

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

CONTROLE EM CASCATA E A ESTRUTURA VARIÁVEL COM ADAPTAÇÃO DE  
PARÂMETROS E COMPENSAÇÃO DE ATRITO DE UM SERVOPOSICIONADOR  
PNEUMÁTICO

por

Mário Roland Sobczyk Sobrinho

Tese para obtenção do Título de  
Doutor em Engenharia

Porto Alegre, Agosto de 2009.

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

CONTROLE EM CASCATA E A ESTRUTURA VARIÁVEL COM ADAPTAÇÃO DE  
PARÂMETROS E COMPENSAÇÃO DE ATRITO DE UM SERVOPOSICIONADOR  
PNEUMÁTICO

por

Mário Roland Sobczyk Sobrinho

Mestre em Engenharia

Tese submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia  
Mecânica, PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do  
Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Doutor em Engenharia

Área de Concentração: Processos de Fabricação

Orientador: Prof. Dr. Eduardo André Perondi

Co-orientador: Prof. Dr. Mauro André Barbosa Cunha

Aprovada por:

Prof. Dr. Liu Hsu.....COPPE/UFRJ

Prof. Dr. Antonio Carlos Valdiero.....UNIJUI

Prof. Dr. Jun Sérgio Ono Fonseca.....PROMEC/UFRGS

Prof. Dr. Horácio Antônio Vielmo  
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, 21 de Agosto de 2009

*“O homem sensato adapta-se ao mundo. O homem insensato insiste em tentar adaptar o mundo a si. Sendo assim, qualquer progresso depende do homem insensato.”*

George Bernard Shaw

*Este trabalho é dedicado às mulheres da minha vida, Maria Lúcia e Susiane, que nunca deixaram de apoiar minha insensatez.*

## **AGRADECIMENTOS**

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela bolsa de estudos que me permitiu desenvolver este trabalho com a dedicação que lhe era devida.

Aos professores Eduardo Perondi e Mauro Cunha, pela confiança depositada, pela orientação segura, pelo ambiente de trabalho proporcionado e pelos vários finais de semana perdidos na elaboração e na revisão deste trabalho.

Ao meu pai adotado, Nelson Schäfer, simplesmente por ser quem é.

À minha amada filha Andressa, pela paciência diante dos fins de semana “enrolados”.

Aos irmãos Cleiton e Mariana, pelos muitos anos de convivência calorosa e pela valiosa ajuda na realização de grandes sonhos.

Aos irmãos adotados Tiago e Li, pelo carinho de todos os momentos, pelo companheirismo “religioso” e pelo apoio incondicional em todas as circunstâncias.

À minha avó Valda, pelo cuidado e pelo apoio em todos os momentos.

À prima/amiga Vera Corazza, pelo carinho de sempre.

Aos Cremovaders e Gordinhos de Lambreta (Dani, Éder, Heraldo, Zé), pelos momentos mais alegres e barulhentos de cada semana e pela força de todas as horas.

Aos colegas e amigos do GPFAI e do LAMECC, pela valiosa ajuda ao longo desta caminhada e pelo ambiente “alto-astral” do trabalho cotidiano.

Ao pessoal do Elite (em especial Bagual, Azeitona, Madeira, Fábio, Rafa, Sapov, Lily, Bock e Gringo), pela chance de começar a aprender a ensinar e pela paciência diante dos meus inúmeros “lapsos de comportamento”.

Aos meus queridos “alunos-cobaias” (em especial Tini, Manu, Da Costa, Scheid, Ariane, Horst, Garrido, Montini, Augusto, Dudu, Ana Paula, Ganso, Douglas, Fernando e Camila), por me suportarem em sala de aula e pela imensa ajuda no meu processo de aprendizado para a carreira de professor.

A todos os meus queridos e preciosos amigos, numerosos demais para citá-los individualmente e correr o risco de ser injusto ao esquecer alguém: suas presenças fazem do mundo um lugar mais divertido onde se viver.

## RESUMO

Este trabalho discute o problema do controle preciso do seguimento de trajetórias de um servoposicionador pneumático. Um modelo matemático para o servoposicionador pneumático é apresentado, com atenção especial sendo dada à modelagem dos efeitos do atrito. Para a representação desses efeitos, é proposta uma modificação da estrutura matemática de um modelo de atrito amplamente utilizado no contexto dos algoritmos de controle em tempo real de servomecanismos (o modelo LuGre). A validade da aproximação proposta é justificada por meio de argumentos tanto analíticos como baseados em simulações. Com base no modelo para o atrito resultante da modificação proposta, apresenta-se um novo algoritmo de controle para o servoposicionador pneumático. Esse algoritmo é desenvolvido de acordo com a metodologia do controle em cascata, associada à técnica do controle a estrutura variável, sendo dotado de um esquema de compensação adaptativa dos efeitos do atrito e das forças externas aplicadas ao sistema. Uma análise de estabilidade completa é realizada para o sistema em malha fechada, onde são estabelecidas condições suficientes para que seja assegurada a convergência assintótica dos erros de seguimento para zero e dos parâmetros estimados a valores limitados. Também é apresentada uma análise de robustez do sistema controlado frente a incertezas nos parâmetros do modelo matemático do mesmo. O controlador proposto é avaliado por meio de testes por simulação e por aplicação a uma bancada experimental.

Palavras-chave: servoposicionador pneumático; compensação do atrito; controle adaptativo; controle a estrutura variável; modelo LuGre.

## **ABSTRACT**

“Variable Structure Cascade Control with Parameter Adaption and Friction Compensation Applied to a Pneumatic Positioning System”

This work discusses the problem of the precise control of the trajectory tracking executed by a pneumatic positioning system. A mathematical model of the pneumatic positioning system is presented, with special emphasis given to the modeling of friction effects. For representing such effects, it is proposed a modification in the mathematical structure of a friction model that is widely employed in the context of the real-time control of servomechanisms (the LuGre model). The validity of the proposed approximation is justified by means of analytical arguments as well as simulation results. Based on the friction model that results from the proposed modification, a new control algorithm to be applied to the pneumatic positioning system is presented. Such algorithm is developed according to the cascade methodology, in association with the variable structure control technique and equipped with an adaptive compensation scheme of the effects of friction and external forces applied to the system. A complete stability analysis of the closed loop system is developed, and sufficient conditions are determined so that the asymptotic convergence of the tracking errors of the system to zero and of the estimated parameters to limited values is ensured. The robustness properties of the controlled system with respect to parametric uncertainties in its mathematical model are also analyzed. The performance of the controller is studied by means of simulation and experimental tests.

Keywords: pneumatic positioning system; friction compensation; adaptive control; variable structure control; LuGre model.



# ÍNDICE

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1	Justificativa do Trabalho .....	1
1.2	O Servoposicionador Pneumático .....	3
1.3	Estado da Arte .....	5
1.4	Objetivos do Trabalho .....	10
1.5	Organização do Trabalho .....	11
<b>2</b>	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA DO SERVOPOSICIONADOR .....</b>	<b>12</b>
2.1	Introdução .....	12
2.2	Dinâmica das Pressões nas Câmaras do Cilindro.....	13
2.3	Caracterização das Vazões Mássicas na Servoválvula .....	17
2.4	Subsistema Mecânico .....	22
2.5	Sistema Completo sem Modelagem Explícita do Atrito .....	23
<b>3</b>	<b>MODELAGEM DO ATRITO .....</b>	<b>24</b>
3.1	Introdução .....	24
3.2	O Modelo LuGre .....	25
3.3	Limitações do Modelo LuGre .....	32
3.4	Aproximação Contínua para o Modelo LuGre – 1ª Versão .....	34
3.5	Aproximação Contínua para o Modelo LuGre – 2ª Versão .....	39
3.6	Resultados de Simulações – Modelo Proposto .....	45
3.7	Conclusões do Capítulo.....	52
<b>4</b>	<b>O CONTROLE DE SERVOPOSICIONADORES PNEUMÁTICOS .....</b>	<b>53</b>
4.1	Introdução .....	53
4.2	Controle Proporcional e Variações Comuns (P, PI, PD e PID) .....	54
4.3	Controladores por Realimentação de Estados .....	59
4.4	Linearização por Realimentação .....	65
4.5	Metodologias Baseadas na Interpretação por Subsistemas .....	70
4.6	Controle a Estrutura Variável.....	73
4.7	Controle Adaptativo .....	80
4.8	Controladores com Compensação Explícita do Atrito.....	85

4.9	Controle por Redes Neurais .....	89
4.10	Conclusões do Capítulo.....	91
<b>5</b>	<b>PROJETO DO ALGORITMO DE CONTROLE.....</b>	<b>93</b>
5.1	A Estratégia de Controle .....	93
5.2	Seguimento no Subsistema Mecânico.....	96
5.3	Seguimento no Subsistema Pneumático.....	98
5.4	Análise da Estabilidade – Controlador Fixo .....	102
5.5	Análise da Estabilidade – Controlador Adaptativo .....	106
5.6	Análise de Robustez.....	110
5.7	Algoritmos de Controle Relacionados .....	115
<b>6</b>	<b>IMPLEMENTAÇÃO EXPERIMENTAL .....</b>	<b>120</b>
6.1	Introdução .....	120
6.2	Elementos Principais do Sistema .....	121
6.3	Identificação dos Parâmetros da Bancada Pneumática .....	124
6.4	Ajuste dos Parâmetros dos Controladores.....	127
6.5	Conclusões do Capítulo.....	133
<b>7</b>	<b>RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES E EXPERIMENTOS.....</b>	<b>134</b>
7.1	Trajетórias de Referência .....	134
7.2	Simulações – Caso Modificado.....	136
7.3	Controle sem Compensação do Atrito .....	152
7.4	Controle com Compensação Fixa do Atrito.....	160
7.5	Controle com Compensação Adaptativa do Atrito – Ganhos Reduzidos .....	163
7.6	Controle com Compensação Adaptativa do Atrito – Ganhos Elevados.....	170
7.7	Conclusões do Capítulo.....	175
<b>8</b>	<b>CONCLUSÕES DO TRABALHO .....</b>	<b>178</b>
8.1	Sugestões para Trabalhos Futuros.....	179
8.2	Publicações Obtidas .....	180
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>182</b>

<b>ANEXO I.....</b>	<b>202</b>
<b>ANEXO II.....</b>	<b>208</b>
<b>ANEXO III.....</b>	<b>210</b>
<b>ANEXO IV .....</b>	<b>212</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Servoposicionador pneumático acoplado a uma carga externa.....	3
Figura 2.1	Estrangulamento da seção transversal de um trecho de tubulação ....	18
Figura 3.1	Representação da região de contato entre duas superfícies .....	26
Figura 3.2	Curva estática - força de atrito versus velocidade constante.....	26
Figura 3.3	Comportamento das funções $m(\dot{y})$ e $S_0(\dot{y})$ .....	36
Figura 3.4	Comportamento da função $S_1(\dot{y})$ .....	40
Figura 3.5	Representação do sistema simulado.....	47
Figura 3.6	Resultados das simulações para o movimento de pré-deslizamento..	47
Figura 3.7	Sistema físico utilizado para representar o efeito do movimento adere-desliza .....	48
Figura 3.8	Resultados das simulações para o movimento adere-desliza.....	49
Figura 3.9	Sistema simulado para observação dos ciclos-limites .....	50
Figura 3.10	Resultados das simulações para os ciclos-limites .....	50
Figura 3.11	Resultados das simulações para os ciclos-limites – visão detalhada .	51
Figura 3.12	Resultados das simulações para força de quebra variável .....	51
Figura 4.1	Lugar geométrico das raízes do modelo de 3 <sup>a</sup> ordem para o sistema com um controlador com ação proporcional (P) .....	57
Figura 4.2	Dependência da frequência natural em função da posição do êmbolo do servoposicionador pneumático .....	58
Figura 4.3	Representação do atuador pneumático na forma de dois subsistemas interconectados .....	71
Figura 4.4	Convergência para uma superfície de deslizamento em decorrência da aplicação de um sinal chaveado de controle .....	75
Figura 4.5	Esquema de controle MRAC .....	82
Figura 5.1	Esquema de controle em cascata do atuador pneumático .....	95
Figura 6.1	Bancada pneumática experimental.....	120
Figura 6.2	Bancada pneumática experimental – representação esquemática .....	121
Figura 7.1	Trajetoórias de referência.....	139
Figura 7.2	Trajetoórias de posição do sistema controlado – trajetória senoidal caso modificado (simulação completa) .....	140

Figura 7.3	Trajétórias de posição do sistema controlado – trajetória senoidal caso modificado .....	140
Figura 7.4	Erros de seguimento de posição do sistema controlado – trajetória senoidal – caso modificado.....	141
Figura 7.5	Trajétórias de velocidade do sistema controlado – trajetória senoidal caso modificado .....	141
Figura 7.6	Erros de seguimento de velocidade do sistema controlado trajetória senoidal – caso modificado .....	142
Figura 7.7	Trajétórias de força do sistema controlado – trajetória senoidal controlador proporcional – caso modificado .....	143
Figura 7.8	Trajétórias de força do sistema controlado – trajetória senoidal controlador a estrutura variável – caso modificado .....	143
Figura 7.9	Erros de seguimento de força do sistema controlado – trajetória senoidal – caso modificado.....	144
Figura 7.10	Estimativas de $\hat{\sigma}_0$ – trajetória senoidal – caso modificado .....	145
Figura 7.11	Estimativas de $\hat{\sigma}_1$ – trajetória senoidal – caso modificado.....	145
Figura 7.12	Estimativas de $\hat{\sigma}_2$ – trajetória senoidal – caso modificado .....	145
Figura 7.13	Estimativas da massa – trajetória senoidal – caso modificado .....	146
Figura 7.14	Estimativas da força externa – trajetória senoidal – caso modificado	146
Figura 7.15	Erros de seguimento de posição do sistema controlado – trajetória polinomial – caso modificado.....	147
Figura 7.16	Erros de seguimento de velocidade do sistema controlado trajetória polinomial – caso modificado .....	148
Figura 7.17	Trajétórias de força do sistema controlado – trajetória polinomial controlador proporcional – caso modificado .....	149
Figura 7.18	Trajétórias de força do sistema controlado – trajetória polinomial controlador proporcional – caso modificado .....	149
Figura 7.19	Erros de seguimento de força do sistema controlado – trajetória polinomial – caso modificado.....	150
Figura 7.20	Estimativas dos parâmetros $\hat{\sigma}_0$ e $\hat{\sigma}_1$ – trajetória polinomial – caso modificado .....	151
Figura 7.21	Características de seguimento de posição do sistema controlado trajetória senoidal – controlador PVA .....	153

Figura 7.22	Trajétórias de posição do sistema controlado – trajetória senoidal controladores PSC e EVSC .....	154
Figura 7.23	Erros de seguimento de posição do sistema controlado – trajetória senoidal – controladores PSC e EVSC .....	154
Figura 7.24	Trajétórias de força do sistema controlado (massa manipulada 0,18 kg) – trajetória senoidal – controladores PSC e EVSC .....	156
Figura 7.25	Trajétórias de força do sistema controlado (massa manipulada 1,92 kg) – trajetória senoidal – controladores PSC e EVSC .....	157
Figura 7.26	Trajétórias de força do sistema controlado (massa manipulada 3,66 kg) – trajetória senoidal – controladores PSC e EVSC .....	157
Figura 7.27	Erros de seguimento de força do sistema controlado – trajetória senoidal – controladores PSC e EVSC .....	157
Figura 7.28	Sinais de controle – trajetória senoidal – controlador PVA.....	158
Figura 7.29	Sinais de controle – trajetória senoidal – controladores PSC e EVSC	158
Figura 7.30	Trajétórias de posição do sistema controlado – trajetória polinomial controladores PSC e EVSC .....	159
Figura 7.31	Erros de seguimento de posição do sistema controlado – trajetória polinomial – controladores PSC e EVSC .....	160
Figura 7.32	Características de seguimento de posição do sistema controlado trajetória senoidal – controladores PCF e EVCF.....	161
Figura 7.33	Trajétórias de força do sistema controlado– trajetória senoidal controladores PCF e EVCF .....	161
Figura 7.34	Erros de seguimento de força do sistema controlado – trajetória senoidal – controladores PCF e EVCF .....	162
Figura 7.35	Sinais de controle – trajetória senoidal –controladores PFC e EVCF	162
Figura 7.36	Características de seguimento de posição do sistema controlado trajetória polinomial - controladores PCF e EVCF .....	163
Figura 7.37	Trajétórias de posição do sistema controlado – trajetória senoidal – controladores PCA e EVCA.....	164
Figura 7.38	Erros de seguimento de posição do sistema controlado – trajetória senoidal – controladores PCA e EVCA.....	164
Figura 7.39	Trajétórias de força do sistema controlado – trajetória senoidal controlador PCA .....	164

Figura 7.40	Trajétórias de força do sistema controlado – trajetória senoidal controlador EVCA .....	165
Figura 7.41	Estimativas de $\hat{\sigma}_0$ e $\hat{\sigma}_1$ – trajetória senoidal – controladores PCA e EVCA .....	166
Figura 7.42	Estimativas de $\hat{\sigma}_2$ – trajetória senoidal – controladores PCA e EVCA .....	167
Figura 7.43	Estimativas da massa e da força externa – trajetória senoidal controladores PCA e EVCA .....	167
Figura 7.44	Trajétórias de posição do sistema controlado – trajetória polinomial – controladores PCA e EVCA.....	168
Figura 7.45	Erros de seguimento de posição do sistema controlado – trajetória polinomial – controladores PCA e EVCA.....	168
Figura 7.46	Comparação entre os erros de seguimento – trajetória senoidal todos os controladores P .....	169
Figura 7.47	Comparação entre os erros de seguimento – trajetória senoidal todos os controladores EV .....	169
Figura 7.48	Trajétórias de posição do sistema controlado – trajetória senoidal de amplitude 0,45 [m] – controlador EVCA.....	171
Figura 7.49	Erros de seguimento de posição do sistema controlado – trajetória senoidal de amplitude 0,45 [m] – controlador EVCA.....	172
Figura 7.50	Trajétórias de posição do sistema controlado – trajetória senoidal de amplitude 0,40 [m] – controlador EVCA .....	172
Figura 7.51	Erros de seguimento de posição do sistema controlado – trajetória senoidal de amplitude 0,40 [m] – controlador EVCA .....	173
Figura 7.52	Trajétórias de posição do sistema controlado – trajetória senoidal de amplitude 0,25 [m] – controlador EVCA .....	173
Figura 7.53	Erros de seguimento de posição do sistema controlado – trajetória senoidal de amplitude 0,25 [m] – controlador EVCA .....	174

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Modelagem matemática do sistema sem representação explícita do atrito .....	44
Tabela 3.1	Parâmetros empregados nas simulações .....	46
Tabela 5.1	Modelagem matemática do sistema em malha fechada – controlador fixo .....	103
Tabela 5.2	Modelagem matemática do sistema em malha fechada – controlador adaptativo .....	107
Tabela 6.1	Valores dos parâmetros estáticos e dinâmicos para o atrito identificação experimental.....	124
Tabela 6.2	Valores dos parâmetros dinâmicos para o atrito .....	125
Tabela 6.3	Ganhos utilizados pelos controladores – parcela SC .....	130
Tabela 6.4	Valores dos parâmetros estáticos e dinâmicos para o atrito parcela CF .....	130
Tabela 6.5	Ganhos de adaptação dos parâmetros - parcela CA .....	131
Tabela 6.6	Valores das estimativas iniciais dos parâmetros adaptados parcela CA .....	132
Tabela 7.1	Parâmetros do atrito para o modelo em malha aberta– caso modificado .....	138
Tabela 7.2	Ganhos utilizados pelo controlador - caso modificado .....	138
Tabela 7.3	Parâmetros do algoritmo de compensação adaptativa – caso modificado	139
Tabela 7.4	Ganhos utilizados com o controlador PVA.....	153
Tabela 7.5	Valores RMS dos erros de seguimento de posição (controladores PVA, PSC e EVSC) .....	155
Tabela 7.6	Valores RMS dos erros de seguimento de posição (controladores PCA e EVCA) .....	165
Tabela 7.7	Valores RMS dos erros de seguimento de posição (todos os controladores).....	170
Tabela 7.8	Ganhos utilizados pelo controlador EVCA para os testes da Seção 7.6 .....	171
Tabela 7.9	Parâmetros do algoritmo de compensação adaptativa para os testes da Seção 7.6 .....	171



Tabela 7.10	Valores RMS dos erros de seguimento de posição do controlador EVCA com parâmetros elevados.....	174
-------------	---	-----

## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

AC	Corrente/tensão elétrica alternada ( <i>alternate current</i> )
A/D	Conversão analógico-digital
COPPE	Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa em Engenharia
D/A	Conversão digital-analógico
DC	Corrente/tensão elétrica contínua ( <i>direct current</i> )
EVCA	Controlador a estrutura variável, com compensação adaptativa do atrito
EVCF	Controlador a estrutura variável, com compensação fixa do atrito
EVSC	Controlador a estrutura variável, sem compensação do atrito
GMS	Modelo do escorregamento generalizado de Maxwell ( <i>generalized Maxwell slip</i> ) para o atrito
IFSUL	Instituto Federal Sul-rio-grandense de Educação, Ciência e Tecnologia
LAMECC	Laboratório de Mecatrônica e Controle
LuGre	Modelo de Lund-Grenoble para o atrito
MRAC	Controle adaptativo por modelo de referência ( <i>model reference adaptive control</i> )
P	Ação proporcional de controle
PCA	Controlador proporcional, com compensação adaptativa do atrito
PCF	Controlador proporcional, com compensação fixa do atrito
PD	Ação proporcional-derivativa de controle
PI	Ação proporcional-integral de controle
PID	Ação proporcional-integral-derivativa de controle
PROMECC	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica
PSC	Controlador proporcional, sem compensação do atrito
PVA	Controle por realimentação dos estados de posição, velocidade e aceleração
PWM	Modulação por largura de pulso ( <i>pulse width modulation</i> )
RMS	Valor eficaz de uma variável ( <i>root mean square</i> )
UNIJUÍ	Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul
SMC	Controle por modos deslizantes ( <i>slide mode control</i> )
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Variáveis e parâmetros

- $A$  área útil do êmbolo do pistão [ $\text{m}^2$ ]  
 $A$  matriz do sistema  
 $A_o$  área transversal de passagem do gás em um orifício [ $\text{m}^2$ ]  
 $a_i$  ( $i = 1, 2$ ) coeficientes do denominador da função de transferência do sistema  
 $B$  vetor de entrada do sistema  
 $b_i$  ( $i = 0$ ) coeficiente do numerador da função de transferência do sistema  
 $b(.)$  função dependente do estado  
 $c_i$  ( $i = 1, 2$ ) coeficientes que definem a dinâmica em regime de deslizamento  
 $C_f$  coeficiente de atrito viscoso equivalente [ $\text{N}/(\text{m/s})$ ]  
 $c_p$  calor específico do ar a pressão constante [ $\text{J}/\text{Kg K}$ ]  
 $c_v$  calor específico do ar a volume constante [ $\text{J}/\text{Kg K}$ ]  
 $d(t)$  perturbação  
 $E(.)$  vetor erro na malha fechada  
 $e$  erro  
 $e(t)$  função erro  
 $f(.)$  função dependente do estado  
 $F$  força [ $\text{N}$ ]  
 $F_c$  força de atrito seco (ou de Coulomb) [ $\text{N}$ ]  
 $F_s$  força de atrito estático (força de quebra) [ $\text{N}$ ]  
 $f_u(.)$  função de tensão  
 $f_p(.)$  função de pressão  
 $f_p(.,.)$  função das pressões  
 $F$  vetor força  
 $g$  função vetorial contínua  
 $G(s)$  função de transferência  
 $G$  matriz de ganhos  
 $g(t)$  força pneumática  
 $H(s)$  função de transferência  
 $\hat{h}$  parcela da dinâmica do sistema que independe da tensão de controle  
 $I$  matriz identidade

$k$	ganho da lei de controle no subsistema pneumático
$K$	ganho constante, coeficiente de calibração
$K_a$	ganho de aceleração [ $\text{Vs}^2/\text{m}$ ]
$K_d$	ganho constante
$K_D$	ganho constante do controlador em cascata
$K_o$	constante positiva
$k_v$	constante real positiva
$L$	curso útil do cilindro atuador [m]
$l$	número de elementos
$M$	massa [Kg]
$m(\cdot)$	função de suavização da função módulo da velocidade
$p$	pressão absoluta [Pa]
$p_{atm}$	pressão atmosférica [Pa]
$p_{crit}$	relação de pressões crítica
$p_d$	pressão a jusante [Pa]
$P$	constante positiva
$p_s$	pressão de suprimento [Pa]
$p_{sup}$	pressão de suprimento [Pa]
$p_u$	pressão a montante [Pa]
$p_\Delta$	diferença de pressão [Pa]
$Q$	energia calorífica [J]
$q_m$	vazão mássica [kg/s]
$Q_N$	vazão volumétrica nominal [ $\text{m}^3/\text{s}$ ], [l/min]
$\dot{Q}$	potência calorífica [J/s]
$R$	constante do gás [kgJ/K]
$r$	razão de calores específicos do ar
$s$	função de medida do erro de seguimento da velocidade [m/s]
$S(\cdot)$	superfície de deslizamento
$s$	operador de Laplace
$T$	temperatura [K]
$t$	tempo [s]
$t_f$	tempo final [s]
$t_s$	tempo no qual a trajetória alcança a superfície de deslizamento [s]

$T(s)$	função de transferência
$u$	sinal de controle [V]
$u_a$	sinal auxiliar de controle
$u_a^*$	sinal auxiliar de controle no caso ideal
$\bar{u}$	sinal de controle normalizado
$\hat{u}$	parcela da dinâmica do sistema que depende da tensão de controle [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]
$\bar{u}_{\text{lim}}$	valor de limiar da tensão com comportamento linear da vazão mássica [V]
$u_{\text{max}}$	tensão que corresponde à abertura máxima da servoválvula [V]
$v$	pseudo-sinal de controle
$V$	volume [ $\text{m}^3$ ]
$V_{i0}$	( $i=1,2$ ) <i>volume morto</i> na câmara incluindo as tubulações [ $\text{m}^3$ ]
$V_i$	( $i=1,2$ ) função escalar não negativa, função tipo de Lyapunov
$V_{\text{max}}$	tensão máxima aplicada à servoválvula [V]
$\dot{V}$	vazão volumétrica [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]
$V_{pi}$	( $i=1,2$ ) tensões fornecidas pelos sistemas de medição das pressões [V]
$v_s$	velocidade de limiar ou de Stribeck [m/s]
$V_{psup}$	tensão fornecida pelo sistema de medição da pressão de suprimento [V]
$x$	saída escalar de interesse
$\mathbf{x}$	vetor de estados
$x_v$	deslocamento do carretel controlador da servoválvula [m]
$y(t)$	deslocamento do êmbolo do pistão [m]
$y_d$	posição final desejada [m]
$y_d(t)$	trajetória desejada [m]
$y_{dp}(t)$	trajetória desejada polinomial [m]
$y_{\text{max}}$	amplitude do deslocamento [m]
$\dot{y}_r$	velocidade de referência [m/s]
$z$	deformação no movimento de pré-deslizamento
$\alpha$	número real
$\beta$	módulo de elasticidade volumétrica [ $\text{N}/\text{m}^2$ ]
$\delta$	faixa de erro de regime (%)
$\varepsilon$	erro
$\Phi$	largura da camada limite

$\phi(.)$	função polinomial
$\gamma$	razão entre o menor e o maior autovalor, número real limitado
$\eta$	medida da velocidade de deslocamento de uma trajetória
$\varphi(.)$	função representativa dos vazamentos
$\lambda$	ganho do controlador em cascata, constante positiva
$\lambda_{\max}$	maior autovalor
$\lambda_{\min}$	menor autovalor
$\psi(.)$	função vazão mássica <i>versus</i> relação de pressões [Kg/s]
$\rho$	massa específica [Kg/m <sup>3</sup> ], vetor erro de seguimento na malha fechada
$\sigma_0$	coeficiente de rigidez elástica [N/m <sup>2</sup> ]
$\sigma_{0e}$	estimativa da rigidez elástica [N/m <sup>2</sup> ]
$\sigma_1$	coeficiente de amortecimento [Ns/m]
$\sigma_2$	coeficiente de amortecimento viscoso [Ns/m]
$\Gamma(.)$	função polinomial
$\omega$	freqüência [rad/s]
$\Omega$	sistema em malha fechada
$\omega_n$	freqüência natural [rad/s]
$\zeta$	índice de amortecimento

### Símbolos

$\Delta$	variação
$(\bar{\quad})$	limite superior, variável normalizada
$(\hat{\quad})$	estimativa
$(\tilde{\quad})$	erro ou diferença
$(\dot{\quad})$	derivada primeira
$(\ddot{\quad})$	derivada segunda
$(\dddot{\quad})$	derivada terceira

### Índices

$(\quad)^*$	superíndice indicador de valor exato ou conhecido
$(\quad)_0$	sub-índice indicador de condições iniciais ou normalizadas
$(\quad)_I$	sub-índice indicador da câmara 1 do cilindro atuador

- ( )<sub>2</sub> sub-índice indicador da câmara 2 do cilindro atuador
- ( )<sub>atm</sub> sub-índice de referência a pressão atmosférica
- ( )<sub>crit</sub> sub-índice indicador de condição crítica ou de saturação
- ( )<sub>d</sub> sub-índice indicador de condição desejada
- ( )<sup>ench</sup> superíndice indicador de condições de enchimento da câmara
- ( )<sup>exau</sup> superíndice indicador de condições de enchimento da câmara
- ( )<sub>i</sub> sub-índice indicador de condições iniciais ou de elemento individual
- ( )<sub>max</sub> sub-índice indicador de condição de valor máximo
- ( )<sub>min</sub> sub-índice indicador de condição de valor mínimo
- ( )<sup>(n)</sup> superíndice indicador de enésima derivada
- ( )<sub>N</sub> sub-índice indicador de valor nominal
- ( )<sub>p</sub> sub-índice indicador de pressão
- ( )<sub>r</sub> sub-índice indicador de referência
- ( )<sub>s</sub> sub-índice indicador de condição de pressão de suprimento
- ( )<sub>ss</sub> sub-índice indicador regime permanente (steady state)
- ( )<sub>sup</sub> sub-índice indicador de condição de pressão de suprimento
- ( )<sub>u</sub> sub-índice indicador de tensão
- ( )<sub>Δ</sub> sub-índice indicador de diferença

# 1 INTRODUÇÃO

Este capítulo provê uma breve descrição da aplicação da pneumática em problemas de servoposicionamento, acompanhada de um levantamento do estado da arte na pesquisa envolvendo a modelagem e o controle de servoposicionadores pneumáticos. Ao final deste, apresenta-se a organização dos demais capítulos quanto aos assuntos discutidos neste trabalho.

## 1.1 Motivação do Trabalho

Servoposicionadores pneumáticos são dispositivos leves e baratos, apresentando boa relação entre seu peso e a potência que podem disponibilizar. Adicionalmente, por empregar somente ar comprimido, sua operação não representa grandes riscos, de modo que as precauções de segurança necessárias ao seu ambiente de trabalho são reduzidas. Devido a essas características, seu emprego é vantajoso para uma larga faixa de aplicações industriais, especialmente aquelas em que se requer apenas que o servoposicionador se mova de uma extremidade à outra de seu curso útil, sem paradas intermediárias.

Devido à alta velocidade de desenvolvimento tecnológico que caracteriza o mundo moderno, as aplicações de alta precisão têm ganhado um espaço crescente no ambiente industrial. Em particular, os campos da automação e da robótica estão hoje presentes em praticamente todas as áreas de produção manufatureira, e não somente nas aplicações “de ponta” a que estavam restritos em um passado recente. Esses sistemas automatizados requerem um alto grau de flexibilidade, velocidade de resposta e, particularmente, precisão. Infelizmente, as características altamente não-lineares dos servoposicionadores pneumáticos comuns tornam difícil a utilização destes últimos dentro dessa nova realidade.

Todos os sistemas pneumáticos sofrem de uma limitação severa, caracterizada pela compressibilidade do ar. Esse efeito é não-linear, e apresenta conseqüências significativas sobre o desempenho desses sistemas, particularmente no que concerne seu grau de precisão em tarefas de posicionamento. Adicionalmente, dispositivos pneumáticos podem apresentar outras características indesejáveis, tais como vazamentos e altos valores das forças de atrito, que comprometem a eficácia de sua operação. O resultado de todos esses efeitos é o de um comportamento fortemente não-linear, que dificulta muito o controle desses sistemas por meio das técnicas convencionais, baseadas em modelos lineares, como a abordagem PID ou a



realimentação de estados (veja Ogata, 2000, por exemplo). Conseqüentemente, sua utilização para aplicações de alta precisão é comprometida.

Contudo, graças ao desenvolvimento da tecnologia eletrônica, novas alternativas de controle estão-se tornando possíveis para os servoposicionadores pneumáticos. As novas técnicas de instrumentação, baseadas em sistemas de aquisição e tratamento de dados rápidos e confiáveis, aumentam significativamente a capacidade de monitoração de diversos tipos de processos físicos. Ainda mais importante para a área dos sistemas de controle é o notável progresso dos microprocessadores digitais, tanto em termos de capacidade de processamento como de redução dos custos de produção e aquisição. Devido a essa evolução, tornou-se possível a implementação de algoritmos de controle muito mais sofisticados do que os baseados nos métodos tradicionais, sem que o considerável acréscimo no esforço computacional envolvido nessa transição represente um elemento proibitivo. Finalmente, os próprios componentes e sistemas pneumáticos têm apresentado um desenvolvimento considerável, particularmente no que concerne ao desempenho das servoválvulas e à redução dos níveis de vazamento em diversos elementos. Em conseqüência desses avanços, a ampliação significativa dos limites de aplicação dos servoposicionadores pneumáticos em tarefas de precisão é hoje uma realidade, uma vez que tais características indesejáveis se tornaram passíveis de compensação ou atenuação por meio de estratégias de controle mais elaboradas do que as técnicas mais comumente utilizadas. Nessas condições, o desenvolvimento de tais estratégias de controle mais eficientes tem possibilitado que os servoposicionadores pneumáticos sejam cada vez mais capazes de competir em custo e desempenho com sistemas equivalentes baseados em atuadores elétricos e hidráulicos, representando uma alternativa viável para diversas aplicações industriais.

O presente trabalho está inserido nesse contexto. Seu principal objetivo é compensar as características não-lineares de um servoposicionador pneumático por meio da estratégia de controle a ele aplicada. O algoritmo proposto se baseia na técnica de controle em cascata, que consiste em interpretar o sistema completo como dois subsistemas interconectados: um subsistema mecânico e outro, pneumático. O modelo do subsistema mecânico é empregado juntamente com os estados medidos do sistema para determinar o valor de força necessário ao posicionamento preciso do êmbolo do servoposicionador, levando-se em conta os efeitos não-lineares do atrito por meio de uma observação em tempo real. Com essa informação, um algoritmo a estrutura variável determina o valor da entrada de controle a ser aplicada ao subsistema pneumático para que a força desejada seja seguida de forma tão próxima quanto possível. Além disso, o controlador proposto é dotado de características adaptativas, de modo

a compensar os efeitos das incertezas nos parâmetros por ele utilizados, bem como as variações nos valores desses parâmetros decorrentes das alterações nas condições de operação do servoposicionador ao longo do tempo. Com essa abordagem, pretende-se compensar a maior parte dos efeitos não-lineares presentes no servoposicionador, particularmente no que se refere ao atrito, levando-o a apresentar um comportamento satisfatório em termos da precisão de seu posicionamento.

## 1.2 O Servoposicionador Pneumático

Define-se por *servoposicionador* um sistema que possibilita o posicionamento de uma carga mecânica em uma localização desejada. Essa localização é usualmente denotada pelo eixo coordenado  $y$ , e ela pode ser fixa ou variável no tempo. Nesse caso, a posição requerida é denominada  $y(t)$ , e o servoposicionador pode ser também chamado de seguidor.

O elemento responsável pela aplicação da força sobre a carga mecânica é dito *atuador*. Sua forma de acionamento pode ser elétrica, hidráulica ou pneumática. Discussões mais detalhadas a respeito das características e aplicações de cada tipo de atuador podem ser encontradas em Merritt, 1967, em Martin, 1995, e em Parr, 2007. O sistema de posicionamento estudado neste trabalho possui um atuador pneumático. Por essa razão, o sistema será doravante denominado *servoposicionador pneumático*.

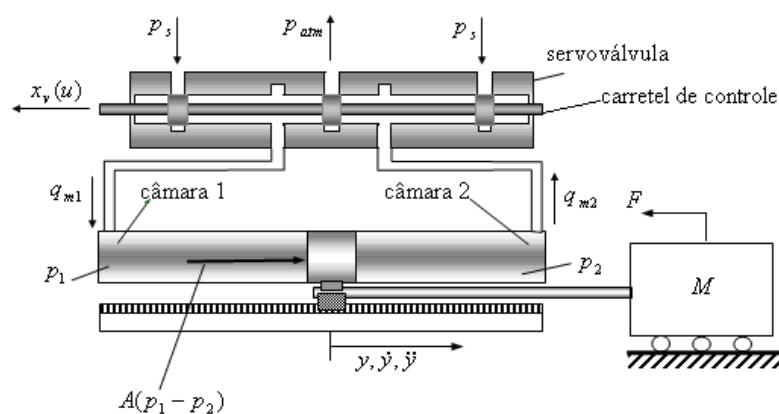


Figura 1.1 – Servoposicionador pneumático acoplado a uma carga externa

A Fig. 1.1 representa esquematicamente o servoposicionador pneumático em estudo. Essencialmente, o sistema consiste de uma servoválvula direcional e uma câmara cilíndrica,

dividida em duas pelo êmbolo acoplado à carga inercial  $M$ . Os efeitos do atrito e de eventuais forças externas aplicadas à carga são representados na força única  $F$ .

O servoposicionador utiliza a energia proveniente de um sistema de suprimento (não representado na figura), que mantém o ar a uma pressão aproximadamente constante  $p_s$ . A servoválvula é empregada para controlar o escoamento do ar sob pressão. Quando o carretel da válvula é deslocado na direção de  $x_v$  positivo (da direita para a esquerda, na figura), abre-se uma comunicação entre a câmara e o sistema de suprimento, enquanto a câmara 2 é conectada à atmosfera. Como a pressão de suprimento ( $p_s$ ) é maior do que a da câmara 1 ( $p_1$ ), surge a vazão mássica  $q_{m1}$  da válvula para a câmara 1. Analogamente, é estabelecida uma vazão mássica  $q_{m2}$  da câmara 2 para a válvula, e desta para o ambiente. Com isso, à medida que o tempo avança,  $p_1$  tende a  $p_s$ , e  $p_2$  tende à pressão atmosférica  $p_{atm}$ . Da diferença de pressão atuante sobre o êmbolo resulta uma força de módulo  $A(p_1 - p_2)$  no sentido de  $y$  positivo, tendendo a deslocar a carga da esquerda para a direita.

Em servoposicionadores, o deslocamento  $x_v$  do carretel da válvula é provocado por uma tensão elétrica ( $u$ ) aplicada a um solenóide ou motor torque. Assim, a dinâmica do sistema tem como entrada a tensão elétrica  $u$  e, como saída, o deslocamento  $y$  do êmbolo do cilindro (ou da massa  $M$  acoplada). Os processos que regem essa dinâmica são os seguintes:

- A relação entre a tensão aplicada  $u$  (entrada) e o deslocamento  $x_v$  do carretel (dinâmica da válvula);
- As relações entre as aberturas na válvula (ocasionadas pelo deslocamento do carretel) e as vazões do ar através dela;
- As relações entre as vazões mássicas nas câmaras do cilindro e as variações de pressão que elas provocam;
- A relação entre a diferença de pressão e o deslocamento  $y$  do êmbolo (saída), que também é influenciada pela presença de forças externas e/ou de atrito aplicadas ao sistema êmbolo + carga acoplada.

Estudos realizados por diversos autores [Lai et al., 1990; Kazerooni, 2005; Shen e Hwang, 2006] mostram que o sistema eletromecânico de controle da válvula apresenta uma largura de banda muito maior que a do sistema pneumático. Assim, é possível assumir-se que há uma relação estática entre a entrada em tensão e a saída em deslocamento do carretel de controle. Em válvulas mais simples, essa relação tem caráter meramente proporcional. Em válvulas mais complexas e precisas, a abertura dos orifícios de passagem do ar é uma função

aproximadamente linear da tensão elétrica aplicada, e independe das pressões de trabalho. Essas válvulas de alta precisão são baseadas em realimentações internas, sendo comumente denominadas *servoválvulas*. Neste trabalho, assume-se que o atuador pneumático a ser controlado dispõe de uma servoválvula para a regulação precisa das vazões de entrada e saída nas câmaras do cilindro.

### 1.3 Estado da Arte

Em virtude da evolução das condições de se projetar algoritmos de controle que permitam o emprego de servoposicionadores pneumáticos em aplicações de precisão, um número considerável de trabalhos nessa área tem sido produzido nos últimos anos. Esta seção apresenta um levantamento sobre os trabalhos voltados tanto para a modelagem como para o controle desses sistemas com o fim de melhor contextualizar o estudo aqui apresentado.

A seguir, são delineados os pontos mais importantes identificados por diversos autores no que concerne à modelagem de servoposicionadores pneumáticos.

Nos livros-textos de Streeter, 1981, Fox e McDonald, 1981, e Martin, 1995, discute-se o fenômeno da vazão de um fluido compressível que caracteriza o funcionamento de um servossistema pneumático com o processo termodinâmico a ele associado. Bons argumentos para a simplificação desse processo também são apresentados. A utilização desses conceitos na formulação de um modelo matemático do servoposicionador pneumático para fins de controle é descrita por diversos autores, tais como Virvalo, 1995, Bobrow e McDonnell, 1998, Ning e Bone, 2002, e Kazerooni, 2005, entre outros. Dentre os fenômenos considerados nesses modelos, aqueles que aparecem com maior destaque são: a dinâmica das pressões nas câmaras do cilindro do atuador em função das vazões mássicas de entrada e saída; as características dessas vazões mássicas em função da atuação das válvulas e das próprias pressões nas câmaras; os efeitos das forças inerciais e de atrito envolvidas no sistema.

A modelagem da dinâmica das pressões nas câmaras do cilindro atuador é feita com base no modelo politrópico de um processo termodinâmico. Em particular, o modelo isentrópico (adiabático e reversível) é o mais comumente utilizado [Lai et al., 1990; Bobrow e McDonnell, 1998; Wang et al., 2001; Pandian et al., 2002; Korondi e Gyeviki, 2006]. A energia cinética da massa de ar em movimento e os efeitos transientes da passagem de fluidos compressíveis em orifícios são desprezados em todos os estudos.

No que diz respeito à dinâmica da servoválvula, diversos autores consideram que esta pode ser tratada como um sistema de ordem zero [Lai et al., 1990; Bobrow e McDonnell,

1998; Kazerooni, 2005; Shen e Hwang, 2006, Bone e Ning, 2007]. Essa abordagem se justifica pela constatação de que, na grande maioria dos casos estudados, a largura de banda da servoválvula é maior do que a da dinâmica do sistema de atuação (dinâmica do cilindro + carga), e é uma simplificação útil quando se trata do desenvolvimento de algoritmos de controle para sistemas pneumáticos. Quando o objetivo de trabalho é o de se desenvolver um modelo fiel visando à simulação do comportamento dinâmico do sistema, no entanto, a servoválvula pode ser representada por modelos mais complexos. Em Pandian et al., 1998, por exemplo, utiliza-se um modelo de 1ª ordem, enquanto Virvalo, 1995, considera um modelo de 2ª ordem.

A saturação da vazão é a não-linearidade mais levada em consideração na modelagem da servoválvula. Em diversos trabalhos, a vazão mássica nos orifícios de passagem da servoválvula é modelada por meio de um produto entre duas funções: uma, dependente da área da seção transversal do orifício; outra, da relação entre as pressões a montante e a jusante do orifício. Normalmente, a função da área de passagem do orifício é tomada como linearmente proporcional à tensão de controle aplicada à servoválvula [Lai et al., 1990; Pandian et al., 1997; Bobrow e McDonnel, 1998], enquanto que a função das pressões a montante e a jusante do orifício é uma expressão não-linear. Autores como Wang et al., 2001, Hildebrandt et al., 2005a, e Ke et al., 2005, utilizam um modelo clássico baseado na suposição de que o processo de passagem do ar através do orifício da servoválvula ocorra de forma isentrópica. Por meio desse modelo, é possível caracterizar a saturação da vazão através da razão entre as pressões a montante e a jusante do orifício: enquanto essa razão é menor ou igual a um limite de aproximadamente 0,53 (veja Maré et al., 2000, por exemplo), o escoamento do ar se encontra em regime subsônico. A partir desse limite, o escoamento passa a ser saturado (ou sônico), e a vazão mássica através do orifício tem valor constante e independente da diferença de pressão entre as câmaras separadas pelo orifício de passagem. Modelos mais fiéis ao comportamento real da vazão mássica podem ser obtidos através de mapas estáticos tridimensionais, identificados no sistema real. Esses mapas são levantados empiricamente, utilizando-se funções não-lineares (usualmente, polinômios de 2º ou 3º grau) tanto das relações entre as pressões como da abertura da servoválvula em função do sinal de controle aplicado. Exemplos da utilização desses mapeamentos podem ser encontrados em Bobrow e McDonnel, 1998, Perondi, 2002, Ning e Bone, 2005a, Rao e Bone, 2006, e Guenther et al., 2006.

Apesar de Bachmann e Surgenor, 1997, considerarem os vazamentos na linha de suprimento como a maior origem de ineficiências energéticas em sistemas pneumáticos, eles

difícilmente são levados em consideração em modelos para fins de controle desse tipo de atuador. Na maioria dos casos, os vazamentos são considerados desprezíveis para o caso do servoposicionador pneumático [Lai et al., 1990; Bobrow e McDonnel, 1998; Nouri et al. 2000; Kazerooni, 2005; Shen e Hwang, 2006, Bone e Ning, 2007]. Dentre os autores pesquisados, apenas Virvalo, 1995, e Vieira, 1998, modelam esse efeito na servoválvula, enquanto os vazamentos no cilindro são considerados somente por Richard e Scavarda, 1996. Mais recentemente, os vazamentos nesses mecanismos vêm sendo considerados de forma explícita, mas apenas no contexto da detecção de falhas em sua operação e/ou da análise de sua vida útil [Karpenko et al., 2001; Zhang et al., 2003, Li e Kao, 2005; Nakutis e Kaskonas, 2007].

Outra importante não-linearidade pertinente ao comportamento da vazão mássica através dos orifícios da válvula é a zona morta. Esse fenômeno se caracteriza por uma região na faixa de atuação do sinal de controle em que qualquer variação no valor deste último não causa reação na planta controlada. Na servoválvula, esse efeito ocorre devido à imperfeição do ajuste entre as dimensões dos orifícios de passagem e dos ressaltos que devem bloqueá-los, sendo estes últimos maiores do que o necessário. Os efeitos danosos desse fenômeno em sistemas pneumáticos são atestados em estudos como o de Shen e Hwang, 2007, por exemplo. Informações mais detalhadas sobre essa e outras não-linearidades inerentes ao funcionamento de uma servoválvula podem ser encontradas em Merritt, 1967, e em Tao e Kokotovic, 1996. Segundo estes últimos, se os parâmetros que caracterizam a zona morta forem conhecidos, é possível cancelar seu efeito através do uso de sua função inversa quando do cálculo do sinal de controle a ser aplicado à servoválvula. Em Valdiero et al., 2008, propõe-se um método de identificação experimental desses parâmetros sem que seja necessário empregar transdutores de vazão, com vistas a reduzir os custos envolvidos neste processo.

A seguir, são descritas sucintamente as estratégias de controle desenvolvidas por diversos pesquisadores para servoposicionadores pneumáticos. Uma revisão mais detalhada sobre esse mesmo tópico é apresentada no Capítulo 4 deste trabalho.

Uma parte significativa das estratégias de controle aplicadas a servoposicionadores pneumáticos ainda utiliza métodos baseados em um modelo linear do sistema [Pandian et al., 2002; Li et al, 2003; Karpenko e Sepehri, 2004, Li et al., 2006, Wakasa et al., 2007]. Em geral, o modelo linear usado é de quarta ordem, mas é possível reduzi-lo a um caso de terceira ordem quando se empregam hipóteses de simetria em sua operação [Scavarda e Thomasset, 1996; Perondi, 2002; Ning e Bone, 2005b].

Segundo Ogata, 2000, as estratégias lineares de controle mais comuns consistem no emprego de uma das seguintes ações básicas de controle aplicadas à variável de saída de interesse (saída) do sistema: ação proporcional (P), ação integral (I), ação derivativa (D), e suas combinações (PD, PI, PID). A implementação dessas ações de controle requer somente a medição da variável de saída do sistema e as etapas de processamento e aplicação do sinal de controle à planta podem ser executados de forma unificada e relativamente simples, via *hardware*, não sendo necessário empregar computadores eletrônicos e aparatos de conversão analógico-digital (A/D) e digital-analógico (D/A) para tanto. Por essa razão, seu emprego é largamente difundido em aplicações industriais das mais diversas naturezas. Por outro lado, devido a essa mesma simplicidade de implementação, controladores baseados nessas ações básicas são muito suscetíveis a variações paramétricas e a efeitos de dinâmicas não-modeladas do sistema controlado, apresentando faixas de aplicação relativamente restritas, especialmente quando a dinâmica da planta de interesse apresenta ordens elevadas. Em Aström e Hägglund, 1995, por exemplo, recomenda-se que os controladores P, PI, PD e PID sejam utilizados em sistemas cuja dinâmica seja de ordem até 2, isto é, para sistemas cuja dinâmica dominante seja satisfatoriamente modelável por meio de uma função de transferência com dois pólos. Para sistemas de ordem superior, segundo os mesmos autores, essas técnicas ainda podem ser efetivas, mas suas limitações tornam-se mais severas. Dessa forma, torna-se recomendável o emprego de outras abordagens de controle.

Uma alternativa ao uso dos controladores da classe PID que também se caracteriza como uma abordagem linear é o controle por realimentação de estados. Segundo Franklin et al., 2002, essa estratégia de controle consiste em projetar um esquema de compensação dinâmica para o comportamento do sistema baseado na manipulação direta da representação do mesmo por variáveis de estado, através de operações matriciais. Para tanto, é necessário que todas as variáveis de estado do sistema possam ser medidas ou, pelo menos, observáveis, de modo que se possam alocar ganhos de realimentação a cada uma delas e de forma independente das demais.

No caso dos servoposicionadores pneumáticos, existem várias dificuldades inerentes à aplicação de estratégias lineares de controle. Em Virvalo, 1995, por exemplo, mostra-se que a utilização de controladores proporcionais está limitada a ganhos muito pequenos. Dessa maneira, devido ao atrito, os erros em regime obtidos são excessivamente grandes. Essa observação também é feita por Friedland e Mentzelopoulou, 1992. Segundo Perondi, 2002, isso ocorre porque os modelos lineares do servoposicionador possuem um par de pólos complexos cujo amortecimento diminui à medida que o ganho de realimentação proporcional

crece. Além disso, ainda segundo o mesmo autor, os parâmetros do modelo linear em que esses controladores se baseiam são dependentes da posição em que a linearização do sistema é efetuada. De acordo com Virvalo, 1995, por exemplo, a frequência natural do sistema é mínima quando o êmbolo se encontra na posição central do cilindro, aumentando à medida que ele se desloca para uma das extremidades. Em decorrência dessas dificuldades, as técnicas lineares de controle aplicadas ao caso de servoposicionadores pneumáticos são freqüentemente combinadas com outras estratégias, muitas das quais não-lineares. Exemplos dessa abordagem são encontrados em Virvalo, 1995, Choi et al., 1998, Lee et al., 2002, Ahn et al., 2004, Kazerooni, 2005, e Kosaki e Sano, 2006.

Em face das dificuldades impostas pela natureza fortemente não-linear dos servoposicionadores pneumáticos, o emprego de estratégias de controle não-lineares tem-se mostrado cada vez mais frequente. Dentre as estratégias de controle não-linear mais comumente aplicadas a esses sistemas, podem ser mencionadas a linearização por realimentação [Scavarda e Thomasset, 1996; Belgharbi et al., 1998; Brun et al., 2000; Lee et al., 2002; Perondi, 2002; Khaiaty et al., 2004; Smaoui et al., 2006, Zhao et al., 2008], o controle a estrutura variável [Pandian et al., 1997, 1998 e 2002; Perondi e Guenther, 2000; Ning e Bone, 2005b; Korondi e Gyeviski, 2006; Bone e Ning, 2007; Yuan et al., 2008], o controle adaptativo [Shen et al., 1998; Sakamoto et al., 2002; Kaitwanidvilai e Parnichkun, 2005; Zhang et al., 2007; Tsai e Huang, 2008; Chaoui et al., 2009], e o controle por redes neurais [Kaitwanidvilai e Parnichkun, 2005; Song et al., 2006; Song e Liu, 2006; Hong et al., 2007; Carneiro e Almeida, 2007]. Essas técnicas de controle serão discutidas de forma mais detalhada no Capítulo 4.

Dentre os diversos efeitos não-lineares presentes na operação de servoposicionadores pneumáticos, um dos mais complexos é o atrito [Nouri et al., 2000; Perondi, 2002; Ning e Bone, 2005b; Kosaki e Sano, 2006]. Em geral, este é um fenômeno que depende de um grande número de fatores inerentes à operação do sistema, tanto no que concerne às características físicas do contato entre as superfícies envolvidas (propriedades dos materiais, geometria e condições de lubrificação) como em relação às condições de deslocamento entre elas (efeitos de memória, direção do movimento e amplitude da velocidade relativa). Ademais, diversos desses fatores também podem apresentar comportamento variável no tempo, o que dificulta ainda mais a tarefa de modelar os efeitos do atrito de modo a compensá-los de forma eficiente. Um estudo abrangente desse problema pode ser encontrado em Armstrong-Hélouvry et al., 1994.



A modelagem do atrito em servomecanismos é tratada em diversos trabalhos, tais como Karnopp 1985; Haessig e Friedland, 1991; Canudas de Wit et al. 1995; Dupont et al., 2000; Swevers et al., 2000; Lampaert et al., 2003; Choi et al., 2006; e Andersson et al., 2007, entre outros. Dentre os diversos modelos propostos para o atrito, um dos mais utilizados é o denominado LuGre [Canudas de Wit et al., 1995], que é capaz de representar a maioria dos efeitos não-lineares do atrito com fidelidade satisfatória. Por essa razão, este modelo vem sendo utilizado como parte de diversos algoritmos de controle para servomecanismos, exercendo o papel de elemento de compensação dos efeitos do atrito [Perondi, 2002; Lian et al., 2005; Zeng e Sepehri, 2006; Xie, 2007; Wenjing e Qinghai, 2008]. No entanto, sua estrutura matemática possui partes descontínuas que, sob certas condições, podem impossibilitar elaborar uma análise de estabilidade adequada para os sistemas controlados por meio de algoritmos nos quais ele é utilizado [Perondi, 2002; Makkar et al., 2005].

O comportamento do atrito no contexto dos servoposicionadores pneumáticos é estudado em Perondi e Guenther, 1999b; Nouri et al., 2000; Perondi, 2002; e Carneiro e Almeida, 2007. A compensação dos efeitos do atrito em servomecanismos por meio de algoritmos de controle especificamente dedicados a esse fim também é estudada por diversos autores [Aziz e Bone, 1998; Hägglund, 2002; Perondi, 2002; Lampaert et al., 2004; Valdiero, 2005, Kosaki e Sano, 2006; Zeng e Sepehri, 2006; Hong e Yao, 2007; Xie, 2007; Rao e Bone, 2008]. No Capítulo 3 deste trabalho, apresenta-se uma discussão detalhada a respeito dos efeitos do atrito e sua modelagem para fins de sua compensação como parte do algoritmo de controle aqui proposto, enquanto o Capítulo 4 traz uma revisão mais minuciosa dos métodos de compensação do atrito encontrados na literatura pesquisada.

#### **1.4 Objetivos do Trabalho**

Os principais objetivos deste trabalho são os seguintes:

- Estudar o desenvolvimento de um modelo não-linear para o comportamento de um servoposicionador pneumático, com o fim de desenvolver um algoritmo de controle adequado para o mesmo;
- Propor uma aproximação contínua do modelo LuGre para o atrito, de modo a possibilitar a elaboração de análises de estabilidade para sistemas cujo algoritmo de controle possua um esquema de compensação do atrito baseado em tal modelo;

- Projetar um algoritmo de controle não-linear para o servoposicionador pneumático, dotado de um esquema de compensação adaptativa dos efeitos do atrito, de forças externas e da incerteza na massa manipulada sobre o desempenho do mesmo;
- Determinar as condições necessárias para que o sistema controlado por meio do algoritmo proposto apresente características satisfatórias de estabilidade e de convergência dos seus diversos estados e parâmetros ao longo do tempo;
- Avaliar, através de simulações e experimentos, o desempenho do servoposicionador pneumático quando controlado em malha fechada por meio do algoritmo proposto.

## **1.5 Organização do Trabalho**

Este trabalho está organizado como segue: no Capítulo 2, discute-se a elaboração do modelo matemático do servoposicionador pneumático em uma forma apropriada à aplicação do algoritmo de controle proposto. O Capítulo 3 descreve a modelagem específica dos efeitos do atrito presentes no servoposicionador em estudo. No Capítulo 4, apresenta-se a revisão bibliográfica referente aos métodos de controle mais comumente aplicados ao caso dos servomecanismos de posicionamento em geral e do servoposicionador pneumático em particular, enquanto o Capítulo 5 é dedicado à apresentação do algoritmo de controle proposto. Nesse mesmo capítulo, desenvolvem-se análises referentes às propriedades de convergência dos erros de seguimento do servoposicionador pneumático quando controlados por meio do algoritmo proposto. O Capítulo 6 apresenta os dados referentes à bancada utilizada na avaliação experimental do controlador proposto. No Capítulo 7, discute-se a avaliação do desempenho do controlador proposto por meio dos resultados obtidos tanto em simulações como em testes experimentais. Finalmente, as principais conclusões obtidas ao longo do desenvolvimento deste trabalho são apresentadas no Capítulo 8.

## 2. MODELAGEM MATEMÁTICA DO SERVOPOSICIONADOR

Esta seção descreve a seqüência de procedimentos para a obtenção do modelo matemático do servoposicionador pneumático. O comportamento dinâmico das pressões nas câmaras é modelado por meio da equação da continuidade. Para as vazões mássicas, emprega-se uma abordagem baseada no levantamento experimental do comportamento dessas variáveis. A dinâmica do êmbolo acoplado à massa é equacionada por meio da 2ª Lei de Newton. O efeito da força de atrito é levado em consideração no modelo aqui desenvolvido, mas sua descrição detalhada é apresentada no Capítulo 3.

### 2.1 Introdução

A modelagem é o processo pelo qual o comportamento de um sistema é descrito por meio de equações matemáticas para fins de análise e simulação. Qualquer processo real é suficientemente complexo para tornar impossível que todas as suas nuances sejam levadas em consideração na sua modelagem, implicando que todo modelo matemático provê uma descrição apenas aproximada do sistema que representa. Assim, a escolha das hipóteses simplificadoras utilizadas no processo de modelagem é sempre importante para o projeto de um sistema de controle, uma vez que é necessário evitar que essa escolha despreze algum aspecto essencial do processo a ser controlado. Se o modelo for muito complexo, porém, sua manipulação pode envolver um esforço computacional excessivo, o que pode inviabilizar a aplicação do algoritmo de controle proposto. Portanto, cabe ao pesquisador ou projetista usar de amplos conhecimentos teóricos para encontrar uma condição adequada de compromisso entre a fidelidade de representação e a viabilidade da aplicação do modelo a ser utilizado.

Este capítulo descreve os procedimentos para a obtenção do modelo teórico para o servoposicionador pneumático em estudo. Conforme será discutido em detalhe no Capítulo 4, sob o ponto de vista do algoritmo de controle, é útil que tal modelo seja desenvolvido de modo a facilitar a interpretação do mesmo em termos de subsistemas interconectados, sendo cada um deles referente a um conjunto específico de fenômenos: um *pneumático* e o outro, *mecânico*. Por essa razão, o modelo desenvolvido para o servoposicionador pneumático ao longo desta seção é apresentado com base nessa interpretação por subsistemas.

A parte do modelo que se refere ao subsistema pneumático é desenvolvida de acordo com o método da continuidade (veja Fox e McDonald, 1981, ou Streeter, 1979, por exemplo) e tendo em vista sua aplicação ao controle em cascata. Neste trabalho, para que o

desenvolvimento do modelo segundo a abordagem da continuidade seja efetivo, as principais simplificações admitidas são as seguintes:

- a energia cinética do gás é desprezada;
- as diferenças de pressão por efeitos dissipativos ocorrem somente nos orifícios de passagem na servoválvula (as demais resistências à passagem do ar são desprezadas);
- as temperaturas nas câmaras do cilindro e da servoválvula assumem valores médios homogêneos, constantes e iguais ao da temperatura de suprimento;
- o ar é assumido como um gás perfeito (a lei geral de estados dos gases é válida);
- os calores específicos a pressão e volume constantes não se alteram durante os processos;
- os vazamentos são desprezados;
- os efeitos da gravidade são desprezados;
- a dinâmica da servoválvula é assumida rápida o suficiente para ser desprezada;
- os processos termodinâmicos nas câmaras são considerados isentrópicos.

O comportamento dinâmico do subsistema mecânico é modelado por meio da 2ª Lei de Newton. No caso particular das forças de atrito, sua representação de uma forma satisfatoriamente fidedigna e útil para o algoritmo de controle aqui desenvolvido requer que o modelo matemático das mesmas seja relativamente complexo. Dessa forma, a fim de que a sua discussão seja feita de uma forma suficientemente detalhada, o desenvolvimento de tal modelo é apresentado em um capítulo à parte (Capítulo 3). No entanto, seus efeitos são considerados como parte integrante do subsistema mecânico do atuador.

O restante deste capítulo está estruturado como segue. Na próxima seção, discute-se a modelagem do comportamento dinâmico das pressões no interior das duas câmaras do cilindro em função das vazões mássicas controladas pela servoválvula e das demais variáveis do sistema. Na seção 2.3, discutem-se as funções utilizadas para modelar as vazões mássicas através dos orifícios de passagem da servoválvula. Finalmente, a dinâmica do movimento do êmbolo do atuador em função das forças a ele aplicadas é considerada na Seção 2.4.

## **2.2 Dinâmica das Pressões nas Câmaras do Cilindro**

Nesta seção, é discutida a modelagem da dinâmica das pressões nas câmaras do cilindro através da equação da continuidade. O princípio que embasa esse equacionamento é o da conservação da massa no interior de um volume de controle nas câmaras do atuador (veja Fox e McDonald, 1981, por exemplo).

Sejam  $vc$  o volume de controle e  $sc$  a superfície de controle por onde ocorre a passagem do fluido. Nessas condições, o princípio de conservação da massa no volume de controle de fronteira variável pode ser formulado como segue [Streeter, 1979]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho dV = \int_{sc} \rho \vec{y} \cdot d\vec{A} \quad (2.1)$$

Essa expressão indica que a taxa de variação da massa no interior do volume de controle é igual à vazão mássica total que entra ou sai através da superfície de controle. Sendo  $\Delta q_m$  a diferença líquida entre a vazão mássica que entra e a vazão mássica que sai, pode-se escrever:

$$\Delta q_m = \frac{\partial}{\partial t} (\rho V) = \rho \frac{dV}{dt} + V \frac{d\rho}{dt} = \rho \frac{dV}{dt} + V \frac{d\rho}{dp} \frac{dp}{dt} \quad (2.2)$$

onde  $\rho \frac{dV}{dt}$  representa a taxa de acúmulo de massa no volume de controle devido à variação do próprio volume, e o termo  $V \frac{d\rho}{dp} \frac{dp}{dt}$  representa o acúmulo de massa no volume de controle devido à compressibilidade do ar.

O módulo de elasticidade volumétrica  $\beta$  do ar a temperatura constante (*isothermal bulk modulus*) pode ser definido como a razão entre a alteração da pressão aplicada e a variação volumétrica específica de um dado volume de controle. Assim, uma maneira conveniente de expressar  $\beta$  é através de:

$$\beta = - \frac{dp}{dV/V} \quad (2.3)$$

Se a massa no volume de controle for mantida constante, tem-se:

$$\frac{dV}{V} = - \frac{d\rho}{\rho} \quad (2.4)$$

Portanto, combinando-se a Eq. (2.4) com a Eq. (2.3), obtém-se

$$\beta = \rho \frac{dp}{d\rho} \quad (2.5)$$

que, substituída na Eq. (2.2), resulta:

$$q_m = \rho \frac{dV}{dt} + V \frac{\rho}{\beta} \frac{dp}{dt} \quad (2.6)$$

onde  $q_m$  é a vazão mássica que atravessa a fronteira do volume de controle. O módulo de elasticidade volumétrico para processos adiabáticos reversíveis (isentrópicos) pode ser expresso na seguinte forma [Fox e McDonald, 1981]:

$$\beta = r p \quad (2.7)$$

onde  $r = C_p / C_v$  é a relação de calores específicos do ar a pressão e volume constantes. Adicionalmente, a partir da lei dos gases perfeitos, pode-se escrever:

$$\rho = \frac{p}{RT} \quad (2.8)$$

Na Eq. (2.8),  $\rho$  é a massa específica do ar,  $R$  é sua constante característica e  $T$  é a temperatura média absoluta. Assumindo-se, conforme mencionado na Seção 2.1, que o processo é isentrópico e que o ar se comporta como um gás perfeito, a Eq. (2.6) pode ser reescrita como:

$$q_m = \rho \frac{dV}{dt} + \frac{V}{rRT} \frac{dp}{dt} \quad (2.9)$$

Usando uma notação mais apropriada à formulação em variáveis de estado, e lembrando que a câmara cilíndrica tem área de seção transversal constante e dada por  $A$ , tem-se:

$$q_m = \rho A \dot{y} + \frac{V}{rRT} \dot{p} \quad (2.10)$$

O primeiro termo da Eq. (2.10) indica que a vazão mássica no sentido da vizinhança para o interior do volume de controle aumenta em proporção ao crescimento desse volume, desde que a massa específica permaneça constante. O segundo termo significa que a presença

de uma vazão mássica para o interior do volume de controle, mantidos os demais parâmetros constantes, ocasiona um aumento na pressão do mesmo.

Observando-se que as variações de volume nas câmaras 1 e 2 têm sinais opostos (enquanto uma delas se expande, a outra se contrai), obtém-se:

$$q_{m1} = \rho A \dot{y} + \frac{V_1}{rRT} \dot{p}_1 \quad (2.11)$$

$$q_{m2} = -\rho A \dot{y} + \frac{V_2}{rRT} \dot{p}_2 \quad (2.12)$$

Considerando-se que o volume total de cada câmara do cilindro é dado pela soma dos volumes variáveis das câmaras com os respectivos volumes mortos  $V_{10}$  e  $V_{20}$  e definindo-se  $L$  como o comprimento do curso útil do cilindro, com origem na extremidade esquerda do mesmo conforme mostrado na Fig. 1.1, podem-se obter as equações para a dinâmica das pressões para cada câmara:

$$\dot{p}_1 = -\frac{Ar\dot{y}}{Ay + V_{10}} p_1 + \frac{RrT}{Ay + V_{10}} q_{m1} \quad (2.13)$$

$$\dot{p}_2 = \frac{Ar\dot{y}}{A(L-y) + V_{20}} p_2 + \frac{RrT}{A(L-y) + V_{20}} q_{m2} \quad (2.14)$$

As expressões acima estão de acordo com aquelas encontradas na maioria das referências na área, tais como Virvalo, 1995; Bobrow e McDonnell, 1998; Wang et al., 2001; Korondi e Gyeviski, 2006.

Pelo princípio de funcionamento do sistema em estudo, é fácil ver que o processo de posicionamento do êmbolo depende apenas da diferença de pressão sobre ele aplicada, e não dos valores específicos de  $p_1$  e  $p_2$ . Então, a aplicação da estratégia de controle pode ser simplificada se for definida a variável auxiliar

$$p_{\Delta} = p_1 - p_2 \quad (2.15)$$

Adicionalmente, conforme discutido com mais detalhes na seção 2.3 e no Anexo I, as vazões mássicas nas câmaras são funções não-lineares das pressões no interior das mesmas e

da tensão de controle  $u$  aplicada à servoválvula, isto é,  $q_{m1} = q_{m1}(p_1, u)$  e  $q_{m2} = q_{m2}(p_2, u)$ . Dessa forma, utilizando-se essas novas definições e subtraindo-se a Eq. (2.14) da Eq. (2.13), obtém-se a taxa de variação de  $p_\Delta$  com respeito ao tempo:

$$\dot{p}_\Delta = \hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) + \hat{u}(p_1, p_2, y, u) \quad (2.16)$$

onde  $\hat{u}(p_1, p_2, y, u)$  e  $\hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y})$  são, respectivamente, as partes da Eq. (2.16) que dependem ou não da entrada de controle  $u$ , isto é:

$$\hat{u}(p_1, p_2, y, u) = RrT \left[ \frac{q_{m1}(p_1, u)}{Ay + V_{10}} - \frac{q_{m2}(p_2, u)}{A(L - y) + V_{20}} \right] \quad (2.17)$$

$$\hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) = -rA\dot{y} \left[ \frac{p_1}{Ay + V_{10}} + \frac{p_2}{A(L - y) + V_{20}} \right] \quad (2.18)$$

### 2.3 Caracterização das Vazões Mássicas na Servoválvula

Nesta seção, são apresentados os procedimentos utilizados para a obtenção das funções matemáticas que descrevem o comportamento das vazões mássicas que ocorrem durante os processos de pressurização e de exaustão das câmaras do cilindro pneumático. Inicialmente, são discutidos alguns aspectos referentes à obtenção de tais funções através de análises teóricas. Posteriormente, tendo-se em vista as limitações constatadas para essa abordagem quando comparada aos resultados práticos pertinentes, apresenta-se uma forma empírica de obtenção das mesmas funções.

A abordagem teórica utilizada para a determinação das funções que descrevem o comportamento das vazões mássicas do sistema está desenvolvida de forma completa no Anexo I deste trabalho. Ela se baseia nos princípios da mecânica de fluidos, em sua parte referente a escoamentos em fluidos compressíveis. Estratégias semelhantes podem ser encontradas em Maré et al., 2000; Nouri et al., 2000; Kazerooni, 2005.

No estudo desenvolvido no Anexo I, o equacionamento das vazões mássicas é embasado em Fox e Mcdonald, 1981. Esse equacionamento é desenvolvido com base na situação descrita na Fig. 2.1, em que se ilustra um trecho de tubulação onde existe um estrangulamento na seção de passagem. Na figura,  $q_m$  representa a vazão mássica,  $A$  é a área



geométrica de passagem e  $p_u$  e  $T_u$  são, respectivamente a pressão média e a temperatura a montante (*upstream*) com respeito à seção de estrangulamento. De modo análogo, definem-se  $p_d$  e  $T_d$  como a pressão média e a temperatura a jusante (*downstream*) do orifício de passagem.

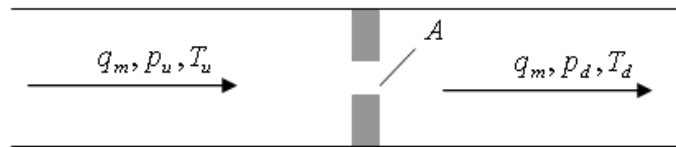


Figura 2.1 – Estrangulamento da seção transversal de um trecho de tubulação

A análise apresentada no Anexo I é desenvolvida a partir do princípio de Bernoulli, utilizando-se o princípio de conservação da energia e considerando-se que o processo termodinâmico do estrangulamento ocorra sem perdas, conforme descrito em Martin, 1995. Além disso, como hipótese simplificadora, admite-se que a compressão durante o estrangulamento do volume de ar considerado ocorra de forma reversível. Dessa forma, o processo de estrangulamento em que se baseiam as funções que descrevem as vazões mássicas do sistema caracteriza um processo isentrópico. As mesmas hipóteses são utilizadas por diversos autores, tais como: Virvalo, 1995; Bobrow e McDonnell, 1998; Nouri et al., 2000; Korondi e Gyeviki, 2006. Com base nessa hipótese, é possível mostrar que a expressão analítica que modela a vazão mássica através do orifício de estrangulamento apresentado na Fig. (2.1) é:

$$q_m = A_o(u) p_u \sqrt{\frac{2r}{(r-1)} \frac{1}{RT_u} \left[ \left( \frac{P_d}{P_u} \right)^{\frac{2}{r}} - \left( \frac{P_d}{P_u} \right)^{\frac{1+r}{r}} \right]} \quad (2.19)$$

onde  $A_o(u)$  representa a área do orifício de passagem. No caso em questão, esse orifício tem área variável, determinada pelo sinal de controle aplicado à servoválvula, o que explica a notação utilizada de  $A_o$  como uma função de  $u$ . O desenvolvimento teórico completo que leva à obtenção dessa expressão e outras considerações pertinentes ao comportamento da vazão mássica modelada por meio dessa abordagem podem ser encontrados no Anexo I.

O equacionamento desenvolvido no Anexo I de onde resulta a expressão acima para modelar as vazões mássicas através do orifício de passagem da servoválvula não leva em conta a geometria efetiva desses orifícios. Com isso, desconsideram-se os fenômenos relacionados às perdas e os efeitos de natureza irreversível decorrentes da passagem do gás pelas aberturas. Por essa razão, as curvas de vazão mássica em função das pressões críticas encontradas na prática podem diferir muito de suas previsões teóricas. Mesmo fazendo-se os devidos ajustes para a abertura efetiva e a relação de pressões críticas, a expressão teórica obtida pode desviar-se significativamente dos resultados experimentais, o que indica que o modelo teórico disponível não é capaz de modelar adequadamente o comportamento da vazão mássica através dos orifícios da servoválvula. De fato, Bobrow e McDonell, 1998, apresentam um estudo experimental muito cuidadoso da questão, em que se verifica que as hipóteses simplificadoras usadas no desenvolvimento do modelo teórico aqui discutido podem comprometer a efetividade dos algoritmos baseados diretamente no equacionamento apresentado na seção anterior. Um estudo similar também é apresentado em Ning e Bone, 2005a. Para a implementação de um sistema de controle preciso, portanto, é importante realizar um levantamento experimental da vazão mássica do sistema considerado. Adicionalmente, de acordo com a estrutura de controle proposta, pode ser necessário calcular a entrada de controle  $u$  em cada instante por meio da inversão de uma equação matemática que expresse os estados do sistema em função dessa mesma entrada de controle. Assim, para que um controlador desse tipo atue em intervalos de tempo que o tornem efetivo, é importante que as equações empregadas sejam facilmente inversíveis. Por esse motivo, o modelo matemático a ser usado no levantamento experimental deve ser desenvolvido levando a viabilidade de tal inversibilidade em consideração.

A Eq. (2.19) indica que a vazão mássica pode ser aproximada pelo produto entre uma função que depende da tensão na servoválvula ( $u$ ) e uma função das pressões a montante e a jusante do orifício considerado. Com base no modelo sugerido pela forma dessa expressão, a função empírica que descreve a vazão mássica na servoválvula pode ser tomada como o produto entre duas funções: uma dependente da tensão  $f_u(u)$ , e a outra, das pressões  $f_p(p_u, p_d)$ . Dessa maneira, o formato utilizado neste trabalho é dado por [Perondi e Guenther, 2003]:

$$q_m(p_u, p_d, u) = [q_m]_{\max} f_p(p_u, p_d) f_u(u) \quad (2.20)$$

Na Eq. (2.20),  $[q_m]_{\max}$  é a vazão mássica máxima através do orifício,  $0 \leq f_p(p_u, p_d) \leq 1$  é uma função normalizada da variação da vazão mássica em função das pressões, e  $0 \leq f_u(u) \leq 1$  é uma função que considera a abertura efetiva e depende da tensão na servoválvula  $u$ , também normalizada. Em Perondi, 2002, a função  $f_u(u)$  é aproximada por uma função polinomial. Isso é feito para facilitar o trabalho de obtenção do valor desejado para a entrada de controle  $u$ . Essa mesma abordagem é utilizada no presente trabalho.

