

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO  
PUC/SP**

**EDVALDO VALE DE SOUSA**

**OBJETOS DE APRENDIZAGEM NO ENSINO DE  
MATEMÁTICA E FÍSICA: uma proposta interdisciplinar**

**MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**São Paulo**

**2010**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO  
PUC/SP**

**EDVALDO VALE DE SOUSA**

**OBJETOS DE APRENDIZAGEM NO ENSINO DE  
MATEMÁTICA E FÍSICA: uma proposta interdisciplinar**

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação do **Prof. Dr. Gerson Pastre de Oliveira***

**São Paulo**

**2010**

**Banca Examinadora**

---

---

---

Autorizo, exclusivamente, para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

**Assinatura:** \_\_\_\_\_ **Local e Data:** \_\_\_\_\_

## **DEDICATÓRIA**

*ao Sr. JESUS CRISTO*

*à minha esposa, Cleonice*

*à minha mãe, Francisca Vale*

*aos meus filhos, Eleazar, Talita, Ana e Josebe*

*aos meus irmãos da 1ª Igreja Batista do Bairro Assunção*

*a todos meus professores que me ensinaram a aprender a aprender*

## **AGRADECIMENTOS**

*"Não havendo sábia direção cai o povo, mas na multidão dos conselheiros há segurança (...) onde não há conselho fracassam os projetos, mas com muitos conselheiros, há bom êxito (...) com medidas de prudência farás a batalha, na multidão de conselheiros está a vitória". (Provérbios).*

À DEUS por ter me presenteado e colocado no caminho de minha vida os que para mim sempre serão os meus professores e conselheiros através de seus ensinamentos e estudos. Graças a DEUS pela vida dos meus professores da pós-graduação em Educação Matemática da PUC-SP, pois com eles a vitória da minha formação já está garantida.

Ao meu Orientador Prof. Dr. Gerson Pastre pelo incentivo e auxiliou na congregação de todos os estudos que eu já havia encampado e que se efetivaram na realização deste trabalho.

À Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Celina Abar e ao Prof. Dr. Dilermando Piva pelas diversas contribuições na qualificação que foram essenciais para o desfecho dessa investigação.

À Secretaria de Estado da Educação do Estado de São Paulo pela concessão da bolsa de estudos.

A todos os professores da rede de estadual de ensino que contribuíram de uma forma ou de outra no desenvolvimento desta pesquisa.

Aos colegas do curso de pós-graduação em Educação Matemática da PUC-SP pelas muitas sugestões no convívio na universidade e nos congressos.

Ao meu colega Mestre em História da Ciência Elton Rodrigues que me incentivou a ingressar no curso de mestrado da PUC-SP.

Enfim, à Sr<sup>a</sup> Cleonice pela muita paciência e companheirismo nessa caminhada.

## RESUMO

Este trabalho de pesquisa teve por objetivo verificar como uma abordagem baseada no uso de “Objetos de Aprendizagem” concebidos no contexto da Física pode promover a aprendizagem do conceito matemático de função e das representações deste conceito em estudantes do ensino médio e que benefícios um ambiente informático baseado em simulações de fenômenos físicos ligados à cinemática pode trazer a uma metodologia de sequência didática que leve esses estudantes a construir esse conceito.

Para atingir esse objetivo foram elaboradas três atividades abordando, interdisciplinarmente, os assuntos: referencial de um móvel; movimento uniforme (MU); movimento uniformemente variado (MUV); funções do 1º e 2º graus. As atividades incluíam simulações em “Objetos de Aprendizagem” e foram elaboradas segundo pressupostos da engenharia didática em articulação com alguns princípios norteadores como os efeitos do Contrato Didático na relação aprendiz/saber/professor, a análise das ações do estudante proposta pela Teoria das Situações Didáticas, o desenvolvimento e a estruturação matemática das situações-problemas pela Teoria dos Registros de Representações e, os aspectos interdisciplinares entre os domínios Física e Matemática.

Os sujeitos dessa investigação foram os alunos da primeira série do ensino médio de uma escola estadual da periferia de São Bernardo do Campo. A experimentação foi realizada em dez sessões que privilegiaram com a inclusão digital 34 alunos divididos em duas turmas: turma A separados em dez duplas e turma B em sete duplas.

Os resultados apresentados nas realizações dos alunos corroboram o uso de “Objetos de Aprendizagem” concebidos no contexto da Física como uma tecnologia que pode ser utilizada na abordagem interdisciplinar de conteúdos das disciplinas de Física e Matemática, uma vez que eles, além de motivar os alunos pelo aspecto dinâmico e interativo das simulações que trazem situações da realidade, também, apresentam os registros de representação na forma gráfica e algébrica das situações-problemas intrínsecas aos “Objetos de Aprendizagem” que podem auxiliar no entendimento da relação entre o empírico e o teórico.

Como resultado da interação aprendiz/computador, os alunos conseguiram realizar a programação gráfica do fenômeno velocidade o que configurou a abordagem construcionista dos alunos na situação de programação onde repetiram por vezes o ciclo descrição-execução-reflexão-depuração-descrição até alcançarem o resultado desejado.

O uso dos “Objetos de Aprendizagem” em articulação com a metodologia de sequência didática e a abordagem interdisciplinar de conteúdos afins propiciou a aprendizagem com significado com relação aos seguintes aspectos: o significado e a relação entre os coeficientes nas funções horárias no MU e MUV e as funções do 1º e 2º graus; descrição da representação das funções nos registros tabular, algébrico e gráfico; interpretação e passagem do registro língua natural para o registro algébrico através da estruturação matemática do fenômeno intrínseco à situação-problema.

**Palavras-chave:** Funções; Cinemática; Interdisciplinaridade; Objetos de Aprendizagem

# ABSTRACT

This research aimed to see how an approach based on the use of "Learning Objects", designed in the context of physics can promote the learning of the mathematical concept of function and representations of this concept in high school students and what benefits a computing environment that based on simulations of physical phenomena related to kinematics can bring to a sequence of didactic methodology that takes these students to build that concept.

To achieve this goal have been developed three activities approaching interdisciplinary the subjects: a mobile frame; uniform motion (MU); uniformly varied motion (MUV) functions of the 1st and 2nd grade. The activities included simulations on "Learning Objects" and were prepared under conditions of didactic engineering in conjunction with some guiding principles as the effects of didactic contract in relation learner / knowledge / teacher, the student's analysis of the actions proposed by the *Theory of Didactic Situations* the development and structuring of mathematical problem-situations by *Theory Records Offices*, and the interdisciplinary aspects between physics and mathematics fields.

The subjects of this investigation were the first graders of high school in a school on the outskirts of Sao Bernardo do Campo. The trial was performed in ten sessions that have favored the inclusion digital of 34 students divided into two classes: class A (separated into ten pairs) and class B (separated in seven pairs).

The results presented in the achievements of students corroborate the use of "Learning Objects", designed in the context of physics as a technology that can be used in an interdisciplinary approach to the disciplines of physics and mathematics, since they, beyond to motivate students for the appearance of dynamic and interactive simulations that bring reality situations, also present the records of representation in graphical form and algebraic situations, problems intrinsic to the "Learning Objects" that can help in understanding the relationship between the empirical and theoretical.

As a result of the interaction student / computer, the students succeeded in completing the graphical programming speed of the phenomenon which determined the constructionist approach of the students in programming situation where sometimes the cycle repeated description-execution-reflection-debugging-description so to achieve the desired result.

The use of "Learning Objects" in conjunction with the following methodology and didactic content related interdisciplinary approach led to meaningful learning with the following topics: the meaning and relationship between the coefficients in office hours in MU and MUV and functions 1st and 2nd grade, description of the representation of functions in the records tabular, algebraic and graphic, interpretation and natural language passage record for the record through the algebraic structure of the mathematical phenomenon intrinsic to the problem situation.

**Keywords:** Functions; Kinematics; Interdisciplinary, Learning Objects

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	10
<b>CAPÍTULO UM</b>	
PROBLEMATIZAÇÃO E ESTRUTURA METODOLÓGICA .....	14
<b>CAPÍTULO DOIS</b>	
TECNOLOGIA E PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA.....	22
<b>CAPÍTULO TRÊS</b>	
A MATEMÁTICA NO ENSINO DA FÍSICA.....	42
<b>CAPÍTULO QUATRO</b>	
INTERDISCIPLINARIDADE .....	60
<b>CAPÍTULO CINCO</b>	
OBJETOS DE APRENDIZAGEM.....	72
<b>CAPÍTULO SEIS</b>	
APORTES TEÓRICOS.....	81
<b>CAPÍTULO SETE</b>	
METODOLOGIA .....	103
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	187
<b>REFERÊNCIAS</b>	
<b>BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	196
<b>ANEXOS</b> .....	202

## **INTRODUÇÃO**

O objetivo deste trabalho de pesquisa é a apresentação de uma abordagem de ensino e aprendizagem que tem como foco a utilização de recursos digitais, oriundos da Internet, na intenção de facilitar a construção do conhecimento do tema “funções”, no âmbito da Educação Matemática. Semelhantes recursos são chamados de *objetos de aprendizagem*. Para isso, foi necessário contar com as situações-problemas geralmente propostas nestas interfaces e o aspecto interdisciplinar que pode ser criado entre Física e Matemática, aproveitando pontos comuns entre Cinemática e o Estudo de Funções.

Neste primeiro capítulo, apresenta-se o caminho trilhado e a motivação do pesquisador que culminaram no desenvolvimento da questão e hipóteses de pesquisa, além da metodologia que serviu de orientação a este trabalho de pesquisa.

### **Trajetória pessoal**

Minha trajetória acadêmica compreende etapas distintas de formação. No Ensino Fundamental estudei em escola pública, enquanto que o Ensino Médio completei em escola particular, no Curso Técnico em Contabilidade. Na escola técnica o currículo contemplava Matemática, Física e Química apenas no primeiro ano do curso. Por isso, quando iniciei a Graduação em Engenharia, tive sérias dificuldades nestas disciplinas: precisei dispor de várias horas de estudo para me aperfeiçoar nas mesmas. No quarto ano da Graduação (1990), ingressei na carreira do magistério, lecionando em escolas públicas do Estado de São Paulo. Nesta época a demanda por professores nesta rede pública de ensino era enorme, principalmente nas disciplinas de Matemática, Física e Química. Após oito anos, senti necessidade de mudança na minha prática pedagógica. Então, resolvi ingressar no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Metodista de São Paulo (UMESP). Concluído este curso, percebi que precisava estar sempre atualizado em função das exigências, das transformações e das evoluções na sociedade, principalmente no que diz respeito às tecnologias que adentram os currículos escolares. Com isto, iniciei uma maratona de cursos: de verão na Universidade de São Paulo (USP); curso de Pedagogia na Universidade Bandeirante

(UNIBAN); curso de Especialização em Educação Matemática na PUC/SP e no, 2º semestre de 2007, iniciei o Mestrado na PUC/SP. Minha opção em fazer o Mestrado Acadêmico, e escolher o grupo de pesquisa TecMEM (Tecnologias e Meios de Expressão em Educação Matemática) deve-se à motivação em pesquisar sobre a utilização da Tecnologia da Informação e Comunicação em Educação Matemática. O interesse em pesquisas nesta área deu-se, em um primeiro momento, pelo anseio em satisfazer as atuais necessidades das escolas, no que se refere à melhoria da qualidade do processo de ensino e aprendizagem da Matemática através da inserção de ferramentas desta tecnologia como recurso pedagógico na prática docente. Após os estudos e leituras realizadas no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP, porém, pude perceber que a maior importância repousa em entender, projetar e implementar estratégias pedagógicas com uso de TICs, com foco nas pessoas e nas construções mais aprimoradas do conhecimento matemático (Oliveira, 2009).

### **Motivações da pesquisa**

No período de 1994 a 2000, lecionei Matemática e Física no Ensino Médio em escolas da rede pública do Estado de São Paulo. Entre 2000 e 2009, lecionei Matemática para o Ensino Fundamental e Ensino Médio. Esporadicamente, ainda ministro aulas particulares de Física e Matemática no Ensino Médio e, também Introdução ao Cálculo para iniciantes da graduação.

Nesses anos dedicados ao ensino de Matemática e Física, constatei dificuldades por partes de alunos, em sala de aula, e também por parte de professores que me procuravam, pedindo orientações para resolução de diversas situações-problemas nas referidas disciplinas. Os alunos sentem dificuldade na interpretação dos enunciados propostos pelo professor, no desenvolvimento de estratégias para resolução dos desafios, na formulação e síntese da solução do problema.

O interesse nesse trabalho está relacionado às dificuldades dos alunos em trabalhar com funções e suas diferentes representações. Para tanto, pretendeu-se envolver o aspecto interdisciplinar entre a Física e a Matemática, no tocante às situações-problemas da Cinemática e Funções, respectivamente.

Várias pesquisas em Educação Matemática têm sido realizadas no sentido de encontrar uma abordagem de ensino e aprendizagem com auxílio de recursos informáticos que minimize as dificuldades na aprendizagem de Matemática, aproveitando os pontos comuns com a Física.

De fato, Campos (2000, p. 8) generaliza as dificuldades como “dificuldades do dia-a-dia na prática docente dessas disciplinas”. No entanto, pelos questionamentos do autor, entende-se que as dificuldades podem estar relacionadas com os seguintes aspectos:

- O estudo do movimento sem a prévia apreensão do conceito de função;
- Abordagem abstrata no processo ensino-aprendizagem do conceito de função;
- Utilização de simbologia única para expressar uma função (“x” e “y”);
- A falta de conhecimento do professor sobre o aspecto interdisciplinar entre Matemática e Física no conteúdo de interesse;
- A abordagem quase inexistente no que se refere à interdisciplinaridade entre Matemática e Física nos livros didáticos;
- A falta de utilização de experimentos empíricos na construção dos conceitos matemáticos de análise de fenômenos.

Em sua dissertação, Lopes (2004, p.18) toca no assunto das dificuldades que os aprendizes encontram, relacionando as mesmas com a forma desconectada com que os assuntos são abordados no ensino de Matemática e Física.

Ao relatar sobre as dificuldades dos alunos, Silva (2007, p. 4) expõe em sua pesquisa que os alunos encontram dificuldade em relacionar as diferentes representações de função (esquema, tabela, gráfico e expressão algébrica).

Martins (2005, p. 1) relata, em seu trabalho, que os alunos apresentam dificuldades na interpretação dos enunciados dos problemas e em estabelecer relação entre o que aprendem em Matemática e Física para formulação de conceitos. Quanto às dificuldades encontradas pelos professores, o mesmo autor

relata que a formação acadêmica que receberam esteve distante dos conceitos de contextualização e interdisciplinaridade.

Tais dificuldades, de alunos e professores, podem ter origem numa educação fragmentada, dissociada da realidade. Estes aspectos me moveram a realizar este trabalho de pesquisa, no sentido de oferecer subsídios ao professor para sua prática em sala de aula, buscando promover uma atitude interdisciplinar, aproximando as disciplinas de Matemática e Física, integrando as tecnologias informáticas como recursos pedagógicos mediadores da aprendizagem.

Com isto, o professor passa a enfrentar novos desafios em sua preparação, que deve contemplar as exigências de formação do ser humano integral, o qual, segundo Delors (2003), necessita aprender a conhecer, a fazer, a conviver e a ser. Há, neste aspecto, uma dimensão adicional, indicada por Oliveira (2008): aprender a criar, o que não se fará sem formação ampla e continuada, integrando, neste caso, o conhecimento matemático e as formas de vulgarizá-lo, muito especialmente através de tecnologias digitais.

## **CAPÍTULO UM**

### **PROBLEMATIZAÇÃO E ESTRUTURA METODOLÓGICA**

#### **1.1. Sobre as questões de pesquisa**

O conceito de função é muito importante no processo ensino-aprendizagem da Matemática, pois da apreensão desse conceito dependerá o sucesso nos estudos futuros de todas as funções em todas as áreas do conhecimento humano que empregam este recurso.

Nota-se que, diariamente, o ser humano tenta manter um comportamento ou postura diante das situações de que são sujeitos, fazendo relações e envolvendo o concreto e o abstrato. O mesmo, involuntariamente ou não, tenta padronizar, esses comportamentos para poder utilizar em outras situações próximas. Nesse mesmo sentido, a Matemática como área do conhecimento humano, está voltada ao estudo das relações e procura sistematizá-las, principalmente no campo abstrato. Com isto, o ensino da Matemática deve contribuir para que o aprendiz consiga administrar essas relações no campo da abstração e trabalhá-las de forma a estabelecer conexões.

Diante de uma situação-problema, o aluno busca resolver a questão relacionando e fazendo conexões com os elementos do enunciado, entre eles próprios ou com os conhecimentos já interiorizados que mobilizam para dar um tratamento a esses dados, de forma a identificá-los e classificá-los para posterior utilização na resolução da situação. Porém, nem sempre é fácil compreender e tratar as relações necessárias para levar a cabo a resolução. Desta forma, se faz necessário incentivar os alunos ao longo do processo de ensino-aprendizagem, buscando motivá-los na busca da construção do seu próprio conhecimento.

Nesse sentido, o processo ensino-aprendizagem da Matemática deve incluir estratégias que promovam a construção do conhecimento pelo aluno, com noções claras a respeito das relações matemáticas, assim como suas possibilidades e potencialidades.

No estudo de funções, destaca-se como importante a linguagem matemática como meio de expressão para formalizar e sintetizar os conceitos. Tal importância se revela no estudo da Teoria dos Registros de Representação Semiótica realizados por Duval (2003). Em relação ao estudo dessa mesma teoria, Damm (2008), em sua análise, comenta que a importância da forma das representações se efetiva pela observação da passagem de um registro de representação para outro.

Um aspecto importante para a aprendizagem com significado de um conceito é utilizar, como estratégia, uma abordagem interdisciplinar e contextualizada a partir de situações reais (Brasil, 1999). Para tanto, a proposta deste trabalho procurou encontrar no ambiente informático “Objetos de Aprendizagem”, gerados no contexto da Física, especificamente, na Cinemática, um ambiente favorável que promova, a partir de uma estratégia pedagógica (Oliveira, 2009), a interdisciplinaridade entre Física e Matemática, no sentido de envolver o aluno na percepção de pontos comuns entre essas disciplinas no que se refere ao conceito de função.

Basicamente, um Objeto de Aprendizagem representa um recurso digital cuja finalidade é educacional (Wiley, 2001). Os Objetos de Aprendizagem se apresentam na forma hipertextual, como se fossem páginas da web, porém com direcionamento para os objetivos para os quais foram concebidos. De forma ideal, as páginas hipertextuais características dos Objetos de Aprendizagem possuem poucos botões diminuindo a possibilidade de o aluno divagar e se desorientar quando “navega” ou os explora. Ao clicar em um dos botões no Objeto de Aprendizagem, outra página geralmente se abre (ou outra função é acionada em um quadro, por exemplo) e o aluno será orientado no sentido de buscar a solução pretendida. A opção pelos Objetos de Aprendizagem como ambiente informático para esta pesquisa deu-se devido à gratuidade dos mesmos, bem como pelo fato de não ser necessária uma linguagem de programação para manipulá-los. Além disso, foram fatores importantes a possibilidade de reutilização dos mesmos em contextos afins e a disponibilidade do recurso em sites repositórios de fácil acesso.

Nesta investigação, aproveitando o caráter dinâmico que se pode dar à informática, simulações inerentes aos Objetos de Aprendizagem foram incrementadas a partir da metodologia empregada em uma sequência didática, conforme esclarecido mais adiante, para auxiliar e facilitar ao aluno na visualização,

na compreensão dos fenômenos físicos bem como dos conceitos correspondentes. A simulação de modelos, segundo Borges (1997, p. 28) se constitui em um ambiente potencial de aprendizagem, uma vez que envolve o aluno num ciclo de operações que o conduzem à solução de uma situação-problema. A simulação compreende a execução de um modelo que, numa abordagem construcionista, pressupõe uma avaliação que pode levar o estudante a questionar e refletir quantas vezes for necessário, fazendo depurações até chegar ao seu objetivo (Papert, 1986; Valente, 2009).

Neste trabalho de pesquisa, não foi realizada, exatamente, a modelagem do sistema que engloba o fenômeno físico, e sim simulações de fenômenos físicos já contemplados pela modelagem. Então, os modelos são os Objetos de Aprendizagem, propriamente ditos. Neles, encontram-se situações-problemas que fizeram parte das atividades dos alunos, sendo uma das principais estratégias do processo ensino-aprendizagem que se pretendeu implementar.

A par disto, a proposta deste trabalho intentou responder as seguintes questões, que orientaram a pesquisa:

- *De que maneira uma estratégia pedagógica com uso de Objetos de Aprendizagem concebidos no contexto da Física pode promover a aprendizagem do conceito matemático de função e das representações deste conceito em estudantes do Ensino Médio?*
- *Que benefícios um ambiente informático baseado em simulações de fenômenos físicos ligados à Cinemática pode trazer a uma metodologia de sequência didática que leve à aprendizagem do conceito de função e da representação desse conceito por estudantes de Ensino Médio?*

## **1.2. Hipóteses**

Conforme as questões de pesquisas delineadas anteriormente, foram levantadas as seguintes hipóteses:

- a) O aspecto interdisciplinar que se pretende imprimir à abordagem da Física, baseado na resolução de situações-problemas, talvez contribua no sentido de facilitar a aprendizagem do conceito de função em Matemática;
- b) Tecnologias digitais oriundas da Internet podem se constituir em recursos pedagógicos importantes, realizadas as devidas adequações, dentro de abordagens, estratégias e metodologias que os potencializem para o uso no processo ensino-aprendizagem;
- c) A inserção de um ambiente digital baseado no uso de Objetos de Aprendizagem pode dinamizar um processo de ensino-aprendizagem que inclua sequências didáticas, uma vez que tais recursos permitem a visualização das situações-problemas pela simulação virtual dos fenômenos;
- d) O uso de diferentes simbologias e representações para função pode garantir que o aprendiz não mais relacione a este conceito uma única forma de comunicar suas idéias, mas transporte e aplique em diversas situações-problema, utilizando a simbologia própria ou outras representações do fenômeno estudado.

Para dar conta das questões e hipóteses aqui levantadas, elegeu-se, como metodologia de pesquisa, a engenharia didática.

### **1.3. Engenharia Didática**

Planejar, projetar, construir e avaliar são ações que se espera de um engenheiro para atender a necessidade de quem o contratou. A ação de planejar indica que é preciso antecipar as ações para poder administrar antes, durante e depois, todas as fases dessa engenharia. Projetar significa comunicar de forma inteligível o que será realizado. Construir é ação que leva a cabo o projeto elaborado ou, em outros termos, a execução do projeto concebido no planejamento. Avaliar consiste na verificação constante da qualidade do que foi construído, ou seja, validar se funciona de acordo com o previsto ou se precisa de ajustes. Desta forma, planejar/projetar/construir/avaliar vem ao encontro do que propõe a Engenharia Didática em relação à transposição desses conceitos para Educação Matemática, conforme comparações encontradas nos estudos realizados em Didática da Matemática, por exemplo, por Artigue (1988), quando afirma que

*... este termo foi “cunhado” para o trabalho didático que é aquele comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apóia sobre conhecimentos específicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle do tipo científico, mas ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre objetos bem mais complexos que os objetos depurados da ciência e, portanto, a enfrentar praticamente, com todos os meios de que dispõe, problemas que a ciência não que ou não pode levar em conta (p.283).*

Para Douady (1993),

*...uma sequência de aula(s) concebida(s), organizada(s) e articulada(s) no tempo, de forma coerente, por um professo-engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para uma certa população de alunos. No decurso das trocas entre professor e alunos, o projeto evolui sob as reações dos alunos e em função das escolhas e decisões do professor (p.2).*

Dada a natureza da investigação, orientada ao uso de sequências didáticas com o uso de objetos de aprendizagem, na lógica de uma estratégia pedagógica (Oliveira, 2009), a metodologia de pesquisa eleita foi a da engenharia didática, na forma detalhada e justificada por Artigue (1988). De acordo com a autora, esta metodologia tem como principal característica o uso de esquemas com base nas construções didáticas no ambiente da sala de aula, autorizando, destarte, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino que permitam validação, com intuito de comparar dados das análises a priori e a posteriori.

A engenharia didática distingue-se em micro-engenharia e macro-engenharia didática. Na primeira, as pesquisas são localizadas e se realizam com base no estudo de um determinado tema, levando em conta a complexidade dos fenômenos de sala de aula. Na segunda, as pesquisas possibilitam correlacionar a complexidade das pesquisas em micro-engenharia didática com os fenômenos ligados à duração nas interações entre ensino e aprendizagem (Machado, 2008, p, 241). Essas características ressaltam a ênfase no funcionamento metodológico; por isso, em engenharia didática, podem ser explorados diferentes objetivos, uma vez que estes podem ser diferenciados entre estudos de processo de aprendizagem de certo conceito e estudos transversais a este (Douady apud Machado, 2008, p. 237).

Em consonância com esta abordagem, o trabalho do pesquisador compreende quatro fases principais (Machado, 2008). A primeira delas, chamada de

fase de *análises preliminares*, consiste em considerações sobre o panorama teórico-didático geral e sobre os saberes já adquiridos, do ponto de vista da didática, em relação ao conhecimento em jogo e, também, as análises seguintes: epistemológica dos conteúdos; do ensino atual e efeitos deste; da concepção, dificuldades e obstáculos que determinam a evolução do aluno; do campo de debates onde se efetiva a realização didática.

Em seguida, prevê-se a fase de *concepção e análise a priori das situações didáticas*, que diz respeito à descrição e à previsão das características que ocorrerão posteriormente na experiência, tendo como base os sujeitos da pesquisa. É o trabalho do pesquisador que, orientado pelas análises preliminares, restringe a determinada quantidade de variáveis do meio sobre a qual o ensino pode atuar. Essas variáveis são ditas macrodidáticas quando são relativas à organização global da engenharia; por outro lado, são microdidáticas quando são relativas à organização de uma fase dessa engenharia. As variáveis microdidáticas são variáveis de característica intrínseca aos problemas e são ditas de ordem geral. Em contrapartida, as variáveis de cunho específico são aquelas dependentes da situação, relacionadas com a organização e com a gestão do ambiente.

As variáveis de ordem geral, globais, são escolhas feitas antes da descrição das fases da engenharia didática, lembrando que, apesar de aparecem em separado das variáveis locais, as duas são escolhas interdependentes, conforme explanado por Brousseau (1981), quando assevera que “...é necessário assegurar-se constantemente que a concepção geral é capaz de permitir a invenção, a organização e o desenvolvimento de situações locais” (p. 55).

Com o objetivo de responder às questões e validar as hipóteses elencadas na fase preliminar da engenharia didática, o pesquisador-constutor precisa elaborar uma sequência de situações-problemas, considerando a implementação das variáveis didáticas que escolheu, intencionalmente, para provocar mudanças no processo ensino-aprendizagem do objeto matemático em estudo (Almouloud, 2007).

A par disto, o processo de validação das hipóteses é uma importante fase da situação didática e deve ser implementada pelo professor desde a etapa de concepção e análise a priori, conforme descreve Artigue (1988):

*A análise a priori deve ser concebida como uma análise do controle do sentido, pois a teoria das situações didáticas que serve de referência à metodologia da engenharia didática teve, desde sua origem, a ambição de se constituir como uma teoria de controle das relações entre sentido e situações (...) o objetivo da análise a priori é determinar no que as escolhas feitas permitem controlar os comportamentos dos alunos e o significado de cada um desses comportamentos. Para isso, ela vai se basear nas hipóteses e são essas hipóteses cuja validação estará, em princípio, indiretamente em jogo, na confrontação entre a análise a priori e a análise a posteriori a ser operada na quarta fase (p. 293).*

A análise a priori tem ênfase em aspectos de uma situação didática elaborada com intenção de aplicar a determinados alunos. Nessa análise, procura-se:

- Descrever as escolhas locais feitas e características da situação didática gerada;
- Analisar qual o desafio da situação para o aluno, oriundas da ação, escolha, decisão, controle e validação de que ele disporá na experimentação;
- Antever os comportamentos e apontar se a análise realizada possibilita controlar o sentido desses comportamentos e, em ocorrendo estes, se resultarão do desenvolvimento do conhecimento visado pela aprendizagem.

Em seguida, atinge-se a fase de *experimentação*, que se refere à realização da engenharia didática em si, com a aplicação dos instrumentos previamente analisados. Esta fase se inicia quando o pesquisador entra em contato com o grupo de alunos, que é o objeto de sua investigação. A experimentação pressupõe:

- Explicitar os objetivos e condições de realização da pesquisa ao grupo de alunos;
- Estabelecer o contrato didático;
- Aplicar os instrumentos de análise
- Coletar e registrar as observações feitas.

Segundo Almouloud (2007), a experimentação é o momento em que se coloca em funcionamento a sequência de ensino elaborada, corrigindo-a quando as análises locais do desenvolvimento experimental indicarem essa necessidade, implicando num processo de complementação da análise a priori.

A última fase caracteriza-se pela *análise a posteriori e validação*, componentes estas que se baseiam nos dados recolhidos na fase de experimentação, além de eventuais observações próprias a cada sessão. Os dados obtidos nessa fase podem ser complementados com o uso de metodologias externas como questionários ou entrevistas realizados em diferentes momentos do ensino. É nesta fase se realiza a confrontação dos dados obtidos da experimentação à luz da análise a priori, da fundamentação teórica, das hipóteses e da problemática da pesquisa

A engenharia didática que se pretendeu realizar neste trabalho de pesquisa foi desenvolvida tendo como aspecto fundamental a aplicação de um recurso tecnológico na fase de experimentação como um ambiente integrado à situação didática. Diante disso, o próximo capítulo tece considerações ao uso das tecnologias e suas potencialidades na educação.

## **CAPÍTULO DOIS**

### **TECNOLOGIAS E PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA**

#### **2.1. Tecnologias**

As tecnologias estão presentes nas atividades humanas e, inerentes a estas, aquelas são sínteses das construções mentais desenvolvidas no decorrer da história da humanidade. Através do raciocínio, o homem constroi conhecimentos, os quais, quando colocados em prática, dão origem a diversidades de instrumentos, equipamentos, processos, produtos e ferramentas, os quais, em suma, são denominados tecnologias.

Para o homem, as tecnologias são essenciais, pois elas facilitam seu labor diário, ou seja, são aplicadas para alcançar seus objetivos, que podem ser concretos, tais como remover um objeto muito mais pesado que ele, ou abstratos, como moderar uma assembléia pública. Além disso, qualquer tecnologia pode estar em constante inovação pela ação do raciocínio humano.

Conhecimento, poder e tecnologia estão intrinsecamente ligados e permeiam as relações sociais em todas as épocas. O homem, através do conhecimento construído, gera tecnologias num contexto e em determinada época. Estas tecnologias são inovadas em outras épocas e contextos, sob outros olhares (Kensi, 2007, p.17). Segundo a autora, corporações transnacionais assumem poderes superiores ao poderes políticos dos países e exercem influência redefinidora do mundo em uma nova divisão social: os ricos, que têm senha de acesso às tecnologias e a todos bens culturais; os pobres, que não possuem senha de acesso para a realidade tecnológica atual e estão excluídos, relegados no subdesenvolvimento pelo processo de globalização, perverso neste aspecto.

Vislumbrando contrapor a ordem imposta pelo processo de globalização, a educação pode desempenhar um papel importante para que esses extremos entre ricos e pobres, incluídos e excluídos, os com acesso e os sem acesso, diminuam ou acabem, de maneira que o poder, o conhecimento e as tecnologias de um povo não

garantam a supremacia deste em relação aos demais e sim a soberania de cada um deles, e a promoção de justiça social e cooperação entre todos. Para Kenski (2007, p.18), “*esse também é um duplo desafio para a educação: adaptar-se aos avanços das tecnologias e orientar o caminho de todos para o domínio e apropriação crítica desses novos meios*”.

Nesse sentido, a educação escolar se constitui num meio poderoso para articular as relações entre poder, conhecimento e tecnologia, uma vez que a escola é uma instituição social com marcante papel na formação de todas as gerações humanas.

A evolução social do homem tem influência das tecnologias empregadas em determinada época e o desenvolvimento delas marca a cultura e o modo como o homem compreende sua história. Nesse sentido, a vida econômica, política e social leva o homem a perceber qual o uso que faz das tecnologias e que transformações os fazeres mediados por elas acarretam, pois segundo Kenski (2009),

*A economia, a política e a divisão social do trabalho refletem os usos que os homens fazem das tecnologias que estão na base dos sistemas produtivos em diferentes épocas. O homem transita culturalmente mediado pelas tecnologias que lhes são contemporâneas. Elas transformam sua maneira de pensar, agir e sentir (p. 21).*

A evolução histórica das tecnologias se dá pela atualização das necessidades humanas, ou seja, esta evolução vai ao encontro tanto das necessidades básicas como daquelas criadas pelo homem devido ao próprio avanço tecnológico em si. Atualmente, as necessidades do novo tipo de sociedade tecnológica são condicionadas pelas inovações tecnológicas digitais de informação comunicação e pela microeletrônica, as quais levam a mudanças nas qualificações profissionais, o modo de viver, trabalhar, informar-se e se comunicar com o mundo.

Entretanto, quando a referência às tecnologias não pode remeter apenas aos equipamentos e aparelhos que servem diariamente às pessoas. As tecnologias vão muito além – e aquém – de aparatos maquímicos sofisticados. Seu conceito envolve

um sem-número de outras coisas que a criatividade do homem fez, no decorrer da história. Kenski relata alguns casos de tecnologias que não são máquinas:

*Os exemplos mais próximos são as próteses – óculos e dentadura – e os medicamentos... A linguagem é uma construção criada pela Inteligência humana para possibilitar a comunicação entre os membros de determinado grupo social (Kenski, 2007, p.23).*

Tanto as próteses<sup>1</sup> como a linguagem são tecnologias que alongam a capacidade humana: a primeira permite ao indivíduo exercer uma atividade impossível ou muito difícil em outras condições e a segunda permite maior grau de interação grupal.

Diante das inovações e das transformações que as tecnologias acarretam em todas as áreas da vida humana, há de se rever este conceito. Entretanto, é necessário afastar dois mitos extremos: o medo das tecnologias como algo ameaçador e que pode dominar e subjugar o ser humano e o pensamento nas tecnologias como fim, ou seja, solução para todos os problemas da humanidade.

O surgimento das tecnologias tem relação direta com as necessidades do ser humano, em busca de melhores formas de viver. Para isso, planejam e produzem equipamentos utilizando seus conhecimentos, criatividade e vontade. Nesse sentido, podemos dizer que, as tecnologias e suas inovações são inerentes às necessidades humanas pela busca da sobrevivência e melhor qualidade de vida.

O conceito de tecnologias é complexo e envolve fatores físicos, imaterias, sociais e temporais. De acordo Rodrigues (2001) a palavra tecnologia é oriunda de dois verbetes gregos: “tecno-technè” e “logia-logus”, o que em termos mais simples poderia ser traduzido como o estudo da técnica ou do como “saber fazer”. Entretanto, não era assim que os gregos conceituavam técnica e, também, após

---

<sup>1</sup> ... aqui a idéia é de que a prótese vai além de reparar uma falta. Um sujeito equipado com uma prótese (seja qual for) pode fazer coisa que não faria... Mas ainda se entendo que conhecimento é algo produzido pelo sujeito em uma atividade, entendo que a tecnologia não é só uma ferramenta mas uma prótese; portanto vai além de fazer mais rápido ou melhor, vai para o fazer diferente (Frant, s/d, p. 7).

séculos de construção de conhecimentos e inovações tecnológicas, o conceito de tecnologia foi se transformando.

Técnica para os gregos tinha um sentido amplo. De acordo com Oliveira (2007, p. 72), a *technè* pensada pelos gregos era como a coleção de fazeres e tinha por objetivo produzir algo que a natureza não fizera, pois para eles as atividades humanas eram consideradas como técnicas.

Para Vargas (1994, p. 18) a palavra tecnologia é de origem grega e foi confundida com o termo *technè*. Para os gregos, esse termo transcendia à pura contemplação da realidade, pois era uma atividade onde a preocupação residia em resolver problemas práticos, guiar a humanidade em suas questões vitais, curar doenças, construir instrumentos e edifícios, etc. As *technè* eram constituídas por conjuntos de conhecimentos e habilidades transmissíveis de geração em geração. Além disso, argumenta o autor que, atualmente, a designação geralmente dada por técnica não é exatamente a utilizada pelos gregos, pois aparece com a fabricação de instrumentos, o que já corresponderia ao saber fazer.

Ao mencionar Toschi, Oliveira (2007, p. 73) corrobora o que Vargas mencionou, alegando que, em determinado momento histórico, a técnica envolveu apenas a dimensão do saber fazer, o caráter prático das produções, ou seja, a transmissão do conhecimento humano durante certo período não se preocupava com as razões de caráter teórico. Um exemplo deste aspecto é a máquina a vapor que esteve em funcionamento por mais de cinquenta anos sem explicação técnico-científica.

Filatro (2004, p.40) conceitua alguns tipos de tecnologias: tecnologia de informação e tecnologia de comunicação. A autora define tecnologia como sendo um conjunto de conhecimentos que emprega o método científico, fundindo a ciência e a técnica com o objetivo de manipular o ambiente.

Para Kenski (2007, p.24), técnicas são as maneiras, as habilidades especiais que o ser humano emprega com cada tipo de tecnologias. Salienta que algumas técnicas são simples e de fácil apreensão, as quais são deixadas para as gerações posteriores sendo incorporadas como hábitos e costumes. Dá exemplo de algumas,

tais como as técnicas ligadas a atividades como a pesca, produção de alimentos ou a criação de atividades artesanais.

O pesquisador francês Pierre Lévy (p. 1999, p.22-23) relata que a técnica é uma das dimensões fundamentais onde ocorrem as transformações do universo humano por ele próprio, sendo impossível à mesma ser autônoma, sem relacionar-se com o aspecto social humano. Desta forma, a tecnologia, concebida e implementada na sociedade, torna-se inerente a ela mesma, de tal maneira que não se pode separar seu universo material de sua parte artificial, ou seja, das idéias pelas quais os objetos técnicos são concebidos e nem das pessoas que os criam, produzem e utilizam. O autor prefere relacionar a questão da tecnologia com os atores humanos que inventam, produzem, utilizam e interpretam de maneira diferente as técnicas ao invés de denominar como impactos da tecnologia sobre a sociedade e fazer separação entre cultura, sociedade e técnica. Sampaio e Leite (1999) confirmam o exposto por Lévy quanto à dialética social das tecnologias: *“alguns que as percebem como produtos e produtoras das subjetividades humanas sinalizam para o caráter dialético desta relação homem/tecnologia que é a própria dialética social”* (Sampaio e Leite, 1999, p. 31).

Geralmente, as pessoas atrelam o conhecimento que têm sobre tecnologias às máquinas, porém não deveria ser assim. As tecnologias estão vinculadas a um processo contínuo de saber fazer, utilizar, refletir, aperfeiçoar histórico em todas as áreas da sociedade. E nesse processo histórico o conceito de tecnologias foi se construindo. Para Kenski este conceito é abrangente:

*Ao conjunto de conhecimentos e princípios científicos que se aplicam ao planejamento, à construção e à utilização de um equipamento em um determinado tipo de atividade, chamamos de “tecnologia”... os homens precisam pesquisar, planejar e criar o produto, o serviço, o processo. Ao conjunto de tudo isso, chamamos de tecnologias (Kenski, 2007, p.24).*

Devido à constante transformação em seus vários contextos históricos, as tecnologias podem ser confundidas com as inovações que as mesmas sofrem. Kenski afirma que há tecnologias rejuvenescidas, mas não necessariamente novas.

Como exemplo, relata que os rádios se inovaram em *walkmans* e *rádios automotivos*. Além disso, a autora se refere às “novas tecnologias” como uma categoria de tecnologias relacionadas com conhecimentos oriundos da eletrônica, da microeletrônica e das telecomunicações caracterizando-se assim, por serem evolutivas e imateriais, tendo como principais aspectos: campo de ação e matéria-prima, o virtual e a informação, respectivamente (Kenski, 2007, p. 25).

Nessa categoria de tecnologia é que este trabalho de pesquisa incorre. Denominadas de “tecnologias da inteligência” por alguns autores, principalmente Lévy (1993), esta abordagem tecnológica foi construída pelo ser humano para viabilizar a comunicação entre os seus semelhantes, através de um sem-número de processos de interação de vários estilos. Para isso, as pessoas desenvolveram vários processos e produtos. No contexto do processo de produção da informação, surgem as TICs (Tecnologias de Informação e Comunicação), baseadas na utilização da linguagem oral, da escrita e da síntese entre som, imagem e movimento, para satisfazer a realidade atual das atividades humanas.

Especificamente, o tema desta pesquisa tem como contexto as possibilidades vislumbradas com a incorporação das tecnologias da informação e comunicação aos processos de ensino e de aprendizagem. Nessa orientação, julgamos ser importante a compreensão de conceitos básicos dessas tecnologias, no sentido de dar significado as atividades didático-pedagógicas e sua influência na promoção de uma ambiência interdisciplinar nos processos educativos.

A ambiência dos Objetos de Aprendizagem aqui utilizados é a Internet, um fenômeno que permite a comunicação entre pessoas para diversas atividades, desde a simples troca de mensagens até interações em comunidades virtuais para negociações, troca de informações e experiências, aprender em conjunto, elaboração de pesquisas e projetos, relacionamentos pessoais, jogos, bate-papo, etc.

Com a evolução das tecnologias digitais de informação e comunicação e as articulações entre informática e telecomunicações, agora é possível o intercâmbio entre pessoas e máquinas a todo e qualquer tempo e lugar onde haja acesso através das redes de computadores. As redes se caracterizam pela possibilidade

comunicação entre vários computadores interligados onde a Internet é o espaço digital de encontro entre todos os conectados para diferenciados objetivos:

*As redes, mais do que uma interligação de computadores, são articulações gigantescas entre pessoas conectadas com os mais diferentes objetivos. A Internet é o ponto de encontro e dispersão de tudo isso. Chamada a rede das redes, a Internet é o espaço possível de integração e articulação de todas as pessoas conectadas com tudo que existe no espaço digital, o ciberespaço (Kenski 2007, p. 34).*

A Internet, advento oriundo de projeto militar, começou a expandir-se no momento em que se transformou em um meio para a troca de informações usada por grupo de pesquisadores de universidades distintas, principalmente com o surgimento do *e-mail* para viabilizar troca de mensagens entre pesquisadores. Sua popularização se deu devido a *World Wide Web* (WWW), o serviço mais popular da Internet, que permite o acesso e visualização de textos, imagens, sons e outros conteúdos multimídia. O poder da Internet está em sua capacidade de permitir a integração de qualquer tipo de computador com certos requisitos (placa de rede, conexão telefônica ou de outra natureza e configurações lógicas adequadas). Desta forma, a Internet pode ser entendida e pensada como um conjunto universo, onde todas as redes neste domínio, tanto as de baixa como as de alta capacidade estão interconectadas, sendo possível a qualquer pessoa plugada na rede obter informações sobre praticamente qualquer assunto (Lopes, 1996).

Apesar das descrições aqui feitas, não se pretende reificar o uso de tecnologias, quaisquer que sejam. É importante observar que os elementos descritos aqui o são como possibilidades, que se efetivam a partir da adesão das pessoas e da dimensão crítica do uso. É preciso ressaltar que nem todos os conteúdos disponibilizados nas redes que compõem a Internet são de boa qualidade ou úteis. Além disso, o termo “informação” é usado neste trabalho, no contexto dos conteúdos informáticos, apenas em termos relativos. Os conteúdos disponíveis são, na verdade, dados, ou seja, possuem uma dimensão sintática que pode, eventualmente, mediante interpretação, converter-se em informações, uma dimensão semântica, interna às pessoas (Oliveira, 2007).

## 2.2. Uso de recursos tecnológicos na educação

Há possibilidade de utilizar a Internet em sala de aula, considerando-a como recurso didático, desde que os professores o façam adequadamente. Este recurso pode permitir que professores e estudantes tenham acesso à imensa quantidade de informações: através dela, podem-se visitar museus, universidades e bibliotecas do mundo inteiro; trocar experiências e atualizar conhecimentos através de *e-mail*, grupos de discussão (*newsgroups*), fóruns, salas de bate papo (*chat*), teleconferências.

As páginas na Internet (*webpages*) são apresentadas em hipertextos que contém palavras ou imagens, que podem ser clicados com o mouse. Ao clicar, outra página abrir-se-á, podendo aparecer na tela outro hipertexto contendo imagem, música, animação, etc. O novo elemento acessado a partir desta lógica não precisa ser lido de forma linear como os textos em documentos tradicionais, ou seja, palavras e imagens podem conter vínculos (*links*) para outro documento. Um hipertexto conduz a outro, e a outro, e assim por diante. Não importa como proceder à leitura do hipertexto, a curiosidade em relação a um determinado assunto levará o leitor à nova página. Nesse sentido, os materiais encontrados através da pesquisa na Internet poderão constituir-se em recursos didáticos, após apreciação pelos educadores.

O que se propõe aqui, então, é a dimensão didática dos recursos midiáticos. Deste ponto de vista, recursos didáticos consistem de todos os materiais concretos ou não que servem para auxiliar o ensino e a aprendizagem. A finalidade dos recursos didáticos é fazer a interface para facilitar a relação entre professor, aluno e conhecimento em um momento preciso da elaboração do saber:

*Temos que saber que os recursos didáticos devem servir apenas como mediadores neste processo, como algo que aproxime professor, aluno e conhecimento, respeitando as suas devidas proporções e sendo utilizados em momentos específicos (Souza, 2007, p.113).*

Neste contexto, os *objetos de aprendizagem*, como recursos didáticos, podem se prestar à investigação do aluno quando o mesmo está realizando uma atividade específica, com uso de certas tecnologias, previamente selecionadas pelo professor. Com isto, os objetos de aprendizagem têm o propósito de envolver o aluno numa cultura investigativa, quanto ao surgimento do novo, o que pode prepará-lo para enfrentar outras situações, levando-o a ser sujeito ativo na construção do seu próprio conhecimento.

As interfaces da Internet, como aquelas providas pelos objetos de aprendizagem, podem ser utilizadas como recursos didáticos para potencializar a comunicação e a aprendizagem, com base em uma estratégia pedagógica (Oliveira, 2009). A interface é um objeto virtual, um espaço on-line de comunicação entre duas ou mais faces. Para cada interface é preciso hardwares e softwares que possibilitem aos usuários da Internet trocas de informações, intervenções, associações, agregações e significações como autoria e co-autoria. A interface pode integrar tipos de linguagens diferentes (sons, vídeos, textos, fotografias) na tela do computador. As interfaces on-line mais conhecidas são e-mail, lista de discussões, fórum, blogs, sites e os Ambientes Virtuais de Aprendizagem (AVA) (Silva, 2005, p.65). O conceito de interface e suas possibilidades vêm ao encontro do que Lévy descreve em relação à interface na informática: *“uma interface homem/máquina designa o conjunto de programas e aparelhos materiais que permitem a comunicação entre um sistema informático e seus usuários humanos”* (Levy, 1993, p.176).

Nesse foco, o recurso digital didático “objeto de aprendizagem” ganha sentido, uma vez que funciona como uma interface hipertextual que pode fazer a comunicação entre o estudante e computador mediando a aprendizagem dos conhecimentos através dos conteúdos inerentes aos objetos escolhidos para a seqüência didática proposta. Sempre, contudo, considerando a estratégia didática, elaborada pelo professor e comunicada aos estudantes.

### 2.3. Uso docente das tecnologias

A tecnologia Internet possui muitas interfaces que estão disponíveis para ser utilizadas como recursos didáticos. Tais recursos, entretanto, precisam fazer parte de um projeto pedagógico claro. Ou seja, a par das potencialidades da Internet com suas interfaces, há de se vislumbrar o uso educativo dessas possibilidades, trazendo todo esse aparato informático para o âmbito da educação, uma vez que uma das premissas é a produção de algo utilizável na construção do saber, no caso, informação e conhecimento. Neste último aspecto dois protagonistas entram em cena, professor e aluno. O professor precisa levar em conta o mundo tecnológico em que o aluno está imerso e utilizar os recursos advindos do mundo virtual na preparação de aulas nos moldes do construcionismo<sup>2</sup>, com intento de fornecer elementos para a construção do conhecimento com uso de tecnologias diversas, inclusive as de informação e comunicação (Oliveira, 2009). Ao aluno cabe trabalhar com o conteúdo proposto através das aulas e atividades elaboradas pelo professor, bem como estender tais produções, de forma autônoma e crítica, ao cotidiano que lhe seja próprio.

A formação de professores para o uso pedagógico da tecnologia, no Brasil, teve início na década de 1980 com os centros-piloto do projeto EDUCOM que, diferentemente das propostas francesa e norte americana<sup>3</sup>, direcionou a proposta de formação tecnológica dentro de uma perspectiva inovadora, caracterizada pela formação de cidadãos críticos e reflexivos que fazem uso da tecnologia com vista a busca, seleção e articulação entre informação e conhecimento para a construção de novos conhecimentos com intuito de compreender melhor o próprio contexto e atuar na sua transformação. Almeida (2001) relata a preocupação com os primeiros indícios do uso do computador e integração das TICs na Educação Brasileira:

---

<sup>2</sup> Construcionismo é uma forma de conceber e utilizar as tecnologias da informação e comunicação que envolve o aluno, as tecnologias, o professor, os demais recursos disponíveis e todas as inter-relações que se estabelecem, constituindo um ambiente de aprendizagem que propicia o desenvolvimento da autonomia do aluno, não direcionando a sua ação, mas auxiliando-o na construção de conhecimentos por meio de explorações, experimentações e descobertas (Almeida, 2001, p.23)

<sup>3</sup> A proposta americana consistia na alfabetização em informática e informatização do ensino. Já a proposta francesa tinha a pretensão de preparar profissionais para atuar na empresa informatizada e promover o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático dos estudantes (Almeida, 2001, p.8)

*Desta forma, desde as primeiras iniciativas de introdução do computador na educação, a inter-relação entre pesquisa, formação e prática pedagógica com as tecnologias de informação e comunicação tem sido a característica básica (Almeida, 2001, p. 8)*

A atuação do professor em sala de aula e sua formação consistem em dois aspectos fundamentais para a efetivação do uso da Tecnologia de Informação e Comunicação na escola. De fato, a presença da tecnologia em sala de aula deve representar um suporte técnico sempre disponível à criatividade e empenho dos agentes humanos. Sampaio e Leite citam Gadotti (1994) quando relatam que nenhuma tecnologia é tão perfeita que possa prescindir do organizador da atividade didática. Coutinho (2009) discorre que não há mudanças na escola sem professores e, para haver mudanças, é necessária a aplicação de um modelo de desenvolvimento profissional que leve em consideração o professor como um colaborador da tão almejada mudança do sistema educativo.

Sampaio e Leite (1999) afirmam que a formação do professor deve ocorrer continuamente, devido às características que a sociedade tecnológica vem desenvolvendo, mas que não há modelos prontos a seguir: a formação se dá diariamente em todas suas experiências, vivências e relações com as turmas, os demais professores, na reflexão sobre a prática e na discussão das teorias, das experiências e dos conflitos. Assim, a formação de professores pode ser relacionada às características da circulação do conhecimento e da informação.

Em acordo com uma educação em regime permanente, Costa (2004) relata sobre a necessidade de mudança na formação inicial e continuada do professor e sua nova postura de eterno aprendiz na busca do desenvolvimento profissional aliado com a dinâmica da sociedade e os avanços tecnológicos:

*A formação clássica deste profissional, inicial e continuada, necessita ser transformada e concebida na perspectiva do desenvolvimento profissional, pois a última é a que melhor se adapta à concepção atual do professor como profissional de ensino, como um eterno aprendiz e que necessita*

*estar em sintonia com dinamicidade da sociedade e dos avanços tecnológicos (Costa, 2004, p. 45,46).*

Com a produção de informação e a construção de conhecimentos potencializados pelas interfaces da Internet, é necessário prover mudanças na prática pedagógica em sala de aula e na formação do professor. Diante disso, a escola tem um importante papel, quanto a implementação da tecnologia da informação e comunicação, colocando na pauta do planejamento temas relativos a como implementar esses novos meios de fazer educação, a partir de uma perspectiva diferente, buscando a formação de uma consciência crítica e reflexiva. Sampaio e Leite (1999) indagam sobre a necessidade da escola em cumprir seu papel social, ao contrário de contribuir para aumentar as disparidades existentes entre as distintas camadas sociais, concernentes à produção e distribuição do conhecimento humano que, atualmente, tem alta participação do componente tecnológico: “o papel da escola deverá ser o de desmistificar a linguagem tecnológica e iniciar seus alunos no domínio e seu manuseio, interpretação e criação” (Sampaio e Leite, 1999, p. 49).

Estes meios devem ser explorados, em conjunto com as demais tecnologias já tradicionalmente usadas na escola, como instrumentos importantes do trabalho docente, de forma a integrarem estratégias que visem melhorar a aprendizagem e também serem objetos de conhecimento. Porém, deve-se desenvolver uma nova pedagogia que contemple as necessidades oriundas dela própria e uma proposta de capacitação tecnológica para o professor, pois não terá efeito o uso de uma nova tecnologia para aplicar uma velha pedagogia. Sampaio e Leite citam Belloni (1991, p. 43) sobre as demandas dessa nova pedagogia:

*As tecnologias e sua linguagem, ao mesmo tempo, requerem e propiciam um modelo diferente, de caráter participativo, ativo contextualizado, interativo, interdisciplinar, em que seja permitido e necessário construir...as novas linguagens geram novos modos de pensar de agir, e por consequência de aprende (Sampaio e Leite, 2000, p. 66).*

Nessa mesma vertente, Coutinho (2009) defende uma nova pedagogia, em busca de outras perspectivas em relação às práticas pedagógicas, avançando na orientação de uma pedagogia interdisciplinar, voltada para a aprendizagem do estudante, o que demanda uma formação de professores voltada para o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação e da Internet na educação. A mesma autora cita Junior e Schlemmer (2008) em relação à orientação da formação de professores:

*... a formação de professores para o uso das TIC e da Internet na educação deve ser um processo que inter-relaciona o domínio dos recursos tecnológicos com a ação pedagógica e com conhecimentos tecnológicos necessários para refletir, compreender e transformar essa ação (Coutinho, 2009, p. 78).*

Na busca de aperfeiçoar sua prática pedagógica, na reflexão e ação sobre a prática, o professor deve perguntar-se se o uso que ele faz dos recursos tecnológicos está ou não favorecendo a construção de novos conhecimentos. Valente afirma que dois aspectos precisam ser estudados na implantação das tecnologias digitais na educação. Para ele, o domínio do técnico e do pedagógico constitui uma necessidade e deve acontecer simultaneamente:

*O domínio das técnicas acontece por necessidade e exigências do pedagógico e as novas possibilidades técnicas criam novas aberturas para o pedagógico, constituindo uma verdadeira espiral de aprendizagem ascendente na sua complexidade técnica e pedagógica (Valente, 2002, p. 28-34).*

A par disto, os cursos de formação de professor devem promover um ambiente em tecnologias digitais de modo a capacitar os professores a responder perguntas de auto-reflexão sobre sua prática pedagógica. Valente (2005), em seu estudo sobre o papel do computador no processo de ensino-aprendizagem, indica que há necessidade de conhecimento das diferentes modalidades de uso de

informática na educação e o entendimento dos recursos que podem ser empregados na construção de conhecimentos. O autor cita programação, elaboração de multimídias, uso de multimídias, busca de informação na Internet como recursos importantes na construção do conhecimento, mas salienta que o professor deve ter uma visão crítica sobre a informação obtida via busca e acesso à Internet.

