

*UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS*  
*ESCOLA DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE*  
*COMPUTAÇÃO*  
*PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA*  
*ELÉTRICA*

*Contribuições para o Projeto de*  
*Transformadores Monofásicos a Seco Sob*  
*Excitação Não-Senoidal*

Romulo Mendes Lima

Orientador: Prof. Dr. Adalberto José Batista

Goiânia

2007

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Romulo Mendes Lima

*Contribuições para o Projeto de  
Transformadores Monofásicos a Seco Sob  
Excitação Não-Senoidal*

Dissertação apresentada à coordenação do  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia  
Elétrica e de Computação como parte dos  
requisitos para obtenção do título de mestre  
em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Engenharia Elétrica.

Orientador:  
Prof. Dr. Adalberto José Batista

Goiânia

2007

Dissertação de Mestrado sob o título “*Correção das perdas medidas no núcleo sob o fluxo distorcido*”, defendida por Romulo Mendes Lima e aprovada em 10 de fevereiro de 2007, em Goiânia, Goiás, pela banca examinadora constituída pelos doutores:

---

Prof. Dr. Adalberto José Batista  
Orientador, EEEEC/UFG

---

Prof. Dr. ....

---

Prof. Dr. ....

*Aos meus pais, João Paulo e Nilva,  
aos meus irmãos Ana Paula e Rodrigo,  
à minha namorada, Julliane  
e à minha madrinha Tia Bí.*

# *Agradecimentos*

Ao Prof. Dr. Adalberto José Batista, pela orientação, incentivo, paciência, e grande dedicação a este trabalho.

Ao Prof. Kirk Douglas Jacobson, pela atenção concedida.

A todos os professores e funcionários da Escola de Engenharia Elétrica e da Computação da Universidade Federal de Goiás pela simpatia e interesse.

A Capes pelo incentivo financeiro concedido durante dois anos.

A todos os colegas de trabalho, em especial àqueles do Laboratório de Materiais e Componentes Elétricos (LAMCE).

A minha namorada Julliane, pelos momentos de descontração, paciência e apoio.

Aos meus irmãos Ana Paula e Rodrigo, pela compreensão, ajuda e companheirismo dedicados durante toda minha vida.

Aos meus pais, João Paulo e Nilva, pelo apoio, incentivo e pela formação sólida que me proporcionaram.

*“O verdadeiro campeão é  
aquele que supera a fase da dor e  
alcança a fase da agonia.”*

***Citado por Mauro Roriz***

# *Resumo*

Este trabalho apresenta uma nova metodologia e um novo procedimento para o projeto transformadores a seco com núcleo de aço ao silício e sob excitação não-senoidal.

Como principais contribuições deste trabalho, destacam-se a generalidade dos modelos utilizados para cálculo das perdas no núcleo e nos enrolamentos do transformador, bem como, da metodologia e do procedimento de projeto. De fato, esta generalidade significa que estes modelos permitem projetar o transformador levando-se em consideração, além do efeito pelicular e do efeito de proximidade nos enrolamentos, os conteúdos harmônicos das formas de onda das correntes e das tensões nos mesmos. Além disso, a metodologia e o procedimento de projeto são aplicáveis a qualquer situação, desde que as formas de ondas das correntes e das tensões sejam periódicas e suas frequências fundamentais sejam compatíveis com a aplicação de lâminas de aço ao silício. Ressalta-se, entretanto, que os parâmetros do modelo de perdas magnéticas adotado devem ser válidos para a forma de onda de tensão aplicada ao enrolamento primário do transformador.

Além das contribuições supra, destaca-se o desenvolvimento, pelo autor, de um programa computacional, denominado MAGNETO, com base na metodologia e no procedimento de projeto. São apresentados 5 exemplos de projeto realizados através deste programa. Nos três primeiros, explora-se a funcionalidade do programa quanto à frequência de operação do transformador. No quarto exemplo, explora-se esta funcionalidade para o caso em que o transformador alimenta cargas não-lineares. Finalmente, no quinto exemplo, mostra-se a aplicação do programa para o projeto de dois transformadores que fazem parte do circuito de um estabilizador de tensão alternada prático.



# *Abstract*

This work presents a new methodology and a new procedure to design dry type transformers with silicon steel core under non-sinusoidal excitation.

As main contributions of this work, it can be detached the generality of the models used to calculate the transformer core and windings losses, as well the generality of the designing methodology and procedure. In fact, the model used to design the windings and calculate their respective losses takes into account, besides the skin effect and proximity effect in the windings, the harmonic content of their current waveforms. The model used to design the core and calculate the respective core losses takes into account the voltage waveform applied to the primary winding of the transformer. Additionally, these models can be applied to any particular case, since: the voltage and current waveforms be periodic and the frequency of their fundamental component be compatible with the use of silicon steel laminations; and the parameters used in the adopted magnetic losses model be valid for the voltage waveform applied to the primary winding of the transformer.

Additionally to the mentioned contributions, it can be detached the development, by the author, of a software tool, named MAGNETO, based on the designing methodology and procedure. Five transformer design examples, by using this software tool, are shown. In the first three ones, the functionality of this tool concerning the excitation fundamental frequency is explored. In the fourth example, this functionality is explored concerning the case where the transformer feeds non-linear loads. Finally, in the fifth example, it is shown the application of the developed software tool to design two transformers which make part of a practical alternating voltage stabilizer.

# *Sumário*

**Lista de Figuras**

**Lista de Tabelas**

**Lista de Símbolos** **23**

**1 INTRODUÇÃO** **36**

1.1	Motivação e Metodologia . . . . .	39
1.2	Revisão Bibliográfica . . . . .	40
1.2.1	Modelagem das Perdas nos Enrolamentos . . . . .	41
1.2.2	Modelagem das Perdas no Núcleo . . . . .	42
1.2.3	Modelagem Térmica . . . . .	43
1.2.4	Formulação Matemática e Metodologia de Projeto . . . . .	43
1.3	Resumo do Trabalho . . . . .	43

**2 MODELAGEM DAS PERDAS NOS ENROLAMENTOS** **45**

2.1	Introdução . . . . .	45
2.2	Efeito Pelicular e Efeito de Proximidade . . . . .	46
2.3	Aspectos Geométricos . . . . .	48
2.4	Equações de Difusão . . . . .	49
2.5	Problema Unidimensional . . . . .	51
2.6	Soluções Particulares para uma Camada Condutora Qualquer . . . . .	53
2.6.1	Relação entre as Condições de Contorno . . . . .	53

2.6.2	Soluções Particulares . . . . .	54
2.6.3	Normalização de Variáveis . . . . .	55
2.7	Aproximação de Camada Fina . . . . .	57
2.8	Análise Senoidal . . . . .	58
2.8.1	Potência Dissipada na n-ésima Camada . . . . .	58
2.8.2	Minimização da Potência Dissipada na n-ésima Camada . . . . .	62
2.8.3	Enrolamentos Multicamadas . . . . .	64
2.8.3.1	Suposições Práticas Sobre o Enrolamento . . . . .	64
2.8.3.2	Potência Dissipada no Enrolamento . . . . .	64
2.8.3.3	Minimização da Potência Dissipada no Enrolamento . . . . .	65
2.9	Análise para Excitação Periódica Não-Senoidal . . . . .	67
2.9.1	Potência Dissipada no Enrolamento . . . . .	67
2.9.2	Minimização da Potência Dissipada no Enrolamento . . . . .	69
2.9.3	Resistência Efetiva do Enrolamento . . . . .	70
2.10	Aplicação da Modelagem a Outras Formas	
	Geométricas . . . . .	72
2.10.1	Representação de Uma Camada de Condutores Circulares em Feixe ou de Fio Litz por Camadas de Condutores Laminares Equivalentes	72
2.10.2	Aplicação da Modelagem Desenvolvida a Enrolamentos com Con- dutores Circulares em Feixe ou Fio Litz . . . . .	74
2.11	Comentários . . . . .	75
<b>3</b>	<b>MODELAGEM DAS PERDAS NO NÚCLEO</b>	<b>76</b>
3.1	Introdução . . . . .	76
3.2	Materiais Ferromagnéticos e suas Propriedades . . . . .	77
3.2.1	Laço B-H . . . . .	77
3.2.2	Curva de Magnetização . . . . .	80
3.2.3	Permeabilidade Magnética . . . . .	81

3.2.4	Perda Magnética . . . . .	84
3.3	Separação de Perdas . . . . .	88
3.3.1	Separação de Perdas Aplicada a Formas de Onda de Indução sem Mínimos Locais . . . . .	89
3.3.1.1	Perda por Histerese . . . . .	89
3.3.1.2	Perda Clássica . . . . .	90
3.3.1.3	Perda em Excesso . . . . .	93
3.3.1.4	Modelagem da Perda Total . . . . .	95
3.3.2	Separação de Perdas Aplicada a Formas de Onda de Indução com Mínimos Locais . . . . .	96
3.3.2.1	Perda por Histerese . . . . .	96
3.3.2.2	Perda Clássica . . . . .	96
3.3.2.3	Perda em Excesso . . . . .	97
3.3.2.4	Modelagem Geral das Perdas . . . . .	98
3.4	Determinação do Parâmetro $GV_0$ . . . . .	98
3.5	Perdas Magnéticas em Função de $B_p$ . . . . .	100
3.6	Comentários . . . . .	102
<b>4</b>	<b>MODELAGEM TÉRMICA</b>	<b>103</b>
4.1	Introdução . . . . .	103
4.2	Modelagem Através de Circuitos Térmicos Equivalentes . . . . .	104
4.2.1	Modelagem do Fluxo de Calor por Condução . . . . .	106
4.2.1.1	Modelagem de Camadas sem Geração Interna de Calor . .	107
4.2.1.2	Modelagem de Camadas com Geração Interna de Calor . .	108
4.2.1.3	Modelagem da Coluna Central e dos Cilindros Inferior e Superior do Núcleo . . . . .	109
4.2.2	Modelagem dos Fluxos de Calor por Convecção e por Radiação . .	110

4.2.3	Exemplo de um Circuito Térmico Equivalente de um Componente Magnético . . . . .	112
4.3	Modelo Térmico Usando o Produto de Áreas . . . . .	113
4.4	Comentários . . . . .	116
<b>5</b>	<b>METODOLOGIA E PROCEDIMENTO DE PROJETO</b>	<b>117</b>
5.1	Introdução . . . . .	117
5.2	Formulação Matemática do Problema de Projeto de Transformadores . . .	117
5.2.1	Equações Básicas . . . . .	118
5.2.2	Dimensões Referentes à Geometria do núcleo . . . . .	121
5.2.3	Principais Restrições de Projeto . . . . .	123
5.3	Dados de Entrada e Variáveis de Projeto . . . . .	125
5.4	Metodologia de Projeto . . . . .	125
5.5	Procedimento de Projeto . . . . .	129
5.6	Fluxograma . . . . .	139
5.7	Comentários . . . . .	142
<b>6</b>	<b>O PROGRAMA COMPUTACIONAL</b>	<b>143</b>
6.1	Introdução . . . . .	143
6.2	A Tela Inicial . . . . .	144
6.2.1	O Campo "Material magnético" . . . . .	145
6.2.2	O Campo "Núcleo e carretel" . . . . .	146
6.2.3	O Campo "Enrolamentos" . . . . .	147
6.2.4	O Campo "Temperatura" . . . . .	147
6.2.5	O Campo "Outras grandezas de projeto" . . . . .	147
6.2.6	O Campo "Valor eficaz da tensão de cada enrolamento" . . . . .	148
6.2.7	O Campo "Parâmetro $K_v$ e número de harmônicas" . . . . .	149
6.2.8	O Campo "Valor eficaz e $CC$ da corrente de cada enrolamento" . .	149

6.2.9	O Campo "Faixa de variação do rendimento" . . . . .	150
6.2.10	O Campo "Densidade de corrente" . . . . .	150
6.3	A Aba "Componentes Harmônicas Enrolamentos Primários" . . . . .	150
6.4	A Aba "Componentes Harmônicas Enrolamentos Secundários" . . . . .	154
6.5	A Aba "Resultados" . . . . .	155
6.6	O Menu Principal . . . . .	156
6.6.1	A Guia "Arquivo" . . . . .	156
6.6.2	A Guia "Editar" . . . . .	156
6.6.2.1	A Guia "Cadastro de Fatores de Multiplicação" . . . . .	157
6.6.2.2	A Guia "Cadastro de Condutores" . . . . .	158
6.6.2.3	A Guia "Cadastro de Lâminas de Aço" . . . . .	159
6.7	Comentários . . . . .	160
<b>7</b>	<b>EXEMPLOS DE PROJETO</b>	<b>161</b>
7.1	Introdução . . . . .	161
7.2	Exemplo 1 : Formas de Onda Senoidais, Potência 1511 VA e Freqüência de 1kHz . . . . .	161
7.2.1	Dados de Entrada . . . . .	162
7.2.2	Resultados . . . . .	163
7.3	Exemplo 2 : Formas de Onda Senoidais, Potência de 1511 VA e Freqüência de 400Hz . . . . .	164
7.3.1	Dados de Entrada . . . . .	165
7.3.2	Resultados . . . . .	165
7.4	Exemplo 3 : Formas de Onda Senoidais, Potência de 1511 VA e Freqüência de 60Hz . . . . .	165
7.4.1	Dados de Entrada . . . . .	166
7.4.2	Resultados . . . . .	167

7.5	Exemplo 4: Correntes Não-Senoidais, Potência de 1511VA e Frequência de 60Hz . . . . .	168
7.5.1	Dados de Entrada . . . . .	171
7.5.2	Resultados . . . . .	173
7.6	Exemplo 5: Transformadores de um Estabilizador de Tensão com Carga Resistiva . . . . .	174
7.6.1	Projeto do Transformador T1 . . . . .	177
7.6.1.1	Dados de Entrada . . . . .	179
7.6.1.2	Resultados . . . . .	180
7.6.2	Projeto do Transformador T2 . . . . .	181
7.6.2.1	Dados de Entrada . . . . .	184
7.6.2.2	Resultados . . . . .	186
7.7	Comentários . . . . .	187
<b>8</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>188</b>
	<b>Referências</b>	<b>191</b>
<b>9</b>	<b>Anexo A</b>	<b>195</b>

# *Lista de Figuras*

2.1	(a) Efeito pelicular e (b) efeito de proximidade. . . . .	46
2.2	Efeito pelicular. . . . .	47
2.3	(a) e (c) Efeito de proximidade com correntes em sentidos opostos e (b) e (d) efeito de proximidade com correntes no mesmo sentido. . . . .	47
2.4	Seção transversal de um transformador, destacando-se um enrolamento de M camadas. . . . .	48
2.5	Seção transversal do enrolamento destacando sua n-ésima camada e os fasores campo magnético em suas fronteiras. . . . .	53
2.6	Densidade de corrente normalizada na n-ésima camada condutora vs. distância radial normalizada em alguns instantes de tempo. . . . .	56
2.7	(a) Módulo e (b) ângulo de fase do fasor densidade de corrente normalizada na n-ésima camada condutora vs. distância radial normalizada, tendo como parâmetro o raio médio normalizado da camada. . . . .	58
2.8	Potência normalizada dissipada na n-ésima camada vs. espessura normalizada tendo como parâmetro a razão entre as condições de contorno. . . . .	61
2.9	Potência normalizada dissipada na n-ésima camada vs. espessura normalizada tendo como parâmetro o raio médio normalizado. . . . .	61
2.10	Espessura ótima normalizada da n-ésima camada vs. razão entre as condições de contorno. . . . .	63
2.11	Potência normalizada dissipada vs. razão entre as condições de contorno. . . . .	63
2.12	Potência normalizada dissipada por camada num enrolamento de M camadas vs. espessura normalizada das camadas, tendo o número de camadas como parâmetro ( $\bar{\varphi} = 0$ ). . . . .	65



2.13	Espessura ótima normalizada das camadas de um enrolamento de M camadas vs. razão entre as condições de contorno, tendo o número de camadas como parâmetro. . . . .	66
2.14	Potência mínima normalizada dissipada por camada num enrolamento de M camadas vs. razão entre as condições de contorno, tendo o número de camadas como parâmetro. . . . .	67
2.15	(a) Forma de onda de corrente típica num conversor forward e (b) sua aproximação através da uma onda trapezoidal. . . . .	69
2.16	Espessura ótima normalizada vs. razão entre as condições de contorno para excitações senoidal e trapezoidal unipolar, tendo como parâmetros em (a) a razão cíclica e em (b) a razão entre o tempo de subida e o período desta forma de onda ( $M = 3$ ). . . . .	70
2.17	$F_r$ vs. espessura normalizada da camada para $M = 1, 4, 9, 16$ e $25$ . . . . .	71
2.18	$F_r$ vs. espessura ótima normalizada, para vários valores de M. . . . .	72
2.19	Representação de uma camada de fio litz por camadas de condutores laminares. (a) camada de fio litz; (b) camadas de condutores circulares; (c) camadas de condutores quadrados e (d) camadas de condutores laminares equivalentes, [18]. . . . .	73
3.1	Laços B-H para diversos valores de $B_p$ , $f=60$ Hz (tensão PWM múltiplo). . . . .	78
3.2	Formas de onda de campo magnético e indução magnética para $B_p=1,4$ T, $f=60$ Hz (tensão PWM múltiplo). . . . .	78
3.3	Laço B-H para várias frequências (tensão PWM simples). . . . .	79
3.4	Laço B-H para várias frequências (tensão quadrada). . . . .	79
3.5	Laços B-H parametrizados pela temperatura (tensão senoidal, $f=60$ Hz, $B_p=1,4$ T). . . . .	80
3.6	(a) Laço B-H com componentes contínuas de indução magnética e campo magnético; (b) Forma de onda de indução magnética em função do tempo. . . . .	80
3.7	Laços B-H para diferentes valores de $H_p$ . . . . .	81
3.8	Curvas de magnetização para $f = 60$ Hz e $f = 100$ Hz (tensão PWM múltiplo). . . . .	81

3.9	(a) Permeabilidade inicial, permeabilidade máxima e permeabilidade normal; (b) Permeabilidade incremental. . . . .	82
3.10	Curvas de permeabilidade relativa para diversas formas de onda ( $f=60$ Hz). . . . .	83
3.11	Curvas de permeabilidade parametrizadas pela temperatura (tensão senoidal, $f=60$ Hz). . . . .	84
3.12	(a) Circuito magnético composto de um enrolamento desenvolvido sobre um núcleo de aço ao silício; (b) Circuito equivalente. . . . .	84
3.13	Característica B-H e energia do campo magnético. . . . .	86
3.14	Laço B-H e energia absorvida por ciclo. . . . .	87
3.15	Laço B-H com laços menores. . . . .	89
3.16	Lâmina de material ferromagnético, suposto linear e isotrópico, com a condição de $l_x \ll l_y$ . . . . .	91
3.17	Comportamento do parâmetro $V_0$ , para laminações de aço ao silício de grãos não orientados, com o valor de pico da indução $B_p$ . . . . .	99
3.18	Caracterização das amostras de material A em função da energia magnética dissipada [J/kg] por ciclo total e de suas componentes individuais para a frequência de 50 [Hz], obtida com o valor da condutividade do material corrigida em cerca de 10%. Nota: o processo de separação dos três tipos de perda foi para a faixa de indução magnética 0,2 [T] < $B_m$ < 1,2 [T], Batistela [38]. . . . .	101
4.1	Fluxo de calor por condução. . . . .	107
4.2	Camada cilíndrica considerada na modelagem da transferência de calor por condução. . . . .	107
4.3	Circuito equivalente térmico para uma camada cilíndrica com geração interna de calor. . . . .	109
4.4	Estrutura para modelagem térmica. . . . .	112
4.5	Circuito térmico equivalente para a estrutura da figura 4.4. . . . .	113
4.6	Elevação de temperatura vs. superfície de dissipação, [26]. . . . .	115
4.7	Área da superfície vs. produto de áreas ( $A_e A_J = A_p$ ), [26]. . . . .	115

4.8	Área da superfície vs. perda total no componente magnético para elevações de temperatura de 25 e 50°C, [26]. . . . .	116
5.1	Lâmina de aço para núcleo do tipo compacto (dimensões em função de $x$ ). . . . .	121
5.2	Lâmina de aço para núcleo do tipo alongado (dimensões em função de $x$ ). . . . .	122
5.3	Configuração geométrica interna dos condutores. . . . .	135
5.4	Configuração geométrica interna dos condutores. . . . .	136
5.5	Fluxograma do procedimento de projeto. . . . .	139
5.6	Fluxograma do procedimento de projeto. . . . .	140
5.7	Fluxograma do procedimento de projeto. . . . .	141
5.8	Fluxograma do procedimento de projeto. . . . .	142
6.1	Página inicial do programa. . . . .	145
6.2	Campo "Material magnético". . . . .	146
6.3	Campo "Núcleo e carretel". . . . .	146
6.4	Campo "Enrolamentos". . . . .	147
6.5	Campo "Temperatura". . . . .	148
6.6	Campo "Outras grandezas de projeto". . . . .	148
6.7	Campo "Valor eficaz da tensão de cada enrolamento". . . . .	148
6.8	Campo "Parâmetro $K_v$ e número de harmônicas". . . . .	149
6.9	Campo "Valor eficaz e $CC$ da corrente de cada enrolamento". . . . .	149
6.10	Campo "Faixa de variação do rendimento". . . . .	150
6.11	Campo "Densidade de corrente". . . . .	150
6.12	Aba "Componentes Harmônicas Enrolamentos Primários", para $W_p = 1$ . . . . .	151
6.13	A aba "1º Enrolamento", do primário, está habilitada, enquanto a "2º Enrolamento" e o botão avançar estão desabilitados. . . . .	152
6.14	A aba "1º Enrolamento", do primário, e o botão avançar estão habilitados, enquanto a "2º Enrolamento" está desabilitada. . . . .	152

6.15	A aba "2º Enrolamento", do primário, está habilitada, enquanto a 1º Enrolamento e o botão avançar estão desabilitados. . . . .	153
6.16	A aba "2º Enrolamento", do primário, e o botão avançar estão habilitados, enquanto a "1º Enrolamento" está desabilitada. . . . .	153
6.17	Aba "Componentes Harmônicas Enrolamentos Secundários" para $W_s = 5$ (todas as cinco abas estão mostradas mas somente a terceira, "3º Enrolamento", está habilitada). . . . .	154
6.18	Aba "Resultados". . . . .	155
6.19	Guia "Arquivo". . . . .	156
6.20	Guia "Editar". . . . .	156
6.21	Guia "Cadastro dos Fatores de Multiplicação". . . . .	157
6.22	Guia "Cadastro de Condutores". . . . .	158
6.23	Guia "Cadastro de Lâminas de Aço". . . . .	159
7.1	Topologia do circuito para os exemplos 1, 2 e 3. . . . .	162
7.2	Conjunto transformador conversor <i>ca-cc</i> . . . . .	169
7.3	Forma de onda da tensão no enrolamento primário. . . . .	170
7.4	Forma de onda da corrente no enrolamento primário. . . . .	170
7.5	Circuito de potência simplificado do estabilizador de tensão [50]. . . . .	174
7.6	Circuito utilizado para simulação do estabilizador de tensão. . . . .	175
7.7	Forma de onda da tensão na carga. . . . .	176
7.8	Forma de onda da corrente na carga. . . . .	176
7.9	Forma de onda da tensão no primário do transformador T1. . . . .	177
7.10	Forma de onda da tensão no secundário do transformador T1. . . . .	177
7.11	Forma de onda da corrente no primário do transformador T1. . . . .	178
7.12	Forma de onda da corrente no secundário do transformador T1. . . . .	178
7.13	Forma de onda da tensão no primário do transformador T2. . . . .	181
7.14	Forma de onda da tensão no enrolamento superior do secundário do transformador T2. . . . .	182

7.15	Forma de onda da tensão no enrolamento inferior do secundário do transformador T2. . . . .	182
7.16	Forma de onda da corrente no primário do transformador T2. . . . .	183
7.17	Forma de onda da corrente no enrolamento superior do secundário do transformador T2. . . . .	183
7.18	Forma de onda da corrente no enrolamento inferior do secundário do transformador T2. . . . .	184
9.1	Página 1 do relatório do exemplo 5 (Transformador T1). . . . .	195
9.2	Página 2 do relatório do exemplo 5 (Transformador T1). . . . .	196
9.3	Página 3 do relatório do exemplo 5 (Transformador T1). . . . .	197
9.4	Página 4 do relatório do exemplo 5 (Transformador T1). . . . .	198
9.5	Página 5 do relatório do exemplo 5 (Transformador T1). . . . .	199
9.6	Página 1 do relatório do exemplo 5 (Transformador T2). . . . .	200
9.7	Página 2 do relatório do exemplo 5 (Transformador T2). . . . .	201
9.8	Página 3 do relatório do exemplo 5 (Transformador T2). . . . .	202
9.9	Página 4 do relatório do exemplo 5 (Transformador T2). . . . .	203
9.10	Página 5 do relatório do exemplo 5 (Transformador T2). . . . .	204

# *Lista de Tabelas*

4.1	Variação com a temperatura da resistência térmica com núcleo EC70 ( $T_a \approx 24,3^\circ C \pm 2,5\%$ ), Batista [18]. . . . .	105
5.1	Código e valores de x para núcleos compactos. . . . .	122
5.2	Código e valores de x para núcleos alongados. . . . .	122
5.3	Possíveis combinações de $M_{fq}$ e $M_{leq}$ . . . . .	128
5.4	Valores do fator de multiplicação p, [35]. . . . .	134
5.5	Continuação da tabela (5.4). . . . .	135
7.1	Tensão e corrente eficazes de cada enrolamento (exemplos 1, 2 e 3). . . . .	163
7.2	Dados de entrada (exemplos 1, 2, 3, 4 e 5). . . . .	163
7.3	Dados de entrada (exemplos 1, 2 e 3). . . . .	163
7.4	Dados de entrada (exemplo 1). . . . .	163
7.5	Parâmetros relativos aos enrolamentos (exemplo 1). . . . .	164
7.6	Parâmetros relativos ao núcleo (exemplo 1). . . . .	164
7.7	Outros parâmetros do transformador (exemplo 1). . . . .	164
7.8	Dados de entrada (exemplo 2). . . . .	165
7.9	Parâmetros relativos aos enrolamentos (exemplo 2). . . . .	165
7.10	Parâmetros relativos ao núcleo (exemplo 2). . . . .	166
7.11	Outros parâmetros do transformador (exemplo 2). . . . .	166
7.12	Dados de entrada (exemplo 2). . . . .	166
7.13	Parâmetros relativos aos enrolamentos (exemplo 3). . . . .	167
7.14	Parâmetros relativos ao núcleo (exemplo 3). . . . .	167
7.15	Outros parâmetros do transformador (exemplo 3). . . . .	167

7.16	Tensão e corrente eficazes para o enrolamento primário (exemplo 4). . . . .	171
7.17	Tensão e corrente eficazes para o primeiro enrolamento do secundário (exemplo 4). . . . .	171
7.18	Tensão e corrente eficazes para o segundo enrolamento do secundário (exemplo 4). . . . .	171
7.19	Tensão e corrente eficazes para o terceiro enrolamento do secundário (exemplo 4). . . . .	172
7.20	Tensão e corrente eficazes para o quarto enrolamento do secundário (exemplo 4). . . . .	172
7.21	Tensão e corrente eficazes para o quinto enrolamento do secundário (exemplo 4). . . . .	172
7.22	Dados de entrada (exemplo 4). . . . .	172
7.23	Parâmetros relativos aos enrolamentos (exemplo 4). . . . .	173
7.24	Parâmetros relativos ao núcleo (exemplo 4). . . . .	173
7.25	Outros parâmetros do transformador (exemplo 4). . . . .	173
7.26	Tensão e corrente eficazes para o enrolamento primário do transformador T1 (exemplo 5). . . . .	179
7.27	Tensão e corrente eficazes para o enrolamento secundário do transformador T1 (exemplo 5). . . . .	179
7.28	Dados de entrada (exemplo 5, transformador T1). . . . .	180
7.29	Parâmetros relativos aos enrolamentos (exemplo 5, transformador T1). . . . .	180
7.30	Parâmetros relativos ao núcleo (exemplo 5, transformador T1). . . . .	180
7.31	Outros parâmetros do transformador (exemplo 5, transformador T1). . . . .	181
7.32	Tensão e corrente eficazes para o enrolamento primário do transformador T2 (exemplo 5). . . . .	184
7.33	Tensão e corrente eficazes para o enrolamento superior do secundário do transformador T2 (exemplo 5). . . . .	185
7.34	Tensão e corrente eficazes para o enrolamento inferior do secundário do transformador T2 (exemplo 5). . . . .	185

7.35	Dados de entrada (exemplo 5, transformador T2). . . . .	185
7.36	Parâmetros relativos aos enrolamentos (exemplo 5, transformador T1). . .	186
7.37	Parâmetros relativos ao núcleo (exemplo 5, transformador T1). . . . .	186
7.38	Outros parâmetros do transformador (exemplo 5, transformador T1). . . .	186



## *Lista de Símbolos*

$A$	– área efetiva de seção transversal do núcleo magnético ( $m^2$ )
$A_{cq}$	– área de condução da seção transversal do condutor do q-ésimo enrolamento
$A_e$	– área efetiva da seção transversal do núcleo ( $cm^2$ )
$A_J$	– área da janela do núcleo ( $cm^2$ )
$A_s$	– área da superfície ( $m^2$ )
$A_0, A_1$	– constantes arbitrárias
$A_{1n}, A_{0n}$	– constantes arbitrárias para a n-ésima camada
$\underline{A}_{1n}, \underline{A}_{0n}$	– constantes arbitrárias normalizadas para a n-ésima camada
$A_{lh}$	– área do laço de histerese quase-estático ( $J/m^3$ )
$A_t$	– área externa total do componente magnético ( $cm^2$ )
$b$	– altura da janela do núcleo (m)
$bei_n$	– parte imaginária da função de Bessel do primeiro tipo de ordem n
$ber_n$	– parte real da função de Bessel do primeiro tipo de ordem n
$B$	– magnitude da indução magnética (T)
$B_d$	– valor de projeto do valor de pico da indução magnética (T)
$\mathbf{B}$	– vetor indução magnética (T)
$B_{cc}$	– valor médio de $B(t)$
$b_J$	– altura disponível do carretel (m)
$B_m$	– metade da amplitude da indução magnética pico a pico quando $B(t)$ apresentar valor médio não-nulo (T)
$B_{max}$	– valor máximo de indução magnética quando $B(t)$ apresentar valor médio não-nulo (T)

---

$B_{mim}$	– valor mínimo de indução magnética quando $B(t)$ apresentar valor médio não-nulo (T)
$B_{pmax}$	– valor da indução máxima admitida no núcleo do transformador (T)
$B(t)$	– valor instantâneo da indução magnética (T)
$B_p$	– valor de pico da indução magnética (T)
$B_0, B_1$	– constantes arbitrárias
$B_{1n}, B_{0n}$	– constantes arbitrárias para a n-ésima camada
$\underline{B}_{1n}, \underline{B}_{0n}$	– constantes arbitrárias normalizadas para a n-ésima camada
$c$	– constante para o cálculo do número de Nusselt
$C_{on}$	– constante arbitrária para a n-ésima camada
$d$	– espessura da lâmina (m)
$d_s$	– diâmetro de cada condutor do fio litz (m)
$d_{fq}$	– diâmetro de cada condutor circular no feixe de condutores ou no fio litz do q-ésimo enrolamento (m)
$d'_{fq}$	– diâmetro externo de cada condutor circular no feixe de condutores ou no fio litz do q-ésimo enrolamento (m)
$d_{fq_{rmax}}$	– diâmetro real máximo de cada condutor circular no feixe de condutores ou no fio litz do q-ésimo enrolamento (mm)
$d_{fq_{rmin}}$	– diâmetro real mínimo de cada condutor circular no feixe de condutores ou no fio litz do q-ésimo enrolamento (mm)
$d_{fq_{tmax}}$	– diâmetro teórico máximo de cada condutor circular no feixe de condutores ou no fio litz do q-ésimo enrolamento (mm)
$\mathbf{D}$	– vetor indução elétrica ( $C/m^2$ )
$D$	– razão cíclica
$D_f$	– diâmetro externo do fio litz ou do feixe de condutores circulares (m)
$D_{fq}$	– diâmetro externo do fio litz ou do feixe de condutores circulares do q-ésimo enrolamento (m)
$D_r$	– razão cíclica do tempo de subida

---

$e_c$	– espessura do carretel dos enrolamentos (m)
$e(t)$	– valor instantâneo da tensão induzida no enrolamento (V)
$\mathbf{E}$	– vetor campo elétrico (V/m)
$E_l$	– espessura da lâmina de aço (mm)
$f$	– frequência (Hz)
$f_0$	– frequência de teste (Hz)
$f_h$	– frequência de magnetização quase-estática (Hz)
$F_c$	– fator de carregamento do transformador, em pu
$F_F$	– Razão entre os fatores de forma das formas de ondas de tensão não-senoidal (de frequência $f$ ) e senoidal (de frequência $f_0$ )
$F_{co}$	– fator de carregamento ótimo do transformador, em pu
$F_r$	– razão entre a resistência efetiva do enrolamento e sua resistência $cc$
$F_{rq}$	– razão entre a resistência efetiva e a resistência $cc$ do $q$ -ésimo enrolamento
$fp$	– fator de potência
$g$	– aceleração da gravidade ( $9,8\text{m}/s^2$ )
$G$	– coeficiente adimensional
$h$	– espessura das camadas condutoras num enrolamento de $M$ camadas (m)
$h_q$	– espessura das camadas condutoras num enrolamento de $M$ camadas, para cada enrolamento, (m)
$\underline{h}_q$	– espessura normalizada das camadas condutoras num enrolamento de $M$ camadas, para cada enrolamento
$h_{qt}$	– espessura teórica das camadas condutoras laminares equivalentes, (m)
$\underline{h}_{qj}$	– espessura real das camadas condutoras num enrolamento de $M$ camadas, normalizada para $\delta_j$ para cada enrolamento
$\underline{h}_{qjr}$	– espessura real das camadas condutoras num enrolamento de $M$ camadas, normalizada para $\delta_j$ para cada enrolamento
$\underline{h}_{qjt}$	– espessura teórica das camadas condutoras num enrolamento de $M$ camadas, normalizada para $\delta_j$ para cada enrolamento

$\underline{h}$	– espessura das camadas condutoras num enrolamento de M camadas
$h_{cv}$	– coeficiente de transferência conectiva ( $W/m^2K$ )
$\underline{h}_i$	– espessura normalizada do isolamento entre camadas
$\underline{h}_{ij}$	– espessura do isolamento entre camadas normalizada para $\delta_j$
$\underline{h}_j$	– espessura das camadas condutoras num enrolamento de M camadas normalizada para $\delta'_j$
$\underline{h}'_j$	– espessura das camadas condutoras num enrolamento de M camadas normalizada para $\delta'_j$
$h_n$	– espessura da n-ésima camada condutora (m)
$\underline{h}_n$	– espessura normalizada da n-ésima camada condutora
$\underline{h}_{in}$	– espessura normalizada da n-ésima camada isolante
$h_r$	– coeficiente de transferência radiativa ( $W/m^2K$ )
$\mathbf{H}$	– vetor campo magnético (A/m)
$H_{cc}$	– valor médio de $H(t)$ (A/m)
$H_{max}$	– valor máximo do campo magnético quando $H(t)$ apresentar valor médio não-nulo (A/m)
$H_{min}$	– valor mínimo do campo magnético quando $H(t)$ apresentar valor médio não-nulo (A/m)
$H_p$	– valor de pico do campo magnético (A/m)
$H(t)$	– valor instantâneo do campo magnético (A/m)
HT	– Altura total do núcleo (cm)
$\overline{\mathbf{H}}$	– fasor vetorial campo magnético (A/m)
$\overline{H}_f$	– fasor campo magnético no núcleo de ferrite (A/m)
$\overline{H}_n$	– fasor campo magnético na n-ésima camada isolante (A/m)
$\overline{H}_r, \overline{H}_z$	– componente radial e axial do fasor vetorial campo magnético (A/m)
$H_{exc}(t)$	– valor instantâneo do campo magnético excedente (A/m)

---

$i$	– i-ésima iteração
$i(t)$	– valor instantâneo da corrente no enrolamento (A)
$I_{cc}$	– componente contínua da corrente (A)
$I_{ccq}$	– componente contínua da corrente do q-ésimo enrolamento (A)
$I_{ef}$	– corrente eficaz em (A)
$I_{efj}$	– valor eficaz da j-ésima componente harmônica da corrente (A)
$I_{efq}$	– corrente eficaz do q-ésimo enrolamento (A)
$\bar{I}_n$	– fasor corrente na n-ésima camada condutora (A)
$\bar{\bar{I}}_n$	– fasor corrente na n-ésima camada condutora por unidade de comprimento axial da camada (A/m)
$J_{ef}$	– densidade de corrente eficaz nos enrolamentos ( $A/m^2$ )
$J_{efq}$	– densidade de corrente eficaz do q-ésimo enrolamento ( $A/m^2$ )
$J_{efqmin}$	– densidade de corrente eficaz mínima permitida do q-ésimo enrolamento ( $A/m^2$ )
$J_{efqmax}$	– densidade de corrente eficaz máxima permitida do q-ésimo enrolamento ( $A/m^2$ )
$J_{efqd}$	– valor de projeto para a densidade de corrente eficaz ( $A/m^2$ )
$\mathbf{J}$	– vetor densidade de corrente ( $A/m^2$ )
$\bar{\mathbf{J}}$	– fasor vetorial densidade de corrente ( $A/m^2$ )
$\bar{J}_\phi$	– componente tangencial ao fasor vetorial densidade de corrente ( $A/m^2$ )
$\bar{J}_{\phi n}$	– fasor densidade de corrente na n-ésima camada condutora ( $A/m^2$ )
$\underline{\bar{J}}_{\phi n}$	– fasor densidade de corrente normalizada na n-ésima camada condutora
$k$	– condutividade térmica (W/mK)
$\bar{k}$	– número de onda complexo ( $m^{-1}$ )
$k_{ar}$	– condutividade térmica do ar em $T_f$ (W/mK)
$kei_n$	– parte imaginária da função de Bessel do segundo tipo de ordem n
$ker_n$	– parte real da função de Bessel do segundo tipo de ordem n
$K$	– constante que define o limite máximo de indução magnética no núcleo

---

$\overline{K}$	– fasor corrente por unidade de comprimento axial da camada num enrolamento de M camadas (A/m)
$K_{cc}$	– amplitude da componente contínua da corrente por unidade de comprimento axial da camada (A/m)
$K_{ef}$	– corrente eficaz por unidade de comprimento axial da camada (A/m)
$K_{efj}$	– valor eficaz da j-ésima componente harmônica da corrente por unidade de comprimento axial da camada (A/m)
$K_u$	– fator de utilização da janela do núcleo
$K_q$	– fator de utilização da janela do núcleo pelo q-ésimo enrolamento
$K_{qd}$	– valor de projeto para o fator de utilização da janela do q-ésimo enrolamento
$K_s$	– constante que depende da geometria do núcleo
$K_v$	– constante que depende da forma de onda da tensão
$K_{ve}$	– constante que depende do tipo de núcleo
$l$	– comprimento efetivo do núcleo magnético (m)
$K_a$	– fator de empilhamento do núcleo
$k_h, k_f, k_e$	– parâmetros obtidos experimentalmente relativos ao material magnético
$l_t$	– comprimento médio das espiras (m)
$l_{tq}$	– comprimento médio das espiras do q-ésimo enrolamento (m)
$L$	– largura da janela do núcleo (m)
$L_p$	– indutância de magnetização (H)
LT	– comprimento total do núcleo (cm)
$m_v$	– densidade do material magnético ( $kg/m^3$ )
$M$	– número de camadas
$M_f$	– número de camadas de um enrolamento com condutores circulares em feixe torcido ou com fio litz
$M_{fq}$	– número de camadas do q-ésimo enrolamento com condutores circulares em feixe torcido

---

$M_{ftq}$	– valor teórico do número de camadas do q-ésimo enrolamento com condutores circulares em feixe torcido ou com fio litz
$M_{leq}$	– número de camadas de condutores laminares equivalentes do q-ésimo enrolamento
$n$	– índice que denota "n-ésima camada"
$n_l$	– número de lâminas do núcleo
$n(t)$	– número de objetos magnéticos simultaneamente reversíveis
$N$	– número de espiras do enrolamento
$N_q$	– número de espiras do q-ésimo enrolamento
$N_{bf}$	– número de espiras por camada num enrolamento com condutores circulares em feixe torcido ou com fio litz
$N_f$	– número de condutores circulares no feixe torcido ou no fio litz
$N_{fq}$	– número de condutores circulares no feixe torcido do q-ésimo enrolamento
$\bar{p}$	– taxa de transferência de calor (W)
$p(t)$	– valor instantâneo da potência entregue ao núcleo magnético (W)
$p_{cl}(t)$	– valor instantâneo da potência dissipada no volume da lâmina devido às correntes circulantes (W)
$p_{exc_v}(t)$	– valor instantâneo da perda excedente por unidade de volume ( $W/m^3$ )
$p_v$	– densidade volumétrica de perdas ( $W/m^3$ )
$\underline{P}$	– potência normalizada dissipada por camada num enrolamento de M camadas
$P$	– potência dissipada num enrolamento de M camadas (W)
$P_b$	– potência de base (W)
$P_c$	– perda total por correntes circulantes nos enrolamentos de um componente magnético na condição nominal (W)
$P_{cc}$	– perda total num enrolamento de M camadas devida à corrente contínua na corrente (W)
$P_{cq}$	– potência dissipada em cada enrolamento na condição de projeto (W)
$\underline{P}_{cq}$	– potência normalizada dissipada em cada enrolamento

---

$P_{cobre}$	– perda total nos enrolamentos para um carregamento nominal (W)
$P'_{cobre}$	– perda total nos enrolamentos para um dado carregamento (W)
$\underline{P}_{cobre}$	– potência total normalizada dissipada nos enrolamentos para um carregamento nominal (W)
$P_{cl_m}$	– perda clássica por unidade de massa (W/kg)
$P_{cl_v}$	– perda clássica por unidade de volume (W/m <sup>3</sup> )
$P_{cn}$	– potência dissipada na n-ésima camada condutora (W)
$P_{h_m}$	– perda por histerese por unidade de massa (W/Kg)
$P_{m_m}$	– perda magnética por unidade de massa (W/kg)
$P_{exc_v}$	– perda em excesso por unidade de volume (W/m <sup>3</sup> )
$P_{exc_m}$	– perda em excesso por unidade de massa (W/Kg)
$\underline{P}_{cn}$	– potência normalizada dissipada na n-ésima camada condutora
$\underline{P}_{cnj}$	– potência normalizada dissipada na n-ésima camada condutora devido à j-ésima componente harmônica da corrente
$P_j$	– potência dissipada num enrolamento de M camadas devido à j-ésima componente harmônica da corrente (W)
$\underline{P}_q$	– potência normalizada dissipada em cada enrolamento
$P_{tm}$	– perda total por unidade de massa (W/Kg), levando em consideração uma forma de onda que não possui mínimos locais
$P_I$	– perda numa camada cilíndrica ou sólida (W)
$P_{saida}$	– potência ativa total de saída do transformador (W)
$P_{n_v}$	– densidade de perda total no núcleo (W/m <sup>3</sup> )
$P_{n_{vmax}}$	– perda magnética total máxima no núcleo (W/m <sup>3</sup> )
$P_n$	– perda total no núcleo (W)
$P_T$	– perda total no transformador (W)
$q$	– variável radial transformada
$r$	– variável radial do sistema de coordenadas cilíndricas



---

$\underline{r}_n$	– raio médio normalizado da n-ésima camada
$\underline{r}_e$	– raio médio normalizado no enrolamento
$\underline{r}_{e_j}$	– raio médio do enrolamento normalizado para $\delta_j$
$r_n^i$	– raio interno da n-ésima camada condutora (m)
$r_n^e$	– raio externo da n-ésima camada condutora (m)
$\underline{r}_n^i$	– raio interno normalizado da n-ésima camada condutora
$\underline{r}_n^e$	– raio externo normalizado da n-ésima camada condutora
$R_{cc}$	– resistência <i>cc</i> de um enrolamento de M camadas ( $\Omega$ )
$R_{ccq}$	– resistência <i>cc</i> do q-ésimo enrolamento ( $\Omega$ )
$R_{cr}$	– resistência térmica equivalente (convecção/radiação) (K/W)
$R_e$	– resistência efetiva de um enrolamento de M camadas ( $\Omega$ )
$R_{eqr}$	– resistência efetiva real do q-ésimo enrolamento ( $\Omega$ )
$R_{eqt}$	– resistência efetiva teórica do q-ésimo enrolamento ( $\Omega$ )
$R_p$	– resistência de perda magnética ( $\Omega$ )
$R_t$	– resistência térmica da camada (K/W)
$R_{ts}$	– resistência térmica de um cilindro sólido (K/W)
$R_T$	– resistência térmica do componente magnético (K/W)
$s$	– parâmetro obtido experimentalmente relativo ao material magnético
$S$	– área da seção transversal da lâmina ( $m^2$ )
$S_d$	– potência aparente de dimensionamento do transformador (KVA)
$S_o$	– potência aparente requerida do transformador (KVA)
$S_q$	– potência aparente associada ao q-ésimo enrolamento (KVA)
$S_B$	– potência nominal do transformador (KVA)
$S_P$	– capacidade de transferência de potência do transformador (KVA)
$t_c$	– tempo de condução (s)
$t_r$	– tempo de subida (s)

---

$T$	– período (s)
$T_a$	– temperatura ambiente ( $^{\circ}\text{C}$ ou K)
$T_f$	– valor médio entre as temperaturas da superfície e ambiente ( $^{\circ}\text{C}$ ou K)
$T_{me}$	– temperatura no meio do enrolamento ( $^{\circ}\text{C}$ ou K)
$T_p$	– temperatura do ponto mais quente ( $^{\circ}\text{C}$ ou K)
$T_s$	– temperatura de superfície ( $^{\circ}\text{C}$ ou K)
$T_{se}$	– temperatura da superfície do enrolamento ( $^{\circ}\text{C}$ ou K)
$T_{sn}$	– temperatura da superfície do núcleo ( $^{\circ}\text{C}$ ou K)
$T_{soe}$	– temperatura sob o enrolamento ( $^{\circ}\text{C}$ ou K)
$T_1$	– temperatura na superfície interna de uma camada cilíndrica ( $^{\circ}\text{C}$ ou K)
$T_2$	– temperatura na superfície externa de uma camada cilíndrica ( $^{\circ}\text{C}$ ou K)
$v(t)$	– valor instantâneo da tensão nos terminais do enrolamento (V)
$V_e$	– volume efetivo do núcleo magnético ( $m^3$ )
$V_{emin}$	– volume efetivo mínimo do núcleo magnético ( $m^3$ )
$V_{efq}$	– tensão eficaz do q-ésimo enrolamento (V)
$V_0$	– parâmetro que caracteriza a distribuição estatística dos campos coercitivos locais
$V_{ol}$	– volume da lâmina ( $m^3$ )
$W_{12}$	– variação da energia no circuito magnético no intervalo de tempo de $t_1$ a $t_2$ (J)
$W_{clm}$	– energia por unidade de massa dissipada por ciclo devido às correntes circulantes (J/kg)
$W_h$	– energia por unidade de massa dissipada por ciclo devido à histerese magnética (J/Kg)
$W_{hm}$	– energia por unidade de massa dissipada por ciclo devido à histerese magnética associada aos laços menores (J/Kg)
$W_{hM}$	– energia por unidade de massa dissipada por ciclo devido ao laço de histerese principal (J/Kg)

---

$W_m$	– energia por unidade de massa dissipada num ciclo completo (J/kg)
$W_{exc}$	– energia excedente por unidade de massa dissipada por ciclo (J/kg)
$W_{exc_m}$	– energia em excesso por unidade de massa dissipada por ciclo, relativa aos laços menores (J/kg)
$W_{exc_{m,i}}$	– energia excedente por unidade de massa dissipada por ciclo, para o i-ésimo laço menor (J/kg)
$W_{exc_M}$	– energia em excesso por unidade de massa dissipada por ciclo, relativa ao laço principal (J/kg)
$W_{tm}$	– energia total por unidade de massa dissipada por ciclo (J/kg), sem levar em consideração uma forma de onda que possua mínimos locais
$W_{vv}$	– energia por unidade de volume dissipada num ciclo completo (J/m <sup>3</sup> )
$W_{Tm}$	– energia total por unidade de massa dissipada por ciclo (J/kg), levando em consideração uma forma de onda que possua mínimos locais
$W_p$	– número de enrolamentos no primário do transformador
$W_s$	– número de enrolamentos no secundário do transformador
$W_t$	– número total de enrolamentos no transformador
$x_H$	– profundidade do núcleo (cm)
$x$	– variável utilizada para o cálculo dos parâmetros do núcleo (cm)
$X$	– espessura normalizada transformada
$X_{fq}$	– espessura normalizada transformada para o q-ésimo enrolamento com condutores circulares em feixe torcido ou com fio litz
$X_{foq}$	– espessura normalizada transformada ótima para o q-ésimo enrolamento com condutores circulares em feixe torcido ou com fio litz
$X_q$	– espessura normalizada transformada para o q-ésimo enrolamento
$z$	– variável axial do sistema de coordenadas cilíndricas (m)
$\alpha$	– difusividade térmica do ar em $T_f$ (m <sup>2</sup> /s)
$\delta$	– profundidade de penetração (m)
$\delta_1$	– profundidade de penetração na frequência fundamental (m)

---

$\delta_j$	– profundidade de penetração na j-ésima componente harmônica da frequência (m)
$\delta'_1$	– profundidade de penetração na frequência fundamental num condutor laminar equivalente (m)
$\delta'_j$	– profundidade de penetração na j-ésima componente harmônica da frequência num condutor laminar equivalente (m)
$\Delta B$	– Indução magnética sob polarização <i>cc</i> quando B(t) apresentar valor médio não nulo (T)
$\Delta T$	– máxima elevação de temperatura do ponto mais quente (°C ou K)
$\Delta T_{max}$	– valor máximo permitido para a elevação de temperatura do ponto mais quente (°C ou K)
$\varepsilon$	– permissividade elétrica (F/m)
$\varepsilon_0$	– permissividade elétrica do espaço livre (F/m)
$\zeta$	– emissividade da superfície
$\eta$	– fator de utilização da camada por condutores circulares simples ou em feixe
$\eta_t$	– rendimento do transformador
$\eta_{tmin}$	– rendimento mínimo permitido do transformador
$\eta_{tmax}$	– rendimento máximo permitido do transformador
$\mu$	– permeabilidade magnética normal (H/m)
$\mu_c$	– permeabilidade magnética normal do cobre (H/m)
$\mu_i$	– permeabilidade inicial (H/m)
$\mu_\Delta$	– permeabilidade incremental (H/m)
$\mu_e$	– permeabilidade efetiva (H/m)
$\mu_r$	– permeabilidade relativa (H/m)
$\mu_n$	– permeabilidade normal ou amplitude de permeabilidade (H/m)
$\mu_{max}$	– permeabilidade máxima (H/m)
$\mu_p$	– permeabilidade de pulso (H/m)

---

$\bar{\mu}$	– permeabilidade complexa (H/m)
$\mu_0$	– permeabilidade do espaço livre ( $4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m)
$\rho$	– densidade volumétrica de carga elétrica ( $C/m^3$ )
$\lambda$	– coeficiente de expansão térmica ( $K^{-1}$ )
$\lambda(t)$	– valor instantâneo do fluxo concatenado (Wb)
$\sigma$	– condutividade elétrica do material magnético $(\Omega m)^{-1}$
$\sigma'$	– condutividade elétrica de condutor laminar equivalente $(\Omega m)^{-1}$
$\sigma_c$	– condutividade elétrica do cobre $(\Omega m)^{-1}$
$v$	– constante de Stefan-Boltzmann
$\nu$	– viscosidade cinemática do ar em $T_f$ ( $m^2/s$ )
$\phi$	– variável tangencial no sistema de coordenadas cilíndricas (graus, rd)
$\phi(t)$	– valor instantâneo do fluxo magnético na seção transversal do núcleo magnético (Wb)
$\omega$	– frequência angular elétrica (rd/s)
$\bar{\varphi}$	– razão entre as condições de contorno para um enrolamento de M camadas
$\bar{\varphi}_n$	– razão entre as condições de contorno para a n-ésima camada
$\bar{\varphi}_j$	– razão entre as condições de contorno para um enrolamento de M camadas calculada para a j-ésima componente harmônica dos fasores campo magnético nas fronteiras do enrolamento

## 1

*INTRODUÇÃO*

O progresso tecnológico da sociedade moderna vem ocorrendo de forma acelerada, em especial ao longo das últimas décadas. A energia elétrica tem sido, sem dúvida, o produto mais importante para tal e, para manter este ritmo, é exigida em quantidades cada vez maiores. Dessa forma, o custo econômico e ambiental da energia elétrica tem exigido que sua utilização ocorra de forma cada vez mais racional e eficiente.

A eletrônica de potência tem se mostrado a forma mais eficiente no processamento da energia elétrica. Segundo Wilson [1], a eletrônica de potência é a tecnologia associada com a conversão eficiente, o controle e o condicionamento da energia elétrica, por meios estáticos, de sua forma de entrada disponível para sua forma de saída desejada. De acordo com Wilson [1], sistemas eletrônicos de potência têm por objetivo controlar o fluxo de energia de uma fonte *ca* ou *cc* para uma ou mais cargas elétricas, a fim de atender às exigências desta(s) carga(s), em *ca* ou *cc*, com elevado rendimento, confiabilidade e qualidade, com pequeno volume e peso e com baixo custo. Nestes sistemas, também denominados conversores estáticos de potência, o controle do fluxo de energia é obtido, em termos gerais, através da variação da "impedância" de um ou mais de seus elementos internos.

Com esta definição da eletrônica de potência, Wilson [1] identificou o ano de seu surgimento como sendo o de 1912. Este foi o ano em que Alexanderson [2] patenteou o primeiro equipamento que, segundo Wilson, satisfaz a todas as exigências da referida definição. Este equipamento utilizava amplificadores magnéticos como meio estático para o controle do fluxo de energia, também conhecidos como chaves indutivas e reatores saturáveis. Estes dispositivos comportam-se como "reatâncias indutivas" controláveis e cujo valor pode ser mudado de elevado, quando não-saturado, para baixo, quando saturado, e vice-versa em frequências elevadas. A partir de então, as tecnologias estáticas empregadas em eletrônica de potência evoluíram das válvulas a gás ("tiratron" - 1928) e a vapor ("ignitron" - 1933) aos semicondutores. Neste grupo, o advento dos tiristores, em

1957, contribuiu para a primeira grande revolução da eletrônica de potência. A partir de 1948, foram desenvolvidos outros tipos de semicondutores, tais como os transistores dos tipos BJT (" Bipolar Junction Transistor "), MOSFET (" Metal Oxide Silicon Field Effect Transistor "), IGBT (" Insulated Gate Bipolar Transistor ") e SIT (" Static Induction Transistor ") e os tiristores dos tipos GTO (" Gate Turn-Off Thyristor "), SITH (" Static Induction Thyristor ") e MCT (" MOS Controlled Thyristor "), dentre outros. Dessa forma, a evolução da eletrônica de potência encontra-se intimamente relacionada à evolução dos referidos dispositivos estáticos. Esta evolução caracteriza-se pelo esforço contínuo dos pesquisadores no sentido de atender cada vez mais às exigências citadas, em especial àqueles referentes à um elevado rendimento, pequeno volume e peso e baixo custo. Neste contexto, é interessante observar que, a partir de 1983 os amplificadores magnéticos voltaram a ter a atenção dos pesquisadores como meio estático para aplicações em altas frequências [3,4].

