# UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA FACULDADE DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

# ANÁLISE HIDRO-MECÂNICA DE BARRAGENS DE TERRA CONSTRUÍDAS COM MATERIAIS COLAPSÍVEIS

MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO

ORIENTADOR: MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS

TESE DE DOUTORADO EM GEOTECNIA PUBLICAÇÃO: G.TD- 28/05

BRASÍLIA/DF, JULHO DE 2005

# Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

## UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA FACULDADE DE TECNOLOGIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

# ANÁLISE HIDRO-MECÂNICA DE BARRAGENS DE TERRA CONSTRUÍDAS COM MATERIAIS COLAPSÍVEIS

# MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO

Tese de Doutorado submetida ao Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília como parte dos requisitos necessários para a obtenção de Grau de Doutor.

Aprovada por:

**Prof. Márcio Muniz de Farias** (Orientador, PhD – UnB)

**Prof. Roberto Francisco Azevedo** (Examinador Externo, PhD – Universidade de Viçosa)

**Prof. Leonardo José do Nascimento Guimarães** (Examinador Externo, PhD – UFPE)

**Prof. André Pacheco de Assis** (Examinador Interno, PhD – UnB)

**Prof. Ennio Marques Palmeira** (Examinador Interno, PhD – UnB)

Brasília, 13 de julho de 2005

# FICHA CATALOGRÁFICA

#### CORDÃO NETO, MANOEL PORFÍRIO

Análise hidro-mecânica de barragens de terra construídas com materiais colapsíveis xxii, 152 p , 210 x 297 mm (ENC/FT/UnB, Doutor, Geotecnia. 2005) Tese de Doutorado – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

Mecânica dos solos
 Modelagem Numérica
 ENC/FT/UnB

- 2. Solos não saturados
- 4. Modelagem constitutiva
- II. Título (série)

# **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

CORDÃO NETO, M. P. (2005). Análise hidro-mecânica de barragens de terra construídas com materiais colapsíveis. Tese de Doutorado, Publicação G.TD – 028/05, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 152 p.

# **CESSÃO DE DIREITOS**

NOME DO AUTOR: Manoel Porfírio Cordão Neto TÍTULO DA TESE DE DOUTORADO: Análise hidro-mecânica de barragens de terra construídas com materiais colapsíveis. GRAU: Doutor ANO: 2005

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese de doutorado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Manoel Porfírio Cordão Neto

Universidade de Brasília Campus Darcy Ribeiro Departamento de Engenharia Civil e Ambiental / FT Programa de Pós-graduação em Geotecnia 70910-900, Asa Norte, Brasília/DF – Brasil

# DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha esposa Marly, à minha Mãe, Margarida, à minha Avó Aguida e às minhas tias Maria e Natércia.

# HOMENAGEM PÓSTUMA

Gostaria neste trabalho de prestar uma homenagem ao orientador José Henrique Feitosa Pereira que pela vontade de Deus não se encontra mais entre nós. Porém sempre estará em minhas lembranças como um grande amigo.

#### AGRADECIMENTOS

Agradeço à Deus por todas as graças concedias em minha vida.

Agradeço também às pessoas que de alguma forma contribuíram para meu trabalho:

A minha família, em particular a minha mãe, avó, tias, tios e aos meus irmãos.

A minha esposa que com seu amor me curou nos momentos difíceis e me alegrou nos bons momentos.

Ao meu orientador, Márcio Muniz de Farias, que além de orientar contribui também com a amizade e paciência.

Aos professores do programa de Pós-graduação em Geotecnia da UnB.

Aos professores da UFPI Manoel Furtado, João Mariz e Moita pelo apoio inicial.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Aos amigos da UnB em especial ao Silvrano, Pedro, Janaína, Márcia, Maurício Pinheiro, Newton Jr., Adriano, Carla, Luis Guilherme, Luis Fernando, Lílian, Paula e Marlon.

Aos outros amigos, especialmente à Graciela Vedovoto, Silvania, Max, Helber dentre tantos.

A todos muito obrigado!

#### RESUMO

#### ANÁLISE HIDRO-MECÂNICA DE BARRAGENS DE TERRA CONSTRUÍDAS COM MATERIAIS COLAPSÍVEIS

Neste trabalho realizou-se a análise de três secções de barragens durante as fases de construção, enchimento do reservatório e avanço da frente de saturação. Dentre as secções analisadas, uma é constituída por material compactado no ramo seco da curva de compactação, sendo que este solo quando submetido a trajetórias de molhagem está sujeito a colapso. Outra secção é constituída por solo compactado na umidade ótima e não sofre colapso por molhagem. Desta forma, foi possível isolar alguns dos efeitos nocivos da utilização de solos de menor qualidade, porém com menor custo, uma vez que estes utilizam uma menor quantidade de água e de massa de solo no processo de construção. Na terceira secção analisada, fez-se uso dos dois materiais, utilizando o material com maior qualidade nas regiões mais solicitadas e o de menor qualidade nas regiões menos solicitadas, obtendo assim uma secção otimizada. Análises mecânicas foram realizadas para as três secções levando-se em consideração, ao longo de todas as fases, o comportamento do fator de segurança, além dos campos de poropressões, deformações, deslocamentos e tensões. Para isso, realizou-se uma análise acoplada das secções acima descritas. Neste ponto, foi necessária a implementação da solução numérica do problema de consolidação em meios não saturados no programa de elementos finitos ALLFINE (Farias, 1993). Para o comportamento mecânico a relação constitutiva tensão-deformação-poropressão utilizada foi o modelo básico de Barcelona, proposto por Alonso et al. (1990). Além deste, apresentou-se propostas de modelos para a permeabilidade e outra para o grau de saturação. De uma forma geral, as validações realizadas mostram a capacidade da ferramenta numérica implementada na reprodução dos fenômenos para diversas condições de carregamentos. Além disso, outras validações atestaram a capacidade dos modelos mecânicos e hidráulicos adotados. Por fim, concluiu-se que análises acopladas das diversas fases do ciclo de vida de uma barragem podem levar a projetos otimizados, uma vez que estas análises evidenciam fenômenos não observados em análises não acopladas.

#### ABSTRACT

#### HYDRO-MECHANICAL ANALYSIS OF EARTH DAMS BUILT WITH COLLAPSIBLE SOILS

Three different sections of earth dams were analyzed in this thesis, considering the stages of construction, first reservoir filling and advance of the saturation front. one of the dam sections was constructed using a material that is compacted dry of optimum. this type of soil tends to collapse when subjected to wetting paths. another section was constructed with non-collapsible material, compacted at optimum conditions, for the sake of reference. therefore, it was possible to identify the negative effects of using a poorer material, despite its lower cost, since the drier soil requires a lower amount of water and a smaller amount of soil mass for the dam construction. the third section that was analyzed used both dry and optimum materials. the better soil was used in the most mobilized zones, whereas the poorer soil was used in other areas, thus trying to optimize the overall behavior of the dam at a lower cost. hydro-mechanical analyses were carried out for the three sections, considering the different stages, and computing the fields of pore-pressure, displacement, strain and stress, besides the transient safety factor. this was accomplished by means of fully coupled finite element simulations using program allfine (Farias, 1993). this code was improved with the implementation of the three-dimensional hydro-mechanical coupled formulation, which requires constitutive relations for all phases of the unsaturated soil system. barcelona basic model, proposed by Alonso et al. (1990), was implemented as the constitutive relations between stress, strain and pore-pressure. new models were proposed and implemented for the evolution of permeability and degree of saturation. the implementations were fully validated and the developed tool proved to be able to reproduce several important aspects of unsaturated soil behavior, and particularly the structural collapse, under different loading conditions. the coupled analyses were able simulate relevant phenomena observed in unsaturated soils, which can not be properly accounted for using uncoupled analyses. finally, it was shown that a fully coupled analysis, with appropriate constitutive relations, can lead to an optimized project of earth dams.

Capi	vítulo Pá	gina
1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Objetivo	2
1.2	Metodologia	2
1.3	Organização do trabalho	3
CAP	PÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1	Introdução	5
2.2	Modelagem constitutiva para o comportamento mecânico de solos não saturados	6
2.3	Modelagem constitutiva para o comportamento hidráulico de solos não saturados	17
2.3.1	l Curva característica	18
2.3.2	2Função de permeabilidade de solos não saturados	22
2.4	Análise do problema de acoplados utilizando o método dos elementos finitos	23
2.4.1	l Análise acoplada em meios saturados	23
2.4.2	2 Análise acoplada em meios não saturados	25
2.5	Resumo	26
CAP	PÍTULO 3 - EMBASAMENTO TEÓRICO	28
3.1	Equações básicas do problema	28
3.1.1	l Equação de equilíbrio	28
3.1.2	2Equação de continuidade da fase água	29
3.1.3	3 Equação de continuidade da fase ar	30
3.2	Relações constitutivas	31
3.2.1	l Relação tensão-deformação-poropressão	32
3.2.1	1.1Modelo de Barcelona	33
3.2.1	1.2 Matriz $D$ e vetor $h$ para condição não saturada	36
3.2.2	2Relação constitutiva para o teor volumétrico de água	41
3.2.2	2.1Modelo para a curva característica	41
3.2.2	2.2Definição dos termos da relação constitutiva para o teor volumétrico de água	43
3.2.3	3 Relação constitutiva para a permeabilidade	44
3.3	Solução acoplada do sistema de equações por elementos finitos	46

# ÍNDICE

3.3.1 Solução espacial para a equação de equilíbrio	47
3.3.2 Solução espacial para a equação de fluxo	49
3.3.3 Resumo do sistema de equações acopladas do problema de conso	lidação em meios
não saturados	51
3.3.4 Solução temporal para o sistema de equações acopladas	51
3.3.5 Aspectos sobre a não linearidade do sistema de equações	52
3.3.5.1Não linearidade da equação de equilíbrio	53
3.3.5.2Não linearidade da equação de fluxo	55
3.4 Resumo	57
CAPÍTULO 4 - IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO E VA	LIDAÇÕES58
4.1 Introdução	58
4.2 Implementação computacional do modelo numérico	58
4.3 Validações realizadas	63
4.3.1 Condição saturada	63
4.3.1.1 Problema de consolidação unidimensional	64
4.3.1.2 Problema de deformação plana	65
4.3.2 Condição não saturada	67
4.3.2.1 Validação da relação constitutiva tensão-deformação-poropressão	67
4.3.2.2 Validação da equação de fluxo	69
4.4 Resumo	71
CAPÍTULO 5 - MATERIAIS E CALIBRAÇÃO DOS PARÂMETROS	72
5.1 Solo compactado	72
5.2 Modelegem constitutive	76

5.2 Modelagem constitutiva	76
5.2.1 Resultados de pereira (1996)	77
5.2.2 Amostra compactada no ramo seco	81
5.2.3 Modelagem hidráulica	
5.3 Resumo	

CAF	PÍTULO 6 - ANÁLISES NUMÉRICAS	87
6.1	Geometria do problema	88
6.2	Cálculo do fator de segurança	89
6.3	Resultados	91

6.3.1	Fase de construção91
6.3.1	.1Barragem homogênea construída com material compactado na umidade ótima92
6.3.1	.2Barragem homogênea construída com material compactado no ramo seco95
6.3.1	.3Barragem heterogênea – secção mista99
6.3.2	2 Fase de enchimento e avanço da frente de saturação103
6.3.2	2.1 Barragem homogênea construída com material compactado no ramo seco104
6.3.2	2.2 Barragem homogênea construída com material compactado na umidade ótima117
6.3.2	2.3Barragem heterogênea
6.4	Comparação entre análise acoplada e análise convencional128
6.5	Resumo
CAF	ÚTULO 7- CONCLUSÕES132
7.1	Sugestões para pesquisas futuras
REF	ERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS136
A	Modelo de Barcelona – Detalhes da implementação141
В	Equação de Continuidade - $\beta_1$ e $\beta_2$
С	Detalhes da discretização espacial148

# LISTA DE FIGURAS

Figura Página
Figura 1.1 – Problemas na mecânica dos solos1
Figura 2.1 - Variável de estado de tensão para um solo não saturado (Modificado de
Fredlund e Rahardjo, 1993)8
Figura 2.2 – Superfície de estado para índice de vazios9
Figura 2.3 – Envoltória de Morh-Columb estendida para solos não saturados10
Figura 2.4 – Superfície de plastificação proposta por Alonso et al. (1990). (a) Vista 3D.
(b) Projeções nos planos (p,q) e (p,s)12
Figura 2.5 - Superfície de Plastificação BExM no plano p-s. (Modificado de Alonso et
al. (1999)15
Figura 2.6 - Funções de interação entre macro e micro deformações (Modificado de
Alonso et al. 1999)
Figura 2.7 - Curva de característica típica de um solo (Modificado de Fredlund et al.,
1994)
Figura 3.1 – Equilíbrio da massa de água dentro de um elemento unitário de solo29
Figura 3.2 - Projeções das superfícies de plastificação (a) Projeção no plano p-s. (b)
Projeção no plano p-q33
Figura 3.3 – Acoplamento entre as superfície de plastificação LC e SI
Figura 3.4 – Trajetórias de secagem para planos de tensão hidrostática constante
Figura 3.5 - Grau de saturação versus tensão média (Modificado de Wheeler et al. 2003)42
Figura 3.6 – Variação do grau de saturação com o índice de vazio43
Figura 3.7 – Curvas de permeabilidade para diferentes índices de vazio
Figura 3.8 – Modelo para permeabilidade saturada46
Figura 3.9 – Elementos considerados na discretização espacial
Figura 3.10 - Algoritmo interativo para solução da não linearidade do problema de
consolidação em meios não saturados54
Figura 3.11 – Família de superfícies referentes a equação de fluxo
Figura 4.1 – Fluxograma do programa ALLFINE

Figura 4.2 – Algoritmo interativo para solução da não linearidade	60
Figura 4.3 – Condição de contorno transiente	61
Figura 4.4 – Elementos cúbicos de 8 e 20 nós	64
Figura 4.5 – Problema de consolidação unidimensional de Terzaghi	64
Figura 4.6 – Problema de adensamento unidimensional	65
Figura 4.7 – Malha e propriedades do problema de consolidação de deformação plana,	
vista no plano x-y	66
Figura 4.8 – Deslocamentos normalizados	66
Figura 4.9 – Resultado das simulações dos ensaios TCT. (a) p = 100kPa. (b) p = 400kPa	68
Figura 4.10 – Geometria, malha e condições de contorno	70
Figura 4.11 – Resultado da validação para equação de fluxo	71
Figura 5.1 – Curva de compactação. Amostras estudadas	73
Figura 5.2 – Influência da umidade de compactação no colapso por molhagem	76
Figura 5.3 – Ensaio duplo oedométrico. Amostra compactada na umidade ótima	78
Figura 5.4 – Ensaio duplo oedométrico. Amostra compactada no ramo seco	78
Figura 5.5 – Trajetórias de molhagem com tensão hidrostática constante	78
Figura 5.6 – Simulação de trajetórias de molhagem para amostra seca. (a) Tensão vertical	
constante. (b) Tensão hidrostática constante.	81
Figura 5.7 – Superfícies LC.	83
Figura 5.8 – Curva característica para trajetória de molhagem a tensão confinante	
constante de 200kPa	85
Figura 5.9 – Permeabilidade saturada	85
Figura 5.10 – Função de permeabilidade para trajetória de molhagem a tensão confinante	
constante de 200kPa	85

Figura 6.1 – Geometria da secção da barragem simulada	88
Figura 6.2 – Geometria da secção mista – disposição dos materiais.	88
Figura 6.3 – Malha 3-D.	89
Figura 6.4 – Metodologia de cálculo do fator de segurança.	90
Figura 6.5 – Detalhes sobre etapa de construção.	92
Figura 6.6 - Distribuição das poropressões para final de construção (kPa) - material	
ótimo	93

Figura 6.7 – Distribuição do índice de vazio na base da barragem – material ótimo94
Figura 6.8 – Deformações volumétricas na altura de 9 metros – material ótimo94
Figura 6.9 – Distribuição das poropressões para análise acoplada (kPa)– Ramo seco95
Figura 6.10 – Distribuição de índice de vazio na base da barragem
Figura 6.11 – Distribuição das deformações volumétricas na cota 12 metros97
Figura 6.12 – Deformações volumétricas na região central da barragem. Cota = 0
Figura 6.13 – Distribuição das tensões principais menores líquidas (kPa)- Análise
acoplada
Figura 6.14 – Distribuição das tensões principais menores líquidas (kPa)- Análise não
acoplada
Figura 6.15 – Distribuição das tensões verticais líquidas na base da barragem
Figura 6.16 – Distribuição das poropressões no corpo da barragem heterogênea (kPa)-
Análise acoplada100
Figura 6.17 – Distribuição das poropressões no corpo da barragem heterogênea (kPa)-
Análise não acoplada100
Figura 6.18 – Distribuição das deformações volumétricas na cota 9 metros100
Figura 6.19 – Tensão principal menor líquida (kPa)– análise acoplada
Figura 6.20 – Tensão principal menor líquida (kPa)– não análise acoplada101
Figura 6.21 – Tensões verticais líquidas na cota = 9 metros101
Figura 6.22 – Distribuição das deformações volumétricas para as barragens seca, mista e
ótima na cota 9,0 metros – análise acoplada102
Figura 6.23 – Distribuição das deformações volumétricas para as barragens seca, mista e
ótima na cota 9,0 metros. Cota = 9,0 metros
Figura 6.24 - Análise acoplada. Tempo = 180 dias. (a) Vetores velocidade de
deslocamento e deformações desvio. (b) Campo de poropressões106
Figura 6.25 – Análise acoplada. Tempo = 480 dias. (a) Vetores velocidade de
deslocamento e deformações desvio. (b) Campo de poropressões106
Figura 6.26 – Análise acoplada. Tempo = 680 dias. (a) Vetores velocidade de
deslocamento e deformações desvio. (b) Campo de poropressões107
Figura 6.27 - Análise acoplada. Tempo = 880 dias. (a) Vetores velocidade de
deslocamento e deformações desvio. (b) Campo de poropressões107
Figura 6.28 - Análise acoplada. Tempo = 1680 dias. (a) Vetores velocidade de
deslocamento e deformações desvio. (b) Campo de poropressões108

Figura 6.29 - Análise acoplada. Tempo = 2680 dias. (a) Vetores velocidade de
deslocamento e deformações desvio. (b) Campo de poropressões108
Figura 6.30 - Posição das superfícies críticas à montante e a jusante no instante 2680
dias. Análise acoplada109
Figura 6.31 – Evolução do fator de segurança para as fase de enchimento e avanço da
frente de saturação. Análise acoplada109
Figura 6.32 – Tensão normal a superfície de escorregamento à montante
Figura 6.33 – Tensão mobilizada ao longo da superfície de jusante110
Figura 6.34 – Tensão normal para superfície de jusante111
Figura 6.35 – Poropressões na base das barragens para o tempo de 2680 dias112
Figura 6.36 – Deformações volumétricas ao longo do tempo. (a) $x = 60$ metros e $y = 0$ .
(b) x = 38 metros e y = 12 metros
Figura 6.37 - Análise não acoplada. Tempo = 180 dias. (a) Vetores velocidade de
deslocamento e deformações desvio. (b) Campo de poropressões113
Figura 6.38 - Análise não acoplada. Tempo = 680 dias. (a) Vetores velocidade de
deslocamento e deformações desvio. (b) Campo de poropressões114
Figura 6.39 - Análise não acoplada. Tempo = 880 dias. (a) Vetores velocidade de
deslocamento e deformações desvio. (b) Campo de poropressões114
Figura 6.40 - Análise não acoplada. Tempo = 1680 dias. (a) Vetores velocidade de
deslocamento e deformações desvio. (b) Campo de poropressões115
Figura 6.41 - Análise não acoplada. Tempo = 2680 dias. (a) Vetores velocidade de
deslocamento e deformações desvio. (b) Campo de poropressões115
Figura 6.42 – Superfícies críticas análise não acoplada secção seca
Figura 6.43 – Evolução do fator de segurança para as fase de enchimento e avanço da
frente de saturação. Análise não acoplada116
Figura 6.44 – Evolução do fator de segurança acoplado e não acoplados
Figura 6.45 – Superfícies críticas
Figura 6.46 – Evolução do fator de segurança para barragem compactado na umidade
ótima
Figura 6.47 – Poropressões na superfície à montante
Figura 6.48 – Poropressões na superfície à jusante119
Figura 6.49 – Análise acoplada secção ótima. Tempo = 162 dias. (a) Vetores velocidade
de deslocamento e deformações desvio. (b) Campo de poropressões120

Figura 6.50 – Análise acoplada secção ótima. Tempo = 362 dias. (a) Vetores velocidade	
de deslocamento e deformações desvio. (b) Campo de poropressões	.120
Figura 6.51 – Análise acoplada secção ótima. Tempo = 562 dias. (a) Vetores velocidade	
de deslocamento e deformações desvio. (b) Campo de poropressões	.121
Figura 6.52 – Análise acoplada secção ótima. Tempo = 1162 dias. (a) Vetores velocidade	
de deslocamento e deformações desvio. (b) Campo de poropressões	.121
Figura 6.53 – Superfície críticas analisadas para secção mista	.122
Figura 6.54 – Evolução do fator de segurança – secção mista	.122
Figura 6.55 - Deformações volumétricas acumuladas na secção mista para as fases de	
construção enchimento do reservatório e avanço da frente de saturação	.123
Figura 6.56 - Evolução das poropressões e da tensão cisalhante mobilizada para	
superfície de montante. (a) poropressões e (b) tensões cisalhantes mobilizada	.125
Figura 6.57 – Evolução das poropressões e da tensão cisalhante mobilizada para	
superfície de jusante. (a) poropressões e (b) tensões cisalhantes mobilizada	.125
Figura 6.58 - Análise secção mista. Tempo = 162 dias. (a) Vetores velocidade de	
deslocamento e deformações desvio. (b) Campo de poropressões	.126
Figura 6.59 - Análise secção mista. Tempo = 262 dias. (a) Vetores velocidade de	
deslocamento e deformações desvio. (b) Campo de poropressões	.126
Figura 6.60 - Análise secção mista. Tempo = 562 dias. (a) Vetores velocidade de	
deslocamento e deformações desvio. (b) Campo de poropressões	.127
Figura 6.61 - Análise secção mista. Tempo = 962 dias. (a) Vetores velocidade de	
deslocamento e deformações desvio. (b) Campo de poropressões	.127
Figura 6.62 - Análise secção mista. Tempo = 1162 dias. (a) Vetores velocidade de	
deslocamento e deformações desvio. (b) Campo de poropressões	.128

# LISTA DE TABELAS

Tabela   Pá	gina
Tabela 3.1 – Relações constitutivas	31
Tabela 3.2 – Parâmetros mecânicos intervenientes na relação tensão-deformação-sucção	40
Tabela 4.1 – Parâmetros para o modelo de Barcelona	68
Tabela 4.2 – Parâmetros das equações de permeabilidade e grau saturação	70
Tabela 5.1 – Parâmetros superfície LC	77
Tabela 5.2 – Parâmetros de resistência.	80
Tabela 5.3 – Dados experimentais – índice de vazio, saturação e permeabilidade	84
Tabela 5.4 – Parâmetros para funções de permeabilidade e saturação	84
Tabela 6.1 – Parâmetros de estado do solo	92
Tabela 6.2 – Fator de segurança para etapa final de construção – ótimo	93
Tabela 6.3 – Parâmetros de estado do solo compactado no ramo seco	95
Tabela 6.4 – Fatores de segurança para final de construção – ramo seco	99
Tabela 6.5 – Fatores de segurança para barragem mista- final de construção	103
Tabela 6.6 – Fatores de segurança análise acoplada e convencional- Fluxo estacionário	129

### LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIAÇÕES

- a, b, c e d Parâmetros de ajuste da curva de saturação.
- A, B, C e D Parâmetros de ajuste função de permeabilidade.
- $b_i$  Forças de corpo.
- $a_i$  Vetor normal a superfície de plastificação.
- $b_i$  Vetor normal a superfície potencial plástica
- [*B*] Matriz deformação-deslocamento.

c - coesão efetiva.

- $C_{ii}$  Matriz da relação deformação-tensão.
- [C] Matriz de acoplamento entre fase sólida e fase água.
- [D] Matriz constitutiva elástica.
- $c_v$  coeficiente de compressibilidade.
- $D_{ij}^{e}$  Matriz constitutiva elástica.
- $D_{ii}^{ep}$  Matriz constitutiva elastoplástica.
- e Índice de vazio
- *E* Módulo de Young ou de Elasticidade.
- $E_{\scriptscriptstyle W}$  Módulo de Elasticidade devido à sucção.
- $f_{\scriptscriptstyle L\!C}$  Função de plastificação LC no modelo de Barcelona
- $f_{st}$  Função de plastificação SI no modelo de Barcelona
- $f_1$  Função de plastificação LC no modelo de Barcelona
- $f_{\rm 2}\,$  Função de plastificação SI no modelo de Barcelona
- $\{F\}$  vetor de forças externas.
- FS Fator de segurança.
- *g* Função de plastificação.
- [H] Matriz de fluxo.
- $h_d$  Altura de drenagem.
- h Carga hidráulica.
- H Módulo de elasticidade devido à sucção.

- $H_i$  Vetor da relação deformação-sucção.
- $H_c$  Coeficiente de solubilidade do ar na água.
- $J_i$  Vetor massa de ar por unidade de área.
- [K] Matriz de rigidez da parte sólida.
- $k_c$  Parâmetro relacionado ao efeito coesivo no modelo Barcelona.
- $k_w$  permeabilidade.
- $k_{ii}$  Matriz de permeabilidade.
- $K_0$  Coeficiente de repouso.
- $K_a$  Coeficiente de empuxo ativo.
- $K_{p}$  Coeficiente de empuxo passivo.
- LC Loading Collapse.
- [L] matriz de acoplamento da fase sólida e da fase água.

[M] - Matriz de massa.

- M Inclinação da linha de estados críticos.
- MDF Método das diferenças finitas.
- MEC Método dos elementos de contorno.
- med Relativo a médio.
- MEF Método dos elementos finitos.
- MEL Método do equilíbrio limite.
- n porosidade.

NL – Linha neutra do modelo BExM (Alonso et al., 1999).

 $[N] \in [N_p]$  - matrizes de interpolações.

- $\{p\}$  Vetor de poropressões.
- p Tensão média líquida.
- p' Tensão média efetiva.
- $p_{atm}$  Pressão atmosférica.
- $p^{c}$  Tensão de referência no modelo de Barcelona..
- $p_{0}^{\ast}$  Tensão de plastificação do solo saturado.
- $p_0^*$  Parâmetro de endurecimento tipo-tensão no modelo no Barcelona.

 $p_{\scriptscriptstyle 0}$  - Tensão de plastificação para o solo não saturado.

[Q] - Matriz de acoplamento entre fase sólida e fase ar.

- q Tensão desviadora.
- $\{q\}$  Vetor de vazões externas.
- *r* Razão entre  $\lambda(s \rightarrow \infty)$  no modelo de Barcelona.
- S Grau saturação.
- SI Superfície de plastificação do modelo BExM (Alonso et al., 1999).
- s Sucção matricial.
- $s_0$  Máxima sucção a que o solo já foi submetido.
- $s_{\scriptscriptstyle 0}$  Parâmetro de endurecimento tipo-sucção.
- $s_{coesivo}$ : Sucção correspondente a coesão efetiva.

SI - Suction Increase.

- t Tempo.
- TC Triaxial compression (Compressão triaxial).
- T Tempo normalizado.
- $\{u\}$  Vetor de deslocamento.
- $u_a$  Pressão atmosférica.
- $u_w$  Pressão na água.
- $u_a u_w$  Poropressão no fluido, sucção matricial.
- v Volume específico.
- $v_x$ ,  $v_y$  e  $v_z$  velocidade da água nas direções x, y e z.
- $V_{w}$  Volume de água.
- $x_i$  Direção do sistema de coordenadas.
- $\alpha$  Elemento dissociador do modelo de Barcelona.
- $\beta$  Parâmetro que controla a taxa de crescimento de  $\lambda(s)$  no modelo de Barcelona.
- $\beta_1$  e  $\beta_2$  Taxas de variação do teor de água em relação à sucção e à deformação volumétrica.
- $\chi$  Parâmetro de Bishop (1959).
- $\delta u^*$  deslocamento virtual.
- $\delta \varepsilon^*$  deformação virtual.

- $\delta_{ii}$  Delta de Kronecker.
- $\varepsilon_i$ ,  $\varepsilon_i^e$  e  $\varepsilon_i^p$  Vetores de deformações totais, elásticas e plásticas.
- $\varepsilon_{q}, \, \varepsilon_{q}^{e}$  e  $\, \varepsilon_{q}^{p}\,$  Deformação desviadora totais, elásticas e plásticas.
- $\varepsilon_v$ ,  $\varepsilon_v^e$  e  $\varepsilon_v^p$  Deformação volumétricas totais, elásticas e plásticas.
- $\gamma_w$  Peso específico da água.
- $\phi\,$  Ângulo de atrito interno.
- $\phi^{b}$  Ângulo de atrito devido à sucção matricial.
- $\Gamma$  Fronteira do problema.
- $\kappa$  Coeficiente de compressibilidade no trecho descarga-recarga em um gráfico ln *p* x *v* para o estado saturado.
- $\kappa_s$  Coeficiente de compressibilidade no trecho descarga-recarga em um gráfico ln s x v para o estado não saturado.
- $\lambda(0)$  Coeficiente de compressibilidade no trecho virgem em um gráfico ln *p* x *v* para o estado saturado.
- $\lambda(s)$  Coeficiente de compressibilidade no trecho virgem em um gráfico ln *p* x *v* para o estado não saturado.
- $\lambda_s$  Coeficiente de compressibilidade no trecho virgem em um gráfico ln *s* x *v* para o estado não saturado.
- $\rho_a$  Densidade do ar.
- $\rho_w$  Densidade da água.
- $\theta_{w}$  umidade volumétrica.
- $\sigma'$  Tensão de tensões efetivas.
- $\sigma$  Tensão de tensões total.
- $\sigma_i$  Tensão de tensões principais.
- $\sigma_{ij}^{*}$  Tensor de tensões líquidas ou efetivas.
- $\sigma_{ii}$  Tensor de tensões totais.
- $\sigma_{\scriptscriptstyle 0}$  Estado de tensão inicial.
- au Tensão cisalhante.
- $\Omega\,$  Domínio do problema.

 $\Psi\,$  - Valor de entrada de ar.

## **CAPÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

#### 2.1 INTRODUÇÃO

Modelos matemáticos são utilizados como ferramentas na análise do comportamento mecânico e hidráulico de obras geotécnicas. Por meio destes modelos é possível prever o comportamento de obras e, caso seja necessário, alterar as premissas de projeto. Desta forma os modelos matemáticos são utilizados na definição do projeto. Além disso, é possível ainda investigar o comportamento de obras já construídas utilizando estes modelos como ferramenta nas retro-análises.

Freqüentemente os modelos matemáticos são expressos na forma de equações diferenciais. Estas equações diferenciais descrevem o comportamento das variáveis envolvidas no fenômeno ao longo do espaço e do tempo. Alguns exemplos destas equações podem ser citados como a equação de Richards, que descreve o fluxo em meios porosos, ou a equação de Biot, que descreve o problema de consolidação.

Para que as equações diferenciais sejam utilizadas na análise fenomenológica de problemas geotécnicos, o ideal é que houvesse uma solução fechada para o problema de interesse. Entretanto, há na literatura um número muito restrito de soluções fechadas. Além disso, estas soluções geralmente assumem hipóteses que restringem sua utilização a um número muito pequeno de casos. Dentre as hipóteses assumidas na engenharia geotécnica pode-se citar: condições de contorno simplificadas, modelos constitutivos que não descrevem o material de forma adequada, vazios do solo totalmente preenchidos com ar ou água, dentre outros.

Na tentativa de suprir esta lacuna foram desenvolvidos métodos que permitem a solução das equações diferenciais para um maior número de problemas. Dentre estes se destacam os métodos numéricos que permitem obter soluções aproximadas para os problemas. Como vantagens é possível admitir condições de contorno complexas e modelos constitutivos não lineares, considerando problemas transientes, dentre outras. Na engenharia geotécnica destaca-se o método dos elementos finitos (MEF). Este método caracteriza-se por ser um método de domínio. Entretanto, outros métodos numéricos são utilizados na solução de problemas geotécnicos como, por exemplo, o método das diferenças finitas (MDF) e o método dos elementos de contorno (MEC), ou uma combinação destes.

No entanto, a solução das equações diferenciais requer a definição de parâmetros constitutivos, os quais estão relacionados diretamente ao meio para o qual deseja-se encontrar

uma solução específica. De uma maneira simplificada, pode-se dizer que os parâmetros constitutivos refletem a constituição dos materiais envolvidos no problema. Geralmente estes parâmetros dependem das variáveis envolvidas no fenômeno. Nestes casos as equações diferenciais são ditas não lineares.

Este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica de trabalhos relacionados à modelagem numérica e constitutiva necessária para o estudo do fenômeno de consolidação em solos não saturados. Inicialmente serão apresentados trabalhos de destaques relacionados à modelagem constitutiva de solos não saturados. Segue-se com a apresentação de trabalhos relacionados a modelagem numérica do problema de consolidação, tanto em solos saturados como em solos não saturados. Algum destaque será dado ainda aos métodos utilizados na solução de problemas de não linearidade dos modelos constitutivos.

Os modelos constitutivos na mecânica dos solos não saturados devem expressar as variações do comportamento mecânico e hidráulico dos solos, quando estes são submetidos a variações no seu estado de tensão e no seu grau de saturação. Em meios não saturados os comportamentos mecânicos e hidráulicos não devem ser tratados separadamente em virtude da grande dependência existente entre eles.

Porém, neste capítulo os conceitos relacionados aos comportamentos mecânico e hidráulico serão apresentados em itens separados. O objetivo desta separação é melhor estruturar o trabalho. Apesar da separação imposta, poderá ser observado, durante a apresentação das propostas de modelos, que os mesmos já incluem termos de acoplamento.

### 2.2 MODELAGEM CONSTITUTIVA PARA O COMPORTAMENTO MECÂNICO DE SOLOS NÃO SATURADOS

O termo comportamento mecânico está relacionado às respostas do material do ponto de vista de deformabilidade e resistência. O comportamento mecânico dos solos saturados vem sendo estudado há décadas. Assim, assumindo que a mecânica dos solos saturados consegue descrever com sucesso os fenômenos mecânicos observados na prática, a mecânica dos solos não saturados parte desta experiência bem sucedida para descrever o seu objeto de estudo.

Fredlund e Rahardjo (1993) citam Bishop (1959) como uma das primeiras tentativas de descrição do comportamento mecânico dos solos não saturados. A idéia básica de Bishop era generalizar o princípio das tensões efetivas para solos não saturados.

O princípio das tensões efetivas para solos não saturados associa a resposta mecânica do solo a variações na tensão efetiva. Tensão efetiva é definida como o excesso de

tensão aplicada em relação à poropressão no fluido, de acordo com a seguinte expressão:

$$\sigma_{ij}^* = \sigma_{ij} - \delta_{ij} u_w \tag{2.1}$$

onde  $\delta_{ii}$  é o delta de Kronecker.

A generalização para solos não saturados proposta por Bishop (1959) se dá pela introdução de um parâmetro que indica a influência da poropressão no valor da tensão efetiva, conforme observado na equação a seguir:

$$\sigma_{ij}^* = \left(\sigma_{ij} - u_a \delta_{ij}\right) - \chi \left(u_a - u_w\right) \delta_{ij}$$
(2.2)

Este parâmetro foi denominado  $\chi$ , sendo função do grau de saturação. Para o solo saturado,  $\chi$  iguala-se a um. Para o solo totalmente seco,  $\chi$  assume o valor zero. Este parâmetro depende do material, tratando-se, portanto, de um parâmetro constitutivo.

Inicialmente a proposta de tratar o solo não saturado pelo princípio das tensões efetivas se mostrou eficiente. Entretanto, posteriormente alguns pontos foram levantados sobre a real eficiência da utilização das tensões efetivas como variável de controle dos fenômenos mecânicos dos solos não saturados.