Os servossistemas pneumáticos são geralmente projetados de forma que se possa assumir as seguintes hipóteses:

1. A pressão de suprimento ( $p_{\text{sup}}$ ) é constante;
2. A pressão de exaustão é igual à pressão atmosférica ( $p_{\text{atm}}$ ).

Dessa forma, no processo de enchimento de um cilindro, a pressão a montante é  $p_u = p_{\text{sup}}$ , a pressão a jusante é a pressão  $p_i$  na câmara “i” do cilindro, e a vazão mássica de enchimento da câmara “i” ( $q_{mi}^{\text{ench}}$ ) é dada por:

$$q_{mi}^{\text{ench}}(p_i, u) = [q_{mi}^{\text{ench}}]_{\max} f_{pi}^{\text{ench}}(p_i) f_{ui}^{\text{ench}}(u) \quad (2.21)$$

onde  $f_{pi}^{\text{ench}}(p_i)$  é a função de pressão no enchimento da câmara “i”, e  $f_{ui}^{\text{ench}}(u)$  é a função de tensão correspondente ao enchimento da câmara “i”.

Analogamente, na exaustão, a pressão a montante é a pressão no interior da câmara “i”, ou seja,  $p_u = p_i$ , e a pressão a jusante é a pressão atmosférica ( $p_d = p_{\text{atm}}$ ). Assim, a vazão mássica de exaustão da câmara “i” resulta:

$$q_{mi}^{\text{exau}}(p_i, u) = [q_{mi}^{\text{exau}}]_{\max} f_{pi}^{\text{exau}}(p_i) f_{ui}^{\text{exau}}(u) \quad (2.22)$$

Conforme se pode verificar no Capítulo 5 deste trabalho, pelo modo como se estrutura o algoritmo de controle aqui proposto, existe a necessidade de se obter o sinal de controle a ser aplicado à servoválvula a partir de uma inversão (difeomorfismo) da Eq. (2.17). Nessas condições, uma vez que os termos diretamente afetados por esse sinal de controle são justamente aqueles que modelam o comportamento das vazões mássicas do sistema, é conveniente que as expressões matemáticas usadas nessa modelagem sejam facilmente inversíveis. Em Perondi, 2002, as funções de pressão e tensão usadas nas equações (2.21) e

(2.22) foram ajustadas através do método dos mínimos quadrados, utilizando polinômios de terceira ordem como funções de aproximação. Os coeficientes de tais polinômios foram determinados com base nas curvas experimentais obtidas para as vazões mássicas. A aproximação por meio de tais polinômios foi escolhida porque, para as funções de tensão, elas possibilitam que a lei de controle calculada por meio do algoritmo seja facilmente convertida na entrada de controle correspondente através do cálculo das raízes do polinômio, atendendo assim à referida necessidade de facilidade de inversão. Para o caso das funções de pressão, esse tipo de ajuste apresenta uma boa aproximação das curvas experimentais obtidas e também simplifica os cálculos envolvidos no trabalho de levantamento de parâmetros como um todo. Abordagens similares são utilizadas por Bobrow e McDonnell, 1998, por Ning e Bone, 2005a, e por Rao e Bone, 2008. Nos dois primeiros trabalhos, a principal diferença consiste na utilização de uma dependência em termos da raiz quadrada da diferença da pressão entre as duas câmaras consideradas, em uma abordagem mais próxima daquela comumente usada para se modelar a vazão através de um orifício para o caso de fluidos incompressíveis. Além disso, as ordens dos polinômios de aproximação utilizados para modelar a dependência em relação ao sinal de controle  $u$  são diferentes: enquanto Bobrow e McDonnell usam uma aproximação polinomial de 2ª ordem, Ning e Bone recorrem a polinômios de ordem entre 3 e 5, conforme a melhor caracterização encontrada em cada tipo de processo. No caso de Rao e Bone, 2008, utiliza-se uma função única, resultante do produto entre dois polinômios de segunda ordem (um em função da tensão de controle, outro da pressão na câmara considerada). Em todos os casos mencionados, verifica-se que a aproximação do comportamento das vazões mássicas é considerada satisfatória, e a propriedade de inversão para obtenção do sinal de controle é assegurada. Por essas razões, o presente trabalho se utiliza dessa mesma abordagem para modelar o comportamento das vazões mássicas através dos orifícios de passagem da servoválvula, baseando-se no método de Perondi, 2002, para determinar as funções polinomiais de aproximação desejadas.

No Anexo II, descreve-se a seqüência de procedimentos utilizada para a obtenção das curvas empíricas de vazão mássica que são empregadas no presente trabalho. Segundo este levantamento, as funções polinomiais que modelam o comportamento de cada câmara em função de sua pressão durante os processos de enchimento e exaustão são, respectivamente:

$$f_{p_1}^{ench}(\bar{p}_1) = -1,888\bar{p}_1^3 + 1,157\bar{p}_1^2 - 0,191\bar{p}_1 + 1,007 \quad (2.23)$$

$$f_{p_1}^{exau}(\bar{p}_1) = 0,346\bar{p}_1^3 - 1,747\bar{p}_1^2 + 2,312\bar{p}_1 + 0,09 \quad (2.24)$$

$$f_{p_2}^{ench}(\bar{p}_2) = -2,395\bar{p}_2^3 + 1,851\bar{p}_2^2 - 0,362\bar{p}_2 + 1,014 \quad (2.25)$$

$$f_{p_2}^{exau}(\bar{p}_2) = -0,029\bar{p}_2^3 - 0,957\bar{p}_2^2 + 1,88\bar{p}_2 + 0,109 \quad (2.26)$$

onde, para cada câmara,  $\bar{p}_i = (p_i - p_{atm}) / (p_{sup} - p_{atm})$  é a pressão barométrica normalizada em relação às pressões de suprimento e atmosférica. Analogamente, para o sinal de controle  $u$  aplicado à servoválvula, tem-se:

$$f_{u_1}^{ench}(\bar{u}) = 1,2\bar{u}^3 - 3,5\bar{u}^2 + 3,58\bar{u} - 0,3 \quad (2.27)$$

$$f_{u_1}^{exau}(\bar{u}) = 1,265\bar{u}^3 - 3,282\bar{u}^2 + 3,148\bar{u} - 0,112 \quad (2.28)$$

$$f_{u_2}^{ench}(\bar{u}) = 1,198\bar{u}^3 - 3,446\bar{u}^2 + 3,42\bar{u} - 0,161 \quad (2.29)$$

$$f_{u_2}^{exau}(\bar{u}) = 1,2\bar{u}^3 - 3,5\bar{u}^2 + 3,6\bar{u} - 0,3 \quad (2.30)$$

onde  $\bar{u} = u / u_{\max}$  é o sinal de controle aplicado à servoválvula, normalizado com respeito à tensão  $u_{\max}$  que provoca a abertura máxima da mesma.

## 2.4 Subsistema Mecânico

O equacionamento do subsistema mecânico é obtido pela aplicação direta da segunda lei de Newton:

$$M\ddot{y} = A(p_1 - p_2) - F_a - F_e \quad (2.31)$$

onde  $M$  denota a massa do conjunto cilindro + carga externa,  $A$  é a área da seção transversal do cilindro,  $p_1$  e  $p_2$  são as pressões nas câmaras do cilindro,  $F_a$  é a força de atrito, e  $F_e$  é uma força externa eventualmente aplicada ao sistema (como a gerada pelo efeito da gravidade em atuadores que não estejam posicionados ao longo de uma direção horizontal, por exemplo).

## 2.5 Sistema Completo sem Modelagem Explícita do Atrito

O comportamento dinâmico do servoposicionador pneumático é modelado neste trabalho por meio do conjunto de equações apresentado na Tabela 2.1. Embora os efeitos do atrito sejam levados em consideração nessas equações, a modelagem explícita dos mesmos ainda não é contemplada. O modelo matemático utilizado neste trabalho para esse fim é discutido no Capítulo 3.

Tabela 2.1 Modelagem matemática do sistema sem representação explícita do atrito

Equação	n°
$\dot{p}_1 = \frac{-Ar\dot{y}}{Ay + V_{10}} p_1 + \frac{RrT}{Ay + V_{10}} q_{m1}(p_1, u)$	(2.13)
$\dot{p}_2 = \frac{-Ar\dot{y}}{A(L-y) + V_{20}} p_2 + \frac{RrT}{A(L-y) + V_{20}} q_{m2}(p_2, u)$	(2.14)
$q_{mi}(p_i, u) = [q_m]_{\max}^{\text{processo}} f_{pi}^{\text{processo}}(p_i) f_{ui}^{\text{processo}}(u)$	(2.21)/(2.22)
$f_{p_1}^{\text{ench}}(\bar{p}_1) = -1,888\bar{p}_1^3 + 1,157\bar{p}_1^2 - 0,191\bar{p}_1 + 1,007$	(2.23)
$f_{p_1}^{\text{exau}}(\bar{p}_1) = 0,346\bar{p}_1^3 - 1,747\bar{p}_1^2 + 2,312\bar{p}_1 + 0,09$	(2.24)
$f_{p_2}^{\text{ench}}(\bar{p}_2) = -2,395\bar{p}_2^3 + 1,851\bar{p}_2^2 - 0,362\bar{p}_2 + 1,014$	(2.25)
$f_{p_2}^{\text{exau}}(\bar{p}_2) = -0,029\bar{p}_2^3 - 0,957\bar{p}_2^2 + 1,88\bar{p}_2 + 0,109$	(2.26)
$f_{u_1}^{\text{ench}}(\bar{u}) = 1,2\bar{u}^3 - 3,5\bar{u}^2 + 3,58\bar{u} - 0,3$	(2.27)
$f_{u_1}^{\text{exau}}(\bar{u}) = 1,265\bar{u}^3 - 3,282\bar{u}^2 + 3,148\bar{u} - 0,112$	(2.28)
$f_{u_2}^{\text{ench}}(\bar{u}) = 1,198\bar{u}^3 - 3,446\bar{u}^2 + 3,42\bar{u} - 0,161$	(2.29)
$f_{u_2}^{\text{exau}}(\bar{u}) = 1,2\bar{u}^3 - 3,5\bar{u}^2 + 3,6\bar{u} - 0,3$	(2.30)
$M\ddot{y} + F_a + F_e = A(p_1 - p_2)$	(2.31)

### 3 MODELAGEM DO ATRITO

Este capítulo descreve o modelo matemático que representa os efeitos do atrito presentes no servoposicionador pneumático. Neste trabalho, tais efeitos são representados por meio de uma aproximação contínua do modelo LuGre, originalmente proposto por Canudas de Wit et al., 1995, que trata o atrito como um efeito resultante da interação em escala microscópica entre duas superfícies em contato e com movimento de uma relativamente à outra. Inicialmente, o modelo é descrito em sua forma original, e suas propriedades principais são analisadas. Depois, propõe-se uma aproximação contínua do mesmo modelo, e se demonstra que as características analíticas mais importantes do modelo LuGre original são conservadas para o caso de sua aproximação contínua. Finalmente, resultados de simulação são utilizados para ilustrar a similaridade entre os comportamentos do atrito apresentados por cada um dos dois modelos em diversas circunstâncias.

#### 3.1 Introdução

O atrito é uma das características dos sistemas pneumáticos que mais dificultam o seu controle preciso, pois seu comportamento é fortemente não-linear e de difícil modelagem matemática. Em posicionadores pneumáticos, a principal fonte de atrito provém do contato do anel de vedação com a camisa do cilindro [Perondi, 2002]. Esse efeito também está presente na interação entre as partes móveis e as guias direcionais fixas do sensor de posição e ainda, quando o cilindro é dotado de haste, nas regiões de vedação nas extremidades do cilindro.

Os efeitos do atrito geralmente variam com o tempo e podem depender de um grande número de parâmetros, tais como, o estado de lubrificação, a temperatura, a direção e o módulo da velocidade do êmbolo, e as características dos materiais usados na construção do sistema, dentre outros. Em razão dessa complexa relação entre tantas variáveis, o comportamento dinâmico do atrito é caracterizado por diversos fenômenos altamente não-lineares e de difícil compensação. Dentre esses efeitos, podem-se mencionar: ciclos-limites em torno da posição desejada (*hunting*), efeito de Stribeck, histerese, força de quebra variável, efeito de *stiction* e movimentos de pré-deslizamento. Uma descrição mais detalhada de cada um desses fenômenos pode ser encontrada em Armstrong-Hélouvy et al., 1994, ou em Valdiero, 2005, e a maior parte dos mesmos também será tratada com maior minúcia nas próximas seções deste capítulo.

Em decorrência da sua complexidade, tanto a simulação do comportamento do atrito como a compensação de seus efeitos danosos requerem um modelo matemático abrangente, que seja capaz de representar pelo menos a maior parte de seus fenômenos característicos de forma satisfatória. Quando o objetivo é somente o de simular o comportamento do atrito, é possível utilizar modelos numéricos a elementos finitos, baseados na teoria da elasticidade aplicada a problemas de contato [Kikuchi e Oden, 1988]. Modelos dessa natureza são capazes de representar os efeitos do atrito de forma muito completa e com alto grau de fidelidade, mas o fazem à custa de esforços computacionais elevados e tempos de processamento ainda muito longos. Por essa razão, sua utilização em algoritmos de controle em tempo real tem-se mostrado proibitiva até o presente momento. No contexto desses algoritmos de controle, um modelo do atrito cujo emprego é bastante difundido é o denominado LuGre, proposto por Canudas de Wit et al., 1995. Esse modelo tem sido utilizado para compensar o atrito em diversos tipos de sistemas. Dentre os vários exemplos de sua utilização, podem-se citar: atuadores pneumáticos [Perondi, 2002, Guenther et al., 2006; Zhang et al., 2008]; manipuladores hidráulicos [Lischinsky et al., 1999; Zeng e Sepehri, 2006]; atuadores piezelétricos [Minh et al., 2006]; servomotores elétricos síncronos [Wenjing e Qinghai, 2008], de indução [Lian et al., 2005] e DC [Xie, 2007]. A seção 3.2 descreve o modelo LuGre e apresenta algumas de suas principais propriedades sob o ponto de vista dos algoritmos de controle nos quais ele é utilizado.

### **3.2 O Modelo LuGre**

O Modelo LuGre se baseia no entendimento do mecanismo microscópico do fenômeno de atrito. Nessa escala, as superfícies são rugosas, e a complexa relação de contato entre as irregularidades dessas superfícies dificulta o deslizamento entre elas. No modelo em questão, isso é aproximado por dois corpos rígidos em contato através de pequenos elementos elásticos, tal como mostrado na Fig. 3.1. Estando os corpos inicialmente em repouso, e havendo uma ação externa tendendo a causar um movimento relativo entre eles, os elementos na região de contato passam a deformar-se elasticamente. A força gerada pelos elementos em contato em virtude dessa deformação tende a impedir o movimento relativo entre os dois corpos. No caso de ações externas que ocasionam pequenas deformações, os elementos de contato de um corpo permanecem presos aos do outro, e o deslocamento resultante pode ser inteiramente revertido com a eliminação da ação externa causadora dessas deformações. Este comportamento caracteriza o movimento pré-deslizamento. À medida que as deformações



aumentam, porém, os elementos elásticos começam a deslizar uns em relação aos outros, gerando um efeito de quebra parcial da adesão entre as superfícies dos corpos. Nessas circunstâncias, a força de reação às deformações diminui, e os corpos passam a se deslocar um em relação ao outro. Devido às formas irregulares das superfícies, esse fenômeno de interação entre os elementos elásticos das mesmas é altamente aleatório.

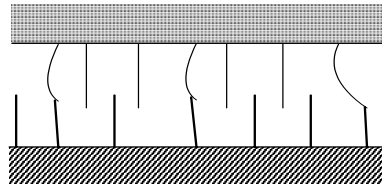


Figura 3.1 – Representação da região de contato entre duas superfícies.

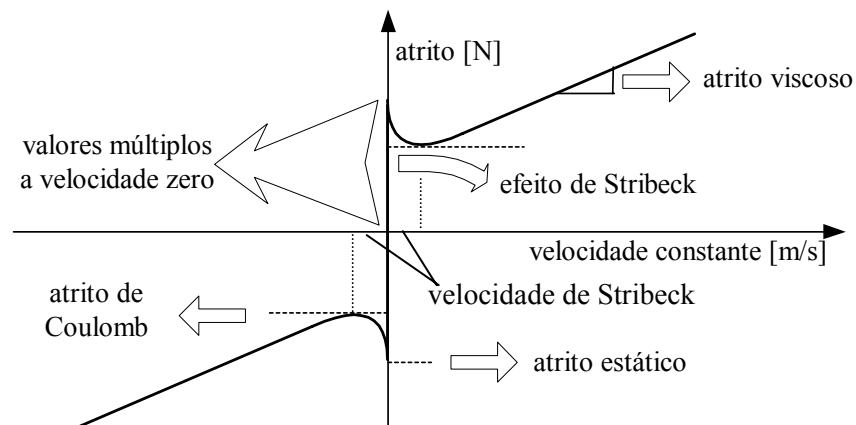


Figura 3.2 – Curva estática - força de atrito *versus* velocidade constante [Perondi, 2002]

No modelo LuGre, assume-se que o comportamento de tais elementos elásticos pode ser modelado por meio de uma variável não mensurável que representa a deformação média dos mesmos, denominada  $z$ . Utilizando-se essa variável, a força de atrito existente entre as superfícies de contato é dada por:

$$F_a = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{y} \quad (3.1)$$

onde  $\sigma_0$  é o coeficiente de rigidez elástica,  $\sigma_1$  é um coeficiente de amortecimento e  $\sigma_2$  é um termo que modela o efeito das forças viscosas. A taxa de variação  $\dot{z}$  da deformação média  $z$  pode ser representada da seguinte forma:

$$\dot{z} = \dot{y} - \frac{|\dot{y}|}{f_s(\dot{y})} z \quad (3.2)$$

onde  $f_s(\dot{y})$  é uma função dependente de fatores como as propriedades dos materiais em contato, a lubrificação e a temperatura. Neste trabalho, utiliza-se a mesma função de parametrização empregada por Canudas de Wit et al., 1995, para o mapa estático do atrito apresentado na Fig. 3.2. A função de parametrização em questão leva em conta os atritos seco e viscoso, bem como o efeito de Stribeck (ver, por exemplo, Armstrong-Hélouvry et al., 1994) e é expressa por:

$$f_s(\dot{y}) = \frac{1}{\sigma_0} \left[ F_C + (F_S - F_C) e^{-(\dot{y}/v_s)^2} \right] \quad (3.3)$$

onde  $F_C$  é a força de atrito de Coulomb,  $F_S$  é a força de atrito estático (que corresponde à força no limiar do deslizamento),  $v_s$  é a velocidade de Stribeck, e  $\sigma_0$  é uma constante positiva relacionada com a rigidez elástica dos elementos de contato. Ao longo do desenvolvimento deste trabalho, porém, a função  $f_s(\dot{y})$  é tratada por meio de uma definição ligeiramente diferente da apresentada na Eq. (3.3), em que a constante  $\sigma_0$  é substituída por outra, denominada  $\sigma$ . Essa alteração de nomenclatura tem por fim evitar mal-entendidos entre os parâmetros utilizados no algoritmo de controle adaptativo aqui proposto, e as razões para sua utilização são explicadas de forma mais detalhada na Seção 6.3. Dessa forma, ao longo de todo o desenvolvimento apresentado neste trabalho, a função  $f_s(\dot{y})$  é considerada em termos da seguinte definição:

$$f_s(\dot{y}) = \frac{1}{\sigma} \left[ F_C + (F_S - F_C) e^{-(\dot{y}/v_s)^2} \right] \quad (3.4)$$

A função  $f_s(\dot{y})$  tem duas propriedades importantes, facilmente verificáveis através da inspeção da Eq. (3.4), que serão utilizadas em outros pontos deste trabalho: **(i)**  $f_s(\dot{y})$  é não-negativa; **(ii)**  $f_s(\dot{y})$  possui limites inferior e superior bem definidos, dados pela dupla desigualdade expressa abaixo:

$$\frac{F_C}{\sigma} \leq f_s(\dot{y}) \leq \frac{F_S}{\sigma} \quad (3.5)$$

Conforme se pode verificar em Canudas de Wit et al., 1995, ou em Olsson, 1996, o modelo LuGre é capaz de representar adequadamente a maioria dos efeitos inerentes ao comportamento real do atrito, tais como efeito de Stribeck, força de quebra variável e histerese, por exemplo. Além disso, ele também é capaz de prever comportamentos não-lineares como os ciclos-limites. Estudos detalhados das propriedades de tal modelo podem ser encontrados em Canudas de Wit et al., 1995; Gafvert, 1996; Olsson, 1996; Canudas de Wit, 1998; e Barabanov e Ortega, 2000. Dentre todas as características do modelo LuGre discutidas nesses trabalhos, há três propriedades analíticas de especial interesse no contexto da compensação do atrito em sistemas de controle a malha fechada: **(i)** a equação diferencial que caracteriza a dinâmica do estado interno  $z(t)$  (Eq. (3.2)) atende às condições de existência e unicidade de solução ao longo do tempo; **(ii)** o estado  $z(t)$  é limitado; **(iii)** quando determinadas relações quantitativas entre os parâmetros do modelo são respeitadas, o mesmo caracteriza um sistema *passivo* com respeito a uma entrada em velocidade e uma saída em força de atrito. As provas dessas importantes propriedades são dadas originalmente em Olsson, 1996, em Canudas et al., 1995 e em Barabanov e Ortega, 2000, respectivamente. Visando a melhor fundamentar a discussão a ser desenvolvida nas seções 3.4 e 3.5, essas provas são apresentadas a seguir.

#### a) Existência e unicidade de solução

A solução da equação diferencial expressa na Eq. (3.2) existe e é única para qualquer instante  $t \geq 0$ . Uma condição suficiente para assegurar esse fato é que o lado direito da Eq. (3.2) seja uma função de Lipschitz [Khalil, 1996], isto é, uma função contínua (pelo menos por partes) e com a seguinte propriedade:

$$|f(x,t) - f(y,t)| \leq L|x - y|, \quad \forall t \geq 0 \quad (3.6)$$

onde  $L$  é uma constante positiva, denominada *constante de Lipschitz*. Aplicando-se essa definição ao caso da Eq. (3.2), obtém-se:

$$\begin{aligned} |f(z_1,t) - f(z_2,t)| &= \left| \left( \dot{y} - \frac{|\dot{y}|}{f_s(\dot{y})} z_1 \right) - \left( \dot{y} - \frac{|\dot{y}|}{f_s(\dot{y})} z_2 \right) \right| \\ &= \left| \frac{|\dot{y}|}{f_s(\dot{y})} (z_1 - z_2) \right| \leq L |z_1 - z_2| \end{aligned} \quad (3.7)$$

onde  $L = \sigma |\dot{y}|_{\max} / F_c$ , sendo  $|\dot{y}|_{\max}$  o limite superior para a velocidade dos elemento móvel do sistema considerado. Como  $f(z, t)$  é contínua por partes, as duas condições de Lipschitz são satisfeitas, o que completa a prova.

**Observação:** para o caso do servoposicionador em estudo no presente trabalho, a existência de um limite superior finito para a velocidade do pistão é demonstrada no Anexo III.

### b) Existência de um limite superior para $|z(t)|$

A existência de um limite superior para  $|z(t)|$  pode ser demonstrada a partir da seguinte função não-negativa:

$$V(t) = \frac{z^2}{2} \quad (3.8)$$

Usando-se a Eq. (3.2), a derivada temporal da expressão acima pode ser escrita como:

$$\dot{V}(t) = z \left( \dot{y} - \frac{|\dot{y}|}{f_s(\dot{y})} z \right) \quad (3.9)$$

De onde, utilizando-se a relação  $x = |x| \operatorname{sgn}(x)$ , obtém-se:

$$\dot{V}(t) = -|z| |\dot{y}| \left( \frac{1}{f_s(\dot{y})} |z| - \operatorname{sgn}(\dot{y}) \operatorname{sgn}(z) \right) \quad (3.10)$$

Pela equação acima, quando  $\dot{y} \neq 0$  e  $|z| \geq f_s(\dot{y})$ ,  $\dot{V}(t)$  é estritamente negativa, implicando que  $|z(t)|$  deve diminuir com o tempo. Ainda, pela desigualdade expressa na Eq. (3.5),  $f_s(\dot{y})$  tem limite superior igual a  $F_s / \sigma$ . Assim, tem-se que a região do espaço de estados definida por  $\Omega = \left\{ z : |z| \leq \frac{F_s}{\sigma} \right\}$  é invariante quanto às possíveis soluções da Eq. (3.2), isto é, se  $|z(0)| \leq \frac{F_s}{\sigma}$ , então  $z(t)$  deverá permanecer confinado a uma região em torno da origem do eixo  $z$  definida por

$$|z(t)| \leq \frac{F_s}{\sigma} \quad (3.11)$$

para todo  $t > 0$ , o que completa a prova.

### c) Passividade entre $\dot{y}$ e $F_a$

Quando seus parâmetros são tais que uma determinada relação quantitativa entre eles é respeitada, o modelo LuGre define um operador passivo entre uma entrada em velocidade  $\dot{y}$  e uma saída em força de atrito  $F_a$ . Para provar essa proposição e determinar a referida relação entre seus parâmetros, é necessário demonstrar que a função

$$I(0, T) = \int_0^T \dot{y}(t) F_a(t) dt \quad (3.12)$$

é estritamente não-negativa para todo  $T > 0$ . Substituindo-se a expressão de  $F_a(t)$  (Eq. (3.1)) na equação acima, obtém-se:

$$I(0, T) = \int_0^T \dot{y}(\sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{y}) dt \quad (3.13)$$

A demonstração da não-negatividade da expressão acima pode ser resolvida de maneira mais simples se ela for separada na forma  $I(0, T) = I_1(0, T) + I_2(0, T)$ , onde  $I_1(0, T)$  e  $I_2(0, T)$  são definidas como:

$$I_1(0, T) = \sigma_0 \int_0^T \dot{y} z dt \quad (3.14)$$

$$I_2(0, T) = \int_0^T \dot{y}(\sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{y}) dt \quad (3.15)$$

Isolando-se  $\dot{y}$  na Eq. (3.2) e substituindo-se o resultado em  $I_1(0, T)$  (Eq. (3.14)), assumindo-se condições iniciais nulas, tem-se:

$$\begin{aligned}
I_1(0, T) &= \sigma_0 \int_0^T z \left( \dot{z} + \frac{|\dot{y}|}{f_s(\dot{y})} z \right) dt \\
&= \frac{\sigma_0}{2} z^2(T) + \sigma_0 \int_0^T \frac{|\dot{y}|}{f_s(\dot{y})} z^2 dt \\
&\geq 0
\end{aligned} \tag{3.16}$$

No desenvolvimento acima quanto ao comportamento em sinal de  $I_1(0, T)$ , são utilizados os fatos de que  $f_s(\dot{y})$  é não-negativa e que  $z \dot{z} dt = z dz$ . No caso de  $I_2(0, T)$ , a substituição da expressão de  $\dot{z}(t)$  (Eq. (3.2)) na Eq. (3.14) leva a:

$$\begin{aligned}
I_2(0, T) &= \int_0^T \left[ (\sigma_1 + \sigma_2) \dot{y}^2 - \frac{\sigma_1 |\dot{y}|}{f_s(\dot{y})} \dot{y} z \right] dt \\
&\geq \int_0^T \left[ (\sigma_1 + \sigma_2) \dot{y}^2 - \frac{\sigma_1 |\dot{y}|}{f_s(\dot{y})} |\dot{y} z| \right] dt \\
&\geq \int_0^T \left[ (\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{\sigma_1}{f_s(\dot{y})} |z| \right] \dot{y}^2 dt
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Usando-se os limites mínimo de  $f_s(\dot{y})$  e máximo de  $|z(t)|$  (dados, respectivamente, na Eq. (3.5) e na Eq. (3.10)) na desigualdade acima, é possível escrever:

$$I_2(0, T) \geq \int_0^T \left[ (\sigma_1 + \sigma_2) - \sigma_1 \frac{F_s}{F_c} \right] \dot{y}^2 dt \tag{3.18}$$

Da desigualdade acima, para que  $I_2(0, T)$  seja não-negativa, basta assegurar que o termo entre colchetes também o seja, de onde se obtém a condição:

$$\sigma_1 \leq \sigma_2 \left( \frac{F_s}{F_c} - 1 \right)^{-1} \tag{3.19}$$

Se a desigualdade expressa acima é respeitada,  $I_2(0, T)$  é uma função estritamente positiva ou nula. Dessa forma, é possível concluir que  $I(0, T) = I_1(0, T) + I_2(0, T)$  é uma função não-negativa, o que completa a prova.

### 3.3 Limitações do Modelo LuGre

Apesar de possuir diversas características desejáveis, o modelo LuGre sofre de algumas limitações. Tais limitações podem ser divididas em termos de duas categorias básicas: **(i)** fidelidade de representação dos fenômenos do atrito; **(ii)** características de continuidade de sua estrutura matemática. As limitações conhecidas do modelo em cada uma dessas categorias são brevemente discutidas a seguir.

No que diz respeito à fidelidade da representação do atrito obtida por meio do modelo LuGre, constata-se que a mesma é deficiente com respeito a alguns aspectos. O primeiro diz respeito ao fenômeno denominado *stiction*, referente à transição da condição de movimento relativo entre duas superfícies em contato de um estado *dinâmico* (no sentido de haver translação efetiva entre as duas superfícies) para um *estático*. Conforme se pode observar na Fig. 3.2, para uma região muito próxima da origem do eixo de velocidade, existe uma diferença significativa no valor da força de atrito em cada uma dessas circunstâncias, o que gera efeitos diversos para cada sentido em que essa transição ocorre. Quando o movimento relativo entre as superfícies em contato deixa de estar associado a uma deformação puramente elástica e passa a apresentar translação efetiva, têm-se dois fenômenos: o já mencionado movimento de pré-deslizamento e a *quebra* da força de contato, isto é, o decréscimo súbito no valor da força de atrito. Quando essa transição se dá no sentido oposto, tem-se o efeito de *stiction*, caracterizado pelo crescimento acentuado no valor da força do atrito que acompanha a cessação do movimento translacional. Segundo Dupont et al., 2000, o modelo LuGre é capaz de representar adequadamente as fases do movimento de pré-deslizamento e de quebra de contato, mas não o efeito de *stiction*. De acordo com os mesmos autores, sob determinadas condições, simulações empregando o modelo LuGre podem fornecer previsões de movimento incorretas, em que um corpo em translação deveria retornar a uma condição de quase-repouso (no sentido de apresentar somente movimentos de pré-deslizamento) mas não o faz, permanecendo em uma condição de deslocamento médio não-nulo. Dessa forma, os mesmos autores propõem uma versão modificada do modelo LuGre, denominando-a “Modelo Elastoplástico”. Tal modificação consiste em adicionar uma função auxiliar à dinâmica de observação do estado interno  $z(t)$ , função esta que depende da velocidade de deslizamento e do próprio valor de  $z(t)$ , a fim de representar o efeito de *stiction* com um grau de fidelidade maior. No mesmo trabalho, os autores também demonstram que o modelo Elastoplástico possui as mesmas três propriedades analíticas mais relevantes do modelo LuGre, apresentadas na Seção 3.2.

Ainda no que diz respeito à fidelidade de representação do modelo LuGre, Swevers et al., 2000, afirmam que o mesmo não apresenta a propriedade de histerese com memória não-local, e que o formato de sua curva de transição entre movimento de pré-deslizamento e translação efetiva não pode ser modificado para melhor se adaptar a observações experimentais. Por essa razão, os mesmos autores propõem modificar o modelo LuGre de modo a representar adequadamente estes dois efeitos. O modelo resultante é denominado modelo de Leuven, e seu emprego como parte da modelagem matemática de um servoposicionador pneumático com atrito é encontrado em Nouri et al., 2000. Outra opção que se propõe a representar com maior fidelidade o efeito de histerese com memória não-local é encontrada no modelo denominado Escorregamento de Maxwell Generalizado (*Generalized Maxwell-Slip* – GMS) [Lampaert et al., 2003; Al-Bender et al., 2005], que se baseia na análise das deformações individuais de cada um dos “N” elementos de contato utilizados no modelo. Segundo esse modelo, a força de atrito entre as duas superfícies é a resultante dos efeitos de cada um dos elementos de contato. Segundo os autores dos respectivos trabalhos, ambos os modelos são capazes de superar as limitações do modelo LuGre quanto aos aspectos em questão.

A outra categoria de limitação do modelo LuGre refere-se à estrutura descontínua da equação utilizada na estimativa do seu estado interno  $z(t)$  (Eq. (3.2)). Em alguns casos, tal natureza descontínua pode limitar sua aplicação em certos tipos de controladores baseados em modelos. Um exemplo ocorre nos casos em que a derivada temporal da força a ser aplicada ao sistema é parte da lei de controle: uma vez que essa força contém a estimativa do atrito do sistema dada na Eq. (3.1), e como essa força depende do termo  $\dot{z}(t)$ , seria necessário obter-se  $\ddot{z}(t)$  por meio da derivação da Eq. (3.2) com respeito ao tempo. Devido à dependência desta última em relação ao termo descontínuo  $|\dot{y}|$ , tal derivada é indefinida quando  $\dot{y}(t) = 0$ , o que torna impossível calcular o valor da lei de controle desejada nessas condições. Esse problema é apontado em diversos trabalhos, tais como Perondi, 2002; Makkar et al., 2005; Valdiero, 2005; Guenther et al. 2006; Koopman et al. 2008. Uma observação similar é feita por Smaoui et al., 2006, para o caso de outro modelo descontínuo de representação do atrito. Esse modelo se utiliza da função sinal da velocidade do êmbolo de um atuador pneumático ( $\text{sgn}(\dot{y})$ ). Como será visto na próxima seção, os problemas de descontinuidade das funções  $|\dot{y}|$  e  $\text{sgn}(\dot{y})$  estão estreitamente relacionados, e podem ser contornados por meio do emprego de uma mesma função contínua de aproximação para os dois casos.



Apesar das dificuldades acima mencionadas, o modelo LuGre tem sido satisfatoriamente utilizado em diversas aplicações, tanto para fins estritamente descritivos (na representação do comportamento do atrito em trabalhos de modelagem para fins de análise de diversos sistemas) como de compensação do atrito em sistemas controlados. Além dos exemplos já mencionados anteriormente, também podem ser citados: Gafvert, 1996; Perondi, 2002; Liu e Sun, 2006; Padthe et al., 2006; Wenjing, 2007; Khayati et al., 2009. Em particular, em Perondi, 2002, uma versão modificada deste modelo foi utilizada para compensar o atrito em um servoposicionador pneumático do mesmo gênero daquele que é objeto do presente trabalho, com resultados satisfatórios. Além disso, os outros modelos encontrados na literatura (considerando-se aqueles que alegam possuir maior fidelidade na representação do atrito em relação ao modelo LuGre) apresentam alguma dificuldade de implementação para o caso em estudo. No que se refere ao modelo Elastoplástico, por exemplo, a estrutura matemática resultante da inclusão da nova função auxiliar impediu até o momento a obtenção de uma prova de estabilidade conclusiva para o sistema controlado. Esse assunto será abordado em detalhes no capítulo 5 deste trabalho. A seu turno, o modelo de Leuven é de grande complexidade matemática, o que torna seu emprego em algoritmos de controle em tempo real quase proibitiva. Finalmente, poucos exemplos da aplicação do modelo GMS como mecanismo de compensação do atrito em algoritmos de controle foram encontrados na literatura pesquisada, pois o desenvolvimento desse modelo ainda é relativamente recente. Essa situação apresenta grande contraste com o histórico considerável de aplicações bem-sucedidas do modelo LuGre. Por essas razões, o presente trabalho também faz uso do modelo LuGre, embora numa forma modificada. A modificação proposta tem por fim tratar do problema da natureza descontínua do modelo LuGre em sua forma original, e seu desenvolvimento bem como suas propriedades mais importantes serão discutidas de forma detalhada nas seções que seguem.

### **3.4 Aproximação Contínua para o Modelo LuGre – 1ª Versão**

A fim de se utilizar o modelo LuGre como elemento compensador do atrito em algoritmos de controle que dependam da derivada da Eq. (3.2), é necessário contornar o problema de descontinuidade do termo  $|\dot{y}|$ . Com esse fim, Perondi, 2002 e Valdiero, 2005 propõem aproximar a função módulo por meio da seguinte expressão:

$$m(\dot{y}) = \frac{2\dot{y}}{\pi} \arctan(k_v \dot{y}) \quad (3.20)$$

onde  $k_v$  é uma constante positiva. Com essa aproximação, a Eq. (3.2) fica reescrita como:

$$\dot{z} = \dot{y} - \frac{m(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} z \quad (3.21)$$

O princípio que norteia o uso dessa função de aproximação é baseado na relação  $x = |x| \operatorname{sgn}(x) \Rightarrow |x| = x \operatorname{sgn}(x)$ , já usada anteriormente neste capítulo. Segundo essa relação, a função módulo pode ser interpretada como o produto entre dois termos: um que informa o valor numérico da variável, e outro, o seu sinal. Dessa forma, percebe-se que a descontinuidade da função módulo pode ser contornada usando-se outro termo para fornecer a informação desejada quanto ao sinal da variável de interesse. Por ser uma função ímpar, uma possível candidata a executar essa tarefa é a função arco-tangente, desde que sua escala de saída original (de  $-\pi/2$  a  $\pi/2$ ) seja devidamente redefinida para uma faixa que vai de -1 até 1. Assim, a tarefa de aproximar o comportamento do termo  $|\dot{y}|$  de forma contínua é levada a cabo pela substituição da função descontínua  $\operatorname{sgn}(\dot{y})$  por uma função de suavização  $S_0(\dot{y})$ , definida como segue:

$$S_0(\dot{y}) = \frac{2}{\pi} \arctan(k_v \dot{y}) \quad (3.22)$$

A função acima é a mesma empregada por Smaoui et al., 2006, para modelar o comportamento do atrito seco visando ao controle de um servoposicionador pneumático similar ao estudado neste trabalho. Outros exemplos de emprego dessa mesma função de suavização para fins de representar os efeitos do atrito podem ser encontrados em outros contextos de pesquisa, como na análise das vibrações induzidas pelo atrito em sistemas mecânicos diversos [Leine et al., 1998; van de Vrande et al., 1999; Kim et al., 2003].

O comportamento das funções  $m(\dot{y})$  e  $S_0(\dot{y})$  é dado nas Figuras 3.3(a) e 3.3(b), respectivamente. Nelas, pode-se notar que, em termos qualitativos, ambas realmente apresentam as mesmas características das funções que elas devem substituir, isto é,  $|\dot{y}|$  e  $\operatorname{sgn}(\dot{y})$ . No que diz respeito aos seus valores numéricos, percebe-se que o grau de fidelidade

das aproximações feitas depende significativamente do valor da constante  $k_v$ . Assim, para que tal aproximação seja considerada adequada, é necessário que ela tenha um valor bastante elevado. Como se pode inferir do comportamento apresentado nas figuras acima, a modificação acima proposta representa uma aproximação adequada do modelo LuGre sob o ponto de vista numérico. No entanto, para que tal modelo modificado possa ser aplicado em algoritmos de controle, é necessário demonstrar analiticamente que o mesmo também possui as principais propriedades de seu predecessor em termos da validade de sua representação do fenômeno do atrito. Quanto à existência e unicidade de solução, é fácil demonstrar que o modelo modificado também possui essa propriedade através da substituição direta da Eq. (3.21) na Eq. (3.2). No que concerne às propriedades de limitação do estado interno  $z(t)$  e da passividade entre velocidade e força de atrito, porém, nada pode ser afirmado de modo conclusivo até o presente momento, conforme se verifica a seguir.

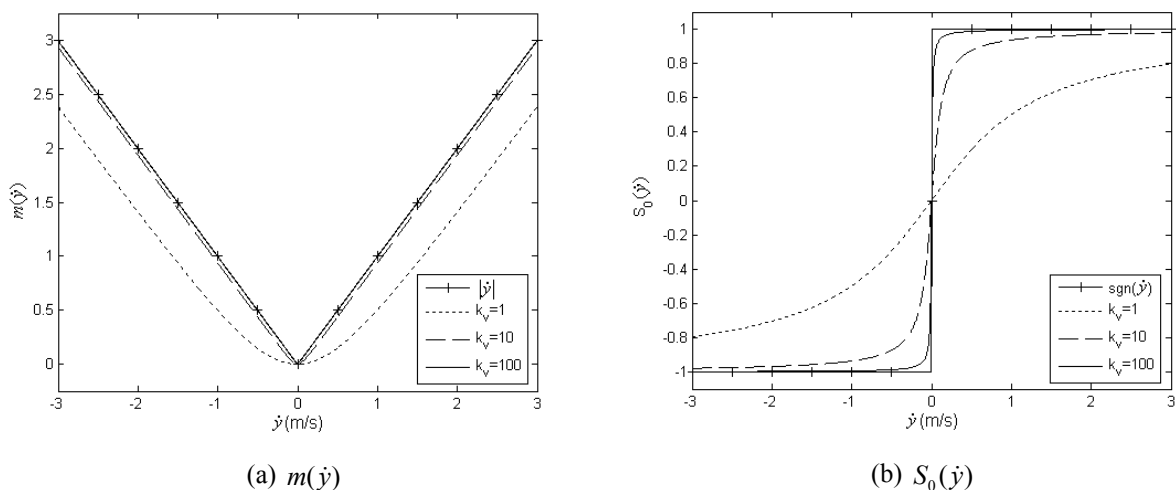


Figura 3.3 – Comportamento das funções  $m(\dot{y})$  e  $S_0(\dot{y})$ .

A fim de se elaborar um argumento matemático para provar a existência de um limite superior para  $|z(t)|$ , a função não-negativa  $V(t) = z^2/2$  (Eq. (3.8)) será utilizada mais uma vez, com sua respectiva derivada temporal (Eq. (3.8)). Substituindo-se nesta última a nova expressão para a dinâmica de  $z(t)$  (Eq. (3.21)), tem-se:

$$\dot{V}_1(t) = z \left( \dot{y} - \frac{m(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} z \right) = z \dot{y} \left( 1 - \frac{S_0(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} z \right) \quad (3.23)$$

De onde, utilizando-se novamente a relação  $x = |x|\text{sgn}(x)$ , obtém-se:

$$\dot{V}_1(t) = -|z|\dot{y} \left( \frac{\text{sgn}(\dot{y})S_0(\dot{y})}{f_s(\dot{y})}|z| - \text{sgn}(\dot{y})\text{sgn}(z) \right) \quad (3.24)$$

Por serem ambas ímpares, as funções  $\text{sgn}(\dot{y})$  e  $S_0(\dot{y})$  têm sempre o mesmo sinal. Assim, tem-se que  $\text{sgn}(\dot{y})S_0(\dot{y}) = |S_0(\dot{y})|$ , e o primeiro termo no interior dos parênteses é não-negativo. Dessa forma, para que  $\dot{V}_1(t)$  seja não-positivo, é necessário que toda a expressão entre parênteses seja não-negativa, isto é:

$$\frac{|S_0(\dot{y})|}{f_s(\dot{y})}|z| \geq 1 \Rightarrow |z(t)| \geq \frac{f_s(\dot{y})}{|S_0(\dot{y})|} \quad (3.25)$$

A função  $f_s(\dot{y})$  é limitada por  $F_c/\sigma$ , enquanto  $|S_0(\dot{y})| = 2|\arctan(k_v \dot{y})|/\pi$  vai a zero quando  $\dot{y}$  se anula. Assim, à medida que  $\dot{y}$  tende a zero, o valor de  $|z(t)|$  para o qual  $\dot{V}_1(t) \leq 0$  tende a infinito, o que torna impossível encontrar um limite superior para  $|z(t)|$  por meio da abordagem aqui utilizada. Ao longo do desenvolvimento do presente trabalho, outras abordagens foram tentadas, mas nenhuma delas produziu resultados conclusivos.

Quanto à limitação de  $|z(t)|$ , ainda é possível observar-se que existe pelo menos uma circunstância em que  $|z(t)|$  pode não ser limitada. Para isso, tome-se como exemplo uma massa deslizando inicialmente por uma superfície com atrito idealmente nulo. Depois de percorrer certa distância ao longo de tal superfície, a massa penetra uma outra região, de superfície rugosa, onde passa a estar submetida a atrito. Modelando-se o efeito do atrito por meio da aproximação proposta para o modelo LuGre, pode-se retomar a dinâmica do estado  $z$  (Eq. (3.21)), já com  $m(\dot{y})$  substituída por sua definição dada na Eq. (3.19):

$$\dot{z} = \dot{y} \left( 1 - \frac{S_0(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} z \right) \quad (3.26)$$

Para a situação proposta acima, assume-se que  $\dot{y}(0)$  seja uma quantidade positiva e que  $z(0)$  seja nulo. Conseqüentemente, a Eq. (3.26) determina que  $z(t)$  deve se tornar uma

quantidade positiva e crescente com o tempo. Assim, com o aumento na força de atrito que acompanha o crescimento de  $z(t)$ ,  $\dot{y}(t)$  deve diminuir, e o mesmo ocorre com  $S_0(\dot{y})$ . Dessa forma, pelo menos nos primeiros instantes, como  $z(t)$  ainda é um valor pequeno e  $S_0(\dot{y})$  está diminuindo, a parcela negativa dentro dos parênteses ainda deverá ser menor que 1 em módulo, implicando que  $z(t)$  continue a crescer. Com o passar do tempo, como  $\dot{y}(t)$  e  $S_0(\dot{y})$  vão continuar diminuindo em decorrência do efeito do atrito, é *possível* que o valor de  $z(t)$ , embora crescente com o tempo, continue insuficiente para compensar a redução sofrida por  $S_0(\dot{y})$ . Prosseguindo com esse raciocínio, a redução em  $S_0(\dot{y})$  pode fazer com que  $z(t)$  precise ser muito grande para compensar a constante 1 no interior do parêntese e forçar  $\dot{z}(t)$  a se tornar negativa. Assim, percebe-se a possibilidade da ocorrência de um processo indefinido de crescimento no valor de  $z(t)$ , a uma taxa que é cada vez menor em módulo, mas tem sinal sempre positivo. No limite, quando  $\dot{y}(t)$  for muito próximo de zero,  $z(t)$  deverá tender ao infinito para impedir que tal processo continue.

Naturalmente, nenhum dos argumentos acima é capaz de *afirmar definitivamente* que  $z(t)$  é uma quantidade ilimitada quando calculado por meio da aproximação aqui descrita. No entanto, também não foi possível demonstrar o contrário de forma inequívoca. Além disso, a situação hipotética apresentada acima indica que, de fato, pode haver circunstâncias para as quais o valor do limite para  $z(t)$  não exista. Assim, não foi possível confirmar a existência de um limite definido para o valor absoluto do estado interno  $z(t)$  quando a aproximação para o modelo LuGre proposta nas expressões (3.20) e (3.21) é utilizada.

No que diz respeito à passividade do modelo LuGre com a modificação aqui discutida, as condições estabelecidas por Barabanov e Ortega, 2000, requerem que um limite para  $|z(t)|$  exista, e assumem que o mesmo é dado pela Eq. (3.11). De acordo com o exposto acima, não foi possível estabelecer tal limite de forma inequívoca para o modelo modificado aqui discutido. Conseqüentemente, também não é possível mostrar que tal modelo seja passivo, porque falta a comprovação da existência de um limite bem definido para  $|z(t)|$ .

Devido aos argumentos expostos acima, esta versão modificada para o modelo LuGre fica privada de duas de suas três propriedades analíticas mais importantes. Uma vez que essas duas propriedades faltantes são de significado físico expressivo, permanece em aberto a questão da validade de tal modelo em representar os efeitos do atrito com um grau aceitável de fidelidade. Essas propriedades são, também, muito importantes no que concerne às

características de estabilidade de um sistema controlado por meio de um algoritmo que empregue o modelo assim modificado como instrumento para compensação do atrito. Se o modelo não for passivo, por exemplo, pode ocorrer que a ação de controle aplicada ao sistema seja excessivamente grande, resultando em erros de seguimento inaceitáveis ou, até mesmo, acidentes com conseqüências danosas ao sistema ou ao ambiente que o rodeia. Por essas razões, torna-se necessário introduzir uma modificação adicional ao modelo LuGre original, de modo a aproximar seu comportamento de uma forma contínua que mantenha suas propriedades analíticas mais importantes. Essa modificação adicional é o objeto de estudo da próxima seção.

### 3.5 Aproximação Contínua para o Modelo LuGre – 2ª Versão

Conforme discutido na seção anterior, a utilização do modelo LuGre como parte de leis de controle que requeiram o cálculo da derivada temporal de  $\dot{z}(t)$  requer que seja feita uma aproximação contínua desse modelo, resultando em uma versão “suavizada” do mesmo que ainda apresente suas principais propriedades. Conforme verificado, uma primeira tentativa para tal aproximação foi realizada através da substituição do termo  $|\dot{y}|$  por  $m(\dot{y}) = \dot{y}S_0(\dot{y})$ , onde  $S_0(\dot{y}) = 2\arctan(k_v\dot{y})/\pi$  é uma função ímpar destinada a aproximar o comportamento da função  $\text{sgn}(\dot{y})$ . Essa tentativa resultou falha porque não foi possível assegurar que o modelo assim modificado preserve as propriedades analíticas mais importantes do modelo LuGre em sua forma original. Por essa razão, este trabalho propõe uma nova modificação da equação que rege a dinâmica do estado interno  $z(t)$  (Eq. (3.2)). De acordo com tal modificação, a referida dinâmica do estado  $z(t)$  passa a ser dada por:

$$\dot{z} = S_1(\dot{y})\dot{y} - \frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})}z \quad (3.27)$$

onde  $S_1(\dot{y})$  e  $S_2(\dot{y})$  são duas funções de aproximação, definidas, respectivamente, como:

$$S_1(\dot{y}) = (S_0(\dot{y}))^2 \quad (3.28)$$

$$S_2(\dot{y}) = \dot{y}S_0(\dot{y}) \quad (3.29)$$

Em relação à primeira aproximação contínua do modelo LuGre, deve-se observar que  $S_2(\dot{y})$  é igual à expressão definida anteriormente como  $m(\dot{y})$ . Assim, o comportamento de  $S_2(\dot{y})$  é o mesmo já discutido na seção anterior e ilustrado nas figuras 3.3 e 3.4 para o caso de  $m(\dot{y})$ . A diferença entre as duas aproximações se deve à substituição do fator unitário que multiplica  $\dot{y}$  no primeiro termo da Eq. (3.21) pela nova função auxiliar  $S_1(\dot{y})$ , acima definida. Outro aspecto a ser ressaltado nessa nova aproximação é o fato de que as duas funções auxiliares aqui introduzidas são definidas em sinal, sendo estritamente não-negativas. Essa propriedade será utilizada mais adiante nesta mesma seção, para demonstrar que o novo modelo preserva as propriedades desejadas do modelo LuGre original.

A Fig. 3.4 ilustra o comportamento da função de suavização  $S_1(\dot{y})$ . Nela, pode-se perceber que o valor de  $k_v$  determina o grau de aproximação entre essa função e o valor 1: longe da origem, o valor dessa função é cada vez mais próximo da unidade; para velocidades próximas de zero, a região em que a diferença entre  $S_1(\dot{y})$  e 1 é significativa se torna cada vez mais estreita à medida que  $k_v$  aumenta. Quanto a  $S_2(\dot{y})$ , seu comportamento é o mesmo já descrito para  $m(\dot{y})$  na seção anterior. Assim, nota-se que esta segunda aproximação também permite obter estimativas numéricas muito próximas daquelas fornecidas pelo modelo LuGre em sua forma original, desde que o valor de  $k_v$  utilizado seja alto o suficiente.

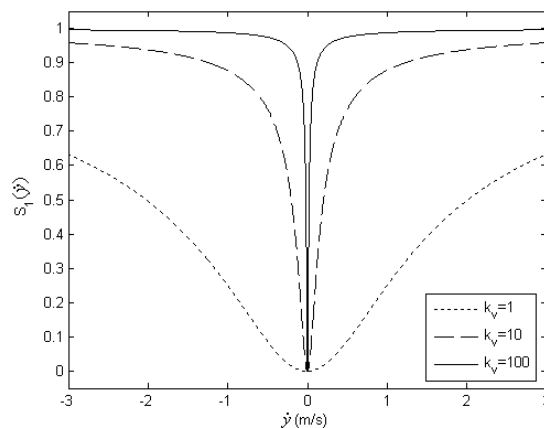


Figura 3.4 – Comportamento da função  $S_1(\dot{y})$

Assim como na primeira tentativa de se aproximar o modelo LuGre de uma forma contínua, os gráficos apresentados nas figuras 3.3 e 3.4 sugerem que esta nova aproximação também permite obter valores numéricos muito próximos daqueles obtidos por meio do

modelo original. Para ser utilizado efetivamente, porém, é necessário demonstrar que o modelo suavizado aqui proposto também possui todas as três propriedades analíticas mais importantes do modelo LuGre original, isto é: (a) a solução do estado interno  $z(t)$  existe e é única para cada valor de  $\dot{y}(t)$  e para todo  $t \geq 0$ ; (b) o estado interno  $z(t)$  calculado pelo modelo é *limitado*; (c) o modelo é *passivo* no que diz respeito a uma entrada sob a forma de velocidade e uma saída em termos de força de atrito. Essas propriedades serão demonstradas a seguir. Para simplificar as demonstrações, todas as equações que caracterizam o modelo modificado aqui proposto são reproduzidas de forma agrupada como segue:

$$F_a = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{y} \quad (3.30)$$

$$\dot{z} = S_1(\dot{y})\dot{y} - \frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} z \quad (3.31)$$

$$S_1(\dot{y}) = (S_0(\dot{y}))^2 \quad (3.32)$$

$$S_2(\dot{y}) = \dot{y} S_0(\dot{y}) \quad (3.33)$$

$$S_0(\dot{y}) = \frac{2}{\pi} \arctan(k_v \dot{y}) \quad (3.34)$$

$$f_s(\dot{y}) = \frac{1}{\sigma} \left[ F_C + (F_S - F_C) e^{-(\dot{y}/v_s)^2} \right] \quad (3.35)$$

#### a) Existência e unicidade de solução

A solução da equação diferencial expressa na Eq. (3.31) existe e é única para qualquer instante  $t \geq 0$ . Assim como no caso do modelo LuGre original, essa propriedade é demonstrada indiretamente, mostrando-se que o lado direito da Eq. (3.31) é uma função de Lipschitz. Assim, aplicando-se o teste da condição de Lipschitz à função  $f(z, t)$  definida na Eq. (3.31), tem-se:

$$\begin{aligned} |f(z_1, t) - f(z_2, t)| &= \left| \left( S_1(\dot{y})\dot{y} - \frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} z_1 \right) - \left( S_1(\dot{y})\dot{y} - \frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} z_2 \right) \right| \\ &= \left| \frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} (z_1 - z_2) \right| \leq L |z_1 - z_2| \end{aligned} \quad (3.36)$$



Na expressão acima, deve-se observar que  $S_2(\dot{y})$  é uma aproximação contínua da função  $|\dot{y}|$ , de modo que  $|S_2(\dot{y})| \leq |\dot{y}|$  sob quaisquer circunstâncias. Dessa forma, a constante de Lipschitz  $L$  usada na expressão acima continua a ser dada por  $\sigma|\dot{y}|_{\max}/F_C$ , como no caso do modelo LuGre em sua forma original. Além disso, como  $f(z,t)$  é contínua por partes, as duas condições de Lipschitz são satisfeitas, completando a prova.

### b) Existência de um limite superior para $|z(t)|$

Assim como no caso do modelo LuGre original, a existência de um limite superior para  $|z(t)|$  pode ser demonstrada a partir da seguinte função não-negativa:

$$V(t) = \frac{z^2}{2} \quad (3.37)$$

Usando-se a Eq. (3.30) combinada com as definições das funções auxiliares  $S_2(\dot{y})$  e  $S_0(\dot{y})$ , a derivada temporal da expressão acima pode ser escrita como:

$$\dot{V}(t) = z \left( S_1(\dot{y})\dot{y} - \frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} z \right) = z\dot{y} \left[ (S_0(\dot{y}))^2 - \frac{S_0(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} z \right] \quad (3.38)$$

De onde, utilizando-se novamente a relação  $x = |x|\text{sgn}(x)$ , obtém-se:

$$\dot{V}(t) = -|z||\dot{y}| \left( \frac{\text{sgn}(\dot{y})S_0(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} |z| - \text{sgn}(\dot{y})\text{sgn}(z)(S_0(\dot{y}))^2 \right) \quad (3.39)$$

Uma vez que as funções  $\text{sgn}(\dot{y})$  e  $S_0(\dot{y})$  são de mesmo sinal, verifica-se facilmente que  $\text{sgn}(\dot{y})S_0(\dot{y}) = |S_0(\dot{y})|$ . Assim, usando-se os termos entre parênteses, a condição para a qual  $\dot{V}(t)$  é não-positiva é determinada da seguinte forma:

$$\frac{|S_0(\dot{y})|}{f_s(\dot{y})} |z| \geq (S_0(\dot{y}))^2 \Rightarrow |z(t)| \geq f_s(\dot{y})|S_0(\dot{y})| \quad (3.40)$$

Quando  $\dot{y} \neq 0$  e a condição expressa na desigualdade acima é desrespeitada, tem-se que  $\dot{V}(t)$  é não-positiva, implicando que  $|z(t)|$  deve diminuir com o tempo. Assim, pode-se verificar que  $z(t)$  apresenta uma condição de invariância similar àquela determinada na seção anterior para o modelo LuGre original, isto é, se  $|z(0)|$  é um valor igual ou inferior ao limite expresso na desigualdade (3.40), então  $z(t)$  permanecerá confinado a uma região em torno da origem do eixo  $z$  definida por

$$|z| \leq f_s(\dot{y})|S_0(\dot{y})| \quad (3.41)$$

para todo  $t > 0$ , o que completa a prova.

A condição expressa acima caracteriza a existência de um limite “dinâmico” para  $|z(t)|$ , cujo valor instantâneo depende de  $\dot{y}(t)$ . A fim de se caracterizar melhor a condição limitada de  $|z(t)|$ , é interessante definir o valor desse limite de uma forma que não dependa do valor de  $\dot{y}(t)$  mesmo que este último estado tenda a infinito. Das definições de  $S_0(\dot{y})$  e de  $f_s(\dot{y})$  (equações (3.34) e (3.35), respectivamente), é fácil verificar que as duas funções possuem limites superiores definidos: o da primeira é igual a 1, enquanto o da segunda é  $f_s(0) = F_s/\sigma$ . Assim, pode-se concluir que, se  $|z(0)| \leq F_s/\sigma$ , então

$$|z(t)| \leq \frac{F_s}{\sigma} \quad (3.42)$$

para todo  $t > 0$  e de forma independente de  $\dot{y}(t)$ . É interessante observar que, embora tenha sido derivado para a versão “suavizada” do modelo LuGre para o atrito, o limite acima é o mesmo obtido para o caso do modelo original, conforme originalmente determinado em Canudas, 1998.

### **b) Passividade entre $\dot{y}$ e $F_a$**

A modificação proposta para o modelo LuGre define um operador passivo entre uma entrada em velocidade  $\dot{y}$  e uma saída em força de atrito  $F_a$ . Uma vez mais, para provar essa proposição, é necessário demonstrar que a função

$$I(0, T) = \int_0^T \dot{y}(t) F_a(t) dt \quad (3.43)$$

é estritamente não-negativa para todo  $T > 0$ . Substituindo-se a expressão de  $F_a(t)$  (Eq. (3.30)) na equação acima, obtém-se:

$$I(0, T) = \int_0^T \dot{y}(\sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{y}) dt \quad (3.44)$$

Antes de se passar ao desenvolvimento da expressão acima, deve-se observar que, quando  $\dot{y}(t) = 0$ ,  $I(0, T)$  é identicamente nula para qualquer valor de  $T \geq 0$ . Assim, o desenvolvimento a seguir só precisa ater-se aos casos em que  $\dot{y}(t)$  é um valor não-nulo. Prosseguindo com a análise, já se considerando essa condição e de forma similar à da seção 3.2, a demonstração da não-negatividade da expressão acima pode ser resolvida de maneira mais simples se a mesma for tratada como a soma das expressões  $I_1(0, T)$  e  $I_2(0, T)$ , definidas como:

$$I_1(0, T) = \sigma_0 \int_0^T \dot{y} z dt \quad (3.45)$$

$$I_2(0, T) = \int_0^T \dot{y}(\sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{y}) dt \quad (3.46)$$

Isolando-se  $\dot{y}$  na Eq. (3.31) e substituindo-se o resultado em  $I_1(0, T)$ , tem-se:

$$\begin{aligned} I_1(0, T) &= \sigma_0 \int_0^T \frac{z}{S_1(\dot{y})} \left( \dot{z} + \frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} z \right) dt \\ &= \sigma_0 \int_0^T \frac{z \dot{z}}{S_1(\dot{y})} dt + \sigma_0 \int_0^T \frac{S_2(\dot{y})}{S_1(\dot{y}) f_s(\dot{y})} z^2 dt \end{aligned} \quad (3.47)$$

Uma vez que, para  $\dot{y}(t) \neq 0$ ,  $0 < S_1(\dot{y}) \leq 1$  e  $f_s(\dot{y}) \leq F_s/\sigma$ , e como ambas as funções são não-negativas, pode-se mostrar com facilidade que  $I_1(0, T)$  é limitada inferiormente por:

$$\begin{aligned}
I_1(0, T) &\geq \sigma_0 \int_0^T z \dot{z} dt + \sigma \sigma_0 \int_0^T \frac{S_2(\dot{y})}{F_s} z^2 dt \\
&\geq \frac{\sigma_0}{2} z^2(T) + \sigma \sigma_0 \int_0^T \frac{S_2(\dot{y})}{F_s} z^2 dt \\
&\geq 0
\end{aligned} \tag{3.48}$$

Na dedução acima, são utilizados os fatos de que  $z \dot{z} dt = z dz$  e que  $S_2(\dot{y})$  é uma função não-negativa. Prosseguindo com a dedução para  $I_2(0, T)$ , a substituição das Eq. (3.31) e das definições de suas funções auxiliares  $S_1(\dot{y})$  e  $S_2(\dot{y})$  (Eq. (3.32) e Eq. (3.33), respectivamente) na Eq.(3.46) resulta:

$$I_2(0, T) = \int_0^T \left( \sigma_1 (S_0(\dot{y}))^2 + \sigma_2 - \frac{\sigma_1 S_0(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} z \right) \dot{y}^2 dt \tag{3.49}$$

Usando-se o limite determinado para  $|z(t)|$  na desigualdade (3.41), é possível escrever:

$$\begin{aligned}
I_2(0, T) &\geq \int_0^T \left( \sigma_1 (S_0(\dot{y}))^2 + \sigma_2 - \frac{\sigma_1 |S_0(\dot{y})|}{f_s(\dot{y})} |S_0(\dot{y})| \right) \dot{y}^2 dt \\
&\geq \sigma_2 \int_0^T \dot{y}^2 dt \\
&\geq 0
\end{aligned} \tag{3.50}$$

Assim,  $I_2(0, T)$  também é não-negativa. Dessa forma, é possível concluir que  $I(0, T) = I_1(0, T) + I_2(0, T)$  é uma função não-negativa, o que completa a prova.

### 3.6 Resultados de Simulações – Modelo Proposto

Nesta seção, são apresentados os resultados das simulações feitas com o modelo proposto na Seção 3.5, para fins de ilustração de suas propriedades numéricas. As condições simuladas são escolhidas de modo a ilustrar a capacidade do modelo proposto de representar satisfatoriamente a maior parte dos fenômenos não-lineares comumente associados à ação do atrito, usando-se o comportamento do modelo LuGre original como referência de comparação.

O conjunto de simulações é o mesmo apresentado em Canudas et al. (1995) para ilustrar as propriedades do modelo LuGre original, e a maior parte dos parâmetros utilizados são os

mesmos do referido trabalho, sendo seus valores dados na Tab. 3.1. O único parâmetro que varia é a constante  $k_V$  utilizada no argumento do termo de suavização  $S_0(\dot{y})$ . Com respeito a esse parâmetro, três simulações são executadas, uma para cada um dos seguintes valores de  $k_V$ :  $10^6$  [s/m],  $10^7$  [s/m] e  $10^8$  [s/m]. Os resultados obtidos em cada caso são apresentados todos juntos para fins de comparação. Todas as simulações foram realizadas no pacote computacional Matlab-Simulink, utilizando o método de integração de Runge-Kutta com passo de  $2 \cdot 10^{-5}$  [s].

Tabela 3.1 Parâmetros empregados nas simulações

Parâmetro	Valor	Unidades
$\sigma_0$	$10^5$	[N/m]
$\sigma_1$	$\sqrt{10^5}$	[Ns/m]
$\sigma_2$	0,4	[Ns/m]
$F_C$	1,0	[N]
$F_S$	1,5	[N]
$v_S$	0,001	[m/s]

O primeiro conjunto de simulações trata do fenômeno denominado movimento de pré-deslizamento (*pre-sliding displacement*). Esse movimento ocorre quando uma força é aplicada a um corpo em repouso sobre uma superfície, mas sua magnitude não é suficiente para superar a força de atrito estático. Nessas condições, devido ao comportamento aproximadamente elástico das rugosidades presentes nas superfícies de contato, o corpo apresenta deslocamentos muito pequenos, que existem somente enquanto a força externa é aplicada. Quando essa força cessa de existir, as rugosidades voltam a uma condição de relaxamento, e o corpo retorna à sua posição original. Dessa forma, percebe-se que tal movimento não configura uma condição real de translação, pois o retorno do corpo à sua origem não requer a aplicação de uma nova força externa de sentido oposto ao da primeira para acontecer.

A fim de se representar esse comportamento, simulou-se a aplicação de uma força a um corpo de massa unitária e sujeito aos efeitos do atrito, conforme representado na Fig. 3.5.

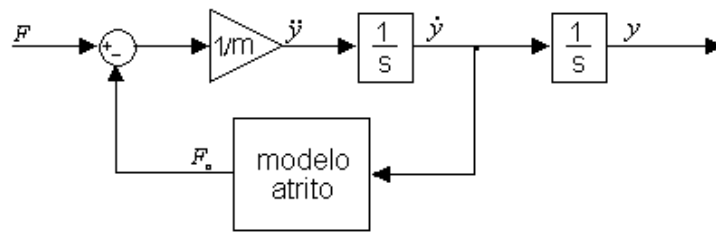


Figura 3.5 – Representação do sistema simulado

Sobre esse corpo, foi aplicada uma força  $F$  cuja magnitude era variada linearmente com o tempo com inclinação muito pequena ( $1/20$  [N/s]). Inicialmente, essa força foi variada positivamente desde zero até  $1,425$  [N], o que corresponde a 95% do valor definido para a força de atrito estático (veja a Tab. 1). Depois de se manter nesse patamar durante algum tempo (15 segundos), o valor de  $F$  foi gradualmente decrescido (com a mesma inclinação absoluta) até atingir  $-1,425$  [N]. Após permanecer por mais 15 segundos nessa condição, o valor absoluto dessa força foi novamente reduzido até zero, com a mesma taxa de variação. Os resultados obtidos nas simulações para cada valor de  $k_v$  são dados na Fig. 3.6. Nela, pode-se perceber que as previsões feitas por meio do modelo proposto estão qualitativamente de acordo com aquelas do modelo LuGre original. Quantitativamente, porém, observa-se que boas aproximações só são obtidas para valores elevados de  $k_v$  (da ordem de  $10^7$  [s/m]).

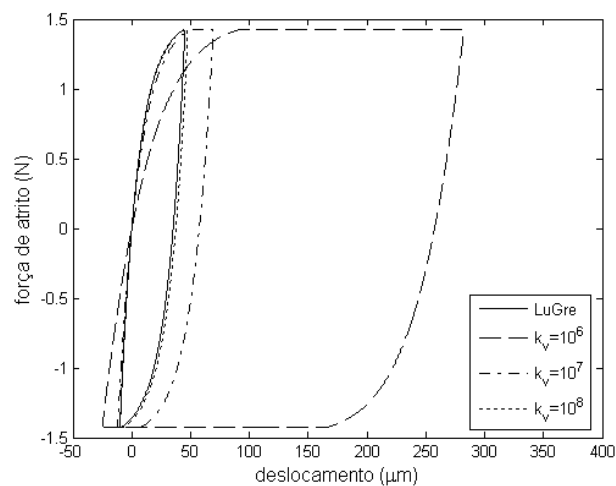


Figura 3.6 – Resultados das simulações para o movimento de pré-deslizamento

Também é possível ilustrar-se a capacidade do modelo proposto de representar o movimento adere-desliza (*stick-slip motion*), um fenômeno que ocorre a baixas velocidades.

Esse efeito pode ser compreendido por meio de um sistema massa-mola sujeito a atrito, como o ilustrado na Fig. 3.7. A entrada de excitação do sistema é o deslocamento  $x$  sofrido pela extremidade direita da mola, que ocorre a uma velocidade muito baixa.

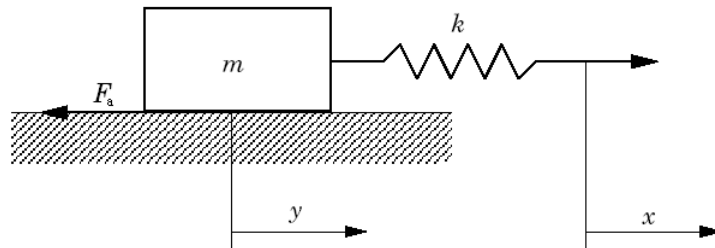


Figura 3.7 – Sistema físico utilizado para representar o efeito do movimento adere-desliza

Estando o sistema inicialmente em repouso, à medida que a mola é puxada para a direita, a magnitude da força elástica aplicada à massa aumenta. Quando o valor dessa força se torna grande o suficiente para superar o atrito estático, o objeto começa a se mover para a direita. Segundo o comportamento da força de atrito em função da velocidade apresentado na Fig. 3.2, nessas circunstâncias, o valor absoluto dessa força é reduzido abruptamente, de modo que o corpo adquire uma grande aceleração nos estágios iniciais de seu movimento. Em decorrência disso, a variação de comprimento  $x - y$  da mola é rapidamente reduzida, e a magnitude da força elástica aplicada pela mesma torna-se inferior à da força de atrito. Assim, o corpo tem sua velocidade reduzida de forma igualmente abrupta, logo retornando ao repouso. Esse processo se repete à medida que a mola continua a ser puxada para a direita. Assim, é possível inferir que, nessas condições, o movimento resultante do corpo apresenta um padrão repetitivo, alternando períodos de imobilidade com outros de curta duração e forte variação na velocidade.

A situação acima descrita foi simulada com um bloco de massa unitária e uma mola com rigidez de 2 [N/m]. Os resultados obtidos são dados na Fig. 3.8. Percebe-se que a similaridade entre os resultados obtidos e com relação ao modelo LuGre é maior do que aquela obtida no caso do movimento de pré-deslizamento. Na visão detalhada (Fig. 3.8(b)), percebe-se que a respostas entre os diferentes modelos só pode ser distinguida para o caso em que  $k_v = 10^6$  [s/m].

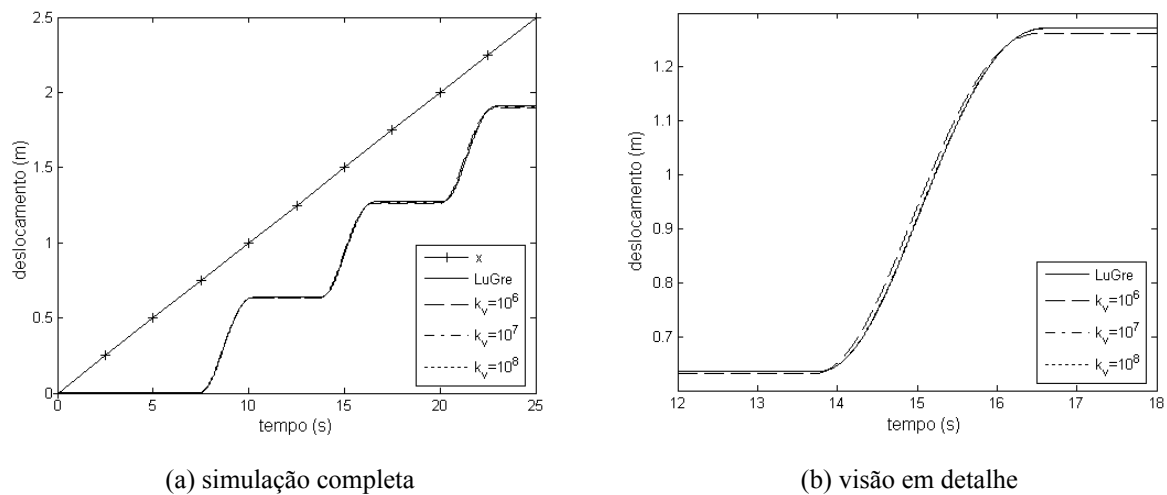


Figura 3.8 – Resultados das simulações para o movimento adere-desliza

O próximo conjunto de simulações refere-se à predição de ciclos-limites em um sistema controlado em malha fechada. Trata-se de um problema que pode ocorrer em tarefas de posicionamento sujeitas a condições de atrito seco muito severas, especialmente nos casos em que os erros de posicionamento solicitados são muito pequenos. Esse fenômeno é estreitamente relacionado com o movimento adere-desliza. Dependendo de suas características construtivas, o atuador empregado para controlar a tarefa de posicionamento pode não ter uma resposta rápida o suficiente para acompanhar a variação repentina na força de atrito quando o objeto manipulado entra em movimento. Dessa forma, o atuador age sobre o sistema de maneira análoga àquela da mola considerada no caso do movimento adere-desliza, aplicando uma força excessiva ao objeto manipulado nos primeiros instantes de seu movimento e, com isso, fazendo-o ultrapassar a posição desejada antes de parar. Então, quando o sistema de controle reverte sua ação a fim de posicionar o objeto corretamente, o mesmo efeito volta a ocorrer, dessa vez no sentido oposto. Sob determinadas condições, esse fenômeno pode entrar em um processo de repetição indefinida, fazendo com que o objeto manipulado seja mantido em constante movimento em torno da posição desejada, mas nunca parando nela como pretendido.

O fenômeno acima foi simulado usando-se uma vez mais uma massa unitária sujeita ao atrito gerado pelos dois modelos aqui discutidos. O controlador utilizado foi do tipo PID, conforme ilustrado na Fig. 3.9. Assim como no exemplo originalmente proposto por Canudas de Wit et al., 1995, os ganhos do controlador utilizado são  $K_P = 3$ ,  $K_I = 4$  e  $K_D = 6$ . A



saída  $y$  do sistema foi solicitada a seguir uma entrada tipo salto unitário  $y_d$ , iniciada em  $t = 10$  s.

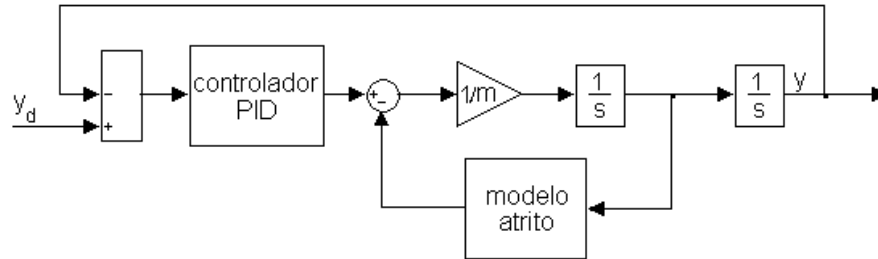


Figura 3.9 – Sistema simulado para observação dos ciclos-limites

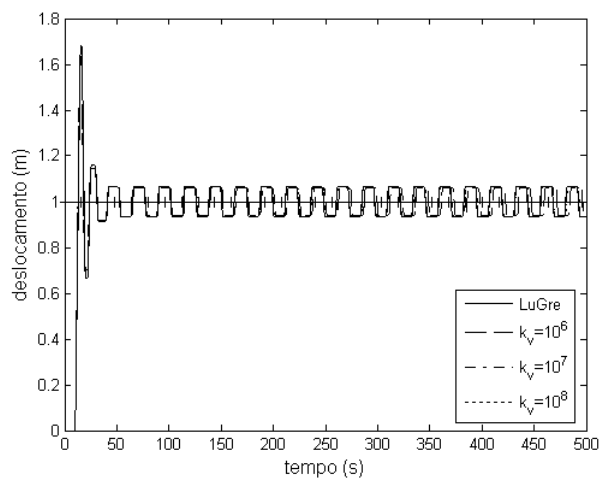


Figura 3.10 – Resultados das simulações para os ciclos-limites

Como se pode observar na Fig. 3.10, os dois modelos prevêem a ocorrência de ciclos-limites. Além disso, também se observa que as respostas do modelo proposto se aproximam muito daquelas do modelo original para valores de  $k_v$  iguais ou superiores a  $10^7$  [s/m]. Nas vistas em detalhe apresentadas na Fig. 3.11, percebe-se que o efeito de um valor de  $k_v$  muito pequeno se reflete pouco na amplitude do ciclo-limite obtido, sendo mais perceptível na fase da resposta periódica em regime permanente: para  $k_v = 10^6$  [s/m], a resposta obtida tem um claro atraso em relação aos demais casos simulados.