Uma tendência importante em eletrônica de potência é que a frequência de operação dos dispositivos semicondutores está continuamente aumentando, e as topologias dos conversores estão sendo modificadas a fim de permitir seu funcionamento em frequências e potências cada vez mais elevadas. O aumento da frequência de chaveamento em conversores estáticos permite a redução do volume e peso de capacitores, indutores e transformadores e, conseqüentemente, a elevação de suas densidades de potência. Todavia, existem fatores que limitam este aumento. Dentre estes, pode-se inicialmente destacar aqueles relacionados a efeitos parasitas capacitivos e indutivos, os quais podem resultar em elevadas perdas de comutação em semicondutores, em transitórios indesejáveis de tensão e/ou de corrente e em problemas de controle. Outra limitação fundamental a este aumento está relacionada a aspectos térmicos. De fato, a redução do volume e, portanto, da área de dissipação de calor, exige que a perda total seja minimizada a fim de limitar as temperaturas de operação. Isto significa que existe um compromisso entre a maximização da densidade de potência e o valor do rendimento.

Apesar de que os avanços da eletrônica de potência têm permitido a operação de conversores estáticos em níveis de rendimento e em frequências de chaveamento cada vez mais elevados, aqueles na área de componentes magnéticos para esta aplicação (indutores e transformadores de potência de alta frequência) não têm ocorrido na mesma proporção. Indutores e transformadores de potência estão presentes em quase todas as topologias de conversores estáticos. Indutores de potência são utilizados basicamente como filtros de entrada e de saída, como limitadores de transitórios de corrente, e como elemento de criação de variações de tensão e de corrente adequadas a certos propósitos (por exem-

plo: comutações suaves, sob tensão e corrente nulas). Transformadores de potência são utilizados basicamente como elemento de isolamento e de adequação de tensões e correntes de entrada e saída. Diferentemente de outros componentes utilizados em conversores estáticos, estes componentes magnéticos não estão, em geral, comercialmente disponíveis na forma requerida pela aplicação. O grande número de parâmetros que os caracteriza, torna impraticável para um fabricante produzi-los e estocá-los, face ao universo de especificações exigidas pela indústria e pelos pesquisadores afetos a eletrônica de potência. Portanto, tais componentes são projetados e construídos de acordo com as especificações impostas pela particular aplicação. Além disso, devido ao número de parâmetros envolvidos, o projeto apropriado deve ser julgado de acordo com o critério estabelecido pela aplicação (por exemplo: rendimento, volume e custo reduzido, peso mínimo, dificuldade de fabricação, disponibilidade de materiais etc). Tipicamente, o projeto dos componentes magnéticos é realizado pelo próprio projetista do conversor estático que, apesar de ter à sua disposição programas computacionais para a simulação de conversores estáticos, não tem, em geral, ferramentas adequadas que possam auxiliá-lo quanto ao projeto daqueles componentes.

Estudos recentes têm mostrado que a otimização do projeto destes componentes, visando a minimização de sua perda total e a maximização de sua densidade de potência ou de energia, é uma tarefa complexa. Alguns autores classificam este problema como um dos maiores obstáculos ao desenvolvimento de conversores estáticos de alta frequência e alta densidade de potência [5].

Tendo em vista as limitações físicas dos materiais empregados em tais componentes e as exigências de confiabilidade e de estabilidade térmica, as temperaturas máximas de operação tornam-se restrições essenciais ao procedimento de otimização de seu projeto. Portanto, este procedimento requer modelos para os mecanismos de perdas e de transferência de calor. Sendo assim, devido ao grau de complexidade dos modelos e das metodologias adotados e ao fato de que estas envolvem procedimentos iterativos, o uso de computador torna-se imprescindível e permite desenvolver e julgar várias possibilidades de projeto, de forma rápida e de acordo com os critérios estabelecidos pela aplicação.

Considerando-se os aspectos anteriormente ressaltados, foram desenvolvidos modelos matemáticos, formulações e metodologias e foi implementado um programa computacional para a otimização do projeto de componentes magnéticos de potência com núcleo de ferrita [6,7]. Tipicamente, tais componentes são empregados em sistemas eletrônicos de potência operando em frequências elevadas (e.g., fontes chaveadas), em geral superiores a 20 kHz. A importância deste trabalho deve-se à generalidade de aplicação do programa



desenvolvido, dos modelos e das metodologias de otimização. De fato, tais metodologias incluem o dimensionamento ótimo dos enrolamentos considerando-se, além do efeito pelicular e do efeito de proximidade, o conteúdo harmônico das formas de onda das correntes nos mesmos. Além disso, são aplicáveis a qualquer topologia de conversor, desde que as formas de onda de tensão e de corrente nos enrolamentos do componente sejam periódicas. Destaca-se ainda que as metodologias de otimização empregadas são práticas, ou seja, elas foram implementadas de modo que os projetos resultantes sejam exequíveis. Para tanto são utilizados dados obtidos através da simulação computacional, da topologia de conversor estático particular e dados de fabricantes de condutores, núcleos e materiais magnéticos.

Neste sentido, o propósito deste trabalho é estabelecer, com base em modelos de perdas e de transferência de calor, uma formulação e uma metodologia e implementar um programa computacional para o projeto de transformadores monofásicos a seco, com núcleo de aço ao silício, operando sob excitação não-senoidal. Especificamente, os transformadores objeto deste estudo são utilizados, por exemplo, em sistemas eletrônicos de potência e cuja frequência fundamental das tensões e correntes presentes em seus enrolamentos seja inferior, em geral, a 5 kHz. Este limite de frequência foi estabelecido em função das limitações do uso de aços ao silício, devido às suas perdas magnéticas, e do Sistema de Caracterização de Materiais Magnéticos (SCaMMa) [8,9] em frequências mais elevadas quando aplicado a este tipo de material.

## 1.1 Motivação e Metodologia

Dessa forma, destacam-se como os principais aspectos motivadores da realização deste trabalho:

- A existência de inúmeras aplicações onde transformadores estão submetidos a excitações não-senoidais como, por exemplo, quando estes integram ou alimentam conversores eletrônicos de potência ou outras cargas não-lineares;
- A existência de modelos matemáticos adequados para o cálculo das perdas nos enrolamentos e no núcleo destes equipamentos;
- A inexistência (do conhecimento do Autor) de uma metodologia adequada de projeto para os transformadores objeto deste trabalho, isto é, que leve em consideração modelos de perdas para excitação não-senoidal;

- A existência de uma infra-estrutura laboratorial onde é possível realizar todas as etapas envolvidas no trabalho;
- A continuidade das pesquisas realizadas no Laboratório de Materiais e Componentes Elétricos - LAMCE no que tange ao projeto de componentes magnéticos de potência sob excitação não-senoidal.

A metodologia adotada para o desenvolvimento deste trabalho envolve as seguintes etapas:

1. Estudar os modelos matemáticos adequados para o cálculo das perdas (nos enrolamentos e no núcleo) e da temperatura do ponto mais quente dos transformadores objeto deste trabalho.
2. Desenvolver uma formulação matemática para o problema de projeto destes equipamentos.
3. Estabelecer uma metodologia de projeto com base na formulação supra;
4. Implementar um programa computacional para o projeto destes equipamentos;
5. Validar a metodologia e o programa computacional através de exemplo(s) de projeto;  
e
6. Executar pelo menos um projeto e verificar experimentalmente suas condições operacionais.

Cabe resaltar que foram elaboradas e testadas computacionalmente várias metodologias e procedimentos o que demandou bastante tempo, não tendo sido possível verificar experimentalmente a validade da metodologia e do procedimento. Isto ocorreu face a problemas de convergência.

## 1.2 Revisão Bibliográfica

Apresenta-se a seguir a revisão bibliográfica realizada para o desenvolvimento deste trabalho.

### 1.2.1 Modelagem das Perdas nos Enrolamentos

A modelagem matemática das perdas nos enrolamentos sob excitação periódica não-senoidal é um dos requisitos para o projeto dos transformadores objeto deste trabalho. Se a densidade de corrente distribui-se uniformemente na seção transversal de um condutor, então a potência dissipada pelo mesmo pode ser facilmente calculada em função de sua resistência  $cc$ . Entretanto, se isto não ocorre, o cálculo desta potência tende a se tornar complexo. A não-uniformidade na distribuição da densidade de corrente ocorre quando campos magnéticos variantes no tempo induzem correntes (circulantes) no condutor. Estes campos podem ser gerados pela corrente, variante no tempo, do próprio condutor ou de condutores vizinhos. No primeiro caso, o fenômeno de distribuição não uniforme da corrente é denominado efeito pelicular, enquanto que, no segundo, é denominado efeito de proximidade. Estes efeitos, os quais fundamentalmente dependem da frequência daqueles campos magnéticos, ocorrem simultaneamente num condutor percorrido por uma corrente variante no tempo e imerso num campo magnético externo. Este é exatamente o caso dos condutores de um enrolamento. Neste trabalho, utiliza-se o termo perda por correntes circulantes para designar, de forma geral, a perda total, devida aos efeitos pelicular e de proximidade, em tais condutores.

O estudo da modelagem das perdas nos enrolamentos [10,11,12,13,14,15,16,17,18] permitiu escolher um dos modelos propostos por Batista [19], denominado "modelo de camada fina", o qual foi julgado adequado aos propósitos em questão. Para o desenvolvimento deste modelo, fundamentalmente considera-se que as camadas dos enrolamentos são cilíndricas e que o campo magnético é paralelo às mesmas. Utilizando-se, para tanto, de uma formulação unidimensional das equações de Maxwell no domínio da frequência, determina-se os fasores vetoriais campo magnético e densidade de corrente em cada camada de um dado enrolamento sob excitação senoidal, sendo cada camada constituída de um condutor laminar com altura igual à altura da janela do núcleo. Em seguida, determina-se a perda e a energia magnética média armazenada neste enrolamento e estende-se o equacionamento para o caso de excitação periódica não-senoidal utilizando-se da série de Fourier da forma de onda da corrente no enrolamento. Por fim, adapta-se o equacionamento para outras formas geométricas de condutor, quais sejam: circular em feixe e fio Litz, este último sendo um tipo especial de condutor circular em feixe. De fato é possível projetar os enrolamentos do componente através deste modelo, calculando-se suas resistências efetivas ou  $ca$ , suas indutâncias de dispersão e, caso sejam utilizados condutores circulares em feixe, o número de fios no feixe, o diâmetro destes fios, bem como o diâmetro do feixe.

### 1.2.2 Modelagem das Perdas no Núcleo

A modelagem matemática das perdas magnéticas no núcleo sob excitação periódica não-senoidal é também um dos requisitos para o projeto dos transformadores objeto deste trabalho. A modelagem destas perdas depende de parâmetros obtidos através da caracterização (experimental) do material magnético.

Atualmente a modelagem da perda magnética total é realizada com base no método de separação desta perda em três parcelas distintas, quais sejam: a perda por histerese ou quase-estática, a perda por correntes circulantes de Foucault, também denominada de perda clássica, e a perda em excesso. A perda por histerese é determinada através da área do respectivo laço B-H numa frequência tão baixa quanto possível, denominado laço de histerese, multiplicada pela frequência de magnetização. A perda clássica é determinada através de uma equação bem conhecida, a qual vem sendo adotada como padrão [20,21,22]. Por sua vez, a perda em excesso é a que tem despertado maior atenção por parte dos pesquisadores nos últimos anos.

Atualmente, considera-se que o trabalho mais citado sobre perda em excesso em aços ao silício foi realizado em 1985 por Bertotti [23]. Neste trabalho, Bertotti introduziu o conceito de objeto magnético, mostrando como a perda em excesso é afetada pela distribuição estatística dos campos locais produzidos por cada objeto magnético. Três anos depois, Bertotti validou suas equações através de resultados experimentais [24]. Em 1990, Fiorillo & Novikov [20] elaboraram um equacionamento aproximado para a obtenção da perda magnética total sob regimes de indução não-senoidais. Em 1994, Amar & Protat [22] mostraram um método simples para a predição da perda magnética numa amostra submetida a pulsos alternados de tensão (PWM simples). Amar & Kaczmarek [22] apresentaram, em 1995, um modelo de perdas em aços ao silício submetidos a formas de onda de indução magnética sem mínimos locais em meio ciclo, o que resulta um laço B-H sem laços menores. Em julho de 2004, Barbisio, Fiorillo & Ragusa [25] publicaram um estudo mostrando modelos generalizados para a perda magnética sob formas de onda de indução magnética com ou sem mínimos locais em meio ciclo. Todos estes trabalhos são baseados no método de separação de perdas.

O modelo iniciado por Bertotti [23] e aperfeiçoado por Barbisio, Fiorillo & Ragusa [25], tem seus parâmetros determinados para um dado valor de pico da indução magnética e a perda magnética total resulta função da frequência. O sistema SCaMMa permite determinar os parâmetros deste modelo [8]. No entanto, para o projeto de um transformador é desejável obter um modelo em que a perda magnética total seja função do valor de pico

da indução magnética parametrizado pela frequência, já que a frequência fundamental é preestabelecida pela aplicação. Tendo isto em conta, em 2001 Batistela [24] apresentou um modelo com tais características, juntamente com uma metodologia para determinação experimental dos seus parâmetros. Este modelo ainda não foi implementado no sistema SCaMMa.

### 1.2.3 Modelagem Térmica

A modelagem térmica tem fundamental importância para o projeto de transformadores. Esta modelagem é, no entanto, bastante complexa, pois envolve a modelagem das transferências de calor por condução, por convecção e por radiação. O autor encontrou poucas publicações sobre este assunto [26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 17, 35, 36], sendo diferentes os modelos apresentados em cada uma delas e, em sua maioria, bastante complexos para os objetivos deste trabalho. Apesar das poucas publicações sobre o assunto e da complexidade dos modelos encontrados, nota-se uma certa tendência da literatura em modelar componentes magnéticos através de circuitos térmicos equivalentes [18]. Apesar de fugir dos objetivos deste trabalho, devido à sua complexidade, o estudo deste modelo é de vital importância ao bom entendimento do problema. Tendo em vista a complexidade do tema, o modelo térmico escolhido é simples e baseia-se numa relação empírica [26,35,36]. Neste modelo, a elevação de temperatura é função da perda total no componente e do produto da área da janela pela área efetiva da seção transversal do núcleo.

### 1.2.4 Formulação Matemática e Metodologia de Projeto

O estudo da formulação matemática e da metodologia de projeto de transformadores foi feito, principalmente, com base em [18,35,37,25,38,36,26]. De fato, não foram encontradas referências diretamente associadas ao projeto de transformadores a seco com núcleo de aço ao silício de grãos orientados sob excitação não-senoidal.

## 1.3 Resumo do Trabalho

No Capítulo 2 são apresentados os principais aspectos relacionados ao modelo de perdas em enrolamentos.

No Capítulo 3 são apresentados os principais aspectos relacionados à modelagem das perdas magnéticas.

No Capítulo 4 são apresentados os principais aspectos relacionados à modelagem térmica.

No Capítulo 5 são apresentados a metodologia e o procedimento de projeto propostos.

No Capítulo 6 é apresentado o programa computacional desenvolvido de acordo com o procedimento proposto para o projeto dos transformadores objeto deste estudo.

No Capítulo 7 são apresentados alguns exemplos de projeto dos transformadores em questão.

Por fim, são apresentadas as conclusões do presente trabalho e propostos novos desafios de pesquisa identificados e não realizados em seu contexto.

## 2 *MODELAGEM DAS PERDAS NOS ENROLAMENTOS*

### 2.1 Introdução

Este Capítulo tem por objetivo apresentar os aspectos fundamentais pertinentes à modelagem das perdas em enrolamentos de transformadores submetidos a correntes não-senoidais. O modelo resultante desta modelagem denomina-se "modelo de camada fina" e constitui o principal dentre os modelos desenvolvidos por Batista [18] para este propósito. As perdas adicionais em enrolamentos, com relação àquelas que ocorrem em *cc*, são devidas à não uniformidade da densidade de corrente na seção transversal de seus condutores. Por sua vez, esta não uniformidade deve-se aos efeitos pelicular e de proximidade.

A determinação da densidade de corrente na seção transversal de condutores pertencentes a enrolamentos de transformadores não é uma tarefa simples, a menos que sejam adotadas algumas simplificações. De fato, trata-se de um problema magnetodinâmico tridimensional, onde as formas geométricas envolvidas não apresentam, a rigor, simetria. Desse modo, as variáveis eletromagnéticas envolvidas nos fenômenos físicos que acontecem nos enrolamentos são de determinação difícil e dependem das mais variadas disposições e geometrias possíveis dos condutores que os compõem.

A modelagem em questão é desenvolvida com base nas equações de Maxwell expressas no domínio da frequência. As duas principais simplificações adotadas são de que: i) as camadas de qualquer enrolamento são cilíndricas e constituídas de condutores laminares, cuja altura iguala-se à altura da janela do núcleo; e ii) o campo magnético nesta janela é paralelo às camadas. Ao final, tem-se um modelo para a determinação das perdas em enrolamentos com este tipo de condutor submetidos a uma forma de onda de corrente periódica e não-senoidal. As limitações da validade experimental deste modelo foram verificadas [19], bem como, aquelas de sua versão adaptada para enrolamentos com con-

dutores circulares em feixe, o tipo de condutor mais utilizado em frequências elevadas. Dessa forma, é possível adaptar este modelo de modo que o mesmo possa ser aplicado a enrolamentos com condutores circulares em feixe. Este modelo adaptado é então aplicado, em conjunção com o modelo original, ao projeto dos enrolamentos.

## 2.2 Efeito Pelicular e Efeito de Proximidade

Os efeitos pelicular e de proximidade em enrolamentos são responsáveis por grande parte das perdas em componentes magnéticos operando em frequências elevadas. Estes efeitos são devidos a correntes circulantes induzidas e à distribuição destas correntes para atender a certas condições de contorno. Estas condições de contorno dependem da configuração dos enrolamentos, da geometria dos condutores e da disposição geométrica dos mesmos. O efeito pelicular é causado pelo campo magnético produzido no próprio condutor, enquanto que, o efeito de proximidade é causado pelo campo magnético produzido num dado condutor por condutores vizinhos. Como resultado destes efeitos, a densidade de corrente na seção transversal dos condutores torna-se não uniforme, o que implica uma perda maior que aquela devida apenas às suas resistências em *cc*. As figs. 2.1 (a) e (b) ilustram o efeito pelicular na seção transversal de um condutor circular isolado percorrido por uma corrente alternada. Na fig. (2.2), as partes mais escuras apresentam uma

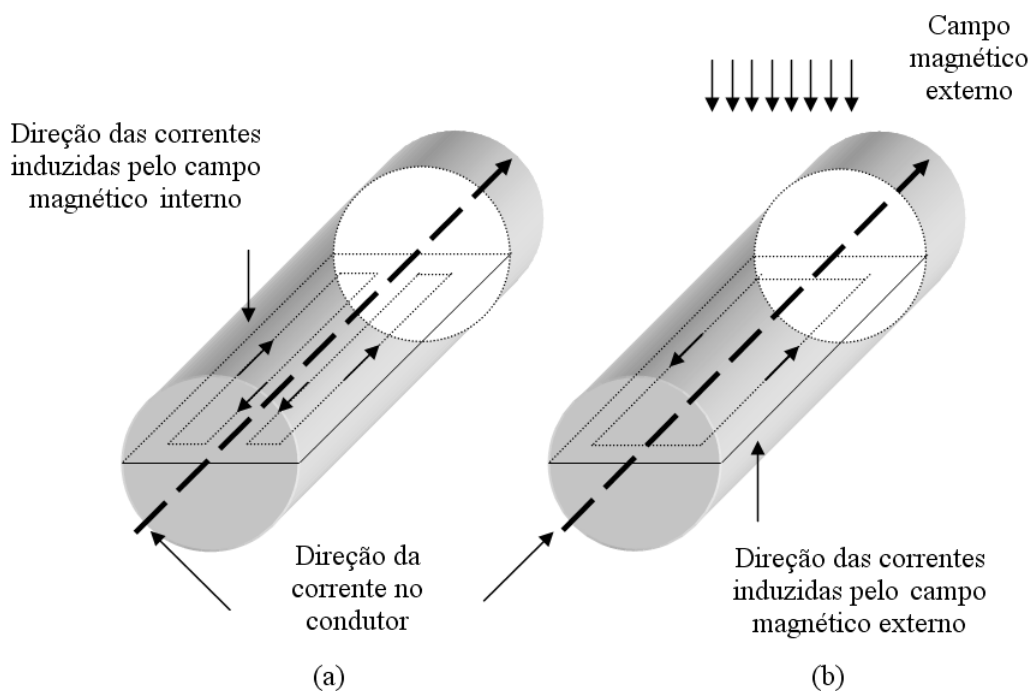


Figura 2.1: (a) Efeito pelicular e (b) efeito de proximidade.



maior densidade de corrente. As figs. (2.3a e 2.3c) e (2.3b e 2.3d) ilustram o efeito de proximidade com ambas as correntes fluindo em sentidos opostos e no mesmo sentido, respectivamente. Observa-se que, a densidade de corrente é maior onde o campo magnético é mais intenso.

No dispositivo físico real, onde poderão existir dezenas ou até mesmo centenas de fios no feixe do condutor de cada enrolamento, os efeitos pelicular e de proximidade acontecem simultaneamente. Além disso, tais enrolamentos poderão estar submetidos a diferentes formas de onda de corrente não-senoidais, o que torna o cálculo exato das perdas nos enrolamentos bastante complexo.

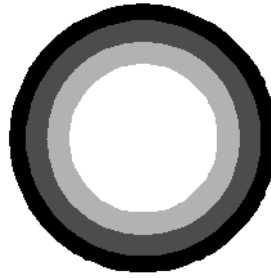


Figura 2.2: Efeito pelicular.

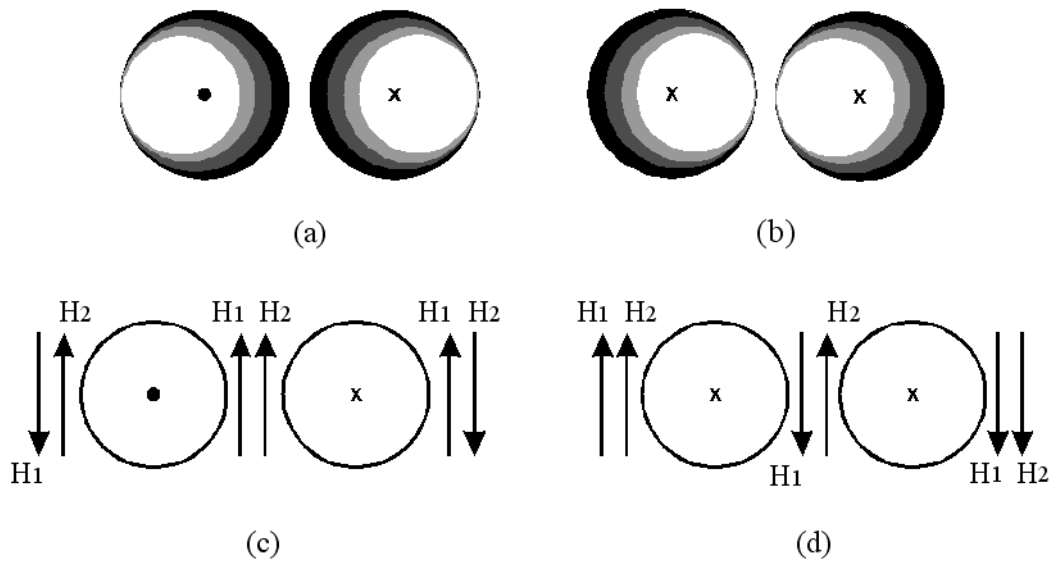


Figura 2.3: (a) e (c) Efeito de proximidade com correntes em sentidos opostos e (b) e (d) efeito de proximidade com correntes no mesmo sentido.

## 2.3 Aspectos Geométricos

A fig.(2.4) mostra uma vista em corte axial da estrutura de um transformador monofásico a seco. Nesta figura somente a metade superior da janela do núcleo é mostrada. Este

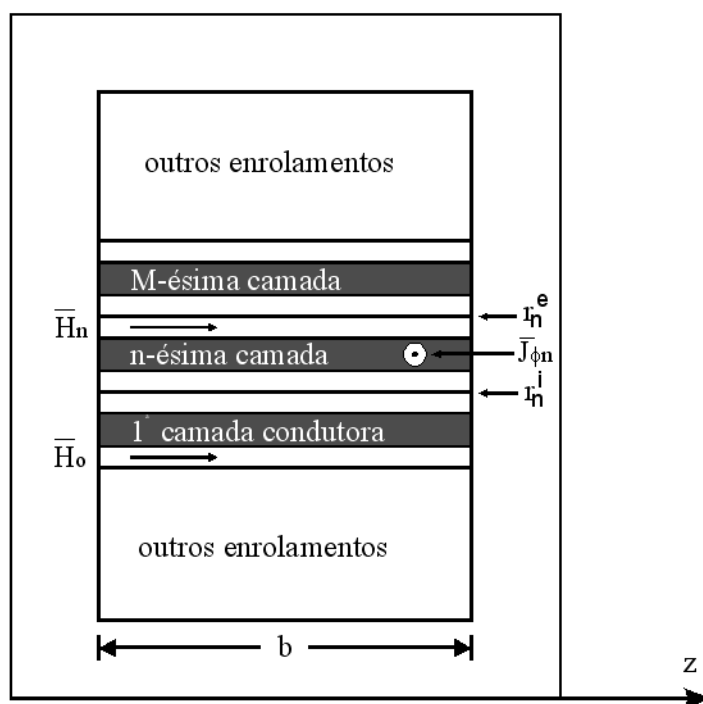


Figura 2.4: Seção transversal de um transformador, destacando-se um enrolamento de M camadas.

componente é constituído basicamente de um núcleo de material ferromagnético e de enrolamentos. Os transformadores utilizados em sistemas eletrônicos de potência possuem um ou dois enrolamentos primários com o mesmo número de espiras e quantos secundários forem necessários.

Embora na maioria das aplicações sejam utilizados condutores circulares em feixe ou fios litz, condutores laminares são passíveis de utilização em enrolamentos com baixa tensão (isto é, com uma ou duas espiras) e elevada corrente.

Para o propósito de desenvolvimento da modelagem das perdas em enrolamentos algumas simplificações são adotadas, sendo uma delas a de que os enrolamentos são constituídos de camadas de condutores laminares de mesma espessura e de altura igual àquela da janela do núcleo. Posteriormente, faz-se uma adaptação da modelagem desenvolvida para enrolamentos com camadas de condutores circulares em feixe. A fig. 2.4 mostra uma vista em corte axial do componente onde somente a metade da janela do núcleo é mostrada e onde um enrolamento de  $M$  camadas de condutores laminares pode ser identi-

ficado. As principais simplificações e parâmetros geométricos utilizados para este estudo são os seguintes:

- A simetria axial em torno do eixo z é assumida e o sistema de coordenadas cilíndricas é adotado.
- Um dado enrolamento contém M camadas alternadas de condutor laminar e isolante cuja dimensão na direção axial é denotada por b.
- Os raios interno e externo da n-ésima camada condutora são denotados por  $r_n^i$  e  $r_n^e$ , respectivamente.
- Assume-se que o núcleo envolve o enrolamento e que as camadas destes são cilíndricas.

## 2.4 Equações de Difusão

A modelagem da perda por correntes circulantes num dado enrolamento requer inicialmente a determinação do campo magnético e da densidade de corrente no enrolamento. Por sua vez, a determinação dessas quantidades envolve a solução das equações de Maxwell e suas relações complementares as quais, para um meio isotrópico qualquer, são dadas por:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.4)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (2.7)$$

Onde:

$\mathbf{H}$  – vetor campo magnético (A/m);

$\mathbf{B}$  – vetor indução magnética (T);

$\mathbf{E}$  – vetor campo elétrico (V/m);

- J** – vetor densidade de corrente ( $A/m^2$ );
- D** – vetor indução elétrica ( $C/m^2$ );
- $\mu$  – permeabilidade magnética normal (H/m);
- $\varepsilon$  – permeabilidade elétrica (F/m);
- $\sigma$  – condutividade elétrica ( $\Omega m^{-1}$ );
- $\rho$  – densidade volumétrica de carga elétrica ( $C/m^3$ ).

Das eqs. (2.1) à (2.7) obtém-se:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{H} = -\Delta \mathbf{H} = -\mu\sigma \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} \quad (2.8)$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{J} = -\Delta \mathbf{J} = -\mu\sigma \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} - \mu\varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{J}}{\partial t^2} \quad (2.9)$$

Considerando que os vetores campo magnético e densidade de corrente estejam variando senoidalmente no tempo e representando estas variáveis por fasores vetoriais no domínio da frequência, chega-se às eqs. (2.10) e (2.11).

$$\Delta \bar{\mathbf{H}} = j\omega\mu\sigma \bar{\mathbf{H}} - \omega^2\mu\varepsilon \bar{\mathbf{H}} = \bar{k}^2 \bar{\mathbf{H}} \quad (2.10)$$

$$\Delta \bar{\mathbf{J}} = j\omega\mu\sigma \bar{\mathbf{J}} - \omega^2\mu\varepsilon \bar{\mathbf{J}} = \bar{k}^2 \bar{\mathbf{J}} \quad (2.11)$$

onde:

$$\bar{k} = \sqrt{j\omega\mu\sigma - \omega^2\mu\varepsilon} \quad (2.12)$$

Desde que o enrolamento seja feito de um material com boa condutividade elétrica, como por exemplo o cobre ( $\sigma_c = 4,4517 \cdot 10^7 (\Omega m)^{-1}$  a  $100^\circ C$ ), na faixa de interesse, pode-se estabelecer a seguinte relação, com  $\varepsilon_0$  e  $\mu_0$  relativos ao cobre:

$$\sigma_c \gg \omega\varepsilon_0 \quad (2.13)$$

e assim:

$$\bar{k} \approx \sqrt{j\omega\mu_0\sigma_c} \quad (2.14)$$

Isso permite fazer  $\partial \mathbf{D} / \partial t \cong 0$ . Portanto as equações de Maxwell podem ser reescritas como:

$$\nabla \times \bar{\mathbf{H}} = \bar{\mathbf{J}} \quad (2.15)$$

$$\nabla \times \bar{\mathbf{J}} = -j\omega\mu_0\sigma_c \bar{\mathbf{H}} \quad (2.16)$$

$$\nabla \bullet \bar{\mathbf{H}} = 0 \quad (2.17)$$

$$\nabla \bullet \bar{\mathbf{J}} = 0 \quad (2.18)$$

A profundidade de penetração,  $\delta$ , relacionada à taxa de decaimento do tipo exponencial das soluções das equações de difusão, é definida como:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 \sigma_c}} \quad (2.19)$$

Pode-se então estabelecer a relação entre a profundidade de penetração, eq. (2.19), e o número de onda complexo, eq. (2.12).

$$\bar{k} = \frac{1}{\delta}(1 + j) \quad (2.20)$$

Por fim, as equações de difusão para  $\mathbf{H}$  e  $\mathbf{J}$  podem ser expressas por:

$$\nabla \times \nabla \times \bar{\mathbf{H}} = -j \frac{2}{\delta^2} \bar{\mathbf{H}} \quad (2.21)$$

$$\nabla \times \nabla \times \bar{\mathbf{J}} = -j \frac{2}{\delta^2} \bar{\mathbf{J}} \quad (2.22)$$

Estas equações permitem a modelagem de problemas tridimensionais. Mas devido às hipóteses estabelecidas anteriormente, o problema pode ser simplificado para bidimensional. Ainda sim, supondo que o campo magnético seja paralelo às camadas do enrolamento, como mostra a eq. (2.23), o problema pode ser simplificado para unidimensional.

$$\bar{H}_r = 0 \quad (2.23)$$

## 2.5 Problema Unidimensional

A suposição de que a altura das camadas do enrolamento é suficientemente longa em relação ao seu diâmetro contribui para a simplificação unidimensional, como mostra a eq. (2.23).

Ao considerar o campo magnético paralelo às camadas do enrolamento, verifica-se que não há variação da corrente na direção axial, pois não há campo magnético na direção radial. Sendo assim, os fasores vetoriais, densidade de corrente,  $\bar{\mathbf{J}}$ , e campo magnético,  $\bar{\mathbf{H}}$ , só possuem componentes em  $\phi$  e  $z$ , respectivamente, quais sejam  $\bar{\mathbf{J}}_\phi$  e  $\bar{\mathbf{H}}_z$ . Estes fasores,

eqs. (2.24) e (2.25), também não apresentam variações na direção  $z$ .

$$\bar{\mathbf{J}} = \bar{J}_\phi(r)\phi \quad (2.24)$$

$$\bar{\mathbf{H}} = \bar{J}_z(r)\mathbf{z} \quad (2.25)$$

Onde:

$z$  – variável axial do sistema de coordenadas cilíndricas (m);

$\phi$  – variável tangencial no sistema de coordenadas cilíndricas (graus, rd).

Com isso, as equações de difusão para  $\bar{\mathbf{J}}$  e  $\bar{\mathbf{H}}$  resultam:

$$r^2 \frac{\partial^2 \bar{J}_\phi}{\partial r^2} + r \frac{\partial \bar{J}_\phi}{\partial r} - \left(1 + j2 \frac{r^2}{\delta^2}\right) \bar{J}_\phi = 0 \quad (2.26)$$

$$r^2 \frac{\partial^2 \bar{H}_z}{\partial r^2} + r \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial r} - j2 \frac{r^2}{\delta^2} \bar{H}_z = 0 \quad (2.27)$$

Substituindo-se a eq. (2.28) nas eqs. (2.26) e (2.27), pode-se identificar as formas especiais da equação diferencial de Bessel, cuja solução geral é apresentada nas eqs. (2.29) e (2.30).

$$q = \sqrt{2} \frac{r}{\delta} \quad (2.28)$$

$$\bar{H}_z(q) = A_0(ber_0 q + jbei_0 q) + B_0(ker_0 q + jkei_0 q) \quad (2.29)$$

$$\bar{J}_\phi(q) = A_1(ber_1 q + jbei_1 q) + B_1(ker_1 q + jkei_1 q) \quad (2.30)$$

Onde,

$$A_1 = -\frac{1-j}{\delta} A_0 \quad (2.31)$$

$$B_1 = -\frac{1-j}{\delta} B_0 \quad (2.32)$$

Nas eqs. (2.29) e (2.30)  $ber$  e  $bei$  e  $ker$  e  $kei$  são funções de Bessel do primeiro e do segundo tipos, respectivamente. Os índices indicam a ordem destas funções (zero ou 1).

Após definidas as expressões para os fasores campo magnético e densidade de corrente, a perda por corrente circulante pode ser determinada através do Teorema de Poynting através da eq. (2.33).

$$P_c = \frac{1}{2\sigma_c} \int \int \int_V |\bar{\mathbf{J}}|^2 dv \quad (2.33)$$

## 2.6 Soluções Particulares para uma Camada Condutora Qualquer

No item em pauta, serão obtidas soluções particulares para a "densidade de corrente numa camada condutora do enrolamento". Este item também formará a base para as análises de enrolamentos multicamadas.

### 2.6.1 Relação entre as Condições de Contorno

Destacando a  $n$ -ésima camada condutora da estrutura mostrada na figura 2.4, a figura 2.5 mostra os fasores campo magnético nas regiões da fronteira desta camada.

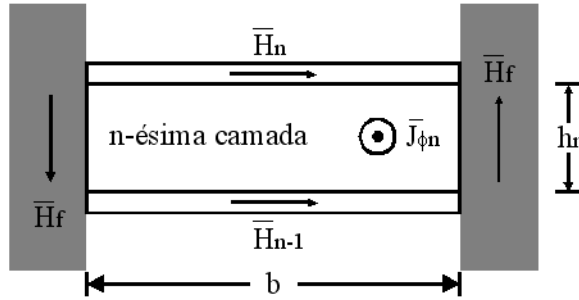


Figura 2.5: Seção transversal do enrolamento destacando sua  $n$ -ésima camada e os fasores campo magnético em suas fronteiras.

Além das considerações feitas no item anterior, para o problema unidimensional, adicionam-se as seguintes:

- O campo magnético no núcleo é uniforme, com magnitude  $H_f$ .
- O campo magnético na  $n$ -ésima camada isolante é uniforme, com magnitude  $H_n$ , e independe da frequência, caso as correntes instantâneas nas camadas condutoras sejam mantidas constantes, amplitude e harmônicas, quando a frequência é variada. Esta suposição baseia-se ainda em outras duas, a de que a condutividade das camadas isolantes é nula e as correntes de deslocamento nas mesmas são desprezíveis.
- As correntes instantâneas nas varias camadas de um enrolamento são iguais independentemente da frequência.

De acordo com a lei de Ampère, conhecido o campo magnético ao longo de um caminho fechado pode-se determinar a corrente líquida através da superfície definida pelo mesmo.

Sendo assim, a relação entre os fasores campo magnético nas regiões da fronteira da n-ésima camada condutora e o fasor corrente podem ser obtidos. Com  $\bar{I}_n$  sendo o fasor corrente e  $\bar{\bar{I}}_n$  o fasor corrente por unidade de comprimento axial na n-ésima camada, tem-se:

$$\oint \bar{\mathbf{H}} \bullet d\mathbf{l} = \bar{I}_n \quad (2.34)$$

com

$$\bar{I}_n = \int \int_S \bar{\mathbf{J}} \bullet d\mathbf{s} = b \int_{r_n^i}^{r_n^e} \bar{J}_{\phi n}(r) dr = b \bar{\bar{I}}_n \quad (2.35)$$

e

$$\oint \bar{\mathbf{H}} \bullet d\mathbf{l} = 2\bar{H}_f h_n - b(\bar{H}_n - \bar{H}_{n-1}) \approx -b(\bar{H}_n - \bar{H}_{n-1}) \quad (2.36)$$

onde,  $h_n$  é a espessura da n-ésima camada condutora.

$$h_n = r_n^e - r_n^i \quad (2.37)$$

Com isso, obtém-se:

$$\bar{H}_n - \bar{H}_{n-1} = -\bar{\bar{I}}_n \quad (2.38)$$

## 2.6.2 Soluções Particulares

Considerando as condições de contorno estabelecidas acima, a solução particular para a densidade de corrente é:

$$\bar{J}_{\phi n}(q) = A_{1n}(ber_1 q + jbei_1 q) + B_{1n}(ker_1 q + jkei_1 q) \quad (2.39)$$

Onde,

$$q_n^i \leq q \leq q_n^e \quad (n = 1, 2, \dots, M) \quad (2.40)$$

$$A_{1n} = -\frac{1-j}{\delta} A_{0n} \quad (2.41)$$

$$B_{1n} = -\frac{1-j}{\delta} B_{0n} \quad (2.42)$$



### 2.6.3 Normalização de Variáveis

Variáveis normalizadas e, portanto, adimensionais serão denotadas com um hífen sob elas. Aqui as dimensões serão normalizadas pela profundidade de penetração, sendo, então, diretamente proporcionais à raiz quadrada da frequência. Com isso, a coordenada radial normalizada é:

$$\underline{r} = \frac{r}{\delta} \quad (2.43)$$

Onde,

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\sigma\omega}} \quad (2.44)$$

com isso

$$q = \sqrt{2}\underline{r} \quad (2.45)$$

Normalizando a densidade de corrente com relação a uma densidade de corrente uniforme numa camada com espessura igual a uma profundidade de penetração, tem-se:

$$\underline{\bar{J}}_{\phi n} = -\frac{\delta}{\bar{I}_n} \bar{J}_{\phi n} \quad (2.46)$$

Assim, das eqs. (2.38), (2.39) e (2.46) obtém-se a eq. (2.47):

$$\underline{\bar{J}}_{\phi n}(q) = \frac{1}{1 - \underline{\bar{\varphi}}_n} \left[ \underline{A}_{1n}(\text{ber}_1 q + j\text{bei}_1 q) + \underline{B}_{1n}(\text{ker}_1 q + j\text{kei}_1 q) \right] \quad (2.47)$$

onde,

$$\underline{A}_{1n} = -(1 - j)\underline{A}_{0n} = \delta \frac{A_{1n}}{\bar{H}_n} \quad (2.48)$$

$$\underline{B}_{1n} = -(1 - j)\underline{B}_{0n} = \delta \frac{B_{1n}}{\bar{H}_n} \quad (2.49)$$

$$\underline{\bar{\varphi}}_n = \frac{\bar{H}_{n-1}}{\bar{H}_n} \quad (2.50)$$

A espessura normalizada da n-ésima camada é dada por:

$$\underline{h}_n = \underline{r}_n^e - \underline{r}_n^i \quad (2.51)$$

Como o raio médio normalizado desta camada é:

$$\underline{r}_n = \frac{1}{2}(\underline{r}_n^i + \underline{r}_n^e) \quad (2.52)$$

então,

$$\underline{r}_n^i = \underline{r}_n - \frac{1}{2}\underline{h}_n \quad (2.53)$$

$$\underline{r}_n^e = \underline{r}_n + \frac{1}{2}h_n \quad (2.54)$$

$$\underline{r}_n - \frac{h_n}{2} < \underline{r} < \underline{r}_n + \frac{h_n}{2} \quad (n = 1, 2, \dots, M) \quad (2.55)$$

A fim de tornar o eixo das abscissas independente do raio médio das camadas, utiliza-se a seguinte mudança de variáveis:

$$\underline{r}' = \underline{r} - \underline{r}_n + \frac{h_n}{2} \quad (2.56)$$

o que resulta na faixa de variação para  $\underline{r}'$ :

$$0 \leq \underline{r}' \leq \underline{h}_n \quad (2.57)$$

A figura 2.6 apresenta a distribuição da densidade de corrente ao longo da espessura de uma camada com  $\underline{h}_n = 10$ ,  $\bar{\varphi}_n = 0,5$  e  $\underline{r}_n = 8$ , em alguns instantes de tempo. Observa-se que além desta distribuição se alterar ao longo do tempo, a direção de fluxo da corrente pode variar ao longo da espessura da camada, o que comprova a presença de correntes circulantes, a qual se traduz a conseqüente variação do ângulo de fase.

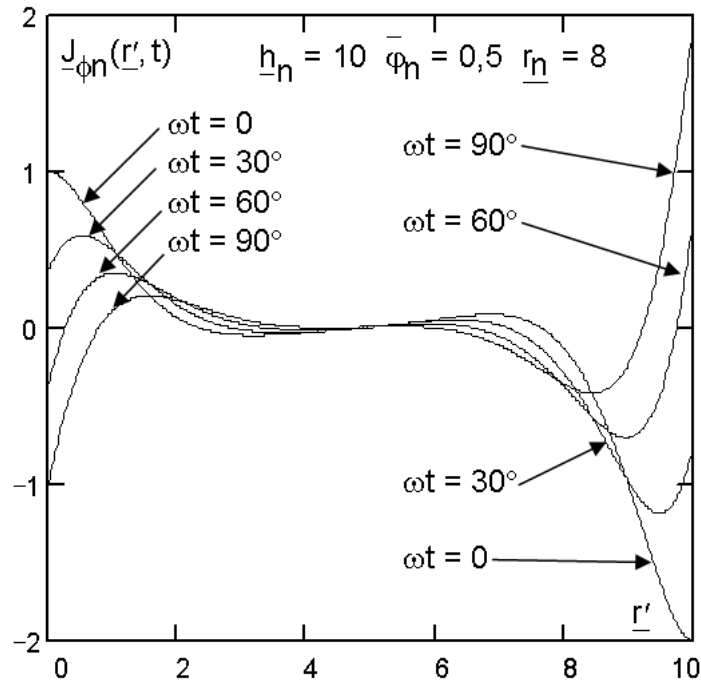


Figura 2.6: Densidade de corrente normalizada na  $n$ -ésima camada condutora vs. distância radial normalizada em alguns instantes de tempo.

## 2.7 Aproximação de Camada Fina

A eq. (2.47), envolve o cálculo das funções de Bessel do primeiro e segundo tipos, o que torna bastante complexa a utilização do modelo para o propósito de projeto dos enrolamentos. Entretanto, se o valor do argumento  $q$  das funções de Bessel for suficientemente elevado, estas funções podem ser expressas por aproximações assintóticas. As eqs. (2.58) a (2.61) apresentam uma destas aproximações, onde  $v$ , que vale zero ou 1, é a ordem das funções.

$$ber_v q \approx \sqrt{\frac{1}{2\pi q}} e^{q/\sqrt{2}} \cos\left(\frac{q}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{2}v - \frac{\pi}{8}\right) \quad (2.58)$$

$$bei_v q \approx \sqrt{\frac{1}{2\pi q}} e^{q/\sqrt{2}} \sen\left(\frac{q}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{2}v - \frac{\pi}{8}\right) \quad (2.59)$$

$$ker_v q \approx \sqrt{\frac{\pi}{2q}} e^{-q/\sqrt{2}} \cos\left(\frac{q}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{2}v + \frac{\pi}{8}\right) \quad (2.60)$$

$$kei_v q \approx -\sqrt{\frac{\pi}{2q}} e^{-q/\sqrt{2}} \sen\left(\frac{q}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{2}v + \frac{\pi}{8}\right) \quad (2.61)$$

Uma simplificação ainda melhor pode ser alcançada utilizando-se a chamada aproximação de camada fina. Esta aproximação pressupõe que a espessura da camada seja muito menor do que seu raio médio, como é mostrado na eq. (2.62).

$$\frac{h_n}{r_n} \ll 1 \quad (n = 1, 2, \dots, M) \quad (2.62)$$

Sendo assim, a eq. (2.47) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \bar{J}_{\phi n}(r) = & -\frac{1+j}{1-\bar{\varphi}_n} \frac{1}{\sen h[(1+j)\underline{h}_n]} \\ & \{ \cosh[(1+j)(\underline{r} - \underline{r}_n + \frac{\underline{h}_n}{2})] - \bar{\varphi}_n \cosh[(1+j)(\underline{r} - \underline{r}_n - \frac{\underline{h}_n}{2})] \} \end{aligned} \quad (2.63)$$

com

$$\underline{r}_n - \frac{\underline{h}_n}{2} \leq r \leq \underline{r}_n + \frac{\underline{h}_n}{2} \quad (n = 1, 2, \dots, M)$$

As figuras (2.7a e 2.7b) apresentam, para  $\underline{h}_n = 2$  e  $\bar{\varphi}_n = 0$ , uma comparação entre os resultados obtidos através da solução exata e daquelas resultantes da aproximação de camada fina. É importante salientar que as curvas para  $\underline{r}_n \longrightarrow \infty$  foram obtidas através desta aproximação.

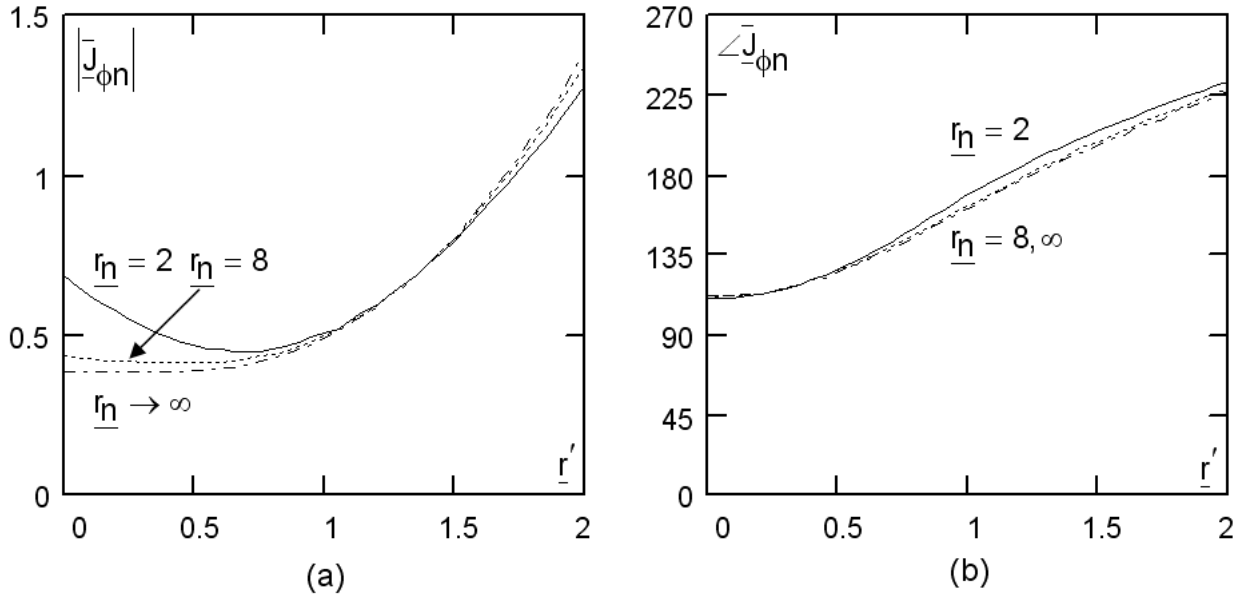


Figura 2.7: (a) Módulo e (b) ângulo de fase do fasor densidade de corrente normalizada na n-ésima camada condutora vs. distância radial normalizada, tendo como parâmetro o raio médio normalizado da camada.

## 2.8 Análise Senoidal

### 2.8.1 Potência Dissipada na n-ésima Camada

A potência dissipada na n-ésima camada é dada por:

$$P_{cn} = \frac{1}{2\sigma_c} \int \int \int_v |\bar{J}|^2 dv = \frac{1}{2\sigma_c} \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-b/2}^{b/2} dz \int_{r_n^i}^{r_n^e} |\bar{J}_{\phi n}(r)|^2 r dr \quad (2.64)$$

Considerando-se as eqs. (2.44) e (2.46), tem-se:

$$P_{cn} = \frac{\pi b}{\sigma_c} |\bar{I}_n|^2 \int_{r_n^i}^{r_n^e} |\bar{J}_{\phi n}(r)|^2 r dr \quad (2.65)$$

Com o objetivo de normalizar esta potência, considera-se como potência de base a potência dissipada numa camada conduzindo uma corrente uniformemente distribuída e cuja espessura é igual à profundidade de penetração, de acordo com a eq. (2.66).

$$P_b = \frac{\pi b}{\sigma_c} |\bar{I}_n|^2 \underline{r}_n \quad (2.66)$$

Sendo assim:

$$\underline{P}_{cn} = \frac{1}{\underline{r}_n} \int_{r_n^i}^{r_n^e} |\bar{J}_{\phi n}(r)|^2 r dr \quad (2.67)$$

De acordo com a eq. (2.45), tem-se:

$$\underline{P}_{cn} = \frac{1}{q_n \sqrt{2}} \int_{q_n^i}^{q_n^e} |\underline{J}_{\phi n}(q)|^2 q dq \quad (2.68)$$

Substituindo-se a eq. (2.47) na eq. (2.68) obtém-se:

$$\underline{P}_{cn} = \frac{\sqrt{2}}{q_n} \left| \frac{1}{1 - \bar{\varphi}_n} \right|^2 \frac{1}{|C_{on}|^2} [D_{1n} + D_{2n} + D_{3n} + D_{4n}] \quad (2.69)$$

sendo,  $D_{1n}$ ,  $D_{2n}$ ,  $D_{3n}$  e  $D_{4n}$  dados pelas equações (2.70), (2.71), (2.72), (2.73), respectivamente.

$$D_{1n} = [D_{1na} + D_{1nb}][D_{1nc} + D_{1nd}] \quad (2.70)$$

$$D_{1na} = [ker_0^2 q_n^i + kei_0^2 q_n^i] - 2\Re(\bar{\varphi}_n)[ker_0 q_n^i ker_0 q_n^e + kei_0 q_n^i kei_0 q_n^e]$$

$$D_{1nb} = -2\Im(\bar{\varphi}_n)[kei_0 q_n^i ker_0 q_n^e - ker_0 q_n^i kei_0 q_n^e] + |\bar{\varphi}_n|^2 [ker_0^2 q_n^e + kei_0^2 q_n^e]$$

$$D_{1nc} = \frac{q_n^e}{\sqrt{2}} [ber_1 q_n^e ber_0 q_n^e - ber_1 q_n^e bei_0 q_n^e + bei_1 q_n^e ber_0 q_n^e + bei_1 q_n^e bei_0 q_n^e]$$

$$D_{1nd} = -\frac{q_n^i}{\sqrt{2}} [ber_1 q_n^i ber_0 q_n^i - ber_1 q_n^i bei_0 q_n^i + bei_1 q_n^i ber_0 q_n^i + bei_1 q_n^i bei_0 q_n^i]$$

$$D_{2n} = -[D_{2na} + D_{2nb} + D_{2nc} + D_{2nd}][D_{2ne} + D_{2nf} + D_{2ng} + D_{2nh}] \quad (2.71)$$

$$D_{2na} = ber_0 q_n^i ker_0 q_n^i + bei_0 q_n^i kei_0 q_n^i$$

$$D_{2nb} = -\Re(\bar{\varphi})[ber_0 q_n^e ker_0 q_n^i + bei_0 q_n^e kei_0 q_n^i + ber_0 q_n^i ker_0 q_n^e + bei_0 q_n^i kei_0 q_n^e]$$

$$D_{2nc} = -\Im(\bar{\varphi})[ber_0 q_n^e kei_0 q_n^i - bei_0 q_n^e ker_0 q_n^i + bei_0 q_n^i ker_0 q_n^e - ber_0 q_n^i kei_0 q_n^e]$$

$$D_{2nd} = |\bar{\varphi}_n|^2 [ber_0 q_n^e ker_0 q_n^e + bei_0 q_n^e kei_0 q_n^e]$$

$$D_{2ne} = \frac{q_n^e}{\sqrt{2}} [bei_1 q_n^e ker_0 q_n^e + bei_1 q_n^e kei_0 q_n^e - ker_1 q_n^e bei_0 q_n^e + ker_1 q_n^e ber_0 q_n^e]$$

$$D_{2nf} = \frac{q_n^e}{\sqrt{2}} [-ber_1 q_n^e kei_0 q_n^e + ber_1 q_n^e ker_0 q_n^e + kei_1 q_n^e ber_0 q_n^e + kei_1 q_n^e bei_0 q_n^e]$$

$$D_{2ng} = -\frac{q_n^i}{\sqrt{2}} [bei_1 q_n^i ker_0 q_n^i + bei_1 q_n^i kei_0 q_n^i - ker_1 q_n^i bei_0 q_n^i + ker_1 q_n^i ber_0 q_n^i]$$

$$D_{2nh} = -\frac{q_n^i}{\sqrt{2}} [-ber_1 q_n^i kei_0 q_n^i + ber_1 q_n^i ker_0 q_n^i - kei_1 q_n^i ber_0 q_n^i + kei_1 q_n^i bei_0 q_n^i]$$

$$D_{3n} = -[D_{3na} + D_{3nb} + D_{3nc} + D_{3nd}][D_{3ne} + D_{3nf} + D_{3ng} + D_{3nh}] \quad (2.72)$$

$$D_{3na} = \text{ber}_0 q_n^i \text{kei}_0 q_n^i - \text{bei}_0 q_n^i \text{ker}_0 q_n^i$$

$$D_{3nb} = -\Re(\bar{\varphi})[\text{ber}_0 q_n^e \text{kei}_0 q_n^i - \text{bei}_0 q_n^e \text{ker}_0 q_n^i + \text{ber}_0 q_n^i \text{kei}_0 q_n^e - \text{bei}_0 q_n^i \text{ker}_0 q_n^e]$$

$$D_{3nc} = -\Im(\bar{\varphi})[-\text{ber}_0 q_n^e \text{ker}_0 q_n^i - \text{bei}_0 q_n^e \text{kei}_0 q_n^i + \text{bei}_0 q_n^i \text{kei}_0 q_n^e - \text{ber}_0 q_n^i \text{ker}_0 q_n^e]$$

$$D_{3nd} = |\bar{\varphi}_n|^2[\text{ber}_0 q_n^e \text{kei}_0 q_n^e - \text{bei}_0 q_n^e \text{ker}_0 q_n^e]$$

$$D_{3ne} = \frac{q_n^e}{\sqrt{2}}[\text{ker}_1 q_n^e \text{ber}_0 q_n^e + \text{ker}_1 q_n^e \text{bei}_0 q_n^e - \text{ber}_1 q_n^e \text{ker}_0 q_n^e - \text{ber}_1 q_n^e \text{kei}_0 q_n^e]$$

$$D_{3nf} = \frac{q_n^e}{\sqrt{2}}[\text{kei}_1 q_n^e \text{bei}_0 q_n^e - \text{kei}_1 q_n^e \text{ber}_0 q_n^e - \text{bei}_1 q_n^e \text{kei}_0 q_n^e + \text{bei}_1 q_n^e \text{ker}_0 q_n^e]$$

$$D_{3ng} = -\frac{q_n^i}{\sqrt{2}}[\text{ker}_1 q_n^i \text{ber}_0 q_n^i + \text{ker}_1 q_n^i \text{bei}_0 q_n^i - \text{ber}_1 q_n^i \text{ker}_0 q_n^i - \text{ber}_1 q_n^i \text{kei}_0 q_n^i]$$

$$D_{3nh} = -\frac{q_n^i}{\sqrt{2}}[\text{kei}_1 q_n^i \text{bei}_0 q_n^i - \text{kei}_1 q_n^i \text{ber}_0 q_n^i - \text{bei}_1 q_n^i \text{kei}_0 q_n^i + \text{bei}_1 q_n^i \text{ker}_0 q_n^i]$$

$$D_{4n} = [D_{4na} + D_{4nb}][D_{4nc} + D_{4nd}] \quad (2.73)$$

$$D_{4na} = [\text{ber}_0^2 q_n^i + \text{bei}_0^2 q_n^i] - 2\Re(\bar{\varphi}_n)[\text{ber}_0 q_n^i \text{ber}_0 q_n^e + \text{bei}_0 q_n^i \text{bei}_0 q_n^e]$$

$$D_{4nb} = -2\Im(\bar{\varphi}_n)[\text{bei}_0 q_n^i \text{ber}_0 q_n^e - \text{ber}_0 q_n^i \text{bei}_0 q_n^e] + |\bar{\varphi}_n|^2[\text{ber}_0^2 q_n^e + \text{bei}_0^2 q_n^e]$$

$$D_{4nc} = \frac{q_n^e}{\sqrt{2}}[\text{ker}_1 q_n^e \text{ker}_0 q_n^e - \text{ker}_1 q_n^e \text{kei}_0 q_n^e + \text{kei}_1 q_n^e \text{ker}_0 q_n^e + \text{kei}_1 q_n^e \text{kei}_0 q_n^e]$$

$$D_{4nd} = -\frac{q_n^i}{\sqrt{2}}[\text{ker}_1 q_n^i \text{ker}_0 q_n^i - \text{ker}_1 q_n^i \text{kei}_0 q_n^i + \text{kei}_1 q_n^i \text{ker}_0 q_n^i + \text{kei}_1 q_n^i \text{kei}_0 q_n^i]$$

Pode-se observar que a equação resultante é um tanto quanto complexa, necessitando assim de algumas simplificações.

