UNIVERSIDADE CRUZEIRO DO SUL

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Análise dos conhecimentos matemáticos desenvolvidos em um curso de Pedagogia: um estudo de caso

BEATRIZ CONSUELO KUROISHI MELLO

Orientadora: Prof.ª Dra. Edda Curi

Dissertação apresentada ao Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Cruzeiro do Sul, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

SÃO PAULO

2008

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA CENTRAL DA UNICSUL

M476a

Mello, Beatriz Consuelo Kuroishi.
Análise dos conhecimentos matemáticos desenvolvidos em um curso de pedagogia: um estudo de caso / Beatriz Consuelo Kuroishi Mello. -- São Paulo; SP: [s.n], 2008.
276 p. : il. ; 30 cm.

Orientadora: Edda Curi.
Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul.

1. Matemática - Análise de conhecimentos 2. Matemática - Pedagogia - Estudo de caso 3. Matemática - Estudo e ensino. I. Curi, Edda. II. Universidade Cruzeiro do Sul. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. III. Título.

CDU: 51:37.013(043.3)

UNIVERSIDADE CRUZEIRO DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Análise dos conhecimentos matemáticos desenvolvidos em um curso de Pedagogia: um estudo de caso

Beatriz Consuelo Kuroishi Mello

Dissertação de mestrado defendida e aprovada pela Banca Examinadora em 30/05/2008.

BANCA EXAMINADORA:

Prof.ª Dra. Edda Curi
CETEC - UNICSUL
Presidente

Prof.ª Dra. Maria Delourdes Maciel
CETEC-UNICSUL

Prof.ª Dra. Marialva Rossi Tavares
Faculdade Oswaldo Cruz

À

Minha família

Especialmente à minha mãe Sei, à minha sobrinha Maria Laura e à minha tia Eurica, pois sem elas não teria o amor e a força para completar minha caminhada.

AGRADECIMENTOS

À professora Edda Curi pela orientação, compreensão e incentivo a mim dispensados para a realização deste trabalho.

À UNICSUL por ter me proporcionado, através do Programa de Pós-Graduação, a oportunidade para a realização de um sonho.

À Coordenadora do Curso de Pedagogia da Faculdade Oswaldo Cruz, professora Marialva Rossi Tavares, pela delicadeza em me aceitar como estagiária pesquisadora em seu curso.

À professora Esther do Lago Pretti, professora da Faculdade Oswaldo Cruz, por me proporcionar momentos de muito aprendizado durante o meu estágio e pesquisa.

À minha amiga Jucieny Silva pelo carinho, pelo apoio e pelo incentivo demonstrado, principalmente, durante a realização deste trabalho.

À Regina M. R. Pupin pelo apoio técnico na formatação desta dissertação.

À Secretaria da Educação do Estado de São Paulo pelo apoio financeiro.

“Não há saber mais ou saber menos.
Há saberes diferentes”.

Paulo Freire.

MELLO, B. C. K. **Análise dos conhecimentos matemáticos desenvolvidos em um curso de pedagogia:** um estudo de caso. 2008. 276 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática)–Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2008.

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo analisar os conhecimentos relacionados à Matemática e ao seu ensino apresentado em ementas de cursos de Pedagogia e, também, analisar os conhecimentos relacionados à Matemática que são abordados em um curso de Pedagogia e como se dá o seu desenvolvimento. O trabalho é de caráter qualitativo e trata-se de um estudo de caso, que utilizou como procedimentos metodológicos a revisão bibliográfica, documental e a pesquisa de campo. Na pesquisa de campo utilizou-se a observação e as anotações em notas de campo, estudo de apostilas e transcrições em áudio (fitas cassete) das observações das aulas e da entrevista com a professora formadora. Pode-se considerar que, ao analisar as ementas dos cursos de Pedagogia, há uma priorização das questões metodológicas em detrimento de conteúdo e quanto ao curso analisado há preocupação em contemplar as três vertentes do conhecimento propostas por Shulman. O estudo de caso realizou-se em uma instituição privada localizada na zona oeste da cidade de São Paulo, durante o ano de 2006, com a participação da pesquisadora como estagiária das aulas de "Metodologia Ensino Fundamental II Matemática" e o público alvo foi uma turma de alunos do terceiro ano do curso de Pedagogia da referida instituição. O presente trabalho tem como referência as investigações de Shulman, Tardif, Garcia, Mizukami, Schön, Serrazina, Ponte, Curi, Fiorentini, Souza Júnior e Melo e Fiorentini et al. e, também, em alguns documentos oficiais utilizados na fundamentação. Podem-se ressaltar como principais resultados os procedimentos metodológicos da professora formadora baseado em Shulman, uma proposta pedagógica adaptada à realidade das alunas que compõem a turma estudada. As aulas procuraram aliar a teoria à prática, na busca de desenvolver imbricadamente as três vertentes sobre o conhecimento propostas por Shulman: o conhecimento do conteúdo, o conhecimento didático do conteúdo e o conhecimento curricular.

Palavras-Chave: Matemática – Análise de conhecimentos, Matemática – Pedagogia – Estudo de caso, Matemática – Estudo e ensino.

MELLO, B. C. K. **Analysis of the mathematical knowledge developed in a course of pedagogy:** a case study. 2008. 276 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática)–Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2008.

ABSTRACT

The present work has as objective analyzes the knowledge related to the Mathematics and to his teaching presented in summary of Pedagogy courses and, also, to analyze the knowledge related to the Mathematics that are approached in a Pedagogy course and as they are developed. The work is of qualitative character and it is treated of a case study, which used as methodological procedures the revision bibliographical, documental and the field research. In the field research it was used the observation and the annotations in field notes, study of papers and transcriptions in audio (cassettes) of the observations of the classes and of the interview with the pedagogue. It can be considered that, when analyzing the menus of the Pedagogy course, the methodological questions are prioritized to the detriment of content and as for the analyzed course there is concern in contemplating the three categories of the knowledge proposed by Shulman. The case study took place in a private institution in the area west of São Paulo’s city, during the year of 2006, with the researcher's participation as student teacher of the classes of "Methodology Teaching Fundamental II Mathematics" and the target audience was a group of students of the third year of the Pedagogy course of the referred institution. The present work has as reference the investigations of Shulman, Tardif, Garcia, Mizukami, Schön, Serrazina, Ponte, Curi, Fiorentini, Souza Júnior and Melo and Fiorentini et al. and, also, in some official documents used in the grounding. They can be point out as main results the methodological procedures of the pedagogue based on Shulman, a pedagogic proposal adapted to the students' reality that compose the studied group. The classes tried to align the theory to the practice, in the search of developing of interwoven way the three categories on the knowledge proposed by Shulman: the knowledge of the content, the didactic knowledge of the content and the curricular knowledge.

Keywords: Mathematics – Knowledge analysis, Mathematics – Pedagogy – Case study, Mathematics – Study and teaching.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Trajetória Profissional e Motivação deste Estudo

Realizei um curso de Licenciatura em Matemática, composto por 30 alunos, entre estes aproximadamente 20 mulheres, algumas oriundas de um curso de Magistério. Durante o curso, percebi que muitas colegas sentiam uma grande dificuldade ao lidar com conhecimentos matemáticos necessários em nosso curso superior. Eram colegas que já há algum tempo na carreira docente da educação infantil ou nos anos iniciais do ensino fundamental, mas que não tinham noções básicas de frações, álgebra e geometria. A hipótese é que não aprenderam esses conteúdos no curso de magistério ou não adquiriram esse conhecimento de forma significativa.

Desde o início da minha formação acadêmica ao deparar com essas situações aparentemente insignificantes num curso de Licenciatura em Matemática, venho me questionando como os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, de 1ª a 4ª série, iriam adquirir o conhecimento matemático necessário para prosseguir durante toda a educação básica. Esse fato me instigava e me levou a novos estudos.

Outro fato que me levou a reflexão foi a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN 9394/96) em que se tornou obrigatório o Ensino Superior em Pedagogia para as professoras dos anos iniciais. Venho discutindo em algumas oportunidades sobre qual é a formação matemática que essas professoras adquirem. Será que ao fazer o curso superior os alunos terão a formação em matemática que os capacite a exercer sua função nesta disciplina? Parece-me, nesse momento, que o conhecimento profissional do professor é diferente do conhecimento universitário desenvolvido nas instituições superiores com características específicas para formar professor. Atuando há cinco anos na rede pública de ensino do Estado de São Paulo tenho percebido alguns problemas com alunos de 5ª série que, acredito, são decorrentes do ensino de Matemática nos anos iniciais.

Outra experiência profissional que me faz refletir sobre a formação dos professores polivalentes[1] foi no ano de 2004, quando atuava como professora não efetiva na rede pública estadual, em uma escola no interior de São Paulo no “Projeto Números em Ação” para alunos da 5ª e 6ª séries do ensino fundamental. Esse projeto era direcionado às escolas que possuíam Sala Ambiente de Informática (SAI), tinha como objetivo principal trabalhar com noções básicas das “quatro operações”, e nele percebi o quanto os alunos apresentavam dificuldades em lidar com os conceitos fundamentais obtidos nos anos iniciais do ensino fundamental.

A partir dessa experiência, a questão do ensino da Matemática na formação dessas professoras tornou-se eixo norteador dos questionamentos que tenho feito.

Com a finalidade de ampliar meus conhecimentos a respeito da Matemática e seu ensino, resolvi cursar o Mestrado Profissionalizante em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul (UNICSUL/SP), que tem como objetivos:

> [...] formação de profissionais qualificados para atuar nos diferentes níveis de ensino, bem como nas áreas de pesquisa e investigação de temas relevantes para o Ensino de Ciências e Matemática. Assim, a qualificação almejada deverá dotar os alunos de suficiente autonomia, de modo que possam aprender continuamente em seu processo de desenvolvimento profissional e, deste modo, realizar suas atividades docentes com competências que os tornem eficientes mediadores do ensino para aprendizagem dos alunos (UNICSUL, 2006).

Assim, a preocupação em minha carreira docente sobre o conhecimento matemático adquirido pelas professoras dos anos iniciais, foi a motivação para escolha do tema desta pesquisa que tem a finalidade de realizar um estudo de caso em um curso de formação de professores polivalentes, a fim de analisar ementas das disciplinas relativas ao Ensino de Matemática de um curso de Pedagogia, com vistas a identificar, a partir desta análise, algumas pistas para a formação inicial de professores dos anos iniciais, num momento em que vários segmentos da sociedade estão discutindo a formação de professores.

---

[1] Professor que atua nas séries iniciais do ensino fundamental.

Relevância do Tema

A última década mostra uma grande preocupação com a qualidade da formação docente para os anos iniciais do ensino fundamental. A aprovação da nova LDBEN (9394/96), em seu Título VI constituído pelos artigos 61 a 67, trata da formação dos profissionais da educação, especificamente dos professores e indica os fundamentos metodológicos que devem orientar a formação:

> Art. 61. A formação de profissionais da educação, de modo a atender aos objetivos dos diferentes níveis e modalidades de ensino e às características de cada fase do desenvolvimento do educando, terá como fundamentos:
> - a associação entre teorias e práticas, inclusive mediante a capacitação em serviço;
> - aproveitamento da formação e experiências anteriores em instituições de ensino e outras atividades (BRASIL, 1996).

Esta lei, em seus artigos 62 e 63, refere-se à formação dos docentes e introduz na organização de ensino superior, os Institutos Superiores de Educação.

> Art. 62. A formação de docentes para atuar na educação básica far-se-á em nível superior, em curso de licenciatura, de graduação plena, em universidades e institutos superiores de educação, admitida, como formação mínima para o exercício do magistério na educação infantil e nas quatro primeiras séries do ensino fundamental, a oferecida em nível médio, na modalidade Normal.
>
> Art 63. Os institutos superiores de educação manterão:
> - cursos formadores de profissionais para a educação básica, inclusive o curso normal superior, destinado à formação de docentes para a educação infantil e para as primeiras séries do ensino fundamental;
> - programas de formação pedagógica para portadores de diplomas de educação superior que queiram se dedicar à educação básica;
> - programas de educação continuada para os profissionais de educação dos diversos níveis (BRASIL, 1996).

Em seu Título IX, ao retratar sobre as disposições transitórias, no artigo 87 diz: “É instituída a década de Educação, a iniciar-se um ano a partir da publicação desta Lei”. Importante destacarmos o seu quarto parágrafo que cita: “até o fim da década da Educação somente serão admitidos professores habilitados em nível superior ou formados por treinamento em serviço”, ou seja, até o final de 2007, a formação de professores deveria ser em nível superior.

