**UNIVERSIDADE CRUZEIRO DO SUL**
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO**
**MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

# Funções Quadráticas nos Livros Didáticos sob a Òtica da Resolução de Problemas

**LUCICLEIDE LAVOR TERTO**

**Orientador: Profª. Drª. Norma Suely Gomes Allevato**

**Dissertação apresentada ao Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Cruzeiro do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática**

**SÃO PAULO**
**2008**

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA CENTRAL DA UNICSUL

T318f
Terto, Lucicleide Lavor.
Funções quadráticas nos livros didáticos sob a ótica da resolução de problemas / Lucicleide Lavor Terto. -- São Paulo; SP: [s.n], 2008.
243 p. : il. ; 30 cm.

Orientadora: Norma Suely Gomes Allevato.
Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul.

1. Livro didático - Matemática 2. Livro didático - Ensino Médio 3. Função quadrática (Matemática) 4. Resolução de problemas - Matemática. I. Allevato, Norma Suely Gomes. II. Universidade Cruzeiro do Sul. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. III. Título.

CDU: 51(043.3)

**UNIVERSIDADE CRUZEIRO DO SUL**
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO**


# Funções Quadráticas nos Livros Didáticos sob a Ótica da Resolução de Problemas


**Lucicleide Lavor Terto**


**Dissertação de mestrado defendida e aprovada pela Banca Examinadora em 19/12/2008.**

**BANCA EXAMINADORA:**

**Profa. Dra. Norma Suely Gomes Allevato**
**Universidade Cruzeiro do Sul**

**Profa. Dra. Rosa Monteiro Paulo**
**Universidade Cruzeiro do Sul**

**Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic**
**IGCE - UNESP**

**À**

**minha família,**

**em especial à minha filha Larissa, meu maior tesouro, pela sua existência e compreensão; ao meu marido Walmir pelo companheirismo, apoio, incentivo e ajuda neste trabalho. Aos meus pais José e Raimunda pelo amor; ao meu irmão Luciano e minha cunhada Ana Beatriz pela amizade e aos meus sobrinhos Luciano Junior e Julia pelo carinho.**

# AGRADECIMENTOS

A Deus por todas as graças e por ter me dado forças nos momentos mais difíceis de minha vida.

À professora Norma Suely Gomes Allevato pela orientação, compreensão, amizade e incentivo dispensado ao desenvolvimento deste trabalho.

À Secretaria da Educação do Estado de São Paulo pelo apoio financeiro.

À UNICSUL que contribuiu para minha boa formação de pesquisadora; mostrando-me o que é o conhecimento cientifico.

Aos amigos da E.E. Jardim das Camélias e da Oficina Pedagógica- Leste 1, pela amizade.

Às professoras Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic e Dra. Rosa Monteiro Paulo por aceitarem o convite para participar da banca de qualificação e defesa.

Aos colegas de Mestrado, companheiros de luta e de mútua ajuda.

Às Supervisoras Silvia e Justina, da Diretoria de Ensino – Leste 1, pelo empenho que realizou junto ao Programa de Bolsa Mestrado – Secretaria Estadual de Educação.

A todos que colaboraram, direta ou indiretamente, para a concretização deste trabalho, meu muito obrigada.

“[...] SE NÃO HOUVER A LUTA, COMO PODE HAVER VITÓRIAS. FOI O SENHOR QUE ENSINOU QUE É PELO CALVÁRIO QUE SE CHEGA À GLÓRIA [...]”.

**Banda Louvor e Glória**

TERTO, L. L. **Funções quadráticas nos livros didáticos sob a ótica da resolução de problemas.** 2008. 243 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática)–Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2008.


## RESUMO

O presente trabalho apresenta um estudo analítico de livros didáticos de Matemática de 1º ano do Ensino Médio. O objetivo desta pesquisa é analisar de que forma o livro didático apresenta o conteúdo de função quadrática sob a ótica da Resolução de Problemas. Foi utilizada a metodologia de pesquisa qualitativa, empregando o método da análise de conteúdo. Este trabalho relata alguns episódios da história do livro didático; os resultados de uma análise coordenada por Lima (2001), trazendo as principais conclusões sobre o tratamento da função quadrática e da resolução de problemas nos livros didáticos; e as orientações fornecidas pelos documentos oficiais sobre esses temas. Traz ainda um estudo sobre a Resolução de Problemas sob a perspectiva e concepções de alguns autores e pesquisadores. Nesta investigação, foram analisados quatro livros didáticos entre os indicados pelo MEC e inseridos no Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio – 2009 (PNLEM/2009). Dentre os resultados obtidos, observou-se que, em geral, os livros estão fortemente inseridos na concepção de ensinar “para” a resolução de problemas. Essa concepção configura a resolução de problemas como uma atividade que os alunos só podem realizar após a introdução de um novo conceito ou após o treino de alguma habilidade ou algoritmo de cálculo. Quanto aos tipos de problemas, os fechados, de treino e de conceitos foram os mais encontrados, e somente em raros momentos foram propostos problemas abertos. Na análise do conteúdo quanto à conceituação, manipulação e aplicação, foi observada forte ênfase na manipulação. Os problemas de manipulação nem sempre contribuem para que o aluno raciocine, embora possam ser relevantes como atividades de treino de sub-habilidades importantes à resolução de problemas. Em geral, parece que os livros estão de acordo com os documentos oficiais em muitos aspectos.



**Palavras-Chave:** Livro didático, Função quadrática, Resolução de problemas, Educação matemática, Ensino Médio

TERTO, L. L. **Quadratic functions in the textbooks from the point of view of problem solving.** 2008. 243 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática)–Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2008.


## ABSTRACT

The present work shows an analytical study on Math textbooks for first year of ‘Ensino Médio’. The objective of this research is to analyze how the textbook presents the content of quadratic function from the point of view of problem solving. The methodological approach was the qualitative research by using the method of content analysis. The present work reports some episodes related to textbook history, the results of an analysis coordinated by Lima (2001), which bring the main conclusions about dealing with quadratic function and problem solving in textbooks, and the guidelines provided by official documents about those subjects. There is also a study on Problem Solving under the perspective and conceptions of some authors and researchers. In this investigation, four textbooks were analyzed. They were among the books recommended by MEC and were included in ‘Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio – 2009’ (PNLEM/2009). Among the obtained results, it was observed that in general, the books are strongly attached to the conception of teaching “to” solve problems. Such conception considers problem solving an activity the students can only develop after being introduced to a new concept or after having trained some ability or calculus algorithm. As for the kinds of problems, the closed, training and concept problems were the most found whereas the open problems were rarely proposed. In the content analysis regarding conceptualization, manipulation and application, strong emphasis was given on manipulation. Manipulation problems do not always make the student think although they can be relevant to train sub-abilities which are important for problem solving. In general, it seems that the books are in accordance with official documents in several aspects.



**Keywords:** Textbook, Quadratic function, Problem solving, Mathematics education, High school

## SUMÁRIO

# INTRODUÇÃO

## A trajetória pessoal e o tema da pesquisa

Meu interesse pela Matemática iniciou-se bem cedo, já no ensino fundamental, por isso minha opção pelo curso de exatas, no colegial. Em 1990 formei-me bacharel em Matemática, curso que tinha ênfase em computação. Essa foi minha primeira opção.

Enquanto estudava, para pagar meus estudos comecei a lecionar, porém sem a pretensão de me tornar definitivamente uma professora, pois o meu interesse era trabalhar em outro tipo de empresa pública ou privada. Nessa época, achava que lecionar seria apenas seguir os livros didáticos e pensava que os alunos, por sua vez, acabariam absorvendo as informações apresentadas sem discussão, e o professor seria apenas um mediador entre os conteúdos dos livros e os alunos.

Hoje entendo como este modo de pensar teve que sofrer modificações. Os livros começaram a mostrar novas abordagens mais simples, claras e práticas, mas lecionar, para mim, ainda era um desafio, e depois de formar-me no curso de bacharelado continuei lecionando.

Em 1992 ingressei na FEPASA (Ferrovia Paulista S.A.), no cargo de trainee, e, posteriormente, no cargo de analista de recursos humanos, desenvolvendo atividades como cálculos para folha de pagamento, relatórios estatísticos, gráficos, entre outras. Nessa atividade vi a Matemática sendo aplicada numa prática empresarial como, por exemplo, em relatórios estatísticos apresentados em forma de gráficos. Isso me deu a oportunidade de ver a Matemática sendo aplicada dentro e fora da sala de aula.

Em 1995, ainda na área de Educação e querendo aprimorar minha prática pedagógica, cursei licenciatura em Matemática, e em 1999 fui efetivada como professora de Educação Básica II na Rede Estadual através de concurso público promovido pelo governo do Estado de São Paulo.

Na empresa permaneci seis anos trabalhando com Matemática, estatística e gráficos, uma experiência que ampliou ainda mais meus conhecimentos. Após sua privatização e com aprovação do concurso público, resolvi me dedicar à carreira de professora.

Participei de vários cursos, voltados à atividade pedagógica. Entre esses, participei, em 2005, do programa “Teia do Saber” promovido pela Secretaria de Estado da Educação. Em uma das aulas desse curso, tendo como tema “função” foi apresentado um jogo de cartas que relacionava as características da função quadrática e o seu gráfico.

O jogo utilizado era “Quatro é o Limite”, onde o ganhador seria o jogador que primeiro completasse um quarteto de cartas contendo a sentença Matemática que expressava a função, suas raízes, seu vértice e seu gráfico. Ao final do curso me senti enriquecida, pois havia aprendido uma nova maneira de trabalhar com funções.

Posteriormente, implementei esse jogo em sala de aula, com o objetivo de permitir aos alunos avançar na construção do conhecimento sobre função quadrática estabelecendo relações entre suas características, fixar e ampliar os conceitos já estudados previamente em sala de aula. Isso representaria, também, uma oportunidade de reflexão sobre minha própria prática pedagógica. Nas conclusões que construímos quando relatamos esse trabalho (TERTO, ALLEVATO; 2008), apresentamos alguns pontos positivos como ludicidade, construção do conhecimento, interesse, novas formas de transmissão de conteúdo e auxilio na retomada e criação dos conteúdos. Alguns pontos negativos nos levaram à reflexão sobre nossa prática pois, para alguns alunos, a atividade não acrescentou nada em termos de conhecimento. Neste relato desenvolvemos reflexões acerca de como uma atividade como esta, em que o professor assume uma postura diferenciada em sala de aula, pode fornecer dados importantes, que poderão levar a mudanças nas práticas e à promoção do desenvolvimento profissional.

Essa experiência vivida em sala de aula, relatada e analisada em Terto e Allevato (2008), foi muito significativa, tornou-se objeto de reflexão, e foi apresentada na “II Jornada Internacional de Ensino de Ciências e Matemática” (2008).

Em 2006 ingressei no curso de mestrado profissionalizante em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, que tem colaborado de maneira significativa com essa trajetória de construção do conhecimento e aperfeiçoamento da minha prática pedagógica e profissional. Ele também contribuiu para minha formação de pesquisadora; agora entendo melhor o que é o conhecimento cientifico.

Numa das disciplinas do mestrado, Tópicos de Matemática, apresentei um seminário sobre o tema função quadrática, baseado no livro do autor Elon Lages Lima (1996)[1]. Quando comecei a ler o conteúdo sobre função quadrática, achei-o muito difícil de interpretar. Mas após várias leituras entrei no mundo do autor. Pude, mais uma vez, ver esse tema sendo abordado de forma diferenciada, pois o autor possui uma linguagem técnica e diferente da dos demais livros didáticos que já havia utilizado na sala de aula do ensino médio.

Algumas definições chamaram-me a atenção, como a do gráfico da função quadrática, por exemplo. Este é definido, no referido livro, por meio do foco da parábola. Também me chamou a atenção a articulação, apresentada pelo autor, entre o gráfico da função, a parábola, e seus possíveis movimentos em torno do seu eixo, gerando uma superfície chamada parabolóide de revolução, também conhecida como Superfície Parabólica.

Ao final do texto o autor apresenta dois exercícios que mostram o gráfico desenhado com os valores das raízes, do vértice e do termo independente, e o autor pede, então, para encontrar a expressão algébrica da função quadrática. Este tipo de exercício, não comum nos livros didáticos, faz com que os alunos relembrem alguns métodos de resolução como, por exemplo, os de sistemas lineares. Encontrei nesta abordagem mais uma maneira de trabalhar com função.

Comentando toda essa trajetória com minha orientadora, evidenciou-se o meu interesse no campo das funções quadráticas. A dificuldade premente dos alunos em

---

[1] O livro de Elon Lages Lima (1996) foi citado, por ter sido uma das fontes de inspiração deste trabalho.
LIMA, E. L. **A Matemática do ensino médio**. v.1 Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática. 1996.

entender esses conceitos e a minha vontade de aprimorar minha prática nos levaram a fixar esse tópico matemático para a minha pesquisa.

A Resolução de Problemas foi outro campo que me despertou interesse, e isso se deu devido à grande importância dada, por meio de leituras, documentos oficiais, dissertações, teses, artigos e, ainda, à vasta experiência apresentada pela minha orientadora sobre tal assunto.

Refletindo sobre a trajetória da construção da minha interrogação, sobre o ensino de função quadrática e resolução de problemas, e lecionando há tantos anos para turmas nas quais trabalho esse conteúdo matemático, evidenciou-se o desafio que esse assunto traz para torná-lo cada dia mais claro para os alunos. E quanto ao livro didático, eu sentia uma grande insatisfação, pois ele não me ajudava a enfrentar esse desafio, a ponto de eu não adotá-lo em meu trabalho. Assim, junto com minha orientadora definimos o tema do meu trabalho e a metodologia da pesquisa.

Portanto, com o título *"Funções quadráticas nos Livros Didáticos sob a Ótica da Resolução de Problemas"*, expresso a necessidade de aprofundar os estudos sobre o ensino da função quadrática, apresentados nos livros didáticos e ligados à Resolução de Problemas.

Assim como a prática docente, as pesquisas revelam a dificuldade dos professores e alunos no ensino e na aprendizagem do conceito de função e, principalmente, na construção de uma interpretação fundamentada na Resolução de Problemas, apontando para a importância de se pesquisar a relação posta na interrogação norteadora de nossa pesquisa: *Como os livros didáticos abordam o conteúdo funções quadráticas sob a ótica da Resolução de Problemas?*

Atualmente ocorreu um aumento do uso de livros, por alunos do ensino médio, devido aos planos do governo em ajudar no trabalho do professor, num processo que visa a aumentar o aproveitamento nas aulas. Os livros se tornaram instrumentos importantes para o bom acompanhamento dos alunos. Sendo assim, faz-se necessário uma análise mais profunda dos conteúdos apresentados nos livros didáticos.

As funções, em especial as funções quadráticas, como um dos principais assuntos no ensino da Matemática e presente no cotidiano do aluno e em outros contextos, inclusive científicos, também torna relevante buscar uma nova abordagem deste conteúdo sob a ótica da Resolução de Problemas. A importância da Resolução de Problemas também é apontada em várias pesquisas e documentos oficiais, como um meio para se aprender Matemática.

Nosso objetivo é, portanto, o de esboçar um quadro no qual tentaremos demonstrar a relevância da resolução de problemas, tendo a função quadrática como elemento matemático de análise e cujas fontes serão os livros didáticos de Matemática do PNLEM 2009.

**Estrutura da dissertação**

Quanto à estrutura deste trabalho, é apresentada, no capítulo 1, a metodologia da pesquisa, analisando brevemente o modelo que melhor se enquadra neste tipo de investigação, a pesquisa qualitativa, assim como o método adotado para a realização da análise dos livros didáticos, que foi o da análise de conteúdo.

Em seguida, no capítulo 2, discutiremos um pouco da história do livro didático, suas ideologias e fatos relacionados à política do livro didático no Brasil. Relataremos, também, alguns resultados de uma análise existente sobre livros didáticos brasileiros do Ensino Médio, apresentando as principais conclusões sobre o tratamento da função quadrática e da resolução de problemas extraídas do livro “Exame de Textos – Análise de Livros de Matemática para o Ensino Médio”, coordenado por Elon Lages Lima, em 2001. Nesse capítulo, também nos direcionamos aos documentos oficiais no que diz respeito à função quadrática e à Resolução de Problemas e, ainda, apresentamos alguns trabalhos já realizados e relacionados com livros didáticos.

No capítulo 3 nos encaminharemos ao foco principal deste trabalho que é a Resolução de Problemas pois, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 2002), ela é peça central para o ensino de Matemática. Relataremos, sob a perspectiva de alguns autores e pesquisadores, suas concepções em relação a: o que é um problema, os tipos de problemas, e as abordagens de como ensinar “sobre”, “para” e “através” de Resolução de problemas, explicitando-as em direção ao objetivo dessa pesquisa.

No capítulo 4 descrevemos como escolhemos e selecionamos os livros didáticos desta pesquisa e desenvolvemos as análises desses livros didáticos, que estão entre os indicados pelo MEC e inseridos no Programa Nacional do Livro didático para o Ensino Médio – 2009 (PNLEM/2009). Das 8 coleções recomendadas pelo MEC, escolhemos para esta pesquisa 4 livros de Matemática da 1ª série do Ensino Médio.

Finalmente, no último capítulo, apresentamos nossas considerações finais, apontando também para alguns trabalhos que poderão ser desenvolvidos para ampliar e aprofundar o que obtivemos com a investigação que relatamos na presente dissertação.

# CAPÍTULO 1

# METODOLOGIA DE PESQUISA

Neste capítulo apresentaremos a importância da pesquisa na Educação Matemática; a metodologia da pesquisa que melhor se enquadra neste trabalho de investigação, a pesquisa qualitativa; e as características do levantamento bibliográfico (relacionar com idéias dos outros). Falaremos, também, do método adotado para a realização da análise dos livros, que foi o da análise de conteúdo.

Acreditamos que, ao falarmos desses assuntos citados, explicitaremos os aspectos metodológicos que fundamentam este trabalho de pesquisa, além de posicionar o leitor quanto a alguns detalhes de seu desenvolvimento.

## 1.1 A Educação Matemática e a Pesquisa

A Educação é um vasto campo de estudos, um local que contém fenômenos, eventos e processos que em si mesmos constituem a matéria prima para investigações de vários tipos (SHULMAN, 1988, Apud ROMBERG, 2007).

De fato, a escola, por abranger muitos elementos e ser observável sob diferentes aspectos, é considerada como um campo de estudos tornando-se contexto de pesquisa, gerando questões orientadoras de investigação, que consideram os processos de aprendizagem, de ensino, de avaliação, de formação de professores, de recursos materiais, de documentos, entre outros.

No caso específico da Educação Matemática ocorre o mesmo. Não há como realizar uma pesquisa em Educação Matemática, no que se refere ao ensino, à aprendizagem e à avaliação, sem levar em conta as questões que surgem neste complexo contexto, e que levam professores e pesquisadores a buscarem respostas, fundamentação e perspectivas para investigá-las.

Essas questões decorrem da presença dos professores, dos alunos, da disciplina Matemática, da escola e da sociedade, cada qual com suas inter-relações, funções e características. Elas podem ser conduzidas por investigações usando perspectivas oriundas da Sociologia, Filosofia, Pedagogia, História entre outras. Assim a Educação Matemática, apoiada nessas outras áreas, produz seus próprios conceitos, métodos e procedimentos.

Segundo Romberg (2007), nos últimos anos, várias pesquisas envolvendo os problemas encontrados no ensino e na aprendizagem de Matemática seguiram vertentes variadas a fim de norteá-las, tornando a Educação Matemática um campo de investigação, mais do que, propriamente, uma disciplina.

Uma investigação deve ser um trabalho sistemático e consistente para que os resultados sejam confiáveis e isso vai depender da metodologia de pesquisa que for utilizada para o desenvolvimento da mesma.

Pesquisar deriva do latim “perquirere”, que significa, procurar investigando minuciosamente, penetrando nesse algo a partir de outras perspectivas, buscar com investigação, inquirir, informar-se a respeito de, fazer pesquisa. Assim, pesquisa significa estudo aprofundado, com o fim de descobrir fatos relativos a um aspecto específico dentro de um campo de conhecimento.(GOLDENBERG, 1999; FERREIRA, 1988; FERREIRA, 1983).

Para Romberg (2007), o termo pesquisar está associado a um processo, no qual fazer pesquisa não pode ser visto como uma ação mecânica ou prescrita: “As atividades envolvidas em fazer pesquisa incorporam mais características de uma arte do que de uma disciplina puramente técnica”. (ROMBERG, 2007, p. 97). Nesse sentido, assim como em todas as artes, deve haver um consenso sobre que procedimentos devem ser seguidos para um trabalho aceitável.

A pesquisa depende de muitos aspectos (objetivos, métodos, materiais, referências teóricas...) que devem ser considerados como uma orientação. Eles indicam onde o pesquisador quer chegar e os caminhos que pretende tomar para lá chegar.

Conforme Goldenberg (1999), fazer pesquisa significa aprender a pôr ordem nas próprias idéias. O trabalho de pesquisa deve ser instigante, mesmo que o objeto não pareça ser tão interessante. O pesquisador deve ser criativo e aberto para aprender como pensar e olhar cientificamente. As principais etapas da pesquisa científica envolvem a concepção de um tema de estudo, a coleta e a análise de dados, e a apresentação de um relatório com os resultados obtidos.

Goldenberg (1999) também acredita que a pesquisa não se atém apenas a certos procedimentos metodológicos: “pesquisa científica exige criatividade, disciplina, organização e modéstia, baseando-se no confronto permanente entre o possível e o impossível, entre o conhecimento e a ignorância”. (GOLDENBERG, 1999, p. 13).

Quando realizamos uma pesquisa, os procedimentos e as técnicas de que lançamos mão nos ajudam a controlar resultados. Porém, não podemos nos esquecer, principalmente porque convivemos com incertezas e o desconhecido, que às vezes não se consegue o total controle sobre os eventos que podem ser desencadeados; o final não é absolutamente previsível. “A pesquisa é um processo em que é impossível prever todas as etapas. O pesquisador está sempre em estado de tensão porque sabe que seu conhecimento é parcial e limitado - o possível para ele”.(GOLDENBERG, 1999, p. 13)

Apesar dessa imprevisibilidade, a metodologia de pesquisa fornece um caminho que orienta o trabalho do pesquisador uma vez que ela organiza as idéias e os processos escolhidos para o desenvolvimento da investigação.

O esclarecimento da metodologia a ser utilizada na pesquisa é muito importante porque possibilita a obtenção de resultados que são construídos no decorrer de sua aplicação, dando à pesquisa fundamentação e validade do ponto de vista do conhecimento científico. Todos os dados coletados e observações feitas durante a investigação serão a matéria prima com a qual construiremos a análise dos dados, que nos darão uma visão profunda do que foi buscado compreender com a pesquisa e que, poderão nortear futuras ações didático-pedagógicas e desencadear novas pesquisas.

No caso desta pesquisa os procedimentos escolhidos estão fundamentados na abordagem da Pesquisa Qualitativa. Seguimos então apresentando alguns de seus fundamentos.

## 1.2 A Pesquisa Qualitativa

As pesquisas qualitativas não se voltam à obtenção e apresentação de dados por recursos simplesmente numéricos ou estatísticos. O pesquisador que opta por essa abordagem preocupa-se mais com determinados conceitos e processos buscando um grau de conhecimento profundo e minucioso dos elementos pesquisados num determinado grupo ou contexto, ou seja, do objeto de pesquisa.

Segundo Goldenberg (1999), a pesquisa qualitativa surgiu quando alguns pesquisadores, fundamentados no idealismo de Kant, reagiram de forma contrária às idéias positivistas que estavam sendo exploradas e aplicadas às ciências sociais. Buscando uma maneira de entender a realidade social, tais métodos positivistas, na maior parte das vezes quantitativos, poderiam destruir a essência desta realidade já que oprimiam a dimensão de liberdade individual do ser humano. A autora ainda coloca que os fatos sociais não são passíveis de quantificação, pois cada um deles tem seu próprio sentido, diferenciando-se uns dos outros, devendo cada um ser compreendido na sua essência.

Desta forma as ciências sociais devem focar caso a caso, não cabendo leis que possam generalizá-las, como ocorre nas ciências naturais. Os cientistas diferenciam as ciências sociais das demais ciências quando buscam compreender os valores, crenças, motivações e sentimentos humanos. Esta compreensão só acontece se houver ações que coloquem as ciências sociais dentro de um contexto de significados. Para isso foram desenvolvidos técnicas e métodos qualitativos de pesquisa social.

Tais técnicas foram originalmente utilizadas pelos antropólogos no convívio com grupos particulares de uma determinada região, diante da necessidade não só de simples observação pacífica e neutra, mas de convivência íntima com os pesquisados para compreender; por dentro, as culturas e suas particularidades.

Esse tipo de pesquisa demonstrou ser o melhor recurso para se obter dados sobre um determinado grupo social.

Na pesquisa qualitativa o pesquisador deve apresentar os processos pelos quais suas conclusões foram alcançadas a fim de deixar claro os métodos empregados na obtenção dos dados que culminaram com as conclusões obtidas ao final da pesquisa, para um melhor entendimento daqueles que não participaram da pesquisa.

Isto deve ocorrer de maneira clara e todos os processos devem estar descritos: desde a escolha do tema, das metodologias adotadas para aquisição dos dados, dos procedimentos utilizados para aplicação na prática, das ferramentas do estudo para observação e registro dos resultados, até a análise dos dados para se formular e fundamentar as conclusões finais.

Algumas características mais gerais e marcantes da pesquisa qualitativa são apontadas por Bogdan e Biklen (1994), e outros estudiosos. Allevato (2005) sintetiza essas idéias conforme a seguir:

> 1) As pesquisas qualitativas seguem uma tradição compreensiva ou interpretativa, significando que partem do pressuposto de que as pessoas agem em função de suas crenças, percepções, sentimentos e valores, de modo que seu comportamento não se dá a conhecer de modo imediato, mas precisa ser desvelado.
>
> 2) Decorre da primeira, a visão holística dos estudos qualitativos, que parte do princípio de que a compreensão de um fenômeno só é possível a partir da compreensão das inter-relações que configuram um determinado contexto.
>
> 3) A tradição compreensiva e interpretativa pressupõe, também, a natureza descritiva dos dados. São realizadas descrições detalhadas de situações, fatos, pessoas e comportamentos observados; citações literais das falas das pessoas, trechos ou íntegras de documentos são freqüentemente registrados.
>
> 4) A abordagem indutiva também é uma característica marcante das pesquisas qualitativas. Ela permite ao observador realizar observações mais livres, deixando que padrões e categorias surjam natural e progressivamente durante a coleta e análise dos dados. Os pesquisadores não se prendem a buscar evidências que comprovem hipóteses definidas *a priori*.
>
> 5) A fonte direta dos dados nas pesquisas qualitativas é o ambiente natural. Os problemas são estudados no ambiente em que eles ocorrem naturalmente, supondo um contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e o fenômeno que está sendo investigado.

> 6) O principal instrumento de investigação é o próprio pesquisador. Ainda que alguns pesquisadores utilizem gravadores de áudio ou vídeo para registrar os dados, o entendimento que este tem dos registros feitos é o instrumento chave das análises.
>
> 7) A preocupação com o processo é que orienta as investigações qualitativas, mais do que com o produto. Ao pesquisador interessa observar como um fenômeno se manifesta, como se evidencia, nas atividades e interações dentro do contexto do estudo. (ALLEVATO, 2005, p.24).

A autora ainda coloca que a ênfase qualitativa no processo vem sendo apontada como particularmente útil e adequada a pesquisas em educação, buscando entender a realidade dinâmica de seu objeto de estudo que é complexo, uma vez que está inserido num contexto maior: a sociedade.

O objetivo deste trabalho é analisar como os livros didáticos abordam o conteúdo funções quadráticas sob a ótica da Resolução de Problemas. Acreditamos que, a partir do entendimento dos aspectos citados anteriormente que caracterizam as pesquisas qualitativas, e dada sua importância para as pesquisas educacionais, o modelo que melhor se enquadra neste trabalho de investigação é o da pesquisa qualitativa. A seguir, faremos algumas considerações sobre o levantamento bibliográfico realizado nesta pesquisa, e que fundamentaram fortemente a análise dos dados. O método adotado para a realização da análise dos livros foi o da análise de conteúdo, cujas características apresentaremos mais adiante neste capítulo.

## 1.3 Levantamento Bibliográfico

A importância do levantamento bibliográfico está intimamente relacionada com o que Goldenberg (1999) chama de fase exploratória na elaboração de um projeto:

> A fase inicial, que pode ser chamada de exploratória, lembra uma “paquera” de dois adolescentes. É o momento em que se tenta descobrir algo sobre o objeto de desejo, quem mais escreveu (ou se interessou) sobre ele, como poderia haver uma aproximação, qual a melhor abordagem dentre todas as possíveis para conquistar este objeto. (GOLDENBERG, 1999, p.72).

Nessa fase buscamos encontrar, em literatura pertinente ao nosso próprio trabalho, bases que nos auxiliassem na construção das hipóteses e elaboração da pergunta de pesquisa e das categorias de análise que serão exploradas no nosso trabalho. Essa referência à literatura relacionada ao tema da pesquisa permitirá elaborar um balanço crítico da bibliografia.

Romberg (2007) diz que relacionar o fenômeno de interesse às idéias de outros é uma atividade importante, pois podemos determinar se suas idéias podem ser usadas para esclarecer, ampliar ou modificar a idéia inicial sobre o fenômeno que se pretende estudar. O que o autor chama de fenômeno de interesse é o que, em geral, outros autores consideram como tema de investigação ou objeto de pesquisa.

Allevato (2005) complementa as idéias de Romberg dizendo que se trata de conhecer "o estado da arte", localizar sua pesquisa dentro do espectro daquelas já realizadas no campo de estudo em que ela se insere. A autora acrescenta que, deste modo, o pesquisador irá também:

> Identificar-se com um grupo científico particular e esta identificação criará referências teóricas e metodológicas importantes à orientação da investigação. O trabalho de buscar referências em outros trabalhos acompanha toda a pesquisa.(ALLEVATO, 2005, p.22).

Os parâmetros para o estudo do fenômeno certamente permitirão interpretar as evidências através do conhecimento de estudos relacionados ao tema de investigação.

Nesta investigação em particular, temos a intenção de olhar, especialmente, para o modo como o conteúdo matemático função quadrática, é abordado nos livros didáticos buscando ver se a Resolução de Problemas está ou não presente e, em caso afirmativo, como ela é tratada. Não encontramos referências que relacionem esses três elementos, ou seja, as funções quadráticas nos livros didáticos a aspectos específicos ligados à resolução de problemas.

Por isso acreditamos ser necessário desenvolver uma pesquisa sobre livros didáticos, e analisar como estes apresentam o tema função quadrática investigando este tema matemático sob a ótica da Resolução de Problemas para o processo de ensino-aprendizagem.

A exposição do que obtivemos, nessa busca na literatura existente sobre tal tema na Educação Matemática, se encontra nos capítulos dois e três. Ele reflete o que pesquisamos e consultamos em diversos documentos oficiais, dissertações e teses, livros, artigos, trabalhos de congressos, entre outros.

### 1.3.1 O Quadro Teórico

O quadro teórico constitui o universo de princípios, categorias e conceitos, formulado sistematicamente, formando um conjunto coerente, dentro do qual o trabalho do pesquisador se fundamenta e se desenvolve. Precisa ser consistente e coerente, ou seja, ele deve ser compatível com o tratamento do problema e com o raciocínio desenvolvido e deve ser organizado, formando uma única lógica.

Segundo Goldenberg (1999), qualquer pesquisa está situada dentro de um quadro de preocupações teóricas. A leitura bibliográfica deve ser um exercício de crítica, na qual devem ser selecionadas e destacadas categorias centrais usadas pelos diferentes autores, e que serão utilizadas pelo pesquisador em sua pesquisa particular.

No caso do presente trabalho nos apoiaremos nas idéias de Schroeder e Lester (1989), Onuchic (1999) e Allevato (2005) acerca de três concepções de ensinar **sobre**, **para** e **através** da resolução de problemas, e em Lima (2001) para análise do conteúdo matemático quanto à Conceituação, Manipulação e Aplicação. Dante (2003) nos auxiliará quanto aos tipos de problemas. Usaremos também os Documentos Oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio e a Proposta Curricular do Estado de São Paulo para a Disciplina de Matemática – Ensino Médio a fim de estabelecermos um paralelo entre o que eles recomendam e a forma de tratar função quadrática e resolução de problemas nos livros didáticos.

### 1.3.2 A Pergunta de Pesquisa

A partir das idéias desenvolvidas nos estudos analisados no levantamento bibliográfico, algumas perguntas auxiliares, que foram elaboradas, ajudaram na busca pela resposta à pergunta geral desta pesquisa: **Como os livros didáticos abordam o conteúdo Funções Quadráticas sob a ótica da Resolução de Problemas?**

As questões auxiliares que elaboramos para esta pesquisa foram: Os livros apresentam concepções em ensinar sobre, para e através de resolução de problemas? Os conteúdos quanto à conceituação, manipulação e aplicação estão presentes no livro? Os autores propõem problemas abertos e fechados além de outros como de reconhecimento, de treino, de raciocínio, de conceitos, nos livros didáticos? Os livros estão de acordo com os documentos e orientações oficiais?

### 1.4 O Método – Análise de Conteúdo

“A palavra *método* é formada do grego (méta) e (ódos): meta significa ‘além’, ‘para lá’; òdos significa ‘o caminho para’. Assim, método é o caminho que leva a algo, caminho pelo qual estudamos um assunto”.(DALCIN et al., p. 3, 2005). Definir o método no projeto, mais do que dizer como se vai fazer, é dizer qual o caminho escolhido para se ter acesso às informações necessárias para o estudo do tema que será abordado.

Relacionados ao tipo de pesquisa temos os métodos e técnicas a serem adotados. Segundo Gil (2008), o método é um procedimento mais amplo de raciocínio, enquanto as técnicas são procedimentos mais restritos que operacionalizam os métodos, mediante emprego de instrumentos adequados.

As técnicas devem ser escolhidas de acordo com a questão de pesquisa, podendo a coleta de dados ser projetada segundo diferentes técnicas.

O método adotado nesta pesquisa está inserido entre os que são adequados à Pesquisa Qualitativa.

Entre as formas de coleta de dados temos a Pesquisa Bibliográfica, que é aquela que se faz, preferencialmente, sobre documentação escrita. *Estudo Documental* é um tipo de Pesquisa Bibliográfica, cujas fontes podem ser obtidas através de livros, filmes, provas, cadernos, revistas, jornais, dissertações ou teses, etc.

Os dados obtidos no Estudo Documental podem ser estudados através de um método chamado “Análise de Conteúdo”. Para Romberg (2007) a análise de conteúdo é utilizada para “Investigar questões orientadas no presente quando artefatos atuais podem ser examinados.” (ROMBERG, 2007, P. 113). Ele destaca que a Análise de Conteúdo é um método usado quando as evidências já existem mas precisam ser selecionadas e organizadas. Em nosso estudo serão analisados os conteúdos dos problemas sobre funções quadráticas presentes nos livros didáticos (documentos).

Cada vez mais a Análise de Conteúdo passa a ser utilizada para analisar dados verbais e/ou simbólicos, obtidos a partir de perguntas e observações de interesse de um determinado pesquisador. O ponto de partida da Análise de Conteúdo é a mensagem, seja ela silenciosa, figurativa, documental ou diretamente provocada, vinculada à condição contextual de seus produtores.

Na Análise de Conteúdo o que está escrito, falado, mapeado, figurativamente e/ou simbolicamente explicitado, sempre será o ponto de partida para a identificação do conteúdo, seja ele explícito e/ou latente. Segundo Franco (2007), dentre as qualidades que um bom educador deve possuir colocam-se aquelas que o capacitam a analisar convenientemente um material. Entendemos que isso se aplica, no nosso caso, ao livro didático. Reforçamos então a importância do professor analisar detalhadamente os livros didáticos que utilizam, perceber detalhes do conteúdo que são relevantes na sua prática em sala de aula.

Segundo Franco (2007), a Análise de Conteúdo pode ser introduzida por uma fase inicial denominada Pré-Análise. A autora coloca que, nessa fase, entre outras atividades, o pesquisador escolhe os documentos a serem analisados e faz uma “leitura flutuante”. Essa primeira atividade consiste em estabelecer contatos com os documentos a serem analisados e conhecer os textos e as mensagens neles contidas, ou seja, o pesquisador inicia o trabalho de juntar os documentos necessários à continuação de suas análise para fechamento de suas pesquisas, após uma breve leitura de seus conteúdos.

Depois desta fase, segue-se a tarefa de separar por categorias todos os textos que serão utilizados enquadrando-os dentro de um critério e por analogias. “Pouco a pouco, a leitura vai se tornando mais precisa, em função das hipóteses emergentes, da projeção de teorias adaptadas sobre o material e da possível aplicação de técnicas utilizadas com materiais análogos". (BANDIN, 1997, Apud FRANCO, 2007, p.52).

Esse longo processo – o da definição das categorias – na maioria dos casos implica constantes idas e vindas da teoria ao material de análise, do material de análise à teoria e pressupõe a elaboração de várias versões do sistema categórico. Ele demanda um longo tempo e muita atenção, pois requer várias observações às teorias utilizadas, para não fugir da linha de análise estabelecida pelo pesquisador. São as primeiras versões do trabalho que vão sendo refinadas/aprimoradas até se atingir um grau de excelência para apresentação do trabalho acabado.

Para categorizar esses documentos, o pesquisador pode optar por duas vertentes:

1) Categorias definidas a priori: São definidas a partir de indicadores pré-determinados, buscando respostas às perguntas de pesquisa elaboradas pelo pesquisador. Assim, neste trabalho em particular, a nossa categoria, a priori, foi "Verificar se os autores propõem problemas abertos ou fechados nos livros didáticos".

2) Categorias não definidas a priori: São baseadas nos conteúdos contidos nos materiais e as respostas exigem um constante retorno às teorias expostas e consultas aos materiais de análise. À medida que o material é explorado e as respostas vêm à tona, outras categorias vão sendo criadas para serem observadas e interpretadas pelo pesquisador, baseado em teorias capazes de esclarecê-las. O domínio dos vários conceitos e abordagens pelo pesquisador darão riqueza aos resultados obtidos.

No caso de nossa pesquisa. As categorias que definimos durante a análise dos livros estão expressas na seção 1.3.2. Elas se referem aos: 1º) as concepções em ensinar sobre, para e através de resolução de problemas; 2º) ao conteúdo quanto à conceituação, manipulação e aplicação; 3º) aos tipos de problemas: se abertos ou fechados, de reconhecimento, de treino, de raciocínio, de conceitos; 4º) adequação aos documentos e orientações oficiais.

Segundo Franco (2007), após realçar todas as variações analisadas e respostas encontradas, determinam-se seus significados, seguindo-se à classificação das convergências e respectivas divergências.

Depois de apresentada, neste capítulo, a metodologia da pesquisa, discutiremos, no próximo capítulo, um pouco da história do livro didático, suas ideologias e fatos relacionados à política do livro didático no Brasil. Relataremos, também, alguns resultados de uma análise existente sobre livros didáticos brasileiros do Ensino Médio apresentando as principais conclusões sobre o tratamento de função quadrática e da resolução de problemas extraídas do livro “Exame de Textos – Análise de Livros de Matemática para o Ensino Médio”, coordenado por Elon Lages Lima, em 2001, além de uma breve explanação baseada nos documentos oficiais no que diz respeito à função quadrática e à Resolução de Problemas.

# CAPÍTULO 2

## DO LIVRO DIDÁTICO AOS DOCUMENTOS OFICIAIS: FUNÇÃO QUADRÁTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Este capítulo é iniciado  discutindo-se um pouco da história do livro didático, uma vez que, através desta, podemos entender melhor a avaliação atual do livro didático pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC). Acreditamos que, ao recuperar a memória do livro didático, podemos tecer considerações que aprofundem nosso tema, no que se refere à escolha dos livros, aos critérios usados na análise desses livros, ao estudo da função quadrática (conteúdo matemático escolhido para essa pesquisa), à resolução de problemas (foco desta pesquisa), entre outras.

Apresentaremos, além de um pequeno histórico dos livros, suas ideologias e fatos relacionados à política do livro didático no Brasil, num percurso que vai desde a reforma educacional mais ampla conhecida como Reforma Francisco Campos (1931), passando pela Reforma Capanema (1938), a qual instituiu a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD), até o atual Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e o Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio (PNLEM), atualmente em vigor.

Relataremos, também neste capítulo, alguns resultados de uma análise existente sobre livros didáticos brasileiros do Ensino Médio, apresentando as principais conclusões sobre o tratamento de função quadrática e a resolução de problemas extraída do livro “Exame de Textos – Análise de Livros de Matemática para o Ensino Médio”, coordenado por Elon Lages Lima, em 2001.

Pretendemos também nos direcionar aos documentos oficiais, discutindo algumas orientações didáticas relativas aos conceitos de função quadrática e resolução de problemas, pois acreditamos que elas podem contribuir para reflexões nesta pesquisa.

Finalmente, encerramos o capítulo com a apresentação de algumas análises de autores relacionadas a livros didáticos.

## 2.1 Um Pouco da História dos Livros Didáticos e suas Ideologias

João Gutenberg (1395-1468), considerado “o pai da imprensa”, foi o primeiro a usar a prensa de imprimir - rápida e eficiente – e também os tipos móveis de metal, que foram introduzidos na Europa.

Esses dois aperfeiçoamentos revolucionaram a técnica de impressão e com isso tornou-se possível a transmissão da palavra escrita a várias pessoas: “A invenção dos tipos móveis abriu uma nova era da história da cultura: o conhecimento, transmitido por livros mais baratos, em maior quantidade, tornou-se acessível a populações inteiras” (A BOA IMPRESSÃO..., 1977, p.104).

Numa época em que as sociedades levavam sua vida limitada, invenções e descobertas mudavam o panorama europeu. A imprensa, de Gutenberg, em 1447, tornou a leitura acessível a um maior número de pessoas. Em 1450, Gutenberg se propôs a imprimir uma Bíblia, o primeiro livro impresso com tipos móveis, escrita em latim, com 1282 páginas.

Os livros produzidos até então eram pacientemente escritos a mão, o que os tornava raros e de preço elevadíssimo; ou então matrizes de cada página eram entalhadas na madeira, limitando o número de cópias, que seriam tiradas a altos custos. Esses acontecimentos relacionados às novas possibilidades de comunicação despertaram grande interesse da população das cidades e trouxe, na seqüência, outras invenções como a prensa rotativa, o telégrafo, o rádio, a televisão e os satélites de comunicação. No decorrer do tempo, muitas pessoas se interessaram por aperfeiçoar os meios de comunicação, mas as publicações nunca deixaram de receber críticas, mesmo após tais mudanças.

As críticas muitas vezes estavam ligadas ao conteúdo - algumas vezes de qualidade discutível, outras vezes fortemente impregnado de ideologia - à dificuldade de acesso, entre outras.

Aspectos ligados às ideologias também estiveram e continuam presentes na concepção de livros e, por inclusão, nos livros didáticos.

Segundo Lajolo (1993), na Constituição de 1823, livro didático, escola, professores e leitura estrelavam momentosas polêmicas. Os legisladores, ao discutirem leitura e livro didático, inscrevem a discussão no contexto geral da precariedade que, herdada da Colônia, vai persistir por muito tempo.

Essa autora ainda destaca que, no fim do século XIX, outras vozes confirmam o desconsolo da situação. É o caso de alguns depoimentos amargos de escritores famosos sobre seus insucessos diante da literatura e livros didáticos de suas épocas. Na tradição brasileira, escola, leitura e escrita são experiências que só afloram em relatos de vidas que são vividas na fonte única de cultura:

> Só fala de livros quem tem a intimidade de ter nascido em meio a eles. Os que falam de livros, de leituras e de escolas, falam com o à-vontade de quem pertence à classe que se apossa de livros, de leitura e de escrita desde berço.(LAJOLO, 1993, p. 60).

Se mesmo aqueles que tinham acesso aos livros, digamos os “bem de vida”, lamentam a escassez dos livros e de leitura dentro e fora da escola, imagine o que esperar das relações de leitura e escrita com brasileiros de classes mais pobres.

Dentre as precariedades dos livros, idéias preconceituosas contra determinados grupos da sociedade (pobres, mulheres, negros, índios, imigrantes, etc.) já vinham sendo discutidos. Mesmo nos livros didáticos a questão da ideologia estava presente nos textos.

As críticas apontam que muitos livros didáticos reforçam ideologias conservadoras principalmente nos livros didáticos infantis:

> Não tem sentido a denúncia simplória do recorte ideológico *dominante, burguês, conservador ou elitista* deste ou daquele livro didático, deste ou daquele autor; acusações de *parcialidade ideológica* rimam e soam tão ingênuas quanto proclamações de *neutralidade ideológica*.(LAJOLO, 1993, p. 64)

Concordamos que não existem livros ideologicamente neutros; as ideologias, se não são explícitas nos textos, encontram-se de algum modo nas entrelinhas. Trazendo a discussão para o contexto dos livros didáticos, é preciso ter consciência de que eles contêm ideologias de natureza, inclusive, política. De uma forma mais direta, elas são expressas nas Orientações Educacionais e Oficiais que, certamente, são consideradas pelos autores dos livros didáticos.

Nesse sentido, Lajolo (1993) enfatiza que essa possibilidade de “registro” de ideologias desembocou no rendoso filão dos livros escolares.

Faria (2000), em sua pesquisa sobre o conceito de “trabalho”, em livros de 2ª a 4ª série, numa análise da ideologia do livro didático, concluiu que a ideologia burguesa, através do livro didático, contribui para justificar e manter a realidade, reproduzindo-a:

> O livro didático não é desligado da realidade, ele tem uma função a cumprir: reproduzir a ideologia dominante. A ideologia dominante também não é desligada da realidade, ela também tem um papel e o cumpre. O que ocorre é que a ideologia dominante considera a produção intelectual autônoma e desconhece a base material como instância determinante.(FARIA, 2000, p. 77)

A autora sugere que não se trata apenas de mudar o livro. O que deve ser entendido é o papel da escola e como ele pode ser bem desempenhado, através de vários recursos: livro didático, métodos e técnicas, etc., sempre com a mediação essencial do professor. Nesse sentido, o professor deve mudar sua linguagem de modo que esta seja acessível ao aluno, leve-o à reflexão crítica, à pesquisa e à criatividade.

Os livros escolhidos para este trabalho também possuem ideologias, que estão presentes, explícita ou implicitamente, no funcionamento, nos critérios de escolha adotados pelo PNLEM, nos critérios de escolha adotados pela escola, pelos professores, etc.

## 2.2 O Livro Didático no Brasil

A legislação passou por muitas reformas, discussões e mudanças na tentativa de construir a base de sustentação às diversas tentativas de se estruturar o campo educacional do Brasil e, nesse contexto, definiu-se a primeira política pública voltada para a produção, importação e utilização do livro didático.

O Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) apresenta, em seu histórico, o Instituto Nacional do Livro (INL) como sendo o primeiro organismo destinado ao livro didático:

> 1929 - o Estado cria um órgão específico para legislar sobre políticas do livro didático, O Instituto Nacional do Livro (INL), contribuindo para dar maior legitimação ao livro didático nacional e, conseqüentemente, auxiliando no aumento de sua produção. (BRASIL, 2008, p. 4)

Esse ano, 1929, também data a implantação de uma nova disciplina escolar, a “Matemática”, resultante da unificação da Aritmética, da Álgebra e da Geometria.

Segundo Braga (2006), Euclides de Medeiros Guimarães Roxo (1890-1950), grande catedrático do colégio de maior prestígio da época, no Rio de Janeiro, o Colégio Pedro II, lança em 1929 o volume I do Curso de Matemática Elementar, um livro didático considerado revolucionário para os padrões da época.

O autor comenta que Euclides Roxo foi o principal responsável pelo processo de implantação, no Brasil, das concepções do movimento internacional de modernização da Matemática do secundário no início do século XX. Euclides Roxo organizou os programas com as instruções pedagógicas para a Reforma Francisco Campos.

A Reforma Francisco Campos, em 1931, estabelece uma reforma ampla do sistema educacional brasileiro; o ensino secundário passa a ter dois ciclos: um fundamental, de cinco anos, e outro complementar, de dois anos, este último visando à preparação para o curso superior. Decretada em abril de 1931 e regulamentada em junho de 1931, passou a vigorar já no 2º semestre do mesmo ano. Em portaria ministerial de 30 de junho de 1931, são oficializados os programas elaborados que instituem, em âmbito nacional, uma nova disciplina escolar no nosso ensino secundário: a Matemática.

Segundo Braga (2006), ao elaborar os programas e as instruções pedagógicas referentes ao ensino da Matemática secundária da Reforma Francisco Campos, Euclides Roxo levou em conta a necessária adaptação ao nosso meio e à mentalidade dos nossos adolescentes, e também sugeriu mudanças de comportamento quanto à utilização do livro didático em sala de aula.

Em relação ao período anterior a essa reforma, Braga (2006) comenta que:

> Tudo indica que no período precedente prevalecia a prática de utilizar-se em sala de aula apenas um caderno para se anotar a teoria e os exemplos e, quando muito, um livro exclusivo de exercícios – havia muitas publicações com esse fim. [...] os manuais didáticos do período da Reforma Francisco Campos, ao que tudo indica, estão mais próximos do cotidiano dos professores e alunos do que em qualquer outro período anterior. No entanto ressalta que os livros didáticos em si, mesmo ao lado dos planos curriculares e das instruções pedagógicas, espelham uma imagem apenas parcial do que ocorre com a disciplina."(BRAGA, 2006, p. 92, 93)

A reforma Francisco Campos teve dez anos, aproximadamente, de vigência, quando o Brasil tinha como Presidente da República Getúlio Vargas, e Francisco Campos como Ministro da Educação e Saúde Pública. Posteriormente ela foi reestruturada, dando lugar ao programa de Matemática da Reforma Capanema, com novo formato: curso ginasial, clássico e científico, criada por Getúlio Vargas em dezembro de 1938, na gestão de Gustavo Capanema como Ministro da Educação e Saúde.

Nesse mesmo ano, com relação ao livro didático, o FNDE apresenta em seu histórico:

> Por meio do Decreto – Lei nº 1.006, de 30/12/38, o Estado institui a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD), estabelecendo sua primeira política de legislação e controle de produção e circulação do livro didático no País. (BRASIL, 2008, p. 4)

Soares e Rocha (2005), em seu breve estudo sobre essa comissão em seus primeiros anos de funcionamento, recuperando dados importantes sobre os seus membros, sobre os critérios usados na análise dos livros didáticos e suas demais atividades, comentam que a cada reforma, os livros didáticos eram adequados às mudanças ditadas pelo novo currículo, mudanças essas que eram tanto de conteúdo quanto de seriação, carga horária e enfoque didático, e que o Decreto – Lei nº 1.006 obrigava todas as escolas do país a adotarem somente os livros autorizados pela CNLD.

Esses autores observam que os últimos documentos relativos à atuação da CNLD, encontrados no arquivo de Gustavo Capanema, datam de fevereiro e agosto de 1945, quando Euclides Roxo ainda ocupava a presidência da comissão. Após a saída de Getúlio Vargas do governo, e com o fim do Estado Novo, a legislação que tratava sobre as condições de produção, importação e utilização do livro didático foi mantida e consolidada no decreto abaixo:

> 1945 – Pelo Decreto – Lei nº 8.460 de 26/12/45, o Estado consolida a legislação sobre as condições de produção, importação e utilização do livro didático, restringindo ao professor a escolha do livro a ser utilizado pelos alunos, conforme definido no art.5º. (BRASIL, 2008, p. 4)

Ao que parece, segundo os autores, este é o último decreto que menciona a Comissão Nacional do Livro Didático.

A partir do histórico apresentado pelo FNDE mostrando a cronologia das instituições, normas e programas ligados ao livro didático no Brasil após 1945, podemos entender a origem do atual PNLD:

> **1966** - Um acordo entre o Ministério da Educação (MEC) e a Agência Norte-Americana para o Desenvolvimento Internacional (USAID) permite a criação da Comissão do Livro Técnico e Livro Didático (Colted), com o objetivo de coordenar as ações referentes à produção, edição e distribuição do livro didático. O acordo assegurou ao MEC recursos suficientes para a distribuição gratuita de 51 milhões de livros no período de três anos. Ao garantir o financiamento do governo a partir de verbas públicas, o programa revestiu-se do caráter de continuidade.
> **1970** - A Portaria nº 35, de 11/3/1970, do Ministério da Educação implementa o sistema de co-edição de livros com as editoras nacionais, com recursos do Instituto Nacional do Livro (INL).
> **1971** - O Instituto Nacional do Livro (INL) passa a desenvolver o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (Plidef), assumindo as atribuições administrativas e de gerenciamento dos recursos financeiros até então a cargo da Colted. A contrapartida das Unidades da Federação torna-se necessária com o término do convênio MEC/USAID, efetivando-se com a implantação do sistema de contribuição financeira das unidades federadas para o Fundo do Livro Didático.
> **1976** - Pelo Decreto nº 77.107, de 4/2/76, o governo assume a compra de boa parcela dos livros para distribuí-los a parte das escolas e das unidades federadas. Com a extinção do INL, a Fundação Nacional do Material Escolar (Fename) tornase responsável pela execução do programa do livro didático. Os recursos provêm do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) e das contribuições das contrapartidas mínimas estabelecidas para participação das Unidades da Federação. Devido à insuficiência de recursos para atender todos os alunos do ensino fundamental da rede pública, a grande maioria das escolas municipais é excluída do programa.
> **1983** - Em substituição à Fename, é criada a Fundação de Assistência ao Estudante (FAE), que incorpora o Plidef. Na ocasião, o grupo de trabalho encarregado do exame dos problemas relativos aos livros didáticos propõe a participação dos professores na escolha dos livros e a ampliação do programa, com a inclusão das demais séries do ensino fundamental.
> **1985** – Com a edição do Decreto nº 91.542, de 19/8/85, o Plidef dá lugar ao Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), que traz diversas mudanças, como:
>
> - Indicação do livro didático pelos professores;
> - Reutilização do livro, implicando a abolição do livro descartável e o aperfeiçoamento das especificações técnicas para sua produção, visando maior durabilidade e possibilitando a implantação de bancos de livros didáticos;

> - Extensão da oferta aos alunos de 1ª e 2ª séries das escolas públicas e comunitárias;
> - Fim da participação financeira dos estados, passando o controle do processo decisório para a FAE e garantindo o critério de escolha do livro pelos professores. (BRASIL, 2008, p. 5)

Soares e Rocha (2005) destacam que, na história mais recente do Brasil, o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), tem como finalidade básica, entre outras, distribuir livros escolares aos estudantes das escolas públicas do ensino fundamental, tarefa que, inicialmente, competia ao Ministério da Educação através da Fundação de Assistência ao Estudante (FAE), e que hoje é responsabilidade do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE).

O FNDE é um órgão que capta recursos para o financiamento de programas voltados para o Ensino Fundamental. O PNLD desenvolve avaliações periódicas dos livros didáticos e é coordenado pela Secretaria de Educação Básica (SEB), do Ministério da Educação.

A universalização da distribuição do livro didático no ensino fundamental, acontece de forma gradativa, em 1995 contempla as disciplinas de Matemática e Português; em 1996, Ciências e, em 1997, Geografia e História.

> 1997 – Com a extinção, em fevereiro, da Fundação de Assistência ao Estudante (FAE), a responsabilidade pela política de execução do PNLD é transferida integralmente para o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (BRASIL, 2008, p. 5)

O PNLD atualmente representa um programa de grande porte devido ao grande volume de livros hoje avaliados, ao número de pessoas que fazem parte da comissão encarregada da avaliação e à dinâmica da avaliação, que busca realizar de forma mais neutra a seleção dos livros.

Tendo em vista os resultados positivos do PNLD, o MEC decidiu ampliar a distribuição e as avaliações de livros didáticos também para o Ensino Médio, que começaram a ser implantadas gradativamente, com a distribuição dos livros de Língua Portuguesa e Matemática.

A Resolução nº 38 de 15 de outubro de 2003, do FNDE considerando, entre outras, ser o livro didático um recurso básico para o aluno, no processo ensino-aprendizagem, e a importância da participação do professor no processo de escolha do livro didático a ser utilizado em sala de aula, criou o Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio (PNLEM) e definiu o atendimento, de forma progressiva, aos alunos das três séries do ensino médio de todo o Brasil.

No início do ano de 2006, foram distribuídos livros didáticos a 7,01 milhões de alunos das três séries do ensino médio de 13,2 mil escolas do país, com exceção dos estados de Minas Gerais e Paraná, que desenvolvem programas próprios.

O PNLD e o PNLEM têm, basicamente, a mesma forma de execução. As principais ações[2] da execução são: 1) Inscrição das Editoras, 2) Triagem, 3) Avaliação, 4) Guia do livro, 5) Escolha, 6) Pedido, 7) Aquisição, 8) Produção, 9) Prazo de utilização, 10) Alternância, 11) Distribuição, 12) Entrega.

Assim, para chegarem os exemplares às escolas públicas do país o PNLEM passa por muitas etapas e procedimentos: as editoras inscrevem suas obras no PNLEM; os livros são descaracterizados e enviados aos pareceristas sem capa, folha de rosto ou qualquer outra possibilidade de identificação do autor ou da editora; os pareceristas avaliam cada título e enviam seus relatórios para os coordenadores de área (Matemática, Língua Portuguesa, Química,...); os livros aprovados são publicados no Guia dos Livros Didáticos que é enviado a todas as escolas e os reprovados retornam à editora com as críticas dos pareceristas. Na escola, os professores fazem suas avaliações e as cartas-resposta são enviadas ao FNDE que negocia diretamente com as editoras. Os livros escolhidos pelos professores são produzidos e chegam, então, às escolas pelo correio para serem distribuídos aos alunos. Esse processo todo leva, em média, 4 anos e embora os livros apresentem em suas capas a inscrição ”PNLEM 2009”, suas edições datam de 2005. Percebemos, assim, que os livros didáticos do PNLEM possuem uma certa defasagem até chegar nas mãos dos alunos.

Nesta breve análise sobre o percurso dos programas envolvendo o livro didático no Brasil, podemos verificar as distintas características que ocorreram desde a década de 1930 até hoje. Concordamos com Soares e Rocha (2005) ao considerar que hoje o processo de avaliação dos livros didáticos segue critérios mais democráticos, com o aumento da autonomia dos professores na escolha dos livros, com exigências mais voltadas para os aspectos teóricos e metodológicos de cada

[2] Esclarecimentos sobre cada uma dessas ações podem ser obtidas no Anexo 1.

disciplina, e com liberdade para que autores e editores publiquem obras com metodologias menos rígidas e conteúdos mais variados.

Quanto ao conteúdo nos livros didáticos, Faria (2000) coloca que o professor deve preocupar-se com o conteúdo propriamente dito, com as informações que dará aos alunos e pensar, juntamente com eles, sobre sua vivência e suas experiências, permitindo, assim, que o aluno reformule novas informações em relação aos seus interesses e aos seus conhecimentos prévios.

Ao optar por alternativas metodológicas, abordagens de ensino e diferentes formas de tratar os conteúdos constantes nos livros didáticos, o educador deve refletir sobre a eficiência desses métodos para auxiliar os alunos na compreensão, construção e reconstrução de conhecimento. Se os objetivos de ensino não são atingidos o professor deve ser capaz de propor outras alternativas.

## 2.3 Uma Análise sobre Livros Didáticos Brasileiros do Ensino Médio

Para contribuir com a melhoria da qualidade dos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, Elon Lages Lima (2001), coordenou um grupo com mais sete analistas, no desenvolvimento de um projeto de análise de 36 volumes que compõem 12 coleções de 3 volumes cada. Vale ressaltar que a publicação que registrou esse trabalho não fornece as datas e edições dos livros analisados.

Segundo Lima (2001) essa análise, que teve forte ênfase no conteúdo matemático, teve como propósito orientar e oferecer, junto com a crítica, sugestões e propostas, levando em conta três componentes: conceituação, manipulação e aplicação. O autor comenta que esses componentes devem ser pensados como um tripé de sustentação para uma boa harmonia e êxito no ensino de Matemática.

Em um artigo datado de 1999 e essencialmente voltado a professores, o autor afirma que a conceituação:

> [...] compreende a formulação correta e objetiva das definições Matemáticas, o enunciado preciso das proposições, a prática do raciocínio dedutivo, a nítida conscientização de que conclusões sempre são provenientes de hipóteses que se admitem, a distinção entre uma afirmação e sua recíproca, o estabelecimento de conexões entre conceitos diversos, bem como a interpretação e a reformulação de idéias e fatos sob diferentes

> formas e termos. É importante ter em mente e destacar que a conceituação é indispensável para o bom resultado das aplicações. (LIMA, 1999, p.2)

O autor comenta que o excesso de conceituação que caracterizou o período da Matemática Moderna perdeu muito em objetividade, persistindo até hoje em quase todos os livros didáticos brasileiros. Um exemplo é a definição de função como um conjunto de pares ordenados. Atualmente têm-se recomendado o ensino de função de modo dinâmico, em contraste com essa concepção estática. Uma transformação geométrica é uma função, mas é pouco provável que se imagine uma rotação, por exemplo, como um conjunto de pares ordenados. Notamos que os próprios autores e professores de Matemática que apresentam função como conjunto de pares ordenados, não a adotam depois, quando tratam de funções específicas como as logarítmicas, trigonométricas, etc., provavelmente, por não verem mais "utilidade" ou sentido nessa abordagem.

O autor ainda comenta que uma pessoa que tem preocupação exagerada com a linguagem algébrica, os puristas, por exemplo, não vêem significado matemático no ensino de função associado a termos com regra, correspondência, etc. Entretanto, a mesma oposição dá-se na definição de função como conjunto de pares ordenados, "pois para termos um conjunto necessitamos de uma regra, um critério, uma série de instruções que nos digam se um dado elemento pertence ou não ao conjunto". (LIMA, 1999, p. 4)

Quanto à manipulação, que é um dos componentes mais presentes nos livros didáticos, Lima (1999) diz que, embora seja necessária para o treino dos alunos, não é motivadora e não é acompanhada de problemas reais que relacionem com a vida atual, nem com as demais ciências e outras áreas da Matemática.

O autor comenta que "A *manipulação*, de caráter principalmente (mas não exclusivamente) algébrico, está para o ensino e o aprendizado da Matemática, assim como a prática dos exercícios e escalas musicais está para a música"(LIMA, 1999, p.2). A presença da manipulação é de grande importância pois impõe a formação de hábitos mentais de atenção, ordem e exatidão e por isso os exercícios de manipulação precisam ser claros, simples e úteis para futuras aplicações.

Quanto a essas últimas, Lima (1999) afirma:

> As *aplicações* são empregos das noções e teorias da Matemática para obter resultados, conclusões e previsões em situações que vão desde problemas triviais do dia-a-dia a questões mais sutis que surgem noutras áreas, quer científicas, quer tecnológicas, quer mesmo sociais. (LIMA, 1999, p.2)

Segundo o autor as aplicações do conhecimento matemático incluem a resolução de problemas que, por meio de desafios, desenvolve a criatividade, nutre a auto-estima, estimula a imaginação e recompensa o esforço de aprender.

A Resolução de Problemas associada às aplicações da Matemática, inclusive em situações de fora dela, se forem formuladas adequadamente e ligadas a questões e fatos da vida atual, podem despertar o interesse da classe. Nesse sentido, Lima (2001) coloca que é necessário que o livro didático seja acessível e atraente para o aluno e confiável para que o professor possa conduzi-los a praticar hábitos de clareza, objetividade e precisão, e ainda apresentar as relações entre a Matemática e a sociedade atual, sempre que possível.

Quanto à importância dos livros didáticos, o autor comenta que:

> O livro didático é instrumento essencial utilizado pelo professor para realizar seu trabalho. Dele são tiradas as listas de exercícios, é nele que estão as definições, os exemplos, as observações, as demonstrações e a linguagem a ser usada na comunicação com a classe.(LIMA, 2001, p.462)

O autor acredita que o nível, a qualidade do ensino e a formação adquirida pelo aluno dificilmente superariam o nível e a qualidade média dos livros didáticos disponíveis, por isso sua importância. Isso ocorre por muitas razões, mas uma bastante evidente é que, em geral, o professor seleciona nos livros o que é possível trabalhar com os alunos considerando tempo disponível, condições dos alunos, proposta de conteúdos para a série e outros aspectos. E não podemos deixar de destacar que o livro didático é basicamente um dos únicos recursos, com o qual o professor organiza suas aulas, aprimora seus conhecimentos e dosa o tratamento dos conteúdos em sala de aula.

Acreditamos que as observações apontadas pelos analistas em Lima (2001), contribuirão para as análises de livros que empreenderemos na pesquisa com vistas a responder à questão formulada para essa pesquisa e já apresentada anteriormente: **Como os livros didáticos abordam o conteúdo funções quadráticas sob a ótica da Resolução de Problemas?**

A seguir apresentaremos algumas considerações sobre o assunto específico: função quadrática (tema matemático desta pesquisa) extraída dessa obra (LIMA, 2001), para podermos ter uma visão geral de como os livros didáticos abordam tal tema.

