

UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS
ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

SISTEMAS FFH-CDMA
CODIFICADOS UTILIZANDO
CODIFICADORES REED-SOLOMON
E CONCATENADO

Estela Maria de Carvalho

Orientador: Prof. Dr. Getúlio Antero de Deus Júnior

Goiânia

2005

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

©Copyright 2005
Estela Maria de Carvalho

ESTELA MARIA DE CARVALHO

SISTEMAS FFH-CDMA
CODIFICADOS UTILIZANDO
CODIFICADORES REED-SOLOMON
E CONCATENADO

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Elétrica e de Computação da Escola de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Federal de Goiás, para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração: Engenharia de Computação.

Orientador: Prof. Dr. Getúlio Antero de Deus Júnior.

Goiânia

2005

Universidade Federal de Goiás
Escola de Engenharia Elétrica
Coordenação do Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica e de Computação - CPPEEC

FOLHA DE APROVAÇÃO

“SISTEMAS FFH-CDMA
CODIFICADOS UTILIZANDO
CODIFICADORES REED-SOLOMON
E CONCATENADO”

ESTELA MARIA DE CARVALHO

Dissertação defendida e aprovada pela banca examinadora constituída pelos
Senhores:

Prof. Dr. Getúlio Antero de Deus Júnior, Orientador - EEEEC/UFG

Prof. Dr. Leonardo Rodrigues Araújo Xavier de Menezes - EE/UnB

Prof. Dr. Leonardo da Cunha Brito - EEEEC/UFG

Goiânia, 10 de agosto de 2005

Agradecimentos

Dedico meus sinceros agradecimentos

- ao professor doutor Getúlio Antero de Deus Júnior, pela orientação, dedicação, incentivo e paciência;
- à minha alma gêmea, pelo companheirismo, compreensão e apoio;
- à Escola de Engenharia Elétrica e de Computação da UFG, nas pessoas dos professores que compõem o seu quadro docente;
- a todos os colegas do Mestrado em Engenharia Elétrica e de Computação da UFG.

Resumo

NESTE trabalho, são apresentadas informações sobre o desempenho de sistemas FFH-CDMA codificados e não-quantizados utilizando codificadores *Reed-Solomon* e codificadores concatenados. Através das curvas para o limitante de desempenho e de simulação computacional, foram feitas observações e análises sobre o comportamento da probabilidade de erro de *bit*, P_b , em função da eficiência espectral, η , para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado, que utiliza a regra de *DS*, configurado com os codificadores convolucionais, sugeridos em (DEUS JÚNIOR, 2002), com codificadores *Reed-Solomon* e com codificadores concatenados seriais. Sistemas FFH-CDMA utilizando codificadores *Reed-Solomon*, sob a sistemática de decodificação algébrica tradicional, com capacidade de usuários menor ou igual a 32, apresentaram, na maioria das implementações, desempenho inferior ao proporcionado pelos codificadores convolucionais. Para sistemas FFH-CDMA com grande capacidade de usuários, maior ou igual a 64, foi possível caracterizar a superioridade do código *Reed-Solomon* em relação aos convolucionais de (DEUS JÚNIOR, 2002). Para sistemas FFH-CDMA codificados e não-quantizados utilizando codificadores concatenados do tipo serial, pode-se observar que alterações nos codificadores que compõem o codificador concatenado, ou seja, o codificador interno e o codificador externo, resultam em variações no desempenho do sistema. Sistemas FFH-CDMA codificados utilizando codificadores concatenados seriais introduziram complexidade ao sistema. Entretanto, para sistemas FFH-CDMA com grande capacidade de usuários, os codificadores concatenados podem proporcionar melhor desempenho que os codificadores *Reed-Solomon* e os codificadores convolucionais.

Abstract

IN this work, are presented information on the performance of systems FFH-CDMA coded and not-quantized using *Reed-Solomon* coders and concatenated coders. Through the curves for the limit of computational performance and simulation, comments and analyses on the behavior of the *bit* error probability had been made, P_b , in function of the spectral efficiency, η , for a coded system FFH-CDMA and not-quantized, that the rule of *DS* uses, configured with the convolutional coders, suggested in (DEUS JÚNIOR, 2002), with *Reed-Solomon* coders and concatenated coders serial. Systems FFH-CDMA using *Reed-Solomon* coders, under the systematic of traditional algebraic decoding, with lesser or equal capacity of users the 32, had presented, in the majority of the implementations, inferior performance to the proportionate one for the convolutional coders. For systems FFH-CDMA with great capacity of users, equal or greater the 64, it was possible to characterize the superiority of code *Reed-Solomon* in relation to the convolutional of (DEUS JÚNIOR, 2002). For systems FFH-CDMA coded and not-quantized using coders concatenated of the serial type, it was possible to observe that alterations in the coders who compose the concatenated coder, or either, the internal coder and the external coder, result in variations in the performance of the system. Coded systems FFH-CDMA using concatenated coders serial had introduced complexity to the system. However, for systems FFH-CDMA with great capacity of users, the concatenated coders can provide performance better that the coders *Reed-Solomon* and convolutional.

Sumário

Lista de Abreviaturas	p. 11
Lista de Figuras	p. 13
Lista de Tabelas	p. 18
1 Introdução	p. 19
1.1 Tecnologias para Comunicações Móveis Digitais	p. 19
1.2 Organização da Dissertação	p. 22
1.3 Contribuições	p. 23
2 Preliminares Teóricas	p. 24
2.1 Sistemas com Espalhamento Espectral	p. 24
2.1.1 Espalhamento espectral por seqüência direta (DS-CDMA)	p. 25
2.1.2 Espalhamento espectral por salto no tempo	p. 26
2.1.3 Espalhamento espectral por salto em freqüência	p. 27
2.2 Campo de <i>Galois</i> (do inglês: <i>Galois Field (GF)</i>)	p. 27
2.2.1 Construção	p. 28
2.2.2 Características do campo de <i>Galois</i>	p. 29

2.2.2.1	Ordem do campo	p. 29
2.2.2.2	Ordem de um elemento	p. 30
2.2.2.3	Elementos primitivos	p. 30
2.2.2.4	Característica de um campo de <i>Galois</i>	p. 30
2.2.3	Polinômios sobre o campo de <i>Galois</i>	p. 31
2.2.3.1	Propriedades dos polinômios e suas raízes	p. 31
2.2.4	Polinômio mínimo	p. 32
2.2.5	Fatoração de $x^n - 1$	p. 33
2.2.6	Códigos cíclicos	p. 33
2.3	Código <i>Reed-Solomon (RS)</i>	p. 34
2.4	Código Convolutional (<i>CC</i>)	p. 36
2.4.1	Grafos de um código convolutional	p. 37
2.4.2	Capacidade de correção	p. 39
2.4.3	Decodificação de máxima verossimilhança	p. 42
2.4.4	Algoritmo de Viterbi	p. 45
2.5	Código Concatenado (<i>CT</i>)	p. 45
2.6	Sistemas FFH-CDMA	p. 48
2.6.1	Sistema FFH-CDMA não-codificado	p. 48
2.6.1.1	Combinador ótimo	p. 52
2.6.1.2	Receptores FFH-CDMA	p. 53
2.6.2	Canal FFH-CDMA quantizado	p. 55
2.6.2.1	Capacidade de canal por dimensão	p. 56

2.6.2.2	Taxa de corte	p. 56
2.6.3	Canal FFH-CDMA não-quantizado	p. 57
2.6.3.1	Capacidade de canal por dimensão	p. 58
2.6.3.2	Taxa de corte	p. 58
2.6.4	Um limitante para capacidade de canal	p. 59
2.6.5	Sistema de comunicação FFH-CDMA codificado	p. 60
2.6.5.1	Sistema com conversão de <i>bit</i> -símbolo forçada	p. 60
2.6.5.2	Sistema com conversão <i>bit</i> -símbolo casada	p. 63
3	Codificadores <i>Reed-Solomon</i>	p. 66
3.1	O Processo de Codificação	p. 66
3.2	O Processo de Decodificação Algébrica	p. 67
3.3	Validação do Algoritmo para Cod. e Decod. do Código <i>RS</i>	p. 73
3.3.1	Probabilidade de erro de <i>bit</i>	p. 73
3.3.2	Probabilidade de não-detecção de erro de palavra-código	p. 74
3.3.3	Código <i>RS</i> (7,5,1)	p. 74
3.3.4	Código <i>RS</i> (15,11,2)	p. 76
3.3.5	Código <i>RS</i> (31,21,5)	p. 78
3.3.6	Código <i>RS</i> (63,57,3)	p. 78
3.4	Considerações Finais	p. 80
4	Sistemas FFH-CDMA Codificados Utilizando Codificadores <i>Reed-Solomon</i>	p. 81

4.1	Modelo de um Sistema FFH-CDMA Codificado Utilizando Codificador <i>Reed-Solomon</i>	p. 81
4.2	Prob. de Erro de <i>Bit</i> Aproximada	p. 83
4.3	Resultados Encontrados	p. 84
4.3.1	Sistema FFH-CDMA, com $M=8$ e $L=4$	p. 84
4.3.2	Sistema FFH-CDMA, com $M=16$ e $L=9$	p. 85
4.3.3	Sistema FFH-CDMA, com $M=32$ e $L=6$	p. 87
4.3.4	Sistema FFH-CDMA, com $M=64$ e $L=14$	p. 89
4.3.5	Outros Sistemas FFH-CDMA	p. 92
4.4	Considerações Finais	p. 94
5	Sistemas FFH-CDMA Codificados Utilizando Codificadores Concatenados	p. 96
5.1	Sistema FFH-CDMA Codificado Utilizando Codificador Concatenado	p. 97
5.2	Resultados Encontrados	p. 98
5.2.1	Sistema FFH-CDMA, com $M=32$ e $L=6$	p. 98
5.2.1.1	Codificador concatenado e a eficiência espectral, η_p	p. 101
5.2.2	Sistema FFH-CDMA, com $M=64$ e $L=14$	p. 104
5.3	Considerações Finais	p. 104
	Conclusões	p. 107
	Apêndice A – Programa para Cod. e Decod. do Código <i>Reed-Solomon</i>	p. 109

Referências

p. 122

Índice Remissivo

p. 125

Lista de Abreviaturas

BSC - “*Binary Symetric Channel*” (Canal Simétrico Binário),

CC - Código Convolutacional,

CDMA - “*Code Division Multiple Access*” (Múltiplo Acesso por Divisão de Código),

CL - Combinador Linear,

CT - Código Concatenado,

DA - Decisão Abrupta,

DS - Decisão Suave,

DS - “*Direct Sequence*” (Seqüência Direta),

$\frac{E_b}{N_0}$ - Relação sinal-ruído,

$f(R)$ - Não-linearidade ótima;

FFH - “*Fast Frequency Hopping*” (Salto Rápido em Freqüência),

FH - “*Frequency Hopping*” (Salto em Freqüência),

GF - “*Galois Field*” (Campo de Galois),

GSM - “*Global System for Mobile Communications*” (Sistema Global para Comunicações Móveis),

i.i.d. - independente e identicamente distribuída,

M-FSK - “*M-ary Frequency-Shift Keying*” (Chaveamento por Deslocamento de Freqüência *M*-ário),

MV - Máxima Verossimilhança,

n_{tail} - Número de *bits* de terminação,

n_s - Número de *bits* de preenchimento,

n_{cod} - Número de *bits* que saem do codificador,

$p(R_{nl}|m)$ - Função densidade de probabilidade,

$P(R_{nl}|m)$ - Função distribuição de probabilidade,

P_{pp} - Probabilidade de erro de palavra par-a-par,

P_p - Probabilidade de erro de palavra,

RS - Código *Reed-Solomon*,

SFH - “*Slow Frequency Hopping*” (Salto Lento em Frequência),

T - Duração da palavra,

T_c - Duração do *chip*,

$1/T_c$ - Espaçamento dos canais,

TDMA - “*Time Division Multiple Access*” (Múltiplo Acesso por Divisão de Tempo),

TH - “*Time Hopping*” (Salto no Tempo),

$VA's$ - Variáveis Aleatórias,

W - Largura de faixa.

Lista de Figuras

1	Modelo do transmissor DS-CDMA.	p. 25
2	Modelo do receptor DS-CDMA.	p. 26
3	Codificador binário $CC(2,1,2)$	p. 37
4	Diagrama de transição de estados de um codificador convolucional $CC(2,1,2)$	p. 38
5	Diagrama de treliça do codificador convolucional $CC(2,1,2)$	p. 38
6	Canal binário assimétrico.	p. 43
7	Modelo serial para um codificador concatenado.	p. 46
8	Codificador Concatenado Paralelo.	p. 47
9	O Receptor FFH-CDMA, onde $f(\cdot)$ é uma não-linearidade.	p. 51
10	Modelo de canal não-simétrico binário para um sistema FFH- CDMA quantizado pela regra de DA . As probabilidades <i>a priori</i> são $1-q=1/M$ e q	p. 56
11	Diagrama de blocos para o sistema FFH-CDMA codificado.	p. 61
12	Diagrama de blocos para o novo sistema FFH-CDMA codificado.	p. 63
13	Comparação da probabilidade de erro de <i>bit</i> obtida através de simulação computacional e através do cálculo da probabilidade de erro de <i>bit</i> , para um canal BSC , protegido por um código RS $(7,5,1)$	p. 75

-
- 14 Comparação da probabilidade de não-detecção de erro de palavra-código obtida através de simulação computacional e através do cálculo da probabilidade de erro de *bit*, para um canal *BSC*, protegido por um código *RS (7,5,1)*. p. 76
 - 15 Comparação da probabilidade de erro de *bit* obtida através de simulação computacional e através do cálculo da probabilidade de erro de *bit*, para um canal *BSC*, protegido por um código *RS (15,11,2)*. p. 77
 - 16 Comparação da probabilidade de erro de *bit* obtida através de simulação computacional e através do cálculo da probabilidade de erro de *bit*, para um canal *BSC*, protegido por um código *RS (31,21,5)*. p. 79
 - 17 Comparação da probabilidade de erro de *bit* obtida através de simulação computacional e através do cálculo da probabilidade de erro de *bit*, para um canal *BSC*, protegido por um código código *RS (63,57,3)*, encurtado para *RS (38,32,3)*. p. 80
 - 18 Diagrama de blocos para o novo sistema FFH-CDMA utilizando codificador *Reed-Solomon*. p. 82
 - 19 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=8$ e $L=4$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários. p. 86
 - 20 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=8$ e $L=4$, para uma $E_b/N_0 = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários. p. 87

-
- 21 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=16$ e $L=9$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários. p. 88
- 22 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=16$ e $L=9$, para uma $E_b/N_0 = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários. p. 89
- 23 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=32$ e $L=6$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários. p. 90
- 24 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=32$ e $L=6$, para uma $E_b/N_0 = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários. p. 91
- 25 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=64$ e $L=14$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários, com passo 3. p. 92

-
- 26 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=64$ e $L=14$, para uma $E_b/N_0 = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários, com passo 3. p. 93
- 27 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=128$ e $L=16$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários, com passo 8. p. 94
- 28 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=256$ e $L=19$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários, com passo 8. p. 95
- 29 Modelo do Sistema FFH-CDMA Codificado utilizando o Codificador Concatenado Serial. p. 97
- 30 Codificador Convolutacional *CC* (5,3,3). p. 99
- 31 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=32$ e $L=6$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários. p. 100
- 32 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=32$ e $L=6$, para uma $E_b/N_0 = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários. p. 101

-
- 33 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=32$ e $L=6$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários. p. 103
- 34 Codificador Convolutacional *CC* (6,5,1). p. 105
- 35 Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=64$ e $L=14$, para uma $E_b/N_0 = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários, com passo unitário. p. 106

Lista de Tabelas

I	Elementos de $GF(8)$, gerados por $p(x)$	p. 32
II	Variáveis para o modelo do receptor FFH-CDMA.	p. 51
III	Iterações para determinar o polinômio localizador.	p. 72

1 *Introdução*

1.1 **Tecnologias para Comunicações Móveis Digitais**

Os sistemas de comunicação vêm apresentando extrema evolução ao longo dos anos. Vários são os serviços de telecomunicações oferecidos, e mais variada ainda é a tecnologia utilizada. Os sistemas de comunicação móvel, em particular os sistemas de telefonia celular, têm se destacado nessa era tecnológica.

Atualmente, o sistema de comunicação móvel é o rival número um do sistema de telefonia fixa, e as operadoras deste último, como questão estratégica, estão se tornando presentes neste mercado de comunicações móveis, em contínua expansão.

A elevada demanda para os serviços de telecomunicações é a razão para tanto esforço no sentido de prover avanço que os tornem cada dia mais atrativos economicamente, e tecnologicamente mais versáteis.

Várias são as tecnologias, e as suas chamadas gerações, que convivem, atualmente, no ambiente das telecomunicações móveis. TDMA (do inglês: *Time Division Multiple Access*), CDMA (do inglês: *Code Division Multiple Access*), GSM (do inglês: *Global System for Mobile Communications*) e suas linhagens evolutivas particionam o mercado, buscando oferecer recursos como alta velocidade, vídeo e aproveitamento do espectro.

A mais recente tecnologia, denominada de terceira geração (3G), lançada co-

mercialmente em 2001 pela DoCoMo no Japão, oferece velocidade de acesso de até 2 Mbps para aplicativos de dados, e possibilita novos aplicativos, em função de sua capacidade de rede e de seus aparelhos celulares. Entre as aplicações disponibilizadas estão vídeos, gráficos 3D e jogos com comando de voz. Existem, basicamente, três tipos de padrões: UMTS (do inglês: *Universal Mobile Telecommunication System*) como evolução do GSM, o CDMA2000 como evolução do CDMA, e o TDSCDMA (do inglês: *Time Division Synchronous*) utilizado exclusivamente na China. A tecnologia 3G já se encontra presente em mais de 70 operadoras ao redor do mundo, com uma estimativa de atingir a 70 milhões de usuários até o final de 2005. Um ponto positivo para a tecnologia CDMA, é que esta permite uma migração suave e direta para a tecnologia 3G.

A tecnologia CDMA é um conceito que vem se solidificando no cenário das comunicações sem fio. O CDMA tem avançado sua aceitação internacional entre as operadoras de sistema rádio celular como um sistema que tira partido de tudo o que é prejudicial em outras tecnologias: interferência, sinais refletidos, baixa potência e planejamento de frequências.

O CDMA difere tanto dos sistemas convencionais que se torna difícil estabelecer comparações. No sistema CDMA, todos os assinantes transmitem e recebem informações usando o mesmo canal, ao mesmo tempo.

A cada assinante é atribuído um código exclusivo. É possível receber as informações de um assinante específico, somente conhecendo o seu código.

O CDMA é uma forma de espalhamento espectral, cujo princípio é a utilização de ondas portadoras similares ao ruído e com largura de faixa muito maior do que a requerida para uma simples comunicação ponto a ponto com a mesma taxa de dados.

Uma importante característica da modulação por espalhamento espectral é que esta provê uma proteção contra interferência externa com potência finita. A proteção contra as interferências é obtida fazendo com que o sinal contendo a

informação ocupe propositalmente uma largura de faixa maior que a necessária para transmiti-lo. Isto faz com que o sinal transmitido tenha uma aparência semelhante ao ruído. O sinal pode, então, propagar-se através do canal sem ser não apropriadamente detectado.

Existem várias técnicas para gerar sinais espalhados no espectro (do inglês: *Spread Spectrum*). Na técnica de seqüência direta (do inglês: *Direct Sequence, DS*), o sinal é multiplicado diretamente por um pseudo-código na transmissão. Para se obter o espalhamento do sinal desejado, a taxa desta seqüência pseudo-aleatória deve ser maior que a taxa do sinal de informação. O espalhamento toma lugar em relação a qualquer modulação, totalmente no domínio binário, e os sinais transmitidos são cuidadosamente limitados em faixa (VITERBI, 1997).

Após a transmissão, o receptor usa uma demodulação coerente para juntar o sinal, usando uma seqüência de código gerada localmente. O sincronismo deve ser perfeito no início da recepção e mantido até que todo o sinal seja recebido. Uma segunda multiplicação por uma réplica da mesma seqüência ± 1 no receptor recupera o sinal original.

No FH-CDMA (do inglês: *Fast Frequency-Code Division Multiple Access*), a frequência da portadora do sinal modulado não é constante, mas muda periodicamente. Durante os intervalos de tempo T , a portadora mantém uma determinada frequência, mas a cada intervalo a portadora muda para outra frequência. O salto de frequência (do inglês: *Frequency Hopping*) é tipicamente acompanhado por rápido chaveamento entre sintetizadores de frequência de rápido-ajuste em um padrão pseudo-aleatório.

O sistema DS ocupa toda a faixa de frequência quando transmite, enquanto que o sistema FH (do inglês: *Fast Frequency*) usa somente uma pequena parte da faixa, mas a localização desta difere no tempo. Se o número de saltos (do inglês: *hops*) é maior que a taxa de dados, o sistema é denominado FFH (do inglês: *Fast Frequency Hopping*), assim a frequência da portadora muda diversas vezes durante a transmissão de um *bit*. Se o número de saltos é menor do que a taxa de dados,

o sistema denomina-se SFH (do inglês: *Slow Frequency Hopping*). Neste caso, múltiplos *bits* são transmitidos na mesma frequência (VITERBI, 1997).

Atender à crescente demanda de usuários com um menor grau de interferência, aliado a um aumento na eficiência espectral, tem sido fonte de diversas frentes de pesquisa. Motivada pelo trabalho de (DEUS JÚNIOR, 2002), e pelas pesquisas de (FIEBIG; ROBERTSON, 1998) e (LIN; COSTELLO, 1983), o foco deste trabalho está na implementação de codificadores *Reed-Solomon* e codificadores concatenados (*Reed-Solomon e Convolutcional*) para sistemas FFH-CDMA codificados e não-quantizados.

1.2 Organização da Dissertação

No Capítulo 2, Preliminares Teóricas, é apresentada uma breve revisão teórica de conceitos utilizados na dissertação.

O Capítulo 3 aborda mais detalhadamente os codificadores *Reed-Solomon* (*RS*). Neste capítulo, está apresentado o processo completo de codificação e de decodificação do código *RS*.

Uma das propostas deste trabalho é apresentada no Capítulo 4, Sistemas FFH-CDMA codificados utilizando codificadores *Reed-Solomon*. São analisadas algumas estruturas de códigos *RS* para os sistemas FFH-CDMA, e discutidos seus resultados.

No Capítulo 5, a segunda proposição deste trabalho é discutida. Alguns sistemas FFH-CDMA codificados utilizando codificadores concatenados são analisados e seus desempenhos avaliados.

A conclusão, conteúdo do Capítulo 6, sintetiza os tópicos mais relevantes do trabalho, e sugere novas abordagens sobre o tema.

1.3 Contribuições

Este trabalho apresenta estudos e informações úteis ao contexto de teoria de comunicação, com foco em comunicações móveis.

Objetivando analisar e avaliar o desempenho de sistemas FFH-CDMA codificados e não-quantizados utilizando codificadores *Reed-Solomon* e codificadores concatenados, alguns modelos de sistemas FFH-CDMA foram estudados. Os resultados e análises geraram um conjunto de informações que servirão de subsídios para novas pesquisas na área.

Os resultados obtidos mostraram que sistemas FFH-CDMA codificados, que utilizam a regra de *DS*, com grande capacidade de usuários, podem apresentar melhor desempenho com a utilização de codificadores concatenados. A escolha dos parâmetros dos codificadores, para os modelos de sistemas FFH-CDMA analisados, foi importante para a obtenção de um melhor resultado.

2 *Preliminares Teóricas*

Este capítulo apresenta os conceitos essenciais para compreensão do proposto neste trabalho.

Inicialmente, o conceito de espalhamento espectral é abordado, bem como alguns pontos relevantes sobre campo de *Galois* (inglês: *Galois Field (GF)*). Em seguida, são apresentadas características dos codificadores que serão utilizados na estrutura do sistema FFH-CDMA: codificador *Reed-Solomon*, codificador convolucional e codificador concatenado. É apresentada, também, uma síntese do sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado, detalhado em (DEUS JÚNIOR, 2002).

2.1 **Sistemas com Espalhamento Espectral**

UMA importante característica da modulação por espalhamento espectral é que esta provê uma proteção contra interferência externa com potência finita.

O sinal causador da interferência pode consistir de um ruído de faixa larga bastante poderoso ou de uma forma de onda de múltiplas frequências que são dirigidas ao receptor de forma a degradar a comunicação.

A proteção a estas interferências é obtida fazendo com que o sinal contendo informações ocupe propositadamente uma largura de faixa maior do que a necessária para ser transmitido. Isto faz com que o sinal transmitido tenha aparência semelhante ao ruído. O sinal pode, então, propagar-se através de um canal sem ser

impropriamente detectado.

Existem várias técnicas para geração de sinais por espalhamento espectral, tais como a Seqüência Direta, Saltos em Freqüência e Saltos no Tempo (do inglês: *Time Hopping*, TH)(VITERBI, 1997).

2.1.1 Espalhamento espectral por seqüência direta (DS-CDMA)

Na técnica DS-CDMA, a informação é multiplicada diretamente por um código PN (do inglês: *Pseudo Noise*) na transmissão. Para se obter o espalhamento desejado, a taxa do sinal PN deve ser maior que a taxa do sinal de informação. A Figura 1 apresenta o esquema de um transmissor utilizando a técnica DS-CDMA. O espalhamento toma lugar em relação a qualquer modulação, totalmente no domínio binário, e os sinais transmitidos cuidadosamente limitados em faixa.

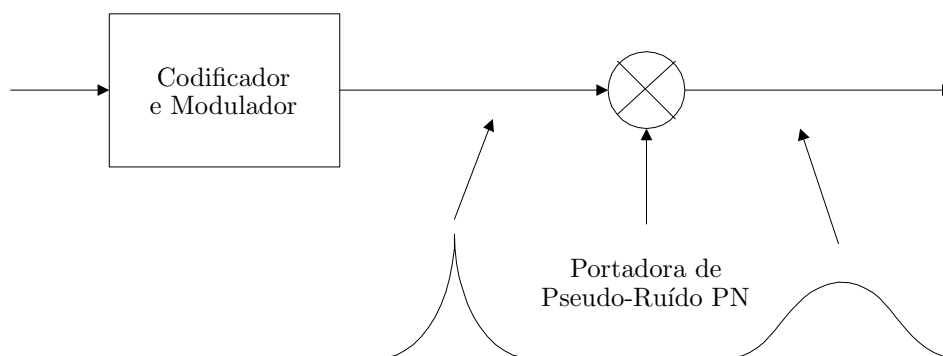


Figura 1: Modelo do transmissor DS-CDMA.

Após a transmissão, o receptor utiliza uma demodulação coerente para juntar o sinal, usando uma seqüência de código gerada localmente. O sincronismo deve ser perfeito no início da recepção e mantido até que todo o sinal seja recebido. Uma segunda multiplicação, por uma réplica da mesma seqüência PN no receptor, recupera o sinal. A Figura 2 apresenta a implementação do receptor de um sistema

utilizando a técnica DS-CDMA.

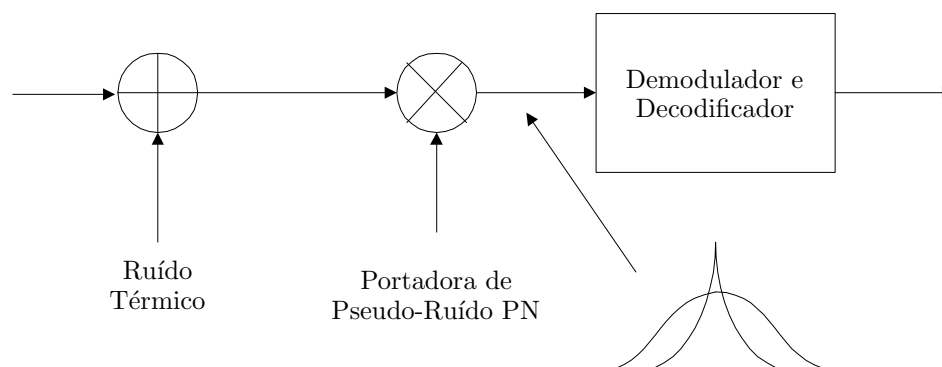


Figura 2: Modelo do receptor DS-CDMA.

O ruído e a interferência, não tendo relação com a seqüência PN, tornam-se como unicamente ruído e apresentam um aumento da largura de faixa quando atingem o detector. A relação sinal/ruído (SNR) pode ser aumentada por filtragem em faixa estreita que rejeita a maioria da potência de interferência. A SNR é aumentada pelo ganho de processamento, denominado W/R , onde W é a largura de faixa, em Hz, e R é a taxa da transmissão de dados, em *bits/s*.

2.1.2 Espalhamento espectral por salto no tempo

Nesta técnica de espalhamento espectral, os sinais são transmitidos em rápidos surtos (do inglês: *bursts*), em intervalos de tempo determinados pelo código designado ao usuário.