No estado de São Paulo, a Resolução da Secretaria Educação nº. 119/2003 que dispõe sobre o processo de atendimento à demanda de alunos do Curso Normal das escolas estaduais, em 2004 destaca que a formação em nível superior dos professores polivalentes é prioridade e aponta algumas ações que vêm sendo desenvolvidas e são destacadas a seguir:

- a obtenção da licenciatura plena, como patamar ideal de formação de docentes que atuam na educação básica, vem se constituindo em uma das prioridades desta Pasta;

- a formação, em nível superior, dos docentes da educação infantil e das séries iniciais do Ensino Fundamental já vem se concretizando gradativamente nas redes estadual e municipais mediante a implantação de Programas Especiais de Formação em Serviço – PEC Formação Universitária;

- programas implementados por esta Secretaria têm possibilitado aos alunos concluintes dos cursos de ensino médio de escolas estaduais obter bolsa para realização de estudos em instituições de ensino superior (SÃO PAULO, 2003).

Em termos nacionais a Resolução do Conselho Nacional de Educação, Câmara de Educação Básica (CNE/CEB) nº. 01, de 20 de agosto de 2003, se refere à formação em nível superior dos professores com formação em nível médio, na modalidade Normal, e exige pelo menos a formação em nível médio com credencial para o exercício do magistério como dispõe no seu artigo 2º:

> Art. 2º. Os sistemas de ensino envidarão esforços para realizar programas de capacitação para todos os professores em exercício.
> § 1º. Aos docentes da educação infantil e dos anos iniciais do ensino fundamental será oferecida formação em nível médio, na modalidade Normal até que todos os docentes do sistema possuam, no mínimo, essa credencial.
> § 2º. Aos docentes que já possuírem formação de nível médio, na modalidade normal, será oferecida formação em nível superior, de forma articulada com o disposto no parágrafo anterior (CNE/CEB nº 1, 2003).

No entanto, dados do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), de 2002, mostram que houve diminuição do número de cursos de formação de professores em nível médio e também números de alunos matriculados e concluintes desses cursos, de acordo com os dados apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Magistério de nível médio [(1)] - número de escolas, matriculas e concluintes. Brasil 1991-2002.

Variável	Total			Pública		
	1991	1996	2002 [(2)]	1991	1996	2002 [(2)]
Escola	5.130	5.550	2.641	3.605	4.302	2.050
Matrícula	640.770	851.570	368.006	524.158	756.746	331.086
Concluinte	139.556	173.359	124.776	97.984	147.456	108.544

Fonte: Brasil, 2003.
Notas: [(1)] Magistério de nível médio inclui curso normal e médio profissionalizante com habilitação em magistério.
[(2)] O número de concluintes refere-se ao ano de 2001.

A partir de 2002, o INEP não fez mais levantamentos com relação ao magistério de nível médio. No entanto, em relação aos alunos ingressantes em Cursos de Graduação Presenciais de Pedagogia é possível notar que houve um aumento de vinte por cento (20%) nas matrículas no ensino público e privado, passando de 240.368, em 2002, a 288.156, em 2005 em um intervalo de três anos, de acordo com dados da Tabela 2.

Tabela 2 – Comparação entre o número de Cursos, número de matrículas e número de concluintes em Cursos de Graduação Presenciais na área de Educação e cursos de Pedagogia, dos IES, segundo a Categoria Administrativa e cursos no Brasil nos anos de 2002 e 2005.

	Categoria Administrativa	Ano	Área de Educação	Cursos de Pedagogia	Total no Brasil
Nº de cursos	Pública	2002	2.524	346	5.252
	Pública	2005	3.003	682	6.191
	Privada	2002	2.151	650	9.147
	Privada	2005	3.394	842	14.216
Nº de matrículas	Pública	2002	356.789	75.477	947.203
	Pública	2005	376.630	109.276	1.192.189
	Privada	2002	401.101	164.891	2.532.710
	Privada	2005	527.571	178.880	3.206.967
Nº de concluintes	Pública	2002	55.596	14.207	151.101
	Pública	2005	76.143	24.942	195.554
	Privada	2002	77.608	35.356	315.159
	Privada	2005	123.249	46.720	522.304

Fonte: Brasil, 2006.

Consideramos que a LDBEN, de 1996, contribuiu para o aumento da procura dos cursos de nível superior, uma vez que professores em exercício buscam adaptar-se aos novos requisitos para a habilitação no magistério.

Outro dado muito positivo revelado na Tabela 2 é o relativo ao aumento do número de Cursos de Graduação Presenciais que oferecem Licenciatura em Pedagogia, de 996 cursos oferecidos em 2002, para 1.524 cursos oferecidos, em 2005, inclusive a rede privada que detêm 842 cursos, o que corresponde a vinte e quatro por cento (24%) da oferta de cursos na área de Educação.

Em relação ao número de concluintes em Cursos de Graduação Presenciais de Pedagogia, podemos afirmar que houve um aumento significativo passando de 49.563 em 2002 para 71.662 em 2005, o que corresponde a um aumento de quarenta e cinco por cento (45%).

Além disso, o Plano Nacional de Educação (PNE), através da Lei n° 10.172 de 09 de janeiro de 2001, propõe em sua meta 18, garantir, por meio de um programa conjunto da União, dos Estados e Municípios, que, no prazo de dez anos, 70% dos professores de educação infantil e de ensino fundamental (em todas as modalidades) possuam formação específica de nível superior, de licenciatura plena em instituições qualificadas.

Fica evidente pelas políticas educacionais que as exigências com relação à formação do professor, inclusive os que atuam nos anos iniciais, estão aumentando, o que torna maior a necessidade de pesquisas sobre a formação de professores.

No entanto, uma pesquisa de Dario Fiorentini publicada no final de 2002 afirma que existem poucas pesquisas relativas à formação dos professores dos anos iniciais quanto à formação para ensinar Matemática.

A partir de 2003, talvez até motivados pelas indicações de Fiorentini, educadores matemáticos realizaram trabalhos nessa área, entre eles podem ser citados os de Lopes (2003) e Curi (2004).

Em sua tese de doutorado, Curi (2004) analisou 36 cursos de Pedagogia. Ela afirma que, embora as mudanças na legislação fossem recentes e nem todas as instituições de ensino superior tivessem, na época, reelaborado seus projetos institucionais e pedagógicos, os cursos de Pedagogia têm um número de horas bastante pequeno destinado à formação Matemática dos professores polivalentes, no geral entre 36 e 72 horas. Sua pesquisa revela ainda que a preocupação desses cursos fosse muito mais com o "saber fazer" do que com a constituição de conhecimentos matemáticos necessários à formação do professor polivalente.

Essas constatações contradizem estudos importantes sobre formação de professores como, por exemplo, os de Shulman (1986) citados por Curi (2005).

Shulman (1986) considera que cada área do conhecimento tem uma especificidade própria que justifica a necessidade de estudar o conhecimento do professor tendo em vista a disciplina que ele ensina. Ele considera três vertentes importantes no conhecimento do professor quando se refere ao conhecimento da disciplina para ensiná-la: o conhecimento do conteúdo da disciplina, o conhecimento didático do conteúdo da disciplina e o conhecimento do currículo.

Com base nos estudos de Shulman e em minhas experiências anteriores já citadas foi delineado o meu problema de pesquisa.

Problema de Pesquisa

Tendo em vista minha trajetória e a revisão bibliográfica feita, o trabalho proposto tem como objetivo analisar conhecimentos matemáticos ensinados em um Curso de Pedagogia, apontando alguns caminhos para a formação de professores dos anos iniciais para ensinar matemática.

Consideramos que, ao fazermos a análise dos conhecimentos matemáticos propostos em um curso de Pedagogia, poderemos ter um "retrato" de como está sendo concebida e realizada a proposta de formar professores para ensinar matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. Consideramos tal tema de grande relevância tanto à comunidade de educadores matemáticos quanto aos que se interessam pelo ensino e aprendizagem da matemática nessa etapa da escolaridade.

Com essa finalidade, buscamos responder às seguintes questões:

- Quais os conhecimentos relativos à Matemática e ao ensino de Matemática apresentados em ementas de cursos de Pedagogia?
- Quais os conhecimentos relativos à Matemática que são abordados no curso de Pedagogia e como estes são desenvolvidos?

Procedimentos Metodológicos

Como aluna do Mestrado Profissionalizante em Ensino de Ciências e Matemática da UNICSUL, o estágio da docência é obrigatório. Em virtude disso realizei meu estágio num curso de Pedagogia. Como me interessava pela formação de professores polivalentes no que tange ao conhecimento matemático decidi, sob orientação da professora orientadora Drª Edda Curi, e com anuência da Coordenadora do curso e da professora da disciplina Metodologia do Ensino Fundamental II: Matemática e Ciências colher os dados de minha pesquisa durante a realização do estágio.

Optamos por não fazer o estágio no curso de Pedagogia da Universidade porque em discussões com a orientadora consideramos que não seria ético analisar com profundidade um curso da própria Universidade.

Com a finalidade de analisar propostas e ementas e indicações para o ensino de matemática de alguns cursos superiores de Pedagogia de Instituições Públicas e Privadas, a partir das mudanças propostas na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN – Lei nº. 9.394/96), a fim de encontrar alguns cursos em que pudesse buscar minha aceitação como estagiária para o desenvolvimento da pesquisa fizemos um levantamento aleatório de alguns cursos de Pedagogia que foram reestruturados a partir da LDBEN, acima referida.

Sob a perspectiva de Curi (2005), consultamos o site www.interuni.com.br/cybercampus, com a finalidade de identificarmos cursos de Licenciatura em Pedagogia. Primeiramente selecionamos o estado de São Paulo, por estarmos fazendo nossa pesquisa do curso de Pedagogia de uma instituição privada da cidade de São Paulo. Posteriormente selecionamos todas as cidades desse estado que possuíam cursos de Pedagogia.

Como decidimos que iríamos consultar 34 instituições entre públicas e privadas (20% do total encontrado), e não conseguimos todas as informações no estado de São Paulo, buscamos informações em outros estados brasileiros com o intuito de alcançarmos o número de instituições que havíamos estipulado.

O importante para a seleção da instituição que seria analisada era a apresentação da grade curricular do curso de Pedagogia, os temas tratados nas disciplinas da área de Matemática, as bibliografias recomendadas e a formação do docente, portanto procurávamos Instituições que apresentavam esses itens publicados na internet.

Quando ao selecionar uma instituição no site ela não atendia os critérios anteriormente descritos modificávamos nossa escolha inicial. Após esta parte da pesquisa, definimos alguns cursos nos quais poderia fazer meu estágio.

Na busca de alguns cursos de Pedagogia, fui aceita no curso de uma instituição privada localizada na zona oeste da cidade de São Paulo, que permitiu que eu realizasse meu trabalho de pesquisa. Durante o ano de 2006, participei como estagiária das aulas de "Metodologia Ensino Fundamental II Matemática". A realização do estágio nesta disciplina se deveu ao fato de ser uma disciplina muito freqüente nas escolas analisadas e a que era oferecida, referente ao Ensino da Matemática, no curso de Pedagogia da instituição em que fui aceita.

A participação da professora Edda, foi de extrema importância, sobretudo em suas indicações sobre conhecimentos de professores para ensinar.

Sob a perspectiva do conhecimento do professor, foram adotadas as investigações do autor norte-americano Lee Shulman como principal referencial. No que se refere ao objeto de pesquisa, será analisado o Programa do Curso de Pedagogia da instituição referida acima que será descrito no capítulo 3.

Para responder às nossas questões desenvolvemos uma pesquisa qualitativa que tem as seguintes características, segundo Bodgan e Bicklen (1994):

1. Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal.

2. A investigação qualitativa é descritiva.

3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos.

4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os dados de forma indutiva.

5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa.

Nossa pesquisa é de natureza qualitativa, pois apresenta algumas das características citadas por Bodgan e Bicklen (1994), como a fonte direta de dados no curso de Pedagogia em que realizamos o estágio. Outra característica de nossa pesquisa é que ela é descritiva. Os dados recolhidos foram em forma de palavras que incluem transcrições de entrevista e áudio (fita cassete), notas de campo e apostilas. Os resultados escritos da investigação contêm citações feitas com base nos dados em que tentamos analisá-los à luz da sua riqueza, respeitando a forma pela qual foram registrados ou transcritos. A preocupação em nossa análise de dados coletados não teve o objetivo de confirmar ou infirmar hipóteses construídas previamente e sim de construirmos as categorias de análise à medida que os dados recolhidos forem se agrupando.

Pode ser categorizada como um estudo de caso, segundo Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 98) que revelam que: "[...] por possuir contornos específicos ou próprios, não permite ao pesquisador estabelecer generalizações sobre os outros possíveis casos pertencentes à população".

Na nossa pesquisa não pretendemos generalizar nossas observações a todos os cursos de Pedagogia, pois, "[...] o caso pode ser similar a outros, mas é ao mesmo tempo distinto, pois tem um interesse próprio, singular" (LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 17).

Ludke e André (1986) apontam uma característica fundamental do estudo de caso como a utilização de uma linguagem e uma forma mais acessível do que os outros tipos de relatórios de pesquisa. Elas afirmam que os dados podem ser apresentados numa variedade de formas como desenhos, colagens, discussões, e os relatos escritos podem ser apresentados por citações, exemplos e descrições.