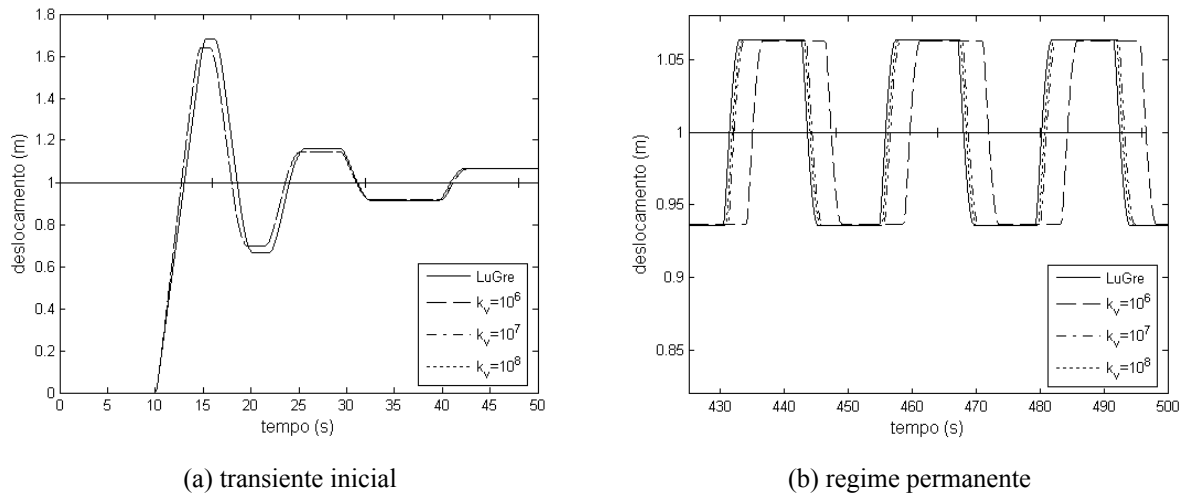


Figura 3.11 – Resultados das simulações para os ciclos-limites – vista detalhada

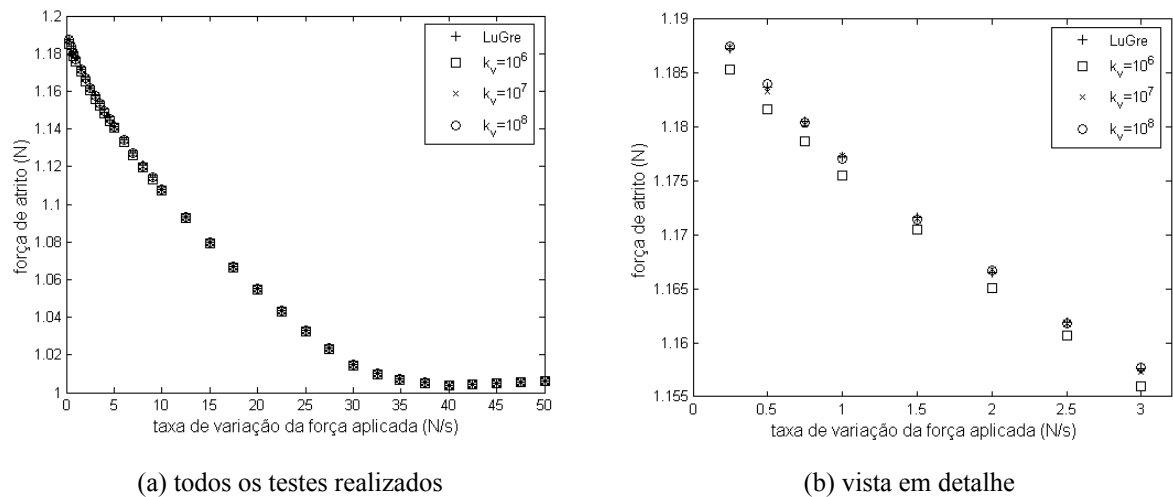


Figura 3.12 – Resultados das simulações para forças de quebra variável

Outro importante fenômeno inerente ao comportamento do atrito é a força de quebra variável, isto é, a variação no valor da força de atrito para a qual se observa uma variação abrupta na velocidade de um corpo, indicando que ele acaba de assumir um movimento translacional propriamente dito. O valor dessa força de quebra depende da taxa com que o módulo força externa aplicada ao corpo é aumentado: em linhas gerais, quanto mais rápido é o crescimento dessa força externa, menor é o valor da força de quebra correspondente. Esse efeito foi simulado utilizando-se novamente o sistema representado na Fig. 3.5, variando-se a taxa de crescimento da força aplicada a cada simulação, e identificando-se o instante em que a velocidade resultante do sistema apresentava uma variação repentina e significativa. Os

resultados obtidos estão ilustrados na Fig. 3.12. Uma vez mais, verifica-se que valores de  $k_v$  iguais ou superiores a  $10^7$  [s/m] levam a predições do modelo proposto que são muito próximas daquelas obtidas por meio do modelo LuGre original.

### 3.7 Conclusões do Capítulo

Neste capítulo, o fenômeno do atrito e seus efeitos sobre o desempenho de um sistema controlado em malha fechada foram discutidos. O modelo LuGre em sua forma original foi apresentado, e suas principais propriedades e limitações foram verificadas. Em particular, uma dessas limitações (a natureza descontínua de seu observador de estados) foi enfatizada, devido às dificuldades que ela causa ao emprego efetivo desse modelo como parte do algoritmo de controle proposto neste trabalho. Por essa razão, uma modificação do modelo LuGre foi proposta. Essa modificação se baseia no uso de funções contínuas que permitam uma boa aproximação numérica dos resultados obtidos pelo mesmo, mas sem sacrificar suas propriedades analíticas mais importantes sob o ponto de vista da análise da estabilidade do sistema controlado por meio do algoritmo estudado neste trabalho. Resultados de simulação foram utilizados para confirmar a similaridade no comportamento do atrito previsto por meio dos dois modelos: original e proposto. Com base nos argumentos analíticos apresentados e nos resultados obtidos nas simulações, conclui-se que o modelo proposto apresenta comportamento satisfatório para os propósitos deste trabalho. Assim sendo, neste trabalho, os efeitos do atrito sobre o servoposicionador pneumático serão doravante considerados por meio do modelo proposto na Seção 3.5.

## 4 O CONTROLE DE SERVOPOSICIONADORES PNEUMÁTICOS

Este capítulo é dedicado a discutir as principais dificuldades relacionadas com o controle de servoposicionadores pneumáticos, bem como os esquemas de controle mais comumente utilizados. Tanto Scavarda e Thomasset, 1996, como Perondi, 2002, apresentam revisões abrangentes dos aspectos mais importantes que concernem à modelagem e ao controle desses sistemas. Nas próximas seções, é apresentada uma revisão atualizada desses mesmos tópicos. Na Seção 4.2, são definidos os dois principais problemas de controle relativos ao servoposicionador pneumático. Nas seções 4.3 e 4.4, são expostos os princípios básicos relativos às técnicas lineares de controle de servomecanismos em geral, associados às principais dificuldades referentes à aplicação das mesmas ao caso do servoposicionador pneumático, enquanto as seções 4.4 a 4.9 abordam as técnicas não-lineares mais freqüentemente utilizadas para o controle desses sistemas. Na Seção 4.4, é delineado o método da linearização por realimentação. Na Seção 4.5, descrevem-se as metodologias de controle baseadas na interpretação do servoposicionador em termos de dois subsistemas, de modo a se aplicarem algoritmos de controle diferentes para cada um deles. A Seção 4.6 é dedicada a expor o método do controle a estrutura variável, enquanto, na Seção 4.7, discutem-se as principais características do controle adaptativo. A Seção 4.8 faz um levantamento dos principais métodos de controle dedicados à compensação específica dos efeitos do atrito em servomecanismos, particularmente no que se refere ao servoposicionador pneumático. Na Seção 4.9, são apresentados os conceitos básicos referentes ao controle por redes neurais. Finalmente, na Seção 4.10, são expostas as principais conclusões obtidas a partir das discussões feitas ao longo do capítulo.

### 4.1 Introdução

Os dois principais problemas de controle de servoposicionadores pneumáticos aplicados a sistemas robóticos são o controle de posição e o controle de seguimento de trajetória, definidos a seguir:

1. Controle de posição: Seja  $y_d$  a posição final desejada para o êmbolo do servoatuador pneumático. Se a posição do mesmo em um dado instante  $t$  é definida como  $y(t)$ , o controle de posição consiste em minimizar o erro de posição  $e(t) = y(t) - y_d$ . Para esse caso, os erros de velocidade e aceleração são  $\dot{e}(t) = \dot{y}(t)$  e  $\ddot{e}(t) = \ddot{y}(t)$ , respectivamente.

2. Controle de seguimento de trajetória: Nessa abordagem, deseja-se que o êmbolo do atuador execute uma determinada trajetória de referência  $y_d(t)$  ao longo do tempo. Em tais circunstâncias, assume-se que também existam e sejam conhecidas as correspondentes trajetórias de velocidade e aceleração  $\dot{y}_d(t)$  e  $\ddot{y}_d(t)$ , nessa ordem. Assume-se, ainda, que as três trajetórias (posição, velocidade e aceleração) são funções contínuas no tempo dentro do intervalo considerado para a tarefa de seguimento. Os erros de seguimento em posição, velocidade e aceleração para esse caso são, respectivamente,  $e(t) = y(t) - y_d(t)$ ,  $\dot{e}(t) = \dot{y}(t) - \dot{y}_d(t)$  e  $\ddot{e}(t) = \ddot{y}(t) - \ddot{y}_d(t)$ .

A vantagem de se trabalhar com o controle de seguimento de trajetória é a possibilidade de se imporem os valores desejados da velocidade, da aceleração e da derivada temporal da aceleração (*jerk*) durante a transição entre as posições inicial e desejada [Scavarda e Thomasset, 1996]. Dessa forma, ganha-se mais flexibilidade no planejamento da resposta de um atuador robótico frente às tarefas que ele pode ser solicitado a executar.

No presente caso, o objetivo do algoritmo de controle é o de moldar a resposta dinâmica do servoposicionador de forma que ele efetue satisfatoriamente uma das tarefas acima definidas. Para isso, é geralmente necessário que o sistema em malha fechada apresente uma banda de passagem suficientemente larga e erros de posicionamento pequenos. Assim, a principal tarefa do controlador é a de compensar os desvios da resposta do sistema controlado em relação às suas especificações de operação, o que implica minimizar a influência das não-linearidades e incertezas sobre seu comportamento dinâmico. Nas próximas seções, são descritos os principais métodos de controle utilizados para esse fim, bem como as maiores dificuldades relacionadas à aplicação dos mesmos no caso do servoposicionador pneumático.

## 4.2 Controle Proporcional e Variações Comuns (P, PI, PD e PID)

Um dos métodos mais simples de controle de um processo qualquer se baseia apenas em uma realimentação *proporcional* (P) do desvio de seguimento da variável cujo valor se deseja controlar, isto é, o sinal de controle utilizado é simplesmente o erro de seguimento  $e(t)$  multiplicado por uma constante. Esse método de controle possui a vantagem de ser simples e intuitivo, uma vez que o erro de seguimento pode ser diminuído simplesmente aumentando-se o valor do ganho do controlador. Sozinho, porém, esse tipo de realimentação não é capaz de assegurar que se obtenha um seguimento perfeito da referência desejada ( $e(t) \rightarrow 0$  quando  $t \rightarrow \infty$ ) nem mesmo para o caso em que o valor da mesma é uma constante [Ogata, 2000].

Outra limitação dessa abordagem reside no fato de que a resposta da planta controlada pode ser demasiado lenta frente às especificações solicitadas, sem que o controlador consiga compensar esse efeito adequadamente. Esses dois problemas podem ser compensados (ao menos parcialmente) se forem acrescentados outros termos ao controlador original: para assegurar-se o seguimento de referência, utiliza-se uma parcela *integral* (I) de controle, isto é, um termo proporcional a  $\int e(t)dt$ ; para melhorar a velocidade de resposta, a ação de controle utilizada é a *derivativa* (D), em que o termo adicional de controle é proporcional a  $\dot{e}(t)$ . As combinações da ação proporcional com alguma dessas outras ações ou com ambas simultaneamente são denominadas controle *proporcional-integral* (PI), *proporcional-derivativo* (PD) ou *proporcional-integral-derivativo* (PID).

Para uma ampla gama de processos, alguma das técnicas acima mencionadas – normalmente o controle PID – é satisfatória. Por essa razão, o emprego de um controlador PID como primeira abordagem de controle para um processo qualquer é muito comum. No entanto, de acordo com a natureza da planta a ser controlada, a eficiência dessas mesmas técnicas pode ficar seriamente comprometida. De acordo com Slotine e Li, 1991, e também Aström e Hägglund, 1995, por exemplo, dentre diversos motivos, o desempenho dessa família de algoritmos de controle pode ser reduzido significativamente pelos seguintes fatores:

1. Ordem da planta a ser controlada: para sistemas que podem ser modelados de forma conveniente por sistemas de até 2ª ordem, os controladores acima mencionados podem apresentar desempenho satisfatório. O mesmo pode ser dito quando a ordem do sistema é maior, mas existem um ou, no máximo, dois pólos que podem ser considerados dominantes frente aos demais. Fora dessas condições, porém, o comportamento da planta se torna excessivamente complexo para ser compensado adequadamente por meio dos controladores em questão, de forma que o desempenho do sistema controlado se degrada significativamente.
2. Variabilidade dos parâmetros da planta: a aplicação de uma das técnicas de controle aqui discutidas se baseia no pressuposto de que existe um modelo *linear* satisfatório da planta a ser controlada. Uma vez que todo processo na natureza é, essencialmente, não-linear, tal modelo é normalmente obtido a partir de uma *linearização* do sistema de equações que descreve o sistema *em torno de um ponto específico* de operação do mesmo. Dessa forma, esse modelo é válido somente para uma região limitada em torno do ponto de linearização. À medida que o sistema é requisitado a operar em regiões cada vez mais afastadas desse ponto, os valores dos parâmetros reais do

processo controlado diferem cada vez mais daqueles que foram calculados para a região inicial. Além disso, as características físicas do sistema a partir das quais esses parâmetros são calculados podem apresentar variações ao longo do tempo, devido a efeitos diversos (condições ambientais, desgaste de componentes devido à operação, etc.). Em qualquer um dos dois casos, essas variações representam uma séria dificuldade no que diz respeito ao desempenho dos controladores em questão, pois eles utilizam ganhos fixos, calculados para o caso nominal do sistema linearizado. Sob o ponto de vista do controlador, o efeito é equivalente ao de se controlar *outra* planta, não aquela originalmente prevista. Assim, se os parâmetros do sistema se alteram durante sua operação, a ação de controle aplicada resulta inadequada para que o comportamento dinâmico desejado seja efetivamente obtido, e a resposta do sistema é prejudicada.

3. Presença de incertezas paramétricas: essencialmente, esse problema é o mesmo da variação dos parâmetros do sistema ao longo do tempo ou de acordo com a região de operação. Nesse caso, porém, tal efeito é gerado pelo conhecimento imperfeito das características físicas do sistema controlado em decorrência das limitações dos instrumentos de medida utilizados no levantamento das mesmas.
4. Dinâmicas não-modeladas: para se efetuar o levantamento de um modelo linear da planta a ser controlada, é necessário fazer aproximações quanto ao seu comportamento dinâmico. Isso acarreta desprezar efeitos de significância teoricamente menor sobre esse comportamento, o que, em termos matemáticos, significa descartar um ou mais pólos não-dominantes da sua função de transferência. Em determinadas circunstâncias, porém, a ação do controlador pode excitar esses pólos não-dominantes, gerando efeitos de ressonância indesejados e que podem deteriorar muito o comportamento dinâmico do sistema em malha fechada.
5. Presença de perturbações: basicamente, trata-se do mesmo efeito relativo às dinâmicas não-modeladas do sistema controlado, no sentido de ambos acarretarem comportamentos “inesperados” da planta sob o ponto de vista do controlador. Este caso difere do anterior por se referir a fatores que não são próprios do comportamento intrínseco da planta, tais como a presença de obstáculos na trajetória de um manipulador robótico, por exemplo.

No caso específico do servoposicionador pneumático, o modelo linearizado em malha aberta pode ser de 3ª ou de 4ª ordem [Virvalo, 1989 e 1995; Tanaka et al., 1996; Perondi, 2002; Ning e Bone, 2005b]. Em qualquer dos casos, tal modelo possui um par de pólos

oscilatórios e pouco amortecidos. A Fig. 4.1 ilustra o comportamento desses pólos para o caso do modelo de 3ª ordem, submetido a uma realimentação proporcional.

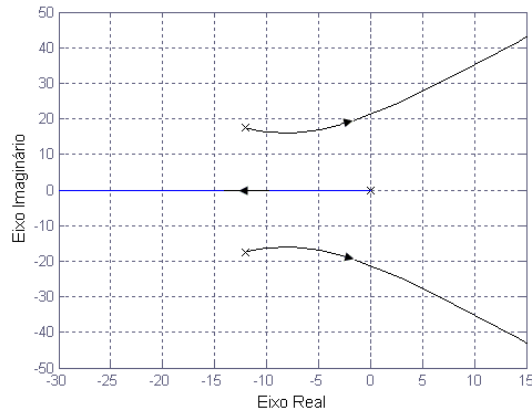


Figura 4.1 – Lugar geométrico das raízes do modelo de 3ª ordem para o sistema com um controlador com ação proporcional (P)

Na Fig. 4.1, pode-se observar que o amortecimento dos referidos pólos diminui à medida que o ganho proporcional cresce, de modo que eles se dirigem para o semiplano complexo direito. Assim, o valor de tal ganho deve ser limitado de modo a assegurar a estabilidade do sistema em malha fechada. Em Virvalo, 1989, demonstra-se que esse limite é relativamente pequeno, ficando muito aquém do valor necessário para que o comportamento dinâmico de um servoposicionador pneumático seja adequado às tarefas de posicionamento comumente encontradas no âmbito da robótica. De acordo com Perondi, 2002, a introdução de uma parcela derivativa (controlador PD) não altera significativamente esse quadro, pois o aumento no ganho proporcional continua a fazer com que os pólos complexos conjugados tornem-se dominantes e se aproximem rapidamente da região de instabilidade. Ainda segundo o mesmo autor, a utilização de um controlador PID ajuda a reduzir o valor do erro de seguimento obtido, mas também não contribui expressivamente para evitar o problema da falta de amortecimento dos pólos dominantes.

Além do problema relativo à falta de amortecimento dos pólos dominantes, os parâmetros do modelo linear do servoposicionador pneumático dependem de aspectos físicos de difícil caracterização, com muitas incertezas ou que variam conforme as condições de operação do sistema e do ambiente em que ele está inserido [Virvalo, 1995; Nouri et al., 2000; Su e Kuo, 2000; Perondi, 2002]. Nesse contexto, podem-se citar como exemplos as forças de atrito, as flutuações da massa específica do ar em função da temperatura e as variações na massa manipulada. Para o caso da dependência em relação à posição de



linearização, um exemplo bastante característico é dado por Virvalo, 1995. A partir de um modelo linear parametrizado com respeito à posição  $y$  do êmbolo, o autor mostra que a frequência natural  $\omega_n$  obtida no processo de linearização varia em função dessa posição. No referido trabalho, verifica-se que essa frequência é mínima com o êmbolo na posição central, e que o valor da mesma aumenta à medida que essa linearização se dá em posições cada vez mais próximas das extremidades do cilindro. Esse comportamento está ilustrado na Fig. 4.2 para o caso do servoposicionador pneumático em estudo no presente trabalho. Devido a esse efeito, nas regiões próximas às extremidades do cilindro pneumático, até mesmo a aplicação de sinais de controle pequenos podem causar variações de pressão significativas porque a amplitude das mesmas depende fortemente dos deslocamentos sofridos pelo êmbolo [Richard e Scavarda, 1996]. Essa circunstância torna difícil controlar adequadamente o posicionamento do êmbolo do servoposicionador ao longo de todo seu curso útil, visto que a resposta dinâmica das pressões nas câmaras varia de forma expressiva com a posição do mesmo.

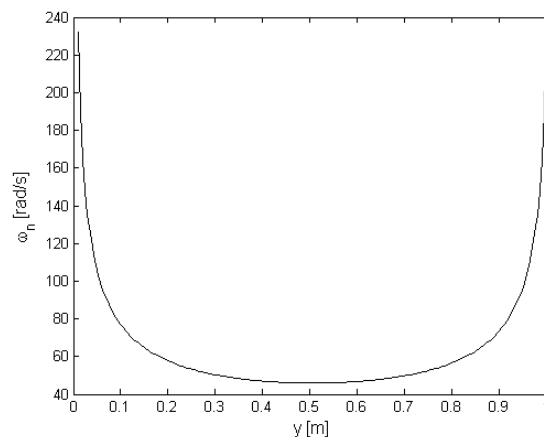


Figura 4.2 – Dependência da frequência natural em função da posição do êmbolo do servoposicionador pneumático

Diante de todas essas circunstâncias, percebe-se que é muito difícil obter um bom desempenho para o servoposicionador pneumático quando os controladores do tipo PID são utilizados. Esse desempenho é limitado pela localização dos pólos em malha aberta do modelo linear do atuador, pelas incertezas e variações nos parâmetros do mesmo, e por outros fatores relacionados às não-linearidades presentes no sistema, tais como os efeitos do atrito. Assim, conclui-se que os controladores da família PID resultam insuficientes quando as exigências da tarefa do posicionador pneumático são severas em termos de precisão e velocidade. Esse fato é corroborado por um grande número de trabalhos, dentre os quais se

podem citar Kawamura et al., 1989; Tanaka et al., 1996; Wang et al., 2001; Perondi, 2002; Korondi e Gyeviski, 2006; Yamazaki e Yasunobu, 2007; Girin et al., 2009, entre outros.

É importante ressaltar que as dificuldades acima mencionadas não implicam que os controladores P, PD, PI e PID já não sejam utilizados de forma alguma no contexto dos servoposicionadores pneumáticos. Na prática, embora essas limitações comprometam muito o desempenho do sistema em malha fechada quando alguma dessas estratégias de controle é empregada *sozinha*, essas mesmas técnicas podem proporcionar bons resultados quando *combinadas* com outras abordagens mais sofisticadas. Assim, é ainda possível encontrar-se controladores da família PID na literatura pesquisada, mas sempre de forma coordenada com outras estruturas de controle complementares. Por exemplo, Aziz e Bone, 1998, utilizam controle PID associado a um método que envolve ajuste adaptativo dos ganhos e compensação do atrito. Kawamura et al., 1989, e Choi et al., 1998, utilizam controladores PID como partes de esquemas mais amplos, baseados na interpretação do atuador como dois subsistemas. Lee et al., 2002, empregam um controlador PID associado a um esquema de linearização por realimentação para compensar o atrito, enquanto em Em Ahn et al., 2004, são efetuadas trocas sistemáticas dos conjuntos de ganhos do controlador PID de acordo com a faixa de operação do sistema, ambos os trabalhos tendo base na técnica de redes neurais. Karpenko e Sepehri, 2004, empregam um controlador PI associado a um esquema não-linear de *reset* do seu integrador. Em Kazerooni, 2005, é utilizado um método não-linear de compensação da área de passagem da servoválvula combinado com um controlador PD para controlar a força aplicada por um atuador pneumático, tarefa esta que é facilitada por meio de uma manipulação conveniente do modelo matemático do sistema. Kosaki e Sano, 2006, combinam um controlador PD com um observador para o atrito que consiste de uma versão modificada daquele originalmente proposto por Tafazoli et al., 1998. Finalmente, Zhan et al., 2006, utilizam um controlador PID acrescido de uma parcela de controle *feedforward* baseada em um observador de perturbações. Algumas das técnicas adicionais aqui mencionadas serão discutidas com mais detalhes nas próximas seções.

### 4.3 Controladores por Realimentação de Estados

Além dos controladores P, PI, PD e PID, outra abordagem linear de controle é aquela denominada *realimentação de estados*. Nessa estratégia, o projeto do controlador para o sistema se baseia na manipulação direta da representação do mesmo na forma de variáveis de estado, através de operações matriciais [Ogata, 2000; Franklin et al., 2002]. Uma das formas

mais comuns de se fazer essa representação para um sistema linear e invariante no tempo é dada a seguir [Ogata, 2000]:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \end{cases} \quad (4.1)$$

onde  $\mathbf{x}(t)$  é o vetor de estados que caracteriza o comportamento do sistema,  $\mathbf{y}(t)$  é o vetor das variáveis de saída,  $\mathbf{u}(t)$  é o vetor das variáveis de excitação (entradas), e  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  e  $\mathbf{D}$  são matrizes constantes. Para um sistema de ordem  $n$ , com  $p$  variáveis de entrada e  $q$  variáveis de saída, as dimensões de cada um dos vetores/matrizes acima definidos são  $n \times 1$ ,  $q \times 1$ ,  $p \times 1$ ,  $n \times n$ ,  $n \times p$ ,  $q \times n$  e  $q \times p$ , respectivamente. Um sistema assim definido pode ou não possuir duas propriedades básicas, que afetam diretamente o projeto e o desempenho do controlador utilizado. Essas propriedades são denominadas *controlabilidade* e *observabilidade*, e suas definições são apresentadas a seguir [Chen, 1999]:

1. Controlabilidade: um sistema definido conforme a estrutura expressa na Eq. (4.1) é dito *controlável* se, para quaisquer estados inicial  $\mathbf{x}_0$  e final  $\mathbf{x}_f$ , existe uma entrada de controle  $\mathbf{u}(t)$  que seja capaz de levar o sistema de  $\mathbf{x}_0$  para  $\mathbf{x}_f$  em um intervalo finito de tempo. De outra forma, o sistema é dito *não controlável*.
2. Observabilidade: um sistema é dito *observável* se, para qualquer estado inicial desconhecido  $\mathbf{x}_0$ , existe um instante finito  $t_f > 0$  tal que o conhecimento dos vetores de entrada  $\mathbf{u}(t)$  e saída  $\mathbf{y}(t)$  ao longo do intervalo  $[0 \ t_f]$  é suficiente para determinar unicamente o estado inicial  $\mathbf{x}_0$ . De outra forma, o sistema é dito *não observável*.

Em termos práticos, um sistema é controlável se a entrada de controle a ele aplicada é capaz de afetar diretamente cada um dos estados do mesmo, isto é, o sistema não possui estados “internos” cujo valor independe de  $\mathbf{u}(t)$ . De modo similar, que um sistema é observável se sua saída estiver atrelada de alguma forma aos valores de todos os estados do sistema, de modo que eventuais alterações em algum de seus estados “internos” sempre resultem em uma variação correspondente nas saídas do mesmo.

Na maior parte dos casos, o emprego dessa abordagem de controle consiste em calcular os ganhos do controlador de modo a posicionar os pólos do sistema controlado de uma forma específica, correspondendo ao comportamento dinâmico teoricamente desejado. Por essa

razão, essa abordagem é freqüentemente denominada controle por alocação de pólos (*pole placement control*). De acordo com Franklin et al., 2002, a alocação dos pólos só pode ser realizada de modo arbitrário se o sistema for *controlável*. Além disso, a eficiência desse controlador também está associada ao grau de informação disponível a respeito dos estados do sistema. Nos casos em que algum estado não pode ser medido diretamente, pode ser necessário estimar seu valor por meio das variáveis de saída que podem ser monitoradas. Para que essa estimativa seja feita de modo irrestrito, o sistema precisa ser *observável* [Ogata, 2000].

No caso do servoposicionador pneumático, verifica-se que seu modelo linear de terceira ordem é controlável [Perondi e Guenther, 1999a]. Além disso, todos os estados necessários estão disponíveis para mensuração direta ou observação. Assim, teoricamente, os pólos do sistema em malha fechada podem ser alocados em qualquer posição do plano complexo através de uma realimentação completa de estados. Normalmente, os estados utilizados nessa realimentação são a posição, a velocidade e a aceleração do pistão, resultando em uma estrutura de controle comumente denominada *controle PVA* (Posição, Velocidade, Aceleração). Para esse caso, a possibilidade de escolha arbitrária da posição dos pólos do sistema controlado pode ser verificada observando-se a estrutura das matrizes  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  e  $\mathbf{D}$  do modelo linear de 3ª ordem do atuador pneumático, quando a variável de interesse é a posição do êmbolo:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

$$\mathbf{B} = [0 \quad 0 \quad b_0]^T \quad (4.3)$$

$$\mathbf{C} = [1 \quad 0 \quad 0] \quad (4.4)$$

$$\mathbf{D} = 0 \quad (4.5)$$

Utilizando-se uma lei de controle baseada em uma realimentação linear de estados, tem-se  $\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t)$ , onde  $\mathbf{K} = [k_0 \quad k_1 \quad k_2]^T$  é o vetor dos ganhos do controlador. Aplicando-se essa lei de controle ao sistema acima definido, a equação característica  $\det[(\mathbf{A} - \mathbf{BK}) - \lambda\mathbf{I}] = 0$  do sistema controlado é:

$$\lambda^3 + (b_0k_2 + a_2)\lambda^2 + (b_0k_1 + a_1)\lambda + b_0k_0 = 0 \quad (4.6)$$

Pela expressão (4.6), é fácil verificar que as raízes da equação característica do sistema podem ser escolhidas arbitrariamente, pois cada um dos ganhos de realimentação pode ser calculado de forma independente dos demais. Por essa razão, a abordagem de controle PVA é utilizada por diversos autores [Virvalo, 1989 e 1995; Scavarda e Thomasset, 1996; Perondi e Guenther, 1999a; Ning e Bone, 2002 e 2005b, Song e Liu, 2006a], em geral combinada com algum outro método de controle. Na prática, porém, a viabilidade desse posicionamento é limitada por diversas características do atuador, tais como a saturação da vazão na servoválvula e, na maioria dos casos, a dificuldade de obtenção do sinal de aceleração.

Os avanços na indústria de fabricação de acelerômetros têm tornado esses dispositivos cada vez mais baratos, confiáveis e de fácil implementação em diversas aplicações de Engenharia ao longo dos últimos anos. No contexto dos sistemas de controle em tempo real de servoposicionadores pneumáticos, porém, a utilização deste tipo de sensor ainda é muito dificultada por várias razões. Em primeiro lugar, as faixas de aceleração inerentes a essas aplicações são geralmente muito baixas, o que implica a necessidade de se empregar acelerômetros de grande sensibilidade. Normalmente, os dispositivos dessa faixa de operação são desenvolvidos para aplicações automotivas, apresentando custos ainda relativamente elevados. O emprego de acelerômetros de custo mais baixo normalmente implica perdas significativas de sensibilidade na faixa de medição desejada, o que acarreta uma perda significativa na relação sinal/ruído das medições realizadas [Doebelin, 2004]. Outra dificuldade se refere à transmissão do sinal medido pelo acelerômetro ao sistema de aquisição, uma vez que o sensor deve ser montado no elemento móvel do atuador. A fim de que essa transmissão se dê de uma forma fidedigna e sem atrasos significativos, a conexão entre o sensor e sua unidade de condicionamento precisa ser feita por meio de um cabo de transmissão de dados. Isso gera dificuldades práticas no posicionamento do aparato de medição do atuador, pois o movimento do êmbolo implica que uma das extremidades do cabo também deve se deslocar, problema que é agravado pelo curso de operação do sistema (em torno de 1m de comprimento). Uma das conseqüências indesejáveis desse movimento é, por exemplo, a alta probabilidade de que ocorram rupturas ao longo do cabo ou nos seus pontos de contato (solda) com os terminais do sensor. Uma solução para essa dificuldade consiste em utilizar-se um arranjo de transmissão sem fio (*wireless*) do sinal medido, mas tal solução também apresenta inconvenientes. Em primeiro lugar, essa opção depende da instalação de um aparato de transmissão sobre o êmbolo do atuador, o que é indesejável porque dificulta o

acoplamento entre o mesmo e a carga que se deseja manipular, além de reduzir a carga útil do sistema. Em segundo, tais sistemas requerem a utilização de algum método de transmissão via rádio. Dessa forma, torna-se necessário efetuar a codificação e posterior decodificação do sinal medido, o que implica atrasos no processo de aquisição do mesmo. Adicionalmente, esses atrasos podem ser agravados se a taxa de transmissão do aparelho de rádio utilizado for muito baixa.

Somadas todas as considerações acima, verifica-se que o emprego de acelerômetros em aplicações de controle em tempo real de servoposicionadores pneumáticos ainda apresenta limitações relativamente severas. Por essa razão, muitos autores utilizam formas indiretas para determinar o sinal de aceleração utilizado em seus esquemas de controle por realimentação de estados. Nesse caso, uma das alternativas mais freqüentemente utilizadas é a diferenciação numérica do sinal de velocidade, sendo este último obtido por medição direta ou também por diferenciação a partir do sinal de posição [Pandian et al., 2002; Valdiero, 2005; Ning e Bone, 2005b; Guenther et al., 2006; Carneiro e Almeida, 2007]. Com essa abordagem, é possível reduzir os custos com a aparelhagem empregada pelo sistema de controle, pois um número menor de sensores é utilizado [Scavarda e Thomasset, 1996]. Por outro lado, os ruídos inerentes ao processo de medição tendem a ser amplificados por esse procedimento, o que implica a utilização de filtros nos sinais desejados e acarreta atrasos na resposta do controlador. Se esses atrasos forem muito grandes, a estabilidade do sistema em malha fechada pode ficar comprometida [Scavarda e Thomasset, 1996; Pandian et al., 1997; Cunha, 2001; Perondi, 2002].

Outra maneira de se obter o sinal de aceleração consiste na utilização do sinal da diferença de pressão entre as câmaras do cilindro atuador no lugar do uso da realimentação da aceleração, originando a estratégia de controle  $PV\Delta P$  (Posição, Velocidade e Diferença de Pressão). Essa abordagem é utilizada, por exemplo, por Liu e Bobrow, 1988; McDonnell e Bobrow, 1993; Pandian et al., 1997; e Perondi e Guenther, 1999a. Essa abordagem apresenta uma diferença significativa em relação à realimentação da aceleração no que diz respeito à sensibilidade do sinal de controle realimentado com relação às perturbações externas. De acordo com Cunha, 2001, se o coeficiente de atrito viscoso do sistema controlado é baixo (como no caso de sistemas pneumáticos) o aumento do ganho de realimentação da pressão causa aumento no amortecimento viscoso equivalente do sistema, mas também amplifica o efeito da perturbação externa na velocidade de saída. Esse estudo foi realizado originalmente para o caso de um servoposicionador hidráulico, mas também pode ser estendido ao caso pneumático [Perondi, 2002]. Adicionalmente, Cunha, 2001, demonstra que a realimentação

da aceleração também ocasiona o crescimento do atrito viscoso equivalente quando o ganho de realimentação é aumentado, mas esse procedimento não altera os efeitos das perturbações externas sobre a velocidade do êmbolo do cilindro controlado. Esses fatos foram comprovados experimentalmente por Perondi e Guenther, 1999a, onde se constata que os erros de seguimento obtidos por meio do controlador PVA são cerca de 50% menores do que os proporcionados pelo controlador PV $\Delta$ P. Por outro lado, os mesmos autores verificaram em outro trabalho que os erros obtidos por meio do controlador PV $\Delta$ P podem resultar satisfatórios naqueles casos em que é suficiente posicionar o êmbolo em um local específico em lugar de fazê-lo seguir uma trajetória [Perondi e Guenther, 1999b].

Uma terceira alternativa consiste no uso de um observador de estados, como no caso de Tafazoli et al., 1998, em que a aceleração de um servoposicionador hidráulico é estimada por meio de um observador reduzido não-linear baseado em Friedland e Park, 1992. Esse mesmo observador também é utilizado por Perondi, 2002, para o caso de um servoposicionador pneumático. Também existem casos em que as pressões nas câmaras do cilindro são estimadas por meio de observadores de estados em vez de medidas diretamente, a fim de se reduzir os custos de instrumentação [Pandian et al., 2002; Gulati e Barth, 2005]. Nessas condições, porém, Hildebrandt et al., 2005a, observam que os erros de seguimento obtidos pelo sistema em malha fechada podem resultar muito grandes.

Além dos problemas acima discutidos quanto à obtenção dos sinais necessários à sua implementação, cabe ressaltar que os controladores baseados na realimentação linear dos estados do servoposicionador pneumático também são baseados em um modelo linearizado do mesmo. Dessa forma, as estratégias de controle discutidas nesta seção também sofrem de limitações similares às aquelas apontadas na seção anterior, tais como a localização dos pólos em malha fechada fortemente dependente da posição em que a linearização é feita [Virvalo, 1989], a falta de robustez frente a variações paramétricas, exemplificada para o caso da massa deslocada [Perondi e Guenther, 2000a] e a alta sensibilidade a dinâmicas não-modeladas, como o efeito do atrito [Perondi, 2002]. Assim, a exemplo dos controladores da família PID, os controladores PVA e PV $\Delta$ P raramente são utilizados de forma isolada no controle desse tipo de atuador, sendo mais comumente empregados de forma combinada com outras estratégias complementares. Alguns exemplos de técnicas que são utilizadas de forma coordenada com o controle PVA/ PV $\Delta$ P são: *gain scheduling* [Pu et al., 1993], parametrização dos ganhos em função da posição do êmbolo [Virvalo, 1995], compensação

fixa dos efeitos do atrito [Ning e Bone, 2002], e controle *feed-forward* para compensação de zona-morta [Ning e Bone, 2005b].

Com base na argumentação exposta nesta seção, verifica-se que, assim como os controladores da família PID, os controladores por realimentação de estados têm aplicação limitada no controle de servoposicionadores pneumáticos para os casos em que as exigências de precisão e velocidade de resposta do sistema controlado são muito restritivas. Essa limitação é devida principalmente à presença de incertezas paramétricas, ao comportamento fortemente não-linear do sistema controlado e à dificuldade de obtenção do sinal de aceleração quando o mesmo é usado como um estado do sistema.

#### 4.4 Linearização por Realimentação

Conforme se pôde verificar nas seções anteriores, o uso de controladores lineares é bastante atrativo devido à sua estrutura relativamente simples, o que facilita seu projeto. No entanto, a eficiência de tais controladores pode ser limitada de forma severa pelos efeitos não-lineares presentes no comportamento dinâmico da planta a ser controlada, por representarem perturbações não-modeladas sob o ponto de vista do algoritmo de controle [Slotine e Li, 1991; Aström e Hägglund, 1995]. Verificou-se, ainda, que o servoposicionador pneumático é um exemplo de planta em que tais efeitos não-lineares são muito significativos. Assim, para esse caso, o emprego exclusivo de estruturas lineares de controle como o PID ou o PVA tende a gerar erros de amplitude excessiva ou respostas relativamente lentas da parte do sistema controlado. Uma das formas de se contornar essa dificuldade sem se abrir mão inteiramente da simplicidade dos controladores puramente lineares consiste na utilização de uma linearização por realimentação (*feedback linearization*). Em sua forma mais simples, essa abordagem de controle consiste em aplicar dois laços de realimentação à planta a ser controlada. No primeiro laço, buscam-se cancelar os efeitos não-lineares presentes no sistema por meio de uma realimentação negativa da estimativa dos mesmos. Então, um segundo laço de estrutura linear é utilizado para levar a planta a seguir o comportamento dinâmico desejado. Sob a perspectiva do segundo laço de controle, o conjunto planta+laço de linearização é tratado como um sistema linear equivalente, isto é, o laço de cancelamento dos efeitos não-lineares da planta é tratado como parte integrante desta última. Por essa razão, o primeiro e o segundo laços do controlador são comumente denominados *interno* e *externo*, respectivamente [Slotine e Li, 1991; Lee et al., 2002; Spong et al., 2006].



A fim de se utilizar o método da linearização por realimentação, normalmente é necessário conhecer-se o vetor de estados completo do sistema. De acordo com Slotine e Li, 1991, essa abordagem de controle é aplicável a sistemas com dinâmica interna estável (que os mesmos autores denominam como sistemas de fase mínima), mas não se pode garantir sua robustez frente a incertezas nos parâmetros do modelo da planta controlada. Ainda segundo os mesmos autores, essa estratégia de controle pode ser facilmente aplicada a uma classe de sistemas não-lineares que podem ser representados na chamada forma *companheira* (ou forma *canônica controlável*). Um sistema é dito estar na forma canônica controlável se sua dinâmica pode ser representada por

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \\ f(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x})u \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

onde  $u$  é a entrada escalar de controle,  $x_i$  são os estados e  $f(\mathbf{x})$  e  $b(\mathbf{x})$  são funções não-lineares dos estados. Uma característica importante dessa forma de representação é o fato de que a influência da entrada de controle  $u$  sobre a derivada temporal do estado  $x_n$  é expressa por uma multiplicação entre  $u$  e um termo que é função exclusiva dos próprios estados. Além disso, se a saída de interesse do sistema controlado é  $y = x_1$ , percebe-se que a mesma está relacionada com o sinal de controle e com as funções dos estados através de uma cadeia de  $n$  integrações diretas.

No domínio em que  $b(\mathbf{x}) \neq 0$ , a compensação das não-linearidades de um sistema expresso na forma canônica controlável pode ser feita de modo relativamente simples por meio de uma lei de controle com a seguinte estrutura:

$$u = \frac{1}{b(\mathbf{x})} [v - f(\mathbf{x})] \quad (4.8)$$

onde  $v$  é um sinal de entrada a ser projetado de modo que o sistema apresente o comportamento dinâmico desejado. Uma vez que esse sistema está representado na forma canônica controlável, esse sinal  $v$  pode ser dado por

$$v = -k_0x - k_1\dot{x} - \dots - k_{n-1}x^{(n-1)} \quad (4.9)$$

onde todos os coeficientes  $k_i$  são escolhidos de forma que  $s^n + k_{n-1}s^{(n-1)} + \dots + k_0$  seja um polinômio característico de um sistema estável e com um comportamento dinâmico compatível com as especificações do mesmo. Analogamente, tarefas que envolvam o seguimento de uma trajetória desejada  $x_d(t)$  podem ser executadas de forma satisfatória por meio de um sinal de controle da forma

$$v = x_d^{(n)} - k_0e - k_1\dot{e} - \dots - k_{n-1}e^{(n-1)} \quad (4.10)$$

**Observação:** um sistema da forma apresentada na Eq. (4.7) representa um caso particular de uma classe mais geral de sistemas, chamados sistemas na forma linear no controle (*linear in control* - Slotine e Li, 1991). Esses sistemas são representados na forma  $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u$ , onde  $f$  e  $g$  são funções *vetoriais* contínuas, de modo que a entrada de controle  $u$  também pode afetar outros estados do sistema. Deve-se notar que, nesse caso, a saída de interesse  $x_1$  não está necessariamente relacionada com o sinal de controle e com as funções dos estados apenas através de  $n$  integrações diretas. Nessas circunstâncias, a linearização por realimentação é utilizada para decompor a dinâmica do sistema não-linear duas partes: externa e interna. A parte externa consiste de uma relação linear entre a saída  $y$  e  $v$  equivalente à do caso para a forma canônica controlável. Quanto à parte interna, tem-se uma dinâmica não-observável, isto é, um conjunto de estados cujo comportamento não pode ser monitorado a partir das saídas do sistema. Por essa razão, além de atender aos requisitos entrada-saída solicitados para o sistema em malha fechada, o projeto do controlador deve também assegurar que a dinâmica interna do mesmo seja estável.

No caso do servoposicionador pneumático, seu modelo matemático pode ser colocado na forma linear no controle por meio da avaliação da derivada temporal da equação que rege o comportamento do subsistema mecânico (Eq. (2.54)), de onde se obtém:

$$\ddot{y} = \frac{1}{M} [A\dot{p}_\Delta - \dot{F}_a - \dot{F}_e] \quad (4.11)$$

A substituição da expressão que descreve o comportamento dinâmico da pressão diferencial (Eq. (2.15)) na equação acima resulta

$$\ddot{y} = \frac{1}{M} \left[ \hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) + \hat{u}(p_1, p_2, y, u) - \dot{F}_a - \dot{F}_e \right] \quad (4.12)$$

Comparando-se a expressão acima com a Eq. (4.8), é fácil ver que a combinação das leis de controle  $\hat{u}(p_1, p_2, y, u) = -\hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) + \dot{F}_a + \dot{F}_e + v$  e  $v = -k_0 y - k_1 \dot{y} - k_2 \ddot{y}$  caracteriza uma linearização por realimentação de uma forma muito próxima daquela discutida acima. A diferença consiste no fato de que  $\hat{u}(p_1, p_2, y, u)$  não representa o sinal de controle diretamente aplicado ao sistema (a tensão aplicada à servoválvula), e sim uma função não-linear que depende simultaneamente desse sinal e dos estados do sistema controlado (posição e velocidade do êmbolo, pressões nas câmaras do cilindro). Dessa forma, conforme mencionado no Capítulo 2, para se completar a estrutura do controlador, é necessário estabelecer uma relação de inversão (difeomorfismo) entre a lei de controle desejada  $\hat{u}(p_1, p_2, y, u)$  e o sinal de controle correspondente  $u(p_1, p_2, y, \hat{u})$ . Por essa razão, é preciso obter-se as expressões das vazões mássicas  $q_{m1} = q_{m1}(p_1, u)$  e  $q_{m2} = q_{m2}(p_2, u)$  de forma que essa inversão seja levada a cabo de forma relativamente simples, como discutido nas seções 2.3 e 2.4.

É importante ressaltar que o procedimento de inversão acima mencionado pode ser considerado como uma transformação não-linear aplicada à estrutura original de representação do sistema controlado, um procedimento que está em consonância com a técnica da linearização por realimentação em um contexto mais geral [Slotine e Li, 1991]. Mais especificamente, em Brun et al., 2000, encontra-se um exemplo de transformação para fins de linearização que ataca justamente o comportamento não-linear das vazões mássicas através da servoválvula em função do sinal de controle a ela aplicado. No referido trabalho, a dinâmica das vazões mássicas é modelada por meio de uma aproximação polinomial da forma [Richard e Scavarda, 1996; Belgharbi et al., 1998]:

$$q_m(p, u) = \varphi(p) + \phi(p, \text{sgn}(\Gamma(u)))\Gamma(u) \quad (4.13)$$

onde  $p$  é a pressão no interior da câmara do cilindro,  $\varphi(\cdot)$  é uma função representativa dos vazamentos,  $\phi(\cdot)$  é uma função polinomial da vazão com relação à pressão,  $\Gamma(u)$  é uma função polinomial inversível (difeomorfismo) da vazão com relação à tensão de controle. Por meio dessa representação, torna-se possível descrever o sistema na forma linear no controle

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})U \\ y = h(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (4.14)$$

onde  $\mathbf{x}$  é o vetor de estados e  $f(\mathbf{x})$ ,  $g(\mathbf{x})$  e  $h(\mathbf{x})$  são funções vetoriais contínuas que caracterizam o sistema. O sinal de controle  $U$  é definido como  $U = \Gamma(u)$ . A partir do sistema expresso pela Eq. (4.14), determina-se uma lei de controle  $U$  por meio de uma abordagem semelhante à da Eq. (4.8) para efetuar a linearização por realimentação, enquanto o sinal de entrada equivalente  $v$  do sistema linearizado resulta em um triplo integrador. Então, com base nos valores de  $U$  e  $v$  em cada laço de operação do controlador, o sinal de controle  $u$  da servoválvula é determinado através da inversão de  $\Gamma(u)$ , ou seja, do cálculo de  $u = \Gamma^{-1}(U)$ . No caso em questão, constata-se que o sistema controlado apresenta uma dinâmica interna não-observável de ordem 1, cuja prova da estabilidade é dada por Richard e Scavarda, 1996.

Na bibliografia sobre controle de servoposicionadores pneumáticos, diversos exemplos podem ser encontrados da aplicação do método de linearização por realimentação de estados [Hanchin et al., 1992; Kimura et al., 1995; Richard e Scavarda, 1996; Scavarda e Thomasset, 1996; Belgharbi et al., 1998; Brun et al., 2000; Lee et al., 2002; Perondi, 2002; Khaiaty et al., 2004; Smaoui et al., 2006, Zhao et al., 2008]. Além disso, esquemas de compensação do atrito por meio de modelos também podem ser considerados uma subcategoria dos controladores baseados na linearização por realimentação, pois visam a cancelar o efeito não-linear da força de atrito do sistema por meio de uma realimentação negativa direta de uma estimativa da mesma. Essa abordagem também é utilizada no presente trabalho, conforme será discutido com mais detalhes nas seções 4.8 e 5.2.

Com base nos argumentos expostos nesta seção, conclui-se que a linearização por realimentação é uma ferramenta útil por permitir a compensação direta de pelo menos parte dos efeitos não-lineares que limitam a efetividade da aplicação de outras técnicas de controle, como no caso de um controlador linear (PID, PVA, etc.). Por outro lado, a tentativa de se cancelar diretamente as não-linearidades do sistema por meio de uma modelagem adequada das mesmas é limitada pela presença de incertezas paramétricas nos valores nominais utilizados na elaboração de tais modelos. Assim, para que um controlador baseado nessa técnica seja efetivo, pode ser necessário empregá-la de forma combinada com outros esquemas que lhe confirmam maior robustez frente a essas incertezas paramétricas, tais como o controle a estrutura variável ou o controle adaptativo. Essas duas técnicas de controle serão discutidas nas seções 4.6 e 4.7, respectivamente. Finalmente, cabe ressaltar que o emprego da

linearização por realimentação está condicionado à necessidade de se assegurar analiticamente que eventuais dinâmicas internas do sistema controlado sejam estáveis, uma tarefa geralmente árdua. Assim, nem sempre é possível reunirem-se as condições necessárias para se assegurar a efetividade da aplicação dessa estratégia sob o ponto de vista formal da teoria dos sistemas de controle.

#### **4.5 Metodologias Baseadas na Interpretação por Subsistemas**

Como a denominação sugere, as metodologias de interpretação por subsistemas consistem em “quebrar” a visão do sistema controlado como um todo, interpretando-o como um conjunto de subsistemas de naturezas diferentes e de comportamentos interligados. O objetivo de tal interpretação é o de separar em etapas o projeto do algoritmo de controle a ser utilizado com o sistema, escolhendo-se leis de controle apropriadas às especificidades de cada subsistema. Dessa forma, obtém-se uma maior flexibilidade em termos da escolha de abordagens de controle apropriadas à planta em estudo, de modo que é possível elaborar controladores complexos e eficazes de maneira relativamente simples. Exemplos da aplicação dessa interpretação podem ser encontrados em diversos tipos de atuadores, tais como manipuladores robóticos com acionamento elétrico [Guenther e Hsu, 1993] e com flexibilidade nas juntas [Hsu e Guenther, 1993], servoposicionadores hidráulicos [Cunha, 2001], elevadores hidráulicos [Kim et al., 2005], servoposicionadores pneumáticos [Perondi, 2002; Guenther et al., 2006], motores elétricos de indução [Chekireb et al., 2004] e robôs com acionamento pneumático [Bobrow e McDonell, 1998; Hildebrandt et al., 2005b].

No caso específico do servoposicionador pneumático, o emprego dessa interpretação consiste em tratar o mesmo como o resultado da interconexão de dois subsistemas: um mecânico e outro, pneumático. A tensão de controle aplicada à servoválvula produz como efeito direto um sinal correspondente em termos de pressão diferencial, cuja dinâmica é modelada por meio das equações que descrevem o subsistema pneumático (conforme apresentado no Capítulo 2). Devido a essa pressão diferencial, uma força é aplicada ao êmbolo do atuador, assim interferindo nas suas condições de aceleração, velocidade e posição. Esses outros estados são utilizados em outro conjunto de equações, que modela o comportamento do subsistema mecânico e relaciona o efeito da pressão diferencial produzida no subsistema pneumático com a trajetória seguida pelo êmbolo. Finalmente, os estados de velocidade e posição do êmbolo são “realimentados” no subsistema pneumático, influenciando as condições dinâmicas da pressão diferencial gerada nesse subsistema em

decorrência do sinal de controle aplicado à servoválvula. Dessa forma, completa-se a idéia da interconexão entre os modelos dos dois subsistemas, caracterizada pela influência recíproca dos estados de um sobre a dinâmica do outro. Uma representação esquemática dessa interpretação é expressa pelo diagrama de blocos da Fig. 4.3.

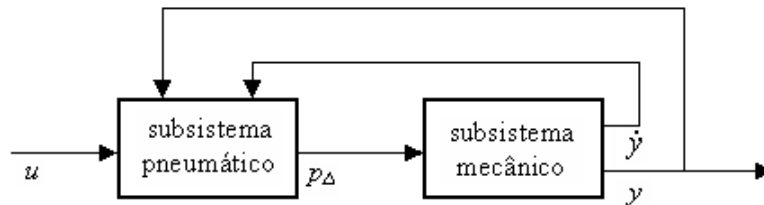


Figura 4.3 – Representação do atuador pneumático na forma de dois subsistemas interconectados

A interpretação por meio de subsistemas é utilizada por diversos autores, tais como Kawamura et al., 1989; McDonell, 1996; McDonell e Bobrow, 1997; Choi et al., 1998; Wang et al., 2001; Hildebrandt et al., 2001; Perondi, 2002; Kim et al., 2005; Guenther et al., 2006. Em todos os casos, a idéia básica é projetar uma lei de controle para o subsistema mecânico que, a partir de uma trajetória desejada, calcule o valor da força necessária para que esta trajetória seja adequadamente seguida. Então, de posse dessa informação, escolhe-se uma lei de controle para o subsistema pneumático de uma forma apropriada para que tal valor de força seja obtido.

Dentre os exemplos da interpretação por meio de subsistemas encontrados na literatura, uma das abordagens mais comumente empregadas é a metodologia denominada *controle em cascata*. A essência dessa abordagem consiste em interpretar os estados de cada subsistema individual como entradas ou saídas do mesmo, de modo a encadear (ou *cascadear*) os diferentes subsistemas em termos de uma relação de causa e consequência, em que a “saída” de um subsistema é a “entrada de controle” do próximo. Essa é uma abordagem particularmente adequada ao emprego em posicionadores controlados por servoválvulas (tanto hidráulicas como pneumáticas), por exemplo, pois esses sistemas são facilmente caracterizáveis em termos de uma cadeia causal desse gênero. No caso do servoposicionador pneumático, por exemplo, essa cadeia de relacionamento é dada por: tensão na servoválvula – diferença de pressão entre as câmaras do cilindro – força pneumática sobre o êmbolo – alteração da trajetória do mesmo. Ainda, segundo Aström e Hägglund, 1995, essa metodologia proporciona uma grande simplificação no projeto dos controladores para

sistemas dependentes da medição de muitas variáveis, mas que possuem apenas uma variável de entrada. Outra vantagem consiste na possibilidade de se escolher leis de controle de naturezas diferentes, cada uma delas apropriada às características do subsistema específico ao qual estão sendo aplicadas, de modo que é aumentada a flexibilidade de projeto para se satisfazerem as especificações do sistema controlado como um todo [Su, 2002]. Por essas razões, diversos autores utilizam essa abordagem, com exemplos de aplicações a muitos tipos de sistemas diferentes [Guenther e Hsu, 1993; Hsu e Guenther, 1993; Cunha, 1997 e 2001; Perondi, 2002; Chekireb et al., 2004; Kim et al., 2005; Jun et al., 2006; Sobczyk et al., 2008]. No caso específico de atuadores para fins robóticos e com acionamento pneumático, podem-se citar: Wang et al., 2001; Perondi, 2002; Hildebrandt et al., 2005b; Sobczyk, 2005; Guenther et al., 2006; Jun et al., 2006; Sobczyk et al., 2007; Khayati et al., 2009.

De acordo com Guenther, 1993, e Cunha, 1997, um sistema dinâmico genérico pode ser caracterizado na forma em cascata a partir de um sistema de equações diferenciais, lineares ou não, descrito pela forma:

$$\dot{\varepsilon}_1 = h_1(\varepsilon_1, \varepsilon_2, t) \quad (4.15)$$

$$\dot{\varepsilon}_2 = h_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2, t) + B_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2, t)u \quad (4.16)$$

onde  $\varepsilon_1 \in \mathfrak{R}^{n-m}$ ,  $\varepsilon_2 \in \mathfrak{R}^m$  são vetores de estado do sistema,  $u \in \mathfrak{R}^0$  é a entrada de controle,  $n$  é a ordem do sistema completo e  $m$  é a ordem do subsistema (4.16). Quando o objetivo da lei de controle consiste em fazer com que o vetor  $\varepsilon_1(t)$  siga uma trajetória desejada  $\varepsilon_{1d}(t)$ , é possível interpretar o vetor  $\varepsilon_2$  como uma entrada de controle para a Eq. (4.15), e utilizar a entrada  $u$  da Eq. (4.16) para fazer com que  $\varepsilon_2$  atinja o valor desejado para a Eq. (4.15). Sem perda de generalidade, essa interpretação pode ser exemplificada para o caso em que a dependência de  $\dot{\varepsilon}_1$  com respeito a  $\varepsilon_2$  é linear. Nessas condições, a Eq. (4.16) pode ser rearranjada como:

$$\dot{\varepsilon}_2 = f_1(\varepsilon_1, t) + B_1 \varepsilon_2 \quad (4.17)$$

em que  $B_1$  é uma matriz constante. Seja  $\varepsilon_{2d}$  o valor do estado  $\varepsilon_2$  que, aplicado à equação (4.15), assegura a convergência de  $\varepsilon_1(t)$  para  $\varepsilon_{1d}(t)$ . Então, define-se o erro de seguimento em  $\varepsilon_2$  como:

$$\tilde{\varepsilon}_2 = \varepsilon_2 - \varepsilon_{2d} \quad (4.18)$$

que, substituído na equação (4.17), resulta,

$$\dot{\varepsilon}_1 = f_1(\varepsilon_1, t) + B_1 \varepsilon_{2d} + B_1 \tilde{\varepsilon}_2 \quad (4.19)$$

A Eq. (4.19) pode ser interpretada como um subsistema dinâmico controlado por uma pseudo-entrada de controle  $\varepsilon_{2d}$ , e submetido a uma perturbação  $d(t) = B_1 \tilde{\varepsilon}_2$ . Com essa representação, o sistema formado pelas equações (4.16) e (4.19) está na forma dita *em cascata*. Por meio dessa forma, é possível separar o desenvolvimento do algoritmo de controle em duas etapas:

1. Determinar uma lei de controle  $\varepsilon_{2d}(t)$  tal que  $\varepsilon_1(t)$  siga  $\varepsilon_{1d}(t)$  na presença de uma perturbação  $d(t) = B_1 \tilde{\varepsilon}_2(t)$ ;
2. Empregar uma lei de controle  $u(t)$  que leve o erro  $\tilde{\varepsilon}_2(t)$  para zero, isto é, que faça com que  $\varepsilon_2(t)$  siga  $\varepsilon_{2d}(t)$ .

A abordagem em cascata nos moldes acima descritos tem sido utilizada por um grande número de autores, conforme mencionado anteriormente. Em particular, Perondi, 2002 emprega essa metodologia no caso de um servoposicionador pneumático muito similar ao utilizado no presente trabalho, com resultados considerados satisfatórios. Por essa razão, este trabalho também faz uso da metodologia em cascata para desenvolver o algoritmo de controle que está sendo proposto. A adaptação do modelo matemático do servoposicionador pneumático aqui em estudo à forma de representação em cascata é discutida de forma mais aprofundada no Capítulo 5 deste trabalho. No mesmo capítulo, também são apresentadas as leis de controle especificamente utilizadas em cada um dos subsistemas considerados (mecânico e pneumático) e a análise da estabilidade do sistema completo em malha fechada.

#### 4.6 Controle a Estrutura Variável

A robustez é uma característica importante, no âmbito da robótica, para o comportamento adequado de um sistema de posicionamento. Um sistema é dito *robusto* quando não apresenta mudanças significativas em seu desempenho, mesmo diante de imprecisões do modelo matemático ou de alterações imprevistas nos parâmetros da planta



controlada [Dorf, 1989]. Logo, um sistema de controle robusto deve ser dotado de características que o tornem relativamente insensível a tais efeitos indesejáveis.

Os controladores a estrutura variável são caracterizados por uma alta robustez frente a incertezas paramétricas e a variações nas características de operação do sistema a ser controlado [Li et al., 2006]. Por essa razão, essa estratégia é largamente empregada para o controle de diversos tipos de plantas, tais como: motores elétricos [Furtunato, 1997; Chekireb et al., 2004; Yan et al., 2006]; conversores elétricos de potência [Xiao-fen et al., 2004; Hu et al., 2005], sistemas de transmissão com elementos flexíveis [Sadati e Talasaz, 2004], servoposicionadores hidráulicos [Guenther et al., 2000; Guan e Zhu, 2004]; e manipuladores robóticos [Cardiel e Ben Ghalia, 2004]. No caso específico dos servoposicionadores pneumáticos, também podem ser encontrados diversos exemplos de aplicação dessa técnica de controle [Scavarda e Thomasset, 1996; Pandian et al., 1997, 1998 e 2002; Su e Kuo, 2000; Perondi e Guenther, 2000; Ning e Bone, 2005b; Korondi e Gyeviski, 2006; Li et al., 2006; Bone e Ning, 2007; Yuan et al., 2008; Girin et al., 2009]. A fundamentação teórica para esse tipo de sistema de controle é extensivamente discutida em Utkin, 1978. Em Spong e Vidyasagar, 1989, Slotine e Li, 1991, e Khalil, 1996, podem-se encontrar descrições gerais do método de forma simplificada, tornando mais acessível uma primeira abordagem ao tema.

A técnica usual de aplicação do controle a estrutura variável consiste em se utilizar uma ação de controle descontínua ou “chaveada”, de modo a fazer com que o sistema se comporte de alguma forma específica, a critério do projeto. Neste contexto, o esquema de controle por *modos deslizantes* (SMC - *slide mode control*) é o mais encontrado na literatura pesquisada. No controle SMC, os estados do sistema são relacionados uns aos outros por meio de uma função  $S(x)$ , dependente desses estados. Para que o sistema cumpra as especificações fornecidas, a função  $S(x)$  é projetada de tal forma que a condição  $S(x)=0$  imponha a dinâmica desejada aos estados do sistema. O lugar geométrico dos estados do sistema em que  $S=0$  é denominado *superfície de deslizamento*. No controle por modos deslizantes, uma lei de controle descontínua é utilizada para forçar os estados do sistema a convergirem de uma condição inicial arbitrária para essa superfície. Uma vez dentro da superfície de deslizamento, os estados do sistema passam a se comportar conforme a dinâmica pretendida. Ainda em decorrência da aplicação desse sinal de controle descontínuo, a superfície de deslizamento apresenta uma redução de ordem em relação ao sistema original: se o sistema é de ordem  $n$ , a superfície de deslizamento resultante é de ordem  $n-1$ . Para o caso em que o sistema considerado é de ordem 2, por exemplo, é possível visualizar a ação do sinal de controle por

meio de um plano de fase. Nesse caso, o espaço de estados considerado é um plano, e a superfície de deslizamento resultante é uma curva contida nesse plano. A Fig. 4.4 ilustra esse comportamento.

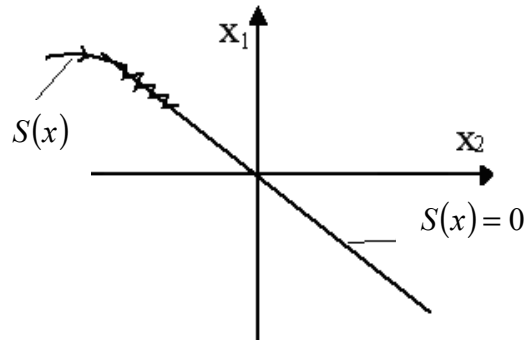


Figura 4.4 – Convergência para uma superfície de deslizamento em decorrência da aplicação de um sinal chaveado de controle

Uma abordagem comumente utilizada para se desenvolver o projeto de uma lei de controle por modos deslizantes é a denominada “método do controle equivalente” [Spong e Vidyasagar, 1989]. Essa técnica consiste em dois passos:

1. Estabelecer uma superfície de deslizamento  $S$ , em função dos estados do sistema, de forma que essa superfície caracterize o comportamento desejado, segundo algum critério de desempenho;
2. Impor condições ao sinal de controle de modo que o sistema convirja para a superfície desejada.

O primeiro passo depende de um critério de projeto e do sistema em estudo para cada caso. O segundo é o controle equivalente propriamente dito, definido pelas condições:

$$S = 0 \quad (4.20)$$

$$\dot{S} = 0 \quad (4.21)$$

A condição determinada pela Eq. (4.20) é usada para assegurar que o sistema esteja sobre a superfície de deslizamento. É através dela que se pode estabelecer a relação desejada entre os estados do sistema. A segunda condição garante que, tendo chegado à superfície, o sistema não deixa de percorrê-la. Por meio da Eq. (4.21), pode-se estabelecer o sinal  $u^*$ , que é a melhor aproximação para uma lei de controle contínua que faz com que o sistema convirja

para  $S = 0$  [Slotine e Li, 1991]. Assim,  $u^*$  é uma lei ideal, que corresponde à linearização exata por realimentação quando todos os parâmetros do sistema são conhecidos. Ainda segundo os mesmos autores, para assegurar a convergência do sistema para  $S = 0$ , mesmo diante de incertezas paramétricas ou alterações inesperadas nas circunstâncias de operação do sistema, adiciona-se uma parcela descontínua a  $u^*$ , de modo que a lei de controle completa seja dada por:

$$u = u^* - k \operatorname{sgn}(S) \quad (4.22)$$

Onde  $u$  é a lei de controle efetivamente empregada,  $u^*$  é a lei contínua “ideal” de linearização do sistema,  $k$  é uma constante positiva, e  $\operatorname{sgn}(S)$  é a função sinal de  $S$ , definida como:

$$\operatorname{sgn}(S) = \begin{cases} -1 & S < 0 \\ 0 & S = 0 \\ 1 & S > 0 \end{cases} \quad (4.23)$$

A condição de convergência do sistema é obtida a partir de uma abordagem similar ao Método de Lyapunov para a análise da estabilidade dos equilíbrios de um sistema dinâmico. Já que  $V = S^2/2$  é uma função positiva definida, a condição  $\dot{V} = S\dot{S} < 0$  assegura a convergência dos estados do sistema para a região definida pela superfície de deslizamento desejada. Uma vez que  $\dot{S}$  depende do ganho  $k$  que acompanha a parcela descontínua da lei de controle utilizada, a condição  $\dot{V} < 0$  pode ser utilizada como critério de projeto do valor de  $k$ . Dessa forma, o projeto da lei de controle e a prova da convergência para a superfície de deslizamento desejada são sintetizados em um único processo. O projeto da lei de controle do subsistema pneumático do atuador aqui em estudo se baseia nessa metodologia, de modo que o desenvolvimento de uma lei de controle por modos deslizantes conforme a abordagem acima descrita pode ser encontrada na Seção 5.3 deste trabalho.

De acordo com Slotine e Li, 1991, uma lei de controle por modos deslizantes definida nos moldes acima descritos pode apresentar desempenho muito satisfatório em relação ao comportamento dinâmico idealmente desejado para o sistema controlado, particularmente no que se refere a suas características de robustez. No entanto, a efetividade de um controlador assim desenvolvido é obtida à custa de um chaveamento em alta frequência do sinal de

controle  $u$  aplicado ao sistema. Tal efeito é denominado *chattering*, e é indesejável por dois motivos. Em primeiro lugar, a aplicação continuada de um sinal de controle dessa natureza implica uma condição de solicitação muito severa dos elementos atuadores do sistema, acarretando a redução da vida útil dos mesmos. Em segundo lugar, pode haver dinâmicas não-modeladas de alta frequência na planta, que podem ser excitadas por um sinal de controle dessa forma. Como consequência dessa excitação, o sistema pode se comportar de forma imprevista ou até se tornar instável. Finalmente, cabe ressaltar que o *chattering* é reforçado pela presença de ruído nos sinais obtidos da planta controlada por medição [Perondi, 2002].

Por essas razões, é conveniente modificar a lei de controle acima de modo a evitar o *chattering*. Isso pode ser feito por meio da substituição do termo  $\text{sgn}(S)$  por  $\text{sat}(S/\Phi)$  na lei de controle da Eq. (4.22). A função  $\text{sat}(S/\Phi)$  é chamada *saturação*, e é definida como:

$$\text{sat}\left(\frac{S}{\Phi}\right) = \begin{cases} -1 & \frac{S}{\Phi} < -1 \\ \frac{S}{\Phi} & -1 \leq \frac{S}{\Phi} \leq 1 \\ 1 & \frac{S}{\Phi} > 1 \end{cases} \quad (4.24)$$

Basicamente, a substituição da função sinal pela função saturação significa permitir que a lei de controle apresente um comportamento linear na região próxima à origem. Dessa forma, o sinal de controle não apresenta transições violentas quando os estados do sistema estão próximos de seus valores desejados. Como resultado, o chaveamento do sinal de controle  $u$  é “suavizado”, e sua oscilação tende a assumir valores menores tanto em frequência como em amplitude. O termo divisor  $\Phi$  é uma constante positiva, que define a região denominada *camada limite* (*boundary layer*) [Slotine e Li, 1991]. Trata-se de uma medida do grau de tolerância à variação do valor de  $S$ , sem que esta última implique ação máxima do controle em qualquer um dos dois sentidos: à medida que  $\Phi$  cresce, é necessária uma variação mais significativa de  $S$  para que o sinal de controle sature. Por outro lado, se  $\Phi \rightarrow 0$ ,  $\text{sat}(S/\Phi) \rightarrow \text{sgn}(S/\Phi) = \text{sgn}(S)$ , e a lei de controle aproxima-se de sua configuração original. É importante salientar, porém, que existe um compromisso entre o nível de *chattering* aceito para o sinal de controle e a amplitude dos erros de seguimento dos estados do sistema controlado, pois ambos dependem da largura  $\Phi$  da camada limite utilizada. Assim, quanto maior o valor de  $\Phi$ , menor o nível de *chattering* e, em contrapartida, maiores os erros de seguimento.

Conforme mencionado anteriormente, a principal virtude dos sistemas controlados por meio de um algoritmo a estrutura variável é a robustez frente a variações paramétricas. Nesse contexto, a variação paramétrica mais utilizada para avaliar o desempenho dos controladores em estudo é a da massa manipulada. Em Perondi e Guenther, 2000, um controlador por modos deslizantes é desenvolvido a partir de um modelo linear de 3<sup>a</sup> ordem do servoposicionador pneumático. O sistema assim controlado é avaliado experimentalmente por meio de uma seqüência de testes de posicionamento ponto a ponto, usando-se um salto de 0,3 [m] como entrada de referência e o desempenho de um controlador PVA como parâmetro de comparação. Ambos os controladores são projetados assumindo-se uma massa manipulada nominal de 0,3 [kg], mas o sistema controlado é solicitado a movimentar cargas de valores distintos a cada ensaio (0,3 [kg] e 1,4 [kg]). Quando a massa manipulada corresponde ao seu valor nominal, os erros em regime permanente dos controladores PVA e por modos deslizantes são  $\pm 2,4$  [mm] e  $\pm 0,2$  [mm], respectivamente. Para o caso das massas diferentes, o valor desse erro não se altera significativamente para o controlador PVA, enquanto o algoritmo de controle por modos deslizantes produz um erro de  $\pm 1,6$  [mm]. Em contrapartida, os autores chamam atenção para o fato de que o comportamento *transitório* do sistema controlado por meio dos modos deslizantes varia muito pouco, enquanto o controlador PVA propicia um resposta fortemente oscilatória, apresentando sobrepasso significativo e tempo de assentamento muito maior do que o obtido no caso nominal. Assim, os resultados obtidos experimentalmente comprovam a maior robustez do controle por modos deslizantes em relação ao controlador PVA quanto à variação da massa deslocada no controle de posição do servoposicionador pneumático. Essas conclusões são corroboradas pelos resultados tanto teóricos como experimentais obtidos por Pandian et al., 1997 e 1998; Ning e Bone, 2005b; Korondi e Gyeviski, 2006; Bone e Ning, 2007; e Girin et al., 2009.

Uma dificuldade prática encontrada por Perondi e Guenther, 2000, decorre do efeito de *chattering* do sinal de controle aplicado à servoválvula do atuador pneumático. Segundo os autores, o ruído proveniente da derivação do sinal de velocidade para obtenção da aceleração intensifica o chaveamento inerente ao controle por modos deslizantes de modo significativo. Por essa razão, é necessário recorrer a uma camada limite de largura  $\Phi = 35$ , o que acarreta o aumento no erro de posicionamento do sistema. Esse problema também é relatado por outros autores, tais como Ning e Bone, 2005b; Korondi e Gyeviski, 2006; Li et al., 2006; Bone e Ning, 2007; Yuan et al., 2008; Girin et al., 2009.

Tanto em Ning e Bone, 2005b, como em Bone e Ning, 2007, discute-se a aplicação de um controlador por modos deslizantes a um servoposicionador pneumático com curso útil de

600 [mm]. Em ambos os trabalhos, o controlador é sintetizado de acordo com o método do controle equivalente com suavização por camada limite, conforme descrito nesta seção. Em Ning e Bone, 2005b, o controlador é projetado com base no modelo linearizado do servoposicionador, enquanto que, em Bone e Ning, 2007, um modelo não-linear é utilizado.

A avaliação experimental do desempenho dos controladores propostos pelos autores nos dois trabalhos é feita de uma forma bastante ampla. Os testes são realizados com o atuador montado tanto horizontalmente como ao longo de uma direção uma vertical, de modo que se possa avaliar o efeito da ação gravitacional sobre o desempenho do controlador. Dois tipos de testes são efetuados. No primeiro, requer-se o posicionamento ponto a ponto da carga manipulada, com transições entre as posições inicial e final modeladas por meio de funções cicloidais (equações do tipo  $y(t) = -(A/\omega^2)\text{sen}(\omega t) + (A/\omega) t$ , com  $A$  e  $\omega$  constantes positivas, e cujas curvas características têm formato similar à letra “S”), com a maior distância entre os pontos de partida e chegada sendo de 250 [mm]. No segundo, solicita-se o seguimento de uma trajetória senoidal de 70 [mm], com frequências diversas em um intervalo entre 0,25 [Hz] e 1 [Hz]. Para cada orientação do atuador, e para cada trajetória solicitada, os testes são repetidos para três valores diferentes para a massa manipulada: 1,9 [kg], 5,8 [kg] e 10,8 [kg]. Em cada caso, são usados dois valores de massa nominal para o controlador: igual ao valor manipulado (isto é, o erro de estimativa é idealmente nulo), e massa nominal fixa de 5,8 [kg] (há erros de estimativa quando a massa manipulada é de 1,9 [kg] ou 10,8 [kg]). Para as tarefas de posicionamento, os erros máximos de posicionamento constatados são da ordem de  $\pm 0,01$  [mm] em todos os casos. Para as tarefas de seguimento de trajetória, o erro é considerado em termos de seu valor RMS. O maior valor de erro RMS constatado é de 1,022 [mm], para o caso do controlador baseado no modelo linear do sistema e utilizando massa nominal de 5,8 [kg], manipulando uma massa de 1,9 [kg] ao longo de uma direção horizontal. À primeira vista, o resultado é surpreendente, uma vez que essa é a condição suposta mais “branda” de solicitação do sistema (pois a massa manipulada é inferior à nominal, e os efeitos gravitacionais são idealmente nulos devido à montagem horizontal). Para explicar esse efeito, os autores levantam a hipótese de que, para essas circunstâncias, a força de atrito se torna preponderante frente ao efeito da gravidade, e afirmam ter como confirmar tal hipótese por meio de simulações (não apresentando, porém, os resultados das mesmas). Para os demais casos, os erros RMS variam em uma faixa que vai aproximadamente de 0,22 [mm] até 0,85 [mm], de acordo com a trajetória, o controlador (baseado no modelo linear ou não-linear), a massa nominal e a massa manipulada em cada circunstância.