A figura 2.8 mostra o comportamento da potência normalizada na n-ésima camada condutora, em função da espessura normalizada. Nota-se que para pequenos valores da espessura normalizada tem-se que a potência dissipada é inversamente proporcional à espessura da camada. Quando  $\underline{h}_n$  aumenta, para uma dada razão entre as condições de contorno, a corrente tende a se concentrar nas superfícies da camada, o que caracteriza o efeito pelicular. Assim, ao invés de tender assintoticamente a zero, a potência dissipada passa através de um mínimo e começa a crescer novamente, quando o efeito de proximidade começa a prevalecer. Por fim, a potência dissipada tende assintoticamente a um valor constante para grandes valores da espessura normalizada.

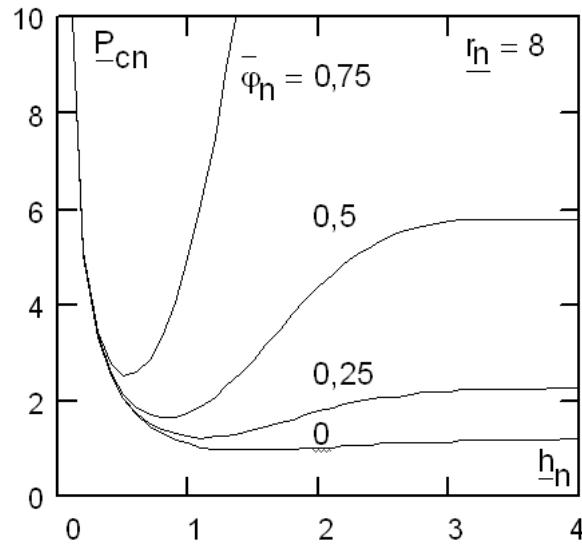


Figura 2.8: Potência normalizada dissipada na  $n$ -ésima camada vs. espessura normalizada tendo como parâmetro a razão entre as condições de contorno.

Já a figura 2.9 mostra que para  $h_n \leq 2$ , existe uma pequena diferença entre os resultados, principalmente para  $r_n \geq 8$ . Sendo assim, pode-se estabelecer expressões mais simplificadas para o cálculo desta potência.

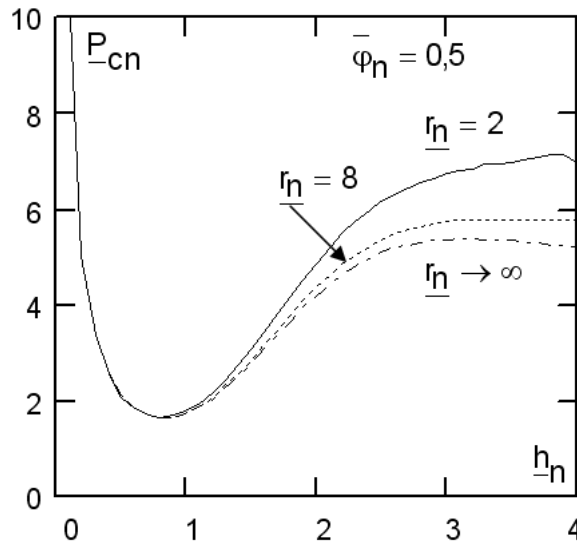


Figura 2.9: Potência normalizada dissipada na  $n$ -ésima camada vs. espessura normalizada tendo como parâmetro o raio médio normalizado.

Primeiramente, uma simplificação advinda da aproximação assintótica é obtida:

$$P_{cn} = \left| \frac{1}{1 - \bar{\varphi}_n} \right|^2 \left\{ \left[ \left( 1 + \frac{h_n}{2r_n} \right) + \left( 1 - \frac{h_n}{2r_n} \right) |\bar{\varphi}_n|^2 \right] F_1(h_n) \right.$$

$$-4\Re(\bar{\varphi}_n) \left[ 1 - \left( \frac{\underline{h}_n}{2r_n} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} F_2(\underline{h}_n) \} \quad (2.74)$$

onde:

$$F_1(\underline{h}_n) = \frac{\sinh(2\underline{h}_n) + \sin(2\underline{h}_n)}{\cosh(2\underline{h}_n) - \cos(2\underline{h}_n)} \quad (2.75)$$

$$F_2(\underline{h}_n) = \frac{\cosh(\underline{h}_n)\sin(\underline{h}_n) + \sinh(\underline{h}_n)\cos(\underline{h}_n)}{\cosh(2\underline{h}_n) - \cos(2\underline{h}_n)} \quad (2.76)$$

Uma segunda simplificação, resultante da aproximação de camada fina é mostrada a seguir:

$$\underline{P}_{cn} = \left| \frac{1}{1 - \bar{\varphi}_n} \right|^2 \{ (1 + |\bar{\varphi}_n|^2) F_1(\underline{h}_n) - 4\Re(\bar{\varphi}_n) F_2(\underline{h}_n) \} \quad (2.77)$$

Esta equação não se aplica a camadas em circuito aberto, onde,  $\bar{I} = 0$  e  $\bar{\varphi}_n = 1$ . Sendo assim, pode-se calcular a "potência dissipada na camada" em função da sua condição de contorno  $\bar{H}_n$ . Assim, de acordo com as eqs. (2.38), (2.66) e (2.77), obtém-se:

$$P_{cn} = \frac{\pi r_n b}{\sigma_c} |\bar{H}_n|^2 \{ (1 + |\varphi_n|^2) F_1(\underline{h}_n) - 4\Re(\bar{\varphi}_n) F_2(\underline{h}_n) \} \quad (2.78)$$

### 2.8.2 Minimização da Potência Dissipada na n-ésima Camada

Ao observar a figura 2.8 nota-se que a razão entre as condições de contorno,  $\bar{\varphi}_n$ , tem um importante efeito sobre as perdas nas camadas. Já na figura 2.9, verifica-se, principalmente para  $r_n \geq 8$ , que o raio médio normalizado pouco influencia na potência normalizada dissipada nas camadas, principalmente na faixa de valores de  $\underline{h}_n$  em que estas perdas são minimizadas. Em contrapartida, é possível observar, nessas figuras, que a espessura normalizada,  $\underline{h}_n$ , é um importante parâmetro para a minimização das perdas nos enrolamentos. Sendo assim, para minimizar a potência normalizada basta levar a espessura normalizada à um valor ótimo, como é mostrado na eq. (2.79).

$$\frac{\partial \underline{P}_{cn}}{\partial \underline{h}_n} = 0 \quad (2.79)$$

A figura 2.10 mostra o comportamento da espessura ótima normalizada, em função da razão entre as condições de contorno, obtida a partir da substituição das eqs. (2.74), para aproximação assintótica, e (2.77), para aproximação de camada fina, na eq. (2.79). Note-se que esta espessura praticamente independe de  $r_n$ , para  $r_n \geq 8$ , e que seu valor máximo é aproximadamente 1,57. De fato, utilizando-se da equação para o cálculo da espessura normalizada ótima advinda da aproximação de camada fina, pode-se mostrar que o valor máximo desta espessura é igual a  $\pi/2$ .



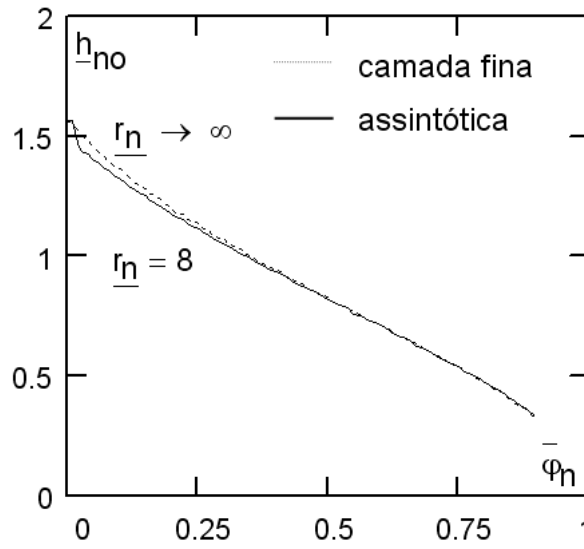


Figura 2.10: Espessura ótima normalizada da  $n$ -ésima camada vs. razão entre as condições de contorno.

Já a figura 2.11 mostra a relação entre a potência normalizada e a razão entre as condições de contorno. Nota-se que a potência normalizada tende a um valor infinito quando  $\bar{\varphi}_n$  tende a 1.

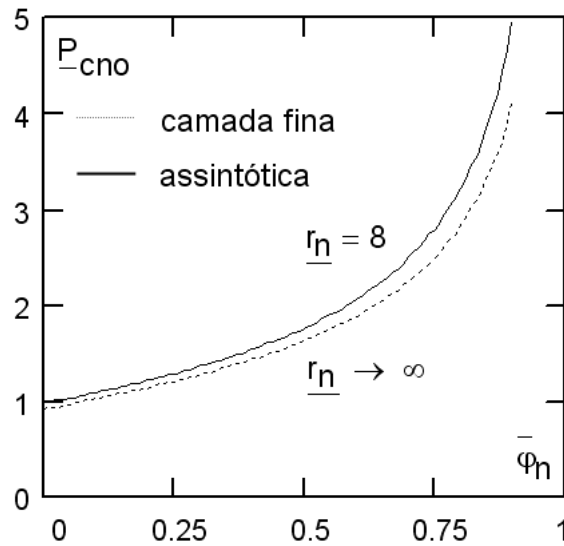


Figura 2.11: Potência normalizada dissipada vs. razão entre as condições de contorno.

Sendo assim, conclui-se que para minimizar a potência dissipada por camada deve-se fazer a razão entre as condições de contorno a menor possível.

### 2.8.3 Enrolamentos Multicamadas

#### 2.8.3.1 Suposições Práticas Sobre o Enrolamento

De acordo com a afirmação feita no item 2.6.1, as correntes instantâneas nas várias camadas são iguais, independentemente da frequência. Sendo assim fasores corrente por unidade de comprimento das camadas são iguais, se estas têm o mesmo comprimento, isto é:

$$\overline{\overline{K}} = \overline{\overline{I}}_n \quad (2.80)$$

Logo, para o enrolamento de M camadas a razão entre as condições de contorno pode ser definida como:

$$\overline{\varphi} = \frac{\overline{H}_0}{\overline{H}_M} = \frac{\overline{H}_0}{\overline{H}_0 - M\overline{\overline{K}}} \quad (2.81)$$

Com relação a estrutura do enrolamento multicamada descrito na figura 2.5, acrescentam-se as seguintes suposições:

- A espessura das camadas condutoras são iguais,

$$\underline{h}_n = \underline{h} \quad (2.82)$$

- A espessura das camadas isolantes são iguais,

$$\underline{h}_{in} = \underline{r}_{n+1}^i - \underline{r}_n^e = \underline{h}_i \quad (2.83)$$

A eq. (2.84) mostra que a razão entre as condições de contorno para a n-ésima camada pode ser obtida a partir daquela para o enrolamento que a contém ( $\overline{\varphi}$ ). Para um enrolamento em circuito aberto tem-se  $\overline{\varphi} = 1$ .

$$\overline{\varphi}_n = \frac{(M - n + 1)\overline{\varphi} + (n - 1)}{(M - n)\overline{\varphi} + n} \quad (2.84)$$

#### 2.8.3.2 Potência Dissipada no Enrolamento

A potência dissipada num enrolamento de M camadas é a soma das potências dissipadas em cada camada. Levando em consideração a aproximação de camada fina a "potência normalizada dissipada por camada num enrolamento de M camadas" é:

$$\underline{P} = \frac{1}{3} \frac{1}{|1 - \overline{\varphi}|^2} \{F_1(\underline{h})[(2M^2 + 1)(1 + |\overline{\varphi}|^2) + 2(M^2 - 1)\Re(\overline{\varphi})] +$$

$$-4F_2(\underline{h})[(M^2 - 1)(1 + |\bar{\varphi}|^2) + (M^2 + 2)\Re(\bar{\varphi})]\} \quad (2.85)$$

É importante observar que fazendo-se  $M = 1$  na eq. (2.85) obtém-se a eq. (2.77) que representa a potência dissipada na  $n$ -ésima camada.

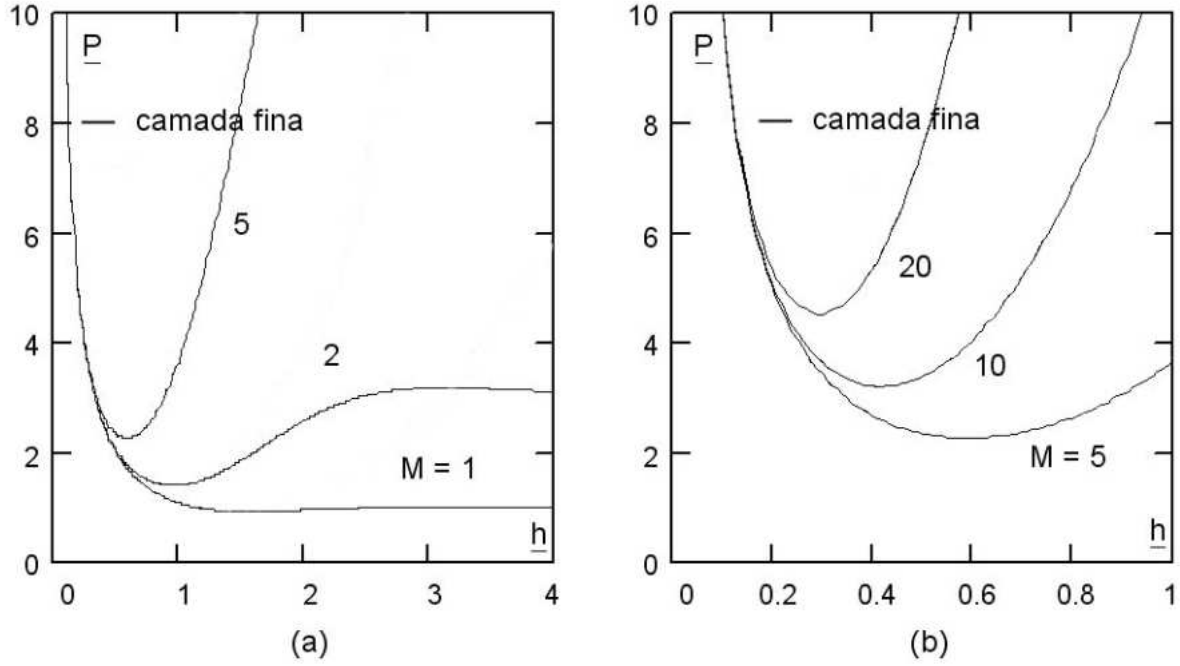


Figura 2.12: Potência normalizada dissipada por camada num enrolamento de  $M$  camadas vs. espessura normalizada das camadas, tendo o número de camadas como parâmetro ( $\bar{\varphi} = 0$ ).

O comportamento observado na figura 2.12, que tem como parâmetro o número de camadas, é análogo ao da figura 2.8 cujo parâmetro é a razão entre as condições de contorno. Esta semelhança deve-se ao efeito de proximidade, o qual é proporcional ao número de camadas. Conclui-se então que para a minimização da potência dissipada não é desejável que o enrolamento tenha um número elevado de camadas.

### 2.8.3.3 Minimização da Potência Dissipada no Enrolamento

Este procedimento é análogo ao descrito na seção 2.8.2. Sendo assim, para a aproximação de camada fina, supondo que as espessuras normalizadas das  $M$  camadas de um enrolamento são iguais, obtém-se a seguinte equação para o cálculo da espessura ótima normalizada:

$$\frac{\cosh(\underline{h}_0)}{\cos(\underline{h}_0)} + \frac{\cos(\underline{h}_0)}{\cosh(\underline{h}_0)} = \frac{(2M^2 + 1)(1 + |\bar{\varphi}|^2) + 2(M^2 - 1)\Re(\bar{\varphi})}{(M^2 - 1)(1 + |\bar{\varphi}|^2) + (M^2 + 2)\Re(\bar{\varphi})} \quad (2.86)$$

A figura 2.13 mostra o comportamento da espessura ótima em função da razão entre as condições de contorno. Pode-se observar resultados análogos, para uma única camada ( $M = 1$ ), ao analisar a figura 2.10 para a espessura ótima normalizada da  $n$ -ésima camada. Já a figura 2.14 mostra o resultado para a potência dissipada em função da razão entre as condições de contorno.

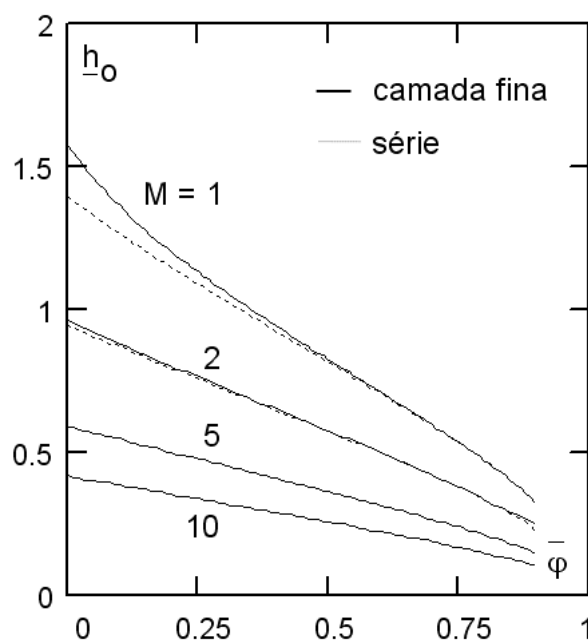


Figura 2.13: Espessura ótima normalizada das camadas de um enrolamento de  $M$  camadas vs. razão entre as condições de contorno, tendo o número de camadas como parâmetro.

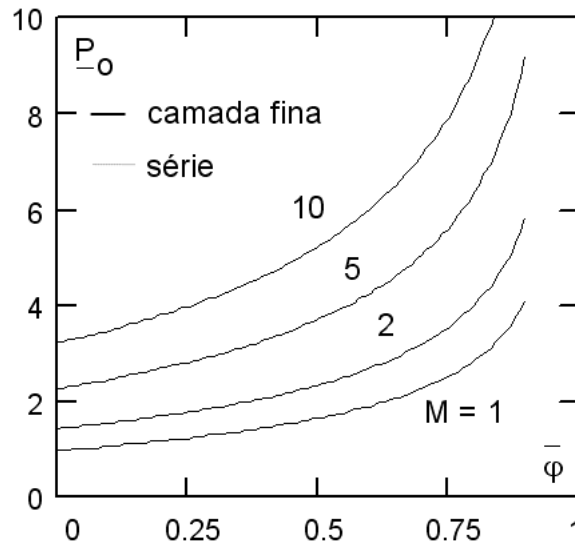


Figura 2.14: Potência mínima normalizada dissipada por camada num enrolamento de M camadas vs. razão entre as condições de contorno, tendo o número de camadas como parâmetro.

## 2.9 Análise para Excitação Periódica Não-Senoidal

### 2.9.1 Potência Dissipada no Enrolamento

A potência total dissipada no enrolamento é igual a soma da potência relativa à componente contínua com aquela devida às componentes harmônicas da corrente.

$$P = P_{cc} + \sum_{j=1}^{\infty} P_j \quad (2.87)$$

com

$$P_{cc} = M \frac{2\pi r_{e1} b}{h_1 \sigma_c} K_{cc}^2 \quad (2.88)$$

$$P_j = M \frac{\pi b}{\sigma_c} r_{e1} |\bar{K}_j|^2 P_j \quad (2.89)$$

$$P_j = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \frac{r_{nj}}{r_{e1}} P_{cnj} \quad (2.90)$$

$$r_{nj} = \frac{r_n}{\delta_j} = r_{ej} + \left( n - \frac{M+1}{2} \right) (\underline{h}_j + \underline{h}_{ij}) \quad (2.91)$$

$$r_{ej} = \frac{r_e}{\delta_j} = r_{1j}^i + \frac{M-1}{2} \underline{h}_{ij} + \frac{M}{2} \underline{h}_j \quad (2.92)$$

$$\underline{h}_j = \frac{h}{\delta_j} = \sqrt{j} \underline{h}_1 \quad (2.93)$$

$$\underline{h}_{ij} = \frac{h_i}{\delta_j} = \sqrt{j} \underline{h}_{i1} \quad (2.94)$$

$$\delta_j = \frac{\delta_1}{\sqrt{j}} \quad (2.95)$$

onde:

- $\underline{P}_{cnj}$  – representa a potência normalizada dissipada na n-ésima camada pela j-ésima componente harmônica da corrente;
- $\underline{P}_j$  – representa a potência normalizada dissipada por camada num enrolamento de M camadas pela j-ésima componente harmônica da corrente;
- $K_{cc}$  e  $K_j$  – representam as amplitudes, por unidade de comprimento, da componente  $cc$  e da j-ésima componente harmônica da corrente.

Sendo,  $K_{ef}$ , o valor eficaz da corrente por unidade de comprimento axial da camada, pode-se expressar a potência dissipada no enrolamento através da seguinte equação:

$$P = M \frac{2\pi b}{\sigma_c} K_{ef}^2 r_{e1} \underline{P} \quad (2.96)$$

É fácil notar, através das eqs. (2.87) à (2.95), que a potência normalizada dissipada por camada num enrolamento de M camadas,  $\underline{P}$ , é dada pela eq. (2.97).

$$\underline{P} = \frac{1}{\underline{h}_1} \frac{K_{cc}^2}{K_{ef}^2} + \sum_{j=1}^{\infty} \sqrt{j} \frac{K_{efj}^2}{K_{ef}^2} \left( \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \frac{r_{n1}}{r_{e1}} \underline{P}_{cnj} \right) \quad (2.97)$$

É importante observar que o termo entre parênteses da eq. (2.97) é a potência normalizada dissipada por camada num enrolamento de M camadas para enrolamentos multicamadas (eq. (2.85)).

Comparando-se a eq. (2.85) com a eq.(2.97), obtida para excitação periódica não-senoidal, nota-se que a eq. (2.85) é acrescida da componente  $cc$  da excitação e de suas respectivas componentes harmônicas de corrente. Sendo assim, usando a aproximação de camada fina, para calcular a "potência normalizada dissipada por camada num enrolamento de M camadas" basta substituir o termo entre parênteses da eq. (2.97) pela eq. (2.85).

$$\begin{aligned} \underline{P} = \frac{1}{\underline{h}_1} \frac{K_{cc}^2}{K_{ef}^2} + \frac{1}{3} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{K_{efj}^2}{K_{ef}^2} \frac{\sqrt{j}}{|1 - \bar{\varphi}_j|^2} \left\{ F_1(\underline{h}_j) \left[ (2M^2 + 1)(1 + |\bar{\varphi}_j|^2) + 2(M^2 - 1)\Re(\bar{\varphi}_j) \right] + \right. \\ \left. - 4F_2(\underline{h}_j) \left[ (M^2 - 1)(1 + |\bar{\varphi}_j|^2) + (M^2 + 2)\Re(\bar{\varphi}_j) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.98)$$

### 2.9.2 Minimização da Potência Dissipada no Enrolamento

A única diferença entre esse procedimento e o descrito na eq. (2.79), para excitação senoidal, é que a diferenciação da potência é realizada com relação à espessura normalizada,  $\underline{h}_1$ , do condutor para a profundidade de penetração à frequência fundamental.

Um exemplo de aplicação desta modelagem pode ser observado na figura 2.15. Sabendo que  $t_r$  é o tempo de subida da onda em segundos e  $t_c$  é o tempo de condução também em segundos, obtém-se as eqs. (2.99), para a razão cíclica, e (2.100), para a razão cíclica do tempo de subida.

$$D = \frac{(t_r + t_c)}{T} \quad (2.99)$$

$$D_r = \frac{t_r}{T} \quad (2.100)$$

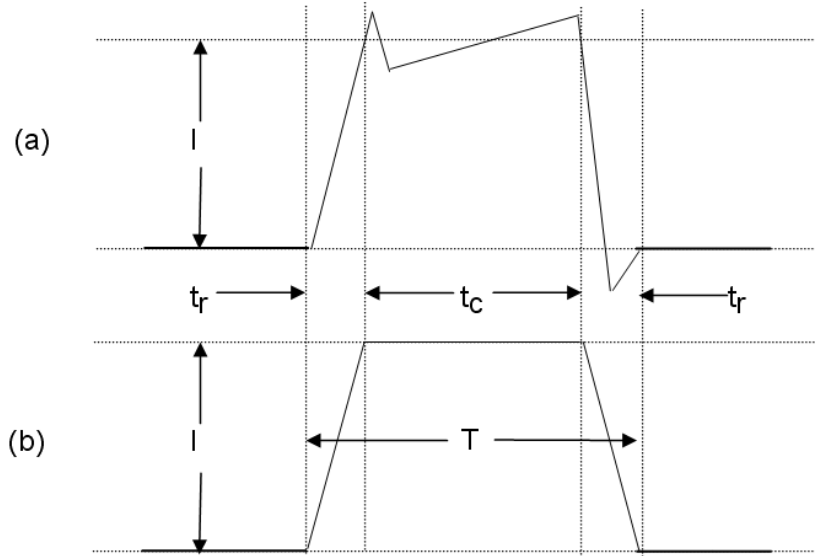


Figura 2.15: (a) Forma de onda de corrente típica num conversor forward e (b) sua aproximação através da uma onda trapezoidal.

As figuras 2.16(a) e 2.16(b) mostram o comportamento da espessura ótima em função da razão entre as condições de contorno, obtido com a aproximação de camada fina para as excitações senoidal e trapezoidal unipolar. É possível observar a diminuição da espessura ótima quando a razão cíclica e a razão entre o tempo de subida e o período desta forma de onda diminuem.

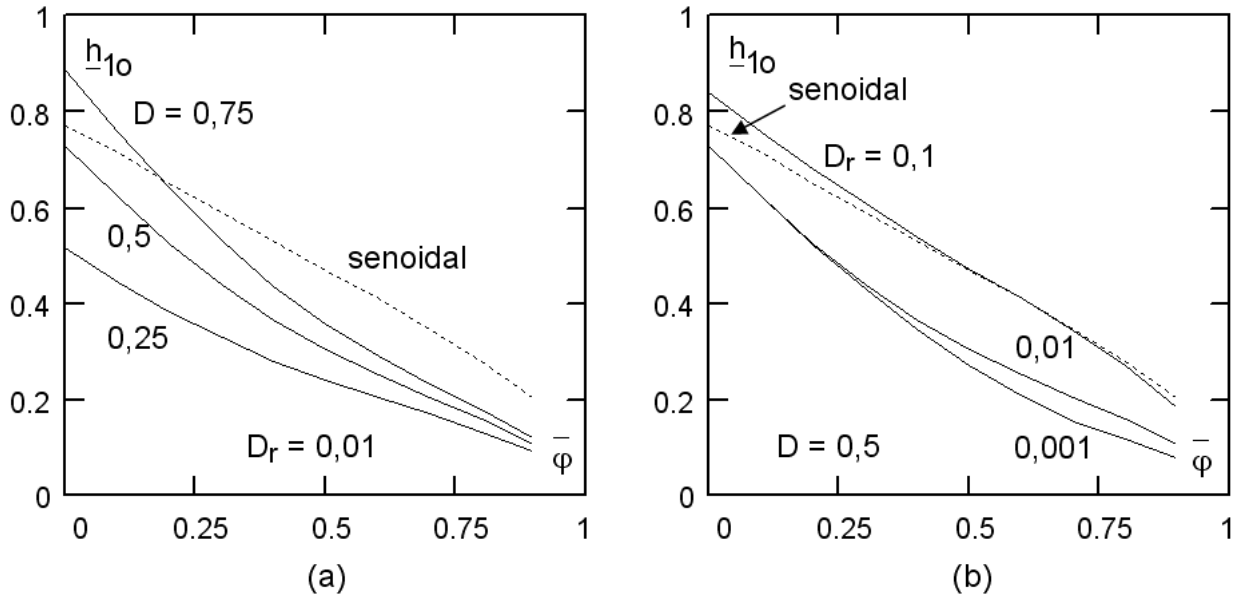


Figura 2.16: Espessura ótima normalizada vs. razão entre as condições de contorno para excitações senoidal e trapezoidal unipolar, tendo como parâmetros em (a) a razão cíclica e em (b) a razão entre o tempo de subida e o período desta forma de onda ( $M = 3$ ).

### 2.9.3 Resistência Efetiva do Enrolamento

A partir das eqs. (2.88) e (2.96) as seguintes igualdades são estabelecidas:

$$P_{cc} = M \frac{2\pi r_{e1} b}{h_1 \sigma_c} K_{cc}^2 = R_{cc} I_{cc}^2 \quad (2.101)$$

$$P = M \frac{2\pi b}{\sigma_c} K_{ef}^2 r_{e1} \underline{P} = R_e I_{ef}^2 \quad (2.102)$$

Onde:

$R_{cc}$  – resistência  $cc$  do enrolamento ( $\Omega$ );

$R_e$  – resistência efetiva do enrolamento ( $\Omega$ ).

Dividindo-se a eq. (2.101) pela eq. (2.102), tem-se:

$$\underline{P} = \frac{1}{h_1} \frac{R_e}{R_{cc}} \quad (2.103)$$



Esta equação permite calcular o valor teórico da resistência efetiva de um enrolamento de  $M$  camadas sob uma dada forma de onda de excitação. Se a resistência efetiva for conhecida é possível calcular a potência normalizada dissipada no enrolamento.

A relação entre a resistência efetiva do enrolamento e sua resistência  $cc$  é dada por:

$$F_r = \frac{R_e}{R_{cc}} = \underline{h_1} P \quad (2.104)$$

Logo, das eqs. (2.98) e (2.104), obtém-se:

$$F_r = \frac{R_e}{R_{cc}} = \left[ \frac{I_{cc}}{I_{ef}} \right]^2 + \sum_{j=1}^{jmax} \left[ \frac{I_{efj}}{I_{ef}} \right]^2 \frac{R_{ej}}{R_{cc}} \quad (2.105)$$

onde,

$$\begin{aligned} \frac{R_{ej}}{R_{cc}} = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\sqrt{j} \underline{h_1}}{|1 - \bar{\varphi}_j|^2} \left\{ F_1(\underline{h_j}) \left[ \left( 2M^2 + 1 \right) \left( 1 + |\bar{\varphi}_j|^2 \right) + 2 \left( M^2 - 1 \right) \Re(\bar{\varphi}_j) \right] + \right. \\ \left. - 4F_2(\underline{h_j}) \left[ \left( M^2 - 1 \right) \left( 1 + |\bar{\varphi}_j|^2 \right) + \left( M^2 + 2 \right) \Re(\bar{\varphi}_j) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.106)$$

Nota-se que na figura 2.17, para uma mesma espessura normalizada da camada, que quanto maior o número de camadas maior a relação entre a resistência efetiva do enrolamento e a resistência  $cc$ .

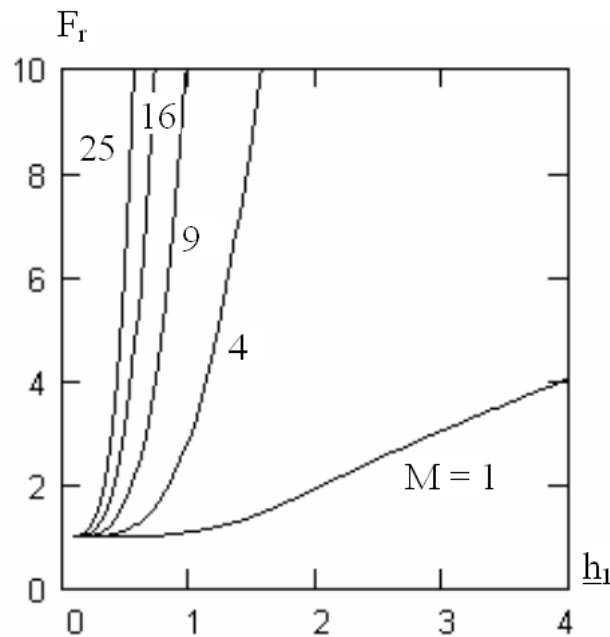


Figura 2.17:  $F_r$  vs. espessura normalizada da camada para  $M = 1, 4, 9, 16$  e  $25$ .

Já a figura 2.18 mostra a relação entre  $F_r$  e  $\underline{h}_{1otimo}$  para vários valores de  $M$ . É importante notar que  $F_r$  tende a um valor praticamente constante para valores elevados de  $M$ .

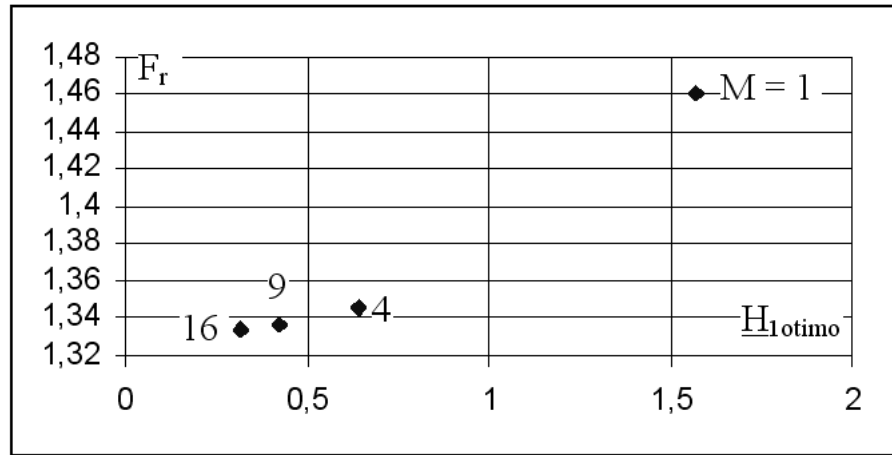


Figura 2.18:  $F_r$  vs. espessura ótima normalizada, para vários valores de  $M$ .

## 2.10 Aplicação da Modelagem a Outras Formas Geométricas

Para o desenvolvimento da modelagem ora apresentada pressupõe-se que cada camada do enrolamento seja constituída por um condutor sólido laminar. No entanto, além da forma laminar, existem várias outras formas geométricas de condutores empregados em componentes magnéticos, principalmente quando a frequência de excitação é elevada. Para que o modelo estudado seja aplicado à outras formas geométricas de condutores é necessário fazer uma adaptação de sua geometria para aquela de um condutor laminar [39,40]. Sendo assim a minimização do projeto de um enrolamento cujos condutores não são laminares exige, conseqüentemente, uma adequação da equação para o cálculo das perdas.

### 2.10.1 Representação de Uma Camada de Condutores Circulares em Feixe ou de Fio Litz por Camadas de Condutores Laminares Equivalentes

Fio litz é um condutor formado por um feixe de fios isolados e transpostos ao longo de um mesmo comprimento de modo a ocupar todas as posições na seção transversal do feixe. Com esta transposição, o efeito de proximidade é minimizado. Num condutor

circular formado por um feixe torcido de fios a transposição não ocorre da mesma forma que num fio litz. Todavia, considera-se que, em ambos os casos, a corrente total distribui-se igualmente entre os fios do feixe.

Os passos adotados para obtenção de um conjunto de camadas de condutores laminares equivalentes a uma camada de condutor circular em feixe ou de fio litz [40] são mostrados na figura 2.19.

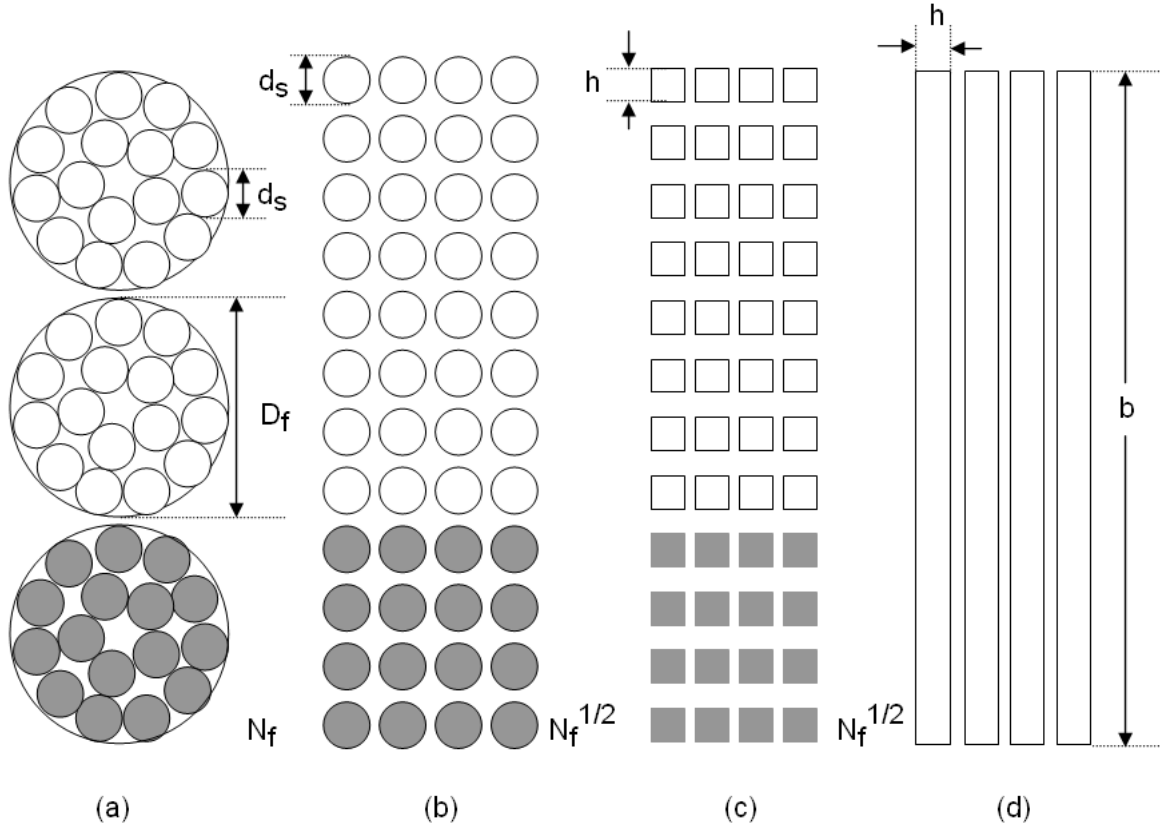


Figura 2.19: Representação de uma camada de fio litz por camadas de condutores laminares. (a) camada de fio litz; (b) camadas de condutores circulares; (c) camadas de condutores quadrados e (d) camadas de condutores laminares equivalentes, [18].

Sendo assim, um condutor circular em feixe ou fio litz com diâmetro externo  $D_f$  e  $N_f$  condutores de diâmetro  $d_s$ , pode ser convertido num arranjo de  $(N_f)^{1/2} \times (N_f)^{1/2}$  condutores de mesmo diâmetro. Como todos os condutores são percorridos pela mesma corrente, estes podem ser tratados como  $N_f$  espiras de um enrolamento de condutores circulares. Em seguida os condutores são convertidos em condutores quadrados de mesma seção transversal, resultando, para cada camada original,  $(N_f)^{1/2}$  camadas de condutores quadrados. Finalmente, cada uma destas camadas pode ser convertida numa camada de condutor laminar, como na figura 2.19. A perda em  $cc$  deve ser a mesma tanto na camada original como nas camadas de condutores laminares equivalentes. Assim, com  $N_{bf}$  sendo

o número de espiras por camada de fio litz,  $M_f$  o número de camadas e  $\sigma'$  a condutividade das camadas de condutores laminares, as seguintes relações podem ser estabelecidas:

$$h = \sqrt{\pi} \frac{d_s}{2} \quad (2.107)$$

$$M = \sqrt{N_f} M_f \quad (2.108)$$

$$\sigma' = \eta \sigma_c \quad (2.109)$$

$$K_{ef} = \frac{N_{bf} I_{ef}}{b} \quad (2.110)$$

com

$$\eta = \frac{h \sqrt{N_f} N_{bf}}{b} \quad (2.111)$$

### 2.10.2 Aplicação da Modelagem Desenvolvida a Enrolamentos com Condutores Circulares em Feixe ou Fio Litz

A aplicação da modelagem desenvolvida a condutores circulares consiste, basicamente, em reavaliar as eqs. (2.93) a (2.95). Portanto, sendo  $N$  o número de espiras do enrolamento, tem-se:

$$\underline{h}'_j = \sqrt{j} \sqrt{\eta} h_1 = \sqrt{j} X \quad (2.112)$$

$$\delta'_1 = \frac{\delta_1}{\sqrt{\eta}} \quad (2.113)$$

com

$$X = \sqrt{\eta} h_1 = \sqrt{\frac{N h}{M b}} \frac{h}{\delta_1} \quad (2.114)$$

Sendo assim, a potência normalizada dissipada por camada, dada pela eq. (2.98), no caso de aproximação de camada fina, é expressada pela seguinte função:

$$\underline{P} = \underline{P}(\underline{h}'_j, \overline{\varphi}_j, M, i(t)) = \underline{P}(X, \overline{\varphi}_j, M, i(t)) \quad (2.115)$$

Nota-se, na eq. (2.115), que agora a minimização ocorre com relação a variável  $X$ . Sendo assim, o valor ótimo da espessura da camada de condutor laminar é obtido a partir do valor ótimo desta variável, como mostra a eq. (2.116).

$$h_o = \left\{ \frac{M}{N} b \delta_1^2 X_o^2 \right\}^{\frac{1}{3}} \quad (2.116)$$

## 2.11 Comentários

Neste Capítulo apresenta-se um resumo da modelagem das perdas nos enrolamentos e de aspectos relevantes que devem ser levados em consideração no projeto dos mesmos.

Adotando-se algumas simplificações para este estudo, obtém-se a solução exata para os fasores unidimensionais campo magnético e densidade de corrente num dado enrolamento constituído de condutores laminares. A aproximação das funções de Bessel, presentes nesta solução, por funções assintóticas e, em seguida, a denominada aproximação de camada fina permitem simplificar ainda mais a modelagem. Por fim, é obtida uma equação para o cálculo das perdas por correntes circulantes no enrolamento.

A modelagem, inicialmente desenvolvida para excitação senoidal, é então estendida para excitação periódica não-senoidal.

Finalmente, apresenta-se uma adaptação do modelo desenvolvido para o caso de enrolamentos constituídos de condutores circulares em feixe ou de fio litz.

# 3

## *MODELAGEM DAS PERDAS NO NÚCLEO*

### 3.1 Introdução

Os materiais magnéticos são classificados, comercializados e aplicados de acordo com suas propriedades magnéticas, as quais são comumente determinadas através de métodos de ensaio padronizados. Estes métodos admitem uma indução magnética senoidal na amostra, o que não ocorre nos transformadores objeto deste estudo. Nestes transformadores, a forma de onda da indução magnética no núcleo é não-senoidal e pode ou não apresentar mínimos locais em meio ciclo. Caso a forma de onda da indução magnética no núcleo apresente mínimos locais em meio ciclo, então o respectivo laço B-H principal conterá laços menores.

Este Capítulo tem por objetivo apresentar a modelagem das perdas magnéticas em aços ao silício de acordo com Barbísio [25]. A abordagem de Barbísio [25] baseia-se no método de separação das perdas magnéticas em perdas por histerese, por correntes circulantes e perdas em excesso e engloba formas de onda de indução magnética periódicas sem e com mínimos locais em meio ciclo. Esta modelagem apresenta um inconveniente quanto à sua aplicação ao projeto de transformadores, pois os parâmetros do modelo são obtidos em função da frequência e parametrizados pelo valor de pico da indução magnética. Na maioria das aplicações o valor da frequência é preestabelecido, de modo que o valor de pico da indução magnética é calculado a fim de que a perda total no núcleo seja menor ou igual a um determinado valor. Assim é desejável que os parâmetros do modelo sejam obtidos em função do valor de pico da indução magnética e parametrizados pela frequência, de acordo com Batistela [38]. Cabe salientar, entretanto, que o entendimento das bases da modelagem apresentada por Barbísio [25] é de fundamental importância para o entendimento da metodologia de determinação de parâmetros apresentada por Batistela [38]. Esta metodologia será discutida na versão final deste trabalho.

## 3.2 Materiais Ferromagnéticos e suas Propriedades

Os transformadores utilizam materiais magnéticos para transferir energia. Num transformador monofásico, por exemplo, o núcleo, que deve ter alta permeabilidade magnética relativa para garantir um bom acoplamento magnético, transfere a energia do enrolamento primário para o secundário.

Núcleos magnéticos construídos de aços ao silício têm sido bastante utilizados em transformadores de baixa frequência (usualmente menor que 5 kHz) e que realizam conversão de altos valores de potência como, por exemplo, os transformadores de potência e de distribuição.

Como dito anteriormente o material do núcleo possui alta permeabilidade magnética relativa, sendo não-linear a relação entre campo magnético e indução magnética no mesmo. A caracterização deste tipo de material envolve um conjunto de curvas características, que relacionam "variáveis importantes", como o "laço B-H", a "curva de magnetização", a "perda magnética", a "permeabilidade", à outras variáveis, como "indução magnética, frequência e temperatura". Um bom sistema de caracterização magnética, como o apresentado em [37], deve ser capaz de obter tais características.

### 3.2.1 Laço B-H

Sendo a informação básica do material, o laço B-H apresenta, para um ciclo completo de magnetização, a relação instantânea entre o campo magnético,  $H(t)$ , e a indução magnética,  $B(t)$ , no material.

A figura 3.1 apresenta, por exemplo, laços B-H obtidos para uma amostra de aço ao silício na frequência de 60 Hz e para alguns valores de pico da indução magnética ( $B_p$ ) e para as formas de onda de  $B(t)$  e  $H(t)$  mostradas na figura 3.2, [37]. Neste caso, a tensão aplicada é modulada por largura de pulsos múltiplos (PWM múltiplo).

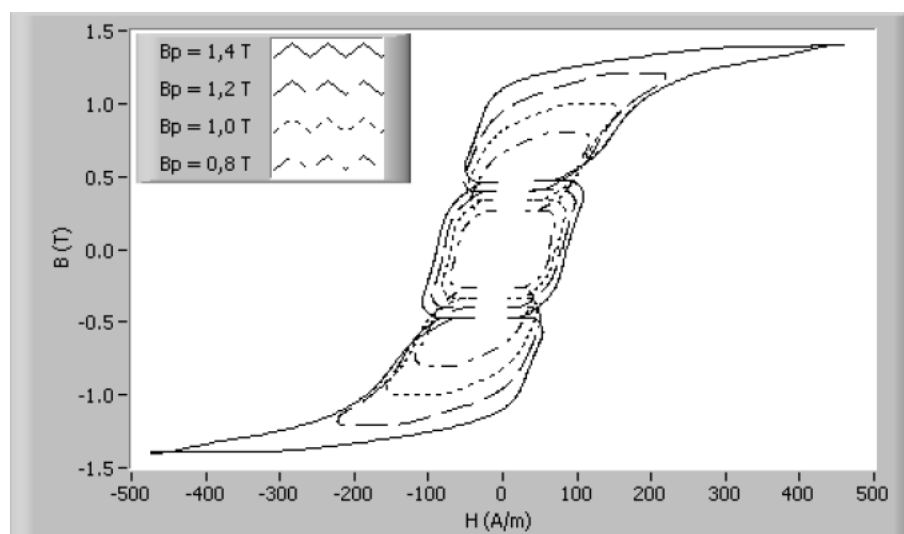


Figura 3.1: Laços B-H para diversos valores de  $B_p$ ,  $f=60$  Hz (tensão PWM múltiplo).

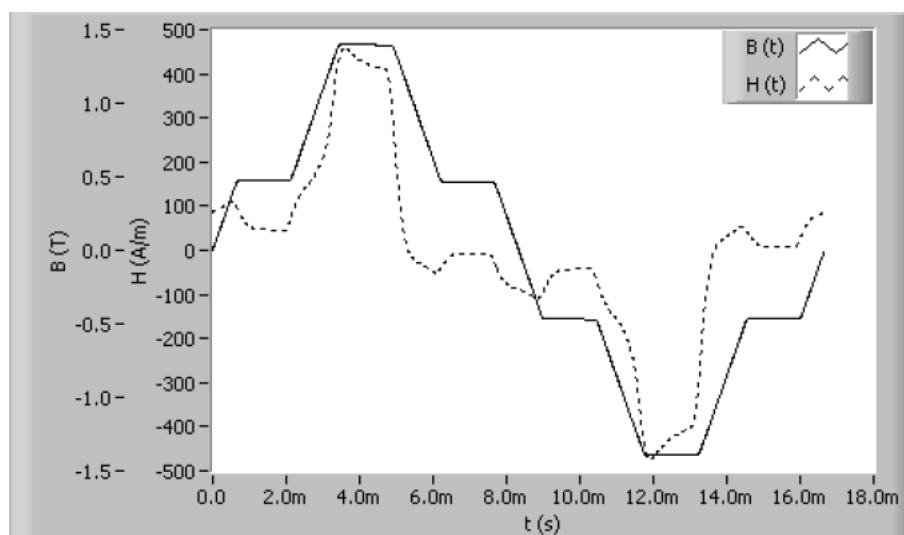


Figura 3.2: Formas de onda de campo magnético e indução magnética para  $B_p=1,4$  T,  $f=60$  Hz (tensão PWM múltiplo).

O laço B-H de um certo material é dependente de parâmetros como frequência, forma de onda da indução e temperatura. As figuras 3.3 e 3.4 mostram a variação do laço B-H, para a mesma amostra, em função da frequência de excitação e para formas de onda de indução magnética resultantes da aplicação de formas de onda de tensão dos tipos modulada por largura de pulso simples (PWM simples) e quadrada [37]. Ao comparar estas figuras nota-se, ainda, a dependência do laço com relação à forma de onda da indução magnética.



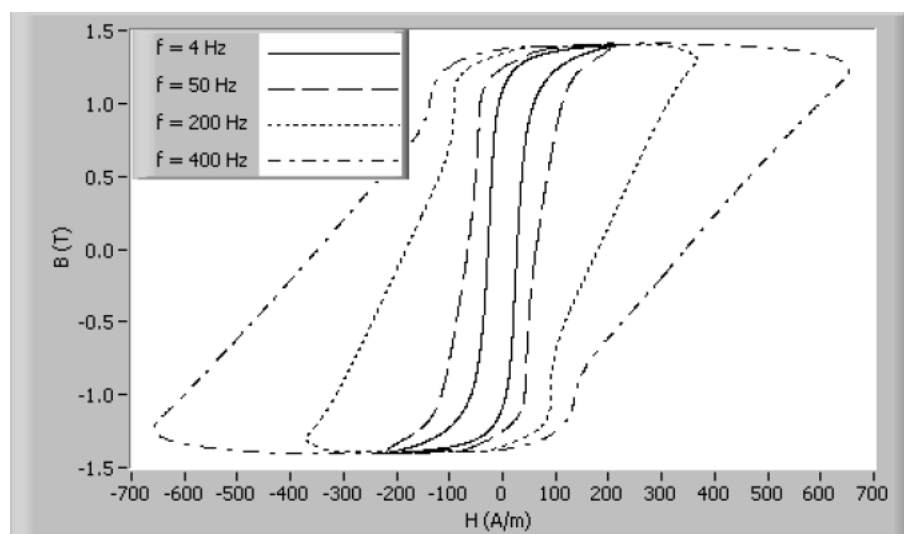


Figura 3.3: Laço B-H para várias frequências (tensão PWM simples).

