questão, além de envolver raciocínio lógico e as operações elementares, exigia do aluno conhecimento sobre o algoritmo das divisões. Por outro lado, embora tivéssemos colocado algumas sugestões de respostas, essa resposta não foi colocada de forma explícita, para que o aluno pudesse pensar para construí-la, como de fato ocorreu.

A professora deixou os alunos resolver os problemas propostos com os conhecimentos já adquiridos por eles e sem a sua ajuda, pois queríamos verificar se houve aprendizagem, em determinadas situações de ensino desenvolvidas em anos anteriores. Solicitamos, também, que não fosse feita qualquer menção de como os alunos deveriam construir as respostas dos problemas, pois queríamos também avaliar se, nas respostas dadas, usariam algum tipo de registro de representação semiótica.

Esse procedimento foi aplicado na segunda semana de aulas, ocorrida no mês de março, pois a professora achou melhor fazer revisão dos conceitos e conteúdos, referentes ao quarto ano e quinto ano, ministrados em anos anteriores; também porque queríamos contar com a presença do maior número possível de alunos. Eles tiveram 2 horas para responder às questões propostas.

As soluções dadas pelos alunos às questões desse primeiro instrumento de avaliação foram discutidas conjuntamente pelo pesquisador, professora da turma e bolsista. Na oportunidade, analisamos, fundamentalmente, as dificuldades encontradas pelos alunos na resolução das questões propostas e o desempenho deles na construção das respostas. Nessa análise, procuramos discutir com a professora e a bolsista a forma como poderíamos adotar a aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, no dia a dia do desenvolvimento das atividades didáticas da sala de aula.

Como ponto de partida, a professora deveria começar a aplicar a teoria de Duval, ensinando seus alunos a trabalharem:

a) na conversão do registro em linguagem natural para o registro numérico, como, por exemplo, escrever o enunciado dos problemas, usando apenas a linguagem natural, sem explicitar números e pedir ao aluno a transcrição para a linguagem numérica.
b) na conversão do registro em linguagem numérica para o registro em linguagem natural, como, por exemplo, escrever uma expressão numérica e pedir ao aluno que enunciasse um problema em linguagem natural, a partir da expressão dada.
c) no tratamento usado no desenvolvimento das soluções dos problemas. Quando possível, solicitando que os alunos explicassem as suas soluções.
d) na transcrição de resultados, dados numericamente, ao transcreverem para a linguagem natural e vice-versa.

Ficou decidido que o pesquisador doaria trinta e um cadernos, sendo um para cada aluno e um para a bolsista, para que as discussões realizadas em sala de aula, no período de março a setembro de 2009, pudessem ser anotadas pelos alunos nesses cadernos. Por outro lado, os alunos não deveriam utilizar borrachas para apagar nenhuma informação escrita neles, como resolução de exercícios; também não deveriam usar borrachas, nos dias de provas. Esse acordo foi realizado para que não perdêssemos nenhuma informação do aluno. A bolsista deveria anotar também todas as aulas ministradas no período da pesquisa. Aos alunos foi informado que, ao final da pesquisa, os cadernos seriam recolhidos e repassados ao pesquisador, e eles receberiam novos cadernos, para continuarem no exercício de suas aprendizagens.

Como as aulas eram ministradas no turno matutino, às segundas, terças e quartas-feiras, acertamos com a professora e com a bolsista que toda quarta-feira, ao final da aula, haveria reunião para discutirmos o andamento da coleta de dados, avaliar o que tinha sido feito naquela semana e, assim, à luz da teoria de Duval, propor novos exercícios para serem trabalhados na semana seguinte, procedimento utilizado até o final da pesquisa. À medida do possível, pedimos que a professora resolvesse os exercícios do próprio livro texto com os alunos, não se esquecendo de aplicar a teoria de Duval, como na ministração das aulas, na resolução de exercícios em sala de aula e, principalmente, nos exercícios propostos como tarefa de casa. Por outro lado, a professora deveria seguir a sequência de conteúdos do livro didático adotado para o ano de 2009, *Matemática*: fazendo a diferença (1ª edição. 6º ano. São Paulo: FTD), de Bonjorno, Bonjorno e Olivares, 2006.

Depois de transcorridos aproximadamente dois meses de aulas, no mês de abril, o pesquisador e a professora da turma elaboraram o segundo instrumento de avaliação, o qual foi aplicado pela professora a 29 alunos. Esse instrumento continha oito problemas, todos adaptados do livro texto, e tinha como objetivo verificar o desempenho escolar dos alunos com a aplicação das funções de tratamento nos registros matemáticos e na conversão de um registro em outro, com relação aos conteúdos ministrados durante os meses de março e abril (Apêndice E).

Na primeira questão, pedimos ao aluno que aplicasse a conversão, passando do registro expresso em linguagem natural para o registro numérico.

Na segunda e terceira questão os alunos deveriam aplicar as operações de tratamento dentro do próprio registros e a conversão de um registro em outro para construir a resposta.

Na quarta questão, o aluno deveria descobrir uma lei de formação que pudesse usar para completar uma sequência dada. Quanto à quinta questão, o objetivo era verificar se os alunos saberiam trabalhar com a ordenação dos números. Além disso, os alunos deveriam aplicar a teoria de Duval, para operar com o tratamento dos registros de representação.

Na sexta questão, o objetivo era verificar se o aluno havia aprendido a aplicar a Teoria das Representações Semióticas, nas operações envolvendo a conversão de um registro em outro e o tratamento dos registros de representação.

A sétima questão também tratava de um problema de verificação do uso das operações de tratamento e da conversão de registros semióticos. E na oitava questão, pedíamos aos alunos que trabalhassem com o tratamento dos registros de representação semiótica.

Após a análise desses dois instrumentos, novamente discutimos com a professora e com a bolsista a teoria de Duval e pedimos que a professora resolvesse mais problemas, usando a referida teoria.

No mês de maio, foi elaborado pelo pesquisador o terceiro instrumento de coleta de dados, composto de 06 problemas, o qual foi aplicado a 25 alunos pela professora da turma e pela bolsista. Nesse instrumento, os dois últimos problemas foram adaptados do livro texto e outros inéditos. (Apêndice F). O objetivo desse instrumento era verificar o desempenho escolar dos alunos quanto a aplicação dos registros de representação semiótica.

Na primeira questão, o problema constou de duas expressões numéricas, ou seja, registros numéricos. Pedimos aos alunos que elaborassem um enunciado correspondente às expressões dadas, ou seja, que realizassem a conversão: passagem do registro numérico para o registro linguagem natural.

Na segunda questão, o problema foi feito ao contrário da primeira questão, ou seja, foi dado um enunciado em que constavam os registros numéricos e linguagem natural. A seguir, pedimos aos alunos que escrevessem a expressão numérica correspondente e representassem a solução dada, através do gráfico cartesiano, ou seja, a conversão do registro linguagem natural para o registro numérico e depois a conversão para o registro figural. Já na terceira questão, o problema constou da representação figural da questão anterior, no caso, a segunda questão.

Na quarta questão, foi trabalhado um problema expresso em linguagem natural. Solicitamos que os alunos elaborassem a expressão numérica correspondente, ou seja, que aplicassem a conversão, passando do registro linguagem natural para o registro numérico. Além disso, indagamos se os alunos seriam capazes de representar a expressão numérica encontrada em forma de registro figural, ou seja, passassem do registro numérico para o registro figural. Na realidade, embora de forma indireta, estávamos procurando evidenciar a passagem da linguagem natural para a linguagem figural, diretamente, sem esboçar uma resposta, usando o registro numérico.

Na quinta e na sexta questão, os problemas envolviam apenas tratamento direto na composição das respostas que os alunos teriam que construir.

No mês de junho, foi elaborado o quarto instrumento de avaliação pelo pesquisador, juntamente com a professora da turma e a bolsista. Objetivava também verificar o desempenho escolar com a utilização dos registros de representação semiótica. Esse instrumento constou de 5 problemas, todos adaptados do livro texto, correspondentes aos conteúdos ministrados nos meses de maio e junho. O referido instrumento foi aplicado pela professora e bolsista a 26 alunos (Apêndice G).

A primeira questão constou de um problema em que o aluno deveria aplicar a teoria de Duval, ou seja, usar as seguintes transformações: conversão de um registro para outro e as operações de tratamento nos registros de representação semiótica.

Na segunda questão, o aluno deveria usar o tratamento nos registros de representação, para resolver uma expressão dada.

A terceira a quarta e a quinta questão constou de aplicações diretas das operações de tratamento, nos registros de representação para a construção da solução do problema.

No do mês de setembro, foi elaborado o quinto instrumento de avaliação de desempenho, composto de 10 questões, sendo algumas adaptadas do livro texto e outras inéditas. Esse instrumento foi elaborado pelo pesquisador, professora da classe e bolsista e aplicado a 28 alunos pela professora e bolsista (Apêndice H). Objetivava, ainda, verificar o desempenho escolar dos alunos com a aplicação dos registros de representação semiótica.

Diferentemente do instrumento anterior, em que solicitávamos apenas que os alunos mudassem de um registro para outro. Além da mudança de registro, o aluno também teria que resolver o problema, dando uma solução numérica.

A primeira questão constou de um problema em que, aparentemente, fazíamos uma réplica da quinta questão da segunda lista de exercícios. No entanto, o nível de dificuldade era superior em relação àquela questão.

A segunda questão constou de um problema adaptado da segunda questão da primeira lista, com o objetivo de verificar novamente o desempenho dos alunos.

Na terceira questão, solicitamos aos alunos mudanças de registro figural e tratamento, no desenvolvimento da solução pedida.

A quarta questão foi de raciocínio lógico, mas o aluno deveria criar uma lei de formação aleatória. Com isso, ele envolveria as operações elementares da aritmética para construir a resposta.

Na quinta questão, o aluno deveria fazer a conversão do registro linguagem natural para o registro figural, além de resolver a questão analiticamente, usando o registro de tratamento.

Na sexta questão, o problema constava de simples manipulação da multiplicação, no entanto, nem todos os fatores estavam expressos no enunciado. Assim, o aluno deveria descobrir que fator encontrar.

Na sétima questão, o problema exigiu do aluno percepção e raciocínio lógico. A priori, não exigia nenhuma fórmula predeterminada, no entanto o aluno poderia construir sua resposta, usando registro de representação figural.

Na oitava questão, o aluno deveria completar uma multiplicação com alguns fatores já predeterminados. Quanto à nona questão, ela constou de um quadro mágico que o aluno deveria terminar de construir e, a seguir, formular o seu quadro mágico. Em geral este tipo de questão aguça a cognição do aluno.

Na décima questão, o aluno teria que usar a aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, haja vista que o enunciado do problema foi dado em linguagem natural. Além de resolver o problema, usando o registro numérico e o tratamento, no desenvolvimento da solução, o aluno teria que usar a conversão, passando o resultado encontrado para o registro gráfico.

Para atender ao desiderato metodológico, delimitamos como conteúdos que seriam investigados apenas os problemas que envolvessem operações com números naturais, conteúdo que faz parte do rol de conteúdos dispostos no livro adotado pelo COLUN.

Procuramos capacitar os alunos, para que pudessem aplicar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica nas resoluções de problemas. A aplicação da teoria seguiu a sequência já denotada anteriormente, fortalecendo-se e acrescentando-se, gradualmente, os registros multifuncionais, os registros monofuncionais, as representações discursivas e as representações não discursivas.

Os registros multifuncionais são aqueles em que os tratamentos não são algoritmizáveis, como, por exemplo, formas de raciocinar através de argumentações, a partir de observações, crenças etc. Já os registros monofuncionais são aqueles em que os tratamentos são algoritmizáveis, como, por exemplo, a divisão entre dois números naturais, através do processo das divisões sucessivas.

Com base nessa taxonomia, de Duval (2007), apresentamos a seguir um Quadro-síntese, para melhor entendimento didático-pedagógico.

REGISTROS	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO DISCURSIVA
Multifuncionais Os tratamentos não são algoritmos	Linguagem natural	Figural: figuras geométricas planas Apreensão operatória
Monofuncionais Os tratamentos podem ser algoritmos	Sistema de escrita, registros numéricos e simbólicos Cálculo	Registro gráfico Interpretação gráfica

Quadro 7: Classificação dos Diferentes Registros Utilizados no Fazer Matemático
Fonte: Adaptado de Duval (2007)

Convém ressaltar que os procedimentos metodológicos aqui apresentados e utilizados na análise dos dados da pesquisa, estão fundamentados na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (uso de tratamento e de conversão, na resolução de problemas).

Os problemas constantes dos instrumentos de avaliação e dos testes de verificação de aprendizagem aplicados aos alunos, no transcorrer da pesquisa, foram analisados no Capítulo 5. Também foram analisados problemas escolhidos aleatoriamente dos caderno dos alunos: alguns resolvidos em sala de aula; outros indicados para os alunos resolverem em casa, todos documentados nos cadernos dos alunos.

CAPÍTULO 5

Aprendizagem Matemática Utilizando Registros de Representação Semiótica

> *... o objetivo do ensino da matemática, em formação inicial, não é nem formar futuros matemáticos, nem dar aos alunos instrumentos que só lhes serão eventualmente úteis muito mais tarde, e sim contribuir para o desenvolvimento geral de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização.*
> *(DUVAL, 2007, p. 11)*

A aprendizagem da Matemática, em geral, constitui-se um grande desafio para muitas crianças. Ela necessita da atenção redobrada do(a) professor(a), condição necessária que devemos ter para sanar, senão minorar, possíveis dificuldades de aprendizagem.

Se para alguns alunos aprender Matemática é um desafio, para outros, constitui-se verdadeira barreira, obstáculo que terão de transpor em cada aula dessa área de conhecimento. Esse obstáculo, segundo Bachelard (1996), se incrusta no conhecimento não questionado. Se não há indagação, não pode haver conhecimento científico. Nada é evidente. Nada é gratuito. Na ciência, tudo é construído. Nesse sentido, o aluno precisa desejar saber, saber para poder melhor questionar a sua aprendizagem.

Na faixa entre os 10 e 12 anos, fase em que, normalmente, a criança começa a desenvolver as operações formais[13], via de regra, ela encontra dificuldades de adequação aos conceitos e operações com a Matemática. Logo, devemos possibilitar que essas operações sejam construídas pelas crianças, de forma muito natural. Devemos trabalhar o conteúdo de modo que as relações da Matemática com o cotidiano do aluno, o mundo físico, sejam tratadas de forma que ele possa contextualizar os objetos matemáticos com as atividades desenvolvidas no seu entorno social. E, ainda, se possível, desenvolver habilidades que possibilitem ao aluno, por si, desenvolver a sua aprendizagem e, assim, poder realizar as suas descobertas matemáticas.

[13] As operações formais, segundo Piaget (2007, p. 48), consistem em que elas podem realizar-se sobre hipóteses e não somente sobre objetos e, ainda, que as hipóteses podem não ser objetos, mas proposições, sendo seu conteúdo operações de classe, relações etc.

Segundo Colombo (2008), não existe consenso na comunidade de professores de Matemática, nem de matemáticos, em relação à definição de objeto matemático, no entanto esses objetos podem ser considerados como ideais, como números, grupos, áreas etc., mediante a sua materialização. *Estamos tomando como objeto de estudo: a aplicação dos registros de representação semiótica na resolução de problemas com números naturais.*

Para Polya (2006), um dos mais importantes deveres do professor é o de auxiliar os seus alunos, o que não é fácil, pois isso exige tempo, prática, dedicação e princípios firmes.

O professor deve encorajar o aluno a caminhar sozinho, adquirir experiência pelo trabalho independente, caso não consiga desenvolver nenhum progresso. Neste caso, o professor deve auxiliá-lo mas, sem demonstrar diretamente sua ajuda; fazê-la de modo natural, procurando entender as dificuldades do aluno.

Quando os objetos matemáticos são confundidos com a sua representação, em geral, o aluno sofre uma perda da compreensão dos conhecimentos já adquiridos, tornando-se dessa forma fora do contexto da aprendizagem.

Segundo Moretti (2007), em discussões sobre ensino e aprendizagem de conceitos em Matemática, uma das preocupações é como transformar objetos de pesquisa em objetos de ensino. Assim, o acesso aos objetos matemáticos passa, necessariamente, por representações semióticas e a compreensão em Matemática está condicionada à capacidade de mudança de registros semióticos.

Para Godino (2002), um objeto matemático pode ser considerado como tudo aquilo que pode ser indicado, que pode ser sinalizado ou ao que podemos fazer referências. No entanto, para Peirce (2005), um objeto é a representação real de um signo, podendo ser perceptível ou apenas imaginável, abstrato, uma entidade puramente mental ou imaginária.

Objetivando melhorar o desempenho dos alunos do sexto ano A do Colégio Universitário – COLUN, a utilização da Teoria dos Registros de Representação Semiótica aplicada à resolução de problemas com números naturais foi definida como objeto de estudo, durante o transcorrer desta pesquisa, cuja coleta de dados ocorreu no período de março a setembro de 2009. Planejamos aplicar cinco instrumentos avaliativos: o primeiro no mês de março, início do semestre; o segundo no mês de abril, o terceiro no mês de maio, o quarto no mês de junho e o último no mês de setembro, quando concluímos a coleta de dados e passamos a analisar os dados coletados. Os resultados da análise desses dados são apresentados a seguir.

5.1 Análise do Primeiro Instrumento de Avaliação

Como descrevemos no Capítulo 4, o primeiro instrumento de avaliação constou de 10 problemas de Matemática. Esse instrumento foi aplicado no mês de março, a 27 alunos do sexto ano A do Ensino Fundamental do Colégio Universitário – COLUN.

Os problemas foram elaborados com os seguintes objetivos: Verificar se os alunos saberiam aplicar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, nas resoluções dos problemas, e identificar as dificuldades encontradas pelos alunos, quando da resolução das questões propostas.

Para um melhor entendimento, optamos por fazer a análise do primeiro instrumento questão por questão. A primeira questão constou do seguinte problema inédito (problema elaborado pelo pesquisador fora do conteúdo que estava sendo ministrado aos alunos).

Sua mãe lhe deu R$ 14,50 para comprar seu material escolar, na Kitanda do Zezé. Você deve gastar todo o dinheiro. O que você vai comprar? Na Kitanda, todo o material escolar disponível estava escrito na Tabela 1 de preços:

Tabela 1 – Preços de Materiais Escolares

Mercadorias	Preço Unitário
Caderno capa dura com arame	3,00
Caderno com foto do Flamengo	3,50
Caderno com foto do São Paulo	4,00
Caderno com foto do Botafogo	4,50
Caneta esferográfica tinta azul e preta	0,50
Caneta grafite	1,00
Borracha comum	0,50
Borracha colorida	1,00
Estojo para lápis e caneta	1,50
Agenda	2,00
Lápis comum	0,50
Lápis com borrachinha na ponta	1,00
Régua	0,50
Esquadro	0,50

Dos 27 alunos presentes no dia da aplicação deste instrumento, 10 não fizeram qualquer menção sobre como construir a resposta do referido problema. Dentre esses, 07 fizeram apenas marcas ao lado de cada objeto e, consequentemente, dos valores expressos na tabela, como se estivessem escolhendo o que deveriam comprar, no entanto, não esboçaram qualquer tipo de expressão numérica, nem a quantificação do valor final da compra. Na escolha dos objetos, não fizeram nenhuma operação para verificar se dava para comprá-los com o dinheiro de que dispunham ou não. Tres dos alunos deixaram totalmente em branco a questão.

Houve 12 alunos que responderam corretamente: escolheram o que deveriam comprar e construíram, ao lado do problema, a expressão numérica correspondente, totalizando em R$ 14,50. Na resolução da expressão numérica, os alunos usaram os registros de tratamento, quando operaram para chegar ao resultado final.

Houve, também, 03 alunos que descreveram em linguagem natural o que gostariam de comprar. Quantificaram os valores, armaram a expressão numérica correspondente e efetuaram a operação de adição, chegando ao total determinado para a compra. Portanto, também, deram a resposta correta.

Do ponto de vista da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, esses alunos aplicaram a referida teoria na construção de suas soluções, pois usaram o registro numérico de tratamento, quando operaram com os valores da expressão numérica. Entretanto, segundo Duval (2007), para que haja aprendizagem, é necessário que o aluno saiba aplicar as funções de tratamento e conversão. Dessa forma, segundo Duval ainda não havia aprendizagem.

Houve, ainda, 02 alunos que marcaram na tabela o que gostariam de comprar, no entanto, ao usarem o registro numérico, não conseguiram efetuar um tratamento adequado, ou seja, não conseguiram fechar a compra em R$ 14,50, conforme solicitado no problema.

Com este tipo de problema, foi possível construir várias soluções, mesmo tendo sido consideradas erradas. Além disso, a forma como o problema foi construído possibilita despertar no aluno a curiosidade e ajudar no seu desenvolvimento cognitivo.

Por outro lado, as combinações para a construção da solução poderiam divergir de aluno para aluno. Isso permitiu ao pesquisador avaliar, hipotética e individualmente cada aluno.

Para um melhor entendimento dessa primeira questão, na figura 3, apresentamos um resumo dos percentuais das soluções obtidas pelos alunos.

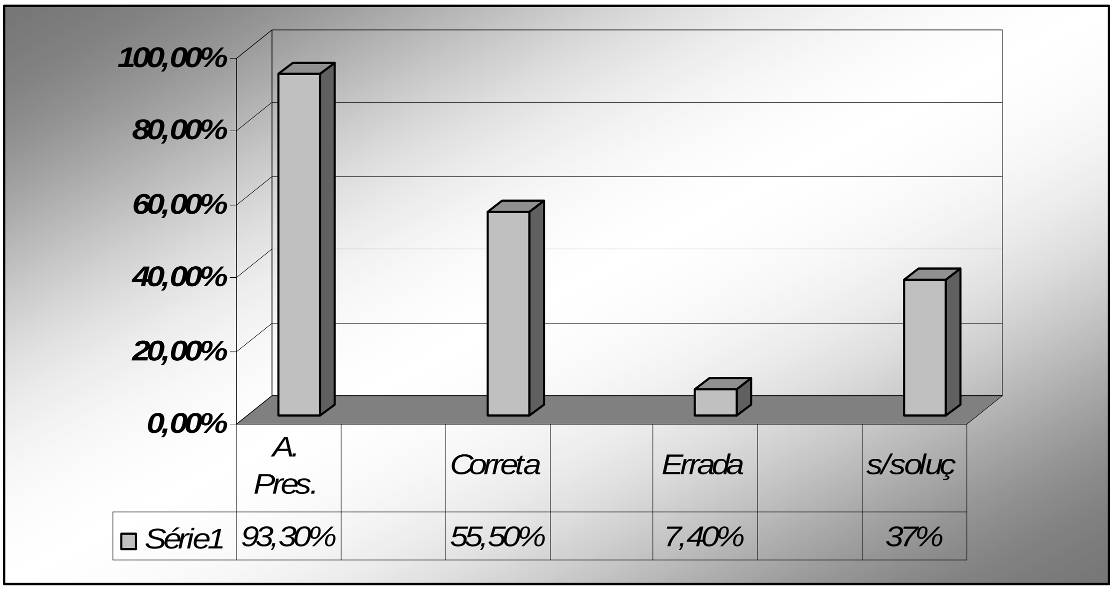


Figura 3 – Percentual de Desempenho na Primeira Questão

Os dados expressos na figura 3 mostraram que os alunos não tiveram um bom desempenho (61% a 80%), ao resolverem a questão proposta. Além disso, o que nos preocupou bastante foi o percentual de alunos, aproximadamente 37 %, que não se dispuseram a esboçar nenhum tipo de solução para a questão, tendo um desempenho muito ruim (0 a 40%), haja vista que esse tipo de problema era considerado de fácil solução.

O percentual de alunos que não respondeu corretamente, aproximadamente 7%, foi considerado por este pesquisador como um resultado dentro do esperado. Já o percentual de alunos que conseguiu resolver o problema corretamente, aproximadamente 56%, foi considerado um resultado apenas regular (41% a 60%), haja vista que esse tipo de problema foi classificado como de fácil resolução, conforme referido acima.

Convém ressaltar que este percentual de aproximadamente 56% também corresponde ao de utilização da Teoria das Representações Semióticas, enfocando o registro de tratamento.

A segunda questão constou do seguinte problema inédito:

Toda semana, você coloca moedas em seu cofre. Um belo dia, você resolve abri-lo, e descobre que tem R$ 6,00 distribuídas em moedas de 10 centavos, de 25 centavos, de 50 centavos e de 1 real. Quantas moedas você tem de cada uma?

Esse tipo de problema semi-aberto proporciona ao pesquisador analisar uma variedade de soluções que, *a posteriori*, poderiam aparecer para o problema. Por outro lado, os alunos, quando percebem que não existe uma única solução, em geral, ficam mais inseguros.

Neste problema, esperávamos também que os alunos aplicassem a teoria de Duval, usando os registros nas operações de tratamento. Os resultados apontaram o seguinte: 08 alunos não responderam ao segundo problema e 01 aluno respondeu de forma incorreta, registrando como resposta 650 reais. Portanto, esses alunos não souberam aplicar a teoria de Duval. Já 18 alunos conseguiram responder ao problema corretamente. De certa forma, esses alunos conseguiram expressar, na construção da resposta, o registro de tratamento. Ou seja, aplicaram a teoria de Duval, quando construíram respostas do tipo: 2 moedas de 1,00; 5 moedas de 50 centavos; 5 de 0,10 e 4 de 0,25. Outro tipo de resposta dada foi: 4=50; 3=1; 5=10; 2=25.

Para uma melhor visualização dos resultados encontrados nessa questão, elaboramos o Quadro 8, com algumas das respostas construídas pelos alunos.

Segundo Problema	Tipos de Soluções Construídas	Tipos de Soluções Construídas
Toda semana, você coloca moedas em seu cofre. Um belo dia, você resolve abri-lo e descobre que tem R$ 6,00, distribuídos em moedas de 10 centavos, de 25 centavos, de 50 centavos e de 1 real. Quantas moedas você tem de cada uma?	2 de 1 mais 2 de 50 mais 4 de 25 centavos e vinte de 10 centavos. Outra resposta: 6 em 10 moedas de 10 centavos, 6 moedas de 25 centavos e 4 moedas de 50 centavos	4=50, 3=1, 5=10 e 2=25. Outra resposta: R=7,75 Outra resposta: 1,00 = 4 moedas, 0,50 = 2 moedas e 0,10 = 10 moedas

Quadro 8: Algumas das Respostas Construídas pelos Alunos
Fonte: Pesquisa de Campo

Esse tipo de problema semi-aberto permitiu aos alunos construírem uma gama de respostas sem que, necessariamente, fossem iguais, conforme mostramos no Quadro 8.

Também com referência às respostas emitidas pelos alunos para o segundo problema do primeiro instrumento de avaliação, determinamos o percentual de acerto, de tentativas de resposta e de erros cometidos. Estes dados são apresentados na figura 4.

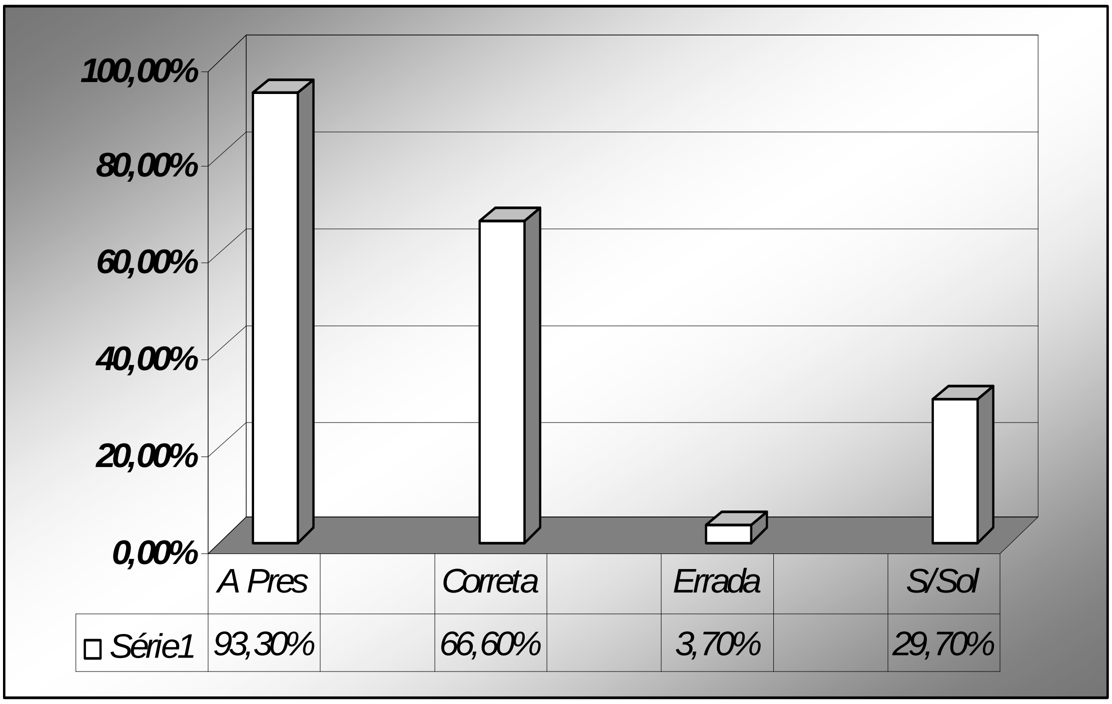


Figura 4 – Percentual de Desempenho na Segunda Questão

Comparando-se o desempenho dos alunos, nesta questão, com o desempenho obtido na primeira questão, percebemos que houve uma pequena evolução: o aproveitamento de, aproximadamente, 56% subiu para um aproveitamento de, aproximadamente, 67%. O percentual de alunos que não conseguiu responder à segunda questão, aproximadamente 30%, ainda continuou alto, embora o percentual de alunos que não respondeu à questão tenha diminuído.

Podemos dizer que houve uma ligeira, mas moderada, evolução de desempenho, contudo não podemos considerar que o resultado obtido pelos alunos, nestas duas questões, possa ser considerado bom.

A terceira questão, também, é inédita (questão criada pelo pesquisador):

Você tem duas bolinhas de gude. Joga duas partidas. Na primeira, ganha três bolinhas e, na segunda, perde uma bolinha. O que aconteceu ao final das duas partidas? Represente sua resposta.

Para analisar esta terceira questão, utilizamos cinco classificações, a saber:

a) Omissão de resposta
b) Tentativa de construção de resposta
c) Construção de resposta numérica
d) Resposta emitida sem nenhuma operação numérica explícita
e) Resposta dada utilizando conversão de registro de representação semiótica

Os resultados revelados nessa questão foram os seguintes:

a) um aluno deixou de responder à terceira questão, não tendo registrado qualquer procedimento;

b) sete alunos tentaram montar numericamente a solução da referida questão, entretanto fizeram-no de forma incorreta. Não conseguiram aplicar a teoria de Duval;

c) sete alunos aplicaram a Teoria dos Registros Semióticos, através da utilização da conversão do registro linguagem natural para o registro numérico e conseguiram realizar as operações de tratamento na construção da resposta final. Mas não souberam representar, por exemplo, graficamente;

d) onze alunos responderam usando a linguagem natural, entretanto não registraram como chegaram ao resultado, pois apenas escreveram a solução. Com esse tipo de resposta, tornou-se difícil quantificar se esses alunos souberam realmente responder à questão, haja vista não terem registrado nenhuma operação numérica.

e) uma aluna respondeu como pensamos, quando da elaboração deste problema, ou seja, aplicou corretamente a Teoria dos Registros de Representação Semiótica para responder à referida questão. Usou a conversão: saindo do registro linguagem natural para o registro figural; nele, foram registrados todos os passos das etapas registradas no enunciado do problema, tendo, portanto, conseguido construir o resultado final.

Na figura 5, apresentamos a solução construída pela aluna.

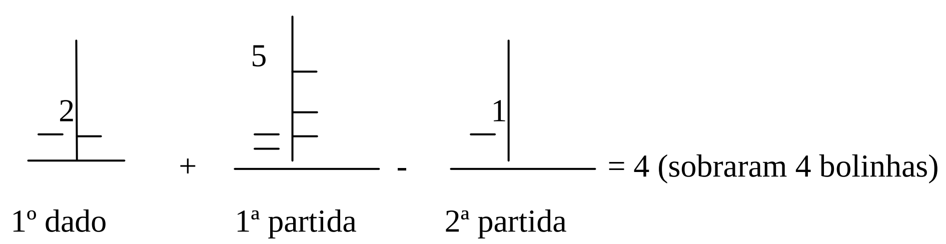


Figura 5 – Procedimento que a aluna usou.
Fonte: Pesquisa de Campo

São também apresentadas, no Quadro 9, algumas soluções construídas por alguns alunos.

Terceiro Problema	Tipos de Soluções Construídas
Você tem duas bolinhas de gude. Joga duas partidas. Na primeira, ganha três bolinhas e, na segunda partida, perde uma bolinha. O que aconteceu ao final das duas partidas? Represente sua resposta.	1 ele ficou com 5 bolinhas, 2 na segunda ele ficou com 4 bolinhas. Outra resposta: Ele perdeu 2+3=5-1. Outra solução: No final do jogo, ficou com 4 bolinhas, ficou o dobro. Outra solução: 2+3=5-1=4 eu ganhei 4 bolinhas. Outra solução: 1º Ele ficou com 5 bolinhas 2º Na segunda ele ficou com 4 bolinhas. Outra solução: 5-1=4. R= R$ 4,00 Outra solução: 5-1=4. R=4

Quadro 9: Respostas Construídas Por Alguns Alunos
Fonte: Pesquisa de Campo

Em relação à expectativa que tínhamos a respeito das soluções dadas pelos alunos e se eles aplicariam, na construção das soluções dos problemas, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, uma aluna, ao que pareceu, embora de forma isolada, soube aplicar muito bem a teoria de Duval.

Também com referência à terceira questão, analisamos o percentual de acerto, de tentativas de resposta e de erros cometidos pelos alunos. Estes dados são apresentados na figura 6.

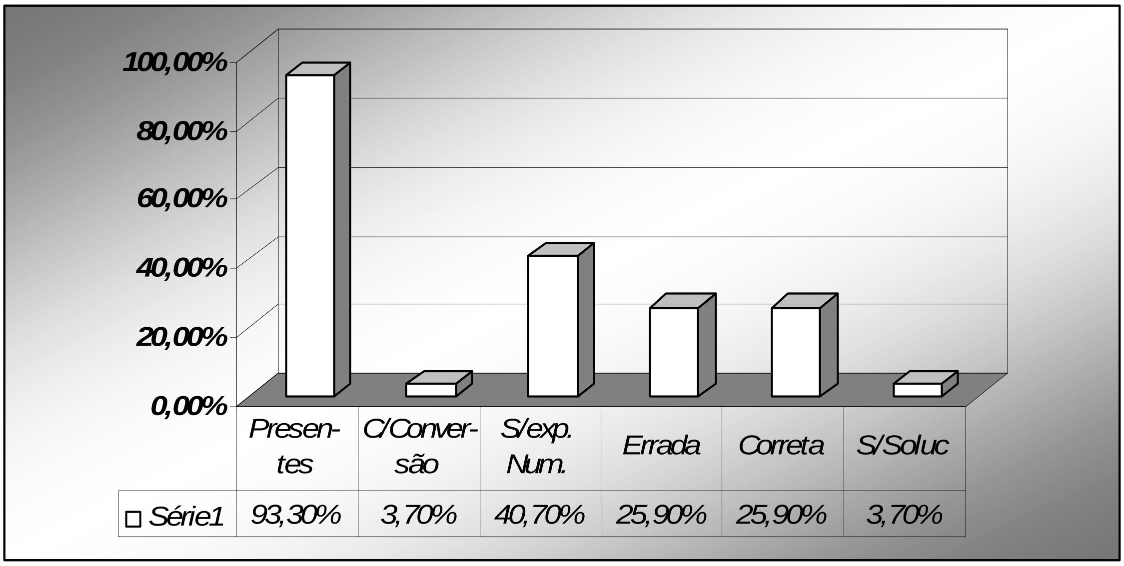


Figura 6 - Desempenho dos Alunos, ao resolver o Terceiro Problema

Embora tenhamos pedido aos alunos que representassem suas respostas, além de resolverem numericamente como costumeiramente é feito, o resultado foi considerado muito ruim, haja vista que apenas 3,7%, dos alunos conseguiram resolver a referida questão, utilizando uma representação diferente da solução numérica, ou seja, usando a conversão na forma de representação figural.