Em termos da robustez de cada lei de controle quanto à direção de orientação do atuador, exceto no caso mencionado no anteriormente, constata-se que esse parâmetro tem pouca influência sobre o desempenho dos controladores propostos, especialmente quando o modelo de base para o projeto dos mesmos é o não-linear. No que diz respeito à massa manipulada, em linhas gerais, ambos os controladores são considerados satisfatoriamente robustos, visto que os erros constatados são de amplitude considerada pequena pelos autores. Em termos qualitativos, porém, constata-se uma diferença expressiva de comportamento entre os dois controladores: enquanto a lei baseada no modelo linear apresenta uma deterioração significativa de desempenho para os casos em que a massa manipulada é inferior ao valor nominal usado pelo algoritmo, o oposto ocorre para o controlador não-linear. Finalmente, quanto ao grau de chaveamento dos sinais de controle aplicados ao sistema, os autores afirmam que se utilizam de uma camada limite para reduzir o *chattering*, mas não informam o valor utilizado de  $\Phi$ . Eles também afirmam que o *chattering* não apresenta redução significativa, mas o leitor não pode confirmar essa informação porque os sinais de controle não são apresentados.

Com base nos estudos realizados ao longo desta seção, conclui-se que o uso de controladores por modos deslizantes pode fornecer resultados precisos com comportamento robusto quanto a variações paramétricas da planta controlada, especialmente no que se refere à carga deslocada. Por outro lado, o principal problema associado à utilização dessa abordagem consiste no chaveamento excessivo do sinal de controle aplicado ao sistema, o que é indesejável especialmente por diminuir a vida útil dos atuadores do mesmo. Constata-se, também, que a presença de ruído nos sinais medidos na planta contribui para agravar esse problema.

#### **4.7 Controle Adaptativo**

O controle adaptativo é uma estratégia baseada na alteração regular dos parâmetros do controlador e/ou da sua própria estrutura, de modo a compensar da forma mais rápida possível quaisquer alterações imprevistas no comportamento da planta controlada. Essas alterações podem ser resultado de diversos efeitos, tais como a existência de incertezas paramétricas (devidas tanto ao conhecimento imperfeito do sistema como a eventuais variações dos parâmetros ao longo do tempo), a ocorrência de alterações nas condições ambientais do local onde a planta se encontra, ou a presença de perturbações não modeladas. Conforme indicado pelo seu próprio nome, a idéia central dessa estratégia de controle consiste em adaptar a ação

do elemento controlador de modo a acompanhar as alterações sofridas pela planta em uma forma que satisfaça as especificações de desempenho da mesma. Discussões aprofundadas sobre os princípios gerais dessa técnica de controle podem ser encontradas nos livros-texto de Aström e Wittenmark, 1995, e de Ioannou e Sun, 1996. Exemplos de aplicação dessa metodologia de controle a atuadores robóticos diversos podem ser encontrados em Slotine e Li, 1988; Guihard et al., 1994; Fujiwara et al., 1995; Shen et al., 1998; Sakamoto et al., 2002; Kaitwanidvilai e Parnichkun, 2005, Ma et al., 2007; Xie, 2007; Hong e Yao, 2007; Tsai e Huang, 2008; Chaoui et al., 2009; e Zhu et al., 2009, entre outros.

A estratégia de controle adaptativo pode ser aplicada de várias formas diferentes. Uma das formas mais simples de manifestação dessa técnica é o controle por meio de tabelamento de ganhos (*gain scheduling*), que consiste em na utilização de um controlador de estrutura fixa com diferentes conjuntos de ganhos. Esses conjuntos são trocados de acordo com a região de operação do sistema controlado, de modo a minimizar os efeitos das variações no comportamento da planta sobre o desempenho do controlador. Normalmente, o controlador utilizado tem estrutura linear (PID, PVA, etc.). Exemplos de aplicação dessa técnica podem ser encontrados em Pu et al. 1993, e em Sarmanho Jr., 2009.

Outras formas mais complexas de controle adaptativo baseiam-se em esquemas de atualização contínua do controlador utilizado. Nesse tipo de controlador, um modelo da planta é normalmente utilizado como parte de um procedimento de identificação em tempo real das condições da mesma com base nas informações de entrada e saída da mesma. A partir desses dados, os parâmetros empregados pelo controlador podem ser adaptados de duas formas distintas: *indireta* e *direta* [Ioannou e Sun, 1996]. Na forma *indireta*, o esquema de controle inclui um modelo explícito da planta a ser controlada. As informações obtidas na planta são primeiramente utilizadas para estimar os parâmetros do modelo. Posteriormente, com base no modelo “atualizado” do sistema, os ganhos do controlador são recalculados de modo a melhor atender às especificações de desempenho solicitadas. Um exemplo desse tipo de controlador é utilizado por Xie, 2007, para o controle de um servomotor elétrico com compensação do atrito. Já na forma *direta*, o controlador não inclui um modelo explícito do sistema controlado, de modo que as informações da planta são usadas na adaptação direta dos ganhos da lei de controle utilizada. Essa abordagem de atualização é empregada por Zhang et al., 2007, por exemplo.

Outra opção de utilização do controle adaptativo é baseada na possibilidade de se alterar a estrutura do controlador de acordo com as condições do sistema controlado. Em Kaitwanidvilai e Parnichkun, 2005, duas leis de controle diferentes são usadas para regular a



força aplicada por um atuador pneumático de acordo com a faixa de erros de seguimento da mesma. Quando o erro é muito grande, utiliza-se um controlador *bang-bang* (ação máxima de controle em cada sentido). Para valores de erro pequenos, um controlador adaptativo por modelo de referência (cujos princípios básicos serão discutidos a seguir nessa mesma seção) é utilizado. No referido trabalho, os esquemas de chaveamento entre as duas leis de controle e de estimativa dos parâmetros do controlador por modelo de referência são baseados em um esquema por redes neurais. Segundo os autores, os resultados obtidos são considerados satisfatórios tanto em termos das características de aprendizagem da rede como dos erros de seguimento obtidos. No entanto, essa observação não pode ser confirmada satisfatoriamente pelo leitor, pois as amplitudes desses erros não são apresentadas de forma explícita, sendo mostrados somente os gráficos da força aplicada em comparação com a força prevista pelo modelo de referência ao longo do tempo.

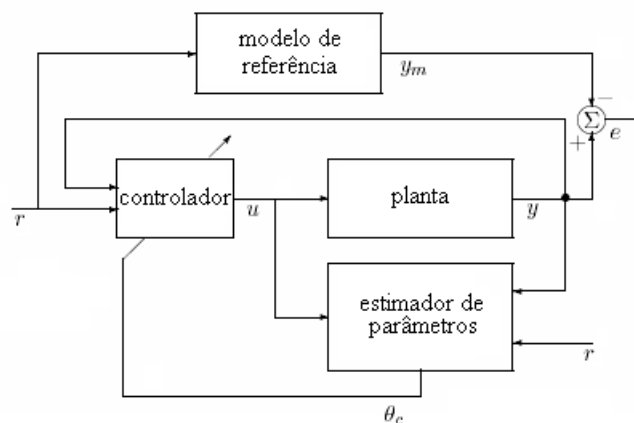


Figura 4.5 – Esquema de controle MRAC

Uma das abordagens mais comuns de controle adaptativo consiste na utilização de um modelo de referência para determinar o comportamento desejado para o sistema controlado. Essa técnica é usualmente denominada MRAC (*model reference adaptive control*). De acordo com essa metodologia, as especificações de desempenho do sistema em malha fechada são utilizadas para construir um modelo “ideal” do mesmo, que é empregado como referência para o controlador aplicado à planta. À medida que a operação do sistema se desenvolve, a resposta desse modelo é comparada com a da planta real, e um sinal de erro é obtido a partir dessa comparação. Então, um algoritmo matemático apropriado é utilizado para adaptar os parâmetros do controlador com base no valor desse erro de comparação, de modo a fazer com que o conjunto planta+controlador reproduza o comportamento do modelo de referência de

forma tão próxima quanto possível, conforme ilustrado na Fig. 4.5. Essa abordagem pode ser encontrada em trabalhos como os de Fujiwara, 1995; Sakamoto, 2002; Kaitwanidvilai e Parnichkun, 2005; Ma et al., 2007; Zhang et al., 2007; e Chaoui et al., 2009.

Outra forma comum de utilização do controle adaptativo é a utilização direta dos erros de seguimento desejados para o sistema controlado como critério de atualização dos parâmetros do controlador. Essa abordagem é muito similar à do controle MRAC descrito na Fig. 4.4, diferindo da mesma no fato de o sinal de erro  $e$  ser obtido pela comparação direta entre o sinal de referência desejado  $r$  e a saída de interesse  $y$  da planta controlada, sem a necessidade de se empregar um modelo de referência.

É importante ressaltar que o algoritmo de atualização dos parâmetros da maioria dos controladores adaptativos não é único, havendo a possibilidade de utilizar diversas técnicas diferentes para estimar os valores dos mesmos. Assim, por exemplo, Sakamoto, 2002, e em Kaitwanidvilai e Parnichkun, 2005, utilizam-se algoritmos de redes neurais para o cálculo das leis de adaptação dos parâmetros dos controladores propostos, enquanto Zhang et al., 2007, faz uso de um esquema de adaptação de estrutura similar à do método de controle a estrutura variável discutido na Seção 4.6.

A exemplo do que ocorre na estratégia de controle a estrutura variável, a maioria dos métodos de controle adaptativo utiliza uma abordagem baseada no Segundo Método de Lyapunov de análise de estabilidade como ferramenta de projeto do controlador a ser utilizado. Em geral, essa operação é feita escolhendo-se previamente uma função candidata de Lyapunov a ser satisfeita pelo sistema em malha fechada. Além disso, o controlador a ser utilizado é proposto de uma forma “genérica”, em que um ou mais de seus termos componentes e/ou o esquema de adaptação dos seus parâmetros são desconhecidos *a priori*. Então, utilizando-se uma manipulação conveniente das equações que descrevem o sistema controlado, as estruturas específicas dos termos inicialmente indeterminados e/ou da lei de adaptação dos parâmetros estimados são escolhidas de modo a satisfazer as condições de Lyapunov para a função candidata previamente escolhida. Exemplos genéricos que ilustram essa abordagem podem ser encontrado em Slotine e Li, 1991. Em Zeng e Sepehri, 2006, e em Xie, 2007, essa abordagem é utilizada para compensar os efeitos do atrito de forma adaptativa em um manipulador hidráulico e em um servomotor elétrico DC, respectivamente, com resultados considerados satisfatórios.

A discussão acima desenvolvida indica que os algoritmos de controle adaptativo oferecem a perspectiva de desenvolver controladores que “aprendem” a agir sobre a planta controlada de modo que esta siga adequadamente a referência desejada. Além disso, essa

abordagem de controle pode ser implementada por meio de diversas estruturas diferentes, o que proporciona grande flexibilidade na escolha de controladores com características mais apropriadas a cada tarefa de interesse. Por essas razões, o controle adaptativo em suas diferentes formas vem sendo uma das técnicas mais comumente encontradas na literatura referente à área dos sistemas de controle. No entanto, essa abordagem está sujeita a diversas limitações. Em primeiro lugar, embora a teoria que embasa o desenvolvimento de controladores adaptativos para plantas que sejam satisfatoriamente descritas por meio de um modelo linear esteja relativamente bem estabelecida, o mesmo não pode ser dito para o caso não-linear [Ioannou e Fidan, 2006]. Assim, a obtenção de provas de estabilidade em malha fechada para uma planta inerentemente não-linear controlada por meio de um esquema adaptativo pode ser uma tarefa muito árdua. Além disso, de acordo com Slotine e Li, a amplitude dos erros de seguimento das variáveis de interesse, a fidelidade das estimativas dos parâmetros do controlador em relação aos seus valores reais e as próprias características de estabilidade do sistema controlado dependem de diversos fatores, que podem limitar severamente a eficiência de tais esquemas de controle. Dentre esses fatores, podem-se citar: a amplitude das incertezas nos parâmetros do sistema que se assumem conhecidos, o nível de ruído presente nos sinais medidos na planta e as limitações do *hardware* de processamento do sistema controlador (taxa de amostragem, tempo de processamento, erros de arredondamento, etc.). Finalmente, mesmo para aqueles casos em que é possível assegurar-se a estabilidade do sistema controlado em malha fechada, é frequente não se obterem garantias muito amplas a respeito do comportamento de convergência dos parâmetros estimados. Na maioria dos casos, é possível afirmar somente que os parâmetros estimados convergem a valores limitados, mas que não necessariamente correspondem aos seus valores corretos, mesmo quando o conhecimento do restante da planta controlada é preciso [Aström e Wittenmark, 1995]. Em alguns casos, essa convergência para os valores corretos pode ser assegurada quando o sistema é persistentemente excitado, mas este é um resultado que só pode ser obtido para algumas classes particulares de sistemas. Assim, devido às características dos sistemas pneumáticos de posicionamento em estudo no presente trabalho, percebe-se que o uso de abordagens adaptativas para o controle preciso de tais sistemas representa uma alternativa promissora, mas ainda sujeita a desafios significativos.

#### 4.8 Controladores com Compensação Explícita do Atrito

Dentre os diversos efeitos não-lineares presentes na operação de servoposicionadores pneumáticos, um dos mais complexos é o atrito [Nouri et al., 2000; Perondi, 2002; Ning e Bone, 2005b; Kosaki e Sano, 2006]. Em geral, este fenômeno depende de um grande número de fatores inerentes à operação do sistema, tanto no que concerne às características físicas do contato entre as superfícies envolvidas (propriedades dos materiais, geometria e condições de lubrificação) como em relação às condições de deslocamento entre elas (efeitos de memória, direção do movimento e amplitude da velocidade relativa). Ademais, diversos desses fatores também podem apresentar comportamento variável no tempo, também dificultando a tarefa de modelar os efeitos do atrito de modo a compensá-los de forma eficiente. Um estudo abrangente desse problema pode ser encontrado em Armstrong-Hélouvry et al., 1994. A modelagem do atrito para diversos fins é tratada em Karnopp 1985; Haessig e Friedland, 1991; Canudas de Wit et al. 1995; Dupont et al., 2000; Swevers et al., 2000; Lampaert et al., 2003; Choi et al., 2006; e Andersson et al., 2007, entre outros. O comportamento do atrito no contexto específico dos servoposicionadores pneumáticos é estudado em Perondi e Guenther, 1999b; Nouri et al., 2000; Perondi, 2002; Carneiro e Almeida, 2007. Devido aos efeitos inerentes ao seu comportamento, especialmente para o caso de deslocamentos a baixas velocidades, o atrito se mostra um forte obstáculo para a utilização de servoposicionadores pneumáticos em aplicações de precisão.

Diversos trabalhos abordam a compensação do atrito em servomecanismos de várias naturezas diferentes. Em Aziz e Bone, 1998, propõe-se que o atrito estático em um atuador pneumático seja compensado por meio da adição de um *offset* à tensão de controle aplicada sobre a servoválvula quando o erro de seguimento em posição excede um dado limite. Em Shen et al., 1998, essa mesma força de atrito estático é compensada por meio de um algoritmo que utiliza o conhecimento de um limite superior para o seu valor, enquanto Hägglund, 2002, propõe que esquemas de controle dotados de um termo de ação integral sejam acrescidos de uma seqüência de pequenos pulsos de baixo teor energético, regulados em amplitude, largura e espaçamento no tempo, atuando no mesmo sentido em que o sinal de controle varia. Dessa forma, os efeitos de adesão do atrito são superados de forma relativamente suave. Em Carneiro e Almeida, 2007, propõe-se um esquema de compensação baseado no mapeamento dos valores da força de atrito obtidos experimentalmente para diversas condições de velocidade e aceleração do pistão de um atuador pneumático. Com base nesses valores, um algoritmo baseado em redes neurais é utilizado para determinar o valor da força de atrito para

cada condição de operação do servoposicionador. A compensação do atrito em um par de servoposicionadores pneumáticos em operação sincronizada é realizada por Zhao et al., 2008 através de uma lei de controle por modos deslizantes. O objetivo é o de minimizar as diferenças de deslocamento entre os dois servoposicionadores, a fim de evitar o desalinhamento excessivo da carga manipulada. No esquema proposto pelos autores, a amplitude do erro de desalinhamento entre os deslocamentos dos êmbolos dos dois cilindros é usada como critério de decisão sobre a necessidade de compensação do atrito: se a amplitude desse erro é pequena, apenas a estrutura de controle a estrutura variável é utilizada; se o valor absoluto desse erro ultrapassa um dado limite, o êmbolo cujo movimento apresenta maior atraso em relação à posição de referência é solicitado a apresentar um deslocamento adicional além daquele calculado pelo algoritmo original, de modo a compensar o efeito do atrito e reduzir o desalinhamento mais rapidamente. O valor do deslocamento adicional para cada cilindro e em cada sentido do movimento da carga manipulada é levantado previamente através de testes experimentais.

Dentre as abordagens mais comuns de compensação dos efeitos do atrito, uma das opções mais atraentes é a utilização de um modelo explícito dos efeitos do mesmo no cálculo da ação de controle do sistema, pois isso ajuda a evitar o emprego de laços controladores com ganhos muito altos [Lampaert et al., 2004; Zeng e Sepehri, 2006]. Por essa razão, é possível encontrar um número relativamente grande de trabalhos que tratam da compensação dos efeitos do atrito por meio de algum tipo de modelo do mesmo, com uma variedade significativa tanto em termos da estrutura dos modelos utilizados como dos sistemas aos quais eles são aplicados.

Os modelos mais simples encontrados nesse contexto se baseiam em uma relação estática entre o atrito e a velocidade dos elementos móveis do sistema controlado em relação à estrutura sobre a qual eles se assentam. Na sua forma mais básica, esses modelos utilizam somente um termo proporcional à velocidade, representando o atrito denominado *viscoso*, associado a um termo fixo que modela o atrito *seco*. Essa abordagem é utilizada, por exemplo, por Hong e Yao, 2007, para o caso de um atuador linear acionado eletricamente. Já em Zhang et al., 2007, uma versão ligeiramente modificada desse mesmo modelo é utilizada para o controle do posicionamento de um atuador hidráulico. Nesse caso, a diferença consiste na utilização de um esquema liga-desliga do termo fixo associado ao atrito seco. Para baixas velocidades, o atrito seco está “ligado”, isto é, a lei de controle utilizada é acrescida de um termo que visa à compensação de seu efeito; para altas velocidades, esse termo é “desligado” e somente o atrito viscoso é levado em consideração. Em outros casos, embora a relação

entre a força de atrito e a velocidade do elemento móvel do sistema continue a ser de natureza estática, a função matemática utilizada nessa modelagem pode apresentar estruturas mais complexas. Rao e Bone, 2008, por exemplo, baseiam-se na função de parametrização de Armstrong – Hérouvry, et al., 1994 (Eq. (3.3)) para compensar o atrito em um servoposicionador pneumático semelhante ao estudado no presente trabalho. Nas regiões de operação em que a velocidade do êmbolo é não-nula, a função dada na Eq. (3.3) é utilizada para representar a força de atrito. Para velocidade nula, até o limite determinado pelo atrito estático, a força de atrito é considerada igual à força pneumática devida à diferença das pressões no interior das duas câmaras do cilindro atuador.

Outros esquemas de compensação do atrito fazem uso de modelos mais sofisticados, baseados em observadores de estados que assumem que o fenômeno do atrito possui uma dinâmica “própria”, isto é, que não depende de uma função exclusivamente estática das velocidades envolvidas no sistema controlado. Em Friedland e Park, 1992, por exemplo, a compensação da força de atrito é efetuada por meio de um observador não-linear baseado na velocidade do elemento móvel de um sistema posicionador genérico. Esse esquema de compensação é aplicado ao caso de um servoposicionador hidráulico por Tafazoli et al., 1998. Em Perondi e Guenther, 1999, o mesmo compensador é utilizado para controlar o seguimento de trajetória de um servoposicionador pneumático. Mais recentemente, em Kosaki e Sano, 2006, uma versão modificada desse mesmo esquema de compensação do atrito foi empregada em conjunto com um controlador PD a fim de se elaborar um esquema de controle híbrido da posição e da força desenvolvidas por um atuador pneumático. A modificação em relação ao observador originalmente proposto consiste na inclusão de um termo dependente das pressões no interior das câmaras do cilindro pneumático, com o fim de compensar de forma mais eficiente as variações da força de atrito nas vedações em função dessas pressões. Outros modelos, mais complexos, visam a uma compensação mais precisa do comportamento do atrito em condições de operação a baixas velocidades, onde os efeitos do mesmo trazem conseqüências mais danosas ao desempenho do sistema controlado. Dentre tais modelos, podem-se destacar mais uma vez o modelo LuGre [Canudas de Wit et al., 1995], o modelo Elastoplástico [Dupont et al., 2000] e o modelo GMS [Lampaert et al., 2003], já discutidos no Capítulo 3 deste trabalho. Dentre estes últimos, o modelo LuGre é o mais difundido, e diversos exemplos de sua aplicação estão mencionadas no Capítulo 3. Quanto ao modelo Elastoplástico, sua aplicação é exemplificada em Valdiero, 2005, onde o referido modelo é utilizado para compensar o atrito em um atuador robótico de dois graus de liberdade e com acionamento hidráulico. O modelo GMS é utilizado em combinação com um controlador PI

por Jamaludin et al., 2008, com o fim de assegurar o controle preciso de uma fresadora de alta velocidade acionada por meio de atuadores elétricos.

Uma dificuldade relativa aos modelos LuGre e Elastoplástico se refere à determinação dos seus parâmetros. Uma vez que esses modelos se baseiam na compreensão do atrito em termos da interação em escala microscópica entre duas superfícies em contato, a determinação experimental de alguns de seus parâmetros de forma direta depende da medição de deslocamentos muito pequenos (da ordem de  $\mu\text{m}$ ), uma tarefa normalmente muito difícil. Em Perondi, 2002, foi realizado um experimento visando a medição de tais deslocamentos por meio de um interferômetro a laser (roseta óptica). Verificou-se que transmissão de vibrações do ambiente para a bancada de testes ocasionava grandes margens de imprecisão para os valores dos deslocamentos medidos. Além disso, os valores obtidos para os parâmetros do modelo resultaram muito altos, inviabilizando sua utilização no algoritmo de controle em tempo real desejado devido à limitação do tempo de processamento do *hardware* de controle disponível para implementação do mesmo. Por essa razão, os parâmetros efetivamente utilizados foram obtidos por simulações sucessivas, buscando-se a melhor relação de compromisso possível entre a fidelidade da representação do atrito e a viabilidade da implementação prática do controlador pretendido. Dificuldades similares também são relatadas em Valdiero, 2005, sendo os parâmetros do modelo escolhidos igualmente por meio de repetidos testes por simulação. Outra dificuldade referente aos parâmetros desses dois modelos reside no fato de que os valores dos mesmos podem variar com o tempo, em função das condições do ambiente onde se insere o sistema controlado e do próprio desgaste de seus componentes em decorrência de sua operação normal. Essas circunstâncias sugerem que tais modelos sejam implementados de forma adaptativa, de modo a evitar dificuldades como as recém mencionadas. Exemplos de aplicação do modelo LuGre de forma adaptativa podem ser encontrados em Lischinsky et al., 1999; Zeng e Sepehri, 2006; Xie, 2007; e Zhang et al., 2008. Nos dois primeiros casos, os controladores desenvolvidos são aplicados a manipuladores robóticos com acionamento hidráulico, enquanto o terceiro se refere ao controle de um servomotor elétrico DC. No quarto trabalho citado, utiliza-se um algoritmo de adaptação muito similar ao empregado por Zeng e Sepehri, 2006, mas aplicado ao caso de um atuador elétrico com flexibilidade no sistema de transmissão.

#### 4.9 Controle por Redes Neurais

De um modo geral, as técnicas de controle discutidas nas seções anteriores são baseadas no conhecimento prévio de um modelo matemático da planta a ser controlada. Nos casos em que nem todos os valores dos parâmetros de tal modelo são identificados, assume-se que ao menos a estrutura do mesmo é sabida, e os parâmetros desconhecidos são considerados por meio de parametrizações em função das demais variáveis do sistema controlado ou em termos de incertezas com limites conhecidos. Em contrapartida a essa perspectiva, algumas abordagens de controle encontradas na literatura pesquisada se baseiam em técnicas que não requerem o conhecimento prévio de um modelo do sistema de interesse. Dentre as diversas formas de manifestação desse tipo de abordagem, a técnica de controle por redes neurais aparenta ser a mais comumente empregada.

De acordo com Ioannou e Fidan, 2006, o controle por redes neurais busca reproduzir o mecanismo de “aprendizado progressivo” encontrado em seres vivos dotados de sistema nervoso central, baseado na aquisição de novos conhecimentos e habilidades pela repetição sucessiva de experiências de natureza similar. Para esse fim, é utilizada uma série de elementos de cálculo (os *neurônios*), que consistem de funções matemáticas não-lineares. Cada um desses elementos é alimentado simultaneamente por todos os sinais utilizados para caracterizar o sistema controlado (os sinais obtidos por medição na planta, por exemplo) e todas as saídas dos demais neurônios que compõem a estrutura de controle. Cada um destes sinais é multiplicado por um parâmetro ou “peso” diferente, cujo valor é variável no tempo. Dessa forma, o conjunto de neurônios interconectados constitui uma *rede neural*, em que cada um de seus elementos produz respostas diferentes ao longo do tempo e que são continuamente trocadas com os demais elementos da rede, de forma análoga à interação entre os neurônios de um ser vivo. As variáveis de saída dessa rede (como as ações de controle sobre a planta) são também originadas pela combinação das saídas individuais de cada neurônio, multiplicadas por “pesos” igualmente variáveis no tempo.

A chave do conceito de “aprendizado” de uma rede neural está no fato de os parâmetros de “peso” das informações que alimentam cada um dos neurônios e/ou compõem a saída da rede serem variáveis no tempo. Dessa forma, utilizando-se um algoritmo conveniente para a atualização dos valores desses “pesos”, é possível fazer com que os mesmos convirjam para conjuntos de valores que atendam a alguma condição previamente desejada. Exemplos comuns de utilização dessa abordagem incluem minimizar os erros de seguimento com respeito a um grupo de variáveis da planta controlada, ou reproduzir “por



imitação” o comportamento de alguma variável de interesse para fins de simulação da mesma em outros contextos.

Com base na descrição acima, é possível inferir que os princípios básicos da técnica de redes neurais são muito similares aos do controle adaptativo, com a vantagem de não necessitar de um modelo prévio da planta ser controlada. Por essa razão, essa técnica vem sendo muito utilizada no campo do controle de servomecanismos diversos, seja como elemento controlador “direto”, seja como estimador para os valores dos parâmetros necessários ao controlador propriamente dito. No caso específico do controle de atuadores pneumáticos, essa tendência também tem sido seguida, e um número significativo de trabalhos baseados na técnica de redes neurais pode ser encontrado com relativa facilidade na literatura especializada. Em Kaitwanidvliai e Parnichkun, 2005, por exemplo, um algoritmo combinado de redes neurais e lógica difusa é utilizado para controlar a força aplicada por um cilindro pneumático a uma carga fixa, usando-se a saída em força calculada por meio de um modelo de referência como sinal de excitação da rede. Em Song et al., 2006, uma rede neural de cinco camadas (cinco conjuntos de neurônios) é usada para controlar um cilindro pneumático acionado por duas válvulas *on-off* por meio da técnica de modulação por largura de pulso (*pulse width modulation* – PWM). Song e Liu, 2006, utilizam uma rede neural para estimar as perturbações presentes na operação de um servoposicionador pneumático, controlado por meio de um algoritmo linear em tempo discreto. Em Hong et al., 2007, um algoritmo baseado em redes neurais é combinado a um controlador PID e um esquema por lógica difusa para compensar os atrasos de comunicação no controle de um cilindro pneumático monitorado em um ambiente de rede. Finalmente, no caso apresentado por Carneiro e Almeida, 2007, uma rede neural é usada para mapear o comportamento do atrito de um servoposicionador pneumático, com o objetivo de transmitir essa informação ao algoritmo de controle utilizado de modo a compensar o atrito e proporcionar um seguimento de trajetória mais preciso.

Apesar da grande popularidade que a técnica de controle por redes neurais vem experimentando, convém ressaltar que a mesma ainda não pode ser considerada plenamente amadurecida no que se refere ao formalismo de sua fundamentação teórica [Ioannou e Fidan, 2006]. Assim, a exemplo do que ocorre com as técnicas de controle adaptativo para sistemas não-lineares, as garantias a respeito das características de estabilidade em malha fechada e convergência dos parâmetros estimados pela técnica de redes neurais ainda são bastante limitadas. Essas garantias podem ser obtidas apenas para casos particulares bem definidos, que normalmente requerem uma quantidade significativa de restrições e hipóteses

simplificadoras difíceis de assegurar em condições práticas, e nenhuma teoria geral para esses sistemas é conhecida até o momento.

#### 4.10 Conclusões do Capítulo

Com base no exposto neste capítulo, pode-se verificar que o projeto de controladores baseados em técnicas lineares é, em geral, consideravelmente mais simples do que no caso não-linear. Por outro lado, os resultados obtidos por meio dos controladores lineares tendem a ser inferiores tanto em termos dos erros de seguimento como da robustez frente a variações imprevistas nas suas condições de operação. Por essa razão, dada a natureza fortemente não-linear dos servoposicionadores pneumáticos em estudo neste trabalho, pode-se constatar que os melhores resultados obtidos com esse tipo de atuador normalmente requerem a utilização de alguma técnica não-linear de controle. Basicamente, essas ferramentas não-lineares podem ser utilizadas de duas formas diferentes: agindo diretamente sobre a planta (controlador com estrutura inerentemente não-linear), ou provendo uma estimativa das não-linearidades presentes no comportamento do servoposicionador, de modo que o controlador propriamente dito aplique uma ação de controle que compense os efeitos indesejáveis delas provenientes. Dentre as técnicas não-lineares mais comumente usadas para esse fim, podem-se citar a linearização por realimentação, o controle a estrutura variável, o controle adaptativo, a compensação explícita das não-linearidades (particularmente do atrito), usualmente por meio de modelos das mesmas, e o controle por meio de redes neurais.

Embora sejam muito promissoras, as técnicas não-lineares de controle aplicadas a servoposicionadores pneumáticos ainda sofrem de numerosas limitações referentes à sua utilização de forma segura e efetiva. Em primeiro lugar, assim como no caso dos controladores lineares, essas abordagens de controle também têm sua eficácia limitada pelas condições oferecidas pelo *hardware* disponível à sua implementação, tais como os níveis de ruído nos sinais medidos e o tempo de processamento necessário ao cálculo dos algoritmos utilizados. Adicionalmente, dado o expressivo aumento na complexidade das ferramentas matemáticas utilizadas por tais controladores, a tarefa de se estabelecer condições que assegurem a estabilidade do sistema controlado também apresenta um grau de dificuldade consideravelmente maior, e muitos dos métodos de controle correntemente utilizados ainda carecem de uma fundamentação teórica bem estabelecida. Por outro lado, considerando-se os expressivos avanços que vêm sendo obtidos nessa área nos últimos anos, é de se esperar que

tais dificuldades venham a ser superadas no futuro, ainda que de forma gradual [Ioannou e Fidan, 2006].

## 5 PROJETO DO ALGORITMO DE CONTROLE

Este capítulo descreve o projeto do algoritmo de controle proposto e discute suas principais propriedades. A Seção 5.1 provê uma visão geral da estratégia de controle, enquanto a Seção 5.2 apresenta a lei de controle utilizada no subsistema mecânico. Na Seção 5.3, discute-se a lei de controle proposta para o subsistema pneumático. Na Seção 5.4, é feita a análise de estabilidade do sistema em malha fechada quando uma versão fixa (não-adaptativa) do controlador proposto é utilizada, a fim de se demonstrarem as propriedades de convergência para o caso ideal, em que todos os parâmetros do servoposicionador pneumático são conhecidos. Na Seção 5.5 desenvolve-se a análise de estabilidade para o caso em que o controlador adaptativo é utilizado para compensar os erros de medição ou estimativa de alguns dos parâmetros do sistema controlado. Finalmente, na Seção 5.6, são estudadas as propriedades de robustez do controlador proposto frente a incertezas em outros parâmetros do sistema que não aqueles adaptados pelo mesmo.

### 5.1 A Estratégia de Controle

A base da estratégia de controle utilizada neste trabalho é a metodologia do controle em cascata, cujos princípios básicos são apresentados na Seção 4.5. Esta abordagem consiste em interpretar o servoposicionador como sendo formado por dois subsistemas interconectados: um subsistema é mecânico; o outro, pneumático. A principal vantagem dessa interpretação reside na possibilidade de se escolher estratégias de controle totalmente diferentes para cada subsistema, o que propicia grande flexibilidade na obtenção de uma solução de controle satisfatória para o sistema como um todo. Conforme já mencionado na Seção 4.5, devido a essa flexibilidade, essa estratégia de controle tem sido aplicada a diversos tipos diferentes de sistemas mecânicos.

A fim de contextualizar a aplicação da metodologia de controle em cascata ao caso do servoposicionador pneumático, é necessário escrever o modelo do mesmo em uma forma adequada à sua utilização. Com este fim, o conjunto das principais equações que modelam o comportamento dinâmico do servoposicionador é reproduzido a seguir, com as expressões devidamente reagrupadas e renumeradas. Inicialmente, são apresentadas as equações que descrevem o comportamento do subsistema mecânico, incluindo-se a dinâmica do atrito (representada conforme a aproximação contínua do modelo LuGre discutida na Seção 3.5):

$$M\dot{y} = Ap_{\Delta} - F_a - F_e \quad (5.1)$$

$$F_a = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{y} \quad (5.2)$$

$$\dot{z} = S_1(\dot{y})\dot{y} - \frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} z \quad (5.3)$$

A seguir, é reproduzida a equação que utilizada para modelar a dinâmica do subsistema pneumático em termos da pressão diferencial aplicada ao êmbolo:

$$\dot{p}_{\Delta} = \hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) + \hat{u}(p_1, p_2, y, u) \quad (5.4)$$

A base da estratégia de controle em cascata consiste em interpretar a pressão diferencial  $p_{\Delta}$  presente na Eq. (5.1) como um sinal de controle aplicado ao subsistema mecânico. Dessa forma, dada uma trajetória desejada  $y_d(t)$  para o pistão do servoposicionador, é possível calcular a pressão diferencial desejada correspondente  $p_{\Delta d}(t)$  que o leva a seguir tal trajetória. Então, de posse dessa informação, um algoritmo de controle adequado é utilizado em conjunto com as equações que descrevem o subsistema pneumático para calcular o sinal de controle  $u$  necessário para este fim.

Para ser aplicada adequadamente, a metodologia do controle em cascata requer que o termo da pressão diferencial desejada  $p_{\Delta d}(t)$  seja calculado explicitamente. Com esse objetivo, o erro de seguimento em pressão do subsistema pneumático  $\tilde{p}_{\Delta}$  é definido como segue:

$$\tilde{p}_{\Delta} = p_{\Delta} - p_{\Delta d} \quad (5.5)$$

Da definição acima, tem-se  $p_{\Delta} = p_{\Delta d} + \tilde{p}_{\Delta}$ . Assim, a Eq. (5.1) pode ser reescrita como:

$$M\dot{y} = Ap_{\Delta d} + A\tilde{p}_{\Delta} - F_a - F_e \quad (5.6)$$

Com a equação que rege a dinâmica do subsistema mecânico escrita na forma da Eq. (5.6), é possível definir a aplicação da metodologia de controle utilizada no presente trabalho de uma forma sistematizada. Assim, o algoritmo aqui proposto é aplicado ao controle do servoposicionador pneumático por meio da seguinte seqüência de etapas:

1. Aplicar ao subsistema mecânico definido pela Eq. (5.6) uma lei de controle que calcule a força desejada  $g_d(t) = Ap_{\Delta d}(t)$ , de modo que a saída  $y(t)$  siga uma trajetória desejada  $y_d(t)$  na presença da perturbação gerada em conjunto pelos efeitos da força de atrito  $F_a(t)$ , da força externa  $F_e(t)$  e do erro de seguimento  $\tilde{p}_{\Delta}$  na pressão diferencial aplicada ao êmbolo;
2. Utilizar a equação que define o subsistema pneumático para calcular uma segunda lei de controle  $\hat{u}(t)$ , que corresponde ao sinal de controle  $u(t)$  a ser aplicado à servoválvula para que a força pneumática gerada  $g(t) = Ap_{\Delta}(t)$  siga a força desejada  $g_d(t)$ .
3. Definir o sinal de controle  $u(t)$  aplicado à servoválvula em função da lei de controle  $\hat{u}(t)$  calculada para o subsistema pneumático. A obtenção desse sinal se dá pela inversão (difeomorfismo) da função  $\hat{u}(p_1, p_2, y, u)$  expressa pela Eq. (2.16), em um processo que se utiliza das funções polinomiais que aproximam o comportamento das vazões mássicas nas duas câmaras conforme discutido na Seção 2.4.

A seqüência de procedimentos descrita acima está esquematizada na Fig. 5.1.

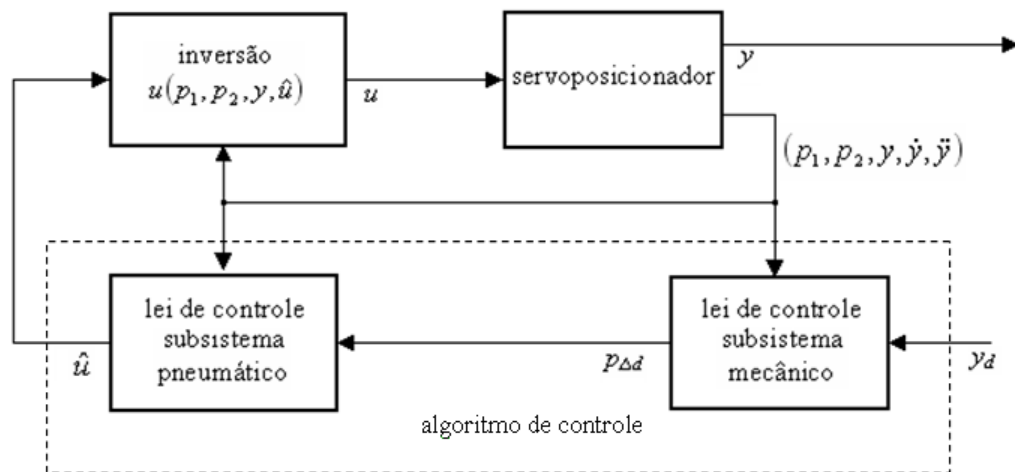


Figura 5.1 Esquema do controle em cascata do servoposicionador pneumático

No presente trabalho, a lei de controle aplicada ao subsistema mecânico é uma variante da lei originalmente proposta por Slotine e Li [Slotine e Li, 1988], à qual foram acrescentados termos que visam a compensar os efeitos do atrito, das forças externas e das variações na massa manipulada de forma adaptativa. O algoritmo responsável por essa compensação é

baseado no esquema de controle proposto por Xie, 2007. No subsistema pneumático, a fim de se obter maior robustez do sistema em malha fechada frente a incertezas paramétricas, a lei utilizada se baseia no método de controle a estrutura variável (veja, por exemplo, Spong e Vidyasagar, 1989, ou Slotine e Li, 1991). A descrição mais detalhada de cada uma dessas leis é o objeto de estudo das próximas seções.

## 5.2 Seguimento no Subsistema Mecânico

A lei de controle proposta para este subsistema é baseada naquela originalmente proposta por Slotine e Li, 1988, alterada de modo a procurar compensar os efeitos da variação na massa manipulada, da força de atrito e de outras forças externas:

$$g_d = Ap_{\Delta d} = \hat{M}(\ddot{y}_d - \lambda \dot{\tilde{y}}) - K_D s + \hat{F}_a + \hat{F}_e \quad (5.7)$$

onde  $\ddot{y}_d$  é a aceleração desejada, e  $s = \dot{\tilde{y}} + \lambda \tilde{y}$  é uma medida ponderada dos erros de seguimento em posição  $\tilde{y} = y - y_d$  e velocidade  $\dot{\tilde{y}} = \dot{y} - \dot{y}_d$ . Os termos  $\hat{M}$ ,  $\hat{F}_a$  e  $\hat{F}_e$  representam estimativas da massa, da força de atrito e da força externa, respectivamente, e  $K_D$  e  $\lambda$  são constantes positivas.

A estimativa da força de atrito no êmbolo é dada por:

$$\hat{F}_a = \hat{\sigma}_0 \hat{z} + \hat{\sigma}_1 \dot{\hat{z}} + \hat{\sigma}_2 \dot{y} \quad (5.8)$$

onde todos os coeficientes  $\hat{\sigma}_i$  são estimados (adaptados) pelo próprio algoritmo de controle, conforme exposto a seguir, e  $\hat{z}$  é a saída do observador de estados que estima a taxa média de deformação  $z$  em que se baseiam o modelo LuGre e suas derivações. O referido observador é uma versão modificada daquele proposto por Xie, 2007, que, em sua forma original, é definido da seguinte forma:

$$\dot{\hat{z}} = \dot{y} - \frac{|\dot{y}|}{f_s(\dot{y})} \hat{z} - \mu_0 \operatorname{sgn}(s) \quad (5.9)$$

em que  $\mu_0$  é uma constante positiva. Como se pode verificar através da expressão acima, o algoritmo de Xie, 2007 se utiliza do modelo LuGre original para representar os efeitos do

atrito, de modo que sua estrutura é de natureza descontínua. Por essa razão, o presente trabalho emprega a aproximação contínua para o modelo LuGre apresentada na Seção 3.5. Além disso, o termo descontínuo  $\mu_0 \operatorname{sgn}(s)$  é substituído por  $\mu_0 s$ , isto é, um termo proporcional ao erro ponderado  $s$  de seguimento de trajetória. Dessa forma, o observador utilizado para estimar o estado  $\hat{z}$  é dado por:

$$\dot{\hat{z}} = S_1(\dot{y})\dot{y} - \frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})}\hat{z} - \mu_0 s \quad (5.10)$$

Também com base em Xie, 2007, definindo-se as constantes positivas,  $\eta$ ,  $\kappa$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$  e  $\chi$ , as leis de adaptação para as estimativas dos parâmetros do controlador e da força externa aplicada ao conjunto pistão + carga são as seguintes:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{M}} &= -\eta(\ddot{y}_d - \lambda\dot{\hat{y}})s \\ \dot{\hat{F}}_e &= -\kappa s \\ \dot{\hat{\sigma}}_0 &= -\gamma \hat{z}s \\ \dot{\hat{\sigma}}_1 &= -\beta \dot{\hat{z}}s \\ \dot{\hat{\sigma}}_2 &= -\chi \dot{y}s \end{aligned} \quad (5.11)$$

Substituindo-se a lei de controle da Eq. (5.7) na expressão que rege o comportamento dinâmico do subsistema mecânico (Eq. (5.6)), é possível manipular e rearranjar os termos resultantes de modo a se obter:

$$\begin{aligned} Ms &= \tilde{M}(\ddot{y}_d - \lambda\dot{\hat{y}}) - K_D s + (\hat{\sigma}_0 \hat{z} + \hat{\sigma}_1 \dot{\hat{z}} + \hat{\sigma}_2 \dot{y}) \\ &\quad + \hat{F}_e - (\sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{y}) - F_e + A\tilde{p}_\Delta \end{aligned} \quad (5.12)$$

No caso particular em que todos os parâmetros do servoposicionador pneumático são conhecidos, tem-se  $\tilde{M} = 0$ ,  $\hat{\sigma}_0 = \sigma_0$ ,  $\hat{\sigma}_1 = \sigma_1$ ,  $\hat{\sigma}_2 = \sigma_2$  e  $\hat{F}_e = F_e$ . Nessas circunstâncias, a expressão (5.12) resulta:

$$Ms = -K_D s + \sigma_0 \tilde{z} + \sigma_1 \dot{\tilde{z}} + A\tilde{p}_\Delta \quad (5.13)$$

Adicionalmente, usando-se as expressões (5.10) e (5.3), tem-se que a dinâmica do erro de estimativa  $\tilde{z} = \hat{z} - z$  é:



$$\dot{\tilde{z}} = -\frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})}\tilde{z} - \mu_0 s \quad (5.14)$$

As expressões (5.12), (5.13) e (5.14) serão utilizadas na análise da estabilidade do sistema em malha fechada. Na Seção 5.4, essa análise será realizada para o caso em que todos os parâmetros são conhecidos, de modo que a estrutura do controlador utilizado pode ser fixa (os parâmetros do controlador não precisam ser continuamente atualizados conforme as leis de adaptação dadas na Eq. (5.11)). Na Seção 5.5, a análise será repetida para o caso em que tais parâmetros não são perfeitamente conhecidos, de modo que o controlador é utilizado em sua forma adaptativa.

### 5.3 Seguimento no Subsistema Pneumático

Para o subsistema pneumático seguir a força necessária ao seguimento correto da trajetória desejada para o subsistema mecânico, propõe-se uma lei baseada na técnica do controle a estrutura variável. Dentre as possíveis abordagens de aplicação desta técnica, utiliza-se o controle por modos deslizantes, nos moldes definidos por Slotine e Li, 1991. De acordo com essa abordagem, para alcançar o seguimento da força no subsistema pneumático, define-se inicialmente a superfície de deslizamento desejada como:

$$\tilde{p}_\Delta = 0 \quad (5.15)$$

Da definição de  $\tilde{p}_\Delta$ , é fácil verificar que o emprego dessa superfície implica forçar a pressão diferencial  $p_\Delta(t)$  aplicada pelo subsistema pneumático a seguir a pressão desejada. Por outro lado, a dinâmica do subsistema pneumático é dependente da derivada temporal de  $p_\Delta(t)$ . Por essa razão, a fim de se estabelecer uma lei de controle capaz de levar o sistema para a superfície escolhida, é preciso derivar a Eq. (5.15) em função do tempo, resultando:

$$\dot{\tilde{p}}_\Delta = \dot{p}_\Delta - \dot{p}_{\Delta d} = 0 \quad (5.16)$$

onde  $\dot{p}_{\Delta d}$  é a derivada temporal da pressão desejada a ser aplicada ao pistão, dada por:

$$\dot{p}_{\Delta d} = \frac{1}{A} \left[ \dot{M}(\ddot{y}_d - \lambda \dot{y}) + \dot{M}(\ddot{y}_d - \lambda \ddot{y}) - K_D \dot{s} + \dot{F}_a + \dot{F}_e \right] \quad (5.17)$$

Substituindo-se  $\dot{p}_\Delta$  da Eq. (5.4) na expressão acima e isolando-se o termo de controle, obtém-se facilmente:

$$\hat{u} = \dot{p}_{\Delta d} - \hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) \quad (5.18)$$

Pela abordagem descrita em Slotine e Li, 1991, essa é a parcela contínua, ideal, da lei de controle aplicada ao subsistema pneumático. Na ausência de erros paramétricos no modelo, ela corresponde à linearização exata por realimentação. De acordo com a estratégia de controle por modos deslizantes, a fim de conferir robustez ao sistema controlado frente a possíveis incertezas paramétricas, é necessário adicionar um termo descontínuo a essa parcela ideal, dependente da superfície desejada. Além disso, também é possível empregar outros termos auxiliares, tais como parcelas proporcionais a outros erros de seguimento desejados para o sistema como um todo. Assim, fazendo uso do termo descontínuo  $\text{sgn}(\tilde{p}_\Delta)$ , e utilizando-se um termo proporcional ao erro de seguimento ponderado  $s$ , uma possível versão para a lei de controle do subsistema pneumático é dada por:

$$\hat{u} = \dot{p}_{\Delta d} - \hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) - k \text{sgn}(\tilde{p}_\Delta) - As \quad (5.19)$$

onde  $k$  é uma constante positiva e  $A$  é a área do êmbolo do atuador.

Antevendo-se a possível necessidade de se evitar o *chattering* do sinal de controle aplicado à servoválvula (ver Seção 4.6), é conveniente modificar a lei de controle acima proposta de modo a contemplar a possibilidade da utilização de uma camada limite. Essa providência pode ser tomada por meio da substituição do termo  $\text{sgn}(\tilde{p}_\Delta)$  por  $\text{sat}(\tilde{p}_\Delta/\Phi)$ , resultando:

$$\hat{u} = -\hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) - As - k \text{sat}\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right) + \dot{p}_{\Delta d} \quad (5.20)$$

onde  $\Phi$  é uma constante positiva. A substituição da lei de controle proposta na Eq. (5.20) na dinâmica do subsistema pneumático (Eq. (5.4)) resulta na seguinte expressão:

$$\ddot{\tilde{p}}_\Delta = -As - k \text{sat}\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right) \quad (5.21)$$

A expressão acima será usada nas seções de análise da estabilidade do sistema controlado (Seções 5.4 e 5.5). Ela também é necessária ao cálculo do ganho  $k$  do controlador a fim de se assegurar a convergência do erro de seguimento em pressão  $\tilde{p}_\Delta$  a uma região limitada, conforme será visto a seguir.

O projeto da constante  $k$  é baseado na função escalar não-negativa  $V_p(t)$ :

$$2V_p = \tilde{p}_\Delta^2 \quad (5.22)$$

cuja derivada temporal, utilizando-se a Eq. (5.21), é dada por:

$$\dot{V}_p = \tilde{p}_\Delta \dot{\tilde{p}}_\Delta = -As\tilde{p}_\Delta - k \tilde{p}_\Delta \text{sat}\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right) \quad (5.23)$$

Na equação acima, é importante ressaltar que o termo  $k \tilde{p}_\Delta \text{sat}(\tilde{p}_\Delta/\Phi)$  é sempre não-negativo, uma vez que  $\tilde{p}_\Delta$  e  $\text{sat}(\tilde{p}_\Delta/\Phi)$  têm sempre o mesmo sinal. Assim, é possível escrever:

$$\dot{V}_p \leq -k \tilde{p}_\Delta \text{sat}\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right) + |As\tilde{p}_\Delta| \quad (5.24)$$

Para grandes valores de  $\tilde{p}_\Delta$  (aqueles em que  $|\tilde{p}_\Delta/\Phi| \geq 1$ ), a função saturação tem o mesmo valor da função sinal. Assim, para essa faixa de valores, e usando mais uma vez a relação  $x \text{sgn}(x) = |x|$ , a expressão acima se reduz a:

$$\dot{V}_p \leq -(k - |As|) |\tilde{p}_\Delta| \quad (5.25)$$

De onde é fácil verificar que, para se assegurar que  $\dot{V}_p$  seja não-positiva, o valor de  $k$  deve ser limitado inferiormente por:

$$k > |As| \quad (5.26)$$

ou seja, se  $k$  é uma constante positiva maior do que um termo proporcional ao erro de seguimento previsto para o subsistema mecânico,  $\dot{V}_p(t)$  é uma função não-positiva na região

definida por  $|\tilde{p}_\Delta/\Phi| \geq 1$ , indicando que  $|\tilde{p}_\Delta|$  deve decrescer com o tempo até que a região definida por  $|\tilde{p}_\Delta/\Phi| < 1$  seja adentrada. Idealmente, não é possível estabelecer-se um limite para o valor do erro de seguimento  $s$ , uma vez que sua convergência para um valor limitado ainda precisa ser demonstrada formalmente. Entretanto, uma estimativa para o valor prático desse limite pode ser obtida a partir das características físicas do servoposicionador pneumático. Com essa informação, a expressão acima permite estabelecer pelo menos uma ordem de grandeza para a faixa de valores que a constante  $k$  deve possuir a fim de que a pressão aplicada pelo subsistema pneumático seja adequada ao seguimento da trajetória desejada no subsistema mecânico.

Uma vez que o erro de seguimento em pressão esteja na região definida por  $|\tilde{p}_\Delta/\Phi| < 1$ , a desigualdade expressa na Eq. (5.25) deixa de ser válida devido ao comportamento não-linear da função saturação. Nessa região, pela definição dada na Eq. (4.25), tem-se que  $\tilde{p}_\Delta \text{sat}(\tilde{p}_\Delta/\Phi)$  se reduz a  $\tilde{p}_\Delta^2/\Phi$ . Assim, o limite superior para  $\dot{V}_p(t)$  passa a ser:

$$\dot{V}_p \leq -\frac{k}{\Phi} \tilde{p}_\Delta^2 + |As\tilde{p}_\Delta| \quad (5.27)$$

de onde, aplicando-se a condição desejada  $\dot{V}_p(t) < 0$ , obtém-se:

$$k \geq \frac{\Phi}{|\tilde{p}_\Delta|} |As| \quad (5.28)$$

Mais uma vez, a expressão obtida para o limite mínimo do valor de  $k$  depende da amplitude do erro de seguimento  $s$  do subsistema mecânico. Ademais, a condição  $\dot{V}_p(t) < 0$  implica que o termo  $|\tilde{p}_\Delta|$  no denominador da Eq. (5.28) tenda assintoticamente para zero. Logo, a inequação acima só pode ser satisfeita para todos os valores de  $s$  e  $\tilde{p}_\Delta$  se  $k$  tiver valor infinito. Assim, não se pode encontrar um valor de  $k$  para o qual  $\dot{V}_p(t)$  seja estritamente não-positiva, de modo que não é possível assegurar a convergência assintótica de  $\tilde{p}_\Delta(t)$  para zero de forma isolada do restante do sistema controlado. Por outro lado, um rearranjo da Eq. (5.27) permite encontrar uma relação entre o erro de seguimento em pressão  $\tilde{p}_\Delta$  e o erro ponderado  $s$  que assegure a não-positividade de  $\dot{V}_p(t)$ , expressa por:

$$|\tilde{p}_\Delta| \geq \frac{\Phi}{k} |As| \quad (5.29)$$

Se a expressão acima é satisfeita,  $\dot{V}_p(t)$  se torna um valor estritamente negativo, de modo que  $|\tilde{p}_\Delta|$  é obrigado a decrescer novamente. Assim, com base em um raciocínio similar àquele utilizado no Capítulo 3 para demonstrar a limitação do estado interno  $z(t)$  usado pelo modelo LuGre, é possível garantir que o erro na pressão diferencial possui um limite superior, determinado pela amplitude do erro ponderado de seguimento  $s$  e expresso como segue:

$$|\tilde{p}_\Delta| \leq \frac{\Phi}{k} |As| \quad (5.30)$$

A relação acima será utilizada na análise de robustez do sistema controlado.

#### 5.4 Análise de Estabilidade – Controlador Fixo

Nesta seção, analisa-se a estabilidade do sistema em malha fechada quando todos os parâmetros do servoposicionador são perfeitamente conhecidos. Nessas circunstâncias, não há necessidade de se usar as leis de adaptação expressas pela Eq. (5.11) para estimar os parâmetros utilizados para calcular a força de atrito (Eq. (5.8)), pois estes são conhecidos e iguais aos da planta controlada (Eq. (5.2)). Dessa forma, a dinâmica do servoposicionador pneumático operando em malha fechada pode ser representada satisfatoriamente por meio do conjunto de equações apresentado na Tabela 5.1, onde estão expressas todas as equações de estado do sistema, as equações que caracterizam o controlador utilizado, e as demais equações auxiliares que facilitam o desenvolvimento da análise da estabilidade discutida nesta seção.

**Teorema 5.1** – Quando o servoposicionador pneumático é controlado em malha fechada por meio do algoritmo proposto em sua forma fixa (Tabela 5.1), sendo todos os seus parâmetros perfeitamente conhecidos, é possível ajustar os ganhos do controlador de modo a assegurar que a origem do vetor de estados  $\rho_1$  seja um ponto de equilíbrio *estável*. Além disso, para essas mesmas circunstâncias, a origem do subespaço determinado pelo vetor dos erros de seguimento  $\rho_s$  é um ponto de equilíbrio *assintoticamente estável*, isto é, os erros de seguimento em posição, velocidade e pressão do servoposicionador pneumático convergem a zero quando  $t \rightarrow \infty$ .

Tabela 5.1 Modelagem matemática do sistema em malha fechada – controlador fixo

Equação	n°
$M\ddot{y} + F_a + F_e = A(p_1 - p_2)$	(2.31)
$F_a = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{y}$	(5.2)
$\dot{z} = S_1(\dot{y})\dot{y} - \frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} z$	(5.3)
$\dot{p}_1 = \frac{-Ar\dot{y}}{Ay + V_{10}} p_1 + \frac{RrT}{Ay + V_{10}} q_{m1}(p_1, u)$	(2.13)
$\dot{p}_2 = \frac{-Ar\dot{y}}{A(L-y) + V_{20}} p_2 + \frac{RrT}{A(L-y) + V_{20}} q_{m2}(p_2, u)$	(2.14)
$p_\Delta = p_1 - p_2$	(2.15)
$\tilde{p}_\Delta = p_\Delta - p_{\Delta d}$	(5.5)
$M\ddot{y} = Ap_{\Delta d} + A\tilde{p}_\Delta - F_a - F_e$	(5.6)
$\dot{p}_\Delta = \hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) + \hat{u}(p_1, p_2, y, u)$	(5.4)
$\hat{u}(p_1, p_2, y, u) = RrT \left[ \frac{q_{m1}(p_1, u)}{Ay + V_{10}} - \frac{q_{m2}(p_2, u)}{A(L-y) + V_{20}} \right]$	(2.17)
$\hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) = -rAy \left[ \frac{p_1}{Ay + V_{10}} + \frac{p_2}{A(L-y) + V_{20}} \right]$	(2.18)
$g_d = Ap_{\Delta d} = \hat{M}(\ddot{y}_d - \lambda \dot{\tilde{y}}) - K_D s + \hat{F}_a + \hat{F}_e$	(5.7)
$\hat{F}_a = \hat{\sigma}_0 \hat{z} + \hat{\sigma}_1 \dot{\hat{z}} + \hat{\sigma}_2 \dot{y}$	(5.8)
$\dot{\hat{z}} = S_1(\dot{y})\dot{y} - \frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} \hat{z} - \mu_0 s$	(5.10)
$\hat{u} = -\hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) - As - ks \text{sat} \left( \frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi} \right) + \dot{p}_{\Delta d}$	(5.20)
$M\dot{s} = -K_D s + \sigma_0 \tilde{z} + \sigma_1 \dot{\tilde{z}} + A\tilde{p}_\Delta$	(5.13)
$\dot{\tilde{z}} = -\frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} \tilde{z} - \mu_0 s$	(5.14)
$\dot{\tilde{p}}_\Delta = -As - ks \text{sat} \left( \frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi} \right)$	(5.21)

**Prova:** o Teorema 5.1 pode ser demonstrado a partir da seguinte função não-negativa:

$$V_1(t) = \frac{1}{2} \left( Ms^2 + \tilde{p}_\Delta^2 + \frac{\sigma_0}{\mu_0} \tilde{z}^2 \right) \quad (5.31)$$

Derivando-se a Eq. (5.31) com respeito ao tempo, obtém-se:

$$\dot{V}_1(t) = Ms\dot{s} + \tilde{p}_\Delta \dot{\tilde{p}}_\Delta + \frac{\sigma_0}{\mu_0} \tilde{z} \dot{\tilde{z}} \quad (5.32)$$

Substituindo-se as expressões (5.13), (5.14) e (5.21) na equação acima, fazendo-se os devidos cancelamentos e reagrupando-se os termos,  $\dot{V}(t)$  resulta:

$$\dot{V}_1(t) = -(K_D + \sigma_1 \mu_0) s^2 - k \tilde{p}_\Delta \text{sat} \left( \frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi} \right) - \frac{\sigma_0}{\mu_0} \frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} \tilde{z}^2 - \frac{\sigma_1 S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} \tilde{z} s \quad (5.33)$$

Na Eq. (5.33), convém lembrar novamente que o termo  $k \tilde{p}_\Delta \text{sat}(\tilde{p}_\Delta/\Phi)$  é não-negativo. Assim, os três primeiros termos dessa equação são não-positivos, enquanto o último é indefinido em sinal. No entanto, usando-se a desigualdade  $ab \leq \frac{1}{2}(a^2 + b^2)$ , é possível verificar que o mesmo possui um limite superior, dado por:

$$-\frac{\sigma_1 S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} \tilde{z} s \leq \frac{\sigma_1 S_2(\dot{y})}{2f_s(\dot{y})} (\tilde{z}^2 + s^2) \quad (5.34)$$

Com esse limite, é possível reescrever a Eq. (5.33) na forma da seguinte inequação:

$$\dot{V}_1(t) \leq -(K_D + \sigma_1 \mu_0) s^2 - k \tilde{p}_\Delta \text{sat} \left( \frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi} \right) - \frac{\sigma_0}{\mu_0} \frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} \tilde{z}^2 + \frac{\sigma_1 S_2(\dot{y})}{2f_s(\dot{y})} (\tilde{z}^2 + s^2) \quad (5.35)$$

cujo rearranjo dos termos leva a:

$$\dot{V}_1(t) \leq - \left( K_D + \sigma_1 \mu_0 - \frac{\sigma_1}{2} \frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} \right) s^2 - k \tilde{p}_\Delta \text{sat} \left( \frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi} \right) - \frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} \left( \frac{\sigma_0}{\mu_0} - \frac{\sigma_1}{2} \right) \tilde{z}^2 \quad (5.36)$$

A fim de se garantir que  $\dot{V}_1(t)$  seja não-positiva, basta assegurar que os termos dentro dos parênteses que multiplicam  $\tilde{z}^2$  e  $s^2$  sejam positivos, o que pode ser obtido se os ganhos do controlador forem escolhidos de modo a satisfazer as seguintes relações:

$$\frac{\sigma_0}{\mu_0} > \frac{\sigma_1}{2} \rightarrow \mu_0 < \frac{2\sigma_0}{\sigma_1} \quad (5.37)$$

$$K_D > \sigma_1 \left( \frac{S_2(\dot{y})}{2f_s(\dot{y})} - \mu_0 \right) \quad (5.38)$$

Para um sistema com velocidade máxima finita, tanto  $S_2(\dot{y})$  como  $f_s(\dot{y})$  são valores limitados. Portanto, os limites necessários para as constantes  $\mu_0$  e  $K_D$  existem. Assim, com base na inequação (5.36) associada às condições definidas pelas expressões (5.37) e (5.38), é possível afirmar que  $\dot{V}_1(t)$  é negativa semidefinida. Portanto, o equilíbrio  $\rho_1 = 0$  é garantidamente *estável*, e todos os erros de seguimento ou de estimativa do sistema são limitados, pois  $V_1(\infty) \leq V_1(0)$ . Além disso, também é possível assegurar que o sinal de controle aplicado ao servoposicionador é igualmente limitado, uma vez que seu valor depende exclusivamente dos estados do sistema cuja limitação acabou-se de provar.

Para mostrar que os erros de seguimento tendem assintoticamente a zero, a inequação (5.28) pode ser integrada no tempo desde zero até o infinito e, logo depois, multiplicada por -1, resultando:

$$\begin{aligned} V_1(0) - V_1(\infty) \geq & \int_0^\infty \left( K_D + \sigma_1 \mu_0 - \frac{\sigma_1 S_2(\dot{y})}{2 f_s(\dot{y})} \right) s^2 dt + \int_0^\infty k \tilde{p}_\Delta \text{sat} \left( \frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi} \right) dt \\ & + \int_0^\infty \frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} \left( \frac{\sigma_0}{\mu_0} - \frac{\sigma_1}{2} \right) \tilde{z}^2 dt \end{aligned} \quad (5.39)$$

Devido às condições expressas nas desigualdades (5.36), (5.37) e (5.38), é sabido que todos os termos envolvidos nos integrandos da expressão acima são limitados. Além disso, o termo  $V_1(0) - V_1(\infty)$  à esquerda da desigualdade é uma quantidade limitada e não-negativa, o que implica que o resultado das integrais à direita seja também limitado, pois os integrandos das mesmas são quantidades igualmente não-negativas. Uma vez que tais integrais são avaliadas até o infinito, seus resultados só podem ser limitados se seus respectivos integrandos tenderem a zero à medida que o tempo tende ao infinito. Assim, deve-se concluir



que  $s$  e  $\tilde{p}_\Delta$  convergem assintoticamente para zero, pois estas são as únicas quantidades que podem se anular nas duas primeiras integrais do lado direito da inequação (5.39). Quanto à terceira integral, porém, é preciso observar que há dois termos que se podem anular de forma independente um do outro:  $S_2(\dot{y})$  e  $\tilde{z}$ . Assim, pode ocorrer que o valor da integral em  $\tilde{z}$  seja limitado não por causa de  $\tilde{z}$ , mas de  $S_2(\dot{y})$ , de modo que não se pode afirmar que  $\tilde{z}$  também deve convergir obrigatoriamente para zero em quaisquer circunstâncias. Nos casos em que a trajetória solicitada requer uma parada por um intervalo significativo de tempo, por exemplo, o integrando do terceiro termo poderá ser nulo mesmo que  $\tilde{z}$  seja diferente de zero. Por outro lado, se o sistema é persistentemente excitado (no sentido de que a trajetória desejada nunca requer que o êmbolo do atuador permaneça na mesma posição durante períodos significativos), então as condições expressas acima implicam que até mesmo o erro de observação  $\tilde{z}$  deve convergir assintoticamente para zero.

A medida ponderada dos erros de seguimento de posição e velocidade  $s = \dot{\tilde{y}} + \lambda\tilde{y}$  pode ser interpretada como uma entrada de um filtro de primeira ordem. Assim, a conclusão de que  $s(t) \rightarrow 0$  quando  $t \rightarrow \infty$  implica que tanto  $\dot{\tilde{y}}(t)$  como  $\tilde{y}(t)$  também devem tender a zero à medida que  $t \rightarrow \infty$ . Esse fato, associado à já estabelecida convergência assintótica de  $\tilde{p}_\Delta$  para zero, permite afirmar que  $\|\rho_s(t)\| \rightarrow 0$  quando  $t \rightarrow \infty$ , o que completa a prova.

## 5.5 Análise de Estabilidade – Controlador Adaptativo

Considere a dinâmica do servoposicionador pneumático operando em malha fechada com o algoritmo de controle proposto em sua forma adaptativa, representada por meio do conjunto de equações apresentado na Tabela 5.2. Para este sistema, define-se o vetor de estados  $\rho_2 = [\rho_s^T \quad \rho_e^T]^T$ , sendo  $\rho_s$  o vetor dos erros de seguimento de trajetória já definido na Seção 5.4, e  $\rho_e = [\tilde{z} \quad \tilde{M} \quad \tilde{F}_e \quad \tilde{\sigma}_0 \quad \tilde{\sigma}_1 \quad \tilde{\sigma}_2]^T$ , o vetor de erros de estimativa do estado observado  $\hat{z}$  e dos parâmetros adaptáveis empregados pelo controlador. Assim como na Seção 5.5, assume-se que trajetória desejada para o sistema e suas derivadas temporais até a terceira ordem sejam contínuas e limitadas. No caso em que são conhecidos todos os parâmetros do servoposicionador pneumático cujos valores não são estimados pelo algoritmo de controle proposto, as propriedades de estabilidade e de convergência dos vetores aqui definidos são estabelecidas por meio do Teorema 5.2.

Tabela 5.2 Modelagem matemática do sistema em malha fechada – controlador adaptativo

Equação	n°
$M\ddot{y} + F_a + F_e = A(p_1 - p_2)$	(2.31)
$F_a = \sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{y}$	(5.2)
$\dot{z} = S_1(\dot{y})\dot{y} - \frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} z$	(5.3)
$\dot{p}_1 = \frac{-Ar\dot{y}}{Ay + V_{10}} p_1 + \frac{RrT}{Ay + V_{10}} q_{m1}(p_1, u)$	(2.13)
$\dot{p}_2 = \frac{-Ar\dot{y}}{A(L-y) + V_{20}} p_2 + \frac{RrT}{A(L-y) + V_{20}} q_{m2}(p_2, u)$	(2.14)
$p_\Delta = p_1 - p_2$	(2.15)
$M\ddot{y} = Ap_{\Delta d} + A\tilde{p}_\Delta - F_a - F_e$	(5.6)
$\dot{p}_\Delta = \hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) + \hat{u}(p_1, p_2, y, u)$	(5.4)
$\hat{u}(p_1, p_2, y, u) = RrT \left[ \frac{q_{m1}(p_1, u)}{Ay + V_{10}} - \frac{q_{m2}(p_2, u)}{A(L-y) + V_{20}} \right]$	(2.17)
$\hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) = -rA\dot{y} \left[ \frac{p_1}{Ay + V_{10}} + \frac{p_2}{A(L-y) + V_{20}} \right]$	(2.18)
$g_d = Ap_{\Delta d} = \hat{M}(\ddot{y}_d - \lambda\ddot{y}) - K_D s + \hat{F}_a + \hat{F}_e$	(5.7)
$\hat{F}_a = \hat{\sigma}_0 \hat{z} + \hat{\sigma}_1 \dot{\hat{z}} + \hat{\sigma}_2 \dot{y}$	(5.8)
$\dot{\hat{z}} = S_1(\dot{y})\dot{y} - \frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} \hat{z} - \mu_0 s$	(5.10)
$\begin{aligned} \dot{\hat{M}} &= -\eta(\ddot{y}_d - \lambda\ddot{y})s \\ \dot{\hat{F}}_e &= -\kappa s \\ \dot{\hat{\sigma}}_0 &= -\gamma \hat{z}s \\ \dot{\hat{\sigma}}_1 &= -\beta \dot{\hat{z}}s \\ \dot{\hat{\sigma}}_2 &= -\chi \dot{y}s \end{aligned}$	(5.11)
$\hat{u} = -\hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) - As - ks \text{sat} \left( \frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi} \right) + \dot{p}_{\Delta d}$	(5.20)
$\begin{aligned} Ms &= \tilde{M}(\ddot{y}_d - \lambda\ddot{y}) - K_D s + (\hat{\sigma}_0 \hat{z} + \hat{\sigma}_1 \dot{\hat{z}} + \hat{\sigma}_2 \dot{y}) \\ &+ \hat{F}_e - (\sigma_0 z + \sigma_1 \dot{z} + \sigma_2 \dot{y}) - F_e + A\tilde{p}_\Delta \end{aligned}$	(5.13)
$\dot{\tilde{z}} = -\frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} \tilde{z} - \mu_0 s$	(5.14)
$\dot{\tilde{p}}_\Delta = -As - ks \text{sat} \left( \frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi} \right)$	(5.21)

**Teorema 5.2** – Quando o servoposicionador pneumático é controlado em malha fechada por meio do algoritmo de controle proposto em sua forma adaptativa (sistema  $\Omega_2$ ), sendo conhecidos todos os parâmetros do servoposicionador pneumático cujos valores não são estimados pelo algoritmo de controle proposto, é possível escolher os parâmetros do referido controlador de modo a assegurar que a origem do vetor de estados  $\rho_2$  é um equilíbrio estável. Adicionalmente, o vetor de erros de seguimento  $\rho_s = [\tilde{y} \quad \dot{\tilde{y}} \quad \tilde{p}_\Delta]^T$  converge assintoticamente para a origem do subespaço por ele definido, isto é, os erros de seguimento em posição, velocidade e pressão do servoposicionador pneumático convergem a zero quando  $t \rightarrow \infty$ .

**Prova:** o Teorema 5.2 pode ser demonstrado por meio da seguinte função candidata de Lyapunov:

$$V_2(t) = \frac{1}{2} \left( Ms^2 + \frac{1}{\eta} \tilde{M}^2 + \frac{1}{\gamma} \tilde{\sigma}_0^2 + \frac{1}{\beta} \tilde{\sigma}_1^2 + \frac{1}{\chi} \tilde{\sigma}_2^2 + \frac{1}{\kappa} \tilde{F}_e^2 + \frac{\sigma_0}{\mu_0} \tilde{z}^2 + \tilde{p}_\Delta^2 \right) \quad (5.40)$$

Derivando-se a Eq. (5.40) com respeito ao tempo, obtém-se:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) = & Ms\dot{s} + \frac{1}{\eta} \tilde{M}\dot{\tilde{M}} + \frac{1}{\gamma} \tilde{\sigma}_0\dot{\tilde{\sigma}}_0 + \frac{1}{\beta} \tilde{\sigma}_1\dot{\tilde{\sigma}}_1 + \frac{1}{\chi} \tilde{\sigma}_2\dot{\tilde{\sigma}}_2 \\ & + \frac{1}{\kappa} \tilde{F}_e\dot{\tilde{F}}_e + \frac{\sigma_0}{\mu_0} \tilde{z}\dot{\tilde{z}} + \tilde{p}_\Delta\dot{\tilde{p}}_\Delta \end{aligned} \quad (5.41)$$

Substituindo-se as expressões (5.12) e (5.21) na Eq. (5.41), fazendo-se os devidos cancelamentos e reagrupando-se os termos,  $\dot{V}(t)$  resulta:

$$\dot{V}_2(t) = -K_D s^2 - k \tilde{p}_\Delta \text{sat} \left( \frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi} \right) + \sigma_0 \tilde{z} s + \sigma_1 \tilde{z} s + \frac{\sigma_0}{\mu_0} \tilde{z} \dot{\tilde{z}} \quad (5.42)$$

Substituindo-se a dinâmica de  $\dot{\tilde{z}}$  (Eq. (5.14)) na Eq. (5.42) e reagrupando os termos, obtém-se:

$$\dot{V}_2(t) = -(K_D + \sigma_1 \mu_0) s^2 - k \tilde{p}_\Delta \text{sat} \left( \frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi} \right) - \frac{\sigma_0}{\mu_0} \frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} \tilde{z}^2 - \frac{\sigma_1 S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} \tilde{z} s \quad (5.43)$$

Os três primeiros termos da equação acima são não-positivos, enquanto o último é indefinido em sinal. Assim, usando-se novamente a desigualdade  $ab \leq \frac{1}{2}(a^2 + b^2)$  no produto  $\tilde{z}s$ , é possível demonstrar que  $\dot{V}_2(t)$  possui um limite superior, determinado por meio da seguinte desigualdade:

$$\dot{V}_2(t) \leq -(K_D + \sigma_1 \mu_0) s^2 - k \tilde{p}_\Delta \text{sat}\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right) - \frac{\sigma_0 S_2(\dot{y})}{\mu_0 f_s(\dot{y})} \tilde{z}^2 + \frac{\sigma_1 S_2(\dot{y})}{2 f_s(\dot{y})} (\tilde{z}^2 + s^2) \quad (5.44)$$

que pode ser rearranjada de modo a se obter:

$$\dot{V}_2(t) \leq -\left(K_D + \sigma_1 \mu_0 - \frac{\sigma_1 S_2(\dot{y})}{2 f_s(\dot{y})}\right) s^2 - k \tilde{p}_\Delta \text{sat}\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right) - \frac{S_2(\dot{y})}{f_s(\dot{y})} \left(\frac{\sigma_0}{\mu_0} - \frac{\sigma_1}{2}\right) \tilde{z}^2 \quad (5.45)$$

A expressão acima é idêntica àquela obtida para  $\dot{V}_1(t)$  (Eq. (5.36)), no caso do controlador fixo. Por essa razão, usando argumentos análogos àqueles apresentados na Seção 5.4, é fácil verificar que a inequação (5.45) associada às condições definidas pelas expressões (5.37) e (5.38) permite assegurar que  $\dot{V}_2(t)$  também é negativa semidefinida. Portanto, tem-se que o ponto de equilíbrio  $\rho_2 = 0$  é garantidamente *estável*, implicando que o vetor de estados  $\rho_2 = [\rho_s^T \quad \rho_e^T]^T$  deve permanecer confinado a uma região em torno da origem do espaço de estados, dada por  $\|\rho_2(t)\| \leq \|\rho_2(0)\|$ , isto é, todos os erros de seguimento ou de estimativa do sistema são limitados. Além disso, também é possível assegurar que o sinal de controle aplicado ao servoposicionador é igualmente limitado, uma vez que seu valor depende exclusivamente dos estados do sistema e dos parâmetros cuja limitação acabou-se de provar.

