FRANCISCO JOSÉ PROFITO

MODELAGEM UNIDIMENSIONAL DO REGIME MISTO DE LUBRIFICAÇÃO APLICADA A SUPERFÍCIES TEXTURIZADAS

São Paulo 2010

Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

FRANCISCO JOSÉ PROFITO

MODELAGEM UNIDIMENSIONAL DO REGIME MISTO DE LUBRIFICAÇÃO APLICADA A SUPERFÍCIES TEXTURIZADAS

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Engenharia

São Paulo 2010 FRANCISCO JOSÉ PROFITO

MODELAGEM UNIDIMENSIONAL DO REGIME MISTO DE LUBRIFICAÇÃO APLICADA A SUPERFÍCIES TEXTURIZADAS

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Engenharia

> Área de Concentração: Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Dr. Demetrio Cornilios Zachariadis

São Paulo 2010 Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, _____ de _____ de 2010.

Assinatura do autor:

Assinatura do orientador:

Profito, Francisco José

Modelagem unidimensional do regime misto de lubrificação aplicada a superfícies texturizadas / F.J. Profito. Ed. Rev. -- São Paulo, 2010.

p. 193

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Tribologia 2. Lubrificação 3. Hidrodinâmica 4. Rugosidade superficial I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II. t.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais Nadir e Valdemar, e ao meu irmão Flávio, pelo incentivo constante e ao apoio incondicional aos meus estudos.

Ao meu orientador Prof. Dr. Demetrio C. Zachariadis, pela orientação deste trabalho, pelos conselhos, amizade e por abrir portas para o desenvolvimento de meus estudos.

Ao grupo MAHLE pelo suporte financeiro, e aos colegas pelas eventuais sugestões e experiências trocadas durantes os dois anos de trabalho (2008-2010). Em especial, gostaria de agradecer a Eduardo Tomanik pela amizade, paciência, estímulo e pelas oportunidades que tem me proporcionado nos últimos anos.

Por fim, gostaria de agradecer também ao Prof. Dr. Roberto Martins de Souza e ao Prof. Dr. Valder Steffen Jr. pelas valiosas sugestões que foram incorporadas ao texto final da dissertação.

"Dá-me serenidade para aceitar as coisas que não posso mudar, coragem para mudar as que estão ao meu alcance e sabedoria para que eu saiba a diferença entre ambas."

Reinhold Niebuhr (teólogo americano)

RESUMO

O presente trabalho aborda a modelagem unidimensional do regime misto de lubrificação para problemas caracterizados por condições genéricas de carga, velocidade e geometria. Tal modelagem foi desenvolvida a partir de modelos clássicos, tais como a equação de Reynolds relacionada com os fenômenos hidrodinâmicos, e as formulações de Greenwood & Williamson e Greenwood & Tripp utilizadas na descrição do contato de asperezas entre superfícies rugosas. A cavitação do fluido lubrificante foi considerada através dos modelos tradicionais de half-Sommerfeld e Swift-Steiber (Reynolds). Com relação à reologia do lubrificante, as possíveis variações de viscosidade devidas ao próprio campo de pressões hidrodinâmicas e às altas taxas de cisalhamento do fluido ("*shear-thinning*") foram também contempladas na modelagem proposta.

Adicionalmente, quatro filtros não convencionais de rugosidade foram propostos e implementados com o objetivo de eliminar as distorções verificadas na definição do plano (ou linha) médio(a) de referência em topografias caracterizadas pela presença de vales profundos, tais como as obtidas após a aplicação da técnica de texturização a laser (LST). A definição adequada desse plano (ou linha) médio(a) de referência é imprescindível para a correta determinação dos parâmetros necessários para a utilização dos modelos de contato de Greenwood a partir das metodologias consideradas neste trabalho.

Toda a modelagem unidimensional foi implementada em um programa computacional denominado VTL ("*Virtual Tribology Laboratory*"), cujo código fonte está disponível para qualquer usuário interessado em realizar simulações envolvendo sistemas lubrificados caracterizados por perfis com geometrias genéricas.

A validação da modelagem unidimensional proposta foi verificada utilizando os resultados experimentais de um teste de atrito com movimento alternado ("*reciprocating test*") publicado na literatura. Como resultado, a correlação experimental dos resultados calculados com o programa VTL foi excelente.

O programa VTL foi também utilizado para verificar a possibilidade da redução de atrito em sistemas lubrificados envolvendo superfícies planas texturizadas, como as obtidas utilizando a técnica de texturização a laser (LST). Devido à limitação unidimensional da modelagem proposta, as fileiras ortogonais de

micro-cavidades foram aproximadas como sendo ranhuras ("*grooves*") de dimensões fixas. Para tais situações, apesar da limitação comentada acima, a modelagem unidimensional proposta pode ser utilizada para analisar qualitativamente o mecanismo de micro-mancais responsável pela geração de pressão hidrodinâmica entre superfícies paralelas caracterizadas por esse tipo de micro-texturas.

ABSTRACT

This dissertation focuses on one dimensional modelling of the mixed lubrication regime for problems with general conditions of load, velocity and geometry. Such modelling was based on classical models, such as the Reynolds equation related to the hydrodynamic phenomena, and the Greenwood & Williamson and Greenwood & Tripp formulations for the description of the asperity contact between rough surfaces. Cavitation of the lubricant was considered adopting the well-known half-Sommerfeld and Swift-Steiber (Reynolds) models. As for the lubricant rheology, the viscosity-pressure dependence and viscosity-shear-thinning effects were considered.

Furthermore, four non-conventional roughness filters were conceived and implemented in order to eliminate the distortions observed on the definition of the reference mean plane (or line) of topographies (or profiles) with deep valleys, such as those obtained with the laser surface texturing (LST) technique. The proper definition of the reference plane (or line) is indispensable for the calculation of the Greenwood's contact parameters according to the methodologies used in this work.

The complete one dimensional modelling proposed was implemented as a computational program named Virtual Tribology Laboratory (VTL), an open source code available for any user interested in performing simulations of lubricated systems with generic profiles.

In order to validate the one dimensional model, experimental results of a frictional reciprocating test published in the literature were considered for comparison. The correlations between the experimental and simulated results calculated with VTL were excellent.

Simulations using the VTL program were also performed in order to evaluate the friction reduction potentialities of textured surfaces (LST). Due to the one dimensional model limitations, grooves were considered instead of micro-cavities (dimples). In such scenery, regardless the above mentioned limitations, the one dimensional modelling proposed yielded good qualitative descriptions of the microbearing mechanism that generates hydrodynamic load carrying capacity between parallel textured surfaces.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – I	lustração esquemática considerada para a modelagem unidimensional do regime misto de lubrificação proposta neste trabalho
Figura 2 – E	Exemplos de superfícies texturizadas com laser (LST): (a) Imagem ótica de discos de latão texturizados antes da realização de um teste de desgaste; (b) Imagem ótica de um dos discos após o teste de desgate. Fonte: adaptado de (WANG et al., 2009)
Figura 3 – [Diferentes texturizações utilizadas em selos mecânicos: (a) texturização completa – selos operando em regime hidrodinâmico; (b) texturização parcial – selos operando em regime hidrostático. Fonte: adaptado de (ETSION, 1999, 2002)
Figura 4 – I	lustração das duas configurações de texturização utilizadas em anéis de pistão de motores de combustão interna: (a) texturização completa e (b) texturização parcial. Fonte: adaptado de (RYK et al., 2005)37
Figura 5 – I	dentificação da região de cavitação sobre uma micro-cavidade esférica obtida por simulação numérica com o modelo de cavitação de Swift- Steiber (Reynolds). Fonte: adaptado de (QIU; KHONSARI, 2009)39
Figura 6 – I	lustração do efeito da texturização parcial na geração de pressão hidrodinâmica entre superfícies paralelas. Neste caso, o perfil original parcialmente texturizado funciona como uma espécie de " <i>Rayleigh- step</i> equivalente" responsável pela geração de pressão hidrodinâmica significativa em tais situações
Figura 7 – [Demonstração do mecanismo de retenção de partículas abrasivas proporcionado pelas micro-cavidades. Na foto, os pontos mais claros representam tais partículas. Fonte: experimento realizado por Dennys Flores no centro de pesquisa MAHLE-Jundiai TechCenter41
Figura 8 – 1	Fipos de movimentos relativos de superfícies: (a) rolamento e (b) deslizamento44
Figura 9 – N	Mecanismos microscópicos relacionados com o fenômeno do atrito entre superfícies metálicas: (a) adesão, (b) deformação e (c) presença de um terceiro corpo na interface de contato. Fonte: adaptado de (ASM Handbook – Vol. 18, 1992)46
Figura 10 –	Regimes de lubrificação: (a) Hidrodinâmico e Elasto-hidrodinâmico, (b) Misto e (c) Limítrofe. Fonte: adaptado de (HAMROCK; SCHMID; JACOBSON, 2004)
Figura 11 -	Geometrias de contatos conforme e não-conforme. Fonte: adaptado de (ASM Handbook – Vol. 18, 1992)48
Figura 12 -	Ilustração da interface de contato durante o regime de lubrificação limítrofe. Fonte: adaptado de (ASM Handbook – Vol. 18, 1992)50

Figura 13 -	Curva de Stribeck resumindo os diferentes regimes de lubrificação. Fonte: adaptado de (HAMROCK; SCHMID; JACOBSON, 2004)51
Figura 14 –	Definição dos sistemas de coordenadas e demais notações utilizadas para a dedução das equações generalizadas da mecânica dos filmes finos viscosos. Fonte: adaptado de (GODET et al., 1997)
Figura 15 –	 Figuras esquemáticas representando os mecanismos de geração de pressão hidrodinâmica: (a) efeito "<i>physical wedge</i>", (b) efeito "<i>density wedge</i>", (c) efeito "<i>stretch wedge</i>", (d) efeito "<i>translate squeeze</i>", (e) efeito "<i>normal squeeze</i>" e (f) efeito "<i>local expantion</i>". Fonte: adaptado de (HAMROCK; SCHMID; JACOBSON, 2004)64
Figura 16 –	- Domínio de integração da equação de Reynolds generalizada. Fonte: adaptado de (GODET et al., 1997)68
Figura 17 –	 Viscosidade dinâmica de alguns lubrificantes automotivos calculada a partir da correlação de viscosidade-temperatura de Vogel
Figura 18 –	 Viscosidade dinâmica de alguns lubrificantes automotivos calculada a partir da correlação de viscosidade-pressão de Barus74
Figura 19 –	- Comportamento reológico de fluidos lubrificantes: (a) fluido Newtoniano e (b) fluido não-Newtoniano do tipo pseudoplástico. Fonte: adaptado de (STACHOWIAK; BATCHELOR, 2005)75
Figura 20 –	 Viscosidade dinâmica de alguns lubrificantes automotivos calculada a partir da correlação de Cross77
Figura 21 –	- Correção da massa específica em função da pressão a partir da correlação de Dowson-Higginson78
Figura 22 –	- Geometria genérica do contato entre dois sólidos esféricos. Fonte: adaptado de (STACHOWIAK; BATCHELOR, 2005)81
Figura 23 –	 Ilustração do contato de uma única aspereza modelado a partir das formulações de Hertz apresentadas no item 3.4.1. Fonte: adaptado de (ASM Handbook – Vol. 18, 1992)
Figura 24 -	Ilustração do contato entre uma superfície rugosa e uma superfície plana lisa. Fonte: adaptado de (TOMANIK, 2005)85
Figura 25 –	- Ilustração do contato não alinhado entre as asperezas de duas superfícies planas rugosas. Fonte: adaptado de (GREENWOOD; TRIPP, 1970)
Figura 26 –	Distribuição das alturas de rugosidade e de asperezas dispostas em um gráfico de probabilidade normal: (a) distribuições antes do desgaste da superfície e (b) distribuições depois do desgaste das superfícies. Fonte: adaptado de (GREENWOOD; WILLIAMSON, 1966)

Figura 27 –	Comparação dos modelos de GW e GT em termos das pressões médias nominais atuantes nas superfícies. Vermelho: modelo de GW. Azul: modelo de GT92
Figura 28 –	Ilustração do programa MAHLE-SUMMITS utilizado neste trabalho para o cálculo dos parâmetros de contato de Greenwood: (a) resultados para uma topografia e (b) resultados para um perfil95
Figura 29 –	Perfis de rugosidade obtidos após a utilização do filtro Rk: (a) perfil original sem vales profundos (" <i>dimples</i> "); (b) perfil com vales profundos (" <i>dimples</i> ") ilustrando a determinação não-realista da linha média de referência. Cutoff = 0.8 mm
Figura 30 -	Perfil de rugosidade obtido após a utilização do filtro duplo-Rk. Cutoff = 0.8 mm
Figura 31 –	Perfil de rugosidade obtido após a utilização do filtro Robusto Gaussiano Regressivo de 2ª ordem. Cutoff = 0.8 mm
Figura 32 –	Perfil de rugosidade obtido após a utilização do filtro Modal Simples. Cutoff = 0.8 mm100
Figura 33 –	Perfil de rugosidade obtido após a utilização do filtro Modal Iterativo. Cutoff = 0.8 mm100
Figura 34 –	Moda estatística das alturas de rugosidade relativa a cada iteração de cálculo da linha média de referência a partir do filtro Modal Iterativo101
Figura 35 –	Ilustração esquemática do regime misto de lubrificação
Figura 36 –	Diagrama de corpo livre da superfície em contato 2 (móvel) durante o regime de lubrificação mista107
Figura 37 –	Representação das malhas numéricas utilizadas para a solução computacional da modelagem unidimensional do regime misto de lubrificação proposta neste trabalho110
Figura 38 –	Identificação dos nós da superfície fixa que são "enxergados" pela superfície móvel em um dado instante de tempo
Figura 39 –	Ilustração da criação da malha secundária auxiliar relacionada com a superfície fixa: (a) Discretização original mostrando que a quantidade de nós da superfície fixa é geralmente menor que a quantidade de nós da superfície móvel; (b) Discretização da superfície fixa após o processo de interpolação. Observa-se que a malha secundária auxiliar obtida possui a mesma quantidade de nós e espaçamento que a malha primária
Figura 40 –	Exemplo de um campo de pressões hidrodinâmicas calculado com relação à malha primária para uma dada posição relativa da superfície móvel com relação à superfície fixa112

Figura 41 –	 Exemplo do campo de pressões hidrodinâmicas transmitido para os respectivos nós da malha secundária original da superfície fixa113
Figura 42 –	- Diagrama de blocos ilustrando os procedimentos de cálculo empregados no módulo de simulação instantâneo do VTL123
Figura 43 -	 Ilustração do sistema biela-manivela que impõe o movimento linear típico de um teste do tipo "<i>reciprocating</i>".
Figura 44 –	- Diagrama de blocos ilustrando os procedimentos de cálculo empregados no módulo de simulação "reciprocativo" do VTL126
Figura 45 –	- Diagrama de blocos ilustrando os procedimentos de cálculo empregados no módulo de simulação genérico do VTL128
Figura 46 –	 Disposição das superfícies para a validação do modelo hidrodinâmico computacional para o caso de uma superfície móvel com perfil de cunha. Fonte: adaptado de (GODET et al., 1997)129
Figura 47 –	- Comparação dos campos de pressões obtidos para a validação do modelo hidrodinâmico para o caso de uma superfície móvel com perfil de cunha131
Figura 48 –	- Disposição das superfícies para a validação do modelo hidrodinâmico computacional para o caso de uma superfície móvel com perfil de degrau (" <i>Rayleigh-step</i> "). Fonte: adaptado de (GODET et al., 1997)131
Figura 49 –	- Comparação dos campos de pressões obtidos para a validação do modelo hidrodinâmico para o caso de uma superfície móvel com perfil de degrau133
Figura 50 –	 Disposição das superfícies para a validação do modelo hidrodinâmico para o caso de uma superfície móvel com perfil parabólico133
Figura 51 –	 Comparação dos campos de pressões obtidos para a validação do modelo hidrodinâmico para o caso de uma superfície móvel com perfil parabólico135
Figura 52 –	 Disposição das superfícies para a validação e comparação dos modelos de cavitação considerados neste trabalho. Na parte superior da figura é também ilustrado, qualitativamente, o campo de pressões hidrodinâmicas gerado a partir do modelo de cavitação de Swift- Steiber (Reynolds)
Figura 53 –	 Comparação dos campos de pressões hidrodinâmicas obtidos para a validação e comparação dos modelos de cavitação considerados neste trabalho138
Figura 54 –	 (a) Campos de pressões hidrodinâmicas obtidos para a comparação das diferentes formulações de correção da viscosidade; (b) Valores da correção da viscosidade calculados a partir das formulações consideradas neste trabalho140

Figura 55 –	Disposição das superfícies utilizadas para a validação do modelo computacional do regime misto de lubrificação para o caso de uma superfície móvel com perfil de cunha (em cinza)
Figura 56 –	Comparação dos campos de pressões obtidos para a validação do modelo computacional da lubrificação mista para o caso de uma superfície móvel com perfil de cunha143
Figura 57 –	Disposição das superfícies utilizadas para a validação do modelo computacional do regime misto de lubrificação para o caso de uma superfície móvel com perfil abaulado (em cinza)
Figura 58 –	Comparação dos campos de pressões obtidos para a validação do modelo computacional do regime misto de lubrificação para o caso de uma superfície móvel com perfil abaulado145
Figura 59 –	(a) Ilustração do equipamento CETR UMT-2 utilizado no teste de atrito da referência (TOMANIK, 2008); (b) Figura esquemática da disposição do corpo e contra-corpo no teste de atrito considerado. Fonte: adaptado de (TOMANIK, 2008)147
Figura 60 –	Perfis de rugosidade típicos dos acabamentos superficiais do tipo " <i>slide honing</i> " e " <i>plateau honing</i> ". Fonte: adaptado de (TOMANIK, 2008)
Figura 61 –	Perfil da face de contato do anel utilizado para a validação experimental do programa VTL. Fonte: adaptado de (TOMANIK, 2008)
Figura 62 –	Comparação entre os resultados experimentais e numéricos para os dois casos de acabamentos superficiais de cilindro considerados para a validação experimental do programa VTL: (a) " <i>slide honing</i> " e (b) " <i>plateau honing</i> "
Figura 63 –	Resultados de simulação obtidos com o programa VTL para o caso de acabamento " <i>slide honing</i> " na condição de rotação de 375 rpm153
Figura 64 –	Ilustração da aproximação unidimensional considerada para a simulação de superfícies texturizadas com o programa VTL154
Figura 65 -	Campos de pressões hidrodinâmicas e de contato de asperezas obtidos na simulação de regime permanente considerando a variante #1 de textura listada na Tabela 24 (passo de 150 µm): (a) texturização completa e (b) texturização parcial. Velocidade imposta na superfície lisa
Figura 66 -	Campos de pressões hidrodinâmicas e de contato de asperezas obtidos na simulação de regime permanente considerando a variante #2 de textura listada na Tabela 24 (passo de 250 µm): (a) texturização completa e (b) texturização parcial. Velocidade imposta na superfície lisa

- Figura 68 Comparação dos resultados de atrito (coeficiente de atrito médio ao longo dos ciclos, μ_{global}) considerando o perfil abaulado de anel de pistão (pontos em verde e vermelho com preenchimento) e os perfis planos texturizados (pontos em azul sem preenchimento). Ver detalhes na legenda ao lado dos gráficos. (a) Texturas com passo de 150 µm; (b) Texturas com passo de 250 µm; (c) Texturas com passo de 450 µm.

- Figura 71 Resultados de simulação obtidos com o programa VTL para o perfil plano parcialmente texturizado (passo entre micro-cavidades de 150 µm). Condição de 50 N e rotação de 2500 rpm do sistema bielamanivela com dimensões típicas de um motor de combustão interna. 166

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resumo das publicadas n	limensões de micro-cavidades obtidas por LST a literatura4	2
Tabela 2 – Resumo dos literatura e g comportame combustão ir	parâmetros de contato de Greenwood encontrados na eralmente utilizados em simulações numéricas do ato tribológico de anéis de pistão de motores de terna9	4
Tabela 3 – Perfil de rugo	sidade original (sem " <i>dimples</i> ")10	1
Tabela 4 – Perfil de rugo	sidade artificial (com " <i>dimples</i> ")10	2
Tabela 5 – Principais par simulação in	âmetros de entrada e variáveis de saída do módulo de stantâneo12	2
Tabela 6 – Principais par reciprocative"	âmetros de entrada e de saída do módulo de simulação "12	7
Tabela 7 – Principais par simulação ge	âmetros de entrada e variáveis de saída do módulo de nérico12	7
Tabela 8 – Parâmetros c para o caso o	onsiderados para a validação do modelo hidrodinâmico le uma superfície móvel com perfil de cunha13	0
Tabela 9 – Valores da ca validação do móvel com p	pacidade de sustentação de carga calculados para a modelo hidrodinâmico para o caso de uma superfície erfil de cunha13	0
Tabela 10 – Parâmetros para o caso	considerados para a validação do modelo hidrodinâmico le uma superfície móvel com perfil de degrau13	2
Tabela 11 – Valores da o validação do móvel com p	apacidade de sustentação de carga calculados para a modelo hidrodinâmico para o caso de uma superfície erfil de degrau13	2
Tabela 12 – Parâmetros para o caso	considerados para a validação do modelo hidrodinâmico le uma superfície móvel com perfil parabólico13	4
Tabela 13 – Valores da o validação do móvel com p	apacidade de sustentação de carga calculados para a modelo hidrodinâmico para o caso de uma superfície erfil parabólico13	5
Tabela 14 – Parâmetros modelos de o	considerados para a validação e comparação dos avitação para um perfil de secante13	6
Tabela 15 – Valores da o validação e o secante	apacidade de sustentação de carga calculados para a omparação dos modelos de cavitação para um perfil de 13	8

Tabela 16 – Parâ	netros considerados para a comparação das formulações de
correg	ão da viscosidade para um perfil de cunha
Tabela 17 – Valor	es da capacidade de sustentação de carga calculados para
verific	ar o efeito das diferentes formulações propostas neste trabalho
para a	correção da viscosidade no cálculo do campo de pressões
hidroc	inâmicas
Tabela 18 – Parâi	netros considerados para a validação do modelo computacional
do reg	ime misto de lubrificação para o caso de uma superfície móvel
com p	erfil de cunha142
Tabela 19 – Valor	es da espessura mínima de filme lubrificante calculados para o
caso	le uma superfície móvel com perfil de cunha143
Tabela 20 – Parâi	netros considerados para a validação do modelo computacional
do reç	ime misto de lubrificação para o caso de uma superfície móvel
com p	erfil abaulado144
Tabela 21 – Valor	es da espessura mínima de filme lubrificante calculados para o
caso	le uma superfície móvel com perfil abaulado145
Tabela 22 – Parâi	netros utilizados para a simulação do teste de atrito considerado
para a	validação experimental do programa VTL. Fonte: adaptado de
(TOM	ANIK, 2008)149
Tabela 23 – Valor	es dos coeficientes de atrito experimentais e numéricos
prese	ntes nos gráficos da Figura 62151
Tabela 24 - Dimer	sões e distribuição das micro-cavidades consideradas nas
simula	ções com o programa VTL155
Tabela 25 - Capa	idade de sustentação de carga hidrodinâmica das simulações
em re	gime permanente dos perfis texturizados mostrados na Figura
65 à F	igura 67161

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- BL : regime de lubrificação limítrofe;
- DLC : "*Diamond-like carbon*" (filme fino utilizado para a cobertura de superfícies);
- EHL : regime de lubrificação elasto-hidrodinâmica;
- EPS : máximo erro entre duas iterações do método SOR;
- GT : modelo de contato de asperezas de Greenwood & Tripp;
- GW : modelo de contato de asperezas de Greenwood & Williamson;
- HL : regime de lubrificação hidrodinâmica;
- JFO : modelo de cavitação de Jakobsson-Floberg-Olsson;
- LST : "Laser Surface Texturing" (técnica de texturização a laser de superfícies);
- MAXITS : número máximo de iterações do método SOR;
- MDF : Método das Diferenças Finitas;
- MEF : Método dos Elementos Finitos;
- ML : regime de lubrificação mista;
- PVD : "*Physical Vapor Deposition*" (cobertura de CrN amplamente utilizada em anéis de pistão de motores de combustão interna);
- SOR : método de Gauss-Seidel com sucessivas sobre-relaxações ("successive overrelaxation method") utilizado para a solução do sistema linear tridiagonal obtido após a discretização da equação de Reynolds unidimensional com o MDF;
- VTL : programa computacional "Virtual Tribology Laboratory", desenvolvido para a solução numérica da modelagem unidimensional do regime misto de lubrificação proposta neste trabalho;

LISTA DE SÍMBOLOS

а	:	raio da área circular de contato entre dois sólidos esféricos [m];
a_y^G	:	aceleração do centro de massa da superfície em contato 2 (móvel) na
		direção $(0, y)$ [m/s ²];
a, b, c	:	coeficientes empíricos da correlação de Vogel (ver apêndice A);
A_0	:	área nominal ou aparente de contato [m ²];
A _c	:	área circular de contato entre dois sólidos esféricos [m ²];
$A_r(h)$:	área real total de contato de asperezas para uma dada separação h
		entre os planos de referência das superfícies em contato [m ²];
b_i	:	componentes das forças de campo atuantes no fluido lubrificante
		(i = 1,2,3) [m/s ²];
b	:	largura da superfície em contato 2 (móvel) [m];
В	:	largura da superfície em contato 1 (fixa) [m];
c _p	:	calor específico a pressão constante do fluido lubrificante [J/kg.K];
c_{p_0}	:	calor específico a pressão constante de referência do fluido
		lubrificante [J/kg.K];
$\overline{c_p}$:	calor específico a pressão constante adimensional do fluido
		lubrificante [-];
E_i	:	módulo de elasticidade dos materiais de cada uma das superfícies em
		contato [Pa];
E^*	:	módulo de elasticidade combinado das superfícies em contato [Pa];
f_{H}^{atr}	:	força de atrito gerada devido aos efeitos hidrodinâmicos [N];
f_{ASP}^{atr}	:	força de atrito gerada devido ao contato das asperezas [N];
$f_{\scriptscriptstyle TOTAL}^{atr}$:	força de atrito total atuante na interface de contato [N];
f_{H}^{nor}	:	força normal (direção (0, y)) gerada devido ao campo de pressões
		hidrodinâmicas [N];
f ^{nor} f _{ASP}	:	força normal (direção $(0, y)$) gerada devido ao campo de pressões de
		contato das asperezas [N];
F(x, z, t)	:	função relacionada com a variação das propriedades do fluido na
		direção da espessura do filme lubrificante (direção (0, y));
F _{ext}	:	força externa total normal à interface de contato (direção (0, y)) [N];

- G(x, z, t) : função relacionada com a variação das propriedades do fluido na direção da espessura do filme lubrificante (direção (0, y));
- h(x, z, t) : separação local entre as superfícies em contato com relação aos planos de referência definidos a partir das alturas de rugosidade, $h = (H_2 - H_1)$ [m];
- h'(x, z, t) : separação local entre as superfícies em contato com relação aos planos de referência definidos a partir das alturas das asperezas, $h' = h - Z_s$ [m];
- $\overline{h}(x, z, t)$: separação normalizada local entre os planos de referência das superfícies em contato, $\overline{h} = \frac{h'}{\sigma} = \frac{h-Z_s}{\sigma}$ [-];
- h_{min} : espessura mínima do filme lubrificante [m];
- H₀ : dimensão característica na direção da espessura de filme lubrificante (direção (0, y)) [µm];
- $H_1(x, z, t)$: posição dos pontos da superfície em contato 1 com relação ao sistema de coordenadas Oxyz [m];
- $H_2(x, z, t)$: posição dos pontos da superfície em contato 2 com relação ao sistema de coordenadas Oxyz [m];

 H_V : dureza Vickers [Pa];

- I(x, y, z, t): função relacionada com a variação das propriedades do fluido na direção da espessura do filme lubrificante (direção (0, y));
- : integrais consideradas para a solução numérica da equação de Reynolds unidimensional através dos métodos da integral I e II (k = 1,2,3);
- J(x, y, z, t) : função relacionada com a variação das propriedades do fluido na direção da espessura do filme lubrificante (direção (0, y));
- *k* : condutividade térmica do fluido lubrificante [W/m.K];
- \overline{k} : condutividade térmica adimensional do fluido lubrificante [W/m.K];
- *k*₀ : condutividade térmica de referência do fluido lubrificante [W/m.K];
- *L* : comprimento da superfície em contato 2 (móvel) na direção (*0*, *z*) [m];
- L₀ : dimensão característica nas direções (0, x) e (0, z) da interface de contato [mm];
- *L_b* : comprimento da biela responsável pela imposição do movimento alternado [m];

L _c	:	comprimento do curso	o de deslocamento	do mo	vimento	alternado	[m];
----------------	---	----------------------	-------------------	-------	---------	-----------	------

m : massa da superfície em contato 2 (móvel) [kg];

- número total de asperezas em contato para uma dada separação h
 entre os planos de referência das superfícies em contato [-];
- \vec{n} : versor normal à fronteira de cavitação;
- N : velocidade de rotação do sistema biela-manivela responsável pela imposição do movimento alternado [rpm];
- \overline{N} : número de asperezas existentes em uma dada superfície rugosa [-];
- N_d : número de Brinckman utilizado nas deduções das equações generalizadas da mecânica dos filmes finos viscosos, $N_d = \frac{\rho_0 \mu_0 V_0^2}{k_0 T_0}$ [-];
- N_p : número de nós da malha primária da superfície em contato 2 (superfície móvel) [-];
- N_s : número de nós da malha secundária da superfície em contato 1 (superfície fixa) [-];
- N_θ : número de intervalos angulares em que um ciclo com movimento alternado é dividido [-];
- Oxyz : sistema de coordenadas fixo à superfície em contato 2 (superfície móvel). Este sistema de coordenadas é utilizado na modelagem dos fenômenos hidrodinâmicos (equação de Reynolds).
- $O\overline{X}\overline{Y}\overline{Z}$: sistema de coordenadas fixo à superfície em contato 1 (superfície fixa);
- \bar{p} : tensão média de contato [Pa];
- pressão de contorno atuante na extremidade esquerda da superfície
 em contato 2 (superfície móvel) [Pa];
- pressão de contorno atuante na extremidade direita da superfície em contato 2 (superfície móvel) [Pa];
- p_{ASP} : pressão nominal de contato das asperezas, $p_{ASP} = f_{ASP}^{nor} / A_0$ [Pa];
- p_H : pressão hidrodinâmica [Pa];
- $\overline{p_H}$: pressão hidrodinâmica adimensional [-];
- p_{cav} : pressão limite para a ocorrência do fenômeno de cavitação [Pa];
- p_{max} : tensão máxima de contato [Pa];

Pe	:	número de Peclet utilizado nas deduções das equações generalizadas
		da mecânica dos filmes finos viscosos, $Pe = \frac{\rho_0 c_{P_0} V_0 H_0^2}{k_0 L_0}$ [-];
P _{ext}	:	pressão externa total normal à interface de contato (direção (0, y))
		[Pa];
q_x	:	fluxo de lubrificante por unidade de comprimento na direção $(0, x)$
		[kg/m.s];
q_z	:	fluxo de lubrificante por unidade de comprimento na direção $(0,z)$
		[kg/m.s];
$ec{q}$:	vetor representando o fluxo de lubrificante por unidade de
		comprimento em toda a interface de contato, $\vec{q} = q_x \cdot \vec{e}_x + q_z \cdot \vec{e}_z$
		[kg/m.s];
r	:	resíduo numérico em um dado estágio do processo iterativo do
		método SOR [-];
R(x, y, z, t)	:	função relacionada com a variação das propriedades do fluido na
		direção da espessura do filme lubrificante (direção (0, y));
R	:	raio de curvatura relativo ou combinado da interface de contato entre
		dois sólidos esféricos [m];
R_A	:	raio de curvatura do corpo A na interface de contato [m];
R_B	:	raio de curvatura do corpo B na interface de contato [m];
Re	:	número de Reynolds definido com relação à espessura do filme
		Iubrificante, $Re = \frac{\rho_0 V_0 H_0}{\mu_0}$ [-];
S	:	parâmetro de Stribeck relacionado com a cinemática e os
		carregamentos externos atuantes em superfícies lubrificadas [-];
S_E	:	termo fonte de energia atuante no fluido lubrificante [W/kg];
t	:	coordenada temporal [s];
\overline{t}	:	coordenada temporal adimensional [-];
Т	:	temperatura do fluido lubrificante [°C];
\overline{T}	:	temperatura adimensional do fluido lubrificante [-];
T ₀	:	temperatura de referência do fluido lubrificante [°C];
\overline{u}	:	componente adimensional do campo de velocidades do fluido
		lubrificante na direção $(0, x)$ [-];
U_1	:	velocidade da superfície em contato 1 na direção (0, x) [m/s];

<i>U</i> ₂ :	velocidade da superfície em contato 2 na direção (0, x) [m/	′s];
-------------------------	---	------

 \vec{U} : vetor representando a velocidade média das superfícies lubrificadas,

$$\vec{U} = \left(\frac{U_1 + U_2}{2}\right)\vec{e}_x + \left(\frac{W_1 + W_2}{2}\right)\vec{e}_z \text{ [m/s];}$$

 v_i : componentes do campo de velocidades do fluido lubrificante na (*i* = 1,2,3 → $v_1 \equiv u$, $v_2 \equiv v$, $v_3 \equiv w$) [m/s];

$$\bar{v}$$
 : componente adimensional do campo de velocidades do fluido lubrificante na direção (0, y) [-];

- *V* : velocidade relativa das superfícies lubrificadas [m/s];
- V_0 : velocidade característica do fluido lubrificante nas direções (0, x) e (0, z) [m/s];
- V_1 : velocidade da superfície em contato 1 na direção (0, y) [m/s];
- V_2 : velocidade da superfície em contato 2 na direção (0, y) [m/s];

- \overline{w} : componente adimensional do campo de velocidades do fluido lubrificante na direção (0, z) [-];
- W : força externa atuante no contato entre dois sólidos esféricos $[m^2]$;
- W_1 : velocidade da superfície em contato 1 na direção (0, z) [m/s];
- W_2 : velocidade da superfície em contato 2 na direção (0, z) [m/s];
- x_i : coordenadas cartesianas ($i = 1,2,3 \rightarrow x_1 \equiv x, x_2 \equiv y, x_3 \equiv z$) [m];
- \bar{x} : coordenada cartesiana adimensional na direção (0, x) [-];
- $\overline{X}(t)$: posição relativa da superfície em contato 2 (móvel) com relação à superfície em contato 1 (fixa) no instante de tempo *t* [m];
- \overline{y} : coordenada cartesiana adimensional na direção (0, y) [-];
- \bar{z} : coordenada cartesiana adimensional na direção (0, z) [-];
- $Z_1(\overline{X})$: geometria da superfície em contato 1 (fixa) com relação ao sistema de coordenadas $O\overline{X}\overline{Y}\overline{Z}$ [m];
- *Z*₂(*x*, *z*) : geometria da superfície em contato 2 (móvel) com relação ao sistema de coordenadas *Oxyz* [m];
- Z_s : altura média das asperezas localizadas acima do plano médio de referência das superfícies em contato, $Z_s = \sqrt{Z_{s_1}^2 + Z_{s_2}^2}$ [µm];

Letras Gregas:

- α : coeficiente de expansão térmica do fluido lubrificante [1/K];
- $\overline{\alpha}$: coeficiente de expansão térmica adimensional do fluido lubrificante [-];
- α₀ : coeficiente de expansão térmica de referência do fluido lubrificante
 [1/K];
- α_B : coeficiente pressão-viscosidade que indica a inclinação do gráfico logarítmico da viscosidade vs. pressão (correlação de Barus) [m²/N];
- β : raio médio das asperezas das superfícies em contato, $\frac{1}{\beta} = \sqrt{\frac{1}{\beta_1^2} + \frac{1}{\beta_2^2}}$ [μm];
- magnitude escalar das taxas de deformação do fluido lubrificante (correlação de Cross) [s-1]
- Γ : contorno do domínio de integração da equação de Reynolds generalizada;
- δ : deslocamento relativo total entre as superfícies de duas esferas devido às deformações elásticas que ocorrem na interface de contato [m];
- Δt : intervalo de tempo entre duas posição consecutivas da superfície em contato 2 (móvel) com relação à superfície em contato 1 (fixa) [s];
- Δx : espaçamento entre os nós da malha primária da superfície em contato
 2 (superfície móvel) [m];
- $\Delta \overline{X}$: espaçamento entre os nós da malha secundária da superfície em contato 1 (superfície fixa) [m];
- ε : fator de escala de comprimento utilizado nas deduções das equações generalizadas da mecânica dos filmes finos viscosos, $ε = \frac{H_0}{L_0}$ [-];
- η : densidade de asperezas das superfícies em contato, $\eta = \sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2}$ [-];
- θ : ângulo do sistema biela-manivela ("*crank angle*") [^o];
- λ : viscosidade volumétrica do fluido lubrificante [Pa.s];
- $\bar{\lambda}$: viscosidade volumétrica adimensional do fluido lubrificante [-];
- λ_0 : viscosidade volumétrica de referência do fluido lubrificante [Pa.s];
- Λ : parâmetro de Stribeck relacionando a espessura mínima de filme lubrificante com o desvio padrão das alturas das asperezas das superfícies em contato, $\Lambda = \frac{h_{min}}{\sigma^*}$ [-];

μ	:	viscosidade dinâmica do fluido lubrificante [Pa.s];
$ar{\mu}$:	viscosidade dinâmica adimensional do fluido lubrificante [-];
μ_0	:	viscosidade dinâmica de referência do fluido lubrificante [Pa.s];
$\mu_{0_{\mathrm{T}}}$:	viscosidade dinâmica do fluido lubrificante para uma dada
		temperatura na pressão atmosférica (correlação de Barus) [Pa.s];
$\mu_{0_{\mathrm{T},p_{H}}}$:	viscosidade dinâmica do fluido lubrificante para uma dada
		temperatura e pressão (correlação de Cross) [Pa.s];
$rac{\mu_{\infty}}{\mu_{0_{\mathrm{T},p_{H}}}}$, c_{1} , c_{2}	:	coeficientes empíricos da correlação de Cross (ver apêndice A);
$ar{\mu}_d$:	coeficiente de atrito dinâmico [-];
$ar{\mu}_{dl}$:	coeficiente de atrito dinâmico limítrofe [-];
$ar{\mu}_{global}$:	coeficiente de atrito médio calculado ao longo de um ciclo com
		movimento alternado [-];
$ar{\mu}_{misto}$:	coeficiente de atrito misto englobando simultaneamente os atritos
		hidrodinâmico e de contato rugoso [-];
$ar{\mu}_s$:	coeficiente de atrito estático [-];
v_i	:	coeficiente de Poisson de cada uma das superfícies em contato [-];
ξ	:	variável de integração das integrais relacionadas com a variação das
		propriedades do fluido na direção da espessura do filme lubrificante
		(direção (0, y));
ho	:	massa específica do fluido lubrificante [kg/m ³];
$ar{ ho}$:	massa específica adimensional do fluido lubrificante [-];
$ ho_0$:	massa específica de referência do fluido lubrificante [kg/m ³];
$ ho_{cav}$:	densidade de cavitação do fluido lubrificante [kg/m ³];
σ	:	desvio padrão das alturas das asperezas localizadas acima do plano
		médio de referência das superfícies em contato, $\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$ [µm];
σ_{esc}	:	tensão limite de escoamento do material de menor dureza das
		superfícies em contato [Pa];
$ au_{max}$:	máxima tensão de cisalhamento que ocorre em regiões sub-
		superficiais da interface de contato entre sólidos [Pa];
$ au_{xy}$:	tensão de cisalhamento do fluido lubrificante na direção $(0, x)$ [Pa];
$ au_{zy}$:	tensão de cisalhamento do fluido lubrificante na direção $(0, z)$ [Pa];

- $\phi(z)$: função probabilidade que representa a distribuição estatística das alturas das asperezas de superfícies rugosas;
- $\phi^*(s)$: função probabilidade normalizada que representa a distribuição estatística das alturas das asperezas de superfícies rugosas;
- Φ : termo de dissipação viscosa devido ao escoamento do fluido lubrificante na interface de contato;

$$\psi$$
 : índice de plasticidade, $\psi = \left(\frac{E^*}{H_V}\right) \left(\frac{\sigma}{\beta}\right)^{1/2}$ [-];

- ω : fator de sobre-relaxação do método SOR, (1 ≤ ω ≤ 2) [-];
- Ω : domínio de integração da equação de Reynolds generalizada;

Subscritos:

ASP	:	asperezas (contato);
eq	:	equivalente;
Н	:	hidrodinâmica;
i	:	iésimo nó da malha primária da superfície em contato 2 (superfície
		móvel) $(i = 1, 2,, N_p);$

Sobrescritos:

- k : késima iteração do método SOR;
- *n* : enésimo instante de tempo considerado;

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO E OBJETIVOS	
2 TÉCNICA DE TEXTURIZAÇÃO A LASER DE SUPERFÍCIES (LST)	34
2.1 Mecanismos responsáveis pela melhoria do desempenho tr LST	ibológico com 39
2.2 Resumo das dimensões de micro-cavidades geradas por LST	41
3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	43
3.1 Atrito	
3.1.1 Adesão	45
3.1.2 Deformação	46
3.1.3 Presença de um terceiro corpo	46
3.2 Regimes de Lubrificação	47
3.2.1 Regime de lubrificação hidrodinâmica (HL)	47
3.2.2 Regime de lubrificação elasto-hidrodinâmico (EHL)	
3.2.3 Regime de lubrificação limítrofe (BL)	
3.2.4 Regime de lubrificação mista (ML)	
3.2.5 Curva de Stribeck	50
3.3 Modelagem Hidrodinâmica	52
3.3.1 Equações generalizadas da mecânica dos filmes finos viscos	os53
3.3.1.1 Equações de Navier-Stokes	54
3.3.1.2 Adimensionalização das equações de Navier-Stokes	55
3.3.1.3 Hipóteses fundamentais da lubrificação	57
3.3.1.4 Cálculo do campo de velocidades	
3.3.1.5 Aplicação da continuidade	60
3.3.2 Interpretação física das equações generalizadas	62
3.3.3 Equação de Reynolds generalizada	65
3.3.4 Condições de contorno	67
3.3.5 Cavitação	
3.3.5.1 Modelo de half-Sommerfeld	69
3.3.5.2 Modelo de Swift-Steiber (Reynolds)	70
3.3.5.3 Modelo de Jakobsson-Floberg-Olsson (JFO)	70
3.3.6 Reologia dos lubrificantes	71
3.3.6.1 Variação da viscosidade com a temperatura	72
3.3.6.2 Variação da viscosidade com a pressão	73

3.3.6.3 Variação da viscosidade com a taxa de cisalhamento (<i>thinning</i> ")	" <i>shear-</i> 74
3.3.6.4 Variação da massa específica com a pressão	77
3.4 Modelagem do Contato das Asperezas	79
3.4.1 Modelo de Hertz para o contato entre dois corpos esféricos	80
3.4.1.1 Geometria do contato	81
3.4.1.2 Pressões de contato	83
3.4.1.3 Deformações plásticas e máxima tensão de cisalhamento	83
3.4.2 Modelo de contato de Greenwood-Williamson (GW)	83
3.4.2.1 Número de asperezas em contato	84
3.4.2.2 Área real de contato	85
3.4.2.3 Carga total	86
3.4.2.4 Normalização do modelo de Greenwood-Williamson	86
3.4.2.5 Adaptação do modelo de Greenwood-Williamson para o contat duas superfícies rugosas	o entre
3.4.3 Modelo de contato de Greenwood-Tripp (GT)	88
3.4.4 Integrais dos modelos de Greenwood	89
3.4.5 Limite de deformação elástica	92
	0.4
4 CALCULO DOS PARAMETROS DOS MODELOS DE GREENWOOD	94
4.1 Filtros de lugosidade para supericies com vales profundos	90
4.1.1 FILLIO duplo-RK.	90
4.1.2 Filtro Nodal Simples	99
4.1.3 Filtro Modal Itorativo	100
4.1.4 Third Modal Relativo	101
4.1.5 Nesultauos	101
5 MODELAGEM UNIDIMENSIONAL DO REGIME MISTO DE LUBRIFICAÇÃO	D103
5.1 Modelagem hidrodinâmica unidimensional	104
5.2 Modelagem do contato das asperezas unidimensional	106
5.3 Equilíbrio das forças na direção perpendicular ao movimento	106
5.4 Cálculo das forças de atrito	108
6 MODELO COMPUTACIONAL	109
6.1 Malha Numérica Unidimensional	109
6.2 Discretização do Modelo Hidrodinâmico	113
6.2.1 Método da integral I	114
6.2.2 Método da integral II	116

6.2.3 Método das diferenças finitas116
6.2.3.1 Discretização para os nós internos da malha numérica117
6.2.3.2 Discretização para o nó 2 da malha numérica117
6.2.3.3 Montagem e solução do sistema de equações118
6.2.4 Cálculo da força de atrito hidrodinâmico120
6.3 Discretização do Modelo de Contato Rugoso120
7 PROGRAMA COMPUTACIONAL VTL
7.1 Módulo de Simulação Instantâneo122
7.2 Módulo de Simulação "Reciprocativo"124
7.3 Módulo de Simulação Genérico127
7.4 Validação Numérica do Programa VTL129
7.4.1 Validação do modelo hidrodinâmico129
7.4.1.1 Exemplo com perfil de cunha129
7.4.1.2 Exemplo com perfil de degrau131
7.4.1.3 Exemplo com perfil de parábola133
7.4.1.4 Exemplo com perfil de secante para a validação da implementação do modelo de cavitação de Swift-Steiber (Reynolds)
7.4.1.5 Exemplo com perfil de cunha para a comparação das formulações de correção da viscosidade139
7.4.2 Validação do modelo da lubrificação mista141
7.4.2.1 Exemplo com perfil de cunha141
7.4.2.2 Exemplo com perfil abaulado144
7.5 Validação Experimental do Programa VTL146
7.5.1 Descrição do teste experimental146
7.5.2 Comparação dos resultados experimentais e numéricos148
8 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO PARA SUPERFÍCIES COM PERFIS TEXTURIZADOS154
8.1 Simulação 2D x Simulação 1D154
8.2 Dimensões das micro-cavidades utilizadas nas simulações
8.3 Resultados de simulação com perfis texturizados em regime permanente156
8.4 Resultados de simulação com perfis texturizados considerando os ciclos completos do teste de atrito
9 CONCLUSÃO168
10 REFERÊNCIAS

APÊNDICE A – Propriedades reológicas de alguns lubrificantes automotivos180

1 INTRODUÇÃO E OBJETIVOS

Tribologia é um campo multidisciplinar da ciência e tecnologia, que envolve o estudo e a consequente compreensão dos fenômenos de atrito, lubrificação e desgaste, que ocorrem em sistemas caracterizados pela interação entre superfícies. As características determinantes para o entendimento dos fenômenos em tais sistemas englobam essencialmente a geometria da região de contato (geometria global da interface de contato), as propriedades mecânicas dos materiais, o meio interfacial (lubrificação) e a topografia (geometria local da interface de contato) das superfícies envolvidas. A incorreta determinação de uma dessas características, somada ao desconhecimento das influências externas, causadas pelo meio em que um dado tribossistema está inserido, pode levar ao comprometimento do funcionamento adequado do mesmo, caracterizado geralmente pela diminuição de sua eficiência, devido ao elevado atrito e pela redução de sua vida útil, proporcionada pelo desgaste excessivo das superfícies.