Apenas uma aluna entendeu o que estávamos pedindo e representou sua resposta, usando ábacos, caracterizando, portanto, o uso da conversão de um registro em outro.

O percentual de acerto nas questões ainda continuou baixo: apenas 29,65% conseguiram, de alguma forma, emitir a solução corretamente. Por outro lado, o percentual de, aproximadamente, 26% de alunos que não conseguiram responder corretamente à questão foi considerado alto, tendo em vista que, aproximadamente, 40,7% dos alunos, visivelmente chutaram a resposta. Admitindo que esses alunos estão no mesmo patamar de desenvolvimento cognitivo dos que não responderam corretamente ao problema dado, o percentual sobe para, aproximadamente, 66,7%. Portanto, comparando-se com as questões já analisadas, o desempenho dos alunos foi pior nessa questão.

Na quarta questão, adaptada do livro texto, pedimos que o aluno *representasse o número doze de duas maneiras, podendo usar o ábaco, se quisesse*. Para a análise deste quarto problema, consideramos as maneiras diferentes apresentadas como soluções emitidas:

a) Nenhuma maneira de solução emitida
b) Apenas uma solução
c) Duas soluções, mas uma de forma incorreta
d) Duas soluções diferentes e corretas

Após análise da Quarta Questão, os resultados revelaram o seguinte:

Dos 27 alunos presentes, 06 alunos não emitiram nenhuma solução para o referido problema. Esse tipo de questão, normalmente, é trabalhado nas séries iniciais do Ensino Fundamental, embora a representação aconteça de forma isolada, ou seja, em geral, pedimos apenas um tipo de representação de resposta.

Nove alunos deram apenas uma representação para o número doze, no entanto, no enunciado do problema, foram pedidas duas representações. Observamos que esses alunos tiveram dificuldades de entendimento do que estava escrito em linguagem natural, haja vista que representar o número dado de formas diferentes é trivial, principalmente, quando induzimos os alunos a usarem o ábaco como uma forma de representação.

Seis alunos fizeram duas representações, no entanto, só conseguiram fazer uma representação correta para o número doze. Percebemos que, quando foram representar de outra forma, como, por exemplo, usando o ábaco, como foi sugerido no enunciado, fizeram-no de forma incorreta; não conseguiram representar as unidades e as dezenas corretamente.

Apenas 06 conseguiram representar corretamente o número doze de duas formas diferentes, conforme pedido no enunciado do problema.

Nessa questão, apesar de termos solicitado uma solução trivial, estava embutida, nessa solução, a aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, um dos itens que estávamos avaliando. No entanto, somente 06 alunos conseguiram aplicar essa teoria e 06 tentaram utilizar os registros semióticos, embora não tenham obtido êxito.

A utilização da Teoria das Representações consistiu em transcrever para a linguagem, como, por exemplo, numérica ou figural, o que estava escrito em linguagem natural. Dessa forma, seria aplicada uma conversão de um registro em outro.

No Quadro 10, são mostrados os dados percentuais desses resultados.

Problema	Alunos Presentes	Sem Solução	Uma Solução Correta	Uma Solução Correta e uma Errada	Duas Soluções Corretas
Represente o número doze, de duas maneiras. Pode usar o ábaco, se quiser.	27	06	09	06	06
-	93,3%	22,2%	33,4%	22,2%	22,2%

Quadro 10: Desempenho dos Alunos ao resolverem o Quarto Problema
Fonte: Pesquisa de Campo

Dos alunos presentes, apenas, aproximadamente, 22% conseguiram entender o enunciado do problema e responder corretamente à questão, ou seja, fazer as duas representações. Aproximadamente, 22% também tentaram resolver corretamente e conseguiram fazer uma representação. Entretanto, os alunos erraram quando fizeram a segunda representação, como, por exemplo, ao usar o ábaco, para fazer a segunda representação.

Verificamos que o percentual de alunos que não entendeu o enunciado da questão, aproximadamente, 56% do total dos alunos presentes, continuou elevado. Dentre esses alunos, estão incluídos os que não apresentaram nenhuma solução e aqueles que apresentaram apenas uma solução.

Também como forma de exemplificar melhor os dados estatísticos apresentados acima, construímos o Quadro 11, mostrando algumas das respostas construídas pelos alunos.

Quarto Problema	Tipos de Respostas Construídas
Represente o número doze de duas maneiras. Pode usar o ábaco, se quiser.	Doze e XII Outra solução: XII e representação num ábaco, mas de forma incorreta Outra solução: I. II. Outra solução: apenas XII. Outra solução: R=12, XXI, doze, 21.

Quadro 11: Algumas Soluções Construídas pelos Alunos
Fonte: Pesquisa de Campo

Algumas respostas construídas ratificam a questão da leitura e interpretação do que está escrito. Este foi um dos pontos que serviu de pré-requisito para solicitar à professora da classe experimental mais empenho, no fortalecimento da leitura e interpretação de textos relacionados à Matemática.

O Quinto Problema foi adaptado do livro texto e constou do seguinte:

No livro de vocês consta o seguinte: os números pares são os que terminam em 0, 2,4,6 ou 8 e os números ímpares são os que terminam em 1, 3, 5, 7 ou 9, não é verdade? Então:
a) Se você somar três números ímpares, o que você encontra?
b) Se você somar um número par e dois números ímpares, o que você encontra?
c) Se você somar três números pares, o que você encontra?

Como no enunciado do problema, foram consideradas três hipóteses; a análise também foi feita separadamente para cada item.

Para o primeiro item *Se você somar três números ímpares, o que você encontra?*, os resultados encontrados foram: 09 alunos deixaram o problema sem resposta, e quando tentaram responder, fizeram-no de forma incorreta; 03 alunos realizaram uma adição de três números ímpares, no entanto, não expressaram sua resposta, dizendo se a soma resultava em um número impar; 03 alunos explicitaram três números ímpares, depois efetuaram uma adição com esses três números e concluíram que a soma dava outro número ímpar, resposta considerada correta; 12 alunos escreveram, como resposta, simplesmente, a palavra “ímpar” ou “um número ímpar”, sem, no entanto, verificar se isso era verdade. Na folha de respostas não registraram qualquer indício de tentativa de verificação.

Para termos uma melhor visualização destes dados, observemos a figura 7.

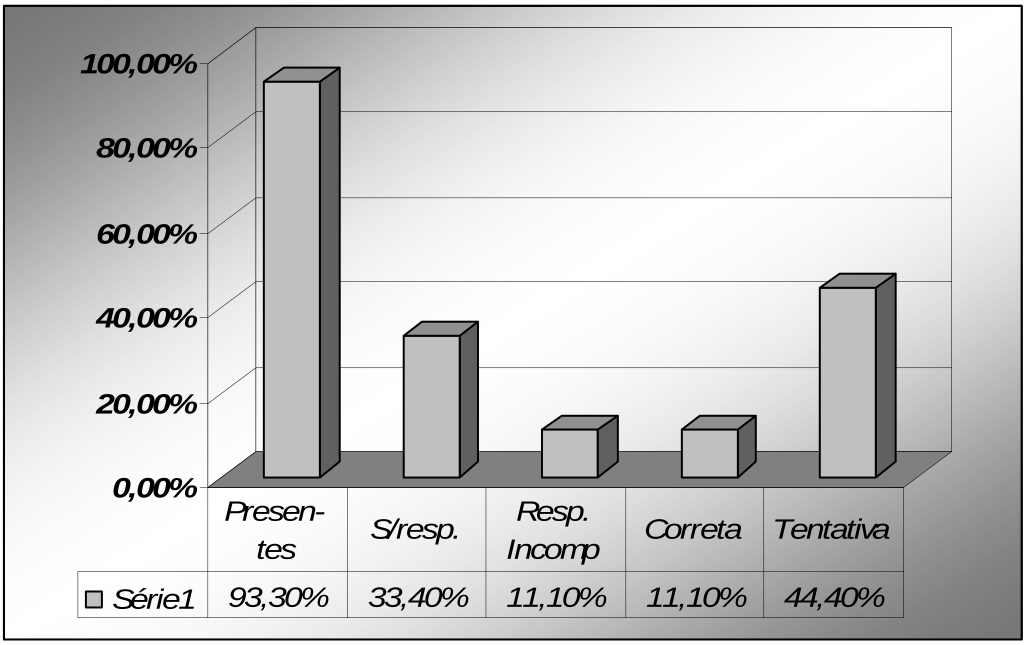


Figura 7 – Desempenho dos Alunos, ao resolverem o Item *a* do Quinto Problema

O percentual de alunos que tentou dar uma resposta, dos que o fizeram de forma incorreta e dos que não emitiram resposta, continuou muito elevado, haja vista que apenas, aproximadamente, 11% dos alunos responderam corretamente. Observamos que alguns alunos possuem muitas dificuldades de interpretar o que estão lendo.

Por outro lado, o número de alunos que escreveu apenas a resposta, sem que tenha esboçado nenhum cálculo numérico, foi pequeno. Inferimos que pode ser que tenham feito os cálculos em outro lugar e apenas tenham registrado a resposta, podendo inclusive ter achado a pergunta muito fácil e tê-la respondido sem precisar efetuar cálculo algum. Nesses casos, não podemos afirmar se este percentual de, aproximadamente, 44% corresponde a alunos que realmente não souberam responder ao problema.

Para o segundo item *Se você somar um número par e dois números ímpares, o que você encontra?*, constatamos que 04 alunos apresentaram “6” como resposta, sendo que dois deles escreveram: 2,1,3 = 6. Não foi pedido no enunciado que encontrassem números, cuja soma fosse seis. Claramente, observamos que os alunos não conseguiram interpretar o que pedimos no problema. Constatamos, também, que 12 alunos não responderam corretamente a esse item, embora tenham feito algum tipo de registro, mas todos sem nexo com a resposta a que deveriam chegar, ou seja, um número par.

Os resultados também revelaram o seguinte:

Oito alunos registraram como resposta um número par. Esta, *a priori*, poderia até ser considerada como resposta correta, mas em função do desempenho que tiveram nas soluções dos problemas anteriores, podemos supor que foi uma resposta por tentativa, sem a segurança de que estaria correta.

Dois alunos responderam: 2+5+7=14, com respostas exatamente iguais. Pareceu-nos que houve alguma interferência na hora da construção dessa resposta, haja vista existirem muitas combinações possíveis de construção de respostas diferentes. Além disso, os alunos não disseram se haviam encontrado um número par ou não. Falta de atenção?. Era questão de leitura? Talvez, mas não averiguamos.

Apenas um aluno respondeu exatamente como esperávamos, quando da construção deste instrumento de coleta de dados, ou seja, ele respondeu: *4+5+3 = 12, eu encontro um número par*.

Os dados percentuais são apresentados na figura 8.

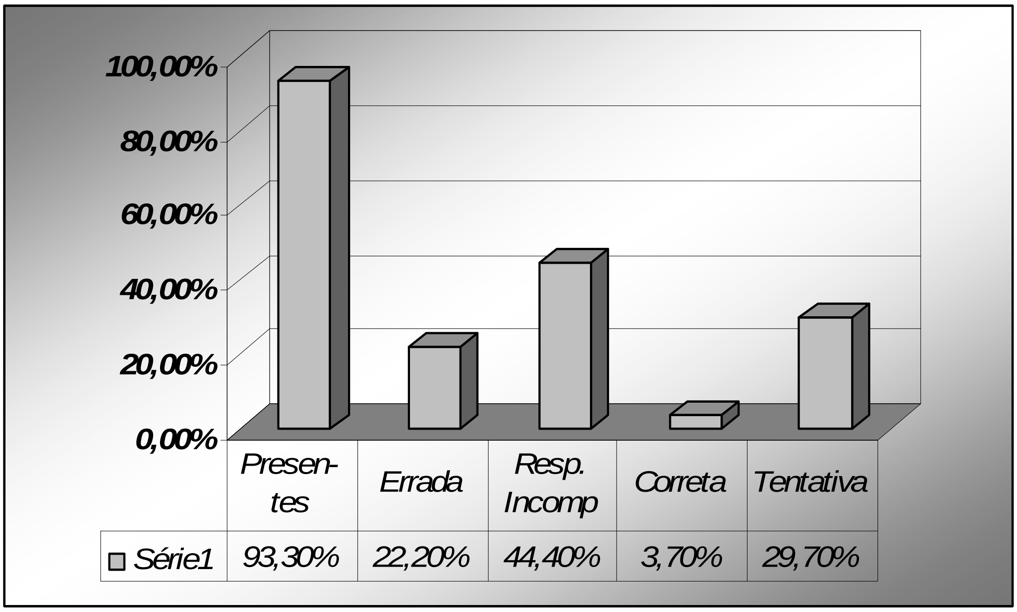


Figura 8 - Desempenho dos Alunos, ao resolverem o Item *b* do Quinto Problema

A Figura 8 demonstra que o percentual de acerto continuou muito baixo, pois apenas, aproximadamente, 3,7% dos alunos conseguiram emitir a solução corretamente. Entretanto, o percentual de alunos que tentou a resposta e deu a resposta incompleta aumentou, passando de 55,5% para 74,1%, se comparados com os problemas já analisados. Com referência ao percentual de alunos que deu a resposta de forma incorreta, o desempenho melhorou, ou seja, caiu de 33,4% do quadro anterior para 22,2%. Entretanto, o desempenho de acertos nas questões propostas ainda continua muito baixo.

Para o terceiro item *Se você somar três números pares, o que você encontra?*, encontramos os seguintes resultados:

Dois alunos colocaram como resposta a palavra *soma*.

Dois alunos registraram como resposta 2 algarismos pares.

Um aluno respondeu 2+4+1=7. Esse aluno não sabia nem mesmo o conceito de número par e não observou o enunciado do problema, pois nele constava essa definição.

Cinco alunos elegeram três números, como, por exemplo, 2, 4 e 6. Eles realizaram a operação de adição desses números e concluíram a soma como resposta. Entretanto, não responderam se a soma encontrada tratava-se de um número par, como foi pedido no enunciado do problema.

Dois alunos registraram tão somente o número 12, sem nenhuma conclusão a mais.

Dois alunos deram como resposta a seguinte soma: 2+4+1=7, porém não concluíram se essa soma se tratava de um número par.

Tres alunos elegeram três números pares, realizaram a soma desses números e, como o resultado foi um número par, concluíram que a soma também seria um número par. Exatamente como se esperava como solução. Eles conseguiram, portanto, aplicar corretamente a teoria de Duval.

Dez alunos registraram apenas a palavra par ou um número par. Como nas respostas analisadas dos outros alunos, muitos deles tentaram várias soluções e todas diferentes destas, concluímos que essas somas foram feitas por tentativa. Isso pôs em dúvida se estes alunos sabiam realmente o que estavam dando como resposta.

Por outro lado, é possível que esses alunos tenham respondido a referida questão conscientemente, pois não deixaram registradas em suas provas como chegaram a essa conclusão, tornando-se assim quase impossível emitir um juízo de valor.

A seguir, na figura 9, são apresentados os dados percentuais referentes ao item c do Quinto Problema.

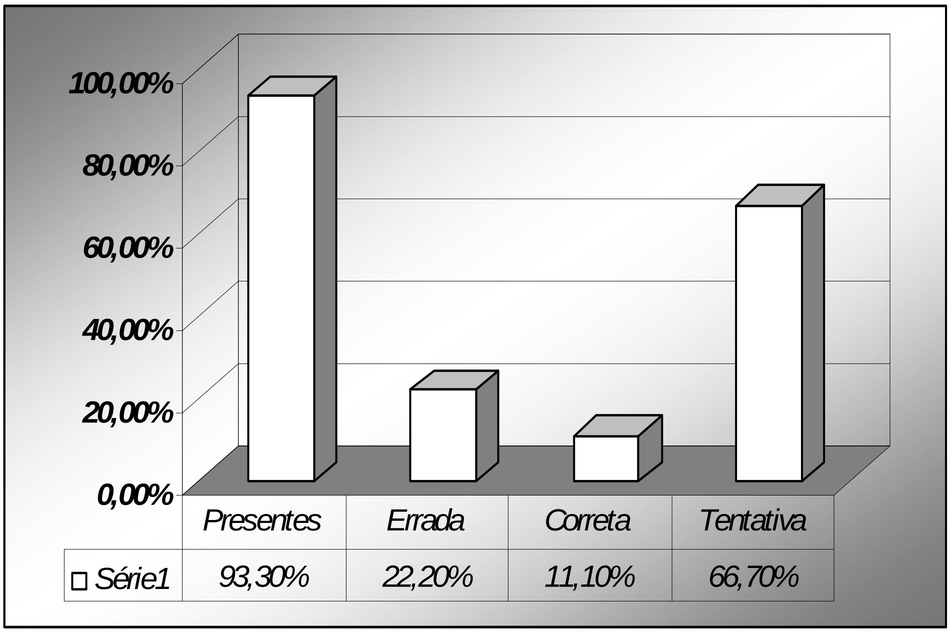


Figura 9 – Desempenho dos Alunos, ao resolverem o Item *c* do Quinto Problema

Pelos resultados revelados, podemos dizer que no item c, o percentual de acerto foi maior do que no item b, assim como o percentual de tentativas de responder à questão. Quanto ao percentual de erros, ele continuou inalterado.

De maneira geral, constatamos que, nesta quinta questão, o percentual de acerto foi muito ruim; não passou de 11%, mesmo porque o percentual de alunos que tentaram construir a resposta corretamente foi considerado bom, aproximadamente 45%. Isso indica que alguns alunos possuem potenciais, haja vista que estavam retornando de férias escolares e, normalmente, não fazem nenhuma atividade escolar nesse período.

O sexto problema foi adaptado do livro texto:

No livro de vocês consta o seguinte: o sucessor de um número é o que vem logo depois dele, e o antecessor é o que vem logo antes. Ou seja, o sucessor de 6 é 7. Responda:
a) Qual é o sucessor do sucessor de 9? .
b) Qual é o antecessor do antecessor de 8? .

O procedimento utilizado para a análise desta questão foi o mesmo aplicado à quinta questão, ou seja, dividimos a análise por itens, separadamente. As respostas construídas pelos alunos para o item a *Qual é o sucessor do sucessor de 9?* foram as seguintes:

um aluno não respondeu a questão, embora no enunciado definíssemos o que seria sucessor e antecessor.

Doze alunos tentaram construir a resposta, mas construíram de forma errada; escreveram 10, por exemplo, como resposta. Destacamos um fato curioso: dentre os doze alunos que responderam ao item de forma incorreta, colocando “10” como resposta, dois escreveram “12” como resposta. Deu-nos a impressão de que um aluno respondeu e repassou sua resposta para os demais. Mais uma vez, observamos que os alunos possuem muitos problemas com relação à interpretação do que está escrito. Por isso, não conseguiram aplicar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica para construírem as respostas.

Dezesseis alunos construíram suas respostas corretamente, tendo escrito “11” como sucessor do sucessor de 9.

Ao compararmos com as respostas construídas pelos alunos nos problemas já analisados, o percentual de acerto foi considerado bom (61% a 80%). No entanto o percentual de, aproximadamente, 37% de alunos que erraram a questão foi considerado ainda muito alto, haja vista que esta questão foi conceitual.

Para o item b *Qual é o antecessor do antecessor de 8?*, a solução dada foi a seguinte: Um aluno, o mesmo que não respondeu ao item anterior, também não respondeu a este item. Dez dos alunos que deram a resposta errada ao item anterior, também responderam errado a este item: Oito destes alunos escreveram o número “7” como resposta e 02 deles, os mesmos que erraram o item anterior, escreveram o número “11” como resposta. Os mesmos 16 alunos que construíram suas respostas corretamente, no item anterior, também escreveram corretamente o número “6” como sendo o antecessor do antecessor do número 8, como foi pedido na questão.

Concluímos, portanto, que das respostas construídas corretamente pelos alunos para o problema seis, foram muito boas, em relação às questões já analisadas.

O sétimo problema, também, foi adaptado do livro texto:

O livro de vocês diz que podemos representar os números naturais numa semi-reta, certo? Então: Você tem quatro figurinhas, joga uma partida e perde três; joga outra partida e ganha duas figurinhas. O que aconteceu? Ganhou ou perdeu? Mostre sua resposta num gráfico ou semi-reta (desenho)

Nesta questão, foram encontrados os seguintes resultados: Tres alunos responderam corretamente; apresentaram suas respostas de duas maneiras diferentes: através do registro numérico, em que tiveram de aplicar o tratamento necessário para chegar à solução final; e usando a conversão, isto é, passando do registro numérico para o registro figural.

Esses alunos usaram a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, aplicando o tratamento e a conversão convenientemente. Algumas soluções desses alunos são apresentadas nas figuras 10 e 11.

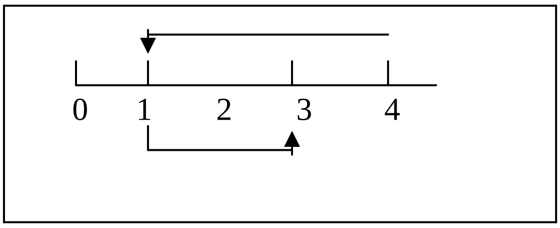


Figura 10 – Solução 1: usando Representação Figural
Fonte: Pesquisa de Campo

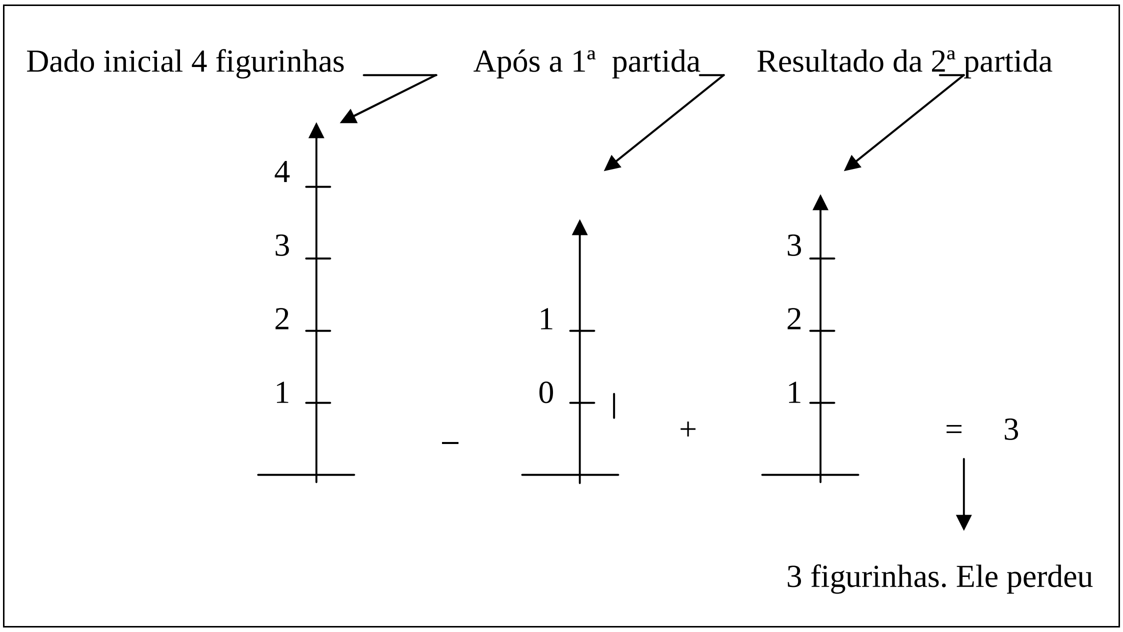


Figura 11 – Solução 2: usando Representação Figural
Fonte: Pesquisa de Campo

Observamos que, na solução da figura 10, a seta registrada acima da semi-reta numerada indica que foi tomada a quantidade 4 como partida e, conforme indicação da seta, foi possível identificar que os alunos fizeram uma subtração de grandeza 3. A segunda seta, a que está registrada abaixo da semi-reta numerada, indica que foi realizada uma operação de adição de grandeza 2, tendo sido obtido como resposta final “3 figurinhas”, como foi pedido no problema.

Na figura 11, a solução apresentada ficou um pouco mais difícil de observar a resposta dada pelo aluno. Entretanto conjecturamos que ele deve ter seguido o seguinte raciocínio: possuía inicialmente 4 figurinhas, que estão representadas no primeiro registro figural; perdeu 3 figurinhas, ficando portanto com uma, que também está representado no segundo registro figural; adicionou mais 2, obtendo como resultado final 3 figurinhas. Embora o aluno tenha cometido alguns enganos, ao denotar na semi-reta os valores, ele conseguiu emitir a solução correta do problema.

No quadro 12, apresentamos um resumo de algumas soluções emitidas pelos alunos para este sétimo problema.

Sétimo Problema	Tentativas de Respostas
No livro de vocês, diz que podemos representar os números naturais numa semi-reta, ok? Então: Você tem quatro figurinhas, joga uma partida e perde três; joga outra partida e ganha duas figurinhas. O que aconteceu? Ganhou ou perdeu? Mostre sua resposta num gráfico ou semi-reta.	Tipos de Soluções a) 4-3=1+2=3 b) Saiu perdendo c) Ele perdeu porque tinha 4 d) Perdeu e) | | | | | 0 1 2 3 4 .....

Quadro 12: Algumas Soluções do Sétimo Problema
Fonte: Pesquisa de Campo

Dando sequência às soluções apresentadas pelos alunos presentes no dia de aplicação desse instrumento de avaliação, observamos que:

Tres alunos não deram solução, nem através de registro numérico, nem de registro figural, como foi solicitado no enunciado do problema.

Dois alunos apresentaram apenas uma solução numérica, que não foi pedida no enunciado do problema. Consideramos as operações como tentativas de solução.

Dezesseis esboçaram uma semi-reta e colocaram nela os números 0,1,2,3,4,..., conforme explicitado no quadro 12, *item e*, sem, no entanto, fazer nenhuma operação. Entretanto, concluíram: *perdeu*. As respostas desses alunos foram classificadas como uma tentativa de solução.

Tres alunos apresentaram uma solução numérica, 4-3=1+2=3, e uma tentativa de solução na reta numerada, igual à explicitada no quadro 12, *item e*. Entretanto não concluíram o resultado.

Na figura 12, são apresentados os dados percentuais referentes aos acertos, erros e tentativas de solução para o Sétimo Problema.

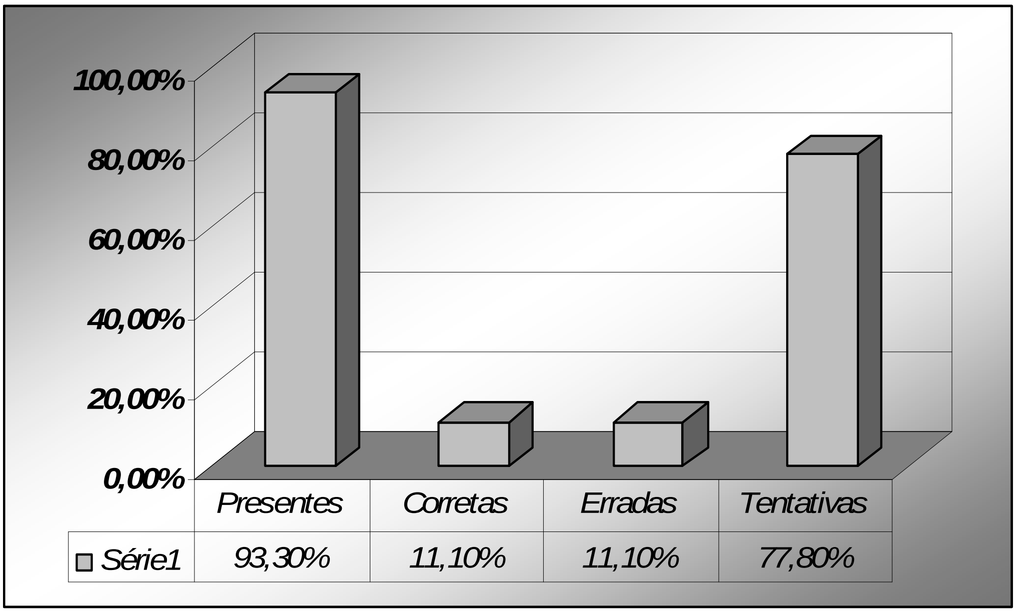


Figura 12 – Desempenho dos Alunos no Sétimo Problema

O percentual de alunos que tentou resolver o sétimo problema aumentou, mas o percentual de acertos permaneceu o mesmo. A maneira como foi pedido aos alunos que respondessem a este problema difere dos exemplos resolvidos e problemas propostos, constantes no livro adotado pelo COLUN para o sexto ano do Ensino Fundamental em 2009. Por outro lado, em geral, os professores não trabalham com soluções apresentadas através de registro figural. Em função de os alunos não conhecerem este tipo de solução, pois não demonstraram saber utilizar a Teoria das Representações Semióticas, consideramos o resultado apresentado regular.

O oitavo problema foi adaptado do livro texto e foi apresentado aos alunos da seguinte forma:

Escreva os números 5,8,4,9,10,3,2,7,6,11 em ordem crescente e represente-os, também, numa semi-reta.

Analisando as respostas dadas, constatamos o seguinte:

Seis alunos responderam corretamente, ou seja, primeiro colocaram os números dados em ordem crescente e depois os representaram numa semi-reta.

Tres alunos apenas escreveram os números dados em ordem crescente, entretanto esqueceram, ou não souberam, explicitá-los na semi-reta.

Quatorze alunos apenas explicitaram os números dados ordenadamente na semi-reta, mas não os colocaram em ordem crescente, como também foi pedido.

Quatro alunos não deram qualquer resposta para o referido problema.

Neste problema, o desempenho dos alunos deveria ter sido muito bom, nas duas opções: escrever os números em ordem crescente e representá-los na semi-reta. Contudo, só o foram para a primeira opção, que era a de escrever em ordem crescente os números dados; na segunda opção, em que os alunos deveriam fazer a representação na semi-reta, o resultado foi considerado apenas regular. Esse resultado nos induz a afirmar que colocar os números em ordem crescente, geralmente, é trabalhado nas escolas, no entanto, representar na semi-reta não o é. Assim, no geral, dada a trivialidade do problema proposto, consideramos que o resultado foi ruim, ou seja o desempenho dos alunos ficou entre 0 e 40%.

Na figura 13, são apresentados os dados percentuais.

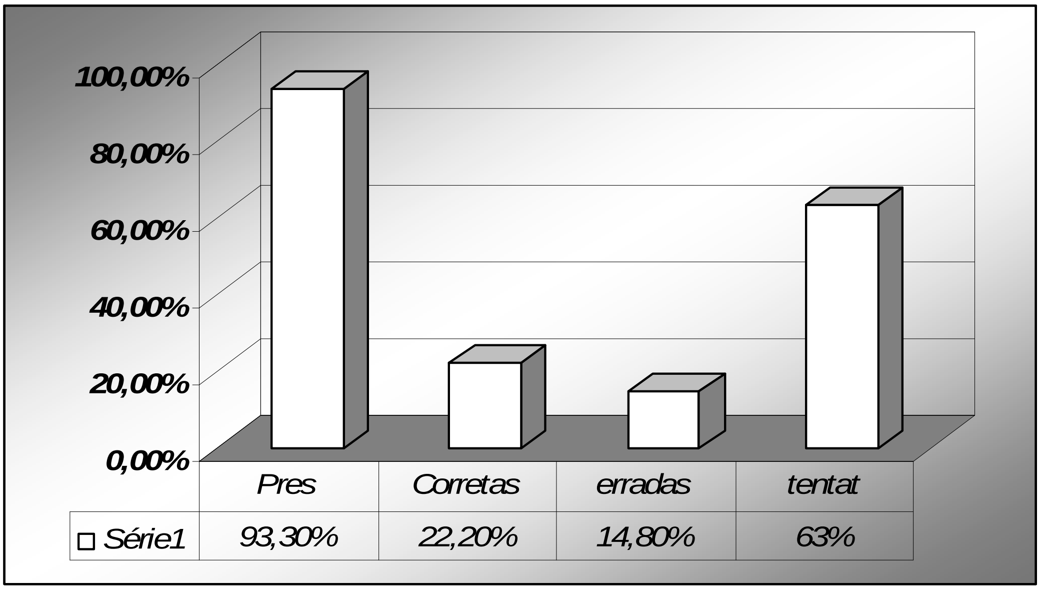


Figura 13 – Percentual de Desempenho dos Alunos no Oitavo Problema

Apesar de o percentual de tentativa de acerto ter sido de, aproximadamente, 63% , quando isto aconteceu, a resposta foi dada para apenas um item do problema. Novamente acreditamos que os alunos têm problemas com a leitura e interpretação do que está escrito. Pois não souberam usar os registros de representação semiótica para construir suas respostas.

O nono problema, adaptado do livro texto, constou do seguinte:

Complete a sequência.

18			24
26		30	

É possível representar esses números dados numa semi-reta?

Neste problema, 17 alunos responderam corretamente: tanto completaram a sequência dada como a representaram numa semi-reta, comprovando, assim, que seria possível a representação. Contudo, houve 10 alunos que completaram a sequência, mas responderam que não dava para representar os números encontrados numa semi-reta. Portanto, concluímos que os alunos não tiveram êxito em suas respostas para a questão como um todo, mas, em razão de a maioria dos alunos terem respondido corretamente a questão, podemos afirmar que o resultado obtido foi bom, ou seja desempenho entre 61% e 80%.

O décimo problema, também, inédito, foi assim construído:

Você está com o seguinte desafio, tem uma conta de dividir para fazer em que só aparecem: como divisor o número 3 e como quociente o número 5. Quantas continhas podem ser formuladas?

a) Mais de três continhas
b) Menos de três continhas
c) Se você não concordar com as respostas dadas, dê a sua resposta.

Na folha de resposta, não foi encontrada nenhuma resposta emitida pelos alunos. Segundo informações da professora da classe, eles alegaram que faltavam dados no enunciado; assim, não poderiam responder às questões.

Pelos resultados apresentados, concluímos que o resultado total obtido pelos alunos, na primeira lista de exercícios, foi apenas regular, considerando os seguintes aspectos:

a) Os alunos tiveram muitas dificuldades em transcrever, para a linguagem numérica, o que estava escrito em linguagem natural, mesmo para as questões com enunciados triviais, como foi o caso do problema 4.

b) Também tiveram muitas dificuldades em fazer representação através do registro figural, assim como em passar de um registro numérico para um registro figural.

c) Os alunos apresentaram pouca habilidade em desenvolver operações utilizando o registro de tratamento, no caso de dados numéricos, como foi o caso do primeiro problema.

d) Acreditamos, também, que eles foram desatenciosos na leitura de alguns enunciados de problemas. Consequentemente, as interpretações desses problemas, em geral, não foram feitas a contento, o que contribuiu para a não compreensão dos alunos sobre o que estava sendo cobrado na questão.

e) Houve muitas repetições de respostas; em geral, as repetições foram das respostas erradas.

f) Os alunos não conheciam ou não se lembravam de alguns conceitos básicos, como, por exemplo, do algoritmo das divisões sucessivas, que não foi utilizado por eles para responder ao décimo problema.

g) Houve muitas dificuldades de entendimento do que estava escrito em linguagem natural.

Concluída a análise dessa primeira lista de exercícios, decidimos que a professora dos alunos investigados, a partir dessa análise, poderia aplicar, no desenvolvimento de suas aulas, a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Inicialmente, propusemos que ela deveria fortalecer a questão conceitual, haja vista que, em Matemática, não se consegue resolver determinados problemas, sem o conhecimento dos conceitos inerentes àquele assunto. Paralelamente, começamos, paulatinamente, a usar a teoria de Duval, na resolução de exercícios.

Iniciamos com problemas fáceis, triviais, quando necessário, ensinando fazer a conversão do registro dado em linguagem natural para o registro numérico. Por exemplo, escrevendo o enunciado dos problemas com o uso apenas da linguagem natural, sem explicitar números, pedindo que o aluno o transcrevesse para a linguagem numérica.

