

Tese apresentada à Divisão de Pós-Graduação do Instituto Tecnológico de Aeronáutica como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciência no Curso de Engenharia Eletrônica e Computação, Área de Sistemas e Controle.

Vitor Irigon Gervini

Controle Adaptativo de Estruturas Flexíveis

Prof. Dr. Elder Moreira Hemerly

Orientador

Prof. Dr. Homero Santiago Maciel

Chefe da Divisão de Pós-Graduação

Campo Montenegro

São José dos Campos, SP – Brasil

2003

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA
DIVISÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO
12228-900 – São José dos Campos
Tel: (012) 3947 5920 – 3947 5857
Fax: (012) 3947 5920
e-mail: posgrad@ita.br

Controle Adaptativo de Estruturas Flexíveis

Vitor Irigon Gervini

Composição da Banca Examinadora:

Prof. Dr. Cairo Lúcio Nascimento Jr. - Presidente - ITA

Prof. Dr. Elder Moreira Hemerly - Orientador - ITA

Prof. Dr. Takashi Yoneyama - ITA

Prof. Dr. Luiz Carlos Sandoval Góes - ITA

Prof. Dr. Sebastião Cícero Pinheiro Gomes - FURG - Rio Grande/RS

ITA

Dedicatória

Aos meus pais Igor e Maria Elisabeth,
Aos meus irmãos Alexandre e Igor,e
Aos meus avós.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer

- a Deus, pelo dom da vida;
- ao professor Elder, pela excelente orientação, pela paciência e pelos conhecimentos transmitidos;
- ao professor Sebastião, por ter implantado em mim a semente pelo gosto à pesquisa;
- ao professor Góes, pela paciência e incentivo;
- aos professores Cairo e Takashi, pelos conhecimentos transmitidos;
- aos colegas de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, pela auxílio na parte prática deste trabalho;
- à todos os colegas de Pós-Graduação, pela amizade e coleguismo;
- à FAPESP, pelo apoio financeiro via processo nº 01/07581-1.

*"O único lugar onde o sucesso vem antes
do trabalho é no dicionário."*

(Einstein)

Resumo

Este trabalho objetiva a modelagem tipo concentrada para uma estrutura com um elo flexível, bem como o controle desta estrutura. Esta modelagem exibe um significado físico mais claro e é relevante por dois motivos principais: simplicidade e eficiência. Uma estratégia de controle tipo *LQG* é implementada, sendo apresentados resultados de simulação e experimentais, empregando o robô flexível ITA-IEMP do Departamento de Engenharia Mecânica-Aeronáutica, havendo boa concordância entre eles. Posteriormente é estudado o rastreamento de trajetórias e identificação adaptativa das não-linearidades de robôs com um elo flexível. O desenvolvimento de leis de controle ativas para robôs flexíveis constitui um problema em aberto: a principal dificuldade reside nas severas não-linearidades presentes nos atuadores robóticos e nas próprias estruturas flexíveis. É proposto neste trabalho um controlador neural para o rastreamento de sinal de um robô com um elo flexível. Por meio de uma análise do tipo *Lyapunov-Like*, as condições suficientes para a estabilidade do sistema de controle são determinadas. Adicionalmente, são estabelecidos limitantes para os erros de rastreamento e de identificação. O desempenho da estratégia de controle é avaliado e comparado com uma estratégia *LQG* via simulações, as quais foram efetuadas com o modelo *não-linear* obtido utilizando-se a abordagem de modelagem tipo discreta. Termos adicionais de atritos não-lineares foram incluídos na dinâmica de simulação para ilustrar a habilidade do controlador neural em compensar dinâmicas não-lineares não modeladas. Conclui-se que o desempenho da estratégia proposta é bem superior ao exibido pelo controlador *LQG*.

Abstract

This work aims at the lumped mass modeling approach of a one-link flexible structure, and the control of this structure. This modeling exhibits a clear physical interpretation and is relevant on two accounts: simplicity and efficiency. A *LQG* controller is implemented for application with ITA-IEMP flexible robot. Simulations and experimental results are presented and discussed. This work also considers the adaptive nonlinear identification and trajectory tracking for one-link flexible manipulators. Active control law development for flexible structures is still an open problem, due to nonlinear friction in the actuators and in the structures. In this work it is proposed a Neural Network (NN) tracking controller for a single flexible link. By means of a *Lyapunov-Like Analysis*, the conditions for the control system stability are determined. Additionally, bounds for the identification and tracking errors are established. The control system performance is evaluated and compared with a *LQG* strategy. We illustrate the neural based controller effectiveness via simulations with a realistic nonlinear model using the lumped mass modeling approach. An extra friction term was added in the simulations, in order to highlight the NN controller capability to deal with unmodeled nonlinear dynamics. It is concluded that the tracking performance of the NN controller is better than that exhibited by the *LQG* control.

Sumário

I. Introdução	13
II. Modelagem da Estrutura Flexível	20
II.1. A Modelagem Concentrada	20
II.2. Modelo Matemático Linear com Três Modos Flexíveis.....	21
II.3. Modelo Matemático Não-Linear com Quatro Modos Flexíveis.....	35
II.4. Análise e Simulações dos Modelos Concentrado e Comparações com Resultados Experimentais do Robô ITA-IEMP	39
III. Projeto do Controlador LQG	45
III.1. A Estrutura LQG.....	45
III.2. Projeto LQR.....	47
III.3. Projeto do Filtro de Kalman.....	48
III.4. Resultados de Simulações e Experimentais.....	50
IV. Projeto do Controlador Neural e Prova de Estabilidade	57
IV.1. Projeto do Controlador Neural.....	57
IV.2. Análise tipo ‘Lyapunov-Like’	61
IV.3. Projeto da RN e Qualidade do Rastreamento	63
IV.4. Resultados e Simulação	64
V. Conclusões	71
VI. Referências	73

Lista de Figuras

Figura I.1 – Robô manipulador para a montagem de estações orbitais.	14
Figura I.2 – Satélite artificial com apêndices flexíveis.....	15
Figura II.1 – Estrutura flexível.....	20
Figura II.2 – Estrutura flexível e sua aproximação para o caso de uma, duas e três articulações fictícias.....	21
Figura II.3 – Estrutura flexível com três articulações fictícias.	22
Figura II.4 – Esquema para a divisão de uma estrutura flexível em quatro partes rígidas.	22
Figura II.5 – Esquema de uma estrutura flexível dividida em quatro partes rígidas.	22
Figura II.6 – Foto do robô flexível ITA-IEMP.	33
Figura II.7 – Diagrama esquemático do robô flexível ITA-IEMP.....	34
Figura II.8 – Diagrama da aproximação dos modos para a modelagem concentrada.	36
Figura II.9 – Diagrama de Bode, modelo linear obtido com 3 a.f. (caso colocado).....	39
Figura II.10 – Diagrama de Bode, modelo linear obtido com 4 a.f. (caso colocado).....	39
Figura II.11 – Diagrama de Bode, modelo linear obtido com 3 a.f. (caso não colocado).	40
Figura II.12 – Diagrama de Bode, modelo linear obtido com 4 a.f. (caso não colocado).	40
Figura II.13 – Torque motor de excitação degrau.....	41
Figura II.14 – Resultado experimental no robô ITA-IEMP com excitação degrau.....	41
Figura II.15 – Simulação para o modelo linear com três articulações fictícias.	41
Figura II.16 – Simulação para o modelo linear com quatro articulações fictícias.....	42
Figura II.17 – Simulação para o modelo não-linear com quatro articulações fictícias.	42
Figura II.18 – Diferença entre o modelo linear e não-linear com quatro articulações fictícias.	42
Figura II.19 – Torque motor de excitação senoidal.	43
Figura II.20 – Resultado experimental no robô ITA-IEMP com excitação senoidal.	43
Figura II.21 – Simulação para o modelo linear com três articulações fictícias.	43
Figura II.22 – Simulação para o modelo linear com quatro articulações fictícias.....	44
Figura II.23 – Simulação para o modelo não-linear com quatro articulações fictícias.	44
Figura II.24 – Diferença entre o modelo linear e não-linear com quatro articulações fictícias.	44
Figura III.1 – Diagrama de blocos do controlador tipo <i>LQG</i>	46

Figura III.2 – Diagrama para controle em tempo real do robô ITA-IEMP.....	52
Figura III.3 – Diagrama de simulação e controle do robô flexível ITA-IEMP.	52
Figura III.4 – Resultado experimental para o robô ITA-IEMP: Referência nula.	53
Figura III.5 – Simulação para o modelo não-linear com quatro articulações fictícias: Referência nula.	53
Figura III.6 – Resultado experimental para o robô ITA-IEMP: Referência 60°.....	54
Figura III.7 – Simulação para o modelo não-linear com quatro articulações fictícias: Referência 60°.....	54
Figura III.8 – Resultado experimental para o robô ITA-IEMP: Referência 45°.....	55
Figura III.9 – Simulação para o modelo não-linear com quatro articulações fictícias: Referência 45°.....	55
Figura IV.1 – Diagrama de simulação do sistema de controle.	64
Figura IV.2 – Controle LQG: Referência Nula.	65
Figura IV.3 – Controle Neural: Referência Nula.....	65
Figura IV.4 – Controle LQG: Referência 45°.....	66
Figura IV.5 – Controle Neural: Referência 45°.....	66
Figura IV.6 – Controle LQG: Referência 60°.....	67
Figura IV.7 – Controle Neural: Referência 60°.....	67
Figura IV.8 – Controlador LQG para planta com atrito não-linear: Referência Nula.....	68
Figura IV.9 – Controlador Neural para planta com atrito não-linear: Referência Nula.	68
Figura IV.10 – Controlador LQG para planta com atrito não-linear: Referência 45°.....	69
Figura IV.11 – Controlador Neural para planta com atrito não-linear: Referência 45°.....	69
Figura IV.12 – Controlador LQG para planta com atrito não-linear: Referência 60°.....	70
Figura IV.13 – Controlador Neural para planta com atrito não-linear: Referência 60°.....	70

Lista de Símbolos

γ_i	posição da i -ésima articulação fictícia;
n	número de articulações fictícias;
I_r	inércia do rotor;
T_m	torque motor aplicado;
m_c	massa da carga terminal;
m_b	massa total do braço flexível;
l_b	comprimento total do braço flexível;
m_i	massa do i -ésimo elo rígido;
l_i	comprimento do i -ésimo elo rígido;
(x, y)	sistema de coordenadas inerciais;
θ_i	ângulo entre o i -ésimo elo rígido e a direção x ;
(x_i, y_i)	coordenada do centro de massa do i -ésimo elo rígido;
(x_c, y_c)	coordenada do centro de massa da carga terminal;
m_c	massa da carga terminal;
f_i	forças não conservativas; relacionadas a cada elemento rígido i ;
t	tempo;
τ	constante de tempo;
L	lagrangiano;
∂	símbolo de diferencial parcial;
d	símbolo de diferencial total;
Ec_r	energia cinética do rotor;
Ep_r	energia potencial do rotor;
Ec_i	energia cinética do i -ésimo elo rígido;
Ep_i	energia potencial do i -ésimo elo rígido;
Ec_c	energia cinética da carga terminal;
Ep_c	energia potencial da carga terminal;
Ec	Energia cinética total;
Ep	energia potencial total;
k_i	constante elástica da i -ésima articulação fictícia;
c_r	constante de atrito linear do atuador;
c_i	constante de atrito linear da i -ésima articulação fictícia;
I	matriz de inércia do sistema;
K	matriz de constantes elásticas das articulações fictícias;
C	matriz de atritos;
B'	matriz de controle original;
A	Matriz dos estados;
B	matriz de controle na forma clássica de equações de estado;
u	variável de controle;
x	variável de estado;
λ	vetor das proporções dos comprimentos dos elos rígidos;
α	coeficiente das constantes de elasticidade;
c	coeficiente das constantes de atrito linear;

EI	módulo de Young vezes a inércia da seção reta;
$I(\theta)$	matriz de inércia não-linear;
$F(\theta, \dot{\theta})$	função das não-linearidades do modelo concentrado;
y	vetor de observação;
C	matriz de observação;
G	matriz intensidade do ruído de estado;
F	matriz intensidade do ruído de observação;
$w(t)$	Ruído de estado;
$v(t)$	ruído de observação;
$E\{\cdot\}$	operador esperança matemática;
$\delta(\cdot)$	função delta de Dirac;
P_w	covariância do ruído de estado;
P_v	covariância do ruído de sensor;
J	função custo matemático;
Q	matriz custo dos estados;
R	matriz custo de controle;
K	ganho do controlador LQR ;
ϑ	matriz de observabilidade;
\hat{x}	vetor de estimação dos estados
T	passo de discretização;
A_d	matriz discreta dos estados;
B_d	matriz discreta de controle;
L_d	matriz discreta do ganho do estimador;
M	matriz de discretização exata;
τ	Dinâmica não modelada;
$O(\varepsilon)$	Termos de ordem ε
$[0]_{n,n}$	matriz nula de dimensão $n \times n$;
$[1]_{n,n}$	matriz identidade de dimensão $n \times n$;
x_{ref}	Vetor referência;
e	erro de rastreamento;
r	erro de rastreamento filtrado;
θ_{ref}	ângulo de referência dos elos rígidos;
$f(\zeta)$	termos não-lineares da dinâmica do erro de rastreamento;
$\zeta(t)$	variáveis da função não-linear da dinâmica do erro de rastreamento;
$\hat{f}(\zeta)$	estimação de $f(\zeta)$ dada pela rede neural;
K_v	ganho do erro de rastreamento;
K_z	ganho do termo de robustez;
$\tilde{f}(\zeta)$	erro de estimação da rede neural;
Z	matriz de todos os pesos ideais da rede neural;
W	matriz dos pesos ideais da camada intermediária da rede neural;
V	matriz dos pesos ideais da camada de saída da rede neural;
$\ \cdot\ _F$	operador norma frobênius;
$\sigma(\cdot)$	função de ativação da camada escondida;
$tr\{\cdot\}$	operador traço matemático;

I. INTRODUÇÃO

A flexibilidade é uma característica presente em praticamente todos os materiais utilizados na fabricação de equipamentos, nas mais diversas aplicações. Seja em aeronaves, robôs-manipuladores, veículos, edificações, estruturas metálicas para a construção civil, etc., sempre existirão vibrações inerentes às dinâmicas desses sistemas. Estas vibrações são consequência da flexibilidade natural dos materiais e, na grande maioria dos casos, trata-se de flexibilidade contínua, traduzida em infinitos modos de vibração. Cada um desses modos possui a sua frequência específica e, portanto, um sistema com flexibilidade contínua possui, em teoria, infinitas frequências. Por exemplo, uma asa de uma aeronave em vôo possui seus modos de vibração continuamente ativados devido ao contato da estrutura com o ar. Entretanto, caso se coloque um sensor de altíssima precisão, capaz de medir a velocidade da ponta da asa em relação à linha neutra da mesma, captar-se-ia, neste sinal, apenas alguns de seus primeiros modos de vibração. Isto porque não há sensor capaz de medir vibrações quando a frequência tende ao infinito. Caso tenha-se como objetivo apenas encontrar um modelo matemático (dinâmica nominal) que se aproxime da dinâmica real e se, principalmente, não se exige um alto nível de realismo para este modelo, tem-se então um problema relativamente simples. Porém, se o objetivo é controlar, de forma ativa, uma estrutura contendo flexibilidade contínua, surgem diversas dificuldades as quais, por vezes, podem inviabilizar completamente a implementação prática da lei de controle desenvolvida. É precisamente neste contexto que se insere o principal objetivo desta dissertação, qual seja, apresentar um estudo sobre a modelagem de uma estrutura com um elo flexível e o desenvolvimento de um controlador neural, com característica de estabilidade e desempenho, para o rastreamento de sinais e atenuação de vibrações nesta estrutura flexível [23] [32].

O controle de estruturas flexíveis tem sido um assunto bastante pesquisado nos últimos vinte anos, devendo-se este interesse principalmente às aplicações espaciais. Em [23] há uma interessante descrição do estado da arte sobre o controle de estruturas flexíveis.

Um exemplo de aplicação está na engenharia espacial, no caso de um manipulador espacial, utilizado na realização de tarefas tais como a montagem de estações orbitais e reparos em satélites artificiais. A Figura I.1 mostra um desenho de um manipulador espacial que está sendo construído pela CSA (Agência Espacial Canadense) [47].



Figura I.1 – Robô manipulador para a montagem de estações orbitais.

O manipulador da Figura I.1 é fixado ao ônibus espacial ou na própria estação orbital a partir do atuador (moto-redutor), que está situado na sua base. Devido ao comprimento dos elos (alguns com aproximadamente $10m$), é inevitável que os mesmos apresentem importante flexibilidade.

O uso de manipuladores robóticos em estações espaciais é limitado pelo custo de envio do manipulador para o espaço e este custo está ligado diretamente ao peso do manipulador. Isto requer que o manipulador possua pouca massa, tornando-o muito flexível, já que seu comprimento deve ser longo. Outro problema ligado diretamente ao custo do peso está nos atuadores destas estruturas: não podem possuir muita inércia, o que faz com que o atrito seco se torne significativo, elevando a zona morta em torque.

Satélites artificiais com apêndices flexíveis constituem outra importante aplicação, também no domínio dos sistemas espaciais. Estes apêndices flexíveis geralmente estão associados a painéis solares, os quais captam a energia solar e a transformam em energia elétrica para alimentar equipamentos de bordo (vide Figura I.2). Estes painéis normalmente possuem grandes dimensões e, conseqüentemente, são também possuidores de uma flexibilidade estrutural significativa. Idealmente, o controle de atitude de satélite necessita atenuar de forma ativa as vibrações nos painéis, as quais repercutem sobre a plataforma de suporte dos mesmos, ou seja, o próprio satélite.



Figura I.2 – Satélite artificial com apêndices flexíveis.

A maioria destas aplicações se dá no domínio da chamada robótica flexível [1] [25] [33] [38] [39] [40] [42] [43] [46]. Nestes casos, os robôs possuem partes flexíveis, chamadas de elos (elementos que unem uma articulação à outra, ou uma articulação à carga terminal). Porém, grande parte dos trabalhos nesta área aborda o problema do ponto de vista teórico de síntese de controle, considerando, portanto, que os atuadores são ideais e perfeitamente lineares.

Especificamente no campo da robótica industrial há também, atualmente, uma crescente necessidade de aumentar as velocidades de operações dos robôs [11], o que só é possível com a diminuição das massas de seus elos e, conseqüentemente, com um inevitável acréscimo da flexibilidade dos mesmos.

Controlar estruturas flexíveis, como as citadas anteriormente, é um problema complexo e que tem merecido muita atenção da comunidade científica [3] [5] [15] [18] [19] [20] [31] [44]. Porém, o sucesso de uma lei de controle, tanto em termos de desempenho quanto de estabilidade, depende fundamentalmente do conhecimento de um bom modelo dinâmico.

Os principais obstáculos encontrados para se efetivar o controle de um robô com elos flexíveis são:

- dificuldade de se capturar com fidelidade a dinâmica de estruturas flexíveis, resultando em diferença entre as dinâmicas da planta real (sistema físico) e do modelo matemático nominal, o que acarreta uma deterioração do desempenho e compromete a estabilidade do sistema de controle;
- a complexidade dos modelos e difícil interpretação física de suas variáveis de estado, que dificultam a inclusão direta de dados vindo dos sensores (que

geralmente medem posições, velocidades, deflexões e acelerações angulares), gerando assim um acréscimo no processamento e às vezes até a necessidade de um aumento dos estados do modelo [22], reduzindo assim o desempenho e dificultando uma implementação do controle em tempo real;

- existência de perturbações externas, por vezes muito significativas, que pode ser traduzido em ruídos de estado do modelo;
- existência de ruídos provenientes dos sensores, os quais são realimentados no sistema na forma de erros de observação;
- dinâmicas não-lineares dos atuadores [9] [12].

Poderíamos ainda acrescentar que, normalmente, quando se deseja controlar estruturas flexíveis, o intuito é atenuar vibrações em todos os modos e, portanto, o processo de realimentação para o controle deveria se dar observando-se todas as variáveis de estado. Isto é difícil de acontecer porque, em aplicações práticas, há limitações em termos dos sensores, inviabilizando a observação do estado completo. É também um fato a dificuldade naturalmente surgida ao se tentar controlar sistemas não-colocados (sistemas de fase não-mínima), dificuldade esta inerente a toda uma dinâmica flexível existente entre o local da aplicação do esforço de controle (torque motor) e o local no qual se realiza a observação.

A principal motivação deste trabalho reside na dificuldade de se controlar estruturas flexíveis utilizando-se atuadores robóticos, em razão da existência de atritos não-lineares inerentes nestes. O que acontece na realidade é o seguinte: os torques calculados por leis de controle são efetivamente aplicados nos rotores dos atuadores, mas não passam integralmente para a saída dos redutores e, portanto, não são transmitidos à estrutura para o devido rastreamento e controle da atenuação das vibrações. Os atritos não-lineares provenientes dos atuadores robóticos (principalmente os atritos secos) fornecem as principais e mais severas não-linearidades do sistema dinâmico resultante, dificultando assim que estratégias de controle lineares tenham um bom desempenho.

Estes problemas, em sua maioria, serão considerados no decorrer do presente trabalho. Isto porque o estudo sobre o desenvolvimento de controladores para estruturas flexíveis, com condições reais de implementação prática, constitui uma preocupação constante durante todo o desenvolvimento do trabalho.

A identificação e compensação de atritos não-lineares via redes neurais artificiais (RN) começou a ser mais estudada apenas recentemente [2] [34], tratando-se, portanto de um

assunto bastante atual. Existem atualmente diversas aplicações de redes neurais artificiais, nos mais variados domínios da ciência e tecnologia [16] [17]. Trata-se de um assunto que tem merecido grande atenção por parte da comunidade científica.

