Tese apresentada à Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa do Instituto recnológico de Aeronáutica, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Aeronáutica e Mecânica, área de Aerodinâmica, Propulsão e Energia.

# Ricardo Franco Amaral

# ESTUDO DE MÉTODOS DE CORREÇÃO PARA REGIME TRANSÔNICO EM ANÁLISE DE ESTABILIDADE AEROELÁSTICA

Tese aprovada em sua versão final pelos abaixo assinados:

Roberto Gil Annes da Silva Orientador

Celso Massaki Hirata Pró-Reitor de Pós-Graduação e Pesquisa

Campo Montenegro São José dos Campos, SP – Brasil 2010

# **Livros Grátis**

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

#### Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP) Divisão de Informação e Documentação

Amaral, Ricardo Franco

Estudo de Métodos de Correção para Regime Transônico em Análise de Estabilidade Aeroelástica / Ricardo Franco Amaral.

São José dos Campos, 2010.

159f.

Tese de mestrado – Engenharia Aeronáutica e Mecânica, área de Aerodinâmica Propulsão e Energia – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2010. Orientador: Dr. Roberto Gil Annes da Silva.

1. Aerodinâmica não-estacionária. 2. Aeroelasticidade. 3. Escoamento transônico. I. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. II.Título

# REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

AMARAL, Ricardo Franco. Estudo de Métodos de Correção para Regime Transônico em Análise de Estabilidade Aeroelástica. 2010. 159f. Tese de mestrado em Engenharia Aeronáutica e Mecânica, área de Aerodinâmica, Propulsão e Energia – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos

# CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Ricardo Franco Amaral

TÍTULO DO TRABALHO: Estudo de Métodos de Correção para Regime Transônico em Análise

de Estabilidade Aeroelástica

TIPO DO TRABALHO/ANO: Tese / 2010

É concedida ao Instituto Tecnológico de Aeronáutica permissão para reproduzir cópias desta tese e para emprestar ou vender cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese pode ser reproduzida sem a sua autorização (do autor).

Ricardo Franco Amaral Rua Eng. João Fonseca dos Santos, No 123, ap. 41, Vila Adyana São José dos Campos, SP, Brasil. CEP 12243-62

# ESTUDO DE MÉTODOS DE CORREÇÃO PARA REGIME TRANSÔNICO EM ANÁLISE DE ESTABILIDADE AEROELÁSTICA

# Ricardo Franco Amaral

# Composição da Banca Examinadora:

Prof.	Maurício Pazini Brandão	Presidente - ITA
Prof.	Roberto Gil Annes da Silva	Orientador - ITA
Prof.	João Luiz Filgueiras de Azevedo	Membro - ITA
Prof.	Flávio Donizeti Marques	Membro – EESC-USP

### Resumo

Apesar do recente desenvolvimento em aeroelasticidade computacional e ferramentas em CFD para escoamentos não-estacionários, a maioria das análises de estabilidade aeroelástica das estruturas de asas no regime transônico que são realizadas em ambiente de engenharia ainda dependem da aplicação de métodos de correção para as cargas aerodinâmicas previstas por códigos baseados em teoria aerodinâmica linear. No entanto, há escassez de literatura sobre as capacidades e limitações de cada método, assim como a sua adequação a cada projeto de asa ou fenômeno físico envolvido. Este trabalho apresenta uma extensa revisão dos aspectos físicos da aerodinâmica não-estacionária em regime transônico, aeroelasticidade em regime transônico, e é concluído com um estudo sobre três métodos diferentes de correção: método NLR - utilização do número de Mach local; SKEM - Método da Expansão Sucessiva da Função Núcleo; e método Dau-Garner. Como casos de teste, três diferentes estruturas de asa: asa PAPA supercrítica; asa AGARD 445.6 enfraquecida; e asa do avião YXX. Correlação entre as previsões teóricas e experimentos indica que os projetos distintos de asa, dominados por diferentes fenômenos físicos, requerem o uso de diferentes métodos para incorporação precisa das características não-lineares dominantes às ferramentas clássicas de análise aeroelástica.

#### **Abstract**

In spite of the recent development in computational aeroelasticity and CFD tools for unsteady flows, most of the aeroelastic stability analyses of wing structures in the transonic regime performed in engineering environment still rely on the application of correction methods. The unsteady aerodynamic loadings correction approaches consist in the modification of linear aerodynamic models to include approximately transonic flow effects. However, there is lack of literature on the capabilities and limitations of each method, just as on their adequacy to each wing design or physical phenomenon to be represented. This work presents an extensive review of the physical aspects of unsteady transonic aerodynamics, transonic aeroelasticity, and is concluded with a study of three different correction approaches: NLR method – use of local Mach number; SKEM – Successive Kernel Expansion Method; and Dau-Garner method). As test cases, three different wing structures: PAPA supercritical wing; AGARD 445.6 weakened wing; and YXX airplane wing. Correlation between theoretical predictions and experimental results indicates that distinct wing designs, dominated by dissimilar physical phenomena, require the use of different methods for accurate incorporation of the dominant nonlinear features to classical aeroelastic analysis tools.

# Lista de Figuras

Figura 2-1: Perfil aerodinâmico com ângulo de ataque	7
Figura 2-2: Desprendimento de vórtices a partir do bordo de fuga da superficie sustentadora.	
3	8
Figura 2-3: Papel da Condição de Kutta na determinação da unicidade da solução para o	
problema do escoamento sobre perfis: as velocidades no bordo de fuga devem ser iguais para	ı
intradorso e extradorso, ainda que sejam nulas (estagnação) (adaptado de	
http://galileo.phys.virginia.edu/classes/311/notes/aero/node4.html, 17 de maio de 2010)4	4
Figura 2-4: Evolução com número de Mach do escoamento com onda de choque5	0
Figura 2-5: Onda de choque transônica em superfície convexa (fonte: Tijdeman (1977), p.	
22)5	1
Figura 2-6: Rápida expansão após onda de choque normal em superfície convexa – Zierep	
Cusp (fonte: Tijdeman (1977), p. 22)	2
Figura 2-7: Distribuições de pressão para os regimes estacionário, quase-estacionário e não-	
estacionário - escoamento levemente supercrítico (fonte: Tijdeman (1977), p. 50)	;9
Figura 2-8: Distribuições de pressão para os regimes estacionário, quase-estacionário e não-	
estacionário - escoamento transônico (fonte: Tijdeman (1977), p. 51)6	0
Figura 2-9: Efeito da frequência sobre as distribuições de pressão - caso transônico com	
oscilações em 0, 30 Hz, 90 Hz e 120 Hz (fonte: Tijdeman (1977), p. 60)	2
Figura 2-10: Distribuições de pressão para os regimes estacionário e quase-estacionário – cas	60
1 (fonte: Tijdeman (1977), p. 72)6	6
Figura 2-11: Distribuições de pressão não-estacionárias, partes real e imaginária do	
carregamento – caso 1 (fonte: Tijdeman (1977), p. 72)	57

Figura 2-12: Magnitude e fase das distribuições de pressão para várias frequências reduzidas -
efeito da variação de frequência – caso 2 (fonte: Tijdeman (1977), p. 75)69
Figura 2-13: Distribuições de pressão estacionária, quase-estacionária e não estacionárias em
torno do ponto de projeto do perfil NLR-7305 – caso 3 (fonte: Tijdeman (1977), p. 76) 72
Figura 2-14: Coeficientes aerodinâmicos estacionários para o perfil NLR 7301: à esquerda,
perfil em torno do ponto de projeto; à direita, ocorrência de choques duplos (fonte: Tijdeman
(1977), p. 90)
Figura 2-15: Comportamento não-linear da curva de momento de articulação em torno de uma
região de deflexão para o caso do perfil NACA 64A006 com flap (fonte: Tijdeman (1977), p.
91)78
Figura 4-1: (A) vista em perspectiva da geometria da asa AGARD 445.6; (B) perfil da asa
AGARD 445.6 na raiz – note-se a pouca espessura relativa
Figura 4-2: (A) vista em perspectiva da geometria da asa PAPA supercrítica; (B) perfil da asa
PAPA supercrítica – note-se a elevada espessura relativa
Figura 4-3: (A) vista em perspectiva da geometria da asa YXX; (B) variação da perfilagem ao
longo da envergadura para a asa YXX
Figura 4-4: Distribuição de propriedades do escoamento em torno da asa AGARD 445.6 a ${ m M}_{\infty}$
$= 0,678, \qquad \alpha = 0^{\circ}.$
Figura 4-5: Distribuição de propriedades do escoamento em torno da asa AGARD 445.6 a $M_{\infty}$
$= 0.960,  \alpha = 0^{\circ}.$
Figura 4-6: Distribuição de propriedades do escoamento em torno da asa AGARD 445.6 a ${ m M}_{\infty}$
$= 0.960, \alpha = 0.5^{\circ}$
Figura 4-7: Evolução da velocidade de flutter com o número de Mach do escoamento não-
perturbado para a asa AGARD 445.6 #3 enfraquecida – comparação entre os resultados dos
diferentes métodos e o experimento 124

Figura 4-8: Distribuição de propriedades do escoamento em torno da asa PAPA supercrítica a
$M_{\infty} = 0,50,  \alpha = 0^{\circ}.$ 128
Figura 4-9: Distribuição de propriedades do escoamento em torno da asa PAPA supercrítica a
$M_{\infty} = 0.80,  \alpha = 0^{\circ}.$
Figura 4-10: Distribuição de número de Mach local em torno da asa PAPA supercrítica a $M_{\infty}$
$= 0.80, \qquad \alpha = 1^{\circ}.$
Figura 4-11: Evolução da velocidade de flutter com o número de Mach do escoamento não-
perturbado para a asa PAPA supercrítica – comparação entre os resultados dos diferentes
métodos e o experimento
Figura 4-12: Distribuição de coeficiente de pressão em torno da asa YXX a $M_{\infty}$ = 0,65, $\alpha$ =
0°
Figura 4-13: Distribuição de número de Mach local em torno de várias seções da asa YXX a
$M_{\infty} = 0.65,  \alpha = 0^{\circ}.$
Figura 4-14: Distribuição de coeficiente de pressão em torno da asa YXX a $M_{\infty}$ = 0,65, $\alpha$ = -
1°
Figura 4-15: Distribuição de número de Mach local em torno de várias seções da asa YXX a
$M_{\infty} = 0.65$ , $\alpha = -1^{\circ}$
Figura 4-16: Distribuição de coeficiente de pressão em torno da asa YXX a $M_{\infty}$ = 0,80, $\alpha$ = -
1°
Figura 4-17: Distribuição de número de Mach local em torno de várias seções da asa YXX a
$M_{\infty} = 0.80,  \alpha = -1^{\circ}.$
Figura 4-18: Evolução da velocidade de flutter com o número de Mach do escoamento não-
perturbado para a asa YXX – comparação entre os resultados dos diferentes métodos e o
experimento

Figura 4-19: Detalhe da comparação entre os resultados obtidos pelo método NLR e os	
resultados experimentais – chama atenção a boa correlação entre ambos.	144
Figura 4-20: Comparações entre os $\Delta Cp/\Delta \alpha$ obtidos para diferentes $\Delta \alpha$ .	145

## Lista de Símbolos

Vetor velocidade local  $\vec{V}$  $\vec{n}$ Vetor normal à parede do corpo, apontando para fora Vetor de *downwash* adimensionalizado [B]Matriz de amortecimento [D]Matriz de downwash [Der] Matriz de derivação substancial de pequenas perturbações [G]Matriz de interpolação (splines) [K]Matriz de rigidez [M]Matriz de massa Matriz de influência aerodinâmica modal, [Q] = [QR] + i[QI][Q][S]Matriz de integração de pressões em forças e momentos Matriz de autovetores  $\lceil T \rceil$ [W]Matriz diagonal de pesos dos métodos de correção  $[\beta]$ Matriz de amortecimento modal Matriz de rigidez modal  $[\kappa]$ Matriz de massa modal  $[\mu]$ {*F*} Vetor de esforços Vetor de esforços da base modal *{f}* Vetor de deslocamentos no modelo aerodinâmico {*h*} Vetor de deslocamentos em coordenadas físicas {*x*} Vetor de diferenças de pressão  $\{\Delta Cp\}$ Vetor de deslocamentos modais  $\{\eta\}$ Velocidade de propagação do som a h Semi-corda de referência Coeficiente de pressão CpEnergia total específica do fluido e Frequência de oscilação [Hz]

Função distribuição de espessura ao longo do perfil

f(x)

g(x), g(x,y) Função distribuição de deslocamento ao longo do perfil/asa

devido ao modo de modo de vibração da estrutura

k Frequência reduzida

K(k,M) Função núcleo

m Massa da asa

M Número de Mach

*p* Pressão aerodinâmica; também Autovalor complexo  $p = \sigma +$ 

iω

R Fator de relaxação

R(k) Razão entre as velocidades de perturbação não-estacionária e

quase-estacionária no método Dau-Garner

s Entropia específica do fluido

S(x,y,t) = 0, S(x,y,z,t) = 0 Equação que define a superfície do corpo

Temperatura absoluta; também Energia cinética

t Tempo

U Componente da velocidade na direção X; também Energia

potencial elástica

V Componente da velocidade na direção Y

Volume do tronco de cone que se circunscreve à asa

w, W Componente da velocidade na direção Z, i.e., a velocidade de

downwash; também Trabalho realizado pelas forças externas

Φ Função potencial de velocidade de perturbação

Γ Circulação da velocidade ao longo de um caminho fechado

 $\Delta Cp$  Diferença de coeficiente de pressão

 $\Delta \alpha$  Variação de ângulo de ataque

Ω Vorticidade local do fluido

α Ângulo de ataque

 $\alpha(x)$  Função distribuição de incidência e arqueamento ao longo do

perfil

 $\beta = [1 - M_{\infty}^2]^{1/2}$  Fator de compressibilidade

δ Deflexão angular de flap/superfície de controle; também

Operador variacional

Componente não-estacionária da função potencial de φ

velocidade de perturbação.

Razão de calores específicos do fluido γ

Razão de massa da asa em relação ao meio fluido μ

Massa específica do fluido ρ

Frequência angular do movimento [rad/s] ω

Frequência natural de vibração da estrutura  $\omega_n$ 

Frequência do 1º modo de torção da estrutura  $\omega_{\theta}$ 

Função potencial de aceleração Ψ

Coordenadas de painel emissor; também variáveis mudas de ξ, η, ζ

integração

# Operadores Matemáticos:

Derivada parcial em (.) de f  $\frac{\partial}{\partial (.)}$  f, f<sub>(.)</sub>

 $\frac{D}{Dt}(\ )$ Derivada substancial

 $\nabla(\ )$ Gradiente

 $\nabla \bullet (\ )$ Divergente

 $\nabla \times (\ )$ Rotacional

 $(.)\times(.)$ Produto vetorial (.) • (.) Produto escalar

 $[.]^T$ Transposta da matriz [.]

 $\lceil . \rceil^{-1}$ Inversa da matriz [.]

## Super e Subescritos:

Referente ao escoamento não-perturbado  $(.)_{\infty}$ 

Referente às condições médias do escoamento  $(.)_0$ 

Referente aos painéis "i" e "j"  $(.)_{ij}$ 

 $(.)^{nl}$ Que contém informação de origem não-linear

 $(.)^l$ ,  $(.)^{linear}$ Que contém informação de origem linear (.) lower, (.) upper Referente a intradorso e extradorso, respectivamente

(.)<sub>1</sub>, (.)<sub>2</sub> Referente às condições imediatamente antes e após a onda de

choque, respectivamente

#### Acrônimos e Abreviaturas:

CFD Computational Fluid Dynamics – Dinâmica dos Fluidos

Computacional

DLM Doublet Lattice Method

LCO Limit Cycle Oscillations – Oscilações de Ciclo Limite

NLR Laboratório Aeroespacial Nacional da Holanda

SKEM Successive Kernel Expansion Method – Método da Expansão

Sucessiva da Função Núcleo

# Sumário

Re	sumo		iv
At	stract		v
Lis	sta de Fig	uras	vi
Lis	sta de Sín	nbolos	X
Su	mário		xiv
1	Introdu	ıção	17
	1.1 H	istórico do Vôo Transônico - Ponto de Vista do Aeroelasticista	17
	1.2 R	evisão Bibliográfica	22
	1.2.1	Os Primeiros Trabalhos – Teoria Potencial Linearizada	22
	1.2.2	Rumo ao Regime Transônico	24
	1.2.3	Métodos de Correção	29
	1.3 Es	scopo da Tese	34
2	O Esco	pamento Transônico Não-Estacionário	36
	2.1 C	onsiderações Físicas e Matemáticas	37
	2.1.1	A Geração de Cargas Aerodinâmicas Não-Estacionárias	37
2.1.2		As Equações Básicas da Aerodinâmica Não-Estacionária	41
	2.1.3	Escoamentos Subsônicos e Supersônicos	44
	2.1.4	Escoamento Transônico	47
	2.1.5	Principais Características do Escoamento Transônico Estacionário so	bre Perfis
			48
	2.1.6	Principais Características do Escoamento Transônico Não-Estacionár	rio sobre
	Perfis		56

	2.1.7	Considerações sobre o Tratamento Linearizado de Escoamentos Transôn	icos
	Não-Est	acionários:	74
	2.2 Efe	itos Transônicos sobre a Estabilidade Aeroelástica	79
3	Modelo	Aeroelástico para Regime Transônico	87
	3.1 Mo	delo Aeroelástico Linear	87
	3.1.1	Modelo Dinâmico-Estrutural	87
	3.1.2	Modelo Aerodinâmico Não Estacionário	90
	3.1.3	Ligação entre os Modelos Estrutural e Aerodinâmico – Splines	95
	3.1.4	Montagem do Problema de Autovalor	96
	3.1.5	Solução do Problema de Autovalor	99
	3.2 Mé	todos de Correção - Fundamentação	101
	3.2.1	Método NLR – Emprego do Número de Mach Local	102
	3.2.2	Método da Expansão Sucessiva da Função Núcleo - SKEM	104
	3.2.3	Método Dau-Garner	108
4	Resultad	los e Discussão	116
	4.1 Apr	resentação e Caracterização dos Modelos	116
	4.2 Asa	a AGARD 445.6 Enfraquecida #3	120
	4.2.1	Análise dos Dados de Entrada	120
	4.2.2	Cálculo de Estabilidade Aeroelástica	123
	4.3 Asa	a PAPA Supercrítica	127
	4.3.1	Análise dos Dados de Entrada	127
	4.3.2	Cálculo de Estabilidade Aeroelástica	130
	4.4 Asa	ı YXX	135
	4.4.1	Análise dos Dados de Entrada	135
	4.4.2	Cálculo de Estabilidade Aeroelástica	141

5	Con	clusões e Recomendações de Trabalhos Futuros	.147
5	5.1	Considerações Finais	.147
5	5.2	Comentários sobre o Estudo	.148
5	5.3	Análise Comparativa entre os Métodos	.149
5	5.4	Sugestões para Trabalhos Futuros	.152
6	Refe	erências Bibliográficas	. 154

# 1 Introdução

#### 1.1 Histórico do Vôo Transônico - Ponto de Vista do Aeroelasticista

A história do vôo transônico praticamente confunde-se com a história da aviação<sup>1</sup>, e, assim como esta, o conhecimento a ele associado evoluiu de maneira assombrosa nos últimos 100 anos.

Em 1903, os irmãos Wright fizeram o primeiro vôo de seu *Flyer*. Aproximadamente três anos mais tarde, Santos Dumont fazia publicamente o primeiro vôo do 14-Bis. Ambas as aeronaves tinham características de controlabilidade bastante rudimentares, denotando o quão imatura ainda era a tecnologia empregada em sua concepção. Ironicamente, ambas também faziam uso de sistemas de controle baseados na deflexão da própria estrutura, de forma a alterar suas características aerodinâmicas, princípio que hoje se tenta aplicar de maneira revolucionária em modernos aviões de combate, como o F-18.

Menos de dez anos após sua invenção, aviões já eram usados pelos búlgaros para atacar posições otomanas durante a I Guerra dos Bálcãs, de onde se tem o primeiro registro do emprego militar desta fantástica máquina.

No entanto, a primeira guerra em que os aviões foram extensivamente utilizados para fins de defesa, ataque, reconhecimento e espionagem foi a I Guerra Mundial (1914 – 1918). O progresso obtido no período foi espantoso: no início dos conflitos, as aeronaves levavam apenas o próprio piloto, e mal chegavam a 100 km/h (28 m/s, ou 54 nós); ao final, as máquinas carregavam duas ou mais pessoas, tinham metralhadoras de funcionamento sincronizado com as hélices e, devido a melhorias nos sistemas propulsivos e na aerodinâmica, as velocidades ultrapassavam os 230 km/h (64 m/s, ou 124 nós).

\_

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> No presente caso, chama-se de aviação ao conjunto de atividades que se sucederam após a invenção do avião.

Por outro lado, dessa época também se identificam os primeiros registros de problemas de origem aeroelástica. Pode-se dizer que esses problemas estiveram intimamente associados ao abandono das configurações biplanas, o que reduziu substancialmente a rigidez estrutural das asas ao se adotarem os mesmos critérios de projeto até então utilizados. Um exemplo de como efeitos aeroelásticos ainda pouco compreendidos podiam ser catastróficos foi descrito por Bisplinghoff *et al.* (1955). À ocasião, vários incidentes envolvendo aeronaves Fokker D-8 em mergulho por pouco não condenaram o projeto.

O período entre-guerras deu início ao que se costuma chamar "Era de Ouro da Aviação". Nessa época, iniciaram-se as operações das primeiras companhias aéreas. O correio aéreo tomou força, e os aviões passaram a gerar impactos na economia e na sociedade. Tanto a tecnologia quanto a ciência envolvidas no projeto e na produção de aeronaves evoluiu sensivelmente: as estruturas, antes de madeira, passaram a ser metálicas; os motores ganharam muito em potência, enquanto a aerodinâmica ganhava formas cada vez mais suaves e refinadas (MATTIMOE, 2008); fenômenos aparentemente obscuros observados em velocidades mais altas, como o *flutter* em empenagens e ailerons, encontraram explicação (THEODORSEN, 1935). Um símbolo dessa era é o Douglas DC-3, que carregava até 21 passageiros, com velocidade de 320 km/h (89 m/s, ou 173 nós), e começou a operar em 1936.

Paralelamente, começou-se o desenvolvimento das primeiras turbinas a jato, criação que marcaria para sempre a história da aviação. Com a demanda por motores cada vez mais potentes, constatou-se que os motores a hélice possuíam uma grande limitação: as hélices jamais poderiam operar em rotações muito elevadas, nem ter suas dimensões aumentadas indefinidamente. Nestas condições, as altas velocidades nas pontas acabavam por causar ondas de choque, as quais levavam a severos problemas de vibração e sensíveis perdas em eficiência. Frank Whittle patenteou sua versão do projeto da turbina a jato em 1930, enquanto o alemão Hans Von Ohain o fez em 1936 (BELLIS, 2008).

Os anos da II Guerra Mundial foram caracterizados por um drástico crescimento na produção de aviões e, mais uma vez, pelo rápido desenvolvimento de sua tecnologia. Os caças do início da guerra podiam voar a até 480 km/h (133 m/s, ou 259 nós), com teto de 9000 pés de altitude; ao seu término, já se voava a 12000 pés, podendo chegar a 640 km/h (178 m/s, ou 346 nós) (HISTÓRIA, 2008). Nessa época começaram a ser usados os primeiros caças a jato. O mais veloz era o alemão Messerschmidt Me 163, aeronave capaz de alcançar quase 1000 km/h (278 m/s, ou 540 nós).

Datam da II Guerra Mundial os primeiros relatos de vôos próximos à velocidade do som. E também dos primeiros problemas associados ao vôo nesta condição. Vários pilotos clamaram para si o feito de terem ultrapassado a velocidade do som em vôos de mergulho. Sabe-se, no entanto, que até mesmo as medições de velocidade feitas à época em regime transônico não eram confiáveis. Várias aeronaves (*Supermarine Spitfire, Mitsubishi Zero, P-38 Lightning*) tiveram problemas diversos ao adentrar o regime transônico: aumento súbito de força em um ou mais eixos do sistema de controle, reversão de comando, aumento súbito do arrasto, vibração intensa devido a escoamentos descolados (*buffeting*) e *flutter*, todos devidos possivelmente à formação de ondas de choque, entre outros. Todas essas dificuldades criaram o mito da "Barreira do Som", segundo o qual seria impossível alçar vôos em regime supersônico (SOUND, 2008). Àquele tempo, não havia como coletar dados aerodinâmicos em regime transônico, visto que não havia túneis de vento transônicos disponíveis, e havia pouco ou nenhum suporte do ponto de vista teórico.

Apesar das dificuldades, as forças armadas de vários países no pós-guerra tinham um firme objetivo: possuir aeronaves de interceptação cada vez mais velozes, e construir mísseis teleguiados que pudessem ultrapassar a barreira do som de maneira segura e controlada, sem que houvesse problemas com severo aumento de arrasto, vibrações excessivas e instabilidades.

Durante os primeiros 15 anos após a guerra, graças à entrada em funcionamento dos primeiros túneis de vento capazes de operar em altas velocidades, e à utilização de aeromodelos e aviões experimentais, como o Bell X-1, no qual Chuck Yeager fez o primeiro vôo nivelado a quebrar a "Barreira do Som", o conhecimento sobre escoamentos transônicos melhorou consideravelmente.

Ao final dos anos 60, passou a haver a percepção de que apenas passar com tranquilidade do regime subsônico de vôo para o regime supersônico não era mais o suficiente. De um lado, aviões militares de nova geração, como o F-16, requeriam excelentes condições de manobrabilidade sob condições transônicas. De outro, a aviação civil viu-se estimulada a adentrar cada vez mais no terreno do transônico com o advento das "asas supercríticas", que possibilitaram que aviões comerciais pudessem voar a velocidades cada vez maiores, sem que com isso sofressem grandes penalidades em arrasto, devido às ondas de choque, ou em peso, devido à adoção de grandes enflechamentos ou de perfis muito finos.

Desde então, uma série de investigações experimentais, realizadas em ensaios em túneis de vento e em vôo, revelaram comportamentos aeroelásticos bastante peculiares demonstrados pelas estruturas quando expostas a escoamentos com velocidades próximas à do som: diminuição abrupta da velocidade de *flutter* com o aumento do número de Mach – *transonic dip* (em especial das asas supercríticas); *buffeting* devido ao descolamento da camada limite por conta das ondas de choque; oscilações de limitada amplitude das superfícies de controle devido a efeitos não-lineares – *limit cycle oscillations* ou *LCO's*. Tal fato tornava o trabalho do aeroelasticista um tanto ingrato.

Com o importante avanço da computação nas últimas décadas, um grande número de trabalhos embasados em técnicas numéricas de solução de equações de complexidade mais elevada têm trazido à tona vários dos mistérios do regime transônico, até então impossíveis de serem previstos.

Entretanto, mesmo nos dias atuais, a maioria desses métodos de solução, para o caso de escoamentos não-estacionários, ainda é computacionalmente muito cara ou demanda muito trabalho para ser empregada em escala industrial. Assim sendo, desde o final da década de 60, tornou-se prática comum o uso de métodos de correção, capazes de incorporar aos carregamentos aerodinâmicos gerados para regimes puramente subsônicos, a partir de teorias simplificadas, algumas das informações que apenas teorias mais completas poderiam fornecer. É justamente no melhor entendimento das capacidades e limitações de alguns desses métodos de correção que o presente trabalho se concentra.

## 1.2 Revisão Bibliográfica

#### 1.2.1 Os Primeiros Trabalhos – Teoria Potencial Linearizada

É prática consolidada na indústria aeronáutica o uso de modelos baseados na teoria do escoamento potencial para a obtenção das distribuições de pressão ao redor de corpos aerodinâmicos, seja no regime subsônico ou no regime supersônico.

No caso específico dos modelos não-estacionários, os modelos baseados na hipótese de pequenas perturbações e na teoria potencial linearizada constituem o carro chefe na determinação das cargas aerodinâmicas agindo sobre aeronaves comerciais, jatos militares e mísseis.

Os primeiros trabalhos utilizando-se dessa abordagem foram desenvolvidos por Birnhaum (1924), Wagner (1925), Küssner (1929) e Glauert (1929), e mais tarde por Theodorsen (1935) e Ellenberger (1936), *apud* Bismack-Nasr (1999). Theodorsen (1935) e Küssner (1929), de maneira independente, publicaram a solução para o caso de um perfil bidimensional oscilando em movimento harmônico de translação (normal ao vetor velocidade não perturbado) e arfagem, imerso num escoamento incompressível. A solução do mesmo problema, desta vez no domínio do tempo, para um movimento qualquer, pode ser atribuída a Wagner (1925).

As investigações à época tinham como objetivo primordial explicar o fenômeno de instabilidade, evidenciado por oscilações auto-excitadas, apresentado pelas estruturas aeronáuticas quando submetidas a escoamentos de velocidades mais elevadas, o que comumente se chama de *flutter*, assim como tentar prever e evitar sua ocorrência.

Os efeitos de compressibilidade foram adicionados ao problema logo após os primeiros estudos, dada a íntima ligação do fenômeno às altas velocidades. A publicação mais

notável na área para o caso bidimensional vem de Possio (1938), que utilizou uma formulação baseada em potencial de aceleração para a obtenção do *downwash* induzido sobre uma seção típica através da superposição de soluções elementares da equação linearizada da onda convectada. Assim sendo, transformou a solução do problema na solução de uma equação integral. O princípio da superposição de soluções elementares empregado por Possio em seu trabalho foi descrito de forma sucinta por Garrick (1957), e é o mesmo no qual se basearam mais tarde todos os métodos de solução do problema linear do escoamento potencial compressível em três dimensões.

Theodorsen e Garrick (1940) investigaram os efeitos da compressibilidade sobre o comportamento aeroelástico de forma experimental, e propuseram um critério de correção para a solução do problema de estabilidade obtida através da formulação no regime incompressível, segundo o qual a velocidade crítica variava com o inverso da raiz quarta do termo " $1-M_{\infty}^2$ ". Tal critério encontra total consonância com a famosa regra de Prandtl-Glauert, e com os trabalhos baseados em regras de similaridade, para o caso do regime estacionário, realizados por Göthert (1941), que consistem na transformação do problema do escoamento em regime compressível no problema equivalente incompressível. Alguns anos mais tarde, Garrick (1946) comparou os resultados da solução do problema de estabilidade obtidos através da teoria incompressível corrigida com os equivalentes obtidos numericamente para o regime alto subsônico através da equação de Possio. A conclusão a que chegou diz que, dentro de determinadas faixas de variação dos parâmetros dinâmicos, entre eles razão de massa, razão de frequências dos modos estruturais mais relevantes e frequência reduzida, aceitas à época dentro de um contexto pragmático, os resultados eram bastante razoáveis.

O progressivo aumento na complexidade geométrica das configurações aerodinâmicas, aliado ao substancial aumento na capacidade computacional, gerou a necessidade de

incorporação de efeitos tridimensionais ao cálculo aerodinâmico em aeroelasticidade. Sem sombra de dúvida, o método tridimensional para cálculo de carregamentos aerodinâmicos não-estacionários baseado em teoria potencial linearizada mais utilizado pela indústria desde sua criação foi o método *Doublet Lattice*, de Albano e Rodden (1969). Trata-se de um método de painéis, no qual linhas de dipolos de aceleração de distribuição polinomial são distribuídas ao longo do ¼ da corda de cada painel, enquanto a condição de contorno de impenetrabilidade é imposta nos seus ¾. Formulações equivalentes, seja utilizando potencial de velocidade, diferentes distribuições de singularidade ou diferentes posições de pontos de controle, visando à mesma aplicação foram propostas por diversos autores, cada qual possuindo suas vantagens e desvantagens. Porém, o predomínio do emprego do método *Doublet Lattice* na indústria é inquestionável.

As formulações lineares apresentam a imensa vantagem de gerarem as utilíssimas Matrizes de Coeficientes de Influência (AIC – *Aerodynamic Influence Coefficients*), que permitem relacionar diretamente os deslocamentos das estruturas à geração de cargas aerodinâmicas, facilitando sobremaneira a implementação do problema de estabilidade aeroelástica, principalmente na forma de problemas de autovalor.

## 1.2.2 Rumo ao Regime Transônico

Entretanto, a teoria linearizada falha quando o regime de vôo encontra-se na região transônica. Uma descrição minimamente razoável do regime requer ao menos uma não-linearidade de segunda ordem, cuja origem é caracterizada pelo produto de duas variáveis envolvidas no problema. Na presença de grandes perturbações e efeitos viscosos, a correta descrição dos fenômenos físicos envolvidos em tais escoamentos transônicos pode ser bem mais complexa.

Edwards & Thomas (1987) sumarizaram o status à época do emprego de formulações não-lineares na previsão de carregamentos aerodinâmicos não-estacionários em regime transônico, com um foco específico às aplicações em análise aeroelástica. Mais explicitamente, relatam o emprego de formulações baseadas na equação potencial transônica a pequenas perturbações (TSD - Transonic Small Disturbances), equações de Euler, e equações de Navier-Stokes com média de Reynolds. Em seu trabalho, enumeraram uma série de importantes constatações. A primeira delas envolve diretamente o tipo de descolamento que sofre a camada limite em regime transônico, o qual pode não existir, estar o tempo todo presente, ou ocorrer e ser suprimido durante um período de oscilação. Mais detalhadamente, mostraram bastante preocupação com a representatividade dos modelos matemáticos usados para modelagem do fenômeno físico, principalmente o modelo de turbulência, nos casos em que este descolamento seja extenso ou possa assumir naturezas diversas durante um mesmo ciclo de oscilação. Tal preocupação se fundamenta na constatação de que os métodos computacionais estudados (enumerados acima) tendiam a superestimar as velocidades de flutter após o transonic dip, provavelmente devido a quebras de hipóteses consideradas na formulação teórica dos problemas. Entre elas, o descolamento oscilatório do escoamento.