No posfácio da obra, os analistas concluem resumidamente que, em geral nos livros didáticos, o assunto função quadrática**,** apresenta falhas referentes à reunião de várias impropriedades: o método de completar quadrados, instrumento essencial para o estudo deste tópico, não é usado nem ao menos mencionado; a forma canônica do trinômio, idem; a parábola não é definida geometricamente nem é feita a conexão com a curva de mesmo nome; os problemas contextuais que o assunto permite são reduzidos a um único tipo; empregos importantes da parábola, como antenas de televisão, por exemplo, não são mencionados.

Além das falhas apresentadas, outras considerações foram destacadas na obra, como sugestões, sobre o assunto função quadrática:

- A partir do eixo de simetria da parábola podem-se deduzir as coordenadas do vértice e o valor máximo e mínimo da função.

- O *sinal da função* ficaria mais simples se apresentada a forma fatorada da expressão algébrica e o resultado final é anunciado por palavras, assim: a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ tem o mesmo sinal de $a$ quando $x$ está fora do intervalo das raízes e assume sinal oposto ao de $a$ quando $x$ está entre as raízes.

- A *forma fatorada* é útil quando os zeros da função são conhecidos e o valor máximo e mínimo das funções quadráticas são conseqüências imediatas da forma fatorada.

- A *imagem da função* quadrática poderia ser identificada a partir da figura.

- É importante relacionar o gráfico da função: $f(x) = ax^2 + bx + c$ com a parábola definida geometricamente e vice-versa. Se uma curva é o gráfico de uma função do tipo $ax^2 + bx + c$, então ela é *parábola*. Deve-se mencionar as propriedades da parábola.

- A *forma canônica* do trinômio do segundo grau f$(x) = ax^2 + bx + c$, *que é* f$(x) = a(x - m)^2 + K$, permite justificar todas as características da função quadrática.

- O método de *completar o quadrado* é elementar e útil. Ele leva à forma canônica, que permite chegar aos zeros da função, coordenadas do vértice do gráfico e à razão pela qual a reta vertical que passa pelo vértice da função é o eixo de simetria.

Uma ressalva é feita a dois livros analisados, onde se mostra que a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ assume todos os valores reais a partir de $-\Delta/4a$ (para cima ou para baixo, conforme $a > 0$ ou $a < 0$). Os analistas comentam que tal redação pode ser melhorada, mas elogiam a atitude de raciocinar analiticamente.

Aspectos positivos de alguns livros também são apontados pelos analistas entre os quais podemos relatar, por exemplo, as ilustrações, que ajudam a entender a discussão sobre o sinal da função quadrática; a dedução das relações utilizadas para a obtenção das coordenadas do vértice e do valor de máximo e de mínimo da função, a partir do eixo de simetria da parábola; os exemplos e exercícios, envolvendo o cálculo de máximo e pontos de intersecção de gráficos de parábolas; os problemas chamados polinômios do 2º grau, variados e atraentes; e o tratamento da variação do sinal da função quadrática e das inequações de forma clara e eficiente. Os analistas comentam que esse tratamento, em geral, leva o aluno a uma visão adequada da Matemática, pois permite a ele uma compreensão mais ampla e profunda dos conteúdos estudados.

Um dos livros foi elogiado porque o tratamento dado às funções quadráticas é simples, objetivo, bem motivado e com boas ilustrações, e apresenta problemas modeláveis por função quadrática. A imagem e o sinal da função quadrática são bem ilustrados por figuras.

Em geral, os livros, sob o ponto de vista dos analistas, são muito bem impressos e diagramados, em várias cores e com belas ilustrações.

Quanto aos ***Problemas***, que são o foco desta pesquisa, os analistas registram alguns pareceres enfatizando a importância de:

- Problemas atuais e atraentes, em cujos enunciados não aparece a função quadrática, mas ela ocorre na resolução.

- Problemas referentes a situações reais, que ilustrem a integração da Matemática estudada na escola com a vida atual.

- Problemas para determinar dois números conhecendo sua soma e seu produto (Os babilônios, há 3 mil anos, ou mais, já tratavam desse tipo de problema).

- Problemas cuja resposta seja impossível. Coisas deste tipo fazem parte não só da Matemática como aparecem em situações reais.

- Problemas de máximo e mínimo de natureza geométrica.

- Problemas que não sejam pseudo-aplicação, no qual é dada uma fórmula que ninguém sabe de onde veio nem que confiança se pode ter nela.

- Problemas aplicativos com final em aberto.

Os críticos consideram como uma qualidade, quanto aos problemas, quando no livro existe uma preocupação em classificá-los em tipos e em fornecer instruções a respeito de métodos de resolução.

De fato, quando o professor escolhe problemas para propor aos seus alunos, ele deve escolher alguns problemas diferenciados para que o aluno possa vivenciar diferentes tipos de métodos de resolução de problemas, diferentes graus de dificuldades e ter oportunidade de utilizar ou desenvolver diferentes habilidades. O professor deve considerar quê objetivo pretende atingir com determinado tipo de problema.

Outras sugestões em relação aos livros didáticos, baseadas nas observações anteriores foram: abordar a Matemática não somente levando o aluno a aplicar uma fórmula e fazer as contas; evitar excesso de simbolismo, o que torna a Matemática mais hermética; evitar os muitos exercícios manipulativos pois não levam os alunos a raciocinar; enfatizar a estrutura lógico-dedutiva da Matemática e estimular a criatividade; justificar as afirmações sobre função quadrática;  além de outras.

Lima (2001) salienta que as sugestões, no sentido de corrigir as falhas apontadas em cada relatório dos livros didáticos analisados, devem dar oportunidade para que os autores e editores possam, futuramente, aprimorar os textos, adaptando-os melhor aos objetivos do Ensino Médio.

Nessa obra percebemos que as análises dos livros foram elaboradas sob o ponto de vista essencialmente Matemático, embora se possa perceber, em alguns pontos, alguma preocupação com o aluno, com a forma como aprende, etc... Os aspectos relacionados ao ensino e à aprendizagem não são ponto forte nas análises. De qualquer modo, elas são de grande importância, pois sabemos que muitos professores se apóiam nos livros didáticos, inclusive, para aprender Matemática.

Na pesquisa relatada na presente dissertação, pretendemos acrescentar análises também sob a perspectiva do ensino, especificamente aquele que pode se realizar ao considerar a Resolução de Problemas em sala de aula, suas diferentes concepções, objetivos e formas de implementação.

## 2.4 Análise do Conceito de Função Quadrática e Resolução de Problemas através dos Documentos Oficiais

Nesse item apresentaremos as propostas, sobre o ensino/aprendizagem de funções quadráticas e sobre resolução de problemas, presentes nos documentos oficiais:

### 2.4.1 Parâmetros Curriculares Nacionais - Ensino Médio

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999) foram elaborados com o intuito de auxiliar as equipes escolares na execução de seus trabalhos. Seu objetivo é o de estimular e apoiar a reflexão sobre a prática diária, o planejamento de aulas e, sobretudo, o desenvolvimento do currículo da escola, contribuindo ainda para a atualização profissional.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais são uma proposta para o Ensino Médio, no que se relaciona às competências indicadas na Base Nacional Comum[3]. Para a presente pesquisa, consideraremos as orientações correspondentes à área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.

Ao destacarmos, nesta pesquisa, o conteúdo de função quadrática e Resolução de Problemas, observamos que os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Médio (PCNEM) apontam, para a área, algumas competências e habilidades. Segundo o ENEM:

> A diferença entre competência e habilidade, em uma primeira aproximação, depende do recorte. Resolver problemas, por exemplo, é uma competência que supõe o domínio de várias habilidades. Calcular, ler, interpretar, tomar decisões, responder por escrito, etc., são exemplos de habilidades requeridas para a solução de problemas de aritmética. Mas, se saímos do contexto de problema e se consideramos a complexidade envolvida no desenvolvimento de cada uma dessas habilidades, podemos valorizá-las como competências que, por sua vez, requerem outras tantas habilidades. ( BRASIL, 2005, p.19)

É importante que consideremos esta diferenciação para que possamos entender sob que perspectiva os documentos oficiais utilizam esses termos em suas orientações. Apresentaremos, a seguir, apenas as pertinentes ao nosso estudo.

No que diz respeito ao conteúdo de função e que, por extensão, se aplica à função quadrática, os PCNEM (BRASIL, 1999) apontam que o aluno deve ser levado a ler, interpretar e utilizar diferentes formas de representação (tabelas, gráficos, expressões,...); identificar, analisar e aplicar conhecimentos sobre valores de variáveis, representados em gráficos, diagramas ou expressões algébricas; transcrever mensagens Matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc) e vice-versa.

Quando se refere às aplicações, dentro e fora da Matemática, é tomado o tema função como destaque:

> O ensino isolado desse tema não permite a exploração do caráter integrador que ele possui [...].
> O conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de

[3] Entende-se como Base Nacional Comum aquilo que deve ser garantido a todo cidadão brasileiro no processo de ensino-aprendizagem oferecido pela escola, independente de classe social, idade ou outro fator de descriminação. Normalmente, entende-se a base como um conjunto de disciplinas/conteúdos.

> gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia ou Economia. (BRASIL, 1999, p.42)

Nesse sentido, os PCNEM apontam que, ao lidar com o conceito de função em situações diversas e em outras áreas, através de uma variedade de situações-problema, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, adaptando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática.

Isso ocorre porque o tratamento de uma situação-problema exige aspectos mínimos de conhecimento de determinado conteúdo para a compreensão e a tentativa de resolução, levando o aluno a procurar e sistematizar informações relevantes. Estas situações–problema não devem provir de aplicações de "regrinhas", exaustivamente treinadas, supondo a mecanização. Devem levar o aluno a pensar no significado do problema encaminhando a resolução com compreensão.

Quanto à abordagem didática dada aos Problemas, a proposta traz algumas considerações levando em conta, principalmente a vivência do aluno tomando-a como ponto de partida, e orientando que o problema deva ter caráter de investigação.

Uma observação curiosa é que os PCNEM não explicitam a diferença entre situações-problema e problema usando ora uma, ora outra expressão.

Sobre a importância da Resolução de Problemas, os PCNEM (BRASIL, 1999) enfatizam que ela é uma importante estratégia de ensino onde os alunos, diante de situações-problema.

> [...] aprendem a desenvolver estratégias de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas, adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem auto-confiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação. (BRASIL,1999, p. 51)

Eles indicam, ainda, como objetivos do ensino de Matemática, levar o aluno a formar opinião própria que lhe permita expressar-se criticamente sobre problemas de

Matemática, das outras áreas do conhecimento e da atualidade; desenvolver as capacidades de raciocínio e resolução de problemas, de comunicação, bem como o espírito crítico e criativo; utilizar com confiança procedimentos de resolução de problemas para desenvolver a compreensão dos conceitos matemáticos.

Encontramos, além disso, recomendações de que o aluno deve procurar e sistematizar informações relevantes para a compreensão da situação-problema; identificar o problema (compreender enunciados, formular questões etc); procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema; formular hipóteses e prever resultados; selecionar estratégias de resolução de problemas; interpretar e criticar resultados numa situação específica apresentada pelo problema.

Observamos, portanto, que os PCNEM (BRASIL, 1999) consideram o papel formativo da resolução de problemas na Matemática, desenvolvendo no aluno, entre outras, a capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas.

Pensando nesse sentido o professor tem um papel importante de selecionar, elaborar tipos de problemas para que atinjam esses objetivos.

No caso dos livros didáticos, que são foco desta pesquisa, consideramos importante que esses parâmetros sejam levados em conta na elaboração, embora acreditemos que sua ação só se efetive em conjunto com o trabalho consciente do professor. Infelizmente, suas recomendações não são colocadas em prática devido à falta de acesso dos professores a esse documento; e há professores que não os lêem ou não refletem e analisam sobre o verdadeiro significado de seu conteúdo. Acreditamos que as pessoas que se mostraram tão atuantes na elaboração e confecção dos PCNEM tenham pensado em colaborar com o ensino-aprendizagem-avaliação de Matemática no Brasil, além de atingir os objetivos já apresentados no primeiro parágrafo dessa seção.

Analisamos, a seguir, as idéias constantes num documento mais específico, ou seja, o das Orientações Curriculares.

### 2.4.2 Orientações Curriculares para o Ensino Médio

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (O.C.)(BRASIL, 2006) servem como mais um instrumento de apoio à reflexão do professor a ser utilizado em favor do aprendizado, e oferecem estímulos à revisão de práticas pedagógicas, em busca da melhoria do ensino.

Com o intuito de suscitar discussões e fornecer subsídios para opções de ênfase no conhecimento matemático, a que acredita ser essencial à formação do aluno no ensino médio, as Orientações Curriculares visam, também, contribuir com o debate sobre as orientações curriculares tratando de 3 aspectos: a escolha de conteúdos, a forma de trabalhar os conteúdos e o projeto pedagógico / organização curricular.

Entendemos que os mais diretamente relacionados a esta pesquisa são: a escolha do conteúdo, onde se insere o conteúdo função quadrática, e a forma de trabalhar, que inclui a Resolução de Problemas.

As Orientações Curriculares (BRASIL, 2006) propõem, no conteúdo de funções, trabalhar com explorações qualitativas das relações entre duas grandezas em diferentes situações, sejam do contexto de função ou não, como, por exemplo: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras.

No caso das funções, são apontados alguns pontos importantes a serem trabalhados:

- Problemas de aplicação, em que é preciso encontrar um certo ponto de máximo (clássicos problemas de determinação de área máxima), podem motivar o ensino de função quadrática.

- Estudo da posição do gráfico, das coordenadas dos pontos de máximo e mínimo e dos zeros da função quadrática, que devem ser realizados de forma que o aluno consiga estabelecer as relações entre o “aspecto” do gráfico e os coeficientes de sua expressão algébrica.

- O uso da forma canônica ($f(x) = a.(x-m)^2 + n$) como auxiliar importante nessa compreensão.

- A dedução da fórmula de Bháskara para calcular os zeros da função quadrática.

- A identificação do gráfico da função quadrática com a curva parábola.

- A definição de parábola como: “lugar geométrico dos pontos do plano que são eqüidistantes de um ponto fixo (o foco) e de uma reta (a diretriz)” (BRASIL, 2006, p. 73).

Quanto à escolha de conteúdos:

> [..] toda situação de ensino e aprendizagem deve agregar o desenvolvimento de habilidades que caracterizem o “pensar matematicamente”. Nesse sentido, é preciso dar prioridade à qualidade do processo e não à quantidade de conteúdos a serem trabalhados. A escolha de conteúdos deve ser cuidadosa e criteriosa, propiciando ao aluno um “fazer matemático” por meio de um processo investigativo que o auxilie na apropriação de conhecimento. (BRASIL, 2006, p.70)

Isto significa que os conteúdos abordados em sala devem oferecer, ao aluno, oportunidades de selecionar, organizar, conjeturar, deduzir, analisar, entre outros elementos componentes do pensamento matemático. Por exemplo: deduzir a fórmula de Bhaskara pode levar o aluno a pensar matematicamente, mas repetir seu uso numa série de exercícios semelhantes não atende a este objetivo.

Quanto à forma de trabalhar os conteúdos, deve-se agregar o valor formativo colocando os alunos em um processo que valorize o raciocínio matemático e também, entre outras, valorize o uso da Matemática para a resolução de problemas interessantes, sejam de aplicação ou teóricos.

Dentro desse contexto, as Orientações Curriculares sugerem quanto à forma de trabalhar os conteúdos, que se deve ensinar:

> [...] destacando-se o valor formativo agregado e descartando-se as exigências de memorização, as apresentações de “regras” desprovidas de explicações, a resolução de exercícios repetitivos de “fixação” ou a aplicação direta de fórmulas.(BRASIL, 2006, p.70)

As Orientações Curriculares sugerem também, que o professor realize um trabalho de contextualização do conteúdo. Gurgel (2004) explica que:

> [...] um professor, cujo saber específico esteja consolidado em bases científicas, epistemológicas, históricas e sócio-culturais amplas e interdisciplinares, terá maior poder de crítica frente à abordagem do processo de ensino-aprendizagem e sobre seu papel como mediador social no contexto escolar, durante o exercício de sua profissão. Para tanto, é necessário compreender a natureza sócio-cultural do conhecimento que ensina. (GURGEL, 2004, p.3 )

A se referir ao processo de ensino e aprendizagem e à mediação do professor, a autora comenta que alguns pesquisadores têm observado que os conceitos matemáticos podem contribuir para que os alunos compreendam a presença da Matemática em diferentes contextos. Acrescentam, ainda, que não é suficiente explicar aos alunos o que o mundo a sua volta exige, mas que se deve estimular seus interesses à curiosidade, ao espírito de investigação e à capacidade de resolução de situações-problema.

Ao abordar a contextualização / descontextualização, na qual o aluno constrói conhecimento com significado, as Orientações Curriculares recomendam que este pode ser feito por meio da resolução de problemas e previne quanto a “problemas fechados”, argumentando que esses pouco incentivam o desenvolvimento de habilidades.

No texto não há uma definição para problemas fechados; trataremos disso com mais detalhes posteriormente, mas algumas considerações são apresentadas nas orientações:

> Nesse tipo de problema o aluno identifica o conteúdo a ser utilizado, sem que haja maiores provocações quanto à construção de conhecimento e quanto à utilização de raciocínio matemático. O uso desse tipo de problema consegue mascarar a efetiva aprendizagem, pois o aluno, ao antecipar o conteúdo que está sendo trabalhado, procede de forma um tanto mecânica na resolução do problema. (BRASIL, 2006, p. 83).

Ainda nesse contexto, acrescenta que é importante, para o exercício a cidadania, a competência de analisar um problema e tomar as decisões necessárias à sua resolução.

Diante das limitações dos problemas fechados, surgem as propostas de “problema aberto” e “situação-problema”, nas quais o aluno deve realizar tentativas, estabelecer hipóteses, testar essas hipóteses e validar seus resultados.

De acordo com as orientações, o problema aberto visa a levar o aluno à aquisição de procedimentos para resolução de problemas. Em outras palavras, o conhecimento passa a ser uma importante ferramenta para resolver problemas.

A situação-problema, por outro lado, pode ser caracterizada como uma situação geradora de um problema cujo conceito, necessário à sua resolução, é aquele que queremos que o aluno construa" (BRASIL, 2006, p. 84).

> [...] a aprendizagem de um novo conceito matemático dar-se-ia pela representação de uma situação-problema. [...]idéias sócio construtivistas da aprendizagem partem do princípio de que a aprendizagem se realiza pela construção dos conceitos pelo próprio aluno, quando ele é colocado em situação de resolução de problemas. Essa idéia tem como premissa que a aprendizagem se realiza quando o aluno, ao confrontar suas concepções, constrói os conceitos pretendidos pelo professor. Dessa forma, caberia a este o papel de mediador, ou seja, de elemento gerador de situações que propiciem esse confronto de concepções, cabendo ao aluno o papel de construtor de seu próprio conhecimento matemático.(BRASIL, 2006, p.81).

Essa orientação está de acordo com as novas e atuais concepções em Resolução de Problemas, em que o problema é ponto de partida para a construção do conhecimento e o aluno deve participar ativamente desse processo.

Outro ponto interessante apresentado nas Orientações Curriculares é a idéia de "modelagem Matemática", entendida como a habilidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

Vemos, assim que as atuais orientações oficiais trazem uma série de indicações para o trabalho do professor em sala de aula. Nessa seção discutimos algumas relacionadas à Resolução de Problemas e às funções , vale destacar que algumas delas não são colocadas em prática nas salas de aula. Os problemas fechados predominam nas aulas de Matemática apesar de suas limitações no tocante à formação geral do aluno e na aprendizagem efetiva da Matemática. Reiteramos que é essencial, concordando com atuais orientações, que a Resolução de Problemas permita ao aluno um trabalho mais autônimo e investigativo e menos repetitivo.

Veremos, a seguir, como os professores do Estado de São Paulo, em particular, estão sendo orientados a trabalhar com Resolução de Problemas e funções.

### 2.4.3 Proposta Curricular do Estado de São Paulo para a Disciplina de Matemática – Ensino Médio

A nova Proposta Curricular do Estado de São Paulo (PC) (SÂO PAULO, 2008a, p. 8) apresenta os princípios orientadores para "uma escola capaz de promover as competências indispensáveis ao enfrentamento dos desafios sociais, culturais e profissionais do mundo contemporâneo".

Tomando como referência o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), a PC adota as mesmas competências para aprender, dentre as quais destacamos a de número III:

> "Selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema". Ler implica também – além de empregar o raciocínio hipotético-dedutivo, que possibilita a compreensão de fenômenos – antecipar, de forma comprometida, a ação para intervir no fenômeno e resolver os problemas decorrentes dele. Escrever, por sua vez, significa dominar os muitos formatos que a solução do problema comporta.(SÃO PAULO, 2008a, p. 20).

O papel da Matemática é compreensível e fundamental nessa competência III; ela está associada à capacidade de contextualizar e de enfrentar situações-problema, ficando explícita a valorização da resolução de problemas.

Na exploração de cada tema, a PC sugere que se procure dar destaque à idéia de problematização, de equacionamento de problemas, de tradução de perguntas formuladas em diferentes contextos e em equações a serem resolvidas. É o caso dos problemas de máximos e mínimos, ou seja, de otimização.

Para complementar a Proposta Curricular (SÃO PAULO, 2008a), o "caderno do professor" traz os conhecimentos disciplinares por série e bimestre, assim como as habilidades e competências a serem promovidas. Ela apresenta os conteúdos (temas) como meios para o desenvolvimento das competências pessoais e construção dos significados dos conteúdos estudados.

O tema função quadrática está proposto para ser abordado na 1ª série do Ensino Médio (2º bimestre). O caderno do professor expõe que

> No trabalho com funções quadráticas, buscou-se favorecer a compreensão da representação gráfica e suas propriedades e o estudo de máximos e mínimos. Ao procurar contextualizar os conteúdos aqui propostos, o

> professor deverá utilizar situações do cotidiano, jogos, situações-problema ou mesmo situações intrínsecas à Matemática e a outras Situações de Aprendizagem que favoreçam o processo de ensino e aprendizagem das funções, inclusive problemas e exercícios para síntese dos conteúdos. (SÃO PAULO, 2008b, p. 9)

O caderno do professor também recomenda que ao final do bimestre os alunos compreendam que

> [...] a representação gráfica de uma função quadrática é uma parábola e compreenda as translações que ocorrem no gráfico dessas funções quando variam os coeficientes na representação algébrica; saber calcular máximos e mínimos dessas funções e resolver situações-problema que envolvam funções polinomiais de 1º e 2º graus. (SÃO PAULO, 2008b, p. 10)

O caderno apresenta o conteúdo de função quadrática distribuído da seguinte forma :

- As funções polinomiais de 2º grau, com ênfase em sua representação gráfica.
- As funções polinomiais de 2º grau por meio da proporcionalidade direta com o quadrado.
- Estudo de máximos e mínimos.
- Estudo de situações-problema envolvendo funções de 1º e 2º graus (problemas de modelagem).

Para cada item acima o caderno do professor apresenta o tempo previsto, conteúdos e temas, competências e habilidades, estratégias de ensino, recursos para ampliar a perspectiva do professor e do aluno para a compreensão do tema e, ainda, considerações sobre a avaliação final.

Realizando esta análise da PC (SÃO PAULO, 2008a), pretendemos verificar quais são as questões e orientações mais atuais para o ensino e a aprendizagem da Matemática, e observar em que medida a abordagem dada nos livros didáticos para o conteúdo de função quadrática, sob a ótica da resolução de problemas, está de acordo com tais propostas.

Ao término dessa análise baseada nos documentos oficiais observamos que os Parâmetros Curriculares do Ensino Médio e as Orientações Curriculares são mais ideológicas e fornecem orientações gerais. A Proposta Curricular, por outro lado, fornece orientações que aborda aspectos mais práticos, distribui conteúdos por série e fornece orientações que estão mais próximas dos trabalhos em sala de aula. Não percebemos contradições entre esses três documentos, eles trazem conteúdos complementares.

As análises dos livros didáticos que realizamos nessa pesquisa, registradas no capítulo 4, nos permitirão perceber em que medida essas orientações foram observadas nos livros analisados.

## 2.5 Alguns Trabalhos já Realizados

Ao identificar como importante fazer uma análise nos livros didáticos do conteúdo de função quadrática sob a ótica da Resolução de Problemas, buscamos outros trabalhos acadêmicos que também recorreram aos livros didáticos para análise de questões e problemas. A seguir apresentaremos um pouco dessas análises.

O trabalho de Borges (2007) investigou se os termos polinômios e funções polinomiais são articulados em livros didáticos de Matemática (Ensino Médio). O autor pesquisou o termo em várias fontes e examinou o tratamento expositivo e o corpo de exercícios em 3 coleções do PNLEM (2005 apud BORGES, 2007). Concluiu que duas das coleções não articulavam os termos no tratamento expositivo nem no corpo de exercícios; já a terceira coleção esboçava tal articulação no plano expositivo, desenvolvendo-a com algum detalhe em seu corpo de exercícios.

Na dissertação de Silva (2007) encontramos uma análise de livros didáticos na qual o autor buscou verificar quais são as estratégias utilizadas pelos autores dos livros para apresentar a noção de função, se a relação discreto/contínuo fica evidente na construção de gráficos, e se a conversão entre os registros gráfico e algébrico ocorre nos dois sentidos. A pesquisa foi fundamentada na teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Silva mostrou, como resultado, que a maioria dos livros analisados adotam como ponto de partida para a construção do conceito de função a exploração da relação de dependência entre grandezas por meio da resolução de problemas. Outro aspecto observado nos livros analisados foi o cuidado com a contextualização e a interdisciplinaridade. Segundo o autor, na maioria dos livros, muitas atividades são apresentadas a partir de situações significativas que valorizam as práticas sociais, as articulações internas à própria Matemática e as conexões com outras áreas do conhecimento. Quanto à relação discreto/contínuo, observou-se que na maioria dos livros analisados a relação não é explicitada satisfatoriamente. A conversão entre os registros gráfico e algébrico não ocorre nos dois sentidos, conforme foi observado, e que as variáveis visuais pertinentes geralmente não são levadas em conta no esboço de gráficos.

Em Alexandre (2007) encontramos um estudo destinado ao ensino das crianças da primeira série do Ensino Fundamental à luz dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática, no qual apresenta a análise de um livro didático de Matemática para verificar a relevância das situações-problema apresentadas para o processo de ensino-aprendizagem. A autora verificou que o livro didático pode ser usado como recurso didático desde que o professor tenha um olhar crítico sobre suas atividades, pois muitas delas estão pautadas no modelo convencional de problemas, que não permite que ocorra o questionamento da atividade realizada.

A leitura desses trabalhos foi importante na medida em que nos forneceram idéias quanto à estrutura do nosso trabalho, à forma de analisar os dados, à linguagem, entre outros elementos. Além disso ela foi essencial na nossa busca por identificar se o tema que pretendia abordar já não havia sido investigado por outros pesquisadores ou em que medida e sob que perspectiva já havia sido tratado. Não encontramos, nessa busca, nenhum trabalho que abordasse função quadrática e Resolução de Problemas nos livros didáticos.

O panorama traçado neste capítulo iniciou-se com a história do livro didático, no Brasil, passando por algumas análises sobre livros didáticos brasileiros do Ensino Médio e sobre os documentos oficiais no que diz respeito à função quadrática e Resolução de Problemas. No próximo capítulo, faremos um aprofundamento teórico, obtido a partir de pesquisas já realizadas, a respeito, especificamente, da Resolução de Problemas.

# CAPÍTULO 3

# RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Podemos perceber pelas análises apresentadas até agora a grande importância dada à Resolução de Problemas como, por exemplo, nos documentos oficiais, onde se colocam, entre outras, que a Resolução de Problemas é o ponto de partida para construção do conhecimento.

Essa importância também é evidenciada em várias pesquisas, através das posições de alguns autores com relação à Resolução de Problemas, as quais comentaremos nesse item do capítulo. Inicialmente apresentaremos um pouco da trajetória da Resolução de Problemas para entendermos melhor sua evolução. A seguir discutiremos o que é um problema, os tipos de problemas apresentados pelos autores e três concepções que podem nortear o trabalho do professor com Resolução de Problemas em sala de aula.

## 3.1 Um Pouco Da História da Resolução de Problemas

A Resolução de Problemas nem sempre teve a mesma atenção que é dada nos tempos atuais. Onuchic (1999) comenta que “no início do século XX o ensino de Matemática foi caracterizado por um trabalho apoiado na repetição, no qual o recurso à memorização dos fatos básicos (tabuadas) era considerado muito importante.”(ONUCHIC, 1999, p.201). Nessa época, segundo a autora, o professor falava, o aluno recebia a informação, escrevia, memorizava e repetia. A maioria se esquecia do que havia memorizado em pouco tempo.

Pires (2005) apresenta, sobre as técnicas operatórias, que entre 1950 e 1965, somente após o treino das mesmas é que se passava à resolução de problemas como uma forma de aplicação dos conhecimentos; os significados das operações nas situações–problema eram restritos. No período entre 1966 e 1980, por influência da Matemática Moderna, as operações eram trabalhadas com base na teoria dos conjuntos e o cálculo mental não era enfatizado; a proposta é que nada deveria ser memorizado, nem mesmo os resultados das tabuadas.

Onuchic e Allevato (2005) acrescentam que a Matemática Moderna apresentava uma Matemática estruturada que, além de enfatizar a teoria dos conjuntos, preocupava-se também com abstrações matemáticas e acentuava o ensino de símbolos, o que comprometia o aprendizado por sua terminologia complexa, além de um excesso de formalização, distanciando-se das questões práticas.

A partir dos anos oitenta "começava a aparecer com destaque a proposta de trabalhar com problemas contextualizados e desafiadores, chamados problemas 'não convencionais'".(PIRES, 2005, p.2). O reconhecimento da importância de explorar vários procedimentos de cálculo, o domínio de procedimentos algorítmicos, o conhecimento a ser adquirido por rotina ou por exercício mental e a idéia de que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas merecia mais atenção é que levaram o foco na Resolução de Problemas.

Em 1980, o National Council of Teachers of Mathematcs (NCTM) apresentou, nos Estados Unidos, um documento conhecido como "Uma Agenda para a Ação", no qual havia recomendações para o ensino de Matemática, atribuindo um papel fundamental para a Resolução de Problemas e deixando claro que este deveria ser o foco da Matemática escolar.

Segundo Onuchic e Allevato (2005), durante essa época muitos recursos em resolução de problemas foram desenvolvidos, com o objetivo de auxiliar no trabalho de sala de aula. Foram apresentadas entre outras, coleções de problemas, sugestões de atividades e orientações para avaliar o desempenho dos alunos em resolução de problemas. Esses materiais ajudaram os professores a dar maior ênfase à resolução de problemas no trabalho em sala de aula. Mas devido a diferentes opiniões sobre o significado de resolução de problemas ser ou não o ponto central da Matemática escolar, o trabalho dessa época não teve sucesso.

Mesmo nos tempos atuais a implantação dessa idéia ainda não foi suficientemente entendida e realizada nas salas de aula. Tomar os problemas como ponto de partida da atividade Matemática em sala de aula, como um caminho produtivo e imprescindível no processo de construção de conceitos e procedimentos matemáticos, ainda não faz parte da prática de alguns grupos de educadores e professores.

### 3.2 O que é um Problema

Vários estudos apresentaram, ao longo dos últimos anos, tal proposta, destacando que o problema não é apenas um exercício mecânico, onde o aluno aplica uma fórmula ou um processo operatório: “Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma seqüência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la” (PIRES, 2005, p.2).

Nesse contexto, resolver problemas não é somente compreender o que foi proposto, e dar respostas aplicando procedimentos conhecidos que funcionam como modelo. Torna-se necessário o desenvolvimento de habilidades que permitam pôr à prova os resultados, testando-os, comparando-os, valorizando, assim, o processo de resolução.

Na Fundamentação Teórico-Metodológica do ENEM (BRASIL, 2005) é posto que problema é aquilo que se enfrenta e para cuja solução, os conteúdos já conhecidos ou incorporados, não são suficientes, e explica que há problemas que são desafiadores não pela forma, que já é conhecida, mas pelo seu conteúdo, que é novo, inusitado, singular, original. No texto são apresentadas distinções quanto a exercícios e problemas, entre elas, que exercitar é fazer as contas; resolver um problema é “realizar uma conta para qual não se estava suficientemente preparado, porque é de um outro tipo, tem uma estrutura mais complexa, coloca uma dificuldade a mais, etc.” (p. 15). Em síntese, acrescenta que exercício leva a repetir, como um meio para uma outra finalidade. O problema é aquilo que surpreende nesse exercício, é o novo e que supõe que o aluno recorre à invenção, à criatividade, à astúcia. Assim, não se descarta a possibilidade de que o exercício possa configurar um problema, dependendo da forma como é proposto e de outros elementos, conforme comentado acima.

Outros autores também apresentam suas concepções sobre o que é um problema:

• Wagner (2003, apud Allevato, 2005) acredita que um problema se manifesta quando há uma necessidade não satisfeita ou quando são descobertos caminhos não óbvios para satisfazê-la. Ele acredita que se uma situação tem controle não é um problema.

• Dante (2003) apresenta a idéia de problema como sendo “qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la”, e problema matemático como “qualquer situação que exija a maneira Matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para soluciona-la” (DANTE , 2003, p. 9 e 10)

• Para Onuchic (1999) problema é tudo aquilo que não se sabe fazer mas que se está interessado em resolver. O problema não é um exercício no qual o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou uma determinada técnica operatória.

• Van de Walle (2001) define um problema “como qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não têm métodos ou regras prescritas ou memorizadas e nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta”. (apud Onuchic e Allevato, 2005, p. 215).

Em análise às idéias desses e outros autores, Allevato (2005) apresenta, resumindo as concepções anteriores, sua própria concepção: “uma questão será um problema se o aluno ainda não conhece os meios necessários à resolução, mas está interessado em resolvê-la”.(ALLEVATO, 2005, p. 41).

Minha postura, nessa pesquisa, em relação ao que é um problema será análoga a essa, em que uma questão, com que se defrontar o aluno, se tornará um problema quando ela não apresentar uma solução imediata, levando o aluno a um processo de investigação para sua resolução e obtenção da solução.

### 3.3 Tipos de Problemas

Além das concepções colocadas sobre o que é um problema, alguns autores apresentam diferentes tipos de problemas. Entre eles podemos citar Dante (2003) que, além de classificar, comenta seus objetivos conforme mostraremos a seguir:

- Exercícios de reconhecimento: esse tipo de exercício tem como objetivo levar o aluno a reconhecer ou lembrar um conceito, um fato exclusivo, uma definição, uma propriedade. Ex: Escreva na forma canônica a função quadrática dada pela lei $f(x) = x^2 + 2x - 3$

- Exercícios de algoritmos: o objetivo desse exercício é treinar a habilidade de execução de um algoritmo e reforçar conhecimentos anteriores. Ex: Dada a função quadrática dada pela lei $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$, determine $f(-2)$.

- Problemas – padrão: o objetivo desses problemas é recordar e fixar fatos básicos através de algoritmos, reforçando seu vínculo e seu emprego nas situações do dia-a-dia. A tarefa básica desse problema é transformar a linguagem usual em linguagem Matemática. Ex: Em um campeonato de futebol, cada time vai jogar duas vezes com outro. Se o número de clubes é 10, qual é o número de jogos?

- Problemas – processo ou heurísticos: esse tipo de problema apresenta como objetivo levar o aluno a pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia para chegar à solução. Esse tipo de problema, por não ser traduzido diretamente para a linguagem Matemática, nem resolvido pela aplicação automática de algoritmos, inicia o aluno no desenvolvimento de estratégias e procedimentos para resolver situações-problema. Ex: Os 180 alunos de uma escola estão dispostos de forma retangular, em filas, de tal modo que o número de alunos de cada fila supera em 8 o número de filas. Quantos alunos há em cada fila?

- Problemas de aplicação: esse tipo de problema apresenta como objetivo levar o aluno a coletar, organizar dados e matematizar uma situação real a qual é chamada de situação-problema. Ex: Os diretores de um centro esportivo desejam cercar uma quadra de basquete retangular e o espaço em volta dela com tela de alambrada. Tendo recebido 200 m de tela, os diretores desejam saber quais devem ser as dimensões do terreno a cercar com tela para que a área seja a maior possível, pois assim haveria mais espaço para a torcida fora da quadra.

- Problemas de quebra – cabeça: o objetivo é desafiar o aluno a desenvolver a percepção e motivar para a chave da solução, a qual é chamada de Matemática Recreativa. Ex: Com sete palitos forme o número oito e a partir deste número forme os outros de 0 a 9, tirando um ou mais palitos.

Smole e Diniz (2001) apresentam diferentes tipos de problemas: problemas convencionais (possui frases curtas e objetivas, todos os dados são expostos no texto de modo claro e na ordem em que devem ser usados, pode ser resolvido pelo uso direto de algum algoritmo e tem uma única resposta, que é numérica); problemas que apresentam uma história com personagens; problemas sem solução; problemas com mais de uma solução; problemas com excesso de dados; problemas de lógica e problemas não-convencionais.

Allevato (2005) também destacou tipos de problemas, especificamente problemas fechados e abertos, a partir de alguns autores. Problemas fechados são àqueles que têm somente uma resposta correta e, em geral, nesses problemas tanto a situação inicial, como o processo de resolução como o objetivo final (resposta) do problema são pré-determinados.

Problemas abertos são aqueles que possuem várias respostas corretas ou vários métodos para obter a resposta, ou seja, são aqueles em que a situação inicial ou o objetivo final (ou ambos) deixam “espaço” para o resolvedor fazer escolhas. O processo é aberto quando são explorados vários caminhos para a solução; o final é aberto quando há múltiplas respostas corretas a serem descobertas, ou a formulação de novos problemas é aberta, ou seja, quando os alunos exploram novos problemas relacionados ao problema dado.

Um exemplo dessa situação pode ser visto em Allevato e Onuchic (2006) onde as autoras apresentam um problema onde as condições iniciais são dadas (fechadas), entretanto a resolução permite a utilização de diversos conteúdos matemáticos, desde números naturais, passando por funções até o Princípio da Indução Finita. Deste modo, pode ser aplicado a estudantes de vários níveis de ensino. Além disso, a formulação de novos problemas a partir desse permite ampliar ainda mais este rol de conteúdos, abordando, por exemplo, seqüência de Fibonacci.

Concordamos com Allevato (2005) ao apresentar classificações de problemas por tipos, pois quando nos propomos a tratar dos objetivos da Resolução de Problemas percebemos na literatura e na prática, que esses são determinados, em grande parte, pelo tipo de problema proposto e reciprocamente.

Podemos, assim, afirmar que cada tipo de problema atende a um ou mais objetivos de aprendizagem diferentes (estratégias, habilidades, conteúdos, entre outras).

### 3.4 Concepções em Resolução de Problemas

Ao analisar o que é um problema e quais são seus tipos, encontramos também, em várias pesquisas, as diferentes concepções sobre o termo “resolução de problemas”. Na busca de tal compreensão sobre as implicações e finalidades da Resolução de Problemas no ensino de Matemática, várias pesquisas foram e estão sendo trabalhadas mostrando essas diferentes maneiras de conceber a resolução de problemas.

Allevato (2005) comenta que, embora as pesquisas não apresentem de forma explícita a forma de conceber a resolução de problemas no ensino de Matemática, essas diferentes concepções não são reciprocamente exclusivas, pois em alguns trabalhos há características diversas. Dito de outro modo as diferentes concepções de Resolução de Problemas entre as pesquisas e autores apresentam aspectos diferentes e comuns. Além disso, tais diferenças nem sempre são nítidas.

Contreras e Carrillo (1998) utilizaram categorias para caracterizar e fazer um paralelo entre o que denominaram quatro tendências didáticas em resolução de problemas, as quais denominaram: tradicional, tecnológica, espontaneísta e investigativa. Os autores acreditam que essas tendências estão totalmente relacionadas à concepção de ensino que configura o trabalho em sala de aula. Esse trabalho envolve: metodologia, sentido da Matemática escolar, concepção de aprendizagem, papel do aluno, papel do professor e avaliação como determinantes das concepções sobre resolução de problema.

Ponte (1994, apud Allevato, 2005) comenta que as diversas opiniões sobre a resolução de problemas, presentes entre professores e educadores matemáticos, é uma das razões pelas quais se justificam e são interessantes as pesquisas nessa linha.

Assim, considerando as concepções de diversos autores, Allevato (2005) comenta que:

> Tomando como referência os pontos de convergência entre os objetivos e as linhas gerais que se apresentam em alguns trabalhos sobre esse tema é possível caracterizar as diferentes concepções a respeito da resolução de problemas. (ALLEVATO, 2005, p.47).

E desenvolvendo as idéias de Schroeder e Lester (1989, apud ALLEVATO, 2005) a autora apresenta e analisa três concepções que levaremos em conta, como suporte para a presente pesquisa:

- Ensinar **sobre** resolução de problemas
- Ensinar **para** resolução de problemas
- Ensinar **através** da (ou via) resolução de problemas

Apresentaremos separadamente cada uma delas, com a intenção de deixar explícita, não só as características, mas também as diferenças entre essas concepções.

### 3.5 Ensinar sobre Resolução de Problemas

Após o período da Matemática Moderna sentiu-se a necessidade de buscar alternativas para o ensino de Matemática, e ensinar sobre resolução de problemas passou a ser considerado um novo conteúdo associado às opções de ensino.

Segundo Allevato (2005), muitas sugestões e estratégias foram sendo estruturadas por pesquisadores e educadores matemáticos, que voltaram-se à resolução de problemas. Na tentativa de entender um problema e dispor os recursos para resolvê-lo, nasceu a crença de que era preciso ensinar os estudantes a resolver problemas, ou seja, ensinar sobre resolução de problemas. Isto significa teorizar, descrever a Resolução de Problemas.

George Polya (1994), considerado o pai da resolução de problemas, apresentou em seu livro How to Solve it (1944)[4], orientações para implementação da resolução de problemas em sala de aula e colocou também um "roteiro" com orientações sobre como resolver um problema, no qual devem ser seguidas as etapas: compreensão do problema, estabelecimento de um plano, execução do plano e retrospecto para examinar a solução obtida.

George Polya (1994) define que a resolução de problemas deve ser realizada com estratégias próprias e definidas e apresenta, comenta e exemplifica estratégias do tipo tentativa e erro organizados, procurar por padrões e generalizações, resolver primeiro um problema mais simples, reduzir à unidade e fazer um caminho inverso.

Muitos pesquisadores, autores e professores seguem, ainda hoje, essa abordagem de Polya e recomendam a adoção de estratégias que devem ser ensinadas para a resolução de problemas.

Segundo Onuchic (1999) e Onuchic e Allevato (2004) a maneira pela qual se tentava ensinar ao aluno uma determinada estratégia de resolução era feita por meio de longas listas de problemas semelhantes para promover a fixação de um determinado método de resolução. Se o aluno repetisse nas avaliações, concluía-se que o aluno havia aprendido. Porém, essa técnica não garante a compreensão do conceito ou conteúdo envolvido, pois estão imbuídas de um certo caráter genérico que fora tão criticado na Matemática Moderna:

> [...] no ensino sobre resolução de problemas estruturou-se a atividade Matemática com base em estratégias, também mantendo as generalidades, desconsiderando as aplicações e desvinculando os problemas de seu contexto específico. (ALLEVATO, 2005, p. 52).

[4] How to Solve it foi traduzido para o português por Heitor Lisboa de Araújo com o título A arte de resolver problemas. A edição traduzida que consultamos data de 1994.

Nesse sentido, a autora comenta que a Matemática tornava-se sem sentido para o aluno que não conseguia aplicar a teoria sobre resolução de problema na resolução efetiva do problema.

Com relação a essa generalidade das estratégias elas eram oferecidas “prontas” aos alunos, como receitas. Acreditamos que o ideal, e que faria sentido para o aluno, seria que ele próprio, ao se defrontar com um problema, descobrisse, percebesse ou construísse a estratégia adequada de resolução.

Nesta pesquisa utilizaremos, como um dos critérios para a análise do livro didático, a concepção de ensinar sobre resolução de problemas; acreditamos ser de grande importância verificar se esta abordagem ainda se faz presente nos livros.

### 3.6 Ensinar para a Resolução de Problemas

Este tipo de concepção considera que para resolver problemas, antes deve-se ensinar Matemática para depois aplicá-la, ou seja, muitos professores, somente após desenvolverem a parte teórica da Matemática de determinado conteúdo, é que apresentam os problemas, fazendo destes uma mera aplicação de conteúdos.

Allevato (2005) comenta que nessa visão, que considera a Matemática como utilitária, mesmo com a possibilidade de adquirir conhecimento matemático, o objetivo principal do ensino é ser capaz de utilizá-lo, de aplicá-lo: o professor ensina para a resolução de problemas.

Essa concepção configura a resolução de problemas como uma atividade que os alunos só podem realizar após a introdução de um novo conceito, ou após o treino de alguma habilidade de cálculo ou de algum algoritmo. Assim, a resolução de problemas é utilizada para dotar a teoria de um significado prático:

> Nesse contexto, o aluno capta, repete estilos e aceita processos e resultados; sua atividade se limita a tentar assimilar os conceitos teóricos aplicando-os e reconstruindo processos. O professor propõe e contextualiza o problema, espera e corrige as respostas dos alunos, oferece chaves semânticas explícitas e implícitas e, finalmente, expõe seu processo de resolução como o mais correto.(ALLEVATO, 2005, p. 54).

A autora comenta que esta forma de considerar a resolução de problemas ajuda a tornar o ensino de Matemática interessante e dotado de sentido para os alunos, mas argumenta que o aluno pode formar uma concepção de que a Matemática sempre tem (ou deveria ter) aplicação imediata.

Smole e Diniz (2001) analisam a Resolução de Problemas como uma perspectiva metodológica, ou seja, “[...] um modo de organizar o ensino o qual envolve mais que aspectos metodológicos, incluindo uma postura frente ao que é ensinar e, conseqüentemente, do que significa aprender [...]”.(SMOLE; DINIZ, 2001, p. 89). As autoras consideram que a Resolução de Problemas trata de situações que não possuem solução evidente e que o resolvedor combine seus conhecimentos e decida pela maneira de usá-los em busca da solução. A expressão “usá-los em busca da solução“ evidencia a concepção de aplicar a Matemática que se sabe para resolver problemas.

Entretanto, as autoras ampliam as possibilidades do trabalho com resolução de problemas, considerando que enfrentar e resolver uma situação-problema deve ser uma atitude de “investigação científica” em relação àquilo que está pronto e comentam que:

> [..] a perspectiva da Resolução de Problemas caracteriza-se por uma postura de inconformismo diante dos obstáculos e do que foi estabelecido por outros, sendo um exercício contínuo de desenvolvimento do senso crítico e da criatividade, que são características primordiais daqueles que fazem ciência e objetivos do ensino de Matemática.( SMOLE ; DINIZ, 2001, p.92)

O problema, segundo as autoras deve ter significado para o aluno para que desperte o interesse e o motive na busca da solução.

Alexandre (2005) coloca sua concepção de que a Resolução de Problemas se refere a qualquer situação que não possua uma solução evidente, exigindo desta forma que o “resolvedor” combine seus conhecimentos prévios para que possa decidir como usá-los na obtenção do resultado. A autora completa dizendo que nesse contexto, o aluno coloca em ação o seu conhecimento anterior na resolução de uma nova situação que lhe foi proposta, evidenciando a concepção de ensinar para a resolução de problemas

Atualmente a resolução de problemas, nos documentos oficiais e em muitas pesquisas, é considerada a base de todo o ensino de Matemática; o aluno deveria aprender, dentro dessa metodologia, não somente utilizar os conhecimentos que possui, mas consultar as informações possíveis e aprender mais Matemática para resolver novas situações.

Nossa experiência como professora, lendo, manuseando, analisando livros didáticos nos leva a acreditar que a maioria deles se insere na concepção de ensinar para resolução de problemas; resta verificar o que se apresentará, posteriormente, durante a análise dos livros.

### 3.7 Ensinar através da Resolução de Problemas

Na resolução de problemas como um meio de ensinar Matemática, o aluno passa por um processo interno de pensamento durante o qual coordena diferentes noções entre si, atribuindo-lhes um significado, organizando-as e relacionando-as com outras anteriores num processo de aquisição dos conhecimentos.

Schroeder e Lester (1989, apud Allevato, 2005), reforçam que ensinar através da resolução de problemas, deve não somente ter como objetivo ensinar, mas também fazer Matemática. E defendem que o ambiente em sala de aula de Matemática deva propiciar aprendizagem com sentido e os alunos devem ser levados a pensar matematicamente.

Van de Walle (2001, apud Onuchic, Allevato, 2005) ao se referir à aprendizagem através da resolução de problema, diz que esse processo não significa somente apresentar um problema e deixar a "mágica" acontecer. O professor deve ser o mediador desse processo, estimulando a criação e manutenção de um ambiente matemático motivador e estimulante no qual a aula deve ser encaminhada, e que os alunos devem fazer uso de abordagens em resolução de problemas para investigar e compreender os conteúdos matemáticos.

Onuchic e Allevato (2005) consideram que a resolução de problemas deve ser adotada como uma metodologia de ensino, no sentido de que o problema a ser resolvido seja o ponto de partida para as atividades de aula e leve a um processo de construção de conhecimento, contribuindo para a formação dos conceitos antes mesmo da formalização em linguagem Matemática. E recomenda que o ensino de

Matemática deve ocorrer em um ambiente caracterizado pela investigação e esta deve ser orientada pela resolução de problemas.

Segundo Allevato e Onuchic (2008), uma proposta com essa abordagem consiste em organizar as atividades seguindo as atapas:

> 1) Formar grupos e entregar a atividade. O professor apresenta o problema aos alunos que, distribuídos em pequenos grupos, lêem e tentam interpretar e compreender o problema. Ressalte-se que o conteúdo necessário, ou mais indicado, para a resolução do problema ainda não foi trabalhado em sala de aula. O problema proposto aos alunos, que chamamos problema gerador, é que conduzirá ao conteúdo que o professor planejou construir naquela aula.
>
> 2) Observar e incentivar. – O professor não mais tem o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos tentam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. O professor faz a intermediação no sentido de levar os alunos a pensar, dando-lhes tempo para tal, e incentivando a troca de idéias entre os alunos.
>
> 3) Auxiliar nos problemas secundários. – O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios ou técnicas já conhecidas para resolver o problema; estimula-os a escolher diferentes métodos a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como um interventor e questionador, acompanhando suas explorações e ajudando-os, quando necessário, a resolver problemas secundários. Tratam-se de dúvidas apresentadas pelos alunos no contexto do vocabulário presente no enunciado; no contexto da leitura e interpretação, além daqueles que podem surgir por ocasião da resolução do problema: notação, passagem da linguagem vernácula para a linguagem Matemática, conceitos relacionados, técnicas operatórias, a fim de possibilitar a continuidade do trabalho.
>
> 4) Registrar as resoluções na lousa. – Representantes dos grupos são convidados a registrar as resoluções na lousa. Resoluções certas e erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.
>
> 5) Realizar uma Plenária. – O professor chama todos os alunos para discutirem as resoluções realizadas pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos, pois este é um momento bastante rico para a aprendizagem.
>
> 6) Buscar um consenso – Após sanadas as dúvidas e analisadas as resoluções e solução obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.
>
> 7) Formalizar o conteúdo. Neste momento, denominado “formalização”, o professor faz uma apresentação formal dos novos conceitos e conteúdos construídos, destacando as diferentes técnicas operatórias e as

> propriedades qualificadas para o assunto. ( ALLEVATO e ONUCHIC, 2008, p. 6-7)[5].

Podemos perceber que nesta metodologia, antes de se iniciar o conteúdo matemático, são propostos para os alunos problemas que mostrem aspectos relevantes e técnicas Matemáticas as quais devem ser desenvolvidas na busca de respostas para o problema dado, verificando assim o avanço dos alunos durante a resolução do problema.

Essa visão representa, portanto, uma forma de tratar a Resolução de Problema que foi construída a partir de concepções anteriores, como por exemplo as de Polya (1945), que constitui uma evolução e ampliação do que Polya e outros estudiosos e pesquisadores já haviam construído. Além disso ela se fundamenta nas sugestões do NCTM e de autores que se voltaram para essa linha da Resolução de Problemas.

Allevato (2005), mesmo defendendo a resolução de problemas como metodologia de ensino, não descarta as demais concepções, mas destaca que quando o professor adota essa metodologia, "os alunos podem aprender tanto **sobre** resolução de problemas, quanto aprendem Matemática **para** resolver novos problemas, enquanto aprende Matemática **através** da resolução de problemas". (ALLEVATO, 2005, p. 61).

Concordando com Van de Walle (2001, apud ALLEVATO, 2005), a autora destaca que é difícil ensinar através da resolução de problemas, mas apresenta algumas razões que justificam o esforço:

> [...]-a resolução de problemas coloca o foco da atenção dos estudantes sobre as idéias e sobre o "dar sentido";
>
> -a resolução de problemas envolve os estudantes nos cinco padrões de processo descritos nos Standards (2000): resolução de problemas, raciocínio e prova, comunicação, conexões e representação;
>
> -a resolução de problemas desenvolve nos estudantes a crença de que eles são capazes de fazer Matemática e de que ela faz sentido, isto é, aumenta a confiança e auto-estima dos estudantes;

---

[5] Artigo publicado, originalmente em inglês, no site do 11 th International Congress on Mathematical Education, que foi realizado em julho de 2008, em Monteterrey, México. Disponível em http://tsg.icme11.org/document/get/453.

> -a resolução de problemas fornece, ao professor, dados de avaliação que lhe permitem tomar decisões sobre o ensino e ajudar os estudantes a ter sucesso com a aprendizagem; e
>
> -os alunos se entusiasmam com o desenvolvimento da capacidade de compreensão que experimentam através de seu próprio raciocínio. (ALLEVATO, 2005, p. 61).

Pelo conhecimento que temos de livros didáticos, já consultados e utilizados em nossa trajetória como professoras de Matemática, acreditamos que ensinar através da resolução de problemas, conforme essas abordagens anteriores, seja uma concepção pouco presente nos livros didáticos, mas de suma importância para o desenvolvimento, principalmente, das competências e habilidades que os alunos devem adquirir.

Vimos que as recomendações para adoção e ênfase na resolução de problemas estão dispostas em vários textos atuais, sejam documentos oficiais, textos de dissertações e teses ou, até mesmo, em revistas para professores. Podemos destacar a reportagem de capa da revista Nova Escola (2008), intitulada "o que e como ensinar", que traz atividades e planos de aula em que o professor pode se basear para promover o aprendizado nas disciplinas e que para isso é preciso conhecer os conteúdos essenciais e como lecionar cada um. Dentre as situações didáticas indicadas por especialistas consultados pela revista, uma das que não pode faltar é trabalhar com resolução de problemas. Eles apontam que tendo por base a resolução de problemas, as atividades devem levar os alunos a debater e criar estratégias para chegar a uma resposta. A Matemática não pode ser reduzida a um conjunto de procedimentos mecânicos e repetitivos; o aluno deve construir diversos caminhos para chegar aos resultados.

A revista apresenta uma definição de resolução de problemas como sendo uma situação em que o aluno coloca em jogo os conhecimentos de que dispõe. Mas sempre oferece algum tipo de dificuldade que força a busca de solução e resulta na produção de novo conhecimento, no enriquecimento do que já existe ou no questionamento do anterior.

Podemos também observar a importância da resolução de problemas no caderno de relatório do SARESP (SÃO PAULO, 2008c), que procura avaliar a competência dos alunos na resolução de problemas. Para isso, oferece uma medida da capacidade de o aluno analisar, raciocinar, resolver e comunicar as soluções de problemas matemáticos numa variedade de situações.

Essa exposição sobre Resolução de Problemas, a partir de outros trabalhos já realizados, sendo a maioria de pesquisa científica acadêmica, reflete o levantamento bibliográfico que realizamos durante essa pesquisa de mestrado. Esses trabalhos servirão como referência teórica para análise dos dados que apresentaremos no próximo capítulo.

Vimos, portanto, neste capítulo, um pouco da história da Resolução de Problemas, as concepções de alguns autores sobre o que é um problema e seus diferentes tipos; apresentamos as diferentes concepções sobre o termo "Resolução de Problemas"; e abordamos as concepções de ensinar "sobre", "para" e "através" da resolução de problemas.

No próximo capítulo desenvolveremos as análises dos livros didáticos, descrevendo como escolhemos e selecionamos os livros. Para essas análises buscaremos, como está expresso em nossa questão de pesquisa, identificar como os livros didáticos abordam o conteúdo funções quadráticas sob a ótica da Resolução de Problemas. O conteúdo que acabamos de descrever neste capítulo 3, sobre Resolução de Problemas, nos deu fundamentos teóricos para elaborar as categorias que estruturaram essas análises.

# CAPÍTULO 4

# ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS

O livro didático impera como o recurso mais utilizado pelo professor, e pode ser importante também no cotidiano do aluno, ajudando a ambos na organização do ensino e da aprendizagem, e do trabalho em sala de aula e fora dela.

O livro didático continua sendo um importante instrumento do trabalho escolar e boa parte do sucesso dos alunos depende de sua capacidade de usá-lo como um material de ajuda para fixar e aprender o conteúdo, sem se tornar o único recurso disponível. Com a capacidade de compilar o conhecimento, o livro cresceu em importância.

A Secretaria de Educação Básica do MEC passou, atualmente, a publicar livros para o professor, a fim de apoiar o trabalho científico e pedagógico do docente em sala de aula. Além disso, faz distribuição de livros didáticos para os alunos na maior parte do território nacional.

O processo no qual se deu a escolha dos livros didáticos aqui analisados não foi um caminho de fácil acesso. Passamos por um período de dificuldade, e precisamos de dedicação e persistência para adquirir os livros para essa análise. Ao definirmos que os livros seriam aqueles indicados pelo MEC, e inseridos no Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio – 2009 (PNLEM/2009), começamos o caminho de busca.

O primeiro passo foi pesquisar no "site" do MEC e do FNDE e obter o Diário Oficial[6] onde consta a relação dos livros indicados: Matemática – Luiz Roberto Dante – Ática; Matemática aula por aula – Benigno Filho e Cláudio Xavier da Silva – FTD; Matemática Completa – José R. Bonjorno, José R. Giovanni e José R. G. Júnior – FTD; Matemática e suas tecnologias – Angel P. Rubió e Lucinda M. T. de Freitas –

---

[6] A relação dos livros aprovados do PNLEM se encontram no Diário Oficial de 14 de Novembro de 2006, conforme Anexo 2.

IBEP; Matemática – Manoel Rodrigues Paiva – Moderna; Matemática – Ensino Médio – Kátia C. S. Smole, Rokusaburo Kiykawa, Maria Ignez de Souza Vieira Diniz – Saraiva; Matemática no Ensino Médio – Márcio Cintra Goulart – Scipione; e Matemática – Antonio N. Yossef, Vicente P. Fernandez e Elizabeth Soares – Scipione.

De posse dessa relação, entramos em contato com as editoras por meio de e-mail, por telefone ou pessoalmente. Por e-mail mandamos uma carta através do "fale conosco", informando o objetivo e a importância de adquirir o livro didático daquela editora. Algumas retornaram, informando que enviariam um exemplar pelo correio, outras se desculparam dizendo que os livros estavam ainda na gráfica e, portanto, não podiam ser fornecidos; outras argumentaram que tais livros não poderiam ser vendidos ou enviados, a não ser na data determinada para as escolas, pois os mesmos faziam parte de uma programação de divulgação especial.

Tais obstáculos levaram a retardar a aquisição e a análise dos livros.

Algum tempo depois fui trabalhar na oficina pedagógica da Diretoria de Ensino Leste 1, onde tive contato com divulgadores e distribuidores das editoras. Eles fazem visitas, regularmente, à oficina e me presentearam com mais alguns títulos da relação de PNLEM/2009. Participei de palestras com os autores, nas editoras e em outros locais, e fiz outros contatos, que me possibilitaram a aquisição para completar o conjunto dos 8 livros indicados no programa.

Após adquirir todos os livros didáticos do PNLEM/2009 fizemos, então, uma primeira análise para escolha dos mesmos. Essa fase, conforme descrita no capítulo de metodologia, integra a Análise de Conteúdo, na qual está ancorada esta pesquisa. Segundo Franco (2007) a análise pode passar por uma fase inicial denominada Pré-Análise. Nessa fase, entre outras coisas, o pesquisador escolhe os documentos a serem analisados e faz uma leitura flutuante, a fim de conhecer o material a ser analisado, como um todo, tentando perceber mensagens a partir das características emergentes nos livros didáticos. Nessa leitura flutuante, levamos em consideração, entre outros, os seguintes critérios que influenciaram na escolha:

1) o autor - se é conceituado e bem aceito por professores; se é da área da Educação Matemática, se trabalha com resolução de problemas.

2) as editoras - se seus livros são bem aceitos nas escolas, se são de grande porte; procuramos escolher livros de editoras diferentes;

3) conteúdos do livro - se são ilustrados, diagramados em várias cores; qualidade das ilustrações, clareza na apresentação dos conteúdos; se não apresentam o conteúdo de forma muito concisa, se têm bastantes exercícios e problemas; incluem-se orientações ao professor; buscando uma percepção comparativa entre eles.

Para a escolha dos livros didáticos desta pesquisa consultamos, também, o Catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio PNLEM / 2009 Matemática, na versão 2008 do MEC. Esse Catálogo do PNLEM / 2009 apresenta uma síntese comentada de cada uma das obras de Matemática avaliadas e aprovadas no processo de seleção, que foi realizado em 2007. Ele tem, como objetivo, auxiliar professores, gestores, dirigentes, escolas em geral, Secretaria da Educação, etc, na escolha dos livros, apresentando a estrutura das obras, a análise crítica dos aspectos conceituais, metodológicos e éticos. Na resenha que apresenta para cada obra, o Catálogo mostra, entre outros, os pontos fortes e fracos, deixando para o professor a decisão final sobre a escolha das mesmas.

Foi assim que, das 8 coleções recomendadas pelo MEC, escolhemos, para esta pesquisa 4 livros de Matemática da 1ª série do Ensino Médio (onde se insere o conteúdo de função quadrática), selecionamos dois livros de volume único e dois de três volumes, inclusive para verificar se estes aspectos influenciariam na forma e na qualidade de apresentação do conteúdo. Os livros escolhidos foram:

- Livro 1: Matemática - Luiz Roberto Dante, volume único, 1ª. ed., São Paulo: Ática, 2005.

- Livro 2: Matemática Ensino Médio - Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz, volume 1, 1ª série, 5ª. ed., São Paulo: Saraiva, 2005.

- Livro 3: Matemática - Manoel Paiva, volume único, 1ª. ed., São Paulo: Moderna, 2005.

- Livro 4: Matemática Aula por Aula - Cláudio Xavier da Silva e Benigno Barreto Filho, volume 1, 1ª série, 2ª. ed., São Paulo: FTD, 2005.

Apresentaremos a seguir alguns pontos relevantes das resenhas das obras, mencionadas acima, do Catálogo do PNLEM/2009; são partes correspondentes ao tratamento de função e resolução de problemas:

Quanto ao Livro 1, segundo Catálogo do PNLEM / 2009:

> Os conteúdos apresentados em cada capítulo são invariavelmente iniciados com uma situação-problema contextualizada por fatos cotidianos ou interdisciplinares. Em seguida, desenvolve-se sistematicamente a teoria necessária à análise daquela situação-problema, que é então aplicada para efetivamente fornecer a correspondente solução. Observa-se esmero na seleção das atividades propostas por meio de problemas, nos boxes "Para refletir", "Desafio em dupla" e "Desafio em equipe" e na aplicação dos conceitos e resultados. Tais atividades se adaptam aos objetivos de orientar o aluno a enfrentar novas situações mediante o raciocínio lógico, incentivando o cálculo mental e por estimativas, conforme preconizado na proposta metodológica. Além disso, vários problemas resolvidos propiciam ao aluno a comparação de estratégias de resolução diferentes.[...] abundância de articulação entre os conteúdos matemáticos e outras áreas do conhecimento, reforçando a proposta de interdisciplinaridade. Dentre os muitos exemplos presentes no texto, destacam-se: função quadrática e movimento uniformemente variado[...] preocupação com a contextualização do conteúdo, valendo-se, para esse fim, de situações-problema que auxiliam a construir e desenvolver conceitos e procedimentos matemáticos. (BRASIL, 2008, p. 56-61).