Utilizamos como procedimentos metodológicos em nosso estudo a “Observação participante” que envolve além da observação direta, "[...] um conjunto de técnicas metodológicas (incluindo entrevistas, consulta a materiais etc.), pressupondo um grande envolvimento do pesquisador na situação estudada" (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 108).

Segundo Lüdke e André (1986), a observação além de aproximar o pesquisador do fenômeno estudado também possibilita responder sobre o quê e como observar.

O registro das observações foi feito por anotações escritas em um “diário de bordo” sob a perspectiva descritiva que "[...] atém-se à descrição de tarefas, atividades e procedimentos didáticos" (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 119), material transcrito das observações em áudio (fitas cassetes) e programa do curso.

Com o propósito de compreender com profundidade e exaustão o caso a ser estudado, fazemos a análise do curso de Pedagogia no que tange aos conhecimentos matemáticos, utilizamos o processo de triangulação na coleta de dados que é “uma técnica de coleta e análise de dados pela qual, no mínimo, três distintas fontes se posicionam a respeito de um mesmo fato ou situação” (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 224).

Na nossa pesquisa as três fontes distintas que utilizamos foram:

Figura 1 - Esquema mostrando a triangulação das fontes utilizadas na pesquisa.

As notas de campo consistem em descrições dos acontecimentos, atividades e conversas e que segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 150) é: "[...] o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiência e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo". E, complementam os autores, que essas notas de campo são fundamentais para a observação participante.

Coletamos informações ao assistir as aulas de Matemática e gravá-las em áudio e na entrevista com a professora (APÊNDICE A) do curso de Pedagogia analisado.

A entrevista foi realizada no mês de dezembro de 2006, na sala de aula do terceiro ano do curso de Pedagogia.

A professora tem formação acadêmica em Matemática pela PUC SP, alguns cursos de especialização, trabalhou como professora efetiva de Matemática da rede pública do estado de São Paulo e se aposentou, também atuou em escolas particulares na cidade de São Paulo. Fez mestrado em Educação Matemática pela PUC-SP e o tema da sua dissertação foi: “Transformações Geométricas: uma experiência usando Cabri-Geomètre na Formação de Professores”. Desde o término do Mestrado atua em cursos superiores e em formação continuada de professores.

Segundo Rosa, Gonzalez e Arnoldi (2006) a entrevista é:

> [...] uma técnica de coleta de dados, que não se trata de um simples diálogo, mas sim, de uma discussão orientada para um objetivo definido, que, através de um interrogatório, leva o informante a discorrer sobre temas específicos, resultando em dados que serão utilizados na pesquisa. (ROSA; GONZALEZ; ARNOLDI, 2006, p. 17)

Para Rosa, Gonzales e Arnoldi (2006, p. 16), a técnica de coleta de dados através da entrevista "[...] deve ser feita quando o pesquisador/entrevistador precisar valer-se de respostas mais profundas para que os resultados da sua pesquisa sejam realmente atingidos e de forma fidedigna".

Segundo os autores as respostas serão mais significativas quando respondidas por sujeitos conhecedores do tema em questão.

Em relação ao conteúdo produzido pelas respostas dadas, os autores discorrem que a fala é "[...] elaborada com a síntese de múltiplas experiências que o entrevistado mesmo seleciona e interpreta no exato momento em que é interrogado ou questionado" (ROSA; GONZALES; ARNOLDI, 2006, p. 25).

Trata-se de uma entrevista semi-estruturada, que permite que o "[...] sujeito discorra e verbalize seus pensamentos, tendências e reflexões sobre os temas apresentados e o questionamento é mais profundo e subjetivo" (ROSA; GONZALES; ARNOLDI, 2006, p. 31).

As vantagens da entrevista são:

> - permite a obtenção de grande riqueza informativa, intensa e contextualiza por ser dotada por um estilo aberto;
> - proporciona a oportunidade de esclarecimentos sobre perguntas e respostas, inclusive roteiros não-previstos;
> - é uma técnica flexível e dirigida que pode prever antecipadamente enfoques hipóteses e outras orientações úteis para as reais circunstâncias da investigação (ROSA; GONZALES; ARNOLDI, 2006, p. 87).

Segundo Rosa, Gonzales e Arnoldi (2006), o procedimento comum utilizado com naturalidade é a utilização de gravações em áudio (fita cassete).

Posteriormente fizemos a categorização dos dados coletados em nossa pesquisa de campo, seguindo a perspectiva de Fiorentini e Lorenzato (2006):

> um processo de classificação ou de organização de informações em categorias, isto é, em classes ou conjuntos que contenham elementos ou características comuns. Esse conjunto deve estar relacionado a uma idéia ou conceito central capaz de abranger todas as categorias (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 134).

Organização dos dados

O presente trabalho de pesquisa foi organizado em quatro capítulos.

No primeiro capítulo, estudamos saberes e conhecimentos dos professores para ensinar sob a ótica das pesquisas nacionais e internacionais. Procuramos focar os conhecimentos dos professores dos anos iniciais no que tange conhecimentos matemáticos tendo como referência as investigações de Lee Shulman (1986,1987), Tardif (2000, 2006), Garcia (1992, 1998, 1999), Mizukami

(2002, 2003, 2006), Schön (1992, 2000), Serrazina (2002, 2003), Ponte (1994,1997,1998), Curi (2005) e Fiorentini, Souza Júnior e Melo (2001) e Fiorentini et al. (2002).

No segundo capítulo, é apresentada a análise das propostas de cursos de Pedagogia e ementas relativas à Matemática e seu ensino encontradas no levantamento aleatório realizado conforme a metodologia apresentada.

No terceiro capítulo, analisamos os conhecimentos matemáticos desenvolvidos no curso de Pedagogia, nosso objeto de estudo, utilizando as categorias propostas por Shulman e as recorrências dos dados coletados e fizemos comentários a respeito do programa em relação ao ensino de Matemática, assim como comentamos o depoimento da professora formadora do curso de Pedagogia.

Nas Considerações Finais, retomamos e buscamos responder às questões de pesquisa, finalizando com algumas recomendações aos futuros programas de formação de professores dos anos iniciais no que tange conhecimentos matemáticos para ensinar.

CAPÍTULO 1

ESTUDO BIBLIOGRÁFICO – SABERES E CONHECIMENTOS PARA ENSINAR

1.1 Introdução

Este capítulo contempla os referenciais teóricos adotados para a compreensão sobre conhecimentos gerais de professores e conhecimentos específicos para ensinar matemática.

Como já vimos no capítulo anterior, com a aprovação da nova LDBEN (Lei nº. 9.394/96) e aumento significativo de Cursos Superiores em Pedagogia formadores de professores para ensinar nos anos iniciais do ensino fundamental, torna-se necessário fazer um estudo sobre o que dizem alguns autores a respeito de conhecimentos para ensinar, tanto conhecimentos gerais quanto conhecimentos específicos de Matemática, já que o foco de nosso trabalho é a formação de professores polivalentes para ensinar Matemática.

Apresentaremos uma síntese a partir dos estudos que fizemos de autores internacionais e nacionais a respeito de formação de professores. Destacaremos as características referentes ao conhecimento do professor, particularmente nos estudos de Lee Shulman (1986, 1987), nosso principal referencial, e para ampliarmos nossos estudos as investigações feitas por Garcia (1992, 1998, 1999), Schön (1992, 2000), Ponte (1994,1997,1998), Tardif (2000, 2006), Fiorentini, Souza Júnior e Melo (2001), Mizukami (2002, 2003, 2006), Serrazina (2002, 2003), Fiorentini et al (2002) e Curi (2005).

1.2 Saberes e Conhecimentos de Professores: Estudos Internacionais

Schön (1992) considera o conhecimento do professor como um “conhecimento tácito”, espontâneo, intuitivo e cotidiano, embora nem sempre seja explicitado.

O autor denomina de “conhecimento na ação”, um tipo de conhecimento que revelamos em nossas ações inteligentes "[...] é uma característica pessoal, nem sempre verbalmente explícita, é um conhecimento tácito e espontâneo" (SCHÖN, 2000, p. 31).

Schön refere-se também à “reflexão na ação”, que ocorre na interação do professor com a compreensão do aluno em relação a uma ação realizada numa determinada disciplina.

Acena ainda o autor para o fato de que a “reflexão na ação” ocorre primeiramente quando o professor se surpreende com o que o aluno fez; segundo, o professor procura compreender porque foi surpreendido; terceiro porque o professor é capaz de reformular o problema criado pela situação; e, por último, o professor coloca uma questão ou estabelece uma nova tarefa para testar a sua hipótese sob o ponto de vista do aluno.

O autor afirma que a “reflexão na ação” ocorre quando o inesperado nos leva à reflexão durante determinada ação. Chama-nos a atenção. “A reflexão é, pelo menos em alguma medida, consciente, ainda que não precise ocorrer por meio de palavras” (SCHÖN, 2000, p. 33).

No que diz respeito à “reflexão sobre a ação”, o autor discorre que após a aula, o professor tenta dar um significado àquilo que aconteceu ou observou, diferente da reflexão na ação, pois, "[...] exige o uso de palavras, é uma ação, uma observação e uma descrição" (SCHÖN, 1992, p. 83).

Ainda sobre o conhecimento do professor há outras características descritas por diferentes autores. Um deles é Tardif. Segundo Tardif (2006), o saber é "sempre o saber de alguém que trabalha alguma coisa no intuito de realizar um objetivo qualquer" (p. 11). O autor afirma que o saber dos professores está relacionado à sua identidade, sua experiência de vida, sua carreira profissional, suas relações com alunos, colegas e outros elementos da escola.

Segundo Tardif (2006), o saber dos professores é adquirido ao longo de sua história profissional O autor afirma que:

> O saber do professor não é um conjunto de conteúdos cognitivos [...], mas um processo em construção ao longo de uma carreira profissional na qual o professor aprende progressivamente a dominar seu ambiente de trabalho, ao mesmo tempo que se insere nele e o interioriza por meio de regras de ação que se tornam parte integrante de sua consciência prática (TARDIF, 2006, p. 14).

Para o autor a noção de “saber”, tem sentido amplo, que “engloba os conhecimentos, as competências, as habilidades (ou aptidões) e as atitudes dos docentes, ou seja, aquilo que foi muitas vezes chamado de saber, de saber-fazer e de saber-ser” (TARDIF, 2006, p. 60).

O significado do saber é referenciado pelo autor, em sua pesquisa com professores que falam da necessidade de conhecer a disciplina, planejar aulas, conhecer os sistemas de ensino, a utilidade dos livros didáticos, possuírem habilidades como gostar de trabalhar com crianças e jovens, partir da experiência dos alunos e ser capaz de questionar a si mesmo.

O autor tangencia que os “saberes” como base do ensino não se limitam a um conteúdo que depende de um conhecimento especializado e sim abrangem “problemas que estão todos relacionados com seu trabalho” e que correspondem "[...] muito pouco, aos conhecimentos teóricos obtidos na universidade, a experiência de trabalho parece ser a fonte privilegiada de seu saber-ensinar" (TARDIF, 2006, p. 61).

Uma dimensão do conhecimento do professor apontada por Tardif (2000) diz respeito às características dos saberes dos professores. Ele destaca diferentes tipos de saberes:

- *temporais*: os saberes dos professores são adquiridos em diferentes momentos desde o início de sua escolarização. Um fator essencial na construção dos saberes dos professores é dimensionado na sua história de vida escolar, pois muitas vezes os conhecimentos adquiridos na escola básica influenciam a escolha da carreira e a reprodução de um modelo de ensino;

- *plurais e heterogêneos:* o saber do professor está relacionado à experiência de trabalho e de certos professores, porque o conhecimento não está pautado unicamente em uma disciplina, tecnologia ou concepção do ensino e, também durante o processo ensino-aprendizagem a prática exige uma variedade de habilidades ou competências mobilizando saberes e habilidades relacionados a diferentes objetivos;

- *personalizados e situados:* sob a perspectiva da subjetividade do professor e de sua experiência, pois são saberes construídos e utilizados em função do que o professor vivencia diariamente;

- *carregam a marca do ser humano:* pois, cada aluno tem a sua individualidade e durante a sua prática o professor convive com um "conhecimento de si" que exige momentos de discernimento, autoridade e sedução para motivar os alunos.

Sob a perspectiva dos saberes plurais, Tardif (2006) discorre que são disciplinares, curriculares e experienciais.

Os saberes disciplinares, para o autor, são integrados através das disciplinas tanto na formação inicial quanto na formação contínua.

Tardif (2006) sinaliza que os saberes curriculares são apropriados pelo professor em seu plano de ensino quando traçam os objetivos, conteúdos e métodos utilizados em seu cotidiano escolar.

E, finalmente, o autor pondera que os saberes experienciais são inerentes à prática cotidiana e são incorporados tanto individual quanto coletivamente sob a forma de saber-fazer e de saber-ser, como a fala que segue.