O aumento da compreensão dos fenômenos físicos inerentes aos sistemas tribológicos é realizado tanto experimentalmente quanto matematicamente. No primeiro caso, o entendimento de um dado tribossistema e suas principais características é realizado de forma empírica, através da análise de dados tomados em campo e de sua reprodução em laboratório. No segundo caso, a modelagem matemática e a simulação numérica são utilizadas para predizer, muitas vezes de forma qualitativa, o comportamento físico dos mesmos. Os melhores resultados são provavelmente obtidos quando ambas as abordagens (teórica e experimental) são utilizadas. É neste contexto teórico-experimental que o presente trabalho está inserido.

Objetivos

O objetivo principal deste trabalho corresponde à modelagem unidimensional do regime misto de lubrificação para problemas caracterizados por condições genéricas de carga, velocidade e geometria (ver ilustração esquemática na Figura 1). Adicionalmente, a construção de um programa computacional "*opensource*", nomeado de VTL ("*Virtual Tribology Laboratory*"), foi também desenvolvida de forma a permitir a simulação numérica do modelo proposto.



Figura 1 – Ilustração esquemática considerada para a modelagem unidimensional do regime misto de lubrificação proposta neste trabalho.

Posteriormente, diversas simulações foram realizadas considerando superfícies planas com micro-cavidades, com o objetivo de analisar o comportamento tribológico das mesmas em condições de regime misto de lubrificação. Topografias com esses tipos de micro-texturas são geralmente obtidas após a utilização da técnica de texturização a laser (LST – "*Laser Surface Texturing*"), cuja aplicação ganhou destaque nos últimos anos devido às significativas reduções de atrito verificadas em diversos componentes mecânicos (ETSION et al., 1999, 2009; BRIZMER et al., 2003; RONEN et al., 2001; KLIGERMAN et al., 2005; RYK et al., 2005, 2006). É importante destacar que na maior parte dos trabalhos teóricos encontrados na literatura relacionados com superfícies micro-texturizadas, os efeitos do contato rugoso são sempre desprezados, ao contrário deste trabalho.

Procedimentos teórico-experimentais

No regime misto de lubrificação, as superfícies em contato são parcialmente separadas por um filme lubrificante, de tal forma que os carregamentos externos atuantes sobre as mesmas são suportados simultaneamente pelos campos de pressões hidrodinâmicas e de contato de asperezas. A modelagem matemática proposta neste trabalho é baseada em modelos clássicos, como a equação de Reynolds para a descrição dos fenômenos hidrodinâmicos, e as formulações de Greenwood & Williamson (GREENWOOD; WILLIAMSON, 1966) e Greenwood & Tripp (GREENWOOD; TRIPP, 1970) para a modelagem do contato das asperezas.

Os efeitos de cavitação são considerados na modelagem hidrodinâmica através dos modelos tradicionais de half-Sommerfeld e Swift-Steiber (Reynolds). Por fim, as variações de viscosidade do fluido lubrificante devido ao próprio campo de pressões hidrodinâmicas e às elevadas taxas de cisalhamento ("*shear-thinning*") são também admitidas na modelagem proposta.

A abordagem unidimensional adotada neste trabalho foi utilizada devido aos seguintes motivos:

- Propicia maior facilidade para a compreensão dos mecanismos físicos envolvidos no regime misto de lubrificação, além do melhor entendimento dos modelos clássicos relacionados com o tema (equação de Reynolds, modelos de Greenwood, reologia dos lubrificantes, etc). Esse conhecimento dos fundamentos é, na interpretação do autor, imprescindível para o desenvolvimento de futuros trabalhos envolvendo a utilização de modelos mais complexos.
- Permite simulações numéricas com menor custo computacional, possibilitando futuramente o acoplamento de modelos de desgaste para a predição da evolução da geometria das superfícies em contato. De fato, a maioria dos programas de simulação de anéis de pistão de motores de combustão interna, por exemplo, são baseados em modelos de lubrificação unidimensionais (ARCOUMANIS et al., 1997; TOMANIK, 2000; MUFTI et al., 2004; BOLANDER et al., 2004; HERBST et al., 2006).

O modelo de lubrificação mista proposto foi validado considerando os resultados experimentais de um teste de atrito com movimento alternado ("*reciprocating test*"). Neste teste, um mesmo tipo de anel de pistão de primeiro canalete com cobertura de PVD CrN ("*phisical vapor deposition*") foi testado contra segmentos de cilindro de motores de combustão interna com dois tipos de acabamentos superficiais distintos: "*plateau honing*" e "*slide honing*".

Estrutura da Dissertação

O conteúdo desta dissertação está dividido em 7 capítulos. O capítulo 2 apresenta uma síntese dos principais conceitos e informações relacionados com a

utilização da técnica de texturização a laser (LST) para o aperfeiçoamento das propriedades tribológicas (atrito e desgaste) em componentes mecânicos.

O capítulo 3 reúne toda a revisão bibliográfica realizada para a consolidação da modelagem matemática proposta no presente trabalho. Inicialmente, nos itens 3.1 e 3.2, uma breve descrição dos mecanismos físicos que regem o fenômeno do atrito e a definição dos diferentes tipos de regimes de lubrificação são apresentados. No item 3.3, a modelagem hidrodinâmica é desenvolvida de forma completa, incluindo a dedução da equação de Reynolds generalizada, a descrição dos modelos de cavitação e a apresentação da reologia dos lubrificantes. No item 3.4, um breve resumo sobre o contato hertziano é realizado e, posteriormente, os modelos de contato de asperezas de Greenwood & Williamson e Greenwood & Tripp são apresentados. Por fim, o item 5 reúne o equacionamento final da modelagem unidimensional do regime misto de lubrificação que será considerada ao longo de toda a dissertação.

No capítulo 6 estão resumidos todos os procedimentos numéricos utilizados para a construção do programa computacional VTL. Neste sentido, detalhes são apresentados com relação às malhas numéricas e aos métodos de solução empregados para a solução da modelagem matemática do regime misto de lubrificação proposta nesta dissertação.

O capítulo 7 descreve com mais detalhes as potencialidades de simulação do programa VTL, apresentando por fim as validações numéricas e experimentais do mesmo.

No capítulo 8 são apresentados os resultados de simulação calculados para superfícies com perfis com micro-cavidades, semelhantes às obtidas após a aplicação da técnica de texturização a laser (LST).

Finalmente, o capítulo 9 apresenta as conclusões gerais e o delineamento dos possíveis trabalhos futuros pertinentes aos temas considerados ao longo desta dissertação.

2 TÉCNICA DE TEXTURIZAÇÃO A LASER DE SUPERFÍCIES (LST)

A lubrificação adequada e a texturização de superfícies são um dos principais fatores que influenciam na redução do atrito de sistema mecânicos, recebendo desta forma especial atenção em diversos campos de pesquisa. A utilização de superfícies texturizadas para o aperfeiçoamento das propriedades tribológicas de componentes mecânicos é bastante conhecida. Umas das primeiras aplicações comerciais desta técnica são os acabamentos de brunimento realizados em topografias de cilindros de motores de combustão interna (WILLIS, 1986; JENG, 1996).

Recentemente, uma nova tecnologia baseada na texturização de superfícies com laser, geralmente referenciada na literatura como "*Laser Surface Texturing (LST)*", tem apresentado resultados bastante promissores na redução do atrito em componentes mecânicos. Esta nova tecnologia consiste na adição de micro-cavidades na topografia das superfícies lubrificadas através da remoção de material devido aos efeitos térmicos localizados gerados por feixes pulsantes de laser. A vantagem desta técnica é que o procedimento de texturização é extremamente rápido e limpo do ponto de vista ambiental. Adicionalmente, através do controle dos parâmetros do laser, é possível controlar com precisão as dimensões das texturas (profundidade, diâmetro e densidade) previamente definidas a partir de modelos teóricos. A Figura 2 ilustra alguns exemplos de superfícies texturizadas com laser (LST).



(a)

Figura 2 – Exemplos de superfícies texturizadas com laser (LST): (a) Imagem ótica de discos de latão texturizados antes da realização de um teste de desgaste; (b) Imagem ótica de um dos discos após o teste de desgate. Fonte: adaptado de (WANG et al., 2009).
Os primeiros resultados relevantes obtidos com LST foram verificados teórica e experimentalmente em selos mecânicos (ETSION, 1999, 2002). Estes trabalhos foram baseados na determinação e otimização dos parâmetros que mais influenciam na lubrificação de tais componentes quando texturizados. Os parâmetros ótimos de texturização foram determinados a partir de simulações numéricas baseadas na solução da equação de Reynolds.

Para selos mecânicos operando no regime hidrodinâmico (ETSION, 1999), a densidade de texturas e a razão entre o raio interno e externo das faces dos anéis do selo pouco afetam na capacidade de sustentação de carga. Desta forma, apenas a razão entre a profundidade e o diâmetro das micro-cavidades é relevante, e uma maior capacidade de carga é obtida considerando a texturização completa das faces (ver Figura 3a). Por outro lado, para selos mecânicos hidrostáticos (ETSION, 2002), os parâmetros que mais afetam a capacidade de sustentação de carga são a razão entre a profundidade e o diâmetro das micro-cavidades, a densidade de texturas e a distribuição parcial das mesmas ao longo das faces dos anéis (ver Figura 3b).



Figura 3 – Diferentes texturizações utilizadas em selos mecânicos: (a) texturização completa – selos operando em regime hidrostánico; (b) texturização parcial – selos operando em regime hidrostático. Fonte: adaptado de (ETSION, 1999, 2002).

De acordo com o que foi descrito no parágrafo anterior, a eficiência das micro-cavidades em selos mecânicos depende da relação entre os efeitos

hidrodinâmicos (devidos à velocidade, viscosidade e separação relativa entre as superfícies) e hidrostáticos (devidos à diferença de pressões nos contornos das superfícies) atuantes nestes dispositivos. Se os efeitos hidrodinâmicos forem suprimidos pelos efeitos hidrostáticos, a eficiência das texturas será comprometida uma vez que os fenômenos de cavitação em torno das cavidades serão praticamente eliminados; desta forma, apenas a texturização parcial é capaz de gerar pressões adicionais significativas ao longo do filme lubrificante. Por outro lado, se os efeitos hidrostáticos forem desprezíveis comparados aos hidrodinâmicos, o desempenho de selos mecânicos cujas faces são completamente texturizadas é significativamente melhor do que no caso de selos não texturizados.

(BRIZMER et al., 2003; ETSION et al., 2004) analisaram o uso potencial de LST para a geração de sustentação hidrodinâmica em mancais de escora paralelos. Nesta mesma linha de pesquisa, (BRIZMER; KLIGERMAN; ETSION, 2003) desenvolveram um modelo matemático que possibilitou o estudo dos efeitos da texturização e a definição dos parâmetros ótimos de texturas que proporcionam a máxima capacidade de sustentação hidrodinâmica para estes componentes. Posteriormente, um teste experimental foi realizado para a comprovação de tais resultados (ETSION et al., 2004). As duas configurações de texturização (completa e parcial) possíveis para a geração de pressão hidrodinâmica entre superfícies paralelas foram também apresentadas com maiores detalhes, cujas descrições são resumidas a seguir:

- O efeito individual das micro-cavidades, que ocorre em situações envolvendo a texturização completa de superfícies, é capaz de gerar sustentação hidrodinâmica significativa apenas em situações em que a razão entre a largura e o comprimento da região de contato for menor do que 0.5 (L/B<0.5). Em mancais de escora paralelos, a razão L/B é geralmente muito maior do que este valor, fazendo com que os efeitos individuais das micro-texturas não gerem sustentação hidrodinâmica significativa.
- O efeito coletivo das micro-cavidades, que ocorre em situações envolvendo a texturização parcial das superfícies, é capaz de gerar sustentação hidrodinâmica significativa para contatos lubrificados em que L/B>0.5, tal como ocorre em mancais de escora paralelos. De fato, testes experimentais mostraram que mancais de escora paralelos e parcialmente texturizados

apresentaram coeficientes de atrito até 50% menores do que aqueles observados em mancais de escora convencionais (ETSION et al., 2004).

Um modelo matemático simplificado da lubrificação de anéis de pistão foi desenvolvido por (RONEN; ETSION; KLIGERMAN, 2001) para a verificação do uso potencial de anéis planos texturizados na redução do atrito em motores de combustão interna (ver Figura 4). Neste caso, foi demonstrado novamente que as micro-cavidades são capazes de gerar sustentação hidrodinâmica significativa mesmo para anéis com perfis planos. Os principais parâmetros de textura que influenciam no comportamento hidrodinâmico e na eficiência da lubrificação foram também identificados. Tais parâmetros são: densidade superficial, diâmetro e profundidade das texturas. Após uma grande quantidade de simulações, foi determinada a razão ótima entre a profundidade e o diâmetro das micro-cavidades que proporciona a mínima força de atrito. Verificou-se neste caso uma redução de até 30% na força de atrito comparada com a situação envolvendo anéis de pistão convencionais não texturizados. O modelo matemático desenvolvido foi validado experimentalmente através de um teste com movimento alternado ("*reciprocating test*") (RYK; KLIGERMAN; ETSION, 2002).



Figura 4 – Ilustração das duas configurações de texturização utilizadas em anéis de pistão de motores de combustão interna: (a) texturização completa e (b) texturização parcial. Fonte: adaptado de (RYK et al., 2005).

Posteriormente, (KLIGERMAN; ETSION; SHINKARENKO, 2005) aperfeiçoaram o modelo de (RONEN; ETSION; KLIGERMAN, 2001) para permitir a análise dos efeitos da texturização parcial em anéis de pistão (ver Figura 4b). Após a determinação dos parâmetros ótimos de textura para este tipo de configuração, os autores verificaram que as forças de atrito para anéis parcialmente texturizados eram significativamente menores do que aquelas obtidas para anéis com texturização completa. Estes resultados foram verificados experimentalmente por (RYK et al., 2005; RYK et al., 2006). Por fim, resultados experimentais de um teste real de motor mostraram que a substituição dos anéis convencionais de primeiro canalete por anéis planos parcialmente texturizados, foi capaz de proporcionar uma redução surpreendente de até 4% no consumo de combustível (ETSION; SHER, 2009).

A utilização de texturas na forma de micro-cavidades também foi analisada experimentalmente em pinos de pistão de motores de combustão interna (ETSION; HALPERIN; BECKER, 2006). Neste caso, um teste em laboratório foi realizado para investigar os efeitos de diferentes técnicas de tratamento superficial na resistência ao "*scuffing*" deste componente. Além de LST, dois tratamentos superficiais baseados na utilização de filmes finos ("*coatings*") de CrN e DLC ("*diamond-like carbon*") foram considerados. Os resultados obtidos mostraram um aumento potencial na resistência ao "*scuffing*" proporcionado pela utilização de LST.

Um trabalho experimental para analisar a aplicação de LST em arruelas de encosto de motores de combustão interna ("*thrust-washers*") foi realizado por (FLORES; PERES; MORATO, 2009). Diferentes testes tribológicos foram conduzidos para avaliar o desempenho desta nova técnica de texturização em comparação com arruelas convencionais. Um substancial aumento na resistência ao desgaste (15% no teste "*block-on- ring*") e ao "*scuffing*" (50% no teste "*pin-on-disk*" e 58% no teste "*ramp test*") foi observado.

O estudo da influência da forma e da distribuição das micro-cavidades em superfícies texturizadas deslizantes foi realizado por (GALDA et al., 2009, 2010). Resultados experimentais obtidos a partir de testes do tipo "*block-on-ring*" mostraram que a determinação adequada destes parâmetros pode proporcionar melhorias significativas no comportamento do atrito e resistência ao "*scuffing*" em comparação com as superfícies não texturizadas. Neste caso, cavidades na forma de calotas esféricas apresentaram os melhores resultados.

Uma análise dos efeitos das micro-texturas no desgaste abrasivo de superfícies deslizantes foi desenvolvida por (PAWLUS et al., 2009). Testes do tipo "*block-on-ring*" foram realizados juntamente com lubrificante contaminado com partículas abrasivas de sílica (SiO₂) e alumina (Al₂O₃). Os níveis de desgaste obtidos foram significativamente menores para superfícies texturizadas com micro-cavidades esféricas.

A utilização de texturas na forma de micro-cavidades em mancais radiais foi teoricamente analisada por (TALA-IGHIL et al., 2007). Resultados numéricos indicaram novamente que a escolha apropriada das dimensões de tais texturas afeta positivamente as características de lubrificação, proporcionando um melhor desempenho tribológico destes componentes.

2.1 Mecanismos responsáveis pela melhoria do desempenho tribológico com LST

A melhoria do desempenho tribológico em superfícies texturizadas com micro-cavidades ocorre devido a três mecanismos fundamentais:

 Mecanismo de micro-mancais hidrodinâmicos ("micro-bearing effect"): neste caso, as micro-cavidades funcionam como micro-mancais que geram pressões hidrodinâmicas significativas nas regiões convergentes. A teoria clássica de lubrificação determina que o campo de pressões hidrodinâmicas entre duas superfícies paralelas deve ser nulo em condições de regime permanente. Entretanto, filmes estáveis de lubrificante podem ser gerados através de micro estruturas presentes na interface das superfícies lubrificadas, como é o caso das micro-cavidades obtidas pela técnica de texturização a laser (LST). Nestes casos, cada micro-cavidade proporciona uma capacidade de sustentação de carga devido à assimetria do campo de pressões hidrodinâmicas gerado sobre as mesmas. Esta assimetria é resultado das cavitações localizadas nas regiões divergentes das cavidades. Na Figura 5 é possível observar a região de cavitação (região mais escura) uma micro-cavidade esférica obtida por simulação numérica em considerando o modelo de cavitação de Swift-Steiber (Reynolds).



Figura 5 – Identificação da região de cavitação sobre uma micro-cavidade esférica obtida por simulação numérica com o modelo de cavitação de Swift-Steiber (Reynolds). Fonte: adaptado de (QIU; KHONSARI, 2009).

Como comentado anteriormente, duas configurações diferentes de LST são possíveis para proporcionar melhores desempenhos tribológicos em componentes mecânicos. A primeira consiste na texturização completa das superfícies (ver Figura 3a e Figura 4a), e é baseada no efeito individual de cada micro-cavidade, ou seja, os efeitos hidrodinâmicos são determinados pelas cavitações localizadas que ocorrem em torno de cada micro-poro. A segunda configuração consiste na texturização parcial das superfícies (ver Figura 3b e Figura 4b), baseada no efeito coletivo das micro-cavidades que proporciona uma separação convergente equivalente entre superfícies paralelas (similar ao efeito "inlet roughness" descrito por (TONDER, 2001)). Em outras palavras, a diferença da média das alturas das porções texturizadas e não texturizadas existentes nesses tipos de superfícies proporcionam uma espécie de "Rayleigh-step equivalente", que é responsável pela geração de pressão hidrodinâmica significativa em tais situações (ver Figura 6). Este efeito coletivo gerado pela texturização parcial proporciona aumentos significativos na capacidade de sustentação de carga quando comparado com a configuração de texturização completa.



Figura 6 – Ilustração do efeito da texturização parcial na geração de pressão hidrodinâmica entre superfícies paralelas. Neste caso, o perfil original parcialmente texturizado funciona como uma espécie de "*Rayleigh-step* equivalente" responsável pela geração de pressão hidrodinâmica significativa em tais situações.

<u>Mecanismo de reservatório de lubrificante</u> ("*oil reservoir effect*"): neste caso, as micro-cavidades funcionam como micro-reservatórios de lubrificante, proporcionando proteção às superfícies em contato contra o "*scuffing*". Para que este tipo de efeito seja significativo, a razão entre a profundidade e o diâmetro das micro-texturas deve ser relativamente pequena (da ordem de 0.1 – 0.2 (RYK; KLIGERMAN; ETSION, 2002)) de forma a facilitar o

escoamento do lubrificante para fora das texturas em situações mais críticas de lubrificação. Este mecanismo de proteção é mais eficiente com lubrificantes de baixa viscosidade, pois o escoamento do fluido para fora das micro-cavidades é novamente facilitado.

 <u>Mecanismo de retenção de partículas abrasivas</u> ("debris trap effect"): neste caso, as micro-cavidades funcionam como "trincheiras" que armazenam as partículas com potencial abrasivo presentes na interface de contato das superfícies lubrificadas, proporcionando desta forma um aumento na resistência ao desgaste. Este efeito pode ser observado na Figura 7.



partículas abrasivas retidas dentro das micro-cavidades

Figura 7 – Demonstração do mecanismo de retenção de partículas abrasivas proporcionado pelas micro-cavidades. Na foto, os pontos mais claros representam tais partículas. Fonte: experimento realizado por Dennys Flores no centro de pesquisa MAHLE-Jundiai TechCenter.

2.2 Resumo das dimensões de micro-cavidades geradas por LST

A Tabela 1 a seguir resume as dimensões das micro-cavidades obtidas por LST e publicadas na literatura.

Resultado	Tipo de Análise	Tipo de Superfície Texturizada	Distribuição das Texturas	Diâmetro (µm)	Profundidade (µm)	Passo (µm)	Razão profundidade/ diâmetro (-)	Densidade de poros (%)	Referência
- Maior durabilidade devido ao menor desgaste	AT e AE	Selo mecânico	тс	100 100 100	5 8 10	177 177 177	0.05 0.08 0.10	25 25 25	[1]
 Redução de 50-90% no torque de atrito Aumento do limite de operação 	AT e AE	Selo mecânico hidrostático	TP (66%)	60	6	72	0.10	55	[2]
 aumento da separação das superfícies e redução de até 50% no atrito 	AT e AE	Mancais de escora paralelos (L/B = 0.75)	TP (68%)	60	6.5	69	0.11	60	[3-4]
 redução de 20-30% na força de atrito comparado com anéis não texturizados 	AT e AE	Anéis de pistão planos	тс	100	10	200	0.10	20	[5-6]
- redução de 25% na força de atrito	AT e AE	Anéis de pistão planos	TP (60%)	72	7.5	90	0.10	50	[7-9]
 redução de até 4% no consumo de combustível 	AE	Anéis de pistão planos	TP (60%)	90 100	9 10	110	0.10	53 66	[10]
- aumento na resistência ao " <i>scuffing</i> "	AE	Pinos de pistão	тс	100	3	280	0.03	10	[11]
 aumento de 15% na resistência ao desgaste aumento de 50-58% na resistência ao "scuffing" 	AE	"Thrust- washers"	тс	115	50	210	0.40	24	[12]

Tabela 1 – Resumo das dimensões de micro-cavidades obtidas por LST publicadas na literatura

AT : análise teórica

AE : análise experimental

TC : texturização completa

Referências listadas na

Tabela 1

TP : texturização parcial



- [1] (ETSION; KLIGERMAN; HALPERIN, 1999)
- [2] (ETSION; HALPERIN, 2002)
- [3] (BRIZMER; KLIGERMAN; ETSION, 2003)
- [4] (ETSION et al., 2004)
- [5] (RONEN; ETSION; KLIGERMAN, 2001)
- [6] (RYK; KLIGERMAN; ETSION, 2002)
- [7] (KLIGERMAN; ETSION; SHINKARENKO, 2005) [8] (RYK et al., 2005)
- [9] (RYK; ETSION, 2006)
- [10] (ETSION; SHER, 2009)
- [11] (ETSION et al., 2006)
- [12] (FLORES; PERES; MORATO, 2009)

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Tribologia é a ciência que estuda os fenômenos de atrito, lubrificação e desgaste que ocorrem nas interfaces de superfícies em contato. Neste sentido, o estudo da Tribologia consiste na busca da compreensão e solução de problemas tecnológicos associados com a interação entre superfícies. Devido à complexidade dos fenômenos envolvidos em tais interações, o campo da Tribologia é caracterizado pela interdisciplinaridade, incorporando diversas áreas da engenharia, tais como: mecânica dos sólidos, mecânica dos fluidos, reologia, termodinâmica, química, ciência dos materiais, dentre outras. Comparada com as demais ciências de engenharia, a Tribologia é um ramo relativamente novo, cujo destaque ganhou força somente após a Segunda Guerra Mundial.

A compreensão das causas do atrito e desgaste não deve ser ignorada, uma vez que os custos envolvendo perdas energéticas relacionadas com estes fenômenos podem proporcionar implicações econômicas significativas em países industrializados. Apenas como exemplo, se todos os redutores mecânicos em funcionamento nos EUA fossem lubrificados com um lubrificante que proporcionasse um aumento relativo de 5% na eficiência mecânica, 600 milhões de dólares seriam economizados anualmente (STACHOWIAK; BATCHELOR, 2005).

Neste contexto, o presente trabalho é focado na modelagem matemática dos fenômenos de lubrificação para a análise do comportamento do atrito em sistemas caracterizados por topografias obtidas a partir de diferentes acabamentos superficiais (brunimentos do tipo "*plateau-honing*" e "*slide-honing*"), e texturização a laser com o emprego da técnica LST ("*Laser Surface Texturing*"). Para tanto, a revisão bibliográfica que será apresentada a seguir é dividida em três partes:

- Definição de atrito e breve descrição dos principais mecanismos microscópicos responsáveis pela ocorrência do mesmo na interface de superfícies metálicas.
- Definição dos regimes de lubrificação.
- Modelagem matemática dos fenômenos físicos envolvidos na lubrificação.
 Este item é subdividido em duas etapas: modelagem hidrodinâmica e modelagem do contato das asperezas.

3.1 Atrito

O termo "atrito" é genericamente utilizado para descrever a dissipação de energia em diversas situações envolvendo o contato entre corpos ou substâncias. Uma forma bastante comum para a classificação do atrito entre sólidos está relacionada com a ocorrência ou não do movimento relativo das superfícies. Neste caso, define-se o atrito estático ($\bar{\mu}_s$) como sendo a força (associada à energia dissipada) necessária para iniciar o deslizamento relativo das superfícies; e o atrito dinâmico ($\bar{\mu}_d$) como sendo a força resistente (também associada à energia dissipada) atuante ao longo de um movimento já existente (ASM Handbook – Vol. 18, 1992).

Por outro lado, de acordo com o tipo do movimento relativo das superfícies em contato, o atrito pode também ser dividido em duas classes (ver Figura 8): atrito de deslizamento e atrito de rolamento, sendo que os níveis de atrito de rolamento são frequentemente muito menores do que os de deslizamento. Neste trabalho apenas as formas de atrito de deslizamento serão consideradas.



Figura 8 – Tipos de movimentos relativos de superfícies: (a) rolamento e (b) deslizamento.

O atrito entre sólidos é tradicionalmente governado por quatro leis empíricas fundamentais, denominadas "Leis de Amontons". Tais leis podem ser descritas, em termos gerais, da seguinte forma (ASM Handbook – Vol. 18, 1992):

- o atrito estático é geralmente maior que o atrito dinâmico ($\bar{\mu}_s > \bar{\mu}_d$);
- o atrito é independente da velocidade dos corpos em contato;
- a força total de atrito é diretamente proporcional ao carregamento externo normal aplicado;
- a força de atrito é independente da área nominal de contato.

O atrito é frequentemente apresentado em termos do coeficiente de atrito, definido como:

$$\bar{\mu}_{s,d} = \frac{f_{TOTAL}^{atr}}{F_{ext}} \tag{1}$$

onde f_{TOTAL}^{atr} é a força total de atrito e F_{ext} o carregamento externo total normal à região de contato (ver Figura 8).

Os valores de coeficiente de atrito dependem fortemente das condições de operação e lubrificação dos sistemas. Para sistemas bem lubrificados, como mancais radiais, este valor é da ordem de 0.03. Por outro lado, para sistemas deslizantes desprovidos de qualquer forma de lubrificação, o coeficiente de atrito pode atingir valores entre 0.5 e 0.7. Em casos especiais envolvendo superfícies metálicas expostas em ambiente de vácuo, o coeficiente de atrito atinge valores extremamente elevados, da ordem 5.0. Isto ocorre, pois geralmente a ausência de oxigênio impede a formação do filme de óxido na interface das superfícies (HUTCHINGS, 1992).

Diversos mecanismos microscópicos estão relacionados com o fenômeno do atrito. Em superfícies metálicas, o atrito ocorre principalmente devido aos seguintes mecanismos (ASM Handbook – Vol. 18, 1992): adesão, deformação e presença de um terceiro corpo na interface de contato.

3.1.1 Adesão

A adesão existente na interface de contato das asperezas que compõem a topografia das superfícies ocorre devido às forças interatômicas de atração geradas pelos átomos presentes nesta região (ver Figura 9a). Do ponto de vista de engenharia, as forças resistivas de adesão são significativas apenas em situações envolvendo ambientes de extremo vácuo. Nestes casos, como já comentado anteriormente, a ausência de oxigênio geralmente inibe a formação de filmes de óxido na interface das superfícies, permitindo desta forma a completa interação entre os átomos. Por outro lado, em situações mais comuns em que as superfícies metálicas estão dispostas em ambientes com ar, o filme de óxido formado nas interfaces das mesmas impede que as forças de origem adesiva se tornem importantes (ASM Handbook – Vol. 18, 1992).



Figura 9 – Mecanismos microscópicos relacionados com o fenômeno do atrito entre superfícies metálicas: (a) adesão, (b) deformação e (c) presença de um terceiro corpo na interface de contato. Fonte: adaptado de (ASM Handbook – Vol. 18, 1992).

3.1.2 Deformação

Quando as asperezas das superfícies estão em contato, elas são deformadas elástica e plasticamente de acordo com o carregamento externo atuante. As deformações plásticas das asperezas que ocorrem quando um carregamento tangencial é aplicado ao sistema, correspondem a uma forma de dissipação de energia, contribuindo para o aumento do atrito ("*plowing effect*"). Se os materiais das superfícies envolvidas apresentarem diferentes durezas, a superfície com maior dureza produzirá ranhuras ou sulcos ("*grooves*") na superfície mais mole (ver Figura 9b). As deformações plásticas normais às asperezas também constituem formas dissipativas de energia, contribuindo, em menor intensidade, para o aumento do atrito do sistema (ASM Handbook – Vol. 18, 1992).

3.1.3 Presença de um terceiro corpo

A presença de um terceiro corpo na interface de contato pode também contribuir para o aumento do atrito devido às deformações plásticas adicionais geradas pela interação destes corpos com as superfícies em contato (ver Figura 9c). Este terceiro corpo pode estar relacionado, por exemplo, com partículas de desgaste produzidas pelo próprio sistema (ASM Handbook – Vol. 18, 1992).

3.2 Regimes de Lubrificação

Quando duas superfícies estão em contato, os carregamentos externos que atuam sobre as mesmas são suportados pela interação das diversas asperezas presentes na interface de contato. Nestas condições, a força tangencial necessária para proporcionar o movimento relativo das superfícies torna-se excessivamente elevada, causando níveis inaceitáveis de atrito, desgaste e danos superficiais. Para reduzir estes esforços resistentes ao movimento, lubrificantes (líquidos ou sólidos) são introduzidos na região do contato com o objetivo de evitar parcial ou completamente o contato das asperezas.

As condições de lubrificação de qualquer tribosistema dependem essencialmente do carregamento, da velocidade, das propriedades do lubrificante, da geometria global do contato e da rugosidade das superfícies consideradas. De acordo com a combinação destas propriedades, quatro regimes de lubrificação são classicamente definidos (HAMROCK; SCHMID; JACOBSON, 2004): hidrodinâmico, elasto-hidrodinâmico, misto e limítrofe (ver Figura 10). As principais características de cada um destes regimes de lubrificação serão brevemente apresentadas a seguir.





3.2.1 Regime de lubrificação hidrodinâmica (HL)

O regime de lubrificação hidrodinâmica ocorre geralmente em sistemas envolvendo superfícies conformes (ver Figura 11), e é caracterizado por espessuras de filme de fluido lubrificante suficientemente elevadas que evitam o contato das asperezas (ver Figura 10a). Desta forma, todo o carregamento externo atuante no sistema é suportado pelo campo de pressões hidrodinâmicas desenvolvidas pelo fluido. A magnitude das pressões geradas neste regime de lubrificação é inferior a 5 MPa, geralmente insuficiente para causar deformações elásticas significativas nas superfícies (HAMROCK; SCHMID; JACOBSON, 2004). Consequentemente, tais superfícies são admitidas rígidas e os efeitos da pressão na viscosidade do lubrificante desprezados.

Frequentemente o regime de lubrificação hidrodinâmica é considerado como a forma ideal de lubrificação, pois é caracterizado por baixos níveis atrito e elevada resistência ao desgaste. Como exemplos de sistemas operando neste regime de lubrificação, destacam-se os mancais radiais ("*journal bearings*") e de escora ("*thrust bearings*").



conforme não-conforme Figura 11 - Geometrias de contatos conforme e não-conforme. Fonte: adaptado de (ASM Handbook – Vol. 18, 1992).

3.2.2 Regime de lubrificação elasto-hidrodinâmico (EHL)

O regime de lubrificação elasto-hidrodinâmica ocorre usualmente em situações de contatos não-conformes (ver Figura 11), e é caracterizado por deformações elásticas significativas das superfícies. Tais deformações tendem a aumentar localmente as espessuras de filme lubrificante, contribuindo desta forma para o não contato das asperezas. É importante destacar que no regime elasto-hidrodinâmico não existe nenhuma forma de contato de asperezas, ou seja, as superfícies permanecem completamente separadas assim como ocorre no regime hidrodinâmico. Neste sentido, o regime elasto-hidrodinâmico pode ser interpretado como sendo um caso limite do regime hidrodinâmico.

Existem dois tipos distintos de lubrificação elasto-hidrodinâmica: severa ("*Hard EHL*") e moderada ("*Soft EHL*") (HAMROCK; SCHMID; JACOBSON, 2004).

A lubrificação elasto-hidrodinâmica severa ("Hard EHL") ocorre em sistemas cujos materiais apresentam elevado módulo de elasticidade, como por exemplo, os metais. Nestes casos, apenas elevadas pressões hidrodinâmicas são capazes de proporcionar deformações significativas nas superfícies. De fato, as pressões máximas que tipicamente ocorrem neste regime estão entre 0.5 e 3 GPa. Em tais situações, o efeito da correção da viscosidade pela pressão é igualmente importante, contribuindo para o aumento local da espessura do filme lubrificante. Exemplos de sistemas operando no regime de lubrificação elasto-hidrodinâmica severa são: dentes de engrenagens, mancais de rolamentos e cames.

A lubrificação elasto-hidrodinâmica moderada ("Soft EHL") ocorre em materiais com baixo módulo de elasticidade, como por exemplo, a borracha. Nestes casos, as deformações das superfícies são elevadas mesmo para pressões hidrodinâmicas relativamente baixas. As máximas pressões típicas deste regime de lubrificação estão em torno de 1 MPa, em contraste com 1 GPa do regime severo. Desta forma, o efeito da correção da viscosidade pela pressão pode ser desprezado. Exemplos de sistemas operando em lubrificação elasto-hidrodinâmica moderada são: elastômeros e dispositivos biomecânicos, tais como juntas e articulações.

3.2.3 Regime de lubrificação limítrofe (BL)

O regime de lubrificação limítrofe é caracterizado pela presença de filmes tribológicos de dimensões moleculares aderidos na interface das superfícies em contato. Neste regime de lubrificação, as asperezas das superfícies não são separadas por nenhum filme lubrificante (ver Figura 10c), de tal forma que todo o carregamento externo atuante no sistema é suportado tanto pelo contato direto das asperezas, quanto pela interação das moléculas que compõe o filme tribológico (ver Figura 12). Os valores de atrito característicos deste regime de lubrificação são maiores do que aqueles observados no regime hidrodinâmico, porém menores do que os relacionados com sistemas não lubrificados (atrito seco). No regime de lubrificação limítrofe, o atrito é essencialmente independente da viscosidade do fluido lubrificante, dependendo apenas das propriedades físico-químicas do filme molecular.

Com o objetivo de melhorar os efeitos do filme tribológico, aditivos são adicionados aos lubrificantes para a formação de sulfetos, cloretos ou fosfatos na interface das superfícies. Estes elementos proporcionam filmes moleculares mais eficazes para a proteção das asperezas durante condições extremas de lubrificação (HUTCHINGS, 1992). O regime de lubrificação limítrofe é o mais empírico de todos os regimes de lubrificação, apresentando poucos modelos matemáticos que servem apenas como orientação qualitativa em projetos de engenharia (HAMROCK; SCHMID; JACOBSON, 2004).



Figura 12 - Ilustração da interface de contato durante o regime de lubrificação limítrofe. Fonte: adaptado de (ASM Handbook – Vol. 18, 1992).

3.2.4 Regime de lubrificação mista (ML)

O regime de lubrificação mista é caracterizado por espessuras de filme lubrificante cujas dimensões são insuficientes para a completa separação das superfícies em contato (ver Figura 10b). Desta forma, este regime de lubrificação é governado pela combinação dos efeitos inerentes aos regimes hidrodinâmico e limítrofe apresentados anteriormente. Consequentemente, o carregamento externo atuante no sistema é suportado concomitantemente pelo campo de pressões hidrodinâmicas e pelo contato das asperezas. Analogamente, os níveis de atrito serão também intermediários àqueles relacionados com os dois regimes extremos (hidrodinâmico e limítrofe).

3.2.5 Curva de Stribeck

A curva de Stribeck corresponde a uma forma gráfica bastante útil para a compreensão dos diferentes regimes de lubrificação. Um exemplo ilustrativo da curva de Stribeck pode ser visto na Figura 13. A ordenada do gráfico corresponde ao coeficiente de atrito em condições de regime permanente. Com relação à abscissa, diversos parâmetros adimensionais podem ser utilizados de acordo com as

características de cada sistema. Alguns dos parâmetros adimensionais geralmente utilizados são:

- $S = \frac{60\mu N}{F_{ext}A_0}$ (sistemas rotativos), onde μ é a viscosidade dinâmica do fluido lubrificante (Pa.s), N a velocidade de rotação (rpm), F_{ext} o carregamento externo normal atuante (N) e A_0 a área nominal do mancal.
- S = μVL_c/F_{ext} = (μL_c/F_{ext}).(πNL_b/30) (sistemas com movimento alternado), onde μ é a viscosidade dinâmica do fluido lubrificante (Pa.s), L_c o curso do movimento (m), F_{ext} o carregamento externo normal atuante (N), N a velocidade de rotação do sistema biela-manivela (rpm) e L_b o comprimento da biela (m).
- $\Lambda = \frac{h_{min}}{\sigma}$, onde h_{min} é a espessura mínima de filme lubrificante e σ o valor combinado do desvio padrão das alturas das asperezas das superfícies em contato $\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}$.



Figura 13 - Curva de Stribeck resumindo os diferentes regimes de lubrificação. Fonte: adaptado de (HAMROCK; SCHMID; JACOBSON, 2004).