Quanto ao Livro 2, segundo Catálogo do PNLEM / 2009:

> Em cada unidade, há diversas seções auxiliares para fixação e exploração das noções e resultados expostos. Destacam-se aquelas intituladas "Invente Você", que têm por objetivo estimular a criatividade, incumbindo o aluno a formular problemas; "Saia Dessa", que apresentam exercícios não convencionais[...]. A apresentação dos conteúdos é clara e articulada. Inicia-se, geralmente, com uma motivação dada ao aluno por um problema ou situação da vida real, introduzindo e destacando os conceitos e fatos matemáticos pertinentes[...]. Exercícios resolvidos são intercalados na teoria, o que permite ao aluno fixar os conceitos e habilitar-se à solução dos problemas e testes propostos[...]. Nas seções "Invente Você", o aluno é incitado a formular problemas e estimulado a testar os resultados e procedimentos que empregar nessa tarefa, o que favorece a sua participação na construção do conhecimento[...]. A metodologia de ensino-aprendizagem favorece o estudo individual, à medida que confere liberdade ao aluno para elaborar problemas e tomar algumas decisões[...]. Outros aspectos metodológicos que se destacam são: a exploração de problemas ligados ao cotidiano[...]. As várias ocasiões nas quais se demanda do aluno a formulação de problemas, a participação em jogos ou a consulta à bibliografia sugerida são de considerável utilidade pedagógica[...]. Problemas de maior complexidade também ocorrem na obra, com o propósito de estimular o desenvolvimento de habilidades complexas. (BRASIL, 2008, p. 23-29).

Quanto ao Livro 3, segundo Catálogo do PNLEM / 2009:

> Geralmente, cada capítulo é iniciado por um texto, que motiva o assunto a ser estudado por meio de problemas ou de relatos históricos[...]. Há ainda, atividades de fixação de conteúdos [...] embora as metas de estabelecer conexões com o cotidiano e aumentar a capacidade de abstração dos estudantes, favorecendo uma compreensão abrangente da realidade, não sejam satisfatoriamente atingidas.[...] a contextualização é feita em dois momentos. Inicialmente, utilizam-se textos motivadores, que incluem problemas ou situações históricas para, posteriormente, aplicar-se o assunto estudado a outras áreas.[...]. No que se refere à metodologia de ensino-aprendizagem, lamenta-se que os alunos não sejam estimulados a descobrir, conjeturar, argumentar, questionar ou a formular problemas e expressar-se usando a linguagem Matemática. As atividades propostas normalmente não requerem o desenvolvimento de novas estratégias para a solução de problemas.[...] faltam problemas que requeiram raciocínio mais elaborado ou que exijam imaginação e criatividade na sua resolução.[...] a ausência de demonstração de alguns resultados. [...] geralmente, os problemas propostos se assemelham aos resolvidos. [...]. (BRASIL, 2008, p. 69-73).

Quanto ao Livro 4, segundo Catálogo do PNLEM / 2009:

> [...] apresentam, de forma clara e objetiva, os conteúdos [...]. Cada tópico é iniciado por textos que revelam fatos históricos ou fazem considerações sobre sua origem e importância. Alguns temas, [...] apenas são motivados mediante alguma situação-problema, fazendo com que parte da contextualização de certos conceitos aconteça bem após a sua introdução. A obra contém uma quantidade razoável de aplicações a outras áreas da ciência, como Física, Economia e Biologia. Dentre elas, algumas são sugeridas como problemas e outras são apresentadas e analisadas nas seções de textos. [...] os conceitos a serem estudados são motivados por algum problema e, então, definidos e ilustrados com exemplos.[...] A forma resumida mediante a qual os conteúdos são apresentados resulta na falta de explicações, comentários e conexões com outros tópicos. [...] Os exercícios, [...] geralmente são resolvidos por meio de fórmulas ou repetição de procedimentos mecânicos.[...] Exercícios desafiantes, que exijam criatividade e apuro técnico, são raros na obra. (BRASIL, 2008, p. 30-36).

Reiteramos aqui, o fato de que esses livros, embora façam parte do PNLEM/2009, têm suas edições datadas de 2005. O processo (PNLEM) leva em média quatro anos até os livros chegarem às escolas. Em participação a uma das palestras oferecida pela editora, um dos autores de um dos 8 livros da relação disse que esses foram enviados ao programa por volta de 2004 e somente em 2009 os alunos terão acesso a eles. Esse autor comentou, inclusive, que os livros, embora sejam revisados e alguns reeditados, não são atualizados dentro do período em que vão para análise do programa. E chamou a atenção, por exemplo, comentando que muitos dos livros não estão de acordo com a nova Proposta Curricular, que esta sendo implantada em 2008. O autor usou também a expressão: “Esses livros já são considerados ultrapassados e antigos na maioria de suas abordagens”.

No Brasil, a demora desse processo, da elaboração dos livros até chegarem às mãos dos alunos, é realmente grave. Esse processo deveria ser avaliado de modo que quando os livros fossem distribuídos para serem utilizados, estivessem de acordo com as tendências e orientações educacionais em vigor. Questões burocráticas tornam o tempo, entre elaboração e utilização do livro, demasiadamente longo, acarretando uma defasagem dos conteúdos, metodologias e abordagens dos livros em relação aos objetivos a serem alcançados pelo ensino no momento de ser utilizado.

Isto posto, passamos agora a explicitar os critérios para a análise do livro didático, que empreenderemos.

Conforme já comentado no capítulo 1, de metodologia, o processo de definição das categorias deu-se após muitas idas e vindas da teoria sobre função quadrática e Resolução de Problemas (capítulos 2 e 3) ao material de análise (os livros didáticos escolhidos).

> "Pouco a pouco, a leitura vai se tornando mais precisa, em função das hipóteses emergentes, da projeção de teorias adaptadas sobre o material e da possível aplicação de técnicas utilizadas com materiais análogos". (BANDIN, 1997, Apud FRANCO, 2007, p.52).

Víamos muitas possibilidades e elaboramos, inicialmente, uma lista demasiado extensa de elementos para "procurar" nesses livros.

Durante as primeiras seções de análise de cada livro, muitas idéias de categorias surgiram, inspiradas pelas leituras que fizemos, e que foram retratadas nos capítulos 2 e 3 desta dissertação. Elas emergiram naturalmente e nos chamavam a atenção, mas tivemos que fazer escolhas.

Então, após refletir bastante, os itens (categorias) abaixo foram por nós selecionados. Eles constituem critérios utilizados para a análise do livro didático, que julgamos pertinentes e relevantes a essa pesquisa:

1º) Concepções em ensinar sobre, para e através da resolução de problemas.

2º) Conteúdo quanto à conceituação, manipulação e aplicação.

3º) Tipos de problemas: abertos ou fechados, de reconhecimento, de treino, de raciocínio, de conceitos.

4º) Adequação aos documentos e orientações oficiais.

Apresentaremos brevemente, a seguir, nossas justificativas para a escolha dessas categorias. As concepções em ensinar sobre, para e através da resolução de problemas são complementares, além de estarem presentes nas atuais pesquisas sobre Resolução de Problemas. Além disso, vinculam-se a uma perspectiva mais ampla, de ensino, aprendizagem e avaliação de Matemática, através da Resolução de Problemas.

A apresentação do conteúdo quanto à conceituação, manipulação e aplicação são básicos no ensino de Matemática e, portanto, devem estar presentes nos livros didáticos, uma vez que eles constituem um meio do aluno ter acesso a esses componentes. Considerar a conceituação, manipulação e aplicação pode contribuir para que o aluno vivencie a aprendizagem da Matemática, e essa vivência pode se dar por meio da Resolução de Problemas.

Quanto aos tipos de problemas: abertos ou fechados, de reconhecimento, de treino, de raciocínio ou de conceitos, conforme já comentamos no capítulo 3, se tornaram necessários para que o professor possa encaminhar os alunos a objetivos específicos a partir dessa diferenciação de problemas.

Finalmente, quanto às orientações oficiais, seu conhecimento é importante porque traz orientações e sugestões para o trabalho em sala de aula. Além disso eles expressam as “regras”, os parâmetros que configuram o contexto onde se insere o ensino e aprendizagem; dos quais o livro didático faz parte e onde se insere o tratamento do professor.

Ainda, a fim de ajudar o leitor na compreensão das análises de livros que desenvolveremos neste capítulo, vale esclarecer que embora os autores, em muitos momentos, utilizem as expressões atividades, tarefas, exercícios, desafios, problemas, uma vez que as categorias que adotamos referem-se à Resolução de Problemas, ao analisá-los consideraremos tudo como problemas. Além de que, estamos considerando que o aluno estará aprendendo o conteúdo, ou seja, estará sendo introduzido ao estudo das funções quadráticas. Então ao se defrontar com tais situações, elas se tornarão problemas na medida que não apresenta em solução imediata, levando o aluno a um processo de busca e investigação para sua resolução e obtenção da solução.

### 4.1 O Livro Didático 1

Livro 1: Matemática - Luiz Roberto Dante, volume único, 1ª ed., São Paulo: Ática, 2005.

#### 4.1.1 Descrição da Estrutura do Livro

Na "Apresentação" do livro o autor inicia seu discurso com as frases a seguir:

*A questão não é o que sabemos, mas como o sabemos.*
*ARISTÓTELES*
*Não há ramo da Matemática, por mais abstrato que seja,*
*que não possa um dia vir a ser aplicado aos fenômenos do mundo real.*
*LOBACHEVSKY*

Segundo Dante (2005), estas duas afirmações foram consideradas ao elaborar o livro; o objetivo é fazer com que o aluno compreenda as idéias básicas da Matemática desse nível de ensino e, quando necessário, saiba aplicá-las na resolução de problemas do mundo real, priorizando os exercícios e problemas que envolvam contextualização, interdisciplinaridade e integração entre os temas matemáticos.

O livro, de volume único, indicado para as três séries do ensino médio, apresenta no "Sumário" a composição dos 35 capítulos distribuídos nas Unidades de 1 a 8 com as classificações: Álgebra (I), Geometria plana, Trigonometria, Álgebra (II), Estatística e Matemática Financeira, Geometria Espacial – de posição e métrica, Geometria analítica, e Álgebra (III).

No final do livro encontramos "Questões do ENEM" (2000 a 2004); "Glossário" contendo algumas palavras de caráter matemático e seus respectivos significados; “Respostas” dos problemas, distribuídas por capítulos; “Significado das siglas”; uma pequena “Bibliografia” e, no livro do professor, um “Manual do Professor”.

É dada bastante ênfase ao “Manual do Professor”, que contém 264 páginas e está dividido em duas partes: geral e específica.

Na parte geral, em “conversa com o professor”, o autor convida o professor a refletir sobre questões como, por exemplo, utilizar o livro para obter maior rendimento em resolução de problemas, entre outras.

Ao apresentar a estrutura do livro do aluno, feita no “Sumário” dessa parte geral, o autor comenta que os temas começam com situações-problema contextualizadas ou interdisciplinares.

Quanto à metodologia, o autor enfatiza que grande parte do conteúdo é introduzida por meio de situações–problema e depois sistematizada, procurando atribuir ao aluno papel central no processo de ensino-aprendizagem, ao levá-lo a confrontar soluções, refletir e tirar conclusões.

Nas “Características do livro” o autor novamente expõe que, em geral, os conceitos são desencadeados a partir de uma situação-problema e a organização das atividades foi feita com o objetivo de proporcionar a construção de conceitos, procedimentos e algoritmos, de modo equilibrado e sem descuidar das aplicações.

O importante no livro, segundo o autor, é ajudar a construir e desenvolver conceitos e procedimentos matemáticos, compreendendo e atribuindo significado ao que o aluno está fazendo, e evitando a memorização e a mecanização, para isso valendo-se de situações-problema contextualizadas e, depois, aplicando os conceitos em situações cotidianas, na própria Matemática ou em outras áreas do conhecimento. Nesse contexto, percebemos a intenção do autor de ensinar **através** da resolução de problemas.

Quanto à contextualização, ao abordar novos conceitos este é feito por meio de situações-problema aplicadas a situações do dia-a-dia ou de outras ciências, além dos exemplos e dos exercícios e problemas que são propostos.

Segundo o autor, todo o enfoque metodológico do livro foi feito por meio de formulação e resolução de problemas, seja no desencadeamento de novos conceitos, seja aplicando novos conceitos estudados em situações contextualizadas e/ou interdisciplinares ou mesmo em problemas da própria Matemática.

Os exemplos, exercícios ou problemas resolvidos, segundo o autor, têm por finalidade mostrar a variedade de maneiras de resolver uma questão ou problema. “Não devem ser vistos como modelos que os alunos apenas imitam e dos quais repetem estratégias”(DANTE, 2005, p. 6).

Com relação aos problemas propostos, distribuídos ao longo das seções, o autor comenta que servem para consolidar os conhecimentos dos alunos e que à medida que o aluno pratica variados problemas, melhor preparado estará para enfrentar problemas novos e inéditos.

Esses são alguns dos aspectos que Dante trata nessa parte do Manual do Professor; passemos agora à parte específica. Nela, o autor faz breves comentários sobre os capítulos e indica leituras para complemento dos mesmos. O capítulo 4, que iremos analisar, trata do conteúdo de função quadrática. Ao fazer referência a esse capítulo, o autor, resumidamente, descreve que:

> Desencadeamos o estudo de função quadrática por meio de uma situação-problema buscando a problematização deste conteúdo e a motivação. Em seguida, colocamos objetivamente a definição de função quadrática, exemplificando sua presença na Geometria, nos fenômenos físicos e no esporte. (DANTE, 2005, p. 45).

O autor acrescenta que, ao determinar os zeros da função, utilizou a fatoração e por completamento de quadrado. Como decorrência, chegou à forma canônica e, a partir desta, à fórmula que fornece as raízes da equação do 2º grau associada. Há o estudo das relações entre coeficientes e raízes e a forma fatorada do trinômio $ax^2 + bx + c$.

Como aplicação o autor diz fazer a conexão entre a proporção áurea (retângulo de ouro), o número de ouro ($\Phi$) e a solução de uma equação do 2º grau especial associada ao retângulo áureo.

O autor fez o estudo do gráfico da função quadrática dada na forma canônica do tipo $f(x) = a(x - m)^2 + k$, fez conexão com a geometria analítica da parábola e, também, resgatou assuntos de álgebra como as inequações (de todos os tipos), agora dadas nesse outro contexto.

O autor define a taxa de variação da função quadrática (p.93) e como aplicação da função quadrática, usou o movimento uniformemente variado (MUV) (p.94). Foi dada, também, uma caracterização da função quadrática fazendo a conexão entre ela e as progressões aritméticas (DANTE, 2005, p.96).

Uma aplicação importante da parábola são as antenas parabólicas, que o autor aborda na leitura do final do capítulo.

Após essa breve fala do autor sobre o conteúdo de função quadrática, em "Para saber mais", ele recomenda algumas bibliografias para aprofundar os conhecimentos dos professores. E, por fim, fornece, ao professor, a resolução dos problemas que foram propostos no capítulo.

### 4.1.2 Análise do Livro

A seguir faremos a análise da obra, em especial sobre o tema função quadrática, articulando e verificando os critérios selecionados para esta pesquisa, e as concepções apontadas pelo autor do livro em análise.

O tema função quadrática aparece na Unidade 1, capítulo 4, com doze itens: 1. Introdução; 2. Definição de função quadrática; 3. Situações em que aparece a função quadrática; 4. Zeros da função quadrática; 5. Forma canônica da função quadrática; 6. Gráfico da função quadrática; 7. Vértice da parábola, imagem e valor máximo ou mínimo da função quadrática; 8. Estudo do sinal da função quadrática; 9. Inequações do 2º grau; 10. Taxa de variação da função quadrática; 11. Função quadrática e progressão aritmética; 12. Outros problemas envolvendo equações do 2º grau e função quadrática. O conteúdo todo se estende iniciando-se na página 72 e terminando na página 98.

#### 4.1.2.1 Concepções em Ensinar Sobre, Para e Através da Resolução de Problemas

Nossa primeira análise refere-se à concepção de ensinar **sobre** resolução de problemas.

Na parte geral do “Manual do Professor”, Dante (2005) fornece orientações para o trabalho com Resolução de Problemas em sala de aula, (Anexo 3) mostrando seu papel e seus objetivos. Ao apresentar orientações **sobre** “Resolução de Problemas” o autor apresenta duas frases iniciais:

> *“A resolução de problemas é a coluna vertebral da”.*
> *instrução Matemática desde o papiro de Rhind.”*
> George Polya

> *“A razão principal de se estudar Matemática é*
> *para aprender como se resolvem problemas.”*
> Lester Jr.

O autor comenta que a resolução de problemas é fundamental para auxiliar o aluno na apreensão dos significados, priorizando a construção do conhecimento pelo fazer e pelo pensar. E, ainda, apresenta as metas da resolução de problemas: “Fazer o aluno pensar; desenvolver o raciocínio lógico do aluno; ensinar o aluno a enfrentar situações novas; levar o aluno a conhecer as primeiras aplicações da Matemática; tornar as aulas mais interessantes e motivadoras.” (DANTE, 2005, p.23)

Em seguida o autor apresenta e examina “As fases da resolução de um problema”, distribuída em cinco etapas, nas quais o aluno deve se orientar: compreensão do problema, elaboração de um plano de solução, execução do plano, verificação ou retrospectiva e emissão da resposta. Essas etapas são, claramente, as que são creditadas a Polya[7], com um pequeno desdobramento da 4ª fase em duas: a “emissão da resposta”, conforme sugere Dante, não é uma ação explicitada como uma etapa no roteiro de Polya.

---

[7] Há pesquisadores que afirmam que o roteiro de Polya foi elaborado, na realidade, por seus seguidores, com o objetivo de tentar dar um caráter mais operacional às idéias defendidas por ele.

Dante também faz algumas sugestões para o ensino na sala de aula indicando, entre outras, que o professor comece a trabalhar com problemas simples e depois com outros mais complexos; que possa contar como resolveu o problema, que faça a verificação do resultado, que aprenda por tentativa e erro, que descubra por si mesmo, que invente seus próprios problemas e que formule problemas a partir de uma resposta dada.

O ensino **sobre** Resolução de Problemas encontra-se, portanto, no “Manual do Professor”, mas no interior do capítulo não há esse tipo de tratamento. Percebemos, assim, que esta concepção está sendo empregada pelo autor para orientar os professores, e não os alunos. Talvez esteja implícita a intenção de que o professor se encarregue de ensinar **sobre** Resolução de Problemas aos seus alunos.

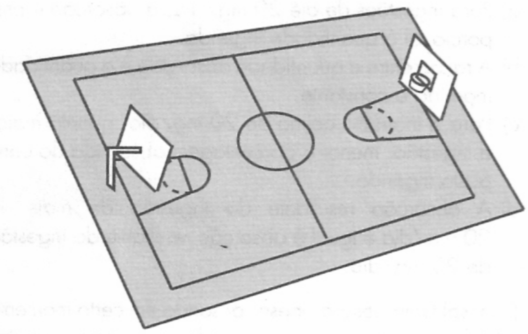
Passamos a seguir, à análise do capítulo 4, dedicado às funções quadráticas.

Na introdução (DANTE, 2005, p. 72), apresenta um texto por meio do qual uma situação-problema é colocada, e mostra como chegar à lei de formação da função:

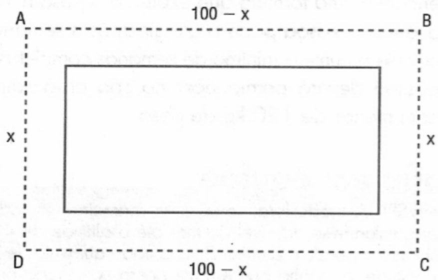
## 1 Introdução

Os diretores de um centro esportivo desejam cercar uma quadra de basquete retangular e o espaço em volta dela com tela de alambrado. Tendo recebido 200 m de tela, os diretores desejam saber quais devem ser as dimensões do terreno a cercar com tela para que a área seja a maior possível, pois assim haveria mais espaço para a torcida fora da quadra.

*Realidade*



*Modelo matemático*




Podemos ilustrar o problema com o retângulo ABCD, com dimensões **x** por 100 − x.

Observe que a área do terreno a cercar é dada em função da medida **x**, ou seja:

$$f(x) = (100 - x)x = 100x - x^2 = -x^2 + 100x \quad \text{(lei da função)}$$

Esse é um caso particular de *função quadrática*. A situação-problema que desencadeou essa função quadrática será resolvida adiante.

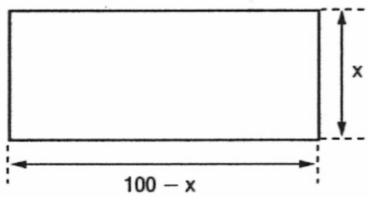
**Figura 1 - Situação-Problema - Introdução do Capítulo (p. 72)**

Esta situação vai ao encontro das palavras de Dante, no Manual do Professor, no qual afirma: “desencadeamos o estudo de função quadrática por meio de uma situação-problema [...]” (DANTE, 2005, p. 45). Observe-se que Dante não a resolve neste momento. O conteúdo continua sendo trabalhado, pelo autor, com seções sobre definição de função quadrática, zeros da função quadrática, forma canônica, gráfico e vértice, e só então a situação problema é resolvida, na página

85, utilizando esses conceitos. Isso ocorre 14 páginas depois da situação problema ter sido apresentada.

4º) Resolução da situação-problema da introdução do capítulo:

"Os diretores de um centro esportivo desejam cercar uma quadra de basquete retangular e o espaço em volta dela com tela de alambrado. Tendo recebido 200 m de tela, os diretores desejam saber quais devem ser as dimensões do terreno a cercar com tela para que a área seja a maior possível, pois assim haveria mais espaço para a torcida fora da quadra."




**PARA REFLETIR** Qual é o fato que garante a existência do valor máximo dessa função?

área do terreno = $(100 - x)x = -x^2 + 100x$

A área máxima procurada é o valor máximo da função $f(x) = -x^2 + 100x$.

A área assume o valor máximo no vértice da parábola, ou seja, quando:

$$x_V = \frac{-b}{2a} = \frac{-100}{2(-1)} = -\frac{100}{-2} = 50 \text{ (largura)}$$

Observamos então que a área máxima a ser cercada é uma região quadrada cujo lado mede 50 m. (Lembre-se de que quadrado é um caso particular de retângulo.)

**Figura 2 – Resolução da Situação-Problema da Introdução do Capítulo (p. 85, 86)**

Nessa forma de introduzir o estudo e os elementos iniciais e básicos relativos as funções quadráticas, percebemos uma aproximação à concepção de ensinar através da Resolução de Problemas. Inicialmente, Dante apresenta um problema (e cercar a quadra) e leva o aluno a ver que se refere a uma situação que envolve função quadrática.

Nesse momento o problema não é resolvido pois o aluno não dispõe dos conhecimentos necessários para isso. Dante segue possibilitando ao aluno a aquisição desse conhecimento, apresentando os conteúdos necessários, **para**, finalmente, resolver o problema.

Destacamos, aqui, a utilização da preposição **para** na conclusão do parágrafo anterior, que reforça nossa concordância com o fato de que o ensino **através** da Resolução de Problemas contempla as demais concepções, quais sejam, ensinar **sobre** e **para** a R.P.

Certamente, visto como metodologia de ensino, o ensino através da Resolução de Problemas só se realizará de fato se o professor fizer uso adequado da proposta do livro. O professor teria que deixar os alunos tentarem resolver o problema, inicial, usando seus próprios meios e conhecimentos prévios. O conteúdo que Dante apresenta no livro, nas seções anteriores à resolução do problema, corresponde ao que o professor faria na etapa de formalização do conteúdo, segundo o roteiro de Allevato e Onuchic (2008), já apresentado na p. 69 desta dissertação.

Outro momento que reflete esta concepção de ensinar **através** da resolução de problemas se vê na seção 4 do capítulo, na apresentação dos zeros da função quadrática (p. 74). O autor inicia o texto dizendo que o estudo da função quadrática tem sua origem na resolução da equação do 2º grau que já foi estudada anteriormente, na 8ª série. Em seguida apresenta um problema antigo, escrito pelos babilônios, que leva a uma equação do 2º grau: “Determinar dois números conhecendo sua soma **s** e seu produto **p.**” (DANTE, 2005, p.74). A partir dessa equação o autor apresenta um raciocínio algébrico para definir os zeros da função quadrática e possibilitar a resolução por “soma e produto”.

No decurso do capítulo 4, cada fração do conteúdo é desenvolvida em uma seção. Com exceção dessa seção 4 que acabamos de comentar, as demais são estruturadas de modo que o autor define e demonstra, dá exemplos e, no final, propõe problemas de aplicação da parte do conteúdo abordado.

Dada a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, podemos escrever:

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right]$$

As duas primeiras parcelas dentro dos colchetes são as mesmas do desenvolvimento do quadrado

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = x^2 + \cancel{2} \cdot x \cdot \frac{b}{\cancel{2}a} + \frac{b^2}{4a^2} =$$

$$= x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}.$$

Completando o quadrado, temos:

$$f(x) = ax^2 + bx + c =$$

$$= a\left[x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right]$$

ou seja,

$$f(x) = ax^2 + bx + c =$$

$$= a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2}\right] \quad \text{(forma canônica)}$$

ou ainda:

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

Chamando de:

$$m = -\frac{b}{2a} \text{ e } k = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

concluímos que $k = f(m)$.

Assim, para todo $x \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$ podemos escrever qualquer função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ da seguinte maneira:

$$f(x) = a(x - m)^2 + k, \text{ em que } m = -\frac{b}{2a} \text{ e } k = f(m)$$

(outra maneira de escrever a forma canônica)

Por exemplo, vamos escrever a função $f(x) = x^2 - 4x - 6$ na forma canônica.

*1ª maneira*

Completando o quadrado:

$$x^2 - 4x - 6 = (x^2 - 4x) - 6$$
$$= (x^2 - 4x + 4) - 4 - 6$$
$$= (x - 2)^2 - 10$$

Logo, $f(x) = x^2 - 4x - 6 = (x - 2)^2 - 10$.

*2ª maneira*

Calculando $m = -\frac{b}{2a}$, $k = f(m)$ e substituindo em

$f(x) = a(x - m)^2 + k$:

$f(x) = x^2 - 4x - 6$

$a = 1$; $b = -4$; $c = -6$

$m = \frac{4}{2} = 2$

$k = f(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 - 6 = 4 - 8 - 6 = -10 \Rightarrow$

$\Rightarrow k = -10$

Portanto, $f(x) = (x - 2)^2 - 10$.

## Exercício proposto

12. Escreva na forma canônica as seguintes funções quadráticas:

a) $f(x) = x^2 + 2x - 3$

b) $f(x) = 2x^2 + 8x - 5$

c) $f(x) = -x^2 + 6x + 7$

d) $f(x) = x^2 + 2x - 24$

e) $f(x) = 10 + 5x - 5x^2$

f) $f(x) = -2x^2 + 5x - 1$

**Figura 3 – Forma Canônica da Função Quadrática (p. 75)**

Assim, percebemos que a maioria das subseções se insere na concepção de ensinar **para** a Resolução de Problemas.

A concepção de ensinar **para** a Resolução de Problema parece estar bem presente no livro, a começar pela apresentação do livro, onde o autor expõe que o aluno deve compreender as idéias básicas da Matemática **para aplicá-las** na resolução de problemas. E mais, que antes de resolver os problemas é necessário que o aluno estude a teoria e refaça os exemplos. Essa posição também está registrada no Manual do Professor, onde o autor comenta que um dos objetivos da resolução de problemas é levar o aluno a conhecer as primeiras aplicações da

Matemática. Esta observação trata, pois, da concepção de ensinar **para** resolver problemas.

Essa concepção está presente, portanto, na forma e no momento em que é proposta a maioria dos problemas, quando se vê a repetição de uma estrutura “seqüencial” de tratar o conteúdo em que é abordado o tema definindo-o, exemplificando e propondo problemas. Para muitos desses problemas os alunos só precisam recorrer aos exemplos resolvidos pelo autor como modelos.

É o que ocorre com relação ao estudo do sinal da função quadrática:

Estudar o sinal da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, significa determinar os valores reais de **x** para os quais f(x) se anula ($f(x) = 0$), f(x) é positiva ($f(x) > 0$) e f(x) é negativa ($f(x) < 0$).

O estudo do sinal da função quadrática vai depender do discriminante $\Delta = b^2 - 4ac$ da equação do 2º grau correspondente $ax^2 + bx + c = 0$ e do coeficiente **a**.

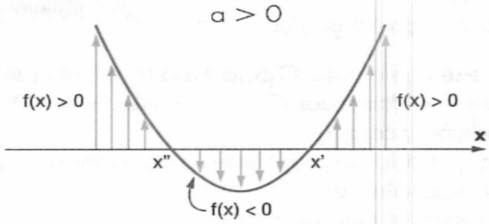
Dependendo do discriminante, podem ocorrer três casos e, em cada caso, de acordo com o coeficiente **a**, podem ocorrer duas situações:

**1º caso** $\Delta > 0$

Neste caso:

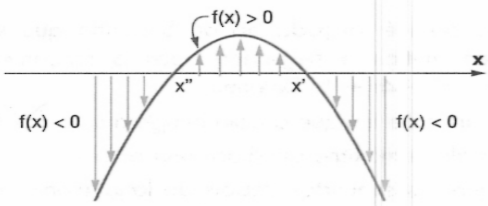
- a função admite dois zeros reais diferentes, **x′** e **x″**;
- a parábola que representa a função intersecta o eixo **x** em dois pontos.

$a > 0$




$f(x) = 0$ para $x = x''$ ou $x = x'$
$f(x) > 0$ para $x < x''$ ou $x > x'$
$f(x) < 0$ para $x'' < x < x'$

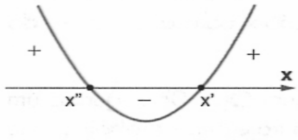
$a < 0$




$f(x) = 0$ para $x = x''$ ou $x = x'$
$f(x) > 0$ para $x'' < x < x'$
$f(x) < 0$ para $x < x''$ ou $x > x'$

Dispositivo prático:

$\Delta > 0$ e $a > 0$




$\Delta > 0$ e $a < 0$

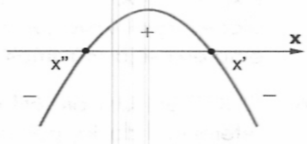


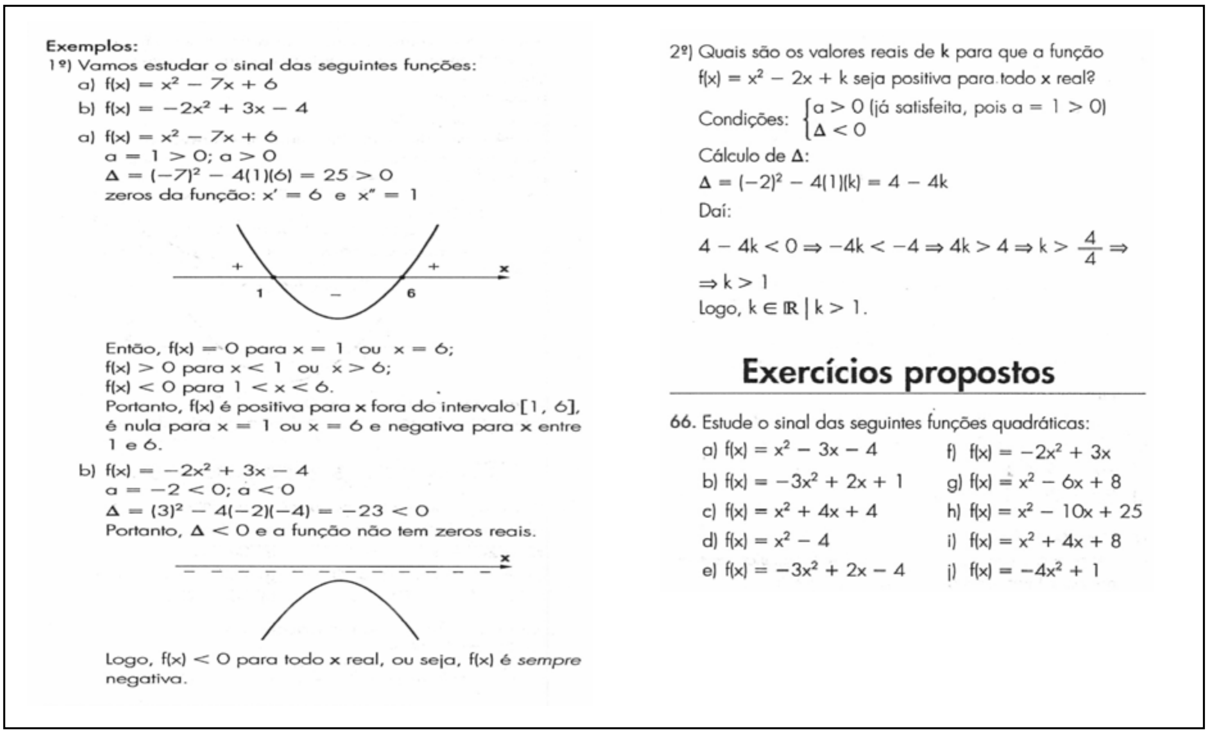

**Figura 4 – Estudo do Sinal da Função Quadrática (p. 87,88)**

Dante analisa os três casos: $\Delta < 0$, $\Delta = 0$ e $\Delta > 0$, fornecendo o significado do gráfico do sinal da função e regras práticas, para sua obtenção, do tipo "mesmo de a", "contrário de a". Aqui percebemos que o autor apresenta um dispositivo prático, e a forma de tratar o conteúdo sugere uma abordagem do tipo "o aluno decora e repete". Concordamos com Micotti (1999) quanto ao ensino tradicional que:

> Este ensino acentua a transmissão do saber já construído, estruturado pelo professor; a aprendizagem é vista como impressão, na mente dos alunos, das informações apresentadas nas aulas. [...] Como a escola é comprometida com o saber, a decoração de textos, ou partes de livros didáticos, a repetição de informações apresentadas nas aulas forma o mecanismo que camufla os insucessos na apropriação do saber. A memorização pode ocorrer sem compreensão. (MICOTTI,1999, p.156-7).

No ensino dito tradicional isso é freqüente, e não se pode negar que alguns alunos acabam aprendendo. Entretanto, atualmente o professor precisa considerar outros objetivos e formas de ensino, diferentes de "decorar e repetir".

Após apresentar os três casos possíveis para o sinal do discriminante, o livro traz o seguinte:



**Exemplos:**

1º) Vamos estudar o sinal das seguintes funções:

a) $f(x) = x^2 - 7x + 6$

b) $f(x) = -2x^2 + 3x - 4$

a) $f(x) = x^2 - 7x + 6$

$a = 1 > 0$; $a > 0$

$\Delta = (-7)^2 - 4(1)(6) = 25 > 0$

zeros da função: $x' = 6$ e $x'' = 1$

Então, $f(x) = 0$ para $x = 1$ ou $x = 6$;

$f(x) > 0$ para $x < 1$ ou $x > 6$;

$f(x) < 0$ para $1 < x < 6$.

Portanto, f(x) é positiva para x fora do intervalo [1, 6], é nula para $x = 1$ ou $x = 6$ e negativa para x entre 1 e 6.

b) $f(x) = -2x^2 + 3x - 4$

$a = -2 < 0$; $a < 0$

$\Delta = (3)^2 - 4(-2)(-4) = -23 < 0$

Portanto, $\Delta < 0$ e a função não tem zeros reais.

Logo, $f(x) < 0$ para todo x real, ou seja, f(x) é *sempre* negativa.

2º) Quais são os valores reais de k para que a função $f(x) = x^2 - 2x + k$ seja positiva para todo x real?

Condições: $\begin{cases} a > 0 \text{ (já satisfeita, pois } a = 1 > 0) \\ \Delta < 0 \end{cases}$

Cálculo de $\Delta$:

$\Delta = (-2)^2 - 4(1)(k) = 4 - 4k$

Daí:

$4 - 4k < 0 \Rightarrow -4k < -4 \Rightarrow 4k > 4 \Rightarrow k > \frac{4}{4} \Rightarrow$

$\Rightarrow k > 1$

Logo, $k \in \mathbb{R} \mid k > 1$.

**Exercícios propostos**

66. Estude o sinal das seguintes funções quadráticas:

a) $f(x) = x^2 - 3x - 4$

b) $f(x) = -3x^2 + 2x + 1$

c) $f(x) = x^2 + 4x + 4$

d) $f(x) = x^2 - 4$

e) $f(x) = -3x^2 + 2x - 4$

f) $f(x) = -2x^2 + 3x$

g) $f(x) = x^2 - 6x + 8$

h) $f(x) = x^2 - 10x + 25$

i) $f(x) = x^2 + 4x + 8$

j) $f(x) = -4x^2 + 1$

**Figura 5 - Estudo do Sinal da Função Quadrática (exemplos) (p. 89)**

Apesar disso, o conjunto das atividades propostas ao final das seções apresenta dificuldade progressiva; o aluno com os "recursos" aprendidos têm condições de resolvê-las, embora algumas exijam raciocínio um pouco mais elaborado. Alguns exemplos e problemas levam o aluno a fazer uso da abordagem em resolução de problemas para investigar e compreender os conteúdos matemáticos levando a um processo de construção de conhecimento. Esses tipos de problemas geralmente aparecem nas subseções que o autor denominou “para refletir”: Exemplo: “Justifique por que não existem dois números reais cuja soma seja 3 e cujo produto seja 7.” (p. 74).

Estes problemas apresentados podem ser considerados, isoladamente, na concepção de ensinar **através** da resolução de problemas onde o aluno, mesmo partindo do que já conhece, formula estratégias para auxiliar na resolução de problemas, alcançando, assim, a sistematização dos conceitos matemáticos. Certamente, isso vai depender, repetimos, da forma como o professor irá conduzir o trabalho com os alunos para a resolução do problema.

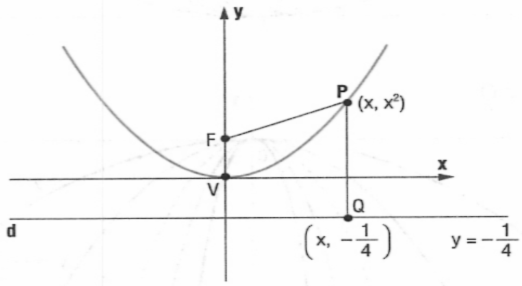
Embora o Manual do Professor traga informações sobre Resolução de Problemas, e o capítulo de função quadrática e a seção 4 tenham iniciado com uma situação-problema, que sugere o ensino **através** da Resolução de Problemas, reafirmamos que, em geral, o capítulo sobre função quadrática está inserido fortemente na concepção de ensinar **para** a resolução de problemas.

#### 4.1.2.2 Conteúdo quanto à Conceituação, Manipulação e Aplicação

Ao analisar o campo **conceituação** percebemos que quase todos os conceitos são introduzidos através de exemplos e apresentam, muitas vezes, demonstrações de resultados, propriedades e fórmulas relacionadas ao conceito, o que favorece o livro nesse quesito.

Algumas construções e textos explicativos, geralmente longos e detalhados são fornecidos. É o caso da subseção “gráfico da função quadrática” (p. 79), onde há uma definição da parábola através do foco e da diretriz. Na seqüência são apresentados vários exemplos de algumas funções quadráticas e seus respectivos gráficos: $f(x) = x^2$, $f(x) = ax^2$, $a \neq 0$. Ainda neste item, vemos a demonstração de que o gráfico da função $f(x) = x^2$ é uma parábola que tem vértice na origem.

- O gráfico da função quadrática $f(x) = x^2$ é a parábola cujo foco é $F\left(0, \frac{1}{4}\right)$ e cuja diretriz é a reta horizontal $y = -\frac{1}{4}$. Veja como podemos provar isso.




- $P(x, x^2)$ são as coordenadas de um ponto qualquer do gráfico de $f(x) = x^2$.
- A distância de P ao ponto $F\left(0, \frac{1}{4}\right)$ é dada por:

$$d(P, F) = \sqrt{(x-0)^2 + \left(x^2 - \frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{x^2 + \left(x^2 - \frac{1}{4}\right)^2}$$

- A distância do mesmo ponto $P(x, x^2)$ à reta $y = -\frac{1}{4}$ é dada por $x^2 + \frac{1}{4}$.

Pela definição, basta agora verificar que

$\sqrt{x^2 + \left(x^2 - \frac{1}{4}\right)^2} = x^2 + \frac{1}{4}$. Como são números positivos, basta verificar que seus quadrados são iguais. Elevando ambos os membros ao quadrado, temos:

$$x^2 + \left(x^2 - \frac{1}{4}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{4}\right)^2$$

$$x^2 + \left(x^4 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{16}\right) = x^4 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{16}$$

$$x^4 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{16} = x^4 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{16}$$

Logo, $d(P, F) = d(P, Q)$, ou seja, o gráfico é uma parábola de foco $\left(0, \frac{1}{4}\right)$ e diretriz $y = -\frac{1}{4}$.

**Figura 6 – Prova de que o Gráfico $f(x) = x^2$ é uma Parábola (p. 79)**

O autor explora a relação entre função quadrática e a equação da parábola, o gráfico da função definida por $f(x) = a(x - m)^2$, com $a \neq 0$, e por $f(x) = a(x - m)^2 + k$, com $a \neq 0$; e o gráfico da função definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Além das definições convencionais, o livro destaca características e elementos importantes no estudo da função quadrática como: relações entre os coeficientes e os zeros; forma fatorada; completamento do quadrado; forma canônica $f(x) = a (x - m)^2 + k$, com $a \neq 0$; parábola definida geometricamente, entre outros elementos, conceituando e fornecendo explicações de forma detalhada e com exemplos.

O problema modelável por uma função quadrática, que se encontra na introdução, e que trata de uma quadra de basquete no formato retangular, o autor apresenta como sendo um caso particular da função quadrática. Os conteúdos são abordados posteriormente, nas subseções que se seguem à situação-problema, para então ser resolvida, ou seja, a partir deste problema, podemos conceituar todos os elementos matemáticos necessários à sua resolução.

Sendo assim, podemos perceber que, em geral, os conceitos são justificados, exemplificados, apresentando significado e organização, estabelecendo, ainda, em alguns casos, ligações entre conteúdos já estudados no ensino fundamental.

Quanto à **manipulação,** o autor comenta no "Manual do Professor", em "A lição de casa", que exercícios desse tipo o professor deve dar para o aluno fazer em casa. A prática da manipulação, em geral numérica ou algébrica, se realiza por meio de exercícios de treino que, sem dúvida, possibilitam ao aluno aprimorar suas habilidades de cálculo e desenvolver sub-habilidades importantes à Resolução de Problemas. Permite que o aluno, ao resolver outros problemas, concentre sua atenção nos pontos realmente essenciais e, embora não seja o "forte" nessa ação, pela manipulação o aluno até pode chegar a desenvolver novas idéias matemáticas.

Nossa análise, no tocante a este aspecto, mostra que muitos problemas são de natureza manipulativa, onde o aluno não é, entretanto, levado ou solicitado a raciocinar. Eles estão presentes principalmente no início da seção "exercícios propostos".

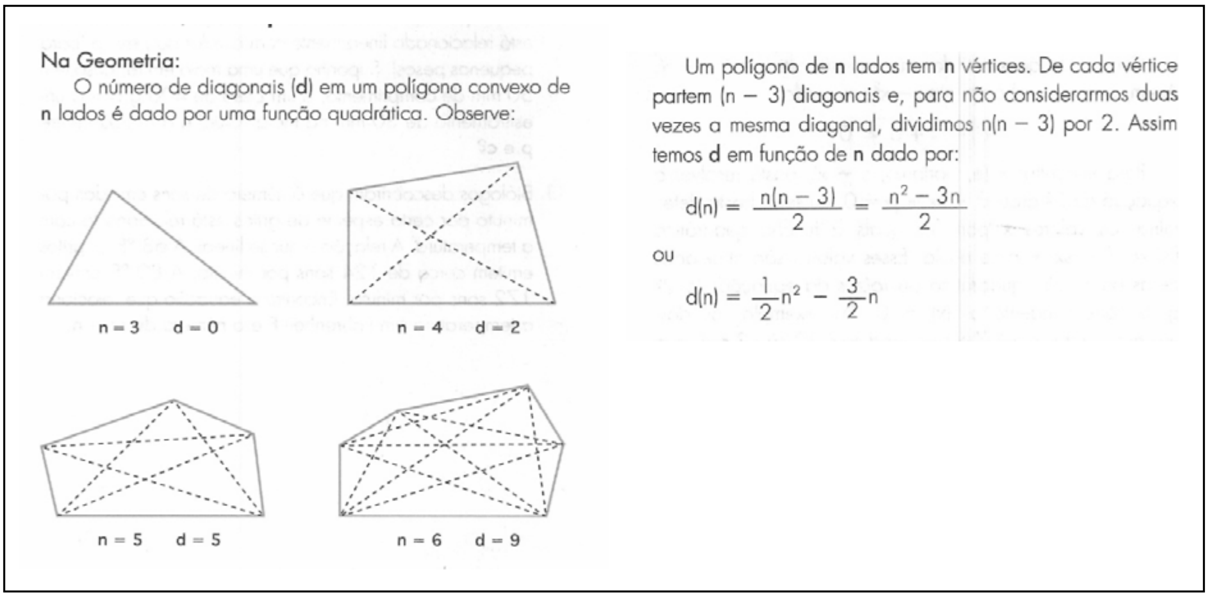
Esses primeiros exercícios da seqüência tratam de uma prática de algoritmos ou processos vistos ou aprendidos através das definições e exemplos expostos. Após estes, o grau de dificuldade aumenta gradativamente, mas também não fogem do formalismo de manusear os conceitos e fórmulas. Podemos dizer que esses problemas levam os alunos à habilidade no manuseio das operações, fórmulas, regras, induzindo ao condicionamento que visa a ganhar eficiência e rapidez para a resolução de futuros problemas envolvendo esses conceitos.

Exemplo: “Usando fatoração, determine os zeros das seguintes funções quadráticas: a) $f(x) = x^2 - 9$; b) $f(x) = x^2 - 2x + 1$; c) $f(x) = (x - 1)^2 - 9$; d) $f(x) = x^2 + 6x$; e) $f(x) = x^2 + 6x + 9$; f) $f(x) = (x + 4)^2 - 1$” (p.74).

A manipulação também está presente no texto do capítulo, ou seja, nas observações, na apresentação de outras maneiras de resolver um problema e nas sugestões feitas pelo autor para que o aluno possa ter sucesso na resolução dos problemas.

Assim, não podemos deixar de reafirmar que, no aspecto manipulativo os alunos adquirem domínio de técnicas e podem chegar à compreensão dos conceitos. O que não seria bom é se somente esse aspecto fosse contemplado no livro; não nos parece, pelas observações que realizamos, que seja este o caso desta obra.

No tocante à **aplicação**, também aparecem problemas e exemplos propostos com freqüência, geralmente voltados ao dia-a-dia dos alunos, ou provenientes de outras áreas como Física, Biologia, etc. Na parte teórica o autor também utiliza-se de exemplos aplicativos envolvendo situações em que aparece a função quadrática, como fenômenos físicos, no esporte, no movimento uniformemente variado (MUV), nas progressões aritméticas na Geometria (FIGURA 7), etc.



Na Geometria:

O número de diagonais (d) em um polígono convexo de n lados é dado por uma função quadrática. Observe:

n = 3 d = 0

n = 4 d = 2

n = 5 d = 5

n = 6 d = 9

Um polígono de n lados tem n vértices. De cada vértice partem (n − 3) diagonais e, para não considerarmos duas vezes a mesma diagonal, dividimos n(n − 3) por 2. Assim temos d em função de n dado por:

$$d(n) = \frac{n(n-3)}{2} = \frac{n^2 - 3n}{2}$$

ou

$$d(n) = \frac{1}{2}n^2 - \frac{3}{2}n$$

**Figura 7- Situações em que aparece Função Polinomial do 2º grau (p. 72,73)**

No que se refere aos problemas, apresentam aplicações dos conceitos estudados e trazem grande diversidade de questões que envolvem situações reais e/ou outras áreas, conforme abaixo:

4. Gerador é um aparelho que transforma qualquer tipo de energia em energia elétrica. Se a potência $\mathcal{P}$ (em watts) que certo gerador lança num circuito elétrico é dada pela relação $\mathcal{P}(i) = 20i - 5i^2$, em que i é a intensidade da corrente elétrica que atravessa o gerador, determine o número de watts que expressa a potência $\mathcal{P}$ quando $i = 3$ ampères.

28. Gustavo tem um alambrado suficiente para fazer 24 m de cerca. Ele pretende cercar um terreno retangular de 40 m² de área. Isso é possível? (Use o mesmo procedimento do exercício anterior.)

64. Sabe-se que o lucro total de uma empresa é dado pela fórmula $L = R - C$, em que **L** é o lucro total, **R** é a receita total e **C** é o custo total da produção. Numa empresa que produziu **x** unidades, verificou-se que $R(x) = 6\,000x - x^2$ e $C(x) = x^2 - 2\,000x$. Nessas condições, qual deve ser a produção **x** para que o lucro da empresa seja máximo?

8. O impacto de colisão **I** (energia cinética) de um automóvel com massa **m** e velocidade **v** é dado pela fórmula $I = kmv^2$. Se a velocidade triplica, o que acontece ao impacto de colisão de um carro de 1 000 kg?

113. (Faap-SP) Suponha que no dia 5 de dezembro de 1995 o Serviço de Meteorologia do Estado de São Paulo tenha informado que a temperatura na cidade de São Paulo atingiu o seu valor máximo às 14h, e que nesse dia a temperatura f(t) em graus é uma função do tempo **t** medido em horas, dada por $f(t) = -t^2 + bt - 156$, quando $8 < t < 20$. Obtenha o valor de **b**.

a) 14
b) 21
c) 28
d) 35
e) 42

**Figura 8 - Problemas que Envolvem Situações Reais e/ou Outras Áreas (p. 74, 78, 87,97)**

Interessante, também, é o campo "Leitura" no final do capítulo, onde é apresentada uma propriedade notável da parábola por meio de um texto de autoria do matemático Elon Lages Lima, publicado em 1997. A leitura fala sobre a superfície parabolóide, desde a Antiguidade até seu uso mais recente em antenas parabólicas.

### 4.1.2.3 Tipos de Problemas

Analisaremos, agora, os tipos de problemas: se abertos ou fechados, de reconhecimento, de treino, de raciocínio ou de conceitos, no capítulo 4 de função quadrática.

Quanto a **abertos e fechados**, em análise a esse livro, percebemos que a maioria dos problemas é do tipo fechado, onde a situação inicial, o processo de resolução e a resposta do problema são pré-determinados, ou seja, têm somente uma resposta correta, dada no final do livro. Exemplo: Usando fatoração, determine os zeros das seguintes funções quadráticas: $f(x) = x^2 - 2x + 1$ (resposta =1); $f(x) = x^2 + 6x + 9$ (resposta $x_1 = x_2 = -3$) (p.74).

Nos exemplos e problemas de aplicação, como nos relacionados ao Movimento Uniformemente Variado (MUV), são apresentadas duas maneiras de se resolver um problema, e a resposta é única. Mesmo neste caso, podemos perceber que se trata de um problema cuja situação inicial foi dada, os processos são pré-determinados e a resposta é única, sendo, ainda, problemas do tipo fechado.

1º) Uma partícula é colocada em movimento sobre um eixo a partir do ponto de abscissa −12, com velocidade inicial de 7 m/s e aceleração constante de −2 m/s². Em quanto tempo a trajetória mudará de sentido?
O problema pode ser resolvido de duas maneiras:

*1ª maneira*

A trajetória da partícula é dada em função do tempo por:

$$f(t) = \frac{1}{2}at^2 + bt + c$$

Nesse caso, $a = -2$, $b = 7$ e $c = -12$. Assim, temos:

$$f(t) = -t^2 + 7t - 12$$

Ponto de máximo:

$$t = \frac{-b}{2a} \Rightarrow t = \frac{-7}{-2} = 3,5$$

*2ª maneira*

Nesse instante, a velocidade é zero, ou seja, $v(t) = 0$.
Então:

$$v(t) = at + b \Rightarrow 0 = -2t + 7 \Rightarrow t = 3,5 \text{ s}$$

Portanto, depois de 3,5 s a partícula mudará de sentido.

**Figura 9 – Aplicação: Movimento Uniformemente Variado (MUV) (p. 94)**

Observamos, aqui, que o autor não fez análise dimensional, nem considerou as unidades durante a resolução do problema. A unidade “segundos” (s) apareceu apenas na resposta, sem justificativas. Consideramos que a análise dimensional seja de extrema importância no tratamento das aplicações da matemática.

Nos exemplos, em que o autor determina a Im(f) e o valor máximo ou mínimo da função quadrática $f(x) = x^2 + 4x - 2$ (p.85), também são apresentadas duas maneiras para se resolver à questão.

Nos problemas propostos em “Para Refletir”, nos finais das listas, o autor deixa o processo aberto, não fazendo nenhum tipo de indicação ao aluno.

Problemas onde a situação inicial é pré-determinada e há múltiplas soluções, não foram encontrados nesse capítulo. Também não foram encontrados problemas onde a situação inicial, o processo e a solução são abertos.

**Problemas de reconhecimento**, onde o problema não especifica que seja de função quadrática, mas o aluno deve perceber que se trata desse tema, através dos dados ou do processo de resolução, são observados no livro com freqüência. Exemplo: “Renata tem 18 anos e Lígia, 15. Daqui a quantos anos o produto de suas idades será igual a 378?”(p.78).

Logo após as definições e exemplos das subseções, nos chamados “exercícios propostos” podemos observar a predominância dos **problemas de treino**, sendo estes os primeiros da lista. Em geral caracterizam-se pela repetição, e têm o objetivo de fixação de estratégias de resolução ou de conceitos já construídos pelos alunos.

Exemplo:

39. Escreva as coordenadas do vértice e o eixo da parábola para cada uma das funções quadráticas:

a) $f(x) = 3x^2 + 1$ c) $h(x) = \frac{1}{3}x^2 - 1$

b) $g(x) = -3x^2 + 2$ d) $\Phi(x) = 3x^2 - 1$

**Figura 10– Problema de Treino (p. 83)**

Os **problemas de raciocínio** aparecem nos problemas propostos em “Para refletir” e alguns problemas em que é sugerido o trabalho em duplas, ou em equipes de alunos; em geral, exigem um pouco mais de observação, elaboração, e raciocínio por parte do aluno. Exemplo: “Parábolas com eixo de simetria horizontal são funções? Por quê?”(p.80). Outro exemplo seria:

109. *Atividade em dupla*

Define-se custo médio de produção $C_m(x)$ o valor de produção de uma peça de um lote de **x** peças. Assim, o custo médio é calculado dividindo-se o custo total pelo número de peças produzidas: $C_m(x) = \frac{C(x)}{x}$. Se o custo médio de produção de certa mercadoria é dado por $C_m(x) = -x + 3 + \frac{10}{x}$ e a função receita é dada por $R(x) = 10x - 2x^2$ (**x** é dado em milhares):

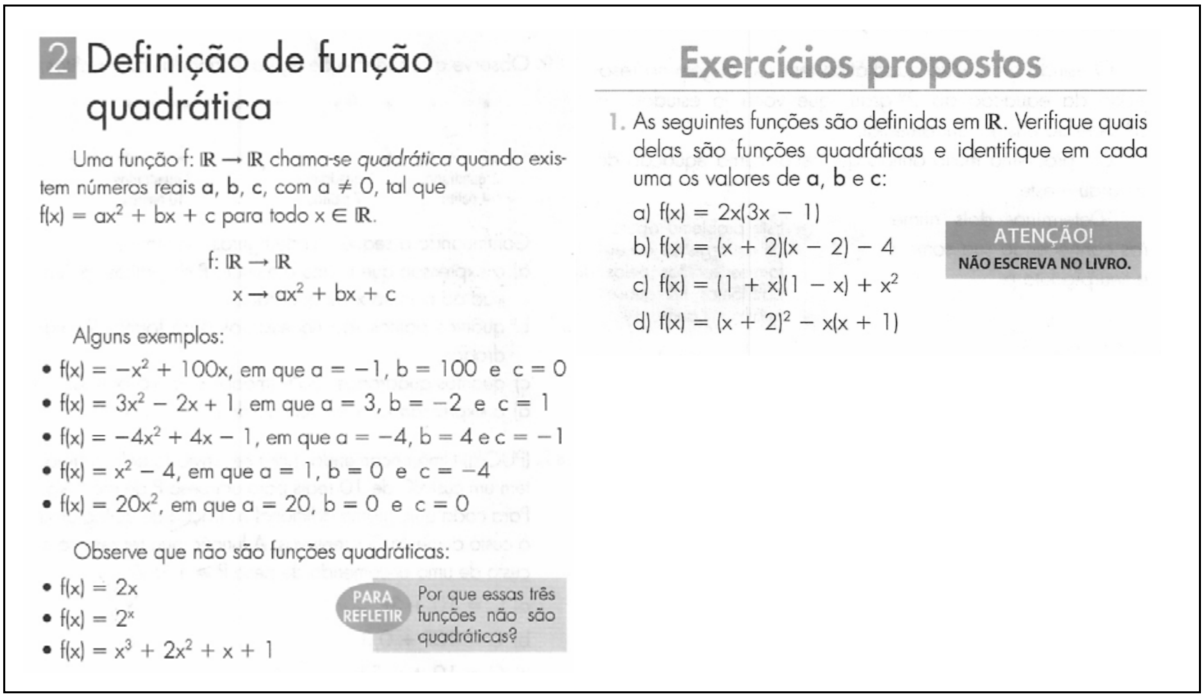
a) obtenha o número de peças a serem produzidas para que o lucro seja máximo;

b) classifique a função $\mathbf{C_m}$ quanto ao crescimento no intervalo [1, 4]. O que você pode concluir após analisar o crescimento da função?

**Figura 11– Problema de Raciocínio (p. 97)**

Muitos problemas estão diretamente ligados à definição de um conceito dado nas subseções. E logo após a teoria, exemplos expõem os problemas indicando qual **conceito** o aluno deve utilizar para resolver a questão. Estes casos caracterizam-se como **problemas de conceitos.**

Aqui fica implícita a relação entre a proposição desse tipo de problema (assim como nos de treino) e a concepção de ensinar para a resolução de problemas.



## 2 Definição de função quadrática

Uma função f: $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se *quadrática* quando existem números reais **a**, **b**, **c**, com $a \neq 0$, tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$
$$x \rightarrow ax^2 + bx + c$$

Alguns exemplos:

- $f(x) = -x^2 + 100x$, em que $a = -1$, $b = 100$ e $c = 0$
- $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$, em que $a = 3$, $b = -2$ e $c = 1$
- $f(x) = -4x^2 + 4x - 1$, em que $a = -4$, $b = 4$ e $c = -1$
- $f(x) = x^2 - 4$, em que $a = 1$, $b = 0$ e $c = -4$
- $f(x) = 20x^2$, em que $a = 20$, $b = 0$ e $c = 0$

Observe que não são funções quadráticas:

- $f(x) = 2x$
- $f(x) = 2^x$
- $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$

PARA REFLETIR Por que essas três funções não são quadráticas?

## Exercícios propostos

1. As seguintes funções são definidas em $\mathbb{R}$. Verifique quais delas são funções quadráticas e identifique em cada uma os valores de **a**, **b** e **c**:

a) $f(x) = 2x(3x - 1)$
b) $f(x) = (x + 2)(x - 2) - 4$
c) $f(x) = (1 + x)(1 - x) + x^2$
d) $f(x) = (x + 2)^2 - x(x + 1)$

ATENÇÃO! NÃO ESCREVA NO LIVRO.

**Figura 12 – Problema de Conceito (p. 72, 73)**

### 4.1.2.4 Adequação aos Documentos e Orientações Oficiais

No “Manual do Professor”, item 5, intitulado: “Pressupostos teóricos para o ensino de Matemática segundo as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio” (DCN) (p. 8), o autor aborda, especificamente, a interdisciplinaridade e a contextualização.

Após um breve texto das DCN, o autor comenta, que o livro procura dar ênfase a vários modelos matemáticos favorecendo a interdisciplinaridade como, por exemplo, quando relaciona a função quadrática ao movimento uniformemente variado (MUV). Essa fala do autor de fato corresponde ao que se apresenta no estudo da função quadrática, conforme constatamos no capítulo em análise. A interdisciplinaridade é vista na subseção “Aplicação”, onde o MUV é apresentado sendo caracterizado pela função quadrática f(t) = ½ at² + bt + c, que fornece a posição de um objeto num certo instante t. Dessa forma, Dante vê a interdisciplinaridade estreitamente ligada às aplicações.

Aqui se faz presente a possibilidade de o professor desenvolver uma abordagem interdisciplinar, que tem sido bastante recomendada para o ensino. De fato, cabe ao professor dar força e destaque a esse aspecto, ajudando o aluno a percebê-lo nas atividades de Resolução de Problemas em aula. Isso permitiria a ele valorizar mais a Matemática e a aprender com significado. Resta saber se o professor será capaz de pô-la em prática.

## Aplicação: movimento uniformemente variado (MUV)

O movimento uniformemente variado é caracterizado pela função quadrática $f(t) = \frac{1}{2}at^2 + bt + c$, que fornece a posição de um objeto num certo instante t. Nesse caso, **a** é a *aceleração*, **b** é a *velocidade inicial* (quando t = 0) e **c** é a *posição inicial* do objeto.

Sabemos que velocidade média num intervalo de tempo é igual a $\frac{\text{espaço percorrido}}{\text{tempo de percurso}}$. No caso do movimento de um objeto dado por uma função **f**, temos que sua velocidade média no intervalo $[t, t + h]$ é dada por:

$$\text{velocidade média} = \frac{f(t+h) - f(t)}{h}$$

Para $f(t) = \frac{1}{2}at^2 + bt + c$, temos:

$$f(t + h) = \frac{1}{2}a(t + h)^2 + b(t + h) + c =$$

$$= \frac{1}{2}at^2 + ath + \frac{1}{2}ah^2 + bt + bh + c$$

e

$$f(t + h) - f(t) = \cancel{\frac{1}{2}at^2} + ath + \frac{1}{2}ah^2 + \cancel{bt} + bh +$$

$$+ \cancel{c} - \cancel{\frac{1}{2}at^2} - \cancel{bt} - \cancel{c} = ath + \frac{1}{2}ah^2 + bh$$

Assim:

$$\frac{f(t + h) - f(t)}{h} = \frac{ath + \frac{1}{2}ah^2 + bh}{h} = at + \frac{1}{2}ah + b$$

Quando **h** se aproximar de zero, o valor da velocidade média se aproximará de $at + b$.

Chamamos de $v(t) = at + b$ a *velocidade* do ponto (no MUV) no instante t.

Observe que, se $t = 0$, $v(0) = b$. É por isso que chamamos **b** de *velocidade inicial*.

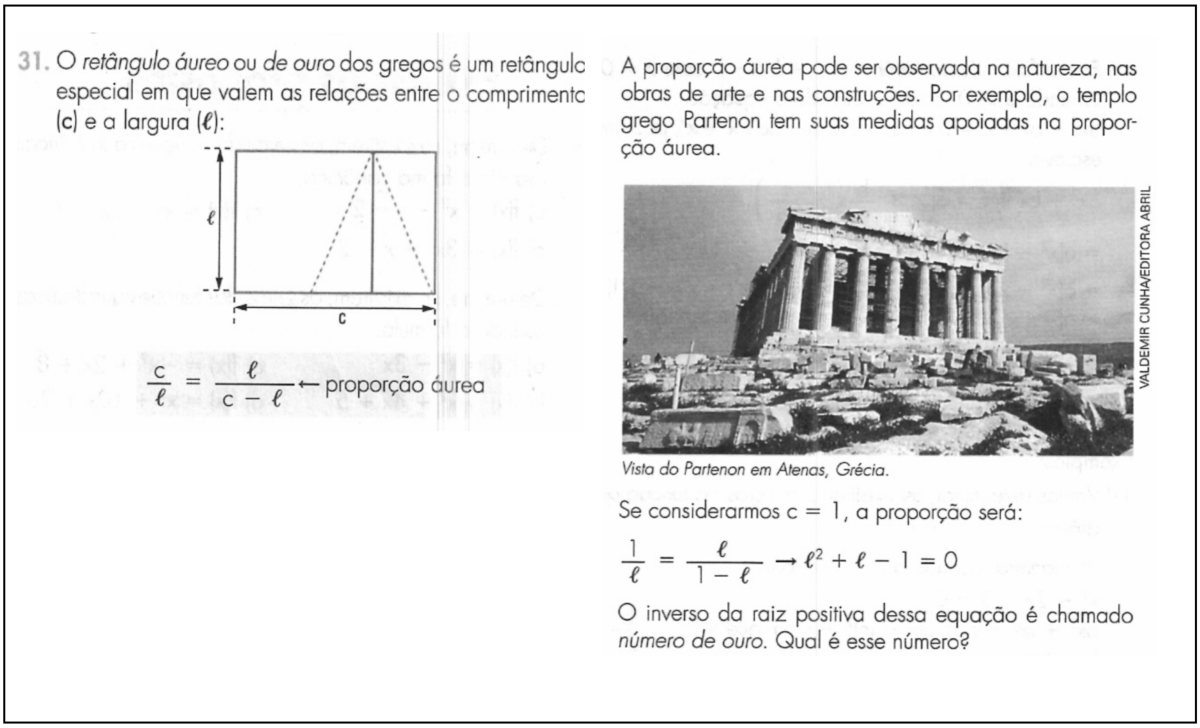
Na função afim $v(t) = at + b$, a constante **a** (aceleração) é a taxa de variação da velocidade. Como ela é constante, o movimento chama-se *uniformemente variado*.