Paralelamente, evidenciou-se a presença de ressonâncias aerodinâmicas na região transônica que são de origem potencial, as quais poderiam associar-se às variações dos tipos de descolamento, cuja natureza pode mudar dentro de um mesmo ciclo. Tais fenômenos, quando acoplados às características vibratórias das estruturas, podem levar a comportamentos aeroelásticos "não-clássicos", numa referência a diferenças em relação às previsões da teoria linearizada.

Ao mesmo tempo, também trouxeram à tona peculiaridades da aerodinâmica computacional para escoamentos transônicos: (i) as restrições ao uso de formulações "explícitas", em tese de implementação mais simples. Elas demandam um menor passo de

tempo necessário à estabilidade e precisão da computação em regimes não-estacionários, o que resultaria num elevado tempo de cálculo, proibitivo para a época; (ii) a dificuldade na escolha da formulação mais adequada à descrição dos fenômenos físicos envolvidos, especialmente no caso em que há descolamentos de camada limite após a ocorrência de choques, e, principalmente, nos casos em que esse descolamento também é oscilatório; (iii) o problema da regeneração da malha computacional a cada passo de tempo do movimento da superfície aerodinâmica e os diferentes métodos de imposição das condições de contorno; (iv) a dificuldade de validação dos códigos computacionais devido à escassez de dados experimentais para comparação; (v) a grande dificuldade para o cálculo computacional de configurações complexas, por exemplo, aeronaves completas. À época em que o trabalho foi realizado, o cálculo via CFD (Computational Fluid Dynamics — Dinâmica dos Fluidos Computacional) em regime não-estacionário de uma aeronave completa era impossível, vislumbrado como um desenvolvimento futuro, dado o imenso recurso necessário à sua realização.

Para escoamentos em regime alto subsônico e início do regime transônico, em que não há ocorrência de fortes ondas de choque, uma formulação potencial não-linear ainda se mostra satisfatória. Uma discussão extensiva sobre as capacidades das formulações potenciais, em especial em relação à previsão de ondas de choque, com ênfase na formulação conhecida por "potencial completa", nos casos estacionário e não-estacionário foi realizada por Holst (2000).

Um trabalho clássico relacionado às formulações potenciais do escoamento transônico não-estacionário foi realizado por Landahl (1961). Nele, o autor propõe que, num contexto de pequenas perturbações, o escoamento transônico não-estacionário pode ser abordado como uma perturbação de comportamento linear em torno de um escoamento estacionário não-linear. Aliás, nessa hipótese é que alguns dos métodos de correção abordados no presente trabalho encontram respaldo teórico e significado físico. Ainda, o autor atesta que, para

frequências reduzidas (k) relativamente altas e para asas enflechadas, a parcela não-linear estacionária pode ser desprezada, levando ao que se convencionou chamar de "formulação acústica".

Spreiter e Stahara (1973), através da técnica de linearização local da equação transônica não-estacionária do potencial de velocidades a pequenas perturbações, encontraram soluções aproximadas para o problema. Mostraram que os efeitos não-lineares na aerodinâmica não-estacionária em regime harmônico são bastante relevantes nas baixas freqüências reduzidas ( $k \approx 0,1$ ); que para  $k \to 0$  os resultados convergem para a formulação quase-estacionária (k = 0); e que para k > 2 de fato convergem para a formulação acústica. Infelizmente, a restrição de altas freqüências reduzidas para o emprego de uma formulação aerodinâmica linear válida para o regime transônico torna impraticável sua adoção para o cálculo de estabilidade aeroelástica, dado que com freqüência se observa a ocorrência de *flutter* com valores de k entre 0,2 e 0,3.

Nos casos em que há ondas de choque de intensidade relativamente alta, faz-se necessária a inclusão dos efeitos de rotacionalidade e geração de entropia no escoamento em estudo. Batina (1988) acoplou uma correção de entropia e vorticidade a um código baseado na formulação potencial transônica não-estacionária de pequenas perturbações. Com efeito, conseguiu desta forma reproduzir distribuições de pressão obtidas via equações de Euler e via medições experimentais para quatro diferentes perfis. Alegou, assim, ter proposto uma forma bastante viável de o aeroelasticista obter carregamentos aerodinâmicos sobre geometrias complexas de estruturas oscilando num escoamento em regime transônico.

Todas as formulações não-lineares descritas acima fazem parte do campo de CFD em regime não-estacionário, e, portanto, estão sujeitas a todas as peculiaridades já apontadas por Edwards & Thomas (1987). Obviamente, alguns aspectos que tornavam inviável o cálculo computacional do escoamento não-estacionário através de técnicas de CFD em 1987 foram

hoje em dia superados, principalmente devido ao estupendo aumento da capacidade de processamento durante os últimos 20 anos e ao visível progresso nas técnicas numéricas. O uso de CFD para cálculos em regime estacionário tem amadurecido e crescido dentro do ambiente industrial. Mesmo assim, seu emprego na indústria para os casos não-estacionários ainda hoje é incipiente.

Há cerca de pouco mais de uma década, Lacabanne e Zwaan (1998), entre as conclusões do *workshop* sobre Simulação Numérica em Aerodinâmica Não-Estacionária e Aeroelasticidade promovido pelo braço técnico-científico da OTAN (Organização do Tratado do Atlântico Norte) – RTO, antigo AGARD (*Advisory Group for Aeronautics Research and Development*) – atestaram que as técnicas de CFD ainda se apresentavam muito caras do ponto de vista computacional para serem utilizadas em larga escala, demandavam muito tempo (em homem-hora) para a geração de malhas, observando-se ainda que os resultados eram muito sensíveis aos parâmetros das malhas, tornando, segundo os autores, sua confiabilidade questionável. Levantou-se também a questão do descompasso que havia entre as evoluções demonstradas nos campos acadêmico, cujo progresso foi considerável, e industrial, onde as aplicações ainda se restringiam a estudos de casos isolados. Em resumo, apesar do grande avanço que ocorrera nas últimas décadas, as técnicas de CFD ainda foram consideradas muito imaturas para que fossem usadas no cotidiano da indústria na solução de problemas não-estacionários.

Recentemente, Zhang *et al.* (2006) apontaram que, devido ao interesse cada vez maior de se introduzirem métodos de aeroelasticidade computacional no dia-a-dia das análises industriais, vários esforços têm sido realizados no intuito de validar as ferramentas em desenvolvimento e, ao mesmo tempo, construir o *know how* e capacitar mão-de-obra capaz de utilizar adequadamente as ferramentas. Tais esforços estão em andamento e devem ser mantidos nos próximos anos.

Ainda que o emprego de técnicas de CFD para aerodinâmica não-estacionária e aeroelasticidade atinja a plena maturidade dentro de um curto horizonte, elas não permitem que através delas se faça rapidamente uma eficiente identificação das principais características que afetam o comportamento aeroelástico das estruturas. Para tal tarefa, os métodos baseados em teoria linearizada se mostram muito mais adequados e, por que não, intuitivos, já que a solução de problemas de autovalor permite determinar de imediato quais parâmetros afetam a estabilidade aeroelástica da estrutura estudada. Em um recente trabalho, Alskog *et al.* (2009), filiados à indústria aeroespacial *Saab Aerosystems*, propõem que a melhor forma de se tirar todo o proveito das técnicas de análise não-lineares em aeroelasticidade é, em primeiro lugar, esgotar as possibilidades trazidas pelos métodos baseados em teoria linearizada, reservando para as técnicas não-lineares a investigação de problemas que requeiram análises detalhadas e minuciosas de condições selecionadas para casos específicos. Sendo assim, as técnicas baseadas na obtenção de matrizes de coeficientes de influência (matrizes AIC) ainda são, e serão por um bom tempo, a principal ferramenta na determinação dos carregamentos aerodinâmicos visando às aplicações em análise aeroelástica.

# 1.2.3 Métodos de Correção

Para que essa perpetuidade dos métodos lineares fosse possível, várias maneiras de se incorporar a eles informações de origem não-linear tiveram de ser desenvolvidas desde os primeiros cálculos. Devido à grande dificuldade de se obterem dados de origem não-linear em regime não-estacionário que fossem suficientemente confiáveis, a grande maioria tenta utilizar como base dados não-lineares de regime estacionário. Com maior ou menor grau de aproximação, considera-se que estes dados contenham informação suficiente sobre os aspectos não-lineares, de forma a se produzirem carregamentos confiáveis em regime não-

estacionário. Entre as técnicas mais tradicionais de se realizar tal trabalho estão os métodos de correção. Como visto, tal procedimento encontra respaldo no trabalho clássico de Landahl (1961).

Rodden e Revell (1962) propuseram um método em que a matriz AIC é prémultiplicada por uma matriz diagonal, de forma a ajustar as distribuições de pressão obtidas pela teoria às pressões obtidas experimentalmente ou via algum outro método não-linear, por exemplo, CFD, para o caso estacionário.

Utilizando uma abordagem bastante semelhante, Bergh e Zwaan (1966) também propõem uma correção através da pré-multiplicação da matriz AIC por uma matriz diagonal. No entanto, em seu método, essa matriz é obtida através do ajuste de pressões não-estacionárias devidas a uma determinada forma modal e em uma determinada freqüência reduzida. Levantam a questão da possibilidade de se corrigir a matriz AIC para todos os modos de vibração e todas as freqüências reduzidas utilizando-se como entrada dados para um único modo e uma única freqüência reduzida. Concluíram que tal fato é possível, porém dentro de uma estreita variação de freqüência reduzida.

Yates (1966) apresentou um método de correção denominado "Teoria das Faixas Modificada" (*Modified Strip Theory*) que consiste na substituição das derivadas dos coeficientes de sustentação e momento de arfagem obtidos para cada faixa de uma asa por seus correspondentes medidos experimentalmente para o caso estacionário. Tal formulação prestava-se a levar em conta tanto efeitos de viscosidade quanto de compressibilidade, e mostrou-se bastante eficaz para asas alongadas e pouco enflechadas, numa faixa de moderados números de Mach.

Tijdeman e Zwaan (1974), juntamente com Roos (1976) propuseram o emprego do número de Mach local, em vez do número de Mach do escoamento não perturbado, para o cálculo das matrizes AIC e imposição das condições de contorno. Apesar de limitado ao

regime baixo transônico, o método conseguiu com sucesso prever a não-uniformidade da propagação das perturbações no escoamento, as quais obviamente têm influência no campo de pressões não-estacionárias.

Giesing, Kalman e Rodden (1976) mostraram como se podia obter uma matriz de correção para a matriz AIC, seja ela pré ou pós-multiplicativa (aos métodos com base em matriz pós-multiplicativa costuma-se chamar correção do *downwash*), de modo a se ajustarem os coeficientes de sustentação, momento de arfagem e momento de articulação por seção da asa a valores de referência, os quais, via de regra, mas não obrigatoriamente, são válidos para regime estacionário. Como nesse caso geralmente há mais variáveis do que restrições, isto é, mais painéis do que coeficientes, para se chegar aos valores desejados dos coeficientes fez-se uso do método dos mínimos quadrados, onde a função minimizada foi o desvio em relação à matriz AIC original. À ocasião, os autores ativeram-se ao uso de matrizes de correção diagonais, alegando que matrizes não-diagonais destruiriam o caráter distributivo da interferência aerodinâmica, representado pela matriz de coeficientes de influência.

Dau (1992) propôs uma metodologia para o cálculo de carregamentos aerodinâmicos devidos a escoamentos transônicos sobre superfícies sustentadoras em que, a partir das distribuições de pressão estacionária e não-estacionária em regime linear, e da distribuição de pressão em regime estacionário não-linear, poder-se-ia recompor o carregamento não-estacionário não-linear em regime transônico. O método é embasado em uma série de considerações semiempíricas apresentadas por Garner (1977), entre elas a manutenção da razão entre as contribuições dos campos estacionário e não-estacionário para diferentes regimes e números de Mach. O método é hoje conhecido por método de Dau-Garner.

Jadic *et al.* (1999) propuseram um método de correção baseado na pré-multiplicação da matriz AIC por uma matriz cheia. O uso da matriz cheia justificar-se-ia pelo fato de se obter com ela um melhor ajuste para vários modos de vibração simultaneamente, sem

distorcer a matriz original, diminuindo a alteração em especial nos termos diagonais. Entretanto, os modos usados não seriam os modos normais de vibração de uma estrutura, mas modos geométricos linearmente independentes preestabelecidos. Os carregamentos aerodinâmicos devidos a esses modos geométricos poderiam ser calculados numericamente, ou obtidos de ensaios em túnel de vento, independentemente da estrutura, que pode não ser conhecida. A compatibilização poderia ser feita *a posteriori*, através de uma mudança de base. Em seu trabalho, realizam uma comparação com ajustes realizados pelo método de Giesing *et al.* (1976), e concluem que com seu novo método, além de conseguirem os mesmos coeficientes ajustados de sua referência, geraram uma matriz de correção de norma mais reduzida, ou seja, com maior variação nos termos mais afastados da diagonal, porém mais próxima da unitária. Tal fato, seguindo a linha de raciocínio proposta, distorceria menos a matriz AIC original.

Suciu (2003) apresenta um método de correção de derivadas aerodinâmicas criado com intuito de se poderem utilizar diferentes fatores-peso na correção de carregamentos aerodinâmicos gerados via método *Doublet Lattice* ocasionados por diferentes movimentos. Segundo o autor, a grande parte dos procedimentos de correção utilizados na indústria é realizada de maneira errônea, pois, em geral, preocupa-se apenas em ajustar as cargas aerodinâmicas geradas numa superfície devido ao seu movimento "principal", esquecendo-se de ajustar os efeitos de interferência de uma superfície na outra e dos movimentos ditos "secundários". Como exemplo, mostra como a distribuição de pressão ao longo da empenagem horizontal de uma aeronave de cauda em T deve ser ponderada de maneira diferente quando se deseja ajustar simultaneamente as derivadas de coeficiente de sustentação da empenagem horizontal em relação a sua própria variação de ângulo de ataque e em relação à derrapagem da empenagem vertical (a qual induz variações de pressão na superfície

horizontal), ou à deflexão de profundor. Esses diferentes efeitos, quando incorporados ao modelo aerodinâmico da estrutura, levam a diferentes velocidades de *flutter*.

Silva (2004), partindo da premissa de que o escoamento transônico não-estacionário não-linear pode ser modelado como uma perturbação linear em torno de um escoamento estacionário não-linear, e sabendo que, via de regra, as frequências reduzidas relevantes para análise aeroelástica são menores que a unidade, propôs um método de correção do downwash no qual a matriz AIC pode ser expandida em torno da frequência reduzida zero, e assim dividida em duas parcelas: uma de origem estacionária (ou "quase-estacionária", sendo esta obtida pela diferença de dois termos estacionários), e outra de origem não-estacionária. A parte estacionária poderia ser corrigida através uma matriz de correção diagonal pósmultiplicativa oriunda de dados não-lineares de regime estacionário, enquanto a parcela nãoestacionária continuaria a ser prevista pela teoria linearizada. A essa abordagem chamou-se de Método da Expansão Sucessiva da Função Núcleo (Successive Kernel Expansion Method – SKEM). A premissa de que parte o método, apesar de encontrar respaldo em Landahl (1961) e em Landahl (1963), foi embasada em estudos de CFD realizados utilizando uma formulação de Navier-Stokes com média de Reynolds em regime não-estacionário para a asa do avião F-5. Esses resultados, calculados no domínio do tempo, foram transformados para o domínio da frequência, de onde se pôde concluir que a hipótese de linearidade em torno de uma condição não-linear seria bastante razoável. A metodologia proposta por Silva (2004) levou a excelentes previsões dos carregamentos aerodinâmicos quando comparados àqueles obtidos via métodos não-lineares. No entanto, as previsões de velocidade de *flutter* utilizando sua proposta não obtiveram o mesmo sucesso, apesar de terem conseguido prever corretamente as tendências, quando comparadas às medições experimentais. A explicação para tal discrepância ainda não é muito clara.

Vários dos métodos de correção brevemente descritos acima são ou foram usados em aplicações industriais visando à melhoria na obtenção de carregamentos aerodinâmicos não-estacionários para análise aeroelástica. Em alguns casos, são usados em combinação. Entretanto, não há para os métodos de correção um estudo sistemático sobre quais fenômenos físicos cada método é capaz de prever e incorporar aos modelos potenciais lineares, que ainda formam o pilar do estudo de estabilidade aeroelástica e cálculo de cargas dinâmicas devidas a rajadas. Especialmente no que concerne à análise de estabilidade aeroelástica em regime transônico, parece não haver entre a maior parte dos usuários e/ou idealizadores das diferentes metodologias uma consciência clara de quais aspectos físicos são mais relevantes e devem ser perseguidos para uma correta previsão das velocidades de *flutter* no referido regime. Concomitantemente, também não parece estarem estabelecidas as limitações de cada abordagem e, conseqüentemente, quais os limites de confiabilidade dos modelos. O presente trabalho concentra-se exatamente nesses pontos.

#### 1.3 Escopo da Tese

No capítulo 1 são apresentados o histórico do vôo transônico do ponto de vista do aeroelasticista, a revisão bibliográfica e o escopo da tese.

No capítulo 2 é feita uma detalhada revisão sobre a física do escoamento transônico não-estacionário. Faz-se também um apanhado sobre os aspectos mais relevantes do regime transônico do ponto de vista de estabilidade aeroelástica.

No capítulo 3 é apresentada a formulação do modelo matemático utilizado para análise de estabilidade aeroelástica em regime transônico. Primeiramente, apresenta-se a formulação do modelo dinâmico; em seguida, a formulação do modelo aerodinâmico linear; na seqüência, o modelo de transferência de esforços e deslocamentos entre as malhas estrutural e

aerodinâmica (*spline*); na seqüência, a montagem e metodologia de solução do problema de autovalor associado à estabilidade aeroelástica; por fim, a descrição das formulações de alguns métodos de correção selecionados para estudos comparativos.

A comparação dos resultados alcançados através do emprego dos vários métodos é mostrada no capítulo 4.

Ao capítulo 5 destinaram-se as conclusões e sugestões de prospecções futuras.

Finalmente, no capítulo 6 constam as referências bibliográficas.

### 2 O Escoamento Transônico Não-Estacionário

Para uma correta avaliação dos efeitos transônicos sobre o comportamento aeroelástico de estruturas aerodinâmicas, faz-se necessário em primeiro lugar conhecer os fenômenos físicos associados ao regime.

Tijdeman (1977) realizou um trabalho extensivo relativo ao assunto, no qual uma série de resultados experimentais obtidos utilizando-se perfis convencionais e transônicos, expostos a escoamentos com diferentes números de Mach, oscilando com freqüências reduzidas diferentes, são comparados entre si e aos resultados previstos pela teoria linear. De modo a fundamentar suas discussões, as particularidades são embasadas em elementos fundamentais da teoria aerodinâmica. Apesar de restringirem-se ao caso bidimensional, grande parte das conclusões obtidas por Tijdeman são perfeitamente aplicáveis ao mundo tridimensional, e permitem-nos ganhar significativo sentimento físico a respeito dos escoamentos na transição do subsônico ao supersônico.

O que vem a seguir é basicamente um resumo do assunto e segue aproximadamente a sequência dos principais tópicos discutidos por Tijdeman (1977), aos quais se complementam elementos encontrados em Landahl (1961), Shapiro (1953) e Anderson Jr. (1990), sendo assim representativo da ótica do presente autor.

# 2.1 Considerações Físicas e Matemáticas

Neste capítulo são apresentadas equações baseadas nos princípios físicos fundamentais da aerodinâmica, que evoluem até modelos sintéticos, obtidos a partir do estabelecimento das hipóteses simplificadoras aplicáveis aos estudos de escoamentos aerodinâmicos presentes em fenômenos aeroelásticos. Admite-se como premissa básica que, no inicio do movimento do corpo, quando se inicia o *flutter*, este ocorre a pequenas perturbações. Uma análise de estabilidade aeroelástica fundamenta-se na identificação de uma fronteira de estabilidade, isto é, a situação a partir da qual o movimento estrutural se amplifica com a extração da energia do escoamento, possivelmente levando a um colapso estrutural.

## 2.1.1 A Geração de Cargas Aerodinâmicas Não-Estacionárias

Consideremos uma asa (ou qualquer outra estrutura aerodinâmica) exposta a um escoamento uniforme de velocidade  $U_{\infty}$ , com um ângulo de ataque  $\alpha$  em relação ao eixo X, conforme a Figura 2-1.

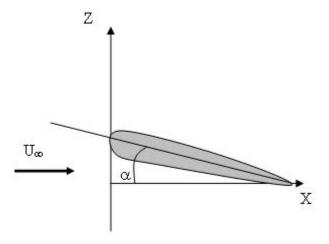


Figura 2-1: Perfil aerodinâmico com ângulo de ataque

No caso em que esta asa esteja movendo-se, cada etapa desse movimento resultará numa variação  $\Delta\alpha$  de ângulo de ataque, a qual provocará uma re-acomodação do escoamento que a contorna, levando à formação de um novo campo de velocidades e, consequentemente, de pressões. Como consequência desse fenômeno, há uma variação no que se convencionou chamar de *circulação* da velocidade  $-\Gamma$  - em torno de cada seção dessa asa, o que matematicamente se expressa como:

$$\Gamma = \oint_C \vec{V} \bullet d\vec{l}$$
 (Eq. 2-1)

onde V é o vetor velocidade e C é uma curva fechada que contorna o corpo.

Entretanto, conforme atesta o teorema de Kelvin, a circulação da velocidade ao longo de um determinado caminho fechado, num domínio simplesmente conexo, não pode variar, incluindo o caso em que esse caminho seja "convectado" com o escoamento.

Como o escoamento não perturbado tem circulação nula, o teorema de Kelvin implica que essa variação de circulação ocorrida na asa deva ser compensada por uma alteração de mesma magnitude e em sentido contrário na circulação de uma esteira turbilhonar que se forma à sua jusante. A constatação reflete-se no desprendimento de vórtices a partir do bordo de fuga da superfície sustentadora e, no caso tridimensional, na formação dos vórtices de ponta de asa.



Figura 2-2: Desprendimento de vórtices a partir do bordo de fuga da superfície sustentadora.

Por sua vez, esses vórtices emitidos induzem velocidades normais ao plano da asa, levando a uma alteração de seu ângulo de ataque efetivo. Como conseqüência desse fenômeno, há uma defasagem entre as alterações de ângulo de ataque e as variações de sustentação que a superfície sofre.

Por se tratar, no caso simples acima, de um fenômeno puramente cinemático, as relações entre variação de ângulo de ataque e geração de sustentação variam com a velocidade com que esses vórtices são convectados à jusante –  $U_{\infty}$  – e com a frequência com que se dá o movimento da asa -  $\omega$ .

Em regime estacionário, os parâmetros que exercem maior influência sobre a física do escoamento são:

- geometria (espessura, arqueamento e forma em planta);
- ângulo de ataque  $\alpha$ ;
- número de Mach;
- número de Reynolds.

Porém, devido à peculiaridade do fenômeno não-estacionário, para a correta descrição física dos escoamentos nesse regime, torna-se necessária a consideração de mais um parâmetro, que no caso de oscilações harmônicas é conhecido por *freqüência reduzida* – k – onde:

$$k = \frac{\omega b}{U_{\infty}}$$
 (Eq. 2-2)

sendo b a semi-corda de referência e  $\omega$  a frequência angular.

A frequência reduzida é um parâmetro que fornece informação sobre o grau de nãoestacionariedade do escoamento em questão, podendo ser compreendida como o número de oscilações que a asa realiza enquanto as partículas do fluido são convectadas a uma distância medida em semi-cordas da asa. Para os casos de movimentos oscilatórios em que as perturbações causadas pelo corpo aerodinâmico são razoavelmente pequenas, é muito comum a representação dos carregamentos aerodinâmicos em notação complexa (partes real e imaginária, ou magnitude e fase). No entanto, tal notação restringe-se aos casos em que se pode considerar uma relação de linearidade entre deslocamentos e geração de carregamentos. Assim sendo, deslocamento e cargas aerodinâmicas possuem o mesmo conteúdo em freqüência.

Fatores que afetam diretamente a hipótese de linearidade, e por consequência complicam o tratamento dos carregamentos aerodinâmicos, são:

- a presença de escoamentos descolados sobre a superfície aerodinâmica;
- ondas de choque oscilando.

Nesses casos, além das componentes de frequência do deslocamento, as cargas aerodinâmicas geradas também possuem harmônicos de ordens mais elevadas.

# 2.1.2 As Equações Básicas da Aerodinâmica Não-Estacionária

Nesta seção poderemos perceber como alguns aspectos fundamentais do escoamento não-estacionário ficam evidentes a partir das hipóteses básicas consideradas na formulação do problema em seus diferentes regimes.

De forma a simplificar o equacionamento, consideremos o caso de um fluido perfeito, i.e., com forças intermoleculares desprezíveis; não viscoso, ou seja, sem difusão de quantidade de movimento e trocas térmicas convectivas; num espaço bidimensional; na condição de atmosfera em equilíbrio, i.e., sem forças de campo, pois gravidade e empuxo se anulam. Aplicando os princípios fundamentais da mecânica dos fluidos:

- Princípio da Conservação da Massa;
- Variação da Quantidade de Movimento, i.e., a 2ª Lei de Newton;
- Princípio da Conservação da Energia.

Pode-se escrever o que comumente se chama de formulação de Euler:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho U \\ \rho W \\ e \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho U^{2} + p \\ \rho U W \\ U(e+p) \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} \rho W \\ \rho U W \\ \rho W^{2} + p \\ W(e+p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(Eq. 2-3)

onde  $e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}\rho(U^2 + W^2)$  é a energia total específica do fluido,  $\rho$  é sua massa específica,  $\gamma$  é a razão de calores específicos, p é pressão aerodinâmica, t é o tempo, x e z são as coordenadas espaciais, e U e W são suas respectivas componentes do vetor velocidade  $\vec{V}$ .

O problema está sujeito à condição de contorno de não-penetrabilidade, isto é, o fluido não pode passar por entre as paredes do corpo aerodinâmico. Isso implica que a velocidade do fluido seja perpendicular à superfície do corpo seja nula, isto é:

$$\vec{V} \bullet \vec{n} = 0 \tag{Eq. 2-4}$$

em que n é o vetor normal à parede do corpo.

Seja a superfície do corpo descrita por S(x,z,t) = 0. Assim sendo, a velocidade nos pontos de contorno deve obedecer à restrição imposta por:

$$\frac{D}{Dt}[S(x,z,t)] = \frac{\partial}{\partial t}[S(x,z,t)] + \vec{V} \cdot \nabla[S(x,z,t)]$$

$$= \frac{\partial}{\partial t}[S(x,z,t)] + U \frac{\partial}{\partial x}[S(x,z,t)] + V \frac{\partial}{\partial y}[S(x,z,t)]$$

$$= 0$$
(Eq. 2-5)

Podem-se fazer ainda algumas hipóteses simplificadoras. Consideremos que o escoamento seja isentálpico e isentrópico, isto é, não haja variação de entalpia e entropia ao longo do escoamento. Isso significa que todos os processos ocorram adiabática e reversivelmente. Dessa forma, pode-se relacionar pressão p e massa específica  $\rho$  por:

$$\frac{p}{\rho^{\gamma}}$$
 = Constante (Eq. 2-6)

Ainda, da hipótese de isentropia, define-se a velocidade de propagação do som no meio por:

$$\frac{dp}{d\rho} = a^2 \tag{Eq. 2-7}$$

onde a é a velocidade do som em cada ponto do campo.

Supõe-se ainda que o escoamento seja irrotacional, isto é, as partículas do fluido não girem em torno de si mesmas. Matematicamente, isso se expressa da seguinte maneira:

$$\nabla \times \vec{V} = 0 \tag{Eq. 2-8}$$

Como conseqüência da hipótese de irrotacionalidade, sendo o meio fluido contínuo e simplesmente conexo, pode-se dizer, sem perda de generalidade, que existe uma função potencial de velocidade de perturbação Φ, tal que:

$$\vec{V} = \vec{U}_{\infty} + \nabla \Phi \tag{Eq. 2-9}$$

Retornando à Eq. 2-3, e utilizando as Eqs 2-6, 2-7 e 2-8, além da definição 2-9, temos a seguinte equação diferencial do potencial de perturbação (Landahl, 1961):

$$\nabla^{2}\Phi - M_{\infty}^{2} \left[ \Phi_{xx} + \left(\frac{2}{U_{\infty}}\right) \Phi_{xt} + \left(\frac{1}{U_{\infty}^{2}}\right) \Phi_{tt} \right] =$$

$$= M_{\infty}^{2} \left[ \left(\frac{\gamma + 1}{U_{\infty}}\right) \Phi_{x} \Phi_{xx} + \left(\frac{\gamma - 1}{U_{\infty}}\right) \Phi_{x} \Phi_{zz} + \left(\frac{2}{U_{\infty}}\right) \Phi_{y} \Phi_{xz} + \left(\frac{\gamma - 1}{U_{\infty}^{2}}\right) \Phi_{t} \nabla^{2} \Phi + \left(\frac{2}{U_{\infty}^{2}}\right) (\Phi_{x} \Phi_{xt} + \Phi_{z} \Phi_{zt}) \right] +$$

$$+ \frac{M_{\infty}^{2}}{U_{\infty}^{2}} \left\{ \left[ \left(\frac{\gamma + 1}{2}\right) \Phi_{x}^{2} + \left(\frac{\gamma - 1}{2}\right) \Phi_{z}^{2} \right] \Phi_{xx} + \left[ \left(\frac{\gamma + 1}{2}\right) \Phi_{z}^{2} + \left(\frac{\gamma - 1}{2}\right) \Phi_{xz}^{2} \right] \Phi_{zz} + 2\Phi_{x} \Phi_{z} \Phi_{xz} \right\}$$
(Eq. 2-10)

Obteve-se, portanto, um problema com uma única variável, a função potencial de perturbação, a partir da qual todas as grandezas físicas podem ser derivadas. Entretanto, além da condição de não-penetrabilidade, para que a solução do problema se torne única, necessitase de impor mais uma condição de contorno: não pode haver descontinuidade de pressão no bordo de fuga do corpo aerodinâmico, conhecida como *Condição de Kutta*.

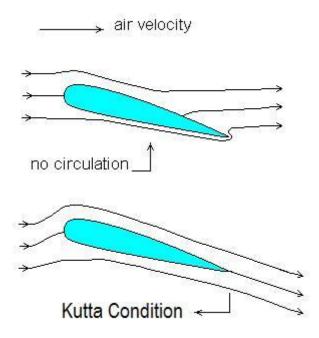


Figura 2-3: Papel da Condição de Kutta na determinação da unicidade da solução para o problema do escoamento sobre perfis: as velocidades no bordo de fuga devem ser iguais para intradorso e extradorso, ainda que sejam nulas (estagnação) (adaptado de http://galileo.phys.virginia.edu/classes/311/notes/aero/node4.html, 17 de maio de 2010)

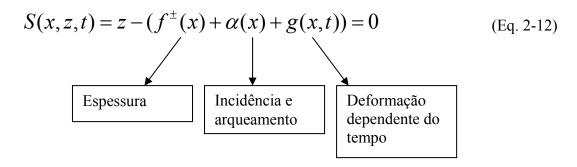
Apesar de ser válida estritamente para escoamento isentrópico e irrotacional, para fins de estudos transônicos, considera-se que a equação do potencial consegue descrever adequadamente escoamentos até o ponto em que se tem número de Mach local  $M_1 = 1,3$  antes de uma onda de choque (a justificativa para esse fato é melhor abordada na seção 2.1.5.ii).

# 2.1.3 Escoamentos Subsônicos e Supersônicos

No caso dos escoamentos subsônicos e supersônicos, tornou-se prática consagrada o emprego da *hipótese de pequenas perturbações*, segundo a qual as perturbações sobre o escoamento não perturbado são muito menores do que seus valores de referência. Através dela, é possível desprezar os termos de segunda ordem ou mais nas equações diferenciais, assim como na imposição das condições de contorno. Logo, a Eq. 2-10 pode ser simplificada para:

$$\nabla^2 \Phi - M_{\infty}^2 \left[ \Phi_{xx} + \frac{2}{U_{\infty}} \Phi_{xt} + \frac{1}{U_{\infty}^2} \Phi_{tt} \right] = 0$$
 (Eq. 2-11)

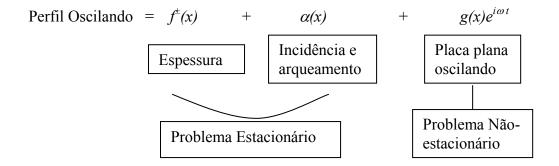
A fronteira do corpo, por sua vez pode ser descrita por:



De maneira que a condição de contorno pode ser imposta segundo:

$$\Phi_z = U_{\infty}(f^{\pm}_x + \alpha_x + g_x) + g_t$$
 (Eq. 2-13)

Note-se que tanto a equação diferencial que rege o fenômeno quanto as condições de contorno do problema são lineares em  $\Phi$ . A linearidade do problema implica a possibilidade de se considerarem separadamente as soluções para os problemas estacionário e não-estacionário. Esquematicamente:



A função potencial de velocidade de perturbação  $\Phi$  pode ser considerada como variante no tempo, proporcional a uma intensidade  $\phi$  em torno de uma condição média estacionária  $\Phi_0$ , isto é:

$$\Phi = \Phi_0(x, y) + \phi(x, y)e^{i\omega t}$$
 (Eq. 2-14)

A Eq. 2-14 implica que a variação da intensidade do potencial ocorre proporcionalmente a uma variação harmônica simples no tempo.