O eixo do tempo é dividido em quadros e cada quadro é dividido em M intervalos (do inglês: *slots*) de tempo. Durante cada quadro, o usuário transmitirá em um dos M intervalos. O intervalo de tempo será determinado pelo código do usuário. Dado que um usuário transmite a sua informação em um, ao invés de M intervalos, a frequência que este necessita para a sua transmissão aumenta em um fator de M .

2.1.3 Espalhamento espectral por salto em frequência

Esta técnica de espalhamento espectral tem como característica o fato da frequência da portadora do sinal modulado não ser constante, mas sim mudar periodicamente.

Durante intervalos de tempo T , a portadora se mantém em uma determinada frequência, mas a cada intervalo, a portadora muda para outra frequência, ou permanece na mesma frequência. O salto em frequência é acompanhado por rápido chaveamento entre sintetizadores de frequência de rápido ajuste em um padrão pseudo-aleatório.

O sistema DS ocupa toda a faixa de frequência quando transmite, enquanto o sistema FH utiliza somente uma parte da faixa, mas a localização desta difere no tempo.

Se o número de saltos é maior que a taxa de dados, a técnica é denominada FFH. Neste caso, a frequência da portadora se altera diversas vezes durante a transmissão de um *bit*, ou seja, um único *bit* é transmitido em diferentes frequências. Se o número saltos é menor que a taxa de dados, a técnica denomina-se SFH. Neste caso, múltiplos *bits* são transmitidos em uma mesma frequência.

2.2 Campo de Galois (do inglês: Galois Field (GF))

As estruturas algébricas fazem parte da álgebra moderna que estende o conceito da teoria de conjuntos, efetuando uma análise sobre os elementos constituintes de uma dada estrutura, e as respectivas operações entre si. Tendo-se verificado determinadas condições, pode-se obter uma nova estrutura algébrica denominada “campo”.

Um campo é formado por um conjunto de elementos com duas operações,

adição(+) e multiplicação(\cdot), satisfazendo as seguintes propriedades:

- Campo F é fechado em si mesmo: $a + b$ e $a \cdot b$ estão em F se, e somente se, a e b estão em F ,
- Lei Comutativa: $a + b = b + a$, $a \cdot b = b \cdot a$, (para todo a e b em F),
- Lei Associativa: $(a + b) + c = a + (b + c)$, $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$, (para todo a , b e c em F),
- Lei Distributiva: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$, (para todo a , b e c em F).

Os elementos 0 e 1, em F , satisfazem:

- $a + 0 = a$,
- $a \cdot 0 = 0$,
- Para qualquer a em F , existe uma adição inversa ($-a$) de modo que $a + (-a) = 0$,
- Para qualquer a em F , existe uma multiplicação inversa a^{-1} de modo que $a \cdot a^{-1} = 1$.

As propriedades citadas são verdadeiras para campos com elementos finitos ou infinitos.

Um campo com um número finito de elementos, ditos q , é denominado de campo de *Galois*.

2.2.1 Construção

Para obter um campo de *Galois* de ordem p inteiro primo, consideram-se todos os inteiros positivos $S = \{0, 1, 2, \dots, p-1\}$. Desta forma, respeitam-se as duas condições de construção de um grupo, devido às propriedades (WICKER, 1995):

- O conjunto de inteiros $\{0,1,2,\dots,p-1\}$, formam um grupo aditivo comutativo para a soma módulo p ;
- O conjunto de inteiros $\{0,1,2,\dots,p-1\}$, com p um número primo positivo formam um grupo multiplicativo comutativo para a multiplicação módulo p .

A forma mais simples que se pode ter, consiste no campo de *Galois* de ordem 2, representado por $GF(2)$. É possível obter campos de ordem superior, q , gerados a partir de ordem p , tal que se verifiquem as seguintes condições:

- p é um número primo,
- $\nu > 1$,
- $q = p^\nu$.

2.2.2 Características do campo de *Galois*

Nesta seção, efetua-se uma apresentação sucinta das principais características do campo de *Galois* e dos elementos que o constituem.

2.2.2.1 Ordem do campo

Pode-se enunciar a construção de um campo de *Galois* de ordem p com o teorema (MINE, 2003):

“Os inteiros positivos $S=\{1,2,\dots,p-1\}$, sendo p um número primo, constituem o $GF(p)$ para adição e multiplicação módulo p .”

Um campo de *Galois* de ordem p^ν pode ser obtido como um espaço vetorial sobre um outro campo de ordem p . Portanto, os campos de ordem p servem de base geradora para a construção de outros campos de ordem superior.

Sendo um campo com ordem finita e com propriedades conhecidas, podemos dizer que o mesmo é completamente caracterizado na sua ordem. A notação $GF(p)$

representa o campo de *Galois* de ordem p . A notação $GF(p)[x]$, significa que temos uma aplicação de polinômios sobre o campo de Galois, e que os coeficientes dos polinômios tomam valores entre 0 e $p-1$. A aplicação de polinômios sobre o campo de *Galois* é determinante para a construção de códigos cíclicos.

2.2.2.2 Ordem de um elemento

A ordem de um elemento é definida como sendo o menor número inteiro positivo, tal que este elemento necessita ser manipulado pela operação de multiplicativo do campo, para obter seu elemento identidade designado por 1. De uma maneira formal, temos (MINE, 2003):

“Seja $\beta \in GF(p)$. A ordem de β , que se designa por $ord(\beta)$, é o menor inteiro positivo ν , tal que $\beta^\nu = 1$ ”.

2.2.2.3 Elementos primitivos

Um elemento que pertence a $GF(q)$, é definido como elemento primitivo se tiver ordem $q-1$. Portanto, podemos concluir que cada campo de *Galois* de ordem q , denominado por $GF(q)$, contém exatamente $\phi(q-1)$ elementos primitivos. Tem-se, deste modo, o corolário (DUMMIT; FOOTE, 1991):

“Cada elemento não nulo de um campo de Galois pode ser representado através de um conjunto com potências de um elemento primitivo, com expoente 1 à $q-1$ ”.

Geralmente um elemento primitivo de $GF(q)$, é denominado por α .

2.2.2.4 Característica de um campo de *Galois*

Seja a função $\nu(1)$, a representação formal para a soma de ν elementos “1”. A característica de um $GF(p)$ é o menor número inteiro positivo ν , tal que a soma de ν 1's é zero, ou seja, $\nu(1) = 0$, onde o elemento zero é o elemento neutro da estrutura aditiva do GF . É possível provar que a característica de um $GF(p)$ é

sempre um número primo inteiro.

Efetivamente um $GF(q)$ de característica p , tem um subcampo de ordem prima que pode ser descrito como

$$Z_p = (0, 1, 2(1), 3(1), \dots, (p-1)1). \quad (2.1)$$

Um campo de *Galois* de ordem q e característica p , apresenta $p(\alpha) = 0, \forall \alpha \in GF(q)$.

2.2.3 Polinômios sobre o campo de *Galois*

A notação $GF(q)[x]$ é utilizada para indicar um campo de *Galois* que tem ordem q , sobre a qual são aplicados polinômios de grau η e coeficientes com valores compreendidos entre 0 e $q-1$. Um exemplo de um polinômio $p(x)$ pode ser dado por

$$p(x) = a_5x^5 + a_4x^4 + ax + 1. \quad (2.2)$$

Os coeficientes, a_i , de um um polinômio pertencem obrigatoriamente ao $GF(p)$, ao passo que o grau do polinômio, η , pode ter qualquer valor.

2.2.3.1 Propriedades dos polinômios e suas raízes

Um polinômio é dito irredutível quando não é possível efetuar a sua fatoraçoão em pelo menos dois polinômios de grau inferior, usando coeficientes até uma determinada ordem.

Um polinômio em $GF(p)[x]$ se for irredutível, será um polinômio primitivo, se forem verificadas as seguintes condições

$$\text{rem} \left[\frac{(x^n - 1)}{p(x)} \right] = 0, \quad (2.3)$$

$$n = p^\nu - 1. \quad (2.4)$$

Portanto, para ser um polinômio primitivo, $p(x)$ deve ser irredutível. Por outro lado, nem todos os polinômios irredutíveis são primitivos.

Um campo de *Galois* de ordem q , possui um subcampo de ordem p . Se considerarmos que $GF(p)$ é um subcampo de ordem prima de um campo $GF(q)$, temos que as raízes do polinômio primitivo, de grau ν , $p(x) \in GF(p)[x]$, são elementos primitivos em $GF(q)$, com $q = p^\nu$ (MINE, 2003).

Considere o polinômio $p(x) = x^3 + x + 1$, primitivo em $GF(2)$. As suas raízes são elementos primitivos de $GF(q)$ com $q = p^\nu = 2^3 = 8$. Seja α uma raiz do polinômio primitivo $p(x)$. Podemos obter uma representação vetorial de $GF(8)$, tal como apresentado na Tabela I, através do conjunto base $\{1, \alpha, \alpha^2\}$.

Tabela I: Elementos de $GF(8)$, gerados por $p(x)$.

Polinômio em α	Binário
0	(0, 0, 0)
α	(0, 1, 0)
α^2	(0, 0, 1)
$\alpha^3 = \alpha$	(1, 1, 0)
$\alpha^4 = \alpha^2 + 1$	(0, 1, 1)
$\alpha^5 = \alpha^1 + \alpha + 1$	(1, 1, 1)
$\alpha^6 = \alpha^2 + 1$	(1, 0, 1)
$\alpha^7 = 1$	(1, 0, 0)

2.2.4 Polinômio mínimo

A definição de polinômio mínimo é importante na medida em que estabelece uma relação entre os polinômios e os elementos primitivos de $GF(q)$.

Seja $\alpha \in GF(p^\nu)$. O polinômio mínimo de α , em ordem a $GF(p)$ é o polinômio $p(x)$ não nulo de menor grau possível em $GF(p)$, tal que $p(\alpha) = 0$. Para cada elemento α , existe um polinômio mínimo onde $p(\alpha) = 0$.

Um polinômio mínimo $p(x)$ sobre os elementos $\alpha \in GF(p^\nu)$, apresenta as

seguintes propriedades:

- $p(\alpha) = 0$,
- Grau de $p(x)$ é menor ou igual a ν ,
- $f(\alpha) = 0$ implica que $f(x)$ é múltiplo de $p(x)$,
- $p(x)$ é irredutível em $GF(q)[x]$.

2.2.5 Fatoração de $x^\eta - 1$

A fatoração da expressão $(x^\eta - 1)$ é a questão central para a implementação de códigos cíclicos.

A fatoração de $(x^\eta - 1)$ em $GF(p^\nu)$ é feita utilizando-se de polinômios mínimos para os elementos diferentes de zero e pertencentes a $GF(p^\nu)$. Como consequência da junção da análise das propriedades dos polinômios, a criação de $GF(p^\nu)$ a partir de $GF(p)$, pode-se escrever o seguinte teorema (MINE, 2003):

“O conjunto dos elementos diferentes de zero que pertencem a $GF(p^\nu)$ constituem o conjunto total das raízes da expressão $x^{p^\nu-1}-1=0$.”

Como exemplo de fatoração em $GF(2)[x]$, tem-se

$$x^7 - 1 = (x + 1).(x^3 + x + 1).(x^3 + x^2 + 1). \quad (2.5)$$

2.2.6 Códigos cíclicos

Os códigos cíclicos fazem parte de uma importante família dos códigos lineares, sendo que todos os códigos cíclicos são lineares, mas nem todos os códigos lineares são cíclicos.

A chave para a implementação dos códigos cíclicos é a fatoração de polinômios mínimos em campos de ordem superior.

Para obtermos um código cíclico é necessário um polinômio gerador que seja fator de um polinômio mínimo.

As propriedades de um polinômio gerador de um código cíclico, $C(n', k')$, são:

- Todos os polinômios $C(x)$ que constituem a palavra-código podem ser expressos de uma forma inequívoca designada por $C(x) = m(x).g(x)$, em que $g(x)$ é o polinômio gerador do código C e $m(x)$ é um polinômio com grau inferior igual a $k' - 1$.
- O polinômio gerador $g(x)$ de C é fator de $x^n - 1$ em $GF(q)[x]$.

Deste modo, o universo em que situa o código cíclico é o campo de *Galois*, sendo que esta estrutura é estendida a toda a família de códigos a ela pertencentes, como o código *BCH* (do inglês: *Bose, Chaudhuri e Hocquenghen*) e, por sua vez, o código objeto de maior aprofundamento neste trabalho, o código *Reed-Solomon*.

2.3 Código Reed-Solomon (RS)

Um código *Reed-Solomon* é um código cíclico, corretor de símbolos, ou seja, opera diretamente sobre o corpo extensão $GF(p^\nu)$, ao invés de $GF(p)$, como o código *BCH*, que também forma uma subclasse dos códigos cíclicos ou polinomiais (LIN; COSTELLO, 1983).

O código *RS* pode ser visto como um caso particular dos códigos *BCH*, fazendo $\nu=1$. Como um código cíclico, o código *RS* também tem características de um código linear. A disponibilidade de algoritmos de decodificação eficientes e as características próprias do código o tornam atrativo para diversas aplicações, em particular onde se requeira proteção contra surtos de erros. Um código *RS* é formado por um bloco de símbolos sobre o campo finito $GF(p^\nu)$. Em particular, estamos interessados em códigos sobre $GF(2^\nu)$, onde cada símbolo pode ser representado por ν -bits. A construção do código é semelhante àquela utilizada para qualquer código polinomial.

Os parâmetros de um código RS (n', k', t') sobre $GF(2^\nu)$ são:

- $n' = 2^\nu - 1$, número de símbolos por palavra-código,
- $k' = n' - 2t'$, número de símbolos de informação,
- t' , número máximo de símbolos corrigidos,
- $r = 2t'$, número de símbolos de redundância,
- $d_0 = 2t' + 1$, distância mínima do código.

Seja $g(x)$ o polinômio gerador do código e

$$d(x) = d_0 + d_1x + d_2x^2 + \dots + d_{k'-1}x^{k'-1}, \quad (2.6)$$

o polinômio informação. Pode-se obter o polinômio-código na forma usual para um código polinomial como

$$\begin{aligned} v(x) &= v_0 + v_1x + v_2x^2 + \dots + v_{n'-1}x^{n'-1}, \\ &= x^{n'-k'}d(x) - p(x). \end{aligned} \quad (2.7)$$

Como em $GF(2^\nu)$, $\alpha = -\alpha$ para $\forall \alpha \in GF(2^\nu)$, pode-se também escrever que

$$v(x) = x^{n'-k'}d(x) + p(x), \quad (2.8)$$

$$x^{n'-k'}d(x) = q(x)p(x) + p(x). \quad (2.9)$$

Podemos, então, visualizar a palavra-código como um vetor-código, na forma

$$v(x) = [p_0, p_1, p_2, \dots, p_{n'-k'-1}, d_0, d_1, d_2, \dots, d_{k'-1}], \quad (2.10)$$

onde os dígitos p_i , $0 \leq i \leq n' - k' - 1$, são dígitos de redundância, e os dígitos d_j , $0 \leq j \leq k' - 1$, são os dígitos de informação.

A decodificação algébrica da palavra-código C gerada pelo processo de codificação *Reed-Solomon* é semelhante a dos demais códigos polinomiais e, em particular, ao adotado para a decodificação de um código *BCH*. No Capítulo 3 serão apresentados mais detalhes sobre o processo de decodificação para códigos *Reed-Solomon*.

2.4 Código Convolutacional (CC)

O código convolutacional diferencia-se do código de bloco na sua forma estrutural e nas propriedades para corrigir erros. O sistema de codificação convolutacional apresenta memória, ou seja, a codificação atual depende dos dados atuais e dos dados enviados anteriormente. Esta característica não é apresentada pelos códigos de bloco.

Um código convolutacional $CC(n', k', m')$ pode ser especificado por três parâmetros, onde

- n' : número de *bits* da palavra codificada,
- k' : número de *bits* da palavra de entrada,
- m' : número de estágios de memória, sendo que a taxa do código é dada por $R = k'/n'$ e $ntm = k' \cdot m'$, o número total de memórias.

O $CC(2, 1, 2)$ apresenta 2 memórias, e para cada 1 *bit* de entrada, obtém-se uma saída com 2 *bits*. A taxa deste código é $1/2$.

A Figura 3 apresenta um codificador binário $CC(2, 1, 2)$.

A resposta do codificador convolutacional ao impulso, ou seja, resposta à entrada $\mathbf{u} = (1, 0, 0, \dots)$, pode ser facilmente obtida observando as suas saídas, e podem ser escritas na forma de seqüências geradoras. Estas seqüências geradoras podem, por sua vez, ser entrelaçadas e arranjadas na forma de matriz, denominada de

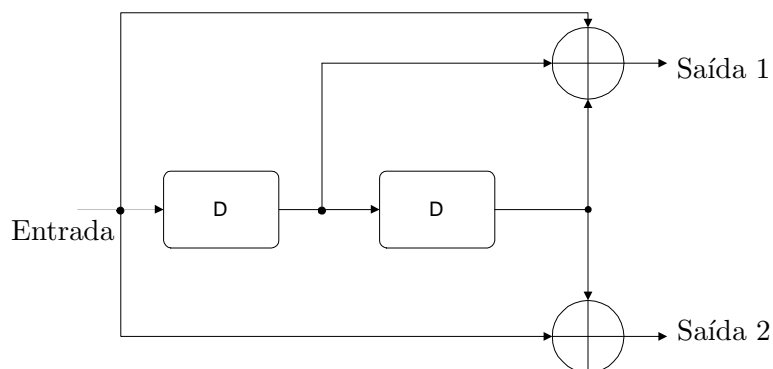


Figura 3: Codificador binário $CC(2,1,2)$.

matriz geradora. É através da matriz geradora (G) que se processa a codificação convolutiva (LIN; COSTELLO, 1983).

2.4.1 Grafos de um código convolutivo

Se um codificador tem m' estágios de registradores, definem-se, então, naturalmente, $2^{m'}$ estados. A transição entre os estados depende do símbolo de entrada, assim como o quadro de saída.

O funcionamento do codificador convolutivo $CC(2,1,2)$ pode ser representado em um diagrama de transição de estados, como na Figura 4.

Na Figura 4 cada arco do diagrama de estado possui um rótulo, onde o primeiro símbolo antes da barra representa o símbolo de entrada, e o par de *bits* à direita da barra representa o quadro de saída correspondente. Podemos observar que cada estado, representado por círculos, é rotulado pelo conjunto de *bits* contidos no registrador.

Um outro grafo bastante útil é denominado de diagrama de treliça, o qual representa graficamente a evolução no tempo de um codificador convolutivo. Na Figura 5, que apresenta o esquema do diagrama de treliça do codificador convolutivo $CC(2,1,2)$, cada arco corresponde a um símbolo transmitido para o

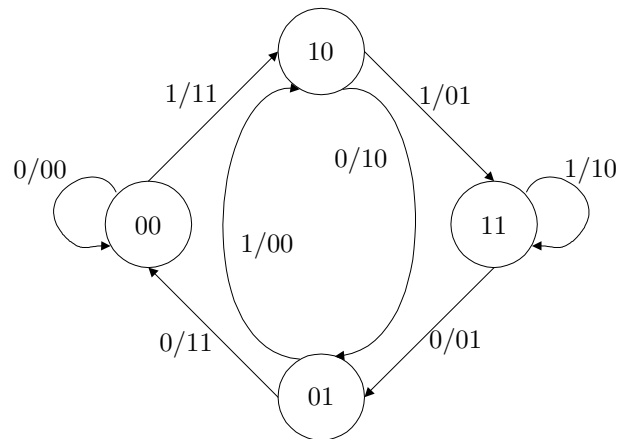


Figura 4: Diagrama de transição de estados de um codificador convolutacional $CC(2,1,2)$.

codificador convolutacional. Saindo de cada nó, o qual representa o estado, o arco superior representa a entrada do *bit* zero e o arco inferior a entrada do *bit* um (1).

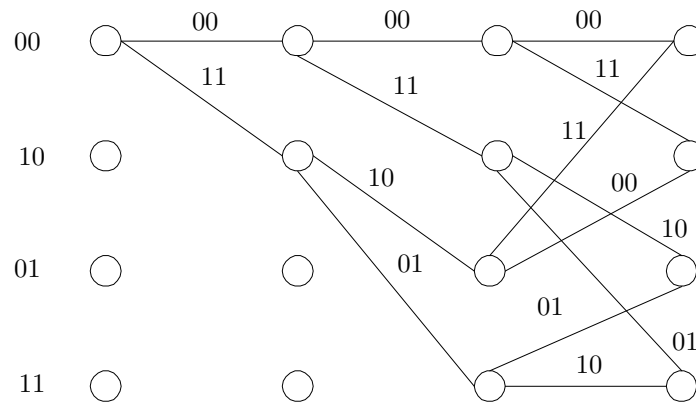


Figura 5: Diagrama de treliça do codificador convolutacional $CC(2,1,2)$.

2.4.2 Capacidade de correção

Consideremos dois percursos quaisquer na treliça de um código convolutacional que divergem em algum nó da treliça e tornam a se encontrar mais adiante. A distância de *Hamming* mínima entre dois destes percursos pode naturalmente ser definida.

Definição 1 (Distância Livre). Define-se *distância livre* de um código convolutacional, denotada por d_{free} , como sendo a menor distância de *Hamming* entre quaisquer duas seqüências codificadas de informação distintas, isto é

$$d_{free} = \min d(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) : \mathbf{u}_1 \neq \mathbf{u}_2, \quad (2.11)$$

onde \mathbf{v}_1 e \mathbf{v}_2 são as seqüências codificadas correspondentes às seqüências de informação \mathbf{u}_1 e \mathbf{u}_2 , respectivamente. Deste modo, d_{free} é a menor distância entre quaisquer \mathbf{v}_1 e \mathbf{v}_2 .

Definição 2 (Distância de *Hamming* entre símbolos). Define-se *Distância de Hamming entre símbolos* de um código convolutacional, denotada por d_{Ham} , como sendo a menor distância de *Hamming* de quaisquer duas seqüências de símbolos codificada.

Os códigos convolutacionais, utilizados neste trabalho, foram encontrados através do novo critério de construção de códigos convolutacionais apresentados em (DEUS JÚNIOR, 2002). Para este critério, o fator determinante para o desempenho é a distância de *Hamming* do código convolutacional. Quanto maior a distância de *Hamming* entre símbolos do código, melhor será o desempenho para o sistema FFH-CDMA.

A função de transferência do código convolutacional, denominada de polinômio enumerador de pesos, permite que se calcule o desempenho. O polinômio enumera-

dor de pesos $T(X, Y)$ é dado por

$$T(X, Y) = \sum_{l,m} B_{l,m} X^l Y^m, \quad (2.12)$$

onde $B_{l,m}$ denota o número de palavras-código com peso de *Hamming* l , associada à seqüência de informação de peso de *Hamming* m .

Seja a matriz \mathbf{A} de dimensão 2^{ntm} por 2^{ntm} , onde cada elemento $a_{i,j}$ da matriz \mathbf{A} pode ser ainda denotado por $a_{i,j} = X^f Y^g$, e o índice da variável muda X , denota o peso f ($f=0$ ou 1) de *Hamming* do símbolo codificado, corresponde à transição do estado i para o estado j . O índice da variável muda Y , o peso de *Hamming* g ($g=0$ ou 1) do símbolo que entra no codificador. Deste modo, para o código CC (2,1,2), temos que

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & XY & 0 \\ X & 0 & Y & 0 \\ 0 & X & 0 & XY \\ 0 & X & 0 & XY \end{pmatrix}. \quad (2.13)$$

Para uma decodificação com o algoritmo de *Viterbi* com terminação (*zero tail*), o polinômio enumerador de pesos $T(X, Y)$ será dado pelo elemento $a_{1,1}$ da matriz \mathbf{A}^{nsym} , onde $nsym$ é o número de símbolos da seqüência codificada. Para determinação do elemento $a_{1,1}$, pode-se utilizar o método convencional ou o método recursivo (DEUS JÚNIOR, 2002).

Seja a matriz \mathbf{A} de dimensão 2^{ntm} por 2^{ntm} , dada na sua forma geral por

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,2ntm} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,2ntm} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{2ntm,1} & a_{2ntm,2} & \dots & a_{2ntm,2ntm} \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

onde o vetor \mathbf{b} de dimensão 2^{ntm} , de tal modo que $b(j)=a_{1,j}$, com $j=1,2,\dots, 2^{ntm}$. Seja também

$$\mathbf{g}_l = \mathbf{b} \cdot \mathbf{A}^l, \quad (2.15)$$

obtido de forma recursiva como

$$\mathbf{g}_{l+1} = \mathbf{g}_l \cdot \mathbf{A}, \quad (2.16)$$

onde $l=1,2,\dots, n_{sym}-1$, com $\mathbf{g}_0=\mathbf{b}$.

Deste modo, é possível calcular o elemento $a_{1,1}$ de \mathbf{A}^{nsym} através do cálculo recursivo de \mathbf{g}_l , com $l=n_{sym}-1$. O elemento $a_{1,1}$ é o elemento g_1 de $\mathbf{g}_{n_{sym}-1}$.

Considerando a matriz \mathbf{A} para o código convolutacional $CC(2,1,2)$, dada pela equação 2.13, o elemento $a_{1,1}$ de \mathbf{A}^3 pode ser determinado, obtendo-se o valor de \mathbf{g}_0 dado por

$$\mathbf{g}_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & XY & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.17)$$

De modo recursivo, pode-se obter \mathbf{g}_1 e \mathbf{g}_2 , através das operações dadas por

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_1 &= \mathbf{g}_0 \cdot \mathbf{A} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & X^2Y & XY & X^2Y^2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.18)$$

e

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_2 &= \mathbf{g}_1 \cdot \mathbf{A} \\ &= \begin{pmatrix} 1 + X^3Y & X^2Y + X^3Y^2 & XY + X^2Y^2 & X^2Y^2 + X^3Y^3 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Pelo método convencional, a matriz \mathbf{A}^3 pode ser obtida através das operações

dadas por

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^2 &= \mathbf{A} \cdot \mathbf{A} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & X^2Y & XY & X^2Y \\ X & XY & X^2Y & XY^2 \\ X^2 & X^2Y & XY & X^2Y^2 \\ X^2 & X^2Y & XY & X^2Y^2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.20)$$

e

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^3 &= \mathbf{A}^2 \cdot \mathbf{A} \\ &= \begin{pmatrix} 1 + X^3Y & X^2Y + X^3Y^2 & XY + X^2Y^2 & X^2Y^2 + X^3Y^3 \\ X + X^2Y & X^3Y + X^2Y^2 & X^2Y + XY^2 & X^3Y^2 + X^2Y^3 \\ X^2 + X^3Y & X^2Y + X^3Y^2 & X^3Y + X^2Y^2 & X^2Y^2 + X^2Y^3 \\ X^2 + X^3Y & X^2Y + X^3Y^2 & X^3Y + X^2Y^2 & X^2Y^2 + X^3Y^3 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Sendo assim, o elemento $a_{1,1}$ obtido, tanto através do método convencional como pelo método recursivo, é o polinômio $1+X^3Y$. A distância de *Hamming* entre símbolos do código convolutacional *CC* (2,1,2) é, portanto, igual a 3.

A partir do polinômio enumerador de pesos $T(X, Y)$, podemos obter $T(X)$ dado por

$$T(X) = \left. \frac{\partial T(X, Y)}{\partial Y} \right|_{Y=1} = \sum_l C_l X^l, \quad (2.22)$$

onde C_l é o número total de símbolos de informação não nulos correspondentes aos caminhos com peso de *Hamming* entre símbolos igual a l .

2.4.3 Decodificação de máxima verossimilhança

Considere um sistema de detecção por filtro casado. O método de decisão abrupta se caracteriza pela existência de um único limiar para comparação com a saída do detector de correlação. A comparação resulta na emissão de um símbolo

(zero ou um, no caso binário) que alimenta o algoritmo de decodificação. O modelo do canal no caso binário pode ser representado graficamente como mostrado na Figura 6. As probabilidades α e β são calculadas usando as funções de densidade de probabilidade dos valores lidos na saída do detector condicionadas aos valores dos símbolos de entrada. Em geral, $\alpha \neq \beta$, cujos valores dependem de um limiar estabelecido.

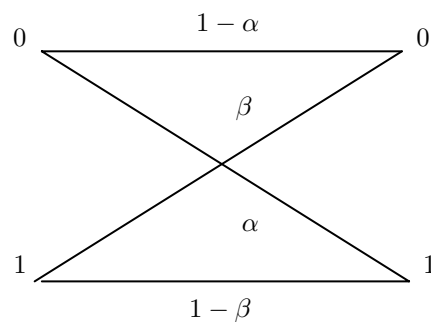


Figura 6: Canal binário assimétrico.

Os sistemas de decodificação por decisão suave se caracterizam pela definição de múltiplos limiares na saída do detector de correlação. Isto equivale a existência de uma quantização da saída. De acordo com a região na qual se encontra o nível de saída, uma medida de confiabilidade é atribuída. Uma seqüência das medidas de confiabilidade é, então, utilizada para a decisão final sobre a seqüência de símbolos transmitida. Os códigos convolucionais permitem utilizar facilmente a técnica de decisão suave. A seguir, é introduzido o conceito de decodificação de máxima verossimilhança e decodificação do máximo *a posteriori*.