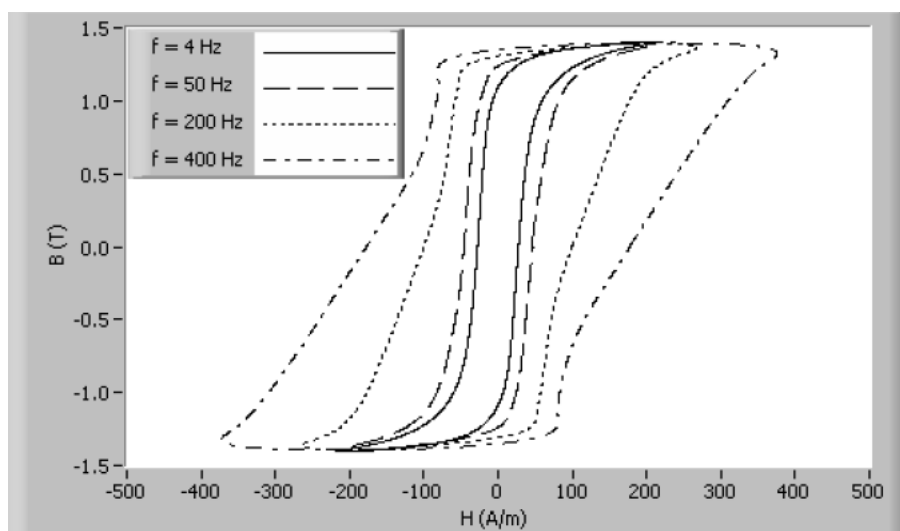


Figura 3.4: Laço B-H para várias frequências (tensão quadrada).

O laço B-H depende ainda da temperatura do material. A figura 3.5 mostra o efeito da variação da temperatura no laço B-H para uma dada amostra de aço ao silício e forma de onda de tensão senoidal de 60 Hz. Esta figura mostra apenas a parte superior dos laços ( $B_p \geq 1,0$  T), a fim de evidenciar o efeito do deslocamento para a direita da extremidade do laço com o aumento da temperatura [37].

Ao observar as figuras 3.3 e 3.4, nota-se que os respectivos laços B-H são simétricos em relação à origem dos eixos coordenados. Isso ocorre somente quando o valor médio da corrente elétrica no enrolamento realizado sobre o núcleo é nulo. Se isto não ocorrer, o laço B-H resultará assimétrico, como ilustra a figura 3.6 (a). A figura 3.6 (b) mostra que, neste caso, a forma de onda da indução magnética terá valor médio não nulo.

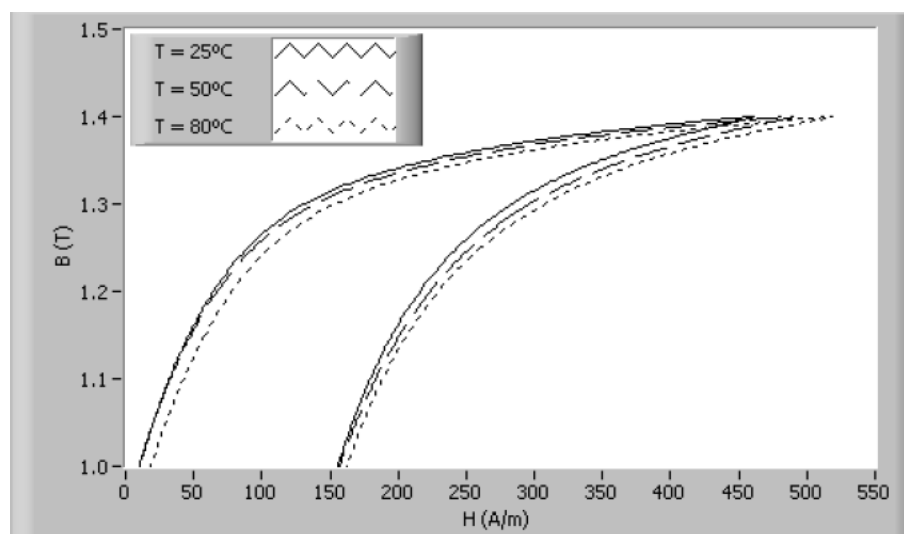


Figura 3.5: Laços B-H parametrizados pela temperatura (tensão senoidal,  $f=60$  Hz,  $B_p=1,4$  T).

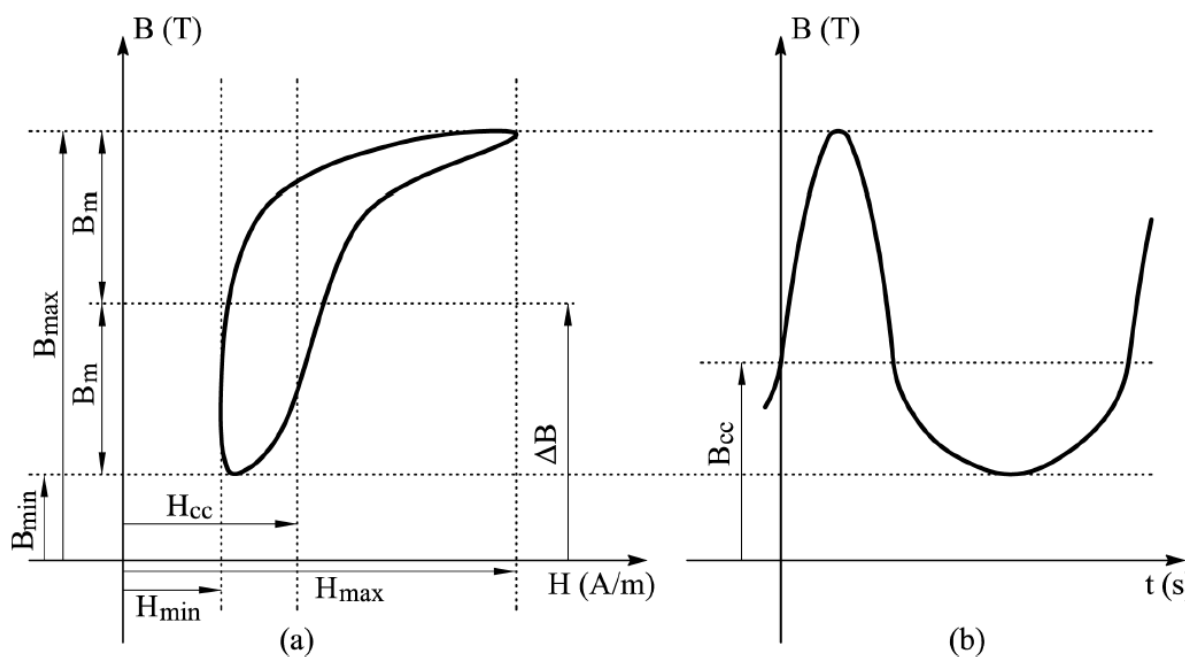


Figura 3.6: (a) Laço B-H com componentes contínuas de indução magnética e campo magnético; (b) Forma de onda de indução magnética em função do tempo.

### 3.2.2 Curva de Magnetização

A relação entre os valores de pico da indução magnética e do campo magnético é descrita através da curva de magnetização. Esta curva pode ser obtida através da união das extremidades dos laços B-H para vários valores de  $H_p$ , como é mostrado na figura 3.7.

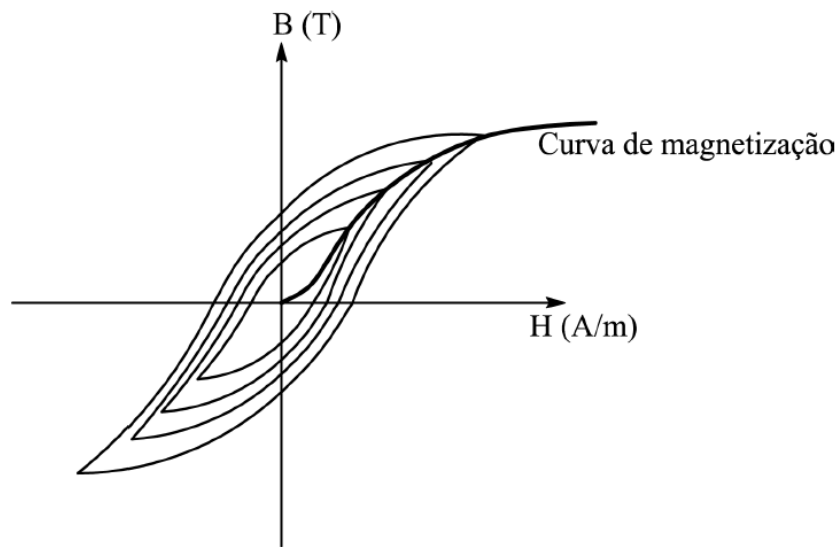


Figura 3.7: Laços B-H para diferentes valores de  $H_p$ .

Caso o material esteja inicialmente desmagnetizado, sua curva de magnetização passa a ser denominada "curva de magnetização inicial", como ilustra a figura 3.8. Esta curva foi obtida para amostra de aço ao silício [37].

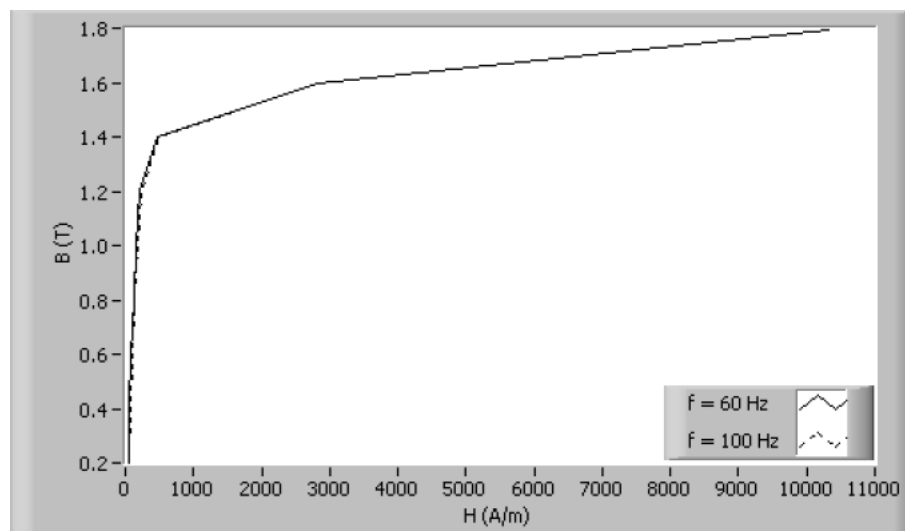


Figura 3.8: Curvas de magnetização para  $f = 60$  Hz e  $f = 100$  Hz (tensão PWM múltiplo).

### 3.2.3 Permeabilidade Magnética

A permeabilidade magnética indica a capacidade do material de conduzir fluxo magnético. Quanto maior for a permeabilidade magnética do material maior facilidade este terá para conduzir fluxo magnético.

Os vários tipos de permeabilidade são listados a seguir:

- $\mu_0$  – permeabilidade absoluta no espaço livre ( $4\pi \cdot 10^{-7}$  H/m);
- $\mu_i$  – permeabilidade inicial, mostrada na figura 3.9 (a);
- $\mu_\Delta$  – permeabilidade incremental. É definida por  $\Delta B/\Delta H$ , como mostra a figura 3.9(b). Sua aplicação ocorre quando se tem uma componente contínua de corrente juntamente com um baixo valor pico-a-pico da indução;
- $\mu_e$  – permeabilidade efetiva. Quando o núcleo magnético não é homogêneo, ou seja, possui mais de um tipo de material como, por exemplo, ar, esta permeabilidade é definida como a "permeabilidade de uma estrutura homogênea", com mesma forma, dimensão, e relutância que teria a estrutura original;
- $\mu_r$  – permeabilidade relativa. É a permeabilidade do material com relação à permeabilidade do espaço livre;
- $\mu_n$  – permeabilidade normal ou amplitude de permeabilidade. De acordo com a figura 3.9 (a) é a razão  $B/H$  em qualquer ponto da curva;
- $\mu_{max}$  – permeabilidade máxima. É a inclinação da reta que passa pela origem e tangencia a curva de magnetização, como mostra a figura 3.9 (a);
- $\mu_p$  – permeabilidade de pulso. É a razão entre os valores de pico de  $B$  e  $H$  para uma excitação unipolar;
- $\bar{\mu} = \mu' - j\mu''$  – permeabilidade complexa.

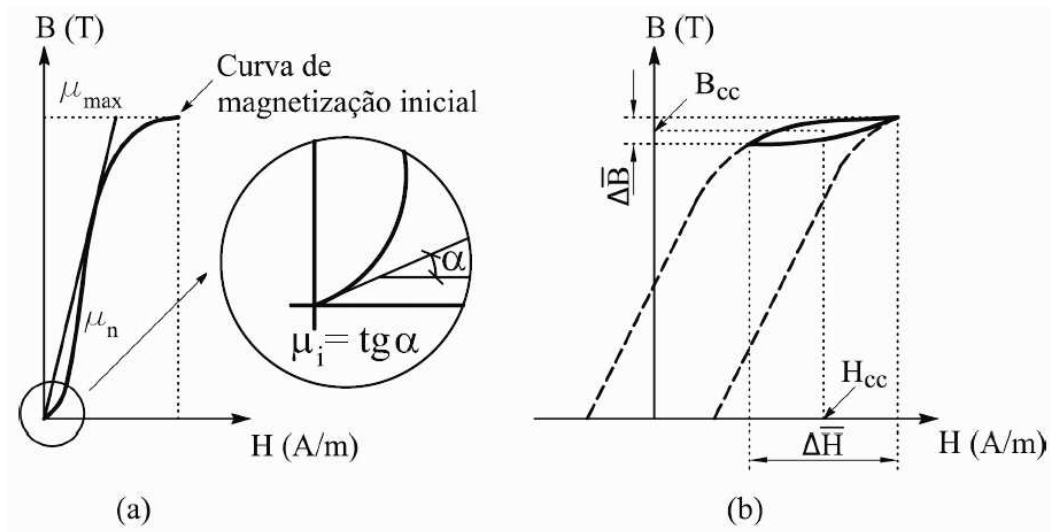


Figura 3.9: (a) Permeabilidade inicial, permeabilidade máxima e permeabilidade normal; (b) Permeabilidade incremental.

Normalmente, os sistemas de caracterização magnética usam os valores de pico da indução magnética e do campo magnético para calcular a permeabilidade dos materiais, como mostra a eq. 3.1:

$$\mu = \frac{B_p}{H_p}. \quad (3.1)$$

Onde:

$\mu$  – permeabilidade magnética (H/m),

$H_p$  – valor de pico do campo magnético (A/m) e

$B_p$  – valor de pico da indução magnética (T).

Para materiais magnéticos, em geral, a relação entre  $B_p$  e  $H_p$  mostrada na eq. 3.1 não é constante, pois a curva de magnetização é não-linear. Sendo assim esta relação é apresentada, usualmente, por uma curva de permeabilidade, como mostram, por exemplo, as figuras 3.10 e 3.11 [37]. Nestas figuras, obtidas para uma mesma amostra de aço ao silício, pode-se perceber o efeito da forma de onda da tensão aplicada (figura 3.10) e da temperatura (figura 3.11) sobre a permeabilidade do material para um dado valor de pico da indução magnética.

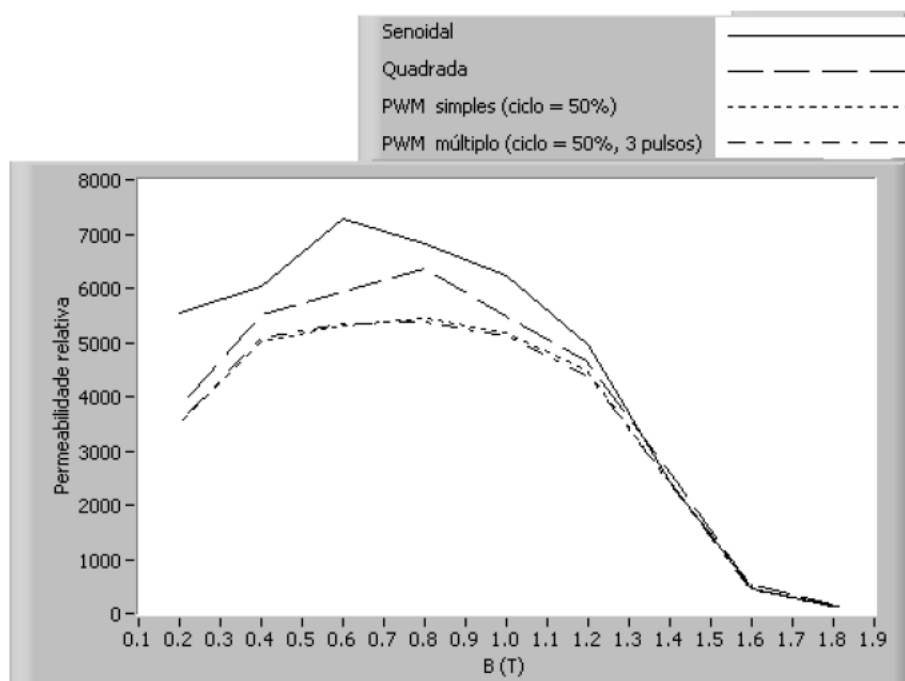


Figura 3.10: Curvas de permeabilidade relativa para diversas formas de onda ( $f=60$  Hz).

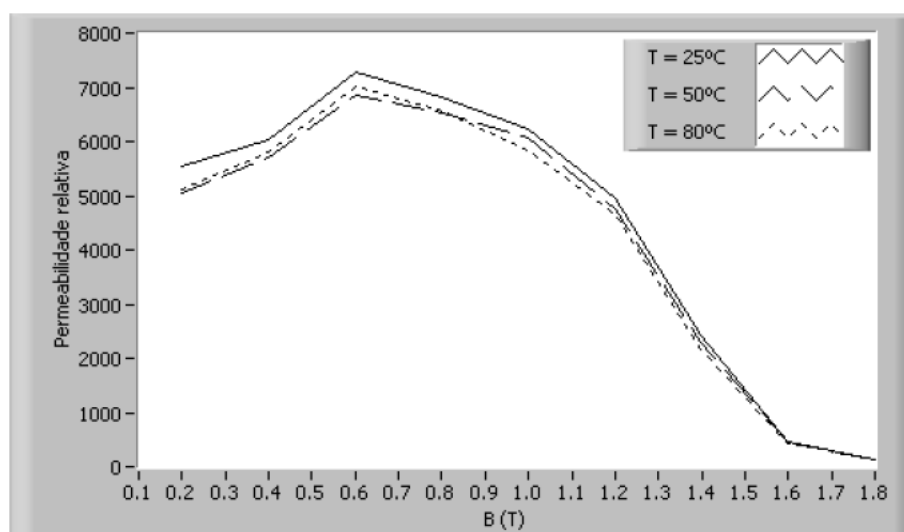


Figura 3.11: Curvas de permeabilidade parametrizadas pela temperatura (tensão senoidal,  $f=60$  Hz).

### 3.2.4 Perda Magnética

O princípio para a determinação experimental da perda total numa amostra de material magnético é como descrito a seguir. Suponha um enrolamento de  $N$  espiras sobre um núcleo magnético de comprimento efetivo  $l$ , como mostra a figura 3.12 (a), e área efetiva da seção transversal  $A$  [41]. O circuito elétrico equivalente para esta montagem é mostrado na figura 3.12 (b), onde foram ignorados o fluxo de dispersão e os efeitos capacitivos.

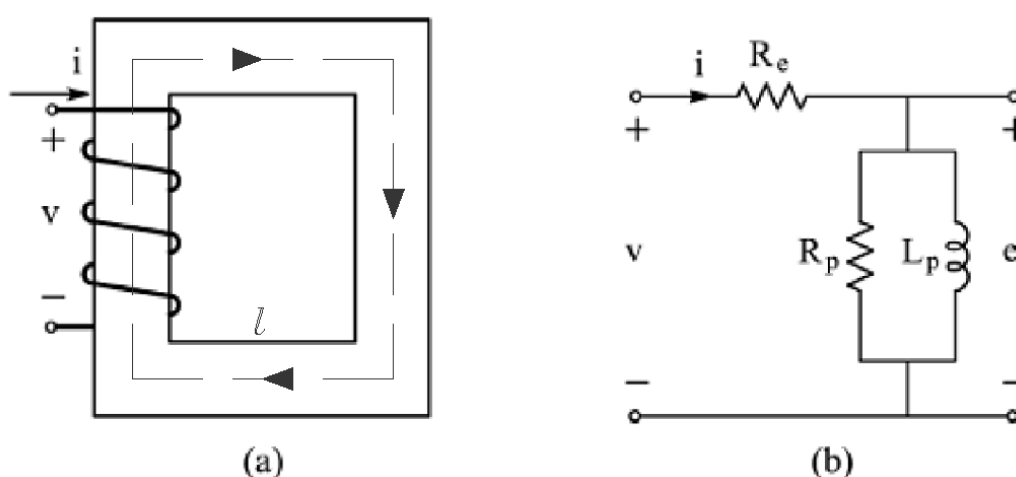


Figura 3.12: (a) Circuito magnético composto de um enrolamento desenvolvido sobre um núcleo de aço ao silício; (b) Circuito equivalente.

Sabendo que  $R_e$ ,  $R_p$  e  $L_p$  são, respectivamente, a resistência do enrolamento, a resistência de perda magnética e a indutância do enrolamento. Então, quando o enrolamento

é percorrido por uma corrente elétrica,  $i(t)$ , produz-se um fluxo concatenado,  $\lambda(t)$ , dado por:

$$\lambda(t) = N\phi(t). \quad (3.2)$$

Sendo:

$\lambda(t)$  – valor instantâneo do fluxo concatenado (Wb);

$N$  – número de espiras do enrolamento;

$\phi(t)$  – valor instantâneo do fluxo magnético na seção transversal do núcleo magnético (Wb).

Considerando-se a indução magnética instantânea,  $B(t)$ , uniforme na seção transversal, de área  $A$ , do núcleo, tem-se:

$$\phi(t) = AB(t). \quad (3.3)$$

Segundo a lei de Ampère, o valor instantâneo do campo magnético no núcleo é dado por:

$$H(t) = \frac{Ni(t)}{l} \quad (3.4)$$

Segundo a lei de Faraday, a variação no tempo do fluxo concatenado pelo enrolamento,  $\lambda(t)$ , induz uma tensão dada por:

$$e(t) = \frac{d\lambda}{dt} = N \frac{d\phi}{dt} = NA \frac{dB}{dt}, \quad (3.5)$$

onde,  $e(t)$  é o valor instantâneo da tensão induzida pelo enrolamento (V).

De acordo com a figura 3.12-(b), o produto  $v(t)i(t)$  é o valor instantâneo da potência total entregue ao circuito. Fazendo-se  $(v(t) - e(t))i(t)$ , tem-se a potência dissipada na resistência do enrolamento. Sendo assim, a potência instantânea entregue ao núcleo magnético é calculada através da eq. (3.6).

$$p(t) = i(t)e(t) = i(t) \frac{d\lambda(t)}{dt} \quad (3.6)$$

A eq.(3.7) define a variação da energia no circuito magnético no intervalo de  $t_1$  a  $t_2$ .

$$W_{12} = \int_{t_1}^{t_2} p(t)dt \quad (3.7)$$

Substituindo a eq. (3.6) na eq. (3.7) obtém-se:

$$W_{12} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i d\lambda \quad (3.8)$$

Substituindo-se as eqs. (3.4) e (3.5), tem-se uma equação em função das variáveis de campo:

$$W_{12} = \int_{B_1}^{B_2} \left( \frac{Hl}{N} \right) (AN) dB = Al \int_{B_1}^{B_2} H dB \quad (3.9)$$

Sendo assim, nota-se que, o produto  $Al$  da eq. (3.9) é o volume efetivo do núcleo. Além disso  $HdB$  é a densidade volumétrica incremental de energia magnética no núcleo, onde a integral deste termo, fornece a energia por unidade de volume absorvida pelo material. Esta energia é igual à área do gráfico entre a curva B-H (trecho  $Oa$  mostrado na figura 3.13) e o eixo das ordenadas (área  $Oac$ ). Quando o campo magnético retorna ao seu valor inicial (zero), trecho  $ab$  da figura 3.13, parte da energia absorvida pelo componente é devolvida, sendo seu valor igual a área  $abc$ . Conclui-se então que, subtraindo-se a área  $abc$  da área  $Oac$ , tem-se a energia absorvida pelo material no trecho  $Oab$ . Conseqüentemente, em um ciclo completo de magnetização, a perda de energia em  $J/m^3$  é determinada através da área do laço B-H, como ilustra a figura 3.14.

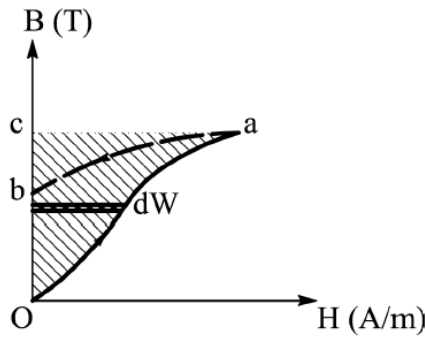


Figura 3.13: Característica B-H e energia do campo magnético.

Colocando o tempo como variável de integração, a eq. 3.9 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$W_{12} = Al \int_{t_1}^{t_2} H(t) \left( \frac{dB}{dt} \right) dt \quad (3.10)$$

Sendo assim, pode-se obter a energia por unidade de volume,  $J/m^3$ , dissipada num ciclo completo de magnetização:

$$W_v = \int_0^T H(t) \left( \frac{dB}{dt} \right) dt \quad (3.11)$$



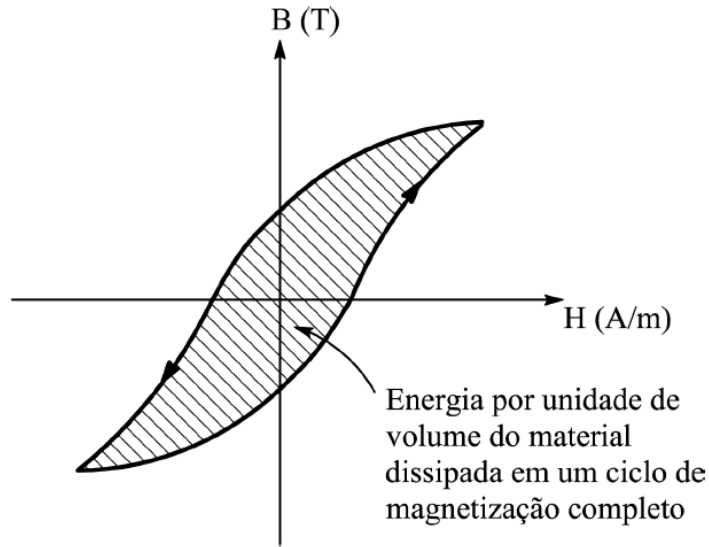


Figura 3.14: Laço B-H e energia absorvida por ciclo.

A eq. 3.12 fornece a energia por unidade de massa, J/kg, dissipada num ciclo completo.

$$W_v = \frac{1}{m_v} \int_0^T H(t) \left( \frac{dB}{dt} \right) dt \quad (3.12)$$

Onde:

$m_v$  – é a densidade do material magnético (kg/m<sup>3</sup>).

Finalmente tem-se o valor médio da potência absorvida pelo material magnético (W/kg):

$$P_{m_m} = \frac{f}{m_v} \int_0^T H(t) \left( \frac{dB}{dt} \right) dt \quad (3.13)$$

Onde:

$f$  – é a frequência fundamental da indução magnética (Hz).

Segundo Barbisio [25] a perda magnética total dada pela eq. 3.13, pode ser dividida em três parcelas: "perda por histerese, perda clássica (ou por correntes de Foucault ou por correntes circulantes) e perda em excesso". Sendo assim, com auxílio de Lima [37] e Barbisio [25], o método da separação de perdas será utilizado para modelar as perdas no núcleo magnético.

### 3.3 Separação de Perdas

A previsão de perdas no núcleo magnético é de fundamental importância para o projeto de componentes magnéticos. Sendo assim, através de equações matemáticas, deve-se encontrar, com a máxima precisão, a perda por unidade de massa no material magnético usado na fabricação do núcleo. Com isso, ter-se-á condições de prever o limite de massa que o núcleo deverá ter de modo que sua perda não ultrapasse o valor máximo permitido. Por outro lado, para um dado valor máximo de perda magnética, é possível, de posse da equação geral de perdas magnéticas, determinar o respectivo valor de pico da indução magnética.

Portanto, como citado anteriormente, a abordagem mais adequada, sugerida por Jordan [42], ao problema proposto e conseqüentemente mais utilizada na literatura atual é a "separação de perdas". De acordo com esta abordagem, a perda magnética total é dada por:

$$P_{tm} = P_{hm} + P_{clm} + P_{exc_m} \quad (3.14)$$

Onde:

$P_{tm}$  – perda magnética total por unidade de massa (W/Kg);

$P_{hm}$  – perda por histerese por unidade de massa (W/Kg);

$P_{clm}$  – perda clássica por unidade de massa (W/Kg);

$P_{exc_m}$  – perda em excesso por unidade de massa (W/Kg).

Apresenta-se a seguir a modelagem das perdas magnéticas para os casos de forma de onda da indução magnética,  $B(t)$ , sem e com mínimos locais (itens 3.3.1 e item 3.3.2, respectivamente). A figura 3.15 ilustra um exemplo de indução com mínimos locais.

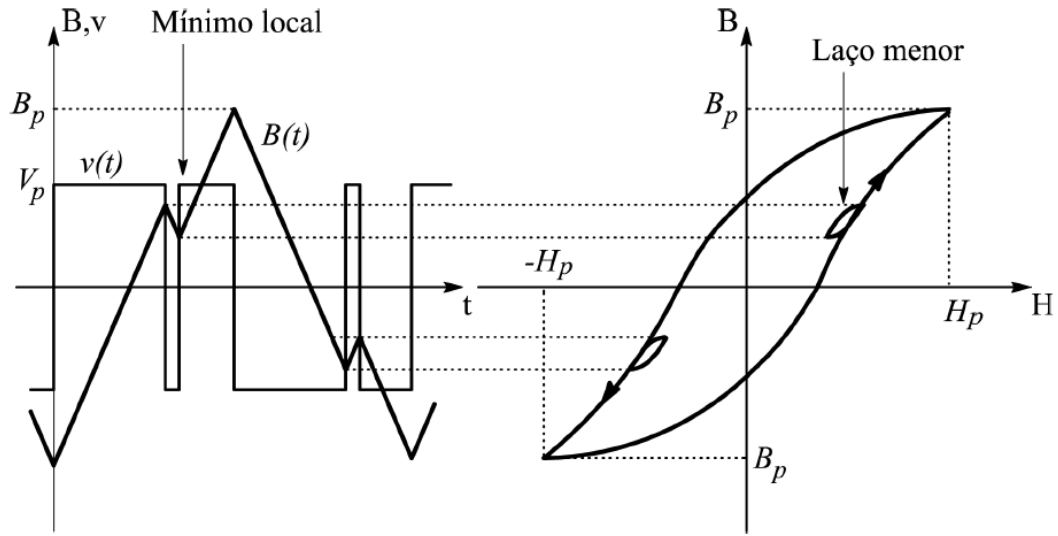


Figura 3.15: Laço B-H com laços menores.

### 3.3.1 Separação de Perdas Aplicada a Formas de Onda de Indução sem Mínimos Locais

#### 3.3.1.1 Perda por Histerese

Define-se a perda por histerese como sendo a energia gasta para mover as paredes de domínios magnéticos e para alinhar magneticamente estes domínios com o campo magnético aplicado.

A perda em questão é igual a área do laço B-H numa frequência tão baixa quanto possível, tipicamente entre 1 Hz e 3 Hz [20,22]. A esse laço dá-se o nome de "laço B-H quase-estático ou simplesmente laço de histerese".

A eq. (3.15) mostra a energia dissipada por ciclo devido à histerese magnética.

$$W_{hm} = \frac{A_{lh}}{m_v} \quad (3.15)$$

Sendo:

$W_{hm}$  – energia por unidade de massa dissipada por ciclo devido à histerese magnética associada aos laços menores (J/Kg);

$A_{lh}$  – área do laço de histerese ( $J/m^3$ );

$m_v$  – densidade do material ( $Kg/m^3$ ).

A perda por histerese em Watts por quilograma é dada por:

$$P_{h_m} = W_{h_m} f_h \quad (3.16)$$

Sendo:

$f_h$  – frequência de magnetização quase-estática (Hz).

A energia dissipada por ciclo independe da frequência e da forma de onda da indução (na ausência de mínimos locais na forma de onda), sendo função apenas do valor de pico da indução magnética.

### 3.3.1.2 Perda Clássica

A perda clássica deve-se às correntes induzidas no núcleo por um fluxo magnético variável no tempo.

Ao ser aplicado um fluxo magnético variante no tempo, em cada ponto do núcleo, surge uma corrente elétrica induzida com o objetivo de gerar um outro fluxo magnético que se opõe à variação do primeiro. Como o material magnético possui condutividade elétrica não-nula, as correntes induzidas circulam nas seções transversais do núcleo, formando anéis de correntes perpendiculares à direção do fluxo <sup>1</sup>, produzindo perdas por efeito Joule.

A equação matemática que modela a perda clássica pode ser deduzida a partir das equações do eletromagnetismo [38]. Para tanto, considera-se uma lâmina de material ferromagnético, figura 3.16, sob ação de um vetor de indução variável no tempo  $B(t)$  e de direção  $Oz$ .

De acordo com a figura 3.16 e sabendo que  $l_x \ll l_y$  tem-se:

$$\mathbf{B} = (0, 0, B) \quad (3.17)$$

$$\mathbf{J} = (0, J, 0) \quad (3.18)$$

Sendo assim, ignorando-se a densidade de corrente de deslocamento, obtém-se, de acordo com a Lei de Ohm, o vetor campo elétrico  $\mathbf{E}$ :

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (3.19)$$

---

<sup>1</sup>A fim de dificultar a formação de correntes parasitas, lamina-se o material ferromagnético e aumenta-se sua resistividade elétrica através da inclusão de silício (ou outros materiais) no ferro

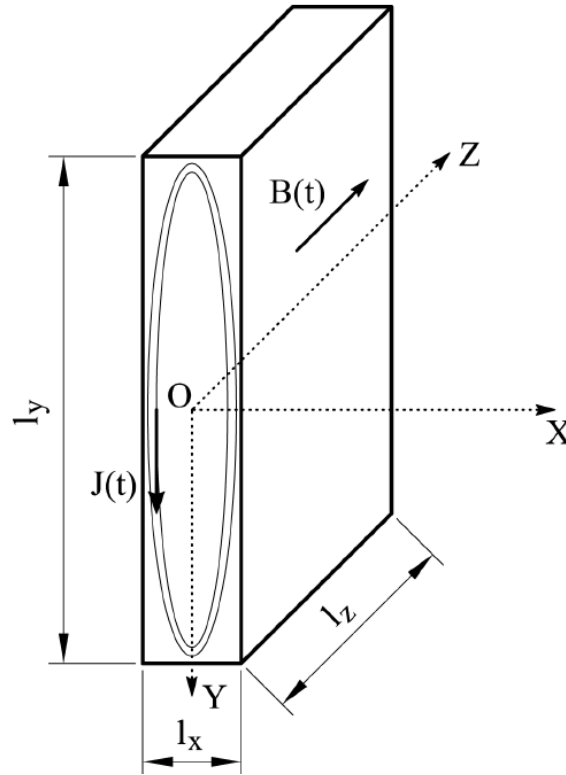


Figura 3.16: Lâmina de material ferromagnético, suposto linear e isotrópico, com a condição de  $l_x \ll l_y$

onde:

$\sigma$  – condutividade elétrica do material em  $(\Omega \cdot m)^{-1}$ .

De acordo com a eq. (3.19),  $\mathbf{J}$  e  $\mathbf{E}$  possuem a mesma direção. Então:

$$\mathbf{E} = (0, E, 0) \quad (3.20)$$

Segundo a lei de Faraday, a maneira puramente eletromagnética de se gerar um campo elétrico e, portanto, uma fem, ao longo de um caminho fechado é a partir de um fluxo magnético variável no tempo. Sendo assim,

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.21)$$

Substituindo as eqs. (3.17) e (3.20) na eq. (3.21) obtém-se a eq. (3.22).

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & E & 0 \end{vmatrix} = (0, 0, -\frac{\partial B}{\partial t}) \quad (3.22)$$

Logo, percebe-se que:

$$\frac{\partial E}{\partial z} = 0 \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (3.24)$$

Levando-se em consideração que a corrente elétrica em um condutor não é descontínua, os vetores densidade de corrente ( $\mathbf{J}$ ) e campo elétrico ( $\mathbf{E}$ ) também não apresentam descontinuidade. Sendo assim, a solução para a eq. (3.24) é dada pela eq. (3.25).

$$E(x) = \frac{\partial B}{\partial t} x \quad (3.25)$$

A seguinte equação, apresenta o valor instantâneo da potência dissipada no volume da lâmina por efeito Joule ( $p_{cl}(t)$ ).

$$p_{cl}(t) = \int \int \int \sigma E^2 dv \quad (3.26)$$

Substituindo a eq. (3.25) na eq. (3.26), obtém-se a eq. (3.27), onde  $d = l_x$  é a espessura da lâmina, como mostra a figura 3.16.

$$p_{cl}(t) = \sigma \int_0^{l_x} \int_0^{l_y} \int_{-\frac{d}{2}}^{\frac{d}{2}} \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 x^2 dx dy dz \quad (3.27)$$

O resultado desta integral é mostrado na equação abaixo:

$$p_{cl}(t) = \sigma \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 l_y l_z \frac{d^3}{12} \quad (3.28)$$

Sabe-se que  $l_y l_z d$  é igual ao volume da amostra ( $V_{ol}$ ). Sendo assim, o valor instantâneo da perda por unidade de volume do material,  $p_{cl_v}$ , é mostrado na eq. (3.29).

$$p_{cl_v}(t) = \frac{p_{cl}(t)}{V_{ol}} = \frac{\sigma d^2}{12} \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 \quad (3.29)$$

A seguir, integrando-se o valor instantâneo, eq. (3.29), no período  $T$ , obtém-se o valor médio da perda por correntes circulantes por unidade de volume do material,  $P_{cl_v}$ .

$$P_{cl_v} = \frac{\sigma d^2}{12} \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 dt \quad (3.30)$$

Onde:

$P_{cl_v}$  – perda clássica por unidade de volume ( $W/m^3$ ).

Como, usualmente, as perdas em aços ao silício são apresentadas em [W/kg] ao invés de [W/m<sup>3</sup>], obtém-se a perda por unidade de massa do material dividindo-se a eq. (3.30) pela densidade do material  $m_v$ , eq. (3.31). Esta equação tem sido, usualmente, adotada como padrão na literatura atual [20,22,21,25].

$$P_{cl_m} = \frac{\sigma d^2}{12m_v} \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 dt \quad (3.31)$$

Onde:

$P_{cl_m}$  – perda clássica por unidade de massa (W/kg).

Se a eq. (3.30) for dividida pela frequência de magnetização (f), obtém-se a energia dissipada por ciclo e por unidade de massa do material, como mostra a eq. (3.32).

$$W_{cl_m} = \frac{\sigma d^2}{12f m_v} \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 dt \quad (3.32)$$

Ao analisar a eq. (3.30), nota-se que a perda clássica é diretamente proporcional à condutividade elétrica do material ( $\sigma$ ) e ao quadrado da espessura da lâmina (d). Isso explica o processo de laminação do aço ao silício e o acréscimo de silício em suas composições para diminuir a condutividade elétrica. Esta perda, também é proporcional à frequência, podendo ser desprezada quando esta se torna menor ou igual a 1Hz.

### 3.3.1.3 Perda em Excesso

Como a modelagem das perdas por histerese e clássica já estão bem definidas há alguns anos, resta, aos pesquisadores, estabelecer os modelos de cálculo da "perda em excesso" com mais objetividade e precisão. Sendo assim, o modelo mais adequado para o estudo em questão, é o apresentado por Bertotti [23].

Bertotti provocou uma grande evolução no que diz respeito a perda em excesso, explicando seu complexo mecanismo físico, além de mostrar as equações que regem o fenômeno. A modelagem desenvolvida por Bertotti tem apresentado bons resultados em testes realizados por vários pesquisadores [22,38,21,25].

Segundo Bertotti a perda em excesso por unidade de volume é:

$$p_{exc_v}(t) = H_{exc}(t) \frac{dB(t)}{dt} \quad (3.33)$$

Onde:

$p_{exc_v}(t)$  – valor instantâneo da perda em excesso por unidade de volume ( $\text{W}/\text{m}^3$ );

$H_{exc}(t)$  – valor instantâneo do campo magnético em excesso ( $\text{A}/\text{m}$ );

$B(t)$  – valor instantâneo da indução magnética ( $\text{T}$ ).

O campo magnético excedente,  $H_{exc}(t)$ , é gerado pelas correntes circulantes que seguem à movimentação das paredes dos domínios magnéticos e é proporcional à taxa temporal da indução magnética,  $B(t)$ , de acordo com a eq. (3.34).

$$H_{exc}(t) = \frac{\sigma GS}{n(t)} \frac{dB(t)}{dt} \quad (3.34)$$

Onde:

$G$  – coeficiente de atrito do movimento das paredes de domínios;

$S$  – área de seção transversal da lâmina ( $\text{m}^2$ );

$n(t)$  – número de objetos magnéticos simultaneamente reversíveis.

De acordo com Bertotti,  $n(t)$  é o número de objetos magnéticos que sofrem reversão simultaneamente à mudança no tempo da indução magnética  $B(t)$ . A eq. (3.35) relaciona  $n(t)$  ao campo magnético excedente  $H_{exc}(t)$ .

$$n(t) = \frac{H_{exc}(t)}{V_0} \quad (3.35)$$

Sendo:

$V_0$  – parâmetro que caracteriza a distribuição estatística dos campos coercitivos locais.

Substituindo as eqs. (3.35) e (3.34) na eq. (3.33) obtém-se:

$$p_{exc_v}(t) = \sqrt{\sigma G V_0 S} \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{3/2} \quad (3.36)$$

Sendo assim, o valor médio da perda em excesso no período de magnetização  $T$ , é dado por:

$$P_{exc_v} = \sqrt{\sigma G V_0 S} \frac{1}{T} \int_0^T \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{3/2} dt \quad (3.37)$$

Onde:

$P_{exc_v}$  – perda em excesso por unidade de volume ( $\text{W}/\text{m}^3$ ).

Como nas seções anteriores, divide-se a eq. (3.37) pela densidade do material para se



obter a perda em excesso por unidade de massa (W/kg).

$$P_{exc_m} = \frac{1}{m_v} \sqrt{\sigma G V_0 S} \frac{1}{T} \int_0^T \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{3/2} dt \quad (3.38)$$

Onde:

$P_{exc_m}$  – perda em excesso por unidade de massa (W/Kg).

Dividindo-se a equação anterior pela frequência de magnetização, tem-se a energia dissipada por unidade de massa do material.

$$W_{exc_M} = \frac{1}{f m_v} \sqrt{\sigma G V_0 S} \frac{1}{T} \int_0^T \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{3/2} dt \quad (3.39)$$

Onde:

$W_{exc_M}$  – energia em excesso por unidade de massa dissipada por ciclo, relativa ao laço principal (J/kg).

#### 3.3.1.4 Modelagem da Perda Total

A eq. (3.40) fornece a energia total por unidade de massa dissipada por ciclo (J/kg), sem levar em consideração a existência de mínimos locais na forma de onda de indução.

$$W_{t_m} = W_{h_m} + W_{cl_m} + W_{exc_m} \quad (3.40)$$

De acordo com as eqs. (3.15), (3.32) e (3.39), tem-se:

$$W_{t_m} = W_h + \frac{\sigma d^2}{12 f m_v} \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 dt + \frac{1}{f m_v} \sqrt{\sigma G V_0 S} \frac{1}{T} \int_0^T \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{3/2} dt \quad (3.41)$$

Percebe-se que a equação geral de previsão de perdas, eq. (3.41), é apresentada em função da energia dissipada por ciclo (J/kg) e não em função da potência média dissipada (W/kg). Isso ocorre, provavelmente, devido às grandes variações da potência com a frequência.

Vale lembrar que estas equações não levam em consideração a existência de laços menores no laço B-H. A seguir são apresentadas as equações que levam em consideração esses laços.

Maiores detalhes acerca da determinação do parâmetro  $V_0$  serão dados na seção 3.4.

### 3.3.2 Separação de Perdas Aplicada a Formas de Onda de Indução com Mínimos Locais

A existência de mínimos locais na forma de onda da indução  $B(t)$  provoca um aumento das perdas devido ao surgimento de laços menores no laço B-H, como mostra a figura 3.15.

#### 3.3.2.1 Perda por Histerese

Como citado na seção 3.3.1.1, quando na ausência de mínimos locais a perda por histerese independe da forma de onda da indução. Entretanto, na presença deles, a perda por histerese dependerá da forma de onda da indução pois, o número e a localização de cada laço menor dentro do laço B-H principal depende desta forma de onda. Além disso, a perda por histerese devida à cada laço menor dependerá da localização do mesmo dentro do laço principal e do valor pico-a-pico da ondulação de indução que o causou. A determinação da perda por histerese devido aos laços menores,  $W_{hm}$ , é de fato complexa. Barbisio [25] sugere o modelo de Preisach para laços de histerese simétricos a fim de determinar esta perda. Isto significa que a assimetria dos laços menores e a influência de suas posições no laço B-H principal sobre suas áreas não seriam considerados.

Sendo assim, a perda total por histerese é dada por:

$$W_h = W_{h_M} + W_{h_m} \quad (3.42)$$

Onde:

$W_h$  – energia por unidade de massa dissipada por ciclo devido à histerese magnética (J/Kg);

$W_{h_M}$  – energia por unidade de massa dissipada por ciclo devida ao laço de histerese principal (J/Kg);

$W_{h_m}$  – energia por unidade de massa dissipada por ciclo devido à histerese magnética associada aos laços menores (J/Kg).

#### 3.3.2.2 Perda Clássica

Por ser função apenas da corrente circulante induzida pelo fluxo magnético no interior do núcleo, como citado na seção 3.3.1.2, esta perda não é alterada com a presença ou não de mínimos locais na forma de onda da indução. Sendo assim a perda clássica sempre

pode ser calculada através da eq. (3.32) aqui reescrita como eq. (3.43):

$$W_{cl_m} = \frac{\sigma d^2}{12 f m_v} \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 dt \quad (3.43)$$

### 3.3.2.3 Perda em Excesso

Da mesma forma que para a perda por histerese a perda em excesso é dividida em duas parcelas, como mostra a eq. (3.44),  $W_{exc_M}$  para o laço B-H principal e  $W_{exc_m}$  para os laços menores. Tanto a influência da assimetria dos laços menores quanto da posição dos mesmos sobre esta parcela de perda são ignorados [43].

$$W_{exc} = W_{exc_M} + W_{exc_m} \quad (3.44)$$

- "Perda em Excesso Relativa ao Laço Principal."

O procedimento para obtenção desta perda é o mesmo descrito na seção 3.3.1.3. Sendo assim, a eq. (3.39), aqui reescrita como (3.45), modela a perda em excesso devido ao laço principal. Esta parcela depende apenas do valor de pico da indução magnética e a integração é realizada para cada intervalo de tempo ( $T_M$ ) não envolvendo aqueles relacionados aos laços menores.

$$W_{exc_M} = \frac{1}{f m_v} \sqrt{\sigma G V_0 S} \frac{1}{T} \int_{T_M} \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{3/2} dt \quad (3.45)$$

- "Perda em Excesso Relativa aos Laços Menores."

A perda em excesso relativa aos laços menores é obtida de maneira similar à anterior. Neste caso, a integração é realizada para cada intervalo de tempo relacionado a laços menores,  $T_{m,i}$ .

$$W_{exc_{m,i}} = \frac{1}{f m_v} \sqrt{\sigma G V_0 S} \frac{1}{T} \int_{T_{m,i}} \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{3/2} dt \quad (3.46)$$

Sendo assim, a perda em excesso total relativa aos laços menores é calculada através do somatório da perda correspondente de cada laço menor, como mostra a eq. (3.47):

$$W_{exc_m} = \sum_{i=1}^{2n} W_{exc_{m,i}}. \quad (3.47)$$

Onde:

$2n$  – quantidade de laços menores para um período completo de magnetização ( $T_M$ ).

### 3.3.2.4 Modelagem Geral das Perdas

Tendo em mãos as três parcelas de perda (histerese, clássica e excedente), é possível obter, para uma forma de onda que possua mínimos locais, a equação geral de previsão de perdas magnéticas, eq. (3.48).

$$W_{T_m} = W_h + W_{cl_m} + W_{exc} \quad (3.48)$$

Onde:

$W_{T_m}$  – energia total por unidade de massa dissipada por ciclo (J/kg), levando em consideração uma forma de onda que possua mínimos locais em meio ciclo.

Substituindo as eqs. (3.42) e (3.44) na eq. (3.48) obtém-se a eq. (3.49).

$$W_{T_m} = W_{h_M} + W_{h_m} + W_{cl_m} + W_{exc_M} + W_{exc_m} \quad (3.49)$$

Separando-se as parcelas relativas ao laço principal e aos laços menores, tem-se:

$$W_{T_m} = W_{h_M} + W_{cl_m} + W_{exc_M} + W_{h_m} + W_{exc_m} \quad (3.50)$$

Ao substituir as eqs. (3.43), (3.45) e (3.46) na eq. (3.50) chega-se à eq. (3.51).

$$\begin{aligned} W_{T_m} = W_{h_M} + \frac{\sigma d^2}{12 f m_v} \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{\partial B}{\partial t} \right)^2 dt + \frac{1}{f m_v} \sqrt{\sigma G V_0 S} \frac{1}{T} \int_0^T \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{3/2} dt \\ W_{h_m} + \frac{1}{f m_v} \sqrt{\sigma G V_0 S} \frac{1}{T} \int_{T_m, i} \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{3/2} dt \end{aligned} \quad (3.51)$$

Ao comparar as eqs (3.41) e (3.51) nota-se que, os três primeiros termos da eq. (3.51) correspondem à perda total no dispositivo magnético ( $W_{t_m}$ ), sem considerar mínimos locais. Já os dois últimos termos são as parcelas correspondentes aos laços menores. Sendo assim, a eq. (3.51) pode ser reescrita como:

$$W_{T_m} = W_{t_m} + W_{h_m} + \frac{1}{f m_v} \sqrt{\sigma G V_0 S} \frac{1}{T} \int_{T_m, i} \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{3/2} dt \quad (3.52)$$

## 3.4 Determinação do Parâmetro $GV_0$

Como dito na seção 3.3.1.3,  $G$  é o coeficiente de atrito do movimento das paredes de domínios e  $V_0$  é parâmetro que caracteriza a distribuição estatística dos campos coercitivos

locais.

Esses parâmetros são determinados de acordo com as características do material. O sentido de orientação dos grãos das laminas de aço ao silício tem influência direta na determinação de  $V_0$ .

Bertotti [23], partindo do modelo apresentado por Barbisio [25], encontrou para lâminas de aço ao silício com grãos orientados, o valor de 0,136 para  $G$  e 0,15 A/m para  $V_0$ , independentemente do valor de pico da indução magnética  $B_p$ .

Já para lâminas de aço ao silício com grãos não orientados, de acordo com Barbisio et al. [25], o parâmetro  $V_0$  é uma função crescente de  $B_p$ , como mostra a figura 3.17.

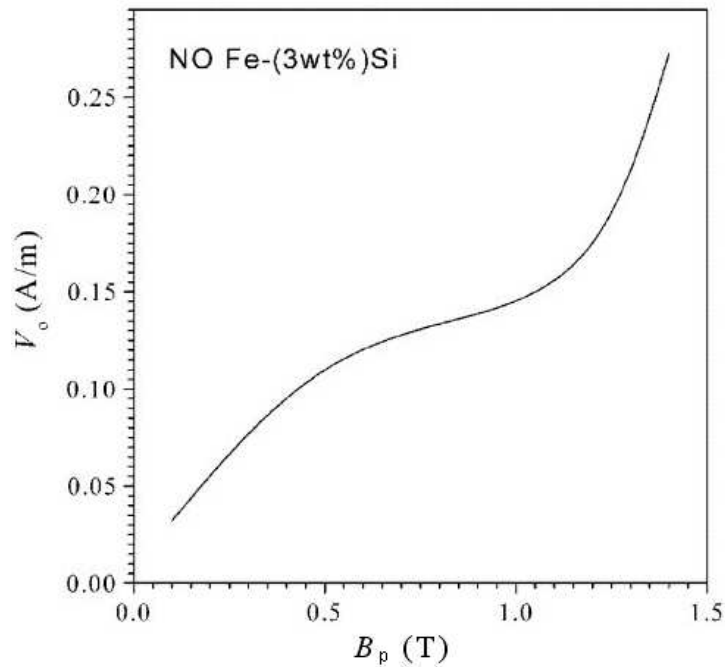


Figura 3.17: Comportamento do parâmetro  $V_0$ , para laminações de aço ao silício de grãos não orientados, com o valor de pico da indução  $B_p$

Segundo Barbisio et al. [25], o parâmetro  $V_0$  depende do valor de pico da indução magnética  $B_p$ . Caso existam mínimos locais na forma de onda da indução, deve-se determinar o parâmetro para cada laço menor, se estes laços têm mesma amplitude, o valor de  $V_0$  será o mesmo para todos eles e, portando, pode-se determiná-lo apenas uma vez. Sendo assim, o procedimento apresentado por Fiorillo e Novikov [20] será adotado para obtenção de  $\sqrt{GV_0}$ . Este procedimento é descrito a seguir:

1. Meça o valor de  $W_{hm}$  (perda por histerese) sob regime senoidal de indução magnética para o ponto de operação  $(f_h, B_p)$ , onde  $f_h$  significa frequência quase-estática. Esta

frequência deve ser a menor possível;

2. Meça o valor de  $W_{t_{sen}}(f_0)$  (perda total) sob regime senoidal de indução magnética para o ponto de operação  $(f_0, B_p)$ , onde  $f_0$  é uma frequência de teste arbitrária (por exemplo, 50 ou 60 Hz);
3. Calcule o valor de  $GV_0$  através da expressão abaixo.

$$\sqrt{GV_0} = \left( W_{t_{sen}}(f_0) - W_{h_m} - \frac{\sigma \pi^2 d^2}{6m_v} B_p^2 f_0 \right) \frac{m_v}{8,8 \sqrt{\sigma} B_p^{3/2} \sqrt{f_0}} \quad (3.53)$$

É importante salientar que este parâmetro ( $\sqrt{GV_0}$ ) não depende apenas do valor de pico da indução magnética,  $B_p$ . A forma de onda é importante apenas para saber da existência ou não de laços menores. Caso existam laços menores, a determinação do referido parâmetro é feita para cada um deles. Um procedimento mais adequado para a obtenção do valor de  $GV_0$  é obter o valor da diferença  $W_{t_{sen}}(f_0) - W_{h_m}$  para alguns valores da frequência de teste e realizar um ajuste de curva de acordo com a eq. (3.53).

### 3.5 Perdas Magnéticas em Função de $B_p$

Como destacado anteriormente, a modelagem apresentada tem uma limitação essencial quanto ao projeto de transformadores, pois os parâmetros do modelo são obtidos em função da frequência e parametrizados pelo valor de pico da indução magnética. Para o projeto de transformadores é desejável obter um modelo em que a perda total seja função do valor de pico da indução magnética e parametrizada pela frequência. Sendo assim, Batistela [38], apresenta uma metodologia para determinação experimental dos parâmetros desse modelo. A eq. (3.54) mostra o modelo apresentado por Batistela.

$$W_{T_m} = k_h B_p^s + k_f B_p^2 + k_e B_p^{1,5} \quad (3.54)$$

sendo:

$s, k_h, k_f, k_e$  – parâmetros obtidos experimentalmente para uma forma de onda de indução magnética senoidal de frequência  $f_0$ .