Primeiro, na forma como foi apresentada esta nova equação, a variável de tensão era função do material. Além disso, de acordo com o princípio das tensões efetivas, a resposta mecânica do solo tanto em termos de deformabilidade como de resistência ao cisalhamento, é função exclusiva das variações na tensão efetiva. Em termos de resistência ao cisalhamento foi observada uma boa concordância. Mas isto não foi observado para fenômenos de deformabilidade, tais como o colapso por molhagem. Por fim, associada a estas considerações, cita-se a dificuldade em mensurar o parâmetro,  $\chi$ , que é função do grau de saturação.

Todavia, apesar das críticas, a idéia de Bishop não foi abandonada, existindo trabalhos recentes que a utilizam, tais como Bolson et al. (1996), Baumgartl et al. (2002), Kohgo et al. (1993). Além disso, conforme será discutido posteriormente, a forma como Fredlund et al. (1978) apresentam a envoltória de resistência para solos não saturados pode ser reescrita como função das tensões efetivas.

De uma forma simplificada, o princípio das tensões efetivas acopla os efeitos das variações das poropressões e das tensões. Bishop e Blight (1963), Burland (1964) e, posteriormente, Matyas e Radhakrishna (1968) propuseram que as variações no estado de tensão e na poropressão fossem tratados de maneira independentes. A primeira conseqüência prática desta consideração é a possibilidade de se prever fenômenos que ocorrem sob tensões constantes, não previstos pela proposta anterior.

Matyas e Radhakrishna (1968) assumem que o solo é um meio constituído por

três fases. As tensões da fase sólida são representadas pelo tensor de tensões  $\sigma_{ij}$ , a tensão na fase ar é representado pelo tensor  $\delta_{ij}u_a$ , e a tensão na fase água é representado pelo tensor  $\delta_{ij}u_w$ . A Figura 2.1 ilustra a atuação destas variáveis num elemento de solo. Os autores propõem que o estado do sistema solo seja representado por dois tensores de tensões que são obtidos a partir da combinação dos tensores de cada fase.



Figura 2.1 Variável de estado de tensão para um solo não saturado (Modificado de Fredlund e Rahardjo, 1993).

Fredlund e Morgenstern (1976) sugerem que as melhores combinações entre os componentes de cada fase são os tensores ( $\sigma_{ij} - \delta_{ij} u_a$ ) e  $\delta_{ij}(u_a - u_w)$ . A justificativa é a total separação das componentes de tensão na estrutura sólida e das poropressão na fase líquida. O primeiro tensor definido, ( $\sigma_{ij} - \delta_{ij} u_a$ ), é conhecido por tensor de tensões líquidas e representa o excesso de tensão aplicada em relação a tensão na fase ar. O segundo tensor definido,  $\delta_{ij}(u_a - u_w)$ , é a diferença de tensão entre os dois fluidos. O termo ( $u_a - u_w$ ) é conhecido por sucção mátrica, sucção matricial ou simplesmente sucção.

Matyas e Radhakrishna (1968) apresentam ainda a definição de superfícies de estado. Estas superfícies representam a resposta do solo submetido a determinada solicitação. Por exemplo, pode-se definir uma superfície que represente as variações de índice de vazios em função do estado de tensão líquida e da sucção. O mesmo pode ser feito para outras variáveis como o grau de saturação, os coeficientes de empuxos (K<sub>0</sub>, K<sub>a</sub> e K<sub>p</sub>), a resistência ao cisalhamento, a permeabilidade, os módulos de elasticidade, o coeficiente de Poisson ou qualquer outra variável que dependa da sucção e da tensão.

Existem na literatura diversas propostas de superfícies de estados para índice de vazios e para grau de saturação. Como exemplo, pode-se citar Fredlund e Morgenstern (1976) e Lloret e Alonso (1985). Tais relações foram definidas a partir de um ajuste de curva para

dados experimentais.

Fredlund (1979) afirma que a completa definição do comportamento do solo não saturado em termos de deformações volumétricas requer a definição de duas superfícies de estado. A primeira superfície relaciona o índice de vazio e as variáveis de estados de tensão e poropressão. A segunda superfície relaciona a quantidade de água contida nos vazios e as variáveis de tensão e poropressão. Isto torna nítida a dependência existente entre o comportamento mecânico, representado pelo índice de vazio, e o comportamento hidráulico, representado pela quantidade de água. Outros trabalhos, como por exemplo Wheeler et al. (2003), apresentam dados experimentais que comprovam a afirmação anterior.

Fredlund (1979) propõe um modelo elástico incremental para solos não saturados. Este modelo fornece uma relação entre o tensor de tensões líquidas e os tensores de deformação e de sucção mátrica, e pode ser entendido como uma extensão da lei de Hooke para solos não saturados. A relação proposta por Fredlund (1979) pode ser vista na expressão:

$$d\varepsilon_{i} = C_{ij}d(\sigma_{j} - m_{j}u_{a}) + \delta_{ij}d(u_{a} - u_{w})H_{j}$$
(2.3)

onde  $m_j = \{1, 1, 1, 0, 0, 0\}^T$ .

A obtenção da matriz C, e do vetor H, requer a definição de taxas de deformabilidade em função das variáveis de tensão e de sucção. Estas taxas são obtidas a partir das superfícies de estado. Por exemplo, conhecida uma função *f*, que represente o comportamento volumétrico do solo em função das variações no estado de tensão e poropressão é possível obter taxas de variações para estas variáveis. A Figura 2.2 ilustra uma superfície de estado para índice de vazios, além de definir as taxas de deformabilidade.



Figura 2.2 - Superfície de estado para índice de vazios

Alonso et al. (1990) afirmam que modelos baseados em superfícies de estado não

representam de forma completa o comportamento do solo. Por exemplo, os autores citam a influência da trajetória de carregamento e molhagem na resposta volumétrica do solo. Além disso, sendo a superfície de estado única, esta não poderia ser utilizada para simular trajetórias não monotônicas de carregamento e molhagem.

Ainda utilizando a proposta de Matyas e Radhakrishna (1968), Fredlund et al. (1978) apresentam uma superfície de estado para resistência ao cisalhamento. A expressão matemática da superfície proposta por Fredlund et al. (1978) é dada por:

$$\tau = (\sigma - u_a) \tan(\phi) + (u_a - u_w) \tan(\phi^b) + c'$$
(2.4)

Esta equação é uma extensão da envoltória de Mohr-Coulomb para solos não saturados. A Figura 2.3 mostra uma visão espacial da envoltória de ruptura de Mohr-Coulomb estendida para solos não saturados.



Figura 2.3 Envoltória de Mohr-Coulomb estendida para solos não saturados.

Na proposta de Fredlund et al. (1978), Equação (2.4), a resistência ao cisalhamento é afetada pela sucção por um aumento do efeito coesivo. Na forma apresentada, a equação evidência independência entre as variáveis de tensão e poropressão. Entretanto, esta equação pode ser reescrita de modo a atender ao princípio das tensões efetivas, conforme a equação:

$$\tau = \left( \left( \sigma - u_{a} \right) + \chi \left( u_{a} - u_{w} \right) \right) \tan \left( \phi \right) + c'$$
(2.5)

sendo,  $\tan(\phi^{b}) = \chi \tan(\phi)$  então  $\sigma' = (\sigma - u_{a}) + \chi (u_{a} - u_{w})$ .

Fredlund et al. (1987) discutem sobre a não linearidade dos parâmetros de resistência. Resultados são apresentados evidenciando esta não linearidade. A não linearidade ocorre por variações no ângulo de atrito  $\phi^b$ , que para valores de sucção próximos aos da saturação assume valor igual ao ângulo de atrito interno  $\phi$ . À medida que ocorre o aumento

dos valores da sucção, o parâmetro  $\phi^b$  decresce até um valor residual.

Cordão Neto (2001) mostra resultados de alta não linearidade do ângulo de atrito interno  $\phi$ , próximo à zona saturada durante trajetórias de molhagem. O autor apresenta uma discussão sobre a mudança na natureza dos contatos entre as partículas de solos metaestáveis. Isto porque até um valor limite de saturação, as concreções destes solos teriam um comportamento semelhante às areias. Após ser ultrapassado este limite de saturação as concreções são destruídas e o solo passa a ter um comportamento de argila.

O próximo passo no avanço da modelagem de solos não saturados seria a consideração de um modelo elastoplástico que se caracteriza por tratar de forma conjunta a deformabilidade e a resistência ao cisalhamento.

Antes de apresentar novos modelos vale salientar que a definição de duas variáveis de estado independentes para representação do comportamento mecânico possibilitou estender modelos de sucesso na mecânica dos solos saturados para a condição não saturada. Isto porque a partir desta definição, a condição saturada se torna um caso particular da situação não saturada.

Assumindo que o solo saturado é um caso particular do solo não saturado, Alonso et al. (1990) propõem a extensão de um modelo elastoplástico, o Cam-clay modificado, para solos não saturados. Utilizando quatro variáveis de estado, tensão média líquida, tensão desvio, sucção mátrica e índice de vazios, os autores definem uma superfície de plastificação no espaço destas variáveis.

Esta nova proposta de modelo mostrou-se inicialmente eficaz na previsão do comportamento de solos não saturados com baixa atividade, reproduzindo a resposta do solo quando este é submetido a ciclos simples de carregamento e molhagem. Além disso, mostrouse capaz também de prever o desenvolvimento de deformações de expansão em trajetórias de molhagem a baixas tensões confinantes, bem como a ocorrência de colapso durante molhagem para elevados valores de tensões de confinamento, além do desenvolvimento de contrações irreversíveis quando o solo é submetido a elevados valores de sucção.

A superfície de plastificação do modelo elastoplástico Cam-clay modificado foi reescrita de modo a considerar os efeitos da não saturação do solo. Estes efeitos correspondem ao aumento da tensão de plastificação isotrópica e aumento do efeito coesivo. O último já havia sido contemplado em outras propostas como a extensão da envoltória de ruptura de Morh-Columb para solos não saturados proposta por Fredlund et al. (1978). Além disso, houve a necessidade da definição de uma superfície de plastificação para trajetórias de secagem. As equações a seguir definem matematicamente as superfícies de plastificação

propostas por Alonso et al. (1990):

$$f_{LC}(p,q,s,p_0^*) = q^2 - M^2(p_0 - p)(p + p_s) = 0$$
(2.6)

$$f_{SI}(p,q,s,s_0) = s - s_0 = 0$$
(2.7)

onde  $p_0$  é a tensão de plastificação isotrópica para sucção igual a s,  $p_s$  é a parcela de efeito coesivo produzido por acréscimo de sucção, M é a inclinação da linha de estados críticos,  $p_0^*$  é a tensão de plastificação isotrópica para condição saturada e  $s_0$  é a sucção de plastificação, ou seja, limite superior de sucção a partir do qual ocorreram deformações plásticas.

A Figura 2.4 mostra a superfície de plastificação proposta. Quaisquer trajetórias que ocorram dentro da superfície de plastificação são consideradas elásticas e produzem deformações totalmente recuperáveis. Trajetórias que perfurem a superfície em qualquer direção são consideradas trajetórias elastoplásticas e produzem deformações não recuperáveis.



Figura 2.4 Superfície de plastificação proposta por Alonso et al. (1990). (a) Vista 3D. (b) Projeções nos planos (p,q) e (p,s).

Conforme dito anteriormente, a extensão do modelo Cam-Clay para solos não saturados se dá pela incorporação de dois efeitos. O primeiro destes é o aumento da rigidez e da tensão de plastificação para incrementos de sucção. O segundo é o aumento do efeito coesivo devido ao aumento de sucção mátrica. Conforme pode ser visto na Figura 2.4 a superfície se caracteriza por apresentar forma elíptica num plano de sucção constante. Na condição saturada, a superfície se iguala à superfície do modelo Cam-clay modificado. O tamanho da superfície de plastificação é controlado pelas deformações volumétricas plásticas e pela sucção.

O modelo original, Cam-clay modificado, foi desenvolvido baseado na teoria da plasticidade clássica e na teoria de estados críticos que trata o problema de deformabilidade e resistência ao cisalhamento de forma acoplada. Assim, a extensão para solos não saturados incorpora tais características.

A superfície definida pela Equação (2.7) descreve um plano no espaço de tensões p,q,s. Este plano é paralelo aos eixos da tensão média p, e da tensão desvio q.

Deformações plásticas podem ocorrer por trajetórias de carregamento, de molhagem, de secagem, de carregamento e molhagem simultânea, e finalmente de carregamento e secagem simultânea.

Posteriormente a proposta de Alonso et al. (1990) passou a ser denominada de modelo de Barcelona ou BBM (Barcelona Basic Model). Apesar do seu sucesso e de ter servido de base para outros trabalhos, tais como, Balmaceda (1991), Wheeler e Sivakumar (1995), Pinheiro (2004) dentre outros, diversas críticas podem ser associadas ao modelo de Barcelona. Dentre estas críticas destaca-se o fato do modelo prever um aumento indefinido do valor de colapso, ou seja, quanto maior a tensão confinante para a qual foi realizada a molhagem, maior será o valor do colapso volumétrico previsto. Este comportamento não foi observado em resultados experimentais, onde se evidencia uma tensão limite para a qual o colapso volumétrico decresce.

Além disso, Wheeler e Sivakumar (1995) criticam o modelo proposto por Alonso et al. (1990) por este não considerar uma variável de estado relacionada à quantidade de água armazenada, grau de saturação ou umidade.

Alonso et al. (1999) citam ainda como limitação do modelo básico de Barcelona a dificuldade deste modelo em representar fenômenos associados à microestrutura do solo, tais como, a resposta de solos muito expansivos, o surgimento de deformações de expansão plásticas durante ciclos de molhagem e secagem, além de o modelo ser inadequado em análises acopladas do tipo hidro-mecânica-química. Outra crítica citada por Alonso et al. (1999) diz respeito a observações que indicam a existência de uma relação entre as deformações de expansão com o estado de tensão inicial e a trajetória seguida. No modelo básico de Barcelona não há nada que represente tal relação.

As críticas relacionadas ao modelo de Barcelona podem ser explicadas pela

própria formulação do modelo proposto por Alonso et al. (1990) que apresenta o comportamento do solo sob a ótica macroscópica desconsiderando a existência de fenômenos microscópicos. Assim, Alonso (1998) e Alonso et al. (1999) apresentam um modelo que considera a macro e a micro-estrutura. A macro-estrutura estaria ligada aos fenômenos relacionados ao rearranjo dos macro-poros da estrutura do solo. Já a micro estrutura estaria relacionada a expansão e a contração dos argilos minerais ativos e micro-poros.

O modelo proposto por Alonso (1998) e Alonso et al. (1999) prevê ainda um acoplamento entre a macro e a microestrutura, ou seja, deformações de expansão ou contração da microestrutura produziriam deformações na macroestrutura. A relação entre os fenômenos ocorridos na microestrutura e o seu efeito na macroestrutura é dada por uma função de acoplamento.

O modelo citado tem como idéia básica adaptar o modelo de Barcelona (BBM) para que o mesmo represente o comportamento de solos expansivos. Como o modelo original BBM é formulado para representar o comportamento da macroestrutura, então hipóteses são assumidas para o comportamento da microestrutura.

Alonso et al. (1999) citam as hipóteses básicas assumidas por Gens e Alonso (1992) na formulação de um modelo para solos expansivos, que são:

- Os conceitos de tensão efetiva são válidos para a microestrutura;
- A micro estrutura tem comportamento elástico;
- Há equilíbrio mecânico, hidráulico e químico entre a macro e a microestrutura;

• Existe um acoplamento entre a micro e a macroestrutura, resultando em um possível acúmulo de deformações elastoplásticas da macroestrutura quando ocorrem deformações elásticas na microestrutura.

Desta forma, deformações na microestrutura dependem somente de incrementos nas tensões efetivas. Assim, existe uma linha, chamada linha neutral, ao longo da qual não há deformações na microestrutura. Esta linha separa a zona de deformações de expansão da zona de contração. Paralela a mesma linha existem duas outras retas que delimitam a região onde deformações na micro-estrutura não produzem deformações na macro-estrutura. Estas duas retas são denominadas SD e SI, conforme ilustrado na Figura 2.5. A reta SI estaria ligada a deformações de contração na micro-estrutura; enquanto SD estaria relacionada a expansão. A Figura 2.5 mostra ainda o novo domínio elástico agora demarcado pela superfície LC e também pelas superfícies SI e SD.

Alonso et al. (1994) sugerem que as deformações na macroestrutura sejam

calculadas a partir das deformações na microestrutura como:

$$d\varepsilon_{vM}^{p} = f_{D}d\varepsilon_{vm}^{e} \tag{2.8}$$

quando SD é ativada e

$$d\varepsilon_{vM}^{p} = f_{I}d\varepsilon_{vm}^{e} \tag{2.9}$$

quando SI é ativada. Os termos  $f_D$  e  $f_I$  são as funções de acoplamento que dependem da razão de p, tensão isotrópica líquida, sobre  $p_0$ , tensão de plastificação isotrópica. A Figura 2.6 mostra a forma típica das funções de acoplamento. A existência de valores negativos representa a redução ou aumento no volume dos macroporos quando ocorrem deformações excessivas de expansão ou contração da microestrutura.



Figura 2.5 - Superfície de Plastificação BExM no plano p-s. (Modificado de Alonso et al., 1999)

Conforme dito anteriormente, deformações na microestrutura, seja pela ativação da superfície SI ou SD, produzem deformações elastoplásticas na macroestrutura. Sabendo ainda que a posição da superfície LC depende de deformações plásticas, então, deformações na microestrutura produziram o deslocamento da superfície LC, havendo, desta forma, um acoplamento entre as superfícies SI, SD e LC.

Caso haja ciclos de secagem e molhagem a deformação resultante dependerá do estado de tensão inicial. Na Figura 2.6 é apresentado uma linha divisória onde, caso haja ciclos de secagem e molhagem, a direita da mesma, predominam as deformações de contração, enquanto à esquerda predominam as deformações de expansão.

Wheeler et al. (2003) cita como desvantagens da proposta inicial de Alonso et al. (1990), e conseqüentemente na proposta de 1998 e 1999, a consideração da sucção como

única variável relacionada à não saturação do solo. A crítica se dá pela ocorrência de histerese na curva que relaciona o grau de saturação e a sucção. Assim, para uma mesma sucção, a quantidade de água contida nos vazios pode variar, caso tenha ocorrido trajetórias de molhagem e secagem. O autor afirma que o comportamento mecânico do solo é influenciado não somente pela sucção mátrica como também pela quantidade de água existente nos vazios do solo. Deste modo é necessário que uma proposta de modelo elastoplástico contemple tal variável.



Figura 2.6 Funções de interação entre macro e micro deformações (Modificado de Alonso et al. 1999).

Wheeler et al. (2003) apresenta um novo modelo constitutivo para solos não saturados que incorpora a influência do grau de saturação no comportamento tensão deformação. Além disso, o comportamento hidráulico é acoplado à relação tensão deformação por meio de um modelo elastoplástico. Nesta proposta, o autor associa a resposta elastoplástica dos solos a dois fenômenos, sendo o primeiro o movimento entre as partículas e o segundo o deslocamento da interface ar-água.

De uma forma global o modelo proposto por Wheeler et al. (2003) assemelha-se ao modelo proposto por Alonso (1998) e Alonso et al. (1999), tendo como principal diferença as variáveis de estados adotadas. Enquanto o primeiro utiliza como variáveis de estado o tensor de tensões líquida, o volume específico e a sucção convencional, o segundo apresenta como variáveis de estado o tensor de tensões de Bishop, Equação (2.10), o volume específico, a sucção modificada, Equação (2.11), e o grau de saturação, sendo este uma variável de deformação. Nas equações (2.10) e (2.11),  $\sigma_{ij}$  representa o tensor de tensões totais,  $S_r$  o grau de saturação e *n* a porosidade do solo.

$$\sigma_{ij}^* = \sigma_{ij} - \left[S_r u_w + (1 - S_r)u_a\right]\delta_{ij}$$
(2.10)

$$s^* = ns = n(u_a - u_w)$$
(2.11)

Outra diferença em relação aos modelos anteriores é a consideração do grau de saturação como um parâmetro de endurecimento, ou seja, variações irreversíveis no grau de saturação modificariam o tamanho do domínio elástico.

Outros modelos na literatura baseiam-se no modelo de Barcelona, dentre estes, o modelo proposto por Kohgo et al. (1993) e o proposto por Pinheiro (2004). Destaque-se no primeiro a consideração de superfícies de sub-carregamento ou sub-loading. O autor assume que a não saturação afeta a rigidez, com o aumento da tensão de plastificação e variação na inclinação da linha de compressão virgem, além da resistência ao cisalhamento com o aumento da coesão. A partir disso generaliza o conceito de superfície sub-carregamento para solos não saturados.

Já Pinheiro (2004) apresenta uma generalização do modelo de Nakai e Matsuoka (1986), tij-clay, para solos não saturados. O modelo de Nakai e Matsuoka (1986) tem como vantagens considerar o efeito da tensão intermediária. Isso decorre do uso da quantidade mecânica t<sub>ij</sub>, que é uma generalização do conceito de plano espacialmente mobilizado. Para a generalização são assumidas praticamente as mesmas hipóteses de Alonso et al. (1990). Entretanto, uma pequena modificação na obtenção dos parâmetros soluciona um dos problemas do modelo de Alonso et al. (1990), que prevê colapso crescente indefinidamente.

## 2.3 MODELAGEM CONSTITUTIVA PARA O COMPORTAMENTO HIDRÁULICO DE SOLOS NÃO SATURADOS

O comportamento hidráulico de solos não saturados está relacionado à capacidade de armazenamento e à facilidade de transporte de fluidos através do elemento de solo. Neste trabalho o fluido em questão é a água. As propriedades discutidas nesta secção trataram da dificuldade que a água tem de se deslocar através de um elemento de solo. Esta dificuldade pode estar relacionada fenomenologicamente a duas propriedades. A primeira seria a facilidade de a água atravessar o solo através dos vazios deste, medida pela condutividade hidráulica ou permeabilidade. A segunda estaria relacionada à facilidade de retirar uma partícula de água existente nos vazios do solo. Matematicamente esta facilidade pode ser
definida pela seguinte equação:

$$dV_{w} = \frac{\partial V_{w}}{\partial \left(\sigma_{ij} - \delta_{ij}u_{a}\right)} d\left(\sigma_{ij} - \delta_{ij}u_{a}\right) + \frac{\partial V_{w}}{\partial \left(u_{a} - u_{w}\right)} d\left(u_{a} - u_{w}\right)$$
(2.12)

De acordo com a Equação (2.12) podem ocorrer variações no volume de água por variações no estado de tensão ou na poropressão dos fluidos. Deste modo é requerido um modelo constitutivo que represente as variações no volume de água. Este modelo pode ser expresso, por exemplo, por uma superfície de estado. Quando são desprezadas as variações no volume de água decorrente de carregamento, esta superfície de estado é conhecida como curva de armazenamento ou curva característica.

Tanto a primeira, condutividade ou permeabilidade, como a segunda propriedade estão relacionadas ao estado do solo, ou seja, são funções do índice de vazio, da estrutura do solo, do grau de saturação, do estado de tensão e dos minerais constituintes. Uma relação constitutiva perfeita deveria contemplar todos estes aspectos. Entretanto, tal relação não seria prática do ponto de vista de engenharia. Assim, alguns aspectos podem ser desconsiderados ou mesmo aglutinados. A maioria das relações apresentadas serão funções exclusivas da sucção mátrica. No entanto, não serão excluídas relações que consideram, por exemplo, estado de tensão ou índice de vazios.

#### 2.3.1 CURVA CARACTERÍSTICA

A correta representação do volume de água existente no vazio do solo tem importante conseqüência no estudo do comportamento mecânico, hidráulico, químico ou em análises que acoplem todos estes fatores. A relação mais comum entre a quantidade de água presente nos vazios do solo e a sucção é a curva característica.

A quantidade de água pode ser expressa em termos de umidade volumétrica,  $\theta_w$ , umidade gravimétrica, w, ou grau de saturação, S. Fredlund e Xing (1994) sugerem o uso da umidade volumétrica para expressar a quantidade de água contida nos vazios. A sucção pode ser expressa em termos de sucção mátrica,  $(u_a - u_w)$ , que é a diferença entre a pressão de ar e a pressão de água. É comum o uso da variável de sucção total que corresponde às parcelas de sucção mátrica e osmótica.

De modo geral, alguns parâmetros podem definir a forma geral da curva de armazenamento mostrada na Figura 2.7. O primeiro é o valor da umidade de saturação,  $\theta_w^{sat}$ . O segundo é o valor de sucção a partir do qual surgem os primeiros vazios não preenchidos por água, conhecido como valor de entrada de ar nos vazios,  $(u_a - u_w)_b$  ou  $\Psi$ . Outro parâmetro é o valor de umidade residual,  $\theta_w^{res}$ , limite inferior de umidade, a partir do qual qualquer aumento na sucção pouco afeta os valores de umidade. Por fim, tem-se o parâmetro,  $\lambda$ , definido pela razão entre a variação de umidade e a variação da sucção.



Figura 2.7 Curva de característica típica de um solo (Modificado de Fredlund et al., 1994).

Fredlund e Xing (1994) discutem a existência de relações entre a curva característica do solo e as propriedades dos solos não saturados. Como exemplo, os autores apresentam as relações para resistência ao cisalhamento do solo e permeabilidade. Desta forma, justificam a necessidade de modelos mais acurados para a curva de armazenamento.

A forma da curva característica depende do tipo do solo e da distribuição dos vazios. Fredlund e Xing (1994) comentam a semelhança entre a forma da curva de armazenamento e a curva de distribuição normal. A partir desta idéia os autores propõem a obtenção da curva característica a partir da distribuição granulométrica do solo que, indiretamente está relacionada à distribuição do volume de vazios.

Fredlund e Xing (1994) assumem que para uma amostra de solo com grãos uniforme, de diâmetros D qualquer, existe uma curva característica única. A curva característica de uma amostra não uniforme seria a média das curvas características de cada fração ponderada pelos percentuais obtidos da curva granulométrica. Fredlund et al. (1997) aplicam a proposta de Fredlund e Xing na obtenção de curva característica de solos. Os resultados apresentados mostram-se concordantes com os obtidos em laboratório.

Além do diâmetro da partícula, a definição da curva característica para uma fração qualquer deve levar em consideração outros fatores como forma do grão, origem mineralógica, distribuição do grão, estrutura dos vazios, dentre outros fatores.

Diversas propostas de modelos para a curva característica podem ser encontradas na literatura. Autores como Fredlund e Xing (1994), Fredlund e Rahardjo (1993) e Gerscovich (2001) apresentam resumos de diversas propostas de modelagem para a curva de armazenamento.

Como alternativa aos modelos determinísticos propostos anteriormente, Schaap e Leij (1998) apresentam um estudo sobre o uso de redes neurais para estimativa das propriedades hidráulicas dos solos, dentre estas a curva característica. Porém, os autores afirmam que os resultados obtidos dependem da quantidade de dados disponíveis como também da qualidade destes.

Outras técnicas podem ser utilizadas na modelagem da curva característica do solo. Por exemplo, o programa comercial SEEP/W (Geo-slope versão 3, 1995) em seu manual afirma que utiliza uma função polinomial de aproximações por partes, splines. O programa realiza um ajuste de curva a partir de dados fornecidos pelo usuário. Maiores detalhes sobre as splines podem ser obtidos em livros de métodos numéricos e computacionais como, por exemplo, Cunha (1993). Outros autores, como por exemplo Prunty e Casey (2002), utilizam aproximação polinomial por partes na modelagem da curva característica.

Todos os exemplos de modelos para curva de armazenamento expressavam o volume de água em função apenas da poropressão existente. Pereira (1996), baseado na proposta de Matyas e Radhakrishna (1968), apresenta uma superfície de estado para o volume de água no solo. Esta superfície prevê variações do volume de água dentro do solo a partir de variações no estado de tensão e na poropressão. O autor utiliza tal superfície na análise acoplada de problemas de adensamento em meios não saturados.

A proposta de Pereira (1996) era estender a equação de van Genuchten (1980), citado por Fredlund e Xing (1994), para diferentes planos de tensão média. O novo modelo foi obtido por meio de ajuste de curva realizado a partir de resultados obtidos pelo autor. Os resultados foram obtidos utilizando um permeametro triaxial (Pereira, 1996).

Alguns aspectos devem ser considerados na proposta de Pereira (1996). O primeiro é a própria equação de van Genuchten que não considera a histerese do grau de saturação. Outro aspecto é a consideração da tensão média. Quanto a esta, duas críticas podem ser apresentadas. A primeira diz respeito à não consideração de deformações plásticas, ou irrecuperáveis, em trajetórias de descarregamento. Além disso, considerar somente a tensão média significa desprezar as variações de volume produzidas por componentes de tensões fora do eixo hidrostático, como por exemplo, tensões desvio.

Dentre os aspectos citados anteriormente destaca-se a histerese. A curva característica dos solos apresenta histerese. Isso significa, que para um determinado valor de sucção durante o processo de secagem, as umidades obtidas serão mais altas do que as obtidas para o mesmo valor de sucção durante um processo de molhagem. Esse fenômeno pode ser

explicado pela dificuldade no preenchimento dos vazios durante o processo de molhagem. A dificuldade ocorre tanto pelo avanço não uniforme da frente de saturação como pela dificuldade de preenchimento dos vazios devido a altos valores de sucção (Gerscovich, 2001).

Já Wheeler et al. (2003) explicam a histerese como a movimentação da interface ar-água. O autor afirma que esta movimentação não é reversível, devido a pequenas modificações no ângulo de contato com as partículas do solo ocorridas durante a movimentação da interface. Desta forma, um modelo apresentado por Wheeler et al. (2003) considera as variações irreversíveis do grau de saturação, conseguindo assim modelar a histerese do solo. Além disso, como o modelo trata não somente do grau de saturação como também as deformações elastoplásticas do esqueleto sólido, tem a vantagem de considerar aspectos importantes como o índice de vazios e o estado de tensão, além da própria sucção. Esta proposta mostrou-se adequada também na representação de trajetórias que envolvam ciclos de secagem e molhagem.

Apesar de propostas como as de Wheeler et al. (2003) representarem diversos aspectos fenomenológicos do volume de água nos vazios do solo, outros trabalhos apresentam-se como simplificações mais viáveis sob o ponto de vista de aplicabilidade. Como exemplo, tem-se a proposta de Gallipoli et al. (2003), que propõem a incorporação do volume específico, v=1+e, em modelos de curvas características já existentes. A proposta assemelha-se a uma superfície de estado. Entretanto, nesta proposta, o grau de saturação é função da sucção e do índice de vazio, enquanto que na superfície de estado é função da sucção e do estado de tensão.

Como vantagens da proposta de Gallipoli et al. (2003) pode ser citada a incorporação de aspectos da modelagem tensão-deformação, tais como a variação de volume devido a tensões desvio. Além disso, caso o modelo constitutivo para tensão-deformação utilizado seja do tipo elastoplástico, já estará incorporado também aspectos relacionados a trajetórias de carregamento e descarregamento.

A proposta de Gallipoli et al. (2003) desconsidera a influência da histerese da curva característica, não faz distinção entre o efeito de deformações elásticas e plásticas na variação de volume, além de não considerar a influência de deformações desvio no grau de saturação. Mesmo assim, a proposta se mostrou adequada na modelagem do comportamento do grau de saturação para diversas trajetórias de carregamento, inclusive trajetórias de cisalhamento seguidas até a linha de estados críticos.

#### 2.3.2 FUNÇÃO DE PERMEABILIDADE DE SOLOS NÃO SATURADOS

Como condição inicial, pode-se considerar o solo saturado como um caso específico do solo não saturado. Para condição saturada tem-se que o volume de água que atravessa um elemento de solo na unidade de tempo é proporcional ao gradiente hidráulico, Lei de Darcy. A constante de proporcionalidade é denominada de coeficiente de permeabilidade. De maneira geral, o coeficiente de permeabilidade de solos saturados é considerado constante, desprezando-se modificações no volume de vazios.

A definição de uma lei de fluxo em solos não saturados requer a definição prévia de como o fluido se desloca num meio cujos vazios não estão totalmente preenchidos por água. Childs (1969), citado por Fredlund & Rahardjo (1993), considera que a água flui exclusivamente por vazios preenchidos por água. Assim, a fase ar pode ser considerada da mesma maneira que a fase sólida. Desta forma, a lei de Darcy pode ser aplicada a solos não saturados.

Para uma condição não saturada, o volume de vazios preenchidos por água define a região pela qual a água pode se deslocar. Conseqüentemente, a permeabilidade depende do volume de água no solo.

Assim, é necessária a definição de uma função de permeabilidade. Esta função pode ser relacionada com qualquer variável indicativa do volume de água nos vazios do solo. Fredlund e Rahardjo (1993) resumem as funções de permeabilidade em três categorias: função de massa de água no elemento de solo, função do grau de saturação do elemento de solo e função da sucção mátrica. Os autores apresentam uma tabela resumo das principais funções de permeabilidade existentes na literatura.

Fredlund et al. (1994) dividem as funções de permeabilidade em empíricas e estatísticas. Em ambos os casos os autores sugerem que a definição de uma função de permeabilidade pode fazer uso da semelhança entre a forma das funções de permeabilidade e curva característica. Os autores também apresentam tabelas resumos contendo algumas funções de permeabilidade empíricas, além de apresentarem um procedimento de obtenção da função de permeabilidade a partir da curva característica e do coeficiente de permeabilidade saturada.

Da mesma forma que para a curva característica, Schaap e Leij (1998) apresentam um estudo sobre o uso de redes neurais para estimativa das propriedades hidráulicas dos solos, dentre estas, a função de permeabilidade. Entretanto, os resultados obtidos dependem da quantidade de dados disponíveis como também da qualidade destes.

O programa comercial SEEP/W (Geo-slope versão 3, 1995) em seu manual afirma

que utiliza uma função polinomial de aproximações por partes, SPLINES, para a modelagem das funções de permeabilidade. O procedimento é o mesmo utilizado para as funções de teor volumétrico.

Do mesmo modo que para a curva de armazenamento, Pereira (1996) apresenta uma superfície de estado para permeabilidade do solo. O autor estendeu a equação de Brooks e Corey (1980), citado por Fredlund et al. (1994), para diferentes planos de tensão média. Da mesma forma que para a curva característica, a hipótese de assumir como uma das variáveis de controle a tensão média, não representa de forma adequada o comportamento da permeabilidade. Esta variável não considera o efeito de trajetórias fora do eixo hidrostático nem a influência das deformações plásticas.

Assim, de modo semelhante ao apresentado para a curva característica é necessária a definição de uma proposta que considere variáveis mais representativas do comportamento da permeabilidade. Por exemplo, pode-se citar o índice de vazios ou a quantidade de água existente nos vazios. A consideração deste último mostra-se mais adequada, visto que está de acordo com a observação de Childs (1969), que a água desloca-se apenas nos espaços preenchidos por água.

# 2.4 ANÁLISE DO PROBLEMA DE ACOPLADOS UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

A aplicação de cargas, o fluxo de massa através de um meio poroso, a transferência de calor e as reações químicas são alguns exemplos de fenômenos que podem interagir entre si. Em algumas situações é possível desprezar a interação entre estes fenômenos. Porém, para outros casos a não consideração destas interações, ou acoplamentos poderá ocasionar erros grosseiros nos resultados das análises.

Dentre os problemas onde a consideração do acoplamento entre os fenômenos é requerida destaca-se, na engenharia geotécnica, a consolidação de solos saturados ou não. Este fenômeno caracteriza-se por deformações ocorridas por variações no estado de tensão e na poropressão do fluido existente nos vazios. O problema de consolidação, quando o solo esta completamente saturado, é denominado de adensamento.

# 2.4.1 ANÁLISE ACOPLADA EM MEIOS SATURADOS

A teoria de Terzaghi para modelagem fenomenológica do problema de adensamento unidimensional aparece como uma das primeiras propostas de solução para o problema de consolidação. Dentre as diversas hipóteses simplificadoras utilizadas pelo autor para a solução do problema, estão a consideração do fluxo unidimensional, o comportamento elástico para o esqueleto sólido, a ausência de anisotropia e a saturação do solo.