Uma vez que as expressões de  $\dot{V}_1(t)$  e  $\dot{V}_2(t)$  são idênticas, toda a análise quanto à convergência de  $\rho_s(t)$  realizada com base na Eq. (5.31) da seção anterior também é válida para o caso do controlador adaptativo. Assim, o mesmo raciocínio apresentado ao final da Seção 5.4 permite concluir que, também para o caso do controlador adaptativo,  $\|\rho_s(t)\| \rightarrow 0$  quando  $t \rightarrow \infty$ , o que completa a prova.

**Observação 5.1:** é importante salientar que a análise acima garante que, quando o controlador adaptativo é utilizado, somente os erros de seguimento do sistema convergem para zero. Quanto às estimativas dos parâmetros do controlador, tudo que se pode afirmar é

que seus valores finais são limitados (porque os erros de estimativa são limitados). No entanto, estes últimos não têm de corresponder necessariamente aos seus valores “exatos”, isto é, aos valores dos parâmetros que seriam identificados por medição direta na planta controlada. Essa é uma característica comum de sistemas de controle adaptativos, como salientado na Seção 4.7 e observado por diversos autores [Slotine e Li, 1991; Aström e Wittenmark, 1995; Ioannou e Fidan, 2006].

## 5.6 Análise de Robustez

As duas seções anteriores descrevem o comportamento do controlador proposto para o caso ideal, em que todos os parâmetros do servoposicionador pneumático e que não são adaptados pelo algoritmo proposto são conhecidos. Nesta seção, é feita uma tentativa de se avaliar a robustez do esquema de controle proposto frente a incertezas em alguns dos parâmetros do servoposicionador pneumático. Os parâmetros assumidos incertos são aqueles envolvidos na função não-linear  $\hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y})$  (Eq. (2.17)), englobando todos os termos referentes à dinâmica do subsistema pneumático que não são afetados diretamente pelo sinal de controle aplicado à servoválvula, e o parâmetro  $\sigma$ , utilizado pelo observador do estado interno  $z$  que embasa o esquema proposto de compensação do atrito (ver a Eq. (3.4)). Para considerar o efeito dessas incertezas, as mesmas são incluídas de forma explícita nas leis de controle propostas em cada subsistema, e seu impacto sobre a análise de estabilidade realizada na Seção 5.5 é avaliada.

Assumindo-se que haja incertezas paramétricas na elaboração do controlador empregado no subsistema pneumático, dadas por  $\Delta\hat{h}$ , a lei de controle desse subsistema (Eq. (5.20) se torna:

$$\hat{u} = -\hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) - As - ksat\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right) + \dot{p}_{\Delta d} + \Delta\hat{h} \quad (5.46)$$

de onde resulta a nova expressão para a dinâmica do erro de seguimento em pressão:

$$\dot{\tilde{p}}_\Delta = -As - ksat\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right) + \Delta\hat{h} \quad (5.47)$$

Também é possível que haja erros no parâmetro  $\sigma$ , necessário ao cálculo da função  $f_s(\dot{y})$  utilizada para estimar-se o estado interno  $z(t)$ . Por essa razão, é conveniente reescrever essa função de modo a tornar explícitos os efeitos desse parâmetro. A partir da Eq. (3.4), define-se a função auxiliar  $g_s(\dot{y})$  como:

$$g_s(\dot{y}) = F_c + (F_s - F_c)e^{-(\dot{y}/v_s)^2} \quad (5.48)$$

de modo que  $f_s(\dot{y})$  pode ser reescrita como:

$$f_s(\dot{y}) = \frac{g_s(\dot{y})}{\sigma} \quad (5.49)$$

Assim, as expressões que definem as dinâmicas dos estados  $z(t)$  e  $\hat{z}(t)$  (Eq. (5.3) e Eq. (5.10), respectivamente) podem ser reescritas como segue:

$$\dot{z} = S_1(\dot{y})\dot{y} - \frac{\sigma S_2(\dot{y})}{g_s(\dot{y})} z \quad (5.50)$$

$$\dot{\hat{z}} = S_1(\dot{y})\dot{y} - \frac{\sigma_A S_2(\dot{y})}{g_s(\dot{y})} \hat{z} - \mu_0 s \quad (5.51)$$

onde  $\sigma$  e  $\sigma_A$  são, respectivamente, o valor real do parâmetro desejado e o valor assumido pelo controlador para o mesmo. Definindo-se  $\Gamma = \sigma - \sigma_A$  como o erro na estimativa do parâmetro  $\sigma$ , tem-se  $\sigma = \sigma_A + \Gamma$ . Substituindo-se essa expressão na Eq. (5.50) e subtraindo-se a função resultante da expressão dada na Eq. (5.51), obtém-se a dinâmica do erro de estimativa do estado interno  $z(t)$  na presença da incerteza paramétrica  $\Gamma$ :

$$\dot{\tilde{z}} = -\frac{\sigma_A S_2(\dot{y})}{g_s(\dot{y})} \tilde{z} - \mu_0 s + \Gamma \frac{S_2(\dot{y})}{g_s(\dot{y})} z \quad (5.52)$$

Para efetuar a análise da robustez do sistema controlado frente às incertezas paramétricas  $\Delta\hat{h}$  e  $\Gamma$ , pode-se recorrer mais uma vez à função não negativa  $V_2(t)$  dada na Eq. (5.40). Renomeando-se essa função como  $V_3(t)$  e calculando a derivada temporal da mesma,

já se utilizando a nova expressão para  $\dot{\tilde{p}}_\Delta$  na presença de incertezas paramétricas, (Eq. (5.47)), tem-se

$$\dot{V}_3(t) = -K_D s^2 - k \tilde{p}_\Delta \text{sat}\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right) + \sigma_0 \tilde{z}s + \sigma_1 \dot{\tilde{z}}s + \frac{\sigma_0}{\mu_0} \tilde{z}\dot{\tilde{z}} + \tilde{p}_\Delta \Delta \hat{h} \quad (5.53)$$

de onde, substituindo-se a nova expressão para  $\dot{\tilde{z}}(t)$ , obtida para o caso em que há incertezas paramétricas, obtém-se:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) = & -(K_D + \mu_0 \sigma_1) s^2 - k \tilde{p}_\Delta \text{sat}\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right) - \frac{\sigma_0 \sigma_A S_2(\dot{y})}{\mu_0 g_s(\dot{y})} \tilde{z}^2 \\ & - \sigma_1 \sigma_A \frac{S_2(\dot{y})}{g_s(\dot{y})} \tilde{z}s + \sigma_1 \Gamma \frac{S_2(\dot{y})}{g_s(\dot{y})} zs + \frac{\sigma_0 \Gamma S_2(\dot{y})}{\mu_0 g_s(\dot{y})} \tilde{z}z + \tilde{p}_\Delta \Delta \hat{h} \end{aligned} \quad (5.54)$$

Os termos que se encontram na parte superior do lado direito da igualdade na expressão acima são definidos em sinal, mas os da parte inferior, não. A fim de se tentar encontrar uma relação que garanta que  $\dot{V}_3(t)$  seja definida em sinal, é preciso manipular a expressão acima de modo a deixá-la em um formato conveniente. Inicialmente, é necessário lembrar que, na seção em que se discute a lei de controle empregada no subsistema pneumático (Seção 5.3), foi demonstrado que o erro de seguimento em pressão do sistema controlado possui um limite superior, dependente do erro ponderado  $s$  e dos ganhos do controlador ( $k$  e  $\Phi$ ). Em particular, verificou-se que esses ganhos podem ser escolhidos de modo a fazer com que  $\tilde{p}_\Delta$  convirja para uma região dada por  $|\tilde{p}_\Delta/\Phi| < 1$ . No interior dessa região, tem-se:

$$\tilde{p}_\Delta \text{sat}\left(\frac{\tilde{p}_\Delta}{\Phi}\right) = \frac{\tilde{p}_\Delta^2}{\Phi} \quad (5.55)$$

Utilizando-se a relação acima e aplicando-se novamente a desigualdade  $ab \leq \frac{1}{2}(a^2 + b^2)$ , com o devido agrupamento de termos semelhantes, é possível mostrar que a Eq. (5.54) resulta:

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) \leq & - \left[ K_D + \mu_0 \sigma_1 - \frac{\sigma_1 S_2(\dot{y})}{2 g_s(\dot{y})} (\sigma_A + |\Gamma|) \right] s^2 - \left( \frac{k}{\Phi} - \frac{1}{2} \right) \tilde{p}_\Delta^2 \\ & - \frac{S_2(\dot{y})}{2 g_s(\dot{y})} \left[ \frac{\sigma_0}{\mu_0} (2\sigma_A + |\Gamma|) - \sigma_1 \sigma_A \right] \tilde{z}^2 + \frac{|\Gamma| S_2(\dot{y})}{2 g_s(\dot{y})} \left( \sigma_1 + \frac{\sigma_0}{\mu_0} \right) z^2 + \frac{\Delta \hat{h}^2}{2} \end{aligned} \quad (5.56)$$

De modo similar ao da análise de estabilidade da Seção 5.4, é possível escolher os valores de  $K_D$  e de  $\mu_0$  de modo a fazer com que os três primeiros termos do lado direito da desigualdade expressa pelo Eq. (5.56) sejam não-positivos. Todavia, os dois últimos termos do lado direito são não-negativos. Por essa razão, os mesmos são utilizados para definir a função de perturbação  $P(t)$ :

$$P(t) = \frac{|\Gamma| S_2(\dot{y})}{2 g_s(\dot{y})} \left( \sigma_1 + \frac{\sigma_0}{\mu_0} \right) z^2 + \frac{\Delta \hat{h}^2}{2} \quad (5.57)$$

Para uma velocidade máxima limitada do sistema a ser controlado, as funções  $S_2(\dot{y})$  e  $g_s(\dot{y})$  são limitadas. Além disso, conforme demonstrado na Seção 3.5 deste trabalho, o estado interno  $z(t)$  calculado por meio da aproximação aqui proposta para o modelo LuGre é igualmente limitado. Dessa forma, conclui-se que o termo de perturbação  $P(t)$  dado acima tem um limite superior finito  $P_{\text{lim}}$ . Finalmente, convém lembrar que a função  $S_2(\dot{y})$  é nula quando  $\dot{y} = 0$ . Para outros valores de velocidade, conforme discutido acima, o termo multiplicador de  $\tilde{z}^2$  na desigualdade expressa pela Eq. (5.56) é um valor não-positivo. Somando-se todas essas considerações, pode-se reescrever essa mesma desigualdade como segue:

$$\dot{V}_3(t) \leq - \left[ K_D + \mu_0 \sigma_1 - \frac{\sigma_1 S_2(\dot{y})}{2 g_s(\dot{y})} (\sigma_A + |\Gamma|) \right] s^2 - \left( \frac{k}{\Phi} - \frac{1}{2} \right) \tilde{p}_\Delta^2 + P_{\text{lim}} \quad (5.58)$$

Pode-se, ainda, definir a matriz  $\mathbf{A}$  e o vetor auxiliar  $\mathbf{x}$ , dados, respectivamente, por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} K_D + \mu_0 \sigma_1 - \frac{\sigma_1 S_2(\dot{y})}{2 g_s(\dot{y})} (\sigma_A + |\Gamma|) & 0 \\ 0 & \frac{k}{\Phi} - \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (5.59)$$



$$\mathbf{x} = [s \quad \tilde{p}_\Delta]^T \quad (5.60)$$

Usando-se as definições de  $\mathbf{A}$  e de  $\mathbf{x}$ , a inequação (5.58) resulta:

$$\dot{V}_3(t) \leq -\mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} + P_{\text{lim}} \quad (5.61)$$

de onde, pelo teorema de Rayleigh-Ritz (Slotine e Li, 1991), obtém-se:

$$\dot{V}_3(t) \leq -\lambda_{\min}(\mathbf{A}) \|\mathbf{x}\|^2 + P_{\text{lim}} \quad (5.62)$$

onde  $\lambda_{\min}(\mathbf{A})$  denota o menor autovalor da matriz  $\mathbf{A}$ . Assim, a condição  $\dot{V}_3(t) \leq 0$  é obtida se:

$$\|\mathbf{x}\|^2 \geq \frac{P_{\text{lim}}}{\lambda_{\min}(\mathbf{A})} \quad (5.63)$$

Se a expressão acima é satisfeita,  $\dot{V}_3(t)$  é negativa, e o valor de  $V_3(t)$  decresce. Isso implica que as normas dos vetores de erros de seguimento ( $\rho_1(t)$ ) e de estimativa ( $\rho_2(t)$ ) também devem decrescer. Essa situação perdura até que a condição dada na desigualdade expressa na Eq. (5.63) deixe de ser satisfeita. A partir deste momento, é possível que as normas dos vetores ( $\rho_1(t)$ ) e ( $\rho_2(t)$ ) voltem a crescer. No entanto, convém observar que o vetor de estados  $\rho_1 = [\tilde{y} \quad \dot{\tilde{y}} \quad \tilde{p}_\Delta]^T$  está diretamente relacionado ao vetor auxiliar  $\mathbf{x} = [s \quad \tilde{p}_\Delta]^T$ , pois  $s = \dot{\tilde{y}} + \lambda \tilde{y}$ . Assim, se  $|\rho_1(t)|$  aumentar com o tempo,  $|\mathbf{x}(t)|$  também o fará. Essa condição só poderá ocorrer até que a Eq. (5.63) volte a ser respeitada. Dessa forma, conclui-se que o vetor auxiliar  $\mathbf{x}(t)$  deve ficar confinado a uma região em torno da origem do subespaço de estados por ele definido, cujo limite é expresso por:

$$\|\mathbf{x}\|^2 \leq \frac{P_{\text{lim}}}{\lambda_{\min}(\mathbf{A})} \quad (5.64)$$

Pelo raciocínio exposto acima, e pela relação direta entre os vetores  $\mathbf{x}(t)$  e  $\rho_1(t)$ , conclui-se que os erros de seguimento do sistema ( $\tilde{y}$ ,  $\dot{\tilde{y}}$  e  $\tilde{p}_\Delta$ ) em malha fechada são todos limitados. O mesmo não se pode dizer do vetor  $\rho_2 = [\tilde{z} \quad \tilde{M} \quad \tilde{F}_e \quad \tilde{\sigma}_0 \quad \tilde{\sigma}_1 \quad \tilde{\sigma}_2]^T$  dos erros

de estimativa do controlador, pois a expressão acima não impõe limites a qualquer um desses erros.

**Observação 5.2:** uma vez que as derivadas temporais das funções não-negativas  $V_1(t)$  (Eq. (5.31)) e  $V_2(t)$  (Eq. (5.40)) (usadas, respectivamente, nas análises de estabilidade dos controladores fixo e adaptativo) resultam na mesma função não-positiva (ver as expressões (5.36) e (5.45)), a análise acima desenvolvida para o controlador adaptativo resulta semelhante à da sua versão fixa. Dessa forma, é possível concluir que o vetor de erros de seguimento converge para uma região limitada do subespaço por eles determinado no espaço de estados também para o caso do controlador fixo.

## 5.7 Algoritmos de Controle Relacionados

O algoritmo aqui proposto pode ser definido como um controlador em cascata em que a lei de controle aplicada ao subsistema mecânico é dotada de um esquema de compensação adaptativa dos efeitos do atrito e de outras forças e cuja lei associada ao subsistema pneumático é baseada no método do controle a estrutura variável. Dessa forma, esse algoritmo está estreitamente relacionado com uma classe de controladores que o precedem tanto em termos cronológicos como de estrutura conceitual. Um exemplo desses algoritmos é o controlador em cascata e a estrutura variável proposto por Sobczyk, 2005, que não contempla esquemas de compensação explícita dos efeitos do atrito. Em Perondi, 2002, podem-se encontrar outros dois exemplos de algoritmos desta mesma classe. O primeiro é um controlador em cascata que também não contempla a compensação específica do atrito, mas que faz uso de uma lei de controle no subsistema pneumático baseada em um termo proporcional ao erro de seguimento de pressão em lugar do termo a estrutura variável usado por Sobczyk, 2005. O segundo controlador consiste deste primeiro algoritmo acrescido de uma parcela especificamente dedicada à compensação do atrito. Essa parcela é baseada no modelo LuGre, utilizando parâmetros fixos para o mesmo. Os controladores descritos acima são utilizados no Capítulo 7 como referências para avaliação do desempenho do controlador proposto. A seguir, é apresentada uma breve introdução aos demais controladores utilizados nos testes experimentais realizados com o servoposicionador pneumático, a fim de familiarizar o leitor com a estrutura e as propriedades mais importantes de cada um deles.

Os algoritmos de controle estudados nesta seção e sua relação com o algoritmo de controle proposto podem ser compreendidos de forma mais simples quando os mesmos são

apresentados em termos das estruturas de controle específicas de cada subsistema do servoposicionador pneumático. Usando-se essa forma de classificação, os diferentes controladores podem ser definidos como segue.

Quanto à lei de controle do subsistema mecânico – nesse subsistema, são utilizadas três leis de controle diferentes:

1. *A lei de controle sem compensação do atrito*, definida como segue:

$$g_{dSC} = Ap_{\Delta dSC} = M(\ddot{y}_d - \lambda \dot{\tilde{y}}) - K_D s \quad (5.65)$$

onde o subscrito *SC* (*sem compensação*) foi adicionado ao termo da força desejada  $g_d$  com o intuito de reforçar a diferença entre essa lei e as demais pelo fato de não possuir termos para compensar o atrito. Todos os demais termos já foram definidos anteriormente.

2. *A lei de controle com compensação fixa do atrito*, que se define da seguinte forma:

$$g_{dCF} = Ap_{\Delta dCF} = M(\ddot{y}_d - \lambda \dot{\tilde{y}}) - K_D s + \hat{F}_a \quad (5.66)$$

onde o subscrito *CF* significa *compensação fixa*. O termo  $\hat{F}_a$  denota a estimativa da força de atrito entre o êmbolo e o cilindro atuador do sistema, que permanece tem a mesma estrutura da Eq. (5.8). Todos os parâmetros  $\hat{\sigma}_i$  necessários ao cálculo dessa força são assumidos como valores constantes e conhecidos. Em sua versão original [Perondi, 2002], os valores do estado interno observado  $\hat{z}$  e de sua derivada temporal  $\dot{\hat{z}}$  são obtidos por meio da primeira aproximação contínua para o modelo LuGre discutida no Capítulo 3 (Eq. (3.21)). No presente trabalho, é utilizada a segunda aproximação contínua do mesmo modelo (Eq. (3.27)) para a obtenção desses valores.

3. *A lei de controle com compensação adaptativa do atrito, das forças externas e das variações na massa manipulada*, definida da seguinte forma:

$$g_{dCA} = Ap_{\Delta dCA} = \hat{M}(\ddot{y}_d - \lambda \dot{\tilde{y}}) - K_D s + \hat{F}_a + \hat{F}_e \quad (5.67)$$

onde, a exemplo dos casos anteriores, o subscrito *CA* denota a *compensação adaptativa*. Essa é a mesma lei proposta na Seção 5.2 e cujas propriedades são discutidas ao longo deste capítulo.

Quanto à lei de controle do subsistema pneumático – as leis de controle desse subsistema são definidas por meio de duas estruturas diferentes:

1. A lei de controle *proporcional* faz uso de um esquema de linearização por realimentação associado a um termo proporcional ao erro de seguimento em pressão:

$$\hat{u}_P = -\hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) - As + \dot{p}_{\Delta d} - K_P \tilde{p}_{\Delta} \quad (5.68)$$

onde o subscrito *P* significa *proporcional* e  $K_P$  é uma constante positiva.

2. A lei de controle a estrutura variável utiliza o mesmo método de linearização por realimentação acrescido de um termo descontínuo de saturação:

$$\hat{u}_{EV} = -\hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) - As - k_{sat} \left( \frac{\tilde{p}_{\Delta}}{\Phi} \right) + \dot{p}_{\Delta d} \quad (5.69)$$

onde o subscrito *EV* denota o controle a *estrutura variável*. Todos os demais termos já foram definidos ao longo deste trabalho. A lei de controle expressa acima é a mesma definida na Seção 5.3 (Eq. (5.20)), e suas propriedades também já foram discutidas nas seções anteriores deste capítulo.

No Capítulo 7, são apresentados os resultados obtidos a partir da aplicação das três versões acima descritas para a lei de controle do subsistema mecânico. Para cada possibilidade, foram realizados testes com as duas versões de leis de controle apresentadas para o subsistema pneumático, de onde resultam seis algoritmos de controle efetivamente testados. Para fins de facilitar sua identificação, esses algoritmos de controle serão doravante denominados como segue:

1. Controlador *proporcional*, sem *compensação* do atrito (PSC), composto pelas leis de controle das equações (5.65) e (5.68);
2. Controlador *proporcional*, com *compensação fixa* (PCF), composto pelas leis de controle das equações (5.66) e (5.68);

3. Controlador *proporcional*, com *compensação adaptativa* (PCA), composto pelas leis de controle das equações (5.67) e (5.68);
4. Controlador a *estrutura variável*, sem *compensação* do atrito (EVSC), composto pelas leis de controle das equações (5.65) e (5.69);
5. Controlador a *estrutura variável*, com *compensação fixa* (EVCF), composto pelas leis de controle das equações (5.66) e (5.69);
6. Controlador a *estrutura variável*, com *compensação adaptativa* (EVCA), composto pelas leis de controle das equações (5.67) e (5.69);

Nas seções 5.4 e 5.5, as propriedades de estabilidade para o sistema em malha fechada já foram definidas para os casos dos controladores EVCF e EVCA. Para os demais algoritmos considerados, as propriedades de estabilidade são dadas a seguir:

- Controlador PSC: quando todos os parâmetros do servoposicionador pneumático são conhecidos e não há o efeito de forças externas e/ou de atrito, os erros de seguimento em termos da posição e da velocidade do êmbolo e da força pneumática aplicada ao mesmo convergem assintoticamente a zero. Na presença de incertezas paramétricas e/ou de forças externas e de atrito, esses mesmos erros de seguimento convergem para o interior de uma região limitada em torno da origem do espaço de estados por eles definido. As demonstrações dessas características podem ser encontradas em Perondi, 2002, e também em Guenther e Perondi, 2002.
- Controlador EVSC: para esse algoritmo de controle, as propriedades de convergência são as mesmas enunciadas para o caso do controlador PSC. Essa afirmação é demonstrada em Sobczyk, 2005, e também em Sobczyk et al., 2006.
- Controladores PCF e PCA: esses dois algoritmos de controle possuem as mesmas propriedades de convergência determinadas ao longo deste capítulo para os controladores EVCF e EVCA, respectivamente. Essas propriedades podem ser verificadas com relativa facilidade por meio da substituição do termo  $ksat(\tilde{p}_\Delta/\Phi)$  por  $K_p\tilde{p}_\Delta$  nas equações que descrevem a dinâmica do subsistema pneumático para os casos sem e com incertezas paramétricas (equações (5.21) e (5.47), respectivamente). Em decorrência dessa substituição, o termo não-positivo  $-k\tilde{p}_\Delta sat(\tilde{p}_\Delta/\Phi)$  que aparece ao longo de todos os desenvolvimentos relativos às análises de estabilidade e robustez dos controladores EVCF e EVCA (seções 5.4, 5.5 e 5.6) é substituído por  $-K_p\tilde{p}_\Delta^2$ , um termo igualmente não-positivo. Dessa forma, pode-se verificar facilmente que as análises de estabilidade e robustez dos controladores PCF e PCA

podem ser desenvolvidas em linhas muito similares àquelas já apresentadas para os controladores EVCF e EVCA, levando às mesmas conclusões obtidas para os casos destes últimos.

O estudo comparativo dos desempenhos dos controladores descritos nesta seção quando aplicados ao servoposicionador pneumático é apresentado no Capítulo 7.

## 6 IMPLEMENTAÇÃO EXPERIMENTAL

Este capítulo é dedicado à descrição dos principais aspectos referentes à implementação experimental dos controladores discutidos neste trabalho. Os resultados das simulações e experimentos estão apresentados no Capítulo 7. Este capítulo trata, principalmente, da descrição da bancada experimental em que os testes foram realizados e dos valores dos parâmetros empregados no controlador proposto e nos demais controladores utilizados nos testes realizados.

### 6.1 Introdução

A implementação experimental dos controladores foi realizada no Laboratório de Mecatrônica e Controle (LAMECC) do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Os experimentos foram realizados na bancada experimental apresentada na Fig. 6.1.



Figura 6.1 – Bancada pneumática experimental

A estrutura geral da bancada é composta pelos seguintes elementos: um cilindro atuador pneumático sem haste cujo pistão está acoplado a um transdutor potenciométrico de deslocamento, uma servoválvula direcional, dois sensores elétricos de pressão, uma unidade de condicionamento de sinais elétricos, um vaso de pressão (acumulador), uma unidade de filtragem e uma válvula reguladora de pressão. Todos esses elementos estão representados de

forma esquemática na Fig. 2.2. Além do aparato referente à sua parte “eletromecânica”, a bancada também dispõe de um sistema digital de aquisição e processamento dos dados provenientes da mesma, composto de um microcomputador pessoal comum (*personal computer* – PC) hospedando uma placa dedicada à monitoração de tarefas de controle em tempo real (sistema dSPACE DS-1104).

## 6.2 Elementos Principais do Sistema

Os dispositivos instalados na bancada podem ser agrupados em termos de quatro sistemas básicos, de acordo com seu papel na operação da bancada: atuador pneumático, sistema de transdução e condicionamento de sinais, unidade de condicionamento do fluido de trabalho (ar comprimido) e sistema de aquisição e processamento de dados. As funções específicas de cada um desses sistemas são descritas a seguir. O detalhamento dos itens que compõem cada uma dessas unidades (incluindo as tabelas referentes às suas especificações técnicas mais importantes) é feito no Anexo IV.

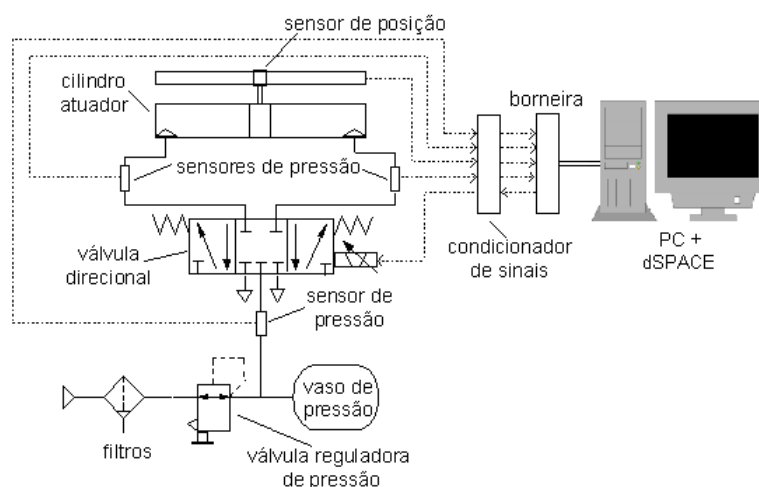


Figura 6.2 – Bancada pneumática experimental – representação esquemática

### Sistema de Atuação Pneumática

O atuador pneumático da bancada consiste de um cilindro de dupla ação sem haste e de uma servoválvula direcional. O cilindro é responsável pelo posicionamento da carga acoplada ao seu êmbolo em função das diferenças entre as pressões geradas no interior de suas duas câmaras. A servoválvula direcional tem por fim regular as vazões de pressurização e/ou exaustão das câmaras do cilindro de forma proporcional ao sinal de controle aplicado, de



modo que a diferença de pressão necessária ao movimento desejado para a carga seja suprida ao êmbolo. É importante ressaltar que essa servoválvula é dotada de um esquema interno de realimentação da posição do carretel. Deste modo, pode-se assegurar que a abertura da mesma em função da tensão aplicada tenha comportamento aproximadamente linear, independentemente da pressão de suprimento. As principais informações técnicas referentes à servoválvula e ao cilindro atuador podem ser encontradas nas tabelas IV.1 e IV. 2 (no Anexo IV), respectivamente.

### **Unidade de Condicionamento do Ar**

A unidade de condicionamento é responsável pela filtragem do ar proveniente da linha de suprimento do LAMECC (cujo ar é fornecido por um compressor montado externamente ao laboratório) e pela regulagem da pressão de trabalho da bancada. As funções de filtragem do ar e regulagem da pressão de trabalho são realizadas por uma única unidade de tratamento de ar composta de um filtro de ar (com dreno manual para retirada do excesso de umidade), uma válvula manual de ajuste de pressão, e um manômetro. As principais informações referentes à unidade de tratamento do ar comprimido são dadas na Tabela IV.3 do Anexo IV.

Além da unidade de tratamento, o sistema de condicionamento do ar utilizado também dispõe de um vaso de pressão (reservatório de ar) próprio, destinado a prover maior estabilidade ao valor da pressão de trabalho da bancada. A presença desse reservatório é muito importante em decorrência da existência de outras aplicações no laboratório que também utilizam o ar comprimido fornecido pela linha de suprimento. De acordo com seus regimes de operação, essas aplicações podem causar oscilações significativas na pressão da linha de suprimento do laboratório, afetando com isso a estabilidade da pressão de trabalho da bancada pneumática. O vaso de pressão utilizado tem capacidade de 108 [l] (0,108 [m<sup>3</sup>]), e suporta uma pressão manométrica máxima de 17 bar (1,7 [MPa]).

### **Sistema de Transdução e Condicionamento de Sinais**

O sistema de transdução e condicionamento compreende os sensores de pressão e de posição utilizados na bancada experimental, acrescidos de seus respectivos circuitos para condicionamento dos sinais elétricos por eles fornecido de modo que estes últimos sejam lidos adequadamente pela unidade de aquisição e processamento de dados.

O sensor utilizado para monitorar a posição do êmbolo do cilindro atuador é do tipo régua potenciométrica, montada em paralelo ao cilindro pneumático. O cursor da régua é conectado ao carro do atuador pneumático por meio de uma pequena barra metálica

devidamente engastada entre os dois elementos móveis. A leitura do sinal de posição é feita diretamente em termos de tensão elétrica, com base no conceito da divisão da tensão aplicada ao sensor como um todo. Como se pode verificar na Tabela IV.4, os valores constatados para o desvio de linearidade na resposta desse sensor são reduzidos. Por essa razão, na utilização dos sinais provenientes do mesmo da parte do algoritmo de controle, assume-se que a relação entre o deslocamento do conjunto carro+sensor e a variação na tensão elétrica correspondente é linear.

Para aquisição das pressões em ambas as câmaras do cilindro atuador, são utilizados dois sensores de pressão relativa (manométrica). Esses sensores são alimentados por meio de tensão elétrica, fornecendo uma saída em corrente elétrica que é função linear da pressão manométrica da linha à qual estão conectados. Cada sensor está conectado a uma das saídas da servoválvula. As principais características técnicas destes sensores são apresentadas na Tabela IV.5, também no Anexo IV. Para serem lidas pela unidade de aquisição e processamento de dados, as correntes elétricas que caracterizam o sinal de pressão lido pelos sensores precisam ser convertidas para tensões elétricas correspondentes. Por essa razão, as correntes geradas pelos sensores são aplicadas a resistores de precisão, de modo que o sinal lido pela unidade de aquisição é a tensão elétrica sobre esses resistores.

### **Sistema de Aquisição e Processamento de Dados**

O sistema de aquisição e processamento de dados é o responsável por utilizar os dados provenientes dos sinais medidos na bancada para, com base na trajetória programada para o servoposicionador pneumático, calcular o valor do sinal elétrico de controle a ser aplicado à servoválvula. Esse sistema é composto por uma placa dedicada de aquisição e processamento de dados para fins de controle em tempo real, hospedada em um PC comum.

A placa dedicada para controle em tempo real é um modelo DS – 1004, fabricado pela companhia alemã dSPACE. Trata-se de uma unidade de alta capacidade, projetada especificamente com o fim de executar tarefas de controle em tempo real com sólidas garantias com respeito aos seus tempos de execução. Para esse fim, a placa DS – 1004 já dispõe de todos os recursos necessários à execução dessas tarefas (conversores A/D – D/A, conjuntos de *bits* de entrada e saída digital, unidades de memória, processador, entre outros) instaladas em sua própria estrutura. O único recurso que essa placa necessita receber de seu PC hospedeiro é a tensão de alimentação. Dessa forma, o desempenho das tarefas de processamento realizadas pela placa dedicada é totalmente independente das características do PC hospedeiro. Além disso, essa placa vem acompanhada de um pacote de ferramentas

computacionais específicas, que permitem que o usuário faça toda a interface de programação das tarefas de controle e manipulação dos resultados obtidos ao longo das mesmas através do ambiente Matlab-Simulink, de ampla utilização no meio acadêmico. Dessa forma, além de possuir boas garantias de operação em tarefas de controle em tempo real, o kit (*hardware+software*) dSPACE permite que as atividades relacionadas à programação do sistema e à manipulação dos dados obtidos ao longo do processo de interesse sejam realizadas com relativa simplicidade. Maiores informações a respeito das características técnicas do sistema dSPACE DS – 1104 também são dadas no Anexo IV.

### 6.3 Identificação dos Parâmetros da Bancada Pneumática

A implementação dos controladores estudados na bancada pneumática experimental depende do conhecimento dos valores de um grande número de parâmetros que caracterizam este sistema. No caso da bancada instalada no LAMECC, esses valores foram levantados por Kunz, 2006, seguindo os mesmos procedimentos descritos em Santos, 1996, Vieira, 1998, e Perondi, 2002. Para a maioria dos parâmetros em questão, os valores obtidos no seu levantamento experimental estão listados nas tabelas pertinentes do Anexo IV.

Para o caso da modelagem do atrito presente no sistema, os valores obtidos experimentalmente para os parâmetros estáticos e dinâmicos do modelo LuGre estão apresentados na Tabela 6.1. Os parâmetros estáticos ( $F_c$ ,  $F_s$ ,  $v_s$  e  $\sigma_2$ ) foram levantados por Kunz, 2006, por meio de mapas estáticos do atrito em função da velocidade de deslocamento do pistão do servoposicionador pneumático, conforme ilustrado na Fig. 3.2. Os parâmetros dinâmicos ( $\sigma_0$  e  $\sigma_1$ ) foram obtidos por Perondi, 2002, para uma bancada similar à utilizada neste trabalho.

Tabela 6.1 Valores dos parâmetros estáticos e dinâmicos para o atrito – identificação experimental.

direção do movimento	$\sigma_0$ [N/m]	$\sigma_1$ [Ns/m]	$\sigma_2$ [Ns/m]	$v_s$ [m/s]	$F_c$ [N]	$F_s$ [N]
$\dot{y} > 0$	$6,3 \cdot 10^6$	8460	90,1	0,02	64,3	75
$\dot{y} < 0$	$6,3 \cdot 10^6$	8460	89,3	0,03	51,3	62,6

Conforme já mencionado na Seção 4.8, a determinação dos parâmetros dinâmicos do modelo LuGre e suas derivações apresenta dificuldades significativas do ponto de vista

prático, por requerer a medição precisa de deslocamentos em escalas muito pequenas [Perondi, 2002]. Ainda segundo o mesmo autor, devido às limitações na capacidade de processamento do *hardware* de controle utilizado, o valor obtido para  $\sigma_0$  que consta da Tabela 6.1 é muito elevado para ser usado na prática, por desestabilizar os algoritmos utilizados sob o ponto de vista numérico. Uma evidência desse problema pode ser constatada por meio das simulações realizadas pelo autor: para que as simulações do sistema em malha fechada envolvendo o esquema de compensação do atrito e utilizando os valores de  $\sigma_0$  e  $\sigma_1$  dados na Tabela 6.1 se mostrassem numericamente estáveis, foi necessário utilizar um passo de integração cerca de dez vezes menor do que o valor necessário para realizar as mesmas simulações no caso em que o atrito não era compensado. Por essa razão, Perondi, 2002, optou por ajustar os valores desses parâmetros por meio de uma série de simulações, buscando obter o melhor compromisso entre a fidelidade da representação numérica dos efeitos do atrito e a aplicabilidade do algoritmo de controle em face das limitações impostas pelo *hardware* de processamento disponível. Com base nesse processo, o autor utilizou o conjunto de parâmetros apresentado na Tabelas 6.2. Um procedimento similar foi utilizado por Valdiero, 2005, para a determinação dos parâmetros dinâmicos do modelo Elastoplástico [Dupont et al., 2000], que é diretamente derivado do modelo LuGre, para o caso de um manipulador robótico com acionamento hidráulico.

Tabela 6.2 Valores dos parâmetros dinâmicos para o atrito assumidos por Perondi, 2002.

$\hat{\sigma}_0$ [N/m]	$\hat{\sigma}_1$ [Ns/m]
4500	93,13

No caso do servoposicionador pneumático utilizado neste trabalho, não há a disponibilidade de instrumentos de medição de deslocamentos na escala necessária de resolução para se obter experimentalmente os valores dos microdeslocamentos de interesse. Por essa razão, e tendo por base a grande similaridade existente entre a bancada experimental aqui empregada e aquela utilizada por Perondi, 2002, fez-se a tentativa de utilizar os mesmos valores obtidos por este último para os parâmetros dinâmicos do modelo LuGre. Foi constatado que, embora o *hardware* de simulação e controle utilizado na bancada aqui em estudo sofra de limitações de processamento menores do que as encontradas por Perondi, 2002, os valores numéricos obtidos por este último continuam a ser proibitivos sob o ponto de vista prático. Por essa razão, e como o algoritmo aqui proposto é de natureza adaptativa,

optou-se por utilizar os mesmos valores determinados por Perondi, 2002, que apresentaram as melhores relações de compromisso encontradas por este autor para o caso da bancada experimental usada no referido trabalho.

Devido às diferenças de abordagem entre a modelagem do atrito apresentada em Perondi, 2002, e a utilizada neste trabalho, um breve esclarecimento é necessário no que diz respeito à denominação dada aos parâmetros de interesse em cada caso. Para esse fim, reproduz-se aqui a Eq. (3.3), originalmente apresentada na Seção 3.2:

$$f_s(\dot{y}) = \left[ F_c + (F_s - F_c) e^{-(\dot{y}/v_s)^2} \right] / \sigma_0 \quad (6.1)$$

Na Seção 3.2, imediatamente após a apresentação da expressão (3.3), foi proposta uma modificação na notação da mesma, na qual o termo  $\sigma_0$  foi substituído por  $\sigma$ . Dessa forma, a função de parametrização  $f_s(\dot{y})$  foi redefinida em termos da Eq. (3.4), e todo o desenvolvimento posterior apresentado neste trabalho e envolvendo a função  $f_s(\dot{y})$  foi feito considerando-se sua definição de acordo com essa mesma equação. O motivo dessa alteração de nomenclatura é o de evitar mal-entendidos entre o parâmetro usado como argumento da função de parametrização  $f_s(\dot{y})$  e o termo de elasticidade  $\hat{\sigma}_0$ , associado ao cálculo da força de atrito estimada pelo algoritmo de controle (Eq. (5.8)), aqui reproduzida:

$$\hat{F}_a = \hat{\sigma}_0 \hat{z} + \hat{\sigma}_1 \dot{\hat{z}} + \hat{\sigma}_2 \dot{y} \quad (6.2)$$

A relevância dessa modificação se explica pelo fato de que, na análise de estabilidade desenvolvida na Seção 5.5 (controlador EVCA), o parâmetro  $\sigma$  é *assumido conhecido*, enquanto  $\hat{\sigma}_0$  é *desconhecido e adaptado com o tempo*. Dessa forma, se a denominação  $\sigma_0$  fosse mantida para o argumento da função  $f_s(\dot{y})$ , poderia ser gerada para o leitor a impressão de que essa função também é afetada explicitamente pelo algoritmo de adaptação proposto, fato que não ocorre. Assim, muito embora os parâmetros  $\sigma$  e  $\sigma_0$  representem de fato a mesma grandeza em termos da estrutura inerente ao modelo LuGre, eles não são considerados dessa forma pelo algoritmo de adaptação aqui proposto, o que justifica a diferença de nomenclatura utilizada.

## 6.4 Ajuste dos Ganhos do Controlador

No Capítulo 5, algumas conclusões foram obtidas no que se refere às faixas de valores desejadas para parte dos ganhos utilizados pelo controlador proposto ( $k$ ,  $\Phi$ ,  $\mu_0$  e  $K_D$ ), mas as escolhas dos valores efetivamente utilizados para os mesmos não foi apresentada. Além disso, outros valores também precisam ser determinados, tais como os ganhos das leis de adaptação dos parâmetros do compensador adaptativo do atrito e o ganho  $K_P$ , utilizado quando a lei de controle proporcional é aplicada no subsistema pneumático. Esta seção é dedicada à determinação dos valores numéricos de todos esses parâmetros, de modo a enfatizar a apresentação das características mais importantes do controlador proposto. Além de considerar as conclusões obtidas nas análises de estabilidade apresentadas no Capítulo 5, os procedimentos utilizados para esse fim são baseados em uma aproximação linear do comportamento do sistema em malha fechada. Essa aproximação linear, por sua vez, é fundamentada na hipótese de que a linearização por realimentação efetuada por meio da lei de controle aplicada ao subsistema pneumático seja exata [Cunha, 2001; Perondi, 2002]. Adicionalmente, assume-se também que a massa manipulada pelo servoposicionador seja conhecida.

### Subsistema Mecânico

Nas análises de estabilidade realizadas no Capítulo 5, foram obtidas as seguintes condições a fim de se assegurar a convergência assintótica dos erros de seguimento de trajetória do servoposicionador pneumático (Eq. (5.37) e (5.38)):

$$\mu_0 < 2 \frac{\sigma_0}{\sigma_1} \quad (6.3)$$

$$K_D > \sigma_1 \left( \frac{S_2(\dot{y})}{2f_s(\dot{y})} - \mu_0 \right) \quad (6.4)$$

As faixas de valores desejados para  $\mu_0$  e  $K_D$  podem ser estimadas com base nos valores apresentados na Tabela 6.1 e nas definições das funções  $S_2(\dot{y})$  (Eq. (3.29)) e  $f_s(\dot{y})$  (Eq. (3.4)). Para  $\mu_0$ , a aplicação direta dos valores de  $\sigma_0$  e de  $\sigma_1$  dados na Tabela 6.1 permite obter  $\mu_0 < 1489,36$ . Para o cálculo do limite inferior de  $K_D$ , é necessário avaliar os

limites inferior de  $f_s(\dot{y})$  e superior de  $S_2(\dot{y})$ . Para o caso de  $f_s(\dot{y})$ , o valor de seu limite inferior é dado na Eq. (3.5) como igual a  $F_c/\sigma$ . Quanto a  $S_2(\dot{y})$ , sua definição permite deduzir que  $|S_2(\dot{y})| \leq |\dot{y}|$ . Assim, a inequação que descreve o limite mínimo de  $K_D$  para o qual a estabilidade assintótica do sistema em malha fechada pode ser reescrita da seguinte forma:

$$K_D > \sigma_1 \left( \frac{|\dot{y}| \sigma}{2F_c} - \mu_0 \right) \quad (6.5)$$

ou seja, o limite inferior de  $K_D$  depende da faixa de velocidade em que o servoposicionador pneumático estiver operando. Com base nas informações constantes do manual fornecido pelo fabricante do cilindro atuador utilizado na bancada experimental em questão (informação apresentada no Anexo IV), pode-se argumentar que o maior valor possível para tal velocidade dificilmente ultrapassaria um valor entre 2 e 3 [m/s]. No entanto, o valor específico desse limite não precisa ser conhecido de forma detalhada, pois uma rápida inspeção da Eq. (6.5) e dos valores dos parâmetros determinados experimentalmente para o modelo LuGre (Tabela 6.1) permite verificar que o limite inferior de  $K_D$  pode ser aproximado por

$$K_D \geq \frac{\sigma_1 \sigma}{10} \quad (6.6)$$

pois  $F_c = 64,3$  [N] é um valor pelo menos dez vezes maior do que o limite superior de  $|\dot{y}|$  para o sistema considerado, e  $\sigma/10 = 6,3 \cdot 10^5$  é um valor pelo menos cem vezes superior a  $\mu_0 < 1489,36$ . Dessa forma, usando-se novamente os valores da Tabela 6.1, conclui-se que o limite mínimo para o valor de  $K_D$  que assegura a estabilidade em malha fechada do servoposicionador pneumático é dado por:

$$K_D \geq 5,3 \cdot 10^9 \quad (6.7)$$

O limite acima determinado para  $K_D$  é muito elevado, e, não pode ser utilizado no algoritmo de controle aplicado à bancada de testes experimentais. De fato, não foi possível sequer simular o comportamento do servoposicionador pneumático para o valor acima, pois

os passos de integração requeridos para que a simulação fosse estável eram muito pequenos (da ordem de  $10^{-11}$  segundos). Por essa razão, os testes experimentais realizados na bancada pneumática devem ser tratados com restrições, pois, mesmo que os resultados obtidos nesses testes fossem considerados excelentes, não haveria condições teóricas de se assegurar a estabilidade do sistema controlado. Dessa forma, para o algoritmo proposto, ainda não há uma posição conclusiva a respeito dos aspectos referentes à segurança sua aplicação prática, devendo a mesma ser considerada apenas de forma qualitativa e com restrições.

Por outro lado, a impossibilidade atual de assegurar a estabilidade do sistema controlado por meio do algoritmo proposto devido aos valores elevados dos ganhos necessários para tanto não exclui a possibilidade de que sua operação garantidamente estável venha a se mostrar viável futuramente. Dessa forma, a implementação experimental do controlador proposto poderá ser útil, no sentido de que a mesma pode auxiliar na avaliação das perspectivas futuras de aplicação deste algoritmo em particular e, em um sentido mais geral, das abordagens em que ele se baseia para atacar o problema do controle preciso de servoposicionadores pneumáticos. Por essa razão, o desempenho do algoritmo de controle aqui proposto foi testado tanto experimentalmente quanto por meio de simulações, e os resultados dessa avaliação podem ser verificados no Capítulo 7.

A seguir, são discutidos os principais aspectos relacionados à determinação dos parâmetros utilizados pelo controlador proposto e pelos demais controladores utilizados nos testes experimentais estudados no Capítulo 7. A nomenclatura utilizada para a designação dos mesmos segue os mesmos princípios apresentados na Seção 5.7.

### **Controle sem compensação do atrito (SC)**

Com o fim de se determinar os ganhos da parcela do controlador proposto que não está diretamente relacionada à compensação do atrito de modo que os testes experimentais sejam realizados satisfatoriamente, é possível recorrer a uma aproximação linear do comportamento do sistema controlado. Essa abordagem foi utilizada anteriormente por Cunha, 2001, e por Perondi, 2002, e se baseia na procura da melhor relação de compromisso entre a redução das amplitudes dos erros de seguimento em malha fechada e a rejeição das perturbações geradas pelo ruído inerente aos sinais medidos na planta. Uma explanação detalhada sobre a determinação dos valores desses ganhos é apresentada no Anexo IV, e os valores dos mesmos são listados na Tabela 6.3.



Tabela 6.3 Ganhos utilizados pelos controladores – parcela SC.

Lei de controle do subsistema pneumático	$K_D$	$\lambda$	$K_P$	$k$	$\Phi$
P	25	25	40	—	—
EV	25	25	—	$2,4 \cdot 10^6$	$6 \cdot 10^4$

É importante ressaltar que, embora os controladores PSC e EVSC sejam algoritmos de controle “completos” por si mesmos, eles também podem ser interpretados como parcelas dos algoritmos de controle baseados na compensação do atrito (seja essa compensação fixa ou adaptativa). Isso acontece porque as leis de controle com compensação explícita do atrito consistem dos mesmos algoritmos PSC e EVSC aos quais foram adicionadas parcelas específicas para esse fim (observar na Seção 5.7 as definições das leis de controle aqui discutidas). Dessa forma, os valores dados na tabela acima para os parâmetros  $K_D$ ,  $\lambda$ ,  $K_P$ ,  $k$  e  $\Phi$  são sempre os mesmos para todos os controladores utilizados nos testes experimentais discutidos neste trabalho, exceto para a Seção 7.5.

### Controle com compensação fixa do atrito (CF)

Conforme discutido na Seção 6.4, não foi possível determinar experimentalmente os valores dos parâmetros dinâmicos do modelo LuGre para o atrito devido à falta de equipamento apropriado a essa tarefa. Por outro lado, os valores dos parâmetros estáticos são conhecidos devido ao processo de identificação efetuado por Kunz, 2006. Por essas razões, neste trabalho, optou-se por utilizar os valores determinados pelos mesmos dois autores para os parâmetros utilizados no esquema de compensação fixa do atrito que foi aplicado à bancada experimental. Os valores dos referidos parâmetros são dados na Tabela 6.4. Um aspecto referente aos valores apresentados nessa tabela deve ser destacado. Ao contrário do que ocorre com os dados experimentais apresentados na Tabela 6.1, os parâmetros utilizados pelos controladores em estudo não contemplam as diferenças de comportamento do atrito de acordo com o sentido do movimento. Essa medida é tomada com o fim de manter as condições de teste dos controladores propostos tão próximas quanto possível daquelas estabelecidas teoricamente no Capítulo 5. Uma dessas condições é a modelagem do comportamento do atrito de forma simétrica, a fim de se evitarem problemas relativos a possíveis descontinuidades nas funções que modelam o atrito quando da passagem do sistema pela condição de velocidade nula do êmbolo, que inviabilizariam as análises de estabilidade apresentadas nas Seções 5.4 e 5.5. Por essa razão, naqueles casos em que há valores diferentes

para os parâmetros determinados em cada sentido do movimento, o valor utilizado é sempre o mais elevado entre os dois possíveis. Também cabe ressaltar que os valores utilizados na parcela CF do controlador são sempre os mesmos, independentemente da lei de controle específica utilizada no subsistema pneumático.

Tabela 6.4 Valores dos parâmetros estáticos e dinâmicos para o atrito – parcela CF.

$\sigma$ [N/m]	$\hat{\sigma}_0$ [N/m]	$\hat{\sigma}_1$ [Ns/m]	$\hat{\sigma}_2$ [Ns/m]	$v_s$ [m/s]	$F_c$ [N]	$F_s$ [N]
4500	4500	93,13	90,1	0,02	64,3	75

### Controle com compensação adaptativa do atrito, das forças externas e das incertezas na massa manipulada (CA)

Conforme se pode verificar nas análises de estabilidade e robustez realizadas no Capítulo 5, as funções de Lyapunov obtidas para o sistema provêm informações limitadas a respeito das propriedades de convergência dos parâmetros estimados. Além disso, nenhuma relação quantitativa similar às obtidas para parâmetros como  $\mu_0$  e  $K_D$  pode ser determinada para os ganhos utilizados nas leis de adaptação dos parâmetros com base nas análises realizadas ao longo deste trabalho. Finalmente, não foram encontrados trabalhos de outros autores em que a mesma abordagem de adaptação fosse utilizada e que dessem mais informações a respeito do método de determinação dos referidos ganhos (em Xie, 2007, por exemplo, os valores dos ganhos são simplesmente informados, sem qualquer menção à forma como eles foram obtidos).

Tabela 6.5 Ganhos de adaptação dos parâmetros - parcela CA.

$\sigma$	$\eta (\hat{M})$	$\kappa (\hat{F}_e)$	$\gamma (\hat{\sigma}_0)$	$\beta (\hat{\sigma}_1)$	$\chi (\hat{\sigma}_2)$
4500	0,001	4	10000	2	2

Em face das dificuldades mencionadas no parágrafo anterior, e levando-se em conta a natureza estritamente qualitativa dos experimentos realizados neste trabalho, os valores dos ganhos de adaptação foram escolhidos por meio de testes diretos por simulação e/ou na bancada pneumática. Durante esses testes, constatou-se que o uso de ganhos de adaptação muito alto causava oscilações muito grandes nos valores dos parâmetros nos instantes iniciais de operação do sistema, uma circunstância que causava movimentos abruptos indesejáveis do êmbolo do cilindro atuador. Por essa razão, os valores desses ganhos tiveram de ser

reduzidos, de modo a evitar esse efeito. Os valores dos referidos ganhos de adaptação utilizados estão listados na Tabela 6.5. Os parâmetros mostrados nos parênteses têm o intuito de facilitar a identificação sobre qual ganho corresponde a cada parâmetro (ver a Eq. (5.11)). À primeira vista, pode parecer que há um contraste muito grande entre os valores dos ganhos de adaptação apresentados na tabela acima. No entanto, é necessário observar que as ordens de grandeza dos valores dos parâmetros a serem adaptados diferem muito entre si. Por exemplo, enquanto o valor verdadeiro de  $\hat{\sigma}_0$  tem ordem de grandeza em uma faixa entre  $10^5$  e  $10^6$ , a massa transportada pelo sistema tem ordem de grandeza  $10^0$ . Dessa forma, pelo menos em parte, a grande diferença entre os valores dos ganhos de adaptação se justifica pelas próprias faixas de valores dos parâmetros em cujas adaptações das estimativas eles são utilizados.

Tabela 6.6 Valores das estimativas iniciais dos parâmetros adaptados – parcela CA.

$\hat{M}(t=0)$	$\hat{F}_e(t=0)$	$\hat{\sigma}_0(t=0)$	$\hat{\sigma}_1(t=0)$	$\hat{\sigma}_2(t=0)$
0,18	0	0	0	0

Para esta parcela do controlador proposto, também é necessário estabelecer os valores iniciais dos parâmetros estimados pelo mesmo. Conforme se pode verificar na Tabela 6.6, exceto para a massa manipulada, esses valores são escolhidos nulos. Para o caso da massa, o valor utilizado corresponde à massa nominal do êmbolo do cilindro atuador quando nenhuma carga é transportada. Essas escolhas refletem a linha de apresentação utilizada para os resultados experimentais discutidos no Capítulo 7, que visa a enfatizar os aspectos qualitativos mais importantes do controlador proposto. Dentro desse contexto, a escolha de valores iniciais nulos permite uma melhor avaliação dessas características por implicar que, nos instantes iniciais de operação, o algoritmo de compensação adaptativa do atrito não exerce qualquer influência sobre o desempenho do sistema. Outras observações referentes a esse método de apresentação dos resultados experimentais que ilustram as características do controlador proposto serão feitas no Capítulo 7.

Assim como nos casos anteriormente descritos, os valores utilizados nas leis de adaptação dos parâmetros do algoritmo de compensação adaptativa do atrito são sempre os apresentados na tabela acima para qualquer uma das duas leis de controle utilizadas no subsistema pneumático.

## 6.5 Conclusões do Capítulo

Neste capítulo foi feita a descrição do funcionamento da bancada experimental e apresentadas as principais características de seus componentes diversos. Foram também abordados os aspectos relacionados à determinação dos valores dos parâmetros do sistema que foram utilizados para a implementação prática do controlador proposto. Além disso, foram determinados os valores dos diversos parâmetros utilizados pelo controlador proposto, com base nas análises de estabilidade desenvolvidas no Capítulo 5 e nas características desejadas para o sistema em termos de seguimento de trajetória e rejeição de perturbações diversas, incluindo-se o efeito do ruído inerente aos sinais medidos.

A observação mais importante no que diz respeito aos estudos desenvolvidos neste capítulo refere-se à impossibilidade de se implementar o controlador proposto de modo que seus parâmetros possuam os valores necessários para assegurar a estabilidade do sistema em malha fechada por meio das análises realizadas no Capítulo 5, visto que os mesmos são excessivamente elevados. Por essa razão, embora a realização da análise experimental do desempenho do controlador proposto não perca seu sentido, os resultados obtidos por meio da mesma precisam ser tratados com cautela. Assim, os parâmetros dos controladores testados experimentalmente foram determinados conforme estimativas conservadoras, que visam principalmente à ilustração dos aspectos qualitativos mais importantes dos referidos controladores.

## 7 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES E EXPERIMENTOS

Neste capítulo, analisa-se o desempenho do servoposicionador pneumático quando controlado por meio do algoritmo proposto neste trabalho. Essa análise é feita por meio de simulações e experimentos. As simulações são feitas com base num modelo modificado do servoposicionador, utilizado com o fim de contornar as dificuldades computacionais envolvidas na simulação do sistema quando os ganhos do controlador são escolhidos de modo a satisfazer as condições estabelecidas no Capítulo 5 para que a estabilidade seja assegurada. Os experimentos foram realizados na bancada pneumática descrita no Capítulo 6. Os testes foram realizados com seis controladores baseados em combinações diferentes das parcelas básicas de controle discutidas nas seções 5.7 e 6.4, para que a efetividade das parcelas de compensação adaptativa do atrito (no subsistema mecânico) e de controle a estrutura variável (no subsistema pneumático) do algoritmo fossem avaliadas de forma satisfatória.

Este capítulo está organizado como segue. Na Seção 7.1, são apresentadas as trajetórias de referência utilizadas nos testes do sistema controlado. Na Seção 7.2, discutem-se os resultados obtidos para o caso das simulações de uma versão hipotética do servoposicionador pneumático, destinadas a ilustrar as propriedades de estabilidade e convergência do sistema controlado quando as relações numéricas entre os ganhos do controlador e os parâmetros do sistema estabelecidas no Capítulo 5 são satisfeitas. Na Seção 7.3, são discutidos os resultados experimentais referentes à utilização dos controladores sem compensação explícita do atrito (PSC e EVSC), enquanto, na Seção 7.4, apresentam-se os resultados obtidos para o caso da compensação fixa (PCF e EVCF). As seções 7.5 e 7.6 são dedicadas à avaliação experimental das propriedades dos controladores dotados de compensação adaptativa do atrito, forças externas e incertezas na massa manipulada. Finalmente, na Seção 7.7, são apresentadas as principais conclusões obtidas ao longo do processo de avaliação dos controladores estudados.

### 7.1 Trajetórias de Referência

Nos testes experimentais e por simulação apresentados ao longo deste capítulo, foram utilizadas duas trajetórias diferentes como referências a serem seguidas pelo êmbolo do servoposicionador pneumático. A primeira trajetória é senoidal, enquanto a segunda alterna períodos de parada em duas posições desejadas diferentes, com a transição entre elas equacionada por meio de uma função polinomial, a exemplo do que foi feito por Cunha, 2001, e Perondi, 2002. Dessa forma, considerando-se a natureza das funções matemáticas

utilizadas em suas respectivas modelagens, essas trajetórias são denominadas *senoidal* e *polinomial*, respectivamente. Os formatos das mesmas estão ilustrados na Fig. (7.1). Para ambas as trajetórias, as condições solicitadas inicialmente ao servoposicionador em termos de velocidade e aceleração são nulas.

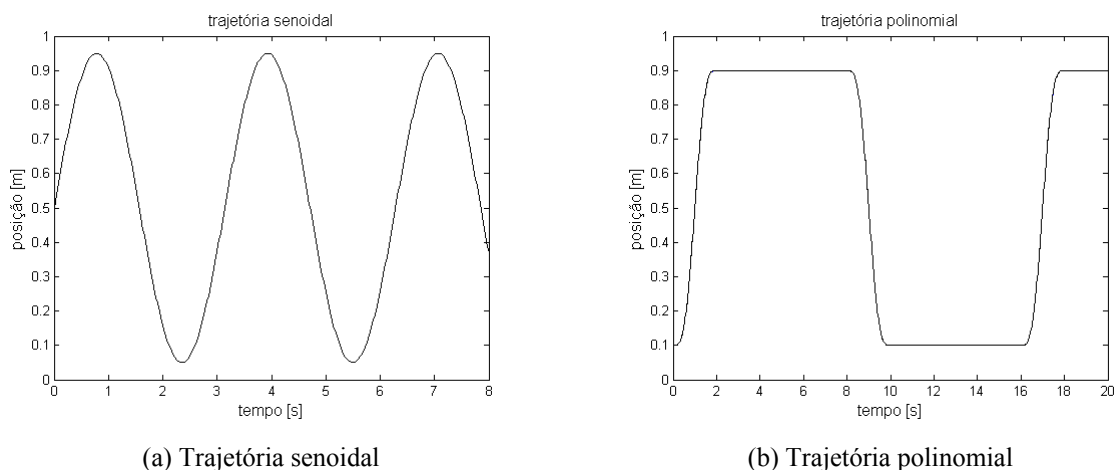


Figura 7.1 – Trajetórias de referência

A trajetória senoidal empregada é dada por:

$$y_d = \bar{y} + y_{m\acute{a}x} \text{sen}(\omega t) \quad (7.1)$$

onde  $\bar{y}$  é o valor médio da trajetória desejada,  $y_{m\acute{a}x}$  é a sua amplitude, e  $\omega$  é a frequência de oscilação desejada. Os valores numéricos são  $\bar{y} = 0,5$  [m],  $y_{m\acute{a}x} = 0,45$  [m] e  $\omega = 2$  [rad/s].

Uma tarefa comum encontrada em aplicações práticas é a do posicionamento ponto a ponto, em que o atuador do sistema é solicitado a levar a carga de um ponto específico para outro, nele permanecendo por um intervalo arbitrário de tempo. Conforme mencionado nas seções 5.4 e 5.5, a aplicação da lei de controle aqui proposta está restrita a trajetórias contínuas e que possuam derivadas temporais igualmente contínuas até a terceira ordem. Desse modo, é necessário empregar uma função contínua para governar a transição entre os pontos de partida e de chegada, o que justifica a utilização da trajetória polinomial. O ciclo de operações modelado por meio dessa trajetória é o seguinte. Inicialmente, o pistão do servoposicionador é colocado a 0,1 [m] da origem ( $y_d(0) = 0,1$  [m]). A seguir, o mesmo é solicitado a se deslocar para uma posição a 0,1 [m] da outra extremidade do cilindro atuador,

devendo completar essa transição dentro de um intervalo de 2 segundos, isto é,  $y_d(2) = 0,9$  [m]. Findo esse estágio, o pistão deve permanecer na nova posição durante 6 segundos, sendo então requerido que o mesmo retorne à sua posição inicial. Após outros 6 segundos, todo o ciclo é repetido. O ciclo de operação assim definido pode ser modelado matematicamente da seguinte forma:

$$y_d(t) = \begin{cases} 0,1 + y_{dp}(t/2) & t < 2 \\ 0,9 & 2 \leq t < 8 \\ 0,9 - y_{dp}((t-8)/2) & 8 \leq t < 10 \\ 0,1 & 10 \leq t < 16 \end{cases} \quad (7.2)$$

onde  $y_{dp}(t)$  é dada por:

$$y_{dp}(t) = 8(-2t^7 + 7t^6 - 8,4t^5 + 3,5t^4) \quad (7.3)$$

A frequência da trajetória senoidal e os coeficientes do polinômio de 7ª ordem foram escolhidos de forma a proporcionar uma velocidade desejada de 0,9 [m/s], próxima ao limite máximo recomendado pelo fabricante do cilindro pneumático utilizado na bancada experimental (ver Anexo IV). Além disso, essas trajetórias solicitam que o posicionamento do êmbolo do cilindro atuador seja efetuado em regiões muito próximas às extremidades do mesmo. Conforme mencionado na Seção 4.2 (ver a Fig. 4.2 e a discussão apresentada no parágrafo que a antecede), essa é uma condição de operação bastante severa sob o ponto de vista do algoritmo de controle. Com exceção da Seção 7.6, em que trajetórias senoidais de amplitudes menores também foram empregadas, todos os testes cujos resultados estão apresentados nas próximas seções foram realizados utilizando-se essas trajetórias como a referência de seguimento do servoposicionador pneumático.

## 7.2 Simulações - Caso Modificado

Esta seção descreve os resultados obtidos nas simulações do sistema em malha fechada para um caso modificado, utilizando-se o controlador proposto para compensar de forma adaptativa os efeitos do atrito e das incertezas na massa manipulada presentes no servoposicionador pneumático. Conforme descrito no Capítulo 6, não é possível escolher os parâmetros do controlador proposto para aplicá-lo à bancada experimental disponível de uma

forma em que a estabilidade do sistema em malha fechada seja garantida, pois os valores dos mesmos são excessivos frente às limitações do hardware de controle à disposição. Por essa razão, as propriedades definidas analiticamente para o sistema controlado por meio do algoritmo proposto precisam ser avaliadas por meio de simulações.

É importante lembrar que, devido aos altos valores determinados experimentalmente para os parâmetros do modelo do atrito (Tabela 6.1) e do ganho  $K_D$  do controlador necessário para se assegurar a estabilidade do sistema em malha fechada, até mesmo a simulação do comportamento do mesmo para essas condições mostrou-se inviável. Isso ocorre porque as ordens de grandeza dos termos acima mencionados obriga a utilização de passos de integração muito pequenos (da ordem de  $10^{-11}$  segundos), enquanto que a escala de tempo necessária à simulação para que as propriedades do controlador proposto sejam adequadamente avaliadas é muito longa (da ordem de dezenas de minutos). Assim, a demanda de memória para o processamento do algoritmo mostrou-se demasiada para que o mesmo fosse simulado satisfatoriamente com os microcomputadores disponíveis.

Devido às limitações mencionadas acima, as simulações do algoritmo proposto foram realizadas utilizando-se uma versão “idealizada” do servoposicionador, no sentido de que os parâmetros utilizados para representar os efeitos do atrito possuem valores inferiores àqueles apresentados na Tabela 6.1. Essa idealização foi realizada com base no estudo realizado por Perondi, 2002, que obteve resultados satisfatórios ao procurar compensar o atrito em um servoposicionador similar ao utilizado neste trabalho por meio de parâmetros muito mais baixos do que os seus correspondentes experimentais (ver a Tabela 6.2). Tendo-se em vista esses resultados e as dificuldades mencionadas no parágrafo anterior quanto à simulação do sistema sob condições realistas, os efeitos do atrito no modelo em malha aberta do servoposicionador foram representados utilizando-se os mesmos valores assumidos por Perondi, 2002, em seu algoritmo de controle. Dessa forma, o valor do ganho  $K_D$  da lei de controle aqui proposta para o subsistema mecânico pôde ser determinado dentro de uma faixa em que a simulação do sistema em malha fechada se mostrou viável. É importante ressaltar, porém, que o emprego de tal expediente só se justifica sob um ponto de vista estritamente *numérico*, motivado pelas limitações de processamento dos microcomputadores disponíveis. Assim, esse procedimento só se justifica como uma alternativa de verificação das propriedades teoricamente determinadas para o controlador proposto sob condições ideais, sem implicar que o sistema real apresente erros de seguimento da mesma ordem de grandeza dos obtidos nas simulações aqui discutidas.



Com base na discussão apresentada acima, os parâmetros utilizados para representar o comportamento do atrito no modelo em malha aberta do servoposicionador pneumático nas simulações discutidas nesta seção estão listados na Tabela 7.1. Todos os demais parâmetros necessários à simulação desse modelo correspondem aos seus valores determinado experimentalmente, conforme informado ao longo do Anexo IV. As simulações foram realizadas por meio do pacote Matlab/Simulink, empregando-se o método de integração de Runge-Kutta com passo fixo de  $2 \cdot 10^{-6}$  [s].

Tabela 7.1 – Parâmetros do atrito para o modelo em malha aberta – caso modificado.

$\sigma$ [N/m]	$\sigma_0$ [N/m]	$\sigma_1$ [Ns/m]	$\sigma_2$ [Ns/m]	$v_s$ [m/s]	$F_c$ [N]	$F_s$ [N]
4500	4500	93,13	90,1	0,02	64,3	75

O controlador utilizado nas simulações foi aplicado em sua forma adaptativa (CA), empregando-se as duas possibilidades estudadas para a lei de controle utilizada no subsistema pneumático (controlador proporcional – P, controlador a estrutura variável – EV). Os valores utilizados para os ganhos dos termos que não estão diretamente envolvidos na compensação do atrito são apresentados na Tabela 7.2. O valor de  $K_D$  foi calculado por meio da Eq. (6.5), utilizando-se os valores de  $\sigma$  e de  $\sigma_1$  da Tabela 7.1, enquanto os outros ganhos possuem os valores determinados para os mesmos na Seção 6.4. Na Tabela 7.3, são apresentados os valores iniciais dos parâmetros do algoritmo de compensação adaptativa e os ganhos de adaptação desses mesmos parâmetros. Embora os referidos valores iniciais sejam os mesmos previamente determinados no Capítulo 6, os ganhos de adaptação utilizados são maiores do que os dados na Tabela 6.5, que corresponde aos valores utilizados para os testes experimentais cujos resultados são apresentados na Seção 7.5. Os valores dos ganhos empregados nesta seção foram ajustados por simulação, com o propósito de ilustrar o alto grau de oscilação nos valores dos parâmetros estimados quando esses ganhos são muito elevados, conforme discutido na Seção 6.4.

Tabela 7.2 – Ganhos utilizados pelo controlador - caso modificado.

Controlador utilizado	$K_D$	$\lambda$	$K_P$	$k$	$\Phi$
PCA	6000	25	40	—	—
EVCA	6000	25	—	$2,4 \cdot 10^6$	$6 \cdot 10^4$

Tabela 7.3 – Parâmetros do algoritmo de compensação adaptativa – caso modificado.

$\hat{M}(t=0)$	$\hat{F}_e(t=0)$	$\hat{\sigma}_0(t=0)$	$\hat{\sigma}_1(t=0)$	$\hat{\sigma}_2(t=0)$	$\eta$	$\kappa$	$\gamma$	$\beta$	$\chi$
0,18	0	0	0	0	1,2	10	$4 \cdot 10^5$	1500	90

Cabe ressaltar novamente que as condições iniciais apresentadas na Tabela 7.3 para os parâmetros estimados são escolhidas de modo a representar ação nula sobre o sistema da parte do mecanismo de compensação adaptativa, de modo a avaliar suas características de adaptação de forma geral. Os valores “corretos” dos parâmetros para o atrito (isto é, os valores empregados pelo modelo em malha aberta do servoposicionador) estão listados na Tabela 7.1. O valor da massa manipulada no modelo em malha aberta é de 3,66 [kg], que corresponde à soma da massa do êmbolo do atuador com a massa de um conjunto de pequenas barras metálicas que foram utilizadas nos testes experimentais para representar a carga manipulada pelo servoposicionador em uma aplicação real. A força externa aplicada ao modelo em malha aberta usado nas simulações é considerada nula. Quatro simulações foram realizadas para o sistema nas condições definidas nesta seção. Essas simulações correspondem às duas possibilidades de leis de controle para o subsistema pneumático aplicadas às duas trajetórias de referência definidas na Seção 7.2.

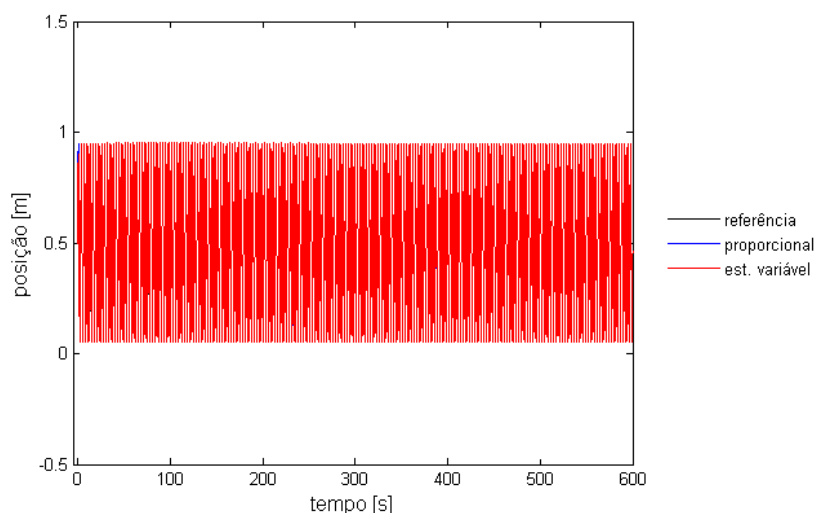


Figura 7.2 – Trajetórias de posição do sistema controlado – trajetória senoidal – caso modificado (simulação completa)

Os resultados obtidos nas mesmas simulações para o caso da trajetória senoidal são apresentados nas figuras de 7.2 a 7.6. Quanto à forma de apresentação dos mesmos, é

importante observar que a escala de tempo dos testes realizados (10 minutos, ou 600 segundos) é muito grande, em decorrência da baixa velocidade de convergência dos parâmetros estimados pelo algoritmo de compensação adaptativa. Essa circunstância dificulta muito a visualização dos resultados obtidos de forma satisfatória, fato que é ilustrado na Fig. 7.2, onde as trajetórias de posição do sistema controlado são apresentadas. Por essa razão, para todos os demais casos em que as escalas de tempo das simulações e testes experimentais dificultarem a visualização dos resultados obtidos, a apresentação dos mesmos é feita por meio de “janelas”. Nessas janelas, são apresentados os trechos correspondentes ao início, meio e final dos ensaios realizados (simulações e testes experimentais), em uma escala mais adequada à visualização dos resultados de interesse em cada caso. Dessa forma, pretende-se assegurar a avaliação do comportamento do sistema controlado em uma forma que privilegie a compreensão dos resultados obtidos, mas que não sacrifique a percepção da evolução dos resultados considerados ao longo do tempo. A seguir, são apresentadas as figuras de 7.3 até 7.6, que caracterizam as propriedades do sistema controlado em termos do seguimento das trajetórias de posição e velocidade para ele desejadas.