> O professor ideal é alguém que deve conhecer sua matéria, sua disciplina e seu programa, além de possuir certos conhecimentos relativos às ciências

> da educação e à pedagogia e desenvolver um saber prático baseado em sua experiência cotidiana com os alunos (TARDIF, 2006, p. 39).

Nesse sentido, a experiência permite que os professores filtrem, selecionem e revejam seus saberes para o trabalho cotidiano.

Para Tardif (2006), falar em professor competente é o mesmo que dizer ter a capacidade de adquirir saberes a partir da própria prática.

O autor destaca que os professores precisam dominar, integrar e mobilizar os saberes para poder desenvolver uma prática docente significativa. Entretanto, os saberes experienciais exigem momentos de improvisação e habilidade pessoal, e a capacidade de enfrentar a sala de aula e, principalmente, refletir sobre o que lhe foi ensinado durante a sua formação, “[...] os saberes experienciais não são saberes como os demais; são ao contrario, formados de todos os demais, mas retraduzidos, “polidos” e submetidos as certezas construídas na pratica e na experiência” (TARDIF, 2006, p. 54).

O quadro seguinte propõe um modelo tipológico para identificar e classificar os saberes dos professores que servem de base para o ensino, segundo Tardif (2006):

Saberes dos professores	Fontes sociais de aquisição	Modos de integração no trabalho docente
Saberes pessoais dos professores	A família, o ambiente de vida, a educação no sentido lato, etc.	Pela história de vida e pela socialização primária
Saberes provenientes da formação escolar anterior	A escola primária e secundária, os estudos pós-secundários não especializados, etc.	Pela formação e pela socialização pré-profissionais
Saberes provenientes da formação profissional para o magistério	Os estabelecimentos de formação de professores, os estágios, os cursos de reciclagem, etc.	Pela formação e pela socialização profissionais nas instituições de formação de professores
Saberes provenientes dos programas e livros didáticos usados no trabalho	A utilização das “ferramentas” dos professores: programas, livros didáticos, cadernos de exercícios, fichas, etc.	Pela utilização das “ferramentas” de trabalho, sua adaptação às tarefas
Saberes provenientes de sua própria experiência na profissão, na sala de aula e na escola	A prática do ofício na escola e na sala de aula, a experiência dos pares, etc.	Pela prática do trabalho e pela socialização profissional

Quadro 1 - Os saberes dos professores.
Fonte: Tardif, 2006, p. 63.

Segundo o autor, todos os saberes acima relacionados são utilizados pelos professores tanto no contexto da sua profissão quanto no contexto da sala de aula e têm como origem, diversas fontes.

Tardif (2006) parte do principio de que o professor é um possuidor de saberes específicos e, a partir do momento que os mobiliza e utiliza, é capaz de produzir os saberes de acordo com suas necessidades cotidianas.

Afirma que, durante o processo ensino-aprendizagem, nas relações entre teoria e a prática os professores são os sujeitos do conhecimento porque são os principais agentes dos saberes escolares nas interações com os alunos "[...] um sujeito do conhecimento, um ator que desenvolve e possui sempre teorias, conhecimentos e saberes de sua própria ação” (TARDIF, 2006, p. 235).

Para ele, essa idéia se opõe à concepção tradicional da relação entre teoria e prática. Nessa concepção tradicional, o saber está somente ligado a teoria, pois a prática pode tanto estar desprovida de saber quanto pode ser portadora de um saber falso, baseado em crenças, ideologias e idéias pré-concebidas. Além disso, porque o saber é produzido pela ciência ou pela pesquisa, fora da prática, pois, é uma relação de aplicação desse saber, segundo o autor. Essa concepção tradicional ainda domina a visão dos cursos de formação de professores porque os professores são vistos como aplicadores de conhecimentos produzidos pela pesquisa universitária que às vezes se desenvolve fora da prática do ofício de professor.

O autor conclui que a concepção tradicional é contrária à realidade, uma vez que "teoria", "saber" ou "conhecimentos" existirão de verdade, apenas quando o principal protagonista no processo educacional, o professor, souber revelar em sua prática cotidiana, mobilizando essas teorias, saberes ou conhecimentos.

Tardif (2006) sinaliza que os professores como sujeitos do conhecimento possuem saberes específicos do seu trabalho docente e precisam de um espaço para produzir, transformar e mobilizar os saberes próprios de cada um.

Outro autor que discute os conhecimentos dos professores é Shulman (1986) que freqüentemente é citado em estudos sobre a formação de professores tanto em educação, quanto em educação matemática.

Shulman (1986) identifica três vertentes do conhecimento do professor, quando se refere ao conhecimento da disciplina para ensiná-la:

- conhecimento do conteúdo da disciplina;
- conhecimento didático do conteúdo da disciplina;
- conhecimento do currículo.

O autor define conhecimento do conteúdo da disciplina como sendo a compreensão de fatos, conceitos, processos e procedimentos de uma área específica e conexões com outras áreas do conhecimento. O professor deve compreender a disciplina que vai ensinar e ao mesmo tempo fazer conexões com outras áreas de conhecimento.

Para Shulman (1986), o conhecimento didático do conteúdo é um conjunto de conhecimentos e capacidades características do professor, ou seja, são as formas mais úteis para representar as idéias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações mais importantes. São as representações e formulações do conteúdo para torná-lo compreensível ao aluno. O autor afirma que inclui um conhecimento que facilita ou dificulta a aprendizagem de temas concretos, as concepções e pré-concepções que os alunos de diferentes idades e procedências trazem quando aprendem temas ou tarefas que são ensinados freqüentemente. Essa expressão *Pedagogical Content Knowledge* é uma combinação entre o conhecimento da disciplina e o conhecimento do “modo de ensinar” e de tornar a disciplina compreensível para o aluno.

Sobre o conhecimento do currículo, Shulman (1986) defende que isso engloba a compreensão do programa, mas também o conhecimento de materiais que o professor disponibiliza para ensinar sua disciplina, a capacidade de fazer articulações horizontais e verticais do conteúdo a ser ensinado e a história da evolução curricular do conteúdo a ser ensinado.

Garcia (1992) revela que as diferentes disciplinas incorporam conhecimentos específicos. O conhecimento sobre o conteúdo de uma determinada disciplina é insuficiente para promover um ensino eficaz para os alunos. Esse autor concorda com Shulman e prioriza que não basta conhecer o conteúdo é preciso saber transformá-lo ao ensinar, para os alunos compreenderem.

Para Garcia (1992), a formação inicial deve saber que modelo de professor deseja formar e quais as perspectivas dos conhecimentos, habilidades e atitudes que os professores precisam adquirir em diferentes disciplinas para ensinar. Segundo o autor o conhecimento do professor se constrói durante o processo ensino aprendizagem de sua formação. Mesmo se o nível de conhecimentos for diferente, os professores precisam saber inseri-los em seu desenvolvimento profissional.

Garcia (1992) aponta que os professores iniciantes sentem dificuldades para selecionar algum conteúdo, portanto, falta o conhecimento em saber se o nível é apropriado ou não. Em sua formação inicial, o professor não tem uma disciplina especifica que estabelece critérios de seleção de conteúdos, portanto, no seu trabalho docente sobrecarrega os alunos tentando ensinar todo o programa.

O autor ainda sinaliza que professores primários ou secundários encontram dificuldades em adaptar seus conhecimentos, como especialistas em conteúdo ensinável e também desenvolvem crenças e concepções sobre a matéria que ensinam e que essas crenças e concepções influenciam a forma de ensinar dos professores. Eles têm preferências por determinados conteúdos e transmitem isso ao aluno. Se ele não gosta, ele não ensina por não gostar.

O quadro abaixo revela diferentes componentes no que tange ao **conhecimento dos conteúdos dos professores**, destacados por autores distintos e revelados por Garcia (1999).

BALL, MCDIARMID (1989)	CORNBLETH (1989)	GROSSMAN, WILSON E SHULMAN (1989)	KENNEDY (1990)
Conhecimento substantivo	Conhecimento declarativo	Conhecimento substantivo	Conhecimento do conteúdo
Conhecimento sobre a matéria	Conhecimento procedimental	Conhecimento sintático	Organização, estrutura do conteúdo
Disposição para a matéria			Métodos de indagação

Quadro 2 - Conhecimento do conteúdo dos professores.
Fonte: Garcia, 1999, p. 87.

Garcia (1999) afirma que Shulman (1989), nessa classificação, destaca o conhecimento substantivo como representativo porque abrange o que o professor precisa conhecer sobre a matéria que ensina com relação a conceitos específicos, definições, convenções e procedimentos. É um conhecimento que define tanto o que o professor vai ensinar quanto qual é a perspectiva para ensinar. O conhecimento sintático está relacionado ao conhecimento sob a perspectiva do campo de especialidade e investigação.

Garcia (1999) afirma que existem níveis e componentes do conhecimento profissional. Para ele a formação inicial deve contemplar conhecimentos, competências e atitudes. Tanto Tardif (2000) quanto Garcia (1999) concordam que a formação inicial deve contemplar várias vertentes do conhecimento. Tardif (2000) dá um significado para o *saber* dos professores*,* enquanto Garcia (1999) caracteriza os *conhecimentos*. Entretanto os autores utilizam o termo *saber-fazer.*

Para Garcia (1999), os *conhecimentos* são a junção do saber pedagógico (conhecimentos de teorias e conceitos), do saber-fazer (esquemas práticos de ensino) e principalmente do saber por que (justificação da prática).

Destacaremos, a seguir, o que Garcia (1999) discorre sobre conhecimentos de professores:

- **Conhecimento pedagógico geral:** envolve o ensino, a aprendizagem e os alunos. É o conhecimento profissional propriamente dito, pois, o professor precisa conhecer o currículo, técnicas didáticas, tempo de aprendizagem, teorias de desenvolvimento humano e saber lidarem com a diversidade cultural;

- **Conhecimento do conteúdo:** não pode estar separado do conhecimento pedagógico, o professor deve possuir conhecimentos sobre a matéria que ensina.

O autor faz uma distinção entre conhecimento didático do conteúdo e conhecimento do contexto:

- **Conhecimento didático do conteúdo:** conhecimento da matéria que vai ensinar e desenvolver em ensino que propicie a compreensão dos alunos. Sob essa perspectiva estão relacionados os propósitos para ensinar um conteúdo, como escolher e utilizar materiais e recursos para a matéria que vai ensinar compreensão das habilidades e interesses dos alunos ao lidar com determinado tema, as metáforas, explicações e ilustrações que tornam o conteúdo compreensível e interessante para o aluno.

- **Conhecimento do contexto:** os professores precisam conhecer o seu local de trabalho e os alunos que farão parte do processo ensino-aprendizagem. Conhecer as características sócio-econômicas e culturais do bairro e como essas características podem ser integradas ao currículo, conhecimento da escola, da cultura escolar, dos professores. Afirma o autor que é um tipo de conhecimento que se adquire.

Uma afirmação de Garcia (1999), que consideramos importante, é sobre o conhecimento dos conteúdos a ensinar. Segundo o autor,

> [...] quando o professor não possui conhecimentos adequados sobre a estrutura da disciplina que está a ensinar, o seu ensino pode apresentar erradamente o conteúdo aos alunos. O conhecimento que os professores possuem do conteúdo a ensinar também influencia o que e como ensinam (GARCIA, 1999, p. 87).

1.3 Conhecimentos de Professores: Estudos Nacionais

Mizukami et al. (2002) discorrem a respeito da importância que se deve dar ao "conhecimento pedagógico do conteúdo", que segundo os autores é a base de conhecimento profissional para o ensino. Eles afirmam que o conhecimento pedagógico do conteúdo é um:

> [...] conjunto de compreensões, conhecimentos, habilidades e disposições que um professor necessita para transformar o conhecimento que possui do conteúdo em formas de atuação que sejam pedagogicamente eficazes e adaptáveis às variações de habilidades e de repertórios apresentados pelos alunos. (MIZUKAMI et al., 2002, p. 145).

Dizem os autores que a formação inicial deveria contemplar três eixos no que tange a constituição da base do conhecimento para a docência: **conhecimentos sobre** os **alunos**, ou melhor, sobre a aprendizagem, **conhecimentos sobre a matéria a ser ensinada**, destacando aqui o currículo de acordo com suas propostas curriculares nacionais e **o ensino de diferentes matérias,** de diferentes alunos provenientes de diferentes classes sociais o que requer diferentes tipos de avaliação e improvisações em sala de aula.

A autora discorre que a formação inicial não deve contemplar apenas domínio de conceitos de uma área especifica, mas também mobilizar o desenvolvimento de habilidades, atitudes, investigação da própria prática e formas para melhorar o trabalho docente.