Biot (1940) apresenta uma teoria geral para o fenômeno de consolidação. Nesta proposta há o acoplamento das deformações ocorridas no esqueleto sólido e das variações nas poropressões existentes na água. Biot (1940) e McNamme e Gibson (1959) apresentam soluções analíticas para condições de contorno restritas. Estes trabalhos consideram o solo como um meio elástico, isotrópico e saturado.

As soluções analíticas propostas não tratam problemas com condições de contorno complexas, como por exemplo, problemas que envolvam etapas de construção ou escavações. Estas soluções não consideram ainda problemas com mudanças de materiais, relações constitutivas não lineares para o esqueleto sólido e a não saturação do solo.

Como alternativa às soluções analíticas, surgiram trabalhos que apresentavam a solução do problema de consolidação utilizando o método dos elementos finitos (MEF). Este método permite a consideração de condições de contorno complexas e diversificação dos materiais constituintes.

Christian e Boehmer (1970) apresentaram uma solução por elementos finitos para o problema de consolidação em solos saturados. Neste trabalho os autores consideram uma relação constitutiva elástica linear e tratam problemas de deformação plana. Os autores obtêm resultados concordantes com medidas de laboratório e realizam ainda uma análise para diferentes configurações de malhas.

Na década de oitenta, Siriwardane e Desai (1981) apresentam um artigo que discute sobre a consideração de uma relação não linear para o esqueleto sólido do solo. Os autores utilizam modelos elastoplásticos baseados na teoria dos estados críticos. Durante as análises, a consideração destes modelos provoca o aumenta do tempo total de consolidação e retarda a dissipação das poropressões. Os autores discutem ainda sobre a forma de aplicação das forças externas.

Diversos outros trabalhos destacam-se na mesma linha, como por exemplo, Wan (1985) e Britto e Gunn (1987). Este último sendo um livro que trata exclusivamente do uso de elementos finitos e da teoria de estados críticos nos problemas de consolidação. Em ambos os trabalhos, os autores apresentam a formulação e o código computacional da solução.

Farias (1993) apresenta uma ferramenta numérica considerando diversas opções de modelos constitutivos, dentre estes, um modelo elastoplástico baseado na teoria dos estados críticos. O autor apresenta detalhes sobre a integração da relação constitutiva. Farias (1993) realiza análise de estabilidade utilizando elementos finitos. Dentre os exemplos numéricos apresentados pelo autor está o de transferência de carga em barragens com núcleo argiloso.

Farias (1993) apresenta ainda uma discussão sobre tipos e condições de carregamento. O autor destaca também alguns pontos sobre análise da construção em camadas de aterros. Questões como o número de camadas e a interpretação dos deslocamentos são tratados. Sobre o número de camadas o autor cita uma proposta de Naylor e Mattar Jr (1988) que considera a redução da rigidez da camada em construção como uma forma de reduzir o número de camadas.

Farias (1993), novamente citando Naylor e Mattar Jr (1988), afirma que as medidas de deslocamento em campo são iniciadas apenas após a construção da camada. O autor sugere que os deslocamentos da camada em construção sejam desconsiderados. Desta forma, uma camada somente terá seus deslocamentos contabilizados quando da construção de uma nova camada ou ainda por deformações oriundas de fenômenos como a consolidação ou o plastificação. Sobre as poropressões geradas durante a construção de uma camada, estas não devem ser desconsideradas em nenhum instante.

#### 2.4.2 ANÁLISE ACOPLADA EM MEIOS NÃO SATURADOS

Na década de noventa, surgem trabalhos de destaque na solução de problemas em solos não saturados. Dentre eles, pode-se citar Lloret e Ledesma (1993). Os referidos autores apresentam a formulação para solução de problemas de consolidação em solos não saturados. O problema é resolvido considerando as equações de continuidade da fase ar, da fase água e da fase sólida. Além da formulação por elementos finitos, é apresentado ainda um esquema de integração da relação constitutiva, visto que um modelo elastoplástico é utilizado.

Baseado no trabalho de Lloret e Ledesma (1993), Pereira (1996) desenvolve uma ferramenta numérica que permite a análise do comportamento mecânico de barragens colapsáveis. O autor analisa especificamente o problema de ruptura das barragens após o primeiro enchimento. As relações constitutivas consideradas são baseadas em superfícies de estado.

Pereira (1996) apresenta resultados das seguintes fases: final de construção, imediatamente após enchimento, 30, 55, 100 e 145 dias após o enchimento. O autor relata dificuldades em estabelecer um tempo inicial devido a instabilidades numéricas. Apesar destas dificuldades, o autor consegue representar de forma satisfatória o fenômeno desejado.

Baseados no trabalho iniciado por Pereira (1996), outros trabalhos foram apresentados, como por exemplo, Cordão Neto (2001) e Brito (2003). O primeiro realiza

modificações na relação constitutiva e, implementa um modelo elastoplástico. O segundo realiza análises de estabilidade do maciço utilizando ferramentas de programação dinâmica. Ambos os trabalhos apresentaram dificuldades na simulação do comportamento de barragens colapsáveis após o enchimento. As dificuldades relatadas são as mesmas citadas por Pereira (1996).

Outros trabalhos podem ser citados como referência, tais como Li et al. (1999). Neste trabalho o autor apresenta a formulação para modelagem de solos não saturados utilizando elementos finitos e o modelo constitutivo de Barcelona (Alonso et al. 1990). Apresentam ainda detalhes sobre o esquema de integração. Os exemplos numéricos apresentados são unidimensionais e bidimensionais.

Outro exemplo de formulação para o problema de consolidação em meios não saturados é o trabalho de Smith et al. (2002). Como novidade este trabalho apresenta a simulação numérica de uma chuva, ou infiltração. A técnica apresentada se caracteriza por ser um processo iterativo com mudanças nas condições de contorno durante o decorrer do tempo.

No problema de consolidação em solos, saturados ou não, muitas vezes o sistema é considerado como isotérmico. Além disso, considera-se ainda que não ocorrem reações químicas entre as substâncias que constituem o meio. Nestes casos são realizadas análises hidro-mecânicas. Entretanto, alguns problemas em geotecnia, as hipóteses apresentadas anteriormente, sistema isotérmico e inerte, não satisfazem às condições de contorno apresentadas, sendo necessário a realização de análises mais abrangentes como por exemplo, análises termo-hidro-mecânica (THM) ou ainda termo-hidro-mecânica-química (THMQ).

Guimarães (2002) e Guimarães et al. (2004) apresentam a formulação e aplicações de problemas termo-hidro-mecânico-químicos em meios não saturados. O problema analisado em Guimarães et al. (2004) é o de uma barreira de argila expansiva utilizada na contenção de resíduos nucleares. A barreira é submetida a carregamento térmico, devido ao resíduo nuclear, havendo ainda hidratação. Nestas condições ocorrem reações químicas que conseqüentemente modificam outros aspectos.

#### 2.5 RESUMO

Alguns trabalhos foram apresentados sobre a modelagem constitutiva e numérica de solos não saturados. Foi considerado como modelagem constitutiva tanto o comportamento mecânico como o hidráulico. Já sobre modelagem numérica foi dada ênfase ao problema de consolidação.

Alguns trabalhos sobre modelagem constitutiva do comportamento mecânico

foram apresentados juntamente com as hipóteses que formam a base para os modelos atualmente mais difundidos. Destacam-se os conceitos de tensão líquida e de sucção. Sobre os modelos, destaca-se o modelo de Barcelona que serviu de base para diversos outros.

A modelagem constitutiva do comportamento mecânico apresentou uma evolução desde modelos que eram simplesmente um ajuste de curva até modelos mais complexos que utilizam os conceitos de plasticidade e da teoria dos estados críticos. Evidencia-se ainda, o acoplamento entre o comportamento mecânico e hidráulico.

Sobre modelagem numérica apresentaram-se alguns trabalhos que mostram a evolução do assunto, desde soluções analíticas de aplicação bem restrita até outras que permitem a análise de problemas complexos que envolvem fenômenos hidráulicos, mecânicos, térmicos e químicos.

# **CAPÍTULO 3 - EMBASAMENTO TEÓRICO**

Neste capítulo será apresentada a teoria necessária para o desenvolvimento da ferramenta numérica utilizada na solução de problemas de consolidação em meios não saturados. Inicialmente, serão apresentadas as equações básicas que regem o problema, seguindo-se da descrição das relações constitutivas utilizadas na implementação do programa. Será apresentada ainda a solução numérica do sistema de equações que rege o problema. Por fim, como o fenômeno de consolidação em meios não saturados caracteriza-se por um problema não linear, serão apresentadas as técnicas utilizadas na solução da não linearidade de cada uma das fases envolvidas.

#### 3.1 EQUAÇÕES BÁSICAS DO PROBLEMA

Uma análise rigorosa do problema de consolidação em meios não saturados requer o conhecimento das três equações que descrevem o problema. Cada uma das equações descreve fenomenologicamente o comportamento de uma das fases do solo. A primeira está relacionada ao equilíbrio estático do esqueleto sólido. As outras duas estão relacionadas à continuidade das fases água e ar.

O problema de consolidação caracteriza-se pela interação de efeitos entre as fases. Por exemplo, variações volumétricas no esqueleto sólido provocam modificações na pressão das fases fluidas, enquanto variações nas poropressões dos fluidos podem provocar deformações e variações no estado de tensão do maciço. Essa relação de efeito evidencia o acoplamento entre o comportamento mecânico e hidráulico.

Deste modo, serão apresentadas as equações que descrevem o comportamento das fases constituintes do solo. Maiores detalhes serão omitidos já que diversos outros trabalhos esgotam o assunto, tais como Pereira (1996), Lloret e Ledesma (1993) e Li et al. (1999).

#### 3.1.1 EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO

O equilíbrio estático de um elemento de solo pode ser expresso de forma condensada como:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + b_i = 0 \tag{3.1}$$

onde  $\sigma_{ij}$  é o tensor de tensão total,  $b_i$  são as forças de corpo e  $x_j$  representa as direções do sistema de coordenadas cartesiano.

O campo de tensões na equação (3.1) está representado por um tensor de tensões de segunda ordem. Esta notação é utilizada para simplificar a apresentação da equação. Entretanto, no decorrer deste capítulo o campo de tensões será representado por um vetor.

## 3.1.2 EQUAÇÃO DE CONTINUIDADE DA FASE ÁGUA

Considere um elemento de solo de volume unitário, conforme mostrado na Figura 3.1. A equação de continuidade da água pode ser obtida pelo princípio de conservação de massa, ou seja, a diferença de massa de água que entra e sai do elemento de solo é igual a variação de massa de água dentro do elemento. Para o elemento unitário de solo estudado, este princípio está expresso matematicamente por

$$\frac{\partial(\rho_w nS)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_w v_i)}{\partial x_i} = 0$$
(3.2)

onde *n* é a porosidade, *S* é o grau de saturação,  $\rho_w$  é a massa específica da água e  $v_i$  é a velocidade da água.



Figura 3.1 - Conservação da massa de água dentro de um elemento unitário de solo.

A Equação (3.2) pode ser simplificada admitindo-se a água como incompressível para o nível de tensões considerado. Assim, tem-se:

$$\frac{\partial (nS)}{\partial t} + \frac{\partial (v_i)}{\partial x_i} = 0$$
(3.3)

ou ainda:

$$\frac{\partial \theta_{w}}{\partial t} + \frac{\partial (v_{i})}{\partial x_{i}} = 0$$
(3.4)

onde,  $\theta_w = nS$  é o volume de água contido nos vazios do solo, ou ainda, teor de água armazenada ou umidade volumétrica,  $\frac{V_w}{V}$ .

Assim, assumindo que haja uma relação entre umidade volumétrica e as variáveis de estado, índice de vazio e sucção por exemplo, é possível obter o diferencial total da umidade volumétrica requerida na Equação (3.4). O diferencial total é obtido pela equação:

$$d\theta_{w} = \frac{\partial \theta_{w}}{\partial (u_{a} - u_{w})} d(u_{a} - u_{w}) + \frac{\partial \theta_{w}}{\partial \varepsilon_{v}} d\varepsilon_{v}$$
(3.5)

onde  $u_a - u_w$  é a sucção mátrica,  $\varepsilon_v$  é deformação volumétrica. Os termos  $\frac{\partial \theta_w}{\partial (u_a - u_w)}$  e  $\frac{\partial \theta_w}{\partial \varepsilon_v}$ 

são parâmetros que indicam as variações no umidade teor de água relacionadas a sucção mátrica e às deformações volumétricas. Posteriormente, estes termos serão apresentados como  $\beta_1$  e  $\beta_2$ , respectivamente.

O outro termo da Equação (3.4) pode ser definido por meio da lei de Darcy. Desta forma, tem-se que o vetor velocidade é definido de acordo com a seguinte equação:

$$v_i = -k_{ij} \frac{\partial h}{\partial x_i} \tag{3.6}$$

sendo  $k_{ij}$  a matriz de permeabilidade. Esta matriz, assim como a umidade volumétrica, é função do grau de saturação e do volume de vazios do solo. Por fim  $\frac{\partial h}{\partial x_j}$  representa o vetor de gradiente hidráulico.

A Equação (3.4) pode ser simplificada a partir da condição de total saturação do solo. Quando o solo encontra-se totalmente saturado, a variação no conteúdo de água,  $\theta_w$ , iguala-se à variação volumétrica do elemento de solo,  $\varepsilon_v$ , e a Equação (3.4) torna-se:

$$\frac{\partial \varepsilon_{\nu}}{\partial t} + \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \tag{3.7}$$

#### 3.1.3 EQUAÇÃO DE CONTINUIDADE DA FASE AR

De forma similar à equação de continuidade da fase água, a equação de continuidade da fase ar pode ser expressa pela Equação (3.7) como:

$$\frac{\partial \left(\rho_a n \left(1 - S + H_c S\right)\right)}{\partial t} + \frac{\partial J_i}{\partial x_i} = 0$$
(3.8)

onde  $\rho_a$  é a densidade do ar,  $H_c$  é o coeficiente de solubilidade do ar na água e  $J_i$  é a massa de ar por unidade de área na direção  $x_i$ .

Neste trabalho não será considerada a fase ar. Assumindo que o problema seja isotérmico e que o ar existente nos vazios do solo está livre, ou seja, sob pressão atmosférica, então se desprezam os efeitos sofridos no elemento de solo devido à fase ar. Esta simplificação implica ainda que não será considerado o transporte de água na forma de vapor como também os efeitos do ar dissolvido na água. Trabalhos como Oliveira et al. (2004) consideram a fase ar.

#### 3.2 RELAÇÕES CONSTITUTIVAS

O problema de consolidação em meios porosos não saturados é regido pelas equações (3.1) e (3.4). As variáveis destas equações são: o campo de tensões,  $\sigma_{ij}$ , a sucção na água,  $u_a - u_w$ , e o volume de água armazenado,  $\theta_w$ . A solução deste sistema de equações será expressa em termos de campo do deslocamentos,  $u_i$ , e de poropressão da fase água,  $u_a - u_w$ . Assim, é necessária a definição de relações entre as variáveis originais das equações, campo de tensões e poropressões da fase água, e as variáveis utilizadas na solução, campo de deslocamento e poropressão.

Além disso, é necessária a definição de funções constitutivas para as grandezas hidráulicas (permeabilidade e teor volumétrico), visto que estas são funções do volume de vazios e da poropressão.

A Tabela 3.1 lista as relações constitutivas necessárias para a completa definição do problema de consolidação em meios porosos não saturados. São citadas também as propostas utilizadas neste trabalho.

Variável dependente	Variável independente	Proposta utilizada
Vetor de tensões	$\varepsilon_i$ : vetor de deformações	Modelo de Barcelona
$\sigma_i - m_i u_a$	$u_a - u_w$ : poropressão da água	Alonso et al. (1990)
Teor volumétrico de água	$\varepsilon_i$ : vetor de deformações	Modificação da proposta de
$ heta_w$	$u_a - u_w$ : poropressão da água	Pereira (1996)
Permeabilidade	$\varepsilon_i$ : vetor de deformações	Modificação da proposta de
$k_{ij}$	$u_a - u_w$ : poropressão da água	Pereira (1996)

Tabela 3.1 – Relações constitutivas

Nesta secção serão apresentadas as relações constitutivas utilizadas no desenvolvimento da ferramenta numérica de análise de problemas de consolidação em solos não saturados. Uma revisão bibliográfica destas relações foi enfocada no Capítulo 2 deste trabalho.

Será apresentado um breve comentário justificando a escolha destas relações dentre tantas presentes na literatura. Apesar das limitações e críticas encontradas nos modelos escolhidos, estes se mostram capazes de representar de forma satisfatória os fenômenos envolvidos neste trabalho.

Quanto ao modelo para relação constitutiva, o modelo de Barcelona proposto por Alonso et al. (1990), apesar de não ser capaz de representar fenômenos relacionadas a microestrutura e a solos muito expansivos, mostra-se adequado a representar fenômenos como colapso por molhagem. Além disso, sua formulação se baseia nos conceitos de plasticidade e da mecânica dos estados críticos.

As propostas de Pereira (1996) para os modelos relacionados ao comportamento hidráulico, curva de saturação e permeabilidade, aplicam-se a solos colapsíveis. As modificações visam melhorar a resposta para trajetórias onde ocorrem deformações plásticas e também para trajetórias fora do eixo hidrostático.

Tanto o modelo de Barcelona quanto os modelos para o comportamento hidráulico estão sujeitos a críticas, uma vez que há na literatura modelos mais avançados que permitem uma melhor representação do comportamento do solo. Entretanto, dentro do escopo deste trabalho, os modelos escolhidos são adequados para representar fenomenologicamente o comportamento do solo. Além disso, a escolha de modelos mais complexos esbarra na escassez de dados experimentais necessários na obtenção dos parâmetros para tais modelos.

#### 3.2.1 RELAÇÃO TENSÃO-DEFORMAÇÃO-POROPRESSÃO

Para solos saturados, o comportamento mecânico pode ser definido por uma relação entre as tensões efetivas e as deformações. Quando os solos não saturados são o domínio de estudo, é necessária a definição de uma relação entre tensão, deformação e poropressão da fase água. Uma expressão geral para a relação tensão-deformação-poropressão pode ser vista na seguinte equação:

$$d(\sigma_i - m_i u_a) = D_{ij} d\varepsilon_j - h_i d(u_a - u_w)$$
(3.9)

onde  $d(\sigma_i - m_i u_a)$  é o incremento no vetor de tensões líquida,  $D_{ij}$  é a matriz constitutiva tensão-deformação,  $d\varepsilon_i$  é o incremento no vetor de deformações,  $h_i$  é o vetor constitutivo

tensão-poropressão e  $d(u_a - u_w)$  é o incremento na sucção, ou poropressão, considerando  $u_a$  constante.

A primeira parcela da Equação (3.9) representa como as mudanças no arranjo das partículas, ou seja, as deformações do esqueleto sólido se refletem no acréscimo de tensões líquidas. Portanto, os elementos da matriz  $D_{ij}$  representam módulos de rigidez em termos de tensões líquidas, similarmente o que acontece em modelos para solos saturados. Já o segundo termo da Equação (3.9) representa o efeito da variação de sucção nas forças internas. O vetor  $h_i$  representa como a película contráctil (Fredlund e Morgenstern,1977) age para transmitir estes esforços.

Portanto, é necessária a obtenção da matriz tensão-deformação,  $D_{ij}$ , e do vetor tensão-poropressão,  $h_i$ . Estes são obtidos a partir de um modelo constitutivo. Neste trabalho será considerado o modelo elastoplástico para solos não saturados proposto por Alonso et al. (1990), ou modelo de Barcelona.

#### 3.2.1.1 Modelo de Barcelona

O modelo de Barcelona é uma extensão para solos não saturados do modelo Camclay modificado. Além disso, foram adicionados elementos ao modelo de modo que este passa a prever deformações plásticas em função de incrementos na sucção. A Figura 3.2 apresenta detalhes sobre as superfícies de plastificação do modelo.



Figura 3.2 Projeções das superfícies de plastificação (a) Projeção no plano p-s. (b) Projeção no plano p-q.

Na Figura 3.2-a é apresentada a projeção das superfícies de plastificação no plano p-s onde p é a tensão hidrostática líquida e  $s = (u_a - u_w)$  representa a sucção mátrica ou a poropressão na água. Duas superfícies podem ser vistas, LC e SI. A superfície LC, "load colapse", representa a superfície de plastificação para trajetórias de carregamento e molhagem. Já a superfície SI, "suction increase", representa superfície de plastificação para trajetórias de secagem ou incremento de sucção. Na Figura 3.2-b vê-se a projeção da superfície de plastificação no plano p-q, onde q é a tensão desvio.

As equações das superfícies de plastificação são definidas no espaço de tensão p-q-s pelas seguintes equações:

$$f_1(p,q,s,p_0^*) = q^2 - M^2(p_0 - p)(p + p_s) = 0$$
(3.10)

$$f_2(s, s_0) = s - s_0 = 0 \tag{3.11}$$

onde q é a tensão desvio, M é a inclinação da linha de estados críticos,  $p_0$  é a tensão de plastificação no eixo hidrostático para plano de sucção s, p é a tensão hidrostática e  $p_s$  é o acréscimo no efeito coesivo devido a sucção s. Por fim,  $s_0$  representa a sucção a partir da qual ocorrem deformações plásticas para trajetórias de secagem. Este valor representa a máxima sucção a que o solo já foi submetido.

A Equação (3.10) representa a superfície de plastificação para trajetórias de carregamento, molhagem ou a combinação destas, LC. Já a Equação (3.11) representa a superfície de plastificação para trajetórias exclusivamente de secagem, SI.

Dois são os efeitos da não saturação do solo sobre a superfície LC, sendo o primeiro o aumento da tensão de plastificação, dado pela expressão:

$$p_0 = p_c \left(\frac{p_0^*}{p_c}\right)^{\frac{\lambda(0)-\kappa}{\lambda(s)-\kappa}}$$
(3.12)

onde  $p_c$  é a tensão de referência,  $p_0^*$  é a tensão de plastificação hidrostático para condição saturada,  $\kappa$  é o coeficiente de compressibilidade da região de re-carregamento isotrópico,  $\lambda(0)$  é o coeficiente de compressibilidade do trecho virgem para condição saturada e  $\lambda(s)$  é o coeficiente de compressibilidade do trecho virgem para um valor *s* de sucção. O segundo efeito da sucção ocorre pelo aumento do efeito coesivo, expresso por

$$p_s = k_c s \tag{3.13}$$

onde  $k_c$  é taxa do aumento coesivo.

Diversas propostas de funções para  $\lambda(s)$  são sugeridas na literatura. Neste trabalho será utilizada a proposta de Alonso et al. (1990), dada pela Equação

$$\lambda(s) = \lambda(0) \left( (1 - r) \exp(-\beta s) + r \right)$$
(3.14)

sendo r e  $\beta$  parâmetros de ajuste de curva obtidos a partir de resultados experimentais.

A proposta de Alonso et al. (1990) apresenta colapso sempre crescente com a tensão confinante. Resultados experimentais não evidenciam tal comportamento. Deste modo será utilizada a proposta de Pinheiro (2004) para obtenção dos parâmetros r,  $\beta \in p_c$ . Esta proposta corrige o problema anterior sem modificar a equação original, Equação (3.14).

Além da superfície de plastificação é necessária a definição de uma superfície potencial plástica que define a direção do vetor de deformações plásticas. Alonso et al. (1990) propõem:

$$g_1(p,q,s,p_0^*) = \alpha q^2 - M^2(p_0 - p)(p + p_s) = 0$$
(3.15)

$$g_2(p,q,s,s_0) = s - s_0 \tag{3.16}$$

A Equação (3.15) difere da Equação (3.10) pelo parâmetro  $\alpha$  multiplicando a tensão desvio, q. Alonso et al. (1990) apresenta este parâmetro como uma forma de ajustar o modelo para trajetórias de carregamento  $K_0$ . Este parâmetro pode ser obtido pela equação:

$$\alpha = \left(\frac{M(M-9)(M-3)}{9(6-M)}\right) \left(\frac{1}{1-\frac{\kappa}{\lambda(0)}}\right)$$
(3.17)

onde os parâmetros desta equação são os mesmo referenciados nas equações (3.10) e (3.11). O uso de um parâmetro  $\alpha$  diferente de 1 torna a lei de fluxo do modelo não associada.

Outro elemento fundamental para a completa definição do modelo é a adoção de uma lei de endurecimento. O modelo de Barcelona adota uma lei de endurecimento para cada uma das superfícies de plastificação, ou seja, há uma lei de endurecimento para a superfície LC e outra para a superfície SI. As leis de endurecimento para a superfície LC e SI são expressas como:

$$\frac{dp_0^*}{p_0^*} = \frac{1+e}{\lambda(0)-\kappa} d\varepsilon_v^p \tag{3.18}$$

$$\frac{ds_0}{s_0 + p_{atm}} = \frac{1 + e}{\lambda_s - \kappa_s} d\varepsilon_v^p$$
(3.19)

onde  $dp_0^*$  e  $ds_0$  são as duas variáveis internas do tipo tensão relacionadas ao endurecimento. Estas variáveis controlam o tamanho das superfícies LC e SI, respectivamente.

Das equações (3.18) e (3.19) observa-se que  $dp_0^*$  e  $ds_0$  são variáveis de endurecimento do tipo tensão e sucção. Nestas equações há ainda um parâmetro do tipo deformação,  $d\varepsilon_v^p$ , sendo a deformação volumétrica plástica. Observa-se então, o acoplamento existente entre as leis de endurecimento, uma vez que a origem das deformações plásticas não é considerada. Assim, deformações plásticas oriundas de carregamento, ou seja, produzidas pela perfuração da superfície LC, produzem a movimentação tanto desta como da superfície SI. O mesmo raciocínio vale para trajetórias que perfurem a superfície SI. Na Figura 3.3 é apresentado o acoplamento entre as superfícies. Observa-se que mesmo trajetórias de molhagem têm efeito sobre a superfície SI.



Figura 3.3 Acoplamento entre as superfície de plastificação LC e SI.

# 3.2.1.2 Matriz $D_{ij}$ e vetor $h_i$ para condição não saturada

Conforme visto anteriormente, Equação (3.9), a relação constitutiva para solos não saturados requer uma relação tensão-deformação e outra tensão-poropressão. Neste item, será apresentada de forma sucinta a obtenção da matriz  $D_{ij}$  e do vetor  $h_i$ . Maiores detalhes podem ser obtidos em Lloret e Ledesma (1993).

Inicialmente é necessário definir as deformações elásticas e as deformações plásticas. As deformações elásticas podem ser definidas como:

$$d\varepsilon_i^e = C_{ij}^e d\sigma_i + H_i^e ds \tag{3.20}$$

onde  $d\varepsilon_i^e$  é o incremento de deformação elástica,  $C_{ij}^e$  é a inversa da matriz elástica tensãodeformação,  $d\sigma_j$  é o incremento de tensão líquida,  $H_i^e$  o vetor elástico sucção-deformação, e ds é o incremento de sucção. Os termos da matriz elástica  $C_{ij}^e$  são funções do coeficiente de Poisson, v, e do modulo de Young, E, sendo este obtido pela expressão:

$$E = \frac{3(1-2\nu)(1+e)}{\kappa}p$$
 (3.21)

onde p é a tensão média liquida, e é o índice de vazio e k é o coeficiente de descarregamento.

O vetor elástico deformação-sucção,  $H_i^e$ , é expresso como:

$$H_i^e = m_i \frac{\kappa_s}{3(1+e)(s+p_a)}$$
(3.22)

onde  $k_s$  é a taxa de expansão devido a molhagem, conforme observado na Figura 3.4 e  $p_a$  é o valor da pressão atmosférica.



Figura 3.4 Trajetórias de secagem para planos de tensão hidrostática constante.

Por fim, as deformações plásticas são calculadas pela expressão:

$$d\varepsilon_i^p = \chi \frac{\partial g}{\partial \sigma_i} \tag{3.23}$$

onde  $d\varepsilon_i^p$  é o incremento de deformação plástica,  $\chi$  é o multiplicador plástico e  $\frac{\partial g}{\partial \sigma_i}$  é a projeção do vetor normal à superfície potencial plástica no espaço de tensões.

Assumindo-se a decomposição ativa de deformações,  $d\varepsilon_i = d\varepsilon_i^e + d\varepsilon_i^p$ , é possível obter o incremento de deformação total pela adição das deformações elásticas e plásticas. Assim, a deformação total é dada pela expressão como:

$$d\varepsilon_i = C_{ij}^e d\sigma_j + \chi \frac{\partial g}{\partial \sigma_i} + H_i^e ds$$
(3.24)

onde  $d\varepsilon_i$  é o incremento de deformação total.

A Equação (3.24) pode ser reescrita isolando o incremento de tensão líquida dado pela expressão

$$d\sigma_{j} = D_{ij}^{e} \left( d\varepsilon_{i} - \chi \frac{\partial g_{1}}{\partial \sigma_{i}} - H_{i}^{e} ds \right)$$
(3.25)

sendo  $D_{ij}^{e}$  a matriz constitutiva tensão-deformação elástica, onde  $D_{ij}^{e} = \left(C_{ij}^{e}\right)^{-1}$ .

A Equação (3.25) possui duas incógnitas,  $d\sigma_i \in \chi$ . Assim, é necessária outra equação para que seja possível resolver o problema. A outra equação tem origem na condição de consistência do estado de tensão.

De acordo com teoria da plasticidade, a superfície de plastificação é o limite físico máximo para qualquer estado de tensão, ou seja, não há um estado de tensão fora da superfície de plastificação. Isso pode ser expresso como

$$f_1(\sigma_i, s, p_0^*) \le 0 \tag{3.26}$$

onde  $f_1$  é a superfície de plastificação LC.

O modelo de Barcelona tem como parâmetro de endurecimento a deformação volumétrica plástica. Além disso, a superfície de plastificação depende também da sucção. Então a lei de consistência pode ser expressa como

$$\frac{\partial f_1}{\partial \sigma_j} d\sigma_j + \frac{\partial f_1}{\partial s} ds + \frac{\partial f_1}{\partial p_0^*} \frac{\partial p_0^*}{\partial \varepsilon_v^p} d\varepsilon_v^p = 0$$
(3.27)

onde  $\frac{\partial f_1}{\partial \sigma_j}$  é a projeção no espaço de tensões do vetor normal a superfície de plastificação,

 $\frac{\partial f_1}{\partial s}$  é a projeção no eixo de sucção do vetor normal a superfície de plastificação,  $\frac{\partial f_1}{\partial p_0^*} \frac{\partial p_0^*}{\partial \varepsilon_v^p}$  é

um parâmetro de endurecimento e  $d\varepsilon_v^p$  é o incremento de deformação volumétrica plástica. Este último é definido pela equação

$$d\varepsilon_{\nu}^{p} = \chi \left( \frac{\partial g_{1}}{\partial \sigma_{1}} + \frac{\partial g_{1}}{\partial \sigma_{2}} + \frac{\partial g_{1}}{\partial \sigma_{3}} \right)$$
(3.28)

onde  $\chi$  é o multiplicador plástico e  $\frac{\partial g_1}{\partial \sigma_1}$ ,  $\frac{\partial g_1}{\partial \sigma_2}$  e  $\frac{\partial g_1}{\partial \sigma_3}$  são as componentes no espaço de tensões principais do vetor normal a superfície potencial plástica. É possível reescrever a Equação (3.27) como

$$\frac{\partial f_1}{\partial \sigma_j} d\sigma_j + \frac{\partial f_1}{\partial s} ds + \chi \frac{\partial f_1}{\partial p_0^*} \frac{\partial p_0^*}{\partial \varepsilon_v^p} \left( \frac{\partial g_1}{\partial \sigma_1} + \frac{\partial g_1}{\partial \sigma_2} + \frac{\partial g_1}{\partial \sigma_3} \right) = 0$$
(3.29)

As equações (3.25) e (3.29) formam um sistema possível de ser resolvido onde as incógnitas são o multiplicador plástico,  $\chi$ , e o incremento de tensão,  $d\sigma_j$ . A solução para as duas incógnitas do sistema é:

$$\chi = \frac{a_l D_{lm}^e}{a_j D_{ij}^e b_i - Y} d\varepsilon_m + \frac{c - a_l D_{ml}^e H_m^e}{a_j D_{ij}^e b_i - Y} ds$$
(3.30)

$$d\sigma_i = D_{ij} d\varepsilon_j - h_i ds \tag{3.31}$$

onde a matriz tensão-deformação,  $D_{ij}$ , e o vetor tensão-poropressão,  $h_i$ , são expressas por

$$D_{ij} = D_{ij}^{e} - \frac{a_{l}D_{lj}^{e}D_{ik}^{e}b_{k}}{a_{j}D_{ij}^{e}b_{i} - Y}$$
(3.32)

$$h_{i} = D_{ij}^{e} H_{j}^{e} + D_{ij}^{e} \left( c - a_{l} D_{ml}^{e} H_{m}^{e} \right) \frac{b_{j}}{a_{p} D_{pq}^{e} b_{q} - Y}$$
(3.33)

sendo  $D_{ij}^e$  a matriz constitutiva tensão-deformação elástica,  $H_i^e$  o vetor constitutivo elástico deformação-sucção apresentado na Equação (3.22),  $a_l = \frac{\partial f_1}{\partial \sigma_l}$  a projeção do vetor normal à

superfície de plastificação num plano de sucção constante,  $b_k = \frac{\partial g_1}{\partial \sigma_l}$  a projeção do vetor

normal à superfície potencial plástico num plano de sucção constante,  $c = \frac{\partial f_1}{\partial s}$  a projeção do vetor normal à superfície de plastificação na direção do eixo da poropressão,  $f_1$  a superfície de plastificação para trajetórias de carregamento e molhagem, LC,  $g_1$  a superfície potencial plástico e ainda Y é dado pela expressão:

$$Y = \frac{\partial f}{p_0^*} \frac{\partial p_0^*}{\partial \varepsilon_v^p} \left( \frac{\partial g}{\partial \sigma_1} + \frac{\partial g}{\partial \sigma_2} + \frac{\partial g}{\partial \sigma_3} \right)$$
(3.34)

Portanto, a relação tensão-deformação-sucção fica totalmente definida a partir das equações para as funções de plastificação, equações (3.10) e (3.11), função de potencial plástico, equações (3.15) e (3.16), e lei de endurecimento, equações (3.18) e (3.19), além das

equações para a região elástica, equações (3.21) e (3.22). Os parâmetros intervenientes nestas equações são sumarizados na Tabela 3.2.

	SÍMBOLO	EQUAÇÃO	SIGNIFICADO
Elástico	ν	-	Coeficiente de Poisson
	E (*)	(3.21)	Módulo de Young para esqueleto
			sólido
	$H_i^e(*)$	(3.22)	Módulo elástico para fase água
Plástico	М	-	Inclinação da linha de estados
			críticos. Relaciona-se com o
			ângulo de atrito, $\phi_{cs}$ .
	k <sub>c</sub>	-	Relaciona o efeito coesivo com a
			variação de sucção.
	α (*)	(3.17)	Parâmetro para lei de fluxo não
			associada.
	$\lambda(0)$	-	Compressibilidade volumétrica
			saturada. Relaciona-se com $C_c$
	r		Ajuste de curva para variação da
	β	-	compressibilidade volumétrica
	$p_c$		virgem em função da sucção.
	K	-	Compressibilidade elástica
			(descarregamento). Relaciona-se
			$\operatorname{com} C_e$
	$\lambda_s$		Compressibilidade volumétrica
	K <sub>s</sub>	-	virgem e de descarregamento em
			relação à sucção.

Tabela 3.2 - Parâmetros mecânicos intervenientes na relação tensão-deformação-sucção

Além disso, como em qualquer outro modelo elástoplástico, além dos dez parâmetros independentes apresentados na Tabela 3.2, é necessário ainda definir o estado

<sup>(\*)</sup> Parâmetros marcados com asterisco não constituem dados de entradas, sendo calculados em função de outros parâmetros.

inicial e o grau de pré-consolidação, relacionados à história de tensões-sucção sofridas pelo material. Este estado inicial do solo é definido pelo estado de tensão inicial  $\sigma_i^0$ , pela sucção ou poropressão inicial  $(u_a - u_w)^0$ , pelo índice de vazio inicial  $e^0$ , pela tensão de plastificação saturada  $p_0^*$  e pela sucção de plastificação  $s_0$ . Outros aspectos sobre o modelo são apresentados no Apêndice A.