A maioria dos artigos sobre o controle ativo de estruturas flexíveis trata de aspectos vinculados à teoria de controle [23] [27] [41]. Porém, o conhecimento de um modelo dinâmico bem representativo da realidade do fenômeno, conforme dito, é de fundamental importância para que o projeto de controladores terem chances reais de funcionarem na prática. Em geral, o método dos modos assumidos [37] tem sido mais empregado para a obtenção do modelo dinâmico, principalmente no caso de um único elo flexível. Porém, se o manipulador possui mais de um elo com flexibilidade importante, esta técnica de modelagem dinâmica torna-se difícil de ser utilizada em razão de complicações advindas das condições de contorno [32]. Portanto, objetiva-se também, neste trabalho, resgatar o formalismo discreto (*lumped mass approach*) [10], o qual possui como grande vantagem a simplicidade de equacionamento. Apesar de apresentar concepção simples, o formalismo discreto é trabalhoso, principalmente se o modelo tiver mais de dois modos flexíveis. Neste trabalho serão propostos dois algoritmos, que têm por objetivo facilitar a obtenção de modelos lineares e não-lineares para n -modos flexíveis.

A estrutura flexível considerada para o desenvolvimento do presente trabalho consiste em uma lâmina flexível acoplada em uma extremidade a um atuador do tipo motor elétrico, a partir do qual é aplicado o torque de controle, e na outra extremidade há uma massa constante, normalmente denominada de carga terminal. Tal estrutura poderia ser associada, com algumas modificações, a diversas aplicações no domínio da engenharia, como as já citadas estruturas espaciais ou manipuladores com elos flexíveis, por exemplo. Ou ainda em: asa de uma aeronave fixa a uma extremidade e livre na outra; aplicações bélicas, como no caso de um longo cano de canhão, articulado em uma extremidade a uma base móvel (tanque de guerra) e livre na outra; etc.

Este trabalho tem como principais objetivos:

- investigação da técnica de modelagem concentrada e sua implementação para a obtenção de um modelo para o robô flexível ITA-IEMP do Departamento de Engenharia Mecânica-Aeronáutica;
- implementação em tempo real e experimentos com o robô flexível ITA-IEMP para validação do modelo obtido;

- projeto e análise de um controlador neural com características de estabilidade (no sentido UUB, conforme na Seção IV.2) e desempenho;
- comparação de desempenho do controlador neural proposto com um controlador clássico *LQG* (*Linear Quadratic Gaussian*).

Convém ressaltar que este procedimento (modelagem concentrada, também chamada de modelagem discreta), facilita a inclusão dos dados de sensores de posição da carga terminal, que estão sendo desenvolvidas [21], no vetor de estados do modelo, já que o vetor dos estados do modelo resultante é formado apenas por posições e velocidades ao longo de toda a estrutura. Esta facilidade não existe quando se empregam técnicas tradicionais de modelagem dinâmica de manipuladores com elos flexíveis, que é o caso da modelagem pelo método dos modos assumidos, que requer o uso de um vetor de estado com maior dimensão, incluindo as suas segundas derivadas modais, para poder incluir a medição direta da carga terminal [22].

As principais contribuições deste trabalho são:

- aplicação do formalismo de modelagem concentrada ao robô ITA-IEMP, atividade ainda não efetuada em trabalhos anteriores desenvolvidos no ITA com esta modelagem;
- proposição de um algoritmo para a obtenção do modelo não-linear concentrado para n articulações fictícias;
- implementação de controle em tempo real utilizando o modelo obtido e estratégia tipo LQG;
- projeto de um controlador neural com características de estabilidade;
- comparação, via simulações, do desempenho do sistema proposto, baseado em redes neurais, em relação ao controlador LQG.

Além destas contribuições, os métodos de modelagem e de projeto do controlador serão desenvolvidos de forma bastante detalhada, facilitando assim a utilização deste trabalho como apoio básico no desenvolvimento do controle de sistemas dinâmicos semelhantes.

Conforme é perceptível a partir das citações realizadas anteriormente, existe uma grande quantidade de trabalhos científicos sobre o controle de estruturas flexíveis. Em sua maioria eles versam sobre diferentes técnicas de controle destinadas à atenuação de forma

ativa das vibrações inerentes à movimentação de tais estruturas. Cada um deles utiliza um certo formalismo de modelagem e, em alguns casos, esta modelagem é explicada de forma superficial, até porque, na maioria das vezes, a ênfase do trabalho é o controle e não a modelagem. Não se detectou, entretanto, um trabalho contendo um estudo utilizando a modelagem concentrada e o controle ativo de vibrações via técnicas de inteligência artificial, e menos ainda com ênfase na prova de estabilidade do sistema global de controle. Este é precisamente o contexto no qual se insere a presente dissertação, cujo principal objetivo é desenvolver um estudo de um robô flexível disponível no Departamento de Engenharia Mecânica-Aeronáutica e aplicar técnicas de controle adaptativo via redes neurais com ênfase na prova de estabilidade.

Finalmente, pode ser dito que desenvolver controladores com condições reais de implementação, em função de todos os problemas explicitados nesta introdução, constitui ainda um desafio científico, sendo este o motivo do grande interesse que a comunidade científica demonstra atualmente por este problema.

II. MODELAGEM DA ESTRUTURA FLEXÍVEL

II.1. A MODELAGEM CONCENTRADA

Neste capítulo será apresentada a modelagem matemática de uma estrutura flexível através da formulação de Lagrange. Considera-se neste trabalho uma viga flexível acoplada a um atuador, em uma extremidade, e livre na outra, onde foi colocada uma carga terminal conforme Figura II.1. No rotor do atuador é aplicado o torque motor de controle.

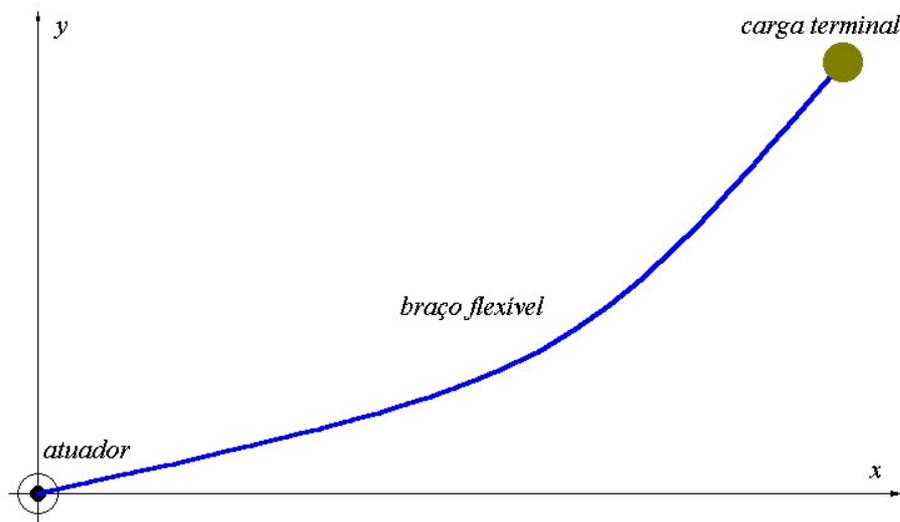


Figura II.1 – Estrutura flexível.

As equações da dinâmica serão obtidas a partir da modelagem concentrada (*lumped mass approach*), também chamada de modelagem discreta, que divide a estrutura flexível em partes rígidas, conectadas por elementos flexíveis, chamados de articulações fictícias. A idéia é substituir a flexibilidade contínua por uma aproximação discreta, através da inclusão de articulações fictícias [10].

O primeiro passo para se obter o modelo matemático via abordagem concentrada é escolher o número de articulações fictícias, as quais deverão ser posicionadas na estrutura conforme mostra a Figura II.2. O número escolhido de articulações fictícias resultará no número de modos flexíveis do modelo matemático resultante.

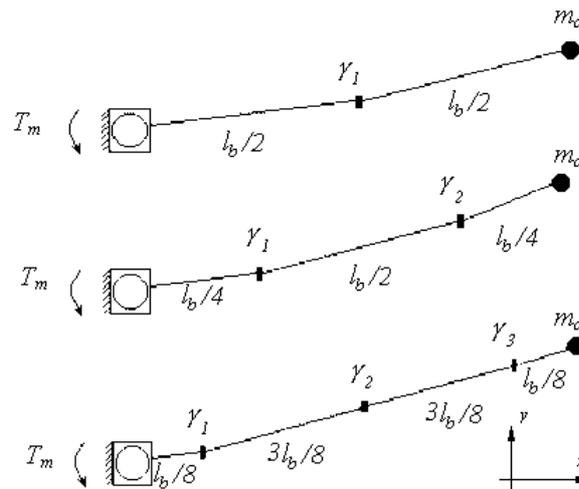


Figura II.2 – Estrutura flexível e sua aproximação para o caso de uma, duas e três articulações fictícias.

No caso de uma única articulação fictícia, divide-se a estrutura em duas partes de mesmo comprimento (dois elementos rígidos) e inclui-se uma articulação γ_1 entre elas; no caso de um modelo com duas articulações fictícias, cada articulação (γ_1 e γ_2) é posicionada na metade de cada elemento rígido em que a estrutura foi dividida no caso anterior e no caso de n articulações fictícias, as articulações são posicionadas na metade de cada elemento rígido do caso de $n-1$ articulações fictícias.

Neste trabalho consideraremos os casos com três e quatro articulações fictícias, para efeito de simplificação e sem perda de generalidade. Na seção II.2 será obtido o modelo matemático *linear* considerando-se três articulações fictícias (três modos flexíveis), que será utilizado nas simulações como o modelo nominal. Na seção II.3 será obtido o modelo matemático *não-linear* considerando-se quatro articulações fictícias (quatro modos flexíveis), que será utilizado nas simulações como sendo a planta real. Como o modelo do atuador também possui uma constante de tempo interna, a dinâmica do modelo nominal global (atuador mais estrutura) terá quatro modos e a dinâmica do modelo da planta real global terá cinco modos.

II.2. MODELO MATEMÁTICO LINEAR COM TRÊS MODOS FLEXÍVEIS

Para se obter o modelo matemático com três modos flexíveis, divide-se a estrutura flexível em quatro partes através da inclusão de três articulações fictícias, conforme indicado na Figura II.3.

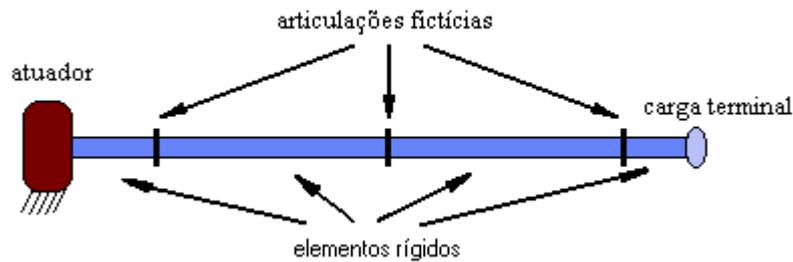


Figura II.3 – Estrutura flexível com três articulações fictícias.

Na Figura II.4, I_r e T_m correspondem à inércia do rotor e ao torque motor aplicado no atuador, m_c à massa da carga e γ_i à posição de cada articulação fictícia i .

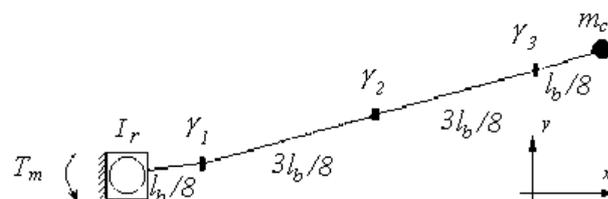


Figura II.4 – Esquema para a divisão de uma estrutura flexível em quatro partes rígidas.

Considerando-se um sistema de referência (x, y) , é possível definir as variáveis θ_1 , θ_2 , θ_3 e θ_4 como sendo os ângulos entre a direção x e o primeiro, segundo, terceiro e quarto elemento rígido (elos).

Cada um desses elos possui sua massa concentrada no seu respectivo centro de massa, ou seja, (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) e (x_4, y_4) são as coordenadas dos centros de massa dos elos de massas m_1 , m_2 , m_3 e m_4 , respectivamente, enquanto (x_c, y_c) são as coordenadas do centro de massa da carga terminal m_c , conforme indicado na Figura II.5.

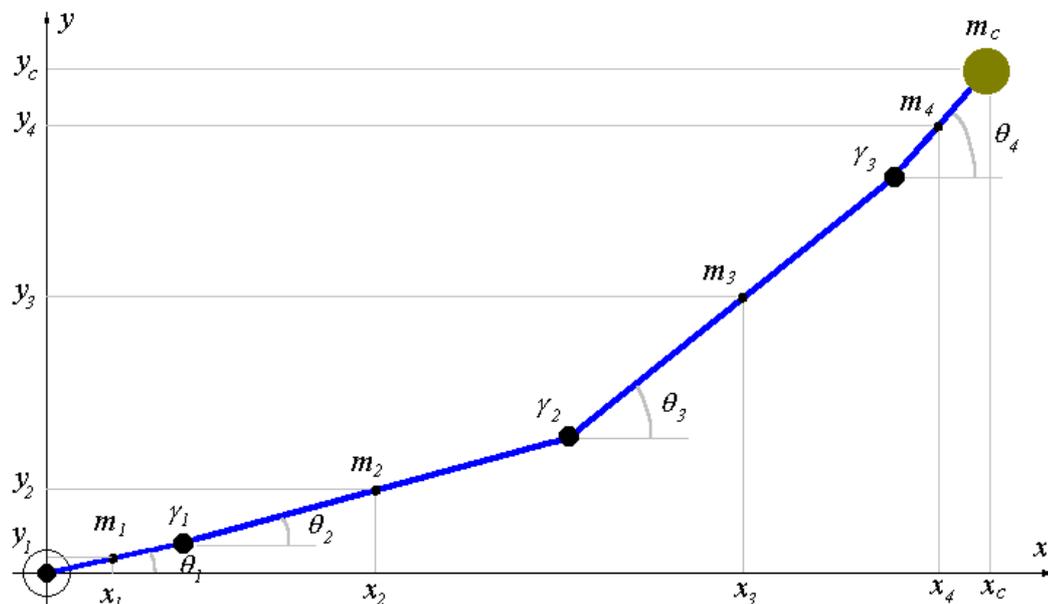


Figura II.5 – Esquema de uma estrutura flexível dividida em quatro partes rígidas.

A equação de Euler-Lagrange ([26], [35]) que descreve a dinâmica do sistema é dada por

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = f_i \quad (\text{II.1})$$

onde f_i são as forças não-conservativas (torque motor, atritos, etc.) relacionadas a cada elemento rígido i e L é o lagrangiano do sistema, definido por

$$L \equiv Ec - Ep \quad (\text{II.2})$$

com Ec sendo a energia cinética e Ep a energia potencial.

A energia cinética é dada por

$$Ec = Ec_r + \sum_{i=1}^{n+1} Ec_i + Ec_c \quad (\text{II.3})$$

onde n é o número de articulações fictícias e $n+1$ corresponde ao número de elos rígidos,

$$Ec_r = \frac{1}{2} I r \dot{\theta}_1^2 \quad (\text{II.4})$$

é a energia cinética devido à velocidade angular do rotor. O termo

$$Ec_i = \frac{1}{2} m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2) \quad (\text{II.5})$$

corresponde a energia cinética do elo rígido i devido ao movimento da massa m_i e

$$Ec_c = \frac{1}{2} m_c (\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2) \quad (\text{II.6})$$

é a energia cinética devido ao movimento da massa da carga m_c .

Convém notar que os componentes rotacionais da energia cinética das partes rígidas e da carga terminal, em torno de seus respectivos centros de massa, foram negligenciados. A hipótese considerada aqui é que estes termos são muito pequenos, isto devido às baixas velocidades angulares de rotação em torno dos seus centros de massa, ou seja, a translação é muito mais significativa que a rotação para o caso do robô flexível ITA-IEMP, que será modelado a seguir. Esta hipótese é razoável para o caso do robô, e será considerada no decorrer da modelagem. Na Seção II.4 será efetuado uma comparação entre o modelo obtido e o sistema físico real, mostrando que o modelo obtido possui ótima concordância com o sistema físico real.

Substituindo as Equações (II.4)-(II.6) em (II.3) resulta na energia cinética total do sistema

$$E_c = \frac{1}{2} I r \dot{\theta}_1^2 + \sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{2} m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2) + \frac{1}{2} m_c (\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2) \quad (\text{II.7})$$

As coordenadas dos centros de massa dos elos rígidos i são dadas por

$$x_i = \sum_{k=1}^i l_k \cos \theta_k - \frac{1}{2} l_i \cos \theta_i \quad (\text{II.8})$$

$$y_i = \sum_{k=1}^i l_k \sin \theta_k - \frac{1}{2} l_i \sin \theta_i \quad (\text{II.9})$$

sendo l_i o comprimento do elo rígido i , e as coordenadas do centro de massa da carga terminal dadas por

$$x_c = \sum_{k=1}^{n+1} l_k \cos \theta_k \quad (\text{II.10})$$

$$y_c = \sum_{k=1}^{n+1} l_k \sin \theta_k \quad (\text{II.11})$$

Não foram considerados torques de natureza gravitacional e, portanto, a única energia potencial existente é a elástica devido à deformação das articulações fictícias, pois toda a estrutura se desloca no plano horizontal. Então, tem-se que a energia potencial total é dada por

$$E_p = \sum_{i=1}^n E_{p_i} \quad (\text{II.12})$$

e as energias potenciais em cada articulação, devido às suas deformações, por

$$E_{p_i} = \frac{1}{2} k_i (\theta_{i+1} - \theta_i)^2 \quad (\text{II.13})$$

onde k_i é a constante elástica da i -ésima articulação, resultando na energia potencial total

$$E_p = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} k_i (\theta_{i+1} - \theta_i)^2 \quad (\text{II.14})$$

Substituindo-se as Equações (II.7) e (II.14) em (II.2) obtém-se

$$L = \frac{1}{2} I r \dot{\theta}_1^2 + \sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{2} m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2) + \frac{1}{2} m_c (\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2) - \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} k_i (\theta_{i+1} - \theta_i)^2 \quad (\text{II.15})$$

e substituindo-se as Equações (II.8) - (II.11) em (II.15), temos

$$L = \frac{1}{2} I r \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n+1} m_i \left(\left(\frac{d}{dt} \left(\sum_{k=1}^i l_k \cos \theta_k - \frac{1}{2} l_i \cos \theta_i \right) \right)^2 + \left(\frac{d}{dt} \left(\sum_{k=1}^i l_k \sin \theta_k - \frac{1}{2} l_i \sin \theta_i \right) \right)^2 \right) + \frac{1}{2} m_c \left(\left(\frac{d}{dt} \left(\sum_{k=1}^{n+1} l_k \cos \theta_k \right) \right)^2 + \left(\frac{d}{dt} \left(\sum_{k=1}^{n+1} l_k \sin \theta_k \right) \right)^2 \right) - \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} k_i (\theta_{i+1} - \theta_i)^2 \quad (\text{II.16})$$

ou ainda

$$L = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n+1} m_i \left(\left(- \sum_{k=1}^i l_k \dot{\theta}_k \sin \theta_k + \frac{1}{2} l_i \dot{\theta}_i \sin \theta_i \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^i l_k \dot{\theta}_k \cos \theta_k - \frac{1}{2} l_i \dot{\theta}_i \cos \theta_i \right)^2 \right) + \frac{1}{2} m_c \left(\left(\sum_{k=1}^{n+1} l_k \dot{\theta}_k \sin \theta_k \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{n+1} l_k \dot{\theta}_k \cos \theta_k \right)^2 \right) + \frac{1}{2} I r \dot{\theta}_1^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n k_i (\theta_{i+1} - \theta_i)^2 \quad (\text{II.17})$$

que representa o lagrangiano para n articulações fictícias, resultando em $n+1$ elos rígidos de comprimentos l_i e massas m_i concentradas nos seus respectivos centros de massa.

Para a obtenção do modelo linear, é necessário considerar pequenas deformações angulares nas articulações fictícias, ou seja, será considerado que

$$\sin(\theta_i) \sin(\theta_k) + \cos(\theta_i) \cos(\theta_k) = 1 \quad (\text{II.18})$$

para qualquer i e k . Isto faz com que a Equação (II.17) seja simplificada para

$$L = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^{n+1} m_i l_i^2 \dot{\theta}_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n+1} m_i \left(\sum_{k=1}^i l_k \dot{\theta}_k \right)^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n+1} m_i (l_i \dot{\theta}_i) \sum_{k=1}^i l_k \dot{\theta}_k + \frac{1}{2} m_c \left(\sum_{k=1}^{n+1} l_k \dot{\theta}_k \right)^2 + \frac{1}{2} I r \dot{\theta}_1^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n k_i (\theta_{i+1} - \theta_i)^2 \quad (\text{II.19})$$

Aplicando-se agora a Equação (II.1) de Euler-Lagrange, na Equação (II.19) e redefinindo-se os índices i dos somatórios, para j , resulta

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} \left(\frac{1}{8} \sum_{j=1}^{n+1} m_j l_j^2 \dot{\theta}_j^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n+1} m_j \left(\sum_{k=1}^j l_k \dot{\theta}_k \right)^2 - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n+1} m_j (l_j \dot{\theta}_j) \sum_{k=1}^j l_k \dot{\theta}_k \right) + \frac{1}{2} m_c \left(\sum_{k=1}^{n+1} l_k \dot{\theta}_k \right)^2 + \frac{1}{2} I r \dot{\theta}_1^2 \right) - \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left(-\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n k_j (\theta_{j+1} - \theta_j)^2 \right) = f_i \quad (\text{II.20})$$

donde se obtém

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} m_i l_i^2 \ddot{\theta}_i + \sum_{j=1}^{n+1} m_j \sum_{k=1}^j l_k \ddot{\theta}_k \sum_{l=1}^j l_l \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} \dot{\theta}_l - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n+1} m_j l_j \ddot{\theta}_j \sum_{k=1}^j l_k \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} \dot{\theta}_k \\ & - \frac{1}{2} m_i l_i \sum_{k=1}^i l_k \ddot{\theta}_k + m_c l_i \sum_{k=1}^{n+1} l_k \ddot{\theta}_k + I r \ddot{\theta}_1 \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} \dot{\theta}_1 + \sum_{j=1}^n k_j (\theta_j - \theta_{j+1}) \frac{\partial}{\partial \theta_i} (\theta_j - \theta_{j+1}) = f_i \end{aligned} \quad (\text{II.21})$$

ainda, conforme já mencionado, f_i são as forças não-conservativas (torque motor, atritos, etc.) e, portanto,

$$f_i = T_m \frac{\partial}{\partial \theta_i} \theta_1 - c_r \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} \dot{\theta}_1 - \sum_{j=1}^n c_j (\dot{\theta}_j - \dot{\theta}_{j+1}) \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} (\dot{\theta}_j - \dot{\theta}_{j+1}) \quad (\text{II.22})$$

com T_m e c_r sendo, respectivamente, o torque motor aplicado e a constante de atrito do atuador e c_j as constantes de atrito de cada articulação fictícia j .