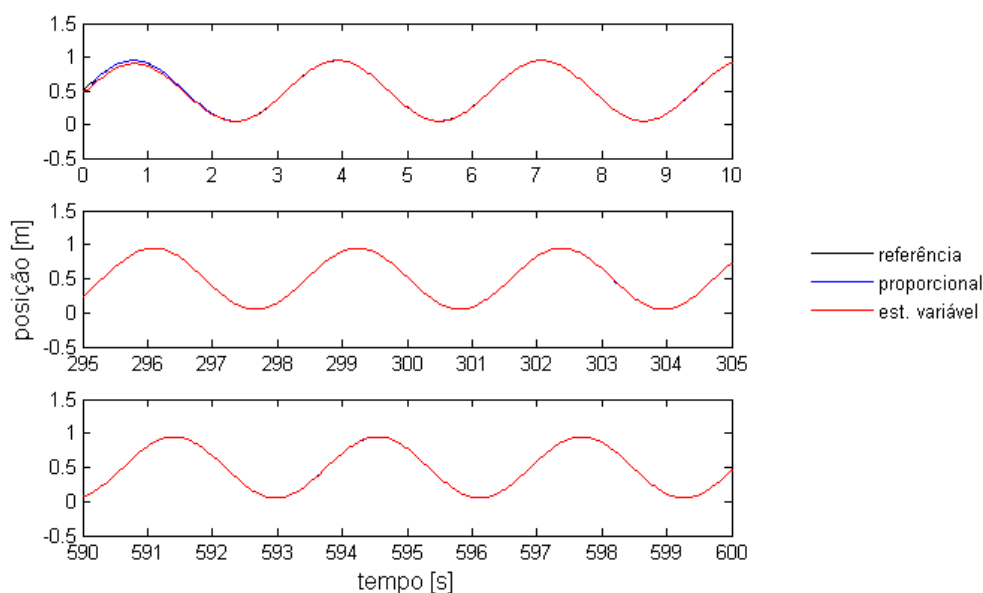


Figura 7.3 – Trajetórias de posição do sistema controlado – trajetória senoidal – caso modificado (simulação)

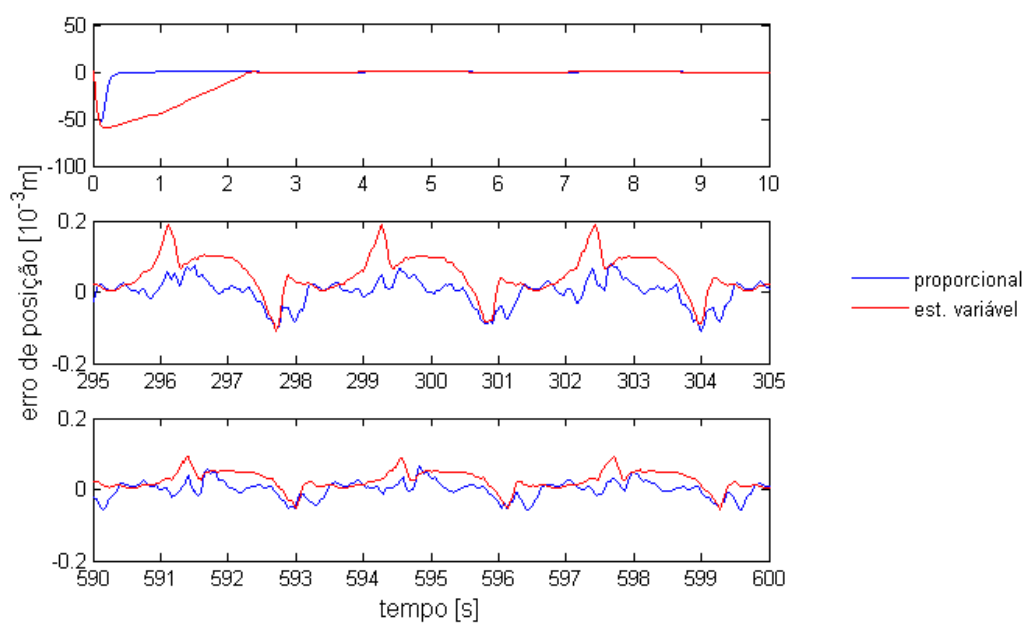


Figura 7.4 – Erros de seguimento de posição do sistema controlado – trajetória senoidal caso modificado (simulação)

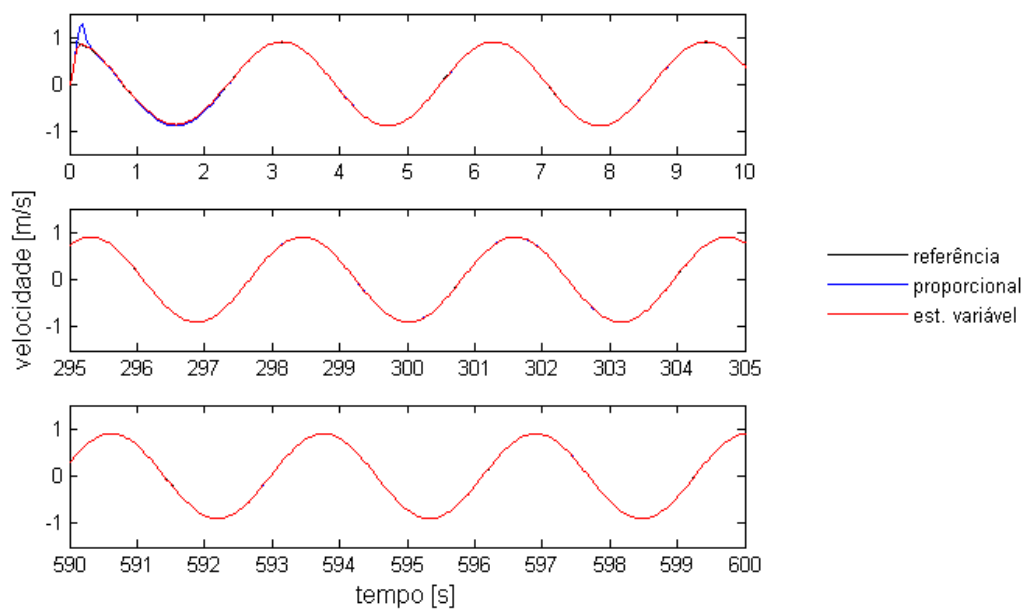


Figura 7.5 – Trajetórias de velocidade do sistema controlado – trajetória senoidal – caso modificado (simulação)

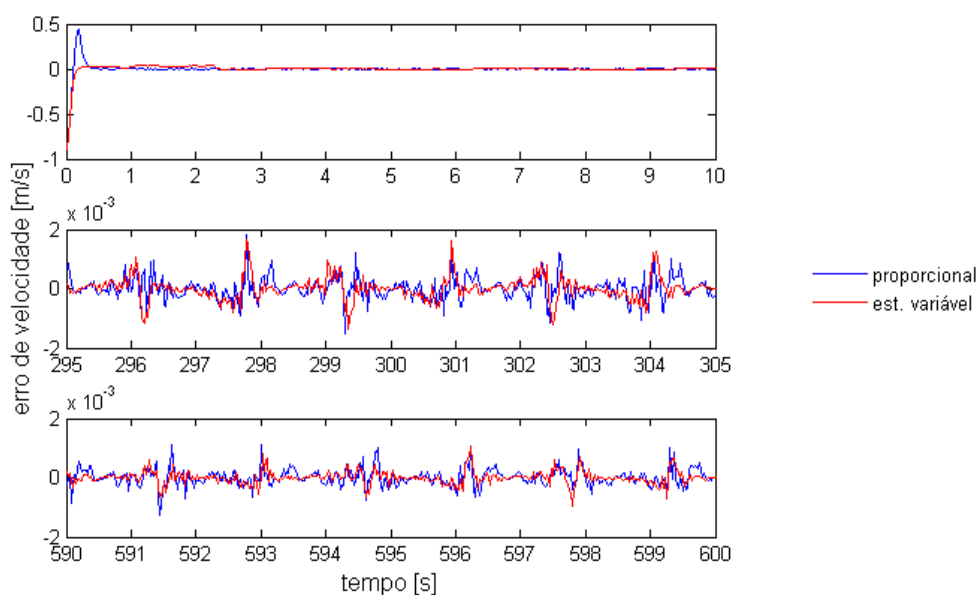


Figura 7.6 – Erros de seguimento de velocidade do sistema controlado – trajetória senoidal caso modificado (simulação)

Com base nos resultados obtidos nas simulações, percebe-se que, à medida que o tempo avança, aumenta a fidelidade dos seguimentos das trajetórias do sistema controlado em termos de posição e velocidade. Esses resultados são coerentes com as conclusões apresentadas na análise da estabilidade do sistema em malha fechada apresentada na Seção 5.5, onde se prevê que os erros de seguimento das variáveis aqui consideradas devem convergir assintoticamente para zero.

No que diz respeito às duas leis de controle utilizadas para o subsistema pneumático, constata-se que, para este caso, a convergência do erro de seguimento de posição é significativamente mais lenta para o controlador a estrutura variável do que para o controlador proporcional. Por outro lado, o seguimento em termos de velocidade nos instantes iniciais apresenta convergência mais rápida para o caso do controlador a estrutura variável, que atinge a faixa dos erros reduzidos em menos tempo e sem *overshoot* perceptível, um comportamento que contrasta muito com o apresentado pelo controlador proporcional. Finalmente, pode-se observar que o desempenho dos dois controladores é muito similar em termos das amplitudes dos erros de seguimento obtidos após os instantes iniciais, com valores ligeiramente menores para o caso do controlador a estrutura variável.

A seguir, são apresentados os resultados referentes ao seguimento de trajetória da força aplicada ao êmbolo do servoposicionador pneumático. Neste caso, como as forças desejadas para o subsistema pneumático variam conforme a lei de controle aplicada ao mesmo, as

trajetórias obtidas para cada lei são apresentadas separadamente. Os erros de seguimento, porém, seguem a mesma apresentação dos casos anteriores, isto é, os dois resultados são apresentados juntos.

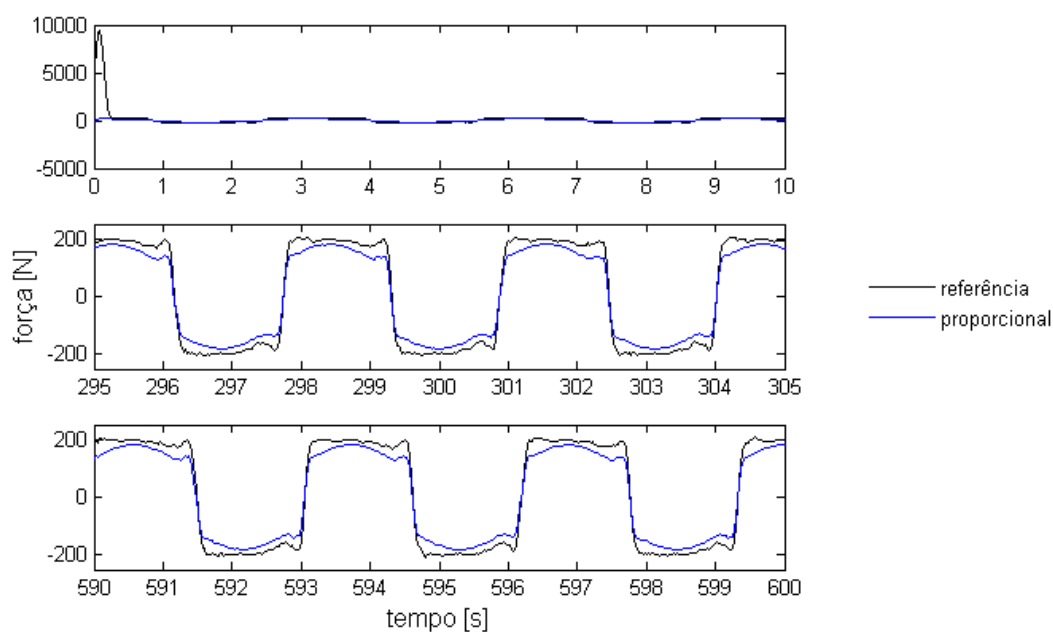


Figura 7.7 – Trajetórias de força do sistema controlado – trajetória senoidal – controlador proporcional – caso modificado (simulação)

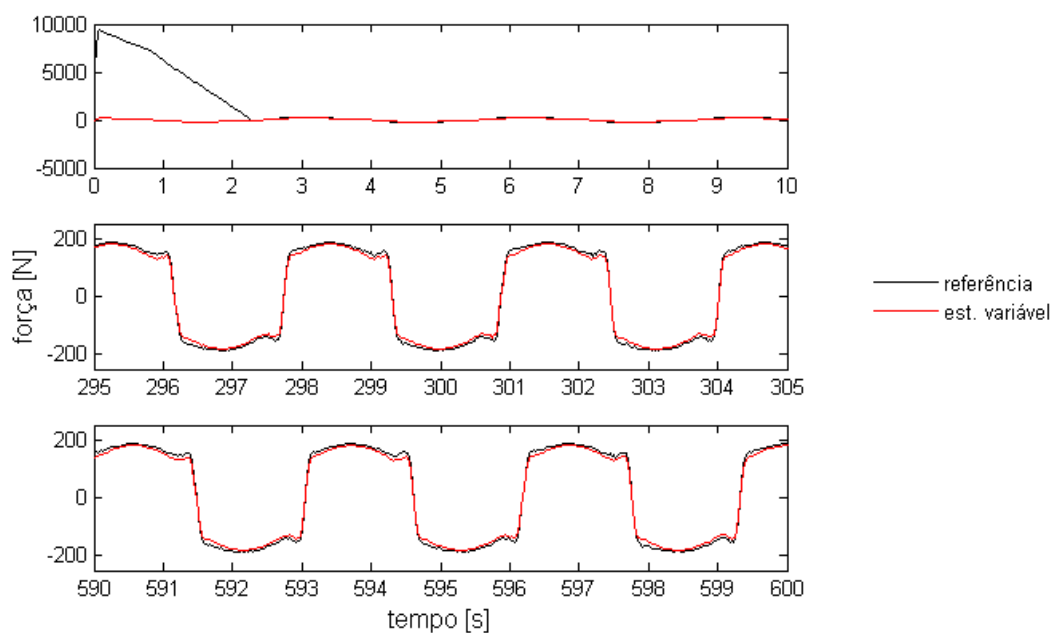


Figura 7.8 – Trajetórias de força do sistema controlado – trajetória senoidal – controlador a estrutura variável – caso modificado (simulação)

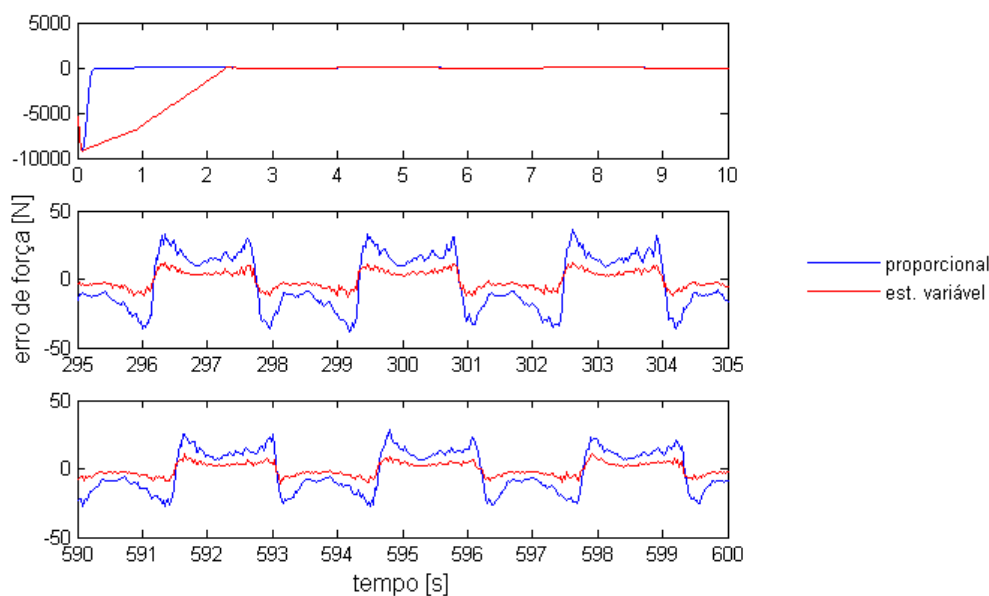
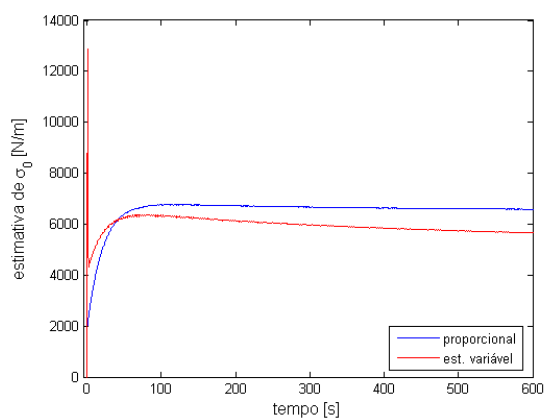


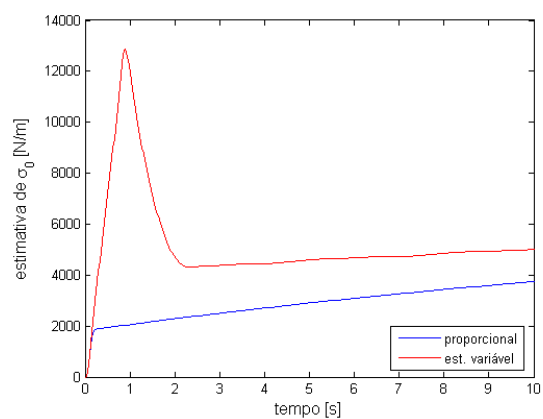
Figura 7.9 – Erros de seguimento de força do sistema controlado – trajetória senoidal – caso modificado (simulação)

Os resultados apresentados nas figuras 7.7, 7.8 e 7.9 são concordantes com aqueles obtidos para os seguimentos de trajetória em termos de posição e velocidade: pela vista em detalhe dos erros de seguimento de força, pode-se perceber que as amplitudes dos mesmos também diminuem à medida que o tempo avança. Dessa forma, a convergência assintótica do erro de seguimento em pressão (que é diretamente proporcional à força aplicada ao êmbolo do servoposicionador cujas trajetórias são apresentadas aqui) também é confirmada pelos resultados das simulações realizadas. No que diz respeito à comparação entre as duas leis de controle empregadas no subsistema pneumático, a exemplo do que ocorre no seguimento de posição, a resposta do controlador a estrutura variável apresenta convergência significativamente mais lenta que a do controlador proporcional. Por outro lado, os erros de seguimento de força obtidos por meio do controlador a estrutura variável após os instantes iniciais são significativamente menores do que os do controlador proporcional, como se pode verificar na Fig. 7.9.

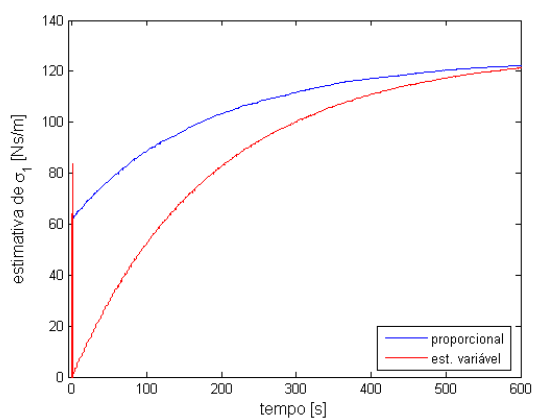
A seguir, são apresentados os resultados obtidos a partir das mesmas simulações, no que se refere às características de convergência dos parâmetros estimados pelo algoritmo de compensação adaptativa dos efeitos do atrito, das forças externas e da incerteza na massa manipulada pelo servoposicionador pneumático. Para cada resultado, são apresentados dois gráficos distintos. Enquanto o primeiro representa a simulação completa, o segundo ilustra o comportamento dos parâmetros estimados nos primeiros instantes de cada simulação



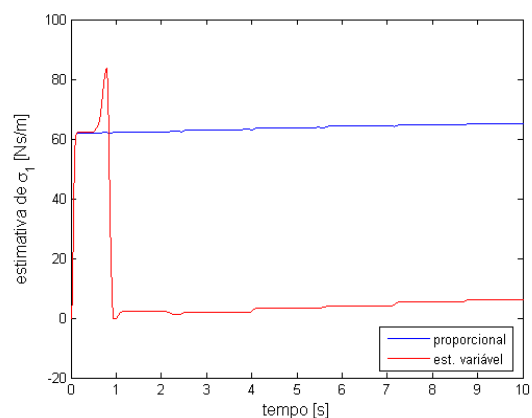
(a) simulação completa



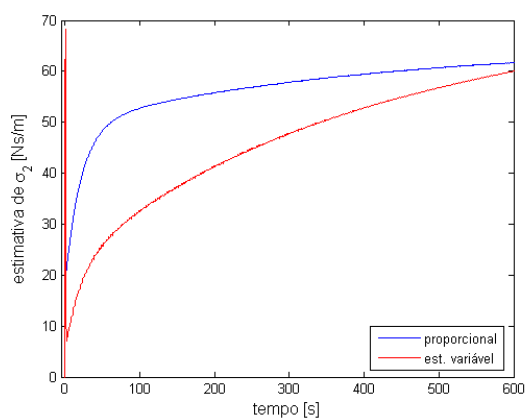
(b) instantes iniciais

Figura 7.10 – Estimativas do parâmetro  $\hat{\sigma}_0$  – trajetória senoidal – caso modificado (simulação)

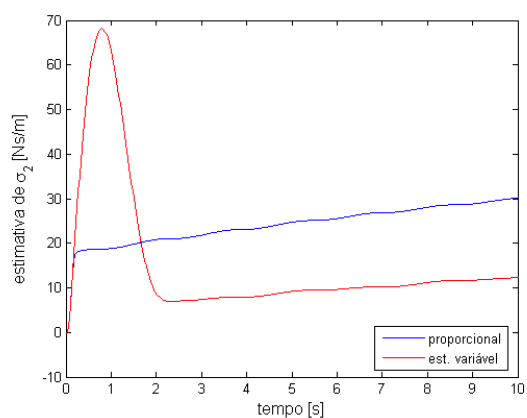
(a) simulação completa



(b) instantes iniciais

Figura 7.11 – Estimativas do parâmetro  $\hat{\sigma}_1$  – trajetória senoidal – caso modificado (simulação)

(a) simulação completa



(b) instantes iniciais

Figura 7.12 – Estimativas do parâmetro  $\hat{\sigma}_2$  – trajetória senoidal – caso modificado (simulação)



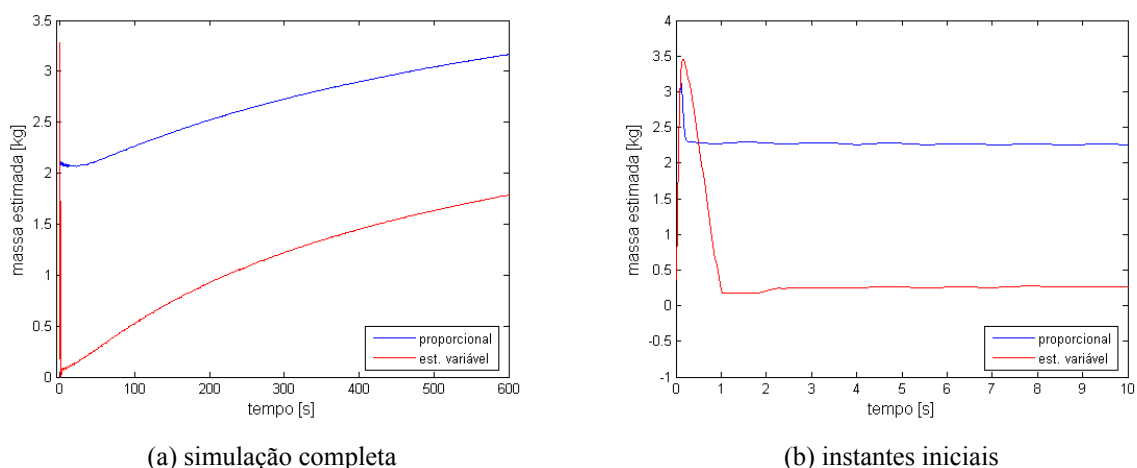


Figura 7.13 – Estimativas da massa manipulada – trajetória senoidal – caso modificado (simulação)

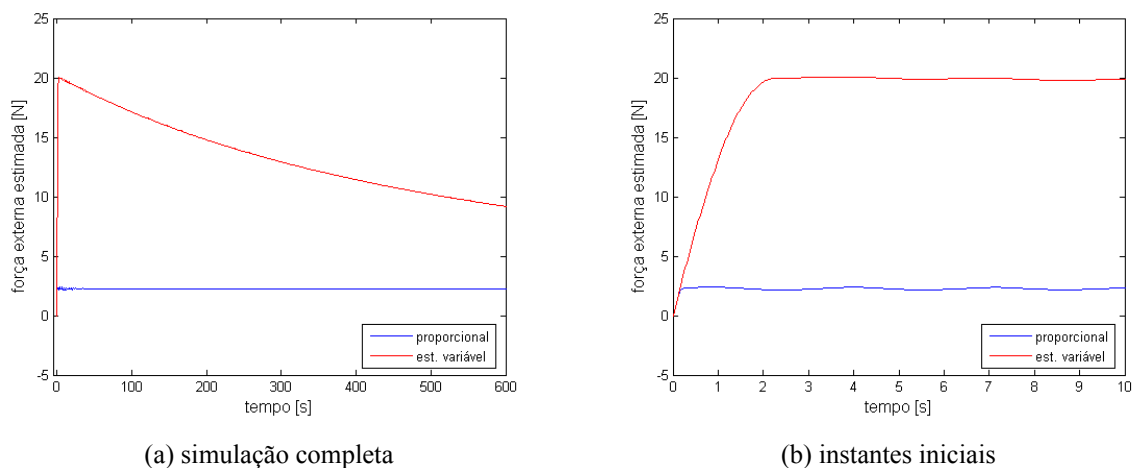


Figura 7.14 – Estimativas da força externa – trajetória senoidal – caso modificado (simulação)

De modo geral, todas as estimativas apresentam comportamentos similares, caracterizados por fortes variações nos estágios iniciais, seguidas de uma amortização gradual em suas taxas de variação. Também se observa que, dentre os parâmetros estimados, somente  $\hat{\sigma}_0$  e  $\hat{\sigma}_1$  apresentam uma tendência bem caracterizada de estabilização em algum valor definido. Nos casos dos demais parâmetros, constata-se uma propensão à redução gradual de suas taxas de variação de suas estimativas, evidenciada pela diminuição perceptível das declividades das curvas que as caracterizam. Esse comportamento também indica uma tendência de estabilização das estimativas desses outros parâmetros em valores definidos, muito embora isso não seja caracterizado de forma conclusiva. Uma forma de acelerar essa convergência consiste em aumentar os ganhos utilizados nas leis de adaptação. Entretanto, conforme se constata a partir dos resultados apresentados nas figuras acima, esse

procedimento pode levar as fortes variações nos valores de todos os parâmetros estimados nos estágios iniciais da operação do sistema. Essa característica representa um fator limitante ao aumento expressivo dos referidos ganhos de adaptação, porque esse mesmo comportamento também é detectado no caso dos testes realizados na bancada experimental: quando os ganhos de adaptação utilizados apresentam valores elevados, as estimativas dos parâmetros do controlador sofrem variações excessivamente abruptas, causando movimentos bruscos indesejáveis no êmbolo do servoposicionador pneumático. Dessa forma, os valores dos ganhos de adaptação utilizados pelo algoritmo não podem ser muito elevados, e a velocidade de convergência dos parâmetros adaptados deve ser sacrificada em prol de uma operação suave do sistema ao longo de toda sua operação.

O desempenho do esquema de compensação adaptativa proposto também foi testado para o caso da trajetória polinomial. Nessas circunstâncias, o comportamento apresentado pelo sistema em malha fechada mostrou-se qualitativamente similar ao obtido para a trajetória senoidal. A seguir, são mostrados os resultados obtidos para os seguimentos de trajetória em termos de posição e velocidade. Devido à grande similaridade entre as trajetórias obtidas, os resultados são apresentados somente em termos dos erros de seguimento das referidas variáveis de estado.

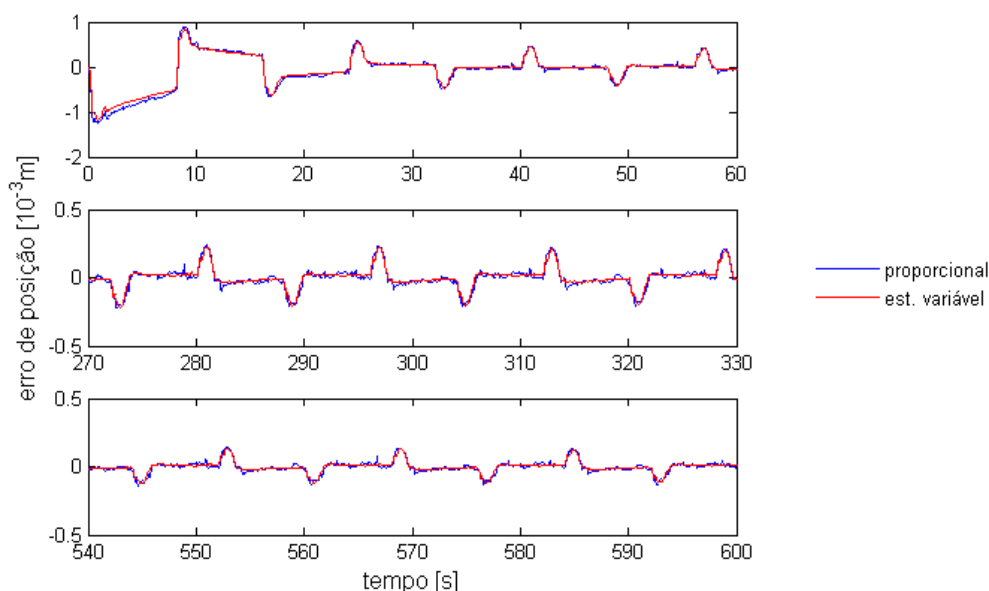


Figura 7.15 – Erros de seguimento de posição do sistema controlado – trajetória polinomial – caso modificado (simulação)

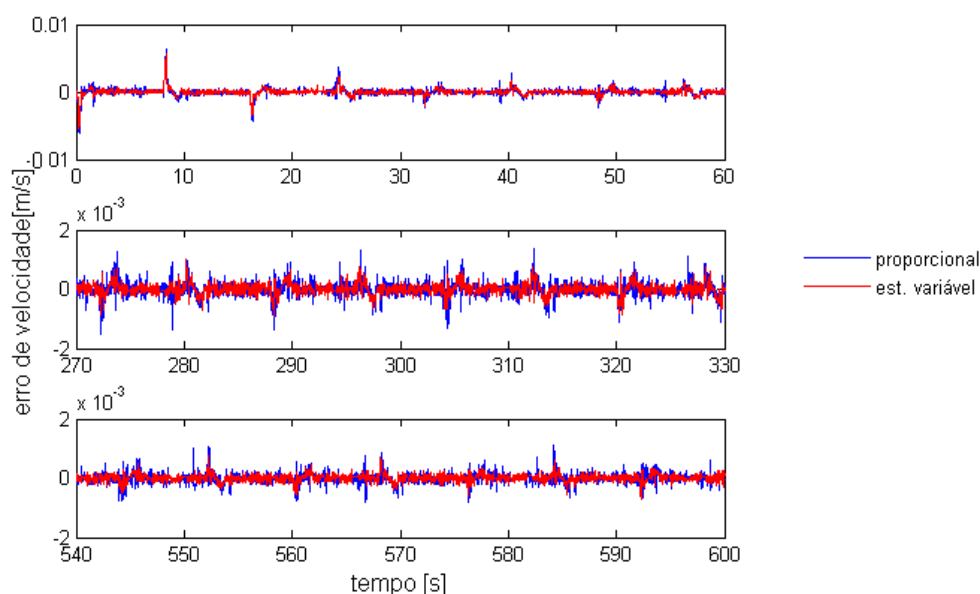


Figura 7.16 – Erros de seguimento de velocidade do sistema controlado – trajetória polinomial – caso modificado (simulação)

Conforme se pode observar nas figuras 7.15 e 7.16, as características de desempenho do controlador adaptativo obtidas para a trajetória polinomial são similares às do caso da trajetória senoidal discutido anteriormente. A diferença mais significativa entre os dois casos se refere às amplitudes dos erros de seguimento nos estágios iniciais de operação. Essa diferença pode ser explicada pelas próprias características das trajetórias de referência utilizadas: para a trajetória senoidal, no instante  $t=0$ , a trajetória da posição desejada coincide com a posição inicial do êmbolo; no mesmo instante, porém, a velocidade desejada é *máxima* enquanto a velocidade do êmbolo é *nula*, acarretando um erro significativo em termos de velocidade nos estágios iniciais do movimento. No caso da trajetória polinomial, os dois erros de seguimento são nulos no instante inicial, de modo que o pistão do cilindro atuador pode seguir as duas trajetórias de forma mais próxima desde o início do movimento e comportamentos de natureza mais abrupta são evitados.

A seguir, são apresentados os resultados referentes ao seguimento da trajetória polinomial em termos da força aplicada ao êmbolo do cilindro atuador.

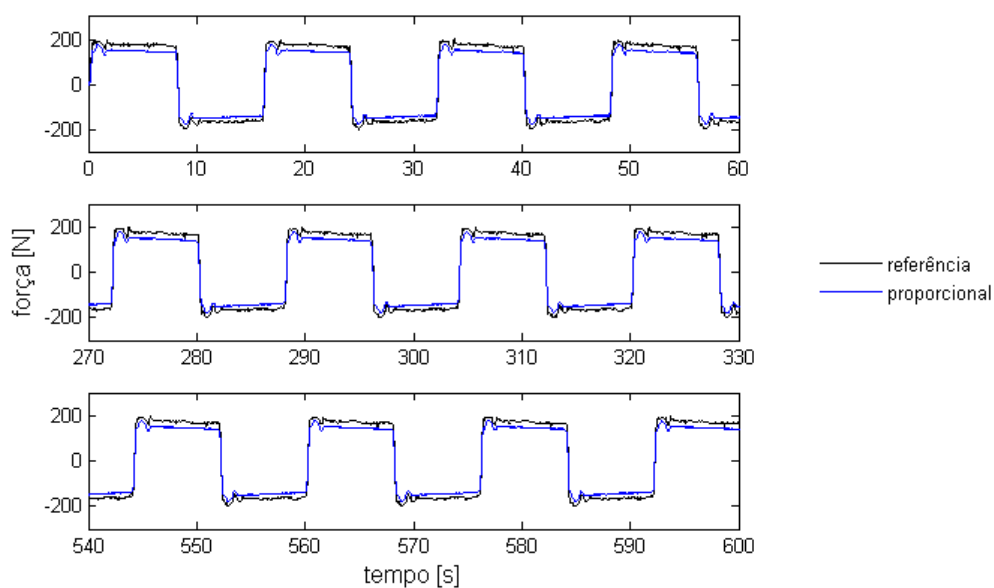


Figura 7.17 – Trajetórias de força do sistema controlado – trajetória polinomial – controlador proporcional – caso modificado (simulação)

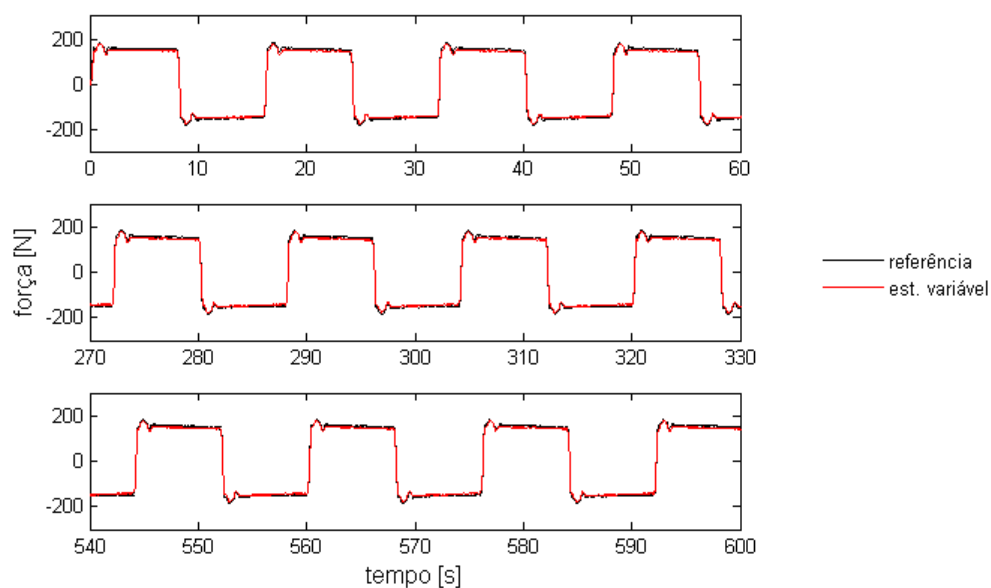


Figura 7.18 – Trajetórias de força do sistema controlado – trajetória polinomial – controlador a estrutura variável – caso modificado (simulação)

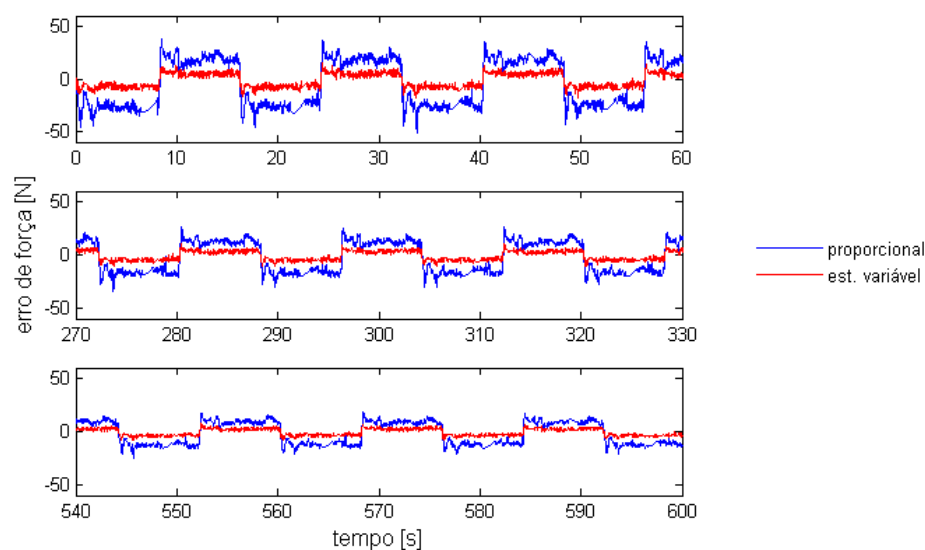


Figura 7.19 – Erros de seguimento de força do sistema controlado – trajetória polinomial – caso modificado (simulação)

Assim como no caso das trajetórias de posição e velocidade, as características de seguimento para o caso da trajetória polinomial são qualitativamente similares às obtidas para a trajetória polinomial. Percebe-se ainda que, quanto ao seguimento de força, a diferença de desempenho entre as duas leis de controle aplicadas ao subsistema pneumático é mais acentuada para esta trajetória, conforme evidenciado pela pequena amplitude dos erros de seguimento obtidos por meio do controlador a estrutura variável (Fig. 7.19).

Em termos qualitativos, o comportamento dos parâmetros estimados durante o seguimento da trajetória polinomial é similar ao obtido para o caso da trajetória senoidal. Uma diferença significativa entre os dois casos reside no fato de que as estimativas dos mesmos não apresentam comportamento abrupto nos instantes iniciais. Além disso, percebe-se uma redução da velocidade de convergência para a maioria dos parâmetros estimados. Esses dois aspectos são ilustrados na Fig. 7.20, para as estimativas dos dois parâmetros dinâmicos do modelo usado na compensação do atrito ( $\hat{\sigma}_0$  e  $\hat{\sigma}_1$ ). Pode-se perceber que as estimativas feitas para  $\hat{\sigma}_0$  não apresentam variações significativas em termos da faixa de valores para os quais as mesmas convergem e que o tempo necessário para tanto também não se altera apreciavelmente. Por outro lado, não se constata as fortes variações nos valores estimados para esse parâmetro quando a lei de controle a estrutura variável é utilizada. No caso de  $\hat{\sigma}_1$ , percebe-se uma redução expressiva na velocidade de convergência das estimativas do mesmo. Foi observado que esse mesmo comportamento também ocorre para as

estimativas dos demais parâmetros. As duas diferenças podem ser atribuídas às características da trajetória desejada. Conforme mencionado anteriormente, essa trajetória “favorece” a atuação do controlador no sentido de não causar o surgimento de erros de seguimento muito grandes nos instantes iniciais da operação do sistema. Além disso, convém ressaltar que a trajetória solicitada alterna períodos de movimento com outros em que o êmbolo deve permanecer parado (e nos quais, segundo as figuras 7.20 e 7.21, os erros são muito pequenos). Assim, pode-se constatar que a trajetória polinomial representa uma excitação mais branda que a da trajetória senoidal sob o ponto de vista do algoritmo de adaptação, o que explica a redução constatada na velocidade de convergência dos mesmos.

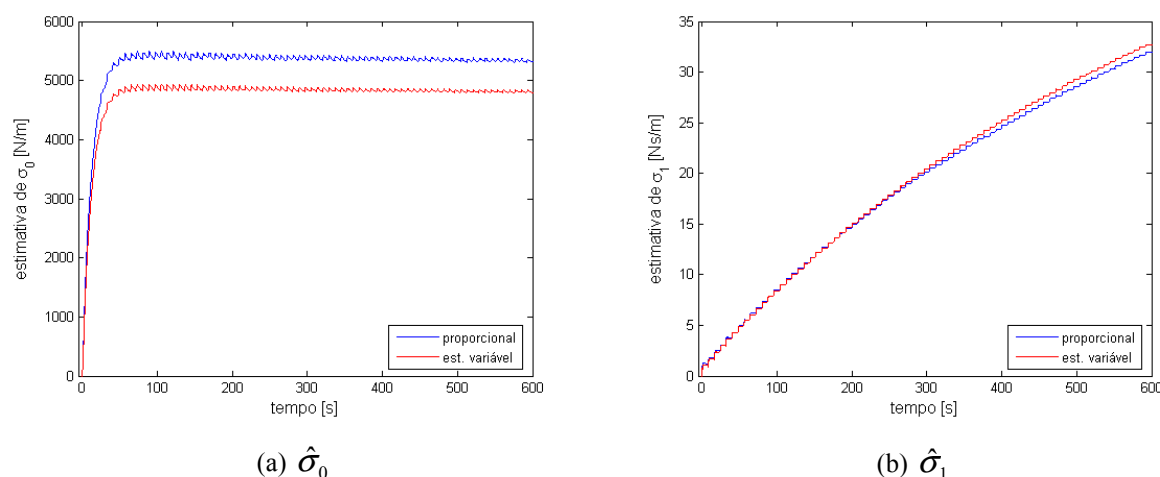


Figura 7.20 – Estimativas dos parâmetros  $\hat{\sigma}_0$  e  $\hat{\sigma}_1$  – trajetória polinomial – caso modificado (simulação)

Com base nos resultados apresentados ao longo desta seção, pode-se verificar que o comportamento do sistema controlado por meio do algoritmo adaptativo proposto neste trabalho está de acordo com as propriedades de estabilidade e convergência estabelecidas analiticamente no Capítulo 5. No entanto, cabe a ressalva de que esses resultados são válidos somente para um caso idealizado de modelagem do comportamento do servoposicionador pneumático que é objeto de análise deste trabalho. Por essa razão, as conclusões obtidas a partir dos mesmos não implicam necessariamente que a bancada experimental venha a se comportar da mesma forma apresentada pelo modelo utilizado nesta seção. Os resultados obtidos a partir da aplicação do algoritmo proposto ao controle do seguimento das trajetórias

efetuadas pelo êmbolo do cilindro atuador instalado na bancada experimental serão discutidos ao longo das próximas seções.

### 7.3 Controle sem Compensação do Atrito

Nesta seção, são apresentados os resultados dos experimentos para as trajetórias de referência apresentados na Seção 7.1 com o uso dos controladores que não fazem uso da compensação do atrito (PSC e EVSC). Além destes últimos, também se apresentam os resultados obtidos por meio de um controlador por realimentação de estados (PVA). Os testes foram realizados com o intuito de avaliar dois aspectos relativos ao desempenho do controlador adaptativo proposto. Em primeiro lugar, os resultados obtidos sem a compensação do atrito são úteis na avaliação dos efeitos específicos desse esquema de compensação sobre o desempenho do sistema controlado. Em segundo lugar, uma vez que o controlador proposto também possui a capacidade de adaptar o valor da massa do sistema controlado, deseja-se avaliar a influência específica da variação desse parâmetro sobre o desempenho do mesmo. Por essa razão, o mesmo teste foi repetido três vezes para cada um dos controladores utilizados. Em cada teste, foi utilizado um valor diferente da massa manipulada, mas os ganhos dos controladores permaneceram inalterados. Os valores das massas utilizadas são 0,18 [kg], 1,92 [kg] e 3,66 [kg]. Esses valores correspondem à massa nominal do conjunto êmbolo+carro do servoposicionador transportando, respectivamente, 0, 6 e 12 massas de teste de 0,29 [kg] cada uma.

Os testes com o controlador PVA são utilizados como referência para a avaliação dos controladores baseados na metodologia em cascata quando comparados a uma abordagem clássica de controle. A lei matemática que caracteriza esse método de controle é dada por

$$u = -K_p(y - y_d) - K_v(\dot{y} - \dot{y}_d) - K_a(\ddot{y} - \ddot{y}_d) \quad (7.4)$$

As leis de controle baseadas na metodologia em cascata e sem a compensação do atrito são apresentadas na Seção 5.7. Para o controlador proporcional e sem compensação do atrito (PSC), essas leis são expressas pelas equações (5.65) e (5.68). No caso equivalente em que a lei de controle do subsistema mecânico é baseada na técnica a estrutura variável (EVSC), as leis de controle utilizadas são dadas na Eq.(5.65) e na Eq. (5.69). Os ganhos do controlador PVA estão listados na Tabela 7.4. Os seus valores foram ajustados experimentalmente, buscando-se um compromisso entre a qualidade do seguimento das trajetórias desejadas e a

manutenção da suavidade do sinal de controle aplicado à servoválvula. Para os controladores PSC e EVSC, os ganhos foram determinados por meio dos procedimentos descritos na Seção 6.4 e no Anexo IV, e os valores dos mesmos são informados na Tabela 6.3.

Tabela 7.4 – Ganhos utilizados com o controlador PVA.

$K_p$	$K_v$	$K_a$
1,1	0,02	0,002

Os resultados para o teste de seguimento da trajetória senoidal obtidos pela aplicação do controlador PVA à bancada pneumática são apresentados na Fig. 7.21.

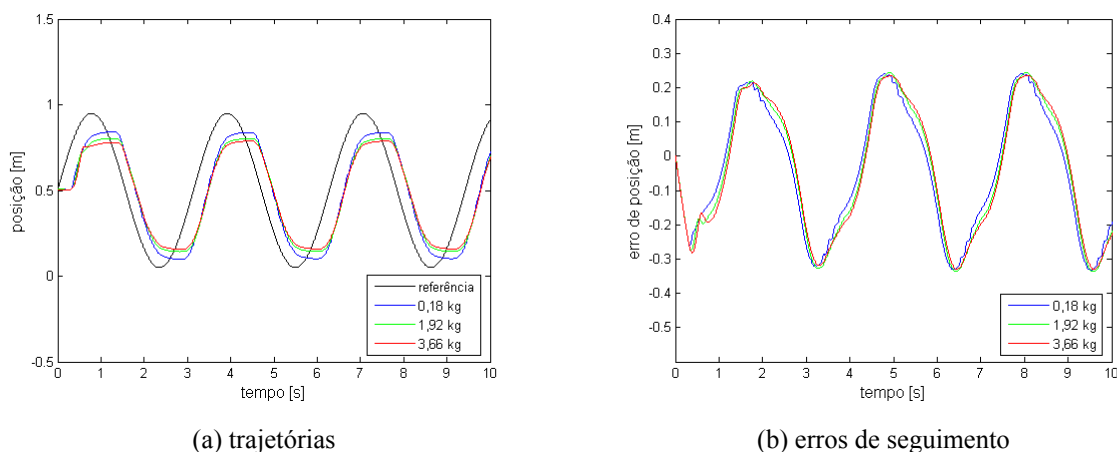


Figura 7.21 – Características de seguimento de posição do sistema controlado – trajetória senoidal – controlador PVA (experimentos)

Com base nos resultados apresentados na Fig. 7.21, percebe-se que o desempenho do servoposicionador pneumático em termos do seguimento de trajetória é significativamente comprometido pelo fato de os ganhos do controlador serem relativamente baixos. Além disso, pode-se perceber uma significativa assimetria nos erros de seguimento apresentados. Essa foi uma característica encontrada em todos os testes realizados na bancada experimental, embora variando de intensidade conforme o tipo de controlador e/ou de trajetória utilizado. Esse fenômeno está provavelmente relacionado a três fatores: incorreções na compensação da zona morta da servoválvula, vazamentos ainda não identificados e assimetrias no comportamento do atrito. Finalmente, é importante destacar uma perceptível influência do valor da massa manipulada sobre a qualidade do seguimento de trajetória efetuado.



Nas figuras 7.22 e 7.23, são apresentados os resultados obtidos para o seguimento da trajetória senoidal, em termos de posição, por meio dos dois controladores em cascata sem compensação do atrito descritos na Seção 5.7. Em cada figura, são apresentados lado a lado os resultados de dois conjuntos de testes diferentes, mas que se referem à mesma variável de interesse. Nas janelas gráficas colocadas à *esquerda*, apresentam-se os resultados obtidos por meio do controlador *proporcional* para cada valor de massa manipulada; nas janelas à *direita*, apresentam-se os resultados correspondentes para o caso do controlador a *estrutura variável*.

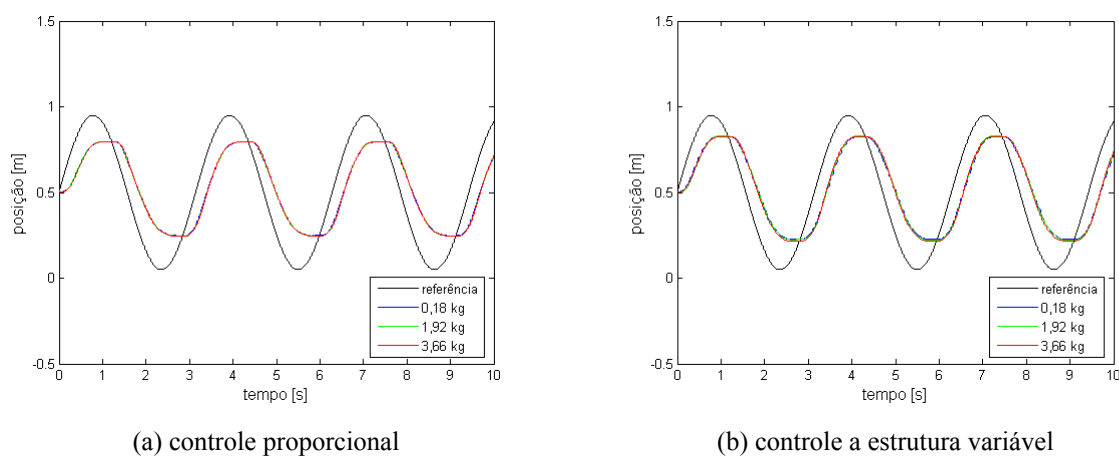


Figura 7.22 – Trajetórias de posição do sistema controlado – trajetória senoidal – controladores PSC e EVSC (experimentos)

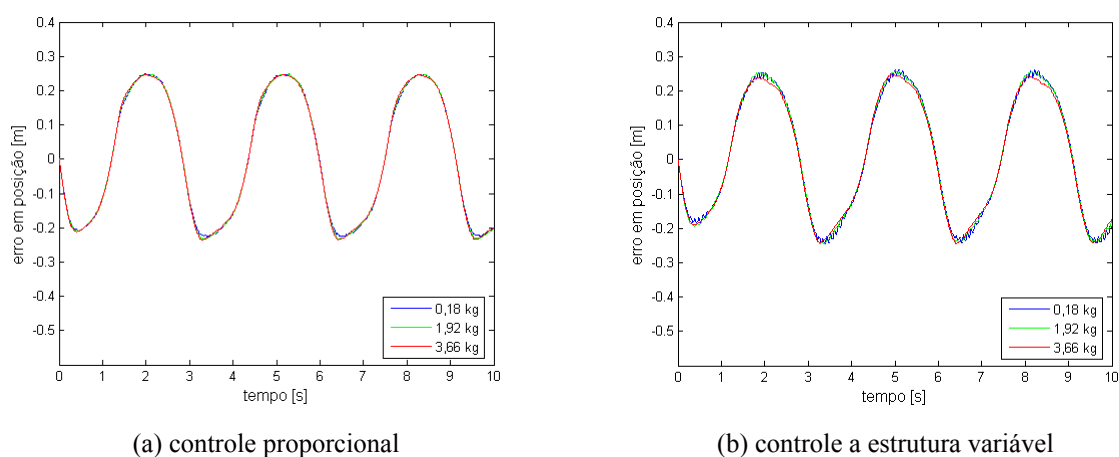


Figura 7.23 – Erros de seguimento de posição do sistema controlado – trajetória senoidal – controladores PSC e EVSC (experimentos)

Em termos da amplitude dos erros de seguimento, os resultados obtidos pelos controladores PSC e EVSC são similares aos referentes ao controlador PVA. No entanto, pode-se perceber que os erros de seguimento dos dois controladores em cascata apresentam um grau maior de simetria. Além disso, pode-se observar que o desempenho do controlador PVA é influenciado pelas variações na massa manipulada de forma relativamente significativa, enquanto que a diferença de desempenho para os algoritmos PSC e EVSC quanto a este mesmo fator não é expressiva. Esse dado indica que, para as condições em que os testes foram realizados, a estrutura de controle em cascata favorece a redução da sensibilidade do servoposicionador pneumático quanto às variações desse parâmetro, e que essa melhoria não apresenta dependência expressiva em relação à lei de controle utilizada no subsistema pneumático. Ainda quanto ao efeito da variação na massa manipulada, percebe-se um claro aumento no nível de oscilação das respostas do sistema controlado quando a massa transportada pelo servoposicionador é nula. Esse efeito está relacionado com duas causas principais. Em primeiro lugar, a redução da massa manipulada ocasiona o aumento da largura de banda do sistema controlado, conforme se pode verificar na discussão apresentada na Seção 6.4 e no Anexo IV acerca da determinação dos ganhos da parcela SC dos controladores considerados neste trabalho. Em decorrência desse aumento de banda, o sistema controlado se torna mais suscetível ao efeito do ruído presente nos sinais medidos, ocasionando as respostas oscilatórias constatadas. É em decorrência desse efeito que os ganhos dos controladores utilizados em nos testes descritos ao longo deste capítulo foram mantidos em valores relativamente baixos. Além disso, com a redução da massa, os efeitos de inércia do conjunto êmbolo+carga tornam-se muito pequenos frente à força de atrito, acentuando os efeitos indesejáveis do mesmo particularmente no que se refere ao efeito *stick-slip*. Essa observação está em concordância com os resultados obtidos por Ning e Bone, 2005b, e Bone e Ning, 2007, para o caso discutido na Seção 4.6.

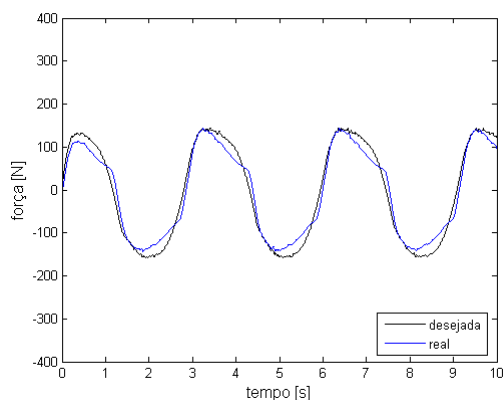
Tabela 7.5 – Valores RMS dos erros de seguimento de posição (controladores PVA, PSC e EVSC).

controlador	$M = 0,18$ [kg]	$M = 1,92$ [kg]	$M = 3,66$ [kg]
PVA	6,127 [m]	6,408 [m]	6,436 [m]
PSC	5,636 [m]	5,679 [m]	5,695 [m]
EVSC	5,528 [m]	5,563 [m]	5,454 [m]

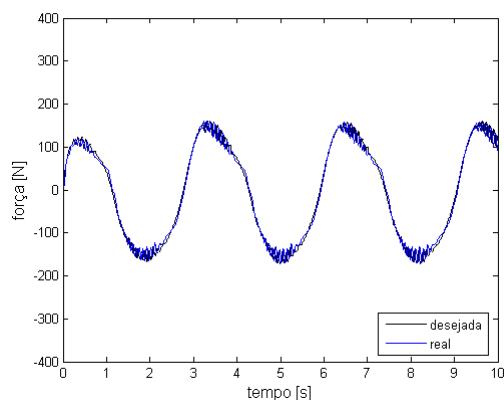
A fim de se comparar os desempenhos dos diferentes controladores em cada circunstância, é útil empregar-se outro critério de avaliação dos erros de seguimento além dos

gráficos apresentados. Por essa razão, foram calculados os valores RMS dos referidos erros de seguimento ao longo dos períodos considerados nos gráficos correspondentes (figuras 7.21(b) e 7.23). Os resultados desse procedimento estão apresentados na Tabela 7.5, e confirmam as observações qualitativas feitas através dos mesmos gráficos. Os dois controladores baseados na metodologia em cascata permitem a obtenção de erros de seguimento menores e uma perceptível redução na sensibilidade do sistema controlado com respeito à massa manipulada. Além disso, também se confirma que, quando a lei de controle a estrutura variável é utilizada no subsistema pneumático, os erros de seguimento obtidos são ligeiramente menores do que os obtidos por meio da lei de controle proporcional.

Nas figuras de 7.24 a 7.27, são apresentados os resultados obtidos para o seguimento de força obtido por meio dos controladores PSC e EVSC para o caso da trajetória senoidal. A apresentação das trajetórias de força é separada em três figuras diferentes porque o valor da massa manipulada afeta o cálculo da força desejada em cada circunstância, conforme se pode verificar da lei de controle utilizada no subsistema mecânico para os dois controladores aqui considerados (ver a Eq. (5.65)).

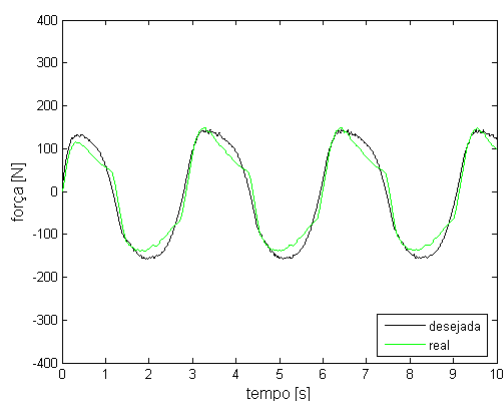


(a) controle proporcional

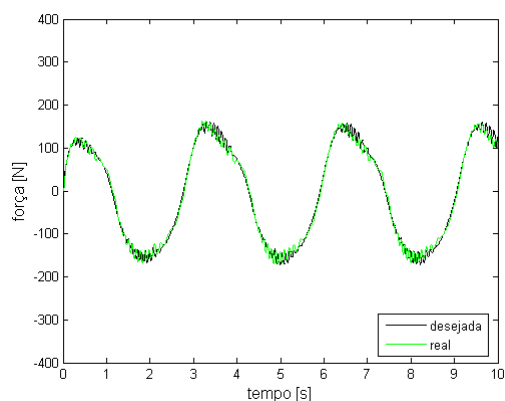


(b) controle a estrutura variável

Figura 7.24 – Trajetórias de força do sistema controlado (massa manipulada 0,18 kg) – trajetória senoidal – controladores PSC e EVSC (experimentos)

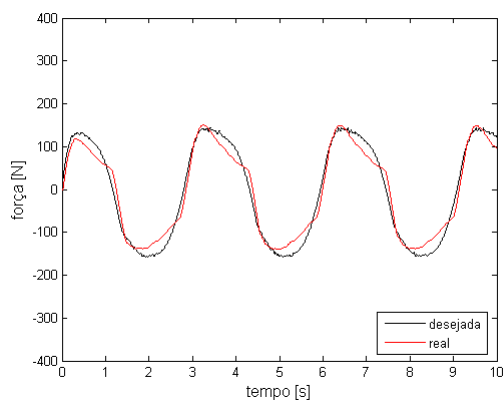


(a) controle proporcional

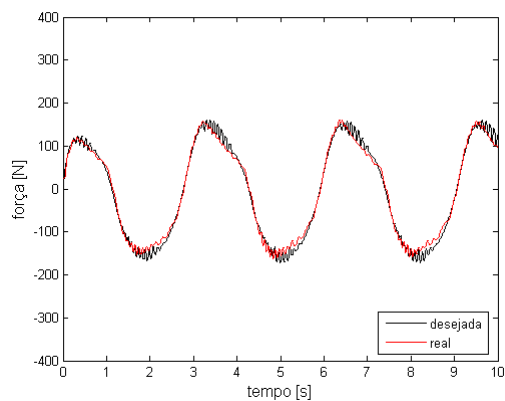


(b) controle a estrutura variável

Figura 7.25 – Trajetórias de força do sistema controlado (massa manipulada 1,92 kg) – trajetória senoidal – controladores PSC e EVSC (experimentos)

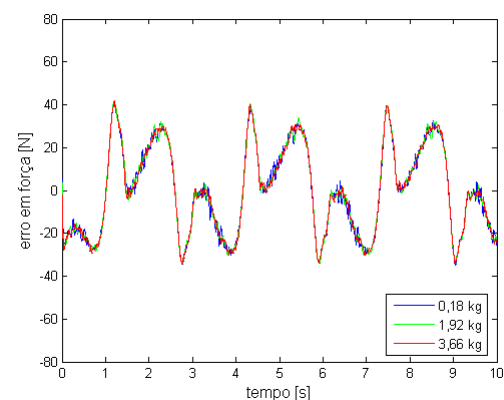


(a) controle proporcional

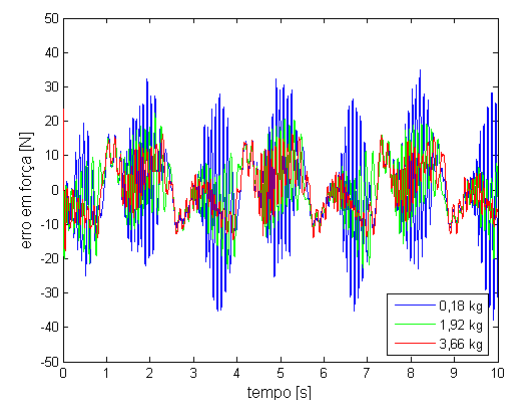


(b) controle a estrutura variável

Figura 7.26 – Trajetórias de força do sistema controlado (massa manipulada 3,66 kg) – trajetória senoidal – controladores PSC e EVSC (experimentos)



(a) controle proporcional



(b) controle a estrutura variável

Figura 7.27 – Erros de seguimento de força do sistema controlado – trajetória senoidal – controladores PSC e EVSC (experimentos)

Dois observações importantes podem ser feitas a respeito do seguimento de força apresentado para o caso de cada controlador. Em primeiro lugar, a lei de controle a estrutura variável propicia um seguimento de força mais fiel do que o obtido por meio da lei de controle proporcional para qualquer um dos casos de massa manipulada testados. Esse resultado está em concordância com as propriedades gerais da técnica de controle a estrutura variável, no sentido de que as alterações na condição de operação da planta controlada exercem pouca influência sobre o desempenho do seguimento da variável em questão (ver a Seção 4.6). Por outro lado, o efeito do termo descontínuo utilizado nessa mesma estratégia de controle torna o sistema mais suscetível aos efeitos do atrito e do ruído de instrumentação, fato que é evidenciado pelo alto grau de oscilação nas forças aplicadas ao êmbolo durante o seguimento da trajetória.

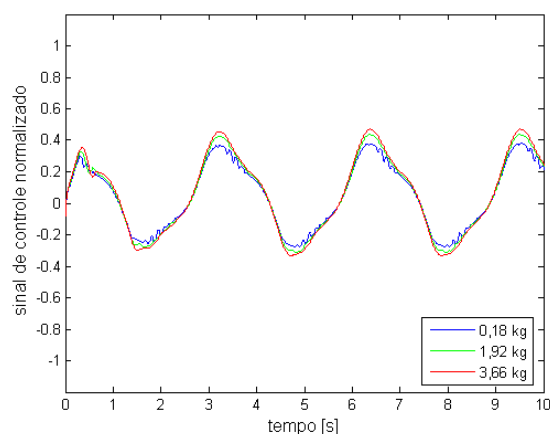
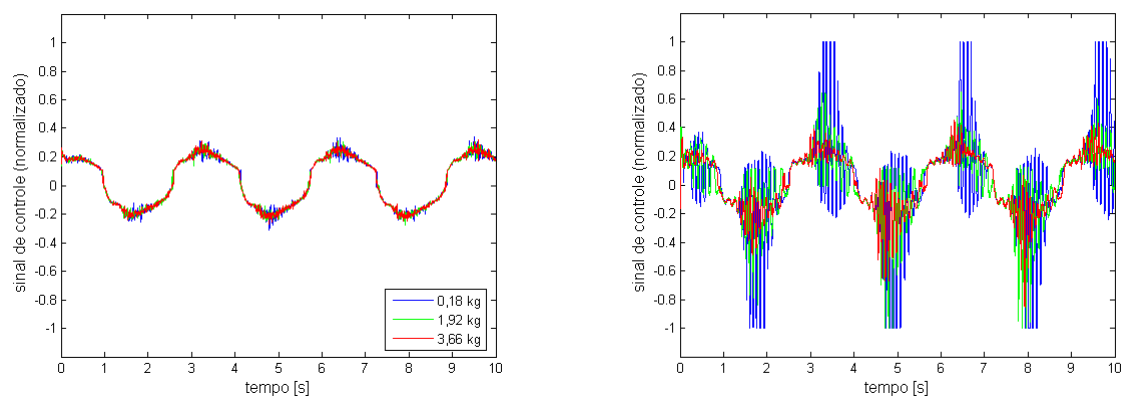


Figura 7.28 – Sinais de controle – trajetória senoidal – controlador PVA (experimentos)



(a) controle proporcional

(b) controle a estrutura variável

Figura 7.29 – Sinais de controle – trajetória senoidal – controladores PSC e EVSC (experimentos)

A observação referente à suscetibilidade ao ruído é reforçada pelos resultados dos sinais de controle aplicados à servoválvula em cada caso, apresentados nas figuras 7.28 e 7.29: devido à ação do termo a estrutura variável, o sinal de controle calculado por meio do algoritmo EVSC apresenta níveis de oscilação muito superiores aos obtidos por meio dos outros controladores. Com base nessas observações, pode-se inferir que a aplicação da técnica de controle a estrutura variável no subsistema pneumático do controlador em cascata oferece poucos benefícios para o presente caso. Essa conclusão se sustenta na grande similaridade entre os seguimentos da trajetória de posição desejada independentemente da lei de controle específica utilizada no subsistema pneumático do algoritmo controlador. Além disso, embora o seguimento de força seja beneficiado pelo emprego da lei de controle a estrutura variável, essa melhoria é obtida à custa de um aumento significativo da suscetibilidade do sistema controlado em relação aos efeitos do ruído presente nos sinais medidos. Esse argumento indica que a utilização da técnica de controle a estrutura variável traz benefícios discutíveis para os casos em estudo nesta seção, visto que tal aumento da sensibilidade ao ruído é um efeito indesejável e que deve ser evitado.

Nas figuras 7.30 e 7.31, são apresentadas as características dos controladores PSC e EVSC quanto ao seguimento da trajetória polinomial. Pode-se verificar que, para essas circunstâncias, os erros de seguimento permanecem muito elevados devido ao efeito do atrito. Por outro lado, constata-se novamente que o desempenho do sistema não é significativamente afetado pela alteração da massa manipulada, reforçando a hipótese de que os dois controladores ajudem a reduzir a influência das flutuações desse parâmetro sobre o desempenho do sistema.

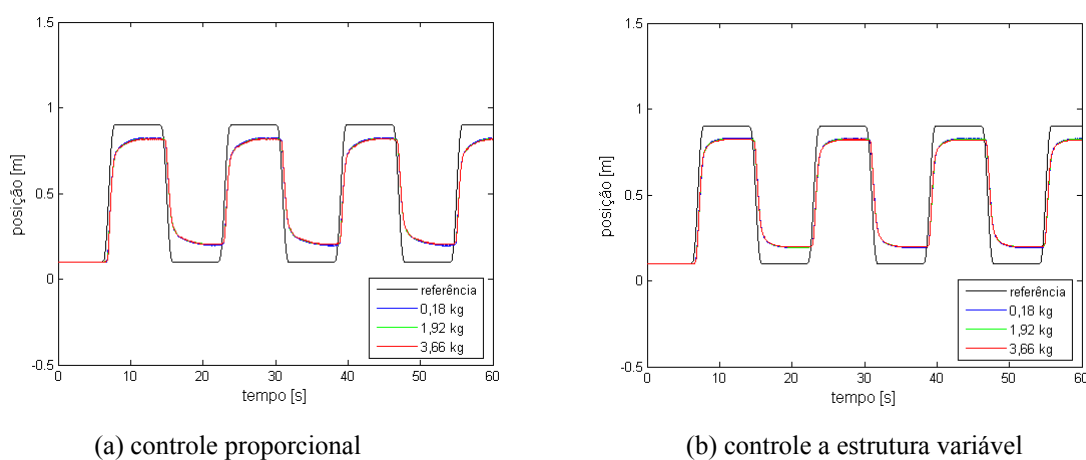


Figura 7.30 – Trajetórias de posição do sistema controlado – trajetória polinomial – controladores PSC e EVSC (experimentos)

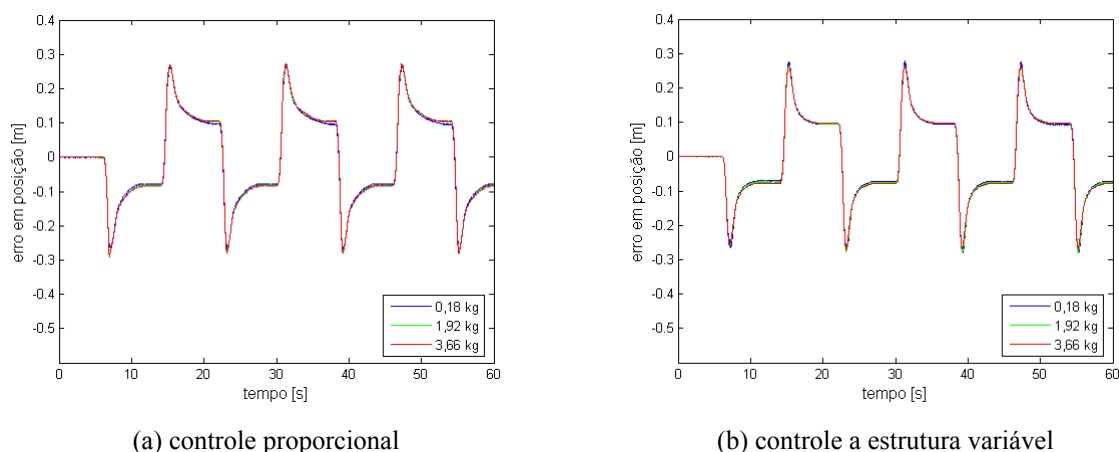


Figura 7.31 – Erros de seguimento de posição do sistema controlado – trajetória polinomial – controladores PSC e EVSC (experimentos)

#### 7.4 Controle com Compensação Fixa do Atrito

Nesta seção, são apresentados os resultados experimentais obtidos por meio da aplicação dos controladores que fazem uso do esquema de compensação fixa do atrito (PCF e EVCF). Os referidos algoritmos de controle são aqueles definidos na Seção 5.7, e os parâmetros utilizados para os mesmos são dados nas Tabelas 6.3 e 6.4. Os testes foram realizados com uma massa manipulada de 3,66 [kg].

Na Fig. 7.32, são apresentadas as características de seguimento de posição obtidas nos testes efetuados para o caso da trajetória senoidal. Pode-se verificar que o desempenho do sistema em termos dos erros de seguimento apresenta uma melhora significativa em relação aos casos em que nenhuma compensação para o atrito é utilizada, mesmo que os ganhos da parcela SC dos controladores tenham sido mantidos os mesmos. No que diz respeito às leis de controle empregadas no subsistema pneumático, pode-se constatar que as diferenças entre os resultados obtidos por meio de cada controlador são mais expressivas. Em contraste com o que ocorre para o controle sem a compensação do atrito, a utilização da lei de controle a estrutura variável proporciona uma redução de, aproximadamente, 25% na amplitude dos erros de seguimento de posição em relação ao caso proporcional. Esse resultado também é confirmado pelos valores RMS dos erros de seguimento dos períodos de operação considerados (correspondentes aos intervalos ilustrados na Fig. 7.32(b)): enquanto o erro RMS obtido por meio do controlador proporcional é de 1,414 [m], o valor correspondente para o caso do controlador a estrutura variável é 0,764 [m]. Essa melhoria se explica pelo fato de que o atrito é um dos obstáculos mais sérios ao seguimento preciso das trajetórias

efetuadas pelo servoposicionador pneumático em estudo, de modo que uma compensação eficiente do mesmo pode contribuir muito para a melhoria do desempenho desse sistema. Dessa forma, por proporcionar um seguimento de força mais preciso, a lei de controle a estrutura variável permite que a parcela de compensação do atrito presente na força desejada calculada pela lei de controle do subsistema mecânico seja aplicada ao sistema com erros menores, aumentando assim a eficiência da mesma.

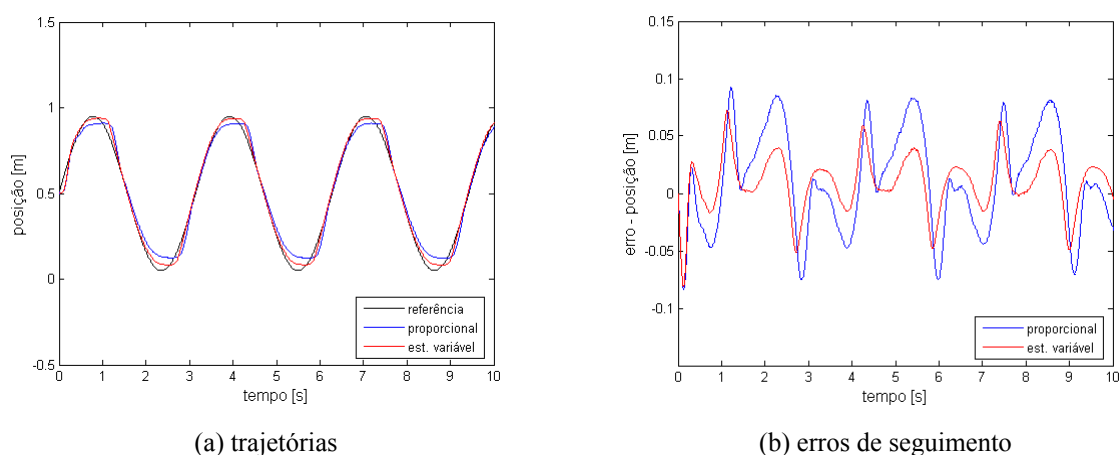


Figura 7.32 – Características de seguimento de posição do sistema controlado – trajetória senoidal – controladores PCF e EVCF (experimentos)

Nas figuras 7.33 e 7.34, ilustram-se as características de seguimento de força apresentadas pelo sistema controlado por meio dos algoritmos que empregam o esquema de compensação fixa do atrito. Como nas seções anteriores, pode-se verificar que a trajetória de força efetuada por meio da lei de controle a estrutura variável apresenta erros de seguimento consideravelmente menores que os obtidos para o caso da lei proporcional.

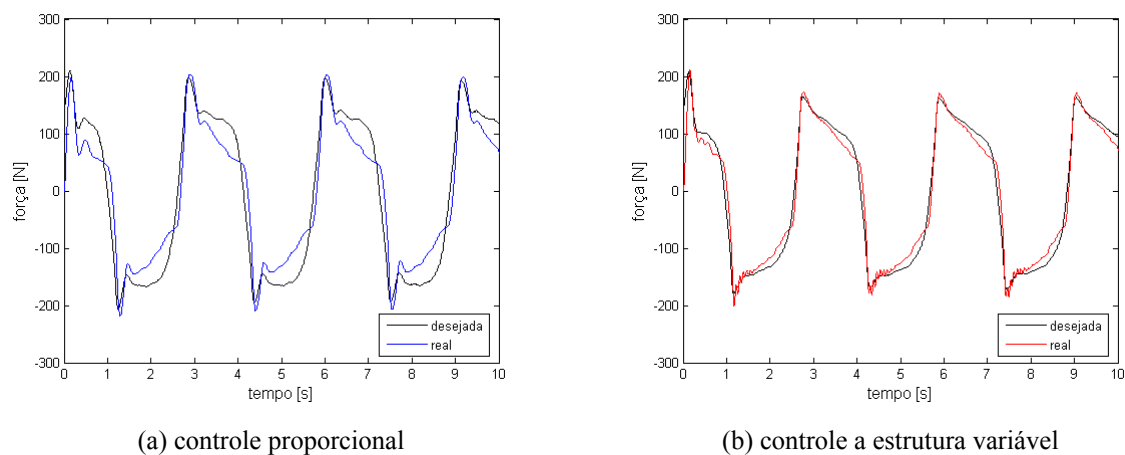


Figura 7.33 – Trajetórias de força do sistema controlado – trajetória senoidal – controladores PCF e EVCF (experimentos)



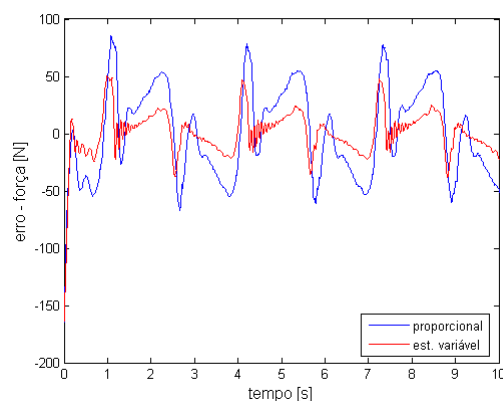
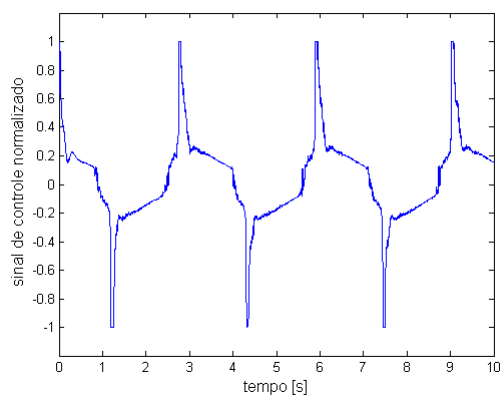
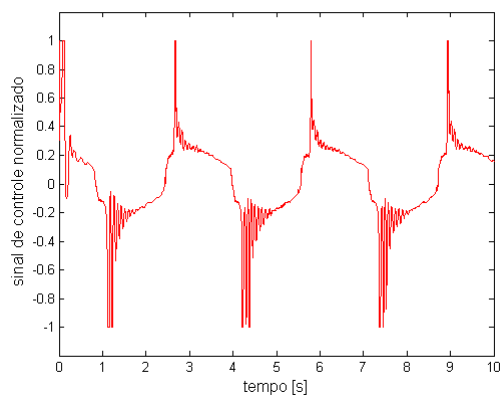


Figura 7.34 – Erros de seguimento de força do sistema controlado – trajetória senoidal –controladores PCF e EVCF (experimentos)

Na Fig. 7.35, são apresentados os sinais de controle aplicados à servoválvula para o caso de cada um dos controladores dotados de compensação fixa para o atrito. Verifica-se que, durante as inversões do sentido do movimento, a abertura da válvula é máxima no sentido correspondente. Essa característica é evidência do efeito da parcela de compensação do atrito sobre o valor do sinal de força desejada para o sistema, visto que tais picos não são constatados para o caso dos controladores que não possuem essa compensação (ver Fig. 7.29).