# 3.2.2 RELAÇÃO CONSTITUTIVA PARA O TEOR VOLUMÉTRICO DE ÁGUA

A relação constitutiva entre o teor volumétrico de água, as poropressões e as deformações pode ser apresentada como:

$$d\theta_{w} = \frac{\partial \theta_{w}}{\partial \varepsilon_{v}} d\varepsilon_{v} + \frac{\partial \theta_{w}}{\partial (u_{a} - u_{w})} d(u_{a} - u_{w})$$
(3.35)

ou ainda como

$$d\theta_{w} = \frac{\partial(Sn)}{\partial\varepsilon_{v}} d\varepsilon_{v} + \frac{\partial(Sn)}{\partial(u_{a} - u_{w})} d(u_{a} - u_{w})$$
(3.36)

sendo  $d\varepsilon_v$  o incremento de deformações volumétricas e  $d(u_a - u_w)$  o incremento de poropressões.

Deste modo, é necessário definir uma relação constitutiva para o grau de saturação

de modo que se possa obter os termos 
$$\beta_1 = \frac{\partial(Sn)}{\partial \varepsilon_v}$$
 e  $\beta_2 = \frac{\partial(Sn)}{\partial (u_a - u_w)}$ 

As variáveis  $\beta_1$  e  $\beta_2$  podem ser função do estado de tensão e sucção ou de variáveis dependentes. Estas variáveis refletem a facilidade de saída ou entrada de água em um elemento de solo devido a variações no arranjo do esqueleto sólido e na sucção. Portanto, estão relacionadas com o acoplamento da equação de continuidade e da equação de equilíbrio.

#### 3.2.2.1 Modelo para a curva característica

Baseada na relação constitutiva proposta por Pereira (1996) para previsão do volume de água armazenado será apresentada uma modificação a esta proposta visando melhor adaptá-la à solução acoplada de problemas de consolidação em meios não saturados. Esta modificação consiste na troca de uma das variáveis independentes, tensão média, pelo índice de vazios.

Pereira (1996) propôs uma superfície de estado para o volume de água

armazenado. Esta superfície tem como variáveis a tensão média liquida,  $(\sigma - u_a)$ , e a poropressão,  $(u_a - u_w)$ . Apesar de esta superfície ter mostrado um bom ajuste aos dados experimentais, alguns aspectos a tornam inadequada para ser a relação constitutiva utilizada numa solução acoplada do problema de consolidação. Essa inadequação está associada à consideração da tensão média líquida como uma das variáveis.

Dentre as críticas associadas a proposta de Pereira (1996) está o fato de a saturação estar mais relacionada com o volume de vazios que com o estado de tensão. Além disso, a consideração da tensão média despreza completamente as deformações produzidas por trajetórias fora do eixo hidrostático. Os efeitos de trajetórias não hidrostáticas na evolução do grau de saturação do solo podem vistos em trabalhos como Gallipoli et al. (2003) que apresentam resultados da variação do grau de saturação em amostras levadas até a ruptura.

Outra crítica diz respeito à não consideração das deformações plásticas, o que significa desprezar a história de tensões do solo. Wheeler et al. (2003) e Gallipoli et al. (2003) apresentam resultados experimentais que evidenciam os efeitos de trajetórias de carregamento seguidos de descarregamento sobre o grau de saturação solo. A Figura 3.5 traz resultados experimentais obtidos de Wheeler et al. (2003), onde é observado que não somente a tensão líquida atual como também a história de tensões são fundamentais para a determinação do grau de saturação da amostra.



Figura 3.5 Grau de saturação versus tensão média (Modificado de Wheeler et al. 2003).

Para realizar a modificação na superfície proposta por Pereira (1996) será assumido que o índice de vazio é uma variável mais representativa que a tensão média quando se deseja modelar o teor volumétrico de água contido nos vazios do solo. Além disso, o índice de vazio traz como vantagens o fato de representar a história de tensão do solo. Outra

vantagem é a melhor representatividade de trajetórias de tensões diversas, já que o índice de vazio é função destas trajetórias. As equações a seguir mostram a proposta original e a modificada, respectivamente:

$$S = a + b \log(p - u_a) + \frac{1 - (a + b \log(p - u_a))}{1 + (\frac{u_a - u_w}{c})^d}$$
(3.37)  
$$S = a + b \log(e) + \frac{1 - (a + b \log(e))}{1 + (\frac{u_a - u_w}{c})^d}$$
(3.38)

Nestas equações os a, b, c e d são coeficientes de ajuste obtidos a partir dos dados experimentais. Observa-se que as equações (3.37) e (3.38) diferem pela substituição do termo tensão média líquida,  $p - u_a$ , pelo índice de vazio, e.

Na Figura 3.6 são apresentadas curvas características para índices de vazios variando de 0,4 até 0,8. Posteriormente, no Capítulo 5 será apresentada a validação da nova proposta, Equação (3.38), mostrando como esta consegue representar a relação saturação-poropressão-índice de vazio para solos colapsíveis.



Figura 3.6 Variação do grau de saturação com o índice de vazio

3.2.2.2 Definição dos termos da relação constitutiva para o teor volumétrico de água Após a definição de uma superfície para o grau de saturação é possível calcular os termos da Equação (3.35) sendo expressões como

$$\beta_{1} = \frac{\partial \theta_{w}}{\partial \varepsilon_{v}} = \frac{\partial (Sn)}{\partial \varepsilon_{v}} = \frac{\partial S}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial \varepsilon_{v}} n + \frac{\partial n}{\partial \varepsilon_{v}} S$$
(3.39)

$$\beta_2 = \frac{\partial \theta_w}{\partial (u_a - u_w)} = \frac{\partial (Sn)}{\partial (u_a - u_w)} = \frac{\partial S}{\partial (u_a - u_w)} n + \frac{\partial n}{\partial (u_a - u_w)} S$$
(3.40)

As derivadas parciais do grau de saturação,  $\frac{\partial S}{\partial e} = \frac{\partial S}{\partial (u_a - u_w)}$ , são obtidos de

forma direta à partir da Equação (3.38). Já as derivadas parciais da porosidade, n, necessitam da manipulação da relação constitutiva tensão-deformação-poropressão. No Anexo B são apresentados todos os passos necessários para a obtenção dos coeficientes  $\beta_1 \in \beta_2$ . Estes coeficientes podem ser expressos como:

$$\beta_{1} = \frac{\partial \theta_{w}}{\partial \varepsilon_{v}} = S + \frac{\partial S}{\partial e} e$$
(3.41)

$$\beta_2 = \frac{\partial \theta_w}{\partial (u_a - u_w)} = \frac{\partial S}{\partial (u_a - u_w)} \frac{e}{1 + e} + S(D_{ij}^{-1}h_i)m_j$$
(3.42)

sendo *S* o grau de saturação, *e* o índice de vazios,  $(u_a - u_w)$  a sucção mátrica,  $D_{ij}^{-1}$  a inversa da matriz constitutiva tensão-deformação e  $h_i$  o vetor da relação constitutiva tensão-poropressão e  $m_j = \{1,1,1,0,0,0\}^T$ . Para a condição saturada os termos  $\frac{\partial S}{\partial e}$  e  $\frac{\partial S}{\partial (u_a - u_w)}$  são iguais a zero. Assim,  $\frac{\partial \theta_w}{\partial \varepsilon_v}$  iguala-se a 1, enquanto  $\frac{\partial \theta_w}{\partial (u_a - u_w)}$  tende ao valor de  $\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial u_w}$ .

#### 3.2.3 RELAÇÃO CONSTITUTIVA PARA A PERMEABILIDADE

Assim como no caso do grau de saturação, a relação constitutiva para a permeabilidade terá como base a proposta de Pereira (1996). Entretanto, neste caso as duas variáveis propostas por Pereira (1996) serão substituídas por variáveis relacionadas ao volume de vazios e ao volume de água.

Na proposta de Pereira (1996) são considerados como variáveis independentes para a função de permeabilidade a tensão média líquida e a poropressão. Quanto à tensão média, as mesmas críticas discutidas no item anterior aplicam-se neste tópico. Além disso, associa-se o fato de a sucção ser uma medida indireta do volume de água existentes nos vazios, já que este e não aquela é fundamental para a determinação do valor da permeabilidade.

Portanto, na proposta apresentada as variáveis para a função de permeabilidade são o índice de vazio e o grau de saturação. Os motivos que levaram a escolha do índice de vazios são os mesmos apresentados anteriormente quando da definição da superfície para o grau de saturação. Quanto à escolha do grau de saturação como a outra variável, justifica-se por esta ser uma medida direta do volume de água nos vazios. Segundo Fredlund e Rahardjo (1993) o fluxo de água ocorre somente no espaço preenchido por água.

A proposta original de Pereira (1996) é expressa como:

$$k_{w} = \left(a * \exp\left(b * \left(p - u_{a}\right)\right)\right) \left(\frac{\Psi}{u_{a} - u_{w}}\right)^{\lambda}$$
(3.43)

se  $(u_a - u_w) > \Psi$ , caso contrário

$$k_{w} = a * \exp\left(b * \left(p - u_{a}\right)\right) \tag{3.44}$$

sendo  $\Psi$  o valor de entrada de ar e *a*, *b*,  $\lambda$  parâmetros de ajuste.

A nova proposta é apresenta como:

$$k_{w} = \frac{A + B * \ln(e)}{1 + \exp\left(\frac{C - S}{D}\right)}$$
(3.45)

sendo e o índice de vazio, S o grau de saturação, A, B, C e D parâmetros de ajuste.

Na Figura 3.7 são apresentados isocurvas de permeabilidade com índice de vazios variando de 0,4 até 0,8.



Figura 3.7 Curvas de permeabilidade para diferentes índices de vazio

Para a condição saturada, S = 1, a equação pode ser re-escrita como:

$$K_{sat} = \frac{A + B \ln(e)}{1 + \exp\left(\frac{C}{D}\right)} = \overline{A} + \overline{B} \ln(e)$$
(3.46)

onde  $\overline{A}$  corresponde à permeabilidade para o índice de vazio igual a 1. Por outro lado,  $\overline{B}$  fornece a taxa de variação da permeabilidade com a variação do índice de vazio. A Figura 3.8 apresenta o gráfico da relação da permeabilidade com índice de vazio, onde é possível observar o significado físico dos parâmetros  $\overline{A}$  e  $\overline{B}$ .

Para a condição não saturada,  $S \le 1.0$ , haverá o efeito da sucção na permeabilidade por meio das variações no grau de saturação, curva característica. Deste modo, assumindo-se um índice de vazio constante, há um aumento da permeabilidade sempre que há aumento na saturação.



Figura 3.8 – Modelo para permeabilidade saturada.

# 3.3 SOLUÇÃO ACOPLADA DO SISTEMA DE EQUAÇÕES POR ELEMENTOS FINITOS

Conforme apresentado nas secções anteriores, o problema de consolidação em meios não saturados é modelado numericamente pelas equações (3.1) e (3.4). A primeira trata o problema de equilíbrio e a segunda do problema de continuidade. O fenômeno de consolidação caracteriza-se como transiente, ou seja, dependente do tempo. Sendo assim, é necessária uma solução espacial e temporal. Para a solução do sistema de equações serão utilizadas as seguintes técnicas:

a. Na solução espacial da Equação (3.1) será utilizado o método dos trabalhos virtuais;

b. Na solução espacial da Equação (3.4) será utilizado o método de Galerkin;

c. Na solução temporal das equações (3.1) e (3.4) será utilizado o método das diferenças finitas.

Serão apresentadas nos itens seguintes as soluções em termos espacial e temporal para o sistema de equações. Detalhes sobre a obtenção da solução serão apresentados no Anexo A. Outros detalhes podem ser encontrados em trabalhos como: Lloret e Ledesma (1993), Pereira (1996), Li et al. (1999), Cordão Neto (2001) e Brito (2003). Além disso, no Anexo C são apresentados detalhes sobre a formulação por elementos finitos.

# 3.3.1 SOLUÇÃO ESPACIAL PARA A EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO

Uma forma alternativa de resolver o sistema de equações para o problema de equilíbrio é usar o princípio dos trabalhos virtuais. Evita-se assim aplicar o método de Galerkin. Detalhes deste princípio em análise de elementos finitos podem ser encontrados em Zienkiewicz (1977) e Brito e Gunn (1987).

Inicialmente deve ser assumido o domínio do problema,  $\Omega$ , com condições de contorno,  $\Gamma$ . Considerando ainda, que as condições de contorno são compostas por duas partes  $\Gamma_1$  e  $\Gamma_2$ . Na primeira agem as forças de superfícies,  $\{\tau\}$ . Na segunda são prescritos os deslocamentos,  $\{\overline{u}\}$ .

Dado um sistema em equilíbrio, então o trabalho realizado pelas forças internas é igual ao trabalho realizado pelas forças externas. Considerando o trabalho realizado para um deslocamento virtual,  $\{\delta u^*\}$ , e satisfazendo as condições de contorno em  $\Gamma_2$ , então a igualdade descrita acima pode ser expressa por:

$$\iint_{\Omega} \left\{ \delta \varepsilon^* \right\}^T \left\{ \dot{\sigma} \right\} d\Omega - \iint_{\Omega} \left\{ \delta u^* \right\}^T \left\{ \dot{b} \right\} d\Omega - \iint_{\Gamma_1} \left\{ \delta u^* \right\}^T \left\{ \dot{\tau} \right\} d\Gamma = 0$$
(3.47)

sendo

 $\left\{\delta\varepsilon^*\right\}$ : deformações virtuais compatíveis com os deslocamentos  $\left\{\delta u^*\right\}$ ;

- $\{b\}$ : forças de corpo que agem no domínio;
- $\{\tau\}$ : tensões de superfícies que atuam na fronteira;
- $\{\dot{x}\}$ : derivada temporal da variável x.

Aplicando-se as condições de contorno e substituindo a relação constitutiva tensão-deformação-poropressão, expressa na Equação (3.9), na Equação (3.47) chega-se à solução do sistema dada pela equação:

$$[K]\{\dot{u}\} + [C]\{\dot{p}\} + [Q]\{\dot{a}\} = \{\dot{F}\}$$
(3.48)

onde o significado dos intervenientes é explicado a seguir, incluindo-se as dimensões e grandezas de todas as variáveis, supondo um elemento em três dimensões com n nós nos quais são calculados os deslocamentos (3n graus de liberdade de deslocamentos) e m nós nos quais são calculadas as poropressões (m graus de liberdade de poropressão) como ilustrado na Figura 3.9.

 $\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} = \int_{\Omega} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix}^{T} \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} d\Omega : \text{matriz de rigidez da parte sólida; (3n x 3n); [F][L]^{-1} \\ \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} : \text{matriz deformação-deslocamento; (6 x 3n); [L]^{-1} \\ \begin{bmatrix} D \end{bmatrix} : \text{matriz da relação constitutiva tensão-deformação; (6 x 6); [F][L]^{-2} \\ \{\dot{u}\} : \text{vetor de taxa deslocamentos nodais; (3n x 1); [L][T]^{-1} \\ \{\dot{p}\} : \text{vetor de taxa de poropressões nodais; (m x 1); [F][L]^{-2}[T]^{-1}; \\ \{\dot{a}\} : \text{vetor de taxa de variação da pressão na fase ar; } \\ \begin{bmatrix} C \end{bmatrix} = \int_{\Omega} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix}^{T} \{H\} \begin{bmatrix} N_{p} \end{bmatrix} d\Omega : \text{matriz de acoplamento entre fase sólida e fase água; (3n x m); [L]^{-2} \\ \begin{bmatrix} Q \end{bmatrix} = \int_{\Omega} \begin{bmatrix} B \end{bmatrix}^{T} \{m-H\} \begin{bmatrix} N_{p} \end{bmatrix} d\Omega : \text{matriz de acoplamento entre fase sólida e ar; (3n x m) [L]^{-2} \\ \begin{bmatrix} N_{p} \end{bmatrix} : \text{matriz de interpolação de poropressões (p); (1 x m); [] (adimensional); \\ \\ \{H\} : \text{vetor da relação constitutiva tensão-sucção; (6 x 1); [] (adimensional); \\ \\ \{m\} = \{1,1,1,0,0,0\}^{T} \\ \\ \{F\} = \int_{\Omega} \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}^{T} \{\dot{b}\} d\Omega + \int_{\Gamma_{2}} \begin{bmatrix} N \end{bmatrix}^{T} \{\dot{\tau}\} d\Gamma : \text{vetor de taxa de forças externas; (3n x 1), [F][T]^{-1} \end{bmatrix}$ 

[N]: matriz de interpolação de deslocamento ; (1 x n); [] (adimensional);



Figura 3.9 - Elementos considerados na discretização espacial.

A definição das matrizes de interpolação, [N], e da matriz de deslocamentodeformação, [B], bem como outros detalhes sobre a formulação podem ser obtidos no Anexo C, além de outras referências, como por exemplo Zienkiewicz (1977). Já a matriz da relação constitutiva tensão-deformação, [D], e o vetor da relação tensão-poropressão, foram apresentados no item 3.1.1.2. As matrizes [C] e [Q] refletem os efeitos das poropressões da água e do ar, respectivamente, na equação de equilíbrio global.

A Equação (3.48) pode ser simplificada quando aplicada a estruturas de terras onde a pressão na fase ar é constante e igual à pressão atmosférica. Assim, a variação de pressão de ar é igual a zero, reduzindo o sistema à expressão:

$$[K]\{\dot{u}\} + [C]\{\dot{p}\} = \{\dot{F}\}$$
(3.49)

#### 3.3.2 SOLUÇÃO ESPACIAL PARA A EQUAÇÃO DE FLUXO

Para a solução espacial da equação de continuidade da água, (3.4), será utilizado o método de Galerkin. Substituindo a relação constitutiva para volume de água contido nos vazios, Equação (3.39), obtêm-se:

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \left(\beta_1 d\varepsilon_v + \beta_2 d\left(u_a - u_w\right)\right)}{\partial t} = 0$$
(3.50)

Os coeficientes  $\beta_1$  e  $\beta_2$ , expressos nas equações (3.39) e (3.40), relacionam variações no volume de água contido nos vazios com as variações na deformação volumétrica e nas poropressões, respectivamente, conforme apresentado no item 3.2.3. Para a condição saturada o valor de  $\beta_1$  se iguala a um (1).

Para a solução dessa equação assume-se que a fronteira do domínio,  $\Gamma$ , é

constituída por duas regiões  $\Gamma_1 \in \Gamma_2$ . Estas condições têm as seguintes propriedades:  $\Gamma_1 \cap \Gamma_2 =$  vazio e  $\Gamma_1 \cup \Gamma_2 = \Gamma$ . As condições naturais são impostas exclusivamente em  $\Gamma_1$ . As condições essenciais são impostas exclusivamente em  $\Gamma_2$ . Estas condições podem ser vistas nas equações a seguir:

$$p = \overline{p}$$
 para superfície  $\Gamma_1$  (3.51)

$$\{v\}^{T}\{n\} = \overline{q} \text{ para superfície } \Gamma_{2}$$
 (3.52)

onde  $\{n\}$  é o vetor normal à superfície  $\Gamma_2$ .

Integrando a Equação (3.50) sobre o domínio,  $\Omega$ , utilizando o método de Galerkin, e aplicando as condições de contorno obtém-se:

$$[H]\{p\} + [L]\{\dot{u}\} - [M]\{\dot{p}\} = \{q\}$$
(3.53)

onde

- $[H] = \iint_{\Omega} [B_p] \frac{1}{\gamma_w} [k] [B_p] d\Omega : \text{matriz de fluxo; (m x m); [L]<sup>5</sup>[F]<sup>-1</sup>[T]<sup>-1</sup>;}$   $[B_p] : \text{matriz gradiente-poropressão; (3 x m); [L]<sup>-1</sup>}$   $\gamma_w : \text{massa específica da água; escalar; [F][L]<sup>-3</sup>}$  [k] : matriz de condutividade; (3 x 3); [L][T]<sup>-1</sup>  $\{p\} : \text{vetor de poropressões nodais; (m x 1), [F][L]<sup>-2</sup>}$  $\{\dot{p}\} : \text{vetor de taxa de poro-pressões nodais; (m x 1); [F][L]<sup>-2</sup>[T]<sup>-1</sup>;}$
- $\{\dot{u}\}$ : vetor de taxa deslocamentos nodais; (3n x 1); [L][T]<sup>-1</sup>

 $[L] = \iint_{\Omega} [B_p]^T \beta_1 [N] d\Omega: \text{ matriz de acoplamento da fase sólida e a água; (m x 3n); [L]^2$ 

$$\beta_1 = \frac{\partial \theta_w}{\partial \varepsilon_v}$$
; escalar; adimensional

[N]: matriz de interpolação de deslocamentos; (3 x 3n); [] (adimensional)

$$[M] = \int_{\Omega} \beta_2 \{N\} \{N\}^T d\Omega : \text{ matriz de massa; (m x m); } [L]^5 [F]^{-1}$$
$$\beta_2 = \frac{\partial \theta_w}{\partial (u_q - u_w)}; \text{ escalar; } [L]^2 [F]^{-1}$$

 $\{q\}$ : vetor de vazões nodais impostas.

Detalhes sobre as funções de forma e sobre a matriz de derivadas podem ser

encontrados no Anexo C.

# 3.3.3 RESUMO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES ACOPLADAS DO PROBLEMA DE CONSOLIDAÇÃO EM MEIOS NÃO SATURADOS

O sistema de equações resultantes da discretização espacial do problema de consolidação em meios não saturados pode ser sintetizado como:

$$[K]\{\dot{u}\} + [C]\{\dot{p}\} = \{\dot{F}\}$$
(3.54)

$$[H]\{p\} + [L]\{\dot{u}\} - [M]\{\dot{p}\} = \{q\}$$
(3.55)

Estas equações podem ser apresentadas na forma condensada conforme:

$$[A]\{x\} + [B]\{\dot{x}\} = \{Y\}$$
(3.56)

onde

$$\begin{bmatrix} A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \begin{bmatrix} H \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} K \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} C \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} L \end{bmatrix} & -\begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \{X\} = \begin{cases} \{u\} \\ \{p\} \end{cases} e \{Y\} = \begin{cases} \{F\} \\ \{q\} \end{cases}.$$

#### 3.3.4 SOLUÇÃO TEMPORAL PARA O SISTEMA DE EQUAÇÕES ACOPLADAS.

A análise do problema de consolidação requer além de uma solução espacial, expressa na Equação (3.56), uma integração no tempo. Deste modo, é obtida uma solução estacionária equivalente ao problema transiente. Para isso será considerado que dentro de um intervalo de tempo,  $\Delta t$ , o vetor de incógnitas,  $\{x\}$ , tem variação linear podendo ser avaliado como

$$\{x\}_{t+\alpha\Delta t} = (1-\alpha)\{x\}_t + \alpha\{x\}_{t+\Delta t}$$
(3.57)

onde  $\alpha$  é o parâmetro que controla o esquema de integração,  $\{x\}_t \in \{x\}_{t+\Delta t}$  são os valores do vetor de incógnitas no instante inicial e no estágio de tempo que se deseja calcular. Pode-se ainda expressar a derivada temporal do vetor de incógnitas como

$$\left\{\dot{x}\right\}_{t+\alpha\Delta t} = \frac{\left\{x\right\}_{t+\Delta t} - \left\{x\right\}_{t}}{\Delta t}$$
(3.58)

Tem-se ainda que a Equação (3.56) avaliada no instante de tempo  $t + \alpha \Delta t$  é expressa como

$$[A]_{t+\alpha\Delta t} \{x\}_{t+\alpha\Delta t} + [B]_{t+\alpha\Delta t} \{\dot{x}\}_{t+\alpha\Delta t} = \{Y\}_{t+\alpha\Delta t}$$
(3.59)

Assim, substituindo as equações (3.57) e (3.58) em (3.59) obtém-se a solução expressa em termos de incremento do vetor de incógnitas,  $\{\Delta x\}$ :

$$\left[\Delta t \alpha \left[A\right]_{t+\alpha\Delta t} + \left[B\right]_{t+\alpha\Delta t}\right] \left\{\Delta x\right\} = \Delta t \left\{Y\right\}_{t+\alpha\Delta t} - \left[A\right]_{t} \left\{x\right\}_{t}$$
(3.60)

sendo

$$[A]_{t+\alpha\Delta t} = \left[A\left(\{x\}_{t+\alpha\Delta t}\right)\right] = \left[A\left((1-\alpha)\{x\}_{t}+\alpha\{x\}_{t+\Delta t}\right)\right]$$
(3.61)

$$\begin{bmatrix} B \end{bmatrix}_{t+\alpha\Delta t} = \begin{bmatrix} B(\lbrace x \rbrace_{t+\alpha\Delta t}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B((1-\alpha)\lbrace x \rbrace_{t} + \alpha \lbrace x \rbrace_{t+\Delta t}) \end{bmatrix}$$
(3.62)

$$\left\{Y\right\}_{t+\alpha\Delta t} = \left\{Y\left(\left\{x\right\}_{t+\alpha\Delta t}\right)\right\} = \left\{Y\left(\left(1-\alpha\right)\left\{x\right\}_{t}+\alpha\left\{x\right\}_{t+\Delta t}\right)\right\}$$
(3.63)

Nas equações (3.61), (3.62) e (3.63) as matrizes  $[A] \in [B]$  e o vetor  $\{Y\}$  são avaliados como matrizes e vetores médios entre os instantes t e o tempo  $t + \Delta t$ . Entretanto, o vetor de incógnitas  $\{x\}_{t+\Delta t}$  é o desconhecido no instante  $t + \Delta t$ , sendo assim necessário a utilização de técnicas adequadas para a solução do problema.

# 3.3.5 ASPECTOS SOBRE A NÃO LINEARIDADE DO SISTEMA DE EQUAÇÕES

A solução espacial e temporal do sistema de equações do problema de consolidação em meios não saturados é não linear. Isso é mais evidente quando a Equação (3.60) é reescrita como

$$\left[A\right]_{t+\alpha\Delta t} \left\{\Delta x\right\} = \left\{P\right\} \tag{3.64}$$

onde  $[A] = \left[\Delta t \alpha \left[A\right]_{t+\alpha\Delta t} + \left[B\right]_{t+\alpha\Delta t}\right]$  é a matriz do sistema. Esta matriz depende do vetor de incógnitas. Tem-se ainda que  $\{P\} = \Delta t \{Y\}_{t+\alpha\Delta t} - \left[A\right]_t \{x\}_t$ .

Entretanto, não é possível avaliar a matriz média [A] no instante  $t + \alpha \Delta t$ . Portanto, simplifica-se a Equação (3.64) para a forma expressa como

$$[A_t] \{\Delta x\} = \{P\} + \{\Psi\}$$

$$(3.65)$$

ou ainda

$$\left\{\Psi\right\} = \left[A_{t}\right]\left\{\Delta x\right\} - \left\{P\right\} \tag{3.66}$$

onde  $[A_t] = [\Delta t \alpha [A]_t + [B]_t]$  que é a matriz tangente avaliada no início do incremento e  $\{\Psi\}$ é o vetor que representa o erro devido a avaliação da matriz [A] no início do incremento.

Pode-se obter a solução do problema de não linearidade, fazendo-se uso de métodos como Newton-Raphson ou Newton-Raphson Modificado. Maiores detalhes sobre estes métodos podem ser encontrados em literaturas relacionadas a métodos numéricos, tais como Zienkiewicz (1977).

Farias (1993) apresenta o algoritmo para a solução do problema de consolidação saturado. A Figura 3.10 ilustra o resumo deste algoritmo modificado para problemas de consolidação em meios não saturados. Na Figura 3.10 k representa o passo da interação em curso,  $\{x_0\}$  é a condição inicial,  $[A_t]$  é a matriz tangente,  $\{\Psi\}$  é o vetor resíduo, *erro*<sub>limite</sub> é o erro limite para o qual a solução é considerada satisfatória e *Int*<sub>max</sub> é o número máximo de iterações.

O processo consiste em reaplicar o resíduo, ou erro, obtendo-se assim uma solução cada vez mais próxima da desejada. Assim, é necessário apresentar o cálculo do resíduo para o sistema de equações do problema. Estes resíduos serão apresentados inicialmente para as equações correspondentes ao problema de equilíbrio e posteriormente para o problema de fluxo.

#### 3.3.5.1 Não Linearidade da Equação de Equilíbrio

O cálculo do resíduo para a equação de equilíbrio requer o retorno à Equação (3.47). Esta pode ser reescrita como

$$\iint_{\Omega} \left[B\right]^{T} \left\{\frac{\Delta\sigma}{\Delta t}\right\} d\Omega - \iint_{\Omega} \left[N\right]^{T} \left\{\frac{\Delta b}{\Delta t}\right\} d\Omega - \iint_{\Gamma} \left[N\right]^{T} \left\{\frac{\Delta\tau}{\Delta t}\right\} d\Gamma - \Pi^{1} = 0$$
(3.67)

onde  $\{\dot{\sigma}\}, \{\dot{b}\}$  e  $\{\dot{\tau}\}$  são aproximadas como:

$$\left\{\dot{\sigma}\right\} = \left\{\frac{\Delta\sigma}{\Delta t}\right\} \tag{3.68}$$

$$\left\{ \dot{b} \right\} = \left\{ \frac{\Delta b}{\Delta t} \right\} \tag{3.69}$$

$$\left\{\dot{\tau}\right\} = \left\{\frac{\Delta\tau}{\Delta t}\right\} \tag{3.70}$$

e  $\Pi$  representa o erro ocasionado por esta aproximação.


Figura 3.10 Algoritmo interativo para solução da não linearidade do problema de consolidação em meios não saturados.

Desta forma, é possível multiplicar toda a Equação (3.67) pelo incremento de tempo,  $\Delta t$ , sem alterá-la, resultando na expressão:

$$\iint_{\Omega} [B]^{T} \{\Delta\sigma\} d\Omega - \iint_{\Omega} [N]^{T} \{\Delta b\} d\Omega - \iint_{\Gamma} [N]^{T} \{\Delta\tau\} d\Gamma - \Psi^{1} = 0$$
(3.71)

ou ainda

$$\Psi^{1} = \iint_{\Omega} \left[ B \right]^{T} \left\{ \Delta \sigma \right\} d\Omega - \iint_{\Omega} \left[ N \right]^{T} \left\{ \Delta b \right\} d\Omega - \iint_{\Gamma} \left[ N \right]^{T} \left\{ \Delta \tau \right\} d\Gamma$$
(3.72)

onde  $\Psi^1$  é o erro total, ou resíduo, durante o incremento de tempo  $\Delta t$ . Sendo  $\int_{\Omega} [N]^T \{\Delta b\} d\Omega + \int_{\Gamma} [N]^T \{\Delta \tau\} d\Gamma$  o vetor de forças externas e  $\int_{\Omega} [B]^T \{\Delta \sigma\} d\Omega$  o vetor de

forças internas e ainda o incremento de tensão é dado por

$$\{\Delta\sigma\} = [D]\{\Delta\varepsilon\} + \{h\}\Delta u_w \tag{3.73}$$

para a condição não saturada e por

$$\{\Delta\sigma\} = [D]\{\Delta\varepsilon\} \tag{3.74}$$

para a condição saturada.

O processo interativo utilizado na solução da não linearidade da equação de

equilíbrio pode ser entendido como um balanço entre as forças internas e externas.

#### 3.3.5.2 Não Linearidade da Equação de Fluxo

Assim como para a equação de equilíbrio, o cálculo do resíduo para a equação de fluxo requer a reapresentação básica do problema. O método dos resíduos ponderados requer a multiplicação desta equação por uma função peso. Em seguida são aplicadas as condições de contorno. Então, a equação de fluxo pode ser reapresentada como

$$\int_{\Omega} \left[ N^{T} \right] \frac{\partial \theta_{w}}{\partial t} d\Omega - \int_{\Omega} \left[ B^{T} \right] \left\{ v \right\} d\Omega + \int_{\Gamma} \left[ N^{T} \right] \left\{ v \right\} \left\{ n \right\} d\Gamma = 0$$
(3.75)

ou ainda assumindo-se que  $\frac{\partial \theta_w}{\partial t} \approx \frac{\Delta \theta_w}{\Delta t}$  então,

$$\int_{\Omega} \left[ N^T \right] \frac{\Delta \theta_w}{\Delta t} d\Omega - \int_{\Omega} \left[ B^T \right] \{v\} d\Omega + \int_{\Gamma} \left[ N^T \right] \{v\} \{n\} d\Gamma - \Pi^2 = 0$$
(3.76)

onde  $\Pi^2$  é o erro resultante da aproximação do termo  $\frac{\partial \theta_w}{\partial t}$ . Multiplicando-se toda a Equação (3.76) pelo incremento de tempo tem-se:

$$\iint_{\Omega} \left[ N^{T} \right] \Delta \theta_{w} d\Omega - \Delta t \iint_{\Omega} \left[ B^{T} \right] \left\{ v \right\} d\Omega + \Delta t \iint_{\Gamma} \left[ N^{T} \right] \left\{ v \right\} \left\{ n \right\} d\Gamma - \Psi^{2} = 0$$
(3.77)

ou ainda:

$$\Psi^{2} = \iint_{\Omega} \left[ N^{T} \right] \Delta \theta_{w} d\Omega - \Delta t \iint_{\Omega} \left[ B^{T} \right] \left\{ v \right\} d\Omega + \Delta t \iint_{\Gamma} \left[ N^{T} \right] \left\{ v \right\} \left\{ n \right\} d\Gamma$$
(3.78)

onde  $\int_{\Omega} \left[ N^T \right] \Delta \theta_w d\Omega - \Delta t \int_{\Omega} \left[ B^T \right] \{v\} d\Omega$  representa a variação de volume dentro do domínio, enquanto  $\Delta t \int_{\Gamma} \left[ N^T \right] \{v\} \{n\} d\Gamma$  o volume que atravessa a fronteira do domínio.

Além da apresentação do cálculo do resíduo, alguns comentários devem ser apresentados sobre o incremento de tempo,  $\Delta t$ . Isolando os termos referentes à equação de fluxo da solução apresentada na Equação (3.56) tem-se

$$\left(\Delta t \left[H\right] - \left[M\right]\right) \left\{\Delta p\right\} + \left[L\right] \left\{\Delta u\right\} = \Delta t \left(\left\{q\right\} - \left[H\right] \left\{p_0\right\}\right)$$
(3.79)

ou ainda na forma condensada:

$$\left[W(\Delta t)\right]\{\Delta a\} = V(\Delta t) \tag{3.80}$$

Num espaço adequado, a Equação (3.80) representa uma superfície que relaciona os incrementos de deslocamento e poropressões com o volume que atravessa o domínio. Para cada incremento de tempo,  $\Delta t$ , tem-se uma nova superfície. Há então, uma família de

superfícies que representam todos os possíveis incrementos de tempos,  $\Delta t$ . A Figura 3.11 representa uma simplificação desta idéia. Desta forma, assumindo-se um incremento de tempo,  $\Delta t^1$ , tanto o termo W como o volume V e o resíduo  $\Psi^2$ , serão função deste incremento de tempo.



Figura 3.11 Família de superfícies referentes a equação de fluxo

Das equações (3.78) e (3.80) o processo interativo para equação de fluxo tem como resíduo o volume de água. Numa comparação com a equação de equilíbrio onde há o balanço entre as forças internas e externas, na equação de fluxo há o balanço entre os volume ou as massas de água, no domínio.

Este procedimento é semelhante ao apresentado por Sheng et al. (2003). A idéia é que num dado incremento de tempo,  $\Delta t$ , um determinado volume externo,  $V^{ext}$ , é aplicado ao sistema. Em conseqüência disso, no mesmo incremento de tempo deve haver uma igual variação no volume interno  $V^{int}$ . Em conseqüência da não linearidade, estas variações não serão iguais. Assim, a diferença entre o volume interno e o volume externo é igual ao resíduo,  $\Psi^2$ , no incremento de tempo.

É possível observar ainda, que o volume externo,  $V^{ext}$ , o volume interno,  $V^{int}$ , a matriz, W, bem o resíduo,  $\Psi^2$ , são função do incremento de tempo. Desta forma, tudo se passa sobre uma das várias superfícies existentes, conforme observado na Figura 3.11. Assim, operações realizadas sobre esta superfície não contribuem no tempo decorrido. Portanto, é possível reaplicar o volume residual sem ocasionar erros na contabilidade do tempo, ou seja, reaplicar o volume residual não significa reaplicar o incremento de tempo.