Retomando a definição da freqüência reduzida e, sem perda de generalidade, fazendose a semi-corda de referência b = 1, a parte não-estacionária de perturbação da equação do potencial (2-11) fica como a equação abaixo:

$$\nabla^2 \phi - M_{\infty}^2 [\phi_{xx} + 2ik\phi_x - k^2 \phi] = 0$$
 (Eq. 2-15)

Podendo-se tratar o problema não-estacionário separadamente do problema estacionário, a condição de contorno 2-13 toma a seguinte forma:

$$\phi_z = U_\infty \left[ \frac{\partial}{\partial x} g(x) + ikg(x) \right]$$
 (Eq. 2-16)

Fica evidente, portanto, para os regimes de escoamento subsônico e supersônico a influência dos seguintes parâmetros regendo a física do problema:

- Freqüência reduzida k;
- Número de Mach do escoamento não perturbado  $M_{\infty}$ ;
- Forma do modo de vibração da estrutura -g(x).

A modelagem descrita acima já foi extensivamente utilizada e comparada com resultados experimentais, assim como sua extensão para o caso tridimensional, como é o caso do método *Doublet Lattice*. Os resultados são bastante razoáveis, com exceção da modelagem de flaps e superfícies de controle, onde os efeitos viscosos são dominantes, requerendo um cuidado adicional em sua modelagem matemática, em geral realizada através de métodos de correção.

### 2.1.4 Escoamento Transônico

Para os casos em que  $M_{\infty}$  é próximo da unidade, desprezar todos os termos de ordem superior, como os produtos de termos presentes na Eq. 2-10, passa a não ser mais um procedimento adequado. Tal fato acarreta a impossibilidade de linearização por completo da equação do potencial. Landahl (1961) aplicando a hipótese de pequenas perturbações chegou a uma formulação em que se eliminam vários termos não-lineares, porém mantendo os termos considerados dominantes:

$$\left[1 - M_{\infty}^{2} - M_{\infty}^{2} \left(\frac{\gamma + 1}{U_{\infty}}\right) \Phi_{x}\right] \Phi_{xx} + \Phi_{yy} - \frac{2M_{\infty}^{2}}{U_{\infty}} \Phi_{xt} - \frac{M_{\infty}^{2}}{U_{\infty}^{2}} \Phi_{tt} = 0 \quad \text{(Eq. 2-17)}$$

A solução está sujeita à mesma condição de contorno linearizada dada pela Eq. 2-16.

A não-linearidade da equação diferencial impede a separação das soluções de  $\Phi$  para espessura e incidência, e para oscilações. Formalmente, o problema pode ser contornado considerando-se que os efeitos não-estacionários são pequenas perturbações do escoamento estacionário em torno de uma condição de perturbação média, isto é:

$$\Phi = \Phi_0(x, y) + \phi(x, y)e^{i\omega t}; \quad |\phi| << |\Phi_0|$$
 (Eq. 2-18)

Nesse contexto, o problema passa a ser regido por duas equações diferenciais acopladas:

- Equação Estacionária:

$$\[ 1 - M_{\infty}^2 - M_{\infty}^2 \left( \frac{\gamma + 1}{U_{\infty}} \right) \Phi_{0x} \] \Phi_{0xx} + \Phi_{0yy} = 0$$
 (Eq. 2-19)

- Equação Não-estacionária:

$$\[ \left[ 1 - M_{\infty}^{2} - M_{\infty}^{2} \left( \frac{\gamma + 1}{U_{\infty}} \right) \Phi_{0x} \right] \phi_{xx} + \phi_{yy} - 2ikM_{\infty}^{2} \phi_{x} - k^{2}M_{\infty}^{2} \phi - M_{\infty}^{2} \left( \frac{\gamma + 1}{U_{\infty}} \right) \Phi_{0xx} \phi_{x} = 0 \]$$
(Eq. 2-20)

Onde a variável de acoplamento é em  $\Phi_0$ , comum às duas equações É importante reparar que, mesmo no modelo mais simplificado para a descrição do escoamento transônico não-estacionário, deve-se resolver uma equação diferencial não-linear para o regime estacionário e que, apesar de a equação não-estacionária ser linear em  $\phi$ , seus coeficientes são variáveis e dependem de  $\Phi_0$ .

Evidencia-se assim um dos aspectos mais marcantes do escoamento transônico nãoestacionário: a parcela não-estacionária do problema está intimamente ligada à parcela de origem estacionária, sendo impossível desacoplar o problema para a imensa maioria dos casos. Trata-se, portanto, de uma característica que permeia qualquer ponderação que seja feita a respeito da fenomenologia física da aerodinâmica nesse regime.

# 2.1.5 Principais Características do Escoamento Transônico Estacionário sobre Perfis

Conforme mostrado no breve equacionamento acima, o escoamento transônico não-estacionário possui uma forte interdependência com o escoamento transônico estacionário em torno do qual se dão as oscilações. Sendo assim, faz-se de grande relevância um bom entendimento dos fenômenos que ocorrem em regime estacionário para que se compreenda a parcela não-estacionária.

# i) Desenvolvimento do Padrão de Escoamento com Número de Mach, Ângulo de Incidência/Ataque e/ou Deflexão de Superfície de Controle

Consideremos inicialmente o caso de um perfil simétrico em regime subsônico. Com o progressivo aumento do número de Mach do escoamento não-perturbado, passa a haver uma região supersônica sobre intra e extradorso do perfil. Quando o número de Mach local sobre o perfil atinge cerca de 1,05, a região supersônica termina num choque normal, e o escoamento passa do regime supersônico para o subsônico.

Quando se aumenta ainda mais  $M_{\infty}$ , aquele choque normal move-se à jusante, em direção ao bordo de fuga, e sua intensidade aumenta. A progressão do escoamento com aumento de  $M_{\infty}$  ocorre dessa forma até que o salto de pressão através do choque seja suficientemente grande para induzir o descolamento da camada limite à jusante. Segundo Tijdeman (1977), p. 20, para uma camada limite turbulenta, tal fenômeno ocorre quando o número de Mach local antes da onda de choque  $M_1$  está entre 1,25 e 1,3 (ver Figura 2-4). Quando ocorre o total descolamento à jusante do choque, podem ocorrer fenômenos como o buffeting, no qual o desprendimento de vórtices no bordo de fuga acaba por excitar os modos de vibração da estrutura em estudo, gerando cargas de intensidade elevada, ou o buzz em superfícies de controle, nome dado devido ao barulho característico inerente ao movimento de alta freqüência da superfície móvel num escoamento descolado.

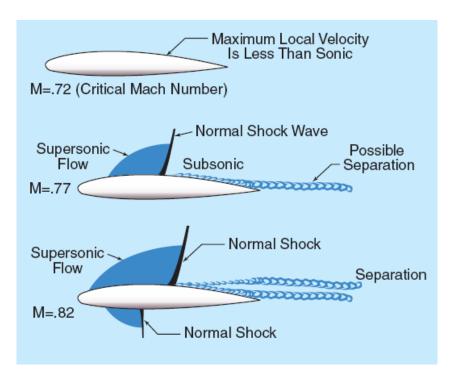


Figura 2-4: Evolução com número de Mach do escoamento com onda de choque (fonte: http://en.wikipedia.org/wiki/File:FAA-8083-3A\_Fig\_15-9.png, 17/03/2009)

Consideremos agora o mesmo perfil, porém desta vez o que se aumenta progressivamente é seu ângulo de ataque, α. No caso em que já houver uma região transônica, ocorrerão mudanças totalmente opostas no que concerne aos escoamentos em intra e extradorso.

No extradorso, conforme se aumenta  $\alpha$ , o escoamento é acelerado, a região supersônica aumenta, e o choque vai à jusante e tem sua intensidade aumentada. Enquanto isso, no intradorso, o escoamento é desacelerado, a região supersônica diminui ou desaparece, e a onda de choque caminha à montante e perde força, ou desaparece.

Para os casos em que existe uma superfície de controle, pode-se tratá-la por analogia ao aumento de ângulo de ataque, visto que a deflexão de uma superfície de controle nada mais é do que a alteração do arqueamento efetivo do perfil, levando a uma alteração no ângulo de ataque local. Dessa forma, uma deflexão para baixo de um aileron, p.ex., leva a uma aceleração do escoamento no extradorso e desaceleração no intradorso. Os demais fenômenos associados ocorrem conforme descrito no parágrafo anterior.

### ii) Características de uma Onda de Choque Transônica

Numa onda de choque transônica, a velocidade do escoamento reduz-se do regime supersônico para o regime subsônico. Além disso, conforme se vê em Shapiro (1953), a diferença de pressão através do choque, que em verdade é o que determina sua intensidade, é determinada completamente pelo número de Mach local antes do choque, e normal a ele  $(M_1)$ , i.e.:

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1} (M_1^2 - 1)$$
 (Eq. 2-21)

Outro aspecto interessante diz respeito à curvatura do choque transônico. Num escoamento não-viscoso em torno de um perfil bidimensional, o pé da onda de choque transônica forma um ângulo reto com contorno do perfil, caracterizando um choque normal. Entretanto, a parte restante do choque é curvada à montante (ver Figura 2-5).

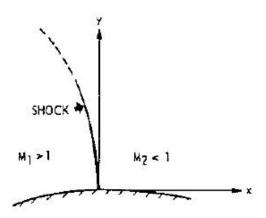
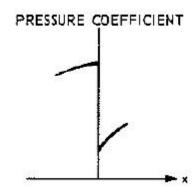


Figura 2-5: Onda de choque transônica em superfície convexa (fonte: Tijdeman (1977), p. 22).

Isso ocorre porque, num contorno convexo, que é o caso dos corpos aerodinâmicos, a velocidade do escoamento deve diminuir à medida que o ponto observado se afasta da parede, tanto antes quanto após o choque, de forma a se obedecerem as condições de contorno no

infinito (escoamento não-perturbado). O que se constata é que isso é incompatível com um choque totalmente reto. Se este fosse o caso, um decréscimo na velocidade à montante levaria a um aumento da velocidade à jusante, de acordo com a equação do choque normal (Eq. 2-20). Isso levaria a um gradiente reverso na direção normal à parede. Sendo assim, a onda de choque deve ser curva para frente (montante). Adicionalmente, dependendo do caso se requer ainda um reajuste no gradiente de pressão logo após o choque, resultando numa rápida expansão. A isso se chamou *Zierep Cusp* (ver Figura 2-6).



b-2: RAPID EXPANSION DIRECTLY DOWNSTREAM OF SHOCK WAVE (ZIEREP CUSP)

Figura 2-6: Rápida expansão após onda de choque normal em superfície convexa – Zierep Cusp (fonte: Tijdeman (1977), p. 22).

Dependendo de uma série de fatores, como gradiente de velocidade normal à parede, curvatura do contorno do perfil e espessura de camada limite, os fenômenos de encurvamento e do *Zierep Cusp* podem ser mais ou menos evidentes.

A questão da curvatura dos choques traz à tona ainda mais uma discussão: a validade dos modelos potenciais em regime transônico, mesmo considerando os modelos potenciais não-lineares. Isso porque, conforme atesta o teorema de Crocco, a vorticidade local  $(\Omega)$  varia de acordo com a variação de entropia (s) na direção normal ao escoamento:

$$2\Omega = \frac{1}{V} \left( T \frac{\partial s}{\partial n} - \frac{\partial h_0}{\partial n} \right)$$
 (Eq. 2-22)

Como a variação de entalpia total  $h_0$  geralmente é desprezível, mas diferentes variações de entropia são esperadas ao longo de choques curvos, pode-se esperar que, mesmo para choques fracos, haja geração de escoamento rotacional à jusante do choque, violando a hipótese potencial. O que nos permite utilizar a modelagem potencial em escoamento transônico é o fato de o salto de entropia através da onda de choque ser proporcional a " $(M_1^2 - 1)^3$ ", conforme mostra Anderson (1990), p. 431, combinando as equações da variação da entropia através do choque e as relações de Rankine-Hugoniot. Assim, para boa parte dos casos transônicos com que se trabalha, o incremento de entropia é pequeno, e o escoamento pode ser considerado praticamente irrotacional. Apesar de fornecer resultados razoáveis ainda para escoamentos com ondas de choque fracas, é importante ter em mente as limitações de tal modelagem.

### iii) Escoamento Transônico Livre de Onda de Choque

O caso do escoamento transônico sem onda de choque ocorre tipicamente ao redor dos perfis transônicos, também chamados "supercríticos", na condição de projeto, i.e., para números de Mach do escoamento não-perturbado e ângulos de ataque específicos. Nestes casos, a transição da região supersônica para a subsônica ocorre sem que haja a formação de um choque perceptível.

Ao contrário do que se possa pensar à primeira vista, o escoamento transônico livre de choques é intrinsecamente não-linear. A própria concepção de perfis supercríticos baseia-se no achatamento das distribuições de pressão sobre o corpo cujo sucesso de obtenção depende de aspectos não-lineares, p.ex. efeitos de espessuras elevadas, raios de curvatura de bordo de

ataque, evolução da camada limite. Além disso, pequenas variações em torno da condição de projeto em geral já ocasionam a formação de ondas de choque. Segundo Tijdeman (1977), para o caso do perfil NLR 7301 tais fenômenos ocorrem para variações de  $M_{\infty}$  em torno de 0.03, e variações de  $\alpha$  de cerca de 1°.

### iv) Aspectos Viscosos

De maneira geral, para o caso de escoamentos subsônicos colados à superfície dos corpos aerodinâmicos, os efeitos da viscosidade são confinados à camada limite e à esteira turbilhonar.

A esteira turbilhonar tem sua existência prevista pela própria teoria potencial, porém a maneira como ela se desenvolve, devido à própria natureza do fenômeno de desprendimento dos vórtices e sua evolução, está intimamente ligada aos fenômenos viscosos, especialmente a difusão de quantidade de movimento. A dinâmica de formação da esteira tem importância nos casos em que esta interage com os modos estruturais, adiantando ou atrasando a fase do carregamento sobre o corpo. Entretanto, salvo os casos em que há incidência da esteira sobre outras estruturas de interesse, como quando se tem empenagens atrás de asas, a topologia detalhada que a esteira adquire é de pouco interesse do ponto de vista de aeroelasticidade.

Camada limite é o nome que se dá à porção do fluido em estudo, situada entre a parede do corpo aerodinâmico e o restante do fluido onde os efeitos viscosos já são desprezíveis. Ela tem início no bordo de ataque, sob a forma laminar, e após certa distância percorrida sofre transição para o regime turbulento. A camada limite altera a forma efetiva do corpo aerodinâmico e, consequentemente, altera a distribuição de pressão e os carregamentos que sobre ele atuam. A magnitude de seus efeitos depende basicamente de geometria,

incidência/ângulo de ataque e do número de Reynolds. Este último rege essencialmente a espessura da camada limite e seu ponto de transição entre os regimes laminar e turbulento.

Ainda mais do que no regime subsônico, o comportamento da camada limite em regime transônico é de suma importância, pois influencia na posição e na força das ondas de choque. Em contrapartida, o salto de pressão através dos choques altera o desenvolvimento da camada limite, podendo induzir o seu descolamento.

Outro aspecto bastante relevante diz respeito a se a onda de choque interage com uma camada limite laminar ou turbulenta. Quando o que está em pauta são aeronaves reais em vôo, geralmente as camadas limites são turbulentas quase em toda a extensão da corda das superfícies de sustentação, dadas as escalas avantajadas. No entanto, conforme frisou Tijdeman (1977), quando se trabalha com ensaios em túnel de vento, tem-se aí mais uma variável a controlar, e que pode alterar substancialmente os resultados finais do experimento, uma vez que o número de Reynolds baixo pode afetar a posição da transição.

Ainda com relação à interação choque-camada limite, Tijdeman (1977) propôs a seguinte classificação quanto aos estágios em que ela pode se dar:

- *fraca*: apesar de haver um espessamento da camada limite à jusante do choque, não há descolamento;
  - moderada: pode haver a formação de bolhas de separação à jusante do choque;
  - forte: a camada limite descola-se do perfil após a onda de choque.

No que tange os modelos matemáticos para estudo do regime transônico, vê-se claramente que abordagens não-viscosas podem ser adequadas unicamente para a interação tipo "fraca".

O mesmo autor ainda classificou os tipos de separação que a camada limite pode sofrer após uma onda de choque:

- *tipo A*: mais comum em perfis convencionais. Forma-se uma bolha de recirculação logo após o choque. Conforme se aumenta o número de Mach, a bolha propaga-se para o bordo de fuga rapidamente, gerando uma súbita queda de pressão à jusante. A circulação sobre o perfil diminui e, com freqüência, ocorrem *buffeting* e *buzz*;

- *tipo B*: comum em perfis modernos ("supercríticos"), que possuem gradiente de pressão acentuado no bordo de fuga. Inicia-se uma separação no bordo de fuga, assim como alguma recirculação após a onda de choque. Seu comportamento depende fortemente da espessura e perfil de velocidades da camada limite no bordo de fuga, assim como do gradiente de pressão, o que denota também forte dependência com número de Reynolds e ponto de transição.

# 2.1.6 Principais Características do Escoamento Transônico Não-Estacionário sobre Perfis

Conforme visto anteriormente, existe uma forte interação entre as parcelas estacionária e não-estacionária de um escoamento em regime transônico. Portanto, contrariamente ao que se dá nos regimes subsônico e supersônico, ênfase deve ser dada aos efeitos de forma do perfil e ângulo de ataque/deflexão médios na geração dos carregamentos não-estacionários, além de número de Mach, frequência reduzida e modo de vibração.

Tijdeman (1977), através da análise de dois diferentes perfis, um NACA 64A006 com flap no bordo de fuga, e um NLR 7301, um perfil transônico, articulado em torno do eixo de arfagem, pôde chegar a uma série de conclusões a respeito da física dos escoamentos transônicos não-estacionários.

No caso do perfil NACA 64A006, há um grande pico de pressão no bordo de ataque do flap, o que pode ser interpretado como uma perturbação puntual. Isso facilita a

interpretação física dos resultados. Além disso, estudos ópticos revelaram interessantes movimentos das ondas de choque.

Em relação ao perfil NLR 7301, foram realizadas oscilações em torno da condição livre de choque, assim como alguns pontos típicos fora da condição de projeto. Para ambos os perfis, analisaram-se os efeitos de número de Mach, ângulo de ataque e/ou deflexões médias, e frequência reduzida.

Para enfatizar os efeitos dinâmicos dos escoamentos não-estacionários, em muitos casos as distribuições de pressão "quase-estacionárias" foram analisadas primeiro. Tais distribuições foram obtidas tomando-se as diferenças entre sequências de ensaios estacionários.

Os resultados experimentais foram comparados aos da teoria do perfil fino, permitindo identificar efeitos típicos associados aos regimes alto subsônico e transônico. Os carregamentos não-estacionários são apresentados ora na forma de partes real e imaginária, ora como magnitude e ângulo de fase. As principais observações e conclusões obtidas através do estudo de ambos os perfis são mostradas a seguir.

#### i) Resultados do perfil NACA 64A006 com flap

### Efeito do Número de Mach:

- Para as posições médias com  $\alpha_0$  e  $\delta_0$  nulos (ângulos de ataque e deflexão de flap médios, respectivamente), o número de Mach crítico<sup>2</sup> do perfil para o caso estacionário está entre 0,825 e 0,85. Em  $M_{\infty}=0,85$ , aparece uma onda de choque fraca em aproximadamente 45% da corda. Com o aumento de  $M_{\infty}$ , o choque vai à jusante e fica mais forte; em  $M_{\infty}=0$ 

\_

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Número de Mach crítico é o número de Mach do escoamento não perturbado em que o escoamento em torno do corpo aerodinâmico atinge em algum ponto a velocidade do som local.

- 0,92, ele atinge a linha de articulação do flap; acima disso, a camada limite descola-se após a onda de choque;
- Considerando os campos de pressão não-estacionários, verifica-se que, para valores baixos de  $M_{\infty}$ , as distribuições experimental não-estacionária, experimental quase-estacionária, e teórica (perfil fino) concordam bastante bem;
- Conforme se aumenta  $M_{\infty}$ , começam a aparecer saltos em  $\Delta Cp$ , tanto na distribuição quase-estacionária, quanto na não-estacionária, que não são previstos pela teoria. Além disso, o ângulo de fase do carregamento, em especial nas proximidades do bordo de fuga, começa a ser mal previsto;
- Ao se atingir escoamento supercrítico, isto é, quando começa a haver uma região supersônica sobre o corpo, passam a ocorrer fenômenos interessantes. Conforme se move o flap, o choque muda de lugar. Isso acarreta um grande pico em  $\Delta Cp$ , tanto para o caso quase-estacionário, quanto para o não-estacionário. Esse pico dá contribuição significativa para sustentação e momento de arfagem não-estacionários;

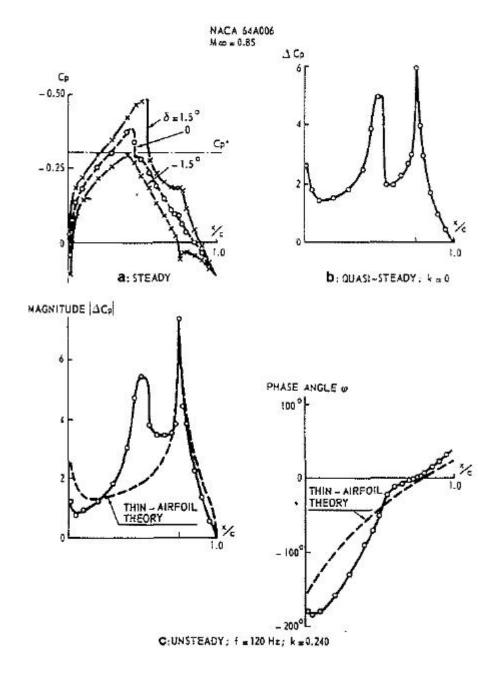


Figura 2-7: Distribuições de pressão para os regimes estacionário, quase-estacionário e não-estacionário e escoamento levemente supercrítico (fonte: Tijdeman (1977), p. 50).

- Outro fenômeno observado mostra que, ao se aumentar a velocidade do escoamento não-perturbado, as perturbações de pressão à montante da onda de choque tornam-se cada vez menores, enquanto a curva de fase ao longo da corda sofre uma quebra de inclinação na região do choque. Ao se aumentar ainda mais  $M_{\infty}$ , a região supersônica sobre o perfil e a intensidade do choque aumentam a ponto de as perturbações causadas pelo movimento oscilatório do flap não serem mais percebidas à montante da onda. Tal fato tem relação direta

com o bloqueio de perturbações exercido por essa região supersônica à montante da onda de choque. Para que estas perturbações cheguem, p.ex., à região do bordo de ataque, devem propagar-se por sobre a onda, chegando ao destino amortecidas e defasadas.

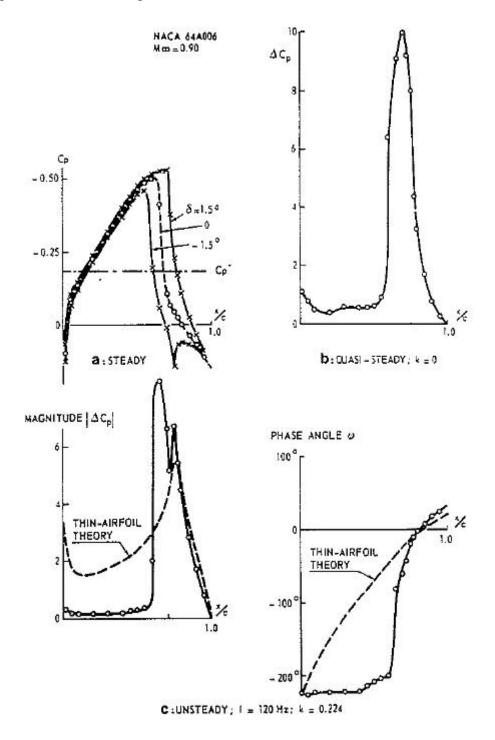


Figura 2-8: Distribuições de pressão para os regimes estacionário, quase-estacionário e não-estacionário - escoamento transônico (fonte: Tijdeman (1977), p. 51).

- Observando-se os coeficientes aerodinâmicos de força normal, momento de arfagem e momento de articulação, vê-se que suas tendências são bem previstas pela teoria, até que ocorram ondas de choque. Assim, os coeficientes de força e momento de arfagem sofrem uma queda abrupta após seu aparecimento. Isso se relaciona à queda na amplitude das perturbações de pressão à sua montante. O coeficiente de momento de articulação desaba depois de o choque atingir a linha de articulação.

### Efeito de ângulo de ataque/deflexão médios:

- O incremento em  $\alpha_0$  ou em  $\delta_0$  faz com que o escoamento no extradorso acelere-se em relação ao do intradorso;
- Para  $M_{\infty}=0.50$ , as diferenças de velocidade, entretanto, não são suficientes para gerar discrepâncias entre os incrementos das pressões de ambos os lados;
- Quando  $M_{\infty}=0.75$ , o escoamento médio (parcela estacionária) passa a gerar pequenas diferenças nos campos de pressão não-estacionários;
- As diferenças entre intra e extradorso aumentam à medida que se aumenta o número de Mach, e tornam-se bastante pronunciadas para  $M_{\infty} = 0.83$ , em que há uma região supersônica terminada por choque no extradorso, enquanto o intradorso permanece subcrítico.
- Os estudos mostram, portanto, que a velocidades transônicas, as distribuições incrementais de pressão de intradorso e extradorso não são mais anti-simétricas, contrariando o que prevê a teoria linear. Isso é uma conseqüência direta da interação com a parcela estacionária do escoamento.
- Em relação aos coeficientes aerodinâmicos, os de força normal e momento de arfagem começam a desviar-se da previsão linear assim que o escoamento torna-se transônico. Aparentemente, devido ao fato de ângulo de ataque ou deflexão de flap serem não nulos, tais efeitos começam a ocorrer com valores de  $M_{\infty}$  mais baixos. O momento de articulação

mostrou-se menos sensível, pelo menos até que houvesse descolamento da camada limite, o que já era esperado, visto que a região do flap só se torna supercrítica para valores mais elevados de  $M_{\infty}$ .

# Efeito da Frequência:

- Para baixas velocidades, as pressões incrementais medidas evoluem com a frequência da mesma maneira prevista pela teoria do perfil fino.
- Para escoamento ligeiramente supercrítico, percebe-se que, como a defasagem entre o movimento da onda de choque em relação ao movimento do flap aumenta com a frequência, o pico de pressão induzido pelo choque na parte real do carregamento diminui, enquanto o pico da parte complexa aumenta.

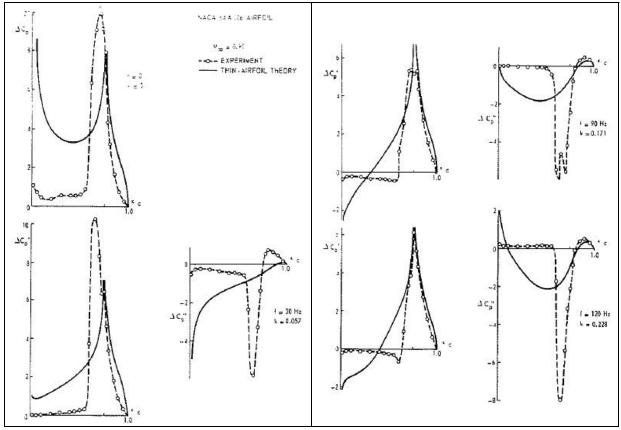


Figura 2-9: Efeito da freqüência sobre as distribuições de pressão - caso transônico com oscilações em 0, 30 Hz, 90 Hz e 120 Hz (fonte: Tijdeman (1977), p. 60).

- Quando a região supersônica é suficientemente grande e terminada por uma onda de choque relativamente forte, o pico de pressão devido ao movimento do choque dá a contribuição predominante ao carregamento aerodinâmico total.
- Interessante, apesar de previsível, é notar que na região do flap, que permanece subcrítica, a concordância entre teoria linear e experimento permanece boa.
- Pode-se notar que, em freqüências mais altas, o passeio na posição das ondas de choque é menor, o que resulta em picos de pressão incremental menores e mais agudos.
- Com relação aos coeficientes aerodinâmicos não-estacionários, nota-se que, em regime subsônico, a concordância entre teoria linear e experimento é boa, o que já era indicado pelo comportamento das distribuições de pressão.
- Em escoamentos supercríticos, a mesma tendência foi observada para o coeficiente de força normal, o que foi atribuído a uma coincidência, visto que as distribuições de pressão são bastante discrepantes, e que as curvas de coeficiente de momento de arfagem se distanciam à medida que se aumenta  $M_{\infty}$ .

#### ii) Resultados do Perfil NLR 7301

No caso do perfil NLR 7301, as observações não foram discriminadas por efeito, como no caso anterior. Em lugar, adotou-se a comparação entre os diferentes padrões de escoamento. Os efeitos de número de Mach, incidência/ângulo de ataque e frequência são estabelecidos dentro de cada caso:

### • Escoamento subsônico:

- Para escoamento totalmente subsônico, as distribuições quase-estacionárias (com  $\Delta\alpha$  = 0.5°, em torno de  $\alpha_0$  = 0.85°) concordam bem com as previsões da teoria linear. Os maiores

desvios aparecem no bordo de fuga, onde os valores de  $\Delta Cp$  são menores do que os estimados pela teoria, e no bordo de ataque, onde as pressões medidas no extradorso são maiores do que as do intradorso e maiores do que as estimativas da teoria linear. Essas diferenças foram atribuídas a uma combinação dos efeitos de espessura e incidência (mais no bordo de ataque) e da camada limite (mais no bordo de fuga);

- No caso das distribuições de pressão não-estacionárias (k = 0.033 e 0.263), a comparação entre as medidas do extradorso e os resultados da teoria do perfil fino mostra diferenças similares às do caso quase-estacionário, apresentando em geral boa concordância.
   O nível de aproximação entre teoria e experimento é da mesma ordem de grandeza da observada para o perfil NACA com flap;
- Levando em conta os coeficientes aerodinâmicos não-estacionários, a concordância nas distribuições de pressão reflete-se nas curvas de coeficientes de força e momento. Os maiores desvios ocorrem na parte real de ambos.

#### Escoamento transônico:

- Para o caso transônico, três diferentes condições foram testadas: escoamento transônico levemente supercrítico, com onda de choque fraca (caso 1 -  $M_{\infty}$  = 0,70,  $\alpha_0$  = 0,85°); escoamento transônico com região supersônica bem desenvolvida sobre o extradorso, com onda de choque relativamente forte (caso 2 -  $M_{\infty}$  = 0,70,  $\alpha_0$  = 3,0°); e escoamento transônico em torno do ponto de projeto, onde não há onda de choque pronunciada (caso 3 -  $M_{\infty}$  = 0,744,  $\alpha_0$  = 0,85°).

Caso 1 ( $M_{\infty} = 0.70$ ,  $\alpha_0 = 0.85^{\circ}$ ):

- Para o caso 1, as distribuições de pressão estacionárias mostram o aparecimento de uma onda de choque fraca no extradorso do perfil, que se desloca à jusante para cerca de 20% da corda quando se aumenta o ângulo de ataque de 0,35° para 1,35°;
- A distribuição de pressão quase-estacionária do extradorso mostra um pico de  $\Delta Cp$  na parte dianteira do perfil, como resultado do deslocamento do choque. O pico é do mesmo tipo observado no perfil com flap. No intradorso a distribuição é bem prevista pela teoria do perfil fino, o que confirma as observações para o perfil com flap, segundo as quais as distribuições de pressão não-estacionárias no intra e extradorso são determinadas pelas suas respectivas distribuições estacionárias, independentemente da distribuição de pressão no lado oposto;

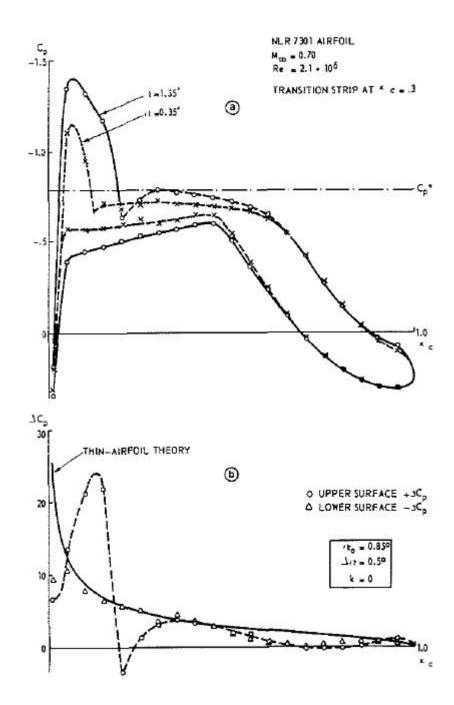


Figura 2-10: Distribuições de pressão para os regimes estacionário e quase-estacionário – caso 1 (fonte: Tijdeman (1977), p. 72).

- As distribuições não-estacionárias em 10 Hz (k = 0.024) e 80 Hz (k = 0.192) mostram as mesmas características do caso quase-estacionário. Novamente, observa-se o pico de pressão causado pelo movimento periódico da onda de choque;

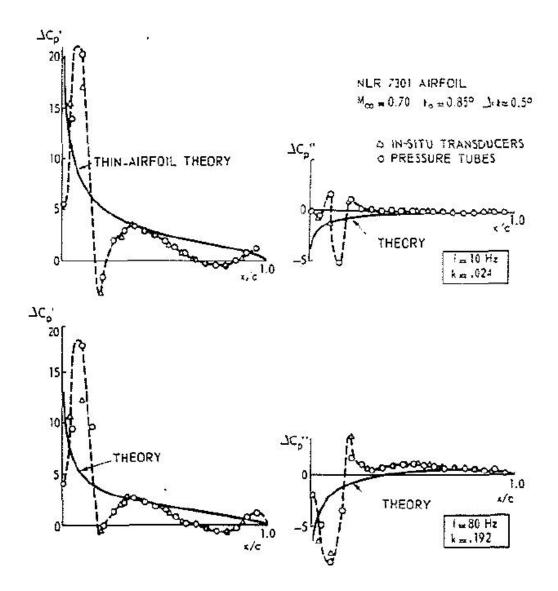


Figura 2-11: Distribuições de pressão não-estacionárias, partes real e imaginária do carregamento – caso 1 (fonte: Tijdeman (1977), p. 72).