(a) controle proporcional



(b) controle a estrutura variável

Figura 7.35 – Sinais de controle – trajetória senoidal –controladores PFC e EVCF (experimentos)

As características de seguimento obtidas para o caso da trajetória polinomial são apresentadas na Fig. 7.36. Para essa trajetória, verifica-se que os erros de seguimento obtidos têm amplitude muito inferior aos do caso do controle sem compensação fixa do atrito. Por

outro lado, ambos os controladores apresentam ultrapassagens de cerca de 1,5 [cm] em relação à posição final pretendida, um efeito que é indesejável. Também se percebe que, para este caso, a utilização da lei de controle a estrutura variável ajuda a melhorar a velocidade da resposta do sistema controlado, mas não contribui para minorar o problema da ultrapassagem.

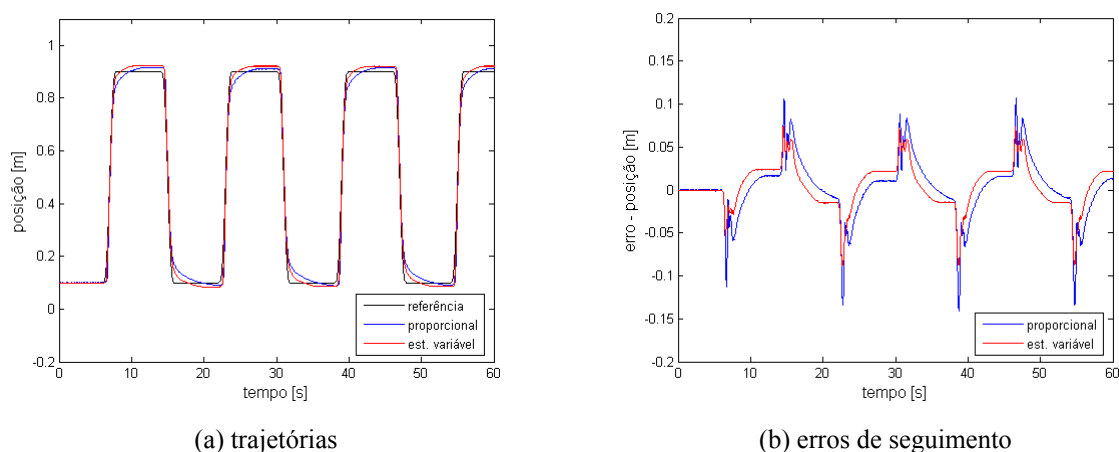


Figura 7.36 – Características de seguimento de posição do sistema controlado – trajetória polinomial – controladores PCF e EVCF (experimentos)

## 7.5 Controle com Compensação Adaptativa do Atrito – Ganhos Reduzidos

Nesta seção, apresentam-se os resultados obtidos para o servoposicionador pneumático quando os controladores dotados de compensação adaptativa para os efeitos do atrito são utilizados. Os parâmetros utilizados pelos dois controladores testados (PCA e EVCA) são os listados nas tabelas 6.3, 6.5 e 6.6. Em particular, convém ressaltar que os valores iniciais de todos os parâmetros do algoritmo de compensação adaptativa foram escolhidos nulos, de modo a caracterizar as propriedades de adaptação do mesmo da forma mais ampla possível. Em todos os casos, a massa manipulada pelo servoposicionador pneumático é de 3,66 [kg].

Inicialmente, são apresentadas as características de seguimento de posição obtidas para a trajetória senoidal. As trajetórias realizadas são ilustradas na Fig. 7.37, enquanto a Fig. 7.38 apresenta os erros de seguimento. Através dessas figuras, pode-se perceber que o desempenho do servoposicionador pneumático quando controlado por meio do algoritmo de compensação adaptativa proposto é compatível com as previsões teóricas determinadas no Capítulo 5. Inicialmente, quando os efeitos do atrito não são compensados, os erros de seguimento são elevados. Posteriormente, o algoritmo “aprende” a compensar o atrito de forma progressiva,

de modo que esses erros diminuam com o passar do tempo. Essa observação é corroborada pelos valores RMS dos erros de seguimento obtidos ao longo de cada uma das janelas de operação consideradas na Fig. 7.38, que são apresentados na Tabela 7.6.

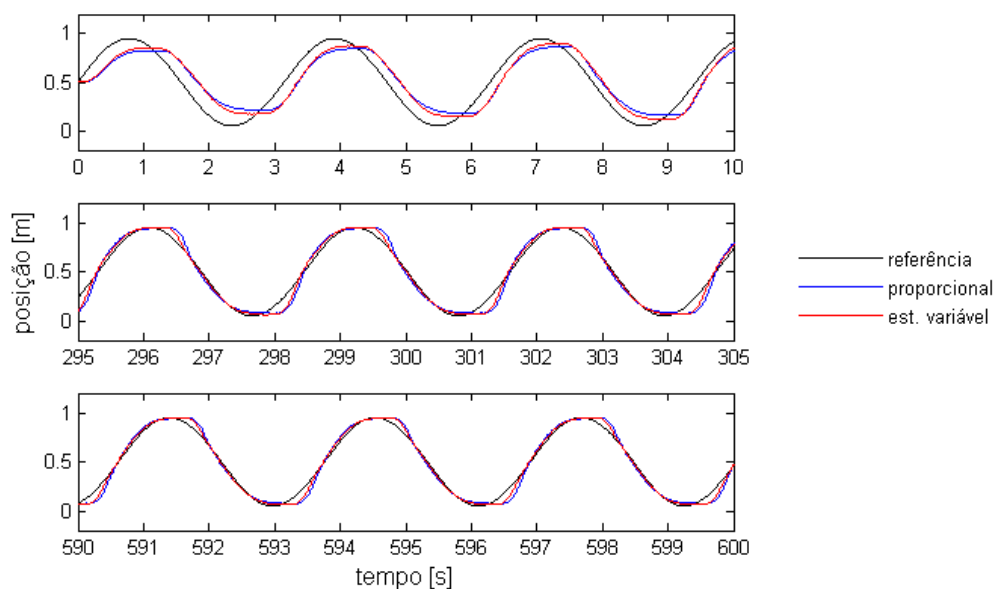


Figura 7.37 – Trajetórias de posição do sistema controlado – trajetória senoidal – controladores PCA e EVCA (experimentos)

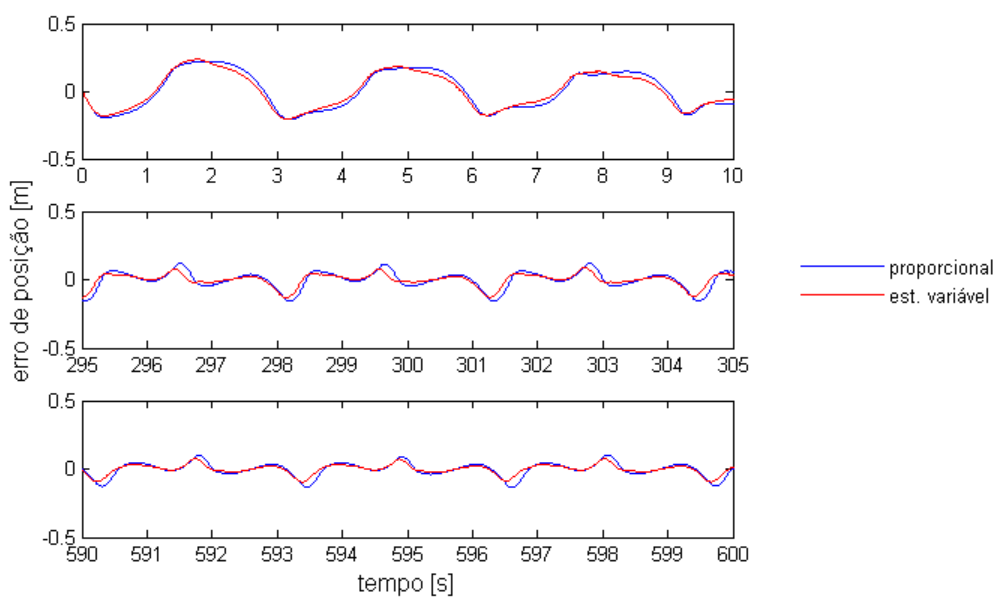


Figura 7.38 – Erros de seguimento de posição do sistema controlado – trajetória senoidal – controladores PCA e EVCA (experimentos)

Tabela 7.6 – Valores RMS dos erros de seguimento de posição (controladores PCA e EVCA).

controlador	janela inicial	janela intermediária	janela final
PCA	1,979 [m]	0,899 [m]	0,719 [m]
EVCA	1,844 [m]	0,656 [m]	0,505 [m]

Em termos qualitativos, verifica-se que os resultados experimentais apresentados nas duas figuras e na tabela correspondente concordam com as previsões teóricas realizadas no Capítulo 5 e com os resultados de simulações apresentados na Seção 7.2. Porém, é importante ressaltar novamente que os ganhos dos controladores utilizados nesta seção não atendem às condições estipuladas no Capítulo 5 para se assegurar a limitação dos erros de seguimento. Quanto à comparação entre as leis de controle empregadas no subsistema pneumático, é possível verificar que o controlador a estrutura variável possibilita a obtenção de erros de seguimento ligeiramente menores. Mais uma vez, essa pequena diferença se justifica pelo fato de o seguimento da trajetória de força para este controlador apresentar maior grau de fidelidade em relação à sua referência, conforme ilustrado nas figuras 7.39 e 7.40.

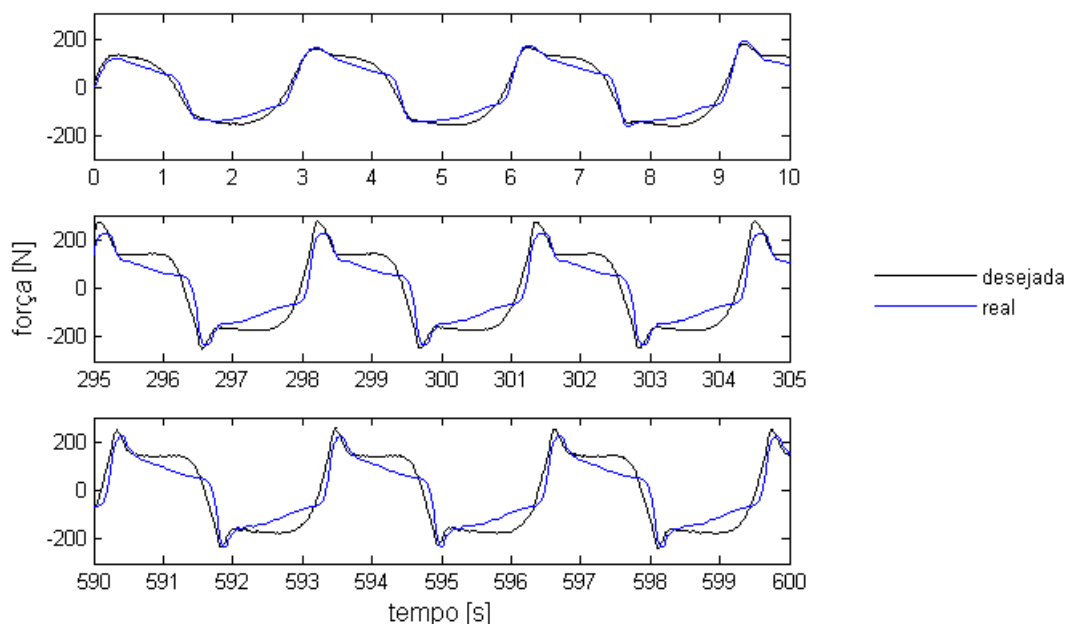


Figura 7.39 – Trajetória de força do sistema controlado – trajetória senoidal – controlador PCA (experimentos)

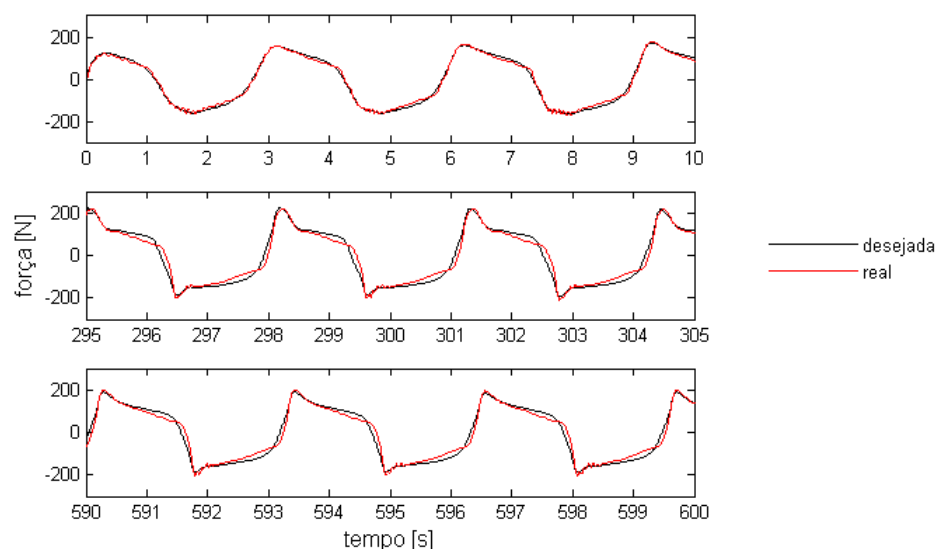
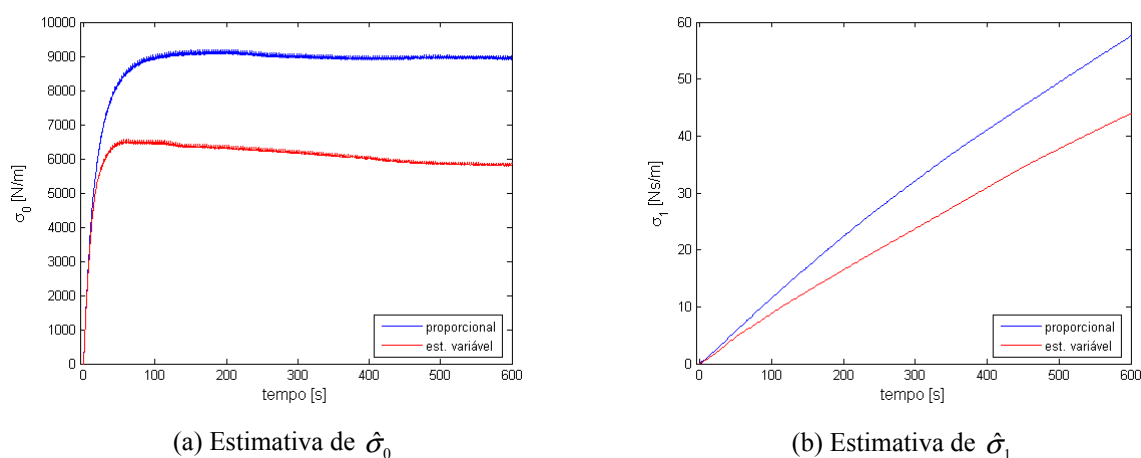


Figura 7.40 – Trajetória de força do sistema controlado – trajetória senoidal – controlador EVCA (experimentos)

Nas figuras 7.41, 7.42 e 7.43, apresenta-se o comportamento das estimativas dos parâmetros utilizados pelo algoritmo de compensação adaptativa durante o seguimento da trajetória senoidal. Qualitativamente, os resultados obtidos também refletem o comportamento observado para as simulações discutidas na Seção 7.3, no sentido de que a maioria dos parâmetros apresenta sinais perceptíveis de que devem tender à estabilização. No caso de  $\hat{\sigma}_1$ , porém, essa evidência não é constatada, de modo que não é possível afirmar que o mesmo tenda a permanecer limitado a partir dos resultados experimentais obtidos para o mesmo.



(a) Estimativa de  $\hat{\sigma}_0$

(b) Estimativa de  $\hat{\sigma}_1$

Figura 7.41 – Estimativas dos parâmetros  $\hat{\sigma}_0$  e  $\hat{\sigma}_1$  – trajetória senoidal – controladores PCA e EVCA (experimentos)

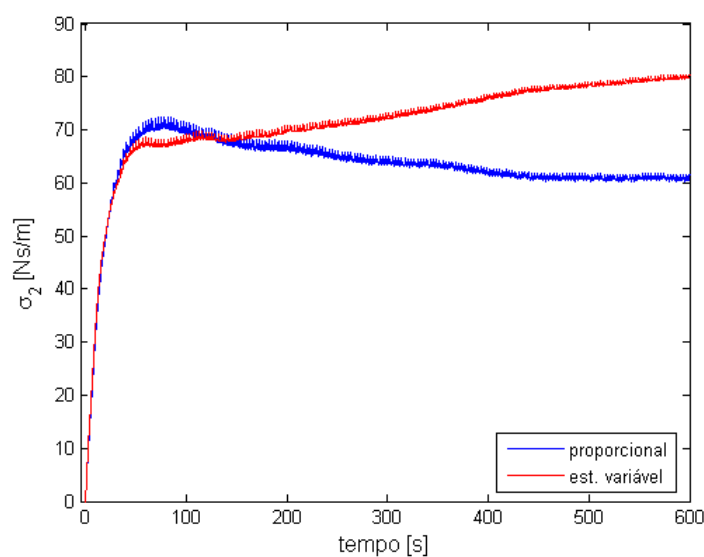
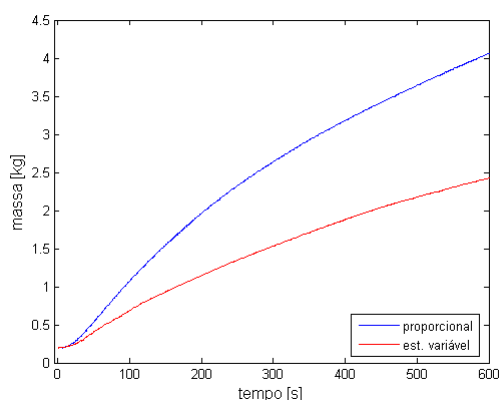
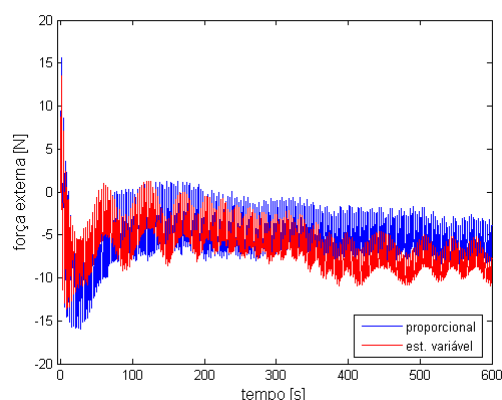


Figura 7.42 – Estimativa do parâmetro  $\hat{\sigma}_2$  – trajetória senoidal – controladores PCA e EVCA (experimentos)



(a) Estimativa de massa



(b) Estimativa de força externa

Figura 7.43 – Estimativas da massa manipulada e da força externa – trajetória senoidal – controladores PCA e EVCA (experimentos)

Nas figuras 7.44 e 7.45, apresentam-se os resultados obtidos para o seguimento da trajetória polinomial. Mais uma vez, constata-se que o emprego do esquema adaptativo de compensação permite que se obtenham resultados cuja fidelidade de seguimento da trajetória desejada torna-se maior à medida que o tempo progride.

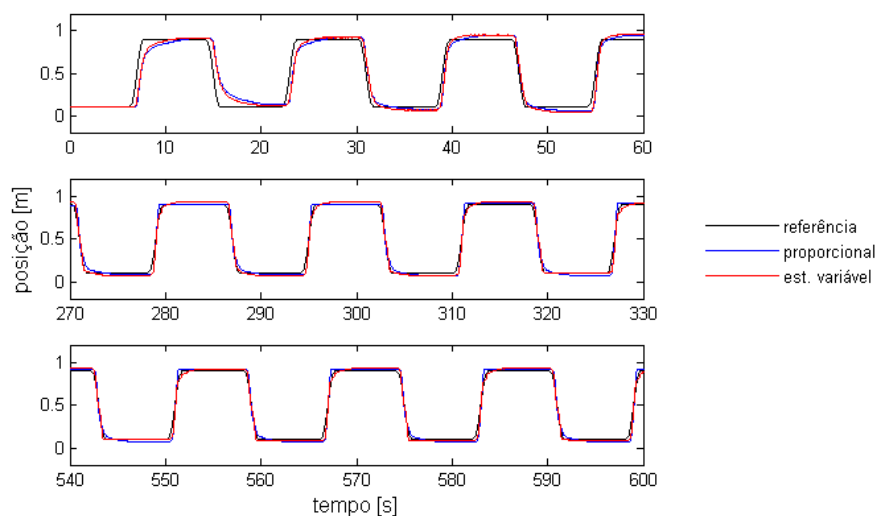


Figura 7.44 – Trajetórias de posição do sistema controlado – trajetória polinomial – controladores PCA e EVCA (experimentos)

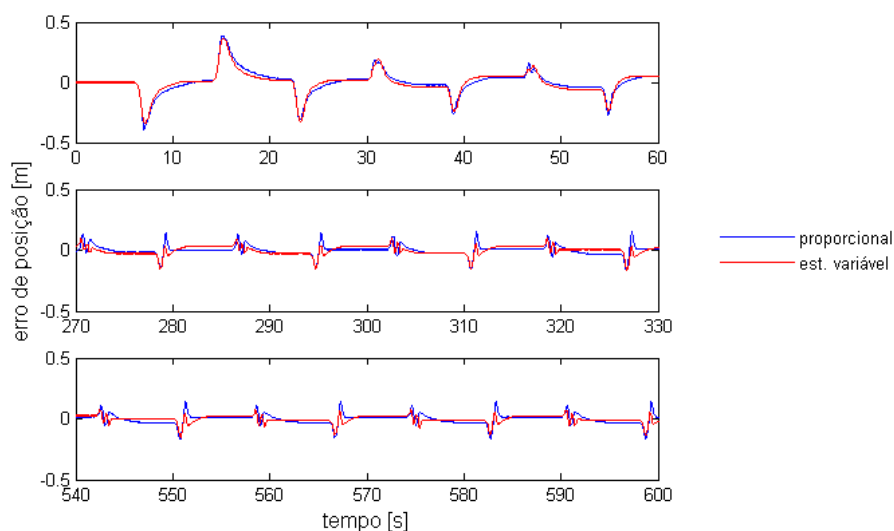


Figura 7.45 – Erros de seguimento de posição do sistema controlado – trajetória polinomial – controladores PCA e EVCA (experimentos)

O efeito da utilização do algoritmo de compensação adaptativa sobre o desempenho do sistema controlado também pode ser avaliado por uma comparação direta entre os erros de seguimento obtidos para cada uma das abordagens de controle definidas na Seção 5.7. Com este fim, os valores dos erros seguimento de posição obtidos experimentalmente para cada um dos referidos controladores são apresentados de forma agrupada nas figuras 7.46 e 7.47. Na primeira figura, apresentam-se os valores correspondentes à utilização da lei de controle proporcional para o subsistema pneumático. Na segunda, são ilustrados os erros obtidos para o caso do controle a estrutura variável.

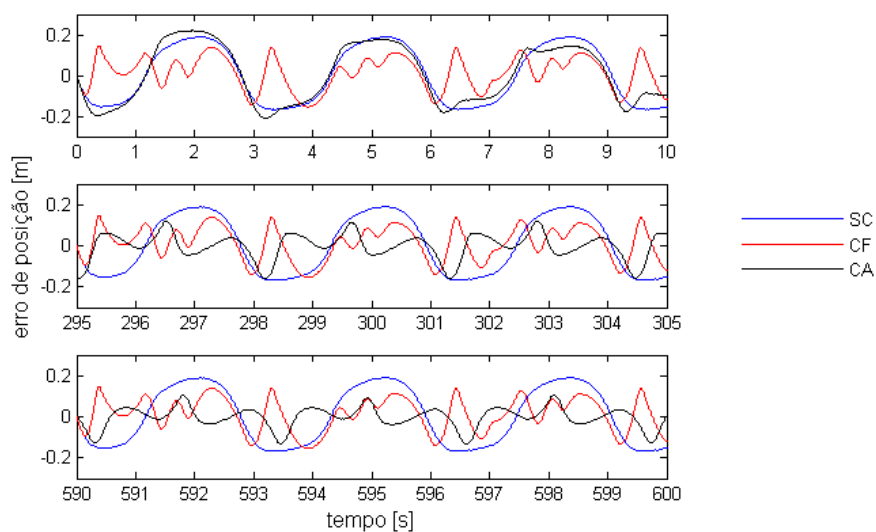


Figura 7.46 – Comparação entre os erros de seguimento – trajetória senoidal – todos os controladores P (experimentos)

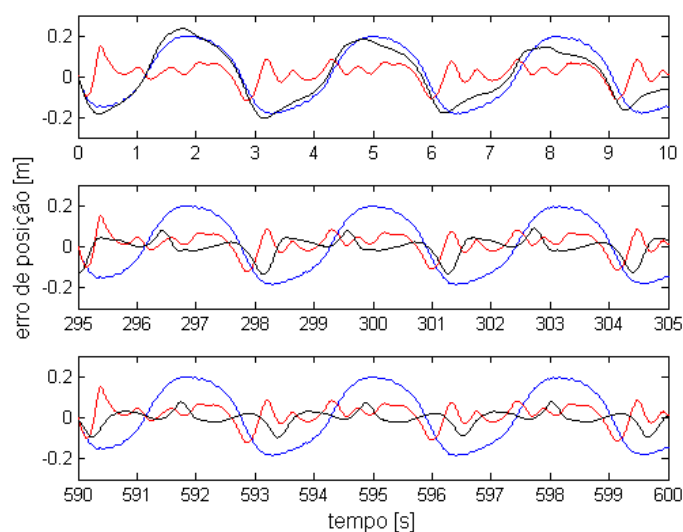


Figura 7.47 – Comparação entre os erros de seguimento – trajetória senoidal – todos os controladores EV (experimentos)

Conforme se pode verificar a partir das figuras 7.46 e 7.47, os controladores baseados em esquemas de compensação do atrito apresentam erros de seguimento menores do que os obtidos quando nenhuma compensação é utilizada. Além disso, pode-se perceber que os erros de seguimento obtidos por meio do compensador adaptativo apresentam redução gradual em sua amplitude ao longo do tempo. Pode-se notar igualmente que, nos estágios finais dos testes realizados, os erros de seguimento obtidos por meio do esquema de compensação adaptativa



são ligeiramente inferiores aos do caso da compensação fixa. Essa observação é confirmada pelos resultados da Tabela 7.7, que informa os valores RMS dos erros de seguimento obtidos por meio de todos os controladores testados. Por outro lado, o tempo necessário para que essa redução nas amplitudes dos erros de seguimento seja perceptível é longo (da ordem de minutos).

Tabela 7.7 – Valores RMS dos erros de seguimento de posição (todos os controladores).

lei de controle do subsistema pneumático	sem compensação	compensação fixa	compensação adaptativa (janela final)
proporcional	5,695 [m]	1,414 [m]	0,719 [m]
estrutura variável	5,454 [m]	0,764 [m]	0,505 [m]

## 7.6 Controle com Compensação Adaptativa do Atrito – Ganhos Elevados

Nas seções anteriores, são apresentados os resultados obtidos para os casos em que tanto o controlador proposto como os demais algoritmos utilizados como referências de comparação são aplicados com valores de ganhos reduzidos. Além disso, todos os parâmetros do algoritmo de compensação adaptativa do atrito são estabelecidos de forma conservadora e com condições iniciais nulas. Finalmente, as trajetórias de referência utilizadas requerem que o êmbolo do servoposicionador desenvolva velocidades próximas ao limite estabelecido pelo fabricante e que seu posicionamento se dê em regiões próximas às extremidades do cilindro (onde as características não-lineares da planta controlada são mais evidentes). Dessa forma, tais trajetórias caracterizam um grau de solicitação muito severo sob o ponto de vista do controlador. Dessa forma, os efeitos da utilização do controlador proposto (EVCA) podem ser verificados de forma mais evidente, o que é comprovado pela significativa melhoria de desempenho obtida por meio de sua utilização. Em comparação com os casos em que nenhuma compensação de atrito é utilizada, essa melhoria é bastante significativa. Em relação à compensação fixa, a melhoria é perceptível, mas não é tão expressiva.

Embora os resultados obtidos nas seções anteriores sejam úteis para fins de avaliação das principais características do controlador proposto, sua natureza restritiva e conservadora não permite avaliar seu desempenho de uma forma conclusiva em termos de seus limites de eficiência. Por essa razão, outros testes foram efetuados com o controlador proposto, a fim de se avaliar esses limites de uma forma mais completa. Para esses testes, quase todos os parâmetros do controlador tiveram seus valores modificados, sendo escolhidos de forma a

representar os efeitos do atrito de forma mais fiel (no que se refere aos parâmetros do modelo LuGre) e a reduzir os erros de seguimento obtidos (no caso dos ganhos da parcela SC do controlador). Os parâmetros utilizados nos testes discutidos nesta seção são apresentados nas tabelas 7.8 e 7.9, sendo a massa manipulada pelo servoposicionador sempre igual a 3,66 [kg].

Tabela 7.8 – Ganhos utilizados pelo controlador EVCA para os testes da Seção 7.6.

$K_D$	$\lambda$	$k$	$\Phi$
100	100	$3 \cdot 10^6$	$6 \cdot 10^4$

Tabela 7.9 – Parâmetros do algoritmo de compensação adaptativa para os testes da Seção 7.6.

$\sigma$	$\hat{M}(t=0)$	$\hat{F}_e(t=0)$	$\hat{\sigma}_0(t=0)$	$\hat{\sigma}_1(t=0)$	$\hat{\sigma}_2(t=0)$	$\eta$	$\kappa$	$\gamma$	$\beta$	$\chi$
$3 \cdot 10^5$	3,66	0	$3 \cdot 10^5$	547,7	90,1	0,003	6	$9 \cdot 10^5$	5500	6

Os testes foram realizados utilizando-se a trajetória senoidal como referência. No entanto, além da amplitude original de 0,45 [m], a fim de se avaliar de forma mais clara o efeito do posicionamento do êmbolo nas regiões próximas às extremidades do cilindro, outros dois valores foram utilizados: 0,40 [m] e 0,25 [m]. Os resultados obtidos em cada caso podem ser observados nas figuras de 7.48 a 7.53, apresentadas a seguir.

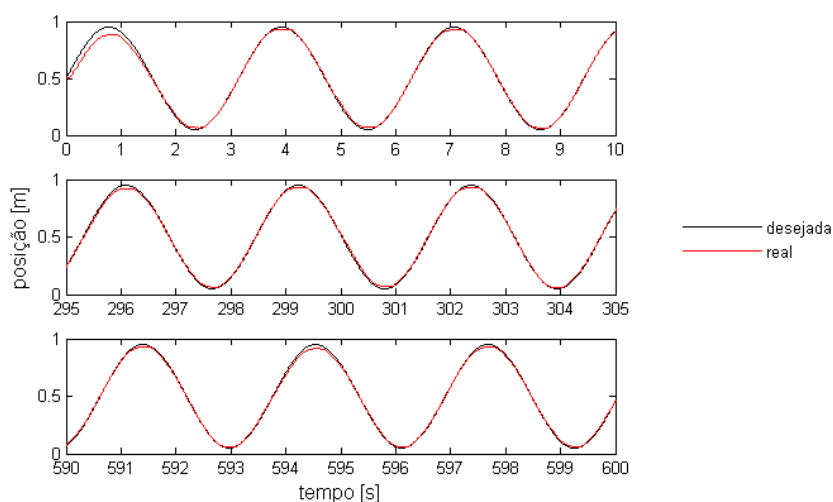


Figura 7.48 – Trajetórias de posição – trajetória senoidal de amplitude 0,45 [m] – controlador EVCA (experimentos)

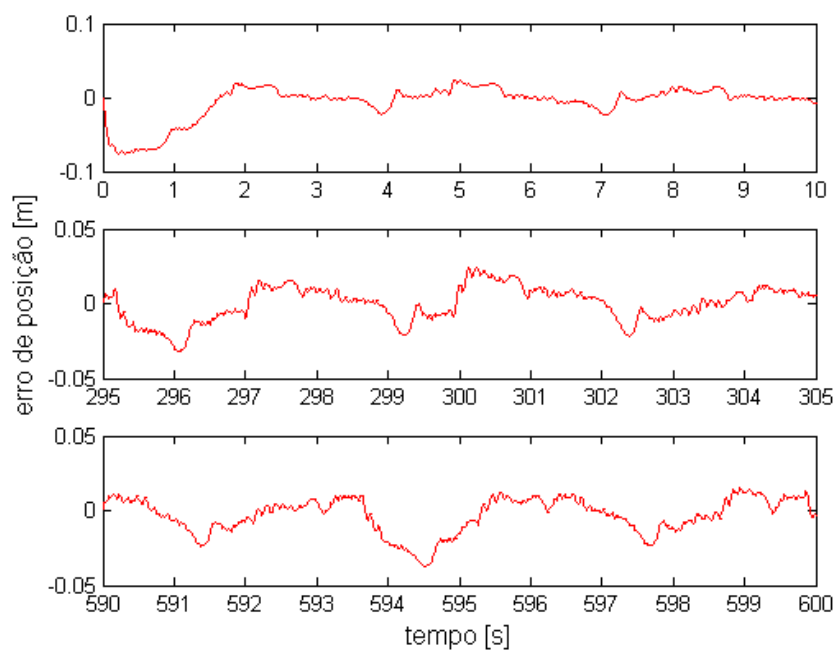


Figura 7.49 – Erros de seguimento de posição – trajetória senoidal de amplitude 0,45 [m] – controlador EVCA (experimentos)

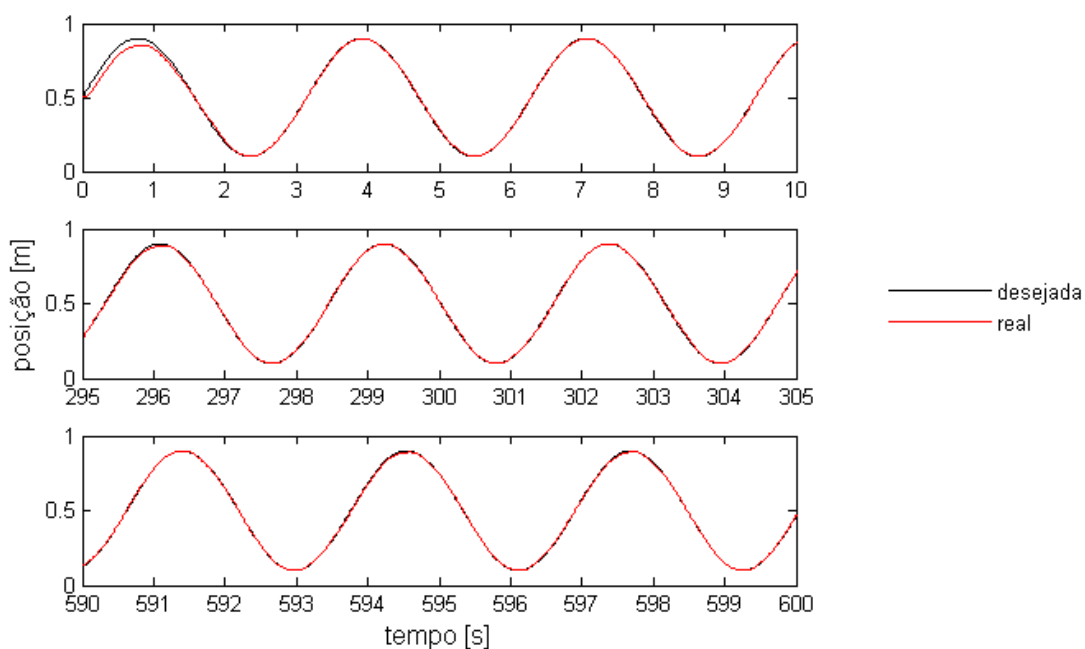


Figura 7.50 – Trajetórias de posição – trajetória senoidal de amplitude 0,40 [m] – controlador EVCA (experimentos)

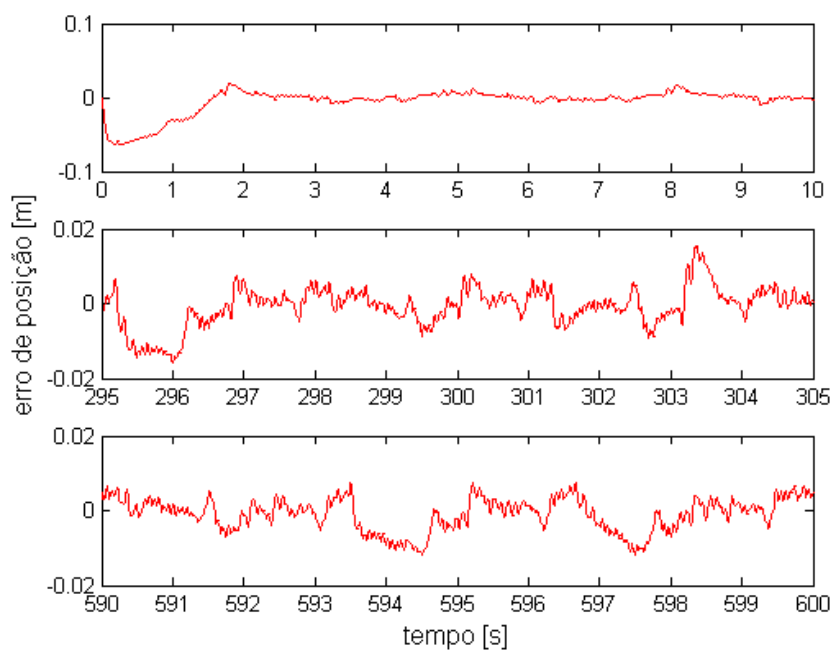


Figura 7.51 – Erros de seguimento de posição – trajetória senoidal de amplitude 0,40 [m] – controlador EVCA (experimentos)

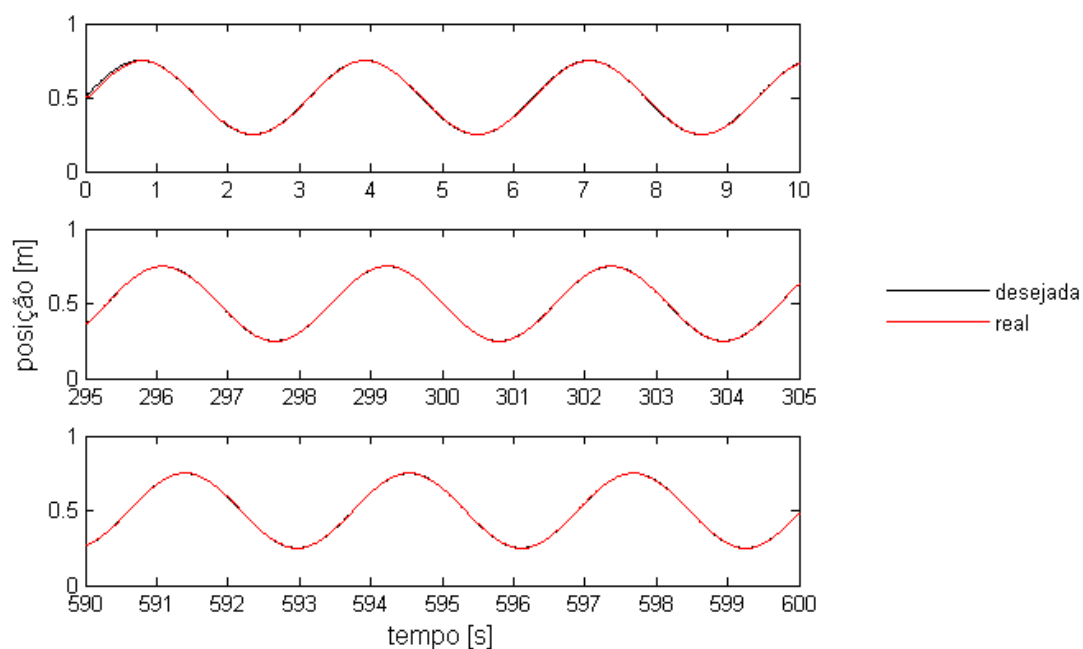


Figura 7.52 – Trajetórias de posição – trajetória senoidal de amplitude 0,25 [m] – controlador EVCA (experimentos)

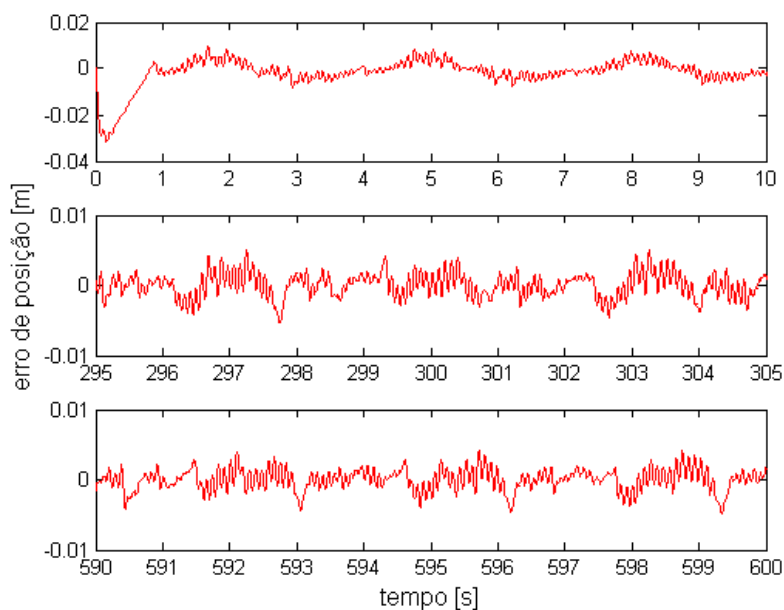


Figura 7.53 – Erros de seguimento de posição – trajetória senoidal de amplitude 0,25 [m] – controlador EVCA (experimentos)

Tabela 7.10 – Valores RMS dos erros de seguimento de posição do controlador EVCA com parâmetros elevados.

amplitude da trajetória	janela inicial	janela intermediária	janela final
0,45 [m]	0,341 [m]	0,174 [m]	0,162 [m]
0,40 [m]	0,257 [m]	0,075 [m]	0,063 [m]
0,25 [m]	0,090 [m]	0,024 [m]	0,021 [m]

Em todos os casos testados, percebe-se uma significativa melhoria no desempenho do sistema controlado em relação aos resultados apresentados na Seção 7.5. Além disso, pode-se perceber uma melhoria expressiva nesse desempenho à medida que a amplitude da trajetória desejada diminui: para uma variação relativamente pequena na amplitude da mesma (de 0,45 [m] para 0,40 [m]), a amplitude dos erros de seguimento se reduz a menos da metade do valor obtido para a trajetória original. No caso da trajetória senoidal com amplitude de 0,25 [m], os erros de seguimento resultaram cerca de seis vezes menores. Essas observações são confirmadas pelos resultados ilustrados na Tabela 7.10, em que se apresentam os valores RMS dos erros de seguimento obtidos em cada trecho considerado de operação do sistema (as janelas apresentadas nas figuras 7.49, 7.51 e 7.53). Esses resultados tornam evidente o alto grau de severidade das trajetórias utilizadas nos testes discutidos nas seções anteriores, devido

à variação significativa das características do servoposicionador pneumático nas regiões próximas às extremidades do cilindro.

## 7.6 Conclusões do Capítulo

Neste capítulo, o desempenho de um algoritmo de controle em cascata com compensação adaptativa do atrito e utilizando a técnica do controle a estrutura variável foi avaliado por meio de simulações e experimentos relacionados ao seguimento de trajetória de um servoposicionador pneumático. Nas simulações, realizadas para um caso modificado de natureza estritamente numérica, foram verificadas as propriedades de estabilidade e convergência dos parâmetros do sistema controlado que foram estabelecidas analiticamente no Capítulo 5, dentro das condições de estabilidade determinadas por meio da referida análise.

Nos testes experimentais, fez-se uma análise qualitativa das propriedades do algoritmo proposto, visto que as condições necessárias à garantia da estabilidade do sistema controlado por meio da análise desenvolvida no Capítulo 5 são excessivamente restritivas para serem respeitadas na prática diante das condições tecnológicas atuais. Nos testes realizados, foi possível constatar que o algoritmo proposto apresenta comportamento adequado no que concerne à sua capacidade de aprimorar gradativamente o desempenho do sistema controlado em termos da fidelidade obtida no seguimento das trajetórias de referência utilizadas nos testes. No entanto, pode-se constatar igualmente que esse aprimoramento ocorre de forma relativamente lenta.

O desempenho do controlador proposto em termos dos erros de seguimento das trajetórias propostas foi comparado ao de outros estreitamente relacionados a ele, também por meio de avaliações experimentais. Foi constatado que, dentro dos limites dos testes efetuados, o algoritmo de compensação adaptativa permite a obtenção de resultados expressivamente mais positivos do que os conseguidos quando nenhum esquema de compensação do atrito é utilizado. Quando comparado a um esquema de compensação similar, mas de estrutura fixa, o controlador proposto também produziu uma melhoria perceptível no desempenho do sistema controlado, mas essa diferença mostrou-se menos expressiva e significativamente dependente do tempo de convergência dos parâmetros estimados, que é longo.

O desempenho do controlador proposto também foi avaliado para condições de operação menos severas do que as utilizadas nos testes comparativos com outros algoritmos de controle. Sob tais condições menos severas (uso de parâmetros mais realistas para a

modelagem do atrito, ganhos mais elevados, trajetórias de amplitudes menores), constatou-se que o controlador proposto permite a obtenção de melhorias significativas no desempenho do servoposicionador pneumático para as tarefas de posicionamento testadas.

Com base no mesmo conjunto de avaliações experimentais, também foi verificado que a utilização de uma lei de controle baseada na técnica do controle a estrutura variável no subsistema pneumático dos controladores testados pode apresentar vantagens em termos do seguimento da força aplicada ao sistema controlado. No entanto, tal melhoria no seguimento de força não acarreta necessariamente um aumento significativo da eficiência dos controladores avaliados em termos dos seguimentos de posição e velocidade do êmbolo do servoposicionador. Nos casos em que nenhum esquema explícito é utilizado para compensar o atrito, por exemplo, não há diferenças expressivas entre os resultados obtidos por meio de cada uma das leis de controle testadas para o subsistema pneumático. Quando a compensação do atrito é utilizada, porém, é possível verificar que os erros de seguimento obtidos por meio do controlador a estrutura variável são inferiores àqueles referentes ao emprego da lei de controle proporcional. Essa diferença é constatada tanto para o controlador baseado na compensação fixa como para o caso da compensação adaptativa, mas é muito mais expressiva para o primeiro caso. Esses resultados permitem inferir que as características de robustez inerentes ao controle a estrutura variável trazem benefícios na compensação das incertezas presentes na modelagem do subsistema pneumático, e que essa característica se reflete no desempenho da lei de controle do subsistema mecânico por meio de uma compensação mais efetiva dos efeitos do atrito. Cabe ressaltar, porém, que tais propriedades de robustez ainda não foram avaliadas de modo conclusivo para o caso em questão, e que um estudo sistemático das mesmas por meio de simulações e experimentos precisa ser realizado. Também é importante lembrar que a utilização da lei de controle a estrutura variável tende a fazer com que o sistema controlado se torne mais suscetível aos efeitos do ruído presente nos sinais medidos, o que pode resultar em restrições práticas significativas à utilização dessa técnica de controle.

## 8. CONCLUSÕES DO TRABALHO

Neste trabalho, discutiu-se o problema do controle preciso de servoposicionadores pneumáticos. Os princípios básicos de funcionamento deste tipo de sistema foram apresentados, incluindo-se a descrição de seus principais componentes e características. Constatou-se que os servoposicionadores pneumáticos são sistemas cujo comportamento dinâmico possui diversos aspectos fortemente não-lineares, que tornam muito difícil o controle dos mesmos para aplicação em tarefas de seguimento de trajetórias com alta precisão.

Apresentou-se um modelo dinâmico para representação do comportamento dinâmico do sistema em simulações e para fins de projeto de controladores. Em particular, foi estudada uma aproximação contínua do modelo LuGre, para fins de utilização como parte de algoritmos controladores que dependam explicitamente da derivada da força a ser aplicada sobre a planta controlada. Demonstrou-se que essa aproximação preserva as propriedades analíticas mais relevantes do modelo original. Além disso, foi estudado o grau de similaridade entre os comportamentos previstos para o atrito por meio dos dois modelos (o original e a aproximação contínua proposta para o mesmo) por meio de simulações. Constatou-se que uma escolha adequada dos parâmetros do modelo aproximado permite que os resultados previstos por meio do mesmo sejam muito próximos dos obtidos com o uso do modelo original. É importante ressaltar que tanto a proposição de tal modelo aproximado como o estudo de suas propriedades analíticas e numéricas constituem contribuições originais apresentadas neste trabalho.

Uma revisão bibliográfica sobre os métodos de controle aplicados ao seguimento de trajetória de servoposicionadores pneumáticos foi apresentada. Nessa revisão, constatou-se que as técnicas clássicas de controle baseadas em abordagens lineares sofrem de sérias limitações quando aplicadas ao problema em questão. Verificou-se ainda que, em decorrência dessas limitações, diversos autores têm recorrido a abordagens de controle baseadas em abordagens não-lineares. De um modo geral, essas técnicas têm-se mostrado capazes de proporcionar resultados satisfatórios no controle do seguimento das trajetórias efetuadas pelos servoposicionadores, embora ainda existam obstáculos sérios à sua implementação em boa parte dos casos estudados.

Com base nas dificuldades constatadas para o controle preciso de servoposicionadores pneumáticos e nas principais abordagens propostas para lidar com o problema, foi proposto um algoritmo de controle não-linear a ser aplicado a este sistema. O referido algoritmo se



baseia na metodologia do controle em cascata, que consiste em interpretar o servoposicionador por meio de dois subsistemas interconectados (mecânico e pneumático). No subsistema mecânico, propôs-se um algoritmo baseado em uma lei clássica de controle geralmente aplicada no contexto de atuadores robóticos acrescida de uma parcela voltada para a compensação de forma adaptativa do atrito e das forças externas aplicadas ao êmbolo do servoposicionador. No caso do subsistema pneumático, foi proposta a utilização de uma lei baseada na técnica de controle a estrutura variável. Uma análise de estabilidade completa foi realizada para o sistema em malha fechada, onde foram estabelecidas condições suficientes para que fosse assegurada a convergência assintótica dos erros de seguimento para zero e dos parâmetros estimados a valores limitados. Foi também realizada uma análise de robustez do sistema controlado frente a incertezas tanto no subsistema mecânico como no subsistema pneumático. Por meio dessa análise, ficou demonstrado que, na presença de tais incertezas, os erros de seguimento do sistema controlado devem convergir assintoticamente a valores limitados. No que diz respeito às características de convergência dos parâmetros estimados, porém, a análise realizada se mostrou inconclusiva. Em seu conjunto, o algoritmo de controle proposto e as análises pertinentes às suas características de estabilidade e robustez também caracterizam uma contribuição original deste trabalho.

O controlador proposto foi avaliado tanto por meio de simulações como de experimentos, sendo os resultados obtidos por meio de sua utilização comparados com os de outros algoritmos de controle, estreitamente relacionados a ele. Através dos testes realizados, foram confirmadas as propriedades do sistema controlado que haviam sido determinadas analiticamente. Constatou-se que a utilização do algoritmo proposto permite que as características de seguimento de trajetória do servoposicionador pneumático sejam efetivamente aprimoradas de forma gradativa. No entanto, esse aprimoramento somente ocorre de forma significativa em intervalos de tempo muito longos.

Também com base nos resultados experimentais obtidos, verificou-se que utilização de uma lei de controle a estrutura variável aplicada ao subsistema pneumático traz benefícios ao seguimento de trajetória do sistema controlado quando comparada a uma lei baseada num termo proporcional ao erro de seguimento em pressão. Isso ocorre porque a lei de controle a estrutura variável permite que o valor de força desejado para o sistema seja seguido ao longo do tempo com erros menores do que os obtidos por meio do controlador proporcional. Esses resultados indicam que as características de robustez inerentes ao controle a estrutura variável são efetivas na compensação das incertezas presentes na modelagem do subsistema pneumático. Cabe ressaltar, porém, que um estudo sistemático dessas propriedades de

robustez por meio de simulações e experimentos ainda precisa ser realizado. Por outro lado, a utilização da lei de controle a estrutura variável pode tornar o sistema em malha fechada mais suscetível aos efeitos do ruído de instrumentação, o que caracteriza uma limitação importante à sua implementação prática.

## 8.1 Sugestões para Trabalhos Futuros

Com base nos estudos realizados ao longo deste trabalho, sugere-se que pesquisas futuras na área de controle de servoposicionadores pneumáticos abordem os seguintes tópicos:

- Aprofundamento da investigação experimental acerca das características do algoritmo proposto, especialmente no que se refere às suas propriedades de robustez e às suas limitações de desempenho;
- Desenvolvimento de modelos matemáticos mais completos para o servoposicionador pneumático, incluindo outras características não-lineares que até o momento não foram tratadas, tais como os vazamentos nos componentes e a dinâmica da servoválvula;
- Desenvolvimento de outras formas de análise da estabilidade e da robustez do controlador proposto que ofereçam, respectivamente, a possibilidade de se obter condições menos restritivas para se assegurar a estabilidade do sistema controlado e a garantia da limitação dos valores dos parâmetros estimados na presença de incertezas paramétricas;
- Desenvolvimento de outras versões do controlador proposto (baseadas em métodos diferentes de observação de estados ou de estimação de parâmetros, por exemplo) que permitam acelerar o processo de convergência dos parâmetros e/ou aprimorar as garantias de estabilidade e robustez do sistema controlado;
- Extensão do algoritmo de controle proposto para sistemas com múltiplos graus de liberdade;
- Desenvolvimento de algoritmos semelhantes para o problema do controle de força em sistemas pneumáticos.

## 8.2 Publicações Realizadas

As publicações realizadas em decorrência direta dos estudos feitos ao longo do desenvolvimento do presente trabalho são as seguintes:

1. Sobczyk S., M. R., Perondi, E. A. **Variable Structure Cascade Control of a Pneumatic Positioning System**, Proceedings of the 18<sup>th</sup> International Congress of Mechanical Engineering, 2005.
2. Sobczyk S., M. R., Perondi, E. A., Cunha, M. A. B. **Variable Structure Cascade Control Applied to a Pneumatic Actuator**, Anais do IV Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 2006.
3. Sobczyk S., M. R., Perondi, E. A., Cunha, M. A. B. 2006. **Modified Variable Structure Control Applied to a Pneumatic Servodrive**, Anais do XVI Congresso Brasileiro de Automática, 2006.
4. Sobczyk S., M. R., Perondi, E. A. **Variable Structure Cascade Control of a Pneumatic Positioning System**, ABCM Symposium Series in Mechatronics, Vol. 2, 2006.
5. Sobczyk S., M. R., Perondi, E. A., Cunha, M. A. B. **Cascade Nonlinear Control with Parameter Adaptation Applied to a Pneumatic Servodrive**, Proceedings of the 19<sup>th</sup> International Congress of Mechanical Engineering, 2007.
6. Sobczyk S., M. R., Perondi, E. A., Cunha, M. A. B. **Cascade Nonlinear Control with Parameter Adaptation Applied to a Pneumatic Servodrive**, ABCM Symposium Series in Mechatronics, Vol 3, 2008.
7. Sobczyk S., M. R., Perondi, E. A., Cunha, M. A. B. **A Continuous Approximation of the LuGre Friction Model**, Aceito para publicação em 20<sup>th</sup> International Congress of Mechanical Engineering, 2009.

Além das publicações diretamente derivadas dos estudos referentes ao presente trabalho, dentro do mesmo período, as seguintes publicações foram realizadas:

1. Kunz, G. O., Sobczyk S., M. R., Perondi, E. A. **Development of a Programmable Realtime Control Architecture for a Pneumatic Servopositioning System**, Anais do XVI Congresso Brasileiro de Automática, CBA 2006;
2. Sobczyk S., M. R., Perondi, E. A., Britto, J. F. F. H. **Nonlinear Cascade Control Applied to a Pneumatic Urban Transport System**, Proceedings of the 8<sup>th</sup> Portuguese Conference on Automatic Control, 2008;

3. Sobczyk S., M. R., Britto, J. F. F. H., Perondi, E. A. **Cascade Nonlinear Control of Pneumatic Actuators Applied to the Aeromovel Transport System**, Proceedings of the 5<sup>th</sup> PhD Symposium of the Fluid Power Net International, 2008;
4. Sobczyk S., M. R., Perondi, E. A., Britto, J. F. F. H. **Controle em Cascata e a Estrutura Variável Aplicado ao Seguimento de Trajetória de Um Trem Urbano Movidado a Ar (Sistema Aeromovel)**, Anais do XVII Congresso Brasileiro de Automática, CBA 2008;
5. Rivas L., S. M., Sobczyk S., M. R., Perondi, E. A. **Adaptive Control for an Active Suspension of an Elevator**, Aceito para publicação em 20<sup>th</sup> International Congress of Mechanical Engineering, 2009.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ahn, K. K., Thanh, T.D.C., Yang, S.Y. **Improvement of Control Performance of Pneumatic Artificial Muscle Manipulator Using Intelligent Switching Control**, Proceedings of the SICE Annual Conference, 2004, Vol. 2, pp.1593 – 1598, 2004.

Al-Bender, F., Lampaert, V., Swevers, J. **The Generalized Maxwell-Slip Model: A Novel Model for Friction Simulation and Compensation**, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 50, Issue 11, pp. 1883 – 1887, 2005.

Andersson, S., Söderberg, A., Björklund, S. **Friction Models for Sliding Dry, Boundary and Mixed Lubricated Contacts**, Tribology International, Vol. 40, Issue 4, pp. 580-587, 2007.

Armstrong-Hélouvry, B., Dupont, P., Canudas de Wit, C. **A Survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction**, Automatica, Vol 30, n° 7, pp1083 – 1138, 1994.

Aström, K., Hägglund, T. **PID Controllers: Theory, Design, and Tuning**, 2<sup>nd</sup> Ed., Instrument Society of América, USA, 1995.

Aström, K. J., Wittenmark, B. **Adaptive Control**, 2<sup>nd</sup> Ed., Addison-Wesley Publishing Company, Boston, USA, 1995.

Aziz, S., Bone, G.M. **Automatic Tuning of an Accurate Position Controller for Pneumatic Actuators**, Proceedings of the 1998 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Vol. 3, pp. 1782 – 1788, 1998.

Bachmann, R. J., Surgenor, B. W. **On the Design and Performance of a Closed Circuit Pneumatic Positioning System**, Proceedings of the Fifth Scandinavian International Conference on Fluid Power, Suécia, 1997.

Barabanov, N., Ortega, R. **Necessary And Sufficient Conditions for Passivity of the LuGre Friction Model**, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 45, pp. 830-832, 2000.

Bobrow, J. E., McDonell, B. W. **Modelling, Identification and Control of a Pneumatically Actuated, Force Controllable Robot**, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 14, No 15, pp 732-742, 1998.

Bone, G.M., Ning, S. **Experimental Comparison of Position Tracking Control Algorithms for Pneumatic Cylinder Actuators**, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 12, Issue: 5, pp 557 – 561, 2007.

Brun, X., Thomasset, D., Bideaux, E., Scavarda, S. **An Accurate Tracking Control of an Electropneumatic Actuator**, Proceedings of the 1<sup>st</sup> Fluid Power Net International Ph.D. Symposium, pp. 215 – 226, 2000.

Canudas de Wit, C. **“Comments on ‘A New Model for Control Systems with Friction’**, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 43, n. 8, pp.1189-1190, 1998.

Canudas de Wit, C., Olsson, H., Astrom, K.J., Lischinsky, P. **A New Model for Control Systems with Friction**, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 40, n. 3, pp.419-425, 1995.

Cardiel, L.; Ben Ghalia, M. **“A Three Element Sliding Mode Control System for Robot Manipulators**, Proceedings of the IEEE - Region 5 Annual Technical and Leadership Workshop, pp.21 – 30, 2004, 2008.

Carneiro, J. F., Almeida, F. G. **Comparação Entre Dois Modelos do Atrito num Sistema Servopneumático**, Memória Técnica do 8º Congresso Iberoamericano de Engenharia Mecânica, 2007.

Disponível online em 08 de Janeiro de 2008, através do endereço eletrônico <http://www.pucp.edu.pe/congreso/cibim8/mecatronica.html>.

Chekireb, H., Tadjine, M., Djernai, M. **Cascaded Nonlinear Sliding Mode Control of an Induction Motor**, Proceedings of the International Conference on Industrial Technology, Vol. 1, pp. 345 – 350, 2004.

Chen, C.-T. **Linear System Theory and Design**, Oxford University Press, 1999.

Choi, G. S., Lee, H. K., Choi, G. H. **A Study On Tracking Position Control of Pneumatic Actuators Using Neural Network**, Proceedings of the 24<sup>th</sup> Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON '98). Vol. 3, pp. 1749–1753, 1998.

Choi, J. J., Han, S. I., Kim, J. S. **Development of a Novel Dynamic Friction Model and Precise Tracking Control Using Adaptive Back-Stepping Sliding Mode Controller**, Mechatronics, Vol. 16, Issue 2, pp. 97-104, 2006.

Cunha, M. A. B. **O Controle em Cascata de um Atuador Hidráulico: Contribuições Teóricas e Experimentais**, Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – SC, 2001.

Doebelin, E. O. **Measurement Systems: Application and Design**, 5<sup>a</sup> Edição, McGraw-Hill, Boston, USA, 2004.

Dorf, R. H. **Modern Control Systems**, Addison-Wesley, USA, 1989.

Dupont, P., Armstrong, B., Hayward, V. **Elasto-Plastic Friction Model: Contact Compliance and Stiction**, Proceedings of the American Control Conference, Vol. 2, pp. 1072-1077, 2000.

Fox, R. W. & McDonald, A. T. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**, Editora Guanabara Dois S. A., Rio de Janeiro – RJ, 1981.

Franklin, G. F., Powell, J. D., Emami-Naeini, A. **Feedback Control of Dynamic Systems**, 4<sup>th</sup> Edition, Prentice-Hall, USA, 2002.

Friedland, B., Park. **On Adaptive Friction Compensation**, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 40, pp. 1609 – 1612, 1992.

Fujiwara, A., Katsumata, K., Ishida, Y. **Neural Network Based Adaptive I-Pd Controller For Pneumatic Cylinder**, Proceedings of the 34<sup>th</sup> SICE Annual Conference, pp. 1281 – 1284, 1995.

Gafvert, M. **Comparison of Two Friction Models**, Dissertação (Mestrado em Engenharia), Lund Institute of Technology, Lund, Suécia, 1996.

Ge, S.S., Lee, T.H., Wang, J., **Adaptive NN Control of Dynamic Systems With Unknown Dynamic Friction**. Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control, Vol. 2, pp. 1760 – 1765, 2000.

Girin, A., Plestan, F., Brun, X., Glumineau, A. **High-Order Sliding-Mode Controllers of an Electropneumatic Actuator: Application to an Aeronautic Benchmark**, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 17, Issue 3, pp. 633 – 645, 2009.

Gross, D.C., Rattan, K.S. **An Adaptive Multilayer Neural Network for Trajectory Tracking Control of a Pneumatic Cylinder**, Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics. Vol. 2, pp. 1662–1667, 1998.

Guan, C., Zhu, S. **Adaptive Time-Varying Sliding Mode Control for Hydraulic Servo System**. Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision, Vol. 3, pp.1774 – 1779, 2004.

Guenther, R. **Controle Adaptativo e a Estrutura Variável de Robôs Manipuladores com Incerteza Dinâmicas no Acionamento Elétrico ou nas Transmissões Flexíveis**. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro – RJ, 1993.

Guenther, R., Cunha, M. A. B., De Pieri, E. R., De Negri, V. J. **VS-ACC Applied to a Hydraulic Actuator**, Proceedings of the American Control Conference 2000, pp. 4124-4128, 2000.



Guenther, R., Hsu, L. **Variable Structure Adaptive Cascade Control of Rigid-Link Electrically-Driven Robot Manipulators**, Proceedings of the 32<sup>nd</sup> IEEE Conference on Decision and Control, pp. 2137-2142, 1993.

Guenther, R., Perondi, E. A. **O Controle em Cascata de um Sistema Pneumático de Posicionamento**, Anais do XIV Congresso Brasileiro de Automática, 2002.

Guenther, R., Perondi, E. A., DePieri, E. R., Valdiero, A. C. **Cascade Controlled Pneumatic Positioning System with Lugre Model Based Friction Compensation**. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences & Engineering, Vol 28, n<sup>o</sup> 1, pp.48-57, 2006.

Guihard, M., Fontaine, J.-G., M'Sirdi, N.K. **Comparative Study of Adaptive Controllers for a Pneumatic Driven Leg**, Proceedings of the IEEE/RSJ/GI International Conference on Intelligent Robots and Systems, Vol. 2, pp. 1164 – 1171, 1994.

Gulati, N., Barth, E.J. **Pressure Observer Based Servo Control of Pneumatic Actuators**, Proceedings of the IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics – 2005, pp. 498 – 503, 2005.

Hägglund, T. **A Friction Compensator for Pneumatic Control Valves**, Journal of Process Control, Vol. 12, Issue 8, pp. 897-904, 2002.

Hanchin, G.D., Ozguner, U., Drakunov, S. **Nonlinear Control of a Rodless Pneumatic Servoactuator**, First IEEE Conference on Control Applications. Vol.1, pp. 516 – 521, 1992.

Hildebrandt, A., Kharitonov, A., Sawodny, O., Gottert, M., Hartmann, A. **On the Zero Dynamic of Servo Pneumatic Actuators and its Usage for Trajectory Planning and Control**, Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation, Vol. 3, pp. 1241 – 1246, 2005a.

Hildebrandt, A., Sawodny, O., Neumann, R., Hartmann, A. **Cascaded Control Concept of a Robot with Two Degrees of Freedom Driven by Four Artificial Pneumatic**

**Muscle Actuators**, Proceedings of the American Control Conference, Vol. 1, pp. 680 – 685, 2005b.

Hong, Y., Yao, B. **A Globally Stable High-Performance Adaptive Robust Control Algorithm With Input Saturation for Precision Motion Control of Linear Motor Drive Systems**, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 12, Issue 2, pp. 198 – 207, 2007.

Hsu, L., Guenther, R. **Variable Structure Adaptive Cascade Control of Multi-Link Robot Manipulators with Flexible Joints: the Case of Arbitrary Uncertain Flexibilities**, Proceedings of the IEEE Conference on Robotics and Automation, pp 340-345, 1993.

Hu, Z.B., Zhang, B., Du, G.P., Zhong, L., Deng, W.H. **Fast Transient Three-Level Converters with Sliding-Mode Control**, Proceedings of the 20<sup>th</sup> Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, Vol. 3, pp.1436 – 1440, 2005.

Ioannou P., Sun, J. **Robust Adaptive Control**. Prentice Hall, Inc., USA, 1996.

Ioannou P., Fidan, B. **Adaptive Control Tutorial**, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, USA, 2006.

Jamaludin, Z. Van Brussel, H. Swevers, J. **Quadrant Glitch Compensation Using Friction Model-Based Feedforward and an Inverse-Model-Based Disturbance Observer**, Proceedings of the 10<sup>th</sup> IEEE International Workshop on Advanced Motion Control, pp. 212 – 217, 2008.

Janiec, M. **Friction Compensation by the Use of Friction Observer**, Dissertação (Mestrado em Engenharia), Lund Institute of Technology, Lund, Suécia, 2004.

Jang, J.-S., Ji, S.-W., Kang, B.-S. **Study on the Measurement Method of Leakage Flow-rate for Pneumatic Driving Apparatus**, Proceedings of the SICE-ICASE International Joint Conference 2006, pp. 4116 – 4120, 2006.

Jun, J., Kanaoka, K., Kawamura, S. **A Cascaded Feedback Control Method for Trajectory Tracking of Pneumatic Drive Systems**, Proceedings of the SICE-ICASE 2006 International Joint Conference, pp. 441 – 446, 2006.

Kaitwanidvilai, S., Parnichkun, M. **Force Control in a Pneumatic System Using Hybrid Adaptive Neuro-Fuzzy Model Reference Control**, Mechatronics, Vol. 15, Issue 1, pp. 23-41, 2005.

Karnopp, D. **Computer Simulation of Stick-Slip Friction in Mechanical Dynamic Systems**, ASME Transactions, vol. 107. pp. 100-103, 1985.

Karpenko, M., Sepehri, N., Scuse, D. **Neural Network Detection and Identification of Actuator Faults in a Pneumatic Process Control Valve**, Proceedings of the IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation – 2001, pp. 166 – 171, 2001.

Karpenko, M., Sepehri, N. **Design and Experimental Evaluation of a Nonlinear Position Controller for a Pneumatic Actuator with Friction**, Proceedings of the American Control Conference – 2004, Vol. 6, pp. 5078 – 5083, 2004.

Kawamura, S., Miyata, K., Hanafusa, H., Isida, K. **PI Type Hierarchical Feedback Control Scheme for Pneumatic Robots**, Proceedings of the 1989 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Vol.3, pp. 1853-1858, 1989.

Kazerooni, H. **Design and Analysis of Pneumatic Force Generators for Mobile Robotic Systems**, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 10, Issue 4, pp. 411 – 418, 2005.

Ke, J., Wang, J., Jia, N., Yang, L., Wu, Q. H. **Energy Efficiency Analysis and Optimal Control of Servo Pneumatic Cylinders**, Proceedings of the IEEE Conference on Control Applications – 2005, pp. 541 – 546, 2005.

Khalil, H. K. **Nonlinear Systems**, 2<sup>a</sup> Edição, Prentice-Hall, New Jersey – USA, 1996.

Khayati, K., Bigras, P., Dessaint, L.-A. **A Robust Feedback Linearization Force Control of a Pneumatic Actuator**, Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics, 2004, Vol. 7, pp. 6113 – 6119, 2004.

Khayati, K., Bigras, P., Dessaint, L.-A. **LuGre Model-Based Friction Compensation And Positioning Control for a Pneumatic Actuator Using Multi-Objective Output-Feedback Control Via LMI Optimization**, Mechatronics, Vol. 19, pp. 535-547, 2009.

Kikuchi, N., Oden, J. T. **Contact Problems in Elasticity: A Study of Variational Inequalities and Finite Element Methods**, Society for Industrial and Applied Mathematics, Filadélfia, USA, 1988.

Kim, T. C., Rook, T. E., Singh, R. **Effect of Smoothing Functions on the Frequency Response of an Oscillator with Clearance Non-Linearity**, Journal of Sound and Vibration, Vol. 263, Issue 3, pp. 665-678, 2003.

Kim, C.-S., Hong, K.-S., Kim, M.-K. **Nonlinear Robust Control of a Hydraulic Elevator: Experiment-Based Modeling and Two-Stage Lyapunov Redesign**, Control Engineering Practice, Vol. 13, Issue 6, pp. 789-803, 2005.

Kimura, T., Hara, S., Fujita, T., Kagawa, T. **Control for Pneumatic Actuator Systems Using Feedback Linearization with Disturbance Rejection**, Proceedings of the American Control Conference, 1995, Vol. 1, pp. 825 – 829, 1995.

Koopman, J., Jeltsema, D., Verhaegen, M. **Port-Hamiltonian Formulation and Analysis of the LuGre Friction Model**, Proceedings of the 47th IEEE Conference on Decision and Control, 2008, pp. 3181 – 3186, 2008.

Korondi, P., Gyeviki, J. **Robust Position Control for a Pneumatic Cylinder**, Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Power Electronics and Motion Control Conference, pp. 513 – 518, 2006.

Kosaki, T., Sano, M. **A Compliance Controller for a Pneumatic Actuator With Observer-Based Friction Compensation**, Proceedings of the IMACS Multiconference on Computational Engineering in Systems Applications, pp. 1144 – 1148, 2006.

Kunz, G. O. **Desenvolvimento de um Sistema de Controle em Tempo Real para um Servoposicionador Pneumático**, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre – RS, 2006.

Lai, J.-Y., Menq, C.-H., Singh, R. **Accurate Position Control of a Pneumatic Actuator**, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, Vol. 112, pp 734 – 739, 1990.

Lampaert, V., Al-Bender, F., Swevers, J. **A Generalized Maxwell-Slip Friction Model Appropriate for Control Purposes**, Proceedings of the International Conference Physics and Control – 2003, Vol. 4, pp. 1170 – 1177, 2003.

Lampaert, V., Al-Bender, F., Swevers, J. **Comparison of Model and Non-Model Based Friction Compensation Techniques in the Neighborhood of Pre-Sliding Friction**, Proceedings of the American Control Conference – 2004, Vol. 2, pp. 1121 – 1126, 2004.

Lee, H. K., Choi, G. S., Choi, G. H. **A Study on Position Control of Pneumatic Actuators**, Mechatronics, Vol. 12, pp. 813–831, 2002.

Leine, R.I., van Campen, D.H., de Kraker, A., van den Steen, L. **Stick-Slip Vibrations Induced by Alternate Friction Models**, Nonlinear Dynamics, Vol. 16, N<sup>o</sup>. 1, 1998.

Li, J., Mizukami, Y., Wakasa, Y., Tanaka, K. **Intelligent Control for Pneumatic Servo System**, Proceedings of the SICE Annual Conference – 2003, Vol.3, pp. 3193 – 3198, 2003.

Li, X., Kao, I. **Analytical Fault Detection and Diagnosis (FDD) for Pneumatic Systems in Robotics and Manufacturing Automation**, Proceedings of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems - 2005, pp. 2517 – 2522, 2005.

Li, R., Meng, G., Feng, Z., Li, Y., Shi, W. **A Sliding Mode Variable Structure Control Approach for a Pneumatic Force Servo System**, Proceedings of the 6<sup>th</sup> World Congress on Intelligent Control and Automation, Vol. 2, pp. 8173 – 8177, 2006.

Lian, K.-Y., Hung, C.-Y., Chiu C.-S., Liu, P. **Induction Motor Control with Friction Compensation: An Approach of Virtual-Desired-Variable Synthesis**, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 20, Issue 5, pp. 1066 – 1074, 2005.

Lischinsky, P., Canudas-de-Wit, C., Morel, G. **Friction Compensation for an Industrial Hydraulic Robot**, IEEE Control Systems Magazine, Vol. 19 n<sup>o</sup>1, pp.25–32, 1999.

Liu, J., Sun, F., 2006. **Fuzzy Global Sliding Mode Control for a Servo System with LuGre Friction Model**, proceedings of the 6<sup>th</sup> World Congress on Intelligent Control and Automation, pp. 1933 – 1936.

Ma, J., Zhu, G., Schock, H., Winkelman, J. **Adaptive Control of a Pneumatic Valve Actuator for an Internal Combustion Engine**, Proceedings of the American Control Conference - 2007, pp. 3678 – 3685, 2007.

Makkar, C., Dixon, W. E., Sawyer, W.G., Hu, G. **A New Continuously Differentiable Friction Model for Control Systems Design**, Proceedings of the 2005 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, pp. 600 – 605, 2005.

Maré, J. C., Geider, O., Colin, S. **An Improved Dynamic Model of Pneumatic Actuators**, International Journal of Fluid Power, no 2, pp. 39-47, 2000.

Martin, H. **The Design of Hydraulic Components and Systems**, Elis Horwood Limited, Grã-Bretanha, 1995.