Segundo Haydt (1997) a escolha pela utilização de um recurso didático deve passar por alguns critérios: adequação aos objetivos, ao conteúdo e ao grau de desenvolvimento dos alunos, aos seus interesses e necessidades; adequação à função que se quer exercer (cognitiva, afetiva ou psicomotora); simplicidade (fácil manejo, baixo custo, manipulação acessível); e atrativos, despertando interesse e curiosidade.

Vários softwares, inclusive os objetos de aprendizagem, estão disponíveis na rede em seus respectivos repositórios. Para ter acesso a eles, basta o professor conectar-se nos sites destes repositórios e escolhê-los conforme as necessidades pedagógicas, as quais devem estar relacionadas com os conceitos que o estudante precisa aprender, dentro de um currículo pré-estabelecido e de um planejamento flexível (Oliveira, 2007).

Estas asserções estão em conformidade com o pensamento de Lévy (1999), em que o paradigma revelado no uso das tecnologias de informação e comunicação requer nova postura do professor com relação ao processo ensino-aprendizagem, deixando as práticas tradicionais e refletindo sobre ações que deve implementar em sala de aula. Com isso, o professor passa de mero transmissor de conhecimentos para seu importante papel de mediador e incentivador da aprendizagem, construtor de estratégias e de ambientes de aprendizagem que permitam a aprendizagem coletiva, tanto do aluno como do professor, realizando assim o “aprender juntos”:

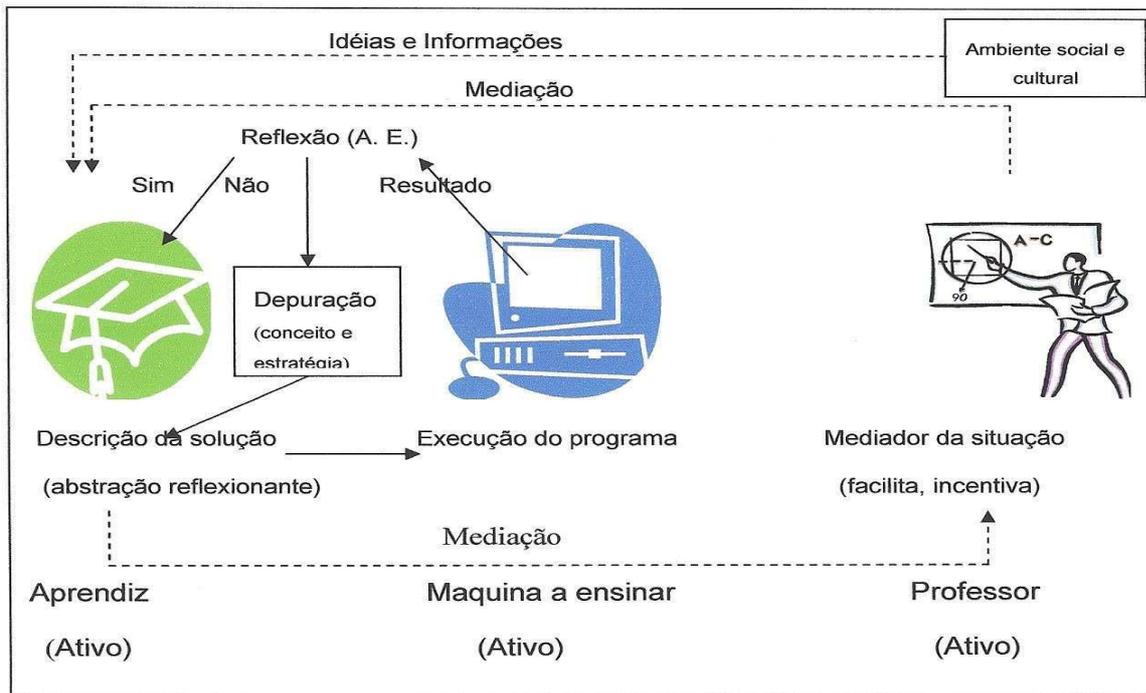
*Os professores aprendem ao mesmo tempo em que os estudantes e atualizam continuamente tanto os seus saberes disciplinares como suas competências pedagógicas... A principal função do professor não pode ser mais a difusão dos conhecimentos, que agora é feita de forma mais eficaz por outros meios. Sua competência deve deslocar-se no sentido de incentivar a aprendizagem e o pensamento (Lévy, 1999, p. 171).*

A ação do professor é fundamental na efetivação do uso das tecnologias de informação e comunicação, o qual tem a responsabilidade de conhecer o conteúdo específico do software que será utilizado, suas potencialidades, vantagens, limitações, concepções educacionais envolvidas que o orientam na compreensão do que ele pode oferecer como potencial para a aprendizagem dos estudantes (Almeida, 2001, p. 16).

Segundo Valente (s/d), o computador pode ser utilizado levando consideração os paradigmas instrucionista e construcionista. No paradigma instrucionista, o computador é utilizado como máquina de ensinar que transmite informações e conteúdos conceituais e a fixação deste se obtém por meio de repetição. Já no paradigma construcionista, o aprendiz constrói seu próprio conhecimento através do computador, é sujeito ativo, construtor de suas estruturas mentais (Papert apud Almeida, 2001, p. 18). O aluno escolhe um tema para estudo, representa as ações como pensa e desenvolve seu conhecimento. Nesse caso, o computador viabiliza a integração entre os conteúdos e a forma como o aluno estrutura os mesmos, propiciando o desenvolvimento de estruturas complexas de pensamento (Almeida, 2001, p. 18).

O aprendiz pode interagir com computador na construção e representação do conhecimento, na busca e acesso à informação e na comunicação. Nos três aspectos anteriores, o paradigma é o construcionismo, onde aprender é construir conhecimento pelo próprio aprendiz, por meio do fazer, realizar uma atividade, motivado por si mesmo ou pelo professor.

Construir e representar o conhecimento são movimentos que podem ser feitos na interação aprendiz-computador pela descrição da solução de um problema através da linguagem de programação. Na situação de programação, pelo fato do computador realizar uma seqüência de comandos, ele se constitui num elo importante no ciclo de ações descrição-execução-reflexão-depuração que podem favorecer o processo de construção do conhecimento (Valente, 1999, p. 90-93).



**Figura 1 – Abordagem construcionista no uso do computador na situação de programação – Adaptado de Valente, 1999, p.92**

No quadro acima, nota-se a posição de cada um no processo de construção do conhecimento com o uso de computador. O aprendiz é ator ativo na construção do seu próprio conhecimento: descreve a solução do problema em linguagem de programação; coloca para executar o programa; reflete sobre os resultados elaborados pelo computador; se for o caso, faz depuração e redescreve a solução e, assim, sucessivamente, até encontrar a solução do problema. O computador no processo é uma máquina a ser ensinada e o aprendiz é seu tutor. O papel do professor como agente de aprendizagem é de mediador: orienta, incentiva e facilita. Caso o aprendiz não consiga resolver o problema, ficando prestes a quebrar o ciclo descrição-execução-reflexão-depuração-descrição, o professor entra em ação, intervindo, para que o aprendiz se mantenha realizando o ciclo até alcançar a solução para o problema.

## 2.4. Softwares para Educação Matemática

Antes de citar alguns dos programas computacionais mais utilizados em aulas de matemática, é importante esclarecer quais concepções sobre o uso de softwares em contextos pedagógicos norteiam este trabalho.

De acordo com Oliveira (2009), a questão do uso de softwares em sala de aula deve passar por concepções relativas à estratégia didática que o professor planeja para as atividades de seus alunos. Deve-se considerar, segundo o autor, que as estratégias podem agregar TICs e outras formas de trabalho, inclusive com tecnologias vistas como mais “tradicionais”: giz e lousa, lápis e papel, régua e compasso, etc. Neste contexto, é possível ver o professor assumindo um papel de orientador no processo, de promotor de interações entre os estudantes. Os softwares, então, têm um papel secundário, integrados que estão em uma proposta mais ampla. Para o autor mencionado:

*Em educação matemática, a crítica ao uso das tecnologias é importante, no sentido de preservar os processos de ensino-aprendizagem com o uso dos artefatos midiáticos da pretensão da auto-suficiência pedagógica. Isto significa rejeitar a falácia de que a inclusão de softwares ou redes nos programas de ensino limita a Matemática e os processos didáticos relativos à sua apreensão a uma dimensão maquínica e automática. Assim, é possível propor uma concepção aglutinadora em relação ao incorporar e ao matematizar as tecnologias, que é a de criar estratégias didáticas para os processos de ensino-aprendizagem em Matemática que contenham intervenções com (e através de) tecnologias de informação e comunicação (TICs), criticamente analisadas e aderentes ao um projeto pedagógico que tenha como prioridade a construção do conhecimento pelas pessoas. A amplitude desta estratégia permite compreender as chamadas tecnologias “tradicionais” (uso de sólidos, giz e lousa, lápis e papel, régua e compasso, etc.) como outras abordagens, igualmente válidas, e que podem, em dados momentos, apresentar maior pertinência, de acordo com o cenário, os sujeitos, as disponibilidades de infra-estrutura tecnológica, entre outros elementos (Oliveira, 2009, p. 6).*

Portanto, o destaque deve permanecer no caráter *mediador* dos softwares e demais artefatos tecnológicos. Para isto, é preciso compreender que os programas são interfaces entre os agentes humanos do processo (alunos e professores) e o conhecimento matemático. Ou seja:

*...os artefatos tecnológicos presentes nas situações didáticas podem ter um caráter mediador, permanecendo a serviço de uma estratégia didática que têm o aprendiz como foco, que busca entender e planejar de acordo com as mais diversas propostas que lhe permitam ampliar a autonomia diante do desafio de aprender (Oliveira, 2009, p.4).*

Assim, resta claro que a dimensão pedagógica permanece como trabalho do professor e adstrito à dimensão humana. Isto porque as idéias relativas ao *software didático* e à *informática educativa* são ligadas à concepção de *consumir tecnologias* (Frota e Borges, 2004), própria da preocupação excessiva e dependente da interface, em detrimento do conhecimento matemático. Ainda em Oliveira, pode-se verificar:

*...o termo software didático é meramente relativo, no máximo, a uma intenção, mas que sua efetividade didática depende de estratégia, planejamento, crítica, debate e significação. Não há software didático, por si, assim como não há tecnologias que educam (Oliveira, 2009, p. 6).*

Segundo Gravina e Santarosa (1999, p.81) a escolha de softwares para o uso em Educação Matemática deve se pautar nos critérios de expressão e exploração. Segundo o critério de expressão, o uso de determinado software permite ao estudante descrever suas idéias conforme a linguagem do ambiente, onde a representação de suas ações é visualizada e servirá de reflexão sobre concepções próprias, permitindo revê-las quando houver necessidade. Já segundo o critério de exploração, o uso de um determinado software permite ao estudante interagir como modelos prontos, manipulando-os, compreendendo-os, buscando estabelecer relações e construir conceitos. Com o uso da informática, a representação de um

objeto matemático pode tornar-se dinâmica, o que não ocorre, via de regra, com um objeto matemático que usa a tecnologia “lápiz e papel”. No computador, é possível representação do citado objeto, alterando sua representação e, a partir daí, abstrair a invariância.

Feitos estes esclarecimentos, pode-se afirmar que, atualmente, há vários programas disponíveis na rede que já foram objetos de estudo por pesquisadores em Educação Matemática, inclusive, alguns elaborados em outros contextos como da Física, Química e Biologia, e que podem ser utilizados na mediação da aprendizagem das matemáticas em sala de aula, tais como o WINPLOT, GRAPHMATICA, INTERATIVE PHYSICS, APLUSIX, MODELLUS, GEOMETR'S SKETCHPAD, CABRI GEOMETRE, GeoGebra, GEOMETRICKS, CINDERELA, RÉGUA E COMPASSO (Machado, 2005, p. 29-33; Gravina e Santarosa, 1998, p. 82-85) .

No caso deste trabalho de pesquisa, foi utilizado, como interface de mediação para a aprendizagem matemática dentro de uma abordagem interdisciplinar, uma série de objetos de aprendizagem concebidos no contexto da Física.

## **2.5. Dificuldades relacionadas ao uso de tecnologias**

Para Kenski (2007) os problemas no uso das tecnologias são diversos. As pessoas envolvidas no processo de decisão desconsideram a complexidade relativa ao uso destas interfaces com objetivos educacionais. Boa parte dos professores não sabe como fazer uso pedagógico destes recursos, pois não foram capacitados, principalmente, em relação às tecnologias de informação e comunicação. A falta de verba para manutenção e atualização constante dos programas e, também, para treinamento de recursos humanos têm contribuído para que não se efetive a inclusão digital com melhor qualidade (idem, p. 54-61).

Segundo Borba (2001), alguns professores preferem transitar numa zona de conforto onde quase tudo se conhece, se prevê e se controla, em detrimento de caminhar numa zona de risco onde as dificuldades podem surgir diante dos alunos, causando constrangimento e desconforto. As inovações educacionais, inclusive a tecnologia informática, sofrem constantes mudanças e exigem do professor uma

formação continuada nesse conhecimento. Porém, nem sempre isso ocorre, pois muitos professores desistem em integrar a tecnologia informática em sua prática docente quando percebem a dimensão da zona de risco a que vai se sujeitar. A justificativa dessa postura dos professores repousa no fato de que os próprios acham que a escola não precisa de computadores ou porque se encontram despreparados e a escola não propicia condições para que exerçam o seu trabalho satisfatoriamente (idem, p. 55-64).

Assim estabelecidos usos, visões e dificuldades relacionadas às tecnologias no âmbito escolar, do ponto de vista desta dissertação, resta propor uma alternativa para a construção do conhecimento através de uma estratégia pedagógica com uso de objetos de aprendizagem. Antes, porém, julgou-se importante estabelecer, no próximo capítulo, algumas relações pertinentes entre Matemática e Física.

## **CAPÍTULO TRÊS**

### **A MATEMÁTICA NO ENSINO DA FÍSICA**

#### **3.1. Problemas no contexto da Física e o uso de funções**

A Física é a ciência que estuda a natureza do Universo, do que é feito e como funciona. Desde tempos remotos, o homem observa a natureza tentando identificar, estudar, dominar os fenômenos que ocorrem para de alguma forma manipulá-los e utilizá-los em seu benefício.

Segundo Pietrocola (2006) afirma que o mundo físico está intimamente ligado ao mundo cotidiano, sendo a natureza participante de ambos, na qual são observados fenômenos como arco-íris, raios e trovões durante a chuva, as fases da lua, eletricidade, ondas eletromagnéticas, etc.

Geralmente, o cotidiano das pessoas está imerso num mar de equipamentos advindos de tecnologias cujo funcionamento está relacionado com algum conhecimento físico. Dentre esses equipamentos podemos citar os automóveis, computadores, forno micro-ondas, multi-players, fotocopiadoras, telefones celulares, entre outros, o que nos permite deleitar num ambiente tecnologicamente modificado.

Para manter um padrão de qualidade de vida que satisfaça as exigências de um cotidiano tecnologicamente modificado, a sociedade deve procurar meios de suporte de estrutura sociais alicerçadas em conhecimentos físicos e tecnológicos. Diante dessa perspectiva, o papel da educação é importante uma vez que, através de uma proposta curricular a escola pode implementar o desenvolvimento dos conhecimentos físico e tecnológico para capacitar as pessoas.

Nesse sentido os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM, 1999) esclarecem ser necessário que o ensino de Física na escola média contribua para a formação de uma cultura científica efetiva, permitindo ao aprendiz a interpretação dos fatos, fenômenos e processos naturais e que, além de discutir questões complexas, como a origem do universo e sua formação, também, coloquem na pauta de planejamento do currículo de Física questões da vida cotidiana como os gastos de conta de luz, por exemplo, e o funcionamento de

aparatos tecnológicos. Ainda, o PCNEM (1999) aponta que deve ser abolida do ensino de Física a memorização indiscriminada de símbolos, fórmulas nomes de substâncias, pois esta prática não contribui para a formação de competências e habilidades desejáveis nas escolas médias e podem impedir que o aprendiz progrida na construção do conhecimento científico, uma vez que o mesmo passa a concebê-lo como acabado, fruto da genialidade de cientistas.

*O ensino de Física tem-se realizado freqüentemente mediante a apresentação de conceitos, leis e fórmulas, de forma desarticulada, distanciados do mundo vivido (...) Enfatiza a utilização de fórmulas, em situações artificiais, desvinculando a linguagem matemática que essas fórmulas representam de seu significado físico efetivo. Insiste na solução de exercícios repetitivos, pretendendo que o aprendizado ocorra pela automatização ou memorização e não pela construção do conhecimento através das competências adquiridas (PCNEM, 2002, p. 229).*

O PCN+EM (Parâmetros Curriculares Nacionais + Ensino Médio, 2002) é um incremento ao PCNEM (1999), e foi elaborado no sentido de orientar a ação pedagógica na busca de aprofundamento e concretização tanto de habilidades e competências como conhecimentos, atitudes e valores. Neste documento, há uma mudança de foco da ação pedagógica, passando de “o que ensinar de Física” para “para que ensinar Física”, ou seja, a preocupação do professor passa ser em atribuir ao conhecimento um significado no momento da aprendizagem.

*“Quando “o que ensinar” é definido pela lógica da Física, corre-se o risco de apresentar algo abstrato e distante da realidade quase supondo implicitamente que se esteja preparando o jovem para uma etapa posterior: assim, a cinemática...para compreensão da dinâmica... Ao contrário, quando se toma como referência o “para que” ensinar Física, supõe-se que esteja preparando o jovem para ser capaz de lidar com situações reais, crises de energia, problemas ambientais, manuais de aparelhos, concepções de universo, exames médicos, notícias de jornal, e assim por diante”. (PCN+EM, 2002, p. 61).*

Este trabalho de pesquisa se orienta pela proposta do PCN+EM no que relaciona ao eixo estruturador “Movimentos – variações e conservações” em que estão inclusos o estudo de Cinemática, que auxiliarão no desenvolvimento das seguintes competências:

*“Reconhecer e utilizar adequadamente, na forma oral e escrita, símbolos códigos e nomenclaturas da linguagem científica... Ler, articular e interpretar símbolos e códigos em diferentes linguagens e representações: sentenças, equações, esquemas, diagramas, tabelas, gráficos e representações geométricas”. (PCN+EM,2002, p.63).*

A ciência Matemática é um conhecimento construído historicamente, como resposta às inquietações em virtude de muitos problemas práticos na vida do homem e da necessidade de desenvolver-se no conhecimento científico específico. Com isso, o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos se confunde com a História da Matemática.

O conhecimento matemático é caracterizado como um conhecimento que sofre um processo de avanço de extensão, sendo este aspecto singular no pensamento humano, ou seja, enquanto outras ciências sofrem processos de avanço tanto de extensão como de correção no conhecimento, na Matemática o conhecimento elaborado e construído por um matemático pode sofrer extensão por contribuição de outros matemáticos no mesmo assunto, (BOYER,1996, p. VI)

A Matemática está presente na sociedade humana, tanto que podemos notar sua utilização nas diversas atividades cotidianas: ao acordar com o despertador vemos a linguagem matemática pela simbologia dos números, ao ler um jornal podemos ver gráficos que apresentam tendências em diversos assuntos, ao pagar a passagem de ônibus, ao fazer um balancete de verificação sobre entradas e saídas, ao verificar a velocidade do veículo, ao suturar um paciente, ao calcular desde operações simples até as mais complexas, entre outras. Mesmo assim, nem sempre é fácil notar sua presença em aplicações reais. A par disto, no ensino da Matemática, cabe a orientação do professor, no sentido de auxiliar o educando a

enxergar e compreender este aspecto útil da Matemática nas suas diversas aplicações.

Nessa orientação, entendemos que o ensino da Matemática deva abranger e ter o conhecimento matemático historicamente elaborado, como ferramenta no sentido de ajudar o educando a desenvolver habilidades e competências, bem como suporte para o desenvolvimento extensivo da ciência Matemática.

Segundo o PCNEM (1999), a Matemática no Ensino Médio tem a finalidade de aprimorar e aprofundar os conhecimentos matemáticos ministrados no Ensino Fundamental relativos aos números, formas geométricas, grandezas e medidas, iniciação à Álgebra, aos gráficos e às noções de probabilidade, buscando estudar outros temas, desenvolver cada vez mais a capacidade de raciocínio, de resolver problemas, generalizar, abstrair e de analisar e interpretar a realidade próxima, usando para isso o instrumental matemático. Por isso, a Matemática no Ensino Médio possui os seguintes aspectos:

- **Formativo:** auxilia na estruturação do pensamento e do raciocínio lógico;
- **Instrumental:** o educando deve compreendê-la como técnicas e estratégias a serem aplicadas nas diversas atividades profissionais e nos diversos ramos do conhecimento;
- **Científico:** o educando deve ter o entendimento que a Matemática é uma ciência e possui um corpo constituído por um sistema abstrato de idéias que envolvem conceitos, propriedades, demonstrações, encadeamentos lógicos e aspecto dedutivo, tudo para fundamentar suas instrumentalizações e validar intuições e conjecturas.

Para desenvolver habilidades e competências nos aspectos característicos da Matemática apontados acima, o PCN+EM propõe a resolução de problemas como instrumento central de abordagem no processo de ensino-aprendizagem:

*“...o que se espera é que o aluno seja competente em resolução de problemas, senão de todos, pelo menos daqueles que permitam desenvolver formas de pensar em Matemática. A resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se*

*mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios". (PCN+EM 2002, p. 112).*

No entanto, o PCN+EM deixa claro, que apesar do foco central se apoiar na resolução de problemas, a proposta não descarta a utilização dos instrumentos do tipo “calcule” e “resolva”, senão que estes instrumentos utilizados no auxílio da aprendizagem devem cumprir sua função no processo.

Para orientar o trabalho pedagógico que permita desenvolver as competências e habilidades matemáticas desejadas, o PCN+EM (2002) recomenda a sistematização do Ensino Médio em três eixos estruturadores com respectivas unidades temáticas: Álgebra: Números e Funções – Variação de Grandeza e Trigonometria; Geometria e Medidas – Geometria Plana, Geometria Espacial, Métrica e Geometria Analítica; Análise de Dados: Estatística; Contagem, Probabilidade.

Em relação à Matemática, este trabalho foi realizado focando o eixo estruturador “Álgebra”, pois a intenção foi desenvolver o conceito de função.

### **3.2. Relações entre Matemática e Física**

A Matemática, historicamente, se constituiu num instrumento que possibilita a elucidação dos fenômenos físicos. Devido à falta de instrumentos adequados para realização de suas experiências, os cientistas recorriam à Matemática para provarem suas teorias. Como exemplo, Galileu enunciou que os corpos de formas e pesos diferentes se deslocam em queda livre na mesma velocidade que no vácuo, porém não conseguiu provar, uma vez que, nesta época, o instrumental para fazer o vácuo não fora inventado e construído. Também a medição do tempo dos corpos em queda foi outra limitação pela qual Galilleu passou, pois não havia aparelho de medição de tempo que fosse preciso (Campos, 2000, p.34)

Há uma forte relação entre Matemática e Física, no que se refere à modelização matemática dos fenômenos físicos. Por exemplo, a afinidade do conhecimento sobre Função e sua representação gráfica e algébrica na modelização

de vários fenômenos ligados à Cinemática, Dinâmica, Termometria, Calorimetria, Estudos dos Gases, Eletrostática, Eletrodinâmica e Eletromagnetismo.

Apesar da veracidade histórica da relação entre a Matemática e Física, a orientação deste trabalho de pesquisa não tem a intenção de resgatar o caminho que os cientistas prosseguiram para chegar ao conhecimento estabelecido atualmente, mas, levar ao aluno compreender que os cientistas em suas experiências utilizam simulações dos fenômenos que estão estudando para poder dominá-lo e usar em benefício próprio. Portanto, não busco um estudo epistemológico em relação ao estudo das funções de forma que o aluno reconstrua esse conhecimento perseguindo os passos dos cientistas, porém pretendemos integrar as simulações de determinado fenômeno físico no processo ensino-aprendizagem da Matemática.

Nesse sentido, tomaremos como recurso didático-pedagógico os “Objetos de Aprendizagem” no contexto da Física para promover a aprendizagem de Matemática, de modo que facilite ao aluno a compreensão do objeto matemático em estudo, e, também como material didático à disposição do professor, tanto de Matemática como de Física, para servir como suporte na elaboração das aulas, visando transformar o momento da aula num ambiente que favoreça o aspecto interdisciplinar do conhecimento.

Na resolução dos problemas de Física, sempre, precisamos empregar conhecimentos matemáticos para quantificar fenômenos, testar leis e provar teorias. Segundo Anildes Cafagne há pontos comuns entre a Matemática e a Física:

*“A Física é por si só interdisciplinar: suas teorias dependem do contexto visto através das leis gerais e dos processos analisados por leis específicas. Os conceitos, as experiências e a linguagem fazem parte de sua estrutura. A linguagem formal elaborada pela Matemática representa o ponto de unificação dos conceitos de tais teorias, uma vez que o verbo escrito ou falado leva a diferentes interpretações”. (MARTINS, 2005, p. 60).*

Muitas situações-problemas de fenômenos estudados em Física relacionam-se com o conhecimento sobre funções, sendo necessária a compreensão de como este conhecimento matemático é integrado na resolução de tais situações.

Em Cinemática, no estudo dos movimentos uniforme e uniformemente variado, há necessidade que o aluno de 1º ano do Ensino Médio mobilize conhecimento sobre as funções de 1º e 2º graus, respectivamente.

Em Termologia, estuda-se o calor e os efeitos que este acarreta na matéria. Este tópico está estreitamente ligado à energia térmica, que compreende os estudos de transmissão do calor quando a matéria é submetida ao fornecimento e a retirada deste. Especificamente, a Termometria, assunto tratado no 2º ano do Ensino Médio, está relacionada com a medida de temperatura dos corpos. Uma situação-problema de um fenômeno que envolve as escalas termométricas envolvendo temperaturas em Fahrenheit e Celsius pode ser apresentada para ser resolvida através da Matemática. Ao final do desenvolvimento dos esquemas e posterior elaboração da modelização chega-se à seguinte sentença  $T(t)=32+(9/5)t$ , cuja expressão é uma função de 1º grau crescente com a temperatura em Fahrenheit  $T(t)$  variando de acordo com a temperatura em Celsius  $t$  (Shigekyio et al , 1993).

Em outra frente, Eletricidade é a parte da Física que estuda os fenômenos elétricos. Especificamente, em Eletrodinâmica, a tensão em um gerador com força eletromotriz  $\underline{E}$  e a resistência elétrica  $\underline{r}$  são constantes. A força eletromotriz  $\underline{E}$  decai conforme a corrente exigida deste gerador. Em circuito aberto, onde a corrente é nula, a força eletromotriz é a tensão máxima e, em circuito fechado, para corrente igual a corrente de curto circuito, a tensão é zero. Pode-se variar a corrente e ter as tensões que este gerador pode fornecer. Nesse caso, a equação física que modeliza a tensão no gerador é dada pela expressão  $U=E-ri$ , a qual, matematicamente, é uma função do 1º grau decrescente, onde a tensão  $\underline{U}$  é a variável dependente, a força-eletromotriz  $\underline{E}$  é o coeficiente linear da reta, a resistência  $\underline{r}$  é o coeficiente angular da reta e a corrente elétrica  $\underline{i}$  é a variável independente (Ferraro e Soares, 1991). Em outras palavras, a tensão  $U(i)$  é uma função que descreve a queda de tensão no gerador ao variar a corrente elétrica até atingir corrente de curto-circuito .

Em muitos outros campos da Física pode-se descrever a relação com a Matemática no que tange a modelização dos fenômenos em estudo. No entanto,

este trabalho prezou por enfatizar a Cinemática, que estuda o fenômeno do movimento e relacioná-la com as funções do 1º e 2º graus estudadas em Matemática.

Na Cinemática, estudando o movimento uniforme de um móvel, percebe-se a relação com a função do primeiro grau: a relação entre os coeficientes e entre as variáveis da função horária do movimento e da função matemática.

Função horária da posição:	$S(t) = S_0 + V_0 t$
Função do 1º grau:	$f(x) = ax + b$
Função horária da velocidade:	$V(t) = V_0$
Função constante:	$f(x) = b$

**Quadro 01 – Algumas relações entre Matemática e Física**

Já no movimento uniformemente variado, percebemos a relação de analogia da função horária deste movimento com a função do segundo grau: a relação entre os três coeficientes e entre as variáveis da função horária deste movimento com a função matemática.

Função horária da posição:	$S(t) = S_0 + V_0 t + \frac{a}{2} t^2$
Função do 2º grau:	$f(x) = ax^2 + bx + c$
Função horária da velocidade:	$V(t) = V_0 + at$
Função do 1º grau:	$f(x) = ax + b$
Função horária da aceleração:	$a(t) = a$

**Quadro 02 – Outras relações entre Matemática e Física**

É nesse assunto de relação e integração da Matemática com a Física que foi desenvolvido os instrumentos de análise dessa pesquisa.

### 3.2.1 Interdisciplinaridade: Matemática com exemplos de Física e Física com exemplos de Matemática

A Matemática pode utilizar o contexto da Física para exemplificar objetos do conhecimento matemático com o objetivo de facilitar a compreensão do educando, por isso cabe ao professor de Matemática abordar esses objetos de forma interdisciplinar na preparação de suas aulas. A seguir, estão listadas algumas situações em que a Matemática utiliza o contexto da Física para abordar o conhecimento em jogo:

- Um piloto de Fórmula 1 percorre 390 km em duas horas<sup>4</sup>. Determine:
  - a) A velocidade média durante o percurso;

$$V_m = \frac{390km}{2h} = 195 \text{ km/h}$$

- b) A função horária da velocidade, considerando que o piloto fez todo o percurso em uma mesma velocidade média;

$$V(t) = 195t \quad \left[ \frac{km}{h} \right]$$

- c) A distância percorrida pelo piloto após meia hora de prova.

$$V(0,5) = 195 * 0,5 = 97,5 \quad [km]$$

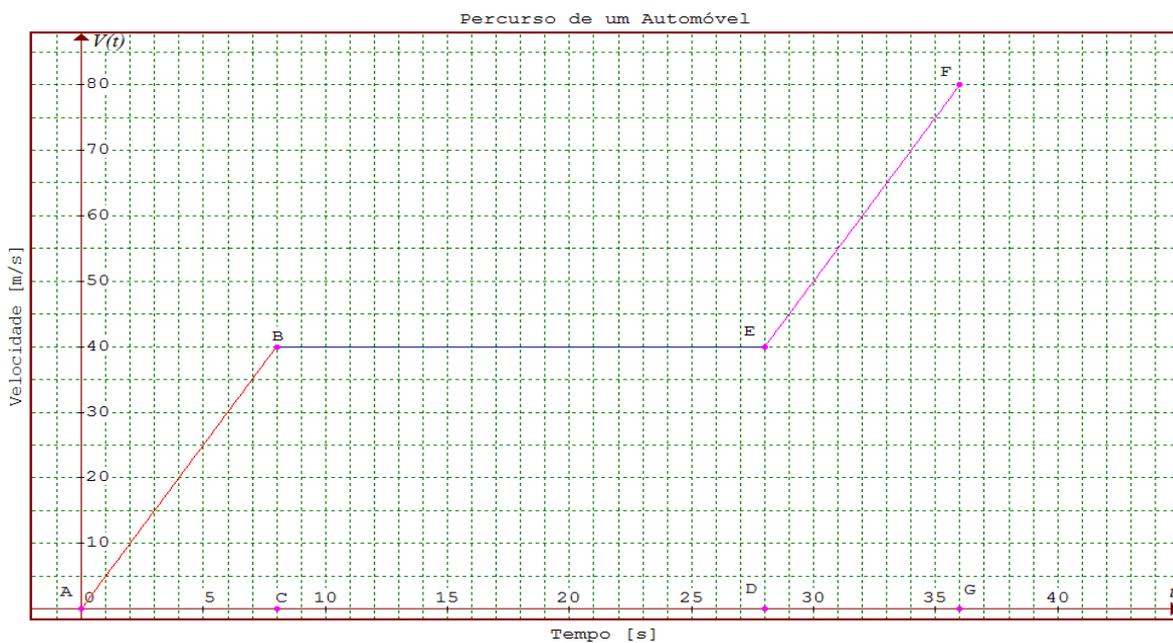
- Um automóvel, partindo do repouso, mantém aceleração constante de 5 m/s<sup>2</sup> durante 8 segundos. A partir daí, mantém velocidade constante durante 20 segundos, quando começa acelerar novamente, variando sua velocidade em 5 m/s até atingir a velocidade de 80 m/s. Calcule a distância percorrida pelo automóvel durante todo o seu percurso<sup>5</sup>.

---

<sup>4</sup> Adaptado do livro “Matemática: Projeto Escola e Cidadania para Todos” (Zamparollo et AL , p. 37)

<sup>5</sup> Situação-problema retirada do livro “Matemática”(DANTE, 2005, p. 100).

Na resolução do problema supramencionado, uma primeira apresentação pode ser orientada a partir da utilização do registro de representação gráfica dos dados enunciados na situação-problema. Certamente, o aluno, ao se deparar com o desafio, deve mobilizar alguns conceitos sobre conhecimentos em Física, como velocidade média e aceleração média, e em Matemática, sobre função crescente e decrescente, intervalos válidos no domínio das funções conforme o fenômeno estudado e as funções matemáticas em jogo.



**Gráfico 05 – Elementos da situação 3**

O cálculo da distância percorrida pode ser realizado calculando a área sob o gráfico de cada curva, separadamente:

Para o triângulo ABC  $\rightarrow 8s * 40 \frac{m}{s} = 160 m$

Para o retângulo BCDE  $\rightarrow 20s * 40 \frac{m}{s} = 800 m$

Para o trapézio DEFG  $\rightarrow \left[ \left( 80 \frac{m}{s} + 40 \frac{m}{s} \right) * 8s \right] / 2 = 480 m$

Soma das áreas das figuras  $\rightarrow 160m + 800m + 480m = 1440m$

Portanto, o automóvel percorreu 1440 m.

Outra resolução pode ser realizada com o uso do registro de representação algébrica. A curva que caracteriza o movimento do automóvel é uma função definida por partes. Para cada parte desta função, representada por um segmento de reta,

escreve-se a respectiva função horária da posição, calcula-se a função nos pontos extremos para saber a posição do automóvel nos respectivos instantes, e, para esse intervalo de tempo, calcula-se o deslocamento. Faz-se este procedimento separadamente, para cada movimento, colocando para o instante inicial  $t=0$  e, para o instante final, o quanto durar o movimento, e depois se soma o deslocamento para saber o resultado. Todavia, o aluno precisa resgatar as funções horárias do movimento em cada intervalo em que a mesma é válida e substituir os dados do enunciado da situação-problema.

Segmento $\overline{AB}$	→	M.U.V.	→	$S(t) = S_0 + V_0 + \frac{1}{2}at^2$
--------------------------	---	--------	---	--------------------------------------

Adotando o referencial quando o movimento é iniciado, e substituindo os valores, tem-se que  $S_0=0$  (origem do referencial),  $V_0 =0$  (repouso),  $\alpha=5 \text{ m/s}^2$ . Então, a expressão fica  $S(t) = \frac{1}{2}5t^2$  ou  $S(t)=2,5t^2$ .

Calculando a função para os pontos extremos:

t=0s e t=8s:	$S(0)=2,5*0^2=0$		$S(8)=2,5*8^2=160 \text{ m}$
Deslocamento 1:	$\Delta S_1=S_8-S_0$	→	$\Delta S_1=160-0=160\text{m}$

Segmento $\overline{BE}$	→	M.U.	→	$S(t) = S_0 + V_0t$
--------------------------	---	------	---	---------------------

Continuando, tem-se  $V_0=40\text{m/s}$ , instante inicial  $t=0\text{s}$ , instante final  $t=20\text{s}$  e posição inicial  $S_0=160\text{m}$ . Logo, a função horária da posição seria  $S(t) = 160 + 40t$ .

$t=0s \rightarrow S(0)=160+40*0=160m$	$t=20s \rightarrow S(8)=160+40*20=960m$
Deslocamento 2: $\Delta S_2=S_{20}-S_0$	$\rightarrow \Delta S_2=960-160=800m$

Segmento $\overline{EF}$	$\rightarrow$	M.U.V.	$\rightarrow$	$S(t) = S_0 + V_0 t + \frac{1}{2}at^2$
--------------------------	---------------	--------	---------------	--

Em seguida, tem-se  $S_0=960m$ ,  $V_0=40m/s$ , instante inicial  $t=0$ , instante final  $t=8s$  e aceleração  $\alpha=5m/s^2$ . Logo a função horária do movimento fica:  $S(t) = 960 + 40t + 2,5t^2$ .

$t=0s$	$\rightarrow$	$S(0)=960+40*0+2,5*0^2=960m$
$t=8s$	$\rightarrow$	$S(8)=960+40*8+2,5*8^2=1440m$
Deslocamento 3:	$\Delta S_3=S_8-S_0$	$\rightarrow \Delta S_3=1440-960=480m$

Portanto, a distância percorrida será  $d=\Delta S_1+\Delta S_2+\Delta S_3$ , ou seja,  $d=160+800+480=1440m$ .

Também, com estas funções e valores da posição nos extremos, o professor pode propor ao aluno que construa o gráfico da posição em função do tempo  $S(t)$  com a tecnologia “papel e lápis”. Para construir esse gráfico, o aluno deve saber que curva característica do movimento corresponde a cada intervalo de tempo. Com relação ao intervalo correspondente ao segmento  $AB$ , a curva característica é uma parábola com concavidade para cima: o automóvel está acelerando ( $a=2,5>0$ ). No intervalo correspondente ao segmento  $\overline{EF}$ , a curva característica é uma reta, cuja função é crescente: o automóvel está em progressão no referencial, logo, o coeficiente angular da reta, ou seja, a velocidade é positiva. No caso da utilização de software para confecção do gráfico  $S(t)$ , faz-se necessário que o aluno saiba utilizar o software e a função horária do movimento com o respectivo intervalo de tempo. Para confeccionar este gráfico, pode-se utilizar o software GRAPHMÁTICA, de acordo com o roteiro que segue, com as devidas justificativas teóricas:

- Curva característica com pontos  $A(0,0)$  e  $B(8,160)$ :

Trecho de movimento uniformemente variado, onde a velocidade varia com o tempo, cuja curva característica é representada por um segmento parabólico. O ponto A é ponto de mínimo e o ponto B é um ponto qualquer deste segmento.

Genericamente, a função matemática é  $y=ax^2$  e a função física é  $S(t)=(\alpha/2)t^2$ . Fazendo a analogia entre as duas funções, podemos escrever o valor do coeficiente da função matemática de 2º grau relacionando os monômios do 2º grau das duas funções:  $a=\alpha/2 \rightarrow a=5/2=2,5$ . Logo, a curva característica é a função  $f(x)=2,5x^2$  ou  $S(t)=2,5t^2$  para o intervalo  $[0, 8]$ .

- Curva características com pontos B(8, 160) e E(28,960):

Trecho de movimento uniforme, onde a velocidade é constante, cuja curva característica é representada pelo segmento de reta com os pontos extremos B(8, 160) e E(28, 960).

Sendo B e E pontos do segmento de reta, então, pode-se montar um sistema de duas equações e resolvê-lo para determinar os coeficientes angular e linear da reta.

A função genérica é uma função do 1º grau:  $f(x)=ax+b$ . Substituindo os pontos, temos:

$$960 = 28a + b \rightarrow \text{equação I}$$

$$160 = 8a + b \rightarrow \text{equação II}$$

$$\text{Subtraindo a equação I da II, temos: } 800=20a \rightarrow a=40$$

$$\text{Substituindo o valor de } a=40 \text{ na equação II, temos: } 160 = 8 * 40 + b$$

$$b=160-320 \rightarrow b= -160. \text{ Logo, temos a função: } f(x)= 40x-160 \text{ no intervalo } [8,28].$$

- Curva características com pontos E(28, 960) e F(36,1440):

Trecho de movimento uniformemente variado, cuja curva característica é representada por um segmento parabólico. Os pontos E(28,960) e F(36,1440) são pontos quaisquer desse segmento.

Genericamente, a função matemática é  $f(x)=ax^2+bx+c$  e a função física é  $S(t)=S_0+V_0t+(\alpha/2)t^2$ . Neste trecho, a aceleração é  $\alpha=5m/s^2$ . Fazendo analogia

como os monômios do 2º grau das duas funções, temos que  $a = a/2 \rightarrow a = 2,5$ .

Substituindo os valores dos pontos E e F na função matemática e montando o sistema de equações, temos:

$$1440 = 2,5 * 36^2 + 36b + c \rightarrow \text{equação I}$$

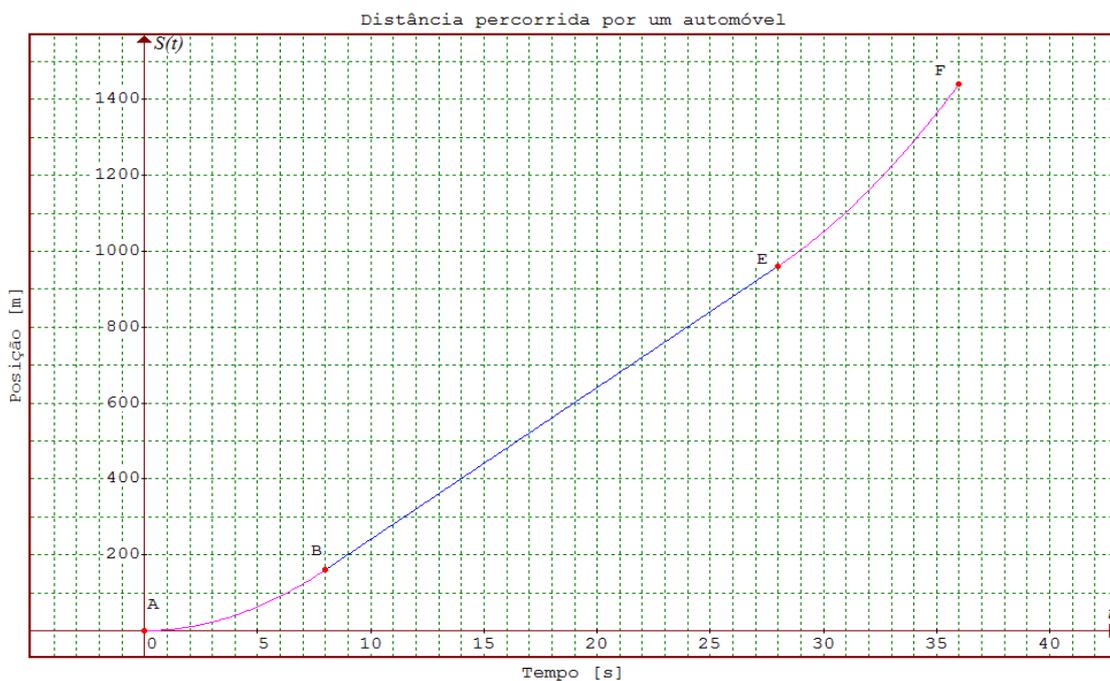
$$960 = 2,5 * 28^2 + 28b + c \rightarrow \text{equação II}$$

Subtraindo equação II da I:  $480 = 1280 + 8b \rightarrow b = -100$

Substituindo o valor de  $b = -100$  na equação II, temos:

$$960 = 1960 + 28 * (-100) + c \rightarrow c = 1800$$

Logo, temos a função  $f(x) = 2,5x^2 - 100x + 1800$  para o intervalo  $[28, 36]$ .



**Gráfico 06 – Gráfico da função horária da posição**

O que se propõe nesta investigação é o uso significativo das interfaces entre Matemática e Física, o que vai além do mero uso de uma disciplina como ferramenta para a outra. Neste particular, Martins, relatando a Cafagne sobre “Física como contexto para Matemática”, argumenta que

*“O uso da Matemática como ferramenta é propagado pela metodologia utilizada pelos professores, uma vez que desenvolver essa disciplina como ferramenta, e não como linguagem reflexiva, é uma atividade normal. Isso somente deixará de acontecer se o ensino favorecer a metacognição”.*  
(MARTINS, 2005, p.64).

A Matemática como linguagem reflexiva pode ser utilizada a partir do momento em que, ao estudar Física, o professor, através de uma dada situação-problema, possibilite ao aluno chegar às equações dos respectivos fenômenos físicos sem saber, de antemão, que existe uma fórmula que descreve o comportamento desse fenômeno.

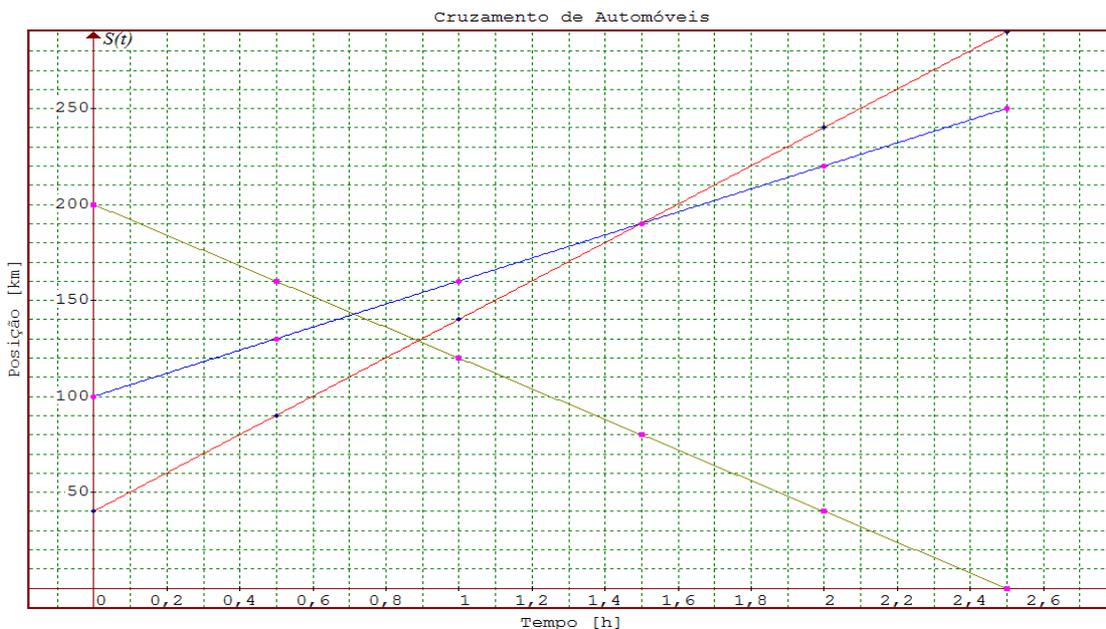
Outro exemplo clássico da Física é a posição de encontro e a distância entre automóveis em uma estrada. Se o educando partir para resolução algébrica, precisará mobilizar o conhecimento sobre resolução de equações e de sistemas de com duas equações. Para ilustrar, suponha-se a seguinte situação-problema: “Dois automóveis, A e B, seguem em mesma trajetória retilínea e em mesmo sentido. O automóvel A parte do KM 40 e sua velocidade média é 100 km/h. O automóvel B parte do KM 100 trafegando a velocidade média de 60 km/h. Um automóvel C trafega nessa mesma estrada em sentido contrário, tendo partido do KM 200 e sua velocidade media é 80km/h. Determinar o instante e a posição em que esses automóveis se cruzam na estrada”.

A questão da situação-problema pode ser resolvida por dois processos: o gráfico e o algébrico. No processo gráfico, calcula-se para cada instante a posição em que cada automóvel se encontra na estrada. Depois de realizado este processo para os três automóveis, localiza-se estes pontos no plano cartesiano  $(S)x(t)$ , ou seja, a posição em função do tempo.

<b>t (h)</b>	<b>S<sub>A</sub></b>	<b>S<sub>B</sub></b>	<b>S<sub>C</sub></b>
0	40	100	200
0,5	90	130	160
1	140	160	120

1,5	190	190	80
2	240	220	40
2,5	290	250	0

**Tabela 01 – Representação tabular da situação-problema**



**Gráfico 01 – Representação Gráfica da situação-problema**

Analisando o gráfico, os instantes e as posições dos cruzamentos dos automóveis são:

- Automóveis A e B:  $t=1,5h$  →  $S=190km$
- Automóveis A e C:  $t=0,89h$  →  $S=128,9km$
- Automóveis B e C:  $t=0,71h$  →  $S=142,8Km$

Na resolução algébrica, primeiramente, determina-se as funções posição em função do tempo para cada automóvel, depois, deve-se construir e resolver o sistema de equações para cada par de automóveis com a finalidade de obter as duas incógnitas que são o instante e a posição do cruzamento dos automóveis na estrada. Inclusive, o professor pode construir as funções tomando dois instantes, o inicial e outro qualquer, e o conceito de velocidade média, bem como utilizar a simbologia empregada na Matemática, trocando  $x$  por  $t$  e  $f(x)$  por  $S(t)$ , para mostrar

ao aluno como chegar, a partir da Matemática, às funções físicas relativas ao fenómeno estudado.

Assim, as funções matemáticas que descrevem o movimento seriam:

- Automóvel A

$$V_m = \frac{\Delta Y}{\Delta x} = \frac{f(t)-f(0)}{x-0} \rightarrow 100 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x)-40}{x} \rightarrow f(x) = 100x + 40$$

- Automóvel B

$$\text{Analogamente, } 60 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x)-100}{x} \rightarrow f(x) = 60x + 100$$

- Automóvel C

Como o movimento deste é em sentido contrário aos automóveis B e C, o deslocamento é negativo e a velocidade também.

$$\text{Desta forma, } -80 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x)-200}{x} \rightarrow f(x) = -80x + 200$$

Em Física, na Cinemática, estas funções são escritas de acordo com a equação  $S(t) = S_0 + V_0 t$ , sendo que  $S(t)_A = 40 + 100t$ ,  $S(t)_B = 100 + 60t$  e  $S(t)_C = 200 - 80t$ .

Em continuidade, restaria montar os sistemas de equações, começando, por exemplo, com os Automóveis A e B, para os quais se teria:

$$f(x) = 100x + 40 \rightarrow \text{equação I}$$

$$f(x) = 60x + 100 \rightarrow \text{equação II}$$

Subtraindo a equação II da I:

$$40x - 60 = 0 \rightarrow x = 1,5h$$

Substituindo o valor de x na equação I:

$$f(1,5) = 100 \cdot 1,5 + 40 \rightarrow f(1,5) = 190km.$$

Portanto, quando os automóveis A e B trafegarem 1,5h, os dois se encontrarão no Km 190 da estrada. De maneira análoga seria possível montar os outros sistemas de equações, relativos às outras combinações entre os automóveis.

Neste ponto, o mais importante é consolidar a idéia de que é possível propor situações de aprendizagem, de carácter adidático, do ponto de vista de Brousseau

(1986), para que os estudantes empreguem conhecimentos prévios ou que estão sendo adquiridos, com orientação do professor, em uma abordagem que prevê, no âmbito de uma estratégia pedagógica com uso de TICs (Oliveira, 2009), o trabalho interdisciplinar envolvendo Física e Matemática. Por isso, importante, neste ponto, ampliar os elementos teóricos em torno da idéia de interdisciplinaridade.

## CAPÍTULO QUATRO

### INTERDISCIPLINARIDADE

#### 4.1. Sobre a interdisciplinaridade

Em sua prática docente, os professores se deparam com as dificuldades de aprendizagem dos alunos relativas aos conteúdos escolares e questionam a si mesmos o porquê de tal ocorrência. Uma das origens das dificuldades de aprendizagem dos alunos é a educação fragmentada, de acordo com a qual, segundo MacLuhan (1995), as universidades se moldaram seguindo os paradigmas que instituíram a indústria no século XIX, ou seja, o taylorismo-fordismo<sup>6</sup>. A invasão deste modelo industrial, paulatinamente, ao campo educacional, criou uma distância entre a escola, os saberes e os educandos. Com isto, é notório verificar a alta taxa de evasão escolar e baixo rendimento. Para o autor mencionado, essa desarmonia entre a vida e a escola tem uma explicação:

*...hoje, o jovem estudante cresce num mundo eletronicamente estruturado. Não é um mundo de rodas, mas de circuitos; não é um mundo de fragmentos, mas sim de configurações e estruturas...Na escola, no entanto, ele encontra uma situação organizada segundo a informação classificada. Os assuntos não são relacionados. Eles são visualmente concebidos em termos de projetos ou planta arquitetônica (MacLuhan, 1995, p. 11).*

Nesse contexto de fragmentação do conhecimento e criação das especializações, revelam-se as disciplinas, onde a parte é estudada fora do todo, o astro fora do universo, o membro fora corpo, o sistema de ignição e de injeção fora do conjunto automotivo e assim por diante. Tudo isso seguindo uma ótica

---

<sup>6</sup> Taylorismo-Fordismo: princípio de organização científica da produção que propõe a diminuição do tempo de duração da fabricação e colocação do produto no mercado; redução do volume do estoque de matéria-prima em transformação, aumento da capacidade de produção do homem por meio da especialização e da linha de montagem.

segmentária, particular, sem fazer relação alguma entre as partes do todo para se ter um conjunto harmônico, ou seja, parecendo correto afirmar que a massa de um planeta não interfere na harmonia do universo, ou que, uma colite não afeta o restante do organismo humano, ou que, o mau funcionamento nos sistemas elétrico e de combustível não afeta o rendimento do automóvel.

Nesta vertente, segue o mundo escolar, caracterizado pela prática pedagógica tradicional e disciplinar que predispõe a educação a uma configuração fragmentada do conhecimento. Com isso, a compartimentalização do saber pouco tem contribuído para o ensino e a aprendizagem, para que os professores e educandos construam conhecimentos, pois foram levados a entender apenas partes de um todo, dissociadas umas das outras, o que, na ótica de Japiassu (1976, p. 30), é “o sintoma da situação patológica em que se encontra, atualmente, o saber”.

Portanto, a fragmentação do conhecimento em disciplinas tem contribuído para o aumento da dificuldade da compreensão do aprendiz em relacionar as diversas áreas do conhecimento. Segundo Machado:

*Uma fragmentação crescente dos objetos do conhecimento nas diversas áreas, sem a contrapartida da visão holística<sup>7</sup> do saber instituído, tem se revelado crescentemente desorientadora, conduzindo certas especializações a um fechamento do discurso, o que constitui um obstáculo na comunicação e na ação. (idem, 1993, p. 24).*

A nova concepção de Educação deve atender a nova percepção de mundo e reconhecer que não há mais sentido no continuísmo de antigas práticas educacionais, baseadas no modelo positivista de quase 400 anos, pautadas no paradigma cartesiano-newtoniano, acentuadas pelo modelo taylorista-fordista.