Segundo Mizukami (2006):

> [...] é importante que se tomem decisões sobre quais conteúdos e estratégias seriam mais importantes e apropriadas para preparar futuros professores para que os mesmos sejam capazes, a partir desse momento formativo, de aprender com suas próprias práticas, com a contribuição dos pares e com resultados de pesquisas, estudos teóricos etc. (p. 216).

Segundo a autora, ao “aprender a ensinar” os professores precisam compreender e pensar o ensino de maneiras diferentes ao lidar com os conhecimentos adquiridos a partir dos seus insucessos vivenciados durante a fase escolar. Isso denota que o conhecimento adquirido durante a sua formação escolar pode lhe trazer conseqüências insatisfatórias em sala de aula.

Finaliza a autora que ainda em sua formação inicial, o futuro professor precisa saber lidar em sua prática diária utilizando atividades nas quais a construção do conhecimento tenha significado e não apenas se ater à memorização de idéias ou procedimentos.

Fiorentini, Souza Júnior e Melo (2001) concordam com Tardif (2006) no que se refere ao saber docente como um saber plural porque há uma relação com a prática docente e com o próprio saber adquirido na experiência profissional.

Os autores ainda discorrem que o saber também é reflexivo e complexo, formando uma rede de saberes oriundos tanto das ciências da educação quanto dos saberes das disciplinas e dos currículos.

Fiorentini, Souza Júnior e Melo (2001) definem o saber do especialista, como um saber categorizado, fragmentado e que simplifica a prática concreta e complexa da sala de aula.

Por outro lado, os autores revelam o saber da prática como o modo de agir do professor e muito ligado ao seu fazer pedagógico.

Sob o ponto de vista dos autores, há um distanciamento entre o saber cientifico praticado ou produzido pela academia e o saber que os professores praticam ou produzem na prática docente.

Importante salientar que entre as obras as quais recorremos para nossa fundamentação teórica, Fiorentini, Souza Júnior e Melo (2001) fazem comentários a respeito do que consideram a diferença entre conhecimento e saber:

> ***Conhecimento*****:** [...] a produção cientifica sistematizada e acumulada historicamente com regras mais rigorosas de validação tradicionalmente aceitas pela academia.
> ***Saber:*** [...] modo de conhecer / saber mais dinâmico, menos sistematizado ou rigoroso e mais articulado a outras formas de saber e fazer relativos a prática não possuindo normas rígidas formais de validação (FIORENTINI; SOUZA JÚNIOR; MELO, 2001, p. 312, grifo nosso).

Fiorentini, Souza Júnior e Melo (2001) concordam com Shulman (1986) que o saber do professor sobre o que constitui o conteúdo do ensino e da aprendizagem distingue três categorias: "conhecimento da matéria que ensina, conhecimento pedagógico, sobretudo aquele relacionado a matéria, e conhecimento curricular" (FIORENTINI; SOUZA JÚNIOR; MELO, 2001, p. 316).

Fiorentini, Souza Júnior e Melo (2001) corroboram os estudos de Shulman (1986) no que tange o domínio da disciplina que ensina. O conhecimento da disciplina é fundamental para o docente produzir seu próprio currículo, e deve ser o mediador entre o currículo e o conhecimento construído pelo aluno.

Curi (2005) revela algumas características do conhecimento do professor: como um conhecimento dinâmico que se manifesta na ação, é situado na realização de tarefas profissionais e nas experiências profissionais.

1.4 Conhecimentos de Professores para Ensinar Matemática: Estudos Internacionais

Um autor que discute o conhecimento dos professores para ensinar mal é João Pedro da Ponte (1998).

O autor discorre que a formação do professor não pode contemplar apenas o conhecimento de determinado conteúdo matemático, mas ele tem que ser capaz de transformar esse conhecimento adquirido.

Ponte (1998) afirma que existem domínios de formação necessários ao professor em relação à:

- *área de especialidade*: o assunto que o professor ensina, em nosso trabalho, matemática nos anos iniciais;
- *formação cultural e social*: o professor deve estar inserido aos problemas do mundo contemporâneo e conhecer outras áreas do saber e da cultura;
- *formação educacional*: diversos saberes sobre a educação, principalmente para a formação nas didáticas de ensino;
- *formação prática*: retrata as formações anteriores e pode exigir uma mudança de "paradigma", nesse momento o professor transmite o conhecimento aprendido em sua formação através de mudanças em suas práticas cotidianas durante o processo ensino-aprendizagem.

Dando continuidade, o autor referido enfatiza que um professor exerce adequadamente sua atividade docente somente se ele for capaz de:

> - ter bons conhecimentos e uma boa relação com a matemática;
> - conhecer bem o currículo e recriá-lo de acordo com a sua situação de trabalho;
> - conhecer o aluno e a aprendizagem;
> - dominar métodos e técnicas de acordo com objetivos e conteúdos curriculares;
> - conhecer o seu contexto de trabalho, a escola e o sistema educativo;
> - conhecer-se a si mesmo como profissional (PONTE, 1998, p. 4).

Por formação científico-cultural, o autor entende não apenas conhecimentos específicos da matemática, o professor necessita de uma boa relação com a disciplina, integrá-la a outras áreas do conhecimento e dominar linguagens próprias como novas tecnologias na sociedade contemporânea.

A formação matemática dos professores, tanto inicial quanto continuada representará positivamente a atividade docente quando o professor "mostrar interesse pela sua disciplina, procurando conhecer os seus desenvolvimentos e aplicações e, principalmente, resolvendo problemas" (PONTE, 1998, p. 5).

Por conhecimento profissional, o autor afirma que o professor deve associar à prática letiva a situação didática, pensar na escola como uma organização e o lugar onde o professor busca o seu próprio desenvolvimento profissional.

Para o autor, requer uma experiência da profissão, que possui tradições, normas e mitos e também o *“saber”* e o *“saber fazer”*. O conhecimento profissional é constantemente re-elaborado pelo professor decorrente, das necessidades vivenciadas por ele em sua prática docente.

Ponte (1998) tenta definir o professor como sendo *um técnico* quando transmite a informação e avalia por diferentes meios de ensino e diagnósticos; *um ator* quando possui crenças e concepções que influenciam seu trabalho e finalmente *um profissional* que diariamente se depara com situações complexas e contraditórias.

O mesmo autor, baseado em Shulman (1986), considera que a base do conhecimento para ensinar está presente em *dominar bem os conteúdos* (conhecimento conteúdo específico) e possuir *uma boa formação pedagógica geral* (conhecimento pedagógico). Para o autor, o mérito da importância de uma terceira base do conhecimento, que segundo ele, está entre os dois anteriores, pertence a Shulman (1986) e é o *conhecimento didático* do conteúdo que “apresenta como a capacidade de compreensão profunda das matérias de ensino, permitindo encontrar as maneiras mais adequadas de as apresentar aos alunos de modo a facilitar a aprendizagem" (PONTE, 1994, p. 3).

A formulação desse conhecimento didático do conteúdo pelo professor tem significado quando são proporcionadas pela inferência de formas de representação das idéias, as analogias mais importantes, as ilustrações e principalmente a forma de representar e formular a matéria para torná-la compreensível.

Ponte (1994) se refere à Shulman (1986) e assinala que existem outros conhecimentos que não são ensinados em cursos de formação inicial e sim na prática cotidiana dos professores e são eles:

- Conhecimento de casos: conhecimento muito detalhado de situações concretas;

- Conhecimento estratégico: o conhecimento que informa a tomada de decisões;

- Conhecimento proposicional: o saber docente insere-se, sobretudo na prática pedagógica, na “ação” e relaciona-se a atividades escolares e extra-escolares as quais o professor está envolvido.

Para o autor, na carreira docente os conhecimentos e competências adquiridos em formação inicial dos professores são insuficientes para exercer suas funções, pois, o professor está em constante desenvolvimento profissional.

Pensando em todo esse contexto educacional, repleto de mudanças, Ponte (1994) discorre sobre o papel da didática no desenvolvimento profissional. “Significa refletir sobre o que é fazer Matemática, o que constitui o seu processo de criação e aplicação e a sua relação com a realidade extra matemática" (p. 9).

O autor enfatiza em relação ao professor de matemática que:

- É, pelo menos, em parte, um matemático;

- É em certa medida um especialista curricular, um construtor de situações de aprendizagem; e

- É o agente direto da ação educativa, pois, só ele é capaz de avaliar tanto a aprendizagem quanto a sua própria prática.

Portanto, para o autor, a didática tanto ajuda a conceber situações de aprendizagem, quanto identifica questões, sugerindo alternativas. Fornece instrumentos teóricos e metodológicos que orientam e sistematizam o processo educacional e direciona o professor para que obtenha sucesso em seu trabalho cotidiano.

A formação didática, assumida pelo autor, apóia o ensino de saberes específicos e direciona o papel do professor com competência e qualidade se possuir um conjunto de competências e capacidades profissionais capazes de orientá-lo em sua prática diária.

Oliveira e Ponte (1997), apoiados em Shulman (1986), afirmam que o *conhecimento de base* é aquele que busca um conjunto de saberes sobre a matemática e seu ensino e como ocorre a aprendizagem por parte do aluno.

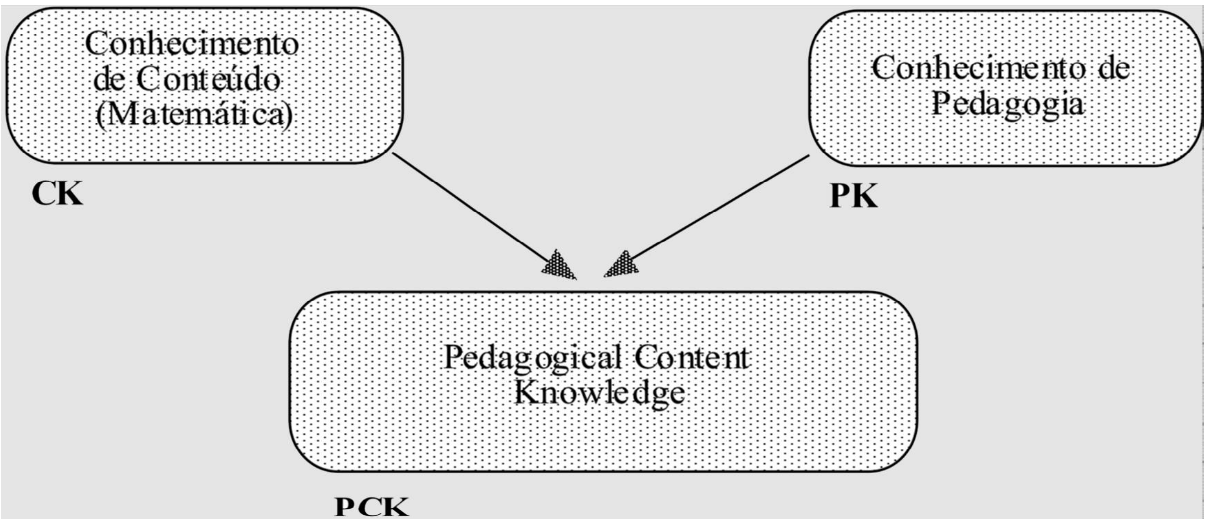


Figura 2 - Modelo de Shulman sobre o conhecimento do conteúdo, o conhecimento de pedagogia e o conhecimento didático (*pedagogical content knowledge*) do professor.
Fonte: Oliveira e Ponte, 1997, p. 9.

Esses autores portugueses, em seus estudos, discorrem que o conhecimento de base está bem delineado tanto no que tange o conhecimento profissional quanto o desenvolvimento profissional dos professores que ensinam matemática.

As investigações portuguesas mostram que "[...] parece haver lacunas no conhecimento de base dos professores acerca dos assuntos que ensinam e do modo como eles podem ser aprendidos" (OLIVEIRA; PONTE, 1997, p. 10).

Revelam, finalmente, que quando houver uma articulação entre o conhecimento do conteúdo matemático e a forma como ensinar o conteúdo, os professores poderão refletir sobre sua prática, pois, para os autores o conhecimento existe e se manifesta em sua prática de sala de aula.

Serrazina e Monteiro (2002) discorrem a respeito do processo de construção do conhecimento matemático por parte dos alunos do 1º ciclo do ensino básico em Portugal.

Segundo a perspectiva da construção do conhecimento durante essa etapa escolar, para as autoras é preciso:

- caracterizar os conhecimentos matemáticos dos alunos dessa etapa escolar;
- investigar o desenvolvimento de modelos conceituais de matemática por parte dos alunos durante essa etapa escolar;
- identificar os obstáculos durante a aquisição dos conceitos matemáticos e saber ultrapassá-los;
- identificar práticas docentes que possam favorecer ou impedir o desenvolvimento de conceitos por parte dos alunos;
- identificar aspectos sociais como escola, turma ou família que favorecem ou impedem a aprendizagens da disciplina Matemática por parte dos alunos dessa etapa escolar.