McDonell, B. W. **Modelling, Identification and Control of a Pneumatically Actuated Robotic Manipulator**, Tese (Doutorado em Engenharia), Universidade da Califórnia, Irvine, Califórnia, EUA, 1996.

McDonnell, B. W., Bobrow, J. E. **Modelling, Identification and Control of a Pneumatically Actuated Robot**, Proceedings of the 1997 IEEE Conference on Robotics and Automation, pp. 124 – 1129, 1997.

Merritt, H. E. **Hydraulic Control Systems**, John Wiley & Sons Inc., USA, 1967.

Minh, T. N., Ohishi, K., Takata, M., Hashimoto, S., Kosaka, K., Kubota, H., Ohmi, T. **Accurate Friction Compensation for Precision Stage Using Synchronous Piezoelectric Device Driver**, Proceedings of the 9<sup>th</sup> IEEE International Workshop on Advanced Motion Control, pp. 109 – 114, 2006.

Nakutis, Z., Kaskonas, P. **Pneumatic Cylinder Diagnostics using Classification Methods**, Proceedings of the IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference 2007, pp. 1 – 4, 2007.

Neis, P. D. **Projeto e Construção de um Tribômero para Estudos Relacionados a Materiais de Fricção Veiculares**, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre – RS, 2008.

Ning, S., Bone, G.M. **High Steady-State Accuracy Pneumatic Servo Positioning System with PVA/PV Control and Friction Compensation**, Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation 2002, pp. 2824 – 2829, 2002.

Ning, S., Bone, G.M. **Development of a Nonlinear Dynamic Model for a Servo Pneumatic Positioning System**, Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation 2005, Vol. 1, pp. 43 – 48, 2005a.

Ning, S., Bone, G.M. **Experimental Comparison of Two Pneumatic Servo Position Control Algorithms**, Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation 2005, Vol. 1, pp. 37 – 42, 2005b.

Nouri, B., Al-Bender, F., Swevers, J., Vanherck, P., Van Brussel, H. **Modeling a Pneumatic Servo Positioning System with Friction**, Proceedings of the American Control Conference 2000, pp. 1067 – 1071, 2000.

Ogata, K. **Engenharia de Controle Moderno, 3ª Ed.**, LTC, Rio de Janeiro, 2000.

Olsson, H. **Control systems with friction**, Tese (Doutorado em Engenharia), Lund Institute of Technology, Lund, Suécia, 1996.

Padthe, A. K., JinHyoun, O., Bernstein, D. S. **On the LuGre model and friction-induced hysteresis**, Proceedings of the American Control Conference 2006, pp. 1067 – 1071, 2006.

Palm III, W.J. **Modeling, Analysis and Control of Dynamic Systems**, 2ª Edição, John wiley & Sons, USA, 2000.

Pandian, S. R., Hayakawa, Y., Kanazawa, Y., Kamoyama, Y., Kawamura, S. **Practical Design of a Sliding Mode Controller for Pneumatic Actuators**, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 119, pp. 666-674, 1997.

Pandian, S. R., Leda, K., Kamoyama, Y., Kawamura, S., 1998. **“Modeling and Control of a Pneumatic Roctary Actuator”**, Power Transmission and Motion Control (PTMC – 1998), University of Bath, UK.

Pandian, S. R., Takemura, F., Hayakawa, Y., Kawamura, S., 2002. **“Pressure Observer-Controller Design for Pneumatic Cylinder Actuators”**, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 7, no. 4, pp. 490-499.

Parr, A., 2007. **“Hydraulics and Pneumatics – A Technician’s and Engineer’s Guide”**, Butterworth – Heinemann, USA.

Perondi, E. A., 2002. **“Controle Não-Linear em Cascata de um Servoposicionador Pneumático com Compensação do Atrito”**, Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC.

Perondi, E. A., Guenther, R., 1999a. **“Controle em Malha Fechada de um Servoposicionador Pneumático”**, Anais do 15º Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica.



Perondi, E. A., Guenther, R., 1999b. “**Controle com Compensação do Atrito de um Servoposicionador Pneumático**”, Anais do 4º Congresso Iberoamericano de Engenharia Mecânica.

Perondi, E. A., Guenther, R., 2000. “**Controle de um Servoposicionador Pneumático por Modos Deslizantes**”, Anais do 1º Congresso Nacional de Engenharia Mecânica – CONEM/2000.

Pu, J., Moore, P. R., Harrison, R., Weston, R. H., 1993. “**A Study of Gain-Scheduling Method for Controlling the Motion of Pneumatic Servos**”, The 6<sup>th</sup> Bath Fluid Power Workshop, pp. 193-210.

Rao, Z., Bone, G.M., 2006. “**Nonlinear Modeling and Control of Servo Pneumatic Actuators**”. IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 16, Issue 3, pp. 562 – 569.

Richard, E., Scavarda, S., 1996. “**Comparison Between Linear and Nonlinear Control of an Electropneumatic Servovalve**”, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 118, pp. 245-252.

Sadati, N., Talasaz, A., 2004. “**Chattering-free adaptive fuzzy sliding mode control**”, Proceedings of the IEEE Conference on Cybernetics and Intelligent Systems, Vol. 1, pp. 29 – 34.

Sakamoto, M., Matsushita, T., Mizukami, Y., Tanaka, K., 2002. “**Model Reference Adaptive Control Using Delta-Operator with Neural Network for Pneumatic Servo System**”, Proceedings of the 41<sup>st</sup> SICE Annual Conference, Vol. 2, pp. 771 – 776.

Santos, E. A. P., 1996. “**Análise Teórico Experimental de um Posicionador Pneumático**”, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC.

Sarmanho Jr., C. A. C., 2009. “**Aplicação do Algoritmo de Gain Schedule Baseado na Estimativa de Massa no Controle do Sistema de Freios do Sistema Aeromóvel**”,

Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

Scavarda, S., Thomasset, D., 1996. **“Modelling and Control of Electropneumatic Systems: an Overview of Recent French Contributions”**, Proceedings of the UKACC International Conference on Control - 1996, Vol. 2, pp.1462 - 1467.

Shen, T., Tamura, K., Henmi, N., Nakazawa, T., 1998. **“Robust Model Following Controller Applied to Positioning of Pneumatic Control Valve with Friction”**, Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications – 1998, Vol.1, pp. 512 – 516.

Shen, Y.-D., Hwang, Y.-R., 2006. **“Dynamic Modeling and Controller Design for Air Motor”**, Proceedings of the SICE-ICASE 2006 International Joint Conference, pp. 461 – 466.

Slotine, J.-J. E., Li, W., “On the Adaptive Control of Robotic Manipulators”. International Journal on Robotics Research, Vol. 6, No. 3, pp. 49-59, 1987.

Slotine, J.-J. E., Li, W., 1988. **“Adaptive Manipulator control: a Case Study”**, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 33, No. 11, pp. 995-1003.

Slotine, J.-J. E., Li, W., 1991. **“Applied Nonlinear Control”**, Prentice-Hall, Inc., USA.

Smaoui, M., Brun, X., Thomasset, D., 2006. **“A Study on Tracking Position Control of an Electropneumatic System Using Backstepping Design”**, Control Engineering Practice, Vol. 14, Issue 8, pp. 923-933.

Sobczyk, M. R., 2005. **“O Controle em Cascata e a Estrutura Variável de um Servoposicionador Pneumático”**, Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre - RS.

Sobczyk, M. R., Britto, J. F. F. H., Perondi, E. A., 2008. “**Nonlinear Cascade Control Applied to a Pneumatic Urban Transport System**”, Proceedings of the 8<sup>th</sup> Portuguese Conference on Automatic Control, pp. 155-160.

Sobczyk, M. R., Perondi, E. A, Cunha, M. A. B., 2006. “**Modified Variable Structure Cascade Control Applied to a Pneumatic Servodrive**”, Anais do XVI Congresso Brasileiro de Automática.

Song, Q., Liu, F., 2006a. “**Improved Control of a Pneumatic Actuator Pulsed with PWM**”, Proceedings of the 2nd IEEE/ASME International Conference on Mechatronic and Embedded Systems and Applications, pp. 1 – 4.

Song, Q., Liu, F., 2006b. “**Neural Network Modeling and Disturbance Observer Based Control of a Pneumatic System**”, Proceedings of the 2nd IEEE/ASME International Conference on Mechatronic and Embedded Systems and Applications, pp. 5 – 8.

Song, Q., Liu, F., Findlay, R.D., 2006. “**Improved Fuzzy Neural Network Control for a Pneumatic System Based on Extended Kalman Filter**”, Proceedings of the International Conference on Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation and International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce, 2006.

Spong, M. W., Vidyasagar, M., 1989. “**Robot Dynamics and Control**”, John Wiley & Sons, Inc., USA.

Spong, M. W., Hutchinson, S., Vidyasagar, M., 2006. “**Robot Modeling and Control**”, John Wiley & Sons, Inc., USA.

Streeter, V.L. , 1979. “**Mecânica dos Fluidos**”, McGraw-Hill do Brasil, São Paulo – SP.

Su, J.-P., 2002. “**Robust Control of a Class of Non-Linear Cascade Systems: A Novel Sliding Mode Approach**”, IEEE Proceedings - Control Theory and Applications, Vol. 149, Issue 2, pp. 131 - 136

Su, W.-C., Kuo, C.-Y., 2000. “**Variable Structure Control of a Rodless Pneumatic Servoactuator with Discontinuous Sliding Surfaces**”, Proceedings of the 2000 American Control Conference, Vol.3, pp.1617 –1621.

Swevers, J., Al-Bender, F., Ganseman, C.G., Projogo, T., 2000. “**An Integrated Friction Model Structure With Improved Presliding Behavior For Accurate Friction Compensation**”, IEEE Transactions on Automatic Control, Volume 45, Issue 4, pp. 675 – 686.

Tanaka, K., Yamada, Y., Shimizu, A., Shibata, S., 1996. “**Multi-Rate Adaptive Pole-Placement Control for Pneumatic Servo System with Additive External Forces**”, Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Workshop on Advanced Motion Control, Vol.1, pp. 213 – 218.

Tafazoli, S., de Silva, C.W., Lawrence, P.D., 1998. “**Tracking Control of an Electrohydraulic Manipulator in the Presence of Friction**”, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 6, pp. 401 -411.

Tao, G., Kokotovic, P. V., 1996. “**Adaptive Control of Systems with Actuator and Sensor Nonlinearities**”. John Wiley & Sons, Inc., USA.

Tsai, Y.-C., Huang, A.-C., 2008. “**FAT-Based Adaptive Control for Pneumatic Servo Systems with Mismatched Uncertainties**”, Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 22, Issue 6, pp. 1263-1273.

Utkin, V. I., 1978. “**Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems**”. MIR Publishers, Moscou.

Valdiero, A. C., 2005. “**Controle de Robôs Hidráulicos com Compensação de Atrito**”, Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis – SC.

Valdiero, A. C., Bavaresco, D., Andrighetto, P. L., 2008. “**Experimental Identification of the Dead Zone in Proportional Directional Pneumatic Valves**”, International Journal of Fluid Power, Vol. 9, pp. 27-34.

van de Vrande, B. L., van Campen, D.H., de Kraker, A., van den Steen, L., 1999. “**An Approximate Analysis of Dry-Friction-Induced Stick-Slip Vibrations by a Smoothing Procedure**”, Nonlinear Dynamics, Vol. 19, No. 2.

Van Wylen, G. J., Sonntag, R. E., Borgnakke, C., 1995. “**Fundamentos da Termodinâmica Clássica**”, 4ª Edição, Edgard Blücher, São Paulo – SP,

Vidyasagar, M., 1993. “**Nonlinear Systems Analysis**”, 2<sup>nd</sup> Ed., Prentice-Hall, Inc., USA.

Vieira, A. D., 1998. “**Análise Teórico Experimental de Servoposicionadores Lineares Pneumáticos**”. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis - SC.

Virvalo, T., 1989. “**Designing a Pneumatic Servo System**”, Power International, pp. 141-147, Reino Unido.

Virvalo, T., 1995. “**Modeling and Design of a Pneumatic Position Servo System Realized with Commercial Components**”, Tese (Doutorado em Engenharia), Tampere, Finlândia.

Wakasa, Y., Sasaki, R., Tanaka, K., Akashi, T., 2007. “**Servo Control of Pneumatic Systems Considering Input and Output Constraints**”, Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications – 2007, pp. 765 – 770.

Wang, J., Wang, D. J. D., Moore, P.R., Pu, J., 2001. “**Modeling, Study, Analysis and Robust Servo Control of Pneumatic Cylinder Actuator Systems**”, IEEE Proceedings - Control Theory and Applications, Vol. 148, pp. 35 – 42.

Wenjing, Z., 2007. “**An Adaptive Sliding Mode Compensation for Friction and Force Ripple in PMSM AC Servo System**”, proceedings of the Chinese Control Conference – 2007, pp. 71 – 75.

Wenjing, Z., Qinghai, F., 2008. “**Adaptive Compensation for Friction and Force Ripple in Ship-Borne Gun Servo System**”, Proceedings of the 7<sup>th</sup> World Congress on Intelligent Control and Automation, 2008, pp. 3434 – 3438.

Xiang, F., Wikander, J., 2004. “**Block-Oriented Approximate Feedback Linearization for Control of Pneumatic Actuator System**”, Control Engineering Practice, Vol. 12, Issue 4, pp. 387-399.

Xiao-fen, Z., Gang-jian, Y., Nai-hao, C., Jin-liang, J., 2004. “**Study on sliding-mode control in three-level converters**”, Proceedings of the 4<sup>th</sup> International Power Electronics and Motion Control Conference, Vol. 3, pp. 1105 – 1110.

Xie, W.-F., 2007. “**Sliding-Mode-Observer-Based Adaptive Control for Servo Actuator with Friction**”. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 54, n. 3, pp.1517-1527.

Yamazaki, M., Yasunobu, S., 2007. “**An Intelligent Control for State-Dependent Nonlinear Actuator and its Application to Pneumatic Servo System**”, Proceedings of the SICE Annual Conference – 2007, pp. 2194 – 2199.

Yan, Y., Jin, C., Utkin, V. I., 2000. “**Sensorless Sliding-Mode Control of Induction Motors**”, IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 47, n. 6, pp. 1286–1297.

Yuan, D., Jin, H., Meng, G., Liu, C., 2008. “**Global Sliding Mode Variable Structure Control Applied to Pneumatic Servo System**”, Proceedings of the IEEE International Symposium on Knowledge Acquisition and Modeling, pp. 806 – 809.

Zeng, H., Sepehri, N., 2006. “**Adaptive Backstepping Control of Hydraulic Manipulators with Friction Compensation Using Luge Model**”, Proceedings of the American Control Conference – 2006.

Zhan, C., Wang, Y., Wang, Z., 2007. “**Research of Control of Two-Degree-of-Freedom Pneumatic Trajectory Tracking System**”, Proceedings of the 2<sup>nd</sup> IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications - ICIEA 2007, pp. 1464a - 1464d.

Zhang, B, Dong, Y.-L., Zhao, K.-D., Li, G.-Q., 2007. “**Study on the Friction Nonlinear Control of Force Control System**”, Proceedings of the International Conference on Mechatronics and Automation, 2007, pp. 3695 – 3699.

Zhang, X., Qingxuan, J., Hanxu, S., Ming, C., 2008. “**Adaptive Control of Manipulator Flexible-Joint With Friction Compensation Using LuGre Model**”, proceedings of the 3<sup>rd</sup> IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, pp. 1234 – 1239.

Zhang, S., Asakura, T., Hayashi, S., 2003. “**Leakage Fault Detection of Pneumatic Pipe System Using Neural Networks**”, Proceedings of the SICE 2003 Annual Conference, Vol.3, pp. 2482 – 2487.

Zhao, H., Ben-Tzvi, P., Lin, T. Goldenberg, A.A., 2008. “**Two-layer sliding mode control of pneumatic position synchro system with feedback linearization based on friction compensation**”, Proceedings of the IEEE International Workshop pp. 41 – 45.

Zhu, X., Tao, G., Yao, B., Cao, J., 2009. “**Integrated Direct/Indirect Adaptive Robust Posture Trajectory Tracking Control of a Parallel Manipulator Driven by Pneumatic Muscles**”, IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 17, Issue 3, pp. 576 – 588.

## ANEXO I - Caracterização Teórica das Vazões Mássicas na Servoválvula

Neste anexo, apresentam-se os procedimentos utilizados para a obtenção da Eq. (2.18) constante da Seção 2.3 de forma analítica. A abordagem aqui apresentada se baseia nos princípios da mecânica de fluidos, em sua parte referente a escoamentos em fluidos compressíveis. Estratégias semelhantes podem ser encontradas em Maré et al., 2000; Nouri et al., 2000; Kazerooni, 2005.

Neste estudo, o equacionamento é embasado em Fox e McDonald, 1981. Como hipótese simplificadora, admite-se que a compressão durante o estrangulamento do volume de ar considerado ocorra de forma adiabática e reversível, o que caracteriza um processo isentrópico [Virvalo, 1995; Bobrow e McDonnell, 1998; Nouri et al., 2000; Korondi e Gyeviski, 2006].

Para fins de análise, considere-se um trecho de tubulação onde existe um estrangulamento na seção de passagem, conforme representado na Fig. I.1. Nela,  $q_m$  representa a vazão mássica,  $p$  é a pressão média,  $T$  significa a temperatura e  $A$  é a área geométrica de passagem. Os índices  $u$  e  $d$  identificam os estados do sistema a montante e a jusante, respectivamente, com respeito à seção de estrangulamento.

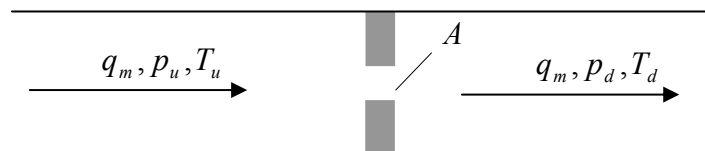


Figura I.1 – Estrangulamento da seção transversal de um trecho de tubulação

A partir do princípio de Bernoulli, utilizando-se o princípio de conservação da energia e considerando-se que o processo termodinâmico do estrangulamento ocorra sem perdas, obtém-se [Martin, 1995]:

$$mC_p(T_u - T_d) = \frac{mv_d^2}{2} - \frac{mv_u^2}{2} \quad (I.1)$$

onde  $m$  é a massa contida em um volume de controle na região de estrangulamento,  $C_p$  é o calor específico a pressão constante, e  $v_d$  e  $v_u$  são as velocidades médias do escoamento



associadas, respectivamente, às vazões a jusante e a montante. Essa equação caracteriza a transformação da energia calorífica em energia cinética, evidenciada pelo acréscimo na velocidade do escoamento na região estrangulada.

A partir da hipótese de que  $v_u \ll v_d$ , pode-se estabelecer a condição de estagnação a montante, ou seja, assume-se  $v_u \approx 0$ . Assim, a equação (I.1) pode ser reescrita como

$$C_p(T_u - T_d) = \frac{v_d^2}{2} \quad (\text{I.2})$$

de modo que, isolando-se a velocidade a jusante, obtém-se a seguinte relação estática:

$$v_d = \sqrt{2C_p(T_u - T_d)} \quad (\text{I.3})$$

A medição da temperatura a jusante  $T_d$  é de difícil implementação prática [Perondi, 2002]. A temperatura a montante  $T_u$ , por outro lado, pode ser considerada a própria temperatura da vazão de suprimento. Por hipótese, esta última é assumida igual à temperatura ambiente ( $T_u = T_a = T$ ). Por essas razões, é conveniente escrever  $T_d$  como função de  $T_u$  e dos demais parâmetros do sistema, de modo a eliminar  $T_d$  do equacionamento. Isso pode ser feito a partir da lei dos gases perfeitos e da hipótese da transformação isentrópica no estrangulamento.

A equação que define um processo de expansão ou compressão isentrópica pode ser escrita como [Van Wylen et al., 1995]:

$$pV^r = K_n \quad (\text{I.4})$$

onde  $K_n$  é uma constante e  $r$  é a razão entre os calores específicos do fluido. Empregando-se a equação de gases perfeitos, com o termo da pressão isolado, obtém-se:

$$p = \frac{mRT}{V} \quad (\text{I.5})$$

Substituindo-se a pressão da Eq. (I.4) na expressão anterior, e isolando a temperatura  $T$ , chega-se a

$$T = \frac{K_n V}{m R V^r} = \frac{K_n}{m R V^{(r-1)}} \quad (\text{I.6})$$

que, em termos dos parâmetros do ar a montante e a jusante, pode ser reescrita em cada caso:

$$T_u = \frac{K_n}{m R V_u^{(r-1)}} \quad (\text{I.7})$$

$$T_d = \frac{K_n}{m R V_d^{(r-1)}} \quad (\text{I.8})$$

Assim, a razão entre as temperaturas a montante e a jusante resulta:

$$\frac{T_d}{T_u} = \left( \frac{V_u}{V_d} \right)^{r-1} = \left( \frac{V_d}{V_u} \right)^{1-r} \quad (\text{I.9})$$

Utilizando-se a forma alternativa da equação dos gases perfeitos,

$$\frac{p_u V_u}{T_u} = \frac{p_d V_d}{T_d} \quad (\text{I.10})$$

chega-se a

$$\frac{V_d}{V_u} = \frac{p_u T_d}{p_d T_u} \quad (\text{I.11})$$

que, substituída na Eq. (I.9) da relação entre as temperaturas, permite escrever

$$\frac{T_d}{T_u} = \left( \frac{p_d}{p_u} \right)^{\frac{r-1}{r}} = \left( \frac{p_u}{p_d} \right)^{\frac{1-r}{r}} \quad (\text{I.12})$$

de onde se extrai  $T_d$  em função das demais variáveis do sistema:

$$T_d = T_u \left( \frac{p_d}{p_u} \right)^{\frac{r-1}{r}} \quad (\text{I.13})$$

Conforme pretendido, a equação (I.13) elimina a necessidade de conhecer ou medir a temperatura a jusante. Assim, a equação para o cálculo da velocidade a jusante resulta:

$$v_d = \sqrt{2C_p T_u \left[ 1 - \left( \frac{P_d}{P_u} \right)^{\frac{r-1}{r}} \right]} \quad (\text{I.14})$$

A vazão mássica é definida como a variação da massa no volume de controle ao longo do tempo, ou seja,  $q_m = dm/dt$ . A massa contida em um volume de controle é dada, por sua vez, por  $m = \rho V$ . Assumindo-se o volume de controle na região de estrangulamento com forma cilíndrica, de área de passagem variável  $A_o(u)$  e com comprimento  $x$ , o referido volume pode ser expresso por  $V = A_o(u)x$ . Admitindo-se ainda a hipótese de que, em regime permanente,  $d\rho/dt = 0$ , a vazão mássica a jusante pode ser expressa por:

$$q_m = \frac{d(\rho_d V)}{dt} = \rho_d A_o(u) \frac{dx}{dt} = \rho_d A_o(u) v_d \quad (\text{I.15})$$

Analisando-se a Eq. (I.15), verifica-se que a vazão mássica do fluido depende de sua velocidade e massa específica, ambos a jusante, e da área de passagem. A expressão da velocidade está determinada na Eq. (I.14), em função do calor específico a pressão constante, da temperatura do gás a montante, da razão entre os calores específicos e da relação de pressões a jusante e a montante. Assim, para viabilizar o cálculo da vazão mássica, é necessário calcular a massa específica a jusante. Isso pode ser feito por meio de uma relação entre as massas específicas a montante e jusante, que pode ser obtida a partir da equação característica de uma transformação adiabática (Eq. (I.4)), definida anteriormente. Com o emprego da referida equação, obtém-se facilmente a seguinte expressão para a relação entre os volumes e as pressões:

$$\frac{V_u}{V_d} = \left( \frac{P_d}{P_u} \right)^{\frac{1}{r}} \quad (\text{I.16})$$

que pode ser reescrita como

$$\frac{1}{V_d} = \frac{1}{V_u} \left( \frac{P_d}{P_u} \right)^{\frac{1}{r}} \quad (\text{I.17})$$

Multiplicando-se a Eq. (I.17) por  $m$ , obtém-se a relação procurada para as massas específicas a jusante e a montante:

$$\frac{m}{V_d} = \rho_d = \frac{m}{V_u} \left( \frac{p_d}{p_u} \right)^{\frac{1}{r}} = \rho_u \left( \frac{p_d}{p_u} \right)^{\frac{1}{r}} \quad (\text{I.18})$$

A substituição desta última e da expressão para a velocidade de escoamento (Eq. (I.14)) na Eq. (I.15) resulta:

$$q_m = \rho_u A_o(u) \left( \frac{p_d}{p_u} \right)^{\frac{1}{r}} \sqrt{2C_p T_u \left[ 1 - \left( \frac{p_d}{p_u} \right)^{\frac{r-1}{r}} \right]} \quad (\text{I.19})$$

A partir da lei dos gases perfeitos, pode-se escrever:

$$\rho_u = \frac{p_u}{RT_u} \quad (\text{I.20})$$

Adicionalmente, utilizando-se a relação  $R = C_p - C_v$ , associada à razão  $r$  entre os calores específicos, obtém-se:

$$C_p = \frac{Rr}{r-1} \quad (\text{I.21})$$

Substituindo-se expressão (I.21) na Eq. (I.19), a vazão mássica através do orifício é dada por

$$q_m = \frac{p_u}{RT_u} A_o(u) \left( \frac{p_d}{p_u} \right)^{\frac{1}{r}} \sqrt{2 \frac{Rr}{r-1} T_u \left[ 1 - \left( \frac{p_d}{p_u} \right)^{\frac{r-1}{r}} \right]} \quad (\text{I.22})$$

que pode ser reescrita facilmente como

$$q_m = A_o(u) p_u \sqrt{\frac{2r}{(r-1)} \frac{1}{RT_u} \left[ \left( \frac{p_d}{p_u} \right)^{\frac{2}{r}} - \left( \frac{p_d}{p_u} \right)^{\frac{1+r}{r}} \right]} \quad (\text{I.23})$$

A Eq. (I.24) é uma expressão analítica da vazão mássica em regime de um fluido compressível na região de estrangulamento, conforme desejado.

De acordo com Virvalo, 1995, nos casos em que  $p_d / p_u \leq p_{crit}$ , a vazão mássica entra em regime saturado (ou sônico), e apresenta valor máximo e fixo dado por:

$$q_m = A_0 p_u \sqrt{\frac{r}{RT} \left( \frac{2}{r+1} \right)^{\frac{r+1}{r-1}}} \quad (I.25)$$

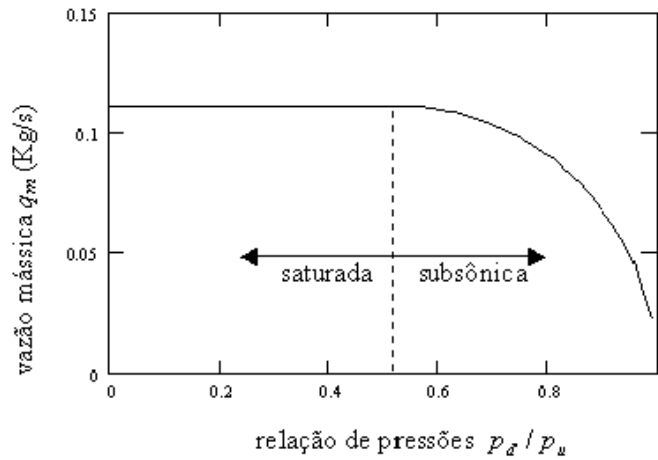


Figura I.2 – Comportamento teórico da vazão mássica

A Fig. I.2 apresenta o comportamento teórico da vazão mássica em função da razão  $p_d / p_u$ , com  $p_u$  constante. Segundo trabalhos como os de Virvalo, 1995, de Martin, 1995, e de Maré et al., 2000, a relação crítica de pressões em que a transição ocorre é dada por

$$p_{crit} = \left( \frac{2}{r+1} \right)^{\frac{r}{r-1}} \quad (I.26)$$

No caso do ar, o referido valor crítico é dado por  $p_{crit} = 0,528$  [Nouri et al., 2000].

## ANEXO II - Obtenção Experimental das Curvas de Vazão Mássica

O levantamento experimental das funções de pressão ( $f_{p_i}^{ench}(p_i)$  e  $f_{p_i}^{exau}(p_i)$ ), e das funções de tensão ( $f_{u_i}^{ench}(u)$  e  $f_{u_i}^{exau}(u)$ ) aqui apresentado é baseado em Perondi, 2002. O desenvolvimento do mesmo é efetuado observando-se que, quando o êmbolo do cilindro está parado, o volume nas câmaras é constante ( $V$ ) e a velocidade do êmbolo é nula ( $\dot{y} = 0$ ). Com isso, a partir da equação (2.10), pode-se escrever:

$$q_{mi}[p_i(t), u] = \frac{V}{RrT} \dot{p}_i(t) \quad (\text{II.1})$$

Baseado na expressão acima, o procedimento experimental realizado tanto para o enchimento como para a exaustão em cada câmara, consiste em:

1. Para uma seqüência de valores de tensão na válvula, medir o comportamento da pressão ao longo do tempo;
2. Calcular a derivada da pressão em relação ao tempo, obtendo a vazão mássica em função do tempo (através da equação (II.1)), para cada valor de tensão na válvula. Desse procedimento resulta uma curva de vazão para cada caso de escoamento (de enchimento ou exaustão), em cada câmara;
3. Obter as curvas estáticas vazão-pressão, cruzando termo a termo os valores das curvas obtidas nos passos 1 e 2;
4. Determinar, a partir das curvas obtidas no passo 2, os valores máximos da vazão  $[q_{mi}]_{\max}$  (de enchimento e exaustão com abertura máxima), em cada câmara;
5. Utilizar os valores máximos das vazões mássicas para normalizar as funções obtidas no passo 2, resultando nas funções de vazão em relação à tensão;
6. Normalizar as curvas vazão mássica-pressão calculadas no passo 3 pelos respectivos valores máximos da vazão (determinados no passo 4), mantendo-se a tensão constante para obter as correspondentes funções de pressão.

As figuras II.1, II.2 e II.3 são exemplos dos tipos de curva obtidos por meio desse método. Para o caso do servoposicionador pneumático utilizado neste trabalho, o levantamento das curvas de vazão mássica correspondentes foi efetuado por Kunz, 2006.

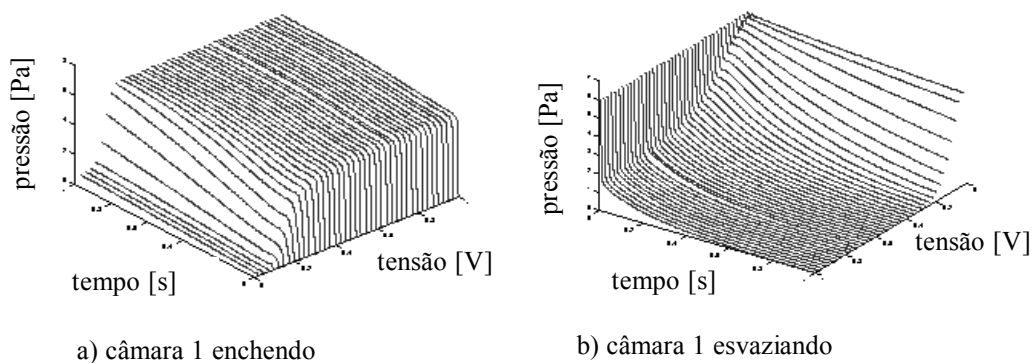


Figura II.1 – Exemplos de curvas empíricas de pressão *versus* tensão

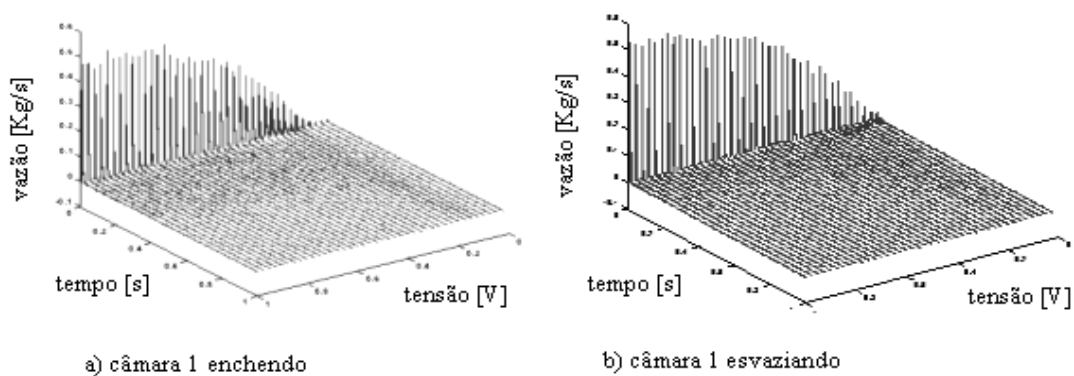


Figura II.2 – Exemplos de curvas empíricas de vazão *versus* tempo

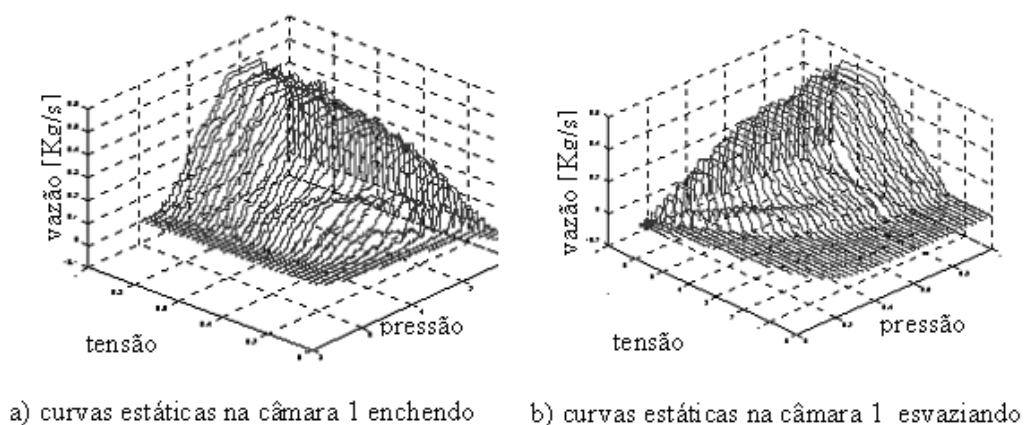


Figura II.3 – Exemplos de curvas estáticas de vazão *versus* tensão

### ANEXO III - Prova da Existência de um Limite Superior para $|\dot{y}(t)|$

A existência de um limite superior para o valor absoluto da velocidade do pistão do servoposicionador pneumático pode ser demonstrada a partir da observação de duas propriedades inerentes às suas condições de operação:

1. A força pneumática  $F_p = Ap_\Delta$  que pode ser aplicada ao pistão em decorrência da diferença de pressão entre as duas câmaras do cilindro é limitada a  $F_{p\text{máx}} = A(p_s - p_{\text{atm}})$ , onde  $p_s$  é a pressão de suprimento e  $p_{\text{atm}}$  é a pressão atmosférica;
2. O movimento do pistão está sujeito a atrito.

Dessa forma, assumindo-se uma hipótese conservadora para o efeito da força de atrito  $F_a$  presente no servoposicionador pneumático e fazendo uso somente da parcela viscosa do mesmo, tem-se  $F_a = -b\dot{y}$ , sendo  $b$  uma constante positiva. Assumindo-se ainda, por simplicidade, que a massa do conjunto pistão + massa manipulada tenha valor unitário, a aplicação da Segunda Lei de Newton ao sistema aqui definido para o caso em que a força pneumática é mantida constante e igual ao seu valor máximo resulta:

$$\ddot{y} = F_{p\text{máx}} - b\dot{y} \quad (\text{III.1})$$

Sob o ponto de vista da velocidade  $\dot{y}$  do pistão, a Eq. (III.1) representa uma equação diferencial de 1ª ordem, cuja solução para  $\dot{y}(0) = 0$  é:

$$\dot{y}(t) = \frac{F_{p\text{máx}}}{b} (1 - e^{-bt}) \quad (\text{III.2})$$

Assim, conclui-se que o valor absoluto da velocidade do pistão do servoposicionador pneumático possui um limite superior finito, expresso por:

$$|\dot{y}|_{\text{máx}} = \frac{A(p_s - p_{\text{atm}})}{b} \quad (\text{III.3})$$

O resultado acima também pode ser obtido de forma mais simples igualando-se diretamente a força de atrito à força pneumática máxima que pode ser aplicada ao pistão.



Também convém ressaltar que esse resultado foi obtido por meio de uma aproximação muito simplificada e conservadora para o valor da força de atrito presente no sistema. Na prática, devido aos efeitos da parcela “seca” do atrito, o valor real do limite para  $\dot{y}(t)$  deve resultar significativamente inferior à estimativa dada acima.

## **ANEXO IV - Detalhamento das Informações Referentes à Implementação Experimental**

Este anexo é dedicado a complementar o Capítulo 6 no que se refere à descrição dos principais aspectos referentes à implementação experimental dos controladores discutidos neste trabalho. Neste anexo, são apresentadas as tabelas referentes aos dados técnicos dos componentes da bancada pneumática, bem como os parâmetros identificados experimentalmente para a mesma. Também são apresentadas considerações referentes aos cálculos dos ganhos utilizados pelos controladores usados nos testes.

### **IV.1 Sistema de Atuação Pneumática**

O atuador pneumático da bancada consiste de um cilindro de dupla ação sem haste e de uma servoválvula direcional. O cilindro é responsável pelo posicionamento da carga acoplada ao seu êmbolo em função das diferenças entre as pressões geradas no interior de suas duas câmaras. A servoválvula direcional tem por fim regular as vazões de pressurização e/ou exaustão das câmaras do cilindro de forma proporcional ao sinal de controle aplicado, de modo que a diferença de pressão necessária ao movimento desejado para a carga seja suprida ao êmbolo. A caracterização de cada um desses componentes é apresentada a seguir.

#### **Servoválvula Direcional**

Os testes foram realizados com uma servoválvula direcional FESTO MPYE 5-1/8. Essa servoválvula é dotada de um esquema interno de realimentação da posição do carretel, que assegura que sua abertura em função da tensão aplicada tenha comportamento aproximadamente linear, independentemente da pressão de suprimento. É possível constatar que o carretel dessa válvula apresenta uma pequena sobreposição (*overlap*) em relação aos orifícios de passagem, o que ocasiona uma zona-morta de cerca de 4% de sua faixa de operação nominal [Perondi, 2002; Kunz, 2006]. De acordo com as especificações técnicas do fabricante (Tabela IV.1), esta servoválvula apresenta uma dinâmica com frequência natural em torno de 200 [Hz]. Na Tabela IV.1, o subscrito DC que acompanha a unidade de tensão elétrica especifica que a referida tensão é de natureza contínua.

Tabela IV.1 – Características da servoválvula direcional.

Modelo/fabricante	MPYE 5-1/8 FESTO
Tipo	5/3 vias
Pressão absoluta de trabalho	(0 a 1) [MPa]
Vazão nominal teórica	700 [l/min] ( $11,66 \cdot 10^{-3}$ [m <sup>3</sup> /s])
Temperatura do fluido de trabalho	(+5 a +40) [°C]
Temperatura ambiente	(0 a +50) [°C]
Tensão teórica de trabalho	(0 a 10) [V <sub>DC</sub> ], posição central em 5 [V <sub>DC</sub> ]
Tempo de resposta na faixa (2 a 8) [V]	5 [ms]
Potência absorvida	Máximo 20 [W]

### Cilindro Pneumático

O cilindro pneumático utilizado está ilustrado na Fig. IV.1. Ele é fabricado pela empresa FESTO, modelo DGP-25-1000-PPV-A-B. O êmbolo do cilindro atuador de dupla ação é deslocado em decorrência das diferenças de pressão do ar nas duas câmaras do cilindro. O movimento é transmitido do êmbolo ao carro exterior que transporta a carga por meio de uma união fixa que desliza ao longo de uma ranhura existente na camisa do cilindro. A vedação das ranhuras é feita com o uso de um sistema de cintas flexíveis. Suas principais características técnicas estão apresentadas na Tabela IV.2.

Tabela IV.2 Características do cilindro pneumático.

Modelo/fabricante	DGP-25-1000-PPV-A-B FESTO
Diâmetro do êmbolo	0,025 [m]
Construção	Cilindro pneumático de dupla ação
Pressão de serviço	( $2 \cdot 10^5$ a $8 \cdot 10^5$ ) [Pa]
Força de atuação	295 [N]
Temperatura admissível	(-10°C a +60) [°C]
Curso útil nominal	1 [N]
Massa do êmbolo	0,18 [kg]
Velocidade máxima do carro a $6 \cdot 10^5$ [Pa] e 20 [°C]	1 [m/s] para uma massa de 3 [kg]

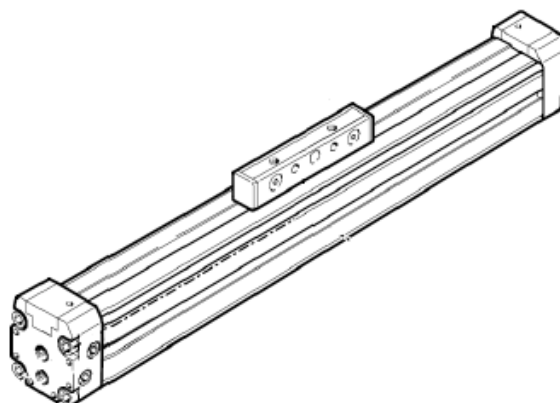


Figura IV.1 Cilindro pneumático

## IV.2 Unidade de Condicionamento do Ar

A unidade de condicionamento é responsável pela filtragem do ar proveniente da linha de suprimento do LAMECC (cujo ar é fornecido por um compressor montado externamente ao laboratório) e pela regulagem da pressão de trabalho da bancada. As funções de filtragem do ar e regulagem da pressão de trabalho são realizadas por uma única unidade de tratamento de ar (FESTO, LFR-1/4-D-MINI) composta de um filtro de ar (com dreno manual para retirada do excesso de umidade), uma válvula manual de ajuste de pressão, e um manômetro. As principais informações referentes à unidade de tratamento do ar comprimido são dadas na Tabela IV.3.

Tabela IV.3 – Características da unidade de tratamento.

Modelo/fabricante	LFR-1/4-D-MINI FESTO
Grau de filtragem	40 [ $\mu\text{m}$ ]
Faixa de regulagem de pressão	(0,05 a 1,2) [MPa]
Pressão de entrada	(0,1 a 1,6) [MPa]
Vazão nominal padrão	1400 [l/min] (0,023 [ $\text{m}^3/\text{s}$ ])
Temperatura admissível	(-10 a +60) [ $^{\circ}\text{C}$ ]

Além da unidade de tratamento, o sistema de condicionamento do ar utilizado também dispõe de um vaso de pressão (reservatório de ar) próprio, destinado a prover maior estabilidade ao valor da pressão de trabalho da bancada. A presença desse reservatório é muito importante em decorrência da existência de outras aplicações no laboratório que

também utilizam o ar comprimido fornecido pela linha de suprimento. De acordo com seus regimes de operação, essas aplicações podem causar oscilações significativas na pressão da linha de suprimento do laboratório, afetando com isso a estabilidade da pressão de trabalho da bancada pneumática. O vaso de pressão utilizado tem capacidade de 108 [l], e suporta uma pressão manométrica máxima de 1,7 [MPa].

### IV.3 Sistema de Transdução e Condicionamento

O sistema de transdução e condicionamento compreende os sensores de pressão e de posição utilizados na bancada experimental, acrescidos de seus respectivos circuitos para condicionamento dos sinais elétricos por eles fornecido de modo que estes últimos sejam lidos adequadamente pela unidade de aquisição e processamento de dados.

#### Sensor de Posição

O sensor utilizado para monitorar a posição do êmbolo do cilindro atuador é do tipo régua potenciométrica (resistência variável em função da posição do cursor), fabricado pela empresa FESTO (modelo MLO – POT – 1000 – TLF ), com curso nominal de 1 [m]. As informações técnicas mais importantes relativas a esse sensor estão listadas na Tabela IV.4, na qual a unidade [%fs] significa o valor percentual em relação ao fundo de escala do sensor.

Tabela IV.4 Características do sensor potenciométrico de posição.

Modelo/fabricante	MLO – POT – 1000 – TLF FESTO
Curso útil nominal	1 [m]
Resolução de trajeto	0,01 [mm]
Linearidade de resposta	0,04 [%fs]
Tensão de alimentação	Máximo 42 [V <sub>DC</sub> ]
Velocidade máxima admissível	10 [m/s]
Aceleração máxima admissível	200 [m/s <sup>2</sup> ]

O sensor é montado em paralelo ao posicionador pneumático. O cursor da régua é conectado ao carro do atuador pneumático por meio de uma pequena barra metálica devidamente engastada entre os dois elementos móveis. O sensor é alimentado com 10 [V<sub>DC</sub>], por meio do módulo de condicionamento de sinais, a fim de se aproveitar a máxima escala positiva utilizável na unidade de aquisição de dados. A leitura do sinal de posição é feita

diretamente em termos de tensão elétrica, com base no conceito da divisão da tensão aplicada ao sensor como um todo. Com base no pequeno desvio de linearidade na resposta do sensor, a relação entre o deslocamento do conjunto carro+sensor  $\Delta y$  e a variação na tensão elétrica correspondente  $\Delta V_{SPOS}$  é assumida linear, isto é:

$$\Delta V_{SPOS} = k_{SPOS} \Delta y \quad (IV.1)$$

onde  $k_{SPOS}$  é uma constante positiva. O valor de  $k_{SPOS}$  foi determinado experimentalmente como sendo 9,6 [V/m].

### Sensores de Pressão

Para aquisição das pressões em ambas as câmaras do cilindro atuador, são utilizados dois sensores de pressão relativa (Huba Control – 510). Esses sensores são alimentados por meio de tensão elétrica, fornecendo uma saída em corrente elétrica que é função linear da pressão manométrica da linha à qual estão conectados. Cada sensor está conectado a uma das saídas da servoválvula. As principais características técnicas destes sensores são apresentadas na Tabela IV.5.

Tabela IV.5 Características dos sensores de pressão.

Modelo/fabricante	510 Huba Control
Pressão manométrica de entrada	(0 a 1) [MPa]
Corrente elétrica de saída	(4 a 20) [mA <sub>DC</sub> ]
Resolução de entrada	0,3 [%fs]
Desvio máximo combinado (linearidade + histerese + repetibilidade)	0,5 [%fs]
Tensão de alimentação	(12 a 33) [V <sub>DC</sub> ]

Para serem lidas pela unidade de aquisição e processamento de dados, as correntes elétricas que caracterizam o sinal de pressão lido pelos sensores precisam ser convertidas para tensões elétricas correspondentes. Por essa razão, as correntes geradas pelos sensores são aplicadas a resistores de precisão (500 [ $\Omega$ ]  $\pm$  0,1 [%fs]), de modo que o sinal lido pela unidade de aquisição é a tensão elétrica sobre esses resistores. Assim, embora os sinais de saída dos sensores de pressão sejam dados em termos de uma corrente elétrica na faixa de (4 a 20) [mA<sub>DC</sub>], o sinal lido pelo módulo de aquisição e processamento de dados é uma tensão elétrica com faixa nominal de valores de (2 a 10) [V<sub>DC</sub>].

#### IV.4 Sistema de Aquisição e Processamento de Dados

O sistema de aquisição e processamento de dados é o responsável por utilizar os dados provenientes dos sinais medidos na bancada para, com base na trajetória programada para o servoposicionador pneumático, calcular o valor do sinal elétrico de controle a ser aplicado à servoválvula. Esse sistema é composto por uma placa dedicada de aquisição e processamento de dados para fins de controle em tempo real, hospedada em um PC comum.

A placa dedicada para controle em tempo real é um modelo DS – 1004, fabricado pela companhia alemã dSPACE. Trata-se de uma unidade de alta capacidade, projetada especificamente com o fim de executar tarefas de controle em tempo real com sólidas garantias com respeito aos seus tempos de execução. Para esse fim, a placa DS – 1004 já dispõe de todos os recursos necessários à execução dessas tarefas (conversores A/D – D/A, conjuntos de *bits* de entrada e saída digital, unidades de memória, processador, entre outros) instaladas em sua própria estrutura. O único recurso que essa placa necessita receber de seu PC hospedeiro é a tensão de alimentação. Dessa forma, o desempenho das tarefas de processamento realizadas pela placa dedicada é totalmente independente das características do PC hospedeiro. As principais características técnicas da placa dSPACE DS – 1104 estão listadas na Tabela IV.6.

Tabela IV.6 Características da placa de aquisição e processamento de dados.

Modelo/fabricante	DS – 1104 dSPACE
Entradas para conversão A/D	8 (4 de 16 bits + 4 de 12 bits)
Saídas com conversão D/A	8 (todas de 16 bits)
Entradas/saídas digitais	20 bits configuráveis individualmente
Frequência de operação do processador	250 [MHz]
Memória interna	32 [MB] global + 8 [MB] flash

Embora a placa DS – 1104 tenha sido projetada para operar de modo independente das características do PC hospedeiro, é importante ressaltar que a mesma também é capaz de se comunicar com ele de forma continuada. Essa característica é muito útil no que se refere à interface homem-máquina para fins da programação dos algoritmos de controle a serem executados pela placa, da visualização dos resultados obtidos ao longo da execução da tarefa desejada, e do armazenamento dos dados obtidos para processamento posterior. Para facilitar essas operações, a placa vem acompanhada de um pacote de *software* próprio, que permite

que a programação das tarefas desejadas e sua posterior monitoração sejam feitas de forma simples e intuitiva. No que diz respeito à programação, por exemplo, o referido pacote proporciona total integração entre a placa e o pacote computacional Matlab/Simulink, de uso largamente difundido no meio acadêmico em geral e dos sistemas de controle em particular [Palm III, 2000]. Todos os recursos da placa voltados à interface com o sistema a ser controlado (entradas e saídas analógicas e digitais, *timers*, etc.) são disponibilizados em ambiente Simulink sob a forma de blocos funcionais, que é a mesma utilizada pelo referido ambiente para disponibilizar suas próprias funções. Dessa forma, o procedimento de “montagem” do sistema a ser controlado é exatamente o mesmo utilizado para gerar simulações, o que facilita o desenvolvimento do controlador por não haver o entrave das “traduções” entre as linguagens das diferentes partes envolvidas no mesmo. Depois de montado, o diagrama de blocos descrevendo a tarefa de controle desejada é convertido em um arquivo “C” por meio de um compilador apropriado (também constante do pacote computacional que acompanha a placa). O arquivo compilado é então carregado na memória da placa, que está pronta para executar a tarefa desejada.

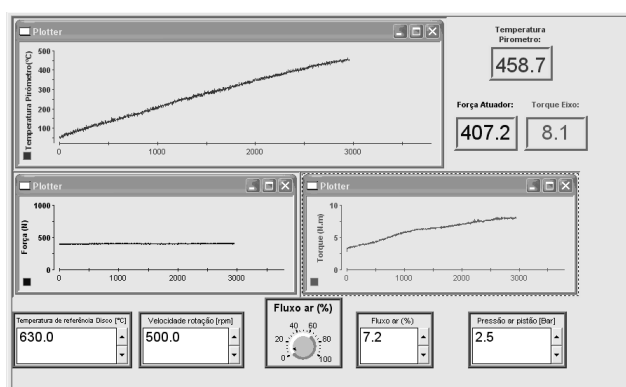


Figura IV.2 - Painel virtual do ambiente Controldesk [Neis, 2008]

Durante a execução da tarefa de controle desejada, também é possível acompanhar e até interferir nos valores dos parâmetros durante sua operação. A placa dedicada é capaz de se comunicar continuamente com o PC hospedeiro, transmitindo ao mesmo os dados levantados ao longo do processo e recebendo as ordens eventualmente determinadas pelo operador. Essa interface é realizada por meio de outro recurso computacional que acompanha a placa DS – 1104, denominado Controldesk. Trata-se de um *software* do tipo supervisor, que permite montar “painéis virtuais” de controle do processo com todos os recursos normalmente utilizados para esse fim, tais como janelas gráficas, mostradores, botões e janelas para



entradas numéricas entre outros. Um exemplo de “painel virtual” desse gênero está ilustrado na Fig. IV.2.

Através do ambiente Controldesk, também é possível escolher as variáveis que devem ser salvas durante a execução da tarefa de controle programada. Ao fim do procedimento, essas variáveis são gravadas em um arquivo com extensão “.mat”, isto é, um arquivo de dados próprio para leitura e manipulação no pacote Matlab/Simulink. Dessa forma, todo processamento e/ou análise posterior dos dados obtidos durante a execução da tarefa de controle podem ser feitos de forma também relativamente simples, tendo-se em vista a grande quantidade de ferramentas de processamento disponibilizadas pelo pacote Matlab/Simulink sob a forma de comandos ou blocos prontos.

#### IV.5 Identificação dos Parâmetros da Bancada Pneumática

Os valores dos parâmetros que caracterizam a bancada pneumática foram levantados por Kunz, 2006, seguindo os mesmos procedimentos descritos em Santos, 1996, Vieira, 1998, e Perondi, 2002. Os parâmetros referentes à estrutura da bancada estão listados na Tabela IV.7, enquanto os dados relativos à modelagem das vazões mássicas através dos orifícios da servoválvula são apresentados nas tabelas IV.8 e IV.9. As funções polinomiais de aproximação constantes desta última tabela foram levantadas de acordo com o procedimento descrito no Anexo II.

Tabela IV.7 Valores numéricos dos parâmetros do sistema.

Parâmetro	valor
$A$ - área útil do êmbolo do cilindro atuador	$4,91 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2\text{]}$
$r$ - relação de calores específicos do ar	1,4 [adimensional]
$R$ - constante universal dos gases	286,9 [J/Kg.K]
$V_{10}$ - volume morto da linha de conexão 1	$1,96 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^3\text{]}$
$V_{20}$ - volume morto da linha de conexão 2	$4,9 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^3\text{]}$
$T$ - temperatura do ar de suprimento	293 [K]
$M$ - massa deslocada do conjunto êmbolo + carro do cilindro	0,3 [Kg]
$L$ - curso útil do cilindro atuador	1,016 [m]
$p_{\text{sup}}$ - pressão de suprimento utilizada nos ensaios	$6 \cdot 10^5 \text{ [Pa]}$
$p_{\text{atm}}$ - pressão atmosférica	$10^5 \text{ [Pa]}$

Tabela IV.8 Valores das vazões mássicas máximas.

Câmara	Enchimento	Exaustão
1	$[q_{m_1}^{ench}]_{\max} = 0,0089$ [kg/s]	$[q_{m_1}^{exau}]_{\max} = 0,0115$ [kg/s]
2	$[q_{m_2}^{ench}]_{\max} = 0,0083$ [kg/s]	$[q_{m_2}^{exau}]_{\max} = 0,0109$ [kg/s]

Tabela IV.9 Funções de ajuste das curvas experimentais da vazão mássica.

Regime	Câmara	Curvas da vazão mássica versus pressão
Exaustão	1	$f_{p_1}^{exau}(\bar{p}_1) = 0,346\bar{p}_1^3 - 1,747\bar{p}_1^2 + 2,312\bar{p}_1 + 0,09$
	2	$f_{p_2}^{exau}(\bar{p}_2) = -0,029\bar{p}_2^3 - 0,957\bar{p}_2^2 + 1,88\bar{p}_2 + 0,109$
Enchimento	1	$f_{p_1}^{ench}(\bar{p}_1) = -1,888\bar{p}_1^3 + 1,157\bar{p}_1^2 - 0,191\bar{p}_1 + 1,007$
	2	$f_{p_2}^{ench}(\bar{p}_2) = -2,395\bar{p}_2^3 + 1,851\bar{p}_2^2 - 0,362\bar{p}_2 + 1,014$
Curvas da vazão mássica versus tensão		
Exaustão	1	$f_{u_1}^{exau}(\bar{u}) = 1,265\bar{u}^3 - 3,282\bar{u}^2 + 3,148\bar{u} - 0,112$
	2	$f_{u_2}^{exau}(\bar{u}) = 1,2\bar{u}^3 - 3,5\bar{u}^2 + 3,6\bar{u} - 0,3$
Enchimento	1	$f_{u_1}^{ench}(\bar{u}) = 1,2\bar{u}^3 - 3,5\bar{u}^2 + 3,58\bar{u} - 0,3$
	2	$f_{u_2}^{ench}(\bar{u}) = 1,198\bar{u}^3 - 3,446\bar{u}^2 + 3,42\bar{u} - 0,161$

É importante ressaltar que as aproximações polinomiais em função da tensão de controle  $\bar{u}$  não contemplam um valor nulo de vazão mássica  $\bar{u} = 0$  e a região dos valores de  $\bar{u}$  próximos à origem em que se constata a ocorrência de uma zona morta. Por essa razão, as funções de aproximação das vazões mássicas incluem um procedimento de compensação da zona morta, que consiste em substituir, nessa região, a aproximação polinomial em função de  $\bar{u}$  por uma aproximação linear. Usando-se como exemplo o caso do enchimento da câmara 1, essa compensação é implementada da seguinte forma: um valor de limiar  $\bar{u}_{\lim}$  (veja Fig. IV.3) é definido de modo que para valores de tensão na faixa  $\bar{u} > \bar{u}_{\lim}$ , as aproximações polinomiais da Tabela IV.9 são utilizadas. Para valores abaixo desse limite, a vazão mássica através da válvula passa a ser descrita por  $f_{u_1}^{ench*} = a_{u_1}^{ench}\bar{u}$ . Generalizando esse procedimento em termos das duas câmaras e para cada processo, tem-se que, para  $\bar{u} \leq \bar{u}_{\lim}$ ,  $i=1,2$ ,  $f_{ui}^{ench*} = a_{ui}^{ench}\bar{u}$  e  $f_{ui}^{exau*} = a_{ui}^{exau}\bar{u}$  onde  $a_{ui}^{ench} = f_{ui}^{ench}(\bar{u}_{\lim})/\bar{u}_{\lim}$  e  $a_{ui}^{exau} = f_{ui}^{exau}(\bar{u}_{\lim})/\bar{u}_{\lim}$ , e as funções  $f_{ui}^{ench}(\bar{u})$  e  $f_{ui}^{exau}(\bar{u})$  são aquelas definidas na Tabela IV.9.

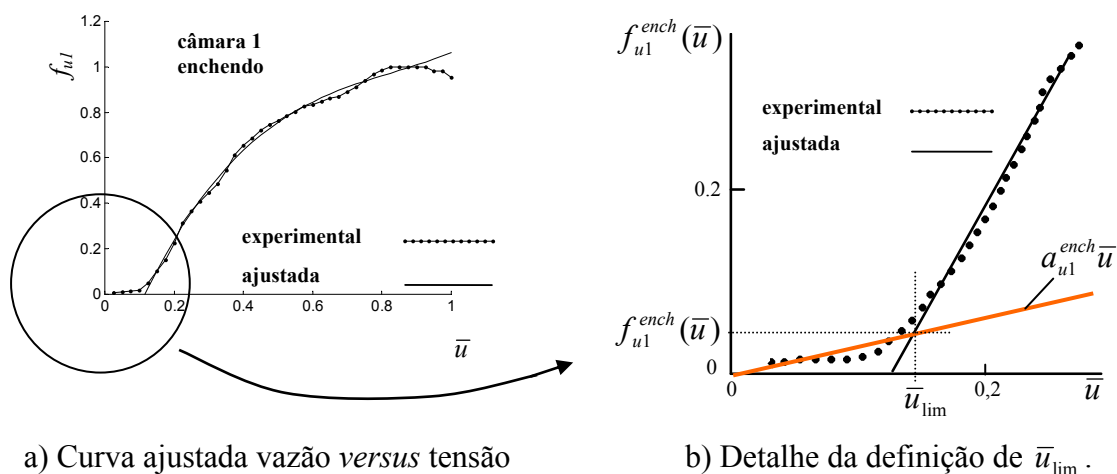


Figura IV.3 - Definição da tensão de limiar  $\bar{u}_{lim}$  [Perondi, 2002].

Também é importante lembrar que, para cada circunstância de abertura da válvula, existem duas vazões diferentes: enquanto a câmara 1 enche, a câmara 2 é esvaziada, e o oposto ocorre quando o sinal de controle tem sinal negativo. Assim, na prática, existem quatro valores diferentes de limiar para a compensação da zona morta da válvula (um valor diferente para cada câmara e em cada sentido de movimento desejado para o pistão). Por simplicidade de implementação, porém, são utilizados somente dois valores de limiar, um para cada sentido do sinal de controle aplicado à válvula. Dessa forma, os processos de simultâneos de enchimento de uma câmara e esvaziamento da outra são considerados iguais no que diz respeito à amplitude de suas zonas mortas. Para cada sentido do sinal de controle aplicado, o valor de limiar tomado como válido é o maior valor de  $\bar{u}_{lim}$  identificado entre as duas câmaras, independentemente do processo específico pelo qual ela está passando. Os valores utilizados para  $\bar{u}_{lim}$  para cada sentido do sinal de controle aplicado são dados na Tabela IV.10.

Tabela IV.10 Valores de  $\bar{u}_{lim}$ .

Caso	valor de $\bar{u}_{lim}$
câmara 1 enchendo e câmara 2 esvaziando	0.14
câmara 2 enchendo e câmara 1 esvaziando	0.09

## IV.6 Ajuste dos Ganhos do Controlador

No Capítulo 6, foram discutidos a maior parte dos aspectos referentes à determinação dos parâmetros dos controladores utilizados nos testes experimentais, omitindo-se os detalhes referentes ao cálculo dos ganhos das parcelas sem compensação do atrito. Esta seção é dedicada a apresentar os cálculos dos mesmos. Conforme mencionado no mesmo capítulo, os procedimentos de cálculo aqui utilizados se baseiam na suposição de que a linearização por realimentação efetuada por meio das leis de controle aplicadas ao subsistema pneumático seja efetuada de forma exata.

### Cálculo dos ganhos para o subsistema mecânico

Com o fim de se determinar os ganhos do controlador proposto de modo que os testes experimentais sejam realizados satisfatoriamente, é possível recorrer à aproximação linear utilizada por Cunha, 2001, e Perondi, 2002, mencionada no Capítulo 6. Dessa forma, reescrevendo a equação que rege a dinâmica do subsistema mecânico em malha aberta (Eq. (5.6)), tem-se :

$$M\dot{y} = Ap_{\Delta d} + A\tilde{p}_{\Delta} - F_a - F_e \quad (\text{IV.2})$$

Para o caso em que a massa manipulada é conhecida, tem-se  $\hat{M} = M$ . Nessas circunstâncias, a lei de controle proposta para o subsistema mecânico é dada por:

$$g_d = Ap_{\Delta d} = M(\ddot{y}_d - \lambda\dot{\tilde{y}}) - K_D s + \hat{F}_a + \hat{F}_e \quad (\text{IV.3})$$

onde  $s = \dot{\tilde{y}} + \lambda\tilde{y}$ . Substituindo-se o valor de  $s$  na Eq. (IV.3), aplicando-se a função resultante à dinâmica do subsistema mecânico, e rearranjando os termos, obtém-se:

$$M\ddot{y} + (\lambda M + K_D)\dot{y} + \lambda K_D y = M\ddot{y}_d + (\lambda M + K_D)\dot{y}_d + \lambda K_D y_d + A\tilde{p}_{\Delta} + \tilde{F}_a + \tilde{F}_e \quad (\text{IV.4})$$

onde foram utilizadas as relações  $\tilde{y} = y - y_d$ ,  $\dot{\tilde{y}} = \dot{y} - \dot{y}_d$ ,  $\tilde{F}_a = \hat{F}_a - F_a$  e  $\tilde{F}_e = \hat{F}_e - F_e$ . A Eq. (IV.4) representa a dinâmica do subsistema mecânico em malha fechada do subsistema mecânico do servoposicionador. A análise desta equação pode ser realizada mais facilmente com a aplicação da transformada de Laplace com condições iniciais nulas. Assim, tem-se:

$$Y(\mathbf{s}) = H_1(\mathbf{s})Y_d(\mathbf{s}) + H_2(\mathbf{s})[A\tilde{P}_\Delta(\mathbf{s}) + \tilde{F}_a(\mathbf{s}) + \tilde{F}_e(\mathbf{s})] \quad (\text{IV.5})$$

onde  $\mathbf{s}$  é a variável de Laplace (note-se a utilização do negrito para assegurar a distinção em relação a  $s = \dot{\tilde{y}} + \lambda\tilde{y}$ ). As expressões para  $H_1(\mathbf{s})$  e  $H_2(\mathbf{s})$  são, respectivamente:

$$H_1(\mathbf{s}) = \frac{Ms^2 + (\lambda M + K_D)s + \lambda K_D}{Ms^2 + (\lambda M + K_D)s + \lambda K_D} = 1 \quad (\text{IV.6})$$

$$H_2(\mathbf{s}) = \frac{1}{Ms^2 + (\lambda M + K_D)s + \lambda K_D} \quad (\text{IV.7})$$

As expressões (IV.5), (IV.6) e (IV.7) permitem concluir que, para o caso em que a linearização por realimentação aplicada ao subsistema pneumático é exata e a massa manipulada é conhecida, o êmbolo do servoposicionador pneumático seguirá a trajetória para ele desejada com qualquer conjunto de ganhos que obedeça às condições de estabilidade. Esse seguimento não é perfeito, todavia, porque a presença dos erros de seguimento de pressão e de compensação das forças externas e de atrito exerce influência direta sobre a trajetória realizada. Também se observa que o ganho estático da função  $H_2(\mathbf{s})$  é dado por  $1/(\lambda K_D)$ . Dessa forma, quanto maiores os valores de  $K_D$  e  $\lambda$ , menor é a influência das perturbações presentes na operação do sistema (forças externas e de atrito) e do erro de seguimento da diferença de pressão. Assim, à primeira vista, é de se esperar que o desempenho do servoposicionador pneumático em malha fechada seja tanto melhor quanto maiores forem os valores de  $K_D$  e  $\lambda$ . Por outro lado, é importante lembrar que os sinais utilizados pelo algoritmo de controle estão sujeitos a ruído, e que é igualmente importante para o desempenho do sistema que o controlador apresente baixa sensibilidade a esse efeito. Por essa razão, é conveniente determinar as posições dos pólos de  $H_2(\mathbf{s})$  em função dos parâmetros do controlador, de modo que estes últimos sejam escolhidos de modo a minimizar a influência do ruído presente nos sinais medidos da bancada. Assim, reescrevendo-se a Eq. (IV.7) de modo que as posições dos referidos pólos sejam evidenciadas, tem-se:

$$H_2(\mathbf{s}) = \frac{1}{M} \frac{1}{(s + \lambda)(s + \frac{K_D}{M})} \quad (\text{IV.8})$$

Dessa forma, os pólos estão localizados em  $-\lambda$  e  $-K_D/M$ . Assim, embora valores altos de  $K_D$  e  $\lambda$  sejam desejáveis sob o ponto de vista da rejeição das perturbações decorrentes do atrito e das forças externas, o crescimento desses valores também aumenta a sensibilidade do sistema ao ruído de instrumentação. Embora existam várias fontes de ruído possíveis, das mais diversas naturezas e faixas de frequências, há uma que pode ser prevista com certeza: a indução eletromagnética devida à rede de distribuição de energia elétrica. A frequência dessa fonte de ruído é de 60 [Hz], o que corresponde a pouco menos de 377 [rad/s]. Para que a atenuação desse sinal seja significativa, é conveniente as frequências de corte da resposta do sistema controlado estejam situadas pelo menos duas oitavas abaixo do limite estipulado pelo mesmo. Assim, muito embora seja perfeitamente possível que outras fontes de ruído no ambiente da bancada pneumática possuam frequências menores do que a da rede elétrica acima mencionada, um possível valor de referência para os limites dos pólos do sistema em malha fechada é dado por  $377/4 = 94,25$  [rad/s]. Com base nesse valor, para o caso em que a massa transportada pelo servoposicionador é mínima (massa nominal do conjunto êmbolo+carro= 0,18 [kg]), o valor máximo de  $K_D$  é 16,965. Arbitrando-se o ganho estático do sistema em malha fechada de modo que o efeito das perturbações seja reduzido por um fator mínimo de 500, e usando o mesmo valor de referência dado acima para a posição do segundo pólo, obtém-se  $29,47 \leq \lambda \leq 94,25$ .

Com base nas faixas de valores determinadas no parágrafo anterior, foi executada uma seqüência de testes experimentais do controlador proposto sem a compensação do atrito. Com base nesses testes, e buscando-se a melhor condição de balanço entre a rejeição do ruído e a redução dos erros de seguimento do sistema controlado, optou-se por usar  $K_D = \lambda = 25$ . Com esses valores, os pólos do sistema em malha fechada são  $P_1 = -25$  e  $P_2 = -138,9$ . Embora a posição do segundo pólo ultrapasse o limite de referência previamente estabelecido de 94,25 [rad/s], esse valor foi considerado aceitável em face de os testes realizados contemplarem o uso de massas manipuladas de até 3,66 [kg], de modo que os problemas do ruído são amenizados para os casos em que as massas manipuladas são maiores. Assim, embora os efeitos do ruído de instrumentação tendam a aumentar perceptivelmente quando o servoposicionador pneumático opera sem carga, essa circunstância inconveniente é tolerada a fim de se evitar que as amplitudes dos erros de posicionamento do sistema resultem excessivamente grandes. Os valores acima determinados foram utilizados ao longo de todos os testes experimentais realizados, mantendo-se inalterados para qualquer combinação

específica de leis de controle usadas nos dois subsistemas (SC, CF ou CA para o subsistema mecânico, P ou EV para o subsistema pneumático).

Outro fator limitante para os valores dos ganhos do controlador é dado pelo tempo necessário para que o sistema digital de processamento complete um ciclo de operação. Segundo Franklin et al., 2002, o período do laço de processamento do algoritmo de controle deve ser tal que a frequência de aplicação do sinal de controle calculado seja pelo menos 20 vezes maior do que a largura de banda da planta em malha fechada. No caso da bancada pneumática, o período de amostragem utilizado foi de 0,5 [ms] o que corresponde a uma frequência de processamento de 2 [kHz] = 12570 [rad/s]. Esse valor é cerca de 90 vezes maior do que o limite dado pelo segundo pólo do sistema em malha fechada e sem carga. Logo, o período de amostragem utilizado não apresenta restrições aos valores dos ganhos acima determinados.

### **Cálculo dos ganhos para o subsistema pneumático**

A determinação dos parâmetros usados no subsistema pneumático para as duas leis de controle utilizadas nos testes experimentais ( $K_p$  no caso da lei de controle proporcional,  $k$  e  $\Phi$  para a lei a estrutura variável) é realizada por meio de um estudo semelhante ao utilizado para o subsistema mecânico. Inicialmente, utiliza-se a lei de controle ideal (sem incertezas paramétricas) aplicada ao subsistema pneumático para o caso proporcional (Eq. (5.68)) para se estabelecer o valor de  $K_p$ . Depois, com base o resultado obtido para o caso proporcional é estendido ao controlador a estrutura variável para que os valores de  $k$  e  $\Phi$  sejam determinados.

A dinâmica do subsistema pneumático em malha aberta é dada pela Eq. (5.4), aqui reproduzida:

$$\dot{p}_\Delta = \hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) + \hat{u}(p_1, p_2, y, u) \quad (\text{IV.9})$$

Para o caso proporcional, a lei de controle empregada no subsistema pneumática é dada por (ver a Eq. (5.68)):

$$\hat{u} = -\hat{h}(p_1, p_2, y, \dot{y}) - As + \dot{p}_{\Delta d} - K_p \tilde{p}_\Delta \quad (\text{IV.10})$$

Substituindo-se a Eq. (IV.12) na Eq. (IV.11) e rearranjando os termos, obtém-se:

$$\dot{\tilde{p}}_{\Delta} + K_p \tilde{p}_{\Delta} = -As \quad (\text{IV.11})$$

No caso ideal, em que os erros de seguimento de velocidade e posição tendem a zero, a Eq. (IV.11) se reduz a uma equação diferencial de 1ª ordem, de modo que o erro de seguimento em pressão converge exponencialmente para zero para qualquer  $K_p > 0$ . Quando  $s \neq 0$ , é necessário recorrer a uma análise similar à realizada para o subsistema mecânico. Dessa forma, a aplicação da transformada de Laplace com condições iniciais nulas à Eq. (IV.11) resulta:

$$\tilde{P}_{\Delta}s + K_p \tilde{P}_{\Delta} = -AS(s) \quad (\text{IV.12})$$

que pode ser reescrita como

$$\tilde{P}_{\Delta} = -H_3(s)S(s) \quad (\text{IV.13})$$

onde

$$H_3(s) = A/(s + K_p) \quad (\text{IV.14})$$

Pela Eq. (IV.14), tem-se que  $H_3(s)$  possui um pólo real em  $-K_p$  e ganho estático igual  $A/K_p$ . Assim, de um modo similar ao verificado no caso do subsistema mecânico, o aumento do valor de  $K_p$  melhora a rejeição da “perturbação” relativa à presença dos erros de seguimento em posição e velocidade, mas também torna o sinal de controle mais suscetível aos efeitos do ruído presente nos sinais medidos. Dessa forma, usando-se um procedimento análogo ao realizado para o subsistema pneumático, a combinação entre estimativas teóricas e testes práticos levou à escolha do valor de  $K_p$  igual a 40.

Para o caso da lei de controle a estrutura variável, considerações similares podem ser feitas em um sentido qualitativo a partir da observação de que, para a região em que  $|\tilde{p}_{\Delta}/\Phi| \leq 1$ , o termo descontínuo que a caracteriza também age como uma lei de controle proporcional, com ganho igual a  $k/\Phi$ . Assim, para valores de  $\tilde{p}_{\Delta}$  situados no interior dessa região, o mesmo raciocínio acima descrito para a determinação de  $K_p$  também é válido para o quociente entre os dois parâmetros usados pela lei de controle a estrutura variável. Para  $\tilde{p}_{\Delta}$



fora dessa região, essa aproximação não tem validade, mas essa circunstância não é tão importante diante do fato de o sinal de controle resultante já se encontrar saturado em seu valor máximo. Com base nessas considerações, optou-se por escolher para  $k/\Phi$  o mesmo valor anteriormente definido para  $K_p$ , isto é,  $k/\Phi = 40$ . Quanto aos valores específicos de cada um desses parâmetros, o procedimento seguido foi o de reescrever a relação entre os mesmos na forma  $k = 40\Phi$ , e escolher o valor da camada limite  $\Phi$  por experimentação direta, sendo o valor de  $k$  determinado automaticamente pela relação dada. Dessa forma, os valores finais escolhidos são  $\Phi = 6 \cdot 10^4$  (isto é, a faixa linear de operação do controlador corresponde a 10% do valor máximo da pressão diferencial que pode ser aplicada ao êmbolo) e  $k = 2,4 \cdot 10^6$ .

#### IV.7 Caracterização dos Filtros de Sinais

Os filtros digitais são incluídos com o fim de minorar os efeitos do ruído presente nos sinais medidos na bancada, pois os mesmos podem ocasionar oscilações indesejáveis na saída do atuador. Mais uma vez, assim como no caso dos ganhos escolhidos para o controlador, a determinação dos valores específicos a serem utilizados para as frequências de corte e para as ordens dos filtros utilizados depende de uma relação de compromisso entre dois objetivos diferentes. Com o fim de se reduzir o efeito do ruído, o ideal é utilizar filtros com ordens altas e frequências de corte baixas. No entanto, o uso de filtros mais restritivos introduz atrasos nos sinais utilizados pelo algoritmo para calcular o valor da ação de controle a ser aplicada ao sistema. Se esses atrasos forem muito grandes, o sinal de controle aplicado à servoválvula pode não corresponder mais às necessidades do servoposicionador frente a suas condições de operação, visto que esse sinal foi calculado tendo por base um conjunto de informações referente a um momento *anterior* do processo em questão. Assim, os valores das frequências de corte e características básicas (modelo e ordem) dos filtros utilizados foram determinados por ajustes experimentais, considerando-se o compromisso entre o nível de ruído aceitável e as oscilações introduzidas pelos atrasos. As características dos filtros digitais assim definidos estão listadas na Tabela IV.11.

Tabela IV.11 Características dos Filtros Digitais

Filtros	Frequência de corte [rad/s]	Ordem	Tipo
Posição	300	2	butterworth
Velocidade	40	1	butterworth
Aceleração	40	1	butterworth
Pressões	100	1	butterworth

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)