Seja \mathbf{c} , $\hat{\mathbf{c}}$ e \mathbf{r} a seqüência de símbolos transmitidos, a seqüência de símbolos estimados e a seqüência de sinais recebidos, respectivamente.

A decodificação de máxima verossimilhança implementa a regra

$$\hat{\mathbf{c}} \leftarrow \max_{\mathbf{c} \in C}^{-1} \{P_r[\mathbf{r}|\mathbf{c}]\}, \quad (2.23)$$

onde o símbolo $\max^{-1}\{\}$ aplicado no argumento \mathbf{c} , maximiza a probabilidade $P_r[\mathbf{r}|\mathbf{c}]$.

Pelo teorema de Bayes (HAYKIN, 1994) tem-se que

$$P_r[\mathbf{r}|\mathbf{c}] = \frac{P_r[\mathbf{c}|\mathbf{r}]P_r[\mathbf{r}]}{P_r[\mathbf{c}]}.$$
 (2.24)

Considere um decodificador convolutacional (n',k',m') . A seqüência de L blocos de k' bits de informação é representada pelo vetor

$$\mathbf{i} = \{\mathbf{i}_0, \dots, \mathbf{i}_{L-1}\}.$$
 (2.25)

A saída codificada correspondente é formada por $L + m'$ blocos de n' bits, representados na forma

$$\mathbf{c} = \{\mathbf{c}_0, \mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_{L+m'-1}\}.$$
 (2.26)

Analogamente, podemos representar as seqüências \mathbf{r} e $\hat{\mathbf{c}}$.

Para um canal discreto sem memória, a probabilidade de uma seqüência \mathbf{r} ser recebida sabendo-se que a seqüência \mathbf{c} foi transmitida é dada por

$$P(\mathbf{r}|\mathbf{c}) = \prod_{i=0}^{L+m'-1} P(\mathbf{r}_i|\mathbf{c}_i) = \prod_{i=0}^{N-1} P(r_i|c_i),$$
 (2.27)

onde $N = n'(L + m')$. A probabilidade $P(r_i|c_i)$ é uma probabilidade de transição de canal. Aplicando logaritmos a ambos os membros da equação (2.27) obtemos a função de verossimilhança logarítmica, dada por

$$\log P(\mathbf{r}|\mathbf{c}) = \sum_{i=0}^{L+m'-1} \log P(\mathbf{r}_i|\mathbf{c}_i) = \sum_{i=0}^{N-1} \log P(r_i|c_i).$$
 (2.28)

A função de máxima verossimilhança logarítmica $\log P(\mathbf{r}|\mathbf{c})$ é chamada de métrica associada ao caminho \mathbf{c} , e é denotada por $M(\mathbf{r}|\mathbf{c})$. Os termos $\log P(\mathbf{r}_i|\mathbf{c}_i)$ na soma (2.28) são chamados *métricas do ramo*, e são denotados por $M(\mathbf{r}_i|\mathbf{c}_i)$, en-

quanto que os termos $\log P(r_i|c_i)$ são chamados de *métricas de bit*, e são denotados por $M(r_i|c_i)$. Deste modo, podemos escrever a métrica $M(\mathbf{r}|\mathbf{c})$ como

$$M(\mathbf{r}|\mathbf{c}) = \sum_{i=0}^{L+m'-1} M(\mathbf{r}_i|\mathbf{c}_i) = \sum_{i=0}^{N-1} M(r_i|c_i). \quad (2.29)$$

2.4.4 Algoritmo de Viterbi

A decodificação por máxima verossimilhança consiste em comparar cada seqüência recebida com cada uma das possíveis seqüências para o código. O processo pode ser compreendido observando-se a treliça do código.

A complexidade para este tipo de decodificação é que resulta em $2^{Lk'}$ percursos na treliça, quando o número de quadros é igual a L . Assim, comparar todas as palavras-código com a seqüência recebida pode ser inviável. O algoritmo de Viterbi possibilita o contorno desta situação, mantendo em registro, a cada passo, apenas $2^{k'}$ percursos de comprimento L .

Observando todos os percursos saindo de um nó da treliça, e considerando apenas o trecho entre o início da transmissão e o nó examinado, é possível calcular a distância de *Hamming* entre a seqüência recebida e cada um dos percursos que chegam a cada estado. Os percursos mantidos em registro são denominados de caminhos sobreviventes. O método mantém apenas os $2^{k'}$ percursos em registro e, a cada quadro, o algoritmo decide quais são os percursos que serão mantidos e quais serão descartados.

2.5 Código Concatenado (CT)

Sistemas concatenados utilizam dois ou mais codificadores com o objetivo de prover um controle de erro de mais alto nível. Estes códigos podem ser estruturados de forma serial ou de forma paralela.

Codificadores concatenados seriais foram introduzidos por G. David Forney Jr(1965). Estes codificadores são resultados das pesquisas de Forney para encontrar uma classe de códigos cuja probabilidade de erro diminuísse exponencialmente a uma taxa menor do que a capacidade, enquanto que a complexidade da decodificação aumentasse algebricamente.

Um sistema de controle concatenado serial de erro consiste em dois conjuntos de codificadores e de decodificadores, conforme apresentado na Figura 7.

Um bloco de dados de comprimento k' é primeiramente codificado pelo codificador externo $C_1(n_1, k')$. O vetor r_1 resultante é, então, codificado novamente, agora pelo codificador interno $C_2(n_2, k')$. A decodificação também é composta por dois estágios, com a decodificação C_2 seguida da decodificação C_1 .

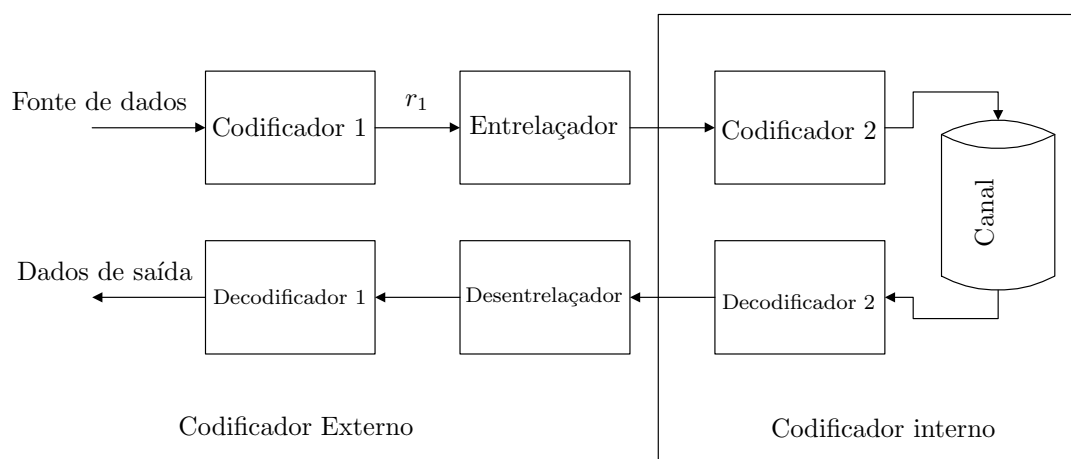


Figura 7: Modelo serial para um codificador concatenado.

Codificadores concatenados paralelos são um dos pontos relevantes do código turbo, sendo o outro, a decodificação iterativa. Codificadores concatenados paralelamente, assim como o serial, utilizam dois ou mais componentes de codificação em conjunto com o entrelaçador. Na concatenação paralela, entretanto, a interação entre os dois codificadores que o compõe na geração da palavra-código é muito mais eficiente (BENEDETTO; MONTORSI, 1998).

Podemos observar na Figura 8 que uma mensagem de m bits é inicialmente codificada pelo codificador C_1 para gerar a seqüência x_1 . Os bits são entrelaçados e o codificador C_2 gera uma segunda seqüência x_2 . A mensagem de bits e as duas seqüências são multiplexadas para gerar a palavra-código x .

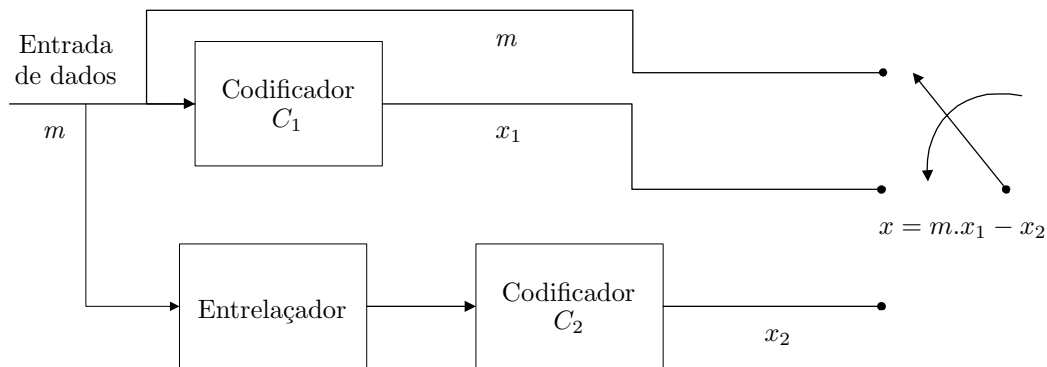


Figura 8: Codificador Concatenado Paralelo.

Para a transmissão móvel digital, os códigos concatenados bloco-convolucional, bem como os códigos concatenados convolucionais são opções bastante utilizadas.

Na concatenação do código de bloco e do código convolucional, o codificador externo escolhido é não binário. Este codificador pode ser o codificador de bloco *Reed-Solomon*, ou o codificador convolucional, como o que resulta no código dual- K . O codificador interno pode ser um código binário ou um código não-binário, um código de bloco ou um código convolucional. Os codificadores de controle de erro mais utilizados como codificadores internos são aqueles que proporcionam decodificação por máxima verossimilhança. Neste caso, os codificadores convolucionais são mais utilizados. Se o codificador *Reed-Solomon* é usado como codificador externo na estrutura de concatenação código de bloco-código convolucional, um entrelaçador é aplicado após o codificador *RS*, para controle dos surtos de erros.

Neste trabalho, o desempenho do codificador concatenado serial (codificador *Reed-Solomon* - codificador convolucional) é avaliado para a implementação de um

sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado (DEUS JÚNIOR, 2002).

2.6 Sistemas FFH-CDMA

Em (DEUS JÚNIOR, 2002) foram discutidos e apresentados resultados que indicaram a utilização de sistemas FFH-CDMA codificados, com saídas não-quantizadas nos detectores de energia do receptor, através da regra ótima, como os sistemas mais adequados, quando o projeto tem como objetivo um aumento na eficiência espectral e uma maior capacidade de usuários.

Enquanto um canal quantizado baseia-se na aproximação da não linearidade da regra de máxima verossimilhança (MV) com regra da decisão abrupta (DA), um canal não-quantizado utiliza a aproximação por decisão suave (DS).

2.6.1 Sistema FFH-CDMA não-codificado

Descrito detalhadamente em (DEUS JÚNIOR, 2002), o sistema FFH-CDMA, presente no contexto em estudo, baseia-se na utilização da modulação por espalhamento espectral.

Um grupo de U usuários comunica-se com a estação radio-base (ERB) à uma taxa de R_b bits por segundo, utilizando um mesmo canal de largura de faixa W Hz, sendo a técnica empregada, o chaveamento de deslocamento de frequência (M -FSK) M -ário. É através da denominada frequência padrão de salto que o usuário é identificado.

No sistema FFH-CDMA, o parâmetro T é a duração da palavra de K bits, tal que $T = K/R_b$. O número de frequências por palavra, L , é denominado de número de ramos de diversidade. A duração do *chip* é dada por T_c/L . O número de canais de frequências é dado por $N = W.T_c$, e é igual ao número de palavras, isto é, $N = W = 2^K$.

A relação sinal-ruído (SNR) do sistema FFH-CDMA por *chip*, d , é dada por

$$d = \frac{N_0}{E_c} = \frac{L}{K} \left(\frac{E_b}{N_0} \right)^{-1}, \quad (2.30)$$

onde E_c é a energia por *chip*, E_b é a energia média por *bit* e N_0 é a densidade unilateral de ruído.

O modulador FFH-CDMA aceita um símbolo M -ário, com $m \in 0, 1, \dots, M-1$, e um sinal obtido através da combinação de NL formas de onda de uma base é a resultante na saída

$$s_m(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} c_{nl} x_{nl}(t), \quad (2.31)$$

onde $c_{nl} = 1$ para $n = m$, e $c_{nl} = 0$ para $n \neq m$.

As formas de onda x_{nl} e y_{nl} , utilizadas pelo transmissor são dadas por

$$x_{nl}(t) = \sqrt{2S} \text{rect}_{T_c}(t - lT_c) \cos(2\pi[f_0 + n/T_c]t), \quad (2.32)$$

$$y_{nl}(t) = \sqrt{2S} \text{rect}_{T_c}(t - lT_c) \text{sen}(2\pi[f_0 + n/T_c]t), \quad (2.33)$$

onde f_0 é um múltiplo de $1/T_c$ e $\text{rect}_{T_c}(t)$ é um pulso retangular de amplitude unitária e duração T_c .

Na entrada do detector, o sinal recebido referente a duração de uma palavra é expandido em termos de formas de onda da base ortogonal e é dado por

$$\begin{aligned} r(t) &= \hat{s}_m(t) + n(t) + I(t) \\ &= \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} \{X_{nl} x_{nl}(t) + Y_{nl} y_{nl}(t)\}, \quad 0 \leq t < T, \end{aligned} \quad (2.34)$$

onde

$$\begin{aligned} X_{nl} &= \frac{1}{\sqrt{E_c}} \int_0^T r(t) x_{nl}(t) dt \\ X_{nl} &= c_{nl} \alpha_{nl} \cos \phi_{nl} + \kappa_{nl} + \xi_{nl} \end{aligned} \quad (2.35)$$

e

$$\begin{aligned} Y_{nl} &= \frac{1}{\sqrt{E_c}} \int_0^T r(t) y_{nl}(t) dt \\ &= c_{nl} \alpha_{nl} \text{sen} \phi_{nl} + \lambda_{nl} + \eta_{nl}. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Na equação (2.34), assume-se a obtenção de máximo ganho em diversidade, e que o sinal recebido é composto pelo sinal na saída do demodulador FFH, $\hat{s}_m(t)$, o ruído, $n(t)$, e a interferência de outros usuários, $I(t)$.

O ruído assumido no receptor é o ruído estacionário Gaussiano com densidade espectral unilateral uniforme N_0 . Os coeficientes K_{nl} e λ_{nl} são variáveis aleatórias (VA's) com média nula e variância $d/2$.

A interferência dos multi-usuários, $I(t)$, é dada pela interferência dos J interferentes, isto é, $I(t) = \sum_{j=1}^J I_j(t)$, com $U = 1 + J$. Para o sinal reverso, o sinal para o J -ésimo interferente é dado por

$$I_j(t) = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{L-1} \{ \xi_{nl} x_{nl}(t) + \eta_{nl} y_{nl}(t) \}, \quad (2.37)$$

onde ξ_{jnl} e η_{jnl} são variáveis i.i.d. Gaussianas com média nula e variância $\gamma_{jnl}/2$, e γ_{jnl} é a relação interferência na n -ésima célula.

O receptor FFH-CDMA, apresentado na Figura 9, é composto pelo modulador detector, combinador e comparador. O modulador seleciona um conjunto de sinais multiníveis FSK, espalhado em toda a largura de faixa disponível. Os NL detectores não-coerentes de energia existentes no receptor, são constituídos de dois filtros casados, cujas saídas são amostradas. Desta forma, a nl -ésima saída do detector é dada por

$$R_{nl} = X_{nl}^2 + Y_{nl}^2. \quad (2.38)$$

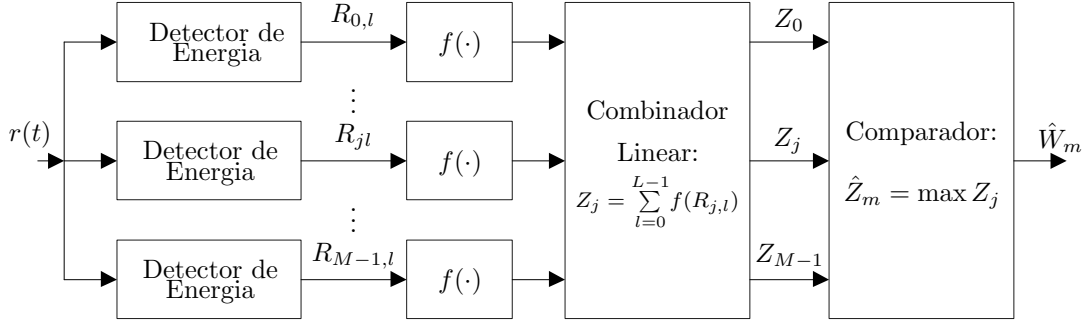


Figura 9: O Receptor FFH-CDMA, onde $f(\cdot)$ é uma não-linearidade.

A função característica de R_{nl} é dada por

$$\Phi_{R_{nl}}(s) = E[\exp(-sR_{nl})] = \sum_{k=0}^J \frac{B(k; J, \mu)}{[1 + s(k + d + \delta_{nm})]}, \quad (2.39)$$

cuja transformada inversa de Fourier resulta na função densidade de probabilidade dada por

$$p(R_{nl}|m) = \sum_{k=0}^J \frac{B(k; J, \mu)}{[k + d + \delta_{nm}]} \exp\left[-\frac{R_{nl}}{k + d + \delta_{nm}}\right], \quad (2.40)$$

onde δ_{nl} é o delta de *Kronecker*.

As VA's para o receptor estão sintetizadas na Tabela II (YUE, 1982).

Tabela II: Variáveis para o modelo do receptor FFH-CDMA.

VA	Densidade	Característica
α_{nl}	Rayleigh	$E[\alpha_{nl}^2]=1$
ϕ_{nl}	Uniforme	$U(0,2\Pi)$
k_{nl} e λ_{nl}	Gaussiana	$G(0, \frac{d}{2})$, onde $d = \frac{N_0}{E_c} = \frac{N_0 L}{K E_0}$
ξ_{nl} e η_{nl}	Gaussiana	$G(0, \Gamma_{nl})$, onde $\Gamma_{nl} = \frac{\gamma_{nl}}{2}$, e γ_{nl} é a j -ésima relação sinal interferência no nl -ésimo <i>chip</i> .

2.6.1.1 Combinador ótimo

Considere que as saídas dos detectores de energia R_{nl} são estatisticamente independentes e que a m -ésima palavra W_m foi transmitida, dentro de um conjunto de H_m hipóteses.

A função densidade de probabilidade conjunta condicionada à m -ésima hipótese é produto da NL densidades obtidas de (2.40) e é dada por

$$p(\mathbf{R}|m) = \prod_{n=0}^{N-1} \prod_{l=0}^{L-1} p(R_{nl}|m), \quad (2.41)$$

O teste de máxima verossimilhança (MV) é a escolha da hipótese H_m

$$p(R_{nl}|m) > p(R_{nl}|j), \text{ para todo } j \neq m. \quad (2.42)$$

O método do combinador ótimo que utiliza a regra de decisão de MV , consiste em calcular a métrica através da não-linearidade

$$Z_j = \sum_{l=0}^{L-1} f(R_{jl}). \quad (2.43)$$

Das equações (2.40), (2.41) e (2.43), a não linearidade ótima será expressa por

$$\begin{aligned} f(R) = & \left\{ \ln \left[\sum_{k=0}^J \frac{B(k; j, \mu)}{k + d + 1} \exp\left(-\frac{R}{k + d + 1}\right) \right] \right. \\ & - \ln \left[\sum_{k=0}^J \frac{B(k; j, \mu)}{k + d} \exp\left(-\frac{R}{k + d}\right) \right] \\ & \left. - \hat{f}(0) \right\} / \hat{f}'(0), \end{aligned} \quad (2.44)$$

onde

$$\hat{f}(0) = \ln \left[\sum_{k=0}^J \frac{B(k; J, \mu)}{k + d + 1} \right] - \ln \left[\sum_{k=0}^J \frac{B(k; J, \mu)}{k + d} \right] \quad (2.45)$$

e

$$\hat{f}'(0) = -\frac{\sum_{k=0}^J \frac{B(k;J,\mu)}{(k+d+1)^2}}{\sum_{k=0}^J \frac{B(k;J,\mu)}{(k+d+1)}} + \frac{\sum_{k=0}^J \frac{B(k;J,\mu)}{(k+d)^2}}{\sum_{k=0}^J \frac{B(k;J,\mu)}{(k+d)}}. \quad (2.46)$$

2.6.1.2 Receptores FFH-CDMA

O combinador linear (CL) é aquele que implementa a função $f(R)$ como

$$f_{CL}(R) = R, \text{ para } 0 \leq R \leq \infty. \quad (2.47)$$

Da observação das curvas para a função $f(R)$, foram propostas as seguintes aproximações

$$f_{DA}(R) = \begin{cases} 0, & \text{para } 0 \leq R \leq f(1)/2; \\ f(1), & \text{para } f(1)/2 < R < \infty, \end{cases} \quad (2.48)$$

denominada aproximação por decisão abrupta e,

$$f_{DS}(R) = \begin{cases} R, & \text{para } 0 \leq R \leq f(1); \\ f(1), & \text{para } f(1) < R < \infty, \end{cases} \quad (2.49)$$

denominada aproximação por decisão suave (YUE, 1982).

Em (DEUS JÚNIOR, 2002) foi sugerida a implementação da não-linearidade, $f(R)$, através de um único perceptron, sendo que para a melhoria de seu desempenho, um pré-processamento do conjunto de treinamento de entrada-saída se faz necessário. Foi observado ser praticamente desprezível a degradação do desempenho quando utiliza-se o perceptron em substituição à não-linearidade ideal.

Três métodos numéricos foram descritos em (DEUS JÚNIOR, 2002) para a determinação da probabilidade de erro par-a-par, objetivando avaliar o desempenho dos receptores FFH-CDMA não-codificados.

Para a obtenção da probabilidade de erro par-a-par, é necessário a resolução

numérica da integral dada por

$$P_{pp} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Phi^L(\alpha + j\omega)}{\alpha + j\omega} d\omega, \quad (2.50)$$

onde α é a parte real de um número complexo $s = \alpha + j\omega$.

Como método geral, a técnica mais simples para a resolução numérica da integral da equação (2.50) é conhecida como limitante de *Chernoff*. Um segundo método é a integração ponto-sela, que oferece uma aproximação para a probabilidade de erro de palavra par-a-par. Este método é baseado na aproximação assintótica do “ponto-sela”, válido para relações sinal-ruído elevadas.

O cálculo exato da probabilidade de erro par-a-par está baseado na integração numérica. Em (DEUS JÚNIOR, 2002) é apresentada a sistemática adequada para a obtenção dos resultados, sendo esta baseada na regra de quadratura de *Gauss-Chebyshev*. Este terceiro método apresentou-se como o melhor método numérico para a obtenção da probabilidade de erro par-a-par.

A partir da probabilidade de erro de palavra par-a-par, P_{pp} , podemos determinar a probabilidade de erro de *bit*, P_b , sendo esta dada por

$$P_b \leq \frac{M}{2} \cdot P_{pp}. \quad (2.51)$$

Outro modo para a determinação da probabilidade de erro de *bit*, P_b , para sistemas FFH-CDMA não-codificados, pode ser a partir da probabilidade de erro de palavra, P_p , dado por

$$P_b = \frac{M}{2(M-1)} \cdot P_p. \quad (2.52)$$

O modelo de simulação de erro de palavra, P_p , para um sistema FFH-CDMA não-codificado, foi estabelecido por (DEUS JÚNIOR, 2002). Neste modelo considera-se $\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \dots, \mathbf{W}_M$, como sendo as linhas da matriz \mathbf{R} recebida no receptor. Para cada um dos *chips* da matriz \mathbf{R} , as probabilidades de transição são dadas pela equação (2.40). Toma-se \mathbf{W}_m como a mensagem equiprovável transmitida, com

$m \in [1, M]$. Para um determinado número de interferentes, J , no sistema FFH-CDMA não-codificado, pode-se obter o valor de cada uma das VA's R_{nl} , dadas na Tabela II, entrando com $\delta_{nm} = 1$, para a linha de mensagem transmitida, \mathbf{W}_m , e $\delta_{nm} = 0$, para as demais linhas. Calcula-se, assim, $Z_{\mathbf{w}_1}, Z_{\mathbf{w}_2}, \dots, Z_{\mathbf{w}_M}$, através da não linearidade ótima considerada para a função $f(R)$. Um erro ocorrerá quando $Z_{\mathbf{w}_m}$ for menor que os outros valores $Z_{\mathbf{w}_i}$, com $i \in [1, M]$ e $i \neq m$. Desta forma, o valor da probabilidade de erro de palavra pode ser obtido através de simulação computacional, utilizando várias representações da matriz \mathbf{R} .

2.6.2 Canal FFH-CDMA quantizado

O canal quantizado baseia-se na aproximação da não-linearidade da regra de MV através da regra de DA . Considerando apenas um *chip* da matriz FFH-CDMA, \mathbf{R} , a descrição do canal quantizado consiste de um alfabeto de entrada binário $X = \{0, 1\}$, um alfabeto de saída, $Y = \{f(0), f(1)\}$ quantizado pela função $f(\cdot)$, e um conjunto de probabilidades de transição $\{P_I, 1-P_I, P_D, 1-P_D\}$. As deleções podem ocorrer no canal devido ao ruído aditivo, isto é, um *bit* 1 na entrada pode ser recebido como um *bit* 0 na saída do canal, ocorrendo um deleção com probabilidade de apagamento P_D . Por outro lado, a probabilidade de inserção no canal pode ser causada por outros usuários, bem como por ruído AWGN e desvanecimento *Rayleigh*. Assim, o canal FFH-CDMA quantizado pela regra de DA pode ser modelado como um canal não simétrico com entradas e saídas binárias, como mostra a Figura 10.

Considerando o canal FFH-CDMA quantizado pela regra de DA , as probabilidades de transição deste canal são dadas por

$$P_I = \int_l^\infty p(R_{nl} | c_{nl} = 0) dR, \quad (2.53)$$

e

$$P_D = \int_l^\infty p(R_{nl} | c_{nl} = 1) dR, \quad (2.54)$$

onde l é um limiar de decisão escolhido de modo a maximizar a capacidade do canal. As probabilidades de transição $p(R_{nl}|c_{nl})$ são dadas pela equação (2.40), fazendo $\delta_{nm}=0$ se c_{nl} e $\delta_{nm}=1$, caso contrário.

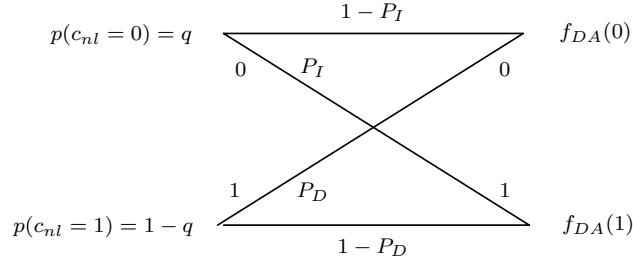


Figura 10: Modelo de canal não-simétrico binário para um sistema FFH-CDMA quantizado pela regra de DA . As probabilidades *a priori* são $1-q=1/M$ e q .

2.6.2.1 Capacidade de canal por dimensão

A capacidade de canal por dimensão para o canal quantizado pode ser obtida numericamente através de cálculo computacional. A capacidade de canal por dimensão para um canal FFH-CDMA quantizado através da regra de DA é

$$\frac{C_{max}}{U} = \max_i \{h[P_D(1 - q) + q(1 - P_I)] - qh(P_I) - (1 - q)h(P_D)\}, \quad (2.55)$$

onde $h(\cdot)$ é a função de entropia binária, P_D é a probabilidade de apagamento de uma frequência e P_I é a probabilidade de inserção de uma frequência (DEUS JÚNIOR, 2002).

2.6.2.2 Taxa de corte

A taxa de corte de canal para o receptor quantizado que utiliza aproximação por decisão abrupta, R_0^{DA} , pode ser obtida pela substituição da equação característica para o receptor não-codificado e quantizado, que utiliza a aproximação por decisão abrupta, e é dada por

$$\Phi_{DA}(s) = [\psi_1(s) + \psi_2(s)] \cdot [\psi_3(s) + \psi_4(s)], \quad (2.56)$$

onde

$$\psi_1(s) = \sum_{k=0}^J B(k; J, \mu) \cdot \left\{ 1 - \exp \left[\frac{-f(1)}{2 \cdot (k + d + 1)} \right] \right\}, \quad (2.57)$$

$$\psi_2(s) = \sum_{k=0}^J B(k; J, \mu) \cdot \exp \left[-f(1) \cdot \left(\frac{s(k + d + 1) + \frac{1}{2}}{k + d + 1} \right) \right], \quad (2.58)$$

$$\psi_3(s) = \sum_{k=0}^J B(k; J, \mu) \cdot \left\{ 1 - \exp \left[\frac{-f(1)}{2 \cdot (k + d)} \right] \right\} \quad (2.59)$$

e

$$\psi_4(s) = \sum_{k=0}^J B(k; J, \mu) \cdot \exp \left[-f(1) \cdot \left(\frac{\frac{1}{2} - s(k + d)}{k + d} \right) \right], \quad (2.60)$$

na equação taxa de corte de canal R_0 para um receptor FFH-CDMA

$$R_0 = K - \log_2 \{ 1 + (M - 1)D \}, \quad (2.61)$$

onde

$$D = \min_{\lambda \geq 0} \Phi^L(\lambda). \quad (2.62)$$

2.6.3 Canal FFH-CDMA não-quantizado

Em (DEUS JÚNIOR, 2002) são apresentadas as equações para o limitante superior da capacidade de canal e para o limitante da taxa de corte de canal, que indicam a utilização de sistemas FFH-CDMA codificados com saídas não-quantizadas dos detectores de energia, com regra ótima, quando comparados com os não-codificados e/ou quantizados.