**Figura 13 – Aplicação: Movimento Uniformemente Variado (MUV) (p. 94)**

Quanto à contextualização, o autor expõe que a considera de grande importância, mostrando-se coerente à medida que grande parte das situações-problema do livro são contextualizadas. Comenta, ainda, que a história da Matemática é também uma importante ferramenta de contextualização.

Dentro dessa perspectiva podemos observar no livro, a exposição de um exemplo de contexto histórico no tema: “Zeros da função quadrática”, tratando de um problema muito antigo que recai numa equação do 2º grau: “Determinar dois números conhecendo sua soma **s** e seu produto **p.**” (p. 74) O autor comenta em “Para Refletir” que este problema aparece em registros cuneiformes escritos pelos babilônios há quase quatro mil anos e apresenta a forma como eles resolveram esse problema.

Outros problemas vêm ao encontro das palavras do autor, no sentido de que grande parte destes são contextualizadas. É o caso dos exemplos abaixo.



**31.** O *retângulo áureo* ou *de ouro* dos gregos é um retângulc especial em que valem as relações entre o comprimentc (c) e a largura ($\ell$):

$$\frac{c}{\ell} = \frac{\ell}{c - \ell} \leftarrow \text{proporção áurea}$$

A proporção áurea pode ser observada na natureza, nas obras de arte e nas construções. Por exemplo, o templo grego Partenon tem suas medidas apoiadas na proporção áurea.

VALDEMIR CUNHA/EDITORA ABRIL

*Vista do Partenon em Atenas, Grécia.*

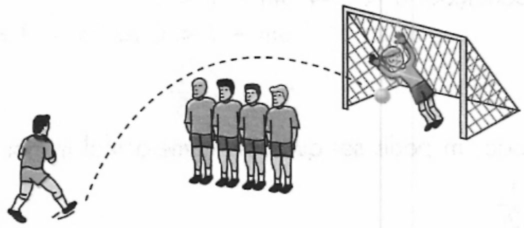
Se considerarmos c = 1, a proporção será:

$$\frac{1}{\ell} = \frac{\ell}{1 - \ell} \rightarrow \ell^2 + \ell - 1 = 0$$

O inverso da raiz positiva dessa equação é chamado *número de ouro*. Qual é esse número?

**Figura 14 – Retângulo Áureo (p. 78)**

5º) A trajetória da bola, num chute a gol, descreve uma parábola.



Supondo que sua altura **h**, em metros, **t** segundos após o chute, seja dada por $h = -t^2 + 6t$, vamos determinar:

a) em que instante a bola atinge a altura máxima;

b) a altura máxima atingida pela bola.

$h = -t^2 + 6t$

Ponto de máximo: $V(t_V, h_V)$

a) A bola atinge a sua altura máxima quando:

$$t_V = -\frac{b}{2a} = \frac{-6}{2(-1)} = \frac{-6}{-2} = 3 \text{ s}$$

Logo, a bola atinge a altura máxima 3 segundos após o chute.

b) A altura máxima atingida pela bola é:

$$h_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{36}{4(-1)} = -\frac{36}{-4} = 9 \text{ m}$$

ou

$$h(3) = -3^2 + 6 \cdot 3 = -9 + 18 = 9 \text{ m}$$

A altura máxima atingida pela bola é 9 metros.

**Figura 15 – Trajetória da Bola (p. 86)**

Ao relacionarmos os **PCNEM** (BRASIL, 1999) e o capítulo de função quadrática do livro em questão, podemos perceber, dentro dos objetivos desse documento, que o autor considerou tais parâmetros no que diz respeito ao fato de que o aluno deve ser levado a transcrever mensagens Matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica e vice-versa. Isso é importante porque relaciona-se ao aspecto da comunicação em Matemática.

No problema a seguir, é necessário realizar a conversão da linguagem corrente para a linguagem simbólica:

35. Renata tem 18 anos e Lígia, 15. Daqui a quantos anos o produto de suas idades será igual a 378?

**Resolução dos exercícios**

**35.** $(18 + x)(15 + x) = 378 \Rightarrow$
$\Rightarrow 270 + 18x + 15x + x^2 - 378 = 0 \Rightarrow x^2 + 33x - 108 = 0$
$\Delta = b^2 - 4ac = 33^2 - 4 \cdot 1(-108) = 1\,089 + 432 = 1\,521$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-33 \pm \sqrt{1\,521}}{2 \cdot 1} =$$

$$= \frac{-33 \pm 39}{2} \begin{cases} x' = \dfrac{-33 + 39}{2} = 3 \\ x'' = \dfrac{-33 - 39}{2} = -36 \text{ (não serve)} \end{cases}$$

Logo, daqui a 3 anos o produto de suas idades será igual a 378.

**Figura 16 – Linguagem Corrente para Linguagem Simbólica (p. 78, 80)**

Problemas com a passagem da linguagem simbólica para linguagem corrente não foram encontrados durante a análise no livro.

Os PCNEM também apontam às aplicações dentro e fora da Matemática. No livro de Dante o tema função é destacado em situações diversas, inclusive em outras áreas, através de uma variedade de situações problemas, onde o aluno é incentivado a buscar a solução. Algumas dessas situações já foram mostradas anteriormente; um outro exemplo que mostra este aspecto pode ser visto a seguir:

112. (UFRN) Uma pedra é atirada para cima, com velocidade inicial de 40 m/s, do alto de um edifício de 100 m de altura. A altura (**h**) atingida pela pedra em relação ao solo, em função do tempo (**t**), é dada pela expressão $h(t) = -5t^2 + 40t + 100$.

a) Em que instante **t** a pedra atinge a altura máxima? Justifique.

b) Esboce o gráfico de h(t).

ATENÇÃO!
NÃO ESCREVA NO LIVRO.

**Figura 17 – Aplicação em Outras Áreas (p. 97)**

Outra recomendação dos PCNEM se refere a que o aluno, deve procurar e sistematizar informações relevantes para a compreensão da situação-problema, ou seja, agrupar e organizar as informações de acordo com os padrões matemáticos. Sendo assim, a obra procura se enquadrar nesta orientação mostrando ao aluno as definições, os exemplos, informações pertinentes ao assunto e outras maneiras de resolução de problemas, neste caso, para que o aluno possa compreender melhor os conceitos e as várias maneiras de resolvê-lo ou, ainda, de aplicá-los em situações-problema.

Observou-se no livro, embora não com freqüência, a atenção às recomendações dos PCNEM de tomar os problemas como ponto de partida e orientar para que tenham caráter de investigação. Esta situação se apresenta na Introdução do capítulo e nos Zeros da Função Quadrática, conforme já vimos anteriormente, e nos, problemas propostos na seção “Para Pensar”

Quanto às **Orientações Curriculares** (O.C.) (BRASIL, 2006), elas propõem, no conteúdo de funções, trabalhar com explorações qualitativas das relações entre duas grandezas em diferentes situações como, por exemplo: tempo e distância percorrida. Na análise do livro vimos situações que apresentam tal relação: é o caso do (MUV). (p.94).

As Orientações Curriculares apontam alguns pontos importantes a serem trabalhados no estudo de função quadrática, e que relacionamos com exemplos extraídos do livro:

O.C. - Problemas de aplicações, em que é preciso encontrar um certo ponto de máximo (clássicos problemas de determinação de área máxima), podem motivar o ensino de função quadrática.

63. Uma bola é lançada ao ar. Suponha que sua altura **h**, em metros, **t** segundos após o lançamento, seja $h = -t^2 + 4t + 6$. Determine:

a) o instante em que a bola atinge a sua altura máxima;

b) a altura máxima atingida pela bola;

c) quantos segundos depois do lançamento ela toca o solo.

**Figura 18 - Problema de Aplicação à Física (p. 87)**

Especificamente, o problema inicial do capítulo se refere à área máxima de um retângulo.

O.C. – O uso da forma canônica (f(x) = a.(x-m)² + n) como auxiliar importante no estudo do conteúdo de função quadrática.

1ª) *Valor mínimo e valor máximo da função* $f(x) = ax^2 + bx + c$

Consideremos a função quadrática $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$.

Nesse caso, temos: $m = \frac{5}{6}$ e

e a forma canônica é dada por:

$$f(x) = 3\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 - \frac{1}{12}$$

Analisando essa forma canônica, podemos concluir que o menor valor de f(x) para todo $x \in \mathbb{R}$ é $-\frac{1}{12}$. Isso ocorre quando $x = \frac{5}{6}$.

**Figura 19 – Decorrência da Forma Canônica (p. 75, 76)**

Dante faz uso, diversas vezes, no capítulo de função quadrática, da forma canônica. Notamos, entretanto, no exemplo da Figura 20, que ele deu uma “receita” ao aluno. Uma abordagem mais voltada à Resolução de Problemas daria mais “espaço” a reflexão, explorações e descobertas por parte do aluno.

O.C. - A dedução da fórmula de Bhaskara para calcular os zeros da função quadrática.

2ª) *Zeros da função quadrática e raízes da equação correspondente*

$f(x) = 3x^2 - 5x + 2 \Rightarrow$

$\Rightarrow f(x) = 3\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 - \frac{1}{12}$ (forma canônica)

$3\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 - \frac{1}{12} = 0 \Rightarrow 3\left(x - \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{1}{12} \Rightarrow$

$\Rightarrow \left(x - \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{1}{36} \Rightarrow$

$\Rightarrow x - \frac{5}{6} = \pm\frac{1}{6}$

$x - \frac{5}{6} = \frac{1}{6} \Rightarrow x = 1$

$x - \frac{5}{6} = -\frac{1}{6} \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Logo, os zeros de $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$ são 1 e $\frac{2}{3}$, que são também as raízes da equação $3x^2 - 5x + 2 = 0$.

De modo geral, da forma canônica de $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, que é $a(x - m)^2 + k$ com $m = -\frac{b}{2a}$ e $k = f(m)$, podemos chegar à fórmula que fornece os zeros da função e, portanto, às raízes da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$. Acompanhe as equivalências:

$$\begin{aligned}
ax^2 + bx + c = 0 &\Leftrightarrow a(x - m)^2 + k = 0\\
&\Leftrightarrow a(x - m)^2 = -k\\
&\Leftrightarrow (x - m)^2 = -\frac{k}{a}\\
&\Leftrightarrow (x - m)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\\
&\Leftrightarrow x - m = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\\
&\Leftrightarrow x = m \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\\
&\Leftrightarrow x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\\
&\Leftrightarrow \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}
\end{aligned}$$

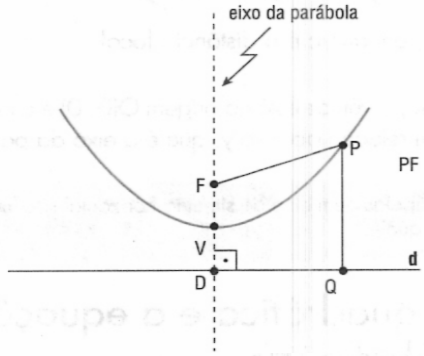
Fórmula que fornece as raízes da equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$.

**Figura 20-Fórmula que Fornece as Raízes da Função do 2°Grau (p.76)**

O.C. - A identificação do gráfico da função quadrática com a curva parábola.

A definição de parábola como: “lugar geométrico dos pontos do plano que são eqüidistantes de um ponto fixo (o foco) e de uma reta (a diretriz)” (BRASIL, 2006, p. 73).

Consideremos um ponto **F** e uma reta **d** que não o contém. Chamamos *parábola de foco* F e *diretriz* **d** ao conjunto dos pontos do plano que distam igualmente de F e de **d**.




A reta perpendicular à diretriz que contém o foco chama-se *eixo* da parábola. O ponto (V) da parábola mais próximo da diretriz chama-se *vértice* dessa parábola. O vértice (V) é o ponto médio do segmento cujos extremos são o foco e a intersecção do eixo com a diretriz.

O gráfico de uma função quadrática é uma parábola. Vamos provar isso para o caso $f(x) = x^2$.

**Figura 21 – Gráfico da Função Quadrática (p. 79)**

As Orientações Curriculares recomendam evitar o trabalho somente com “problemas fechados”, como já visto e comentado. Entretanto, no capítulo de função quadrática do livro em análise, observamos que a maioria dos problemas é do tipo fechado. Os problemas abertos também são importantes no ensino porque desenvolvem a criatividade dos alunos e os leva à necessidade de tomar decisões.

Com relação à **Proposta Curricular** (SÃO PAULO, 2008a) sugere-se, entre outras, que se destaque a idéia de problematização. No “caderno do professor” dessa Proposta, especificamente no tema função quadrática, é destacado que se deve buscar favorecer a compreensão da representação gráfica e suas propriedades, e o estudo de máximos e mínimos.

Nesse sentido, o livro didático de Dante apresenta detalhes e exemplos à representação gráfica, abordando e expondo vários tipos de funções quadráticas e suas propriedades, articula vértice com imagem da função e com o estudo de máximos e mínimos.

## 7 Vértice da parábola, imagem e valor máximo ou mínimo da função quadrática

A determinação do vértice da parábola ajuda a elaboração do gráfico e permite determinar a imagem da função, bem como seu *valor máximo* ou *mínimo*.

Uma das maneiras de se determinar o vértice é lembrar que a parábola é simétrica em relação a um eixo vertical. Determinando a posição deste eixo, encontraremos a abscissa do vértice, e com a abscissa do vértice obteremos a ordenada, que é função da abscissa.

Outra maneira é lembrar que na forma canônica (página 75) o vértice é dado por $(m, k)$ sendo $m = -\frac{b}{2a}$ e $k = f(m) = \frac{4ac - b^2}{4a} = -\frac{\Delta}{4a}$.

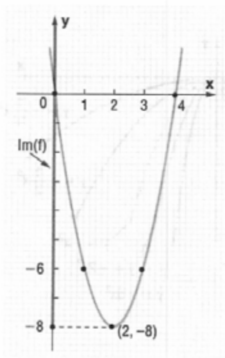
Examine os exemplos:

1º) $f(x) = 2x^2 - 8x$

Obtendo as raízes, teremos $x' = 0$ e $x'' = 4$. Dada a simetria das parábolas, o eixo de simetria terá abscissa

$x_v = \frac{x' + x''}{2} = \frac{0 + 4}{2} = 2$.

Substituindo $x = 2$ na função, obtemos a ordenada do vértice $f(2) = 2 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2 = -8$.




PARA REFLETIR: Se 2 é a abscissa do vértice, os pontos de abscissas 1 e 3 são simétricos na parábola. Os de abscissas 0 e 4 também.

Valor mínimo da função: −8

$Im(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -8\}$

Essa função não tem valor máximo.

Então, o vértice é o ponto $(2, -8)$.

A função assume valor mínimo $-8$ quando $x = 2$. Logo, $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -8\}$.

2º) $f(x) = -4x^2 + 4x + 5$

O vértice de uma parábola dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, também pode ser calculado assim: $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

**Figura 22 – Vértice da Parábola (p. 84)**

Problema envolvendo esses aspectos da função quadrática já foram apresentados nas Figuras 17 e 18.

A Proposta Curricular também comenta que, ao contextualizar os conteúdos, o professor deverá utilizar situações do cotidiano, situações-problema e outras, que favoreçam o processo de ensino e aprendizagem das funções, inclusive problemas e exercícios para síntese dos conteúdos. Conforme análise do livro, muitos são os problemas que envolvem situações do cotidiano e situações-problema. Exemplo:

38. A distância entre duas cidades **A** e **B** é de aproximadamente 240 km. Aline percorreu essa distância em determinado tempo. Ela disse a um colega que dirigiu com muita cautela devido à chuva que havia caído durante o percurso. Como professora de Matemática, ela disse também que, se tivesse aumentado sua velocidade média em 20 km/h, teria feito o mesmo percurso em 1 hora a menos.

a) Qual foi o tempo que a professora Aline gastou para fazer o percurso entre as cidades **A** e **B**?

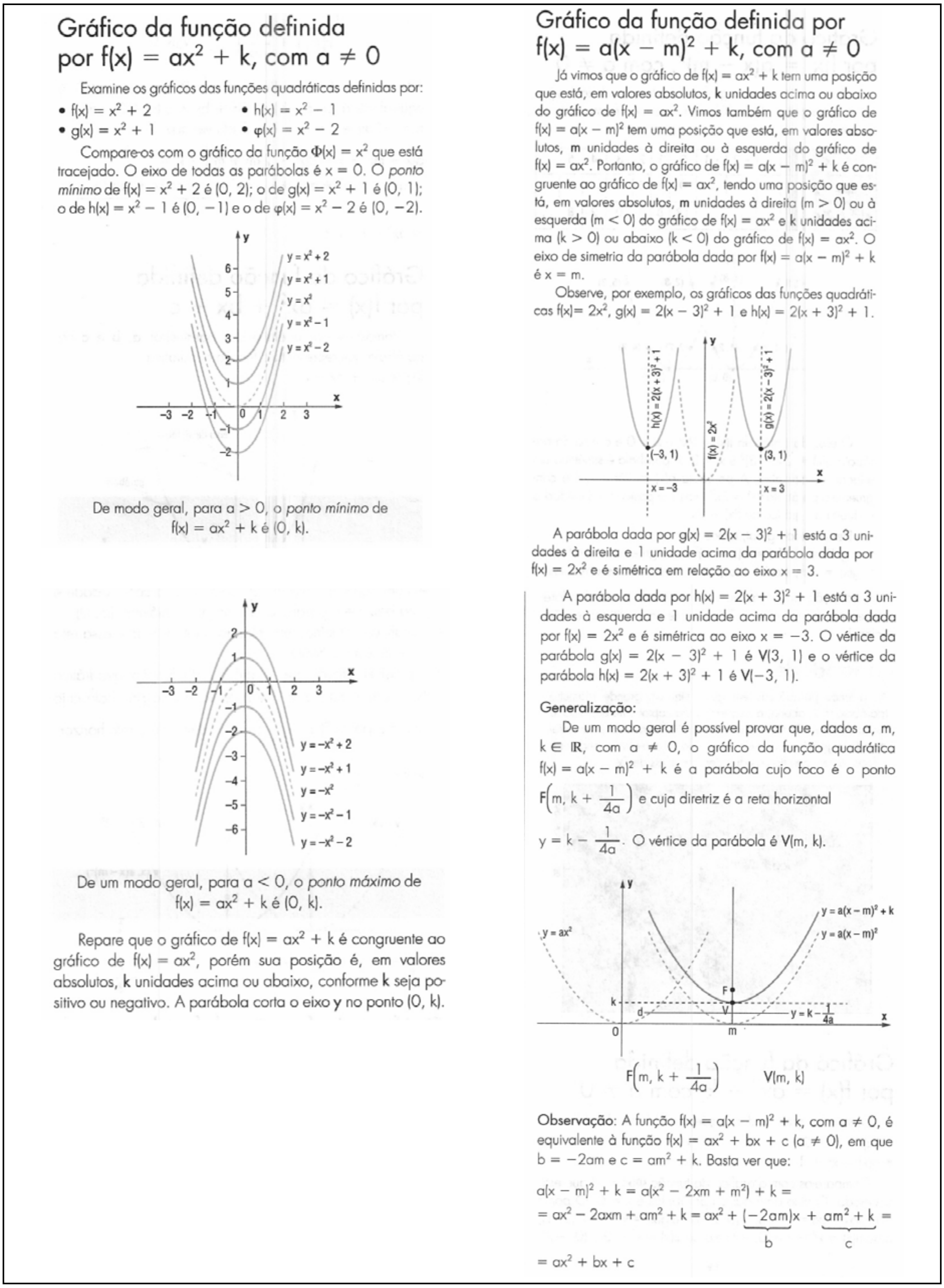
b) Qual foi a velocidade média com a qual Aline fez esse percurso?

**Figura 23 – Problema do Cotidiano (p. 79)**

O complemento da Proposta Curricular (2008a), o “caderno do professor”, também recomenda que o aluno compreenda que

> A representação gráfica de uma função quadrática é uma parábola e compreenda as translações que ocorrem no gráfico dessas funções quando de variam os coeficientes na representação algébrica; saber calcular máximos e mínimos dessas funções e resolver situações- problema que envolvam funções polinomiais de 1º e 2º graus (SÃO PAULO , 2008b, p.10).

No livro observamos que o aluno tem condições de compreender com clareza e diversidade, todos os itens apresentados nesta citação. Por meio de uma exposição muito didática e bem organizada, Dante (2005) trata das transformações nos gráficos das funções quadráticas, conforme se pode verificar nos exemplos a seguir:



## Gráfico da função definida por $f(x) = ax^2 + k$, com $a \neq 0$

Examine os gráficos das funções quadráticas definidas por:

- $f(x) = x^2 + 2$
- $h(x) = x^2 - 1$
- $g(x) = x^2 + 1$
- $\varphi(x) = x^2 - 2$

Compare-os com o gráfico da função $\Phi(x) = x^2$ que está tracejado. O eixo de todas as parábolas é $x = 0$. O *ponto mínimo* de $f(x) = x^2 + 2$ é $(0, 2)$; o de $g(x) = x^2 + 1$ é $(0, 1)$; o de $h(x) = x^2 - 1$ é $(0, -1)$ e o de $\varphi(x) = x^2 - 2$ é $(0, -2)$.



De modo geral, para $a > 0$, o *ponto mínimo* de $f(x) = ax^2 + k$ é $(0, k)$.



De um modo geral, para $a < 0$, o *ponto máximo* de $f(x) = ax^2 + k$ é $(0, k)$.

Repare que o gráfico de $f(x) = ax^2 + k$ é congruente ao gráfico de $f(x) = ax^2$, porém sua posição é, em valores absolutos, **k** unidades acima ou abaixo, conforme **k** seja positivo ou negativo. A parábola corta o eixo **y** no ponto $(0, k)$.

## Gráfico da função definida por $f(x) = a(x - m)^2 + k$, com $a \neq 0$

Já vimos que o gráfico de $f(x) = ax^2 + k$ tem uma posição que está, em valores absolutos, **k** unidades acima ou abaixo do gráfico de $f(x) = ax^2$. Vimos também que o gráfico de $f(x) = a(x - m)^2$ tem uma posição que está, em valores absolutos, **m** unidades à direita ou à esquerda do gráfico de $f(x) = ax^2$. Portanto, o gráfico de $f(x) = a(x - m)^2 + k$ é congruente ao gráfico de $f(x) = ax^2$, tendo uma posição que está, em valores absolutos, **m** unidades à direita $(m > 0)$ ou à esquerda $(m < 0)$ do gráfico de $f(x) = ax^2$ e **k** unidades acima $(k > 0)$ ou abaixo $(k < 0)$ do gráfico de $f(x) = ax^2$. O eixo de simetria da parábola dada por $f(x) = a(x - m)^2 + k$ é $x = m$.

Observe, por exemplo, os gráficos das funções quadráticas $f(x) = 2x^2$, $g(x) = 2(x - 3)^2 + 1$ e $h(x) = 2(x + 3)^2 + 1$.



A parábola dada por $g(x) = 2(x - 3)^2 + 1$ está a 3 unidades à direita e 1 unidade acima da parábola dada por $f(x) = 2x^2$ e é simétrica em relação ao eixo $x = 3$.

A parábola dada por $h(x) = 2(x + 3)^2 + 1$ está a 3 unidades à esquerda e 1 unidade acima da parábola dada por $f(x) = 2x^2$ e é simétrica ao eixo $x = -3$. O vértice da parábola $g(x) = 2(x - 3)^2 + 1$ é $\mathbf{V}(3, 1)$ e o vértice da parábola $h(x) = 2(x + 3)^2 + 1$ é $\mathbf{V}(-3, 1)$.

**Generalização:**

De um modo geral é possível provar que, dados $a$, $m$, $k \in \mathbb{R}$, com $a \neq 0$, o gráfico da função quadrática $f(x) = a(x - m)^2 + k$ é a parábola cujo foco é o ponto $F\left(m, k + \frac{1}{4a}\right)$ e cuja diretriz é a reta horizontal $y = k - \frac{1}{4a}$. O vértice da parábola é $\mathbf{V}(m, k)$.



$F\left(m, k + \frac{1}{4a}\right)$ $\quad$ $V(m, k)$

**Observação:** A função $f(x) = a(x - m)^2 + k$, com $a \neq 0$, é equivalente à função $f(x) = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$, em que $b = -2am$ e $c = am^2 + k$. Basta ver que:

$$a(x - m)^2 + k = a(x^2 - 2xm + m^2) + k =$$
$$= ax^2 - 2axm + am^2 + k = ax^2 + \underbrace{(-2am)}_{b}x + \underbrace{am^2 + k}_{c} =$$
$$= ax^2 + bx + c$$

**Figura 24 – Tipos de Gráficos (p. 81,82)**

Trata-se, porém, de uma abordagem não problematizadora, em que o conteúdo é exposto ao aluno para que ele receba / aprenda o conteúdo. Apesar disso, após essa exposição, o autor propõe uma série de problemas em que o aluno tem que aplicar esse conteúdo.

A partir do que observamos, nossa conclusão é que, em geral, o livro está adequado com os documentos oficiais aqui apresentados. Lembramos que as edições dos livros datam de 2005, sendo, portanto, anterior às Orientações Curriculares (2006) e a Proposta Curricular (2008). Assim, a partir da análise empreendida constatamos que a obra atende até mesmo o que está sendo proposto por esses documentos.

Terminada a análise do livro didático de Dante, sob os critérios estabelecidos para essa pesquisa (p. xx) e orientados por nossa pergunta de pesquisa: *Como os livros didáticos abordam o conteúdo funções quadráticas sob a ótica da Resolução de Problemas*?, observamos que, em geral, o capítulo sobre função quadrática está inserido fortemente na concepção de ensinar Matemática para resolver problemas. Muitos dos tipos de problemas estabelecidos para essa análise foram encontrados. Em geral, os conceitos são justificados e exemplificados, apresentando significado e organização. Quanto à manipulação, verificamos que muitos problemas são de natureza manipulativa, onde o aluno não é levado ou solicitado a raciocinar, mas treinar. No tocante à aplicação, também aparecem problemas e exemplos propostos com freqüência, as vezes voltados ao dia-a-dia dos alunos e às vezes ligados a outras áreas do conhecimento. Verificamos, também, que o livro contempla, em muitos aspectos, as orientações dos documentos oficiais aqui apresentados.

Passamos, a seguir, à análise do Livro 2, sob os mesmos critérios estabelecidos e utilizados no Livro 1.

## 4.2 O Livro Didático 2

Livro 2: Matemática Ensino Médio - Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz, volume 1, 1ª série, 5ª ed., São Paulo: Saraiva, 2005.

### 4.2.1 Descrição da Estrutura do Livro

A obra que iremos analisar está dividida em três volumes; o tema função quadrática, cujo conteúdo faz parte deste trabalho, se encontra no volume 1.

Na “Apresentação” do volume as autoras comentam que o objetivo desta etapa do Ensino Médio, além de completar aspectos já vistos da Matemática, deve ser o de avançar com os conteúdos para que ela seja entendida sob dois aspectos: 1º) como linguagem das ciências a serviço das demais disciplinas e 2°) como ciência, com sua forma de organizar os conceitos e as técnicas e de propor e resolver situações-problema.

O “Sumário” mostra que os conteúdos estão divididos em duas partes: a primeira inclui Números, Estatística e Funções e a segunda, Trigonometria. A primeira parte constitui-se de 10 Unidades e a segunda de 4 Unidades.

Após as 350 páginas em que se encontram essas 14 Unidades, são apresentadas as Tábuas de logaritmos decimais (1a 1000), Tabela trigonométrica, Testes de vestibulares, Apêndice – Jogos; Respostas, Indicação de leitura para os alunos, Referências bibliográficas, Significado das siglas, e Manual do Professor com Orientações Didáticas e Resolução dos exercícios.

O “Manual do Professor” inicia-se com uma pequena “Apresentação”, onde as autoras dizem que a coleção foi atualizada de acordo com as indicações dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM). Em “Sobre as orientações didáticas”, as autoras colocam, entre outras, a importância da resolução de problemas; fazendo citação dos PCN+[8], comentam sobre dificuldade dos alunos e acrescentam que os desafios devem ser reais e fazer sentido.

Em “As competências em Matemática”, no “Manual do Professor”, Smole e Diniz detalham as competências no âmbito da Matemática, explicitando o que se espera do aluno em cada uma delas, com exemplos, atividades ou temas presentes na coleção. A segunda competência “Investigação e compreensão” é apresentada em II.1 “Estratégias para enfrentamento de situações-problema”, onde comentam

[8] PCN+ : Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais.

que se espera que o aluno identifique em dada situação-problema, as informações ou variáveis relevantes e elabore possíveis estratégias para resolvê-la. Ainda nessa competência em II. 2 “Interações, relações e funções, invariantes e transformações”, as autoras apresentam, como exemplo, que os alunos devem perceber que todas as funções do 2º grau possuem o mesmo tipo de gráfico, o que implica propriedades de sinal, crescimento e decrescimento.

Ainda no “Manual do Professor”, em “Temas e conteúdos”, é comentado sobre a “Seleção de conteúdos”, “A distribuição dos conteúdos”, “Conteúdos opcionais”, “Temas estruturadores para o ensino de Matemática”.

No tópico “Sobre a Avaliação” (p.12) do “Manual do Professor”, são sugeridos alguns instrumentos e formas de avaliação, entre eles inventar problemas, analisar exercícios e problemas resolvidos, etc.

Ainda no Manual, ao discutir a “Estrutura da obra, sugestões de utilização e competências envolvidas”, são apresentadas as seções que compõem cada volume e que, segundo as autoras, visam concretizar a proposta didática da obra. As autoras explicam como são constituídas as seções “Texto acompanhado de exercícios resolvidos”; “Problemas e Exercícios”; “Jogos”; “Invente você”; “Saia Dessa”; “Para Recordar”; “Projeto”; “Calculadora”; “O Elo”; “Flash Matemático” e “Testes de Vestibulares” que integram os capítulos do livro. Cada item desses apresentam-se na seguinte estrutura: Introdução, Sugestões de utilização e Competências envolvidas.

Na seqüência, outras formas de desenvolver os conteúdos previstos são sugeridas no campo “Ampliando os recursos”. Neste, Smole e Diniz detalham as possibilidades de trabalho nos itens “Trabalho em grupo”, “Livros paradidáticos”, “Computador” e “Indicação de sites”.

A partir da página 29 do Manual, são apresentados os objetivos do trabalho com a Matemática no 1º ano do Ensino Médio, que orientaram a organização do volume 1 desta coleção. Apresentaremos apenas a parte que se refere à Unidade 5, onde está localizado o tema função quadrática:

**OBJETIVOS RELACIONADOS ÀS UNIDADES E CONTEÚDOS DO VOLUME 1**

| Eixo estruturador | Unidades e seções deste volume | Habilidades e competências priorizadas | Objetivos específicos |
|---|---|---|---|
| Números e Álgebra | Unidades 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, ↓9, ↓10, 12 e 13 | — Reconhecer e utilizar a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar as relações entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da Matemática.<br>— Ler e interpretar diferentes linguagens e representações.<br>— Identificar regularidades e estabelecer relações.<br>— Construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos. | — Identificar diferentes campos numéricos e suas propriedades.<br>— Representar intervalos na reta real.<br>— Compreender o conceito de dízima periódica e encontrar sua geratriz.<br>— Reconhecer funções lineares, quadráticas, exponenciais e logarítmicas.<br>— Construir, ler e interpretar gráficos de funções de 1º e 2º graus, exponenciais e logarítmicas.<br>— Analisar gráficos e leis de funções para estabelecer sinal, crescimento, decrescimento, domínio e imagem.<br>— Resolver problemas que envolvam conceitos de função de 1º e 2º graus, exponencial e logarítmicas.<br>— Identificar regularidades em seqüências e expressá-las por meio de linguagem algébrica.<br>— Determinar a razão, o termo geral, o limite e a soma de **n** termos consecutivos de uma seqüência.<br>— Resolver problemas que envolvam P.A. e P.G. |

**Figura 25 – Objetivos Relacionados à Unidade (p. 28)**

Nas “Considerações especiais sobre as unidades e seções do volume 1”, as autoras comentam que no caso da Unidade 6 (Seqüências, Progressões aritméticas e Progressões geométricas), há uma conexão com os conceitos da Unidade 5 (Função do 2º grau), e que as progressões, se tratadas como um tipo particular de função, constituem-se em uma forma interessante de o aluno conhecer funções cujo gráfico é um conjunto discreto de pontos.

Finalmente, nos “Anexos”, são indicados procedimentos mais formais e precisos para tratar alguns temas; os ligados à nossa pesquisa são “Relações: outro caminho para estudar funções”, “Construindo gráficos no computador”.

Da forma como entendemos, o estudo de funções passando pelo das "Relações" é uma abordagem alternativa. O fato de as autoras apresentarem essa abordagem nos "Anexos" do livro sugere que elas também pensam dessa maneira.

Observamos que, no "Manual do Professor", as autoras abordam com clareza e justificativa as orientações didáticas direcionadas ao professor, destinando 45 páginas da obra para este fim. É dada bastante ênfase aos conteúdos centrais e à metodologia, incluindo propostas de projetos, jogos, questões de vestibulares e do ENEM.

### 4.2.2 Análise do Livro

A seguir faremos a análise da obra no que diz respeito ao tema função quadrática, articulando e verificando os critérios selecionados para esta pesquisa, e as concepções apontadas pelas autoras do livro em análise.

O tema função quadrática se encontra na Unidade 5, com o título "Funções do 2º grau". O capítulo está distribuído em 6 tópicos: Funções do 2º grau, Gráfico cartesiano da função do 2º grau, Pontos importantes do gráfico da função do 2º grau, Valor máximo ou mínimo e conjunto imagem da função do 2º grau, Estudo do sinal da função do 2º grau e ↓ Inequação do 2º grau. Este último, acompanhado do ícone ↓, indica que o assunto é opcional, por não ser relevante para a formação básica no Ensino Médio. As autoras comentam que tais assuntos "não são essenciais à formação do pensamento matemático do jovem, que podem se constituir em obstáculos à sua aprendizagem ou que são mera informação a ser usada em momentos muito pontuais [...]".(p. 10)

As autoras acreditam que não se deve gastar tempo aprofundando-se em tópicos que interessariam somente as pessoas ligadas ao ensino e á ciência matemática, mas aprofundar-se em conceitos básicos à formação matemática de qualquer pessoa e não somente daquelas que seguirão uma carreira ligada à Matemática.

O conteúdo de função quadrática inicia-se na página 131 e finaliza na página 148.

#### 4.2.2.1 Concepções em Ensinar Sobre, Para e Através de Resolução de Problemas.

Inserindo-se na concepção de ensinar **sobre** Resolução de problemas, as autoras afirmam, no "Manual do Professor", que analisando o processo envolvido na resolução de qualquer situação-problema pode-se perceber a necessidade do desenvolvimento de competências e habilidades em Matemática.

Comentam, ainda, que o aluno precisa analisar e compreender a situação por inteiro, decidir sobre a melhor estratégia para resolvê-la, tomar decisões, argumentar, expressar-se e fazer registros. Ao priorizar a resolução de problemas, o aluno tem oportunidade de "desenvolver autonomia de raciocínio, construir estratégias de resolução e argumentação, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca da solução. Para isso, os desafios devem ser reais e fazer sentido."(p. 4).

O livro apresenta ainda uma citação sobre a resolução de problemas dos PCN+ conforme abaixo:

> A resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios. Esta competência não se desenvolve quando propomos apenas exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticos pois, neste caso, o que está em ação é uma simples transposição analógica: o aluno busca na memória um exercício semelhante e desenvolve passos análogos aos daquela situação, o que não garante que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações diferentes ou mais complexas. (PCN+, 2002, apud SMOLE e DINIZ, 2005, p.112)

De fato, ao ter necessidade de relacionar dados ou fatos diversos, ou de tomar decisões entre as diferentes possibilidades de resolução, ao analisar as situações complexas e diversificadas, os alunos apresentam dificuldades. Mesmo possuindo informações e conceitos, muitas vezes não conseguem mobilizá-los. Normalmente, os alunos não se permitem tentar e errar e não confiam em suas próprias formas de pensar. É preciso que sejam estimulados a essas atitudes através de desafios reais e que façam sentido para o aluno.

Nesse sentido, as autoras completam que para o aluno ter oportunidade de desenvolver autonomia de raciocínio, construir estratégias de resolução e argumentação, relacionar diferentes conhecimentos e insistir na busca da solução, os desafios devem ser reais e fazer sentido no tratamento de situações complexas e diversificadas; daí a importância de se priorizar a resolução de problemas.

Ao nos direcionarmos para a análise da unidade sobre função quadrática, verificamos que a concepção de ensinar **sobre** Resolução de Problemas não foi apresentada. Novamente neste livro, assim como verificado em Dante (2005), essa abordagem se volta exclusivamente ao professor.

Passemos agora à análise da concepção de ensinar **para** a Resolução de Problemas. Sem dúvida, esta é a mais freqüente observada no livro, a começar pelo “Manual do Professor”, onde está explicitada a concepção de “Matemática como instrumento para a solução de problemas práticos e que se desenvolve para muito além deles, ganhando a dimensão de idéias gerais para novas aplicações fora do contexto que deu origem a elas” (p.8).

Os “Problemas e Exercícios” servem para que os alunos desenvolvam habilidades, resolvendo uma grande variedade de problemas. E “essa parte do livro traz diversas atividades para proporcionar a eles [alunos] reflexão e *exercitação* dos temas abordados no texto [...].”(p. 15). Podemos perceber nessa seção apresentada pelas autoras no “Manual do Professor” e nas palavras em destaque (itálico) a forte concepção de ensinar **para** resolver problemas.

Analisemos agora se durante o desenvolvimento da Unidade 5 (p. 131), sobre função quadrática, esta concepção também se apresenta.

Na estrutura apresentada na Unidade 5, após definir e exemplificar (às vezes na forma de exercícios resolvidos) as características da função quadrática, são dados os problemas e exercícios para aplicação dos conceitos aprendidos, mostrando assim a concepção de ensinar **para** resolver problemas. Esta estrutura está presente em todas as seções do capítulo. Exemplo:

Uma função **f**, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, que a todo número **x** associa o número $ax^2 + bx + c$, com **a, b** e **c** reais e $a \neq 0$, é denominada **função do 2º grau** ou **função quadrática**.

$$\begin{aligned} f: \mathbb{R} &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto y = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0 \end{aligned}$$

**Exemplos:**

a) $y = 3x^2 + 6x + 2$, onde $a = 3$, $b = 6$, $c = 2$

b) $y = 1 - 4x^2 - 8x$, onde $a = -4$, $b = -8$, $c = 1$

c) $y = 20x - 5x^2$, onde $a = -5$, $b = 20$, $c = 0$

d) $y = \sqrt{3} - \frac{2x^2}{3}$, onde $a = -\frac{2}{3}$, $b = 0$, $c = \sqrt{3}$

e) $y = -4x^2$, onde $a = -4$, $b = 0$, $c = 0$

Os elementos que caracterizam determinada função quadrática, distinguindo-a de outra, são os seus coeficientes **a**, **b** e **c**. Assim, consideradas as funções quadráticas $f(x) = ax^2 + bx + c$ e $g(x) = mx^2 + nx + p$, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, temos:

$$f = g \Leftrightarrow a = m \text{ (não-nulos)}, b = n \text{ e } c = p$$
$$f \neq g \Leftrightarrow a \neq m \text{ ou } b \neq n \text{ ou } c \neq p$$

**Problemas e Exercícios**

**1** Mostre que:

a) $f(x) = (2x - 1)(x - 3) - x(x + 1)$ é uma função quadrática.

b) $f(x) = (2x + 1)(3x - 1) - (3x - 2)(2x + 1)$ não é uma função quadrática.

**Figura 26 – Definição de Função Quadrática (p. 131, 132, 143)**

Nesta lista de atividades, que é dada em "Problemas e Exercícios" , chama a atenção à presença do problema 7:

**7** Do décimo sexto andar de um edifício, a 50 metros do chão, caiu um vaso. A distância do vaso em relação ao solo em cada momento da queda pode ser calculada pela fórmula $d = 50 - 5t^2$. Quantos segundos o vaso levou para atingir o solo?

**Figura 27- Problema Relacionado a uma situação fora da Matemática (p.143)**

Ele è claramente, diferente dos exemplos que foram resolvidos pelas autoras no decurso do conteúdo. É um problema relacionado a uma situação de fora da Matemática que, em geral, professores e livros didáticos propõem sempre ao final das seções, como oportunidade **para** aplicar a Matemática aprendida.

A concepção de ensinar **através** de Resolução de Problemas é observada, embora de forma bastante incipiente, no conteúdo de "Inequação do 2º grau" (p. 148). Este inicia com uma situação-problema e **através** dela apresenta a relação que denomina de desigualdade ou inequação do 2º grau.

Uma empresa freta aviões com 100 lugares para grupos de turistas. Cada passageiro paga R$ 400,00 pela passagem e mais R$ 10,00 por cada lugar que ficar vazio. Qual é o número de pessoas que devem compor um grupo para que, ao fretar o avião, a empresa receba no mínimo R$ 33.000,00, a fim de não ter prejuízo?

Vamos considerar que o avião foi fretado para **x** passageiros. O preço total pago pelo grupo de **x** pessoas é obtido a partir do preço pago individualmente, que é de 400 + 10(100 – x) reais, onde (100 – x) representa o número de lugares vagos. Assim, o total **T** a ser pago em função de **x** é:

$$T(x) = x[400 + 10(100 - x)] = 1\,400x - 10x^2$$

A empresa, para ter lucro, exige que $T(x) \geqslant 33\,000$. Para isso, o número **x** de passageiros deve satisfazer a seguinte relação:

$$1\,400x - 10x^2 \geqslant 33\,000$$

A esse tipo de relação denominamos **desigualdade** ou **inequação do 2º grau**.

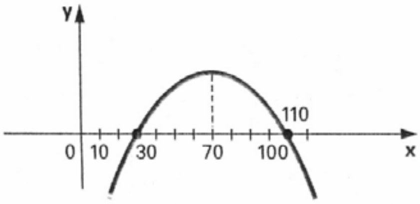
**Figura 28– Inequação do 2°Grau (p. 148)**

Para resolver problemas desse tipo o texto lança mão de conceitos já aprendidos, como o gráfico cartesiano da função do 2º grau, raízes da função do 2º grau, vértice da parábola, concavidade da parábola, valor máximo e mínimo e o estudo do sinal da função do 2º grau, mas avança mostrando o processo de resolução de tais problemas. Nesse caso, após exibir a situação-problema, apresentam exemplos e depois resolvem o problema do avião utilizando o novo processo aprendido.

Podemos agora resolver o problema proposto no início deste item, ou seja, encontrar o número de passageiros **x** que resolve a inequação:

$$1\,400x - 10x^2 \geqslant 33\,000 \qquad \text{ou}$$
$$-10x^2 + 1\,400x - 33\,000 \geqslant 0$$

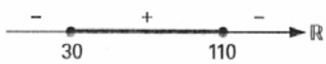
Estudando o sinal da função $y = -10x^2 + 1\,400x - 33\,000$, temos:




$a < 0$

$\Delta = 640\,000 > 0$

Raízes: $x = 30$ ou $x = 110$




Daí que $-10x^2 + 1\,400x - 33\,000 \geqslant 0$ se $30 \leqslant x \leqslant 110$.

Voltando às informações do problema, como a capacidade do avião é para 100 passageiros, para não ter prejuízo a empresa deve fretá-lo para grupos de 30 a 100 turistas.

**Figura 29 – Resolução do Problema do Avião (p. 150)**

Neste caso o conteúdo novo que o aluno aprendeu através desse problema é o processo, ou seja, uma forma de resolver inequações do 2º grau.

Em análise a essas concepções podemos concluir que no livro, embora estejam presentes as três concepções: ensinar **sobre** a resolução de problemas - presente apenas no Manual do Professor -, **para** a resolução de problemas - com maior ênfase nas atividades propostas - e **através** da resolução de problemas. Isso nos permite concluir que predomina o ensinar **para.** O **através** está extremamente incipiente, sendo percebido apenas numa situação-problema envolvendo um conteúdo (inequação) que as autoras consideram opcionais.

#### 4.2.2.2 Conteúdo quanto à Conceituação, Manipulação e Aplicação.

Quanto à Conceituação, Manipulação e Aplicação, na apresentação do “Manual do Professor”, as autoras comentam que na obra em estudo, procurou-se organizar o ensino dos **conceitos** matemáticos de modo a valorizar as duas perspectivas: habilidades e competências, desenvolvendo os temas selecionados de uma forma que permita ao aluno usufruir tanto do valor científico da Matemática quanto de seu caráter formativo e **instrumental**. Da forma como entendemos, o caráter instrumental da Matemática se verifica no contexto de suas **aplicações** em outras áreas ou nela mesma.

Ao analisar o conteúdo quanto à **conceituação** no decorrer da unidade sobre função do 2º grau, verificamos que os conteúdos, em geral, apresentam definições com formulação correta e objetividade, e com enunciados precisos das proposições.

Observou-se que somente uma única vez a definição aparece precedida de uma situação-problema levando à prática do raciocínio dedutivo. É no conteúdo de “Inequação do 2º grau” (p. 148), onde apresenta a relação que denomina de inequação do 2º grau.

Uma abordagem interessante quanto à **conceituação** se apresenta na seção “Gráfico cartesiano da função do 2º grau” (p.132) onde, a partir do eixo de simetria da parábola, se pode deduzir as coordenadas do vértice e o valor máximo e mínimo da função. Isso permite ao aluno perceber a relação entre os diversos elementos envolvidos no conceito de função quadrática

Embora as definições e explicações apareçam, algumas vezes, de forma bastante concisa, estas não perdem em rigor, apresentam-se de modo correto, claro e preciso. Algumas poucas vezes, os resultados são seguidos de justificativas e demonstrações. É o que podemos ver na dedução de fórmula de Bhaskara.

**Flash Matemático**

## A fórmula da equação do 2º grau

A idéia principal do método utilizado para resolver uma equação do tipo $x^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, é essa:

Se $ax^2 + bx + c$ for um trinômio quadrado perfeito, podemos fatorá-lo na forma $(d + e)^2$ ou $(d - e)^2$, cuja resolução é simples. Acompanhe a resolução de $16x^2 + 8x + 1 = 16$:

Fatoramos $16x^2 + 8x + 1$ em $(4x + 1)^2$, escrevemos $(4x + 1)^2 = 16$

e obtemos $4x + 1 = 4 \Rightarrow x = \frac{3}{4}$ ou $4x + 1 = -4 \Rightarrow x = -\frac{5}{4}$

$$S = \left\{-\frac{5}{4}, \frac{3}{4}\right\}$$

Se o trinômio não for um quadrado perfeito, para resolver a equação proposta devemos completar um quadrado perfeito a partir da expressão dada. Acompanhe o quadro abaixo:

| Procedimento | Exemplo: $3x^2 + 5x + 1 = 0$ | Caso geral: $ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$ |
|---|---|---|
| **1.** Como o coeficiente de $x^2$ é **a**, dividimos todos os termos da equação por **a**, ($a \neq 0$). | $x^2 + \frac{5x}{3} + \frac{1}{3} = 0$ | $x^2 + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = 0$ |
| **2.** Isolamos o termo independente. | $x^2 + \frac{5x}{3} = -\frac{1}{3}$ | $x^2 + \frac{bx}{a} = -\frac{c}{a}$ |
| **3.** Acrescentamos aos dois membros da equação um número capaz de transformar o 1º membro em um quadrado perfeito. Para isso, elevamos ao quadrado a metade do coeficiente de **x**. | $x^2 + \frac{5}{3}x + \left(\frac{5}{6}\right)^2 =$ $= -\frac{1}{3} + \left(\frac{5}{6}\right)^2$ $x^2 + 2 \cdot \frac{5}{6}x + \left(\frac{5}{6}\right)^2 =$ $= -\frac{1}{3} + \frac{25}{36}$ | $x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 =$ $= -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$ $x^2 + 2 \cdot \left(\frac{b}{2a}\right)x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 =$ $= -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$ |
| **4.** Observamos que o 1º membro da equação é um quadrado perfeito e que podemos adicionar as duas frações do 2º membro. | $\left(x + \frac{5}{6}\right)^2 = \frac{13}{36}$ | $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ |
| **5.** Extraímos a raiz quadrada dos dois membros e isolamos **x**. | $x + \frac{5}{6} = +\frac{\sqrt{13}}{6}$ ou $x + \frac{5}{6} = -\frac{\sqrt{13}}{6}$ $x = \frac{-5 - \sqrt{13}}{6}$ ou $x = \frac{-5 + \sqrt{13}}{6}$ | $x + \frac{b}{2a} = \pm\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ou $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ |

Com isso, obtemos a fórmula geral de resolução, na qual $b^2 - 4ac$ é o discriminante, também representado por $\Delta$ (delta).

Essa expressão é conhecida como **fórmula de Bhaskara**, em homenagem ao matemático hindu que a deduziu.

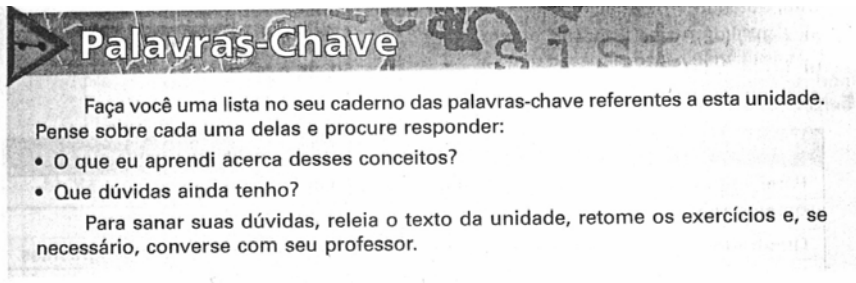
Faça uma pesquisa sobre a vida desse famoso matemático.

**Figura 30 – Fórmula de Bhaskara (p. 135)**

Percebemos, nessa apresentação, uma abordagem bem dirigida, no sentido de que o aluno visualize de modo claro e detalhado a dedução da fórmula, embora configure uma forma que coloca o aluno numa posição passiva, isto é, de receptor da informação.

Após estas seções "teóricas" as autoras trazem exercícios resolvidos, que têm o objetivo de completar "as explicações dadas no texto e permitem ao aluno refletir sobre a teoria apresentada.( p.14).

A obra é enriquecida pela retomada e fixação dos conceitos nas seções “Para recordar”, onde os alunos podem “[...] rever conceitos estudados em séries anteriores e relacionar esses conceitos entre si.”(p. 18). A seção “Palavras-Chave”, tem como objetivo ‘[...] levar os alunos a tomarem consciência de fatos, conceitos e procedimentos que aprenderam ao longo de uma unidade.” (p. 22). Na Unidade 5 esta seção aparece assim:



**Palavras-Chave**

Faça você uma lista no seu caderno das palavras-chave referentes a esta unidade. Pense sobre cada uma delas e procure responder:

- O que eu aprendi acerca desses conceitos?
- Que dúvidas ainda tenho?

Para sanar suas dúvidas, releia o texto da unidade, retome os exercícios e, se necessário, converse com seu professor.

**Figura 31 – Problema de Retomada de Conceitos (p.156)**

Na seção “O Elo” cuja função é “[...] estabelecer relações entre a Matemática, a vida cotidiana e outras áreas do conhecimento[...]” (p.22), por apresentar caráter livre, pode ou não se relacionar ao tema da unidade. Na Unidade 5 – Funções de 2º grau, a seção apresenta exemplos no esporte Ginástica Olímpica feminina, Atletismo e Saltos ornamentais, mostrando que, quando um atleta salta, seu centro de gravidade (baricentro) descreve uma trajetória parabólica (SMOLE E DINIZ, p. 156).

“A seção “Flash Matemática” tem como função explicitar o desenvolvimento histórico de algum conceito, ou ampliar aspectos do assunto desenvolvido na teoria.” (p.22). Tem sempre relação com o tema apresentado na unidade em que se encontra, podendo conter inclusive questões para reflexão. Na Unidade 5 essa seção apresenta a idéia principal do método utilizado para resolver uma equação do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, com $a \neq 0$, mostrando também a dedução da fórmula de Bhásbara.

A seção “Invente você” tem como objetivo desenvolver, no aluno, a habilidade de criar seus próprios problemas, e o professor, por sua vez, tem elementos para avaliar dúvidas, progressos e necessidades dos alunos. Na Unidade 5 é proposto que o aluno invente um problema como outro apresentado na lista de exercício dado anteriormente.

Observamos, portanto, durante as análises, que estas seções permitem aos alunos estabelecer relações entre diversos elementos envolvidos nesse tema; interpretar e reformular idéias e fatos sob diferentes formas e termos. Isso contribui substancialmente para uma boa compreensão do conceito de função quadrática.

Quanto à **manipulação,** ela é encontrada tanto na parte teórica quanto nos problemas e exercícios, com propostas de atividades que proporcionam aos alunos a exercitação dos processos e algoritmos abordados no texto, sempre que possível apresentando problemas relacionados com outras áreas do conhecimento ou com assuntos do cotidiano do aluno, mas sem menosprezar a manipulação de fórmulas e a prática no manuseio de equações e construções (algébricas ou geométricas).

Embora os problemas de manipulação não induzam ou solicitem que o aluno raciocine, eles podem ser considerados como treino e se tornam úteis na medida em que o aluno ganha eficiência nas operações corriqueiras, podendo voltar-se a raciocínios mais elaborados e utilização dos conceitos em problemas futuros.

Exemplo:

**8** A soma e o produto das raízes $x_1$ e $x_2$ de uma equação quadrática $ax^2 + bx + c = 0$ são dados, respectivamente, por $-\frac{b}{a}$ e $\frac{c}{a}$.
Calcule $x_1 + x_2$ e $x_1 \cdot x_2$ nas seguintes equações:

a) $5x^2 + 10x + 2 = 0$
b) $4x^2 - 10x + 3 = 0$
c) $15x^2 - 60 = 0$
d) $(\sqrt{2} + 1)x^2 = 0$

**21** Dê o conjunto imagem de cada função de domínio $\mathbb{R}$ a seguir:

a) $f(x) = 2x^2 - 7x + 3$
b) $f(x) = -3x^2 + 7x - 1$
c) $f(x) = 5x^2 - 10x$
d) $f(x) = -x^2 + 4$
e) $f(x) = 5x^2 - 4x + 1$
f) $f(x) = -9x^2 + 6x - 1$

**Figura 32- Problemas de Manipulação (p. 143, 147).**

Os conteúdos quanto à **aplicação** são abordados pelas autoras no “Manual do Professor”, na seção “Problemas e Exercícios”, onde podemos ler que “sempre que o assunto permite, o material apresenta problemas relacionados com outras áreas do conhecimento ou com assuntos do cotidiano.” (p.15). E ressaltam que a seção “O Elo” também tem a função de estabelecer relações entre a Matemática, a vida cotidiana e outras áreas do conhecimento.

Entre as idéias discutidas no capítulo 2, desta dissertação, destaca-se o que Lima (1999) afirma: “As *aplicações* são empregos das noções e teorias da Matemática para obter resultados, conclusões e previsões em situações que vão desde problemas triviais do dia-a-dia a questões mais sutis que surgem noutras áreas [..]", (p.2).

No livro de Smole e Diniz podemos perceber que as autoras estão de acordo nessa concepção de Lima em termos de aplicação. Durante a análise da Unidade 5 e levando em conta os comentários apresentados acima, quanto à aplicação de conteúdos, vimos que situações são abordadas nas quais se observa tal concepção, conforme exemplos abaixo:

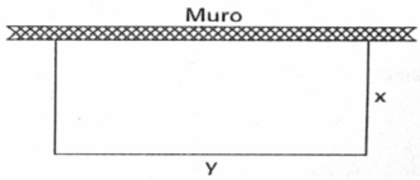
**42** Uma bola é lançada verticalmente para cima. Suponha que sua altura **h**, em metros, **t** segundos após o lançamento seja $h = -t^2 + 4t + 6$.

a) Qual é o tempo que a bola leva para voltar à sua altura inicial?

b) Qual é a altura máxima atingida pela bola?

**Figura 33 – Problemas Quanto a Aplicação de Conteúdos (p. 153)**

**27** Temos 20 metros de tela de arame para cercar uma horta retangular aproveitando um muro como um dos lados do cercado, conforme indicado na figura. Denotamos por **x** a largura e por **y** o comprimento do retângulo:




a) Organize uma tabela com alguns valores possíveis de **x** e de **y**.

b) Observando a tabela, expresse uma relação entre **x** e **y**.

c) Construa um gráfico com os dados da tabela.

d) No gráfico anterior, qual escala você utilizou no eixo **x**?

e) A relação entre **x** e **y** observada no item **b** pode ser visualizada no gráfico?

f) O que acontece com o retângulo que representa o cercado quando $x = 10$ m? E quando $x = 12$ m?

g) Qual o valor máximo de **x**? E o mínimo? Podemos ter $x = 7{,}8$ m? E $x = 12$ m?

h) Qual o valor máximo de **y**? E o mínimo? Podemos ter $y = 30$ m? E $y = 13{,}4$ m?

i) Entre todas as hortas que podem ser construídas, qual a que apresenta maior área?

**Figura 34 – Problema de Aplicação  (p. 147)**

Neste problema 27 observamos a presença de um conjunto de questões que, num primeiro momento pode parecer direcionadas, porém servem como orientação para um trabalho em que se pretende atingir um determinado objetivo.

Além disso, na seção “O Elo” encontramos:

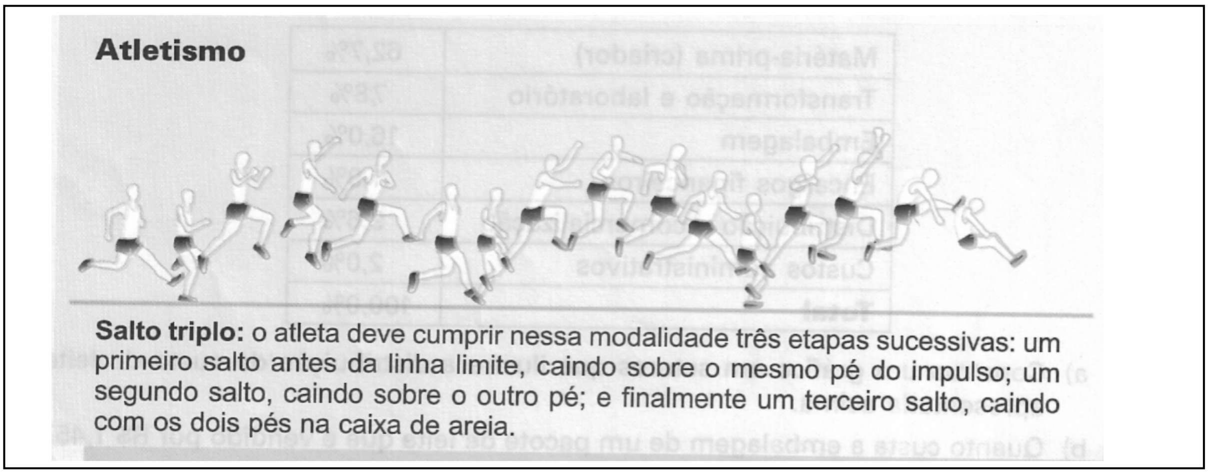



**Figura 35 – Aplicação no Esporte (p.156)**

Este exemplo não é dado na forma de problema, mas as autoras também propõem problemas aplicados que tratam de trajetórias parabólicas, como podemos ver a seguir:

**24** Qual deverá ser a velocidade mínima de uma bola lançada verticalmente, a partir do solo, para que atinja 5 m de altura? Dado $g = 10\ m/s^2$.

**42** Uma bola é lançada verticalmente para cima. Suponha que sua altura **h**, em metros, **t** segundos após o lançamento seja $h = -t^2 + 4t + 6$.

a) Qual é o tempo que a bola leva para voltar à sua altura inicial?

b) Qual é a altura máxima atingida pela bola?

**Figura 36 – Problemas de Aplicação (p. 147, 153)**

Ao concluirmos este item da análise percebemos que o tratamento do conteúdo, quanto à conceituação, manipulação e aplicação, está presente no livro de forma relativamente equilibrada no desenvolvimento do capítulo 5. Ainda percebemos, porém, uma considerável ênfase na manipulação.

### 4.2.2.3 Tipos de Problemas

Analisaremos, agora, os tipos de problemas: se abertos ou fechados, de reconhecimento, de treino, de raciocínio, de conceitos, na Unidade 5 sobre função do 2º grau.

Ao observarmos se os problemas são do tipo **abertos ou fechados**, percebemos que a maior parte deles é do tipo fechado, embora em alguns momentos as autoras proponham problemas em que deixam o processo aberto.

Os problemas do tipo fechado, onde a situação inicial, o processo e a resposta final do problema são únicos, são observados tanto nos exercícios e problemas como nos exemplos e exercícios resolvidos. Exemplo:

**ER5** Determine **m** e **n** para que o vértice da parábola de equação $y = x^2 - mx + n$ seja $(-1, 2)$. Classifique o vértice em ponto de máximo ou ponto de mínimo.

***Resolução:***

$$x_V = -\frac{b}{2a} \Rightarrow -\frac{b}{2a} = -1 \Rightarrow -\frac{-m}{2 \cdot 1} = -1 \Rightarrow m = -2$$

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a} \Rightarrow -\frac{\Delta}{4a} = 2 \Rightarrow -\frac{(-m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot n}{4 \cdot 1} = 2 \Rightarrow n = 3$$

*O vértice é ponto de mínimo, pois $a > 0$.*

**Figura 37 – Problema Fechado (p. 145)**

Problemas fechados são importantes nos momentos de avaliação, em que se deseja verificar se o aluno domina determinado conteúdo ou possui determinada habilidade. Além disso, representa oportunidades importantes para fixação de conteúdos e treino de sub-habilidades necessárias para a resolução de problemas, porém não contribuem muito para a promoção da criatividade e da capacidade de tomar decisões, como ocorre no trabalho com problemas abertos.

Os problemas onde a situação inicial deixa “espaço” para o aluno fazer escolhas quanto ao processo e têm uma única resposta correta são observados, geralmente, na seção “Invente Você” e na lista de “Problemas e Exercícios”.

Exemplo:

**23** De todos os pares de números reais de soma igual a 12, determine aquele de produto máximo.

**Invente Você**

**2.** Invente um problema sobre função quadrática envolvendo a área **A** de um círculo de raio **R** (em cm), com $0 < \mathbb{R} \leq 100$.

**3.** Invente uma inequação do 2º grau cuja solução seja $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \text{ ou } x > 2\}$.

**Figura 38 – Problema de Função do 2°Grau  (p. 147 e 153)**

Observamos que não é indicado o processo que o aluno deve utilizar para a resolução deixando, portanto, que o mesmo explore vários caminhos para a solução.

Quando aborda o item “Invente você”, no “Manual do Professor”, Smole e Diniz aconselham que os alunos devam ser capazes de desenvolver a habilidade de criar seus próprios problemas e, dadas as propostas diversificadas dessa seção, os alunos podem inventar problemas parecidos com outros já resolvidos por eles, a partir de uma fórmula, de uma pergunta, de uma resposta, etc. Analisando a Unidade 5, encontramos nesta mesma seção, a seguinte situação:

**12** a) Trace, num mesmo sistema coordenado, os gráficos das seguintes funções definidas de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$:
$y = x^2$ $\quad$ $y = x^2 + 2$ $\quad$ $y = x^2 - 2$

b) Determine as coordenadas dos vértices dessas parábolas.

c) As concavidades das parábolas estão voltadas para cima ou para baixo? Por quê?

d) Todas as parábolas que você desenhou têm o mesmo eixo de simetria? Se sua resposta for afirmativa, diga qual é esse eixo.

e) Como você pode obter os gráficos de $y = x^2 + 2$ e $y = x^2 - 2$ conhecendo o gráfico de $y = x^2$?

**Invente Você**

**1.** Invente um problema como o de número 12.

**Figura 39 – Formulação de Novos Problemas (p. 143 e 144)**

Conforme definido no capítulo 2 desta dissertação, uma das possíveis abordagens com problemas abertos dá-se quando “a formulação de novos problemas é aberta, ou seja, quando os alunos exploram novos problemas relacionados ao problema dado." (Allevato, 2005). Podemos, então, dadas as observações acima, considerar que o livro de Smole e Diniz apresentam problemas abertos.

Alguns **problemas de reconhecimento**, onde o autor expõe o problema sem identificar qual conteúdo deve ser aplicado pelo aluno para resolução do mesmo, mas este precisa identificar através dos dados, ou simplesmente por alguma "dica" apresentada no problema, também foram encontrados durante a análise. No "Manual do Professor", na seção "Saia Dessa", temos a confirmação dessa intenção: "Esses problemas podem ou não estar relacionados ao tema da unidade em que se encontram, [...]" (p. 17).

Exemplo:

**23** De todos os pares de números reais de soma igual a 12, determine aquele de produto máximo.

**Figura 40 – Problemas de Reconhecimento (p. 147)**

Os **problemas de treino** também aparecem com freqüência: "[...] com o objetivo de que os alunos desenvolvam habilidades resolvendo uma grande variedade de exercícios, essa parte do livro traz diversas atividades para proporcionar a eles reflexão e *exercitação* dos temas abordados no texto, [...]" (p. 15).