Substituindo-se a Equação (II.22) em (II.21), obtém-se

$$\begin{aligned} & I r \ddot{\theta}_1 \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} \dot{\theta}_1 + \frac{1}{4} l_i^2 m_i \ddot{\theta}_i + l_i \sum_{j=1}^{n+1} m_j \sum_{k=1}^j l_k \ddot{\theta}_k \sum_{l=1}^j \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} \dot{\theta}_l - l_i \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n+1} m_j l_j \ddot{\theta}_j \sum_{k=1}^j \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} \dot{\theta}_k \\ & - \frac{1}{2} l_i m_i \sum_{k=1}^i l_k \ddot{\theta}_k + l_i m_c \sum_{k=1}^{n+1} l_k \ddot{\theta}_k = T_m \frac{\partial}{\partial \theta_i} \theta_1 - \sum_{j=1}^n k_j (\theta_j - \theta_{j+1}) \frac{\partial}{\partial \theta_i} (\theta_j - \theta_{j+1}) \\ & - c_r \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} \dot{\theta}_1 - \sum_{j=1}^n c_j (\dot{\theta}_j - \dot{\theta}_{j+1}) \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} (\dot{\theta}_j - \dot{\theta}_{j+1}) \end{aligned} \quad (\text{II.23})$$

Os termos à esquerda da igualdade da Equação (II.23) são funções da derivada segunda dos ângulos entre os elementos rígidos e o eixo x , que representam as acelerações angulares e farão parte da matriz de inércia $[I]_{n+1, n+1}$.

O termo

$$[K]_{n+1, n+1} = \sum_{j=1}^n k_j (\theta_j - \theta_{j+1}) \frac{\partial}{\partial \theta_i} (\theta_j - \theta_{j+1}) \quad (\text{II.24})$$

representa a matriz de constantes elásticas das articulações fictícias. O termo

$$[C]_{n+1,n+1} = c_r \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_1} \dot{\theta}_1 + \sum_{j=1}^n c_j (\dot{\theta}_j - \dot{\theta}_{j+1}) \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} (\dot{\theta}_j - \dot{\theta}_{j+1}) \quad (\text{II.25})$$

representa a matriz de atritos e o termo

$$T_m \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_i} \dot{\theta}_1 \quad (\text{II.26})$$

comporá a matriz $[B']_{n+1,1}$ de controle, na forma

$$B' = \begin{bmatrix} 1 \\ [0]_{n,1} \end{bmatrix} \quad (\text{II.27})$$

Obtém-se assim o sistema linear

$$I \ddot{\theta} + C \dot{\theta} + K \theta = B' T_m \quad (\text{II.28})$$

que implica

$$\ddot{\theta} = -I^{-1} C \dot{\theta} - I^{-1} K \theta + I^{-1} B' T_m \quad (\text{II.29})$$

onde $\ddot{\theta} \in \mathfrak{R}^{n+1}$ é o vetor da aceleração do rotor e das articulações fictícias

Podemos reescrever a Equação (II.29) na forma

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0]_{n+1,n+1} & [1]_{n+1,n+1} \\ -I^{-1} K & -I^{-1} C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [0]_{n,1} \\ I^{-1} B' \end{bmatrix} T_m \quad (\text{II.30})$$

que está na forma clássica de equação de estado

$$\dot{x} = A x + B u \quad (\text{II.31})$$

com x , A e B definidos por

$$x \equiv \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (\text{II.32})$$

$$A \equiv \begin{bmatrix} [0]_{n+1,n+1} & [1]_{n+1,n+1} \\ -I^{-1} K & -I^{-1} C \end{bmatrix} \quad (\text{II.33})$$

$$B \equiv \begin{bmatrix} [0]_{n,1} \\ I^{-1} B' \end{bmatrix} \quad (\text{II.34})$$

e

$$u = T_m \quad (\text{II.35})$$

Analisando-se os termos à esquerda do sinal de igualdade da Equação (II.23), podemos formular o seguinte algoritmo para montar a matriz I de inércia,

Para $i = 1 \dots n+1$

Para $j = 1 \dots n+1$

Se $i = j$

// Diagonal Principal

Se $i = 1$

// Primeiro Elemento

$$I_{i,i} = I_r + l_i^2 \left(\frac{m_i}{4} + \sum_{k=i+1}^{n+1} m_k + m_c \right)$$

Senão

$$I_{i,i} = l_i^2 \left(\frac{m_i}{4} + \sum_{k=i+1}^{n+1} m_k + m_c \right)$$

Fim Se

Senão Se $j > i$

// Acima da Diagonal Principal

$$I_{i,j} = l_i l_j \left(\frac{m_j}{2} + \sum_{k=j+1}^{n+1} m_k + m_c \right)$$

Senão

// Abaixo da Diagonal Principal

$$I_{i,j} = I_{j,i}$$

Fim Se

Fim Para

Fim Para

As matrizes $[K]_{n+1,n+1}$ e $[C]_{n+1,n+1}$ das constantes elásticas e de atritos, respectivamente, podem ser obtidas pelo seguinte algoritmo,

```

Para i = 1 ... n+1
  Para j = 1 ... n+1
    Se i = j                                     // Diagonal Principal
      Se i = 1                                   // Primeiro Elemento
         $K_{i,i} = k_1$ 
         $C_{i,i} = c_r + c_1$ 
      Senão Se  $1 < i < n+1$                        // Entre o Primeiro e Último Elemento
         $K_{i,i} = k_{i-1} + k_i$ 
         $C_{i,i} = c_{i-1} + c_i$ 
      Senão                                       // Último elemento
         $K_{i,i} = k_n$ 
         $C_{i,i} = c_n$ 
      Fim Se
    Senão Se  $j > i$                                // Acima da Diagonal Principal
      Se  $j = i+1$ 
         $K_{i,j} = -k_i$ 
         $C_{i,j} = -c_i$ 
      Senão
         $K_{i,j} = 0$ 
         $C_{i,j} = 0$ 
      Fim Se
    Senão                                       // Abaixo da Diagonal Principal
       $K_{i,j} = K_{j,i}$ 
       $C_{i,j} = C_{j,i}$ 
    Fim Se
  Fim Para
Fim Para

```

Finalmente, a matriz $[B']_{n+1,1}$ é formada via o algoritmo

Para $i = 1 \dots n+1$

Se $i = 1$

$$B_{i,1} = 1$$

Senão

$$B_{i,1} = 0$$

Fim Se

Fim Para

Seja agora λ o vetor das proporções dos comprimentos dos elos rígidos em relação ao comprimento total da estrutura (conforme Figura II.2 para três articulações fictícias),

$$\lambda = \begin{bmatrix} \frac{1}{8} & \frac{3}{8} & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} \end{bmatrix} \quad (\text{II.36})$$

Então, para o cálculo do modelo nominal, utiliza-se o seguinte vetor de massas e de comprimentos dos elos,

$$m = \lambda m_b \quad (\text{II.37})$$

$$l = \lambda l_b \quad (\text{II.38})$$

onde m_b e l_b são, respectivamente, a massa e o comprimento do braço da estrutura flexível.

Os coeficientes c_i de atritos das articulações fictícias podem ser determinados experimentalmente a partir da análise de resultados em malha aberta, uma vez que a mesma depende fundamentalmente do material e das dimensões da estrutura. Deve-se notar que, no caso do robô ITA-IEMP, que é composto de uma estrutura metálica em forma de lâmina e com a massa na extremidade (acelerômetro), os atritos nas articulações fictícias são muito menores que o existente no atuador, tendo-se adotado 0.3% deste, após comparação dos valores obtidos com o modelo e aqueles medidos experimentalmente em malha aberta, isto é,

$$c = 0.003 c_r [1 \quad 1 \quad 1] \quad (\text{II.39})$$

Os coeficientes das constantes elásticas são obtidos forçando-se a coincidência entre os modos flexíveis do modelo e os modos analíticos da estrutura flexível. As frequências analíticas podem ser conhecidas a partir da massa da extremidade, das dimensões, massa específica e módulo de elasticidade da estrutura flexível [24], [28] e [29].

sendo as constantes elásticas dadas por

$$k_i = \frac{nEI}{l_b} \alpha_i \quad (\text{II.40})$$

onde EI é o módulo de Young vezes a inércia da seção reta [10].

Neste trabalho, como já se dispunha dos modos experimentais do robô ITA-IEMP, obtidos em [28] e [29], as constantes k_i de elasticidade das articulações fictícias foram recalculadas a fim de se obter um modelo nominal com pequenos erros nos dois primeiros modos de vibração em comparação com os modos experimentais. Para tanto, procedeu-se da seguinte forma: atribuiu-se valores aos coeficientes α_i , entre um valor inicial (próximo de zero) e um valor final (próximo de 5), com um passo de variação de 0.01. Para cada conjunto de valores dos coeficientes, as frequências do modelo nominal eram obtidas e comparadas às frequências experimentais. Para três articulações fictícias, encontraram-se os seguintes coeficientes das constantes de elasticidade que minimizam o erro para os dois primeiros modos de vibração,

$$\alpha = [3.60 \quad 1.20 \quad 0.40] \quad (\text{II.41})$$

Utilizando estes coeficientes, obtiveram-se os seguintes modos de vibração,

$$[11.97 \quad 33.35 \quad 67.12] \text{Hz} \quad (\text{II.42})$$

Os modos experimentais da estrutura flexível ITA-IEMP foram identificados em [28] e [29] através de uma varredura em seno. Esta varredura utilizou uma banda de frequências de 0-100 Hz, para excitar os primeiros modos de vibração do sistema. Em [28] e [29] também foram calculadas os modelos analíticos da estrutura flexível, e por conseguinte as frequências analíticas. Tratam-se das frequências livres, ou seja, o sistema é articulado em uma extremidade e livre na outra, os resultados obtidos estão resumidos na Tabela II.1 e na Tabela II.2.

Tabela II.1: Comparação das frequências experimentais com o modelo analítico obtido em [28].

Modo n ^o	Analítico (Hz)	Experimental (Hz)	Erro (%)
1	12.51	12.0	4.25
2	31.11	33.25	6.44
3	62.86	59.5	5.65

Tabela II.2: Comparação das frequências experimentais com o modelo analítico obtido em [29].

Modo n ^o	Analítico (Hz)	Experimental (Hz)	Erro (%)
1	12.57	12.0	4.75
2	31.43	33.25	5.47
3	63.09	59.5	6.03

Na Tabela II.3 é mostrada a comparação do modelo obtido via modelagem concentrada com três articulações fictícias e as frequências experimentais.

Tabela II.3: Comparação das frequências experimentais com o modelo concentrado com três articulações fictícias.

Modo n ^o	Modelo (Hz)	Experimental (Hz)	Erro (%)
1	11.97	12.0	0.25
2	33.35	33.25	0.30
3	67.12	59.5	12.81

Percebe-se, com base nas Tabelas II.1-II.3, que o modelo obtido via modelagem concentrada praticamente não possui erro para o primeiro e segundo modo em relação com os valores experimentais. Mas possui um erro de aproximadamente 13% para o terceiro modo. Entretanto, como o terceiro modo é significativamente alto em relação aos outros dois, este erro praticamente não afeta a qualidade da modelagem.

Na Tabela II.4 encontram-se os parâmetros utilizados na modelagem do robô flexível ITA-IEMP, o qual é mostrado na Figura II.6, e seu diagrama esquemático na Figura II.7.

Tabela II.4: Parâmetros do robô flexível ITA-IEMP.

Parâmetros do Motor	Parâmetros da Estrutura Flexível
Momento de Inércia: $I_r=2.96 \times 10^{-4} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$	Momento de Inércia: $I_b=0.2843 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$
Coefficiente de Atrito: $c_r=0.35 \text{ Nm} / (\text{rd/s})$	Altura da Lâmina: $h_b=80.78 \times 10^{-3} \text{ m}$
Índice de Redução $\eta=1$	Espessura da Lâmina: $e_b=4.12 \times 10^{-3} \text{ m}$
Constante da f.e.m.: $K_v=0.62 \text{ V}/(\text{rad/s})$	Comprimento da Lâmina: $l_b=0.9715 \text{ m}$
Constante de Torque: $K_t=0.62 \text{ Nm/A}$	Massa Específica do Alumínio: $\rho=2795 \text{ Kg}/\text{m}^3$
Torque Máximo: 5 Nm	Módulo de Young: $E=6.89 \times 10^{10} \text{ N}/\text{m}^2$
Velocidade Nominal: $3.800 \text{ rad}/\text{min}$	Massa da Carga Terminal: (Acelerômetro) $m_c=94.7 \times 10^{-3} \text{ Kg}$
Resistência da Armadura: $R_a=1.5 \Omega$	Momento de Inércia do Cubo Acoplado ao Motor: $I_c=0.0151 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$



Figura II.6 – Foto do robô flexível ITA-IEMP.

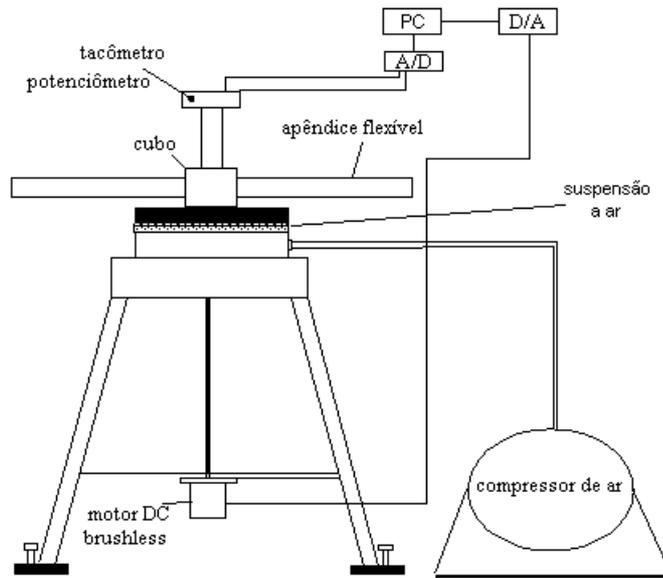


Figura II.7 – Diagrama esquemático do robô flexível ITA-IEMP.

Utilizando-se os parâmetros da Tabela II.4, foram calculadas as matrizes I , C , K e B' , e finalmente, com o uso das Equações (II.33) e (II.34), obtiveram-se as seguintes matrizes do modelo nominal A e B ,

$$A = \begin{bmatrix} [0]_{4,4} & [1]_{4,4} \\ A_1 & A_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.43})$$

com A_1 e A_2 sendo

$$A_1 = 10^5 \begin{bmatrix} -0.3933 & 0.4838 & -0.1270 & 0.0365 \\ 0.3911 & -0.5871 & 0.2991 & -0.1031 \\ -0.4685 & 0.8155 & -0.5878 & 0.2407 \\ 0.7877 & -1.4723 & 1.3907 & -0.7061 \end{bmatrix} \quad (\text{II.44})$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -21.1510 & 0.1639 & -0.1478 & 0.0809 \\ 12.9725 & -0.2413 & 0.3737 & -0.2288 \\ -10.6717 & 0.3721 & -0.7907 & 0.5341 \\ 17.9435 & -0.7005 & 2.0729 & -1.5666 \end{bmatrix} \quad (\text{II.45})$$

e

$$B = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 30.0772 \ -18.3944 \ 15.0803 \ -25.3562]^T \quad (\text{II.46})$$

II.3. MODELO MATEMÁTICO NÃO-LINEAR COM QUATRO MODOS FLEXÍVEIS

Para a obtenção do modelo matemático não-linear com quatro modos flexíveis, primeiramente foi obtido o modelo linear para quatro articulações fictícias, $n=4$, e calcularam-se os novos coeficientes das constantes elásticas das articulações α_i , forçando-se a coincidência dos três primeiros modos de vibração obtidos no modelo com os modos experimentais. O processo de modelagem foi feito da mesma maneira em que na seção anterior, apenas com a modificação que o vetor das proporções dos comprimentos dos elos rígidos considerado foi

$$\lambda = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 16 & 16 & 16 & 16 & 16 \end{bmatrix} \quad (\text{II.47})$$

Encontraram-se os seguintes coeficientes das constantes de elasticidade,

$$\alpha = [4.0 \quad 1.0 \quad 1.5 \quad 0.2] \quad (\text{II.48})$$

Utilizando estes coeficientes, obtiveram-se os seguintes modos de vibração,

$$[11.98 \quad 33.35 \quad 59.50 \quad 147.36] \text{ Hz} \quad (\text{II.49})$$

Na Tabela II.5 é feita uma comparação das frequências experimentais com as obtidas com o modelo linear para quatro articulações fictícias.

Tabela II.5: Comparação das frequências experimentais com o modelo linear com quatro articulações fictícias.

Modo n ^o	Modelo (Hz)	Experimental (Hz)	Erro (%)
1	11.9777	12.0	0.19
2	33.3508	33.25	0.30
3	59.4986	59.5	0.002
4	147.3611	não disponível	não disponível

Percebe-se claramente que o modelo linear obtido com quatro modos flexíveis aproximou muito bem os três primeiros modos, resultando em erros praticamente nulos nestas

freqüências. O quarto modo não foi identificado experimentalmente, pois a banda de freqüências utilizada em [28] e [29] foi de 0-100Hz, o que não possibilitou a captura deste último modo. Portanto, não temos como calcular o erro do modelo com o experimental para este modo. Devemos salientar, novamente, que este modo, por possuir um valor muito alto em relação aos três primeiros, praticamente não afeta a qualidade da modelagem.

As Tabelas II.3 e II.5 permitem uma primeira conclusão parcial sobre a técnica da modelagem concentrada, a qual é mostrada na Figura II.8.

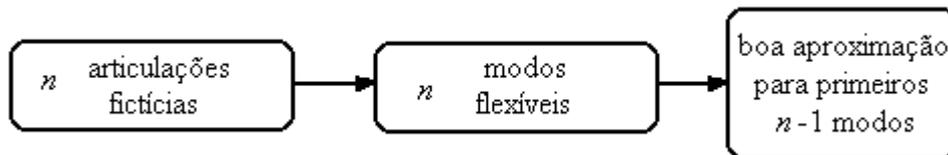


Figura II.8 – Diagrama da aproximação dos modos para a modelagem concentrada.

Para verificar qual foi o erro relativo do modelo concentrado em relação ao analítico, para o quarto modo, obteve-se o modelo analítico do sistema e então calculou-se este modo conforme proposto [24]. Foi encontrado um valor para este modo em torno de 130Hz, que resulta num erro do modelo concentrado em relação ao analítico de aproximadamente 13 %.

Para estabelecer o modelo não-linear, utilizou-se a Equação (II.17), obtendo-se assim o lagrangiano do sistema, e aplicou-se então a equação de Euler-Lagrange, Equação (II.1). Obteve-se um sistema da forma

$$I(\theta)\ddot{\theta} + C\dot{\theta} + K\theta + F(\theta, \dot{\theta}) = B'T_m \quad (\text{II.50})$$

com C , K e B' constantes e iguais à do modelo linear com quatro articulações fictícias.

As matrizes $I(\theta)$ e $F(\theta, \dot{\theta})$ podem ser obtidas através de um algoritmo que será proposto mais adiante, nesta mesma seção.