- Em relação ao movimento do choque, observou-se que, tanto para k=0, como para outros valores de freqüência reduzida, o choque esvai-se durante parte do ciclo. No caso não-estacionário, a parte da trajetória em que o fenômeno ocorre é diferente quando comparada ao caso estacionário. Enquanto neste último o choque se esvai quando ele se move à montante, no primeiro isso se dá enquanto o movimento é à jusante. Conseqüentemente, há um aumento da intensidade à montante, contrariando o que comumente se vê no caso estacionário. Tratase, portanto, de um efeito dinâmico do movimento do choque sobre a sua intensidade.

- Observando-se os coeficientes aerodinâmicos não-estacionários, vê-se que as diferenças entre teoria e experimento são da mesma ordem de grandeza do caso subsônico, apesar das maiores diferenças na distribuição de pressão. Isso ocorre porque o pico de pressão compensa a força de sucção no bordo de ataque.

## Caso 2 $(M_{\infty} = 0.70, \alpha_0 = 3.0^{\circ})$ :

- Para o caso 2, os resultados de pressão estacionários exibem uma região supersônica no extradorso que se estende até cerca de 50% da corda, e é terminada por um choque relativamente forte;
- Constatou-se que uma variação de 1º no ângulo de ataque gera um deslocamento do choque de 10% da corda. O intradorso permanece subcrítico;
- Das distribuições de pressão quase-estacionárias, pode-se deduzir que no extradorso a pressão é dominada pelo efeito do deslocamento do choque;
- As distribuições de pressão não-estacionárias são mostradas em três freqüências diferentes. Todas mostram a dominância do pico de pressão devido ao deslocamento do choque. Mostra-se também que esse pico migra da parte real para a parte imaginária do carregamento com o aumento da freqüência. Isso se deve ao maior atraso de fase entre o movimento do choque e o movimento do perfil conforme se aumenta sua freqüência. Tal fenômeno também foi verificado no perfil com flap;
- Representando os resultados na forma de magnitude e fase, vê-se que a altura e a largura do pico de pressão associado ao deslocamento do choque diminuem com o aumento da freqüência. Isso é causado pela diminuição na amplitude de movimento do choque com o aumento da freqüência. Considerando-se a curva de fase, vê-se nas medidas um salto de cerca de 180º logo à jusante da onda de choque em sua posição média ao longo da corda. Esse salto também aparece para k = 0 e, portanto, não se trata de um efeito dinâmico;

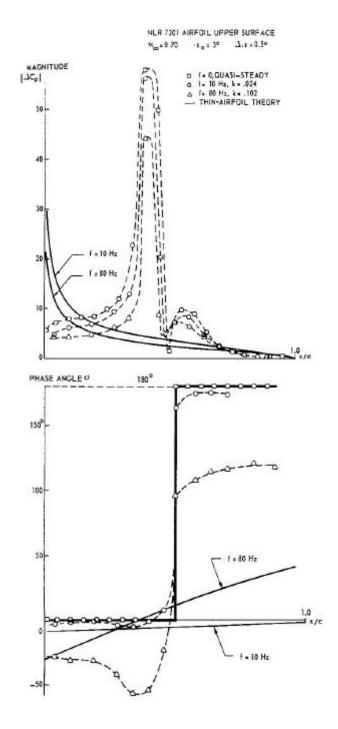


Figura 2-12: Magnitude e fase das distribuições de pressão para várias freqüências reduzidas – efeito da variação de freqüência – caso 2 (fonte: Tijdeman (1977), p. 75).

 Quanto ao movimento das ondas de choque, observa-se que ele é praticamente senoidal. Ainda, a amplitude dos movimentos é quase proporcional à amplitude de oscilação do perfil;

- A partir dos resultados que mostram as trajetórias dos choques para diferentes freqüências, pode-se observar que o atraso de fase do movimento do choque em relação ao movimento do perfil aumenta de maneira praticamente linear com a freqüência, enquanto sua amplitude de movimento diminui com o aumento da freqüência. A linearidade entre fase e freqüência corresponde ao fato de existir um tempo de retardo constante entre o movimento do perfil e o da onda de choque. Esse tempo de retardo é o tempo requerido para um pulso de pressão viajar do bordo de fuga até o choque. Trata-se de um parâmetro muito importante na descrição dos fenômenos físicos associados ao término de uma região supersônica terminada por choque, uma vez que este é o tempo depois do qual maiores alterações no escoamento, como mudanças no bordo de fuga (condição de Kutta), podem ser sentidas pelo choque;
- Os coeficientes aerodinâmicos não-estacionários de força e momento de arfagem apresentam grandes discrepâncias em relação às previsões da teoria do perfil fino.

### Caso 3 ( $M_{\infty} = 0.744$ , $\alpha_0 = 0.85^{\circ}$ ):

- Considerando agora o caso 3, as medidas estacionárias mostram que uma variação de incidência de 0,5° em torno do ponto de projeto já leva a considerável alteração na distribuição de pressão ao longo do extradorso, em particular na região supersônica, que vai de 3% a 65% da corda do perfil;
- Conforme se constatou, variações de 0,5° em torno do ponto de projeto são suficientes para gerar uma onda de choque em 65% da corda;
- No intradorso, a distribuição de pressão estacionária muda suavemente. Notavelmente, a velocidade torna-se levemente supercrítica, mas ainda não há formação de choque;
- No caso quase-estacionário, forma-se uma grande "corcova" no extradorso, causada pela alteração na distribuição de pressão da região supersônica. Provavelmente, essa grande

corcova seja característica do presente perfil supercrítico, com nariz rombudo e extensa região supersônica;

- Ao se comparar o caso quase-estacionário com a teoria do perfil fino, vê-se que: a) a previsão para o extradorso não guarda semelhança; b) a previsão para o intradorso é bem adequada. Ocorre uma pequena corcova na região em que o escoamento é levemente supercrítico, o que também se observou no perfil com flap para situação análoga;
- Para os casos não-estacionários, as curvas de magnitude de  $\Delta Cp$  exibem claramente as contribuições associadas à alteração na forma das distribuições de pressão na região supersônica, à dianteira do perfil;
- Um pequeno pico de  $\Delta Cp$  forma-se a 65% da corda, causado pela formação periódica de uma onda de choque fraca na região;
- Ao se aumentar a frequência, a corcova na região frontal diminui, e a distribuição de pressão não-estacionária mostra a tendência de mudar na direção do que se apresentou para o caso 2;

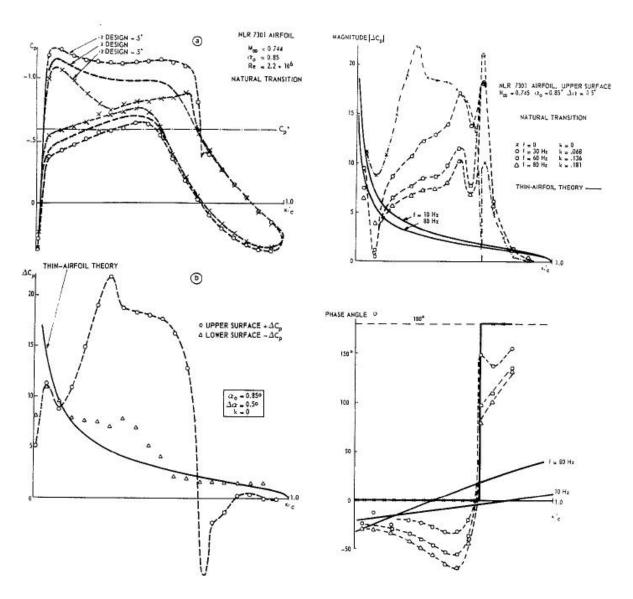


Figura 2-13: Distribuições de pressão estacionária, quase-estacionária e não estacionárias em torno do ponto de projeto do perfil NLR-7305 – caso 3 (fonte: Tijdeman (1977), p. 76).

- As curvas de fase comportam-se suavemente até aproximadamente 60% da corda do perfil, onde há então um salto de cerca de 180° devido à presença da onda de choque;
- Observando-se os coeficientes aerodinâmicos não-estacionários, notam-se, assim como no caso 2, grandes discrepâncias entre as previsões da teoria linear e os resultados experimentais. Evidencia-se, assim, que apesar de não haver ondas de choque fortes em torno de ponto de projeto do perfil, as características do escoamento ainda assim são intrinsecamente não-lineares.

#### iii) Síntese das Observações

- Os resultados para escoamentos alto subsônicos e transônicos com choque sobre ambos os perfis, os quais possuem geometrias razoavelmente distintas, demonstraram padrões bastante semelhantes;
- No regime alto-subsônico houve boa concordância com os resultados da teoria do perfil fino;
- No regime transônico com onda de choque, o movimento periódico desta última ocasiona altas cargas locais, o que gera grande impacto nas cargas aerodinâmicas nãoestacionárias;
- A contribuição do choque oscilando diminui à medida que se aumenta a frequência, o que é resultado da diminuição na amplitude do seu deslocamento sobre o perfil. Ainda, com o aumento da frequência, essa contribuição migra da parte real para a imaginária da distribuição de pressão;
- No entanto, as características fundamentais das distribuições de pressão nãoestacionárias já podem ser percebidas nos casos quase-estacionários;
- Espera-se que, para altas frequências, o movimento do choque perca importância para o carregamento não-estacionário. No entanto, para os perfis estudados, isso só ocorre em frequências muito acima das de interesse para análise aeroelástica;
- Verificou-se para o perfil transônico em torno de sua condição de projeto ("sem choque") que a distribuição de pressão não-estacionária é dominada por grandes mudanças na região supersônica, na parte dianteira do perfil. As cargas não-estacionárias resultantes, ao menos em baixas freqüências, são da mesma ordem de grandeza das observadas para escoamento transônicos "clássicos", com onda de choque bem desenvolvida.

# 2.1.7 Considerações sobre o Tratamento Linearizado de Escoamentos Transônicos Não-Estacionários:

Um ponto crucial da análise aeroelástica em regime transônico é saber até que ponto se estende a relação linear entre o movimento do perfil e a geração de cargas aerodinâmicas não-estacionárias. Tal questão é importante não somente para o desenvolvimento de métodos para o cálculo de carregamentos aerodinâmicos, mas também para a aplicação de dados aerodinâmicos em cálculos aeroelásticos.

Também de fundamental importância é compreender que, ao se pensar em linearização dos carregamentos, deve-se abordar o problema de forma pragmática. Sendo assim, deve-se pensar em deflexões pequenas, porém factíveis (em torno de 0,5° e 1,0°), que dêem origem a cargas aerodinâmicas que variem linearmente com o movimento da superfície sustentadora.

Por fim, faz-se fundamental estabelecer um procedimento a seguir de maneira a selecionar um número mínimo de condições estacionárias em torno das quais as perturbações não-estacionárias ocorram.

Ao considerar a linearidade de escoamentos transônicos, pode-se pensar nas seguintes condições que violem tal hipótese: 1) ondas de choque oscilando; 2) condição de projeto "sem choque", na qual pequenas alterações de incidência levam a mudanças abruptas no padrão de escoamento. Em ambos os casos as camadas-limite devem permanecer coladas.

Conforme visto nas equações básicas do escoamento transônico (seção 2.1.4), os termos contendo a frequência reduzida k são lineares em  $\phi$  (ver Eq. 2-20). Isso sugere que, à medida que k tende zero, a parte não-linear torne-se dominante, ao passo que quando k tende ao infinito, a parte linear domine. As tendências também foram confirmadas nos resultados experimentais obtidos por Tijdeman (1977).

Com base em tais considerações, propõe-se que a análise do comportamento aerodinâmico quase-estacionário contenha bastante informação a respeito dos aspectos lineares e não-lineares de uma asa ou de um perfil.

No que diz respeito ao efeito das ondas de choque oscilando, um fato muito importante a ser considerado é: até que ponto as variações não-lineares na distribuição de pressão afetam a linearidade dos coeficientes de sustentação e momento de arfagem?

Num escoamento subsônico, a distribuição de Cp em cada ponto ao longo da corda varia linearmente com  $\alpha$ , o que implica que  $dCp/d\alpha$  e, portanto, as variações de pressão quase-estacionárias, não dependem de  $\alpha$ . Dessa forma, desde que o escoamento fique colado (predominantemente), a linearização não gera problema algum. O mesmo vale para o caso não-estacionário. Ainda, graças a esse comportamento é que se podem construir as matrizes de coeficientes de influência, ou matrizes AIC.

No caso de um escoamento transônico com onda de choque, sabe-se que a passagem da onda de choque por um determinado ponto do perfil ocasiona um súbito salto nas curvas de Cp local por  $\alpha$ . Isso implica que uma variação senoidal em  $\alpha$  não resulta numa variação senoidal da pressão, mas sim numa variação de pressão que exibe saltos periódicos no instante em que o choque passa pelo local.

No caso do perfil NLR 7301, pressões quase-estacionárias para  $\alpha_0 = 3^\circ$  e  $\Delta\alpha = 0.5^\circ$  mostradas em função do tempo mostram que a passagem do choque é percebida nas posições entre 35% e 50% da corda. Entretanto, apesar das fortes não-linearidades nas pressões nessa região, as curvas de coeficientes de sustentação e momento de arfagem variam de maneira praticamente senoidal. Portanto, as não-linearidades introduzidas pelo choque têm apenas efeito local. Em outras palavras, os esforços não-estacionários têm comportamento linear, apesar de as distribuições de pressão sofrerem efeito da não-linearidade.

Tijdeman (1977), partindo das premissas de que a onda de choque move-se senoidalmente, e de que a amplitude com que ela se move varia linearmente com a amplitude do movimento do perfil, mostrou através da integração das várias componentes de pressão ao longo do movimento do choque que a sustentação possui contribuição apenas da freqüência fundamental do movimento, enquanto o momento de arfagem contém também efeitos do 2º harmônico. Espera-se, portanto, que efeitos do 2º harmônico apareçam primeiro no momento não-estacionário, e não na sustentação.

Além disso, através de suas observações experimentais, descobriu que as condições de escoamento em que pequenas variações em ângulo de ataque ou deflexão de flap levavam a mudanças abruptas em parte substancial do campo de pressão podiam ser facilmente rastreadas, considerando o comportamento dos coeficientes aerodinâmicos estacionários. Particularmente o coeficiente de momento pareceu ser um excelente indicador de linearidade.

Para tal afirmação, conseguiu correlacionar três aspectos não-lineares a inflexões nas curvas de momento para o perfil NLR 7301: 1) escoamento em torno do ponto de projeto do perfil; 2) transição da camada limite; 3) ocorrência de choques duplos para Mach 0,70 e  $\alpha$  = 2,5° - ver Figura 2-14.

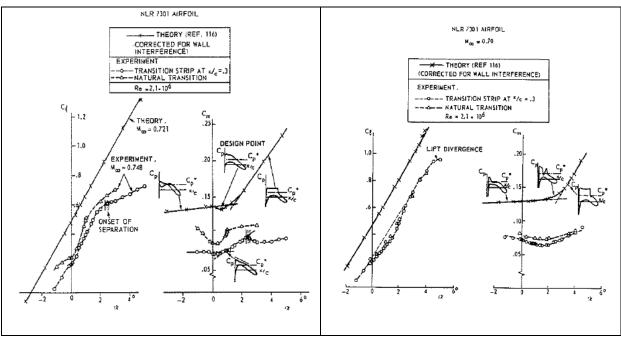


Figura 2-14: Coeficientes aerodinâmicos estacionários para o perfil NLR 7301: à esquerda, perfil em torno do ponto de projeto; à direita, ocorrência de choques duplos (fonte: Tijdeman (1977), p. 90).

No caso do perfil NACA 64A006 com flap, uma inversão na inclinação da curva de momento de articulação denunciou a ocorrência de um complexo padrão de escoamento, em que a deflexão da superfície de controle causava a formação de ondas de expansão seguidas de choque normal em umas das faces, enquanto na outra havia a formação de um choque "lambda" (ver Figura 2-15). Superfícies de controle apresentando esse tipo de comportamento aerodinâmico são bastante propensas a apresentar o que se convencionou chamar de *LCO* (Oscilações de Ciclo Limite - *Limit Cycle Oscillations*).

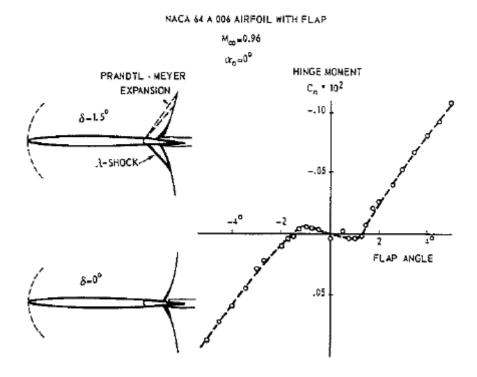


Figura 2-15: Comportamento não-linear da curva de momento de articulação em torno de uma região de deflexão para o caso do perfil NACA 64A006 com flap (fonte: Tijdeman (1977), p. 91)

Em todos os casos, as curvas de sustentação comportaram-se de maneira um pouco mais suave, mostrando-se menos sensíveis aos efeitos não-lineares.

Dessa forma, supõe-se que o tratamento linearizado do escoamento transônico não-estacionário em torno de posições médias seja viável, à exceção dos pontos em que a curva de momento em função do ângulo de ataque/deflexão, em regime estacionário, apresente inflexões. Tal conclusão parte da hipótese de que o comportamento estacionário, ou quase-estacionário (k = 0) contenha boa parte da informação não-linear de que se necessitaria. No entanto, deve-se ter ciência de que essa abordagem despreza os possíveis efeitos que a variação de frequência teria sobre o comportamento dos trechos lineares e não-lineares das curvas dos coeficientes aerodinâmicos.

#### 2.2 Efeitos Transônicos sobre a Estabilidade Aeroelástica

Conhecendo um pouco mais o comportamento aerodinâmico não-estacionário em regime transônico, migremos para o próximo passo: qual o impacto desses fenômenos do ponto de vista da estabilidade aeroelástica de uma estrutura?

Cunningham Jr. (1989) faz um relato sucinto das implicações das não-linearidades do regime transônico não-estacionário para a estabilidade aeroelástica. Seu texto foca basicamente dois aspectos:

1- O *transonic dip*, i.e., a súbita redução da velocidade de *flutter* em regime transônico comparada à previsão da teoria aerodinâmica linear. O que mais chama atenção nesse caso é que suas características dependem não só das propriedades dinâmicas e forma em planta da estrutura, mas também da forma do perfil aerodinâmico empregado e do ângulo de ataque médio do escoamento. Tal fato traz severas implicações para a análise aeroelástica, pois as considerações acima não fazem parte do procedimento usual de liberação de envelopes de vôo da grande maioria dos fabricantes de aeronaves.

2- Os LCO's ou Limit Cycle Oscillations, que são oscilações contínuas de amplitude limitada das superfícies de controle ou da própria estrutura principal devido a não-linearidades do sistema aeroelástico. Essas não-linearidades podem ser de natureza tanto aerodinâmica, quanto estrutural. Do ponto de vista estrutural, há LCO's causados por folgas no sistema de atuação de superfícies de controle, ou não-linearidades na rigidez dos suportes das cargas externas (fuel pods e mísseis). Do ponto de vista aerodinâmico, ondas de choque oscilando, possivelmente seguidas de descolamentos da camada limite podem ocasionar os referidos fenômenos. Durantes ensaios, seja em túnel de vento ou em vôo, sua ocorrência é freqüentemente confundida com flutter suave, o que faz com que a descoberta e solução do problema nem sempre sejam rápidos.

No caso dos aviões de combate, essas implicações são ainda maiores, pois estes devem ser projetados para realizar manobras em altas velocidades e elevados ângulos de ataque, o que frequentemente leva à convivência de regiões de escoamento sobre as superfícies sustentadoras com altos números de Mach, ocorrência de ondas de choque, e regiões razoavelmente extensas com camada-limite descolada, tornando ainda mais complicada a previsão do comportamento aeroelástico através de modelos aplicáveis à escala industrial.

Ashley (1980), valendo-se de uma modelagem simples, porém funcional e bem fundamentada, realizou uma série de estudos "qualitativos" sobre o efeito do movimento dos choques sobre a estabilidade de uma seção típica. Para isso, supôs que o efeito aerodinâmico dos choques em movimento poderia ser superposto à previsão da teoria potencial clássica na forma de uma força de sustentação e um momento de arfagem concentrados na base da onda de choque. Ambos seriam proporcionais à amplitude de movimento dos choques e à intensidade destes. Ainda, supôs que a força dos mesmos permanecesse constante no decorrer do movimento, hipótese que, sob a condição de a onda de choque ser bem desenvolvida, ou seja, não se esvai durante um ciclo de oscilação, é válida como primeira aproximação. As variações do passeio do choque com a variação de ângulo de ataque, e da defasagem entre o movimento dos choques e o movimento da seção típica com a frequência reduzida do escoamento, foram introduzidas através de um ajuste de curva aos dados apresentados por Tijdeman (1977) (experimentais), Seebass (1977) e por Seebass, et al (1978) (CFD) De fato, um dos pontos discutidos por Ashley diz respeito à discordância entre as previsões de fase dos carregamentos obtidos via CFD e os dados experimentais. Dado o cenário, o autor reiterou a necessidade de se analisar a sensibilidade do sistema a esse parâmetro. Foram analisados os casos de movimento da seção com somente um grau de liberdade - arfagem (pitch) ou translação (plunge) - e movimentos em arfagem e translação (pitch and plunge). Por fim,

alguns parâmetros dinâmicos relevantes, como número de Mach, razão de massa, razão de freqüências dos modos, ângulo de ataque médio e posição do centro de massa foram variados.

Para o caso de oscilações somente em arfagem, com ponto de articulação próximo ao bordo de ataque, o autor mostrou que a presença de choques é instabilizante. A razão para isso seria que, pela própria natureza do movimento, o momento de arfagem agiria como se fosse uma mola. Sendo assim, qualquer defasagem entre a geração do esforço restaurador e o movimento da seção acabaria por injetar energia no movimento, explicando em parte um pouco dos efeitos presentes no *transonic dip* e nos *LCO*'s de superfícies de controle.

Em contraposição, o movimento de *plunge*, obtido como caso limite da rotação em torno de um eixo localizado em  $X = -\infty$ , mostrou serem os choques estabilizantes, reforçando sua visão de que instabilidades causadas pela ocorrência de ondas de choques necessariamente devem possuir alguma componente do modo aeroelástico em torção (*pitch*), contrariando alguns resultados experimentais reportados à época como puramente translacionais.

Para o caso da seção com dois graus de liberdade, o autor frisa não há como estabelecer uma única tendência, dada a imensa quantidade de combinações de parâmetros dinâmicos e aerodinâmicos envolvidos na determinação da estabilidade do sistema. Entretanto, apesar de não fornecerem uma tendência clara, os estudos mostraram uma evidente influência da presença das ondas de choque oscilando na estabilidade da seção típica. Mostraram também a influência do coeficiente de força normal médio (i.e., do ângulo de ataque médio) em torno do qual de davam as oscilações, fato que seria irrelevante na análise linear clássica. Finalmente, mostrou que, principalmente nas baixas freqüências reduzidas, o efeito da fase entre passeio do choque e movimento da seção é mais relevante do que a própria distância percorrida por este ao longo do extradorso durante o período da oscilação.

Concluiu, portanto, ser impossível desprezar os efeitos do movimento das ondas de choque na análise de estabilidade aeroelástica em regime transônico.

Isogai (1980) realizou um estudo numérico do *flutter* transônico de um perfil bidimensional com dois graus de liberdade. Os carregamentos aerodinâmicos foram obtidos através do emprego de um código baseado na equação transônica de pequenas perturbações, segundo a referência, válido para o intervalo de freqüências reduzidas  $0 \le k \le 0,5^3$  e números de Mach do subcrítico ao supersônico. Os resultados do código foram comparados aos da teoria linear (*Doublet Lattice*), aos de outros métodos transônicos de pequenas perturbações e a resultados experimentais, de modo a validá-lo. Via de regra, a concordância entre eles foi bastante razoável, à exceção do trecho em que  $k \approx 0,05$ , segundo a referência, por conta de interações entre onda de choque e camada-limite não previstas pela teoria. O emprego do código para a obtenção de campos de pressão para escoamentos com ondas de choque em regime não-estacionário revelou os mesmos comportamentos já vistos nos ensaios apresentados por Tijdeman (1977).

Em seu trabalho, Isogai analisou o caso da seção típica visando à reprodução de dois tipos distintos de asa: uma asa enflechada e uma outra reta. Implementou essas diferenças através das formas modais dos modos estruturais. No caso de uma asa reta, esses modos representam o que se convencionou chamar de flexão e torção quando se toma o movimento numa seção a 70% da envergadura. Entretanto, no caso da asa enflechada, tem-se modos de vibração bastante acoplados, assim como se observa na prática para as seções mais à ponta das superfícies sustentadoras enflechadas. Em ambos os casos, obteve o *transonic dip*. O que salta aos olhos, no entanto, é que o fenômeno mostrou-se muito mais acentuado para a asa enflechada do que para a asa reta. Mais impressionante, na região do *dip* a instabilidade ocorre através de um movimento composto basicamente pelo 1º modo estrutural, i.e., pela

-

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Segundo Isogai (1980), a perda de validade para k > 0.5 advém de problemas com a geração das malhas utilizadas na solução numérica dos problemas, principalmente a discretização do domínio de solução.

flexão. Apesar de menos intenso, o mesmo ocorre para o caso da asa reta. O autor atribui esse comportamento de maneira assertiva à componente imaginária positiva da distribuição de pressão devida ao 1º modo estrutural (flexão), em que há onda de choque oscilando na frequência reduzida e número de Mach específicos do *dip*. Tal conclusão vai em direção contrária ao afirmado por Ashley (1980), para quem os choques seriam estabilizadores do movimento de *plunge* (flexão) e instabilizadores do movimento em *pitch* (torção).

Como se pode verificar pela comparação dos dois trabalhos supracitados, é difícil estabelecer um consenso no que tange à verdadeira natureza dos efeitos de origem não-linear que agem sobre as superfícies sustentadoras em regime transônico, apesar de sua importância ser ponto pacífico. É provável que, assim como comumente se vê em aeroelasticidade, o grande número de variáveis envolvidas torne difícil o estabelecimento de regras gerais. Convém também ressaltar que o objeto de estudo dos autores Ashley e Isogai era diferente, sendo que o primeiro abordou exclusivamente perfis bidimensionais, enquanto o último tentou a partir de modelos em duas dimensões inferir o comportamento de asas finitas.

Bendiksen (2001) faz uso de uma abordagem bastante interessante, baseada em regras de similaridade, para explicar a natureza do *transonic dip*. Considerando como válidas as conhecidas relações obtidas para o caso transônico estacionário derivadas por Spreiter (1953), o autor obteve novas relações de similaridade que governam o comportamento aeroelástico de uma estrutura imersa num escoamento transônico. Conseguiu, dessa maneira, prever a influência da espessura do perfil na estabilidade do sistema. Segundo Bendiksen, espessuras menores de perfil não reduzem as não-linearidades do escoamento, apenas alteram suas características e retardam o número de Mach em que são dominantes, contrariando o senso comum. Asas mais espessas apresentam a queda na velocidade de *flutter* em números de Mach mais baixos, sendo o *dip* uma pouco mais suave. Por outro lado, asas pouco espessas apresentam o *dip* em números de Mach mais elevados, porém a queda na velocidade de *flutter* 

é mais aguda e abrupta. Através de suas relações, o autor também conseguiu explicar a influência que o meio fluido exerce no comportamento, explicando porque se verificam diferenças entre as fronteiras de estabilidade de modelos aeroelásticos ensaiados em ar e em freon, fato desconsiderado nas relações de similaridade clássicas. Ao aplicar seu modelo de similaridade a diferentes dados experimentais, conseguiu reduzir os resultados dos vários ensaios a uma única curva, atestando a validade de suas conclusões.

Outro fato interessante apontado no mesmo artigo diz respeito à correlação entre a ocorrência do *transonic dip* e a ocorrência de não-linearidades nas curvas de sustentação e momento de arfagem em função do ângulo de ataque para uma estreita faixa de números de Mach. Seguindo sua linha de raciocínio, a ocorrência do *dip* pode ser prevista pelo comportamento dessas curvas, e sua extensão ao longo dos números de Mach acompanha o trecho em que se dá a não-linearidade.

Apesar de não ser o foco das conclusões tiradas por Bendiksen, uma das constatações mais importantes de seu trabalho está no fato de que vários aspectos não-lineares de extrema relevância para estabilidade aeroelástica podem ser previstos por modelos relativamente simples, sem a necessidade de inclusão explícita de complexas interações viscosas, entrópicas e rotacionais.

Schewe *et al.* (2002) realizaram uma investigação numérica e experimental dos efeitos não-lineares sobre a estabilidade aeroelástica de perfis com dois graus de liberdade e escoamento bidimensional. Em tal estudo, ensaiaram em túnel de vento os perfis NACA 0012 (convencional) e NLR 7301 (supercrítico). Ambos os perfis integravam o mesmo sistema estrutural, sendo que a diferença entre os dois sistemas residia apenas nas propriedades aerodinâmicas. Para números de Mach mais baixos, em que o escoamento era tipicamente subsônico, ambos os perfis apresentaram fronteiras de *flutter* praticamente idênticas, o que confirma as previsões da teoria linear. No entanto, para o regime transônico, os autores

curiosamente observaram que essas fronteiras se davam para velocidades bastante diferentes. Além disso, a evolução do *transonic dip* mostrou-se bastante distinta, ocorrendo em números de Mach diferentes, com intensidades diferentes para ambos os casos estudados. Ainda, observaram forte influência da interação entre choques oscilantes e descolamento da camada limite regendo não-linearidades: para o perfil NACA0012, cuja interação é do tipo A (ver seção 2.1.5), as oscilações da estrutura em velocidades além da fronteira de estabilidade davam-se de maneira divergente, conforme a instabilidade clássica; enquanto isso, para o perfil NLR7301, uma interação tipo B dava origem a limitantes de amplitude de oscilação quando na região do *dip*, numa dinâmica bastante complexa e altamente não-linear, em que coexistiam vários ciclos limites – *LCO*'s – no entorno de uma mesma condição, levando a diferentes bifurcações dependendo do sentido em que se aproximava a condição analisada.

Por outro lado, no mesmo trabalho, chama a atenção o fato de que as fronteiras de estabilidade podem ser bem previstas pela análise linear clássica, se os carregamentos de sustentação e momento medidos experimentalmente forem utilizados no lugar dos dados teóricos potenciais, tanto para o perfil NACA 0012 quanto para o NLR 7301. Tal fato indica que os *LCO*'s existentes advêm de instabilidades já previstas pela análise linear, desde que os carregamentos aerodinâmicos sejam corretamente calculados ou dados por medições. Obviamente, tais carregamentos já contêm informação de origem não-linear, como a formação e movimentação das ondas de choque sobre o perfil. Entretanto, torna-se evidente que o tipo de não-linearidade advinda da interação entre choque e camada limite, a qual rege a limitação de amplitude dos *LCO*'s, tem que ser desprezada para um cálculo de primeira ordem.

Dentre os efeitos de origem não-linear que incidem sobre a estabilidade aeroelástica das asas, o presente trabalho preocupou-se principalmente com a captura do *transonic dip* e de instabilidades do tipo clássico, que podem ou não evoluir para ciclos limite em cenários de

dominante interação choque-camada limite. Com base nas observações de Schewe *et al.*, propõe-se que a análise de estabilidade aeroelástica linear seja capaz de capturar as principais características das fronteiras de estabilidade em regime transônico, ou ao menos suas principais tendências, uma vez corrigidos os carregamentos aerodinâmicos que incidem sobre as estruturas analisadas. Para efetuar tais correções, fez-se uso de variados métodos de correção, com diferentes formulações, e, portanto, sujeitos a diferentes limitações e com pontos fortes diversos. A adequabilidade de um método ou outro foi foco de estudo.

# 3 Modelo Aeroelástico para Regime Transônico

Neste capítulo são abordados os modelos dinâmico estrutural, aerodinâmico e de interpolação, os quais juntos compõem o modelo aeroelástico para análise linear de estabilidade. Esta última, por sua vez, dá-se através da solução de um problema de autovalores não-linear, cujas formulação e solução também são detalhadas.

#### 3.1 Modelo Aeroelástico Linear

#### 3.1.1 Modelo Dinâmico-Estrutural

Considere-se uma estrutura elástica exposta a um escoamento uniforme. Nesta condição, a estrutura está em equilíbrio, sujeita a um determinado conjunto de cargas externas. Na presença de alguma perturbação, seja ela uma rajada ou a atuação de algum tipo de sistema que a controle, essa estrutura pode começar a executar um movimento com deflexões em direções diversas. Essas deflexões, por sua vez, originam cargas aerodinâmicas incrementais que passam a atuar sobre ela. No presente caso, interessa-nos determinar a estabilidade da referida estrutura quando sujeita a tal tipo de movimento.

A formulação do problema pode ser feita através de um balanço de energia usando-se o Princípio de Hamilton, segundo o qual:

$$\int_{t_0}^{t_1} \delta(T - U)dt + \int_{t_0}^{t_1} \delta W dt = 0$$
 (Eq. 3-1)

onde T é a energia cinética, U é a energia de deformação a pequenas deformações, W é o trabalho realizado pelas cargas aerodinâmicas incrementais, t é o tempo, e  $\delta$  é o operador variacional.

Utilizando-se um conjunto de coordenadas generalizadas  $\{x\}$ , e aplicando-se o princípio de Hamilton, as equações do movimento são obtidas, podendo ser expressas como:

$$[M]\{\ddot{x}\}+[B]\{\dot{x}\}+[K]\{x\}=\{F\}$$
 (Eq. 3-2)

onde [M] é a matriz de massa, [B] é a matriz de amortecimento, [K] é a matriz de rigidez, e  $\{F\}$  é o vetor de cargas aerodinâmicas incrementais correspondentes às coordenadas generalizadas  $\{x\}$ .