Exemplo: Após apresentar três exemplos, as autoras fornecem o método para estudo do sinal de uma função do 2º grau (p. 146); em seguida, apresentam na seção "Problemas e Exercícios", o exercício abaixo, no qual vê-se claramente, nesse conjunto de atividades, que o aluno deve treinar técnicas e processos.

**29** Estude o sinal de cada função:

a) $f(x) = 2x^2 - 7x + 3$

b) $f(x) = -5x^2 + 7x - 2$

c) $f(x) = 4x^2 + 4x + 1$

d) $f(x) = -9x^2 + 24x - 16$

e) $f(x) = 10x^2 + 2x + 1$

f) $f(x) = -5x^2 + 6x - 2$

g) $f(x) = -5x^2 + 7x$

h) $f(x) = x^2 - 3$

**Figura 41 – Problema de Treino (p. 148)**

Os **problemas de raciocínio** também se apresentam nas seções “problemas e exercícios”, que trazem diversas atividades para proporcionar, entre outros aspectos, que: “[...], progressivamente, desenvolvam raciocínios mais elaborados e originais.”(p. 15).

Também a seção “Saia Dessa” tem como objetivo que os alunos resolvam problemas não-convencionais, exigindo sempre do aluno certa dose de reflexão, criatividade e originalidade.

Exemplo:

**2** O sr. Otávio pretende acarpetar a sala e os dois quartos da sua casa, mas não quer gastar mais que R$ 600,00.
Na loja Carpetex, o carpete é vendido a R$ 13,50 o metro quadrado. Pela colocação, paga-se mais R$ 20,00 para cada cômodo da casa que for acarpetado.
Na loja Bon Carpet, o carpete custa R$ 16,00 o metro quadrado, com colocação incluída.
Observando a planta da casa do sr. Otávio (a seguir), você acha que ele poderá optar por alguma dessas lojas? Por quê?


**Figura 42 – Problema de Raciocínio (p. 153)**

Lembramos que definimos os **problemas de conceitos** como sendo aqueles que estão articulados com as definições; nos problemas e exercícios pode ser discriminado qual conceito o aluno deve utilizar para a resolução. Estes também são encontrados no decorrer da Unidade 5, do livro de Smole e Diniz conforme exemplo:

**2** Determine **k** para que $f(x) = (k^2 - 9)x^2 + 2kx - 1$ seja uma função quadrática.

**4** Determine as raízes (ou zeros) reais das funções:
a) $f(x) = 10x^2 - 11x + 1$
b) $f(x) = -4x^2 + 20x - 25$
c) $f(x) = 6x^2 - 3x + 1$
d) $f(x) = -x^2 + 36$
e) $f(x) = 3x^2 - 7x$
f) $f(x) = 5x^2$

**Figura 43 – Problema de Conceito (p. 143)**

Observe-se que no enunciado destes problemas é dito claramente o que o aluno deve identificar, ou seja, ele deverá usar um conceito específico para apresentar a solução.

### 4.2.2.4 Adequação aos Documentos e Orientações Oficiais

No “Manual do Professor”, existem referências freqüentes aos **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**, dizendo que toda a coleção foi atualizada de acordo com as recentes indicações dos mesmos. São analisados , detalhadamente, os significados das três grandes competências descritas nos PCNEM (BRASIL, 1999) em Matemática: Representação e comunicação; Investigação e compreensão e Contextualização sociocultural.

Com o objetivo de auxiliar os professores, o livro detalha as competências no âmbito da Matemática, explicitando o que se espera do aluno em cada uma delas, com exemplos, atividades ou temas presentes nesta coleção.

As autoras afirmam que, conforme as orientações dos PCNEM, os temas e conteúdos da coleção foram distribuídos, nos 3 anos do Ensino Médio, conforme quadro abaixo:

**Distribuição dos conteúdos específicos por série do Ensino Médio**

| Eixos | 1º ano | 2º ano | 3º ano |
|---|---|---|---|
| Números e Álgebra | • Variação de grandezas: noção de função; funções analíticas e não-analíticas; representação e análise gráfica; seqüências numéricas: progressões e a noção de infinito; variações de forma exponencial ou logarítmica; funções seno, cosseno e tangente. | • Variação de grandezas: funções trigonométricas da soma; *funções trigonométricas inversas*; redução ao primeiro quadrante.<br>• Equações trigonométricas e *inequações trigonométricas*.<br>• Sistemas lineares, matrizes e determinantes. | • Variação de grandezas: *funções secante, cossecante e cotangente*; taxa de variação de grandezas.<br>• Números complexos.<br>• Polinômios, equações polinomiais e *funções polinomiais*.<br>• Noções de Matemática financeira. |
| Geometria e Medidas | • Geometria plana: semelhança e teorema de Tales; teorema de Pitágoras; simetria; representações de figuras; paralelas e perpendiculares.<br>• Trigonometria: Trigonometria do triângulo retângulo.<br>• Trigonometria: Trigonometria de um triângulo qualquer e da primeira volta. | • Geometria espacial: elementos dos poliedros, sua classificação e representação; sólidos redondos; propriedades relativas à posição: intersecção, paralelismo e perpendicularismo; *inscrição e circunscrição de sólidos*.<br>• Métrica: áreas e volumes; estimativa, valor exato e aproximado. | • Geometria analítica: representações no plano cartesiano e equações; intersecção e posições relativas de figuras. |
| Análise de dados | • Estatística: descrição de dados; média aritmética, mediana e moda; representações gráficas. | • Estatística: análise de dados; médias, moda e mediana; *variância e desvio padrão*.<br>• Contagem: princípio multiplicativo; problemas de contagem. Probabilidade: possibilidades; cálculo de probabilidades e *binômio de Newton*. | • Probabilidade: a linguagem e o cálculo de probabilidades; uso da probabilidade em Estatística. |

**Figura 44 – Distribuição dos Conteúdos Específicos por Série do Ensino Médio (p. 12)**

Além do desenvolvimento de competências, elas afirmam que a seleção dos conteúdos visa permitir ao aluno compreensão e avanço no conhecimento da Matemática. De acordo com os PCNEM:

> Os conteúdos selecionados devem ter relevância científica e cultural. Isso significa que além das justificativas relativas às **aplicações** e à linguagem, sua importância está em seu potencial explicativo, que permite ao aluno conhecer o mundo e desenvolver sentidos estéticos e éticos em relação a fatos e questões desse mundo. (...) Os temas devem, ainda, permitir uma articulação lógica entre diferentes idéias e conceitos para garantir maior significação para a aprendizagem, possibilitar o estabelecimento de relações pelo aluno de forma consciente no sentido de caminhar em direção às competências da área e, até mesmo, melhor utilização do tempo disponível. É importante evitar detalhamento ou nomenclatura excessivos. (PCN+, apud SMOLE e DINIZ, 2005, p. 119)

Nessa citação as autoras manifestam a intenção de contextualizar e aplicar os conteúdos matemáticos a fim de dar significado ao que o aluno aprende.

Segundo as autoras, a coleção, foi atualizada de acordo com recentes indicações dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (**PCNEM**) (BRASIL, 1999). No sentido de dar maior ênfase aos conceitos centrais de cada tema.

Nas orientações didáticas, as autoras apresentam os pressupostos metodológicos da coleção e sua relação com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, apontando no sentido de que o jovem, além de requerer mais informações para enfrentamento das situações que terá pela frente, será exigida também a mobilização de conhecimentos e habilidades.

A necessidade de desenvolvimento de competências e habilidades em Matemática, pode ser trabalhada por meio dos processos envolvidos na resolução de qualquer problema. O aluno precisa, ainda, analisar e compreender o problema por inteiro, decidir sobre a melhor estratégia para resolvê-la, tomar decisões, argumentar, expressar-se e fazer registros. Nos parece que o livro analisado corresponde a isso.

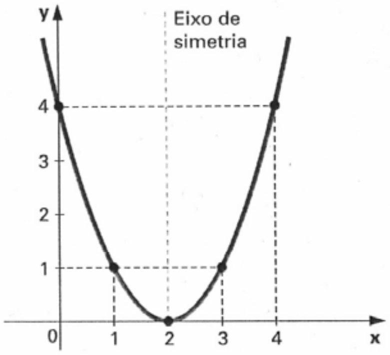
Quando nos direcionamos ao conteúdo de função e, por extensão, função quadrática, os **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio** (BRASIL, 1999) apontam, entre outras, que o aluno deve ser levado a aplicar conhecimentos sobre valores de variáveis, representados em gráficos. Esse apontamento pode ser observado no exemplo abaixo, extraído da Unidade 5 – Função do 2º grau:

**Exemplos:**

a) Desenhe o gráfico da função $f(x) = x^2 - 4x + 4$.

Atribuindo alguns valores a **x**, obtemos a tabela e o gráfico dessa função:

| x | y |
|---|---|
| 0 | 4 |
| 1 | 1 |
| 2 | 0 |
| 3 | 1 |
| 4 | 4 |




A partir do gráfico, observamos que:

- a **concavidade** da parábola está voltada **para cima** ($a = 1$);
- 4 é a **ordenada** do ponto onde a parábola corta Oy ($c = 4$);
- essa função tem **uma raiz real dupla**, que é 2, **abscissa** do ponto onde a curva intercepta Ox;
- o ponto (2, 0) é o **vértice**;
- a **reta vertical** que passa pelo vértice é o **eixo de simetria** da parábola.

**Figura 45 – Valores de Variáveis (p. 134)**

Vemos, nesse exemplo, que as autoras destacam as nomenclaturas matemáticas importantes para o estudo de função quadrática. A valorização da nomenclatura é de fato relevante no contexto do ensino de Matemática em sala de aula. Essa pode ser até uma oportunidade para o aluno pesquisar na História da Matemática o significado dessas palavras.

Outro objetivo que os PCNEM indicam para o ensino e aprendizagem de Matemática está em transcrever mensagens Matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica e vice-versa. Observamos que a transição de linguagem corrente para linguagem simbólica é mais freqüente no livro. O inverso não foi observado durante a análise do capítulo.

Exemplo:

**28** Dispomos de uma tela de arame com 28 metros de comprimento para cercar uma área retangular. Quais devem ser as medidas dos lados do retângulo para que a área cercada seja máxima?

**Figura 46 – Problema de Linguagem Corrente para Linguagem Simbólica (p.148)**

As aplicações dentro e fora da Matemática, recomendadas nos PCNEM, se encontram em alguns problemas, conforme já ilustramos anteriormente. Trazemos, a seguir, mais alguns exemplos encontrados no livro.

- Física

**24** Qual deverá ser a velocidade mínima de uma bola lançada verticalmente, a partir do solo, para que atinja 5 m de altura? Dado $g = 10\ m/s^2$.

**Figura 47-Problema de Aplicação Fora da Matemática (Física) (p. 147)**

-Sociologia e Propaganda

**3** (Enem) Um boato tem um público-alvo e alastra-se com determinada rapidez. Em geral, essa rapidez é diretamente proporcional ao número de pessoas desse público que conhecem o boato e diretamente proporcional também ao número de pessoas que não o conhecem. Em outras palavras, sendo **R** a rapidez de propagação, **P** o público-alvo e **x** o número de pessoas que conhecem o boato, tem-se $R(x) = k \cdot x \cdot (P - x)$, onde **k** é uma constante positiva característica do boato.

O gráfico cartesiano que melhor representa a função R(x), para **x** real, é:

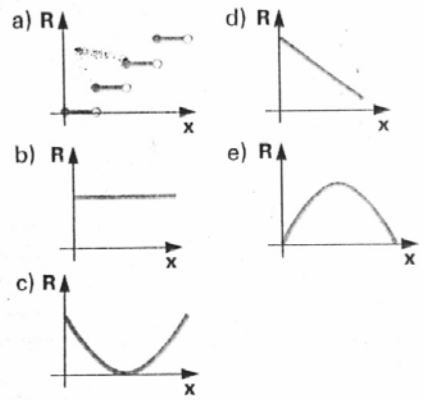



**Figura 48 – Problema de aplicação fora da Matemática (Sociologia e Propaganda) (p. 153, 154)**

- Geometria  e Engenharia

**43** Deseja-se construir uma casa térrea de formato retangular. O terreno onde a casa será construída tem 90 m de perímetro. Calcule as dimensões desse terreno sabendo que a área da casa deve ser menor que 350 m².

**Figura 49 – Problema de aplicação dentro e fora da Matemática (Geometria e Engenharia) (p. 153)**

- Esporte

Em determinados esportes, quando um atleta salta, seu centro de gravidade (baricentro) descreve uma **trajetória parabólica**, desprezando-se os efeitos de resistência do ar.

Vejamos exemplos de saltos desse tipo na ginástica olímpica, no salto triplo e nos saltos ornamentais.

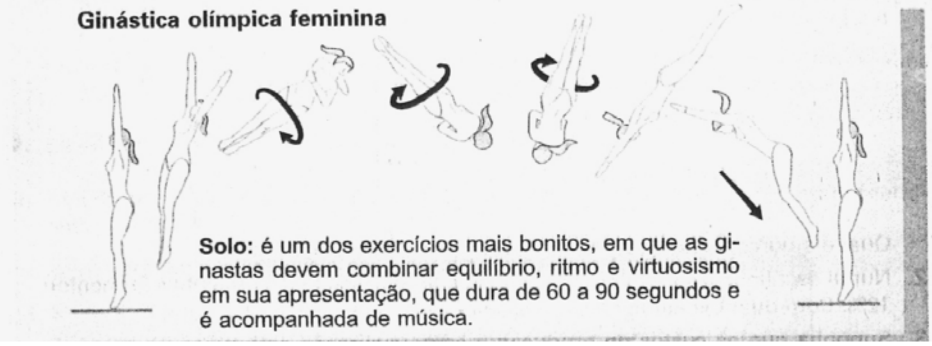



**Figura 50 – Problema de aplicação fora da Matemática (Esporte) (p. 156)**

Segundo os PCNEM, os problemas devem ser tomados como ponto de partida ao iniciar um conteúdo, orientando, ainda, que estes devem ter caráter de investigação.

Podemos observar essa abordagem, presente de forma muito tímida, somente na seção “Inequações do 2° grau”, e cujo exemplo já foi apresentado, e analisado na página 111 desse capítulo da dissertação

Voltemo-nos, agora, para as **Orientações Curriculares** (O.C.)(BRASIL, 2006). Elas sugerem, quanto ao conteúdo de funções, trabalhar com explorações qualitativas das relações como a que ocorre entre tempo e distância percorrida, idade e altura, área do círculo e raio, tempo e crescimento populacional, tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, etc. Não foram encontradas especificamente estas durante a análise. Mas foram encontrados exemplos de relações entre intensidade da corrente elétrica e potência do gerador, largura e comprimento, entre outros.

**25** A potência elétrica lançada num circuito por um gerador é expressa por $P = 10i - 5i^2$ (SI), onde **i** é a intensidade da corrente elétrica. Calcule a intensidade da corrente elétrica necessária para se obter a potência máxima do gerador.

**Figura 51 – Problema de relação entre grandezas (p. 147)**

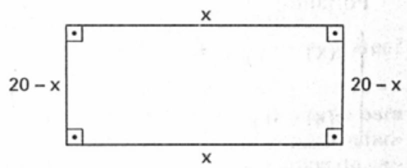
Tomamos, agora, como referência, alguns pontos específicos apontados pelas **Orientações Curriculares** (O.C.)(BRASIL, 2006), para o estudo de função. Como mostramos a seguir, também foram encontrados na Unidade 5, os seguintes exemplos :

O.C. - Problemas de aplicações, em que é preciso encontrar um certo ponto de máximo (clássicos problemas de determinação de área máxima), podem motivar o ensino de função quadrática. – Observamos essa situação no exemplo abaixo:

**ER8** De todos os retângulos de perímetro igual a 40 cm, determine o de área máxima.

***Resolução:***

*Indicando a medida, em cm, de um lado de um retângulo por **x** ($x > 0$), o outro lado, paralelo a esse, também terá medida **x**. Logo, cada um dos outros dois lados medirá:*




$\frac{40-2x}{2} = 20 - x$, *com* $x < 20$

*Assim sendo, a área A(x) desse retângulo é expressa por:*

$A(x) = x(20 - x) \Rightarrow A(x) = -x^2 + 20x$, *com* $0 < x < 20$

*Como* $a = -1$, *existe valor máximo de A(x), que ocorre para:*

$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{20}{2(-1)} = 10$

*Então, uma dimensão do retângulo é* $x = 10$ *e a outra é* $20 - x = 20 - 10 = 10$.

*Portanto, o retângulo procurado é um quadrado de lado 10 cm.*

**Figura 52 - Problemas de determinação de área máxima (p.145)**

O.C. - Estudo da posição do gráfico, das coordenadas dos pontos de máximo e mínimo e dos zeros da função quadrática, que devem ser realizados de forma que o aluno consiga estabelecer as relações entre o “aspecto” do gráfico e os coeficientes de sua expressão algébrica. – Essa situação pode ser observada na seqüência a seguir:

**Ponto em que a parábola intercepta o eixo Oy**

Este é um ponto fácil de ser encontrado para toda função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, de domínio $\mathbb{R}$ e coeficientes reais, com $a \neq 0$. Já que é o ponto de intersecção com o eixo **y**, tem coordenada $x = 0$. Substituindo **x** por 0 na função $f(x) = ax^2 + bx + c$, obtemos $f(0) = c$, ou seja, $y = c$.

Assim sendo, o ponto em que o gráfico cartesiano de **f** intercepta o eixo Oy é o ponto **P(0, c)**.

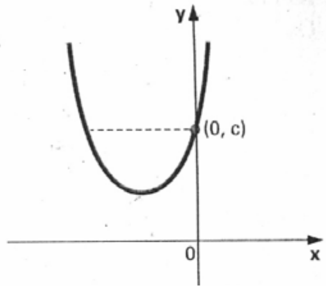
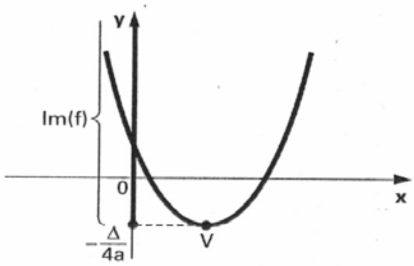



**Figura 53 - Relação entre os aspectos do gráfico e coeficientes (Situação 1) (p. 137)**

Podemos afirmar que, numa função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, de domínio $\mathbb{R}$ e coeficientes reais, ocorre o seguinte:

Se **a > 0**, então:

- a parábola tem **concavidade para cima**;
- o **valor mínimo** é dado por $y = -\frac{\Delta}{4a}$, e **V** é denominado ponto de mínimo da parábola;
- $Im(f) = \left[-\frac{\Delta}{4a}, +\infty\right[$ ou $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq y_V\}$




Se **a < 0**, então:

- a parábola tem **concavidade para baixo;**
- o **valor máximo** é dado por $y = -\frac{\Delta}{4a}$, e **V** é denominado ponto de máximo da parábola;
- $Im(f) = \left]-\infty, -\frac{\Delta}{4a}\right]$ ou $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq y_V\}$

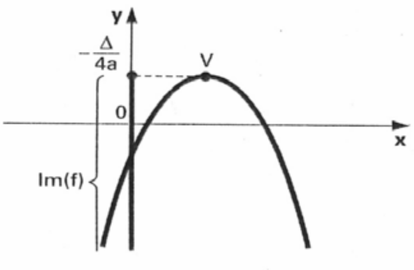



**Figura 54 – Relação entre os aspectos do gráfico e os coeficientes (Situação 2) (p. 137)**

**19** Indique as afirmações que não são válidas para a função $f(x) = -9x^2 + 6x - 1$.

a) A imagem dessa função é dada por $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 0\}$.

b) O gráfico dessa função tem sua concavidade voltada para baixo e intercepta o eixo Oy em dois pontos distintos.

c) O vértice dessa função é seu ponto de máximo.

d) O vértice dessa função é dado por V(5, 0).

**Figura 55 – Relação entre os aspectos do gráfico e os coeficientes (Situação 3) (p. 147)**

O.C. - O uso da forma canônica $f(x) = a.(x-m)^2 + n$ como auxiliar importante na compreensão do estudo da função quadrática. – No livro não encontramos a forma canônica, a forma fatorada foi observada na apresentação de alguns problemas como abaixo.

**1** Mostre que:

a) $f(x) = (2x - 1)(x - 3) - x(x + 1)$ é uma função quadrática.

b) $f(x) = (2x + 1)(3x - 1) - (3x - 2)(2x + 1)$ não é uma função quadrática.

**Figura 56 – Forma fatorada (p. 143)**

O.C. - A dedução da fórmula de Bhaskara para calcular os zeros da função quadrática. – Smole e Diniz fizeram isso no livro na seção “Flash Matemático” intitulado “A fórmula da Equação do 2° grau” (p.135). Tal dedução já foi apresentada na FIGURA 39.

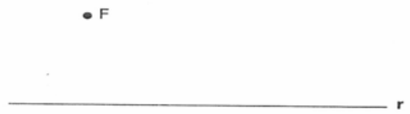
O.C. - A identificação do gráfico da função quadrática com a curva parábola e a definição de parábola como: “lugar geométrico dos pontos do plano que são eqüidistantes de um ponto fixo (o foco) e de uma reta (a diretriz)” (BRASIL, 2006, p. 73). - As autoras fazem a construção da parábola a partir de sua definição, mas sem deduções ou demonstrações de como essa curva se relaciona com a expressão $y = ax^2 + bx + c$ da função do 2° grau. No livro encontramos o seguinte.

O gráfico de uma função de 2º grau corresponde a uma curva muito especial em Matemática chamada **parábola**.

A parábola é uma curva do plano cujos pontos satisfazem uma condição bem definida.

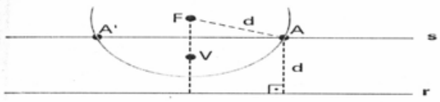
Toda parábola é construída a partir de uma reta **r** e de um ponto **F** não pertencente à **r**. Os pontos da parábola são os pontos do plano que estão à mesma distância de **r** e de **F**.

Para exemplificar, vamos desenhar alguns pontos de uma parábola, dados **r** e **F** abaixo:



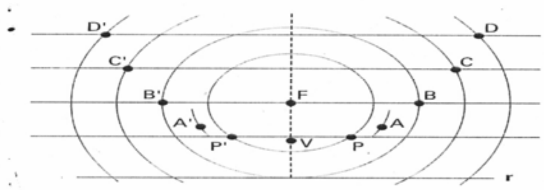

O ponto **V**, que é o ponto médio do segmento perpendicular a **r** que passa por **F**, é um dos pontos da parábola porque a distância de **V** a **F** é igual à distância de **V** a **r**.


A seguir, vamos traçar uma reta **s** paralela à **r** a uma distância **d** e, com o compasso centrado em **F** e com abertura **d**, interceptar a reta **s**. Encontramos dois pontos: **A** e **A'**.

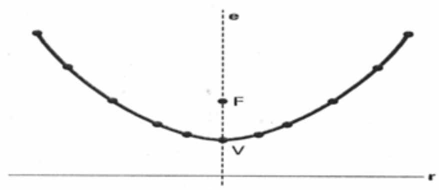



Os dois pontos pertencem à parábola porque ambos distam **d** de **F** e de **r**.

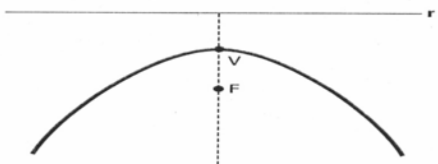
Para encontrar outros pontos da parábola, vamos traçar outras retas paralelas à **r** e circunferências com raios iguais às distâncias destas retas à **r**.




Se pudéssemos traçar todas as possíveis retas e circunferências, encontraríamos todos os pontos da parábola semelhante ao desenho ao lado. Com o que sabemos sobre simetria, podemos observar que a reta **e** que passa por **F** e **V** é um eixo de simetria da parábola.




Caso o ponto **F** estivesse abaixo da reta **r**, a parábola mudaria de posição, ou seja, o que chamamos de **concavidade da parábola** ficaria invertida.




Se a reta **r** é horizontal, dizemos que a primeira parábola acima tem **concavidade para cima** e a segunda tem **concavidade para baixo**.

**Figura 57 – Gráfico cartesiano da função do 2º grau (p. 132)**

Quanto à contextualização, Smole e Diniz comentam que para o desenvolvimento de competências e habilidades em Matemática deve-se dar ênfase à Resolução de Problemas, e apontam que dentre as competências da Matemática também inclui-se a *contextualização.* Em relação a está última, as autoras, tomando como referência os PCNEM:

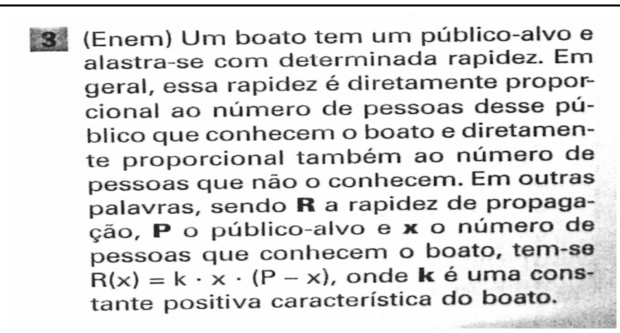
> • **contextualização** das ciências no âmbito sociocultural: análise crítica das idéias e recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas através do conhecimento científico. (BRASIL, 2006, p.15)

O “Manual do Professor” vêm ao encontro dessas recomendações, e apresentam um comentário extraído dos PCN+ conforme abaixo:

> Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação. (PCN+, apud SMOLE e DINIZ, 2005, p. 3)

Nesse sentido, as Orientações Curriculares recomendam que a contextualização pode ser feita por meio da Resolução de Problemas e que é importante à competência de analisar um problema e tomar as decisões necessárias à sua resolução.

Consideramos que a contextualização, está contemplada no livro analisado como, por exemplo, na seção “O Elo”, conforme já visto no item “Esporte” nesse capítulo da dissertação. Também pode ser observada nos problemas a seguir:



**3** (Enem) Um boato tem um público-alvo e alastra-se com determinada rapidez. Em geral, essa rapidez é diretamente proporcional ao número de pessoas desse público que conhecem o boato e diretamente proporcional também ao número de pessoas que não o conhecem. Em outras palavras, sendo **R** a rapidez de propagação, **P** o público-alvo e **x** o número de pessoas que conhecem o boato, tem-se $R(x) = k \cdot x \cdot (P - x)$, onde **k** é uma constante positiva característica do boato.

**Figura 58- Problema de Contextualização (p. 153)**

No Caderno do Professor, também a **Proposta Curricular** (SÃO PAULO, 2008) propõe, entre outros, que o professor deve procurar contextualizar os conteúdos. Na Figura X (exerc. 28 e 42), já apresentada, o problema se relaciona a uma situação do cotidiano. Encontramos também, no livro, problemas no contexto dos jogos[9]:

**Número de participantes:** 3 ou 4

**Material necessário:** uma cópia das tiras de propriedades e das cartas de funções. As tiras e cartas dessa cópia devem ser recortadas.

**Regras:**

- As cartas de funções são embaralhadas e, com as faces voltadas para baixo, dispostas sobre uma mesa ou carteira formando um monte.
- As tiras de propriedades também são embaralhadas e distribuídas em número igual por entre os jogadores. Cada um deve receber pelo menos 4 tiras. Nem todas precisam ser distribuídas.
- Para a primeira função retirada do monte, cada jogador seleciona, entre suas tiras, aquelas que correspondem a propriedades dessa função. Depois, os jogadores discutem entre si se as propriedades selecionadas são realmente válidas para a função em questão.
- Cada tira de propriedade corretamente escolhida representa um ponto para o jogador.
- Posteriormente, as tiras de propriedades são novamente juntadas, embaralhadas e distribuídas para os jogadores e outra função é retirada do monte. Os jogadores mais uma vez escolhem, entre suas tiras, as que apresentam propriedades da função selecionada.
- O jogo continua sucessivamente assim durante 4 ou 5 vezes, conforme combinado pelos jogadores.
- O ganhador será aquele que ao final tiver obtido o maior número de pontos.

**Tiras de propriedades**

Possui uma raiz positiva.

Possui uma raiz negativa.

Não tem raízes.

É decrescente em seu domínio.

Tem concavidade para baixo.

**Cartas de funções**

| | |
|---|---|
| $y = 2x + 1$ | $y = \frac{1}{2}x + 1$ |
| $y = 2x - 1$ | $y = \frac{1}{2}x - 1$ |
| $y = 3x - \frac{1}{4}$ | $y = x^2 + 3x + 2$ |
| $y = -x^2 - 3x - 2$ | $y = 2x^2 - 5x + 2$ |

**Figura 59 – Tira de propriedades para funções (p. 386)**

Na análise deste livro, podemos notar que houve preocupação de ser mantida a fidelidade aos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (1999), e que até mesmo as Orientações Curriculares (2006) e a nova Proposta Curricular (2008), foram contempladas, embora o livro tenha sido editado antes desses documentos. Assim, o capítulo sobre função quadrática do livro, em muitos pontos, está de acordo com os documentos oficiais aqui apresentados.

Terminamos a análise considerando, sob os critérios estabelecidos para esta pesquisa (p. 67), que, no capítulo sobre função quadrática, tem predominância a concepção de ensinar **para** a resolução de problemas, enquanto que o ensino

[9] Na imagem desse jogo apresentamos apenas algumas das tiras e algumas das cartas do jogo.

através da resolução de problemas se apresenta muito fraco e somente uma única vez em uma única seção do capítulo de função quadrática. Quanto aos tipos de problemas, os fechados, de reconhecimento, de treino e de conceitos foram encontrados com freqüência; os de raciocínio são menos freqüentes e em raros momentos foram propostos problemas em que o processo é aberto. O conteúdo quanto à conceituação, em geral, apresenta definição com formulação correta e objetividade, com enunciados precisos das proposições sem se alongar nas explanações sobre o conceito. A manipulação, é encontrada tanto na parte teórica, quanto nos problemas e exercícios. As aplicações dentro e fora da Matemática também foram encontradas na análise do livro, com relativa freqüência. Verificou-se que o capítulo sobre função quadrática do livro, em sua maioria, está adequado aos documentos oficiais em vários aspectos.

Passamos a seguir à análise do Livro 3 usando os mesmos critérios estabelecidos.

### 4.3 O Livro Didático 3

Livro 3: Matemática - Manoel Paiva, volume único, 1.ed., São Paulo: Moderna, 2005.

#### 4.3.1 Descrição da Estrutura do Livro

O livro de volume único, segundo o autor, foi elaborado de modo a oferecer, de forma clara e objetiva, conteúdos matemáticos fundamentais para o Ensino Médio.

O autor inicia o livro com uma brevíssima “Apresentação” em torno de meia página. O “Sumário” apresenta os conteúdos matemáticos constantes da obra. Esses conteúdos estão distribuídos em 34 capítulos que “ocupam” as 550 páginas da obra. Após o encerramento dos capítulos, Paiva fornece as “Respostas” dos problemas; uma “Lista de siglas de avaliações e vestibulares” que, na realidade, é uma lista de Universidades e Instituições que elaboram e organizam vestibulares; e uma “Bibliografia”.

Em seguida, o livro apresenta um “Suplemento com orientações para o professor” cujo Sumário está dividido em 10 partes: Apresentação da obra, Objetivos gerais da obra, O trabalho com o livro, Avaliação, Sugestões de leitura para o professor, Material de apoio, Considerações sobre a organização da obra, Conteúdos e objetivos específicos dos capítulos, Sugestões para o desenvolvimento dos capítulos e Resolução de exercícios.

Na primeira parte desse Suplemento, em “Apresentação da obra”, o autor comenta que todos os capítulos trazem várias “Atividades”, além de “Exercícios Complementares” que podem ser desenvolvidos conforme as necessidades didáticas com objetivo primordial de verificação do aprendizado. Os capítulos também contém o quadro “Leitura”, com um texto complementar sobre o conteúdo estudado.

Entre os “Objetivos gerais da obra”, o autor cita “Ampliar as possibilidades de representação por meio da linguagem Matemática, exercitando: a construção de esquemas, tabelas e gráficos; as argumentações lógicas; o uso de expressões algébricas etc.” (p. 5).

No item “O trabalho com o livro”, o autor ressalta que resolver problemas é um dos procedimentos matemáticos que objetivam o estudo dessa disciplina como ciência. O autor acrescenta que as leituras que aparecem nos capítulos podem ser trabalhadas como tema para pesquisa ou como problematização do texto.

Na quarta parte há várias sugestões para avaliação a qual Paiva considera que deve ser um processo, não uma série de obstáculos. Uma maneira de avaliar, entre outras, seria pedir ao aluno que explique, registrando no quadro-de-giz, as resoluções de problemas.

Nas “Sugestões de leitura” para o professor, Paiva traz várias bibliografias de Educação em Geral, de Matemática, de Educação Matemática, da História da Matemática, e de Documentos Oficiais e Revistas.

Em “Material de apoio” encontramos orientações sobre três estágios do pensamento científico em que pode estar o estudante do Ensino Médio: concreto,

concreto-abstrato e abstrato, e para exemplificá-los, o livro mostra, através de realização de experiências, como o professor pode trabalhar com os alunos.

Na parte 7, as "Considerações sobre a organização da obra" trazem os objetivos por grupos de capítulos. Consta que os capítulos de 5 a 11 tratam das funções, dizendo ser este um dos temas centrais do Ensino Médio. Para descrever as relações funcionais presentes no dia-a-dia, introduz-se o estudo de função observando a necessidade de tabelas e gráficos ou fórmulas Matemáticas, e é destacado que "O estudo das funções permite ao aluno iniciar-se na linguagem das ciências, expressando relações entre grandezas dentro e fora da Matemática".(p.13).

Apresentados em forma de quadros, os "Conteúdos e objetivos específicos dos capítulos" estão distribuídos por assuntos e por seus respectivos objetivos.

O tema função quadrática aparece no capítulo 8 intitulado "Função polinomial do 2º grau ou função quadrática", cujas subseções e objetivos estão distribuídos conforme modelo abaixo:

| Capítulo 8 Função polinomial do 2º grau ou função quadrática | |
|---|---|
| **Conteúdo** | **Objetivos** |
| 1. Conceituação<br>2. Gráfico de uma função polinomial do 2º grau<br>3. Pontos notáveis da parábola<br>4. Máximo e mínimo de uma função polinomial do 2º grau<br>5. Variação de sinal de uma função polinomial do 2º grau<br>6. Inequação do 2º grau | Ao final do capítulo, o aluno deve estar preparado para:<br>• esboçar o gráfico de uma função quadrática a partir da lei de associação;<br>• determinar a lei de associação a partir do gráfico da função quadrática;<br>• determinar os pontos notáveis da parábola (intersecções com os eixos coordenados e vértice);<br>• determinar o domínio e o conjunto-imagem de uma função quadrática ou de uma restrição desse tipo de função;<br>• determinar o máximo ou o mínimo de uma função quadrática;<br>• aplicar os conceitos de máximo ou mínimo de uma função quadrática na resolução de problemas;<br>• discutir a variação de sinal de uma função quadrática e aplicar na resolução de problemas;<br>• resolver inequações do 2º grau;<br>• resolver inequações-produto ou inequações-quociente envolvendo funções polinomiais do 1º ou do 2º grau. |

**Figura 60 – Conteúdo sobre Função Quadrática (p. 16)**

Na penúltima parte, em “Sugestões para o desenvolvimento dos capítulos”, em especial no capítulo 8, no qual está inserido o objeto de estudo desta pesquisa, o autor propõe apresentar a função polinomial do 2º grau a partir de um problema que é trazido no início do capítulo.

É sugerido que as inequações-produto e inequações-quociente sejam estudadas com o objetivo de ampliar o que o aluno já sabia sobre isso, envolvendo outras funções polinomiais e não somente as do 1º grau.

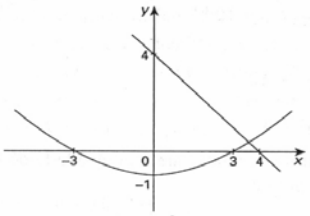
Nesse sentido, o livro traz a seguinte sugestão:

**▶ Inequação-produto e inequação-quociente**

O aluno já trabalhou com inequações-produto e inequações-quociente envolvendo funções polinomiais do 1º grau. O objetivo, agora, é ampliar um pouco essa idéia.

Apresentar os gráficos das funções:

$f(x) = 4 - x$ e $g(x) = \frac{x^2}{9} - 1$




A seguir, montar a expressão:

$(4 - x)\left(\frac{x^2}{9} - 1\right)$

Propor as perguntas a seguir.

- Se atribuirmos o valor 5 para $x$, essa expressão será positiva ou negativa?
- Se atribuirmos o valor $-6$ para $x$, essa expressão será positiva ou negativa?
- Se atribuirmos o valor $\frac{1}{129}$ para $x$, essa expressão será positiva ou negativa?
- Se atribuirmos o valor 17.953 para $x$, essa expressão será positiva ou negativa?

Verificar se algum aluno percebeu a técnica para descobrir o sinal da expressão somente observando os gráficos. Se ninguém descobriu, insistir com novas perguntas. Isso faz com que toda a classe pense no assunto. O desfecho é a resolução da inequação-produto:

$(4 - x)\left(\frac{x^2}{9} - 1\right) > 0$

Observando os gráficos, temos que:

a) para todo $x$ à esquerda de $-3$, as duas funções $f$ e $g$ assumem valores positivos, portanto $f \cdot g > 0$;

b) para todo $x$ entre $-3$ e 3, a função $f$ assume valores positivos, e a função $g$ assume valores negativos, portanto $f \cdot g < 0$;

c) para todo $x$ entre 3 e 4, as duas funções $f$ e $g$ assumem valores positivos, portanto $f \cdot g > 0$;

d) para todo $x$ à direita de 4, a função $f$ assume valores negativos, e a função $g$ assume valores positivos, portanto $f \cdot g < 0$.

Concluímos, então, que o conjunto solução da inequação é:

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -3 \text{ ou } 3 < x < 4\}$

**Figura 61 – Sugestão para Desenvolvimento de Inequação-Produto e Inequação- Quociente (p. 31)**

Por fim, na parte 10, intitulada “Resolução de exercícios”, há uma repetição da seção “Respostas”, que sucede os capítulos, onde são dadas, na realidade, as soluções dos problemas.

### 4.3.2 Análise do Livro

A seguir faremos a análise do Livro 3 quanto aos critérios já mencionados e utilizados nas análises dos outros livros.

#### 4.3.2.1 Concepções em Ensinar Sobre, Para e Através de Resolução de Problemas.

A concepção de ensinar **sobre** resolução de problemas não foi observada durante a descrição da estrutura do livro e nem no decorrer do capítulo 8 – função quadrática.

Na "Apresentação da obra", no Suplemento do professor, quando o autor fala de aplicação da teoria Matemática no desenvolvimento dos exercícios resolvidos, podemos considerar que se trata de ensinar **para** a resolução de problemas.

Essa concepção, de ensinar **para** a resolução de problemas, é bastante presente no capítulo 8, de função quadrática, que vai da página 125 a página 140 do livro. O autor traz, na estrutura das seções do capítulo, ora a definição seguida de exercícios resolvidos, ora a definição seguida de exemplos e exercícios resolvidos e, somente após estes, o autor apresenta as atividades para serem resolvidas.

## 6. INEQUAÇÃO DO 2º GRAU

Chama-se **inequação do 2º grau** toda inequação que pode ser representada numa das seguintes formas:

$ax^2 + bx + c > 0$ $\quad$ $ax^2 + bx + c < 0$ $\quad$ $ax^2 + bx + c \neq 0$

$ax^2 + bx + c \geq 0$ $\quad$ $ax^2 + bx + c \leq 0$

com $\{a, b, c\} \subset \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

A resolução desse tipo de inequação é fundamentada no estudo da variação de sinal da função polinomial do 2º grau, conforme mostram os exercícios resolvidos a seguir.

**EXERCÍCIOS RESOLVIDOS**

**R5** Resolver, em $\mathbb{R}$, a inequação $x^2 - 2x - 3 > 0$.

*Resolução*

Uma boa maneira de resolver uma inequação do tipo $f(x) > 0$, ou com as relações $\geq$, $<$, $\leq$, é construindo o gráfico da função $f$.

- Raízes da função $f(x) = x^2 - 2x - 3$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \dfrac{-(-2) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \dfrac{2 \pm 4}{2}$

Logo: $x_1 = -1$ e $x_2 = 3$

Portanto, a parábola intercepta o eixo $Ox$ nos pontos de abscissas $x_1 = -1$ e $x_2 = 3$.

- **Gráfico de $f$**

Como o coeficiente de $x^2$ é positivo ($a > 0$), a parábola possui a concavidade voltada para cima, conforme o gráfico ao lado.

A inequação pede os valores de $x$ para os quais $f(x) > 0$, ou seja, $x^2 - 2x - 3 > 0$. Essa desigualdade ocorre se, e somente se, $x < -1$ ou $x > 3$. Logo, o conjunto solução é:

$$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ ou } x > 3\}$$

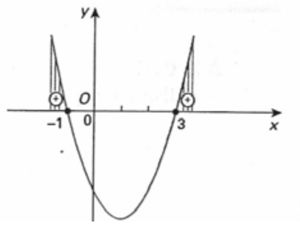



**Figura 62 – Inequação do 2° grau (Definição e Exemplo) (p. 135, 136)**

O autor apresenta mais exemplos e, em seguida, um conjunto de atividades como:

**10** Para que valores de $m$, com $m \in \mathbb{R}$, a função $f(x) = 4x^2 - 3x + m - 1$ é positiva para qualquer $x$, com $x \in \mathbb{R}$?

**12** Resolva, em $\mathbb{R}$, as inequações:

a) $(x^2 - 7x + 6)(2x + 4) < 0$

b) $(x^2 - 6x + 8)(-x^2 + 8x - 15) \geq 0$

c) $\dfrac{x^2 - 6x + 5}{2x - 4} < 0$

d) $\dfrac{x^2 - 5x + 6}{-x^2 + 25} \geq 0$

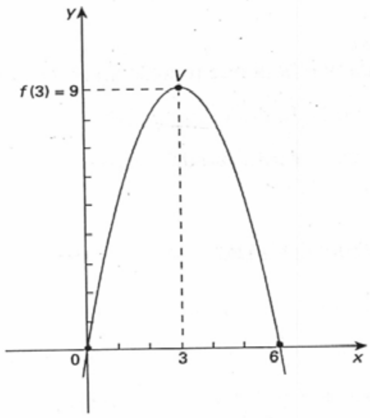
**Figura 63 – Inequação do 2° grau (p. 137, 138)**

Outro exemplo da presença dessa concepção de ensinar **para** a resolução de problemas pode ser encontrada na forma como Paiva apresenta o conteúdo relativo ao valor máximo e mínimo da função quadrática. Seguiu-se o problema resolvido R4 e, enfim, o problema proposto nº 6, conforme abaixo:

Os conceitos de **valor máximo** e de **valor mínimo** de funções são fundamentais em várias áreas: na indústria, busca-se sempre o custo mínimo de produção; em balística, calcula-se a altura máxima e a distância máxima que deverá atingir um projétil; nas Ciências Atuárias, determina-se o preço mínimo que deve ter uma apólice de seguros etc. Neste item, os conceitos de valor máximo e de valor mínimo serão estudados, especificamente, para funções polinomiais do 2º grau.

## Valor máximo de uma função quadrática

Seja a função $f(x) = -x^2 + 6x$, cujo gráfico é:




Note que $f(3) \geq f(x)$, $\forall x$, com $x \in D(f)$. Por isso dizemos que:

- $f(3) = 9$ é o *valor máximo* da função $f$;
- 3 é o *ponto de máximo* da função $f$.

Se o ponto $V$ é vértice da parábola que representa graficamente a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a < 0$, então a abscissa de $V$, $-\dfrac{b}{2a}$, é ponto de máximo e a ordenada de $V$, $-\dfrac{\Delta}{4a}$, é o valor máximo da função $f$.

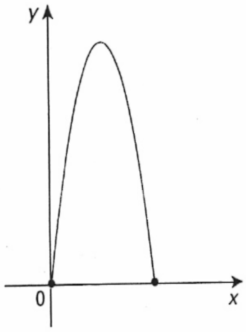
**Figura 64 – Máximo e Mínimo de uma Função Polinominal do 2° grau (p. 131, 132)**

## EXERCÍCIO RESOLVIDO

**R4** Um físico lançou uma pedra obliquamente para cima, constatando que a equação da trajetória do objeto era $y = -\frac{x^2}{5} + 8x$, em que $y$, em metros, é a altura atingida pela pedra para um deslocamento $x$, em metros, na horizontal. O gráfico dessa função é apresentado ao lado.

a) Qual foi a altura máxima atingida pela pedra?

b) Qual foi o deslocamento $x$ para que a pedra atingisse a altura máxima?




*Resolução*

Vamos obter os pontos notáveis da parábola que contém a trajetória da pedra.

- *Intersecção com o eixo Ox*

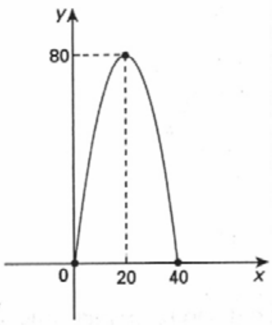
$$-\frac{x^2}{5} + 8x = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ ou } x = 40$$

Logo, a parábola intercepta o eixo $Ox$ nos pontos (0, 0) e (40, 0). Note que (0, 0) também é o ponto onde a parábola intercepta o eixo $Oy$.

- *Vértice*

$$x_V = -\frac{b}{2a} = \frac{-8}{2 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)} = 20 \quad \text{e} \quad y_V = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-64}{4 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)} = 80$$

Assim, podemos acrescentar essas informações ao gráfico apresentado no enunciado:




Concluindo:

a) A altura máxima atingida pela pedra, que é a ordenada do vértice da parábola, foi de 80 m.

b) O deslocamento $x$ para que a pedra atingisse a altura máxima, que é a abscissa do vértice da parábola, foi de 20 m.

**Figura 65 – Exemplo de Máximo e Mínimo (p. 132, 133)**

**6** Sabe-se que, sob um certo ângulo de tiro, a altura $h$ atingida por uma bala, em metros, em função do tempo $t$, em segundos, é dada por $h(t) = -20t^2 + 200t$.
Qual é a altura máxima atingida pela bala? Em quanto tempo, após o tiro, a bala atinge a altura máxima?

**Figura 67 – Problema de Máximo e Mínimo (p. 133)**

No início do capítulo o autor apresenta uma situação-problema para formar um exemplo de função do tipo f(x) = ax² + bx+ c, mas não deixa nada para ser resolvido que necessite de novos conhecimentos sobre função quadrática, por isso podemos considerar que não se trata de ensinar **através** da resolução de problemas.

Suponha que uma indústria fabrique baldes de plástico. O custo de produção para esse utensílio é composto de várias parcelas correspondentes a molde, matéria-prima, salário dos operários, transporte, energia elétrica, aluguéis, impostos etc. Algumas dessas parcelas são fixas, independentemente do número de unidades produzidas. Assim, o custo de produção por unidade diminui conforme aumenta o número de unidades produzidas.

Admitindo que, sob determinadas restrições, para cada $x$ baldes fabricados, o custo de produção por balde seja $50 - \frac{x}{1.000}$ centavos, o custo total dessa produção, em centavos, é dado por:

$$f(x) = x\left(50 - \frac{x}{1.000}\right) \Rightarrow f(x) = -\frac{x^2}{1.000} + 50x$$

Neste capítulo, vamos estudar funções como a desse exemplo, isto é, funções do tipo:

$$y = ax^2 + bx + c, \text{ com } \{a, b, c\} \subset \mathbb{R} \text{ e } a \neq 0$$

**Figura 68 – Situação-Problema (início do capítulo) (p. 125)**

Em seguida é dada a definição de função quadrática e uma lista de exemplos algébricos desse tipo de função.

Toda função do tipo $y = ax^2 + bx + c$, com $\{a, b, c\} \subset \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, é denominada função polinomial do 2º grau ou função quadrática.

**Exemplos**

a) $y = 3x^2 - x - 2$

b) $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$

c) $f(x) = 4x^2 - 2$

d) $f(x) = \frac{5x^2}{3} - \frac{x}{2}$

e) $y = x^2$

f) $f(x) = \frac{3x^2}{2} + 2$

g) $g(x) = 6 + x^2$

**Figura 69 - Função Quadrática (definição e exemplos) (p. 125)**

Embora o autor não coloque o problema inicial como veículo para aprendizagem de novos conceitos, o professor poderá fazer uso dessa situação inicial com essa finalidade. Ele pode propor questões e desencadear atitudes de investigação que levem os alunos à necessidade de aprender os conteúdos de função quadrática que estão sendo introduzido pelo professor.

Observamos assim que, em geral, a concepção de ensinar **para** a resolução de problemas, se apresenta com maior freqüência no capítulo 8. Na realidade, essa é a única concepção que observamos no capítulo.

### 4.3.2.2 Conteúdo quanto à Conceituação, Manipulação e Aplicação

O autor apresenta, logo no início do capítulo, o sub-título "**Conceituação**", enunciando uma situação como exemplo de aplicação de função quadrática (Figura XX); logo após expõe a definição e exemplos de função quadrática.

Em geral o autor apresenta as definições resumidamente, chamando a atenção por meio de cores realçadas; apresenta em seguida exemplos e, em alguns momentos exercícios resolvidos.

Não observamos nenhuma demonstração durante a apresentação dos conceitos, ou mesmo alguma discussão ou observação extra a respeito deles que pudesse facilitar ou ampliar a compreensão para o aluno. São, portanto, sucintos quanto a esclarecimentos, deduções ou detalhes nas definições. Tomamos como exemplo o conteúdo que o livro apresenta relativo ao vértice da parábola.

Demonstra-se que as coordenadas do vértice $V(x_V, y_V)$ da parábola de equação $y = ax^2 + bx + c$ são dadas por:

$$x_V = -\frac{b}{2a} \quad \text{e} \quad y_V = -\frac{\Delta}{4a}$$

em que $\Delta = b^2 - 4ac$.

**Figura 70 – Vértice da Parábola (p. 128)**

Percebemos somente que o autor, em alguns momentos, sem se alongar, por meio dos exemplos ou exercícios resolvidos, procura detalhar a resolução com o objetivo de expandir os conceitos que não foram apresentados na definição.

Aspectos importantes no estudo da função quadrática como a forma canônica, a forma fatorada e completamento do quadrado, não foram observados durante a análise do capítulo.

Quanto à **manipulação** verificamos que alguns conteúdos se enquadram nesse contexto. O autor, após apresentar exemplos ou exercícios resolvidos pede, nas “Atividades”, problemas parecidos com os que resolveu, mudando às vezes e muito pouco o enunciado.

**R1** Esboçar o gráfico de cada uma das seguintes funções polinomiais do 2º grau, a partir de seus pontos notáveis.

a) $y = x^2 - 6x + 5$ b) $y = 4x^2 + 2x + 1$ c) $y = -2x^2 + 4x - 2$

Resolução

a) Temos, neste caso, uma parábola com a concavidade voltada para cima, pois $a > 0$. Vamos obter os pontos notáveis dessa curva:

• *Intersecção com o eixo Ox*

Atribui-se o valor zero à variável $y$: $x^2 - 6x + 5 = 0$

Obtemos $\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 16$. Como $\Delta > 0$, a parábola intercepta o eixo $Ox$ em dois pontos distintos: $(x_1, 0)$ e $(x_2, 0)$, em que $x_1$ e $x_2$ são as raízes da função, obtidas por:

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} \Rightarrow x = 1 \text{ ou } x = 5$$

Logo, a parábola intercepta o eixo $Ox$ nos pontos $(1, 0)$ e $(5, 0)$.

• *Intersecção com o eixo Oy*

Atribui-se o valor zero à variável $x$: $y = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 \Rightarrow y = 5$

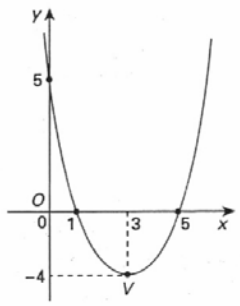
Logo, a parábola intercepta o eixo $Oy$ no ponto $(0, 5)$.

• *Vértice*

As coordenadas do vértice $V(x_V, y_V)$ da parábola são dadas por:

$$x_V = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = 3 \quad \text{e} \quad y_V = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-16}{4 \cdot 1} = -4$$

A partir desses pontos notáveis, podemos esboçar o gráfico:



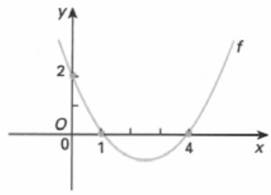

**1** A partir dos pontos notáveis das funções abaixo, esboce o gráfico e determine o domínio e o conjunto-imagem de cada uma delas:

a) $y = x^2 - 2x - 3$
b) $y = -4x^2 + 8x$
c) $y = 2x^2 - 2x + 1$
d) $y = x^2 - 2x + 1$
e) $y = -x^2 - 9$

**Figura 71 – Problema de Manipulação (p. 130)**

Alguns problemas, embora de teor manipulativo, levam o aluno a raciocinar, pois apresenta maior dificuldade para resolução.

**R3** Observando o gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, determinar $a$, $b$ e $c$.




*Resolução*

- $(0, 2) \in f \Rightarrow 2 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c$
- $(1, 0) \in f \Rightarrow 0 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c$
- $(4, 0) \in f \Rightarrow 0 = a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c$

Assim, para determinar $a$, $b$ e $c$, basta resolvermos o sistema: $\begin{cases} c = 2 & \text{(I)} \\ a + b + c = 0 & \text{(II)} \\ 16a + 4b + c = 0 & \text{(III)} \end{cases}$

Substituindo $c$ por 2 em (II) e (III) e, a seguir, multiplicando por $-4$ ambos os membros de (II), temos:

$$\begin{cases} a + b + 2 = 0 \quad \times(-4) \\ 16a + 4b + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4a - 4b - 8 = 0 \\ 16a + 4b + 2 = 0 \end{cases}$$

Somando, membro a membro, essas duas últimas equações, temos: $12a - 6 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

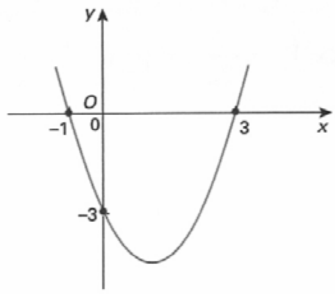
Substituindo, em (II), $a$ por $\frac{1}{2}$ e $c$ por 2, obtemos:

$$\frac{1}{2} + b + 2 = 0 \Rightarrow b = -\frac{5}{2}$$

Temos, então: $a = \frac{1}{2}$, $b = -\frac{5}{2}$ e $c = 2$

## ATIVIDADES

**2** O gráfico da função $y = ax^2 + bx + c$ é o apresentado abaixo.




Determine:

a) os valores de $a$, $b$ e $c$.

b) o conjunto-imagem dessa função.

**Figura 72- Problema De Manipulação (p. 130, 131)**

Não podemos deixar de destacar esse último problema 2, o qual exige recursos a outros conteúdos da Matemática como, por exemplo, resolução de um sistema de equações; um problema rico e não usual que requer raciocínio, pensamento reverso, passagem do registro Figural para a linguagem algébrica e, por isso, o aluno tem dificuldade para resolvê-lo.

Observamos que embora este tenha sido o único problema com tais características, ele representa uma contribuição relevante para o processo de ensino e aprendizagem de uma função quadrática, neste capítulo do livro de Paiva.

Como o autor comenta na "Apresentação da obra", o objetivo dos exercícios também é a "verificação do aprendizado, pois permitem avaliar se os alunos compreenderam os conteúdos conceituais e assimilaram os procedimentos envolvidos" (p. 5).

Acreditamos que, embora a manipulação pareça muitas vezes restringir-se a técnicas mecanizadas, ela ajuda na aprendizagem, pois com a prática da manipulação o aluno pode memorizar fatos básicos necessários ao entendimento de alguns conceitos apresentados e, além disso, desenvolver habilidades de realização de algoritmos e processos necessários à Resolução de Problemas.

No tocante às **aplicações** do conteúdo**,** os problemas são relacionados ao dia-a-dia do aluno ou envolvem outras áreas, dentro e fora da Matemática. No capítulo foram observados problemas aplicados:

- à Física:

**23** Ao lançar uma pedra em um lago, um estudante observou que na primeira onda circular gerada pelo impacto da pedra na água o raio aumenta à velocidade de 3 m/s. Assim, a área do círculo limitado por essa onda cresce em função do tempo. Calcule a taxa média de variação dessa área no intervalo de 2 a 5 segundos após o impacto.

**Figura 73- Problema de Aplicação (Física) (p. 140)**

- à Economia:

**7** Uma indústria pode produzir diariamente $x$ refrigeradores, com $20 \leqslant x \leqslant 50$, com o custo unitário $y$, em reais, dado pela função $y = x^2 - 80x + 2.000$.

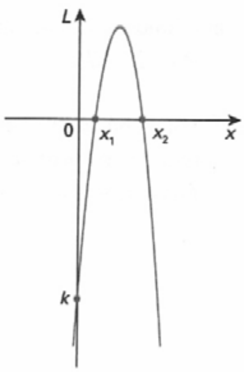
a) Qual será o custo unitário de produção se forem fabricados 20 refrigeradores por dia?

b) Qual será o custo unitário de produção se forem fabricados 50 refrigeradores por dia?

c) Quantos refrigeradores devem ser fabricados por dia para que o custo unitário de produção seja mínimo?

d) Qual é o custo unitário mínimo de produção?

**22** O custo $C$ da construção de um prédio de 31 apartamentos foi de 600 mil dólares. O construtor espera que a receita $R$, em milhares de dólares, apurada pela venda dos apartamentos, cresça de acordo com a função $R = -x^2 + 62x$, em que $x$ é o número de apartamentos vendidos. O lucro $L$ é a diferença entre a receita $R$ e o custo $C$ da obra, isto é, $L = -x^2 + 62x - 600$.




a) O gráfico da função $L$ é formado por pontos isolados da parábola ao lado (não é toda a parábola, porque a variável $x$ assume apenas valores naturais, sendo $0 \leqslant x \leqslant 31$). Determine as abscissas $x_1$ e $x_2$ e a ordenada $k$ dos pontos comuns ao gráfico e aos eixos coordenados.

b) De acordo com o gráfico do item (a), qual é o menor número de apartamentos que devem ser vendidos para que o lucro passe a ser positivo?

c) Depois de vendidos todos os apartamentos, qual será a porcentagem de lucro sobre o custo da obra?

**Figura 74 – Problema de aplicação (Economia) (p. 133, 140)**

- à Matemática Financeira:

**11** O atual saldo bancário de um cliente é R$ 2.000,00. Iniciando a contagem do tempo a partir desse instante (portanto, associamos o tempo zero a esse instante), a cada dia, num período de 30 dias, a conta desse cliente receberá, em reais, um crédito de $100t$ e um débito de $10t^2$, sendo que $t$ representa o tempo em dias.

a) Dê o saldo $S$ desse cliente em função do tempo $t$, nesse período.

b) Daqui a quantos dias o saldo desse cliente atingirá o maior valor, nesse período?

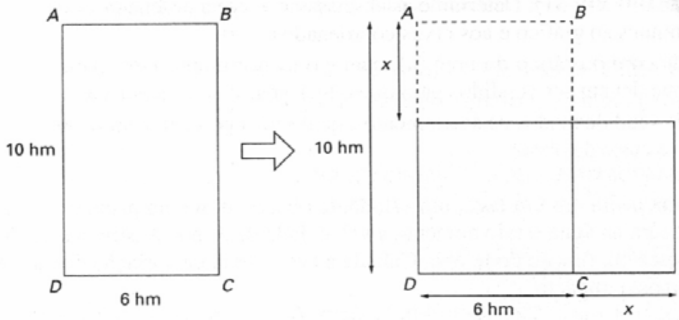
c) Para que valores de $t$ o saldo $S$ é positivo?

d) Considerando a ordem crescente, qual é o primeiro valor de $t$ em que $S < 0$?

**Figura 75 – Problema de aplicação (Matemática Financeira) (p. 138)**

- à Geometria e ao cotidiano:

**17** Uma chácara retangular *ABCD* possui 10 hm de comprimento por 6 hm de largura. O proprietário pretende vender uma faixa de terra, diminuindo $x$ hm no comprimento, e, ao mesmo tempo, comprar uma faixa de terra, aumentando $x$ hm na largura, conforme figura.




Indicando por $y$ a área da nova chácara, podemos afirmar que a equação que expressa $y$ em função de $x$ e a área máxima que a nova chácara pode ter são, respectivamente:

a) $y = -x^2 + 16x + 60$ e $124 \text{ hm}^2$

b) $y = -x^2 + 8x + 6$ e $22 \text{ hm}^2$

c) $y = -x^2 + 6x + 10$ e $19 \text{ hm}^2$

d) $y = -x^2 - 2x + 60$ e $61 \text{ hm}^2$

e) $y = -x^2 + 4x + 60$ e $64 \text{ hm}^2$

**Figura 76 – Problema de aplicação (Geometria) (p. 139)**

- à Matemática Financeira:

**19** (PUC-SP) Usando uma unidade monetária conveniente, o lucro obtido com a venda de uma unidade de certo produto é $x - 10$, sendo $x$ o preço de venda e 10 o preço de custo. A quantidade vendida, a cada mês, depende do preço de venda e é, aproximadamente, igual a $70 - x$. Nas condições dadas, o lucro mensal obtido com a venda do produto é, aproximadamente, uma função quadrática de $x$, cujo valor máximo, na unidade monetária usada, é:

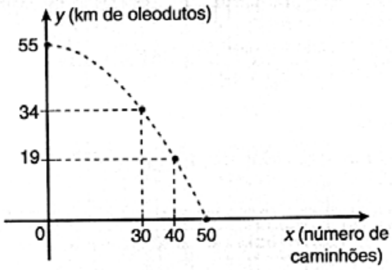
a) 1.200 b) 1.000 c) 900 d) 800 e) 600

**Figura 77 – Problema de aplicação (Matemática Financeira) (p. 139)**

No campo “Leituras” também pode-se observar tal tratamento do conteúdo quanto à aplicação. O autor apresenta uma situação na área da Economia, mostrando o gráfico da chamada “curva de possibilidade de produção”, envolvendo função polinomial do segundo grau relacionada a outras áreas.

Imagine que uma empresa petrolífera destine determinada verba para a construção de oleodutos ou compra de caminhões. O dinheiro pode ser empregado apenas na compra de caminhões, ou apenas na construção de oleodutos, ou, ainda, uma parte na compra de caminhões e a outra na construção de oleodutos.

Algumas das possibilidades estão descritas no gráfico abaixo:




Em Economia, esse gráfico é chamado de **curva de possibilidade de produção**. Essa curva pode ser aproximada por uma função polinomial do segundo grau do tipo $y = ax^2 + bx + c$. Para chegar aos valores de $a$, $b$ e $c$, substituem-se $x$ e $y$ pelas coordenadas de cada um de três pontos escolhidos no gráfico, por exemplo, (50, 0), (0, 55) e (40, 19), obtendo-se o sistema:

$$\begin{cases} a \cdot 50^2 + b \cdot 50 + c = 0 \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 55 \\ a \cdot 40^2 + b \cdot 40 + c = 19 \end{cases}$$

cuja solução é $a = -\frac{1}{50}$, $b = -\frac{1}{10}$ e $c = 55$.

Assim, a função polinomial do segundo grau que aproxima esse gráfico é:

$$y = -\frac{x^2}{50} - \frac{x}{10} + 55$$

**Figura 78 – Função polinominal do 2º grau na Economia (p. 138)**

Conforme já observado na análise do livro 1, aqui também o autor não faz referência às unidades de medida, explicitando a resposta sem destacar que se refere a Km de oleodutos.

Ao concluirmos este item da análise percebemos que os tratamentos do conteúdo quanto à conceituação, manipulação e aplicação, foram observados no livro. A conceituação está bastante concisa e os problemas de manipulação foram abordados em maior quantidade durante o capítulo 8. Embora o autor não destaque a interdisciplinaridade podemos observar que ela se faz presente nos problemas de aplicação apresentados.

### 4.3.2.3 Tipos de Problemas

Analisaremos, agora, os tipos de problemas, se são abertos ou fechados, se são de reconhecimento, de treino, de raciocínio, ou de conceitos, no capítulo 8 de função quadrática.

Na análise empreendida vimos que, neste livro, a maioria dos problemas é do tipo fechado, onde a situação inicial, o processo e a resposta do problema são pré-determinados; em geral têm somente uma resposta correta, dada no final do livro.