Podemos reescrever a Equação (II.50) da seguinte forma,

$$\begin{bmatrix} [1] & [0] \\ [0] & I(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ B'T_m - C\dot{\theta} - K\theta - F(\theta, \dot{\theta}) \end{bmatrix} \quad (\text{II.51})$$

ou ainda

$$\begin{bmatrix} [1] & [0] \\ [0] & M(x) \end{bmatrix} \dot{x} = \begin{bmatrix} [0] & [1] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} [0] \\ f(x) \end{bmatrix} \quad (\text{II.52})$$

com $x \in \mathfrak{R}^{2 \cdot (n+1)}$ e definido por

$$x \equiv \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (\text{II.53})$$

Foi encontrada a matriz $M(x)$ e o vetor coluna $f(x)$ da Equação (II.52) para os parâmetros do robô ITA-IEMP da Tabela II.4,

$$M(x) = \begin{bmatrix} 0.0222 & 0.0236\cos(x_1 - x_2) & 0.0229\cos(x_1 - x_3) & 0.0070\cos(x_1 - x_4) & 0.0007\cos(x_1 - x_5) \\ 0.0236\cos(x_1 - x_2) & 0.0878 & 0.0918\cos(x_2 - x_3) & 0.0279\cos(x_2 - x_4) & 0.0028\cos(x_2 - x_5) \\ 0.0229\cos(x_1 - x_3) & 0.0918\cos(x_2 - x_3) & 0.1151 & 0.0418\cos(x_3 - x_4) & 0.0042\cos(x_3 - x_5) \\ 0.0070\cos(x_1 - x_4) & 0.0279\cos(x_2 - x_4) & 0.0418\cos(x_3 - x_4) & 0.0212 & 0.0028\cos(x_4 - x_5) \\ 0.0007\cos(x_1 - x_5) & 0.0028\cos(x_2 - x_5) & 0.0042\cos(x_3 - x_5) & 0.0028\cos(x_4 - x_5) & 0.0006 \end{bmatrix} \quad (\text{II.54})$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} 0.5T_m - 601.0x_1 + 601.0x_2 - 0.351x_6 + 0.001x_7 \\ -0.0118x_7^2\sin(x_1 - x_2) - 0.0115x_8^2\sin(x_1 - x_3) \\ -0.0035x_9^2\sin(x_1 - x_4) - 3.498 \times 10^{-4}x_{10}^2\sin(x_1 - x_5) \\ 600.98x_1 - 751.23x_2 + 150.25x_3 + 0.001x_6 - 0.002x_7 + 0.001x_8 \\ -0.0118x_6^2\sin(x_2 - x_1) - 0.0459x_8^2\sin(x_2 - x_3) \\ -0.0014x_9^2\sin(x_2 - x_4) - 0.013x_{10}^2\sin(x_2 - x_5) \\ 150.25x_2 - 375.62x_3 + 225.37x_4 + 0.001x_7 - 0.002x_8 + 0.001x_9 \\ -0.0006x_6^2\sin(x_3 - x_1) - 0.0459x_7^2\sin(x_3 - x_2) \\ -0.0209x_9^2\sin(x_3 - x_4) - 0.0021x_{10}^2\sin(x_3 - x_5) \\ 225.37x_3 - 255.42x_4 + 30.0492x_5 + 0.001x_8 - 0.002x_9 + 0.001x_{10} \\ -0.0035x_6^2\sin(x_4 - x_1) - 0.0139x_7^2\sin(x_4 - x_2) \\ -0.0209x_8^2\sin(x_4 - x_3) - 0.0014x_{10}^2\sin(x_4 - x_5) \\ 30.049x_4 - 30.049x_5 + 0.001x_9 - 0.001x_{10} \\ -0.0003x_6^2\sin(x_5 - x_1) - 0.0014x_7^2\sin(x_5 - x_2) \\ -0.0021x_8^2\sin(x_5 - x_3) - 0.0014x_9^2\sin(x_5 - x_4) \end{bmatrix} \quad (\text{II.55})$$

Analisando-se a matriz $f(x)$, percebe-se que os seus termos não-lineares possuem pouca influência na dinâmica do sistema para velocidades não muito altas, que é o caso do robô ITA-IEMP. Este fato torna o modelo não-linear obtido não muito diferente do modelo linear, conforme será ilustrado nas simulações da Seção II.4.

Após o cálculo das matrizes $I(\theta)$ e $F(\theta, \dot{\theta})$ da Equação (II.50), foi feita uma análise nestas matrizes e conseguiu-se formular o seguinte algoritmo para facilitar o cálculo destas para n articulações fictícias.

```

Para i = 1 ... n+1
  Para j = 1 ... n+1
    Se i = j // Diagonal Principal
      Se i = 1 // Primeiro Elemento
        
$$I_{i,i} = I_r + l_i^2 \left( \frac{m_i}{4} + \sum_{k=i+1}^{n+1} m_k + m_c \right)$$

      Senão
        
$$I_{i,i} = l_i^2 \left( \frac{m_i}{4} + \sum_{k=i+1}^{n+1} m_k + m_c \right)$$

      Fim Se
    Senão Se j > i // Acima da Diagonal Principal
      
$$I_{i,j} = l_i l_j \left( \frac{m_j}{2} + \sum_{k=j+1}^{n+1} m_k + m_c \right) \cos(\theta_i - \theta_j)$$

    Senão // Abaixo da Diagonal Principal
      
$$I_{i,j} = I_{j,i}$$

    Fim Se
  Fim Para
Fim Para
F = [0]n+1,1
Para i = 1 ... n+1
  Para k = 1 ... n+1
    Se k < i
      j = i
    Senão
      j = k
    Fim Se
    
$$F_i = F_i + l_i l_k \left( \frac{m_j}{2} + \sum_{z=j+1}^{n+1} m_z + m_c \right) \dot{\theta}_k^2 \sin(\theta_i - \theta_k)$$

  Fim Para
Fim Para

```

II.4. ANÁLISE E SIMULAÇÕES DOS MODELOS CONCENTRADO E COMPARAÇÕES COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS DO ROBÔ ITA-IEMP

As Figuras II.9 e II.10 mostram os diagramas de Bode para os modelos lineares obtidos com três e quatro articulações fictícias. Estas figuras referem-se ao caso colocado, ou seja, o torque de controle é aplicado no mesmo lugar onde é feita a observação (rotor). Os picos dos diagramas do ganho representam os pares de pólos em malha aberta. Percebe-se também a existência de vales os quais representam os pares de zero em malha aberta. O sistema colocado é de fase mínima, isto porque há a presença de pólos e zeros com parte imaginária não nula e que resulta em quedas de fase nos pólos e ganhos de fase nos zeros.

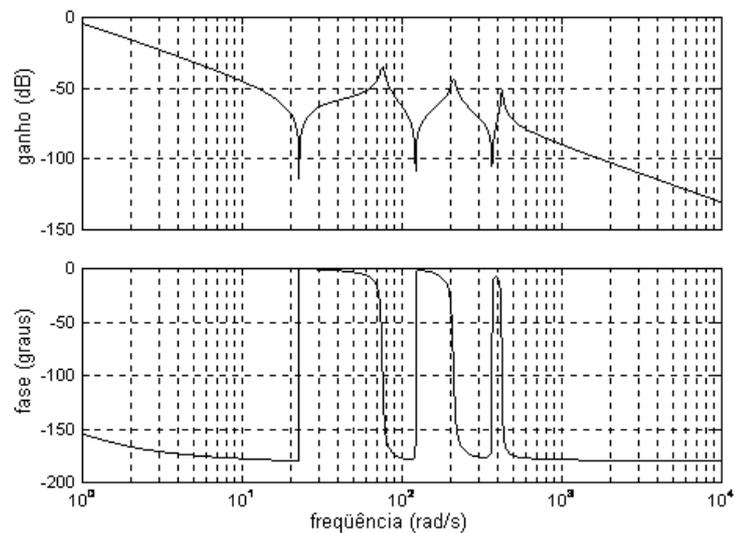


Figura II.9 – Diagrama de Bode, modelo linear obtido com 3 a.f. (caso colocado).

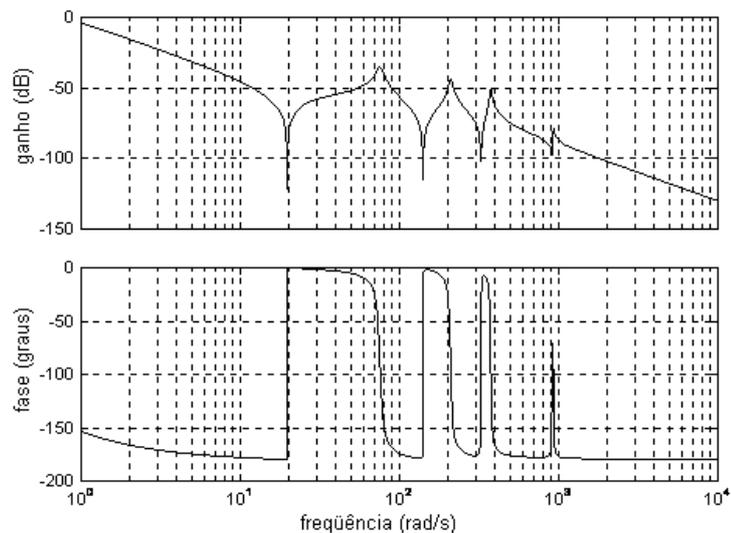


Figura II.10 – Diagrama de Bode, modelo linear obtido com 4 a.f. (caso colocado).

As Figuras II.11 e II.12 mostram o diagrama de Bode para o caso não colocado. Neste caso, a observação é realizada na carga, existindo, portanto, toda uma dinâmica flexível entre os locais de aplicação do torque e observação. Analisando estas figuras, podemos verificar a presença de picos que representam os pares de pólos. Não existem vales dos diagramas de ganho, pois os zeros das funções possuem parte imaginária nula. Este tipo de sistema é denominado de fase não-mínima, pois existe uma diferença significativa entre as fases inicial e final [23].

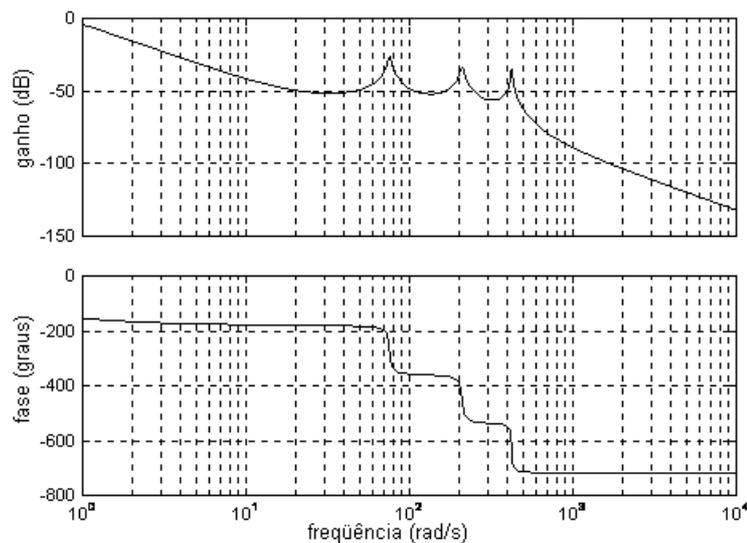


Figura II.11 – Diagrama de Bode, modelo linear obtido com 3 a.f. (caso não colocado).

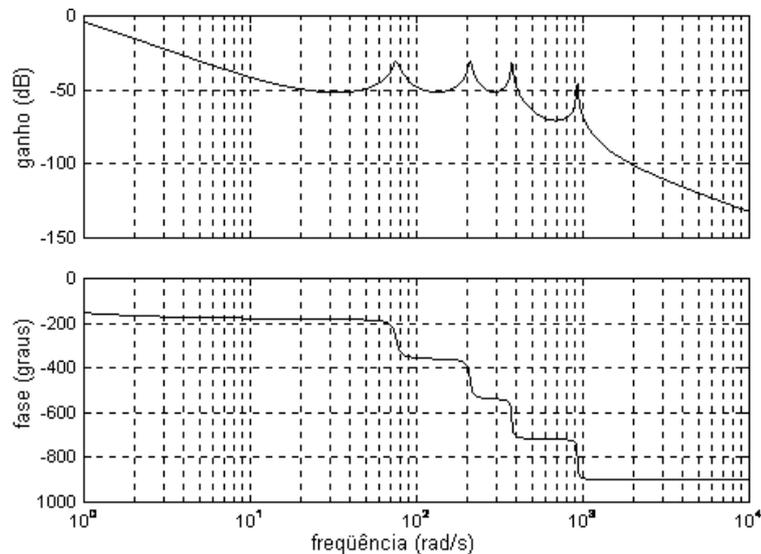


Figura II.12 – Diagrama de Bode, modelo linear obtido com 4 a.f. (caso não colocado).

Na Figura II.13 é mostrado o torque motor de excitação degrau, aplicado em malha aberta, na estrutura flexível do robô ITA-IEMP (Figura II.14) e nas simulações dos modelos obtidos linear e não-linear, as quais estão mostradas nas Figuras II.15-II.17.

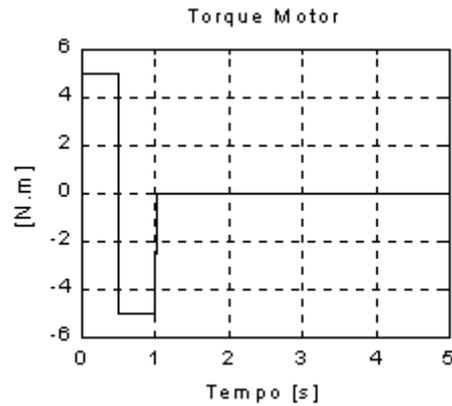


Figura II.13 – Torque motor de excitação degrau.

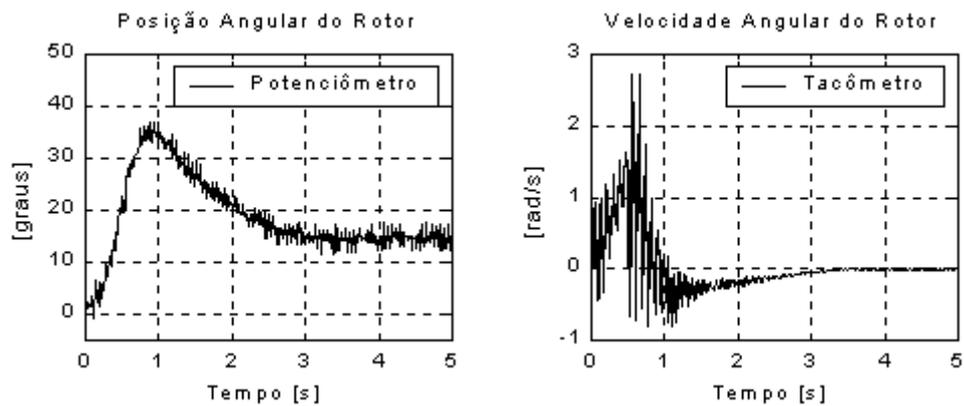


Figura II.14 – Resultado experimental no robô ITA-IEMP com excitação degrau.

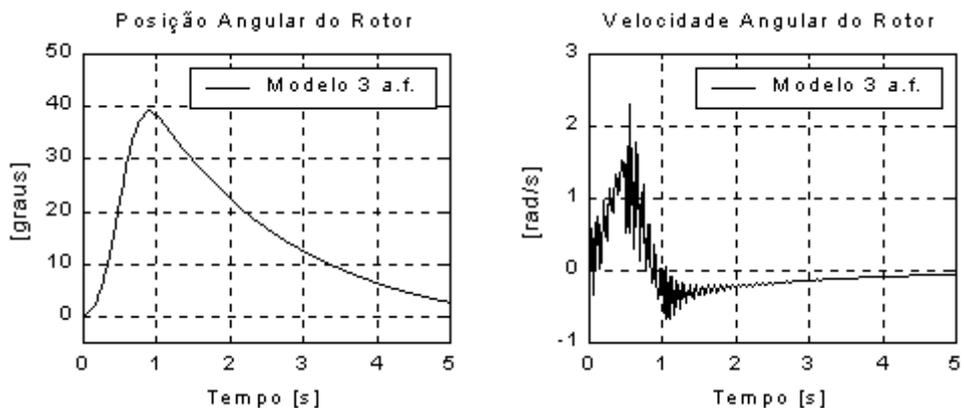


Figura II.15 – Simulação para o modelo linear com três articulações fictícias.

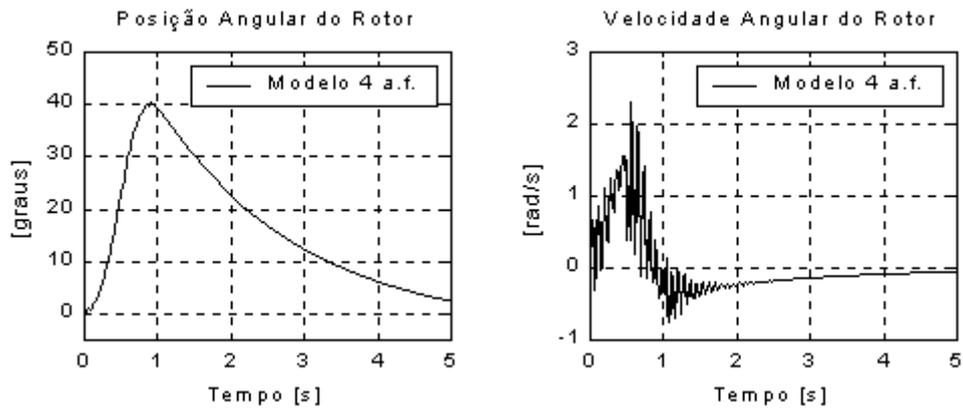


Figura II.16 – Simulação para o modelo linear com quatro articulações fictícias.

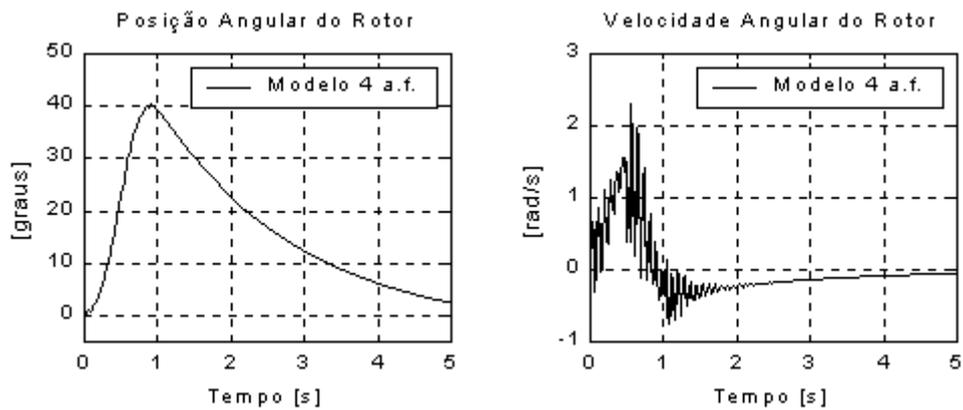


Figura II.17 – Simulação para o modelo não-linear com quatro articulações fictícias.

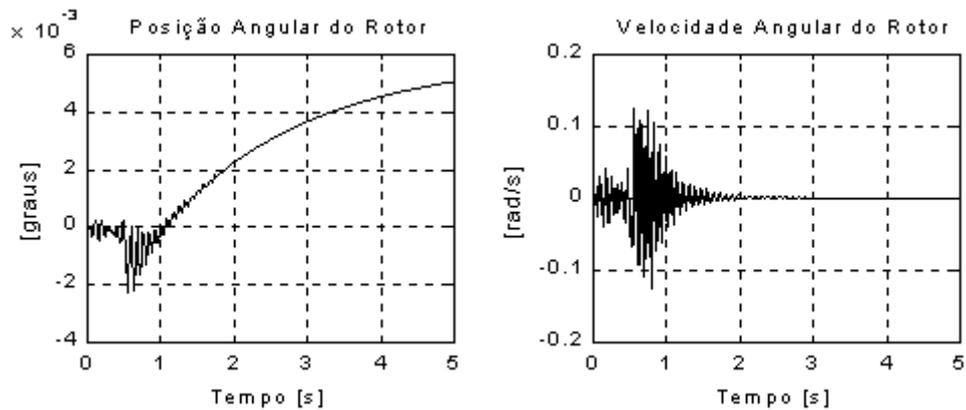


Figura II.18 – Diferença entre o modelo linear e não-linear com quatro articulações fictícias.

Pode-se perceber com base na Figura II.18, a qual explicita a diferença entre os modelos linear e não-linear com quatro articulações fictícias, que praticamente não existe diferença entre eles para torques de controle não muito elevados.

Na Figura II.19 é mostrado o torque motor de excitação senoidal, aplicado em malha aberta, na estrutura flexível do robô ITA-IEMP (Figura II.20) e nas simulações dos modelos linear e não-linear (Figuras II.21-II.23).

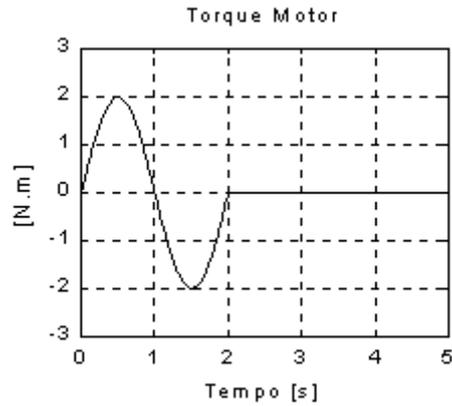


Figura II.19 – Torque motor de excitação senoidal.

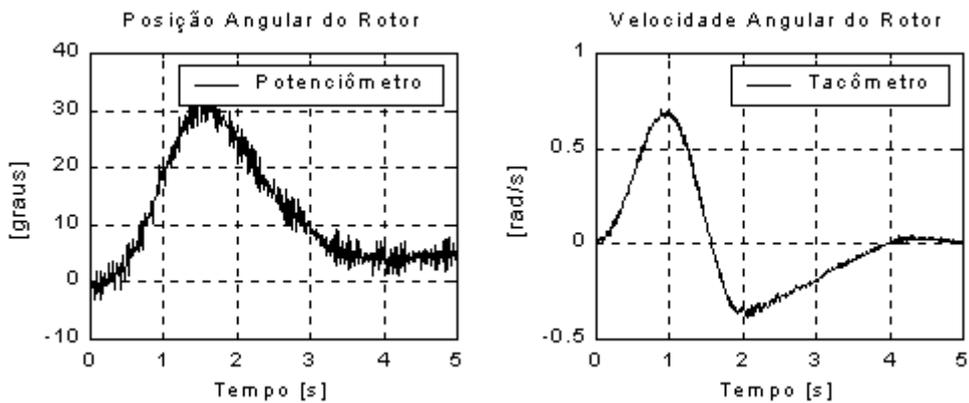


Figura II.20 – Resultado experimental no robô ITA-IEMP com excitação senoidal.