A figura 3.18, obtida por Batistela [38], apresenta um exemplo de caracterização para uma amostra de aço ao silício utilizada para a determinação experimental dos parâmetros do modelo, sendo que,  $W_{tot}^s = W_{T_m}$ ,  $W_h^s = W_h$ ,  $W_f^s = W_{cl_m}$ ,  $W_e^s = W_{exc}$  e  $B_m = B_p$ .

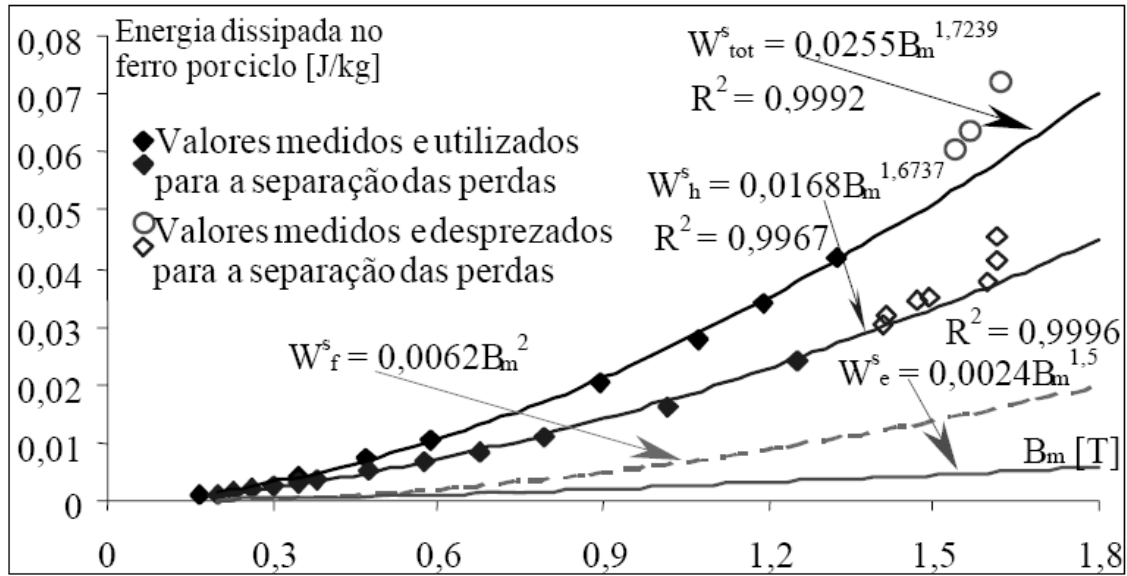


Figura 3.18: Caracterização das amostras de material A em função da energia magnética dissipada [J/kg] por ciclo total e de suas componentes individuais para a frequência de 50 [Hz], obtida com o valor da condutividade do material corrigida em cerca de 10%.

Nota: o processo de separação dos três tipos de perda foi para a faixa de indução magnética  $0,2 \text{ [T]} < B_m < 1,2 \text{ [T]}$ , Batistela [38].

Apoiado no trabalho de Amar e Kaczmarec [22], Batistela [38] apresenta o modelo para obtenção das perdas magnéticas, para uma dada forma de onda de indução magnética não-senoidal, sem mínimos locais, de frequência  $f$  e valor de pico da indução magnética  $B_p$ , em função dos parâmetros  $s$ ,  $k_h$ ,  $k_e$  e  $k_f$  obtidos para uma indução magnética senoidal de frequência  $f_0$  e valor de pico da indução magnética  $B_p$ .

$$W_{T_m} = k_h B_p^s + k_f F_F^2 B_p^2 \left( \frac{f}{f_0} \right) + k_e F_F B_p^{1,5} \sqrt{\frac{f}{f_0}} \quad (3.55)$$

Sendo:

$F_F$  – Razão entre os fatores de forma das formas de ondas de tensão não-senoidal (de frequência  $f$ ) e senoidal (de frequência  $f_0$ ).

## 3.6 Comentários

Assim como no Capítulo anterior, este Capítulo visou, de maneira resumida e seqüencial, fornecer a modelagem das perdas no núcleo.

Para tanto foi apresentado um modelo baseado no método de separação das perdas em perda por histerese, perda clássica e perda em excesso.

A modelagem foi abordada para duas situações distintas, quais sejam: onde existem e onde não existem "mínimos locais" na forma de onda da indução magnética. Por fim, foram apresentados os métodos para a determinação do valor de  $GV_0$ , de fundamental importância no modelo em questão.

Finalmente, tendo em vista que o modelo apresentado por Barbisio et al. [25], apresenta a perda total em função da frequência parametrizada pelo valor de pico da indução magnética e que em projetos de transformadores é desejável obter-se a perda total em função do valor de pico da indução magnética parametrizada pela frequência, tornou-se necessária a apresentação de um modelo com tais características, Batistela [38].

Este modelo, estabelecido inicialmente para regimes de indução magnética senoidal de frequência  $f_o$ , pôde ser estendido a um regime de indução magnética não-senoidal de frequência  $f$ , porém sem mínimos locais.



## 4

*MODELAGEM TÉRMICA***4.1 Introdução**

A temperatura tem efeito direto sobre as propriedades magnéticas do núcleo, a isolação e a condutividade dos condutores e, portanto, sobre a confiabilidade do componente. Logo, a máxima temperatura a que podem estar submetidos os materiais empregados na construção de um transformador deve ser limitada. Em alguns materiais, em uma dada condição de operação, a indução magnética de saturação é inversamente proporcional à temperatura, ou seja, quanto maior a temperatura menor a indução magnética de saturação. À temperatura Curie a indução magnética de saturação se anula e o material torna-se paramagnético. Portanto, se durante um aumento de temperatura, a indução magnética de saturação torna-se próxi-

ma daquela definida pela tensão de operação, a corrente de magnetização pode atingir valores elevados. Com isso surgiriam perdas adicionais de condução no transformador e em outros componentes ou até mesmo danos irreversíveis aos mesmos. Sendo assim, é de extrema importância ter disponíveis modelos que permitam prever esta temperatura com certa precisão.

Com o objetivo de discutir os vários aspectos relacionados à modelagem térmica de componentes magnéticos e principalmente encontrar um modelo ideal ao problema proposto, foi realizado um extenso levantamento bibliográfico [26,27,28,29,30,31,32,33,34,17,35,36]. Com isso, verificou-se que a modelagem térmica é uma tarefa extremamente complexa devido a uma série de fatores, dentre os quais destacam-se:

1. A análise tridimensional da transferência de calor por condução. A discretização da equação de difusão, em diferenças finitas ou em elementos finitos, constitui-se numa área de pesquisa. Nesta abordagem o tempo de cálculo pode resultar elevado, principalmente quando se considera as variações das condutividades térmicas com a

temperatura. Com isso, o problema se torna não-linear;

2. A heterogeneidade dos materiais utilizados e a irreprodutibilidade de sua estrutura para uma mesma aplicação;
3. A inexistência ou inexatidão de dados relativos aos parâmetros térmicos envolvidos e suas variações com a temperatura;
4. A indefinição das superfícies de contato e a impossibilidade de se ter valores para as respectivas resistências térmicas, que seriam diferentes até para um mesmo tipo de estrutura, devido à sua irreprodutibilidade;
5. A dificuldade da modelagem da transferência de calor por convecção, a qual se baseia em dados empíricos advindos da área de mecânica dos fluidos e;
6. A não-uniformidade das perdas e sua variação com a temperatura.

Por isso, em meio a tantas dificuldades, a modelagem térmica exige hipóteses simplificadoras e a utilização adequada de dados e informações fornecidos pela literatura especializada [18]. Batista [18] apresenta um modelo que leva em consideração a resistência térmica para determinar a máxima elevação de temperatura num transformador. No entanto, a aplicação deste modelo é voltada para componentes magnéticos com núcleos de ferrita. Numa outra abordagem, Batista [18] apresenta um modelo baseado em circuitos térmicos equivalentes operando em regime permanente. Apesar de que estes modelos têm aplicação limitada aos objetivos deste trabalho, os mesmos são aqui apresentados para se ter uma visão razoável do problema. Para atender aos objetivos deste trabalho, optou-se por um modelo mais simples, porém eficaz para a solução do problema proposto [35,36,26].

## 4.2 Modelagem Através de Circuitos Térmicos Equivalentes

Usualmente as propriedades térmicas de componentes magnéticos são representadas por suas resistências térmicas [18]. A resistência térmica de um componente magnético ( $R_T$ ), é a razão entre a elevação de temperatura do ponto mais quente com relação à temperatura ambiente ( $\Delta T = T_p - T_a$ ) e a potência total dissipada no componente magnético ( $P_T$ ), como mostra a eq. (4.1).

$$R_T = \frac{\Delta T}{P_T} \quad (4.1)$$

No entanto, Batista [18], em um de seus estudos, concluiu que a potência dissipada no componente magnético não é, de fato, inversamente proporcional à resistência térmica. Além disso Batista também afirmou que ensaios de componentes magnéticos realizados à temperatura ambiente de 25°C são conservativos ao nível de elevação de temperatura. Para chegar a essas conclusões Batista teve como parâmetro os resultados obtidos na tabela 4.1.

Tabela 4.1: Variação com a temperatura da resistência térmica com núcleo EC70 ( $T_a \approx 24,3^\circ\text{C} \pm 2,5\%$ ), Batista [18].

$P_T$ (W)	$T_p$ (°C)	$T_{sn}$ (°C)	$T_{soe}$ (°C)	$T_{me}$ (°C)	$T_{se}$ (°C)	$R_T$ (°C/W)
1,178	37,9	33,4	39,5	40,0	36,9	11,5
2,148	45,4	38,8	47,8	48,6	43,7	9,8
3,425	50,4	39,8	54,6	56,0	49,7	7,6
5,151	61,6	45,7	67,7	69,8	60,3	7,2
7,284	77,0	54,2	85,6	88,5	73,0	7,2
10,220	93,6	62,6	104,9	108,4	89,3	6,8
13,761	113,5	72,2	127,3	131,8	104,7	6,5

Onde:

$T_p$  – temperatura do ponto mais quente (°C ou K);

$T_{sn}$  – temperatura da superfície do núcleo (°C ou K);

$T_{soe}$  – temperatura sob o enrolamento (°C ou K);

$T_{me}$  – temperatura no meio do enrolamento (°C ou K);

$T_{se}$  – temperatura da superfície do enrolamento (°C ou K).

A eq. 4.1 fornece apenas a temperatura do referido ponto no regime permanente térmico. Normalmente aceita-se que este ponto esteja localizado ao centro da coluna central do núcleo e que a diferença de temperatura desse ponto e aquele localizado na superfície desta coluna pode ser ignorada. Alguns modelos, mais complexos, permitem determinar, com mais exatidão, a localização do ponto mais quente, verificando ainda, os fatores que influenciam na temperatura deste ponto, tais como: geometria e condutividade elétrica do núcleo, bitola e geometria dos condutores, material do carretel, isolamentos, espaçamento de segurança ("creepage distance", IEC 435), camadas ou interstícios de ar, posição de montagem, e distribuição das fontes de calor. As eqs. (4.2) [44] e (4.3) [45]

mostram como é calculada a resistência térmica de componentes magnéticos.

$$R_T = 30,5 \cdot 10^{-3} [V_e(m^3)]^{-0,54} \quad (4.2)$$

$$R_T = 59,3 [V_e(cm^3)]^{-0,544} \quad (4.3)$$

Onde:

$V_e$  – volume efetivo do núcleo magnético ( $m^3$ ).

Ao realizar alguns experimentos com o objetivo de validar estas equações, Batista [18] chega à conclusão de que elas não são totalmente confiáveis, podendo resultar em erros elevados.

### 4.2.1 Modelagem do Fluxo de Calor por Condução

O fluxo de calor por condução ocorre devido as colisões entre átomos e moléculas de uma substância e a subsequente transferência de energia cinética. Por exemplo, considere-se uma substância com temperaturas diferentes separadas por uma barreira, a qual é removida subitamente, como mostra a figura 4.1. Ao remover esta barreira os átomos "quentes" colidem com os átomos "frios". Em tais colisões os átomos rápidos perdem velocidade e os mais lentos ganham velocidade. Logo, os mais rápidos transferem parte de sua energia para os mais lentos. Esta transferência de energia do lado quente para o lado frio é chamada de fluxo de calor por condução.

A transferência de calor por condução num componente magnético com formato cilíndrico pode ser modelada dividindo-o em "camadas cilíndricas" (camadas isolantes, camadas condutoras e camada externa ao núcleo) e em "cilindros sólidos" (coluna central do núcleo e suas partes inferior e superior). A modelagem da transferência de calor em cada camada dependerá da existência ou não de perdas na mesma.

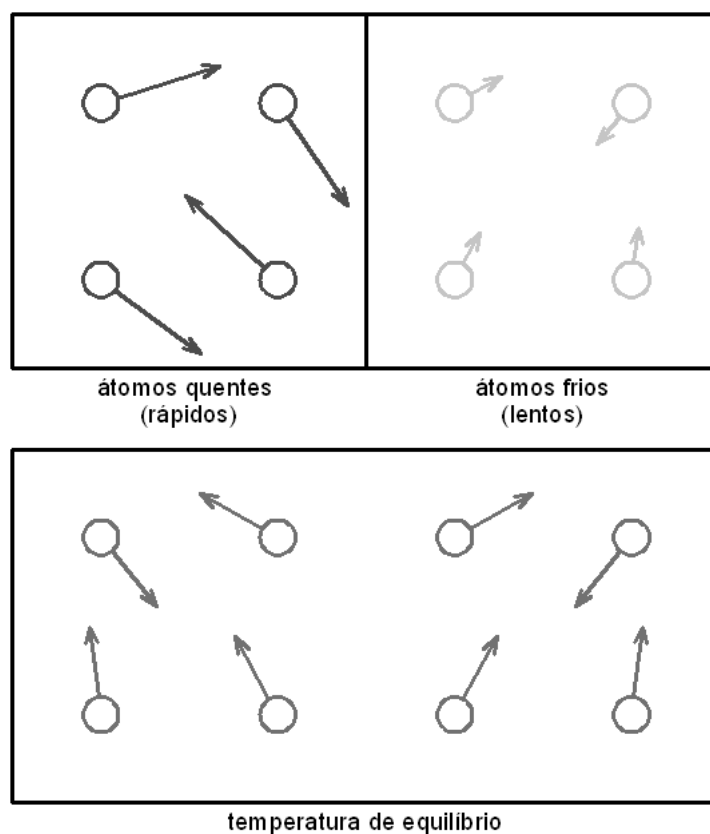


Figura 4.1: Fluxo de calor por condução.

#### 4.2.1.1 Modelagem de Camadas sem Geração Interna de Calor

A figura 4.2 mostra a camada cilíndrica usada nesta modelagem. Admiti-se que as temperaturas das superfícies, interna e externa, são uniformes e iguais a  $T_1$  e  $T_2$ , respectivamente e que sua condutividade térmica é constante.

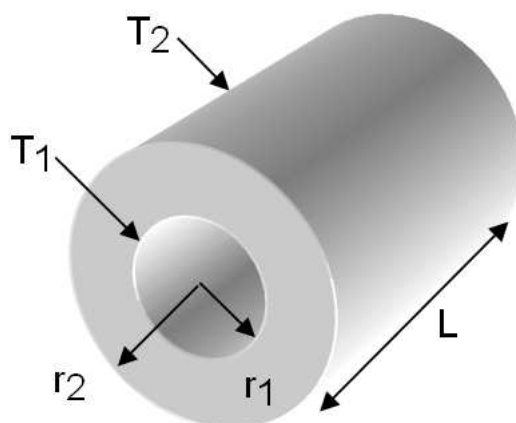


Figura 4.2: Camada cilíndrica considerada na modelagem da transferência de calor por condução.

Segundo [46], a taxa de transferência de calor através de uma superfície cilíndrica de área  $2\pi rL$  é dada pela na eq. (4.4).

$$\bar{p} = -k(2\pi rL) \frac{\partial T}{\partial r} \quad (4.4)$$

Onde:

$\bar{p}$  – taxa de transferência de calor (W);

$k$  – condutividade térmica (W/mK);

$r$  – variável radial do sistema de coordenadas cilíndricas (m).

Para uma camada cilíndrica sem geração interna de calor, a eq. (4.4) resulta:

$$\bar{p} = \frac{-k(2\pi rL)(T_1 - T_2)}{\ln(r_2/r_1)} \quad (4.5)$$

Neste caso, a taxa de transferência de calor independe da posição espacial através da camada e pode-se definir a resistência térmica de acordo com a eq. (4.6):

$$R_t = \frac{T_1 - T_2}{\bar{p}} \quad (4.6)$$

onde:

$R_t$  – resistência térmica da camada (K/W).

Substituindo (4.5) em (4.6) obtém-se a resistência térmica de uma camada cilíndrica sem geração interna de calor, como mostra a eq. (4.7).

$$R_t = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi Lk} \quad (4.7)$$

#### 4.2.1.2 Modelagem de Camadas com Geração Interna de Calor

Neste caso a taxa de transferência de calor é dependente da posição espacial e o conceito de resistência térmica não pode ser aplicado. Sendo assim, Batista [18] sugere fazer a modelagem através da temperatura média das camadas. Com isso pode-se estabelecer um circuito térmico equivalente para cada camada, como mostra a figura 4.3.

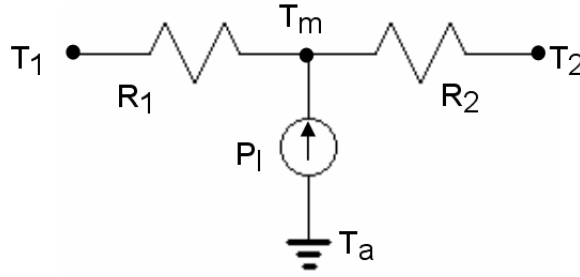


Figura 4.3: Circuito equivalente térmico para uma camada cilíndrica com geração interna de calor.

Na figura 4.3, a perda na camada em Watts,  $P_I$ , é dada pela eq. (4.8).

$$P_I = \pi(r_2^2 - r_1^2)Lp_v \quad (4.8)$$

onde:

$p_v$  – densidade volumétrica de perdas ( $W/m^3$ ).

Sendo assim, tem-se:

$$R_1 = \frac{F_1}{1 - F_2} R_t \quad (4.9)$$

$$R_2 = \frac{F_1}{F_2} R_t \quad (4.10)$$

onde,

$$F_1 = \frac{1}{6e \ln(r_2/r_1)} (3r_2 + \frac{r_1^2(3r_2 - 2r_1) - r_2^3}{r_2^2 - r_1^2}) - \frac{1}{2(\ln(r_2/r_1))^2} \quad (4.11)$$

$$F_2 = \frac{r_2}{e} - \frac{1}{\ln(r_2/r_1)} \quad (4.12)$$

$$e = r_2 - r_1 \quad (4.13)$$

#### 4.2.1.3 Modelagem da Coluna Central e dos Cilindros Inferior e Superior do Núcleo

A coluna central do núcleo e seus cilindros inferior e superior, podem ser modelados por uma fonte de potência  $P_I$ , igual a perda no mesmo, em série com uma resistência térmica dada por:

$$R_{ts} = \frac{1}{6\pi kL} \quad (4.14)$$

### 4.2.2 Modelagem dos Fluxos de Calor por Convecção e por Radiação

Ao invés de transferir calor microscopicamente como no fluxo de calor por condução, a convecção é o fluxo de calor devido a um movimento macroscópico, carregando partes da substância de uma região "quente" para outra região "fria". Este mecanismo possui dois aspectos, um ligado ao princípio de Arquimedes e outro ligado à pressão. Um exemplo desse tipo de transferência de calor ocorre quando o ar de uma determinada região é aquecido, fazendo com que ele se espalhe, o que torna a região aquecida menos densa. Sendo assim, o ar "quente" (mais leve) irá se elevar enquanto o ar "frio" (mais pesado) irá descer. Este movimento de ar de uma região quente para outra região fria é chamado de fluxo de calor por convecção.

Já o fluxo de calor por radiação é a maneira de transmitir energia sem haver movimento de matéria como ocorre para a condução e convecção. Um exemplo deste tipo de transferência de calor é a transferência de energia do sol para a terra. A luz, sendo uma onda, carrega energia, e pode mover-se de um lugar para outro sem a necessidade de um meio material. A energia transferida pode estar na forma de luz visível quando ela nos alcança e a vemos, mas também pode estar na forma de infravermelho com um comprimento de onda maior, sendo observada somente com detectores especiais de infravermelho.

A taxa de transferência de calor por convecção é definida pela lei de Newton, dada por [46]:

$$\bar{p}_{cv} = h_{cv} A_s (T_s - T_a) \quad (4.15)$$

Onde:

$h_{cv}$  – é o coeficiente de transferência convectiva ( $W/m^2K$ );

$T_s$  – é a temperatura de superfície (K);

$T_a$  – temperatura ambiente (K);

$A_s$  – área da superfície ( $m^2$ ).

"É importante salientar, que o coeficiente  $h_{cv}$  não é conhecido, e sua obtenção é difícil, pois envolve relações empíricas advindas da mecânica dos fluidos". Esta é uma das principais inconveniências deste tipo de modelagem.

Já a taxa de transferência de calor por radiação é definida pela lei de Stefan-Boltzmann, dada por [46]:

$$\bar{p}_r = \zeta \nu A_s (T_s^4 - T_a^4) \quad (4.16)$$



Onde:

$\zeta$  – é a emissividade da superfície;

$v$  – é a constante de Stefan-Boltzmann ( $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$ ).

Reescrevendo a eq. (4.16) na forma da eq. (4.15), obtém-se:

$$\bar{p}_r = h_r A_s (T_s - T_a) \quad (4.17)$$

Sendo:

$$h_r = \zeta v (T_s + T_a) (T_s^2 + T_a^2) \quad (4.18)$$

Onde:

$h_r$  – é o coeficiente de transferência radiativa ( $\text{W/m}^2 \text{ K}$ ).

Então, o fluxo de calor por convecção e por radiação pode ser modelado através da resistência térmica dada pela eq. (4.19):

$$R_{cr} = \frac{1}{h_r + h_{cv}} A_s \quad (4.19)$$

Além disso, segundo Batista [18], a convecção natural pode ser caracterizada pelos números de Nusselt e Rayleigh, eqs. (4.20) e (4.21) respectivamente.

$$N_u = c(R_a)^x = \frac{h_{cv} L}{k_{ar}} \quad (4.20)$$

$$R_a = \frac{g \lambda (T_s - T_a) L^3}{\alpha \nu} \quad (4.21)$$

Onde:

$x$  – constante para o cálculo do número de Nusselt;

$c$  – constante para o cálculo do número de Nusselt;

$\alpha$  – difusividade térmica do ar em  $T_f$  ( $\text{m}^2/\text{s}$ );

$\lambda$  – coeficiente de expansão térmica ( $\text{K}^{-1}$ );

$\nu$  – viscosidade cinemática do ar em  $T_f$  ( $\text{m}^2/\text{s}$ );

$g$  – aceleração da gravidade ( $9,8 \text{ m/s}^2$ );

$k_{ar}$  – condutividade térmica do ar em  $T_f$  ( $\text{W/mK}$ );

$T_f$  – valor médio entre as temperaturas da superfície e ambiente ( $^{\circ}\text{C}$  ou  $\text{K}$ ).

### 4.2.3 Exemplo de um Circuito Térmico Equivalente de um Componente Magnético

Considerando a estrutura da figura 4.4, [18] e a modelagem anteriormente apresentada, obtém-se o circuito térmico equivalente ilustrado na figura 4.5.

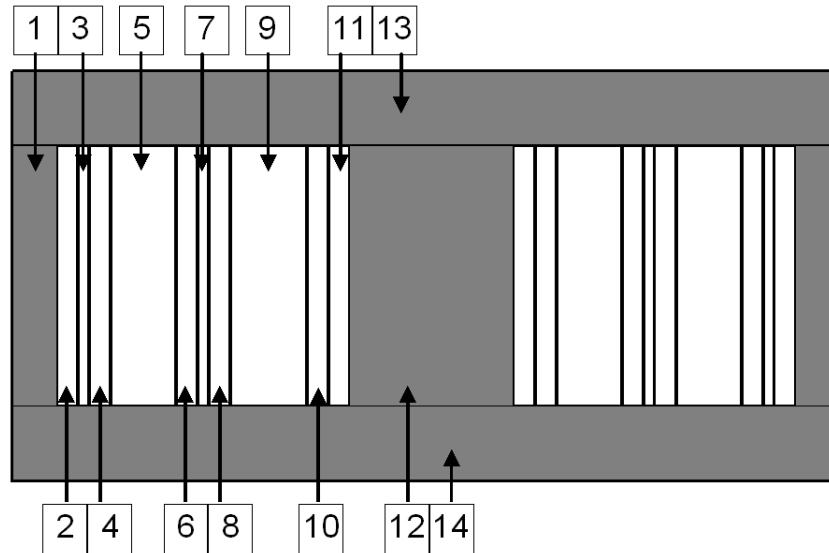


Figura 4.4: Estrutura para modelagem térmica.

Onde:

1. Camada cilíndrica externa do núcleo;
2. Camada cilíndrica de ar;
3. Camada cilíndrica de isolamento 1;
4. Camada cilíndrica de isolamento 2 (enrolamento 1);
5. Camada cilíndrica de cobre do enrolamento 1;
6. Camada cilíndrica de isolamento 3 (enrolamento 1);
7. Camada cilíndrica de isolamento 4;
8. Camada cilíndrica de isolamento 5 (enrolamento 2);
9. Camada cilíndrica de cobre do enrolamento 2;
10. Camada cilíndrica de isolamento 6 (enrolamento 2);
11. Camada cilíndrica do carretel;

12. Coluna central do núcleo;
13. Cilindro sólido superior do núcleo;
14. Cilindro sólido inferior do núcleo.

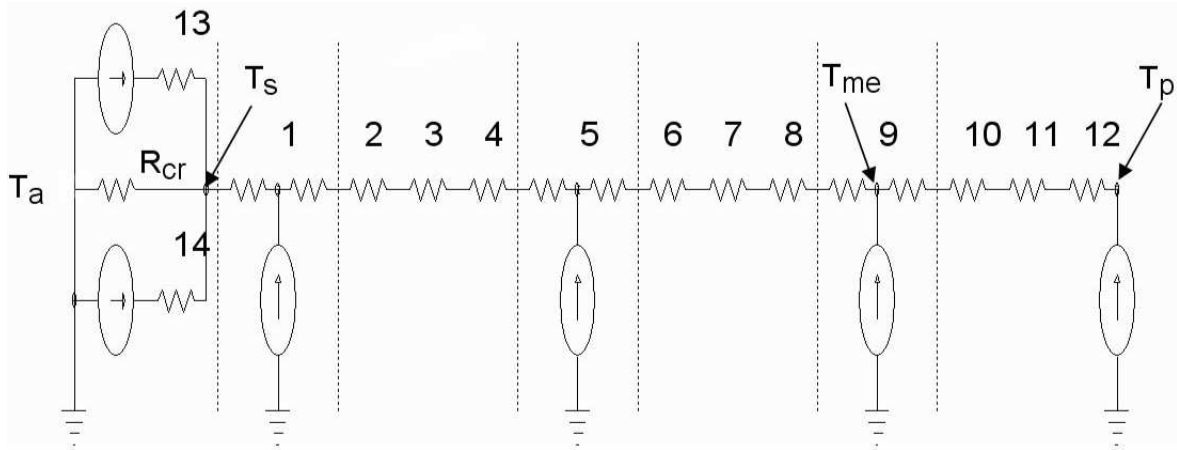


Figura 4.5: Circuito térmico equivalente para a estrutura da figura 4.4.

Conclui-se que a transferência de calor em componentes magnéticos é uma tarefa complexa. Sendo assim, o autor opta por um modelo, [35, 36, 26], mais simples, porém adequado à solução do problema proposto.

### 4.3 Modelo Térmico Usando o Produto de Áreas

Como visto na seção anterior, a modelagem térmica de componentes magnéticos através de circuitos térmicos equivalentes possui um grau de complexidade bastante elevado para os objetivos deste trabalho. Sendo assim, foi escolhido o modelo apresentado por [36,26], e definido pela eq. (4.22).

$$\Delta T = 450 \left[ \frac{P_T}{A_t} \right]^{0,826} \quad (4.22)$$

com

$$A_t = K_s \sqrt{A_e A_J} \quad (4.23)$$

sendo:

$\Delta T$  – máxima elevação de temperatura do ponto mais quente (°C ou K);

$P_T$  – perda total no componente magnético (W);

$A_t$  – área externa total do componente magnético em contato com o meio ambiente ( $cm^2$ );

$K_s$  – constante que depende da geometria do núcleo;

$A_e$  – área efetiva da seção transversal do núcleo ( $cm^2$ );

$A_J$  – área da janela do núcleo ( $cm^2$ ).

As eqs. (4.22) e (4.23) foram obtidas através da análise das figuras 4.6, 4.7 e 4.8, [26]. Nota-se, na figura 4.6, a variação da temperatura em função da superfície de dissipação de calor do componente magnético, para uma determinada temperatura ambiente. Já na figura 4.7, é possível verificar a relação entre o produto de áreas,  $A_p = A_e A_J$ , e a área externa total do componente,  $A_t$ , eq. (4.23). Nesta equação o parâmetro  $K_s$ , depende apenas da geometria e dimensões do núcleo e deve assumir valores maiores ou iguais à 33 ( $K_s \geq 33$ ). Finalmente a equação (4.22) é determinada através da análise da figura 4.8, que relaciona a área externa total do componente às suas perdas para uma determinada elevação de temperatura.

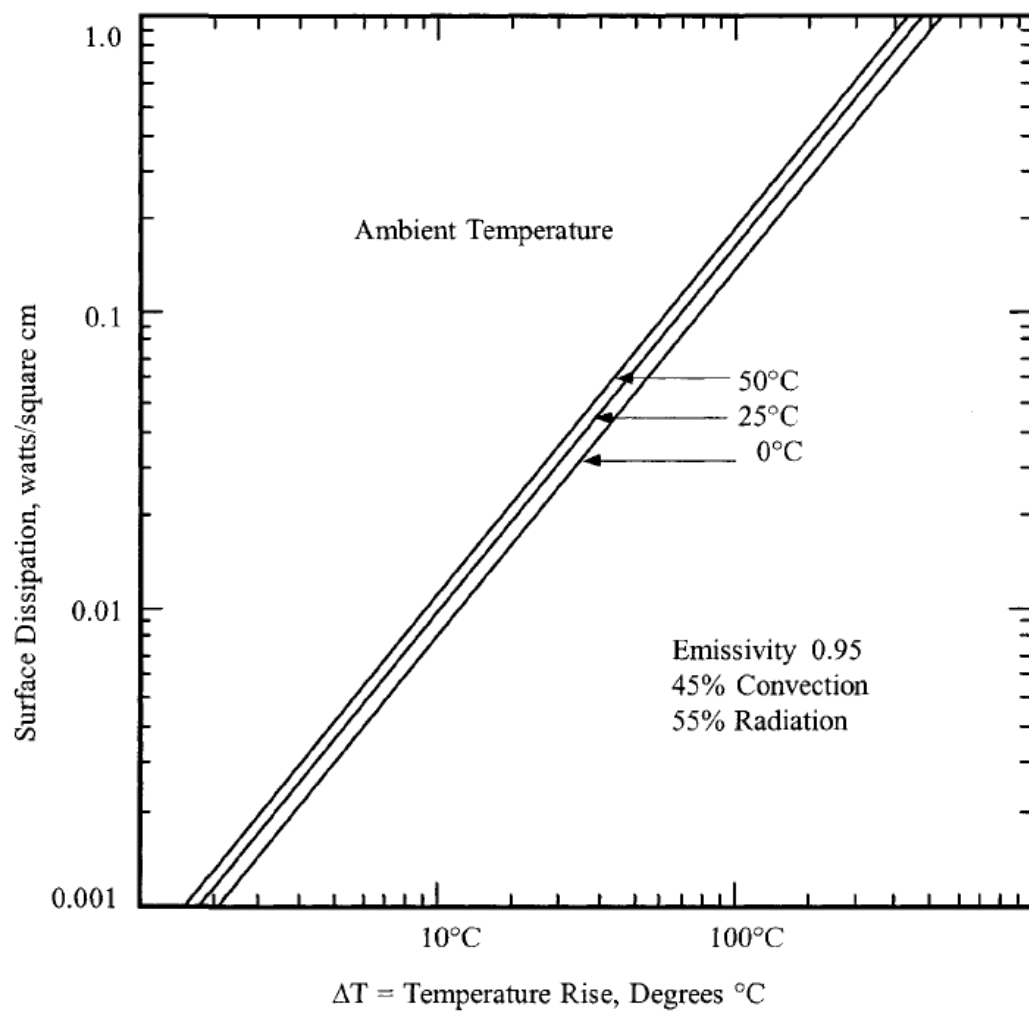


Figura 4.6: Elevação de temperatura vs. superfície de dissipação, [26].

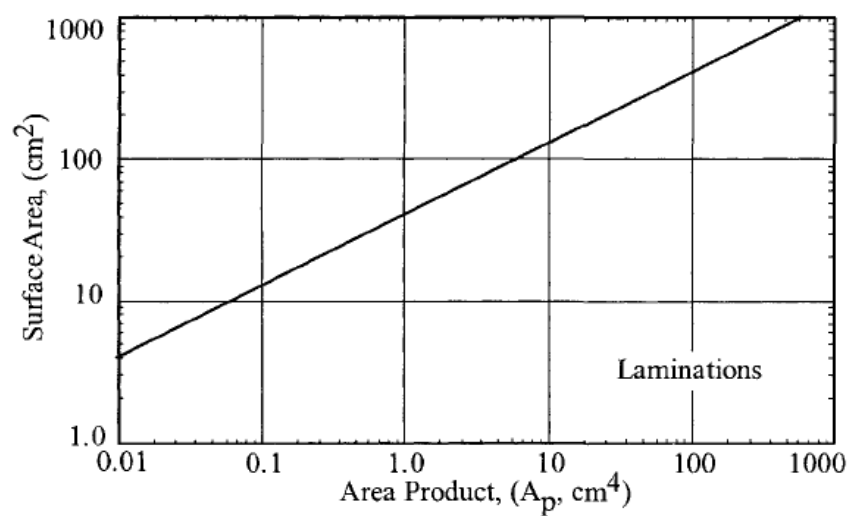


Figura 4.7: Área da superfície vs. produto de áreas ( $A_e A_J = A_p$ ), [26].

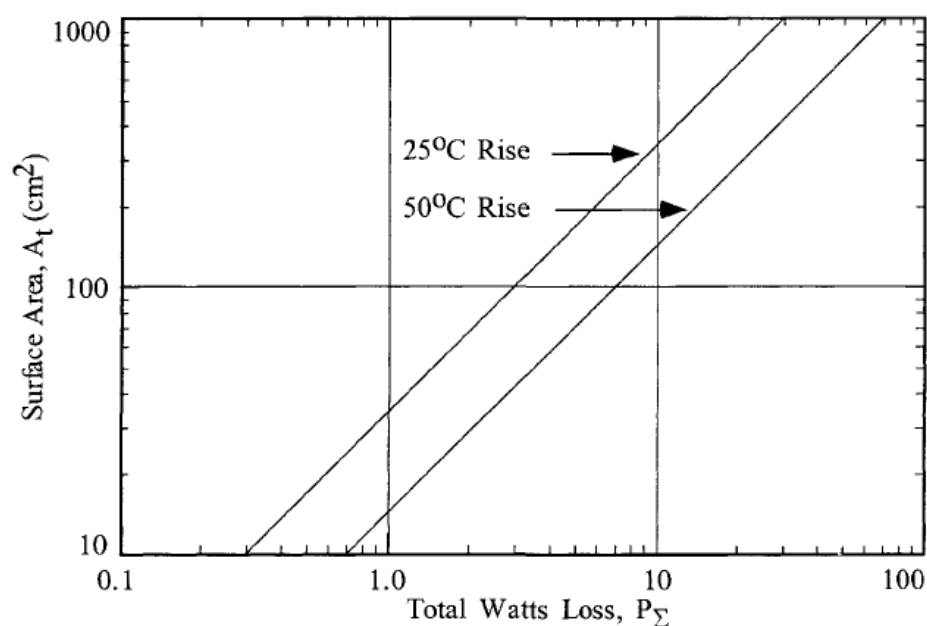


Figura 4.8: Área da superfície vs. perda total no componente magnético para elevações de temperatura de 25 e 50°C, [26].

## 4.4 Comentários

Mostrando a influência que a temperatura tem nas propriedades magnéticas do núcleo, na isolamento e na condutividade dos condutores, este Capítulo mostra a dependência da confiabilidade dos equipamentos magnéticos, com relação à temperatura.

Foram estudados vários modelos, [26,35,17], [27 - 36], sendo que, a modelagem através de circuitos térmicos equivalentes permite um bom entendimento da complexidade do problema. Nesta modelagem foram apresentadas as três principais formas de transferência de calor (condução, convecção e radiação), as quais mostraram-se um tanto quanto complexas aos objetivos pretendidos.

Sendo assim, foi exposto um modelo mais simples porém adequado à finalidade do trabalho. Este modelo apresenta a elevação de temperatura no transformador em função da razão entre sua perda total (perdas magnéticas e nos enrolamentos) e sua área externa total em contato com o meio ambiente. Com isso, conhecendo-se esta área é possível determinar a perda total do componente magnético para uma dada elevação de temperatura.

# **5**

## ***METODOLOGIA E PROCEDIMENTO DE PROJETO***

### **5.1 Introdução**

Diante dos problemas e motivações destacados no Capítulo 1 e considerando-se os modelos apresentados nos Capítulos 2, 3 e 4, apresenta-se neste Capítulo a formulação matemática do problema, uma metodologia e um procedimento de projeto de transformadores monofásicos sob excitação não-senoidal.

Este procedimento tem por objetivo dimensionar o núcleo e os enrolamentos do transformador, atendendo às especificações de projeto, às restrições de igualdade e de desigualdade, de modo que este tenha a suficiente capacidade para transferir a potência requerida sob dadas condições de operação e com rendimento máximo. Inicialmente apresenta-se as equações básicas para o projeto de transformadores. Destaca-se, em seguida, as restrições de projeto e a necessidade de se obter valores de projeto para a indução magnética, a densidade de corrente eficaz e para o fator de utilização da janela que satisfaçam tais restrições. Em seguida, identificados os dados de entrada e as variáveis de projeto, apresentam-se os fundamentos da metodologia e, por fim, o procedimento de projeto.

### **5.2 Formulação Matemática do Problema de Projeto de Transformadores**

Neste tópico são apresentadas as denominadas equações básicas e as restrições para o projeto dos transformadores objeto deste estudo.

### 5.2.1 Equações Básicas

Considerando-se que o fluxo de magnetização seja comum a todos os enrolamentos e desprezando-se as suas indutâncias de dispersão e resistências efetivas, resulta a seguinte expressão para a tensão eficaz no q-ésimo enrolamento:

$$V_{efq} = K_v f A_e N_q B_p \quad (5.1)$$

Sendo:

$N_q$  – número de espiras do q-ésimo enrolamento;

$f$  – frequência da componente fundamental da forma de onda de excitação (Hz);

$B_p$  – magnitude da indução magnética (T);

$A_e$  – área da seção transversal efetiva do núcleo (m<sup>2</sup>).

O parâmetro  $K_v$  depende da forma de onda da tensão e é dado por:

$$K_v = \frac{4V_{efq}}{f \int_0^T |V_q(t)| dt} \quad (5.2)$$

Nesta equação podem ser utilizados os dados sobre a forma de onda da tensão em qualquer dos enrolamentos.

A corrente eficaz do q-ésimo enrolamento pode ser expressa de acordo com:

$$I_{efq} = J_{efq} \frac{A_J K_q}{N_q} \quad (5.3)$$

com

$$K_q = \frac{N_q A_{cq}}{A_J} \quad (5.4)$$

Sendo:

$A_J$  – área da janela do núcleo (m<sup>2</sup>);

$J_{efq}$  – densidade de corrente eficaz do q-ésimo enrolamento (A/m<sup>2</sup>);

$K_q$  – fator de utilização da janela do núcleo pelo q-ésimo enrolamento;

$A_{cq}$  – área de condução da seção transversal do condutor do q-ésimo enrolamento (m<sup>2</sup>).

O fator de utilização da janela,  $K_u$ , é definido pela razão entre a soma das áreas de



condução da seção transversal dos enrolamentos pela área da janela do núcleo e deve, portanto, resultar menor que 1 (um), ou seja,

$$K_u = \frac{1}{A_J} \sum_{q=1}^{W_t} (N_q A_{cq}) \quad (5.5)$$

Sendo:

$W_t$  – número total de enrolamentos no transformador.

A potência aparente associada ao q-ésimo enrolamento é dada por:

$$S_q = V_{efq} I_{efq} \quad (5.6)$$

Por sua vez, define-se a potência aparente de dimensionamento do transformador como sendo:

$$S_d = \sum_{q=1}^{W_t} S_q \quad (5.7)$$

Nesta equação, a potência aparente associada ao q-ésimo enrolamento é calculada pelo produto entre os valores eficazes da tensão e corrente no mesmo. Estes valores serão, por sua vez, obtidos através da simulação do circuito equivalente da aplicação na condição de operação para a qual o transformador deverá ser projetado. Nesta simulação, o transformador será considerado como ideal. Através desta mesma simulação, poderão ser obtidos todas as demais informações necessárias ao projeto relativas às formas de onda das tensões e correntes nos enrolamentos, inclusive aquelas envolvidas no cálculo do parâmetro  $K_v$ .

A capacidade de transferência de potência do transformador é definida por:

$$S_P = K_v K_a A_e A_J f B_p \sum_{q=1}^{W_t} K_q J_{efq} \quad (5.8)$$

Esta equação foi obtida utilizando-se as eqs. (5.1), (5.3), (5.6) e (5.7).

A resistência  $cc$  do q-ésimo enrolamento é dada por:

$$R_{ccq} = N_q^2 \frac{l_{tq}}{\sigma_c A_J K_q} \quad (5.9)$$

Sendo:

$l_{tq}$  – comprimento médio das espiras do q-ésimo enrolamento (m);

$\sigma_c$  – condutividade elétrica do cobre  $(\Omega m)^{-1}$ .

Ignorando-se as perdas nos materiais dielétricos, o rendimento do transformador é dado por:

$$\eta_t = \frac{P_{saida}}{P_{saida} + P_T} \quad (5.10)$$

$$P_T = P_n + P'_{cobre} \quad (5.11)$$

$$P_n = V_e \times P_{nv} \quad (5.12)$$

$$P'_{cobre} = P_{cobre} \times F_c^2 \quad (5.13)$$

Com:

$$F_c = \frac{I_o}{I_B} \quad (5.14)$$

Sendo:

$F_c$  – fator de carregamento do transformador (pu);

$I_B$  – valor eficaz da corrente no primário na condição nominal (A);

$I_o$  – valor eficaz da corrente no primário numa dada condição de operação (A);

$P_n$  – perda total no núcleo (W);

$P_{nv}$  – densidade de perda total no núcleo  $(W/m^3)$ ;

$P_{cobre}$  – perda total nos enrolamentos na condição nominal (W);

$P'_{cobre}$  – perda total nos enrolamentos para um dado carregamento (W);

$P_{saida}$  – potência ativa total de saída do transformador (W); e

$V_e$  – volume efetivo do núcleo  $(m^3)$ .

A potência ativa de saída é obtida através da simulação do respectivo conversor na condição de operação para a qual o transformador deverá ser projetado.

O fator de carregamento,  $F_c$ , para o qual o rendimento é máximo, é dado por:

$$F_{co} = \sqrt{\frac{P_n}{P_{cobre}}}. \quad (5.15)$$

### 5.2.2 Dimensões Referentes à Geometria do núcleo

Optou-se neste trabalho por utilizar lâminas de aço do tipo EI padronizadas [47,48]. As dimensões destas lâminas, conforme mostram as figuras 5.1 e 5.2, podem ser determinadas em função de uma única variável, qual seja "x". Esta variável, quando multiplicada por 6 (seis), resulta, por exemplo, a largura da lâmina, a qual designa o código internacional utilizado para a mesma. Assim, por exemplo, se x for igual a 6 mm, então a lâmina será designada por EI36.

A figura 5.1 mostra a lâmina utilizada em núcleos do tipo compacto, enquanto que, a figura 5.2 mostra a lâmina utilizada em núcleos do tipo alongado. Os valores normalizados de x são indicados nas tabelas (5.1) e (5.2) [48].

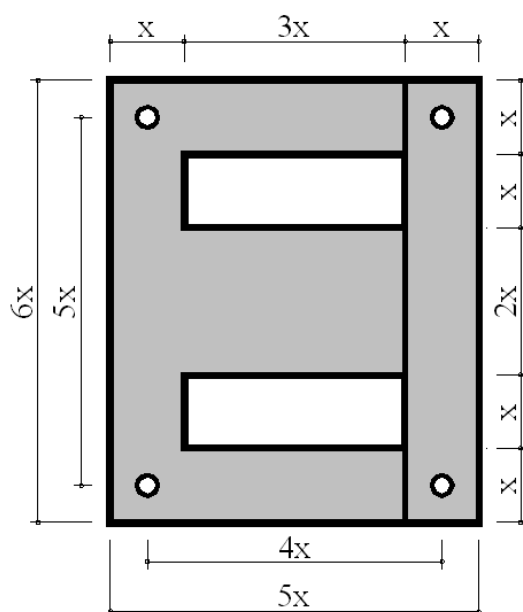


Figura 5.1: Lâmina de aço para núcleo do tipo compacto (dimensões em função de  $x$ .)

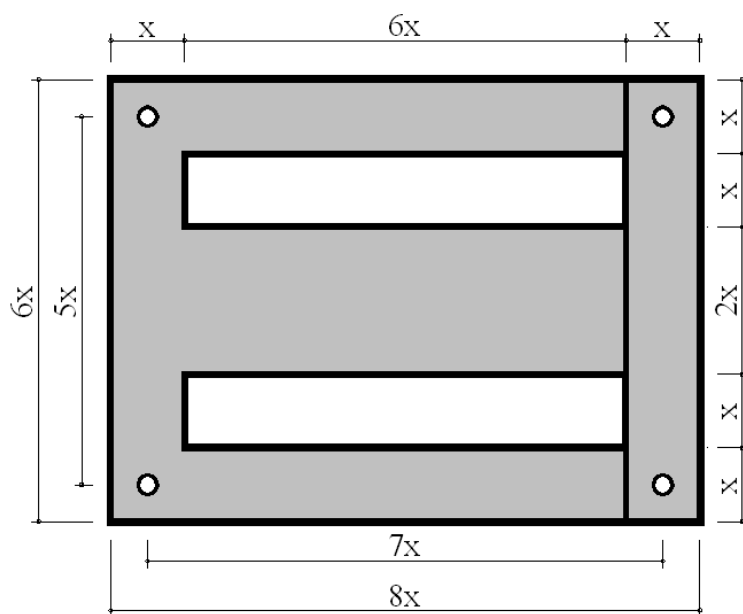


Figura 5.2: Lâmina de aço para núcleo do tipo alongado (dimensões em função de  $x$ ).

Tabela 5.1: Código e valores de  $x$  para núcleos compactos.

Código Internacional	Valor de $x$ (mm)	Código Internacional	Valor de $x$ (mm)
EI36	6	EI42	7
EI48	8	EI54	9
EI57	9,5	EI60	10
EI66	11	EI75	12,5
EI84	14	EI96	16
EI108	18	EI120	20
EI135	22,5	EI150	25
EI180	30	EI192	32
EI240	40	EI300	50

Tabela 5.2: Código e valores de  $x$  para núcleos alongados.

Código Internacional	Valor de $x$ (mm)	Código Internacional	Valor de $x$ (mm)
EI120/160	20	EI150/200	25
EI192/256	32	EI240/320	40
EI300/400	50		

As eqs. (5.16) a (5.24) mostram a relação entre "x" e as variáveis  $A_e$ ,  $l_{tq}$ ,  $A_J$ ,  $V_e$ , e  $b$ . As eqs. (5.19) a (5.21) são para núcleos compactos, e as eqs. (5.22) a (5.24) para núcleos alongados.

$$A_e = 2x \times K_a \times x_H; \quad (5.16)$$

$$L = x; \quad (5.17)$$

$$l_{tq} = (4 + \pi)x + 2x_H \quad (5.18)$$

$$A_J = 3x^2 \quad (5.19)$$

$$V_e = 24xK_ax_H \quad (5.20)$$

$$b = 3x; \quad (5.21)$$

$$A_J = 6x^2 \quad (5.22)$$

$$V_e = 36xK_ax_H \quad (5.23)$$

$$b = 6x; \quad (5.24)$$

O número de lâminas do núcleo é dado por:

$$n_l = \frac{x_H}{E_l} \quad (5.25)$$

Sendo:

$E_l$  – espessura das lâminas de aço (m);

$l_{tq}$  – comprimento médio das espiras do q-ésimo enrolamento (m);

$n_l$  – número de lâminas do núcleo;

$x_H$  – profundidade do núcleo (m);

$K_a$  – fator de empilhamento do núcleo;

$L$  – largura da janela do núcleo (m).

### 5.2.3 Principais Restrições de Projeto

O projeto do transformador consiste basicamente em se determinar o núcleo magnético, o número de espiras de cada enrolamento e os dados dos condutores adequados para que o mesmo possa ser construído. Dentre as restrições de projeto é importante destacar que "o núcleo deve ser capaz de transferir a potência requerida sob elevação de

temperatura menor ou igual ao seu valor máximo permitido, sem se saturar, e de acomodar o carretel, os enrolamentos e demais itens a serem inseridos em sua janela”. Sendo assim, uma das restrições de projeto é que a capacidade de transferência de potência do transformador, dada pela eq. (5.8), deve ser maior ou igual à potência aparente de dimensionamento, dada pela eq. (5.7). Naturalmente, esta potência depende não somente da potência requerida pela carga, mas também da topologia do conversor. Esta condição é expressa pela eq. (5.26).

$$K_v K_a A_e A_J f B_d \sum_{q=1}^{W_t} K_{qd} J_{efqd} \geq \sum_{q=1}^{W_t} S_q \quad (5.26)$$

Sendo:

$J_{efqd}$  – valor de projeto para a densidade de corrente eficaz (A/m<sup>2</sup>);

$K_{qd}$  – valor de projeto para o fator de utilização da janela do q-ésimo enrolamento;

$B_d$  – valor de projeto do valor de pico da indução magnética (T).

Além das restrições impostas anteriormente (isto é,  $K_u < 1$  e  $B_p \leq 1,2$  T), a densidade de corrente nos enrolamentos,  $J_{efq}$ , e o rendimento do transformador,  $\eta_t$ , devem obedecer, respectivamente, as seguintes condições:

$$J_{efqmin} \leq J_{efq} \leq J_{efqmax} \quad (5.27)$$

$$\eta_{tmin} \leq \eta_t \leq \eta_{tmax} \quad (5.28)$$

Sendo:

$J_{efqmin}$  – densidade de corrente eficaz mínima permitida do q-ésimo enrolamento (A/m<sup>2</sup>);

$J_{efqmax}$  – densidade de corrente eficaz máxima permitida do q-ésimo enrolamento (A/m<sup>2</sup>);

$\eta_{tmin}$  – rendimento mínimo permitido do transformador;

$\eta_{tmax}$  – rendimento máximo permitido do transformador.

A metodologia de projeto apresentada mais adiante (seção 5.4) mostra como são calculadas as variáveis  $K_u$ ,  $J_{ef}$ ,  $B_d$ ,  $A_e$  e  $A_J$ , de modo a atender às especificações de projeto, às restrições de igualdade e de desigualdade e de modo que o rendimento do transformador seja máximo, para um determinado fator de carregamento.

## 5.3 Dados de Entrada e Variáveis de Projeto

Antes de iniciar a metodologia de projeto é necessário definir os dados de entrada e as variáveis de projeto do transformador.

Sendo assim, tem-se como dados de entrada:

- Grandezas relativas ao material magnético:  $m_v$ ,  $B_{pmax}$ ,  $s$ ,  $k_h$ ,  $k_f, k_e$  e  $E_l$ .
- Grandezas relativas ao núcleo e ao carretel:  $K_s$ ,  $K_a$  e  $e_c$ .
- Grandezas relativas aos enrolamentos:  $\mu_c$  ( $4\pi \cdot 10^{-7}$  H/m),  $\sigma_c$ ,  $W_p$  e  $W_s$ .
- Grandezas relativas à temperatura:  $T_a$  e  $\Delta T_{max}$ .
- Grandezas relativas às formas de onda de tensão e de corrente nos enrolamentos:  $V_{efq}$ ,  $I_{efq}$ ,  $V_{efqj} \angle \theta_{vqj}$ ,  $I_{efqj} \angle \theta_{iqj}$  e  $K_v$ .
- Outras grandezas de projeto:  $\eta_{tmin}$ ,  $\eta_{tmax}$ ,  $J_{efqmin}$ ,  $J_{efqmax}$ ,  $f$ ,  $F_F$  e  $F_c$ .

Sendo:

$W_p$  – número de enrolamentos no primário do transformador;

$W_s$  – número de enrolamentos no secundário do transformador.

A seguir são apresentadas as principais variáveis de projeto:

- Variáveis relativas ao núcleo:  $B_p$ ,  $P_n$ ,  $A_J$ ,  $A_e$ ,  $V_e$ ,  $x$  e  $x_H$ .
- Variáveis relativas aos enrolamentos:  $N_q$ ,  $R_{eq}$ ,  $M_{leq}$ ,  $P_{cobre}$ ,  $F_{rq}$ ,  $K_u$ ,  $M_{ftq}$ ,  $M_{fq}$ ,  $J_{efq}$ ,  $R_{ccq}$ ,  $N_{fq}$ ,  $\underline{P}_q$ ,  $l_{tq}$ ,  $D_{fq}$ ,  $d_{fq}$  e  $h_q$ .
- Variáveis relativas ao transformador:  $\Delta T$ ,  $P_T$ ,  $S_P$  e  $\eta_t$ .

## 5.4 Metodologia de Projeto

O projeto é iniciado estabelecendo-se um rendimento,  $\eta_t$ , para o transformador. A seguir, através da eq. (5.10), determina-se a perda total do mesmo,  $P_T$ , para uma dada condição de operação. Então,

$$P_T = P_{saida} \left( \frac{1}{\eta} - 1 \right) \quad (5.29)$$

As perdas totais nominais, no núcleo,  $P_n$ , e no cobre,  $P_{cobre}$ , são calculadas de modo que, no carregamento dado,  $F_c$ , o rendimento do transformador resulte máximo. Então,

$$P_n = P_{cobre} \times F_c^2 = P'_{cobre}; \quad (5.30)$$

Sendo assim, é possível determinar a perda total nos enrolamentos,  $P'_{cobre}$ , e no núcleo,  $P_n$ .