#### 3.4 RESUMO

Foram apresentadas as equações básicas do problema de consolidação em meios não saturados. São estas, as equações de equilíbrio, equação de fluxo de ar e de água. Considerou-se que o ar é contínuo no meio, desta forma o fluxo de ar é desprezado.

Foram apresentadas ainda as relações constitutivas requeridas para o problema sendo estas: a relação constitutiva tensão-deformação-poropressão, a relação volume de água-volume de vazios-poropressão, e por fim permeabilidade-volume de vazios-poropressão.

A solução acoplada do problema foi apresentada tanto em termos espaciais como temporais. Em termos espaciais foi utilizado o princípio dos trabalhos virtuais para a solução da equação de equilíbrio, enquanto para a equação de fluxo foi utilizado o método de Galerkin. A solução temporal do sistema de equações foi obtida pelo método das diferenças finitas.

Devido à não linearidade do sistema de equações foi necessário apresentar um método interativo para a solução do problema que envolve não somente o balanço de forças, equação de equilíbrio, como também o balanço de volumes, para a equação de fluxo.

# CAPÍTULO 4 - IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO E VALIDAÇÕES

# 4.1 INTRODUÇÃO

No Capítulo 3 foi apresentada a formulação por elementos finitos para problemas de consolidação em meios não saturados, sendo a condição saturada um caso especial. A implementação desta formulação num programa computacional permite a sua utilização na solução de problemas reais. Farias (1993) apresenta a implementação computacional desta formulação para problemas saturados, no programa ALLFINE.

Neste capítulo são enfocadas as modificações necessárias para tornar o programa de elementos finitos ALLFINE apto a resolver problemas em condições não saturadas. Além disso, são apresentados alguns detalhes relativos à implementação tais como, detalhes sobre as condições de contorno e tipos de carregamento considerados. De modo geral, estes detalhes enfatizam as condições de contorno durante a análise acoplada na fase de construção. Outro ponto abordado são as condições de contorno transientes, ou seja, que sofrem alterações com o tempo.

Por fim, são apresentadas análises de problemas que servem como validações da formulação implementada. É apresentado um exemplo para a validação referente à equação de fluxo não saturado, além de outro para validar o modelo constitutivo da relação tensão-deformação-poropressão.

# 4.2 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL DO MODELO NUMÉRICO

O programa ALLFINE em sua forma original (Farias, 1993) solucionava problemas de equilíbrio 3D e problemas de consolidação saturada para estados de deformação plana. Este programa foi desenvolvido na linguagem FORTRAN. Dentre as opções disponíveis pelo programa para a simulação de problemas geotécnicos tem-se:

- Análises drenadas e não drenadas;
- Simulação de construção de aterros;
- Simulação de escavações;

• Escolha entre diferentes relações constitutivas, dentre estas opções, vários modelos elastoplásticos;

- Análise de colapso por carregamento;
- Diferentes algoritmos de integração da relação tensão-deformação;

• Diferentes esquemas de solução para sistema de equações não lineares.

As modificações realizadas no programa ALLFINE adicionaram as seguintes opções à versão original:

- Análise 3-D de problemas de fluxo não confinado em meios não saturados;
- Análise 3-D de problemas de consolidação em meios não saturados além de saturados;
- Modelo elástoplástico para solos não saturados capazes de prever colapso por molhagem.
   O modelo implementado é o modelo de Barcelona proposto por Alonso et al. (1990);
- Esquema de solução da não linearidade da equação de fluxo para solos não saturados;
- Análise acoplada da construção de aterros considerando a não saturação;

• Condições de contorno transientes, que permitem a melhor simulação de condições de contorno, tais como chuvas e filtros de aterros.

Na Figura 4.1 é possível visualizar a estrutura geral do programa ALLFINE. Nesta figura cada elemento representado por um retângulo corresponde a uma função ou conjunto de funções responsáveis por uma tarefa específica. Os elementos circundados pela cor vermelha correspondem a funções que não existiam, enquanto os circundados de preto sofreram modificações para adaptarem-se à análise de problemas não saturados 3-D. De uma forma geral, o código do programa foi modificado de modo que a condição saturada, desenvolvida na versão original (Farias, 1993), tornou-se um caso particular da condição não saturada.

Ainda na Figura 4.1, é possível visualizar as estruturas de repetições responsáveis pelos estágios de carregamentos, pelos incrementos de carga, pela iteração devido à não linearidade e pela imposição da condição de contorno do tipo filtro. A primeira corresponde aos estágios de carregamentos definidos pelo usuário. Entenda-se aqui carregamento como condições de contorno naturais ou essenciais para as equações de equilíbrio e de fluxo, além de forças de volume.

A estrutura relacionada aos incrementos de carga, também definida pelo usuário, está associada à forma como o carregamento vai ser aplicado. Deste modo, há a opção de aplicar o carregamento de forma integral ou em frações do carregamento total.

As duas últimas estruturas estão relacionadas a processos de iteração. A primeira está relacionada à não linearidade das equações de fluxo e de equilíbrio. No item 3.3.5 do capítulo anterior foi exposto o algoritmo de iteração para a solução da não linearidade do problema de consolidação em meios não saturados.

Na Figura 4.2 o algoritmo de iteração é novamente apresentado. Dentro do

contexto do programa ALLFINE, Figura 4.1, o algoritmo da Figura 4.2 detalha o cálculo do resíduo e a avaliação do critério de convergência, sendo que estas duas tarefas são realizadas, no programa principal, pelas funções RESID e CONVERG, conforme será melhor detalhado posteriormente.



Figura 4.1 – Fluxograma do programa ALLFINE



Figura 4.2 Algoritmo iterativo para solução da não linearidade.

Já a segunda estrutura de iteração está relacionada às condições de contorno transientes, aqui denominadas como filtro. Estas condições de contorno têm como características impor um limite de poropressão a um conjunto de nós. Quando este limite é atingido há uma mudança na condição de contorno prescrita para aquele nó de condição natural para essencial, ou seja, de vazão imposta para poropressão imposta. A Figura 4.3 apresenta o fenômeno descrito anteriormente, onde até o instante  $t_1$ , o nó analisado tinha uma condição de contorno natural,  $\bar{q}$ . Neste instante, a poropressão atinge o valor limite,  $\bar{u}_w$ , sendo então, estabelecido uma condição de contorno essencial, ou seja, uma poropressão é imposta para o nó analisado. Vale salientar que caso haja uma redução no valor da poropressão a níveis abaixo do limite estabelecido é retornada a condição de contorno original.



Figura 4.3 Condição de contorno transiente

A denominação filtro faz referência ao uso desta condição de contorno na simulação de filtro de barragens, já que em análises não saturadas o valor da poropressão dentro do filtro é, em alguns casos desconhecido, até que a frente de saturação o atinja. Neste momento há a imposição de superfície livre para o filtro, ou seja, poropressões aproximadamente iguais a zero. Entretanto, estas condições não são utilizadas apenas para representar filtros de aterros. Outra aplicação para as condições de contorno transientes é, por exemplo, a simulação de infiltração por chuvas, ou ainda nós nas zonas de fluxo livre onde a freática atinge a superfície dos taludes.

Ainda sobre a Figura 4.1, segue-se uma breve descrição das função apresentadas.

• INPUT – responsável pela leitura das principais características do problema analisado, tais como, geometria, condições de contorno, propriedades dos materiais;

• INITIAL STATE - responsável, quando necessário, pela leitura do estado inicial do solo. Nesta função é estabelecido o estado de tensão inicial, o índice de vazio, as poropressões e tensão de plastificação para todo o domínio;

- LOAD lê a descrição de cada um dos estágios de carregamento;
- INSTF calcula a matriz de rigidez necessária na montagem do vetor de cargas do sistema;
- RHSVE monta o vetor de cargas do sistema;
- GLOBALP calcula e monta a matriz de rigidez global do sistema de acordo com o esquema "skyline";
- STIFF calcula a matriz de rigidez do sistema acoplado para cada elemento. Para isto utiliza as funções FLOWM, KEMAT, MASSNS, COUPM1 e COUPM2;
- FLOWM calcula a matriz de fluxo, [H], para cada elemento. Utiliza a função de permeabilidade F PERM, Equação (3.53);
- KEMAT calcula a matriz de rigidez propriamente, [K], dita do elemento. Depende do modelo constitutivo adotado para a fase sólida, Equação (3.49);
- MATRIZ-D calcula a matriz constitutiva, [D]. Modificada para contemplar o modelo de Barcelona para solos não saturados;
- MASSM calcula a matriz de massa, [M]. Necessária em problemas não saturados;
- COUPM1 calcula a matriz de acoplamento entre a fase sólida e a fase água, [C] no problema de equilíbrio, Equação (3.49);
- COUPM2 calcula a matriz de acoplamento entre a fase água e a fase sólida, [L] no problema de fluxo, Equação (3.53);
- VETOR D calcula o vetor constitutivo tensão-poropressão;
- BETA Calcula os termos  $\beta_1$  e  $\beta_2$ , equações (3.41) e (3.42);
- SOLVER resolve o sistema de equações;
- FILTRO verifica condições de contorno conforme anteriormente descrito;
- DSTDV calcula as deformações e as tensões correspondentes. Além disso, calcula as forças internas do sistema;

FSTR – integra a relação constitutiva tensão-deformação-poropressão. Detalhes sobre o algoritmo de retorno utilizado na integração da relação constitutiva podem ser obtidos em Vaunat et al. (2000);

RESID – a partir dos vetores de forças internas e externas calcula o resíduo e o erro.
 Outros detalhes sobre o cálculo do resíduo são apresentados na Figura 4.2;

• CONVERG – verifica se o a solução obtida é satisfatória. Da mesma forma que a função anterior, outros detalhes sobre o cálculo do resíduo são apresentados na Figura 4.2;

 ACCUM – armazena e acumula os valores das tensões e deformações calculadas após o processo de interação;

• OUTPUT – salva os resultados;

#### 4.3 VALIDAÇÕES REALIZADAS

As modificações realizadas no programa podem ser divididas em dois grupos: modificações para a condição saturada e para a condição não saturada. O primeiro grupo visa tornar o programa apto a resolver problemas de consolidação saturada em condições 3-D. O segundo grupo visa torná-lo apto a resolver problemas de consolidação não saturada em condições 3-D. Desta forma as validações necessárias também serão divididas em dois grupos. O primeiro grupo será denominado como condição saturada, enquanto o segundo será denominado como condição não saturada. A seguir são descritas as finalidades além da metodologia utilizada em cada um dos grupos de validações.

# 4.3.1 CONDIÇÃO SATURADA

As modificações denominadas de saturadas visavam habilitar o programa à análise de problema 3-D de consolidação saturada. As modificações estão concentradas nas matrizes de fluxo e acoplamento, além do vetor de forças. Além disso, a montagem do sistema também deveria ser modificada com a finalidade de adequar-se à nova situação.

As validações aqui apresentadas têm por objetivo verificar a eficácia do programa na análise de problemas tridimensionais de consolidação saturados. Para isso são apresentados resultados comparativos entre a solução obtida pelo programa e soluções analíticas. Dois problemas são analisados. O primeiro é o problema de adensamento unidimensional de Terzaghi. O segundo é um problema de deformação plana cuja solução é apresentada por Biot (1940). Em ambos os casos, a respostas serão obtidas utilizando elementos tridimensionais de 8 e 20 nós. Estes elementos podem ser visualizados na Figura 4.4.

Os elementos cúbicos de 8 nós todos têm 4 graus de liberdade por nó, sendo três deslocamentos (nas direções x, y e z) e um grau de liberdade relacionado à poropressão na água. Para os elementos de 20 nós, somente os nós dos vértices possuem 4 graus de liberdade

semelhante ao elemento de 8 nós. Os nós intermediários possuem apenas 3 graus de liberdade relacionados aos deslocamentos.



Figura 4.4 Elementos cúbicos de 8 e 20 nós.

# 4.3.1.1 Problema de consolidação unidimensional

O problema convencional de Terzaghi é uma coluna de solo de altura H confinado lateralmente. Na Figura 4.5 é apresentado um esboço do problema analisado. A coluna de solo é submetida a um carregamento distribuído, p, na superfície. Na simulação realizada neste trabalho, considera-se que a superfície livre encontra-se na região superior da coluna de solo. Foram utilizados elementos 3-D de 8 e 20 nós. Foram aplicadas condições de contorno de modo que o problema assemelha-se a um problema 1-D. A Figura 4.6 mostra os resultados da solução numérica e da solução analítica para o problema.



Figura 4.5 Problema de consolidação unidimensional de Terzaghi.

Os resultados numéricos, quando comparados à solução analítica, são satisfatórios para todos os estágios de tempo. O tempo normalizado, T, pode ser obtido pela expressão:

$$T = \frac{c_v t}{h_d^2} \tag{4.1}$$

onde  $c_v$  é o coeficiente de adensamento,  $h_d$  é a altura de drenagem, t é o tempo real.

Observa-se ainda na Figura 4.6 que não houve diferenças significativas entre os resultados quando utilizaram-se elementos de 8 ou 20 nós. Outro ponto a salientar é a ausência de oscilações na poropressão nos tempos iniciais para pontos próximos à drenagem. Isto é conseguido com a imposição de condições de contorno variáveis (filtros) nos nós superficiais.



Figura 4.6 Problema de adensamento unidimensional

#### 4.3.1.2 Problema de deformação plana

O segundo problema a ser analisado trata de uma camada infinita de argila submetida a um carregamento distribuído aplicado no instante t = 0 em condições de deformação plana. A argila encontra-se totalmente saturada. A solução analítica para o problema pode ser obtida em Biot (1940).

Na Figura 4.7 é possível observar a geometria, a malha utilizada nas simulações, como também as propriedades relacionadas ao solo. A malha apresenta é uma vista no plano x-y da malha 3-D original. Os elementos utilizados na simulação foram os mesmos utilizados no problema de consolidação unidimensional, 8 e 20 nós (Figura 4.4). Os deslocamentos na direção z foram restringidos para forçar a malha original, 3-D, ao problema de deformação plana.

A Figura 4.8 apresenta a comparação entre a solução analítica e a solução numérica. A resposta é apresentada em termos de distância ao eixo de simetria do problema, x/b, versus o deslocamento normalizado, d. O deslocamento normalizado e o fator T são

obtidos pelas seguintes expressões:

$$d = \frac{w}{w_{\rm inf}} \tag{4.2}$$

$$T = \frac{(c_v t)^{\frac{1}{2}}}{l}$$
(4.3)



Figura 4.7 Malha e propriedades do problema de consolidação de deformação plana, vista no

plano x-y.



Figura 4.8 Deslocamentos normalizados

Sobre os termos envolvidos nas equações (4.2) e (4.3) tem-se que w é o deslocamento superficial devido a carga p, l é a largura total do carregamento aplicado sendo igual a 2b, t é o tempo e  $w_{inf} = apl/(4\sqrt{\pi})$ . Tem-se ainda que  $c_v$  é o coeficiente de compressibilidade e a é dado por

$$a = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E(1-\nu)}$$
(4.4)

onde E é o Modulo de Young, v é o coeficiente de Poisson.

Os resultados numéricos são satisfatórios quando comparados aos resultados analíticos. As pequena diferenças são atribuídas à discretização de um domínio finito na análise numérica, enquanto a solução teórica é para um semi-espaço infinito.

Assim como no problema unidimensional, não houve diferenças significativas entre a resposta obtida utilizando-se elementos de 8 ou 20 nós.

## 4.3.2 CONDIÇÃO NÃO SATURADA

Do mesmo modo que para a condição saturada, as validações para a condição não saturada visam atestar a habilidade das implementações na reprodução do fenômeno estudado.

Um novo modelo constitutivo para a relação tensão-deformação-poropressão e a solução da equação de fluxo foram implementados para a condição de não saturação do solo. Desta forma, as validações serão divididas em dois grupos. O primeiro visa validar a nova relação tensão-deformação-poropressão. Para isso serão realizadas simulações de ensaios laboratoriais.

Já o segundo está relacionado ao problema de fluxo. Utilizando-se a ferramenta comercial SEEP/W (Geo-Slope, 1995) será realizada uma simulação numérica de um problema de fluxo em meios não saturados. O mesmo problema será simulado na ferramenta ALLFINE e os resultados serão comparados.

Todas as simulações realizadas para problemas de consolidação em meios não saturados utilizam o elemento cúbico de 8 nós. Não foram realizadas simulações utilizando elemento cúbico de 20 nós.

#### 4.3.2.1 Validação da relação constitutiva tensão-deformação-poropressão

Conforme visto no Capítulo 3, o modelo constitutivo implementado para a relação tensão-deformação-poropressão foi o proposto por Alonso et al. (1990) ou modelo básico de Barcelona. Este modelo requer, conforme Tabela 3.2, um total de 10 parâmetros de entrada

para caracterizar o material. Além destes, outros 4 valores para as condições iniciais, ou seja, história de tensões e poropressões também são requeridos.

Os parâmetros utilizados nas simulações foram obtidos a partir de dados experimentais encontrados em Macari et al. (2003). A Tabela 4.1 apresenta os parâmetros. Como não foram realizadas trajetórias de secagem em nenhuma das simulações, os parâmetros  $s_0 e \lambda_s$  foram desconsiderados.

Macari et al. (2003) realizaram ensaios CTC e TC submetidos a diversas tensões confinantes e diferentes sucções. Foram selecionados para serem apresentados neste trabalho os ensaios CTC com tensão confinante de 100 e 400kPa e sucções de 50, 100 e 200kPa. A Figura 4.9 apresenta a resposta do modelo (linha continua), os dados experimentais (pontos fechados) e os resultados da simulação numérica (pontos abertos). De uma forma geral houve uma boa concordância entre as simulações e os dados experimentais. O modelo mostrou-se mais eficiente na previsão do comportamento  $q \times \varepsilon_q$  que na previsão do comportamento  $v \times \varepsilon_q$ . Contudo, os resultados ainda podem ser considerados satisfatórios.

 $p^{c}$ λ  $k_c$ β ø' ĸ r V  $K_{S}$ (kPa) $(kPa)^{-1}$ 36 0,011 0,220 0,21 0.0179 27° 0.3 1,0 0 2,16 1000  $u_w = 200 k P a$ 2,12 800  $u_w = 100 k P a$ q (kPa) q (kPa) 2,08 600  $u_w = 50 k P a$ 2,04 400 2,00 0 Modelo Numérico 200 1,96 0 Modelo Barcelona 1,92 6 9 12 15 0,00 0.05 0.10 0.15 0.20 0  $\mathcal{E}_{q}$  $\mathcal{E}_{q(\%)}$ 2,16 2,100 2,12 2.050 2.08 2.000 2.04 e + 1.950 2.00 1.900 1.96 1,850 1.92 1,800 0.10 0.00 0.05 0.15 0.20 0.00 0.03 0.15 0.06 0.09 0.12

Tabela 4.1 - Parâmetros para o modelo de Barcelona

Figura 4.9 Resultado das simulações dos ensaios TCT. (a) p = 100kPa. (b) p = 400kPa.

 $\mathcal{E}_q$ 

p = 400 kPa

 $\mathcal{E}_{q}$ 

p = 100kPa

Validações que envolvem trajetórias de carregamento e molhagem serão apresentadas no Capítulo 5. Neste capítulo é realizada a calibração dos parâmetros do modelo que posteriormente serão utilizados na simulação de um problema de contorno apresentados no Capítulo 6.

#### 4.3.2.2 Validação da equação de fluxo

A análise de problemas de consolidação em meios não saturados requer a solução da equação de fluxo, considerando as variações no volume de água armazenado, além das variações na permeabilidade, à medida que o grau de saturação sofre variações. A formulação necessária foi apresentada no Capítulo 3 deste trabalho. Segue-se no Capítulo 4 com a implementação computacional desta formulação. Agora é apresentado um exemplo de aplicação que servirá como validação tanto da formulação como da implementação computacional.

A metodologia de teste empregada consiste em comparar a resposta obtida pela ferramenta desenvolvida neste trabalho com os resultados obtidos por outra ferramenta computacional, SEEP/W (Geo-Slope, 1995), sendo que esta última tem notória credibilidade dentro do meio geotécnico. A escolha por esta metodologia de teste justifica-se na escassez de soluções fechadas para problemas de fluxo considerando as variações no volume de água armazenado e da permeabilidade.

O problema a ser analisado é o avanço da frente de saturação através de uma barragem que inicialmente encontra-se não saturada. Com o decorrer do tempo há o avanço da frente de saturação até ser atingido um regime estacionário que ocorre aproximadamente no instante t = 306900 s. A Figura 4.10 mostra a geometria a ser analisada.

A malha da Figura 4.10 corresponde à utilizada no programa SEEP/W. No programa ALLFINE foi utilizada uma malha tridimensional com elementos cúbicos de 8 nós, obtida pela extrusão da malha bidimensional da Figura 4.10 ao longo do eixo z, com uma espessura de 1,0 metro e aplicando-se condições de contorno que resultassem em fluxo plano.

Para este problema é admitido que o enchimento do reservatório foi suficientemente rápido, e o tempo somente começa a ser contado a partir do instante que nível de água atinge a cota 8 metros.

Sobre as funções de permeabilidade e de volume de água armazenado são utilizadas as propostas apresentadas no Capítulo 3 expressas pelas equações (3.37) e (3.44), e os parâmetros para estas funções são apresentados na Tabela 4.2. Para o problema em questão



é negligenciada a influência do índice de vazios no grau de saturação e na permeabilidade.

Figura 4.10 Geometria, malha e condições de contorno.

Equações							
Grau de s	saturação	Permeat	Permeabilidade				
a	0	А	1e-6				
b	0	В	0				
С	100	С	1				
d	2	D	9				

Tabela 4.2 Parâmetros das equações de permeabilidade e grau saturação

Os resultados das simulações realizadas pelo programa SEEP/W e pelo programa ALLFINE são mostrados na Figura 4.11. Nesta figura são apresentados os valores da carga hidráulica na cota y = 0 ao longo de toda a extensão da barragem. Não há diferenças significativas entre os resultados obtidos pelas duas ferramentas.

Apesar de não significativa, a pequena diferença observada pode se explicada pela forma como são calculados os valores do grau de saturação e da permeabilidade. No programa ALLFINE as equações (3.37) e (3.44) estão implementadas no código do programa. Assim, conhecidos os parâmetros, é possível aplicar estas equações para qualquer valor do domínio. Já no programa SEEP/W, os valores do domínio requeridos são interpolados a partir de valores discretos fornecidos pelo usuário, o qual o programa ajusta uma função "spline".



Figura 4.11 Resultado da validação para equação de fluxo. Tempos t expressos em segundos.

#### 4.4 RESUMO

Neste capítulo foram apresentados aspectos relevantes sobre a implementação computacional do modelo numérico apresentado no Capítulo 3. Esta implementação foi realizada por meio da modificação do programa de elementos finitos ALLFINE (Farias, 1993). Tais alterações habilitaram esta ferramenta à análise de problemas consolidação 3-D saturado ou não saturado. A estrutura básica do programa foi apresentada na forma de fluxograma. As principais modificações realizadas foram: a implementação de um modelo para a relação tensão-deformação-poropressão para solos não saturados, a implementação das matrizes e vetores relacionados a não saturação do solo, tanto em termo de equilíbrio como de fluxo, modificações nos elementos utilizados adicionando elementos cúbicos 3-D capazes de realizar simulações de problemas de consolidação para solos não saturados, além da implementação de condições de contorno transientes.

Foram ainda apresentadas validações para os elementos cúbicos 3-D, para a nova relação constitutiva e para a equação de fluxo. Em todos os casos a resposta obtida pelo programa mostrou-se satisfatória quando comparadas às referências utilizadas.

# **CAPÍTULO 5 - MATERIAIS E CALIBRAÇÃO DOS PARÂMETROS**

No próximo capítulo, Capítulo 6, será demonstrada a capacidade da ferramenta numérica, apresentada no Capítulo 4, na análise de problemas do tipo tensão-deformação-poropressão em meios não saturados. Dentre os exemplos analisados está um estudo sobre o comportamento mecânico de obras de terra construídas com solo metaestável.

Assim, no presente capítulo será realizada a calibração dos parâmetros para os modelos constitutivos mecânicos e hidráulicos. Para isso serão utilizados os dados experimentais apresentados por Pereira (1996). A Figura 5.1 apresenta a curva de compactação do material estudado por Pereira (1996). Além da curva de compactação, há ainda uma amostra compactada abaixo das condições ótimas de energia e umidade.

O objetivo de Pereira (1996) ao estudar o solo compactado em condições inferiores às condições ótimas era obter e caracterizar, do ponto de vista mecânico e hidráulico, um solo com estrutura aberta. O interesse por este solo era o melhor entendimento dos fatores que levavam à ruptura de barragens no semi-árido nordestino durante o enchimento do reservatório. Estas barragens eram denominadas de barragens sonrisal e haviam sido estudadas anteriormente por Miranda (1988).

A Figura 5.1 traz ainda um ponto sobre o ramo seco da curva de compactação com umidade igual a estudada por Pereira (1996), porém com a energia correspondente à energia padrão. Esta amostra, e não a estudada por Pereira (1996), será utilizada como material nas simulações do próximo capítulo.

Deste modo, um breve resumo sobre trabalhos referentes aos efeitos da umidade e da energia de compactação será apresentado neste capítulo. Assim, pretende-se justificar a adoção de valores para alguns parâmetros, uma vez que os dados experimentais disponíveis são insuficientes para a completa modelagem do material.

#### 5.1 SOLO COMPACTADO

Aterros compactados fazem parte de diversas obras de engenharia, tais como rodovias e barragens, dentre outras. O material utilizado na construção do aterro deve atender a determinadas especificações de acordo com a destinação da obra. Assim, um material que tem boas características para um tipo de obra pode se mostrar inadequado para outro tipo.

Porém, não importando o tipo de solo, mantida constante a energia de compactação, existe uma relação única entre o peso específico seco e a umidade empregada

durante a compactação. Esta relação é denominada de curva de compactação. Nesta relação, há ainda um ponto de máximo peso específico seco denominado de condição ótima. A umidade relacionada a este peso específico máximo é denominada de umidade ótima. De um modo geral, o solo compactado na umidade ótima apresenta-se como o mais adequado para a construção de aterros tanto em termos mecânicos como hidráulicos.



Figura 5.1 Curva de compactação. Amostras estudadas.

Para uma dada energia de compactação, o material obtido com a umidade ótima possui o menor índice de vazio possível e conserva suas características mesmo quando submetido a diferentes condições de saturação.

Solos compactados no ramo seco, ou seja, com umidade abaixo da umidade ótima, apresentam elevada resistência ao cisalhamento para a condição natural. Entretanto, quando submetidos à molhagem, além de uma redução nos parâmetros de resistência, tendem a sofrer deformações volumétricas irreversíveis, denominadas de colapso. Além disso, estes solos possuem características hidráulicas inadequadas, quando comparadas às características do solo compactado na condição ótima, devido à estrutura aberta que é formada nestas condições de compactação.

Já os solos compactados no ramo úmido, com umidade acima da umidade ótima, tendem a comportar-se de maneira inversa ao do ramo seco, tanto em termos hidráulicos como mecânicos. Estes, ainda, não apresentam colapso nem apresentam diminuição na sua resistência ao cisalhamento quando submetidos à molhagem. Porém, a resistência ao cisalhamento é menor que nas condições ótimas.

Dentre os estudos existentes sobre a influência da umidade no comportamento de solos compactados, uma das primeiras referências é o trabalho de Lambe (1958). Neste

trabalho o autor afirma que à medida que a umidade de compactação sai do ramo seco em direção ao ramo úmido, a estrutura do solo passa de um estágio floculado até o estágio disperso. Neste intervalo encontra-se a estrutura obtida com a umidade ótima. Barden e Sides (1970) confirmam estas observações.

Romero et al. (1999) e Cui et al. (2002) apresentam resultados que indicam que argilas compactadas no ramo seco apresentam uma estrutura bimodal, ou seja, apresentam dois níveis de poros, os macroporos e os microporos. Já argilas compactadas na umidade ótima apresentam um único nível de poro semelhante aos microporos anteriormente citados.

Somando-se a este último trabalho, Ridley (1995) afirma que os macroporos afetam principalmente o comportamento mecânico relacionado à resistência ao cisalhamento. Já os microporos afetariam o comportamento hidráulico, mais especificamente a curva característica.

Um trabalho em especial trata da relação entre a umidade de compactação e os parâmetros da envoltória de ruptura. Stephens et al. (2004) apresentam relações para o ângulo de atrito e para o intercepto coesivo com a umidade de compactação.

Outro trabalho de destaque é o de Sivakumar e Wheeler (2000), onde é apresentada a influência das condições de compactação, energia e umidade, no comportamento mecânico do solo. Um enfoque elástoplástico é apresentado, evidenciando a influência das condições de compactação nos parâmetros do modelo básico de Barcelona para solos não saturados.

De acordo com os últimos autores, os efeitos das condições de compactação sobre o comportamento mecânico do solo podem ser separados em dois grupos, sendo que o primeiro pode ser explicado e modelado pelo simples ajuste nos valores de variáveis que representam o estado inicial do solo. Já o segundo grupo somente é explicado se forem consideradas as mudanças na estrutura do solo.

De modo geral, os resultados apresentados por Sivakumar e Wheeler (2000) levam a crer que o estado inicial do solo está mais ligado à energia de compactação, enquanto a estrutura do solo está ligada à umidade de compactação.

No contexto do modelo de Barcelona o estado inicial do solo é representado pelo índice de vazio, pela poropressão no fluído, pela tensão de plastificação saturada e pela sucção de escoamento. Por outro lado, a estrutura do solo está relacionada aos parâmetros que controlam a compressibilidade,  $\lambda(0)$  e  $\kappa$ , além de parâmetros relacionados à forma da superfície LC, sendo estes r,  $\beta$  e  $p^c$ . Além deles, ressalta-se também parâmetros

relacionados a resistência,  $M e k_s$ . Referências a esses parâmetros podem ser encontradas no capítulo 3 deste trabalho, ou ainda em Alonso et al. (1990), sendo que neste último há o significado físico de cada uma destas variáveis.

Na conclusão do trabalho, Sivakumar e Wheeler (2000) apresentam alguns dos efeitos que podem ser explicados por meio das variáveis que definem o estado inicial do solo como:

- a. Em ensaios realizados sob condições naturais, nas amostras compactadas com maiores umidades, as deformações plásticas ocorrem mais rapidamente que nas amostras compactadas no ramo seco.
- b. Nas amostras compactas com maiores umidades, a resistência ao cisalhamento, em condições naturais, é menor que nas amostras compactadas no ramo seco.
- c. As deformações de expansão durante trajetórias de molhagem são menores nas amostras compactadas com maiores umidades.
- d. As magnitudes das deformações de compressão irreversíveis, colapso, são menores para as amostras compactas com maiores umidades.

Quanto aos itens a e b, os autores associam as respostas favoráveis das amostras compactadas no ramo seco aos maiores valores de sucção encontrados nas amostras compactadas com menor umidade. Entretanto, este comportamento favorável não é mantido quando o solo é submetido à trajetórias de molhagem.

Quanto aos efeitos benéficos relatados nos itens c e d, estes também estão associados aos valores de sucção encontrados nas amostras durante a compactação. Para trajetórias de molhagem que produzem expansão, item c, quanto menor o valor da sucção menor será a expansão da amostra.

O efeito de diminuição do colapso com o aumento da umidade de compactação, descrito no item d, relaciona-se com a posição da superfície LC. Por meio da Figura 5.2 é possível um melhor entendimento deste efeito. Na figura as amostras seca e úmida foram levadas até o mesmo nível de tensão. Como, entretanto, as amostras têm diferentes valores de sucção, as superfícies de plastificação LC terão posições diferentes. Caso as amostras sejam submetidas à um carregamento seguido de uma trajetória de molhagem, as deformações plásticas produzidas na amostra seca (S) serão maiores que na amostra úmida (U).

Quanto à mudanças na estrutura do solo produzida pela compactação com umidade abaixo da ótima, Sivakumar e Wheeler (2000) afirmam que haverá não somente a mudança na posição da superfície LC como sua forma será alterada. Deste modo, apesar da explicação apresentada anteriormente por meio da Figura 5.2, o mais adequado é tratar solos compactados com diferentes umidades como materiais distintos e não somente com o ajuste dos parâmetros de estado.



Figura 5.2 Influência da umidade de compactação no colapso por molhagem.

#### 5.2 MODELAGEM CONSTITUTIVA

Os parâmetros utilizados nas análises apresentadas posteriormente no Capítulo 6 foram obtidos a partir dos dados experimentais de Pereira (1996). No entanto, no que se refere à modelagem constitutiva para o comportamento mecânico, os ensaios realizados por este autor não visavam a obtenção dos parâmetros para o modelo de Barcelona. Além disso, a amostra compactada no ramo seco se encontra sob a curva de compactação, ou seja, foi utilizada uma energia menor que a energia padrão. O estudo desta amostra visava a compreensão do fenômeno de ruptura de barragens no semi-árido nordestino durante o primeiro enchimento do reservatório. A hipótese do autor era que a má execução da obra produzia uma estrutura aberta sujeita a colapso.

Na Figura 5.1 é possível observar a curva de compactação, bem como as amostras estudadas por Pereira (1996). Dois materiais serão utilizados nas simulações no Capítulo 6. Ambos estão sobre a curva de compactação, sendo que um deles corresponde à máxima densidade seca, denominado de ponto ótimo, e o outro está localizado sobre o ramo seco da curva de compactação.

Deste modo são necessárias maiores explicações sobre a obtenção dos parâmetros do modelo de Barcelona devido às deficiências nos dados experimentais. Alguns outros comentários serão apresentados também sobre a modelagem do comportamento hidráulico.

#### 5.2.1 RESULTADOS DE PEREIRA (1996)

Pereira (1996) apresenta resultados de ensaios de deformabilidade e de resistências para as amostras apresentadas na Figura 5.1, sendo que os relacionados à deformabilidade se dividem em dois grupos: oedométricos e isotrópicos. Contudo, estes últimos somente foram realizados para a amostra compactada no ramo seco.

Os resultados dos ensaios oedométricos para as amostras podem ser vistos nas Figura 5.3 e Figura 5.4. A Figura 5.3 correspondente à amostra compactada na umidade ótima. Observa-se que não há ocorrência de colapso quando da saturação da amostra apesar de esta saturação ter ocorrido a uma tensão vertical de 400kPa. Além disso, Pereira (1996) relata que até o limite da tensão aplicado nos ensaios não foi evidenciado o surgimento de deformações plásticas.

Quanto à amostra compactada no ramo seco, Figura 5.4, observa-se colapso quando esta é submetida a uma trajetória de molhagem. Contudo, estes resultados não são suficientes para a obtenção dos parâmetros que definem o modelo de Barcelona. Para esta amostra há ainda resultados de trajetórias de molhagem realizadas com tensão hidrostática constante que podem ser visualizados na Figura 5.5. Estes ensaios foram realizados em um permeâmetro triaxial desenvolvido por Huang (1994), *apud* Pereira (1996).

A partir dos resultados mostrados nas Figura 5.3, Figura 5.4 e Figura 5.5 é possível obter os parâmetros necessários para a definição da superfície LC, ou seja,  $p_0^*$ ,  $p^c$ ,  $\lambda(0)$ , k,  $r \in \beta$ . A Tabela 5.1 apresenta os valores destes parâmetros para as duas amostras estudadas.

Os parâmetros para a superfície LC da amostra denominada ótima consideram que até o nível de tensão estudado não ocorreram deformações plásticas. Além disso, não há o aumento da tensão de escoamento isotrópica,  $p_0$ , com a sucção. Isso pode ser obtido fazendo  $r e p^c$  iguais a 1 e  $\beta$  igual a zero.

	PARÂMETROS							
	$p_0^*$	$p^{c}$	$\lambda(0)$	k	r	β		
AMOSTRAS	(kPa)	(kPa)				(MPa <sup>-1</sup> )		
Ótima	600	1	-	0.002	1	0		
Seca	40	6000	0,085	0,005	1,5	12,5		

Tabela 5.1 Parâmetros superfície LC



Figura 5.3 Ensaio duplo oedométrico. Amostra compactada na umidade ótima.