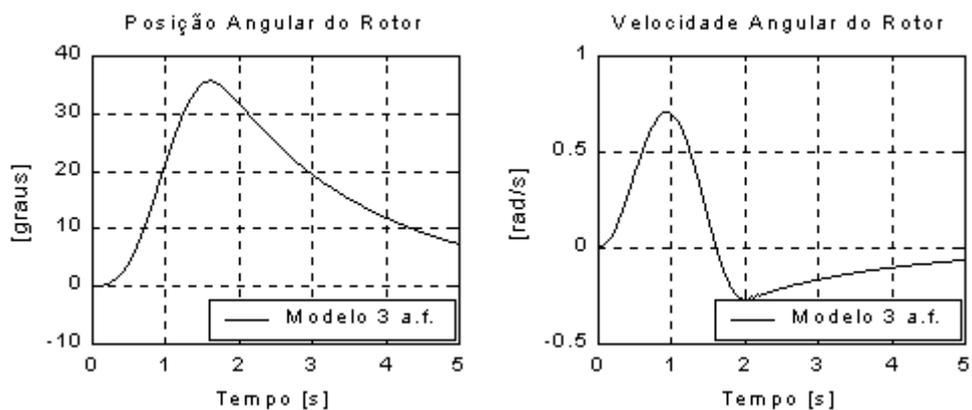


Figura II.21 – Simulação para o modelo linear com três articulações fictícias.

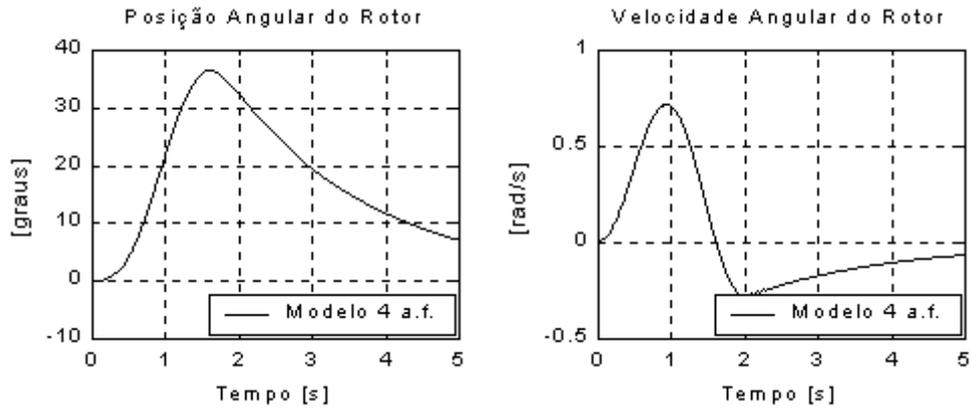


Figura II.22 – Simulação para o modelo linear com quatro articulações fictícias.

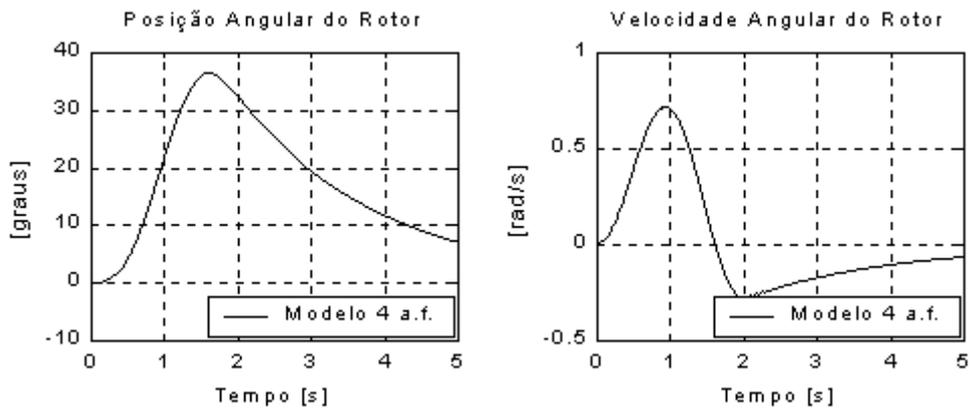


Figura II.23 – Simulação para o modelo não-linear com quatro articulações fictícias.

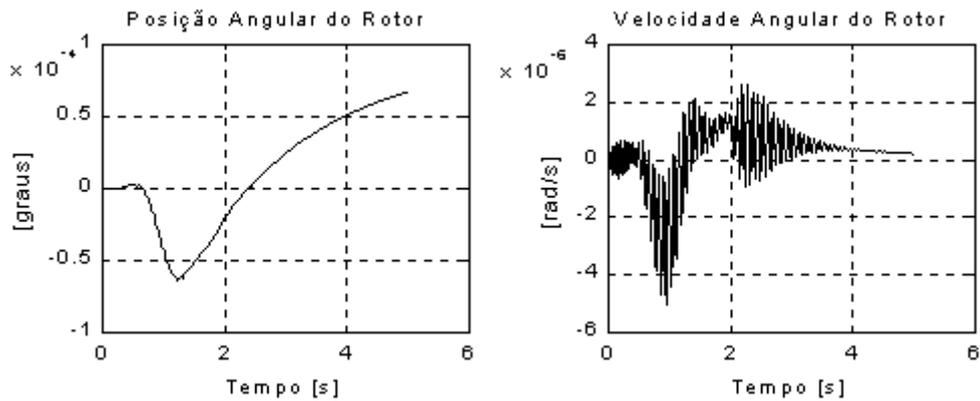


Figura II.24 – Diferença entre o modelo linear e não-linear com quatro articulações fictícias.

Pode-se perceber com base nas figuras, a boa concordância dos modelos nominais em relação aos experimentos práticos realizados utilizando o robô flexível ITA-IEMP.

III. PROJETO DO CONTROLADOR LQG

III.1. A ESTRUTURA LQG

Conforme visto no Capítulo II, a equação diferencial na forma de variável de estado (II.31) representa a dinâmica do sistema nominal, e está escrita conforme segue na forma

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (\text{III.1})$$

sendo o vetor de observação dado por

$$y = Cx \quad (\text{III.2})$$

As Equações (III.1) e (III.2) representam um sistema nominal determinístico.

No controle clássico *LQG*, é assumido que a dinâmica da planta é linear e conhecida, e que os ruídos de estado e de medida são estocásticos com propriedades estatísticas também conhecidas. Assim, para a inserção de incertezas considera-se o modelo estocástico

$$\dot{x} = Ax + Bu + Gw \quad (\text{III.3})$$

com o processo de observação dado por

$$y = Cx + Fv \quad (\text{III.4})$$

onde G e F são as matrizes de intensidade dos ruídos de estado $w(t)$ e de observação $v(t)$.

Como hipóteses usuais, são consideradas

$$E\{w(t)\} = 0, \quad E\{v(t)\} = 0, \quad (\text{III.5})$$

$$\begin{aligned} E\{w(t)w(\tau)^T\} &= P_w \delta(t-\tau), \quad P_w > 0 \\ E\{v(t)v(\tau)^T\} &= P_v \delta(t-\tau), \quad P_v > 0 \quad \text{e} \quad E\{wv^T\} = 0 \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

onde E é o operador esperança matemática e $\delta(t-\tau)$ é a função delta de Dirac. Estes ruídos são, portanto, não correlacionados, brancos, Gaussianos, de médias nulas e com covariância P_w de estado e P_v de medida.

O problema de controle *LQG* é encontrar o controle ótimo $u(t)$ que minimize a função custo

$$J = E \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (x^T Q x + u^T R u) dt \right\} \quad (\text{III.7})$$

onde Q e R são matrizes de pesos constantes e apropriadamente escolhidas (parâmetros de projeto), tais que, $Q = Q^T \geq 0$ e $R = R^T > 0$. O nome *LQG* (*Linear Quadratic Gaussian*) advém do uso de um modelo linear, uma função custo quadrática, e um ruído branco Gaussiano como distúrbio nos estados e sensores.

A solução para o problema *LQG* consiste em primeiro determinar o controle ótimo para um sistema linear determinístico e a seguir substituir o vetor de estado pela estimativa ótima dos estados, obtida via filtro de Kalman [36].

O diagrama de blocos do controlador tipo *LQG* em diagrama de blocos é apresentado na Figura III.1.

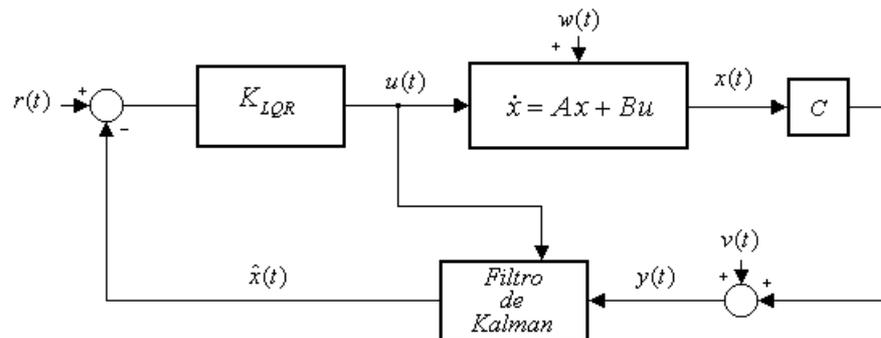


Figura III.1 – Diagrama de blocos do controlador tipo *LQG*.

A primeira parte da solução, a que consiste em determinar o controle ótimo para um sistema linear (controlador *LQR* – *Linear Quadratic Regulator*) será apresentada na Seção III.2. A segunda parte da solução do problema *LQG*, que consiste em projetar um estimador ótimo para os estados, será apresentada na Seção III.3. Na Seção III.4 serão apresentados resultados de simulações para o modelo não-linear com quatro articulações fictícias, obtido no capítulo anterior e resultados experimentais utilizando o robô ITA-IEMP.

III.2. PROJETO LQR

Seja a equação linear diferencial dada em (III.1) e considere o seguinte índice de desempenho

$$J = E \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (x^T Q x + u^T R u) dt \right\} \quad (\text{III.8})$$

onde Q é uma matriz real simétrica positiva semidefinida, que define o custo dos estados, e R é uma matriz real simétrica positiva definida, expressando o custo do controle.

Assumindo-se que todo o estado esteja disponível, a lei de controle ótimo que minimiza o funcional $J(x(t), u(t))$ é dado por [36]

$$u = -Kx \quad (\text{III.9})$$

onde K é o vetor com os ganhos definido por

$$K = R^{-1} B^T S \quad (\text{III.10})$$

com $S = S^T \geq 0$, sendo o valor em regime de S dado pela solução algébrica da equação de Riccati

$$A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q = 0 \quad (\text{III.11})$$

O ganho do regulador foi obtido utilizando-se a matriz de custo dos estados Q diagonal e da forma

$$\text{diag}(Q) = [5 \ 1 \ 1 \ 5 \ 0.05 \ 0.01 \ 0.01 \ 0.05] \quad (\text{III.12})$$

com um custo de controle $R=1$. Com esses parâmetros, obteve-se o seguinte ganho em regime para o regulador,

$$K = [5.8054 \ -6.414 \ 5.9193 \ -1.8466 \ 0.7958 \ 0.9375 \ 0.7453 \ 0.0811] \quad (\text{III.13})$$

que foi utilizado nas simulações e nos experimentos com o robô flexível ITA-IEEMP, a serem detalhados na seção III.4.

III.3. PROJETO DO FILTRO DE KALMAN

Para a estimação ótima dos estados foi utilizado um filtro de Kalman, supondo o sistema com ruído branco Gaussiano $w(t)$ nos estados e com covariância P_w , isto é,

$$\dot{x} = Ax + Bu + Gw \quad (\text{III.14})$$

sendo G a matriz de intensidade do ruído de estado, com a equação de saída da forma

$$y = Cx + Fv \quad (\text{III.15})$$

que representa sensores com ruídos brancos Gaussianos.

O par (A, C) é observável, ou seja, a matriz de observabilidade

$$\vartheta = [C \quad AC \quad \dots \quad A^{n-1}C]^T \quad (\text{III.16})$$

possui posto igual a n . Este é o caso dos dois modelos lineares desenvolvidos no Capítulo II, utilizando-se como observação as medidas do potenciômetro e do tacômetro acoplados à base da estrutura flexível, ou seja a matriz C possui a forma

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.17})$$

para o caso de três articulações fictícias, e

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.18})$$

para o caso de quatro articulações fictícias.

A dinâmica do estimador é dada por

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}) \quad (\text{III.19})$$

onde L é a matriz ganho do estimador, dada por

$$L = PC^T (FP_v F^T)^{-1} \quad (\text{III.20})$$

sendo o valor em regime de P obtido da solução da equação algébrica de Riccati

$$PA^T + AP - PC^T (FP_v F^T)^{-1} CP + GP_w G^T = 0 \quad (\text{III.21})$$

Utilizaram-se os valores em regime de S e P (versão *steady-state*) pois não se dispunha na prática de muito tempo para o processamento de cálculos matemáticos.

O ganho do estimador foi obtido utilizando a matriz C na forma

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.22})$$

que fisicamente equivale às leituras de um potenciômetro (posição do rotor) e de um tacômetro (velocidade do rotor), com

$$P_v = \begin{bmatrix} 0.0005 & 0 \\ 0 & 0.0005 \end{bmatrix} \quad (\text{III.23})$$

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.24})$$

$$P_w = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.25})$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.26})$$

Mais precisamente, os ruídos dos estados foram considerados apenas na velocidade do rotor e nos elos rígidos. Considerou-se, a matriz G desta forma (apenas ruídos nas

velocidades), pois o modelo nominal foi obtido através de um aumento dos estados, e neste caso iremos supor que o ruído está presente apenas nos estados originais.

Pode ser verificado que a matriz de observabilidade dada pela Equação (III.16) possui posto cheio, utilizando a matriz A do modelo nominal com três articulações fictícias obtida no Capítulo II, Equação (II.43), e a matriz C conforme em (III.22).

III.4. RESULTADOS DE SIMULAÇÕES E EXPERIMENTAIS

Para as simulações e controle em tempo real discretizou-se as matrizes do modelo nominal A e B , e a matriz do ganho do estimador L via discretização exata, a qual será especificada a seguir, com um passo T de 8 ms. O valor do passo de discretização foi escolhido de acordo com as limitações impostas pelo período de amostragem dos sensores e controle do equipamento para o robô ITA-IEMP (Pentium® 100MHz, rodando MATLAB® sob uma plataforma Windows95®). As versões discretizadas dessas matrizes são

$$A_d = [1]_{n,n} + [A]_{n,n} [M]_{n,n} \quad (\text{III.27})$$

$$B_d = MB \quad (\text{III.28})$$

$$L_d = ML \quad (\text{III.29})$$

sendo M a matriz de discretização exata dada por

$$M = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{A^i T^{i+1}}{(i+1)!} \quad (\text{III.30})$$

Mediante simulações, percebeu-se que o somatório com i variando de 0 a 25 foi suficiente para se reproduzir adequadamente à dinâmica contínua.

Abaixo seguem as matrizes discretas encontradas e utilizadas nas simulações e nos experimentos com o robô flexível ITA-IEMP,

$$A_d = \begin{bmatrix} 0.3169 & 0.7339 & -0.0331 & -0.0176 & 0.0052 & 0.0027 & -0.0004 & 0.0001 \\ 0.5113 & 0.2462 & 0.3177 & -0.0752 & 0.0022 & 0.005 & 0.0014 & -0.0004 \\ -0.3688 & 0.8061 & 0.2817 & 0.281 & -0.0019 & 0.0037 & 0.0051 & 0.0012 \\ 0.1489 & -0.7802 & 1.6686 & -0.0373 & 0.0023 & -0.0054 & 0.0069 & 0.0041 \\ -78.2458 & 55.294 & 45.3994 & -22.4476 & 0.246 & 0.7339 & -0.0325 & -0.0181 \\ 12.1195 & -13.1806 & -18.7324 & 19.7935 & 0.5081 & 0.2461 & 0.3173 & -0.0747 \\ 77.7916 & -73.7752 & 3.3268 & -7.3432 & -0.3124 & 0.8059 & 0.2818 & 0.2809 \\ -302.3784 & 387.805 & -25.4205 & -60.006 & 0.03 & -0.7788 & 1.6693 & -0.0386 \end{bmatrix} \quad (\text{III.31})$$

$$B_d = \begin{bmatrix} 6.27e^{-4} \\ -2.15e^{-4} \\ -2.75e^{-5} \\ 1.68e^{-4} \\ 0.1010 \\ 0.0046 \\ -0.0803 \\ 0.1687 \end{bmatrix} \quad (\text{III.32})$$

$$L_d = \begin{bmatrix} 0.0080 & 0.0094 \\ 0.0080 & 0.0090 \\ 0.0080 & 0.0092 \\ 0.0080 & 0.0098 \\ 0.0075 & 0.4313 \\ 0.0075 & 0.2330 \\ 0.0075 & 0.0158 \\ 0.0075 & 0.1858 \end{bmatrix} \quad (\text{III.33})$$

Na Figura III.2 é apresentado o diagrama utilizado para controlar o robô flexível ITA-IEMP em tempo real, e na Figura II.1 o diagrama de blocos utilizado para simular o robô flexível ITA-IEMP, com quatro articulações fictícias.

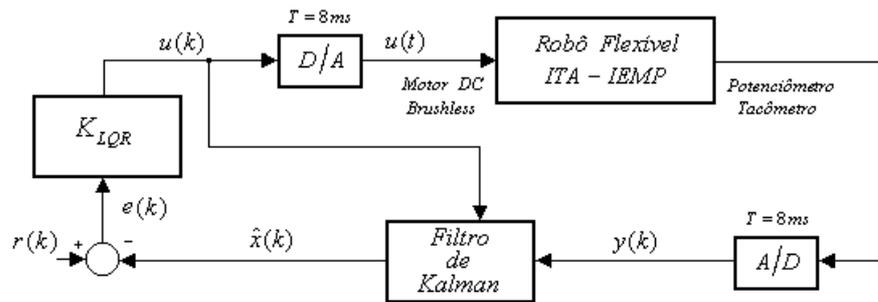


Figura III.2 – Diagrama para controle em tempo real do robô ITA-IEMP.

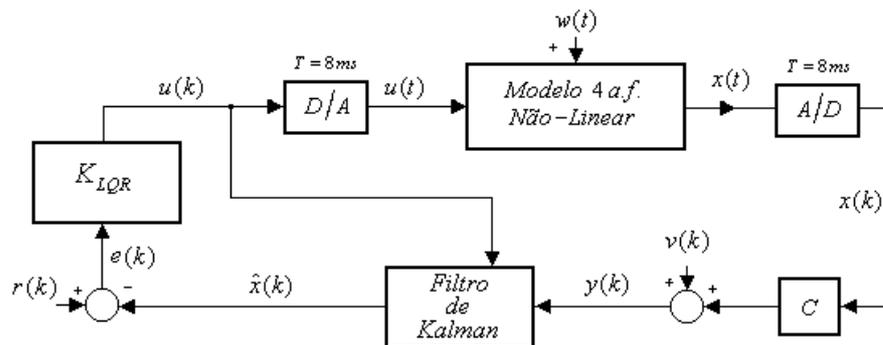


Figura III.3 – Diagrama de simulação e controle do robô flexível ITA-IEMP.

As Figuras III.4 e III.5 mostram o desempenho da estratégia de controle LQG em experimento prático no robô flexível ITA-IEMP e seu desempenho em relação ao modelo não-linear com quatro articulações fictícias. Em ambos os casos, foi aplicado um torque de excitação degrau em malha aberta de $5Nm$ de $0s$ a $1s$, e em seguida fechou-se a malha utilizando a estratégia de controle LQG para recolocar a estrutura de volta a posição de zero graus com velocidade nula.

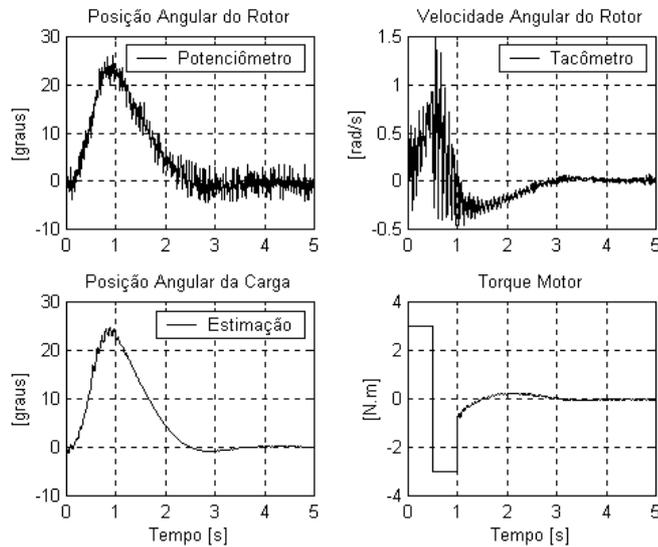


Figura III.4 – Resultado experimental para o robô ITA-IEMP: Referência nula.