Em seguida, através das eqs. (5.12) e (5.31) e fazendo  $B_p = B_{pmax}$ , obtém-se o volume mínimo admitido,  $V_{emin}$ , do núcleo, para que o modelo de perdas magnéticas utilizado seja válido, ou seja,  $B_p \leq 1,2T$ .

$$P_{nv} = fm_v(k_h B_p^s + k_f B_p^2 + k_e B_p^{1,5}) \quad (5.31)$$

A seguir, partindo-se do menor núcleo da tabela (5.1) e posteriormente da tabela (5.2), escolhe-se o núcleo cujo valor de  $x$  resulte, através das eqs. (5.20) ou (5.23), num volume de núcleo maior ou igual a  $V_{emin}$ . É importante destacar que  $x_H$  deve ser variado de  $0,5x$  a  $2x$  para todos os núcleos [48]. Após determinar esse valor de  $x$  é possível encontrar todas as variáveis referentes à geometria do núcleo, de acordo com as eqs. (5.16) a (5.24), e o valor de  $P_{nv}$ ,  $B_p$  e  $N_q$ , de acordo com as eqs. (5.12), (5.31) e (5.1), respectivamente.

Para realizar o projeto dos enrolamentos torna-se necessário estabelecer a seguinte condição:

$$J_{efmin} \leq J_{ef} \leq J_{efmax} \quad (5.32)$$

É importante salientar que, nesta metodologia, todos os enrolamentos serão projetados para uma mesma densidade de corrente.

Sendo assim,  $J_{ef}$  será variado de  $J_{efmin}$  à  $J_{efmax}$  até que, de acordo com a eq. (5.33), obtida através das eqs. (5.5), (5.7), (5.8) e (5.26),  $K_u$  seja menor do que 1.

$$K_u = \frac{S_d}{K_v A_e A_J f B_d J_{ef}} \quad (5.33)$$

Em seguida, proporcionalmente à potência aparente de cada enrolamento, será calculada a resistência efetiva teórica de cada enrolamento,  $R_{eqt}$ . Sendo assim, tem-se:

$$R_{eqt} = \frac{P_{cq}}{I_{efq}^2} \quad (5.34)$$



com

$$P_{cq} = P'_{cobre} \times \left( \frac{V_{efq} I_{efq}}{\sum_{q=1}^{w_t} S_q} \right) \quad (5.35)$$

Sendo:

$P_{cq}$  – perda em cada enrolamento na condição de projeto (W).

Posteriormente deve-se encontrar a faixa de variação permitida para o diâmetro real ( $d_{fq_{rmin}}$  e  $d_{fq_{rmax}}$ ) de cada condutor dos enrolamentos.

Primeiramente determina-se o valor de  $d_{fq_{tmax}}$ . Para isso, admite-se que a espessura teórica das camadas condutoras de cada enrolamento,  $h_{qt}$ , seja igual à profundidade de penetração  $\delta_1$ . Sendo assim,  $\underline{h}_{q1t} = 1$ . Com isso, o valor teórico máximo de  $d_{fq}$ , pode ser determinado através da eq. (5.36).

$$d_{fq_{tmax}} = \frac{4\delta_1}{\sqrt{\pi}} \quad (5.36)$$

Sendo:

$h_{qt}$  – espessura teórica das camadas condutoras laminares equivalentes;

$\underline{h}_{q1t}$  – espessura teórica das camadas condutoras laminares equivalentes normalizada para  $\delta_1$ .

Após calculado, o valor de  $d_{fq_{tmax}}$  será ajustado para o primeiro valor superior da tabela de fios. Caso  $d_{fq_{tmax}}$  seja superior ao maior valor da tabela, deve-se ajustá-lo para este.

Já o valor real mínimo de  $d_{fq}$ ,  $d_{fq_{rmin}}$ , será determinado com base num critério, como, por exemplo, o de que serão escolhidos até o décimo valor inferior ao escolhido para  $d_{fq_{rmax}}$ .

Determinados os valores de  $d_{fq_{rmin}}$  e  $d_{fq_{rmax}}$ , pode-se encontrar  $\underline{h}_{q1r}$  através da eq. (5.37):

$$\underline{h}_{q1r} = \sqrt{\pi} \left( \frac{d_{fq}}{2\delta_1} \right) \quad (5.37)$$

Com

$$d_{fq_{rmin}} \leq d_{fq} \leq d_{fq_{rmax}} \quad (5.38)$$

Sendo:

$\underline{h}_{qjr}$  – espessura real das camadas condutoras num enrolamento de M camadas, normalizada para  $\delta_j$  para cada enrolamento.

Em seguida, deve-se determinar os valores de  $M_{fq}$ ,  $M_{leq}$  e  $N_{fq}$ . Para isso, é importante

observar que o valor de  $N_{fq}$  sempre deverá ser inteiro. Sendo assim, de acordo com a eq. (5.39), o valor de  $M_{leq}$  sempre será maior ou igual a  $M_{fq}$ .

$$N_{fq} = \left( \frac{M_{leq}}{M_{fq}} \right)^2 \quad (5.39)$$

sendo:

$M_{fq}$  – número de camadas do q-ésimo enrolamento com condutores circulares em feixe torcido;

$M_{leq}$  – número de camadas de condutores laminares equivalentes do q-ésimo enrolamento;

$N_{fq}$  – número de condutores circulares no feixe torcido do q-ésimo enrolamento.

A tabela (5.3) mostra as possíveis combinações de  $M_{fq}$  e  $M_{leq}$  de modo que  $N_{fq}$  seja no mínimo igual a 1 e no máximo igual a 81.

Tabela 5.3: Possíveis combinações de  $M_{fq}$  e  $M_{leq}$ .

$M_{fq}$	$M_{leq}$ mínimo	$M_{leq}$ máximo
1	1	9
2	2	18
3	3	27
4	4	36
5	5	45
6	6	54
7	7	63
8	8	72
9	9	81

Logo, para cada valor de  $h_{q1r}$  e  $M_{leq}$ , é possível determinar  $\underline{P}_q$  através da eq.(5.40).

$$\begin{aligned} \underline{P}_q = \frac{1}{h_{qj}} \frac{I_{dcq}^2}{I_{efq}^2} + \frac{1}{3} \sum_{j=1}^n \frac{I_{efqj}^2}{I_{efq}^2} \frac{\sqrt{j}}{|1 - \varphi_{qj}|^2} \left\{ F_{1q} \left[ (2M_{leq}^2 + 1)(1 + |\varphi_{qj}|^2) + 2(M_{leq}^2 - 1)\Re(\varphi_{qj}) \right] + \right. \\ \left. - 4F_{2q} \left[ (M_{leq}^2 - 1)(1 + |\varphi_{qj}|^2) + (M_{leq}^2 + 2)\Re(\varphi_{qj}) \right] \right\} \end{aligned} \quad (5.40)$$

onde:

$$F_{1q} = \frac{\sinh(2\sqrt{j}h_{qj}) + \sen(2\sqrt{j}h_{qj})}{\cosh(2\sqrt{j}h_{qj}) - \cos(2\sqrt{j}h_{qj})} \quad (5.41)$$

$$F_{2q} = \frac{\cosh(\sqrt{j}\underline{h}_{qj})\sen(\sqrt{j}\underline{h}_{qj}) + \sinh(\sqrt{j}\underline{h}_{qj})\cos(\sqrt{j}\underline{h}_{qj})}{\cosh(2\sqrt{j}\underline{h}_{qj}) - \cos(2\sqrt{j}\underline{h}_{qj})} \quad (5.42)$$

Em seguida, são determinados, através das eqs. (5.43), (5.44) e (5.45), os valores de  $K_q$ ,  $R_{ccq}$  e  $R_{eqr}$  respectivamente.

$$K_q = \frac{I_{efq}N_q}{J_{ef}A_j} \quad (5.43)$$

$$R_{ccq} = N_q^2 \frac{l_{tq}}{\sigma_c A_J K_q} \quad (5.44)$$

$$R_{eqr} = \underline{h}_{q1r} \underline{P}_q R_{ccq} \quad (5.45)$$

Sendo:

$R_{eqr}$  – resistência efetiva real do q-ésimo enrolamento ( $\Omega$ ).

É importante salientar que o valor de  $R_{eqr}$  deve ser aproximadamente igual ao valor de  $R_{eqt}$ . Sendo assim, serão realizadas todas as combinações possíveis de  $M_{leq}$  e  $M_{fq}$  (tabela (5.3)), para cada densidade de corrente, até que esta condição seja satisfeita.

## 5.5 Procedimento de Projeto

O procedimento de projeto do transformador é realizado de acordo com os seguintes passos:

### 1º Passo

Define-se todas as grandezas de entrada para o projeto do transformador.

### 2º Passo

Adota-se, para uma primeira iteração:  $\eta_t = \eta_{tmax}$ .

Calcula-se, através da eq. (5.29) a perda total no transformador.

### 3º Passo

Calcula-se, a través da eq. (5.30), as perdas totais no núcleo e nos enrolamentos do transformador, tanto aquela sob condições nominais de operação quanto aquela sob o carregamento dado.

#### 4º Passo

Partindo-se da lâmina de menores dimensões, faz-se, primeiramente,  $x_H = 0,5x$ . Em seguida, através da eq. (5.25), calcula-se o número inicial de lâminas de aço do núcleo.

É de se esperar que o valor calculado de  $n_l$  não seja inteiro. Sendo assim, deve-se ajustá-lo para o primeiro inteiro superior e em seguida recalculer  $x_H$ , de acordo com a eq. (5.46).

$$x_H = n_l E_l \quad (5.46)$$

Calcula-se as demais dimensões geométricas ( $b$ ,  $L$ ,  $A_J$ ,  $A_e$ ,  $l_{tq}$  e  $V_e$ ) do núcleo, através das eqs (5.16) a (5.24).

O volume do núcleo deve resultar maior ou igual ao volume mínimo permitido, como mostra a eq. (5.47). Se esta condição não for satisfeita deve-se incrementar  $n_l$ , até satisfazê-la ou até que  $x_H$  resulte maior que  $2x$ . caso isto ocorra, deve-se escolher o próximo núcleo da tabela e reiniciar todo o processo até que as restrições dadas pelas eqs. (5.47) e (5.48) sejam satisfeitas.

$$V_e \geq V_{emin} \quad (5.47)$$

$$0,5x \leq x_H \leq 2x \quad (5.48)$$

com

$$V_{emin} = \frac{P_n}{P_{n_{vmax}}} \quad (5.49)$$

e

$$P_{n_{vmax}} = f m_v (k_h 1, 2^s + k_f 1, 2^2 + k_e 1, 2^{1,5}) \quad (5.50)$$

Sendo:

$P_{n_{vmax}}$  – perda magnética total máxima no núcleo ( $W/m^3$ ).

Após serem satisfeitas as eqs. (5.47) e (5.48) calcula-se  $P_{nv}$  através da seguinte equação:

$$P_{nv} = \frac{P_n}{V_e} \quad (5.51)$$

Em seguida, calcula-se  $B_p$  através da eq. (5.52), e o número de espiras do enrolamento de mais baixa tensão, através da eq. (5.53), sendo "q" o número deste enrolamento.

$$P_{nv} = f K_a m_v (k_h B_p^s + k_f B_p^2 + k_e B_p^{1,5}) \quad (5.52)$$

$$N_q = \frac{V_{efq}}{K_v f A_e B_p} \quad (5.53)$$

Caso este número de espiras não resulte inteiro, deve-se aproximá-lo para o primeiro inteiro superior. Após isto deve-se recalcular  $B_p$ ,  $P_{nv}$ ,  $P_n$ , e  $P'_{cobre}$  através das eqs. (5.54), (5.52), (5.12) e (5.55), respectivamente.

$$B_p = \frac{V_{efq}}{K_v f A_e N_q} \quad (5.54)$$

$$P'_{cobre} = P_T - P_n \quad (5.55)$$

### 5º Passo

Calcula-se o número de espiras de todos os outros enrolamentos de acordo com as relações de espiras. O critério de arredondamento é idêntico ao citado no passo anterior.

### 6º Passo

Calcula-se, através da eq. (5.56), a razão entre as condições de contorno de cada enrolamento,  $\bar{\varphi}_{qj}$ , de acordo com a ordem com que aparecem no núcleo e para todas as harmônicas de campo magnético consideradas. Para tanto, calcula-se através das eqs. (5.57) e (5.58) as componentes harmônicas de campo magnético para as regiões externa e interna, respectivamente, à cada enrolamento. Os campos magnéticos interno ao primeiro enrolamento (interno) e externo ao último enrolamento (externo) são considerados nulos. Portanto, o valor de  $\bar{\varphi}_{qj}$  para ambos é considerado nulo.

$$\bar{\varphi}_{qj} = \frac{\bar{H}_{qij}}{\bar{H}_{qej}} \quad (5.56)$$

$$\bar{H}_{qej} = \sum_{p=1}^q \frac{N_p \bar{I}_{pj}}{b}, q = 1, 2, 3, \dots, W_t \quad (5.57)$$

$$\bar{H}_{qij} = \bar{H}_{(q-1)ej}, q = 2, 3, \dots, W_t \quad (5.58)$$

Sendo:

$\bar{H}_{qij}$  – j-ésima componente fasorial do campo magnético interno ao q-ésimo enrolamento

$\bar{H}_{qej}$  – j-ésima componente fasorial do campo magnético externo ao q-ésimo enrolamento.

**7º Passo**

Calcula-se  $K_u$  de acordo com a eq. (5.33).

Adota-se inicialmente,  $J_{ef} = J_{efmin}$ . Caso  $K_u$  resulte maior que 1, deve-se aumentar  $J_{ef}$  e recalculá-lo. Se, mesmo quando  $J_{ef} = J_{efmax}$ ,  $K_u$  ainda resultar maior que 1, deve-se escolher a próxima lâmina normalizada e retornar ao 4º passo. Caso  $K_u$  resulte menor que 1 prossegue-se o projeto.

**8º Passo**

Calcula-se  $R_{eqt}$ ,  $d_{fq_{tmax}}$ ,  $d_{fq_{rmax}}$ ,  $d_{fq_{rmin}}$  e  $d_{fq}$ .

Primeiramente, através da eq. (5.34), calcula-se a resistência efetiva teórica do q-ésimo enrolamento,  $R_{eqt}$ .

Em seguida, o valor teórico máximo de  $d_{fq}$ , é determinado através da eq. (5.36). Posteriormente este valor é ajustado de acordo com os critérios já estabelecidos na seção 5.4.

Já, para o estabelecimento do diâmetro mínimo do fio de cada enrolamento, será adotado um fio com  $d_{fq}$  não muito pequeno, facilitando, com isso, a construção dos enrolamentos. Sendo assim, o valor de  $d_{fq_{rmin}}$  será de 0,114 mm, para a escala 37 AWG.

Finalmente, pode-se determinar o valor inicial de  $d_{fq}$  como sendo igual a  $d_{fq_{rmax}}$ .

**9º Passo**

Adota-se, como valor inicial,  $M_{fq} = 1$ .

**10º Passo**

Adota-se, como valor inicial,  $M_{leq} = M_{fq}$ , já que  $M_{leq} \geq M_{fq}$ .

**11º Passo**

Calcula-se  $\underline{h}_{q1r}$ , através da eq. (5.37):

**12º Passo**

Calcula-se  $N_{fq}$  através da eq. (5.39) e verifica-se se ele é inteiro, e caso seja, prossegue-se o projeto; caso contrário, avança-se para o décimo sétimo passo.

**13º Passo**

Calcula-se de  $\underline{P}_q$ ,  $K_q$ ,  $R_{ccq}$  e  $R_{eqr}$ , através das eqs. (5.40) a (5.45).

Verifica-se a condição  $0,94R_{eqt} \leq R_{eqr} < 1,06R_{eqt}$ . Caso esta condição seja satisfeita prossegue-se o projeto, caso contrário segue-se para o décimo sexto passo.

Após testar todas as combinações possíveis, para cada núcleo, de  $M_{fq}$ ,  $M_{leq}$  e  $d_{fq}$  e, ainda assim,  $R_{eqr}$  resultar maior ou menor que os valores mínimo e máximo admitidos, deve-se diminuir o rendimento de projeto do transformador e retornar ao segundo passo. Caso este rendimento resulte menor que o rendimento mínimo permitido,  $\eta_{tmin}$ , conclui-se que não é possível realizar o projeto. Sendo assim, o programa emite um aviso, sugerindo que  $\eta_{tmin}$  e ou  $J_{efmin}$  sejam diminuídos.

**14º Passo**

Calcula-se o diâmetro externo do cabo,  $D_{fq}$ , de cada enrolamento, através da eq. (5.59) e das relações apresentadas nas tabelas (5.4) e (5.5), para o valor atual de  $N_{fq}$ . As figuras 5.3 e 5.4 ilustram as possíveis configurações geométricas internas dos condutores.

$$D_{fq} = pd'_{fq} \quad (5.59)$$

Sendo:

$d'_{fq}$  – diâmetro externo de cada condutor circular no feixe de condutores do q-ésimo enrolamento (m).

Como poderão existir várias configurações para um mesmo  $N_{fq}$ , será adotada a que resultar o menor diâmetro.

Sendo assim, o diâmetro resultante deve ser tal que:

$$D_{fq} \leq \frac{0,95M_{fq}b_J}{N_q} \quad (5.60)$$

Sendo:

$b_J$  – altura disponível do carretel (m).

Caso esta condição seja satisfeita, o projeto segue adiante. Caso contrário avança-se ao décimo sexto passo.

Tabela 5.4: Valores do fator de multiplicação  $p$ , [35].

Números de subestruturas	Fator de Multiplicação	Números de subestruturas	Fator de Multiplicação
1	1	2	2
3	2,156	4	2,7344
5	2,7046	6	3
7	3	8	3,6987
9	3,8025	10	4
11	4,0681	12	4,0681
13	4,6128	14	4,6128
15	4,8208	16	5
17	5	18	5
19	5	20	5,62
21	5,62	22	5,7059
23	5,7612	24	6
25	6,0108	26	6,0498
27	6,0498	28	6,4012
29	6,5792	30	6,5752
31	6,7638	32	6,7769
33	7,0328	34	7,0328
35	7,0328	36	7,0328
37	7,0328	38	7,4389
39	7,6341	40	7,6341
41	7,6341	42	7,7655
43	7,7655	44	8
45	8,0203	46	8,0203
47	8,0465	48	8,0478
49	8,4576	50	8,5637
51	8,5637	52	8,5637
53	8,6548	54	8,6548
55	8,7091	56	8,7773
57	8,7773	58	8,7773
59	9,0206	60	9,0206
61	9,0206	62	9,3492
63	9,3492	64	9,3953
65	9,4098	66	9,4793
67	9,5132	68	9,5751
69	9,5751	70	9,6187
71	9,6409	72	9,8043



Tabela 5.5: Continuação da tabela (5.4).

Números de subestruturas	Fator de Multiplicação	Números de subestruturas	Fator de Multiplicação
73	9,8043	74	9,8988
75	9,9249	76	10,0051
77	10,2307	78	10,2307
79	10,5572	80	10,5572
75	9,9249	76	10,0051
77	10,2307	78	10,2307
79	10,5572	80	10,5572
81	10,5572	82	10,5572
83	10,5879	84	10,5879
85	10,6911	86	10,6911
87	10,7362	88	10,7362
89	11,0179	90	11,0179

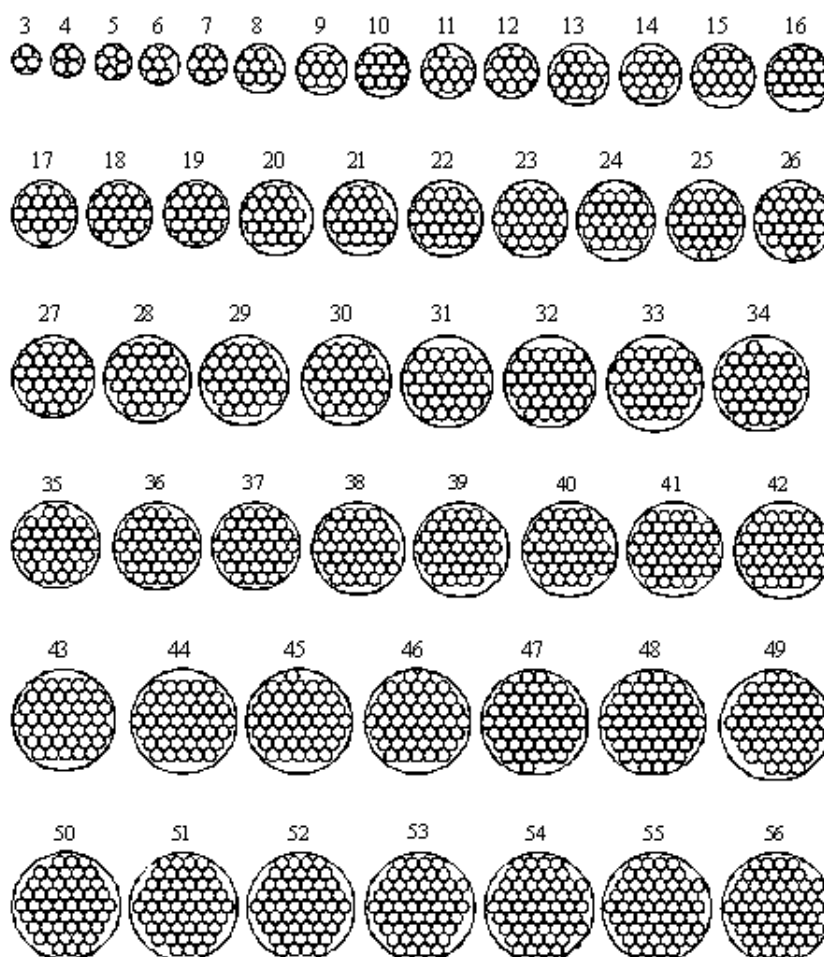


Figura 5.3: Configuração geométrica interna dos condutores.

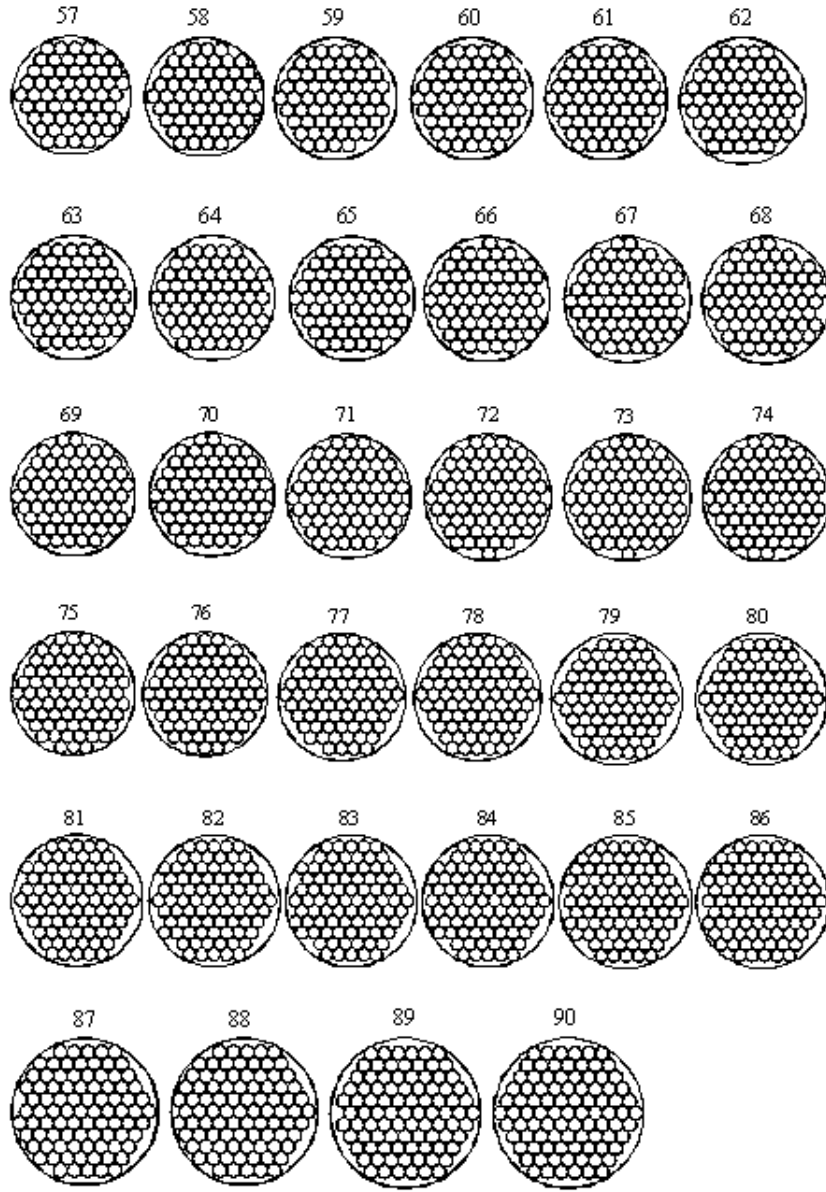


Figura 5.4: Configuração geométrica interna dos condutores.

### 15º Passo

Verifica-se, através da eq. (5.61), se as camadas dos enrolamentos cabem na janela do carretel.

$$\sum L_{eq} \leq 0,95L_J \quad (5.61)$$

com

$$\sum L_{eq} = \sum_1^{W_t} M_{fq} D'_{fq} \quad (5.62)$$

sendo:

$L_J$  – largura disponível do carretel (m).

Caso a eq. (5.61) seja satisfeita o projeto segue para o passo 21. Caso contrário segue para o próximo passo.

#### 16º Passo

Escolhe-se o próximo fio inferior da tabela e testa-se a condição abaixo.

$$d_{fq} \geq d_{fq_{min}} \quad (5.63)$$

Caso esta condição seja satisfeita, retorna-se ao nono passo. Caso contrário segue-se para o próximo passo.

#### 17º Passo

Verifica-se se  $M_{leq} < 9M_{fq}$  e, caso seja, prossegue-se o projeto; caso contrário, segue-se para o décimo nono passo.

#### 18º Passo

Incrementa-se  $M_{leq}$  em uma unidade e retorna-se décimo primeiro passo.

#### 19º Passo

Verifica-se se  $M_{fq} < 9$  e, caso seja, prossegue-se para o próximo passo. Caso contrário, escolhe-se a próxima lâmina normatizada e retorna-se ao passo 4.

#### 20º Passo

Incrementa-se  $M_{fq}$ , em uma unidade e retorna-se ao décimo passo.

**21º Passo**

Calcula-se os valores finais de  $A_t$ ,  $F_{rq}$ ,  $P_{cobre}$ ,  $P_T$ ,  $\Delta T$  e  $\eta_t$  através das eqs. (5.64), (5.65), (5.66), (5.67), (5.68) e (5.69), respectivamente.

$$A_t = K_s \sqrt{A_e A_J} \quad (5.64)$$

$$F_{rq} = \frac{R_{eqr}}{R_{ccq}} \quad (5.65)$$

$$P'_{cobre} = \sum_1^{W_t} R_{eq} I_{efq}^2 \quad (5.66)$$

$$P_T = P'_{cobre} + P_n \quad (5.67)$$

$$\Delta T = 450 \left( \frac{P_T}{A_t} \right)^{0,826} \quad (5.68)$$

$$\eta_t = \frac{P_{saida}}{P_{saida} + P_T} \quad (5.69)$$

Sendo:

$A_t$  – área externa total do componente magnético ( $cm^2$ );

$K_s$  – constante que depende da geometria do núcleo;

$F_{rq}$  – razão entre a resistência efetiva e a resistência  $cc$  do q-ésimo enrolamento.

**22º Passo**

Verifica-se:

1.  $\Delta T \leq \Delta T_{max}$ ;
2. se o núcleo é capaz de transferir a potência requerida, através da eq. (5.70).

$$K_v K_a A_e A_J f B_d \sum_{q=1}^{W_t} K_{qd} J_{efqd} \geq \sum_{q=1}^{W_t} S_q \quad (5.70)$$

Com todas estas restrições satisfeitas, finaliza-se o projeto. Se qualquer uma delas não for satisfeita, deve-se escolher a próxima lâmina padronizada e retornar ao passo 4.

## 5.6 Fluxograma

Afim de facilitar o entendimento do procedimento de projeto descrito anteriormente, apresenta-se nas figuras 5.5 a 5.8 o fluxograma do mesmo.

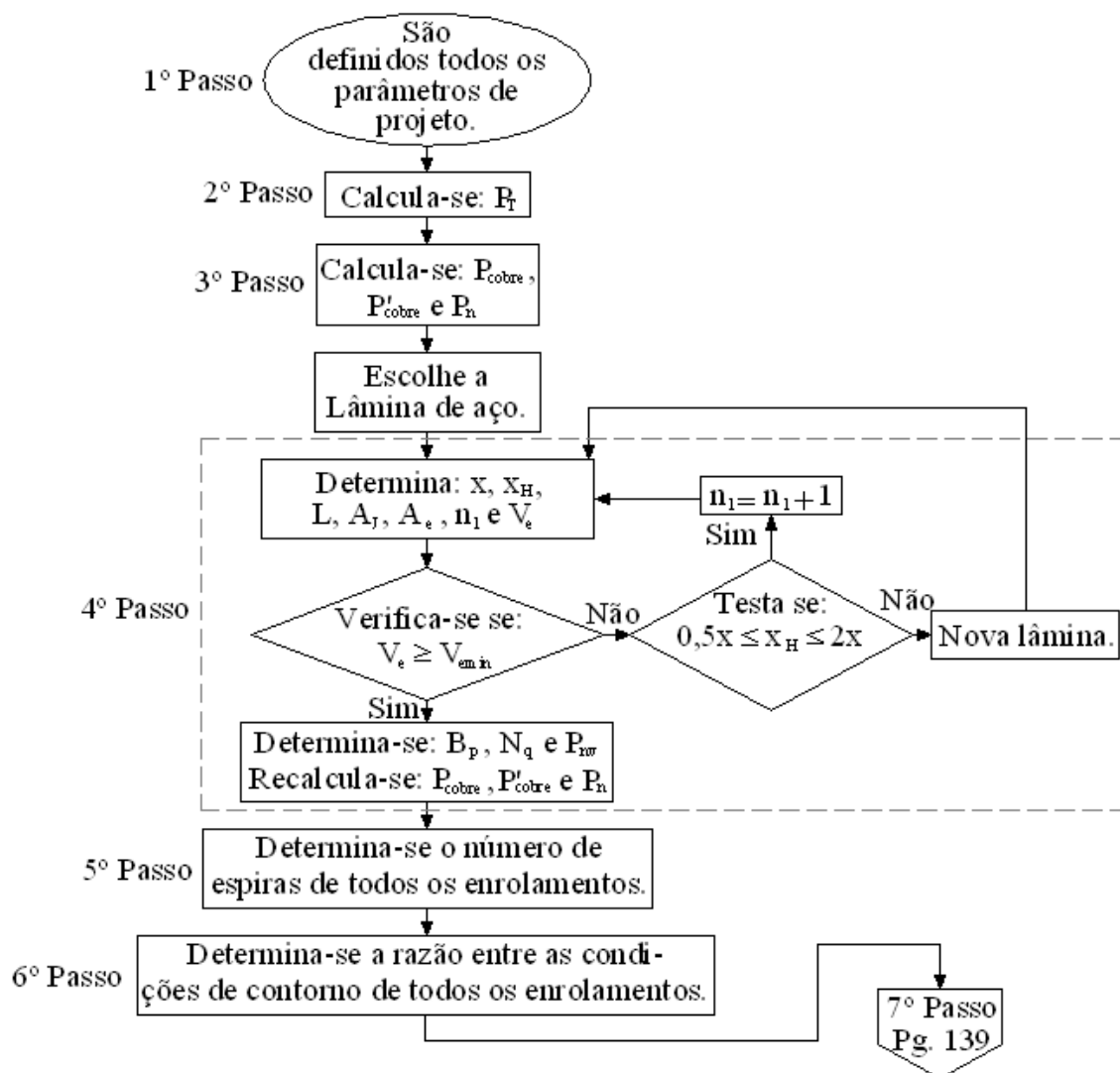


Figura 5.5: Fluxograma do procedimento de projeto.

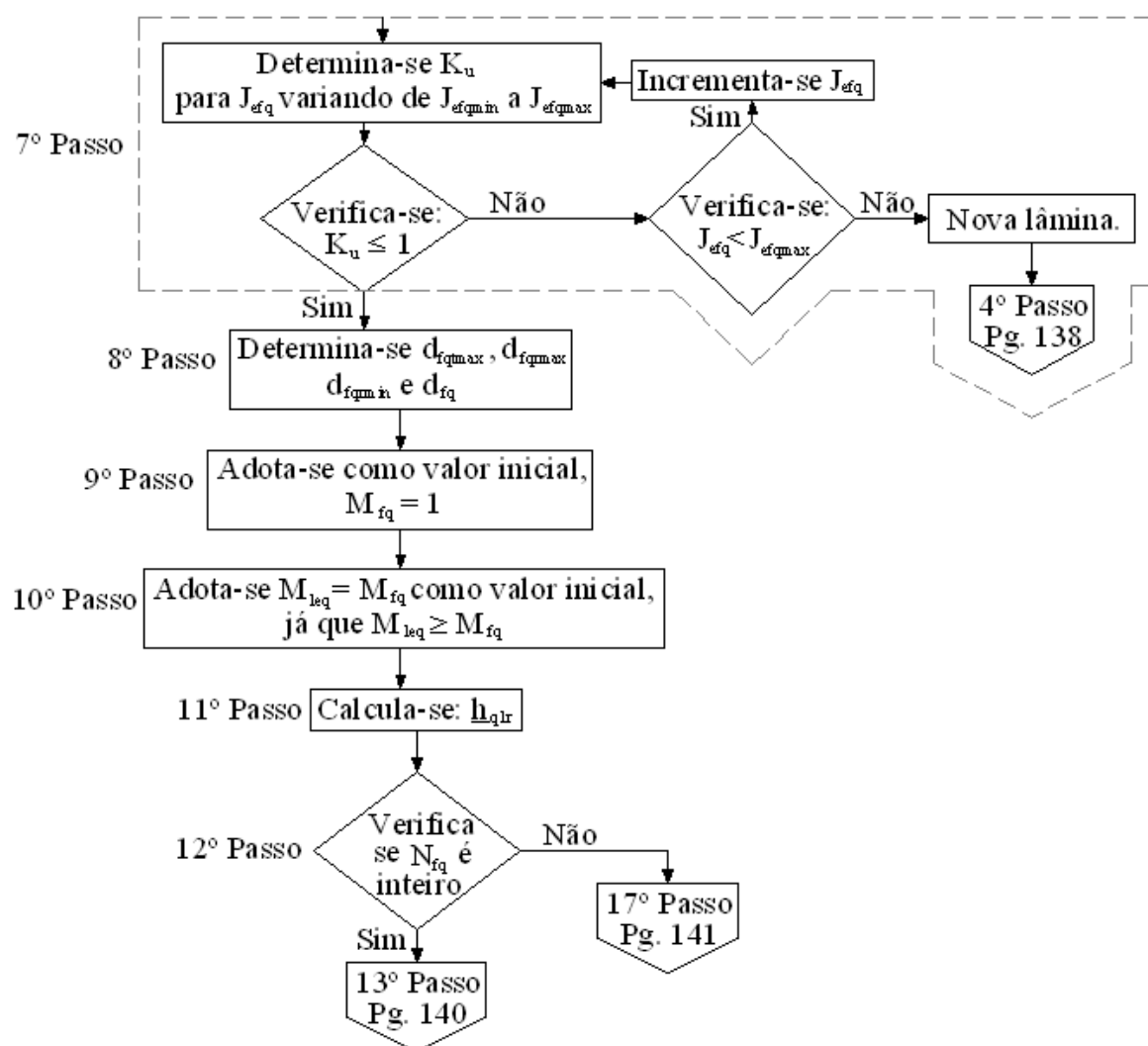


Figura 5.6: Fluxograma do procedimento de projeto.

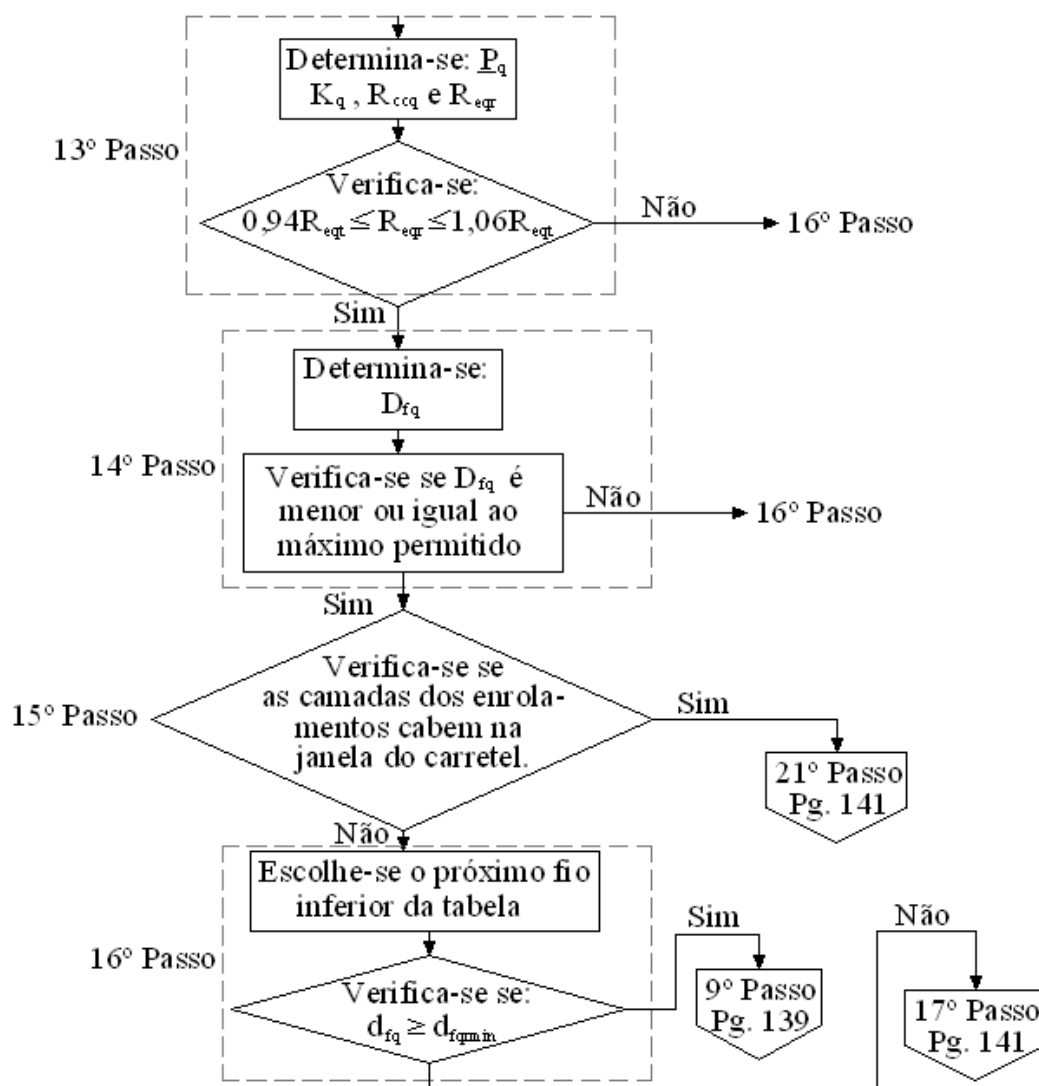


Figura 5.7: Fluxograma do procedimento de projeto.

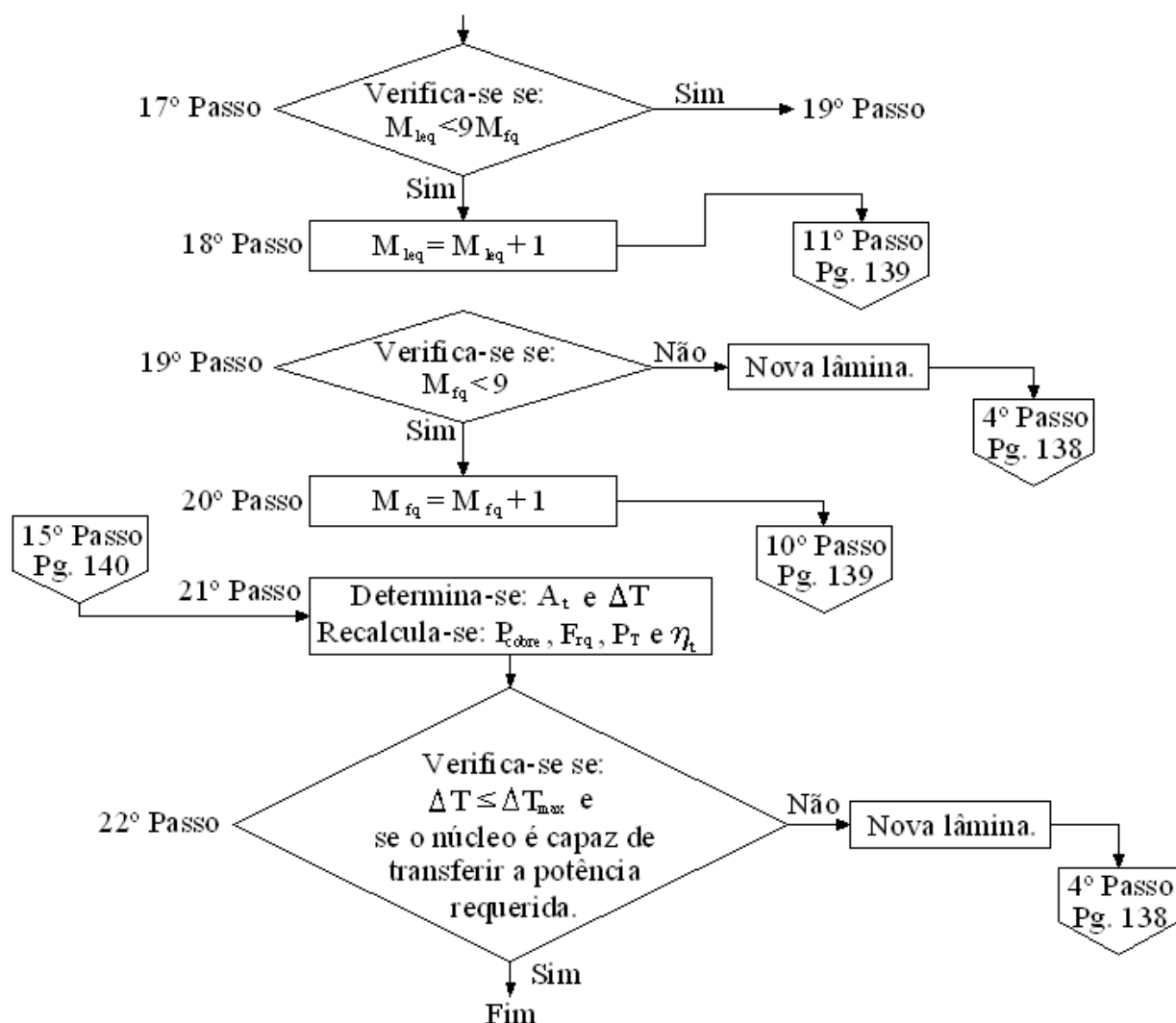


Figura 5.8: Fluxograma do procedimento de projeto.

## 5.7 Comentários

Considerando-se os modelos apresentados nos Capítulos 2, 3 e 4 e juntamente com várias equações, consideradas básicas para o projeto de transformadores, foram estabelecidos uma metodologia e um procedimento para projeto de transformadores sob excitação não-senoidal.

Este procedimento dimensiona o núcleo e os enrolamentos do transformador de modo a atender, simultaneamente, as especificações de projeto e as restrições de igualdade e desigualdade estabelecidas. Sendo assim, projeta-se o transformador, com rendimento máximo próximo ao valor especificado, capaz de transferir a potência requerida e sem que sua elevação de temperatura supere à máxima permitida.



## 6

# *O PROGRAMA COMPUTACIONAL*

### 6.1 Introdução

O procedimento de projeto apresentado no Capítulo 5 foi implementado utilizando-se a ferramenta de programação DELPHI. O programa desenvolvido, denominado MAGNETO, utiliza dados de fios de cobre esmaltado simples, de seção circular, de lâminas de aço padronizadas e fatores de multiplicação para as várias configurações de cabos. O programa projeta o cabo a ser utilizado em cada enrolamento do transformador. Sendo assim, procurando atender às várias restrições de projeto, o programa define o diâmetro do fio, o número de fios por condutor e o número de condutores no cabo.

Os dados de entrada para o programa incluem: a frequência, as grandezas relativas às formas de onda de tensão e corrente nos enrolamentos, o fator de carregamento, as grandezas relativas ao material magnético, às lâminas, ao carretel, o número de enrolamentos primários e secundários, a máxima elevação de temperatura e as faixas de variação para o rendimento e a densidade de corrente nos enrolamentos.

Como saída o programa fornece os valores finais para todas as variáveis de projeto, incluindo-se todas as variáveis relativas ao núcleo e aos enrolamentos, a capacidade de transferência de potência, as perdas, o rendimento e a elevação de temperatura do transformador.

É importante lembrar que todos os dados relativos as formas de onda da tensão e corrente nos enrolamentos serão pré-determinados através de um programa de simulação de circuitos eletrônicos como, por exemplo, o SPICE.

O programa também disponibiliza, no rodapé de cada janela ativa, uma informação sobre cada campo, para auxiliar o processo de inserção de variáveis. Para visualizar esta informação, basta posicionar o cursor do *mouse* sobre o campo desejado.

Este Capítulo descreve, detalhadamente, o programa computacional para o projeto de transformadores a seco sob excitação não-senoidal.

## 6.2 A Tela Inicial

Ao executar o programa, surge a tela inicial com a aba "Dados de Projeto", como mostra a figura 6.1. Nesta tela pode-se inserir, os nomes da instituição e do projetista e o título do projeto, bem como, os seguintes dados:

- grandezas referentes ao material magnético, ao núcleo, ao carretel, aos enrolamentos e à temperatura;
- frequência de operação do transformador, seu respectivo fator de carregamento, e a razão entre os fatores de forma das tensões não-senoidal e senoidal;
- valores eficazes da tensão e corrente nos enrolamentos;
- componente  $cc$  da corrente em cada enrolamento;
- grandezas referentes à forma de onda da tensão e corrente de todos os enrolamentos e número de harmônicas a serem consideradas;
- faixa de variação do rendimento;
- faixa de variação da densidade de corrente.

Figura 6.1: Página inicial do programa.

A seguir são descritos os campos da tela inicial.

### 6.2.1 O Campo "Material magnético"

Neste campo, mostrado em destaque na figura 6.2, são inseridos os seguintes dados referentes ao material magnético do núcleo:

- $m_v$ : densidade do material magnético ( $\text{kg}/\text{m}^3$ );
- $B_{pmax}$ : valor da indução máxima admitida no núcleo do transformador (T);
- $s$ ,  $k_h$ ,  $k_f$ ,  $k_e$ : grandezas relativas ao material magnético que são obtidas experimentalmente e dependem de cada material; e
- $E_l$ : espessura das lâminas de aço utilizadas na construção do núcleo (mm).

Material magnético	
$m_v$ (kg/m)	$K_h$
7650	0,0168
$B_{pmax}$ (T)	$K_e$
1,2	0,0024
$s$	$K_f$
1,6737	0,0062
	$E_l$ (mm)
	0,35

Figura 6.2: Campo "Material magnético"

### 6.2.2 O Campo "Núcleo e carretel"

Neste campo, mostrado na figura 6.3, são inseridos os seguintes parâmetros:

- $K_s$ : constante<sup>1</sup> que depende da geometria do núcleo;
- $K_a$ : fator<sup>2</sup> de empilhamento do núcleo;
- $e_c$ : espessura do carretel dos enrolamentos (mm).

Núcleo e carretel
$K_s$
41,3
$K_a$
0,95
$e_c$ (mm)
1

Figura 6.3: Campo "Núcleo e carretel".

<sup>1</sup>Igual a 41,3 para o núcleo objeto deste trabalho.

<sup>2</sup>Costuma-se utilizar um valor igual a 0,95.

### 6.2.3 O Campo "Enrolamentos"

Neste campo, mostrado em destaque na figura 6.4, são inseridos os seguintes parâmetros:

- $\mu_c$ : permeabilidade magnética do cobre (H/m);
- $\sigma_c$ : condutividade elétrica do cobre  $((\Omega m)^{-1})$ ;
- $W_p$ : número de enrolamentos no primário do transformador;
- $W_s$ : número de enrolamentos no secundário do transformador.

Figura 6.4: Campo "Enrolamentos".

### 6.2.4 O Campo "Temperatura"

Neste campo, mostrado em destaque na figura 6.5, são inseridos os seguintes parâmetros: temperatura ambiente  $T_a$  ( $^{\circ}\text{C}$ ), e máxima elevação de temperatura permitida,  $\Delta T$  ( $^{\circ}\text{C}$ ).

### 6.2.5 O Campo "Outras grandezas de projeto"

Neste campo, mostrado em destaque na figura 6.6, são inseridos os seguintes parâmetros:

- $f$ : frequência de operação do transformador (Hz);
- $F_c$ : fator de carregamento do transformador; e

Temperatura

**$T_a$  (\*C ou K)**  
30

**$\Delta T_{max}$  (\*C ou K)**  
50

Figura 6.5: Campo "Temperatura".

- $F_F$ : razão entre os fatores de forma da tensão considerada no projeto e o da tensão senoidal.

Outras grandezas de projeto

**f (Hz)** 60       **$F_c$**  1

**$F_F$**  1

Figura 6.6: Campo "Outras grandezas de projeto".

### 6.2.6 O Campo "Valor eficaz da tensão de cada enrolamento"

Neste campo, mostrado em destaque na figura 6.7, são inseridos os valores das tensões eficazes de todos os enrolamentos.

Valor eficaz da tensão de cada enrolamento

**Primário**

**V1** 217,86

**V2**

**Secundário**

**V1** 113,84    **V2** 113,84    **V3** 113,84

**V4** 113,84    **V5** 113,84    **V6**

**V7**    **V8**

Figura 6.7: Campo "Valor eficaz da tensão de cada enrolamento".

### 6.2.7 O Campo "Parâmetro $K_v$ e número de harmônicas"

Neste campo, mostrado na figura 6.8, são inseridos o parâmetro  $K_v$  e o número de harmônicas, no máximo 60, a serem consideradas no projeto.

Parâmetro  $K_v$  e número de harmônicas

4.44

Quantidade de harmônicas a serem consideradas

☒ Considerar todas as harmônicas.

☐ Considerar apenas as harmônicas pares.

☐ Considerar apenas as harmônicas impares.

1

Figura 6.8: Campo "Parâmetro  $K_v$  e número de harmônicas".

### 6.2.8 O Campo "Valor eficaz e $CC$ da corrente de cada enrolamento"

Neste campo, mostrado na figura 6.9, são inseridos os valores eficazes e  $cc$  das correntes de todos os enrolamentos.

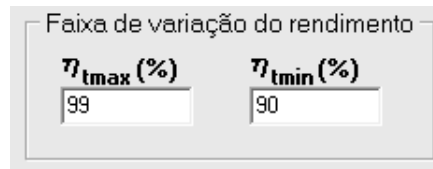
Valor eficaz e  $cc$  da corrente de cada enrolamento

Primário		Secundário			
I1	3.47	I1	Icc1	I5	Icc5
Icc1	0	0.64	0	3.11	0
I2		I2	Icc2	I6	Icc6
Icc2		0.64	0		
		I3	Icc3	I7	Icc7
		0.96	0		
		I4	Icc4	I8	Icc8
		1.28	0		

Figura 6.9: Campo "Valor eficaz e  $CC$  da corrente de cada enrolamento".

### 6.2.9 O Campo "Faixa de variação do rendimento"

Neste campo, mostrado na figura 6.10, são inseridos os valores máximo e mínimo admitidos para o rendimento.

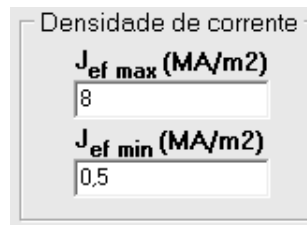


A interface de usuário para o campo "Faixa de variação do rendimento" apresenta um título no topo. Abaixo dele, há duas colunas de entrada. A primeira coluna é rotulada  $\eta_{tmax} (%)$  e contém o valor "99". A segunda coluna é rotulada  $\eta_{tmin} (%)$  e contém o valor "90".

Figura 6.10: Campo "Faixa de variação do rendimento".

### 6.2.10 O Campo "Densidade de corrente"

Neste campo, mostrado na figura 6.11, são inseridos os valores máximo e mínimo para a densidade de corrente nos enrolamentos.



A interface de usuário para o campo "Densidade de corrente" apresenta um título no topo. Abaixo dele, há duas colunas de entrada. A primeira coluna é rotulada  $J_{ef\ max} (MA/m2)$  e contém o valor "8". A segunda coluna é rotulada  $J_{ef\ min} (MA/m2)$  e contém o valor "0,5".

Figura 6.11: Campo "Densidade de corrente".

## 6.3 A Aba "Componentes Harmônicas Enrolamentos Primários"

Quando o botão avançar da aba "Dados de Projeto" for acionado, a aba "Componentes Harmônicas Enrolamentos Primários" será mostrada e habilitada. Esta aba está mostrada na figura 6.12. Em seus campos são inseridos os valores eficazes e os ângulos de fase de cada componente harmônica da tensão e da corrente nos enrolamentos primários.

Se o valor preenchido de  $W_p$  no campo "Enrolamentos" for igual a 1, somente a aba "1º Enrolamento" será mostrada e habilitada, como mostra a figura 6.12. Ao serem preenchidos todos os dados referentes a este enrolamento, o botão avançar será habilitado.



**Magnet - Projeto de Transformadores a Seco Sob Excitação Não Senoidal**

Arquivo Editar Sobre Ajuda

Dados de Projeto Componentes Harmônicas Enrolamentos Primários

1ª Enrolamento

**Tensão Eficaz de cada Harmônica**

1ª

i	Vef (V)	Angulo (°)
1	217,86	0

**Corrente Eficaz de cada Harmônica**

1ª

i	Ief (A)	Angulo (°)
1	3,47	0

Figura 6.12: Aba "Componentes Harmônicas Enrolamentos Primários", para  $W_p = 1$ .

Caso o valor de  $W_p$  seja o máximo, isto é 2, serão mostradas duas abas, "1º Enrolamento" e "2º Enrolamento", sendo que, somente a primeira estará habilitada, como mostra a figura 6.13. Quando todos os dados referentes à primeira, forem inseridos, o botão avançar, inicialmente desabilitado, será habilitado, como mostra figura 6.14. Após isso, com um clique neste botão, a segunda aba é habilitada enquanto a primeira e o botão avançar são desabilitados, como mostra figura 6.15. A partir deste momento, inicia-se a inserção dos dados do segundo enrolamento. Da mesma forma que para o primeiro, após todos os dados do segundo serem inseridos, o botão avançar será novamente habilitado, como mostra a figura 6.16.

Magnet - Projeto de Transformadores a Seco Sob Excitação Não Senoidal

Arquivo Editar Sobre Ajuda

Dados de Projeto Componentes Harmônicas Enrolamentos Primários

1º Enrolamento 2º Enrolamento

**Tensão Eficaz de cada Harmônica**

1ª Vef [V] Angulo

i	Vef [V]	Angulo (°)
1	217.86	0

**Corrente Eficaz de cada Harmônica**

1ª Ief [A] Angulo

i	Ief [A]	Angulo (°)
1	3.47	0

Figura 6.13: A aba "1º Enrolamento", do primário, está habilitada, enquanto a "2º Enrolamento" e o botão avançar estão desabilitados.