Valores extremamente reduzidos do parâmetro *S* estão associados a condições de baixas velocidades e elevados carregamentos. Nestas situações, os efeitos hidrodinâmicos são inibidos e praticamente nenhum filme lubrificante é formado – regime limítrofe ($\Lambda < 1$). Desta forma, todo o carregamento externo é suportado pelo contato entre asperezas, proporcionando elevados níveis de atrito e desgaste.

À medida que o parâmetro *S* aumenta devido à elevação da velocidade e/ou diminuição do carregamento, os efeitos hidrodinâmicos começam a atuar propiciando a formação de um filme lubrificante na interface de contato. Desta forma, a separação entre as superfícies é elevada e consequentemente o contato entre as asperezas reduzido – regime misto (1 < A < 3). Devido à menor interação entre as asperezas, os níveis de atrito e desgaste no regime misto de lubrificação são menores do que aqueles observados no regime limítrofe.

Com o aumento adicional do parâmetro *S*, os efeitos hidrodinâmicos são intensificados, ocasionando o aumento gradual da espessura do filme lubrificante até a completa separação das superfícies – regime hidrodinâmico/elasto-hidrodinâmico ($\Lambda > 3$). Nestas condições, os níveis de atrito e desgaste são bastante reduzidos devido à ausência do contato direto das asperezas. Uma vez atingido o regime hidrodinâmico, o comportamento do atrito apresenta uma tendência de aumento à medida que o parâmetro *S* é elevado. Isto ocorre uma vez que o atrito viscoso, predominante neste regime, é diretamente proporcional à velocidade relativa das superfícies lubrificadas.

3.3 Modelagem Hidrodinâmica

A lubrificação hidrodinâmica consiste na adição de um fluido (fluido lubrificante) na interface de contato de duas superfícies móveis carregadas. A presença deste fluido somada ao movimento relativo das superfícies cria um campo de pressões que equilibra os carregamentos externos, formando assim um filme lubrificante. Essas condições são bastante interessantes para diversas aplicações de engenharia, desde os sistemas mais simples como juntas de conexão e trilhos de deslizamento, até sistemas altamente complexos, como os diversos componentes móveis de motores de combustão interna e os sofisticados sistemas de mancais presentes em turbinas a gás de alta rotação e motores aeronáuticos.

O primeiro modelo matemático que estabeleceu a teoria moderna da lubrificação hidrodinâmica foi proposto em 1886 por Osborne Reynolds (REYNOLDS, 1886). Nesse trabalho, Reynolds apresentou as hipóteses fundamentais da lubrificação e o equacionamento para o cálculo do campo de pressões desenvolvido ao longo do filme lubrificante. Esta equação ficou conhecida como equação de Reynolds. A teoria da lubrificação apresentada por Reynolds praticamente não sofreu nenhuma modificação conceitual até 1962, quando Duncan Dowson (DOWSON, 1962) apresentou o equacionamento generalizado para a lubrificação termo-hidrodinâmica, também conhecida como Equações Generalizadas da Mecânica de Filmes Finos Viscosos. Nesta publicação, Dowson expandiu as hipóteses de Reynolds admitindo a possibilidade da variação das propriedades do fluido na direção da espessura do filme lubrificante.

Posteriormente, diversos trabalhos foram publicados relacionados à lubrificação hidrodinâmica envolvendo filmes finos viscosos. Como destaque, podese citar o trabalho de Patir e Cheng (PATIR; CHENG, 1978), que propuseram uma modificação nas equações generalizadas a partir da introdução de coeficientes ("*flow-factors*") que levassem em consideração os efeitos da rugosidade das superfícies no escoamento do lubrificante na interface de contato.

Até a década de 1970, as soluções dos modelos de lubrificação eram restritas apenas a problemas envolvendo geometrias simplificadas, e quase nenhum interesse era dedicado aos efeitos da variação das propriedades do fluido. Entretanto, com o advento de computadores com capacidade de processamento cada vez mais elevada, as soluções numéricas possibilitaram um aumento na variedade e complexidade dos problemas analisados, alavancando o interesse em pesquisas na área de lubrificação.

A seguir serão apresentadas as deduções detalhadas das equações generalizadas da mecânica dos filmes finos viscosos. Tais equações, mesmo quando simplificadas, são amplamente utilizadas na modelagem matemática de problemas tribológicos envolvendo lubrificação. Além do equacionamento em si, comentários relacionados com as condições de contorno, cavitação e reologia dos lubrificantes também serão apresentados.

3.3.1 Equações generalizadas da mecânica dos filmes finos viscosos

As equações generalizadas da lubrificação hidrodinâmica que serão desenvolvidas a seguir são baseadas no modelo de Dowson proposto em (DOWSON, 1962). Para maiores detalhes, recomenda-se a referência (GODET et al., 1997, cap. 3).

As equações generalizadas da lubrificação correspondem a simplificações das equações de Navier-Stokes que descrevem o comportamento mais geral da dinâmica dos fluidos Newtonianos. As deduções a seguir serão realizadas aplicandose inicialmente o método da análise adimensional às equações de Navier-Stokes, e em seguida as hipóteses fundamentais da lubrificação serão consideradas. A princípio, este procedimento pode parecer mais tedioso, porém o método de adimensionalização permite uma melhor compreensão física de cada termo das equações. Esta característica, na opinião autor, é imprescindível para o melhor entendimento do mundo físico a partir da modelagem matemática.

3.3.1.1 Equações de Navier-Stokes

As equações de Navier-Stokes são válidas para sistemas fluídicos que obedecem à hipótese do contínuo (partículas materiais com dimensões suficientemente grandes do ponto de vista atômico, impedindo que flutuações moleculares influenciem nos valores médios das propriedades), e cujo comportamento reológico é descrito a partir da lei dos fluidos Newtonianos (relação linear entre o estado de tensão e o estado de deformação da partícula fluídica). Tais equações são resumidas a seguir utilizando a notação indicial para um sistema de coordenadas cartesiano (CHUNG, 1996; MALVERN, 1997; WHITE, 2006).

- Conservação da Massa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho v_j)}{\partial x_j} = 0$$
⁽²⁾

- Conservação da Quantidade de Movimento

$$\rho\left(\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j}\right) = -\frac{\partial p_H}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial v_j}{\partial x_j}\right) + \rho b_i$$
(3)

- Conservação da Energia

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = \alpha T \left(\frac{\partial p_H}{\partial t} + v_j \frac{\partial p_H}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + \mu \Phi + \rho S_E$$
(4)

$$\Phi = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \left(\lambda \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \right)^2$$

onde:

- p_H : pressão hidrodinâmica [Pa];
- *T* : campo de temperaturas do fluido lubrificante [°C];
- v_i : componentes do campo de velocidade do fluido lubrificante (*i* = 1,2,3 → $v_1 \equiv u, v_2 \equiv v, v_3 \equiv w$) [m/s];
- x_i : coordenadas cartesianas ($i = 1,2,3 \rightarrow x_1 \equiv x, x_2 \equiv y, x_3 \equiv z$) [m];
- t : coordenada temporal [s];
- b_i : componentes das forças de campo atuantes no fluido lubrificante (i = 1,2,3) [m/s²];
- S_E : termo fonte de energia atuante no fluido lubrificante [W/kg];
- μ : viscosidade dinâmica do fluido lubrificante [Pa.s];
- λ : viscosidade volumétrica do fluido lubrificante [Pa.s];
- ρ : massa específica do fluido lubrificante [kg/m³];
- c_p: calor específico a pressão constante do fluido lubrificante [J/kg.K];
- k : condutividade térmica do fluido lubrificante [W/m.K];
- *α* : coeficiente de expansão térmica do fluido lubrificante [1/K];
- Φ : termo de dissipação viscosa devido ao escoamento do fluido lubrificante.

3.3.1.2 Adimensionalização das equações de Navier-Stokes

Na mecânica dos filmes finos viscosos, as dimensões na direção da espessura do filme lubrificante são muito pequenas quando comparadas com as dimensões características nas outras direções (hipótese fundamental da lubrificação, ver item 3.3.1.3). Para determinar a ordem de magnitude dos vários termos das eqs. (2-4), as seguintes adimensionalizações foram utilizadas (GODET et al., 1997):

$$\bar{x} = \frac{x}{L_0} \qquad \bar{y} = \frac{y}{H_0} \qquad \bar{z} = \frac{z}{L_0} \qquad \bar{t} = \frac{tV_0}{L_0}$$

$$\bar{u} = \frac{u}{V_0} \qquad \bar{v} = \frac{vL_0}{V_0H_0} \qquad \bar{w} = \frac{w}{L_0} \qquad \bar{p}_H = \frac{p_H H_0^2}{\mu_0 V_0 L_0} \qquad \bar{T} = \frac{T}{T_0} \qquad (5)$$

$$\bar{\mu} = \frac{\mu}{\mu_0} \qquad \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_0} \qquad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho_0} \qquad \bar{c}_p = \frac{c_p}{c_{p_0}} \qquad \bar{\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha_0} \qquad \bar{k} = \frac{k}{k_0}$$

Os termos da primeira е segunda linha correspondem às adimensionalizações das variáveis independentes e dependentes, respectivamente. Na terceira linha estão dispostas as adimensionalizações de todas as propriedades termodinâmicas presentes nas equações de Navier-Stokes com relação a um dado estado termodinâmico de referência. Os parâmetros L₀ e V₀ equivalem à dimensão e velocidade características na direção (0, x) e (0, z), enquanto H_0 e $\frac{V_0 H_0}{L_0}$ desempenham papel análogo na direção da espessura de filme (0, y). A definição do sistema de coordenadas e as demais notações que serão utilizadas para as deduções seguintes estão ilustradas na Figura 14.

Substituindo as relações de (5) nas eqs. (3-4), e desprezando os termos de forças de inércia ($b_i = 0$) e fonte de energia ($S_E = 0$), obtêm-se:

$$\frac{\partial \overline{p_{H}}}{\partial \overline{x}} = \varepsilon \left[-Re \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{t}} + \overline{v_{J}} \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{x_{J}}} \right) + \varepsilon \left(\overline{\mu} + \overline{\lambda} \frac{\lambda_{0}}{\mu_{0}} \right) \frac{\partial}{\partial \overline{x}} \left(\frac{\partial \overline{v_{J}}}{\partial \overline{x_{J}}} \right) + \varepsilon \overline{\mu} \left(\frac{\partial^{2} \overline{u}}{\partial \overline{x}^{2}} + \frac{\partial^{2} \overline{u}}{\partial \overline{z}^{2}} \right) \right] + \overline{\mu} \frac{\partial^{2} \overline{u}}{\partial \overline{y}^{2}} + \varepsilon^{2} \left[\frac{\lambda_{0}}{\mu_{0}} \frac{\partial \overline{\lambda}}{\partial \overline{x}} \frac{\partial \overline{v_{J}}}{\partial \overline{x_{J}}} + 2 \frac{\partial \overline{\mu}}{\partial \overline{x}} \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{x}} + \frac{\partial \overline{\mu}}{\partial \overline{z}} \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{z}} + \frac{\partial \overline{w}}{\partial \overline{x}} \right) \right] + \frac{\partial \overline{\mu}}{\partial \overline{y}} \left(\frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{y}} + \varepsilon^{2} \frac{\partial \overline{v}}{\partial \overline{x}} \right)$$
(6)

$$\frac{\partial \overline{p_H}}{\partial \overline{y}} = \varepsilon^2 \left\{ \varepsilon \left[-Re \left(\frac{\partial \overline{v}}{\partial \overline{t}} + \overline{v_J} \frac{\partial \overline{v}}{\partial \overline{x_J}} \right) + \varepsilon \overline{\mu} \left(\frac{\partial^2 \overline{v}}{\partial \overline{x}^2} + \frac{\partial^2 \overline{w}}{\partial \overline{z}^2} \right) + \left(\overline{\mu} + \overline{\lambda} \frac{\lambda_0}{\mu_0} \right) \frac{\partial}{\partial \overline{y}} \left(\frac{\partial \overline{v_J}}{\partial \overline{x_J}} \right) \right] + \overline{\mu} \frac{\partial^2 \overline{v}}{\partial \overline{y}^2} + \frac{\lambda_0}{\mu_0} \frac{\partial \overline{\lambda}}{\partial \overline{y}} \frac{\partial \overline{v_J}}{\partial \overline{x_J}} + 2 \frac{\partial \overline{\mu}}{\partial \overline{y}} \frac{\partial \overline{v}}{\partial \overline{y}} + \frac{\partial \overline{\mu}}{\partial \overline{x}} \left(\frac{\partial \overline{v}}{\partial \overline{y}} + \varepsilon^2 \frac{\partial \overline{v}}{\partial \overline{x}} \right) + \frac{\partial \overline{\mu}}{\partial \overline{z}} \left(\frac{\partial \overline{w}}{\partial \overline{y}} + \varepsilon^2 \frac{\partial \overline{v}}{\partial \overline{z}} \right) \right\}$$
(7)

$$\frac{\partial \overline{p_H}}{\partial \overline{z}} = \varepsilon \left[-Re \left(\frac{\partial \overline{w}}{\partial \overline{t}} + \overline{v}_J \frac{\partial \overline{w}}{\partial \overline{x}_J} \right) + \varepsilon \left(\overline{\mu} + \overline{\lambda} \frac{\lambda_0}{\mu_0} \right) \frac{\partial}{\partial \overline{z}} \left(\frac{\partial \overline{v}_J}{\partial \overline{x}_J} \right) + \varepsilon \overline{\mu} \left(\frac{\partial^2 \overline{w}}{\partial \overline{x}^2} + \frac{\partial^2 \overline{w}}{\partial \overline{z}^2} \right) \right] + \overline{\mu} \frac{\partial^2 \overline{w}}{\partial \overline{y}^2} + \varepsilon^2 \left[\frac{\lambda_0}{\mu_0} \frac{\partial \overline{\lambda}}{\partial \overline{z}} \frac{\partial \overline{v}_J}{\partial \overline{x}_J} + 2 \frac{\partial \overline{\mu}}{\partial \overline{z}} \frac{\partial \overline{w}}{\partial \overline{z}} + \frac{\partial \overline{\mu}}{\partial \overline{x}} \left(\frac{\partial \overline{w}}{\partial \overline{x}} + \frac{\partial \overline{u}}{\partial \overline{z}} \right) \right] + \frac{\partial \overline{\mu}}{\partial \overline{y}} \left(\frac{\partial \overline{w}}{\partial \overline{y}} + \varepsilon^2 \frac{\partial \overline{v}}{\partial \overline{z}} \right)$$
(8)

$$\bar{\rho}\bar{c}_{p}P_{e}\left(\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\bar{t}}+\bar{v}_{j}\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\bar{x}_{j}}\right) = \alpha_{0}T_{0}N_{d}\overline{\alpha}\overline{T}\left(\frac{\partial\overline{p}H}{\partial\bar{t}}+\bar{v}_{j}\frac{\partial\overline{p}H}{\partial\bar{x}_{j}}\right) + \frac{\partial}{\partial\bar{y}}\left(\bar{k}\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\bar{y}}\right) + \varepsilon^{2}\left[\frac{\partial}{\partial\bar{x}}\left(\bar{k}\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\bar{x}}\right) + \frac{\partial}{\partial\bar{z}}\left(\bar{k}\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\bar{z}}\right)\right] + \frac{\lambda_{0}}{\mu_{0}}N_{d}\varepsilon^{2}\left(\frac{\partial\overline{v}_{j}}{\partial\bar{x}_{j}}\right)^{2}\bar{\lambda} + \bar{\mu}N_{d}\left\{\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{y}}\right)^{2} + \left(\frac{\partial\bar{w}}{\partial\bar{y}}\right)^{2} + 2\varepsilon^{2}\left[\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{x}}\right)^{2} + \left(\frac{\partial\bar{v}}{\partial\bar{y}}\right)^{2} + \left(\frac{\partial\bar{v}}{\partial\bar{y}}\right)^{2}\right]\right\} + \bar{\mu}\varepsilon^{2}N_{d}\left[\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{z}}\right)^{2} + \left(\frac{\partial\bar{w}}{\partial\bar{x}}\right)^{2} + 2\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{z}}\frac{\partial\bar{w}}{\partial\bar{x}} + \frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{y}}\frac{\partial\bar{v}}{\partial\bar{x}} + \frac{\partial\bar{v}}{\partial\bar{z}}\frac{\partial\bar{w}}{\partial\bar{y}}\right)\right] + \bar{\mu}\varepsilon^{4}N_{d}\left[\left(\frac{\partial\bar{v}}{\partial\bar{x}}\right)^{2} + \left(\frac{\partial\bar{v}}{\partial\bar{z}}\right)^{2}\right]\right]$$
(9)

Onde $Re = \frac{\rho_0 V_0 H_0}{\mu_0}$ é o número de Reynolds definido com relação à espessura do filme lubrificante, $\varepsilon = \frac{H_0}{L_0}$ o fator de escala de comprimento, $Pe = \frac{\rho_0 c_{p_0} V_0 H_0^2}{k_0 L_0}$ o número de Peclet e $N_d = \frac{\rho_0 \mu_0 V_0^2}{k_0 T_0}$ o número de Brinckman (GODET et al., 1997).



Figura 14 – Definição dos sistemas de coordenadas e demais notações utilizadas para a dedução das equações generalizadas da mecânica dos filmes finos viscosos. Fonte: adaptado de (GODET et al., 1997).

3.3.1.3 Hipóteses fundamentais da lubrificação

As duas principais hipóteses da teoria da lubrificação são definidas como:

- as dimensões na direção da espessura do filme lubrificante são de pequena magnitude quando comparadas com as demais dimensões do escoamento. De fato, na maioria dos sistemas lubrificados, tem-se que L₀ ≈ 10⁻³ m (ordem de milímetros) e H₀ ≈ 10⁻⁶ m (ordem de micrometros), proporcionando um fator de escala da ordem de ε ≈ 10⁻³. Como consequência, todos os gradientes de velocidade, exceto du dy e dw dy, são desprezados.
- assume-se que o escoamento é laminar na região de lubrificação. Esta hipótese é consequência dos valores reduzidos da espessura do filme lubrificante que geram escoamentos com baixos números de Reynolds.

A partir das duas hipóteses acima, todos os termos proporcionais a ε^2 , ε^3 , ε^4 e εRe presentes nas eqs. (6-9) são desprezados para o desenvolvimento das equações generalizadas da lubrificação. Desta forma, obtêm-se:

$$\frac{\partial \overline{p_H}}{\partial \bar{x}} = \bar{\mu} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial \bar{\mu}}{\partial \bar{y}} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} \right) \tag{10}$$

$$\frac{\partial \overline{p_H}}{\partial \overline{y}} = 0 \tag{11}$$

$$\frac{\partial \overline{p_H}}{\partial \overline{z}} = \overline{\mu} \frac{\partial^2 \overline{w}}{\partial \overline{y}^2} + \frac{\partial \overline{\mu}}{\partial \overline{y}} \left(\frac{\partial \overline{w}}{\partial \overline{y}} \right)$$
(12)

$$\bar{\rho}\bar{c}_{p}Pe\left(\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\bar{t}}+\bar{v}_{j}\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\bar{x}_{j}}\right) = \alpha_{0}T_{0}N_{d}\bar{\alpha}\bar{T}\left(\frac{\partial\bar{p}_{H}}{\partial\bar{t}}+\bar{v}_{j}\frac{\partial\bar{p}_{H}}{\partial\bar{x}_{j}}\right) + \frac{\partial}{\partial\bar{y}}\left(\bar{k}\frac{\partial\bar{\tau}}{\partial\bar{y}}\right) + \bar{\mu}N_{d}\left[\left(\frac{\partial\bar{u}}{\partial\bar{y}}\right)^{2} + \left(\frac{\partial\bar{w}}{\partial\bar{y}}\right)^{2}\right]$$
(13)

Pode-se observar nas eqs. (10-12) a ausência de todos os termos de inércia inicialmente presentes nas equações de Navier-Strokes. Isto ocorre devido à hipótese de escoamento laminar ($\varepsilon Re \approx 0$), que fisicamente representa a maior importância das forças de natureza viscosa em detrimento das forças de inércia.

Reescrevendo finalmente as eqs. (10-13) na forma dimensional, tem-se:

$$\frac{\partial p_H}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \tag{14}$$

$$\frac{\partial p_H}{\partial y} = 0 \tag{15}$$

$$\frac{\partial p_H}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial w}{\partial y} \right) \tag{16}$$

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = \alpha T \left(\frac{\partial p_H}{\partial t} + u \frac{\partial p_H}{\partial x} + w \frac{\partial p_H}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]$$
(17)

Vale destacar que a eq. (15) estabelece que o campo de pressões hidrodinâmicas não deve variar na direção da espessura do filme lubrificante.

3.3.1.4 Cálculo do campo de velocidades

O campo de velocidades do lubrificante na região de contato é obtido através da integração das eqs. (14 e 16). Para tais integrações, as seguintes condições de contorno são utilizadas (vide Figura 14):

$$\begin{cases} u = U_1 & v = V_1 & w = W_1 & \text{para} & y = H_1(x, z, t) \\ u = U_2 & v = V_2 & w = W_3 & \text{para} & y = H_2(x, z, t) \end{cases}$$
(18)

Estas condições de contorno estão relacionadas com o não deslizamento relativo do fluido com relação às interfaces das superfícies lubrificadas (princípio da aderência perfeita).

Integrando-se duas vezes as eqs. (14 e 16) com relação à coordenada cartesiana y (direção da espessura do filme lubrificante), e considerando as condições de contorno (18), o campo de velocidades do lubrificante na interface de contato é dado por:

$$\begin{cases} u = \frac{\partial p_H}{\partial x} \left(I - \frac{JI_2}{J_2} \right) + \left(\frac{U_2 - U_1}{J_2} \right) J + U_1 \\ w = \frac{\partial p_H}{\partial z} \left(I - \frac{JI_2}{J_2} \right) + \left(\frac{W_2 - W_1}{J_2} \right) J + W_2 \end{cases}$$
(19)

As funções I(x, y, z, t), J(x, y, z, t) e $I_2(x, z, t)$, $J_2(x, z, t)$ estão relacionadas com a variação das propriedades do fluido na direção da espessura do filme lubrificante. Tais funções são definidas como:

$$\begin{cases} I(x, y, z, t) = \int_{H_1(x, z, t)}^{y} \left[\frac{\xi}{\mu(x, \xi, z, t)}\right] d\xi \\ I_2(x, z, t) = I(x, H_2, z, t) = \int_{H_1(x, z, t)}^{H_2(x, z, t)} \left[\frac{\xi}{\mu(x, \xi, z, t)}\right] d\xi \end{cases}$$
(20)

$$\begin{cases} J(x, y, z, t) = \int_{H_1(x, z, t)}^{y} \left[\frac{1}{\mu(x, \xi, z, t)}\right] d\xi \\ J_2(x, z, t) = J(x, H_2, z, t) = \int_{H_1(x, z, t)}^{H_2(x, z, t)} \left[\frac{1}{\mu(x, \xi, z, t)}\right] d\xi \end{cases}$$
(21)

É importante destacar que uma vez escolhido um sistema de coordenadas cartesiano para a descrição do problema do escoamento do fluido na interface de contato (vide Figura 14), qualquer curvatura do filme lubrificante foi desprezada; discussões a respeito da validade desta simplificação são apresentadas em (HANNON, 2004, 2007, 2008).

3.3.1.5 Aplicação da continuidade

Integrando-se ambos os lados da equação da continuidade (2) na direção da espessura do filme lubrificante, tem-se:

$$\int_{H_1}^{H_2} \frac{\partial \rho}{\partial t} dy + \int_{H_1}^{H_2} \frac{\partial (\rho v_j)}{\partial x_j} dy = 0$$
(22)

Os operadores de derivada e integral podem ser invertidos utilizando a seguinte propriedade:

$$\int_{H_1(x,z,t)}^{H_2(x,z,t)} \frac{\partial F(x,y,z,t)}{\partial x_j} dy = \frac{\partial}{\partial x_j} \int_{H_1}^{H_2} F dx_2 - F(x,H_2,z,t) \frac{\partial H_2}{\partial x_j} + F(x,H_1,z,t) \frac{\partial H_1}{\partial x_j}$$
(23)

A partir das condições de contorno (18) e da propriedade de integração (23), a equação da continuidade (22) é expandida da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{H_1}^{H_2} \rho u dy + \frac{\partial}{\partial z} \int_{H_1}^{H_2} \rho w dy - \rho_2 U_2 \frac{\partial H_2}{\partial x} - \rho_2 W_2 \frac{\partial H_2}{\partial z} + \rho_1 U_1 \frac{\partial H_1}{\partial x} + \rho_1 W_1 \frac{\partial H_1}{\partial z} + \rho_2 V_2 - \rho_1 V_1 + \frac{\partial}{\partial t} \int_{H_1}^{H_2} \rho dy - \rho_2 \frac{\partial H_2}{\partial t} + \rho_1 \frac{\partial H_1}{\partial t} = 0$$
(24)

onde ρ_1 e ρ_2 correspondem à massa específica do lubrificante presente nas interfaces de contato das superfícies 1 e 2, respectivamente (vide Figura 14).

As duas primeiras integrais da eq. (24) correspondem ao fluxo de lubrificante por unidade de comprimento nas direções (0, x) e (0, z), respectivamente. Estes termos podem ser reescritos substituindo o campo de velocidades da eq. (19), e em seguida aplicando-se a integração por partes. Desta forma, tem-se (GODET et al., 1997):

$$\begin{cases} \int_{H_1}^{H_2} \rho u dy = q_x = -G \frac{\partial p_H}{\partial x} + R_2 U_2 - (U_2 - U_1)F \\ \\ \int_{H_1}^{H_2} \rho w dy = q_z = -G \frac{\partial p_H}{\partial z} + R_2 W_2 - (W_2 - W_1)F \end{cases}$$
(25)

Novamente, as funções F(x, y, z, t), G(x, y, z, t), R(x, y, z, t) e $R_2(x, z, t)$ estão relacionadas com a variação das propriedade do fluido na direção da espessura do filme lubrificante. Tais funções são definidas como:

$$\left\{F(x,z,t) = \frac{1}{J_2(x,z,t)} \int_{H_1(x,z,t)}^{H_2(x,z,t)} \left[\frac{R(x,\xi,z,t)}{\mu(x,\xi,z,t)}\right] d\xi$$
(26)

$$\left\{G(x,z,t) = \int_{H_1(x,z,t)}^{H_2(x,z,t)} \left[\frac{R(x,\xi,z,t)\xi}{\mu(x,\xi,z,t)}\right] d\xi - I_2(x,z,t)F$$
(27)

$$\begin{cases} R(x, y, z, t) = \int_{H_1(x, z, t)}^{y} [\rho(x, \xi, z, t)] d\xi \\ R_2(x, z, t) = R(x, H_2, z, t) = \int_{H_1(x, z, t)}^{H_2(x, z, t)} [\rho(x, \xi, z, t)] d\xi \end{cases}$$
(28)

Substituindo os resultados da eq. (25) em (24), e reagrupando os vários termos, a equação generalizada da mecânica dos filmes finos viscosos é finalmente obtida:

$$\underbrace{\left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(G \frac{\partial p_{H}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(G \frac{\partial p_{H}}{\partial z} \right) \right\}}_{I} = \underbrace{\left\{ \left[U_{2} \frac{\partial (R_{2}-F)}{\partial x} + U_{1} \frac{\partial F}{\partial x} \right] + \left[W_{2} \frac{\partial (R_{2}-F)}{\partial z} + W_{1} \frac{\partial F}{\partial z} \right] \right\}}_{II} + \underbrace{\left\{ \left[(R_{2}-F) \frac{\partial U_{2}}{\partial x} + F \frac{\partial U_{1}}{\partial x} \right] + \left[(R_{2}-F) \frac{\partial W_{2}}{\partial z} + F \frac{\partial W_{1}}{\partial z} \right] \right\}}_{III} + \underbrace{\left\{ \left[-\rho_{2} \left(U_{2} \frac{\partial H_{2}}{\partial x} + W_{2} \frac{\partial H_{2}}{\partial z} \right) \right] + \left[\rho_{1} \left(U_{1} \frac{\partial H_{1}}{\partial x} + W_{1} \frac{\partial H_{1}}{\partial z} \right) \right] \right\}}_{IV} + \underbrace{\left\{ \left[-\rho_{2} \left(\frac{\partial H_{2}}{\partial t} - V_{2} \right) \right] + \left[\rho_{1} \left(\frac{\partial H_{1}}{\partial t} - V_{1} \right) \right] \right\}}_{V} + \underbrace{\left\{ \frac{\partial P}{\partial z} \right\}}_{V} + \underbrace{\left\{ \left[-\rho_{2} \left(\frac{\partial H_{2}}{\partial t} - V_{2} \right) \right] + \left[\rho_{1} \left(\frac{\partial H_{1}}{\partial t} - V_{1} \right) \right] \right\}}_{V} + \underbrace{\left\{ \frac{\partial P}{\partial z} \right\}}_{V} + \underbrace{\left\{ \left[-\rho_{2} \left(\frac{\partial H_{2}}{\partial t} - V_{2} \right) \right] + \left[\rho_{1} \left(\frac{\partial H_{1}}{\partial t} - V_{1} \right) \right] \right\}}_{V} + \underbrace{\left\{ \frac{\partial P}{\partial z} \right\}}_{V} + \underbrace{\left\{ \left[-\rho_{2} \left(\frac{\partial H_{2}}{\partial t} - V_{2} \right) \right] + \left[\rho_{1} \left(\frac{\partial H_{1}}{\partial t} - V_{1} \right) \right] \right\}}_{V} + \underbrace{\left\{ \frac{\partial P}{\partial z} \right\}}_{V} + \underbrace{\left\{ \left[-\rho_{2} \left(\frac{\partial H_{2}}{\partial t} - V_{2} \right) \right] + \left[\rho_{1} \left(\frac{\partial H_{1}}{\partial t} - V_{1} \right) \right] \right\}}_{V} + \underbrace{\left\{ \frac{\partial P}{\partial z} \right\}}_{V} + \underbrace{\left\{ \left[\frac{\partial P}{\partial z} \right] + \underbrace{\left\{ \frac{\partial P}{\partial z} \right\}}_{V} + \underbrace{\left\{ \frac{\partial P}{\partial z} \right\}}_{V} + \underbrace{\left\{ \frac{\partial P}{\partial z} \right\}}_{V} + \left[\frac{\partial P}{\partial z} \right] + \left[\frac{\partial P}{\partial z} \right$$

As tensões de cisalhamento nas direções do escoamento são calculadas aplicando-se diretamente a hipótese de fluido Newtoniano (proporcionalidade direta entre as tensões e as taxas de deformação) a partir do campo de velocidades da eq. (19). Neste caso:

$$\begin{cases} \tau_{xy} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \left(y - \frac{I_2}{J_2}\right) \frac{\partial p_H}{\partial x} + \frac{U_2 - U_1}{J_2} \\ \tau_{zy} = \mu \frac{\partial w}{\partial y} = \left(y - \frac{I_2}{J_2}\right) \frac{\partial p_H}{\partial z} + \frac{W_2 - W_1}{J_2} \end{cases}$$
(30)

O campo de pressões hidrodinâmicas é a principal variável a se determinar nas soluções de problemas de lubrificação. Estas soluções são obtidas a partir da eq. (29) juntamente com as condições de contorno impostas ao problema (detalhes a respeito de condições de contorno serão brevemente apresentas mais adiante). De posse do campo de pressões, todas as demais variáveis, como por exemplo, o campo de velocidades, as tensões de cisalhamento e o campo de temperaturas, podem ser diretamente calculados. É importante destacar que o campo de temperaturas é determinado posteriormente ao campo de pressões devido ao desacoplamento das eqs. 29 e 17. O único acoplamento indireto que existe entre estas equações deve-se às variações das propriedades termodinâmicas (viscosidade e massa específica) em função dos próprios campos de temperatura e pressão.

3.3.2 Interpretação física das equações generalizadas

As equações deduzidas anteriormente, eqs. 17 e 29, representam a forma mais geral da equação de Reynolds. Em resumo, as hipóteses implícitas a estas equações são:

- o fluido obedece à hipótese do contínuo;
- o fluido é Newtoniano;
- escoamento laminar;
- forças de corpo e de inércia desprezíveis;
- não há deslizamento relativo entre o fluido e as superfícies na interface de contato (princípio da aderência perfeita);
- possíveis curvaturas do filme lubrificante desprezíveis;
- a pressão hidrodinâmica não varia na direção da espessura do filme lubrificante (0, y);
- a espessura de filme medida na direção (0, y) é sempre muito pequena quando comparada com as demais dimensões da interface de contato (esta é a principal hipótese da lubrificação).

A expressão I da eq. (29) corresponde à curvatura média da distribuição de pressões no plano xz. Ambos os termos representam o fluxo de lubrificante devido ao gradiente de pressões nas direções (0, x) e (0, z), respectivamente

(escoamento de Poiseuille). Já os termos do lado direito desta equação são os responsáveis pela geração das pressões hidrodinâmicas (termos fonte), correspondendo aos quatro seguintes mecanismos (GODET et al., 1997; (HAMROCK; SCHMID; JACOBSON, 2004):

 Efeito "physical-density wedge" (expressão II): pressão hidrodinâmica gerada devido ao fluxo de lubrificante nas direções (0, x) e (0, z), oriundo do movimento relativo das superfícies ("physical wedge") e/ou da variação da massa específica do lubrificante ao longo região lubrificada ("density wedge").

No primeiro caso ("*physical wedge*"), a geração de pressões positivas ocorre essencialmente quando a curvatura relativa das superfícies for convergente nas direções do deslizamento, ou seja, $\frac{\partial(H_1-H_2)}{\partial x} < 0$ e/ou $\frac{\partial(H_1-H_2)}{\partial z} < 0$ (ver Figura 15a). Desta forma, nenhuma pressão hidrodinâmica é gerada em situações em que ambas as superfícies lubrificadas sejam paralelas.

Para a segunda situação ("*density wedge*"), a geração de pressões hidrodinâmicas positivas ocorre quando a densidade do lubrificante tende a diminuir nas direções do escoamento, ou seja, $\frac{\partial \rho}{\partial x} < 0$ e/ou $\frac{\partial \rho}{\partial z} < 0$ (ver Figura 15b). Neste caso, pressão hidrodinâmica pode ser gerada mesmo em situações em que ambas as superfícies sejam paralelas.

- Efeito "*stretch wedge*" (expressão III): pressão hidrodinâmica gerada devido ao fluxo de lubrificante nas direções (0, x) e (0, z) proveniente da variação local da velocidade das superfícies (ver Figura 15c). Neste caso, pressão hidrodinâmica é gerada mesmo em situações em que ambas as superfícies sejam paralelas, desde que a velocidade local das superfícies diminua ao longo das direções do escoamento $\left(\frac{\partial(U_1+U_2)}{\partial x} < 0\right)$ e/ou $\frac{\partial(W_1+W_2)}{\partial x} < 0$).
- Efeito "translate squeeze" (expressão IV): pressão hidrodinâmica gerada devido ao fluxo de lubrificante nas direções (0, x) e (0, z) proporcionado pelo esmagamento ("squeeze") do filme lubrificante devido à translação de superfícies inclinadas na direção do escoamento (ver Figura 15d).
- Efeito "normal squeeze" (expressão V): pressão hidrodinâmica gerada devido ao fluxo de lubrificante nas direções (0,x) e (0,z) proporcionado

pelo esmagamento ("*squeeze*") do filme lubrificante devido ao movimento perpendicular relativo das superfícies (ver Figura 15e). Este efeito exerce importante influência em sistemas dinâmicos cujas condições de cargas e/ou velocidades são variáveis no tempo.

 Efeito "local expantion" (expressão VI): pressão hidrodinâmica gerada devido aos efeitos transitórios de compressibilidade do fluido lubrificante (ver Figura 15f). Neste último caso, pressões hidrodinâmicas podem ser geradas mesmo quando as superfícies lubrificadas estão estacionárias, desde que ^{∂ρ}/_{∂t} < 0 (aumento do volume específico do fluido lubrificante devido, por exemplo, ao aumento da temperatura).



Figura 15 – Figuras esquemáticas representando os mecanismos de geração de pressão hidrodinâmica: (a) efeito "*physical wedge*", (b) efeito "*density wedge*", (c) efeito "*stretch wedge*", (d) efeito "*translate squeeze*", (e) efeito "*normal squeeze*" e (f) efeito "*local expantion*". Fonte: adaptado de (HAMROCK; SCHMID; JACOBSON, 2004).

Por fim, com relação à equação da energia (17), o termo $\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + v_j \frac{\partial T}{\partial x_j}\right)$ representa o fluxo de calor transferido por convecção, enquanto que o termo $\alpha T \left(\frac{\partial p_H}{\partial t} + u \frac{\partial p_H}{\partial x} + w \frac{\partial p_H}{\partial z}\right)$ corresponde à energia de dilatação do fluido, que é nula para escoamentos admitidos incompressíveis. O segundo termo do lado direito desta equação, $\frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y}\right)$, representa o fluxo de calor transferido por condução; e o último termo, $\mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \right]$, corresponde à dissipação viscosa, que pode contribuir significativamente para o aumento da temperatura do fluido lubrificante, principalmente em sistemas cujas superfícies lubrificadas são submetidas a altas velocidades de operação.

3.3.3 Equação de Reynolds generalizada

Admitindo-se que a temperatura do fluido não varie na direção da espessura do filme lubrificante, e considerando que a viscosidade e a massa específica sejam funções apenas da temperatura e da pressão hidrodinâmica, temse:

$$\mu = \mu(T, p_H) \qquad \rho = \rho(T, p_H) \tag{31}$$

Como a temperatura e a pressão são funções das coordenadas espaciais x, z e do tempo t, ou seja, $T(x, z, t) e p_H(x, z, t)$, a viscosidade e a massa específica também serão implicitamente funções destas variáveis, ou seja:

$$\mu = \mu(x, z, t) \qquad \rho = \rho(x, z, t) \implies \rho_1 = \rho_2 = \rho \tag{32}$$

Assumindo estas hipóteses complementares, as funções I (eq. 20), J (eq. 21), F (eq. 26), G (eq. 27) e R (eq. 28) relacionadas com a variação das propriedades do fluido na direção da espessura do filme lubrificante são consideravelmente simplificadas, resultando em:

$$\begin{cases} I(x, y, z, t) = \frac{y^2 - H_1(x, z, t)^2}{2\mu(x, z, t)} \\ H_2(x, z, t)^2 - H_1(x, z, t)^2 \end{cases}$$
(33)

$$\left(I_{2}(x,z,t) = \frac{H_{2}(x,z,t) - H_{1}(x,z,t)}{2\mu(x,z,t)}\right)$$

$$\begin{cases} J(x, y, z, t) = \frac{y - H_1(x, z, t)}{\mu(x, z, t)} \\ J_2(x, z, t) = \frac{H_2(x, z, t) - H_1(x, z, t)}{\mu(x, z, t)} \end{cases}$$
(34)

$$\left\{F(x, z, t) = \frac{\rho(x, z, t)}{2} \cdot \left[H_2(x, z, t) - H_1(x, z, t)\right]\right\}$$
(35)

$$\left\{G(x, z, t) = \frac{\rho(x, z, t)}{12\mu(x, z, t)} \cdot [H_2(x, z, t) - H_1(x, z, t)]^3\right\}$$
(36)

$$\begin{cases}
R(x, y, z, t) = \rho(x, z, t). [y - H_1(x, z, t)] \\
R_2(x, z, t) = \rho(x, z, t). [H_2(x, z, t) - H_1(x, z, t)]
\end{cases}$$
(37)

Finalmente, substituindo-se as funções simplificadas (33-37) na eq. (29), a equação generalizada da mecânica dos filmes finos viscosos é reduzida para a tradicional equação de Reynolds generalizada:

$$\underbrace{\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\rho(H_{2}-H_{1})^{3}}{12\mu}\frac{\partial p_{H}}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\rho(H_{2}-H_{1})^{3}}{12\mu}\frac{\partial p_{H}}{\partial z}\right]\right\}}_{I} = \underbrace{\left\{\left[\frac{(U_{2}+U_{1})}{2}\frac{\partial[\rho(H_{2}-H_{1})]}{\partial x}\right] + \left[\frac{(W_{2}+W_{1})}{2}\frac{\partial[\rho(H_{2}-H_{1})]}{\partial z}\right]\right\}}_{II} + \underbrace{\left\{\left[\left(\frac{\rho(H_{2}-H_{1})}{2}\right)\frac{\partial(W_{2}+W_{1})}{\partial z}\right]\right\}}_{III}\right\}}_{III} + \underbrace{\left\{\left[\left(\frac{\rho(H_{2}-H_{1})}{2}\right)\frac{\partial(W_{2}+W_{1})}{\partial z}\right]\right\}}_{IV}\right\}}_{IV} + \underbrace{\left\{\rho\left[\left(U_{1}\frac{\partial H_{1}}{\partial x} - U_{2}\frac{\partial H_{2}}{\partial x}\right) + \left(W_{1}\frac{\partial H_{1}}{\partial z} - W_{2}\frac{\partial H_{2}}{\partial z}\right)\right]\right\}}_{IV} + \underbrace{\left\{\rho(V_{2}-V_{1})\right\}}_{V} + \underbrace{\frac{\partial\rho}{\partial t}\left(H_{2}-H_{1}\right)}_{VI}\right\}}_{IV}$$
(38)

A interpretação física dos termos da eq. (38) são as mesmas descritas no item 3.3.2. Após algumas manipulações algébricas, a equação de Reynolds generalizada pode ser reescrita de forma mais compacta, como segue:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p_H}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p_H}{\partial z} \right] = \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho h \left(\frac{U_2 + U_1}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho h \left(\frac{W_2 + W_1}{2} \right) \right] + \rho \left[\left(U_1 \frac{\partial H_1}{\partial x} - U_2 \frac{\partial H_2}{\partial x} \right) + \left(W_1 \frac{\partial H_1}{\partial z} - W_2 \frac{\partial H_2}{\partial z} \right) \right] + \rho (V_2 - V_1) + h \frac{\partial \rho}{\partial t}$$
(39)

onde $h = (H_2 - H_1)$ é a separação local entre as superfícies em contato com relação aos planos de referência definidos a partir das alturas de rugosidade.