Figura 5.4 Ensaio duplo oedométrico. Amostra compactada no ramo seco.



Figura 5.5 Trajetórias de molhagem com tensão hidrostática constante.

Já os parâmetros da amostra denominada seca foram obtidos pelo ajuste de curva dos dados relativos à trajetória de molhagem com tensão hidrostática constante, Figura 5.5. Observa-se que, ao contrário da amostra anterior, os parâmetros que controlam a forma da superfície LC,  $p^c$ ,  $r \in \beta$ , assumem valores tais que possibilitam a previsão de fenômenos como o colapso volumétrico ou ainda o aumento da tensão de escoamento do solo com o incremento da sucção.

No entanto, a completa definição do modelo de Barcelona requer ainda dois outros grupos de parâmetros associados à resistência ao cisalhamento e à expansibilidade.

A envoltória de Mohr-Coulomb para solo não saturados é definida pela expressão

$$\tau = c' + (\sigma - u_a) \tan(\phi) + (u_a - u_w) \tan(\phi^b)$$
(5.1)

onde são necessários os parâmetros c',  $\phi \in \phi^b$ . No modelo de Barcelona os ângulos de atrito  $\phi \in \phi^b$  se relacionam com os parâmetros  $M \in k_c$  pelas expressões

$$M = \frac{6sen(\phi)}{3 - sen(\phi)} \tag{5.2}$$

$$k_c = \frac{\tan(\phi)}{\tan(\phi^b)} \tag{5.3}$$

O modelo de Barcelona não possui uma variável que represente diretamente a coesão efetiva. Então, esta variável é incorporada da mesma forma que o efeito coesivo produzido pela sucção. Assim, a coesão efetiva é transformada numa sucção correspondente que por sua vez é adicionado à sucção real existente no solo. Este novo termo derivado da coesão efetiva age somente transladando a posição da linha de estado crítico. A equação da superfície de plastificação permanece a mesma com a modificação da variável  $p_s$  que agora é calculada por

$$p_s = k_c \left( s_{real} + s_{coesiva} \right) \tag{5.4}$$

$$s_{coesivo} = c' \cot(\phi^{b})$$
(5.5)

onde  $s_{real}$  é a sucção real aplicada no solo e  $s_{coesivo}$  é a sucção correspondente à coesão efetiva. A Tabela 5.1 apresenta os valores dos parâmetros correspondentes aos parâmetros relacionados ao modelo de Barcelona e à envoltória de Mohr-Coulomb. Para a amostra denominada de ótima, os parâmetros foram obtidos a partir dos dados experimentais de cisalhamento direto a sucção constante. Já para amostra denominada seca, o melhor ajuste dos dados experimentais para a envoltória de Mohr-Coulomb produz valores iguais a 19º para o ângulo de atrito e 0 kPa para a coesão efetiva.

Além de estes valores serem demasiadamente baixos para um material compactado, quando foram utilizados como parâmetros nas simulações dos ensaios oedométricos apresentados na Figura 5.4 não reproduziram bons resultados. Deste modo, por meio de uma análise paramétrica chegou-se aos valores apresentados na Tabela 5.2 que diferem dos valores obtidos por meio dos dados experimentais.

_									
	PARÂMETROS								
	MOHR-COULOMB BARCELON								
AMOSTRAS	$\phi$	${\pmb \phi}^b$	с'	М	$k_c$	S <sub>coesiva</sub>			
	(°)	(°)	(kPa)			(kPa)			
Ótima	33	17	34	1,31	0,46	112			
Seca	25	16	20	0,98	0,62	70			

Tabela 5.2 Parâmetros de resistência.

O último grupo de parâmetros necessários para a definição do modelo de Barcelona para solos não saturados diz respeito à expansibilidade e contração da amostra, sendo estes  $s_0$ ,  $\lambda_s$  e  $k_s$ . Os ensaios realizados por Pereira (1996) não possibilitam a obtenção destes. Entretanto, será adotado para o parâmetros  $k_s$  o valor de 0,001 para a amostra compactada no ramo seco e zero para a amostra compactada no ramo úmido. Os outros dois parâmetros são desconsiderados.

Apesar da importância do parâmetro  $k_s$  na definição das deformações devido à mudança na poropressão dentro do domínio elástico, acredita-se que não haverá o comprometimento dos resultados, já que o objetivo principal das simulações que utilizaram estes parâmetros é demonstrar a capacidade do programa na análise de problemas não saturados.

Por fim, a Figura 5.6 apresenta os resultados das simulações das trajetórias de molhagem à tensão constante para amostra com estrutura aberta. A simulação visa validar a matriz constitutiva e a calibração dos parâmetros. Desta forma, a simulação se deu de forma simplificada por meio de uma malha de 1 elemento. O elemento utilizado é o cúbico de 8 nós.

As trajetórias foram obtidas pela imposição de deslocamentos ou poropressões nodais de acordo com o ensaio que se desejava simular.

Os pontos discretos representam os dados experimentais de Pereira (1996) e as linhas contínuas representam os resultados das simulações. Observa-se que de modo geral houve uma boa concordância entre os dados experimentais e os resultados simulados.

Estes resultados mais uma vez validam a capacidade do programa ALLFINE em reproduzir o comportamento de solos não saturados. Além disso, demonstram também a boa qualidade dos parâmetros constitutivos obtidos no processo de calibração, bem como do modelo constitutivo adotado.



Figura 5.6 – Simulação de trajetórias de molhagem para amostra seca. (a) Tensão vertical constante. (b) Tensão hidrostática constante.

# 5.2.2 AMOSTRA COMPACTADA NO RAMO SECO

Conforme apresentado anteriormente, os solos considerados como materiais dos aterros simulados no próximo capítulo correspondem às umidades de 10,3 e 14,3%. A energia de compactação corresponde à padrão de acordo com a AASHTO.

No item anterior foi realizada a calibração dos parâmetros do modelo constitutivo para estas duas amostras. Porém, a amostra compactada no ramo seco havia sido compactada com apenas 90% da energia padrão. Assim, algumas hipóteses serão adotadas com o objetivo de adaptar os parâmetros obtidos para a amostra compactada por Pereira (1996) para os parâmetros de uma amostra compactada com 100% da energia correspondente ao Proctor Normal.

Dentre as considerações, Sivakumar e Wheeler (2000) afirmam que a estrutura do solo compactado está mais diretamente ligada à umidade de compactação do que à energia

empregada. Além disso, os autores afirmam também que os efeitos advindos da variação da energia de compactação estão fortemente ligados aos parâmetros do estado inicial do solo.

Deste modo, para o solo compactado com a umidade de 10,3% e com a energia padrão de compactação os parâmetros relacionados à estrutura do solo e que controlam a forma da superfície LC,  $p^c$ ,  $\lambda(0)$ , k,  $r \in \beta$  são assumidos como os mesmos da amostra no ramo seco ensaiada por Pereira (1996), apresentados na Tabela 5.1. Além desses, os parâmetros relacionados à resistência ao cisalhamento também serão admitidos como os mesmos apresentados na Tabela 5.2. Essas duas hipóteses implicam em aceitar que para uma mesma umidade de compactação há pouca ou nenhuma variação na estrutura do solo. Apesar de questionável, dada a necessidade de comprovação experimental, esta hipótese pode ser considerada razoável considerando os estudos de Sivakumar e Wheeler (2000).

Uma vez que os parâmetros relacionados à estrutura estão definidos, parte-se para os parâmetros relacionados ao estado do solo, que são a tensão de escoamento isotrópico saturada,  $p_0^*$ , o índice de vazio, e, e sucção existente  $u_a - u_w$ . O índice de vazio, e, pode ser obtido pela relação

$$e = \frac{G\gamma_w}{\gamma_d} - 1 \tag{5.6}$$

onde *G* é o densidade relativa das partículas, igual a 2,64,  $\gamma_w$  é o peso específico da água e  $\gamma_d$  é o peso específico seco da amostra, igual a 16,35 kN/m<sup>3</sup>. Desta forma o índice de vazio calculado é igual a 0,584. Do mesmo modo, o grau de saturação pode ser obtido pela relação

$$S = \frac{wG}{e} \tag{5.7}$$

onde w é a umidade da amostra, igual a 10,3%. A partir da relação saturação-poropressãoíndice de vazio, definida posteriormente, é possível estimar que a sucção existente na amostra é aproximadamente igual a 200kPa.

Por fim, é necessária a definição da tensão de plastificação isotrópica para a condição saturada. A Figura 5.7 apresenta a posição e a forma das superfícies LC para as amostras em questão. Na legenda da figura, a referência ótima diz respeito à superfície LC da amostra compactada nas condições ótimas de umidade e energia e estudada por Pereira (1996). Já a referência original diz respeito a amostras compactadas no ramo seco abaixo da energia de compactação padrão. Por fim, a referência modificada diz respeito à superfície LC da amostra compactada no ramo seco, porém com energia de compactação igual à padrão.

O valor da tensão de escoamento isotrópico saturado para a amostra compactada

no ramo seco é tal que para uma sucção de 200 kPa o valor da tensão de escoamento se iguala ao da amostra ótima. Isso porque, uma vez que foi utilizado o procedimento de compactação estático, as amostras foram levadas ao mesmo estado de tensão final independente da umidade. Utilizando-se este procedimento o valor obtido é de 120kPa.

Com a definição desse último valor, completou-se a calibração dos parâmetros do solo compactado no ramo seco. Esta calibração apresenta algumas simplificações questionáveis, contudo estas não comprometem o objetivo do trabalho, que é demonstrar a capacidade do programa desenvolvido em simular o comportamento de obras sob condições não saturadas. Ressalta-se que devido à natureza dos parâmetros utilizados as análises aqui apresentadas tem caráter apenas comparativo.



Figura 5.7 Superfícies LC.

### 5.2.3 MODELAGEM HIDRÁULICA

Além da modelagem mecânica, é necessário apresentar os parâmetros para as variáveis hidráulicas de saturação e de permeabilidade. Os modelos são os já apresentados no Capítulo 3 e utilizados no Capítulo 4. As amostras compactadas no ramo seco e na umidade ótima serão modeladas conjuntamente por meio dos mesmos parâmetros.

Pereira (1996) realizou trajetórias de molhagem sob condições hidrostáticas de tensão. Para isso foi utilizado um permeâmetro triaxial desenvolvido por Huang (1994), apud Pereira (1996). Este equipamento permite a realização de medidas de permeabilidade, graus de saturação além do próprio índice de vazio. Maiores detalhes sobre o equipamento e a metodologia do ensaio podem ser obtidos em Pereira (1996). Na Tabela 5.3 são apresentados os dados experimentais obtidos de Pereira (1996).

A Tabela 5.4 apresenta os parâmetros necessários para a modelagem constitutiva

do comportamento hidráulico das amostras estudadas. Estes parâmetros foram obtidos pelo melhor ajuste dos dados experimentais aos modelos propostos.

$u_a - u_w$	1	p = 20k	kPa	p = 50kPa		p = 100 kPa		p = 200 k P a				
	е	S	k <sub>w</sub>	е	S	$k_w$	е	S	$k_w$	е	S	k <sub>w</sub>
(kPa)			(x10 <sup>-9</sup> )			(x10 <sup>-9</sup> )			(x10 <sup>-9</sup> )			(x10 <sup>-9</sup> )
370	0,74	0,37	0,0001	0,74	0,37	0,0001	0,73	0,38	0,0001	0,73	0,38	0,0001
90	0,74	0,43	0,005	-	-	-	-	-	-	0,70	0,42	0,0039
60	0,74	0,46	0,014	0,74	0,44	0,01	0,73	0,45	0,02	0,68	0,46	0,025
30	0,74	0,50	0,021	0,74	0,48	0,03	0,72	0,51	0,03	0,64	0,52	0,079
10	0,74	-	-	-	-	-	0,68	0,62	1,6	0,60	0,67	5,70
5	0,74	-	-	-	-	-	0,65	0,76	32	0,60	0,75	46
0	0,74	1,0	600	0,73	1,0	540	0,65	1,0	210	0,60	1,0	90

Tabela 5.3 – Dados experimentais – índice de vazio, saturação e permeabilidade.

Observação: valores de permeabilidades estão expressos em m/s.

Tabela 5.4 Parâmetros para funções de permeabilidade e saturação.

SATUI	RAÇÃO	PERMEABILIDADE			
a	0,33	А	9 <sub>x</sub> 10 <sup>-8</sup>		
b	0,66	В	0,75		
c	7,3	C	0,75		
d	1,9	D	$3,1_{x}10^{-2}$		

A Figura 5.8 apresenta a comparação entre previsão do modelo e os dados experimentais para a curva de saturação correspondente à trajetória de molhagem realizada com tensão confinante constante e igual a 200kPa. Além disso, é apresentada ainda a evolução do índice de vazio para esta mesma trajetória. Observa-se que há uma boa previsão do modelo em relação aos dados experimentais mesmo com a ocorrência de colapso, representado pela forte queda no valor do fator de *e* quando a sucção atinge valores próximos a 50kPa.

A Figura 5.9 e Figura 5.10 apresentam as previsões do modelo para a função de permeabilidade e a comparação com os dados experimentais. A Figura 5.9 corresponde à previsão da permeabilidade para a condição saturada, enquanto a Figura 5.10 corresponde à uma trajetória de molhagem a tensão confinante constante e igual à 200kPa. Observa-se que o

modelo reflete o comportamento da permeabilidade tanto para variações no índice de vazio como para variações na saturação, mesmo havendo colapso por molhagem.



Figura 5.8 – Curva característica para trajetória de molhagem a tensão confinante constante de 200kPa.



Figura 5.9 – Permeabilidade saturada.



Figura 5.10 – Função de permeabilidade para trajetória de molhagem a tensão confinante constante de 200kPa.

#### 5.3 RESUMO

Apresentou-se neste capítulo a calibração dos parâmetros para os modelos mecânicos e hidráulicos para os materiais que serão utilizados na simulação do comportamento de obras no próximo capítulo.

Quanto ao modelo mecânico utilizado, modelo básico de Barcelona, observou-se que o mesmo é capaz de representar de forma satisfatório o comportamento das amostras de solo compactado. Além disso, simulações numéricas demonstraram a capacidade do programa ALLFINE em representar fenômenos envolvendo trajetórias de molhagem em solos colapsíveis.

Quanto aos modelos hidráulicos, estes demonstraram-se a capazes de representar o comportamento da saturação e da permeabilidade mesmo quando da ocorrência de colapso.

# **CAPÍTULO 6 - ANÁLISES NUMÉRICAS**

Neste capítulo três secções de barragens são analisadas, sendo uma construída com o solo compactado no ramo seco da curva de compactação, formando assim um solo com estrutura aberta e sujeito a colapso, conforme visto no capítulo anterior. A segunda secção será construída com material compactado em condições ótimas de energia e umidade. Por fim, uma terceira secção, denominada mista, será analisada. Esta última é constituída em parte pelo material compactado no ramo seco e em parte pelo material ótimo.

A partir deste ponto do texto a primeira secção descrita no parágrafo anterior como sendo construída com material compactado no ramo seco será denominada de secção seca, enquanto a segunda secção, construída com material ótimo, será denominada de secção ótima.

O programa de elementos finitos ALLFINE, apresentado no Capítulo 3 e validado no 4 será utilizado na simulação das fases de construção, enchimento do reservatório e avanço da frente de saturação das seções anteriormente descritas. Outros trabalhos, tais como, Miranda (1988), Pereira (1996), Cordão Neto (2001) e Brito (2003) realizaram simulações de barragens construídas como solos colapsíveis. Entretanto, nestes trabalhos apenas as fases seguintes ao enchimento eram analisadas considerando o acoplamento entre as equações de equilíbrio e fluxo.

Neste trabalho, todas as fases serão analisadas considerando o acoplamento entre as equações do problema de consolidação. Além disso, um estudo comparativo entre a consideração ou não do acoplamento na fase de construção será apresentado. Deste modo, faz-se necessária a descrição da metodologia de análise utilizada na fase de construção e de enchimento do reservatório.

Além do estudo citado no parágrafo anterior, um estudo comparativo entre o comportamento mecânico e hidráulico das três secções será apresentado, sendo possível uma melhor compreensão dos efeitos da utilização materiais com maior ou menor qualidade em cada uma das fases. Desta forma, será possível viabilizar a utilização de materiais com menor custo de construção em obras de terra, tais como materiais compactados com menor volume de água, sem contudo comprometer a estabilidade global da obra.

#### 6.1 GEOMETRIA DO PROBLEMA

Três secções serão consideradas, sendo duas secções homogêneas, secção seca e ótima, e uma terceira secção heterogênea de forma de diminuir custos de construção. As três secções possuem a mesma geometria, sendo que a seção mista possui zonas de material seco e outras de material ótimo.

A Figura 6.1 apresenta a geometria e a malha das secções analisadas neste capítulo. O filtro indicado na figura é simulado por uma condição de contorno transiente que somente é ativado para valores de poropressões positivas.



Figura 6.1 – Geometria da secção da barragem simulada.

Para a secção heterogênea, além da geometria e da malha, é necessário apresentar a disposição dos materiais, vista na Figura 6.2, sendo que esta é constituída por 64% material ótimo e 36% de material seco. Com esta configuração há uma redução de 13% no consumo de água e de 4% no consumo de massa de solo.

A disposição do material ótimo na região central da barragem pretende minimizar os elevados gradientes de deformações. Já a distribuição ao longo de toda a base até a cota de 6 metros, tem por objetivo um efeito semelhante ao conseguido por bermas, ou seja, força o deslocamento da superfície de ruptura para regiões mais favoráveis.



Figura 6.2 – Geometria da secção mista – disposição dos materiais.

Quanto à discretização do domínio espaço, foi utilizado o elemento cúbico tridimensional de 8-nós. Entretanto, condições de contorno foram aplicadas de modo a forçar uma condição de deformação plana. A Figura 6.3 apresenta a malha tridimensional das secções analisadas.



Figura 6.3 – Malha 3-D.

# 6.2 CÁLCULO DO FATOR DE SEGURANÇA

Dentre os objetivos deste trabalho está a avaliação do fator de segurança utilizando os estados de tensão e de poropressão advindos das análises acopladas. Além disso, procedimento semelhante será realizado utilizando campos de tensões e poropressões resultantes de análises não acopladas. Estes procedimentos serão realizados para as fases de construção, enchimento do reservatório e avanço da frente de saturação. Desta forma, pretende-se compreender os efeitos da consideração de análises acopladas no cálculo do fator de segurança.

Assim, faz-se necessário descrever os procedimentos realizados no cálculo do fator de segurança. A Figura 6.4 apresenta um resumo da metodologia para o cálculo do fator de segurança utilizando os campos de tensões e de poropressões advindos da análise acoplada. Observa-se na figura que duas fases distintas são necessárias, sendo uma relacionada à análise do problema de consolidação e outro relativo ao cálculo do fator de segurança propriamente dito.

Na análise do problema de consolidação é utilizado o método dos elementos finitos (MEF) por meio do programa ALLFINE. Conforme visto anteriormente no Capítulo 3, este programa permite a resolução acoplada das equações de equilíbrio e de continuidade em meios não saturados. Na Figura 6.4 são apresentadas as entradas (INPUT) necessárias para a o programa, bem como as saídas produzidas (OUTPUT). Entretanto, além das saídas
apresentadas na figura, são gerados também os campos de deslocamentos e de deformações durante a análise pelo MEF.

Para a segunda fase, cálculo do fator de segurança, é utilizado o método do equilíbrio limite (MEL) por meio do programa SLOPE/W (Geo-slope, 1995). Como para a fase anterior, são apresentadas as entradas (INPUT) e as saídas (OUTPUT). Para análises convencionais, dada uma superfície de ruptura pré-definida para qual se pretende obter o valor do fator de segurança, então esta é dividida em fatias. Para cada uma destas fatias são calculadas as parcelas de resistência disponível e mobilizadas considerando a geometria do problema e as propriedades dos materiais.

Além do método do equilíbrio convencional, há também o método de equilíbrio limite aperfeiçoado, no qual se utiliza o campo de tensões gerado por uma análise numérica prévia (Farias e Naylor, 1998). Porém, para problemas de consolidação em meios não saturados é conveniente utilizar não somente o campo de tensões como também o campo de poropressões obtidos por meio de uma análise numérica previa. Desta forma, na Figura 6.4 a saída (OUTPUT) da análise acoplada, saída do programa ALLFINE, será utilizada como entrada para o MEL.



Figura 6.4 – Metodologia de cálculo do fator de segurança.

A metodologia descrita anteriormente será utilizada para todas as fases analisadas neste capítulo. Porém, além desta outros procedimentos serão utilizados para o cálculo do fator de segurança. A seguir é apresentada uma breve descrição dos procedimentos posteriormente utilizados em cada uma das fases analisadas.

- a. FASE DE CONSTRUÇÃO Método do equilíbrio limite aperfeiçoado obtendo o campo de tensões e poropressões da análise acoplada.
- b. FASE DE CONSTRUÇÃO Método do equilíbrio limite aperfeiçoado obtendo o campo de tensões da análise não acoplada e mantendo as poropressões constantes.
- c. FASES PÓS-CONSTRUÇÃO Método do equilíbrio limite aperfeiçoado obtendo o campo de tensões da análise acoplada.
- d. FASES PÓS-CONSTRUÇÃO Método do equilíbrio limite convencional, ou seja, obtendo o campo de tensões a partir do método de Morgenstern-Price. Contudo, nesta análise o campo de poropressões será obtido da análise numérica.

## 6.3 RESULTADOS

Os resultados das análises numéricas serão apresentados primeiro para a fase de construção e em seguida para a fase pós-construção. Na fase de construção serão explorados aspectos relacionados aos efeitos da consideração ou não do acoplamento no comportamento mecânico dando ênfase na avaliação do fator de segurança. Para as fases pós-construção, será enfatizada à evolução do comportamento mecânico devido o avanço da frente de saturação.

# 6.3.1 FASE DE CONSTRUÇÃO

Em todas as secções analisadas, para a fase de construção do aterro foram utilizadas 10 camadas de 3 metros de espessura. A velocidade de construção foi de 0,3 metro por dia. Nesta fase os deslocamentos na camada sob construção não são considerados, enquanto as poropressões da camada em construção e das já construídas são computadas, conforme recomendações de Naylor (1988).

A cada nova camada construída, as forças de corpo correspondentes ao peso próprio do material são aplicadas. Além disso, na superfície superior da camada em construção é aplicada uma condição de contorno essencial para a equação de fluxo, ou seja, poropressão prescrita. Deste modo, assume-se que ao final da construção de uma camada a poropressão na superfície é igual ao valor da poropressão da amostra compactada. A Figura 6.5 apresenta uma ilustração com detalhes sobre a fase de construção. Nos taludes de montante e de jusante há uma condição de contorno que simula uma superfície livre. Esta condição é simulada da mesma forma que o filtro anteriormente citado.

Porém, além das análises acopladas, serão realizadas análises não acopladas para

as três secções anteriormente apresentadas. Deste modo, pretende-se comparar as respostas acopladas e não acopladas e assim, caracterizar possíveis problemas devidos à não consideração do acoplamento na fase de construção. Nas análises não acopladas as poropressões em toda a secção são mantidas constantes.



Figura 6.5 – Detalhes sobre etapa de construção.

6.3.1.1 Barragem homogênea construída com material compactado na umidade ótima

A primeira secção analisada é constituída por material compactado na umidade ótima. A Tabela 6.1 apresenta os valores relativos ao estado inicial do solo, além do seu peso específico seco.

Parâmetro	Valor
$p_0^*$	600 kPa
е	0,4
$u_a - u_w$	-3 kPa
$\gamma_{ m seco}$	$18,5 \text{ kN/m}^3$

Tabela 6.1 Parâmetros de estado do solo

Dentre as diferenças entre as análises acopladas e não acopladas está a distribuição das poropressões. A Figura 6.6 apresenta a distribuição do campo de poropressões ao final da fase de construção. A não simetria observada é devida à presença de uma condição de contorno que simula o filtro.



Figura 6.6 Distribuição das poropressões para final de construção (kPa)- material ótimo.

As poropressões geradas no corpo da barragem devido o processo de construção alteraram o campo de deformações, uma vez que parte do carregamento transfere-se inicialmente para o fluído. Este efeito pode ser evidenciado nas Figura 6.7 e Figura 6.8.

Para a análise não acoplada, durante a etapa de construção o solo possui valores de poropressão negativos, porém próximos a zero, sendo insuficientes para influenciar a rigidez do solo. Sendo assim, esta análise apresenta valores de deformações superiores aos valores da análise acoplada. Isso ocorre porque na análise não acoplada o carregamento é transferido diretamente para o solo, enquanto que na análise acoplada o carregamento é transferido parcialmente para o fluido.

O processo de transferência de carga para o fluido afeta ainda o fator de segurança da barragem. Na Tabela 6.2 é apresentado os valores dos fatores de segurança para o talude de montante das análises acopladas e não acopladas. Este fatores de segurança foram calculados considerando-se a resistência adicional devido à não saturação do solo,  $\phi^b = 16^\circ$ , como também considerando este parâmetro como zero, e por conseqüência negligenciando a parcela devido a não saturação.

	$\phi^b = 16^{\circ}$	$\phi^b = 0^{ m o}$
Acoplada	2,104	2,104
Não acoplada	2,382	2,364

Tabela 6.2 Fator de segurança para etapa final de construção – ótimo.



Figura 6.7 Distribuição do índice de vazio na base da barragem – material ótimo.

Os resultados mostram que a análise não acoplada gera valores de fatores de segurança maiores que para a análise acoplada, uma vez que esta considera o campo de poropressões, enquanto aquela não. Desta forma, análises não acopladas podem ser contra a segurança.

Além disso, não houve diferença significativa entre os resultados, considerando-se a parcela adicional de resistência devido à não saturação. Isso porque na análise acoplada, todas as poropressões eram positivas ao final da construção. Já na análise não acoplada, a pequena diferença deve-se ao baixo valor de sucção (-3kPa) para o material na umidade ótima.



Figura 6.8 Deformações volumétricas na altura de 9 metros - material ótimo.

6.3.1.2 Barragem homogênea construída com material compactado no ramo seco

As mesmas análises realizadas para o problema anterior foram aplicadas novamente para barragem homogênea compactada no ramo seco da curva de compactação. Os parâmetros de estado para este solo estão apresentados não Tabela 6.3. Observa-se que o valor da poropressão inicial é igual a -200kPa. Ressalta-se que este valor de sucção inicial afeta o comportamento mecânico do solo.

Outro ponto que deve ser evidenciado é que, para a análise acoplada, ao mesmo tempo em que há um acréscimo de carga devido à construção de novas camadas, este carregamento promove mudança nas poropressões. Assim, tem-se um carregamento associado a uma redução nas poropressões. A distribuição final das poropressões é apresenta na Figura 6.9. Somente as camadas mais elevadas não sofreram mudanças significativas nos valores da poropressão. Por outro lado, as poropressões da análise não acoplada são mantidas constantes havendo apenas o incremento de cargas devido ao peso próprio das camadas.



Figura 6.9 Distribuição das poropressões para análise acoplada (kPa)- Ramo seco

Parâmetro	Valor
$p_0^*$	120 kPa
е	0,584
$u_a - u_w$	-200 kPa
${\mathscr V}_{ m seco}$	$16,3 \text{ kN/m}^3$

Tabela 6.3 Parâmetros de estado do solo compactado no ramo seco.

Observa-se que as deformações obtidas na análise acoplada são superiores às obtidas na análise não acoplada já que além das deformações produzidas pela construção de novas camadas, ocorrem também deformações devido a redução da poropressão, ou seja, colapso volumétrico, conforme pode ser visualizado nas Figura 6.10 e Figura 6.11. A Figura

6.10 apresenta a distribuição dos índices de vazio ao longo da base da barragem onde são observadas diferenças na região central da barragem.



Figura 6.10 Distribuição de índice de vazio na base da barragem.

A Figura 6.11 evidencia a influência da redução das poropressões sobre as deformações. Observa-se que ao contrário da análise não acoplada onde a distribuição de deformações apresenta-se de forma suave, na análise acoplada na região próxima ao centro da barragem, há um aumento no gradiente das deformações, sendo que esta corresponde à região onde o estado de tensão e de saturação é tal que proporciona o surgimento de deformações plásticas.

A Figura 6.12 apresenta a evolução das deformações volumétricas durante a construção das camadas. Observa-se que até a quarta camada pouca ou nenhuma diferença é observada entre as duas análises. A partir deste ponto o efeito concomitante do acréscimo de carga e redução das poropressões age levando à diferenças significativas, semelhante ao que ocorre por exemplo, no ensaio oedométrico mostrado na Figura 5.4.



Figura 6.11 Distribuição das deformações volumétricas na cota 12 metros.



Figura 6.12 Deformações volumétricas na região central da barragem. Cota = 0.

Além de alterar o campo de deformações, o efeito anteriormente citado afetará a distribuição final do campo de tensões líquidas. Na análise acoplada durante o processo de construção da barragem há, o surgimento de elevados gradientes de deformações próximos ao centro da barragem. Este gradiente é responsável por dois efeitos no campo de tensões, sendo que o primeiro é o aparecimento de trincas de tração nos taludes de montante e de jusante. Estas trincas podem ser evidenciadas na Figura 6.13 onde são traçados as isocurvas das tensões principais menores. Observa-se que apesar de baixos, ocorrem valores negativos para as tensões principais menores nas regiões próximas aos taludes de montante e jusante. As direções destas tensões principais menores são paralelas ao talude sendo, as trincas normais a superfície. Já quando se observam as mesmas isocurvas para a análise não acoplada, valores negativos inexistem, conforme constatado na Figura 6.14.



Figura 6.13 Distribuição das tensões principais menores líquidas (kPa)- Análise acoplada.



Figura 6.14 Distribuição das tensões principais menores líquidas (kPa)- Análise não acoplada.

Outro efeito produzido pelos altos gradientes de deformação é o fenômeno de arqueamento de tensões. Este fenômeno assemelha-se ao ocorrido em barragens com núcleo de argila, sendo que neste caso tem-se uma barragem homogênea. A Figura 6.15 apresenta a distribuição das tensões verticais líquidas ao longo da base da barragem. Observa-se o efeito de arqueamento das tensões verticais para a análise acoplada havendo, uma diminuição das tensões na região central e o aumento nas regiões adjacentes.

Estes efeitos afetam também o cálculo do fator de segurança da barragem. A Tabela 6.4 apresenta os resultados dos fatores de segurança para a análise acoplada e não acoplada. Novamente, o cálculo do fator de segurança foi realizado com e sem o efeito adicional de resistência devido a não saturação.

A diferença nos valores dos fatores de segurança entre os que utilizam as tensões e poropressões vindas da análise acoplada em relação aos da não acoplada é superior a 40%. Essa diferença independe da consideração ou não da parcela de resistência advinda da não saturação. Credita-se esta diferença às variações no estado de tensão devido às grandes deformações ocorridas na região central da barragem.

Por fim, observa-se que quando não se considera o ganho de resistência devido à não saturação,  $\phi^b = 0$ , a análise acoplada fornece um fator de segurança igual a 1,825. Por outro lado, numa análise mais realística, análise acoplada, a barragem está na iminência de

ruptura, com fator de segurança próximo a 1. Desta forma fica evidenciado que uma análise não acoplada pode, em alguns casos, ser contra segurança.

	$\phi^b = 16^{\circ}$	$\phi^b=0^{ m o}$
Acoplada	1,708	1,022
Não acoplada	2,980	1,825

Tabela 6.4 Fatores de segurança para final de construção – ramo seco.



Figura 6.15 Distribuição das tensões verticais líquidas na base da barragem.

### 6.3.1.3 Barragem heterogênea – secção mista

Com o objetivo de estudar a viabilidade da utilização de materiais mais econômicos na construção de obras de terra realizou-se a simulação do comportamento mecânico de uma barragem constituída por dois materiais, sendo um resultado da compactação em condições ótimas de energia e umidade e outro sobre o ramo seco. Durante o decorrer do texto o primeiro será denominado de material ótimo e o segundo de seco. Os parâmetros constitutivos relacionados ao comportamento mecânico e hidráulico destes materiais são os mesmos apresentados nos itens anteriores. A geometria e a disposição dos materiais é apresentada na Figura 6.2.

Os valores das poropressões iniciais dos dois materiais são demasiadamente distintos, -3 kPa para material ótimo e -200 kPa para material seco. Assim, optou-se por suavizar as poropressões existentes na região de transição entre estes dois materiais. Deste modo, a interface entre os materiais apresenta valores intermediários, eliminando-se assim possíveis pontos de descontinuidade que não refletem a realidade física do problema. Contudo, esta zona de transição acaba apresentando um comportamento distinto das outras regiões, já

que dentro desta o material ótimo tem sua poropressão reduzida, enquanto a poropressão no material seco é elevada. As Figura 6.16 e Figura 6.17 apresentam as distribuições de poropressões após o final de construção para análises.

As deformações volumétricas para a cota 9,0 metros são apresentadas na Figura 6.18. Apesar de haver um gradiente de deformações entre a zona ótima e a seca, este não foi suficiente para produzir efeitos danosos tais como trincas de tração, conforme ilustram a Figura 6.19 e a Figura 6.20.



Figura 6.16 Distribuição das poropressões no corpo da barragem heterogênea (kPa)- Análise



Figura 6.17 Distribuição das poropressões no corpo da barragem heterogênea (kPa)– Análise não acoplada.



Figura 6.18 Distribuição das deformações volumétricas na cota 9 metros.

Quanto ao efeito do arqueamento das tensões, este foi observado não mais na região central e sim na zona de transição entre o material seco e ótimo, Figura 6.21. Esse fenômeno ocorre devido a diferença de rigidez entre os materiais seco e ótimo. Além disso, a parte da zona de transição entre os dois materiais constituída pelo material seco teve sua poropressão aumentada e conseqüentemente a rigidez diminuída. Isso contribui ainda mais para a efeito de arqueamento observado na Figura 6.21.



Figura 6.19 Tensão principal menor líquida (kPa)- análise acoplada.



Figura 6.20 Tensão principal menor líquida (kPa)- não análise acoplada.



Figura 6.21 Tensões verticais líquidas na cota = 9 metros.

Quanto a comparação do comportamento mecânico relacionado a deformabilidade da barragem mista em relação às outras duas barragens, as Figura 6.22 e Figura 6.23 apresentam a distribuição das deformações ao longo da cota 9 metros, tanto para as análises acopladas como não acopladas. No que se refere à análise acoplada, o núcleo com material ótimo tem papel fundamental na redução das deformações totais na região central da barragem. Além disso, a utilização de materiais alternativos nas regiões adjacentes não compromete o comportamento da barragem. Isso se reflete nos valores do fator de segurança apresentados na Tabela 6.5.

Conforme esperado para as análises acopladas, os fatores de segurança desta barragem foram sempre superiores aos obtidos para barragem seca. Além disso, devido a melhor distribuição das poropressões, a barragem mista também obteve fatores de segurança para a etapa final de construção, superior aos da barragem ótima. Contudo, cabe ressaltar que estes resultados dependem da velocidade de construção considerada, uma vez que esta é fundamental na definição final das poropressões. Estes resultados independem da consideração ou não da parcela extra de resistência advinda da não saturação do solo.



Figura 6.22 Distribuição das deformações volumétricas para as barragens seca, mista e ótima na cota 9,0 metros – análise acoplada.



Figura 6.23 Distribuição das deformações volumétricas para as barragens seca, mista e ótima na cota 9,0 metros. Cota = 9,0 metros.

Tabela 6.5 Fatores de segurança para barragem mista- final de construção.

	$\phi^b  eq 0^{\mathrm{o}}$	$\phi^b = 0^{ m o}$
Acoplada	2,412	2,149
Não acoplada	2,541	1,927

Para as análises não acopladas a parcela de resistência devido a não saturação do solo tem papel fundamental na comparação de valores. Considerando esta parcela, a secção mista apresenta fator de segurança maior que a ótima e menor que a barragem seca. Quando desconsiderada, há uma inversão nesta relação. Contudo, para todos os casos o fator de segurança para etapa final de construção apresentou-se superior a valores exigidos em projetos.