Magnet - Projeto de Transformadores a Seco Sob Excitação Não Senoidal

Arquivo Editar Sobre Ajuda

Dados de Projeto Componentes Harmônicas Enrolamentos Primários

1º Enrolamento 2º Enrolamento

**Tensão Eficaz de cada Harmônica**

1ª Vef [V] Angulo

i	Vef [V]	Angulo (°)
1	217.86	0

**Corrente Eficaz de cada Harmônica**


1ª Ief [A] Angulo





i	Ief [A]	Angulo (°)
1	3.47	0






Figura 6.14: A aba "2º Enrolamento", do primário, e o botão avançar estão habilitados, enquanto a "1º Enrolamento" está desabilitada.

[illegible]

Figura 6.15: A aba "2º Enrolamento", do primário, está habilitada, enquanto a 1º Enrolamento e o botão avançar estão desabilitados.


**Magnetico - Projeto de Transformadores a Seco Sob Excitação Não Senoidal**

**Dados de Projeto**
**Componentes Harmônicas Enrolamentos Primários**

**1ª Enrolamento**
**2ª Enrolamento**

**Tensão Eficaz de cada Harmônica**

1ª			2ª		
	Vef (V)	Angulo (°)		Vef (V)	Angulo (°)
1	217,86	0			

**Corrente Eficaz de cada Harmônica**

1ª			2ª		
	Ief (A)	Angulo (°)		Ief (A)	Angulo (°)
1	3,47	0			






Figura 6.16: A aba "2º Enrolamento", do primário, e o botão avançar estão habilitados, enquanto a "1º Enrolamento" está desabilitada.

## 6.4 A Aba "Componentes Harmônicas Enrolamentos Secundários"

Quando todas as componentes harmônicas da tensão e corrente dos enrolamentos primários, juntamente com seus respectivos ângulos de fase forem preenchidos, ao clicar-se no botão avançar, a aba "Componentes Harmônicas Enrolamentos Primários" será desabilitada enquanto que a aba "Componentes Harmônicas Enrolamentos Secundários" será habilitada, como mostra a figura 6.17.

**Tensão Eficaz de cada Harmônica**

1ª			2ª			3ª			4ª			5ª		
i	Vef (V)	Angulo (°)	i	Vef (V)	Angulo (°)	i	Vef (V)	Angulo (°)	i	Vef (V)	Angulo (°)	i	Vef (V)	Angulo (°)
1	113,84	0												

**Corrente Eficaz de cada Harmônica**

1ª			2ª			3ª			4ª			5ª		
i	Ief (A)	Angulo (°)	i	Ief (A)	Angulo (°)	i	Ief (A)	Angulo (°)	i	Ief (A)	Angulo (°)	i	Ief (A)	Angulo (°)
1	0,36	0												

Retornar Avançar

Figura 6.17: Aba "Componentes Harmônicas Enrolamentos Secundários" para  $W_s = 5$  (todas as cinco abas estão mostradas mas somente a terceira, "3º Enrolamento", está habilitada).

A inserção dos dados relativos ao enrolamento secundário é semelhante ao primário. O número máximo de enrolamentos secundários é oito.

Logo, o número de abas mostradas será igual ao valor de  $W_s$ . Já as habilitadas, serão, inicialmente, a "1º Enrolamento", em seguida, a "2º Enrolamento", caso  $W_s \geq 2$ , posteriormente, a "3º Enrolamento", para  $W_s \geq 3$ , e assim, sucessivamente, até a "8º Enrolamento", quando  $W_s = 8$ .

## 6.5 A Aba "Resultados"

Seguindo a sequência, após todos os dados do último enrolamento do secundário serem preenchidos, pode-se realizar o projeto clicando-se no botão avançar. Após isso, a aba com todos os resultados de projeto é aberta, como mostra a figura 6.18.

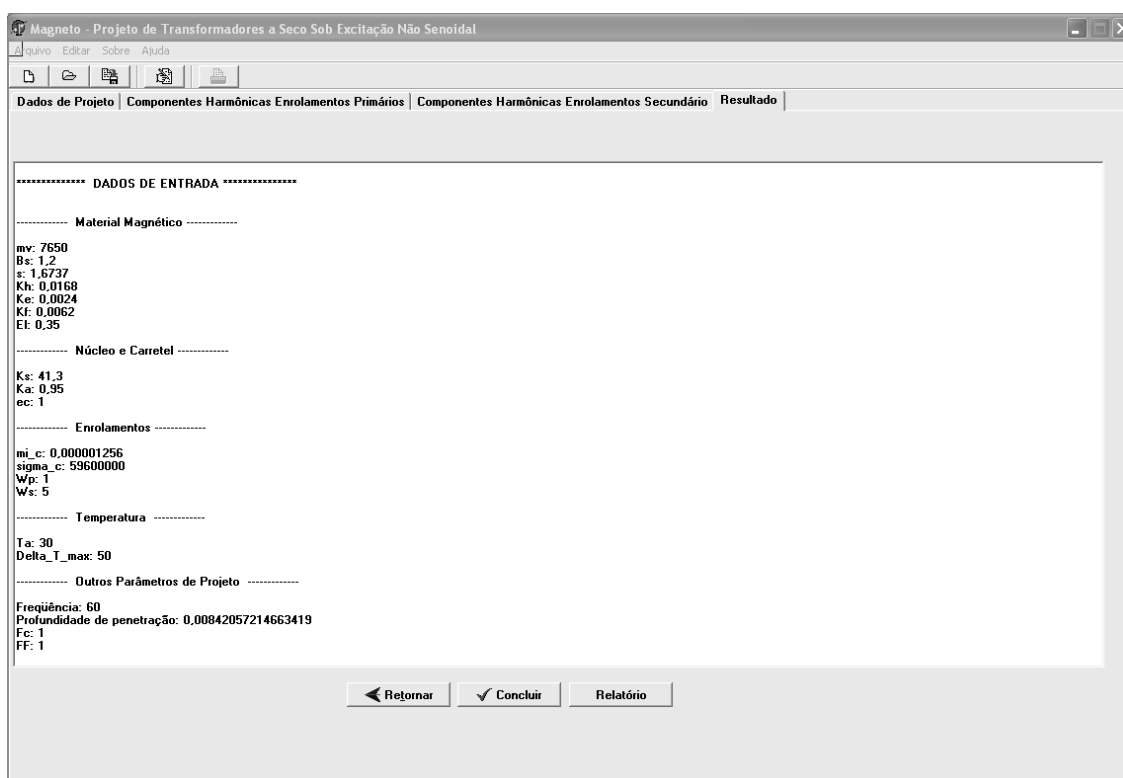


Figura 6.18: Aba "Resultados".

Clicando-se no botão "Relatório", o programa ainda disponibiliza um relatório, contendo cinco páginas, para impressão. Um exemplo de relatório é mostrado no Anexo A.

## 6.6 O Menu Principal

O menu principal é constituído por quatro guias: arquivo, editar, sobre e ajuda.

### 6.6.1 A Guia "Arquivo"

Através da guia "Arquivo", como mostra figura 6.19, pode-se: abrir um novo projeto, abrir um projeto já existente, salvar o projeto atual, imprimir um resultado, ou sair do programa.

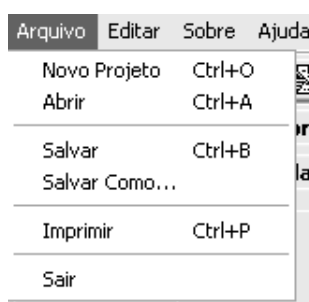


Figura 6.19: Guia "Arquivo".

### 6.6.2 A Guia "Editar"

Através da guia editar, como mostra a figura 6.20, pode-se: editar, adicionar ou excluir dados dos cadastros de condutores, lâminas de aço ou de fatores de multiplicação.

$$D_{fq} = \rho d'_{fq} \quad (6.1)$$

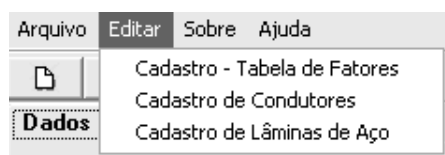
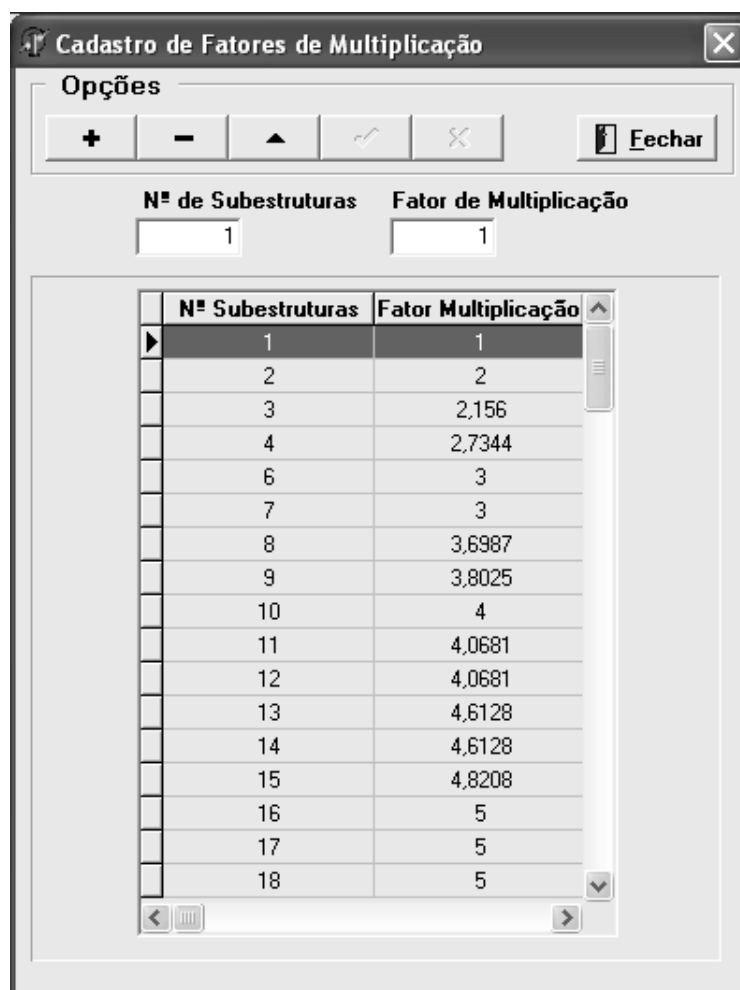


Figura 6.20: Guia "Editar".

### 6.6.2.1 A Guia "Cadastro de Fatores de Multiplicação"

Ao clicar-se na guia "Cadastro de Fatores de Multiplicação", a janela mostrada na figura 6.21 é aberta. Nesta janela pode-se inserir, editar e excluir dados. Na lacuna "Nº de Subestruturas" coloca-se o número de fios existente no interior do cabo e na lacuna "Fator de Multiplicação" o valor de p. O programa já possui cadastrados os fatores de multiplicação correspondentes a um número máximo de noventa subestruturas.



**Cadastro de Fatores de Multiplicação**

**Opções**

+ - ▲ ✎ ✕ Fechar

**Nº de Subestruturas**  **Fator de Multiplicação**

	Nº Subestruturas	Fator Multiplicação
▶	1	1
	2	2
	3	2,156
	4	2,7344
	6	3
	7	3
	8	3,6987
	9	3,8025
	10	4
	11	4,0681
	12	4,0681
	13	4,6128
	14	4,6128
	15	4,8208
	16	5
	17	5
	18	5

Figura 6.21: Guia "Cadastro dos Fatores de Multiplicação".

### 6.6.2.2 A Guia "Cadastro de Condutores"

Ao clicar na guia "Cadastro de Condutores" a janela mostrada na figura 6.22 é aberta. Nesta janela pode-se cadastrar, editar ou excluir os condutores utilizados no projeto. Em cada lacuna ali existente pode-se inserir um dado do condutor.

**Cadastro de Condutores**

**Escala AWG**

**Opções**

**AWG** 
**Nominal** 
**Mínimo** 
**Máximo**

**Grau 1** **Grau 2**  
**Camada Mínima** **Externo Máximo** **Camada Mínima** **Externo Máximo**

	AWG	Condutor Nom.	Condutor Min.	Condutor Max.	G1 Camada Min	G1 Externo Max	G2 Camada Min	G2 Externo Max
<input checked="" type="checkbox"/>	43	0,056	0,053	0,059	0,005	0,066	0,01	0,074
<input type="checkbox"/>	42	0,064	0,061	0,067	0,005	0,076	0,01	0,074
<input type="checkbox"/>	41	0,071	0,068	0,074	0,005	0,064	0,013	0,091
<input type="checkbox"/>	40	0,079	0,076	0,082	0,005	0,094	0,015	0,102
<input type="checkbox"/>	39	0,089	0,086	0,092	0,005	0,104	0,015	0,102
<input type="checkbox"/>	38	0,102	0,099	0,105	0,008	0,119	0,018	0,13
<input type="checkbox"/>	37	0,114				0,192		
<input type="checkbox"/>	36	0,127				0,147		
<input type="checkbox"/>	35	0,142				0,163		
<input type="checkbox"/>	34	0,16				0,183		
<input type="checkbox"/>	33	0,18				0,206		
<input type="checkbox"/>	32	0,203				0,231		

Figura 6.22: Guia "Cadastro de Condutores".



### 6.6.2.3 A Guia "Cadastro de Lâminas de Aço"

Assim como na guia anterior ao clicar na guia "Cadastro de Lâminas de Aço", a janela mostrada na figura (6.23) é aberta. Nesta janela pode-se cadastrar, editar ou excluir dados de lâminas de aço. Em cada lacuna ali existente pode-se inserir um parâmetro da lâmina.

**Cadastro de Lâminas de Aço**

**Opções**

+ - ▲ ↶ ✕ **Fechar**

Código Internacional: EI36 Código Nacional: M0036

c: 12 a: 36 b: 30 e: 6 f: 18 d: g: Diâmetro: h: 6 n: 6 Peso: 65 x: 6

Código Internacional	Código Nacional	c	a	b	e	f	d	g	Diâmetro	h	n	Peso	x
▶ EI36	M0036	12	36	30	6	18				6	6	65	6
EI42	M0042	14	42	35	7	21	35	28	3,5	7	7	85	7
EI48	M0048	16	48	40	8	24	40	32	3,2	8	8	114	8
EI54	M0054	18	54	45	9	27	45	36	4	9	9	146	9
EI57	M0057	19	57	47,5	9,5	28,5	47,5	38	3,5	9,5	9,5	162	9,5
EI60	M0060	20	60	50	10	30	50	40	4,2	10	10	185	10
EI66	M0066	22	66	55	11	33	55	44	4,5	11	11	210	11
EI75	M0075	25	75	62,5	12,5	37,5	62,5	50	5	12,5	12,5	283	12,5
EI84	M0084	28	84	70	14	42	70	56	4,5	14	14	320	14
EI96	M0096	32	96	80	16	48	80	66	5,5	16	16	465	16
EI108	M0108	36	108	90	18	54	90	72	5,5	18	18	580	18
EI120	M0120	40	120	100	20	60	100	80	7	20	20	715	20
EI135	M0135	45	135	112,5	22,5	67,5	112,5	90	8	22,5	22,5	920	22,5
EI150	M0150	50	150	125	25	75	125	100	8	25	25	1060	25
EI180	M0180	60	180	150	30	90	150	120	9,5	30	30	1650	30
EI192	M0192	64	192	160	32	96	160	128	9,5	32	32	1870	32
EI240	M0240	80	240	200	40	120	200	160	11,5	40	40	2940	40
EI300	M0300	100	300	250	50	150	250	200	13	50	50	4600	50

Figura 6.23: Guia "Cadastro de Lâminas de Aço".

## 6.7 Comentários

Este Capítulo descreveu o programa computacional desenvolvido para o projeto dos transformadores objeto deste estudo, de acordo com o procedimento apresentado no Capítulo 5.

O programa apresenta uma interface de fácil utilização. Ao posicionar o ponteiro do mouse sobre um dado campo é ativada uma descrição do mesmo na parte inferior da tela (ou aba), o que facilita a utilização do programa. No programa já existem cadastrados vários condutores, lâminas de aço e fatores de multiplicação, sendo possível excluir, editar ou inserir novos valores.

Sendo-assim, o primeiro passo para realizar o projeto consiste em inserir todos os dados de entrada necessários. Após a execução do mesmo, gera-se um relatório contendo, além dos dados de entrada, todas as variáveis de projeto.

No próximo Capítulo serão realizados exemplos de projetos utilizando-se o programa MAGNETO.

## 7

***EXEMPLOS DE PROJETO*****7.1 Introdução**

O Capítulo em pauta tem como objetivo explorar alguns exemplos de projeto de transformadores monofásicos a seco com o auxílio do programa MAGNETO.

São mostrados 5 exemplos de projeto. Para os exemplos 1, 2 e 3 o transformador possui 1 enrolamento primário e 5 enrolamentos secundários e alimenta cargas resistivas lineares. Nestes exemplos o transformador é submetido a formas de onda de tensão e de corrente perfeitamente senoidais com frequências de 1000, 400 e 60 Hz, respectivamente. No quarto exemplo o transformador possui os mesmos números de enrolamentos; no entanto, ele é alimentado por uma tensão senoidal de 60 Hz e alimenta cargas não-lineares. Logo, as correntes em seus enrolamentos resultam não-senoidais. No último exemplo são projetados dois transformadores, sendo um deles com 1 enrolamento primário e 1 enrolamento secundário e o outro com 1 enrolamento primário e dois enrolamentos secundários. Estes transformadores fazem parte de um estabilizador de tensão alternada.

Todos os circuitos de potência aqui apresentados foram simulados através do programa PSpice em sua versão estudantil.

**7.2 Exemplo 1 : Formas de Onda Senoidais, Potência 1511 VA e Frequência de 1kHz**

É importante frisar que, neste exemplo, são admitidas formas de onda de tensão e de corrente perfeitamente senoidais em todos os enrolamentos. A potência aparente de dimensionamento do transformador é de 1511 VA e sua frequência de operação é de 1 kHz.

A figura 7.1 mostra a topologia do circuito usado nos exemplos 1, 2 e 3.

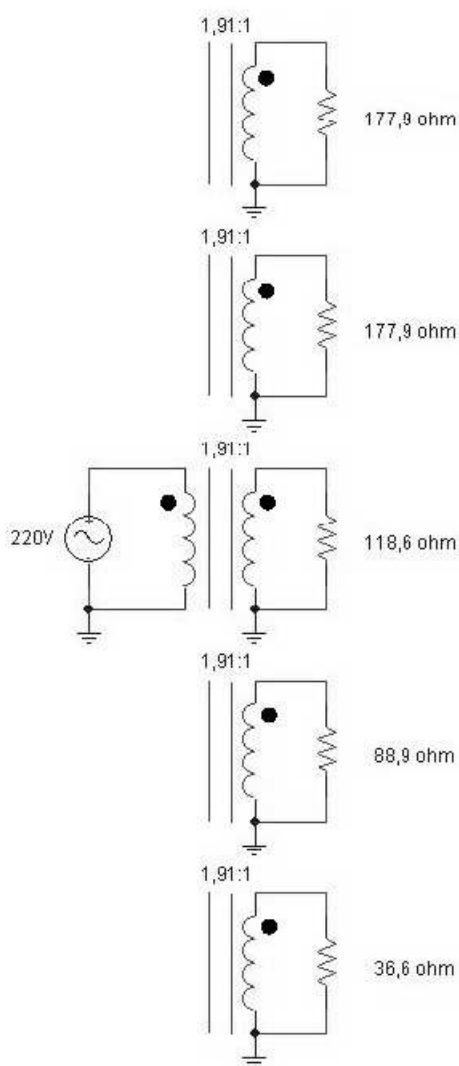


Figura 7.1: Topologia do circuito para os exemplos 1, 2 e 3.

### 7.2.1 Dados de Entrada

A tabela (7.1) mostra os valores eficazes e os ângulos de fase da tensão e corrente de todos os enrolamentos, para os exemplo 1, 2 e 3. A tabela (7.2) mostra os dados de entrada que são comuns à todos os exemplos. Na tabela (7.3) são mostrados os dados de entrada dos exemplos 1, 2 e 3. Já a tabela (7.4) mostra os dados referentes ao exemplo 1.

Tabela 7.1: Tensão e corrente eficazes de cada enrolamento (exemplos 1, 2 e 3).

Enrolamento	Tensão Eficaz (V)	Ângulo de Fase (Graus)	Corrente Eficaz (A)	Ângulo de Fase (Graus)
Primário	217,86	0	3,47	0
1° Secundário	113,84	0	0,64	0
2° Secundário	113,84	0	0,64	0
3° Secundário	113,84	0	0,96	0
4° Secundário	113,84	0	1,28	0
5° Secundário	113,84	0	3,11	0

Tabela 7.2: Dados de entrada (exemplos 1, 2, 3, 4 e 5).

$m_v$ (kg/m <sup>3</sup> )	7650
$s$	1,6737
$K_h$	0,0168
$K_e$	0,0024
$K_f$	0,0062
$E_l$ (mm)	0,35
$K_s$	41,3
$K_a$	0,95
$\mu_c$ (H/m)	$1,256 \times 10^{-6}$
$\sigma_c$ ( $\Omega m^{-1}$ )	$59,6 \times 10^6$
$T_a$ (°C)	30
$\Delta T$ (°C)	50
$F_c$	1
$e_c$ (mm)	1
$B_{pmax}$ (T)	1,2
$\eta_{min}$ (%)	90
$\eta_{max}$ (%)	99
$J_{efmin}$ (MA/m <sup>2</sup> )	0,5
$J_{efmax}$ (MA/m <sup>2</sup> )	8

Tabela 7.3: Dados de entrada (exemplos 1, 2 e 3).

$W_p$	1
$W_s$	5
$K_v$	4,44
$F_F$	1
Harmônicas consideradas	1 <sup>a</sup>
$S_d$ (VA)	1511

Tabela 7.4: Dados de entrada (exemplo 1).

f (Hz)	1000
--------	------

## 7.2.2 Resultados

As tabelas (7.5), (7.6) e (7.7) fornecem, respectivamente, os resultados obtidos para o projeto dos enrolamentos, do núcleo e os outros parâmetros do transformador.

Tabela 7.5: Parâmetros relativos aos enrolamentos (exemplo 1).

	Primário	Secundário				
Enrolamento	1	1	2	3	4	5
$d_{fq}$ (mm)	0,203	0,142	0,142	0,127	0,287	0,18
$N_{fq}$	1x36=36	1x9=9	1x9=9	1x16=16	1x9=9	1x36=36
$M_{fq}$	4	1	1	1	2	2
$D_{fq}$ (mm)	1,625	0,62	0,62	0,735	1,217	1,449
$N_q$	335	175	175	175	175	175
$R_{eq}$ ( $\Omega$ )	0,315	0,94	0,939	0,589	0,474	0,185
$R_{ccq}$ ( $\Omega$ )	0,313	0,936	0,936	0,589	0,463	0,185
$J_{efq}$ (MA/m <sup>2</sup> )	0,475	0,501	0,501	0,472	0,476	0,48
$P_{cobre}$ (W)	7,663					
$K_u$ (%)	64,5					

Tabela 7.6: Parâmetros relativos ao núcleo (exemplo 1).

b (cm)	15,00
L (cm)	5,00
$A_J$ (cm <sup>2</sup> )	75,00
$x$ (cm)	5,00
$x_H$ (cm)	2,52
$n_l$	72
$A_e$ (cm <sup>2</sup> )	23,94
HT (cm)	25,00
LT (cm)	30,00
$A_T$ (cm <sup>2</sup> )	1750,02
$V_e$ (cm <sup>3</sup> )	1436,4
$l_t$ (cm)	40,74
$B_p$ (T)	0,061
$P_n$ (W)	7,603

Tabela 7.7: Outros parâmetros do transformador (exemplo 1).

$P_T$ (W)	15,267
$\eta_t$ (%)	98,017
$\Delta T$ (°C)	8,958
$S_P$ (VA)	1511

## 7.3 Exemplo 2 : Formas de Onda Senoidais, Potência de 1511 VA e Frequência de 400Hz

Neste exemplo, assim como no primeiro, admite-se formas de onda de tensão e de corrente perfeitamente senoidais em todos os enrolamentos. A potência aparente de di-

mensionamento do transformador é de 1511 VA e sua frequência de operação é de 400 Hz.

### 7.3.1 Dados de Entrada

Os dados de entrada referentes à este exemplo são mostrados nas tabelas (7.1), (7.2), (7.3) e (7.8).

Tabela 7.8: Dados de entrada (exemplo 2).

f (Hz)	400
--------	-----

### 7.3.2 Resultados

As tabelas (7.9), (7.10) e (7.11) fornecem, respectivamente, os resultados obtidos para o projeto dos enrolamentos, do núcleo e os outros parâmetros do transformador.

Tabela 7.9: Parâmetros relativos aos enrolamentos (exemplo 2).

	Primário	Secundário				
Enrolamento	1	1	2	3	4	5
$d_{fq}$ (mm)	0,18	0,142	0,142	0,203	0,287	0,16
$N_{fq}$	1x16=16	1x4=4	1x4=4	1x4=4	1x4=4	1x16=16
$M_{fq}$	5	1	1	2	2	2
$D_{fq}$ (mm)	1,03	0,446	0,446	0,632	0,875	0,915
$N_q$	348	182	182	182	182	182
$R_{eq}$ ( $\Omega$ )	0,495	1,314	1,314	0,92	0,651	0,291
$R_{ccq}$ ( $\Omega$ )	0,495	1,313	1,313	0,919	0,65	0,291
$J_{efq}$ (MA/m <sup>2</sup> )	1,205	1,127	1,127	1,182	1,115	1,215
$P_{cobre}$ (W)	11,774					
$K_u$ (%)	75,2					

## 7.4 Exemplo 3 : Formas de Onda Senoidais, Potência de 1511 VA e Frequência de 60Hz

Esse exemplo, assim como nos anteriores, admite-se, formas de onda de tensão e corrente perfeitamente senoidais em todos os enrolamentos. A potência aparente de dimensionamento do transformador é de 1511 VA e sua frequência de operação é de 60 Hz.

Tabela 7.10: Parâmetros relativos ao núcleo (exemplo 2).

$b$ (cm)	9,00
$L$ (cm)	3,00
$A_J$ (cm <sup>2</sup> )	27,00
$x$ (cm)	3,00
$x_H$ (cm)	1,505
$n_l$	43
$A_e$ (cm <sup>2</sup> )	8,578
HT (cm)	15,00
LT (cm)	18,00
$A_T$ (cm <sup>2</sup> )	628,547
$V_e$ (cm <sup>3</sup> )	308,826
$l_t$ (cm)	24,43
$B_p$ (T)	0,411
$P_n$ (W)	11,702

Tabela 7.11: Outros parâmetros do transformador (exemplo 2).

$P_T$ (W)	23,477
$\eta_t$ (%)	96,983
$\Delta T$ (°C)	29,781
$S_P$ (VA)	1511

### 7.4.1 Dados de Entrada

As tabelas (7.1), (7.2), (7.3) e (7.12) mostram os dados de entrada referentes à esse exemplo.

Tabela 7.12: Dados de entrada (exemplo 2).

$f$ (Hz)	60
----------	----



## 7.4.2 Resultados

As tabelas (7.13), (7.14) e (7.15) fornecem, respectivamente, os resultados obtidos para o projeto dos enrolamentos, do núcleo e os outros parâmetros do transformador.

Tabela 7.13: Parâmetros relativos aos enrolamentos (exemplo 3).

	Primário	Secundário				
Enrolamento	1	1	2	3	4	5
$d_{fq}$ (mm)	0,127	0,643	0,643	0,226	0,142	0,32
$N_{fq}$	1x25=25	1x1=1	1x1=1	1x4=4	1x9=9	1x9=9
$M_{fq}$	4	2	2	2	2	3
$D_{fq}$ (mm)	0,884	0,686	0,686	0,695	0,62	1,353
$N_q$	335	175	175	175	175	175
$R_{eq}$ ( $\Omega$ )	0,506	1,308	1,307	0,928	0,656	0,291
$R_{ccq}$ ( $\Omega$ )	0,506	1,304	1,304	0,928	0,656	0,291
$J_{efq}$ (MA/m <sup>2</sup> )	1,093	0,995	0,995	1,062	1,002	1,08
$P_{cobre}$ (W)	11,905					
$K_u$ (%)	80,5					

Tabela 7.14: Parâmetros relativos ao núcleo (exemplo 3).

b (cm)	9,00
L (cm)	3,00
$A_J$ (cm <sup>2</sup> )	27,00
$x$ (cm)	3,00
$x_H$ (cm)	3,57
$n_l$	102
$A_e$ (cm <sup>2</sup> )	23,94
HT (cm)	15,00
LT (cm)	18,00
$A_T$ (cm <sup>2</sup> )	968,063
$V_e$ (cm <sup>3</sup> )	732,564
$l_t$ (cm)	28,56
$B_p$ (T)	1,2
$P_n$ (W)	11,727

Tabela 7.15: Outros parâmetros do transformador (exemplo 3).

$P_T$ (W)	23,632
$\eta_t$ (%)	96,964
$\Delta T$ (°C)	20,959
$S_P$ (VA)	1511

## 7.5 Exemplo 4: Correntes Não-Senoidais, Potência de 1511VA e Frequência de 60Hz

Diferentemente dos exemplos anteriores neste caso as formas de onda de corrente em todos os enrolamentos são não-senoidais. Sendo assim, para o projeto em questão, serão consideradas as seis primeiras harmônicas ímpares ( $1^\circ$ ,  $3^\circ$ ,  $5^\circ$ ,  $7^\circ$ ,  $9^\circ$  e  $11^\circ$ ). Também será admitido, como nos exemplos anteriores, uma potência aparente de dimensionamento de 1511 VA e uma frequência fundamental de 60Hz.

A figura 7.2 mostra o circuito de potência no qual o transformador está inserido. As relações de espiras estão indicadas. Este circuito apresenta retificadores de entrada clássicos de fontes chaveadas [49] conectados aos enrolamentos secundários.

As figuras 7.3 e 7.4 mostram as formas de onda da tensão e corrente no enrolamento primário. Tendo como objetivo apenas mostrar a distorção das formas de onda nos enrolamentos, não foram mostradas as formas de onda nos secundários do transformador, já que estas possuem o mesmo conteúdo harmônico.

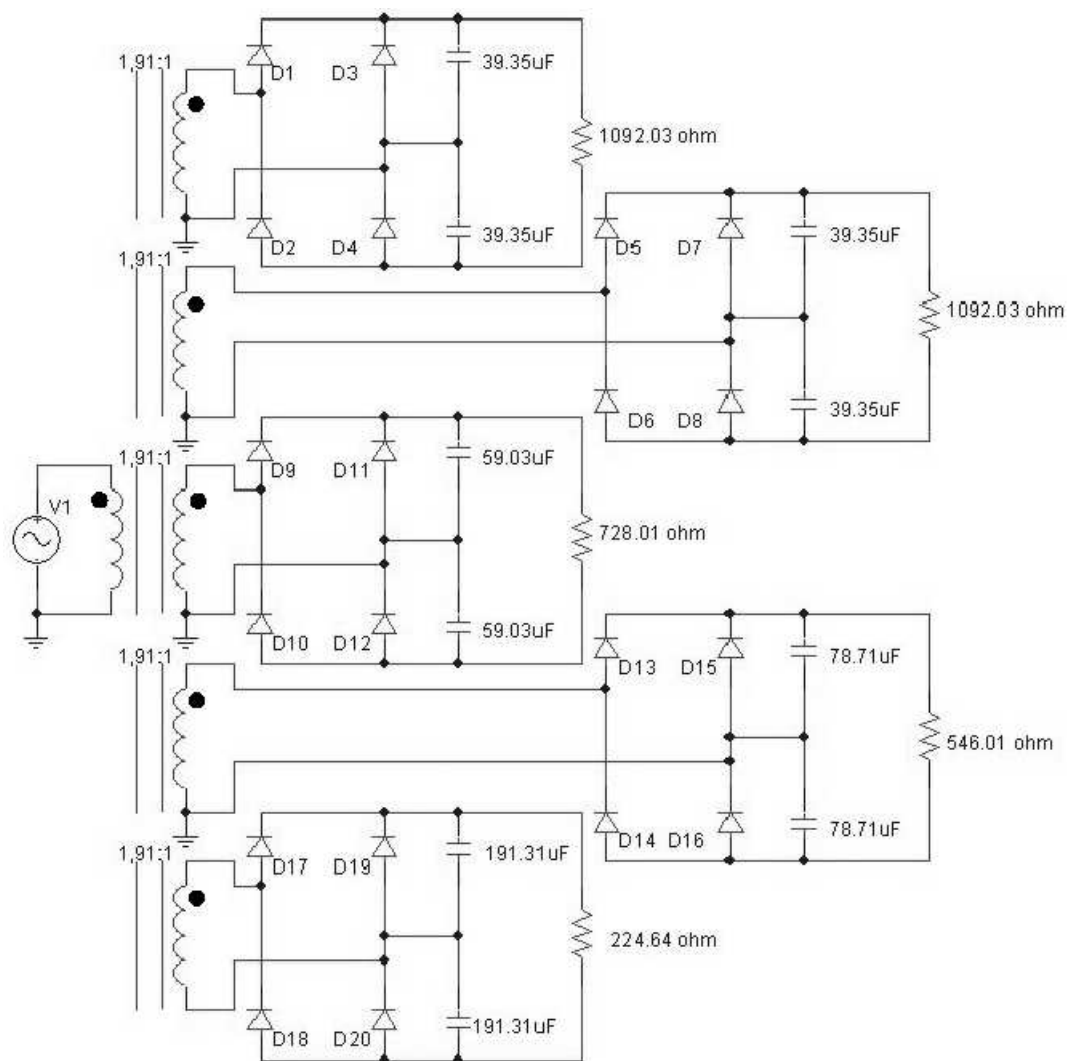


Figura 7.2: Conjunto transformador conversor *ca-cc*.

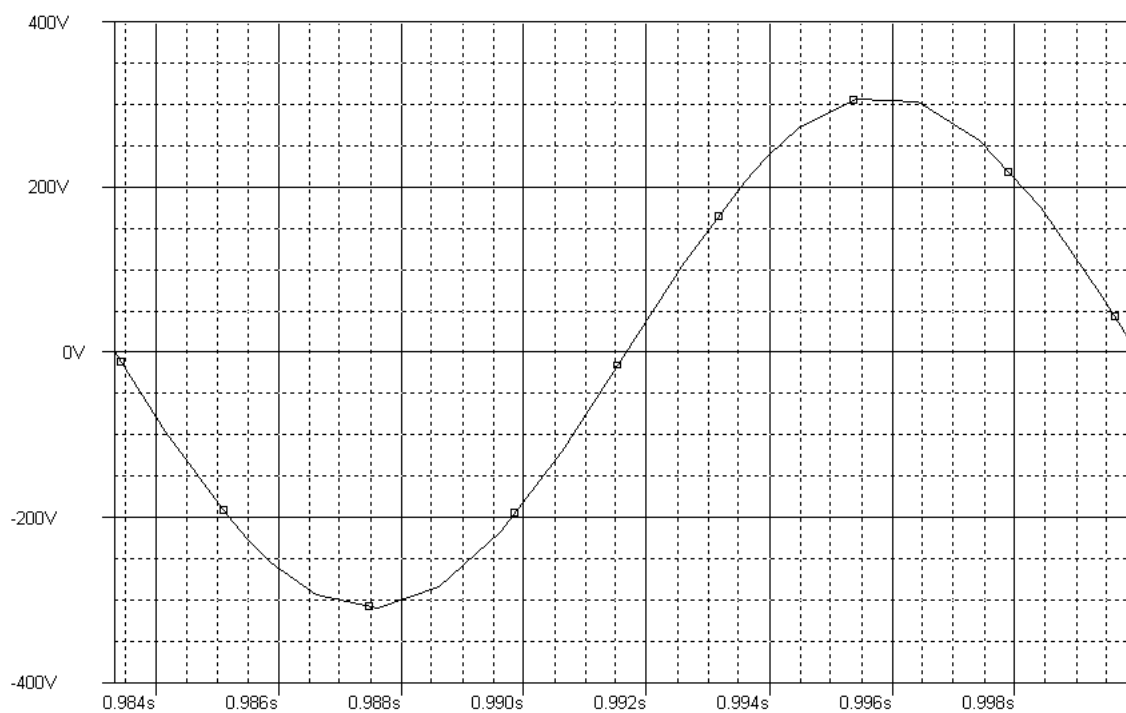


Figura 7.3: Forma de onda da tensão no enrolamento primário.

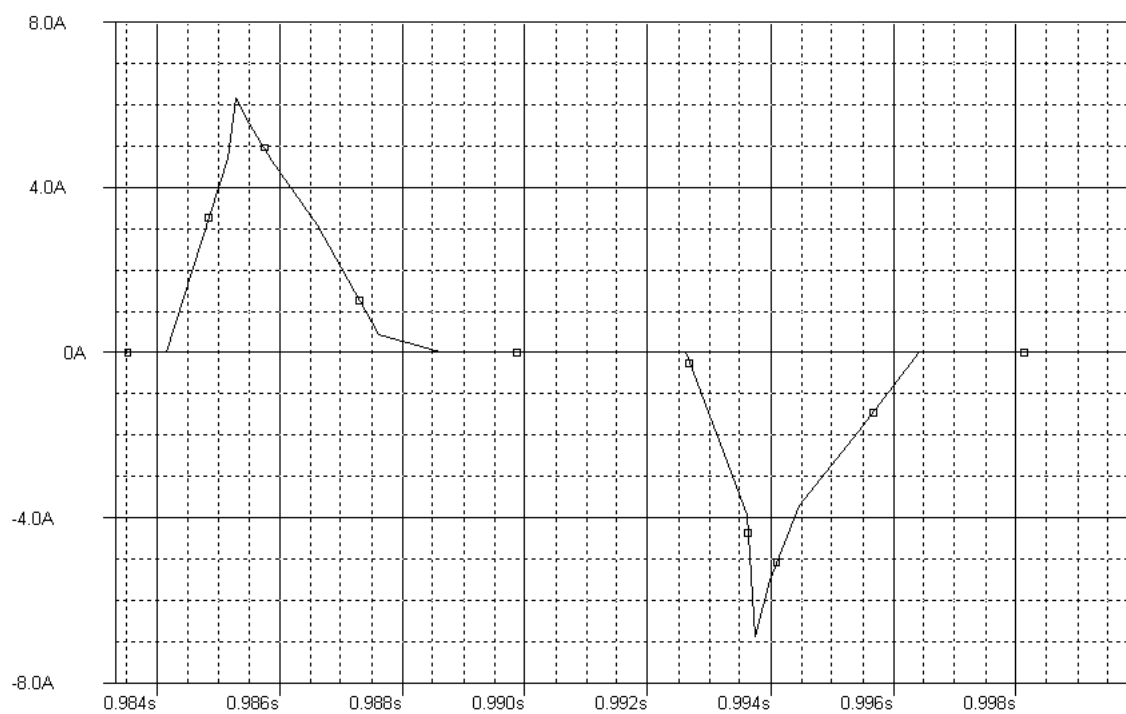


Figura 7.4: Forma de onda da corrente no enrolamento primário.

### 7.5.1 Dados de Entrada

As tabelas (7.16) a (7.21) mostram os valores eficazes e os ângulos de fase da tensão e da corrente de todos os enrolamentos do transformador. Já as tabelas (7.2) e (7.22) mostram os outros dados de entrada que são necessários para a simulação.

Tabela 7.16: Tensão e corrente eficazes para o enrolamento primário (exemplo 4).

Harmônicos	Tensão Eficaz (V)	Ângulo de Fase (Graus)	Corrente Eficaz (A)	Ângulo de Fase (Graus)
1°	217,86	0,072	3,47	33,91
3°	0,45	-9,76	2,45	-75,1
5°	0,39	137	1,27	-170,5
7°	0,25	27,4	0,71	115,3
9°	0,13	-88	0,52	30,72
11°	0,15	178	0,38	- 62,43

Tabela 7.17: Tensão e corrente eficazes para o primeiro enrolamento do secundário (exemplo 4).

Harmônicos	Tensão Eficaz (V)	Ângulo de Fase (Graus)	Corrente Eficaz (A)	Ângulo de Fase (Graus)
1°	113,84	180	0,64	-145,9
3°	0,23	79,75	0,45	105,5
5°	0,21	-44,87	0,24	10,31
7°	0,13	-153,9	0,13	-64,5
9°	0,07	92,89	0,1	-148,4
11°	0,08	-0,72	0,07	119,3

Tabela 7.18: Tensão e corrente eficazes para o segundo enrolamento do secundário (exemplo 4).

Harmônicos	Tensão Eficaz (V)	Ângulo de Fase (Graus)	Corrente Eficaz (A)	Ângulo de Fase (Graus)
1°	113,84	180	0,64	-145,9
3°	0,23	79,75	0,45	105,5
5°	0,21	-44,87	0,24	10,31
7°	0,13	-153,9	0,13	-64,5
9°	0,07	92,89	0,1	-148,4
11°	0,08	-0,72	0,07	119,3

Tabela 7.19: Tensão e corrente eficazes para o terceiro enrolamento do secundário (exemplo 4).

Harmônicos	Tensão Eficaz (V)	Ângulo de Fase (Graus)	Corrente Eficaz (A)	Ângulo de Fase (Graus)
1°	113,84	180	0,96	-145,9
3°	0,23	79,63	0,68	105,4
5°	0,21	-44,98	0,35	10,06
7°	0,13	-153,9	0,2	-64,52
9°	0,07	92,94	0,15	-148,4
11°	0,08	-0,66	0,11	119,1

Tabela 7.20: Tensão e corrente eficazes para o quarto enrolamento do secundário (exemplo 4).

Harmônicos	Tensão Eficaz (V)	Ângulo de Fase (Graus)	Corrente Eficaz (A)	Ângulo de Fase (Graus)
1°	113,84	180	1,28	-146
3°	0,23	79,5	0,91	105,2
5°	0,21	-45,08	0,47	9,84
7°	0,13	-153,9	0,27	-64,45
9°	0,07	93,01	0,19	-148,5
11°	0,08	-0,61	0,14	118,8

Tabela 7.21: Tensão e corrente eficazes para o quinto enrolamento do secundário (exemplo 4).

Harmônicos	Tensão Eficaz (V)	Ângulo de Fase (Graus)	Corrente Eficaz (A)	Ângulo de Fase (Graus)
1°	113,84	180	3,11	-146,3
3°	0,23	78,96	2,19	104,4
5°	0,21	-45,49	1,12	8,94
7°	0,13	-153,9	0,64	-65
9°	0,07	93,58	0,47	-150,2
11°	0,08	-0,44	0,33	115,8

Tabela 7.22: Dados de entrada (exemplo 4).

$f$ (Hz)	60
$K_v$	4,429
$F_F$	1,00
Hármonicas consideradas	1 <sup>a</sup> , 3 <sup>a</sup> , 5 <sup>a</sup> , 7 <sup>a</sup> , 9 <sup>a</sup> , 11 <sup>a</sup>

## 7.5.2 Resultados

As tabelas (7.23), (7.24) e (7.25) fornecem, respectivamente, os resultados obtidos para o projeto dos enrolamentos, do núcleo e os outros parâmetros do transformador.

Tabela 7.23: Parâmetros relativos aos enrolamentos (exemplo 4).

	Primário	Secundário				
Enrolamento	1°	1°	2°	3°	4°	5°
$d_{fq}$ (mm)	0,254	0,142	0,142	0,226	0,142	0,142
$N_{fq}$	1x25=25	1x9=9	1x9=9	1x9=9	1x16=16	1x36=36
$M_{fq}$	3	1	1	1	1	1
$D_{fq}$ (mm)	1,707	0,62	0,62	0,966	0,815	1,146
$N_q$	178	93	93	93	93	93
$R_{eq}$ ( $\Omega$ )	1,389	3,715	3,59	2,627	1,782	0,757
$R_{ccq}$ ( $\Omega$ )	0,182	0,473	0,473	0,297	0,266	0,118
$J_{efq}$ (MA/m <sup>2</sup> )	0,546	0,501	0,501	0,472	0,563	0,608
$P_{cobre}$ (W)	32,383					
$K_u$ (%)	46,7					

Tabela 7.24: Parâmetros relativos ao núcleo (exemplo 4).

b (cm)	12,00
L (cm)	4,00
$A_J$ (cm <sup>2</sup> )	48,00
$x$ (cm)	4,00
$x_H$ (cm)	5,075
$n_l$	145
$A_e$ (cm <sup>2</sup> )	38,57
HT (cm)	20,00
LT (cm)	24,00
$A_T$ (cm <sup>2</sup> )	1777,033
$V_e$ (cm <sup>3</sup> )	1851,36
$l_t$ (cm)	38,71
$B_p$ (T)	1,194
$P_n$ (W)	31,363

Tabela 7.25: Outros parâmetros do transformador (exemplo 4).

$P_T$ (W)	63,746
$\eta_t$ (%)	90,911
$\Delta T$ (°C)	28,803
$S_P$ (VA)	1511

## 7.6 Exemplo 5: Transformadores de um Estabilizador de Tensão com Carga Resistiva

Neste exemplo serão projetados dois transformadores que fazem parte de um estabilizador de tensão alternada, os quais são submetidos a formas de onda não-senoidais requeridas pelo estabilizador de tensão [50]. São consideradas todas as harmônicas entre a primeira e a décima primeira.

As figuras 7.5 e 7.6 mostram, respectivamente, o circuito de potência do estabilizador em questão e o circuito utilizado para simulação [50]. Nestes circuitos, S1 e S2 representam os transistores de potência. A razão entre o tempo de condução da chave 1 e o período de chaveamento (razão cíclica) é igual a 0,4. As potências aparentes dos transformadores T1 e T2 são iguais a 1331 VA e 511 VA, respectivamente. As relações de espiras estão indicadas.

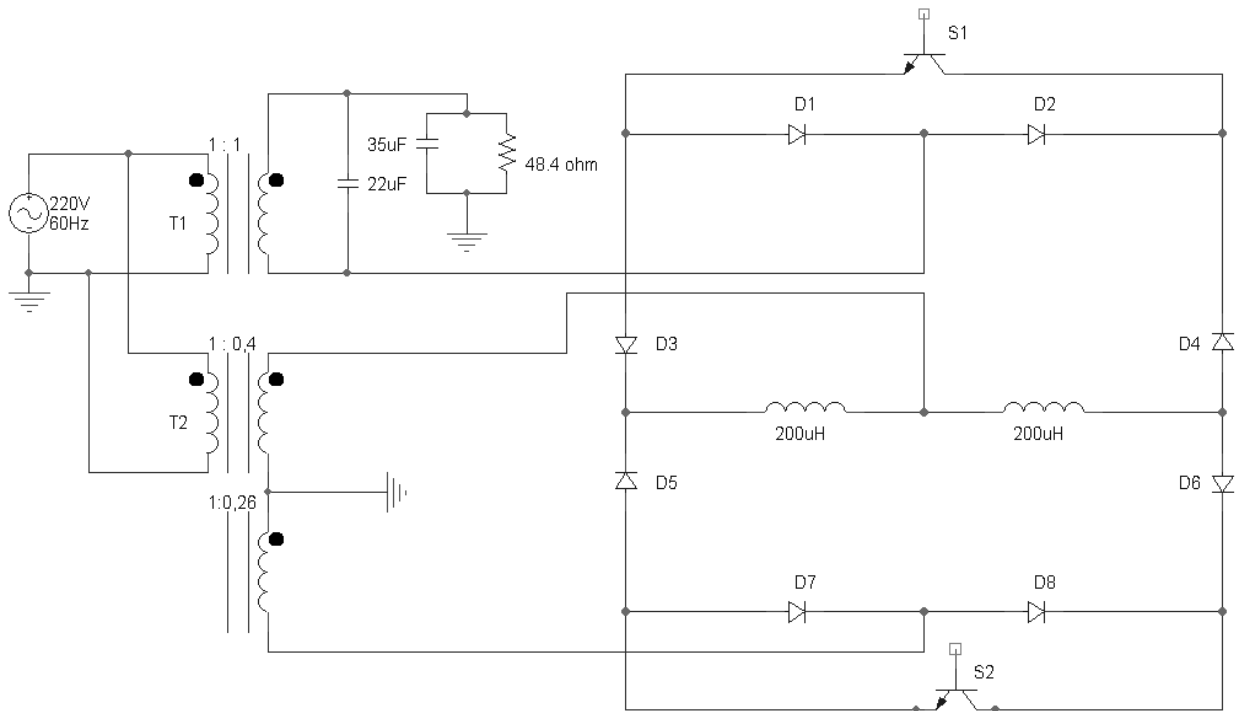


Figura 7.5: Circuito de potência simplificado do estabilizador de tensão [50].



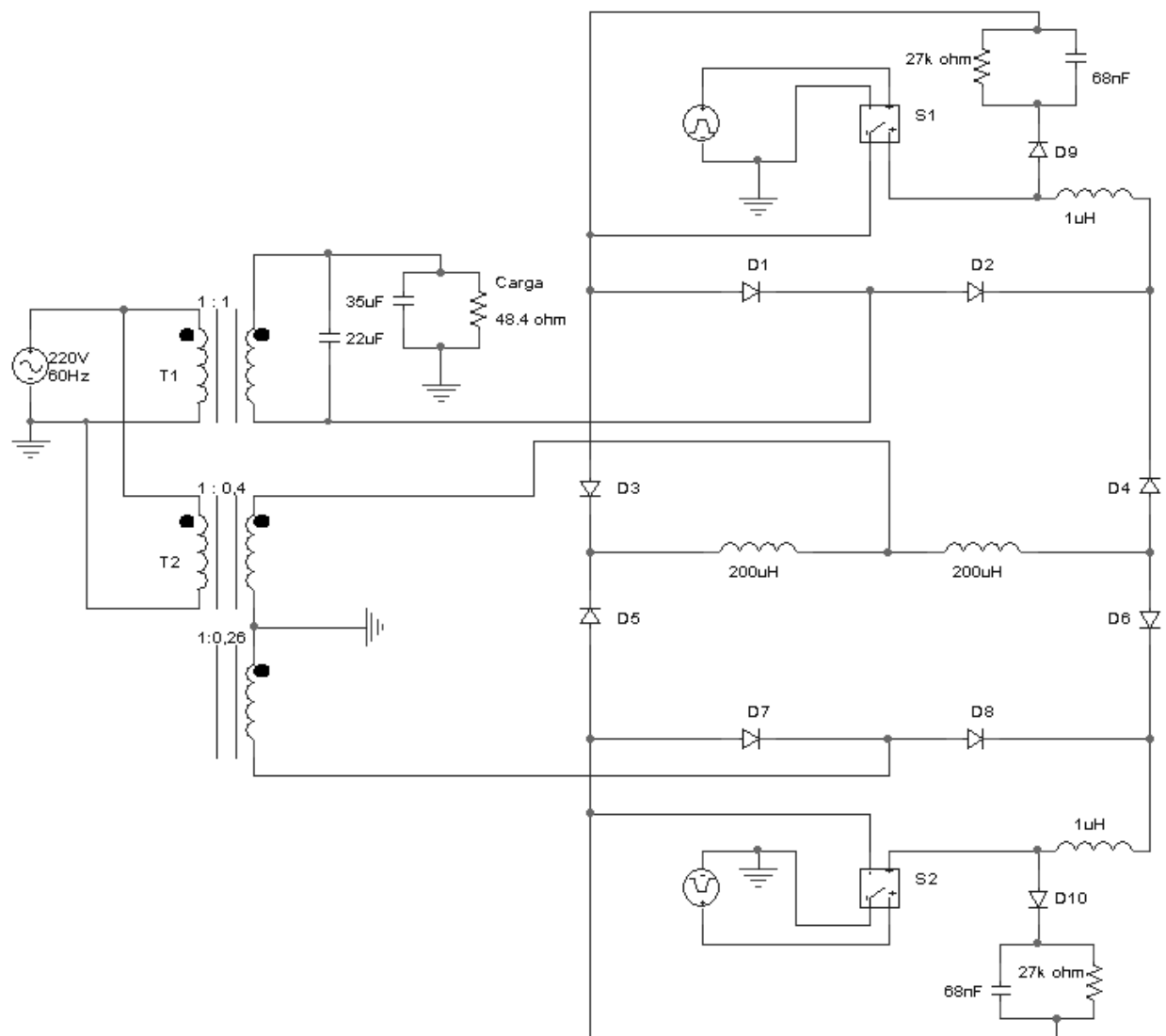


Figura 7.6: Circuito utilizado para simulação do estabilizador de tensão.

As figuras 7.7 e 7.8 mostram as formas de onda de tensão e corrente na carga.

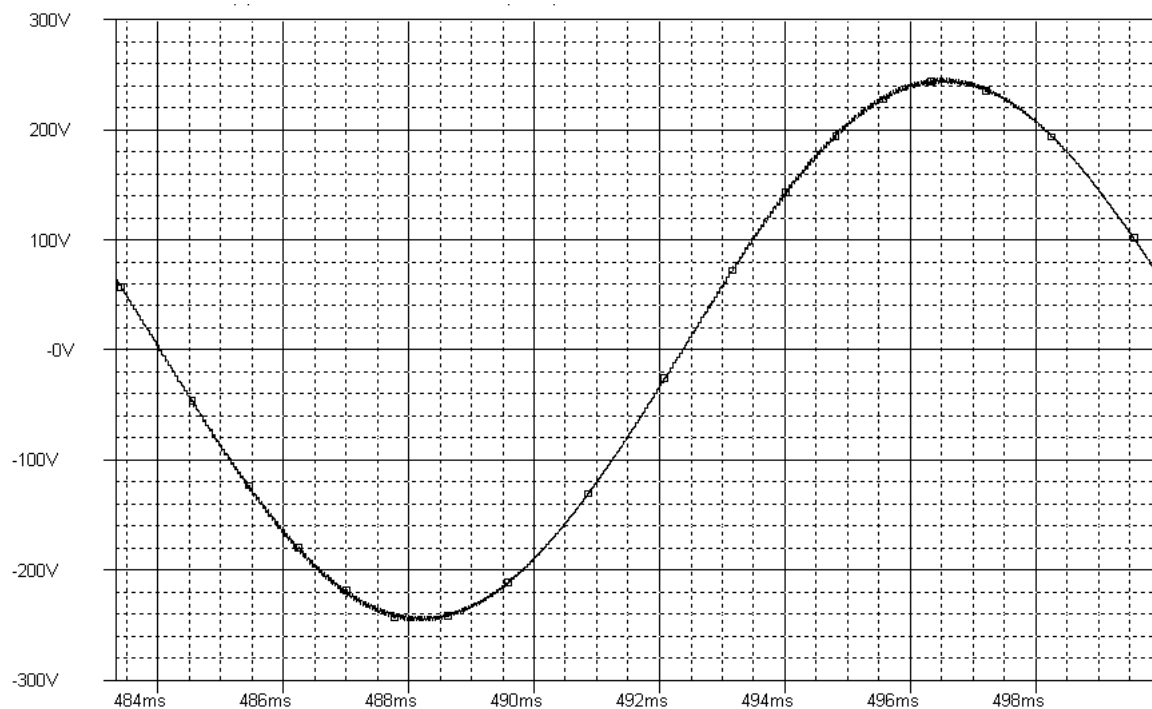


Figura 7.7: Forma de onda da tensão na carga.