Compreendida esta etapa, ensinamos aos alunos o uso do registro de tratamento, com as possíveis expressões oriundas dessas transcrições numéricas. Ensinamos, também, através de problemas fáceis, a conversão do registro em linguagem numérica para o registro em linguagem natural, como, por exemplo, escrevendo uma expressão numérica e pedindo ao aluno que enunciasse um problema em linguagem natural, a partir da expressão dada.

Esse tipo de exercício deveria ser repetido várias vezes, haja vista que normalmente os livros não trabalham com esta modalidade de problema.

Concluída esta primeira etapa, discutimos mais uma vez a teoria de Duval. Desta feita, para que a professora utilizasse também nas suas aulas a conversão não congruente, ou seja, ensinasse aos seus alunos a usarem a conversão no sentido inverso, como, por exemplo, desse como enunciado de um problema, apenas, um registro figural e solicitasse que o aluno criasse um enunciado em linguagem natural para aquele registro figural dado.

Propusemos, também, à professora e à bolsista que aplicassem a Teoria das Representações Semióticas, com os registros de tratamento usados no desenvolvimento das soluções dos problemas e, quando possível, solicitassem aos alunos que explicassem as soluções obtidas. Também deveriam trabalhar com os alunos a aplicação da conversão não congruente, partindo do registro numérico para o registro linguagem natural, ou seja, que ensinassem aos alunos, a partir de uma expressão numérica, como criar um enunciado em linguagem natural, para que, assim, fosse sedimentado o uso da Teoria das Representações, na resolução dos exercícios do livro adotado pelo COLUN.

Após a aplicação deste primeiro instrumento de avaliação, passamos a aplicar outros instrumentos de verificação de desempenho escolar. São esses instrumentos que serão apresentados a seguir.

5.2 Análise do Segundo Instrumento de Verificação de Desempenho

No mês de abril, a professora da turma aplicou a 29 alunos o segundo instrumento de verificação, composto por oito problemas, cujo objetivo foi verificar o desempenho escolar dos alunos, com relação aos conteúdos de Matemática ministrados, durante os meses de março e abril. A análise desses problemas é apresentada a seguir.

O primeiro problema foi: *Qual o maior número, menor que quinhentos e com todos os algarismos diferentes?*

Dos 29 alunos investigados, 07 alunos não responderam ao problema proposto, pois não souberam aplicar a conversão do registro linguagem natural para o registro numérico. Vinte e dois alunos souberam usar a Teoria das Representações e, para construir a resposta, esses alunos aplicaram, corretamente, a conversão, mudando do registro linguagem natural para o registro numérico.

Apesar de este problema exigir raciocínio e conhecimento de grandezas, foi considerado pelos alunos como de fácil resolução, pois tiveram um desempenho superior a 60%. Os resultados encontrados são ratificados na figura 14.

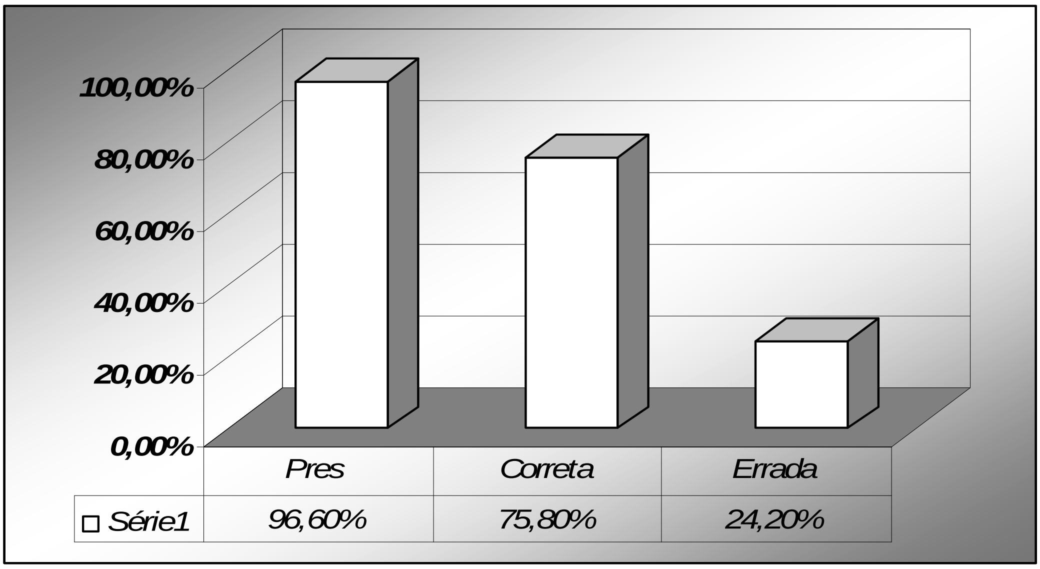


Figura 14 - Percentual de Desempenho no Primeiro Problema

O segundo problema dado aos alunos foi: *Qual o sucessor de 999.099?*

Neste problema, os alunos precisavam apenas adicionar o número 1 ao número dado. No entanto, observamos que apenas 11 alunos conseguiram aplicar as operações de tratamento ao problema proposto. Consequentemente, 18 alunos não conseguiram aplicar essa teoria na resolução do problema. Acreditamos que, em função de o número ser composto por seis algarismos, isso teria influenciado num desempenho ruim, isto é inferior a 40%.

Na figura 15, são apresentados os dados percentuais, para termos uma melhor visualização destes resultados.

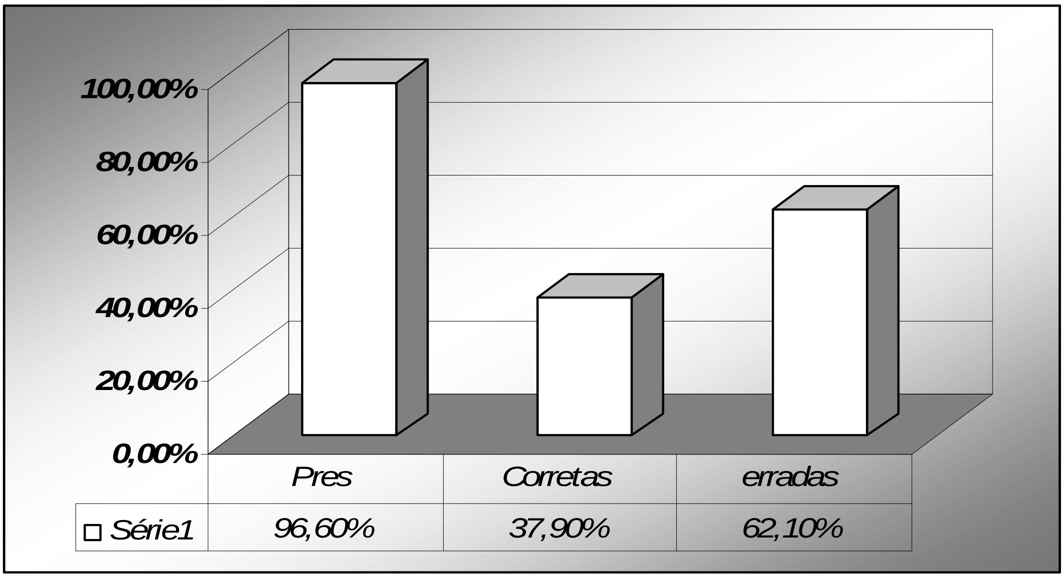


Figura 15 - Percentual de Desempenho no Segundo Problema
Obs: Pres significa Alunos Presentes

Este problema consideramos como de fácil resolução, no entanto, apenas 38% dos alunos conseguiram responder a ele corretamente. Isto mostrou que os alunos não souberam trabalhar com grandes quantidades, nem souberam usar o conceito de sucessor de um número.

O terceiro problema foi assim elaborado: *O sucessor de MCMXXX é:*

Como no problema anterior, neste também foi pedido o sucessor de um número. Dessa vez, o número dado estava expresso em algarismos romanos, portanto aumentamos o grau de dificuldades para os alunos, haja vista que teriam de aplicar a Teoria das Representações em duas situações: a primeira, fazendo a conversão do registro expresso em forma de registro romano para o registro arábico; a segunda, aplicando, depois, as operações de tratamento, ou seja, fazendo as operações necessárias para construir a resposta do problema.

Os resultados apontaram que 14 alunos souberam fazer a conversão do registro romano para o registro numérico e aplicaram corretamente as operações de tratamento para construir a resposta.

Embora esta questão tenha exigido uma maior habilidade por parte dos alunos, o desempenho deles na utilização do tratamento dos registros de representação foi considerado melhor do que no problema anterior, haja vista que o desempenho dos alunos passou de 38% para 48%.

O quarto problema apresentou a seguinte construção:

Complete a sequência: 4800, 1200, - - - -, - - - - -.

Neste problema, primeiramente, os alunos tiveram que descobrir a lei de formação que permitiria completar corretamente, em ordem decrescente, os dados que estavam faltando no problema. Observamos que 11 alunos não conseguiram identificar corretamente a lei de formação. Assim, não conseguiram aplicar os tratamentos necessários para completarem a resposta solicitada, no enunciado do problema. Observamos, também, que 18 alunos conseguiram descobrir a lei de formação, e aplicaram as operações necessárias, com os registros de tratamento, para chegarem à solução do problema. Houve, portanto, um desempenho crescente.

Neste problema, o percentual de acerto foi superior aos dos dois anteriores, passando de 38% obtidos, na segunda questão, para 48% na terceira, agora conseguindo um percentual de 62%.

O quinto problema foi o seguinte:

Decomponha os números abaixo, de acordo com as ordens (unidades, dezenas e centenas ...).

a) 6490
b) 409

Neste problema, o objetivo era verificar se os alunos sabiam trabalhar com a decomposição de um registro dado, aplicando a Teoria dos Registros de Representação, nas operações de tratamento.

Os resultados foram os seguintes:

Quatro alunos não conseguiram fazer a interpretação do enunciado do problema, visto que dois deles tentaram construir a resposta escrevendo embaixo dos números a sua ordenação. Cinco alunos conseguiram fazer as operações de tratamento e acertaram, pelo menos, um dos itens dados. Vinte alunos aplicaram corretamente as operações de tratamento e chegaram ao resultado desejado.

No quadro 13, são apresentadas algumas soluções emitidas pelos alunos.

Quinto problema	Solução Errada	Tentativa de Solução	Solução Correta
Decomponha os números abaixo, de acordo com as ordens. a) 6490 b) 409	6 4 9 0 UM C D U 4 0 9 C D U Outra Solução: 409 = 40 + 9 6490= 64+90	6490= 6.000+400 409= 400+9 6490= 600+4+9 409= 400+9+0 6490= 6000+400+90+0 409= 400+09	6490= 6000+400+90+0 409= 400+0+9

Quadro 13: Algumas Soluções do Quinto Problema
Fonte: Pesquisa de Campo

Com a aplicação da Teoria das Representações Semióticas, usando apenas as operações de tratamento, o desempenho dos alunos se manteve regular, ou seja, o percentual de acerto permaneceu em torno dos 54%.

O sexto problema estava assim redigido:

João já usou sessenta e oito folhas de um caderno de cem folhas. Quantas ainda restam?

Nesse problema, foi pedido aos alunos que realizassem a conversão, passando do registro linguagem natural para o registro numérico e efetuassem ainda as operações de tratamento para chegarem à solução do problema.

Os resultados foram: 12 alunos não conseguiram realizar a conversão corretamente, consequentemente, as operações de tratamento, também, ficaram erradas. 17 alunos conseguiram aplicar a conversão corretamente e realizaram, com sucesso, as operações de tratamento para chegar à solução do problema proposto.

Convém ressaltar que alguns dos alunos que não conseguiram aplicar a função de tratamento para realizar a conversão, aconteceu em função de esses alunos não saberem transcrever para a linguagem matemática o que estava expresso em linguagem natural. Como consequência, não souberam aplicar as operações de tratamento para chegar corretamente ao resultado.

Acreditando que os alunos têm dificuldades de leitura, principalmente em saberem interpretar o que estão lendo, isso pode ter influenciado o desempenho desses alunos em Matemática.

O sétimo problema foi:

Ronaldo comprou uma Televisão por novecentos e treze reais. Deu de entrada cento e quarenta e cinco reais e o restante pagará em oito prestações mensais iguais. Qual o valor de cada prestação?

Nesse problema, os alunos deveriam aplicar a Teoria dos Registros de Representação, realizando a conversão, isto é, passando do registro linguagem natural para o registro numérico. Depois, teriam que executar duas operações de tratamento para construir a resposta final.

Apesar de a professora ter trabalhado em suas aulas com o sistema monetário brasileiro e, diariamente, ter trabalhado com as operações fundamentais da aritmética, nesse problema, o resultado não foi o esperado, haja vista que apenas 06 alunos conseguiram aplicar corretamente a conversão e as operações de tratamento com os dados do problema. Por outro lado, observamos que praticamente toda a turma teve muitas dificuldades em trabalhar com as operações fundamentais, principalmente, ao utilizarem a divisão.

Para uma melhor visualização dos resultados, no quadro 14, são apresentadas algumas destas tentativas de soluções.

Sétimo Problema	Soluções Apresentadas
Ronaldo comprou uma televisão por novecentos e treze reais. Deu de entrada cento e quarenta e cinco reais e o restante pagará em oito prestações mensais iguais. Qual o valor de cada prestação?	913-145=768 e 768 **:** 8 = 816 913-145=1058 e 1058 **:** 8 = 132 913-145=848 e 848**:**8 = 128 913-145=778 e 778**:** 8 = 9 913-145 = 779 + 8 = 667,00 145 **.** 8 = 1880. Outra: Ele vai pagar 8 de 100,00

Quadro 14: Algumas Soluções do Sétimo Problema
Fonte: Pesquisa de Campo

O oitavo problema constou do seguinte:

*Há mais de uma maneira de efetuar a divisão de 85***:***5. Observe:*

85 : 5 = (50+35) : 5 = 50 : 5 + 35 : 5 = 10 + 7 = 17

ou

85 : 5 = (40+45) : 5 = 40 : 5 + 45 : 5 = 8 + 9 = 17 *. Agora, escolha uma das maneiras acima e efetue os quocientes.*

a) 60 ***:*** *5 =*

b) 91 ***:*** *7 =*

Os resultados apontam que 14 alunos não conseguiram aplicar a teoria em estudo e realizar as operações de tratamento necessárias, para encontrar a solução do problema. Embora, no enunciado do problema, já constasse a maneira que os alunos deveriam proceder, eles não conseguiram aplicar a propriedade distributiva.

Observamos que 10 alunos conseguiram aplicar, parcialmente, a Teoria das Representações. Eles escreveram o número dado como adição de duas parcelas convenientes que fossem divisíveis, também, pelo fator dado, entretanto erraram, ao realizarem as operações de tratamento. Apenas 05 alunos trabalharam corretamente com os registros, nas operações de tratamento necessárias para chegar às soluções do problema.

Concluímos que o aproveitamento dos alunos neste teste foi apenas regular, haja vista que a professora deu muita ênfase em suas aulas, nas revisões com as operações fundamentais da aritmética.

Pelos resultados apontados na análise do segundo instrumento de verificação de desempenho, podemos afirmar que, nos problemas em que era necessário aplicar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, por meio da conversão e das operações usando os registros de tratamento ao mesmo tempo, o desempenho foi ruim. Os alunos tiveram melhor desempenho, quando os problemas envolviam apenas os registros de tratamento. Já nos problemas em que solicitávamos que aplicassem a conversão, passando do registro expresso em linguagem natural para o registro numérico, o desempenho dos alunos foi regular.

Neste teste de verificação, não foram cobrados pela professora problemas que envolviam a aplicação da conversão, usando, por exemplo, registro figural, porque os problemas foram retirados do livro texto, e este não usa esse tipo de representação.

Segundo Duval (2007), se o objetivo era analisar as dificuldades de aprendizagem em Matemática, então era preciso estudar prioritariamente a conversão das representações e não apenas os tratamentos.

De posse dos resultados do segundo instrumento, em que constatamos que o desempenho dos alunos em matemática foi apenas regular, novamente discutimos o desempenho dos alunos obtidos na primeira lista de exercícios. Solicitamos que a professora sedimentasse os conhecimentos sobre a aplicação da teoria em estudo, enfatizando o uso da conversão; também solicitamos que ela fizesse uma revisão da utilização dos registros de representação nas operações de tratamento. Além disso, que revisasse as operações fundamentais de aritmética, fortalecendo-as com aplicações de exercícios, ensinando, assim, os alunos a aplicarem, ao mesmo tempo, a conversão não congruente e tratamento, enfatizando o emprego desse procedimento, através de exercícios sobre a conversão.

É através da aplicação da conversão que, realmente, podemos avaliar se os alunos, de fato, estariam melhorando os seus desempenhos em Matemática.

5.3 Análise do Terceiro Instrumento de Verificação de Desempenho

O terceiro instrumento de verificação de desempenho constou de 06 problemas. Esse instrumento foi aplicado, durante o mês de maio, a 25 alunos. Os problemas foram elaborados de maneira que os alunos aplicassem a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e fosse verificado se os alunos haviam aprendido a aplicar essa teoria. Objetivava, também, naquele momento, verificar se os alunos haviam melhorado os seus desempenhos em relação aos desempenhos obtidos nos dois instrumentos de verificação aplicados anteriormente.

A análise procurou, ainda, identificar quais dificuldades os alunos ainda tinham em relação à aplicação da Teoria das Representações, assim como quais conceitos matemáticos ainda precisavam ser revisados e consolidados na sua aprendizagem.

A primeira questão constou do seguinte problema inédito: *Crie uma historinha para as expressões numéricas.*

$$18 \div 3 + 6 = 12 \quad \text{e se for} \quad 18 \div (3 + 6) =$$

Essa questão foi elaborada, utilizando-se a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. O enunciado constou de uma expressão numérica e pedimos aos alunos que aplicassem a conversão não congruente, passando do registro numérico para um registro em linguagem natural. Apesar de a solução numérica ser considerada muito fácil, a aplicação da conversão pelos alunos não se tornou tão simples de ser realizada.

Outro fator interessante, neste tipo de problema, foi que cada aluno poderia construir uma resposta diferente. Com estas condições, foi possível analisar, hipotética e individualmente, a solução dos alunos.

Apesar de, na construção do problema, havermos colocado os mesmos números, nas duas expressões, apenas com a mudança de lugar do símbolo (parênteses), modificaram-se totalmente as expressões e consequentemente as respostas dos alunos. Para uma melhor exemplificação, nos quadros 15 e 16 são mostrados alguns tipos de respostas dadas pelos alunos.

Registro Numérico	Registro em Linguagem Natural
$18 \div 3 + 6 = 12$ e se for $18 \div (3+6)$ Pela própria forma como estão escritos os registros numéricos, percebemos que, com a simples inclusão dos parênteses, na segunda expressão, os resultados dos dois registros se tornam diferentes.	**Para a primeira expressão, podemos ter:** Tenho 18 bolas de gude, reparto-as igualmente, comigo e mais dois colegas, depois ganho mais seis e fico com doze. **Para a segunda expressão:** Tenho 18 bolas de gude e reparto-as igualmente, comigo, meus dois primos e meus seis irmãos.
Gg respondeu: $6 + 6$ e $18 \div 9 = 2$ 12 Outra Solução: $18 \div (3+6)=$ $18 \div 9=2$ Gg não fez a conversão do registro numérico para o registro linguagem natural, como foi pedido no enunciado do problema.	**Solução de Ray** **Para a primeira expressão** João tinha 18 cavalos e dividiu com seus três irmãos e depois ganhou seis de seu tio. **Para a segunda expressão** Júlia tem 18 caixas de bombom Garoto e dividiu entre três amigo e 6 para os seus primos.

Quadro 15: Aplicação da Conversão Não Congruente
Fonte: Pesquisa de Campo

Percebemos que a solução dada por Ray faltou alguns detalhes para que fosse considerada como correta, haja vista que ao dividir os 18 cavalos, conforme ela citou, com seus três irmãos, se incluísse ela na divisão dos cavalos, essa divisão poderia não ser exata. O mesmo engano ela cometeu também na elaboração para a segunda expressão.

Registro Numérico	Registro em Linguagem Natural
Mts respondeu para a primeira expressão: José tinha 18 figurinhas e dividiu igualmente com ele e dois amigos. Depois ganhou mais seis e juntou com as que ele tinha e ficou com 12.	**Mts respondeu para a segunda expressão:** Maria tinha 18 bolinhas de gude e quis dividir igualmente, com ela e 8 amigos. Quanto ficou para cada? Ficou com 2 para cada um. $18 \div (3 + 6) =$ $18 \div 9 = 2$
Formulação que Elt deu para a primeira expressão: João comprou 18 laranjas e teve que dividir igualmente, com ele seus 2 irmãos, porém um dia seu irmão já tinha seis laranjas. Com quantas laranjas esse irmão ficou?	**Resposta dada por Elt Para a segunda expressão:** Pedro tem 18 bombons e tem que dividir igualmente, com ele e seus dois irmãos e com mais seis colegas. Quantos bombons cada um vai ficar?
Io não respondeu à primeira expressão.	**Solução que Io deu para a segunda expressão:** Márcio tinha 18 maçãs, dividiu igualmente, com ele e mais duas pessoas e botou mais 6 pessoas. Quantas maçãs Márcio teve que dividir entre eles?

Quadro 16: Continuação da Aplicação da Conversão Não Congruente
Fonte: Pesquisa de Campo

Percebemos que muitas respostas foram construídas com a aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Alguns alunos aplicaram corretamente a conversão não congruente, passando do registro numérico para o registro linguagem natural. Da mesma forma, muitas soluções foram construídas corretamente, aplicando o tratamento às expressões dadas. Entretanto, o número de alunos que realizou essas operações de conversão e tratamento, corretamente, ainda foi considerado pequeno, uma vez que este tipo de problema foi trabalhado exaustivamente nas aulas de Matemática pela professora.

A seguir, na figura 16, apresentamos o percentual de acertos e de erros referentes às soluções dadas pelos 25 alunos presentes no dia de aplicação deste instrumento.

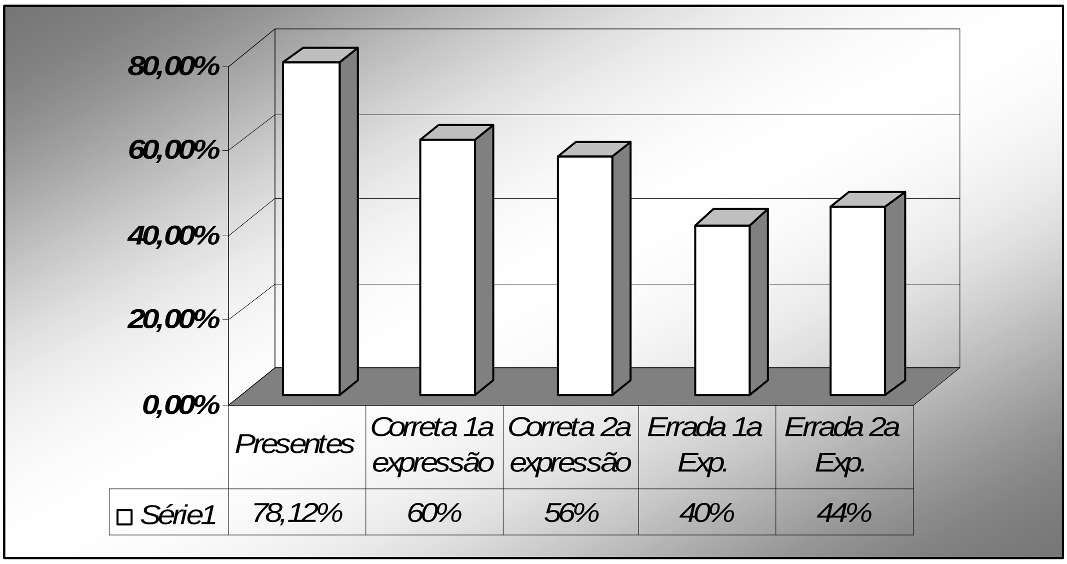


Figura 16 – Desempenho dos Alunos com Referência à Solução do Primeiro Problema

Pedagogicamente, o resultado não foi considerado ruim – inferior a 40%-, haja vista que apenas 42% dos alunos não resolveram corretamente a primeira expressão proposta, ou a segunda. Ou seja, os alunos que acertaram a primeira expressão erraram a segunda ou vice-versa. Consequentemente, 58 % dos alunos resolveram corretamente a primeira ou a segunda expressão, obtendo, portanto, um resultado considerado regular, (41% a 60%).

Observamos que os alunos tiveram uma ligeira melhoria de desempenho, se comparados os desempenhos encontrados com os obtidos nos dois instrumentos já aplicados. Observamos, ainda, que, quando analisamos separadamente as soluções dadas para o primeiro problema, os alunos tiveram um melhor desempenho, ao resolverem a primeira expressão numérica. Da mesma forma, quando aplicaram a conversão na primeira expressão, as resposta foram bem mais elaboradas, se comparadas às soluções dadas para a segunda expressão.

Assim, analisando o problema como um todo, podemos dizer que os resultados ainda precisam ser melhorados, pois, quando alguns alunos usaram o tratamento na solução das expressões numéricas, ainda cometeram alguns erros primários, ou simplesmente deixaram de responder à questão, fato que não deveria ter acontecido, visto que a professora trabalhou bastante com este tipo de enunciado.

Por outro lado, na aplicação da conversão, apenas consideramos como corretas as soluções em que, no texto escrito, havia concatenação de idéias, coesão[14] e coerência[15] gramatical. Quando o texto escrito pelo aluno deixou alguma dúvida de entendimento, foi considerado como solução incorreta.

---

[14] Coesão, aqui definida como a articulação do texto escrito com o enunciado do problema proposto.
[15] Coerência, aqui definida como o sentido dado ao texto, em relação ao problema proposto.

A segunda questão constou do seguinte problema adaptado do primeiro instrumento:

José tem dezoito figurinhas, foi jogar com seu irmão e perdeu seis figurinhas, depois jogou com seu primo e ganhou quatro. Escreva a expressão numérica que representa esse problema e represente também no gráfico abaixo.

Este problema foi praticamente uma réplica do sétimo problema do primeiro instrumento de verificação de aprendizagem. Ele foi considerado de fácil resolução, pois, no enunciado, pedimos apenas que o aluno aplicasse a Teoria das Representações, ou seja, fizesse a conversão do registro em linguagem natural para o registro numérico. Observamos que apenas 02 alunos deixaram de resolver o referido problema e esses 02 responderam de forma errada.

Na figura 17, são apresentados os percentuais de respostas.

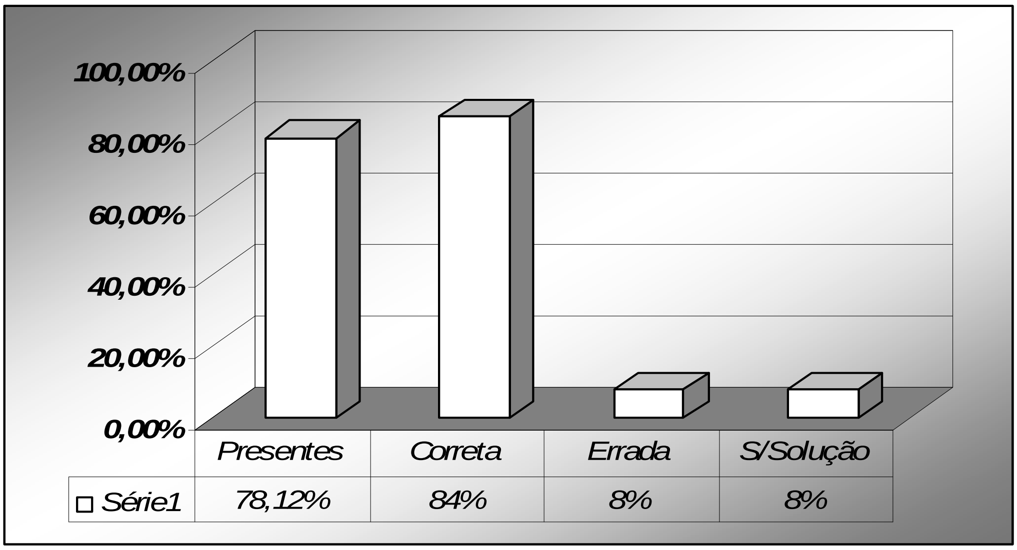


Figura 17 – Desempenho dos Alunos no Segundo Problema

Os percentuais expressos na figura 17 indicam que os alunos tiveram um bom desempenho na aplicação da conversão do registro linguagem natural para o registro numérico, visto que, aproximadamente, 84% dos alunos responderam corretamente. No entanto, alguns alunos foram além do que pedimos como resposta, pois resolveram a expressão que construíram.

A seguir são mostradas, no quadro 17, algumas soluções construídas pelos alunos.

Segundo Problema	Soluções dadas pelos Alunos
José tem dezoito figurinhas. Foi jogar com seu irmão, perdeu seis figurinhas; depois jogou com seu primo e ganhou quatro. Escreva a expressão numérica que representa esse problema e represente também no gráfico abaixo.	18 – 6 + 4 = 12 + 4 = 16 Outra Solução: 18 – 6 + 4 Outra Solução 18 + 6 + 4 = (errada) Outra solução 18 – 6 + 4 = 18 – 10 (errada) Outra Solução: 18 – 6 + 4 = 12 + 4 = 16 Outra Solução: (18 – 6) + 4 =

Quadro 17: Conversão do Registro Linguagem Natural para o Registro Numérico
Fonte: Pesquisa de Campo

Neste problema, não foi pedido aos alunos que dessem tratamento à solução numérica, no entanto alguns alunos ainda pareceram desatentos em relação ao enunciado e operaram com os registros de representação, ou seja, efetuaram os cálculos para chegar a uma solução do problema.

O terceiro problema, inédito, constou de: *"Gráfico para ser colocada a sua resposta"*.

Percebemos que os alunos não entenderam ou não prestaram a devida atenção ao que estava sendo cobrado, pois parte do enunciado desta questão estava expressa no problema anterior, em que pedíamos aos alunos que aplicassem a conversão, passassem do registro numérico encontrado para o registro figural. Em função dessa desatenção, ou por falta de entendimento do enunciado, deixaram de responder ao referido problema. Acreditamos que um dos fatores que deve ter contribuído para a falta de respostas foi o fato de o enunciado ter sido colocado na questão anterior.

O quarto problema foi adaptado do livro texto:

No comércio de seu Zé, Paulo comprou um saco com dez dúzias de balinhas de chocolate, deu cinco para sua amiga Maria e sete para seu irmão. Depois, deu quatro para cada um dos seus vinte e cinco amigos da sua sala. Quando olhou para dentro do saco só tinham sobrado oito balinhas para ele. Escreva a expressão numérica que representa esse problema.

Neste quarto problema, solicitamos apenas que os alunos também aplicassem a conversão, ou seja, passassem do registro expresso em linguagem natural para o registro numérico, isto é, construíssem a expressão numérica correspondente.

Como alguns alunos cometeram erros em problemas anteriores, acreditamos que, por desatenção, no enunciado deste problema, foi enfatizado, propositalmente, que eles deveriam distribuir 04 balinhas para os 25 alunos da sala. Evidentemente, não sabíamos a quantidade de alunos que estariam na sala, no dia de aplicação deste exercício. Foi colocado dessa forma, no sentido de verificarmos também, se eles estariam atentos ao enunciado do problema, e não ao número de alunos que, por coincidência, poderiam estar presentes naquele dia.

Na construção das soluções, os resultados foram os seguintes: a) Tres alunos não souberam usar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, para responderem ao problema proposto; b) Oito alunos conseguiram aplicar a teoria em estudo, isto é, aplicaram a conversão, passando do registro linguagem natural para o registro numérico. Entretanto, na construção das respostas, fizeram-no de forma incorreta; c) Quatorze alunos souberam aplicar a teoria de Duval e conseguiram passar do registro linguagem natural para o registro numérico. E, ainda, alguns deles usaram as operações de tratamento e deram como resultado um número e não apenas uma expressão, como foi pedido no problema.

Para uma melhor visualização, no Quadro 18, são apresentadas algumas soluções construídas pelos alunos.

Quarto Problema	Tipos de Soluções	Tentativas de Soluções
No comércio de seu Zé, Paulo comprou um saco com dez dúzias de balinhas de chocolate, deu cinco para sua amiga Maria e sete para seu irmão. Depois, deu quatro para cada um dos seus vinte e cinco amigos da sua sala. Quando olhou dentro do saco, só tinha sobrado oito balinhas para ele. Escreva a expressão numérica que representa esse problema.	120-5-7-100=8 Outra solução: 120-5-7-4 25 = 8 Outra solução: $(10 \quad 12)-(5+7)-(4 \quad 25)=8$ Outra solução: 10 12-(5-7)-4 25 =8 Solução errada	$120\text{-}5\text{-}7\text{-}4\text{-}25 \div 8$ $=$ $\left[120\text{-}\left(5+7\right)\right]-4 \bullet 25$ $=8$ Outra solução: 10×12-5+7+4 52 120-5+7+100 120 - 12 +100 120 - 112 008 Outra solução: 10×12-5+7+4 25

Quadro 18: Conversão do Registro Linguagem Natural para o Registro Numérico
Fonte: Pesquisa de Campo

Pelo revelado, podemos afirmar que os alunos ainda cometeram muitos enganos quanto à interpretação do que estava escrito no enunciado do problema. Não foi pedido que eles resolvessem a expressão numérica que iriam encontrar e, sim, que fizessem a conversão do que estava escrito no texto para um registro numérico.

Quanto à segunda parte da questão, em que perguntamos se os alunos seriam capazes de representar num gráfico a expressão encontrada, eles foram unânimes em responder que não seriam capazes. Observamos que eles não possuíam habilidades para trabalhar com expressões numéricas envolvendo várias operações.

Consequentemente, apenas 56% dos alunos conseguiram um desempenho regular na primeira parte do problema e 12% deixaram de responder. Esses dados nos permitiram concluir que já havia uma evolução de desempenho, se comparados aos resultados obtidos no primeiro instrumento. Foi constatado, ainda, que os alunos não tinham conhecimentos suficientes para aplicarem a conversão, partindo do registro numérico para o registro figural, portanto, era necessário que esses ensinamentos fossem repetidos.

O quinto problema, adaptado do livro texto, ficou assim constituído:

Complete o quadro 19.

Expoente / Base	1	2	3	4
0		0		
1		1		
2		4		
3			27	

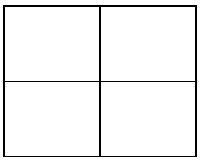
Este problema foi considerado fácil pelos alunos, haja vista que apenas 02 alunos não conseguiram aplicar o tratamento aos registros de representação, para responderem à referida questão.

Apenas 01 aluno, ao aplicar a Teoria das Representações, fê-lo de forma incorreta. Consequentemente, todos os outros alunos souberam aplicar adequadamente as operações de tratamento e responderam corretamente ao problema dado. Portanto, consideramos que eles tiveram um aproveitamento excelente

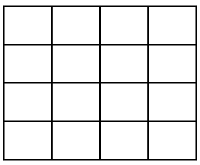
O sexto problema foi o seguinte:

Observe a sequência de quadrados. Cada quadrado origina quatro outros quadrados.

Etapa 0



Etapa 1



Etapa 2

Quantos quadrados aparecerão na etapa 4? Expresse sua resposta em forma de potência.

Na resolução desse problema, pedimos aos alunos que aplicassem a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, com o objetivo de verificar se eles haviam aprendido os conceitos de potenciação trabalhados pela professora. O desempenho obtido por eles foi considerado bom, considerando os seguintes resultados: 04 alunos não conseguiram aplicar a conversão, ou seja, não conseguiram passar do registro figural para o registro numérico, logo não responderam ao problema; 05 alunos aplicaram a teoria em estudo de forma incorreta, ao executar a passagem do registro figural para o registro numérico, pois erraram na construção dos registros de tratamento; 16 alunos aplicaram corretamente a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, ou seja, executaram a conversão do registro figural para o registro numérico.