As matrizes com as propriedades estruturais podem ser obtidas através de várias técnicas, sejam elas numéricas, analíticas, ou experimentais. No caso de estruturas complexas, a forma mais utilizada atualmente é pelo emprego do método de elementos finitos. Contudo, estruturas do tipo "viga", assim como "placas" e "cascas" já tiveram seus problemas dinâmicos formulados analiticamente com bastante sucesso.

Entretanto, a utilização direta das coordenadas generalizadas na solução do problema aeroelástico leva a um elevado número de incógnitas do sistema. No caso da análise de estruturas complexas, o tempo de cálculo necessário torna-se proibitivo. O problema pode ser contornado pelo emprego da conhecida técnica de Transformação Modal.

Fazendo-se:

$$\{x\} = [T]\{\eta\}$$
 (Eq. 3-3)

onde [T] é a matriz de autovetores associados ao sistema conservativo retido na análise e  $\{\eta\}$  é o vetor de amplitudes modais. Substituindo a transformação acima na Eq. 3-2, e premultiplicando por  $[T]^{\mathrm{T}}$  obtém-se:

$$[\mu]{\{\ddot{\eta}\}} + [\beta]{\{\dot{\eta}\}} + [\kappa]{\{\eta\}} = \{f\}$$
 (Eq. 3-4)

As matrizes  $[\mu]$  e  $[\kappa]$  são, respectivamente, as matrizes de massa e rigidez modais. Devido às notavelmente conhecidas propriedades de ortogonalidade das matrizes originais [M] e [K] em relação aos autovetores (contidos em [T]),  $[\mu]$  e  $[\kappa]$  são matrizes diagonais, cujos valores dos elementos dependem exclusivamente das freqüências naturais de vibração livre não amortecida e da normalização dada aos autovetores.

A matriz de amortecimento  $[\beta]$ , em geral, não é diagonal, mas para estruturas levemente amortecidas como as empregadas em aeronáutica, pode-se tomá-la como diagonal, com os valores dos elementos dados por ensaio de vibração em solo. Em vários casos, e é o caso deste trabalho,  $[\beta]$  é desprezada de forma conservadora.

Por fim, {f} é o vetor de esforços aerodinâmicos generalizados. Sua obtenção geralmente é um problema totalmente independente do problema dinâmico. Exatamente por levantarem necessidades bastante diversas, as cargas aerodinâmicas são obtidas em pontos diferentes dos que se utilizam para a formulação do problema estrutural. Sendo assim, depois de obtido o carregamento, necessita-se de transferi-lo para os pontos das coordenadas generalizadas para, só então, realizar a transformação modal.

Para efeito de ilustração da potencialidade da transformação modal, no caso de uma aeronave completa, a modelagem dinâmica pelo método de elementos finitos leva a milhares de coordenadas generalizadas. Entretanto, com apenas algumas dezenas de modos já se possui informação suficiente para cálculos de estabilidade e resposta dinâmica aeroelástica. Quando se leva em conta que no processo de projeto, homologação e certificação de aeronaves civis e militares são realizadas milhares de análises do tipo, as diferenças entre os tempos de computação usando coordenadas espaciais e coordenadas modais pode chegar a meses, até mesmo anos!

No presente trabalho, não se preocupou com a elaboração de modelos dinâmicos estruturais para a obtenção das propriedades modais das estruturas analisadas. Exatamente pela facilidade de obtenção de tais grandezas na literatura, optou-se por incluí-las diretamente na formulação modal, na forma de freqüências naturais e respectivos autovetores, com deslocamentos prescritos em pontos conhecidos. Os deslocamentos nesses pontos são

transferidos através de *splines* para o modelo aerodinâmico, de onde são obtidos os carregamentos aerodinâmicos. Tal procedimento é mais bem detalhado na seção 3.1.3.

#### 3.1.2 Modelo Aerodinâmico Não Estacionário

Os métodos de correção, foco deste trabalho, consistem no emprego de informações de origem não-linear (seja CFD ou ensaios) para corrigir os carregamentos obtidos através de teorias linearizadas mais simples. Sendo assim, o caminho para a compreensão destes métodos passa primeiro pelo entendimento da formulação do modelo simplificado a ser corrigido. No presente caso, trata-se do escoamento não-estacionário subsônico em torno de uma placa no domínio da freqüência, cuja solução se faz através do método de painéis conhecido por *Doublet Lattice*.

Conforme apresentado no capítulo 2, as equações que regem o problema são:

- Equação Linearizada do Potencial de Velocidade:

$$\nabla^2 \phi - M_{\infty}^2 [\phi_{xx} + 2ik\phi_x - k^2 \phi] = 0$$
 (Eq. 3-5)

- Condição de Contorno:

$$\phi_z = U_{\infty} \left[ \frac{\partial}{\partial x} g(x, y) + ikg(x, y) \right]$$
 (Eq. 3-6)

Vale lembrar que essas equações foram obtidas considerando-se as hipóteses de que os efeitos viscosos são desprezíveis, o meio fluido é ideal e barotrópico, o escoamento é irrotacional e isentrópico, e as perturbações nele provocadas pela presença do corpo e seu movimento são muito pequenas frente às condições do escoamento não-perturbado.

As Eqs. 3-5 e 3-6 formam um problema de contorno cuja solução representa a propagação das perturbações no meio fluido e, assim como a equação de Laplace, tem

soluções do tipo *fonte* e *dipolo*. Sendo assim, conforme apresentado por Garrick (1957), o problema pode ser convenientemente resolvido através do emprego do Teorema de Green, o que nos leva a uma formulação integral bastante adequada à solução numérica por elementos de contorno, conforme será exposto adiante.

O emprego da solução fonte é adequado para resolver o problema da espessura, o qual para o presente propósito pode ser desprezado. Enquanto isso, a solução tipo dipolo mostra-se mais adequada ao problema da geração de sustentação e ao salto de potencial, de bastante interesse para o cálculo aeroelástico. A separação dos tipos de solução está diretamente relacionada à linearidade do problema, conforme tratado na seção 2 e explicitado nas Eqs. 2-12 e 2-13.

O inconveniente da formulação integral em termos de potencial de velocidade reside sobre a modelagem da esteira turbilhonar, em que devem estar representados, além da condição de Kutta, os efeitos da vorticidade nela contida através de saltos na função potencial. Por esse motivo, boa parte dos problemas de contorno em aerodinâmica são resolvidos com emprego do *potencial de aceleração*.

O conceito do potencial de aceleração -  $\psi$  - pode ser introduzido sob a validade das mesmas hipóteses utilizadas na dedução da equação do potencial de velocidade, ou na condição de o fluido ser barotrópico, que é o caso das relações isentrópicas. No caso de atmosfera em equilíbrio, o emprego da segunda hipótese sobre a equação da quantidade de movimento das equações de Euler permite-nos escrever (Bisplinghoff *et al.*, 1955):

$$\frac{D}{Dt}\vec{V} = -\nabla \int \frac{dp}{\rho} = \nabla \psi$$
 (Eq. 3-7)

No caso do modelo com que estamos trabalhando, o escoamento também é potencial. Sabendo da relação entre vetor velocidade e o potencial de velocidade de perturbação, e considerando a linearização do operador de derivação substancial (Bisplinghoff *et al.*, 1955), tem-se que:

$$\vec{V} = U_{\infty} + \nabla \Phi \qquad \Rightarrow \qquad \psi = \frac{D}{Dt} \Phi$$
 (Eq. 3-8)

Dada a linearidade do problema, estamos preocupados apenas em resolver o problema nãoestacionário, de forma que podemos substituir  $\Phi$  por  $\phi$  na Eq. 3-8 sem problemas. Portanto, retomando-se a Eq. 3-5, pode-se mostrar que:

$$\frac{D}{Dt} \left\{ \nabla^2 \phi - M_{\infty}^2 [\phi_{xx} + 2ik\phi_x - k^2 \phi] \right\} = 0 \Rightarrow$$

$$\nabla^2 \left( \frac{D}{Dt} \phi \right) - M_{\infty}^2 \left[ \left( \frac{D}{Dt} \phi \right)_{xx} + 2ik \left( \frac{D}{Dt} \phi \right)_x - k^2 \left( \frac{D}{Dt} \phi \right) \right] = 0 \Rightarrow$$

$$\nabla^2 \psi - M_{\infty}^2 [\psi_{xx} + 2ik\psi_x - k^2 \psi] = 0$$

Em palavras, o potencial de aceleração obedece à mesma equação que rege o potencial de velocidade de perturbação não-estacionário. O que implica que também possui as mesmas soluções do tipo fonte e dipolo. Além disso, num contexto de pequenas perturbações, pode mostrar que (Bisplinghoff *et al.*, 1955):

$$\psi = -\frac{p - p_{\infty}}{\rho_{\infty}}$$
 (Eq. 3-9)

Assim, o uso do potencial de aceleração para a modelagem de uma asa permite que se relacione diretamente o salto de potencial através da superfície sustentadora e o valor de diferença de pressão entre intra e extradorso. Além disso, tal modelagem satisfaz automaticamente a condição de Kutta na região da esteira turbilhonar, já que fora da superfície sustentadora a diferença de pressão é nula. Ao mesmo tempo, satisfaz a mesma equação do potencial de velocidade de perturbação não-estacionário, de modo que o problema pode ser solucionado através da mesmas técnicas, mencionadas no início desta seção. Sua contrapartida está na implementação da condição de contorno de não-penetrabilidade, que é

imposta em termos de velocidade normal, e cujos termos acabam por tornar-se bastante complicados.

Tendo introduzido o conceito do potencial de aceleração, pode-se retornar à solução do problema de contorno descrito pelas Eqs. 3-5 e 3-6, porém tendo como incógnita  $\psi$  e, consequentemente, o salto de pressão através da asa. Conforme dito anteriormente, ele se presta à solução através de sua transformação num problema integral. Küssner (1940), também disponível em (KÜSSNER, 1941), foi o primeiro a derivar a equação integral que relaciona as distribuições de diferença de pressão e *downwash*, a qual tem a seguinte forma:

$$\frac{w(x,y,z)}{U_{\infty}} = \frac{1}{8\pi} \iint_{A} \Delta Cp(\xi,\eta,\zeta) K(x,y,z,\xi,\eta,\zeta,k,M_{\infty}) d\xi d\eta$$
 (Eq. 3-10)

onde w(x, y, z) é a velocidade downwash no ponto (x, y, z);  $\Delta Cp$  é a diferença entre intradorso e extradorso do coeficiente de pressão no ponto  $(\xi, \eta, \zeta)$ ; K é a função núcleo da integral, ou  $Kernel\ Function$ , dependente da distância entre os pontos (x, y, z) e  $(\xi, \eta, \zeta)$ , da frequência reduzida k e do número de Mach do escoamento não-perturbado  $M_{\infty}$ , e A é a superfície sustentadora. No caso planar, simplificado, a função núcleo K é escrita da seguinte forma:

$$K(x_{0}, y_{0}, k, M_{\infty}) = k^{2} e^{-ikx_{0}} \left\{ \frac{1}{k \mid y_{0} \mid} K_{1}(k \mid y_{0} \mid) + \frac{\pi i}{2k \mid y_{0} \mid} [I_{1}(k \mid y_{0} \mid) - L_{1}(k \mid y_{0} \mid) - L$$

Em que  $x_0 = x - \xi$ ,  $y_0 = y - \eta$ ,  $I_1$  e  $K_1$  são respectivamente, funções de Bessel modificadas de  $1^a$  ordem, de  $1^o$  e  $2^o$  tipos, e  $L_1$  é uma função modificada de Struve de  $1^a$  ordem.

Há várias formas de resolver numericamente a equação integral 3-10. Neste trabalho, optou-se pela utilização do método mais amplamente utilizado na indústria, o *Doublet Lattice* 

de Albano e Rodden (1969). Neste método, as superfícies sustentadoras são divididas em painéis. Cada painel é construído de forma que suas extremidades laterais sejam paralelas ao escoamento não-perturbado. Ao longo do ¼ de corda de cada painel, tem-se uma distribuição linear de dipolo de aceleração de intensidade desconhecida. As condições de contorno são aplicadas num ponto a ¾ da corda média de cada elemento. Dessa forma, para cada painel "i" pode-se escrever o *downwash* como a contribuição de todos os painéis como sendo:

$$\frac{w(x, y, z)_i}{U_{\infty}} = \sum_{j}^{n} \frac{\Delta C p_j}{8\pi} \int_{L_j} K d\eta$$
 (Eq. 3-12)

onde  $\Delta Cp_j$  é a diferença do coeficiente de pressão do painel "j" (associada ao valor da intensidade do dipolo), ao passo que a integração é realizada ao longo da envergadura do referido painel, representada pela coordenada  $\eta$ ; Lj é a envergadura do painel integrado. Como se pode ver, a integração em  $\xi$  é substituída pelo somatório das contribuições de cada painel. Repetindo-se o processo para todos os outros elementos da superfície sustentadora, pode-se montar o problema na forma matricial:

$$\left\{\frac{w}{U_{\infty}}\right\} = [D]\{\Delta Cp\}$$
 (Eq. 3-13)

Finalmente, invertendo-se a matriz [D] tem-se o vetor de carregamento:

$$\{\Delta Cp\} = [AIC] \left\{ \frac{w}{U_{\infty}} \right\}$$
 (Eq. 3-14)

A parte mais desafiadora do processo está no cálculo dos elementos da matriz [D] através da integração da função núcleo, pois esta possui uma parte não-elementar, ou seja, que não pode ser escrita em termos de funções analíticas elementares. No Doublet Lattice tradicional, supõe-se uma distribuição quadrática da intensidade de dipolo, levando-nos a três coeficientes a determinar por painel, o que nos permite realizar a integração analiticamente. Os coeficientes, por sua vez, podem ser calculados através da avaliação numérica da função

núcleo em apenas três pontos distintos ao longo da envergadura do segmento. Por fim, para que esta avaliação da função núcleo seja possível, utiliza-se algum método de aproximação para a referida função. No presente trabalho, optou-se pela aproximação exponencial de Laschka (1963).

#### 3.1.3 Ligação entre os Modelos Estrutural e Aerodinâmico – Splines

Na análise aeroelástica de estruturas complexas, como asas finitas ou mesmo aviões completos, as necessidades de modelagem da parte estrutural e da parte aerodinâmica são completamente diferentes. Enquanto no primeiro caso preocupa-se com a correta previsão das propriedades de rigidez e inércia do sistema, no segundo mantém-se o foco na adequada previsão da interferência aerodinâmica que a estrutura gera no escoamento em que se insere e de onde se originam os carregamentos. Sendo assim, os modelos usados na determinação de cada uma das partes acabam por se tornar incompatíveis, com deslocamentos prescritos numa determinada malha, e com cargas aerodinâmicas em outra.

Para solucionar este problema, criaram-se metodologias de interpolação de grandezas de uma malha para outra. Neste trabalho, optou-se pelo uso das *splines* de superfície, de Harder e Desmarais (1972). Nesta teoria de *splines*, a superfície sustentadora é representada por uma placa, cujos deslocamentos são os prescritos nas coordenadas do modelo estrutural. Para análise no domínio da freqüência, os deslocamentos são os do autovetor modal. Através da solução do problema da placa, podem-se obter os deslocamentos interpolados nas coordenadas do modelo aerodinâmico através de:

onde h e h' são, respectivamente, deslocamento transversal e inclinações ao longo do eixo longitudinal (direção do escoamento), onde inclinações são obtidas analiticamente através da lei de formação da placa,  $\{x\}$  é o vetor de deslocamentos estruturais e [G] é a matriz de interpolação.

Através do princípio dos trabalhos virtuais, pode-se mostrar que os carregamentos obtidos na malha aerodinâmica são equivalentes aos seus correspondentes na malha estrutural quando relacionados por:

$${F_x} = [G^T]{F_h}$$
 (Eq. 3-16)

em que  $\{F_x\}$  e  $\{F_h\}$  são os carregamentos em suas respectivas malhas, e  $[G^T]$  é a transposta da matriz de interpolação de deslocamentos. Para detalhes da formulação, consultar Harder e Desmarais (1972).

### 3.1.4 Montagem do Problema de Autovalor

Uma vez obtidas as matrizes aerodinâmicas e as interpolações de deslocamentos e carregamentos, conforme as seções 3.1.2 e 3.1.3, respectivamente, prosseguir-se-á à montagem das equações do movimento que levam ao problema de estabilidade, utilizando a abordagem modal descrita na seção 3.1.

O vetor de carregamentos aerodinâmicos é escrito como:

$$\{F_{h}\} = \frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty}^{2} [S] AIC \left\{ \frac{w}{U_{\infty}} \right\} \Rightarrow$$

$$\{F_{x}\} = \frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty}^{2} [G^{T}] S [AIC] \left\{ \frac{w}{U_{\infty}} \right\}$$
(Eq. 3-17)

onde [S] é a matriz diagonal de integração que transforma as diferenças de pressão em cargas, cujos elementos são valores das áreas e áreas vezes meia corda, para cada painel.

O vetor de *downwash*, dado pela condição de contorno, escreve-se como:

$$\frac{w(x,y)}{U_{\infty}} = ikg(x,y) + \frac{\partial g(x,y)}{\partial x} \Rightarrow \left\{ \frac{w}{U_{\infty}} \right\} = [Der][G][x]$$
 (Eq. 3-18)

em que [Der] é a matriz de derivação substancial do vetor de deslocamentos, que é função da frequência reduzida k. A matriz [Der] impõe o operador de derivação substancial linearizado da primeira igualdade da Eq. 3-18, necessário à condição de contorno, ao vetor de deslocamentos e inclinações do modelo aerodinâmico, expresso na Eq. 3-15.

Finalmente, tem-se o vetor de carregamentos aerodinâmicos na malha estrutural:

$${F_x} = \frac{1}{2} \rho_\infty U_\infty^2 [G^T] S [AIC] Der [G] {x}$$
 (Eq. 3-19)

Conforme se viu na seção 3.1, as equações do movimento na forma modal são escritas como:

$$[\mu]{\dot{\eta}} + [\beta]{\dot{\eta}} + [\kappa]{\eta} = \{f\}$$
 (Eq. 3-4)

Como tratamos apenas com movimentos harmônicos e não-amortecidos, essa equação pode ser posta da seguinte forma:

$$-\omega^{2}[\mu]\{\eta\} + [\kappa]\{\eta\} = \{f\}$$
 (Eq. 3-20)

O vetor de carregamentos modais pode ser obtido de  $\{F_x\}$  aplicando a transformação modal sobre o vetor  $\{x\}$ , resultando em:

$$\{F_x\} = \frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty}^2 [G^T] S [AIC] Der [G] T \{\eta\}$$
 (Eq. 3-21)

De maneira que  $\{f\}$  toma a forma:

$$\{f\} = \frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty}^{2} [T^{T}] [G^{T}] [S] [AIC] [Der] [G] [T] \{\eta\}$$

$$\{f\} = \frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty}^{2} [Q(k, M_{\infty})] \{\eta\}$$

(Eq. 3-22)

A matriz [Q] é a matriz de influência aerodinâmica modal. Diferentemente das matrizes modais de rigidez e massa, ela em geral não é diagonal, e nem mesmo simétrica. No caso de estruturas de asas, a mútua influência aerodinâmica entre diferentes modos estruturais e a não simetria entre suas parcelas é que dão origem ao problema de estabilidade aeroelástica.

De posse de todos os termos necessários, podem-se escrever as equações do movimento na forma modal de maneira a obtermos a equação fundamental para o problema de estabilidade:

$$-\omega^{2}[\mu]\{\eta\} + [\kappa]\{\eta\} = \frac{1}{2}\rho_{\infty}U_{\infty}^{2}[Q]\{\eta\}$$
 (Eq. 3-23)

Reorganizando os termos, fica-se finalmente com a seguinte equação:

$$\left[ -\omega^{2} [\mu] + [\kappa] - \frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty}^{2} [Q] \right] \{ \eta \} = \{ 0 \}$$
 (Eq. 3-24)

Este é o problema de autovalor associado à estabilidade aeroelástica de uma determinada estrutura. Há um determinado conjunto de freqüências de vibração e velocidades de escoamento para os quais a estrutura torna-se instável devido à influência aerodinâmica exercida nos modos de vibração, podendo levar ao fenômeno conhecido como *flutter*. Trata-se de um problema de autovalor não-linear, pois, enquanto a freqüência é um dos potenciais autovalores, a matriz [Q] depende da freqüência para o cálculo de seus termos, tornando impossível sua solução direta através de técnicas convencionais usualmente empregadas em dinâmica de estruturas.

#### 3.1.5 Solução do Problema de Autovalor

Há uma grande variedade de técnicas de solução do problema de autovalor associado à estabilidade aeroelástica. Várias são listadas por Bismarck-Nasr (1999). A técnica adotada neste trabalho é uma das variações do conhecido método p-k, e é brevemente descrita abaixo.

Da forma como foi apresentado na seção anterior, o problema de autovalor é válido estritamente para o caso de oscilações harmônicas, isto é, oscilações convergentes ou divergentes não podem ser descritas. Na prática, porém, existe a necessidade de se considerarem esses casos, especialmente na comparação com dados de ensaio. Entretanto, a matriz aerodinâmica só está disponível para o caso de movimentos harmônicos não-amortecidos, criando um impasse. Para resolvê-lo, criaram-se formulações aproximadas, capazes de solucionar o problema de autovalor para o caso não-harmônico, ainda que para isso se usem as matrizes aerodinâmicas obtidas da formulação harmônica.

Reescrevendo a Eq. 3-24 para movimentos quaisquer na variável de Laplace, usando a aproximação de que a matriz [Q] continua válida, tem-se:

$$\left[ p^{2} [\mu] + [\kappa] - \frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty}^{2} [Q] \right] \{ \eta \} = \{ 0 \}$$
 (Eq. 3-25)

A matriz [Q] pode ser dividida em partes real e imaginária:

$$[Q] = [QR] + i[QI]$$
 (Eq. 3-26)

Para movimentos levemente amortecidos, pode-se dizer com base na continuação analítica que:

$$p = \sigma + i\omega \approx i\omega \Rightarrow i[QI] = \frac{i\omega}{\omega}[QI] \approx \frac{p}{\omega}[QI] = \frac{pb}{kU_{\infty}}[QI]$$
 (Eq. 3-27)

Substituindo 3-26 e 3-27 em 3-25, pode-se escrever:

$$\left[ p^{2} [\mu] + [\kappa] - \frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty}^{2} [QR] - \frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty} \frac{b}{k} [QI] p \right] \{ \eta \} = \{ 0 \}$$
 (Eq. 3-28)

A equação acima pode ser reconhecida como um problema de dinâmica de 2ª ordem no domínio de Laplace com condições iniciais nulas, cujas matrizes componentes são todas reais. Ela pode ser transformada novamente para o domínio do tempo segundo a formulação em espaço de estados, resultando em:

Fica-se desta feita com a solução de um problema de autovalores da matriz característica de um sistema em espaço de estados. Apesar das facilidades incorporadas ao problema pela transformação num problema de autovalor convencional de matriz real, a matriz cujos autovalores devemos calcular continua sendo função de vários parâmetros, inclusive a freqüência reduzida k, que em última análise é produto dos autovalores. Dessa maneira, adotou-se o seguinte procedimento iterativo de solução:

- Para uma lista de valores k(ifreq) dados com "nfreq" freqüências reduzidas, e um determinado número de Mach  $M_{\infty}$ , calculam-se nfreq matrizes  $[Q(k(ifreq), M_{\infty})];$
- Para uma dada velocidade  $U_{\infty}(ivel)$  de uma lista de "nvel" velocidades dadas, calcula-se o valor da massa específica do ar consistente com o número de Mach adotado, baseado nas equações de gás ideal e numa tabela de atmosfera padrão;
- Para um determinado modo de vibração "imodo" de "nmodos", assumir que  $k1 = \frac{\omega_n(imodo)b}{U_\infty(ivel)}\;;$
- Para essa frequência reduzida, calcula-se por interpolação a matriz aerodinâmica  $[Q(k1,M_\infty)];$
- Resolver o problema de autovalor, obtendo-se a primeira raiz calculada para o modo em questão;

- Utilizando-se a parte imaginária do autovalor calculado, calcular uma nova frequência reduzida *k*2;
  - Repetir o processo até que a precisão desejada seja atingida;
  - Repetir o processo para todos os "nmodos" modos de vibração;
- Repetir o processo para todas as "nvel" velocidades requeridas. Neste caso, a partir da segunda velocidade, pode-se estimar k1 partindo do autovalor convergido para o modo em questão na velocidade anterior.

A grande vantagem dos métodos p-k reside no fato de o amortecimento calculado ser um amortecimento bastante próximo do real, e poder ser usado para comparações com resultados experimentais fora do ponto de *flutter*. Além disso, usam-se valores consistentes de número de Mach, velocidade e massa específica, evitando o processo de *matching* necessário a outros métodos presentes na literatura.

A desvantagem que sua formulação apresenta consiste na impossibilidade de se extrair um número de raízes maior do que o número de modos estruturais, o que limita seu emprego quando há raízes de origem aerodinâmica na matriz característica do sistema em espaço de estados devido à dependência da freqüência reduzida, levando o método a "pular" autovalores

# 3.2 Métodos de Correção - Fundamentação

Nesta seção são apresentados os fundamentos de três diferentes métodos de correção: o método de correção por emprego de número de Mach local, aqui chamado de método NLR, por ter sido desenvolvido nessa instituição; o método da expansão sucessiva da função núcleo, ou *Sucessive Kernel Expansion Method* – SKEM; e o método desenvolvido dentro da Airbus, conhecido como método Dau-Garner. Esses três métodos foram escolhidos para serem

avaliados no cálculo de carregamentos aerodinâmicos não-estacionários para análise de estabilidade aeroelástica de três diferentes asas expostas a escoamento em regime transônico. A ênfase é dada sobre os aspectos físicos mais importantes em que cada método se baseia, assim como no equacionamento básico que leva à sua implementação.

## 3.2.1 Método NLR – Emprego do Número de Mach Local

Este método foi desenvolvido dentro do NLR por Tijdeman e Zwaan (1976) e por Roos (1976), e também foi apresentado no trabalho de Tijdeman (1977). O desenvolvimento original tinha como alvo escoamentos em regime alto-subsônico.

A idéia central consiste em levar em conta o efeito da não-uniformidade do campo de escoamento estacionário de maneira aproximada, principalmente no que se refere à propagação das perturbações, usando para isso o número de Mach local do campo estacionário em vez de  $M_{\infty}$  para o cálculo da matriz de coeficientes de influência e para imposição das condições de contorno. Os parâmetros locais do escoamento podem ser tomados de dados experimentais, ou de soluções de CFD.

Então, para sua implementação num código *Doublet Lattice*, para cada par de painéis "emissor" e "receptor" (i, j), tem-se frequências reduzidas locais  $k_{ij}$  e números de Mach locais médios  $M_{ij}$ . Sendo assim, as equações fundamentais a serem implementadas são:

$$\left\{ \frac{w}{U_{\infty}} \right\} = \left[ D(k_{ij}, M_{ij}) \right] \left\{ \Delta Cp \right\}$$
 (Eq. 3-30)

em que se tem:

$$M_{ij} = R \left[ M_{ij} \left( \text{na superficie} \right) - M_{\infty} \right] + M_{\infty}$$
 (Eq. 3-31)

e onde:

$$k_{ij} = k \frac{M_{\infty}}{M_{ij}}$$
 (Eq. 3-32)

O fator de relaxação R leva em conta o fato de que as perturbações propagam-se no meio a certa distância da superfície da asa, onde o número de Mach é algo entre o seu valor na superfície da asa e o número de Mach do escoamento não-perturbado. Tijdeman (1977), baseado em suas observações, sugeriu o emprego de R = 0,7. Deve-se lembrar que esta conclusão foi tomada com base no comportamento de escoamento bidimensional.

A condição de contorno fica como:

$$\frac{w_i}{U_{\infty}} = \frac{M_i}{M_{\infty}} \frac{\partial g(x_i, y_i)}{\partial x} + ikg(x_i, y_i)$$
 (Eq. 3-33)

onde  $M_i$  é o número de Mach local no i-ésimo ponto de controle (média de intradorso e extradorso) e  $g(x_i, y_i)$  é a deflexão nesse ponto devida à forma do modo de vibração.

No caso da teoria linearizada, não há diferença de número de Mach local entre intradorso e extradorso, já que o valor do escoamento não-perturbado é usado para o cálculo da influência de todos os painéis. Entretanto, quando se pretende estimar o efeito da não-uniformidade sobre um perfil arqueado, ou com um determinado ângulo de ataque médio diferente de zero, há distribuições de Mach diferentes acima e abaixo da superfície sustentadora. Como o *Doublet Lattice* trabalha apenas com a diferença de pressão através da asa, não há como incorporar esse efeito de uma única vez, já que há um único painel modelando intradorso e extradorso. Por isso, cada  $M_{ij}$  é calculado para a distribuição de Mach local do intradorso, levando ao cálculo de uma matriz de coeficientes de influência, o que se segue ao cálculo de  $M_{ij}$  usando a distribuição do extradorso, a qual gera uma outra matriz [AIC]. Finalmente, a matriz aerodinâmica a ser usada é tomada como a média de ambas as matrizes.

Para o presente trabalho, outro elemento foi incorporado, de forma que escoamentos transônicos pudessem ser tratados: quando o número de Mach local  $M_{ij} \geq 1$ , seu valor é

travado em 0,999, evitando problemas no cálculo da matriz [AIC] (ver Eq. 3-11, onde  $\beta$  aparece no denominador), mas ainda considerando a não-uniformidade de propagação no campo.

Outro aspecto operacional que diz respeito ao emprego do método NLR relaciona-se à fonte dos dados estacionários não-lineares. No caso específico de dados oriundos da solução das equações que consideram a presença da camada limite, deve-se utilizar as distribuições de Mach local imediatamente fora dela, uma vez que na superfície do corpo, devido à hipótese de não escorregamento do fluido, o número de Mach local obviamente é zero, o que leva a resultados espúrios. Neste trabalho, considerou-se a hipótese de que a pressão dentro da camada limite não varia na direção normal à parede do corpo. Dessa forma, foram considerados como pertencentes ao exterior da camada limite aqueles dados para os quais se começa a perceber a ocorrência de variação de pressão na referida direção.

Este método de correção leva em conta a quebra na hipótese de linearização segundo a qual a propagação de perturbações do escoamento é uniforme por todo o campo. Sendo assim, consegue capturar atrasos na propagação das perturbações que não poderiam ser modelados pela teoria linearizada. Entretanto, ele não considera os efeitos das oscilações das ondas de choque e os carregamentos a elas associados, apesar de conseguir modelar o efeito médio de sua presença.

# 3.2.2 Método da Expansão Sucessiva da Função Núcleo - SKEM

Este método foi proposto por Silva (2004). Ele é a base do módulo ZTAW do software comercial de análise aeroelástica ZAERO<sup>®</sup>.

O SKEM é baseado na suposição de que o comportamento do escoamento transônico não-estacionário é linear em torno de um escoamento transônico estacionário não-linear, o

que já se mostrou ser uma consideração coerente, com base nas observações da seção 2.1.6, desde que respeitadas suas limitações. Seu desenvolvimento é brevemente descrito na seqüência.

Relembremos a equação fundamental dos métodos de painéis lineares baseados em potencial de aceleração, que relaciona o vetor de *downwash* e as diferenças de pressão:

$$\left\{\frac{w}{U_{\infty}}\right\} = [D]\{\Delta Cp\} \tag{Eq. 3-13}$$

Conforme visto anteriormente, a matriz [D] é função do número de Mach do escoamento não-perturbado  $M_{\infty}$  e da frequência reduzida k. Silva (2004), considerando que as frequências reduzidas para análise de *flutter* em regime transônico são geralmente menores do que 1, considerou que a matriz de *downwash* [D] possa ser expandida numa série em torno de seu termo quase-estacionário (k = 0), de forma que:

$$[D(ik)] \cong (ik)^{0} [D]_{0} + (ik)^{1} [D]_{1} + (ik)^{2} [D]_{2} + \dots + (ik)^{n} [D]_{n}$$

$$= [D]_{0} + \sum_{m=1}^{n} (ik)^{m} [D]_{m}$$
(Eq. 3-34)

onde k < 1.0 e os termos  $[D]_m$  são constantes resultantes da expansão assintótica. O primeiro termo da série  $[D]_0$  corresponde à parcela de freqüência nula da função núcleo, i.e.,  $[D]_0 = [D(k=0)]$ , uma vez que este é o único termo que independe da freqüência.

O propósito da expansão do núcleo é permitir a introdução de condições de referência estacionárias não-lineares no lugar da função núcleo original, linear, de origem estacionária. Isso pode ser realizado através da substituição da matriz original de frequência nula por outra que contenha informações de origem não-linear, calculada pelo método da correção do downwash baseado em diferenças de pressão quase-estacionárias, de acordo com a seguinte equação:

$$\{\Delta C p^{nl}(k=0)\} = [AIC^{linear}(k=0)][W]\{\Delta\alpha\}$$
 (Eq. 3-35)

em que  $[AIC^{linear}(k=0)]$  é a matriz de coeficientes de influência, inversa de  $[D^{linear}(k=0)]$ , [W] é a matriz diagonal de pesos, e  $\Delta\alpha$  é a variação de ângulos de ataque para a qual se dispõe de dados de pressão com informações de origem não-linear.