---

<sup>7</sup> Segundo CREMA (1988), a visão holística é fundamentada em uma concepção sistêmica, que vê o mundo em termos de relação e de integração. Essa abordagem considera que todos os fenômenos ou eventos se interligam e se inter-relacionam de uma forma global: tudo é interdependente. O pensamento sistêmico é um pensamento de processo: a forma torna-se associada ao processo e à inter-relação.

*O velho modelo positivista vem influenciando a Educação há mais de 300 anos, e decorre de uma associação de varias correntes de pensamento da cultura ocidental, dentre elas, a Revolução Científica, o Iluminismo e a Revolução industrial, que estiveram presentes a partir dos séculos XVII, XVIII e XIX (MORAES, p.59, 1996).*

Desta, forma a escola e os professores precisam se preparar para esse novo paradigma, que não sustenta a visão separatista, fragmentadora, mas entende que há a existência de interconexões entre os objetos de saber. É possível observar que, de alguma forma, todos (ou pelo menos a maior parte) dos sistemas existentes no mundo estão relacionados, conectados e em reconstrução, o que Moraes entende ser uma nova visão:

*...Não há mais separatividade, inércia ou passividade em nada neste mundo. Tudo está relacionado, conectado e em renovação contínua. O todo é a coisa fundamental e todas as propriedades fluem em suas relações. Esta visão nos leva a compreender o mundo físico como uma rede de relações e não como uma entidade fragmentada (MORAES, p.60, 1996).*

A par deste contexto e a necessidade de mudar a orientação que segue a educação, a fim de alterar este estado de coisas e ter novas perspectivas no ensino e na aprendizagem para formar um ser integral dotado de habilidades e de competência para viver e prosseguir na atualidade há de se utilizar da visão interdisciplinar para superar a fragmentação que se encontra atualmente o conhecimento na maioria dos contextos escolares.

A orientação pela prática interdisciplinar tem objetivo de promover a compreensão adequada da realidade e a construção do conhecimento humano, rompendo as barreiras estabelecidas pela disciplinaridade, de acordo com a explanação de Lück:

*Integração e engajamento de educadores num trabalho conjunto, de interação das disciplinas do currículo escolar em si e com a realidade de modo a superar a fragmentação, objetivando a formação integral dos alunos, a fim de que possam exercer criticamente cidadania mediante uma visão global da realidade atual (LÜCK, p. 64, 1995).*

Desatar as amarras da disciplinaridade, que seguram o progresso da construção do conhecimento humano, não é uma tarefa fácil. Contudo, isso pode ser conquistado pela prática da interdisciplinaridade, dentro de um processo contínuo e permanente de construção do conhecimento que permita o diálogo entre as várias áreas do conhecimento humano dispersos pela compartimentalização do saber. Conforme assevera Fazenda, a restauração da unidade se dará pela reflexão crítica sobre a prática:

*...reconstituir a unidade do objeto, que a fragmentação dos métodos separou. Entretanto, essa unidade não é dada a “priori”. Não é suficiente justapor-se os dados parciais fornecidos pela experiência comum para recuperar-se a unidade primeira. Essa unidade é conquistada pela “práxis”, através de uma reflexão crítica sobre a experiência inicial. É uma retomada em termos de síntese (FAZENDA, p. 45, 1992).*

A ênfase na interdisciplinaridade se faz necessária para contrapor a visão fragmentária e as práticas educacionais que ainda se verificam nas escolas e nas universidades. Portanto, a visão interdisciplinar pressupõe uma realidade a ser construída, de fatos e conseqüências, trocas mútuas que constituirão uma rede de eventos e fatores. Este processo de construção precisa ocorrer concomitantemente com a evolução da sociedade dando conta da contextualização<sup>8</sup> do que é ensinado

---

<sup>8</sup> O Tratamento contextualizado do conhecimento é o recurso que a escola tem para retirar o aluno da condição de espectador passivo. Se bem trabalhado permite que, ao longo da transposição didática, o conteúdo do ensino provoque aprendizagens significativas que mobilizem o aluno e estabeleçam entre ele e o objeto do conhecimento uma relação de reciprocidade. A contextualização evoca por isso áreas, âmbitos ou dimensões presentes na vida pessoal, social e cultural, e mobiliza competências cognitivas já adquiridas. (PCN, p. 91, 1999).

na escola. A realidade nos é apresentada como uma unidade, um todo não fragmentado em partes, e para superar os limites da compartimentalização do conhecimento faz-se necessário a reflexão crítica dessa realidade.

A escola deve contribuir para a formação integral do estudante com ações que promovam a construção do conhecimento relacionado ao meio do qual ele é participante; trabalhar conteúdos articulando-os com a realidade; estabelecer relação entre a teoria e a prática. A estrutura cognitiva dos estudantes se desenvolve quando as informações são trabalhadas em um contexto compreensível, gerando assim conhecimento. Segundo Piaget (1970) a restrição ao limite disciplinar, raramente, contribui para a compreensão das informações em seu contexto (Piaget, 1970 apud Garrutti et al)<sup>9</sup>.

Nesse sentido, Ministério da Educação e Cultura (MEC) propõe, através dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), as diretrizes que podem orientar essa nova pedagogia pensando nos princípios estéticos, políticos e éticos da Lei de Diretrizes e Bases da Educação que as escolas médias devem observar na gestão, organização curricular, prática pedagógica e didática. Dentre os aspectos contemplados, em busca de uma formação baseadas nas premissas<sup>10</sup> apontadas pela UNESCO (United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization), estão interdisciplinaridade e contextualização como uma nova forma de organizar o currículo para alcançar os objetivos educacionais pretendidos.

Segundo o PCN (BRASIL, 1999), a interdisciplinaridade pode se constituir numa prática pedagógica que vai além da justaposição das disciplinas. Torna possível relacionar as disciplinas em atividades, pesquisa e ação, pelas interações recíprocas entre as mesmas, desde a simples comunicação de idéias até integração de conceitos. Com efeito, leva o estudante a aprender a olhar um objeto sob diferentes perspectivas.

---

<sup>9</sup>Fonte: <http://www2.marilia.unesp.br/revistas/index.php/ric/article/view/92/93>

<sup>10</sup> Refere-se aos quatro pilares da educação: Aprender a conhecer – Aprender a fazer – Aprender a viver juntos – Aprender a ser (Delors et al, 1999) .

A interdisciplinaridade pressupõe um eixo integrador que pode ser um objeto do conhecimento, um projeto de investigação, um plano de intervenção, que conforme o PCNEM (1999):

*...A partir da necessidade sentida pelas escolas, professores e aluno de explicar, compreender, intervir, mudar, prever, algo que desafia uma disciplina isolada e atrair a atenção de mais de um olhar, talvez vários (BRASIL, p. 88-89).*

Na fragmentação, há o fechamento do discurso entre os diversos campos do conhecimento. Em contraponto a ela, está a interdisciplinaridade, que reabre diálogo outrora rompido e permite a comunicação interativa, que, com mais freqüência, vem sendo potencializada com o desenvolvimento e a utilização de tecnologias, principalmente, com as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC). Neste sentido, entende-se que as TICs têm se tornado fator importante para implementação da interdisciplinaridade como prática pedagógica, a partir do momento que agiliza a produção de conhecimento, tanto do professor como do aluno e dinamiza a mediação no processo ensino-aprendizagem.

A implementação da prática interdisciplinar pressupõe uma reflexão contínua sobre prática pedagógica, onde mudança e atitude são aspectos aliados importantes que podem lograr êxito e por fim a rotina longamente sedimentada, conforme Fazenda e Ramos ressaltam:

*Mudança significa passagem de um estado a outro, interrupção, fratura, fragmentação ou transformação. O cotidiano apresenta sempre desafios de mudanças nos hábitos, nas atitudes, nos comportamentos e em tudo o que faz parte de rotina (RAMOS in FAZENDA org., 1999, p. 124).*

*...a interdisciplinaridade depende então, basicamente de atitude perante o problema do conhecimento, da substituição de uma concepção fragmentaria pela unidade do ser (FAZENDA, 1993, p. 31).*

As práticas interdisciplinares favorecem mudanças nas interações aluno-aluno, professor-aluno e aluno-recurso. Os alunos tornam-se parceiros na aprendizagem, onde os diferentes se ajudam para compreender a diversidade do conhecimento. Na interação professor-aluno, o professor passa a ser o mediador da aprendizagem, orientando o aluno na formulação das estratégias de resolução das atividades. O professor aprende com o aluno habilidades para sua prática, tornando-se profissional competente e o aluno aprende habilidades que o auxiliarão a resolver inúmeras questões, no contexto escolar ou não. Para tanto, a escola precisa organizar seu trabalho para construir um projeto pedagógico pautado na reflexão, discussão e ações colaborativas. A par disto, o currículo constitui-se num dos principais componentes do projeto pedagógico em relação à construção dos conhecimentos pelos alunos e as formas de viabilizar essa construção, conforme as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (OCNEM, 2006):

*O currículo do ensino médio deve buscar a integração dos conhecimentos, especialmente pelo trabalho interdisciplinar. Neste, fazem-se necessários a cooperação e o compartilhamento de tarefas, atitudes ainda pouco presentes nos trabalhos escolares. O desenvolvimento dessas atividades pode ser um desafio para os educadores, mas como resultado, vai propiciar aos alunos o desenvolvimento da aptidão para contextualizar e integrar os saberes (BRASIL, 2006, p.90).*

Uma vez que integrar recursos tecnológicos de forma adequada no processo de aprendizagem é uma ação que promove a interdisciplinaridade, as orientações descritas no OCNEM vem ao encontro dessa promoção, em relação ao ensino da Matemática com uso da tecnologia. Este documento descreve que a Matemática pode promover o desenvolvimento de habilidades como a representação, compreensão, comunicação, investigação, bem como a contextualização sócio-cultural. O documento, ainda, defende três aspectos: a escolha dos conteúdos, a forma de trabalhar os conteúdos, o projeto pedagógico e a organização curricular. O conteúdo deve propiciar ao aluno um fazer matemático por meio de um processo investigativo que o auxilie na apropriação do conhecimento. Números e operações,

Funções, Geometria, Análise de Dados e Probabilidade são os conteúdos básicos que devem proporcionar ao aluno “um fazer matemático”.

*A escolha de conteúdos deve ser cuidadosa, propiciando ao aluno um fazer matemático que o auxilie na apropriação de conhecimento. Neste documento, os conteúdos básicos estão organizados em quatro blocos: Números e operações; Funções; Geometria; Análise de Dados e Probabilidade (Brasil, 2006, p. 70).*

Dentre as orientações, o documento relata que é notório o impacto da tecnologia da informação e comunicação na sociedade. Ela tem inserção no dia-a-dia das pessoas quer seja no trabalho, no lazer e na escola. Quanto à inserção da tecnologia na escola, destaca que ao utilizarmos tecnologia na aprendizagem da Matemática é importante considerar a Matemática como ferramenta para entender a Tecnologia e a Tecnologia para entender a Matemática (Brasil, 2006).

Com relação à Matemática para Tecnologia, o interesse está na formação que capacita ao uso da Tecnologia.

*Considerando a matemática para a Tecnologia, deve-se pensar na formação que capacita para o uso de calculadoras e planilhas eletrônicas, dois instrumentos de trabalho bastante corriqueiros nos dias de hoje. No trabalho com calculadoras, é preciso saber informar, via teclado, as instruções de execução de operações e funções, e isso exige conhecimentos da Matemática (BRASIL, 2006, p.87).*

Em contrapartida, na Tecnologia para a Matemática, o interesse é utilizar a Tecnologia para construção de diferentes conceitos Matemáticos.

*Já se pensando na Tecnologia para a Matemática, há programas de computador (softwares) nos quais os alunos podem explorar e construir diferentes conceitos matemáticos, referidos a seguir como programas de expressão. Os programas de expressão apresentam recursos que*

*provocam, de forma muito natural, o processo que caracteriza o “pensar matematicamente”, ou seja, os alunos fazem experimentos, testam hipóteses, esboçam conjecturas e criam estratégias para resolver problemas (BRASIL, 2006, p. 88).*

Portanto, a interdisciplinaridade se tornou um movimento importante para o processo de ensino-aprendizagem, haja vista o tempo comprometido e as pessoas envolvidas no processo de construção de seu conceito. O que nos leva a considerar o sentido da interdisciplinaridade, qual seja, de superar pela prática, num processo constante, a construção fragmentada do conhecimento e de articular as áreas que formam o conhecimento humano, buscando estabelecer o sentido da unidade, mediante uma visão de conjunto, possibilitando a humanidade significar as informações desarticuladas que recebem.

*...reconstruir a unidade do objeto, que a fragmentação dos métodos separou, Entretanto, essa unidade não é dada a “priori”. Não é suficiente justapor-se os dados parciais fornecidos pela experiência para recuperar-se a unidade primeira. Essa unidade é conquistada pela “práxis”, através de uma reflexão crítica sobre a experiência inicial. É uma retomada em termos de síntese (Fazenda, 1992, p. 45).*

Nas ondas desse movimento, pesquisadores em Educação Matemática têm trabalhado no sentido da implementação de práticas interdisciplinares com propósito de promover uma aprendizagem com significado.

Pensando em interdisciplinaridade e currículo, Martins (2005) realizou um estudo sobre o tratamento interdisciplinar como uma das alternativas de organização curricular. Analisou a literatura sobre o tema, as posições dos especialistas e também as condições de implementação, tanto em termos de formação de professores como de materiais didáticos disponíveis. Após análise de um grupo de professores do Ensino Médio, face à utilização de propostas de trabalho interdisciplinar e os livros didáticos, analisados pelo Ministério de Educação e Cultura (MEC), no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), tomou como foco

de seu estudo as abordagens interdisciplinares e a articulação entre as disciplinas de Matemática e Física. Constatou a existência de uma convergência de princípios apontados na literatura mais recente sobre currículo e dos professores do Ensino Médio quanto à importância do trabalho interdisciplinar. Além disso, ressaltou que a formação de professores e a características dos livros didáticos ainda são pontos decisivos para que prevaleçam antigas práticas lineares e desconectadas.

Buscando integrar o aspecto interdisciplinar com envolvimento de diferentes áreas do conhecimento e integração adequada de recurso tecnológico digital, Campos (2000), em seu trabalho de pesquisa, discorre sobre as relações entre a Matemática e a Física pertinentes aos processos de ensino e de aprendizagem referentes aos conteúdos específicos de cinemática escalar (Física) e de funções (Matemática), no Ensino Médio. Em suas considerações, escreveu que no domínio da Matemática, as atividades ministradas contribuíram para um ganho pedagógico, pelo aluno, em relação à conversão de registros, do gráfico para o algébrico.

*...entendemos que as atividades aqui citadas contribuíram para que obtivéssemos um ganho pedagógico no domínio da matemática, pelo menos no que se refere ao aprendizado frente à conversão de registros, gráfico para o algébrico (Campos, 2000, p. 116, 117)*

No domínio da Física, mostrou ser possível proceder ao ensino de Física com base em atividades que valorizam a postura pedagógica construtivista e a estruturação matemática.

*A realização de experiências empíricas, por exemplo, empolgou os alunos e atuou como elemento motivador da aula. Contribuiu também para situar o aluno num contexto de investigação que representa a Ciência na História. Com base na estruturação Matemática, o conhecimento Físico tomou corpo, ganhou consistência e ela conferiu-lhe mais significação trabalhando os conceitos a partir de sua função maior dentro de uma rede ou estrutura conceitual (Campos, 2000, p.117, 118).*

Em relação à interdisciplinaridade entre a Matemática e a Física, Campos constatou o trânsito dos alunos entre os dois domínios durante as atividades.

*Pudemos vivenciar a edificação de conceitos físicos a partir de sua modelização matemática, mostrando um avanço construtivo no desenvolvimento dos conteúdos analisados (Campos, 2000, p. 120-121).*

Também, no mesmo aspecto, Faria (2007), investigou a produção de significados com alunos de primeiro ano de Ensino Médio para gráficos cartesianos que representam o movimento retilíneo. Em particular analisou os aspectos que favorecerem a compreensão e elaboração do gráfico, com lápis e papel e com o uso do sensor e calculadora gráfica e, também o papel do professor e das atividades nesse ambiente além das interações ocorridas. No primeiro momento, os alunos realizaram as atividades propostas com lápis e papel. No segundo momento, os alunos executaram a atividade com o sensor e a calculadora gráfica. Com isto, buscou-se a interação entre aluno-aluno, professor-aluno e aluno-tecnologia. Após análise na produção de significado dos alunos, concluiu que o uso adequado da tecnologia propicia uma resposta imediata aos estudantes e que isso interfere na relação professor-aluno, levando à mudança na compreensão sobre o uso de tecnologia em sala de aula.

A interdisciplinaridade como abordagem para pesquisa e ensino busca a interação entre uma, duas ou mais disciplinas ou áreas do conhecimento humano, num processo que abrange desde uma simples comunicação de idéias até a integração de finalidades, objetivos, conceitos, conteúdos. Para promover a abordagem interdisciplinar, segundo Fazenda (1992), é preciso mudança de atitude: “... a interdisciplinaridade depende então, basicamente, de atitude perante o problema do conhecimento, da substituição de uma concepção fragmentária pela unidade do ser” (p. 31).

Pensando em dar mais subsídios ao professor de Matemática na preparação de atividades de seqüência didática para suas aulas, a proposta neste trabalho de pesquisa é utilizar os Objetos de Aprendizagem produzidos no contexto da Física

para gerar ambiência interdisciplinar buscando favorecer a aprendizagem matemática.

## CAPÍTULO CINCO

### OBJETOS DE APRENDIZAGEM

#### 5.1. Conceitos

Um *objeto de aprendizagem (OA)* é uma tecnologia digital, e pode ser entendido como “qualquer recurso digital que possa ser reutilizado para auxiliar a aprendizagem (Wyley 2001, p.1-35)”. Os OA podem ser criados em qualquer mídia ou formato. Incluem desde uma simples animação ou uma apresentação de “slides”, até aparatos relativamente complexos, como simulações construídas através de sofisticados recursos computacionais. Os OA utilizam imagens, animações, documentos em realidade virtual, arquivos de textos, dentre outros meios, como declara Nunes:

*“Quando se coloca que os Objetos de Aprendizagem são passíveis de uso educacional, abre-se a possibilidade de usar recurso como filmes, vídeos e textos, etc. criados originalmente sem a preocupação educacional, mas que em determinadas situações são extremamente úteis, seja como recursos motivadores, contextualizadores ou aprofundadores”. (Nunes, 2007, p. 216).*

Não há limite para o tamanho de um OA, mas há um consenso de que deve ter um propósito educacional definido, um componente que estimule a reflexão do estudante (Brasil, 2006, p. 20).

Os OA podem ser encontrados em repositórios na rede (internet) através seus metadados que é a identidade deles, o que possibilita localizá-los facilmente e escolhe-los o mais adequado possível. Os metadados descrevem, sinteticamente, os OA organizados segundo palavra-chave, autor, título e o padrão LOM (Learning Object Metadados) do IEEE (Institute of Electrical and Electronics Engineers) que soma aos outros identificadores a mídia utilizada na confecção, o tempo estimado de uso, o grau de interatividade e as permissões de uso (Nunes, 2007).

Assis (2007), influenciada pela concepção de Wiley em relação à definição de OA, deixa clara a importância do professor na conceituação e uso dos objetos de

aprendizagem. Apesar de não haver um consenso sobre a definição de OA, Assis (2005, p. 31 e 32) descreve algumas de suas principais características:

- *Interatividade*: possibilita um envolvimento do estudante com o conteúdo de alguma forma, permitindo que o mesmo possa ver, ouvir ou mesmo responder a algum evento em resposta a uma interação com o objeto de aprendizagem;
- *Granularidade*: evidencia de que forma um objeto de aprendizagem pode ser agrupado em conjuntos maiores de conteúdos, incluindo estruturas tradicionais de cursos;
- *Reusabilidade*: representa a potencialidade de um objeto de aprendizagem poder ser usado em diferentes contextos e para diferentes propósitos, não exclusivamente para o qual foi concebido;
- *Interoperabilidade*: descreve a potencialidade de utilização de um objeto de aprendizagem, indiferentemente das plataformas computacionais envolvidas;
- *Conceituação*: demonstra que o vínculo essencial existente entre um objeto de aprendizagem e o conteúdo que se pretende abordar ao utilizá-lo como ferramenta em um processo de ensino-aprendizagem;
- *Identificação por metadados*: descreve as informações relacionadas à identificação, conteúdo e histórico de um objeto de aprendizagem, permitindo que seja facilmente localizado por mecanismos de busca, e desta forma, esteja disponível para quem desejar utilizá-lo.

As características de interatividade, reusabilidade e de conceituação compactuam com os Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio (2002), uma vez que, os OA que se pretende utilizar nesta pesquisa, concebidos no contexto da Física, são simulações de fenômenos físicos naturais, que fazem parte do cotidiano tanto do educando como do professor, e podem ser contextualizados através do conteúdo intrínseco a cada objeto de aprendizagem. Além disso, os conceitos relativos a esse conteúdo podem ser articulados com as disciplinas afins, cujo objeto do saber seja comum, de tal forma que a abordagem interdisciplinar ofereça subsídios para promover a construção do conhecimento pelo aluno. Nesse sentido, as simulações de fenômenos inerentes aos OAs vêm ao encontro do

estabelecimento de duas bases educacionais documentadas nos Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio: a interdisciplinaridade e a contextualização.

A simulação é uma fase da modelagem em que se realiza o experimento e análise do modelo, com a finalidade de obter respostas acerca do funcionamento do fenômeno representado (Almeida, 2001, p. 26). Portanto, são programas que descrevem a realidade de ambientes, a fim de que sejam verificados seus efeitos.

Os objetos de aprendizagem podem ser categorizados entre duas formas de simulação: simulação fechada e simulação aberta. Na simulação fechada, o OA implementado no computador funciona como um tutorial, ou seja, inserindo os valores dos parâmetros, o programa inerente ao OA simula o fenômeno, podendo esses valores ser alterados pelo educando. O aprendiz assiste o desenvolvimento do fenômeno no vídeo do computador. Na visão de Valente (1999), neste caso, o educando é pouco desequilibrado e cabe ao professor dialogar com aluno e propor que resolva problemas e verificar se a resolução dos mesmos está correta.

*“... o professor tem que interagir mais com ele (aluno) para auxiliá-lo a compreender o que faz ou a processar a informação obtida, convertendo-a em conhecimento”. (Valente, 1999, p. 90).*

Já no caso da simulação aberta, o objeto de aprendizagem tem alguns aspectos funcionais de um programa. O objeto de aprendizagem apresenta algumas situações definidas quando da programação da modelagem do fenômeno, e outras que o educando deverá intervir, complementando as informações de que o objeto de aprendizagem necessita para execução do fenômeno para o qual foi programado. Nesse caso, Valente (1999, p. 90) afirma que a simulação aberta leva o educando a elaborar hipóteses e idéias que deverão ser validadas, simulando o fenômeno no computador até que chegue à resposta, o que possibilita a elaboração do nível de compreensão através do ciclo descrição-execução-depuração-descrição.

Apesar de alguns OA serem categorizados como tutoriais<sup>11</sup>, o professor pode fazer sua adequação e utilização em sequências didáticas com o objetivo de criar ambiência interdisciplinar para facilitar a aprendizagem de conceitos de forma articulada, com disciplinas afins, e contextualizada, com assuntos que façam parte da realidade do estudante.

O uso de objetos de aprendizagem pode trazer flexibilidade na preparação tanto de aulas quanto de materiais educativos pela combinação dos mesmos em seqüências adequadas a diferentes realidades devido a suas características de reutilização de objetos já existentes. Quanto à abordagem pedagógica, Nunes declara:

*“Muitas vezes a flexibilidade quanto à abordagem pedagógica pode estar embutida no próprio objeto de aprendizagem e não apenas na combinação deles”. (Nunes, 2004, p.11).*

O exemplo a seguir demonstra a flexibilidade que o uso de objetos de aprendizagem pode trazer. O objeto de aprendizagem **“Corrida na fazenda”**<sup>12</sup> foi concebido no contexto da Física. Neste OA, a simulação reproduz uma corrida entre carros em uma pista retilínea, que fica à beira de um rio, a partir de gráficos desenhados pelo usuário. Ele pode escolher entre duas modalidades: treino e competição. Vence quem ajustar os gráficos para fazer seu carro parar mais próximo do final da pista.

Em uma pista de 500m, construída pelo fazendeiro, a pessoa que vai pilotar o carro de corrida deve simular a trajetória do carro em gráficos de velocidade  $v(t)$  e/ou de aceleração  $(t)$ . Se o piloto sair de sua trajetória, poderá cair num lago que existe após a reta de chegada.

---

<sup>11</sup> Tutorial é um software no qual a informação é organizada de acordo com sequência pedagógica é apresentada ao estudante, seguindo essa sequência, ou o aprendiz pode escolher a informação que desejar. Na primeira situação o software tem controle da situação de ensino e do que pode ser apresentado pelo aprendiz, que pode mudar de tópicos, ou o software altera a sequência de acordo com as resposta dada por ele. Na outra situação, o aprendiz tem o controle e o que deseja ver. Em geral os softwares que permitem ao aprendiz controlar a sequência de informações são organizados em forma de hipertextos e ele pode navegar entre esses itens (Valente,1999, p. 90).

<sup>12</sup> Fonte: [http://www.labvirt.fe.usp.br/simulacoes/fisica/sim\\_cinematica\\_corridanafazenda.htm](http://www.labvirt.fe.usp.br/simulacoes/fisica/sim_cinematica_corridanafazenda.htm)



**Figura 02 – Objeto de Aprendizagem “Corrida na Fazenda” do LabVirt**

Em uma pista de 500m, construída pelo fazendeiro, a pessoa que vai pilotar o carro de corrida deve simular a trajetória do carro em gráficos de velocidade  $v(t)$  e/ou de aceleração  $a(t)$ . Se o piloto sair de sua trajetória, poderá cair num lago que existe após a reta de chegada.

Na simulação deste objeto de aprendizagem é necessário que o sujeito mobilize conhecimentos relativos ao conteúdo de Cinemática, que estuda o movimento dos corpos. Dentro deste conteúdo, há vários conceitos que precisam ser aplicados para realizar a atividade, tais como deslocamento, intervalo de tempo, posição, distância, velocidades instantânea e média, aceleração média, a posição em função do tempo, velocidade em função do tempo. Estes conceitos Físicos relacionam-se com a Matemática conforme exposto na próxima tabela.

<b>Física</b>	<b>Matemática</b>
Deslocamento	Diferença entre duas posições
Intervalo de tempo	Diferença entre duas tomadas de tempo
Posição	Ponto na trajetória
Velocidade	Relação entre duas grandezas
Velocidade instantânea	(par ordenado)
Aceleração	Taxa de Variação da velocidade no tempo
Espaço em relação do tempo	Função
Velocidade em relação ao tempo	Função
Aceleração em relação ao tempo	Função

**Tabela 02 – Relação entre conceitos de Matemática e Física**

## 5.2. Possibilidades

De acordo com a definição descrita acima, o aluno, ao entrar em contato com os objetos de aprendizagem através de uma atividade proposta, pode fazer conjecturas relacionando as representações simbólicas dos recursos digitais com as representações simbólicas das ciências, especificamente da Matemática e da Física, no caso deste trabalho de pesquisa. Nesse sentido, o professor tem importância fundamental na preparação e condução das atividades para converter estas conjecturas em aprendizagens significativas e construção de conhecimentos.

Dentro das perspectivas deste trabalho de pesquisa, há possibilidade de utilizar os objetos de aprendizagem no contexto da Física de dois projetos que visam produzir soluções com base no uso da informática para apoio ao nível fundamental e médio de Ciências (Biologia, Física e Química) e Matemática (Assis, 2005, p.43).

### 5.2.1. Projeto RIVED-BRASIL



**Figura 03 – Tela do Projeto RIVED**

Este projeto nasceu como proposta de aperfeiçoamento e de apoio ao trabalho de professores que atuam no ensino de Matemática, Biologia, Física ou Química em aulas presenciais. Para isto, Brasil (janeiro/1999), Estados Unidos (dezembro/1999), Panamá (maio/2000), países-sede, juntamente com Colômbia, Peru e Venezuela, em intercâmbio promovido pelo Banco Internacional de Desenvolvimento e pela UNESCO (1997), iniciaram a concepção e a implementação da Rede Internacional Virtual de Educação (RIVED). Posteriormente, o projeto RIVED foi atualizado em 16 universidades públicas brasileiras, as quais se responsabilizaram pela produção dos módulos educacionais digitais definidos como objetos de aprendizagem. Este projeto envolve o design de atividades de ensino e aprendizagem, a produção de materiais didáticos multimídias, a capacitação de pessoal bem como uma rede de distribuição de informações e dos módulos produzidos.

### 5.2.2. Projeto LabVirt

O Laboratório Didático Virtual é um “projeto-escola-virtual” que conta com a construção colaborativa de objetos de aprendizagem por alunos e professores de escolas públicas e universidades, como também pesquisadores. O LabVirt nasceu da iniciativa da Escola do Futuro da Universidade de São Paulo, com objetivo da construção de infraestrutura pedagógica e tecnológica a fim de facilitar o

desenvolvimento de projetos das disciplinas de Física e Química envolvendo situações cotidianas para que o aluno seja incentivado a pensar criticamente, usar o método científico, gostar da ciência e, principalmente, refletir e compreender o mundo em que vive (LabVirt, 2005). O produto do LabVirt é difundido através de publicações, discussões e consultas aos materiais disponibilizados.

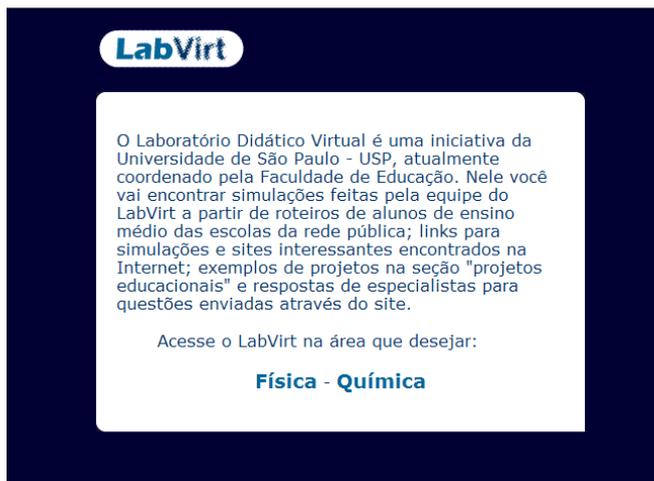


Figura 04– Tela do LabVirt

### 5.2.3 Outras repositórios de Objetos de Aprendizagem

A seguir apresenta-se alguns sites de repositórios além do RIVED e LabVirt:

- <http://www.proativa.vdl.ufc.br/oa.php>
- <http://sites.unifra.br/Default.aspx?alias=sites.unifra.br/rived>
- [http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/modules/mydownloads\\_08/viewcat.php?cid=2](http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/modules/mydownloads_08/viewcat.php?cid=2)
- <http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/>
- <http://www.cinted.ufrgs.br/CESTA/cestaconsulta.html>
- <http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/>
- <http://www.merlot.org/merlot/index.htm>

### **5.3. Objetos de Aprendizagem no âmbito desta investigação**

Uma das propostas de pesquisa é analisar as possibilidades de utilização de objetos de aprendizagem enquanto recurso pedagógico dentro das seguintes categorias de algumas categorias específicas

#### **5.3.1. Exploração de conceitos**

O professor pode apresentar ao aluno, alguns objetos de aprendizagem ou até mesmo deixá-los manipular, fazendo algumas perguntas que o façam refletir, conduzindo-o para o desenvolvimento do seu próprio conceito, que o professor tem a intenção de introduzir, acerca do que está observando. Estes objetos de aprendizagem são simulações com representações simbólicas digitais sem textos explicativos.

#### **5.3.2. Introdução de conceitos**

O professor escolhe objetos de aprendizagem que trazem em si não somente imagens, mas textos explicativos sobre o conceito em jogo que o professor quer consolidar em relação aos estudantes. A intenção desta escolha é que o aluno tenha clareza do conceito formado.

#### **5.3.3. Exemplos de aplicação de conhecimentos adquiridos**

O professor, ao preparar sua aula, escolhe objetos de aprendizagem que mobilizem conhecimentos já interiorizados pelos alunos. Esta atitude visa utilizar conhecimentos já adquiridos com o intuito de sedimentá-los. Com base neste aspecto, podemos utilizar os objetos de aprendizagem para avaliação formativa. O objeto de aprendizagem utilizado nesta situação inclui simulações que levam o aluno a responder perguntas, fazer cálculos mentais, utilizar fórmulas para determinar valores quantitativos, elaborar expressões algébricas.

## **CAPÍTULO SEIS**

### **APORTES TEÓRICOS**

#### **6.1. Aportes teóricos**

Essa pesquisa será realizada segundo alguns aspectos sobre fundamentos teóricos do Contrato Didático (1988), da Teoria das situações de Brousseau (1998), da interdisciplinaridade defendida por Fazenda e autores concordantes, dos registros de representação de Duval (2003), na noção de ciclo de operações na aprendizagem por computador, estudadas por Valente (1999).

#### **6.2. Contrato didático**

Uma situação de ensino-aprendizagem em sala de aula é caracterizada pela relação entre aprendiz/saber/professor. Essa tríade são elementos que formam o chamado contrato didático (Chevallard, 1988). Na relação professor/aprendiz é observada a existência de convenções e regras que regem o momento da aula. Professor e aluno esperam certo tipo de comportamento, um do outro, numa atitude recíproca. Essas regras implícitas são percebidas quando há um desacordo entre as partes envolvidas.

Nesse sentido, o acordo implícito e recíproco na relação professor/aluno, assemelha-se a um contrato e suas cláusulas. Este acordo que estabelece o conjunto de regra e comportamentos da relação professor/aprendiz constitui-se em um contrato didático, o qual foi motivo de investigação de Brousseau (1988).

*“Esse contrato é conjunto de regras que determinam, uma pequena parte explicitamente mas sobretudo explicitamente, o que cada parceiro da relação didática devesse gerir e aquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar conta perante o outro”. (Brousseau, 1988, p. 51).*

A descrição de Silva (2008), quanto ao contrato didático, encontra apoio na investigação de Brousseau:

*“O conjunto das cláusulas que estabelecem as bases das relações que os professores e alunos mantêm com o saber constitui o chamado contrato didático”. (Silva, 2008, p. 49).*

O contrato didático sofre influência das escolhas adotadas pelas unidades escolares e pelos professores. Numa perspectiva de abordagem tradicional, uma aula se desenvolve em conteúdo exposto na lousa pelo professor conforme livro didático adotado que preencha todas as possibilidades de um currículo pré-estabelecido. O professor em sua exposição faz a descrição da definição do assunto, faz uma aplicação dessa definição em exercícios-exemplos e, supondo que sua explicação é suficiente para a compreensão do aluno. Noutro momento da aula, passa-lhe uma lista de exercícios com situações semelhantes aos exercícios-exemplos, bastando, o aluno trocar os dados e efetuar os cálculos e está tudo resolvido. Alguns alunos resolvem e outros não, mas, sem importar com as dificuldades tanto de um como de outro, o professor vai à lousa descreve toda a resolução para o aluno passo-a-passo até a resposta final.

Neste tipo de contrato didático, o professor é reconhecido como ator principal na relação didática, onde o processo ensino-aprendizagem é caracterizado como transmissão de conhecimento, no outro lado da relação, o aluno participa como mero coadjuvante, receptor do conhecimento. Desta forma, neste contrato didático, a memorização alcançada pelo aluno corrobora a aprendizagem do assunto em questão.

Por outro lado, numa perspectiva de abordagem construtivista, o professor desenvolve suas aulas com situações-problemas que desafiam o aluno que o instiga a agir diante da atividade proposta. Diferentemente da abordagem instrucionista, o professor planeja, elabora e organiza, com antecedência, a aula com o material didático necessário para abordar determinado conteúdo e sua estratégia não fica apenas restrita ao livro ou manual. No momento em que os alunos trabalham em busca de solução das situações, a intervenção do professor ocorre no sentido de orientar o aluno, não o deixando dispersar do objetivo, que é resolver a questão

proposta pela situação-problema, interferindo o mínimo possível na resolução do problema. O aluno devolve suas atividades concluídas e, através de suas produções o professor pode institucionalizar e socializar o saber para o coletivo, ou seja, alunos e professor em debate e consenso sobre os tipos de resolução e resposta corretas.

Nessa perspectiva, o contrato didático promove o aluno a ator importante na relação didática, uma vez que, através de suas produções adquire conhecimento. Desta maneira, neste contrato, a aquisição do conhecimento confirma a aprendizagem do conteúdo no processo.

O objetivo do contrato didático é contribuir para evolução do saber e, se ocorre qualquer ação que impossibilite essa evolução, tal é entendida como uma ruptura, e um novo acordo deve se firmar para restabelecer a relação didática de modo a garantir a aprendizagem no processo. Quando uma das partes dessa relação transgide, rompendo o contrato, uma renegociação é realizada para possibilitar que o processo ensino aprendizagem avance com êxito.

Nesse sentido, o comportamento do professor é importante sempre que acontecer uma renegociação. O professor deve ser compreensivo e paciente com as dificuldades do aluno no processo de adaptação às novas regras, tendo em vista o restabelecimento da relação didática e a continuidade do processo ensino-aprendizagem.

O contrato didático sofre ruptura quando uma das partes dessa relação didática transgide. Geralmente, uma renegociação é realizada para possibilitar que o processo ensino-aprendizagem avance.

Segundo, Brousseau (1988), a maioria das dificuldades dos alunos durante o processo ensino-aprendizagem tem como causa os efeitos perversos provocados pelo contrato didático. A pior consequência desses efeitos é a impressão de que os estudantes aprenderam e se apropriaram do conhecimento em jogo, mas na realidade não é isto que acontece, ao desafiá-los com situações diferentes e deixá-los, por si, terão dificuldades deveras, ao ponto de não resolver a questão proposta.

A proposta de contrato didático que se pretende no desenrolar deste trabalho de pesquisa vai ao encontro a uma linha de abordagem que permita ao aluno construir seu próprio conhecimento num processo de interação dinâmica que

desencadeie harmonia na relação didática e uma real aprendizagem. Nessa orientação o trabalho deve prosseguir evitando os efeitos nocivos do contrato didático, realizar a renovação deste contrato após negociação com as partes envolvidas, garantir a efetivação dos objetivos do processo ensino-aprendizagem, permitir com paciência a adaptação dos alunos após implementação de novos contratos didáticos, influenciar o mínimo possível nas resoluções das atividades dos alunos, mesmo que os estudantes solicitem o professor para facilitar a atividade. Dessa forma, o professor deve agir no sentido de mostrar ao estudante quais comportamentos espera dele e deixar, bem claro, suas posições na relação didática.

Nessa perspectiva, e que o cenário, os meios, as atividades estão sendo preparados. Dentro de uma abordagem construcionista do processo ensino-aprendizagem que contempla interdisciplinaridade entre Matemática e Física, um ambiente informático, situações-problemas que fazem parte do contexto do estudante e uma metodologia baseada em sequência didática.

### **6.3. Teoria das Situações Didáticas**

A proposta da Teoria das Situações Didáticas (TSD), desenvolvida por Guy Brousseau (1998) se baseia na problematização matemática e a hipótese de que o aprendizado se dá por meio de adaptação a um meio antagônico que produz desequilíbrios. Sendo assim, é uma forma de tratamento do trabalho científico que contrapõe à proposta da didática clássica tem enfoque na exposição de conteúdos sistematizados.

A aprendizagem matemática ocorre, realmente, quando o que se aprende tem um significado para o estudante e o que se aprendeu é aplicado em outros contextos. A par disto, a forma didática com que os conteúdos matemáticos são apresentados aos estudantes tem grande importância na significação do saber escolar.

Nesta teoria, há duas fases importantes no tratamento de situações de aprendizagem em sala de aula: situação didática gerida pelo professor; situação adidática está relacionada ação do aluno que se revela quando o aprendiz aceita o desafio e a responsabilidade de resolver as atividades proposta pelo professor.

A situação didática tem início quando o professor revela sua intenção de ensinar um saber para que o aluno aprenda. Um ambiente favorável para aprendizagem numa perspectiva construtivista deve ser preparado, com antecedência, pelo professor, de modo a vir consolidar essa intenção e fim educacionais. Em seu trabalho de pesquisa, Brousseau descreve em que consiste uma situação didática:

*“Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com finalidades de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição”. (Brousseau, 1986, p.8).*

Por outro lado, a situação adidática se revela quando o aprendiz aceita o desafio e a responsabilidade de resolver as atividades proposta pelo professor, já preparadas na fase didática. Nesta fase o aluno se propõe a agir sobre as atividades proposta pelo professor, tentando resolver as situações-problemas. Segundo Silva, baseado nos estudo de Brousseau, afirma que nesta fase, o professor deve evitar fazer intervenções que tenha intenção de facilitar a resolução e a resposta das atividades para os alunos.

*“Uma situação adidática caracteriza-se essencialmente pelo fato de representar determinados momentos do processo de aprendizagem nos quais o aluno trabalha independentemente, não sofrendo nenhum tipo de controle direto do professor relativamente ao conteúdo matemático em jogo”. (Silva, 2008, p. 84).*

A teoria das situações didáticas se constitui num importante referencial de análise do ensino e da aprendizagem matemática em sala de aula, uma vez que valoriza tanto a ação do aluno em mobilizar conhecimentos e envolver-se na

construção de saberes como o trabalho do professor em criar condições favoráveis para que o estudante apreenda os conteúdos.

Essas condições favoráveis o estudante pode encontrar num meio onde ocorrem as interações com o sistema contraditório no qual vai agir. Esse meio que pode sofrer alterações, tende a desestabilizar e provocar o surgimento de conflitos que possibilitarão a aprendizagem de novos conhecimentos.

Na fase da situação adidática, momento importante situação didática, onde pode ocorrer a aprendizagem, o professor deve preparar o meio para que o aluno nele, consiga construir algum conhecimento. Esse meio é constituído pelo lugar (pode ser ambiente de sala de aula ou laboratório), os materiais, as atividades, o próprio professor ou o pesquisador, ou seja, tudo que envolve o aluno no momento em que está imerso na atividade proposta.

Na fase didática, uma das tarefas importantes do professor consiste em pesquisar e encontrar situações-problemas que possam desafiar e mobilizar conhecimento pelo aluno, levando-o a construção de conhecimentos novos. A importância dessa fase está no estímulo que as atividades podem causar, no sentido de instigar o aluno buscar a superação das barreiras e caminhos que o levam a aprendizagem de forma independente.

Na análise do processo de aprendizagem, Brousseau (op. cit.) destacou quatro fases dialéticas para descrever as relações do estudante com os diversos modos possíveis de utilização do saber. Freitas (2008, p.94) intitula essas fases como “Tipologia das situações didáticas”, cujas são: situação adidática de ação; situação adidática de formulação; situação adidática de validação; situações de institucionalização.

A situação adidática de ação é caracterizada pela atitude que o aluno toma ao enfrentar o desafio de resolver a atividade proposta pelo professor, a qual traz o conhecimento em jogo. Nessa fase o aluno age, independentemente, sem o auxílio do professor, na busca de resolver a situação-problema sem se preocupar com o aspecto teórico para a explicitação da solução. Nessa situação, a ação que o estudante realiza, produz um conhecimento de natureza operacional com predomínio do aspecto experimental do conhecimento. Na prática, o estudante ler e

interpretar as informações do enunciado da situação-problema e pensar em alguma estratégia de resolução.

A situação adidática de formulação se desencadeia quando o aluno começa a utilizar aspectos teóricos na estratégia de resolução da situação-problema como modelo e esquema explicativos, informação teórica mais elaborada e linguagem própria. Nessa fase, o aluno já efetua certas afirmações concernentes ao problema em questão, porém não tem a intenção de julgar a validade dessas afirmações. Embora o estudante não explicita os porquês da validação, é necessário que ele avance na resolução, aprofundando sua atitude reflexiva perante as afirmações, sendo assim, partindo para outra situação adidática.

A situação adidática de validação é caracterizada pela utilização de mecanismos de prova pelo aluno, de forma racional, com o enfoque no problema da verdade, ou seja, o aluno precisa elaborar as provas de suas afirmações. As afirmações que os alunos fazem podem ser rejeitadas ou não em relação ao conhecimento em jogo, desta forma, a propósito desse conhecimento, as afirmações, declarações e elaborações são importantes para a aprendizagem, no sentido de confrontá-los.

Nessa situação didática, Balacheff (1988, p.31) destaca alguns conceitos ligados à validação: processo de validação; explicação, prova e demonstração. Para o autor o processo de validação tem por objetivo assegurar a validade de uma dada proposição matemática através de uma explicação teórica. Essa explicação teórica tem como base um discurso que visa tornar um determinado conhecimento compreensível para todos. Portanto, nessa fase, faz-se necessário, debates entorno das afirmações dos alunos em relação ao conhecimento em jogo, buscando o confronto das certezas das asserções para depois chegar ao consenso.

As situações de institucionalização são aquelas em que o professor tem por objetivo fixar por convenção e explicitamente o estatuto cognitivo do saber. O conhecimento elaborado e validado pelos alunos fará parte do patrimônio cultural da respectiva classe, porém, esse conhecimento tem apenas um estatuto de saber social local. Para que esse conhecimento extrapole o caráter particular e limitado pela particularidade do problema estudado, o papel do professor é importante, no sentido de encaminhar o processo de institucionalização com vista tornar o

conhecimento universal e os alunos poderem incorporá-los em seus modelos mentais para mobilizá-los em outras situações-problemas.

Como já mencionado, cabe salientar a importância das fases didática e adidática no processo de aprendizagem. Na primeira, o professor realiza o trabalho de recontextualização, despersonalização e temporalização do saber para fazer a devolução de forma compreensível. A segunda fase começa quando o aluno, sem a intervenção do professor, aceita a responsabilidade de resolver o desafio e age no sentido de formular e validar a estratégia ótima que elaborou para resolver a situação-problema e, ainda, nessa fase, o professor busca socializar e universalizar o conhecimento construído pela classe na situação de institucionalização do saber.

A par disto, para contemplar as situações mencionadas, este trabalho procurou apresentar, através de uma metodologia utilizando sequência didática, situações-problemas que pudessem ser analisadas à luz da teoria das situações didáticas com objetivo de alcançar a aprendizagem do conceito de função considerando a abordagem interdisciplinar entre Física e Matemática.

#### **6.4. Registros de Representações**

Ao desenvolver as atividades em sala de aula, os alunos expressam e comunicam suas idéias e pensamentos através da fala, da escrita e de gestos corporais. A forma com que os alunos se expressam na realização de uma atividade é importante para analisar o processo de aprendizagem. Neste trabalho de pesquisa em Educação Matemática, o interesse é pela representação que os alunos podem usar na apresentação de suas resoluções e síntese no desenvolvimento das situações-problemas. Para tanto, a pesquisa sobre as representações no ensino de Matemática realizada por Duval será apoio para este trabalho que tem a intenção de investigar a construção do conhecimento em situações de aprendizagem.

Aprender Matemática não é fácil devido ao caráter abstrato dos objetos matemáticos. A aprendizagem Matemática está relacionada à linguagem matemática, e a representação desses objetos nessa linguagem não é única, vai além de sua representação em linguagem natural e imagens. Por isso, aprender matemática está vinculado às diferentes formas com que um mesmo objeto matemático é representado.

Segundo Damm (2008), geralmente, os estudantes encontram dificuldade em distinguir o objeto matemático de sua representação, dificultando sua aprendizagem em Matemática.

*“Podemos dizer que uma escrita, um símbolo ou uma notação representam objetos, conteúdos e conceitos matemáticos. O que se observa, de forma geral, é a confusão de representação do objeto matemático com o próprio objeto matemático”.(Damm, 2008, p. 168).”*

Para Duval (1993), entender as dificuldades que se verificam no transitar entre as formas de representação de um mesmo conhecimento remete à compreensão de como funcionam e se trabalha com as representações. O mesmo autor as denominou de representações semióticas<sup>13</sup>:

*“...produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações os quais tem suas dificuldades próprias de significado e funcionamento”.  
(Duval, 1993, p. 39).*

Como já dito, o pensamento matemático tem caráter abstrato e representar esse pensamento de forma a torná-lo compreensível nem sempre é fácil. A necessidade de expressar esse pensamento requer coordenação por parte do estudante dos diferentes registros de representações semióticas. Duval (1993) referiu a *simeósis* como a apreensão ou a produção de uma representação semiótica e a *noesis* como a apreensão de um objeto matemático. O mesmo autor declara que as representações semióticas são necessárias para servir de comunicação e, também, de auxílio para as atividades cognitivas do pensamento.

---

<sup>13</sup> Palavra utilizada por Duval (1993) para designar os diversos signos encontrados na matemática, como gráficos, tabelas, expressões com variados símbolos e língua natural.

Então, para que ocorra a aprendizagem de um objeto matemático faz-se necessário que a conceitualização aconteça por meio de representações significativas. Quando o aluno expressa seu pensamento através de gráficos, tabelas, etc., ele está apresentando os objetos matemáticos em estudo através de representações que lhe dão a melhor compreensão desse objeto. Porém, deve-se esclarecer o estudante que um gráfico cartesiano que representa o movimento de um móvel não é o movimento desse móvel, ele representa o movimento. Também, este movimento pode ser apresentado com outras representações, como tabela, esquema com figuras ou uma expressão simbólica, no entanto, essas representações apenas representam um objeto no qual se estuda, nesse caso, o movimento.

Segundo Freitas (2008), em relação às atividades cognitivas ligadas vinculadas as representações semióticas, Duval destaca três atividades cognitivas: a formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão.

A formação de uma representação identificável pode ser comparada à realização de uma tarefa de descrição que o estudante faz ao interpretar o enunciado numa língua natural qualquer, ao compor um texto, ao desenhar uma figura geométrica, ao desenhar um gráfico ou esquema, ao escrever uma fórmula, etc. Essa formação deve estar de acordo com regras que não são criadas pelo estudante, mas sim pré-estabelecidas pela sociedade. Cabe ao estudante reconhecer as representações e usá-las no desenvolvimento da atividade proposta (op. cit., p. 178).

O tratamento de uma representação está ligado à forma do objeto matemático e consiste da transformação dessa representação interna a um registro. Ao operar com números naturais no registro algorítmico, os tratamentos a serem realizados dependem, por parte do estudante, do entendimento das regras do sistema posicional e da base dez. Sendo que os tratamentos de uma representação realizados pelo aluno estão relacionados à forma com que os registros são apresentados, é importante observar que esta operação se realiza para um mesmo objeto matemático. Desta forma, a expressão  $0,75 + 0,75 = 1,5$  apresenta uma representação decimal que envolve um tratamento decimal e, a expressão  $\frac{3}{4} + \frac{3}{4} =$

$6/4 = 3/2$  apresenta uma representação fracionária que envolve um tratamento fracionário (op. cit., p. 180).

A conversão de uma representação se efetua entre registros diferentes e consiste na transformação dessa representação em outro registro. Almouloud (2007, p.73) destaca que para entender o que vem a ser uma conversão deve-se observar que toda conversão tem um sentido a ser considerado e, portanto, é necessário indicar o registro de partida e o registro de chegada. Também, o mesmo autor declara que não se deve fazer confusão entre o objeto representado com o conteúdo (op. cit., p.73). Nesse sentido, ao transportar o objeto matemático para outra representação, o aluno mobiliza conhecimentos e, por conseguinte, aumenta a possibilidade de construção de conhecimento. Obter a equação da reta que passa pelos pontos  $(x_1, y_1)$  e  $(x_2, y_2)$  dada sua representação gráfica cartesiana constitui num exemplo de conversão que mobiliza conhecimentos como localização de pontos no plano cartesiano, relação entre as variáveis pertinentes, coeficientes angular e linear da equação reduzida da reta entre outros.

Segundo Freitas (2008), a consideração apenas das atividades cognitivas de formação de representações e os tratamentos necessários para representar os objetos matemáticos acarreta confusões no ensino da matemática, pois a verdadeira apreensão desses objetos não é garantida, simplesmente, pela determinação de representações ou pelas diversas maneiras de representá-los, mas sim, pela coordenação entre os vários registros de representações. Nesse sentido, a importância dessa coordenação se verifica quando o estudante tem o domínio dos vários registros de representação e consegue apreender, através dessa coordenação, o objeto matemático em jogo (op. cit., p. 181-182).

A par disto, este trabalho de pesquisa em Educação Matemática que tem por objetivo a verificação da aprendizagem matemática, se orientou na análise dos aspectos de formação, tratamentos, conversão e de coordenação dos registros de representação aliado ao aspecto interdisciplinar e registros de representações inerentes às situações-problemas nos Objetos de Aprendizagem concebidos no contexto da Física.

## 6.5. Aspecto interdisciplinar entre Matemática e Física

O baixo rendimento dos alunos, em Matemática, apontado por exames externos<sup>14</sup> tem ligação com a forma fragmentada e dissociada da realidade com a qual a Educação é ministrada, ainda hoje, na escola básica. Pesquisadores em Educação buscam incrementar novos tipos de abordagem no processo ensino-aprendizagem com vista a superar a fragmentação e a forma descontextualizada com que as disciplinas e os conteúdos escolares são tratados.

Segundo Pais (2006), contrário à forma descontextualizada, defende a noção da contextualização como importante estratégia que pode propiciar interligações do ensino e da aprendizagem e ampliar o significado da aprendizagem por parte do aluno.

*“...a importância de considerar a noção da contextualização capaz de funcionar como substrato para as ações interligadas do ensino e da aprendizagem. O significado da aprendizagem pode ser ampliado à medida que o aluno consegue fazer articulação entre o contexto proposto e os conceitos envolvidos”. (Pais, 2006, p. 64).*

A ação pedagógica do professor é de fundamental importância para que ocorra mudança deste panorama, no sentido de escolher uma abordagem que venha maximizar a aprendizagem para que os conteúdos escolares tenham significado para os estudantes. Uma melhor aprendizagem por parte dos alunos vai depender de uma mudança de atitude do professor em abandonar as velhas práticas e buscar novos caminhos que agregue ao processo ensino-aprendizagem melhor qualidade.

---

<sup>14</sup> SARESP – Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo

SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica

ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio

*“Mudança significa passagem de um estado a outro, interrupção, fratura, fragmentação ou transformação. O cotidiano apresenta sempre desafios de mudanças nos hábitos, nas atitudes, nos comportamentos e em tudo o que faz parte de rotina (RAMOS in FAZENDA org., 1999, p. 124).”*

Como proposta de abordagem pode se usar da estratégia interdisciplinar relacionando pontos comuns entre conteúdos das disciplinas para elaboração de atividades com vista a tentar resgatar um pouco da visão integral do conhecimento outrora perdida pela fragmentação.

O conceito de interdisciplinaridade é amplo e tem um sentido abrangente que inclui uma nova proposta em termos de paradigma, processo, técnica e resultado, como descreve Lück :

*“Interdisciplinaridade é o processo que envolve a integração e engajamento de educadores, num trabalho conjunto, de interação das disciplinas do currículo escolar entre si e com a realidade, de modo a superar a fragmentação do ensino, objetivando a formação integral dos alunos, a fim de que possam exercer criticamente a cidadania, mediante uma visão global de mundo e serem capazes de enfrentar problemas complexos, amplos e globais da realidade atual”.(Lück, 2001, p. 64).*

A interdisciplinaridade compreendida por Lenoir é categorizada em quatro campos de operacionalização: científica, escolar, profissional e prática. A ênfase sobre interdisciplinaridade neste trabalho repousa na interdisciplinaridade escolar que tem por objetivo difundir o conhecimento e formar os atores sociais, propiciando a integração de aprendizagens e conhecimento. O mesmo autor caracteriza a interdisciplinaridade escolar sob os pontos de vista em curricular, didática e pedagógica (Lenoir,1998, p.55).