# 6.3.2 FASE DE ENCHIMENTO E AVANÇO DA FRENTE DE SATURAÇÃO

Após a compreensão do comportamento do aterro durante a fase de construção serão realizadas análises para as etapas seguintes, sendo estas o enchimento do reservatório e avanço da frente de saturação. Neste ponto pretende-se avaliar como a presença da água afeta o comportamento mecânico das três secções anteriormente estudadas. Ênfase será dada às mudanças no estado de tensão e suas repercussões no fator de segurança. Além disso, serão avaliados os deslocamentos sofridos pela barragem e a possível formação de mecanismos de ruptura.

Para as secções seca, ótima e mista serão simuladas as fases de enchimento do reservatório e posterior avanço da frente de saturação, tendo como estado inicial de tensão e

poropressões os resultados das análises acopladas na fase de construção. Os deslocamentos e as deformações calculados na fase anterior são desconsiderados. Além disso, para a secção seca serão também apresentados os resultados, considerando o estado de tensão e poropressão obtidos a partir da análise não acoplada da fase de construção. Isso porque para essa secção houve diferenças significativas na resposta das duas análises.

Para todas os casos estudados neste item a velocidade de enchimento do reservatório foi de 0,3 metro por dia até atingir a cota de 24 metros. Após isso, a cota do reservatório foi mantida constante durante toda a análise. A jusante há um filtro localizado na base da barragem que é simulado por meio de uma condição de contorno ativada apenas quando da existência de poropressões positivas.

Um dos parâmetros utilizados na avaliação do comportamento mecânico da barragem é o fator de segurança. Este fator, para um instante de tempo específico, é calculado a partir dos campos de tensões e de poropressões originados na análise acoplada no tempo desejado. Este procedimento é semelhante ao método equilíbrio limite aperfeiçoado (Farias e Naylor, 1998) porém, é considerado também o campo de poropressões.

O cálculo do fator de segurança foi realizado para os taludes de montante e jusante para as secções seca, ótima e mista. A superfície para qual os fatores de segurança são calculados é mantida constante ao longo do tempo, sendo que esta corresponde à superfície crítica calculada a partir do estado de tensão e poropressão para condição permanente.

A escolha da metodologia de análise anteriormente citada se deve à análises preliminares onde houve a mudança da superfície crítica durante o decorrer do tempo. Isso dificultava a interpretação de como o fluxo de água afeta o estado de tensão e conseqüentemente os valores do fator de segurança. Deste modo, mantendo-se a superfície constante é possível isolar este efeito.

Ainda com o objetivo de melhor interpretar os dados, foi realizado o cálculo do fator de segurança para duas envoltórias de ruptura, sendo uma a envoltória de ruptura de Mohr-Coulomb convencional e a outra a extensão desta envoltória para solos não saturados, onde é considerada a parcela adicional de resistência advinda da sucção existente (Fredlund, 1978). Desta forma, pretende-se separar os efeitos da variação do estado de tensão e das poropressões.

## 6.3.2.1 Barragem homogênea construída com material compactado no ramo seco

Conforme dito anteriormente, a partir dos estados de tensão e poropressão obtidos ao final da fase de construção serão realizadas as análises das fases seguintes. Além disso, devido às diferentes respostas obtidas na fase de construção para as análises acopladas e não acopladas serão apresentados resultados considerando como estado inicial as tensões e poropressões advindas destas duas análises.

Com o objetivo de facilitar a compreensão do texto, será usada a nomenclatura acoplada para referenciar à análises cujo estado inicial de tensão e poropressão é oriundo da análise acoplada da fase de construção, enquanto que para o outro caso, cujo estado inicial vem da análise não acoplada da fase de construção, será usado o termo não acoplado. Cabe a ressalva de que estes nomes não se referem às análises realizada neste item, uma vez que ambas serão acopladas, mas sim ao tipo de análise realizada na fase de construção.

a. Seção seca com estado de tensão e poropressão obtidos da análise acoplada da fase de construção

Da Figura 6.24 até Figura 6.29 mostram a evolução das deformações e das poropressões para os tempos 180, 480, 680, 1680 e 2680 dias. As isocurvas correspondem ao incremento de deformação desvio. Os vetores representam as velocidades de deslocamento, ou seja, o incremento de deslocamento no tempo correspondente. Para todas as figuras a escala dos vetores de velocidade de deslocamento é 100 vezes o deslocamento real.

A partir do instante 180 dias, Figura 6.24, regiões com potencial de colapso que não ocorreram durante a etapa de construção, são atingidas pela frente de saturação. Deste modo, estas regiões sofrem deformações enquanto as regiões adjacentes permanecem inalteradas. Sendo assim, o fluxo de água promove o aparecimento de um gradiente de deformações dentro do corpo da barragem. Nos tempos seguintes, Figura 6.27 a Figura 6.29, ocorre o colapso das regiões que não haviam sido afetadas na fase de construção.



Figura 6.24 Análise acoplada. Tempo = 180 dias. (a) Vetores de incremento de deslocamento e contornos de incrementos de deformação desvio. (b) Campo de poropressões (kPa).



Figura 6.25 Análise acoplada. Tempo = 480 dias. (a) Vetores de incremento de deslocamento e contornos de incrementos de deformação desvio. (b) Campo de poropressões (kPa).



Figura 6.26 Análise acoplada. Tempo = 680 dias. (a) Vetores de incremento de deslocamento e contornos de incrementos de deformação desvio. (b) Campo de poropressões (kPa).



Figura 6.27 Análise acoplada. Tempo = 880 dias. (a) Vetores de incremento de deslocamento e contornos de incrementos de deformação desvio. (b) Campo de poropressões (kPa).



Figura 6.28 Análise acoplada. Tempo =1680 dias. (a) Vetores de incremento de deslocamento e contornos de incrementos de deformação desvio. (b) Campo de poropressões (kPa).



Figura 6.29 Análise acoplada. Tempo =2680 dias. (a) Vetores de incremento de deslocamento e contornos de incrementos de deformação desvio. (b) Campo de poropressões (kPa).

As evoluções dos fatores de seguranças para as superfícies de montante e de jusante vistas na Figura 6.30 são apresentados na Figura 6.31. Os fatores de segurança foram calculados com e sem a consideração da parcela adicional de resistência devido à sucção. Na nomenclatura apresentada na legenda da Figura 6.31 a primeira letra diz respeito ao talude, sendo M para o talude de montante e J para o talude de jusante.

Inicialmente há um aumento do fator de segurança a montante com o enchimento do reservatório. Este aumento é interrompido após o tempo 180 dias. Dois fatores contribuem para isso, sendo um o surgimento de poropressões positivas na superfície analisada e o outro relacionado ao gradiente de deformações que por sua vez contribuem para a formação de zonas de trações. Esse último efeito pode ser visto na Figura 6.32 que mostra a distribuição das tensões normais ao longo da superfície de deslizamento de montante para os tempos 140, 180 e 680 dias. Nesta figura é possível observar tensões normais à superfícies negativas.



Figura 6.30 Posição das superfícies críticas à montante e a jusante no instante 2680 dias. Análise acoplada.



Figura 6.31 Evolução do fator de segurança para as fase de enchimento e avanço da frente de saturação. Análise acoplada.



Figura 6.32 Tensão normal a superfície de escorregamento à montante.

Quanto ao aumento do fator de segurança no talude de jusante no tempo 680 dias, isso decorre da redução nas tensões cisalhantes mobilizadas ao longo do superfície, conforme pode ser visto na Figura 6.33. Essa redução prossegue até o tempo 1680 dias. Porém para este tempo, a redução na resistência mobilizada é compensada pela diminuição na tensão normal em parte da superfície, vista na Figura 6.34, que acarreta a redução do valor do fator de segurança para os níveis anteriores. A redução na tensão normal é produzida principalmente pelo aparecimento de poropressões.

Durante a fase de construção a região central da barragem havia sofrido deformações muito superiores às outras regiões. Assim havia surgido um gradiente de deformações desfavoráveis à estabilidade do maciço. Com o fluxo de água, as regiões adjacentes ao centro também sofrem colapso e assim há a diminuição do gradiente de deformações. Deste modo, há a redução na tensão mobilizada ao longo da superfície de escorregamento quando se compara o início do enchimento do reservatório e o tempo de 2680 dias.



Figura 6.33 Tensão mobilizada ao longo da superfície de jusante.



Figura 6.34 Tensão normal para superfície de jusante.

Outro aspecto sobre a evolução dos fatores de segurança à montante e à jusante diz respeito à similaridade no comportamento entre os que consideram a parcela adicional de resistência devido a não saturação e os que não consideram. A montante, após o instante 140 dias observa-se que o comportamento independe da consideração ou não da parcela extra de resistência, uma vez que neste tempo a superfície de deslizamento encontra-se praticamente toda na zona saturada. Para o talude de jusante, observa-se que a consideração ou não da resistência devido a não saturação, não afeta o comportamento em nenhum instante. Deste modo, pode-se afirmar que para há situação analisada, há o predomínio das deformações no comportamento do fator de segurança.

Por fim, as análises aqui apresentadas evidenciam um comportamento não convencional para os valores de fator de segurança. Geralmente, para as fases posteriores à construção o fator de segurança crítico é admitido como sendo o do regime de fluxo estacionário no talude de jusante. Porém, os resultados apresentados demonstram que para o material com estrutura aberta compactada no ramo seco, a situação mais desfavorável ocorre na face de montante quando a frente de saturação encontra-se aproximadamente no meio da barragem, ou seja no instante 680 dias.

 b. Secção seca com estado de tensão e poropressão obtidos da análise não acoplada da fase de construção

Dentre as diferenças apresentadas entre a análise acopladas e não acopladas da fase de construção para a barragem compactada no ramo seco, estão o desenvolvimento das deformações, conforme Figura 6.11. Além disso, para a análise não acoplada as poropressões permanecerem constantes.

Tanto as deformações como poropressões afetam a avaliação da permeabilidade.

No caso em que o estado inicial vem da análise não acoplada, a permeabilidade avaliada é menor que para o outro caso. Desta forma o avanço da frente de saturação é retardado. Isso pode ser observado na Figura 6.35, onde são apresentados as poropressões na base da barragem para o instante 2680 dias. Nesta figura se observa que para a análise acoplada, a frente de saturação atingiu o filtro, enquanto para a não acoplada isso ainda não ocorreu.

Outro ponto de discordância nos resultados quando se compara a análise acoplada e a não acoplada, é a evolução das deformações acumuladas deste a primeira etapa da fase de construção até o último estágio da fase seguinte, como pode ser visto na Figura 6.36. Nesta figura os tempos anteriores a 100 dias correspondem a fase de construção do aterro, enquanto os tempos superiores a este valor dizem respeito à fase de enchimento e avanço da frente de saturação. Na região central da barragem, Figura 6.36 (a), para a análise totalmente acoplada praticamente toda a deformação ocorre na fase de construção, enquanto para a não acoplada isso ocorre com avanço da frente de saturação. Para as regiões mais externas, Figura 6.36 (b), a evolução das deformações praticamente independe do tipo de análise, uma vez que o potencial de colapso é pequeno em função do baixo nível de tensões.



Figura 6.35 Poropressões na base das barragens para o tempo de 2680 dias.



Figura 6.36 Deformações volumétricas ao longo do tempo. (a) x = 60 metros e y = 0. (b) x = 38 metros e y = 12 metros.

Da Figura 6.37 até a Figura 6.41 são apresentados os incrementos de deformação desvio, os vetores velocidade de deslocamento e os campos de poropressões para os tempos 180, 680, 880, 1680 2680 dias. Comparando estas figuras com as Figura 6.24 a Figura 6.29, observa-se o exposto anteriormente sobre como se desenvolvem as deformações quando do fluxo de água. Enquanto na análise acoplada apenas as regiões que não sofreram deformações na fase de construção são afetadas, na análise não acoplada todas as deformações se desenvolvem devido ao fluxo de água.



Figura 6.37 Análise não acoplada. Tempo = 180 dias. (a) Vetores de incremento de deslocamento e contornos de incrementos de deformação desvio. (b) Poropressões (kPa).



Figura 6.38 Análise não acoplada. Tempo = 680 dias. (a) Vetores de incremento de deslocamento e contornos de incrementos de deformação desvio. (b) Poropressões (kPa).



Figura 6.39 Análise não acoplada. Tempo = 880 dias. (a) Vetores de incremento de deslocamento e contornos de incrementos de deformação desvio. (b) Poropressões (kPa).



Figura 6.40 Análise não acoplada. Tempo = 1680 dias. (a) Vetores de incremento de deslocamento e contornos de incrementos de deformação desvio. (b) Poropressões (kPa).



Figura 6.41 Análise não acoplada. Tempo = 2680 dias. (a) Vetores de incremento de deslocamento e contornos de incrementos de deformação desvio. (b) Poropressões (kPa).

Do mesmo modo que para a seção anterior, foram calculados os fatores de segurança para as superfícies críticas apresentadas na Figura 6.42. Para os instantes 680 e 880 dias, quando a água atinge a região central da barragem, são decisivos na determinação do comportamento do fator de segurança, havendo uma significativa redução nos valores à montante, conforme pode ser observado na Figura 6.43. Além disso, a partir destes tempos há uma tendência de convergência entre os valores que consideram e que não consideram a parcela adicional de resistência devido à não saturação. Isso leva a crer que há o predomínio das deformações na determinação do comportamento do fator de segurança ou a região central se sobrepõem às outras quando da determinação da estabilidade do maciço.



Figura 6.42 Superfícies críticas análise não acoplada secção seca.



Figura 6.43 Evolução do fator de segurança para as fase de enchimento e avanço da frente de saturação. Análise não acoplada.

Outro aspecto relevante relacionado a ocorrência de deformações, é o predomínio destas no que se refere à determinação do fator de segurança, independente do momento em que ocorrem, ou seja, o fator de segurança é determinado pela magnitude das deformações, independente se estas ocorrem na análise da fase de construção ou devido ao fluxo de água.

Isso pode ser constatado pela proximidade nos valores finais dos fatores de segurança à montante e à jusante mostrados na Figura 6.44. Quanto à nomenclatura da legenda desta figura as letras M e J se referem ao talude considerado, montante ou jusante, e as letras A ou N dizem respeito à análise acoplada ou não acoplada. Os fatores de segurança mostradas nesta figura não consideram a parcela de resistência devido a não saturação do solo.



Figura 6.44 Evolução do fator de segurança acoplado e não acoplados.

Por fim, para a barragem analisada, os fatores de segurança à montante são inferiores aos de jusante. A expectativa era que a jusante os valores fossem menores, porém devido a natureza do material utilizado e ao comportamento apresentado na análise durante as fase analisada houve uma inversão das expectativas.

### 6.3.2.2 Barragem homogênea construída com material compactado na umidade ótima

Do mesmo modo que para a secção seca apresentada no item anterior foram realizadas análises da evolução do fator de segurança para as fases seguintes à construção da barragem compactada na umidade ótima. Entretanto, apenas o estado de tensão e poropressão advindas da análise acoplada foram utilizados, uma vez que a diferença entre esta e a análise não acoplada é insignificante.

As superfícies utilizadas no cálculo do fator de segurança podem ser vistas na Figura 6.45 e correspondem às superfícies críticas a montante e a jusante para a condição de fluxo permanente. O comportamento do fator de segurança desta secção é apresentado na Figura 6.46. Observa-se que a estabilidade final a montante é maior que à jusante para a secção aqui analisada, correspondendo à expectativa.

O enchimento do reservatório promove o aumento das poropressões na superfície

de montante. Isso explica a redução no valor do fator de segurança. Já a moderada elevação do fator de segurança a jusante decorre da redução das poropressões na base da superfície devido o processo de drenagem no decorrer do tempo. Tanto a elevação das poropressões a montante como à redução a jusante podem ser vistas nas Figura 6.47 e Figura 6.48. O tempo 162 dias corresponde ao instante em que o nível de água atinge a cota 24 metros. Já para o instante 1162 dias acredita-se que haja um fluxo permanente.



Figura 6.45 Superfícies críticas.



Figura 6.46 Evolução do fator de segurança para barragem compactado na umidade ótima.



Figura 6.47 Poropressões na superfície à montante.



Figura 6.48 Poropressões na superfície à jusante.

O campo de poropressões, os vetores velocidade de deslocamento e o incremento das deformações desvios, podem ser visualizados da Figura 6.49 até a Figura 6.52. A escala utilizada nestas figuras para o vetor velocidade de deslocamento é de 2500 vezes. Além disso, na Figura 6.51 é possível observar a dissipação das poropressões na região de jusante, que por sua vez produz o aparecimento de recalques. Já a expansão promovida pelo aumento da poropressão a montante pode ser vista na Figura 6.50.



Figura 6.49 Análise acoplada secção ótima. Tempo = 162 dias. (a) Vetores de incremento de deslocamento e contornos de incrementos de deformação desvio. (b) Poropressões (kPa).



Figura 6.50 Análise acoplada secção ótima. Tempo = 362 dias. (a) Vetores de incremento de deslocamento e contornos de incrementos de deformação desvio. (b) Poropressões (kPa).



Figura 6.51 Análise acoplada secção ótima. Tempo = 562 dias. (a) Vetores de incremento de deslocamento e contornos de incrementos de deformação desvio. (b) Poropressões (kPa).



Figura 6.52 Análise acoplada secção ótima. Tempo = 1162 dias. (a) Vetores de incremento de deslocamento e contornos de incrementos de deformação desvio. (b) Poropressões (kPa).

#### 6.3.2.3 Barragem heterogênea

Neste item são apresentados os resultados da análise acoplada da fase de enchimento do reservatório e avanço da frente de saturação para a barragem que utiliza uma secção mista de materiais, sendo um compactado no ramo seco e outro na umidade ótima. A secção foi apresentada na Figura 6.2.

Além disso, pretende-se demonstrar que apesar da introdução de materiais com menor qualidade não há o comprometimento da estabilidade global. Ao contrário, devido à melhor disposição do campo de poropressões obteve-se valores para os fatores de segurança próximos aos obtidos para a secção ótima. A evolução do fator de segurança para as superfícies críticas de montante e jusante, vista na Figura 6.53, são apresentadas na Figura 6.54.



Figura 6.53 Superfície críticas analisadas para secção mista.



Figura 6.54 Evolução do fator de segurança – secção mista.

A compreensão da influência do comportamento mecânico sobre o fator de segurança requer o entendimento de como ocorre a evolução das deformações volumétricas em todas as fases analisadas para diversos pontos da secção. A Figura 6.55 apresenta as

deformações volumétricas acumuladas a partir da construção da primeira camada. Os tempos inferiores à 100 dias dizem respeito à fase de construção. Entre 100 dias e 262 dias é o período de enchimento do reservatório. Os pontos apresentados na figura localizam-se em três regiões distintas da barragem, sendo:

 Núcleo: localizado dentro do material compactado na umidade ótima. Posição: x = 60 metros e y = 0;

Montante: localizado dentro do material compactado no ramo seco a montante do núcleo.
 Posição: x = 35 metros e y = 9 metros;

Jusante: localizado dentro do material compactado no ramo seco a jusante do núcleo.
 Posição: x = 85 metros e y = 9 metros.

Da Figura 6.55 conclui-se que quase a totalidade das deformações ocorrem durante a fase de construção. No ponto a montante ocorrem deformações volumétricas por molhagem em regiões não afetadas durante a construção. Entretanto, o efeito destas no fator de segurança é compensado posteriormente pelo aumento das poropressões e conseqüente redução nas tensões efetivas. Já os outros dois pontos, núcleo e jusante, não são afetados de forma significativa pelo fluxo através do maciço.

Dado que as deformações devido ao fluxo de água para esta secção somente são perceptíveis na região de montante, as variações no fator de segurança estarão então associadas ao carregamento de água a montante e às variações nas poropressão que por sua vez afetam as tensões efetivas.



Figura 6.55 Deformações volumétricas acumuladas na secção mista para as fases de construção enchimento do reservatório e avanço da frente de saturação.

Conforme visto anteriormente, a Figura 6.54 apresenta a evolução do fator de

segurança. Observa-se que a elevação do nível do reservatório até instante 162 dias promove a elevação do fator de segurança a montante. Deste modo, o fator de segurança está sendo afetado pelo carregamento de água a montante, favorável à estabilidade da superfície analisada. As superfícies críticas analisadas podem ser vistas na Figura 6.53.

Ainda com relação ao aumento do fator de segurança devido à elevação do nível da água, isso ocorre porque o tempo de enchimento do reservatório é insuficiente para que a frente de saturação produza efeitos desaforáveis à segurança.

Entretanto, a partir do tempo 162 dias há o progressivo avanço da frente de saturação que promove deformações na região compactada no ramo seco a montante do núcleo e a redução do fator de segurança. Isso ainda é acompanhado pelo aumento da poropressão e conseqüente redução das tensões efetivas. A Figura 6.56 apresenta a evolução das poropressões e da tensão cisalhante mobilizada na superfície à montante.

Quanto à superfície de jusante, conforme visto na Figura 6.55, não há influência da frente de saturação nas deformações volumétricas. Deste modo credita-se a redução do fator de segurança somente ao aparecimento de poropressões positivas em partes da superfície. Isso pode ser evidenciado na Figura 6.57. Nesta figura pode-se observar que praticamente não há variações na tensão cisalhante mobilizada quando do avanço da frente de saturação.

De modo a complementar a descrição do comportamento mecânico da barragem, a Figura 6.58 até a Figura 6.62 apresentam os incrementos na deformação desvio, os vetores velocidade de deslocamento e as poropressões dentro do maciço. A escala utilizada para os vetores de velocidade é de 500 vezes. Observa-se que de um modo geral o avanço da frente de saturação promove deformações de expansão devido ao descarregamento produzido pelo aumento das poropressões.



Figura 6.56 Evolução das poropressões e da tensão cisalhante mobilizada para superfície de montante. (a) poropressões e (b) tensões cisalhantes mobilizada.



Figura 6.57 Evolução das poropressões e da tensão cisalhante mobilizada para superfície de jusante. (a) poropressões e (b) tensões cisalhantes mobilizada.


Figura 6.58 Análise secção mista. Tempo = 162 dias. (a) Vetores de incremento de deslocamento e contornos de incrementos de deformação desvio. (b) Poropressões (kPa).



Figura 6.59 Análise secção mista. Tempo = 262 dias. (a) Vetores de incremento de deslocamento e contornos de incrementos de deformação desvio. (b) Poropressões (kPa).



Figura 6.60 Análise secção mista. Tempo = 562 dias. (a) Vetores de incremento de deslocamento e contornos de incrementos de deformação desvio. (b) Poropressões (kPa).



Figura 6.61 Análise secção mista. Tempo = 962 dias. (a) Vetores de incremento de deslocamento e contornos de incrementos de deformação desvio. (b) Poropressões (kPa).



Figura 6.62 Análise secção mista. Tempo = 1162 dias. (a) Vetores de incremento de deslocamento e contornos de incrementos de deformação desvio. (b) Poropressões (kPa).

## 6.4 COMPARAÇÃO ENTRE ANÁLISE ACOPLADA E ANÁLISE CONVENCIONAL

Com o objetivo de verificar a real influência de uma análise acoplada no cálculo do fator de segurança, os resultados desta análise foram comparados com os resultados de uma análise convencional onde somente o campo de poropressões foi obtido de uma análise numérica. A tensões necessárias para o cálculo do fator de segurança na análise convencional foram obtidas pelo método de Morgenstern-Price utilizando o peso das fatias e as cargas externas. Além disso, somente a condição de fluxo permanente foi analisada.

A Tabela 6.6 apresenta um resumo dos fatores de segurança para os taludes de montante e jusante nas secções ótima, seca e mista. De um modo geral, as análises convencionais foram mais conservadoras que as análises acopladas. Este comportamento foi observado para todos os casos com exceção do talude de montante para a secção seca onde houve uma inversão desta tendência.

Os resultados mais conservadores obtidos para a secção ótima refletem o fato de que, apesar de pequenas, as deformações sofridas pela barragem durante as fases de construção, enchimento do reservatório e avanço da frente de saturação não devem ser desconsideradas uma vez que estas afetam o estado de tensões da barragem. Nas análises convencionais as variações no estado de tensões são produzidas pelas mudanças no campo de poropressões, desprezando-se as mudanças advindas das deformações.

Para a secção mista, a desconsideração dos efeitos das deformações produz efeito semelhante aos efeitos observados na secção ótima, uma vez que nesta secção o material ótimo determina o comportamento mecânico de toda a seção.

Porém, para a secção seca, a análise convencional se mostrou mais conservadora somente para o talude de jusante. Para o talude de montante houve uma inversão dos efeitos da não consideração das deformações. Observa-se que enquanto para análise convencional, o valor do fator de segurança é igual a 1,859, maior inclusive que para o talude de jusante, para a análise acoplada o fator de segurança demonstra que a barragem está na eminência de ruptura.

Deste modo, observa-se que a não consideração da influência das deformações no campo de poropressões pode levar a resultados conservadores ou contra a segurança, dependendo das características do material que constitui a obra. Assim, sempre que possível deve-se optar por uma análise acoplada.

SECÇÃO	TIPO DE	Talude	
	ANÁLISE	Montante	Jusante
Ótima	Convencional	2.449	1.950
	Acoplada	2.701	2.486
Seca	Convencional	1,859	1,363
	Acoplada	1,068	1,719
Mista	Convencional	2,166	1,935
	Acoplada	2,520	2,362

Tabela 6.6 – Fatores de segurança análise acoplada e convencional- Fluxo estacionário.

#### 6.5 RESUMO

Este capítulo apresentou resultados de análises acopladas de três secções de uma barragem de terra, sendo que em duas foram utilizados materiais alternativos compactados no ramo seco da curva de compactação. Uma das secções era totalmente constituída pelo material alternativo, enquanto que para outra foi utilizado uma secção mista, com o material ótimo nas regiões mais solicitadas. Por fim, uma secção constituída por material compactado na umidade ótima que foi utilizada como referência.

Utilizou-se nas análises a ferramenta numérica ALLFINE, apresentada no capítulo quatro, para simulação das fases de construção e enchimento e avanço da frente de saturação. Desta forma, os modelos mecânicos e hidráulicos apresentados e implementados neste programa foram utilizados nas simulações.

Quanto aos resultados, a secção homogênea compactada no ramo seco apresentou comportamento semelhante ao de uma barragem com núcleo argiloso durante a etapa de construção. Além disso, os fatores de segurança, tanto na fase de construção como na fase em que há fluxo de água, se mostraram excessivamente baixos. Ainda para esta secção, observouse a importância de realizar análises acopladas para todas as fases, incluindo a construção. Outro ponto relevante é a grande influência que as deformações produzidas durante o avanço da água têm sobre o fator de segurança, uma vez que estas deformações acabam por afetar o estado de tensões do maciço.

Já para a secção homogênea compactada na umidade ótima, não foram observadas grandes diferenças entre os resultados da análise acoplada e não acoplada para a fase de construção. Além disso, durante a fase de enchimento do reservatório e avanço da frente de saturação, ficou evidente que a variação nos valores do fator de segurança está mais relacionada a variações nos campos de poropressão e não devido a deformações. Os valores dos fatores de segurança apresentaram-se sempre acima de 2,0 para qualquer situação analisada.

Quanto à seção mista, esta se mostrou viável como alternativa no barateamento de custos, uma vez que há a economia de material consumido. Os resultados para as fases de construção, enchimento do reservatório e avanço da frente de saturação demonstram que o núcleo compactado na umidade ótima predomina na determinação do comportamento de toda a seção, em relação ao material alternativo de menor qualidade. Essa afirmação baseia-se nos resultados dos fatores de segurança, deformabilidade e aparecimento de trincas. Além disso, a utilização de materiais alternativos nas regiões adjacentes ao núcleo não compromete a estabilidade global para nenhuma das fases analisadas.

Além disso, a comparação dos resultados da análise convencional e a análise acoplada do fator de segurança demonstraram que a não consideração dos efeitos das deformações no campo de tensão pode levar a resultados conservadores ou ainda a contra segurança. Porém, os resultados aqui apresentados não se caracterizam como recomendação nem proposta de projeto, uma vez que é necessária uma melhor caracterização do problema, tanto em termos constitutivos como em termos fenomenológicos. Neste capítulo apenas demonstrou-se a viabilidade de utilizar materiais com menor qualidade e com menor custo na construção de obras de terra.

Por fim, a ferramenta numérica demonstra ser capaz de realizar análises em problemas não saturados de equilíbrio e fluxo e que envolva fenômenos como colapso por redução das poropressões e expansão promovida por trajetórias de descarregamento.

## **CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES**

Novos modelos constitutivos para solos não saturados, tais como os proposto por Alonso (1998) e Alonso et al. (1999), representam um avanço na representação de fenômenos relacionados a trajetórias cíclicas de carregamento e descarregamento bem como de molhagem e secagem. Entretanto, o modelo básico de Barcelona proposto por Alonso et al. (1990) associada a sugestão de Pinheiro (2004) para obtenção dos parâmetros mostram-se adequado para representar o comportamento mecânico de solos colapsíveis em barragens sob condições de deformação plana.

Com relação à modelagem constitutiva do grau de saturação, a proposta de utilização do índice de vazio conjuntamente com a sucção como variáveis independentes, sugerida neste trabalho, apresenta a vantagem de acoplar essa relação ao modelo constitutivo utilizado no comportamento mecânico. Além disso, a proposta apresenta bom ajuste com os dados experimentais disponíveis para trajetórias que envolviam colapso volumétrico, justamente pela incorporação do índice de vazio.

Do mesmo modo que para o grau de saturação, apresentou-se uma proposta para a função de permeabilidade que utiliza o índice de vazio como variável independente. Contudo, optou-se por utilizar como segunda variável independente, o grau de saturação, ao invés da sucção uma vez que a quantidade de água nos poros é que determina a permeabilidade. Assim como para o grau de saturação, houve boa concordância entre o modelo e os dados experimentais, mesmo quando da ocorrência de colapso.

No entanto, tanto para o grau de saturação como para a permeabilidade, a quantidade de dados ainda é insuficiente para garantir a completa eficácia dos modelos propostos.

As modificações necessárias para capacitar o programa de elementos finitos ALLFINE (Farias, 1993) para análise de problemas de consolidação em meios não saturados foram realizadas e as validações mostram o sucesso da nova implementação. Os elementos cúbicos de 8 e 20 nós foram implementados e testados para o problema de consolidação saturado. Porém, para a condição não saturada somente o elemento de 8 nós foi validado.

As modificações acima citadas correspondem à incorporação do modelo Barcelona, proposto por Alonso et al. (1990), como relação constitutiva para o comportamento mecânico, modificação da equação de fluxo para contemplar problemas não saturados e a implementação de relações constitutivas para o comportamento hidráulico. Outro aspecto abordado foi a não linearidade da equação de fluxo, além de eliminar oscilações na dissipação de poropressões provenientes de imposições bruscas nas condições de contorno.

Além disso, houve ainda a incorporação de condições de contorno transientes que permitem uma melhor representação de filtros ou ainda a modelagem de infiltração por chuvas.

A ferramenta foi aplicada na análise de uma barragem de terra, onde se fez variar o material que constituía a secção. Foram analisadas as etapas de construção, enchimento do reservatório e avanço da frente de saturação.

Durante a etapa de construção, devido à incerteza das condições de contorno para a equação de fluxo, foi assumido que: as poropressões da superfície da camada em construção não variavam até a adição de uma nova camada; as fronteiras dos taludes de montante e de jusante comportavam-se como superfícies livres. Deste modo, foi possível analisar os efeitos da variação das poropressões para aterros em construção.

Assim, observou-se que a adição de novas camadas promove o fechamento dos vazios, que por sua vez altera o campo de poropressões, sendo que a rigidez do solo dependente da poropressão e conseqüentemente afeta o campo de deformações.

Os efeitos acima citados sobre a secção constituída pelo material compactado no ramo seco promovem a ocorrência de colapso na região central da barragem, sendo que isso provoca o aparecimento de efeitos desfavoráveis à estabilidade do maciço. Um dos efeitos é o aparecimento de trincas de tração nas bordas dos taludes de montante e de jusante. Além deste, há também o fenômeno de arqueamento de tensões semelhante ao que ocorre em barragens com núcleo argiloso. Nenhum destes efeitos foi observado quando da análise não acoplada desta mesma secção.

Quanto à análise da fase de construção da barragem construída com material ótimo, não foram percebidas diferenças entre as análises acoplada e a não acoplada. Entretanto, uma vez que não foram consideradas outras variáveis, como por exemplo a velocidade de construção, não é possível afirmar que análises não acopladas sejam tão realistas quanto às acopladas quando a secção analisada é constituída por material estável.

Do mesmo modo, não foram observadas diferenças significativas entre os resultados da análise acoplada e da não acoplada para a secção denominada mista. Porém, outro aspecto chama atenção na análise desta secção, sendo este o predomínio do material ótimo sobre o material seco no que se refere ao comportamento mecânico. Em outras palavras, apesar de 36% da secção ser constituída por uma material de qualidade inferior, isso não

implicou numa redução significativa no fator de segurança. Isso porque, nas regiões mais solicitadas foi utilizado o material de melhor qualidade, deixando o material de menor qualidade para as regiões menos solicitadas.

A análise das fases de enchimento do reservatório e avanço da frente de saturação para as secções ótima e mista mostrou que as deformações provocadas pelo avanço da frente de saturação não são suficientemente grandes para determinar o comportamento do fator de segurança. Nestas secções, as principais mudanças ocorridas nos valores do fator de segurança estão relacionadas às variações nas poropressões ao longo da barragem. Porém, a não consideração destas deformações pode levar a fatores de segurança excessivamente conservadores, conforme foi observado quando os resultados dos fatores de segurança obtidos pelo método do equilíbrio limite aperfeiçoado foram comparados com os resultados do método convencional.

Além disso, quando é considerada a secção compactada no ramo seco, que possui uma estrutura metaestável, observou-se que o comportamento do fator de segurança é mais fortemente ligado às deformações que surgem durante o avanço da frente de saturação do que à poropressão. Outro aspecto relevante sobre esta secção diz respeito à pequena influência que o tipo análise realizada para a fase de construção tem sobre o fator de segurança para condição estacionária. Além disso, observou-se que as deformações ocorridas na região central da barragem têm papel predominante no comportamento da estabilidade global.

Outro aspecto relevante associado à secção seca é o fato do fator de segurança a montante ser o crítico para a condição estacionária, ao contrário da prática convencional que considera o talude de jusante como o crítico. Isso foi observado apenas nas análises acopladas. Para a análise de equilíbrio limite convencional, o fator de jusante era menor que o de montante. Este fato evidencia a importância de análises acopladas, principalmente se o material estudado apresentar comportamento colapsível.

Por fim, a compreensão do comportamento da secção seca associada aos bons resultados encontrados na análise da secção mista, serve de base para demonstrar a viabilidade da utilização de materiais alternativos e de menor custo na construção de aterros. Isso é possível desde que haja a correta disposição dos materiais, de modo a diminuir os efeitos desfavoráveis e ao mesmo tempo restringir o uso de materiais nobres apenas nas regiões mais solicitadas.

#### 7.1 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Dentre os aspectos não abordados neste trabalho alguns são destacados como

temas para pesquisas futuras. Alguns dos temas propostos estão associados às dificuldades encontradas durante andamento do presente trabalho. Outros tem por intuito suprir algumas falhas relacionadas à modelagem constitutiva e numérica. As sugestões para novos trabalhos são:

• Desenvolver equipamentos para realização de ensaios no quais seja possível a modelagem mecânica e hidráulica para solos não saturados;

• Criação de uma base de dados regional de ensaios laboratoriais e de campo de modo que sirva de referência básica para direcionar trabalhos técnicos e científicos futuros;

• Apresentam metodologias de ensaios e de obtenção de parâmetros que viabilizem a utilização dos conceitos da mecânica dos solos não saturados em projetos cotidianos de engenharia;

• Implementação do modelo constitutivo tij-unsat proposto por Pinheiro (2004);

• Implementação dos modelos constitutivos para a relação tensão-deformação-poropressão propostos por Alonso et al. (1999);

• Implementação dos modelos constitutivos para a relação tensão-deformação-poropressão propostos por Wheeler e Sivakumar (2003);

• Estudo comparativo entre os modelos propostos por Alonso et al. (1999) e por Wheeler e Sivakumar (2003);

• Aplicação do conceito de plano espacialmente mobilizado para os modelos propostos por Alonso et al. (1999) e por Wheeler e Sivakumar (2003);

• Estudo dos efeitos de análises acopladas em obras que envolvam escavações;

• Utilização da ferramenta numérica desenvolvida em retro-análise de obras reais, tais como taludes que sofreram ruptura;

• Modificar a ferramenta de modo que a mesma possa ser aplicada a problema com carregamentos dinâmicos, tais como análise de pavimentos;

• Incluir a fase ar, o acoplamento térmico e o químico no programa ALLFINE.