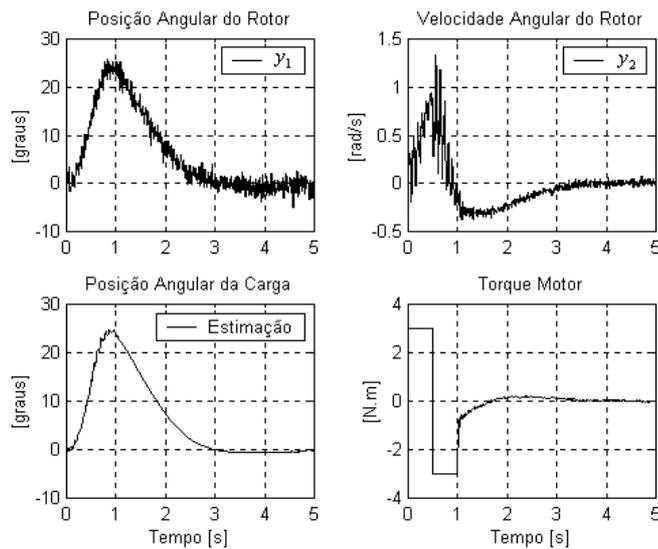


Figura III.5 – Simulação para o modelo não-linear com quatro articulações fictícias: Referência nula.

Pode-se mais uma vez perceber, com base nas Figuras III.4 e III.5, a alta concordância do modelo *não-linear* obtido na Seção II.3 em relação ao robô flexível real, só que agora com sistema em malha fechada.

Nas Figuras III.6 e III.7, pode-se observar o desempenho do controlador *LQG* no experimento prático com o robô ITA-IEMP e o desempenho no caso simulado, com a finalidade de colocar a estrutura em 60 graus, a partir do repouso.

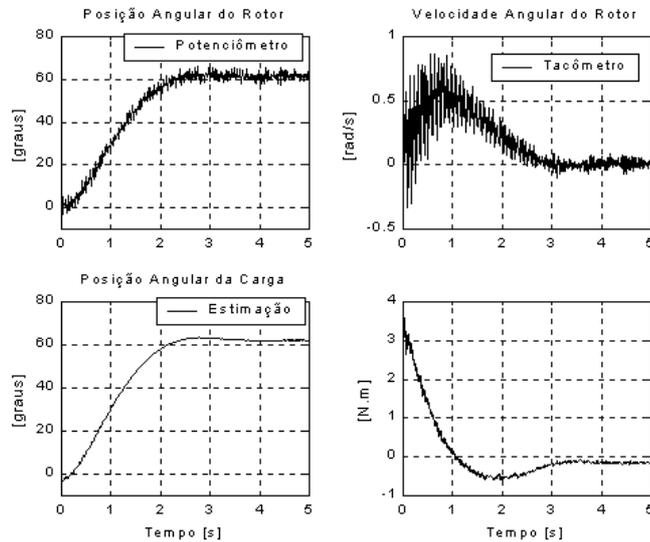


Figura III.6 – Resultado experimental para o robô ITA-IEMP: Referência 60° .

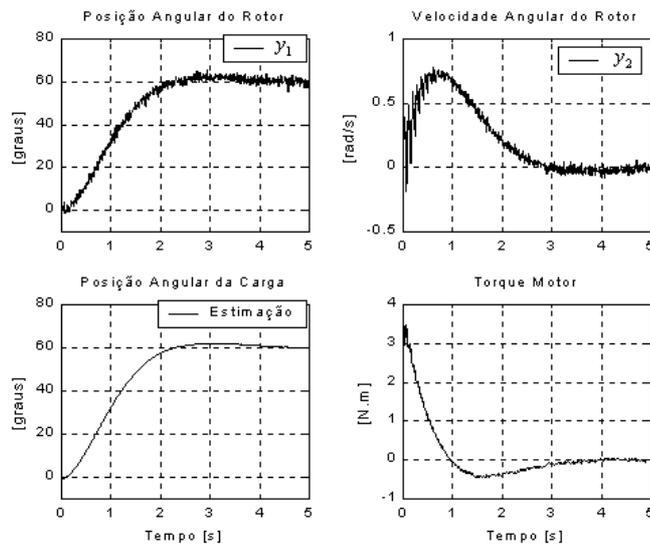


Figura III.7 – Simulação para o modelo não-linear com quatro articulações fictícias: Referência 60° .

Note o pequeno erro de estado estacionário para o resultado experimental, que pode ser observado na posição estimada da carga na Figura III.6, erro este devido ao atrito não-linear da estrutura física real. Note também que, nesta figura, o torque motor continua com valor não nulo, tentando colocar a estrutura na posição desejada, o que não consegue realizar pois o torque de controle está dentro da zona morta em torque.

Assim como para a obtenção das Figuras III.4 e III.5, nas Figuras III.8 e III.9, aplicou-se um torque de excitação degrau, seguido da aplicação do controle para colocar estrutura na posição de 45 graus em repouso.

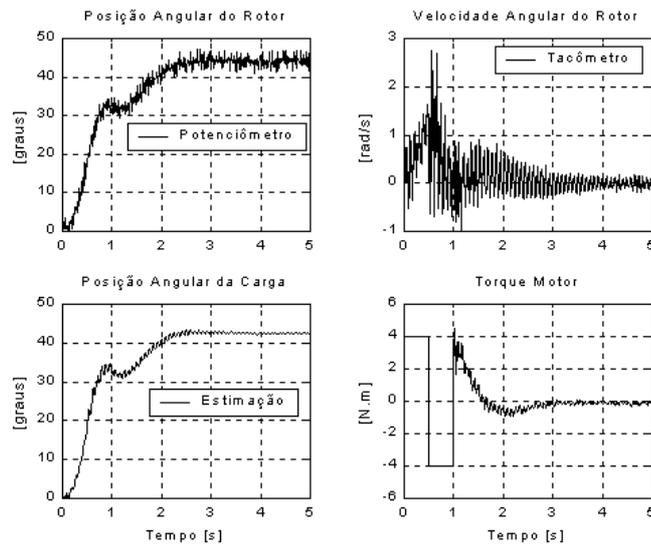


Figura III.8 – Resultado experimental para o robô ITA-IEMP: Referência 45°.

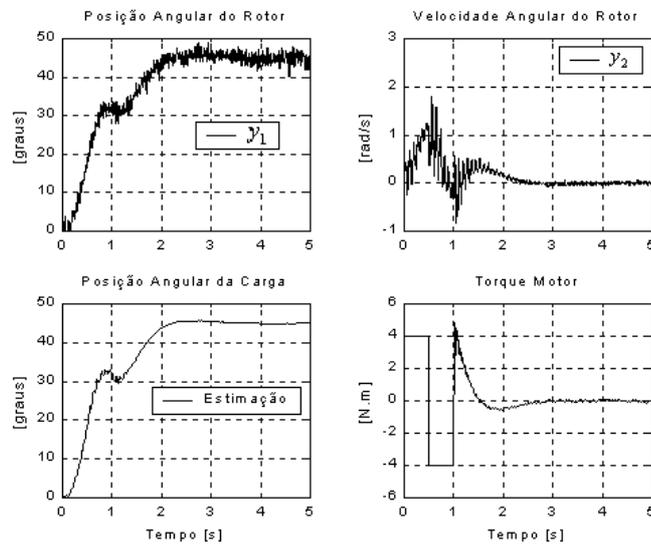


Figura III.9 – Simulação para o modelo não-linear com quatro articulações fictícias: Referência 45°.

Obs.1: O ganho do controlador utilizado nestas últimas duas simulações não foi o mesmo calculado com as matrizes Q e R dadas na Seção III.2, obteve-se uma matriz de controle K onde todos os ganhos são positivos, para tanto selecionou-se Q e R da forma

$$\text{diag}(Q) = [10 \ 0.5 \ 0.5 \ 5 \ 0.003 \ 0.0001 \ 0.0001 \ 0.0003]$$

$$R = 0.1$$

obtendo-se o seguinte ganho para o controlador *LQG*

$$K_{LQG} = [5.18 \ 3.92 \ 3.25 \ 0.30 \ 1.10 \ 2.47 \ 1.58 \ 0.23]$$

Obs.2: Esta propriedade do ganho de controle possuir apenas valores positivos é importante para a prova de estabilidade do sistema de controle neural a ser proposto no Capítulo IV.

IV. PROJETO DO CONTROLADOR NEURAL E PROVA DE ESTABILIDADE

IV.1. PROJETO DO CONTROLADOR NEURAL

Seja agora a equação não-linear do sistema dinâmico, dada pela Equação (II.50), isto é,

$$I(\theta)\ddot{\theta} + C\dot{\theta} + K\theta + F(\theta, \dot{\theta}) + \tau = Bu \quad (\text{IV.1})$$

sendo a matriz de controle $B \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ e o torque de controle $u(t) \in \mathfrak{R}^n$. Considerando-se a dinâmica não modelada τ (atritos não-lineares, etc.) parte de $F(\theta, \dot{\theta})$, temos

$$\ddot{\theta} = -\bar{C}\dot{\theta} - \bar{K}\theta - \bar{F} + \bar{B}u \quad (\text{IV.2})$$

A trajetória do sistema nominal com os estados é dada pelas posições e velocidades do rotor e dos elos rígidos

$$x = \bar{x} + O(\varepsilon) = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.3})$$

com $O(\varepsilon)$ denominando os termos de ordem ε . O objetivo principal do projeto de controle é fazer com que a variável $x(t)$ siga a trajetória de referência $x_{ref}(t)$. Tendo em vista este objetivo, poderíamos selecionar a saída do sistema como sendo $y = [\theta^T \ \dot{\theta}^T]^T$. Infelizmente, esta não é uma escolha recomendável, pois neste caso teremos que tratar com dinâmica zero instável ([25], [42] e [43]).

As dificuldades impostas pelas dinâmicas internas de fase não-mínima de sistemas vibratórios são usualmente contornadas mediante o relaxamento dos requisitos de rastreamento: a saída é modificada para incluir apenas o vetor $\bar{x}(t)$ ([25] e [43]), mais precisamente,

$$y = \bar{x} = \begin{bmatrix} \bar{\theta} \\ \dot{\bar{\theta}} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.4})$$

Esta saída modificada corresponde a um objetivo prático de desempenho, permitindo que a real posição de movimento $x(t)$ siga a trajetória desejada $x_{ref}(t)$, sem os termos de ordem ε .

O erro de rastreamento $e(t)$, dada uma trajetória $x_{ref}(t) \in \mathfrak{R}^n$, é dado por

$$e = x_{ref} - \bar{x} = \begin{bmatrix} \theta_e \\ \dot{\theta}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{ref} - \bar{\theta} \\ \dot{\theta}_{ref} - \dot{\bar{\theta}} \end{bmatrix} \quad (IV.5)$$

e definamos agora o erro de rastreamento filtrado $r(t)$, como sendo

$$r = K_{LQG} \cdot e = [K_1 \quad K_2] \cdot \begin{bmatrix} \theta_e \\ \dot{\theta}_e \end{bmatrix} = K_1 \theta_e + K_2 \dot{\theta}_e \quad (IV.6)$$

onde K_{LQG} corresponde ao ganho do controlador LQG para o modelo nominal linear, conforme proposto no capítulo anterior, e a ser discutido a seguir, com $K_1 > 0$ e $K_2 > 0$.

Derivando-se a Equação (IV.6) em função do tempo, obtemos a dinâmica do erro de rastreamento filtrado

$$\dot{r} = K_1 \dot{\theta}_e + K_2 \ddot{\theta}_e \rightarrow \quad (IV.7)$$

$$\dot{r} = K_1 \dot{\theta}_e + K_2 \ddot{\theta}_{ref} - K_2 \ddot{\bar{\theta}} \quad (IV.8)$$

Utilizando (IV.2) em (IV.8), resulta

$$\dot{r} = K_1 \dot{\theta}_e + K_2 \ddot{\theta}_{ref} - K_2 \left(-\bar{C} \dot{\bar{\theta}} - \bar{K} \bar{\theta} - \bar{F} + \bar{B} u \right) \rightarrow \quad (IV.9)$$

$$\dot{r} = K_1 \dot{\theta}_e + K_2 \ddot{\theta}_{ref} + K_2 \bar{C} \dot{\bar{\theta}} + K_2 \bar{K} \bar{\theta} + K_2 \bar{F} - K_2 \bar{B} u \quad (IV.10)$$

Utilizando agora a Equação (IV.5)

$$\dot{r} = K_1 \dot{\theta}_e + K_2 \ddot{\theta}_{ref} + K_2 \bar{C} (\dot{\theta}_{ref} - \dot{\theta}_e) + K_2 \bar{K} (\theta_{ref} - \theta_e) + K_2 \bar{F} - K_2 \bar{B} u \rightarrow \quad (IV.11)$$

$$\dot{r} = f(\zeta) - K_2 \bar{B} u \quad (IV.12)$$

onde

$$f(\zeta) = K_1 \dot{\theta}_e + K_2 \ddot{\theta}_{ref} + K_2 \bar{C} (\dot{\theta}_{ref} - \dot{\theta}_e) + K_2 \bar{K} (\theta_{ref} - \theta_e) + K_2 \bar{F} \quad (IV.13)$$

sendo $\zeta(t)$ definido por

$$\zeta \equiv \begin{bmatrix} \theta_{ref} \\ \dot{\theta}_{ref} \\ \ddot{\theta}_{ref} \\ \theta_e \\ \dot{\theta}_e \end{bmatrix} \quad (IV.14)$$

Então, escolhendo-se $u(t)$ da forma

$$u = (K_2 \bar{B})^{-1} (\hat{f}(\zeta) + K_v r - v) \quad (IV.15)$$

onde $\hat{f}(\zeta)$ é a estimação de $f(\zeta)$ e $v(t)$ representa a contribuição de um controlador robusto, a ser projetado a seguir, e substituindo a Equação (IV.15) em (IV.12), resulta

$$\dot{r} = f(\zeta) - (K_2 \bar{B})(K_2 \bar{B})^{-1} (\hat{f}(\zeta) + K_v r - v) \rightarrow \quad (IV.16)$$

$$\dot{r} = f(\zeta) - \hat{f}(\zeta) - K_v r + v \rightarrow \quad (IV.17)$$

$$\dot{r} = -K_v r + \tilde{f}(\zeta) + v \quad (IV.18)$$

sendo K_v o ganho do erro de rastreamento e $\tilde{f}(\zeta)$ dado por

$$\tilde{f}(\zeta) = f(\zeta) - \hat{f}(\zeta) \quad (IV.19)$$

é o erro da estimação $\hat{f}(\zeta)$, dada pela rede neural, em relação a função não-linear $f(\zeta)$, e resultando na seguinte equação para a dinâmica do erro de rastreamento filtrado,

$$\dot{r} = -K_v \cdot r + \tilde{f}(\zeta) + v \quad (IV.20)$$

Considere agora as seguintes hipóteses:

- A trajetória é limitada, isto é

$$\left\| \begin{bmatrix} \theta_{ref} \\ \dot{\theta}_{ref} \\ \ddot{\theta}_{ref} \end{bmatrix} \right\| \leq Q \quad (IV.21)$$

- A matriz dos pesos ideais da rede definida por

$$Z \equiv \begin{bmatrix} W & 0 \\ 0 & V \end{bmatrix} \quad (IV.22)$$

é tal que

$$\|Z\|_F \leq Z_L \quad (\text{IV.23})$$

com Z_L um limitante conhecido.

Definindo-se agora o termo de robustez $v(t)$,

$$v = -K_z \left(\|\hat{Z}\|_F + Z_L \right) r \quad (\text{IV.24})$$

e utilizando a Equação (IV.24) em (IV.20), obtemos

$$\dot{r} = -K_v \cdot r + \tilde{f}(\zeta) - K_z \left(\|\hat{Z}\|_F + Z_L \right) r \quad (\text{IV.25})$$

Uma vez que a função não-linear $f(\zeta)$ é contínua, ela pode ser aproximada por uma rede neural [30] que possui $\hat{f}(\zeta)$ como saída, sendo

$$\hat{f}(\zeta) = \hat{W}^T \sigma(\hat{V}^T \zeta) \quad (\text{IV.26})$$

onde $\sigma(\cdot)$ corresponde à função de ativação da camada escondida, com \hat{V} e \hat{W} sendo os valores estimados dos pesos ideais, V e W . Estas estimativas são fornecidas pelo algoritmo de ajuste dos pesos, dado pelas equações

$$\dot{\hat{W}} = M (\hat{\sigma} - \hat{\sigma}' \hat{V}^T \zeta) r^T - k \|r\| M \hat{W} \quad (\text{IV.27})$$

$$\dot{\hat{V}} = N \zeta r^T W^T \hat{\sigma}' - k \|r\| N \hat{V} \quad (\text{IV.28})$$

Utilizando a Equação (IV.26) em (IV.15), obtemos o sinal de controle

$$u = (K_2 \bar{B})^{-1} \left(\hat{W}^T \sigma(\hat{V}^T \zeta) + K_v r - v \right) \quad (\text{IV.29})$$

Em malha fechada, utilizando-se as Equações (IV.19), (IV.25) e (IV.26), com procedimento similar a [45], que basicamente envolve expansão em Taylor de $\sigma(V^T \zeta)$, resulta a dinâmica do erro de rastreamento

$$\dot{r} = -K_v r + \tilde{W}^T (\hat{\sigma} - \hat{\sigma}' \hat{V}^T \zeta) + \hat{W}^T \hat{\sigma}' \tilde{V}^T \zeta + w + v \quad (\text{IV.30})$$

onde $w(t)$ é o termo de distúrbio, dado por

$$w = \tilde{W}^T \hat{\sigma}' V^T \zeta + W^T O(\tilde{V}^T \zeta)^2 + \varepsilon \quad (\text{IV.31})$$

e limitado por

$$\|w\| \leq c_0 + c_1 \|\tilde{Z}\|_F + c_2 \|r\| \|\tilde{Z}\|_F \quad (\text{IV.32})$$

com $\varepsilon(\zeta)$ representando o erro de reconstrução de $f(\zeta)$ pela rede neural.

IV.2. ANÁLISE TIPO ‘LYAPUNOV-LIKE’

Seja a função positiva definida $L(r(t), \tilde{W}(t), \tilde{V}(t))$, conforme

$$L = \frac{1}{2} r^T r + \frac{1}{2} \text{tr}\{\tilde{W}^T M^{-1} \tilde{W}\} + \frac{1}{2} \text{tr}\{\tilde{V}^T N^{-1} \tilde{V}\} \quad (\text{IV.33})$$

Derivando-se L em relação ao tempo, resulta

$$\dot{L} = r^T \dot{r} + \text{tr}\{\tilde{W}^T M^{-1} \dot{\tilde{W}}\} + \text{tr}\{\tilde{V}^T N^{-1} \dot{\tilde{V}}\} \quad (\text{IV.34})$$

Substituindo-se \dot{r} da Equação (IV.30) em (IV.34), decorre

$$\begin{aligned} \dot{L} = & -r^T K_v r + r^T \tilde{W}^T (\hat{\sigma} - \hat{\sigma}' \hat{V}^T \zeta) + r^T \hat{W}^T \hat{\sigma}' \tilde{V}^T \zeta + \\ & r^T w + r^T v + \text{tr}\{\tilde{W}^T M^{-1} \dot{\tilde{W}}\} + \text{tr}\{\tilde{V}^T N^{-1} \dot{\tilde{V}}\} \rightarrow \end{aligned} \quad (\text{IV.35})$$

$$\begin{aligned} \dot{L} = & -r^T K_v r + \text{tr}\{\tilde{W}^T M^{-1} \dot{\tilde{W}} + \tilde{W}^T (\hat{\sigma} - \hat{\sigma}' \hat{V}^T \zeta) r^T\} + \\ & \text{tr}\{\tilde{V}^T N^{-1} \dot{\tilde{V}} + \hat{W}^T \hat{\sigma}' \tilde{V}^T \zeta r^T\} + r^T w + r^T v \rightarrow \end{aligned} \quad (\text{IV.36})$$

$$\begin{aligned} \dot{L} = & -r^T K_v r + \text{tr}\{\tilde{W}^T (M^{-1} \dot{\tilde{W}} + \hat{\sigma} r^T - \hat{\sigma}' \hat{V}^T \zeta r^T)\} + \\ & \text{tr}\{\tilde{V}^T (N^{-1} \dot{\tilde{V}} + \zeta r^T \hat{W}^T \hat{\sigma}')\} + r^T w + r^T v \end{aligned} \quad (\text{IV.37})$$

e utilizando-se a lei de adaptação dos pesos dada pelas Equações (IV.27) e (IV.28), resulta

$$\dot{L} = -r^T K_v r + k \|r\| \text{tr}\{\tilde{W}^T \hat{W}\} + k \|r\| \text{tr}\{\tilde{V}^T \hat{V}\} + r^T w + r^T v \quad (\text{IV.38})$$

Adicionalmente, por definição temos

$$\hat{W} = W - \tilde{W} \quad (\text{IV.39})$$

$$\hat{V} = V - \tilde{V} \quad (\text{IV.40})$$

que substituídos em \dot{L} implicam

$$\dot{L} = -r^T K_v r + k \|r\| \text{tr}\{\tilde{W}^T (W - \tilde{W})\} + k \|r\| \text{tr}\{\tilde{V}^T (V - \tilde{V})\} + r^T w + r^T v \rightarrow \quad (\text{IV.41})$$

$$\dot{L} = -r^T K_v r + k \|r\| \text{tr}\{\tilde{Z}^T (Z - \tilde{Z})\} + r^T w + r^T v \quad (\text{IV.42})$$

Notando-se que

$$\text{tr}\{\tilde{Z}^T (Z - \tilde{Z})\} = \langle \tilde{Z}, Z \rangle_F - \|\tilde{Z}\|_F^2 \leq \|\tilde{Z}\|_F \|Z\|_F - \|\tilde{Z}\|_F^2 \quad (\text{IV.43})$$

e

$$r^T w \leq \|r\| \|w\| \quad (\text{IV.44})$$

temos

$$\dot{L} \leq -r^T K_v r + k \|r\| \|\tilde{Z}\|_F \|Z\|_F - k \|r\| \|\tilde{Z}\|_F^2 + \|r\| \|w\| + r^T v \quad (\text{IV.45})$$

e de (IV.32) resulta

$$\dot{L} \leq -r^T K_v r + k \|r\| \|\tilde{Z}\|_F \|Z\|_F - k \|r\| \|\tilde{Z}\|_F^2 + c_0 \|r\| + c_1 \|r\| \|\tilde{Z}\|_F + c_2 \|r\|^2 \|\tilde{Z}\|_F + r^T v \quad (\text{IV.46})$$