2.6.3.1 Capacidade de canal por dimensão

Sejam as probabilidades *a priori* fixas $p(c_{nl} = 1) = \frac{1}{M}$ e $p(c_{nl} = 0) = 1 - \frac{1}{M}$ para o canal FFH-CDMA não-quantizado que utiliza a aproximação por decisão suave. A informação mútua para o canal FFH-CDMA não-quantizado que utiliza a regra *MV* é dada por

$$\begin{aligned} I(c_{nl}; R_{nl}) &= H(R_{nl}) - H(R_{nl}|c_{nl}), \\ &= - \int_0^\infty p(R_{nl}) \log_2 p(R_{nl}) dR_{nl} + \\ &\quad \int_0^\infty \sum_{c_{nl}=0}^1 p(c_{nl}) p(R_{nl}|c_{nl}) \log_2 [p(R_{nl}|c_{nl})] dR_{nl}, \end{aligned} \quad (2.63)$$

onde

$$\begin{aligned} p(R_{nl}) &= \sum_{c_{nl}=0}^1 p(R_{nl}, c_{nl}), \\ &= p(c_{nl} = 0) \cdot p(R_{nl}|c_{nl} = 0) + p(c_{nl} = 1) \cdot p(R_{nl}|c_{nl} = 1). \end{aligned} \quad (2.64)$$

A capacidade por dimensão para o canal FFH-CDMA não-quantizado, utilizando regra de *MV* será dada por

$$\frac{C_{max}}{U} = I(c_{nl}; R_{nl}). \quad (2.65)$$

2.6.3.2 Taxa de corte

A taxa de corte de receptor que utiliza a regra *MV*, R_0^{MV} , para um canal FFH-CDMA não-quantizado, de acordo com (DEUS JÚNIOR, 2002), é dada por

$$R_0^{MV} = K - \log_2 \left\{ 1 + (2^K - 1) \cdot \left[\int_0^\infty \sqrt{p_{i,j}|_{i=j} \cdot p_{i,j}|_{i \neq j}} dR_{nl} \right]^{2L} \right\}, \quad (2.66)$$

onde $p_{i,j}|_{i=j}$ é a função densidade de probabilidade dada pela equação (2.40) com $\delta_{nm} = 1$, e $p_{i,j}|_{i \neq j}$ com $\delta_{nm} = 0$.

A taxa de corte de canal para o receptor não-quantizado que utiliza aproximação por decisão suave, R_0^{DS} , pode ser obtida pela substituição da equação característica para o receptor não-codificado e não-quantizado, que utiliza a aproximação por decisão suave, e é dada por

$$\Phi_{DS}(s) = [\varphi_1 + \varphi_2] \cdot [\varphi_3 + \varphi_4], \quad (2.67)$$

onde

$$\varphi_1(s) = \sum_{k=0}^J B(k; J; \mu) \frac{(-1)}{[s(k+d+1)+1]} \cdot \left\{ \exp \left[-f(1) \left[\frac{s(k+d+1)+1}{k+d+1} \right] \right] - 1 \right\}, \quad (2.68)$$

$$\varphi_2(s) = \sum_{k=0}^J B(k; J; \mu) \cdot \left\{ \exp \left[-f(1) \left[\frac{s(k+d+1)+1}{k+d+1} \right] \right] \right\}, \quad (2.69)$$

$$\varphi_3(s) = \sum_{k=0}^J B(k; J; \mu) \frac{1}{[s(k+d)-1]} \cdot \left\{ \exp \left[f(1) \left[\frac{s(k+d)-1}{k+d} \right] \right] - 1 \right\}, \quad (2.70)$$

$$\varphi_4(s) = \sum_{k=0}^J B(k; J; \mu) \cdot \left\{ \exp \left[f(1) \left[\frac{s(k+d)-1}{k+d} \right] \right] \right\}, \quad (2.71)$$

na equação da taxa de corte de canal R_0 para um receptor FFH-CDMA

$$R_0 = K - \log_2[1 + (M-1)D], \quad (2.72)$$

onde

$$D = \min_{\lambda \geq 0} \Phi^L(\lambda). \quad (2.73)$$

2.6.4 Um limitante para capacidade de canal

O cálculo para a capacidade de canal não pode ser encontrado de forma exata para um receptor FFH-CDMA. Entretanto, devido a independência estatística entre os *chips* da matriz FFH-CDMA, \mathbf{R} , podemos obter um limitante superior para a informação mútua. Assim, desde que $I(\{0,1\}; \mathbf{R}) \leq ML \cdot I(c_{nj}; R_{nl})$, pode-se

escrever que a capacidade de canal para um receptor FFH-CDMA é dada por

$$Cap \leq ML.I(c_{nl}; R_{nl}), \quad (2.74)$$

onde M e L são parâmetros do receptor FFH-CDMA, e a capacidade de canal por dimensão $C_{max}/U = I(c_{nl}; R_{nl})$, pode ser obtida para o receptor quantizado e não-quantizado.

A capacidade soma normalizada é definida como a capacidade por dimensão multiplicada pelo número de usuários ativos. Através de cálculo computacional, alguns resultados de capacidade de canal em termos do número de usuários, foram obtidos. A conclusão foi de que os sistemas FFH-CDMA não-quantizados apresentam uma maior capacidade que os sistemas quantizados (DEUS JÚNIOR, 2002).

2.6.5 Sistema de comunicação FFH-CDMA codificado

2.6.5.1 Sistema com conversão de *bit*-símbolo forçada

O sistema FFH-CDMA codificado, apresentado em (FIEBIG; ROBERTSON, 1998), utiliza a conversão *bit*-símbolo forçada.

A Figura 11 apresenta o diagrama de blocos do transmissor para um codificador convolucional que utiliza uma conversão *bit*-símbolo não casada. Neste sistema, na saída do codificador, tem-se $n_{cod} = (n_p + n_{tail})/R_{CC} + n_{st}$ *bits* codificados por quadro, onde R_{CC} é a taxa do codificador convolucional e n_{st} são os *bits* de preenchimento. Os *bits* de preenchimento são necessários, pois a maioria dos códigos utilizados neste esquema de codificação não apresenta perfeita conversão entre os n_{cod} *bits* que saem do codificador. Para um código convolucional CC , com parâmetros (n', k', ntm) , a taxa do código é $R_{CC} = k'/n'$. Entretanto, a taxa efetiva do código convolucional, $R_{CC}^{(eff)}$, será dada por

$$R_{CC}^{(eff)} = \frac{n_p}{n_{cod}} = \frac{n_p}{(n_p + n_{tail})/R_{CC} + n_{st}}. \quad (2.75)$$

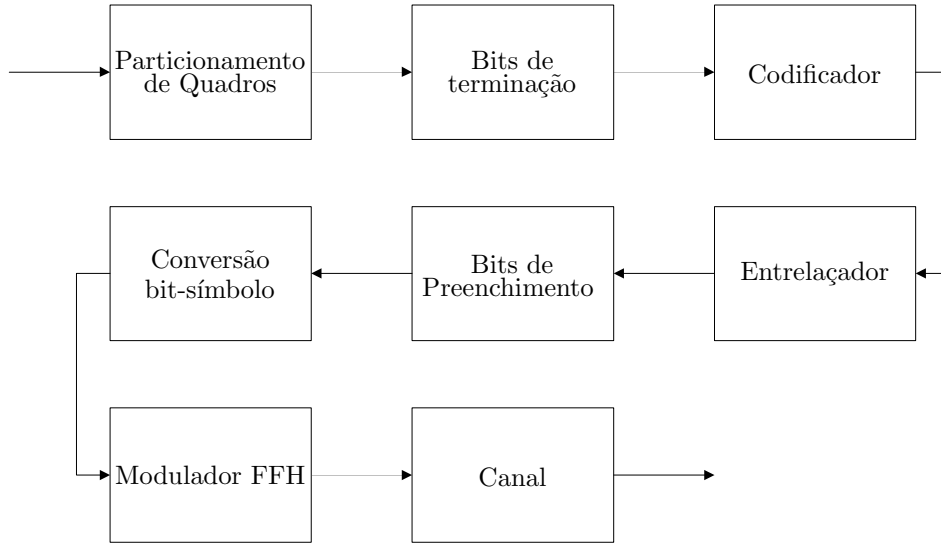


Figura 11: Diagrama de blocos para o sistema FFH-CDMA codificado.

O número de usuários transmitindo simultaneamente na mesma faixa de frequência é U . Cada usuário transmite com uma mesma taxa, R_b bits/s. Então, uma seqüência de L frequências transmitidas, escolhidas entre as M possíveis frequências, é transmitida para cada símbolo. Cada *chip* tem uma duração T_c , e está relacionada com R_b através de

$$R_b = \frac{K}{LT_c} R_{CC}^{(eff)}, \quad (2.76)$$

onde $R_{CC}^{(eff)} = 1$, para um sistema FFH-CDMA não-codificado. O espaçamento entre os *chips* vizinhos ortogonais é $1/T_c$. Desta forma, a eficiência espectral, η , é dada por

$$\eta = U \frac{K}{LM} R_{CC}^{(eff)}. \quad (2.77)$$

A energia média por *chip* é calculada por

$$E_c = E_b R_{CC}^{(eff)} \frac{K}{L}, \quad (2.78)$$

onde E_b é a energia média recebida por *bit* de informação.

A relação sinal-ruído por *chip*, d , é dada por

$$d = \frac{N_o}{E_c} = \frac{L}{KR_{CC}^{(eff)}} \left(\frac{E_b}{N_o} \right)^{-1}. \quad (2.79)$$

A métrica do ramo utilizada em (FIEBIG; ROBERTSON, 1998), referente a um sistema FFH-CDMA codificado com conversão *bit*-símbolo forçada, é obtida como segue. Seja m um símbolo específico transmitido. Este símbolo pode ser convertido em K *bits*, representados pela K -upla $\mathbf{b}=(b_{K-1}, \dots, b_1, b_0)$, que é mapeada através de $m = \sum_{j=0}^{K-1} b_j 2^j$, com $m=\{0, 1, \dots, M-1\}$. Seja também \mathbf{R} a matriz recebida pelo decodificador. Deste modo, a probabilidade *a posteriori* $p(m|\mathbf{R})$ é dada por

$$p(m|\mathbf{R}) = \frac{p(\mathbf{R}|m)}{\sum_{\tilde{m}=0}^{M-1} p(\mathbf{R}|\tilde{m})}. \quad (2.80)$$

A probabilidade *a posteriori* do j -ésimo *bit* codificado, $p_0(b_j = 0|\mathbf{R})$, será dada por

$$p_0(b_j = 0|\mathbf{R}) = \sum_{r=0}^{(M/2)-1} p(m|\mathbf{R}), \quad (2.81)$$

onde $m=r\lfloor \frac{r}{2^j} \rfloor + 2^j$ e $\lfloor (\cdot) \rfloor$ denota o menor inteiro menor ou igual a (\cdot) , com $j=\{0, 1, \dots, K-1\}$. Seja p um símbolo associado ao ramo na treliça de decodificação do sistema FFH-CDMA codificado com conversão *bit*-símbolo forçada, representado pela n' -upla $\mathbf{a}=(a_{n'-1}, \dots, a_1, a_0)$. Deste modo, a métrica é expressa por

$$M(\mathbf{R}|m) = \sum_{i=0}^{n'-1} \log[m(\mathbf{R}|m, p)], \quad (2.82)$$

onde $m(\mathbf{R}|m, p)=p_0(\mathbf{R}|b_i=0)$, caso $a_i=0$, e $m(\mathbf{R}|m, p)=1-[p_0(\mathbf{R}|b_i = 0)]$, caso $a_i=1$.

2.6.5.2 Sistema com conversão *bit*-símbolo casada

A Figura 12 apresenta o diagrama de blocos para o sistema de comunicação FFH-CDMA codificado e sugerido em (DEUS JÚNIOR, 2002). Este sistema é mais simples que o proposto por (FIEBIG; ROBERTSON, 1998), e os seus componentes básicos são: (a) gerador de quadros; (b) blocos de *bits* de terminação; (c) o codificador; (d) o conversor binário-*m*-ário; (e) o modulador por salto em frequência; (f) o canal com desvanecimento *Rayleigh* seletivo em frequências (M canais independentes) com ruído térmico do receptor e interferência multi-usuário; (g) o demodulador FFH-CDMA; (h) M detectores de energia (não coerentes); (i) o decodificador. Comparado ao sistema apresentado em (FIEBIG; ROBERTSON, 1998) foram excluídos o embaralhador de *bits* e o bloco de *bits* de preenchimento.

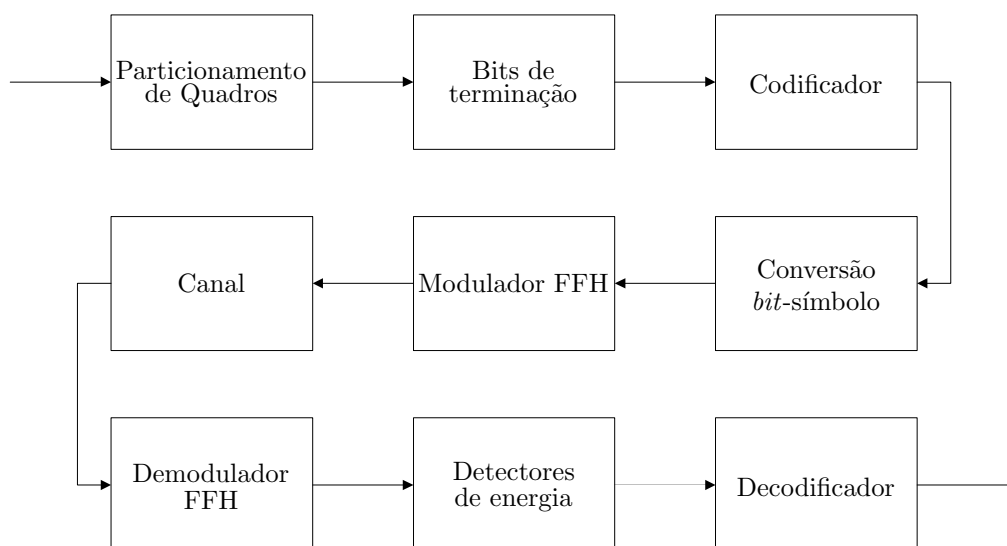


Figura 12: Diagrama de blocos para o novo sistema FFH-CDMA codificado.

Os dados de entrada são particionados em quadros, contendo cada um n_p *bits*. São adicionados a estes quadros, os *bits* de terminação, n_{tail} . Deste modo, na saída do codificador temos $n_{cod} = (n_p + n_{tail}) / R_{CC}$ *bits* codificados por quadro, sendo R_{CC} a taxa do código convolucional. Para um mapeamento casado com o número de frequências do modulador, n_{cod} deve ser divisível por $K = \log_2(M)$, sendo que

o número de símbolos n_{sym} é dado por $n_{sym} = n_{cod}/K$. A taxa efetiva do código convolucional, $R_{CC}^{(eff)}$, neste caso será dada por

$$R_{CC}^{eff} = \frac{n_p}{n_{cod}} = \frac{n_p}{(n_p + n_{tail})/R_{CC}}. \quad (2.83)$$

Juntamente com a proposta desta nova estrutura de codificador (Figura 12), foi sugerido em (DEUS JÚNIOR, 2002) um novo critério de construção de códigos convolucionais. Tal critério baseia-se na escolha de que para códigos de mesma complexidade, esta deve recair naquele que apresenta maior distância de *Hamming* entre símbolos. Devido à escassez na literatura especializada a respeito destes códigos, também foi apresentado em (DEUS JÚNIOR, 2002) um algoritmo de procura aleatória de códigos convolucionais com maior distância de *Hamming* entre símbolos. Alguns destes códigos foram selecionados, de modo a maximizar a capacidade de usuários normalizada do sistema FFH-CDMA.

O uso de códigos com taxas baixas seria muito adequado para o incremento do número de usuários. Entretanto, estes códigos possuem uma dispendiosa largura de faixa. Sendo assim, foi sugerido, também em (DEUS JÚNIOR, 2002), a otimização da taxa de código através da maximização da eficiência espectral. A maximização espectral está baseada na curva da capacidade de usuário normalizada em função da taxa de código.

Uma aproximação para a probabilidade de erro de símbolo de palavra, $P_p^{(c)}$, para um sistema FFH-CDMA codificado que utiliza o novo critério de construção de códigos, foi apresentado em (DEUS JÚNIOR, 2002), dado por

$$P_p^{(c)} \leq \sum_{l=d_{Hammm}}^{gt} \frac{C_l \cdot P_l}{\eta_{sym}}, \quad (2.84)$$

onde gt é o grau do polinômio enumerador, $T(X)$, P_l é a probabilidade de erro de palavra par-a-par, e C_l é o número total de símbolos de informação não nulos correspondentes aos caminhos com peso de *Hamming* entre símbolos igual a l .

Um limitante de probabilidade de erro de *bit*, $P_b^{(c)}$, foi obtido e é dado por

$$P_b^{(c)} \leq \frac{M}{2(M-1)} \cdot \sum_{l=d_{Ham}}^{gt} \frac{C_l \cdot P_l}{\eta_{sym}}. \quad (2.85)$$

Para os sistemas FFH-CDMA que utilizam o novo critério de construção de códigos apresentado em (DEUS JÚNIOR, 2002), cada uma das M métricas dos ramos, associadas à uma seção da treliça e, que serão utilizadas pelo algoritmo de *Viterbi* é dada por

$$M(\mathbf{R}|m) = \log \left[\prod_{n=0}^{N-1} \prod_{l=0}^{L-1} p(R_{nl}|m) \right] \quad (2.86)$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} \log[p(R_{nl}|m)], \quad (2.87)$$

onde $m \in \{0, \dots, M-1\}$.

Após simplificações, cada uma das M métricas dos ramos podem ser obtidas como

$$M(\mathbf{R}|m) = \sum_{l=0}^{L-1} f(R_{ml}), \quad (2.88)$$

onde $m \in \{0, \dots, M-1\}$ e $f(\cdot)$ é a não-linearidade dada pela equação (2.44).

3 Codificadores Reed-Solomon

Neste capítulo, são apresentados os processos de codificação e decodificação para o codificador *Reed-Solomon* (LIN; COSTELLO, 1983). Estes processos são validados através de comparações, entre os resultados teórico e simulado, da probabilidade de erro de *bit* para um canal *BSC*.

3.1 O Processo de Codificação

O POLINÔMIO gerador para um código *RS* (n', k', t') é definido como

$$g(x) = \prod_{i=0}^{2t'-1} (x + \alpha^{l+i}) \quad (3.1)$$

$$g(x) = \sum_{i=0}^{2t'-1} g_i x^i,$$

onde α é um elemento primitivo de $GF(2^\nu)$ e l é um inteiro não-negativo. Em sua forma padrão, fazendo $l = 1$, temos que

$$g(x) = (x + \alpha)(x + \alpha^2) \dots (x + \alpha^{2t'}). \quad (3.2)$$

O código gerado por $g(x)$ é um código cíclico $(n', n' - 2t')$, que consiste de polinômios de grau menor ou igual a $n' - 1$.

A codificação é similar ao caso binário. Seja $a(x)$ mensagem a ser codificada

$$a(x) = a_0 + a_1.x + a_2.x^2 + \dots + a_{k'-1}.x^{k'-1}. \quad (3.3)$$

Na forma sistemática, os $2t'$ dígitos de paridade são os coeficientes do polinômio “resto”, $b(x) = b_0 + b_1x + \dots + b_{2t'-1}x^{2t'-1}$, resultante da divisão da mensagem polinomial multiplicada por $x^{2t'}$, ou seja, $x^{2t'}a(x)$, pelo polinômio gerador $g(x)$.

3.2 O Processo de Decodificação Algébrica

Seja $v(x)$, o polinômio informação codificado a ser transmitido

$$v(x) = v_0 + v_1x + v_2x^2 + \dots + v_{n'-1}x^{n'-1}, \quad (3.4)$$

e $r(x)$, o polinômio informação recebido após o tráfego pelo canal de transmissão

$$r(x) = r_0 + r_1x + r_2x^2 + \dots + r_{n'-1}x^{n'-1}. \quad (3.5)$$

Em um canal de transmissão ruidoso, um padrão de erro, $e(x)$, é adicionado ao sinal que por ele trafega, sendo

$$e(x) = e_0 + e_1x + e_2x^2 + \dots + e_{n'-1}x^{n'-1}, \quad (3.6)$$

onde $e_i = r_i - v_i$ é também um símbolo sobre $GF(2^\nu)$.

Suponha que o padrão de erros contém γ erros nas localizações $x^{j_1}, x^{j_2}, \dots, x^{j_\gamma}$, onde $j_1 < j_2 < \dots < j_\gamma < n' - 1$. O padrão de erro será dado, agora, por

$$e(x) = e_{j_1}x^{j_1} + e_{j_2}x^{j_2} + \dots + e_{j_\gamma}x^{j_\gamma}. \quad (3.7)$$

Para determinar $e(x)$, é necessário conhecer as localizações dos erros, $x^{j_{i's}}$, e os valores destes erros, $e_{j_{i's}}$, ou seja, é necessário determinar o par $(x^{j_{i's}}, e_{j_{i's}})$.

A decodificação de um código *Reed-Solomon* é executada utilizando três etapas, também utilizadas por um código *BCH*, acrescida de uma quarta etapa, através da qual é possível calcular os valores dos erros.

Na primeira etapa, pretende-se determinar a síndrome da palavra-código recebida, $r(x)$. As 2^t componentes da síndrome podem ser obtidas pela divisão do polinômio recebido, $r(x)$, pelos polinômios formadores do polinômio gerador, $(x + \alpha^i)$. Desta divisão, resulta

$$r(x) = c_i(x)(x + \alpha^i) + b_i(x), \quad (3.8)$$

onde $b_i(x)$ é o resto da divisão em $GF(2^\nu)$.

Substituindo x por α^i em ambos os lados, da equação (3.8) tem-se que

$$S_i = b_i(\alpha^i). \quad (3.9)$$

Ampliando um pouco o entendimento do contexto em que a síndrome está inserida, uma vez se trata do parâmetro que possibilita a detecção de erros em uma família de códigos, tem-se que

$$S_i = r(\alpha^i), \quad (3.10)$$

com

$$r(x) = v(x) + e(x), \quad (3.11)$$

onde $r(x)$ é o polinômio informação codificado recebido, $v(x)$ é o polinômio informação codificado transmitido e $e(x)$ é o padrão de erros.

Substituindo a equação (3.11) em (3.10), tem-se que

$$S_i = r(\alpha^i) = v(\alpha^i) + e(\alpha^i). \quad (3.12)$$

Como α^i são as raízes de $v(x)$, $v(\alpha^i) = 0$. Assim,

$$S_i = e(\alpha^i), \quad (3.13)$$

ou seja, a síndrome depende unicamente dos padrões de erros, $e(x)$.

A partir do padrão de erros, $e(x)$, dado pela equação (3.7), o conjunto das equações para o cálculo da síndrome poderá ser expresso como

$$\begin{aligned} S_1 &= e_{j_1} \alpha^{j_1} + e_{j_2} \alpha^{j_2} + \dots + e_{j_\gamma} \alpha^{j_\gamma}, \\ S_2 &= e_{j_1} (\alpha^{j_1})^2 + e_{j_2} (\alpha^{j_2})^2 + \dots + e_{j_\gamma} (\alpha^{j_\gamma})^2, \\ &\dots \\ S_{2t'} &= e_{j_1} (\alpha^{j_1})^{2t'} + e_{j_2} (\alpha^{j_2})^{2t'} + \dots + e_{j_\gamma} (\alpha^{j_\gamma})^{2t'}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Solucionando o conjunto de equações da síndrome, dado pela equação (3.14), podem ser determinadas as localizações dos erros.

Substituindo α^{j_i} por β_l , onde $1 \leq l \leq \gamma$, sendo γ a quantidade de erros, os β_l localizadores de erros podem ser encontrados.

Deste modo, o novo conjunto para o cálculo da síndrome será dado por

$$\begin{aligned} S_1 &= e_{j_1} \beta_1 + e_{j_2} \beta_2 + \dots + e_{j_\gamma} \beta_\gamma, \\ S_2 &= e_{j_1} (\beta_1)^2 + e_{j_2} (\beta_2)^2 + \dots + e_{j_\gamma} (\beta_\gamma)^2, \\ &\dots \\ S_{2t'} &= e_{j_1} (\beta_1)^{2t'} + e_{j_2} (\beta_2)^{2t'} + \dots + e_{j_\gamma} (\beta_\gamma)^{2t'}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Considere, agora, a segunda etapa do processo de decodificação. Seja o polinômio localizador de erros dado por

$$\sigma(x) = (1 + \beta_1 x)(1 + \beta_2 x) + \dots + (1 + \beta_\gamma), \quad (3.16)$$

$$\sigma(x) = \sigma_0 + \sigma_1 x + \sigma_2 x^2 + \dots + \sigma_\gamma x^\gamma, \quad (3.17)$$

com raízes: $(\beta_1)^{-1}, (\beta_2)^{-2}, \dots, (\beta_\gamma)^{-\gamma}$, cujos inversos são localizadores de erros.

Os coeficientes de $\sigma(x)$ e os localizadores de erros estão relacionados pelo conjunto de equações dado por

$$\begin{aligned}\sigma_0 &= 0, \\ \sigma_1 &= \beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_\gamma, \\ \sigma_2 &= \beta_1\beta_2 + \beta_2\beta_3 + \dots + \beta_{\gamma-1}\beta_\gamma, \\ &\dots \\ \sigma_\gamma &= \beta_1\beta_2\beta_3\dots\beta_\gamma,\end{aligned}\tag{3.18}$$

e também estão relacionados com os componentes da síndrome, através das identidades de *Newton*, sendo

$$\begin{aligned}\sigma_1 + S_1 &= 0, \\ S_2 + S_1\sigma_1 + 2\sigma_2 &= 0, \\ &\dots \\ S_\gamma + S_1\sigma_\gamma + \dots + \sigma_{\gamma-1}S_2 + \sigma_\gamma S_1 &= 0.\end{aligned}\tag{3.19}$$

Encontrando, o polinômio localizador de erros, $\sigma(x)$, e, posteriormente, suas raízes, os localizadores de erros podem ser determinados.

Existem alguns métodos para determinação da equação do polinômio localizador de erros, $\sigma(x)$. Neste trabalho, a sistemática utilizada é descrita em (LIN; COSTELLO, 1983) e é conhecida como algoritmo de *Berlekamp-Massey*.

O algoritmo iterativo de *Berlekamp-Massey* para encontrar o polinômio localizador de erros, $\sigma(x)$, tem como primeiro passo a determinação do polinômio $\sigma^{(1)}(x)$, de grau mínimo, cujos coeficientes satisfazem a primeira identidade de *Newton*.

O segundo passo consiste em testar se os coeficientes de $\sigma^{(1)}(x)$ satisfazem,

também, a segunda identidade de *Newton*, e caso isso ocorra, tem-se

$$\sigma^2(x) = \sigma^1(x). \quad (3.20)$$

Entretanto, se os coeficientes de $\sigma^{(1)}(x)$ não satisfizerem a segunda identidade de *Newton*, um termo de correção é adicionado à $\sigma^{(1)}(x)$ para formar $\sigma^{(2)}(x)$, de modo que $\sigma^{(2)}(x)$ tenha grau mínimo e seus coeficientes satisfaçam as duas primeiras identidades de *Newton*.

Estas iterações continuam até que $\sigma^{(2^t)}(x)$ seja obtido, sendo este tomado como o polinômio localizador de erros.