Os elementos dessa matriz de pesos são obtidos da razão entre as diferenças de pressão quase-estacionárias sobre cada painel para os casos não-linear e linear, devidos a uma mesma deflexão da estrutura. Os dados com informação não-linear ( $\{\Delta Cp^{nl}(k=0)\}$ ) podem ser facilmente obtidos de ensaios em túnel de vento ou soluções de CFD para regime estacionário, considerando uma determinada variação de ângulo de ataque. Os dados lineares ( $\{\Delta Cp^{l}(k=0)\}$ ) advêm da própria aplicação dessa mesma variação de ângulo de ataque  $\Delta\alpha$  como vetor de *downwash*, o qual é multiplicado pela matriz [ $AIC^{linear}(k=0)$ ], resultando em diferenças de pressão, ou seja:

$$\{\Delta C p^l(k=0)\} = [AIC^{linear}(k=0)]\{\Delta\alpha\}$$
 (Eq. 3-36)

Dessa forma, cada termo  $W_i$  da matriz de pesos é obtido por:

$$W_i = \sum_{j=1}^n D^{linear} (k=0)_{ij} \frac{\Delta C p^{nl}_j}{\Delta \alpha}$$
 (Eq. 3-37)

onde *i* e *j* são os índices dos painéis cuja influência mútua se quer calcular.

Obtida a matriz de pesos, temos que:

$$[AIC^{n\tilde{a}o\text{-linear}}(k=0)] = [AIC^{linear}(k=0)][W]$$
 (Eq. 3-38)

Consequentemente:

$$[D^{n\tilde{a}o\text{-}linear}(k=0)] = [AIC^{n\tilde{a}o\text{-}linear}(k=0)]^{-1}$$
 (Eq. 3-39)

Retornando à expansão em série (Eq. 3-33), podemos escrever:

$$\begin{split}
& \left[ D^{n\tilde{a}o-linear}(ik) \right] \cong \left[ D^{n\tilde{a}o-linear}(k=0) \right] + (ik)^{1} \left[ D \right]_{1} + (ik)^{2} \left[ D \right]_{2} + \dots + (ik)^{n} \left[ D \right]_{n} \\
&= \left[ D^{n\tilde{a}o-linear}(k=0) \right] + \sum_{m=1}^{n} (ik)^{m} \left[ D \right]_{m}
\end{split}$$
(Eq. 3-40)

Uma vez que as não-linearidades advêm da parte estacionária do escoamento, admitese que os termos da série para valores de k maiores que zero podem ser tomados das predições da teoria linear. Sendo assim:

$$\sum_{m=1}^{n} (ik)^{m} [D]_{m} \cong [D^{linear}(ik)] - [D^{linear}(k=0)]$$
 (Eq. 3-41)

Desta forma, a matriz de *downwash* não-linear fica como:

$$[D^{n\tilde{a}o\text{-}linear}(ik)] = [D^{n\tilde{a}o\text{-}linear}(k=0)] - [D^{linear}(k=0)] + [D^{linear}(ik)]$$
 (Eq. 3-42)

Na prática, a matriz de *downwash* é montada em duas partes, uma de freqüência nula, que pode até mesmo ser calculada pela formulação *Vortex Lattice* estacionária, menos sujeita a problemas de condicionamento numérico (vide Eq. 3-11), e outra de freqüência diferente de zero, cujos termos vêm da formulação tradicional do *Doublet Lattice*. Para a implementação do método SKEM, substitui-se a matriz advinda do termo para k = 0 por ela mesma, prémultiplicada pela matriz diagonal de pesos  $[W]^{-1}$ . Matematicamente:

$$[D^{n\tilde{a}o\text{-}linear}(ik)] = [W]^{-1}[D^{linear}(k=0)] + [D^{linear}(ik) - D^{linear}(k=0)]$$
 (Eq. 3-43)

Supõe-se que este método seja capaz de lidar com os gradientes de pressão induzidos por ondas de choque não-estacionárias e outros efeitos não-lineares de primeira importância. Supõe-se também que a não-estacionariedade aerodinâmica seja apropriadamente prevista pela teoria linear, o que obviamente é uma aproximação, mas que, para primeira ordem,

parece ser bastante razoável, desde que as perturbações do escoamento comportem-se linearmente em torno de uma referência não-linear.

A não-uniformidade do escoamento estacionário é parcialmente tratada, uma vez que sua influência sobre os carregamentos em freqüência zero é considerada. Entretanto, os termos dependentes da freqüência não são modificados. Por fim, a condição de contorno é imposta da mesma forma como se faz num código padrão *Doublet Lattice* (Eq. 3-6), não havendo modificação no termo de velocidade de convecção.

#### 3.2.3 Método Dau-Garner

O método Dau-Garner foi desenvolvido no âmbito da Airbus alemã por Dau (1992) como um método de correção baseado nas hipóteses semi-empíricas levantadas por Garner (1977). Assim como outros métodos de correção, ele incorpora informação de origem não-linear a um gerador linear de matriz AIC através do uso de dados não-lineares para estado estacionário.

As hipóteses em que o método se baseia são:

- i) O escoamento em torno da asa pode ser descrito por um potencial de velocidade de perturbação não-estacionário e por relações adiabáticas, o que se supõe ser adequado até mesmo quando o escoamento contém ondas de choque fracas;
- ii) As amplitudes de deslocamento da asa são pequenas o suficiente para que as perturbações de velocidade dependentes do tempo sejam muito menores do que sua componente estacionária no eixo X (eixo do escoamento);
- iii) A variação do potencial de velocidade na direção Y (eixo da envergadura) é tão
   pequena que suas derivadas em Y podem ser consideradas nulas, e somente as derivadas em
   X são levadas em conta;

- iv) A razão R(k) das velocidades de perturbação não-estacionárias (" $k \neq 0$ ") sobre as quase-estacionárias ("k = 0") é a mesma, independentemente de o escoamento ser puramente subsônico ou transônico;
- v) A razão da pressão quase-estacionária transônica sobre sua correspondente pressão linear é a mesma para todos os modos de vibração.

A partir das hipóteses acima listadas, podem-se trabalhar as equações do escoamento potencial linearizado, de forma a se obterem diferenças de pressão não-estacionárias a partir de suas correspondentes para frequência zero. Esse desenvolvimento é brevemente descrito na sequência.

Consideremos a equação integrada da quantidade de movimento para escoamento potencial linearizado não-estacionário (Dau, 1992):

$$p - p_{\infty} = -\rho_{\infty}(\phi_t + U_{\infty}\phi_x)$$
 (Eq. 3-44)

Esta pode ser facilmente deduzida das Eqs 3-8 e 3-9 apresentadas anteriormente. A manipulação da Eq. 3-44 permite-nos obter o coeficiente de pressão como função das derivadas da função potencial, i.e.:

$$\frac{p - p_{\infty}}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty}^{2}} = -\frac{\rho_{\infty}}{\frac{1}{2} \rho_{\infty} U_{\infty}^{2}} (\phi_{t} + U_{\infty} \phi_{x}) = -\frac{2}{U_{\infty}^{2}} (\phi_{t} + U_{\infty} \phi_{x})$$

Aplicando a definição de coeficiente de pressão:

$$\Rightarrow Cp(t) = -2\left(\frac{\phi_t}{U_{\infty}^2} + \frac{\phi_x}{U_{\infty}}\right)$$
 (Eq. 3-45)

Como a grande maioria dos métodos lineares para obtenção de carregamentos nãoestacionários está formulada no domínio da freqüência, torna-se muito conveniente que passemos a trabalhar neste domínio. Sendo assim, a equação do *Cp* passa a ser escrita no domínio da freqüência como:

$$Cp(\omega) = -2\left(\frac{i\omega\phi}{U_{\infty}^{2}} + \frac{\phi_{x}}{U_{\infty}}\right)$$

$$\Rightarrow Cp(k) = -\frac{2}{U_{\infty}}\left(\frac{ik}{b}\phi + \phi_{x}\right)$$

(Eq. 3-46)

Ficamos então com o coeficiente de pressão não-estacionário escrito em função do potencial de perturbação não-estacionário  $\phi$  e sua derivada  $\phi_x$  (que em verdade é a velocidade de perturbação na direção do escoamento). Resta-nos conseguir escrever esses termos em função dos dados estacionários de pressão, que são a informação que se tem como entrada. Para isso, tomemos crédito da hipótese de número (iv) e da definição de R(k):

$$\phi_x(k) = R(k)\phi_x(0)$$
 (Eq. 3-47)

Da equação do coeficiente de pressão (Eq. 3-46):

$$Cp(0) = -\frac{2\phi_x(0)}{U_{\infty}} \Leftrightarrow \phi_x(0) = -\frac{U_{\infty}Cp(0)}{2}$$
 (Eq. 3-48)

Reorganizando os termos da equação acima:

$$\phi_x(k) = -R(k) \frac{U_{\infty}Cp(0)}{2}$$
 (Eq. 3-49)

O termo em função de  $\phi$  pode ser obtido da integração da Eq. 3-49 ao longo da direção do escoamento, ou seja:

$$\phi(k) = -\int_{\xi = xLE}^{\xi = x} R(k) \frac{U_{\infty} Cp(0)}{2} d\xi + \phi_{LE}(y)$$
 (Eq. 3-50)

onde xLE é a coordenada do bordo de ataque da superfície sustentadora, e  $\phi_{LE}(y)$  só varia ao longo da envergadura. Como aqui se está tratando apenas de termos de perturbação,  $\phi_{LE}(y)$  pode ser desprezado no que segue deste desenvolvimento, pois termos estacionários não

precisam ser levados adiante. Substituindo as Eqs. 3-49 e 3-50 na Eq. 3-46, obtemos o valor de Cp(k) em função de R(k) e Cp(0):

$$Cp(k) = R(k)Cp(0) + \frac{ik}{b} \int_{xLE}^{x} R(k)Cp(0)d\xi$$
 (Eq. 3-51)

Conforme visto na seção 3.1.2, os métodos lineares baseados em potencial de aceleração, como o *Doublet Lattice*, têm como solução as diferenças de pressão entre intradorso e extradorso da superfície sustentadora. Precisa-se, então, encontrar expressões que possam relacionar os valores de  $\Delta Cp(k)$  aos valores de  $\Delta Cp(0)$  e a R(k). Ainda, tem-se que encontrar uma forma de expressar R(k) em termos de diferenças de pressão conhecidas. Tal trabalho segue nos próximos parágrafos.

A diferença dos coeficientes de pressão entre intradorso e extradorso é expressa por:

$$\Delta Cp = Cp^{lower} - Cp^{upper}$$
 (Eq. 3-52)

em que os sobrescritos *lower* e *upper* referem-se às superfícies inferior e superior, respectivamente. Utilizando-se a Eq. 3-46, pode-se escrever:

$$\Delta Cp(k) = -\frac{2}{U_{xx}} \left( \frac{ik}{b} (\phi^{lower} - \phi^{upper}) + (\phi_x^{lower} - \phi_x^{upper}) \right)$$
 (Eq. 3-53)

No contexto da teoria potencial linearizada, dada a antissimetria do problema e, novamente, considerando-se que trata apenas das perturbações (Dau, 1992):

$$\phi^{lower} = -\phi^{upper} \equiv \overline{\phi}$$
 (Eq. 3-54)

Assim, com o auxílio da Eq. 3-53 podemos escrever:

$$\Delta Cp(k) = -\frac{4}{U_{co}} \left( \frac{ik}{b} \, \overline{\phi} + \overline{\phi}_x \right)$$
 (Eq. 3-55)

Manipulando a Eq. 3-54 e substituindo na Eq. 3-46 se pode expressar R(k) como:

$$R(k) = \frac{\phi_x(k)}{\phi_x(0)} = \frac{\overline{\phi}_x(k)}{\overline{\phi}_x(0)} = \frac{-U_\infty \Delta C p(k) - \frac{4ik}{b} \overline{\phi}(k)}{-U_\infty \Delta C p(0)}$$
 (Eq. 3-56)

Para determinarmos o termo em  $\overline{\phi}$  na equação acima, recorremos novamente à Eq. 3-55. Entretanto, desta vez prosseguir-se-á à multiplicação por um fator integrante do tipo exponencial, conforme abaixo:

$$-\frac{U_{\infty}\Delta Cp(k)}{4}e^{\frac{ik}{b}x} = \frac{ik}{b}\overline{\phi}e^{\frac{ik}{b}x} + \overline{\phi}_{x}e^{\frac{ik}{b}x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\overline{\phi}e^{\frac{ik}{b}x}\right)$$

$$\Rightarrow \int_{xLE}^{x} \frac{\partial}{\partial \xi}\left(\overline{\phi}e^{\frac{ik}{b}\xi}\right)d\xi = -\frac{U_{\infty}}{4}\int_{xLE}^{x}\Delta Cp(k)e^{\frac{ik}{b}\xi}d\xi$$

$$\Rightarrow \overline{\phi}e^{\frac{ik}{b}x} - \overline{\phi}_{LE}e^{\frac{ik}{b}xLE} = -\frac{U_{\infty}}{4}\int_{xLE}^{x}\Delta Cp(k)e^{\frac{ik}{b}\xi}d\xi$$

Como anteriormente, pode-se desprezar o termo constante do lado esquerdo da igualdade  $\overline{\phi}_{LE}$ , o que nos leva finalmente a:

$$\overline{\phi}(k) = -\frac{U_{\infty}}{4} \int_{xLE}^{x} \Delta C p(k) e^{\frac{ik}{b}(\xi - x)} d\xi$$
 (Eq. 3-57)

Por fim, as diferenças de coeficientes de pressão não-estacionários escrevem-se como:

$$\Delta Cp(k) = R(k)\Delta Cp(0) + \frac{ik}{b} \int_{xLE}^{x} R(k)\Delta Cp(0)d\xi$$
 (Eq. 3-58)

Durante todo esse desenvolvimento admitiu-se que o escoamento é subsônico, e seu comportamento é linear. Além disso, preocupou-se apenas com os termos de perturbação não-estacionários. O fundamento do método Dau-Garner consiste em tomar por base as relações estabelecidas entre as variações de pressão não-estacionárias e estacionárias (ou quase-estacionárias) para regime subsônico, e considerá-las válidas também em regime transônico (hipótese iv). Sendo assim, no regime subsônico, linear, as diferenças de pressão  $\Delta Cp(k)$  são calculadas por um método linear padrão, como o *Doublet Lattice*. Através das Eqs. 3-56 e 3-

57, calcula-se a razão R(k), a qual se considera não variar com o regime de escoamento. Por sua vez, no regime transônico, as diferenças de pressão não-estacionárias não-lineares são calculadas fazendo uso da Eq. 3-55, desde que dados quase-estacionários não-lineares (advindos de ensaios em túnel ou simulações CFD) possam ser usados de entrada para os termos de freqüência zero.

Não é evidente no trabalho de Dau (1992) como os  $\Delta Cp^l(k)$ , não-estacionários, lineares, são calculados. Para o caso de métodos lineares, como o *Doublet Lattice*, para a obtenção desses valores faz-se necessário o produto da matriz [AIC] pelo vetor de downwash  $\{w/U_\infty\}$ . Para o caso em que k=0, as diferenças de pressão podem ser obtidas de simples variações de ângulo de ataque. Entretanto, para o caso não-estacionário,  $\Delta Cp^l(k)$ , e por consequência R(k), ficariam dependentes do modo de vibração escolhido, o que vai em oposição ao uso de uma matriz de coeficientes de influência, válida para todos os modos.

Neste trabalho, optou-se pela imposição de um *downwash* unitário em todos os painéis do modelo para ambos os casos, quase-estacionário e não-estacionário. Consequentemente, os  $\Delta Cp^l$  lineares foram calculados como:

$$\Delta C p^l{}_i = \sum_{j}^{n} A_{ij} \tag{Eq. 3-59}$$

onde  $A_{ij}$  são os elementos da matriz [AIC], e representam variação de coeficiente de pressão por unidade de ângulo de ataque.

Seguindo o raciocínio, a razão R(k) para cada painel do modelo foi calculada por:

$$R_{i}(k) = \frac{-\Delta C p^{l}_{i}(k) - \frac{ik}{b} \overline{\phi}_{i}(k)}{\Delta C p^{l}_{i}(0)}$$
(Eq. 3-60)

com  $\overline{\phi}$  em cada painel dado por:

$$\phi_i(k) = \sum_{jLE}^i \Delta C p^l_{j}(k) e^{\frac{ik}{b}(x_j - x_i)} \Delta x$$
 (Eq. 3-61)

onde jLE é o índice do primeiro painel ao longo da faixa de painéis ao longo da corda em que o painel i está localizado;  $x_n$  são os valores das coordenadas dos centróides dos painéis;  $\Delta x$  é o comprimento de cada painel, constante para cada seção ao longo da envergadura.

Por fim, os valores de  $\Delta Cp^{nl}(k)$  são calculados através da seguinte equação:

$$\Delta C p^{nl}{}_{i}(k) = R_{i}(k) \Delta C p^{nl}{}_{i}(0) + \frac{ik}{b} \sum_{il.E}^{i} R_{j}(k) \Delta C p^{nl}{}_{j}(0) \Delta x \qquad \text{(Eq. 3-62)}$$

em que os  $\Delta Cp^{nl}(0)$  advêm dos dados de entrada obtidos via CFD ou ensaios, e são normalizados por unidade de ângulo de ataque.

Também não é evidente na referência (Dau,1992) como a matriz [AIC] é modificada pelas pressões não-estacionárias não-lineares calculadas. A insistência na matriz de coeficientes de influência justifica-se pela necessidade de montagem do problema de autovalor, visando à determinação das características de estabilidade do sistema. No presente trabalho, para a montagem de uma matriz [AIC] modificada empregou-se uma matriz complexa diagonal pré-multiplicativa, derivada das razões entre as diferenças de pressão não-estacionárias não-lineares e lineares. Os elementos dessa matriz de pesos foram calculados segundo a equação abaixo:

$$W_i = \frac{\Delta C p^{nl}_i}{\Delta C p^l_i}$$
 (Eq. 3-63)

onde o denominador é calculado pela Eq. 3-59 e o numerador pela Eq. 3-62. É importante ressaltar que os pesos  $W_i$  são complexos, pois representam a razão entre as diferenças de pressão não-estacionárias. Deve-se reparar também que, através da construção da matriz de pesos, elimina-se o problema da dependência da forma do *downwash* escolhida para o cálculo

dos  $\Delta Cp^l(k)$ . Como o *downwash* é o mesmo para numerador e denominador, seu efeito é anulado no resultado da Eq. 3-62.

Apesar de os métodos Dau-Garner e SKEM usarem matrizes diagonais de pesos para a correção, seus efeitos não são exatamente os mesmos. No SKEM a matriz multiplica o downwash, e seu efeito se faz nos termos de influência do movimento de um painel sobre os outros, enquanto na versão do método Dau-Garner aqui implementada, o efeito é sobre o carregamento de cada painel. Além disso, no primeiro os pesos são empregados para corrigir o termo para k = 0, enquanto no segundo corrige-se a matriz aerodinâmica complexa.

O método Dau-Garner, assim como o SKEM, apóia-se na capacidade da aerodinâmica não-estacionária linear de prever a não-estacionariedade do escoamento em regime transônico. É razoável supor que o método adequadamente modele as diferenças de pressão induzidas pela formação de ondas de choque. A não-uniformidade da propagação das perturbações é parcialmente modelada, pois seu efeito está presente nos dados de entrada para freqüência nula. Entretanto, seu efeito para freqüências não nulas e sobre a imposição das condições de contorno não é levado em consideração.

Espera-se também que o método seja mais adequado para o cálculo de asas mais alongadas, uma vez que os efeitos das variações na direção transversal ao escoamento são desprezados. Como se pode observar nas Eqs. 3-57 e 3-59, a integração dos termos de influência ocorre apenas ao longo da corda da superfície sustentadora. Operacionalmente, isso significa que apenas painéis do modelo alinhados ao longo de uma única faixa serão considerados no processo de somatório, conforme mostra a Eq. 3-62.

## 4 Resultados e Discussão

# 4.1 Apresentação e Caracterização dos Modelos

Nesta seção são apresentados os resultados do cálculo de estabilidade aeroelástica para três diferentes asas sujeitas a escoamentos não-estacionários em regime transônico, fazendo uso dos três métodos de correção brevemente descritos na seção 3.2.

As três configurações analisadas são: asa AGARD 445.6 enfraquecida #3; a asa supercrítica usada no "*Pitch and Plunge Apparatus*" – PAPA – da NASA; e a asa do projeto conceitual YXX. Trata-se, portanto, de três asas com características bastante distintas. Justamente por diferirem entre si, tornam-se bastante complementares.

A asa AGARD 445.6 possui um perfil pouco espesso e um bordo de ataque bastante enflechado (ver Figura 4-1), o que lhe garante um comportamento tipicamente "subsônico", isto é, os efeitos transônicos só passam a dominar em números de Mach mais elevados, se comparada a outras asas. As características geométricas e dinâmicas do modelo AGARD 445.6 enfraquecido #3 podem ser encontradas em Yates (1988).

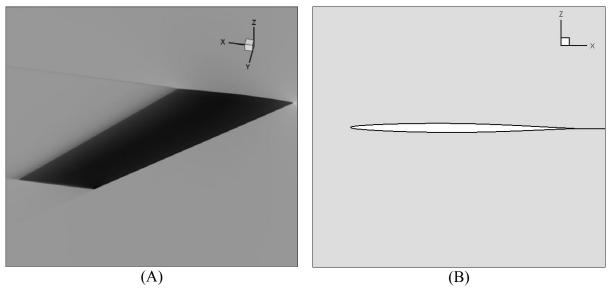


Figura 4-1: (A) vista em perspectiva da geometria da asa AGARD 445.6; (B) perfil da asa AGARD 445.6 na raiz – note-se a pouca espessura relativa.

Em contraste, tem-se, na asa PAPA supercrítica, baixo alongamento, um bordo de ataque reto, e um perfil de elevada espessura (Figura 4-2), o que garante a ocorrência de não-linearidades transônicas em números de Mach relativamente baixos e forte tridimensionalidade na configuração do escoamento. Contrapondo-se à complexidade de suas características aerodinâmicas, trata-se de um sistema dinâmico estrutural extremamente simples, com apenas dois modos clássicos e bastante desacoplados. A descrição completa de suas propriedades consta no trabalho de Bennett (2000).

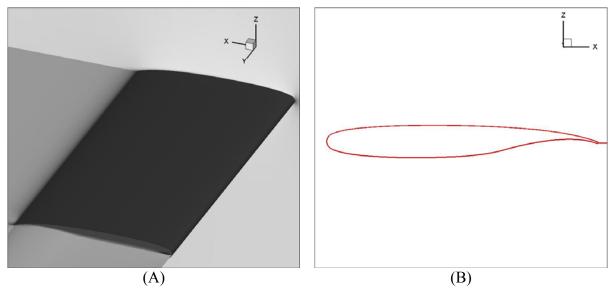


Figura 4-2: (A) vista em perspectiva da geometria da asa PAPA supercrítica; (B) perfil da asa PAPA supercrítica – note-se a elevada espessura relativa.

Por fim, a asa YXX é constituída por uma estrutura alongada, com quebra próxima à raiz, enflechamento moderado, e uma complexa perfilagem ao longo da envergadura, típica dos modernos projetos de aeronaves comerciais (Figura 4-3). As características, tanto geométricas quanto modais da asa YXX, são mostradas por Sato, Obayashi e Nakahashi (2000).

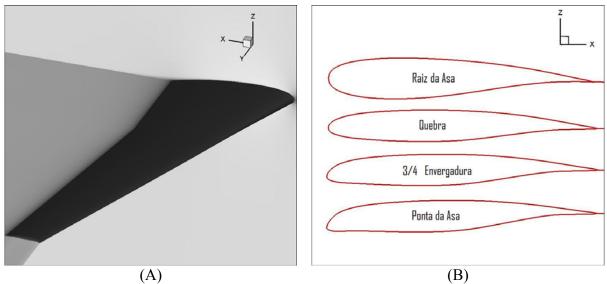


Figura 4-3: (A) vista em perspectiva da geometria da asa YXX; (B) variação da perfilagem ao longo da envergadura para a asa YXX.

Para se ter uma melhor compreensão dos fenômenos físicos envolvidos na formação da configuração de escoamento em torno de cada asa em regime transônico, primeiramente são apresentados os resultados para casos estacionários de simulação em CFD utilizados como dados de entrada no emprego dos métodos de correção. Todos os dados referentes às pressões estacionárias de referência a serem empregadas nos métodos de correção em estudo, foram obtidas de simulações computacionais realizadas através do código CFL3D. Tais simulações são as mesmas apresentadas no trabalho de Silva (2004), para as três asas em estudo. Informações a respeito do código podem ser obtidas em CFL3D (2010). No referido trabalho, encontra-se também uma sucinta descrição da formulação utilizada pelo programa computacional, que é fundamentada na solução das equações de Navier-Stokes com média de Reynolds. Admite topologias de malhas computacionais bi e tridimensionais, escoamento invíscido e viscoso, laminar ou turbulento, malhas móveis ou fixas, de natureza estruturada. Podem-se modelar geometrias complexas através de técnicas de múltiplos blocos de malha, bem como recorrer a procedimentos de aceleração de convergência da solução temporal empregando metodologias tipo *multigrid*. Os modelos de turbulência empregados são diversos, sendo que, para as presentes simulações, empregou-se o modelo de turbulência de

Spallart-Almaras. Do ponto de vista da análise dos métodos de correção, pode-se dizer que os dados de entrada resultantes das soluções dos escoamentos através das equações de Navier-Stokes têm capacidade de representar informação de origem não-linear, o que é bastante adequado ao propósito deste trabalho.

# 4.2 Asa AGARD 445.6 Enfraquecida #3

## 4.2.1 Análise dos Dados de Entrada

Para a asa AGARD 445.6 #3 utilizaram-se dados de número de Mach local e distribuição de pressão em regime estacionário a números de Mach de escoamento não-perturbado de 0,678, 0,901, e 0,960, para ângulos de ataque  $\alpha = 0^{\circ}$  e  $\alpha = 0,5^{\circ}$ . Conforme mencionado anteriormente, esta asa apresenta um comportamento tipicamente subsônico até números de Mach bastante próximos da unidade. Como se pode ver na Figura 4-4, a não-uniformidade das propriedades devida à presença da superfície, isto é, o desvio nas propriedades em relação ao escoamento não-perturbado, é pequena. Observando as distribuições de pressão, vê-se que a sucção gerada pelos perfís da asa não é elevada, havendo pouca variação do coeficiente de pressão (a exceção óbvia são as regiões de estagnação). Observando as distribuições de Mach local, vê-se que o valor máximo está em torno de 0,70, que representa um pequeno desvio em relação a  $M_{\infty} = 0,678$ . A simetria das distribuições de intradorso é extradorso é obvia, dada a simetria do perfil e o ângulo de ataque nulo.

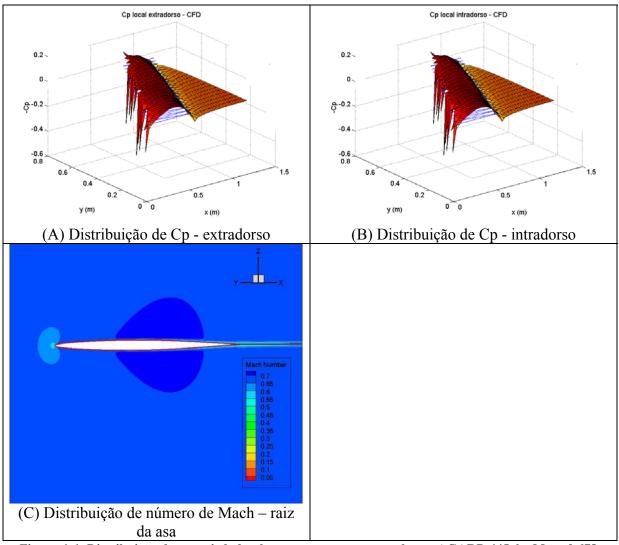


Figura 4-4: Distribuição de propriedades do escoamento em torno da asa AGARD 445.6 a  $M_{\infty}$  = 0,678,  $\alpha$  = 0°.

Um maior desvio em relação às propriedades do escoamento só se dá na presença de ondas de choque bem desenvolvidas, o que só ocorre bem próximo à fronteira supersônica, como na Figura 4-5.

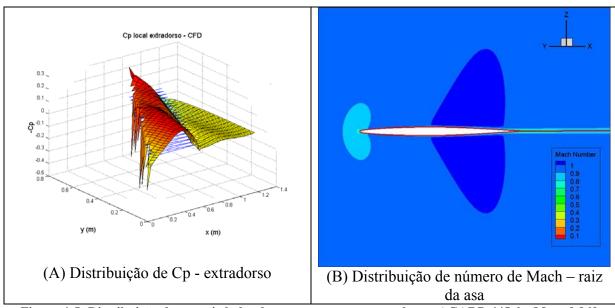


Figura 4-5: Distribuição de propriedades do escoamento em torno da asa AGARD 445.6 a  $M_{\infty} = 0.960$ ,  $\alpha = 0^{\circ}$ .

A Figura 4-5 também nos permite observar com clareza a formação de uma onda de choque nas proximidades do bordo de fuga, e que passa a se formar mais à montante conforme se aproxima a ponta da asa. Esse choque ocorre após uma região supersônica relativamente extensa; no entanto, o número de Mach máximo dessa região é 1,09, o que mais uma vez atesta a pouca interferência que a asa exerce sobre o escoamento não-perturbado, principalmente à jusante da asa.

O efeito de uma variação de ângulo de ataque de 0,5° pode ser observado na Figura 4-6. De acordo com as distribuições de propriedades exibidas, o choque no extradorso caminha à jusante, e ganha intensidade, enquanto o oposto ocorre no intradorso. Dado o comportamento global do escoamento, antecipa-se que a dinâmica das oscilações desta onda de choque durante as oscilações da estrutura da asa AGARD 445.6 enfraquecida #3 em suas freqüências naturais de vibração é que deve ditar a influência do regime transônico sobre a estabilidade aeroelástica desta asa.

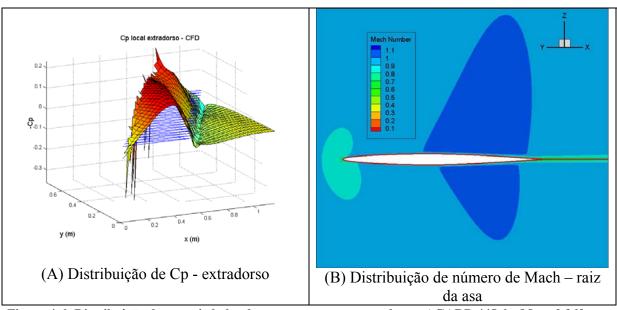


Figura 4-6: Distribuição de propriedades do escoamento em torno da asa AGARD 445.6 a  $M_{\infty}$  = 0,960,  $\alpha$  = 0.5°.

### 4.2.2 Cálculo de Estabilidade Aeroelástica

As velocidades de *flutter* para a asa AGARD 445.6 #3 enfraquecida foram calculadas utilizando-se os três métodos de correção aerodinâmica descritos na seção 5, NLR, SKEM e Dau-Garner, além do *Doublet Lattice*. Os resultados em termos de "índice de flutter", ou "*flutter index*" como é comumente chamado na literatura, em função do número de Mach do escoamento não-perturbado são mostrados na Figura 4-7. Juntamente, são comparados aos dados experimentais documentados no trabalho de Yates (1988). O "*flutter index*" é definido pela seguinte equação:

Flutter Index = 
$$\frac{V_f}{\omega_{\theta} b \sqrt{\mu}}$$
;  $\mu = \frac{m}{\rho_{\infty} Vol}$  (Eq. 4-1)

em que  $V_f$  é a velocidade de *flutter*,  $\omega_{\theta}$  é a frequencia angular do modo mais alto que acopla durante o *flutter*, b é a semi-corda, m é a massa da asa,  $\rho_{\infty}$  é a massa específica do fluido, e Vol é o volume do tronco de revolução que se circunscreve à asa. Os dados de entrada para a Eq. 4-1 são encontrados na referência.

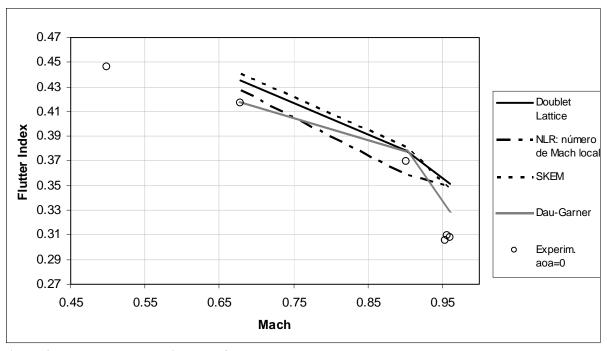


Figura 4-7: Evolução da velocidade de flutter com o número de Mach do escoamento não-perturbado para a asa AGARD 445.6 #3 enfraquecida – comparação entre os resultados dos diferentes métodos e o experimento

Como se pode perceber, os resultados de todos os métodos empregados, inclusive o Doublet Lattice, baseado em teoria linear, demonstram boa correlação com os dados experimentais até  $M_{\infty} = 0,901$ , ficando o desvio máximo em torno de 5%. Isso significa que, para números de Mach do escoamento não-perturbado até o referido valor, o emprego dos métodos de correção acrescenta pouca informação à teoria linear. Tal comportamento não deve ser estranhado, pois conforme observado na análise dos dados de entrada para regime estacionário, a asa AGARD 445.6 #3 apresenta um comportamento tipicamente subsônico até altos números de Mach, gerando poucos desvios em relação às previsões da teoria linear.

Entretanto, mostra-se também de maneira bastante evidente a incapacidade de todos os métodos de capturar os efeitos transônicos relevantes para a estabilidade aeroelástica da asa a  $M_{\infty} = 0,960$ , no qual se dá o característico *transonic dip*. Este é precisamente o número de Mach que, de acordo com as análises preliminares das condições estacionárias realizadas anteriormente, potencialmente apresentaria maiores não-linearidades devido às oscilações dos choques. Esse comportamento está em consonância com o afirmado por Bendiksen (2001),

que através de sua regra de similaridade mostrou que o domínio da não-linearidade transônica demora a ocorrer para asas pouco espessas. Todavia, na presença do choque, à medida que o número de Mach aumenta, o fenômeno se dá de maneira bem mais intensa, ou seja, choques mais fortes podem implicar a ocorrência da queda da velocidade de *flutter* com o número de Mach de maneira mais abrupta.