Afirmam que existem competências fundamentais a desenvolver por todas as crianças, dentre elas: “[...] aprender matemática com compreensão, construindo ativamente os novos conhecimentos partindo da experiência e do conhecimento que já possuem” (SERRAZINA; MONTEIRO, 2002, p. 2).

Essas autoras sinalizam que o professor precisa conhecer a disciplina que ensina conhecer o currículo de matemática e saber interagir o conhecimento que possui com situações improvisadas de sala de aula.

Em se tratando de currículo, especificamente, as autoras revelam que o professor como profissional competente, é capaz de refletir em relação à sua prática e ao seu desenvolvimento profissional.

O estudo revela, quanto ao conhecimento profissional, que o currículo, nos cursos de formação, é fragmentado e o conteúdo é ensinado de acordo com o domínio dos professores pelo "gosto" e importância que estes lhe dão.

As autoras reconhecem que o conhecimento dos professores que ensinam matemática deve ser diferente de profissionais de outras áreas que utilizam a disciplina matemática em situações diferentes da sala de aula. Consideram que durante a formação inicial, os formadores precisam levar em conta o conhecimento matemático adquirido pelos futuros professores durante a educação básica e também as dificuldades que os alunos poderão enfrentar.

Serrazina (2003) aponta que um professor generalista[2] deve vivenciar situações de aprendizagem em matemática que contribuam ao processo ensino-aprendizagem, especificamente a resolução de problemas.

Para a autora o conhecimento matemático dos alunos nessa fase da educação básica, não deve estar pautado unicamente naquilo que o professor transmite como conhecimento. Afirma ainda que quando os alunos interagem entre si, a comunicação e a investigação trazem para os alunos novas descobertas. Para haver uma apropriação de novas idéias e novos conhecimentos, não basta que o aluno participe em atividades concretas, é preciso que ele se envolva num processo de reflexão sobre essa atividade (ABRANTES; SERRAZINA; OLIVEIRA, 1999, p. 25).

Ser matematicamente competente, para Serrazina (2003), significa ter a capacidade de identificar, mobilizar os conhecimentos e saber transformá-los em determinada situação, de forma positiva, tanto em relação à Matemática como ciência quanto à aprendizagem dessa disciplina.

Tanto Shulman (1986), quando se refere ao conhecimento pedagógico (Pedagogical Knowledge), quanto Serrazina (2003), afirmam que para promover a aprendizagem da matemática, o professor deve ser o mediador das situações dessa aprendizagem. Entretanto, Serrazina (2003) ainda complementa que o professor possui crenças muitas vezes intactas e concepções sobre a maneira mais eficaz para transmitir o conhecimento.

A autora afirma que “[...] os cursos de formação de professores devem ser organizados de modo a permitir-lhes viver experiências de aprendizagem que se deseja que os seus alunos experimentem e que constituam um desafio intelectual” (SERRAZINA, 2003, p. 68).

Serrazina (2003) discorre que um curso de Pedagogia deve se preocupar para que os futuros professores se tornem profissionais comprometidos com aquilo que ensinam e tenham a capacidade de experimentação e inovação além da investigação sobre a própria prática.

Para a autora, os professores dos anos iniciais além de possuir os conhecimentos matemáticos necessários aos alunos dessa fase da educação básica, precisam saber qual é o papel que essa disciplina representa no momento atual. O conhecimento deve ser explícito, ou seja, o professor deve explicar por que e saber relacionar idéias ou procedimentos.

1.5 Conhecimentos de Professores para Ensinar Matemática: Estudos Nacionais

Sob a perspectiva dos saberes docentes na área de educação matemática. Fiorentini (2002) tem revelado que os professores procuram valorizar esses saberes quando discutem ou trocam experiências sobre o ensino.

Uma dimensão, apontada por Curi (2005) diz respeito aos conhecimentos essenciais para ensinar matemática sendo eles: conhecimento dos objetos de ensino; dos conceitos inerentes à escolaridade que irá atuar; articulação com outros conhecimentos; conhecimento da natureza e organização interna da matemática; conhecimento do "fazer matemática"; entendimento das idéias fundamentais da matemática e seu papel no mundo atual; conhecimento sobre a aprendizagem das noções matemáticas; conhecimento da estrutura da matemática e finalmente conhecimento sobre o desenvolvimento de habilidades especificamente a resolução de problemas.

---

[2] Professor que atua com crianças de 7 a 10 anos.

Finaliza a autora que nos cursos de formação de professores polivalentes "[...] a crítica que pode ser feita é da ausência de conhecimentos específicos relativos às diferentes áreas de conhecimento com as quais o futuro professor irá trabalhar" (CURI, 2005, p. 160).

1.6 Considerações sobre o Capítulo

As leituras nos levaram a perceber que o conhecimento do professor para ensinar uma determinada disciplina, tem várias vertentes e se revela dinâmico e contextualizado.

Os estudos também mostram que o professor precisa ter pelo menos o conhecimento do conteúdo, conhecimento didático do conteúdo e conhecimento curricular. Fazendo alguma relação entre as referências teóricas constatamos que os autores concordam que o conhecimento do professor vai além do conhecimento transmitido em cursos de formação inicial. Essa formação deve ter características especiais devido à diversidade do conhecimento do professor. Com relação aos professores polivalentes, os conhecimentos para ensinar têm uma complexidade maior, pois ele deve conhecer para ensinar várias disciplinas, o que torna sua formação inicial muito mais complexa.

Essas constatações nos levam a investigar como os cursos de Pedagogia se organizam para formar professores que devem conhecer várias disciplinas, pois o professor polivalente tem que conhecer conteúdos, currículos e constituir conhecimentos didáticos de várias áreas do conhecimento que serão seus objetos de ensino. Assim, no próximo capítulo apresentamos a análise de algumas propostas de Cursos de Pedagogia, no seu se refere à preparação do professor para o ensino de matemática.

CAPÍTULO 2

ANÁLISE DAS PROPOSTAS DE CURSOS RELATIVOS À MATEMÁTICA OU AO ENSINO DE MATEMÁTICA NOS CURSOS DE PEDAGOGIA

2.1 Introdução

Iniciamos o capítulo com uma breve contextualização dos Cursos de Pedagogia nos anos 80, 90 e nos anos 2000, a seguir apresentamos tópicos da LDBEN nº 9.394/96 que discutem a formação de professores e, por último, descrevemos e analisamos os dados de alguns cursos de Pedagogia.

2.2 O Curso de Pedagogia na Década de 1980-1990

A década de 1980-1990 ficou marcada pela revisão dos cursos nos limites da legislação vigente e as indicações como verdadeiros fundamentos para-legais.

Silva (2002) atenta para o fato de que, os fundamentos para-legais tornaram-se os verdadeiros orientadores das reformulações dos cursos de Pedagogia a partir da década de 1980.

Pondera a autora que a relevância dos fundamentos legais está presente nas regulamentações, nas indicações e nos decretos enquanto que os fundamentos para-legais se encontram com maior freqüência nas propostas.

Entre 1978 e 1999 a “formação pedagógica do magistério de nível médio” tornou-se uma das habilitações do curso de Pedagogia e em alguns cursos foi transformada como única habilitação.

É um período fortemente marcado pela preocupação dos Profissionais da Educação em que a "docência se constitui a base da formação profissional de todo educador".

Durante esse período, houve uma fragmentação do currículo, através das diferentes habilitações oferecidas. Foram feitas, revisões curriculares e propostas novas legislações para orientação dos cursos.

Segundo Silva (2002),

> as principais propostas procuram saídas para o impasse da organização curricular, por meio de uma nova alternativa que, não se fixando na verdade do tipo "formação do generalista" do início da história do curso, procurou fugir da versão do tipo "formação do especialista" que caracterizou o passado mais recente do mesmo (SILVA, 2002, p. 145).

Silva (2002) complementa ainda que: "a falta de conexão entre os fundamentos legais e os fundamentos teóricos dos cursos de Pedagogia responde, em grande parte, pelos impasses e conflitos que persistiram no decorrer de sua história" (p. 147).

2.3 A Formação de Professores a Partir da LDBEN nº. 9.394/96

A formação superior de professores dos anos iniciais foi um aspecto importante apontado pelo advento da nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN nº. 9.394/96).

Neste item, destacamos aspectos da legislação que consideramos relevantes para nosso trabalho.

Segundo o Parecer do Conselho Nacional de Educação, Conselho Pleno (CNE/CP) nº. 1, de 18 de fevereiro de 2002, que institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica (DCNFP), a formação de professores para os anos iniciais em nível superior pode ocorrer em cursos de Pedagogia ou nos Cursos Normais Superiores.

Em relação à organização curricular, no art. 2º, o referido parecer dispõe que cada instituição de ensino superior deverá obedecer ao disposto nos artigos 12 e 13 da LDBEN (9.394/96) e destaca em seu item I que a formação docente deve visar à aprendizagem do aluno.

Em seu art. 6º, parágrafo 3º, itens III, IV, V, e VI, a legislação apresenta indicativos da construção do projeto pedagógico dos cursos de formação inicial, em relação às competências define:

> § 3º A definição dos conhecimentos exigidos para a constituição de competências deverá, além da formação especifica relacionada às diferentes etapas da educação básica, propiciar a inserção no debate contemporâneo mais amplo, envolvendo questões culturais, sociais, econômicas e o conhecimento sobre o desenvolvimento humano e a própria docência, contemplando:
> [...]
> III – conhecimento sobre dimensão cultural, social, política e econômica da educação;
> IV – conteúdos das áreas de conhecimento que serão objeto de ensino;
> V – conhecimento pedagógico;
> VI – conhecimento advindo da experiência. (CNE/CP Nº. 1, 2002)

Ao tratar dos critérios de organização da matriz curricular em relação aos objetos de ensino, em seu parágrafo único estabelece:

> Parágrafo único. Nas licenciaturas em educação infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental deverão preponderar os tempos dedicados à constituição de conhecimento sobre os objetos de ensino e nas demais licenciaturas o tempo dedicado às dimensões pedagógicas não será inferior à quinta parte da carga horária total. (CNE/CP Nº. 1, 2002)

No ano de 2005 foi elaborado a Proposta de Diretrizes Curriculares Nacionais para o curso de Pedagogia, segundo o Parecer do Conselho Nacional de Educação, Conselho Pleno (CNE/CP) nº. 5.

A Proposta traz duas modalidades específicas de docência: Educação Infantil e Séries Iniciais do Ensino Fundamental, sendo que com projetos acadêmicos distintos, ambos priorizam a docência como base da organização curricular e da identidade profissional.

O Parecer do CNE/CP nº. 5, de 13 de dezembro de 2005, que institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Curso de Graduação em Pedagogia, Licenciatura, em seu art. 2º descreve a natureza da formação nos cursos de Pedagogia:

> Art. 2º As Diretrizes Curriculares para o curso de Pedagogia aplicam-se à formação inicial para o exercício da docência na Educação Infantil e nos anos iniciais do Ensino Fundamental, nos cursos de Ensino Médio, na

> modalidade Normal, e em cursos de Educação Profissional na área de serviços e apoio escolar, bem como em outras áreas nas quais sejam previstos conhecimentos pedagógicos (CNE/CP Nº. 5, 2005).

O referido Parecer em seu art. 7º destaca que a carga horária mínima do curso de Licenciatura em Pedagogia deverá ser de 3.200 horas de efetivo trabalho acadêmico.

Segundo o documento deve haver articulação entre conhecimentos científicos e culturais, valores éticos inerentes ao processo ensino-aprendizagem, a socialização e construção do conhecimento sob a perspectiva de diferentes visões do mundo. Os conhecimentos filosóficos, históricos, antropológicos, psicológicos, lingüísticos, sociológicos, políticos, econômicos e culturais também devem estar presentes no processo educativo.

Sobre os egressos do curso de Licenciatura em Pedagogia o documento em seu art. 5º itens III, VI, VII, XIV, e XVI enfatiza que o docente deverá estar apto a:

> III – fortalecer o desenvolvimento e as aprendizagens de crianças do Ensino Fundamental, assim como daqueles que não tiveram oportunidade de escolarização na idade própria;
> [...]
> VI – ensinar Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História, Geografia, Artes, Educação Física, de forma interdisciplinar e adequada às diferentes fases do desenvolvimento humano;
> VII – relacionar as linguagens dos meios de comunicação à educação, nos processos didático-pedagógicos, demonstrando domínio das tecnologias de informação e comunicação adequadas ao desenvolvimento de aprendizagens significativas;
> [...]
> XIV – realizar pesquisas que proporcionem conhecimentos, entre outros: sobre alunos e alunas e a realidade sociocultural em que estes desenvolvem suas experiências não-escolares; sobre processos de ensinar e de aprender, em diferentes meios ambiental-ecológicos; sobre propostas curriculares; e sobre organização do trabalho educativo e práticas pedagógicas;
> [...]
> XVI – estudar, aplicar criticamente as diretrizes curriculares e outras determinações legais que lhe caiba implantar, executar, avaliar e encaminhar o resultado de sua avaliação às instâncias competentes (CNE/CP Nº 5, 2005)

Sob a perspectiva da estrutura do curso, respeitadas a diversidade nacional e a autonomia pedagógica das instituições deverá haver um núcleo de estudos básicos que entre outras ações decodifique e utilize códigos de diferentes linguagens utilizadas por crianças além de trabalhar didaticamente conteúdos referentes às disciplinas curriculares.