A análise geral que fazemos deste terceiro instrumento de avaliação foi que os alunos, apesar de ainda terem cometido alguns enganos, ao lerem e interpretarem os enunciados dos problemas, apresentaram desempenho bem melhor do que o desempenho que tiveram nos instrumentos já aplicados.

De posse dos resultados dos instrumentos aplicados, novamente discutimos, com a professora e com a bolsista, a sequência de ensino que ela (professora) deveria adotar, até o final da pesquisa. Este encontro aconteceu no mês de junho, mas a professora só voltaria a trabalhar com novos conteúdos, a partir do mês de agosto, haja vista que os alunos estavam próximos das férias do final do semestre de 2009.

Ficou decidido que a professora deveria começar o segundo semestre ensinando aos alunos a aplicarem novamente a conversão, mas agora, usando a conversão congruente e não congruente ao mesmo tempo, quando possível. Também ela deveria sedimentar ainda mais o uso do registro de tratamento, pois, como ficou constatado nas análises já realizadas, os alunos cometeram ainda muitos enganos na construção das soluções.

Iríamos iniciar, novamente, com problemas simples e depois ir aumentando o grau de dificuldades, a fim de que os alunos possam obter um melhor desempenho, quando forem avaliados.

5.4 Análise do Quarto Instrumento de Verificação de Desempenho

No mês de junho, foi aplicado o quarto instrumento de verificação a 26 alunos, com cinco problemas. O objetivo foi verificar o desempenho escolar dos alunos com relação aos conteúdos ministrados, assim como verificar se os alunos tinham aprendido a aplicar a Teoria das Representações Semiótica.

Primeiro problema:

Marcos construiu uma pipa para ele e uma para seu irmão Rodrigo. Para isso, comprou um carretel de linha contendo noventa metros. Nas amarrações, na rabiola e no estirante, gastou nove metros de linha. Do que restou, Marcos ficou com o dobro de linha que o irmão. Com quantos metros de linha cada um ficou?

Neste problema, foi pedido aos alunos que realizassem conversão congruente, passando do registro linguagem natural para o registro numérico. Também foi pedido que eles trabalhassem com os registros numéricos nas operações de tratamento.

Os resultados foram os seguintes: apenas 05 alunos não conseguiram aplicar a conversão, ou seja, passarem do registro linguagem natural para o registro numérico; também não conseguiram operar com os registros numéricos, nas operações de tratamento. Vinte e um alunos souberam aplicar a conversão, assim como realizaram corretamente o tratamento com os registros que construíram e conseguiram chegar a uma solução. Neste problema, portanto, o desempenho dos alunos foi bom, ou seja superior a 80%.

Segundo problema: *Resolver as expressões abaixo:*

a) $(21+7)\div(10\text{-}6)\times(11\text{-}4)=$

b) $(21+7)\div(10\text{-}6)\div(11\text{-}4)=$

Para os alunos resolverem o problema, eles deveriam usar o tratamento, nos registros de representação numérica para construírem a solução. Observamos que apenas 06 alunos não conseguiram aplicar o tratamento com os registros numéricos dados no problema; os demais conseguiram resolver o referido problema e chegar a uma solução. Vinte alunos conseguiram aplicar corretamente a Teoria dos Registros de Representação, operando convenientemente com os registros numéricos, nas operações de tratamento. Portanto, o desempenho também foi considerado bom. Na figura 18, são apresentados os percentuais de respostas.

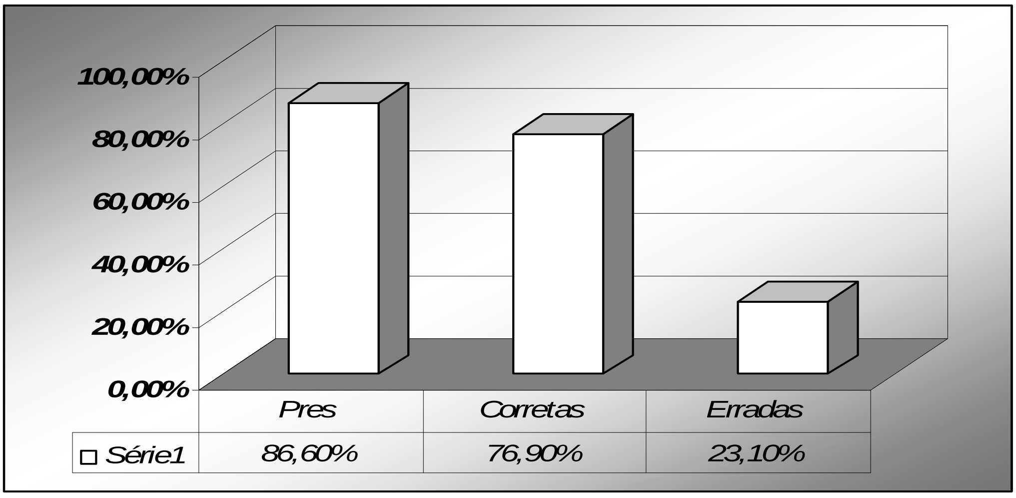


Figura 18 – Percentual de Desempenho no Segundo Problema – 4º Instrumento

Terceiro problema:

Usando os símbolos > ou <, complete as sentenças para que sejam verdadeiras.

$a)$ $32+48\div 8$___$(32+48)\div 8$

b) $(30\div 5+4)\div 10$____$30\div(10\div 5+4)$

Neste problema, os alunos deveriam dar tratamento aos registros numéricos dados, para construírem suas respostas. Observamos que apenas 04 alunos não conseguiram operar com o tratamento dos registros, não respondendo, portanto, ao referido problema. Observamos, que 22 alunos conseguiram aplicar as operações de tratamento para chegar à solução. Desta forma, concluímos que o desempenho dos alunos foi bom, superior a 80%.

Quarto problema:

Em um jogo de basquete, César acertou cinco arremessos de três pontos e dois arremessos de dois pontos. Quantos pontos ele marcou nesse jogo?

Neste problema, os resultados foram: Quatro alunos não conseguiram aplicar a conversão congruente, passando do registro linguagem natural para o registro numérico e fazer o devido tratamento com os registros numéricos; Vinte e dois alunos conseguiram aplicar corretamente a conversão congruente, assim como operar com os registros numéricos encontrados para construir a solução do problema. Dessa forma, o desempenho dos alunos foi considerado bom, haja vista que foi superior a 84%.

Quinto problema: *Determine o valor numérico das seguintes expressões:*

a) $20 + 2^3\times 10 - 4^2 \div 2$

b) $(20+2^3)\times 10 - 4^2 \div 2$

Neste problema, foi solicitado aos alunos conhecimentos e habilidades para trabalharem com as operações fundamentais da aritmética e com a potenciação de números naturais, conteúdos trabalhados pela professora durante o mês de junho. O objetivo foi verificar se os alunos saberiam usar os registros de representação numérica, nas operações de tratamento, para construírem suas respostas, haja vista que nas expressões dadas, além das quatro operações fundamentais da aritmética e potenciação, juntas numa mesma situação, eles precisariam operá-las. Os resultados revelaram que 12 alunos não conseguiram trabalhar com os registros numéricos nas operações de tratamento e 14 alunos conseguiram aplicá-los para construírem suas respostas. Desta feita, o desempenho dos alunos foi apenas regular.

Na figura 19, são apresentados os percentuais de desempenhos dos alunos.

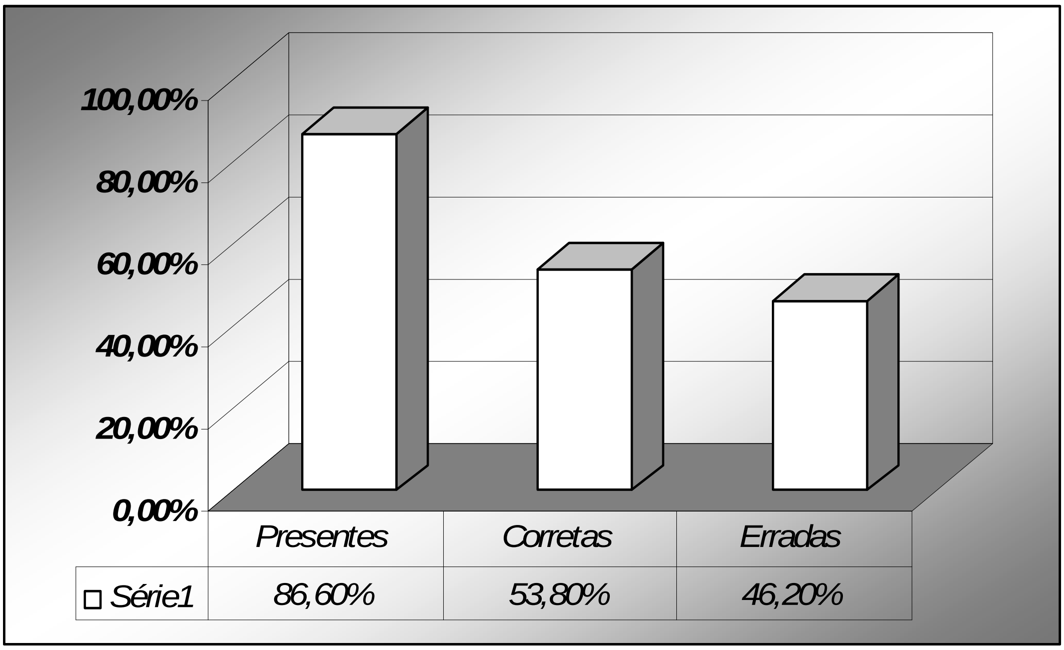


Figura 19 – Desempenho dos Alunos no Quinto Problema

O desempenho total dos alunos, neste quarto instrumento, foi considerado apenas regular. Isto porque muitos problemas semelhantes aos aplicados neste instrumento foram trabalhados em sala de aula e foram retirados do livro-texto.

5.5 Análise do Quinto Instrumento de Verificação de Desempenho

O quinto instrumento constou de 10 problemas, construído em conjunto: pesquisador, professora e bolsista. Esse instrumento foi aplicado a 28 alunos, no mês de setembro. O objetivo foi verificar como seria o desempenho dos alunos em problemas em que deveriam aplicar a conversão não congruente, tratamento e conversão congruente, ao mesmo tempo.

Alguns problemas envolviam operações aritméticas simples. Esperávamos, com esses tipos de problemas, que os alunos, ao construírem suas respostas, aplicassem as representações discursivas, tanto em linguagem natural, quanto em sistemas de escritas numéricas, envolvendo as operações de tratamento, assim como passassem do registro linguagem natural para o registro figural. Por outro lado, quando o problema estivesse expresso em linguagem não discursiva figural, os alunos deveriam dar uma solução, conforme a sua capacidade de raciocínio, para construir as respostas.

Convém ressaltar que o raciocínio aqui pensado foi o mesmo que Freitas (2003) definiu como raciocínio dedutivo, ou seja, aquele que se baseia em definições, propriedades, lemas, teoremas etc. e respeita regras básicas da organização do discurso matemático.

Neste quinto instrumento de avaliação, alguns dos problemas propostos fugiram um pouco dos assuntos que estavam sendo ministrados naquele momento. Optamos por mesclá-los com alguns problemas adaptados dos que já tinham sido aplicados nos instrumentos anteriores e problemas inéditos (problemas criados pelo pesquisador). No caso de réplica, queríamos verificar se os alunos haviam melhorado os seus desempenhos, tanto de conceitos inerentes aos conteúdos ministrados, quanto da aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Da mesma forma, com relação aos problemas inéditos.

Primeiro problema:

Complete o quadro 20.

0	1		3		5
6	8		12		16
17	20			29	
33	37				
	59				

Este problema foi adaptado do livro-texto. Procuramos verificar se os alunos haviam aprendido a trabalhar com os números pares e ímpares. Também verificar se eles sabiam aplicar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, ao usarem os registros numéricos nas operações de tratamento, para construir a solução do problema.

Observamos que apenas 02 alunos não responderam a este problema. Os demais alunos apresentaram o seguinte desempenho: Doze alunos tentaram completar o quadro dado como enunciado, mas cometeram alguns enganos, ao utilizarem as operações de tratamento na construção do referido quadro de respostas; Quatorze alunos aplicaram a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, ao utilizarem as operações de tratamento para completarem o quadro corretamente.

Convém ressaltar que, quando elaboramos este problema, classificamo-lo como de fácil resolução, pois envolvia apenas as operações de tratamento. No entanto, constatamos que os alunos não acharam isso, haja vista que um número expressivo deles não conseguiu responder ao referido problema corretamente.

No quadro 21, são apresentadas algumas soluções construídas pelos alunos.

Tentativa de Solução 1. Errada

0	1		3		5
6	8	10	12	14	16
17	20	21	22	29	30
33	37	38	39	40	41
51	59	60	61	62	68

Fonte: Pesquisa de Campo

Tentativa de Solução 2. Errada

0	1		3		5
6	8	11	12	15	16
17	20	23	26	29	32
33	37	41	45	49	53
57	59	63	67	71	75

Fonte: Pesquisa de Campo

0	1		3		5
6	8	10	12	14	16
17	20	23	26	29	32
33	37	41	45	49	53
54	59	64	69	74	79

Quadro 21: Aplicação das Operações de Tratamento Solução Correta
Fonte: Pesquisa de Campo

As outras soluções erradas, também, seguiram mais ou menos essa mesma disposição de colocação dos números.

No quadro 22, são apresentados os percentuais das soluções corretas e incorretas.

<table>
<tr><th>Primeiro Problema</th><th>Solução Correta</th><th>Solução Incorreta</th><th>Não Apresentaram Solução</th><th>Alunos Presentes</th></tr>
<tr><td><table>
<tr><td>0</td><td>1</td><td></td><td>3</td><td></td><td>5</td></tr>
<tr><td>6</td><td>8</td><td></td><td>12</td><td></td><td>16</td></tr>
<tr><td>17</td><td>20</td><td></td><td></td><td>29</td><td></td></tr>
<tr><td>33</td><td>37</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>59</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td><td>14</td><td>12</td><td>02</td><td>28</td></tr>
<tr><td>-</td><td>50%</td><td>42,8%</td><td>7,2%</td><td>93,3%</td></tr>
</table>

Quadro 22: Desempenho dos Alunos no Primeiro Problema

Os percentuais indicados no quadro 22 levaram-nos a concluir que o desempenho dos alunos foi apenas regular (Regular: 41% a 60%), visto que apenas 50% dos alunos responderam corretamente ao referido problema. Apesar de o problema ter sido classificado, inicialmente, como de fácil resolução, o percentual de soluções incorretas, aproximadamente 43%, mostrou-nos o contrário. Por outro lado, o percentual de alunos que não respondeu este problema seguiu praticamente a mesma tendência de problemas já analisados anteriormente, neste trabalho.

Segundo problema:

André tem dez reais em moedas de dez centavos e de cinquenta centavos. Quantas moedas de cada tipo pode ele ter?

Este problema foi elaborado, fazendo-se uma adaptação do segundo problema do primeiro instrumento. O objetivo era verificar se os alunos saberiam aplicar a conversão congruente e, ao mesmo tempo, trabalhar com as operações de tratamento. Da forma como o problema foi enunciado, poderíamos esperar que os alunos apresentassem soluções diferentes, evitando-se, a priori, soluções repetidas ou iguais.

Os resultados, no entanto, revelaram o seguinte: apenas 02 alunos não registraram nenhuma tentativa de solução; Quinze alunos souberam aplicar a conversão congruente, passando do registro linguagem natural para o registro numérico, e realizaram corretamente as operações de tratamento inerentes à construção da solução do problema e, como foi previsto, muitas delas foram construídas de formas diferentes; Onze alunos tentaram aplicar a conversão congruente, no entanto erraram na passagem da linguagem natural para a linguagem numérica, cometendo alguns enganos, ao utilizarem as operações de tratamento para a construção da resposta final do problema.

No quadro 23, são apresentadas algumas dessas soluções dadas pelos alunos.

Segundo Problema	Soluções Corretas	Soluções Incorretas
André tem dez reais de moedas em dez centavos e de cinquenta centavos. Quantas moedas de cada tipo pode ele ter?	$0,50 \quad 10 = 5,00$ e 0,10 50=5,00. 60 moedas Outra Solução: 10 de cinquenta centavos e cinquenta de 10 centavos. 60 Outra Solução: 18 moedas de 50 centavos e 10 moedas de 10 centavos. Outra Solução: 16 moedas de cinquenta centavos e 20 de dez centavos.	50 centavos = 10 moedas 10 centavos = 20 moedas. Outra Solução: 50 centavos= 16 moedas 10 centavos= 20 moedas. Outra Solução: 100 moedas de 0,10 e 20 moedas de 0,50 Outra Solução: 5 moedas de 1 real + 5 reais = 10 reais. Outra Solução: $10 \quad 10 = 100$ *de* dez centavos 20 de 50 centavos

Quadro 23: Conversão Congruente e Tratamento com Registros Numéricos
Fonte: Pesquisa de Campo

Através das soluções apresentadas, pudemos observar que muitos alunos, apesar de terem tentado aplicar a Teoria das Representações, não tiveram habilidade para realizar a conversão congruente e, consequentemente, as operações de tratamento, como, por exemplo, as soluções incorretas mostradas na última linha da terceira coluna do quadro 23, em que o aluno não conseguiu interpretar o enunciado do problema, visto que só as 100 moedas de 10 centavos já chegariam ao total de reais que André tinha.

Na coluna de soluções incorretas, outro erro de interpretação foi cometido pelo aluno que usou na construção da resposta 5 reais. Esse dado não constava no problema; logo, ele não raciocinou em cima do enunciado do problema. Assim, aconteceu com os demais erros cometidos.

. Na figura 20, são apresentados os percentuais das soluções corretas e incorretas, para uma melhor visualização destes resultados produzidos pelos alunos.

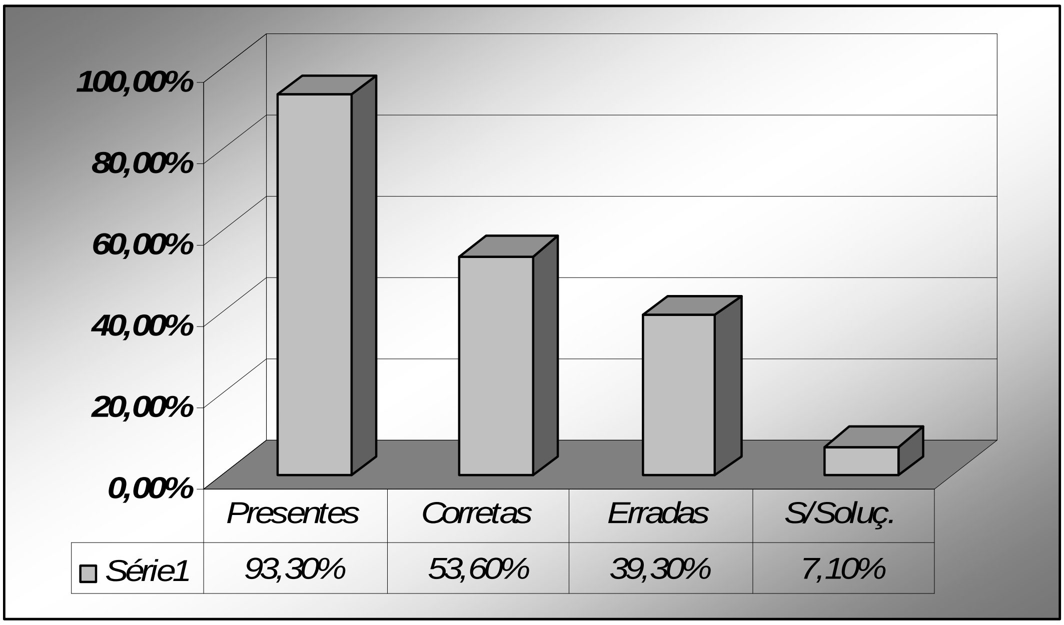


Figura 20 – Desempenho dos Alunos no Segundo Problema

De acordo com os dados percentuais indicados na figura 20, concluímos que está havendo melhoria de desempenho dos alunos, ao compararmos com os dados já analisados. Isso indica que, com a aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, os alunos começaram a melhorar os seus desempenhos, nas resoluções dos problemas matemáticos.

Terceiro problema, inédito:

Observe a figura 21:

A__________ B________________________C______________D

9 km 11 km

Figura 21: Dados do Terceiro Problema

A distância entre B e C é o dobro da distância entre A e B. A distância entre A e D é:

Apesar de o problema constar, em seu enunciado, de uma parte expressa em registro figural e de outra parte expressa em registro numérico, os alunos precisariam apenas completar um dado no registro figural e fazer um tratamento simples com os registros numéricos, para chegarem à solução. Nesse sentido, o problema foi classificado como de simples resolução, mesmo envolvendo dois tipos de conceitos: o da duplicidade e o da adição de números naturais.

Após análise desse problema, encontramos os seguintes resultados: 02 alunos registraram simplesmente a resposta, sem efetuar nenhum tratamento aos dados constantes do enunciado. Questionamos para nós mesmos: Fizeram os cálculos necessários em outro lugar?

Ou obtiveram a resposta, através de outrem? Não identificamos nada a esse respeito; 14 alunos aplicaram a teoria em estudo, ao completarem os dados do problema e efetuarem as operações de tratamento com os registros numéricos, chegando corretamente ao resultado final; 12 alunos não conseguiram chegar à solução corretamente. Ao aplicarem a Teoria das Representações, erraram nas operações de tratamento com os registros numéricos.

No quadro 24, são apresentadas algumas soluções construídas pelos alunos.

Terceiro Problema	Soluções Corretas	Tentativas de Soluções
Observe a figura: A______B_________C_______D 9 km 11 km A distância entre B e C é o dobro da distância entre A e B. A distância entre A e D é:	18 A_____B_____C_______D 9 km 11 km 18 + 11 + 9 = 38 A distância entre A e D é 38 km. Outra Solução: 18 + 9 = 27 e 27 + 11 =38 A distância é 38 km. Outra Solução: 9 2=18 9+18+11=38 A distância é 38 km	AB=9, BC=81 e CD = 11 9+11+81=101 km Outra Solução: A___B___C____D 9 20 11 Outra Solução: 30 km Outra Solução: 9 + 9 + 11 = 29 km Outra Solução: 19 km Outra Solução: O dobro entre B e C.

Quadro 24: Soluções usando Tratamento de Registros Numéricos
Fonte: Pesquisa de Campo

Pelas respostas dadas, podemos afirmar que muitos alunos ainda não conseguiram fazer interpretações de registros que estavam expressos em linguagem figural, por mais simples que fossem. Neste problema em particular, o tipo de registro que usariam para completar a figura foi trabalhado várias vezes pela professora, ao longo de suas aulas. Por outro lado, esse conceito de duplo, dobro já era trabalhado desde os anos inciais do Ensino Fundamental. Contudo, nenhum aluno deixou de tentar responder ao problema. Este fato foi considerado como positivo, haja vista que nas análises já realizadas, em todos os problemas, sempre algum aluno deixou de tentar uma solução.

Para visualizarmos melhor o desempenho obtido pelos alunos, neste problema, são apresentados, na figura 22, os percentuais de acertos e erros.

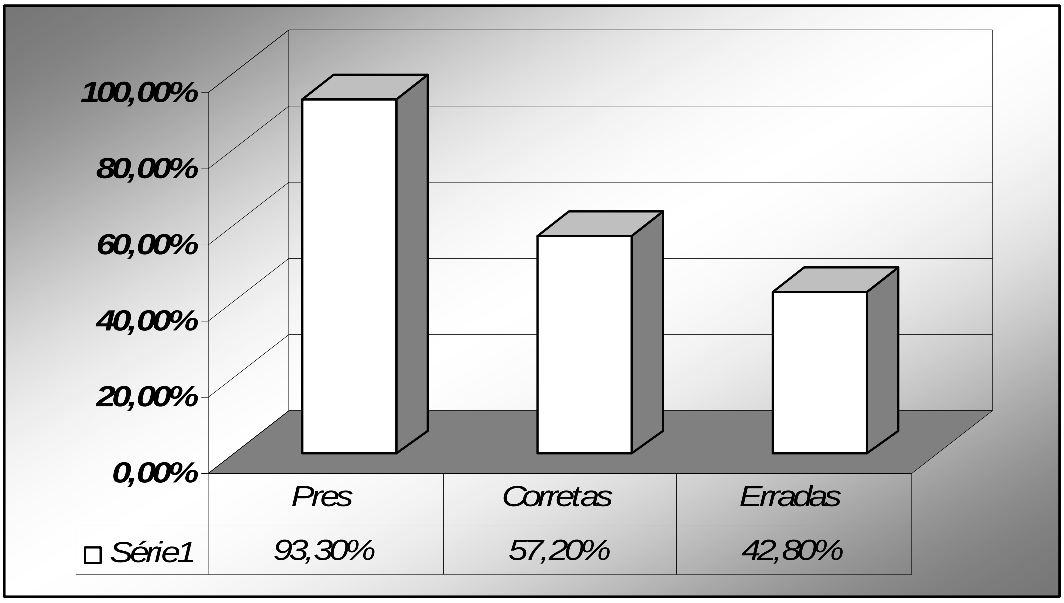
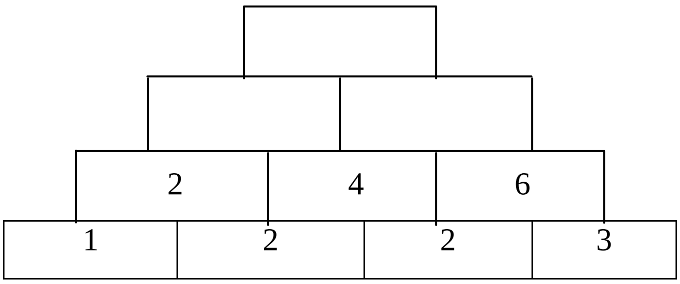


Figura 22 - Percentual de Desempenho no Terceiro Problema

De acordo com os dados percentuais registrados na figura 22, o percentual de acerto que os alunos obtiveram, neste terceiro problema, de aproximadamente 57%, foi bem melhor do que o obtido no segundo problema. Já o percentual de alunos que deixou de responder aos problemas, neste terceiro problema, caiu para 0%. Logo, o desempenho dos alunos foi melhor neste problema.

Quarto problema:

Descubra o segredo e termine de construir a pirâmide.



Neste problema, adaptado do livro texto, os alunos teriam que descobrir: primeiro, qual das quatro operações fundamentais deveriam usar, para completar o quadro; segundo, aplicar os registros necessários de tratamento, para construir a resposta.

Os resultados apontaram o seguinte: apenas 04 alunos não conseguiram completar corretamente a pirâmide dada; os demais alunos, num total de 24, conseguiram encontrar o fator multiplicativo e aplicar as operações de tratamento para completar a pirâmide, conforme solicitado no enunciado do problema. Portanto, aproximadamente, 85% tiveram um bom desempenho, neste problema.

Quinto problema, inédito:

Observe a figura 23. Nela está identificada a idade de Letícia e de Paulo. Marque, também, neste mesmo gráfico, a idade do pai e da mãe de Paulo, sabendo-se que a mãe tem o triplo da idade de Paulo e o pai é dois anos mais velho que a mãe.

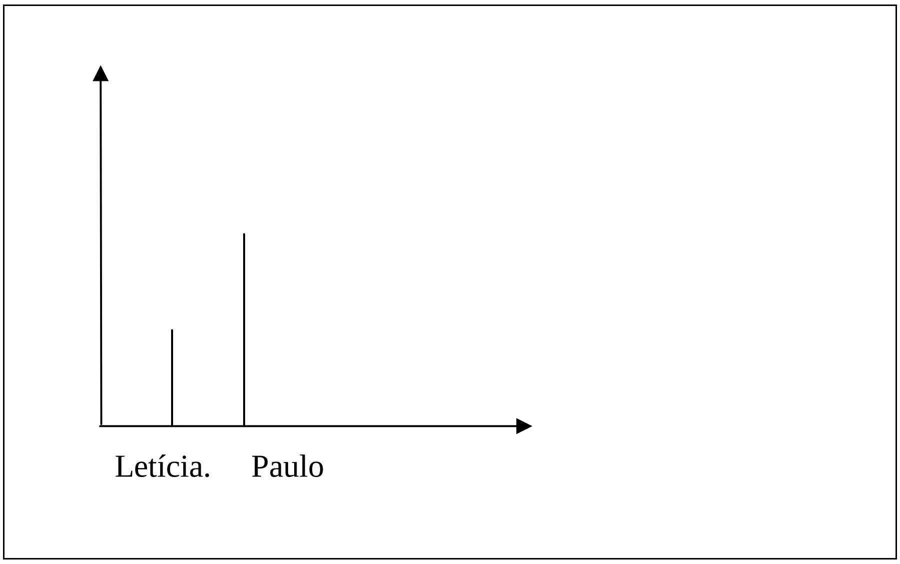


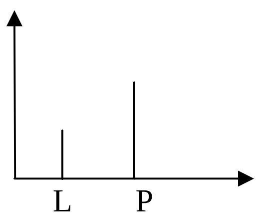
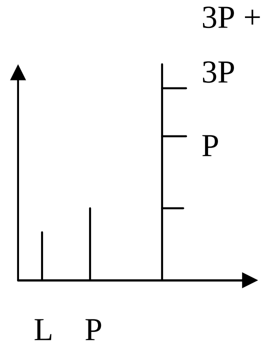
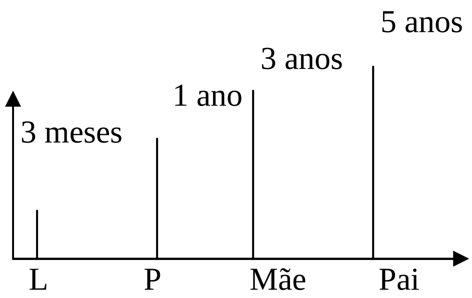
Figura 23 - Enunciado do Problema Expresso em Registro Figural

Quando elaboramos este problema, não foi pensado como resposta um único resultado. Os alunos foram orientados pela professora a atribuir qualquer idade para Letícia e Paulo e, com estas duas idades, construir a solução do problema. Por outro lado, independentemente da orientação da professora, os alunos poderiam construir suas respostas apenas usando o registro figural, sem que necessariamente quantificasse qualquer idade.

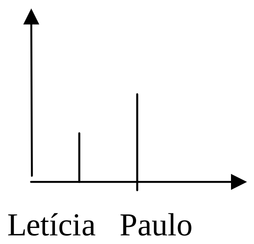
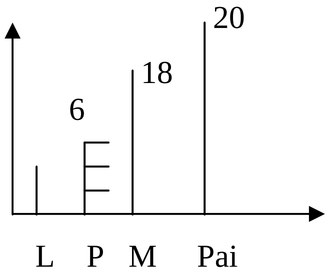
Analisando as respostas dos alunos, temos os seguintes resultados: quatro alunos não souberam aplicar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, para construir a solução do problema, nem tentaram esboçar qualquer forma de registro; vinte e quatro alunos construíram corretamente suas respostas.

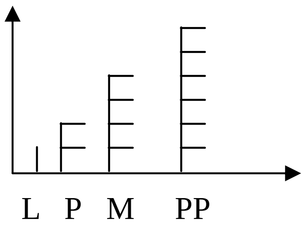
Dentre as soluções apresentadas pelos alunos, duas merecem ser destacadas: uma solução, pela forma como o aluno montou sua resposta, visto que a expressão usada por ele, para dar a resposta, não foi usada durante os ensinamentos da professora; outra construída por uma aluna, embora a resposta esteja correta. Mesmo se fossem levados em consideração os parâmetros relativos a graus de parentesco enunciados no problema, a interpretação sob este aspecto estaria errada, muito estranha, em se tratando de idades dos sujeitos envolvidos. Desconsiderando este aspecto de relações de idades, a solução teria sentido.

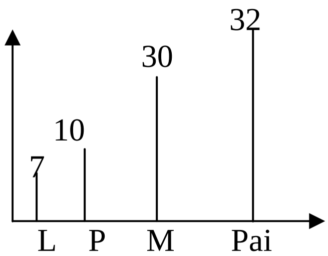
No quadro 25 são apresentadas algumas soluções construídas pelos alunos.

Quinto Problema	Soluções Apresentadas
Observe a figura abaixo. Nela, está identificada a idade de Letícia e de Paulo. Marque, também neste mesmo gráfico, a idade do pai e da mãe de Paulo, sabendo-se que a mãe tem o triplo da idade de Paulo e que o pai é dois anos mais velho que a mãe.  L - Letícia P - Paulo	 Solução Destaque 1 Idade da Mãe 3P. Idade do pai 3p +2. Solução destaque 2. 

Quadro 25: Algumas Soluções usando Registro Figural
Fonte: Pesquisa de Campo

<table>
<tr><th>Quinto Problema</th><th>Soluções Apresentadas</th></tr>
<tr><td>Observe a figura abaixo. Nela, está identificada a idade de Letícia e de Paulo. Marque, também, neste mesmo gráfico, a idade do pai e da mãe de Paulo, sabendo-se que a mãe tem o triplo da idade de Paulo e que o pai é dois anos mais velho que a mãe.

</td>
<td>

Outras Soluções:


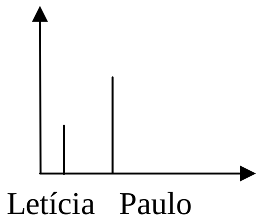

</td></tr>
</table>

Quadro 26: Continuação das Soluções usando Registro Figural
Fonte: Pesquisa de Campo

A solução dada pelo aluno que explicitou como resposta 3p + 2, aparentemente é muito simples, entretanto ele usou uma estratégia muito acima dos demais alunos. Sua resposta foi dada em forma de um registro geral, pois criou uma fórmula que poderia ser usada para quaisquer exemplos particulares. As demais soluções foram construídas, seguindo-se mais ou menos uma mesma forma de raciocínio, ou seja, exemplificando casos particulares.

Nas soluções deste problema, podemos, também, observar os dois extremos: alunos que conseguiram aplicar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e alunos que nem sequer tentaram fazer algum registro.

No quadro 27, são apresentados os percentuais referentes aos acertos da referida questão, assim como os referentes aos que não conseguiram construir nenhuma resposta.

Problema	Alunos Presentes	Soluções Corretas	Sem Solução
Observe a figura abaixo. Nela, está identificada a idade de Letícia e de Paulo. Marque, também, neste mesmo gráfico, a idade do pai e da mãe de Paulo, sabendo-se que a mãe tem o triplo da idade de Paulo e que o pai é dois anos mais velho que a mãe.  	28	24	04
-	93,3%	85,7%	14,3%

Quadro 27: Desempenho dos Alunos usando o Registro Figural

Podemos perceber que os alunos obtiveram um resultado excelente, ao trabalharem com o registro figural. De todos os exercícios analisados, a aplicação da conversão do registro linguagem natural para a construção da resposta, usando o registro figural, foi o ponto em que os alunos conseguiram o melhor desempenho. Quase 100% dos alunos conseguiram aplicar corretamente a Teoria das Representações e isso num problema em que não apareciam dados numéricos, exigindo dos alunos muito mais raciocínio do que operações numéricas. Por outro lado, o enunciado permitia que os alunos construíssem vários tipos de respostas. Este fato poderia garantir ao pesquisador que os alunos dessem respostas individuais, o que foi comprovado através das soluções representadas, inclusive com soluções muito bem construídas.

Sexto problema:

Observe a figura 24 e complete escrevendo os números que estão faltando.

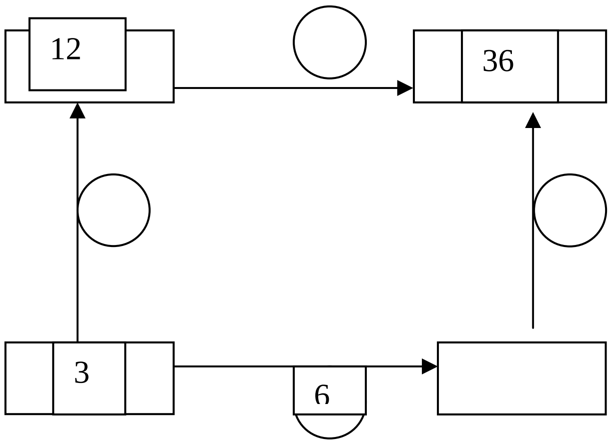


Figura 24 – Dados do Sexto Problema

Este problema, adaptado do livro texto, foi elaborado com o objetivo de que os alunos recordassem alguns conceitos das operações fundamentais da aritmética e, além disso, fortalecessem a aplicação da teoria dos registros de representação com a utilização das operações de tratamento para a construção da resposta.