Utilizando o termo de robustez dado em (IV.24), decorre

$$\begin{aligned} \dot{L} \leq & -r^T K_v r + k \|r\| \|\tilde{Z}\|_F \|Z\|_F - k \|r\| \|\tilde{Z}\|_F^2 + \\ & c_0 \|r\| + c_1 \|r\| \|\tilde{Z}\|_F + c_2 \|r\|^2 \|\tilde{Z}\|_F - r^T K_z (\|\hat{Z}\|_F + Z_L) r \rightarrow \end{aligned} \quad (\text{IV.47})$$

$$\begin{aligned} \dot{L} \leq & -K_v \|r\|^2 + k \|r\| \|\tilde{Z}\|_F \|Z\|_F - k \|r\| \|\tilde{Z}\|_F^2 + \\ & c_0 \|r\| + c_1 \|r\| \|\tilde{Z}\|_F + c_2 \|r\|^2 \|\tilde{Z}\|_F - K_z \|r\|^2 (\|\hat{Z}\|_F + Z_L) \end{aligned} \quad (\text{IV.48})$$

Neste ponto, caso selecionemos

$$K_z > c_2 \quad (\text{IV.49})$$

$$Z_L > \|Z\|_F \quad (\text{IV.50})$$

resulta

$$\dot{L} \leq -K_v \|r\|^2 + k \|r\| \|\tilde{Z}\|_F Z_L - k \|r\| \|\tilde{Z}\|_F^2 + c_0 \|r\| + c_1 \|r\| \|\tilde{Z}\|_F \rightarrow \quad (\text{IV.51})$$

$$\dot{L} \leq -\|r\| \left(K_v \|r\| - k \|\tilde{Z}\|_F Z_L + k \|\tilde{Z}\|_F^2 - c_0 - c_1 \|\tilde{Z}\|_F \right) \rightarrow \quad (\text{IV.52})$$

$$\dot{L} \leq -\|r\| \cdot g(r, \tilde{Z}) \quad (\text{IV.53})$$

Para que tenhamos $\dot{L} < 0$, necessitamos $g(r, \tilde{Z}) > 0$. Para tanto, define-se

$$c_3 \equiv Z_L + \frac{c_1}{k} \quad (\text{IV.54})$$

e completa-se os quadrados, resultando

$$g(r, \tilde{Z}) = K_v \|r\| - k \|\tilde{Z}\|_F Z_L + k \|\tilde{Z}\|_F^2 - c_0 - c_1 \|\tilde{Z}\|_F \rightarrow \quad (\text{IV.55})$$

$$g(r, \tilde{Z}) = K_v \|r\| - k c_3 \|\tilde{Z}\|_F + k \|\tilde{Z}\|_F^2 - c_0 \rightarrow \quad (\text{IV.56})$$

$$g(r, \tilde{Z}) = K_v \|r\| + k \left(\|\tilde{Z}\|_F - \frac{1}{2} c_3 \right)^2 - \frac{k}{4} c_3^2 - c_0 \quad (\text{IV.57})$$

que será positiva se

$$\|r\| > \frac{kc_3^2 + 4c_0}{4K_v} \quad (\text{IV.58})$$

ou

$$\|\tilde{Z}\|_F > \sqrt{\frac{kc_3^2 + 4c_0}{4k}} + \frac{c_3}{2} \quad (\text{IV.59})$$

Isto define uma região compacta, fora da qual \dot{L} é negativa. Isto faz com que as variáveis contidas em L (r e \tilde{Z}) sejam limitadas. Este resultado se enquadra no tipo de estabilidade denominada UUB (*Uniformly Ultimately Bounded*) [14]. Para que as variáveis dos estados sejam também limitadas, faz-se necessário que as matrizes K_1 e K_2 , resultantes do controlador K_{LQG} , sejam positivas definidas, vide Equações (IV.6) e (IV.7).

IV.3. PROJETO DA RN E QUALIDADE DO RASTREAMENTO

Existe uma liberdade de projeto no grau de complexidade da RN (tamanho, número de camadas, etc.). Para RN mais complexas (por exemplo, mais neurônios na camada escondida), o erro de estimação diminui, portanto a constante limitante c_0 na Equação (IV.32) irá diminuir, resultando um erro de rastreamento menor. Pode-se também diminuir o erro de rastreamento apenas aumentando-se o ganho de controle K_v . O algoritmo não requer um treinamento *off-line*: os pesos são inicializados em zero e todo o treinamento dos pesos é feito *on-line*.

IV.4. RESULTADOS E SIMULAÇÃO

Para simulação do robô flexível ITA-IEMP, foi utilizado o modelo *não-linear* com quatro articulações fictícias (quatro modos flexíveis). Para a estimação dos estados (Filtro de Kalman) e cálculo do ganho do controlador *LQG*, foi utilizado o modelo *linear* discreto com três articulações fictícias (três modos flexíveis). Ambos os modelos foram obtidos e apresentados no Capítulo II.

É bom salientar que para a prova de estabilidade da Seção IV.2 seja válida, é necessário um torque de controle em todas as articulações fictícias, além do torque de controle no rotor, e ainda sem saturação. É necessário também que todos os estados estejam disponíveis (posições e velocidades do rotor e das articulações fictícias). Isto torna a implementação difícil: na prática, utilizar-se-ia controle apenas no rotor (com saturação) e estimar-se-iam os estados não medidos diretamente. Esta foi a abordagem utilizada nas simulações que se seguem. Embora constitua uma abordagem natural, a prova de que o sistema de controle resultante continue com as mesmas propriedades de estabilidade do sistema original constitui um problema em aberto. Assim, os bons resultados obtidos nas simulações que se seguem indicam que o controlador proposto na Seção IV.1 apresenta bom desempenho mesmo em situações mais desfavoráveis.

Na Figura I.1 é mostrado o diagrama do sistema de controle utilizado para a compensação das não-linearidades da estrutura flexível e do atuador.

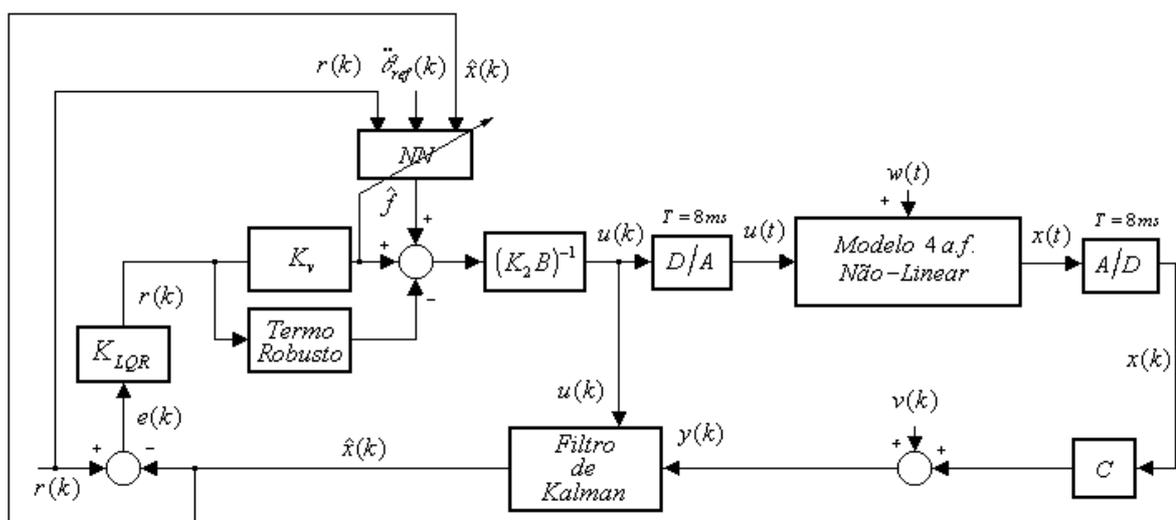


Figura IV.1 – Diagrama de simulação do sistema de controle.

Nas simulações, foi considerado que apenas a posição e a velocidade do rotor estavam disponíveis e adicionou-se ruídos brancos gaussianos no observador, assim como nos

estados do modelo utilizado para simular o robô flexível ITA-IEMP. Para reconstruir os estados foi utilizado um filtro de Kalman conforme proposto no Capítulo III. As Figuras IV.2 e IV.3 comparam o desempenho do controlador clássico LQG com o controlador neural proposto.

Para a obtenção das Figuras IV.2 e IV.3, foi aplicado um torque degrau de $5Nm$ de $0s$ a $1s$, com a finalidade de excitar os primeiros modos de vibrações. A seguir utilizou-se os controladores LQG (Figura IV.2) e neural (Figura IV.3) para recolocar a estrutura em repouso (velocidade nula) e na posição de zero graus.

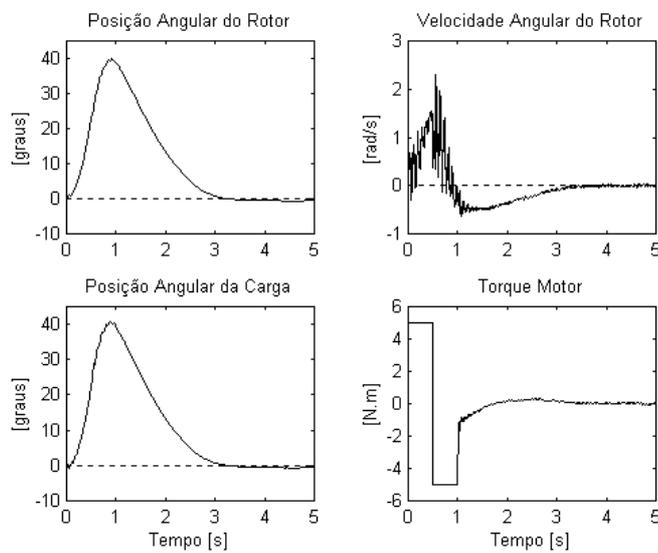


Figura IV.2 – Controle LQG: Referência Nula.

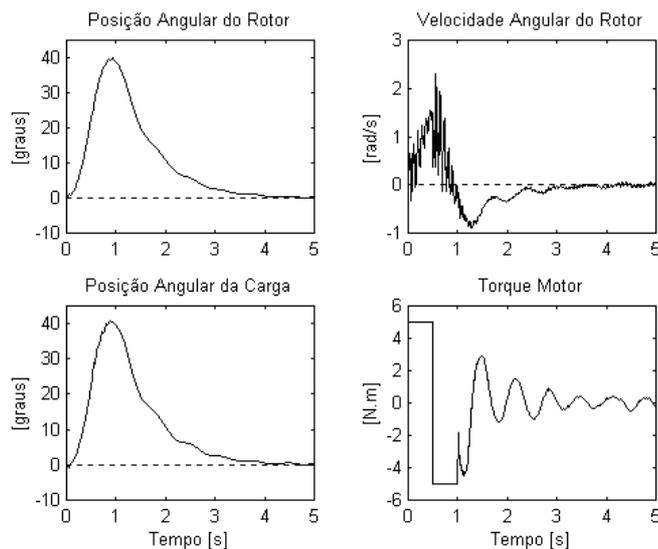


Figura IV.3 – Controle Neural: Referência Nula.

Assim como nas figuras anteriores, nas Figuras IV.4 e IV.5 foi aplicado um torque de excitação degrau, só que nestas simulações utilizaram-se os controladores para colocar estrutura na posição de 45 graus e em repouso.

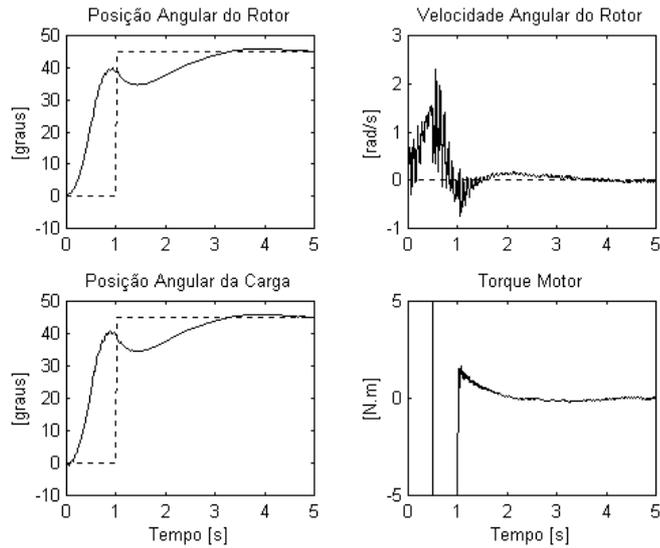


Figura IV.4 – Controle LQG: Referência 45°.

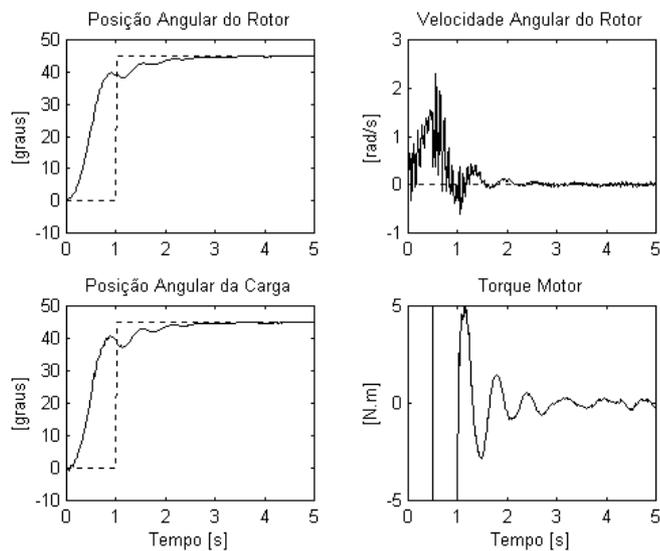


Figura IV.5 – Controle Neural: Referência 45°.

As Figuras IV.6 e IV.7, mostram o desempenho de ambos os controladores para colocar a estrutura em 60 graus com velocidade nula, a partir do repouso.

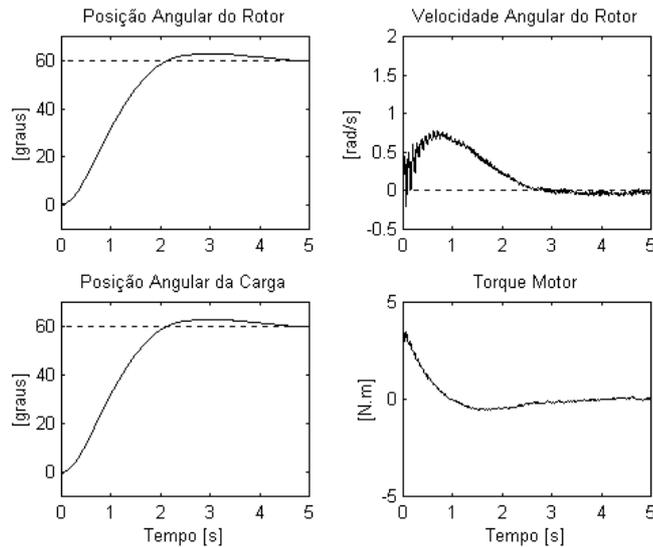


Figura IV.6 – Controle LQG: Referência 60°.

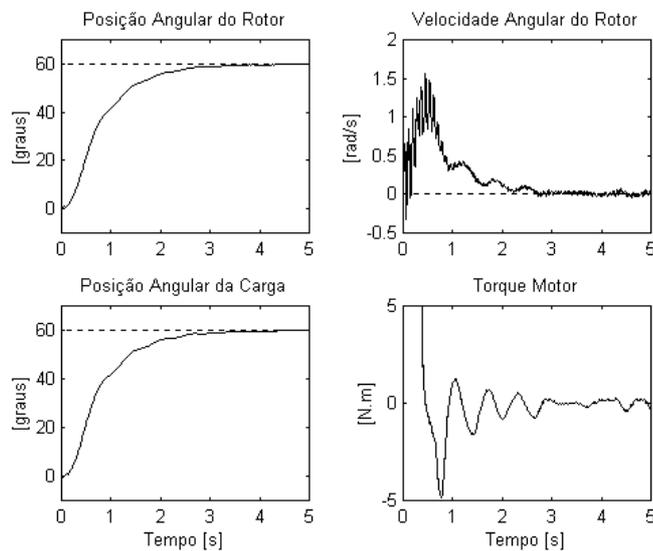


Figura IV.7 – Controle Neural: Referência 60°.

Para as simulações seguintes, adicionou-se, à planta *não-linear* do robô flexível, mais uma não-linearidade, através da inclusão de atrito não-linear no atuador via simulação. Utilizou-se o modelo de atrito não-linear proposto em [9], o qual tem se mostrado muito acurado em relação a experimentos práticos com atuadores robóticos [13].

Para a obtenção das Figuras IV.8 e IV.9, foi aplicado novamente ao sistema um torque degrau de $5Nm$ de $0s$ a $1s$, com a finalidade de excitar os primeiros modos de vibrações. A seguir utilizaram-se os controladores para recolocar a estrutura em repouso (velocidades nulas) e na posição de zero graus.

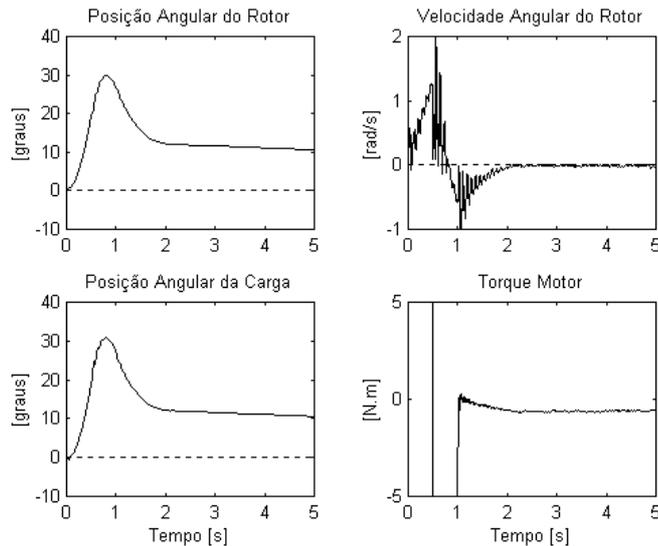


Figura IV.8 – Controlador LQG para planta com atrito não-linear: Referência Nula.

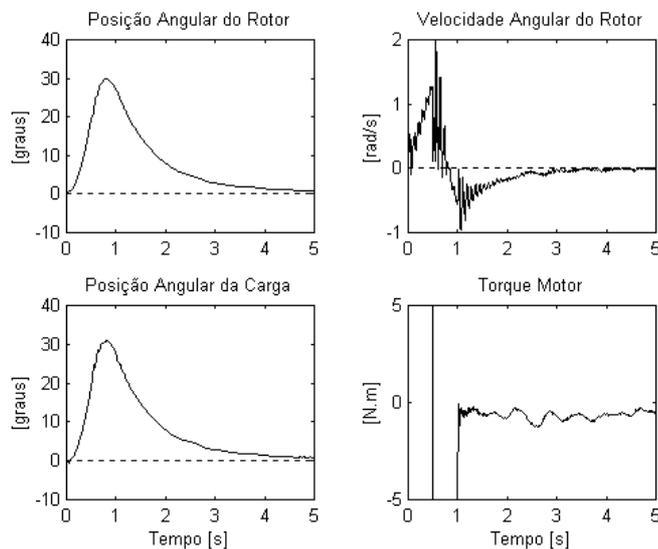


Figura IV.9 – Controlador Neural para planta com atrito não-linear: Referência Nula.

Percebe-se claramente a influência da adição do atrito não-linear no modelo da planta, não deixando que a estrutura flexível retorne à posição nula, ao se utilizar o controle clássico LQG, resultando um erro de estado estacionário de mais ou menos 10 graus. Este fato praticamente não ocorre ao utilizarmos o controlador neural, conforme visto na Figura IV.9.

Assim, como para a obtenção das Figuras IV.4 e IV.5, nas Figuras IV.10 e IV.11, foi aplicado uma excitação em torque degrau, seguido da aplicação do controle para colocar a estrutura na posição de 45 graus em repouso.

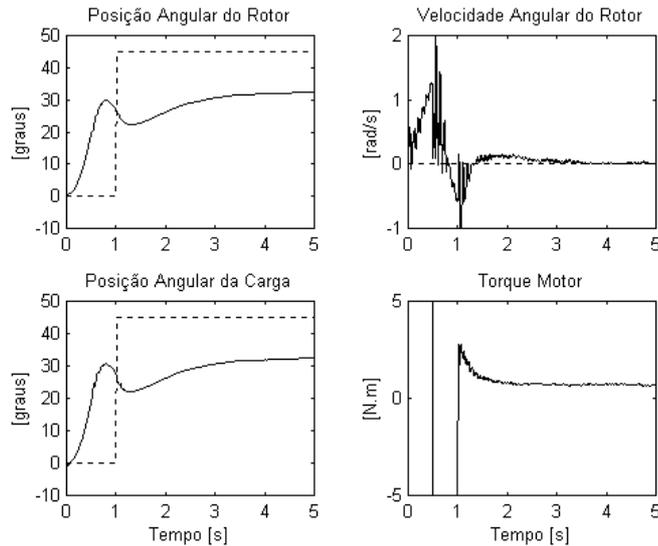


Figura IV.10 – Controlador LQG para planta com atrito não-linear: Referência 45°.