Neste caso, o campo de velocidades (eq. 19), os fluxos de lubrificante (eq. 25) e as tensões de cisalhamento (eq. 30) são também simplificados, resultando em:

$$\begin{cases} u = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p_H}{\partial x} [y^2 - y(h + 2H_1) + H_1(h + H_1)] + \left(\frac{U_2 - U_1}{h}\right)(y - H_1) + U_1 \\ w = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial p_H}{\partial z} [y^2 - y(h + 2H_1) + H_1(h + H_1)] + \left(\frac{W_2 - W_1}{h}\right)(y - H_1) + W_1 \end{cases}$$
(40)

$$\begin{cases} q_x = -\frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p_H}{\partial x} + \rho h\left(\frac{U_1 + U_2}{2}\right) \\ q_z = -\frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{\partial p_H}{\partial z} + \rho h\left(\frac{W_1 + W_2}{2}\right) \end{cases}$$
(41)

$$\begin{cases} \tau_{xy} = \mu \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \frac{\partial p_H}{\partial x} [2y - (h + 2H_1)] + \mu \left(\frac{U_2 - U_1}{h}\right) \\ \tau_{zy} = \mu \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{1}{2} \frac{\partial p_H}{\partial z} [2y - (h + 2H_1)] + \mu \left(\frac{W_2 - W_1}{h}\right) \end{cases}$$
(42)

A única modificação na equação da energia deve-se a não variação da temperatura na direção do filme lubrificante, ou seja, $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$. Desta forma:

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \alpha T \left(\frac{\partial p_H}{\partial t} + u \frac{\partial p_H}{\partial x} + w \frac{\partial p_H}{\partial z} \right) + \mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]$$
(43)

3.3.4 Condições de contorno

As condições de contorno que serão apresentadas a seguir são típicas de problemas de lubrificação em que o lubrificante é admitido incompressível, isotérmico e os efeitos da rugosidade das superfícies no escoamento desprezados.

A solução geral das equações desenvolvidas no item 3.3.3 consiste essencialmente na determinação do campo de pressões hidrodinâmicas gerado ao longo da região lubrificada. Para a completa descrição deste problema, é necessária a definição das condições de contorno a partir das quais o campo de pressões se desenvolve. Neste caso, considerando que o escoamento ocorra em uma região Ω , delimitada por $\Gamma = \sum_i \Gamma_i + \sum_j \Gamma_j$ (ver Figura 16), as condições de contorno de pressão (condição de Dirichlet, Γ_i) e de fluxo de massa (condição de von Neuman, Γ_j) são genericamente descritas da seguinte forma (GODET et al., 1997):

$$\begin{cases} p_{H} = p_{0}, \ em \ \Omega, \text{ para } t = 0 \quad \rightarrow \quad \text{condições iniciais} \\ p_{H} = \bar{p}(t), \ em \ \Gamma_{1}, \text{ para } t > 0 \quad \rightarrow \quad \text{condições de Dirichlet} \\ \left[h\vec{U} - \frac{h^{3}}{12\mu}\frac{\partial p_{H}}{\partial x_{i}}\right] = \vec{q}(t), \ em \ \Gamma_{2}, \text{ para } t > 0 \quad \rightarrow \quad \text{condições de von Newman} \end{cases}$$
(44)



Figura 16 – Domínio de integração da equação de Reynolds generalizada. Fonte: adaptado de (GODET et al., 1997).

Vale destacar que não é sempre necessário que os dois tipos de condições de contorno (pressão e fluxo) ocorram concomitantemente. Entretanto, deve-se sempre garantir que a condição determinada seja definida para todo o contorno Γ .

3.3.5 Cavitação

Dependendo da natureza física do problema estudado (geometria, cinemática etc.), as pressões hidrodinâmicas calculadas a partir das equações e condições de contorno definidas anteriormente, podem apresentar valores abaixo da

pressão atmosférica em certas regiões do domínio Ω , ocorrendo assim o fenômeno da cavitação.

Para problemas de lubrificação, a cavitação propriamente dita ocorre quando a pressão local absoluta do fluido atinge valores reduzidos, abaixo de um limite definido para cada tipo de lubrificante ($p_H < p_{cav}$). Nestes casos, ocorre o rompimento do filme de óleo e a formação de uma mistura bifásica de líquido (lubrificante) e vapor/gás. Este vapor/gás presente na região de cavitação é proveniente do ambiente atmosférico ou dos próprios gases originalmente dissolvidos no lubrificante.

Dentro da região de cavitação, a mistura líquido-vapor/gás escoa e, com o gradativo aumento da pressão, o filme lubrificante é regenerado no final da zona cavitada. Este fenômeno recebe o nome de reconstituição do filme lubrificante (QIU; KHONSARI, 2009).

Os três principais modelos matemáticos utilizados para determinar as fronteiras e regiões de cavitação em problemas de lubrificação serão brevemente descritos a seguir.

3.3.5.1 Modelo de half-Sommerfeld

O modelo de half-Sommerfeld é provavelmente o modelo mais simples de cavitação, cuja idéia consiste em fixar todas as pressões hidrodinâmicas inferiores à pressão limite de cavitação (p_{cav}) como sendo iguais a p_{cav} . Matematicamente:

$$p_{H}(x, z, t) = \begin{cases} p_{cav}, \ p_{H} < p_{cav} \\ p_{H}(x, z, t), \ p_{H} \ge p_{cav} \end{cases}$$
(45)

O princípio físico implícito no modelo está relacionado com a impossibilidade do fluido em ser tracionado. A limitação deste modelo é que o mesmo não considera a conservação do fluxo mássico nas fronteiras de cavitação.

Para as simulações desenvolvidas neste trabalho, o valor relativo de p_{cav} será sempre admitido como nulo, uma vez que as pressões hidrodinâmicas geradas nos problemas que serão analisados são sempre muito maiores que a pressão atmosférica.

3.3.5.2 Modelo de Swift-Steiber (Reynolds)

O modelo de Swift-Steiber, também conhecido como modelo de cavitação de Reynolds, é uma extensão do modelo de half-Sommerfeld e impõe que as derivadas do campo de pressões nas fronteiras de cavitação devem ser nulas. Matematicamente:

$$p_{H} = p_{cav}$$
, no interior da região de cavitação
 $\frac{\partial p_{H}}{\partial \vec{n}} = 0$, nas fronteiras de cavitação (46)

A derivada nula no início da região de cavitação é compatível com o princípio da conservação do fluxo mássico nesta fronteira. Entretanto, a limitação do modelo reside na região de reconstituição do filme lubrificante (final da região de cavitação), cuja conservação do fluxo não é totalmente satisfeita (QIU; KHONSARI, 2009).

3.3.5.3 Modelo de Jakobsson-Floberg-Olsson (JFO)

O modelo inicialmente proposto por Floberg e Jakobsson (FLOBERG, 1957, 1965; DOWSON, 1975) e posteriormente complementado por Olsson (OLSSON, 1965), é provavelmente o modelo de cavitação mais realista, cuja conservação do fluxo mássico nas fronteiras de cavitação é completamente satisfeita.

As principais hipóteses deste modelo são (QIU; KHONSARI, 2009):

- nas regiões de cavitação, a mistura líquido-vapor/gás escoa em faixas estreitas ("*fingers*") separadas completamente pela fase de vapor/gás;
- dentro das regiões de cavitação, a pressão permanece constante e igual a *p_{cav}*;
- no início das fronteiras de cavitação, o gradiente de pressão é nulo.
- nas fronteiras de reconstituição do filme lubrificante, a seguinte relação deve ser mantida para a garantia da conservação do fluxo mássico:

$$\frac{\hbar^2}{12\mu}\frac{\partial p_H}{\partial \vec{n}} = \frac{V_n}{2} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{cav}}\right) \tag{47}$$
onde V_n é a velocidade do fluído na direção normal \vec{n} da fronteira de reconstituição do filme, e ρ_{cav} a densidade de cavitação do fluído.

Para a solução da equação Reynolds generalizada acoplada com o modelo de cavitação de JFO, ELROD (1974, 1981) desenvolveu inicialmente um algoritmo computacional que automaticamente considera as condições de contorno adicionais impostas pelo modelo de JFO, garantindo assim a conservação do fluxo mássico tanto nas fronteiras de cavitação quanto nas regiões com filme lubrificante completamente desenvolvido. Este algoritmo geralmente é designado como algoritmo de conservação de massa para cavitação ("*mass-conservative cavitation algorithm*").

Baseado nos trabalhos de Elrod, Vijayaraghavan e Keith (1989, 1990a, 1990b) propuseram um algoritmo computacional mais eficiente e robusto, evitando o procedimento de tentativa e erro presente no algoritmo original de Elrod. A limitação deste algoritmo é a não consideração dos efeitos dinâmicos presentes na equação de Reynolds através do termo "*normal squeeze*".

Recentemente, (AUSAS, 2006, 2009) adaptou o modelo de conservação de massa de Elrod para problemas dinâmicos de lubrificação envolvendo cavitação, generalizando desta forma o algoritmo de Vijayaraghavan e Keith.

Para o desenvolvimento deste trabalho, optou-se em utilizar o modelo de cavitação de Swift-Steiber (Reynolds) para a simulação numérica de problemas envolvendo superfícies com perfis texturizados. A justificativa para tal escolha baseou-se nos seguintes critérios:

- a implementação numérica do modelo de cavitação de JFO é mais complexa e exige maior processamento computacional;
- diversos trabalhos publicados envolvendo simulação numérica de problemas de lubrificação com superfícies texturizadas utilizam o modelo de Swift-Steiber (Reynolds) para a descrição dos fenômenos de cavitação (ETSION et al., 1999; TALA-IGHIL et al., 2007), cujos resultados foram validados experimentalmente.

3.3.6 Reologia dos lubrificantes

A equação de Reynolds generalizada, eq. (39), possui como parâmetros as propriedades termodinâmicas viscosidade (μ) e massa específica (ρ). Como já comentado, estas propriedades variam em função da temperatura e da própria pressão hidrodinâmica. A seguir serão apresentados os modelos reológicos clássicos utilizados neste trabalho para prever o comportamento de tais propriedades.

3.3.6.1 Variação da viscosidade com a temperatura

A viscosidade dinâmica de lubrificantes de origem mineral ou sintética é fortemente influenciada pela temperatura. Com o aumento da temperatura a viscosidade tende a diminuir rapidamente, como pode ser observado no gráfico da Figura 17. Em alguns casos, por exemplo, a viscosidade pode diminuir até 80% com um aumento na temperatura de 25°C. Do ponto de vista da lubrificação, é muito importante o conhecimento do comportamento da viscosidade com a temperatura, uma vez que esta propriedade influencia consideravelmente as dimensões da espessura mínima de filme lubrificante que promove a separação das superfícies em contato.

Existem diversas equações que correlacionam viscosidade e temperatura. Algumas delas são puramente empíricas enquanto outras são derivadas de modelos teóricos. Para aplicações de engenharia, a formulação de Vogel apresenta resultados bastante precisos, e por este motivo será utilizada neste trabalho. Matematicamente, a equação de Vogel é definida como segue (STACHOWIAK; BATCHELOR, 2005):

$$\mu(T) = a.e^{\left(\frac{b}{T+c}\right)} \tag{48}$$

onde:

a, *b*, *c*: coeficientes empíricos da equação de Vogel;

O gráfico da Figura 17 mostra os valores de viscosidade calculados para diferentes tipos de lubrificantes a partir da correlação de Vogel (eq. 48). A tabela completa com os valores dos coeficientes a, $b \in c$ de diversos lubrificantes automotivos está disponível no apêndice A.



Figura 17 – Viscosidade dinâmica de alguns lubrificantes automotivos calculada a partir da correlação de viscosidade-temperatura de Vogel.

3.3.6.2 Variação da viscosidade com a pressão

A viscosidade aumenta com o aumento da pressão hidrodinâmica. Para situações envolvendo altas pressões (regime de lubrificação EHL severo), este efeito pode ser consideravelmente maior que a influência da temperatura. Em alguns casos, por exemplo, as pressões na região de contato podem ser tão elevadas que o lubrificante passa se comporta como um sólido ao invés de líquido. Desta forma, o efeito da pressão na viscosidade é de particular importância em sistemas lubrificados caracterizados por contatos concentrados de elevado carregamento, como os que ocorrem em mancais de rolamentos, dentes de engrenagens e anéis de pistão de motores de combustão interna.

Diversas formulações foram propostas para correlacionar viscosidade e pressão. Algumas são bastante satisfatórias, especialmente para pressões moderadas, como por exemplo, a equação de Barus, cuja definição é dada a seguir (STACHOWIAK; BATCHELOR, 2005):

$$\begin{cases} \mu(p_{H}) = \mu_{0_{T}} \cdot e^{\alpha_{B} p_{H}} \\ \alpha_{B} = \left[0.6 + 0.965 \log_{10} \left(1000 \mu_{0_{T}} \right) \right] \cdot 10^{-8} \end{cases}$$
(49)

onde:

- $\mu_{0_{T}}$: viscosidade dinâmica do lubrificante para uma dada temperatura na pressão atmosférica (Pa.s);
- α_B: coeficiente pressão-viscosidade (m²/N) que indica a inclinação do gráfico logarítmico da viscosidade vs. pressão (ver Figura 18);

Não é recomendada a aplicação desta correlação para situações envolvendo pressões acima de 500 MPa, o que não é o caso dos problemas que serão tratados neste trabalho. Para casos envolvendo pressões acima deste limite, recomenda-se a utilização da correlação de Roelands (HAMROCK; SCHMID; JACOBSON, 2004).



Figura 18 – Viscosidade dinâmica de alguns lubrificantes automotivos calculada a partir da correlação de viscosidade-pressão de Barus.

3.3.6.3 Variação da viscosidade com a taxa de cisalhamento ("*shear-thinning*")

Até o momento foi admitido que os lubrificantes possuem um comportamento característico de fluído Newtoniano, ou seja, que as tensões e as taxas de cisalhamento atuantes nas partículas de fluido são diretamente proporcionais (ver Figura 19a). Para óleos puramente minerais, este comportamento

é geralmente válido até taxas de cisalhamento relativamente altas, da ordem de 10⁶ s⁻¹. Entretanto, para taxas extremamente elevadas, esta proporcionalidade é perdida e o lubrificante passa a se comportar como um fluido não-Newtoniano.

Os fluidos lubrificantes costumam apresentar um comportamento não-Newtoniano do tipo pseudoplástico (ou "*shear-thinning*"). Este comportamento está associado com o adelgaçamento ("*thinning*") sofrido pelas partículas fluídicas à medida que as taxas de cisalhamento aumentam. Para fluidos que apresentam polímeros dissolvidos na sua estrutura, as longas moléculas poliméricas que são aleatoriamente orientadas tentem as se alinhar durante o processo de cisalhamento, proporcionando a redução aparente na viscosidade (ver Figura 19b) (STACHOWIAK; BATCHELOR, 2005). Lubrificantes multiviscosos são particularmente suscetíveis a este tipo de comportamento devido à presença de aditivos poliméricos em sua composição.





O modo mais simples de modelar o comportamento pseudoplástico de fluidos é assumir que a tensão de cisalhamento é proporcional à taxa de cisalhamento elevada a uma potência. Esta forma de modelagem é denominada lei das potências (DANTZIG; TUCKER III, 2001). Neste trabalho, a formulação de Cross (TAKATA; LI; WONG, 2006), que é uma variante da lei das potências, é utilizada para modelar a dependência da viscosidade com as taxas de cisalhamento. Tal formulação é definida como segue:

$$\begin{cases} \mu(\dot{\gamma}) = \mu_{0_{T,p_{H}}} \cdot \frac{1 + \frac{\mu_{\infty}}{\mu_{0_{T,p_{H}}}} \cdot \left(\frac{\dot{\gamma}}{\beta_{C}}\right)^{m}}{1 + \left(\frac{\dot{\gamma}}{\beta_{C}}\right)^{m}} \\ \beta_{C} = c_{1} + c_{2} \cdot T \end{cases}$$
(50)

onde:

O termo $\dot{\gamma}$, denominado de magnitude escalar das taxas de deformação do fluido, corresponde ao segundo invariante do tensor taxa de deformação. Devido às hipóteses fundamentais da lubrificação apresentadas anteriormente (item 3.3.1.3), somente os gradientes de velocidade $\frac{\partial u}{\partial y}$ e $\frac{\partial w}{\partial y}$ são considerados. Desta forma, tem-se (DANTZIG; TUCKER III, 2001):

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2} \tag{51}$$

onde as componentes do campo de velocidades são definidas na eq. (40).

A Figura 20 mostra os valores de viscosidade calculados para diferentes tipos de lubrificantes a partir da correlação de Cross (eq. 50). A tabela completa com os valores dos parâmetros $\frac{\mu_{\infty}}{\mu_{0_{T,p_{H}}}}$, c_1 , c_2 , m de diversos lubrificantes automotivos está disponível no apêndice A.



Figura 20 – Viscosidade dinâmica de alguns lubrificantes automotivos calculada a partir da correlação de Cross.

3.3.6.4 Variação da massa específica com a pressão

Em problemas de lubrificação envolvendo elevadas pressões, como as observadas no regime lubrificação elasto-hidrodinâmica severa, o fluido pode apresentar variações significativas em sua massa específica. Nestes casos, a hipótese de incompressibilidade do escoamento não é mais aceitável.

O aumento da pressão proporciona a diminuição do espaço livre entre as moléculas do lubrificante, causando desta forma a elevação de sua massa específica. Para pressões relativamente baixas (da ordem de MPa), a variação da massa específica com a pressão é aproximadamente linear. Para elevadas pressões (da ordem de GPa), entretanto, esta taxa de variação tente a diminuir. Este comportamento pode ser observado através da correlação de Dowson-Higginson válida para óleos minerais (ver Figura 21), cuja definição é dada como segue (HAMROCK; SCHMID; JACOBSON, 2004):

$$\frac{\rho}{\rho_0} = 1 + \frac{0.6p_H}{1 + 1.7p_H} \tag{52}$$

onde:

 ρ : massa específica do fluido lubrificante para uma dada pressão p_H (kg/m³); ρ_0 massa específica do fluido lubrificante na pressão atmosférica (kg/m³); p: pressão hidrodinâmica (em GPa).

Como pode ser observado na Figura 21, a variação da massa específica é significativa apenas para situações envolvendo altíssimas pressões hidrodinâmica, da ordem de GPa (regime de lubrificação elasto-hidrodinâmica severa). Como neste trabalho serão consideradas apenas pressões hidrodinâmicas da ordem de MPa, a correção da massa específica do lubrificante pela pressão será desprezada. Consequentemente, todo o escoamento na interface de contato das superfícies lubrificadas é admitido incompressível.



Figura 21 – Correção da massa específica em função da pressão a partir da correlação de Dowson-Higginson.

3.4 Modelagem do Contato das Asperezas

O contato entre sólidos é limitado pela rugosidade das superfícies, ou seja, apenas uma pequena porção da área aparente (ou nominal) de contato efetivamente interage para suportar os carregamentos externos atuantes nos sólidos. A área real de contato é a soma das diversas "micro-áreas" resultantes das deformações das asperezas aleatoriamente distribuídas ao longo das superfícies. As asperezas, nestes casos, correspondem às alturas de rugosidade mais elevadas localizadas acima do plano médio de referência das topografias que compõem a interface de contato.

Um dos primeiros modelos matemáticos de contato que considera a natureza aleatória das alturas das asperezas de superfícies reais foi proposto por Greenwood e Williamson em 1966 (GREENWOOD; WILLIAMSON, 1966). diversos modelos Posteriormente, outros foram propostos, tais como (GREENWOOD; TRIPP, 1970; WHITEHOUSE; ARCHARD, 1970; NAYAK, 1971; PULLEN; WILLIAMSON, 1972; GUPTA; COOK, 1972; ONIONS; ARCHARD, 1973; BUSH; GIBSON; THOMAS, 1975). Tais modelos são baseados em métodos estatísticos que descrevem a natureza complexa do contato entre duas superfícies rugosas, e fornecem como resultado genérico a relação de proporcionalidade direta entre o carregamento e a área real de contato.

Mais recentemente, modelos mais sofisticados baseados em fractais foram propostos na tentativa de considerar a geometria não-euclidiana das formas caóticas inerentes às topografias de superfícies reais (MAJUMDAR; BHUSHAN, 1991). Nestes modelos baseados em fractais, a relação entre o carregamento e a área real de contato é ligeiramente não-linear, ao contrário do que ocorre com os modelos estatísticos clássicos (STACHOWIAK; BATCHELOR, 2005). Uma revisão detalhada dos modelos de contato entre superfícies estacionárias pode ser encontrada nas referências (BHUSHAN, 1996; LIU, 1999).

Neste trabalho, a modelagem do contato das asperezas será baseada nos modelos clássicos propostos por Greenwood-Williamson (GW) e Greenwood-Tripp (GT). A justificativa para esta escolha deve-se à maior facilidade de implementação numérica e eficiência computacional proporcionada por tais modelos quando comparados com os demais, sem, no entanto comprometer a validade das análises (McCOOL, 1986). Vale observar que publicações posteriores a Greenwood propuseram melhorias baseadas em resultados obtidos utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF) (KOGUT; ETSION, 2002).

A seguir serão apresentados os modelos de GW e GT, bem como a metodologia utilizada neste trabalho para o cálculo dos parâmetros necessários para a completa utilização dos mesmos. Como tais modelos são baseados nas teorias do contato hertziano, uma breve descrição sobre o assunto será inicialmente desenvolvida.

3.4.1 Modelo de Hertz para o contato entre dois corpos esféricos

A partir das teorias da Mecânica dos Sólidos, é esperado que quando duas superfícies estão em contato por meio de um determinado carregamento, elas irão se deformar devido às características constitutivas dos materiais. As deformações serão elásticas ou plásticas dependendo da magnitude dos carregamentos.

As tensões envolvidas no contato entre superfícies podem ser determinadas a partir das formulações analíticas desenvolvidas por Hertz em 1881 baseadas na Teoria da Elasticidade. O modelo de contato de Hertz possui as seguintes hipóteses simplificadoras (STACHOWIAK; BATCHELOR, 2005):

- os materiais dos sólidos em contato são homogêneos e as tensões envolvidas não são suficientes para ultrapassar os limites de deformação elástica dos mesmos;
- as tensões de contato são causadas por carregamentos normais ao plano tangencial de contato, não havendo desta forma forças tangenciais agindo nas superfícies dos sólidos (ausência de forças de atrito na interface de contato);
- as áreas de contato são bastante pequenas quando comparadas com as dimensões características dos sólidos;
- os sólidos em contato estão em equilíbrio (contato estático).

3.4.1.1 Geometria do contato

A geometria do contato entre sólidos depende da forma ou curvatura de suas superfícies. Nesta seção, apenas o contato entre superfícies esféricas ou na forma de parabolóides elípticos (ou circulares) será discutido, cuja configuração genérica é mostrada na Figura 22.



Figura 22 – Geometria genérica do contato entre dois sólidos esféricos. Fonte: adaptado de (STACHOWIAK; BATCHELOR, 2005).

Para esses tipos de contato, a curvatura relativa ou combinada das superfícies é definida como (JOHNSON, 1985):

$$\frac{1}{R} = \left(\frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B}\right) \tag{53}$$

onde:

R : raio de curvatura relativo ou combinado [m];

 R_A : raio de curvatura do corpo A [m];

 R_B : raio de curvatura do corpo B [m].

Já a geometria da área de contato (A_c) é admitida circular e de raio a, cujas definições são dadas a seguir (JOHNSON, 1985):

$$\begin{cases} a = \left[\frac{3WR}{4E^*}\right]^{1/3} \\ A_c = \pi a^2 \end{cases}$$
(54)

Uma grandeza importante para a descrição do contato entre sólidos corresponde ao deslocamento relativo total entre as superfícies em contato (δ). Este deslocamento é proveniente das deformações elásticas que ocorrem na interface de contato, sendo definido da seguinte maneira para situações envolvendo superfícies esféricas:

$$\begin{cases} \delta = \frac{a^2}{R} = \left[\frac{9W^2}{16RE^{*2}}\right]^{1/3} \\ A_c = \pi R\delta \end{cases}$$
(55)

Nas equações acima, *E*^{*} corresponde ao módulo de elasticidade combinado das superfícies, definido como (JOHNSON, 1985):

$$\frac{1}{E^*} = \left(\frac{1-\nu_A^2}{E_A} + \frac{1-\nu_B^2}{E_B}\right) \tag{56}$$

onde:

 v_i : coeficientes de Poisson das superfícies em contato [-];

 E_i : módulos de elasticidade das superfícies em contato [Pa].

Através das eqs. 54 e 55, o carregamento normal de contato *W* atuante nos corpos em contato pode ser representado em função do deslocamento total das superfícies δ , do módulo de elasticidade combinado E^* , e do raio relativo de curvatura *R*. Neste caso:

$$W = \frac{4}{3} E^* R^{1/2} \delta^{3/2} \tag{57}$$

3.4.1.2 Pressões de contato

Os carregamentos externos que atuam nos corpos em contato são equilibrados por um campo de pressões distribuído por toda a área de contato (ver Figura 22). Em termos práticos, entretanto, apenas as tensões máxima e média de contato são consideradas nas análises de engenharia. Para o contato entre duas esferas, estas tensões são dadas por (JOHNSON, 1985):

$$\begin{cases} p_{max} = \left[\frac{6WE^{*2}}{\pi^{3}R^{2}}\right]^{1/3} = \frac{2E^{*}}{\pi} \left(\frac{\delta}{R}\right)^{1/2} \\ \overline{p} = \frac{2}{3} p_{max} \end{cases}$$
(58)

3.4.1.3 Deformações plásticas e máxima tensão de cisalhamento

As máximas tensões de cisalhamento oriundas do contato entre sólidos metálicos ocorrem geralmente em regiões localizadas abaixo da interface de contato, ou seja, no interior dos sólidos. Para contatos circulares, a máxima tensão de cisalhamento ocorre a uma profundidade de 0.48a da interface, com uma magnitude de aproximadamente $\tau_{max} = 0.31p_{max}$ (HUTCHINGS, 1992). Considerando o critério de resistência de Tresca e as equações 58, as deformações plásticas sub-superficiais iniciarão quando a tensão média de contato atingir valores de:

$$\begin{cases} \tau_{max} > \frac{\sigma_{esc}}{2} & \to \quad Crit\acute{erio} \ de \ Tresca \\ \bar{p} \ge 1.1\sigma_{esc} \end{cases}$$
(59)

onde σ_{esc} corresponde à tensão limite de escoamento do material de menor dureza das superfícies em contato.

3.4.2 Modelo de contato de Greenwood-Williamson (GW)

Um dos primeiros modelos de contato de asperezas que considerou a característica aleatória da topografia de superfícies reais foi o modelo de

Greenwood-Williamson, proposto em 1966. Os principais pressupostos deste modelo são (GREENWOOD; WILLIAMSON, 1966):

- sistema original composto por duas superfícies planas, sendo uma delas rugosa e a outra perfeitamente lisa;
- 2) as alturas das asperezas da superfície rugosa são admitidas aleatoriamente distribuídas, cuja representação estatística é dada pela função probabilidade $\phi(z)$;
- as asperezas da superfície rugosa são admitidas esféricas e com raio médio constante;
- 4) as deformações das asperezas são admitidas pequenas (elásticas), de tal forma que não influenciam nas deformações das asperezas vizinhas;
- o contato de cada aspereza é modelado como sendo um contato hertziano de uma calota esférica contra um plano (ver Figura 23), utilizando desta forma todos os resultados apresentados no item 3.4.1.



Figura 23 – Ilustração do contato de uma única aspereza modelado a partir das formulações de Hertz apresentadas no item 3.4.1. Fonte: adaptado de (ASM Handbook – Vol. 18, 1992).

3.4.2.1 Número de asperezas em contato

A probabilidade de que uma aspereza da superfície rugosa faça contato com a superfície plana lisa, corresponde à probabilidade de que a altura *z* desta aspereza seja maior do que a separação $h' = h - Z_s$ existente entre tais superfícies (ver Figura 24). Matematicamente (GREENWOOD; WILLIAMSON, 1966):

$$prob(z > h') = \int_{h'}^{\infty} \phi(z) dz$$
(60)

Neste caso, *h'* pode ser definido como sendo a separação local entre as superfícies em contato com relação aos planos de referência definidos a partir das alturas das asperezas (ver Figura 24).

Se na superfície rugosa existirem \overline{N} asperezas, então o número total de asperezas em contato para uma dada separação h' entre as superfícies é definido por (GREENWOOD; WILLIAMSON, 1966):

$$n(h') = \overline{N} \int_{h'}^{\infty} \phi(z) dz \tag{61}$$





3.4.2.2 Área real de contato

A área real total de contato corresponde à soma de todas as "microáreas" resultantes das deformações das asperezas em contato. De acordo com a hipótese 5) do modelo de Greenwood-Williamson, cada "micro-área" de contato pode ser calculada a partir da eq. (55) (contato de Hertz). Sendo $\delta = z - h'$ (ver Figura 24), então a área real total de contato para uma dada separação h' entre as superfícies é definida por (GREENWOOD; WILLIAMSON, 1966):

$$A_r(h') = \sum A_{c_i} = \pi \,\overline{N}\beta \int_{h'}^{\infty} (z - h')\phi(z)dz \tag{62}$$

onde β é o raio médio das asperezas da superfície rugosa.

3.4.2.3 Carga total

De forma similar à realizada no item anterior, o carregamento total suportado pelas asperezas da superfície rugosa corresponde à soma das cargas suportadas por cada uma das asperezas em contato. Considerando novamente o modelo de Hertz, eq. (57), o carregamento total de contato suportado para uma dada separação h' entre as superfícies é definido por (GREENWOOD; WILLIAMSON, 1966):

$$f_{ASP}^{nor}(h') = \sum W_i = \frac{4}{3} \overline{N} E^* \beta^{1/2} \int_{h'}^{\infty} (z - h')^{3/2} \phi(z) dz$$
(63)

3.4.2.4 Normalização do modelo de Greenwood-Williamson

Tanto do ponto de vista de implementação computacional quanto de generalização do modelo matemático, é conveniente representar as eqs. (61-63) em termos adimensionais. Para tanto, são definidas as seguintes variáveis:

$$\begin{cases} \eta = \frac{\overline{N}}{A_0} \\ \overline{h} = \frac{h'}{\sigma} = \frac{h - Z_s}{\sigma} \end{cases}$$
(64)

onde:

- A_0 : área nominal ou aparente de contato [m²];
- \overline{h} : separação normalizada entre as superfícies em contato [-];
- η : densidade de asperezas da superfície rugosa [m⁻²];
- Z_s : altura média das asperezas localizadas acima do plano de referência da superfície rugosa [μm] (ver Figura 24);
- σ : desvio padrão das alturas das asperezas localizadas acima do plano de referência da superfície rugosa [μm].

A partir das variáveis (64), as eqs. (61-63) são reescritas da seguinte maneira (GREENWOOD; WILLIAMSON, 1966):

$$\begin{cases} n(\bar{h}) = \eta A_0 F_0(\bar{h}) \\ A_r(\bar{h}) = \pi(\eta \beta \sigma) A_0 F_1(\bar{h}) \\ f_{ASP}^{nor}(\bar{h}) = \frac{4}{3} E^* (\eta \beta^{1/2} \sigma^{3/2}) A_0 F_{3/2}(\bar{h}) \\ F_n(\bar{h}) = \int_{\bar{h}}^{\infty} (s - \bar{h})^n \phi^*(s) ds \end{cases}$$
(65)

onde $\phi^*(s)$ é a função de distribuição normalizada das alturas das asperezas da superfície rugosa.

O número de asperezas em contato $n(\bar{h})$, a área real de contato $A_r(\bar{h})$ e a carregamento total de contato $f_{ASP}^{nor}(\bar{h})$ dependem claramente do tipo de distribuição adotado para a descrição estatística das alturas das asperezas da superfície rugosa. Esta dependência é representada pelas integrais presentes nas eqs. 65, que geralmente são integradas numericamente e aproximadas por polinômios. Os coeficientes destes polinômios para uma distribuição Gaussiana de asperezas serão apresentados posteriormente no item 3.4.4.

3.4.2.5 Adaptação do modelo de Greenwood-Williamson para o contato entre duas superfícies rugosas

De acordo com as hipóteses do modelo original de Greenwood-Williamson (ver item 3.4.2), as eqs. 65 são válidas, a princípio, somente para o contato em que apenas uma das superfícies é admitida rugosa. Em situações reais, entretanto, ambas as superfícies em contato são rugosas. Desta forma, algumas adaptações ao modelo de GW foram propostas para permitir a sua aplicabilidade em tais situações. Estas modificações envolvem o cálculo de propriedades combinadas que representem a equivalência dos níveis de rugosidade característicos de cada superfície. Os valores destas propriedades combinadas são obtidos a partir das seguintes relações (McCOOL, 1986):

$$\begin{cases} Z_{s} = \sqrt{Z_{s_{1}}^{2} + Z_{s_{2}}^{2}} \\ \sigma = \sqrt{\sigma_{1}^{2} + \sigma_{2}^{2}} \\ \frac{1}{\beta} = \sqrt{\frac{1}{\beta_{1}^{2}} + \frac{1}{\beta_{2}^{2}}} \\ \eta = \sqrt{\eta_{1}^{2} + \eta_{2}^{2}} \end{cases}$$
(66)

onde os sub-índices 1 e 2 denotam as propriedades de cada uma das superfícies rugosas consideradas.

3.4.3 Modelo de contato de Greenwood-Tripp (GT)

No modelo de Greenwood-Williamson a interação entre as asperezas é desprezada devido à hipótese de que apenas uma das superfícies é admitida rugosa. Em uma publicação posterior, Greenwood e Tripp (GREENWOOD; TRIPP, 1970) propuseram um modelo em que esta hipótese foi relaxada, considerando desta forma a possibilidade do contato não alinhado entre as asperezas de duas superfícies planas rugosas. Neste caso, o contato efetivo entre as asperezas não ocorre necessariamente no topo das mesmas, como pode ser observado na Figura 25. Desta forma, as soluções de Hertz descritas no item 3.4.1 não são totalmente válidas devido aos possíveis desalinhamentos das asperezas durante o contato (ver Figura 25). Na realidade, esses desalinhamentos proporcionariam forças na direção tangencial, que por sua vez foram ignoradas no modelo visto que as inclinações das asperezas são em geral bastante reduzidas. Adicionalmente, no modelo de Greenwood-Tripp as asperezas foram admitidas de formato paraboloidal.



Figura 25 – Ilustração do contato não alinhado entre as asperezas de duas superfícies planas rugosas. Fonte: adaptado de (GREENWOOD; TRIPP, 1970).

Finalmente, considerando as novas propostas do modelo de GT descritas acima, o número de asperezas em contato, a área real de contato e o carregamento total suportado pelas asperezas para uma dada separação entre as superfícies rugosas são definidas da seguinte maneira (forma normalizada) (GREENWOOD; TRIPP, 1970):

$$\begin{cases} n(\bar{h}) = 4\pi(\eta\beta\sigma)\eta A_0 F_1(\bar{h}) \\ A_r(\bar{h}) = \pi^2(\eta\beta\sigma)^2 A_0 F_2(\bar{h}) \\ f_{ASP}^{nor}(\bar{h}) = \frac{16\pi\sqrt{2}}{15} E^*(\eta^2\beta^{3/2}\sigma^{5/2})A_0 F_{5/2}(\bar{h}) \\ F_n(\bar{h}) = \int_{\bar{h}}^{\infty} (s-\bar{h})^n \phi^*(s) ds \end{cases}$$

$$(67)$$

A descrição e definição dos parâmetros das eqs. (67) são os mesmos apresentados anteriormente nos itens 3.4.2.4 e 3.4.2.5.

3.4.4 Integrais dos modelos de Greenwood

Para a análise quantitativa do comportamento do contato entre superfícies rugosas a partir dos modelos de GW e GT, é necessária a solução das integrais definidas nas eqs. (65) e (67). Os valores destas integrais, por sua vez, dependem do tipo de distribuição adotado para a descrição estatística das alturas das asperezas das superfícies consideradas.

A distribuição Gaussiana (ou normal) descreve de forma razoável a distribuição das alturas das asperezas de superfícies reais (TOMANIK, 2000). Os gráficos da Figura 26 mostram o perfil de uma superfície antes e depois de ser desgastada. Antes do desgaste (Figura 26a), tanto as alturas de rugosidade quanto as alturas das asperezas localizadas acima do plano médio de referência apresentavam uma distribuição aproximadamente Gaussiana. Após o desgaste (Figura 26b), entretanto, a distribuição das alturas das asperezas permaneceu aproximadamente inalterada. Neste sentido, é importante reforçar que apenas o comportamento estatístico das alturas das asperezas (alturas mais elevadas localizadas acima do plano de referência das superfícies rugosas) é importante para a aplicação dos modelos de Greenwood.

Para uma distribuição Gaussiana, a função probabilidade normalizada é definida da seguinte forma (GREENWOOD; WILLIAMSON, 1966):

$$\phi^*(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{s^2}{2}} \tag{68}$$



Figura 26 – Distribuição das alturas de rugosidade e de asperezas dispostas em um gráfico de probabilidade normal: (a) distribuições antes do desgaste da superfície e (b) distribuições depois do desgaste das superfícies. Fonte: adaptado de (GREENWOOD; WILLIAMSON, 1966).

Utilizando a relação (68), as integrais das eqs. (65) e (67) são reescritas como segue:

$$F_n(\bar{h}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\bar{h}}^{\infty} \left[\left(s - \bar{h} \right)^n e^{-\frac{s^2}{2}} \right] ds$$
(69)

As integrais da eq. 69 não possuem solução analítica. Estas integrais são geralmente resolvidas numericamente e aproximadas por polinômios, cujos coeficientes são apresentados a seguir (TOMANIK, 2000).

$$F_{0}(\bar{h}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\bar{h}}^{\infty} \left[e^{-\frac{s^{2}}{2}} \right] ds \approx \begin{cases} -0.0832\bar{h}^{2} - 0.4057\bar{h} + 0.5000, \ \bar{h} \leq 0 \\ -7.9764.10^{-5}\bar{h}^{6} \\ +4.7015.10^{-3}\bar{h}^{5} \\ -3.9394.10^{-2}\bar{h}^{4} \\ +1.1097.10^{-1}\bar{h}^{3} \\ -2.2699.10^{-2}\bar{h}^{2} \\ -3.9461.10^{-1}\bar{h} \\ +4.9987.10^{-1}, \ 0 < \bar{h} \geq 3 \\ 111.2400e^{-3.7522\bar{h}}, \ \bar{h} > 3 \end{cases}$$
(70)

$$F_{1}(\bar{h}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\bar{h}}^{\infty} \left[(s - \bar{h})e^{-\frac{s^{2}}{2}} \right] ds \approx \begin{cases} 0.0751\bar{h}^{2} - 0.6645\bar{h} + 0.3989, \ \bar{h} \leq 0 \\ -7.1630, 10^{-4}\bar{h}^{6} \\ +7.8643, 10^{-3}\bar{h}^{5} \\ -2.8394, 10^{-2}\bar{h}^{4} \\ +9.2106, 10^{-3}\bar{h}^{3} \\ +9.2106, 10^{-3}\bar{h}^{3} \\ -4.9928, 10^{-1}\bar{h} \\ +3.9889, 10^{-1}, \ 0 < \bar{h} \geq 3 \\ 62.041e^{-3.9792\bar{h}}, \ \bar{h} > 3 \end{cases}$$
(71)

$$F_{3/2}(\bar{h}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\bar{h}}^{\infty} \left[(s-\bar{h})^{3/2} e^{-\frac{s^2}{2}} \right] ds \approx \begin{cases} 0.3352h^2 - 0.6734h + 0.4299, \ h \le 0 \\ -6.8551.10^{-4}\bar{h}^6 \\ +6.2203.10^{-3}\bar{h}^5 \\ -1.2505.10^{-2}\bar{h}^4 \\ -5.5931.10^{-2}\bar{h}^3 \\ +3.2596.10^{-1}\bar{h}^2 \\ -6.1740.10^{-1}\bar{h} \\ +4.2996.10^{-1}, \ 0 < \bar{h} \ge 3 \\ 58.7880e^{-4.0850\bar{h}}, \ \bar{h} > 3 \end{cases}$$
(72)

$$F_{5/2}(\bar{h}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\bar{h}}^{\infty} \left[\left(s - \bar{h} \right)^{5/2} e^{-\frac{s^2}{2}} \right] ds \approx \begin{cases} 2.1100\bar{h}^2 + 0.4923\bar{h} + 0.6166, \ \bar{h} \le 0 \\ +4.6581.10^{-4}\bar{h}^6 \\ -8.1554.10^{-3}\bar{h}^5 \\ +6.2746.10^{-2}\bar{h}^4 \\ -2.6982.10^{-1}\bar{h}^3 \\ +6.7798.10^{-1}\bar{h}^2 \\ -9.3573.10^{-1}\bar{h} \\ +5.5022.10^{-1}, \ \bar{h} > 0 \end{cases}$$
(73)

Com o objetivo de comparar os modelos de GW e GT, considere o gráfico da Figura 27 com os valores das pressões médias nominais (f_{ASP}^{nor}/A_0) suportadas pelas asperezas em função da separação normalizada \bar{h} entre duas superfícies rugosas. Para esta análise, utilizaram-se os seguintes parâmetros de contato (McCOOL, 1986): $Z_s = 0 \ \mu m$, $\sigma = 0.2 \ \mu m$, $\beta = 66 \ \mu m$, $\eta = 3.9.10^9 \ m^{-2}$ e $E^* = 114$ GPa. Como se pode observar na figura, o modelo de GW é mais severo que o modelo de GT. Em outras palavras, para uma determinada separação entre as superfícies, o modelo de GW prevê que as asperezas são capazes de suportar uma quantidade de carga maior do que aquela prevista pelo modelo GT. Como o modelo de GT pode ser considerado mais realista por levar em conta o contato real entre duas superfícies rugosas (interação não alinhada entre as asperezas das superfícies), pode-se concluir que o modelo de GW superestima os carregamentos atuantes nas asperezas. Para ambos os casos, o limite utilizado para que haja contato de asperezas foi de $\overline{h} \leq 3$ (TOMANIK, 2000).



Figura 27 – Comparação dos modelos de GW e GT em termos das pressões médias nominais atuantes nas superfícies. Vermelho: modelo de GW. Azul: modelo de GT.

3.4.5 Limite de deformação elástica

De acordo com o que foi apresentado no item 3.4.1.3, uma determinada aspereza começará a se deformar plasticamente quando a magnitude da pressão média de contato atingir valores acima de 10% da tensão de escoamento do material da superfície de menor dureza (eq. 59). Esta deformação plástica inicia-se em uma região sub-superficial e se expande em direção à superfície. Nesta situação, a pressão média na área de contato tende a aumentar assintoticamente até atingir o valor máximo de aproximadamente três vezes a tensão de escoamento do material de menor dureza, não tendo o seu valor acrescido com o aumento adicional do carregamento (HUTCHINGS, 1992).

A probabilidade de ocorrência de deformações plásticas depende da topografia e das propriedades constitutivas dos materiais em contato. Para este tipo de análise, Greenwood e Williamson definiram uma nova grandeza adimensional denominada de índice de plasticidade, cuja representação é dada a seguir (GREENWOOD; WILLIAMSON, 1966):

$$\psi = \left(\frac{E^*}{H_V}\right) \left(\frac{\sigma}{\beta}\right)^{1/2} \tag{74}$$

onde H_V é a dureza Vickers da superfície de menor dureza.

Para $\psi < 0.6$ as deformações elásticas são predominantes, enquanto que para $\psi > 1$ a maior parte das asperezas serão deformadas plasticamente. Em metais com acabamentos superficiais usuais de engenharia, a maior parte das asperezas são deformadas plasticamente (HUTCHINGS, 1992). Entretanto, após os primeiros contatos plásticos, as asperezas são encruadas e consequentemente as tensões de escoamento aumentadas (mecanismo "*shakedown*"). Desta forma, os contatos seguintes tendem a se comportar elasticamente, justificando desta maneira a aplicabilidade dos modelos de Greenwood para a análise dos fenômenos de contato rugoso em diversos problemas de engenharia (TOMANIK, 2000).