A interdisciplinaridade curricular relaciona-se com as ligações de interdependência, de convergência e complementaridade das diversas disciplinas escolares e tem por finalidade a elaboração de um currículo com estrutura que seja

capaz de desenvolver a prática interdisciplinar. Desta forma, nesta modalidade de interdisciplinaridade escolar se exige incorporação de conhecimento, manutenção das disciplinas, a relação entre manutenção e cuidado disciplinar de modo a garantir a complementaridade no aspecto de troca e enriquecimento ( Lenoir, 1998, p. 57)

A interdisciplinaridade didática se preocupa com o planejamento, a organização e a avaliação das intervenções educativas com o propósito de assegurar a mediação entre planos curriculares e pedagógicos. Para tanto, utiliza-se da estrutura do currículo no sentido de articular os conhecimentos a serem ensinados e sua introdução em situações de aprendizagem (Lenoir, 1998, p. 58).

A interdisciplinaridade pedagógica remete ao caráter dinâmico e mutável com que a interdisciplinaridade didática deve ser tratada em sala de aula. A realidade prática da sala de aula envolve muitas variáveis que interagem na dinâmica das situações vivenciadas no processo ensino-aprendizagem. Alguns fatores têm grande influência e atinge diretamente na situação didática interdisciplinar, entre os quais, fazem parte as situações de conflito em sala de aula, o contexto em que ocorre o ato profissional de ensino e a gestão da classe. Desta forma a interdisciplinaridade pedagógica se constitui num processo de atualização da interdisciplinaridade didática no sentido de assegurar que um ou mais modelos didáticos interdisciplinares sejam implementados nas situações concretas da didática (Lenoir, 1998, p. 58).

A abordagem interdisciplinar e contextualizada do saber como recursos complementares para ampliação de maneiras de interação entre disciplinas e áreas de conhecimento foi sugerida e contemplada em documentos oficiais do Ministério de Educação e Cultura com objetivo de subsidiar a ação pedagógica no sentido de promover uma aprendizagem real, com significado, dentro do contexto em que o aprendiz está inserido.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais baseando nas amplas possibilidades entre linguagem e pensamento observa que dentro da perspectiva deste tipo de abordagem a Matemática é importante na formação de conceitos dela própria e das outras ciências. Nesse sentido, a Matemática serve como instrumento para estruturar o pensamento e desenvolver competências e habilidades essenciais para

a formação do estudante, visto que, eles aprendem a fazer atividades intrínsecas à aludida disciplina (PCNEM, 1999; PCNEM+, 2002)

Em relação à interação entre as disciplinas e o caráter útil da Matemática como instrumento para estruturação do pensamento, cabe a observação de que a Matemática serve como linguagem estruturante dos conhecimentos da Física:

*“Os conhecimentos da Física englobam fenômenos e teorias, sendo estas últimas baseadas em conceitos e leis, e estruturadas por meio da Matemática”. (ROBILOTTA, 1988, p.13).*

A Física como contexto para Matemática aliado a um recurso dinâmico propiciado pela informática pode auxiliar com exemplos de situações-problemas que permitam ao aprendiz, ao invés de imaginar, visualizar o que acontece no fenômeno para, posteriormente, modelizar dando uma estrutura matemática para explicação do fenômeno. Segundo Pietrocola (2002) conhecer Matemática no seu próprio campo de validade não é uma indicação para se obter rendimento satisfatório em Física, uma vez que, usá-la como ferramenta estruturante do conhecimento físico não garante que o estudante tenha a apreensão do real como resultado da interação entre o teórico e o empírico. Para o autor o professor deve perceber que:

*“... não se trata apenas de saber Matemática para poder operar as idéias físicas que representam a realidade, mas de aprender teoricamente o real através de sua estruturação matemática”. (Pietrocola, 2002, p. 105).*

Modelizar um fenômeno que ocorre numa situação-problema não é um dom que nasce com estudante, é um processo elaborado mentalmente que busca compreender uma situação real complexa. Nesse sentido, há necessidade que o professor desenvolva uma metodologia que propicie a aprendizagem através da

modelização matemática de fenômenos naturais, de maneira que o aprendiz possa ter o domínio de modelos matemáticos para, através deles, resolver vários tipos de situações, expressando regularidades, transformações e operações entre grandezas (Pietrocola, 1993,2006; Pinheiro 1996).

Dentro da perspectiva e ênfase na interdisciplinaridade escolar estudada por Lenoir, as orientações dos documentos oficiais, o papel da Matemática como linguagem estruturante do conhecimento físico e aliado a recursos da informática, este trabalho de pesquisa se propôs a promover a abordagem interdisciplinar, abrangendo a integração dos conteúdos das disciplinas de Matemática e Física. O intuito foi favorecer, dentro de uma metodologia de sequência didática, a aprendizagem do conceito de função pelo aluno, utilizando para isso algumas situações-problemas contidas no recurso digital Objetos de Aprendizagem.

## **CAPÍTULO SETE**

### **METODOLOGIA**

#### **7.1. O trabalho de engenharia didática**

Na perspectiva desta investigação, o objetivo foi introduzir no processo ensino-aprendizagem do conceito de função, o recurso tecnológico digital “Objetos de Aprendizagem”, com vista a promover uma ambiência interdisciplinar, em classe de 1ª série do Ensino Médio, para abordar Cinemática e funções do 1º e 2º graus, conteúdos afins entre Física e Matemática, respectivamente.

Para instrumentalizar a pesquisa, buscou-se numa metodologia aliada a sequência didática, engenharia didática, para auxiliar na articulação entre recurso tecnológico, aspecto interdisciplinar e conceitos.

#### **7.2. Sujeitos da pesquisa e condições da investigação**

Com vista a melhores análises, é importante a caracterização do ambiente escolar, dos sujeitos alvos e das condições da investigação, pois as interações que ocorrem no universo que os envolvem, influem no processo ensino-aprendizagem. Segundo Almouloud (2007), o professor deve organizar o ensino objetivando a aquisição de conhecimento pelo aluno inserido e analisado em uma classe e, portanto:

*“Um dos problemas do pesquisador em educação matemática é estudar os fatores que interferem no processo ensino e aprendizagem e as condições que favorecem a aquisição dos conhecimentos matemáticos pelo aluno”. (p. 25)*

##### **7.2.1. Ambiente Escolar**

A realização das sequências de ensino propostas na engenharia didática foi realizada no período de 28/10 a 01/12/2009, pela manhã, em uma escola da periferia da cidade de São Bernardo do Campo. Aproximadamente, 2800 participam das atividades escolares regular, distribuídos nos ciclos I. e IV do ensino fundamental e nas três séries do ensino médio.

A experimentação teve como alvo 34 alunos da 1ª série do ensino médio, Turma B, cujos se encontram na faixa etária de 14 a 16 anos, oriundos de famílias de classe trabalhadora de baixa renda, onde os pais se encontram ausentes na maior parte do dia.

Televisores (2), players, data show (1), computadores (10) perfazem os recurso em mídia eletrônica que a escola possui, os quais são explorados, muito esporadicamente, em benefício do processo ensino-aprendizagem. Em relação aos computadores, a escola possui uma sala de informática que não é utilizada pelos professores pela falta de formação, pela pouca quantidade de máquinas e pela falta de manutenção de Hardware e software. Especificamente, para educação matemática, as únicas tecnologias utilizadas pelos professores são giz e lousa, o livro (Giovanni et al, 2005) e a cartilha proposta pela Secretaria de Estado da Educação (SEE, 2008).

Consoante a isso, o que predomina é uma metodologia tradicional de ensino, baseada em um contrato didático que enleva as aulas expositivas com giz e lousa, copia de conteúdo, exercícios-exemplos e exercícios do tipo “calcule e resolva” e, além disso, o professor resolve todos os exercícios na lousa, tendo o aluno resolvido ou não.

Os livros didáticos de Matemática e de Física utilizados foram escolhidos pelo conjunto dos professores das duas disciplinas, separadamente, através do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) com validade para três anos.

O livro de Matemática escolhido foi “Matemática – volume1 – 1ª série do ensino médio”. A abordagem dos assuntos neste livro se inicia com um exemplo onde o assunto encontra aplica e depois se alonga na definição teórica culminando, na maioria dos capítulos, num excesso de exercícios tipo “calcule e resolva” em detrimento de problemas. Nos problemas de aplicação não se enfatiza o aspecto interdisciplinar mesmo que tenha relação com outras disciplinas. A única referência que se percebe em relação a tecnologia digital, é através de tutorial que apresenta como fazer as operações numa calculadora de acordo com o assunto tratado. Não traz recomendações referentes ao uso do computador para o ensino e aprendizagem dos conceitos em matemática.

Os professores de Física optaram pelo livro “Física – volume único”. O assunto sobre Cinemática, primeiramente, as fórmulas são dadas como definições

para o fenômeno físico e a partir disso se desenrola a aplicação dessas fórmulas nos exercícios. A questão da relação e integração da Física em conteúdos afins de outras disciplinas não se menciona, o que indica que não se aproveita o aspecto interdisciplinar da própria disciplina. Também, o livro não toca na questão do uso das tecnologias para incrementar o processo de ensino-aprendizagem de Física.

As salas de aulas não são sala ambientes. A escola não dispõe de laboratórios de Física, Química e, também as experiências que, porventura, poderiam ser realizadas, ficam apenas nas palavras do professor, nos esquemas encontrados em livros e apostila e, portanto, resta ao estudante apenas imaginar o que aconteceria se fossem levadas a cabo na realidade.

Consoante ao exposto, o que predomina é uma metodologia tradicional de ensino, baseada em um contrato didático que enleva as aulas expositivas com giz e lusa, copia de conteúdo, exercícios-exemplos e exercícios do tipo “calcule e resolva” e, além disso, o professor resolve todos os exercícios na lousa, tendo o aluno resolvido ou não.

As conseqüências desses fatores tem se revelado no baixo rendimento dos alunos dessa escola apontados pelos índices IDESP e IDEB, conforme se apresenta a seguir:

- Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo (IDESP)

Esse indicador avalia a qualidade da escola. A escola é considerada de boa qualidade quando a maior parte dos alunos aprendeu as competência e habilidades exigidas num intervalo de um ano na série que estuda. Para compor esse indicador dois critérios são relevantes: o desempenho dos estudantes nos exames de proficiência do SARESP e o fluxo escolar. Os indicadores seguintes são relativos aos 8º ano do ensino fundamental:

<b>Ano</b> <b>Depen. Admin.</b>	<b>2008</b>	<b>2009</b>
<b>Escola</b>	1,78	2,07
<b>Coordenadoria</b>	2,31	2,57
<b>Diretoria</b>	2,73	2,93
<b>Município</b>	2,66	2,91
<b>Estado</b>	2,6	2,84

**Tabela 03 – IDESP – 8º ano – Ensino Fundamental<sup>15</sup>**

Embora a cada ano a escola deva atingir uma meta, porém não se divulga a meta máxima do IDESP, apenas, para cada ano tem-se uma projeção. Da tabela tal, observa-se que o índice dessa escola está abaixo quando se compara com os índices nas outras repartições do Estado.

Certamente, com estes índices, os resultados dos alunos dessa escola em eventuais participações futuras nas provas da OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas) e do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio) serão prejudicados. Este fato tem correlação com a participação dos alunos concluintes do ensino médio nesses dois concursos, observe as tabelas a seguir de índices de qualidade de alunos que ingressaram no ensino médio há três anos e realizaram estes concursos em 2009:

---

<sup>15</sup> Fonte : <http://idesp.edunet.sp.gov.br/>

IDESP - Escola		IDESP – Dependências	
2007	1,05	Administrativas	
2008	1,32	Coordenadoria	1,66
		Diretoria	2,10
		Município	2,06
		Estado	1,95
2009	1,19	Coordenadoria	1,77
		Diretoria	2,13
		Município	2,10
		Estado	1,98

**Tabela 04 – IDESP – Ensino Médio<sup>16</sup>**

Em relação ao índice no período de três anos, observa-se a inconstância, pois uma meta pretendida é alcançada pela elevação dos índices não pela oscilação entre crescimento e decréscimo, embora de 2007 para 2009 observa-se um crescimento. Além desse fato, também, observa-se que os índices da escola estão muito aquém dos das dependências administrativas.

- Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB)

Esse indicador avalia a qualidade da escola para identificar a redes de ensino municipais e as escolas que apresentam menor desempenho escolar e que, portanto, necessitam maior apoio financeiro e de gestão. A meta a ser atingida é IDEB=6. Para o levantamento do IDEB são considerados o fluxo escolar (alunos que passaram sem repetir, avaliados pelo Programa Educacenso) e o desempenho dos alunos na Prova Brasil.

A tabela tal mostra o IDEB dessa escola no período anual de 2005 a 2007 em relação a outras dependências administrativas:

---

<sup>16</sup> Fonte: <http://idesp.edunet.sp.gov.br/>

	Anos Iniciais do Ensino Fundamental				Anos Finais do Ensino Fundamental				Ensino Médio			
	IDEB Observado		Metas		IDEB Observado		Metas		IDEB Observado		Metas	
	2005	2007	2007	2021	2005	2007	2007	2021	2005	2007	2005	2001
<b>Dependência Administrativa</b>												
<b>Pública</b>	3,6	4,0	3,6	5,8	3,2	3,5	3,3	5,2	3,1	3,2	3,1	4,9
<b>Federal</b>	6,4	6,2	6,4	7,8	6,3	6,1	6,3	7,6	5,6	5,7	5,6	7,0
<b>Estadual</b>	3,9	4,3	4,0	6,1	3,3	3,6	3,3	5,3	3,0	3,2	3,1	4,9
<b>Municipal</b>	3,4	4,0	3,5	5,7	3,1	3,4	3,1	5,1	2,9	3,2	3,0	4,8
<b>Privada</b>	5,9	6,0	6,0	7,5	5,8	5,8	5,8	7,3	5,6	5,6	5,6	7,0
<b>Escola</b>	-	-	-	-	-	3,4	-	5,4	-	-	-	-

**Tabela 05 – IDEB – Escola Básica<sup>17</sup>**

Nessa escola não tem ciclo I e II do ensino fundamental. Os alunos do ensino médio nesse período não participaram da prova.

Observa-se na tabela tal que, o índice da escola para os anos finais do ensino fundamental em comparação com os índices das dependências federal e privada está muito aquém e, em relação às escolas públicas (estaduais e municipais), a diferença é mínima.

Não se observa discrepâncias acentuadas entre os dois índices (IDESP, IDEB), mas verifica-se, nessa tabela, diferença acentuada entre as dependências pública e privada, o que pode ser alvo nas considerações finais desse trabalho.

### **7.2.2. Os professores da classe**

Esta primeira redação do texto seguinte foi baseada num questionário entregue e respondido pelas professoras.

As professoras de Física e Matemática lecionam apenas na rede de ensino público do Estado de São Paulo, aproximadamente, há 10 anos. Em seus estudos acadêmicos, apenas fizeram a graduação e, posteriormente, não realizaram nenhum curso formação continuada em relação ao magistério. Elas não utilizam da

<sup>17</sup> Fonte: <http://ideb.inep.gov.br/Site/>

tecnologia informática na preparação e nem na ministração de suas aulas, pois não foram capacitadas para tal. Apesar de a escola dispor de tecnologias como TV, player, computador e data show, as professoras não os utilizam.

Esta segunda redação é referente às entrevistas realizadas com as mesmas professoras. Para instrumentalizar as entrevistas com as professoras, forneceu-se-lhes um questionário, previamente. O questionário continha dez perguntas. A entrevista foi gravada utilizando um gravador de fita cassete que, posteriormente, essa gravação foi transportada para uma mídia “compact disk”. As linhas seguinte relatam o teor das entrevistas com as duas professoras, referentes às perguntas de 1 a 7 do questionário, dirigido às professoras de Matemática e de Física (anexo):

- Professora de Matemática.

Esta professora relatou que havia ministrado o conteúdo sobre funções, quando do início das atividades com os alunos na sala de informática, abordando o assunto apenas teoricamente, pela definição, abrangendo as funções do 1º e 2º graus, modular e exponencial, utilizando para isso apenas as tecnologias lápis e papel, giz e lousa e, livro. Segundo ela os alunos fazem as atividades, porém com muita dificuldade, principalmente nas mobilizações de competência básica como saber a tabuada, interpretar textos matemáticos e as operações aritméticas. Na metodologia empregada por essa professora não foi utilizado nenhum recurso digital.

- Professora de Física.

Segundo esta professora, quando o pesquisador iniciara as atividades com os alunos na sala de informática, os alunos haviam começado o estudo sobre cinemática. Quando em aula, a professora sempre procura demonstrar os conceitos relativos aos fenômenos físicos através de exemplos de aplicação que estão na realidade do aluno, teatralizando uma situação criada por ela, ou seja, expondo-as oralmente. Porém, depois passa para os exemplos que estão na apostila da SEE e no livro didático e, por fim, parte para definição através das fórmulas. A professora relata que os alunos até entendem sobre o que ela está falando, mas quando parte para as atividades, seus alunos apresentam muita dificuldade em utilizar a matemática para desenvolver e responder as questões propostas pelas situações-problemas em Física. Durante todo o desenvolvimento

do curso não se utiliza a tecnologia informática, pois há poucos computadores e os professores não estão capacitados para utilizá-lo no processo ensino-aprendizagem.

### **7.2.3. Os alunos**

Geralmente, quando o aluno ingressa no 1ª série do ensino médio, supõe-se que o mesmo tenha alguns conhecimentos a mobilizar, em Matemática, com relação ao desenvolvimento algébrico; tais como: efetuar operações aritméticas; resolver uma equação de 1º grau com uma incógnita; resolver uma equação quadrática; resolver sistemas com duas equações e duas incógnitas. Porém, de acordo com o relato da professora de Matemática o que ocorre é uma grande dificuldade dos alunos nos aspectos descritos acima, o que tende a dificultar a aprendizagem e construção de novos conhecimentos e prosseguimento na carreira estudantil nas diversas áreas do conhecimento em que a Matemática seja imprescindível.

Em relação ao ensino de Física, supõe-se que o aluno mobilize mínimas noções, por exemplo, sobre cinemática, tais como: ponto material, corpo extenso, referencial, distância percorrida por um móvel; tempo decorrido de um móvel ao percorrer uma determinada distância. Porém, essa professora aponta a dificuldade do aluno em utilizar a Matemática como uma ferramenta para desenvolver a resolução das situações-problemas, principalmente, no tratamento da aritmética e da algébrica, aspectos já citados pela professora de Matemática.

Essas dificuldades são corroboradas pela distribuição por nível de desempenho dos 8º anos em Matemática anunciado no boletim da escola pelo Programa de Qualidade da Escola da SEE, apresenta a maior parte dos alunos nos níveis “abaixo do básico” e “básico”, o melhor seria estarem nos níveis “adequado” e “avançado”, uma vez que o índice das escolas federais e privadas são maiores.

%	Abaixo do Básico	Básico	Adequado	Avançado
2008	48	47	4	0
2009	41	54,41	4,6	0

**Tabela 07 – Distribuição por níveis de desempenho<sup>18</sup>**

Desta forma, a dificuldade dos estudantes em utilizar os conhecimentos já interiorizados tanto em Matemática como em Física, se constituiu num desafio para o pesquisador, no sentido de fazer a devolução através de situações-problemas que provocam e desafiam os alunos, ao ponto de se responsabilizarem pela resolução das situações-problemas propostas.

### **7.3. Análises preliminares**

Realizar o estudo sobre funções em Matemática relacionando com o estudo das funções horárias do movimento em Física aliado a um recurso digital que faz a simulação do fenômeno físico em uma dada situação-problema é muito importante para estudante, no sentido de aproveitar o aspecto interdisciplinar destas duas disciplinas, em que o mesmo poderá observar nos pontos comuns desses estudos as igualdades e as diferenças, para assim estar aprendendo como comunicar o conceito de função nas diferentes formas de representação. Além disso, é importante também que, ao aprender alguns registros para representar este conceito, o aluno possa dar uma estrutura matemática para situação-problema em jogo, expressando com a simbologia que supor mais adequada, não ficando preso a uma única simbologia, como é evidente em muitos livros e apostilas de Matemática.

Para instrumentalizar as análises desta investigação, foram elaboradas três atividades com base em sequências didáticas. Nas sequências didáticas foram incluídos Objetos de Aprendizagem (OA) concebidos no contexto da Física com intuito de exploração das situações-problemas relativas à simulação de fenômenos físicos, próprias destes OA e, elaboração da sequência didática em si.

---

<sup>18</sup> Fonte: <http://idesp.edunet.sp.gov.br/>

A primeira atividade compreende dez questões. O assunto em jogo foi “a posição de um corpo em um referencial”, onde foi resgatado o conceito de par ordenado de uma maneira bem simples e depois feita a transição desse conceito para outra situação e, também a exploração desse conceito para desdobramento de outros conceitos, por exemplo: valor da função em determinado ponto da variável independente, velocidade, coeficiente angular, entre outros.

A segunda atividade foi composta de quatro questões. Na sequência didática proposta foi explorado o assunto “função horária de um móvel em movimento uniforme”, onde o interesse foi levar o aluno trabalhar os registros de representação, relacionando sempre os conceitos apreendidos nos domínios da Matemática e da Física. Nesse caso, destacar a relação da função do 1º grau com a função horária da posição no movimento uniforme.

A terceira atividade continha três questões. O assunto tratado foi “a função horária de um móvel no movimento uniformemente variado”. Além de trabalhar os registros de representação, o objetivo foi levar o aluno a relacionar as funções cinemáticas desse movimento (posição, velocidade e aceleração) com as funções matemáticas (1º grau, 2º grau e constante).

A par disto, os registros que representaram as funções na forma de tabela e gráfica se tornaram importante na estruturação matemática dessas funções representadas no registro algébrico. Desta forma, foi possível promover a aprendizagem com significado, no momento que, os estudantes puderam simular, através dos AO, as situações-problemas que envolviam fenômenos físicos e, também, representar as funções que descreveram esses fenômeno físico em dada situação nos registros na forma de tabela, gráfica e algébrica.

#### **7.4. O uso de Objetos de Aprendizagem**

Qual o uso didático-pedagógico que tem sido feito dos “Objetos de aprendizagem”? A resposta a esta pergunta tomou como referência o que se realizou no Brasil quanto a esse assunto.

Alguma incursão em relação à qualidade na abordagem no processo ensino-aprendizagem com vista a uma aprendizagem com significado tem sido realizada para promover o desenvolvimento e o uso de materiais didáticos via computador.

Especificamente, os “Objetos de Aprendizagem” utilizados nas sequências didáticas dessa investigação foram desenvolvidos através de ação colaborativa entre Ministério da Educação, universidades, professores-pesquisadores, especialistas em educação e tecnologias da informação e comunicação, alunos graduandos e pós-graduandos, professores da educação básica.

Em nível de desenvolvimento e criação, o projeto Rived-Brasil da Secretaria de Educação Básica e o Laboratório Didático Virtual da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, já destacados nesse trabalho, mantêm seus repositórios de “Objetos de Aprendizagem” em virtude de ação colaborativa entre professores e aluno da graduação e pós-graduação das universidades que encampam esses projetos. Para tanto, promoveu-se o Concurso RIVED que teve por objetivo promover, intensamente, o desenvolvimento de “Objetos de Aprendizagem”; incentivar a pesquisa e a produção de conhecimentos relacionados à construção de atividades multimídias para o uso no computador; divulgar a metodologia e uso de objetos de aprendizagem na educação; fomentar a cultura de produção de “Objetos de Aprendizagem nas universidades, Núcleos de Tecnologias Educacionais e escolas. Já há uma variedade de “Objetos de Aprendizagem” disponíveis em repositórios na rede (internet) que podem prover as necessidades didático-pedagógicas da escola básica (Pietrocola, et al, 2007, 109).

Em nível de uso como recurso didático-pedagógico, os “Objetos de Aprendizagem” teve como aliado para sua disseminação, o curso à distância organizado no ambiente virtual e-Proinfo<sup>19</sup> que teve como objetivo conhecer o projeto RIVED; identificar os elementos que caracteriza um módulo de ensino, caracterizar os “Objetos de Aprendizagem”, selecionar “Objetos de Aprendizagem” para usos didáticos específicos e planejar as atividades de capacitação para o uso de módulos de ensino por professores da educação básica. O curso foi destinado a professores das disciplinas de Matemática, Biologia, Química ou Física que fossem monitores nos Núcleos de Tecnologia Educacional (NTE, centrais ou regionais),

---

<sup>19</sup> O e-ProInfo é um Ambiente Colaborativo de Aprendizagem que utiliza a Tecnologia Internet e permite a concepção, administração e desenvolvimento de diversos tipos de ações, como cursos a distância, complemento a cursos presenciais, projetos de pesquisa, projetos colaborativos e diversas outras formas de apoio a distância e ao processo ensino-aprendizagem. <http://eproinfo.mec.gov.br/>

tivessem acesso à internet e disponível dez hora para estudo e, por fim, que almejassem ser futuros multiplicadores nas redes de ensino nas quais são participantes (Pietrocola et al, 2007,p. 118.).

Os “Objetos de Aprendizagem” desenvolvidos pelo projeto RIVED traz informações importante para o seu uso pedagógico em sala de aula: o Guia do Professor. Este guia fornece auxílio ao professor na aplicação desse recurso digital. A proposta da elaboração desse guia foi de ajudar o professor criar um ambiente confortável para si na utilização dos “Objetos de Aprendizagem” e incentivar o uso de tecnologias nas escolas. Através do guia, o professor pode tomar a decisão do uso ou não de determinado “Objeto de Aprendizagem” em atividades com os alunos em sala de aula (Nascimento, 2007, p. 142).

A seguir apresenta-se o uso que se faz dos objetos de aprendizagem. Após da escolha de um tema e traçado o objetivo, daí então, desenvolve-se um roteiro de atividades que conduzem a esse objetivo. Em um momento desse roteiro é incluso o uso do “Objeto de Aprendizagem”. Nos trabalhos feitos nas atividades “Como usar os “Objetos de Aprendizagem” promovidos pelo Projeto RIVED EM 2006, o estudante descreve como se fosse uma “Elaboração de uma sequência didática com o uso de Objetos de Aprendizagem”, porém é o desenvolvimento de um tema em que em uma das atividades será explorado o objeto de aprendizagem no sentido de melhorar o conhecimento sobre o tema para poder ter mais subsídios para responder às questões. Por exemplo, o desenvolvimento do tema “Viver para comer ou comer para viver”:

*CLASSE-ALVO: 3º colegial*

*OBJETIVO: Conscientizar os colegas sobre a importância de uma alimentação equilibrada.*

*BRAIN STORM: Pesquisar em revistas, jornais e na Internet sobre obesidade. No WORD, fazer um relatório ressaltando os principais dados obtidos como: causas e complicações causadas pela obesidade, como evitá-la, etc.*

*ATIVIDADES: Entrevistar as merendeiras para saber o quanto de comida é preparada por refeição e qual a média de alimento/aluno é ingerido por dia. Fazer uma listagem com idade/peso/altura dos alunos com problemas de sobre peso ou obesidade e quanto comem por dia. Fazer, no EXCELL, um*

*gráfico com os dados obtidos. Propor aos alunos a execução dos OA's "Química dos Alimentos", "Me diga o que comes e te direi quem és...", "Como Maria pode fazer uma refeição mais ou menos calórica", Selecionar alguns resultados entre aqueles que têm problemas de sobrepeso ou obesidade, e alguns resultados que estão enquadrados dentro da normalidade, de acordo com a faixa peso/altura. Salvar os resultados no computador.*

*NA SALA DE AULA: O professor fará na lousa um apanhado dos resultados obtidos pelos alunos. Alunos e professores elencarão os alimentos mais consumidos. O professor deverá promover discussão no intuito de tentar modificar os hábitos não saudáveis e o que mais for pertinente.*

*NA SALA DE INFORMÁTICA: Os alunos farão a atividade: "Todos os alimentos têm a mesma composição química?" e anotarão as respostas obtidas. Frente aos resultados os alunos deverão elaborar, no FRONT PAGE ou em qualquer outro editor de html, uma página que deverá ser publicada e poderá ser acessada por todos os colegas da escola e até mesmo por outras escolas de qualquer parte do País.*

*AVALIAÇÃO: Os alunos criarão um BLOG a ser acessado por todos os alunos para trocarem dietas, experiências sobre dietas, receitas, etc. Através dessa ferramenta os alunos e professor poderão saber se a atividade vivenciada atingiu o seu objetivo<sup>20</sup>.*

Para qualquer tema escolhido o encaminhamento para o seu desenvolvimento foi realizado da forma descrita anteriormente.

Outra maneira de como usar o "Objeto de aprendizagem" é realizada partindo da exploração do conceito em jogo para qual o objeto foi concebido. Os "Objetos de Aprendizagem" escolhidos, intencionalmente pelo professor, contém atividades virtuais que tem por finalidade conduzir na aprendizagem do conceito já pré-estabelecido para o estágio no qual o estudante se encontra. Alguns exemplos apresentam-se como segue:

- OA – Gangorra interativa<sup>21</sup>

---

<sup>20</sup> <http://www.lapef.fe.usp.br/rived/exemplares/Atividades%20Interessantes%20Maria%20L%FAcia.pdf>

<sup>21</sup> Fonte: <http://www.proativa.vdl.ufc.br/publicacoes/artigos/12b572a25625a40516d23e8d5178a35c.pdf>

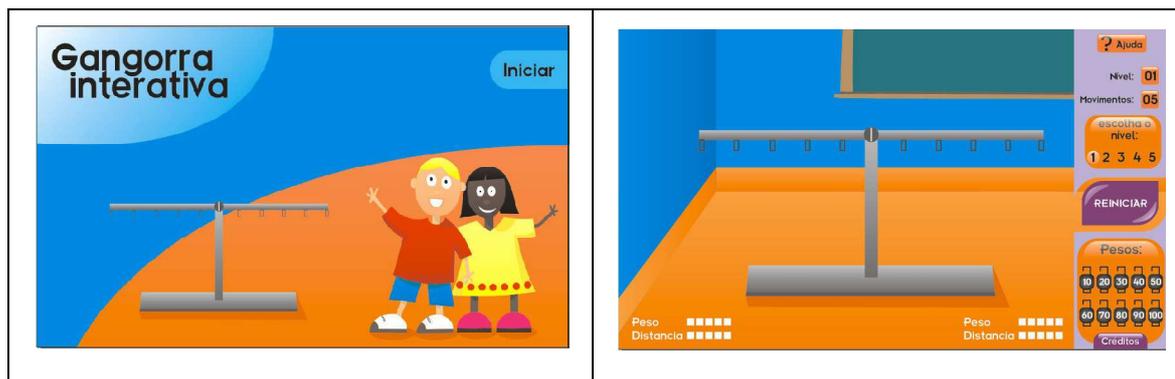


Figura 05 - Objeto de Aprendizagem Gangorra interativa

Este “Objeto de Aprendizagem” faz a simulação de uma gangorra com pesos, figura muito comum na realidade dos estudantes e tem por objetivo equilibrar a balança, colocando pesos em cada um de seus lados. O conceito em jogo neste é a proporção e a intenção e o desenvolvimento do pensamento proporcional. As atividades virtuais são cinco sequências didáticas com diferentes níveis de dificuldade e possibilita visitar os conceitos de equilíbrio e a relação de força distância, sendo que o estudante pode escolher qualquer nível. Os pesos que o aluno tem a seu dispor são os de 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 e 100 (Macedo et. al, 2007, p. 21)

- OA – Balança<sup>22</sup>

O esquema de uma balança de pratos pode ser utilizado na aprendizagem da Matemática levando em consideração a situação na qual as massas nos dois pratos são iguais, ou seja, a medição se efetua na situação de equilíbrio. Essa situação de equilíbrio mostra a igualdade que deve ter os dois membros de uma equação. Nesse sentido, o esquema foi transposto para a Matemática com objetivo de levar o estudante a conhecer o significado de equação, encontrar o valor da incógnita, desenvolver conceitos básicos para o estudo de equações do 1º grau e planejar estratégia de solução de problemas.

<sup>22</sup> Fonte: [http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/fabrica\\_virtual/](http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/fabrica_virtual/)



Figura 06 – objeto de Aprendizagem – A balança.

Diferentemente, nesse trabalho de pesquisa procurou-se incluir os objetos de aprendizagem numa metodologia de sequência didática, ou seja, além de aproveitar as sequências de atividades virtuais intrínsecas aos objetos, também, buscamos explorá-los para a elaboração da sequência didática, potencializando assim seu uso educacional.

### 7.5. Concepção e análise a priori

Nesta investigação, foram usados três instrumentos, consistindo em sequências didáticas com o emprego de objetos de aprendizagem que ressaltam o uso de conhecimentos matemáticos no domínio da Física, além de anotações, descrições, cálculos, gráficos e relações entre os conhecimentos analisados, com o intuito de empregar uma estratégia didática com uso de TICs que seja eficiente na criação de correlações entre Matemática e Física, em uma abordagem interdisciplinar, criando uma ambiência favorável para a construção do conhecimento por este ponto de vista.

Destaca-se nessa sessão os conceitos relativos a conteúdos afins entre a Matemática e Física e sua representação como forma de estruturação matemática com objetivo de apresentar as relações existentes entre as funções do 1º e 2º grau e as funções horárias dos movimentos uniforme e uniformemente variado, começando desde os rudimentos mais simples sobre o assunto, como por exemplo, o par ordenado.

Todas as identidades físicas ou matemáticas que, porventura, foram descritas no transcorrer dessa análise, se constituíram num conjunto de variáveis didáticas e foram programadas para ser o motivo da mudança no comportamento que se espera dos estudantes, pois as mesmas foram planejadas e inseridas nas sequências didáticas.

Dessa forma, a análise a priori prosseguiu levando em consideração o aspecto interdisciplinar entre essa duas frentes para a abordagem das questões encontradas nos objetos de aprendizagem, o que trouxe diversas situações-problemas para as atividades baseadas na metodologia de sequência didática.

### 7.5.1. Atividade 1 – O referencial de um móvel

Tanto em Matemática como em Física o referencial é muito importante para significação dos conceitos. Relacionando com a prática, geralmente se fala em ponto de referência, um lugar conhecido a partir do qual se localiza o lugar procurado. No caso da Matemática e Física, adota-se um referencial cartesiano que tem por características um sistema de coordenadas quadrangulares com dois eixos ortogonais na origem do sistema (0,0). Desta forma, um par ordenado  $(x, y)$  ou  $(t, s)$  significa ou representa um ponto no sistema de coordenadas cartesianas.

Deste conceito dependem muitos outros, que fazem parte da primeira atividade, tais como:

- A posição de um móvel em sua trajetória tem relação com o par ordenado. A localização desse ponto no referencial adotado dependerá dos sinais das coordenadas;
- A noção de variável em relação aos valores que elas podem assumir, tanto em Física como em Matemática;
- O deslocamento de um móvel é o espaço desde uma posição até outra qualquer, o que, matematicamente, representa a diferença da função para dois valores  $\underline{y}$  ou  $\underline{s}$  dos pontos relacionados;
- O intervalo de tempo que é a duração do tempo que o móvel leva no percurso, cujo significado em Matemática é a diferença entre duas medições de tempo;
- A velocidade é a relação entre deslocamento de um móvel e o intervalo decorrido nesse deslocamento, que representa em matemática, a razão entre

duas grandezas e, também, o coeficiente angular da reta, que por sua vez, gera o ângulo de inclinação da reta;

- A curva característica que descreve o fenômeno Físico vem a ser o gráfico de uma função representada no sistema de coordenadas cartesianas.

### 7.5.1.1. Primeira questão

A primeira questão tem o seguinte enunciado: “Explore o objeto de aprendizagem “A Batalha”, escreva o que você observou e o que fez, e se conseguiu alcançar o objetivo proposto pelo mesmo. Qual é a figura geométrica que pode representar o par  $(x,y)$ ? Antes de responder, lembre-se o quão é significativo um navio na imensidão do mar ou um pássaro pousado num campo de futebol. Depois, realize a Atividade **a**”.

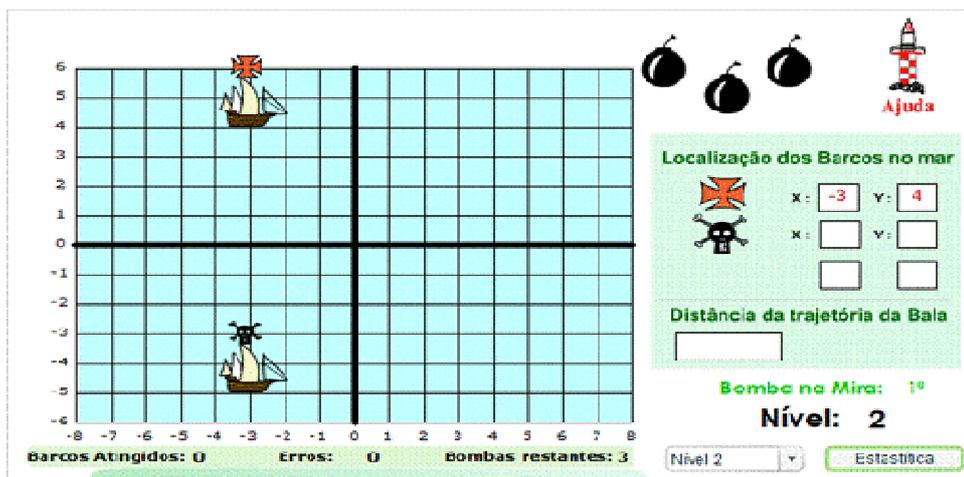


Figura 07 – Objeto de Aprendizagem a Batalha – Projeto RIVED

Trata-se de uma versão do conhecido jogo “Batalha Naval”, levando em consideração o plano cartesiano e suas implicações no entendimento das coordenadas.

As variáveis didáticas presentes nesta questão são:

- Compreensão das coordenadas cartesianas, enquanto representação no plano;
- Distância entre dois pontos no plano cartesiano.

As estratégias de resolução da questão por parte dos alunos podem ser:

- O aluno observa a tela do OA, marca as coordenadas que faltam no modelo e calcula a distância entre elas contando as unidades existentes entre os objetos pela relação com os eixos;
- O aluno observa que os navios estão alinhados em um eixo e calculam apenas a diferença entre as posições deles neste eixo, sem usar contagem.

### 7.5.1.2. Segunda questão

A segunda questão é enunciada como segue: “Escolha seu adversário e diga a ele ‘ – Vença-me, se puder! ’, pois agora você entrará em batalha para defender sua esquadra de guerra. Posicione sua esquadra, não deixe que o oponente veja seu jogo. Escreva a sua estratégia para chegar ao objetivo. Lembre-se do Objeto de Aprendizagem ‘A Batalha’, onde os navios imperiais tentavam afundar os navios piratas. Então, cuidado, não desperdice suas munições!”.

Esta questão alude a uma batalha naval, com regras, onde o aluno é o estrategista e determina a posição de sua esquadra no plano cartesiano. É fornecido ao aluno papel quadriculado, régua e lápis. O jogo é realizado pela dupla.

Variáveis didáticas:

- Posicionamento do referencial (eixos e escalas);
- Criação de pontos que representará uma bomba lançada ao tabuleiro do oponente, com vistas a afundar sua esquadra.

Estratégias:

- Relembrando da primeira questão, o aluno poderá construir os eixos perpendiculares entre si e graduar com a régua ou tomar a própria medida do quadriculado na folha para fazer sua escala;

O aluno, ao atingir a esquadra do seu oponente, ficará sabendo o tipo de embarcação. A partir desse ponto, ele deverá criar mais alguns em torno desse para afundar totalmente a embarcação atingida.

### 7.5.1.3. Terceira questão

A questão é enunciada da seguinte maneira: “Explore, observando o objeto de aprendizagem ‘Corrida de 100 metros rasos’”. Este objeto é um vídeo de uma corrida e o aluno precisará observar os dados na tela para desenvolver a atividade proposta.

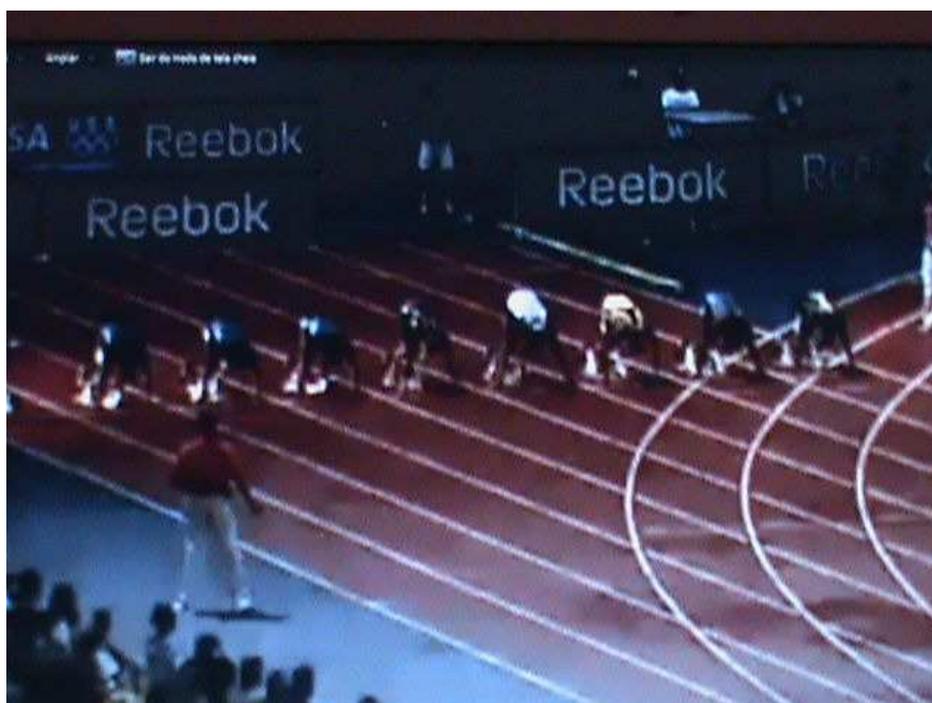


Figura 08 – Prova de 100m rasos<sup>23</sup>

<sup>23</sup> Adaptado de <http://www.youtube.com/watch?v=Vno5qQmE6qk>

Ainda como enunciado da questão, tem-se: “Supondo que Usain Bolt, nessa prova, manteve a mesma velocidade  $v$  em todo instante  $x$  do percurso:

- Calcule quantos metros o velocista fez em um segundo em média;
- Considerando o cálculo anterior preencha a tabela que segue, mostrando em qual posição  $y$  o velocista está em cada instante  $x$  no decorrer da prova. Faça as contas (operações), cada uma em uma linha;

Posição (y)	Instante (x)	Operação (contas)
	1	
	2	
	3	
	.	

Tabela 08 – Cálculo da terceira questão

- Em relação ao Exercício 3-b, construa um gráfico cartesiano representando cada par  $(x,y)$  no plano, e ligue os pontos. Após o gráfico concluído, coloque  $y$  junto a  $S$  e  $x$  junto a  $t$ . Responda:
  - Qual figura geométrica você encontrou ao unir os pontos, que caracteriza o movimento uniforme do atleta?
  - De acordo com suas contas e com a tabela que você elaborou, quais grandezas físicas variam durante a prova:
 

( ) velocidade  $V$       ( ) Posição  $S$       ( ) Instante  $t$ ”.

Variáveis Didáticas:

- Compreensão e cálculo do fenômeno físico velocidade média;
- Relação entre os pares ordenados  $(x,y)$  e  $(t,S)$ ;
- Representação gráfica e indicação da curva característica que representa o fenômeno físico;
- Noção de variável e constante.

Estratégias:

- Ao observar dos dados de distância e tempo da corrida no OA, o aluno realiza operações com eles, indicando quantos metros o atleta corre por segundo.
- O aluno faz uma simples analogia: para cada  $\underline{x}$  existe um  $\underline{y}$ , então, também em cada instante  $\underline{t}$ , o atleta estará numa posição  $\underline{S}$ ;
- O aluno posiciona os pontos  $(t,S)$  no plano, faz a união dos pontos com a régua e relaciona a figura encontrada com a geometria;
- Observando o vídeo e interpretando os dados do enunciado, tabela e gráfico construídos, o aluno poderá perceber a noção de variável e constante.

#### 7.5.1.4. Quarta questão

Esta questão tinha por enunciado “Na Matemática, o gráfico da função do 1º grau  $y=a.x+b$  é representada pelo desenho de uma reta, onde  $\underline{x}$  é a variável independente (eixo das abscissas – horizontal),  $\underline{y}$  é a variável dependente (eixo das ordenadas – vertical),  $\underline{a}$  é o coeficiente angular responsável pela inclinação da reta e  $\underline{b}$  o coeficiente linear da reta, que determina onde a ordenada é interceptada pela reta. Para confirmar, efetue os cálculos e construa o gráfico das seguintes funções:  $y=2x+1$  e  $y=-4x+2$ , no seguinte intervalo:  $[-2,2]$ ”. Esta questão trazia uma tabela e gráficos, que podem ser vistos nos Anexos.

Variáveis didáticas:

- Reconhecimento dos coeficientes angular e linear da reta em uma função;
- Sinal do coeficiente angular da reta e intersecção da mesma com a ordenada.

Estratégias:

- O aluno pode ler e interpretar o enunciado, verificando a simbologia de cada parte literal na função matemática e a posição dos coeficientes na mesma;

- Constatação, pelo aluno, se a função é crescente ou decrescente a partir dos valores calculados e representados em forma de tabelas e gráficos.

### 7.5.1.5. Quinta questão

Para esta questão, o seguinte enunciado teve lugar: “De acordo com exercício 3, calcule, retirando os valores da tabela ou do gráfico.

$$a) \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S(1)-S(0)}{1-0} =$$

$$b) \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S(2)-S(1)}{2-1} =$$

$$c) \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S(2)-S(0)}{2-0} =$$

Observe os valores calculados. Eles se relacionam com qual grandeza do exercício 3 que você já calculou?”.

Variáveis didáticas:

- Reconhecer a  $\Delta S/\Delta t$  como velocidade e, também como coeficiente angular da reta do movimento uniforme;

Estratégias:

- Calculando as relações dos itens a, b e c, o aluno pode comparar com os valores da tabela onde foi calculada a posição do atleta em cada instante;
- O aluno, ao observar os valores calculados, percebe que são iguais.

### 7.5.1.6. Sexta questão

Esta questão trazia o seguinte enunciado: “De acordo com a função  $y=2x+1$  do exercício 4, calcule, retirando os valores da tabela ou do gráfico.

$$a) \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(-2)-f(0)}{-2-0} =$$

$$b) \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(2)-f(0)}{2-0} =$$

$$c) \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(2)-f(-2)}{2-(-2)} =$$

Observe os cálculos, olhe para a função e diga a qual valor corresponde”.

Variáveis didáticas:

- Reconhecimento da relação  $\Delta x/\Delta y$  como coeficiente angular da reta na função matemática.

Estratégia:

- Após o aluno ter calculado os valores dos itens a, b, e c, o estudante pode fazer a comparação com o valor do coeficiente que se encontra na função matemática dada no enunciado.

#### 7.5.1.7. Sétima questão

O enunciado desta questão é o seguinte: “Conforme os estudos anteriores, relacione os símbolos e grandezas usadas na Matemática e os símbolos e grandezas usados na Física, preenchendo os parênteses com a letra correspondente”.

Matemática (Função do 1º grau)		Física (Cinemática M.U.)	
(A)	Coeficiente angular	( )	Posição Inicial
(B)	b	( )	S(t)
(C)	Variável independente y	( )	v
(D)	a	( )	Velocidade
(E)	f(x)	( )	t
(F)	Variável independente x	( )	S <sub>0</sub>

Variáveis didáticas:

- Relação entre a função do 1º grau estudada em Matemática e a função cinemática do movimento uniforme estudada em Física.

Estratégia:

- O aluno pode rever os estudos anteriores e relacionar os conceitos da Física com os da Matemática, por exemplo, velocidade e coeficiente angular da reta;

- Comparação direta das duas funções, com atenção para o que é variável e o que é constante.

#### 7.5.1.8. Oitava questão

Para esta questão, o enunciado era: “Conforme as operações realizadas no exercício 3-b, escreva a expressão Matemática que descreve o movimento do atleta, usando os pares de grandezas  $(y,x)$  e  $(t,S)$ , uma expressão para cada par”.

Variável didática:

- Representar a função do movimento do atleta no registro algébrico.

Estratégia:

- Ao tentar escrever a função que representa o movimento do atleta, o aluno pode lançar mãos tanto dos registros na forma de tabela como na forma gráfica, empregando os símbolos usados na Matemática e na Física.

#### 7.5.1.9. Nona questão

Para esta questão, havia o seguinte enunciado: “Observe os gráficos dos exercícios 4 e 5. Analise porque o gráfico representado pela função  $S(t)$  não tem valores negativos para a variável  $t$  e, para o gráfico  $y=f(x)$ , tem valores negativos para variável  $x$ ”.

Variável didática:

- Domínio das funções na Matemática e na Física.

Estratégia:

- O aluno pode, através da corrida do atleta, perceber que a grandeza física *tempo* é sempre progressiva, portanto, sempre positiva, ou seja, depende das condições de contorno de cada situação-problema;
- Através dos estudos prévios de Matemática, o aluno pode resgatar noções sobre o domínio das funções matemáticas, e perceber que o

domínio de uma função vai depender das operações que envolvem a variável independente.

#### 7.5.1.10. Décima questão

A pergunta era a seguinte: “Você consegue ver alguma relação da Matemática com a Física? Descreva-a”.

Variável didática:

- Aspecto interdisciplinar entre a Matemática e a Física.

Estratégia:

- O aluno pode escrever sobre relações entre a Matemática e a Física, revendo as questões anteriores, ou através de fatos de seu cotidiano, sua vida social e de estudante.

#### 7.5.2. Atividade 2 – Função de um móvel em movimento uniforme

Esta atividade compreende quatro perguntas que tratam de questões relacionadas como o movimento de um móvel em velocidade constante. É importante que o estudante saiba identificar o tipo de movimento que um móvel está sujeito, pois a partir do entendimento desse conceito, outras considerações podem ser deduzidas, como por exemplo, a velocidade é constante ou não, a figura geométrica com a qual a curva característica se relaciona, e se essa curva característica corresponde a determinada função. Além disso, nessa atividade, foi inserida a variável ‘sentidos opostos no movimento’, que gera um coeficiente angular negativo. As identidades matemáticas e físicas que fizeram parte das variáveis didáticas inseridas nessa atividade estão descritas como segue:

- Descrever a estrutura matemática das funções, fazendo a transição do registro “linguagem natural” para a representação no registro algébrico;
- A distância entre dois móveis em mesmo sentido de movimento equivale, em Matemática, à diferença entre dois valores da variável para a mesma função;
- A curva característica da posição no movimento uniforme é a função  $S(t)=S_0 + vt$ , equivalente à função do 1º grau  $f(x)=ax+b$ ;

- A curva característica da velocidade no movimento uniforme é a função  $v(t)=v$ , análoga à função constante  $f(x)=b$ ;
- Um móvel trafegando em sentido oposto ao referencial provoca deslocamento negativo, que por sua vez, representa uma velocidade negativa que, matematicamente, significa um coeficiente angular negativo, cuja reta caracteriza uma função decrescente;
- Ponto de encontro dos móveis é o ponto de intersecção das funções que descrevem o movimento;
- Efeito da velocidade relaciona-se com o coeficiente angular e, por sua vez, com a inclinação da reta;

### 7.5.2.1. Primeira questão

O enunciado da primeira questão da Atividade 2 era: “Explore o objeto de aprendizagem ‘Caminhão’”. Neste objeto dois caminhões iniciam seus movimentos de diferentes posições na estrada e trafegam no mesmo sentido. A pergunta a responder está explicitada no hipertexto. Além de responder a esta pergunta, o aluno terá que realizar uma sequência didática relativa ao objeto.

VELOCIDADE DO CAMINHÃO A = 50 km/h  
VELOCIDADE DO CAMINHÃO B = 80 km/h

75 km 90 km 170 km

Qual vai ser a distância entre o Caminhão A e o Caminhão B depois de 1 hora?

RESPOSTA:  km.

instruções

Figura 12 – OA “Caminhões” - LabVirt

Responda:

- Em qual posição da estrada o caminhão A estará após uma hora? Justifique, descrevendo os cálculos.
- Em qual posição da estrada o caminhão B estará após uma hora? Justifique, descrevendo os cálculos.
- Qual a distância entre os dois caminhões? Justifique, descrevendo os cálculos.
- Preencha a tabela e construa o gráfico 'posição em função do tempo  $S(t)$ ' para os caminhões A e B. Faça a escala no eixo horizontal 't' de 0,5 em 0,5 horas e a escala no eixo vertical 'S' de 50 em 50 km.

Esta questão trazia a tabela e o gráfico correspondentes.

- Orientando-se pelo enunciado, pelo cálculo, pela tabela e pelo gráfico, escreva as funções horárias que determinam as posições dos caminhões A e B;

$$S(t)_A =$$

$$S(t)_B =$$

- Calcule as duas funções decorridas 2 horas, ou seja, calcule função para  $t=2h$ :

$$S(2)_A =$$

$$S(2)_B =$$

Variáveis didáticas:

- Posição inicial de um móvel como coeficiente linear da reta no M.U.;
- Transição do registro numérico da posição de um móvel em função do tempo para o registro algébrico, ou descrição da função horária da Posição no M.U.
- Distância entre dois móveis em percurso no M.U.

Estratégias:

- O aluno pode observar no enunciado de onde o móvel inicia o movimento, ou seja, verificar na tabela ou no gráfico a posição do móvel para  $t=0$ ;
- A partir da tabela, onde o estudante apresentou o registro numérico das operações, ele pode constatar que há valores constantes e valores que

mudam. Com essa observação, ele pode conseguir escrever a função horária da posição mantendo as partes constantes e, nos dígitos onde o número varia, colocar a nomenclatura da grandeza física, no caso  $t$ , de tempo;

- Tendo em mãos a função horária da posição, o aprendiz pode calcular a posição de cada móvel, substituindo o valor do tempo na função horária de cada móvel e, de posse dos valores de posição de cada um, obter a diferença entre eles.

### 7.5.2.2. Segunda questão

Esta questão tem o enunciado seguinte: “Supondo que o caminhão A esteja a 80km/h e parte do Km 70 e, que o caminhão B esteja a 60km/h e parte do Km 100, responda:

- a) Escreva as funções horárias que determinam as posições dos caminhões:

$$S(t)_A =$$

$$S(t)_B =$$

- b) Numa viagem de 5 horas, com instante  $t$  e posição  $S$ , um caminhão ultrapassa o outro. Determine as duas grandezas através de uma tabela e depois, através de um gráfico. Utilize as duas funções  $S(t)_A$  e  $S(t)_B$  para determinar o instante de encontro  $t$ , algebricamente. Substitua este instante  $t$  nas funções que representam os movimentos dos caminhões.