Seja o polinômio de grau mínimo determinado na μ -ésima iteração, cujos coeficientes satisfazem as primeiras μ 's identidade de *Newton*, dado por

$$\sigma^{(\mu)}(x) = 1 + \sigma_1^\mu x + \sigma_2^\mu x^2 + \dots + \sigma_{l_\mu}^\mu x^{l_\mu}. \quad (3.21)$$

Para determinados $\sigma^{\mu+1}(x)$, computamos a discrepância

$$d_\mu = S_{\mu+1} + \sigma_1^\mu S_\mu + \sigma_2^\mu S_{\mu-1} + \dots + \sigma_{l_\mu}^\mu S_{\mu+1-l_\mu}. \quad (3.22)$$

Se $d_\mu = 0$, os coeficientes de $\sigma^{(\mu)}(x)$ satisfazem as $\mu + 1$ identidades de *Newton* e

$$\sigma^{\mu+1}(x) = \sigma^\mu(x). \quad (3.23)$$

Se $d_\mu \neq 0$, os coeficientes de $\sigma^{(\mu)}(x)$ não satisfazem as $\mu + 1$ identidades de *Newton* e uma correção deve ser adicionada a $\sigma^{(\mu)}(x)$ para a obtenção de $\sigma^{(\mu+1)}(x)$. Esta correção é feita retornando ao μ -ésimo passo e determinando o polinômio $\sigma^{(\rho)}(x)$ para o qual a discrepância d_ρ é diferente de zero, e diferença entre ρ e l_ρ tem o maior valor (o valor do grau do polinômio $\sigma^{(\rho)}(x)$ é igual a 1).

Deste modo, o polinômio de grau mínimo, cujos coeficientes satisfazem as $\mu + 1$

identidades de *Newton* será dado por

$$\sigma^{\mu+1}(x) = \sigma^\mu(x) + (d_\mu d_\rho)^{-1} x^{\mu-\rho} \sigma^\rho(x). \quad (3.24)$$

As iterações para determinar o polinômio localizador de erros, $\sigma(x)$, são apresentadas na Tabela III (LIN; COSTELLO, 1983).

Tabela III: Iterações para determinar o polinômio localizador.

μ	$\sigma^{(\mu)}(x)$	d_μ	l_μ	$\mu - l_\mu$
-1	1	1	0	-1
0	2	S_1	0	0
1	—	—	—	—
2	—	—	—	—
.
.
.
$2t'$

A terceira etapa da decodificação do código *Reed-Solomon* é encontrar os localizadores de erros, os quais são as recíprocas das raízes do polinômio localizador de erros $\sigma(x)$.

As raízes de $\sigma(x)$ podem ser determinadas, simplesmente, pela substituição de $(1, \alpha, \alpha^2, \dots, \alpha^{n'-1})$, no polinômio localizador de erros, onde $n' = 2m - 1$, em $\sigma(x)$.

As recíprocas destas raízes são $\alpha^{n'} = 0, \alpha^{n'-1} = \alpha^{-1}$, e, desta forma, se α^1 é uma das raízes de $\sigma(x)$, $\alpha^{n'-1}$ será o localizador de erros.

A decodificação do código *Reed-Solomon* encerra-se com a determinação dos valores dos erros. Partindo do polinômio localizador de erros, $\sigma(x)$, encontrado no segundo passo do processo, pode-se determinar

$$Z(x) = 1 + (S_1 + \sigma_1)x + (S_2 + \sigma_1 S_1 + S_2)x^2 + \dots + (S_\gamma + \sigma_1 S_{\gamma-1} + \sigma_2 S_{\gamma-2} + \dots + \sigma_\gamma)x^\gamma. \quad (3.25)$$

O valor do erro na posição $\beta_l = \alpha^{j_i}$ será dado por

$$e_{j_i} = \frac{Z(\beta_l^{-1})}{\prod_{i=0, i \neq l}^{\gamma} (1 + \beta_i \beta_l^{-1})}. \quad (3.26)$$

Conclui-se, deste modo, a decodificação do código *Reed-Solomon*.

3.3 Validação do Algoritmo Implementado para Codificação e Decodificação do Código *Reed-Solomon*

Com o objetivo de validar os processos computacionais para a codificação e decodificação dos códigos *Reed-Solomon* utilizados neste trabalho, foi efetuada uma comparação, entre os resultados teórico e simulado, da probabilidade de erro de *bit* e da probabilidade de não-detecção de erro de palavra-código, para uma transmissão em um canal *BSC*, protegido por um código *Reed-Solomon*. No Apêndice A, é apresentado o processo de codificação e decodificação para o código *Reed-Solomon* implementado em linguagem computacional C++.

Foi considerado, no processo de simulação, que o total de *bits* para a fonte de dados é de $n_p = 192$ *bits* por quadro, caracterizando, deste modo, uma taxa de transmissão de dados de 9,6 Kbps, com quadros de duração de 20 ms.

3.3.1 Probabilidade de erro de *bit*

Considere um canal simétrico *BSC* (do inglês: *Binary Symetric Channel*), com probabilidade de transição p . A probabilidade de erro de *bit* de um sinal transmitido através deste canal, após o mesmo ser protegido por um código corretor

de erros *Reed-Solomon*, é dada por (JORDAN, 2003)

$$P_b = \sum_{i=t'+1}^{n'-t'-1} \frac{i+t'}{n'} \binom{n'}{i} p^i (1-p)^{n'-i}. \quad (3.27)$$

3.3.2 Probabilidade de não-deteção de erro de palavra-código

A probabilidade de não-deteção de erro de palavra-código é definida em (LIN; COSTELLO, 1983), como sendo a probabilidade de ocorrer um dos $2^{k'} - 1$ padrões de erro não-detectáveis durante o processo de transmissão e recepção de sinais.

A probabilidade do decodificador falhar na deteção de erro pode ser computada pela distribuição de pesos do código linear $C(n', k')$.

Seja $C(n', k')$ um código linear e A_i o número de palavras-código de peso i em C . A probabilidade de um erro não ser detectado, $P_M(E)$, é dada por

$$P_M(E) = \sum_{i=1}^{n'} A_i p^i (1-p)^{n'-i}, \quad (3.28)$$

onde p é a probabilidade de transição do canal *BSC* e $\{A_0, A_1, \dots, A_n\}$ é o espectro de pesos do código $C(n', k')$.

3.3.3 Código RS (7,5,1)

As operações para o código *Reed-Solomon RS (7,5,1)* fazem parte das operações sob $GF(2^3)$.

Os parâmetros para o código *Reed-Solomon RS (7,5,1)* são:

- $n' = 2^\nu - 1 = 7$, número de símbolos por palavra-código,
- $k' = n' - 2t' = 5$, número de símbolos de informação,

- $t' = 1$, número máximo de símbolos corrigidos,
- $r = 2t' = 2$, número de símbolos de redundância,
- $d_0 = 2t' + 1 = 3$, distância mínima do código.

O polinômio gerador para este código é dado por

$$\begin{aligned} g(x) &= (x + \alpha)(x + \alpha^2), \\ g(x) &= \alpha^3 + \alpha^4x + x^2. \end{aligned} \quad (3.29)$$

A Figura 13 apresenta uma comparação entre os resultados teórico e simulado da probabilidade de erro de *bit* para um canal *BSC*, com probabilidade de transição p . Pode-se observar que o resultado do processo computacional é similar ao resultado teórico, o que permite validar o procedimento da codificação e decodificação do código *RS (7,5,1)*.

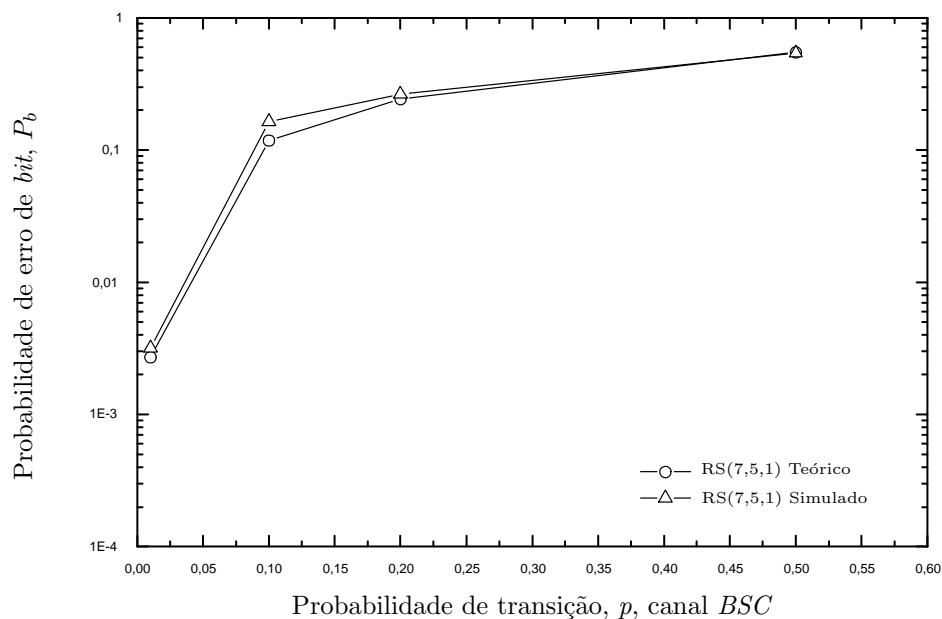


Figura 13: Comparação da probabilidade de erro de *bit* obtida através de simulação computacional e através do cálculo da probabilidade de erro de *bit*, para um canal *BSC*, protegido por um código *RS (7,5,1)*.

A probabilidade de não-deteção de erro de palavra-código para um canal *BSC*, protegido por um código *RS (7,5,1)*, é apresentada na Figura 14. Pode-se observar que os resultados, teórico e simulado, da probabilidade de não-deteção de erro de palavra-código para o código *RS (7,5,1)*, são bastante semelhantes, e, desta forma, permitem a validação do processo de codificação e decodificação implementado.

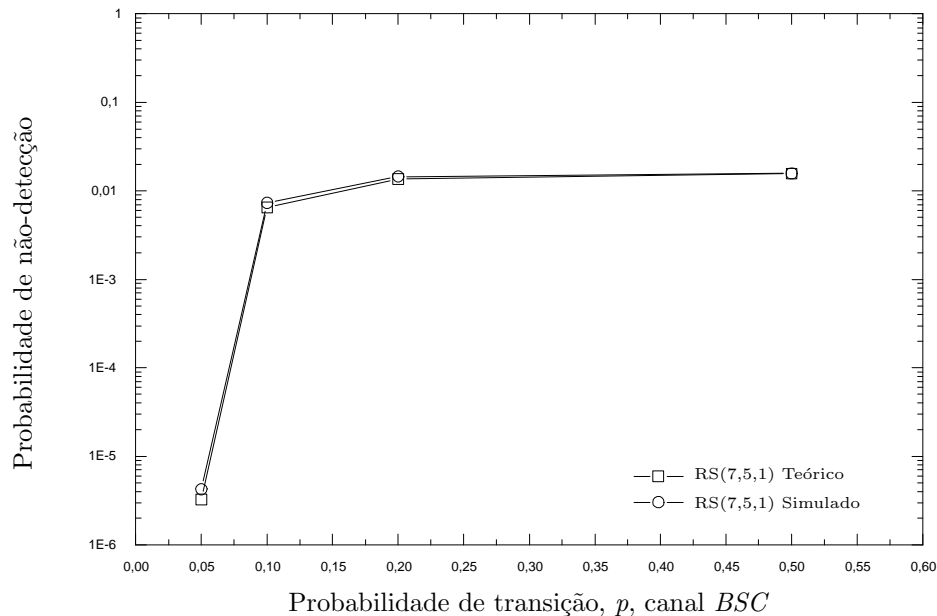


Figura 14: Comparação da probabilidade de não-deteção de erro de palavra-código obtida através de simulação computacional e através do cálculo da probabilidade de erro de *bit*, para um canal *BSC*, protegido por um código *RS (7,5,1)*.

3.3.4 Código *RS (15,11,2)*

As operações para o código *Reed-Solomon RS (15,11,2)* fazem parte das operações sob $GF(2^4)$.

Os parâmetros para o código *Reed-Solomon RS (15,11,2)* são:

- $n' = 2^v - 1 = 15$, número de símbolos por palavra-código,
- $k' = n' - 2t' = 11$, número de símbolos de informação,

- $t' = 2$, número máximo de símbolos corrigidos,
- $r = 2t' = 4$, número de símbolos de redundância,
- $d_0 = 2t' + 1 = 5$, distância mínima do código.

O polinômio gerador para este código, a partir do polinômio mínimo $g(x) = 1 + x + x^4$, é dado por

$$g(x) = \alpha^{10} + \alpha^3 x + \alpha^6 x^2 + \alpha^{13} x^3 + x^4. \quad (3.30)$$

A Figura 15 apresenta a comparação da probabilidade de erro de *bit* teórica e através de simulação computacional, para um canal *BSC*, protegido por um código *RS (15,11,2)*. Pode-se observar que a curva teórica e a curva simulada são praticamente coincidentes, o que valida o procedimento de codificação e de decodificação implementado.

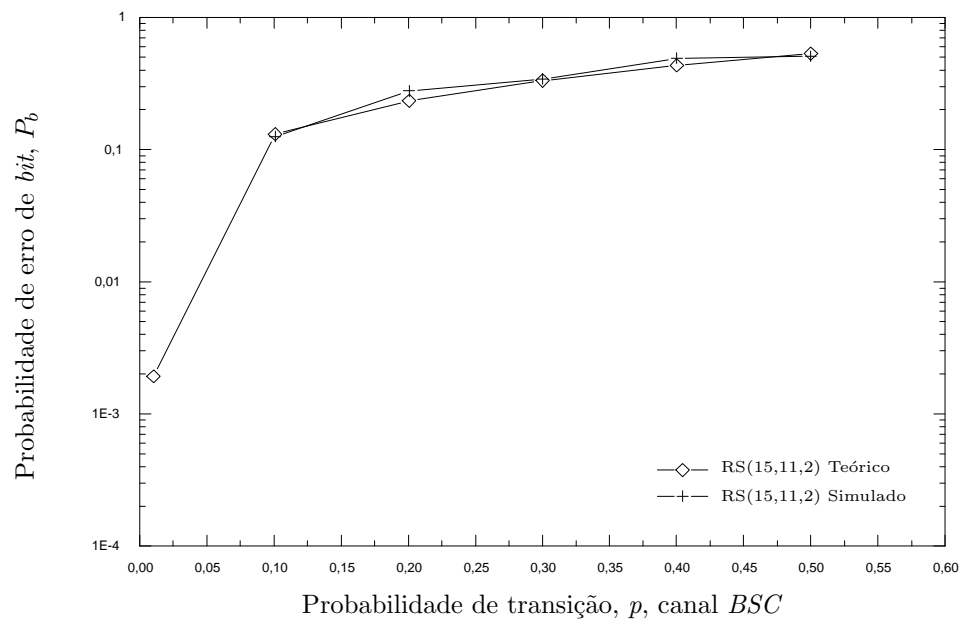


Figura 15: Comparação da probabilidade de erro de *bit* obtida através de simulação computacional e através do cálculo da probabilidade de erro de *bit*, para um canal *BSC*, protegido por um código *RS (15,11,2)*.

3.3.5 Código RS (31,21,5)

As operações para o código *Reed-Solomon RS (31,21,5)* fazem parte das operações sob $GF(2^5)$.

Os parâmetros para o código *Reed-Solomon RS (31,21,5)* são:

- $n' = 2^v - 1 = 31$, número de símbolos por palavra-código,
- $k' = n' - 2t' = 21$, número de símbolos de informação,
- $t' = 5$, número máximo de símbolos corrigidos,
- $r = 2t' = 10$, número de símbolos de redundância,
- $d_0 = 2t' + 1 = 11$, distância mínima do código.

O polinômio gerador para este código, a partir do polinômio mínimo $g(x) = 1 + x + x^2 + x^5$, é dado por

$$g(x) = \alpha^{24} + x + \alpha^2 x^2 + \alpha^{16} x^3 + \alpha^{21} x^4 + \alpha^9 x^5 + \alpha^{10} x^6 + \alpha^{25} x^7 + x^8 + \alpha^{18} x^9 + x^{10}. \quad (3.31)$$

A Figura 16 apresenta a comparação da probabilidade de erro de *bit* teórica e através de simulação computacional, para um canal *BSC*, protegido por um código *RS (31,21,5)*. Pode-se observar que a curva teórica da probabilidade de erro de *bit* praticamente sobrepõe a curva de probabilidade erro de *bit* resultante da simulação, validando o processo de codificação e de decodificação implementado.

3.3.6 Código RS (63,57,3)

As operações para o código *Reed-Solomon RS (63,57,3)* fazem parte das operações sob $GF(2^6)$.

Os parâmetros para o código *Reed-Solomon RS (63,57,3)* são:

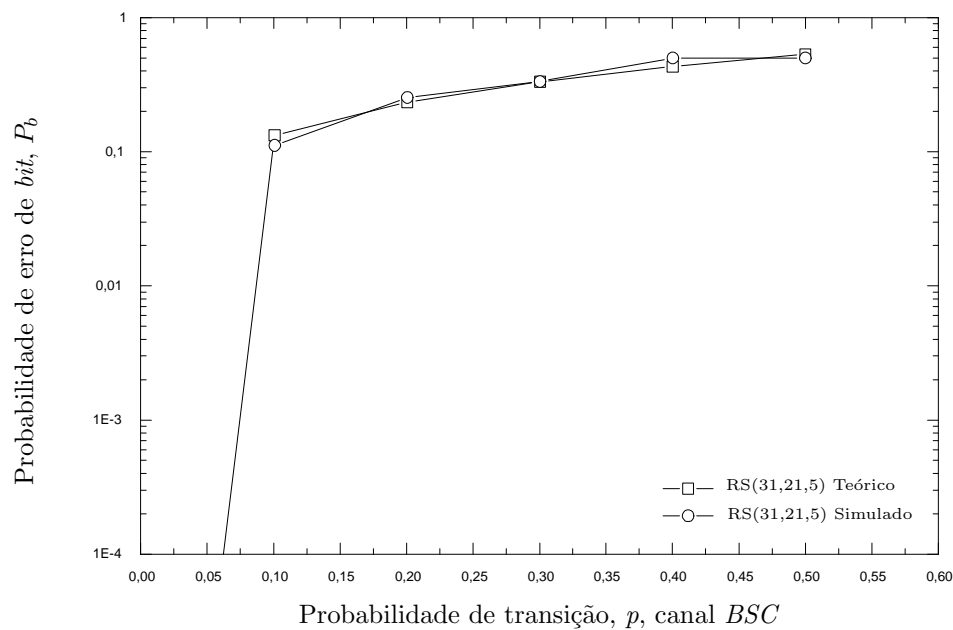


Figura 16: Comparação da probabilidade de erro de *bit* obtida através de simulação computacional e através do cálculo da probabilidade de erro de *bit*, para um canal BSC, protegido por um código RS (31,21,5).

- $n' = 2^v - 1 = 63$, número de símbolos por palavra-código,
- $k' = n' - 2t' = 57$, número de símbolos de informação,
- $t' = 3$, número máximo de símbolos corrigidos,
- $r = 2t' = 6$, número de símbolos de redundância,
- $d_0 = 2t' + 1 = 7$, distância mínima do código.

Para código RS (63,57,3) foi utilizada a técnica de encurtamento. Deste modo, para o propósito da implementação, foi utilizado o código encurtado RS (38,32,3), que não necessita de *bits* de preenchimento para o processo da transmissão.

A Figura 17 apresenta a comparação da probabilidade de erro de *bit* teórica e através simulação computacional, para um canal BSC, protegido por um código

$RS(63,57,3)$. O processo de codificação e de decodificação implementado pode, também, ser considerado validado.

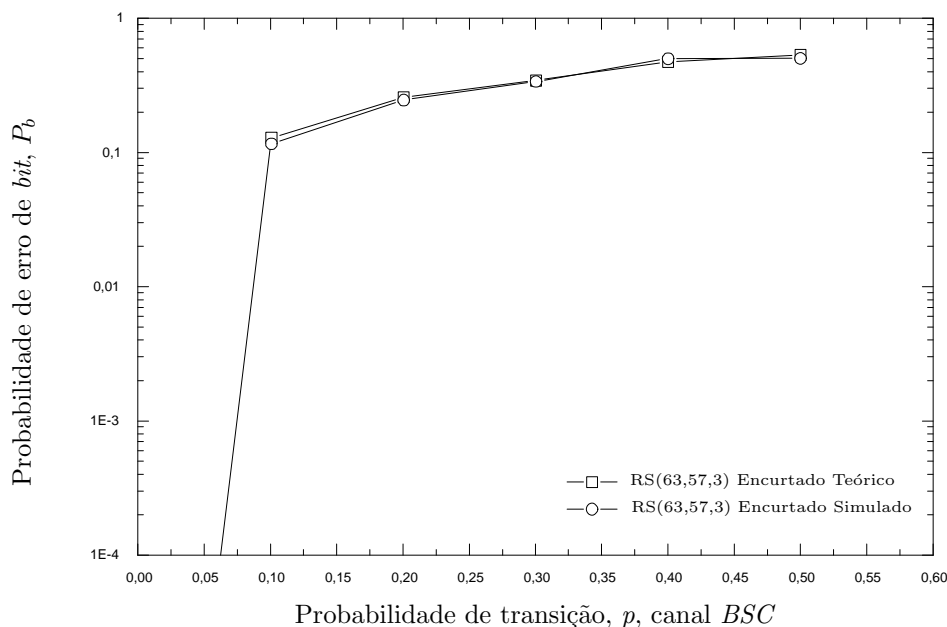


Figura 17: Comparação da probabilidade de erro de bit obtida através de simulação computacional e através do cálculo da probabilidade de erro de bit , para um canal BSC , protegido por um código código $RS(63,57,3)$, encurtado para $RS(38,32,3)$.

3.4 Considerações Finais

A proposta deste capítulo foi validar os processos de codificação e decodificação do código RS que serão utilizados na implementação dos sistemas FFH-CDMA codificados, com codificadores *Reed-Solomon* e codificadores concatenados.

Os resultados mostraram que as curvas teóricas e as obtidas através de simulação computacional foram praticamente coincidentes, validando, deste modo, os processos de codificação e decodificação.

4 *Sistemas FFH-CDMA Codificados Utilizando Codificadores Reed-Solomon*

Neste capítulo, é proposta a implementação de sistemas FFH-CDMA codificados utilizando codificadores *Reed-Solomon*, cujo canal de transmissão é modelado de maneira diferente do proposto em (FIEBIG; ROBERTSON, 1998).

A implementação do sistema FFH-CDMA com código *RS* decorre da compatibilidade entre as palavras-código do código *RS* e o parâmetro M do esquema de sinalização M -FSK. Os resultados encontrados, através de simulação computacional e através de limitantes superiores de desempenho, foram comparados com os resultados encontrados por (DEUS JÚNIOR, 2002). Estes resultados indicaram a utilização de códigos *RS* para sistemas FFH-CDMA com grande capacidade de usuários e foram publicados em (ESTELA CARVALHO; DEUS JÚNIOR, 2005).

4.1 *Modelo de um Sistema FFH-CDMA Codificado Utilizando Codificador Reed-Solomon*

CÓDIGOS *RS* sobre o campo finito de *Galois* (GF) são uma escolha apropriada quando aplicados a sistemas FFH com FSK M -ário (FIEBIG; ROBERTSON, 1998), uma vez que o alfabeto de símbolos de palavras-código é idêntico ao parâmetro M do esquema M -FSK.

A Figura 18 apresenta o diagrama de blocos do transmissor FFH-CDMA utilizando o codificador *RS*.

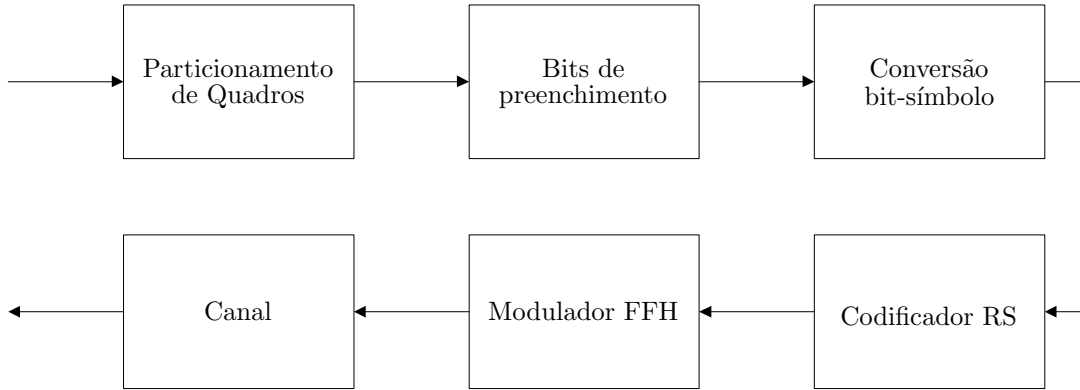


Figura 18: Diagrama de blocos para o novo sistema FFH-CDMA utilizando codificador *Reed-Solomon*.

Os componentes básicos do sistema FFH codificado com codificador *RS* são: (a) o gerador de quadros; (b) *bits* de preenchimento; (c) o conversor binário-*m*-ário; (d) o codificador *RS*; (e) o modulador FFH; (f) o canal quantizado (*DS*) com desvanecimento *Rayleigh* seletivo em frequências (*M* canais independentes) com ruído térmico do receptor e interferência multi-usuário, cuja modelagem é diferente da proposta em (FIEBIG; ROBERTSON, 1998).

Os dados de entrada são particionados em quadros de n_p *bits*. Posteriormente, são adicionados os n_{st} *bits* de preenchimento para assegurar que as palavras-código estejam adequadas à codificação.

A taxa efetiva do código *RS* (n', k', t'), $R_{RS}^{(eff)}$, é dada por

$$R_{RS}^{(eff)} = \frac{k'}{n'} \cdot \frac{n_p}{(n_p + n_{st})}. \quad (4.1)$$

Observe que as equações (2.76), (2.77) e (2.78), também são válidas para o sistema FFH-CDMA utilizando o codificador *Reed-Solomon*.

Alguns códigos cíclicos podem não apresentar um comprimento (uma quantidade de *bits* de informação) adequada ao processo de codificação-decodificação. Neste caso, é utilizada a técnica de encurtamento para enquadrá-los no tamanho necessário.

Seja um código cíclico $C(n', k')$. Considere um conjunto de palavras-código para as quais os l dígitos de informação de ordem mais alta são nulos. Existirão, então, $2^{k'-l}$ palavras-código que formarão um conjunto linear de C . Se os l dígitos de informação zero são deletados de cada uma destas palavras-código, obtém-se um conjunto de $2^{k'-l}$ de comprimento $n'-l$. Estas $2^{k'-l}$ palavras-código encurtadas formam o código linear $(n'-l, k'-l)$, sendo este código denominado de código encurtado (LIN; COSTELLO, 1983).

Os códigos *RS* podem, deste modo, ser encurtados. Por exemplo, o código *RS* (255,223) pode ser encurtado para o código *RS* (200,168). O codificador toma o bloco de 168 símbolos e, conceitualmente, adiciona 55 símbolos nulos, formando a palavra-código, através do codificador *RS* (255,223).

A técnica de encurtamento de códigos será utilizada para a implementação de sistemas FFH-CDMA, que utilizam código *RS*, com $M > 32$.

4.2 Probabilidade de Erro de *Bit* Aproximada para um Sistema FFH-CDMA Utilizando um Codificador *Reed-Solomon*

Com a utilização da técnica FFH/ M -FSK, cada *bit*, do conjunto de símbolos M -ário, é transmitido em diferentes frequências durante o intervalo de transmissão.

Suponha que um código *RS* (n', k', t') é utilizado com M -FSK. Seja p_s a probabilidade de erro de símbolo M -FSK não-codificado. Quando um símbolo M -FSK ocorre, é assumido que cada um dos $M-1$ símbolos incorretos é escolhido com igual probabilidade, resultando em uma taxa média de erros de *bit* de $M/(2(M-1))$

para um símbolo incorreto (STARK, 1985). Então, a probabilidade de erro de *bit* de um dado símbolo i é dada por

$$P_b(i) = \frac{M}{2(M-1)} \cdot \frac{i}{n'} \quad (4.2)$$

A probabilidade de exatamente i símbolos errados é dada por

$$P_{(s,i)} = \binom{n'}{i} p_s^i (1-p_s)^{n'-i}, \quad (4.3)$$

e a probabilidade de erro de *bit*, no caso de decodificação com apenas correção de erros, pode ser aproximada por (CLARK; CAIN, 1981)

$$P_b^{RS} \approx \sum_{i=(n'-k')/2+1}^{n'} P_b(i) P_{(s,i)}, \quad (4.4)$$

ou seja,

$$P_b^{RS} \approx \frac{M}{2(M-1)} \sum_{i=(n'-k')/2+1}^{n'} \frac{i}{n'} \binom{n'}{i} p_s^i (1-p_s)^{n'-i}. \quad (4.5)$$

4.3 Resultados Encontrados

Para as simulações, foi considerada uma transmissão com quadros de duração de 20 ms. A taxa de transmissão de dados é de 9,6 Kbps. Deste modo, o total de *bits* para a fonte de dados é de $n_p = 192$ *bits*/quadro.

4.3.1 Sistema FFH-CDMA, com $M=8$ e $L=4$

Para o sistema FFH-CDMA codificado, com $M = 8$ e $L = 4$, foi utilizado o codificador $RS(7,5,1)$. A taxa efetiva para este código, $R_{RS}^{(eff)} = 0,7032$, foi calculada através da equação (4.1).