Apesar de, do ponto de vista de engenharia, todas as metodologias comparadas acima serem adequadas e praticamente equivalentes até  $M_{\infty}=0,901$ , e de todas terem falhado na captura do efeito transônico relevante em  $M_{\infty}=0,960$ , pode-se considerar que o método de correção que melhor reproduziu o comportamento experimental foi o método Dau-Garner. O presente autor credita tal sucesso a uma grande aderência das características do escoamento sobre a asa em estudo às hipóteses semi-empíricas levantadas por Garner (1977), especialmente a distribuição bastante bidimensional das propriedades aerodinâmicas no entorno da superfície sustentadora, à exceção obviamente da região da ponta da asa.

Ainda, observa-se que o método de correção que menos conseguiu prever a tendência à queda abrupta na velocidade de *flutter* foi o método do NLR, baseado no emprego da distribuição de Mach local. A explicação para este comportamento está relacionada à forma aerodinâmica da asa. O perfil da asa AGARD 445.6 apresenta uma espessura máxima de 4%, o que implica suaves variações na distribuição do número de Mach local, tal como se pode observar nos resultados das simulações das equações de Navier-Stokes através do código CFL3D. Sendo assim, os efeitos não-lineares advêm basicamente dos movimentos das ondas de choque, os quais não conseguem ser capturados por uma formulação aerodinâmica linear baseada em métodos de elementos de interferência, a exemplo do *Doublet Lattice* empregado. Note-se que a particularidade do método NLR é a consideração de um número de Mach local na solução elementar do método *Doublet Lattice*, ao passo que a formulação convencional considera o número de Mach do escoamento não-perturbado. Esta é uma forma de corrigir os

efeitos de interferência para uma distribuição de Mach média obtida da solução de regime permanente, modificando os retardos aerodinâmicos associados à solução acústica convectada da equação do potencial aerodinâmico linearizado em regime compressível.

# 4.3 Asa PAPA Supercrítica

## 4.3.1 Análise dos Dados de Entrada

No caso da asa PAPA supercrítica, utilizaram-se dados de número de Mach local e distribuição de pressão em regime estacionário a números de Mach de escoamento não-perturbado de 0,50, 0,60, 0,70, 0,75, e 0,80, para ângulos de ataque  $\alpha=0^{\circ}$  e  $\alpha=1^{\circ}$ . Diferentemente do que se viu na asa AGARD 445.6, esta asa gera notável perturbação ao escoamento não-perturbado (ver Figura 4-8), o que já era esperado conhecendo-se o perfil que a compõe. Como pode ser observado, ainda em  $M_{\infty}=0,50$  e ângulo de ataque nulo, temos regiões bastante extensas onde o número de Mach local médio é igual a 0,6, fato que torna patente a não-uniformidade das propriedades do escoamento e, consequentemente, da propagação das perturbações ao longo do campo. Outro aspecto a ser observado na Figura 4-8 é o notável carregamento traseiro da asa, típico de projetos de perfis e asas para desempenho adequado em regime transônico.

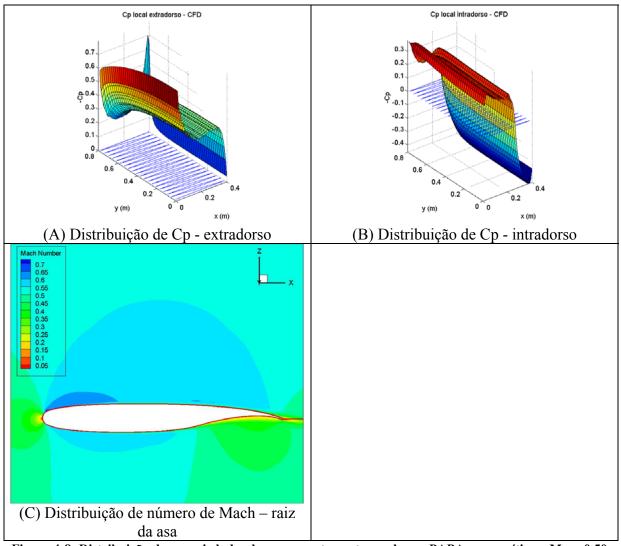


Figura 4-8: Distribuição de propriedades do escoamento em torno da asa PAPA supercrítica a  $M_{\infty}$  = 0,50,  $\alpha$  = 0°.

Não menos interessante é a Figura 4-9, em que podemos observar a asa em questão imersa em escoamento a  $M_{\infty}=0.80$  e ângulo de ataque nulo. Neste caso, pode-se avaliar a complexidade do escoamento a que a asa está sujeita. Primeiramente, nota-se a formação de duas ondas de choque no extradorso. A segunda delas ocorre devido à reaceleração do fluido após o primeiro choque, de acordo com o padrão do *Zierep Cusp* descrito na seção 2.1.5, o qual é seguido de uma nova compressão abrupta, isto é, um novo choque. Ainda, percebe-se que a segunda onda de choque se esvai ao longo da envergadura, comprovando a forte tridimensionalidade advinda do baixo alongamento da superfície sustentadora. Enquanto isso, no intradorso, apesar da formação de uma pequena região supersônica nas cercanias do bordo

de ataque, não há a presença de uma onda de choque pronunciada. Por fim, consegue-se notar que a camada limite na região traseira do intradorso começa a espessar-se, devido ao gradiente de pressão adverso da região.

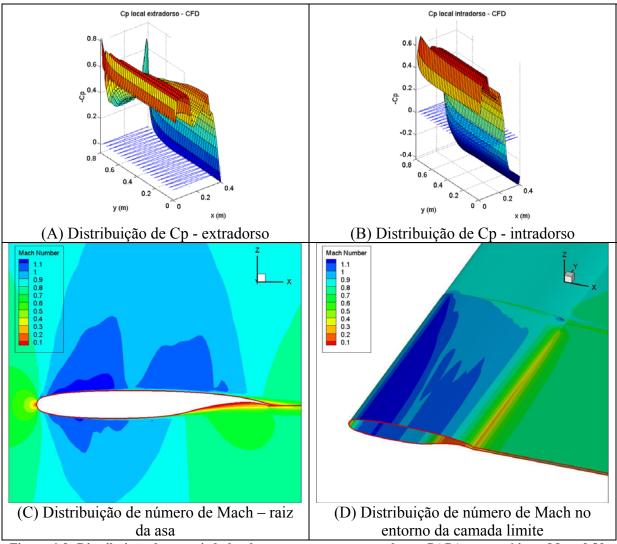


Figura 4-9: Distribuição de propriedades do escoamento em torno da asa PAPA supercrítica a  $M_{\infty}=0.80$ ,  $\alpha=0^{\circ}$ .

Ao se aumentar em 1º o ângulo de ataque (Figura 4-10), a região supersônica do extradorso que se inicia nas proximidades do bordo de ataque aumenta, sendo terminada por uma onda de choque de considerável intensidade. Curiosamente, no entanto, o escoamento adquire maior semelhança com um escoamento transônico clássico, dado que o segundo choque que ocorria perde intensidade. Mais uma vez, a tridimensionalidade é marcante.

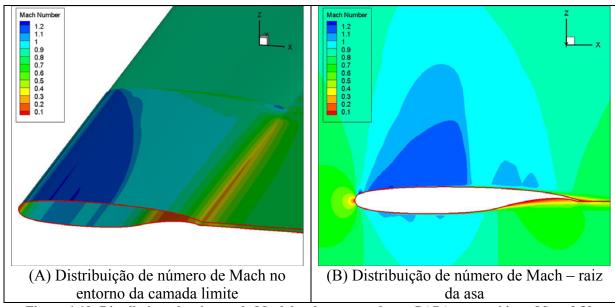


Figura 4-10: Distribuição de número de Mach local em torno da asa PAPA supercrítica a  $M_{\infty} = 0.80$ ,  $\alpha = 1^{\circ}$ .

Tem-se consciência de que as configurações de escoamento não-estacionário que se formam nessas condições são bastante difíceis de serem reproduzidas através do emprego de métodos de correção. Além dos efeitos da parcela quase-estacionária, que em geral contribuem de forma importante para o comportamento transônico médio (conforme seção 2.1.5), espera-se que haja um efeito razoável da freqüência sobre a dinâmica das ondas de choque, principalmente as que se formam próximas ao bordo de fuga (de menor intensidade), que desaparecem em parte do ciclo de oscilação. Além disso, espera-se que seja mais factível a reprodução de condições em que um choque estabelecido sofra variações, possivelmente "pequenas", do que aquelas em que ele desaparece durante parte do ciclo.

## 4.3.2 Cálculo de Estabilidade Aeroelástica

As velocidades de *flutter* para a asa PAPA supercrítica foram calculadas utilizando-se os três métodos de correção aerodinâmica descritos na seção 5, NLR, SKEM e Dau-Garner,

além do *Doublet Lattice*. Os resultados em termos de "*flutter index*" em função do número de Mach do escoamento não-perturbado são mostrados na Figura 4-11. Juntamente, são comparados aos dados experimentais documentados no trabalho de Bennett (2000). Como havia disponibilidade tanto de dados experimentais de velocidade de *flutter* em diferentes ângulos de ataque médios, por exemplo,  $\alpha_0 = 0^\circ$  e  $\alpha_0 = 1^\circ$ , quanto de dados de pressão estacionária obtidos numericamente para os mesmos ângulos de ataque, calcularam-se as fronteiras de estabilidade para ambos os casos.

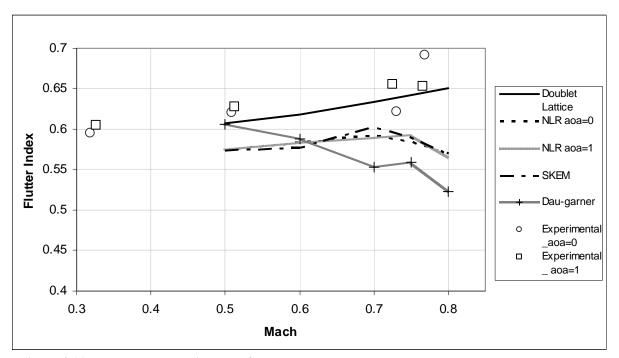


Figura 4-11: Evolução da velocidade de flutter com o número de Mach do escoamento não-perturbado para a asa PAPA supercrítica – comparação entre os resultados dos diferentes métodos e o experimento

Os resultados ilustram um fato bastante interessante: em termos de correlação absoluta, o método *Doublet Lattice* foi o que levou a velocidades de *flutter* mais próximas dos valores experimentalmente determinados. Entretanto, a tendência de evolução dessas velocidades com o número de Mach do escoamento não-perturbado é mal-prevista, o que é inconveniente quando se deseja quantificar a razão da variação da velocidade de *flutter* com o incremento no número de Mach do escoamento. O método *Doublet Lattice*, baseado na teoria

linear, apresenta uma tendência monotônica de aumento da velocidade de *flutter* com o aumento do número de Mach, o que difere bastante do comportamento observado nas medições de túnel de vento. Os resultados experimentais indicam que, para ângulo de ataque médio  $\alpha_0 = 0^\circ$ , a tendência monotônica de aumento da velocidade de *flutter* com o aumento do número de Mach do escoamento não-perturbado é quebrada em Mach 0,73, em que há diminuição, seguida de um considerável aumento em Mach 0,77, donde se pode observar forte influência dos efeitos transônicos sobre a fronteira de estabilidade da asa. Para ângulo de ataque médio  $\alpha_0 = 1^\circ$ , o que se observa dos experimentos é uma inflexão na derivada da curva de velocidade de *flutter* em função do número de Mach no trecho entre Mach 0,72 e 0,77.

Pode-se observar que os métodos de correção NLR e SKEM, apesar de resultarem em uma previsão um pouco mais conservativa da velocidade crítica, conseguiram prever com razoável qualidade a inflexão da evolução com número de Mach quando se adentra o regime transônico quando comparados às medições para ângulo de ataque  $\alpha_0 = 1^{\circ}$ . O bom desempenho destes métodos de correção para esta asa espessa e de baixo alongamento na referida condição pode ser atribuída à capacidade de correção dos efeitos de interferência tridimensionalmente. No método SKEM as velocidades normais induzidas nos painéis são ponderadas ao longo da superfície e, consequentemente, a interferência destes painéis nos demais também será modificada. No método NLR, por sua vez, o tempo de retardo aerodinâmico é modificado ao longo da asa de acordo com o Mach local de regime permanente (condição média local), implicando assim uma modificação nos efeitos de interferência do ponto de vista da propagação das perturbações no meio. A resposta experimental para a condição transônica em torno de  $\alpha_0 = 0^{\circ}$  não pôde ser reproduzida, fato que já havia sido antecipado nas análises preliminares dos dados de entrada, onde se verificou uma provável quebra na hipótese de linearidade local devido às características do escoamento em torno da asa.

Os resultados indicam a falha do método Dau-Garner na previsão da velocidade de flutter da asa PAPA supercrítica, tanto em termos de correlação absoluta quanto em termos de previsão da tendência, para as duas condições analisadas. Credita-se esse fato à grande tridimensionalidade do escoamento sobre a asa em questão, o que quebra as hipóteses de variações desprezíveis das propriedades do escoamento ao longo de direções que não ao longo da corda, fazendo o método perder seus sustentáculos. Deve-se notar que, pela formulação, os efeitos transônicos são corrigidos bidimensionalmente, o que leva a concluir que o método Dau Garner é incapaz de corrigir as interferências do ponto de vista da propagação das perturbações tridimensionalmente, resultando em um baixo desempenho para asas com efeitos aerodinâmicos tridimensionais importantes.

Por fim, vale notar que as medições experimentais mostram uma razoável variação na evolução com o Mach a partir de  $M_{\infty}=0.70$  devida à mudança no ângulo de ataque, comprovando a forte influência da não-linearidade aerodinâmica para escoamento nestas condições. Conforme mostrado na Figura 4-11, a influência maior se deu para ângulo de ataque nulo, para o qual foram exibidas configurações de escoamento mais complexas para regime estacionário. Para  $\alpha_0=1^{\circ}$  o escoamento se aproximava mais do que se vê num escoamento transônico clássico, e nesse caso os métodos de correção NLR e SKEM mostraram-se razoavelmente adequados.

Em primeira análise, parece que para a condição de  $\alpha_0 = 1^\circ$  a não-linearidade dominante não reside necessariamente na dinâmica de movimento das ondas de choque, mas na não-uniformidade de propagação das perturbações ao longo do meio devido ao desvio das propriedades médias em relação às do escoamento não-perturbado. Uma vez que tal tipo de efeito pode ser capturado (ao menos sua componente de freqüência zero) pelos métodos SKEM e NLR, atribui-se a isso a semelhança nas fronteiras *flutter* obtidas através de seu emprego quando comparado aos dados experimentais.

Como se pôde observar, a evolução com número de Mach para  $\alpha_0 = 0^\circ$  não pode ser bem representada pelo método NLR. Fica a dúvida se o método SKEM o possa fazer com distribuições de pressão para condições mais próximas do ângulo de ataque nulo usadas como entrada. No entanto, conforme visto anteriormente, a complexa configuração de ondas de choque na condição de ângulo de ataque nulo leva à quebra da hipótese de linearidade local pressuposta pela metodologia, indicando desta forma que para esta configuração de asa os métodos de correção devem ser empregados com cautela.

## 4.4 Asa YXX

## 4.4.1 Análise dos Dados de Entrada

Finalmente, para a asa YXX tomaram-se como dados de entrada distribuições de coeficiente de pressão e número de Mach local em condições em que o número de Mach do escoamento não-perturbado era igual a 0,65, 0,70, 0,75, 0,80, e 0,825, em ângulos de ataque  $\alpha$  iguais a -1°, -0,8°, e 0°.

Como mencionado no início deste capítulo, a asa YXX é típica de aviões de transporte modernos, bem alongada, com enflechamento moderado e uma distribuição de perfilagem ao longo da envergadura bastante complexa. Em geral, tal geometria é concebida no intuito de otimizar o desempenho em cruzeiro da aeronave à qual a asa serviria, o que via de regra ocorre para ângulos de ataque um pouco maiores que zero. No entanto, conforme verificado por Chen *et al.* (2004), devido ao efeito do carregamento aerodinâmico estático atuando sobre o modelo usado nos ensaios em túnel de vento, os dados experimentais de estabilidade aeroelástica da YXX parecem ser mais condizentes com ângulos de ataque em torno de  $\alpha_0 = -1^\circ$ , e não com os ângulos de ataque positivos (sem deformação estrutural) que foram nominalmente ensaiados. Exatamente por essa razão, os dados de entrada utilizados neste trabalho também se situam no entorno desse valor  $\alpha_0 = -1^\circ$ . Por ser esta uma condição fora do ponto de projeto, a própria perfilagem, que originalmente se destinava a tornar o escoamento mais comportado quando se opera na vizinhança do ponto ótimo, acaba por gerar complexas configurações de escoamento transônico. O emprego de dados de entrada em três ângulos de ataque diferentes se presta à verificação de linearidade na variação de  $\Delta Cp$  com  $\alpha$ .

A Figura 4-12 mostra a YXX a  $M_{\infty}=0.65$  e  $\alpha=0^{\circ}$ . Conforme se nota na distribuição de coeficiente de pressão, o extradorso apresenta variações suaves e bem comportadas. No entanto, na distribuição de pressão do intradorso já se pode observar uma forte sucção nas proximidades do bordo de ataque, principalmente na região da ponta da asa, onde os perfis geram maior aceleração quando o escoamento tem de contornar o corpo. Além disso, o mais intenso carregamento traseiro, típico de asas supercríticas, também é evidente. Ele pode ser visto pela extensa área negativa de (-Cp) no bordo de fuga, abaixo do plano "zero" azul tracejado representado pela forma em planta da YXX na Figura 4-12 (B)

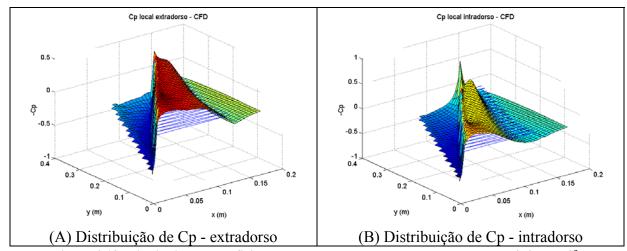


Figura 4-12: Distribuição de coeficiente de pressão em torno da asa YXX a  $M_{\infty}=0,65, \alpha=0^{\circ}$ .

A Figura 4-13 permite realizar uma investigação mais detalhada da interferência que a asa em estudo gera sobre o escoamento não-perturbado. Como se pode observar na referida figura, em todas as seções ao longo da envergadura o número de Mach local é bem acima de  $M_{\infty}$ , sendo que para  $M_{\infty} = 0,65$ , grande parte do contorno se dá nas proximidades de Mach 0,8. A exceção ocorre precisamente no bordo de fuga do intradorso, onde há uma região de compressão, comportamento perfeitamente alinhado ao esperado de um projeto com carregamento traseiro.

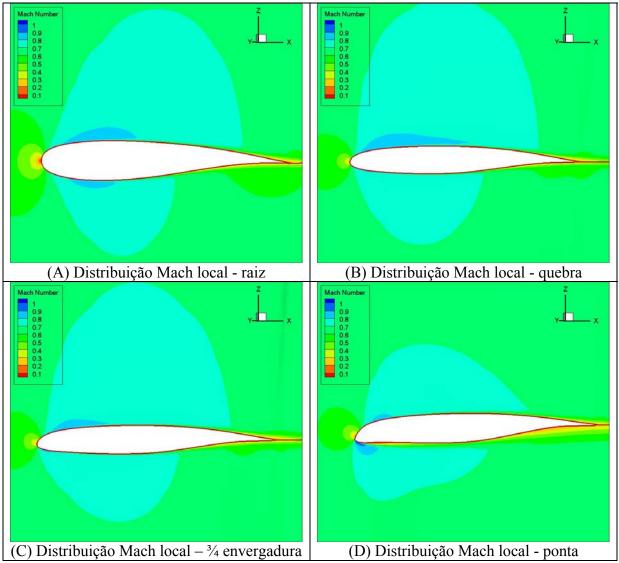


Figura 4-13: Distribuição de número de Mach local em torno de várias seções da asa YXX a  $M_{\infty}=0.65$ ,  $\alpha=0^{\circ}$ .

Algo que também chama atenção é a intensa aceleração, seguida de compressão do escoamento ao contornar o intradorso do bordo de ataque na região da ponta da asa, chegando mesmo a haver regiões supersônicas, apesar do número de Mach do escoamento não-perturbado ser relativamente baixo e o ângulo de ataque da asa, nulo.

Ao se diminuir o ângulo de ataque para  $\alpha = -1^{\circ}$ , o comportamento qualitativo do escoamento não se altera, porém as variações locais intensificam-se, conforme se vê nas Figura 4-14 e Figura 4-15.

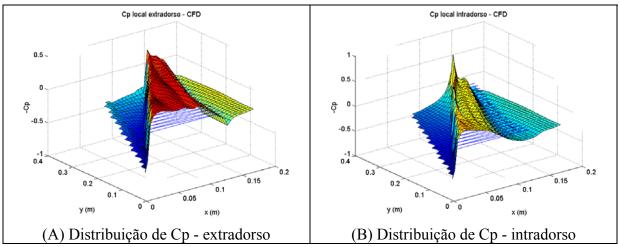


Figura 4-14: Distribuição de coeficiente de pressão em torno da asa YXX a  $M_{\infty} = 0.65$ ,  $\alpha = -1^{\circ}$ .

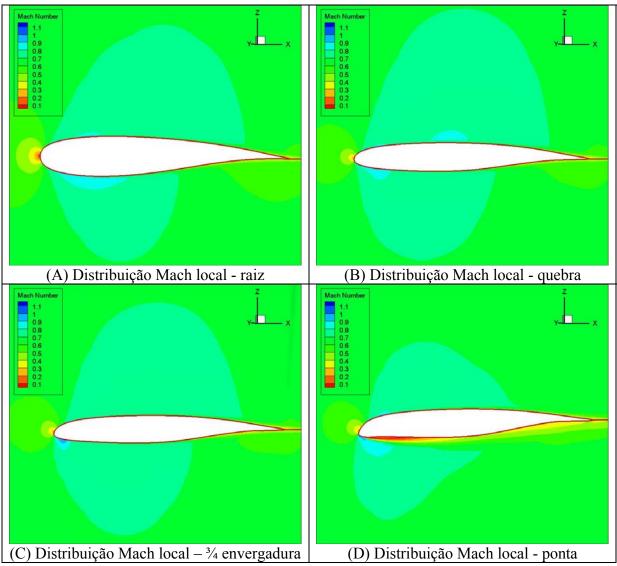


Figura 4-15: Distribuição de número de Mach local em torno de várias seções da asa YXX a  $M_{\infty} = 0.65$ ,

No caso específico da Figura 4-15 (D), pode-se observar que a rápida aceleração, seguida de um forte gradiente de pressão adverso já começa a descolar a camada limite. O fato é confirmado ao se retornar à Figura 4-14 (B), donde se observa que, apesar de a velocidade ser baixa (Mach local reduzido), a pressão local também é, indicando descolamento.

Dado o comportamento bastante peculiar da asa em estudo quando fora de seu ponto de projeto, espera-se que o aumento no número de Mach do escoamento não-perturbado gere padrões de distribuição tão ou mais complexos do que os observados até agora. A Figura 4-16 ilustra bem esse aspecto, onde se tem  $M_{\infty} = 0,80$ , e ângulo de ataque  $\alpha = -1^{\circ}$ .

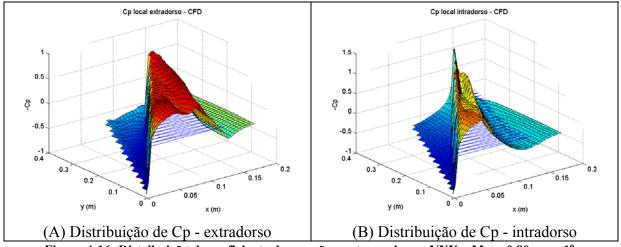


Figura 4-16: Distribuição de coeficiente de pressão em torno da asa YXX a  $M_{\infty} = 0.80$ ,  $\alpha = -1^{\circ}$ .

Conforme se percebe na figura acima, há uma notável região de sucção, não-uniforme, no extradorso da asa, seguida de compressão abrupta, denotando a presença de pelo menos uma onda de choque. Ao mesmo tempo, no intradorso, o comportamento já observado na ponta da asa para números de Mach mais baixos é ainda mais acentuado, e desta vez acompanhado de regiões de sucção e compressão que perdem intensidade ao longo da envergadura, gerando uma configuração de escoamento bastante complicada.

A complexidade do escoamento decorrente da geometria da asa YXX pode melhor apreciada na Figura 4-17, onde se vêem as distribuições de Mach local.

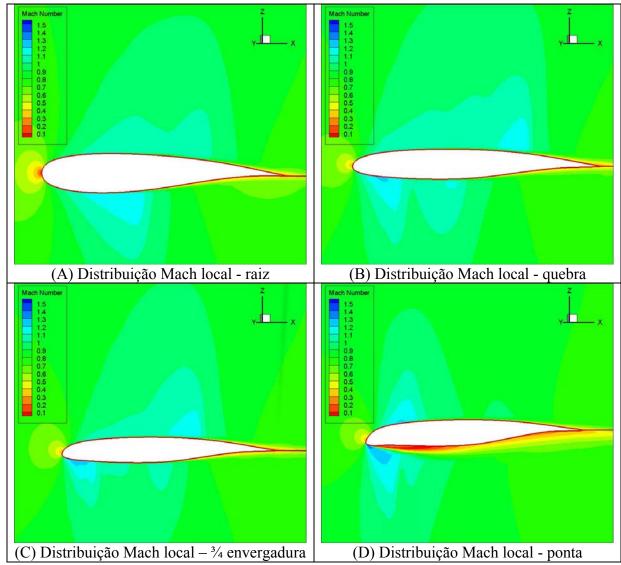


Figura 4-17: Distribuição de número de Mach local em torno de várias seções da asa YXX a  $M_\infty$  = 0,80,  $\alpha$  = -1°.

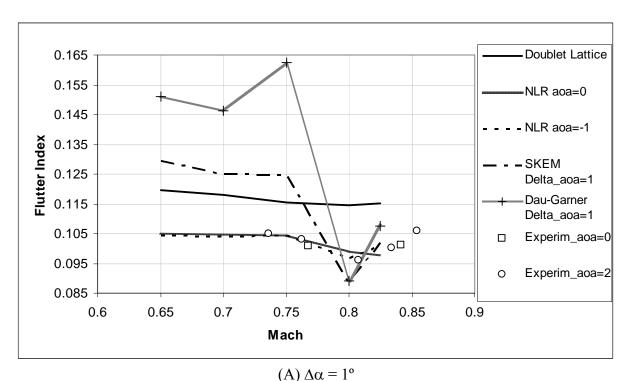
Em todas as seções, observa-se que o escoamento é predominantemente supersônico em quase toda a extensão dos perfis, excetuando-se a região do intradorso do bordo de fuga, pelas razões já mencionadas. Ainda, em cada seção ocorrem regiões de sucção e compressão seguindo diferentes padrões, dando um caráter altamente tridimensional às variações nas propriedades. Várias ondas de choques são formadas, por vezes uma seguida de outra. No

extradorso, vê-se uma extensa região supersônica terminada por um choque que se dá ao longo de quase toda a envergadura. Na raiz é onde se tem uma maior proximidade com o que se poderia chamar de escoamento transônico clássico, com um único choque mais pronunciado no intradorso finalizando uma região supersônica. Por outro lado, na ponta da asa vê-se que a camada limite se descola logo após o contorno do bordo de ataque do intradorso, o que mais uma vez pode ser inferido comparando-se as distribuições locais de Mach e pressão.

Tem-se plena consciência de que as condições do escoamento sobre a asa YXX em regime transônico na faixa de ângulos de ataque escolhida desafiam todos os limites da capacidade dos métodos de correção. Por esse mesmo motivo, pode-se considerá-la uma boa prova para os métodos aqui testados.

#### 4.4.2 Cálculo de Estabilidade Aeroelástica

Os cálculos de velocidade de *flutter* para a asa YXX foram realizados utilizando-se os três métodos de correção aerodinâmica descritos na seção 5, NLR, SKEM e Dau-Garner, além do *Doublet Lattice*, assim como se deu para as demais asas estudadas. Devido à disponibilidade de dados de entrada para três ângulos de ataque (-1°, -0,8°, e 0°), foi possível levantar a sensibilidade dos métodos em relação a esse parâmetro. Sendo assim, utilizaram-se como entrada, além das distribuições de número de Mach local em  $\alpha$  = -1° e  $\alpha$  = 0° para o método NLR, diferenças de pressão para variações de ângulo de ataque  $\Delta\alpha$  = 0,2° (entre -1° e -0,8°) e  $\Delta\alpha$  = 1° (entre -1° e 0°) alimentaram os métodos SKEM e Dau-Garner. Os resultados em termos de "*flutter index*" em função do número de Mach do escoamento não-perturbado são mostrados na Figura 4-18. Juntamente, são comparados aos dados experimentais documentados no trabalho de Yonemoto (1984).



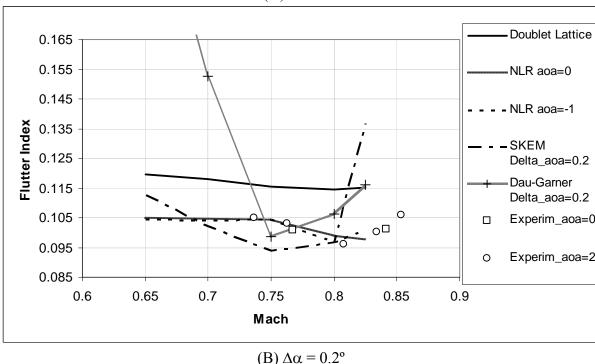


Figura 4-18: Evolução da velocidade de flutter com o número de Mach do escoamento não-perturbado para a asa YXX – comparação entre os resultados dos diferentes métodos e o experimento

A Figura 4-18 contém uma quantidade bastante grande de informação, cabendo aqui uma análise minuciosa do comportamento destas fronteiras de estabilidade aeroelástica. O primeiro fato evidente é a gama de variações nas velocidades de *flutter* obtidas usando os

métodos baseados em entradas de diferenças de pressão, SKEM e Dau-Garner, para variações distintas de ângulo de ataque. Ambos os métodos de fato capturaram a diminuição na velocidade de *flutter* que ocorre nos arredores de Mach 0,8, para ambos os incrementos de ângulo de ataque quase-estacionário  $\Delta\alpha$ . O comportamento das curvas de velocidade para os dois métodos em função do número de Mach é qualitativamente semelhante quando se observa o mesmo  $\Delta\alpha$ , indicando a mesma influência dos dados de entrada de distribuição de pressão sobre as evoluções. Entretanto, do ponto de vista quantitativo os valores calculados são muito díspares, trazendo à tona a grande sensibilidade que ambos os métodos apresentam aos dados usados como base, e pondo em cheque a confiabilidade das fronteiras de estabilidade calculadas. Mais adiante é apresentada uma comparação onde se tenta ilustrar melhor esse aspecto.

A Figura 4-18 também mostra que, de acordo com os resultados experimentais, a asa YXX apresenta pouca sensibilidade ao ângulo de ataque  $\alpha_0$  em torno do qual se dão as oscilações que levam à instabilidade. A evolução dos dados de ensaio é bastante diferente da prevista pela teoria linear, representada pelo método *Doublet Lattice*, tanto nos valores absolutos quanto nas tendências.

Por fim, deve-se ressaltar a boa correlação que os resultados obtidos através do método NLR quando comparados às medições experimentais. Tanto os valores absolutos quanto as tendências das evoluções foram bem previstos. Tal fato pode indicar que, apesar da elevada complexidade das configurações de escoamento que se formam sobre a asa, com a formação de seguidas ondas de choque, o fenômeno físico preponderante no que tange à determinação da estabilidade aeroelástica da asa em estudo seja a não-uniformidade da propagação das perturbações, capturada pelo uso do Mach local na geração da matriz de coeficientes de influência. Relembrando a análise das condições estacionárias realizada anteriormente, vê-se que um aspecto marcante do escoamento sobre a asa YXX é o elevado

número de Mach local nos arredores da superfície sustentadora, mesmo a números de Mach relativamente baixos, os quais são consideravelmente diferentes do número de Mach do escoamento não-perturbado. Em alguns casos, há extensas regiões supersônicas. O método NLR, através do emprego do número de Mach local, juntamente com as restrições e fatores de relaxação semi-empíricos que o viabilizam, indicam reproduzir de maneira bastante satisfatória o retardo das perturbações que retornam à montante e o avanço das que vão à jusante, fenômeno que em princípio parece dominar a física do escoamento transônico sobre a asa YXX. Apesar de a observação não ser conclusiva, ela levanta uma hipótese, descrita acima, cuja investigação poderia ser aprofundada. A Figura 4-19 mostra em detalhe a comparação entre o método NLR e os dados experimentais. Vale lembrar que as comparações entre teoria e experimento são feitas para ângulos de ataque diferentes porque o modelo ensaiado sofreu intensa deformação devida ao carregamento estático, levando ao um novo ângulo de ataque efetivo, próximo de  $\alpha_0 = -1^\circ$ , conforme atestado por Chen *et al.* (2004).