Calcular o instante  $t$ , algebricamente. Lembre da posição dos dois caminhões ao se encontrarem”. A questão trazia tabela e gráfico correspondentes.

Variáveis didáticas:

- Descrição da função horária da posição na transição do registro de linguagem natural discursiva para o registro da linguagem algébrica.
- Indicação do ponto de encontro entre dois móveis em M.U., ou o ponto de interseção das curvas características dos movimentos dos móveis.

Estratégias;

- O aluno pode verificar na questão anterior como procedeu na descrição da função do registro numérico para o algébrico e fazer a relação desta

com o respectivo enunciado, e depois ler o enunciado atual e descrever a função horária, diretamente, do registro linguagem natural para o algébrico;

- Observando os valores da tabela, o aluno pode procurar a linha que contém valores iguais para as posições dos móveis;
- O aluno pode mobilizar conhecimentos de Matemática sobre sistema de equações e apontar na intersecção das curvas o ponto de encontro (instante, posição)=(t,S);
- Mobilizando conhecimentos algébricos na resolução de sistemas de equações do 1º grau, o aluno pode resolver o sistema de equações, determinando o ponto de encontro e confirmando a leitura desse ponto que é a intersecção das retas.

### 7.5.2.3. Terceira questão

Para esta questão, tem-se, a título de enunciado: “Supondo que um caminhão C parte do Km 200 a 30 km/h em sentido contrário aos movimentos dos caminhões A e B, numa viagem de 5 horas, determine:

- a) A função horária do movimento do caminhão C;
- b) A posição da estrada (KM) que o caminhão C estará após 5 horas;

Os instantes em que o caminhão C encontra os caminhões A e B, considerando os dados de velocidade e posição, são inerentes à situação-problema no objeto de aprendizagem. Encontre os instantes de encontro  $t_A$  e  $t_B$  e também as posições  $S_A$  e  $S_B$ . Monte tabela e resolva gráfica e algebricamente.

Variáveis didáticas:

- Função horária da posição de um móvel em movimento retrógrado;

Estratégia:

- Observando as posições que o móvel vai ocupando em sua trajetória, o aluno pode perceber que estas vão decrescendo e deverá subtrair, da posição de onde o referido móvel parte, a distância que ele percorre na respectiva velocidade;

- Mobilizando o conceito físico velocidade média, o aluno vai perceber que o deslocamento entre dois instantes é negativo, a partir daí, ele pode descrever a função com a velocidade negativa.
- O aluno pode gerar os pontos em uma tabela, construir o gráfico  $\underline{S} \times \underline{t}$ , verificar se a reta é crescente ou decrescente, colocando o coeficiente angular da reta negativo ou positivo e, assim, descrever a função.

#### 7.5.2.4. Quarta questão

Para esta questão, tem-se, como enunciado: “Explore o Objeto de Aprendizagem “Carros” e determine, graficamente, a posição em que os carros se encontram na rodovia para as três velocidades apresentadas no mesmo (100 km/h, 70 km/h e 10 km/h). Depois, resolva, algebricamente, determinando o tempo e a posição de encontro para as três velocidades.

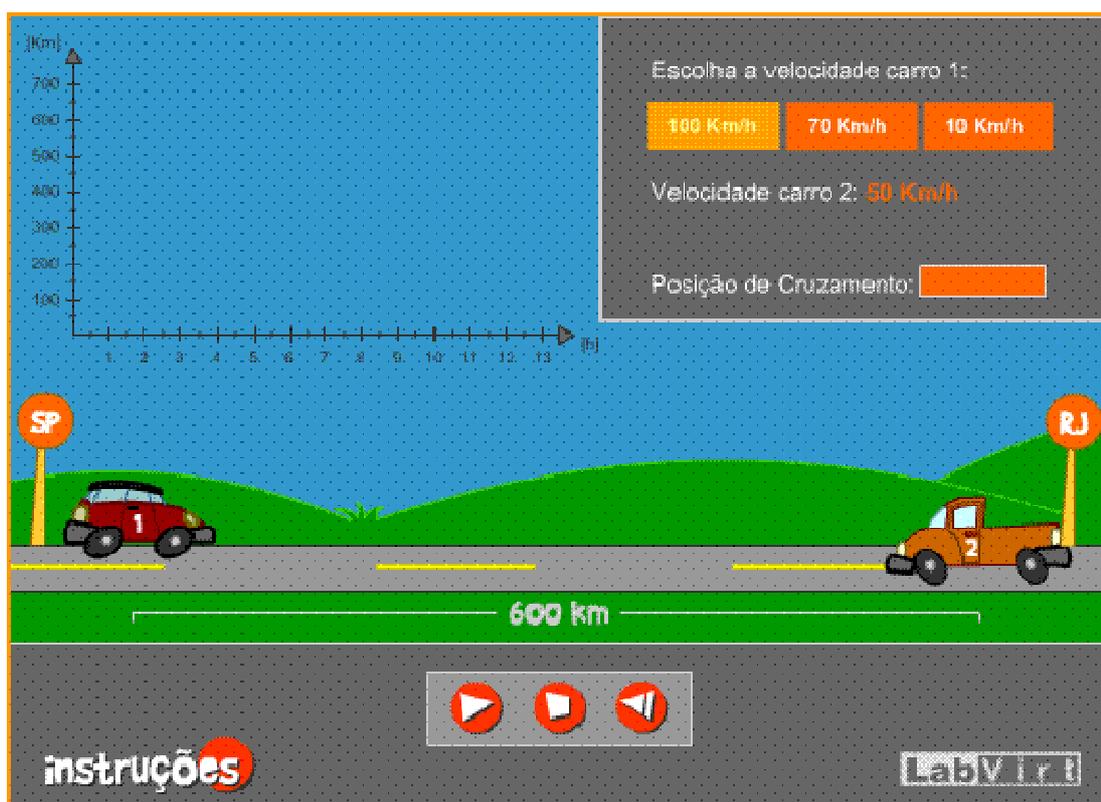


Figura 10 – OA “Carros” – LabVirt

Variável didática:

- Efeito da diminuição da velocidade no instante e ponto de encontro.

Estratégia:

- O aluno pode fazer suas conjecturas intuitivamente, porém, para demonstrar, será preciso descrever a função horária da posição para as três velocidades, plotar num gráfico as quatro funções, fazer a observação dos pontos de encontro para cada velocidade quanto à proximidade que os móveis estão do ponto de partida.

### **7.5.3. Atividade 3 – Função de um móvel em movimento uniformemente variado**

Esta atividade consiste de três questões que visam relacionar as funções horárias de um móvel em aceleração constante com movimento de um móvel em aceleração constante. Em identificando que a velocidade varia de forma constante em intervalos de tempos iguais, o estudante pode caracterizar o movimento como uniformemente variado e, a partir disso, constatar outra grandeza física, a aceleração. As funções horárias desse movimento vão depender dessa grandeza. As identidades matemáticas ou físicas que serviram de variáveis didáticas para as questões dessa atividade estão como segue:

- Distância percorrida é a área sob o gráfico da velocidade em função do tempo;
- Aceleração é a relação entre a variação da velocidade e o intervalo de tempo onde ocorreu essa variação. Matematicamente, é a razão entre duas grandezas físicas, e ao mesmo tempo, o coeficiente angular que influencia na inclinação da reta cuja função pode ser crescente e decrescente, conforme seja o movimento acelerado ou desacelerado, respectivamente;
- A relação entre as funções horárias do movimento uniformemente variado e as funções do 1º e 2º graus é constante;
- Construção da representação algébrica das funções horárias que descrevem o movimento uniformemente variado a partir de suas representações gráficas.

### 7.5.3.1. Primeira questão

O seguinte enunciado caracterizava esta questão: “Explore o Objeto de aprendizagem ‘Corrida na fazenda’. Mostre ao fazendeiro que você é bom de corrida...”

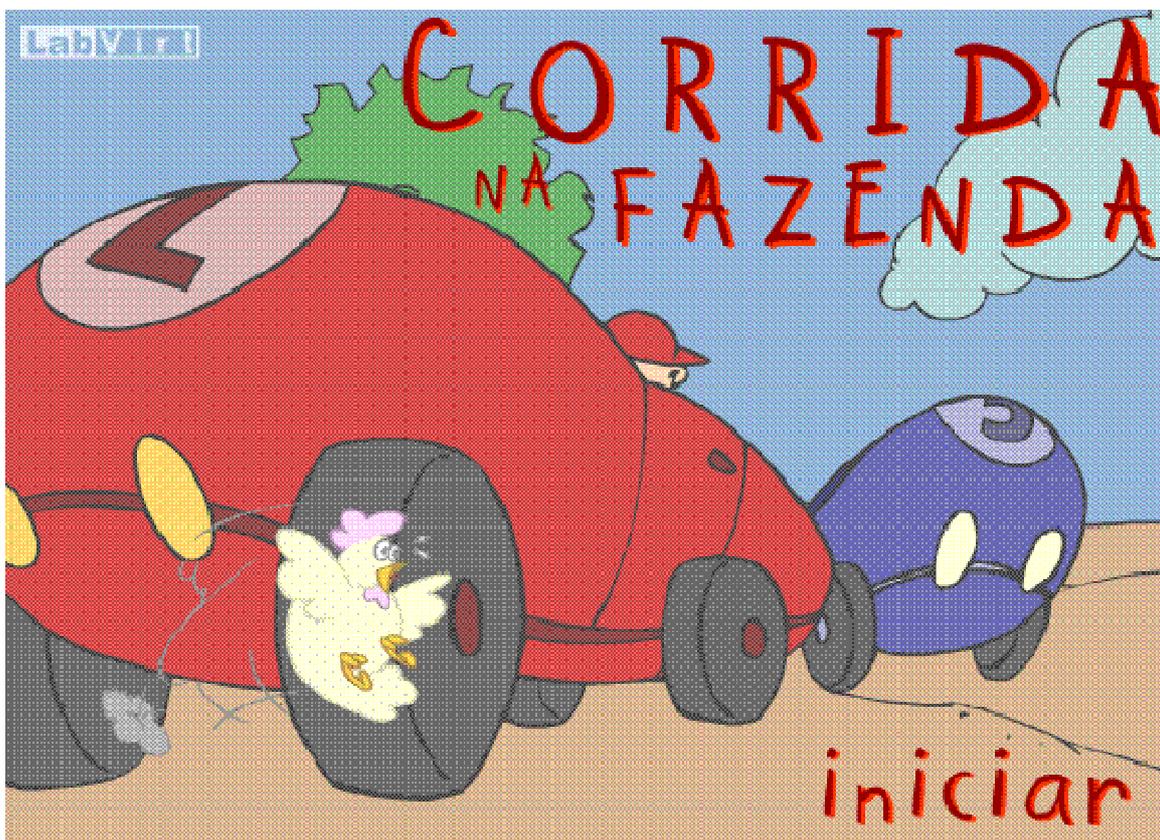


Figura 11 – OA “Corrida na Fazenda” – LabVirt

- Na modalidade treino, tomando como opção ‘ajuste da curva de velocidade’, encontre as várias possibilidades que garanta a você chegar ao final da prova sem cair no lago;
- Dentre as possibilidades que você encontrou, escolha o gráfico correspondente à curva de velocidade que você ajustou e que possa garantir sua vitória. Imagine que o seu colega, participante desta atividade, seja o fazendeiro. Compare as curvas ajustadas pelo fazendeiro e por você e declare quem obteve a vitória, e por que foi vencedor;
- Ainda conforme o gráfico escolhido, identifique cada reta do gráfico com seu respectivo intervalo de tempo. Tomando os pontos extremos para cada reta, suas velocidades com seu respectivo intervalo de tempo, calcule o quanto a

velocidade variou por segundo em cada intervalo de tempo. Essa medida é a aceleração média  $\underline{a}$  do móvel no período  $\Delta t$ ;

- d) Calcule a área sob cada reta, separadamente, e depois, some todos os valores e relacione este valor com o enunciado da situação-problema;
- e) Construa uma tabela com duas colunas. Na primeira coluna, escreva a variável independente tempo ( $t$ ) e, na segunda, a variável dependente posição ( $S$ ). Calcule, para cada instante ( $t$ ), a posição ( $S$ ) em que o carro se encontra. Ligue os pontos para cada intervalo de tempo, separadamente. Aponte a que figura e função se assemelham cada trecho da curva característica que descreve o movimento do carro;
- f) Com o gráfico da velocidade, apresente os gráficos da posição e da aceleração em função do tempo;
- g) Agora, escreva as funções horárias da posição, velocidade e aceleração em função do tempo, em cada intervalo”.

Variáveis didáticas:

- Distância percorrida e área sob o gráfico;
- Aceleração média;
- Construir a função que descreve a posição de um móvel em M.U.

Estratégias:

- O aluno pode calcular a área da figura plana formada sob a função que descreve o movimento do móvel;
- Mobilizando conhecimentos da atividade anterior, o aluno pode calcular o coeficiente angular da reta para dois instantes quaisquer;
- Observando o gráfico  $S(t)$ , construído ponto-a-ponto, o aluno pode, sabendo qual a função respectiva a cada intervalo, montar um sistema de equações para os pontos extremos e escrever a função para o respectivo intervalo de tempo.

### 7.5.3.2. Segunda questão

A segunda questão trazia a proposta: “Explore o Objeto de Aprendizagem ‘O amor de mel’.



**Figura 12 – OA “O primeiro amor de Mel” – LabVirt**

- a) Escreva a função horária da posição do ciclista desde o momento que mel começa a correr. Utilizando o programa WINPLOT, faça o gráfico dessa função;
- b) Utilizando o dado ‘aceleração de Mel’, diga qual a variação da velocidade por segundo. Preencha a tabela seguinte, construa o gráfico<sup>24</sup> e escreva a função horária da velocidade.

Para escrever esta função, lembre-se do conceito de coeficiente angular.

$$V(t) = \dots\dots\dots?$$

- c) Percorrendo 7 metros por segundo, qual a posição do ciclista, decorridos 8 segundos do momento em que a cachorra começa a correr?
- d) Quais fórmulas, equações ou funções você encontrou neste objeto de aprendizagem? Identifique-as, escrevendo o que elas determinam.
- e) Genericamente, relacione as funções cinemáticas que você encontrou no Objeto de Aprendizagem “O primeiro amor de Mel” com as funções

<sup>24</sup> Tabela e gráfico encontram-se nos Anexos.

matemáticas. Faça a correspondência entre os termos dessas funções identificando cada um deles na Matemática e na Física.

Variáveis:

- Relação entre as funções do M.U.V. e as funções dos 1º e 2º graus;

Estratégias:

- O aluno pode fazer analogia entre os termos das funções matemáticas e físicas, observando e fazendo comparação entre os valores dos graus das variáveis e, também, fazer analogias entre os coeficientes de cada termo destas funções.

### 7.5.3.3. Terceira questão

Para a terceira questão, há a seguinte proposta: “Explore o Objeto de Aprendizagem ‘Pista de Prova’. Esta simulação apresenta o deslocamento, a velocidade e a aceleração de dois carros em pista de prova.

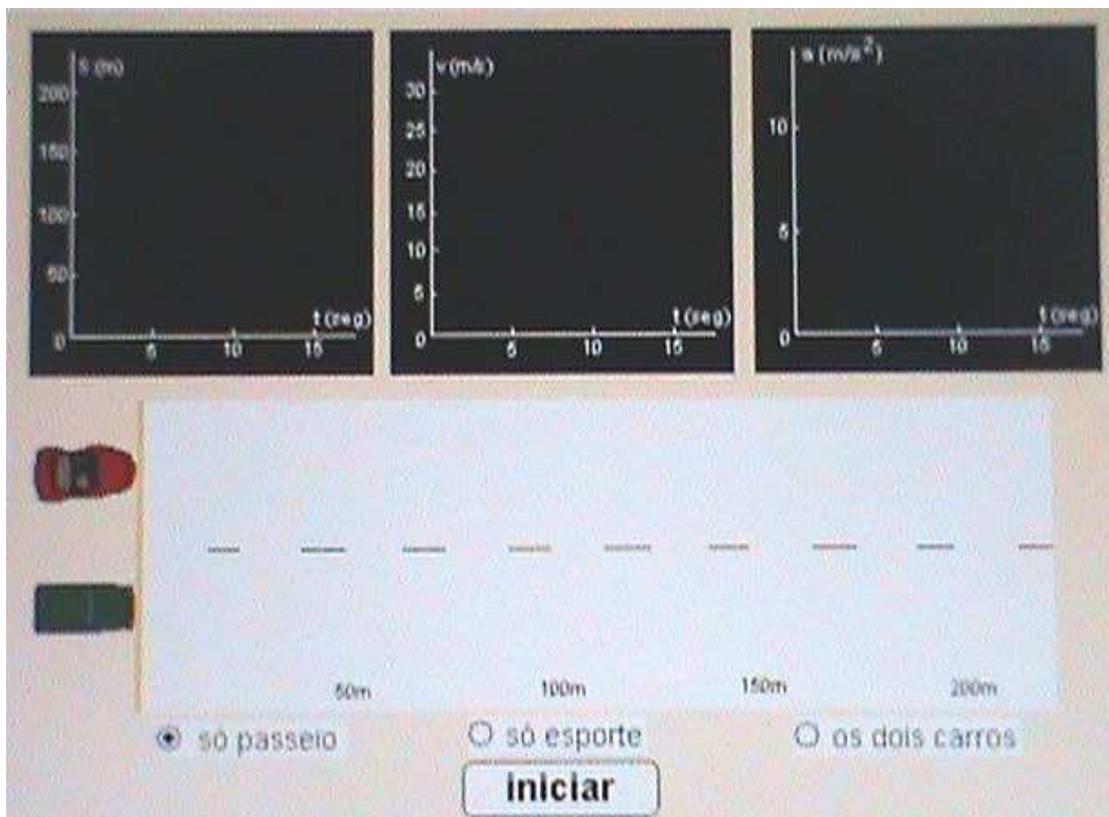
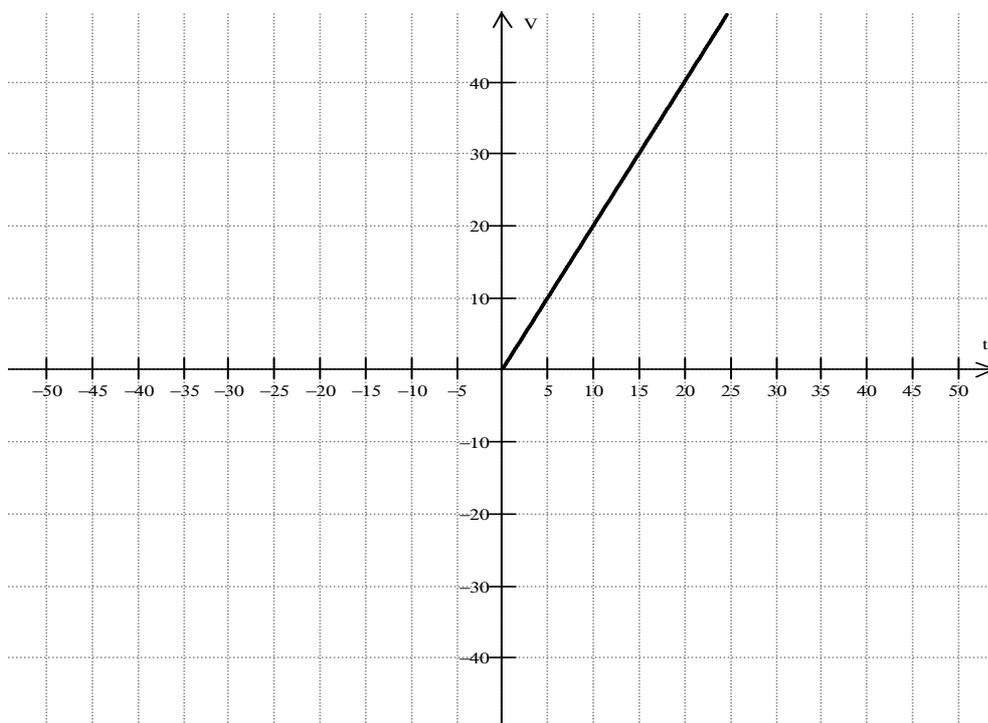


Figura 13 – OA “Pista de Prova” - LabVirt

- a) Observe os gráficos no Objeto de aprendizagem e descreva as funções genéricas que os representam, considerando a representação de funções estudadas na Matemática;
- b) Tente relacionar as funções descritas, por você, anteriormente, com as funções da Cinemática estudadas em Física;
- c) Escreva as funções, substituindo seus coeficientes literais pelos numéricos. Siga os passos descritos abaixo:
- Comece pelo gráfico da velocidade. Determine o coeficiente angular da reta. O que este coeficiente representa na Física?
  - Substitua este valor nas funções  $S(t)$ ,  $V(t)$  e  $a(t)$  que você escreveu no item b.
- d) Determine o tempo gasto para o carro de passeio percorrer 196m.

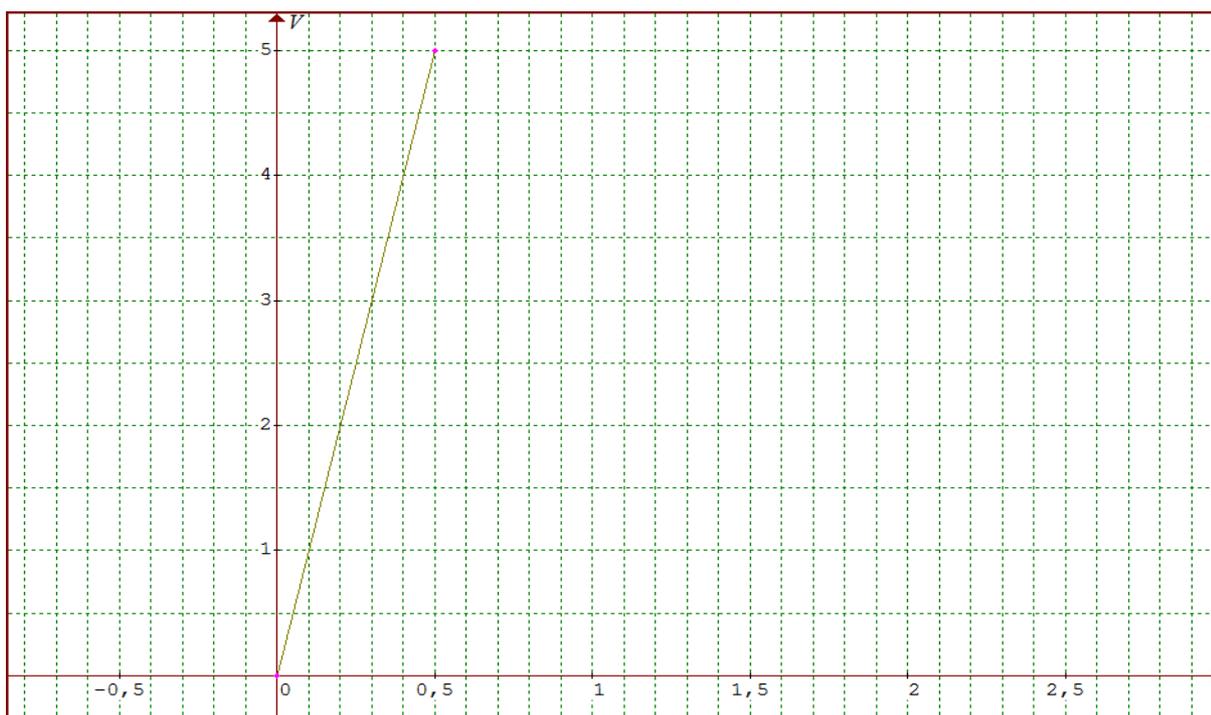
Tome como ponto de partida o gráfico da velocidade  $V(t)$ .



**Gráfico 02 – Terceira questão – atividade 3 – carro de passeio**

- e) Determine o tempo gasto para o carro esporte percorrer 41,85m.

Tome como referencia o gráfico  $V(t)$  a seguir:



**Gráfico 03 – Terceira questão – atividade 3 – carro esporte**

Variáveis didáticas:

- Representação algébrica das funções algébricas que descrevem o movimento, a partir de suas representações gráficas simuladas pelo OA.

Estratégia:

- Tomando como ponto de partida a representação inicial gráfica fornecida pelo OA e os dados das distâncias percorridas pelos carros, o aluno ao relacioná-los com as funções matemáticas, pode calcular todos os coeficientes da função e construir as funções horárias do movimento uniformemente variado.

## 7.6. Experimentação

Embora a organização e a manutenção da sala de informática tenham iniciado em 03 de outubro de 2009 pelo pesquisador, a realização dessa etapa de aplicação da sequência didática aconteceu no período de 28 de outubro a 01 de dezembro de 2009 em uma escola estadual situada na periferia do município de São Bernardo do Campo.

Os sujeitos desta experimentação foram os alunos da 1ª série do ensino médio, Tuma B, num total efetivo de 34 alunos que compreendia uma amostra da

população de, aproximadamente, 360 alunos dessa série. Cabe ressaltar que foi inviável tomar toda essa população nessa investigação, devido às mínimas condições de organização e suporte para um ambiente informático educacional.

A sala de informática não estava em condições de funcionamento, apesar de os 13 computadores<sup>25</sup> já estarem na escola desde o primeiro semestre do ano. Porém, o pesquisador fez uma petição à diretora da escola, o que permitiu o início do projeto com a organização e manutenção da sala de informática no dia 03 de outubro de 2009. O projeto seria realizado aos sábados com os professores de Física, Matemática e Ciências e, durante a semana, com os estudantes. Quanto aos professores, o projeto se daria com palestras, exploração dos Objetos de aprendizagem na sala de informática e descrição das possibilidades e seu uso em aulas e, também, preparação de uma aula utilizando esses OA escolhidos pelos próprios professores. Quanto aos alunos, deveriam resolver as situações-problemas propostas na sequência didática.

Antes de realizar a experimentação, propriamente dita, o pesquisador conversou com as coordenadoras pedagógicas e essas conversaram com os professores da sala sobre o projeto que iria ser desenvolvido. Os professores da sala concordaram com a implantação do mesmo. A conversa com os professores foi necessária, pois a experimentação seria no período regular de aula. Então ficou combinado que a classe seria dividida em duas turmas (A e B) e cada turma teria duas aulas com o pesquisador, uma turma antes do intervalo e a outra depois, sempre que possível alternando as turmas nesses períodos. Em outros termos, enquanto uma turma participava da experimentação na sala de informática, a outra turma participava das aulas regulares na sala de aula com os professores da sala. Também foi combinado com os professores de Física e Matemática que as atividades na sala de informática teriam influência na média do 4º bimestre em suas disciplinas.

Após acordado com direção, coordenação e professores, um dia antes de iniciar a experimentação, o pesquisador se dirigiu à classe explanando sobre o projeto: o objetivo; a divisão em turmas; a influência na média bimestral; o horário

---

<sup>25</sup> Quanto aos computadores, no início havia 10 pentium4 e 03 PC133. No final da experimentação, restaram em funcionamento 07 pentim4 e 02 PC133.

das atividades; as atividades; a filmagem; o observador; os computadores; a conduta na sala de informática; os materiais a serem utilizados; composição das duplas; a dinâmica da aula. Desta forma, um novo contrato didático foi proposto com mudanças no ambiente, na abordagem, nos materiais, na dinâmica da aula, entre outros aspectos, com o objetivo de propiciar ao aluno um novo ambiente que promova a aprendizagem e a construção de conhecimentos.

Ao pesquisador couberam, desde o início até o término das atividades, as seguintes funções:

- Organizar e abrir a sala de informática todos os dias;
- Preparar e distribuir todos os materiais didáticos e pedagógicos em todas as atividades;
- Observar os alunos na realização de suas atividades;
- Incentivar os estudantes quando se encontram desanimados por suporem muito difíceis as questões;
- Orientar os alunos;
- Encaminhar a execução da filmagem.

A filmagem foi executada por uma aluna do período noturno. Na ausência dessa aluna, o pesquisador executava a filmagem, quando possível.

No primeiro dia da experimentação os alunos conheceram a sala de informática, alguns não sabiam ligar o computador e aprenderam nesse momento, exploraram as máquinas e, também, os “Objetos de Aprendizagem”. O pesquisador indicava para os alunos, direcionando-os às pastas onde estavam as atividades e os objetos de aprendizagem. Nesse primeiro momento, os alunos visitaram todos os objetos de aprendizagem que compunham as atividades, realizaram simulações de situações-problemas inerentes a eles e, fizeram anotações dos nomes dos objetos de aprendizagem e cálculos. Este reconhecimento foi importante para que os alunos se familiarizassem com o ambiente físico da sala de informática e os cuidados que se deve ter ao utilizar os computadores e, também, o reconhecimento do ambiente virtual onde desenvolveriam as sequências didáticas propostas nas atividades.

#### **7.6.1. Atividade 1**

Essa atividade foi realizada no período 28/10 a 05/11/2009. Para realizar as atividades esteve disponível para os alunos: lápis, borracha, régua, a atividade

impressa pra cada um, atividade em arquivo virtual, um computador para cada dupla, folha de papel quadriculado. O pesquisador orientou os alunos como eles deveriam prosseguir na resolução da atividade, lendo com eles algumas questões, lembrando-os que em certas questões eles teriam que explorar o respectivo “Objeto de Aprendizagem”.

Os alunos foram colocados em dupla porque muito deles não sabiam noções mínimas de computação básica, e naquele momento poderiam aprender com o colega da dupla e, também, pela quantidade de computadores existentes.

Depois do primeiro dia em que os alunos já haviam iniciado as atividades, esperava-se nos outros dias que, ao adentrarem a sala de informática, comesçassem a atividade proposta, mas não foi o que ocorreu. Em muitas ocasiões, durante a experimentação, algumas duplas ficavam passeando pelo computador, deixando atividade de lado. Nesse momento o pesquisador interveio, dirigindo a eles palavras sobre a seriedade na própria aprendizagem. Essa conduta está relacionada com contrato didático em que o aluno sempre espera do professor a iniciativa, o que configura a influência de uma abordagem expositiva dos conteúdos, onde o professor transmite o conhecimento e o aluno é um depósito que guarda o conhecimento pelo processo de memorização.

Nessa atividade os alunos realizaram as seguintes ações:

- Exploração do Objeto de Aprendizagem “A Batalha” que consistia em introduzir os dados e executar a simulação que o objeto pedia. Como se tratava de um jogo, os alunos realizaram diversas tentativas até atingir o objetivo;
- Exploração do OA “Corrida de 100m rasos” que consistia na observação de um vídeo e posterior coleta dos dados ‘distância percorrida’ e ‘tempo decorrido para percorrer essa distância’;
- Plotagem de pares ordenados em um plano cartesiano e determinação da figura pela união desses pontos, uma atividade extra realizada;
- Preenchimentos de tabelas através de dados encontrados nos “Objetos de Aprendizagem” e, também, através dos dados calculados pelos alunos;
- Cálculos de velocidade, razões, coeficientes angulares, distância;
- Ação de relacionar a Física com a Matemática;
- Ação de escrever as respostas sobre as quais precisavam dissertar.

Quando os alunos já haviam explorado os “objetos de aprendizagem” e estavam fazendo os cálculos e respondendo as perguntas, o pesquisador percebeu que os mesmos estavam um tanto quanto dispersos na sala de informática, então no dia 05 resolveu que os alunos deveriam completar a atividade na sala de aula com mais atenção. Essa atividade foi realizada no período 28/10 a 05/11/2009.

### **7.6.2. Atividade 2**

Os alunos começaram a realizar essa atividade 06/11 e a terminaram dia 13/11/2009. Nessa atividade, os alunos já estavam mais conscientes sobre as novas regras: deveriam adentrar na sala de informática, sentar-se em dupla, ter a iniciativa de começar resolver as questões da atividade, perguntar sobre eventuais dúvidas apenas para o colega de dupla ou para o professor e, ao término da aula, desligar o computador.

Durante essa atividade foi observado que os alunos tinham dificuldades com:

- As operações com números reais, Como exemplo, foi lhes dada a seguinte expressão para resolver:  $6:2+3+7*4$ . Para maioria dos alunos a resposta foi que o valor da expressão era igual a 52. Eles realizaram as operações na ordem pela qual eles executam a leitura de um texto. O valor correto da sentença matemática é 34;
- Resolver a equação do primeiro grau. Nenhum deles lembrava como proceder;
- Resolver sistemas com duas equações e duas incógnitas. Ocorreu o mesmo da proposta anterior.

Estes conhecimentos eram alguns dos quais os estudantes dessa série deveriam mobilizar para realizar a atividade. A par dessas dificuldades, o pesquisador, na sala de aula dessa turma, propôs aos alunos uma atividade extra do tipo “calcule e resolva” para deixá-los habilitados para resolver sistemas de equações com duas incógnitas. Esta atividade extra foi realizada individualmente e continha um exercícios com dois itens, conforme segue:

<p>a-</p> $\begin{cases} x - 2y = 4 \\ 2x - 3y = 2 \end{cases}$ <p><math>x - 2y = 4</math>  <math>y = 4 + 2y</math>  <math>2 \cdot (4 + 2y) - 3y = 2</math>  <math>8 + 4y - 3y = 2</math>  <math>y = 2 - 8</math>  <math>y = -6</math>  <math>x = 4 + 2y</math>  <math>x = 4 + 2(-6)</math>  <math>x = 4 - 12</math>  <math>x = -8</math></p>	<p>b-</p> $\begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ x + y = 8 \end{cases}$ <p><math>x + y = 8</math>  <math>x = 8 - y</math>  <math>5x - 3y = 0</math>  <math>5 \cdot (8 - y) - 3y = 0</math>  <math>40 - 5y - 3y = 0</math>  <math>-8y = 0 - 40</math>  <math>-8y = -40</math>  <math>8y = 40</math>  <math>y = \frac{40}{8} = 5</math>  <math>x = 8 - y</math>  <math>x = 8 - 5</math>  <math>x = 3</math></p>
---	--

Quadro 03 – Atividade extra da aluna MSO

Nessa segunda atividade, os alunos realizaram as seguintes ações:

- Exploraram e resolveram as questões relativas aos Objetos de aprendizagem “Caminhão” e “Carros”;
- Calcularam as posições dos móveis em cada instante;
- Confeccionaram gráficos;
- Descreveram a estrutura matemática para a situação-problema, ou seja, escreveram as funções da posição dos móveis, no caso, as funções do 1º grau;
- Identificaram os movimentos progressivo e retrógrado, cujas funções que os representam são crescente e decrescente, respectivamente;
- Identificaram o ponto de encontros entre os móveis através do gráfico;
- Confirmaram o ponto de encontro já identificado graficamente através da resolução de sistema de equações com duas incógnitas.

### 7.6.3. Atividade 3

Essa atividade teve início no dia 23 de novembro e término no dia 01 de dezembro de 2009. A dificuldade maior dos alunos nessa atividade foi a resolução de equações quadráticas. Sendo assim, o pesquisador lembrou o conteúdo através de um exemplo, utilizando a fórmula de Báskhara como estratégia de resolução. Essa abordagem foi providencial para a resolução de situações-problemas que havia nos “objetos de Aprendizagem” relacionados com o movimento

uniformemente variado, função do 2º grau e, conseqüentemente, com equação do 2º grau quando  $f(x)=ax^2+bx+c=0$ .

Os “Objetos de Aprendizagem” utilizados nessa atividade foram “Corrida na Fazenda”, “O primeiro amor de mel” e “Pista de prova”. O que os alunos realizaram especificamente, nesses “Objetos de aprendizagem” está como segue:

- “Corrida na fazenda”

Nesse OA os alunos realizaram uma competição entre os componentes da dupla. A tarefa de cada participante consistia em planejar duas corridas numa pista de 500 metros, utilizando para isso a programação gráfica do movimento do móvel. Essa programação gráfica é um recurso que já faz parte do OA e é facilmente manipulada pelo estudante. Em outros termos, o aluno abriu o OA na modalidade treino e escolheu a opção “gráfico de velocidade” e executou a simulação até obter o resultado esperado. Usando lápis e papel, os sujeitos plotaram a programação feita no plano cartesiano (S x t). Depois, os alunos passaram à decisão de escolher qual dos gráficos obteve a vitória. Quando tiveram dúvida em relação ao possível vencedor, os próprios alunos, sem a orientação do pesquisador, executaram a simulação gráfica do que eles haviam planejado para a corrida, utilizando para isso a modalidade competição, que permite a programação de mais de um gráfico e, assim, dirimiram suas dúvidas a respeito do vencedor da corrida.

- “Primeiro amor de Mel”

Ao simular esse OA, os alunos foram levados a calcular a distância entre o ciclista e Mel quando Mel inicia seu movimento. O interessante nesse OA é a atribuição aleatória do valor de velocidade em cada computador. A maioria das vezes, o valor da velocidade atribuída não era coincidente entre as duplas, e isso foi importante para que as funções a serem construídas não fossem iguais.

Os alunos construíram as funções horárias da posição tanto para o ciclista como para Mel, porém, quando foram calcular o tempo em que Mel alcança o ciclista, tiveram dificuldade de resolver o sistema de equações. Com isso, foi necessária a intervenção do pesquisador para lhes sugerir o método da substituição para resolução desse sistema. Após um simples exemplo

explicitado, os alunos compreenderam o sistema, recaindo numa equação do 2º grau, que resolveram, mas havia duas soluções para o tempo. Contudo, lembraram que para o domínio dessa função física não existe valor negativo, sendo assim, decidiram pela resposta positiva.

O pesquisador pediu aos alunos para confirmar a resposta através da resolução gráfica. Os alunos abriram o software WINPLOT, e, sob a orientação do pesquisador, introduziram as funções das posições do ciclista e de Mel para serem plotadas na tela, descobrindo, assim, o ponto de encontro. Porém, neste software ficou difícil de visualizar tudo na tela (os eixos e o ponto de encontro). Então, o pesquisador decidiu em outro dia usar o software GRAPHMATICA para que os alunos realizassem essa tarefa. Com isso, os alunos conseguiram visualizar melhor o ponto de encontro e confirmar a resposta algébrica.

- “Pista de Prova”

A simulação desse OA realizada pelo aluno teve êxito, sendo possível ao mesmo observar os gráficos dos dois móveis e retirar os dados para resolução das questões propostas e adequadas pelo pesquisador.

Nessa terceira atividade as duplas realizaram as seguintes ações:

- Exploraram e responderam as questões propostas nas situações-problemas inerentes aos objetos de aprendizagem e também questões adequadas pelo pesquisador;
- Calcularam, preencheram tabela e confeccionaram gráficos de funções horárias do movimento uniformemente variado (MUV);
- Escreveram a estrutura matemática das funções do MUV para cada situação-problema;
- Introduziram as funções horárias do MUV nos softwares WINPLOT e GRAPHMATICA e identificaram o ponto de encontro entre os móveis;
- Tomaram decisão em relação aos resultados obtidos algebricamente e graficamente;
- Resolveram um sistema de equações com duas incógnitas, originado por uma função de 1º grau e outra do 2º grau;

- Resolveram equação do 2º grau tomando como estratégia a resolução de Báskhara;
- Relacionaram as funções horárias do MUV com as funções matemáticas;
- Calcularam o tempo decorrido a partir de uma distância percorrida pelo móvel.

## **7.7. Análise a posteriori**

Nesta fase da engenharia didática, fez-se uma análise didática dos dados oriundos da aplicação da sequência didática com propósito de buscar a efetivação da validade das hipóteses levantadas nessa pesquisa. A análise foi desenvolvida conforme os dados alcançados pelos alunos na realização das atividades, pela entrevista que o pesquisador realizou com os professores de Matemática e Física que lecionaram no ano em que se efetivou a aplicação dos instrumentos de análise.

### **7.7.1. Atividade 1 – Posição de um móvel num referencial**

Uma nova maneira de abordar o conteúdo com vistas à aprendizagem com significado remete a uma mudança no contrato didático, uma vez que os estudantes deverão se adaptar às novas regras. O novo contrato didático promove ruptura, pela estratégia diferente com que o professor passa abordar o conhecimento em jogo, provocando mudança no comportamento do aluno através dos desafios lançados (Brousseau,1990). Mesmo com inúmeras dificuldades em relação aos recursos, infraestrutura e suportes disponibilizados, as atividades propostas nesse trabalho deram conta de responder às questões elencadas.

Nessa atividade participaram 17 duplas, 10 duplas da turma A e 7 duplas da turma B. Cada questão foi analisada individualmente na atividade de sequência didática proposta. Em função de uma análise mais geral, foram criadas as categorias expostas na tabela seguinte, quais sejam:

- *Não respondeu*: A ausência do aluno e a passividade do aluno como alguém que deve agir sobre a questão são a causa do acréscimo nessa classificação.

- *Insatisfatório*: A dupla recebe essa classificação no caso de não cobrir toda questão e, além disso, na parte da questão que tentou resolver, não efetuar os cálculos das operações ou fazê-lo erroneamente;
- *Satisfatório*: Essa classificação recebe a dupla que respondeu pelo menos metade da questão corretamente e aquela que respondeu tudo e cometeu algum erro que não afetou toda a resolução da questão;
- *Plenamente Satisfatório*: Para receber essa classificação a dupla deve acertar completamente a questão ou ter mínimo um erro possível de tal forma que não influencie no resultado da questão.

<b>Desempenho</b>	<b>Não respondeu</b>	<b>Insatisfatório</b>	<b>Satisfatório</b>	<b>Plenamente Satisfatório</b>
<b>Questão 1</b>	28%	-	33%	39%
<b>Questão 2</b>	23%	-	-	77%
<b>Questão 3</b>	-	23%	27%	50%
<b>Questão 4</b>	-	-	44%	56%
<b>Questão 5</b>	18%	6%	12%	64%
<b>Questão 6</b>	24%	12%	29%	35%
<b>Questão 7</b>	6%	18%	41%	35%
<b>Questão 8</b>	6%	12%	-	82%
<b>Questão 9</b>	12%	59%	29%	-
<b>Questão 10</b>	11%	12%	18%	59%

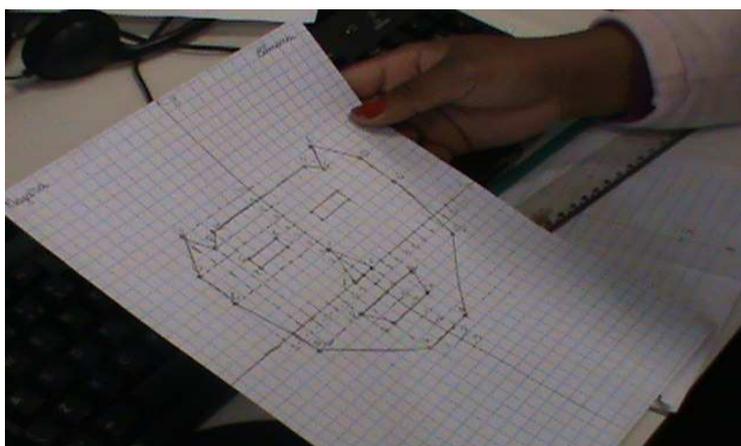
**Tabela 04 – Classificação de desempenho – Atividade 1**

Na primeira questão que desenvolve a noção de par ordenado, 28% deixaram em branco, 39% das duplas de alunos utilizaram o objeto de aprendizagem e responderam corretamente a pergunta. As duplas que apenas descreveram o que realizaram com o OA e não responderam a pergunta receberam uma classificação de desempenho satisfatório. O objetivo foi levar o aluno perceber que o par ordenado  $(x,y)$  representa um ponto no plano cartesiano.

A fase adidática descrita por Brousseau (1998) ficou caracterizada na resolução desta questão pelas seguintes situações:

- *Ação*: A dupla de aluno navegou pelo OA leu e interpretou a questão a ser solucionada. Através de tentativas, explorou a situação-problema (afundar o navio pirata), no sentido de aprender como se joga num ambiente virtual onde a simulação desta situação ocorre pelo computador.
- *Formulação*: Nessa situação, a dupla observou os dados que o OA solicitou, ou seja, introduziu nas lacunas as coordenadas cartesianas  $(x,y)$  e a distância entre os navios oponentes. Nesse momento, após tentativas, acertos e erros, cada aluno começa a buscar a estratégia, que no seu modo de pensar, seja mais confortável;
- *Validação*: Ao interagir, refletindo com o parceiro da dupla, acordaram pela estratégia e a descreveram, validando-a. No caso, há duplas que optaram pela contagem e outras pela operação (subtração entre as coordenadas de mesmo símbolo para os dois navios)<sup>26</sup>.
- *Institucionalização*: Encerrando esta parte adidática, o pesquisador estabeleceu, após reflexão com os alunos, que o par ordenado  $(x,y)$  representa um ponto no plano cartesiano.

Nessa questão os alunos realizaram uma tarefa que consistia em localizar os pares ordenados no plano cartesiano e depois obter uma figura a partir da ligação desses pontos por segmentos de reta.

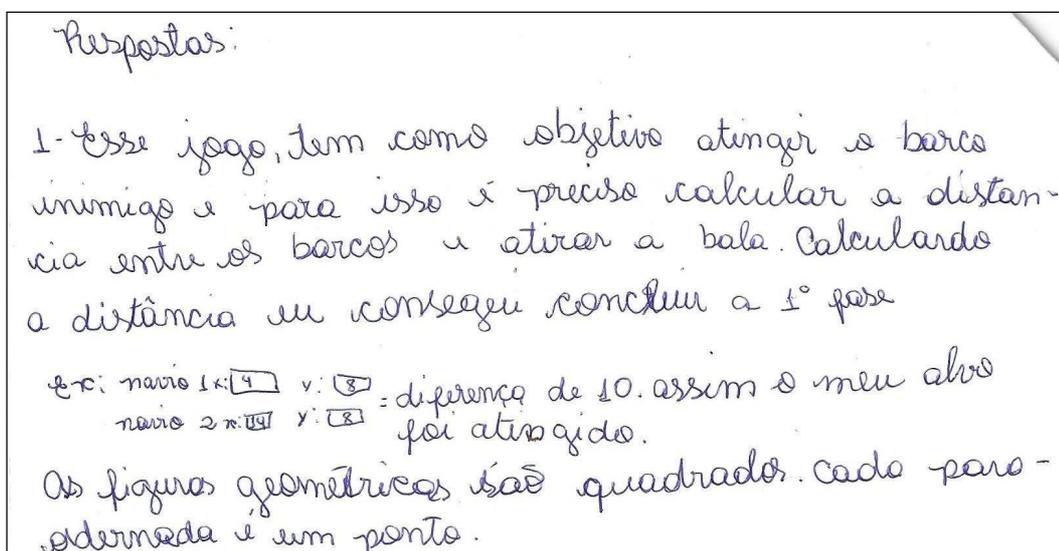


**Figura 14 – Atividade extra – dupla ME**

---

<sup>26</sup> Situação onde os navios tinham, em uma das coordenadas a mesma cota e, em consequência disso, o aluno podia realizar, em sua estratégia, a operação “contagem ou a operação “subtração”.

Outra dupla descreve como realizaram a atividade, interpretando o OA, relatando a estratégia e respondendo a pergunta, como mostra o quadro a seguir:



#### Quadro 05 – Trecho da 1ª questão – Atividade 1 – Dupla KS

Conforme mostra nas figuras e quadro anteriores, os alunos aprenderam, sem grandes dificuldades, de uma maneira simples e lúdica a noção de par ordenado e um dos seus usos, através de um simples jogo de computador, adequado didaticamente. Portanto, é possível a incorporação e a matematização das TICs no processo ensino-aprendizagem dentro de uma estratégia didática adequada, não de forma mecânica, mas coerente com a construção do conhecimento pelo estudante (Borges e Frota, 2004; Oliveira, 2008).

Na segunda questão as duplas deveriam aplicar o conhecimento adquirido na questão 1 e realizar o jogo “ A batalha naval” com seu colega de dupla. O objetivo foi sedimentar o conhecimento sobre par ordenado e sua posição em quaisquer dos quadrantes do sistema de coordenadas cartesianas. As duplas espalharam suas esquadras no plano cartesiano e começaram a batalha.

A importância desse tipo de questão se mostra na oportunidade de que o aluno não apenas trabalhe com coordenadas positivas, mas também experimente a dificuldade de localizar, configurando na mente a posição do par ordenado nos quadrantes em que as coordenadas são negativas. Ao lançar a bomba (x,y) seu oponente respondia se acertou ou errou o alvo. Assim, cada aluno podia cercar as

embarcações um do outro, aprendendo Matemática com uma atividade lúdica. Nesta atividade, apenas não teve classificação de desempenho “plenamente satisfatório” quem não realizou a atividade.

Utilizando uma tecnologia não-digital (lápiz e papel) para desenvolver essa questão, o aluno pode ter notado as possibilidades do uso da tecnologia (TICs – Tecnologias da informação e comunicação) para entender a noção de par ordenado e que usar essa tecnologia da outra não anula a utilidade desta. As duas tecnologias, digitais e as ditas “tradicionais”<sup>27</sup>, têm sua validade dentro de uma estratégia pertinente aplicadas ao processo ensino-aprendizagem (Oliveira, 2009). Desta forma segue a situação adidática (Brousseau, 1998) para diferenciar estas abordagens, levando em conta, apenas, o posicionamento de cada componente da esquadra naval no plano cartesiano:

<b>Batalha Naval</b>	<b>Tecnologias</b>	
<b>Situação adidática de:</b>	<b>Digital</b>	<b>Não-digital</b>
<b>Ação</b>	Observar o par (x,y) faltante	Leitura e interpretação do enunciado, coletar dados
<b>Formulação</b>	Identificar as posições dos navios	Situar as posições de esquadra e criar pares ordenados (bombas);
<b>Validação</b>	Escrever a posição (x,y) solicitada e confirmar	Guardar par (x,y) lançado para evitar repetí-lo
<b>Institucionalização:</b>	Par (x,y) ponto do plano cartesiano	Par (x,y) ponto indicativo da localização de um componente da esquadra

**Quadro 06 — Situação Adidática e uso de tecnologias – 1ª questão**

Seguem alguns registros de lançamentos do jogo uma dupla fez:

Aluna MS

<b>x</b>	-5	6	6	6	7	8	9	10	9	8	7	6	7	4	5
<b>y</b>	-5	5	3	7	6	2	5	-2	-2	-2	-2	-7	-6	-7	-6

<sup>27</sup> Tecnologias Tradicionais: uso lousa e giz, lápis e papel, régua e compasso, etc.

**Tabela 07 – Bombas lançadas por MS****Aluna EL**

<b>x</b>	8	5	9	8	3	4	3	6	2	5	5	8	4		
<b>y</b>	2	3	12	10	6	6	10	12	10	11	9	9	4		

**Tabela 08 – Bombas lançadas por EL**

Nas tabelas de lançamento de projeteis observam-se as estratégias diferentes no jogo: enquanto MS lançou “bombas” em todos os quadrantes, EL concentrou suas bombas no primeiro quadrante tentando deixá-lo sem embarcações inimigas. No final do jogo, MS afundou um hidroavião e atingiu outro e, EL apenas atingiu um hidroavião.

Na terceira questão, 50% das duplas a realizaram plenamente, efetuaram o cálculo da velocidade, preenchimento da tabela, localização dos pontos no plano cartesiano e obtiveram a curva característica que descreve o movimento do atleta. Algumas duplas (27%) obtiveram classificação de desempenho “satisfatório”, pois deixaram de responder as perguntas relativas à curva característica e as grandezas que variam durante o movimento do atleta. As duplas que receberam classificação de desempenho “insatisfatório” foram 23%, pois não foram bem sucedidos na confecção do gráfico e em responder as perguntas já mencionadas.

Nessa questão o pesquisador criou um OA e se preocupou, na escolha do vídeo, com o fim educacional que ele deve ter (Nunes, 2007). O vídeo mostra uma prova de atletismo na modalidade de 100 metros rasos. Dentre os objetivos da construção e uso deste AO, consta o de fazer a transição em extrapolar a noção que o aluno adquiriu de par ordenado para outro tipo de situação. Neste caso, transportar este conhecimento para a relação de dependência entre grandezas físicas (espaço e tempo, velocidade e tempo).

Na tabela construída para organizar os cálculos, alguns alunos ao efetuar a operação trabalharam com a adição e outros com a multiplicação. Sem ter posse da fórmula que calcula a velocidade, o aluno a calculou através da interpretação de uma pergunta lançada.