A Figura 19 apresenta as curvas para o limitante de desempenho e através de

simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado, que utiliza a regra de DS , com $M = 8$ e $L = 4$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , com passo unitário. A figura também apresenta os valores da eficiência espectral para o sistema codificado com codificadores $CC(3,1,6)$ e $CC(3,2,5)$, trabalhando próximo da taxa de corte de canal, R_0^{DS} . Os resultados mostram que o melhor sistema codificado foi o que utilizou o código $CC(3,2,5)$.

A Figura 20 apresenta as curvas para o limitante de desempenho e através de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado, que utiliza a regra de DS , com $M = 8$ e $L = 4$, para uma $E_b/N_0 = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U , com passo unitário. A figura também apresenta os valores da eficiência espectral para o sistema codificado com codificadores $CC(3,1,6)$ e $CC(3,2,5)$, trabalhando próximo da taxa de corte de canal, R_0^{DS} . Os resultados mostram que o melhor sistema codificado foi, também, o que utilizou o código $CC(3,2,5)$.

Os resultados encontrados para a probabilidade de erro de *bit* para um sistema FFH-CDMA codificado com o código $RS(7,5,1)$, que utiliza a regra de DS , com $M = 8$ e $L = 4$ (Figuras 19 e 20), indicam o fraco desempenho do código *Reed-Solomon*. Neste caso, são indicados os códigos convolucionais obtidos a partir do novo critério de construção de códigos (DEUS JÚNIOR, 2002).

4.3.2 Sistema FFH-CDMA, com $M=16$ e $L=9$

Para o sistema FFH-CDMA codificado, com $M = 16$ e $L = 9$, foi utilizado o codificador $RS(15,11,2)$. A taxa efetiva para este código, $R_{RS}^{(eff)} = 0,6400$, foi calculada através da equação (4.1).

A Figura 21 apresenta as curvas para o limitante de desempenho e através de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado, que utiliza a regra de DS , com $M = 16$ e $L = 9$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB.

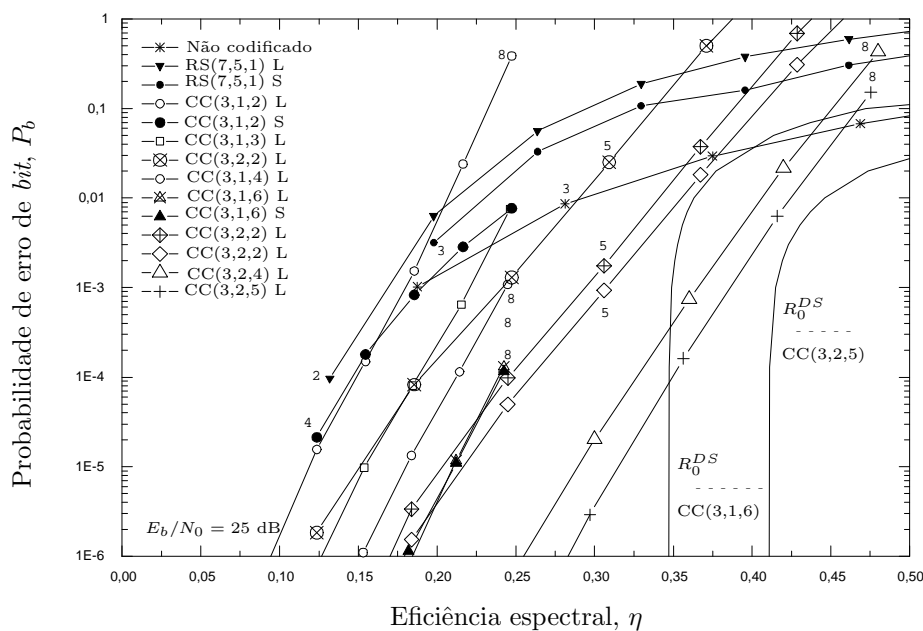


Figura 19: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=8$ e $L=4$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários.

Os números nas curvas denotam U , com passo unitário. A figura também apresenta os valores da eficiência espectral para o sistema codificado com codificadores $CC(4,2,5)$ e $CC(4,3,3)$, trabalhando próximo da taxa de corte de canal, R_0^{DS} . Os resultados mostram que o melhor sistema codificado foi o que utilizou o código $CC(4,3,3)$. Entretanto, para uma $P_b \leq 10^{-6}$, pode-se observar que o desempenho do sistema FFH-CDMA, utilizando o codificador $RS(15,11,2)$, é superior ao resultante da utilização do codificador convolucional $CC(4,2,2)$.

A Figura 22 apresenta as curvas para o limitante de desempenho e através de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado, que utiliza a regra de *DS*, com $M = 16$ e $L = 9$, para uma $E_b/N_0 = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U , com passo unitário. A figura também apresenta os valores da eficiência espectral para o sistema codificado com codificadores $CC(4,2,5)$ e $CC(4,3,3)$, trabalhando próximo da taxa de corte de canal, R_0^{DS} .

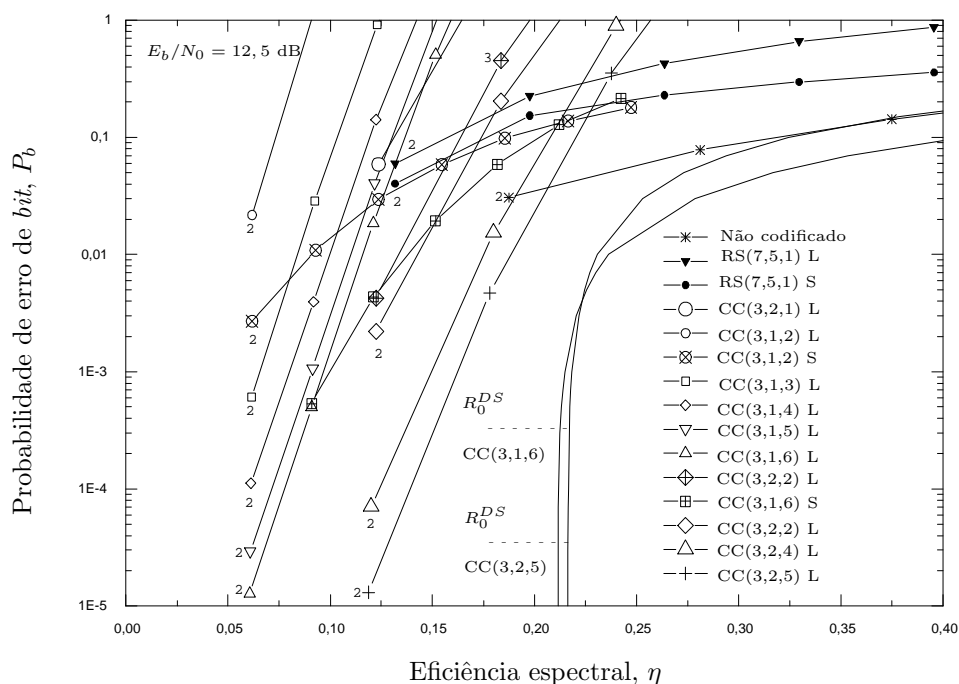


Figura 20: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=8$ e $L=4$, para uma $E_b/N_0 = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários.

Os resultados mostram que o melhor sistema codificado foi o que utilizou o código $CC(4,3,3)$.

4.3.3 Sistema FFH-CDMA, com $M=32$ e $L=6$

Para o sistema FFH-CDMA codificado, com $M = 32$ e $L = 6$, foi utilizado o codificador $RS(31,21,5)$. A taxa efetiva para este código, $R_{RS}^{(eff)} = 0,6193$, foi calculada através da equação (4.1).

A Figura 23 apresenta as curvas para os limitantes de desempenho e através de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado, que utiliza a regra de *DS*, com $M = 32$ e $L = 6$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , com passo unitário. A figura também apre-

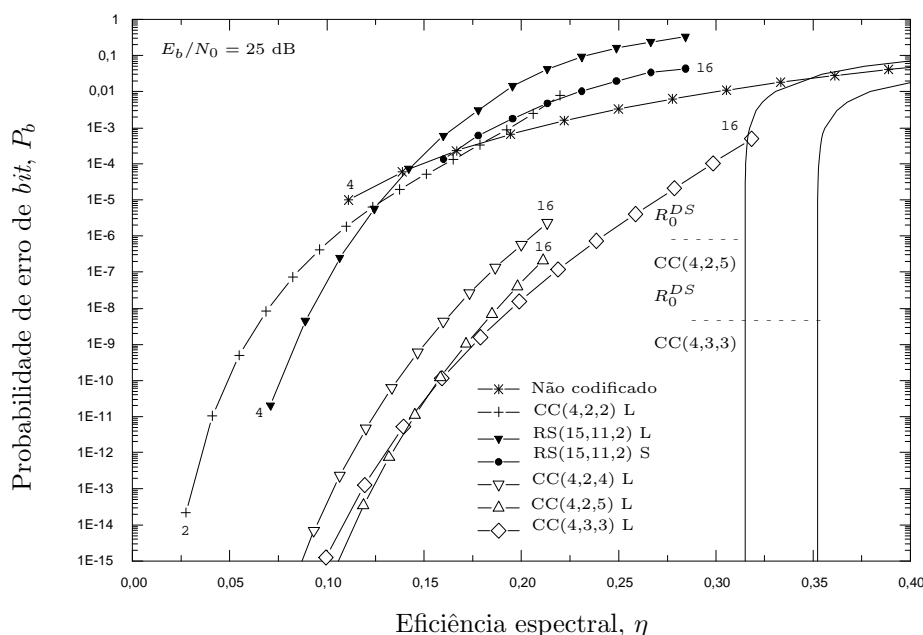


Figura 21: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de DS, com $M=16$ e $L=9$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários.

senta o valor da eficiência espectral para o sistema codificado com codificador $CC(5,3,3)$, trabalhando próximo da taxa de corte de canal, R_0^{DS} . Os resultados mostram que o melhor sistema codificado foi o que utilizou o $CC(5,3,3)$, com $d_{Hamm} = 3$ (DEUS JÚNIOR, 2002). Para uma $P_b \approx 10^{-5}$, pode-se observar que o desempenho proporcionado pelo codificador $RS(31,21,5)$, ao sistema FFH-CDMA, é superior ao proporcionado pelo codificador convolucional $CC_2(5,4,1)$, e inferior aos resultados encontrados para os códigos convolucionais $F4$, $F5$, $CC(5,4,2)$ e $CC(5,3,3)$.

A Figura 24 apresenta as curvas para os limitantes de desempenho e através de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado, que utiliza a regra de DS, com $M = 32$ e $L = 6$, para uma $E_b/N_0=12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U , com passo unitário. A figura também apresenta o valor da eficiência espectral para o sistema codificado com codificador

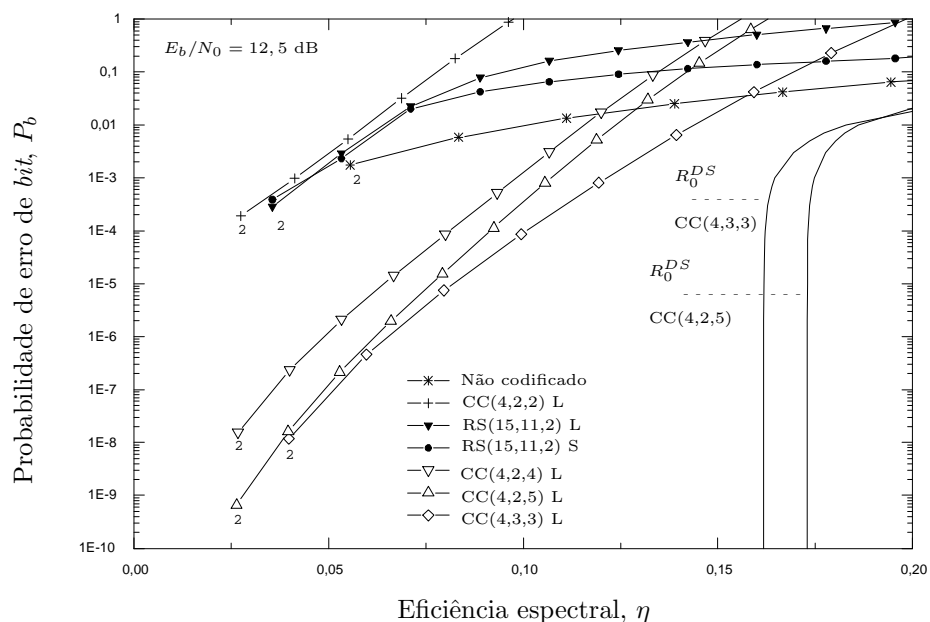


Figura 22: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=16$ e $L=9$, para uma $E_b/N_0 = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários.

$CC(5,3,3)$, trabalhando próximo da taxa de corte de canal, R_0^{DS} . Novamente, os resultados mostram que o melhor sistema codificado foi o que utilizou o $CC(5,3,3)$, com $d_{Hamming} = 3$ (DEUS JÚNIOR, 2002). Entretanto, para uma $P_b \leq 10^{-5}$, pode-se observar que o desempenho do sistema FFH-CDMA, utilizando o codificador $RS(31,21,5)$, é superior ao resultante de utilização do codificador convolucional F_4 , e inferior aos resultados encontrados para os códigos convolucionais $CC(5,4,2)$ e $CC(5,3,3)$.

4.3.4 Sistema FFH-CDMA, com $M=64$ e $L=14$

Para o sistema FFH-CDMA codificado, com $M = 64$ e $L = 14$, foi utilizado o codificador $RS(63,57,3)$, encurtado para $RS(38,32,3)$. A taxa efetiva para este código, $R_{RS}^{(eff)} = 0,8421$, foi calculada através da equação (4.1).

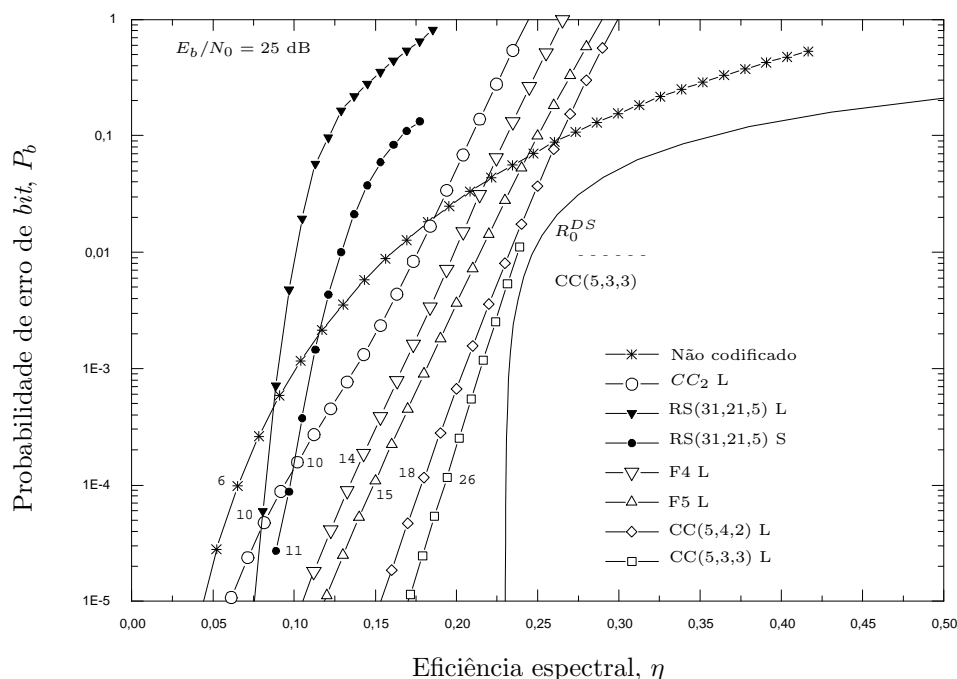


Figura 23: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=32$ e $L=6$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários.

O sistema FFH-CDMA, que utiliza a regra de *DS*, com $M = 64$ e $L = 14$, pode ter seu desempenho analisado através da Figura 25, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , com passo três. A figura também apresenta os valores da eficiência espectral para o sistema codificado com codificadores $CC(6,5,1)$ e $CC(6,4,2)$, trabalhando próximo da taxa de corte de canal, R_0^{DS} . O código $RS(63,57,3)$, encurtado para $RS(38,32,3)$, proporciona, ao sistema FFH-CDMA, desempenho superior ao desempenho resultante da utilização do código convolucional $CC(6,5,1)$, para uma $P_b \leq 10^{-6}$. Para uma $P_b \leq 10^{-9}$, o código $RS(63,57,3)$ passa a proporcionar, ao sistema FFH-CDMA, desempenho superior ao desempenho proporcionado pelo melhor código convolucional encontrado em (DEUS JÚNIOR, 2002), isto é, o código $CC(6,4,2)$.

A Figura 26 apresenta as curvas para os limitantes de desempenho e através

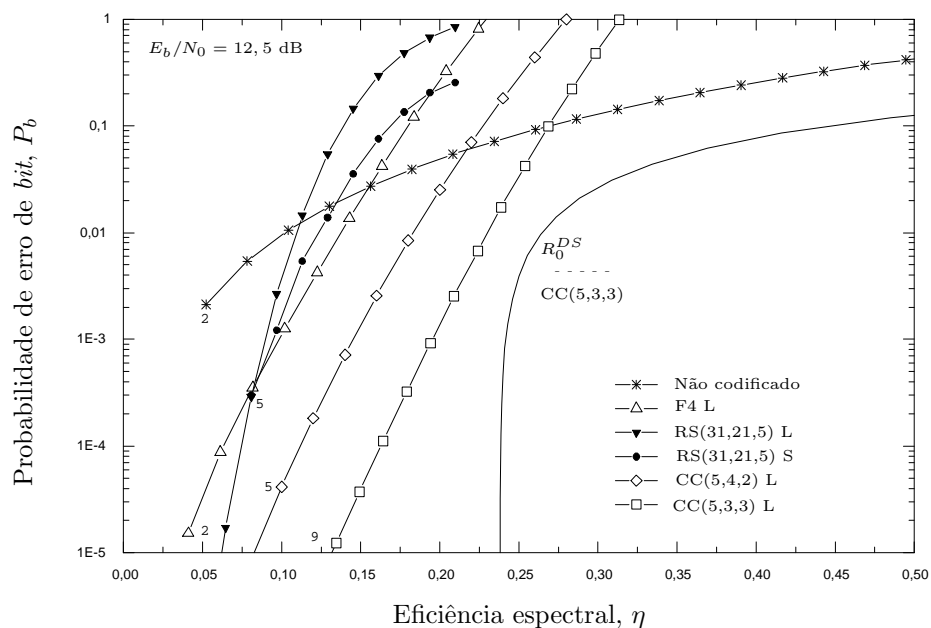


Figura 24: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=32$ e $L=6$, para uma $E_b/N_0 = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários.

de simulação computacional para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado, que utiliza a regra de *DS*, com $M = 64$ e $L = 14$, para uma $E_b/N_0=12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U , com passo três. O código *RS* $(63,57,3)$, encurtado para *RS* $(38,32,3)$, proporciona, ao sistema FFH-CDMA, desempenho superior ao desempenho resultante da utilização do código convolucional *CC* $(6,5,1)$, para uma $P_b \leq 10^{-6}$. Para uma $P_b \leq 10^{-9}$, o código *RS* $(63,57,3)$ passa a proporcionar, ao sistema FFH-CDMA, desempenho superior ao desempenho proporcionado pelo melhor código convolucional encontrado em (DEUS JÚNIOR, 2002), isto é, o código *CC* $(6,4,2)$.

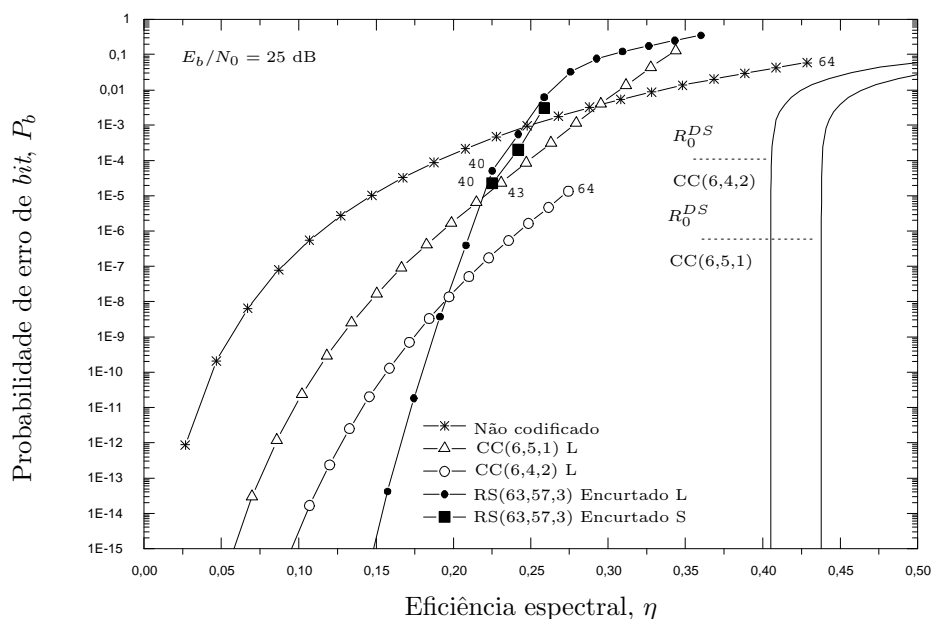


Figura 25: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=64$ e $L=14$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários, com passo 3.

4.3.5 Outros Sistemas FFH-CDMA Codificados Utilizando Codificadores *Reed-Solomon*

Para a obtenção das curvas de probabilidade de erro de *bit*, P_b , em função da eficiência espectral, η , para um sistema FFH-CDMA codificado com modelo de canal não-quantizado, com $M = 128$ e $L = 16$, e $M = 256$ e $L = 19$, foi utilizada a técnica de encurtamento para a obtenção dos códigos apropriados.

A Figura 27 apresenta a comparação de desempenho para o sistema FFH-CDMA codificado, com $M = 128$ e $L = 16$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB, utilizando o codificador $RS(127,121,3)$, encurtado para $RS(34,28,3)$. Os números nas curvas denotam U , com passo 8. A figura também apresenta os valores da eficiência espectral para o sistema codificado com codificadores $CC(7,5,1)$ e $CC(7,6,1)$, trabalhando próximo da taxa de corte de canal, R_0^{DS} . Pode ser observado que, para

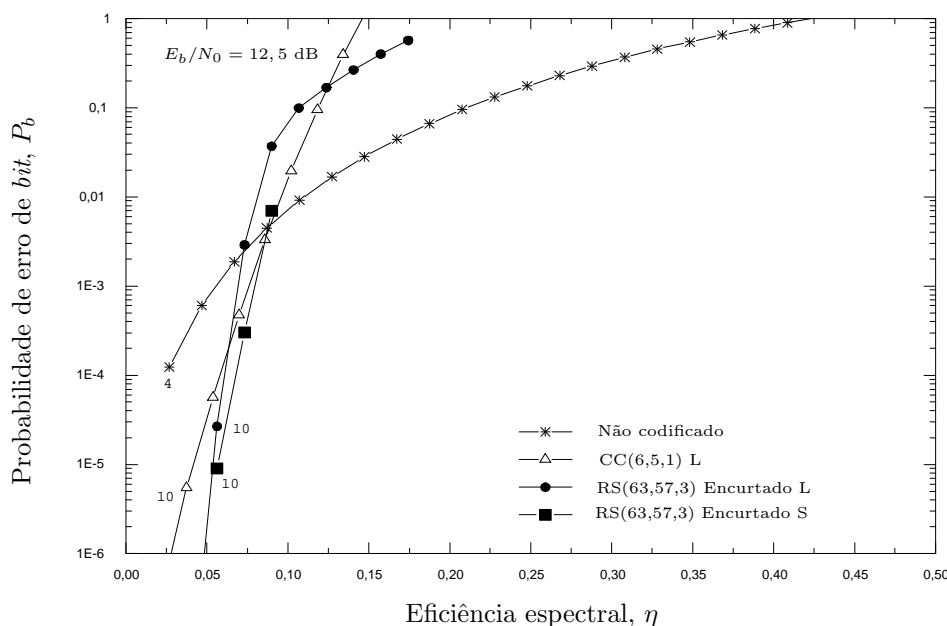


Figura 26: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=64$ e $L=14$, para uma $E_b/N_0 = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários, com passo 3.

uma $P_b \leq 10^{-7}$, o código *RS* (127,121,3) proporciona, ao sistema FFH-CDMA, desempenho superior ao proporcionado pelo código *CC* (7,5,1). Para uma $P_b \leq 10^{-9}$, o sistema FFH-CDMA, utilizando o código *RS* (127,121,3), apresenta desempenho superior ao proporcionado pelo melhor código convolucional encontrado em (DEUS JÚNIOR, 2002), ou seja, o código *CC* (7,6,1).

A Figura 28 apresenta a comparação de desempenho para o sistema FFH-CDMA codificado, com $M = 256$ e $L = 19$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB, utilizando o codificador *RS* (255,249,3), encurtado para *RS* (30,24,3). Os números nas curvas denotam U , com passo 8. A figura também apresenta os valores da eficiência espectral para o sistema codificado com codificadores *CC* (8,5,1) e *CC* (8,6,1), trabalhando próximo da taxa de corte de canal, R_0^{DS} . Pode ser observado que, para uma $P_b \leq 10^{-7}$, o código *RS* (255,249,3) proporciona, ao sistema FFH-CDMA, desempenho superior ao proporcionado pelo código *CC* (8,5,1). Para uma $P_b \leq 10^{-9}$,

o sistema FFH-CDMA, utilizando o código $RS(255,249,3)$, apresenta desempenho superior ao proporcionado pelo melhor código convolucional encontrado em (DEUS JÚNIOR, 2002), ou seja, o código $CC(8,6,1)$.

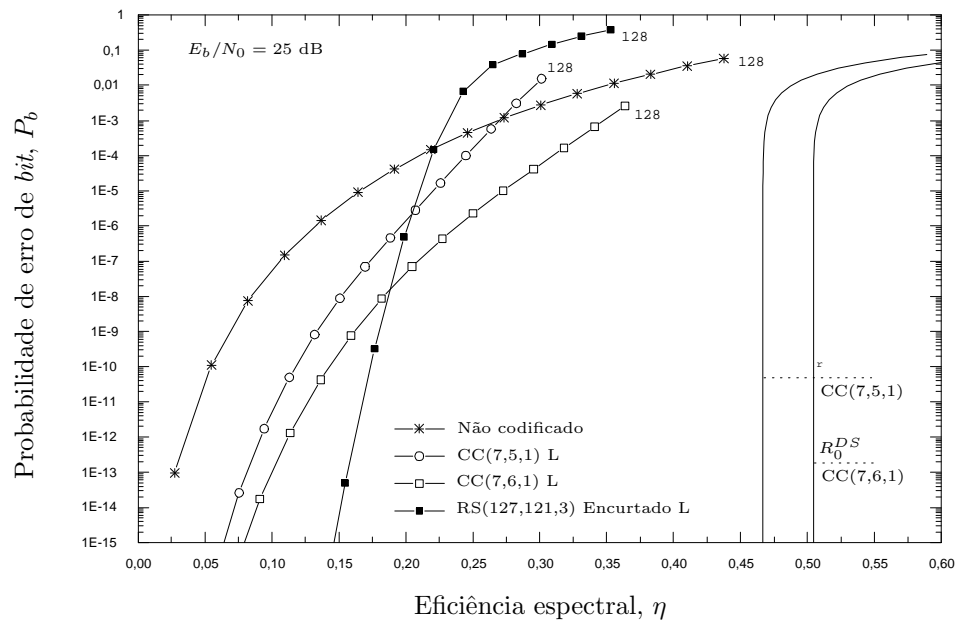


Figura 27: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de DS , com $M=128$ e $L=16$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários, com passo 8.

4.4 Considerações Finais

Neste capítulo foi proposta a implementação de um sistema FFH-CDMA codificado utilizando codificador *Reed-Solomon*, cujo canal de transmissão, não-quantizado, é modelado de maneira diferente do proposto em (FIEBIG; ROBERTSON, 1998).