Pela análise dos dados, observamos que apenas 01 aluno não completou o quadro corretamente. Ele colocou os números dentro das figuras, mas não representou os sinais indicativos de que tipo de operação estava fazendo. Por conseguinte, os outros 27 alunos presentes trabalharam com as operações de tratamento, tanto completando o quadro, como indicando o sinal semiótico que usaram para fazer as operações. Logo, tiveram um desempenho muito bom.

Sétimo problema, adaptado do livro texto:

Três amigos se encontram numa festinha de aniversário, cada um cumprimenta um amigo uma única vez com um aperto de mão. Figura 25:

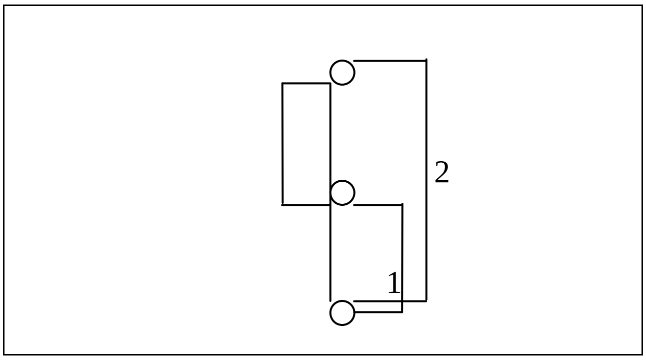


Figura 25 – Dados do Sétimo Problema

Complete o quadro 28 com o número possível de apertos de mão para cada item expresso.

Quantidade de amigos	Quantidade de apertos de mão
a) 4	
b) 5	
c) 7	

Quadro 28: Quadro Complementar do Enunciado do Sétimo Problema

Você seria capaz de representar de outra maneira sua resposta?

Analisando as respostas dadas ao problema proposto, encontramos os seguintes resultados: 02 alunos não souberam aplicar a Teoria das Representações, para completar o quadro, conforme solicitado no sétimo problema; 09 alunos aplicaram a teoria em estudo, mas erraram nas operações de tratamento, consequentemente, completaram o quadro de forma incorreta; 05 alunos conseguiram aplicar as operações de tratamento, mas só conseguiram completar corretamente um item solicitado no problema; 06 alunos conseguiram aplicar a teoria em estudo, mas só realizaram as operações de tratamento e completaram corretamente dois itens do problema; apenas 03 alunos conseguiram completar o quadro corretamente, aplicando o tratamento com os registros de representação.

Quanto ao item “*Você seria capaz de fazer outra representação?*”, apenas 02 alunos não conseguiram esboçar qualquer registro figural, para responder ao problema proposto. Os demais 26 alunos tentaram, embora, em sua grande maioria, de forma incorreta.

Outro dado que destacamos diz respeito aos 03 alunos que conseguiram descobrir a lei de formação que daria a resposta para qualquer quantidade de amigos que, hipoteticamente, se encontrasse em uma festinha. 23 alunos tentaram suas soluções, através de registro figural, entretanto não conseguiram acertar o problema como um todo.

Nesse sentido, podemos concluir que o desempenho dos alunos, neste problema foi ruim, considerando que uns acertaram apenas um item e outros acertaram apenas dois itens do problema analisado.

Oitavo problema:

Esse problema, adaptado do livro texto, foi elaborado com o objetivo de se verificar se os alunos haviam consolidado a aprendizagem das operações elementares da aritmética e se saberiam usar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, envolvendo as operações elementares, no tratamento com registros numéricos. Ficou assim estruturado:

Coloque algarismos na figura 26 e efetue as operações.

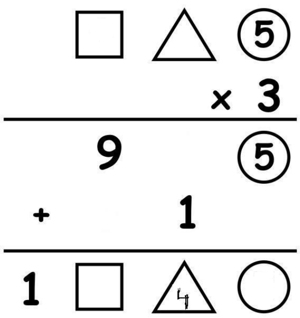
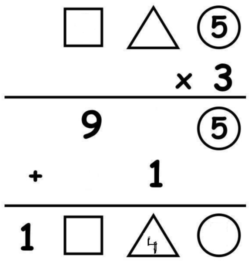


Figura 26 – Dados do Oitavo Problema

Os resultados encontrados foram: 08 alunos não souberam trabalhar com as operações de tratamento, portanto, não responderam corretamente ao oitavo problema; 04 alunos tentaram aplicar a Teoria das Representações, mas erraram no tratamento com os registros numéricos, portanto, não conseguiram chegar à solução do problema; 16 alunos conseguiram aplicar a teoria em estudo, pois operaram com o tratamento dos registros numéricos corretamente e chegaram à solução final do problema proposto. Portanto, consideramos o desempenho dos alunos foi bom.

No quadro 29, são apresentados os percentuais referentes aos acertos da referida questão, assim como os referentes aos que não conseguiram chegar à solução do problema.

Oitavo Problema: complete a expressão	Alunos Presentes	Soluções Corretas	Tentativa de Solução	Nenhuma Solução
	28	16	04	08
-	93,3%	57,2%	14,3%	28,5%

Quadro 29: Uso do Registro Figural e Tratamento de Registros Numéricos

Percebemos que, embora o desempenho dos alunos tenha melhorado e tenha sido considerado bom, o percentual de erros ainda foi muito alto, principalmente, porque este tipo de problema era considerado como de fácil resolução.

Nono problema, adaptado do livro texto:

Complete o quadro mágico 30:

21 21

		11
	7	
3	10	

21

Quadro 30: Dados do Nono Problema

Agora, tente você fazer o seu quadrado mágico.

Neste problema, os resultados encontrados foram: 05 alunos não completaram o quadro dado, como também não fizeram o quadro que foi solicitado no enunciado do problema; 06 alunos completaram corretamente o quadro dado, usando os registros dados e realizaram as operações de tratamento, entretanto não aplicaram a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, para construírem o outro quadro mágico pedido; 06 alunos completaram corretamente o quadro dado, usando o tratamento dos registros numéricos, mas erraram na construção do quadro que foi solicitado que criassem; 11 alunos aplicaram corretamente a teoria em estudo, para completar o quadro dado, assim como souberam usar a referida teoria, para construírem o quadro solicitado no enunciado do problema.

Para termos uma melhor visualização dos desempenhos dos alunos, são apresentadas, a seguir, algumas soluções dadas por eles.

Solução 1

21 21

6	4	11
12	7	2
3	10	8

21 21

Quadrado mágico construído.

Solução 2 – correta

5	3	10
11	6	1
2	9	7

Solução 3 – correta

4	6	5
6	5	4
5	4	6

Solução 4 – correta

5	6	13
16	8	0
3	10	11

Solução 4 – errada

10	9	8
10	10	7
9	9	9

Décimo problema, inédito:

Um comerciante comprou vinte e sete caixas de bombons Garoto. Cada caixa tem quarenta e dois bombons. Quantos bombons ele comprou? Você seria capaz de dar sua resposta num gráfico?

Para a solução deste problema, os alunos disseram, segundo a professora, que o tempo não era suficiente.

Concluída esta etapa da pesquisa, podemos afirmar que o desempenho geral dos alunos, nestes instrumentos de avaliação aplicados foi regular, entretanto, com tendências crescentes, haja vista que muitos alunos, além de terem aprendido a trabalhar com o tratamento dos registros de representação semiótica, também souberam aplicar, com certa habilidade, tanto a conversão congruente, como a conversão não congruente.

A seguir são apresentados alguns resultados provenientes de problemas resolvidos em sala de aula e passados como atividades complementares para o aluno resolver fora da sala de aula.

5.6 Comparação de duas Operações Discursivas: em linguagem natural e em linguagem numérica

Em geral, os registros apresentados em linguagem natural nos permitem apresentar um enunciado de várias formas, sem que, necessariamente, mudemos o significado do enunciado escrito inicialmente. Já com os registros numéricos, normalmente isso não ocorre, ou seja, os números que representam os objetos matemáticos são mais limitados. Por exemplo, quando alteramos a ordem em que os registros numéricos são apresentados, pode haver uma mudança radical no valor da expressão proposta inicialmente. Além disso, nas operações de subtração e divisão com números naturais, no conjunto dos números naturais, quando se inverte a ordem dos números, o resultado pode até não existir.

Para a construção deste tópico, optamos por um problema semi-aberto que constasse de duas variáveis que o aluno deveria construir para chegar ao resultado, conforme Quadro 31. Com este tipo de problema, objetivamos despertar no aluno a sua percepção, assim como o seu desenvolvimento cognitivo, visto que, na construção da resposta, era possível fazer várias combinações para chegar ao resultado. Além disso, as combinações para a construção da solução poderiam divergir de aluno para aluno e isso permitiria avaliar a individualidade do aluno.

No quadro 31, apresentamos um tipo de solução que poderia ser construída pelos alunos.

Registro em Linguagem Natural	Registro em Linguagem Numérica
Você está com o seguinte desafio: tem duzentas e trinta e quatro figurinhas. Recebeu de seu tio mais de cem figurinhas e de sua tia mais de trezentas. Ao todo ficou com seiscentas e setenta e oito figurinhas. Quantas figurinhas você ganhou de seu tio e de sua tia?	$\begin{array}{r} 234 \\ +\,132 \\ 312 \\ \hline 678 \end{array}$ Se for trocada a ordem dos números de alguma parcela, o resultado dessa expressão será outro. Embora esse problema seja semi-aberto, o grau de liberdade é limitado.

Quadro 31: Utilização da Conversão e Tratamento com Registros Numéricos

Fonte: Pesquisa de Campo

No quadro 32, apresentamos a solução construída pela aluna Eri.

1	**Resposta dada por Eri.**		
	2 3 0		
	1 2 0	1 2 0	
	+ 3 2 8	3 2 8	4 4 8
	6 7 8	4 4 8	

Quadro 32: Utilização de Tratamento com Registro Numérico
Fonte: Pesquisa de Campo

Observamos que a aluna, ao tentar construir a solução do problema, realizou uma conversão congruente, ou seja, passou de um registro que estava escrito em linguagem natural para um registro numérico, no entanto não conseguiu identificar a quantidade de figurinhas quantificadas inicialmente no problema que era de 234. Como consequência, todo o seu raciocínio, ao completar a solução, ficou comprometido pelo engano cometido. No entanto, se tivesse realizado a conversão corretamente, teria conseguido fazer o tratamento com os registros de representação que ela construiu de forma incorreta, pois soube executar as transformações internas no próprio registro numérico.

As provas produzidas através de tentativas numéricas são denominadas provas pragmáticas. Segundo Freitas (2003), a prova produzida pela aluna se enquadra no empirismo ingênuo, haja vista que ela, ao que parece, fundamentou sua resposta completando a expressão, usando casos particulares de forma experimental. Já o tratamento executado com relação aos dados semi-abertos foi feito separadamente, de forma correta, entretanto, foi possível observar que, após o tratamento com os dados semi-abertos, não conseguiu dar continuidade à construção da solução geral do problema, visto que encontrou como resultado das parcelas semi-abertas 448 e não a utilizou na construção da resposta final.

Outro dado que apresentamos é a solução construída pela aluna Tm, conforme o Quadro 33.

~~2 3 4~~		
~~1 3 3~~	2 3 4	1 4 3 de seu tio
~~+3 2 1~~	+ 1 4 3	
~~6 8 8~~	3 0 1	3 0 1 de sua tia
	6 7 8	

Quadro 33: Utilização de Tratamento com Registros Numéricos
Fonte: Pesquisa de Campo

Esta aluna demonstrou ter entendido o enunciado do problema, pois executou as transformações de conversão e de tratamento de forma correta. Podemos, então, afirmar que o seu desenvolvimento cognitivo, neste problema, foi melhor do que o da aluna apresentado no quadro anterior. Entretanto, está claro que a construção da resposta foi feita por "tentativa", ou seja, de forma experimental, perfeitamente aceitável, dado o grau de percepção e do nível de conhecimento da referida aluna.

Neste tipo de problema e neste nível de aprendizagem, observamos, também, que a maioria dos alunos da turma, ao construírem as suas soluções, fê-lo de forma empírica. No quadro 34 são apresentadas as soluções dadas pelos alunos Mts, Mht e Fep.

Solução de Mts	**Mht respondeu**	**Solução de Fep**
1 0 0	Do meu tio 170 e da minha tia 368.	2 0 0
+ 3 0 0	2 0 0	1 7 0
4 0 0	1 7 0	3 0 8
	3 6 8	6 7 8
	6 7 8	

Quadro 34: Utilização de Tratamento com Registros Numéricos
Fonte: Pesquisa de Campo

Ressaltamos que as soluções apresentadas por estes alunos foram selecionadas, de forma aleatória, do universo dos alunos presentes na turma no dia da aplicação deste problema. Constatamos que muitos deles não entenderam o enunciado do problema. Constatamos, também, que alguns deles não souberam fazer as operações da aritmética, por mais simples que fossem, embora a professora as tenha trabalhado durante as aulas. Constatamos, ainda, que os alunos não tinham habilidades com a tabuada; necessitavam, portanto, de um reforço imediato em tabuada para torná-los aptos ao acompanhamento das atividades desenvolvidas nas aulas de Matemática.

Após essas constatações, a professora passou a trabalhar com os alunos na aprendizagem das operações aritméticas, paralelamente fortalecendo o uso da tabuada.

A seguir, são apresentados, na figura 27, os percentuais da solução do problema proposto e resolvido pelos alunos presentes no dia da aplicação deste.

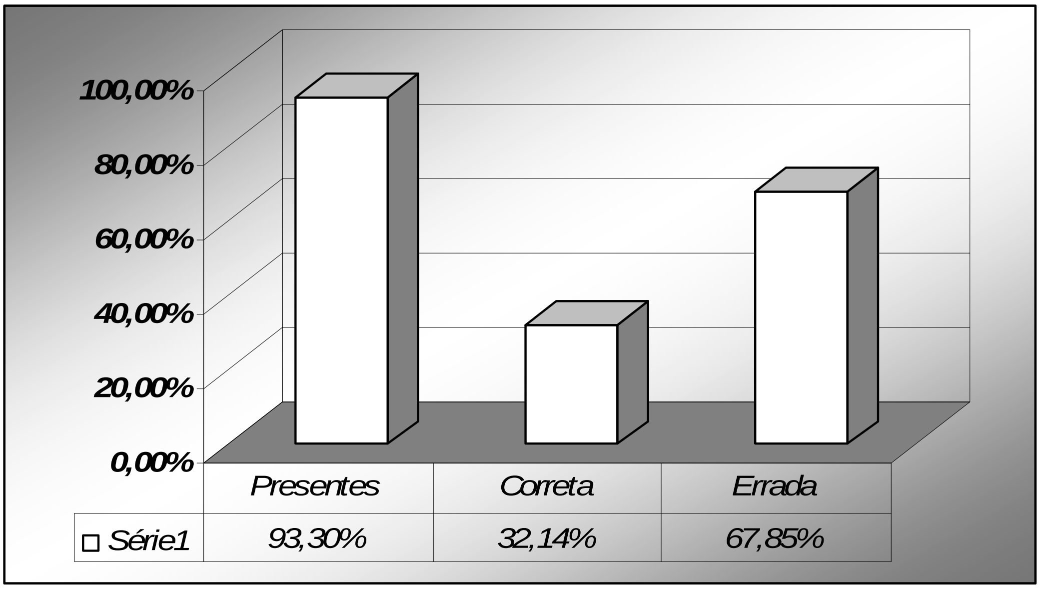


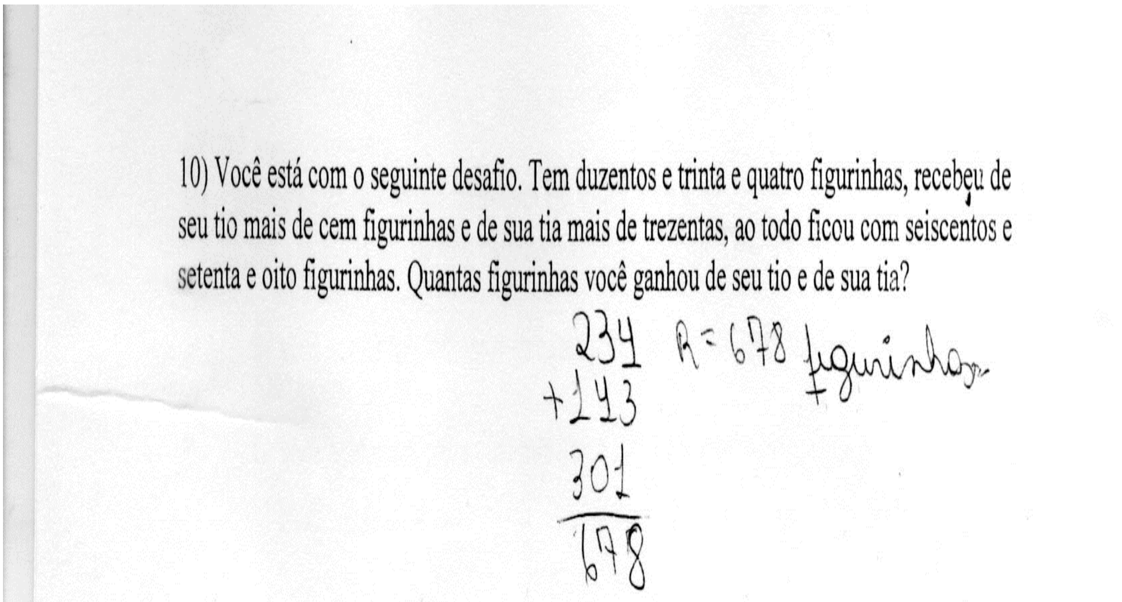
Figura 27 – Desempenho dos Alunos com referência à Solução do Problema Proposto

Os percentuais indicados, relativos às soluções corretas e erradas, referem-se aos 28 alunos presentes no dia da aplicação deste problema. Nesta turma, foram matriculados, para o exercício de 2009, trinta alunos e todos estão frequentando normalmente as aulas.

Os dados revelam que, dentre os alunos que não resolveram corretamente o problema, estão aqueles que nem sequer conseguiram esboçar qualquer tipo de solução, ou mesmo tentaram uma solução experimental. Estes atingiram um percentual de 7,14 %, que correspondeu a 2 alunos. Esses dados foram analisados em termos quantitativos, assim o desempenho dos alunos que deram a solução correta do problema proposto, pedagogicamente, não foi dos melhores, haja vista que só 32,14 % desses alunos tiveram sucesso. Entretanto, se a análise tivesse sido feita em termos do quantitativo de alunos que não esboçaram nenhuma solução, o resultado poderia ser considerado como bastante expressivo, pois apenas dois alunos, ou seja, 7,14 % não conseguiram apresentar qualquer tipo de solução.

O que causou maior preocupação foi o quantitativo de alunos que não entenderam o problema ou, se entenderam, não conseguiram dar uma solução correta. Esse quantitativo correspondeu a, aproximadamente, 68% e, pedagogicamente, foi considerado muito grande, pois poderia significar que a metodologia utilizada pelo professor ou os conhecimentos adquiridos pelos alunos não eram suficientes para uma apreensão cognitiva que possibilitasse ao aluno um desempenho satisfatório, na resolução do referido problema.

Vejamos, na figura 28, uma solução dada por um aluno que se enquadrou no percentual dos 67,85 %. O objetivo é esclarecer como foi feita a classificação da resposta construída correta daqueles que, embora a resposta fosse explicitada no problema, os alunos não souberam expressar as suas respostas.


10) Você está com o seguinte desafio. Tem duzentos e trinta e quatro figurinhas, recebeu de seu tio mais de cem figurinhas e de sua tia mais de trezentas, ao todo ficou com seiscentos e setenta e oito figurinhas. Quantas figurinhas você ganhou de seu tio e de sua tia?

234
+143
301
678

R = 678 figurinhas

Figura 28 – Desempenho do Aluno Js na Questão nº 10

A construção da expressão matemática foi feita de forma correta, entretanto, ao dar a resposta ao problema, enganou-se e a deu de forma incorreta. Acreditamos que tenha ocorrido uma desatenção do aluno, ao emitir sua resposta, ou falta de compreensão e falsa interpretação do que estávamos pedindo. No enunciado, perguntávamos quantas figurinhas ele ganhou de seu tio e de sua tia, no entanto, ele deu como resposta a mesma quantidade de figurinhas já expressa, que correspondia ao somatório de todas as figurinhas envolvidas no problema. Esse fato nos fez indagar: O aluno realmente sabia interpretar o que estávamos pedindo?

O que percebemos, em conversas com a professora da turma e com a bolsista, foi que o desafio, às vezes, estaria em fazer com que os alunos soubessem ler corretamente o que estava escrito.

Quando uma atividade de ensino fracassar, o professor pode dar

> Continuidade à sua ação e usar como objetos de estudos suas próprias explicações e seus meios heurísticos, em lugar do conhecimento matemático. Essa substituição de um objeto de ensino por outro acontece com freqüência, e isso é salutar, pois, enriquece a aula do professor, e o aluno terá a chance de aprender diferentes situações e representações de um mesmo objeto matemático. (BROUSSEAU, 2008, p. 34).

Apresentamos, a seguir, um problema adaptado do décimo problema do primeiro instrumento aplicado, em que os alunos não responderam a ele, alegando que o tempo dado não era suficiente para eles resolverem todos os problemas propostos, no referido instrumento de avaliação. O problema é:

Em uma divisão de números naturais, o resto é igual a oito e é o maior possível, qual é o dividendo, sabendo-se que o quociente é igual a seis?

No quadro 35, são apresentadas algumas soluções dadas pelos alunos.

Problema	Tipos de Soluções	Tipos de Soluções
Em uma divisão de números naturais, o resto é igual a oito e é o maior possível. Qual é o dividendo, sabendo-se que o quociente é igual a seis?	Dividendo → 6 2 | 9 ← Divisor Resto → (8) 6 ← Quociente 6 4 | 9 8 6	62 Outra solução 64

Quadro 35: Utilização da Conversão e Tratamento na Construção da Solução

Neste problema, a maioria dos alunos aplicou corretamente a conversão, passando do registro linguagem natural para o registro numérico, assim como deram tratamento aos registros de representação encontrados para construir a solução.

Dos 30 alunos presentes no dia de aplicação deste exercício, apenas 4 deixaram de emitir solução e 2 resolveram o problema de forma incorreta.

Percebemos que ao compararmos as soluções dadas aos problemas reaplicados, embora com pequenas modificações, os alunos tiveram resultados considerados bons se comparados aos resultados obtidos quando da primeira aplicação destes.

5.7 Transformação de um Registro em Outro

Quando foi pedido para que os alunos criassem uma historinha, a partir de expressões dadas, nosso objetivo era que os alunos transformassem a expressão numérica em linguagem natural, ou seja, realizassem a conversão, passando de um registro para outro registro. Esse tipo de exercício não é comum aparecer nos livros didáticos e, portanto, é pouco exercitado, principalmente no Ensino Fundamental. Por outro lado, os alunos puderam exercitar, com certa habilidade, esse tipo de conversão, pois as soluções construídas mostraram que isso era perfeitamente possível, bastando apenas que o professor usasse esse procedimento como uma práxis.

Também foi possível constatar que, em algumas soluções, como foi o caso da solução apresentada no quadro 16, levando-se em consideração a idade do aluno Mts, 11 anos, embora a professora tivesse trabalhado com esse tipo de situação, esse aluno se saiu muito bem. Além da mudança de registro, fazendo a conversão da linguagem numérica para a linguagem natural, ele fez ainda o tratamento da solução numérica, ou seja, resolveu a expressão dada, seguindo uma ordem de execução correta.

Esse fato nos leva a concluir, baseado na Teoria dos Registros de Representação, que houve entendimento do aluno, no que concerne ao enunciado proposto, tanto em relação à elaboração dada “numérica”, quanto a sua resposta em forma de linguagem natural, assim como foram exercitadas as operações de tratamento na solução numérica, e de aplicação da conversão, quando mudou de um registro para outro. A forma como ele respondeu, ficou caracterizado que queria verificar experimentalmente, através do tratamento da informação dada, se a solução, através da conversão, estaria correta.

Este tipo de exercício foi exercitado para os alunos do sexto ano, objetos desta pesquisa, todavia, havendo o ensino voltado para a utilização de diversos registros, permitiu que os alunos conseguissem ter bons desempenhos.

Segundo Brousseau (2008), em matemática, o professor pode pedir que o aluno reescreva a resposta correta de um problema, que leia um enunciado ou que reproduza um procedimento. O empenho nesses processos pelo professor pode garantir a aprendizagem dos conteúdos ministrados.

Esse enfoque dado por Brousseau foi bastante utilizado pela professora, no desenvolvimento de suas aulas. Vejamos como a aluna Br construiu a solução de um dos problemas propostos, observando a figura 29.

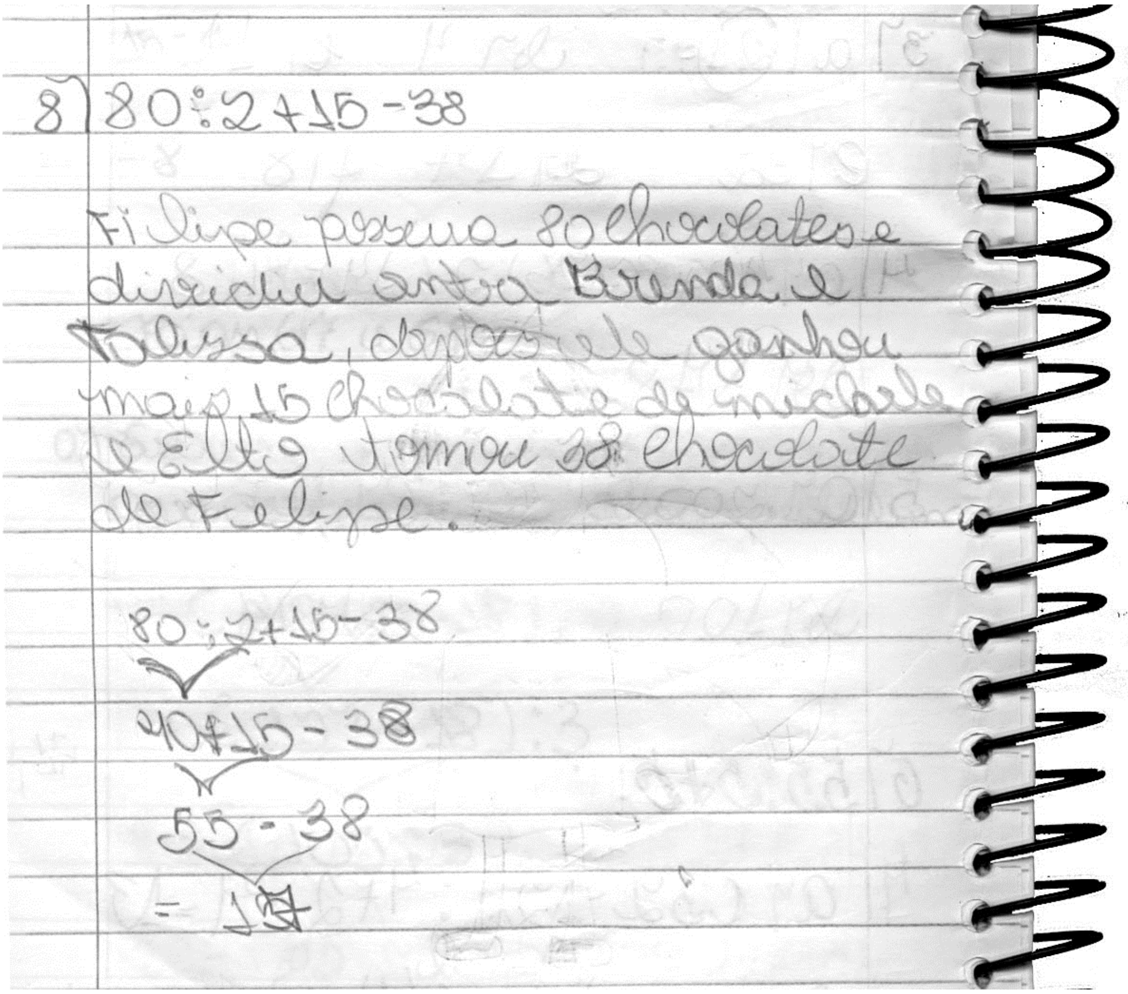


Figura 29 – Desempenho da Aluna Br na Situação Problema

Da forma como o problema foi expresso no caderno do aluno, supomos que a professora pediu aos alunos que, a partir da expressão numérica, eles criassem uma historinha em linguagem natural que correspondesse à expressão dada. A resposta dada por esse aluno mostrou que ele não entendeu o enunciado do problema, considerando que ele não conseguiu fazer corretamente a conversão da linguagem numérica para a linguagem natural, por outro lado, ao dividir os 80 chocolates com Brenda e Talissa, conforme ele enuncia, ele fica sem chocolates, consequentemente, a sua resposta fica sem sentido. Observamos também, que o aluno não percebeu o erro que cometeu quando reescreve a expressão e aplica as operações de tratamento. Isso mostra a importância da utilização da conversão como ferramenta para se diagnosticar se está havendo aprendizagem.

Assim, segundo Damm (2008), podemos pensar na utilização da Teoria das Representações, como uma maneira didático-metodológica que o professor pode utilizar como ferramenta, na construção do conhecimento.

Nesta pesquisa, em função das respostas dadas pelos alunos aos exercícios propostos, ficou patente que, embora com algumas dificuldades em transcrever e até mesmo de entender o que estava escrito, ou mesmo de não conseguir passar, com desenvoltura, de uma representação a outra, os alunos conseguiram ter um bom aproveitamento, quando estabelecemos comparação com os conhecimentos que possuíam no início desta pesquisa.

Dessa forma,

> O uso de diferentes representações semióticas pode ajudar o aluno a entender e perceber melhor o conceito que às vezes não está acessível ao entendimento dele. Em geral isso acontece pelo fato do aluno está acostumado a trabalhar mais com um tipo de representação do que com outra. (PAVLOPOULOU, 1994, p. 38).

Alguns alunos, ao trabalharem com representações figurais, não conseguiram representar as quantidades envolvidas, nem representar cada quantidade, muito menos operar com tais quantidades. Entretanto, muitos deles tiveram excelentes desempenhos.

Percebemos que o desempenho dos alunos melhorou, quando a professora trabalhou com situações concretas. Em se tratando de registros de representação, quanto mais a professora trabalhou com diferentes tipos de representações, mais os alunos absorveram determinados conteúdos. Assim, quando ocorria a tentativa de esboçar alguma representação diferente da habitual, percebemos um bloqueio de raciocínio dos alunos, fato que foi considerado natural, pois eles eram acostumados a trabalhar apenas com situações concretas e usando exclusivamente as operações de tratamento. Percebemos, também, que, quando o problema era enunciado de forma mista, ou seja, parte do enunciado em linguagem natural e parte em termos numéricos, os alunos tiveram dificuldades em representar as suas respostas.

Na figura 30, apresentamos mais um problema proposto aos alunos, conforme atividade expressa no caderno desse aluno. Esse problema foi assim descrito:

Em uma caixa havia 148 lápis. Fábio retirou da caixa 28 lápis e, depois, outros 18. Os restantes foram guardados em quantidades iguais, em 3 sacos.

a) Escreva a expressão numérica que representa esse problema.

b) Quantos lápis foram colocados em cada saco?

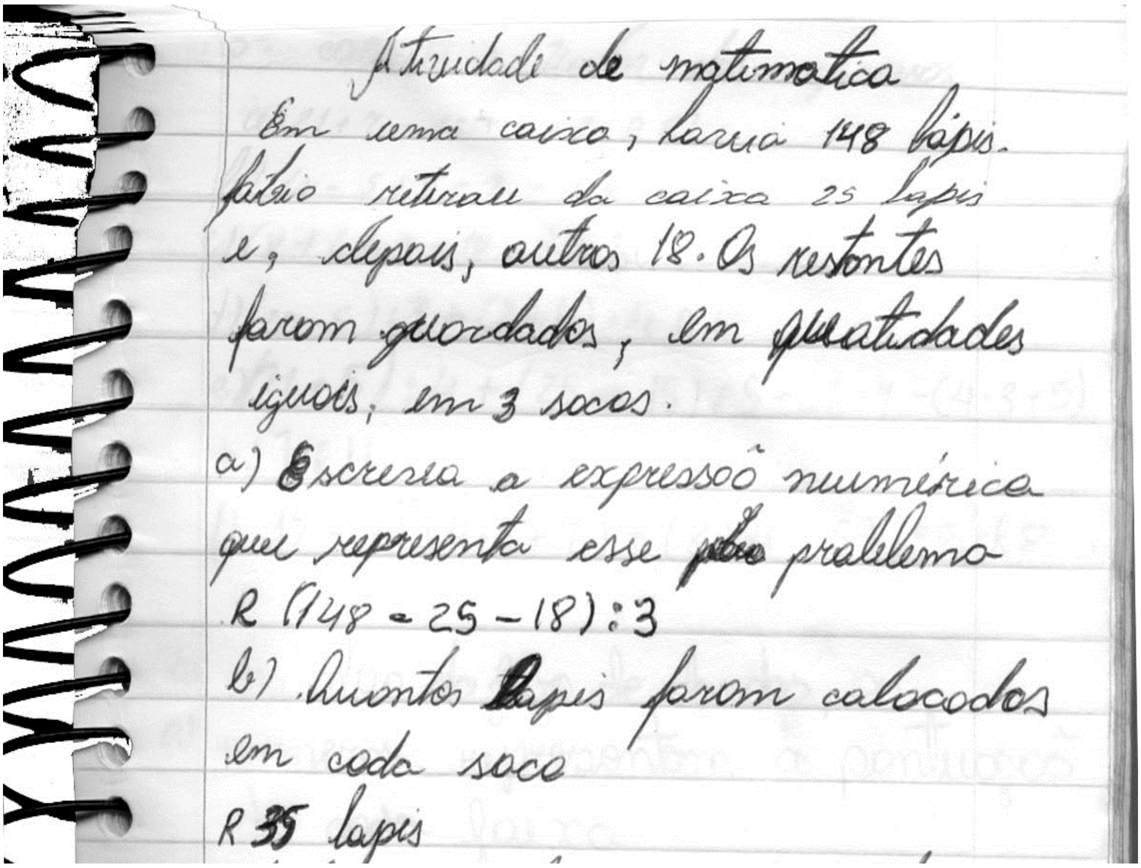


Figura 30 – Solução dada pelo Aluno Anl na Questão Proposta

Considerando as respostas dadas pelo aluno (Figura 30), podemos afirmar que, em relação ao item a, ele respondeu com maestria, pois a resposta dada está correta. Entretanto, em relação ao item b, o aluno não deixou explícita nenhuma operação que tenha realizado; apenas, escreveu a resposta. Dessa forma, não podemos concluir que ele tenha resolvido o problema; pode ser que tenha feito os cálculos em outro lugar, não nos fornecendo os registros que ele usou, ou simplesmente ele pode ter copiado a resposta de outro aluno. Ou ainda, o tenha feito de forma experimental.

No quadro 36, são apresentadas algumas soluções dadas por alunos presentes, no dia em que foi ministrada essa aula.