Os alunos que trabalharam com a adição, calcularam, primeiramente quantos metros o velocista fez em um segundo em média, depois, a cada segundo

subseqüente, somaram o valor anterior pelo primeiro valor que calcularam. De outra forma, os alunos que usaram a multiplicação procederam efetuando a operação utilizando o primeiro valor calculado (velocidade média) com o tempo variando de 1 a 10 segundos. Para corroborar o exposto neste parágrafo, segue um trecho da questão, aludindo às operações mencionadas:

Posição (y)	Instante (x)	Operação (contas)
10,29	1	$10,29 \cdot 1 = 10,29$
20,58	2	$10,29 + 10,29 = 20,58$
30,87	3	$20,58 + 10,29 = 30,87$
41,16	4	$30,87 + 10,29 = 41,16$
51,45	5	$41,16 + 10,29 = 51,45$
61,74	6	$51,45 + 10,29 = 61,74$
72,03	7	$61,74 + 10,29 = 72,03$
82,32	8	$72,03 + 10,29 = 82,32$
92,61	9	$82,32 + 10,29 = 92,61$
102,9	10	$92,61 + 10,29 = 102,9$

Tabela 09 – Trecho da 3ª questão – 1ª Atividade – Dupla MAE

Posição (y)	Instante (x)	Operação (contas)
10,29 m	1	$10,29 \times 1$
20,58 m	2	$10,29 \times 2$
30,87 m	3	$10,29 \times 3$
41,16 m	4	$10,29 \times 4$
51,45 m	5	$10,29 \times 5$
61,74 m	6	$10,29 \times 6$
72,03 m	7	$10,29 \times 7$
82,32 m	8	$10,29 \times 8$
92,61 m	9	$10,29 \times 9$
102,9 m	10	$10,29 \times 10 = 102,9$

Tabela 10 – Trecho da 3ª questão – Atividade 1 – Dupla ME

A estratégia de organização dos cálculos foi elaborada não apenas com intento de mostrar este tipo de registro, mas também com o de levar o aluno, posteriormente, a escrever os pares ordenados, localizá-los no plano cartesiano, desenhar a curva característica formada por esses pontos, escrever a função que descreve o movimento do atleta na linguagem algébrica. Para tanto, o aluno deveria observar na tabela os valores que variavam e os valores constantes. Segundo Duval

(2003) é importante que o estudante conheça os diversos tipos de representação do mesmo objeto matemático e consiga transitar por eles. Segue os gráficos correspondente às duplas MAE e ME :

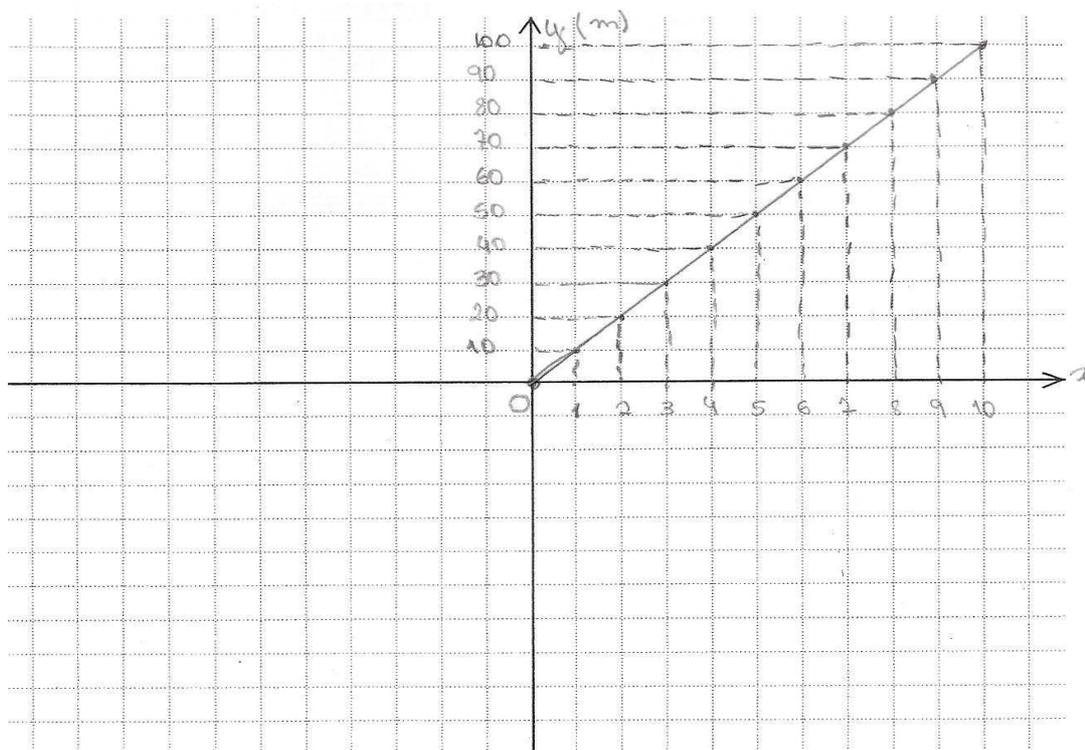
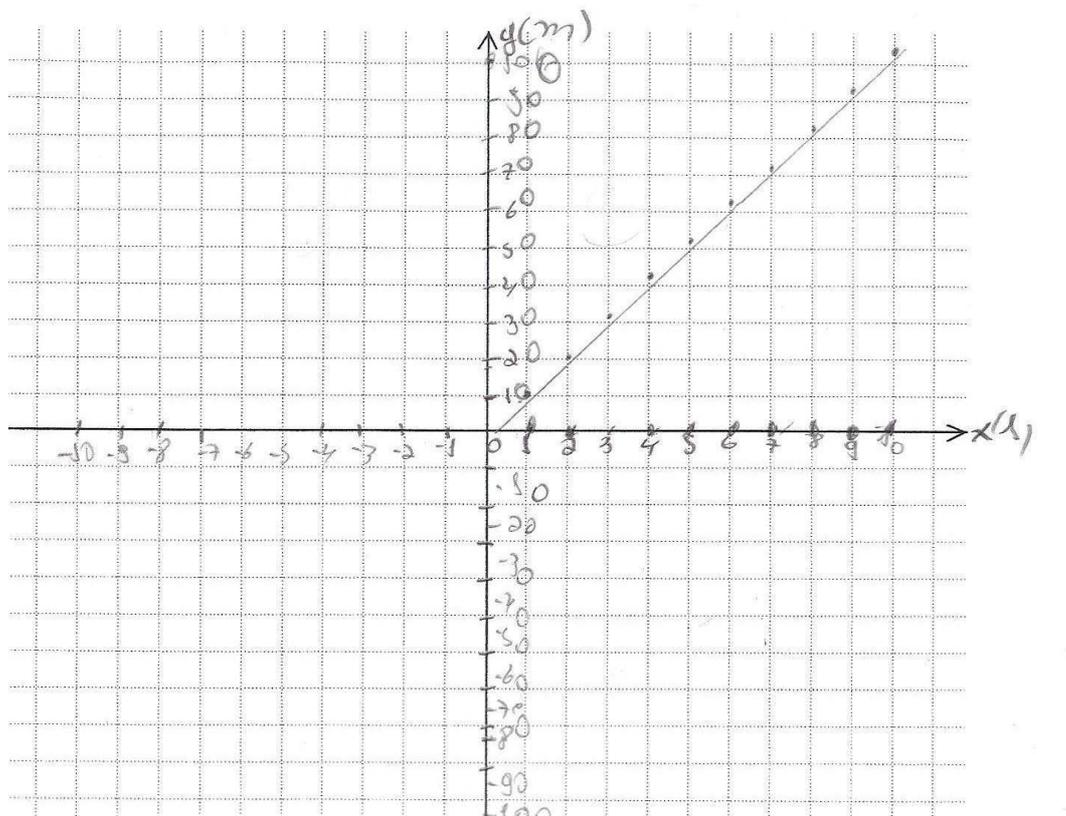


Gráfico 04 – Trecho da 3ª questão – Atividade 1 – Dupla – MAE



**Gráfico 05 – Trecho da 3ª questão – Atividade 1 – Dupla ME**

A terceira questão foi validada dentro da proposta que se esperava, uma vez que a maioria das duplas chegou ao resultado.

Na quarta questão, 56% das duplas receberam classificação de desempenho “plenamente satisfatório”, pois resolveram os cálculos com sucesso e também a confecção do gráfico. As outras duplas (44%) obtiveram classificação de desempenho “satisfatório”, pois estas erraram no cálculo da função cujo coeficiente é negativo e, como consequência, erraram no desenho do gráfico da função. O objetivo desta questão foi uma tentativa de levar o aluno a relacionar a parte teórica das funções matemáticas desta questão com a função que descreveu o movimento do atleta na questão anterior, reconhecendo os coeficientes linear e angular e os pontos em que a reta intercepta os eixos cartesianos.

Nesta questão, foi introduzida a simbologia Matemática, adotando-se para as variáveis dependente e independente as letras  $x$  e  $y$ , respectivamente. Segundo Campos (2000) o uso contínuo de um único símbolo para a identificação de variáveis tem contribuído para a dificuldade do aluno em não ter firmeza sobre a noção de função. Para contrapor a esse fato, nas questões subsequentes busca-se

relacionar a Matemática com a Física, usando outra simbologia Matemática. Desta forma, garantir a aprendizagem do conceito de função dentro de um contexto interdisciplinar, relacionando diferentes domínios, pode levar o aluno a transportar esse conceito para outras áreas do conhecimento. Essa transição, da passagem do conceito de função em Matemática para outra área do conhecimento pode ser favorecida pela abordagem interdisciplinar e contextualizada do conhecimento (PCN,1999).

Algumas duplas erraram no resultado do cálculo da expressão que constituía a função, pois tinham dificuldade em operar com os sinais (+,-), pelo que foi necessário a intervenção do pesquisador para que essa dificuldade fosse eliminada e não ser confundidos como foco da pesquisa. A seguir, apresenta-se o protocolo contendo trecho da questão de duas duplas em dois registros de representação – a primeira teve dificuldade em operar com os sinais, a segunda não.

Tabela ( $y=2x+1$ )			Tabela ( $y=-4x+2$ )		
x	$2x+1$	y	x	$-4x+2$	y
-2	$2 \cdot (-2) + 1$	<del>-2</del>	-2	$-4 \cdot (-2) + 2$	..10..
-1	$2 \cdot (-1) + 1$	<del>-1</del>	<del>-1</del>	$-4 \cdot (-1) + 2$	..5..
0	$2 \cdot (0) + 1$	..1..	0	$-4 \cdot (0) + 2$	..2..
1	$2 \cdot (1) + 1$	..3..	1	$-4 \cdot (1) + 2$	..-6..
2	$2 \cdot (2) + 1$	..5..	2	$-4 \cdot (2) + 2$	..-10..

Tabela 11 – Trecho da 4ª questão – Atividade 1– Dupla AL

Observa-se a inconstância do aluno em operar com os sinais junto com a operação aritmética. Neste caso, o aluno consegue fazer a multiplicação dos números inteiros, mas ao somar, aplica a mesma regra da multiplicação para a adição (para sinais diferentes, o resultado é negativo) confundindo a operação que faz com os sinais com a operação que faz com os números. Isso levou como consequência uma representação gráfica com erro da função  $y=-4x+2$ . A curva característica da função deveria interceptar a ordenada  $y=2$ , mas devido a dificuldade do aluno, a ordenada interceptada foi  $y=-2$ , como se mostra adiante:

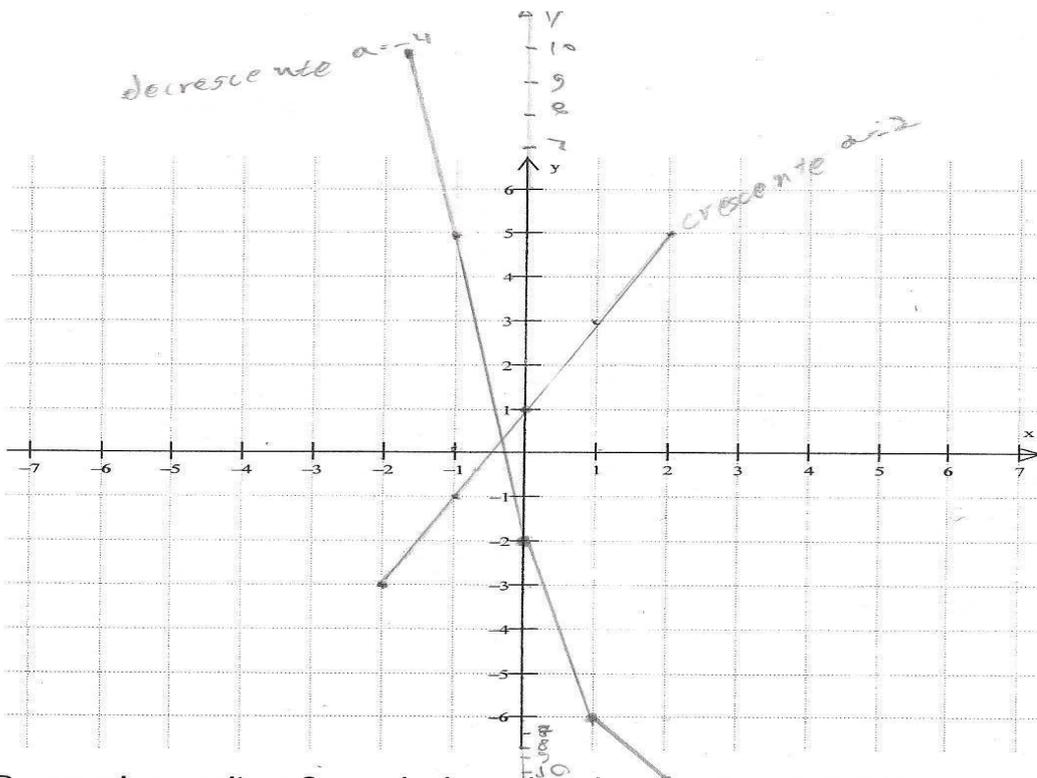


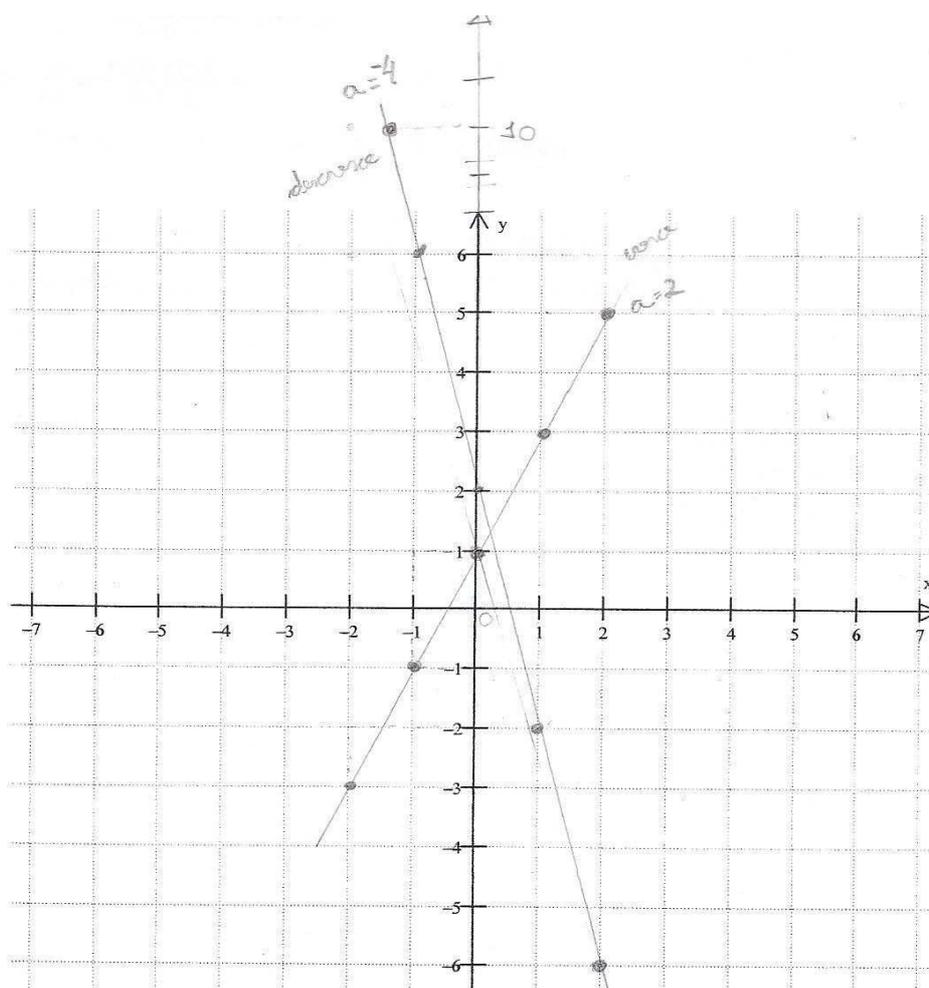
Gráfico 06 – Trecho da 4ª questão – Atividade 1 – Dupla AL

Diferentemente da dupla AL, a tabela a seguir apresenta os resultados das operações efetuados com êxito pela dupla JPL:

Tabela ( $y=2x+1$ )			Tabela ( $y= -4x+2$ )		
x	$2x+1$	y	x	$-4x+2$	y
-2	$2 \cdot (-2) + 1$	(-3)	-2	$-4 \cdot (-2) + 2$	10
-1	$2 \cdot (-1) + 1$	-1	-2	$-4 \cdot (-1) + 2$	-6
0	$2 \cdot (0) + 1$	1	0	$-4 \cdot 0 + 2$	2
1	$2 \cdot 1 + 1$	3	1	$-4 \cdot 1 + 2$	-2
2	$2 \cdot 2 + 1$	5	2	$-4 \cdot 2 + 2$	-6

Tabela 12 – Trecho da 4ª questão – Atividade 1 – Dupla JPL

Em consequência do acerto, a representação gráfica foi realizada com sucesso pela dupla, a qual indicou o coeficiente angular e as ordenadas onde a curva intercepta, como apresentado abaixo:



**Gráfico 07 – Trecho da 4ª questão – Atividade 1 – LJP**

A cada situação de erro em que o aluno deveria ter o conhecimento sobre o assunto, devido ao estágio em que se encontra na escola, o pesquisador explicava, em separado, a fim de que essas falhas não prejudicassem o andamento da pesquisa.

Na quinta questão, 64% das duplas calcularam as razões solicitadas e responderam a pergunta corretamente (o resultado do cálculo obtido é a velocidade do atleta). As duplas com classificação de desempenho “satisfatório” efetuaram o cálculo, mas não responderam a pergunta. A dupla com desempenho insatisfatório substituiu os valores na expressão apenas. Conseguir identificar o valor obtido comparando-o com a velocidade do atleta foi o objetivo dessa questão.

No desenvolvimento da questão, os alunos conseguiram substituir o valor da função em cada instante, procurando esses valores presentes em registros diferentes (tabela ou gráfico). Desta vez, efetuaram os cálculos com melhor desenvoltura em relação à operação com números inteiros, como se observa na resolução da questão realizada por uma dupla:

5- De acordo com item 3-c, calcule, retirando os valores da tabela ou do gráfico.

a)  $\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S(1)-S(0)}{1-0} = \frac{10,29-0}{1} = \frac{10,29}{1} = 10,29 \frac{m}{s}$

b)  $\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S(2)-S(1)}{2-1} = \frac{20,58-10,29}{1} = \frac{10,29}{1} = 10,29 \frac{m}{s}$

c)  $\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S(2)-S(0)}{2-0} = \frac{20,58-0}{2} = \frac{20,58}{2} = 10,29 \frac{m}{s}$

Observe os valores calculados. Ele se relaciona com qual grandeza do exercício 3 que VC já calculou? *corresponde ao valor da velocidade do atleta*

**Quadro 07 – Trecho da 5ª Questão – Atividade 1 – Dupla AL**

Embora essa questão seja do tipo “calcule e resolva”, ela foi utilizada no momento adequado (PCN, 2002), onde se pretendeu fazer a comparação das razões calculadas com o valor calculado para a pergunta “quantos metros por segundo, em média, o atleta percorreu?”, valor este que é a velocidade média do atleta.

Na sexta questão, 35% das duplas calcularam as razões e responderam a pergunta corretamente, 29% calcularam as razões e não relacionaram com o coeficiente angular da reta, 12% das duplas erraram os cálculos e não conseguiram dar resposta à pergunta e, por fim, 24% agiram sobre a questão. As duplas que tiveram a classificação de desempenho “insatisfatório” cometeram erros de substituição da função no ponto (ex.:  $f(2)=8$ ) e, também, calcularam errado, revelando, novamente, dificuldade em efetuar operações com números inteiros. A realização dessa questão teve como objetivo levar o aluno a reconhecer essas razões como coeficiente angular da reta ao compará-las e localizá-las na função dada no enunciado.

A quinta e a sexta questão são descritas nas seguintes situações adidáticas (Brousseau, 1998):

<b>Cálculo de razões</b>	<b>Relação Física e Matemática</b>	
<b>Situação adidática de:</b>	<b>Cinemática</b>	<b>Funções</b>
<b>Ação</b>	Ler e interpretar a simbologia $s(t)$ : posição no instante $t$	Ler e interpretar a simbologia $f(x)$ : valor da função em $x$
<b>Formulação</b>	Buscar $s(t)$ : Interpretar gráfico ou tabela	Buscar $f(x)$ : Interpretar gráfico ou tabela
<b>Validação</b>	Substituir valor $s(t)$ na expressão, calcular e comparar o resultado com o valor calculado para a pergunta “quantos metros por segundo, em média, o atleta correu?”	Substituir valor $f(x)$ na expressão, calcular e comparar o valor obtido com o valor de $\underline{a}$ na função $f(x)=2x+1$ (enunciada).
<b>Institucionalização</b>	Velocidade é o coeficiente angular da reta no MU	

**Quadro 08 – Situação Adidática – Relação Física e Matemática – 6ª questão – Atividade 1**

Na tabela anterior, observam-se, na relação da Matemática com a Física, pontos comuns que podem ser aproveitados para abordagem interdisciplinar do conteúdo funções. Ensinar e aprender matemática de uma forma interdisciplinar, fazendo que o professor inclua no seu trabalho esse tipo de abordagem e o aluno relacione os assuntos das disciplinas, pode fazer avançar o aluno para além do pensamento fragmentado alimentado pela visão tradicional com atividades do tipo “siga o exemplo” e a aprendizagem pela memorização. Nesse sentido, o professor tem um papel fundamental no processo ensino-aprendizagem, dentro do que acredita Lenoir (1998), uma vez que, em seu trabalho em sala de aula, pode atualizar o seu fazer pedagógico pela pesquisa, ação, reflexão do seu fazer didático.

Embora o procedimento para efetivar a sétima questão seja bastante simples, o aluno deverá relacioná-la com as anteriores. Esta questão foi planejada com a intenção de levar o aluno a associar o conhecimento sobre a função em Matemática

com o conhecimento sobre cinemática em Física, através das identidades e simbologias próprias de cada disciplina, conforme se apresenta a seguir:

Matemática (Função do 1º grau)	Física (Cinemática M.U.)
(A) Coeficiente angular	(C) <input checked="" type="checkbox"/> Posição Inicial
(B) b	(E) <input checked="" type="checkbox"/> S(t)
(C) Variável dependente y	(D) <input checked="" type="checkbox"/> v
(D) a	(A) <input checked="" type="checkbox"/> Velocidade
(E) f(x)	(F) <input checked="" type="checkbox"/> t
(F) Variável independente x	(B) <input checked="" type="checkbox"/> S <sub>0</sub>

Quadro 09 – Trecho da 8ª questão – Atividade 1 – Dupla AL

De acordo com o quadro acima, a dupla teve êxito em relacionar, com exceção de um item, as identidades da função do 1º grau com as do movimento uniforme na cinemática. Ao conseguir fazer esta relação, o aluno deu um passo importante para o prosseguimento de sua aprendizagem, pois poderá aplicar os procedimentos e conceitos que aprendeu para resolução de situações em outras disciplinas que envolva estes conceitos. Em outros termos, ao deparar com uma situação-problema o aluno deve identificar as grandezas, a relação entre elas, se variam ou não e depois resolver as questões, dando uma estrutura matemática para o que ocorre na situação. De acordo com o exposto acima, Pietrocola et al (2006) relatam sobre a vinculação entre o conhecimento físico e a Matemática, dizendo que, apesar de já existir um instrumental matemático necessário para a aprendizagem dos conteúdos de Física, uma parte considerável dos estudantes apresenta dificuldades em trabalhar com a Matemática nos diversos contexto do conhecimento. Por isso, a abordagem interdisciplinar neste trabalho é relevante, pois se pretendeu no percurso deste trabalho que o aluno construísse a estrutura matemática que descreve o fenômeno proposto pela situação-problema.

Com relação à oitava questão, 82% das duplas tiveram classificação de desempenho “plenamente satisfatório”, pois conseguiram escrever a função horária da posição que descreve a posição do atleta em cada instante na forma algébrica, ou seja, o aluno deu uma estrutura matemática, modelizando o fenômeno através da linguagem matemática, a linguagem algébrica. A seguir mostra-se a questão realizada por uma das duplas.

Handwritten mathematical equations showing the relationship between position  $s(t)$  and time  $t$ :

$$8) s(t) = s_0 + Vt$$

$$s(t) = 0 + 30,29 \cdot t$$

$$s(t) = 30,29 \cdot t$$

**Quadro 10 – Trecho da 8ª questão – Atividade 1– Dupla AL**

Observa-se nesse quadro que a dupla substituiu a velocidade do atleta entendendo que a posição varia com o tempo e, também, que para  $t=0$ , o atleta parte da origem – a partir daí se constrói a função horária que modela a corrida do atleta. Nesse sentido, a Matemática serve como linguagem para estruturar o mundo físico e cabe ao professor oportunizar a construção e o domínio de modelos, possibilitando, através deles, resolver problemas práticos, expressar regularidades, transformações e operações entre grandezas (Pietrocola 1993; Pietrocola et al, 2006; Pinheiro 1996).

A proposta de aprendizagem para a nona questão foi levar o aluno ao entendimento de uma noção mínima sobre domínio de uma função. Neste caso, domínio da função horária da posição no MU e, também, o domínio da função do primeiro grau. No caso, a função horária da posição variável ‘tempo’ tem uma condição de contorno, cuja característica é própria da situação que envolve o conceito da velocidade. Os domínios das funções dependentes da variável tempo são subconjuntos dentro do intervalo  $[0, +\infty[$ , não possuem tempos negativos, sendo esta uma característica observável no cotidiano. Um exemplo bem simples é o uso do cronômetro para medir a duração de uma partida de futebol ou uma corrida de atletismo.

As duplas que obtiveram a classificação de desempenho “insatisfatório” (59%) na nona questão não responderam corretamente a pergunta, pois relacionaram a variável tempo apenas com o plano cartesiano e com os gráficos das funções e não com a grandeza física primitiva “tempo”, ou seja, relacionaram apenas com o que

conseguiram visualizar através da Matemática e não com as condições físicas do fenômeno apresentado. Algumas transcrições de respostas das duplas estão a seguir:

- ME: *“Porque o gráfico da física tem a função para baixo”*.
- MD: *“A função do gráfico da Física é sempre que ele aumenta, caso contrário, ele irá parar”*.
- DM: *“Porque as funções são diferentes”*.
- AL: *“Porque representa a posição do atleta em função do tempo em um gráfico cartesiano onde a reta não encontra valores negativos, nesse caso, a Física trocou a Matemática e não apresentou valores negativos, No outro gráfico ele apresentou valores negativos, embora seja representado por retas”*.
- KS: *“Porque o gráfico da Física não tem função para baixo e o gráfico está truncado com o gráfico da Matemática”*.

Nota-se, através desta questão, o efeito perverso que a fragmentação causa na aprendizagem, encerrando o diálogo entre as disciplinas e áreas do conhecimento, contribuindo por aumentar a dificuldade do estudante em estabelecer relações entre os conteúdos das várias disciplinas escolares e, também, entre o que se aprende na escola e no cotidiano externo à escola (Machado,1993)<sup>28</sup>.

As duplas com classificação de desempenho “satisfatório” (29%) conseguiram responder a questão, relatando uma das características da grandeza física “tempo”, mas pouco relacionando com os domínios válidos para as funções na Física e na Matemática. Em resumo, responderam que *“não existe tempo negativo”* ou *“o tempo não volta atrás, por isso não existe tempo negativo”*.

No Ensino Médio, segundo LDB (1996, p. 14)<sup>29</sup>,o aluno irá aprofundar os conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental para prosseguimento de estudos. Ao ingressar no Ensino Médio o aluno apresenta poucos conhecimentos em

---

<sup>28</sup> <http://mail.fae.unicamp.br/~proposicoes/textos/10-artigos-machadonj.pdf>

<sup>29</sup> Lei de Diretrizes e Base da Educação Nacional promulgada em 20/12/1996

Ciências e Matemática. Os assuntos em Ciências relacionados à Cinemática (Física) são abordados superficialmente, assim como também a Matemática em relação ao conceito de função. Portanto, a análise da décima questão foi realizada considerando o caráter de inicial de aprofundamento e os poucos recursos cognitivos do aluno disponíveis para mobilizar e, também, a forma como a Matemática é considerada como uma ciência que tem corpo próprio; como uma ferramenta útil para as outras ciências.

A par disto, a análise dos 59% que receberam classificação de desempenho satisfatório se caracterizou pelas seguintes respostas:

- MD: *“A Física precisa de uma ferramenta com base na Matemática, ou seja, tudo é matemática”*
- ME: *“Sim, a Física precisa da Matemática. A Matemática é uma ferramenta para a Física”.*
- DM: *“Sim, a Física depende da Matemática, elas tem muito em comum”.*
- LA: *“Si, a Física usa a Matemática como Ferramenta”*
- GL: *“Sim, tem uma relação, porque a Física é feita com base na Matemática”*
- LJP: *“Sim, a relação é que a Matemática é uma ajudadora (sic) da Física”*
- KS: *“Sim, as relações são visíveis, mas expressas diferentes, e para entender Física é preciso saber matemática, por isso, tem uma relação entre Física e Matemática”*
- AL: *“A Física e a Matemática tem certa relação. A Matemática é a auxiliadora da Física, embora mude alguns símbolos na Física, não muda o fato de que é Matemática Geral... Essas ciências confundem, mas por serem representadas por seus símbolos e linguagem especial, temos uma definição específica para cada ciência...”.*
- JB: *“Sim, pois a Matemática é como uma ferramenta para a Física e, é como um apoio para relacionar as duas”.*

As redações das duplas apontam que os alunos conseguem entender, minimamente, a relação entre a Matemática e a Física, mesmo que realçando o

caráter utilitário da Matemática. Essas mínimas relações estabelecidas pelo aluno foram de fundamental importância para a compreensão efetiva dos conteúdos matemáticos apresentados, pois poderão ser úteis para aprendizagem e construção de novos conceitos, além de resolver outros tipos de situações (PCN,1998). Embora vista como ferramenta que estrutura o pensamento em diversas áreas do conhecimento, a Matemática também é uma ciência com corpo e metodologias próprios. A intenção neste trabalho foi promover o ensino da Matemática de uma maneira reflexiva, o que extrapola o caráter meramente utilitário dela como ferramenta estruturante do conhecimento em Física e, ainda, reconhecer a Matemática pelos seus valores educativos (Pietrocola, 2002; Pais, 2006). Promover o aspecto interdisciplinar no ensino da Matemática é uma atitude importante do professor, no sentido de dar oportunidade ao estudante de aprender com significado os conhecimentos de Matemática e Física de uma forma integrada (Fazenda, 1993).

#### 7.7.2. Atividade 2 – Função de um móvel em movimento uniforme

Na realização dessa atividade, compareceram 17 duplas, 07 da turma A e 10 da turma B. Abaixo segue o quadro de classificação de desempenho da classe:

<b>Desempenho</b>	<b>Não respondeu</b>	<b>Insatisfatório</b>	<b>Satisfatório</b>	<b>Plenamente Satisfatório</b>
<b>Questão 1</b>	6%	-	53%	41%
<b>Questão 2</b>	12%	12%	41%	35%
<b>Questão 3</b>	18%	29%	53%	-
<b>Questão 4</b>	6%	-	29%	65%

**Quadro 11 – Classificação de desempenho – Atividade 2**

As duplas com classificação de desempenho “Plenamente Satisfatório” (41%) desenvolveram a atividade e lograram êxito nas operações com números inteiros, na sequência das operações que se deve empregar no cálculo de uma expressão numérica e na estruturação matemática da função horária da posição. Por isso, foi

fundamental o diagnóstico das dificuldades dos estudantes no desenvolvimento das etapas iniciais, durante a fase adidática que compôs o processo de ensino-aprendizagem baseado na metodologia de engenharia didática. Etapas iniciais que, segundo Pietrocola (2006), auxiliam o aluno na estruturação matemática de modelos.

Além de aprender a modelar a situação de aspecto interdisciplinar nessa questão, ao experimentar com os OA, os alunos desenvolveram a habilidade de cálculo mental com os dados fornecidos nos vários registros de representação. Nesse sentido, a tecnologia OA participou na mediação da aprendizagem matemática, articulando as relações entre a Matemática e Física e os registros de representação (Kenski, 2007; OCNEM, 2007). Em outros termos, através da interação e integração dos conteúdos dessas disciplinas, suas representações simbólicas próprias e o uso de recurso digital de simulação de um fenômeno físico, o aluno conseguiu desenvolver algumas habilidades como ler, interpretar e navegar em um hipertexto; calcular mentalmente; escrever os cálculos através de registro numérico-algébrico; interpretar gráficos de função; efetuar modelagem matemática de fenômeno que envolve função de 1º grau, o que o poderá tornar competente para resolver novas situações-problemas (PCN, 1999; PCNEM+, 2002). Segue trecho da questão de algumas duplas:

- Os alunos da dupla LA leram e interpretaram o OA, filtraram os dados e efetuaram os cálculos descrevendo as operações.

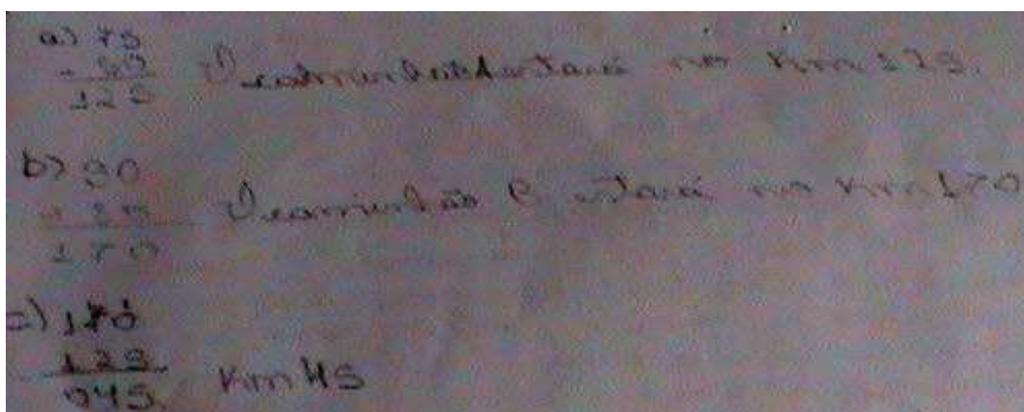
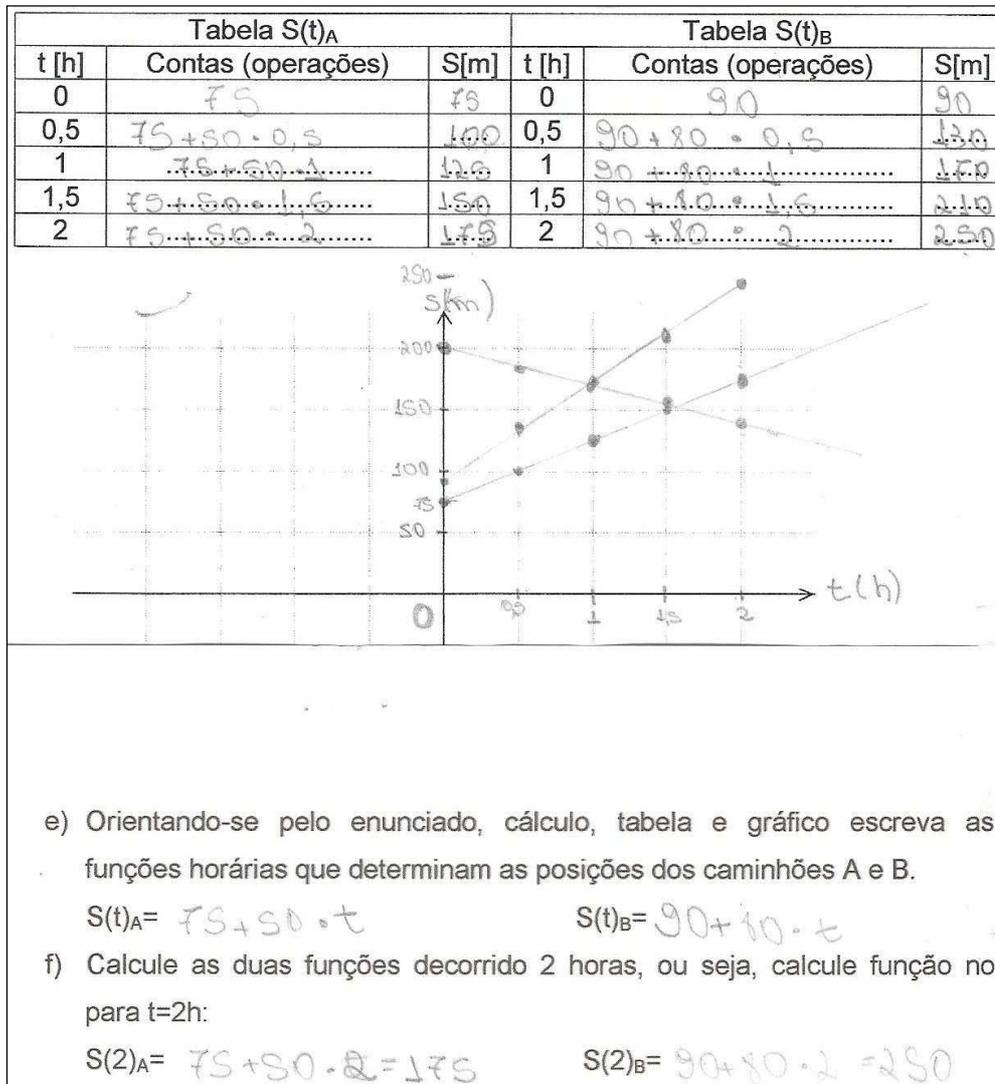


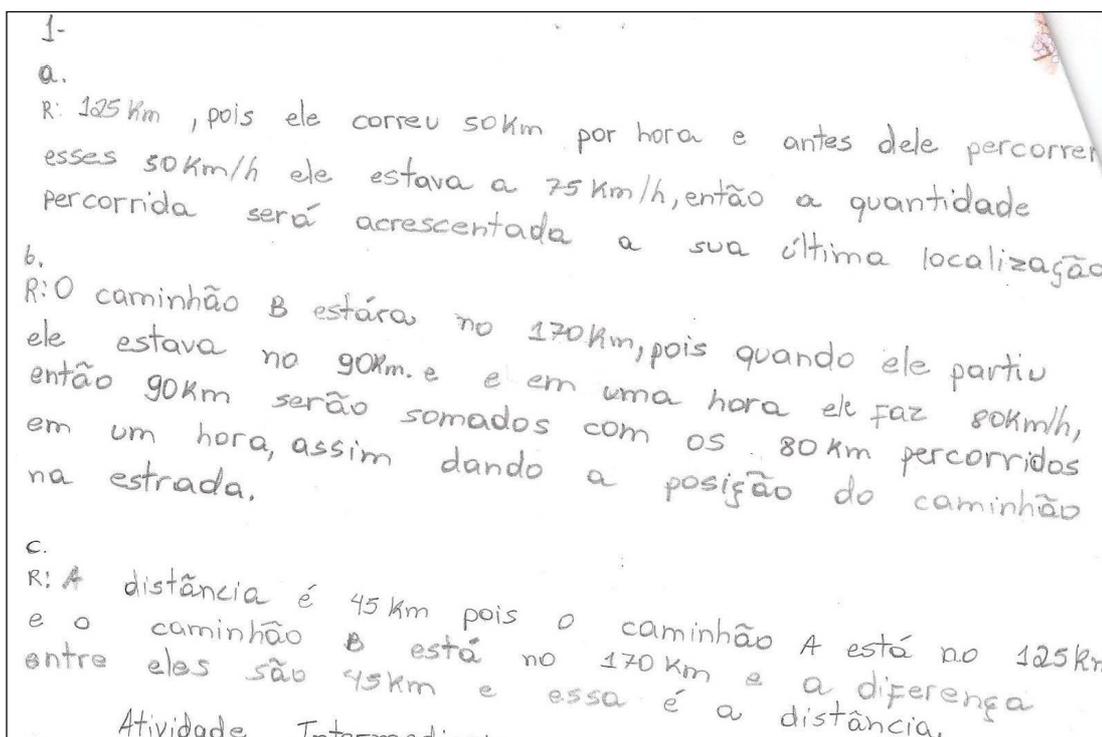
Figura 15 – Trecho da 1ª questão – Atividade 2 – Dupla AL

A dupla completou esse trecho grafando o mesmo objeto matemático em três representações: formas de tabela, gráfica e algébrica.



Quadro 12 – Trecho da 1ª questão – Atividade 2 – Representações – dupla LA

- Os alunos da dupla GL retiraram as informações do OA, deram a resposta corretamente, descrevendo a estratégia que aplicaram para resolver a situação proposta;



**Quadro 13 – Trecho da 1ª questão – Atividade 2 – Dupla GL – Respostas do OA**

Algumas duplas obtiveram classificação de desempenho “Satisfatório” (53%), pois após efetuarem a substituição do valor da variável na função, novamente, esqueceram a sequência das operações numa expressão numérica. Isso pode estar relacionado com três aspectos seguintes:

- Esquecimento da sequência;
- Efetuar uma operação matemática, carregando o aprendizado da ordem como se efetua a leitura e a escrita (da esquerda para direita) para realizar as operações numa expressão numérica;
- Confusão por ser uma nova maneira de calcular a posição do móvel, que é o mesmo que calcular uma função  $f(x)$  qualquer, para um determinado  $x$ , pois quando efetuaram as operações no registro de tabela, acertaram.

Formalmente, na 1ª série do ensino médio, o aluno deveria possuir esta competência, porém nessa classe os alunos não têm essa aprendizagem bem estruturada. Todavia, a pesquisa continuou, e em todos momentos em que havia esse tipo de operação, o pesquisador alertou os alunos quanto a essa dificuldade.

Seis duplas realizaram este trecho da questão e apresentaram os mesmos resultados, como segue nas fotos retiradas:

e) Orientando-se pelo enunciado, cálculo, tabela e gráfico escreva as funções horárias que determinam as posições dos caminhões A e B.

$$S(t)_A = 75 + 50 \cdot t \qquad S(t)_B = 90 + 80 \cdot t$$

f) Calcule as duas funções decorrido 2 horas, ou seja, calcule função no para  $t=2h$ :

$$S(2)_A = 75 + 50 \cdot 2 = 250 \qquad S(2)_B = 90 + 80 \cdot 2 = 340$$

**Quadro 14 – Dupla GL – Trecho da 1ª questão – Funções**

Considerando análise segundo as situações adidática de Brousseau (1990), mostra-se a seguir a síntese das resoluções dos alunos nessa questão:

Situação adidática	Primeira questão
<b>Ação</b>	Leitura e interpretação do OA; Coleta de dados iniciais, posição e velocidade dos móveis; Preparação dos dados: efetuar operações com dados iniciais e montar pares ordenados a partir da tabela.
<b>Formulação</b>	Escrever função horária a partir da observação dos cálculos numéricos da tabela; Introdução dos dados no OA; Construir o gráfico.
<b>Validação</b>	Simulação do OA e verificação do resultado emitido por ele; Comparação do resultado da simulação com o resultado de $D_{AB} =  f_B(1) - f_A(1) $ a partir da tabela ou do gráfico.
<b>Institucionalização:</b>	Estrutura matemática da situação cinemática compreende uma função do 1º grau, ou seja, $y = ax + b \leftrightarrow S(t) = S_0 + vt$ . Exemplo: $y = 50x + 75 \leftrightarrow S(t) = 75 + 50t$ ; Tabela e gráfico são registros representativos de funções.

**Quadro 15 – Situação adidática – Síntese da 1ª questão – Atividade 2**

Nessa questão os alunos conseguiram entender que a posição inicial do móvel no M.U. é equivalente ao coeficiente linear da reta na função do 1º grau. Eles conseguiram responder a questão proposta pelo OA, um exemplo clássico da Física,

a distância entre dois pontos, que corresponde na Matemática à diferença de  $f(x)$  para dois valores de  $x$ , ou seja, para este caso  $D = |f(x_2) - f(x_1)|$ .

Na segunda questão as duplas com classificação de desempenho satisfatório (35%) mobilizaram conhecimento referente à resolução de sistema de equações com duas incógnitas e determinaram, graficamente e algebricamente, o ponto de encontro dos dois móveis, equivalente em Matemática à intersecção de duas curvas características, no caso, duas retas originadas por duas funções do tipo  $f(x) = ax + b$ . Também essa duplas conseguiram escrever as funções horárias da posição dos dois móveis diretamente, do registro em “linguagem natural” para “linguagem algébrica”. A partir dessa transição se pode destacar o entendimento do aluno ao lidar com diferentes registros para um mesmo objeto matemático (Duval, 1993). A seguir apresenta-se a questão realizada por uma dessas duplas, onde se observa que os alunos têm pouca prática na confecção e utilização de escalas, decorrendo disto uma imprecisão entre os valores do ponto de encontro no gráfico quando comparados com os valores calculados.

Tabela S(t) <sub>A</sub>			Tabela S(t) <sub>B</sub>		
t	S(t) <sub>A</sub> = 70 + 80.t	S	t	S(t) <sub>B</sub> = 100 + 60.t	S
0	70 + 80.0	70	0	100 + 60.0	100
1	70 + 80.1	150	1	100 + 60.1	160
2	70 + 80.2	230	2	100 + 60.2	220
3	70 + 80.3	310	3	100 + 60.3	280
4	70 + 80.4	390	4	100 + 60.4	340
5	70 + 80.5	470	5	100 + 60.5	400

Aponte, na tabela e no gráfico o instante de encontro t.

$$\begin{aligned} & S_B = 100 + 60t \\ - & S_A = 70 + 80t \\ \hline 0 &= 30 + (-20)t \\ -30 &= -20t \\ \frac{-30}{-20} &= t \\ t &= 1,5 \text{ h} \\ S_A &= 100 + 60 \cdot 1,5 \quad S_B = 190 \text{ km} \end{aligned}$$

Para calcular o instante t, algebricamente, lembre da posição dos dois caminhões ao se encontrarem. t = 1.5?

**Quadro 16 – Trecho da 2ª questão – Atividade 2 – Dupla GL – Representações**

As duplas com “Satisfatório” (41%) não resolveram algebricamente a questão, ou porque não sabiam a estratégia a aplicar ou porque ao terminar de confeccionar o gráfico, pensaram que a tarefa tinha terminado e passaram para a próxima questão. De outro lado, as duplas com classificação de desempenho “Insatisfatório” (12%) erraram nas operações, fizeram os gráficos incorretamente e/ou não resolveram algebricamente. Nesse caso, o aluno pode ter se motivado pelo uso do método menos complicado e trabalhoso para chegar à resposta, e acabou por comodidade, reduzindo essa etapa, pois os registros de representações na forma de tabela, de gráfico ou de expressões algébricas, aqui descritas, podem ser utilizados

pelos alunos como estratégias de resolução de situações-problemas diversas. Nesse sentido é que este trabalho de pesquisa se orientou, apresentando esses registros de representações aos estudantes, não de uma maneira mecânica, mas articulando com os conhecimentos que têm de Física e Matemática, integrando-os dentro de uma realidade que permitiu aos mesmos relacionar o que aprenderam e empregar em situações novas e diferentes para prosseguir na apreensão e construção de novos conhecimentos que surgiram adiante.

A seguir apresenta-se uma síntese dos resultados dos alunos, considerando a fase adidática da situação didática, segundo os estudos de Brousseau (1998):

Situação adidática	Segunda questão
<b>Ação</b>	Leitura e interpretação do enunciado; Coleta de dados iniciais, posição e velocidade dos móveis;
<b>Formulação</b>	Escrever função horária da posição dos móveis a partir da observação e interpretação física e correlação com a com a função do 1º grau; Preenchimento da tabela, calcular e montar os pares ordenados (t,S); Construção do gráfico a partir dos pares (t,S) da tabela; Busca do ponto de encontro pela interpretação da tabela ou do gráfico; Resolução de sistemas de equações.
<b>Validação</b>	Comparação dos pontos de encontro verificados nos resultados descritos pelos três registros de representação: tabela, gráfico e algébrico.
<b>Institucionalização:</b>	Ponto de encontro de encontro de dois móveis corresponde ao ponto de intersecção das curvas característica descritas

**Quadro 17 – Situação adidática – Síntese da 2ª questão – Atividade 2**

Na terceira questão foi introduzida a variável didática física “movimento de móveis em sentidos opostos”, esperando que o estudante, em sua estratégia, ao

estruturar o modelo matemático do móvel que trafegava em sentido contrário ao referencial, utilizasse um sinal de menos, pois como o deslocamento é negativo, o sinal da velocidade também o é, logo, como velocidade e coeficiente angular são correspondentes, a função é decrescente. As duplas com “Satisfatório” (53%) conseguiram entender esse aspecto e escreveram a função horária da posição do M.U. Novamente, alguns estudantes tiveram dificuldades em resolver o sistema de equações com duas incógnitas, porém usaram o registro de representação tabular para encontrar o ponto de encontro dos móveis. Segue apresentação de trecho da questão de uma das duplas.

$s(t) = 200 - 30t$

$t$	$200 - 30 \cdot t$	5
0	$200 - 30 \cdot 0$	200
0,5	$200 - 30 \cdot 0,5$	185
1	$200 - 30 \cdot 1$	170,00
1,5	$200 - 30 \cdot 1,5$	155
2,0	$200 - 30 \cdot 2,0$	140

(b).  
 $s(5)t = 200 - 30 \cdot 5 = 200 - 150 = 50$

50	$200 - 30 \cdot 5,0$	50
----	----------------------	----

ao passar às 5:00  
ele estará no km 50

**Quadro 18 – Trecho da 3ª questão – Atividade 2 – Dupla MAE**

As duplas com classificação de desempenho “Insatisfatório” optaram por utilizar a resolução algébrica, porém não foram bem sucedidos. Além da dificuldade na estruturação matemática do fenômeno não souberam como resolver o sistema de equações com duas incógnitas, não demonstrando também outro método de resolução para essa duas equações. A seguir, mostra-se trecho de atividade de uma dessas duplas.

$$\begin{aligned} \textcircled{-} \begin{cases} S_A = 75 + 50t \\ S_B = 200 + 30t \end{cases} \\ 0 = -125 + 20t \\ 125 = 20t \\ \frac{125}{20} = t \\ t = 6,25 \text{ h} \\ S_A = 75 + 50 \cdot 6,25 \\ S_A = 387,5 \text{ km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{-} \begin{cases} S_B = 90 + 80t \\ S_C = 200 + 30t \end{cases} \\ 0 = -110 + 50t \\ 110 = 50t \\ \frac{110}{50} = t \\ t = 2,2 \\ S_B = 90 + 80 \cdot 2,2 \\ S_B = 266 \text{ km} \end{aligned}$$

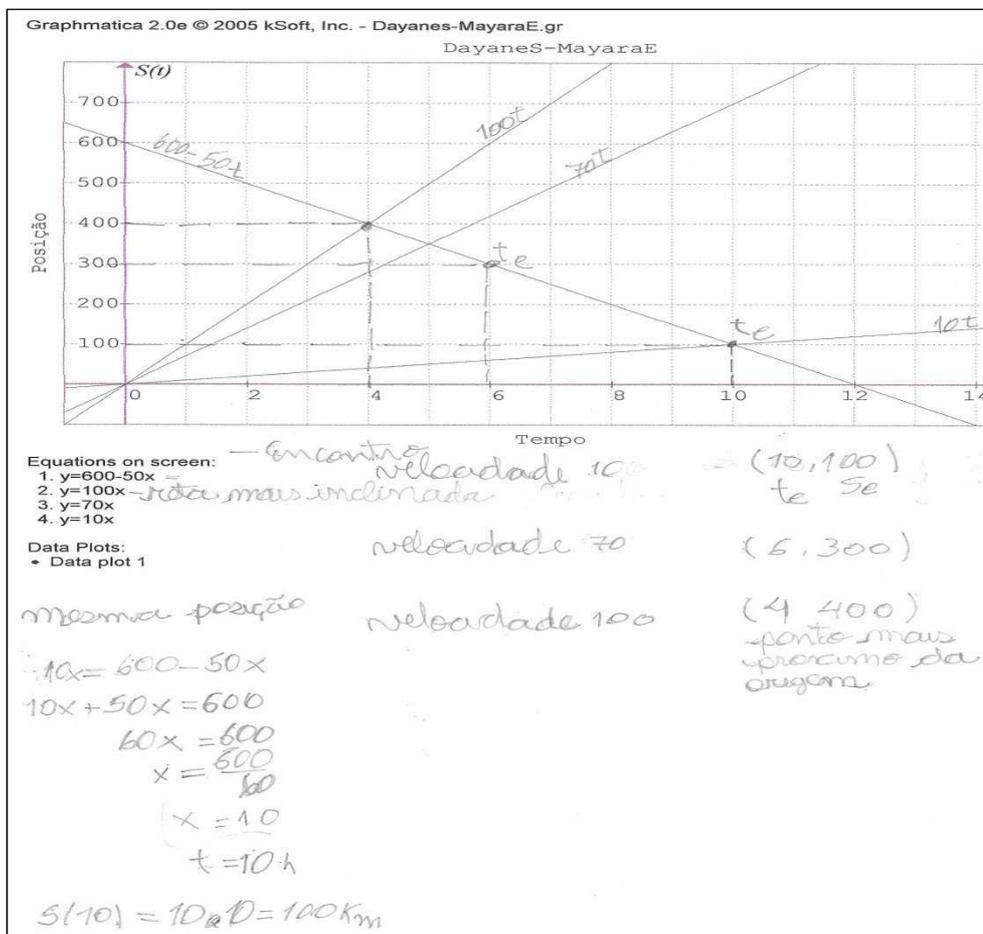
**Quadro 19 – Trecho da 3ª questão – Atividade 2 – Dupla LJP**

Na quarta questão os alunos que obtiveram a classificação de desempenho “Plenamente Satisfatório” (65%), fizeram os gráficos no computador com o software GRAPHMATICA e indicaram o instante e a posição de encontro, respondendo que, na situação onde a velocidade é maior, o ponto de encontro será mais próximo da origem e o ângulo de inclinação da reta é maior.

Neste estágio da atividade, os alunos já aprenderam a modelar a função horária da posição no M.U. e também construir o gráfico com o uso da tecnologia “papel e lápis”, porém o tempo que eles levam para confeccionar os gráficos é muito grande. Nesse sentido, o uso de uma ferramenta computacional gráfica é primordial para dinamizar o processo de ensino-aprendizagem e otimizar o tempo, economizando-o, tendo em vista, o uso específico<sup>30</sup>, com melhor aproveitamento, em novas situações de aprendizagem que demandam maior esforço cognitivo do estudante (Kenski, 2007).

<sup>30</sup> Cada tecnologia tem sua especificidade e precisa ser compreendida como um componente adequado no processo educativo (Kenski, 2007, p.57).

Quanto ao uso do software GRAPHMATICA, não se cogitou explorar todas suas possibilidades, mas mostrar ao aluno mais uma alternativa de recurso tecnológico que pode usufruir para aprender a resolver situações-problemas. Nessa perspectiva, a realização da construção gráfica computacional dessa questão foi orientada pelo pesquisador, situando o aluno em relação a cada passo que deve proceder para confecção do gráfico: abertura do programa, nomear eixos, escalas nos eixos e intervalo do domínio, introduzir as funções e, por fim, salvar. Mostra-se, a seguir, uma parte do registro de uma das duplas.



Quadro 20 – Trecho da 4ª questão – Atividade 2 – Dupla MD

As anotações da dupla MD do quadro mostra que a dupla não aplicou o procedimento algébrico para as retas  $y = 70x$  e  $y = 100x$ , mesmo assim, esse comportamento não diminuiu ou aumentou sua aprendizagem, uma vez que objetivo da mesma foi alcançado. A dupla conseguiu relacionar os efeitos da velocidade com a inclinação da reta e com relação à distância que se quer chegar e, além disso,

relacionou a mesma posição como uma igualdade, transitando do domínio da Física para o da Matemática através da composição de uma equação.