Os resultados de desempenho dos sistemas FFH-CDMA codificados, que utilizam a regra de DS , mostraram que para sistemas com uma capacidade de usuários menor ou igual a 32, os melhores desempenhos foram obtidos com o códigos con-

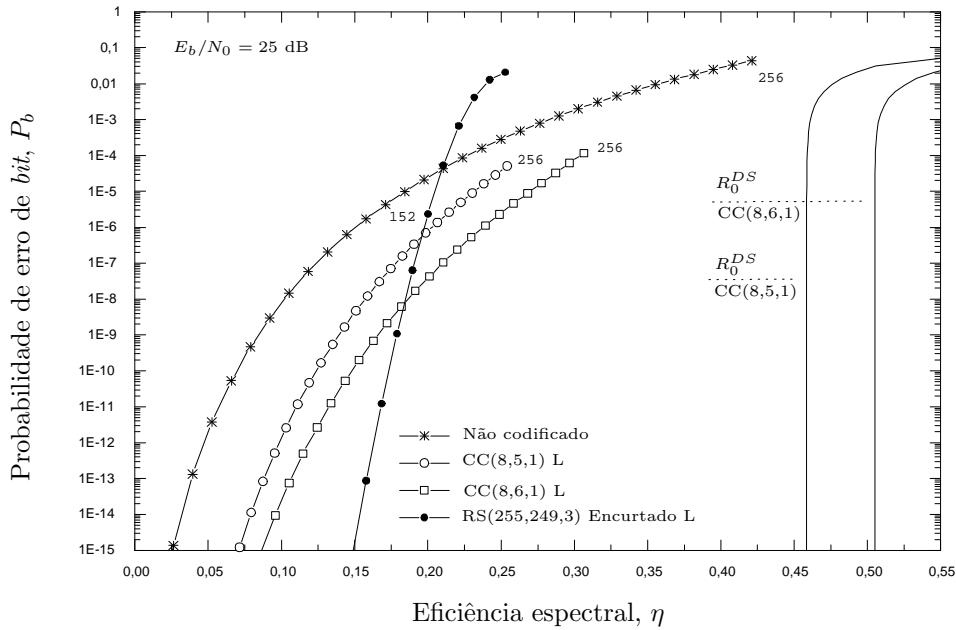


Figura 28: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de DS , com $M=256$ e $L=19$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários, com passo 8.

volucionais, gerados a partir do novo critério de construção dos códigos convolucionais (DEUS JÚNIOR, 2002). Para o caso de sistemas FFH-CDMA com grande capacidade de usuários, $M \geq 64$, o código RS proporcionou melhor desempenho ao sistema, sendo, portanto, o mais indicado.

5 *Sistemas FFH-CDMA Codificados Utilizando Codificadores Concatenados*

Neste capítulo, é proposta a implementação de sistemas FFH-CDMA codificados utilizando codificadores concatenados seriais (FORNEY, 1966a).

Para um sistema FFH-CDMA codificado, com $M=32$ e $L=6$, foi implementado o codificador concatenado serial, utilizando como codificador interno, o codificador convolucional que proporcionou melhor desempenho ao sistema FFH-CDMA em (DEUS JÚNIOR, 2002), ou seja, o codificador $CC(5,3,3)$, e como codificadores externos, foram utilizados os codificadores *Reed-Solomon* $RS(7,5,1)$, $RS(15,11,2)$ e $RS(31,21,5)$, apresentados no Capítulo 4. Para um sistema FFH-CDMA codificado, com $M=64$ e $L=14$, foi implementado o codificador concatenado serial, utilizando como codificador interno, o codificador convolucional $CC(6,5,1)$, apresentado em (DEUS JÚNIOR, 2002), e como codificador externo, o codificador *Reed-Solomon* $RS(63,57,3)$, encurtado para $RS(38,32,3)$.

Os resultados encontrados, através de simulação computacional e através de limitantes superiores de desempenho, foram comparados com os resultados encontrados por (DEUS JÚNIOR, 2002). Estes resultados indicaram que códigos concatenados podem proporcionar melhor desempenho aos sistemas FFH-CDMA com grande capacidade de usuários.

5.1 Modelo de um Sistema FFH-CDMA Codificado Utilizando Codificador Concatenado

A Figura 29 apresenta o modelo do sistema FFH-CDMA utilizando o codificador concatenado serial.

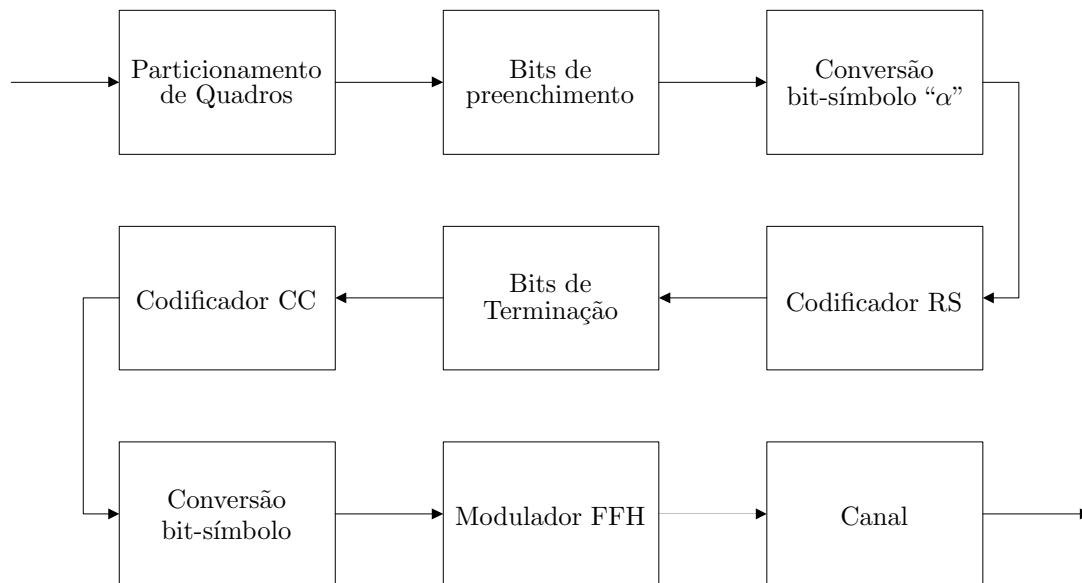


Figura 29: Modelo do Sistema FFH-CDMA Codificado utilizando o Codificador Concatenado Serial.

Os componentes básicos do sistema FFH-CDMA codificado com codificador concatenado são: (a) o gerador de quadros; (b) *bits* de preenchimento; (c) o conversor *bit-símbolo* “ α ”; (d) o codificador *Reed-Solomon*; (e) *bits* de terminação; (f) o codificador convolucional; (g) o conversor binário-*m*-ário; (h) o modulador FFH; (i) o canal quantizado (*DS*) com desvanecimento *Rayleigh* seletivo em frequências (M canais independentes), com ruído térmico do receptor e interferência multi-usuário.

Como apresentado nas seções 2.6 e 4.1, as equações (2.83) e (4.1) permitem calcular as taxas efetivas para o código convolucional e para o código *Reed-Solomon*, respectivamente. A taxa efetiva para o código concatenado, $R_{CT}^{(eff)}$, é dada pelo

produto das taxas efetivas dos códigos interno e externo que compõem o esquema de concatenação (BENEDETTO; MONTORSI, 1998), ou seja,

$$R_{CT}^{(eff)} = R_{interno}^{(eff)} \cdot R_{externo}^{(eff)}. \quad (5.1)$$

No caso em análise, tem-se

$$R_{CT}^{(eff)} = R_{CC}^{(eff)} \cdot R_{RS}^{(eff)}, \quad (5.2)$$

onde $R_{RS}^{(eff)}$ e $R_{CC}^{(eff)}$, denotam as taxas efetivas para o codificador *Reed-Solomon* e para o codificador convolucional, respectivamente.

5.2 Resultados Encontrados

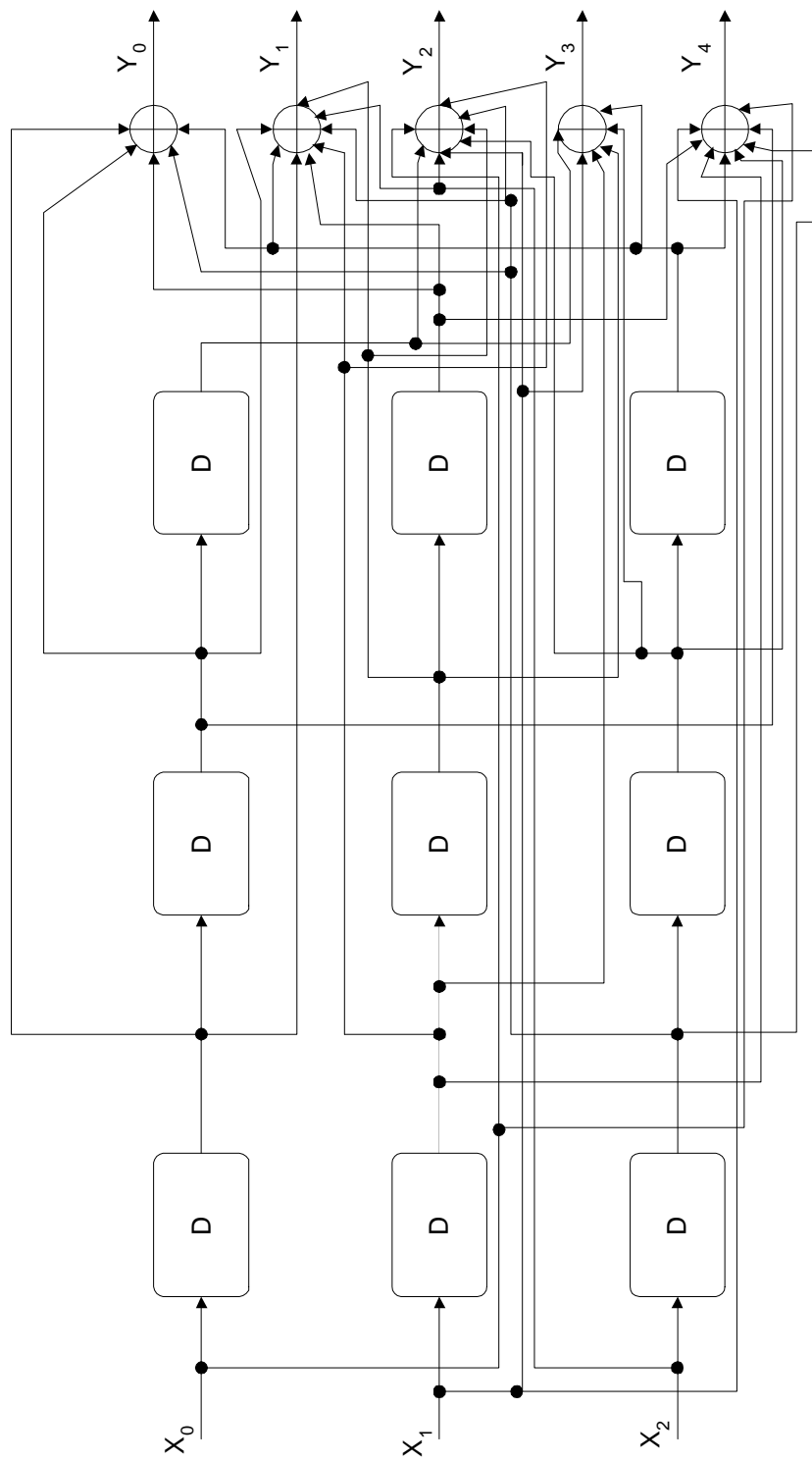
Para as simulações, foi considerada uma transmissão com quadros de duração de 20 ms. A taxa de transmissão de dados é de 9,6 Kbps. Deste modo, o total de *bits* para a fonte de dados é de $n_p = 192$ *bits*/quadro.

5.2.1 Sistema FFH-CDMA, com $M=32$ e $L=6$

Nas implementações propostas, utilizamos o código *CC* (5,3,3), como codificador interno, e os códigos *RS* (7,5,1), *RS* (15,11,2) e *RS* (31,21,5), como codificadores externos, para um sistema FFH-CDMA, com $M=32$ e $L=6$.

O codificador convolucional que proporcionou melhor desempenho ao sistema FFH-CDMA encontrado em (DEUS JÚNIOR, 2002) está apresentado na Figura 30. Este codificador é caracterizado por 3 entradas, 5 saídas e 3 estágios de memória.

Foi apresentada, em (DEUS JÚNIOR, 2002), a curva para o limitante de desempenho para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado, com o código *CC* (5,3,3), que utiliza a regra de *DS*, com $M = 32$ e $L = 6$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB. Esta curva foi validada através de simulação computacional.

Figura 30: Codificador Convolutivo $CC(5,3,3)$.

A Figura 31 apresenta as curvas para o limitante de desempenho e através de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado, que utiliza a regra de DS , com $M = 32$ e $L = 6$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , com passo unitário. Os resultados mostram que o sistema FFH-CDMA codificado que apresentou melhor desempenho foi o que utilizou o código $CC(5,3,3)$. Entre os códigos concatenados seriais, o que proporcionou melhor desempenho, ao sistema FFH-CDMA, foi o $CT(RS(7,5,1);CC(5,3,3))$, formado pelo codificador interno $CC(5,3,3)$ e pelo codificador externo $RS(7,5,1)$.

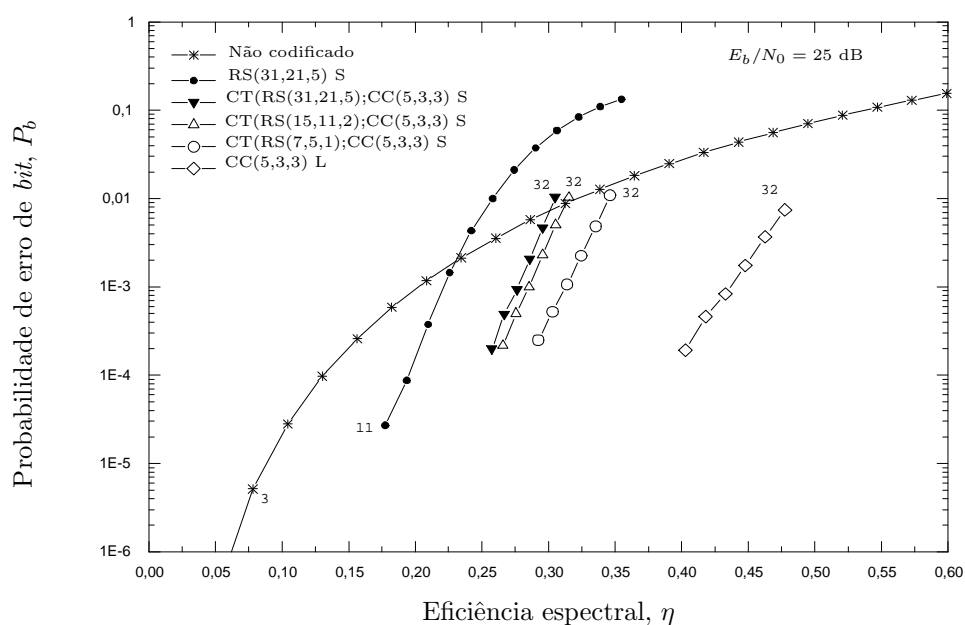


Figura 31: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de DS , com $M=32$ e $L=6$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários.

A Figura 32 apresenta as curvas para o limitante de desempenho e através de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado, que utiliza a regra de DS , com $M = 32$ e $L = 6$, para uma $E_b/N_0 = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U , com passo unitário. Os resultados mostram que o sistema FFH-CDMA codificado que apresentou melhor desempenho foi

o que utilizou o código $CC(5,3,3)$. Entre os códigos concatenados seriais, o que proporcionou melhor desempenho, ao sistema FFH-CDMA, também foi o $CT(RS(7,5,1);CC(5,3,3))$.

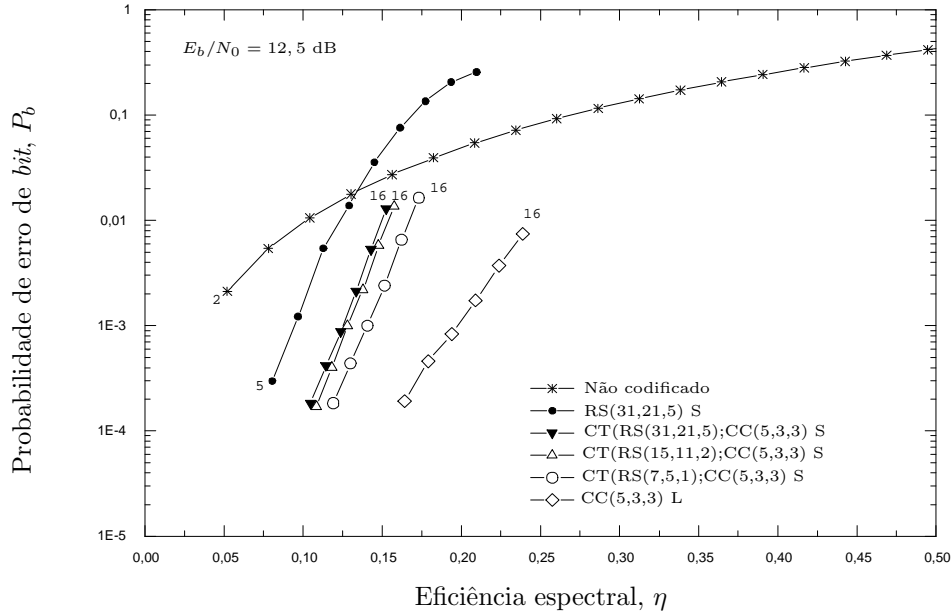


Figura 32: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de DS , com $M=32$ e $L=6$, para uma $E_b/N_0 = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários.

5.2.1.1 Codificador concatenado e a eficiência espectral, η

Com o objetivo de analisar a variação de desempenho de um sistema FFH-CDMA, utilizando um codificador concatenado serial, foram alterados alguns parâmetros do codificador externo RS . A análise foi feita para um sistema FFH-CDMA, com $M=32$ e $L=6$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB.

O código concatenado serial $CT(RS(15,11,2);CC(5,3,3))$, apresenta um taxa efetiva, $R_{CT}^{(eff)}$, igual a, aproximadamente, 0,3782. Através da equação (2.77), pode-se verificar que a eficiência espectral depende do número de usuários, U , dos

parâmetros M e L do sistema, e da taxa efetiva do esquema de codificação utilizado. Fixando-se o número de usuários e os parâmetros M e L do sistema, a eficiência espectral, η , se relacionará, diretamente e unicamente, com a taxa efetiva. Deste modo, aumentando-se a taxa efetiva do esquema de codificação, aumentar-se-á a sua eficiência espectral.

A concatenação serial apresenta uma taxa efetiva igual ao produto das taxas efetivas dos codificadores que compõem o esquema de codificação (BENEDETTO; MONTORSI, 1998). Como codificador interno, utilizado na concatenação, será mantido o codificador convolucional $CC(5,3,3)$, que proporcionou melhor desempenho ao sistema FFH-CDMA, com $M=32$ e $L=6$. Será efetuada uma modificação na taxa efetiva do codificador *Reed-Solomon*, sendo escolhido para o processo de concatenação, o codificador externo $RS(15,13,1)$. Este código apresenta os parâmetros

- $n' = 2^\nu - 1 = 15$, número de símbolos por palavra-código,
- $k' = n' - 2t' = 13$, número de símbolos de informação,
- $t' = 1$, número máximo de símbolos corrigidos,
- $r = 2t' = 2$, número de símbolos de redundância,
- $d_0 = 2t' + 1 = 3$, distância mínima do código.

A taxa efetiva resultante para o codificador $CT(RS(15,13,1);CC(5,3,3))$, é igual a, aproximadamente, 0,4720.

A Figura 33 apresenta a curva para o limitante de desempenho e através de simulação computacional, para o codificador $CT(RS(15,13,1);CC(5,3,3))$, além das curvas apresentadas na Figura 31, para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado, que utiliza a regra de DS , com $M = 32$ e $L = 6$, para uma $E_b/N_0=25$ dB. Os números nas curvas denotam U , com passo unitário. Os resultados mostram que

o melhor sistema codificado foi o que utilizou o código $CC(5,3,3)$. Pode-se observar, entretanto, que com a alteração da estrutura do código externo do codificador concatenado, trocando um código corretor de 2 símbolos por um código corretor de 1 símbolo, a taxa efetiva do codificador concatenado foi aumentada. Isto resultou em uma melhora da eficiência espectral. O codificador $CT(RS(15,13,1);CC(5,3,3))$ apresentou melhor desempenho dentre os codificadores concatenados. Conclui-se que a escolha dos parâmetros para o esquema de codificação concatenada influencia no desempenho do sistema FFH-CDMA. Desta forma, parâmetros escolhidos adequadamente poderão resultar em melhores resultados de desempenho. Entretanto, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza a regra de DS , com $M = 32$ e $L = 6$, não foi encontrado um codificador concatenado serial adequado.

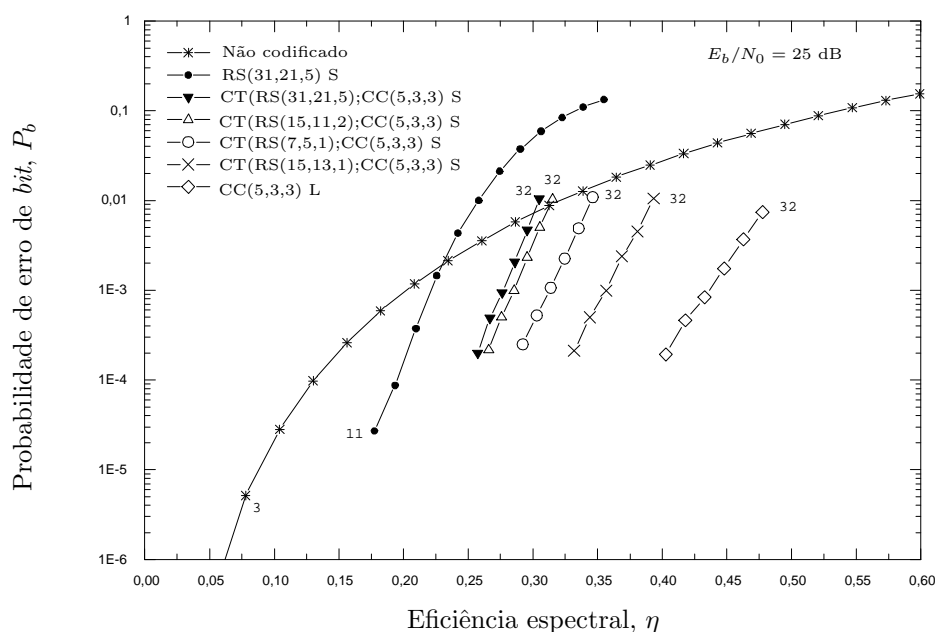


Figura 33: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de DS , com $M=32$ e $L=6$, para uma $E_b/N_0 = 25$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários.

5.2.2 Sistema FFH-CDMA, com $M=64$ e $L=14$

O codificador convolucional $CC(6,5,1)$, utilizado nesta implementação, está esquematizado na Figura 34. Este codificador é caracterizado por 5 entradas, 6 saídas e 5 estágios de memória (DEUS JÚNIOR, 2002).

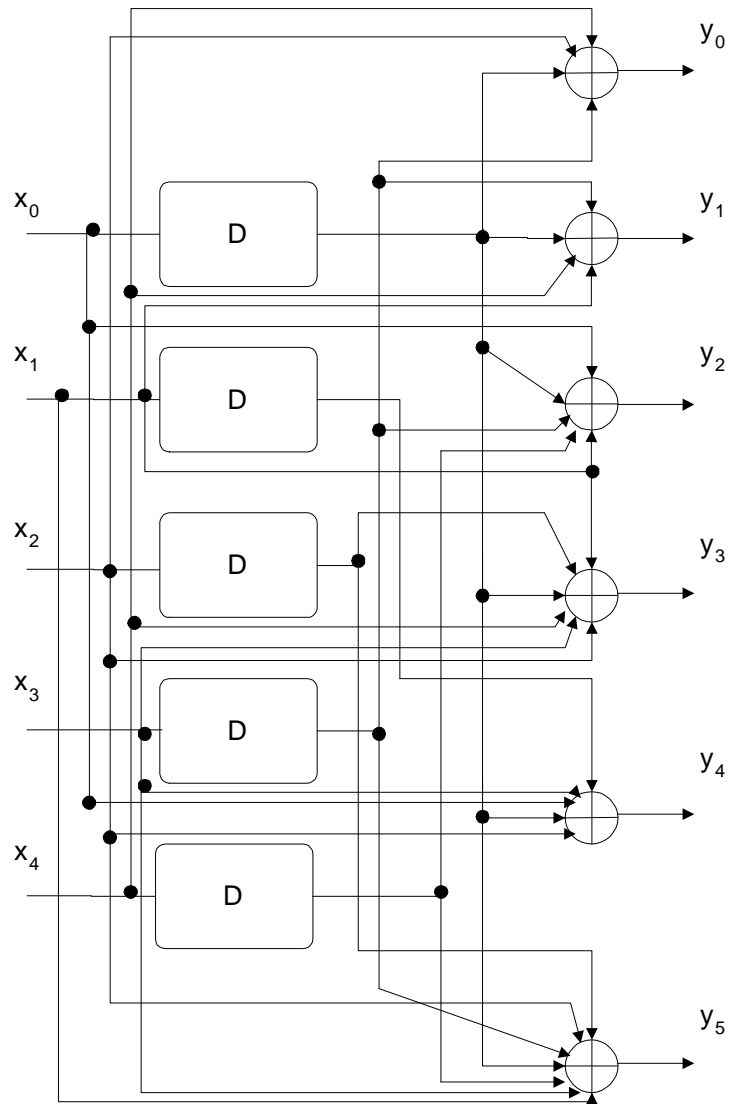
A curva de desempenho para um sistema FFH-CDMA codificado e não-quantizado, com o código $CC(6,5,1)$, que utiliza a regra de DS , com $M = 64$ e $L = 14$, para uma $E_b/N_0 = 12,5$ dB, foi obtida através de simulação computacional.

A Figura 35 apresenta as curvas para o limitante de desempenho e através de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA não-codificado e codificado, que utiliza a regra de DS , com $M = 64$ e $L = 14$, para uma $E_b/N_0 = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U , com passo unitário. O codificador concatenado serial $CT(RS(63,57,3);CC(6,5,1))$ apresenta como codificador externo, o codificador $RS(63,57,3)$, encurtado para $RS(38,32,3)$, e como codificador interno, o codificador $CC(6,5,1)$. Os resultados mostram que o sistema FFH-CDMA codificado, utilizando o código $CT(RS(63,57,3);CC(6,5,1))$, apresenta desempenho assintoticamente superior, para uma $P_b \leq 10^{-5}$.

5.3 Considerações Finais

Neste capítulo foi proposta a implementação de um sistema FFH-CDMA codificado utilizando codificador concatenado serial.

Os resultados de desempenho de um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza a regra de DS , com $M=32$ e $L=6$, mostraram que o melhor desempenho foi obtido com o código convolucional $CC(5,3,3)$, gerado a partir do novo critério de construção dos códigos convolucionais (DEUS JÚNIOR, 2002). Neste caso, não foi encontrado um codificador concatenado serial adequado. Para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza a regra de DS , com $M=64$ e $L=14$, foi encontrado um codificador concatenado serial apropriado. Entretanto, para a implementação

Figura 34: Codificador Convolutivo $CC(6,5,1)$.

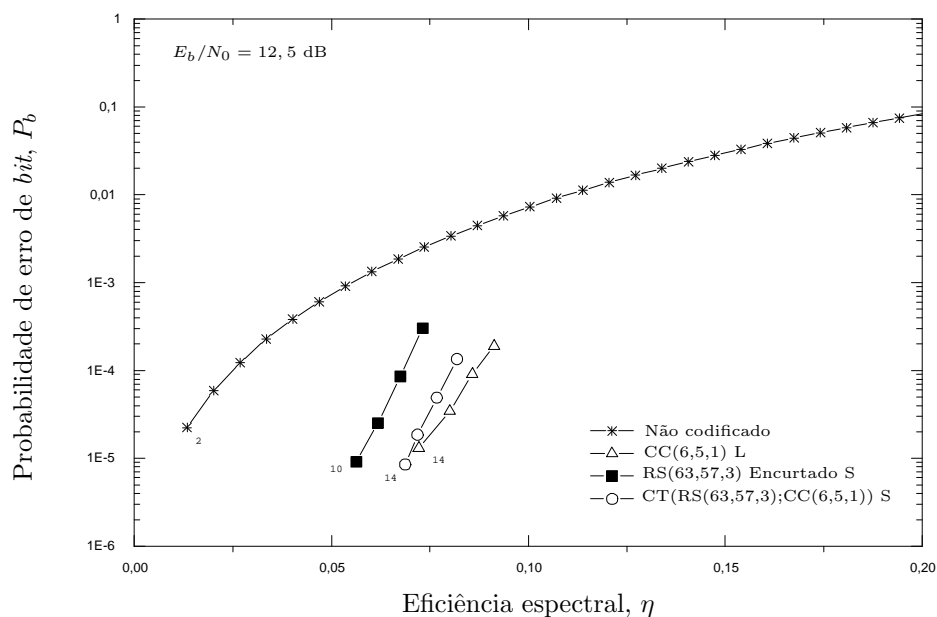


Figura 35: Probabilidade de erro de *bit* obtida através de limitante de desempenho e de simulação computacional, para um sistema FFH-CDMA codificado, que utiliza regra de *DS*, com $M=64$ e $L=14$, para uma $E_b/N_0 = 12,5$ dB. Os números nas curvas denotam U , número de usuários, com passo unitário.

do esquema de concatenação para grandes sistemas, alguns pontos devem ser considerados e, se possível, contornados: (a) aumento da complexidade do código; (b) elevado consumo de energia no processo de codificação e decodificação; (c) busca de códigos concatenados com maior taxa efetiva possível; (d) códigos *RS* que corrijam um maior número de erros.