Solução dada por LUC.	Solução dada por Vivi.
$\left[148\text{-}\left(23\text{-}18\right)\div 3\right]=$ $\left[148\text{-}\left(43\right)\div 3\right]=$ $\left[148\text{-}43\div 3\right]=$ $103\div 3=$ 35	$\left(148\text{-}25\text{-}18\right)\div 3=$ $123\text{-}18\div 3=$ $105\div 3=$ 35
Solução dada por Raiss.	**Solução dada por Mat.**
$\left(148\text{-}25\text{-}18\right)\div 3=$ $(123\text{-}18)\div 3=$ $(105\div 3)=$ 35 lapis	$148\text{-}25\text{-}18\div 3$ $123\text{-}18\div 3=$ $105\div 3=$ 35
Solução dada por Tha.	**Solução dada por Raf.**
$(148\text{-}25)+18\div 3$ $123\text{-}18\div 3=$ 35	$(148\text{-}25)+18\div 3$ 35 lapis

Quadro 36: Aplicação da Conversão e das Operações de Tratamento
Fonte: Pesquisa de Campo

Percebemos que o desempenho dos alunos, tanto em relação ao item “a”, quanto em relação ao item “b”, foi considerado apenas regular. A amostra expressa no Quadro 36 revela que alguns alunos ainda encontraram dificuldades em responder a esse tipo de problema. Quando conseguiram montar a expressão correspondente, não conseguiram resolvê-la. As soluções dadas mostram ainda que muitos alunos não conseguiram montar corretamente a expressão correspondente ao problema dado; consequentemente também não o resolveram.

No quadro 37, são mostrados os desempenho dos alunos nas soluções do problema proposto.

Problema	Número de alunos presentes	Solução correta dos itens "a" e "b" respectivamente	Solução errada dos itens "a" e "b" respectivamente
Em uma caixa havia 148 lápis. Fábio retirou da caixa 28 lápis e, depois, outros 18. Os restantes foram guardados em quantidades iguais, em 3 sacos. a) Escreva a expressão numérica que representa esse problema; b) Quantos lápis foram colocados em cada saco.	27	12 e 9	15 e 18
-	90 %	44,4 e 33,3 %	55,5 e 66,6 %

Quadro 37: Desempenho da Solução do Problema Proposto

Quando os problemas eram expressos da forma usual, como geralmente são trabalhados em sala de aula, ou seja, problemas, cujo enunciado são da forma: Resolva a expressão numérica $(25-3+10)\div 2=$, os alunos, em geral, não encontraram nenhuma dificuldade em resolver tais problemas. Entretanto, quando o enunciado do problema teve alguma modificação, em relação à forma usual, como foi o caso do problema proposto, as dificuldades de resolução apareceram, embora a professora tenha trabalhado bastante com os alunos, na aplicação da conversão congruente e do tratamento com os registros de representação.

Apresentamos, no Quadro 38, embora de forma sucinta, algumas dificuldades dos alunos, ao trabalharem com a conversão dos registros de representação semiótica.

Registro de Partida	Registro de Chegada	% de acerto dos itens "a"e "b" respectivamente
Em uma caixa havia 148 lápis. Fábio retirou da caixa 28 lápis e, depois, outros 18. Os restantes foram guardados em quantidades iguais, em 3 sacos. a) Escreva a expressão numérica que representa esse problema. b) Quantos lápis foram colocados em cada saco?	Construção da expressão numérica correspondente, um exemplo: $\left(148\text{-}25\text{-}18\right)\div 3 =$ $(123\text{-}18)\div 3=$ $(105\div 3)=$ 35 lapis	Dos 27 alunos presentes a) 44,4 % e 55,5 % b) 33,3 % e 66,6 %
Dados as expressões: a) $18\div 3+6=12$ e se for b) $18\div(3+6)=$	**Enunciar um problema a partir da expressão dada.**	Dos 25 alunos presentes. a) 60 % e 56 % b) 40% e 44 %

Quadro 38: Atividades com uso da Conversão e do Tratamento nos Registros Numéricos
Fonte: Pesquisa de Campo

Nesta pesquisa, em geral, os alunos aplicaram corretamente a conversão, quando foi aplicada usando apenas um sentido considerado aceitável, haja vista que, segundo Duval (2007), geralmente, no ensino, um sentido de conversão é privilegiado pela idéia de que o treinamento efetuado, nesse sentido, estaria automaticamente treinando a conversão no outro.

Dessa forma, ficou patente que o desempenho escolar dos alunos foi melhor, quando eles conseguiram usar pelo menos dois registros: conversão e tratamento. Assim, através da conversão das representações conseguimos analisar, com mais precisão, as dificuldades de aprendizagem em Matemática.

Na realidade, na resolução dos problemas propostos, sempre houve alunos que não esboçavam nenhum tipo de solução; era como se esses tipos de problemas não lhes interessassem. Conversamos com a professora a respeito dessa situação e, após a identificação desses alunos, solicitamos que ela tentasse estimulá-los a se interessarem pela Matemática e sua aprendizagem. Depois, constatamos que esses alunos não despertaram o interesse esperado pela Matemática; eles permaneceram da mesma forma como vinham procedendo. Segundo a bolsista, eles só conseguiam resolver problemas em que fosse pedido apenas a aplicação do tratamento dos registros de representação.

Segundo Flores (2006), um dos objetivos do ensino é levar o aluno a construir sua própria relação com o saber que lhe é ensinado. Neste trabalho, ensinamos os alunos a utilizarem a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, na resolução de problemas. Também ensinamos a trabalhar com os vários tipos de representações de um mesmo objeto matemático, procurando despertá-los para a construção de seu saber. Nesse sentido, preocupamo-nos em elaborar e criar várias formas de representação para um mesmo objeto de ensino, objetivando melhorar o desempenho dos alunos. Além disso, quando, no processo,

> Recorreu-se a uma variedade de representações semióticas, sendo algumas delas desenvolvidas para efetuar conversão e tratamentos bem específicos, e quando se tem uma variedade de registros, na visão de Piaget e de Vygotski, preenchem um papel decisivo na aprendizagem. (MORETTI, 2002, p. 343-345).

Para melhor explicitarmos o que estamos a dizer, estabelecemos um paralelo entre os dois tipos de transformações de representações semióticas que trabalhamos – conversão e tratamento – com a sua devida aplicação aos problemas propostos, em que mostramos a análise da atividade matemática desenvolvida pelos alunos. Essa análise encontra-se representada no Quadro 39.

Conversão Muda de sistema, mas conserva a referência aos mesmos objetos.	**Tratamento** As operações permanecem no mesmo sistema.

Situação Problema	Conversão	Tratamento
Você está com o seguinte desafio: *Tem duzentas e trinta e quatro figurinhas, recebeu de seu tio mais de cem figurinhas e de sua tia mais de trezentas. Ao todo, ficou com seiscentas e setenta e oito figurinhas. Quantas figurinhas você ganhou de seu tio e de sua tia?*	Passagem do enunciado em língua natural para a representação numérica. $\cancel{\begin{array}{r} 234 \\ +133 \\ 321 \\ \hline 688 \end{array}}$, $\begin{array}{r} 234 \\ 143 \\ 301 \\ \hline 678 \end{array}$ 143 de sua tia 301 de seu tio	As operações de cálculo realizadas para encontrar a solução do problema.
Crie uma historinha que corresponda às expressões: $18 \div 3 + 6 = 12$ e se for $18 \div (3+6)$	Passagem do enunciado numérico para a linguagem natural. Para a primeira expressão: José tinha 18 figurinhas. Dividiu igualmente, com ele e dois amigos e depois ganhou mais seis juntou com as que ele tinha e ficou com 12. Para a segunda expressão: Maria tinha 18 bolinhas de gude e quis dividir igualmente, com ela e 8 amigos. Quanto ficou para cada? Ficou com 2 para cada um.	As operações de cálculo realizadas para encontrar a solução. $18 \div (3+6) =$ $18 \div 9$ 2

Quadro 39: Efeito Comparativo entre as Representações de Conversão e de Tratamento. Transformação de uma Representação Semiótica numa outra Representação Semiótica
Fonte: Pesquisa de Campo

O problema que apresentaremos a seguir, geralmente tem se constituído em Matemática, pelo menos nesse nível de ensino e de aprendizagem, como um dos mais difíceis, visto que era pouco utilizado em práticas escolares na escola pesquisada. Na verdade, esse tipo de problema não constava da lista de exercícios arrolados no livro didático, adotado no COLUN.

Escolhemos esse problema, em função de o mesmo caracterizar um sentido de aplicação de conversão não congruente, ou seja, partíamos de um registro gráfico (registro figural) para um registro numérico, mudando-se, assim, totalmente de um registro para outro. Além disso, foi solicitado ainda que o aluno apresentasse uma solução através do registro multifuncional, usando uma representação não discursiva em linguagem natural.

Em geral, o aluno sabe que o professor escolhe um problema, para que ele (aluno) possa adquirir um novo conhecimento e que esse conhecimento pode ser justificado pela própria lógica da sua solução.

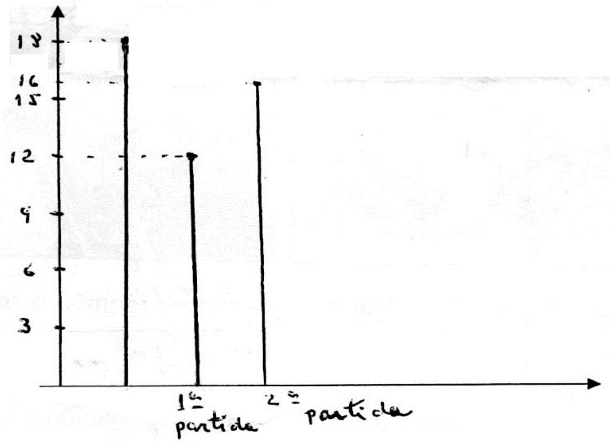
Na pesquisa, o professor procurou desenvolver nos alunos o interesse em resolver problemas – desafios que extrapolassem o nível daqueles constantes do livro adotado, mas que pudessem ser resolvidos com a ajuda de outros alunos ou através de pesquisas. Assim, acreditamos que com essa prática os alunos começassem a melhorar os seus desempenhos e passassem a ser resolvedores de problemas, (alunos com habilidades em resolver problemas).

Pensamos na sala de aula como um contexto no qual poderíamos desenvolver atividades de matemática que levariam os alunos a formularem conjecturas e produzirem argumentos que pudessem

> Arriscar respostas para as questões que eram propostas e, criar formas diferentes de representação que contribuíssem para chegar às soluções que buscassem reformular e reorganizar os conhecimentos já adquiridos. (SADOVSKY, 2007, p. 54).

À medida que os alunos passaram a trabalhar com os conhecimentos adquiridos de forma sistemática, novas ideias foram aparecendo e a tendência foi adquirirem bases sólidas para enfrentarem as diversidades na produção do seu saber matemático. Construída essa base, ficou mais fácil para o aluno aplicar as transformações semióticas, em problemas que requeriam maior grau de complexidade cognitiva, como os que envolvem tratamento, conversões congruentes e não congruentes, como representado na figura 31.

3) Observe a figura.



Escreva a expressão numérica correspondente ao que está exposto na figura. Depois tente fazer uma historinha para a expressão encontrada.

$(18-6)+4$
$12+4$
16

Raís tinha 18 Barbies ela deu 6 depois ganhou 4. Quantos Barbies ela tem?

Figura 31 – Representação da Solução dada pela Aluna Rais para a Questão 3.

A solução dada por essa aluna foi considerada como bem construída, pois, além de fazer a conversão do registro gráfico para o registro numérico, ela aplicou o tratamento nos registros numéricos, construídos em etapas para a solução do problema proposto. Além disso, a aluna fez um esboço bem coordenado, em termos de coerência e coesão, para construir uma solução através do registro multifuncional em linguagem natural. Na mudança do registro figural para o registro linguagem natural, observamos que a aluna transcreveu, com certa precisão, o que estava registrado no gráfico. Isso mostrou que, quando os objetivos eram bem definidos, houve aprendizagem.

Vejamos, a seguir, os percentuais de desempenho dos alunos nesse problema, apresentados na figura 32.

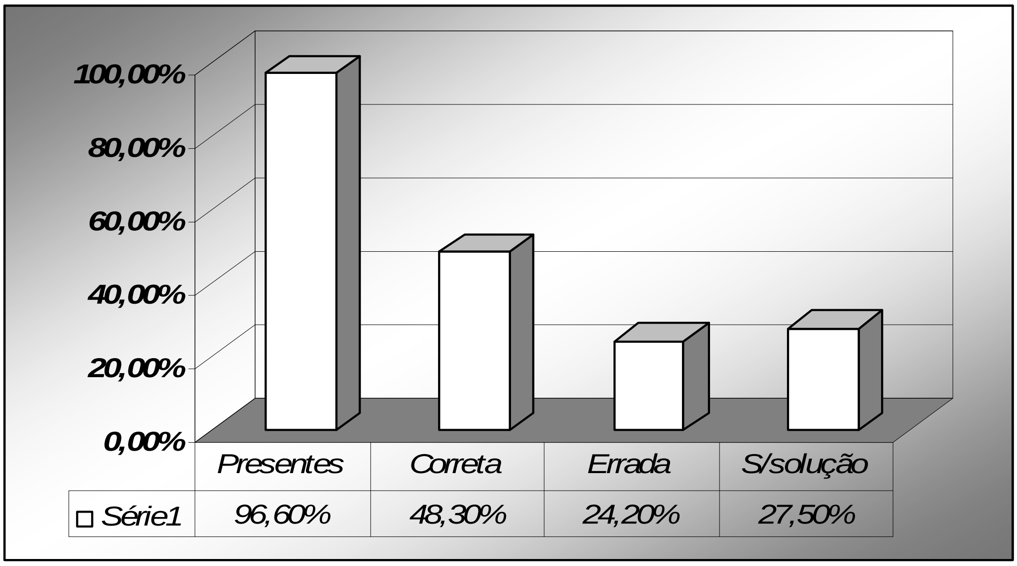


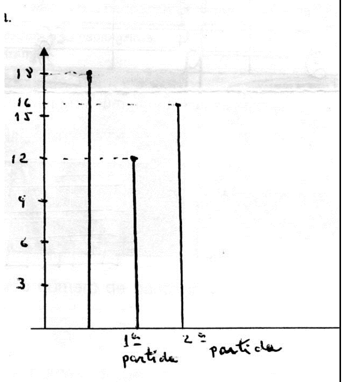
Figura 32 – Desempenho obtido pelos Alunos na Solução do Problema Proposto

Embora, em termos pedagógicos, os dados apresentados não tenham sido tão expressivos, concluímos que, com a continuação da aplicação dessa metodologia, os objetivos foram alcançados. Apesar de o percentual de soluções erradas ter sido um pouco elevado, o resultado final da operação dos registros foi significativo, visto que esse tipo de problema, normalmente, não faz parte do contexto do aluno, mesmo que a professora tenha trabalhado com esse tipo de problema em sala de aula, durante a pesquisa.

No entanto, o caso preocupante está nos alunos que não conseguiram esboçar nenhum tipo de solução. Talvez tenha sido mais por falta de interesse que por falta de entendimento, pois, segundo a professora, nos exercícios praticados em sala de aula, os alunos afirmavam que haviam entendido o tipo de solução proposta para esse tipo de problema. É possível que o entendimento tenha sido superficial e eles não tenham conseguido realmente absorver os diferentes tipos de registros que estávamos pedindo que representassem, a partir da figura apresentada.

Foi importante apresentar um quadro em que estão expressos os resultados dos alunos, vista, não como uma comparação de registros, mas como um suporte para uma melhor visualização e entendimento da produção dos alunos, neste tipo de problema gráfico, como, por exemplo, as respostas dadas pelo aluno Jac, em que ele fez a transcrição do registro gráfico para o registro numérico e linguagem natural. Como a apresentação do problema não ficou muito clara, achamos melhor digitar a solução apresentada pelo referido aluno que foi:

João tinha 18 figurinhas, jogou com seu primo e perdeu 6, jogou de novo e ganhou 4 figurinhas. Quantas figurinhas ele tem agora?

Registro gráfico (G)	Registro numérico (N)	Registro Língua natural (L)
	(18−6)+ 12 + 4 16	1+4 João tinha 18 fi jogou com seu p perdeu 6 jogou di ganhou 4 figurinhas figurinhas de tem ag

$(G) \rightarrow (N)$	$(G) \rightarrow (L)$	$(G) \rightarrow (N \text{ e } L)$	$(G) \rightarrow (N \text{ e } L)$
58,6 %	**55,2 %**	**41,4 %**	**27,5 %**

Quadro 40: Desempenho das Soluções Apresentadas

Vejamos a análise de outro problema, retirado dos cadernos dos alunos.

Problema: *Desenhe ábacos para calcular: 4903 + 6527.*

Neste problema, a professora pediu aos alunos que desenhassem ábacos para calcular a soma de 4.903 com 6.527. Além de desenharem os ábacos solicitados, e nele registrar as quantidades referentes a cada parcela da operação solicitada, os alunos também efetuaram a adição dos números dados através de uma espécie de algoritmo.

Essa outra forma de representação – algoritmo – teria servido para o tratamento dos registros de representações numéricas e operações realizadas através dos ábacos. Nesse caso, os alunos tinham um enunciado e realizaram uma conversão, ao mudar do registro linguagem natural para o registro gráfico, através da construção dos ábacos.

A representação através de registro figural foi necessária para construir a solução do problema. Os alunos realizaram tratamento nos dados do problema, quando colocaram as bolinhas, marcas no ábaco para compor os números dados e, assim, efetuar a operação de adição, para encontrar a solução desejada. A compreensão em Matemática implicou na capacidade de saber mudar de registro.

Segundo Duval (2007), o acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas. Neste caso, a articulação dos registros contribuiu para que os alunos conseguissem um melhor desempenho em Matemática

A figura 33 apresenta a construção do ábaco e a resolução do problema pelo aluno Luc.

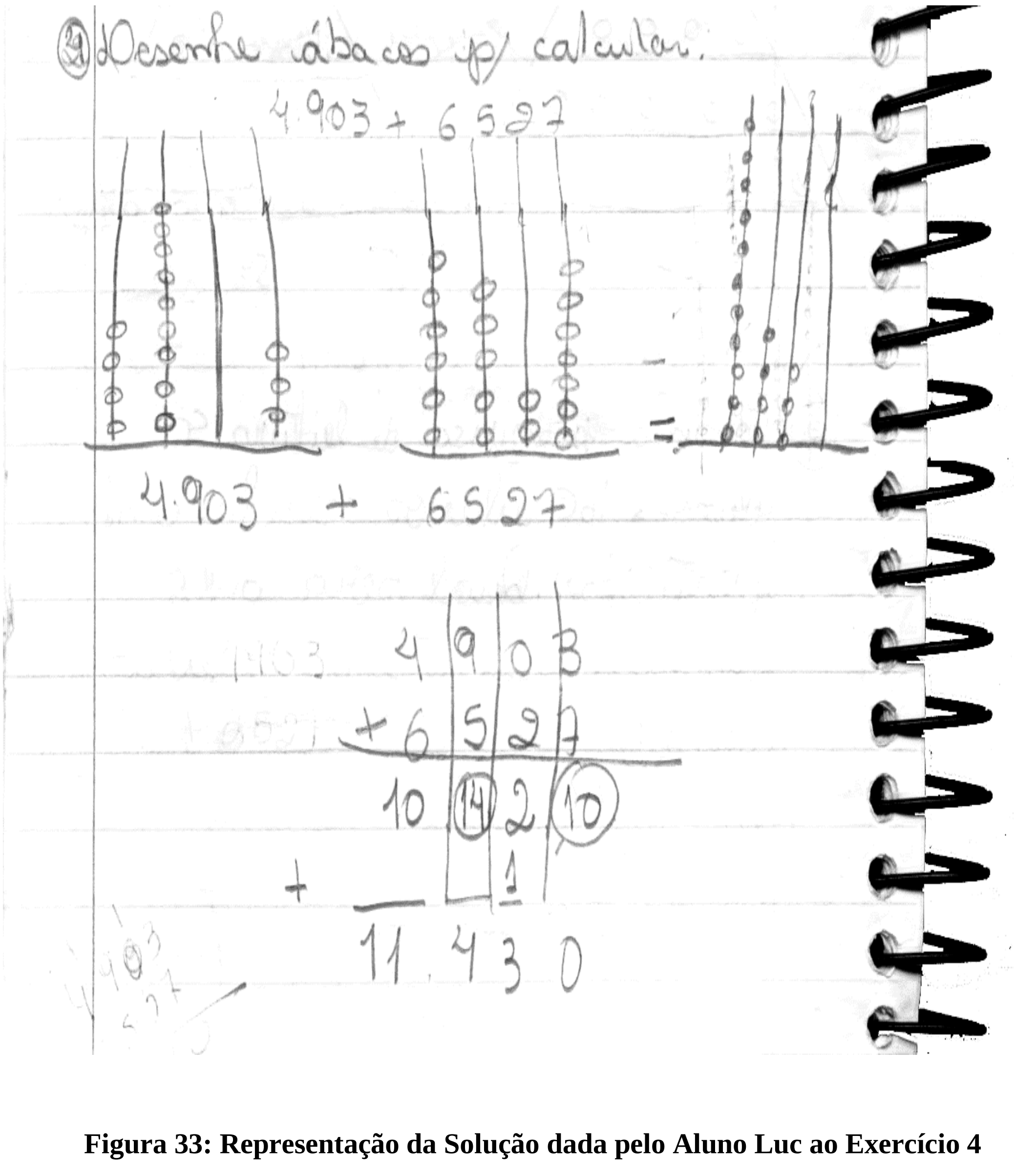


Figura 33: Representação da Solução dada pelo Aluno Luc ao Exercício 4

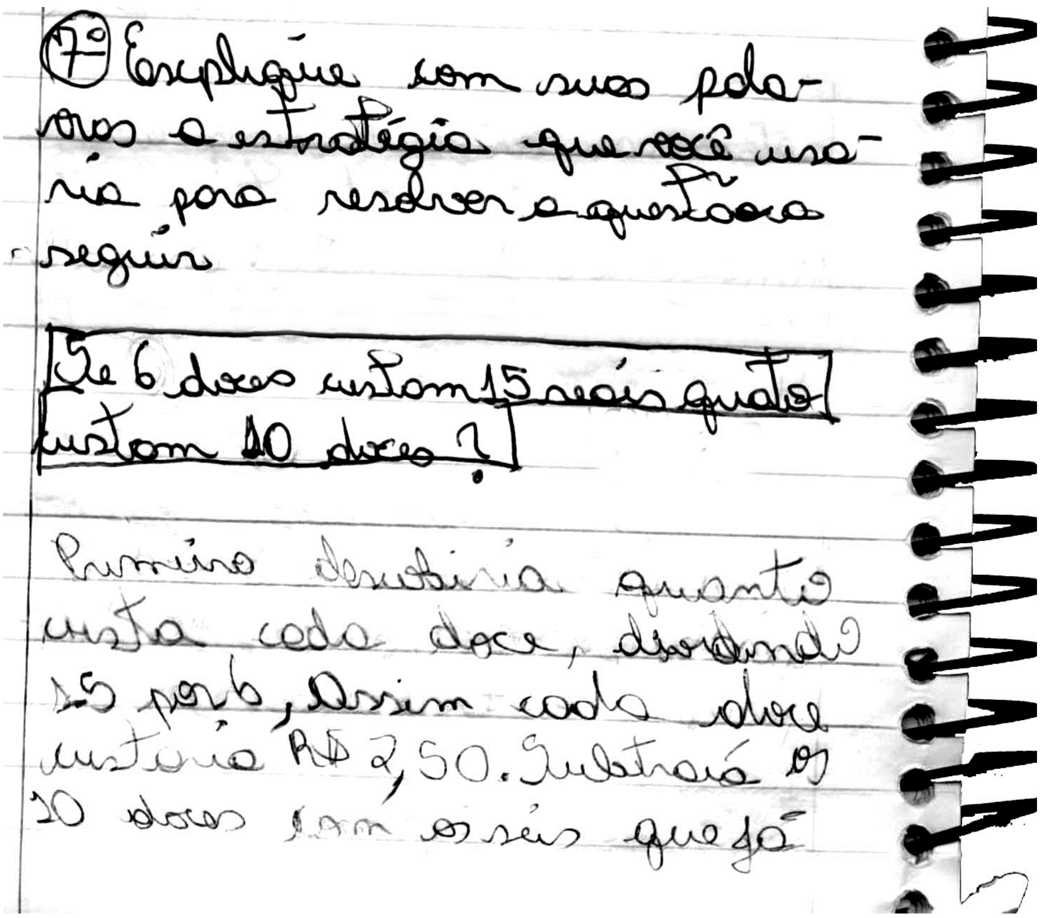
Dos 26 alunos presentes no dia em que foi aplicado esse problema, 77 % (20) dos alunos construíram e montaram corretamente a solução. Convém mencionar que este tipo de trabalho era amplamente cobrado e exercitado no livro texto, adotado pela escola, locus da pesquisa. Dessa forma, acreditamos que o bom desempenho dos alunos, ao fazerem este exercício, estava relacionado ao conhecimento, a priori, deste tipo de exercício e da sua práxis em sala de aula.

Por outro lado, os 6 alunos – 23 % – que não conseguiram responder corretamente ao problema não o fizeram dessa forma, porque cometeram erros na disposição dos valores nos ábacos; mesmo assim, esses alunos construíram os ábacos corretamente.

Apresentamos, a seguir, a análise de outro problema retirado dos cadernos dos alunos.

Problema: *Explique, com suas próprias palavras, a estratégia que você usaria para resolver a questão a seguir:*

Se 06 doces custam R$ 15,00, quanto custam 10 doces? (Figura 34)


7º Explique com suas palavras a estratégia que você usaria para resolver a questão a seguir

Se 6 doces custam 15 reais quanto custam 10 doces?

Primeiro descobriria quanto custa cada doce, dividindo 15 por 6, Assim cada doce custaria R$ 2,50. Subtrairia os 10 doces com os seis que já

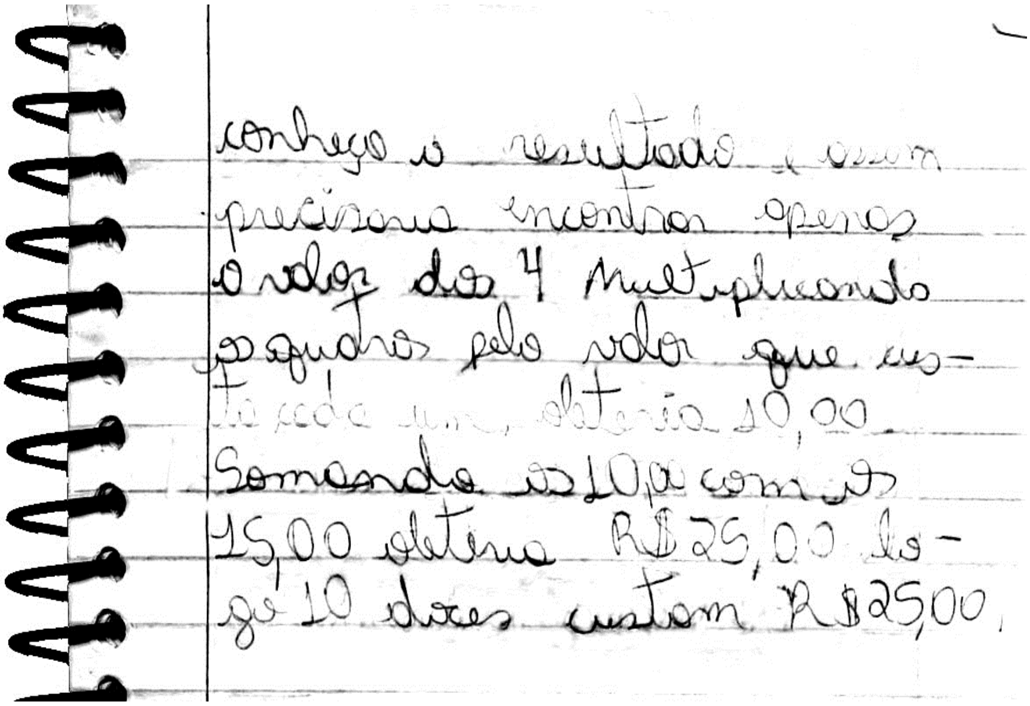

conheço o resultado e assim
precisaria encontrar apenas
o valor dos 4 multiplicando
os quatros pelo valor que cus-
ta cada um, obteria 10,00
Somando os 10,00 com os
15,00 obteria R$ 25,00 lo-
go 10 doces custam R$ 25,00.

Figura 34 – Solução dada pelo Aluno para a Questão 7

Como a resolução do exercício feito pelo aluno não está muito nítida, fizemos abaixo a sua transcrição:

> *Primeiro descobriria quanto custa cada doce, dividindo 15 por 6, assim cada doce custaria R$ 2,50. Subtrairia os 10 doces com os seis que já conheço o resultado e assim precisaria encontrar apenas o valor dos 4, multiplicando os quatro pelo valor que custa cada um, obteria 10,00. Somando os 10,00 com os 15,00, obteria R$ 25,00. Logo, 10 doces custam R$ 25,00.*

Essa solução foi escolhida entre as demais, em função da maneira como o aluno construiu a sua resposta. *A priori*, o raciocínio usado por ele foi um pouco diferente do raciocínio usado costumeiramente por outros alunos, ou seja: os outros alunos, normalmente procuraram encontrar primeiro o custo de um doce e depois o custo dos 10 doces solicitados no problema.

Na solução do problema, o aluno utilizou mais de uma forma de registros: usou a conversão, para passar de um registro a outro e o tratamento nos registros numéricos, para construir a solução final.

Concluímos que o raciocinio utilizado pelo aluno foi perfeitamente aceitável; não existiu nenhum descrédito na solução emitida por ele, pelo contrário, mostrou, com segurança, que havia entendido o enunciado do problema. Por outro lado, o aluno trabalhou com a Teoria dos Registros de Representação Semiótica com certa desenvoltura, tanto com o tratamento das representações numéricas, como com a utilização da conversão. Também as operações de tratamento dos registros foram realizadas, tanto dentro do mesmo registro, quanto fora dele.

No quadro 41, são apresentadas algumas soluções produzidas pelos alunos

Problema:
Explique, com suas próprias palavras, a estratégia que você usaria para resolver a questão a seguir:
Se 06 doces custam R$ 15,00, quanto custam 10 doces?

Resposta dada por Mts	**Resposta dada por Mic**
Pegaria os 6 doces e dividiria por 15 reais e depois pegaria o preço do doce e multiplicaria por 10. 15 ÷ 6 = 2,50 2,50 • 6 = 15,00 2,50 •10 = 25,00 1 doce custa 2,50 e 10 doces custam R$ 25,00	Divido 15 por 6 e tenho 2,50 depois pego 2,50 e multiplico por 10 que tenho 25,00. 10 doces custam 25,00 reais.
Resposta dada por VivP	**Resposta dada por RaissB**
Adiciono 6 e 10 e vejo o resultado 10 + 6 = 16.	6 é 2+2+2 e 15 é 5+5+5 2 doces custam 5,00 10 é 2+2+2+2+2 . 4 doces 10,00 8 doces 20,00 junto com 2 doces Fico com 25. 10 doces custam 25,00
Resposta dada por LuR	**Resposta dada por AdriC**
Multiplico 2,50 por 10 e encontro 25,00	*Pego* 15 e 10 fico com 1510 e divido por 6 encontro 25,00 1510 ÷ 6 = 25,00 sobra 1

Quadro 41: Transcrição das Soluções Construídas pelos Alunos
Fonte: Pesquisa de Campo

Nas soluções apresentadas pelos alunos, duas delas, a dada por VivP e a dada por LuR, estão totalmente fora do contexto da solução do problema. Esses dois alunos demonstraram que não entenderam o enunciado e, pelo que apresentaram como solução, acreditamos, que tiveram ajuda de outrem. Neste caso, a informação que chegou a eles foi de forma distorcida, de forma incorreta. Foi isso que transpareceu. Ou, de fato, neste tipo de problema, os alunos não conseguiram desenvolver nenhuma aprendizagem.

Alguns alunos também demonstraram que não haviam entendido o que estava sendo cobrado, pois não conseguiram dar nenhum tratamento às informações contidas no problema. Caso isso não tenha acontecido, esses alunos ainda precisam de acompanhamento mais efetivo por parte da professora, a fim de que eles consigam desenvolver, com exatidão, esses tipos de situações problemas.

Por outro lado, a solução dada por RaissB foi bem particular; diferiu totalmente da que a professora tinha trabalhado em sala de aula: o aluno decompôs a solução em subproblemas[16] (ALMOULOUD, 2007), fazendo vários tratamentos, dentro do mesmo registro numérico e, por conseguinte, construindo a solução final, que considero de forma genial.

Esse tipo de raciocínio lógico foi adquirido e usado no senso comum. Alguns trabalhadores utilizam esse tipo de artifício para resolver vários problemas.

Já a solução dada por AdriC pareceu muito mais por tentativa e experimental e não com a utilização de algum algoritmo matemático, ao juntar 15 com 10 e formar o número 1.510, supondo que, ao dividir por 6, encontraria a resposta. Essa forma de agir foi algo fora dos padrões de raciocínio que, normalmente, utilizaríamos em soluções de problema dessa natureza. Entendemos que foi puramente arbitrário; a aluna demonstrou que não tinha consciência do que estava fazendo. Entretanto, na composição de sua resposta, essa aluna utilizou tratamento e informação dada no problema e, com isso, conseguiu emitir a sua resposta.

Convém lembrar que, se essa aluna estivesse fazendo um teste de múltipla escolha, com certeza ela acertaria a questão, sem que realmente soubesse o que estava fazendo. Esse não foi um caso isolado; nesta pesquisa, observamos vários tipos de soluções arranjadas, para encontrar as soluções dos problemas, sem que os autores tivessem consciência do que estavam fazendo.

Apresentamos, a seguir, os desempenhos obtidos pelos alunos nas soluções dadas, conforme figura 35.

---

[16] Definimos subproblema como sendo uma parte do problema principal.

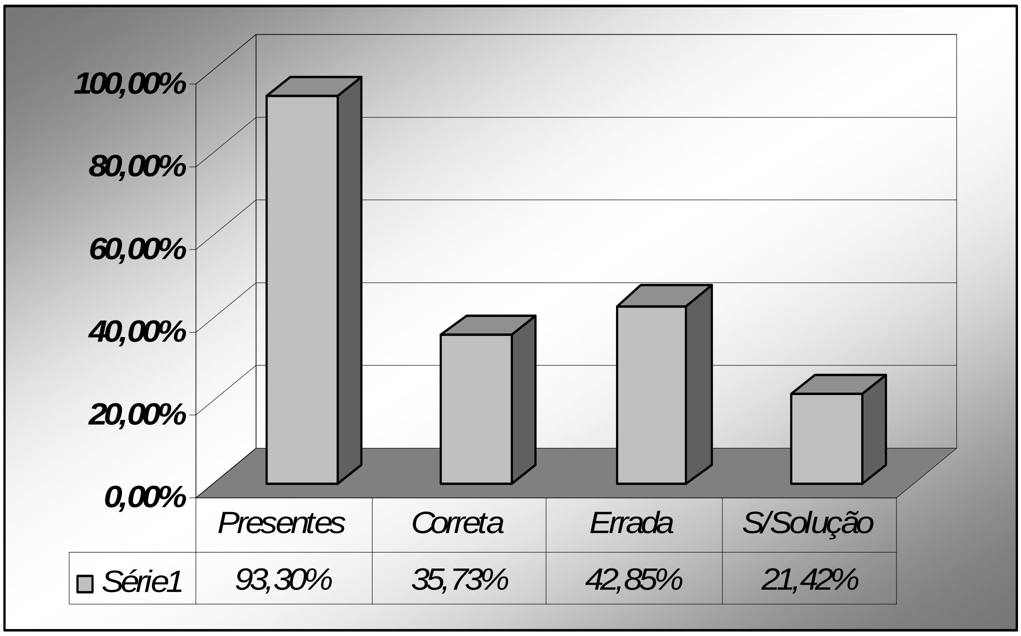


Figura 35 – Desempenho dos Alunos na Solução do Problema Proposto

Pelo revelado na figura 35, podemos afirmar que o número de alunos que não respondeu corretamente ao problema dado ainda foi grande. No entanto, eles tentaram resolver, embora tenham construído suas respostas de forma incorreta. O percentual de alunos que não respondeu, de aproximadamente, 22%, foi considerado normal, pois dificilmente atingimos o ideal de 100%. Já o percentual de alunos que respondeu corretamente ao problema foi considerado apenas regular (de 41% a 60%), haja vista que problemas semelhantes a este eram trabalhados constantemente em sala de aula.