2.4 A Formação nos Cursos de Pedagogia no Momento Atual

No ano de 2003, Curi (2005) investigou como, e se, as orientações propostas nos documentos oficiais estavam sendo incorporadas nas ementas dos cursos de Pedagogia. Passados alguns anos e com a especificação das Diretrizes Curriculares Nacionais para o Curso de Pedagogia, nosso propósito é identificar como, e se, ocorre a incorporação de indicativos para ensinar matemática aos professores dos anos iniciais nessas ementas desses cursos.

Em virtude disso, pesquisamos os cursos de Pedagogia no Brasil com relação às suas ementas e referências bibliográficas encontrando 163 cursos que preenchiam este critério. Destes escolhemos cerca de 20%, o que resultou em 34 cursos de Pedagogia, de instituições que disponibilizaram suas grades e ementas na Internet, inclusive algumas que já haviam reformulado a grade curricular de acordo com as sinalizações apresentadas na Resolução do Conselho Nacional de Educação, Conselho Pleno nº. 1, de 15 de maio de 2006, que Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para o curso de Graduação em Pedagogia, licenciatura.

2.5 A Análise dos Cursos

As instituições pesquisadas foram agrupadas de acordo com a Tabela 3, a seguir.

Tabela 3 – Número de instituições pesquisadas por UF e por tipo de instituição.

ESTADO	UNIVERSIDADE PÚBLICA	UNIVERSIDADE PARTICULAR	CENTRO UNIVERSITÁRIO	FACULDADE	TOTAL
Distrito Federal	1	0	0	0	1
Espírito Santo	0	0	0	1	1
Minas Gerais	2	1	0	0	3
Pará	1	0	0	0	1
Paraná	2	0	0	2	4
Rio Grande do Sul	1	1	3	2	7
Santa Catarina	2	2	1	0	5
São Paulo	2	4	5	1	12
Total	11	8	9	6	34

Nas instituições que analisamos, percebemos diferenças entre nomes de disciplinas, bibliografia utilizada e perfil do formador das disciplinas da área de Matemática.

Referendando Curi (2005), nosso estudo foi organizado a partir das três disciplinas, referentes à Matemática ou seu ensino que apareceram com maior constância nas grades curriculares. As disciplinas mais presentes nas grades curriculares analisadas foram: *Metodologia do Ensino de Matemática, Fundamentos e Metodologia do Ensino de Matemática e Estatística Aplicada à Educação.*

Percebemos que em alguns cursos estão presentes apenas uma dessas disciplinas, em outros, duas. Identificamos que em 28% das instituições, quando há mais de uma disciplina da área de Matemática, uma delas refere-se a Metodologia do Ensino de Matemática. Se considerarmos que outros 12% dos cursos têm na grade curricular a disciplina Conteúdos e Metodologia do Ensino de Matemática e 24% têm Fundamentos e Metodologia do Ensino de Matemática, é possível afirmar que 64% dos cursos de Pedagogia elegem as questões metodológicas do ensino de Matemática como essenciais à formação de professores dos anos iniciais.

Ainda que a denominação “Metodologia” apareça na maioria das grades curriculares não podemos afirmar que os conteúdos tratados sejam semelhantes.

Dessa forma optamos por examinar as ementas de disciplinas relacionadas com a matemática, sob a perspectiva do autor Lee Shulman no que tange conhecimentos para ensinar.

2.6 Conhecimentos sobre Conteúdos Matemáticos em Cursos de Pedagogia

Analisamos as ementas das disciplinas: Conteúdos e Metodologia do Ensino de Matemática, Fundamentos e Metodologia do Ensino da Matemática e Estatística Aplicada à Educação.

Observamos que nas ementas das disciplinas relacionadas ao Ensino de Matemática os temas mais freqüentes eram: números e operações, espaço e forma e grandezas e medidas. Outros temas como tratamento de informação, probabilidade e números racionais apareceram com menor freqüência. Esses temas aparecem de forma bastante abrangente e da maneira com que estão descritos nas ementas não é possível identificar que conteúdos são mais (ou menos) trabalhados nessas disciplinas. As ementas E1, E2 e E3 corroboram nossos comentários.

> E1
> Fornecer subsídios teórico-metodológicos e de recursos para atuação na área de Matemática na Educação Infantil e nas primeiras séries do Ensino Fundamental, desenvolvendo os conteúdos relacionados ao tratamento da informação, números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas. Desenvolvimento de atividades práticas de Matemática que possibilitem uma vivência dos diversos conteúdos matemáticos trabalhados na Educação Infantil e séries iniciais do Ensino Fundamental.
>
> E2
> Noções fundamentais de matemática e orientações metodológicas para a construção de conceitos pela criança. A construção do conhecimento lógico matemático e as operações. Relações espaciais. Noções de geometria.
>
> E3
> A disciplina aprofunda os estudos sobre o processo de construção dos conceitos matemáticos pelo sujeito, através de sua atividade reinventiva e cooperativa. Numeralização e ação didático-pedagógica favorecedora de construção de conceitos e relações matemáticas relativos ao número e as operações, ao espaço e forma, às medidas e ao tratamento das informações no ensino fundamental. As dimensões metodológicas do ensino da matemática sustentadas na concepção epistemológica sócio-construtiva e nas necessidades de vinculação da prática educativa com o cotidiano, respeitando os princípios do enfoque globalizador.

Outras indicações nas ementas apontam para um tratamento mais imbricado das três vertentes do conhecimento do professor, destacadas por

Schulman: a construção do conhecimento, o conhecimento didático do conteúdo e conhecimento do currículo. Transcrevemos a título de exemplificação, a ementa E4:

> E4
> A Educação Matemática; História da Matemática; Tendências do ensino e aprendizagem de Matemática; Metodologias de ensino de Matemática; A Matemática Emocional; A importância da linguagem em Matemática; As propostas curriculares de Matemática e os Parâmetros Curriculares de Matemática; O desenvolvimento do raciocínio lógico matemático; os conteúdos de Matemática: classificação, seriação, seqüenciação, números, sistema de numeração decimal, operações fundamentais, medidas, geometria, números racionais; O uso de jogos e materiais pedagógicos na sala de aula de matemática.

Nessa ementa cabe ressaltar que, embora aponte para uma discussão sobre as tendências atuais do Ensino de Matemática e sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais, enfoca o ensino dos números com propostas da década de 80, destacando a classificação, seriação e seqüência como atividades pré-numéricas.

O enfoque dado ao ensino de números pelos Parâmetros Curriculares Nacionais em suas Orientações Didáticas é voltado à função social do número.

A ementa E5 é bastante ampla e o foco nos conhecimentos didáticos é genérico e não se refere aos conhecimentos didáticos de conteúdos matemáticos.

> E5
> Visão da área de Matemática; Matemática como linguagem e análise de questões relevantes para o professor das séries iniciais: Matemática e o processo de alfabetização, Matemática numa sociedade informatizada, Matemática como comunicação; Fundamentação psicológica do ensino de matemática: o papel do lúdico no ensino de Matemática; Referências curriculares no domínio de matemática; Recursos metodológicos para o ensino de matemática: o jogo, os materiais estruturados, história do conceito, a resolução de problemas e a história virtual; Atividade de ensino: definição e adequação aos objetivos; Unidades didáticas do ensino de matemática: Sistema de Numeração Decimal: correspondência um a um, agrupamento, ordenação, inclusão hierárquica, valor posicional; Geometria e medidas; Operações aritméticas: adição, subtração, multiplicação e divisão; Estatística e probabilidade.

Além disso, destaca como unidade didática a inclusão hierárquica e a correspondência um a um, conteúdos que, atualmente, não são indicados para o ensino de Matemática dos anos iniciais.

Analisando a disciplina Fundamentos e Metodologia do Ensino de Matemática também constatamos que os temas mais comuns são: operações com números naturais e geometria. As ementas trazem indicações bastante amplas, tanto com relação aos temas matemáticos como com relação aos temas didáticos e curriculares, como é possível verificar nas ementas E6, E7 e E8:

> E6
> Tendências do ensino da Matemática. A aquisição do conceito de número pela criança. O sistema de numeração decimal. Operações com números naturais. Espaço, Forma e Medidas. Análise de livros didáticos.
>
> E7
> Tendências da educação matemática no Brasil e no mundo. A matemática e os PCNs. Tendências metodológicas no ensino da matemática. Matemática e a pesquisa. Resoluções de problemas. Tratamento de informações. Geometria. Multiplicação. Divisão. Números inteiros e fracionais. Conceitos de áreas.
>
> E8
> Concepções do conhecimento matemático. Ensino de matemática e as Diretrizes Curriculares Nacionais. Gênese e desenvolvimento dos conceitos matemáticos no currículo dos anos iniciais: estruturas lógicas de proporcionalidade e exploração do espaço físico. Construção e compreensão das transformações multiplicativas e de desenvolvimento das noções geométricas; perímetro, área e volume. Problemas de enredo, proposições metodológicas e estratégias de ensino que favoreçam o desenvolvimento lógico-matemático. Etnomatemática e matematização de situações reais.

A disciplina Estatística aplicada à Educação aparece em cerca de 36 % dos cursos de Pedagogia, e as ementas apresentam temas como: amostragem, distribuição, medidas de dispersão, desvio padrão, conceitos fundamentais inerentes à análise da política educacional, uso da tecnologia para interpretação e apresentação de dados, tabelas e gráficos. Transcrevemos a título de exemplificação, as ementas E9, E10, e E11:

> E9
> Estatística descritiva: tabelas e gráficos. Média. Mediana. Desvio padrão. Interpretação de dados estatísticos. Probabilidade.
>
> E10
> Estatística: suposições e procedimentos. O papel da estatística. Procedimentos da estatística. Obtenção de dados. Princípios de mensuração (validade, fidedignidade, segurança e precisão). Princípios de amostragens. Validade de amostragens. Definições, indicadores, índices e tipologia de variáveis. Medidas de tendência central. Dispersão. Análise e interpretação de dados quantitativos e qualitativos. O uso de tecnologias para a interpretação e apresentação de dados. A estatística na educação.
>
> E11
> História, definições básicas e aplicações da Estatística. Amostragem. Tabelas. Gráficos. Índices e taxas educacionais. Medidas de Posição. Tendência Central e Dispersão. Noções de Correlação.

Em 8% das instituições pesquisadas a Estatística é a única disciplina da área de matemática do curso de Pedagogia, o que pode indicar o a falta de preocupação com o conhecimento didático dos conteúdos matemáticos.

Cabe destacar que, com relação à Estatística, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Fundamental Matemática: "[...] a finalidade é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar e interpretar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem freqüentemente em seu dia-a-dia" (BRASIL, 1997, p. 40).

O que se supõe trabalhar da disciplina Estatística com as ementas acima citadas não é aplicado à Educação conforme sugere o título da disciplina.

2.7 Conhecimentos Didáticos dos Conteúdos Matemáticos em Cursos de Pedagogia

Como já dissemos anteriormente, quanto aos conhecimentos didáticos referentes aos conteúdos matemáticos, a disciplina presente em 52% das grades curriculares é "Metodologia do Ensino de Matemática". A carga horária apresenta uma variação de 60 a 72 h que corresponde a 2% da carga horária total do curso de 3.200 horas.

Ao analisar as ementas dessas disciplinas encontramos uma variação de temas e conteúdos, como as exemplificadas nas ementas a seguir. Cabe destacar que essas ementas, embora apontem o desenvolvimento de aspectos metodológicos não parecem discutir o conhecimento didático dos conteúdos matemáticos.

> E12
> O significado e importância da matemática na Educação Infantil e Séries Iniciais do Ensino Fundamental, seleção e estruturação de conteúdos significativos para o período, tendo em vista aspectos metodológicos, filosóficos e psicogenéticos da matemática. Proposições alternativas para o ensino/aprendizagem da matemática na Educação Infantil e Séries Iniciais do Ensino Fundamental; Programas de Ensino, materiais e procedimentos didáticos, organização sistemática de avaliação no ensino/ aprendizagem que contribuam para a (re) construção e (re) descoberta dos conhecimentos matemáticos; Reflexão sobre intervenções pedagógicas que favorecem o desenvolvimento cognitivo, a autonomia e a aprendizagem matemática numa visão interdisciplinar globalizadora.

E13
A disciplina visa à capacitação para o exercício docente no ensino de matemática. As mais novas contribuições dos estudiosos da epistemologia trazem novos conhecimentos sobre a aprendizagem da matemática e sem dúvida o trabalho de sala de aula deve contemplar a apresentação das novas estratégias advindas destas pesquisas. Reflexões e estudos sobre Kamii a partir de Piaget, conceitos aritméticos, processos de transmissão, assimilação e o uso de estratégias variadas para atingir de diferentes maneiras os alunos na construção e ampliação do seu conhecimento.