Conclusões

Esta dissertação apresentou análises e resultados de desempenho de sistemas FFH-CDMA codificados e não-quantizados, utilizando codificadores *Reed-Solomon* e codificadores concatenados seriais. Através do limitante de desempenho e de simulação computacional, os desempenhos destes sistemas FFH-CDMA foram determinados e comparados com os resultados apresentados em (DEUS JÚNIOR, 2002).

Para os sistemas FFH-CDMA codificados e não-quantizados, que utilizam a regra de *DS*, implementados com o codificador *Reed-Solomon*, foi aplicado o processo de decodificação algébrica tradicional, enquanto que para os codificadores convolucionais foi utilizado o mecanismo de decodificação suave. Para sistemas com capacidade igual ou menor a 32 usuários, observou-se que os codificadores *Reed-Solomon* proporcionaram desempenho inferior ao proporcionado pelos melhores codificadores convolucionais encontrados por (DEUS JÚNIOR, 2002). Entretanto, para sistemas com uma grande capacidade de usuários, $M \geq 64$, os codificadores *Reed-Solomon* proporcionaram desempenho superior. Portanto, os códigos *Reed-Solomon* tornam-se atrativos na implementação destes sistemas, à medida que novos códigos convolucionais não sejam obtidos ou ainda, quando uma menor complexidade na estrutura codificada for desejada.

Os sistemas FFH-CDMA codificados e não-quantizados, que utilizam a regra de *DS*, implementados com codificadores concatenados seriais, tiveram seus desempenhos, também, comparados com os desempenhos dos codificadores convolucionais obtidos de (DEUS JÚNIOR, 2002), e com os resultados encontrados com os códigos *Reed-Solomon*. Para sistemas com capacidade igual a 32 usuários, observou-se que os codificadores concatenados proporcionaram desempenho infe-

rior ao desempenho proporcionado pelo melhor codificador convolucional (DEUS JÚNIOR, 2002). No caso de sistemas FFH-CDMA, com $M = 64$ e $L = 16$, o codificador concatenado pode proporcionar desempenho superior ao resultante da utilização de codificadores convolucionais (DEUS JÚNIOR, 2002) e, também, superior ao desempenho proporcionado pelo codificador *Reed-Solomon*. Foi possível observar que, dependendo dos parâmetros escolhidos para a composição do codificador concatenado, melhores resultados de desempenho podem ser obtidos.

As simulações de sistemas FFH-CDMA codificados e não-quantizados, que utilizam a regra de *DS*, com grande capacidade de usuários, foi bastante comprometida pelo elevado tempo de simulação, o que levou o estudo à comparações de limitantes de desempenho, em alguns casos. Foi utilizada uma máquina com processador PENTIUM IV (3,2GHz) e memória de 256 Mbytes.

Para trabalhos futuros, sugerimos a implementação da sistemática de decodificação suave para os códigos *Reed-Solomon*, bem como a utilização da programação paralela, sugerida em (DEUS JÚNIOR; J. PORTUGUEIS; SILVA JÚNIOR, 2004), a ser aplicada em sistemas com grande capacidade de usuários, como uma estratégia para determinação de novos códigos convolucionais e para uma pesquisa mais detalhada sobre o desempenho de códigos concatenados seriais.

APÊNDICE A – Programa para Codificação e Decodificação do Código Reed-Solomon

```
/* Reed Solomon.cpp */
```

```
/* Este programa é um codificador/decodificador para o código  
Reed-Solomon. A codificação é na forma sistemática e a  
decodificação via algoritmo iterativo de Berlekamp.
```

```
Devem ser especificadas as constantes que representam o código  
Reed-Solomon, ou seja, mm, nn, tt e kk=nn-2tt. Também deve ser  
especificado o polinômio primitivo(irredutível) a ser utilizado  
para gerar os elementos de GF(2m)(alfas). (Estes podem ser  
encontrados em Lin e Costello).
```

```
A representação dos elementos de GF(2m) é na forma de índices,  
onde o número é o potência de alfa(conveniente para  
multiplicação), e também na forma polinomial(conveniente para  
adição). */
```

```
//-----  
#include <stdlib.h>  
#include <stdio.h>  
#include <stdlib.h>  
#include <iostream.h>  
#include <fstream.h>  
#include <iomanip.h>  
#include <math.h>  
#include <Windows.h>  
#include <except.h>  
#include <complex.h>
```



```

//-----
#include "unifd.h"
#include "unifc.h"
// -----
#define mm 3
#define nn 7
#define tt 1
#define kk 5
#define dmin 2
#define NREPETICOES 1
#define linhas 8
#define colunas 3
#define linhas_alfas 13
//-----
// Variáveis Globais:

char espera;
int ptransicao;
double ptrans;
long ponteiro;

int pp[mm+1] = { 1, 1, 0, 1} ;

int alpha_to [nn+1], index_of [nn+1], gg [nn-kk+1] ;

int recd [nn], reecd [nn], data [kk],erro [kk], bb[nn-kk] ;

int recdd[100][100]; long int conta; double Pb;

int ns=0; int nk=0; int nt=0; int count=0;

int n [100] [100],ent [100],enti [100] [100],mens [100] [100];

int recdi [100]; int MA [10] [100],MAFA [100] [100],CA [10] [100],
BI [100] [100],MB [100],MBFA [100] [100];

int EQ [8] [3]={
    {1,0,0},
    {0,1,0},
    {0,0,1},
    {1,1,0},
    {0,1,1},
    {1,1,1},
    {1,0,1},
    {0,0,0}
};

```

```

// -----
long double VARIABEL_ALEATORIA_GAMA(int J)
{
    long double VALOR,GAMA;
    TUnifc Unifc;
    Unifc.Setar_Valores(0.0,1.0);

    GAMA=0.0;
    for (int i=1;i<=J;i++) {
        VALOR=Unifc.Setar_Variavel(&ponteiro);
        if (VALOR<=mi) {
            GAMA=GAMA+1.0;
        }
    }
    return GAMA/2.0;
}
// -----
void generate_gf()
{
    register int i, mask ;

    mask = 1 ;
    alpha_to[mm] = 0 ;
    for (register int i=0; i<mm; i++) {
        alpha_to[i] = mask ;
        index_of[alpha_to[i]] = i ;
        if (pp[i]!=0)
            alpha_to[mm] ^= mask ;
        mask <<= 1 ;
    }
    index_of[alpha_to[mm]] = mm ;
    mask >>= 1 ;
    for (register int i=mm+1; i<nn; i++) {
        if (alpha_to[i-1] >= mask)
            alpha_to[i] = alpha_to[mm] ^ ((alpha_to[i-1]^mask)<<1) ;
        else alpha_to[i] = alpha_to[i-1]<<1 ;
        index_of[alpha_to[i]] = i ;
    }
    index_of[0] = -1 ;
}
//-----
void gen_poly()
{
    register int i,j ;
    gg[0] = 2 ;
    gg[1] = 1 ;
}

```

```

for (register int i=2; i<=nn-kk; i++) {
    gg[i] = 1 ;
    for (register int j=i-1; j>0; j--)
        if (gg[j] != 0)
            gg[j] = gg[j-1]^ alpha_to[(index_of[gg[j]]+i)%nn] ;
            else gg[j] = gg[j-1] ;
            gg[0] = alpha_to[(index_of[gg[0]]+i)%nn] ;
    }
for (register int i=0; i<=nn-kk; i++) gg[i] = index_of[gg[i]] ;
}
//-----
void encode_rs()
{
    register int i,j ;
    int feedback ;

for (register int i=0; i<nn-kk; i++)
    bb[i] = 0 ;
    for (register int i=kk-1; i>=0; i--) {
        feedback = index_of[data[i]^bb[nn-kk-1]] ;
        if (feedback != -1) {
            for (register int j=nn-kk-1; j>0; j--)
                if (gg[j] != -1)
                    bb[j] = bb[j-1]^alpha_to[(gg[j]+feedback)%nn] ;
                    else
                        bb[j] = bb[j-1] ;
                        bb[0] = alpha_to[(gg[0]+feedback)%nn] ;
                }
            else {
                for (register int j=nn-kk-1; j>0; j--)
                    bb[j] = bb[j-1] ;
                    bb[0] = 0 ;
                }
            }
    }
}
//-----
void decode_rs()
{
    register int i,j,u,q ;
    int elp[nn-kk+2][nn-kk], d[nn-kk+2], l[nn-kk+2], u_lu[nn-kk+2], s[nn-kk+1] ;
    int count=0, syn_error=0, root[tt], loc[tt], z[tt+1], err[nn], reg[tt+1] ;

for (register int i=1; i<=nn-kk; i++) {
    s[i] = 0 ;
    for (register int j=0; j<nn; j++)

```

```

    if (recd[j]!=-1)
        s[i] ^= alpha_to[(recd[j]+i*j)%nn] ;
        if (s[i]!=0) syn_error=1 ;
        s[i] = index_of[s[i]] ;
}
if (syn_error) {
    d[0] = 0 ;
    d[1] = s[1] ;
    elp[0][0] = 0 ;
    elp[1][0] = 1 ;
    for (register int i=1; i<nn-kk; i++) {
        elp[0][i] = -1 ;
        elp[1][i] = 0 ;
    }
    l[0] = 0 ;
    l[1] = 0 ;
    u_lu[0] = -1 ;
    u_lu[1] = 0 ;
    u = 0 ;
    do {
        u++ ;
        if (d[u]==-1) {
            l[u+1] = l[u] ;
            for (register int i=0; i<=l[u]; i++) {
                elp[u+1][i] = elp[u][i] ;
                elp[u][i] = index_of[elp[u][i]] ;
            }
        }
        else {
            q = u-1 ;
            while ((d[q]==-1) && (q>0)) q-- ;
            if (q>0) {
                j=q ;
                do {
                    j-- ;
                    if ((d[j]!=-1) && (u_lu[q]<u_lu[j]))
                        q = j ;
                }
                while (j>0) ;
            }
            if (l[u]>l[q]+u-q)
                l[u+1] = l[u] ;
            else
                l[u+1] = l[q]+u-q ;
            for (register int i=0; i<nn-kk; i++)
                elp[u+1][i] = 0 ;

```

```

    for (register int i=0; i<=l[q]; i++)
        if (elp[q][i]!=-1)
            elp[u+1][i+u-q] = alpha_to[(d[u]+nn-d[q]+elp[q][i])%nn] ;
            for (register int i=0; i<=l[u]; i++) {
                elp[u+1][i] ^= elp[u][i] ;
                elp[u][i] = index_of[elp[u][i]];
            }
    }
    u_lu[u+1] = u-1[u+1] ;
    if (u<nn-kk) {
        if (s[u+1]!=-1)
            d[u+1] = alpha_to[s[u+1]] ;
        else
            d[u+1] = 0 ;
            for (register int i=1; i<=l[u+1]; i++)
                if ((s[u+1-i]!=-1) && (elp[u+1][i]!=0))
                    d[u+1] ^= alpha_to[(s[u+1-i]+index_of[elp[u+1][i]])%nn] ;
                    d[u+1] = index_of[d[u+1]] ;
    }
}
}
while ((u<nn-kk) && (l[u+1]<=tt)) ;
u++ ;
if (l[u]<=tt) {
    for (register int i=0; i<=l[u]; i++)    elp[u][i] = index_of[elp[u][i]] ;
    for (register int i=1; i<=l[u]; i++)
        reg[i] = elp[u][i] ;
    count = 0 ;
    for (register int i=1; i<=nn; i++) {
        q = 1 ;
        for (register int j=1; j<=l[u]; j++)
            if (reg[j]!=-1) {
                reg[j] = (reg[j]+j)%nn ;
                q ^= alpha_to[reg[j]] ;
            }
        if (!q) {
            root[count] = i;
            loc[count] = nn-i ;
            count++ ;
        }
    }
    if (count==l[u]) {
        for (register int i=1; i<=l[u]; i++) {
            if ((s[i]!=-1) && (elp[u][i]!=-1))
                z[i] = alpha_to[s[i]] ^ alpha_to[elp[u][i]] ;
            else if ((s[i]!=-1) && (elp[u][i]==-1))
                z[i] = alpha_to[s[i]] ;
        }
    }
}

```

```

        else if ((s[i]==-1) && (elp[u][i]!=-1))
            z[i] = alpha_to[elp[u][i]] ;
        else
            z[i] = 0 ;
            for (register int j=1; j<i; j++)
                if ((s[j]!=-1) && (elp[u][i-j]!=-1))
                    z[i] ^= alpha_to[(elp[u][i-j] + s[j])%nn] ;
            z[i] = index_of[z[i]] ;
    }

for (register int i=0; i<nn; i++) {
    err[i] = 0 ;
    if (recd[i]!=-1)
        recd[i] = alpha_to[recd[i]] ;
    else recd[i] = 0 ;
}

for (register int i=0; i<l[u]; i++) {
    err[loc[i]] = 1;
    for (register int j=1; j<=l[u]; j++)
        if (z[j]!=-1)
            err[loc[i]] ^= alpha_to[(z[j]+j*root[i])%nn] ;
            if (err[loc[i]]!=0) {
                err[loc[i]] = index_of[err[loc[i]]] ;
                q = 0 ;
                for (register int j=0; j<l[u]; j++)
                    if (j!=i)
                        q += index_of[1^alpha_to[(loc[j]+root[i])%nn]] ;
                q = q % nn ;
                err[loc[i]] = alpha_to[(err[loc[i]]-q+nn)%nn] ;
                recd[loc[i]] ^= err[loc[i]] ;
            }
    }
}

else
    for (register int i=0; i<nn; i++)
        if (recd[i]!=-1)
            recd[i] = alpha_to[recd[i]] ;
        else recd[i] = 0 ;
}

else
    for (register int i=0; i<nn; i++)
        if (recd[i]!=-1)
            recd[i] = alpha_to[recd[i]] ;
        else recd[i] = 0 ;
}

else
    for (register int i=0; i<nn; i++)

```

```
        if (recd[i]!=-1)
            recd[i] = alpha_to[recd[i]] ;
            else recd[i] = 0 ;
    }
//-----
void Gera_GF_Poly()
{
    generate_gf() ;

    for (register int i=0; i<=nn; i++)
        gen_poly() ;
    for(register int i=0;i<=nn-kk;i++){
    }
}
//-----
void Transmissao()
{
//Variaveis Locais:
TUnifc Unifc;
int nj;
long double valor;

Unifc.Setar_Valores(0.0,1.0);
for(register int i=0;i<64;i++) {
    ent[i]=0;
    for (register int j=0;j<mm;j++) {
        valor=Unifc.Setar_Variavel(&ponteiro);
        if (valor>=0.5) {
            n[i][j]=1;
        }
        else {
            n[i][j]=0;
        }
        ent[i]=pow(2.0,j)*n[i][j]+ent[i];
    }
}
for(int li=65;li<=65;li++) {
    for(int ls=0;ls<mm;ls++) {
        n[li][ls]=0;
    }
}
nt=0;
for (register int i=0;i<linhas_alfas;i++) {
    for (register int j=0;j<kk;j++) {
        enti[i][j]=ent[j+nt];
    }
}
```

```

    nt=nt+kk;
}
for (register int i=0;i<linhas_alfas;i++) {
    for (register int j=0;j<kk;j++) {
        for (register int k=0;k<linhas;k++) {
            if (alpha_to[k]==enti[i][j])
                mens[i][j]=k;
        }
    }
}
for (register int i=0;i<linhas_alfas;i++) {
    for (register int j=0;j<kk;j++) {
        data[j]=mens[i][j];
        encode_rs() ;
    }
    for (register int ii=0; ii<nn-kk; ii++)
        recdi[ii] = bb[ii];
    for (register int ii=0; ii<kk; ii++)
        recdi[ii+nn-kk] = data[ii];
    for (register int ii=0; ii<nn;ii++) {
        recdd[i][ii]=recdi[ii];
    }
}
nj=0;
for (register int i=0;i<linhas_alfas;i++) {
    for (register int k=0;k<nn;k++) {
        for (register int j=0;j<linhas;j++) {
            if (recdd[i][k]==j) {
                BI[0+nj][k]=EQ[j][0];
                BI[1+nj][k]=EQ[j][1];
                BI[2+nj][k]=EQ[j][2];
            }
        }
    }
    nj=nj+colunas;
}
nk=0;
for (register int i=0;i<linhas_alfas*mm;i++) {
    for (register int j=0;j<nn;j++) {
    }
}
for (register int i=0;i<linhas_alfas*mm;i++) {
    for (register int j=0;j<nn;j++) {
        MB[j+nk]=BI[i][j];
    }
    nk=nk+nn;
}

```



```

    }
} // void transmissão
//-----
void Canal_BSC(int p)
{
//Variaveis Locais:
TUnifd Unifd;
int nj;
int erro;

    Unifd.Setar_Valores(1,p);
    for (register int i=0;i<linhas_alfas*mm*nn;i++) {
        erro=Unifd.Setar_Variavel(&ponteiro);
        if (erro==1) {
            if (MB[i]==1) {
                MB[i]=0;
            }
            else {
                MB[i]=1;
            }
        }
        traf[0][i] = MB[i];
        can[i] = traf[0][i];
        canb[0][i] = traf[0][i];
    }
} //void canal BSC
//-----
void Decodificacao_Abrupta_RS_BSC()
{
// Variaveis Locais:
int ni=0;
int nj=0;
int nia=0;
int nka=0;

int Z[10][100],MAFA[100][10],MBFA[100][100];

int BID[100][100],BIA[100][100], recdA[100][100];

    for (register int i=0;i<linhas_alfas*mm*nn;i++) {
        if (can[i] > 0)
            Z[0][i]=1;
        if (can[i] <= 0)
            Z[0][i]=0;
    }
ni=0;

```

```

for (register int k=0;k<linhas_alfas*mm;k++) {
  for (register int i=0;i<nn;i++) {
    MBFA[k][i]=Z[0][i+ni];
  }
  ni=ni+nn;
}
nia=0;
nka=0;
for (register int k=0;k<linhas_alfas*mm;k++) {
  for (register int i=0;i<nn;i++) {
    if(nka<=k<=mm-1+nka) {
      for (register int j=0;j<linhas;j++) {
        if(MBFA[0+nka][i]==EQ[j][0]) {
          if(MBFA[1+nka][i]==EQ[j][1]) {
            if(MBFA[2+nka][i]==EQ[j][2]){
              MAFA[0+nka][i]=j;
            }
          }
        }
      }
    }
  }
  nia=nia+1;
  nka=nka+mm;
}
for (register int i=0;i<linhas_alfas;i++) {
  for (register int j=0;j<nn;j++) {
    recd[j]=MAFA[i][j];
    recd[j]=index_of[recd[j]];
  }
  decode_rs();
  {
    for (register int ii=0;ii<nn;ii++){
      recdd[ii]=recd[ii];
      recdA[i][ii]=recdd[ii];
    }
  }
}
nj=0;
nk=0;
for (register int i=0;i<linhas_alfas;i++) {
  for (register int k=0;k<nn;k++) {
    for (register int j=0;j<linhas;j++) {
      if (recdA[i][k]==j) {
        BIA[0+nj][k]=EQ[j][0];
        BIA[1+nj][k]=EQ[j][1];
      }
    }
  }
}

```

```

        BIA[2+nj][k]=EQ[j][2];
    }
}
}
nj=nj+mm;
}
for (register int k=0;k<linhas_alfas*mm;k++) {
    for (register int i=0;i<nn;i++) {
        BID[k][i]=BI[k][i];
    }
}
for (register int i=0;i<linhas_alfas*mm;i++) {
    for (register int j=nn-kk;j<nn;j++) {
        if (BIA[i][j]!=BID[i][j]){
            conta=conta+1;
        }
    }
}
} //void Decodificação Abrupta RS _BSC
//-----
void Pb_BSC()
{
    register int i,ii,j,k;

    Abrupta << "p X Pb: Canal BSC, RS(7,5,1)" << endl;
    cout << "p X Pb: Canal BSC, RS(7,5,1)" << endl;

    for(int npontos=1;npontos<=6;npontos++) {
        ptrans = npontos*0.0998-0.0988;
        ptransicao=(int)(1.0/ptrans); // p agora é uma distribuição
        conta=0;
        for(int repeticao=1;repeticao<=NREPETICOES;repeticao++) {
            Transmissao();
            Canal_BSC(ptransicao);
            Decodificacao_Abrupta_RS_BSC();
        }
        Pb=(conta*1.0)/(NREPETICOES*(TFRAME));
        Abrupta << ptrans << " " << Pb << endl;
        cout << ptrans << " " << Pb << endl;
    }
    cin >> espera;
}
//-----
main()
{
    ponteiro=-1;

```

```
Cria_Variaveis();
Geracao_Mensagens_Binarias();
Geracao_BJTs();
Geracao_Somas1234();
Gera_GF_Poly();
Pb_BSC();
Fechar_Arquivos();
}
// -----
```

Referências

- BENEDETTO, S.; MONTORSI, G. Serial concatenation of interleaved codes: Performance, analysis, design and iterative decoding. *IEEE Trans. on Information Theory*, v. 44, p. 909–926, Maio 1998.
- CHASE, D. A class of algorithms for decoding blocks with channel measurement information. *IEEE Trans. on Information Theory*, v. 18, p. 170–182, Janeiro 1972.
- CHEUN, K.; STARK, W. E. Optimum selection of reed-solomon code rate and the number of frequency slots in asynchronous fhss-ma networks. *IEEE Trans. on Communications*, v. 41, p. 307–311, Fevereiro 1993.
- CIDECIYAN, R. D.; ELEFThERIOU, E.; RUPF, M. Concatenated Reed-Solomon/convolutional coding data transmission in cdma-based cellular systems. *IEEE Trans. Communications*, v. 45, p. 1291–1303, Outubro 1997.
- CLARK, G. C.; CAIN, J. B. *Error-correction Coding for Digital Communications*. Plenum Press, 1981.
- DEUS JÚNIOR, G. A. de. *Sistemas FFH-CDMA Codificados*. Tese (Tese de Doutorado) — UNICAMP, 2002.
- DEUS JÚNIOR, G. A. de; J. PORTUGUEIS; SILVA JÚNIOR, H. J. da. *Procura de códigos convolucionais baseado na critério da distância de Hamming entre símbolos-busca paralela*. I Congresso de Pesquisa, Ensino e Extensão, Universidade Federal de Goiás, CD-ROM, Outubro 2004.
- DUMMIT, D. S.; FOOTE, R. M. *Abstract Algebra*. Prentice Hall, Inc., 1991.
- ESTELA CARVALHO; DEUS JÚNIOR, G. A. de. *Tecnologias de acesso ao meio: Sistemas FFH-CDMA codificados*. III Fórum Associação Brasileira dos Engenheiros Eletricistas (ABEE-GO), CD-ROM, Junho 2005.
- FIEBIG, C.; ROBERTSON, P. Soft-decision, and erasure decoding in fast frequency hopping systems with convolutional, turbo and Reed-Solomon codes. *IEEE Trans. on Communications*, v. 47, n. 11, p. 1646–1653, Novembro 1998.

- FORNEY, G. D. *Concatenated Codes*. Tese (Tese de Doutorado) — MIT, Massachusetts Institute of Technology, 1966.
- FORNEY, G. D. Generalized minimum distance decoding. *IEEE Trans. on Information Theory*, v. 12, p. 125–131, Abril 1966.
- FOSSORIER, M. P. C.; LIN, S. Soft-decision decoding of linear blocks codes based on ordered statistics. *IEEE Trans. on Information Theory*, v. 41, p. 1379–1396, Setembro 1995.
- FOSSORIER, M. P. C.; LIN, S. Complementary reability-based decodings of binary linear block codes. *IEEE Trans. on Information Theory*, v. 43, p. 1667–1672, Setembro 1997.
- GOODMAN, D. J. *Wireless Personal Communications Systems*. Addison Wesley Publishing Co., 1997.
- HAYKIN, S. *Communications Systems*. John Wiley and Sons, 1994.
- HU, T.-H.; LIN, S. An efficient hybrid decoding algorithm for reed-solomon codes based on bit reability. *IEEE Trans. Communications*, v. 51, p. 1073–1081, Julho 2003.
- JORDAN, I. R. *Channel Coding*. University Ulm, 2003.
- KAMIYA, N. On acceptance criterion for efficient successive errors-and-erasures decoding oh Reed-Solomon and BCH codes. *IEEE Trans. on Information Theory*, v. 43, p. 1477–1488, Setembro 1997.
- KIM, S. W.; STARK, W. E. Optimum rate Reed-Solomon codes for frequency-hopped spread-spectrum multiple-access communications systems. *IEEE Trans. on Communications*, v. 37, p. 138–144, Fevereiro 1989.
- LIN, S.; COSTELLO, D. J. *Error Control Coding: Fundamentals and Applications*. Prentice Hall, Inc., 1983.
- MINE, J. S. *Fields and Galois Theory*. Taioroa Publishing, 2003.
- PROAKIS, J. G. Coded modulations for digital communications over Rayleigh fading channels. *IEEE Journal Oceanic Engineering*, v. 16, p. 66–73, Janeiro 1991.
- PROAKIS, J. G. *Digital Communications*, 2nd edition, McGraw-Hill Book Co., 1995.

- PURSLEY, M. B.; STARK, W. E. Performance of Reed-Solomon coded frequency-hop spread-spectrum communications in partial-band interference. *IEEE Trans. on Communications*, v. 33, p. 767–774, Agosto 1985.
- STARK, W. E. Coding for frequency-hopped spread-spectrum communications with partial-band interference-part ii: Coded performance. *IEEE Trans. on Communications*, v. 33, p. 1045–1057, Outubro 1985.
- TANG YE LIU, M. F. H.; LIN, S. On combining chase-2 and GMD decoding for non-binary blocks. *IEEE Communications Letters*, v. 5, p. 209–211, Maio 2001.
- VITERBI, A. J. *Principles of Spread Spectrum Communication*. [S.l.]: Addison Wesley Publishing Co., 1997.
- VITERBI, A. J.; VITERBI, A. M.; SINDHUHAYANA, N. T. Interleaved concatenated codes: New perspectives on approaching the Shannon limit. *Proc. Natl. Acad. Sci.*, v. 94, p. 9525–9531, Setembro 1997.
- VITERBI, J. A. Spread spectrum communications. *IEEE Trans. on Communications*, v. 47, n. 3, Maio 1979.
- WICKER, STEPHEN B. *Error Control Coding for Digital Communication and Storage*. Prentice Hall, 1995.
- YUE, O. c. Maximun likelihood combining for nocoherent and differentially coherent frequency-hopping multiple access systems. *IEEE Trans. on Information Theory*, v. 28, p. 631–639, Julho 1982.

Índice Remissivo

- Código *Reed-Solomon* (*RS*)
 - Código *Reed-Solomon*, 34
 - Parâmetros, 35
 - Polinômio gerador, 35
- Código Concatenado (*CT*)
 - Codificadores concatenados, 46
- Código Convolutacional (*CC*)
 - Algoritmo de *Viterbi*, 45
 - Código convolutacional, 36
 - Decodificação de máxima verossimilhança, 43
 - Diagrama de transição de estados, 37
 - Diagrama de treliça, 37
 - Distância de *Hamming* entre símbolos, 39
 - Distância livre, 39
- Códigos cíclicos, 33
- Campo de *Galois*
 - Campo de *Galois*, 28
 - Elemento primitivo, 30
 - Fatoração, 33
 - Ordem, 29
 - Polinômio $p(x)$, 31
 - Polinômio mínimo, 32
- CDMA, 19
- Codificadores *Reed-Solomon*
 - Berlekamp-Massey*, 70
 - Identidades de *Newton*, 70
 - Polinômio localizador de erros, 71
 - Probabilidade de erro de *bit*, 73
- FFH, 21
- GSM, 19
- Modelo de um Sistema FFH-CDMA Codificado Utilizando Codificador *Reed-Solomon*
 - Código encurtado, 83
 - Diagrama de blocos, 82
 - Probabilidade de erro de *bit*, 84
 - Taxa efetiva, 82
- Modelo de um Sistema FFH-CDMA Codificado Utilizando Codificador Concatenado
 - Eficiência espectral, 101
 - Taxa efetiva, 97
- SFH, 22
- Sistema de comunicação FFH-CDMA codificado, 60
 - Conversão *bit*-símbolo casada, 63
 - Diagrama de blocos, 63
 - Taxa efetiva, 64
 - Conversão *bit*-símbolo forçada, 60
 - Diagrama de blocos, 60
 - Métrica do ramo, 62
 - Taxa efetiva, 60
- Sistemas com Espalhamento Espectral
 - DS-CDMA, 25
 - Espalhamento espectral, 24
 - Espalhamento espectral por salto no tempo, 26
- Sistemas FFH-CDMA

Canal FFH-CDMA não-quantizado	Sistemas FFH-CDMA, 48
Capacidade por dimensão, 58	Sistemas FFH-CDMA não-codificado
Limitante superior, 59	Receptor FFH-CDMA, 50
Taxa de corte, 58	TDMA, 19

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)