Podemos perceber esta característica desde o início do capítulo, quando o autor apresenta alguns problemas resolvidos em que estuda o gráfico, o domínio, a imagem e aspectos da função quadrática a partir dos pontos notáveis. Então propõe ao aluno:

**ATIVIDADES**

**1** A partir dos pontos notáveis das funções abaixo, esboce o gráfico e determine o domínio e o conjunto-imagem de cada uma delas:

a) $y = x^2 - 2x - 3$ c) $y = 2x^2 - 2x + 1$ e) $y = -x^2 - 9$

b) $y = -4x^2 + 8x$ d) $y = x^2 - 2x + 1$

**Figura 79 – Problema Fechado (p. 130)**

Assim, o aluno não tem que buscar, explorar ou escolher processos de resolução, pois tudo já está previamente indicado. O mesmo acontece na seção 5, onde o autor apresenta um resumo de variação de sinal da função e, em seguida, expõe os casos de discussão da variação de sinal de uma função polinomial do 2º grau para, então, propor ao aluno:

**ATIVIDADES**

**8** Discuta a variação de sinal de cada uma das funções:

a) $f(x) = x^2 - 5x + 4$

b) $y = -x^2 + x + 2$

c) $y = \frac{x^2}{2} - x + \frac{1}{2}$

d) $f(x) = -x^2 + 6x - 9$

e) $f(x) = 3x^2 - x + 1$

f) $f(x) = -\frac{2x^2}{3} + x - \frac{4}{3}$

**Figura 74 – Variação de sinal (exemplo de Problema Fechado) (p. 135)**

No campo “exercícios resolvidos” da seção 6, sobre “Inequação do 2º grau”, especificamente no “R5”, o autor apresenta duas maneiras de resolver a inequação $x^2 - 2x - 3 > 0$, e com resposta única. Este caso sugere processos alternativos, embora não fiquem totalmente abertos, pois se trata de um problema que abrange mais de um caminho para chegar à sua solução, que é única.

Problemas do tipo aberto, seja na situação inicial, seja durante o processo, ou na resposta final, não foram encontrados durante a análise, nem mesmo problemas onde a situação inicial é dada e possui mais de uma resposta.

Com relação aos **problemas de reconhecimento**, buscamos aqueles onde é dado o problema sem identificar qualquer tema ou aspecto relacionado à função quadrática, mas o aluno precisa reconhecer através do enunciado, identificando-os.

Exemplo:

**25** Um pequeno agricultor estima que para o próximo ano as produções de arroz e soja de seu sítio totalizem $x$ toneladas de grãos. A previsão é de que o custo de produção de cada tonelada de arroz seja $202 + \frac{120}{x + 10}$ reais e o de cada tonelada de soja seja $204 + \frac{40}{x}$ reais. Determine a quantidade $x$ de toneladas de grãos que devem ser produzidas nesse sítio no próximo ano para que o custo de produção da tonelada de soja seja menor que o custo de produção da tonelada de arroz.

**Figura 75 – Problema de Reconhecimento (p. 140)**

Para a resolução do problema nº 25 o aluno necessita do conhecimento da inequação e sua forma de resolução, identificando as raízes, o vértice da função quadrática, o gráfico , entre outros.

Os **problemas de treino** são os que aparecem com maior freqüência; a presença deles é justificada no “Suplemento com orientações para o professor”; na “Apresentação da obra”, onde o autor comenta que as Atividades e os Exercícios Complementares são para **fixação e revisão dos conteúdos**. O desenvolvimento desses exercícios, além de servir para revisão, podem ser utilizados como reforço do conteúdo trabalhado.

**9** Resolva, em $\mathbb{R}$, as inequações do 2º grau:

a) $x^2 - 3x - 4 > 0$

b) $3x^2 - 2x \leqslant 0$

c) $-x^2 + x + 12 > 0$

d) $x^2 - 2x + 1 < 0$

e) $x^2 - 6x + 9 \leqslant 0$

f) $x^2 - x + 6 > 0$

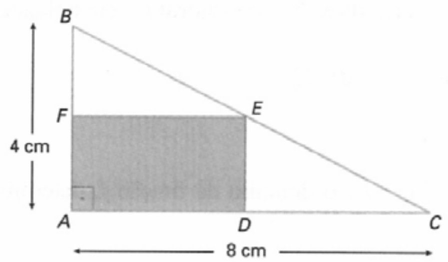
g) $-\dfrac{3x^2}{2} + x - \dfrac{1}{2} \geqslant 0$

**Figura 76 – Problema de Treino (p. 135, 137)**

Os **problemas de raciocínio**, que exigem um pouco mais de perspicácia por parte do aluno, são encontrados geralmente nas seções intituladas “Atividades” e em alguns exemplos resolvidos pelo autor. Em geral, estão descritos em linguagem do cotidiano ou relacionados a outras áreas, fugindo do formalismo puro dos conceitos de função quadrática, permitindo que o aluno estabeleça relações que vão além do âmbito exclusivo da Matemática Pura.

Exemplo:

**20** Um triângulo $ABC$, retângulo em $A$, possui os catetos $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ medindo, respectivamente, 4 cm e 8 cm. Um retângulo $ADEF$ é inscrito nesse triângulo, de modo que os pontos $D$, $E$ e $F$ pertençam, respectivamente, aos lados $\overline{AC}$, $\overline{CB}$ e $\overline{AB}$. Calcule a área máxima que pode ter esse retângulo.




**Sugestões:** Faça $EF = x$; pela semelhança entre os triângulos $ABC$ e $DEC$, determine, em função de $x$, a medida do lado $\overline{DE}$; calcule a área $S$ do retângulo, em função de $x$.

**Figura 77 – Problema de Raciocínio (p. 140)**

É interessante observar que embora o autor apresente sugestões para a resolução do problema, o aluno acaba sendo seduzido para utilização desta forma de resolução do problema, pois está habituado a uma prática de repetir os procedimentos que lhe são apresentados pelo professor ou pelo livro didático, antes da resolução de algum problema.

Problemas nos quais o aluno deve utilizar um conceito para resolvê-los, que chamamos de **problemas de conceitos**, são encontrados, geralmente, nas atividades após a teoria; estão propostos no início da seção “Atividades”.

Exemplo:

**5** Esboce o gráfico e determine o valor máximo (ou o mínimo) e o ponto de máximo (ou o de mínimo) de cada uma das funções:

a) $y = x^2 - 8x + 7$ c) $y = -x^2 + 2x + 8$

b) $y = -2x^2 + 2x - 3$ d) $y = 3x^2 - 2x + 1$

**Figura 78 – Problema de Conceito (p. 133)**

Os conceitos envolvidos para resolução desses exercícios são os de vértice da parábola, de gráfico da parábola e os de valor máximo e de valor mínimo da função quadrática.

### 4.3.2.4 Adequação aos Documentos e Orientações Oficiais

Dentre os objetivos apontados pelos **PCNEM** (BRASIL, 1999), no que se refere às funções quadráticas, lembramos que o aluno deve ser levado a ler, interpretar e utilizar diferentes formas de representação (tabelas, gráficos, expressões), identificar, analisar e aplicar conhecimentos sobre valores de variáveis, representados em gráficos, diagramas ou expressões algébricas;[...]. No livro de Paiva (2005), podemos observar que no item “Conteúdos e objetivos específicos dos capítulos”, no “Suplemento com Orientações ao Professor”, o autor comenta que no final do capítulo o aluno deve estar preparado para:

> [...]esboçar o gráfico de uma função quadrática a partir da lei de associação; determinar a lei de associação a partir do gráfico da função quadrática; determinar os pontos notáveis da parábola (intersecções com os eixos coordenados e vértice);[...] (PAIVA, 2005, p. 16).

O capítulo do livro de Paiva atende a esses objetivos. Durante o capítulo, observamos que o aluno está sendo orientado quanto a esses aspectos, conforme o exemplo:

**R1** Esboçar o gráfico de cada uma das seguintes funções polinomiais do 2º grau, a partir de seus pontos notáveis.

a) $y = x^2 - 6x + 5$ b) $y = 4x^2 + 2x + 1$ c) $y = -2x^2 + 4x - 2$

<u>Resolução</u>

a) Temos, neste caso, uma parábola com a concavidade voltada para cima, pois $a > 0$. Vamos obter os pontos notáveis dessa curva:

• *Intersecção com o eixo Ox*

Atribui-se o valor zero à variável $y$: $x^2 - 6x + 5 = 0$

Obtemos $\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 16$. Como $\Delta > 0$, a parábola intercepta o eixo $Ox$ em dois pontos distintos: $(x_1, 0)$ e $(x_2, 0)$, em que $x_1$ e $x_2$ são as raízes da função, obtidas por:

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} \Rightarrow x = 1 \text{ ou } x = 5$$

Logo, a parábola intercepta o eixo $Ox$ nos pontos (1, 0) e (5, 0).

• *Intersecção com o eixo Oy*

Atribui-se o valor zero à variável $x$: $y = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 \Rightarrow y = 5$

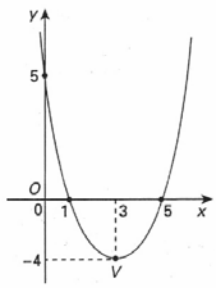
Logo, a parábola intercepta o eixo $Oy$ no ponto (0, 5).

• *Vértice*

As coordenadas do vértice $V(x_V, y_V)$ da parábola são dadas por:

$$x_V = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = 3 \quad \text{e} \quad y_V = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-16}{4 \cdot 1} = -4$$

A partir desses pontos notáveis, podemos esboçar o gráfico:




**1** A partir dos pontos notáveis das funções abaixo, esboce o gráfico e determine o domínio e o conjunto-imagem de cada uma delas:

a) $y = x^2 - 2x - 3$

b) $y = -4x^2 + 8x$

c) $y = 2x^2 - 2x + 1$

d) $y = x^2 - 2x + 1$

e) $y = -x^2 - 9$

**Figura 79 – Exemplo de Gráfico da Função Quadrática a partir de seus Pontos Notáveis**

Quanto a transcrever mensagens da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas, etc.) e vice-versa, indicadas no PCNEM, encontramos no livro alguns exemplos que refletem somente a concepção da linguagem corrente para linguagem simbólica:

**23** Ao lançar uma pedra em um lago, um estudante observou que na primeira onda circular gerada pelo impacto da pedra na água o raio aumenta à velocidade de 3 m/s. Assim, a área do círculo limitado por essa onda cresce em função do tempo. Calcule a taxa média de variação dessa área no intervalo de 2 a 5 segundos após o impacto.

**Figura 80 – Linguagem Corrente para Linguagem Simbólica (p.140)**

Os PCNEM sugerem tomar o tema função como destaque nas aplicações dentro e fora da Matemática. O livro de Paiva apresenta situações em que esta proposta se realiza, conforme pudemos observar nos exemplos já apresentados e comentados, nas páginas 157 a 161 desta dissertação envolvendo fenômenos do cotidiano e fenômenos de outras áreas. Nos “Objetivos gerais da obra”, conforme abaixo, podemos destacar o 5º item que reflete bem a intenção do autor de considerar essa concepção:

## 2. Objetivos gerais da obra

- Estabelecer ligações entre este estágio do aprendizado e os conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental.
- Apresentar os rudimentos do pensamento científico.
- Propiciar a compreensão da evolução do pensamento científico, através da ampliação de conceitos e/ou da construção de objetos abstratos.
- Ampliar as possibilidades de representações por meio da linguagem matemática, exercitando: a construção de esquemas, tabelas e gráficos; as argumentações lógicas; o uso de expressões algébricas etc.
- Estabelecer conexões entre o conhecimento matemático e as experiências da vida pessoal, social e produtiva.
- Fornecer embasamento científico para a tomada de decisões, através de análises de dados.
- Exercitar a visão tridimensional.

**Figura 81 – Objetivos Gerais da Obra (p. 5)**

Quanto à Resolução de Problemas, apontada pelos PCNEM, o autor do livro em análise apresenta que o aluno deve, entre outras: “aplicar os conceitos de máximo e mínimo de uma função quadrática na resolução de problemas; discutir a variação de sinal de uma função quadrática e aplicar na resolução de problemas.”(p. 16).

Durante a análise desse capítulo foram observados problemas onde os alunos utilizam estratégias variadas, realizam etapas na resolução de problemas dessa natureza, conforme indicação dos PCNEM. O autor da obra propõe, nas “Atividades”, problemas de aplicação de conceitos e outros que estimulam o raciocínio do aluno e a utilização desses aspectos relacionados às funções quadráticas.

A fim de evitar repetições, não vamos recolocar aqui imagens dos problemas, acreditando que os já apresentados ilustram bem este aspecto neste livro didático que estamos analisando.

As **Orientações Curriculares** (O.C.) (Brasil, 2006) recomendam, no conteúdo de funções, trabalhar relações entre duas grandezas como tempo e distância percorrida, idade e altura; área do círculo e raio, tempo e crescimento populacional. O livro de Paiva aborda várias situações envolvendo essas e outras relações entre grandezas.

Entre outros pontos que também são apontados nas O.C. para trabalhar no estudo de função, encontramos os que estão relacionados com problemas de aplicações, em que é preciso encontrar um certo ponto de máximo (clássicos problemas de determinação de área máxima), que podem motivar o ensino de função quadrática; estudo da posição do gráfico, das coordenadas dos pontos de máximo e mínimo e dos zeros da função quadrática e a identificação do gráfico da função quadrática com a curva parábola.

A dedução da fórmula de Bháskara para calcular os zeros da função quadrática, o uso da forma canônica ($f(x) = a.(x-m)^2 + n$), a definição de parábola como “lugar geométrico dos pontos do plano que são eqüidistantes de um ponto fixo (o foco) e de uma reta (a diretriz)” (BRASIL, 2006, p. 73), não foram observados durante a análise do livro. As situações-problema, onde o aluno constrói conceitos, também não foram encontrados; os problemas, em geral, são de aplicação de conceitos e utilização dos mesmos.

Ao abordar a contextualização as O.C. recomendam que este pode ser feito por meio da Resolução de Problemas e previne quanto à “problemas fechados”. Nesse caso constatamos que, embora o autor trabalhe em vários momentos com problemas contextualizados, estes são todos do tipo fechado, conforme já visto anteriormente.

No “Caderno do Professor” da “Proposta Curricular” (SÃO PAULO, 2008), recomenda-se, que os alunos compreendam que a representação gráfica de uma função quadrática é uma parábola. Este fato foi observado na p.126 do livro de Paiva, embora sem deduções ou demonstrações, apenas com a afirmação de que a curva que representa uma função quadrática é uma parábola.

Podemos, assim, concluir que alguns pontos observados vão ao encontro dos documentos oficiais, outros aspectos ficaram pendentes na abordagem adotada pelo autor da obra.

Ao finalizarmos as análises dos critérios estabelecidos para essa pesquisa (p. 67), verificamos que no livro didático de Paiva (2005), em geral, no capítulo sobre função quadrática, a concepção de ensinar **para** a resolução de problemas é a única que se apresenta. Quanto aos tipos de problemas percebemos que a todos são problemas do tipo fechado. Os de treino, conceitos e reconhecimento também foram encontrados durante a análise do livro. Na análise do conteúdo quanto à conceituação, manipulação e aplicação, foi observado no livro, principalmente, o tratamento de manipulação. Concluímos, também, que alguns pontos observados vão ao encontro dos documentos oficiais.

### 4.4 O Livro Didático 4

Livro 4: Matemática Aula por Aula - Cláudio Xavier da Silva e Benigno Barreto Filho, volume 1, 1ª série, 2. ed., São Paulo: FTD, 2005.

### 4.4.1 Descrição da Estrutura do Livro

Os autores iniciam a “Apresentação” do livro com um pensamento:

*A educação é um ato de amor e, portanto, um ato de coragem.*
*Não pode temer o debate, a análise da realidade;*
*não pode fugir à discussão criadora,*
*sob pena de ser uma farsa.*
*Paulo Freire*

Em seguida, na seção “Caro estudante”, os autores dizem que o pensamento acima, esteve presente na elaboração da obra, além do rigor matemático, desenvolvendo as idéias e os conceitos básicos referentes ao conteúdo do Ensino Médio.

No “Sumário” são apresentados os 10 conteúdos abordados neste volume 1 da 1ª série do Ensino Médio: Conjuntos, Estatística, Funções, Função polinomial do 1º grau, Função polinomial do 2º grau, Função exponencial, Função logarítmica, Função modular, Trigonometria e Progressões.

Em cada início de capítulo é colocado um pensamento, uma citação ou um pequeno texto. Em seguida uma estrutura que inclui “A história conta”, assuntos ligados ao conteúdo do capítulo, “Saiba um pouco mais”, “Desenvolva a criatividade” e “Avalie seu conhecimento/Atividades complementares”.

No final do livro, na “Apresentação” das “Instruções e orientações teórico-metodológicas”, dirigindo-se ao professor, os autores comentam que para atingir os objetivos da obra o professor deve atuar como agente estimulador, criando situações que possibilitem ao aluno buscar outras informações, interagir com elas, relacionar o conhecimento à sua aplicação no dia-a-dia e exercer a cidadania.

Em seguida, no “Como está organizado este manual”, são apresentados os Objetivos gerais da Matemática, os Objetivos específicos da Matemática, as Características gerais da obra, as Considerações sobre os objetivos relacionados ao conteúdo temático, a Proposta da avaliação, as Referências Bibliográficas e outras bibliográficas. Comentaremos apenas alguns destes itens.

Nos “Objetivos gerais da Matemática”, Xavier e Barreto[10] (2005) apontam que a aprendizagem é entendida como resultado da construção do conhecimento pelo

---

[10] Em todas as citações de Silva e Barreto Filho, optamos por colocar os pseudônimos Xavier e Barreto que são os nomes pelos quais são conhecidos. No entanto, na lista de referências constará como: SILVA, C. X.; BARRETO FILHO, B.

aluno e, levando em conta este aspecto, diz serem respeitadas as idéias prévias dos alunos; que a aprendizagem matemática é um processo que orienta e valoriza a interdisciplinaridade, a contextualização e a relação efetiva entre teoria e prática.

Os conteúdos propostos no texto dos “Objetivos específicos da Matemática” estão relacionados ao desenvolvimento de competências e habilidades e ao desenvolvimento do conhecimento matemático, e têm como objetivo facultar ao aluno a possibilidade de ler, interpretar e fazer uso das representações matemáticas.

Em “Características gerais da obra”, os autores comentam que a abordagem de cada tema, nas respectivas unidades, se vale da seguinte estruturação:

- “A história conta” é o espaço onde o aluno entra em contato com a história da Matemática; os textos devem ser entendidos como instrumentos que se propõem a motivar o aluno e aguçar a curiosidade.

- Em “Pesquise mais sobre o assunto”, são fornecidas algumas indicações bibliográficas que tratam com maior profundidade os temas históricos abordados.

- “O desenvolvimento teórico do conteúdo temático” tem como objetivo possibilitar ao professor a elaboração da sua própria abordagem de ensino, levando em consideração as condições intervenientes no aprendizado dos seus alunos.

- Na seção “Participe das resoluções”, os autores propõem ao professor a oportunidade de desenvolver, em sala de aula, atividades conjuntas – momento de serem levantadas às dúvidas e dificuldades sobre o assunto em estudo.

- A parte intitulada “Elabore as Resoluções” traz questões de que o professor pode valer-se para propor, aos alunos, atividade individual de resolução das mesmas.

- “Desenvolva competências e amplie o conhecimento” é uma seção proposta pelos autores para que o aluno veja o conhecimento da Matemática sob contextualização social, cultural, política e econômica.

- “Saiba um pouco mais” é um espaço reservado para a divulgação de alguns textos que abordam aspectos da produção científica e as diferentes possibilidades das aplicações tecnológicas a ela relacionadas.

- “Desenvolva a criatividade”, segundo Xavier e Barreto, é uma seção proposta sob o entendimento de que tanto no sentido conceitual como prático, o processo de aprendizagem da Matemática poderá favorecer o desenvolvimento de funções intelectuais dos estudantes, tais como lógica, abstração e generalização. Nessa seção são sugeridas algumas situações-problema para exercitar a criatividade. Também são incluídos nessa seção os usos da calculadora e do computador.

- A seção “Avalie o seu conhecimento” é acompanhada de um resumo do conteúdo estudado. Segundo os autores, com esta parte os alunos terão mais uma oportunidade de organizar progressivamente o conteúdo e avançar no processo de sistematização de conhecimentos. A seguir, vêm as “Atividades complementares”, que são questões dos últimos exames vestibulares, com o objetivo de rever e fixar alguns conteúdos .

Depois de apresentada toda a estrutura de cada unidade, ainda nas “Instruções e orientações teórico-metodológicas”, são apresentadas as “Considerações sobre os objetivos relacionados ao conteúdo temático”. Nesse item nos direcionaremos apenas ao conteúdo “Função polinomial do 2º grau” que é o tema matemático central de nossa pesquisa.

Os autores apresentam, conforme quadro abaixo, o conteúdo, as habilidades e as competências a serem desenvolvidas durante abordagem desse conteúdo.

**5 — Função polinomial do 2º grau**

| CONTEÚDO | HABILIDADES E COMPETÊNCIAS |
|---|---|
| Função quadrática<br>Gráfico da função quadrática<br>Raízes ou zeros da função quadrática<br>Vértice da parábola<br>Conjunto imagem da função quadrática<br>Estudo dos sinais da função quadrática<br>Inequação<br>Sistema de inequações<br>Inequação-produto<br>Inequação-quociente | • Identificar e representar uma função polinomial do 2º grau por sua lei e seu gráfico.<br>• Determinar as raízes de uma função quadrática.<br>• Relacionar a concavidade da parábola e o número de raízes reais da função, respectivamente, com o sinal do coeficiente $a$ e com o sinal do discriminante $\Delta$.<br>• Determinar o vértice da parábola e classificá-lo como ponto de mínimo ou ponto de máximo e, assim, obter a imagem da função.<br>• Fazer o estudo dos sinais da função polinomial do 2º grau.<br>• Resolver inequações, sistema de inequações, inequação-produto e inequação-quociente relacionados com a identificação de problemas, a sua interpretação e a escolha de estratégias para possíveis soluções.<br>• Identificar, ler, analisar, interpretar e representar graficamente a função polinomial do 2º grau.<br>• Aplicar o conceito de função polinomial do 2º grau por sua lei e por seu gráfico.<br>• Explicar fenômenos de diferentes naturezas, utilizando a construção do conceito de função do 2º grau.<br>• Tomar decisões diante de situações-problema, baseado na interpretação das informações e nas diferentes representações de função do 2º grau.<br>• Elaborar argumentos consistentes, de diferentes naturezas, fazendo uso de função do 2º grau.<br>• Diante dos problemas da realidade, analisar as possíveis intervenções, com base no conhecimento sobre funções do 2º grau. |

**Figura 82 - Conteúdo, Habilidades e Competências (p. 16)**

Em seguida são apresentadas as “Propostas para a unidade”, onde os autores comentam que, ao desenvolverem o tema função quadrática, resgatam os conhecimentos do aluno sobre equação do 2º grau, além de explorar vários exemplos, como os de movimentos uniformemente variados, nos quais o gráfico desempenha papel importante.

Em “A história conta” e “Pesquise mais o assunto”, os autores destacam fatos históricos relacionados ao tema matemático que está sendo abordado.

As atividades propostas em “Desenvolva competências e amplie o conhecimento”, visam promover a utilização dos conhecimentos sobre função quadrática para a análise, entendimento e construção de argumentos sobre sua conexão com outros temas matemáticos.

Na seção “Saiba um pouco mais”, os autores apresentam textos interdisciplinares relacionados ao assunto matemático que está sendo tratado e propõem experiências práticas para serem realizadas em grupos de alunos.

Em “Desenvolva a criatividade”, há um conjunto de problemas. Os autores comentam que os alunos poderão fazer as resoluções em duplas e depois comparar com as resoluções e as conclusões dos colegas, explorando as diferenças e esclarecendo as possíveis dúvidas.

Alguns problemas compõem uma parte intitulada “Usando a calculadora”. A proposição de problemas com uso dessa tecnologia como recurso no estudo da função quadrática somente foi observada neste livro analisado.

Ao final do livro é apresentada uma “Proposta de avaliação”, onde os autores explicam “O que é avaliar” e analisam “Alguns instrumentos de avaliação”.

Em seguida são fornecidas as “Referências bibliográficas” e “Outras referências”, contendo um conjunto de títulos para pesquisas em Educação Matemática que poderão ser consultadas.

### 4.4.2 Análise do Livro

A seguir, faremos a análise da obra, em especial o tema função quadrática, articulando e verificando os critérios selecionados para esta pesquisa e as concepções apontadas pelo autor do livro em análise.

O tema Função polinomial do 2º grau aparece na unidade 5, com dez itens: 1. Função quadrática; 2. Gráfico da função gráfico; 3. Raízes ou zeros da função quadrática; 4. Vértice da parábola; 5. Conjunto imagem da função quadrática; 6. Estudo dos sinais da função quadrática; 7. Inequação; 8. Sistema de inequações; 9. Inequação-produto; 10. Inequação-quociente. O conteúdo todo se estende iniciando na página 163 e terminando na página 208.

Logo depois, em “A história conta”, os autores apresentam um texto sobre “O estudo das quadráticas”, onde comentam que “Os babilônios, há 4000 anos, já resolviam problemas com equação do 2º grau.” (p. 164), trazem informações históricas relacionadas ao assunto, as contribuições de René Descartes, Arquimedes e outros. Em “Pesquise mais o assunto”, os autores indicam uma bibliografia para os alunos aprofundarem o conhecimento sobre a obra de Descartes, sugerindo uma pesquisa e a produção de um relatório.

Na página 166 começa o desenvolvimento teórico do conteúdo temático função quadrática, que analisaremos sob os critérios selecionados para esta pesquisa, articulando, quando possível, com as instruções e orientações dadas pelos autores no final do livro.

#### 4.4.2.1 Concepções em Ensinar Sobre, Para e Através da Resolução de Problemas

A concepção de ensinar **sobre** resolução de problemas, que corresponde considerá-la como um novo conteúdo, ou seja teorizar a respeito da Resolução de Problemas, não foi observada durante a análise do livro.

Os autores, ao apresentarem as “Características gerais da obra” no final do livro, comentam:

> Procuramos iniciar a abordagem do tema propondo ao aluno uma situação desafiadora, relacionada com o tema a ser estudado, que o professor, de acordo com a realidade, poderá adequar ou substituir.Visamos com esta ação, criar condições para que o estudante revele as suas idéias prévias sobre a situação proposta, faça comparações entre as suas explicações e a dos seus colegas e se veja diante de outros questionamentos.(SILVA E FILHO, 2005, P. 5).

Essa forma de tratar o conteúdo poderia estar inserida na concepção de ensinar **através** da resolução de problemas, entretanto, essa abordagem não foi constatada durante a análise do conteúdo de função quadrática.

A concepção de ensinar **para** a resolução de problemas está presente em toda a unidade de função quadrática; os autores definem, exemplificam (algumas vezes com “Exemplos”, outras vezes na seção “Participe das resoluções”), e depois propõem exercícios  em “Elabore as resoluções”.

Exemplos:

Quando fazemos $ax^2 + bx + c$ igual a zero, isto é, $y = f(x) = 0$, muitas vezes, podemos obter valores de $x \in \mathbb{R}$, aos quais denominamos raízes ou zeros da função.

Para fazer referência a essas raízes, costumamos usar símbolos tais como x' e x" ou $x_1$ e $x_2$.

Então, se $y = 0$, temos que $ax^2 + bx + c = 0$. A fórmula de Bháskara nos fornece $x' = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x'' = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$, mas devemos considerar os casos em que o discriminante ($\Delta$) seja:

$\Delta > 0$

A função tem raízes reais e diferentes, portanto a parábola determina dois pontos distintos no eixo dos *x*: (x', 0) e (x", 0).


## Participe das resoluções

**1** Determinar os zeros das funções quadráticas:

a) $y = -x^2 + 2x + 3$ b) $y = x^2 - 2x + 1$ c) $y = -x^2 + x - 1$

a) $y = -x^2 + 2x + 3$

$-x^2 + 2x + 3 = 0$

$a = -1$, $b = 2$ e $c = 3$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3$

$\Delta = 4 + 12$

$\Delta = 16$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x' = \frac{-2 + 4}{-2} = \frac{2}{-2} = -1$$

$$x'' = \frac{-2 - 4}{-2} = \frac{-6}{-2} = 3$$

Neste caso, $\Delta > 0$ e as raízes são números reais e desiguais.

## Elabore as resoluções

**5** Determine os zeros ou as raízes de cada uma das funções quadráticas:

a) $y = x^2 - 5x + 4$ ($x' = 4$ e $x'' = 1$)

b) $y = x^2 - 4x + 4$ ($x' = 2$ e $x'' = 2$)

c) $y = x^2 - 100$ ($x' = 10$ e $x'' = -10$)

d) $y = 3x^2 - 6x$ ($x' = 2$ e $x'' = 0$)

**Figura 83 - Raízes ou Zeros da Função Quadrática (p. 169, 170, 171)**

A resolução de uma inequação do 2º grau, isto é, a determinação dos valores de $x$ que a satisfazem, envolve o estudo dos sinais de uma função do 2º grau.

Estudaremos a resolução de inequações através dos seguintes exemplos:

a) $x^2 - 6x + 8 < 0$

Determinando as raízes da função $f(x) = x^2 - 6x + 8$, temos:

$a = 1, b = -6$ e $c = 8$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8$

$\Delta = 36 - 32$

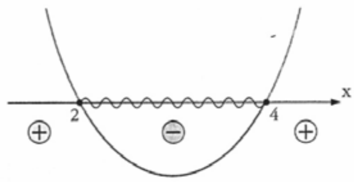
$\Delta = 4$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} \quad x' = \frac{6+2}{2} = 4 \quad x'' = \frac{6-2}{2} = 2$$

Queremos os valores de $x$ para que $f(x) < 0$.

Estudando os sinais da função:




Identificando os valores de $x$ que satisfazem a inequação, temos:

$V = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 4\}$

a) $x^2 - 5x + 6 > 0$ $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2 \text{ ou } x > 3\}$

b) $x^2 + x - 12 \leq 0$ $V = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x \leq 3\}$

c) $-x^2 + 6x - 8 > 0$ $V = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 4\}$

d) $x^2 - 6x + 9 > 0$ $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 3\}$

e) $-x^2 + 8x - 15 < 0$ $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 5 \text{ ou } x < 3\}$

f) $x^2 - x + 6 > 0$ $V = \mathbb{R}$

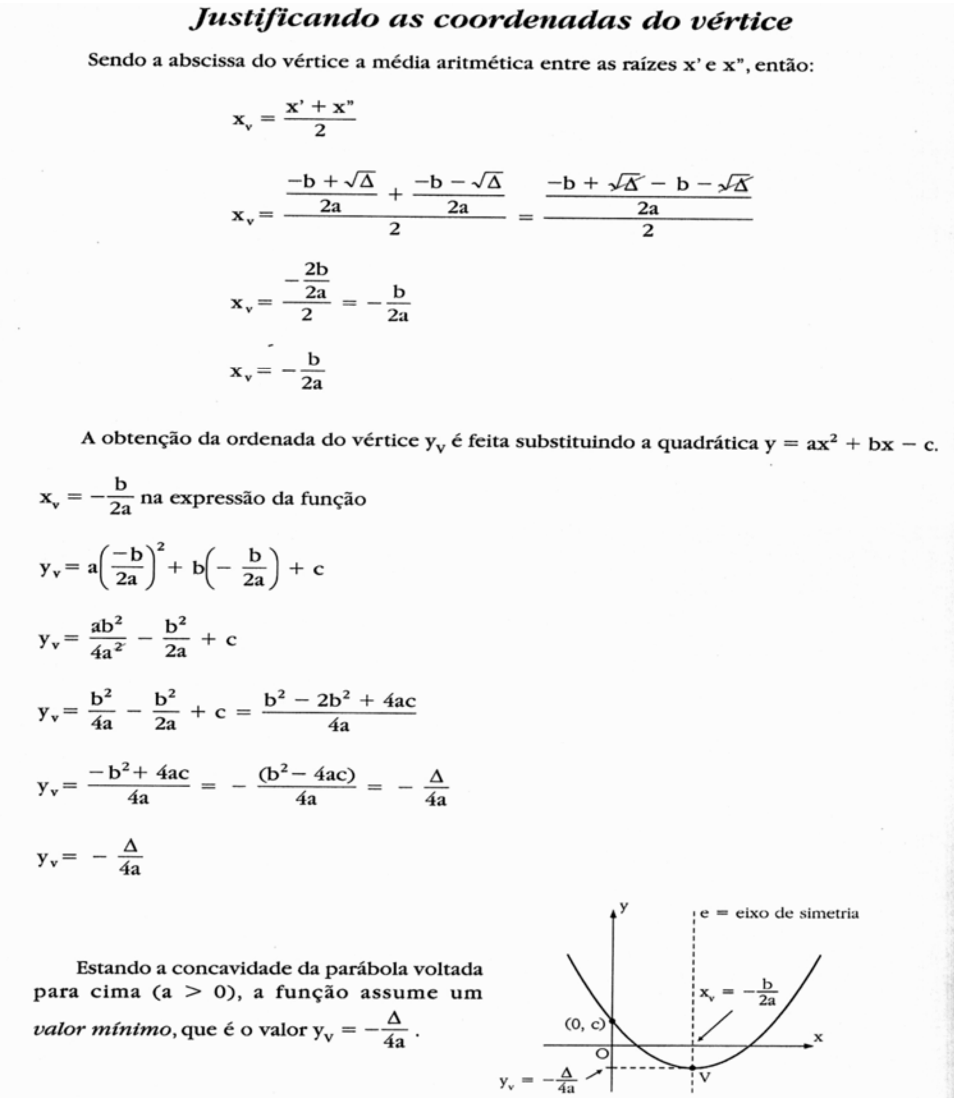
**Figura 84 – Inequação (p.187, 190)**

A partir desse exemplo os autores apresentam mais cinco exemplos de resolução de inequações, propondo em seguida, conforme figura acima, problemas referentes ao assunto e outros de vestibulares.

### 4.4.2.2 Conteúdo quanto à Conceituação, Manipulação e Aplicação

Com relação à **conceituação,** ao abordar “O desenvolvimento teórico do conteúdo temático”, os autores afirmam que o objetivo desse campo, é “[...] possibilitar ao professor a elaboração da sua própria abordagem – levando em consideração as condições intervenientes no aprendizado dos seus alunos.” (p. 4). E acrescentam, ainda, com relação ao conteúdo, que tentaram abordar de “forma abrangente – e adequada ao Ensino Médio – a estrutura da lógica matemática, evitando as demonstrações excessivas.” (p. 4).

Durante a análise na unidade de função polinomial do 2º grau observamos que os conceitos são introduzidos com formulação correta e objetiva das definições matemáticas, a maioria dos conceitos não apresentam demonstrações, são simples e resumidos, mas em alguns casos são justificados, conforme podemos observar abaixo:



***Justificando as coordenadas do vértice***

Sendo a abscissa do vértice a média aritmética entre as raízes x' e x", então:

$$x_v = \frac{x' + x''}{2}$$

$$x_v = \frac{\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}}{2} = \frac{\frac{-b+\cancel{\sqrt{\Delta}}-b-\cancel{\sqrt{\Delta}}}{2a}}{2}$$

$$x_v = \frac{-\frac{2b}{2a}}{2} = -\frac{b}{2a}$$

$$x_v = -\frac{b}{2a}$$

A obtenção da ordenada do vértice $y_v$ é feita substituindo a quadrática $y = ax^2 + bx - c$.

$x_v = -\frac{b}{2a}$ na expressão da função

$$y_v = a\left(\frac{-b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c$$

$$y_v = \frac{ab^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c$$

$$y_v = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c = \frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a}$$

$$y_v = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = -\frac{(b^2 - 4ac)}{4a} = -\frac{\Delta}{4a}$$

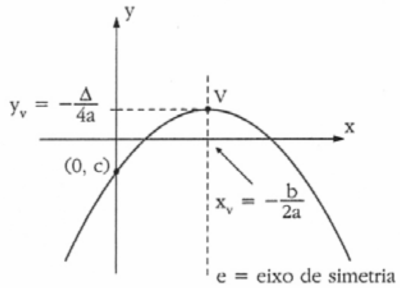
$$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$

Estando a concavidade da parábola voltada para cima ($a > 0$), a função assume um *valor mínimo*, que é o valor $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$.



**Figura 85 - Conteúdo Quanto a Conceituação (p. 172).**

Estando a concavidade da parábola voltada para baixo ($a < 0$), a função assume um *valor máximo*, que é o valor $y_V = -\frac{\Delta}{4a}$.




Observe que o ponto de intersecção da curva com o eixo *y* tem como coordenadas $(0, c)$, ou seja: $x = 0 \Rightarrow y = c$.

Como vimos anteriormente, no movimento uniformemente variado (MUV) o gráfico é representado por uma parábola. Nesse movimento, quando a aceleração é negativa ($a < 0$), a parábola tem a concavidade voltada para baixo, e quando a aceleração é positiva ($a > 0$), a parábola tem concavidade voltada para cima.

O vértice da parábola representa uma mudança no sentido do movimento; logo, nesse ponto, a velocidade é nula.

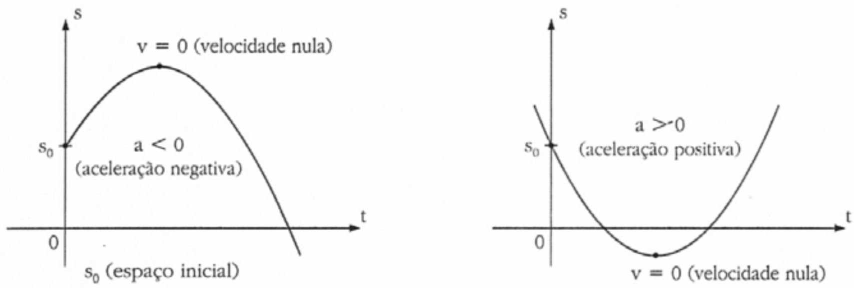



**Figura 86 - Conteúdo Quanto a Conceituação (p. 173).**

Observamos nesta parte final do conteúdo apresentado na figura 86 que os autores fazem, inclusive, uma ligação entre a concavidade da parábola e a trajetória no movimento retilíneo uniforme. Conexões são, entre outros, um elemento essencial na conceituação.

Em outras vezes os conteúdos são estudados através de exemplos.

# 7. Inequação

A resolução de uma inequação do 2º grau, isto é, a determinação dos valores de *x* que a satisfazem, envolve o estudo dos sinais de uma função do 2º grau.

Estudaremos a resolução de inequações através dos seguintes exemplos:

a) $x^2 - 6x + 8 < 0$

Determinando as raízes da função $f(x) = x^2 - 6x + 8$, temos:

$a = 1, b = -6$ e $c = 8$

$\Delta = b^2 - 4ac$ $\qquad x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

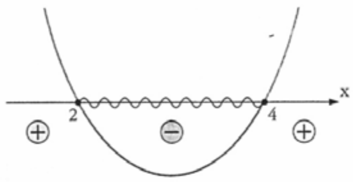
$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8$

$\Delta = 36 - 32$ $\qquad x = \dfrac{6 \pm \sqrt{4}}{2}$ $\quad x' = \dfrac{6+2}{2} = 4$ $\quad x'' = \dfrac{6-2}{2} = 2$

$\Delta = 4$

Queremos os valores de *x* para que $f(x) < 0$.

Estudando os sinais da função:




Identificando os valores de *x* que satisfazem a inequação, temos:

$V = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 4\}$

**Figura 87 - Conteúdo Quanto a Conceituação (Inequação) (p. 187)**

Também foi verificado o estabelecimento de conexões entre conceitos diversos, bem como a interpretação e a reformulação de idéias e fatos sob diferentes formas e termos. Ao iniciar o estudo da função quadrática, Xavier e Barreto lançam mão de uma aplicação à Física, e apresentam conexões diferentes, ou seja, entre as formas de representação de uma  função: tabular (numérica), a gráfica e a algébrica  conforme exemplo abaixo:

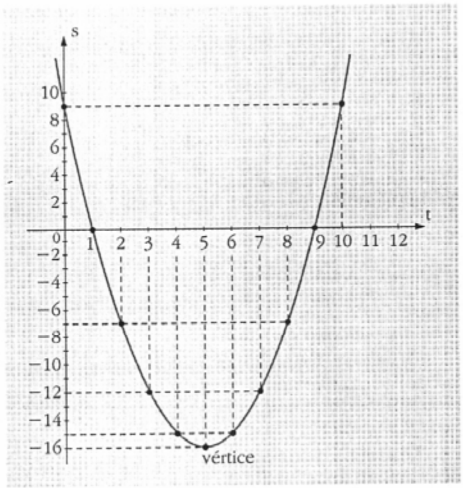
# 1. Função quadrática

Um móvel que se desloca em movimento uniformemente variado (MUV) tem aceleração constante. A função horária do espaço percorrido por um móvel em MUV é denominada função quadrática e fornece o espaço (s) em função do tempo (t). Seu gráfico é uma curva, denominada parábola.

O exemplo a seguir mostra-nos uma aplicação da função quadrática em Física. Um móvel descreve uma trajetória obedecendo à função horária: $s = 9 - 10t + t^2$, em que $s$ é dado em metros e $t$ em segundos.

Construindo uma tabela para desenhar o gráfico, temos:

| **t** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **s** | 9 | 0 | −7 | −12 | −15 | −16 | −15 | −12 | −7 | 0 | 9 | ... |




Uma das conclusões a que podemos chegar, observando esse gráfico, é que, para $t = 0$, temos $s = 9$ m, que é denominado espaço inicial ($s_0 = 9$ m).

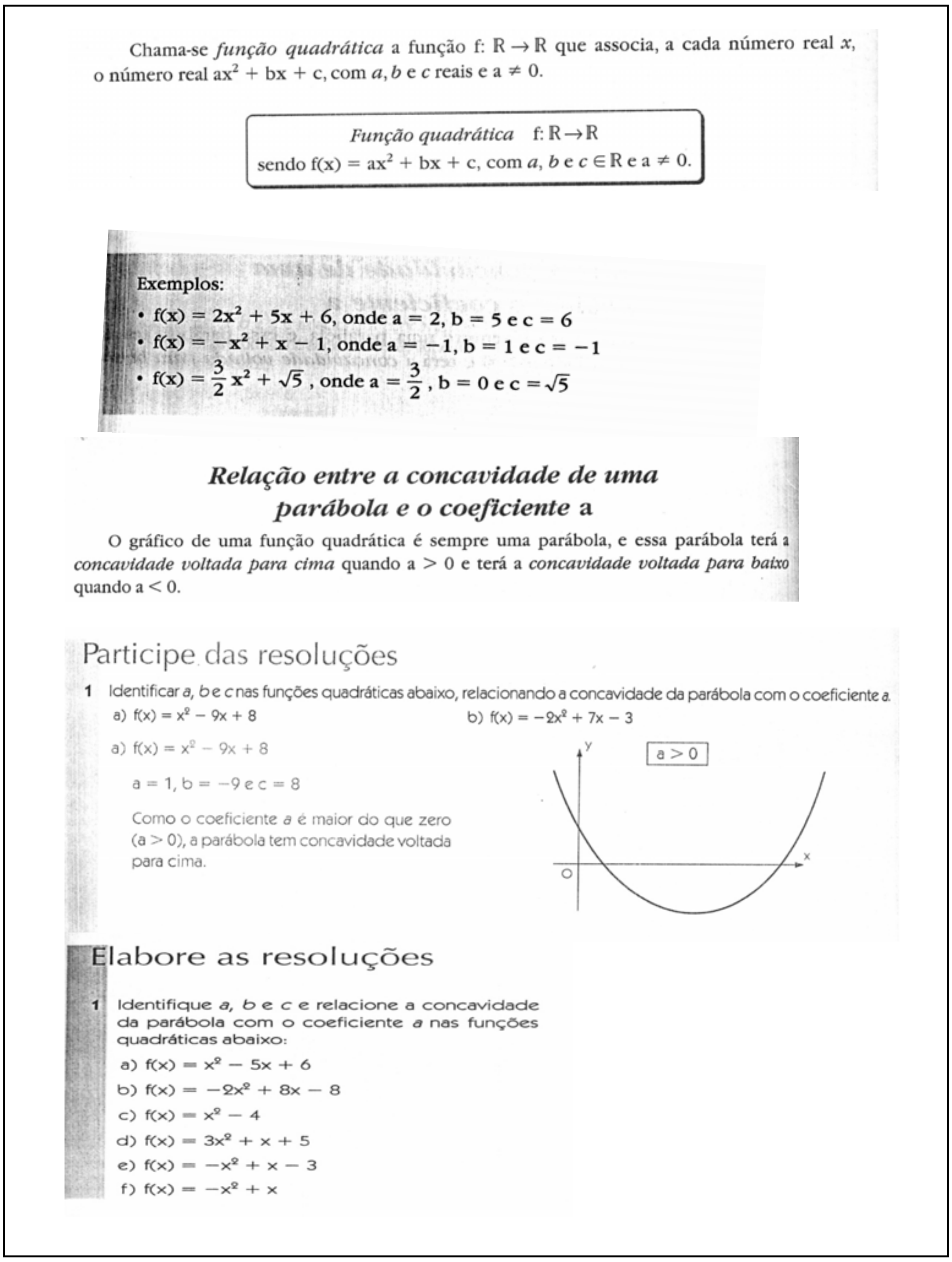
Chama-se *função quadrática* a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ que associa, a cada número real $x$, o número real $ax^2 + bx + c$, com $a$, $b$ e $c$ reais e $a \neq 0$.

*Função quadrática* $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
sendo $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a$, $b$ e $c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

**Figura 88 - Conteúdo Quanto a Conceituação (Função Quadrática) (p.166)**

Quanto à **manipulação**, ela se faz explicitamente presente nas seções intituladas “Elabore as resoluções”. Os autores comentam que as questões que estruturam essa seção podem ser sugeridas como atividade a serem realizadas em casa, e que a seqüência obedece a uma graduação crescente de complexidade, identificada pelo tom da tarja colorida.” (p.4).

Em análise à unidade sobre função quadrática, observamos que muitos são esses problemas de manipulação, propostos após a definição de algum conceito: "Em 'Participe das resoluções' é proposto ao professor a oportunidade de desenvolver, em sala de aula, atividades conjuntas – entre professor e aluno e entre os próprios alunos [...]" (p. 5). Os autores comentam que, dessa forma, o professor poderá acompanhar o desempenho do aluno no que diz respeito a algumas habilidades e competências, solicitando assim que o professor "chame" a participação do aluno.



Chama-se *função quadrática* a função f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ que associa, a cada número real $x$, o número real $ax^2 + bx + c$, com $a$, $b$ e $c$ reais e $a \neq 0$.

*Função quadrática* f: $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$
sendo $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a$, $b$ e $c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

**Exemplos:**
- $f(x) = 2x^2 + 5x + 6$, onde $a = 2$, $b = 5$ e $c = 6$
- $f(x) = -x^2 + x - 1$, onde $a = -1$, $b = 1$ e $c = -1$
- $f(x) = \frac{3}{2}x^2 + \sqrt{5}$, onde $a = \frac{3}{2}$, $b = 0$ e $c = \sqrt{5}$

***Relação entre a concavidade de uma parábola e o coeficiente* a**

O gráfico de uma função quadrática é sempre uma parábola, e essa parábola terá a *concavidade voltada para cima* quando $a > 0$ e terá a *concavidade voltada para baixo* quando $a < 0$.

Participe das resoluções

1 Identificar $a$, $b$ e $c$ nas funções quadráticas abaixo, relacionando a concavidade da parábola com o coeficiente $a$.
a) $f(x) = x^2 - 9x + 8$
b) $f(x) = -2x^2 + 7x - 3$

a) $f(x) = x^2 - 9x + 8$

$a = 1$, $b = -9$ e $c = 8$

Como o coeficiente $a$ é maior do que zero ($a > 0$), a parábola tem concavidade voltada para cima.



Elabore as resoluções

1 Identifique $a$, $b$ e $c$ e relacione a concavidade da parábola com o coeficiente $a$ nas funções quadráticas abaixo:
a) $f(x) = x^2 - 5x + 6$
b) $f(x) = -2x^2 + 8x - 8$
c) $f(x) = x^2 - 4$
d) $f(x) = 3x^2 + x + 5$
e) $f(x) = -x^2 + x - 3$
f) $f(x) = -x^2 + x$

**Figura 89 - Problemas De Manipulação (p. 166, 167, 168, 169).**

Quanto à **aplicação** foram observados vários problemas que apresentam aplicações dos conceitos estudados; além daqueles voltados ao cotidiano do aluno, também há problemas que envolvem outras áreas, como a Física, Química, Matemática Financeira, Economia e outras.

Exemplos:

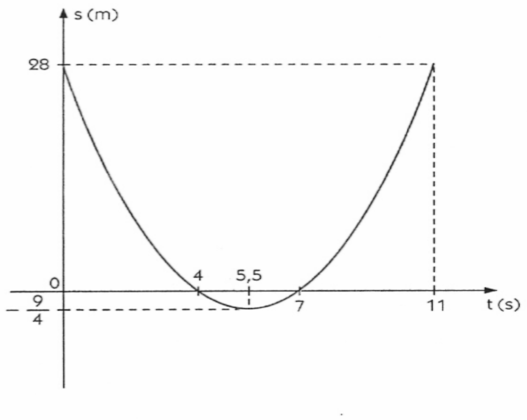
- Economia

6. (FGV-SP) O preço de ingresso numa peça de teatro (p) relaciona-se com a quantidade de freqüentadores (x) por sessão através da relação: $p = -2x + 100$.
   a) Qual a receita arrecadada por sessão, se o preço do ingresso for R\$ 60,00? R\$ 1 200,00
   b) Qual o preço que deve ser cobrado para dar a máxima receita por sessão? R\$ 50,00
   *Observação: receita = (preço) × (quantidade)*

**Figura 90 - Problema de Aplicação (Cotidiano) (p. 201)**

- Física

**37** Um móvel em movimento uniformemente variado comporta-se segundo o gráfico abaixo:




Encontre:

a) a posição inicial do móvel; 28 m

b) os instantes em que o móvel passa pela origem das posições; $t = 4$ s e $t = 7$ s

c) o instante em que o móvel muda de sentido; $t = 5,5$ s

d) a posição do móvel (s), no momento em que ele muda de sentido. $s = -\frac{9}{4}$ m

**Figura 91- Problema de Aplicação (Física) (p. 185)**

- Química

5. (ITA-SP) Os dados experimentais da tabela ao lado correspondem às concentrações de uma substância química medida em intervalos de 1 segundo. Assumindo que a linha que passa pelos três pontos experimentais é uma parábola, tem-se que a concentração (em moles) após 2,5 segundos é:

| Tempo (s) | Concentração (moles) |
|---|---|
| 1 | 3,00 |
| 2 | 5,00 |
| 3 | 1,00 |

a) 3,60 b) 3,65 c) 3,70 d) 3,75 e) 3,80

**Figura 92 - Problema de Aplicação (Química) (p. 201)**

Em “Desenvolvendo competências e amplie o conhecimento”, segundo Xavier e Barreto, são propostas atividades que “visam utilizar os conhecimentos sobre a função quadrática para a análise, entendimento e construção de argumentos e sobre a conexão com outros temas matemáticos” (p.16). Encontramos, no livro, interessantes situações onde há a utilização da função quadrática:

- na Geometria

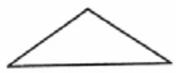
## A função quadrática e outros campos matemáticos

O estudo da função quadrática também nos possibilita analisar e argumentar sobre outros campos da Matemática, como é o caso da Geometria. Leia o que é pedido na questão seguinte:

**1.** Considere que num polígono convexo o número de lados seja $x$ e o número de diagonais seja $d$. Neste caso, determine:

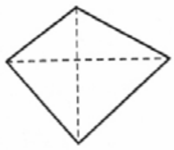
a) o número de diagonais quando $x = 10$; 35 b) o número de lados quando $d = 54$. 12

Nota: Antes de resolver essa questão, analise alguns polígonos (considere $x$ o número de lados, $d$ o número de diagonais do polígono e $d_v$ o número de diagonais de cada vértice):



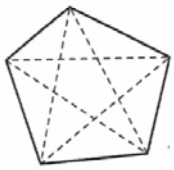
3 lados
0 diagonal
3 vértices

Cada vértice permite traçar $(x - 3)$ diagonais ou $d_v = (3 - 3) = 0$.



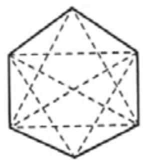
4 lados
2 diagonais
4 vértices

Cada vértice permite traçar $(x - 3)$ diagonais ou $d_v = (4 - 3) = 1$.



5 lados
5 diagonais
5 vértices

Cada vértice permite traçar $(x - 3)$ diagonais ou $d_v = (5 - 3) = 2$.



6 lados
9 diagonais
6 vértices

Cada vértice permite traçar $(x - 3)$ diagonais ou $d_v = (6 - 3) = 3$.

Seguindo esse raciocínio, é possível chegar a uma expressão que agilize o nosso cálculo. Veja: O polígono de $x$ lados tem $x$ vértices e de cada vértice é possível traçar $(x - 3)$ diagonais. De $x$ vértices é possível traçar $x(x - 3)$ diagonais. Para não ocorrer a contagem da mesma diagonal duas vezes, faremos a divisão: $\frac{x(x-3)}{2}$. Dessa forma, podemos representar a variação do número de diagonais em função do número de lados de um polígono convexo pela expressão:

$$d(x) = \frac{x(x-3)}{2} \text{ ou } d(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x$$

**Figura 93 - Problema de Aplicação (Geometria) (p. 177)**

#### 4.4.2.3 Tipos de Problemas

Analisaremos, agora, os tipos de problemas: se abertos ou fechados, de reconhecimento, de treino, de raciocínio, de conceitos, na unidade de função polinomial do 2º grau.

Na apresentação das características da obra os autores comentam: “Vemos, na proposição de questões desafiadoras e questões abertas, uma das possibilidades de estimular a formação interativa do aluno.“ (SILVA E FILHO, 2005, p. 6). Essas questões encontram-se na seção “Desenvolva a criatividade”, onde também são propostos problemas em que o aluno deve:

> [...] valer-se dos conhecimentos que ele já vem elaborando, para formalizar, a partir de situações reais, outras situações-problema, bem como sugerir as possíveis soluções dos mesmos. [...] A formulação dos enunciados dessas questões, além de desafiadores, em alguns casos, deixa em aberto à possibilidade de diferentes soluções. (SILVA E FILHO, 2005, p. 6).

De acordo com a definição apresentada nesta dissertação, no capítulo 3 (p.62), problemas abertos são aqueles que possuem várias respostas ou vários métodos para obter a resposta, ou seja, são aqueles que deixam “espaço” para o resolvedor fazer escolhas. Às vezes, também a formulação de novos problemas é aberta, permitindo que os alunos explorem novos problemas relacionados ao problema dado.

Visto dessa forma acreditamos que os autores estão em concordância com a definição acima, e ao analisarmos a unidade de função polinomial do 2º grau, encontramos estes problemas não somente na seção “Desenvolva a criatividade”, mas também na seção “Desenvolva competências e amplie o conhecimento”. É o caso do problema 2 abaixo:

**2.** Escolha um polígono convexo e elabore uma questão que envolva os conceitos mencionados anteriormente. Proponha a um colega que encontre a solução e, em seguida, discuta com ele a resolução apresentada revendo os possíveis equívocos. Resposta em aberto

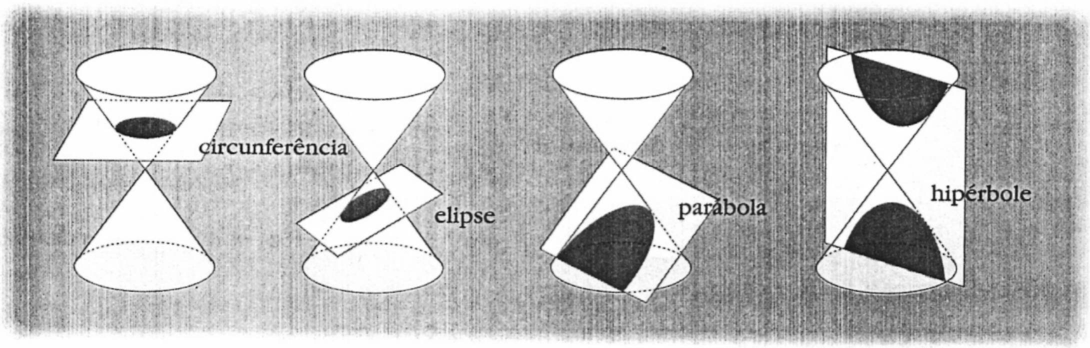
**Figura 94 - Problema Aberto. (p. 177).**

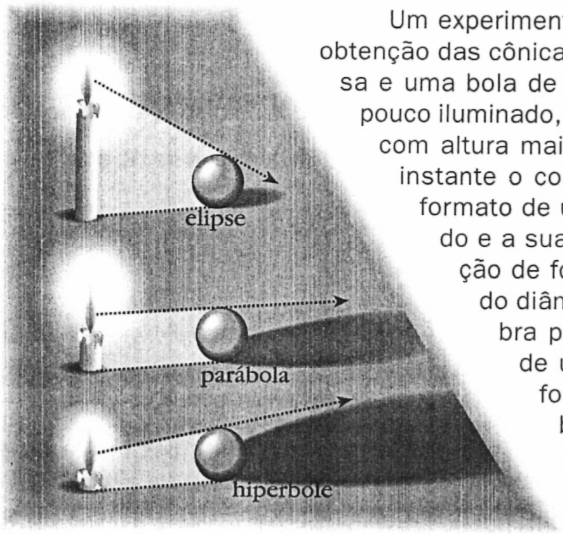
Outro momento em que observamos esse tipo de problema se encontra na seção “Saiba um pouco mais”, os autores mostram como obter as “Cônicas” pela intersecção do cone circular reto duplo com o plano e sugerem um problema com resposta em aberto. Observe abaixo o texto apresentado sobre cônicas.

# Cônicas

A parábola, a elipse, a hipérbole e a circunferência são ditas secções cônicas, ou simplesmente cônicas, porque podem ser delineadas pela intersecção do plano com o cone circular reto.

O fator que determina a diferença para se obter essas cônicas é a maior ou menor inclinação com que o plano secciona o cone. Essa inclinação se dá em relação ao eixo central do cone.




Um experimento de simples confecção, e que exemplifica a obtenção das cônicas, pode ser conseguido por uma fonte luminosa e uma bola de formato esférico. Como sugestão, num local pouco iluminado, pode-se utilizar como fonte luminosa uma vela com altura maior do que o diâmetro da bola. Num primeiro instante o contorno da sombra projetada pela bola tem o formato de uma elipse; à medida que a vela vai derretendo e a sua altura vai diminuindo, a sombra sofre alteração de formato. Quando a medida da altura da vela e do diâmetro da bola forem iguais, teremos uma sombra parabólica. Essa parábola irá se aproximando de uma hipérbole à medida que a altura da vela for se tornando menor do que o diâmetro da bola.

Com o mesmo instrumental, para se obter uma sombra cir Resposta em aberto o deverá ficar a vela? resposta em aberto

Antes de responder a essa pergunta, providencie o material usado na experiência descrita, ou então utilize material similar e refaça as etapas descritas.

Experimente substituir a vela por outras fontes luminosas e reveja a possibilidade de obter figuras geométricas.

**Figura 95 - Problema Aberto (Cônicas) (p. 200)**

Nestes dois problemas (Figuras 94 e 95) apresentados anteriormente percebemos como Xavier e Barreto “chamam” a participação do aluno. As atividades propostas têm um caráter interativo, que coloca o aluno como protagonista da sua experiência de construção de conhecimento.

Em “Desenvolvendo a criatividade” encontramos problemas cujo processo é aberto, uma vez que o aluno pode explorar vários caminhos para a solução.

## Desenvolva a criatividade

1. Escreva a lei de uma função do 2º grau, cujas raízes sejam $-\frac{1}{2}$ e 2. $y = (2x^2 - 3x - 2) \cdot k$, com $k \in \mathbb{Z}^*$
2. Escreva a lei de uma função do 2º grau, cujas coordenadas do vértice de seu gráfico sejam 2 e $-\frac{1}{4}$. $y = kx^2 - 4kx + \frac{16k - 1}{4}$, $k \in \mathbb{Z}^*$
3. Um determinado fio é constituído de um material que, quando preso a dois pontos distantes um do outro de 20 m e ambos a 13 m do solo, toma a forma de uma parábola, estando o ponto mais baixo do fio a 3 m do solo. No sistema de coordenadas cartesianas XOY, onde o eixo OY contém o ponto mais baixo do fio e o eixo OX está sobre o solo. Determine a equação dessa parábola. $y = \frac{1}{10}x^2 + 3$

**Figura 96 - Problemas Abertos. (Lei de Uma Função Quadrática) (p. 201)**.

No final do livro, ao tecerem considerações sobre os objetivos relacionados ao conteúdo temático, os autores apresentam uma “Resolução” para os exercícios dessa seção “Desenvolvendo a criatividade”:

**"Desenvolva a criatividade" Resolução**

Os alunos poderão fazer as resoluções em duplas e, depois, comparar a elaboração e as conclusões das demais duplas. Explore as diferenças e esclareça as possíveis dúvidas.

1. $y = a(x - x_1)(x - x_2);\ x_1 = -\frac{1}{2};\ x_2 = 2$

$y = a\left(x + \frac{1}{2}\right)(x - 2) = a\left(x^2 - \frac{3}{2}x - 1\right)$

Façamos $a = 2k$, com $k \in \mathbb{Z}^*$

$y = 2k\left(x^2 - \frac{3}{2}x - 1\right)$

$y = (2x^2 - 3x - 2) \cdot k$, com $k \in \mathbb{Z}^*$

2. Como existem infinitas soluções (funções polinomiais do 2º grau) do tipo $y = ax^2 + bx + c$, cujo vértice é o ponto $V\left(2; -\frac{1}{4}\right)$, vamos considerar $a = 1$.

$x_V = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-b}{2(1)} = 2 \Rightarrow b = -4$

$y_V = \frac{4ac - b^2}{4a} \Rightarrow \frac{4(1)(c) - 16}{4(1)} = \frac{-1}{4} \Rightarrow c = \frac{15}{4}$

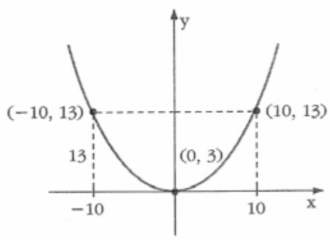
Então, um exemplo da função pedida é:

$y = x^2 - 4x + \frac{15}{4}$

Fazendo $a = k$, $k \in \mathbb{Z}^*$, e procedendo de maneira análoga, temos:

$y = kx^2 - 4kx + \frac{16k - 1}{4}$, $k \in \mathbb{Z}^*$

3. Considerando que o gráfico é uma parábola, logo: $y = ax^2 + bx + c$




Se os pontos (0, 3), (10, 13) e (−10, 13) pertencem ao gráfico, então:

$(0, 3) \Rightarrow 3 = 0 + 0 + c \therefore c = 3$

$(10, 13) \Rightarrow 13 = 100a + 10b + c$

$(-10, 13) \Rightarrow 13 = 100a - 10b + c$

Resolvendo o sistema, temos: $a = \frac{1}{10}$ e $b = 0 \therefore y = \frac{1}{10}x^2 + 3$

**Figura 97 - Resolução dos Problemas da Figura 96 (Lei de Uma Função Quadrática) (p. 17)**

Novamente vale destacar a orientação que é dada ao professor antes das resoluções: que estimule os alunos a explorar as diferenças e comparar as conclusões. Entendemos que isto ajuda o professor a valorizar o que o aluno faz e a imprimir uma dinâmica mais participativa desses alunos nas atividades de aula.

Os problemas do tipo **fechado**, percebem que são maioria no livro. As respostas são dadas no final do livro.

Esboçar o gráfico da função $y = 2x^2 - 3x + 1$, determinando:

a) as raízes
b) as coordenadas do vértice
c) a classificação de $y_v$ (valor mínimo ou valor máximo da função)
d) intersecção da curva com o eixo *y*

a) Raízes:

$a = 2$, $b = -3$ e $c = 1$
$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1$
$\Delta = 9 - 8$
$\Delta = 1$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{1}}{2(2)} \qquad x' = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \qquad x'' = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

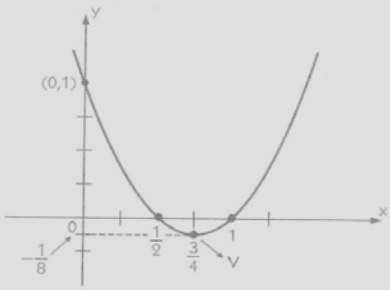
b) Coordenadas do vértice:

$$x_v = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-3)}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4} \quad \text{e} \quad y_v = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-1}{4(2)} = -\frac{1}{8}$$

c) Classificação de $y_v$:

$y_v = -\frac{1}{8}$ é o valor mínimo da função, pois $a > 0$ e a concavidade está voltada para cima.

d) A intersecção da curva com o eixo *y* se dá no ponto (0, 1), pois para $x = 0$ temos $y = 2 \cdot 0^2 - 3 \cdot 0 + 1 = 1$.




Elabore as resoluções

**39** Determine o conjunto verdade das seguintes inequações:

a) $x^2 - 5x + 6 > 0$ $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 2 \text{ ou } x > 3\}$
b) $x^2 + x - 12 \leq 0$ $V = \{x \in \mathbb{R} \mid -4 \leq x \leq 3\}$
c) $-x^2 + 6x - 8 > 0$ $V = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 4\}$
d) $x^2 - 6x + 9 > 0$ $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq 3\}$
e) $-x^2 + 8x - 15 < 0$ $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 5 \text{ ou } x < 3\}$
f) $x^2 - x + 6 > 0$ $V = \mathbb{R}$

**Figura 98 - Problemas Fechados. (p. 174, 190)**

Os problemas fechados são observados tanto nas seções “Elabore as resoluções” como também nos exemplos resolvidos pelos autores, nas seções “Participe da resolução” e nas “atividades complementares”.