4 CÁLCULO DOS PARÂMETROS DOS MODELOS DE GREENWOOD

Os modelos de GW e GT apresentados no capítulo anterior, possuem quatro parâmetros que dependem exclusivamente da topografia das superfícies em contato: Z_s , σ , β e η .

Apesar dos modelos de GW e GT serem extensivamente utilizados em programas de simulação, poucos dados experimentais relacionados com esses parâmetros estão disponíveis na literatura. A Tabela 2 resume alguns desses valores (TOMANIK; CHACON; TEIXEIRA, 2003).

Tabela 2 – Resumo dos parâmetros de contato de Greenwood encontrados na literatura e geralmente utilizados em simulações numéricas do comportamento tribológico de anéis de pistão de motores de combustão interna.

<i>Ζ_s</i> (μm)	σ (μm)	β (μm)	η (m ⁻²)	σβη (-)	Referência
-	0.12	-	-	0.03 – 0.05	(GREENWOOD; WILLIAMSON, 1966)
-	-	-	-	0.05	(JOHNSON et al., 1972)
-	0.24	66	3.9.10 ⁹	0.06	(McCOOL, 1986)
-	-	-	-	0.04	(HU et al., 1994)
-	0.2 – 1.0	5000	1.0.10 ⁹	1.0 – 5.0	(GULWADI, 1997)
-	0.185	275	3.1.10 ⁹	0.16	(ARCOUMANIS et al., 1997)
-	-	-	-	0.63 – 1.92	(THOMAS; ROSÉN, 2000)

Uma forma de se calcular os parâmetros de Greenwood a partir do perfil de rugosidade de uma determinada superfície foi proposta por (McCOOL, 1986). Este método é baseado no cálculo dos momentos espectrais do perfil, admitindo um comportamento isotrópico da rugosidade.

Neste trabalho, entretanto, a determinação de todos os parâmetros de contato será realizada utilizando o programa computacional MAHLE-SUMMITS (TOMANIK et al., 2003; TOMANIK, 2005). Este programa permite o cálculo dos parâmetros de Greenwood a partir do perfil de rugosidade (2D) ou da topografia (3D) de superfícies reais (ver Figura 28). Os procedimentos de cálculo não são baseados nos momentos espectrais, mas sim numa solução "ponto-a-ponto" considerando diretamente todas as alturas de rugosidade. A densidade de asperezas η é calculada computando o número total de asperezas (pontos máximos positivos) localizadas acima do plano (ou linha) médio de referência de uma dada topografia (ou perfil). Os valores de Z_s e σ são obtidos através do cálculo da média e do desvio padrão das alturas dessas asperezas. Por fim, são calculados os raios dos círculos que passam através do topo de cada aspereza, obtendo-se assim β .



Figura 28 – Ilustração do programa MAHLE-SUMMITS utilizado neste trabalho para o cálculo dos parâmetros de contato de Greenwood: (a) resultados para uma topografia e (b) resultados para um perfil.

De acordo com a metodologia de cálculo descrita acima, a definição adequada do plano (ou linha) médio de referência de uma determinada topografia (ou perfil) é imprescindível para a correta determinação dos parâmetros de contato. Para uma determinada topografia medida, esta referência é definida através da aplicação de filtros digitais de rugosidade, tais como os tradicionais filtros Gaussiano e Rk (MURALIKRISHNAN; RAJA, 2009). Entretanto, para topografias caracterizadas pela presença de vales muito profundos, como aquelas obtidas após a utilização da técnica de texturização a laser (ver item 2), a utilização desses filtros clássicos conduz a uma determinação não-realista dos planos (ou linhas) de referência. Uma análise mais detalhada sobre esse tema será apresentada no próximo item.

4.1 Filtros de rugosidade para superfícies com vales profundos

Como comentado no item anterior, a determinação de todos os parâmetros de contato (Z_s , σ , $\beta \in \eta$) necessários para a aplicação dos modelos de Greenwood foi realizada neste trabalho utilizando o programa computacional MAHLE-SUMMITS (TOMANIK et al., 2003; TOMANIK, 2005). Este programa permite o cálculo de tais parâmetros a partir do perfil de rugosidade (2D) ou da topografia (3D) de superfícies reais. De acordo com a metodologia de cálculo do programa, todos os parâmetros de contato são calculados a partir do plano (ou linha) médio (a) de referência de uma determinada topografia (ou perfil). Neste sentido, a definição adequada deste referencial (plano ou linha média) é imprescindível para a correta determinação de tais parâmetros. Para uma dada topografia (ou perfil), por exemplo, este referencial é determinado através da aplicação de filtros digitais de rugosidade que consistem basicamente em dividir o conjunto original de dados obtidos por medição em bandas com diferentes comprimentos de onda espaciais (MURALIKRISHNAN; RAJA, 2009).

Os filtros de rugosidade denominados Gaussiano e Rk são os tradicionalmente utilizados na indústria para a caracterização de superfícies de engenharia (MURALIKRISHNAN; RAJA, 2009). Em especial, o filtro Rk é recomendado para o tratamento de superfícies com maior predominância de vales, como aquelas obtidas após os acabamentos superficiais do tipo "*slide honing*" e "*plateau honing*". Entretanto, verificou-se que para topografias compostas por vales muito profundos, como por exemplo, as obtidas após a aplicação da técnica de

texturização a laser (LST), a utilização desses filtros convencionais conduz a uma determinação não-realista dos planos (ou linhas) de referência. Esta constatação pode ser visualizada através do perfil de rugosidade mostrado na Figura 29.



Figura 29 – Perfis de rugosidade obtidos após a utilização do filtro Rk: (a) perfil original sem vales profundos ("*dimples*"); (b) perfil com vales profundos ("*dimples*") ilustrando a determinação não-realista da linha média de referência. Cutoff = 0.8 mm.

O perfil da Figura 29 foi construído artificialmente sobrepondo-se uma fileira de "*dimples*" (vales profundos) a um perfil de rugosidade real medido a partir de uma superfície de ferro fundido após polimento. As dimensões desses "*dimples*" são típicas daquelas obtidas com LST (diâmetro: 150 µm, profundidade: 20 µm, passo: 200 µm). Como se pode observar, a linha média de referência definida após a aplicação do filtro Rk está muito abaixo das regiões em que efetivamente se encontram as alturas das asperezas. Esta distorção na definição da linha de referência foi proporcionada justamente devido às acentuadas profundidades dos vales ("*dimples*") presentes ao longo do perfil. Se essa linha de referência fosse utilizada para a determinação dos parâmetros de Greenwood, e consequentemente como referência para as simulações do regime misto de lubrificação, as espessuras de filme lubrificante calculadas seriam superestimadas, comprometendo desta forma o cálculo adequado das pressões hidrodinâmicas e de contato.

Com o objetivo de se determinar corretamente a posição da linha média de referência para perfis com as mesmas características da Figura 29, quatro filtros

não-convencionais de rugosidade foram testados: filtro duplo-Rk, filtro Robusto Gaussiano Regressivo de 2ª ordem, filtro Modal Simples e filtro Modal Iterativo. A seguir será dada uma breve descrição sobre cada um desses filtros bem como o perfil de rugosidade obtido após a aplicação dos mesmos. Uma análise mais detalhada sobre o assunto pode ser encontrada no apêndice B (PROFITO; TOMANIK; ZACHARIADIS, 2010). Vale destacar que tanto o filtro Modal Simples quanto o filtro Modal Iterativo foram procedimentos propostos e adaptados pelos autores dessa publicação.

Todos os filtros mencionados anteriormente, tanto os convencionais quanto os não-convencionais, foram implementados pelo autor utilizando o software MATLAB.

4.1.1 Filtro duplo-Rk

O filtro duplo-Rk corresponde a uma extensão da aplicação do filtro Rk convencional. Tendo em vista que o filtro Rk convencional é obtido aplicando-se duas vezes consecutivas o filtro Gaussiano, o filtro duplo-Rk é proposto de forma semelhante, aplicando-se neste caso quatro vezes consecutivas o mesmo filtro Gaussiano padrão.

O perfil de rugosidade obtido após a aplicação desse filtro é ilustrado na Figura 30. Como se pode observar, a linha média de referência foi elevada com relação à mesma linha da Figura 29. Entretanto, a posição desta nova linha de referência ainda permanece abaixo das regiões em que efetivamente se encontram as asperezas deste perfil de rugosidade.



Figura 30 - Perfil de rugosidade obtido após a utilização do filtro duplo-Rk. Cutoff = 0.8 mm.

4.1.2 Filtro Robusto Gaussiano Regressivo de 2ª Ordem

O filtro Gaussiano Regressivo foi desenvolvido com o objetivo de eliminar as limitações do filtro Gaussiano convencional no que diz respeito às distorções de borda ("*edge distortion*") e à incapacidade de lidar com superfícies (perfis) com grandes contornos de forma. O filtro Robusto Gaussiano Regressivo de 2ª ordem é obtido a partir da combinação do filtro Gaussiano Regressivo de ordem 2 com uma função-peso vertical; ver detalhes em (MURALIKRISHNAN; RAJA, 2009).

O perfil de rugosidade obtido após a aplicação desse filtro é ilustrado na Figura 31. Novamente, como se pode observar, a posição desta nova linha de referência ainda permanece abaixo das regiões em que efetivamente se encontram as asperezas deste perfil de rugosidade.



Figura 31 – Perfil de rugosidade obtido após a utilização do filtro Robusto Gaussiano Regressivo de 2ª ordem. Cutoff = 0.8 mm.

4.1.3 Filtro Modal Simples

Admitindo-se que a linha média de referência deve estar localizada próxima às regiões de "*plateau*" para o caso de perfis compostos por vales profundos ("*dimples*"), um procedimento simples de filtragem foi proposto. Neste caso, a linha média de referência obtida após a aplicação do filtro Rk convencional (Figura 29b) é deslocada verticalmente a um valor igual à moda estatística das alturas de rugosidade do perfil calculado.

O perfil de rugosidade final obtido após a aplicação deste filtro é ilustrado na Figura 32.



Figura 32 – Perfil de rugosidade obtido após a utilização do filtro Modal Simples. Cutoff = 0.8 mm.

4.1.4 Filtro Modal Iterativo

O filtro Modal Iterativo consiste em um aperfeiçoamento do filtro Modal Simples descrito no item anterior. No caso do filtro Modal Iterativo, admitiu-se que a linha média de referência do perfil deve estar localizada em uma posição a partir da qual a moda estatística das alturas de rugosidade tenha um valor próximo de zero. Neste sentido, a linha média de referência é obtida de forma iterativa, aplicando-se sucessivamente o filtro Gaussiano convencional até que o valor absoluto da moda estatística em uma dada iteração seja menor que um determinado valor-limite próximo de zero.

O perfil de rugosidade obtido após a aplicação deste filtro, bem como os valores da moda estatística das alturas de rugosidade relativos a cada iteração de cálculo, estão ilustrados na Figura 33 e na Figura 34, respectivamente. O valor-limite utilizado para a convergência do cálculo foi de 0.02, sendo necessárias desta forma 19 iterações para que a convergência fosse atingida.



Figura 33 – Perfil de rugosidade obtido após a utilização do filtro Modal Iterativo. Cutoff = 0.8 mm.



Figura 34 – Moda estatística das alturas de rugosidade relativa a cada iteração de cálculo da linha média de referência a partir do filtro Modal Iterativo.

4.1.5 Resultados

A Tabela 3 resume os valores de alguns parâmetros de rugosidade e dos parâmetros de contato de Greenwood relativos ao perfil de rugosidade original (perfil medido a partir de uma superfície de ferro fundido polida) utilizado como base para a criação do perfil artificial com "*dimples*" (vales profundos). Tais parâmetros foram calculados após a consideração dos filtros convencionais e não-convencionais mencionados anteriormente. Como se pode observar, tanto os valores dos parâmetros de rugosidade quanto os de contato são praticamente inalterados, independente do filtro considerado. Desta forma, pode-se concluir que os filtros de rugosidade tradicionais (Gaussiano e Rk) são suficientemente adequados para lidar com perfis de superfícies convencionais de engenharia.

Parâmetro	Gaussiano	Rk	Double Rk	Robusto Gaussiano Regressivo	Modal Simples	Modal Iterativo
Rq [µm]	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13
Rpk [µm]	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09
Rk [µm]	0.25	0.25	0.26	0.24	0.25	0.25
Rvk [µm]	0.22	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23
Mr1 [%]	8.6	8.4	8.5	9.0	8.4	8.4
Mr2 [%]	86.1	85.6	85.7	85.5	85.6	85.6

Tabela 3 – Perfil de rugosidade original (sem "*dimples*")

<i>Z_s</i> [µm]	0.09	0.07	0.06	0.08	0.08	0.07
σ [µm]	0.06	0.05	0.05	0.06	0.06	0.05
β [µm]	19.8	19.6	19.2	19.8	19.8	19.6
$\eta \ge 10^{10} [\text{m}^{-2}]$	1.97	1.07	0.49	1.74	1.38	1.07

Parâmetro	Gaussiano	Rk	Double Rk	Robusto Gaussiano Regressivo	Modal Simples	Modal Iterativo
Rq [µm]	7.18	7.18	7.18	7.18	7.18	7.17
Rpk [µm]	0.04	0.05	0.06	0.05	0.05	0.08
Rk [µm]	3.00	3.00	2.95	2.99	3.00	2.96
Rvk [µm]	18.66	18.66	18.67	18.67	18.66	18.66
Mr1 [%]	0.1	0.1	0.5	0.2	0.1	0.4
Mr2 [%]	51.8	51.8	51.8	51.9	51.8	51.8
<i>Z_s</i> [µm]	6.09	3.02	1.10	0.75	0.09	0.07
σ [µm]	0.51	0.27	0.13	0.11	0.06	0.04
β [µm]	17.9	17.9	17.9	17.9	17.7	17.3
η x 10 ¹⁰ [m ⁻²]	0.27	0.27	0.27	0.27	0.14	0.10

Tabela 4 - Perfil de rugosidade artificial (com "dimples")

A Tabela 4 resume os mesmos parâmetros de rugosidade e contato relativos ao perfil artificial com "*dimples*" (vales profundos). De acordo com esta tabela, novamente os parâmetros de rugosidade não foram sensíveis aos diferentes filtros considerados. Entretanto, como esperado, os valores dos parâmetros de contato foram fortemente influenciados pelos tipos de filtros utilizados, devido principalmente às diferentes definições da linha média de referência (ver Figura 29-Figura 33).

Para a comparação da adequação dos diferentes filtros na determinação dos parâmetros de Greenwood, admitiu-se que a inclusão de vales profundos ("*dimples*") no perfil de rugosidade original não deveria modificar substancialmente os valores de Z_s , $\sigma \in \beta$. Esta suposição é baseada no fato de que os "*dimples*" (vales profundos) não alteraram a distribuição das alturas das asperezas. Em outras palavras, a distância vertical entre o ponto mais alto do perfil de rugosidade e a linha média de referência deve ser a mesma independente da presença ou não de "*dimples*" (vales profundos). Isto posto, comparando-se os resultados dos parâmetros de Greenwood da Tabela 3 e da Tabela 4, pode-se concluir que somente os filtros Modal Simples e Modal Iterativo são capazes de reproduzir, a partir do perfil com "*dimples*" (vales profundos), os valores de Z_s , $\sigma \in \beta$ similares ao caso de referência (sem "*dimples*"). Desta forma, recomenda-se a utilização de tais filtros para se calcular adequadamente os parâmetros de contato no caso de perfis caracterizados pela presença de vales profundos.

5 MODELAGEM UNIDIMENSIONAL DO REGIME MISTO DE LUBRIFICAÇÃO

O objetivo principal deste trabalho é a modelagem matemática unidimensional do regime misto de lubrificação para problemas caracterizados por condições genéricas de carga, velocidade e geometria. Neste regime de lubrificação, os carregamentos externos e inerciais atuantes nas superfícies são suportados pelas forças geradas pelos campos de pressões hidrodinâmicas e de contato de asperezas, cuja modelagem generalizada foi apresentada nos itens 3.3 e 3.4, respectivamente. Para a modelagem unidimensional proposta neste trabalho, entretanto, as seguintes hipóteses adicionais foram consideradas (ver Figura 35):

- 1) o escoamento do lubrificante e as velocidades das superfícies em contato na direção (*O*, *z*) são desprezadas, ou seja, $\frac{\partial p}{\partial z} = 0$ e $W_1 = W_2 = 0$ (escoamento unidimensional);
- 2) o escoamento do lubrificante é admitido isotérmico (T = constante) e incompressível ($\rho = constante$);
- as forças de inércia decorrentes movimento perpendicular das superfícies em contato na direção (0, y) são desprezadas (esta hipótese é razoável uma vez que as massas e as acelerações das superfícies são geralmente muito reduzidas, como por exemplo no caso de anéis de pistão de motores de combustão interna);
- 4) o único movimento da superfície 2 na direção (0, y) deve-se à variação da espessura (a rigor a espessura mínima h_{min}) do filme lubrificante, ou seja,
 V₂ = ^{∂h_{min}/_{∂t}} (efeito "normal squeeze");
- 5) a possível rotação da superfície 2 (móvel) devido à assimetria dos campos de pressões hidrodinâmicas e de contato é desprezada. A inclinação desta superfície ("*tilt*") deve ser imposta inicialmente como condição de contorno;
- 6) a superfície 1 é estacionária, ou seja, $U_1 = V_1 = 0$;
- 7) a velocidade (U_2) , a inclinação ("*tilt*"), o carregamento externo (F_{ext}) e as pressões de contorno $(p_1 e p_2)$ atuantes na superfície 2 (móvel) podem variar apenas com o tempo.
- 8) o sistema de coordenadas fixo à superfície 2 (*Oxyz*) é admitido com sendo o sistema de coordenadas principal a partir do qual todas as soluções

relacionadas com os fenômenos hidrodinâmicos (equação de Reynolds) e de contato de asperezas (formulações de Greenwood) são realizadas.



Figura 35 – Ilustração esquemática do regime misto de lubrificação.

5.1 Modelagem hidrodinâmica unidimensional

Considerando as hipóteses adicionais descritas acima, a equação de Reynolds generalizada apresentada no item 3.3.3 é consideravelmente simplificada, sendo reescrita da seguinte maneira:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\left[(H_2 - H_1)^3}{12\mu} \frac{\partial p_H}{\partial x} \right]}{l} = \underbrace{\left[\frac{U_2}{2} \frac{\partial \left[(H_2 - H_1) \right]}{\partial x} \right]}_{ll} + \underbrace{\left[-U_2 \frac{\partial H_2}{\partial x} \right]}_{lV} + \underbrace{\left[\frac{\partial h_{min}}{\partial t} \right]}_{V} \\ \tau_{xy} = \frac{1}{2} \frac{\partial p_H}{\partial x} \left[2y - (H_2 + H_1) \right] + \frac{\mu U_2}{(H_2 - H_1)} \\ H_1(x, t) = Z_1(\bar{X}) - h_{min}(t) \\ H_2(x) = Z_2(x) \end{cases}$$
(75)

onde:

- h_{min} : espessura mínima do filme lubrificante para cada instante de tempo t [m];
- $Z_1(\bar{X})$: geometria da superfície 1 descrita em relação ao sistema de coordenadas ($O\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}$) fixo nesta superfície. Vale destacar que, como o sistema coordenadas principal está fixo na superfície 2 (móvel), a cada instante esta superfície (superfície 2) "enxerga" uma geometria diferente da superfície 1 (ver Figura 35);

 $Z_2(x)$: geometria da superfície 2 descrita em relação ao sistema de coordenadas (Oxyz) fixo nesta superfície. Esta geometria é constante no tempo, uma vez que (Oxyz) corresponde ao sistema de coordenadas principal.

As interpretações físicas dos termos da equação de Reynolds unidimensional, primeira equação de (75), são as mesmas descritas no item 3.3.2. Esta equação é uma equação diferencial parcial elíptica, cuja variável é o campo de pressões $p_H(x,t)$. Para a completa solução desta equação, tanto as geometrias das superfícies em contato ($H_1 \ e \ H_2$), quanto as condições de contorno de pressão ($p_1 \ e \ p_2$) devem ser fornecidas a princípio. De acordo com a Figura 35, as duas condições de contorno de pressão correspondem aos valores de pressão nas extremidades esquerda e direita da superfície 2. Como a posição desta superfície varia ao longo do tempo, os valores destas pressões também podem variar em função das diferentes posições ocupadas pela mesma durante o seu movimento. Matematicamente:

$$\begin{cases}
p_H(0,t) = p_1(t) \\
p_H(b,t) = p_2(t)
\end{cases}$$
(76)

onde b é a largura da superfície 2 (ver Figura 35).

Adicionalmente às condições de contorno de pressão, um tratamento especial deve ser dado com relação à possível ocorrência do fenômeno de cavitação. Neste caso, de acordo com o tipo de modelo de cavitação considerado, as seguintes condições de contorno complementares devem ser utilizadas:

- Modelo de half-Sommerfeld:

$$p_H(x,t) = \begin{cases} 0, \ p_H < 0\\ p_H(x,t), \ p_H \ge 0 \end{cases}$$
(77)

- Modelo de Swift-Steiber (Reynolds):

$$\begin{cases} p_H = 0, \text{ no interior da região de cavitação} \\ \frac{\partial p_H}{\partial r} = 0, \text{ nas fronteiras de cavitação} \end{cases}$$
(78)

5.2 Modelagem do contato das asperezas unidimensional

Os modelos de contato de asperezas não sofrem nenhuma modificação devido às hipóteses complementares impostas pela modelagem unidimensional do regime misto de lubrificação. Desta maneira, as equações referentes aos modelos de contato de GW e GT são resumidas a seguir em termos das pressões médias nominais de contato (f_{ASP}^{nor}/A_0) :

- Modelo de Greenwood-Williamson (GW):

$$p_{ASP}(x,t) = \begin{cases} \frac{4}{3} E^* (\eta \beta^{1/2} \sigma^{3/2}) F_{3/2} [\overline{h}(x,t)], \ p_{ASP} \le 3\sigma_{esc} \\ 3\sigma_{esc}, \ p_{ASP} > 3\sigma_{esc} \end{cases}$$
(ver item 3.4.5) (79)

- Modelo de Greenwood-Tripp (GT):

$$p_{ASP}(x,t) = \begin{cases} \frac{16\pi\sqrt{2}}{15} E^* (\eta^2 \beta^{3/2} \sigma^{5/2}) F_{5/2}[\overline{h}(x,t)], & p_{ASP} \le 3\sigma_{esc} \\ 3\sigma_{esc}, & p_{ASP} > 3\sigma_{esc} \end{cases}$$
(80)

onde:

 p_{ASP} : pressão nominal de contato [Pa];

Os polinômios que aproximam os valores das integrais $F_{3/2}[\bar{h}(x,t)]$ e $F_{5/2}[\bar{h}(x,t)]$ estão descritos nas eqs. 72 e 73, respectivamente.

5.3 Equilíbrio das forças na direção perpendicular ao movimento

Aplicando o Teorema do Movimento do Centro de Massa à superfície 2 (móvel), obtém-se a seguinte equação que descreve o movimento desta superfície na direção (0, y) (ver diagrama de corpo livre na Figura 36):

$$ma_{y}^{G} = f_{H}^{nor}(t) + f_{ASP}^{nor}(t) - F_{ext}(t) - bLP_{ext}(t)$$
(81)

onde:

m : massa da superfície 2 (móvel) [kg];
- a^G_y : aceleração do centro de massa da superfície 2 (móvel) na direção
 (0, y) [m/s²];
- $f_{H}^{nor}(t)$: força normal atuante na superfície 2 (móvel) devido ao campo de pressões hidrodinâmicas [N];
- $f_{ASP}^{nor}(t)$: força normal atuante na superfície 2 (móvel) devido ao campo de pressões de contato de asperezas [N];
- $F_{ext}(t)$: força externa total atuante na superfície 2 (móvel) [N];
- $P_{ext}(t)$: pressão externa total atuante na superfície 2 (móvel) [N];
- *L* : comprimento da superfície 2 na direção [m].



Figura 36 – Diagrama de corpo livre da superfície em contato 2 (móvel) durante o regime de lubrificação mista.

As forças geradas pelos campos de pressões hidrodinâmicas e de contato são calculadas integrando estes campos ao longo da direção (0, x). As forças de inércia serão desprezadas de acordo com a hipótese 3 apresentada no início deste capítulo. Desta forma, a eq. 81 pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\int_{0}^{b} [p_{H}(x,t) + p_{ASP}(x,t)] dx = \frac{F_{ext}(t)}{L} + bP_{ext}(t)$$
(82)

De forma geral, a solução do problema da lubrificação mista consiste na determinação da espessura mínima do filme lubrificante que proporciona campos de pressões hidrodinâmicas e de contato que satisfaçam a eq. 82 a cada instante de tempo. Esta solução é realizada numericamente, e será descrita com maiores detalhes no capítulo 6.

5.4 Cálculo das forças de atrito

No regime misto de lubrificação a força de atrito total é uma mescla das forças de resistência viscosas e das forças resistivas proporcionadas pelo contato das asperezas. Neste trabalho, nenhuma modelagem especial será utilizada para o cálculo do atrito de contato, cuja descrição será realizada considerando a Lei de Coulomb (proporcionalidade direta entre as forças tangenciais e normais atuantes nas superfícies). Matematicamente, tem-se:

$$f_{TOTAL}^{atr}(t) = f_{H}^{atr}(t) + f_{ASP}^{atr}(t) \text{ com } \begin{cases} f_{H}^{atr}(t) = L \int_{0}^{b} \left[\tau_{xy} \right]_{y=H_{2}}(x,t) dx \\ f_{ASP}^{atr}(t) = \bar{\mu}_{dl} L \int_{0}^{b} [p_{ASP}(x,t)] dx \end{cases}$$
(83)

Logo:

$$f_{TOTAL}^{atr}(t) = L\left\{\int_0^b \left[\frac{(H_2 - H_1)}{2}\frac{\partial p_H}{\partial x} + \frac{\mu U_2}{(H_2 - H_1)}\right] dx + \bar{\mu}_{dl} \int_0^b [p_{ASP}(x, t)] dx\right\}$$
(84)

onde $\bar{\mu}_{dl}$ é o coeficiente de atrito dinâmico limítrofe (coeficiente de atrito "boundary").

O valor de $\bar{\mu}_{dl}$ deve ser conhecido a princípio para a simulação completa do regime misto de lubrificação. Geralmente os valores deste coeficiente variam entre 0.1 e 0.3 (ASM Handbook – Vol. 18, 1992).

Finalmente, o coeficiente de atrito global pode ser calculado simplesmente dividindo a força de atrito total pelas forças externas atuantes na superfície 2, ou seja:

$$\bar{\mu}_{misto}(t) = \frac{f_{TOTAL}^{atr}(t)}{F_{ext}(t) + bLP_{ext}(t)}$$
(85)

6 MODELO COMPUTACIONAL

Após a apresentação dos conceitos teóricos dos fenômenos que regem o regime misto de lubrificação, este capítulo tem o objetivo de sintetizar o modelo computacional utilizado neste trabalho para a solução do equacionamento matemático do modelo unidimensional desenvolvido no item 5. A descrição deste modelo computacional será realizada em três etapas:

- Descrição da malha numérica unidimensional;
- Discretização do modelo hidrodinâmico;
- Discretização do modelo de contato das asperezas.

As validações pertinentes a cada um dos modelos utilizados serão apresentadas somente no próximo capítulo.

6.1 Malha Numérica Unidimensional

Para a solução numérica do modelo unidimensional do regime misto de lubrificação, os domínios contínuos relativos a cada uma das superfícies em contato são divididos (discretizados) em subdomínios equiespaçados e interconectados através de nós (ver Figura 37). Os conjuntos formados por estes subdomínios e nós constituem as malhas numéricas utilizadas para a solução computacional do modelo unidimensional proposto.

De acordo com o modelo unidimensional descrito no item 5, o tribosistema lubrificado considerado neste trabalho é composto por uma superfície móvel que desliza livremente sobre uma superfície fixa. Desta forma, em cada instante de tempo a superfície móvel "enxerga" diferentes regiões da superfície fixa. Em outras palavras, a cada instante de tempo os nós da malha numérica da superfície móvel "enxergam" diferentes nós da malha numérica da superfície fixa (ver Figura 37). Como o sistema de coordenadas fixo à **superfície móvel** foi definido como sendo o sistema principal para a modelagem matemática (ver item 5), a malha numérica relativa a esta superfície é denominada **malha primária**. Consequentemente, a malha numérica relativa à **superfície fixa** é denominada **malha secundária** (ver Figura 37).



Figura 37 – Representação das malhas numéricas utilizadas para a solução computacional da modelagem unidimensional do regime misto de lubrificação proposta neste trabalho.

Os espaçamentos entre os nós das malhas numéricas dependem do número de nós considerado. Matematicamente, tem-se:

$$\begin{cases} \Delta x = \frac{b}{N_p - 1} \\ \Delta \overline{X} = \frac{B}{N_s - 1} \end{cases}$$
(86)

onde:

 Δx : espaçamento entre os nós da malha primária (superfície móvel);

 ΔX : espaçamento entre os nós da malha secundária (superfície fixa);

B : largura da superfície fixa (m);

 N_p : número de nós da malha primária (superfície móvel);

 N_s : número de nós da malha secundária (superfície fixa);

Como se pode observar na Figura 37, para uma dada posição da superfície móvel sobre a superfície fixa, a quantidade e a localização relativa dos nós de cada superfície serão em geral diferentes. Desta forma, é necessária a construção de uma malha secundária auxiliar, a cada instante de tempo, com a mesma quantidade de nós da malha primária. Todas as propriedades da superfície fixa discretizadas nesta malha secundária auxiliar são obtidas por interpolação a partir da malha secundária original. Resumidamente, o procedimento para o casamento entre as malhas primárias e secundárias, a cada instante de tempo, pode ser descrito em cinco etapas:

1) Identificação dos nós da superfície fixa que são "enxergados" pelos nós da superfície móvel, ou seja, os nós da superfície fixa localizados no intervalo



 $[\overline{X}(t), \overline{X}(t) + b]$. Neste caso, $\overline{X}(t)$ é a posição da superfície móvel com relação à superfície fixa no instante de tempo *t* (ver Figura 38).

Figura 38 – Identificação dos nós da superfície fixa que são "enxergados" pela superfície móvel em um dado instante de tempo.

- Interpolação de todas as propriedades referentes à superfície fixa a partir dos valores nodais identificados na etapa 1.
- 3) Criação de uma malha secundária auxiliar, idêntica à malha primária (mesma quantidade de nós e espaçamento). Os valores das propriedades da superfície fixa com relação aos nós desta malha secundária auxiliar são calculados a partir das interpolações descritas na etapa 2 (ver Figura 39).





Figura 39 – Ilustração da criação da malha secundária auxiliar relacionada com a superfície fixa: (a) Discretização original mostrando que a quantidade de nós da superfície fixa é geralmente menor que a quantidade de nós da superfície móvel; (b) Discretização da superfície fixa após o processo de interpolação. Observa-se que a malha secundária auxiliar obtida possui a mesma quantidade de nós e espaçamento que a malha primária.

4) Solução da modelagem matemática unidimensional com relação à malha primária principal da superfície móvel (ver Figura 40). Todas as propriedades da superfície fixa necessárias para esta solução são obtidas a partir da malha secundária auxiliar descrita na etapa 3.



Figura 40 – Exemplo de um campo de pressões hidrodinâmicas calculado com relação à malha primária para uma dada posição relativa da superfície móvel com relação à superfície fixa.

5) Finalmente, todas as variáveis calculadas com relação à malha primária são interpoladas e a seguir transmitidas para os respectivos nós da malha secundária original da superfície fixa (ver Figura 41).



Figura 41 – Exemplo do campo de pressões hidrodinâmicas transmitido para os respectivos nós da malha secundária original da superfície fixa.

6.2 Discretização do Modelo Hidrodinâmico

Como apresentado no item 5.1, a equação de Reynolds unidimensional utilizada para a modelagem do regime misto de lubrificação proposta neste trabalho, é dada da seguinte forma (representação mais compacta):

- Equação de Reynolds unidimensional

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\left[(H_2 - H_1)^3}{12\mu} \frac{\partial p_H}{\partial x} \right]}{l} = \underbrace{\left[\frac{U_2}{2} \frac{\partial \left[(H_2 - H_1) \right]}{\partial x} \right]}_{ll} + \underbrace{\left[-U_2 \frac{\partial H_2}{\partial x} \right]}_{lV} + \underbrace{\left[\frac{\partial h_{min}}{\partial t} \right]}_{V} \\ H_1(x, t) = Z_1(\bar{X}) - h_{min}(t) \\ H_2(x) = Z_2(x) \\ p_H(0, t) = p_1(t) \\ p_H(b, t) = p_2(t) \end{cases}$$
(75, 76)

- Força de atrito hidrodinâmico

$$f_{H}^{atr} = L \int_{0}^{b} \left[\frac{(H_{2} - H_{1})}{2} \frac{\partial p_{H}}{\partial x} + \frac{\mu U_{2}}{(H_{2} - H_{1})} \right] dx$$
(83-84)

Como a eq. (75) trata-se de uma equação diferencial de derivadas parciais, algum método de integração e/ou discretização deve ser utilizado para a sua solução. Neste trabalho foram considerados três métodos diferentes de solução, cujas descrições serão desenvolvidas a seguir. As justificativas pertinentes aos aspectos positivos e negativos de cada método também serão discutidas.

6.2.1 Método da integral I

A solução da equação de Reynolds unidimensional pode ser obtida integrando-se duas vezes a eq. (75) com relação à variável independente x. Neste primeiro método de solução, entretanto, a equação de Reynolds é resolvida admitindo-se a viscosidade do fluido lubrificante constante e com valor igual à média ponderada do campo de viscosidade desenvolvido ao longo da direção (0, x). Esse campo de viscosidade se desenvolve devido às variações da viscosidade com a própria pressão hidrodinâmica (ver item 3.3.6.2) e devido aos efeitos do "*shearthinning*" (ver item 3.3.6.3). Deste modo, o campo de pressões hidrodinâmicas unidimensional pode ser descrito da seguinte forma:

$$p_{H}(x,t) = \left(-6U_{2}\mu_{eq}\right) \cdot I_{1}(x,t) + \left(12\mu_{eq}\frac{\partial h_{min}}{\partial t}\right) \cdot I_{2}(x,t) + C_{1} \cdot I_{3}(x,t) + C_{2}$$
(87)

$$I_{1}(x,t) = \int \left[\frac{(H_{1}+H_{2})}{(H_{2}-H_{1})^{3}}\right] dx$$

$$I_{2}(x,t) = \int \left[\frac{x}{(H_{2}-H_{1})^{3}}\right] dx$$

$$I_{3}(x,t) = \int \left[\frac{1}{(H_{2}-H_{1})^{3}}\right] dx$$

$$C_{1}(t) = \frac{[p_{2}(t)-p_{1}(t)] + (6U_{2}\mu_{eq}) \cdot [I_{1}(b,t)-I_{1}(0,t)] + (12\mu_{eq}\frac{\partial h_{min}}{\partial t}) \cdot [I_{2}(0,t)-I_{2}(b,t)]}}{[I_{3}(b,t)-I_{3}(0,t)]}$$

$$C_{2}(t) = \frac{[I_{3}(b,t)p_{1}(t)-I_{3}(0,t)p_{2}(t)] + (6U_{2}\mu_{eq}) \cdot [I_{1}(0,t)I_{3}(b,t)-I_{1}(b,t)I_{3}(0,t)] + (12\mu_{eq}\frac{\partial h_{min}}{\partial t}) \cdot [I_{2}(b,t)I_{3}(0,t)-I_{2}(0,t)I_{3}(b,t)]}}{[I_{3}(b,t)-I_{3}(0,t)]}$$

A solução numérica das integrais presentes na eq. 87 foi realizada utilizando a regra dos trapézios. O termo temporal relacionado com o efeito "normal

squeeze" foi discretizado utilizando a aproximação de diferenças avançadas ("*forward difference scheme*") de primeira ordem. Desta forma, a eq. 87 pode ser reescrita na forma discretizada como segue:

$$p_{H_{i}^{n}} = \left[-6U_{2}\mu_{eq}^{n}\right] \cdot I_{1_{i}^{n}} + \left[12\mu_{eq}^{n}\left(\frac{h_{min}^{n}-h_{min}^{n-1}}{\Delta t}\right)\right] \cdot I_{2_{i}^{n}} + \left[C_{1}^{n}\right] \cdot I_{3_{i}^{n}} + C_{2}^{n}$$
(88)

$$I_{1_{i}^{n}} = \Delta x \cdot \sum_{j=1}^{i} \left\{\frac{\left[(H_{1}+H_{2})_{j}^{n}\right]}{\left[(H_{2}-H_{1})_{j}^{n}\right]^{3}}\right\}$$

$$I_{2_{i}^{n}} = \Delta x \cdot \sum_{j=1}^{i} \left\{\frac{(x_{j})}{\left[(H_{2}-H_{1})_{j}^{n}\right]^{3}}\right\}$$

$$C_{1}^{n} = \frac{\left[p_{2}^{n}-p_{1}^{n}\right] + \left[6U_{2}\mu_{eq}^{n}\right] \cdot \left[I_{1_{N_{p}}}^{n}-I_{1_{1}}^{n}\right] + \left[12\mu_{eq}^{n}\left(\frac{h_{min}^{n}-h_{min}^{n-1}}{\Delta t}\right)\right] \cdot \left[I_{2_{1}^{n}}^{n}-I_{2_{N_{p}}^{n}}\right]}{\left[I_{3_{N_{p}}}^{n}-I_{3_{1}^{n}}\right]}$$

$$C_{2}^{n} = \frac{\left[\left(I_{3_{N_{p}}}^{n}\right) \cdot p_{1}^{n}-\left(I_{3_{1}}^{n}\right) \cdot p_{2}^{n}\right] + \left[6U_{2}\mu_{eq}^{n}\right] \cdot \left[\left(I_{1}^{n}\right) \cdot \left(I_{3_{N_{p}}}^{n}\right) - \left(I_{1_{N_{p}}}^{n}\right) \cdot \left(I_{3_{N_{p}}}^{n}\right) + \left[12\mu_{eq}^{n}\left(\frac{h_{min}^{n}-h_{min}^{n-1}}{\Delta t}\right)\right] \left[\left(I_{2_{N_{p}}}^{n}\right) \cdot \left(I_{3_{1}}^{n}\right) - \left(I_{2_{N_{p}}}^{n}\right) \cdot \left(I_{3_{N_{p}}}^{n}\right) - \left(I_{3_{N_{p}}}^{n}\right)$$

onde '*i*' denota o valor de uma determinada propriedade no iésimo nó da malha primária da superfície móvel (ver Figura 37) e o sobrescrito '*n*' representa o enésimo instante de tempo considerado.

O valor médio equivalente da viscosidade (μ_{eq}) é calculado a partir da média ponderada do campo de viscosidades considerando como função peso o próprio campo de pressões hidrodinâmicas. Matematicamente:

$$\mu_{eq}^{n} = \frac{\sum_{i=1}^{N_{p}} [p_{H_{i}^{n}} \mu_{i}^{n}]}{\sum_{i=1}^{N_{p}} [p_{H_{i}^{n}}]}$$
(89)

O único modelo de cavitação considerado neste primeiro método de integração é o modelo de half-Sommerfeld. Neste caso, todas as pressões negativas calculadas através da eq. 88 são admitidas nulas (ver 3.3.5.1), dispensando-se assim o procedimento iterativo.

A vantagem da utilização deste primeiro método de integração para a solução da equação de Reynolds unidimensional é o baixo custo computacional. Por outro lado, como desvantagens, pode-se destacar a impossibilidade da implementação do modelo de cavitação de Swift-Steiber (Reynolds) e a não consideração completa da correção local da viscosidade.

6.2.2 Método da integral II

Para levar em consideração a correção local da viscosidade e eliminar a necessidade do cálculo da viscosidade média ponderada, o método de integração proposto no item anterior foi generalizado. Esta generalização foi realizada simplesmente mantendo-se a viscosidade dentro das integrais da equação de Reynolds. Desta forma, a eq. 88 é ligeiramente modificada, sendo reescrita da seguinte forma:

$$p_{H_{i}^{n}} = \left[-6U_{2}\right] \cdot I_{1i}^{n} + \left[12\left(\frac{h_{min}^{n} - h_{min}^{n-1}}{\Delta t}\right)\right] \cdot I_{2i}^{n} + \left[C_{1}^{n}\right] \cdot I_{3i}^{n} + C_{2}^{n}$$
(90)

$$I_{1i}^{n} = \Delta x \cdot \sum_{j=1}^{i} \left\{\frac{\mu_{j}^{n} \cdot \left[(H_{1} + H_{2})_{j}^{n}\right]}{\left[(H_{2} - H_{1})_{j}^{n}\right]^{3}}\right\}$$

$$I_{2i}^{n} = \Delta x \cdot \sum_{j=1}^{i} \left\{\frac{\mu_{j}^{n} \cdot x_{j}}{\left[(H_{2} - H_{1})_{j}^{n}\right]^{3}}\right\}$$

$$I_{3i}^{n} = \Delta x \cdot \sum_{j=1}^{i} \left\{\frac{\mu_{j}^{n}}{\left[(H_{2} - H_{1})_{j}^{n}\right]^{3}}\right\}$$

$$C_{1}^{n} = \frac{\left[p_{2}^{n} - p_{1}^{n}\right] + \left[6U_{2}\right] \cdot \left[I_{1N_{p}}^{n} - I_{11}^{n}\right] + \left[12\left(\frac{h_{min}^{n} - h_{min}^{n-1}}{\Delta t}\right)\right] \cdot \left[I_{21}^{n} - I_{2N_{p}}^{n}\right]}{\left[I_{3N_{p}}^{n} - I_{31}^{n}\right]}$$

$$C_{2}^{n} = \frac{\left[\left(I_{3N_{p}}^{n}\right) \cdot p_{1}^{n} - \left(I_{31}^{n}\right) \cdot p_{2}^{n}\right] + \left[6U_{2} \cdot \left[\left(I_{11}^{n}\right) \cdot \left(I_{3N_{p}}^{n}\right) - \left(I_{1N_{p}}^{n}\right) \cdot \left(I_{31}^{n}\right)\right] + \left[12\left(\frac{h_{min}^{n} - h_{min}^{n-1}}{\Delta t}\right)\right] \left[\left(I_{2N_{p}}^{n}\right) \cdot \left(I_{31}^{n}\right) - \left(I_{21}^{n}\right) \cdot \left(I_{3N_{p}}^{n}\right)\right]}{\left[I_{3N_{p}}^{n} - I_{31}^{n}\right]}$$

As desvantagens deste segundo método de integração são o ligeiro aumento no custo computacional e novamente a impossibilidade de implementação do modelo de cavitação de Swift-Steiber (Reynolds).