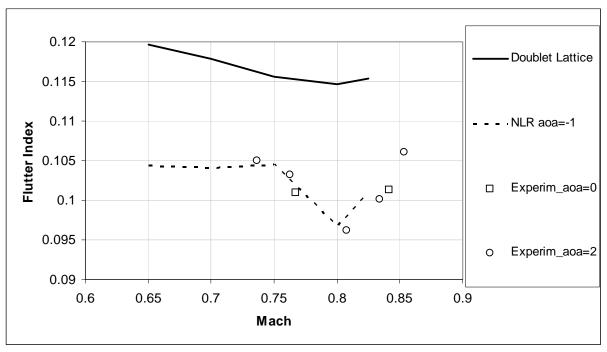


Figura 4-19: Detalhe da comparação entre os resultados obtidos pelo método NLR e os resultados experimentais – chama atenção a boa correlação entre ambos.

Tratar-se-á a partir de agora de tentar entender o porquê das grandes variações apresentadas pelos métodos que se utilizam de distribuições de diferença de pressão como dados de entrada, SKEM e Dau-Garner, quando utilizados diferentes intervalos  $\Delta\alpha$  para sua obtenção. O primeiro passo nesse sentido é verificar como ficaram as distribuições de derivadas de coeficiente de diferença de pressão ( $\Delta Cp$ ) para as condições de escoamento simuladas.

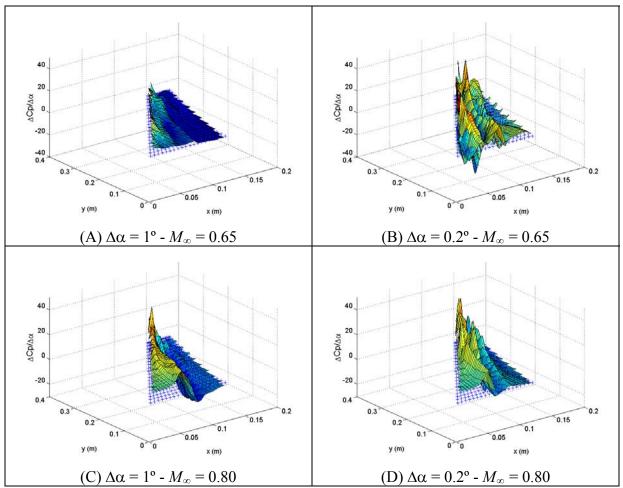


Figura 4-20: Comparações entre os  $\Delta Cp/\Delta \alpha$  obtidos para diferentes  $\Delta \alpha$  para a asa YXX.

A Figura 4-20 mostra de forma bem clara o quanto os gradientes de pressão usados como entrada para os métodos de correção são díspares para diferentes Δα. Tal fato aponta para uma importante quebra de hipótese que suporta ambos os métodos sob estudo: a linearidade das perturbações em torno das condições de referência não-lineares. Este fato

isoladamente já aponta a provável inadequação desses métodos para a previsão do comportamento aeroelástico da asa YXX.

Conforme se observa, para número de Mach 0,65 as variações nas distribuições são muito maiores do que para o caso de Mach 0,80. Isso se reflete diretamente nas variações das velocidades de *flutter*, como mostrado na Figura 4-18. Também, para Mach 0,80 a correlação entre as velocidades de *flutter* calculadas e as experimentais é bem melhor. Além disso, vê-se que para número de Mach mais elevado as distribuições de d $Cp/d\alpha$  são mais próximas do que se obtém utilizando a teoria linear, enquanto para o mais baixo elas apresentam um comportamento bastante anômalo, cuja origem reside na mistura de efeitos de passeio das ondas de choque, regiões de baixa pressão devidas ao contorno do escoamento ao redor do bordo de ataque próximas à ponta da asa, além do próprio tratamento numérico do dado, que perde precisão conforme se diminui a variação de ângulo de ataque para o qual o gradiente de pressão é calculado. Por fim, um último aspecto a ser comentado diz respeito ao condicionamento numérico da matriz aerodinâmica corrigida por uma distribuição de pressão bastante não-convencional como a da Figura 4-20 (B). Além de poder alterar o centro de pressão da asa, o que por consequência altera os acoplamentos aeroelásticos, a alternância entre  $\Delta Cp$  positivo e negativo distorce a topologia original da matriz AIC, podendo levar à ocorrência de autovalores espúrios quando a mesma é transformada para a base modal de forma a representar os carregamentos aeroelásticos generalizados que constituirão o sistema dinâmico a ser resolvido como um problema de *flutter* clássico. Não é possível afirmar que este fenômeno seja responsável pelas discrepâncias mostradas nos resultados da asa YXX, servindo aqui apenas como um ponto de atenção para o emprego de métodos de correção, em especial os multiplicativos. Um problema bastante semelhante foi descrito por Palacios et al. (2001) num trabalho em que também se avaliava o emprego de métodos de correção para o cálculo de estabilidade de asas em regime transônico.

# 5 Conclusões e Recomendações de Trabalhos Futuros

### 5.1 Considerações Finais

Desde a primeira metade do século XX, o vôo em regime transônico é parte integrante do mundo da aviação. Se no período que antecedeu à 2ª Guerra Mundial ele ocorria somente em condições extremas de operação das aeronaves, hoje tal condição se dá no dia-a-dia dos vôos de transporte regular de passageiros e das aeronaves militares. De início, fenômenos aparentemente misteriosos levaram à perda de diversas vidas humanas e equipamentos, dando origem ao mito da "Barreira do Som". Atualmente, sabe-se que os referidos fenômenos têm origem no complexo, porém previsível, escoamento transônico que incide sobre as estruturas.

Coube aos engenheiros desenvolver ferramentas analíticas e computacionais que propiciassem alçar vôo de maneira segura nas proximidades e além da tão famosa "barreira". Do ponto de vista de aeroelasticidade, tratou-se de compreender e prever principalmente os aspectos bastante peculiares ligados à estabilidade estrutural neste regime, além das características de resposta dinâmica.

Neste trabalho, abordou-se primeiramente a evolução das teorias que nos permitiriam compreender os aspectos físicos fundamentais ligados ao escoamento não-estacionário em regime transônico. Partiu-se dos primeiros estudos baseados em teoria potencial linearizada, capaz de gerar as extremamente úteis matrizes de coeficientes de influência, passando pelos métodos de correção usados desde os anos de 1960, até os equacionamentos viscosos e não-lineares, cuja solução se dá através de técnicas numéricas mais sofisticadas. Procurou-se, dessa forma, expor as limitações e capacidades de cada abordagem. Evidenciou-se o poder das técnicas de CFD para a solução de problemas de aerodinâmica transônica não-estacionária

aplicada à aeroelasticidade. Ao mesmo tempo, verificou-se, mesmo com os recentes avanços, a impossibilidade do custoso emprego de tais técnicas à escala industrial, o que, por conseguinte, explica o ainda inegável predomínio dos métodos de correção na tentativa de prever os efeitos transônicos relevantes para a estabilidade aeroelástica das aeronaves.

#### 5.2 Comentários sobre o Estudo

Tendo em mente a grande variedade de métodos de correção disponíveis, porém observando a carência de maior entendimento de suas capacidades, prosseguiu-se a uma extensa revisão analítica de referências clássicas sobre o escoamento transônico não-estacionário, tomando por base tanto desenvolvimentos teóricos quanto experimentais, de forma a melhor compreender os aspectos físicos fundamentais que o cercam.

Com base nesses trabalhos, notou-se que, se por um lado, o escoamento transônico não-estacionário é intrinsecamente não-linear, de outro, sob determinadas condições, seria razoável considerar que oscilações não-estacionárias poderiam ser linearizadas em torno de condições de referência não-lineares. Além disso, os resultados teóricos e experimentais estudados atestam que, apesar de haver efeitos não-lineares tipicamente não-estacionários, as não-linearidades predominantes têm origem nas condições estacionárias, legitimando em parte o emprego de métodos de correção como se faz hoje nas aplicações industriais.

Visando a ter com clareza quais efeitos transônicos seriam mais relevantes do ponto de vista de estabilidade aeroelástica, analisaram-se os resultados publicados na literatura por diversos autores. Concluiu-se que o *transonic dip*, além de ser o mais importante do ponto de vista de segurança de vôo, seria aquele que mais se prestava à determinação pelo emprego de metodologias mais simplificadas, apesar de se ter constatado que alguns tipos de ciclos limite – *LCO*'s – de origem aerodinâmica poderiam ser previstos como instabilidades clássicas em

análises lineares, desde que os carregamentos aerodinâmicos fossem devidamente corrigidos. Entretanto, não foi possível estabelecer regras gerais no que tange aos efeitos dos movimentos das ondas de choque sobre as asas imersas em escoamento transônico não-estacionário, visto que um número muito grande de variáveis, incluindo as propriedades dinâmicas da estrutura em estudo, exerce grande influência sobre o comportamento aeroelástico. Contudo, constatouse que, uma vez presentes as não-linearidades aerodinâmicas dominantes, desprezar seus efeitos seria uma má decisão.

## 5.3 Análise Comparativa entre os Métodos

Com intuito de se poder avaliar na prática as capacidades de alguns métodos de correção na captura dos efeitos transônicos para estabilidade aeroelástica, escolheram-se três formulações distintas a serem detalhadas e implementadas: 1ª – método NLR, baseado no uso da distribuição estacionária de número de Mach local em torno da asa para o cálculo das matrizes de coeficientes de influência; 2ª – método SKEM, embasado na hipótese de linearidade das perturbações não-estacionárias em torno de uma condição estacionária não-linear, o qual gera matrizes de correção de *downwash* a partir de dados de entrada de pressão de regime estacionário, delegando à teoria linearizada o cômputo dos efeitos de freqüência não-nula; 3ª – método Dau-Garner, elaborado com base em uma série de hipóteses semi-empíricas, também faz uso de dados de entrada de pressão estacionários para a elaboração de campos de pressão não-estacionários.

As três metodologias foram implementadas, e seu emprego foi testado no cálculo de estabilidade aeroelástica de três diferentes asas. Para tal finalidade, recorreu-se à formulação e solução de um problema de autovalores, cujas informações de entrada eram as características dinâmicas modais das estruturas, além da geometria para o cálculo das matrizes

aerodinâmicas, as quais seriam corrigidas. Tanto as interpolações de cargas e deslocamentos entre modelos aerodinâmico e estrutural, quanto a solução do problema de autovalor foram realizadas utilizando métodos amplamente usados em ambiente industrial. Como entrada para os métodos de correção, utilizaram-se soluções de CFD obtidas pelo código CFL3D, através de uma formulação de Navier-Stokes com média de Reynolds. É muito importante frisar que os resultados e conclusões obtidos neste trabalho, assim como qualquer outro baseado em métodos de correção, dependem totalmente desses dados de entrada, sendo este um ponto de altíssima sensibilidade para o sucesso da tarefa a que se propôs o autor.

Os cálculos das velocidades de *flutter* para as três diferentes asas testadas possibilitaram o contato com diferentes aspectos ligados ao emprego dos métodos de correção para a previsão de efeitos não-lineares. Para uma asa pouco espessa como a AGARD 445.6 #3, onde o comportamento da aerodinâmica é bastante linear até números de Mach bastante elevados, o emprego de métodos de correção é pouco efetivo, pois eles não adicionam muita informação ao que um código *Doublet Lattice* é capaz de prever. Entretanto, quando as não-linearidades afloram, o fazem de maneira mais intensa, conforme previsto na literatura por regras de similaridade transônica, e os métodos de correção não foram capazes de prever o ocorrido, apesar de nesse caso o método Dau-Garner ter se mostrado o mais satisfatório.

Para uma asa espessa e pouco alongada, como a PAPA supercrítica, os métodos SKEM e NLR mostraram desempenho adequado na reprodução fronteira de estabilidade da condição de ângulo de ataque médio  $\alpha=1^{\circ}$ , e falharam no caso em que o ângulo de ataque médio era  $\alpha=0^{\circ}$ . Conforme se viu, a condição de ângulo de ataque nulo possuía duas ondas de choque sobre o extradorso, sendo que uma delas se esvaía durante as oscilações da asa, levando a uma quebra na hipótese de linearização local, ao passo que para  $\alpha=1^{\circ}$  tem-se um escoamento transônico "clássico", cuja linearização local é mais plausível. Enquanto isso, o método Dau-Garner falhou completamente na tentativa de replicar ambas as condições. Em

princípio, atribuiu-se o fato à alta tridimensionalidade do escoamento sobre a asa, o que não é contemplado nas hipóteses semi-empíricas em que o método se apóia.

Por fim, para uma asa de geometria complexa, como a YXX, a falta de linearidade no comportamento dos gradientes de pressão sobre a asa implicou a falha do emprego dos métodos SKEM e Dau-Garner, enquanto o método NLR conseguiu reproduzir de maneira muito satisfatória a fronteira de estabilidade. Curiosamente, a falta de linearidade se mostrou bem maior para os números de Mach mais baixos do escoamento não-perturbado. Para números de Mach mais altos, como Mach 0,80, a linearidade aumenta, o que resulta também numa melhor correlação com os resultados experimentais documentados na literatura. Conjectura-se que, uma vez obedecida a linearidade, os três métodos teriam sido razoavelmente satisfatórios.

Um ponto muito interessante que deve ser enfatizado no presente trabalho é a capacidade que o método NLR teve de prever as fronteiras de estabilidade, mesmo em casos em que a configuração do escoamento sobre as asas era bastante complexa. Em geral, os métodos de correção já tentam incorporar os efeitos de não-linearidade em sua "forma final", i.e., nas distribuições de pressão. Estas, no entanto, são conseqüência de uma série de fenômenos físicos, entre eles a não-uniformidade de propagação das perturbações, que é o efeito capturado pela utilização do número de Mach local na elaboração das matrizes AIC, e na própria imposição das condições de contorno. A dinâmica das oscilações das ondas de choque, aspecto cuja reprodução é perseguida na maioria dos casos, pareceu não ser sempre o fator determinante das fronteiras de estabilidade das asas, pelo menos com base nos resultados do presente trabalho.

Ao fim desse processo, pode-se afirmar que a adequação, ou não, de um ou outro método de correção para o cálculo de estabilidade em regime transônico está intimamente ligada à observância das hipóteses sobre as quais cada método se fundamenta. Tal afirmação

parece um tanto óbvia, mas sua importância nem sempre é ressaltada em alguns ambientes industriais de engenharia, em que os processos são padronizados e há pouco o que ser variado em termos de metodologias de trabalho. Além disso, deve haver uma prévia análise da própria geometria da asa cuja estabilidade será calculada, e, ao menos, das condições estacionárias do escoamento que a circunda, a fim de que se estabeleçam quais fenômenos se deseja, ou se consegue, capturar. Conforme se viu neste trabalho, dependendo da asa analisada houve um método distinto que se mostrou mais adequado.

## 5.4 Sugestões para Trabalhos Futuros

Há uma série de outros trabalhos de grande valor que poderiam ser realizados como continuação deste que aqui se apresenta. Entre eles está o ajuste misto das matrizes de coeficientes de influência através de dados de entrada de pressão e de coeficientes aerodinâmicos globais das superfícies sustentadoras medidos em ensaios em túnel de vento. Os dados de pressão, em geral oriundos de simulação em CFD, serviriam para ajustar os perfís de distribuição, enquanto os coeficientes globais se prestariam a uma calibração mais fina das amplitudes globais dos carregamentos, sendo tal abordagem bem comum na indústria. Esse tipo de estudo poderia esclarecer, ao menos em parte, o pequeno, porém evidente, desvio sistemático nas curvas de velocidade de *flutter* obtidos para a asa PAPA supercrítica quando comparadas aos dados experimentais.

Outra contribuição adicional de grande valor ao que aqui se apresentou seria a realização de um estudo detalhado e sistemático das distribuições de pressão não-estacionárias obtidas através do emprego dos diferentes métodos nos pontos de *flutter* das três asas analisadas. Esse estudo auxiliaria sobremaneira na compreensão de quais aspectos não-

lineares são efetivamente reproduzidos pelos métodos, e quais são determinantes do ponto de vista de estabilidade.

Este trabalho também poderia ser complementado através da correlação que se poderia fazer entre o comportamento das curvas de coeficientes aerodinâmicos estacionários, em especial de sustentação e momento de arfagem, e o comportamento das respectivas asas do ponto de vista de estabilidade. Dentro desse escopo, o mais importante seria tentar associar eventuais não-linearidades nas curvas de coeficientes a efeitos não-lineares nas fronteiras de estabilidade. Afinal, conforme visto na revisão da literatura, os aspectos não-lineares não-estacionários são "acusados" já nas curvas dos referidos coeficientes. Ainda, poder-se-ia verificar qual a eficácia dos métodos de correção para cálculo de estabilidade nas regiões em que o comportamento das curvas de coeficientes é linear, e nas em que a linearidade falha.

Por fim, como este trabalho abordou apenas asas fixas, sugere-se como extensão um estudo sobre a aplicação dos métodos de correção a sistemas de asas rotativas, para os quais é bastante frequente a ocorrência de escoamento transônico nas regiões das pontas das asas. Como ponto de partida, poder-se-ia tomar o caso do vôo pairado, cuja complexidade tanto do escoamento quanto da dinâmica do movimento é bem menor do que do vôo horizontal.

# 6 Referências Bibliográficas

ALBANO, E.; RODDEN, W., "A Doublet Lattice Method for Calculating Lift Distribution on Oscillating Surfaces in Subsonic Flow", **AIAA Journal**, Vol. 7, No. 2, 1969, p. 279-285.

ALSKOG, N., KARLSSON, A., SÖDERBERG, H., WINZELL. B., Aeroelastic Modeling of SAAB Aircraft - Experiences and Recent Advances Focusing on Challenges in Coupled CFD and Structural Dynamics, artigo 2009-071. In: INTERNATIONAL FORUM ON AEROELASTICITY AND STRUCTURAL DYNAMICS - IFASD, Seattle, E.U.A., 21-25 jun. 2009.

ANDERSON JR, J. D., Compressible Flow with Historical Perspective, 2nd ed. Cingapura: McGraw-Hill Book Co., 1990.

ASHLEY, H., "Role of Shocks in "Sub-Transonic" Flutter Phenomenon", **Journal of Aircraft**, vol. 17, No. 3, 1980, p. 187-197.

BATINA, J. T., Unsteady Transonic Small-Disturbance Theory Including Entropy and Vorticity Effects, NASA-TM-100568. Hampton, VA: NASA Langley Research Center, mar. 1988.

BELLIS, M., **Jet Engines – Hans von Ohain and Sir Frank Whittle**. Disponível em <a href="http://inventors.about.com/library/inventors/bljetengine.htm">http://inventors.about.com/library/inventors/bljetengine.htm</a>. Acesso em 21 maio 2008.

BENDIKSEN, O. O., "Transonic Flutter and the Nature of the Transonic Dip", In: INTERNATIONAL FORUM ON AEROELASTICITY AND STRUCTURAL DYNAMICS, Madri, jun. 2001. **Procedings of IFASD**, Vol. II. Madri, jun. 2001, p. 273-286.

BENNETT, R. M., "The Test Cases for Flutter of the Benchmark Models Rectangular Wing on the Pitch and Plunge Apparatus", **Verification and Validation Data for Computational Unsteady Aerodynamics**, NATO RTO Technical Report 26. OTAN, 2000, p. 173-200.

BERGH, H.; ZWAAN, R. J., A Method for Estimating Pressure Distributions for Arbitrary Vibration Modes from Theory and From Measured Distributions for One Single Mode, NLR TR F.250. Amsterdã: Laboratório Aeroespacial Nacional (Holanda) – NLR,1966.

BIRNHAUM, W., "Der Schlagflügelpropeller und die Kleinen Schwingungen Elastischer Befestigter Tragflügel", **Flugtech und Motorluftschift**, Vol. 15, 1924.

BISMARCK-NASR, M. N., Structural Dynamics in Aeronautical Engineering. Reston, VA: AIAA, 1999.

BISPLINGHOFF, R. L., ASHLEY, H., HALFMAN, R. L., Aeroelasticity. Cambridge, Massachusetts: Addison-Wesley, Reading, 1955.

**CFL3D Version 6 Homepage**. Disponível em <a href="http://cfl3d.larc.nasa.gov/">http://cfl3d.larc.nasa.gov/</a>>. Acesso em maio 2010.

CHEN, P. C., GAO, X. W., TANG, L., **An Overset Field Panel Method for Unsteady Transonic Aerodynamic Influence Coefficient Matrix Generation**, artigo AIAA 2004-1512. In: 45<sup>th</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, Palm Springs, Califórnia, 19-22 abr. 2004.

CUNNINGHAM Jr., A.M., "Practical problems: airplanes". In: David Nixon (Ed.), **Unsteady Transonic Aerodynamics**, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1989.

DAU, K., A Semi-empirical Method for Calculating Pressures on Oscillating Wings in Unsteady Transonic Flow, Relatório No. DA-EF24-B08/92. Deutsche Airbus, out. 1992.

EDWARDS, J. W.; THOMAS, J. L., Computational Methods for Unsteady Transonic Flows, NASA-TM-89106, mar. 1987.

ELLENBERGER, G. "Bestimmung der Luftkräft auf Einen Ebenen Tragflügel mit Querruder", **ZAMM**, Vol. 12, 1936.

FUNG, K-Y., YU, N. J., SEEBASS, A. R., "Small Unsteady Perturbations in Transonic Flows", **AIAA Journal**, Vol. 16, ago. 1978.

GARNER, H. C., A Practical Framework for Evaluation of Oscillating Aerodynamic Loadings on Wings in Supercritical Flow, RAE Technical Memorandum Structures 900, Reino Unido, 1977.

GARRICK, I., E., "Nonsteady Wing Characteristics", Aerodynamic Components of Aircraft at High Speeds", **High Speed Aerodynamics and Jet Propulsion**, Seção F, Princeton, NJ: Princeton University, 1957.

GIESING, J.P.; KALMAN, T.P.; RODDEN, W.P., Correction Factor Techniques for Improving Aerodynamic Prediction Methods, NASA CR-144967, maio 1976.

GLAUERT, H., "The Accelerated Motion of a Cylindrical Body through a Fluid", **Aeronautical Research Council R & M**, No. 1215, 1929.

GÖTHERT, B., "Ebene und räumliche Strömung bei hohen Unterschallgerschwindigkeiten (Erweiterung der Prandtlschen Regel)", **Jb. Lufo.**, No. 1, 1941, p. 156-158.

HARDER, R. L., DESMARAIS, R. N., "Interpolation Using Surface Splines", **AIAA Journal**, Vol. 9, No. 2, 1972, p. 189-191.

### HISTÓRIA da Aviação. Disponível em:

<a href="http://pt.wikipedia.org/wiki/Hist%C3%B3ria\_da\_avia%C3%A3%C3%A3o">http://pt.wikipedia.org/wiki/Hist%C3%B3ria\_da\_avia%C3%A3%C3%A3o</a>. Acesso em 10 jun. 2008.

HOLST, T. L., "Transonic Flow Computations Using Nonlinear Potential Methods", **Progress in Aerospace Sciences**, No. 36. Cambridge: Pergamon Press, 2000.

IADIC, I.; HARTLEY, D.; GIRI, J., An Enhanced Correction Factor Technique For Aerodynamic Influence Coefficient Methods, Raytheon Company, 1999.

ISOGAI, K., Numerical Study of Transonic Flutter of a Two-Dimensional Airfoil, NAL-TR-617T. Tokyo: National Aerospace Laboratory - NAL, 1980.

KÜSSNER, H. G., "Schwingungen von Flugzeugflügeln", **Luftahrtforschung**, Vol. 4, No. 2, 1929.

KÜSSNER, H., G., "Allgemeine Tragflachentheorie", **Luftahrtforschung**, Vol. 17, No. 11-12, 1940, p. 370-379.

KÜSSNER, H., G., **General Airfoil Theory**. NACA Technical Memorandum No. 979. Washington: National Advisory Committee for Aeronautics - NACA, jun. 1941.

LACABANNE, N.; ZWAAN, R. J., "Technical Evaluation Report on the 1997 Specialists' Meeting on Numerical Unsteady Aerodynamic and Aeroelastic Simulation", **Numerical Unsteady Aerodynamic and Aeroelastic Simulation**, AGARD Report 822. OTAN, 1998.

LANDAHL, M. T., Linearized Theory for Unsteady Transonic Flow. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, Cambridge Fluid Dynamics Research Lab, mar. 1963.

LANDAHL, M. T., Unsteady Transonic Flow. New York: Pergamon Press, 1961.

LASCHKA, B., "Zur Theorie der Harmonisch Schwingenden Tragenden Flache bei Unter-Schallanstromung", **Zeitschift fur flugwissenschaften,** Vol. 11, No. 7, 1963, p. 265-292.

MATTIMOE, G. E., **The Golden Age of Aviation (1919 – 1939) and the Aircraft Carrier**. Disponível em <a href="http://www.uss-bennington.org/history-turningpoints.html">http://www.uss-bennington.org/history-turningpoints.html</a>. Acessada em 21 de maio de 2008.

PALACIOS, R., CLIMENT, H., KARLSSON, A., WINZELL, B., Assessment of Strategies for Correcting Linear Unsteady Aerodynamics Using CFD or Test Results, artigo 2001-074. In: INTERNATIONAL FORUM ON AEROELASTICITY AND STRUCTURAL DYNAMICS - IFASD, Madri, jun. 2001.

POSSIO, C., "L'Azione Aerodinamica sul Profilo Oscillante in um Fluido Compressibile a Velocità Iposonora", **L'Aerotecnica**, t. XVIII, fasc. 4, abr.1938.

RODDEN, W. P.; REVELL, J. D., **Status of Unsteady Aerodynamic Influence Coefficients**. Institute of Aeronautical Sciences, Fairchild Fund Paper FF-33, 1962.

ROOS, R., **Application of Panel Methods for Unsteady Flow**, NLR MP 76010 U. Amsterdã: Laboratório Aeroespacial Nacional (Holanda) - NLR, 1976.

SATO, T.; OBAYASHI, S.; NAKAHASHI, K., "Flutter Simulation of a Transonic Wing", **Proceedings of the Aircraft Symposium**, Vol. 38, Japão, 2000, p. 751-754.

SCHEWE, G.; KNIPFER, A.; MAI, H.; DIETZ, G., **Experimental and Numerical Investigations of Nonlinear Effects in Transonic Flutter**, DLR IB 232 - 2002 J 01. Göttingen: Centro Aeroespacial Alemão - DLR, Instituto de Aeroelasticidade, abr. 2002.

SEEBASS, A. R., "Unsteady Transonic Flow Computations", **Unsteady Aerodynamics**, AGARD Conference Proceedings 227, set. 1977.

SHAPIRO, A. H., The Dynamics and Thermodynamics of Compressible Fluid Flow, New York: Ronald Press Co., 1953.

SILVA, R. G. A., A Study on Correction Methods for Aeroelastic Analysis in Transonic Flow. Tese (Doutorado em Engenharia Aeronáutica e Mecânica). São José dos Campos: Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2004.

**SOUND Barrier**. Disponível em: <a href="http://en.wikipedia.org/wiki/Sound\_barrier">http://en.wikipedia.org/wiki/Sound\_barrier</a>>. Acesso em 10 jun. 2008.

SPREITER, J. R., On the Application of Transonic Similarity Rules to Wings of Finite Span, NACA Report 1153, 1953.

SPREITER, J. R.; STAHARA, S. S., **Development of a Nonlinear Transonic Flow Theory**, NASA CR-2258, jun. 1973.

SUCIU, E., A General Aerodynamic Derivatives Factoring Method for The Msc. Nastran DLM Capable Of Controlling All Lifting Surfaces Aerodynamic Forces And Moments, Including All Interference Effects, artigo No. 2003-39. In: MSC.SOFTWARE 2003 VIRTUAL PRODUCT DEVELOPMENT CONFERENCE, Dearborn, Michigan, USA, 13–15 out. 2003.

THEORDORSEN, T., General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter, NACA Report No. 496, 1935.

THEORDORSEN, T.; GARRICK, I., E., Mechanism of Flutter: A Theoretical and Experimental Investigation of the Flutter Problem, NACA Report No. 485, 1940.

TIJDEMAN, H., Investigations of the Transonic Flow Around Oscillating Airfoils, NLR TR 77090 U, Amsterdã: NLR – Laboratório Aeroespacial Nacional, 1977.

TIJDEMAN, H.; ZWAAN, R. J., On the Prediction of Aerodynamic Loads on Oscillating Wings in Transonic Flow, AGARD Report No. 612, OTAN, 1976.

WAGNER, H., "Über die Entstelhung des Dynamischer Auftriebes von Tragflügeln", **ZAMM**, Vol. 15, 1925.

YATES, E. C. Jr, "Modified Strip Analysis Method for Predicting Wing Flutter at Subsonic to Hypersonic Speeds", **Journal of Aircraft**, No. 1, Vol. 3, 1966.

YATES, E. C. Jr, **AGARD Standard Aeroelastic Configurations for Dynamic Response I** – **Wing 445.6**, AGARD Report No. 765, OTAN, 1988.

YONEMOTO, K., **A Practical Method Predicting Transonic Wing Flutter Phenomena**, In: 14<sup>th</sup> INTERNATIONAL COUNCIL OF THE AERONAUTICAL SCIENCES CONGRESS (ICAS-1984). [s.n.]: Toulouse, França, 1984, p. 724-732.

ZHANG, S. J., MEGANATHAN, A. J., BLOSCH, E., SAXENA, A., **Development and Validation of Transonic Flutter Prediction Methodology Using CFD-FASTRAN**, In: 48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC STRUCTURES, STRUCTURAL DYNAMICS, AND MATERIALS CONFERENCE, Honolulu, Hawaii, E.U.A., 23-26 abr. 2007. Artigo AIAA 2007-2015.

FC	LHA DE REGISTRO	DO DOCUMENTO	
I. CLASSIFICAÇÃO/TIPO	<sup>2.</sup> DATA	3. REGISTRO N°	<sup>4.</sup> N° DE PÁGINAS
DM	24 de agosto de 2010	DCTA/ITA/DM-043/2010	159
5. TÍTULO E SUBTÍTULO:	21 de agosto de 2010	DC111111111111111111111111111111111111	10)
Estudo de Métodos de Corre	ção para Regime Transônio	co em Análise de Estabilidad	le Aeroelástica
6. AUTOR(ES):			
Ricardo Franco Amaral	(9) 17 77 77 79 79 79 79 79 79 79 79 79 79 79	A)	
7. INSTITUIÇÃO(ÕES)/ÓRGÃO	(S) INTERNO(S)/DIVISAO(OES	S):	
Instituto Tecnológico de Aer	onáutica - ITA		
<sup>8.</sup> PALAVRAS-CHAVE SUGERID	AS PELO AUTOR:		
Aerodinâmica não-estacioná	ria, escoamento transônico	, aeroelasticidade	
9.PALAVRAS-CHAVE RESULTA	NTES DE INDEXAÇÃO:		
Aerodinâmica não-estacioná		pamento transônico; Asas; I	Modelos matemáticos;
Coeficientes aerodinâmicos;  10. APRESENTAÇÃO:	Física	X Nacional	Internacional
ITA, São José dos Campos. 0 e Mecânica. Área de Aerodi Defesa em 08/06/2010. Publ:	inâmica, Propulsão e Energ	3	· ·
11. RESUMO:			
asas no regime transôni aplicação de métodos de teoria aerodinâmica linea de cada método, assim con Este trabalho apresenta o em regime transônico, ao três métodos diferentes o Método da Expansão Suc diferentes estruturas de a YXX. Correlação entre a dominados por diferentincorporação precisa das aeroelástica.	co que são realizadas en correção para as cargas ao ar. No entanto, há escassez omo a sua adequação a cao ama extensa revisão dos as eroelasticidade em regime de correção: método NLR cessiva da Função Núcleo; sa: asa PAPA supercrítica; s previsões teóricas e expetes fenômenos físicos, r	ses de estabilidade aeroelásta ambiente de engenharia erodinâmicas previstas por ce de literatura sobre as capa da projeto de asa ou fenôme spectos físicos da aerodinâm transônico, e é concluído ce utilização do número de Me método Dau-Garner. Com asa AGARD 445.6 enfraque erimentos indica que os projequerem o uso de difere s dominantes às ferramentas	ainda dependem da ródigos baseados em cidades e limitações eno físico envolvido. rica não-estacionária rom um estudo sobre Mach local; SKEM - o casos de teste, três recida; e asa do avião retos distintos de asa, rentes métodos para
12. GRAU DE SIGILO: (X ) OSTENSIVO ( )	) RESERVADO	( ) CONFIDENCIAL	( ) SECRETO
. ,	-	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	

# **Livros Grátis**

( <a href="http://www.livrosgratis.com.br">http://www.livrosgratis.com.br</a>)

# Milhares de Livros para Download:

<u>Baixar</u>	livros	de	Adm	<u>inis</u>	tra	ção

Baixar livros de Agronomia

Baixar livros de Arquitetura

Baixar livros de Artes

Baixar livros de Astronomia

Baixar livros de Biologia Geral

Baixar livros de Ciência da Computação

Baixar livros de Ciência da Informação

Baixar livros de Ciência Política

Baixar livros de Ciências da Saúde

Baixar livros de Comunicação

Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE

Baixar livros de Defesa civil

Baixar livros de Direito

Baixar livros de Direitos humanos

Baixar livros de Economia

Baixar livros de Economia Doméstica

Baixar livros de Educação

Baixar livros de Educação - Trânsito

Baixar livros de Educação Física

Baixar livros de Engenharia Aeroespacial

Baixar livros de Farmácia

Baixar livros de Filosofia

Baixar livros de Física

Baixar livros de Geociências

Baixar livros de Geografia

Baixar livros de História

Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura

Baixar livros de Literatura de Cordel

Baixar livros de Literatura Infantil

Baixar livros de Matemática

Baixar livros de Medicina

Baixar livros de Medicina Veterinária

Baixar livros de Meio Ambiente

Baixar livros de Meteorologia

Baixar Monografias e TCC

Baixar livros Multidisciplinar

Baixar livros de Música

Baixar livros de Psicologia

Baixar livros de Química

Baixar livros de Saúde Coletiva

Baixar livros de Serviço Social

Baixar livros de Sociologia

Baixar livros de Teologia

Baixar livros de Trabalho

Baixar livros de Turismo