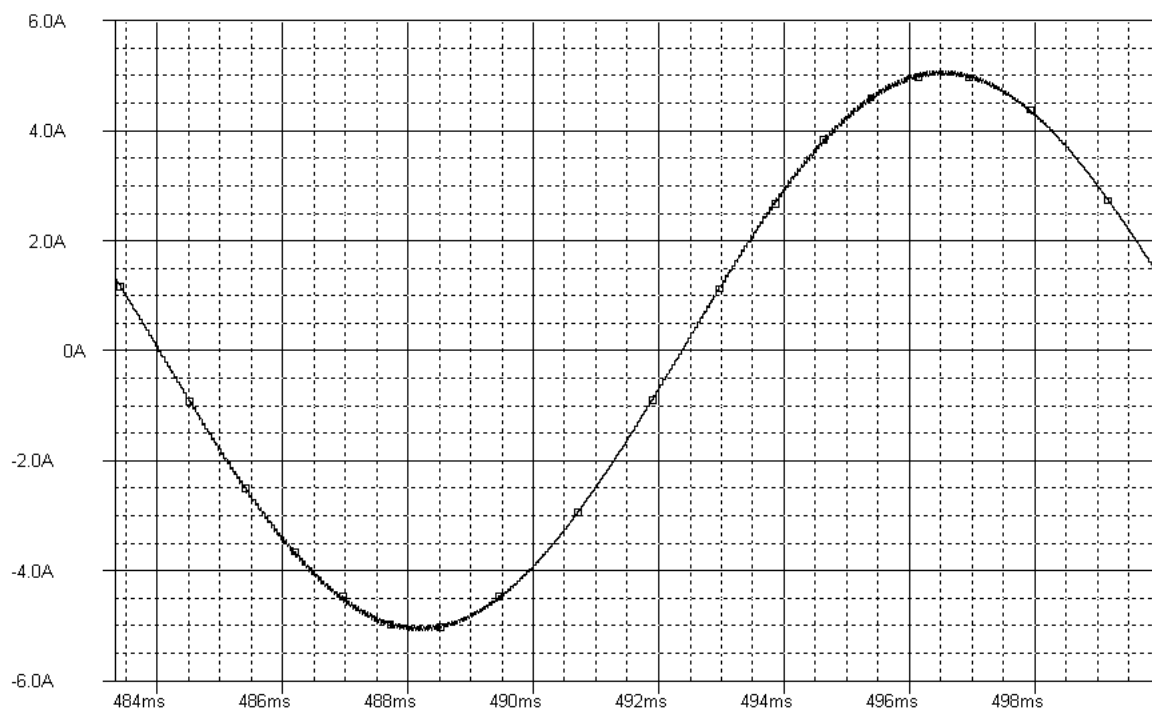


Figura 7.8: Forma de onda da corrente na carga.

### 7.6.1 Projeto do Transformador T1

As figuras 7.9 a 7.12 mostram as formas de onda da tensão e corrente nos enrolamentos do transformador T1. O relatório de projeto deste transformador, gerado pelo programa MAGNETO, encontra-se no Anexo A.

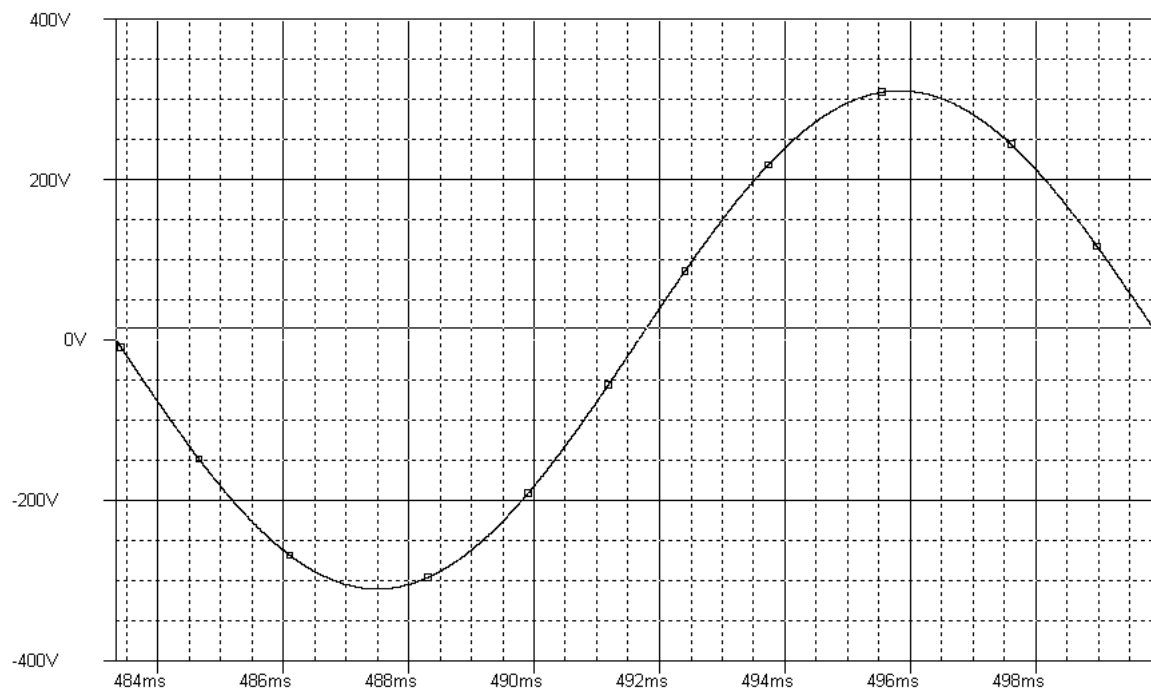


Figura 7.9: Forma de onda da tensão no primário do transformador T1.

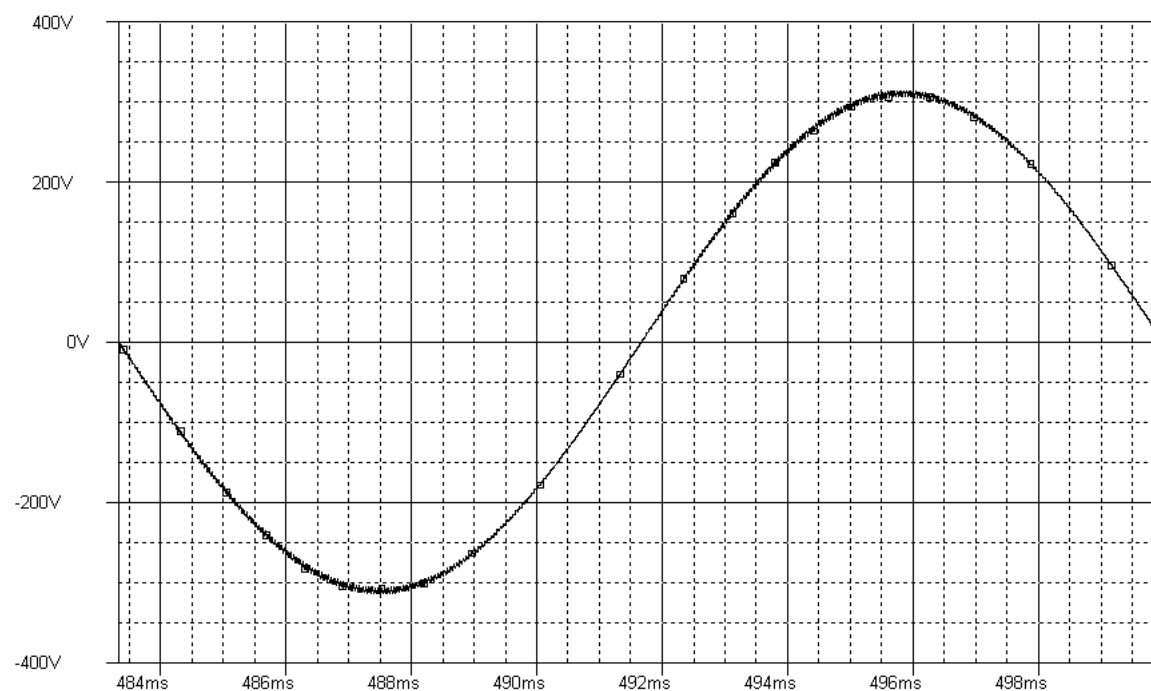


Figura 7.10: Forma de onda da tensão no secundário do transformador T1.

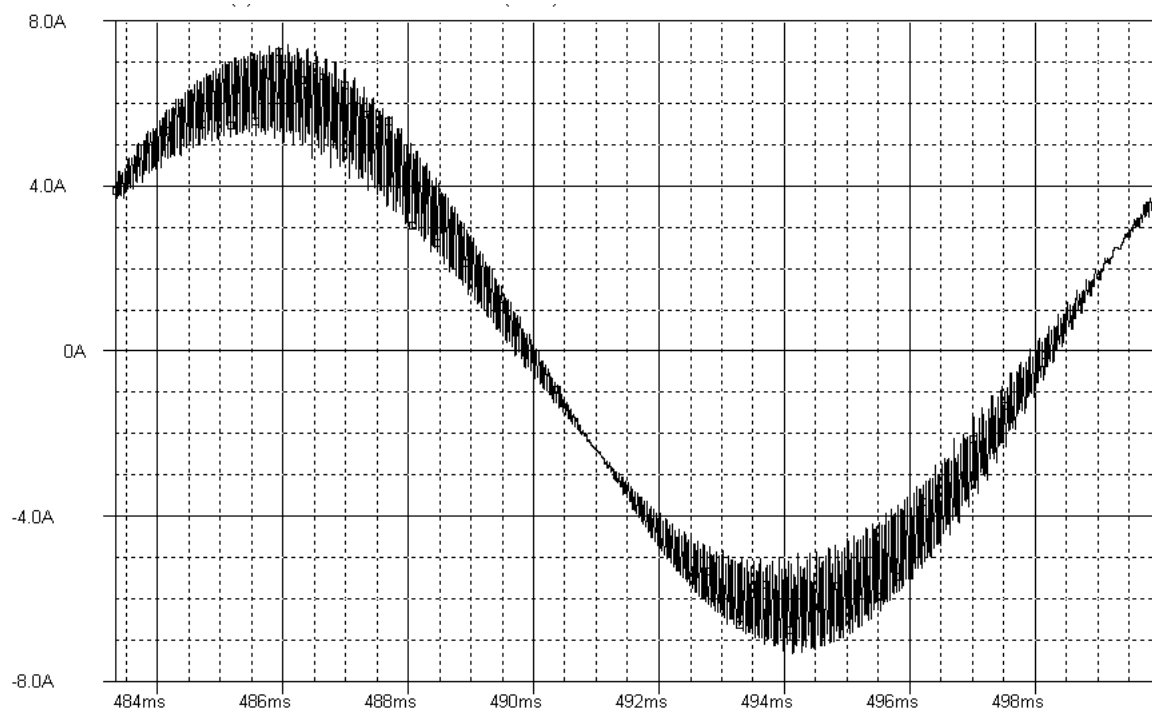


Figura 7.11: Forma de onda da corrente no primário do transformador T1.

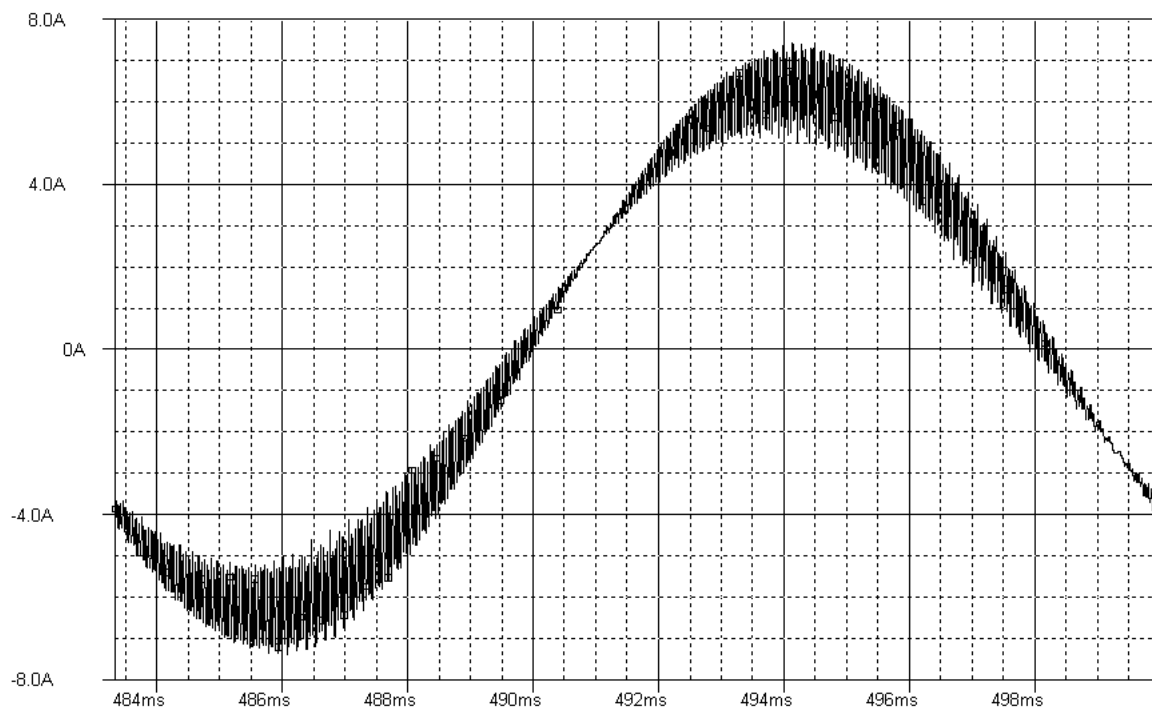


Figura 7.12: Forma de onda da corrente no secundário do transformador T1.

### 7.6.1.1 Dados de Entrada

As tabelas (7.26) e (7.27) mostram os valores eficazes e os ângulos de fase da tensão e da corrente nos enrolamentos do transformador. Já as tabelas (7.2) e (7.28) mostram os outros dados de entrada que são necessários para a simulação.

Tabela 7.26: Tensão e corrente eficazes para o enrolamento primário do transformador T1 (exemplo 5).

Harmônicos	Tensão Eficaz (V)	Ângulo de Fase (Graus)	Corrente Eficaz (A)	Ângulo de Fase (Graus)
1°	219,91	0,000	3,027	0,000
2°	0,002	27,27	0,005	-138,3
3°	0,002	128,6	0,025	-108,5
4°	0,001	1,151	0,007	84,26
5°	0,000	-108,2	0,017	-124,1
6°	0,001	-50,94	0,008	-33,44
7°	0,002	-38,11	0,014	-186,5
8°	0,001	-71,34	0,008	-224,7
9°	0,002	-27,87	0,007	-125,4
10°	0,000	-111,7	0,003	-79,62
11°	0,001	-92,9	0,002	-232,4

Tabela 7.27: Tensão e corrente eficazes para o enrolamento secundário do transformador T1 (exemplo 5).

Harmônicos	Tensão Eficaz (V)	Ângulo de Fase (Graus)	Corrente Eficaz (A)	Ângulo de Fase (Graus)
1	219,910	0,000	3,027	0,000
2	0,002	27,270	0,005	-138,300
3	0,002	128,600	0,025	-108,500
4	0,001	1,151	0,007	84,260
5	0,000	-108,200	0,017	-124,100
6	0,001	-50,940	0,008	-33,440
7	0,002	-38,110	0,014	-186,500
8	0,001	-71,340	0,008	-224,700
9	0,002	27,870	0,007	-125,400
10	0,000	-111,700	0,003	-79,620
11	0,001	92,900	0,002	-232,400

Tabela 7.28: Dados de entrada (exemplo 5, transformador T1).

$W_p$	1
$W_s$	1
f (Hz)	60
$K_v$	4,443
$F_F$	1,00
Harmônicas consideradas	1 <sup>a</sup> , 2 <sup>a</sup> , ..., 10 <sup>a</sup> , 11 <sup>a</sup>
$S_d$ (VA)	1331

### 7.6.1.2 Resultados

As tabelas (7.29), (7.30) e (7.31) fornecem, respectivamente, os resultados obtidos para o projeto dos enrolamentos, do núcleo e os outros parâmetros do transformador.

Tabela 7.29: Parâmetros relativos aos enrolamentos (exemplo 5, transformador T1).

	Primário	Secundário
Enrolamento	1°	1°
$d_{fq}$ (mm)	0,127	0,142
$N_{fq}$	1x16=16	1x16=16
$M_{fq}$	3	3
$D_{fq}$ (mm)	0,735	0,815
$N_q$	285	285
$R_{eq}$ ( $\Omega$ )	0,754	0,731
$R_{ccq}$ ( $\Omega$ )	0,703	0,629
$J_{efq}$ (MA/m <sup>2</sup> )	1,49	1,332
$P_{cobre}$ (W)	13,609	
$K_u$ (%)	45,4	

Tabela 7.30: Parâmetros relativos ao núcleo (exemplo 5, transformador T1).

b (cm)	9,00
L (cm)	3,00
$A_J$ (cm <sup>2</sup> )	27,00
$x$ (cm)	3,00
$x_H$ (cm)	4,235
$n_l$	121
$A_e$ (cm <sup>2</sup> )	24,139
HT (cm)	15,00
LT (cm)	18,00
$A_T$ (cm <sup>2</sup> )	1054,377
$V_e$ (cm <sup>3</sup> )	869,022
$l_t$ (cm)	29,89
$B_p$ (T)	1,2
$P_n$ (W)	13,91

Tabela 7.31: Outros parâmetros do transformador (exemplo 5, transformador T1).

$P_T$ (W)	27,519
$\eta_t$ (%)	96,041
$\Delta T$ (°C)	22,149
$S_P$ (VA)	1331

### 7.6.2 Projeto do Transformador T2

As figuras 7.13 a 7.18 mostram as formas de onda da tensão e corrente nos enrolamentos do transformador T2. O relatório de projeto deste transformador, gerado pelo programa MAGNETO, é apresentado no Anexo A.

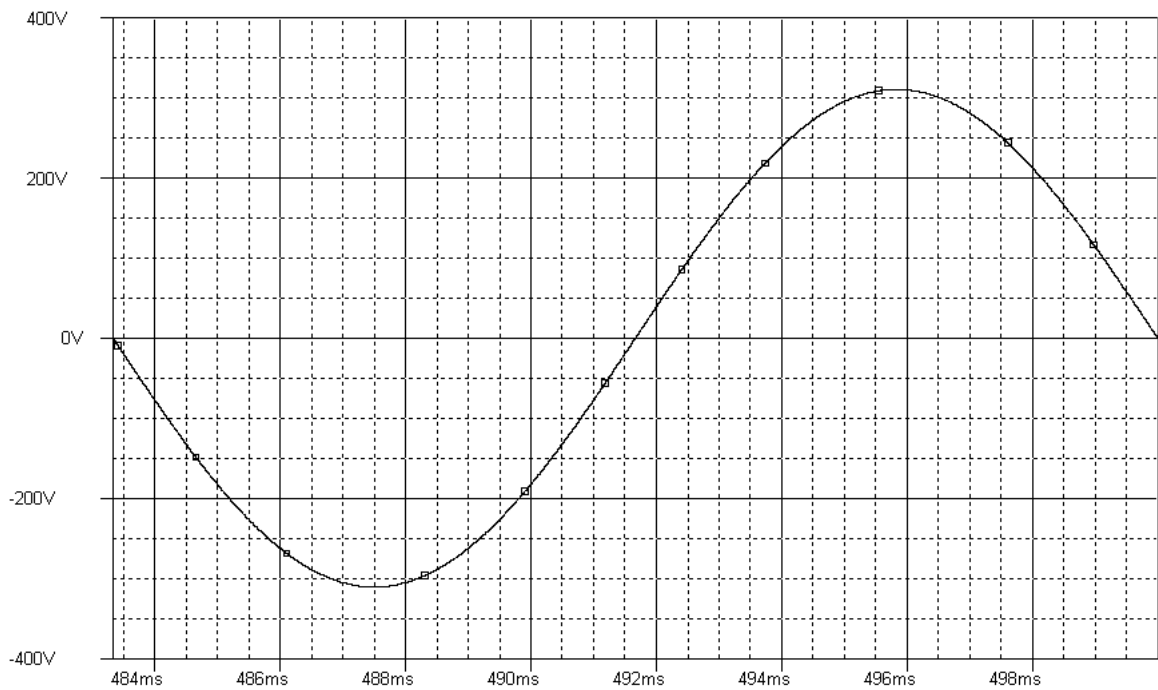


Figura 7.13: Forma de onda da tensão no primário do transformador T2.

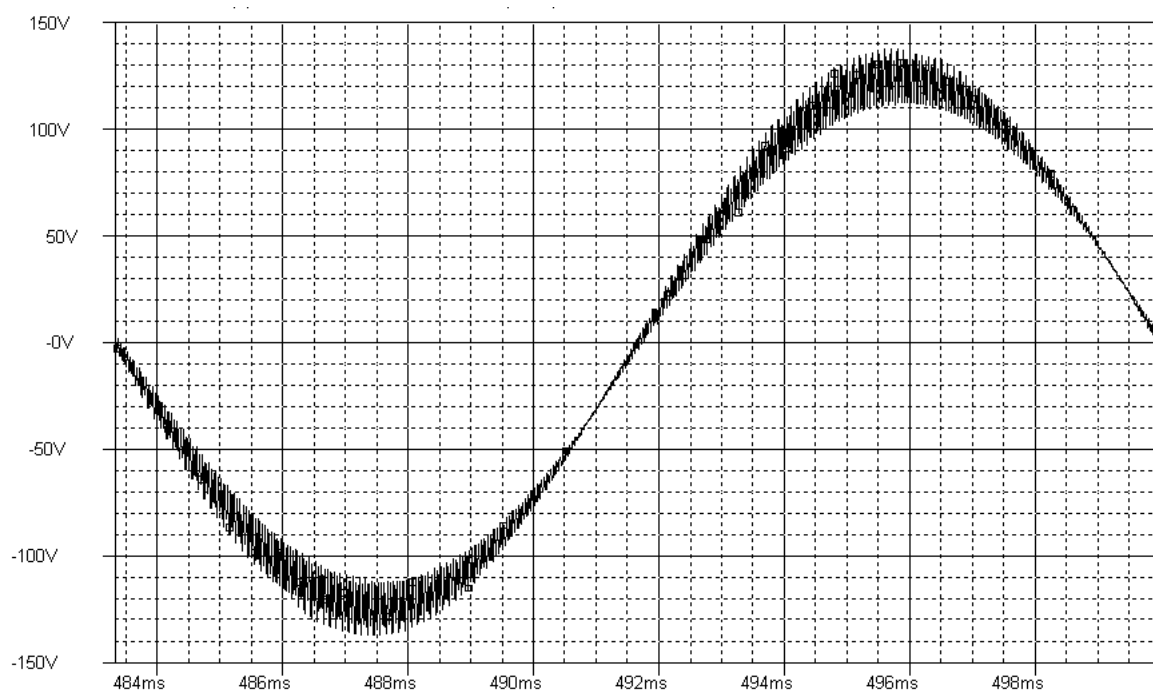


Figura 7.14: Forma de onda da tensão no enrolamento superior do secundário do transformador T2.

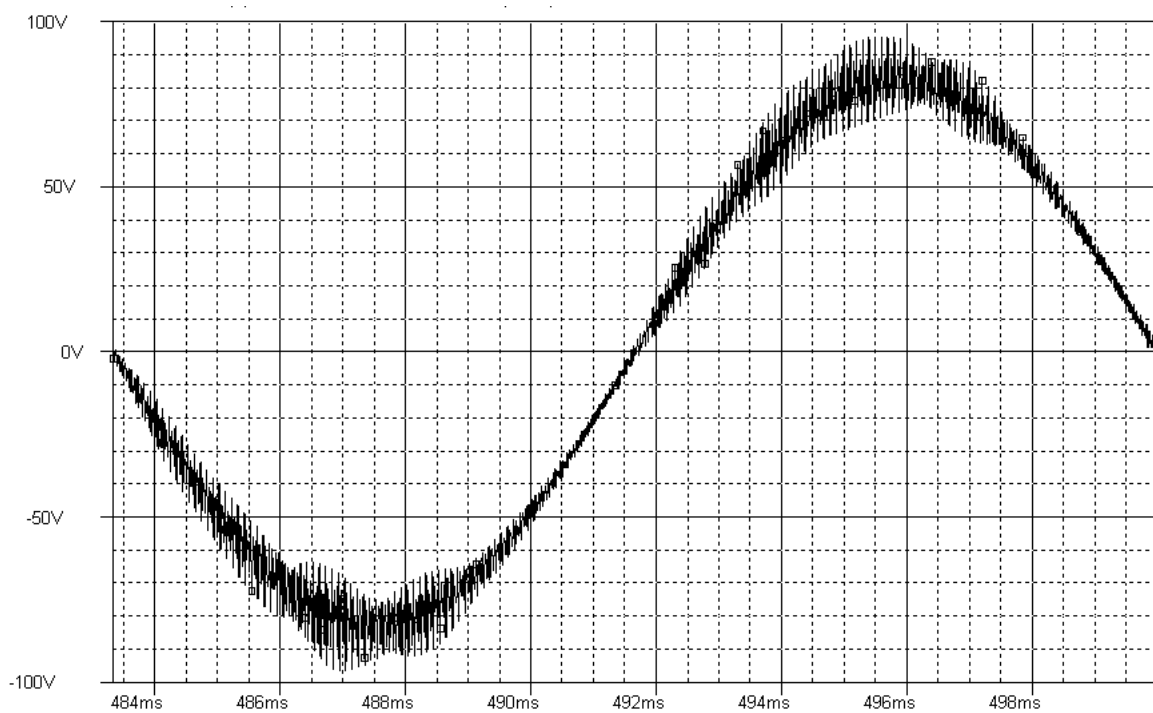


Figura 7.15: Forma de onda da tensão no enrolamento inferior do secundário do transformador T2.



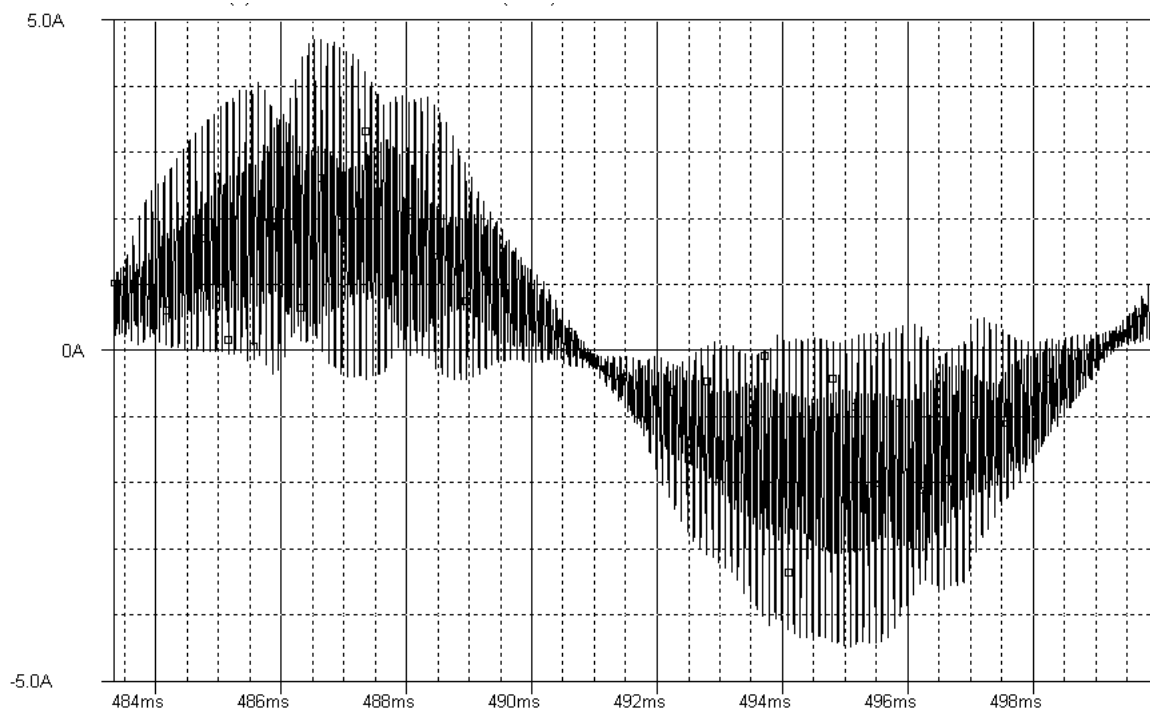


Figura 7.16: Forma de onda da corrente no primário do transformador T2.

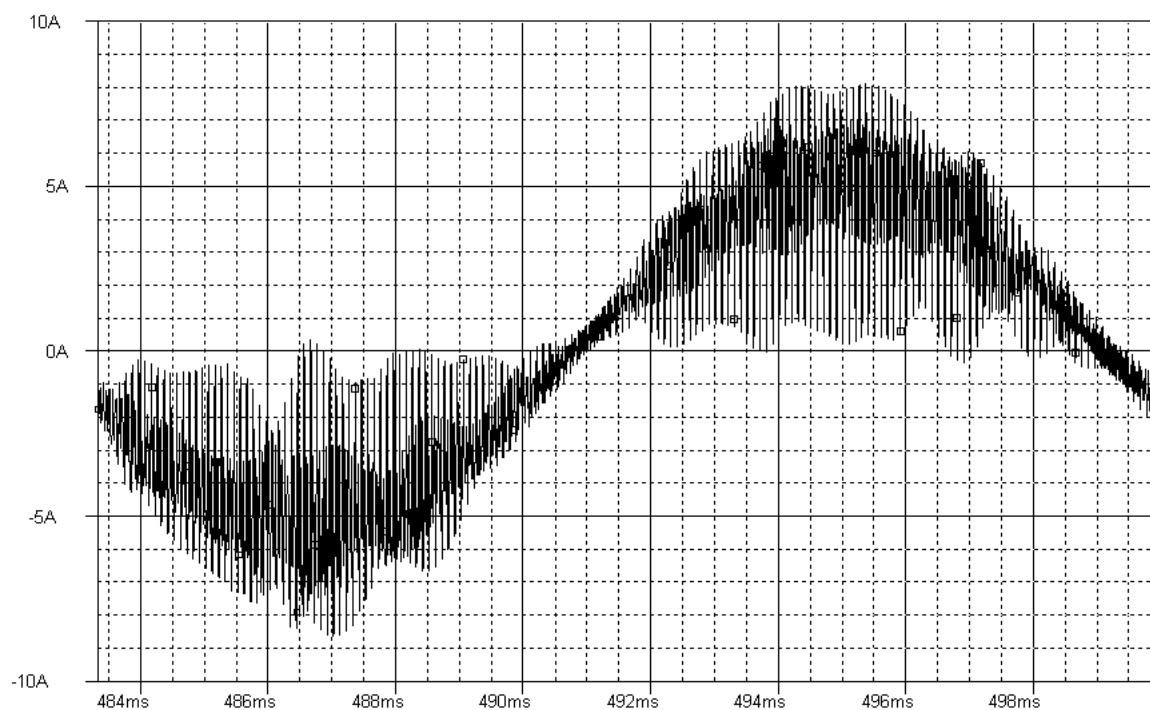


Figura 7.17: Forma de onda da corrente no enrolamento superior do secundário do transformador T2.

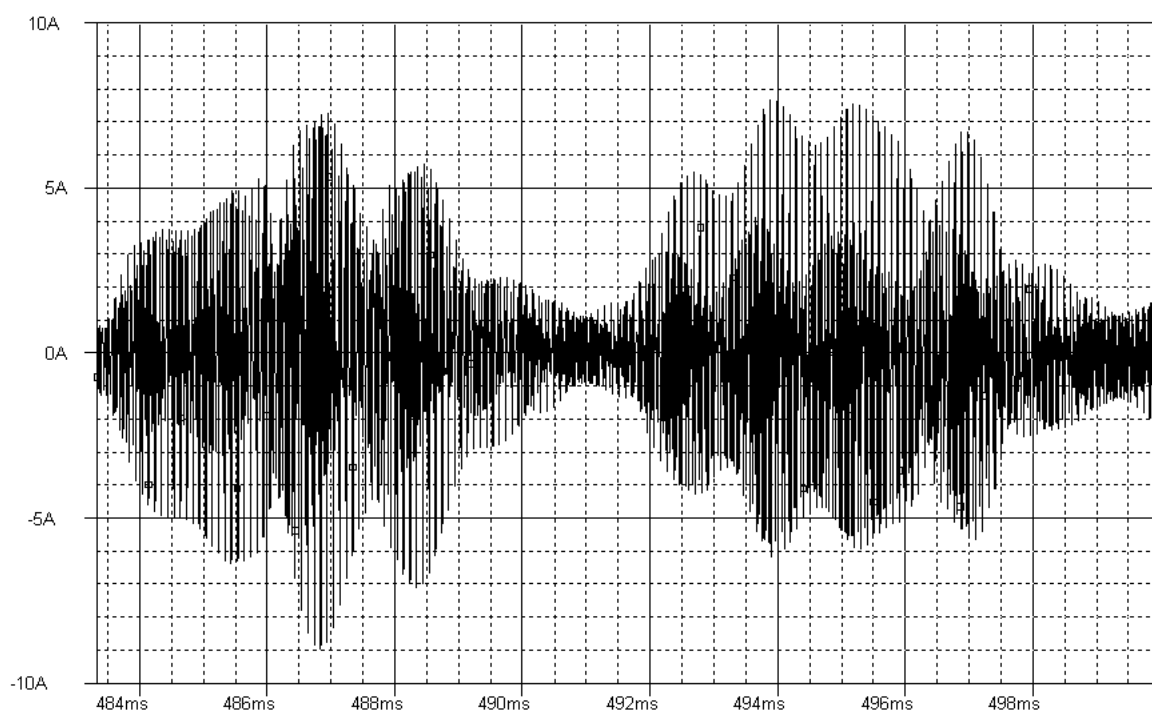


Figura 7.18: Forma de onda da corrente no enrolamento inferior do secundário do transformador T2.

### 7.6.2.1 Dados de Entrada

As tabelas (7.32) a (7.34) mostram os valores eficazes e os ângulos de fase da tensão e da corrente nos enrolamentos do transformador. Já as tabelas (7.2) e (7.35) mostram os outros dados de entrada necessários.

Tabela 7.32: Tensão e corrente eficazes para o enrolamento primário do transformador T2 (exemplo 5).

Harmônicos	Tensão Eficaz (V)	Ângulo de Fase (Graus)	Corrente Eficaz (A)	Ângulo de Fase (Graus)
1	219,910	0,000	1,146	0,000
2	0,002	27,270	0,003	-138,300
3	0,002	128,600	0,003	-108,500
4	0,001	1,151	0,003	84,260
5	0,000	-108,200	0,001	-124,100
6	0,001	-50,940	0,007	-33,440
7	0,002	-38,110	0,003	-186,500
8	0,001	-71,340	0,005	-224,700
9	0,002	27,870	0,003	-125,400
10	0,000	-111,700	0,005	-79,620
11	0,001	92,900	0,002	-232,400

Tabela 7.33: Tensão e corrente eficazes para o enrolamento superior do secundário do transformador T2 (exemplo 5).

Harmônicos	Tensão Eficaz (V)	Ângulo de Fase (Graus)	Corrente Eficaz (A)	Ângulo de Fase (Graus)
1	86,196	0,000	2,926	0,000
2	0,532	27,270	0,010	-138,300
3	0,634	128,600	0,017	-108,500
4	1,197	1,151	0,003	84,260
5	0,349	-108,200	0,007	-124,100
6	0,851	-50,940	0,016	-33,440
7	0,450	-38,110	0,005	-186,500
8	0,570	-71,340	0,010	-224,700
9	0,506	27,870	0,009	-125,400
10	0,314	-111,700	0,011	-79,620
11	0,470	92,900	0,006	-232,400

Tabela 7.34: Tensão e corrente eficazes para o enrolamento inferior do secundário do transformador T2 (exemplo 5).

Harmônicos	Tensão Eficaz (V)	Ângulo de Fase (Graus)	Corrente Eficaz (A)	Ângulo de Fase (Graus)
1	57,368	0,000	0,111	0,000
2	0,308	27,270	0,004	-138,300
3	0,241	128,600	0,015	-108,500
4	0,696	1,151	0,006	84,260
5	0,159	-108,200	0,006	-124,100
6	0,490	-50,940	0,003	-33,440
7	0,245	-38,110	0,005	-186,500
8	0,300	-71,340	0,003	-224,700
9	0,261	27,870	0,003	-125,400
10	0,151	-111,700	0,002	-79,620
11	0,241	92,900	0,004	-232,400

Tabela 7.35: Dados de entrada (exemplo 5, transformador T2).

$W_p$	1
$W_s$	2
f (Hz)	60
$K_v$	4,443
$F_F$	1,00
Harmônicas consideradas	1 <sup>a</sup> , 2 <sup>a</sup> , ..., 10 <sup>a</sup> e 11 <sup>a</sup> .
$S_d$ (VA)	511

### 7.6.2.2 Resultados

As tabelas (7.36), (7.37) e (7.38) fornecem, respectivamente, os resultados obtidos para o projeto dos enrolamentos, do núcleo e os outros parâmetros do transformador T1.

Tabela 7.36: Parâmetros relativos aos enrolamentos (exemplo 5, transformador T1).

	Primário	Secundário	
Enrolamento	1°	1°	2°
$d_{fq}$ (mm)	0,114	0,18	0,203
$N_{fq}$	1x9=9	1x16=16	1x1=1
$M_{fq}$	6	3	1
$D_{fq}$ (mm)	0,73	1,03	0,231
$N_q$	579	227	151
$R_{eq}$ ( $\Omega$ )	2,426	0,339	3,198
$R_{ccq}$ ( $\Omega$ )	1,754	0,241	0,806
$J_{efq}$ (MA/m <sup>2</sup> )	1,117	1,016	0,547
$P_{cobre}$ (W)	6,987		
$K_u$ (%)	47,4		

Tabela 7.37: Parâmetros relativos ao núcleo (exemplo 5, transformador T1).

b (cm)	9,00
L (cm)	3,00
$A_J$ (cm <sup>2</sup> )	27,00
$x$ (cm)	3,00
$x_H$ (cm)	2,1
$n_l$	60
$A_e$ (cm <sup>2</sup> )	11,97
HT (cm)	15
LT (cm)	18,00
$A_T$ (cm <sup>2</sup> )	742,47
$V_e$ (cm <sup>3</sup> )	430,92
$l_t$ (cm)	25,62
$B_p$ (T)	1,191
$P_n$ (W)	6,805

Tabela 7.38: Outros parâmetros do transformador (exemplo 5, transformador T1).

$P_T$ (W)	13,492
$\eta_t$ (%)	95,041
$\Delta T$ (°C)	16,423
$S_P$ (VA)	511

## 7.7 Comentários

Os exemplos apresentados neste Capítulo mostraram que, através do programa desenvolvido, pode-se projetar um transformador de acordo com diferentes dados de entrada. A fim de buscar o projeto mais adequado às necessidades do usuário, o programa leva em consideração diversos fatores, tais como: rendimento máximo e mínimo desejado; densidade de corrente máxima e mínima desejada; perda total; elevação de temperatura; frequência; formas de onda da tensão e corrente nos enrolamentos; etc.

Nos exemplos 1, 2 e 3 pôde-se observar que, devido ao processo de convergência, o projeto do transformador resultou em diferentes valores para: o volume efetivo do núcleo, a densidade de corrente nos enrolamentos, o rendimento do transformador, etc. Sendo assim, não é adequado compará-los.

## 8

*CONCLUSÕES*

Embora cada capítulo possua um comentário resumindo seu conteúdo, este procura evidenciar as dificuldades encontradas durante o desenvolvimento deste trabalho, sua importância e principais contribuições.

O intuito deste trabalho foi estabelecer, com base em modelos de perdas e de transferência de calor, uma metodologia e um procedimento para o projeto de transformadores monofásicos a seco, com núcleo de aço ao silício, operando sob excitação não-senoidal.

Sendo assim, a realização deste trabalho foi motivada pelos seguintes aspectos:

- A existência de inúmeras aplicações onde transformadores estão submetidos a excitações não-senoidais como, por exemplo, quando estes integram ou alimentam conversores eletrônicos de potência ou outras cargas não-lineares;
- A existência de modelos matemáticos adequados para o cálculo das perdas nos enrolamentos e no núcleo destes equipamentos;
- A inexistência (do conhecimento do Autor) de uma metodologia de projeto para os transformadores objeto deste trabalho;
- A existência de uma infra-estrutura laboratorial onde é possível realizar todas as etapas envolvidas no trabalho;
- A continuidade das pesquisas realizadas no Laboratório de Materiais e Componentes Elétricos - LAMCE da Escola de Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Goiás no que tange ao projeto de componentes magnéticos de potência sob excitação não-senoidal.

Como se pôde observar, o projeto dos transformadores objeto deste trabalho não é uma tarefa simples. O problema de projeto é constituído por um conjunto de equações

não-lineares, cuja solução envolve restrições diversas, inclusive restrições de ordem prática. Tendo em vista, a grande quantidade de dados a serem utilizados e de cálculos a serem feitos, essa metodologia foi implementada computacionalmente e o respectivo programa conta com dados de condutores, lâminas de aço para montagem do núcleo e outros.

Durante o desenvolvimento da nova metodologia e do novo procedimento de projeto foram encontradas várias dificuldades, sendo a principal relacionada às resistências efetivas dos enrolamentos. O programa precisava encontrar tais resistências de modo que resultasse na perda requerida. Entretanto, elas dependem do rendimento, da densidade de corrente, dos números de camadas real e equivalente, dos diâmetros dos fios e das dimensões geométricas do núcleo. Sendo assim, fixando-se o rendimento e a densidade de corrente, o programa fazia uma busca, até encontrar os valores destas variáveis de modo que resultasse nas resistências efetivas exigidas. Com esta metodologia observou-se que, muitas vezes, não era possível realizar o projeto, pois a resistência efetiva exigida não era alcançada. Para resolver esse problema observou-se que, ao invés de fixados, o rendimento e a densidade de corrente deveriam variar dentro de uma faixa de valores previamente determinada pelo projetista. Esta mudança, foi de fundamental importância para o desenvolvimento da metodologia, pois, com isso, quando não for possível projetar o transformador para um dado rendimento e uma dada densidade de corrente, o programa pode, para cada valor de rendimento dentro da faixa considerada, aumentar a densidade de corrente dentro do limite estabelecido até que a resistência efetiva de cada enrolamento seja igual à exigida.

O programa desenvolvido apresenta uma interface de fácil utilização permitindo ao projetista uma entrada de dados fácil e flexível. Além disso, o programa ainda conta com uma ajuda *online* sobre cada campo a ser preenchido. Também existe uma quantidade mínima de dados a serem preenchidos para dar proceguimento ao projeto. A flexibilidade do programa permite ao projetista explorar diversas possibilidades de projeto, de acordo com diferentes dados de entrada, a fim de escolher a mais adequada às suas necessidades.

Foram executados cinco exemplos de projeto. Os exemplos 1, 2 e 3 mostraram a funcionalidade do programa para diferentes frequências fundamentais. O exemplo 4, constitui mais uma exploração do programa para o caso em que o transformador alimenta cargas não-lineares. O exemplo 5 mostra uma aplicação real onde são utilizados dois transformadores num estabilizador de tensão alternada.

É importante destacar ainda que, nas metodologias clássicas de projeto os valores da indução magnética, da densidade de corrente, e do fator de utilização da janela são

em geral, especificados pelo projetista com base em sua experiência prática. Em tais metodologias, é usual calcular-se as perdas nos enrolamentos utilizando-se de suas resistências em cc, ou seja, as resistências efetivas dos enrolamentos não são consideradas. Além disso, é usual obter-se a perda magnética total no núcleo através da equação de Steinmetz, a qual é obtida sob condições senoidais, não levando-se em consideração os atuais modelos de perdas magnéticas.

Sendo assim, não faz sentido a comparação entre os resultados de projetos obtidos através do programa computacional apresentado neste trabalho com resultados de projetos desenvolvidos através de metodologias clássicas. Por exemplo, ao comparar os exemplos 1 e 3, nota-se que o volume efetivo do núcleo é menor para a frequência mais baixa (60Hz). Esta discrepância com relação à metodologia clássica ocorre devido ao processo de convergência do programa. Nos dois casos, o programa encontrou a resistência efetiva exigida para diferentes tamanhos de núcleo, rendimentos, densidades de corrente e fatores de utilização da janela. Sendo assim, no exemplo 3, a resistência efetiva exigida foi alcançada para um núcleo menor do que no exemplo 1. É importante destacar que o fato ocorrido nos exemplos citados não é uma regra; por exemplo, dependendo do processo de convergência, pode-se, assim com na metodologia clássica, diminuir o tamanho do núcleo com o aumento da frequência.

Considerando-se as análises aqui apresentadas, propõe-se para futuras pesquisas:

- A implementação e desenvolvimento computacional de metodologias análogas para o projeto de transformadores trifásicos a seco excitados sob formas de onda não-senoidais;
- A execução de projetos realizados via simulação e validação experimental da metodologia e procedimento de projeto desenvolvidos e implementados computacionalmente;
- A implementação de técnicas de otimização de projeto, como por exemplo: redes neurais e algoritmos genéticos.



## *Referências*

- 1 WILSON, T. G. The evolution of power electronics. *IEEE Trans. on Power Electronics*, v. 15, n. 3, p. 439–446, 2000.
- 2 ALEXANDERSON, E. F. W.; NIXDORFF, S. P. A magnetic amplifier for radio telephony. *Proc. IRE*, v. 4, p. 101–129, 1916.
- 3 HIRAMATSU, R.; MULLETT, C. Using saturable reactor control in 500 khz converter design. In: *Proc. of the 10<sup>th</sup> International Solid-State Power Conversion Conference Record*, p. 1–10, 1983.
- 4 HARADA, K. et al. A dc-to-dc converter controlled by magnetic amplifiers with 1 mhz switching frequency. In: *Proc. of the IEEE Power Electronics Specialists Conference Record*, p. 382–387, 1984.
- 5 GRADZKI, P. M. *Core Loss Characterization and Design Optimization of High-Frequency Power Ferrite Devices in Power Electronics Applications*. Tese (Doutorado) — Virginia: VPEC, 1992.
- 6 BATISTA, A. J.; ALMEIDA, L. B. Computer-aided design optimization of high frequency power transformers. In: *Anais do VII Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência - COBEP*, v. 1, p. 542–547, 2003.
- 7 BATISTA, A. J.; MACHADO, V. F. Computer-aided design optimization of high frequency power inductors. In: *Anais do VI Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência - COBEP*, v. 1, p. 292–297, 2001.
- 8 LIMA, J. P. F. et al. Losses prediction in silicon steel sheets for magnetic induction waveforms without local minima. In: *Anais da VII International Conference on Industrial Applications - INDUSCON*, v. 1, p. CDROM–ISBN 85–99916–01–7, 2006.
- 9 LIMA, J. P. F.; BATISTA, A. J.; MACHADO, P. Automated measurement system for soft magnetic materials characterization: Application to silicon steel. In: *Anais do XVII Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciência dos Materiais - CBECiMat*, v. 1, p. CDROM–ISBN 85–99916–01–7, 2006.
- 10 PIERCE, L. W. Transformer design and application considerations for nonsinusoidal load currents. *IEEE Trans. on Industry Applications*, v. 32, n. 3, p. 633–645, MAY/JUNE 1996.
- 11 MAKAROV, S. N.; EMANUEL, A. E. Corrected harmonic loss factor for transformers supplying nonsinusoidal load currents. p. 87–90, 2000.

- 12 KERSZENBAUM, I. et al. Specifying dry-type distribution transformers for solid-state applications. *IEEE Trans. on Industry Applications*, v. 21, n. 1, p. 173–178, January/February 1991.
- 13 AQUILA, A. D. et al. New power-quality assessment criteria for supply systems under unbalanced and nonsinusoidal conditions. *IEEE Trans. on Power Delivery*, v. 19, n. 3, p. 1284–1290, July 2004.
- 14 OLIVARES, J. C. et al. Reducing losses in distribution transformers. *IEEE Trans. on Power Delivery*, v. 18, n. 3, p. 821–826, July 2003.
- 15 YILDIRIM, D.; FUCHS, E. F. Measured transformer derating and comparison with harmonic loss factor ( $f_{HL}$ ) approach. *IEEE Trans. on Power Delivery*, VOL. 15, NO. 1, JANUARY 2000, v. 15, n. 1, p. 186–191, January 2000.
- 16 GEROMEL, L. H. *Aplicação de Sistemas Inteligentes em Projetos de Transformadores de Potência*. Tese (Doutorado) — UNICAMP, Fevereiro 2003.
- 17 IEEE Recommended Practice for Establishing Transformer Capability When Supplying Nonsinusoidal Load Currents. *IEEE Std C57.110*, 1998.
- 18 BATISTA, A. J. *Modelagem e otimização do Projeto de Componentes magnéticos Utilizados em Conversores Estáticos de Alta Frequência*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, fevereiro 1998.
- 19 BATISTA, A. J. et al. Effective resistance and leakage inductance in multiwinding transformers: Modeling, measurement and comparison with numerical solution. In: *Anais do V Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência - COBEP*, p. 731–736, 1999.
- 20 FIORILLO, F.; NOVIKOV, A. An improved approach to power losses in magnetic laminations under nonsinusoidal induction waveform. *IEEE Trans. on Magnetics*, v. 26, n. 5, 1990.
- 21 AMAR, M.; PROTAT, F. A simple method for the estimation of power losses in silicon iron sheets under alternating pulse voltage excitation. *IEEE Trans. on Magnetics*, v. 30, n. 2, 1994.
- 22 AMAR, M.; KACZMAREK, R. A general formula for prediction of iron losses under nonsinusoidal voltage waveform. *IEEE Trans. on Magnetics*, v. 31, n. 5, 1995.
- 23 BERTOTTI, G. Physical interpretation of eddy current losses in ferromagnetic materials. *J. Appl. Phys.*, v. 57, n. 6, 1985.
- 24 BERTOTTI, G. General properties of power losses in soft ferromagnetic materials. *IEEE Trans. on Magnetics*, v. 24, n. 1, 1988.
- 25 BARBISIO, E.; FIORILLO, F.; RAGUSA, C. Predicting loss in magnetic steels under arbitrary induction waveform and with minor hysteresis loops. *IEEE Trans. on Magnetics*, v. 40, n. 4, p. 1810–1819, July 2004.
- 26 MCLYMAN, W. T. *Transformer and Inductor Design Handbook*. second edition, revised and expanded. Jet Propulsion Laboratory California Institute Technology Pasadena, California: Marcel Dekker, Inc. New York and Basel, 1988.

- 27 PIERCE, L. W.; HOLIFIELD, T. A thermal model for optimized distribution and small power transformer design. *IEEE Transmission and Distribution Conference*, v. 2, p. 925–929, April 1999.
- 28 PIERCE, L. W. Predicting hottest spot temperatures in ventilated dry type transformer windings. *IEEE Trans. on Power Delivery*, v. 9, n. 2, p. 1160–1172, 1994.
- 29 DELAIBA, A. C. et al. Practical validation fro the frequency domain approach to study the thermal behavior of transformers under nonsinusoidal operation conditions. *8<sup>th</sup> International Conference on Harmonics and Quality of Power*, v. 2, p. 946–951, 1998.
- 30 GALLI, A. W.; COX, M. D. Temperature rise of small oil-filled distribution transformers supplying nonsinusoidal load currents. *IEEE Trans. on Power Delivery*, v. 11, n. 1, p. 283–291, January 1996.
- 31 MARKO, R. M. *Thermal Modelling of a Natural-Convection-Cooled, Oil-Immersed Distribution Transformer*. Tese (Doutorado) — University of Manitoba, Winnipeg, Canada, 1997.
- 32 IEEE Standard Test Code for Liquid- Immersed Distribution, Power, and Regulating Transformers and IEEE Guide for Short-Circuit Testing of Distribution and Power Transformers. *IEEE Std C57.12.90*, 1993.
- 33 IEEE Standard General Requirements for Liquid-Immersed Distribution, Power, and Regulating Transformers. *IEEE Std C57.12.00*, 1993.
- 34 IEEE Standard Test Code for Dry-Type Distribution and Power Transformers. *IEEE Std C57.12.91*, 1995.
- 35 BATISTA, A. J.; MACHADO, V. de F.; ALMEIDA, L. B. *Programa Computacional para Projeto Otimizado de Dispositivos Magnéticos Utilizados em Sistemas Elêtronicos de Potência - MAGNO*. Relatório de P&D - Escola de Engenharia Elétrica e de Computação - Praça Universitaria S/N, Goiânia - GO, Brasil, 2003.
- 36 MCLYMAN, W. T. *Designing Magnetic Components for High Frequency DC-DC Converters*. Jet Propulsion Laboratory California Institute Technology Pasadena, California: Michigan: Kg Magnetics Inc. San Marino, 1993.
- 37 LIMA, J. P. F. *Sistema de Caracterização de Materiais Magnéticos Moles: Aplicação à Caracterização de Aços ao Silício*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Goiás, 2006.
- 38 BATISTELA, N. J. *Caracterização e Modelagem Eletromagnética de Lâminas de Aço ao Silício*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2001.
- 39 DOWELL, P. L. Effects of eddy currents in transformers windings. *Proc. IEE*, v. 113, n. 8, p. 1387–94, 1966.
- 40 GU; WEN-JIAN; LIU, R. A study of volume and weight vs. frequency for high-frequency transformers. *IEEE PESC Proc*, v. 1993, p. 1123–9.
- 41 SNELLING, E. C. *Soft Ferrites, Properties and Applications*. 2. ed. New York: Butterworths & Co. Ltd: 366 p., 1988.

- 42 JORDAN, H. Die ferromagnetischen konstanten für schwache wechselfelder. *Elek. Nach. Tech.*, v. 1, p. 7–29, 1924.
- 43 BERTOTTI, G. Dynamic generalization of the scalar preisach model of hysteresis. *IEEE Trans. Magn.*, v. 28, p. 2559–2601, setembro 1992.
- 44 MULDER, S. A. Application note on the design of low profile high frequency transformers. *Philips Components*, 1990.
- 45 *Unitrode Switching Regulated Power Supply Design Seminar Manual*, 1986.
- 46 INCROPERA, F. P.; WITT, D. P. *Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa*. 3. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1992.
- 47 DEUTSCHES Institut Fur Normung - DIN 41302-1. *Laminations for transformers and inductors for use in telecommunication and electronic equipment*, 1986.
- 48 GIACOLETTO, L. J.; FELLOW. *Proposal for metric standardized scrapless EI laminations*. *IEEE Trans. on Magnetism*. MAG-14: n.5, p.1059-1061, September 1978.
- 49 BATISTA, A. J. *Conversores Estáticos CC-CC de Alta Frequência*. Apostila (Universidade Federal de Goiás), 1999.
- 50 PETRY, C. A. *Estabilizador de tensão alternada para cargas não-lineares*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Novembro 2001.

## *9 Anexo A*

Figura 9.1: Página 1 do relatório do exemplo 5 (Transformador T1).



Figura 9.3: Página 3 do relatório do exemplo 5 (Transformador T1).

Figura 9.4: Página 4 do relatório do exemplo 5 (Transformador T1).



Figura 9.5: Página 5 do relatório do exemplo 5 (Transformador T1).

Figura 9.6: Página 1 do relatório do exemplo 5 (Transformador T2).



Figura 9.8: Página 3 do relatório do exemplo 5 (Transformador T2).

Figura 9.9: Página 4 do relatório do exemplo 5 (Transformador T2).

Figura 9.10: Página 5 do relatório do exemplo 5 (Transformador T2).

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)