6.2.3 Método das diferenças finitas

Para a implementação do modelo de cavitação de Swift-Steiber (Reynolds), o método das diferenças finitas (MDF) foi considerado para a solução da equação Reynolds unidimensional. Neste caso, as derivadas presentes na eq. (75) foram aproximadas por equações de diferenças com erro de segunda ordem (FERZIGER; PERIC, 2002).

6.2.3.1 Discretização para os nós internos da malha numérica

A discretização de cada termo da eq. (75) para os nós internos da malha numérica primária ($i = 3, 4, ..., N_p - 1$) foi realizada utilizando os seguintes esquemas de discretização:

- Termo 1: diferença "centrada" de segunda ordem ("central difference scheme");
- Termo 2: diferença "atrasada" de segunda ordem ("backward difference scheme");
- Termo 3: diferença "atrasada" de segunda ordem ("backward difference scheme").

A forma discretizada final da equação de Reynolds para os nós internos da malha numérica ($i = 3, 4, ..., N_p - 1$) é dada como segue:

$$a_{i-1}^{n} \cdot p_{H_{i-1}}^{n} + a_{i}^{n} \cdot p_{H_{i}}^{n} + a_{i+1}^{n} \cdot p_{H_{i+1}}^{n} = W_{i}^{n} + S_{i}^{n}$$

$$a_{i-1}^{n} = \frac{1}{2\Delta x} \left\{ \frac{\left[(H_{2} - H_{1})_{i}^{n} \right]^{3}}{\mu_{i}^{n}} + \frac{\left[(H_{2} - H_{1})_{i-1}^{n} \right]^{3}}{\mu_{i-1}^{n}} \right\}$$

$$a_{i+1}^{n} = \frac{1}{2\Delta x} \left\{ \frac{\left[(H_{2} - H_{1})_{i+1}^{n} \right]^{3}}{\mu_{i+1}^{n}} + \frac{\left[(H_{2} - H_{1})_{i}^{n} \right]^{3}}{\mu_{i}^{n}} \right\}$$

$$a_{i}^{n} = -(a_{i-1}^{n} + a_{i+1}^{n})$$

$$W_{i}^{n} = -6U_{2} \{ 1.5[(H_{1} + H_{2})_{i}^{n}] - 2[(H_{1} + H_{2})_{i-1}^{n}] + 0.5[(H_{1} + H_{2})_{i-2}^{n}] \}$$

$$S_{i}^{n} = \frac{12\Delta x}{\Delta t} \{ 1.5h_{min}^{n} - 2h_{min}^{n-1} + 0.5h_{min}^{n-2} \}$$
(91)

6.2.3.2 Discretização para o nó 2 da malha numérica

Para o nó i = 2 da malha primária, foram utilizados os seguintes esquemas de discretização para cada termo da eq. (75):

- Termo 1: diferença "centrada" de segunda ordem ("central difference scheme");
- Termo 2: diferença "adiantada" de segunda ordem ("forward difference scheme");

 Termo 3: diferença "atrasada" de segunda ordem ("backward difference scheme").

A forma discretizada final da equação de Reynolds para este nó da malha numérica é dada como segue:

$$a_{1}^{n} \cdot p_{H_{1}^{n}} + a_{2}^{n} \cdot p_{H_{2}^{n}} + a_{3}^{n} \cdot p_{H_{3}^{n}} = W_{2}^{n} + S_{2}^{n}$$

$$a_{1}^{n} = \frac{1}{2\Delta x} \left\{ \frac{\left[(H_{2} - H_{1})_{2}^{n} \right]^{3}}{\mu_{2}^{n}} + \frac{\left[(H_{2} - H_{1})_{1}^{n} \right]^{3}}{\mu_{1}^{n}} \right\}$$

$$a_{3}^{n} = \frac{1}{2\Delta x} \left\{ \frac{\left[(H_{2} - H_{1})_{3}^{n} \right]^{3}}{\mu_{3}^{n}} + \frac{\left[(H_{2} - H_{1})_{2}^{n} \right]^{3}}{\mu_{2}^{n}} \right\}$$

$$a_{2}^{n} = -(a_{1}^{n} + a_{3}^{n})$$

$$W_{2}^{n} = -6U_{2} \{-1.5[(H_{1} + H_{2})_{2}^{n}] + 2[(H_{1} + H_{2})_{3}^{n}] - 0.5[(H_{1} + H_{2})_{4}^{n}] \}$$

$$S_{2}^{n} = \frac{12\Delta x}{\Delta t} \{ 1.5h_{min}^{n} - 2h_{min}^{n-1} + 0.5h_{min}^{n-2} \}$$
(92)

6.2.3.3 Montagem e solução do sistema de equações

Para cada um dos nós da malha numérica primária está associada uma das equações de diferenças definidas nos itens anteriores. O conjunto de equações de diferenças relacionadas com todos os nós da malha, em cada instante de tempo, pode ser organizado em um sistema linear tri-diagonal da seguinte forma:

onde os termos CC que aparecem na primeira e última linha do sistema linear correspondem às condições de contorno de pressão nas extremidades da malha numérica, e devem ser impostas internamente no procedimento numérico de solução.

Em geral, existem diversos métodos numéricos para a solução de sistemas lineares. Para a solução de sistemas lineares tri-diagonais (ou até mesmo penta-diagonais), os métodos iterativos de Jacobi e Gauss Seidel são geralmente utilizados. Em problemas de hidrodinâmica, é bastante comum a utilização do método de Gauss Seidel com sucessivas sobre-relaxações ("SOR – Successive Overrelaxation Method"). Neste caso, para cada linha do sistema linear da eq. 93, tem-se:

$$a_{i-1}^{n} p_{H_{i-1}}^{n} + a_{i}^{n} p_{H_{i}}^{n} + a_{i+1}^{n} p_{H_{i+1}}^{n} = W_{i}^{n} + S_{i}^{n} \quad para \quad i = 2 \dots N_{p} - 1$$
(94)

O processo iterativo do método SOR é definido em termos da solução da eq. 94 para $p_{H_i}^n$, ou seja (PRESS et al., 2007):

$$\begin{cases} p_{H_{i}^{n,k}} = p_{H_{i}^{n,k-1}} - \omega \frac{r_{i}^{n}}{a_{i}^{n}} \\ r_{i}^{n} = a_{i+1}^{n} \cdot p_{H_{i+1}}^{n} + a_{i}^{n} \cdot p_{H_{i}}^{n} + a_{i-1}^{n} \cdot p_{H_{i-1}}^{n} - W_{i}^{n} - S_{i}^{n} \end{cases}$$
(95)

onde:

k : késima iteração do método SOR;

ω : fator de sobre-relaxação do método SOR (1 ≤ ω ≤ 2);

rⁿ_i : resíduo numérico em um dado estágio do processo iterativo do método
 SOR.

Como já comentado, a grande vantagem de se utilizar o método das diferenças finitas com SOR para a solução da equação de Reynolds, é a possibilidade da implementação do modelo de cavitação de Swift-Steiber (Reynolds). Para tanto, basta admitir como nula qualquer pressão negativa calculada a cada iteração do processo iterativo definido pela eq. 95. Através deste procedimento, as pressões e as derivadas do campo de pressões nas fronteiras de cavitação convergem automaticamente para zero (CHRISTOPHERSON, 1941; CAMERON, 1981), conforme descrito no item 3.3.5.2.

Para o cálculo das pressões hidrodinâmicas no enésimo instante de tempo, é necessária uma estimativa do campo de pressões para o início do

processo iterativo. Esta estimativa será admitida com sendo o valor do campo de pressões final calculado no instante de tempo anterior. Matematicamente: $p_{H_i}^{n,0} = p_{H_i}^{n-1}$.

O valor do fator de sobre-relaxação ω depende essencialmente dos espaçamentos entre os nós da malha numérica primária. Desta forma, os valores ótimos de ω serão determinados empiricamente para cada um dos diferentes casos que serão considerados ao longo deste trabalho.

6.2.4 Cálculo da força de atrito hidrodinâmico

Uma vez determinado o campo de pressões hidrodinâmicas, independente do método de cálculo utilizado, a força de atrito viscoso pode ser diretamente calculada a partir da eq. (83). O único detalhe que deve ser considerado é a discretização da primeira derivada do campo de pressões. Esta derivada pode ser aproximada por uma equação de diferenças avançadas da seguinte maneira:

$$\frac{\partial p_H}{\partial x} \approx \frac{p_{H_{i+1}} - p_{H_i}^n}{\Delta x} \tag{96}$$

Finalmente, a força de atrito viscoso total é calculada como segue:

$$f_{H}^{atr\,n} = \left(\frac{Lb}{N_{p}-1}\right) \sum_{i=1}^{N_{p}} \left\{ \frac{\left[(H_{2}-H_{1})_{i}^{n}\right]}{2} \left(\frac{p_{H_{i+1}}^{n}-p_{H_{i}}^{n}}{\Delta x}\right) + \frac{\mu_{i}^{n}U_{2}}{\left[(H_{2}-H_{1})_{i}^{n}\right]} \right\}$$
(97)

6.3 Discretização do Modelo de Contato Rugoso

Como apresentado no item 5.2, o modelo de contato rugoso utilizado neste trabalho é baseado nas formulações de GW e GT, cuja descrição matemática é dada da seguinte forma:

- Modelo de Greenwood-Williamson (GW)

$$p_{ASP}(x,t) = \begin{cases} \frac{4}{3} E^* (\eta \beta^{1/2} \sigma^{3/2}) F_{3/2} [\bar{h}(x,t)], \ p_{ASP} < 3\sigma_{esc} \\ 3\sigma_{esc}, \ p_{ASP} > 3\sigma_{esc} \end{cases}$$
(79)

- Modelo de Greenwood-Tripp (GT)

$$p_{ASP}(x,t) = \begin{cases} \frac{16\pi\sqrt{2}}{15} E^* (\eta^2 \beta^{3/2} \sigma^{5/2}) F_{5/2}[\bar{h}(x,t)], & p_{ASP} < 3\sigma_{esc} \\ 3\sigma_{esc}, & p_{ASP} > 3\sigma_{esc} \end{cases}$$
(80)

- Força de atrito de contato rugoso

$$f_{ASP}^{atr}(t) = \bar{\mu}_{dl} L \int_0^b [p_{ASP}(x, t)] dx$$
(83, 84)

Por não se tratar de uma equação diferencial, as equações acima são diretamente discretizadas com relação aos nós da malha primária, não necessitando de nenhuma formulação especial como aquelas utilizadas na discretização do modelo hidrodinâmico. Desta forma, as eqs. (79, 80, 83 e 84) são descritas na forma discretizada da seguinte maneira:

- Modelo de Greenwood-Williamson (GW)

$$p_{ASP_{i}^{n}} = \begin{cases} \frac{4}{3} (E_{i}^{*n}) \cdot \left[(\eta_{i}^{n}) \cdot (\beta_{i}^{n})^{1/2} \cdot (\sigma_{i}^{n})^{3/2} \right] \cdot F_{3/2}(\bar{h}_{i}^{n}), \ p_{ASP_{i}^{n}} \leq 3\sigma_{esc_{i}^{n}} \\ 3\sigma_{esc_{i}^{n}}, \ p_{ASP_{i}^{n}} > 3\sigma_{esc_{i}^{n}} \end{cases}$$
(98)

- Modelo de Greenwood-Tripp (GT)

$$p_{ASP_{i}^{n}} = \begin{cases} \frac{16\pi\sqrt{2}}{15} (E_{i}^{*n}) \cdot \left[(\eta_{i}^{n})^{2} \cdot (\beta_{i}^{n})^{3/2} \cdot (\sigma_{i}^{n})^{5/2} \right] F_{5/2}(\overline{h}_{i}^{n}), \ p_{ASP_{i}^{n}} \leq 3\sigma_{esc_{i}^{n}} \\ 3\sigma_{esc_{i}^{n}}, \ p_{ASP_{i}^{n}} > 3\sigma_{esc_{i}^{n}} \end{cases}$$
(99)

- Força de atrito de contato rugoso

$$f_{ASP}^{atr^{n}} = \bar{\mu}_{dl} L \sum_{i=1}^{N_{p}} \left(p_{ASP} \stackrel{n}{i} \Delta x \right) = \left(\frac{\bar{\mu}_{dl} L b}{N_{p} - 1} \right) \sum_{i=1}^{N_{p}} \left(p_{ASP} \stackrel{n}{i} \right)$$
(100)

7 PROGRAMA COMPUTACIONAL VTL

Um programa computacional nomeado VTL ("*Virtual Tribology Laboratory*") foi desenvolvido para a solução numérica completa da modelagem unidimensional do regime misto de lubrificação apresentada nos capítulos anteriores. Este programa foi construído com o auxílio do software MATLAB e é divido em três módulos. As descrições de cada um destes módulos, bem como as validações pertinentes serão apresentadas nos itens a seguir.

7.1 Módulo de Simulação Instantâneo

O módulo de simulação instantâneo do VTL calcula o comportamento da lubrificação mista para uma situação em regime permanente (instantânea) relacionada com o movimento genérico de uma superfície móvel sobre uma superfície fixa (ver Figura 37). De forma geral, para uma determinada condição de geometria das superfícies, carga, velocidade e pressões de contorno, este módulo de simulação calcula a espessura mínima de filme lubrificante e os campos de pressões hidrodinâmicas e de contato de asperezas que equilibram os carregamentos externos atuantes. Por se tratar de um cálculo em regime permanente, o movimento perpendicular da superfície móvel devido ao efeito "normal squeeze" inerente ao modelo hidrodinâmico não é considerado.

A Tabela 5 resume os principais parâmetros de entrada e as variáveis de saída relacionadas com este módulo de simulação.

Parâmetros de entrada	- velocidade da superfície móvel – $[U_2]$ - carregamentos atuantes na superfície móvel – $[F_{ext} e P_{ext}]$ - posição da superfície móvel com relação à superfície fixa – $[\overline{X}]$ - inclinação da superfície móvel – $["tilt"]$ - pressões de contorno – $[p_1 e p_2]$ - propriedades do lubrificante – $[T]$ - geometria das superfícies – $[Z_1(x) e Z_2(x)]$ - parâmetros de contato de Greenwood – $[Z_s, \sigma, \beta, \eta]$
Variáveis de saída (calculadas)	- espessura mínima de filme lubrificante – $[h_{min}]$ - campo de pressões hidrodinâmicas – $[p_H(x)]$ - campo de pressões de contato das asperezas – $[p_{ASP}(x)]$ - correção da viscosidade – $[\mu(x)]$ - coeficiente de atrito misto – $[\bar{\mu}_{misto}]$

Tabela 5 – Principais parâmetros de entrada e variáveis de saída do módulo de simulação instantâneo

A Figura 42 mostra o diagrama de blocos que resume os procedimentos de cálculo empregados neste módulo de simulação.



Figura 42 – Diagrama de blocos ilustrando os procedimentos de cálculo empregados no módulo de simulação instantâneo do VTL.

7.2 Módulo de Simulação "Reciprocativo"

O módulo de simulação "reciprocativo" do VTL calcula o comportamento da lubrificação mista ao longo de um ciclo com movimento alternado em que a velocidade da superfície móvel varia harmonicamente com o tempo. Este movimento linear alternado é imposto através de um sistema biela-manivela, e as amplitudes da velocidade dependem tanto do curso de deslocamento quanto da velocidade de rotação do sistema (ver Figura 43). A velocidade da superfície móvel em função do ângulo do sistema biela-manivela ("*crank angle*") é calculada da seguinte forma (HEYWOOD, 1988):

$$U_{2}(\theta) = \frac{\pi L_{c}N}{60} \left[sen(\theta) + \frac{sen(2\theta)}{2\sqrt{\left(\frac{2L_{b}}{L_{c}}\right)^{2} - sen(\theta)^{2}}} \right]$$
(101)

onde:

- θ : ângulo do sistema biela-manivela [°] $[0 \le \theta \le 360^{\circ}$ para um ciclo completo];
- N : rotação do sistema biela-manivela [rpm];
- *L_c* : comprimento do curso de deslocamento do movimento alternado [m];
- L_b : comprimento da biela responsável pela imposição do movimento alternado [m].



Figura 43 – Ilustração do sistema biela-manivela que impõe o movimento linear típico de um teste do tipo "reciprocating".

Este módulo de simulação foi desenvolvido com o objetivo de simular numericamente os testes de atrito do tipo "reciprocating" que geralmente são

realizados em laboratórios de tribologia. Nestes testes, para uma dada condição de carga e rotação do sistema biela-manivela, a velocidade linear da superfície móvel é o único parâmetro que varia ao longo do movimento, de acordo com a eq. 101. Esta variação da velocidade causa a variação da espessura de filme lubrificante e, consequentemente, campos de pressões e coeficientes de atrito diferentes para cada posição angular θ do sistema biela-manivela. Os resultados destes testes são geralmente descritos em termos do coeficiente de atrito médio calculado ao longo de um ciclo completo do movimento, que fisicamente representa a dissipação global de energia devida às forças resistivas presentes na interface de contato (atrito viscoso e de contato de asperezas). Este coeficiente de atrito médio (global) é definido, neste trabalho, da seguinte maneira:

$$\bar{\mu}_{global} = \frac{1}{360} \int_0^{360} \bar{\mu}_{misto}(\theta) \, d\theta = \frac{1}{N_{\theta}} \sum_{n=1}^{N_{\theta}} \bar{\mu}_{misto}^n \tag{102}$$

onde:

- $\bar{\mu}_{global}$: coeficiente de atrito médio calculado ao longo de um ciclo com movimento alternado;
- N_{θ} : número de intervalos angulares em que um ciclo com movimento alternado é dividido (geralmente $N_{\theta} = 360$, ou seja, a simulação é feita para passos angulares de 1^o);
- $\bar{\mu}_{misto}^{n}$: coeficiente de atrito misto na enésima posição angular do sistema biela-manivela calculado de acordo com a eq. 85.

Do ponto de vista numérico, este módulo de simulação foi desenvolvido considerando repetidamente o módulo de simulação instantâneo descrito no item anterior. Em outras palavras, para cada posição angular do sistema biela-manivela, o módulo de simulação instantâneo é utilizado para o cálculo do regime misto de lubrificação associado com a velocidade da superfície móvel nesta posição. A convergência total de um determinado ciclo é obtida quando a diferença relativa entre as espessuras de filme lubrificante nas posições iniciais ($\theta = 0^{\circ}$) e finais ($\theta = 360^{\circ}$) do ciclo estiver dentro de um determinado limite. Adicionalmente, em tais simulações, o movimento perpendicular da superfície móvel é também considerado por meio do termo "normal *squeeze*" presente no modelo hidrodinâmico.

A Figura 44 mostra o diagrama de blocos que resume os procedimentos de cálculo empregados neste módulo de simulação.



Figura 44 – Diagrama de blocos ilustrando os procedimentos de cálculo empregados no módulo de simulação "reciprocativo" do VTL.

A Tabela 6 resume os principais parâmetros de entrada e as variáveis de saída relacionadas com este módulo de simulação "reciprocativo".

Parâmetros de entrada	 variantes de carga e rotação do sistema biela-manivela inclinação da superfície móvel ["<i>tilt</i>"]* pressões de contorno - [p₁ e p₂]* propriedades do lubrificante - [T]* geometria das superfícies - [Z₁(x) e Z₂(x)]* parâmetros de contato de Greenwood - [Z_s, σ, β, η]*
Variáveis de saída (calculadas)	- espessura mínima de filme de óleo $-[h_{min}(\theta)]^{**}$ - campo de pressões hidrodinâmicas $-[p_H(x,\theta)]^{**}$ - campo de pressões de contato $-[p_{ASP}(x,\theta)]^{**}$ - correção da viscosidade $-[\mu(x,\theta)]^{**}$ - coeficiente de atrito $-[\bar{\mu}_{misto}(\theta) \in \bar{\mu}_{global}]^{**}$

Tabela 6 – Principais parâmetros de entrada e de saída do módulo de simulação "reciprocativo"

* constantes ao longo do teste

** diferentes para cada ângulo do sistema biela-manivela

7.3 Módulo de Simulação Genérico

O módulo de simulação genérico do VTL consiste em uma generalização do módulo de simulação "reciprocativo" descrito no item anterior. Neste caso, tanto as pressões de contorno quanto os carregamentos externos atuantes na superfície móvel podem variar ao longo do movimento alternado. Adicionalmente, a partir de diversos ciclos consecutivos de simulação, as variações da geometria de ambas as superfícies em contato também podem ser analisadas de acordo com um modelo de desgaste, baseado na Lei de Archard, já implementado no programa. Maiores detalhes sobre este assunto não serão aqui discutidos, pois fogem do escopo principal deste trabalho.

A Tabela 7 resume os principais parâmetros de entrada e as variáveis de saída relacionadas com este módulo de simulação.

rabola / - / molpale parametres de chirada e vanavole de carda de modale de cimalação generos		
Parâmetros de entrada	- rotação do sistema biela-manivela – $[N]^*$ - carregamentos atuantes na superfície móvel – $[F_{ext}(\theta) e P_{ext}(\theta)]^{**}$ - inclinação da superfície móvel – $["tilt"(\theta)]^{**}$ - pressões de contorno – $[p_1(\theta) e p_2(\theta)]^{**}$ - propriedades do lubrificante – $[T]^*$ - geometria das superfícies – $[Z_1(x) e Z_2(x)]^{***}$ - parâmetros de contato de Greenwood – $[Z_s, \sigma, \beta, \eta]^{***}$	
Variáveis de saída (calculadas)	- espessura mínima de filme de óleo – $[h_{min}(\theta)]^{**}$ - campo de pressões hidrodinâmicas – $[p_H(x, \theta)]^{**}$ - campo de pressões de contato – $[p_{ASP}(x, \theta)]^{**}$ - correção da viscosidade – $[\mu(x, \theta)]^{**}$ - coeficiente de atrito – $[\bar{\mu}_{misto}(\theta) \in \bar{\mu}_{global}]^{**}$	

Tabela 7 – Principais parâmetros de entrada e variáveis de saída do módulo de simulação genérico

* constante ao longo do teste

** diferentes para cada ângulo do sistema biela-manivela

*** podem variar para cada ciclo simulado

A Figura 45 mostra o diagrama de blocos que resume os procedimentos de cálculo empregados neste módulo de simulação genérico.



Figura 45 – Diagrama de blocos ilustrando os procedimentos de cálculo empregados no módulo de simulação genérico do VTL.

7.4 Validação Numérica do Programa VTL

A seguir serão apresentadas as validações numéricas dos modelos hidrodinâmicos e de contato de asperezas implementados no programa computacional VTL. Para tais validações, foram considerados exemplos simplificados e em regime permanente, cujas soluções foram obtidas utilizando o módulo de simulação instantâneo descrito no item 7.1.

7.4.1 Validação do modelo hidrodinâmico

A validação da modelagem hidrodinâmica será realizada comparando-se os resultados numéricos calculados a partir dos três métodos de solução da equação de Reynolds unidimensional propostos no item 6.2, com soluções analíticas de problemas clássicos de lubrificação. Em todos os casos, a rugosidade das superfícies foi desprezada.

7.4.1.1 Exemplo com perfil de cunha

A Tabela 8 resume os parâmetros considerados para a validação do modelo hidrodinâmico para o caso de uma superfície móvel com perfil de cunha. O perfil da superfície fixa foi admitido plano. A disposição das duas superfícies é mostrada na Figura 46.



Figura 46 – Disposição das superfícies para a validação do modelo hidrodinâmico computacional para o caso de uma superfície móvel com perfil de cunha. Fonte: adaptado de (GODET et al., 1997).

Parâmetro	Valor	
Velocidade da superfície móvel – $[U_2]$	-1.0 m/s	
Viscosidade do lubrificante – [μ]	0.01 Pa.s	
h_{min}	1 µm	
b	3 mm	
ΔH	3 µm	
L	10 mm	
N_p	100	
Modelo de cavitação	Não	
Correção da viscosidade	Não	

Tabela 8 – Parâmetros considerados para a validação do modelo hidrodinâmico para o caso de uma superfície móvel com perfil de cunha.

A solução analítica deste problema é dada da seguinte forma (GODET et al., 1997):

$$\begin{cases} p_{H}(x) = \frac{6\mu U_{2}b}{\Delta H} \left[\frac{1}{h(x)} - \frac{h_{min} \cdot (h_{min} + \Delta H)}{(2h_{min} + \Delta H) \cdot h(x)^{2}} - \frac{1}{(2h_{min} + \Delta H)} \right] \\ h(x) = h_{min} + \frac{(b - x)\Delta H}{b} \end{cases}$$
(103)

Os campos de pressões hidrodinâmicas que se desenvolvem ao longo do perfil da superfície móvel foram obtidos analiticamente a partir da eq. 103, e numericamente através dos diferentes métodos de solução numérica do modelo hidrodinâmico considerados neste trabalho (ver item 6.2). Estes resultados estão ilustrados na Figura 47. A Tabela 9 resume os valores da capacidade de sustentação de carga hidrodinâmica gerada por cada um dos campos de pressões calculados.

Método de solução	Capacidade de sustentação de carga	∆ com relação à solução analítica	
Solução analítica	111.78 N	-	
Método da integral I	114.19 N	+ 2.11 %	
Método da integral II	111.79 N	+ 0.01 %	
Método das diferenças finitas	111.70 N	- 0.01 %	

Tabela 9 – Valores da capacidade de sustentação de carga calculados para a validação do modelo hidrodinâmico para o caso de uma superfície móvel com perfil de cunha



Figura 47 – Comparação dos campos de pressões obtidos para a validação do modelo hidrodinâmico para o caso de uma superfície móvel com perfil de cunha.

7.4.1.2 Exemplo com perfil de degrau

A Tabela 10 resume os parâmetros considerados para a validação do modelo hidrodinâmico para o caso de uma superfície móvel com perfil de degrau ("*Rayleigh-step*"). O perfil da superfície fixa foi admitido plano. A disposição das duas superfícies é mostrada na Figura 48.



Figura 48 – Disposição das superfícies para a validação do modelo hidrodinâmico computacional para o caso de uma superfície móvel com perfil de degrau ("*Rayleigh-step*"). Fonte: adaptado de (GODET et al., 1997).

Parâmetro	Valor
Velocidade da superfície móvel – $[U_2]$	-6.0 m/s
Viscosidade do lubrificante – [μ]	0.01 Pa.s
h_{min}	100 µm
b	500 mm
b_0	360 mm
h_d	100 µm
L	1000 mm
N_p	1000
Modelo de cavitação	Não
Correção da viscosidade	Não

Tabela 10 – Parâmetros considerados para a validação do modelo hidrodinâmico para o caso de uma superfície móvel com perfil de degrau.

A solução analítica deste problema é dada como segue (GODET et al., 1997):

$$p_{H}(x) = \begin{cases} \left(\frac{x}{b_{0}}\right) \cdot P_{max}, \ 0 \le x < b_{0} \\ \left(\frac{b-x}{b-b_{0}}\right) \cdot P_{max}, \ b_{0} \le x \le b \\ com \\ P_{max} = 6\mu U_{2} \left[\frac{h_{d}}{\frac{\left(h_{min} + h_{d}\right)^{3} + \frac{h_{min}^{3}}{b-b_{0}}}\right] \end{cases}$$
(104)

Os campos de pressões hidrodinâmicas que se desenvolvem ao longo do perfil da superfície móvel foram obtidos analiticamente a partir da eq. 104, e numericamente através dos diferentes métodos de solução numérica do modelo hidrodinâmico considerados neste trabalho (ver item 6.2). Estes resultados estão ilustrados na Figura 49. A Tabela 11 resume os valores da capacidade de sustentação de carga hidrodinâmica gerada por cada um dos campos de pressões calculados.

Tabela 11 – Valores da capacidade de sustentação de carga calculados para a validação do modelo hidrodinâmico para o caso de uma superfície móvel com perfil de degrau

Método de solução	Capacidade de sustentação de carga	∆ com relação à solução analítica
Solução analítica	306490 N	-
Método da integral I	306486 N	- 0.00 %
Método da integral II	306513 N	+ 0.01 %
Método das diferenças finitas	306457 N	- 0.01 %



Figura 49 – Comparação dos campos de pressões obtidos para a validação do modelo hidrodinâmico para o caso de uma superfície móvel com perfil de degrau.

7.4.1.3 Exemplo com perfil de parábola

A Tabela 12 resume os parâmetros considerados para a validação do modelo hidrodinâmico para o caso de uma superfície móvel com perfil parabólico. O perfil da superfície fixa foi admitido plano. A disposição das duas superfícies é mostrada na Figura 50. Neste caso, considerou-se também uma situação em que as pressões de contorno não são admitidas nulas.



Figura 50 – Disposição das superfícies para a validação do modelo hidrodinâmico para o caso de uma superfície móvel com perfil parabólico.

Parâmetro	Valor
Velocidade da superfície móvel – $[U_2]$	1.0 m/s
Viscosidade do lubrificante – [μ]	0.01 Pa.s
p_1	0.5 MPa
p_2	1.0 MPa
h_{min}	1 µm
b	3 mm
h_p	20 µm
L	10 mm
N _p	100
Modelo de cavitação	Não
Correção da viscosidade	Não

 Tabela 12 – Parâmetros considerados para a validação do modelo hidrodinâmico para o caso de uma superfície móvel com perfil parabólico.

A solução analítica deste problema é dada da seguinte maneira:

$$p_{H}(x) = -6\mu U_{2}I_{1}(x) + C_{1}I_{2}(x) + C_{2}$$

$$C_{1} = \frac{p_{2} - p_{1} - 6\mu U_{2}[I_{1}(0) - I_{1}(B)]}{[I_{2}(b) - I_{2}(0)]}$$

$$C_{2} = \frac{[p_{1}I_{2}(b) - p_{2}I_{2}(0)] - 6\mu U_{2}[I_{1}(b)I_{2}(0) - I_{1}(0)I_{2}(b)]}{[I_{2}(b) - I_{2}(0)]}$$
(105)

$$I_1(x) = \left[\frac{a_2 + 2a_1x}{\Delta \cdot h(x)}\right] + \left[\frac{2a_1}{\Delta}\right] \cdot g(x)$$
$$I_2(x) = \left[\frac{a_2 + 2a_1x}{\Delta}\right] + \left[\frac{1}{2h(x)^2} + \frac{3a_1}{\Delta \cdot h(x)}\right] + \left[\frac{6a_1^2}{\Delta^2}\right] \cdot g(x)$$

 $h(x) = a_1 x^2 + a_2 x + a_3 + h_{min}$ $\Delta = -a_2^2 + 4a_1(a_3 + h_{min})$

$$g(x) = \begin{cases} \frac{-2}{\sqrt{-\Delta}} \operatorname{arctg}\left(\frac{a_2 + 2a_1x}{\sqrt{-\Delta}}\right), & \Delta < 0\\ \frac{-2}{a_2 + 2a_1x}, & \Delta = 0\\ \frac{2}{\sqrt{\Delta}} \operatorname{arctg}\left(\frac{a_2 + 2a_1x}{\sqrt{\Delta}}\right), & \Delta > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = \frac{4h_p}{b^2} \quad a_2 = -\frac{4h_p}{b} \quad a_3 = h_p, \qquad Parábola \ positiva \ a_1 > 0 \\ a_1 = -\frac{4h_p}{b^2} \quad a_2 = \frac{4h_p}{b} \quad a_3 = 0, \qquad Parábola \ negativa \ a_1 < 0 \end{cases}$$

Os campos de pressões hidrodinâmicas que se desenvolvem ao longo do perfil da superfície móvel foram obtidos analiticamente a partir da eq. 105, e numericamente através dos diferentes métodos de solução numérica do modelo hidrodinâmico considerados neste trabalho (ver item 6.2). Estes resultados estão ilustrados na Figura 51. A Tabela 13 resume os valores da capacidade de sustentação de carga hidrodinâmica gerada por cada um dos campos de pressões calculados.



Figura 51 – Comparação dos campos de pressões obtidos para a validação do modelo hidrodinâmico para o caso de uma superfície móvel com perfil parabólico.

Capacidade de ∆ com relação à			
hidrodinâmico para o caso de uma superfície móvel com perfil parabólico			
Tabela 13 – Valores da capacidade de sustentação de carga calculados para a validação do mod	elo		

Método de solução	Capacidade de sustentação de carga	∆ com relação à solução analítica
Solução analítica	22.50 N	-
Método da integral I	22.86 N	+ 1.57 %
Método da integral II	22.50 N	0.00 %
Método das diferenças finitas	22.50 N	0.00 %

De acordo com os resultados apresentados nos itens 7.4.1.1-7.4.1.3, pode-se concluir que os três métodos de solução do modelo hidrodinâmico propostos neste trabalho estão corretamente implementados no programa computacional desenvolvido (VTL). Esta conclusão é razoável uma vez que os campos de pressões calculados por solução numérica são praticamente idênticos aos campos obtidos analiticamente (ver Figura 47, Figura 49 e Figura 51). Tal fato também é comprovado através dos resultados resumidos na Tabela 9, Tabela 11 e Tabela 13.

7.4.1.4 Exemplo com perfil de secante para a validação da implementação do modelo de cavitação de Swift-Steiber (Reynolds)

A Tabela 14 resume os parâmetros considerados para a validação numérica do modelo de cavitação de Swift-Steiber (Reynolds), cuja implementação foi realizada neste trabalho através do método das diferenças finitas com SOR (ver item 6.2.3). Para este fim, utilizou-se uma superfície móvel com perfil de secante, uma vez que para este tipo de geometria é possível se calcular analiticamente o campo de pressões hidrodinâmicas admitindo-se as hipóteses adicionais impostas por esse modelo (ver detalhes no item 3.3.5.2). Este exemplo também é interessante para se comparar as diferenças entre as fronteiras de cavitação e os níveis de pressões obtidas a partir dos dois modelos de cavitação considerados neste trabalho: modelo de half-Sommerfeld e modelo de Swift-Steiber (Reynolds). O perfil da superfície fixa foi admitido plano, e a disposição das duas superfícies é mostrada na Figura 52.

Parâmetro	Valor	
Velocidade da superfície móvel – $[U_2]$	1.0 m/s	
Viscosidade do lubrificante – [μ]	0.01 Pa.s	
p_1	0 Pa	
p_2	0 Pa	
h_{min}	1 µm	
b	3 mm	
L	10 mm	
N_p	100	
Modelo de cavitação	half-Sommerfeld: soluções com os métodos da integral I e II Revnolds: soluções com método das	
	diferenças finitas	
Correção da viscosidade	Não	

Tabela 14 – Parâmetros considerados para a validação e comparação dos modelos de cavitação para um perfil de secante.



Figura 52 – Disposição das superfícies para a validação e comparação dos modelos de cavitação considerados neste trabalho. Na parte superior da figura é também ilustrado, qualitativamente, o campo de pressões hidrodinâmicas gerado a partir do modelo de cavitação de Swift-Steiber (Reynolds).

A solução analítica deste problema considerando as hipóteses do modelo de Swift-Steiber (Reynolds) é dada da seguinte maneira (STACHOWIAK; BATCHELOR, 2005):

$$p_{H}(x) = \frac{6\mu u_{2}b}{\pi h_{min}^{2}} \left\{ \frac{1}{2} \left[\delta + sen(\delta)cos(\delta) \right] - 0.3743 \left[sen(\delta)cos^{2}(\delta) + 2sen(\delta) \right] - 0.03685 \right\}$$
(106)
$$\delta = \frac{\pi}{b} x \quad e \quad -\overline{\delta} \le x \le \frac{b}{2} \quad \text{com} \quad \overline{\delta} = 0.4721$$

Os campos de pressões hidrodinâmicas que se desenvolvem ao longo do perfil da superfície móvel estão ilustrados na Figura 53. A Tabela 15 resume os valores da capacidade de sustentação de carga hidrodinâmica gerada por cada um dos campos de pressões calculados.



Figura 53 – Comparação dos campos de pressões hidrodinâmicas obtidos para a validação e comparação dos modelos de cavitação considerados neste trabalho.

Tabela 15 – Valores da capacidade de sustentação de carga calculados para a validação e comparação dos modelos de cavitação para um perfil de secante.

Método de solução	Capacidade de sustentação de carga	∆ com relação à solução analítica
Solução analítica	38.66 N	-
Método da integral I	27.08 N	- 42.76 %
Método da integral II	27.05 N	- 42.92 %
Método das diferenças finitas	38.13 N	- 1.39 %

De acordo com os resultados da Figura 53, o modelo de cavitação de Swift-Steiber (Reynolds) está adequadamente implementado no programa VTL, uma vez que o campo de pressões hidrodinâmicas calculado numericamente utilizando o método das diferenças finitas é praticamente idêntico à solução analítica para o caso do perfil de secante considerado. Adicionalmente, pode-se observar também que o modelo de cavitação mais simplificado de half-Sommerfeld, utilizado nos métodos de solução da integral I e II, fornece uma região de área molhada menor (ver Figura 53). Consequentemente, as pressões hidrodinâmicas calculadas com este modelo de cavitação mais simplificado são mais reduzidas quando comparadas com aquelas obtidas considerando o modelo de Swift-Steiber (Reynolds). Este fato é claramente evidenciado nos valores de capacidade de sustentação de carga listados na Tabela 15, cujo valor obtido para o modelo de Swift-Steiber (Reynolds) é aproximadamente 30% maior do que aqueles calculados considerando o modelo de half-Sommerfeld.

7.4.1.5 Exemplo com perfil de cunha para a comparação das formulações de correção da viscosidade

Este exemplo tem o objetivo de verificar o efeito das diferentes formulações propostas neste trabalho para a correção da viscosidade no cálculo do campo de pressões hidrodinâmicas. No primeiro método de solução (método da integral I), a viscosidade é corrigida globalmente admitindo-se um valor médio ponderado da mesma, como descrito no item 6.2.1. No segundo e terceiro métodos de solução (método da integral II e método das diferenças finitas), a viscosidade é localmente corrigida, admitindo-se a variação ponto a ponto dessa propriedade dentro da equação de Reynolds (ver item 6.2.2). Para esta análise, considerou-se o mesmo exemplo do perfil de cunha apresentado no item 7.4.1.1. Os parâmetros utilizados para tal análise estão resumidos na Tabela 16.

Parâmetro	Valor
Velocidade da superfície móvel – $[U_2]$	-1.0 m/s
Viscosidade do lubrificante – [μ]	0.01 Pa.s
h_{min}	0.5 µm
b	3 mm
ΔH	3 µm
L	10 mm
N_p	100
Modelo de cavitação	Não
Correção da viscosidade	Sim

Tabela 16 – Parâmetros considerados para a comparação das formulações de correção da viscosidade para um perfil de cunha.

Os campos de pressões hidrodinâmicas que se desenvolvem ao longo do perfil da superfície móvel estão ilustrados na Figura 54a. Na Figura 54b são mostradas as correções da viscosidade calculadas de acordo com as formulações de correção comentadas acima.

Tabela 17 – Valores da capacidade de sustentação de carga calculados para verificar o efeito das diferentes formulações propostas neste trabalho para a correção da viscosidade no cálculo do campo de pressões hidrodinâmicas.

Método de solução	Capacidade de sustentação de carga	∆ com relação à solução analítica
Solução analítica	267.55 N	-
Método da integral I	371.18 N	+ 27.92 %
Método da integral II	300.82 N	+ 11.06 %
Método das diferenças finitas	300.29 N	+ 10.90 %



(b) Figura 54 – (a) Campos de pressões hidrodinâmicas obtidos para a comparação das diferentes formulações de correção da viscosidade; (b) Valores da correção da viscosidade calculados a partir das formulações consideradas neste trabalho.

Para este exemplo, utilizou-se um lubrificante monoviscoso do tipo SAE30, cuja variação da viscosidade devido ao efeito do "*shear-thinning*" é praticamente inexistente (ver item 3.3.6.3). Desta forma, apenas a variação da viscosidade com a pressão é significativa, como pode ser observado na Figura 54b onde os valores da correção da viscosidade tendem a aumentar de acordo com o campo de pressões. Por outro lado, através da Figura 54a, pode-se observar que o método de solução relacionado com a correção global da viscosidade (método da integral I) superestima os valores calculados de pressões. Desta forma, para análises mais precisas, recomenda-se a utilização dos métodos de solução que consideram a correção local da viscosidade (método da integral II ou o método das diferenças finitas).

7.4.2 Validação do modelo da lubrificação mista

A validação do modelo computacional do regime misto de lubrificação, proposto neste trabalho, envolvendo situações de regime permanente, será realizada com base nos resultados de referência de um programa desenvolvido por (TOMANIK, 2000). Neste caso, obtém-se de forma indireta a validação do modelo de contato das asperezas descrido no item 6.3.

Nos casos apresentados a seguir, o módulo instantâneo do VTL calcula, de forma iterativa, o valor da espessura mínima de filme lubrificante que proporciona campos de pressões hidrodinâmicas e de contato de asperezas capazes de equilibrar os carregamentos externos atuantes sobre uma superfície móvel lubrificada. Maiores detalhes sobre este procedimento de cálculo serão apresentados posteriormente.

7.4.2.1 Exemplo com perfil de cunha

A Tabela 18 resume os parâmetros considerados para a validação do modelo computacional da lubrificação mista desenvolvido neste trabalho para o caso de uma superfície móvel com perfil de cunha. O perfil da superfície fixa foi admitido plano. A disposição das duas superfícies em contato é mostrada na Figura 55. Para este caso de validação, considerou-se o modelo de contato de Greenwood-Williamson.

Parâmetro	Valor
Velocidade da superfície móvel – $[U_2]$	0.2 m/s
Lubrificante	SAE40 a 100°C
Carregamento externo $-[P_{ext}]$	10 MPa
Modelo de contato	GW
N _p	100
E^*	100 GPa
σ_{esc}	1.0 GPa
Z_s	0 µm
σ	0.185 µm
β	275.4 µm
η	3.107.10 ⁹ m ⁻²
Modelo de cavitação	half-Sommerfeld
Correção da viscosidade	Não

Tabela 18 – Parâmetros considerados para a validação do modelo computacional do regime misto de lubrificação para o caso de uma superfície móvel com perfil de cunha



Figura 55 – Disposição das superfícies utilizadas para a validação do modelo computacional do regime misto de lubrificação para o caso de uma superfície móvel com perfil de cunha (em cinza).

Os resultados obtidos são comparados em termos das pressões hidrodinâmicas e de contato que se desenvolvem ao longo do perfil da superfície móvel. Estes resultados são mostrados na Figura 56. A Tabela 19 resume os valores da espessura mínima de filme calculados a partir dos diferentes métodos de solução do modelo hidrodinâmico descritos no item 6.2. Na primeira linha da tabela é mostrado também o valor da espessura mínima de filme lubrificante calculada com o programa da referência (TOMANIK, 2000).


Figura 56 – Comparação dos campos de pressões obtidos para a validação do modelo computacional da lubrificação mista para o caso de uma superfície móvel com perfil de cunha.