A fase adidática de que descreve Brousseau (1998), ficou caracterizada a seguir como uma síntese das ações dos resultados apresentados pelos alunos:

Situação adidática	Quarta questão
<b>Ação</b>	<p>Leitura e interpretação do AO;</p> <p>Coleta de dados iniciais, posição e velocidade dos móveis na tela digital do OA.</p>
<b>Formulação</b>	<p>Descrição das quatro funções horárias da posição com dados os iniciais;</p> <p>Construir os quatro gráficos com auxílio do Software GRAPHMATICA;</p> <p>Identificação gráfica dos pontos de encontro para as velocidades 10km/h, 70km/h e 100km/h em relação à velocidade de 50km/h;</p> <p>Calculo das três distâncias entre o ponto de encontro e a origem, para cada situação de movimento retrógado.</p>
<b>Validação</b>	<p>Comparação visual relacionando velocidade e inclinação da reta;</p> <p>Comparação das três distâncias calculadas entre si.</p>
<b>Institucionalização:</b>	<p>Quanto maior a velocidade (coeficiente angular, nesse caso) maior a inclinação da reta, e também, menor distância entre o ponto de encontro e a origem.</p>

**Quadro 21 – Situação adidática – Síntese da 4ª questão – Atividade 2**

### **7.7.3. Atividade 3 – Função de um móvel em movimento uniformemente variado**

Esta atividade foi realizada por 17 duplas, 07 da turma A e 10 da turma B. A proposta da atividade teve como objetivo levar o aluno a relacionar as funções horárias do Movimento uniformemente Variado (MUV) com as funções matemáticas. Nas atividades, primeira e segunda, a ênfase foi em torno da função do 1º grau pelo

fato de ser uma iniciação do aluno no respectivo saber com vista à utilização dos conhecimentos adquiridos para apreensão e construção da relação que gira em torno da função do 2º grau e da função horária da posição que é um conhecimento que exige maior mobilização de recursos cognitivos do estudante. Mostra-se o seguinte quadro com classificação de desempenho da classe:

<b>Desempenho</b>	<b>Não respondeu</b>	<b>Insatisfatório</b>	<b>Satisfatório</b>	<b>Plenamente Satisfatório</b>
<b>Questão 1</b>	6%	-	35%	59%
<b>Questão 2</b>	-	12%	88%	-
<b>Questão 3</b>	-	18%	23%	59%

**Quadro 22 - Classificação de Desempenho – Atividade 3**

Na primeira questão as duplas que obtiveram a classificação de desempenho “Plenamente Satisfatório” fizeram a simulação gráfica, escolheram a melhor performance, construíram o gráfico da aceleração e escreveram as funções horárias de um trecho da simulação. Quanto aos que receberam “Satisfatório”, diferentemente, não descreveram as funções horárias do MUV para o respectivo intervalo de tempo.

A simulação gráfica foi realizada com o uso do OA “Corrida na Fazenda”. Nesse AO tem-se o treino e competição como escolha de modalidade e, o aluno deve escolher qual tipo de gráfico utilizar para programar a sua corrida, velocidade  $v(t)$ , aceleração  $a(t)$  ou velocidade-aceleração. A primeira e a segunda opção a programação gráfica é feita separadamente, enquanto na outra opção os gráficos são intertravados, ou seja, a velocidade num determinado intervalo deve corresponder a uma aceleração nesse respectivo intervalo. Entretanto, para focar mais no estudo de função, otimizar o tempo e, respeitar o estágio inicial que o estudante se encontra, foi escolhida pelo pesquisador a programação da corrida no gráfico de velocidade.

Para tanto, cada aluno recebeu uma folha contendo dois planos cartesianos para anotar o programa gráfico que planejou para a corrida. Em realizando a programação os alunos fizeram várias tentativas depurando seus gráficos até obterem uma descrição da programação gráfica que alcançou o objetivo, percorrer

uma pista de 500m e não cair no lago. Na interação com ambiente orientado pelas TICs (Tecnologias da Informação e Comunicação) descrição, execução e depuração da programação gráfica o estudante adquiri e constrói conhecimento<sup>31</sup>, pois através de varias tentativa, como num ciclo, suas estratégias vão sendo depuradas e os resultados vão se aproximando do ideal (Papert, 1985; Valente,1999).

O uso do OA participa na construção do conhecimento dos alunos, nessa questão, em dois momentos: individual, em dupla. No primeiro momento, cada aluno aprendeu como utilizar e planejou sua corrida e, após varias incursões no OA, apresentou a programação gráfica em duas alternativas. No segundo momento, a dupla fez uma discussão sobre a programação ótima, ou seja, decidiram pela estratégia ou programação vencedora que conduziu o carro com menos tempo possível até a linha de chegada. Alguns alunos decidiram a programação vencedora apenas observando em qual deles o tempo de corrida foi menor, de maneira diferente, outros, interessados em dirimir essa dúvida e decisão pela utilização da modalidade competição do OA como recurso auxiliar de prova, descreveram a programação gráfica que eles acreditavam que seria vencedora e introduziram no computador para executar, com isso, compatibilizando interesse e tecnologia, puderam verificar ou provar suas incertezas (Almeida, 2001)<sup>32</sup>. A seguir, mostra-se a programação gráfica de duas duplas:

- Dupla LA

Programação gráfica realizada pelo aluno AD:

---

<sup>31</sup> O Aluno, neste ambiente, é construtor de suas próprias estruturas mentais (Papert, 1985)

<sup>32</sup> As tecnologias de informação e comunicação assumem um papel não apenas de ferramenta, mas sobretudo de instrumento de mediação simbólica. No desenvolvimento de atividades, estabelece-se uma relação dialética entre pessoas e tecnologia em uso. As pessoas estruturam o seu pensamento conforme as características da tecnologia e se transformam nessa relação, ao mesmo tempo em que vão alterando a própria tecnologia em função de suas necessidades, interesses, concepções e estilos de trabalho (Almeida, 2007, p. 19).

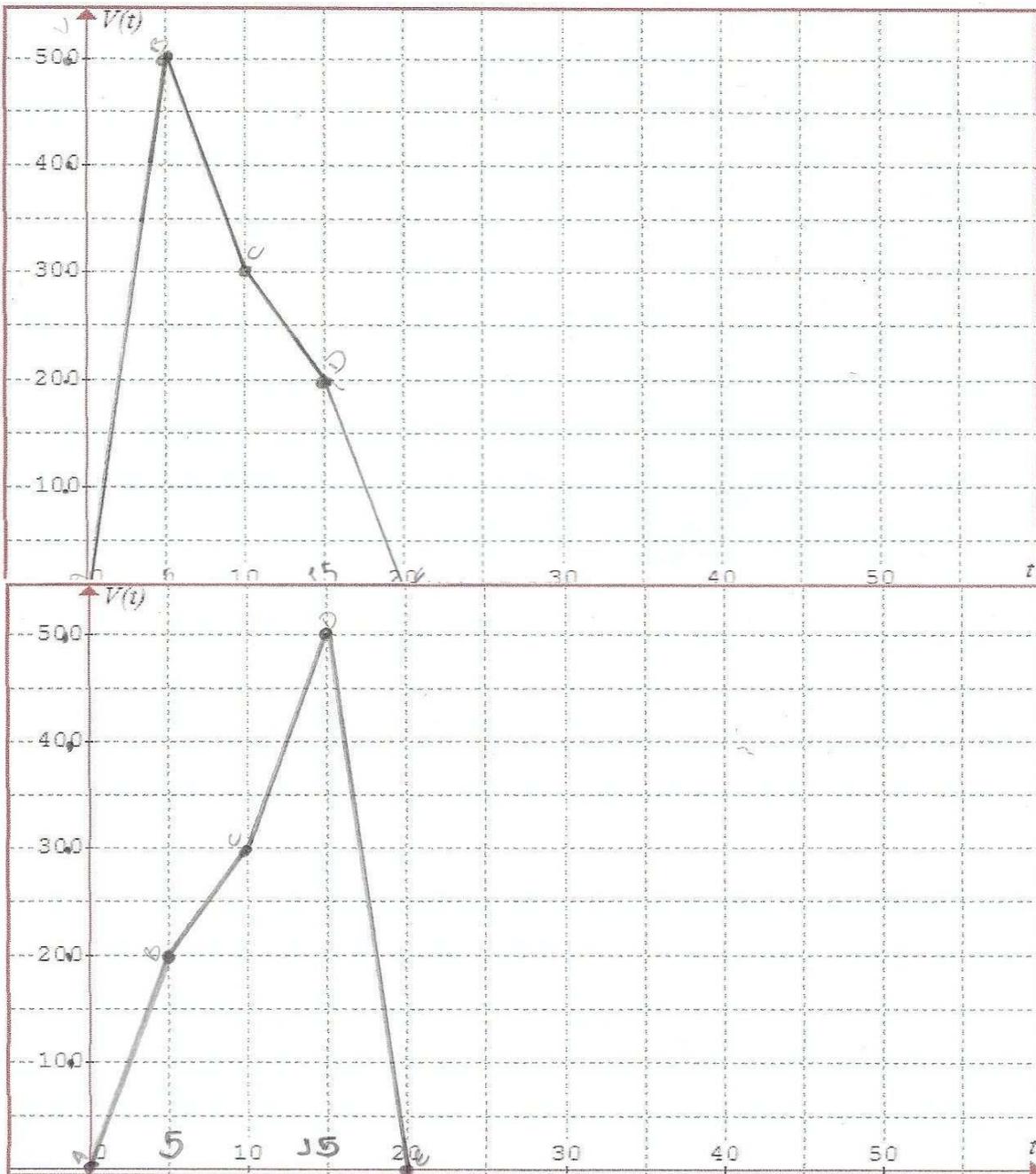


Gráfico 08 – Trecho da 1ª questão – Atividade 3 – Aluno AD

Pela observação do gráfico, embora as programações sejam diferentes em cada intervalo de tempo, o móvel terminou o percurso em 20 segundos.

Programação gráfica elaborada pelo aluno LN:

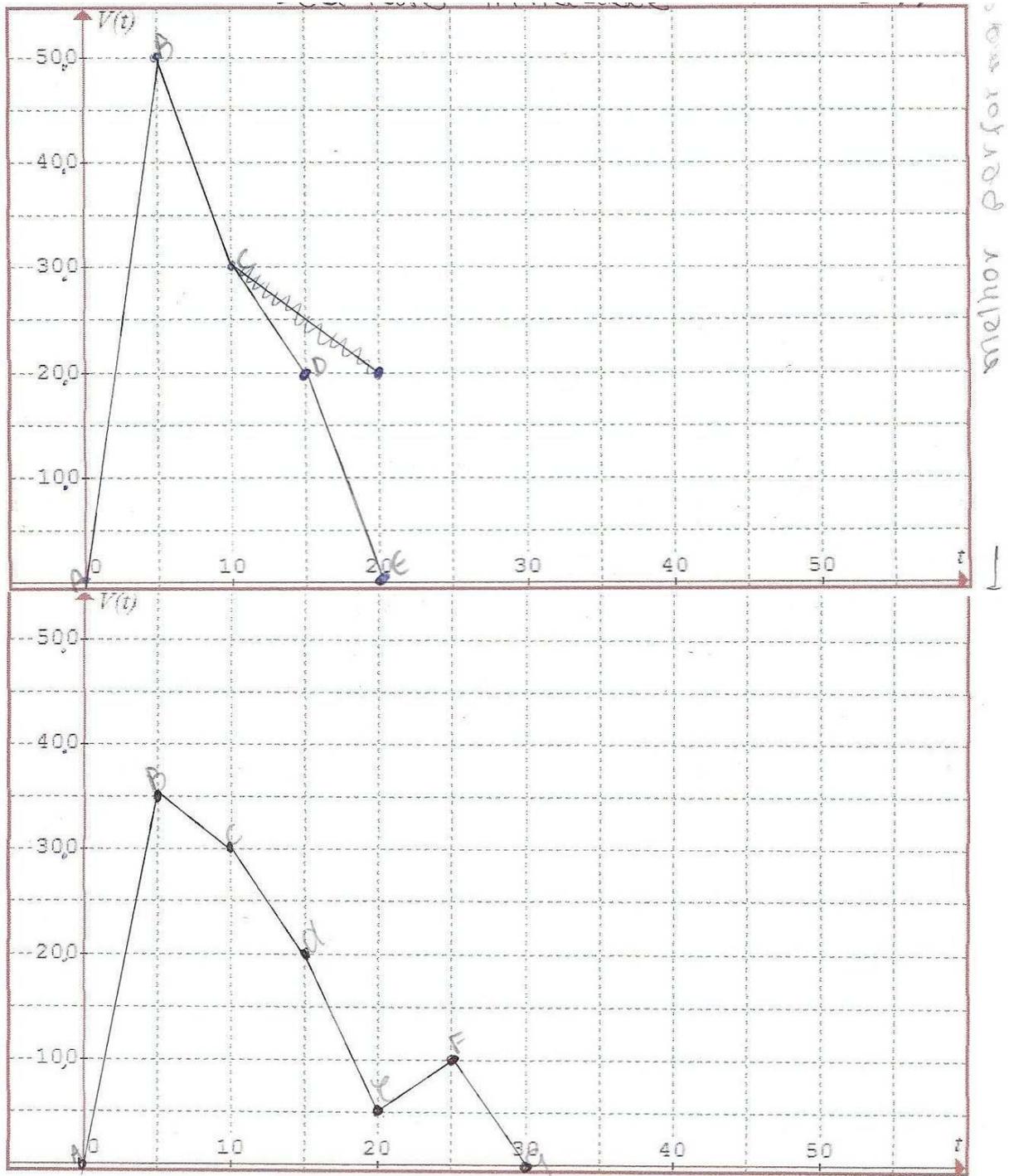


Gráfico 09 – Trecho da 1ª questão – Atividade 3 – Aluno LN

Pelo fator tempo decorrido na pista, a dupla descartou o quarto gráfico, entretanto, decidiram pelo terceiro após terem utilizado o OA na modalidade competição, onde puderam confrontar as programações gráficas.

- Dupla MC

Programação gráfica realizada pela aluna MY:

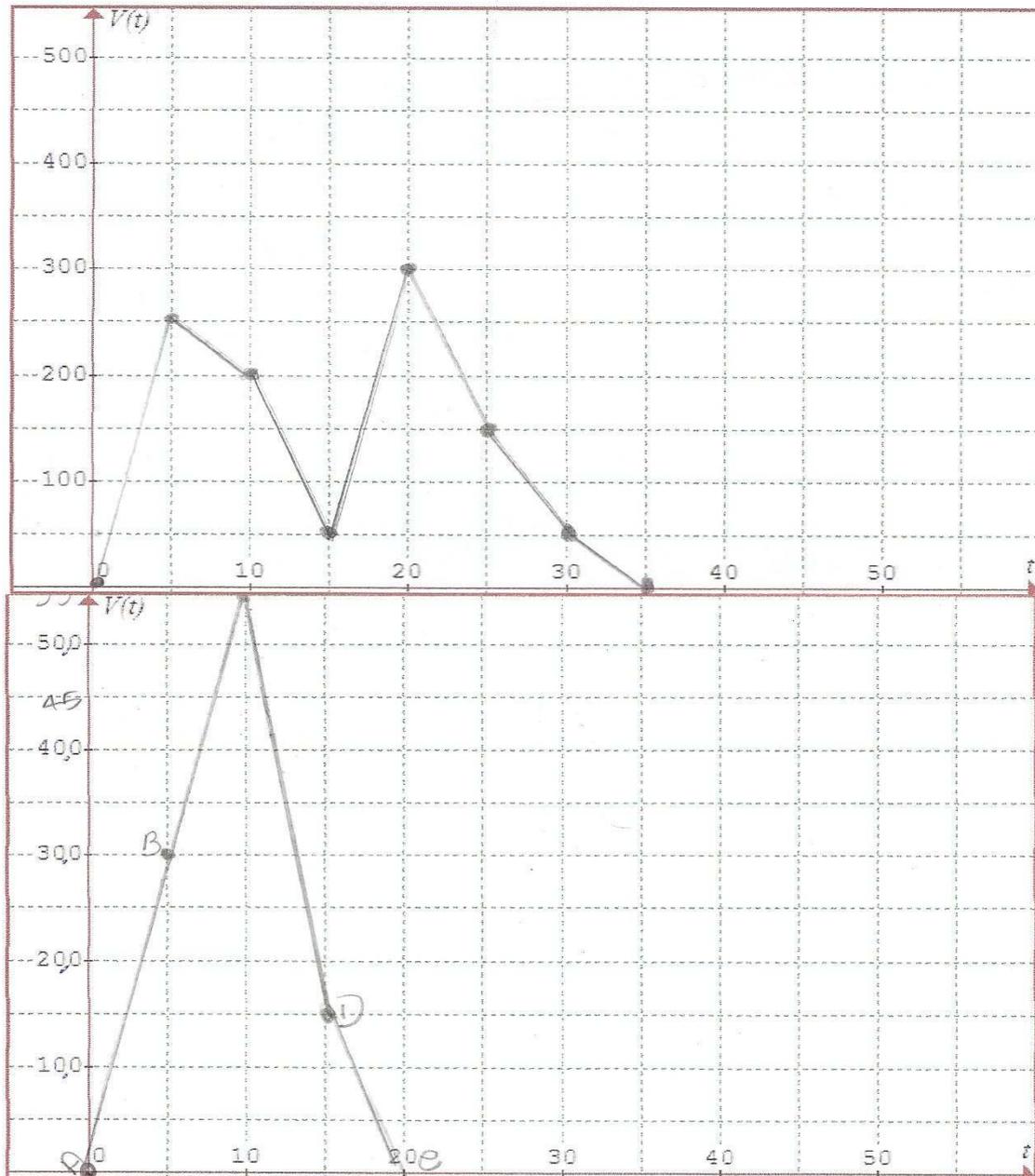
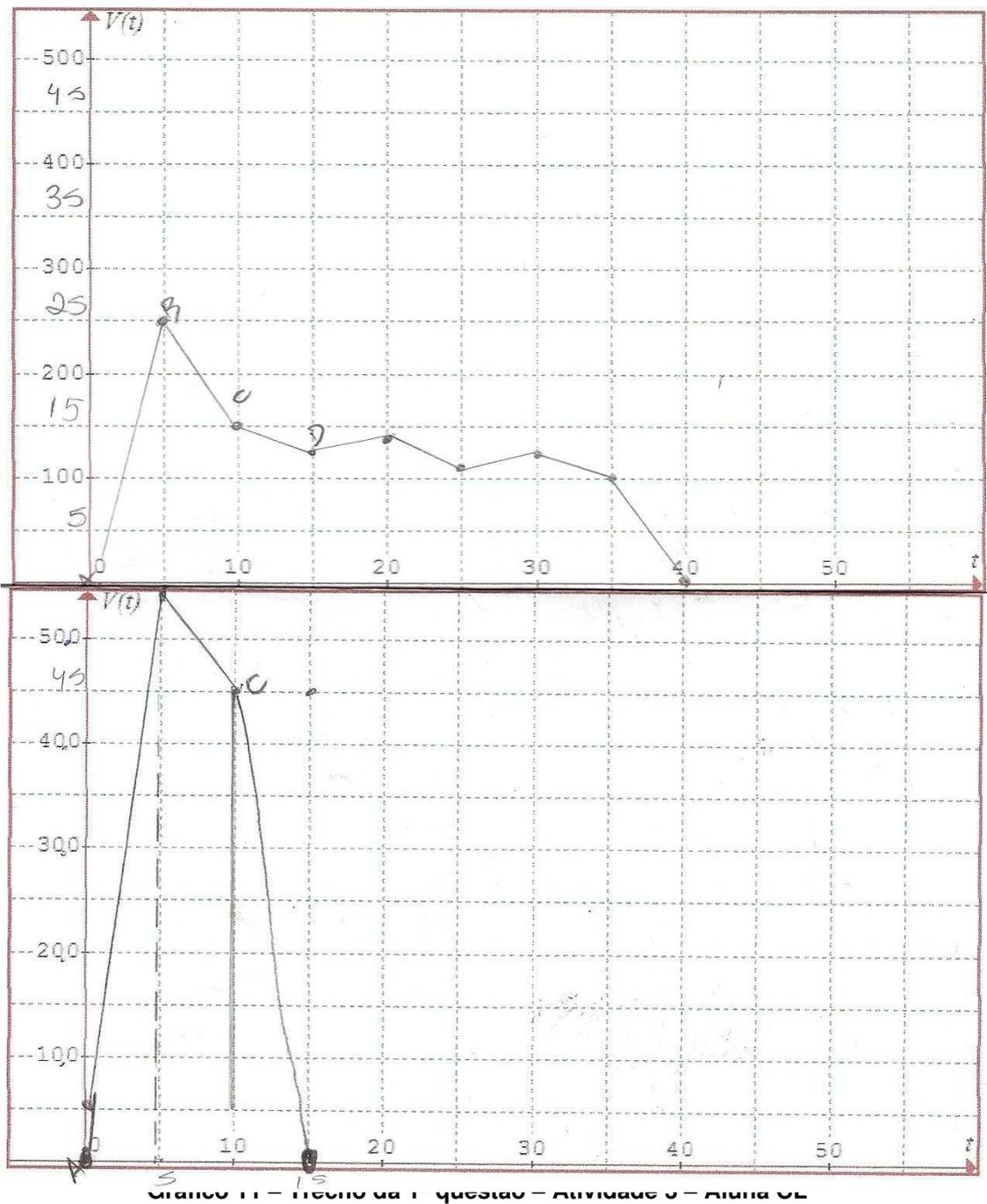


Gráfico 10 – Trecho da 1ª questão – Atividade 3 – Aluna MY

Numa corrida o móvel que terminar em menos tempo é o vencedor, mas, ainda sabendo disso, os alunos insistiam na programação gráfica com tempos longos.

Programação gráfica elaborada pela aluna CL:



Nesse caso, a dupla decidiu, diretamente, pela programação gráfica na qual o móvel realizasse o trajeto em menor tempo possível, ou seja, o quarto gráfico. Certamente, o aluno que conseguir fazer em menor tempo, ganhou a disputa.

Após a disputa, os alunos calcularam a aceleração em cada intervalo de tempo e, também, confeccionaram seu gráfico. A seguir, apresenta-se o cálculo da aceleração em cada intervalo de tempo e o respectivo gráfico:

Os alunos retiraram os valores do gráfico de velocidade, montaram os pares ordenados e, posteriormente, calcularam a aceleração.

$$\begin{aligned} \text{Trecho AB } a_m &= \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} = \frac{30 - 0}{5} = \frac{30}{5} = 6 \text{ m/s}^2 \\ \text{Trecho BC } a_m &= \frac{55 - 30}{5} = \frac{25}{5} = 5 \text{ m/s}^2 \\ \text{Trecho CD } a_m &= \frac{15 - 55}{5} = \frac{-40}{5} = -8 \text{ m/s}^2 \\ \text{Trecho DE } a_m &= \frac{0 - 20}{5} = \frac{-20}{5} = -4 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

Quadro

### 23 – Trecho da 1ª questão – Atividade 3 – Dupla MC

Com o valor constante da aceleração em cada trecho confeccionaram o gráfico:

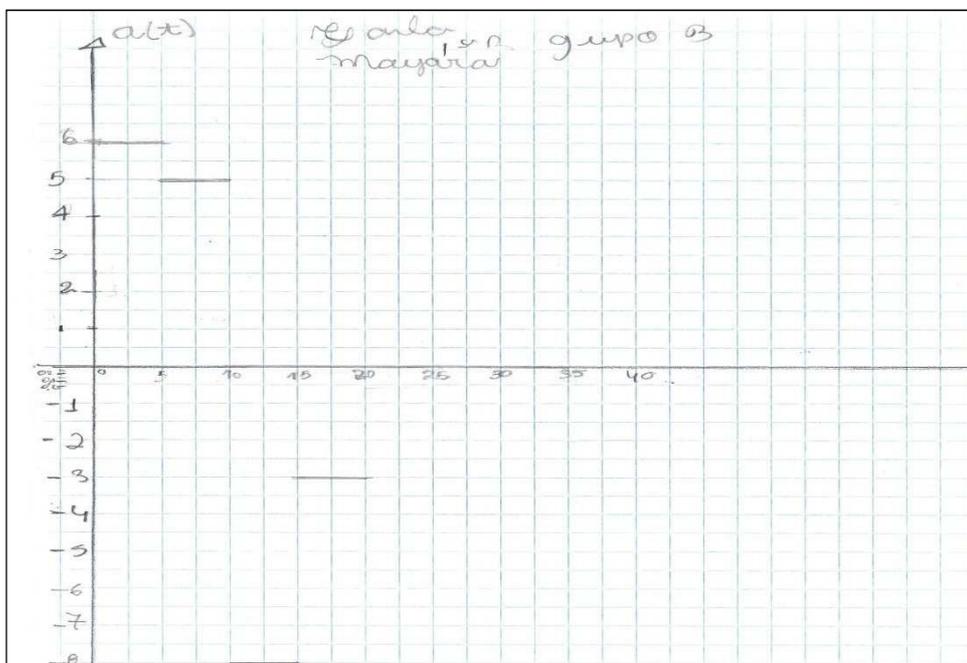


Gráfico 12 – Trecho da 1ª questão – Atividade 3 – Dupla MC

Para concluir a questão, os alunos escreveram as três funções horárias do movimento para o primeiro trecho (AB), como mostra a seguir na atividade de uma das duplas:

trecho AB =  $a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_b - v_a}{t_b - t_a} = \frac{30 - 0}{5} = \frac{30}{5} = 6 \text{ m/s}^2$

$V(t) = 6 \cdot t$  função horária da velocidade

$S(t) = S_0 + V_0 t + \frac{a}{2} t^2$

$S(t) = 3 t^2$

$S(t) = 3 t^2$  função horária da posição

Quadro 24 – Trecho da 1ª questão – Atividade 3 – Dupla MC

Algumas duplas relacionaram o sinal negativo com a classificação do movimento quanto à aceleração, é o que indica o trecho da 1ª questão apresentado por uma dessas duplas:

A = (0, 0)  
 B = (05, 50)  
 C = (10, 30)  
 D = (15, 20)  
 E = (20, 0)

Mayara

TRECHO

AB  $\rightarrow a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{50 - 0}{05 - 0} = \frac{50}{5} = 10 \text{ m/s}^2 / \text{acelerando}$

BC  $\rightarrow a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30 - 50}{10 - 05} = \frac{-20}{05} = -4 \text{ m/s}^2 / \text{desacelerando}$

CD  $\rightarrow a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 30}{15 - 10} = \frac{-10}{05} = -2 \text{ m/s}^2 / \text{desacelerando}$

Quadro 25 – Trecho da 1ª questão – Atividade 3 – Dupla ME

De um modo geral os alunos alcançaram o objetivo da questão que foi desenvolver questão até chegar a escrever a função horária da posição. Neste trecho, o aluno observou que a posição inicial  $S_0=0$  e, também a velocidade inicial  $V_0=0$ . Com isso, essa questão desenvolvida pelos alunos teve como fase adidática de acordo com Brousseau (1990) a seguinte síntese conforme os resultados apresentados pelos alunos:

Situação adidática	Primeira questão
<b>Ação</b>	Leitura e interpretação do enunciado da questão; Leitura e interpretação do OA;
<b>Formulação</b>	Programação gráfica da velocidade; Simulação do OA; Cálculo da área sob a figura; Cálculo da aceleração
<b>Validação</b>	Descrição das funções horária do M.U.V. para o intervalo de 0 a 5 segundos: $S(t)=S_0+V_0t+0,5at^2$ ; $V(t)=V_0t+at$ ; $a=$ constante; Verificação do sinal da aceleração com o movimento; Verificação do grau da variável da função horária da posição com a função $f(x)=ax^2+bx+c$ ;
<b>Institucionalização:</b>	A função horária da posição é uma função do segundo grau; Classificação do movimento quanto à aceleração. Distância percorrida é a área sob a curva característica

**Quadro 26 – Situação Adidática – Síntese da 1ª questão – Atividade 3**

Na segunda questão nenhum dos alunos atingiu a classificação de desempenho “Plenamente Satisfatório” (88%), pois não relacionaram os termos das funções horárias do movimento com os termos das funções constante, do 1º grau e 2º grau. As duplas que obtiveram a classificação de desempenho “Satisfatório” deixaram ou se esqueceram de fazer a citada relação. Os “insatisfatórios” (12%),

além do que as outras classificações não realizaram, tiveram dificuldade nos cálculos.

Os conhecimentos adquiridos nas atividades anteriores são sempre revivenciados para que o aluno os mobilize, utilizando-os como estratégias para resolução de novas situações. Desta forma, a construção do conhecimento contribui para no desenvolvimento das estruturas mentais do aluno, no sentido de aumentar a capacidade de raciocínio, garantindo a competência para resolver problemas.

O OA utilizado na mediação dessa questão “O primeiro amor de Mel”, cativou muito os alunos por ser uma história bem simples que comunicou o fato marcante de uma cadela e sua dona em passeando no parque, eis que passa um ciclista por elas e, de repente, a cadela enamorada pelo movimento da bicicleta, dispara numa corrida desenfreada na tentativa de alcançar o ciclista.

O desenvolvimento dessa questão foi pensado, totalmente, relacionando as perguntas propostas pelo OA, concebido no contexto da Física, relacionando com a matemática, neste caso, a modelização matemática dessa história levou o aluno a pensar numa estratégia de resolução para equação do 2º grau originada do encontro da enamorada cadela com sua paixão “a bicicleta”.

No primeiro momento, os alunos desenrolaram a atividade considerando o movimento do ciclista e apresentaram nos três registros de representação, como segue na atividade de uma das duplas:

- Representação tabular

t [s]	Contas (operações)	V [m/s]
0	$V(0) = 4.0$	0
1	$V(1) = 4.1$	4
2	$V(2) = 4.2$	8
3	$V(3) = 4.3$	12
4	$V(4) = 4.4$	16
5	$V(5) = 4.5$	20
6	$V(6) = 4.6$	24
7	$V(7) = 4.7$	28
8	$V(8) = 4.8$	32
9	$V(9) = 4.9$	36
10	$V(10) = 4.10$	40

Tabela 24 – Trecho da 2ª questão – Atividade 3 – Dupla MD

- Representações gráfica e algébrica

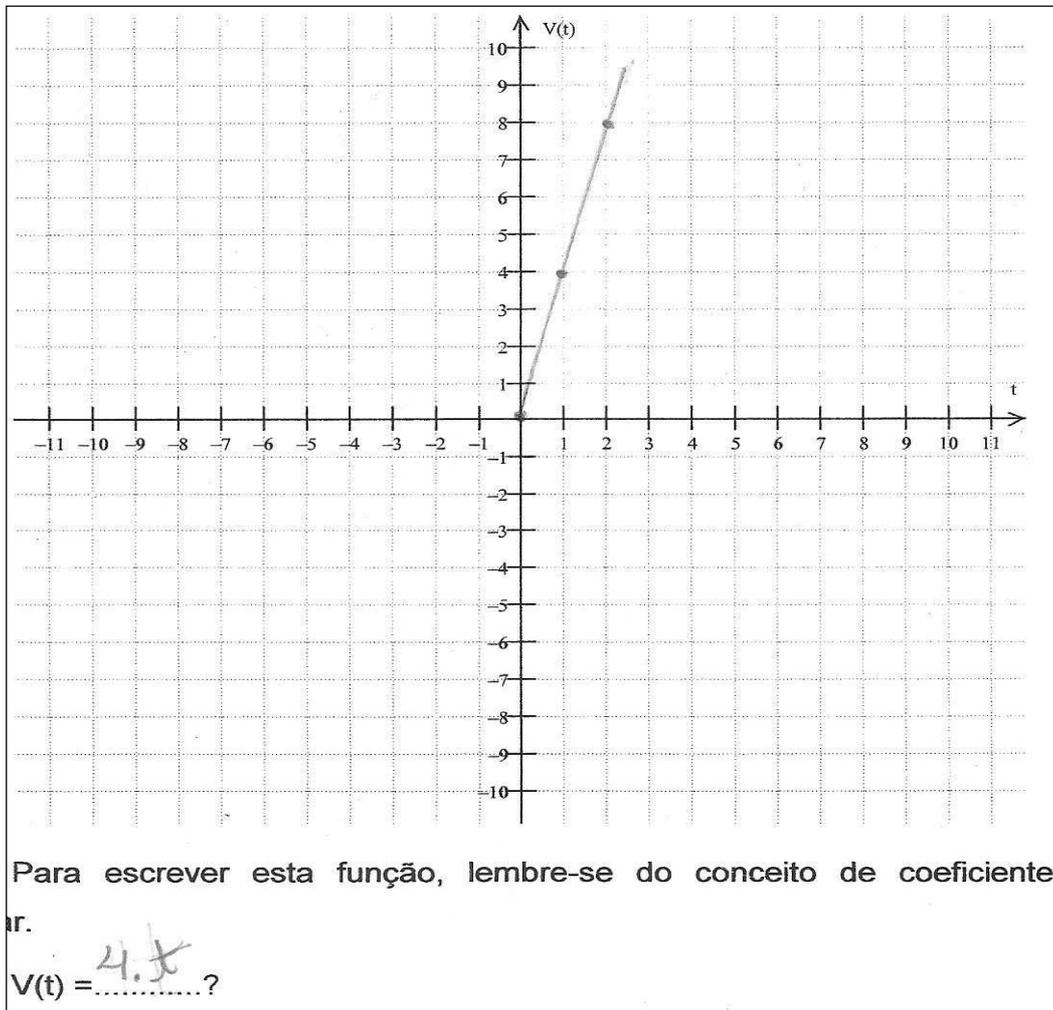


Gráfico 13 – Trecho da 2ª questão – Atividade 3 – Dupla MD

Na segunda atividade os alunos encontraram o ponto de encontro de dois móveis e usaram, primeiramente, a resolução gráfica e depois a resolução algébrica para confirmar. Diferentemente, nessa segunda questão da terceira atividade, os alunos realizaram a resolução algébrica e, depois, para confirmar o ponto de encontro entre a cadela “Mel” e o ciclista, usaram a resolução gráfica, porém utilizaram a tecnologia computacional gráfica para economizar tempo. Os alunos introduziram as funções do “ciclista” (UM) e de “Mel” no software GRAPHMATICA e indicaram o ponto de encontro, como se mostra a seguir:

$$\begin{aligned}
 S(t) &= 48 + 6t \\
 S(t_m) &= 2t^2 & a &= 2 \\
 & & b &= -6 \\
 & & c &= -48 \\
 2t^2 &= 48 + 6t \\
 2t^2 - 6t - 48 &= 0 \\
 \Delta &= b^2 - 4 \cdot a \cdot c \\
 \Delta &= (-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-48) \\
 \Delta &= 36 + 384 \\
 \Delta &= 420 \\
 S(t) &= 6 \cdot 6,6 + 48 = 87,6 \\
 t &= \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a} \\
 t &= \frac{-(-6) \pm \sqrt{420}}{2 \cdot 2} \\
 t &= \frac{6 \pm 20,49}{4} \\
 t &= \frac{6 + 20,49}{4} = 26
 \end{aligned}$$

Quadro 27 – Trecho da 2ª questão - Atividade 3 – Dupla MD – Registro algébrico

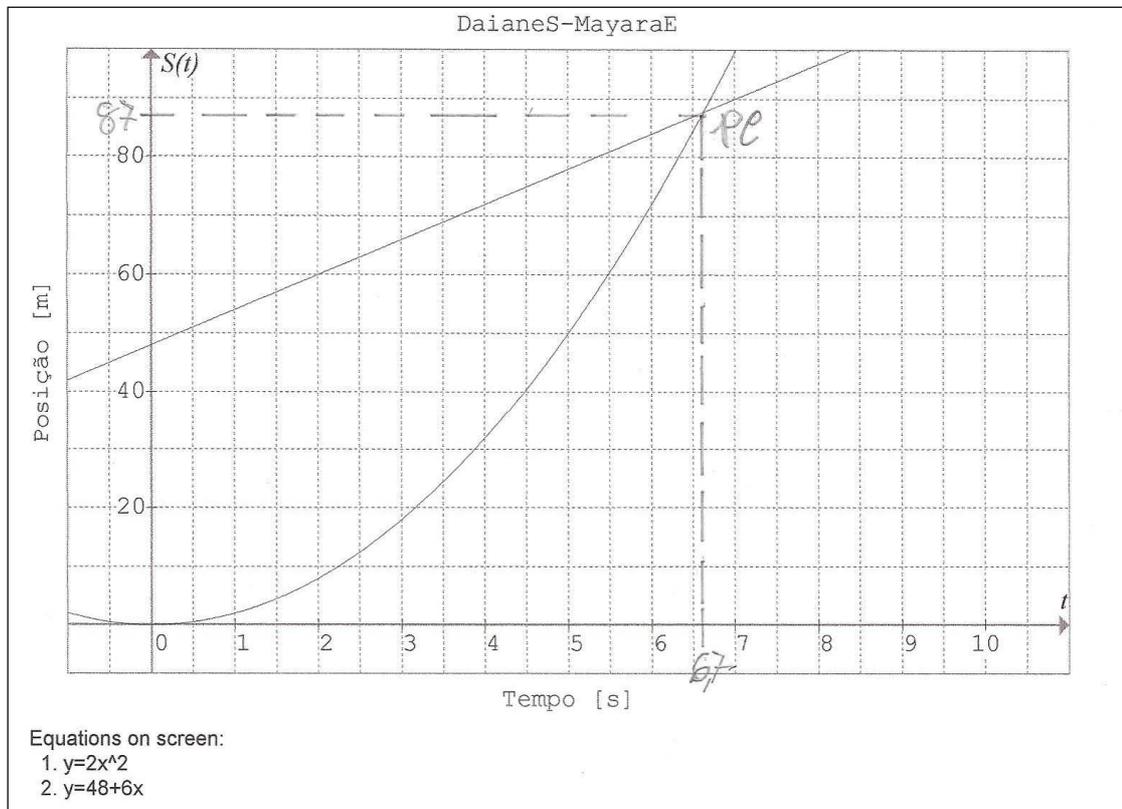


Gráfico 14 – Trecho da 2ª questão – Atividade 3 – Dupla MD

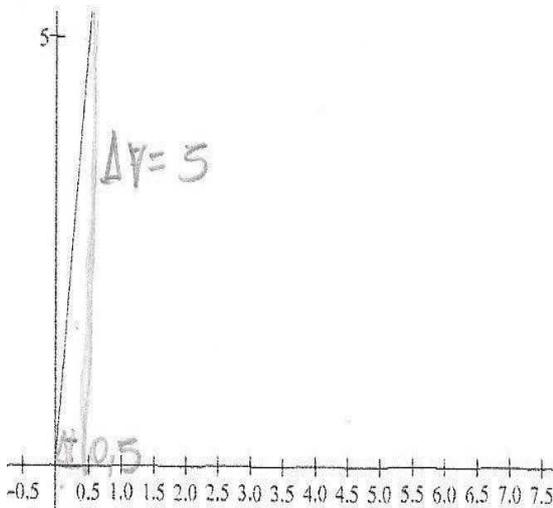
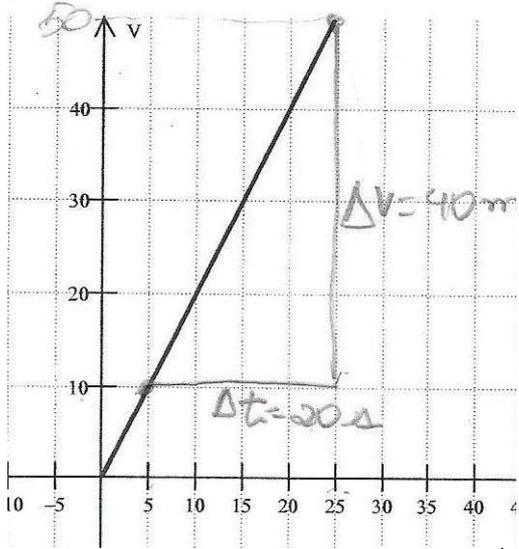
Esse fato aponta a importância do aluno conhecer e desenvolver seu raciocínio utilizando diversos tipos de registros de representação para comunicar um mesmo objeto matemático (Duval, 1993), pois a partir desse saber, o mesmo pode mobilizá-los escolhendo, dependendo da situação envolvida, o registro de representação que lhe seja mais favorável para resolvê-la. A seguir, apresenta-se a fase adidática como uma síntese das ações desenvolvidas pelos estudantes nessa questão:

Situação adidática	Segunda questão
<b>Ação</b>	Leitura e interpretação do enunciado da questão; Leitura e interpretação do OA;
<b>Formulação</b>	Calcular velocidade do ciclista (MU) Simulação do OA; Cálculo da aceleração
<b>Validação</b>	Descrição das funções horária do M.U.V.: $S(t)=S_0+V_0t+0,5\alpha t^2$ ; $V(t)=V_0+\alpha t$ ; $\alpha=\text{constante}$ ; Verificação do sinal da aceleração com o movimento; Verificação do grau da variável das funções físicas com as funções $f(x)=ax^2+bx+c$ ; $f(x)= ax+b$ ; $a=\text{constante}$ .
<b>Institucionalização:</b>	A função horária da velocidade e a função do 1º grau: $b \leftrightarrow S_0$ , $a \leftrightarrow \alpha$ , $x \leftrightarrow t$ A função horária da posição e a função do segundo grau; $c \leftrightarrow S_0$ , $b=V_0$ , $a=\alpha/2$ A função horária da aceleração é uma função constante; $a=\alpha$

**Quadro 28 – Situação Adidática – Síntese da 2ª questão – Atividade 3**

Na terceira questão as duplas que obtiveram classificação de desempenho “Plenamente Classificatório” (59%) desenvolveram a situação, interpretando os gráficos e retirando informações para os cálculos das acelerações dos dois carros, conseguiram montar as funções horárias da posição dos mesmos, por fim, calcularam o tempo que levaram para atingir a distância dada pelo OA. Os que

receberam classificação de desempenho “Satisfatório” (23%) não deram resultados corretos em alguns cálculos. Os que alcançaram classificação de desempenho “Insatisfatório” (18%) deixaram a maior parte da questão sem resolver. A seguir mostra-se o desenvolvimento da questão de uma das duplas:

Carro Esporte	Carro de Passeio
	
<b>Aceleração</b>	
$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{5}{0,5} = 10 \text{ m/s}^2$	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{40}{20} = 2 \text{ m/s}^2$
<b>Tempo do Percurso</b>	
<p>esporte</p> $s(t) = 5t^2$ $41,85 = 5t^2$ $41,85 = t^2 \quad \sqrt{41,85} = t = 6,47$	<p>Passeio</p> $s(t) = 1t^2$ $196 = t^2$ $\sqrt{196} = t = 14 \text{ s}$

Quadro 29 – Terceira questão – Atividade 3 – Dupla GL – Representações

Para fazer a mediação didática e tecnológica nessa questão, foi utilizado o OA “Carros” que comunicou ao estudante através do registro de representação gráfica, as curvas características dos mesmos por meio de simulação

computacional. A simulação realizada por este OA é do tipo fechada, igual a um tutorial, onde o estudante apenas o visita para receber informações, entretanto, recebeu adequações por razões didáticas uma vez que a situação-problema que o envolve remete ao estudo em jogo neste trabalho (Valente, 1999; Almeida 2002).

A par disto, o desenvolvimento dos itens nessa questão teve como início, a leitura e interpretação seguida da coleta de dados pelos alunos, os quais utilizando esses dados para resolver as situações, agiram sobre os questionamentos que resultaram na seguinte síntese das ações na fase adidática (Brousseau, 1999).

Situação adidática	Terceira Questão
<b>Ação</b>	Leitura e interpretação do enunciado da questão; Leitura e interpretação do OA; Coletar dados
<b>Formulação</b>	Calcular velocidade do ciclista (MU) Simulação do OA; Cálculo da aceleração
<b>Validação</b>	Descrição das funções horária do M.U.V.: $S(t)=S_0+V_0t+0,5at^2$ $\rightarrow S(t)=0,5at^2$ $V(t)=V_0t+at \rightarrow V(t)= at$ $a(t)=\text{constante}$
<b>Institucionalização:</b>	Curva característica da função horária da posição no MUV é uma parábola, no caso dessa questão, do tipo $y=ax^2$ .

**Quadro 30 – Situação Adidática – Síntese da 3ª questão – Atividade 3**

A realização dessa questão, além de indicar o quanto é favorável à aprendizagem de eventos que se encontram na realidade dos estudantes, também aponta para o ganho na aprendizagem tanto do professor quando do aluno pela adoção de uma proposta de abordagem interdisciplinar aliado à mediação didático-pedagógico pelo uso das TICs. Desta forma, a interação e integração desses meios para dar significado aos saberes que, contemplados pelo currículo, pelos materiais didáticos e pelos professores, se aprende na escola dá algum sentido ao que se

designa por interdisciplinaridades curricular, didática e pedagógica propostas por Lenoir (1998), ou seja, somam recursos, abordagens, metodologias, teorias, meios, profissionais para realização de uma tarefa, a educação do ser humano, no caso deste trabalho, a Educação Matemática.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa investigação teve como objetivo a inserção do recurso digital “Objetos de Aprendizagem” no processo ensino-aprendizagem da Matemática com propósito de facilitar a compreensão do aluno em relação a conceitos e auxiliar o professor com mais uma recurso didático para ser usado na preparação de suas aulas ministradas em ambientes informatizados. Para tanto, buscou-se nas sequências de atividades virtuais intrínsecas aos “Objetos de Aprendizagem” concebidos no contexto da Física, oportunidade propícia para a interação e integração dos aspectos interdisciplinares existentes entre as duas disciplinas já citadas. Especificamente, procura-se encontrar nos pontos comuns que há na relação da Cinemática com as funções do 1º e 2º graus uma abordagem que aliada a uma metodologia de sequência didática promova ganhos na aprendizagem em relação ao conceito de função.

O planejamento, o projeto, a construção, e a avaliação fases de uma engenharia que se propõe construir algo, no caso deste trabalho de Educação Matemática, a aprendizagem se revela na construção do conhecimento tanto pelo aluno quanto pelo pesquisador, a engenharia didática conforme descreve Artigue (1988) foi propícia na articulação entre a tecnologia “Objetos de aprendizagem”, aspectos interdisciplinares entre Matemática e Física, os registros de representação, a teoria das situações didáticas, a estruturação matemática do conhecimento físico, uma vez, em sua maior parte, os alunos conseguiram responder as questões propostas pela atividade. Porém em se tratando de uma engenharia é comum passar por uma avaliação e poderá, futuramente, sofrer ajuste com intuito de melhorar a qualidade, no caso, obtenção de ganho na aprendizagem e construção de conhecimentos por parte dos investigados.

Certamente, o trabalho dessa investigação somente foi possível com uma mudança no contrato didático. Os alunos estavam acostumados com a rotina de sala de aula onde os recursos eram as aulas expositivas do professor com a tecnologia “giz e lousa”; em suas atividades utilizavam apenas os recursos lápis, papel, livro e apostila. Nessa orientação, o contrato didático seguia de uma forma tradicional onde o aluno sempre esperava do professor a iniciativa de resolver as situações-

problemas, formando assim uma cultura passiva diante dos problemas que tem a enfrentar.

Com a introdução de nova tecnologia nas atividades dos alunos, mudança de local, outro educador, outros materiais, todas essas novidades que foram implementadas no ambiente de aprendizagem configuraram numa ruptura do contrato didático que proporcionou a saída do aluno da passividade diante do conhecimento. No começo das atividades os estudantes ficavam esperando o pesquisador dar a comanda para realizarem a atividade, mas no decorrer da pesquisa foram se interessando e tomando a iniciativa em ler as atividades e prosseguir na sua realização.

Esse novo contrato didático possibilitou que o estudante tomasse suas decisões frente às questões a serem respondidas, manifestando, muitas vezes, dificuldades e erros relacionados à conceitos que já deveriam mobilizar pelo estágio escolar que se encontram, mas, que no entanto, eram dirimidas através de institucionalizações locais com a participação de todos.

As atividades de sequências didáticas foram elaboradas segundo a proposta da Teoria das Situações Didáticas desenvolvidas por Brousseau (1998). Na fase didática o pesquisador preparou as atividades considerando as variáveis didáticas que envolvem aspectos interdisciplinares entre as disciplinas de Física e Matemática que poderiam provocar mudanças no comportamento dos estudantes.

Na orientação dessa teoria em que na fase adidática o pesquisador deve interferir o menos possível e deixar por conta do aluno a execução da atividade proposta na engenharia didática, a devolução da fase didática ocorreu quando os estudantes aceitaram, após contrato didático firmado entre pesquisador e alunos, a responsabilidade de realizar as atividades. Isso pôde ser observado no confronto entre a análise a priori e a análise a posteriori, que mostra as realizações dos alunos em situações adidática de ação, formulação validação e de institucionalização.

Entretanto, em determinados momentos das atividades foi necessária a intervenção do pesquisador, pois os alunos apresentaram dificuldades em conhecimentos matemáticos tais como operações com números reais, resolução de equações do primeiro e segundo graus e, resolução de sistema de equações.

Nesses casos, foram realizadas institucionalizações locais, com a participação de todos, através de atividades extras ou pequenas exposição na lousa, para subsidiar a compreensão e possibilitar o avanço das atividades.

Essas situações de dificuldade dos alunos já eram esperadas, pois na fase preliminar pudemos constatá-las em entrevistas com as professoras de Física e Matemática e, também, através dos índices de desenvolvimento educacional a níveis estadual e federal (IDESP e IDEB), os quais comprovam os baixos rendimentos dos alunos do 9º ano que ingressam no 1º ano do ensino médio na escola na qual os alunos estudam.

As tabelas e planos cartesianos colocados nas atividades não tiveram a intenção de induzir o estudante a um tipo de resolução, mas sim, mostrar a eles, esses elementos como forma de organização dos cálculos e, também apresentá-los algumas formas de representação de uma função. Segundo Duval (1993) a aprendizagem matemática acontece quando o estudante consegue representar o mesmo objeto matemático nas diversas formas de representações e transitar por elas. Entretanto, como entender as dificuldades que se verificam no transitar pelas diversas formas de representação de um mesmo conhecimento quando não se conhece e, portanto, não se compreende como funciona e se trabalha com as mesmas?

Nesse sentido, é importante compreender como funciona e se trabalha com os registros de representação do objeto matemático “função”, uma vez que tais estudantes os desconhecem. Porém, esses registros não foram explicitados na íntegra nas atividades. Na forma como foram organizada as atividades, inicialmente, os alunos tiveram que construir os registros nas formas tabular e gráfica e, depois através da estruturação matemática da situação-problema e apresentar a função no registro algébrico.

Certamente, todos os registros apontados neste trabalho para representar o conceito de função são registros parciais desse objeto matemático e existe uma complementaridade entre eles, mas foi preciso reconhecer a especificidade de cada um deles e enfatizá-los para a compreensão desse objeto (Dam, 2008, p. 184,185), destarte, entender o conceito de função relaciona-se com a coordenação desses registros. Consoante a isso, como resultado da apresentação desses registros os

alunos conseguiram apresentar a forma algébrica das funções que representavam as respectivas situações-problemas e, também, a partir do registro “língua natural” apresentaram as funções, diretamente, no registro algébrico.

O aspecto interdisciplinar entre Matemática e Física foi importante aliado no desenvolvimento deste trabalho de pesquisa no sentido de fornecer subsídios ao pesquisador na preparação das sequências didáticas envolvendo os “objetos de aprendizagem e, também, auxiliar o aluno no entendimento do conceito de função através de uma abordagem firmada na interação e integração entre tecnologia e conhecimento das disciplinas escolares em jogo. Nessa orientação, esse trabalho de pesquisa caminhou de modo a combater a fragmentação existente entre essa duas disciplinas do currículo escolar com objetivo de uma formação integral do estudante (Lück, 2001).

A utilização nas atividades de situações-problemas intrínsecas aos “Objetos de Aprendizagem” concebidos no contexto da Física permitiu ao aluno relacionar os conhecimentos de Cinemática dos Movimentos com as funções matemáticas respectivas em estudo. Tal fato foi observado nas atividades dos alunos no momento em que relacionaram os termos das funções horárias dos movimentos uniforme e uniformemente variado com as funções de primeiro e segundo graus, respectivamente.

Além disso, os estudantes conseguiram modelizar os fenômenos físicos dando estrutura matemática (registro algébrico) para as situações-problemas encontradas nos “Objetos de Aprendizagem, elaborando mentalmente uma situação complexa real. Portanto, a metodologia empregada e abordagem interdisciplinar foram importantes na aprendizagem da estruturação matemática de situações físicas de maneira que o aluno pôde aprender essa competência para através dela empregar na resolução de outras situações equivalentes ( Pietrocola, 1993, 2006).

As quatro hipóteses levantadas foram contempladas neste trabalho:

- a) A abordagem interdisciplinar contribuiu para que os alunos aprendessem com significado alguns conceitos concernentes à função na Matemática: reconhecer a variável dependente e independente, função crescente e decrescente, coeficientes de uma função de primeiro grau, coeficientes de

uma função do segundo grau, formas de representar uma função, noção de domínio válido de uma função. Na Física a aprendizagem girou em torno de assuntos como referencial, velocidade, aceleração, reconhecer quando o movimento é uniforme e uniformemente variado, classificar o movimento como progressivo ou retrógrado, acelerado ou retardado;

- b) Pelos resultados das ações dos alunos, teve êxito a inclusão de Objetos de aprendizagem na metodologia de engenharia didática após algumas adequações. A sequência de atividades virtuais do objeto fez parte da atividade e também a ela foi acrescentada mais item para formação da sequência integral que se quis como proposta para atingir o objetivo desejado.
- c) O dinamismo inerente ao ambiente digital baseado no uso dos objetos de aprendizagem concorreu para que o aluno pudesse repetir varias vezes a simulação até o ponto de tomar uma decisão e chegar a solução da situação-problema que envolveu os fenômenos;
- d) Aos alunos foi apresentado como organizar seus cálculos numa tabela e a partir daí ele construiu as outras formas de representar as funções. Houve um momento, em certa situação-problema que o aluno apesar de já ter apresentado a função nas formas tabular, gráfica e algébrica ele preferiu apenas apresentar a função passando do registro língua natural para o registro algébrico.

A metodologia adotada e a fundamentação teórica explicitada neste trabalho forneceram subsídios às respostas das questões de pesquisa:

*“Como uma abordagem no uso de “Objetos de Aprendizagem” pode promover a aprendizagem do conceito matemático de função e das representações deste conceito em alunos da 1ª série do Ensino Médio?”*

“Objetos de Aprendizagem” é uma tecnologia digital que exige um baixo custo cognitivo ao estudante em relação à aprendizagem de seu funcionamento. O conteúdo dos “Objetos de Aprendizagem” é apresentado na forma de hipertexto e sua manipulação consiste em clicar em botões para prosseguir na realização das sequências de atividades virtuais propostas por ele. Nesse sentido, em

determinadas situações de aprendizagem, adotar a tecnologia “Objetos de Aprendizagem” para a abordagem de conceitos se constitui numa vantagem para o processo ensino-aprendizagem, uma vez que, além de muitos deles estarem disponível na internet para o reuso, o estudante não precisa aprender uma linguagem computacional para programar, basta navegar em seu hipertexto que ele conduzirá à aprendizagem do conceito em jogo.

Para uma abordagem pensando em aspectos interdisciplinares do conceito matemático de função, a escolha dos “Objetos de Aprendizagem” é fundamental para garantir uma abordagem que integre essa tecnologia digital com os saberes escolares de forma que os estudantes tenham uma aprendizagem com significado desse conceito.

Entretanto, para tal abordagem ser bem sucedida há necessidade de adequação dos “Objetos de Aprendizagem” dentro de uma metodologia que potencialize uso educacional. No caso desse trabalho, as realizações alcançadas pelos estudantes apontam que a metodologia de engenharia didática foi propícia para abordar o conceito de função pela integração desses “Objetos de Aprendizagem” nas atividades baseadas em sequência didática. Os objetos de aprendizagem escolhidos foram concebidos no contexto da Física tendo em vista aproveitar os pontos comuns entre conteúdos de Cinemática e as funções de 1º e 2º graus.