**Problemas de reconhecimento**, onde o problema não especifica que seja de função quadrática, mas o aluno deve perceber que se trata desse tema através dos dados, são observados no livro:

**19** Qual a área máxima que pode ser associada a um dos retângulos cujo perímetro é 80 m? 400 $m^2$

**26** (PUC-SP) Ao levantar dados para a realização de um evento, a comissão organizadora observou que, se cada pessoa pagasse R$ 6,00 por sua inscrição, poderia contar com 460 participantes, arrecadando um total de R$ 2 760,00.
Entretanto, também estimou que, a cada aumento de R$ 1,50 no preço de inscrição, receberia 10 participantes a menos. Considerando tais estimativas, para que a arrecadação seja a maior possível, o preço unitário da inscrição em tal evento deve ser:

a) R$ 15,00
b) R$ 24,50
c) R$ 32,75
×d) R$ 37,50
e) R$ 42,50

**Figura 99 - Problemas de Reconhecimento (p.176, 207)**

São freqüentes, também, os problemas onde o aluno pode treinar os conceitos aprendidos, que denominamos **problemas de treino.** Geralmente aparecem nas seções “Elabore as resoluções”; logo após a apresentação de algum tópico específico relativo à função quadrática:

## Elabore as resoluções

**25** Faça o estudo dos sinais das seguintes funções:

a) $y = x^2 + 5x + 6$
b) $y = x^2 - 4x + 3$
c) $y = 16x^2 + 8x + 1$
d) $y = x^2 - 2x + 1$
e) $y = x^2 - 7x$

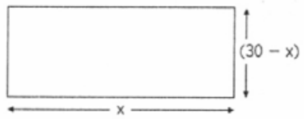
**Figura 100 - Problema de Treino (p. 182)**

Os **problemas de raciocínio** também foram observados durante a análise, geralmente aparecendo relacionados a situações reais, do cotidiano do aluno ou de outras áreas:

**5** (FAAP-SP) Deseja-se construir uma casa térrea de planta retangular. Determinar as dimensões do retângulo em que a casa será construída, sabendo-se que seu perímetro é 60 m e que a área deve ser máxima.

x a) 15 m e 15 m
b) 20 m e 10 m
c) 25 m e 5 m
d) 17,50 m e 12,50 m
e) 22,50 m e 7,50 m

Considerando *x* uma das dimensões do retângulo em que haverá a construção, podemos representar a área da casa por: $x(30 - x)$ ou $-x^2 + 30x$.




Sendo $f(x) = -x^2 + 30x$, $0 < x < 30$, o valor máximo de $f(x)$ é obtido para

$$x = -\frac{b}{2 \cdot a} = -\frac{30}{2 \cdot (-1)} = 15.$$

Portanto, as dimensões do retângulo serão 15 m e 15 m.

**37** (PUC-SP) Considere que o material usado na confecção de um certo tipo de tapete tem um custo de R$ 40,00. O fabricante pretende colocar cada tapete à venda por *x* reais e, assim, conseguir vender (100 − x) tapetes por mês. Nessas condições, para que, mensalmente, seja obtido

**38** Quando um corpo (uma pedra, por exemplo) é jogado verticalmente para cima, ao subir, vai perdendo velocidade, até parar.
A seguir, o sentido do movimento é invertido e o corpo começa a descer, ganhando velocidade.
Ao movimento de subida do corpo denominamos *movimento retardado* (o valor absoluto da velocidade diminui).
Ao movimento de descida do corpo denominamos *movimento acelerado* (o valor absoluto da velocidade aumenta).
Encontre os intervalos de tempo onde o movimento é acelerado e onde é retardado.
acelerado: $-5{,}5\text{ s} < t < 11\text{ s}$
retardado: $0 < t < 5{,}5\text{ s}$

ESTUDO DOS SINAIS DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

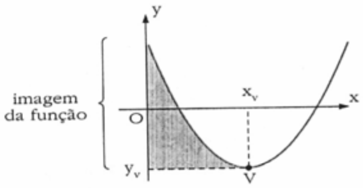
**Figura 101 - Problemas de Raciocínio (p. 185, 176, 208).**

No livro de Xavier e Barreto (2005), os **problemas de conceitos** vem, geralmente, logo após a teoria e os exemplos. Estes problemas indicam qual **conceito** o aluno deve utilizar para resolver a questão:

O conjunto imagem da função quadrática $y = ax^2 + bx + c$ é determinado a partir da ordenada ($y_V$) do vértice da parábola. Temos dois casos a considerar:

$a > 0$

Quando $a > 0$ a função apresenta um ponto de mínimo, cuja ordenada $y_V = -\frac{\Delta}{4a}$ é o valor mínimo da função.

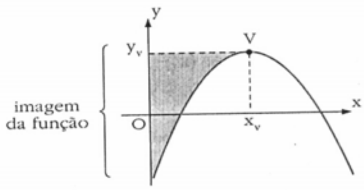



Logo:

$$a > 0 \Rightarrow Im(f) = \left\{ y \in \mathbb{R} \mid y \geq -\frac{\Delta}{4a} \right\}$$

$a < 0$

Quando $a < 0$ a função apresenta um ponto de máximo, cuja ordenada $y_V = -\frac{\Delta}{4a}$ é o valor máximo da função.




Logo:

$$a < 0 \Rightarrow Im(f) = \left\{ y \in \mathbb{R} \mid y \leq -\frac{\Delta}{4a} \right\}$$

## Participe da resolução

Determinar o conjunto imagem das funções quadráticas:

a) $y = x^2 - 2x - 3$

b) $y = -x^2 + 6x - 9$

a) $y = x^2 - 2x - 3$

$a = 1, b = -2$ e $c = -3$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16$

Determine o conjunto imagem das seguintes funções quadráticas:

a) $y = x^2 - 2x - 8$ $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -9\}$

b) $y = x^2 + 3x - 4$ $Im = \left\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -\frac{25}{4}\right\}$

c) $y = x^2 - 4$ $Im = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -4\}$

**Figura 102 - Problema de Conceito (p. 178, 179).**

### 4.4.2.4 Adequação aos Documentos e Orientações Oficiais

Nas "Instruções e orientações teórico-metodológico", em "Objetivos específicos da Matemática", Xavier e Barreto comentam que a estruturação da obra teve "[...] como um dos instrumentos norteadores, a Constituição Federal, que, no artigo 206 estabelece, dentre outros princípios, que o ensino será ministrado com base ‘no pluralismo de idéias e concepções pedagógicas’ ”.(p.3). Os autores entendem, ainda, que nos

> Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) o currículo do Ensino Médio deve estar estruturado de modo que assegure ao aluno a possibilidade de ampliar e aprofundar os conhecimentos matemáticos de forma integrada com outras áreas do conhecimento e orientada pela perspectiva histórico-social, na qual estão ligados os temas em estudo.(SILVA E FILHO, 2005, p. 3)

Nesse sentido, acrescentam que os conteúdos propostos na obra estão relacionados ao desenvolvimento de competências e habilidades que se projetam “[...] na direção da apropriação da linguagem simbólica, da descrição de modelos e da capacidade de utilizar conhecimentos matemáticos no sentido de interpretar e intervir nas situações imediatas de um contexto real.” (p.3).

Ao relacionarmos os **PCNEM** (BRASIL, 1999) e o capítulo de função quadrática do livro em análise, podemos perceber, dentro dos objetivos desse documento, que o autor considerou tais parâmetros no que diz respeito a que o aluno deve ser levado a ler, interpretar e utilizar formas de representação (tabelas, gráficos, expressões,...).

5. (ITA-SP) Os dados experimentais da tabela ao lado correspondem às concentrações de uma substância química medida em intervalos de 1 segundo. Assumindo que a linha que passa pelos três pontos experimentais é uma parábola, tem-se que a concentração (em moles) após 2,5 segundos é:

| Tempo (s) | Concentração (moles) |
|---|---|
| 1 | 3,00 |
| 2 | 5,00 |
| 3 | 1,00 |

a) 3,60 b) 3,65 c) 3,70 x d) 3,75 e) 3,80

**Figura 103 – Problema de função quadrática (p. 201)**

Outro objetivo apresentado pelos PCNEM é que o aluno deve ser levado, a transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas, etc) e vice-versa. Na obra, observamos tal objetivo somente da linguagem corrente para linguagem simbólica, exemplos de linguagem simbólica para linguagem corrente não foram encontrados durante a análise no livro.

3. Baseando-se no texto anterior, analise o movimento de um corpo lançado do solo, verticalmente e para cima, com velocidade inicial de 30 m/s. Desprezando-se a resistência do ar e considerando $g = 10$ m/s², determine:

a) a expressão que representa a variação da altura em função do tempo; $h = 30t - 5t^2$

b) a altura em que o corpo se encontra nos instantes $t = 0$, $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, $t = 4$, $t = 5$ e $t = 6$ (segundos); 0, 25 m, 40 m, 45 m, 40 m, 25 m, 0

c) o gráfico que representa a variação da altura em função do tempo. Identifique a figura geométrica obtida; parábola

d) a altura máxima atingida pelo corpo; 45 m

e) o tempo necessário para o corpo atingir a altura máxima; 3 s

**Figura 104 - Linguagem Corrente para Linguagem Simbólica (p.186)**

Os PCNEM também apontam às aplicações dentro e fora da Matemática, considerando o conceito de função importante para “[...] descrever e estudar através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento[...]”. (BRASIL, 1999, p.42). Em análise ao livro, na unidade de função quadrática, observamos que os seguintes problemas podem ser resolvidos segundo essas recomendações.

- no Cotidiano

26 (PUC-SP) Ao levantar dados para a realização de um evento, a comissão organizadora observou que, se cada pessoa pagasse R$ 6,00 por sua inscrição, poderia contar com 460 participantes, arrecadando um total de R$ 2 760,00. Entretanto, também estimou que, a cada aumento de R$ 1,50 no preço de inscrição, receberia 10 participantes a menos. Considerando tais estimativas, para que a arrecadação seja a maior possível, o preço unitário da inscrição em tal evento deve ser:

a) R$ 15,00
b) R$ 24,50
c) R$ 32,75
×d) R$ 37,50
e) R$ 42,50

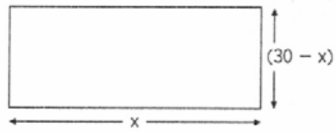
**Figura 105 - Problema do Cotidiano (p. 207)**

- na Geometria

**5** (FAAP-SP) Deseja-se construir uma casa térrea de planta retangular. Determinar as dimensões do retângulo em que a casa será construída, sabendo-se que seu perímetro é 60 m e que a área deve ser máxima.

x a) 15 m e 15 m
b) 20 m e 10 m
c) 25 m e 5 m
d) 17,50 m e 12,50 m
e) 22,50 m e 7,50 m

Considerando *x* uma das dimensões do retângulo em que haverá a construção, podemos representar a área da casa por: $x(30 - x)$ ou $-x^2 + 30x$.




Sendo $f(x) = -x^2 + 30x$, $0 < x < 30$, o valor máximo de $f(x)$ é obtido para

$$x = -\frac{b}{2 \cdot a} = -\frac{30}{2 \cdot (-1)} = 15.$$

Portanto, as dimensões do retângulo serão 15 m e 15 m.

**Figura 106 - Problema Envolvendo Geometria (p. 176)**

- na Física

**4.** A temperatura de uma estufa, em graus centígrados, é regulada em função do tempo *t*, de acordo com a lei *f* dada por $f(t) = -\frac{t^2}{2} + 4t + 10$, sendo $t \geq 0$.
Determine o valor máximo da temperatura em graus centígrados. 18 graus

**Figura 107 - Problema Envolvendo A Física (p. 201)**

- na Economia

**7.** Uma indústria estudou sua produção e obteve a fórmula seguinte, relativa ao custo em função do número de peças produzidas:

$$C(x) = \frac{3}{5}x^2 - 120x + 10\,000$$

Em que:
$C \rightarrow$ custo (em reais) e $x \rightarrow$ número de peças produzidas
Determine:
a) custo inicial R$ 10 000,00
b) custo mínimo R$ 4 000,00

**Figura 108 - Problema Envolvendo a Contabilidade (p. 201).**

- na Matemática Financeira

**31** (FGV-SP) Um empréstimo de R$ 27 500,00 deve ser pago sem juros em parcelas mensais. A 1ª parcela vale R$ 500,00 e cada parcela a partir da 2ª é R$ 50,00 superior à anterior.
Quantas parcelas são necessárias para pagar a dívida? 25

**Figura 109 - Problema Envolvendo a Matemática Financeira (p. 207)**

Os PCNEM sugerem que, levando em conta a vivência do aluno, os problemas devem ser tomados como ponto de partida na abordagem didática. Como já comentamos anteriormente, os autores não iniciam os conteúdos com uma situação-problema.

Outra recomendação dos PCNEM se refere a que o aluno, deve procurar e sistematizar informações relevantes para a compreensão da situação-problema. Nesse sentido, Xavier e Barreto apresentam alguns problemas em que o aluno possa fazer isso: Figuras 117, 118, 121, por exemplo.

A capacidade de resolver problemas genuínos, gerando hábitos de investigação, proporcionando confiança e desprendimento para analisar e enfrentar situações novas, é outra recomendação dada nos PCNEM. Em "Características gerais da obra" no item "Desenvolvendo a criatividade" os autores comentam.

> As situações-problema, aqui propostas, visam possibilitar ao estudante exercitar a criatividade, revelar seus questionamentos e valer-se dos conhecimentos que ele já vem elaborando, para formalizar, a partir de situações reais, outras situações-problemas, bem como sugerir as possíveis soluções dos mesmos. (SILVA E FILHO, 2005, P.6)

Os problemas vistos nesse item da unidade "Desenvolvendo a criatividade", realmente vem ao encontro das palavras dos autores na citação acima, e das solicitações dos PCNEM:

## Usando a função quadrática para interpretar e argumentar sobre os fenômenos científicos

A idéia de lançamento vertical pode facilmente ser posta em prática por você. Por exemplo, pegue uma bola ou outro objeto que esteja ao seu alcance e faça o arremesso desse corpo, numa trajetória retilínea e vertical, no sentido de baixo para cima, de tal forma, que na queda, ele caia novamente na sua mão. Observe detalhadamente o movimento do corpo, na subida e na descida. Caso ache necessário, faça o lançamento várias vezes. Mesmo sem a utilização de qualquer instrumento, repare o que ocorre com a velocidade do corpo durante a subida, durante a descida e no ponto mais alto atingido por ele.

A que respostas você chegou?

Agora, compare suas respostas com a definição elaborada por cientistas que se debruçaram sobre este estudo:

Um corpo lançado verticalmente e para cima, nas proximidades da superfície terrestre, onde a resistência do ar é considerada desprezível, descreve um movimento considerado uniformemente variado, pois a velocidade escalar apresenta as seguintes variações:

- *Diminui*, durante o movimento de subida, de 9,8 m/s em cada 1 s.
- *Aumenta*, durante o movimento de descida, de 9,8 m/s em cada 1 s.
- E *anula-se* no ponto mais alto da trajetória.

Já a aceleração escalar é constante e diferente de zero ($a = \pm g$), dependendo do sentido que se adote para a trajetória. No ponto mais alto da trajetória, o corpo tem velocidade nula, mas a aceleração não se anula nesse instante.

No lançamento vertical, se adotarmos o sentido do referencial de baixo para cima, teremos a variação da altura em função do tempo assim representada:

$$h = h_i + v_i t - \frac{1}{2}gt^2, \text{ sendo } \begin{cases} h = \text{altura} \\ h_i = \text{altura inicial} \\ v_i = \text{velocidade inicial} \\ g = 9{,}8 \text{ m/s}^2 \text{ (aceleração da gravidade)} \\ t = \text{tempo} \end{cases}$$

**3.** Baseando-se no texto anterior, analise o movimento de um corpo lançado do solo, verticalmente e para cima, com velocidade inicial de 30 m/s. Desprezando-se a resistência do ar e considerando $g = 10$ m/s², determine:

a) a expressão que representa a variação da altura em função do tempo; $h = 30t - 5t^2$

b) a altura em que o corpo se encontra nos instantes $t = 0$, $t = 1$, $t = 2$, $t = 3$, $t = 4$, $t = 5$ e $t = 6$ (segundos); 0, 25 m, 40 m, 45 m, 40 m, 25 m, 0

c) o gráfico que representa a variação da altura em função do tempo. Identifique a figura geométrica obtida; parábola

d) a altura máxima atingida pelo corpo; 45 m

e) o tempo necessário para o corpo atingir a altura máxima; 3 s

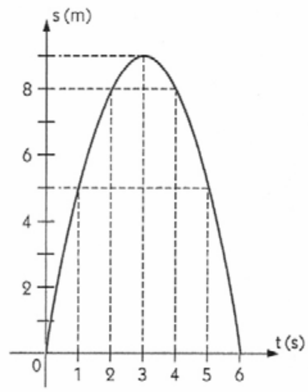
**Figura 110 - Desenvolvendo a Criatividade (p. 186).**

Quanto às **Orientações Curriculares** (O.C.) (BRASIL, 2006), elas propõem, no conteúdo de funções, trabalhar com explorações qualitativas das relações entre duas grandezas em diferentes situações como, por exemplo: tempo e distância percorrida, tempo e crescimento populacional; tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras.

No livro algumas situações desse tipo são encontradas, como por exemplo:

## Participe das resoluções

**1** A figura representa o gráfico posição × tempo do movimento de uma pedra lançada verticalmente para cima, com certa velocidade inicial, na superfície de um planeta.
Observando o gráfico, determine:
a) Qual é a altura em que estará a pedra, no instante t = 2 s?
b) Em qual instante a velocidade da pedra é nula?
c) O que ocorre com o movimento da pedra nos instantes t = 0 s e t = 6 s? E no instante t = 3 s?




a) No instante t = 2 s, a ordenada correspondente é 8; portanto, a pedra estará a 8 m de altura.
b) A velocidade da pedra é nula no vértice da parábola, ou seja, para t = 3 s.
c) Nos instantes t = 0 s ou t = 6 s, não há movimento (s = 0). O instante t = 3 s corresponde ao vértice da parábola; portanto, ocorre uma mudança no sentido do movimento.

**Figura 111 – Relação entre Grandezas (p. 173).**

As Orientações Curriculares apontam alguns pontos importantes a serem trabalhados no estudo de função quadrática, e que estão relacionamos com exemplos extraídos do livro:

O.C. - Problemas de aplicações, em que é preciso encontrar um certo ponto de máximo (clássicos problemas de determinação de área máxima), podem motivar o ensino de função quadrática.

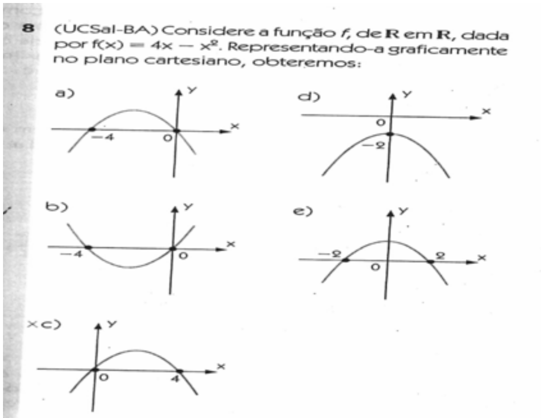
No livro foram observados esses tipos de problemas:

**19** Qual a área máxima que pode ser associada a um dos retângulos cujo perímetro é 80 m? 400 m²

**Figura 112 – Problema de área máxima (p.176).**

O.C. - Estudo da posição do gráfico, das coordenadas dos pontos de máximo e mínimo e dos zeros da função quadrática, que devem ser realizados de forma que o aluno consiga estabelecer as relações entre o "aspecto" do gráfico e os coeficientes de sua expressão algébrica.

No livro encontramos:



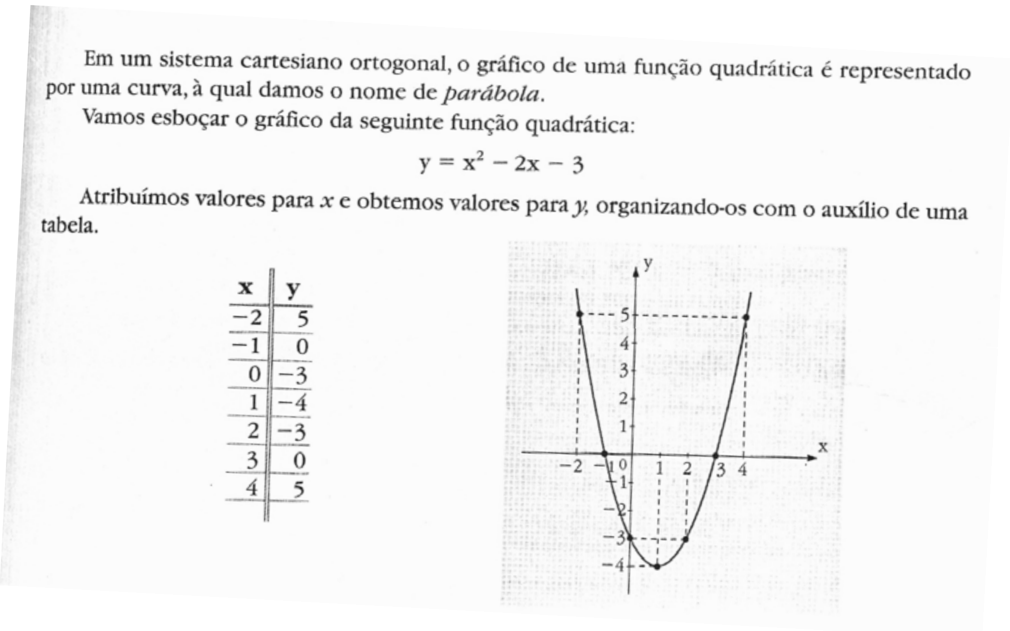
8 (UCSal-BA) Considere a função $f$, de $\mathbf{R}$ em $\mathbf{R}$, dada por $f(x) = 4x - x^2$. Representando-a graficamente no plano cartesiano, obteremos:



**Figura 113 – Estudo da Posição do Gráfico (p.205)**

O.C. – A identificação do gráfico da função quadrática com a curva parábola.

Xavier e Barreto apenas mencionam, sem demonstrações ou proposições mais detalhadas, a curva correspondente ao gráfico da função quadrática.



Em um sistema cartesiano ortogonal, o gráfico de uma função quadrática é representado por uma curva, à qual damos o nome de *parábola*.

Vamos esboçar o gráfico da seguinte função quadrática:

$$y = x^2 - 2x - 3$$

Atribuímos valores para $x$ e obtemos valores para $y$, organizando-os com o auxílio de uma tabela.

| x | y |
|---|---|
| −2 | 5 |
| −1 | 0 |
| 0 | −3 |
| 1 | −4 |
| 2 | −3 |
| 3 | 0 |
| 4 | 5 |

**Figura 114 - Parábola (p. 167)**

O.C. – O uso da forma canônica ($f(x) = a.(x-m)^2 + n$) como auxiliar importante no estudo do conteúdo de função quadrática, a dedução da fórmula de Bhaskara para calcular os zeros da função quadrática e a definição de parábola como: “lugar geométrico dos pontos do plano que são eqüidistantes de um ponto fixo (o foco) e de uma reta (a diretriz)” (BRASIL, 2006, p. 73).

No livro em análise não encontramos elementos que contemplam essas recomendações das Orientações Curriculares.

As O.C. recomendam evitar o trabalho somente com “problemas fechados”, como já visto e comentado. Entretanto, no capítulo de função quadrática do livro em análise, observamos que a maioria dos problemas são do tipo fechado.

De acordo com as Orientações Curriculares os conteúdos devem ser trabalhados destacando o valor formativo e descartando a memorização, as apresentações de “regras”, resolução de exercícios repetitivos ou aplicações diretas de fórmulas.

No livro, verificamos que, em muitos momentos, os autores se utilizam de “regras” e aplicações diretas de fórmulas conforme podemos observar em “Raízes ou Zeros da função quadrática” e no “Vértice da parábola”.

## Participe das resoluções

**1** Determinar os zeros das funções quadráticas:

a) $y = -x^2 + 2x + 3$ b) $y = x^2 - 2x + 1$ c) $y = -x^2 + x - 1$

a) $y = -x^2 + 2x + 3$

$-x^2 + 2x + 3 = 0$

$a = -1$, $b = 2$ e $c = 3$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3$

$\Delta = 4 + 12$

$\Delta = 16$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot (-1)}$$

$$x' = \frac{-2 + 4}{-2} = \frac{2}{-2} = -1$$

$$x'' = \frac{-2 - 4}{-2} = \frac{-6}{-2} = 3$$

Neste caso, $\Delta > 0$ e as raízes são números reais e desiguais.

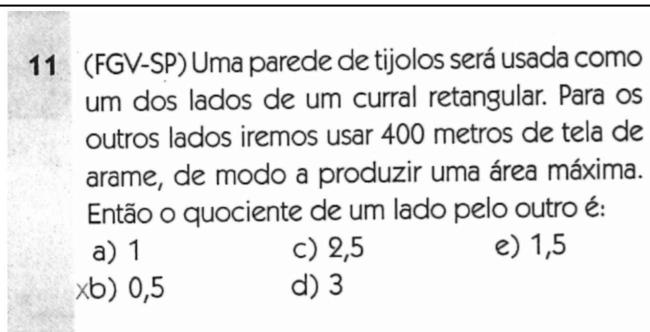
**Figura 115 – Zeros da Função Quadrática (p.170).**

As O.C. também recomendam o uso de problemas abertos e, quanto a esses, já mencionamos anteriormente, poucos foram observados no livro.

Finalmente, assim como em outros documentos oficiais, as Orientações Curriculares recomendam que “[...] a aprendizagem de um novo conceito matemático dar-se-ia pela representação de uma situação-problema [...]” (p.81). Reafirmamos que no livro de Xavier e Barreto, não há nenhuma situação-problema que seja geradora de um problema em que seja necessário um novo conceito para a resolução, e que se pretende que o aluno construa.

Com relação à **Proposta Curricular** (SÃO PAULO, 2008a), esta sugere, que se procure dar destaque à idéia de problematização, de equacionamento de problemas, de tradução de perguntas formuladas em diferentes contextos, em equações a serem resolvidas. É o caso dos problemas de máximos e mínimos, ou seja, de otimização.

No livro podemos observar problemas que se adequam a essa sugestão apontada pela P.C., conforme já foi visto em exemplos anteriores. A seguir, apontamos mais um momento em que os autores propõem um problema de máximos e mínimos. Consideramos que seja um problema que leva à reflexão, equacionamento, formulação e raciocínio para sua resolução:



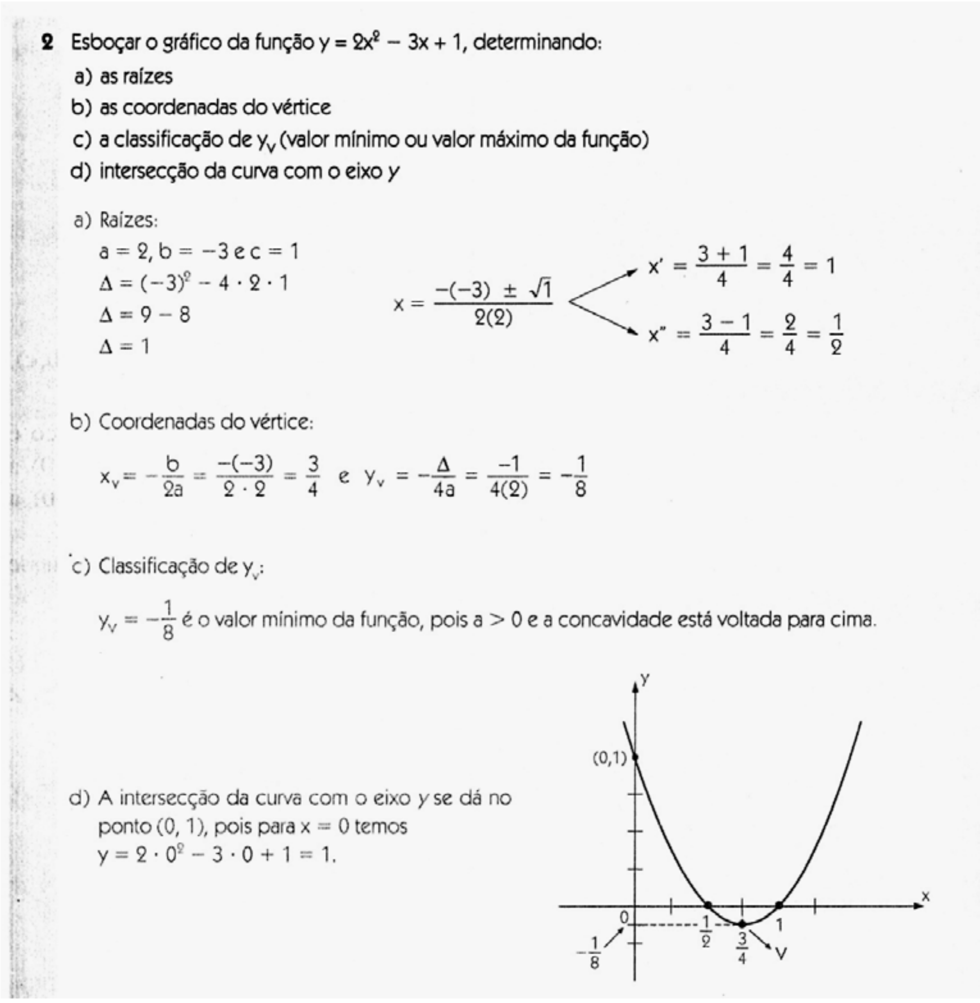
**11** (FGV-SP) Uma parede de tijolos será usada como um dos lados de um curral retangular. Para os outros lados iremos usar 400 metros de tela de arame, de modo a produzir uma área máxima. Então o quociente de um lado pelo outro é:

a) 1
xb) 0,5
c) 2,5
d) 3
e) 1,5

**Figura 116 - Problema de Máximo (p. 206).**

No “caderno do professor” da P.C., especificamente no tema função quadrática, é destacado que se deve buscar favorecer a compreensão da representação gráfica e suas propriedades, associando ao estudo de máximos e mínimos.

Nesse sentido, o livro didático de Xavier e Barreto apresenta exemplos que estão de acordo com esta orientação:



**2** Esboçar o gráfico da função $y = 2x^2 - 3x + 1$, determinando:

a) as raízes

b) as coordenadas do vértice

c) a classificação de $y_V$ (valor mínimo ou valor máximo da função)

d) intersecção da curva com o eixo *y*

a) Raízes:

$a = 2, b = -3$ e $c = 1$

$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1$

$\Delta = 9 - 8$

$\Delta = 1$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{1}}{2(2)} \quad x' = \frac{3+1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \quad x'' = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

b) Coordenadas do vértice:

$$x_V = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-3)}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4} \quad e \quad y_V = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-1}{4(2)} = -\frac{1}{8}$$

c) Classificação de $y_V$:

$y_V = -\frac{1}{8}$ é o valor mínimo da função, pois $a > 0$ e a concavidade está voltada para cima.

d) A intersecção da curva com o eixo *y* se dá no ponto (0, 1), pois para $x = 0$ temos $y = 2 \cdot 0^2 - 3 \cdot 0 + 1 = 1$.



**Figura 117 – Representação Gráfica (p. 174).**

O “caderno do professor”, também recomenda que o aluno compreenda que:

> A representação gráfica de uma função quadrática é uma parábola e compreenda as translações que ocorrem no gráfico dessas funções quando de variam os coeficientes na representação algébrica; saber calcular máximos e mínimos dessas funções e resolver situações- problema que envolvam funções polinomiais de 1º e 2º graus (SÃO PAULO , 2008b, p.10).

No livro é observado que o aluno tem acesso a alguns tipos de exemplos e problemas que o levem a compreender com diversidade, os itens apresentados nesta citação.

Terminada a análise do livro didático de Xavier e Barreto, sob os critérios estabelecidos para essa pesquisa (p. 67), observamos que, em geral, o capítulo sobre função quadrática está inserido fortemente na concepção de ensinar **para** resolução de problemas. Não foram observadas as concepções de ensinar sobre e através da Resolução de Problemas. Muitos dos tipos de problemas estabelecidos para essa análise foram encontrados; a surpresa maior foi com relação aos problemas abertos, Xavier e Barreto se diferenciam dos outros livros analisados, propondo alguns problemas abertos. Em geral, observamos que os conceitos são introduzidos, com formulação correta e objetiva das definições matemáticas, embora os conceitos não apresentem demonstrações; são simples e resumidos, somente em poucos casos são justificados. Muitos são os problemas de manipulação. Os autores definem, apresentam exemplos onde o professor pode resolver junto com o aluno e depois em “Elabore as resoluções” é proposto problemas para o aluno resolver. Quanto à aplicação foram observados vários e interessantes problemas que apresentam aplicações dos conceitos estudados, além daqueles voltados ao cotidiano do aluno, também encontram questões que envolvem outras áreas.

# CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como objetivo investigar o tema função quadrática em alguns livros didáticos inseridos no PNLEM-2008, sob a ótica da Resolução de Problemas. Alguns aspectos nos auxiliaram na busca pela resposta à pergunta geral desta pesquisa: “Como os livros didáticos abordam o conteúdo funções quadráticas sob a ótica da Resolução de Problemas?”

Para responder a essa pergunta percorremos longos caminhos; a metodologia de pesquisa qualitativa foi à orientação norteadora deste trabalho e o método escolhido foi o da Análise de Conteúdo. Algumas análises sobre livros didáticos brasileiros do Ensino Médio, os documentos oficiais no que diz respeito à função quadrática e Resolução de Problemas e as pesquisas já realizadas nessa linha nos influenciaram na escolha das quatro categorias de análise dos livros.

Com relação à 1ª categoria - Concepções em ensinar sobre, para e através da Resolução de Problemas - constatamos que ensinar **sobre** a resolução de problemas foi somente observado no livro de Dante, no manual do professor. Todos os livros analisados têm predominância na concepção de ensinar **para** a resolução de problemas. O ensino **através** da resolução de problemas se apresenta muito fraco nos livros analisados, aparecendo muito incipiente no livro de Dante e mais ainda no das autoras Smole e Diniz; no de Paiva e no de Xavier e Barreto não foi encontrado em nenhum momento.

Acreditamos que ensinar através da Resolução de Problemas, é de grande importância para o desenvolvimento da autonomia, criatividade, ação participativa, raciocínio, elaboração de estratégias, que são competências e habilidades que os alunos devem adquirir. Infelizmente, essa concepção de ensinar através da resolução de problemas está pouco presente nos livros didáticos e nas salas de aula em geral. Sendo assim os livros didáticos analisados não levam em conta a participação do aluno na construção e reconstrução de seu conhecimento. Cabe, então, ao professor, ao adotar um livro didático, agir como mediador, orientando a aprendizagem, levando em conta os conceitos a serem construídos e ajudando o aluno a assumir a responsabilidade e um papel ativo na sua aprendizagem. Ou seja, ao iniciarmos o desenvolvimento de um tema com os alunos, a apresentação de um problema, como ponto de partida para uma aula ou conteúdo a ensinar, pode ser iniciada com uma discussão das idéias centrais do tema em questão, até mesmo com o auxilio do livro didático. Assim, o professor pode direcionar os trabalhos em sala de aula à consecução dos objetivos que quer atingir.

Esse procedimento pode trazer significado para o que o aluno está aprendendo, além de promover a construção de conhecimento, contribuindo também para que o aluno desenvolva sua capacidade de resolver problemas, tanto na própria Matemática, quanto em outras áreas ou em sua vida. Ressaltamos, então, a importância do professor para a implementação de um trabalho que siga os preceitos do “ensinar através da Resolução de Problemas”, onde o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente.

Embora nem todos os livros analisados abordem as três concepções de ensinar sobre, para e através da Resolução de Problemas, o professor pode perfeitamente, e deve, utilizar-se das três na medida que pretende atingir um determinado objetivo. O professor deve planejar as aulas nas quais os conteúdos matemáticos sejam bem trabalhados, objetivando a um ensino-aprendizagem acompanhado de compreensão e significado, utilizando Resolução de Problemas.

O livro didático, por sua vez, também auxilia e contribui no preparo dessa aula. Ele é um recurso que deve dar uma boa formação e subsídios ao professor para que seja capaz de utilizar a resolução de problemas como metodologia.

Além disso, para o aluno, o livro deve ser um colaborador nos processos de construção do conhecimento matemático.

A 2ª categoria foi escolhida porque consideramos que a apresentação do conteúdo quanto à conceituação, manipulação e aplicação são básicos no ensino de Matemática e, portanto, devem estar presentes nos livros didáticos, uma vez que eles constituem um meio de o aluno ter acesso a esses componentes. Considerar esses três elementos pode contribuir para que o aluno vivencie plenamente a aprendizagem da Matemática, e essa vivência pode se dar por meio da Resolução de Problemas.

Comparando os quatro livros didáticos em relação ao tratamento do conteúdo quanto à conceituação, O livro de Dante se destaca, pelas demonstrações, observações e detalhes do conteúdo Matemático. Embora considerado um livro difícil pelos professores, Consideramos que ele pode ser utilizado como um livro de consulta para o professor e de estudos para o aluno. O livro será difícil para os alunos se o professor não trabalhar de acordo com a proposta do livro em sala de aula. No livro de Smole e Diniz, estas exploram bem os conteúdos, embora com menos detalhes e esclarecimentos do que Dante. O livro é de fácil entendimento tanto para o professor quanto para o aluno. Quanto ao livro de Paiva, este é muito sintético; percebe-se claramente que o livro não trata de aspectos sobre função quadrática que os outros dois analisados tratam. Assim como no livro de Smole e Diniz, as definições são curtas, não apresentam demonstrações, embora não fujam da objetividade. No livro de Xavier e Barreto, alguns resultados sobre função quadrática, mesmo não trazendo demonstrações, em alguns momentos, são justificados.

Dois aspectos específicos da conceituação: que conclusões sempre são provenientes de hipóteses que se admitem, e a distinção entre uma afirmação e sua recíproca, não foram observados em nenhum dos livros analisados.

Os quatro livros apresentam problemas de manipulação, onde o aluno não é levado ou solicitado a raciocinar, mas treinar. Quanto às aplicações dentro e fora da Matemática, elas também foram encontradas em todos os livros, durante a análise.

Os tipos de problemas, analisados na 3ª categoria, são necessários em sala de aula para que o professor possa encaminhar os alunos a objetivos específicos a partir dessa diferenciação de problemas.

Acredito que os problemas do tipo abertos são importantes, pois oferecem a possibilidade de formular hipóteses, construir estratégias de resolução e argumentação e, ainda, relacionar diferentes conhecimentos. Entretanto, embora os problemas do tipo fechado não sejam suficientes para uma aprendizagem significativa, não quer dizer que devam ser ignorados, pois são importantes para o aprendizado de técnicas e propriedades.

Na análise dos livros didáticos muitos dos tipos de problemas estabelecidos foram encontrados, principalmente os do tipo fechado, de reconhecimento, de treino e de conceitos; os abertos e os de raciocínio foram os menos freqüentes. No livro das autoras Smole e Diniz foram observados, nas seções “Invente você”, problemas em que o processo é aberto. No livro de Xavier e Barreto, esses problemas (abertos) são mais freqüentes, como visto nas seções “Desenvolva a criatividade”, “Desenvolva competências e amplie o conhecimento” e, ainda, em “Saiba um pouco mais”, onde os autores chamam a participação do aluno.

Quanto à quantidade de problemas e exercícios propostos para o aluno, e no nível de detalhes no tratamento do conteúdo, nos capítulos de função quadrática analisados, o fato de o livro ser de volume único ou de três volumes não influencia. Dito de outro modo, os livros de Ensino Médio compostos por três volumes não têm, necessariamente, o conteúdo apresentado com maior nível de detalhes, e nem contém mais problemas que nos de volume único. Em nosso estudo encontramos mais problemas no livro de Dante (volume único)  e no livro de Xavier e Barreto (volume 1); nos livros das autoras Smole e Diniz (volume 1) e no livro de Paiva (volume único) estes apareceram em menor quantidade.

A importância da análise em relação às orientações oficiais, como a 4ª categoria, está nas significativas orientações e sugestões que elas fornecem para o trabalho em sala de aula. Além disso, elas expressam as “regras”, os parâmetros que configuram o contexto onde se insere o ensino e aprendizagem, dos quais o livro didático faz parte e onde se insere o tratamento do professor.

Verificamos nos livros muitos aspectos em acordo com os documentos oficiais. É importante que os documentos sejam levados em conta na elaboração do livro e na ação do professor; eles trazem recomendações que muitas vezes não são colocadas em prática devidas, talvez, à falta de acesso dos professores a estes documentos ou, simplesmente, por não lerem e analisarem o significado de seu conteúdo. Nas Orientações Curriculares, por exemplo, encontramos que a resolução de problemas deve permitir ao aluno um trabalho mais autônomo e investigativo e menos repetitivo; muitos professores, por desconhecerem ou ignorarem as orientações, não fazem este trabalho com seus alunos.

O livro didático, por ser um importante instrumento no contexto escolar, é um material de grande ajuda para o aluno na fixação e aprendizagem do conteúdo. Com a capacidade de reunir conhecimentos, o livro cresceu em sua importância, fazendo parte dos Programas Educacionais, sendo distribuído para os alunos na maior parte do território nacional, e para o professor, apoiando-o em seu trabalho em sala de aula. Dada essa importância do livro e o grande porte dos programas do livro didático no Brasil, não podemos deixar de comentar a desatenção por parte dos alunos, professores, coordenadores, supervisores, diretores, dirigentes, etc., na escolha, nas recomendações, na análise dos catálogos com sínteses das obras aprovadas pelo Programa de distribuição, além dos documentos oficiais, configurando um verdadeiro descaso para o progresso da Educação no Brasil.

Com relação à pesquisa para a minha formação, esta teve grande importância em vários aspectos, principalmente quanto à abrangência e à diversidade de informações que aprendi sobre a Resolução de Problemas. Após a pesquisa, vejo outras formas de trabalhar em sala de aula com resolução de problemas e a importância de iniciar os conteúdos com problemas geradores.

Quanto aos livros didáticos, escolhia aqueles que fossem bem sintéticos, simples nas definições; aqueles que apresentassem problemas simples e aplicados aos conteúdos, ou seja, puramente manipulativos. Não recorria às orientações oficiais, nem mesmo aos catálogos, muito menos fazia discussão com os professores para a escolha; às vezes nem usava aquele que era recomendado pelo programa, usava vários livros para escolha de problemas. Não tinha a compreensão sobre Resolução de Problemas que me faz, agora, olhar para cada livro de um modo muito particular.

Depois desta pesquisa minha concepção mudou completamente; hoje eu sei o que de fato representa escolher um livro didático. Atualmente percebo a importância dessa escolha, considerando o professor e o aluno; ele é um recurso, um apoio e depende de nós, professores, nos tornarmos mediadores entre este e o aluno, adequando a metodologia escolhida para atingir os objetivos.

Além disso, percebo que meus colegas professores não têm a consciência que eu tenho agora, após a realização desta pesquisa. Reconheço, então, a minha responsabilidade como multiplicadora.

Durante as análises e ao final destas, surgiram idéias para futuras pesquisas com novas abordagens. Por exemplo, pode-se fazer um estudo dos documentos oficiais (incluindo outros além dos já apresentados nesta pesquisa) e a Resolução de Problemas, analisando suas orientações, metodologias consideradas, livros didáticos recomendados, etc. Outra pesquisa poderia ser desenvolvida colocando o aluno diante dos problemas do livro, verificando seu comportamento, suas dificuldades, suas descobertas, etc. Percebemos hoje a grande importância dada à interdisciplinaridade, à contextualização e às aplicações; por que não fazer uma análise desses aspectos relacionados à Resolução de Problemas? Interessante, também, seria fazer um panorama da Resolução de Problemas, sua história, sua evolução até os dias de hoje: tendências, pesquisas, sala de aula, contribuições. Pesquisas no mesmo enfoque desta dissertação, só que com outros conteúdos, seriam, também, de grande importância para fazermos comparações.

Termino, assim, com grandes expectativas, de que ainda não acabou. Talvez esta pesquisa seja o início de outras tantas que pretendo fazer, pois percebo, agora, a importância de se pesquisar na Educação Matemática e quanto esta pode trazer melhorias para o ensino, para a sala de aula, para o aluno, para o professor e para todos aqueles que se interessam pela Educação.

Muitos foram os esforços para a realização desta dissertação, em que foram envolvidos o trabalho, a família e os amigos. Apesar do cansaço, foi uma trajetória que se tornou gratificante e muito colaborou com meu desenvolvimento profissional e científico.

Manifesto, aqui, o desejo de que este trabalho possa servir de ponto de partida e incentivo a outros estudiosos, que certamente desenvolverão mais a fundo o tema. Esperamos ter contribuído de alguma forma com o ensino de Matemática em nosso país.

# REFERÊNCIAS


A BOA IMPRESSÃO de João Gutenberg. In: NOVO conhecer. São Paulo: Abril Cultural, 1977. v. 2, p. 104-105.

ALEXANDRE, M. R. O livro didático de matemática: relevância das situações-problema à luz do PCN de matemática. In: CONGRESSO NACIONAL DAS LICENCIATURAS, 1., 24-28 set. 2007, São Paulo. **Palestras**. São Paulo: Universidade Presbiteriana Mackenzie, 2007, p. 1-11.

ALLEVATO, N. S. G. **Associando o computador à resolução de problemas fechados**: análise de uma experiência. 2005. 370 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática)–Instituto de Geociência e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlia de Mesquita Filho, Rio Claro, 2005.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. **Teaching mathematics in the classroom through problem solving.** Disponível em: <http://tsg.icme11.org/document/get/453>. Acesso em: 29 ago. 2008.

BORGES, A. J. **Polinômios no ensino médio:** uma investigação em livros didáticos. 2007. 108 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática)-Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2007.

BRAGA, C. **Função:** a alma do ensino da matemática. São Paulo: Annablume, Fapesp, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. **Fundo nacional de desenvolvimento da educação**. Disponível em: <http://www.fnde.gov.br/home/index.jsp?arquivo=livro_didático.html>. Acesso em: 29 ago. 2008.

______. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais para o ensino médio**. Brasília, 1999.

______. Ministério da Educação. Secretaria da Educação. **Matemática:** Catálogo do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio: PNLEM/2009, Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, 2008.

______. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio**. Brasília, 2006.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Lisboa: Porto Editora, 1994. 336 p.

CHIANCA, L. **O PEC e a reforma do ensino médio.** São Paulo: Editora do Brasil, 2000.

CONTRERAS, L. C.; CARRILLO, J. Diversas concepciones sobre resolución de problemas em el aula. **Educación Matemática**, v. 10, n. 1, p. 26-37, 1998.

CUSTÒDIO, J. F.; PIETROCOLA, M. Princípios nas ciências empíricas e o seu tratamento em livros didáticos. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 10, n. 3, p. 383–399, 2004.

DALCIN, A. et al. **O ensino da matemática por meio de projetos.** [São Paulo]:UNICSUL, 2005. Apostila Programa Teia do Saber, Universidade Cruzeiro do Sul.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática.** 12. ed. São Paulo: Ática, 2003.

______. **Matemática.** São Paulo: Ática, 2005.

FARIA, A. L. G. **Ideologia no livro didático.** 13. ed. São Paulo: Cortez, 2000. (Coleção Questões da Nossa Época, v. 37).

FERREIRA. A. B. H. **Novo dicionário Aurélio da língua portuguesa.** 2. ed. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1988. 1838p.

FERREIRA. A. G. **Dicionário de latim-português**. Porto: Ed. LDA, 1983, p. 862.

FRANCO, M. L. P. B. **Análise de conteúdo.** 2. ed. Brasília: Líber Livro, 2007.

GIL, A. C. A. **Normas para a elaboração de projeto de pesquisa e redação de monografia**. Disponível em: <http://tomgil.sites.uol.com.br/normproj.pdf>. Acesso em: 29 ago. 2008.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar:** como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais. 3. ed. Rio de Janeiro: Record, 1999.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS "ANÍSIO TEIXEIRA". **Exame nacional do ensino médio (ENEM)**: fundamentação teórico-metodológica. Brasília, 2005.

KARRER, M.; JAHN, A. P. Transformações lineares nos livros didáticos: uma análise em termos de registros de representação semiótica**. Educação Matemática em Revista**, ano 11, n. 17, p. 16-27, dez. 2004.

LAJOLO, M. **Do mundo da leitura para a leitura do mundo**. São Paulo: Ática. 1993.

LIMA, E. L. et al. **A matemática do ensino médio**. v.1 Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática. 1997. (Coleção do Professor de Matemática).

______. **Exame de textos**: análise de livros de matemática para o ensino médio. Rio de Janeiro: SBM, 2001.

______. Conceituação, manipulação e aplicação: os três componentes do ensino de matemática. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 41, p. 1-6, 1999.

MICOTTI, M. C. O. O ensino e as propostas pedagógicas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática**: concepções & perspectives. São Paulo: UNESP, 1999. p. 153-167.

ONUCHIC, L. R. Ensino: aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática**. São Paulo: UNESP, 1999, p. 199-220.

______. ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação matemática**: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2005. p. 213-231.

PAIVA, M. **Matemática.** São Paulo: Moderna, 2005.

PIRES, C. M. C. **O que há de novo na velha arte de resolver problemas?** [São Paulo], 2005/2006. Texto retirado do material do curso matemática nas séries iniciais.

POLATO, A.; SANTOMAURO, B.; RATIER, R. A chave do ensino: múltipla escolha. **Nova escola**, ano 23, n. 213, p. 44, 60-62, jun./jul. 2008.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** Tradução: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1994.

ROMBERG, T. A. Perspectivas sobre o conhecimento e métodos de pesquisas Perspectives on scholarship and research methods. Tradução: Lourdes R. Onuchic e Maria Lúcia Boero. **Bolema**, Rio Claro, ano 20, n. 27, p. 93-139, 2007.

SANTOS, M. R.; BELLEMAIN, P. M. B. A área do paralelogramo no livro didático de matemática: uma análise sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas. **Educação Matemática em Revista**, ano 13, n. 23, p. 25-42, dez. 2007.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. **Proposta curricular do estado de São Paulo**: matemática. São Paulo, 2008a.

______. Secretaria da Educação. **Caderno do professor**: matemática, ensino médio: 1ª série, 2º bimestre. São Paulo, 2008b.

______. Secretaria da Educação. **Relatório pedagógico SARESP 2007**. São Paulo, 2008c.

SILVA, C. X.; BARRETO FILHO, B. **Matemática aula por aula**: 1ª série, 2. ed., São Paulo: FTD, 2005. v. 1.

SILVA, U. A. **Análise da Abordagem de função adotada em livros didáticos em matemática da educação básica**. 2007. 99 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática)- Pontifica Universidade Católica/SP, São Paulo, 2007.

SMOLE, K. M.; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

______. **Matemática ensino médio**: 1ª série, 5. ed., São Paulo: Saraiva, 2005. v. 1.

SOARES, F.; ROCHA, J. L. As políticas de avaliação do livro didático na era Vargas: a comissão nacional do livro didático. **Zetetiké**, Campinas, v. 13, n. 24, p. 81-111, jul./dez. 2005.

TERTO, L. L.; ALLEVATO, N. S. G. Função quadrática e jogos**:** a construção de conhecimento e a reflexão sobre a própria prática. In: SEMINÁRIO HISPANO-BRASILEIRO DE AVALIAÇÃO DAS ATIVIDADES RELACIONADAS COM CIÊNCIAS, TECNOLOGIA E SOCIEDADE; JORNADA INTERNACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA, 2008, São Paulo. **Resumos**: São Paulo: Universidade Cruzeiro do Sul, 2008. p.19.

# Anexo 1

## Ações do PNLEM

FNDE Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação

Livro Didático

### Programas de livros didáticos

O governo federal executa três programas voltados ao livro didático: o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM) e o Programa Nacional do Livro Didático para a Alfabetização de Jovens e Adultos (PNLA). Seu objetivo é o de prover as escolas das redes federal, estadual e municipal e as entidades parceiras do programa Brasil Alfabetizado com obras didáticas de qualidade.

Os livros didáticos são distribuídos gratuitamente para os alunos de todas as séries da educação básica da rede pública e para os matriculados em classes do programa Brasil Alfabetizado. Também são beneficiados, por meio do programa do livro didático em Braille, os estudantes cegos ou com deficiência visual, os alunos das escolas de educação especial públicas e das instituições privadas definidas pelo censo escolar como comunitárias e filantrópicas.

Cada aluno do ensino fundamental tem direito a um exemplar das disciplinas de língua portuguesa, matemática, ciências, história e geografia, que serão estudadas durante o ano letivo. Além desses livros, os estudantes do primeiro ano recebem uma cartilha de alfabetização. No ensino médio, cada aluno recebe um exemplar das disciplinas de português, matemática, história, biologia e química. A partir de 2009, receberá, também, um livro de geografia e um de física.

O FNDE executa diretamente os programas, não havendo repasse de recursos para as aquisições de livros, que são realizadas de forma centralizada. Depois da compra, eles são enviados aos estados, municípios, entidades comunitárias e filantrópicas e entidades parceiras do Brasil Alfabetizado.

A definição do quantitativo de exemplares a ser adquirido para as escolas estaduais, municipais e do Distrito Federal é feita com base no censo escolar realizado anualmente pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep/MEC), que serve de parâmetro para todas as ações do FNDE.

Os resultados do processo de escolha são publicados no Diário Oficial da União, para conhecimento dos estados e municípios. Em caso de desconformidade, os estados e municípios podem solicitar alterações, desde que devidamente comprovada a ocorrência de erro.

Todos os programas de livros didáticos são mantidos pelo FNDE com recursos financeiros do Orçamento Geral da União, sendo a maior parte da arrecadação do salário-educação.

Em 2007, foram gastos R$ 661 milhões no PNLD, R$ 221 milhões no PNLEM e estão previstos R$ 10 milhões para o PNLA, programa que está em fase de execução.



### PNLD e PNLEM

PNLD

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) é o mais antigo dos programas voltados à distribuição de obras didáticas aos estudantes da rede pública de ensino brasileira e iniciou-se, com outra denominação, em 1929. Ao longo desses quase 70 anos, o programa foi se aperfeiçoando e teve diferentes nomes e formas de execução (ver Histórico). O PNLD é voltado para o ensino fundamental público, incluindo as classes de alfabetização infantil

A partir de 2001, o PNLD ampliou sua área de atuação e começou a atender, de forma gradativa, os alunos portadores de deficiência visual que estão nas salas de aula do ensino regular das escolas públicas com livros didáticos em Braille.

Em 2004, com a Resolução nº 40, de 24/8/2004, ficou instituído o atendimento também aos estudantes portadores de necessidades especiais das escolas de educação especial públicas, comunitárias e filantrópicas, definidas no censo escolar, com livros didáticos de língua portuguesa, matemática, ciências, história, geografia e dicionários.

Em 2006, o investimento do PNLD foi de R$ 563,7 milhões. Em 2007, foram gastos R$ 661 milhões.

### PNLEM

Implantado em 2004, pela Resolução nº 38 do FNDE, o programa prevê a universalização de livros didáticos para os alunos do ensino médio público de todo o país. Inicialmente, atendeu 1,3 milhão de alunos da 1ª série do ensino médio de 5.392 escolas das regiões Norte e Nordeste, que receberam até o início de 2005, 2,7 milhões de livros das disciplinas de português e de matemática. Em 2005, as demais séries e regiões brasileiras também foram atendidas com livros de português e matemática.

Todas as escolas beneficiadas estão cadastradas no censo escolar realizado anualmente pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep/MEC).

Em 2006, foram adquiridos 7,2 milhões de volumes, para serem utilizados em 2007, por 6,9 milhões de alunos, ficando 300 mil exemplares para compor a reserva técnica. Foram adquiridos, ainda, 1,9 milhão de livros de português e matemática para reposição dos que foram distribuídos no ano anterior. Foram investidos R$ 121,9 milhões no PNLEM.

Em 2007, foi feita a escolha dos livros didáticos de história e de química, que serão usados em 2008. Em 2008, serão incluídas as disciplinas de geografia e física para serem utilizadas em 2009, completando, assim, a universalização do atendimento do ensino médio. Foram investidos R$ 221 milhões.

### Funcionamento

O PNLD e o PNLEM têm, basicamente, a mesma forma de execução. As principais ações da execução são:

**1) Inscrição das editoras** - O edital que estabelece as regras para a inscrição do livro didático é publicado no Diário Oficial da União e disponibilizado no sítio do FNDE na Internet. O edital também determina o prazo para a apresentação das obras pelas empresas detentoras de direitos autorais.

**2) Triagem/Avaliação** - Para analisar se as obras apresentadas se enquadram nas exigências técnicas e físicas do edital, é realizada uma triagem pelo Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo (IPT). Os livros selecionados são encaminhados à Secretaria de Educação Básica (SEB/MEC), responsável pela avaliação pedagógica. A SEB escolhe os especialistas para analisar as obras, conforme critérios divulgados no edital. Os especialistas elaboram as resenhas dos livros aprovados, que passam a compor o guia de livros didáticos.

**3) Guia do livro** - O FNDE disponibiliza o guia do livro didático em seu sítio na Internet e envia o mesmo material impresso às escolas cadastradas no censo escolar.

**4) Escolha** - Os livros didáticos passam por um processo democrático de escolha, com base no guia do livro didático. Diretores e professores analisam e escolhem as obras que serão utilizadas.

**5) Pedido** - O professor possui duas alternativas para escolher os livros didáticos:

• A primeira alternativa é pela Internet. De posse de senha previamente enviada pelo FNDE às escolas, os professores fazem a escolha on line em aplicativo específico para esse fim, disponível na página do FNDE.

• A segunda alternativa é pelo formulário impresso, remetido pelos Correios. Nessa hipótese, o FNDE envia às escolas cadastradas no censo escolar, junto com o guia do livro didático, um formulário de escolha que deve ser usado pelos docentes para identificação das obras desejadas.

**6) Aquisição** - Após a compilação dos dados dos formulários impressos e dos pedidos feitos pela Internet, o FNDE inicia o processo de negociação com as editoras. A aquisição é realizada por inexigibilidade de licitação, prevista na Lei 8.666/93, tendo em vista que as escolhas dos livros são efetivadas pelos professores.

**7) Produção** - Concluída a negociação, o FNDE firma o contrato e informa os quantitativos e as localidades de entrega para as editoras, que dão início à produção dos livros, com supervisão dos técnicos do FNDE.

**8) Qualidade física -** O FNDE tem parceria com o Instituto de Pesquisas Tecnológicas (IPT). Esse instituto é responsável pela coleta de amostras e pelas análises das características físicas dos livros, de acordo com especificações da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), normas ISO e manuais de procedimentos de ensaio pré-elaborados.

**9) Período de utilização** - Cada aluno tem direito a um exemplar das disciplinas de língua portuguesa, matemática, ciências, história e geografia que serão estudadas durante o ano letivo. Confeccionado com uma estrutura física resistente, o livro deve ser reutilizado, por três anos consecutivos, beneficiando mais de um estudante nos anos subseqüentes, exceção feita à cartilha de alfabetização e aos livros de 1ª série.

**10) Alternância -** Para a manutenção da uniformidade da alocação de recursos do FNDE com o programa – evitando grandes oscilações a cada ano – e em face do prazo de três anos de utilização dos livros, as compras integrais para alunos de 2ª a 4ª e de 5ª a 8ª série ocorrem em exercícios alternados. Nos intervalos das compras integrais, são feitas reposições, por extravios ou perdas, e complementações, por acréscimo de matrículas. Já os livros da 1ª série são adquiridos anualmente.

**11) Distribuição -** A distribuição dos livros é feita diretamente pelas editoras às escolas, por meio de um contrato entre o FNDE e a Empresa Brasileira de Correios e Telégrafos (ECT). Essa etapa do PNLD conta com o acompanhamento de técnicos do FNDE e das secretarias estaduais de Educação.

**12) Recebimento** - Os livros chegam às escolas entre outubro e o início do ano letivo. Nas zonas rurais, as obras são entregues na sede das prefeituras ou das secretarias municipais de Educação, que devem entregar os livros às escolas localizadas nessas áreas.

**13) Ampliação** - O FNDE ampliou sua área de atuação e passou a distribuir, além dos livros didáticos para o ensino fundamental, também para o ensino médio, dicionários de língua portuguesa e obras em braille. O objetivo dessa ampliação é contribuir para a melhoria da qualidade do ensino, a construção da cidadania e o desenvolvimento intelectual e cultural dos estudantes.

**Livros em braille** – A partir de 2001, o PNLD começou a atender, de forma gradativa, os alunos portadores de deficiência visual que estão nas salas de aula do ensino regular das escolas públicas com livros didáticos em braille.

**Livros para a educação especial** - Em 2004, com a Resolução nº 40, de 24/8/2004, ficou instituído o atendimento aos alunos da educação especial das redes pública e privada definidas pelo censo escolar. Na rede privada, somente recebem livros os estudantes portadores de necessidades educacionais especiais das escolas filantrópicas e comunitárias.

**Livros para o ensino médio** - O Ministério da Educação instituiu, por meio da **Resolução nº 38, de 15/10/2003**, o Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio (PNLEM), com o objetivo de distribuir gratuitamente livros didáticos para os alunos do ensino médio de escolas públicas.

voltar

**PNLA**

O Programa Nacional do Livro Didático para a Alfabetização de Jovens e Adultos (PNLA) foi criado pela Resolução nº 18, de 24 de abril de 2007, para distribuição, a título de doação, de obras didáticas às entidades parceiras, com vistas à alfabetização e à escolarização de pessoas com idade de 15 anos ou mais. Entidades parceiras são os estados, Distrito Federal, municípios, entidades da sociedade civil organizada e instituições de ensino superior que estabelecem parceria com o Ministério da Educação, por intermédio da Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização e Diversidade (Secad/MEC), na execução das ações do Programa Brasil Alfabetizado.

Os objetivos do programa são os de dar cumprimento ao Plano Nacional de Educação - determina a erradicação do analfabetismo e o progressivo atendimento a jovens e adultos no primeiro segmento de Educação de Jovens e Adultos até 2011 - e promover ações de inclusão social, ampliando as oportunidades educacionais para jovens e adultos com 15 anos ou mais que não tiveram acesso ou permanência na educação básica; e estabelecer um programa nacional de fornecimento de livro didático adequado ao público da alfabetização de jovens e adultos como um recurso básico, no processo de ensino e aprendizagem.

Para ter direito ao PNLA, as entidades parceiras devem obedecer ao cadastramento dos alfabetizandos, das turmas e, se houver, dos coordenadores de turmas do programa, informados em meio eletrônico no endereço http://portal.mec.gov.br/secad/.

Em 2008, o programa é financiado com recursos provenientes de dotações consignadas no orçamento do Ministério da Educação.

### Funcionamento

O FNDE é o órgão encarregado da execução do PNLA, em mútua colaboração com a Secad/MEC e as entidades parceiras do programa Brasil Alfabetizado.

Ao Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação compete:

a) elaborar, em conjunto com a Secad/MEC, o edital de convocação do programa;
b) viabilizar o cadastramento de titulares de direito autoral, a pré-inscrição, a inscrição e a triagem das obras didáticas;
c) providenciar o catálogo/guia de obras e a escolha pela Internet ;
d) processar os dados das escolhas das obras didáticas;
e) contratar os titulares ou detentores de direitos autorais dos títulos escolhidos pelas escolas para produção e expedição de livros;
f) acompanhar e monitorar a produção e a expedição dos livros, bem como a execução do PNLA junto às entidades parceiras do programa Brasil Alfabetizado; e
g) propor, implantar e implementar ações que possam contribuir para a melhoria da execução do programa.

À Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização e Diversidade compete:

a) elaborar, em conjunto com o FNDE, o edital de convocação do programa;
b) promover a avaliação pedagógica dos livros didáticos inscritos para o programa;
c) fornecer ao FNDE os dados cadastrais das entidades parceiras, necessários à operacionalização do programa, por meio eletrônico e em formato adequado;
d) monitorar o processo de escolha das obras do programa;
e) informar ao FNDE o número de exemplares de livros didáticos a serem adquiridos, com base na meta de 2008 definida pelas entidades parceiras no Plano Plurianual de Alfabetização do programa Brasil Alfabetizado;
f) elaborar a arte final do Guia Virtual de Livros Didáticos para a Alfabetização de Jovens e Adultos a ser disponibilizado via Internet para subsidiar a escolha das obras selecionadas na avaliação;
g) avaliar o processo e o impacto do programa; e
h) propor, implantar e implementar ações que possam contribuir para a melhoria da execução do programa.