Tabela 19 – Valores da espessura mínima de f	Ime Iubrificante calculados para o caso de uma
superfície móvel o	om perfil de cunha

Método de solução	Espessura mínima de filme de óleo	∆ com relação ao programa de referência
Programa de referência (TOMANIK, 2000)	0.12 µm	-
Método da integral I	0.12 µm	0.00 %
Método da integral II	0.12 µm	0.00 %
Método das diferenças finitas	0.12 µm	0.00 %

7.4.2.2 Exemplo com perfil abaulado

A Tabela 20 resume os parâmetros considerados para a validação do modelo computacional do regime misto de lubrificação desenvolvido neste trabalho para o caso de uma superfície móvel com perfil abaulado. O perfil da superfície fixa foi admitido plano. A disposição das duas superfícies em contato é mostrada na Figura 57. Para este caso de validação, considerou-se o modelo de contato de Greenwood-Tripp.

 Tabela 20 – Parâmetros considerados para a validação do modelo computacional do regime misto de lubrificação para o caso de uma superfície móvel com perfil abaulado

 Parâmetro
 Valor

 Valor
 Valor

Parâmetro	Valor
Velocidade da superfície móvel – $[U_2]$	1.0 m/s
Lubrificante	SAE40 a 100°C
Carregamento externo $-[P_{ext}]$	10 MPa
Modelo de contato	GT
N_p	100
E^*	120 GPa
σ_{esc}	2.0 GPa
Z_s	0.29 µm
σ	0.17 µm
β	29.2 µm
η	10.5.10 ⁹ m ⁻²
Modelo de cavitação	half-Sommerfeld
Correção da viscosidade	Não



Figura 57 – Disposição das superfícies utilizadas para a validação do modelo computacional do regime misto de lubrificação para o caso de uma superfície móvel com perfil abaulado (em cinza).

De forma semelhante ao item anterior, os campos de pressões hidrodinâmicas e de contato de asperezas que se desenvolvem ao longo do perfil da superfície móvel são mostrados na Figura 58. A Tabela 21 resume os valores da espessura mínima de filme calculados a partir dos diferentes métodos de solução do modelo hidrodinâmico considerados neste trabalho (ver item 6.2).



Figura 58 – Comparação dos campos de pressões obtidos para a validação do modelo computacional do regime misto de lubrificação para o caso de uma superfície móvel com perfil abaulado.

Tabela 21 – Valores da espessura mínima de filme lubrificante calculados para o caso de uma superfície móvel com perfil abaulado

Método de discretização	Espessura mínima	∆ com relação ao programa de referência
Programa de referência (TOMANIK, 2000)	0.33 µm	-
Método da integral I	0.33 µm	0.00 %
Método da integral II	0.33 µm	0.00 %
Método das diferenças finitas	0.33 µm	0.00 %

De acordo com os resultados apresentados nos itens 7.4.2.1-7.4.2.2, os campos de pressões hidrodinâmicas e de contato de asperezas calculados com o

programa computacional desenvolvido neste trabalho (VTL) são idênticos aos campos obtidos com o programa da referência (TOMANIK, 2000). A comprovação experimental destes cálculos será apresentada no próximo item.

7.5 Validação Experimental do Programa VTL

Um teste de atrito ("*reciprocating test*") foi realizado por (TOMANIK, 2008) com o objetivo de comparar o comportamento do atrito entre topografias obtidas a partir dos diferentes tipos de acabamentos superficiais atualmente utilizados em cilindro de motores de combustão interna. Para a validação do programa computacional VTL, entretanto, apenas os resultados experimentais relacionados com os acabamentos do tipo "*slide honing*" e "*plateau honing*" foram considerados. Neste caso, tais resultados experimentais foram comparados com aqueles calculados numericamente utilizando o módulo de simulação "reciprocativo" do VTL, descrito no item 7.2. A descrição desse teste experimental e a comparação efetiva dos resultados serão apresentadas a seguir.

7.5.1 Descrição do teste experimental

O teste experimental de atrito desenvolvido por (TOMANIK, 2008) consistiu em ensaiar segmentos de um mesmo tipo de anel de pistão, contra segmentos de cilindro de motores de combustão interna obtidos com diferentes tipos de acabamentos superficiais (ver Figura 59b). Os segmentos de anéis foram cortados a partir de anéis de pistão de primeiro canalete típicos de motores Diesel ("*Heavy-Duty Diesel*"), com altura de 3 mm e cobertura de PVD CrN ("*Physical Vapor Deposition*").

O teste experimental foi realizado em um equipamento de testes tribológicos do tipo CETR UMT-2 (ver Figura 59a). Os carregamentos normais atuantes nos segmentos de anéis foram aplicados através de um servo-mecanismo, e as forças de atrito geradas durante o teste foram medidas a partir de "*strain-gages*".



Figura 59 – (a) Ilustração do equipamento CETR UMT-2 utilizado no teste de atrito da referência (TOMANIK, 2008); (b) Figura esquemática da disposição do corpo e contra-corpo no teste de atrito considerado. Fonte: adaptado de (TOMANIK, 2008).

Para cada tipo de acabamento superficial de cilindro, quatro réplicas foram testadas de acordo com o seguinte procedimento:

- os segmentos de cilindro foram totalmente imersos ("*fully flooded*") em 20 ml de lubrificante do tipo SAE30 Texaco Regal na temperatura de (30°C);
- para cada réplica, duas condições de carga de 50 e 100 N (equivalentes às pressões nominais de 0.14 e 0.28 MPa) foram consideradas;
- para cada condição de carga, variou-se a rotação do sistema biela-manivela da UMT de 25 a 375 rpm (25, 50, 75, 100, 150, 250 e 375 rpm para a condição de 50 N; e 50, 100, 150, 200 e 300 rpm para a condição de 100 N). Cada uma das combinações de rotação/carga (*N*/*F_{ext}*) foi aplicada durante 20 s, e apenas as forças de atrito dos últimos 5 s foram aquisitadas;
- Para verificar o efeito do amaciamento ("quebra" das asperezas mais elevadas) das superfícies ao longo do teste, as condições de rotação e carga de 50rpm/100N e 100rpm/50N foram repetidas no final de cada réplica. Como resultado, observou-se que o efeito do amaciamento foi desprezível (TOMANIK, 2008).

Devido à assimetria do perfil da face de contato do anel considerado no teste (ver Figura 61), os coeficientes de atrito misto ($\bar{\mu}_{misto}$) nas duas direções do movimento alternado tendem a ser diferentes. Por simplicidade, apenas os coeficientes de atrito na direção positiva do movimento para a carga de 50 N serão

apresentados e discutidos. Tais resultados serão mostrados através de uma curva de Stribeck modificada, em que os coeficientes de atrito médios calculados ao longo de um ciclo completo de movimento ($\bar{\mu}_{global}$) são plotados em função das relações de rotação/carga (N/F_{ext}). A construção de uma curva Stribeck real, como discutida no item 3.2.5, não é possível uma vez que a velocidade da superfície móvel varia harmonicamente ao longo de cada ciclo, proporcionando espessuras mínimas de filme lubrificante diferentes em cada instante de tempo (efeito "normal squeeze"). Neste sentido, vale destacar que a proposta inicial da curva de Stribeck descrita no item 3.2.5 é válida somente para situações em que os coeficientes de atrito são medidos/calculados em condições de regime permanente (ausência do efeito "normal squeeze").

7.5.2 Comparação dos resultados experimentais e numéricos

Para a validação experimental do programa VTL, apenas dois tipos de acabamentos superficiais foram considerados: "*slide honing*" e "*plateau honing*". A Figura 60 ilustra os perfis de rugosidade típicos de tais acabamentos.



Figura 60 – Perfis de rugosidade típicos dos acabamentos superficiais do tipo "*slide honing*" e "*plateau honing*". Fonte: adaptado de (TOMANIK, 2008).

Os parâmetros gerais utilizados para a simulação deste teste de atrito estão listados na Tabela 22. A rugosidade das faces de contato dos segmentos de anéis (Rpk \leq 0.1 µm) é consideravelmente menor que a rugosidade dos segmentos

de cilindro (Rpk ≥ 0.4 µm). Desta forma, os parâmetros de contato relacionados com as topografias dos anéis foram desprezados para efeito de simulação. O perfil da face de contato do anel utilizado na simulação é mostrado na Figura 61. O perfil dos segmentos de cilindro foi admitido plano.

Parâmetros gerais de teste					
L	Lubrificante			SAE30 na temperatura de 30 °C	
Pressões c	le contorno ($p_1 \in p_2$)		0 Pa		
Carre	gamento (F_{ext})		50 N		
Rotações do sis	stema biela-manivela (N)		25, 50, 75, 100, 150, 250 e 375 rpm		
Coeficiente	de atrito limítrofe ($\bar{\mu}_{dl}$)		0.12		
Curso do mo	vimento alternado (L_c)			10 mm	
Comprimento da biela	do sistema biela-manive	la (L_b)	56 mm		
Propriedades das superfícies					
	Segmentos de anel			Segmentos de cilindro	
	PVD "coating" "Slid		le honing"	"Plateau honing"	
υ (-)	0.30	0.30		0.30	
E (GPa)	250	120		120	
σ_{esc} (MPa)	500	250		250	
<i>Ζ_s</i> (μm)			0.33	0.72	
σ (μ m)	Rugosidade		0.25	0.40	
β (µm)	desprezada	13.1		12.5	
$\eta (m^{-2})$		3	5.10 ¹⁰	2.8.10 ¹⁰	

Tabela 22 – Parâmetros utilizados para a simulação do teste de atrito considerado para a validação experimental do programa VTL. Fonte: adaptado de (TOMANIK, 2008).



Figura 61 – Perfil da face de contato do anel utilizado para a validação experimental do programa VTL. Fonte: adaptado de (TOMANIK, 2008).

Como comentado anteriormente, diferentes rotações do sistema bielamanivela foram consideradas para a realização dos testes de atrito. Para cada rotação, calculou-se o coeficiente de atrito médio ($\bar{\mu}_{global}$, ver item 7.2) ao longo de todo o ciclo do movimento. Devido à variação da velocidade e à assimetria do perfil do anel utilizado, a espessura de filme lubrificante, e consequentemente os coeficientes de atrito misto ($\bar{\mu}_{misto}$, ver item 5.4), diferem para cada posição ao longo do curso.

Os gráficos da Figura 62 mostram as curvas de Stribeck modificadas com os resultados dos coeficientes de atrito globais ($\bar{\mu}_{global}$) obtidos numérica e experimentalmente para as duas diferentes topografias e condições listadas na Tabela 22. Em tais curvas, dois tipos de resultados numéricos são apresentados: aqueles calculados com o programa VTL e aqueles calculados com um programa computacional baseado no modelo de atrito de anéis de pistão de motores de combustão interna desenvolvido por pesquisadores do MIT ("*Massachusetts Institute of Technology*"). Este modelo de atrito é baseado na solução da equação de Reynolds juntamente a formulação de contato de asperezas de GT. Entretanto, a metodologia utilizada em tal modelo para a determinação dos parâmetros de contato é diferente da utilizada neste trabalho. Adicionalmente, o modelo hidrodinâmico contempla o efeito da rugosidade no escoamento do lubrificante através da adoção dos "*flow-factors*" de Patir & Cheng (PATIR; CHENG, 1978). Maiores detalhes a respeito desse modelo de atrito podem ser encontrados em (TOMANIK, 2008).

Comparando os resultados experimentais e numéricos da Figura 62, pode-se observar que os resultados obtidos com o programa VTL apresentam uma ótima coerência com a realidade experimental. Os valores dos coeficientes de atrito globais presentes nos gráficos da Figura 62 estão resumidos na Tabela 23.





(b)

Figura 62 – Comparação entre os resultados experimentais e numéricos para os dois casos de acabamentos superficiais de cilindro considerados para a validação experimental do programa VTL: (a) "slide honing" e (b) "plateau honing".

ACABAMENTO SUPERFICIAL DO CILINDRO – " <i>SLIDE HONING</i> "						
Condições de teste Coeficiente de atrito global ($ar{\mu}_{global}$)			Varia	ições		
Rotação [rpm]	Carga [N]	Experimental	Simulação (TOMANIK, 2008)	Simulação (VTL)	Experimental x (TOMANIK, 2008)	Experimental x VTL
25	50	0.116	0.103	0.113	-13%	-3%
50	50	0.108	0.096	0.106	-13%	-2%
75	50	0.100	0.090	0.099	-11%	-1%
100	50	0.091	0.084	0.093	-8%	2%
150	50	0.079	0.073	0.080	-8%	1%
250	50	0.056	0.055	0.057	-2%	2%
375	50	0.043	0.041	0.035	-5%	-23%
	ACABAME	ENTO SUPERFI	CIAL DO CILI	NDRO – " <i>PL</i>	ATEAU HONIN	G "
Condiçõe	s de teste	Coeficiente	de atrito glob	al ($ar{\mu}_{global}$)	Varia	ições
Rotação [rpm]	Carga [N]	Experimental	Simulação (TOMANIK, 2008)	Simulação (VTL)	Experimental x (TOMANIK, 2008)	Experimental x VTL
25	50	0.114	0.105	0.117	-9%	3%
50	50	0.112	0.099	0.114	-13%	2%
75	50	0.111	0.094	0.111	-18%	0%
100	50	0.108	0.089	0.108	-21%	0%
150	50	0.102	0.079	0.102	-29%	0%
250	50	0.086	0.064	0.091	-34%	5%
375	50	0.074	0.053	0.077	-40%	4%

Tabela 23 – Valores dos coeficientes de atrito experimentais e numéricos presentes nos gráficos da Figura 62.

Como ilustração, os resultados obtidos numericamente com o programa VTL para o caso de acabamento "*slide honing*", na condição de rotação de 375 rpm, são mostrados na Figura 63. Neste caso, o comportamento da espessura mínima de filme lubrificante, do coeficiente de atrito misto e da correção da viscosidade para as diferentes posições da superfície móvel (anel) ao longo do movimento alternado são mostrados nos gráficos A-C, respectivamente. De forma semelhante, os campos de pressões hidrodinâmicas e de contato rugoso ao longo da face do anel, para cada posição ocupada por esta superfície, são apresentados nos gráficos D-E. Este conjunto de resultados é obtido para cada condição de rotação e carga considerada na simulação.





Figura 63 – Resultados de simulação obtidos com o programa VTL para o caso de acabamento "*slide honing*" na condição de rotação de 375 rpm.

Através do gráfico B, pode-se constatar, como esperado, que os menores valores de coeficiente de atrito ocorrem nas posições em que a velocidade da superfície móvel é máxima, ou seja, nas regiões de meio curso. Isto ocorre, pois, nestas condições, as espessuras de filme lubrificante (ver gráfico A) tendem a ser maiores devido à intensificação dos efeitos hidrodinâmicos. Nestes casos, a separação nominal entre as superfícies é maior, proporcionando a diminuição do contato das asperezas (ver gráficos E). De forma análoga, nos instantes em que a velocidade da superfície móvel é nula (pontos de reversão), o atrito é elevado, pois nestas situações os efeitos hidrodinâmicos são menos significativos, predominando desta forma o contato entre as asperezas. Por fim, como comentado anteriormente, deve-se observar que as assimetrias dos gráficos da Figura 63 ocorrem devido à própria assimetria da face de contato do anel considerado na simulação (ver Figura 61).

8 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO PARA SUPERFÍCIES COM PERFIS TEXTURIZADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados de simulação obtidos com o programa VTL para problemas envolvendo superfícies texturizadas semelhantes àquelas discutidas no item 7.5.2. O objetivo principal destas simulações é a verificação das possíveis melhorias proporcionadas por este tipo de modificação topográfica no que diz respeito à redução de atrito. Tal análise será realizada repetindo-se as mesmas simulações do teste de atrito com movimento alternado ("*reciprocating test*") descrito no item 7.5.1, considerando neste momento a face de contato do anel como sendo plana e texturizada.

8.1 Simulação 2D x Simulação 1D

Antes da apresentação de qualquer resultado, é muito importante enfatizar que devido às limitações da modelagem matemática unidimensional implementada no programa VTL (ver capítulo 6), todas as simulações que serão apresentadas a seguir desconsideram qualquer tipo de influencia dos efeitos bidimensionais no escoamento do fluido lubrificante através das micro-cavidades presentes na interface de contato. Em outras palavras, as fileiras ortogonais de micro-texturas ("*dimples*") são admitidas como sendo ranhuras ("*grooves*") de dimensões fixas (ver Figura 64).



Figura 64 – Ilustração da aproximação unidimensional considerada para a simulação de superfícies texturizadas com o programa VTL.

8.2 Dimensões das micro-cavidades utilizadas nas simulações

O diâmetro e profundidade das micro-cavidades consideradas nas simulações a seguir, são as mesmas listadas na Tabela 1 (ver item 2.2) para o caso de anéis de pistão planos que proporcionaram a redução de até 4 % no consumo de combustível em um teste de bancada de um motor de combustão interna (ETSION; SHER, 2009). Com o objetivo de analisar o efeito da densidade das micro-cavidades na redução do atrito, três diferentes espaçamentos entre "*dimples*" foram considerados. Adicionalmente, os efeitos da distribuição completa e parcial dos mesmos ao longo da face de contato do anel foram também analisados por simulação. A Tabela 24 resume as dimensões e as diferentes distribuições de micro-cavidades consideradas nas simulações cujos resultados serão apresentados nos próximos itens.

#	Diâmetro [µm]	Profundidade [µm]	Passo [µm]	Perfis Texturizados (texturização completa e parcial)
1	100	10	150	$\sum_{N=0}^{10^{6}} \sum_{0,5=1}^{10^{6}} \sum_{x(m)}^{1.5} \sum_{x(m)}^{2} \sum_{2.5=3}^{2.5} \sum_{x(m)}^{3} N_{p} = 281; \omega = 1.995; EPS = 1E-4; MAXITS = 1E5$
2	100	10	250	$\sum_{N=0}^{10^{6}} \sum_{0,5=1}^{10^{6}} \sum_{1,5=2}^{10^{6}} \sum_{2,5=3}^{10^{6}} \sum_{x10^{3}} N_{p} = 289 ; \omega = 1.995 ; EPS = 1E-4 ; MAXITS = 1E5$

Tabela 24 - Dimensões e distribuição das micro-cavidades consideradas nas simulações com o programa VTL.



8.3 Resultados de simulação com perfis texturizados em regime permanente

Antes da apresentação dos resultados de simulação envolvendo os ciclos completos do teste de atrito ("*reciprocating test*") descrito no item 7.5.1, alguns resultados preliminares em regime permanente serão ilustrados a seguir. Em todos os casos preliminares que serão mostrados, a velocidade das superfícies móveis texturizadas (anel) foi admitida constante (regime permanente) e igual a 1 m/s. A espessura mínima de filme lubrificante adotada foi de 1 µm e o lubrificante utilizado foi um tipo SAE30 na temperatura de 30°C. Estas simulações iniciais foram importantes para a melhor compreensão do mecanismo responsável pela geração de pressão hidrodinâmica (capacidade de sustentação de carga) entre superfícies paralelas devido à presença das micro-cavidades ("*micro-bearing effect*"). Outro benefício importante proporcionado por estas simulações preliminares foi a definição dos coeficientes ótimos de relaxação do método SOR (ver item 6.2.3). O conhecimento desses coeficientes é de extrema importância para acelerar o conjunto de soluções nas simulações do teste de atrito completo.

Os resultados de simulação dos perfis texturizados em regime permanente são apresentados na Figura 65 à Figura 67. Estes resultados estão dispostos aos pares, ilustrando em cada caso os campos de pressões hidrodinâmicas e de contato de asperezas para as situações de texturização completa e parcial relativas a cada variante de micro-textura listada na Tabela 24.





Figura 65 - Campos de pressões hidrodinâmicas e de contato de asperezas obtidos na simulação de regime permanente considerando a variante #1 de textura listada na Tabela 24 (passo de 150 μm):
 (a) texturização completa e (b) texturização parcial. Velocidade imposta na superfície lisa.





Figura 66 - Campos de pressões hidrodinâmicas e de contato de asperezas obtidos na simulação de regime permanente considerando a variante #2 de textura listada na Tabela 24 (passo de 250 μm):
 (a) texturização completa e (b) texturização parcial. Velocidade imposta na superfície lisa.









Figura 67 - Campos de pressões hidrodinâmicas e de contato de asperezas obtidos na simulação de regime permanente considerando a variante #3 de textura listada na Tabela 24 (passo de 450 μm): (a) texturização completa e (b) texturização parcial. Velocidade imposta na superfície lisa.

Nas figuras anteriores, é possível observar os efeitos individuais (casos de texturização completa) e coletivos (casos de texturização parcial) proporcionados pelas micro-cavidades na geração de pressão hidrodinâmica entre superfícies paralelas.

Na primeira situação (texturização completa), o efeito individual se deve às cavitações localizadas que ocorrem no início das regiões divergentes de cada micro-cavidade (ver Figura 65a, Figura 66a e Figura 67a). Por outro lado, como esperado, os máximos valores de pressão tendem a ocorrer nas porções convergentes das mesmas devido à intensificação do efeito "*physical wegde*" nessas regiões. O que é interessante observar é a geração de pressão hidrodinâmica mesmo nas regiões paralelas (planas) localizadas entre cada micro-cavidade. Isto ocorre devido às pressões não nulas observadas no final de cada ranhura, fazendo com que estas regiões paralelas atuem como micro-mancais hidrostáticos responsáveis pela geração de campos de pressões lineares.

Na segunda situação (texturização parcial), o efeito coletivo é observado pelo "acúmulo" de pressão hidrodinâmica nas primeiras porções texturizadas dos perfis (regiões à direita da Figura 65b, Figura 66b e Figura 67b). Este "acúmulo" de pressão ocorre devido a não cavitação do fluido no início das micro-cavidades localizadas nessas regiões, proporcionando nestes casos uma forma de separação convergente equivalente que é similar ao efeito "inlet roughness" descrito por (TONDER, 2001). Em outras palavras, a diferença da média das alturas das porções texturizadas e não texturizadas existentes nesses perfis proporcionam uma espécie de "Rayleigh-step equivalente", que é responsável pela geração de pressão hidrodinâmica significativa em tais situações (ver item 2.1, em especial a Figura 6). Tal efeito somado com a maior região paralela localizada entre as duas porções texturizadas conduz a aumentos significativos na capacidade de sustentação de carga (aumento dos efeitos hidrostáticos) em comparação com a configuração de texturização completa. Este aumento na capacidade de sustentação de carga nos casos de texturização parcial pode ser verificado pelos resultados listados na Tabela 25 relativos às simulações ilustradas na Figura 65 à Figura 67.

#	Diâmetro	Profundidade	Passo	Capacidade de Sustentação de Carga Hidrodinâmica (N)	
	Lhuil	[[6111]	[biii]	Texturização Completa	Texturização Parcial
1	100	10	150	48.52	216.79
2	100	10	250	54.94	131.32
3	100	10	450	49.99	84.44

Tabela 25 - Capacidade de sustentação de carga hidrodinâmica das simulações em regime permanente dos perfis texturizados mostrados na Figura 65 à Figura 67.

De acordo com os resultados da Tabela 25, a maior capacidade de sustentação de carga hidrodinâmica foi obtida para a variante #1 com distribuição parcial de micro-cavidades. Isto era esperado uma vez que esta é a situação com maior densidade de texturização. Esta constatação está de acordo com o que foi descrito no item 2.

8.4 Resultados de simulação com perfis texturizados considerando os ciclos completos do teste de atrito

As mesmas condições de velocidade e carga consideradas nas simulações do teste de atrito com movimento alternado ("*reciprocating test*") descrito nos itens 7.5.1 e 7.5.2 foram repetidas utilizando os perfis planos texturizados ilustrados na Tabela 24. Devido ao elevado custo computacional das simulações envolvendo os perfis texturizados (decorrentes do procedimento iterativo do método SOR, ver item 6.2.3), apenas o caso com o acabamento superficial do tipo "*slide honing*" foi contemplado. O objetivo destas simulações adicionais é o de comparar os coeficientes de atrito globais ($\bar{\mu}_{global}$) obtidos anteriormente para o perfil de anel abaulado, com os coeficientes calculados para os perfis planos texturizados. Tais resultados comparativos estão ilustrados na Figura 68a-c para cada variante de textura listada na Tabela 24.

Novamente, de acordo com os resultados da Figura 68, a configuração que fornece menor atrito corresponde à distribuição parcial de texturas com passo de 150 µm. Resultados detalhados calculados numericamente com o programa VTL para esta configuração estão ilustrados na Figura 69 para a condição de carga de 50 N e rotação de 100 rpm do sistema biela-manivela.



Figura 68 – Comparação dos resultados de atrito (coeficiente de atrito medio ao longo dos ciclos, $\bar{\mu}_{global}$) considerando o perfil abaulado de anel de pistão (pontos em verde e vermelho com preenchimento) e os perfis planos texturizados (pontos em azul sem preenchimento). Ver detalhes na legenda ao lado dos gráficos. (a) Texturas com passo de 150 µm; (b) Texturas com passo de 250 µm; (c) Texturas com passo de 450 µm.



Figura 69 – Resultados de simulação obtidos com o programa VTL para o perfil plano parcialmente texturizado (passo entre micro-cavidades de 150 μm). Condição de 50 N e rotação de 100 rpm do sistema biela-manivela. (a) espessura mínima de filme lubrificante; (b) coeficiente de atrito misto ao longo do ciclo; (c) campo de pressões hidrodinâmicas; (d) campo de pressões de contato.

Por outro lado, mesmo com essa configuração ótima de textura, os coeficientes globais de atrito ($\bar{\mu}_{global}$) calculados foram maiores do que aqueles obtidos experimentalmente e por simulação para o caso com perfil abaulado (ver com detalhe a Figura 68a). Uma primeira análise desse resultado conflita com todas as tendências previamente estabelecidas no item 2 relacionadas com os benefícios tribológicos (redução de atrito) proporcionados pela técnica de texturização a laser de superfícies. Esta divergência de resultados pode ser justificada devido aos seguintes motivos:

- O teste de atrito com movimento alternado ("reciprocating test") que foi reproduzido nas simulações anteriores é caracterizado por apresentar velocidades lineares bastante reduzidas. Apenas como exemplo, na situação de maior rotação do sistema biela-manivela (375 rpm), a máxima velocidade linear atingida pela superfície móvel é de 0.2 m/s. Desta forma, para os casos envolvendo perfis texturizados, estas baixas velocidades podem comprometer consideravelmente a geração de pressão hidrodinâmica decorrente do mecanismo de micro-mancais descrito no item 2.1.
- As limitações dos modelos matemáticos implementados no programa VTL podem também contribuir para tais divergências de resultados. A desconsideração dos efeitos bidimensionais (fileiras ortogonais de "*dimples*" aproximadas por ranhuras) pode conduzir a erros importantes no cálculo dos campos de pressões hidrodinâmicas e, conseqüentemente, na determinação dos valores de capacidade de sustentação de carga. Adicionalmente, a limitação do modelo de cavitação de Swift-Steiber (Reynols) no que diz respeito a não conservação do fluxo mássico nas fronteiras de reconstituição do filme lubrificante, tende também a proporcionar distorções significativas na determinação dos campos de pressões hidrodinâmicas em situações envolvendo superfícies (perfis) com descontinuidades (micro-texturas) (QIU; KHONSARI, 2009).
- Ainda com relação aos modelos matemáticos inseridos no programa VTL, é indiscutível também a limitação imposta pelo modelo de Coulomb no cálculo das forças de atrito nas regiões com contato de asperezas. Esta metodologia simplista para o cálculo das forças de atrito pode certamente comprometer

os valores finais dos coeficientes de atrito globais utilizados como parâmetros de comparação.

Das três observações desenvolvidas acima, a primeira é a única que pode ser verificada considerando os atuais modelos contemplados no programa VTL. Neste caso, um novo conjunto de simulações foi realizado considerando as dimensões típicas do sistema biela-manivela de um motor de combustão interna real (Curso: 75.6 mm ; Manivela: 144.0 mm). As rotações utilizadas foram de 500, 1000, 1500, 2000, 2500 e 3000 rpm. Os demais parâmetros foram inalterados com relação àqueles empregados nas simulações anteriores do teste de atrito (ver Tabela 22). Para este novo conjunto de simulações, foram comparados os resultados de coeficiente de atrito global obtidos numericamente considerando novamente o perfil abaulado de anel de pistão (ver Figura 61) e o perfil plano parcialmente texturizado com passo de 150 µm (maior capacidade de sustentação de carga, ver Tabela 25). Tais resultados obtidos estão ilustrados na Figura 70. Resultados detalhados para o caso do perfil plano parcialmente texturizado estão também ilustrados na Figura 71 para a condição de carga de 50 N e rotação de 2500 rpm do sistema biela-manivela.



Figura 70 – Comparação dos resultados de atrito (coeficiente de atrito médio ao longo dos ciclos, $\bar{\mu}_{global}$) considerando o perfil abaulado de anel de pistão (pontos em verde) e o perfil plano parcialmente texturizado (passo entre micro-cavidades de 150 µm) para condições de elevadas velocidades.



Figura 71 – Resultados de simulação obtidos com o programa VTL para o perfil plano parcialmente texturizado (passo entre micro-cavidades de 150 µm). Condição de 50 N e rotação de 2500 rpm do sistema biela-manivela com dimensões típicas de um motor de combustão interna.

De acordo com os resultados de atrito global dispostos no gráfico da Figura 70, mesmo para condições de elevadas velocidades, os valores de atrito obtidos por simulação para perfis planos parcialmente texturizados continuam maiores do que aqueles calculados utilizando o perfil abaulado típico de anéis de pistão (ver Figura 61). Por fim, vale destacar também que para as condições de velocidade do sistema biela-manivela consideradas nesse último conjunto de simulações (500, 1000, 1500, 2000, 2500 e 3000 rpm), o regime de lubrificação predominante foi o hidrodinâmico. Essa conclusão pode ser verificada através do gráfico D da Figura 71, em que as pressões de contato rugoso calculadas são nulas ao longo de todo o ciclo do movimento (este comportamento se repete para todas as velocidades do sistema biela-manivela consideradas). Neste sentido, é interessante observar também o comportamento da curva de Stribeck modificada da Figura 70, em que o coeficiente de atrito global tende a aumentar com o aumento da velocidade do sistema biela-manivela (tendência típica de situações em regime hidrodinâmico completo, como descrito nos itens 3.2.1 e 3.2.5). Esse comportamento é o oposto do observado nos gráficos da Figura 62 e Figura 68, onde o regime misto de lubrificação é predominante.

9 CONCLUSÃO

O presente trabalho tem como resultado principal a modelagem matemática unidimensional do regime misto de lubrificação obtida a partir de formulações clássicas, tais como a equação de Reynolds relacionada com os fenômenos hidrodinâmicos, e os modelos de Greenwood & Williamson e Greenwood & Tripp utilizados na descrição do contato de asperezas entre superfícies rugosas. A cavitação do fluido lubrificante foi também considerada através dos modelos tradicionais de half-Sommerfeld e Swift-Steiber (Reynolds). Com relação à reologia do lubrificante, as possíveis variações de viscosidade devidas ao próprio campo de pressões hidrodinâmicas e às altas taxas de cisalhamento do fluido ("shearthinning") foram também contempladas na modelagem proposta. Adicionalmente, quatro filtros não convencionais de rugosidade foram propostos e implementados com o objetivo de eliminar as distorções verificadas na definição do plano (ou linha) médio(a) de referência em topografias caracterizadas pela presença de vales profundos, tais como as obtidas após a aplicação da técnica de texturização a laser (LST). A definição adequada desse plano (ou linha) médio(a) de referência é imprescindível para a correta determinação dos parâmetros necessários para a utilização dos modelos de contato de Greenwood a partir das metodologias consideradas neste trabalho.

Toda a modelagem unidimensional foi implementada em um programa computacional denominado VTL ("*Virtual Tribology Laboratory*"), cujo código fonte está disponível para qualquer usuário interessado em realizar simulações envolvendo sistemas lubrificados caracterizados por perfis (1D) com geometrias genéricas. Uma vez que o código fonte está disponibilizado ("*open source*"), melhorias de qualquer natureza (numérica, modelagem etc.) serão sempre bem-vindas.

A validação da modelagem unidimensional proposta foi verificada utilizando os resultados experimentais de um teste de atrito com movimento alternado ("*reciprocating test*") publicado na literatura (TOMANIK, 2008). Nesse teste, segmentos de um mesmo tipo de anel de pistão com cobertura de PVD CrN foram testados contra segmentos de cilindros de motores de combustão interna obtidos a partir de dois tipos diferentes de acabamento superficial: "*slide-honing*" e

"*plateau-honing*". Como resultado, a correlação experimental dos resultados calculados com o programa VTL foi excelente.

Um aspecto positivo da utilização do programa VTL é a redução de custos laboratoriais provenientes da diminuição no número de testes realizados. Por outro lado, o programa também pode ser empregado como ferramenta para o estudo e análise dos mecanismos de lubrificação e desgaste que ocorrem em sistemas lubrificados caracterizados pelo movimento alternado ("*reciprocating motion*") das superfícies. Da mesma forma, a análise da influência de diferentes topografias e lubrificantes, bem como os efeitos do desalinhamento de corpos de provas durante ensaios tribológicos, correspondem a outros aspectos que também podem ser explorados com o auxílio do programa VTL.

O programa VTL foi também utilizado para verificar a possibilidade da redução de atrito em sistemas lubrificados envolvendo superfícies planas texturizadas, como as obtidas utilizando a técnica de texturização a laser (LST). Devido à limitação unidimensional da modelagem proposta, as fileiras ortogonais de micro-cavidades foram aproximadas como sendo ranhuras ("grooves") de dimensões fixas. Neste caso, a mesma simulação do teste de atrito com movimento alternado ("reciprocating test") realizada anteriormente considerando um anel de pistão com perfil abaulado foi repetida utilizando perfis planos texturizados. Dentre os resultados obtidos, os menores níveis de atrito foram observados para a configuração caracterizada pela distribuição parcial com maior densidade de micro-cavidades. Entretanto, estes resultados de atrito não foram menores do que os obtidos com o anel de pistão de perfil abaulado, confrontando desta forma com alguns resultados e tendências atualmente vigentes na literatura no que diz respeito aos benefícios tribológicos proporcionados pela técnica de texturização a laser (LST). Esta distorção de resultados deve-se principalmente às próprias limitações da modelagem matemática (desconsideração dos efeitos bidimensionais e modelos de cavitação que não garantem a completa conservação do fluxo mássico nas fronteiras de reconstituição do filme lubrificante) e da metodologia simplificada (Lei de Coulomb) utilizada para o cálculo das forças de atrito nas regiões de contato rugoso.

Neste contexto, pode-se concluir que a modelagem unidimensional proposta ao longo deste trabalho é bastante razoável para prever, através de simulação numérica, o comportamento global dos principais fenômenos presentes durante o regime misto de lubrificação para problemas cujas geometrias das superfícies não apresentam nenhuma forma de descontinuidade, tais como as obtidas após a técnica LST. Para situações envolvendo superfícies com perfis texturizados (micro-cavidades), apesar das limitações comentadas acima, a mesma modelagem proposta pode ser utilizada para analisar qualitativamente o mecanismo de micro-mancais responsável pela geração de pressão hidrodinâmica entre superfícies paralelas caracterizadas por esse tipo de micro-texturas.

A grande abrangência e complexidade dos temas abordados ao longo deste trabalho propiciam uma gama enorme de possibilidades para o aperfeiçoamento da modelagem matemática proposta. A seguir serão listadas algumas melhorias que poderiam ser acrescentadas futuramente e, consequentemente, implementadas no programa computacional VTL.

- Solução da equação de Reynolds generalizada bidimensional. Este tópico é imprescindível para melhorar os resultados de simulações envolvendo superfícies com micro-cavidades. A princípio, a solução desta equação generalizada bidimensional pode ser realizada utilizando o mesmo método das diferenças finitas com SOR considerado neste trabalho para o caso da equação de Reynolds unidimensional. Posteriormente, outros métodos de discretização, tais como o Método dos Elementos Finitos MEF (WADA; HAYASHI, 1971; HABCHI et al., 2008), e o Método dos Volumes Finitos MVF (CERMÁK, 1998; ARGHIR; ALSAYED; NICOLAS, 2002; HANNON; BRAUN, 2007) podem ser testados com o intuito de proporcionar maior flexibilidade no refinamento das malhas numéricas em problemas de lubrificação caracterizados por geometrias mais complexas.
- Consideração do modelo de cavitação de Jakobsson-Floberg-Olsson (JFO) que garante a conservação do fluxo mássico em todas as fronteiras de cavitação (ELROD; ADAMS, 1974; ELROD, 1981; VIJAYARAGHAVAN; KEITH, 1989, 1990a, 1990b; AUSAS et al., 2006, 2009). Em uma abordagem mais profunda, os efeitos das micro-cavitações que ocorrem entre as asperezas das superfícies rugosas durante o regime misto de lubrificação também poderão ser analisados (BAYADA; MARTIN; VÁZQUEZ, 2006).
- Desenvolvimento de uma rotina numérica mais eficiente para a solução iterativa do conjunto de equações obtidas após a discretização da equação de Reynolds generalizada bidimensional juntamente com as condições

adicionais impostas pelo modelo de cavitação de JFO. Esta maior eficiência computacional pode ser alcançada utilizando-se o método Multigrid (VENNER; LUBRECHT, 2000).

- Consideração de modelos matemáticos que contemplem o efeito da rugosidade das superfícies no escoamento do fluido lubrificante na interface de contato. O modelo tradicionalmente utilizado para este fim foi proposto por (PATIR; CHENG, 1978), e é baseado em uma equação de Reynolds modificada descrita em função de parâmetros específicos ("*flow-factors*") que são definidos para cada tipo de topografia. Entretanto, formulações mais recentes inspiradas nas técnicas de Homogeneização (método de multi-escalas) podem ser consideradas adicionalmente. Basicamente, as técnicas de Homogeneização consistem em definir uma equação de Reynolds modificada que considera as flutuações de altas freqüências relacionadas justamente com a rugosidade das superfícies (SAHLIN et al., 2005; ALMQVIST, 2006; ALMQVIST; DASHT, 2006; ALMQVIST et al., 2006a, 2006b, 2006c; FABRICIUS, 2008; ESSEL, 2008).
- Utilização de um modelo de contato (estocástico) que considere de forma mais adequada as deformações plásticas que ocorrem durante as interações entre as asperezas (KOGUT; ETSION, 2002). Adicionalmente, modelos de contato rugoso baseados nas técnicas de homogeneização comentadas no tópico 4, também podem ser utilizados (JACKSON; STREATOR, 2006).
- Consideração de modelos mais realistas para o cálculo das forças de atrito rugoso, relaxando desta forma as limitações do modelo de atrito de Coulomb utilizado no presente trabalho. O principal ganho da utilização destes modelos mais sofisticados, é que as forças de atrito rugoso são calculadas, principalmente, em função da área real de contato das asperezas, possibilitando as distinções entre as situações mais brandas e severas de contato.
- Utilização de modelos de contato que permitam a análise do aumento local de temperatura ("flash temperature") devido ao contato das asperezas e, conseqüentemente, a sua influencia nas propriedades do óleo lubrificante (redução/aumento da viscosidade, degradação oxidativa etc.) e na superfície (dilatação térmica das asperezas, oxidação etc.). Este tipo de análise

poderia ajudar a esclarecer a ocorrência do fenômeno do "*scuffing*" (McCOOL, 1988; GREENWOOD, 1991).

10 REFERÊNCIAS

ALMQVIST, A.; ESSEL, E. K.; PERSSON, L.-E.; WALL, P. Homogenization of the Unstationary Incompressible Reynolds Equation. **Tribology International**, 2006. No prelo.

ALMQVIST, A.; LUKKASSEN, D.; MAIDELL, A.; WALL, P. New Concepts of Homogenization Applied in Rough Surface Hydrodynamic Lubrication. **International Journal of Engineering Science**, 2006. No prelo.

ALMQVIST, A. **On the Effects of Surface Roughness in Lubrication**. PhD Thesis – Luleå University of Technology, Sweden, 2006.

ALMQVIST, A.; DASHT, J. The Homogenization Process of the Reynolds Equation Describing Compressible Flow. **Tribology International**, v. 39, p. 994-1002, 2006.

ALMQVIST, A.; LARSSON, R.; WALL, P. The Homogenization Process of the Time Dependent Reynolds Equation Describing Compressible Liquid Flow. Research Report, No. 4, ISSN 1400-4003, Department of Mathematics, Luleå University of Technology, submitted for publication in Tribology International, 2006.

ARCOUMANIS, C. et al. Mixed Lubrication Modelling of Newtonian and Shear Thinning Liquids in a Piston-Ring Configuration. **SAE Paper 972924**, 1997.

ARGHIR, M.; ALSAYED, A.; NICOLAS, D. The finite volume solution of the Reynolds equation of lubrication with film discontinuities. **International Journal of Mechanical Science**, v. 44, p. 2119-2132, 2002.

ASM Handbook – Vol. 18: Friction, Lubrication and Wear Technology. 1992.

AUSAS, R.; BUSCAGLIA, G.; LEIVA, J.; JAI, M.; BAYADA, G.; RAGOT, P. The Impact of the Cavitation Model in the Analysis of Micro-Textured Lubricated Journal Bearings. **Mecánica Computacional**, v. XXV, p. 1247-1258, 2006. Santa Fe, Argentina.

AUSAS, R. F.; JAI, M.; BUSCAGLIA, G. C. A Mass-Conserving Algorithm for Dynamical Lubrication Problems with Cavitation. **Trans. of the ASME – Journal of Tribology**, v. 131, 2009.

BAYADA, G.; MARTIN, S.; VÁZQUEZ, C. Micro-roughness effects in (elasto)hydrodynamic lubrication including a mass-flow preserving cavitation model. **Tribology International**, v. 39, p. 1707-1718, 2006.

BHUSHAN, B., Contact Mechanics of Rough Surfaces in Tribology: Single Asperity Contact. **Applied Mechanics Reviews**, v. 49, p. 275-298, 1996.

BOLANDER, N. W.; STEENWYK, B. D.; KUMAR, A.; SADEGHI, F. Film Thickness and Friction Measurement of Piston Ring Cylinder Liner Contact with Corresponding Modeling Including Mixed Lubrication. ICEF2004-903. **Proceedings of ICEF04 – Fall Technical Conference of the ASME Internal Combustion Engine Division**, 2004. BRIZMER, V.; KLIGERMAN, Y.; ETSION, I. A Laser Surface Textured Parallel Thrust Bearing. **Tribology Transactions**, v. 46(3), p. 397-403, 2003.

BUSH, A. W.; GIBSON, R. D.; THOMAS, T. R. The Elastic Contact of a Rough Surface. **Wear**, v. 35, p. 87-111, 1975.

CAMERON, A. Basic Lubrication Theory. Ellis Horwood Limited, 1981.

CERMÁK, J. A Control Volume-Based Discretization of the Reynolds Equation for the Numerical Solution of Elastohydrodynamic Lubrication Problems. **International Journal of Numerical Methods in Fluids**, v. 26, p. 977-986, 1998.

CHRISTOPHERSON, D. G. A new mathematical method for the solution of oil film lubrication problems. **Proc. Inter. Mech. Eng.**, v. 146, p. 126-135, 1941.

CHUNG, T. J. **Applied Continuum Mechanics**. New York, N.J.: Cambridge University Press, 1996.