## **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

Alonso, E. E, Gens, A., Yuk Gehling, W. Y. (1994). Elastoplastic model for unsaturated expansive soils, Proc. 3<sup>rd</sup> Eupopean Conf. on Numerical Methods in Geotechnical Engineering, Balkema, Manchester, pp 11-18.

Alonso, E. E. (1998). Modelling expansive soil behavior. Proceedings of the Second International Conference on Unsaturated soils. Beinjing, China. 70p.

Alonso, E. E., Vaunat, J. Gens, A. (1999). Modelling the mechanical behavior of expansive clays. Engineering Geology 54 (199) 173-183.

Alonso, E.E, Gens, A. & Josa, A. (1990). A constitutive model for partly saturated soil. Géotechnique, 40(3): 405-430.

Alonso, E.E. (1993). Constitutive modelling of unsatured soil. Civil Engineering European Courses, Barcelona, Sapin, 86p.

Alonso, E.E., Gens, A. & Wight, D. (1987). Special problem soils. General report. Proc. 9th European Conf. Soil Mechanics Foundation Engineering, Dublin, 3: 1087-1146.

Barden, L. and Sides, G. R. (1970). Engineering behaviour and structure of compacted clay, Proc. ASCE, vol 96.

Balmaceda, A. (1991). Compacted Soils: A theoretical and experimental study (in Spanich). Tesis Doctoral, Universitat Politécnica de Catalunya, Barcelona, Espana, 433p.

Baumgartl, Th., Horn, R. and Richards, B. G. (2002). Prediction of hidrological by mechanical stress states. Unsaturated soils 2002. Swets and Seitlinger, Lisse, pp. 9-13.

Biot, M. A. (1940). General theory of three-dimensional consolidation. J. Appl. Phys., 12:155-164.

Bishop, A. W. (1959). The principle of effective stress. Lecture delivered in Oslo, Norway in 1995, printed in Teknisk Ukeblad, vol. 106, N° 39, pp. 859-863.

Bishop, A. W. and Blight, G. E. (1963). Some aspect of effective stress in saturated and partly saturated soil. Geotechnique, 13, N° 3, pp 177-197.

Bolson, G., Shrefler, B.A. e Zienkiewicz, O. C.(1996). Elastoplastic soil constitutive laws generalized to partially saturated states. Géotchenique, 46(2): 279-289.

Brito, C. C (2003). Programação dinâmica aplicada à estabilidade de taludes não saturados. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 139p.

Britto, A. M. and Gunn, M. J. (1987). Critical state soil mechanics via finite element. John Wiley & Sons Ltd., London, New York, Sidney, Toronto.

Brooks, R. H. and Corey, A. T. (1964). Hidraulic properties of porous media. Colorado State Univ. Hydrol. Pepar, N° 3. 27p.

Burland, J. E. (1964). Effective stresses in partly saturated soils. Discussion on "Some aspects of effective stresses in saturated and partly saturated soils" by G. E. Blight and A. W. Bishop, Geotechnique, 14, pp. 65-68.

Childs, E.C. 1969. An introduction to the physical basis of soil water phenomena. A Wiley – Interscience Pub. John Wiley & Sons Ltd., London, New York, Sidney, Toronto.

Christian, J. T. and Boehmer, J. W. (1970). Plane strain consolidation by finite elements. Journal of Soil Mech. & Fdns. Div., ASCE, Vol. 96. N° SM4, July, pp. 1435-1457.

Cordão Neto, M. P. (2001). Implementação de um modelo elastoplástico para solos metaestáveis. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 99p.

Cunha, C. (1993). Métodos numéricos para as engenharias e ciências aplicadas. Editora da UNICAMP, Campinas, São Paulo, Brasil.

Cui, Y. J., Loiseau, C. and Delage, P. (2002). Microstructure changes of a confined swelling soil due to suction controlled hydration. Proceedings 3<sup>rd</sup> International conference on Unsaturated soils, pp 593-598.

Farias, M. M. (1993). Numerical analysis of clay core dams. Ph. D Thesis, University of Wales – University College of Swansea.

Farias, M.M. & Naylor, D.J. (1998). Safety analysis using finite elements. Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, DF.

Fredlund, D. G. (1978). Two-dimensional finite element program using constant strain triangles (FINEL), Univ. of Saskatchewan Transportation and Geotech. Group, Internal Report.

Fredlund, D. G. (1979). Appropriate concepts and technology for unsaturated soils. Canadian Goetechnical Journal, 16(1): 121-139.

Fredlund, D. G. and Morgenstern, N. R. (1976). Constitutive relations for volume change in unsaturated soils. Can. Geotech. J., vol. 13, N° 3, pp. 261-276.

Fredlund, D. G. and Rahardjo, H. (1993). Soil mechanics for unsaturated soil. John Wiley & Sons, New York, United Sates of America, 517p.

Fredlund, D. G. and Xing, A. (1994). Equations for soils-water characteristic curve. Canadian Geotechnical Journal, 31 (3): 521-532.

Fredlund, D. G., Morgenstern, N. R., and Widger, R. A. (1978). The shear strength of unsaturated soils. Canadian Geotechnical Journal, 15 (3): 313-321.

Fredlund, D. G., Rahardjo H., and Gan, J. K. M. (1987). Non-linearity of strength envelope for unsaturated oisl. Proceedings, 6<sup>th</sup> International Conference on Expansive Soils, New Delhi, India, pp. 49-54.

Fredlund, D.G. and Morgenstern, N.R. (1977). Stress state variables for unsaturated soils. Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 103(5): 447-466.

Fredlund, M. D., Fredlund, D. G. and Wilson, G. W. (1997). Prediction of the soil-water characteristic curve from grain-size distribution and volume-mass properties. Proceedings, Third Brazilian Symposium of Unsaturated Soils, NSAT'97, Rio de Janeiro, Brazil, April 22-25, Vol. 1, pp. 13-23.

Fredlund, D. G. Xing, A. and Huang, S. Y. (1994). Predicting the permeability function for unsaturated soils using the soil-water characteristic curve. Canadian Geotechnical Journal, 31(4): 533-546.

Futai, M. M. (1997). Análise de Ensaios Oedométricos com Sucção Controlada em Solos Colapsíveis. Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, 255p.

Gallipoli, D., Wheeler, S. J. and Karstunen, M. (2003). Modelling the variation of degree of saturation in a deformable unsaturated soil. Géotechique 53: 105-112.

Gens, A. and Alonso. E. E. (1992). A framework for the behaviour of unsaturated expansive clay. Canadian Geotechnical Journal, 29: 1013-1032.

GEO-SLOPE International Ltd. (1995). User's Guide SEEP/W. Calgary, Alberta, Canada.

Gerscovich, D. M. S. (2001). Equações para modelagem da curva característica aplicadas a solos brasileiros. 4º Simpósio brasileiro de solos não saturados. pp. 76-93

Guimarães, L. N (2002). Análisis multi-componente no isotermo en medio poroso deformable no saturado. PhD Thesis, Geotechnical Engineering Department, Technical University of Catalunya, Spain.

Guimarães, L. N. Gens, A. Oliveira, S and Sánchez, M (2004). Coupled thermo-hydromechanical and chemical analysis of expansive clay barrier in radioactive waste isolation. 5° Simpósio Brasileiro de Solos Não Saturados. São Carlos, SP, Brasil.

Kohgo, Y., Nakano, M and Miyazaki, T. (1993). Theoretical aspect of constitutive modelling for unsaturated soils. Soils and Foundations, Vol. 33, N° 4, 49-63.

Lambe T. W. (1958). The structure of compacted clay, J. soil Mech. Foundation Div. ASCE 84.

Li, X., Thomas, H.R. and Fan, Y. (1999). Finite element method and constitutive modeling and computational for unsaturated soils. Comput. Methods Appl. Mech. Eng. 169: 135-159.

Lloret, A. e Alonso, E. E. (1985). States surfaxes for partially saturated soils. Proc. 11<sup>th</sup> ICSMFE. S. Francisco – USA. 557-562.

Lloret, A. & Ledesma, A. (1993). Finite element analysis of deformations of unsatured soils. Civil Engineering European Courses, Barcelona, Spain, 20 p.

Macari, E. J., Hoyos, L. R. and Arduino, P. (2003). Constitutive modeling of unsaturated soils behavior under axisymmetric stress states using a stress/suction-controlled cubical test cell. International Journal of Plasticity 19: 1481-1515.

Matyas, E.L. & Radhakrishna, H.S. (1968). Volume change characteristics of partially saturated soils. Géotechnique, 18(4): 432-448.

McNamme, J. and Gibson, R. E. (1960). Plane strain and axially symmetric problems of the consolidation of semi-infinite clay stratum. Q. J. Mech. Appl. Math., 13:210,227.

Miranda, A. N. (1983). Behavior of small earth dams during initial filling. Ph.D. Theses, Colorado State University, Ford Collins, Colorado, United States, 223p.

Nakai, T. and Matsuoka, H. (1986). A generalized elastoplastic constitutive model for clay in three-dimensional stresses. Soils and Foundations, Japan, 26(3): 81-98.

Naylor, D. J. and Mattar Jr., D. (1988). Layered analysis of embankment dams. In Numerical Methods in Geomechanics, volume 2, pages 1199-1206. ICONMIG, Innsbruck, Balkema, 1988.

Oliveira, D. R, Gitirana Jr. G. F. N., Pereira, J.H.F. (2004). Influência das propriedades hidráulica na evaporação de solos colapsíveis não saturados. 5º Simpósio Brasileiro de Solos Não Saturados. Sao Carlos, SP, Brasil. 161-167.

Pereira, J.H.F. (1996). Numerical analysis of the mechanical behavior of collapsing earth dams during first reservoir filling. PhD Thesis, University of Saskatchewan, Saskatoon, Canada, 449p.

Pinheiro, M. (2004). Tij-unsat: um novo modelo elastoplástico para solos não saturados. . Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 191p.

Prunty, L and Casey, F. X. M. (2002). Soil water cure description using smooth function. Published in Vadose Zone Journal. 1:179-185.

Ridley, A. M. (1995). Strength-suction-moisture content relationships for kaolin under normal atmospheric conditions. Proceedings 1<sup>st</sup> International Conference on Unsaturated Soils.

Romero, E. Gens, A. and Lloret, A. (1999). Water permeability, water retention and microstructure of unsaturated Boom clay. Engineering Geology 54.

Schaap, M. G. and Leij, F. J. (1998). Using neural network to predict water retention and soil hydraulic conductivity. Published in Soil and Tillage Research. 47: 37-42.

Sheng, D. Sloan, D. S. W, Gens, A. and Smith, D. W. (2003). Finite element formulation and algorithms for unsaturated soils. Part I: Theory. Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., 2003; 27:745–765

Siriwardane, H. J., and Desai, C. S. (1981). Two numerical schemes for nonlinear consolidation. International journal for numerical methods in engineering, vol. 17, 405-426.

Sivakumar, V. and Wheeler, S. J. (2000). Influence of compaction procedure on the mechanical behaviour of an unsaturated compacted clay. Part 1: Wetting and isotropic compression. Géotechnique 50. 359-368.

Sivakumar, V. and Wheeler, S. J. (2000). Influence of compaction procedure on the mechanical behaviour of an unsaturated compacted clay. Part 2: shearing and constitutive modeling. Géotechnique 50. 369-376.

Smith, P.G.C. Addenbrooke, T.I. and Potts, D.M. (2002). Compled finite element analysis of infiltration into unsaturated soils. Third International Conference On Unsaturated Soils – UNSAT 2002 - Recife, Brazil, pp 3-7.

Stephens, S. T., Gallipoli, D. Toll, D. G. (2004). Influence of initial water content on the strength of a statically compacted clay. 5° Simpósio Brasileiro de Solos Não saturados. Sao Carlos, SP, Brasil, pp 121-126.

Vaunat, J., Cante J.C., Ledesma, A. e Gens, A (2000). A stress point algorithm for na elastoplastic model in unsaturated soils. International Journal of Plasticity, Vol. 16, pp 121-141.

Van Genuchten, M. T. (1980). A closed-form equation of predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. Soil Science Society of American Journal. Vol. 44, pp. 892-898.

Vogel, T., van Genuchten, Th. and Cislerova, M. (2001). Effect of the shape soil hydraulic functions near saturation on variably-saturated flow predictions. Published in Advances in water resources, 24:133-144.

Wan, R. (1985). Finite element implementation of some conventional geotechnical problems. Master Thesis. Department of civil engineering, Ottawa, Ontario, 1985.

Wheeler, S. J., Sharma, R. S. and Buisson, M. S. R. (2003). Coupling of hydraulic hysteresis and stress-strain behaviour in unsaturated soils. Géotechnique 53, 41-54.

Wheeler, S. J. AND Sivakumar, V. (1995). An elasto-plastic Critical Satate Framework for Unsaturated Soil. Géotechique, vol 45, N. 1, 35-53.

Zienkiewicz, O.C. (1977). The Finite Element Method. McGraw-Hill, London, United Kingdom, 3e, 787p.

## A. MODELO DE BARCELONA – DETALHES DA IMPLEMENTAÇÃO

Este apêndice apresenta as equações e relações necessárias para a elaboração do algoritmo de integração da relação do modelo básico de Barcelona.

## A.1 COMPORTAMENTO ELÁSTICO

As deformações elásticas podem ser definidas pela expressão:

$$d\varepsilon_i^e = C_{ij}^e d\left(\sigma_j - m_j u_a\right) + H_i^e ds \tag{A.1}$$

onde a matriz  $C_{ij}^{e}$  é definida por:

$$C_{ij}^{e} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu}{E} & \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} \end{bmatrix}$$
(A.2)

Além disso, há também  $H_i^e = m_i \frac{1}{E_w}$ , onde  $m_i = \{1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0\}$ 

Os módulos E e  $E_w$  são definidos de acordo com as expressões:

$$E = \frac{3(1-2\nu)(1+e)}{\kappa}p \tag{A.3}$$

$$E_{w} = \frac{\left(1+e\right)}{\kappa_{s}} \left(s + p_{atm}\right) \tag{A.4}$$

Deste modo são necessários os parâmetros e,  $\kappa$ ,  $\kappa_s \in \mu$ .

## A.2 DEFINIÇÃO DA SUPERFÍCIE DE PLASTIFICAÇÃO

O domínio elástico no espaço de tensões definido pelo modelo de Barcelona para o espaço p-q-s é delimitado pelas seguintes superfícies:

$$f_1(p,q,s,p_0^*) = q^2 - M^2(p_0 - p)(p + p_s) = 0$$
(A.5)

141

$$f_2(s, s_0) = s - s_0 \tag{A.6}$$

onde ainda,

$$p_0\left(p_0^*,s\right) = p^c \left(\frac{p_0^*}{p^c}\right)^{\frac{\lambda(0)-\kappa}{\lambda(s)-\kappa}}$$
(A.7)

$$\lambda(s) = \lambda(0) (r + (1 - r) \exp(-\beta s))$$
(A.8)

$$p_s = k_c s \tag{A.9}$$

Para as equações (A.5) e (A.6) o sub-índice 1 refere-se a superfície LC enquanto o 2 diz respeito a SI.

Nas equações que descrevem o domínio elástico são necessários os seguintes parâmetros: M,  $s_0$ ,  $p_0^*$ ,  $p^c$ ,  $\kappa$ ,  $\lambda(0)$ , r,  $\beta$  e  $k_c$ .

## A.3 SUPERFÍCIE POTENCIAL PLÁSTICO

$$g_1(p,q,s,p_0^*) = \alpha q^2 - M^2(p_0 - p)(p + p_s) = 0$$
 (A.10)

$$g_2(s,s_0) = p \tag{A.11}$$

onde além dos termos anteriormente definidos há também,

$$\alpha = \frac{M(M-9)(M-3)}{9(6-M)} \frac{1}{1-\frac{k}{\lambda(0)}}$$
(A.12)

#### A.4 LEI DE FLUXO

$$d\varepsilon_i^p = \frac{\partial g_1}{\partial (\sigma_i - m_i u_a)} d\lambda_1 + \frac{\partial g_2}{\partial (\sigma_i - m_i u_a)} d\lambda_2$$
(A.13)

onde  $\sigma_i - m_i u_a$  é o tensor de tensões líquidas.

#### A.5 LEI DE ENDURECIMENTO

$$\frac{dp_0^*}{p_0^*} = \frac{1+e}{\lambda(0)-\kappa} d\varepsilon_v^p \tag{A.14}$$

$$\frac{ds_0}{s_0 + p_{atm}} = \frac{1 + e}{\lambda_s - \kappa_s} d\varepsilon_v^p \tag{A.15}$$

As deformações volumétricas,  $d\varepsilon_v^p$ , afetam o tamanho do domínio elástico. Além

disso, independente da origem das deformações volumétricas estas modificam a posição da superfície LC e SI. Para isso, é necessário a definição dos seguintes parâmetros: e,  $p_0^*$ ,  $\lambda(0)$ ,  $\kappa$ ,  $s_0$ ,  $\lambda_s$  e  $k_s$ .

## A.6 DERIVADAS REQUERIDAS

Serão apresentadas apenas as derivadas requeridas para a superfície LC, uma vez que no presente trabalho não foram tratadas trajetórias que envolvessem trajetórias de secagem.

$$\frac{\partial f_1}{\partial \sigma_i} = \frac{\partial f_1}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \sigma_i} + \frac{\partial f_1}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial \sigma_i}$$
(A.16)

$$\frac{\partial f_1}{\partial p} = M^2 \left( 2p + p_s - p_0 \right) \tag{A.17}$$

$$\frac{\partial p}{\partial \sigma_i} = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 0, 0, 0 \right\}^T$$
(A.18)

$$\frac{\partial f_1}{\partial q} = 2q \tag{A.19}$$

$$\frac{\partial q}{\partial \sigma_i} = \frac{3}{2q} \left\{ \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz} \right\}^T$$
(A.20)

$$\frac{\partial f_1}{\partial s} = \frac{\partial f_1}{\partial p_0} \frac{\partial p_0}{\partial s} + \frac{\partial f_1}{\partial p_s} \frac{\partial p_s}{\partial s}$$
(A.21)

$$\frac{\partial f_1}{\partial p_0} = -M^2 \left( p + p_s \right) \tag{A.22}$$

$$\frac{\partial p_0}{\partial s} = -\frac{\frac{d\lambda(s)}{ds} (\lambda(0) - \kappa) \ln p_0^*}{\left(\lambda(s) - \kappa\right)^2} p_0$$
(A.23)

$$\frac{d\lambda(s)}{ds} = -\lambda(0)(1-r)\exp(-\beta s)$$
(A.24)

$$\frac{\partial f_1}{\partial p_s} = M^2 \left( p_0 - p \right) \tag{A.25}$$

$$\frac{\partial p_s}{\partial s} = k_c \tag{A.26}$$

143

$$\frac{\partial f_1}{\partial p_0^*} = \frac{\partial f_1}{\partial p_0} \frac{\partial p_0}{\partial p_0^*} \tag{A.27}$$

$$\frac{\partial p_0}{\partial p_0^*} = \frac{\lambda(0) - \kappa p_0}{\lambda(s) - \kappa p_0^*}$$
(A.28)

$$\frac{\partial p_0^*}{\partial \varepsilon_0^o} = \frac{v p_0^*}{\lambda(0) - \kappa}$$
(A.29)

$$\frac{\partial g_1}{\partial \sigma_i} = \frac{\partial g_1}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \sigma_i} + \frac{\partial g_1}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial \sigma_i}$$
(A.30)

$$\frac{\partial g_1}{\partial p} = M^2 \left( 2p + p_s - p_0 \right) \tag{A.31}$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial q} = 2q\alpha \tag{A.32}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial p_0^*} = \frac{\partial f_1}{\partial p_0} \frac{\partial p_0}{\partial p_0^*}$$
(A.33)

$$\frac{\partial f_2}{\partial s} = 1 \tag{A.34}$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial s_0} = -1 \tag{A.35}$$

$$\frac{\partial s_0}{\partial \varepsilon_v^p} = \frac{v(s_0 + p_{at})}{\lambda_s - \kappa_s}$$
(A.36)

## **B.** EQUAÇÃO DE CONTINUIDADE – $\beta_1 \ge \beta_2$

Este apêndice apresenta as relações necessárias para a definição dos termos  $\beta_1$  e  $\beta_2$ . Conforme apresentado no capítulo 3, estes termos estão relacionados com o teor volumétrico de água.

## **B.1 DEFINIÇÃO DOS TERMOS** $\beta_1 \mathbf{E} \beta_2$

A equação de continuidade da água, equação (3.2) requer a definição do diferencial total da umidade volumétrica,  $d\theta_w$ . Este diferencial pode ser definido como:

$$d\theta_{w} = \frac{\partial \theta_{w}}{\partial \varepsilon_{v}} d\varepsilon_{v} + \frac{\partial \theta_{w}}{\partial (ua - uw)} d(u_{a} - u_{w})$$
(B.1)

ou ainda

$$d\theta_{w} = \beta_{1}d\varepsilon_{v} + \beta_{2}d\left(u_{a} - u_{w}\right)$$
(B.2)

Sendo  $\theta_w = Sn$  tem-se que:

$$\beta_{1} = \frac{\partial \theta_{w}}{\partial \varepsilon_{v}} = \frac{\partial (Sn)}{\partial \varepsilon_{v}} = \frac{\partial S}{\partial \varepsilon_{v}} n + S \frac{\partial n}{\partial \varepsilon_{v}}$$
(B.3)

$$\beta_2 = \frac{\partial \theta_w}{\partial (u_a - u_w)} = \frac{\partial (Sn)}{\partial (u_a - u_w)} = \frac{\partial S}{\partial (u_a - u_w)} n + S \frac{\partial n}{\partial (u_a - u_w)}$$
(B.4)

A curva de saturação *S* é definida como função do índice, *e* e da poropressão,  $u_a - u_w$ , ou seja  $S = f(e, u_a - u_w)$ . Neste trabalho utilizou-se a relação:

$$S = a + b \log(e) + \frac{1 - \left(a + b \log(e)\right)}{1 + \left(\frac{u_a - u_w}{c}\right)^d}$$
(B.5)

Deste modo, o primeiro termo da equação (B.3) deve ser re-escrito como:

$$\frac{\partial S}{\partial \varepsilon_{v}} n = \frac{\partial S}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial \varepsilon_{v}} n \tag{B.6}$$

pois assim é possível utilizar:

$$\frac{\partial S}{\partial e} = \frac{b}{e.\ln(10)} \left( 1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{u_a - u_w}{c}\right)^d} \right)$$
(B.7)

onde ainda  $\frac{\partial e}{\partial \varepsilon_{v}}n = e$ . Já no segundo termo da equação (B.3), tem-se a identidade  $\frac{\partial n}{\partial \varepsilon_{v}} = 1$ .

Deste modo,  $\beta_1$  é expresso como:

$$\beta 1 = \frac{\partial S}{\partial e} e + S \tag{B.8}$$

Quanto ao termo  $\beta_2$ ,  $\frac{\partial S}{\partial (u_a - u_w)}$  é obtido de forma direta por:

$$\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial (u_a - u_w)} = -\frac{\left(1 - \left(a + b\log(e)\right)\right) \left(\frac{u_a - u_w}{c}\right)^a d}{\left(1 + \left(\frac{u_a - u_w}{c}\right)^d\right)^2 \left(u_a - u_w\right)}$$
(B.9)

Porém, o segundo termo da equação (B.4) deve ser re-escrito como:

$$S\frac{\partial n}{\partial (u_a - u_w)} = S\frac{\partial n}{\partial \varepsilon_v}\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial (u_a - u_w)}$$
(B.10)

sendo necessário a utilização da relação constitutiva tensão-deformação-poropressão na definição do termo  $\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial (u_a - u_w)}$ , sendo que este representa a variação volumétrica devido às

mudanças nas poropressões. A expressão a seguir apresenta a relação constitutiva:

$$d(\sigma_i - u_a) = D_{ij}d\varepsilon_j + -h_i d(u_a - u_w)$$
(B.11)

Isolando o termo da deformação, tem-se:

$$d\varepsilon_{j} = D_{ij}^{-1} \left( d\left(\sigma_{i} - u_{a}\right) + h_{i} d\left(u_{a} - u_{w}\right) \right)$$
(B.12)

ou ainda

$$d\varepsilon_{j} = D_{ij}^{-1}d\left(\sigma_{i} - u_{a}\right) + D_{ij}^{-1}h_{i}d\left(u_{a} - u_{w}\right)$$
(B.13)

onde a primeira parcela representa as deformações devido à mudanças no estado de tensões no esqueleto sólido e o segundo representa as deformações as deformações devido a variações na pressão do fluido. Assim, as deformações volumétricas devido à mudanças nas poropressões como:

$$d\varepsilon_v^{u_a - u_w} = m_j D_{ij}^{-1} h_i d\left(u_a - u_w\right) \tag{B.14}$$

sendo o termo  $\frac{\partial \mathcal{E}_{v}}{\partial (u_{a} - u_{w})}$  expresso por:

$$\frac{\partial \varepsilon_{v}}{\partial (u_{a} - u_{w})} = m_{j} D_{ij}^{-1} h_{i}$$
(B.15)

onde  $m_j = \{1, 1, 1, 0, 0, 0\}^T$ .

## C. FORMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

Este apêndice apresenta detalhes sobre a formulação apresentada no Capítulo 3.

## C.1 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Para um domínio  $\Omega$  as condições impostas no contorno  $\Gamma$  podem ser divididas como: condições naturais  $\Gamma_1$  e condições essenciais  $\Gamma_2$ . A seguir são apresentadas estas condições de contorno para as equações de equilíbrio e de continuidade.

#### C.1.1 EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO

Para a equação de equilíbrio o as condições de contorno essenciais  $\Gamma_1$  correspondem a imposição de deslocamentos na fronteira, enquanto para a condições de contorno naturais correspondem a aplicação de um carregamento externo, aqui denominado por  $\tau$ .

#### C.1.2 EQUAÇÃO DE CONTINUIDADE

Do mesmo modo que para equação de equilíbrio, para a equação de continuidade existem condições de contorno essenciais  $\Gamma_1$ , que correspondem a imposição de poropressões, e condições de contorno naturais que correspondem a aplicação de uma vazão por unidade de área na fronteira, conforme expresso por:

$$p = \hat{p} \tag{C.1}$$

$$v_i n_i = \hat{q} \tag{C.2}$$

onde  $\hat{q}$  é a vazão por unidade de área prescrita e  $\hat{p}$  é a poropressão prescrita. Além desses,  $v_i$  é a velocidade da água na direção i e  $n_i$  são as componentes do vetor normal a superfície de aplicação de  $\hat{q}$ .

Para as condições de contorno atuantes na fronteira, há ainda as seguintes propriedades:

$$\Gamma_1 \cap \Gamma_2 = \emptyset \tag{C.3}$$

$$\Gamma_1 \cup \Gamma_2 = \Gamma \tag{C.4}$$

#### C.2 IDENTIDADE MATEMÁTICA

Na solução da equação de continuidade será utilizada a seguinte identidade matemática:

$$f\nabla g = \nabla (fg) - \nabla (f)g \tag{C.5}$$

Além desta identidade é também requerido o teorema do divergente expresso como:

$$\int_{\Omega} \nabla \phi_i d\Omega = \int_{\Gamma} \phi_i n_i d\Gamma$$
 (C.6)

## C.3 APROXIMAÇÃO

Os deslocamentos são aproximados pela relação expressa por:

$$\left\{\overline{u}\right\} = \left[N\right]\left\{p\right\} \tag{C.7}$$

onde  $\{\overline{u}\}$  é o vetor deslocamento dentro do domínio desejado, [N] é a matriz de interpolação de deslocamentos constituída pelas funções de interpolação e  $\{u\}$  são os valores nodais dos deslocamentos.

Do mesmo modo as poropressões podem ser aproximados pela relação expressa por:

$$\left\{\overline{p}\right\} = \left[N^p\right]\left\{p\right\} \tag{C.8}$$

onde  $\{\overline{p}\}$  é o vetor de poropressões aproximado dentro do domínio desejado,  $[N^p]$  é a matriz de interpolação das poropressões constituída pelas funções de interpolação e  $\{p\}$  são os valores nodais das poropressões.

#### C.4 MATRIZ DESLOCAMENTO-DEFORMAÇÃO

A partir dos deslocamentos é possível obter as deformações com a matriz:

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix}$$
(C.9)

onde  $N_i$  é a função de interpolação dos deslocamento referente ao nó i.

## C.5 MATRIZ POROPRESSÃO - GRADIENTE

A partir das poropressões é possível é possível obter os gradientes hidráulicos utilizando a matriz:

$$\begin{bmatrix} B_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i^p}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i^p}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i^p}{\partial z} \end{bmatrix}$$
(C.10)

onde  $N_i^p$  é a função de interpolação das poropressões referente ao nó i.

## C.6 PRINCÍPIO DOS TRABALHOS VIRTUAIS PARA EQUAÇÃO DE EQUILÍBRIO

A expressão a seguir representa a igualdade entre o trabalho realizado pelas forças internas e externas.

$$\int_{\Omega} \left\{ \varepsilon^* \right\}^T \left\{ \sigma \right\} d\Omega - \int_{\Omega} \left\{ u^* \right\}^T \left\{ b \right\} d\Omega - \int_{\Gamma_2} \left\{ u^* \right\}^T \left\{ \tau \right\} d\Gamma = 0$$
(C.11)

onde  $\{b\}$  são as forças de corpo que agem no domínio. Além disso, os deslocamentos virtuais  $\{u^*\}$  e as deformações virtuais  $\{\varepsilon^*\}$  são obtidas pela expressão:

$$\left\{\boldsymbol{u}^*\right\} = \left\{\overline{\boldsymbol{u}}^*\right\}^T \begin{bmatrix} N \end{bmatrix} \tag{C.12}$$

$$\left\{\varepsilon^*\right\} = \left[B\right]\left\{\overline{u}^*\right\} \tag{C.13}$$

Considerando o problema com transiente e substituindo as relações acima citadas tem-se a equação (C.11) expressa como:

$$\int_{\Omega} \left[B\right]^{T} \left\{\frac{\partial \sigma}{\partial t}\right\} d\Omega - \int_{\Omega} \left[N\right]^{T} \left\{\frac{\partial b}{\partial t}\right\} d\Omega - \int_{\Gamma_{2}} \left[N\right]^{T} \left\{\frac{\partial \tau}{\partial t}\right\} d\Gamma = 0$$
(C.14)

Seguindo com a substituição da relação tensão deformação expressão por:

$$\{d\sigma\} = [D]\{d\varepsilon\} + \{h\}dp = [D][B]\{\overline{u}\} + \{h\}[B^{P}]\{\overline{p}\}$$
(C.15)

então, desprezando-se a fase ar se chega a expressão:

$$\int_{\Omega} [B]^{T} [D][B] d\Omega \{\overline{u}\} + \int_{\Omega} [B]^{T} \{h\} [N^{P}] \{\overline{p}\}$$

$$= \int_{\Omega} [N]^{T} \left\{ \frac{\partial b}{\partial t} \right\} d\Omega + \int_{\Gamma_{2}} [N]^{T} \left\{ \frac{\partial \tau}{\partial t} \right\} d\Gamma$$
(C.16)

## C.7 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL DA EQUAÇÃO DE CONTINUIDADE

A partir da equação de continuidade

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \tag{C.17}$$

a solução é obtida utilizando-se o método dos resíduos ponderados, especificamente método de Galerkin, tem-se a expressão:

$$\int_{\Omega} \left\{ N^{p} \right\}^{T} \left( \frac{\partial \theta}{\partial t} + \nabla \cdot \left\{ v \right\} \right) d\Omega = 0$$
 (C.18)

Aplicando-se a identidade matemática apresentada na equação (C.5), a expressão (C.18) torna-se:

$$\int_{\Omega} \left\{ N^{p} \right\}^{T} \frac{\partial \theta}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \nabla \left( \left\{ N^{p} \right\}^{T} \left\{ v \right\} \right) d\Omega - \int_{\Omega} \left[ B^{p} \right]^{T} \left\{ v \right\} d\Omega = 0$$
(C.19)

Seguindo-se com o teorema do divergente tem-se:

$$\int_{\Omega} \{N\}^{T} \frac{\partial \theta}{\partial t} d\Omega - \int_{\Omega} \left( \left[ B^{p} \right] \right)^{T} \{v\} d\Omega + \int_{\Gamma} \{N\}^{T} \{v\} \cdot \{n\} d\Gamma = 0$$
(C.20)

A partir das condições de contorno para a equação de continuidade é possível reescrever o terceiro termo da equação como:

$$\int_{\Gamma} \{N\}^{T} \{\nu\} \bullet \{n\} d\Gamma = \int_{\Gamma_{1}} \{N\}^{T} \{\nu\} \bullet \{n\} d\Gamma + \int_{\Gamma_{2}} \{N\}^{T} \{\nu\} \bullet \{n\} d\Gamma$$
(C.21)

Como o fluxo na fronteira  $\Gamma_1$ , e conseqüentemente a velocidade, é zero e  $\{v\} \cdot \{n\} = \hat{q}$ , então a Equação (C.21) pode ser re-escrita como:

$$\int_{\Gamma} \{N\}^{T} \{v\} \cdot \{n\} d\Gamma = \int_{\Gamma_{2}} \{N\}^{T} \hat{q} d\Gamma$$
(C.22)

Além disso, usando-se a relação constitutiva:

$$d\theta_w = \beta_1 d\varepsilon_v + \beta_2 dp \tag{C.23}$$

e a lei de Darcy:

$$\{v\} = [k]\nabla\left(\frac{u_w}{\gamma_w} + y\right)$$
(C.24)

151

obtém-se a expressão final

$$\int_{\Omega} \beta_{1} \{N\}^{T} \{m\}^{T} [B_{p}] d\Omega \left\{\frac{\partial \overline{u}}{\partial t}\right\} - \int_{\Omega} \beta_{2} \{N\}^{T} \{N\} d\Omega \left\{\frac{\partial \overline{p}}{\partial t}\right\} + \int_{\Omega} \left[B_{p}\right]^{T} \left(\frac{1}{\gamma_{w}} [k] [B_{p}]\right) d\Omega \{\overline{p}\} + \int_{\Omega} \left[B_{p}\right]^{T} \left([k] \nabla y\right) d\Omega + \int_{\Gamma_{2}} \{N\}^{T} \hat{q} d\Gamma = 0$$
(C.25)

# Livros Grátis

(<u>http://www.livrosgratis.com.br</u>)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração Baixar livros de Agronomia Baixar livros de Arquitetura Baixar livros de Artes Baixar livros de Astronomia Baixar livros de Biologia Geral Baixar livros de Ciência da Computação Baixar livros de Ciência da Informação Baixar livros de Ciência Política Baixar livros de Ciências da Saúde Baixar livros de Comunicação Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE Baixar livros de Defesa civil Baixar livros de Direito Baixar livros de Direitos humanos Baixar livros de Economia Baixar livros de Economia Doméstica Baixar livros de Educação Baixar livros de Educação - Trânsito Baixar livros de Educação Física Baixar livros de Engenharia Aeroespacial Baixar livros de Farmácia Baixar livros de Filosofia Baixar livros de Física Baixar livros de Geociências Baixar livros de Geografia Baixar livros de História Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura Baixar livros de Literatura de Cordel Baixar livros de Literatura Infantil Baixar livros de Matemática Baixar livros de Medicina Baixar livros de Medicina Veterinária Baixar livros de Meio Ambiente Baixar livros de Meteorologia Baixar Monografias e TCC Baixar livros Multidisciplinar Baixar livros de Música Baixar livros de Psicologia Baixar livros de Química Baixar livros de Saúde Coletiva Baixar livros de Servico Social Baixar livros de Sociologia Baixar livros de Teologia Baixar livros de Trabalho Baixar livros de Turismo