Em termos cognitivos, a aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica muito contribuiu para melhorar o desempenho dos alunos. Alguns alunos que, no início desta pesquisa, não conseguiam esboçar nenhuma solução aos problemas propostos, ao final, já tentaram resolvê-los, com certos.

De forma geral, com a aplicação da Teoria dos Registros de Representações Semióticas, observamos:

a) Nos problemas em que, para construir a solução, era preciso apenas dar tratamento aos registros numéricos, os desempenhos dos alunos foram considerados excelentes.
b) Nos problemas em que foi preciso apenas usar a conversão congruente, passando do registro linguagem natural para o registro numérico, os desempenhos dos alunos foram considerados bons.

c) Nos problemas em que foi preciso aplicar conjuntamente a conversão congruente, passando de um registro a outro e o tratamento nos registros obtidos da aplicação da conversão, os desempenhos foram considerados bons.
d) Nos problemas em que foi preciso usar a conversão não congruente, ao passar do registro numérico para o registro linguagem natural, os desempenhos dos alunos também foram considerados bons.
e) Nos problemas em que foi preciso apenas operar com registros figurais, os desempenhos dos alunos foram considerados regulares.
f) Nos problemas em que foi preciso usar a conversão congruente, ao passar do registro linguagem natural para o registro numérico, realizar o tratamento com os registros obtidos e aplicar novamente a conversão para o registro figural, os desempenhos dos alunos foram considerados regulares.
g) Nos problemas em que foi preciso usar a conversão não congruente, ao passar do registro figural para o registro numérico e depois outra conversão não congruente, ao passar do registro numérico para o registro linguagem natural, os desempenhos dos alunos foram apenas regulares.

Neste trabalho, constatamos que a articulação dos registros contribuiu para a compreensão em Matemática. Segundo Duval (2007), a compreensão em Matemática implica a capacidade de mudar de registros. Assim, a melhoria do desempenho dos alunos foi atingida, a partir da utilização de, ao menos, dois registros de representação semiótica.

Portanto, concluímos que os alunos pesquisados tiveram uma crescente evolução de desempenho em Matemática, pois, além de terem efetuado as mudanças de registros com certa habilidade, usaram mais de um registro para construírem as soluções dos problemas propostos.

CAPÍTULO 6

Considerações Finais

Ao tecermos os considerandos a respeito deste trabalho, percebemos que não poderiam ser definitivos. Em princípio, poderemos ver assim: entendemos o resultado como uma partição da aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

Convém ressaltar que, em ciência, sempre existirão investigações e experiências complementares às já realizadas, às já vivenciadas, mas isso só fortalece o saber, tornando-o cada vez mais fascinante.

Os resultados divulgados pelo SAEB, em 2003 e 2005 (Figura 36), mostraram que, em Matemática, os alunos do Ensino Fundamental, do estado do Maranhão, tiveram resultados abaixo da média nacional.

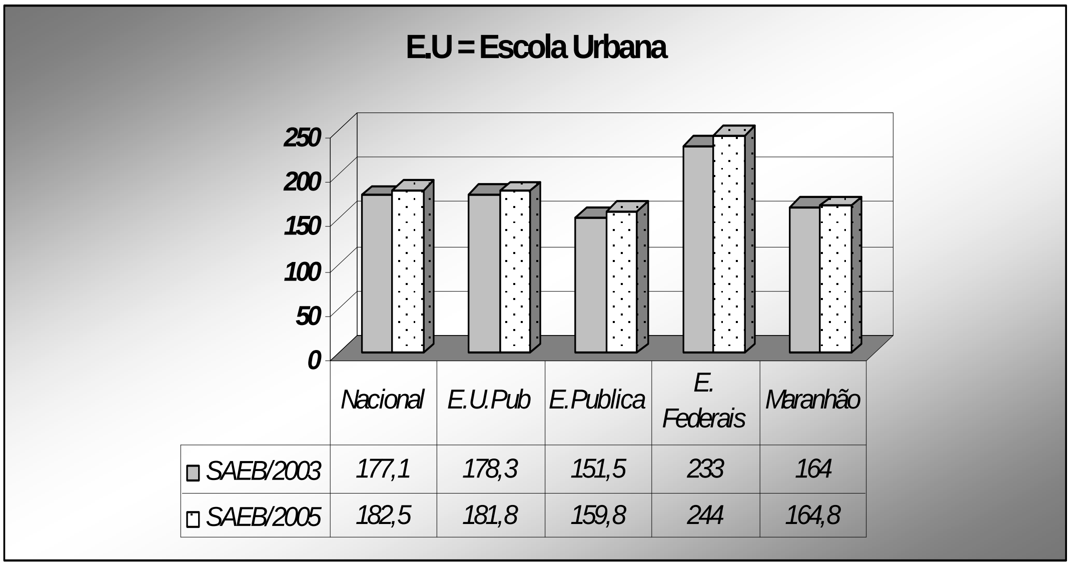


Figura 36 – Resultados divulgados pelo SAEB – em média.

Esse fato nos levou a investigar se, com a aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, poderia haver melhoria de desempenho escolar dos alunos do sexto ano A do COLUN, em matemática. Optamos por realizar a pesquisa no colégio de aplicação da própria Instituição em que trabalhamos, por acreditarmos que os obstáculos poderiam ser facilmente transpostos, visto que o convívio diário com os colegas de serviço poderia ser considerado um ponto positivo para a quebra de barreiras que pudessem existir.

No início do levantamento dos dados, houve algumas resistências, tanto por parte da professora, como por parte da direção do colégio. A aceitação foi sendo conquistada à medida que conscientizávamos a professora sobre a importância da utilização da Teoria dos Registros de Representação Semiótica como contribuição para a melhoria do desempenho escolar dos alunos com que ela iria trabalhar naquele ano de 2009. Além disso, ela poderia adotar a teoria sem que, necessariamente, tivesse que mudar a maneira de ministrar suas aulas.

Por outro lado, vislumbrávamos a perspectiva de mudança de atitude da professora, com relação ao desenvolvimento de suas atividades de sala de aula, principalmente, na aplicação de problemas com números naturais, que era o foco central do objeto que seria pesquisado com a aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Seguimos rigorosamente o cronograma traçado inicialmente, consolidando-se o compromisso firmado no Termo de Adesão, quando da aceitação da realização deste trabalho.

As discussões e as tomadas de decisões sempre ocorreram de forma conjunta, assim como a escolha dos exercícios colocados nos instrumentos de avaliação e a forma como eles deveriam ser trabalhados. As reuniões foram frequentes e fundamentais, pois, com isso, esperávamos ter a garantia da aplicação da Teoria das Representações Semióticas, que trata do funcionamento e desenvolvimento cognitivo, sobretudo, em atividades de Matemática.

Acompanhamos continuamente os trabalhos, averiguando se estava havendo melhoria de desempenho dos alunos, com a utilização da referida teoria. Periodicamente, também discutíamos em que pontos da teoria os alunos ainda precisavam de reforço escolar, assim como de que forma a professora poderia trabalhar com os registros de representação, para atingir um melhor rendimento dos alunos.

Quando analisamos o primeiro instrumento de avaliação, observamos que, em problemas que envolviam apenas o tratamento de registros numéricos, os alunos conseguiram resultados considerados regulares (entre 41% e 60%), tiveram um percentual de acerto em torno dos 50%. Entretanto, esse mesmo percentual não foi mantido, quando tiveram que aplicar a conversão de um registro em outro. Nesse caso, o percentual obtido não ultrapassou os 15 %. Esses resultados foram compatíveis com os encontrados por Buehring (2006). A autora mostrou que, com o tratamento dos registros de representação, os alunos obtiveram resultados considerados bons. Em nossa escala, entre 61% e 80%.

À medida que a professora fortalecia a aplicação da Teoria das Representações, tanto nos problemas em que seria usado diretamente o tratamento dos registros numéricos, como na aplicação da conversão de registro expresso em linguagem natural para o registro numérico, os alunos começaram a obter melhores resultados, nas resoluções dos problemas propostos.

Os resultados obtidos pelos alunos, no segundo instrumento de avaliação, no tratamento dos registros de representação, já eram melhores do que os obtidos no primeiro instrumento. Da mesma forma, com a aplicação da conversão congruente, os resultados também começavam a melhorar.

A partir do terceiro instrumento, os resultados dos alunos, em relação à aplicação tanto do tratamento dos registros de representação, como da conversão congruente, já se tornavam bem mais representativos. Muitos alunos já conseguiam operar internamente no registro, assim como fazer, com certa habilidade, a conversão de um registro em outro. Esses resultados encontrados foram semelhantes aos encontrados por Júnior (2006) e Brandt (2005), em que concluíram que os resultados foram bons. (entre 61% e 80%).

No quarto instrumento, muitos alunos conseguiram resultados excelentes nas operações que envolviam apenas tratamento com registros numéricos e, de certa forma, também conseguiram resultados considerados bem significativos, com a aplicação da conversão congruente da linguagem natural para a numérica. Nesse ponto, já começavam a aparecer resultados satisfatórios (regulares) com a conversão não congruente. Brandt (2005) também conseguiu resultados considerados satisfatórios, com a aplicação da conversão não congruente. E com a aplicação da conversão do registro linguagem natural para o registro numérico, Júnior (2006) e Brandt (2005) mostraram também, em suas pesquisas, que os resultados conseguidos pelos alunos foram bons, portanto, semelhantes aos que observamos neste trabalho.

Finalmente, quando pedimos que os alunos aplicassem a conversão não congruente do registro numérico para o registro linguagem natural, os resultados obtidos também foram considerados bons, embora esse tipo de situação problema, envolvendo conversão, em geral, não faça parte dos conteúdos dos livros didáticos de Matemática. No entanto, esses resultados foram melhores do que os obtidos por Brandt (2005), quando trabalhou com alunos do 4º ano do Ensino Fundamental, tendo conseguido apenas resultado regular (entre 41% e 60%), com a aplicação deste tipo de conversão.

Observamos, ainda, que, no quinto instrumento, tanto na aplicação do tratamento dos registros numéricos e figural, quanto na conversão, houve uma ligeira queda de aproveitamento, o que foi considerado normal, haja vista que o número de questões avaliadas era superior ao número de questões do instrumento anterior. Além disso, o tempo destinado para os alunos resolverem as questões foi o mesmo.

A partir do fortalecimento da aplicação e treinamento da Teoria das Representações nas atividades de sala de aula, constatamos que os alunos passaram a construir, com mais segurança, as respostas aos problemas propostos.

Na figura 37, apresentamos a evolução do desempenho escolar dos alunos, em relação às operações de tratamento dos registros de representação e da aplicação da conversão de um registro em outro, durante a aplicação dos cinco instrumentos de avaliação.

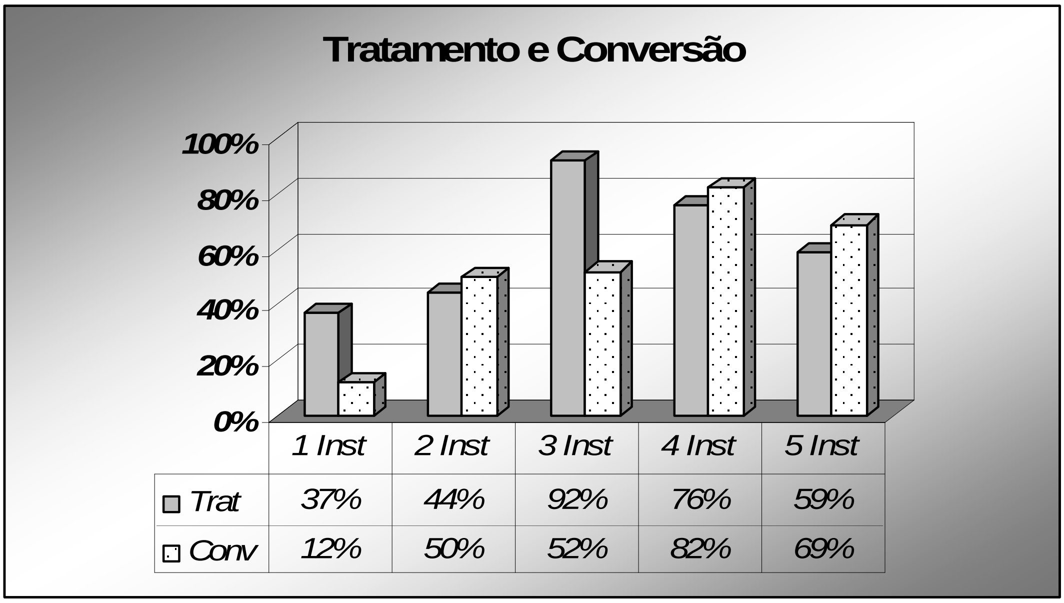


Figura 37 – Evolução do Desempenho Escolar nas Operações de Tratamento e Conversão

O dados revelados na figura 37 nos mostram que:

Com relação a utilização das funções de tratamento houve uma evolução no desempenho das avaliações do primeiro ao terceiro instrumento, tendo decrescido no quarto e quinto instrumento, entretanto, com relação às funções de conversão, os resultados foram mais expressivos, houve uma evolução no desempenho nas avaliações do primeiro ao quarto instrumento, exceto na última avaliação. Dessa forma, segundo Duval (2007), podemos afirmar que a aplicação da conversão contribuiu para a evolução de desempenho escolar na resolução de problemas de matemática a nível de sexto ano do ensino fundamental.

Por outro lado, nos problemas que retiramos dos cadernos dos alunos e que não constavam dos instrumentos de avaliação, eles também conseguiram um bom desempenho. Na figura 38, é apresentada essa evolução, revelando o desempenho escolar dos alunos concomitantemente com a aplicação da conversão não congruente e tratamento dos registros de representação numérica.

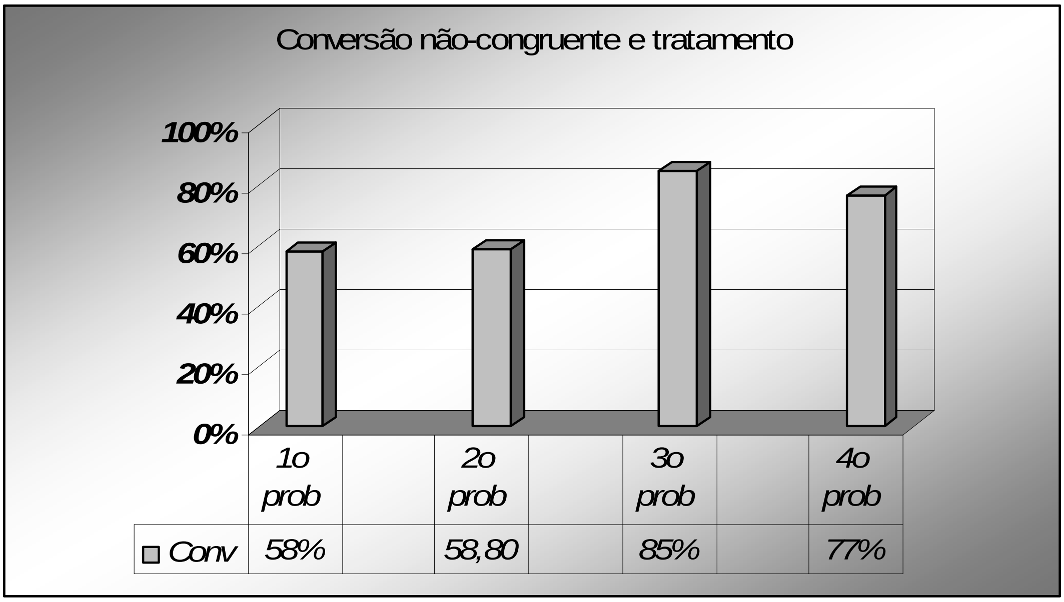


Figura 38 - Evolução do Desempenho Escolar nas Operações de Tratamento e Conversão Não Congruente ao mesmo tempo

Nas situações em que os registros eram dados na forma de registro figural e solicitávamos para o aluno fazer a conversão para o registro numérico ou para o registro em linguagem natural, alguns alunos tiveram dificuldade de entendimento. Quando faziam a conversão para o registro em linguagem natural, não conseguiam fazer a conversão para o registro numérico e, se assim procedessem, esqueciam ou mesmo não conseguiam realizar o tratamento necessário para completar a solução. Entretanto, foram dadas várias respostas consideradas muito criativas.

Esses resultados estão de acordo com Pavlopoulou (1994), Silva (2007) e Karrer (2006), os quais mostraram que, ao aplicar a conversão usando vários registros de representação, os resultados obtidos foram considerados ruins. Em nossa escala (de 0 a 40%). Entretanto, Júnior (2006) e Dominoni (2005) mostraram que, com a aplicação da conversão usando vários registros, os resultados obtidos foram regulares.

Normalmente, esses tipos de enunciados não são comuns nos livros didáticos e, principalmente, no livro a que os alunos tiveram acesso antes e durante a pesquisa. Mesmo assim, os resultados foram considerados relevantes.

Na figura 39, são apresentados os desempenhos dos alunos nas operações de conversão figural, numérica e linguagem natural.

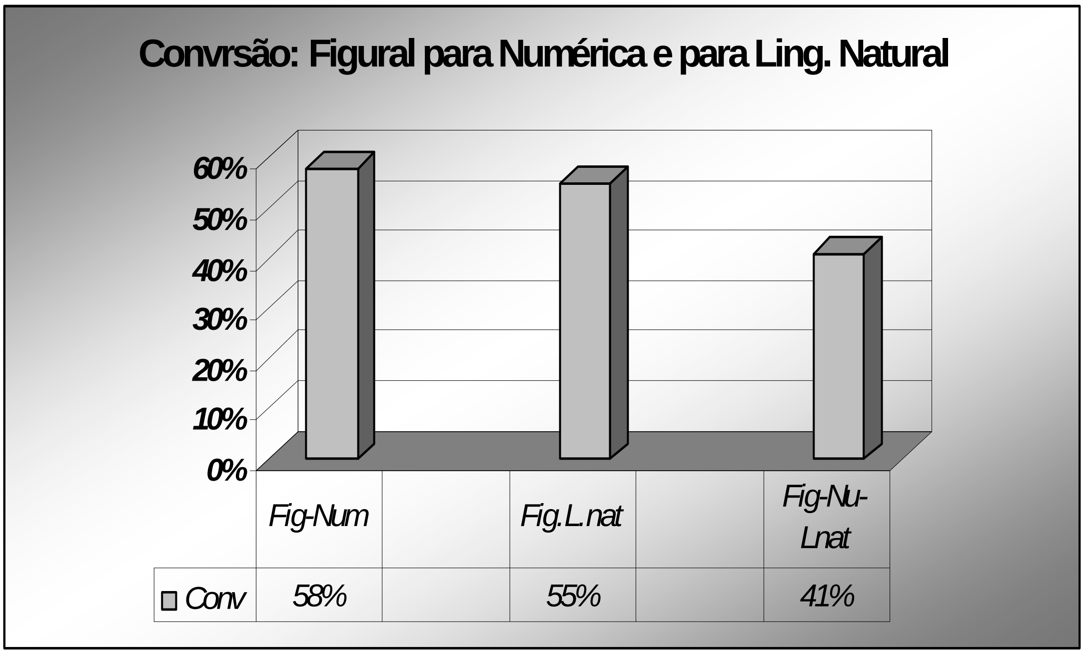


Figura 39 – Evolução do Desempenho Escolar nas Operações de Conversão

Apresentamos, na figura 40, os resultados obtidos por alguns pesquisadores, ao usarem a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, para analisar os dados de suas pesquisas. Apenas os resultados expressos em forma de percentual foram analisados pelos pesquisadores. Por exemplo, em relação às operações de tratamento, apenas Buehring (2006) analisou esse tipo de função.

Para uma melhor apresentação dos dados, tomamos a seguinte convenção: Resultado Ruim (de 0 - 40%); Resultado Regular (de 41% a 60%); Resultado Bom (de 61% a 80%). Resultado Excelente (de 81% a 100%). A denotação zero (0) que aparece na referida figura significa dado não analisado pelo pesquisador. Para melhor entendimento do leitor, tomamos a seguinte legenda: TT = Tratamento; C = Conversão; LN = Linguagem natural; N = Natural; VR = Variedade de registros; RA = Registro algébrico; N – C = Não Congruente; RT = Registro tabular; G = Gráfico.

Para os autores, a legenda usada foi a seguinte: Kar = Karrer; Jun = Júnior; BR = Brandt; Sil = Silva; Do = Dominoni; Bue = Buehring; Pav = Pavilopoulou.

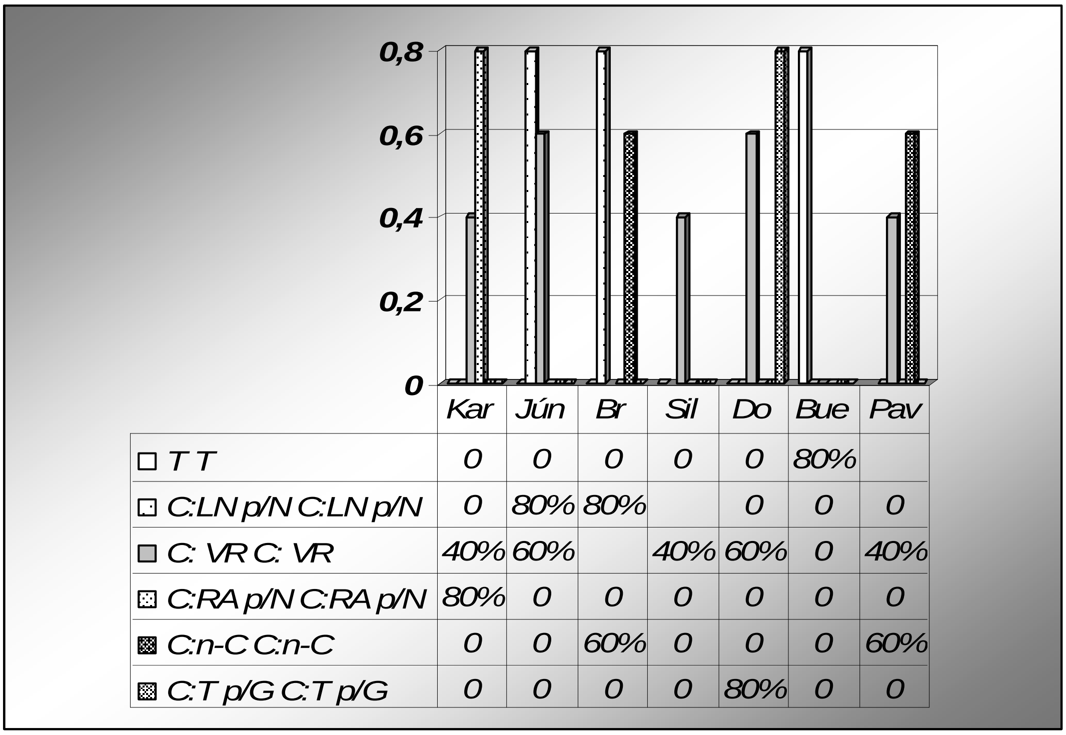


Figura 40 – Resultados Obtidos com a Aplicação da Conversão e Tratamento por alguns Pesquisadores Analisados

Convém ressaltar que só haverá compreensão dos objetos de estudo se conseguirmos operar com vários registros de representação ao mesmo tempo (DUVAL, 2007). O que percebemos, neste trabalho, foi que a maioria dos alunos conseguiu realizar a conversão e o tratamento dos registros de representação ao mesmo tempo, ou seja, conseguiram operar com mais de um registro de representação semiótica, para construir as respostas dos problemas propostos. Logo, concluímos que houve uma evolução significativa de aprendizagem desses alunos pesquisados, durante o desenvolver desta pesquisa.

Por outro lado, alguns aspectos observados foram tomados como positivos: a ansiedade e a vontade de acertar, a curiosidade e a busca do novo e a tentativa de fazer sem o medo de errar. Embora trabalhando de forma indireta com esses alunos, ficou muito claro que esses argumentos foram muitos relevantes e contribuíram substancialmente para a melhoria da aprendizagem em Matemática.

Analisando os cadernos dos alunos, foi possível também constatar que as informações ali registradas, na maioria das vezes, eram de coisas desconexas, entretanto, muitas delas foram de grande valor para esta pesquisa. Isto porque os registros que os alunos fizeram em seus cadernos eram mais reais, e poucos apagavam o que registravam. Numa avaliação escrita, por mais que pedíssemos que os alunos não usassem borracha, muitos deles acabavam apagando as tentativas que usavam para solucionar determinada situação matemática, como, por exemplo, no tratamento dos registros de representação semiótica.

Quando esses registros eram expressos em linguagem matemática e queríamos que os alunos realizassem a conversão para o registro em linguagem natural, era importante que todas as anotações feitas por eles ficassem registradas, para que pudéssemos analisar a capacidade de raciocínio. Assim como em tratamento com expressões numéricas, quando os registros já estavam expressos nessa linguagem, as anotações feitas e não suprimidas foram importantes, pois observamos casos em que o aluno, ao desenvolver determinado raciocínio, colocou a resposta de forma incorreta, entretanto, em suas anotações, não só o desenvolvimento estava correto, como as anotações estavam de acordo com o desenvolvimento que elaborou.

Portanto, depois do levantamento e análise dos dados, concluímos que a aplicação da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, contribuiu para a melhoria do desempenho escolar em Matemática da maioria dos alunos do sexto ano A do Ensino Fundamental do Colégio Universitário da Universidade Federal do Maranhão, no ano de 2009.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. Registros de Representação Semiótica e Compreensão de Conceitos Geométricos. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em Matemática:** registros de representação semiótica. 3. ed. Campinas, SP: Papirus, 2007. p. 125-147. (Coleção Papirus Educação).

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico**: contribuição para uma psicanálise do conhecimento. Tradução Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BONJORNO, José Roberto; BONJORNO, Regina Azenha; OLIVARES, Ayrton. **Matemática**: fazendo a diferença. São Paulo: FTD, 2006.

BRANCA, Nicholas A. Resolução de Problemas como meta, processo e habilidade básica. In: RULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Org.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. p. 125-162.

BRANT, Célia Finck. **Contribuições dos Registros de Representação semiótica na Conceituação do Sistema de Numeração Decimal.** 2005. 242 f. Tese (Doutorado em Educação Científica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Médias de desempenho do SAEB/2003 em perspectiva comparada**: primeiros resultados SAEB 2003. Brasília, DF, 2007a.

______. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais. **Médias de desempenho do SAEB/2005 em perspectiva comparada**: primeiros resultados SAEB 2003. Brasília, DF, 2007b.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. Tradução Camila Bogéa. São Paulo: Ática, 2008.

BRUNSTEINS, Raquel Lea et al. Alunos leitores e escritores: produção de texto em sala de aula. In: CENPEC – Centro de Pesquisa para educação e cultura (Org.). **Oficinas de matemática e de leitura e escrita**: escola comprometida com a qualidade. São Paulo: Summus, 2002. p. 132-136.

BUEHRING, Roberta Schnorr. **Análise de dados no início da escolaridade**: uma realização de ensino por meio dos registros de representação semiótica. 2006. 132 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

BURATTO, Ivone Catarina Freitas. **Representação semiótica no ensino da geometria**: uma alternativa metodológica na formação de professores. 2006. 142 f. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

______. A modernização possível e necessária da matemática escolar segundo Osvaldo Sangiorgi. In: VALENTE, Wagner Rodrigues (Org.). **Osvaldo Sangiorgi**: um professor moderno. São Paulo: Annablume; Brasília: CNPq; Osasco: GHEMAT, 2008. p. 132-135.

CALLIARI, Luiz Roberto. **A contextualização na matemática:** uma alternativa para o ensino. 2001. 100 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001.

CÂNDIDO, Patrícia T. Comunicação em Matemática. In: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 96-98.

CARDOSO, Luiz Fernandes. **Dicionário de matemática**: edição de bolso. Rio de Janeiro: Lexikon Editora digital, 2007.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira de. Euclides Roxo e as polêmicas sobre a modernização do ensino da matemática. In: VALENTE, Wagner Rodrigues (Org.). **Euclides Roxo e a modernização do ensino de matemática no Brasil**. São Paulo: Biblioteca do Educador Matemático, 2003. p. 35-38. (Coleção SBEM, v. 1).

CERVO, Amado L.; BERVIAN, Pedro A.; SILVA, Roberto da. **Metodologia científica.** 6. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.

COLOMBO, Janecler Aparecida Amorim. **Representações semióticas no ensino**: contribuições para reflexões acerca dos currículos de matemática escolar. 2008. 251 f. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) - Centro de Ciências da Educação, Centro de Ciências Biológicas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.

DAMM, Regina Flemming. Registros de Representação. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara, (Org.). **Educação matemática**: uma (nova) introdução. 3. ed. rev. São Paulo: EDUC, 2008. p. 35-48.

D'AMORE, Bruno. **Elementos de didática da matemática**. Tradução Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

DANTE, Luiz Roberto. **Didática da resolução de problemas de matemática**. São Paulo: Ática, 2007.

DEMO, Pedro. Política científica e educacional na universidade. **Educação e Ciências,** Porto Alegre, n. 47, p. 7-21, jun. 2002.

DIAS, Marlene Alves. Articulação entre os diferentes registros de representação simbólica em geometria afim. **Revista Unifieo. Caderno de Pesquisa IFIP –** França, ano VI, n. 10, p. 101-127, 2007.

DIENES, Zoltan Paul; GOLDING, E. W. **Os primeiros passos em matemática III:** exploração do espaço e prática da medição. São Paulo: Editora Herder, 1969.

______. **O poder da matemática**: um estudo da transição da fase construtiva para a analítica do pensamento matemático na criança. Tradução Maria Aparecida Viggiani Bicudo, Ieda C. Tetzke e Irineu Bicudo. São Paulo: EPU, 1973.

______. **Aprendizado moderno da matemática**. Tradução Jorge Enéas Fortes. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1974.

DOMINONI, Nilcéia Regina Ferreira. **Utilização de diferentes registros de representação:** um estudo envolvendo funções exponenciais. 2005. 122 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

DUVAL, Raymond. Registro de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara, (Org.). **Aprendizagem em matemática:** registros de representação semiótica. 3. ed. Campinas, SP: Papirus, 2007. p. 11-33. (Coleção Papirus Educação).

______. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**, Strasbourg, v. 5, p. 37-65, 1993.

______. **Sémiosis et pensée humaine**: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels: Suisse: Peter Lang, 1995.

______. **Semiosis y pensamiento humano**: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. 2. ed. Santiago de Cali, Colômbia: Peter Lang, 2004. Grupo de Educación Matemática.

______. **Semiósis e pensamento humano**: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução Lênio Fernandes Levy e Maria Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

ECHEVERRÍA, Maria Del Puy Pérez. A solução de problemas em matemática. In: POZO, Juan Ignácio (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Tradução Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p. 44-48.

FÁVERO, Maria Helena. **Psicologia e conhecimento**: subsídios da psicologia do desenvolvimento para a análise de ensinar e aprender. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2005.

FLORES, Cláudia Regina. A representação semiótica e a matemática moderna: análise de uma nova forma de pensar e de representar In: MATOS, José Manuel; VALENTE, Wagner Rodrigues (Org.). **A matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal**: primeiros estudos. São Paulo: GHEMAT, 2007. p. 60-70.

______. Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem. **Bolema**, Rio Claro, ano 19, n. 26, p. 77-102, 2006.

FREIRE, Paulo; GUIMARÃES, Sérgio. **Sobre educação**: diálogos. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1984. (Coleção Educação e Comunicação, v. 2).

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREITAS, José Luiz M. de. Registros de representação na produção de provas na passagem da aritmética para a álgebra. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2007. p. 113-124. (Coleção Papirus Educação).

______. Teoria das situações didáticas. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (Org.). **Educação matemática**: uma (nova) introdução. 3. ed. rev. São Paulo: EDUC, 2008. p. 85-90.

FREITAS, Maria Teresa de Assunção. **Vygotsky e Bakhtin psicologia e educação**: um intertexto. 4. ed. São Paulo: Ática, 2007.

GÅRDING, Lars. **Encontro com a matemática**. Tradução. Célio Alvarenga e Maria Manuela Alvarenga. 2. ed. Brasília, DF: Ed. Universidade de Brasília, 1997.

GODINO, Juan. D. The onto-semiotic approch to research in mathematics education. **ZDM**: The International Journal on Mathematics Education, v. 39, n. 1/2, p. 127-135, 2007.

______. Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. **Recherches em Didactique des Mathématiques**, v. 22, n. 2/3, p. 237-284, 2002.

GOMES, Maristela Gonçalves. **Obstáculos na aprendizagem matemática:** identificação e busca de superação nos cursos de formação de professores das séries iniciais. 2006. 161 f. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

GOT, Théophile. Um enigma Matemático: o último Teorema de Fermat. In: LIONNAIS, François Le (Org.). **Las grandes corrientes del pensamiento matemático**. Tradução Nestor Míguez. Buenos Aires: Editorial Universitária de Buenos Aires, 1962. p. 55-60.

HERNANDEZ, Carlos de Castro. La evaluación de métodos para la ensenãnza y el aprendizaje de las matemáticas em la Educación infantil. **Unión Revista Iberoamericana de Educación Matemática,** n. 11, p. 59-77, set. 2007.

HUPPES, Roque. **Uma proposta de melhoria do ensino – aprendizagem da matemática**. 2002. 147 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

KAMII, Constance; JOSEPH, Linda Leslie. **Aritmética:** novas perspectivas: implicações da teoria de Piaget. 9. ed. Campinas: Papirus, 2004.

KARRER, Monica. **Articulação entre álgebra linear e geometria:** um estudo sobre as transformações lineares na perspectiva dos registros de representação semiótica. 2006. 232 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

KLAUSMEIER, Herbert John; GOODWIN, Willian. **Manual de psicologia educacional**: aprendizagem e capacidades humanas. Tradução Maria Célia Teixeira Azevedo de Abreu. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1977.

KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. **A resolução de problemas na matemática escolar.** Tradução Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997.

LOPES, Sílvia Ednaira. **Alunos do ensino fundamental e problemas escolares:** leitura e interpretação de enunciados e procedimentos de resolução. 2007. 109 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2007.

LOPES JUNIOR, Dejahyr. **Função do 1º grau**: um estudo sobre seus registros de representação semiótica por alunos da 1ª série do ensino médio. 2006. 145 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2006.

LOVELL, Kurt. **O desenvolvimento dos conceitos matemáticos e científicos na criança.** Tradução Auriphedo Berrance Simões. Porto Alegre: Artes Médicas, 1988.

LUCKESI, Cipriano Carlos. **Avaliação da aprendizagem escolar**. São Paulo: Cortez, 2008.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e educação**: alegorias, tecnologias e temas afins. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2006.

MARANHÃO. Secretaria de Estado da Educação. **Avaliação da escola pública**: ajudando a construir uma escola melhor: resultado da 4ª série do Ensino Fundamental. São Luís, 2005.

MORETTI, Méricles Thadeu. A translação como recurso no esboço de curvas por meio da Interpretação Global de Propriedades Figurais. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em matemática:** registros de representação semiótica. 3. ed. Campinas, SP: Papirus, 2007. p. 149-160. (Coleção Papirus Educação).

______. O papel dos registros de representação na aprendizagem de matemática. **Contrapontos,** Itajaí, ano 2, n. 6, p. 423-437, set./dez. 2002.

MOYSÉS, Lúcia. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. São Paulo: Papirus, 1997.

NUNES, Terezinha et al. **Introdução à educação matemática:** os números e as operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.

______. **Repensando a adição e a subtração:** contribuições da teoria os campos conceituais. São Paulo: PROEM, 2001.

PANNUTI, Maísa Pereira. **Aprendizagem operatória e aritmética inicial na educação infantil**. 2007. 179 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

PASSONI, João Carlos; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. Revisitando os problemas auditivos de Vergnaud de 1976. In: MACHADO, Sílvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. 3. ed. Campinas, SP: Papirus, 2007. p. 49-56. (Coleção Papirus Educação).

PAULOS, John Allen. **Analfabetismo em matemática e suas conseqüências**. Rio de Janeiro. Nova Fronteira, 1994.