*“Que benefícios um ambiente informático baseado em simulações de fenômenos da cinemática em “objetos de aprendizagem” pode trazer a uma metodologia de sequência didática que leve a aprendizagem do conceito de função e da representação deste conceito por alunos de 1ª série de Ensino Médio?”*

As simulações tentam descrever as operações possíveis de realizar e os alvos que podem ser alcançados para determinado sistema. Recorre-se ao uso de simulações devido ao baixo custo, a impraticabilidade ou impossibilidades de experiências reais. Elas podem ser realizadas com repetições o que auxilia na tomada de decisões para solução de determinadas situações. (Almeida, 2001, p.26, Borges, 1997, p. 27).

No caso deste trabalho de pesquisa, os “Objetos de Aprendizagem” representam simulação fechada aonde o modelo já vem embutido e se configura na simulação do fenômeno intrínseco ao objeto. Para Almeida (2001, p. 27) ensinar através de simulações corresponde a provocar uma mudança no comportamento do aluno de maneira que o mesmo sinta-se motivado a explorar o software, elencar e testar suas hipóteses, formular e verificar a validade de suas idéias.

Alguns benefícios relacionados às simulações em realidade virtual com os objetos de aprendizagem foram percebidos nesse trabalho:

- O dinamismo com que as situações nos “Objetos de Aprendizagem” foram apresentadas tornou a realização da atividade de sequência didática mais atrativa aluno e menos demorada;
- As repetidas vezes em que ocorreu as simulações permitiram ao aluno tomar decisões, e cada vez que ele repetiu a simulação ficou evidenciada a aprendizagem pelas idas e vindas no ciclo descrição-execução-reflexão-depuração-descrição. Esse fato ficou mais evidente, quando os alunos precisaram descrever duas programações gráficas da velocidade em função do tempo para um carro que deveria percorrer 500 metros corrida (OA – Corrida na fazenda);
- As simulações das situações nos objetos de aprendizagem concebidas no contexto da Física culminaram na significação de aprendizagens devida elas efetuarem simulações de fenômenos apresentadas através dos registros língua natural, gráfica e algébrica das funções horárias dos movimentos uniforme e uniformemente variado o que permitiu o aluno relacioná-las com as funções de 1º e 2º graus estudadas em matemática e, também, a interação e a integração entre as duas disciplinas escolares em questão.

A pesquisa em Educação Matemática tem como objetivo contribuir para melhoria da qualidade do processo ensino-aprendizagem através do estudo da inserção de novas metodologias, recursos materiais, novos recursos tecnológicos, novas estratégias, novas abordagens e teorias. Nesse sentido, levanta-se as seguintes sugestões para futuros trabalhos envolvendo objetos de aprendizagem:

- No ensino e aprendizagem da trigonometria estuda-se uma parte elementar que compreende as razões trigonométricas no triângulo retângulo, o círculo trigonométrico, porém na transição quando se busca relacionar essa parte elementar com as funções trigonométricas há muita dificuldade por parte de aluno em integrar estes estudos elementares com a construção dessas funções. Para auxiliar nessa dificuldade, talvez, seja possível, integrar a esses estudos simulações de aparatos físicos que contenham movimento harmônico ou oscilatório. Para tanto, há necessidade de pesquisa na rede para verificar se há “Objetos de aprendizagem” concebidos em diversos contextos, disponíveis o suficiente para prover as atividades para uma eventual pesquisa;
- Tanto o projeto RIVED como LabVirt são projetos que se propuseram a desenvolver “Objetos de Aprendizagem” para as modalidades de ensino fundamental e médio através da ação colaborativa entre professores e graduandos das universidades. Na composição de “Objetos de Aprendizagem” é muito importante que a equipe os desenvolve, conjuguem conhecimento na área específica de um conteúdo disciplinar com conhecimento sobre princípios do processo ensino-aprendizagem. Segundo Nascimento (2007, p. 136) as atividades interativas e as simulações tornam-se melhores como instrumentos para facilitar a aprendizagem quanto mais se conhece sobre o processo ensino-aprendizagem. Nessa orientação, o desenvolvimento de “Objetos de Aprendizagem” por especialistas em Educação Matemática ligados à inclusão de Tecnologias da Informação e Comunicação, poderia ser uma alternativa para o desenvolvimento desses objetos com melhor destinação para a aprendizagem da Matemática;
- O objetivo do curso à distância realizado em 2006 no ambiente e-Proinfo pela Secretaria de Educação a Distância foi a preparação de formadores de professores nos Núcleos de Tecnologia Educacional em todo o Brasil para esses serem os multiplicadores em suas regiões com o desafio de capacitar professores no uso dos “Objetos de Aprendizagem” em sua prática docente na escola onde trabalham (Pietrocola et al, 2007, p. 118). Segundo entrevistas e questionário, o relato das professoras de Matemática e Física da escola na qual foi realizada esta investigação, elas não estão preparadas para ministrar suas

aulas com o uso de Tecnologias da Informação e Comunicação e antes de serem apresentados os “Objetos de Aprendizagem”, pelo pesquisador, elas não os conheciam. Supõe-se que nessa escola não foi dada a formação pelo Núcleo de Tecnologia Educacional dessa Região. Entretanto, na hipótese desses cursos de capacitação ter sido ministrado em alguma escola e, também, se os professores capacitados encamparam o projeto do curso e utilizaram os “Objetos de Aprendizagem” na preparação e ministração de suas aulas, cabe uma pesquisa para verificar se houve melhor rendimento na aprendizagem dos alunos submetidos a uma abordagem com os “Objetos de aprendizagem”.

Certamente, este trabalho de pesquisa não finda aqui, pois os alunos e os professores estão nas escolas e os mestres e os doutores nas universidades, ou seja, sempre há algo a melhorar ou alguém para se aperfeiçoar.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA, M. E. B. **Educação, projetos, tecnologia e conhecimento**. -1.ed. – São Paulo: PROEM, 2001.
- ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba : Ed. UFPR, 2007.
- ARTIGUE, Michèle. Ingénierie didactique. **Reserches em Didactique dès Mathematiques**, v. 9, n. 3, pp. 281-308, 1988.
- ASSIS, Leila Souto de. **Concepções de professores de matemática quanto à utilização de objetos de aprendizagem: um estudo de caso do projeto RIVED-BRASIL**. Dissertação – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.
- BALACHEFF, N. (1988). **Une étude des processus de preuve em mathématique chez des élèves de collège**. Thèse, Grenoble, Université J. Fourier.
- BORBA, M. C; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- BORGES, M. A. F. **O design centrado no aprendiz do Sistema Jonas: uma experiência de desenvolvimento de um sistema de formação na empresa**. Dissertação de Mestrado: Ciência da Computação. Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2007, p. 26-28.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. 2ª edição. Trad: Elza F. Gomide, Editora Edgard Blücher Ltda: São Paulo, 1996.
- BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN + Ensino Médio: Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação, 2002.
- BRASIL, Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Orientações Curriculares Nacionais: ensino médio – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação, 2006, v.2, p. 69-96.
- BRASIL, Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio – ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação, 1999.
- BROSSEAU, G. (1998). **Problème de didactique des decimaux. Recherches em Didactique des Mathématique**, v. 2, n. 3, p. 37-127.
- BROUSSEAU, G. (1986). **Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques**, v. 7, n. 2, p. 33-116.
- BROUSSEAU, G. (1988). **Le Contrat didactique: le milieu. Recherches en Didactique dès Mathématiques**, v. 9, n. 3, pp. 309-336.
- BROUSSEAU, G. (1998). **Théorie des situations didactiques**. Grenoble: Pensée Sauvage.
- CAMPOS, Celso Ribeiro. **Ensino da Matemática e da Física numa perspectiva integracionista**. Dissertação. PUC-SP, 2000.

CHEVALLARD, Y. **Sur l'analyse didactique: deux études sur les notions de contract et des situation**. Publication de l'IREM d'Aix marseille, 14, 1988.

COSTA, G. L. M. **O professor de Matemática e as tecnologias de informação e comunicação: abrindo caminho para uma nova cultura**. Dissertação – UNICAMP, 2004.

COUTINHO, C. P. **Tecnologias Web 2.0 na sala de aula: três propostas de futuros professores de Português**. In Educação, Formação & Tecnologia; vol.2(1); PP. 75-86, Maio de 2009, disponível no URL: [HTTP://eft.educom.pt](http://eft.educom.pt)

CREMA, R. **Introdução à visão holística: breve relato de viagem do velho ao novo paradigma**. São Paulo: Summus, 1988.

DAMM, R. F. **Registros de Representação**. In MACHADO, S. D. A. (Org.) Educação matemática: uma nova introdução – 3 ed. revista. – São Paulo : EDUC, 2008, p. 167-188.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**. Volume único. -1ª ed. São Paulo: Ática, 2005.

DELORS, Jacques. **Educação: um tesouro a descobrir**. -8ª ed., São Paulo: Cortez, Brasília, DF: MEC = UNESCO, 2003.

DOUADY, R. (1993). **L'Inginiérie Didactique: un moyen pour l'enseignement et d'organiser les rapports entre l'enseignement et l'apprentissage**. Cahier de DIDIREM, N. 19, 1/01.

DOUADY, R. **L'Ingénierie Didactique um instrument privilegie por une prise em compte de la complexité de la classe**. Actes Du congrès PME XI, pp. 222-228. Juillet 1987. Montreal: Ed. J.C. Bergeron, N. Hercovics, C. Kieran, 1987.

DUVAL, R. (1993). Registres de representation sémiotique et finctionnements cognitif de la pensée. **Anales de Didactique et Sciences Cognitives**, v. 5. IREM, U. L.P., Strasborg.

DUVAL, R. Registros de Representações Semiótica e Funcionamento Cognitivo em Matemática In: **Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica**. 1 ed. Campinas: Papyrus, 2003, v. 1, p. 11-33.

FARIA, Renan. **Elaborando e lendo gráficos cartesianos que expressam movimento: uma aula utilizando sensor e calculadora gráfica**. Dissertação.PUC-SP, 2007.

FAZENDA, I. C. A. **Integração e interdisciplinaridade no ensino: efetividade ou ideologia?** São Paulo: Editora Loyola, 1992.

FAZENDA, I. C. A. **Práticas interdisciplinares na escola**. São Paulo: Papyrus, 1994.

FILATRO, Andrea. Design instrucional contextualizado: educação e tecnologia. São Paulo: Editora Senac, 2004.

FRANT, J. B. **Corpo e tecnologia: implicações para a cognição matemática**. Disponível em [http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo\\_producoes/docs\\_25/corpo.pdf](http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_25/corpo.pdf), acesso em 01/08/2009.

FREITAS, J. L. M. **Teoria das situações didáticas**. In: MACHADO, S. D. A. (ORG.). Educação Matemática: uma nova introdução. – 3ª ed. revista. – São Paulo: EDUC, 2008. p. 77-111.

FROTA, M. C. R.; BORGES, O. **Perfis de entendimento sobre o uso de tecnologias na Educação Matemática**. In: Anais da 27ª ANPED. Caxambú, nov. 2004.

GARRUTTI, E. A.; SANTOS, S. R. **A interdisciplinaridade como forma de superar a fragmentação do conhecimento**. <http://www2.marilia.unesp.br/revistas/index.php/ric/article/view/92/93>. Acesso em: 16 ago. 2009.

GIOVANNI, J. R.; BONJORNO, J. R. **Matemática Completa**. -1ª série -2ª ed. renov. –São Paulo: FTD, 2005.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. C. **A aprendizagem da Matemática em ambientes informatizados**. In: Informática na Educação: teoria e prática. V2, nº1, maio, 1999. Disponível em <http://www.seer.ufrgs.br/index.php/InfEducTeoriaPratica/article/view/6275/3742>, acesso em 18/11/2009.

HAYDT, Regina Célia C. **Curso de didática geral**. São Paulo: Ática, 1997.

JAPIASSU, Hilton. **Interdisciplinaridade e patologia do saber**. Rio de Janeiro: Imago 1976.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e tecnologia: o novo ritmo da informação**. Campinas, SP: Papirus, 2007.

LEI nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. São Paulo: Editora do Brasil, 1998.

LENOIR, Y. Didática e interdisciplinaridade: uma complementaridade necessária e incontornável. In FAZENDA, I, C, A. (Org.). **Didática e Interdisciplinaridade**. Campinas, SP : Papirus, 1998.

LEVY, Pierre. **As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática**. Trad. Carlos Irineu da Costa. Rio de Janeiro: Ed. 34, 1993.

LEVY, Pierre. **Cibercultura**. Trad. Carlos Irineu da Costa. São Paulo: Ed. 34, 1999.

LOPES, J. P. **Fragmentações e aproximações entre Matemática e Física no contexto escolar: problematizando o conceito de função afim**. Dissertação. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2004.

LOPES, Tarcísio. **Help! Sistema de Consulta Interativa: Informática**. Klick Editora/O Estado de São Paulo, 1996.

LÜCK, H. **Pedagogia interdisciplinar: Fundamentos teórico-metodológicos**. Petrópolis: Editora Vozes, 1995, p.92.

MACEDO, L. N. et al. Desenvolvimento do pensamento proporcional com o uso de objetos de aprendizagem. In: BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação à Distância. PRATA, C. L; NASCIMENTO, A. C. A. A. (Org.). **Objetos de aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico**. Brasília: MEC, SEED, 2007. p. 17-24.

Machado, J. C. R. **O olhar dos alunos e dos professores sobre a informática no curso de Licenciatura em Matemática**. Dissertação. Universidade Federal do Pará, 2005, p. 29 – 36.

MACHADO, J. C. R. **O olhar dos alunos e professores sobre a informática no curso de licenciatura em Matemática**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Pará. Belém, 2005.

MACHADO, N. J. **Interdisciplinaridade e Matemática**. <http://mail.fae.unicamp.br/proposições/textos/10-artigos-machadonj.pdf>. Acesso em: 18 abril 2010.

MACHADO, S. D. A. **Engenharia Didática**. Educação Matemática: uma nova introdução. – 3ª ed. revista. – São Paulo: EDUC, 2008. P. 233-247.

MARTINS, Douglas Aparecido Nacci. **Tratamento interdisciplinar e inter-relações entre Matemática e Física: Potencialidades e limites da implementação dessa perspectiva**. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

McLUHAN, Marshall. **Os meios de comunicação como extensões do homem**. 10 ed. São Paulo: Cultrix, 1995.

MORAES, M. C. **O paradigma educacional emergente**. Tese – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 1996.

NASCIMENTO, A. C. A. **Objetos de Aprendizagem: a distância entre a promessa e a realidade**. In: BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação à Distância. PRATA, C. L.; NASCIMENTO, A. C. A. A. (Org.). **Objetos de aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico**. Brasília: MEC, SEED, 2007. p. 135-146.

NUNES, C. A. A. (2004). **Objetos de aprendizagem em ação**. <http://www.moodle.ufba.br/mod/resource/index.php?id=67>. Acesso em 14 jan 2010.

NUNES, C. A. A. **O bom uso de objetos de aprendizagem**. In: MORAES, U. C. (Org.). **Tecnologia Educacional e Aprendizagem – O uso dos recursos digitais**. São Paulo: Livro Pronto, 2007, p. 215-231.

OLIVEIRA, G. P. **Avaliação em curso on-line colaborativos: uma abordagem multidimensional**. Tese: Doutorado – USP, São Paulo 2007.

OLIVEIRA, G.P. **Estratégias didáticas em Educação Matemática: as tecnologias de informação e comunicação como mediadoras**. IV SIPEM 2009.

OLIVEIRA, Gerson Pastre. **Uma proposta metodológica para o processo ensino-aprendizagem em educação corporativa**. <http://www.abed.org.br/congresso2008/tc/5112008102928PM.pdf>. Acesso em 16 fev 2008.

PAIS, L. C. **Ensinar e aprender Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PAPERT, S. **Construcionism: A new Opportunity for Elementary Science Education**. A proposal to the National Science Foundation, Massachusetts Institute of Technology, Epistemology and Learning Group, Cambridge, Massachusetts: 1986.

PENTEADO, P. C. M.; TORRES, C. M. A. **Física: Ciência e Tecnologia**. Editora Moderna: São Paulo, 2005.

PIETROCOLA, M. **A matemática como estruturante do conhecimento físico**. In Caderno Catarinense de Ensino de Física, v. 19. Vol. 1 : p. 88 – 108, ago, 2002.

PIETROCOLA, M. Construção e realidade: o papel do conhecimento físico no entendimento do mundo. In: **Ensino de Física: conteúdo, metodologia e epistemologia em uma concepção integradora**. Florianópolis : Ed. da UFSC, 2006. p. 09-32.

PIETROCOLA, M; NASCIMENTO, A. C. A; PRATA; C. L. Políticas para fomento de produção e uso de objetos de aprendizagem. In: BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação à Distância. PRATA, C. L; NASCIMENTO, A. C. A. A. (Org.). **Objetos de aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico**. Brasília: MEC, SEED, 2007.p. 107-121.

PIETROCOLA, M; PINHEIRO, T. F; ALVES FILHO, J. P. Modelização de variáveis: uma maneira de caracterizar o papel estruturador da matemática no conhecimento científico. In: PIETROCOLA, M. **Ensino de Física: conteúdo, metodologia e epistemologia em uma concepção integradora**. Florianópolis : Ed. da UFSC, 2006.

PIETROCOLA, Maurício. **A história e a epistemologia no ensino de física**. Florianópolis: Mimeo UFSC, 1993.

PINHEIRO, T, F. **Aproximações entre a Ciência do aluno na sala de aula da 1ª série do 2º grau e a Ciência dos cientistas: uma discussão**. Dissertação de Mestrado: Educação, Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 1996.

RAMOS, G. T. Mudança: virtude e força na reconstrução da prática docente. In: FAZENDA, I. C. (Org.). **A virtude da força nas práticas interdisciplinares**. – Campinas, SP: Papirus, 1999.

ROBILOTTA, M. R. O cinza, o preto e o branco: relevância da história da ciência no ensino de Física. **Caderno Catarinense de Ensino de Física**, 5 (especial),1988.

RODRIGUES, A. M. M. Por uma filosofia da tecnologia. In Grinspum, M. P. S. Z. (org.) **Educação Tecnológica – Desafios e Perspectivas**. São Paulo: Cortez. p. 70-130, 2001.

SAMPAIO, M. N; LEITE, L. S. **Alfabetização tecnológica do professor**. – Petrópolis, RJ: Vozes, 1999.

SÃO PAULO. Secretaria da Educação. **Proposta curricular do Estado de São Paulo**. São Paulo: SEE, 2008.

SHIGEKIYO, C. T.;YAMAMOTO, K.; FUKU, L. F. **Os Alicerces da Física, 3: Eletricidade**. Editora Saraiva:São Paulo,1993.

SILVA, B. A. Contrato Didático. In: MACHADO, S. D. A. (ORG.). **Educação Matemática: uma nova introdução**. – 3ª ed. revista. – São Paulo: EDUC, 2008. P. 233-247. p. 49-75.

SILVA, Marcos. **Internet na escola e inclusão**. <http://www.tvebrasil.com.br/SALTO/boletins2004>. Acesso em 18 out 2009.

SILVA, U. A. **Análise da abordagem de função adotada em livros didáticos de Matemática**. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2007.

SOUZA, Salete Eduardo de. Uso de Recursos Didáticos no Ensino Escolar. I **Encontro de Pesquisa em Educação, IV Jornada de Prática de Ensino, XIII**

**Semana de Pedagogia da UEM: “Infância e Práticas Educativas”.** Arqui Mudi. 2007;11 (supl.2). p.110-114. Maringá – PR.

VALENTE, J. A. A espiral da aprendizagem e as tecnologias da informação e comunicação: repensando conceitos. In: JOLY, M. C. R. A.(Org.). **A tecnologia no ensino: implicações para a aprendizagem.** São Paulo. Casa do Psicólogo, 2002, p. 15-37.

VALENTE, J. A. Análise dos diferentes tipos de software usados em Educação. In: **O computador na sociedade do conhecimento.** Campinas, SP: UNICAMP/NIED,1999, p. 89-99.

VALENTE, J. A. **Informática na Educação: Instrucionismo x Construcionismo.** <http://www.educacaopublica.rj.gov.br/biblioteca/tecnologia/0003.html>. Acesso em 13/10/2009.

VALENTE, J. A. Pesquisa, comunicação e aprendizagem com o computador: o papel do computador no processo ensino-aprendizagem: In ALMEIDA, M. E. B; MORAN, J. M. (Org). **Integração das tecnologias na educação.** Secretaria da Educação à Distância. Brasília: Ministério da Educação, Seed, 2005. p. 22-31.

VARGAS, Milton. **Para uma filosofia da tecnologia.** São Paulo: Editora Alfa Omega Ltda,1994.

WILEY, David. Connecting learning objects to instructional design theory: A definition, a metaphor, and a taxonomy: In Wiley, David A. (Ed.), **The instructional use of learning objects**, 2001, p.1-35.

ZAMPIROLLO, M. J. V.; SCORDAMAGLIO, M.T.; CÂNDIDO, S. L. **Matemática: projeto escola e cidadania para todos.** -1ªsérie. -1ª Ed.- São Paulo: Editora do Brasil, 2004.

## Anexos

### Atividade1

Título: Posição de um móvel em um referencial

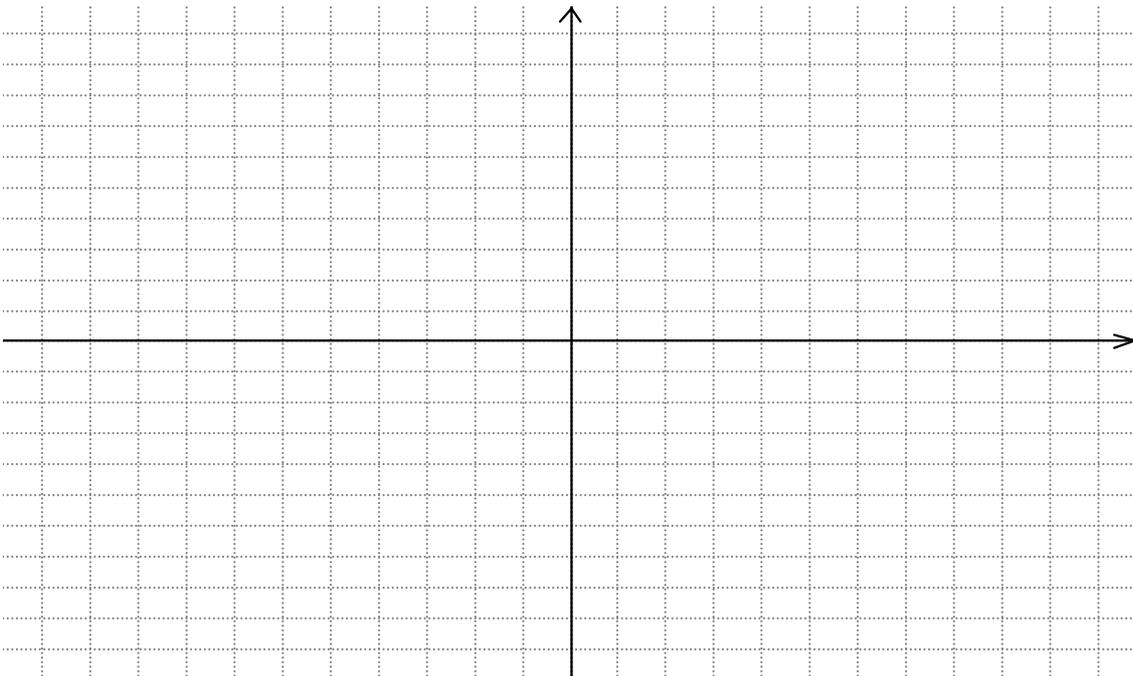
Situação-problema: Cada objeto de aprendizagem apresenta uma situação.

- 1- Explore o objeto de aprendizagem “A Batalha”, escreva o que você observou e o que fez, e se conseguiu alcançar o objetivo proposto pelo mesmo. Qual é a figura geométrica que pode representar o par  $(x,y)$ . Antes de responder lembre-se o quão é significativo um navio na imensidão do mar ou um pássaro pousado num campo de futebol. Após, realize a Atividade a (`..\Apresentação_P\Atividade a.docx`).
  
- 2- Escolha seu adversário e diga a ele “Vença-me se puder”, pois agora você entrará em batalha para defender sua esquadra de guerra. Posicione sua esquadra, não deixe que o oponente veja seu jogo. Escreva a sua estratégia para chegar ao objetivo. Lembre-se do Objeto de aprendizagem “A Batalha”, onde os navios imperiais tentavam afundar os navios piratas. Então, cuidado, não desperdice suas munições (`..\Apresentação_P\Atividade b.docx`).
  
- 3- Explore, observando o objeto de aprendizagem “Corrida de 100 metros rasos” (`..\Apresentação_P\Bolt World Record.flv`). Supondo que Usain Bolt, nessa prova, manteve a mesma velocidade  $v$  em todo instante  $x$  do percurso:
  - a) Calcule quantos metros o velocista fez em um segundo em média;
  - b) Considerando o cálculo anterior preencha a tabela e as lacunas que segue, mostrando em qual posição  $y$  o velocista está em cada instante  $x$  no decorrer da prova. Faça as contas (operações), cada uma em uma linha.

Posição (y)	Instante (x)	Operação (contas)
	1	
	2	

	3	
	.	
	.	

- c) Em relação ao item, construa um gráfico cartesiano representando cada par  $(x,y)$  no plano, ligue os pontos.



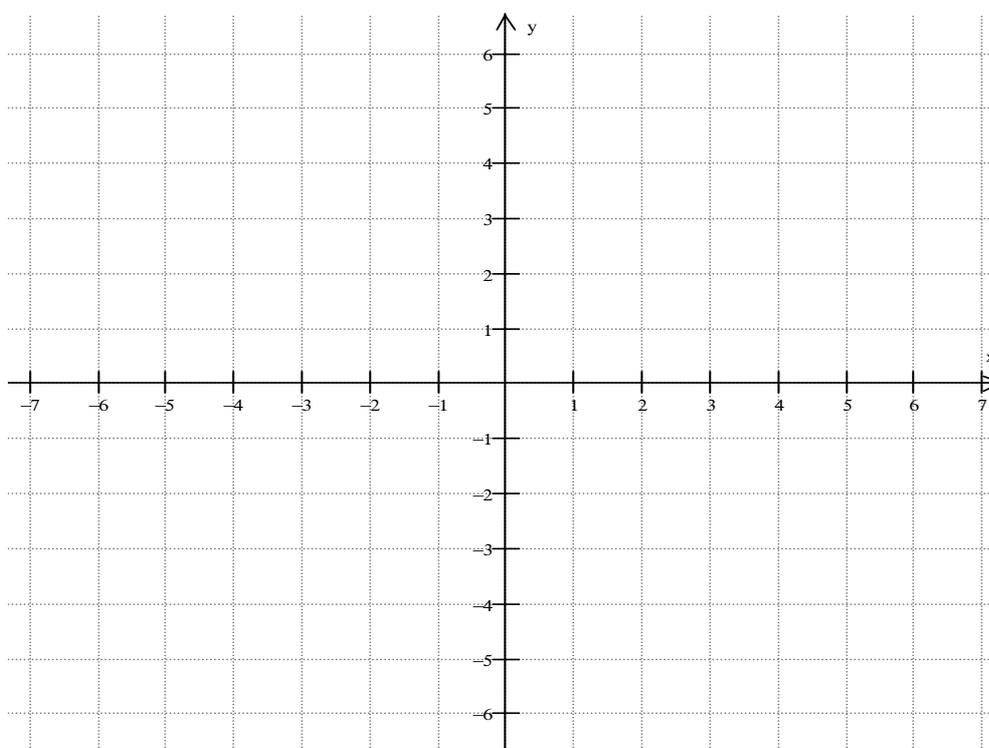
Após o gráfico concluído, coloque  $y$  junto a  $S$  e  $x$  junto a  $t$ . Responda:

- d) Qual é a figura geométrica que você encontrou ao unir os pontos, a qual caracteriza o movimento uniforme do atleta;
- e) De acordo com suas contas e com a tabela que você elaborou, quais grandezas físicas variam durante a prova:
- f) ( ) velocidade  $v$       ( ) Posição      ( ) Instante  $t$

4- Na Matemática o gráfico da função do 1º grau  $y=a.x+b$  é representada pelo desenho de uma reta, onde  $x$  é a variável independente (eixo das abscissas – horizontal),  $y$  é a variável dependente (eixo das ordenadas – vertical),  $a$  é coeficiente angular responsável pela inclinação da reta e  $b$  o coeficiente linear

da reta que determina onde a ordenada é interceptada pela reta. Para confirmar, efetue os cálculos e construa o gráfico das seguintes funções:  $y=2x+1$  e  $y= -4x+2$  no seguinte intervalo  $[-2,2]$ .

Tabela ( $y=2x+1$ )			Tabela ( $y= -4x+2$ )		
x	$2x+1$	y	x	$-4x+2$	y
-2	$2 \cdot (-2)+1$	.....	-2	$-4 \cdot (-2)+2$	.....
-1	.....	.....	-1	.....	.....
0	.....	.....	0	.....	.....
1	.....	.....	1	.....	.....
2	.....	.....	2	.....	.....



5- De acordo com exercício 3-, calcule, retirando os valores da tabela ou do gráfico.

$$a) \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S(1)-S(0)}{1-0} =$$

$$b) \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S(2)-S(1)}{2-1} =$$

$$c) \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S(2)-S(0)}{2-0} =$$

Observe os valores calculados. Ele se relaciona com qual grandeza do exercício 3 que VC já calculou?

6- Conforme a função  $y=2x+1$  do exercício 4-, calcule, retirando os valores da tabela ou do gráfico.

$$a) \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(-2)-f(0)}{-2-0} =$$

$$b) \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(2)-f(0)}{2-0} =$$

$$c) \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(2)-f(-2)}{2-(-2)} =$$

Observe os cálculos, olhe para a função e diga a qual valor corresponde.

7- Conforme os estudos anteriores, relacione os símbolos e grandezas usadas na matemática e os símbolos e grandezas usados na Física, preenchendo os parênteses com a letra correspondente.

<b>Matemática (Função do 1º grau)</b>		<b>Física (Cinemática M.U.)</b>	
(A)	Coeficiente angular	( )	Posição Inicial
(B)	b	( )	S(t)
(C)	Variável dependente y	( )	v
(D)	a	( )	Velocidade
(E)	f(x)	( )	t
(F)	Variável independente x	( )	S <sub>0</sub>

- 8- Conforme as operações realizadas no exercício (3-b), escreva a expressão Matemática que descreve o movimento do atleta, usando os pares de grandezas  $(y,x)$  e  $(t,S)$ , uma expressão para cada par.
- 9- Observe os gráficos dos exercícios 4 e 5, analise porque o gráfico representado pela função  $S(t)$  não tem valores negativos para a variável  $t$  e para o gráfico  $y=f(x)$  tem negativos para variável  $x$ .
- 10- Você consegue ver alguma relação da Matemática com a Física? Descreva a relação.

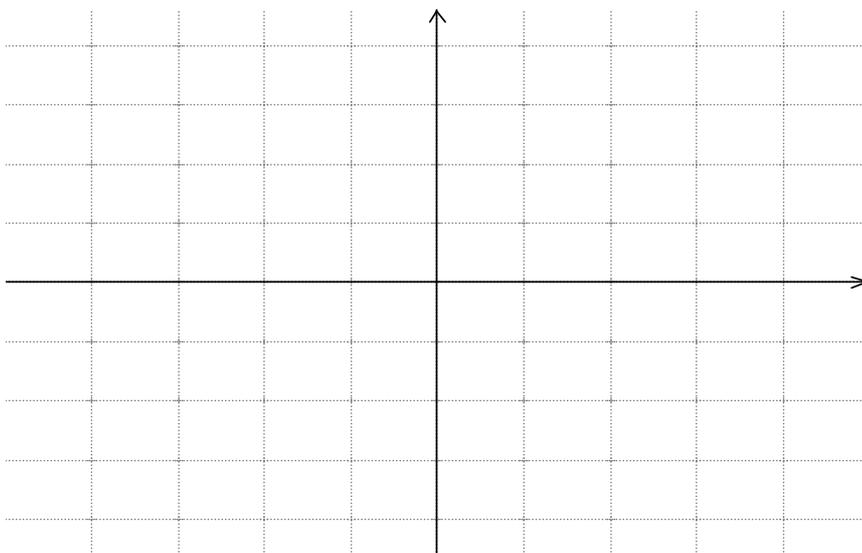
## Atividade 2

Título: Função do movimento de um móvel no Movimento Uniforme.

Situação-Problema: Cada Objeto de Aprendizagem apresenta uma situação.

- 1- Explore o objeto de aprendizagem “Caminhão” ([sim\\_cinematica\\_caminhao\sim\\_cinematica\\_caminhao.htm](#)). Responda:
- Em qual posição da estrada o caminhão A estará após uma hora? Justifique descrevendo os cálculos.
  - Em qual posição da estrada o caminhão B estará após uma hora? Justifique descrevendo os cálculos.
  - Qual a distância entre os dois caminhões? Justifique descrevendo os cálculos.
  - Preencha a tabela e construa o gráfico “posição em função do tempo  $S(t)$ ” para os caminhões A e B. Faça a escala no eixo horizontal “ $t$ ” de 0,5 em 0,5 horas e a escala no eixo vertical “ $S$ ” de 50 em 50 km.

Tabela $S(t)_A$			Tabela $S(t)_B$		
$t$ [h]	Contas (operações)	$S$ [m]	$t$ [h]	Contas (operações)	$S$ [m]
0			0		
0,5		.....	0,5		.....
1	.....	.....	1	.....	.....
1,5	.....	.....	1,5	.....	.....
2	.....	.....	2	.....	.....



- e) Orientando-se pelo enunciado, cálculo, tabela e gráfico escreva as funções horárias que determinam as posições dos caminhões A e B.

$$S(t)_A =$$

$$S(t)_B =$$

- f) Calcule as duas funções decorrido 2 horas, ou seja, calcule função no para  $t=2h$ :

$$S(2)_A =$$

$$S(2)_B =$$

- 2- Supondo que o caminhão A esteja a 80km/h e parte do KM 70 e, que o caminhão B esteja a 60km/h e parte do KM 100. Responda:

- a) Escreva as funções horárias que determinam as posições dos caminhões:

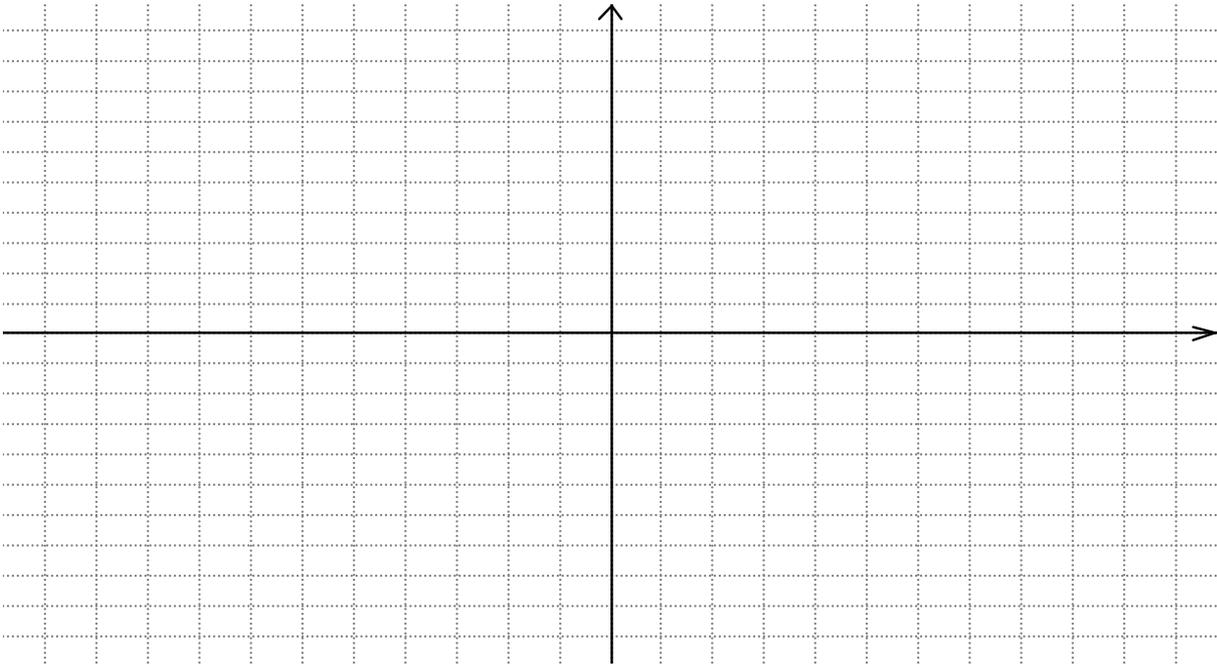
$$S(t)_A =$$

$$S(t)_B =$$

- b) Numa viagem de 5 horas, em que instante  $t$  e posição  $S$  um caminhão ultrapassa o outro. Determine as duas grandezas através de uma tabela e depois, através de um gráfico que você irá construí-los. Utilize as duas funções  $S(t)_A$  e  $S(t)_B$  para determinar o instante de encontro  $t$ , algebricamente, e para finalizar substitua este instante  $t$  nas funções que representam os movimentos dos caminhões.

Tabela $S(t)_A$			Tabela $S(t)_B$		
t		S	t		S
0			0		
1		.....	1		.....
2	.....	.....	2	.....	.....
3	.....	.....	3	.....	.....
4	.....	.....	4	.....	.....
5	.....	.....	5	.....	.....

Aponte, na tabela e no gráfico o instante de encontro  $t$ .



Para calcular o instante  $t$ , algebricamente, lembre da posição dos dois caminhões ao se encontrarem.  $t=.....?$

3- Supondo que um caminhão C parte do KM 200 a 30 km/h em sentido contrário aos movimentos dos caminhões A e B, numa viagem de 4 horas, determine:

- a) A função horária do movimento do caminhão C;
- b) A posição da estrada (KM) que o caminhão C estará após 5 horas;
- c) Os instantes em que o caminhão C encontra os caminhões A e B, considerando os dados de velocidade e posição inerentes à situação-problema no Objeto de Aprendizagem. Encontre os instantes de encontro  $t_A$  e  $t_B$  e também as posições  $S_A$  e  $S_B$ . Monte tabela e resolva graficamente, e, também, algebricamente.

4- Explore o Objeto de Aprendizagem “Carros” ([..\Apresentação\\_P\sim\\_cinematica\\_carros\sim\\_cinematica\\_carros.htm](..\Apresentação_P\sim_cinematica_carros\sim_cinematica_carros.htm)) e determine, graficamente, a posição em que os carros se encontram na rodovia para as três velocidades apresentadas no mesmo (100 km/h, 70 km/h e 10 km/h). Depois resolva, algebricamente, determinando o tempo de encontro para  $V=100$  km/h.

### Atividade 3

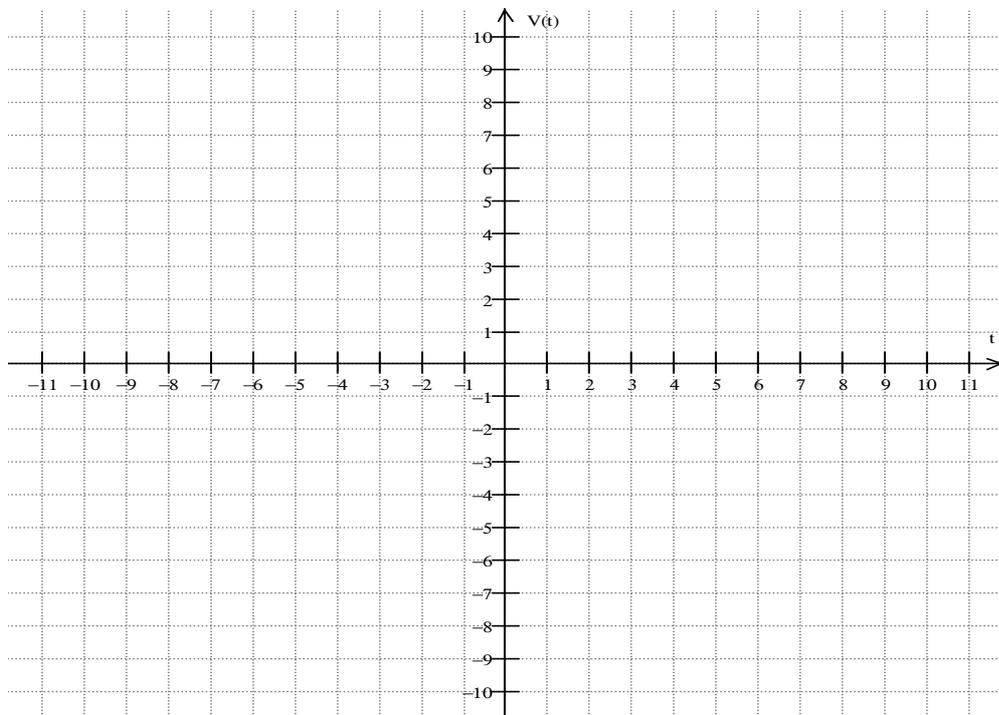
Título: Função de um móvel em Movimento Uniformemente Variado

Situação-Problema: Cada Objeto de Aprendizagem apresenta uma situação.

- 1- Explore o Objeto de aprendizagem “Corrida na fazenda”. Mostre ao fazendeiro que você é bom de corrida:..\Apresentação\_P\sim\_cinematica\_corridanafazenda\sim\_cinematica\_corridanafazenda.htm).
  - a) Na modalidade treino, tomando como opção ajuste da curva de velocidade, encontre as várias possibilidades que garanta você chegar ao final da prova sem cair no lago.
  - b) Dentre as possibilidades que você encontrou, escolha o gráfico onde a curva velocidade que você ajustou possa garantir sua vitória. Imagine que o seu colega, participante desta atividade, seja o fazendeiro. Compare as curvas ajustadas pelo fazendeiro e por você e declare quem obteve a vitória, e por que foi vencedor.
  - c) Ainda, conforme o gráfico escolhido identifique cada reta do gráfico com seu respectivo intervalo de tempo. Tomando os pontos extremos para cada reta, suas velocidades com seu respectivo intervalo de tempo, calcule o quanto a velocidade variou por segundo em cada intervalo de tempo. Essa medida é a aceleração média  $\underline{a}$  do móvel no período  $\Delta t$ .
  - d) Com o gráfico da velocidade apresente os gráficos da posição e da aceleração em função do tempo, porém, antes, vamos realizar uma atividade preliminar para capacitá-lo a desenvolver o gráfico da função posição dependente do tempo. ..\Apresentação\_P\Atividade com WINPLOT\_evs.docx
  - e) Agora escreva as funções horárias da posição, velocidade e aceleração em função do tempo em cada intervalo.
- 2- Explore o Objeto de Aprendizagem “O amor de mel” (..\Apresentação\_P\sim\_fis\_amormel\Web\labvirt\simulacoes\tempUpload\sim\_fis\_amormel.htm)
  - a) Escreva a função horária da posição do ciclista desde o momento que mel começa a correr. Utilizando o programa WINPLOT, faça o gráfico dessa função.

- b) Utilizando o dado “aceleração de Mel”, diga qual a variação da velocidade por segundo. Preencha a tabela seguinte, construa o gráfico e escreva a função horária da velocidade:

t [s]	Contas (operações)	V [m/s]
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		



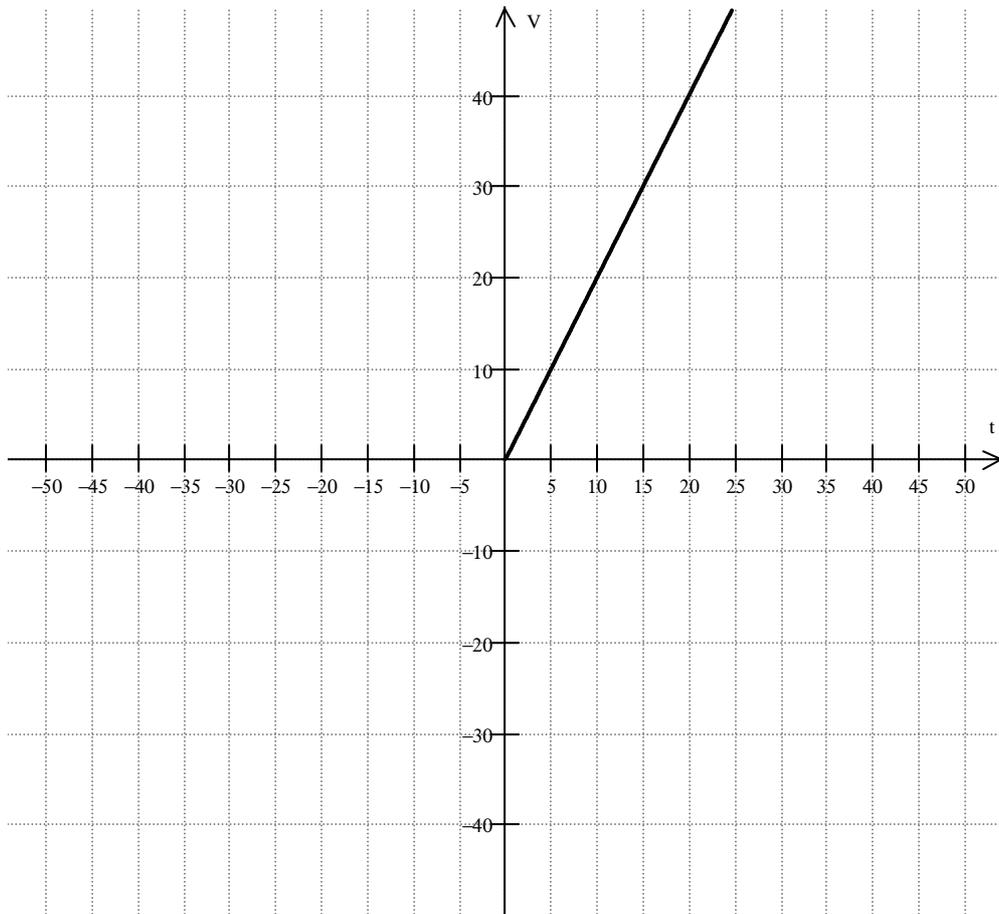
Para escrever esta função, lembre-se do conceito de coeficiente angular.

$$V(t) = \dots\dots\dots?$$

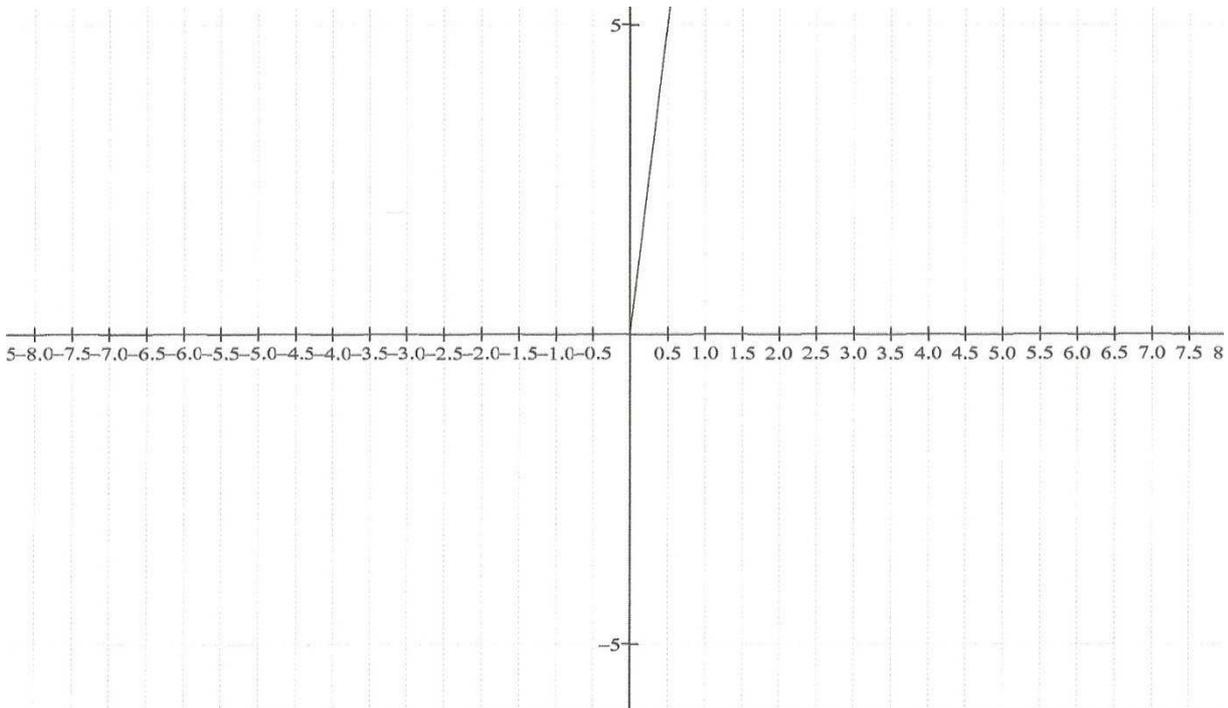
- c) Percorrendo 7 metros por segundo, qual a posição do ciclista, decorridos 8 segundos, momento em que a cachorra começa a correr?
- d) Quais fórmulas, equações ou funções você encontrou neste objeto de aprendizagem? Identifique-as, escrevendo o que elas determinam.
- e) Genericamente, relacione as funções cinemáticas que você encontrou no Objeto de Aprendizagem “O primeiro amor de Mel” com as funções matemáticas. Faça a correspondência entre os termos dessas funções identificando cada um deles na Matemática e na Física.

3- Explore o Objeto de Aprendizagem “Pista de Prova” ([..\Apresentação\\_P\sim\\_cinematica\\_carrocorrida\sim\\_cinematica\\_carrocorrida.htm](#)). Esta simulação apresenta o deslocamento, a velocidade e a aceleração de dois carros em pista de prova.

- a) Observe os gráficos no Objeto de aprendizagem e descreva as funções genéricas que os representam, considerando a representação de funções estudadas na Matemática.
- b) Tente relacionar as funções descritas, por você, anteriormente, com as funções da Cinemática estudadas em Física.
- c) Escreva as funções, substituindo seus coeficientes literais pelos numéricos. Siga os passos descritos abaixo:
  - Comece pelo gráfico da velocidade. Determine o coeficiente angular da reta. O que este coeficiente representa na Física?
  - Substitua este valor nas funções  $S(t)$ ,  $V(t)$  e  $a(t)$  que você escreveu no item b
- d) Determine o tempo gasto para o carro de passeio percorrer 196m.  
Tome como ponto de partida o gráfico da velocidade.



e) Determine o tempo gasto para o carro de passeio percorrer 41,85m.



### **Questionário para a Professora de Matemática**

- 1- Quando os alunos iniciaram as atividades propostas pelo pesquisador na sala de informática, você já havia ministrado o estudo sobre função?
- 2- Como você abordou o assunto? Partindo, diretamente, para a definição sobre função ou você adotou outra linha?
- 3- Sobre quais funções você desenvolveu o estudo com os alunos?
- 4- Que recursos, digitais ou não, está à sua disposição para trabalhar a disciplina de Matemática?
- 5- Qual a atitude dos alunos quanto às atividades de Matemática proposta por você? Eles aceitam de pronto ou ficam relutantes em desenvolvê-las?
- 6- Quais tipos de dificuldades você tem observado, mais frequentemente, na aprendizagem da Matemática pelos alunos?
- 7- Você utilizou, alguma vez, de recursos da informática para desenvolver atividades de Matemática com os alunos?
- 8- Quais os comentários dos alunos sobre as atividades de matemática como o uso de Objetos de aprendizagem?
- 9- Você está participando do mini-curso sobre os Objetos de Aprendizagem na Oficina Didática de Matemática e Tecnologia. Comente sobre a possibilidade do uso de Objetos de Aprendizagem, concebidos no contexto da Física, nas aulas de Matemática para aprendizagem de conceitos?
- 10- Cite algumas dificuldades que você acha que teria em desenvolver atividades de matemática utilizando recursos da informática.

### Questionário para a Professora de Física

- 1- Quando os alunos iniciaram as atividades propostas pelo pesquisador na sala de informática, você já havia ministrado o estudo sobre Cinemática?
- 2- Como você abordou o assunto? Partindo, diretamente, para a definição sobre as funções horárias do movimento ou você adotou outra linha?
- 3- Qual situação-problema você tomou para o estudo da Cinemática com os alunos?
- 4- Que recursos, digitais ou não, está à sua disposição para trabalhar a disciplina de Matemática?
- 5- Qual a atitude dos alunos quanto às atividades de Matemática proposta por você? Eles aceitam de pronto ou ficam relutantes em desenvolvê-las?
- 6- Quais tipos de dificuldades você tem observado, mais frequentemente, na aprendizagem da Física pelos alunos?
- 7- Você utilizou, alguma vez, de recursos da informática para desenvolver atividades de Matemática com os alunos?
- 8- Quais os comentários dos alunos sobre as atividades de matemática como o uso de Objetos de aprendizagem?
- 9- Você está participando do mini-curso sobre os Objetos de Aprendizagem na Oficina Didática de Matemática e Tecnologia. Comente sobre a possibilidade do uso de Objetos de Aprendizagem, concebidos no contexto da Física, nas aulas de Física para aprendizagem de conceitos?
- 10- Cite algumas dificuldades que você acha que teria em desenvolver atividades de Física utilizando recursos da informática.

### Questionário - Professor

1. Gênero

Masculino

Femenino

2. Faixa etária

20 a 25

25 a 30

30 a 35

35 a 40

40 a 45

45 a 50

50 a 55

55 a 60

3. Formação Acadêmica

Modalidade	Curso	Ano de Conclusão
Graduação		
Especialização		
Mestrado		
Doutorado		

4. Você já leu algum livro sobre Educação Matemática? Qual?

5. Você trabalha em escola

pública

privada

6. Disciplinas que leciona

Matemática

Física

Física/Matemática

7. Quais recursos pedagógicos você tem à sua disposição na escola?

CD player

DVD

TV

conj. Robótica

Computador

Projetor

Calculador

Rádio

outros

8. Dos recursos listados acima, quais você utiliza efetivamente em suas aulas?
9. Indique os software que você conhece.
- WORD       EXCEL       POWERPOINT
- CABRI-GEOMETRE    GeoGebra       WINPLOT
- CINDERELA    Graphmatica    graphequation
- outros... cite
10. Você utiliza tecnologias informáticas (softwares e equipamentos) na preparação de suas aulas? Quais?
11. Há quanto tempo você ministra aulas com uso de tecnologias informáticas?
- Menos de 6 meses       Menos de um ano       Menos de 2 anos
- Mais de 2 anos, menos que 5
- Mais de 5 anos
12. Cite algumas vantagens e desvantagens nos uso dessas tecnologias na educação, no seu ponto de vista.
13. Depois que você utilizou os recursos informáticos houve melhor rendimento dos alunos na aprendizagem dos conceitos em conteúdos estudados, ou não fez diferença?
14. De acordo com o item 13, descreva uma situação, experiência própria, em que a aplicação de tecnologias informáticas foi favorável e outra em que não foi (se existirem).
15. Qual sua opinião sobre o uso de objetos de aprendizagem na aula de Matemática?

Há possibilidade de utilizar objetos de aprendizagem concebidos em diferentes contextos na aprendizagem Matemática? Em quais situações você os utilizaria, ou seja, em quais momentos?

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)