DANTZIG, J. A.; TUCKER III, C. L. **Modeling in Materials Processing**. Cambridge University Press, 2001.

DOWSON, D. Generalized Reynolds Equation for Film Fluid Lubrication. International Journal of Mechanical Science, v. 4, p. 159-170, 1962.

DOWSON, D.; TAYLOR, C. M. Fundamental aspects of cavitation in bearings. Mech. Eng. publications limited, pp. 15-26, 1975. **Proceeding of the 1st Leeds-Lyon Symposium on Tribology: Cavitation and related phenomena in lubrication**.

ELROD, H. G.; ADAMS, M. L. A Computer Program for Cavitation and Starvation Problems. v.1, p. 37-41, 1974. Proceeding of the 1st Leeds-Lyon Symposium on Tribology: Cavitation and related phenomena in lubrication.

ELROD, H. G. A Cavitation and Starvation Algorithm. Journal of Lubrication Technology, v. 103(3), p. 350-354, 1981.

ESSEL, E. Homogenization of Reynolds Equations and of some Parabolic **Problems via Rothes's Method**. PhD Thesis – Luleå University of Technology, 2008.

ETSION, I.; KLIGERMAN, Y.; HALPERIN, G. Analytical and Experimental Investigation of Laser-Textured Mechanical Seal Faces. **Tribology Transactions**, v. 42(3), p. 511-516, 1999.

ETSION, I.; HALPERIN, G.; A Laser Surface Textured Hydrostatic Mechanical Seal. **Tribology Transactions**, v. 45(3), p. 430-434, 2002.

ETSION, I.; HALPERIN, G.; BRIZMER, V.; KLIGERMAN, Y. Experimental Investigation of Laser Surface Textured Parallel Thrust Bearings. **Tribology Letters**, v. 17, p. 295-300, 2004.

ETSION, I.; HALPERIN, G.; BECKER, E. The Effect of Various Surface Treatments on Piston Pin Scuffing Resistance. **Wear**, v. 261, p. 785-791, 2006.

ETSION, I.; SHER, E. Improving Fuel Efficiency with Laser Surface Textured Piston Rings, **Tribology International**, v. 42(4), p. 542-547, 2009.

FABRICIUS, J. Homogenization Theory with Applications in Tribology. Licentiate Thesis – Luleå University of Technology, Sweden, 2008.

FERZIGER, J.H.; PERIC, M. Computational Methods for Fluid Dynamics, 3rd edition. Springer-Verlag, 2002.

FLOBERG, L.; JAKOBSSON, B. The Finite Journal Bearing Considering Vaporization. **Transactions of Chalmers University Technology**, v. 190, 1957. Guthenburg, Sweden.

FLOBERG, L. On hydrodynamic lubrication with special reference to subcavity pressures and number of streamers in cavitation regions. **Acta Poly. Scand., Mech. Eng.**, series 19, 1965. Stockholm, Sweden.

FLORES, D. C.; PERES, W.; MORATO, S. P. Laser Surface Texturing of Thrust-Washers. **SAE Paper 2009-36-0192**, 2009.

GALDA, L.; PAWLUS, P.; SEP, J. Dimples shape and distribution effect on characteristic of Stribeck curve. **Tribology International**, v. 42, p. 1505-1512, 2009.

GALDA, L.; DZIERWA, A.; SEP, J.; PAWLUS, P. The Effect of Oil Pockets Shape and Distribution on Seizure Resistance in Lubricated Sliding. **Tribology Letter**, v. 37, p. 301-311, 2010.

GODET, M., et al., **Hydrodynamic Lubrication**: Bearings and Thrust Bearings. Amsterdam: Elsevier Science, 1997. (Tribology Series, 33).

GREENWOOD, J. A.; WILLIAMSON, J. Contact of nominally flat surfaces. **Proceedings of the Royal Society of London**, Series A, v. 295, p. 300-319, 1966.

GREENWOOD, J. A.; TRIPP, J. H. The Contact of Two Nominally Flat Rough Surfaces. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, v. 185(48), p.625-633, 1970.

GREENWOOD, J.A., An Interpolation formula for flash temperatures. **Wear**, v. 150, pp. 153-158, 1991.

GULWADI, S. D. Analysis of Lubrication, Friction, Blow-by and Oil Consumption in a Piston Ring Pack. **ASME-ICE Division, Spring Conference**. Fort Collins, Colorado, USA, 1997.

GUPTA, P. K.; COOK, N. H. Junction Deformation Models for Asperities in Sliding Interactions. **Wear**, v. 20, p. 73-87, 1972.

HABCHI, W.; EYHERAMENDY, D.; VERGNE, P.; MORALES-ESPEJEL, G. Stabilized Finite Element for Elastohydrodynamic Lubrication Problems. **Proceedings of the Sixth International Conference on Engineering Computational Technology** – Stirlingshire, Scotland, Paper 19, 2008.

HAMROCK, B. J.; SCHMID, S. R.; JACOBSON, B. O. Fundamentals of Fluid Film Lubrication. Second Edition. Marcel Dekker, Inc., 2004.

HERBST, H. M.; PRIEBSCH, H. H. Piston Ring Friction and Wear in an Internal Combustion Engine. Leeds-Lyon Symposium on Tribology, 2006.

HEYWOOD, J. B., Internal Combustion Engine Fundamentals. McGraw-Hill, Inc., 1988.

HANNON, W. M.; BRAUN, M. J.; HARIHARAN, S. I. The Generalized Universal Reynolds Equation for Variable Properties Fluid-Film Lubrication and Variable Geometry Self-Acting Bearings. **Tribology Transactions**, v. 47(2), p. 171-181, 2004.

HANNON, W. M.; BRAUN, M. J. Numerical Solution of a Fully Thermally Coupled Generalized Reynolds Equation (GURE) and Its Application: Part 1: Conical Bearings. **Tribology Transactions**, v. 50(4), p. 540-557, 2007.

HANNON, W. M.; BRAUM, M. J. The Generalized Universal Reynolds Equation for Variable Properties Fluid-Film Lubrication and Variable Geometry Self-Acting Bearings. VDM Verlag Dr. Müller, 2008.

HU, Y. et al. Numerical Simulation of Piston Ring in Mixed Lubrication: A Nonaxisymetrical Analysis. **Trans. of the ASME – Journal of Tribology**, v.116, p. 470-478, 1994.

HUTCHINGS, I. M. Tribology: – Friction and Wear of Engineering Materials. London: Edward Arnold, 1992.

JACKSON, R.L.; STREATOR, J.L. A multi-scale model for contact between rough surfaces. **Wear**, v. 261, p. 1337-1347, 2006.

JENG, Y. R. Impact of Plateaued Surfaces on Tribological Performance. **Tribology Transactions**, v. 39, p. 354-361, 1996.

JOHNSON, K. L. et al. A simple theory of asperity contact in Elastohydrodynamic lubrication. **Wear**, v. 19, p. 91-108, 1972.

JOHNSON, K. L. Contact Mechanics. Cambridge University Press, 1985.

KLIGERMAN, Y.; ETSION, I.; SHINKARENKO, A. Improving tribological performance of piston rings by partial surface texturing. **Tribology Transactions**, v. 127(3), p. 632-8, 2005.

KOGUT, L.; ETSION, I. An improved elastic-plastic model for the contact of rough surfaces. **3rd AIMETA International Tribology Conference**, Italy, 18-20 September 2002.

LIU, G.; WANG, Q.; LIN, C. A Survey of Current Models for Simulating the Contact between Rough Surfaces. **Tribology Transactions**, v. 42, p. 581-591, 1999.

MAJUMDAR, A.; BHUSHAN, B. Fractal Model of Elastic-Plastic Contact between Rough Surfaces. **Trans. of the ASME – Journal of Tribology**, v. 113, p. 1-11, 1991.

MALVERN, L. E. Introduction to Mechanics of a Continuous Medium. Upper Saddle River, N.J.: Prentice-Hall, 1997.

McCOOL, J.I. Comparison of models for the contact of rough surfaces. **Wear**, v.107, 1986.

McCOOL, J.I. The Distribution of Microcontact Area, Load, Pressure, and Flash Temperature under the Greenwood-Williamson Model. **Trans. of the ASME – Journal of Tribology**, v.110, p. 106-111, 1988.

MUFTI, R. A.; PRIEST, M.; CHITTENDEN, R. J. Experimental and Theoretical Study of Instantaneous Piston Assembly Friction in a Gasoline Engine. TRIB2004-64199, 2004. **Proceedings of ASME/STLE – International Joint Tribology Conference**.

MURALIKRISHNAN, B.; RAJA, J. Computational Surface and Roundness Metrology. London: Spring-Verlag, 2009.

NAYAK, P. R.; Random Process Model of Rough Surfaces. Journal of Lubrication **Technology**, v. 93, p. 398-407, 1971.

OLSSON, K. O. Cavitation in Dynamically Loaded Bearing. **Transactions of Chalmers University Technology**, Report No 380, 1965. Guthenburg, Sweden.

ONIONS, R. A.; ARCHARD, J. F. The Contact of Surfaces Having a Random Structure. **Journal of Physics**, Series D: Appl. Phys., v. 6, p. 289-304, 1973.

PATIR, N.; CHENG, H. S. An Average Flow Model for Determining Effects of Three-Dimensional Roughness on Partial Hydrodynamic Lubrication. **Journal of Lubrication Technology**, v. 100, 1978.

PAWLUS, P.; GALDA, L.; DZIERWA, A.; KOSZELA, W. Abrasive wear resistance of textured steel rings. **Wear**, v. 267, p. 1873-1882, 2009.

PRESS, W. H.; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLING, W. T.; FLANNERY, B. P. **Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing**. Third edition. New York, USA: Cambridge University Press, 2007.

PROFITO, F.; TOMANIK, E.; ZACHARIADIS, D.C. An Improved surface characterization of textured surfaces on mixed lubrication regimes. **SAE paper 2010-01-1525**, 2010.

PULLEN, J.; WILLIAMSON, J. On the Plastic Contact of Rough Surfaces. **Proceedings of the Royal Society of London,** Series A, v. 327, p. 159-173, 1972.

QIU, Y.; KHONSARI, M. M. On the Prediction of Cavitation in Dimples Using a Mass-Conservative Algorithm. **Trans. of the ASME – Journal of Tribology**, v. 131, 2009.

REYNOLDS, O. On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp Tower's experiments, including an experimental determination of the viscosity of olive oil. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London**, v. 177, p. 157-234, 1886.

RONEN, A.; ETSION, I.; KLIGERMAN, Y. Friction-Reducing Surface Texturing in Reciprocating Automotive Components. **Tribology Transactions**, v. 44(3), p. 359-366, 2001.

RYK, G.; KLIGERMAN, Y.; ETSION, I. Experimental Investigation of Laser Surface Texturing for Reciprocating Automotive Components. **Tribology Transactions**, v. 45(4), p. 444-449, 2002.

RYK, G.; KLIGERMAN, Y.; ETSION, I.; SHINKARENKO, A. Experimental Investigation of Partial Laser Surface Texturing for Piston Rings Friction Reduction. **Tribology Transactions**, v. 48(4), p. 583-588, 2005.

RYK, G.; ETSION, I. Testing Piston Rings with Partial Laser Surface Texturing for Friction Reduction. **Wear**, v. 261, p. 792-796, 2006.

SAHLIN, F.; ALMQVIST, A.; LARSSON, R.; GLAVATSKIH, S. B. A Homogenization Method for Developing Rough Surface Flow Factors in Hydrodynamic Lubrication. **Tribology International**, 2005. No prelo.

STACHOWIAK, G. W.; BATCHELOR, A. W. **Engineering Tribology**. Third edition. Elsevier Butterworth-Heinemann, 2005.

TAKATA, R.; LI, Y.; WONG, V. W. Effects of Lubricant Viscosity on Ring/Liner Friction in Advanced Reciprocating Engine Systems. ASME Paper ICEF2006-1526. **ASME-ICEF 2006 Fall Technical Conference**, 2006.

TALA-IGHIL, N.; MASPEYROT, P.; FILLON, M.; BOUNIF, Effects of surface texture on journal-bearing characteristics under steady-state operating conditions. **Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers**, Part J: J. Engineering Tribology, v. 221, p. 623-633, 2007.

THOMAS, T.; ROSÉN, B.G. Determination of the optimum sampling interval for rough contact mechanics. **Tribology International**, v. 33, p. 601-610, 2000.

TOMANIK, E. Modelamento do Desgaste por Deslizamento em Anéis de Pistão de Motores de Combustão Interna. Tese de Doutorado – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. 2000.
TOMANIK, E.; CHACON, H.; TEIXEIRA, G. A simple numerical procedure to calculate the input data of Greenwood-Williamson model of asperity contact for actual engineering surfaces. Leeds-Lyon Symposium on Tribology: Tribological research and design for engineering systems, TRIBOLOGY SERIES, v. 41, p. 205-216, 2003.

TOMANIK, E. Modelling of the Asperity Contact Area on Actual 3D Surfaces. **SAE Paper 2005-01-1864**, 2005.

TOMANIK, E. Friction and Wear Bench Tests of Different Engine Liner Surface Finishes. **Tribology International**, v. 41, p. 1032-1038, 2008.

TONDER, K. Inlet roughness tribodevices: dynamic coefficients and leakage. **Tribology International**, v. 34, p. 847–852, 2001.

VIJAYARAGHAVAN, D.; KEITH, T. G. Jr. Development and Evaluation of a Cavitation Algorithm. **Tribology Transactions**, v. 32(2), p. 225-32, 1989.

VIJAYARAGHAVAN, D.; KEITH, T. G. Jr. An Efficient, Robust and Time Accurate Numerical Procedure Applied to a Cavitation Algorithm. **Trans. of the ASME – Journal of Tribology**, v. 112, p. 44-51, 1990.

VIJAYARAGHAVAN, D.; KEITH, T. G. Jr. Grid transformation and adaption techniques applied to the analysis of cavitated journal bearings. **Trans. of the ASME** – **Journal of Tribology**, v. 112, p. 52-59, 1990.

WADA, S.; HAYASHI, H. Application of Finite Element Method to Hydrodynamic Lubrication Problems: Part2, Finite Width Bearings. **Bulletin of the Japan Society of Mechanical Engineers**, v. 14(77), 1971.

WANG, X.; LIU, W.; ZHOU, F.; ZHU, D. Preliminary investigation of the effect of dimples size on friction in line contacts. **Tribology International**, v. 42(7), p. 1118-1123, 2009.

WHITE, F. M. Viscous Fluid Flow. Third edition. New York: McGrawHill Education, 2006.

WHITEHOUSE, D. J.; ARCHARD, J. F. The Properties of Random Surfaces of Significance in Their Contact. **Proceedings of the Royal Society of London,** Series A, v. 316, p. 97-121, 1970.

WILLIS, E. Surface Finish in Relation to Cylinder Liners. Wear, v. 109, p 351-366, 1986.

		Parâmetre	os da equação de V	ogel		Parâmetros da equação de Cross				
Lubrificante	a			b (°C)	c (°C)	$\frac{\mu_{\infty}}{\mu_{0_{\mathrm{T},p_{H}}}}$	c ₁ (s ⁻¹)	c ₂ (s ⁻¹ .oC ⁻¹)	m	
	cSt	ho (kg/m°)	Pa.s			(-)				
SAE10	0.025800	850.000000	2.193000E-05	1345.420	144.580	1.000	2.300	0.02250	1.00	
SAE30	0.024600	850.000000	2.091000E-05	1432.290	132.940	1.000	2.300	0.02250	1.00	
SAE40	0.027882	850.000000	2.369970E-05	1396.000	121.700	1.000	2.300	0.02250	1.00	
SAE50	0.038400	850.000000	3.264000E-05	1349.940	115.160	1.000	2.300	0.02250	1.00	
0W40	0.013410	850.000000	1.139850E-05	1986.400	189.700	0.670	2.500	0.02600	1.00	
5W20	0.045760	850.000000	3.889600E-05	1224.000	134.100	0.940	2.500	0.02900	1.00	
5W30	0.063000	850.000000	5.355000E-05	1213.770	132.580	0.789	2.500	0.02774	1.00	
5W40	0.132000	850.000000	1.122000E-04	1018.740	125.910	0.800	2.300	0.02250	1.00	
10W30A	0.140300	850.000000	1.192550E-04	869.720	104.400	0.760	2.300	0.02250	1.00	
10W30B	0.091300	850.000000	7.760500E-05	1022.700	110.930	0.760	2.300	0.02250	1.00	
10W50A	0.035200	850.000000	2.992000E-05	1658.880	163.540	0.490	2.430	0.02180	1.00	
10W50B	0.050700	850.000000	4.309500E-05	1362.400	129.800	0.520	2.280	0.02690	1.00	
15W40A	0.122300	850.000000	1.039550E-04	933.460	103.890	0.900	2.300	0.02250	1.00	
15W40B	0.034350	850.000000	2.919750E-05	1424.300	137.200	0.790	2.500	0.02600	1.00	
15W40C	0.103500	850.000000	8.797500E-05	1044.870	110.530	0.800	2.500	0.02770	1.00	
20W30	0.160600	880.000000	1.413280E-04	811.962	93.458	0.800	2.300	0.02250	1.00	
20W40	0.185200	885.000000	1.639020E-04	793.329	83.931	0.800	2.300	0.02250	1.00	
20W50	0.063900	850.000000	5.431500E-05	1255.460	117.700	0.840	2.300	0.02250	1.00	

APÊNDICE A – Propriedades reológicas de alguns lubrificantes automotivos

APÊNDICE B – An Improved surface characterization of textured surfaces on mixed lubrication regimes

An improved surface characterization of textured surfaces on mixed lubrication regimes¹

Francisco J. Profito Universidade de São Paulo / MAHLE – Brasil

> Eduardo Tomanik MAHLE Brasil TechCenter

Demetrio C. Zachariadis Universidade de São Paulo - Brasil

ABSTRACT

Numerical characterization of surfaces with deep dimples, e.g. Laser Textured Surfaces, poses questions relative to the standard filtering techniques used to separate roughness, waviness and form effects. Usual roughness filters would produce a reference plane several micrometers "below" the surface. If this surface plane will be used as reference for mixed lubrication modeling, no hydrodynamic pressures and excessive high contact pressures may be calculated.

The conventional roughness filters, Gaussian and Rk, and 4 other filters were applied in an artificially dimpled surface in order to demonstrate and especially to discuss how the Greenwood contact parameters were affected. Depending on the filter used, the estimation of the minimum surface separation for asperity contact varied two magnitude orders. The high surface separation predicted using the parameters calculated by the usual filters would result that no hydrodynamic support would be predicted by the mixed lubrication models. For input on models of mixed lubrication, the mode based filters appeared to be recommended.

1. INTRODUCTION

Current surface finishes (e.g. honing) applied to cylinder/liner topographies of internal combustion engines (ICE) have non-Gaussian heights distribution. The surface has more valleys than peaks, the valleys work as micro-lube reservoirs as well as traps for wear or foreign particles. The reduced peaks cause less metal-to-metal contact, hence reducing friction. Nowadays, laser texturing is being considered for automotive application [1-5]. Such texturing adds localized deep dimples on the surface and deserves great attention due to its friction reduction potential (e.g. 4% reduction in fuel consumption is claimed with the use of laser textured piston rings [6]). A correct surface characterization is important in order to compare different surfaces, extract surface parameters used in mathematical models of mixed lubrication and provide appropriate parameters to control the production of surface finishes.

Due to the reciprocating movement and relatively high loading, piston and especially the piston-rings operate in mixed lubrication regime. Both hydrodynamic and asperity contact phenomena occur due to the small separation of the lubricated surfaces. Most of the models for mixed regimes use some form of the Reynolds equation for the hydrodynamic phenomena and some statistical description of surface roughness to take into account the asperities interactions and its tribological effects, see e.g. [7]. The Greenwood-Tripp model is the most common model used for that. Both models depend on a proper definition of the reference plane (or reference line for profiles). The surface separation, characterized by the distance between the reference planes, defines the nominal oil film thickness and the contact between the rough surfaces. In this work, the calculation of the contact parameters related to the Greenwood's model are based on the method proposed in [8-9].

¹ Publicação SAE International 2010-01-1525.

Similarly to other engineering surfaces, laser textured surfaces are comprised of a range of spatial wavelengths. Filtering techniques are adopted prior to surface numerical characterization in order to separate the different wavelength components into well-defined bandwidths. Standard filtering techniques currently used include Gaussian and Rk filters [10]. Examples of laser textured surfaces are shown in figure 1.



Figure 1 – Examples of surfaces with laser texturing. Dimples ´ dimensions: (a) diameter: 40-50 μm; depth: 4-8 μm; pitch: 100μm. (b) diameter: 100 μm; depth: 5-9 μm; pitch: 300 μm.

In the present work, it is discussed that roughness characterization of such textured surfaces is not properly addressed when the standard roughness filters are used. Even using the Rk filter, peaks and other surface characteristics are overestimated due to the change on the reference plane (or reference line for profiles). Regarding roughness, the reference plane is usually the mean plane, i.e. the horizontal plane that divides the surface in two regions with equal volumes (or areas for profiles). But for surfaces with deep and wide valleys, e.g. Laser Textured Surface, the roughness mean plane tends to be below most of the "plateaued" region, since the dimples move the reference downwards. Although coherent from a roughness evaluation perspective, such reference plane may mislead the contact area evaluation and produce an excessive high "nominal surface separation" on the hydrodynamic model. In order to address this problem, the performance of some different filters for roughness of LST will be discussed ahead.

2. ROUGHNESS CHARACTERIZATION

3D surface measurements are more appropriated to describe structured surfaces, but for simplicity this work will rely on 2D profile measurements. A typical stylus-based instrument can measure roughness, waviness and form [10]. In order to separate roughness from shape deviations, three steps are performed:

- Fitting: The original profile may contain significant form distortion due to measurement misalignments and/or residual slope of the topography. The fitting process eliminates profile forms such as line, plane, circle, sphere or cylinder using linear algebra techniques. Fitting is used primarily as a pre-processing step in surface analysis. In this paper, only linear fitting was considered.

- Filtering: The filtering process consists in the division of the profile or topography in different wavelengths bandwidths. Engineering surfaces are assumed to have a fine texture called roughness superimposed on a more general curvature called waviness (see figure 2). The motivation for such classification comes from the fact that roughness and waviness have different origins and affect functionality parts in different ways [11].

- Parameterization: After fitting and filtering, several numerical parameters are calculated from the roughness profile. These parameters are important in the design of engineering components and for the quality control of engineering surfaces.

Summarizing, a typical engineering surface consists of a range of spatial frequencies. The high frequency or short wavelength components are referred to as roughness, the medium frequencies as waviness and low frequency components as form.



Figure 2 – Roughness and waviness of a typical engineering surface [11].

Several roughness parameters may be calculated from the roughness topographies and are used as actual quantitative information to link component's functionality, manufacturing process variation and surface texture. In this work, only the Abbott curve parameters and the Greenwood contact parameters were considered in order to analyze the filtering performance. The Abbott parameters (see figure 3) are commonly used for roughness description of non-Gaussian surfaces.



Figure 3 – Definition of the Abbott curve parameters (ISO 4287). Adapted from [12].

Abbott curve parameters:

- Rpk: Profile peak roughness [µm]
- Rk: Profile core roughness [µm]
- Rvk: Profile valley roughness [µm]
- Mr1: Peaks material ratio [%]
- Mr2: Valleys material ratio [%]

The Greenwood models calculate micro-contact and pressures that arise when two rough surfaces approach each other. Figure 4 shows schematically the Greenwood-Williamson model. The rough surface is assumed to be covered with asperities spherical in shape, with a constant radius β . The summit heights are assumed to follow a normal distribution with mean Z_s and standard deviation σ . The summits are uniformly distributed with density η of summits per unit area. In this work, the Greenwood contact parameters were calculated using the software MAHLE-SUMMITS, described in [8,9]. It is important to note that summits were considered to be the local maximum points above the surface reference line.



from [9].

3. FILTERS USED TO CHARACTERIZE TEXTURED SURFACES WITH DEEP VALLEYS

In the past, electrical high-pass filters composed by two-resistor-capacitor (2RC) were used to obtain the roughness profiles from the voltage ratio of the analogical circuit. With increasing computing capabilities, electrical filters became obsolete and digital filtering began common. The previous electrical filters are now described by mathematical weighing functions that depend on the cut-off. A cutoff serves to separate the short-wavelength components from the long-wavelength components [11]. Finally, the profile mean line is obtained by convolving the profile raw data with the weighing function. The mean line is then subtracted from the original profile to obtain the roughness profile [10]. The following sections will give a brief description of the two most common filters used in engineering applications (Gaussian and Rk filters) and the non-conventional filters proposed to deal with textured surfaces with deep valleys, namely double Rk and Second-order Robust Gaussian Regression filters. Two other filters based on finding a reference line close to the plateau region will also be proposed and discussed. To illustrate the use of each filter, artificial dimples (deep valleys) were added in a real baseline profile (a cast iron surface after polishing, see figure 5). Dimple dimensions are in μ m: diameter = 150, depth = 20 and pitch = 200.



Figure 5 – Profile used to compare the capabilities of the different filters for a textured surface with deep valleys, after linear fitting. Notice the different scales. (a) original baseline profile. (b) artificially dimpled profile.

3.1. Gaussian filter

Gaussian filter is the most used filter for engineering applications, and it is described in ASME B46.1 [13] and ISO 11562 [14]. The weighing function of the Gaussian filter is given by [11]

$$S(x) = \frac{1}{\alpha\lambda_{\rm c}} \exp\left[-\pi \left(\frac{x}{\alpha\lambda_{\rm c}}\right)^2\right]$$
(1)

where $\alpha = \sqrt{\ln 2/\pi} = 0.4697$, x is the coordinate of the weighing function and λ_c is the long-wavelength roughness cutoff.

The Gaussian filter is a low-pass filter because it transmits low frequencies only (or wavelengths greater than the cutoff). Both the ASME B46.1 and ISO 11562 standards provide guidelines to define the cutoff ratios that may be chosen as well. For all filters considered in this paper, it was assumed a cutoff of 0.8 mm and the digital filtering was done using FFT (Fast Fourier Transform method). Figure 6 shows the results obtained after applying the Gaussian filter in the artificial dimpled profile of figure 5. As expected, this filter shifted downwards the reference line.



Figure 6 – Roughness profile obtained using the Gaussian filter. Cutoff 0.8mm.

3.2. Rk filter

The Gaussian filter is not suitable for textured surfaces since it causes "artificial peaks" in the presence of localized pits, valleys or dimples. Robust filtering was developed as a way of suppressing the false peaks around valleys and it is now a common practice. ISO 13565 [15] recommends a twostep Gaussian filtering for surfaces with deep valleys. In the first step, the primary profile is filtered using a low pass Gaussian filter. The modified profile is then treated through the same Gaussian low pass filter and the obtained new mean line becomes the final profile mean line [10]. Figure 7 shows the roughness profile obtained after application of Rk filter to the same dimpled surface considered before.



Figure 7 – Roughness profile obtained using the Rk filter. Cutoff 0.8 mm.

Comparing figures 6 and 7, it can be seen that the Rk filter caused a lower downward shift in the reference line than the Gaussian filter. The original "plateaued" region is now located at proximally 3 µm above the mean line. Such shift in the reference line will impact the mixed lubrication calculation.

Assuming that the plateau region is a good indication of the reference line, one can postulate that the two-step interaction process was not adequate to filter surfaces with very deep valleys.

3.3. Double Rk filter

As a first non-conventional filter adopted to deal with surfaces composed of very deep valleys, an approach based on an extension of the standard Rk filter was attempted [16]. In this case, a double Rk filter is obtained applying a four-step Gaussian filtering. As can be seen in figure 8, this procedure is more appropriate for very deep valleys, defining a reference line closer to the plateau region.



Figure 8 – Roughness profile obtained using the double Rk filter. Cutoff 0.8 mm.

3.4. 2nd order Robust Gaussian regression filter

In order to define a more robust filter by performing the multiple passes procedure, the 2nd order Gaussian regression filter was applied in the study profile. The Gaussian regression filter is a modification of the Gaussian filter conceived in order to overcome some limitations such as edge distortion, inability to deal with large form and outlier-induced distortion [17,18]. It combines the traditional Gaussian filter with either a zero-order or a second order polynomial fit to reduce edge effect and large form issues. For this filter, the waviness profile at any location is obtained by minimizing the function E given by [10,11]:

$$Minimize \rightarrow E(k) = \sum_{p=1}^{n} [z(p) - w(k)]^2 S(k, p) \Delta x$$
(2)

where z is the profile heights, w the mean line ordinate, Δx the profile spacing and S the modified Gaussian weighting function defined as:

$$S(k,p) = \frac{1}{\lambda_{\rm c}\sqrt{\ln(2)}} \exp\left[-\frac{\pi^2}{\ln(2)} \left[\frac{(\rm k-p)\Delta x}{\lambda_{\rm c}}\right]^2\right]$$
(3)

For a 2nd order polynomial fit, the Gaussian regression filter shows no edge distortion and provides good results in the presence of large form effects. In the present work, only second-order polynomial fit is discussed. In this case, equation (2) can be rewritten as:

$$Minimize \rightarrow E(k) = \sum_{p=1}^{n} [z(p) - Ax(k, p)^2 - Bx(k, p) - C]^2 S(k, p) \Delta x$$
(4)

where the constants A, B and C are calculated considering the minimization condition. The 2nd order Gaussian regression filter minimizes the deviations between the raw data and a quadratic term in order to define the ordinate of the reference line at each point.

Finally, the 2nd order robust Gaussian regression filter is achieved combining the Gaussian regression filter, through equation (4) with an additional vertical weight function $\delta(i, p)$. Various vertical weighting functions based in different scale parameters are possible [19]. In this work, it was adopted the Tukey formulation based on the median scale parameter described in [10,11]:

$$Minimize \rightarrow E(k) = \sum_{p=1}^{n} [z(p) - Ax(k, p)^2 - Bx(k, p) - C]^2 \delta(i, p) S(k, p) \Delta x \quad (5)$$

where i is the iteration number and p the ordinate index of the profile. In the first iteration, $\delta(i, p)$ is set to unity. In subsequent iterations, $\delta(i, p)$ is calculated by equation (6). See [10]

$$\delta(i+1,p) = \left\{ 1 - \left[\frac{r(i,p)}{c_B} \right]^2 \right\}^2 \qquad for \qquad \left| \frac{r(i,p)}{c_B} \right| < 1 \quad (6)$$

$$\delta(i+1,p) = 0 \qquad for \qquad otherwise$$

where $C_B = 4.4 median[r(i,p)]$ and r(i,p) is the roughness profile in the iteration i. The convergence is based on the median statistic. Considering this approach, the reference line is defined by an iterative procedure that updates the values of $\delta(i + 1, p)$ at each iteration. As C_B tends to decrease, the termination of the iterative algorithm occurs for $C_B < 0.304$ [11] or when its value stops to decrease. The results obtained applying the second-order Robust Gaussian regression filter are depicted in figure 9. As expected, the calculated mean line was close to the plateau region, which would be more appropriate for modeling of mixed lubrication regimes.



Figure 9 - Roughness profile obtained using the 2nd order robust Gaussian regression. Cutoff 0.8mm

3.5. Simple Height Mode

Taking in account that the plateau region would be a reasonable candidate for the reference line, a very simple "filter" was tried: after Rk filtering, the height mode, i.e. the height with higher frequency of the fitted profile is found and the profile reference is vertically shifted to this value. The results obtained are depicted in figure 10. The calculated mean line was very close to the plateau region.



Figure 10 – Roughness profile obtained using the simple height mode approach.

3.6. Iterative Height Mode

A more comprehensive approach to find the height mode is to successively apply the Gaussian filter till the filtered calculated height mode reaches zero within a given tolerance. The results obtained are depicted in figure 11. Again, the calculated mean line was very close to the plateau region.



Figure 11 – Roughness profile obtained using the iterative height mode approach

4. RESULTS WITH DIFFERENT FILTERS

Rq, the Abbott curve and the Greenwood contact parameters calculated with the mentioned filters are shown in table 1 for the original baseline profile. The unfiltered values are influenced by the profile waviness, and are given just for reference. All filters produced very similar results for the roughness and contact parameters.

Table 2 shows the calculated parameters for the artificially dimpled one. Roughness values are not sensitive for the different filters. However, the contact parameters showed strongly dependence of the applied filter. The deep dimples downwards shifted the reference line as shown in figures 6 to 8, which caused an over-estimation on the summits mean height and standard deviation. The Gaussian based filters produce contact values of the same magnitude than the unfiltered one. The robust Gaussian regression and the mode based showed successively lower contact parameters.

Estimation of the minimum surface separation for asperity contact varied two magnitude orders depending on the used filter. The high surface separation obtained using the parameters calculated by the usual filters would result that no hydrodynamic support would be predicted by the mixed lubrication models.

Parameter	Unfiltered (only fitting)	Gaussian	Rk	Double Rk	Robust Gaussian regression	Simple Height Mode	Iterative Gaussian Height Mode
Rq [µm]	0.15	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13
Rpk [µm]	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09	0.09
Rk [µm]	0.44	0.25	0.25	0.26	0.24	0.25	0.25
Rvk [µm]	0.23	0.22	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23
Mr1 [%]	6.4	8.6	8.4	8.5	9.0	8.4	8.4
Mr2 [%]	89.4	86.1	85.6	85.7	85.5	85.6	85.6
<i>Ζ_s</i> [μm]	0.14	0.09	0.07	0.06	0.08	0.08	0.07
σ [µm]	0.09	0.06	0.05	0.05	0.06	0.06	0.05
β [µm]	20.2	19.8	19.6	19.2	19.8	19.8	19.6
$\eta \ge 10^{10} \text{ [m}^{-2}\text{]}$	2.35	1.97	1.07	0.49	1.74	1.38	1.07

Table 1 – Original baseline profile – Calculated Parameters with different filters

Table 2 – Dimpled profile – Calculated Parameters with different filters

Parameter	Unfiltered (only fitting)	Gaussian	Rk	Double Rk	Robust Gaussian regression	Simple Height Mode	Iterative Gaussian Height Mode
Rq [µm]	7.09	7.18	7.18	7.18	7.18	7.18	7.17
Rpk [µm]	0.07	0.04	0.05	0.06	0.05	0.05	0.08
Rk [µm]	2.71	3.00	3.00	2.95	2.99	3.00	2.96
Rvk [µm]	18.75	18.66	18.66	18.67	18.67	18.66	18.66
Mr1 [%]	0.4	0.1	0.1	0.5	0.2	0.1	0.4

Mr2 [%]	52.2	51.8	51.8	51.8	51.9	51.8	51.8
Ζ _s [μm]	5.94	6.09	3.02	1.10	0.75	0.09	0.07
σ [µm]	0.43	0.51	0.27	0.13	0.11	0.06	0.04
β [µm]	18.0	17.9	17.9	17.9	17.9	17.7	17.3
η x 10 ¹⁰ [m ⁻²]	0.27	0.27	0.27	0.27	0.27	0.14	0.10

5. DISCUSSION

To compare the performance of the different filters, the relative differences Δ between the Greenwood parameters found for each filter, for the dimpled profile, and the one found on the baseline profile with Rk filtering were analyzed. The basis for such reference choice is that the inclusion of dimples would not significantly change the asperities distribution. Physically, the vertical distance between the highest profile point to the reference mean line without and with dimples should be the same. Values of the asperity mean height (Z_s), height standard deviation (σ) and mean radius (β) should remain almost unchanged. The asperity should be reduced 90% (to 10% of the reference value) since the dimples remove the asperities located in their regions. The relative differences are presented in table 3. Differences on Z_s and σ are plotted in figure 12. In the plots the unfiltered and Gaussian results were omitted due to their very high values.

Table 3 – Deviation on the dimpled profile from the value calculated for the baseline with the Rk filter.

Contact Parameter	Unfiltered (only fitting)	Gaussian	Rk	Double Rk	Robust Gaussian regression	Simple Height Mode	Iterative Gaussian Height Mode
$\Delta[Z_s]$	8386%	8600%	4214%	1471%	971%	29%	-1%
$\Delta[\sigma]$	760%	920%	440%	160%	120%	14%	-12%
$\Delta[\beta]$	-8%	-9%	-9%	-9%	-9%	-9%	-12%
$\Delta[\eta]$	-75%	-75%	-75%	-75%	-75%	-87%	-91%

For the Rk and double Rk filters, Z_s showed more than two magnitude order difference. For the Robust Gaussian Regression filter, Z_s showed one magnitude order difference. For σ , the mentioned filters also showed deviations at least 60% higher. Only the mode based filters were able to produce Z_s and σ values similar to the reference. Remembering that the Greenwood model will predict that the asperity contact starts at a surface separation equal to $(Z_s + 3\sigma)$, such deviations will strongly overestimate the surface separation.





Figure 12 – Deviation on the dimpled profile from the value calculated for the baseline with Rk filter. (a) Z_s and (b) σ .

6. SUMMARY/CONCLUSIONS

Numerical characterization of surfaces with deep dimples, e.g. Laser Textured Surfaces poses questions relative to the standard filtering techniques used to separate roughness, waviness and form effects. Usual roughness filters would produce a reference plane several micrometers "below" the surface. If this surface plane will be used as reference for mixed lubrication modeling, no hydrodynamic pressures and excessive high contact pressures may be calculated.

The conventional roughness filters, Gaussian and Rk, and 4 other filters were applied in an artificially dimpled surface in order to demonstrate and especially to discuss how the Greenwood contact parameters were affected. According to the results shown in tables 1 and 2, the traditional Gaussian and Rk filters are not suitable for calculating the Greenwood parameters with the author method described in [9], for surfaces with very deep valleys, as the ones found in Laser Surface Textures. The high vertical shift on the reference line (or plane for 3D measurements) would cause overestimation of the asperity contact parameters. Estimation of the minimum surface separation for asperity contact varied two magnitude orders depending on the used filter. The high surface separation predicted using the parameters calculated by the usual filters would result that no hydrodynamic support would be predicted by the mixed lubrication models.

The results show that the improved filtering techniques here presented yield more realistic surface characterization being thus more adequate to the calculation of Greenwood parameters. According to the table 3 and figure 12, the mode based filters were able to produce the Greenwood contact parameters of dimpled profile similar to those related to the baseline reference (non-textured profile).

REFERENCES

- 1. Ronen, A., Etsion, I., Kligerman, Y., "Friction-Reducing Surface-Texturing in Reciprocating Automotive Components," Trib. Trans., 44(3):359-66, 2001.
- 2. Ryk, G., Kligerman, Y., Etsion, I., "Experimental Investigation of Laser Surface Texturing for Reciprocating Automotive Components," Trib. Trans., 45(4):444-9, 2002.
- 3. Kligerman, Y., Etsion, I., Shinkarenko, A., "Improving Tribological Performance of Piston Rings by Partial Surface Texturing", J. Tribol. Trans. ASME, 127(3):632-8, 2005.
- 4. Ryk, G., Kligerman, Y., Etsion, I., Shinkarenko, A., "Experimental Investigation of Partial Laser Surface Texturing for Piston Rings Friction Reduction", Trib. Trans., 48:583-8, 2005.
- 5. Ryk, G., Etsion, I., "Testing Piston Rings with Partial Laser Surface Texturing for Friction Reduction", Wear 261(7-8):792-6, 2006.

- Etsion, I., Sher, E., "Improving Fuel Efficiency with Laser Surface Textured Piston Rings", Tribol. Intern., 42:542-547, 2009.
- Jocsak, J., Wong, V., Tomanik, E., Tian, T., "The Characterization and Simulation of Cylinder Liner Surface Finishes," ASME paper ICES2005-1080, 2005.
- Tomanik, E., Chacon, H., Teixeira, G., "A Simple Numerical Procedure to Calculate the Input data of Greenwood-Williamson Model of Asperity Contact for Actual Engineering Surfaces", Leeds-Lyon Symposium on Tribology: Tribological Research and Design for Engineering Systems, TRIBOLOGY SERIES, 41: 205-216, 2003.
- Tomanik, E., "Modelling of the Asperity Contact Area on Actual 3D Surfaces", SAE Technical Paper 2005-01-1864, 2005.
- Raja, J., Muralikrishnan, B., Fu, S., "Recent Advances in Separation of Roughness, Waviness and Form", J. Prec. Eng., 26:222-235, 2002.
- Muralikrishnan, B., Raja, J., "Computational Surface and Roundness Metrology", Spring-Verlag, London, ISBN 978-1-84800-296-8, 2009.
- Baker, A., National Measurement Institute, APMP Surface roughness intercomparison, personal communication, 2007-2008.
- 13.ASME B46. Surface Texture (Surface Roughness, Waviness and Lay), 2002.
- ISO 11562. Geometrical Product Specification (GPS) Surface Texture: Profile Method Metrological Characteristics of Phase Correct Filters, ISO. Geneva, 1996.
- ISO 13565-1(E), Geometrical Product Specification (GPS) Surface Texture: Profile Method; Surfaces Having Stratified Functional Properties - Part 1: Filtering and General Measurement Condition, 1996.
- 16. Muralikrishnan, B., personal communication, Jul. 2009.
- Brinkman, S, Bodschwinna, H., "Advanced Gaussian Filters", Blunt L, Jiang X, editors. Advanced techniques for assessment surface topography. London and Sterling: Kogan Page Science; p. 62– 89, 2003.
- Brinkman, S, Bodschwinna, H, Lemke, H-W, "Development of a Robust Gaussian Regression Filter for Three-Dimensional Surface Analysis", Proceedings of the X International Colloquium on Surfaces. 2000. p. 122–31.
- Pawlus, P., Dobrzanski, P., "Digital Filtering of Surface Topography: Part II. Applications of Robust and Valley Suppression Filters", J. Prec. Eng., 2010. ARTICLE IN PRESS.

Livros Grátis

(<u>http://www.livrosgratis.com.br</u>)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração Baixar livros de Agronomia Baixar livros de Arquitetura Baixar livros de Artes Baixar livros de Astronomia Baixar livros de Biologia Geral Baixar livros de Ciência da Computação Baixar livros de Ciência da Informação Baixar livros de Ciência Política Baixar livros de Ciências da Saúde Baixar livros de Comunicação Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE Baixar livros de Defesa civil Baixar livros de Direito Baixar livros de Direitos humanos Baixar livros de Economia Baixar livros de Economia Doméstica Baixar livros de Educação Baixar livros de Educação - Trânsito Baixar livros de Educação Física Baixar livros de Engenharia Aeroespacial Baixar livros de Farmácia Baixar livros de Filosofia Baixar livros de Física Baixar livros de Geociências Baixar livros de Geografia Baixar livros de História Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura Baixar livros de Literatura de Cordel Baixar livros de Literatura Infantil Baixar livros de Matemática Baixar livros de Medicina Baixar livros de Medicina Veterinária Baixar livros de Meio Ambiente Baixar livros de Meteorologia Baixar Monografias e TCC Baixar livros Multidisciplinar Baixar livros de Música Baixar livros de Psicologia Baixar livros de Química Baixar livros de Saúde Coletiva Baixar livros de Servico Social Baixar livros de Sociologia Baixar livros de Teologia Baixar livros de Trabalho Baixar livros de Turismo