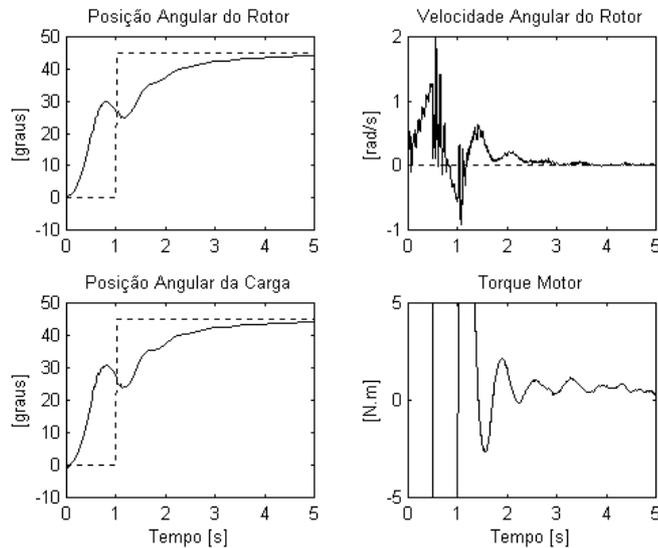


Figura IV.11 – Controlador Neural para planta com atrito não-linear: Referência 45°.

Mais uma vez o controlador LQG apresentou um erro de estado estacionário em posição. A simulação utilizando o controlador neural, mostrada na Figura IV.11, atesta o desempenho da estratégia de controle neural proposta em relação ao controle clássico LQG.

Nas Figuras IV.12 e IV.13, é feita uma comparação entre o desempenho dos controladores, para colocar a estrutura em 60 graus com velocidades nulas, a partir do repouso.

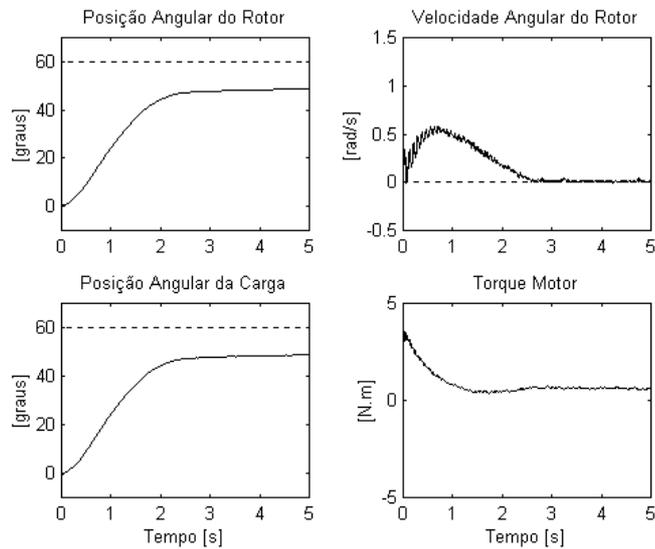


Figura IV.12 – Controlador LQG para planta com atrito não-linear: Referência 60° .

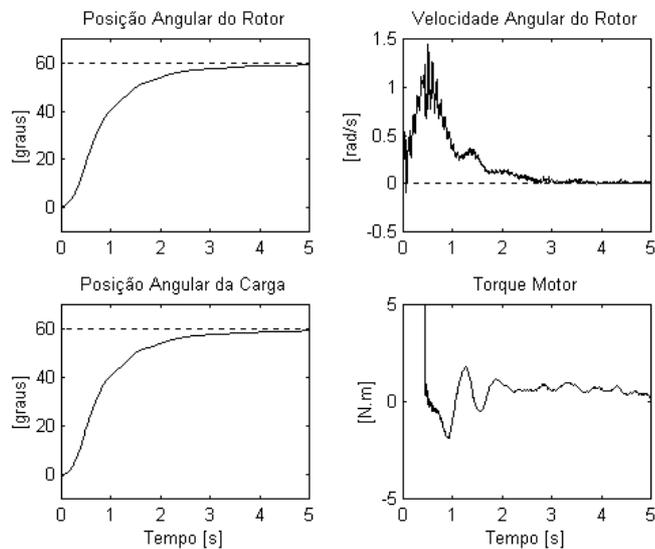


Figura IV.13 – Controlador Neural para planta com atrito não-linear: Referência 60° .

Foram realizadas simulações com variações paramétricas nas constantes de elasticidade da estrutura flexível de até 50%, e o controlador com compensação neural de atritos apresentou bons resultados de desempenho e estabilidade.

V. CONCLUSÕES

Foi estudada no presente trabalho a modelagem e o controle do robô flexível ITA-IEMP, do Departamento de Engenharia Mecânica-Aeronáutica, via abordagem concentrada. Resultados em simulações e experimentais foram obtidos e confrontados.

Conforme já mencionado no capítulo de introdução, não foram encontrados trabalhos contendo um estudo utilizando a modelagem concentrada e o controle ativo para o rastreamento de sinais, via técnicas de inteligência artificial, principalmente com ênfase na prova de estabilidade do sistema global de controle. A grande maioria dos artigos versava sobre controle de estruturas flexíveis utilizando o modelo obtido via método dos modos assumidos, e normalmente, estes artigos abordavam o aspecto da modelagem de forma superficial, pois a ênfase dos trabalhos era o controle e não a modelagem. Neste sentido a presente dissertação pretende ser uma contribuição para futuros usuários que necessitem desenvolver modelos dinâmicos de estruturas flexíveis em aplicações específicas utilizando a modelagem concentrada, bem como apresentar uma estratégia de controle adaptativo neural, de ótimo desempenho, baseada em um sistema com prova de estabilidade global.

No Capítulo II foi desenvolvido o modelo concentrado linear para três articulações fictícias e o modelo concentrado não-linear para quatro articulações fictícias. Foram também propostos neste capítulo, dois algoritmos para o cálculo dos modelos lineares e não-lineares para n articulações fictícias, facilitando assim à obtenção destes modelos. Salientando também que não se verificou, em toda a literatura pesquisada, um algoritmo para a obtenção do modelo concentrado não-linear genérico para n articulações fictícias. Resultados experimentais em simulações, em malha aberta, foram confrontados, e explicitaram a alta concordância entre os modelos obtidos e o robô flexível ITA-IEMP, mostrando a eficiência do procedimento de modelagem utilizado.

No Capítulo III projetou-se um controlador clássico LQG para o modelo linear concentrado adquirido para o robô ITA-IEMP. O primeiro passo foi determinar o ganho ótimo do controlador em regime, supondo todos os estados disponíveis. A seguir foi projetado um Filtro de Kalman para a estimativa ótima dos estados. Resultados com o controlador LQG em simulações e experimentais foram obtidos e apresentaram boa concordância entre si.

No Capítulo IV apresentou-se um controlador neural para o rastreamento de sinal para estruturas flexíveis. Foi considerado o problema de estabilidade e desempenho do

controlador neural proposto. Particular atenção foi dada à prova de estabilidade do sistema de controle, via análise tipo *Lyapunov-Like*. Foram realizadas diversas simulações comparando a técnica de controle clássico *LQG* com o controlador neural proposto. Em todos os casos simulados, o controlador neural apresentou desempenho superior ao do controlador *LQG*.

Também foi estudado no presente trabalho um dos principais problemas no controle de estruturas flexíveis: rastrear sinais e atenuar vibrações, utilizando um atuador do tipo moto-reductor, o qual possui atritos não-lineares que dificultam o controle, uma vez que o torque motor calculado pela lei de controle encontra-se dentro da zona morta em torque, delimitada pelos atritos estáticos nos sentidos positivo e negativo. O mecanismo de controle neural proposto resolveu bem este problema. No que se refere às simulações, conclui-se que quando os atritos são incluídos, o controlador *LQG* não consegue acompanhar de forma satisfatória o sinal de referência, mas quando é utilizada a estratégia de controle neural proposta, percebe-se que o erro de rastreamento torna-se praticamente nulo.

Com base nas simulações do Capítulo IV, pode-se concluir que o controlador baseado em redes neurais é eficiente em:

- reduzir o erro de rastreamento, e
- atenuar as vibrações do sistema.

Pode-se concluir que o controlador baseado em redes neurais possui melhor desempenho se comparado com o controlador clássico *LQG*, principalmente quando o sistema possui não-linearidades não modeladas. As seguintes publicações resultaram dos trabalhos aqui reportados: [6] [7] [8].

Como sugestão para trabalhos futuros tem-se:

- investigações de outras técnicas de controle adaptativo neural e similares, incluindo Wavelets, com análise das características de estabilidade e
- aplicação da técnica de controle neural proposta, em novos robôs flexíveis, que estão sendo desenvolvidos no Departamento de Engenharia Mecânica-Aeronáutica do ITA [4].

VI. REFERÊNCIAS

- [1] Chevallereau, C.; Aoustin, Y. *Nonlinear Control of a 2 Flexible Link Robot: Experimental and Theoretical Comparisons*. European Control Conference, pp. 1051-1056, Grenoble, France. July 1991.
- [2] Dapper, M.; Zanh, V.; Maass, R.; Ekmiller, R. *How to Compensate Stick-Slip Friction in Neural Velocity Force Control (NVFC) for Industrial Manipulators*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Detroit, USA. May 1999.
- [3] De Luca, A.; Panzieri, S.; Ulivi, G. *Stable Inversion Control for Flexible Link Manipulators*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Leuven, Belgium. May 1998.
- [4] Santos, F.N.V.; Góes, L.C.S. *Robust Multivariable Control Applied to an Aerostatic Robot*. II Congresso Temático de Dinâmica e Controle da SBMAC (II DINCON). São José dos Campos-SP, agosto de 2003.
- [5] Fonseca, R.A.; Góes, L.C.S. *Adaptive Control of a One-Link Robotic Elastic Manipulator*. XIII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Belo Horizonte, MG. Dez 1995.
- [6] Gervini, V.I.; Hemerly, E.M.; Gomes, S.C.P.; Góes, L.C.S. *Controle de Robô Flexível Via Modelagem Concentrada*. In: XIV Congresso Brasileiro de Automática (XIV CBA). Natal-RN, setembro de 2002.
- [7] Gervini, V.I.; Hemerly, E.M.; Gomes, S.C.P. *Controle Adaptativo de Estruturas Flexíveis via Redes Neurais*. In: VI Congresso Brasileiro de Redes Neurais (VI CBRN). São Paulo-SP, junho de 2003.
- [8] Gervini, V.I.; Hemerly, E.M. *Projeto de um Controlador Neural Estável para Rastreamento de Robôs Flexíveis*. In: VI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (VI SBAI). Bauru-SP, setembro de 2003.
- [9] Gomes, S.C.P.; Chrétien, J.P. *Dynamic Modeling and Friction Compensated Control of a Robot Manipulator Joint*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, vol. 2, pp. 1429-1435, Nice, France. May 1992.
- [10] Gomes, S.C.P.; Chrétien, J.P. *Dynamic Modeling and Friction Compensated Control of a 1 d.o.f. Rigid or Flexible Manipulator*. Microdynamic et Pointage de Grande Précision, CNES, 1er Symposium International. 1992.

- [11] Gomes, S.C.P. *Modelagem e Controle de Manipuladores Flexíveis*. X Congresso Brasileiro de Automática / VI Congresso Latino Americano de Controle Automático, vol.2, pp. 710-715, Rio de Janeiro. 1994.
- [12] Gomes, S.C.P. *Modelagem de Atritos Internos às Articulações de Robôs-Manipuladores*. XIII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Belo Horizonte, MG. Dez 1995.
- [13] Gomes, S.C.P.; Rosa, V.S. *A New Approach to Compensate Friction in Robotic Actuators*. IEEE International Conference on Robotics and Automation - ICRA, Taipei, Taiwan. 2003.
- [14] Ioannou, P.A.; Sun, J. *Robust Adaptive Control*, New Jersey: Prentice Hall, 1996.
- [15] Isogai, M.; Arai, F.; Fukuda, T. *Modeling and Vibration Control with Neural Network for Flexible Multi-Link Structures*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Detroit, USA. May 1999.
- [16] Jung, S.; Hsia, T.C. *Analysis of Non-Linear Neural Network Impedance Force Control for Robot Manipulator*. IEEE Robotic and Automation Conference, Leuven, Belgium. May 1998.
- [17] Kaynak, O.; Ertugru, M. *Neural Network Adaptive Sliding Mode Control and its Application to SCARA type Robot Manipulator*. IEEE Robotic and Automation Conference, Albuquerque, New Mexico, USA. Apr 1997.
- [18] Khorrami, F.; Jain, S. *Experimental Results on an Inner/Outer Loop Controller for a Two-Link Flexible Manipulator*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Nice, France. May 1992.
- [19] Kim, J.; Suzuki, K.; Yamano, M.; Uchiyama M. *Vibration Suppression Control of Constrained Spatial Flexible Manipulators*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Albuquerque, New Mexico. Apr 1997.
- [20] Komatsu, T.; Uenohara, M.; Iikura S.; Miura, H.; Shimoyama, I. *Active Vibration Control of a Multi-Link Space Flexible Manipulator with Torque Feedback*. Journal Robotics Society of Japan, vol. 6, no. 1, pp. 23-29. 1992.
- [21] Li, Y.F.; WANG G.L. *Sensing Strategies for a Flexible Manipulator*. IEEE Transactions on Instrumental and Measurement, v.49, n.3, p.565-572, Jun, 2000.
- [22] Li, Y.F.; CHEN, X.B. *End-Point Sensing and State Observation of a Flexible-Link Robot*. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, v.6, n.3, p.351-356, Sep, 2001.

- [23] Machado, C.C. *Um Estudo Sobre Controle de Estruturas Flexíveis Ativadas por Escoamento de Fluidos*. Dissertação de Mestrado em Matemática Aplicada. Porto Alegre: UFRGS, 1999.
- [24] Machado, C.C.; Pereira, A.E.L.; Gomes, S.C.P.; De Bortoli, A.L. *Um Novo Algoritmo para a Modelagem Dinâmica de Manipuladores Flexíveis*. Revista Brasileira de Controle & Automação, v.13, no. 2, p.1-7, 2002.
- [25] Madhavan, S.K.; Singh, S.N. *Inverse Trajectory Control and Zero Dynamics Sensitivity of an Elastic Manipulator*. International Journal of Robotics and Automation, vol. 6, no. 4, p. 179. 1991.
- [26] Meirovich, L. *Analytical Methods in Vibrations*. The Macmillan Company. New York, 1967.
- [27] Moorehead, S.J.; Wang, D. *An Experimental Study of Contact Transition Control of a Single Flexible Link Using Positive Acceleration Feedback*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Albuquerque, New Mexico. 1997.
- [28] Negrão, R.G. *Dinâmica e Controle de um Sistema Mecânico com Apêndices Flexíveis*. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica e Aeronáutica. São José dos Campos: ITA, 1998.
- [29] Rios Neto, W. *Controle de um Sistema com Apêndices Flexíveis usando Redes Neurais*. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica e Aeronáutica. São José dos Campos: ITA, 1998.
- [30] Park, J.; Sandberg, I.W. *Universal Approximation Using Radial-Basis-Function Networks*. Neural Computation, vol. 3, pp. 246-257. 1991.
- [31] Park, J.; Asada, H. *Integrated Structure/Control Design of a Two-Link Nonrigid Robot Arm for High Speed Positioning*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Nice, France. May 1992.
- [32] Pereira, A.E.L. *Um Estudo Sobre Modelagem Matemática de Estruturas Flexíveis*. Dissertação de Mestrado, UFRGS, Porto Alegre. 1999.
- [33] Schmitz, E. *Experiments on the End-Point Control of a very Flexible One-Link Manipulator*. Ph.D. Thesis, Stanford, California, U.S., 1985.
- [34] Selmic, R.R.; Lewis, F.L. *Neural-Network Approximation of Piecewise Continuous Functions: Application to Friction Compensation*. IEEE Transactions on Neural Networks. May 2002.
- [35] Shabana, A.A. *Theory of Vibration an Introduction*. Springer. New York, 1995.

- [36] Skogestad, S.; Postlethwaite I. *Multivariable Feedback Control – Analysis and Design*. John Wiley & Sons Ltd. England, 1996.
- [37] Soares, A.M.S. *Modelagem e Identificação Experimental de Estruturas Flexíveis*. Tese de Doutorado, ITA, São José dos Campos, SP. 1997.
- [38] Sridhar, B.; Aubrun, J.; Lorell, R.K. *Identification Experiment for Control of Flexible Structures*. IEEE Control Systems Magazine, pp. 29-35. May 1985.
- [39] Tahk, M.; Speyer, L.J. *A Parameter Robust LQG Synthesis with Applications to Control of Flexible Structures*. IEEE Transactions on Automatic Control, vol. 30. 1987.
- [40] Talebi, H.A.; Khorasani, K.; Patel, R.V. *Experimental Evaluation of Neural Network based Controllers for Tracking the Tip Position of a Flexible-Link Manipulator*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Albuquerque, New Mexico. Apr 1997.
- [41] Talebi, H.A.; Khorasani, K.; Patel, R.V. *Experimental Results on Tracking Control of a Flexible-Link Manipulator: A New Output Re-definition Approach*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Detroit, Michigan. 1999.
- [42] Vandegrift, M.W., Lewis, F.L.; Zhu, S. *Flexible-Link Robot Arm Control by a Feedback Linearization/Singular Perturbation Approach*. Journal of Robotics Systems, vol. 11, no. 7, pp. 591-603. 1994.
- [43] Wang, D.; Vidyagar, M. *Transfer Functions for a Single Flexible Link*. International Journal of Robotics Res., vol. 10, no. 5, pp. 540-549. Oct 1991.
- [44] Yang, H.; Krishnan, H.; Ang Jr., M.H. *Synthesis of Bounded-Input Nonlinear Predictive Controller for Multi-Link Flexible Robots*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, Detroit, USA. May 1999.
- [45] Yesildirek, A.; Vandegrift, M.W.; Lewis, F.L. *A Neural Network Controller for Flexible-Link Robots*. IEEE International Symposium on Intelligent Control, pp. 63-68. Aug 1994.
- [46] Yoshida, T.; Tanaka, M. *Tip Position Control of a Flexible Robot Arm Considering the Reduction Gear's Friction*. Journal of Robotics & Mechatronics, vol. 2, no. 2, pp. 91-96. 1990.
- [47] <<http://www.space.gc.ca>>. *Site da Agência Aeroespacial Canadense*, página da web acessada em 01/06/2003.

FOLHA DE REGISTRO DO DOCUMENTO

^{1.} CLASSIFICAÇÃO/TIPO <p style="text-align: center;">TM</p>	^{2.} DATA <p style="text-align: center;">01 de março de 2004</p>	^{3.} DOCUMENTO N° <p style="text-align: center;">CTA/ITA -IEE/ TM-022/2003</p>	^{4.} N° DE PÁGINAS <p style="text-align: center;">76</p>			
^{5.} TÍTULO E SUBTÍTULO: Controle Adaptativo de Estruturas Flexíveis						
^{6.} AUTOR(ES): Vitor Irigon Gervini						
^{7.} INSTITUIÇÃO(ÕES)/ÓRGÃO(S) INTERNO(S)/DIVISÃO(ÕES): Instituto Tecnológico de Aeronáutica / Divisão de Engenharia Eletrônica – ITA/IEE						
^{8.} PALAVRAS-CHAVE SUGERIDAS PELO AUTOR: controle adaptativo, estruturas flexíveis, modelagem concentrada, redes neurais, estabilidade						
^{9.} PALAVRAS-CHAVE RESULTANTES DE INDEXAÇÃO: Controle adaptativo; corpos flexíveis; análise estrutural; modelagem (processos); redes neurais; robôs; não-linearidade; estabilidade de sistemas; controle						
^{10.} APRESENTAÇÃO: <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 60%;"></td> <td style="width: 20%; text-align: center;">X Nacional</td> <td style="width: 20%; text-align: center;">Internacional</td> </tr> </table> Instituto Tecnológico de Aeronáutica, ITA., São José dos Campos, 2004, 76 páginas					X Nacional	Internacional
	X Nacional	Internacional				
^{11.} RESUMO: Este trabalho objetiva a modelagem tipo concentrada para uma estrutura com um elo flexível, bem como o controle desta estrutura. Esta modelagem exibe um significado físico mais claro e é relevante por dois motivos principais: simplicidade e eficiência. Uma estratégia de controle tipo LQG é implementada, sendo apresentados resultados de simulação e experimentais, empregando o robô flexível ITA-IEEMP do Departamento de Engenharia Mecânica-Aeronáutica, havendo boa concordância entre eles. Posteriormente é estudado o rastreamento de trajetórias e identificação adaptativa das não-linearidades de robôs com um elo flexível. O desenvolvimento de leis de controle ativas para robôs flexíveis constitui um problema em aberto: a principal dificuldade reside nas severas não-linearidades presentes nos atuadores robóticos e nas próprias estruturas flexíveis. É proposto neste trabalho um controlador neural para o rastreamento de sinal de um robô com um elo flexível. Por meio de uma análise do tipo Lyapunov-Like, as condições suficientes para a estabilidade do sistema de controle são determinadas. Adicionalmente, são estabelecidos limitantes para os erros de rastreamento e de identificação. O desempenho da estratégia de controle é avaliado e comparado com uma estratégia LQG via simulações, as quais foram efetuadas com o modelo não-linear obtido utilizando-se a abordagem de modelagem tipo discreta. Termos adicionais de atritos não-lineares foram incluídos na dinâmica de simulação para ilustrar a habilidade do controlador neural em compensar dinâmicas não-lineares não modeladas. Conclui-se que o desempenho da estratégia proposta é bem superior ao exibido pelo controlador LQG.						
^{12.} GRAU DE SIGILO: (X) OSTENSIVO () RESERVADO () CONFIDENCIAL () SECRETO						