Às entidades parceiras do programa Brasil Alfabetizado compete:

a) registrar e manter atualizados todos os dados necessários à operacionalização do PNLA no Sistema do Brasil Alfabetizado;
b) dar condições para que todos os coordenadores de turma cadastrados no SBA, em consenso com os alfabetizadores, escolham os livros, com base na análise das resenhas contidas no Guia Virtual, informando os títulos das obras, via Internet, pelo site www.fnde.gov.br;
c) monitorar o processo de escolha dos livros, garantindo o cumprimento do prazo definido para escolha; e
d) distribuir os livros aos alfabetizandos e alfabetizadores, de acordo com o cadastro de 2008 registrado no Sistema do Brasil Alfabetizado.

voltar

## Histórico

1929 - O Estado cria um órgão específico para legislar sobre políticas do livro didático, o Instituto Nacional do Livro (INL), contribuindo para dar maior legitimação ao livro didático nacional e, conseqüentemente, auxiliando no aumento de sua produção.

1938 - Por meio do Decreto-Lei nº 1.006, de 30/12/38, o Estado institui a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD), estabelecendo sua primeira política de legislação e controle de produção e circulação do livro didático no País.

1945 - Pelo Decreto-Lei nº 8.460, de 26/12/45, o Estado consolida a legislação sobre as condições de produção, importação e utilização do livro didático, restringindo ao professor a escolha do livro a ser utilizado pelos alunos, conforme definido no art. 5º.

1966 - Um acordo entre o Ministério da Educação (MEC) e a Agência Norte-Americana para o Desenvolvimento Internacional (Usaid) permite a criação da Comissão do Livro Técnico e Livro Didático (Colted), com o objetivo de coordenar as ações referentes à produção, edição e distribuição do livro didático. O acordo assegurou ao MEC recursos suficientes para a distribuição gratuita de 51 milhões de livros no período de três anos. Ao garantir o financiamento do governo a partir de verbas públicas, o programa revestiu-se do caráter de continuidade.

1970 - A Portaria nº 35, de 11/3/1970, do Ministério da Educação implementa o sistema de co-edição de livros com as editoras nacionais, com recursos do Instituto Nacional do Livro (INL).

1971 - O Instituto Nacional do Livro (INL) passa a desenvolver o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (Plidef), assumindo as atribuições administrativas e de gerenciamento dos recursos financeiros até então a cargo da Colted. A contrapartida das Unidades da Federação torna-se necessária com o término do convênio MEC/Usaid, efetivando-se com a implantação do sistema de contribuição financeira das unidades federadas para o Fundo do Livro Didático.

1976 - Pelo Decreto nº 77.107, de 4/2/76, o governo assume a compra de boa parcela dos livros para distribuí-los a parte das escolas e das unidades federadas. Com a extinção do INL, a Fundação Nacional do Material Escolar (Fename) torna-se responsável pela execução do programa do livro didático. Os recursos provêm do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) e das contrapartidas mínimas estabelecidas para participação das Unidades da Federação. Devido à insuficiência de recursos para atender todos os alunos do ensino fundamental da rede pública, a grande maioria das escolas municipais é excluída do programa.

1983 - Em substituição à Fename, é criada a Fundação de Assistência ao Estudante (FAE), que incorpora o Plidef. Na ocasião, o grupo de trabalho encarregado do exame dos problemas relativos aos livros didáticos propõe a participação dos professores na escolha dos livros e a ampliação do programa, com a inclusão das demais séries do ensino fundamental.

1985 - Com a edição do Decreto nº 91.542, de 19/8/85, o Plidef dá lugar ao Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), que traz diversas mudanças, como:

. Indicação do livro didático pelos professores;
. Reutilização do livro, implicando a abolição do livro descartável e o aperfeiçoamento das especificações técnicas para sua produção, visando maior durabilidade e possibilitando a implantação de bancos de livros didáticos;
. Extensão da oferta aos alunos de 1ª e 2ª série das escolas públicas e comunitárias;
. Fim da participação financeira dos estados, passando o controle do processo decisório para a FAE e garantindo o critério de escolha do livro pelos professores.

1992 - A distribuição dos livros é comprometida pelas limitações orçamentárias e há um recuo na abrangência da distribuição, restringindo-se o atendimento até a 4ª série do ensino fundamental.

1993 - A Resolução FNDE nº 6 vincula, em julho de 1993, recursos para a aquisição dos livros didáticos destinados aos alunos das redes públicas de ensino, estabelecendo-se, assim, um fluxo regular de verbas para a aquisição e distribuição do livro didático.

1995 - De forma gradativa, volta a universalização da distribuição do livro didático no ensino fundamental. Em 1995, são contempladas as disciplinas de matemática e língua portuguesa. Em 1996, a de ciências e, em 1997, as de geografia e história.

1996 - É iniciado o processo de avaliação pedagógica dos livros inscritos para o PNLD 1997. Esse procedimento foi aperfeiçoado, sendo aplicado até hoje. Os livros que apresentam erros conceituais, indução a erros, desatualização, preconceito ou discriminação de qualquer tipo são excluídos do Guia do Livro Didático.

1997 - Com a extinção, em fevereiro, da Fundação de Assistência ao Estudante (FAE), a responsabilidade pela política de execução do PNLD é transferida integralmente para o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE). O programa é ampliado e o Ministério da Educação passa a adquirir, de forma continuada, livros didáticos de alfabetização, língua portuguesa, matemática, ciências, estudos sociais, história e geografia para todos os alunos de 1ª a 8ª série do ensino fundamental público.

2000 - É inserida no PNLD a distribuição de dicionários da língua portuguesa para uso dos alunos de 1ª a 4ª série em 2001 e, pela primeira vez na história do programa, os livros didáticos passam a ser entregues no ano anterior ao ano letivo de sua utilização. Os livros para 2001 foram entregues até 31 de dezembro de 2000.

2001 - O PNLD amplia, de forma gradativa, o atendimento aos alunos portadores de deficiência visual que estão nas salas de aula do ensino regular das escolas públicas, com livros didáticos em braille.

2002 - Com o intuito de atingir em 2004 a meta de que todos os alunos matriculados no ensino fundamental possuam um dicionário de língua portuguesa para uso durante toda sua vida escolar, o PNLD dá continuidade à distribuição de dicionários para os ingressantes na 1ª série e atende aos estudantes das 5ª e 6ª série.

2003 - O PNLD distribui dicionários de língua portuguesa aos ingressantes na 1ª série e atende aos alunos das 7ª e 8ª série, alcançando o objetivo de contemplar todos os estudantes do ensino fundamental com um material pedagógico que os acompanhará continuamente em todas as suas atividades escolares. É distribuído, também, Atlas Geográfico para as escolas que possuem, concomitantemente, EJA e turmas de 5ª a 8ª série do ensino regular.

2004 - É feita distribuição de livros didáticos de todos os componentes curriculares aos alunos de 1ª a 4ª série; de dicionários aos alunos de 1ª série e aos repetentes da 8ª série e a última reposição e complementação do PNLD 2002 aos alunos de 5ª a 8ª série. Também são entregues cerca de 38,9 milhões de dicionários aos estudantes, para uso pessoal. O dicionário é de propriedade do aluno, que pode compartilhar a fonte de pesquisa com toda a família.

2005 - São distribuídos livros didáticos de todos os componentes curriculares de 1ª série, 2ª a 4ª série reposição e complementação e a todos os alunos de 5ª a 8ª série.

A partir de 2005, a sistemática de distribuição de dicionários é reformulada, de maneira a priorizar a utilização do material em sala de aula. Assim, em vez de entregar uma obra para cada aluno, o FNDE fornece acervos de dicionários a todas as escolas públicas de 1ª a 4ª série do ensino fundamental. As obras também passam a ser adaptadas ao nível de ensino do aluno, da seguinte forma:

. Dicionários do tipo 1 - com 1 mil a 3 mil verbetes, adequados à introdução das crianças a este tipo de obra.
. Dicionários do tipo 2 - com 3,5 mil a 10 mil verbetes, apropriados a alunos em fase de consolidação do domínio da escrita.
. Dicionários do tipo 3 - com 19 mil a 35 mil verbetes, direcionados para alunos que já começam a dominar a escrita.

As turmas de 1ª e 2ª série recebem dicionários do tipo 1 e do tipo 2, enquanto as de 3ª e 4ª série recebem os do tipo 2 e 3. Nas redes públicas que adotam o ensino fundamental de nove anos, o primeiro grupo é formado pelos alunos de 1ª a 3ª série e o segundo grupo, pelos de 4ª e 5ª série.

2006 - Distribuição de livros didáticos de todos os componentes curriculares de 1ª série; a segunda complementação do PNLD/2004 aos alunos de 2ª a 8ª série e a primeira reposição e complementação do PNLD 2005 aos alunos de 5ª a 8ª série. Foram adquiridos dicionários destinados às bibliotecas das escolas. Distribuição na escola de 1ª a 4ª série, dicionário enciclopédico ilustrado trilíngüe - Língua Brasileira de Sinais/Língua Portuguesa/Língua Inglesa aos alunos que tem surdez e utilizam a Língua Brasileira de Sinais (Libras).

2007 - O FNDE adquire 110,2 milhões de livros para reposição e complementação de matrículas para 2ª a 4ª serie (3º ao 5º ano) e a grade completa para alunos de 1ª e 5ª a 8ª série (1º e 2º e 6º ao 9º ano) para beneficiar, no ano letivo de 2008, 31,1 milhões de alunos de 139,8 mil escolas públicas. Também compra dicionários trilíngues português, inglês e libras para fornecer aos alunos com surdez das escolas de ensino fundamental e médio. Os alunos com surdez de 1ª a 4ª série também recebem cartilha e livro de língua portuguesa em libras e em CD-rom.

São adquiridos, ainda, 18,2 milhões de livros para 7,1 milhões de alunos de 15,2 mil escolas públicas de ensino médio. Seguindo a meta progressiva de universalização do livro para o ensino médio, o atendimento do livro didático amplia-se com a aquisição de livros didáticos de história e de química. A grade é completada em 2008, com a compra de livros de física e geografia.

2008 - Distribuição de livros didáticos de todos os componentes curriculares, alfabetização, língua portuguesa, matemática, história, geografia e ciências de 1ª, 5ª a 8ª série e reposição e complementação aos alunos de 2ª a 4ª série.

voltar

**Siscort**


O Sistema informatizado que vai agilizar a distribuição do livro didático

O Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE/MEC) coloca à disposição das escolas e secretarias estaduais e municipais de Educação um sistema desenvolvido para auxiliar as redes públicas da educação básica a remanejar os livros didáticos distribuídos pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e pelo Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (Pnlem).

Acessando o Sistema de Controle de Remanejamento e Reserva Técnica

(Siscort) no sítio eletrônico do FNDE, as escolas das redes públicas podem verificar a disponibilidade de livros nas unidades educacionais mais próximas e registrar possíveis sobras em sua instituição.

Anualmente, o FNDE adquire, com base na prévia do censo escolar realizado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep/MEC), os livros didáticos que serão utilizados pelos alunos das escolas públicas no ano seguinte. Apesar da projeção estatística feita pelo Inep, pode haver diferença entre o alunado estimado e as matrículas efetivamente realizadas, ocasionando falta ou sobra localizada de obras.

A solução para este problema está no Siscort, que informa o número de títulos enviados para cada escola, permitindo que a instituição, após informar o seu alunado real, saiba automaticamente se e onde há excesso ou escassez de livros, por disciplina e por série.

Conservação de livros - Embora o Siscort seja um instrumento valioso para auxiliar as escolas e as secretarias de Educação a encontrar obras para remanejamento, ele não resolve o problema de falta de livros por má conservação ou pela não devolução das obras pelos estudantes, no final do ano. Os livros do PNLD devem ser utilizados pelos alunos por três anos consecutivos. A falta de conservação e a não devolução das obras levam o FNDE a adquirir, a cada ano, mais 13% do total inicial de livros, para repor os que não foram devolvidos ou que estejam sem condição de uso.

Além de adquirir e distribuir gratuitamente livros didáticos em quantidade suficiente para atender todos os alunos da rede pública do ensino fundamental, o PNLD ainda compra 3% de reserva técnica, para garantir o atendimento a escolas e alunos novos.

→ Siscort - Sistema de controle de remanejamento e reserva técnica

### Gerenciamento

O gerenciamento logístico é um dos procedimentos mais importantes no processo de distribuição dos livros e acervos. O início do processo se dá com a avaliação física e de conteúdo das obras apresentadas pelos autores e editoras, passa pela elaboração e distribuição do Guia do Livro Didático e pela escolha dos professores, continua com a negociação com as editoras, até chegar ao acondicionamento dos livros em suportes de madeira (paletes) nos postos avançados dos Correios instalados dentro das editoras. Isso permite transportar os livros para longas distâncias com segurança, embalados por uma camada plástica resistente.

No PNLD, o FNDE e as secretarias estaduais de Educação assinam um termo de compromisso para o acompanhamento e monitoramento da entrega dos livros. De acordo com esse termo, as secretarias estaduais podem intervir no processo para remanejar os livros de uma escola para outra, caso seja necessário.

Distribuição - O prazo para entrega dos livros aos destinatários é de 30 dias a partir da data da postagem. Toda a entrega é feita pelos Correios, na modalidade AR (Aviso de Recebimento). De acordo com a estratégia de distribuição, os Correios entregam os livros didáticos diretamente às escolas públicas urbanas. Já os acervos destinados às escolas rurais são entregues nas secretarias municipais de Educação ou nas prefeituras que, por sua vez, devem entregá-los aos estabelecimentos de ensino antes do início do ano letivo. Paralelo ao trabalho de distribuição, o FNDE/MEC envia uma carta, de cor azul, com orientações para o recebimento e conferência das encomendas.

No caso de falta ou sobra de livros, as escolas podem recorrer ao Siscort ou às secretarias estaduais ou municipais de Educação, para verificar a disponibilidade dos acervos nas escolas mais próximas.

voltar

## Dados estatísticos

### PNLD

Entre 1994 e 2005, o PNLD adquiriu, para utilização nos anos letivos de 1995 a 2006, 1,077 bilhão de unidades de livros, distribuídos para uma média anual de 30,8 milhões de alunos matriculados em cerca de 163,7 mil escolas.

Em 2006, o PNLD comprou e distribuiu acervos de dicionários para cerca de 764 mil salas de aula de 147,7 mil escolas públicas do ensino fundamental, beneficiando mais de 29,8 milhões de alunos. Foram adquiridos 519 mil acervos - cada um com nove dicionários - para serem utilizados coletivamente pelos alunos de 1ª a 4ª série em sala de aula e 247.294 acervos, de sete exemplares cada, para as salas de aula de 5ª a 8ª série.

Em 2007, o PNLD comprou 110.241.724 livros para serem utilizados no ano letivo de 2008. Essa aquisição custou R$ 559.752.767,00. Foram adquiridos livros de todas as disciplinas para 13,4 milhões de alunos de 5ª a 8ª série do ensino fundamental (ou 6º ao 9º ano, para as redes que já haviam adotado este nível de ensino em 9 anos) e para todos os alunos da 1ª série, além de reposição para estudantes de 2ª a 4ª série.

Este ano, o FNDE acabou de adquirir 60.542.424 de livros para os alunos da 1ª série e para a complementação e a reposição de todas as disciplinas das demais séries do ensino fundamental. Os livros começarão a ser distribuídos em outubro e utilizados em sala de aula no próximo ano. O valor da compra dessa vez foi de R$ 302.621.896,64.

- Livros distribuídos para o ano letivo de 2007
- Quadro demonstrativo de distribuição de periódicos desde 2005 a 2007
- Quadro demonstrativo de distribuição de periódicos desde 1999
- Quadro demonstrativo de aquisição, desde o PNLD 2000
- Resumo físico financeiro PNLD 2008
- Resumo quantitativo PNLD - 1995 a 2007
- Resumo físico financeiro, por estado, do atendimento com livros didáticos do PNLD/2006
- Resumo físico financeiro, por estado, do atendimento com dicionários para 1ª a 4ª série - PNLD/2006
- Resumo físico financeiro, por estado, do atendimento com dicionários para 5ª a 8ª série - PNLD/2006
- Resumo físico financeiro, por estado, do atendimento com dicionário enciclopédico ilustrado trilíngue em Libras PNLD/2006
- Resumo físico financeiro do atendimento com periódicos PNLD/2006
- Resumo físico financeiro total, por ação, dos programas do livro
- Recursos aplicados no período de 1995 a 2004
- Total de alunos, escolas beneficiadas e número de livros
- Valores negociados com as editoras para o PNLD 2009
- Valores negociados com as editoras para o PNLD 2008
- Valores negociados com as editoras para o PNLD 2007

## PNLEM

O FNDE distribuiu, no final de 2005, livros de português e matemática para 7,01 milhões de estudantes das três séries do ensino médio, matriculados em 13.253 escolas públicas de todas as regiões do país. Não foram contemplados os alunos e as escolas da rede estadual de Minas Gerais e do Paraná, por estes estados possuírem programas próprios. No final de 2006, foram entregues livros de biologia para atendimento de todos os alunos do ensino médio do país, exceto da rede estadual de Minas Gerais, pelo mesmo motivo. No total, foram 7,2 milhões de exemplares para serem utilizados por 6,9 milhões de alunos, sendo 300 mil livros para compor a reserva técnica.

Em 2007, o FNDE adquiriu 18.248.846 livros para o ensino médio no valor total de R$ 186.733.493,13. Os livros comprados e distribuídos foram de história e química para todos os alunos, bem como para reposição das disciplinas de português, matemática e biologia, distribuídos em anos anteriores. Esse material está sendo utilizado em sala de aula neste ano letivo.
Em 2008, foram adquiridos títulos de português, matemática, biologia, física e geografia para os 7,2 milhões de estudantes do ensino médio, além de livros de história e química para reposição, num total de 43.108.350 exemplares ao custo total de R$ 416.907.918,43. A exemplo dos livros do ensino fundamental, o material será distribuído a partir de outubro e utilizado em sala de aula no ano seguinte.

- Resumo físico financeiro PNLEM 2008
- Resumo quantitativo do PNLEM - 2004 a 2007
- Valores negociados com as editoras para o PNLEM 2009
- Valores negociados com as editoras para Pnlem 2008
- Valores negociados com as editoras para o Pnlem 2007

voltar

## Consultas

- SIMAD - Sistema de Material Didático
- Siscort - Sistema de controle de remanejamento e reserva técnica
- Vídeo informativo sobre o programa PNLD (arquivo para download no formato zip - 74MB)

Catálogos PNLEM 2009 História e Química - somente para as escolas estaduais de MG

- História
- Química

Editais
- Edital PNLD 2010
- Edital PNLD 2010 - Obras Complementares
- Errata PNLD 2010 - Obras Complementares
- Edital PNLA 2008
- Alteração do edital do PNLA 2008
- Edital PNLA 2008 - Orientações para escolha
- Edital PNLA 2008 - Passo a passo
- Edital PNLA 2008 - Termo de Acordo
- Guia PNLA 2008
- Edital PNLD 2008 - Download do edital
- Errata do Edital do PNLD 2008
- Edital PNLD 2007 - Download do edital
- Edital PNLD 2007 - Anexo VIII do edital
- Edital para confecção dos Guias de Livros Didáticos
- Edital PNLD 2006 - Dicionário

Atas da negociação do PNLD e Pnlem 2006
- Atas de negociação

Acompanhamento da distribuição
- Distribuição PNLD/PNBE/PNLEM
- Distribuição PNLD/PNBE de livros em braille
- PNLD/PNBE Distribuição
- PNLD - Distribuição de periódicos

Cronogramas
- Cronograma dos Programas do Livro
- Cronograma de Atendimento ao PNLD (1997 a 2007)

PNLEM
- PNLEM 2009 - Compromissos da Escola (Termo de Acordo)
- Instruções para escolha do PNLEM 2009
- Passo a passo para a escolha do PNLEM 2009
- Biologia
- Física
- Geografia
- Matemática
- Língua Portuguesa
- Alteração do Edital de convocação para inscrição no processo de seleção de material didático da língua espanhola para professores do ensino médio
- Cronograma dos Programas do Livro
- Edital de convocação para inscrição no processo de seleção de material didático da língua espanhola para professores do ensino médio
- Guia do Livro Didático Pnlem/2006 MG

voltar

## Guias do Livro Didático

Guias de livros didáticos PNLD 2008
- Apresentação
- Ciências
- Geografia
- História
- Língua Portuguesa
- Matemática

Guias de livros didáticos PNLD 2007
- Apresentação
- Alfabetização
- Ciências
- Geografia
- História
- Língua Portuguesa
- Matemática

voltar

## Legislação

2008

- Resolução nº 27, 16/6/2008 - Altera a Resolução CD/FNDE nº 18, de 24/04/2007, que dispõe sobre o Programa Nacional do Livro Didático para a Alfabetização de Jovens e Adultos – PNLA 2008.
- Resolução nº 17, 7/5/2008 - Autoriza a adequação dos livros escolares de ensino fundamental e médio às mudanças implementadas pelo Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa.
- Resolução nº 3, 14/1/2008 - Dispõe sobre a execução do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD - Anexo I e II

2007

- Resolução nº 18, de 24/4/2007 - Dispõe sobre o PNLA
- Portaria Normativa nº 7, de 5/4/2007 - Dispõe sobre as normas de conduta no âmbito da execução dos Programas do Livro
- Resolução nº 2, de 3/4/2007 - Altera o cronograma de atendimento do Pnlem
- Resolução nº 1, de 15/1/2007 - Dispõe sobre a execução do PNLD

2006

- Resolução nº 30, de 4/8/2006 - Dispõe sobre a execução do PNLD

2005

- Resolução nº 46, de 2/12/2005 - Altera o Art. 1º da Resolução/CD/FNDE nº 55, de 14 de dezembro de 2004, publicada no Diário Oficial da União, em 15 de dezembro de 2004, Seção 1, página 98
- Resolução nº 3, de 23/3/2005 - Controle de Qualidade

2004

- Resolução nº 55, de 14/12/2004 - Dispõe sobre a aquisição de dicionários de Língua Portuguesa para o PNLD/2006

PNLD 2006 Dicionários - Prorrogação de prazo para pré-inscrição

- Resolução nº 48, de 15/10/2004 - Aprova assistência financeira à Remec-SP, para execução de programa do livro
- Resolução nº 40, de 24/8/2004 - Dispõe sobra a execução do PNLD/2004
- Resolução nº 30, de 18/6/2004 - Composição e distribuição da reserva técnica e remanejamento de livros do PNLD e do PNBE

2003

- Resolução nº 38, de 15/10/2003 - Institui o PNLEM
- Resolução nº 24, de 11/7/2003 - Dispõe sobre o processo de editoração e impressão de livros em braille
- Resolução nº 14, 20/5/2003 - Dispõe sobre a avaliação pedagógica das obras didáticas inscritas no PNLD

Anteriores a 2002

- Resolução nº 5, de 21/2/2002 - Desfazimento de livros didáticos irrecuperáveis
- Resolução nº 3, de 21/2/2001 - Dispõe sobre a execução do PNLD
- Resolução nº 7, de 22/3/1999 - Retifica o cronograma de atendimento do PNLD

voltar

## Encontros nacionais do livro didático

Palestras do 11º Encontro Nacional do Livro - 2007

**Dia 30/5/2007**

- Palestra - Rafael Torino
- Palestra - Jeanete Beauchamp I
- Palestra - Jeanete Beauchamp II
- Palestra - Lúcia Lodi
- Palestra - Cláudia Griboski
- Palestra - Leila Taeko
- Palestra - Dr. José Henrique
- Palestra - Flávio Nigro
- Palestra - Élcio Siqueira
- Palestra - Abrelivros
- Palestra - Abrale
- Palestra - Rosely Boschini

**Dia 31/5/2007**

- Palestra - Sônia Schwartz I
- Palestra - Sônia Schwartz II
- Palestra - Carlos Moreno
- Palestra - Rosalia de Castro Sousa
- Palestra - Adna
- Palestra - Neuza Portugal
- Palestra - Sizineide (Tocantins)
- Palestra - Sandra Feitosa
- Palestra - Professora Ana Lúcia de Albuquerque Schulhan

**Dia 1/6/2007**

- Apresentação - Formação pela Escola
- Palestra - Rosália de Castro Sousa
- Palestra - Grupo 1 - AC, AL, AM, AP e BA
- Palestra - Grupo 2 - DF, ES, CE, GO e MA
- Palestra - Grupo 3 - Resultado da Oficina sobre Monitoramento
- Questionário sobre a Oficina sobre Monitoramento
- Resultado da Oficina sobre Monitoramento
- Palestra - Grupo 4 - PB, PI, PR, RJ, RN e RO
- Palestra - Grupo 5 - RR, RS, SC, SE, SP e TO

voltar

**Contatos**

Caso a sua escola tenha problemas com o recebimento dos livros didáticos, procure a prefeitura, a secretaria estadual ou municipal de Educação ou ligue para 0800-616161 - Central de Atendimento ao Cidadão (ligação gratuita).

Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação - FNDE
Diretoria de Ações Educacionais
Coordenação Geral dos Programas do Livro
SBS - Quadra 2 - Bloco F - Edifício Áurea - Sala 1401 - Brasília - DF
CEP: 70070-929
Tel.: (61) 3966 4919 / 3966 4915
Email: cac@fnde.gov.br

Mais informações sobre o programa na Sala de Atendimento Institucional do FNDE, pelo telefone 0800 616161 (ligação gratuita). Para falar com o FNDE, digite 2 e, em seguida, digite 5, ou ainda pelos números (61) 3966 4142 / 4135 / 4165 / 4253/ 4789/ 4808/ 4877/ 4879/ 4933 e o endereço eletrônico: sac@fnde.gov.br

voltar

# Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio - PNLEM

Funcionamento do PNLEM

Implantado em 2004, o PNLEM prevê a distribuição de livros didáticos para os alunos do ensino médio público de todo o País. Inicialmente, o programa atendeu, de forma experimental, 1,3 milhão de alunos da primeira série do ensino médio de 5.392 escolas das regiões Norte e Nordeste, que receberam, até o início de 2005, 2,7 milhões de livros das disciplinas de português e de matemática. A Resolução nº 38 do FNDE, que criou o programa, define o atendimento, de forma progressiva, aos alunos das três séries do ensino médio de todo o Brasil.

O programa universalizou a distribuição de livros didáticos de português e matemática para o ensino médio em 2006. Assim, 7,01 milhões de alunos das três séries do ensino médio de 13,2 mil escolas do país foram beneficiados no início de 2006, com exceção das escolas e dos alunos dos estados de Minas Gerais e do Paraná que desenvolvem programas próprios.

Também em 2006 foram distribuídos mais de 26.268 conjuntos de livros para professores de língua espanhola. Os professores, as escolas e as secretarias estaduais receberam de acordo com o demonstrativo anexo kits contendo 2 dicionários: um monolíngüe e um bilíngüe; uma gramática e um livro do professor. As publicações foram encaminhadas separadamente. Veja o demonstrativo de distribuição destas publicações clicando aqui.

Em 2007, pela 1ª vez, foram distribuídos os livros de Biologia a todos os alunos e professores do Ensino Médio das escolas públicas de todo o Brasil, exceto as escolas estaduais de Minas Gerais. Também foram repostos os livros de português e matemática. O PNLEM/2007 distribuiu 9,1 milhões de exemplares, beneficiado 6,9 milhões de alunos em 15,2 mil escolas.

Em continuidade à universalização progressiva do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio, em 2008, serão distribuídos 7,2 milhões de livros de História e igual quantidade de Química a todos os alunos e professores do Ensino Médio.

O Catálogo para a escolha do livro pelos professores, será enviado às escolas, na forma impressa, no mês de junho. A escolha deverá ser feita pela internet. É muito importante que os professores tenham uma efetiva participação no processo de escolha do livro didático.

Em 2008, haverá ainda a reposição de livros de Português, Matemática e Biologia envolvendo a distribuição de 2,3 milhões de livros.

Também, em 2008, pela primeira vez, haverá a escolha de livros das disciplinas Geografia e Física e, pela segunda vez, a escolha dos livros de Matemática, Língua Portuguesa e Biologia, avaliados e selecionados no PNLEM/2007.

A escolha dos livros didáticos do PNLEM 2009 será realizada exclusivamente pela internet: http://www.fnde.gov.br/. Em maio, as escolas receberão correspondência com login e senha exclusivos para a escolha; orientação sobre a formalização e envio ao FNDE; orientação sobre o uso, guarda e sigilo da senha; cadastro do responsável pelo registro da escolha no sistema (só haverá um CPF por escola) e normas de conduta para execução dos programas do livro.

Numa primeira fase, de 2 a 8 de junho do ano em curso, apenas as escolas estaduais de Minas Gerais escolherão obras das disciplinas História e Química. De 9 a 22 de junho, todas as escolas do país farão a escolha dos livros referentes às disciplinas Língua Portuguesa, Matemática, Biologia, Física e Geografia.

Todas as escolas beneficiadas estão cadastradas no censo escolar realizado anualmente pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep/MEC).

Professores, participem desse processo: reúnam, analisem, discutam e escolham as obras que melhor contribuirão para que os objetivos do projeto político-pedagógico da escola sejam alcançados.
Examine os Catálogos dos Livros Didáticos para o Ensino Médio Resultados das Avaliações dos Livros Didáticos

- Física e Química - Portaria nº 336, de 31/01/2006

- Biologia - Portaria nº 501, de 14/02/2006

- Geografia e História - Portaria nº 907, de 13/04/2006

- Português e Matemática - Portaria 1818, de 13/04/2007 Saiba mais a respeito dos programas de distribuição do livro didático no sítio do FNDE

______________________________________________________________[Contexto do Ensino Médio] [Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio] [Projeto Alvorada] [Prêmio Ciências] [Ética e Cidadania] [Livro Didático] [Formação Continuada] [Coleção Explorando o Ensino] [Fenaceb - Apoio às Feiras de Ciências] [Publicações do Ensino Médio] [Prêmio Mercosul de Ciência e Tecnologia - 2006/2007]

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO
CONSELHO DELIBERATIVO

**RESOLUÇÃO Nº 038 DE 15 DE OUTUBRO DE 2003.**

**O PRESIDENTE DO CONSELHO DELIBERATIVO DO FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO – FNDE**, no uso de suas atribuições legais que lhe são conferidas pelo Art. 12, Capítulo IV, do Anexo I do Decreto nº 4.626, de 21 de março de 2003, e,

CONSIDERANDO os propósitos de progressiva extensão da obrigatoriedade e gratuidade ao ensino médio preconizados no Art. 208, Inciso II, da Constituição Federal e emanados da Lei de Diretrizes e Bases da Educação;

CONSIDERANDO ser o livro didático um recurso básico para o aluno, no processo ensino-aprendizagem;

CONSIDERANDO a importância da participação do professor no processo de escolha do livro didático a ser utilizado em sala de aula,

**RESOLVE "AD REFERENDUM":**

Art. 1º - Prover as escolas do ensino médio das redes estadual, do Distrito Federal e municipal de livros didáticos de qualidade, para uso dos alunos, abrangendo os componentes curriculares de Português e Matemática por meio do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio – PNLEM.

Art. 2º - A execução do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio – PNLEM no seu Projeto-Piloto (2005 – 2007) obedecerá aos seguintes critérios:

I – o atendimento será realizado de forma progressiva aos alunos de 1ª, 2ª e 3ª séries, matriculados em escolas públicas ,onde será implantada a escola básica ideal,além dessas, naquelas localizadas nas regiões norte e nordeste, prioritariamente.

II – as escolas que integram os sistemas de educação estadual e municipal mencionadas no inciso I deverão estar cadastradas no Censo Escolar, realizado anualmente pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais – INEP.

Art. 3º – A definição do quantitativo de exemplares a ser adquirido será feita com base nas projeções de crescimento das matrículas, previstas para o ano letivo objeto de atendimento, elaboradas pelo INEP.

Parágrafo Único - o quantitativo de exemplares de que trata este artigo poderá ser acrescido de 3% destinado a reserva técnica.

Art. 4º - O Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio – Projeto Piloto - será financiado com recursos provenientes de dotações consignadas na Lei Orçamentária da União e de contratos de empréstimos internacionais.

Art. 5º - A execução do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio ficará a cargo do FNDE e da Secretaria de Educação Média e Tecnológica - SEMTEC e contará com a participação das seguintes instituições:

I – Secretarias Estaduais de Educação – SEDUC e;
II – Secretarias ou Órgãos Municipais de Educação.

Parágrafo Único - as instituições de que trata o *caput* deste artigo terão as seguintes atribuições:

I – FNDE: firmatura de convênios visando estabelecer vínculos de cooperação técnico-financeira; inscrição e triagem dos livros didáticos; contratação da produção gráfica e distribuição do catálogo de escolha dos livros e formulários de escolha; processamento dos dados contidos nos formulários; aquisição e distribuição dos livros didáticos e coordenação das atividades de distribuição;

II – SEMTEC/MEC: pré-análise e avaliação pedagógica dos livros didáticos; elaboração do catálogo de escolha dos livros selecionados na avaliação; monitoramento do processo de escolha dos livros; avaliação do uso do livro e do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio - PNLEM;

III – SEDUC e Secretarias ou Órgãos Municipais de Educação: acompanhamento da distribuição do catálogo e da escolha dos títulos pelos professores; acompanhamento da devolução dos formulários e monitoramento da distribuição dos livros didáticos.

Art.6º - Os livros didáticos de Português e Matemática adquiridos para o PNLEM terão a duração de no mínimo três anos, a partir do processo de escolha, conforme Anexo I.

Art. 7º – O processo de avaliação e escolha de livros ocorrerá a cada três anos.

Parágrafo Único - Excepcionalmente no caso de Português, haverá novo processo em 2005.

Art. 8º- A execução do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio obedecerá às seguintes etapas:

I – Inscrição dos livros didáticos: realizar-se-á pelos titulares de direitos autorais conforme critérios estabelecidos no Edital de Convocação a ser publicado no Diário Oficial da União, visando conferir-lhe publicidade e garantir a ampla participação dos interessados no processo;

II – Triagem dos livros: consistirá na verificação da conformidade das obras aos critérios definidos no Edital, as quais, se consideradas aprovadas, serão encaminhadas à SEMTEC/MEC para avaliação pedagógica;

III – Pré-Análise –consistirá na verificação das obras que atenderem as especificações mínimas definidas no edital.

IV – Avaliação Pedagógica: obedecerá aos critérios constantes de Edital, resultando na elaboração do catálogo pela SEMTEC;

V – Produção Gráfica do Catálogo de Escolha: consistirá na contratação dos serviços para produção gráfica do catálogo e dos demais instrumentos para escolha e distribuição dos livros didáticos às escolas;

VI – Escolha dos Livros: consistirá no processo de escolha dos livros pelos professores, no âmbito das escolas.

VII – Processamento dos Dados: processar-se-á as informações contidas nos formulários devolvidos pelas escolas para que se estabeleça a quantidade de livros didáticos a serem adquiridos;

VIII – Habilitação: consistirá na análise da documentação apresentada pelo(s) Titular(es) de Direitos Autoral;

IX – Aquisição: dar-se-á, por intermédio de negociação direta com o(s) Titular(es) de Direito Autoral, com base no *caput* do artigo 25 da Lei nº 8.666/93;

X – Distribuição: consistirá na contratação de empresa especializada para a entrega dos livros didáticos às escolas beneficiadas pelo PNLEM;

XI – Monitoramento: realizar-se-á em duas etapas: a primeira, nas editoras, compreenderá a supervisão da produção, mixagem e expedição dos livros e a segunda, nos estados, representará o acompanhamento do processo de recebimento dos livros, em parceria com as Secretarias de Estaduais e os Órgãos Municipais de Educação.

Parágrafo Único: O detalhamento das etapas previstas nos incisos deste artigo é o constante do Anexo II a esta Resolução.

Art. 9º - Esta Resolução entra em vigor na data de sua publicação.

Art. 10 - Revogam-se as disposições em contrário.

**CRISTOVAM BUARQUE**

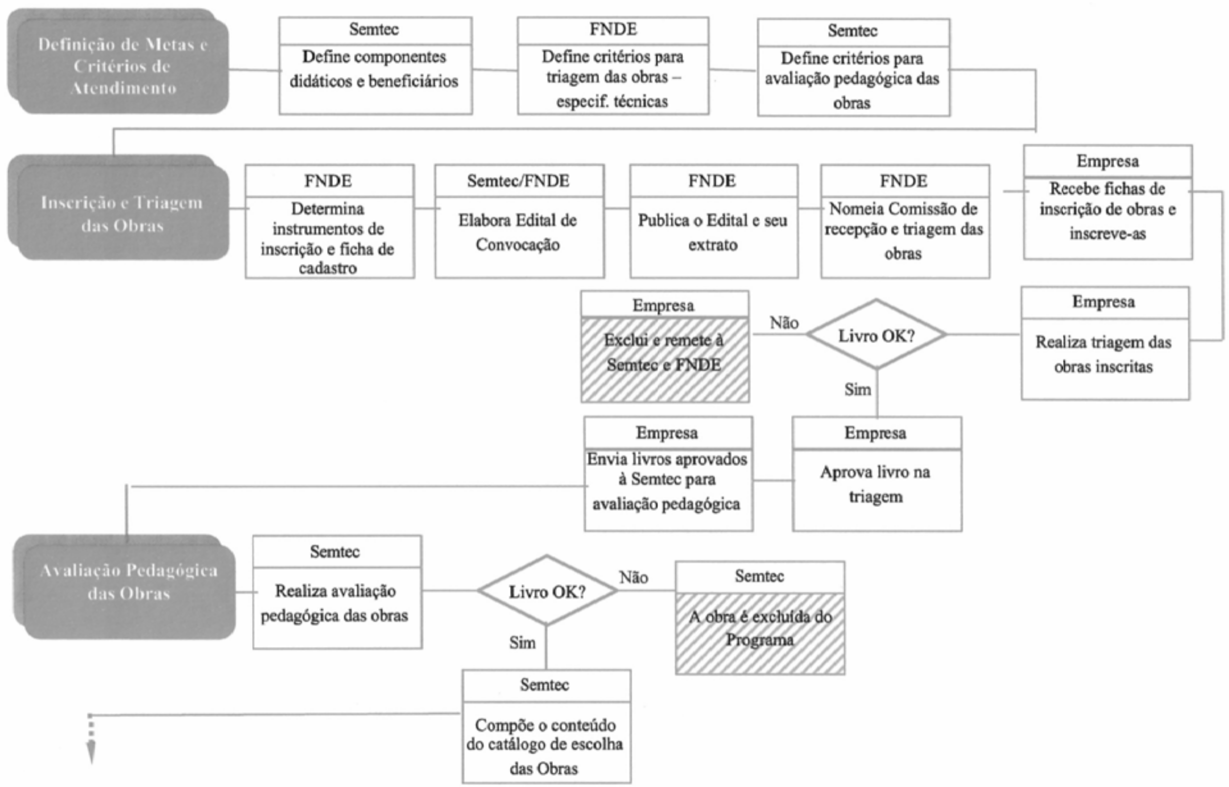
*ANEXO I*

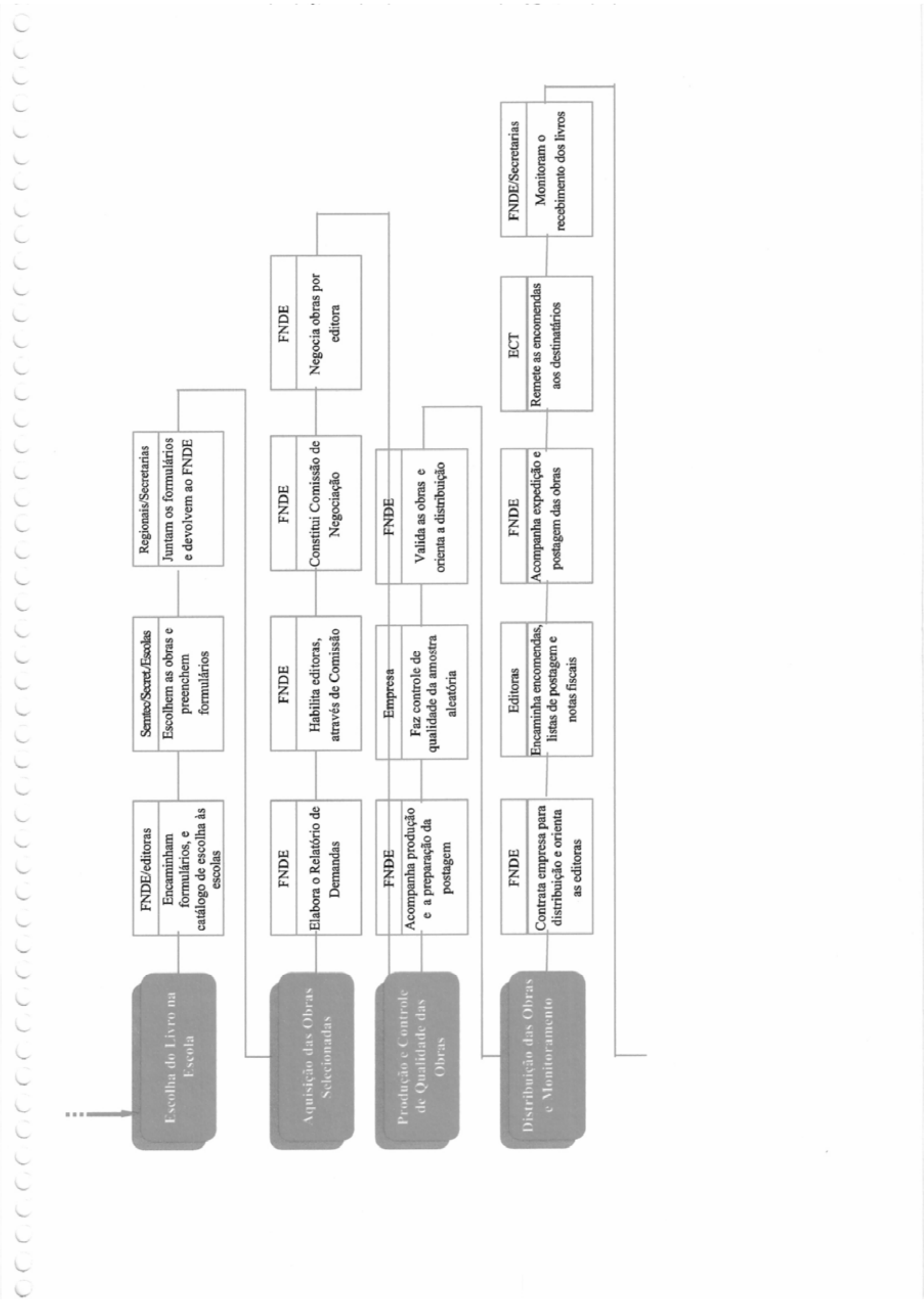
**CRONOGRAMA DE ATENDIMENTO AO PNLEM.**

| *COMPONENTE CURRICULAR* | **AVALIAÇÃO** | **AQUISIÇÃO** | **DISTRIBUIÇÃO** | **SÉRIES** | **COMPLEMENTAÇÃO** |
|---|---|---|---|---|---|
| Português | 2004 | 2004 | 2004 até janeiro de 2005 | 1ª série | ----- |
| Português | 2005 | 2005 | 2205 até janeiro de 2006 | 1ª série | ----- |
| Português | ---- | 2006 | 2006 até janeiro de 2007 | 1ª série | ----- |
| | | | | | |
| Matemática | 2004 | 2004 | 2004/2005 | 1ª série | ----- |
| Matemática | ---- | 2005 | 2005/2006 | 2ª série | 1ª série |
| Matemática | 2006 | 2006 | 2006/2007 | 3ª série | 1ª e 2ª séries |

# ANEXO II
# FLUXOGRAMA OPERACIONAL DO PNLEM

Fluxograma DE ATIVIDADES




Escolha do Livro na Escola
FNDE/editoras
Encaminham formulários, e catálogo de escolha às escolas
Semtec/Secret/Escolas
Escolhem as obras e preenchem formulários
Regionais/Secretarias
Juntam os formulários e devolvem ao FNDE
Aquisição das Obras Selecionadas
FNDE
Elabora o Relatório de Demandas
FNDE
Habilita editoras, através de Comissão
FNDE
Constitui Comissão de Negociação
FNDE
Negocia obras por editora
Produção e Controle de Qualidade das Obras
FNDE
Acompanha produção e a preparação da postagem
Empresa
Faz controle de qualidade da amostra aleatória
FNDE
Valida as obras e orienta a distribuição
Distribuição das Obras e Monitoramento
FNDE
Contrata empresa para distribuição e orienta as editoras
Editoras
Encaminha encomendas, listas de postagem e notas fiscais
FNDE
Acompanha expedição e postagem das obras
ECT
Remete as encomendas aos destinatários
FNDE/Secretarias
Monitoram o recebimento dos livros

# Anexo 2

## Diário Oficial

## (Relação dos livros didáticos)

 ISSN 1677-7042 

**PORTARIA Nº 562, DE 13 DE NOVEMBRO DE 2006**

O SECRETÁRIO EXECUTIVO DO MINISTÉRIO DA CULTURA, no uso de suas atribuições legais, e em cumprimento ao disposto no artigo 27, inciso I, do Decreto n.º 1494, de 17 de maio de 1995, resolve:

Art. 1º - Aprovar a alteração da razão social do proponente do projeto abaixo relacionado:

PRONAC: 05-3254 - "DVD PianOrquestra 10 Maos e um Piano Preparado", portaria de aprovação n.º 0200/05 de 27 de outubro de 2005 e publicado no D.O.U. do dia 28 de outubro de 2005.

Onde se lê: Allegro Eventos e Serviços Artísticos e Culturais

S/C Ltda.

Leia-se: Interlúdio Eventos e Serviços Artísticos e Culturais

Ltda.

Art. 2º - Aprovar a alteração do proponente dos projetos abaixo relacionados:

PRONAC: 06-2518 - "Renato Russo - O Mito ", portaria de aprovação n.º 0511/06 de 19 de outubro de 2006 e publicado no D.O.U. do dia 20 de outubro de 2006.

Onde se lê: Joana Yoko - Arte, Cultura e Produções

CNPJ: 05.327.727/0001-00

Leia-se: Associação Marlenista do Rio de Janeiro.

CNPJ: 29.549.177/0001-23

PRONAC: 04-5785 - "Mestres Mulatos", portaria de aprovação n.º 086/05 de 04 de março de 2005 e publicado no D.O.U. do dia 07 de março de 2005.

Onde se lê: MM Filarmônica Produções Artisticas Ltda

CNPJ: 06.986.147/0001-89

Leia-se: Empório de Produções e Comunicação S/C Ltda.

CNPJ: 02.441.747/0001-00

PRONAC: 05-9492 - "Esquis Um Nano Ser", portaria de aprovação n.º 0550/05 de 19 de dezembro de 2005 e publicado no D.O.U. do dia 20 de dezembro de 2005.

Onde se lê: Jorge Gonzaga

CPF: 232 751 897-00

Leia-se: Su-Gim Produções Artisticas Ltda.

CNPJ: 68.596.691/0001-71

Art. 3º - Aprovar a alteração do nome do projeto abaixo relacionado:

PRONAC: 06-1163 - "Maria Bethânia", portaria de aprovação n.º 0141/06 de 23 de março de 2006 e publicado no D.O.U. em 24 de março de 2006 para "Maria Bethânia - Dentro do Mar Tem Rio".

Art. 4º - Alterar o enquadramento dos projetos abaixo relacionados:

PRONAC: 05-3357 - "Restauro da Abside - Catedral Metropolitana de Porto Alegre", portaria de aprovação n.º 0236/06 de 11 de maio de 2006 e publicado no D.O.U. do dia 12 de maio de 2006.

Onde se lê: Área: 5 Patrimônio Cultural - (Art. 26)

Leia-se: Área: 5 Patrimônio Cultural - (Art. 18)

PRONAC: 04-1244 - "Centro de Contação de História", portaria de aprovação n.º 0105/05 de 10 de junho de 2005 e publicado no D.O.U. do dia 13 de junho de 2005.

Onde se lê: Área : 6 Humanidades - (Art26)

Leia-se: Área : 6 Humanidades : Livros de ValorArtístico, Literário ou Humanístico (Art. 18)

Art. 5º - Esta portaria entra em vigor na data de sua publicação.

JOÃO LUIZ SILVA FERREIRA

**RETIFICAÇÃO**

Na portaria nº 456, de 15 de setembro de 2006, publicada no D. O. U. de 19 de setembro de 2006, Seção I, caderno eletrônico, página 7.

ONDE SE LÊ:

06 5367 - Histórias da Amazônia 50 Anos de Memória Audiovisual

Sociedade de Promoção da Casa de Oswaldo Cruz SPCOC

CNPJ/CPF: 31.157.860/0001-67

Processo: 01400.005445/06-30

RJ - Rio de Janeiro

Valor do Apoio R$: 507.000,00

Prazo de Captação: 13/09/2006 a 31/12/2006

Transporte, acondicionamento, registro e divulgação (SP,RJ,GO), de acervo sobre a Amazônia, doado à Universidade Católica de Goiás.

LEIA-SE:

06 5367 - Histórias da Amazônia 50 Anos de Memória Audiovisual

Sociedade de Promoção da Casa de Oswaldo Cruz SPCOC

CNPJ/CPF: 31.157.860/0001-67

Processo: 01400.005445/06-30

RJ - Rio de Janeiro

Valor do Apoio R$: 577.392,00

Prazo de Captação: 13/09/2006 a 31/12/2006

Transporte, acondicionamento, registro e divulgação (SP,RJ,GO), de acervo sobre a Amazônia, doado à Universidade Católica de Goiás.

## AGÊNCIA NACIONAL DO CINEMA

**DELIBERAÇÃO Nº 317, DE 13 DE NOVEMBRO DE 2006**

O DIRETOR-PRESIDENTE da ANCINE, no uso das atribuições legais conferidas pela Resolução de Diretoria Colegiada nº 04, de 25 de fevereiro de 2003, e em cumprimento ao disposto na Lei nº 8.313, de 23 de dezembro de 1991, Lei nº 8.685, de 20 de julho de 1993, Medida Provisória nº 2.228-1, de 06 de setembro de 2001, alterada pela Lei nº 10.454, de 13 de maio de 2002, e Decreto nº 4.456, de 04 de novembro de 2002, delibera:

Art. 1º Aprovar os projetos audiovisuais relacionados abaixo, para o qual as proponentes ficam autorizadas a captar recursos através da comercialização de Certificados de Investimento do Art. 1º da Lei nº 8.685, de 20 de julho de 1993.

06-0279 - As Aventuras de Gui e Estopa

Processo: 01580.033944/2006-46

Proponente: Mariana Caltabiano Criações Ltda.

Cidade/UF: São Paulo/SP

CNPJ: 01.833.200/0001-98

Valor total do orçamento aprovado: R$ 1.060.311,04

Valor Aprovado no Artigo 1º da Lei nº 8.685/93: R$ 1.003.422,00

Banco: 001- Agência: 2962-9 - Conta Corrente: 13.495-3

Período de captação: até 31/12/2006.

Aprovado na RDC nº. 203, realizada em 06/11/2006.

Art. 2º - Esta Deliberação entra em vigor na data de sua publicação.

GUSTAVO DAHL

## SUPERINTENDÊNCIA DE FOMENTO

**DELIBERAÇÃO Nº 318, DE 13 DE NOVEMBRO DE 2006**

O SUPERINTENDENTE DE FOMENTO da ANCINE, no uso das atribuições legais conferidas pela Portaria nº 72 de 25 de agosto de 2006 e em cumprimento ao disposto na Lei nº 8.313, de 23 de dezembro de 1991, Lei nº 8.685, de 20 de julho de 1993, Medida Provisória nº 2.228-1, de 06 de setembro de 2001, alterada pela Lei nº 10.454, de 13 de maio de 2002, e Decreto nº 4.456, de 04 de novembro de 2002, delibera:

Art. 1º Prorrogar o prazo de captação do projeto audiovisual abaixo relacionado, para o qual a proponente fica autorizada a captar recursos através da comercialização de Certificados de Investimento nos termos dos Art. 1º da Lei nº 8.685/93.

023743 - De Olhos Bem Abertos

Processo: 01400.001139/2002-09

Proponente: Brasil 1500 Ltda

Cidade/UF: São Paulo / SP

CNPJ: 01.519.695/0001-85

Prazo de captação: até 31/12/2006.

Art. 2º - Esta Deliberação entra em vigor na data de sua publicação.

LUIZ FERNANDO NOEL DE SOUZA

## FUNDAÇÃO BIBLIOTECA NACIONAL

**RETIFICAÇÃO**

Na Decisão Executiva FBN/PRESI nº 22, de 06/10/2006, publicada no Diário Oficial da União em 10/10/2006, Seção 01, página 04, onde se lê: "1. Título: História da Saúde mental no Brasil: um estudo sobre a tragédia da institucionalização da loucura e da reforma psiquiátrica" - leia-se: "Título: História da Saúde mental no Brasil: um estudo sobre a trajetória da institucionalização da loucura e da reforma psiquiátrica". onde se lê: "4. Modalidade: Bolsa de Pesquisa (PV)" - leia-se: "4. Modalidade: Bolsa de Pesquisa (PQ)." onde se lê: "20. Sérgio Corrêa da Costa. Crônica de uma Guerra Santa - leia-se: "Sérgio Corrêa da Costa. Crônica de uma Guerra Secreta."

# Ministério da Defesa

## AGÊNCIA NACIONAL DE AVIAÇÃO CIVIL

**DECISÃO Nº 252, DE 10 DE NOVEMBRO DE 2006**

*Autoriza a operação de empresa de Táxi Aéreo.*

A DIRETORIA DA AGÊNCIA NACIONAL DE AVIAÇÃO CIVIL - ANAC, no uso das atribuições que lhe conferem o art. 11, III, da Lei nº 11.182, de 27 de setembro de 2005, e os arts. 4º, XIV, e 24,VI, ambos do Anexo I do Decreto nº 5.731, de 20 de março de 2006, considerando o disposto na Lei nº 7.565, de 19 de dezembro de 1986, e na Portaria nº 190/GC-5, de 20 de março de 2001, e tendo em vista o que consta do Processo nº 07-01/12981/96, decidiu na reunião de 7 de novembro de 2006:

Art. 1º Autorizar, por 5 (cinco) anos, a operação da empresa Helimed Aero Táxi Ltda, com sede social e operacional na cidade de Belo Horizonte, no Estado de Minas Gerais, para explorar o serviço de táxi aéreo.

Art. 2º A exploração do serviço autorizado somente poderá ser realizada de acordo com as especificações operativas.

Art. 3º Esta Decisão entra em vigor na data de sua publicação.

MILTON SÉRGIO SILVEIRA ZUANAZZI
Diretor - Presidente

DENISE MARIA AYRES DE ABREU
Diretora

LEUR ANTÔNIO BRITTO LOMANTO
Diretor

JORGE LUIZ BRITO VELOZO
Diretor

JOSEF BARAT
Diretor

# Ministério da Educação

## GABINETE DO MINISTRO

**PORTARIA Nº 1.818, DE 13 DE NOVEMBRO DE 2006**

O MINISTRO DE ESTADO DA EDUCAÇÃO, no uso de suas atribuições, resolve

Art. 1º Divulgar o resultado da avaliação do Livro Didático do Componente Curricular de Matemática e Língua Portuguesa, realizada no âmbito do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio - PNLEM/2007:

Títulos Recomendados

| Matemática | Editora |
|---|---|
| Matemática - Luiz Roberto Dante | Ática |
| Matemática aula por aula - Benigno Filho e Cláudio Xavier da Silva | FTD |
| Matemática Completa - José R. Bonjorno, José R. Giovanni e José R.G.Júnior | FTD |
| Matemática e suas tecnologias - Angel P. Rubió e Lucinda M. T. de Freitas | IBEP |
| Matemática - Manoel Rodrigues Paiva | Moderna |
| Matemática - Ensino Médio - Kátia C.S. Smole, Rokusaburo Kiyukawa, Maria Ignez de Souza Vieira Diniz | Saraiva |
| Matemática no Ensino Médio - Márcio Cintra Goulart | Scipione |
| Matemática - Antonio N. Youssef, Vicente P. Fernández e Elizabeth Soares | Scipione |

| Língua Portuguesa | Editora |
|---|---|
| Português - Projetos - Emilio Faraco e Fco. Marto | Ática |
| Português - João Domingues Maia | Ática |
| Português - Língua e Cultura - Carlos Alberto Faraco | Base |
| Língua Portuguesa- Projeto Escola e Cidadania para todos - Harry Vieira Lopes, | Brasil |
| Zaleia de F. Murrie, Josuafá F. Gonçalves, Simone G. da Silva | |
| Novas palavras - Emília Amaral, Mauro F do Patrocínio, Severino A. M. Barbosa, Ricardo S. Leite | FTD |
| Língua Portuguesa - Coleção Vitória Régia - Heloisa H. Takasaki | IBEP |
| Português: Linguagens - William R. Cereja e Thereza A. C. Magalhães | Saraiva |
| Português: Língua, Literatura, Produção de Textos - Maria Luiza Abaurre, | Moderna |
| Marcela Regina Nogueira, Tatiana Fadel | |
| Português - José de Nicola Neto | Scipione |
| Leitura e escrita - Ulisses Infante | Scipione |
| Português de olho no mundo do trabalho - Ernani Terra e José de Nicola | Scipione |

Art. 2º A divulgação do resultado não implica no compromisso de aquisição dos referidos títulos, conforme disposto na Portaria nº 2.922, de 17 de outubro de 2003, publicada no DOU 20 de outubro de 2003 e na Portaria nº 2.963, de 29 de agosto de 2005, publicado no DOU de 30 de agosto de 2005, bem como na Resolução nº 38, de 15 de outubro de 2003 e na Resolução nº 20, de 24 de maio de 2005 e no Edital do Programa.

GABINETE DO MINISTRO

PORTARIA No- 1.818, DE 13 DE NOVEMBRO DE 2006

O MINISTRO DE ESTADO DA EDUCAÇÃO, no uso de suas atribuições, resolve

Art. 1o- Divulgar o resultado da avaliação do Livro Didático do Componente Curricular de Matemática e Língua Portuguesa, realizada no âmbito do Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio - PNLEM/2007:

Títulos Recomendados

Matemática Editora

- **Matemática - Luiz Roberto Dante - Ática**
- **Matemática aula por aula - Benigno Filho e Cláudio Xavier da Silva - FTD**
- **Matemática Completa - José R. Bonjorno, José R. Giovanni e José R.G.Júnior -FTD**
- **Matemática e suas tecnologias - Angel P. Rubió e Lucinda M. T. de Freitas - IBEP**
- **Matemática - Manoel Rodrigues Paiva - Moderna**
- **Matemática - Ensino Médio - Kátia C.S. Smole, Rokusaburo Kiykawa, Maria Ignez de Souza Vieira Diniz - Saraiva**
- **Matemática no Ensino Médio - Márcio Cintra Goulart - Scipione**
- **Matemática - Antonio N. Yossef, Vicente P. Fernández e Elizabeth Soares -Scipione**

Art. 2o- A divulgação do resultado não implica no compromisso de aquisição dos referidos títulos, conforme disposto na Portaria nº 2.922, de 17 de outubro de 2003, publicada no DOU 20 de outubro de 2003 e na Portaria nº 2.963, de 29 de agosto de 2005, publicado no DOU de 30 de agosto de 2005, bem como na Resolução nº 38, de 15 de outubro de 2003 e na Resolução nº 20, de 24 de maio de 2005 e no Edital do Programa.

Ministério da Educação

# Anexo 3

## Livro 1 (Resolução de Problemas)

DANTE, L. R. **Matemática.** 1.ed., v.único, São Paulo: Ática, 2005.

## Com que estrutura?

Esse espaço deve permitir:

- fácil acesso dos alunos aos materiais;
- reconhecimento fácil do material adequado a cada situação, pelo aluno e pelo professor.

## Qual é o papel do professor nesses espaços?

Cabe ao professor:

- estimular o aluno a pensar ativa, criativa e autonomamente, atuando como *mediador* entre o aluno e o conhecimento;
- considerar a sala-ambiente ou o laboratório de ensino de Matemática um espaço de ensino e aprendizagem;
- elaborar uma proposta pedagógica de *interação* que inclua trocas afetivas, formação de hábitos e respeito mútuo;
- estimular um processo contínuo de *exploração* à *apropriação* do saber.

## Quais materiais utilizar nesse espaço?

Há uma grande variedade de materiais que podem ser usados em um laboratório de ensino ou em uma sala-ambiente de Matemática. Dentre eles, destacamos:

- livros (didáticos, paradidáticos, de história da Matemática, de problemas, de curiosidades, etc.);
- compassos, esquadros, transferidores, réguas, trenas, cronômetros, termômetros, etc.;
- blocos lógicos, material dourado, ábacos, tangrans, sólidos geométricos, caleidoscópios, etc.;
- calculadoras, computadores, CDs, vídeos e TV;
- mapas, globo terrestre, bússolas, guias de cidades;
- cartazes, tabelas, gráficos;
- geoplanos, dobraduras, formas geométricas variadas;
- obras de arte, pinturas, artesanatos, fotos ou desenhos de animais (estrela-do-mar);
- jornal mural com curiosidades, desafios e problemas da semana;
- banco de problemas para cada série e/ou assunto;
- jogos: damas, xadrez, matrix, dominó, bingo e outros jogos inventados pelos alunos;
- jornalzinho da Matemática;
- painéis, mosaicos, faixas decorativas;
- roletas, moedas, dados e tetraedros.

Todo esse material deve ser encarado como *meio* para uma aprendizagem significativa e não como *fim*.

A sala-ambiente, ou o laboratório de Matemática, deve ser o local da escola onde se respire Matemática o tempo todo, um ambiente permanente de busca e descoberta.

# 7. Resolução de problemas

"A resolução de problemas é a coluna vertebral da instrução matemática desde o papiro de Rhind."

George Polya

"A razão principal de se estudar Matemática é para aprender como se resolvem problemas."

Lester Jr.

Ao ter como prioridade a construção do conhecimento pelo fazer e pensar, o papel da resolução de problemas é fundamental para auxiliar o aluno na apreensão dos significados.

Apresentamos a seguir algumas orientações para melhor atingir esse objetivo.

## *Objetivos*

A resolução de problemas deve ter por meta:

- fazer o aluno pensar;
- desenvolver o raciocínio lógico do aluno;
- ensinar o aluno a enfrentar situações novas;
- levar o aluno a conhecer as primeiras aplicações da Matemática;
- tornar as aulas mais interessantes e motivadoras.

## As fases da resolução de um problema

Cinco são as etapas que o aluno deve adotar na resolução de um problema:

a) compreensão do problema;
b) elaboração de um plano de solução;
c) execução do plano;
d) verificação ou retrospectiva;
e) emissão da resposta.

Vamos examinar cada fase que o aluno deve seguir:

a) Compreensão do problema
- Leitura e interpretação cuidadosa do problema.
- Quais são os dados e as condições do problema? Há dados a mais no problema? Faltam dados?
- O que se pede, o que se pergunta no problema?
- É possível fazer uma figura, um diagrama ou uma tabela?
- É possível estimar uma resposta?

b) Elaboração de um plano de solução
- Qual é seu plano para resolver o problema?
- Que estratégias você tentará desenvolver?
- Você se lembra de um problema semelhante mais simples que pode ajudá-lo a resolver esse problema?
- Tente organizar os dados em tabelas, gráficos ou diagramas.
- Tente resolver o problema por partes.

c) Execução do plano
- Execute o plano elaborado.
- Efetue todos os cálculos indicados no plano.
- Execute todas as estratégias pensadas, obtendo várias maneiras de resolver o mesmo problema.

d) Verificação ou retrospectiva
- Você leu e interpretou corretamente o problema?
- Você elaborou um plano razoável e factível?
- Executou com precisão o que foi planejado? Conferiu todos os cálculos?
- Há alguma maneira de "tirar a prova" para verificar se você acertou?
- A solução está correta?
- Existe outra maneira de resolver o problema?
- É possível usar a estratégia empregada para resolver problemas semelhantes?

e) Emissão da resposta
- A resposta é compatível com a pergunta?
- Você escreveu a resposta por extenso, respondendo à pergunta do problema?

## Algumas sugestões para o ensino na sala de aula

- Comece trabalhando com problemas simples e, pouco a pouco, apresente problemas mais complexos. Isso fortalece a auto-estima e a autoconfiança do aluno.
- Valorize o processo, a maneira como o aluno resolveu o problema e não apenas o resultado.
- Incentive o aluno a "pensar alto" ou a contar como resolveu o problema. Isso auxilia a organização do pensamento e a comunicação matemática.
- Estimule o aluno a fazer a verificação da solução, a revisão do que fez.
- Deixe claro que é *permitido errar*. Aprendemos muito por tentativa e erro e não por tentativa e acerto. O erro deve ser encarado como ponto de apoio para uma idéia nova.
  Quando está implícito que é "proibido errar", o aluno não se arrisca, não se aventura, não gera novas idéias, não explora caminhos novos e diferentes.
- Não tire o "sabor da descoberta" do aluno. Oriente, estimule, questione, mas não dê pronto o que ele pode descobrir por si.
- Proponha que os alunos inventem seus próprios problemas.
- Não apresse o aluno durante a resolução de um problema; esta não é uma competição de velocidade.
- Proponha que o aluno formule problemas a partir de uma resposta dada.