PAVLOPOULOU, Kalliopi. **Propédeutique de l'algèbre linéaire**: la coordination des registres de représentation sémiotique. 1994. 241 f. Thèse (Doctor dans didactique des mathématiques) - L'Institut de Recherche Mathématique Avancée, Strasbourg, 1994.

______. Um problème décisif pour l'apprentissage de l'agèbre linéaire: La coordenation des registres de représentation. In: DUVAL, Raymond (Org.). **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives,** Strasbourg, v. 5, p. 67-93, 1993.

PEIRCE, Charles Sanders. **Semiótica**. Tradução José Teixeira Coelho Neto. 3. ed. São Paulo: Perspectivas, 2005.

PIAGET, Jean. **O nascimento da inteligência na criança.** 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1987.

PLAISANCE, Eric; VERGNAUD, Gerard. **As ciências da educação**. Tradução Nadyr de Sales Penteado e Odila Aparecida de Queiroz. São Paulo: Edições Loyola, 2003.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Tradução: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

POZO, Juan Ignacio; ECHEVERRÍA, Maria Del Puy Pérez. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, Juan Ignacio (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Tradução Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p. 56-58.

ROSA NETO, Ernesto. **Didática da matemática**. São Paulo: Ática, 1997.

SADOVSKY, Patrícia. **O ensino de matemática hoje**: enfoques, sentidos e desafios. Tradução Antonio de Paula Danesi. São Paulo: Ática, 2007.

SANTOS, João Ricardo Viola dos. **O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua produção escrita em matemática**. 2007. 108 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

SCHLIEMANN, Analúcia Dias; CARRAHER, Terezinha Nunes; CARRAHER, David William. **Na vida dez na escola zero**. São Paulo: Cortez, 2006.

SCHOENFELD, Alan H. Heurística na sala de aula. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Org.). **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. p. ??-??.

SILVA, Lenir Morgado da. **Estratégias de utilização de registros de representação semiótica na resolução de problemas matemáticos.** 2007. 104 f. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.

SILVA, Marcelo Cordeiro da. **Reta graduada**: um registro de representação dos números racionais. 2008. 123 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

SILVA, Maria José Ferreira da. **Sobre a introdução do conceito de número fracionário**. 1997. 208 f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1997.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Euclides Roxo e a modernização do ensino de matemática no Brasil.** São Paulo: Biblioteca do Educador de Matemática, 2003. (Coleção SBEM, v. 1).

WOOD, David. **Como as crianças pensam e aprendem**: os contextos sociais do desenvolvimento cognitivo. Tradução Cecília Camargo Bartalotti. São Paulo: Edições Loyola, 2003.

APÊNDICES

Apêndice A

Primeiro Instrumento de Avaliação

1) Sua mãe lhe deu R$ 14,50 para você comprar seu material escolar, na Kitanda do Zezé. Você deve gastar todo o dinheiro. O que você vai comprar?

Tabela de Preços

Mercadorias	**Preço Unitário**
Caderno capa dura com arame	**3,00**
Caderno com foto do flamengo	**3,50**
Caderno com foto do São Paulo	**4,00**
Caderno com foto do Bota Fogo	**4,50**
Caneta esferográfica tinta azul e preta	**0,50**
Caneta grafite	**1,00**
Borracha comum	**0,50**
Borracha colorida	**1,00**
Estojo para lápis e caneta	**1,50**
Agenda	**2,00**
Lápis comum	**0,50**
Lápis com borrachinha na ponta	**1,00**
Régua	**0,50**
Esquadro	**0,50**

2) Toda semana você coloca moedas em seu cofre. Um belo dia, você resolve abri-lo e descobre que tem R$ 6,00 distribuídos em moedas de 10 centavos, de 25 centavos, de 50 centavos e de 1 real. Quantas moedas você tem de cada uma?

3) Você tem duas bolinhas de gude. Joga duas partidas. Na primeira partida, ganha três bolinhas e na segunda, perde uma bolinha. O que aconteceu ao final das duas partidas? Represente sua resposta.

4) Represente o número doze, de duas maneiras. Pode usar o ábaco, se quiser.

5) No livro de vocês, tem: os números pares são os que terminam em 0, 2,4,6 ou 8 e os números ímpares são os que terminam em 1, 3, 5, 7 ou 9, não é verdade? Então:

a) Se você somar três números ímpares, o que você encontra?

b) Se você somar um número par e dois ímpares, o que você encontra?

c) Se você somar três números pares, o que você encontra?

6) No livro de vocês, tem: o sucessor de um número é o que vem logo depois dele, e o antecessor é o que vem logo antes. Ou seja, o sucessor de 6 é 7. Responda:

a) Qual é o sucessor do sucessor de 9?

b) Qual é o antecessor do antecessor de 8?

7) O livro de vocês diz que podemos representar os números naturais numa semi-reta, certo? Então: Você tem quatro figurinhas, joga uma partida e perde três; joga outra partida e ganha duas figurinhas. O que aconteceu, ganhou ou perdeu? Mostre sua resposta num gráfico ou semi-reta (num desenho).

8) Escreva os números 5,8,4,9,10,3,2,7,6,11 em ordem crescente e represente-os também numa semi-reta.

9) Complete a sequência.

18			24
26		30	

a) Dá para representar esses números acima numa semi-reta?

10) Você está com o seguinte desafio: tem uma conta de dividir para fazer onde só aparecem, como divisor, o número 3 e como quociente, o número 5. Quantas continhas podem ser formadas?

a) Mais de três continhas

b) Menos de três continhas

c) Se você não concordar com as respostas dadas, dê a sua resposta.

Apêndice B

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido da Professora Objeto da Pesquisa

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Fui suficientemente informada sobre a pesquisa tendo ficado claro para mim quais os propósitos, os procedimentos e a garantia de confidencialidade. Ficou claro também que a minha participação é isenta de despesas e pagamentos. Desta forma, concordo voluntariamente em participar deste estudo e poderei retirar o meu consentimento a qualquer momento, antes ou durante a realização deste, sem penalidades ou prejuízo, assim como, concordo que os resultados desta pesquisa sejam apresentados em Congressos, Reuniões Científicas e publicados, desde que preservada a identidade dos participantes.

São Luís, de de 2009.

Endereços e Contatos.	COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA DA UFMA.
Pesquisador -Raimundo Luna Neres Rua da Física quadra 11 Casa 20 – Cohafuma 65.074-210 São Luís – Ma fone: (98) 4246-2442 / 9972-1578 ou na Universidade Federal do Maranhão Núcleo de Eventos e Concursos – Vestibular Av. dos Portugueses, s/n – Bacanga Fone (98) 2109-8082	Av. dos Portugueses, s/n Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação-PPPG – CEB – Velho – Bloco C – Sala 07 – fone 2109 – 8708.

Pesquisador – Prof. Raimundo Luna Neres

Objeto da Pesquisa – Profa. Sonia Rocha Santos Sousa

Apêndice C

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido da Bolsista Colaboradora da Pesquisa

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Fui suficientemente informada sobre a pesquisa tendo ficado claro para mim quais os propósitos, os procedimentos e a garantia de confidencialidade. Ficou claro também que a minha participação é isenta de despesas e pagamentos. Concordo voluntariamente em participar deste estudo e poderei retirar o meu consentimento a qualquer momento, antes ou durante a realização deste, sem penalidades ou prejuízo, assim como, concordo que os resultados desta pesquisa sejam apresentados em Congressos, Reuniões Científicas e publicados, desde que preservada a identidade dos participantes.

São Luís, de de 2009.

______________________________	______________________________
Assinatura do pesquisador	Assinatura da bolsista
Raimundo Luna Neres	Bárbara Cristina Pereira da Silva
______________________________	______________________________
Nome do pesquisador	Nome e RG do participante

Apêndice D

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido da Coordenadora Pedagógica Responsável pelo COLUN Unidade da Vila Palmeira

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Fui suficientemente informada sobre a pesquisa tendo ficado claro para mim quais os propósitos, os procedimentos e a garantia de confidencialidade. Ficou claro também que a minha participação *se dará como responsável pelos alunos do ensino fundamental do COLUN*, e que estarei isenta de despesas e pagamentos.Desta forma, concordo voluntariamente em participar deste estudo e poderei retirar o meu consentimento a qualquer momento, antes ou durante a realização deste, sem penalidades ou prejuízo, assim como, concordo que os resultados desta pesquisa sejam apresentados em Congressos, Reuniões Científicas e publicados, desde que preservada a identidade dos participantes.

São Luís, de de 2009.

Endereços e Contatos	COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA DA UFMA.
Pesquisador -Raimundo Luna Neres Rua da Física quadra 11 Casa 20 – Cohafuma 65.074-210 São Luís – Ma fone: (98) 4246-2442 / 9972-1578 ou na Universidade Federal do Maranhão Núcleo de Eventos e Concursos – Vestibular Av. dos Portugueses, s/n – Bacanga Fone (98) 2109-8082	Av. dos Portugueses, s/n Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação-PPPG – CEB – Velho – Bloco C – Sala 07 – fone 2109 – 8708.

Pesquisador – Prof. Raimundo Luna Neres.

Participante da Pesquisa Responsável pelos alunos Coordenadora Pedagógica Profa. Maria da Conceição Lobato Muniz

Apêndice E

Segundo Instrumento de Verificação de Desempenho

1) Qual o maior número, menor que quinhentos e com todos os algarismos diferentes?

2) Qual o sucessor de 999.099?

3) O sucessor de MCMXXX é:

4) Complete a sequência 4800, 2400, 1200, ...

5) Decomponha os números abaixo, de acordo com as ordens:

a) 6 490

b) 409

6) João já usou sessenta e oito folhas de um caderno de cem folhas. Quantas ainda faltam usar?

7) Ronaldo comprou uma televisão por novecentos e treze reais. Deu cento e quarenta e cinco reais de entrada e o restante pagará em oito parcelas mensais iguais. Qual o valor de cada prestação?

8) Há mais de uma maneira de efetuar a divisão de 85 **:** 5, observe:

85 : 5 = (50+35) : 5 = 50 : 5 + 35 : 5 = 10 + 7 = 17

ou

85 : 5 = (40+45) : 5 = 40 : 5 + 45 : 5 = 8 + 9 = 17

Agora escolha uma das maneiras acima e efetue as divisões.

a) 60 **:** 5 =

b) 91 **:** 7 =

Apêndice F

Terceiro Instrumento de Verificação de Desempenho

1) Crie uma historinha para as expressões numéricas.

$18 \div 3 + 6 = 12$ e se for $18 \div (3 + 6) =$

2) José tem dezoito figurinhas. Foi jogar com seu irmão e perdeu seis figurinhas; depois jogou com seu primo e ganhou quatro. Escreva a expressão numérica que representa esse problema e represente-a, também, no gráfico abaixo.

3) Gráfico para ser colocada a sua resposta

4) No comércio de seu Zé, Paulo comprou um saco com dez dúzias de balinhas de chocolate. Deu cinco para sua amiga Maria e sete para seu irmão. Depois, deu quatro para cada um dos seus vinte e cinco amigos da sua sala. Quando olhou dentro do saco, só tinham sobrado oito balinhas para ele. Escreva a expressão numérica que representa esse problema.

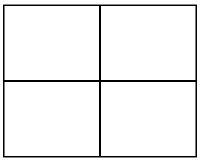
Você seria capaz de representara a sua resposta num gráfico do jeito como foi feito na questão anterior?

5) Complete a tabela abaixo.

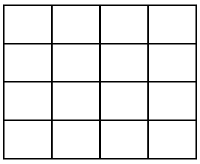
Expoente / Base	1	2	3	4
0		0		
1		1		
2		4		
3			27	

6) Observe a sequência de quadrados. Cada quadrado origina quatro outros quadrados.

Etapa 0



Etapa 1



Etapa 2

Quantos quadrados aparecerão na etapa 4? Expresse sua resposta em forma de potências.

Apêndice G

Quarto Instrumento de Verificação de Desempenho

1) Marcos construiu uma pipa para ele e uma para seu irmão Rodrigo, Para isso, comprou um carretel de linha, contendo 90 centímetros. Nas amarrações, na rabiola e no estirante, gastou 9 metros de linha. Do que restou, Marcos ficou com o dobro de linha que o irmão. Com quantos metros de linha cada um ficou?

2) Resolver as expressões abaixo:

a) $(21+7)\div(10\text{-}6)\times(11\text{-}4)=$

b) $(21+7)\div(10\text{-}6)\div(11\text{-}4)=$

3) Usando os símbolos > ou <, complete as sentenças, para que sejam verdadeiras.

$a)$ $32+48\div8$___$(32+48)\div8$

b) $(30\div5+4)\div10$____$30\div(10\div5+4)$

4) Em um jogo de basquete, César acertou cinco arremessos de três pontos e dois arremessos de dois pontos. Quantos pontos ele marcou nesse jogo?

5) Determine o valor numérico das seguintes expressões:

a) $20 + 2^3\times10 - 4^2\div2$

b) $(20+2^3)\times10-4^2\div2$

Apêndice H

Quinto Instrumento de Verificação de Desempenho

1. Complete o quadro abaixo.

0	1		3		5
6	8		12		16
17	20			29	
33	37				
	59				

2. André tem dez reais de moedas de dez centavos e de cinquenta centavos. Quantas moedas de cada tipo pode ser que ele tenha?

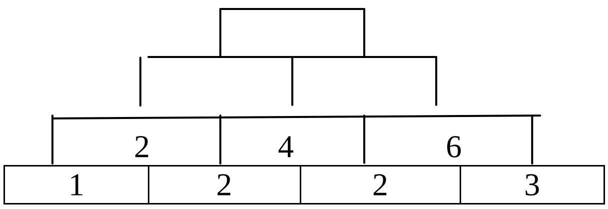
3 Observe a figura abaixo:

A__________B_________________________C_____________D

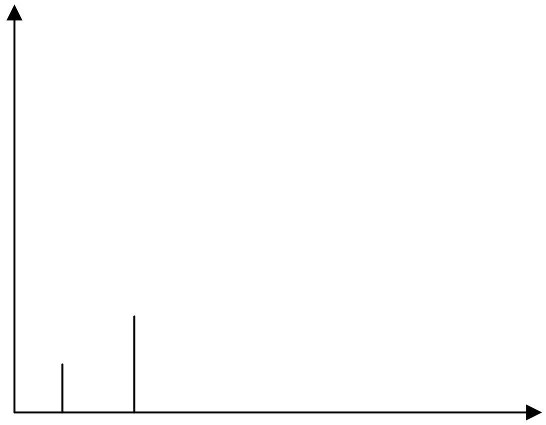
9 km 11 km

A distância entre B e C é o dobro da distância entre A e B. A distância entre A e D é:

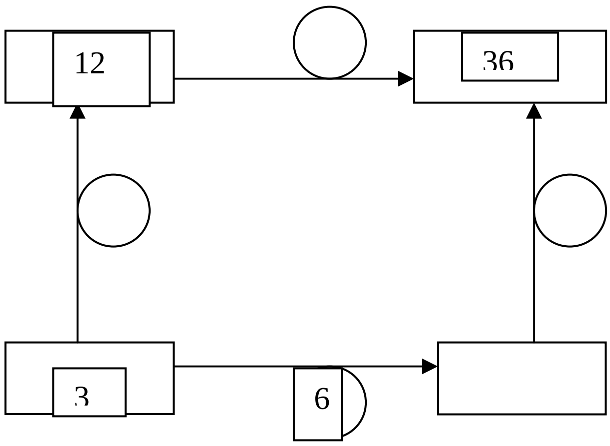
4. Descubra o segredo e termine de construir a pirâmide.



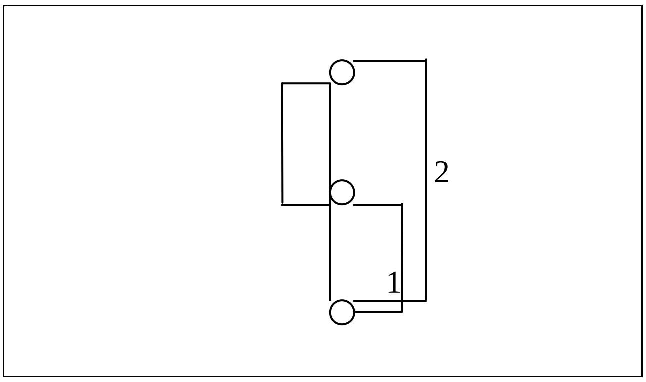
5 Observe o gráfico. Nele, está identificada a idade de Letícia e de Paulo. Marque, também, neste mesmo gráfico, a idade do pai e da mãe de Paulo, sabendo-se que a mãe tem o triplo da idade de Paulo e o pai é dois anos mais velho que a mãe.



6 Observe a figura e complete-a, escrevendo os números que estão faltando.



7. Três amigos se encontram numa festinha de aniversário. Cada um cumprimenta um amigo uma única vez, com um aperto de mão. Veja:

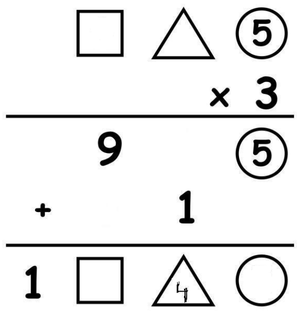


Complete o quadro abaixo, com o número possível de apertos de mão para cada item expresso.

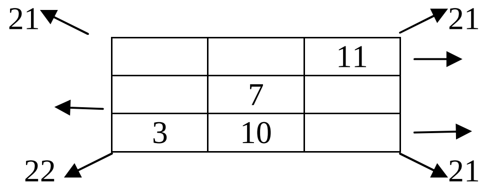
Quantidade de amigos	Quantidade de apertos de mão
a) 4	
b) 5	
c) 7	

Você seria capaz de representa de outra maneira sua resposta?

8. Coloque algarismos nas figuras e efetue a operação.



9. Complete o quadro mágico:



Agora, tente você fazer o seu quadrado mágico.

10. Um comerciante comprou vinte e sete caixas de bombom Garoto. Cada caixa tem quarenta e dois bombons. Quantos bombons ele comprou? Você seria capaz de dar sua resposta num gráfico?

ANEXOS

Anexo A – Folha de Rosto

MINISTÉRIO DA SAÚDE - Conselho Nacional de Saúde - Comissão Nacional de Ética em Pesquisa - CONEP

FOLHA DE ROSTO PARA PESQUISA ENVOLVENDO SERES HUMANOS

(versão outubro/99) Para preencher o documento, use as indicações da página 2.

1. Projeto de Pesquisa:

DESEMPENHO ESCOLAR: DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA NA 5ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL

2. Área do Conhecimento (Ver relação no verso) Ensino na Educação Brasileira	**3.** Código: 7.08	**4.** Nível: (Só áreas do conhecimento 4) Diagnóstico - D
5. Área(s) Temática(s) Especial (s) (Ver fluxograma no verso) Ensino, Aprendizagem Escolar e Desenvolvimento Humano. Grupo III	**6.** Código(s): 7.08	**7.** Fase: (Só área temática 3) I (x) II ( ) Estudo do Método III ( ) IV ( )

8. Unitermos: (3 opções) Desenvolvimento Cognitivo, Representação Semiótica, Tratamento Semiótico, Teoria dos Registros de Representação.

SUJEITOS DA PESQUISA

9. Número de sujeitos Total: 02	**10.** Grupos Especiais : <18 anos ( ) Portador de Deficiência Mental ( ) Embrião /Feto ( ) Relação de Dependência (Estudantes , Militares, Presidiários, etc) ( ) Outros (x) Não se aplica ( ) Prof. da Disciplina Matemática da 5ª série do Ensino Fundamental (análise das atividades de ensino)

PESQUISADOR RESPONSÁVEL

11. Nome: RAIMUNDO LUNA NERES

12. Identidade: 221.6798.2002-4	**13.** CPF.: 063.960.973-20	**19.**Endereço (Rua, n.º): RUA DA FÍSICA Q.11 CASA 20		
14. Nacionalidade: BRASILEIRA	**15.** Profissão: PROFESSOR	**20.** CEP: 65.074-210	**21.** Cidade: SÃO LUÍS	**22.** U.F. MA
16. Maior titulação: MESTRE	**17.** Cargo DIRETOR DO NEC	**23.** Fone: 210-9-8082/ 9972-1578	**24.** Fax 2109-8063	
18. Instituição a que pertence: UFMA			**25.** Email: rluna@ufma.br	

Termo de Compromisso: Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Res. CNS 196/96 e suas complementares. Comprometo-me a utilizar os materiais e dados coletados exclusivamente para os fins previstos no protocolo e a publicar os resultados sejam eles favoráveis ou não. Aceito as responsabilidades pela condução científica do projeto acima.

Data: ______________________________________

Assinatura

INSTITUIÇÃO ONDE SERÁ REALIZADO

26. Nome: Colégio Universitário – COLUN	**29.** Endereço (Rua, nº): Av. dos Portugueses, s/n - Campus do Bacanga		
27. Unidade/Órgão: Unidade Campus do Bacanga	**30.** CEP: 65.000-000	**31.** Cidade: São Luís	**32.** U.F. Ma
28. Participação Estrangeira: Sim ( ) Não (x)	**33.** Fone: 2109-8051 8052/8053	**34.** Fax.: x-x	

35. Projeto Multicêntrico: Sim ( ) Não (x) Nacional ( ) Internacional ( ) (Anexar a lista de todos os Centros Participantes no Brasil)

Termo de Compromisso (do responsável pela instituição) : Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Res. CNS 196/96 e suas Complementares e como esta instituição tem condições para o desenvolvimento deste projeto, autorizo sua execução

Nome:_Raimunda Rodrigues Moreno da Silva Cargo: Diretora

Data: ______________________________________

Assinatura

PATROCINADOR **Não se aplica ( )**

36. Nome:	**39.** Endereço		
37. Responsável:	**40.** CEP:	**41.** Cidade:	**42.** UF
38. Cargo/Função:	**43.** Fone:	**44.** Fax:	

COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA – CEP

45. Data de Entrada: _____/_____/_____	**46.** Registro no CEP:	**47.** Conclusão: Aprovado ( ) Data: ____/_____/_____	**48.** Não Aprovado ( ) Data: _____/_____/_____

49. Relatório(s) do Pesquisador responsável previsto(s) para:

Data: _____/_____/____ Data: _____/_____/_____

Encaminho a CONEP: **50.** Os dados acima para registro ( ) **51.** O projeto para	**53.** Coordenador/Nome	**Anexar o parecer consubstanciado**

apreciação ( ) **52.** Data: _____/_____/_____	______________________________ Assinatura	
COMISSÃO NACIONAL DE ÉTICA EM PESQUISA - CONEP		
54. Nº Expediente : **56.**Data Recebimento : **55.** Processo :	**57.** Registro na CONEP:	
58. Observações:		

FLUXOGRAMA PARA PESQUISAS ENVOLVENDO SERES HUMANOS (JAN/99)

CEP Aprovação

GRUPO I

Código – Áreas Temáticas Especiais

I . 1. Genética Humana
I . 2. Reprodução Humana
I.. 4. Novos Equip, insumos e dispositivos(*)
I. 5. Novos procedimentos
I. 6. Populações Indígenas
I. 7. Biossegurança
I. 8. Pesquisas com cooperação estrangeira
I. 9. A critério do CEP

Enviar:
- Protocolo completo
- Folha de Rosto
- Parecer Consubstanciado

(para apreciação)

GRUPO II

Código - Área Temática Especial

II. 3. Novos Fármacos, Vacinas e Testes Diagnósticos (*)

Enviar:
- Folha de Rosto
- Parecer Consubstanciado

(para acompanhamento)

GRUPO III

Todos os outros que não se enquadrem em áreas temáticas especiais

Enviar:
Relatório Trimestral com Folhas de Rosto

C O N E P

CÓDIGO – ÁREAS DO CONHECIMENTO (Folha de Rosto Campos 2 e 3)

1- CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
1.01 – MATEMÁTICA
1.02 – PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA
1.03 - CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO
1.04 - ASTRONOMIA
1.05 - FÍSICA
1.06 - QUÍMICA
1.07 - GEOCIÊNCIAS
1.08 - OCEANOGRAFIA

2 - CIÊNCIAS BIOLÓGICAS (*)
2.01 - BIOLOGIA GERAL
2.02 - GENÉTICA
2.03 - BOTANICA
2.04 - ZOOLOGIA
2.05 - ECOLOGIA
2.06 - MORFOLOGIA
2.07 - FISIOLOGIA
2.08 - BIOQUÍMICA
2.09 - BIOFÍSICA
2.10 - FARMACOLOGIA
2.11 - IMUNOLOGIA
2.12 - MICROBIOLOGIA
2.13 - PARASITOLOGIA
2.14 - TOXICOLOGIA

3 - ENGENHARIAS
3.01 - ENGENHARIA CIVIL
3.02 - ENGENHARIA DE MINAS
3.03 - ENGENHARIA DE MATERIAIS E METALÚRGICA
3.04 - ENGENHARIA ELÉTRICA
3.05 - ENGENHARIA MECÂNICA
3.06 - ENGENHARIA QUÍMICA
3.07 - ENGENHARIA SANITÁRIA
3.08 - ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
3.09 - ENGENHARIA NUCLEAR
3.10 - ENGENHARIA DE TRANSPORTES
3.11 - ENGENHARIA NAVAL E OCEÂNICA
3.12 - ENGENHARIA AEROESPACIAL

4 - CIÊNCIAS DA SAÚDE (*)
4.01 – MEDICINA
4.02 – ODONTOLOGIA
4.03 – FARMÁCIA
4.04 – ENFERMAGEM
4.05 – NUTRIÇÃO
4.06 - SAÚDE COLETIVA
4.07 – FONOAUDIOLOGIA

5 - CIÊNCIAS AGRÁRIAS
5.01 - AGRONOMIA
5.02 - RECURSOS FLORESTAIS E ENGENHARIA FLORESTAL
5.03 - ENGENHARIA AGRÍCOLA
5.04 - ZOOTECNIA
5.05 - MEDICINA VETERINÁRIA
5.06 - RECURSOS PESQUEIROS E

6 - CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS
6.01 - DIREITO
6.02 - ADMINISTRAÇÃO
6.03 - ECONOMIA
6.04 - ARQUITETURA E URBANISMO
6.05 - PLANEJAMENTO URBANO E REGIONAL
6.06 - DEMOGRAFIA

4.08 – FISIOTERAPIA E TERAPIA OCUPACIONAL
4.09 – EDUCAÇÃO FÍSICA

ENGENHARIA DE PESCA
5.07 - CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE ALIMENTOS

6.07 - CIÊNCIA DA INFORMAÇÃO
6.08 - MUSEOLOGIA
6.09 - COMUNICAÇÃO
6.10 - SERVIÇO SOCIAL
6.11 - ECONOMIA DOMÉSTICA
6.12 - DESENHO IDUSTRIAL
6.13 - TURISMO

7 - CIÊNCIAS HUMANAS
7.01 – FILOSOFIA
7.02 – SOCIOLOGIA
7.03 – ANTROPOLOGIA
7.04 – ARQUEOLOGIA
7.05 – HISTÓRIA
7.06 – GEOGRAFIA
7.07 – PSICOLOGIA
7.08 – EDUCAÇÃO
7.09 - CIÊNCIA POLÍTICA
7.10 – TEOLOGIA

8 - LINGÜÍSTICA, LETRAS E ARTES
8.01 - LINGÜÍSTICA
8.02 - LETRAS
8.03 - ARTES

(*) NÍVEL : **(Folha de Rosto Campo 4)**

(P) Prevenção
(D) Diagnóstico
(T) Terapêutico
(E) Epidemiológico
(N) Não se aplica

(*) OBS: - As pesquisas das áreas temáticas 3 e 4 (novos fárrmacos e novos equipamentos) que dependem de licença de importação da **ANVS/MS**, devem obedecer ao seguinte fluxo- Os projetos da área 3 que se enquadrarem simultaneamente em outras áreas que dependam da aprovação da **CONEP**, e os da área 4 devem ser enviados à **CONEP**, e esta os enviará à **ANVS/MS** com seu parecer.
- Os projetos exclusivos da área 3 aprovados no CEP (Res. CNS 251/97 – item V.2) deverão ser enviados à ANVS pelo patrocinador ou pesquisador.

Anexo B – Parecer do Comitê de Ética

Universidade Federal do Maranhão
Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Comitê de Ética em Pesquisa

PARECER CONSUBSTANCIADO

X	**PROJETO DE PESQUISA**	Número do Protocolo	**23115 013136/2008-42**
	PROJETO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA	Data de entrada no CEP	**14/01/2009**
	TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO	Data da assembléia	**30/03/2009**

I - Identificação:

Título do Projeto:		**Desempenho escolar: dificuldades na aprendizagem de matemática na quinta série do ensino fundamental.**			
Identificação do Pesquisador Responsável:		**Raimundo Luna Neres**			
Identificação da Equipe Executora:		**Raimundo Luna Neres**			
Instituição onde será realizado:		**Universidade Federal do Maranhão** **Colégio Universitário - COLUN**			
Área Temática:	**III**	Multicêntrico:	**Não**	Data de Recebimento:	**14/01/2009**
Cooperação Estrangeira:	**Não**	Patrocinador:	**Não**	Data de Devolução	**20/04/2009**

II - Objetivos:

Objetivo Geral
Aplicar a teoria dos registros de representação semiótica junto aos alunos do ensino fundamental.

Objetivos Específicos

1. Identificar dificuldades de aprendizagem matemática em crianças da quinta série do ensino fundamental;
2. Propor situações de ensino com base na teoria em estudo e nas dificuldades de aprendizagem identificadas;
3. Analisar os resultados das situações de ensino vivenciadas à luz do referencial adotado.

III - Sumário do projeto

O projeto apresenta na sua estrutura os seguintes itens: introdução, justificativa, fundamentação teórica com apresentação de problema e de hipótese, objetivo geral e específico, metodologia, custos, plano de trabalho e referências bibliográficas. O projeto de pesquisa pretende aplicar a Teoria dos Registros de Representação Semiótica junto aos alunos da quinta série do ensino fundamental de matemática do Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Maranhão – COLUN, em São Luís, capital do estado do Maranhão. Baseado na Teoria de Representação Semiótica desenvolvida por Raymond Duval, que trata do funcionamento cognitivo em atividades de matemática, o projeto pretende, utilizando essa ferramenta, identificar as dificuldades de aprendizagem, propor situações de ensino, e analisar os resultados à luz do referencial adotado.

IV - Comentários do relator:

Trata-se de um Projeto de Pesquisa para fins de Doutorado, a ser executado pelo Professor Msc. Raimundo Luna Neres, do Departamento de Matemática da UFMA, sob orientação do Dr. Raul Aragão Martins, no Curso de Pós-Graduação em Educação do Programa DINTER – UNESP Marília – UFMA. O Projeto foi aprovado em Assembléia Departamental de número 442, realizada em 23/12/2008 (f. 19, deste Processo), e homologado pelo Conselho de Centro (CONCCET) em 14/01/2009. Os fundamentos apresentados no Projeto estão solidamente baseados em uma bibliográfica extensamente citada na Introdução, Justificativa, e na Fundamentação Teórica o Problema e a Hipótese, estão delineados de forma transparente, sustentando os Objetivos do trabalho. Apesar de estar citado diversas vezes no corpo do projeto que a unidade em que se realizará a pesquisa - Colégio de Aplicação da Universidade Federal do Maranhão – COLUN – não está expresso o número de sujeitos da pesquisa (45), encontrado inicialmente na Folha de Rosto, do formulário padrão; assim como não é encontrado nenhuma explicação ou critério para escolha do número de amostras. A metodologia não explica de forma clara como os dados serão coletados, analisados ou tratados, embora a pesquisa se encontre também dentro da área de matemática. Comenta-se que a coleta de dados constará inicialmente do planejamento de um pré-teste de avaliação e diagnóstico, que será elaborado conjuntamente com a professora da turma e com um bolsista de iniciação científica. Nenhum formulário ilustrativo se encontra anexo ao projeto para que se possa avaliar a natureza do citado pré-teste. Ambos os auxiliares previstos não se encontram relacionados e nominados no corpo da pesquisa, uma vez que farão parte da equipe executora. Quanto aos aspectos éticos da pesquisa (Res. CNS 196/96) o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido está assinado pelo Diretor do COLUN, Professor Raimundo Rodrigues Moreno Silva, e não contem itens essenciais como desconfortos e riscos previsíveis, benefícios esperados, forma de acompanhamento e assistência, com a indicação dos responsáveis, liberdade de recusa, explicitando a ausência de penalização ou prejuízo de atendimento e cuidado ao sujeito da pesquisa (Res. CNS 196/96. IV). O Cronograma apresentado demonstra que o trabalho já se encontra em sua quarta etapa: "1º semestre de 2009: Análise da bibliografia levantada, trabalho de campo – aplicação da Teoria de Raymond Duval". Por falta de maior detalhe do cronograma não podemos precisar em que mês esta etapa vai se iniciar, ou se já se iniciou. Os custos do projeto montam em um valor total de R$ 7.600,00 (sete mil e seiscentos reais) que serão totalmente assumidos pelo pesquisador responsável. No projeto não foi encontrado o Currículo Lattes do Professor Dr. Raul Aragão Martins, assim como uma declaração oficial da sua tutela como orientador do Professor Raimundo Luna Neres.

V - Pendências:

1. Definir na metodologia do projeto o número total de sujeitos da pesquisa, justificando a escolha da amostra, critérios de inclusão ou exclusão, de acordo com número previsto na folha de rosto;
2. Apresentar na metodologia, de forma transparente, quais os procedimentos que serão utilizados para se conseguir os objetivos traçados no trabalho de pesquisa, e como os dados obtidos serão tratados; e sendo possível, evitar comentários adicionais que possam prejudicar a compreensão do trabalho a ser executado;
3. Estruturar o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) de acordo com a Resolução 196/96 do Conselho Nacional de Saúde (CNS);
4. Acrescentar no projeto de pesquisa o item "Riscos e Benefícios" de modo a atender a Resolução 196/96 – VI. 2.d;
5. Apresentar Cronograma de Atividades a ser executado após aprovação pelo CEP-UFMA, bem como anexar declaração assinada pelo pesquisador responsável dizendo em qual fase se encontra a execução do projeto de pesquisa;
6. Anexar ao projeto currículo do Professor Dr. Raul Aragão Martins;

VI – Recomendações:

1. Anexar, ao projeto, declaração do orientador – Professor Dr. Raul Aragão Martins - ou do curso de Pós-Graduação informando da tutela do doutorando - Professor MSc. Raimundo Luna Neres;

VII – Parecer Consubstanciado do CEP:

Foram apresentados os documentos enumerados em **Pendências**; desse modo, o **Protocolo 23115 013136/2008-42**, referente ao **Projeto de Pesquisa** sob o título **"Desempenho escolar: dificuldades na aprendizagem de matemática na quinta série do ensino fundamental.."** é considerado por este **CEP** como **APROVADO**

VIII - Data da reunião do CEP: 20/04/2009

Helder M Ba

Prof. Dr. Helder Machado Passos
Coordenador
Comitê de Ética em Pesquisa da UFMA

NOTA:

1. *Anexa folha do Relatório Parcial;*
2. *Pesquisas com duração acima de 6 meses deverão apresentar relatórios parciais semestrais;*
3. *Pesquisas com duração acima de 12 meses deverão apresentar relatórios anuais;*
4. *Após a conclusão da pesquisa deverá ser apresentado relatório final ao CEP/UFMA.*

obs: entrega do Relatório Parcial p/ o dia 14/10/09

Anexo C

UNIVERSIDADE FEDERAL DO MARANHÃO
COLÉGIO UNIVERSITÁRIO
Av. dos Portugueses s/n. Campus do Bacanga CEP: 65.050-000
Fone: 98 – 99913310 e-mail: colun@ufma. Br - São Luís – MA.

São Luís, 06 de fevereiro de 2009

Ilmo. Sr. Prof. Raimundo Luna Neres
NEC – UFMA
Local

Sirvo-me do presente para informar a V. Sa. que a sua proposta de trabalho para realizar a sua pesquisa de doutorado no COLUN, na quinta série do ensino fundamental, foi aceita.

Atenciosamente,

Profª. Ms. Raimunda Rodrigues Moreno da Silva
Diretora Geral do Colégio Universitário