E14
Pressupostos teórico-metodológicos do ensino da Matemática e suas implicações no processo de ensino-aprendizagem das séries iniciais do ensino fundamental.

E15
Análise histórica das tendências curriculares do ensino de matemática e das teorias mais recentes que fundamentam a construção do conhecimento, numa dimensão científica, metodológica e sócio-política do processo de aprendizagem, na Educação Infantil e séries Iniciais do Ensino Fundamental. Planejamento e desenvolvimento de atividades e materiais de ensino específicos na área de matemática.

As estratégias de ensino indicadas nas ementas analisadas são aulas expositivas e dialogadas, debates em grupos, seminários, elaboração de projetos e leituras, elaboração de atividades de ensino, desenvolvimento de atividades de forma individual e também em grupo. Entre os recursos didáticos utilizados, podemos citar: quadro-de-giz, multimídia, materiais didáticos, jogos, material dourado e escala Cuisenaire.

2.8 Conhecimentos Referentes à Organização Curricular para o Ensino de Matemática Trabalhados nos Cursos de Pedagogia

Encontramos algumas ementas que discorrem a respeito do currículo de Matemática, entre outros conteúdos abordados. Transcrevemos a título de exemplificação as ementas E17, E18 e E19:

E17
Retrospectiva da educação matemática no Brasil: Etnomatemática – Contexto cultural. Estudo das Diretrizes Curriculares Nacionais – análise do proposto e do praticado. Transformações multiplicativas. Estudo das frações. Construção da noção de Números Decimais e de sua representação. Exploração do espaço físico – A construção da geometria pela criança. A utilização de “jogos” no ensino da Matemática. Resolução de problemas.

E18
Projeto Pedagógico de Matemática. Planejamento, implementação e avaliação de práticas pedagógicas. Fundamentação teórico-metodológica

para a alfabetização matemática. Vivência e (re) construção de princípios, pressupostos e finalidades para a aprendizagem e para o ensino da Matemática. Elementos constituintes de um programa de ensino e de aprendizagem da Matemática para os anos iniciais do ensino fundamental.

E19
Educação Matemática: conceitos e fundamentos. Conceitos básicos do ensino da matemática. Processos de ensinar e aprender matemática. Propostas curriculares oficiais do ensino de Matemática. Inserção no cotidiano escolar da Educação Básica.

2.9 Bibliografias referentes ao ensino de Matemática para os Cursos de Pedagogia

Em relação à bibliografia básica apresentada para os conteúdos matemáticos, identificamos com *maior freqüência as seguintes obras* “A criança e o número” da autora Constance Kamii e “Reinventando a aritmética” também de Constance Kamii.

Ainda com relação aos conteúdos matemáticos, nas ementas da disciplina destacamos algumas indicações como “Crianças pequenas reinventam a aritmética” e “Reinventando a aritmética”, de autoria de Constance Kamii, “Aprender matemática resolvendo problemas” organizado por Vânia Marincek, “Aprendendo Matemática: conteúdos essenciais para o Ensino Fundamental de 1ª a 4ª série” do autor César Coll, “A construção da Geometria pela criança” de Kobayashi, M. C. M., “Frações sem mistério” de Ramos, L. F. e “Figuras e Formas” da autora Kátia Smole.

Já quanto à Estatística, a bibliografia mais constantemente referenciada é o livro Estatística Fácil de autoria de Antônio Arnot Crespo.

No que concerne a bibliografia apresentada na disciplina Metodologia do Ensino de Matemática, a maioria das obras apresentadas refere-se a jogos (*Jogos Matemáticos – A thurma quantifica e classifica,* de Golbert, C. S, *A Matemática através de brincadeiras e jogos* de Aranao, I. V. D.). Existe uma indicação na bibliografia complementar de uma universidade particular sobre *Oficinas de ensino. O quê? Por quê? Como*, dos autores Vieira, E. e Volquind, L.

No que concerne à bibliografia apresentada tanto na disciplina Conteúdos e Metodologia do Ensino de Matemática quanto Fundamentos e Metodologia do

Ensino da Matemática a maioria das obras apresentadas destinadas à discussão curricular refere-se aos Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática.

2.10 A Proposta do Curso de Pedagogia, Sujeito de Nossa Pesquisa

O curso de Pedagogia, em questão, será analisado com mais profundidade no capítulo seguinte, mas destacamos, a seguir, a ementa da disciplina relativa ao ensino de Matemática

A disciplina oferecida nesse curso de Pedagogia denomina-se "Metodologia do Ensino Fundamental II: Matemática e Ciências" com uma carga horária anual de 140 h/a.

Transcrevemos a ementa do curso analisado.

> Tendo em vista a formação de um profissional da educação consciente e capaz de assumir seus diferentes papéis, nos diferentes espaços de sua atuação no sistema educacional do qual faz parte (sala de aula, escola, comunidade, município), consideramos necessário desenvolver um curso no qual se forneça subsídios teóricos para:
> - Análise e reflexão sobre: processo de conhecimento e ensino da Matemática; tendências atuais no ensino da matemática; as estruturas básicas de pensamento e suas implicações pedagógicas.
> - Fundamentar sua prática, colocando em relevo a função crucial do conhecimento de ciências, nele incluído o conhecimento matemático, em uma sociedade altamente competitiva.
> - A busca coletiva de soluções para o ensino dessa área, soluções estas que precisam transformar-se em ações cotidianas que efetivamente tornem os conhecimentos matemáticos acessíveis a todos os alunos, buscando metodologias compatíveis com a formação que hoje a sociedade reclama.
> - Conceber a aprendizagem como o processo, através do qual, a criança estabeleça uma relação mais freqüente e sistemática com o conhecimento destas ciências e é encorajada pelo professor a participar desse processo de modo que as noções novas adquiridas sejam uma extensão natural do conhecimento que ela já vinha desenvolvendo.

A ementa, embora aponte temas bastante amplos e pouco direcionados ao ensino da Matemática, destaca a análise de tendências atuais do Ensino da Matemática e os fundamentos da prática com base na função social dos conhecimentos científicos (incluindo o conhecimento matemático).

2.11 Considerações Sobre o Capítulo

Percebemos nas ementas analisadas poucas indicações de conteúdos matemáticos, se considerarmos principalmente as indicações dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para segundo ciclo como, por exemplo, o estudo dos números racionais.

Os conhecimentos dos blocos de conteúdos citados nos Parâmetros Curriculares Nacionais sobre espaço e forma e grandezas e medidas estão presentes de forma ampla em algumas das ementas citadas em nossa pesquisa, e o tema tratamento de informação aparece em um número menor de ementas.

A pesquisa de Curi (2005), sobre as ementas de alguns cursos de Pedagogia, revelou que conhecimentos de conteúdos matemáticos como Geometria, medidas e relativos ao tratamento da informação, não estavam indicados nas ementas pesquisadas. Consideramos que pode ter havido uma evolução que pode ter sido impulsionada tanto pelas indicações do Parecer CNE/CP nº. 1, de 18 de fevereiro de 2002, quanto pelas indicações do Parecer do CNE/CP nº. 5, de 13 de dezembro de 2005, que Institui as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Curso de Pedagogia. Porém, as ementas não apontam quais os conteúdos desses blocos de conhecimento que serão tratados nos cursos, o que inviabiliza uma análise mais profunda.

Sobre a ementa do curso que nós analisaremos a seguir, consideramos muito ampla e não conseguimos identificar os conhecimentos matemáticos propostos nem conhecimentos didáticos dos conteúdos matemáticos. Além disso, há poucas indicações de discussões curriculares. Conforme já dissemos, nosso objetivo era estudar com profundidade como a Matemática e seu ensino são tratados nos cursos de Pedagogia, então optamos por fazer uma imersão num único curso e analisar o desenvolvimento da disciplina “Metodologia do Ensino Fundamental II: Matemática e Ciências”.

No próximo capítulo descrevemos e analisamos o desenvolvimento dessa disciplina.

CAPÍTULO 3

DESCRIÇÃO DA PESQUISA: O ESTUDO DE CASO

3.1 Introdução

Nesse capítulo vamos analisar a nossa pesquisa de campo que como havíamos mencionado anteriormente, trata-se de uma pesquisa com abordagem qualitativa, um estudo de caso a qual estaremos fazendo a *triangulação dos dados* obtidos (FIORENTINI; LORENZATO, 2006).

A análise das notas de campo, das apostilas do curso e das transcrições em áudio permitiu elaborar as seguintes categorias para analisar o material coletado:

- Procedimentos metodológicos da professora formadora;
- Proposta pedagógica;
- Desenvolvimento das aulas.

Esta situação pode ser representada no esquema a seguir.

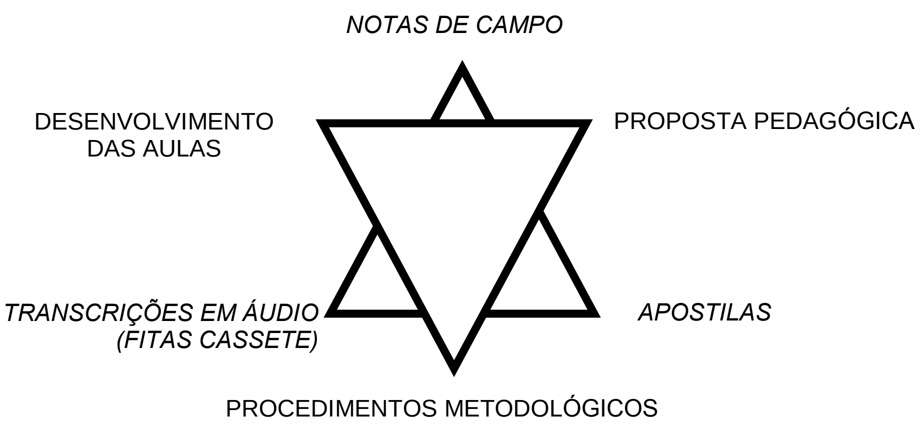


Figura 3 – Esquema mostrando do cruzamento entre instrumentos de coleta de dados que resultou nas categorias de análise.

Neste esquema pode-se notar que a análise das apostilas utilizadas nas aulas, as notas de campo feitas pela pesquisadora e as transcrições em áudio das aulas e da entrevista forneceram os subsídios para que fossem analisadas as três categorias propostas. Assim, do cruzamento entre as transcrições em áudio e as notas de campo pudemos analisar o desenvolvimento das aulas; a partir da análise das notas de campo e das apostilas fornecidas pela formadora foi possível avaliar a proposta pedagógica do curso analisado. E, ao cruzarmos o material das apostilas e as transcrições em áudio, ficou clara a análise dos procedimentos metodológicos empregados pela professora formadora. Todos estes pontos serão analisados do ponto de vista dos autores que forneceram a fundamentação teórica para este trabalho.

3.2 Procedimentos Metodológicos da Professora Formadora

A professora utilizou duas apostilas, divididas em módulos, as quais apresentavam objetivos, conteúdos, procedimentos metodológicos e pesquisas atuais. O material era composto por textos de aprofundamento para estudos e atividades correspondentes à parte do estudo individual e coletivo, leituras propostas para aula, para fazer em casa, trabalhos em grupos, discussões individuais e em grupos. Também utilizou outras atividades "xerocadas" ou enviadas via e-mail para as alunas (futuras professoras) sobre os blocos de conteúdos referentes aos números racionais, sistema de numeração decimal, corpos redondos e poliedros, área, perímetro e volume, porém não organizados em Módulos.

Em algumas aulas a professora fazia leituras de pequenos trechos dos textos, de forma coletiva em voz alta, os quais eram intercalados com comentários dos alunos e intervenções da professora.

Em outras aulas as alunas resolviam atividades propostas com utilização de material concreto (Anexo A), no que tange conteúdos geométricos e aritméticos e outras atividades eram resolvidas com a utilização de giz e lousa após algumas intervenções.

As atividades: Ábaco com "bolas" de isopor, palitos de churrasco e macarrão e as Operações com material dourado, foram propostas inicialmente com material dourado para que as alunas (futuras professoras) pudessem adquirir o conhecimento sob as vertentes de Shulman (1986): conhecimento do conteúdo e conhecimento didático do conteúdo, que contribuem significativamente para o enriquecimento da relação teoria-prática que fundamenta a ação pedagógica do professor. Depois da realização desse trabalho a professora formadora explicou o significado dessas atividades em sala de aula utilizando os recursos de lousa e giz. Essas atividades foram acompanhadas pela pesquisadora conforme as transcrições em áudio descritas (APÊNDICE B). Em relação às Operações com o material dourado, a pesquisadora representou em suas notas de campo tanto as anotações realizadas pela aluna identificada por A14, quanto pelas suas próprias anotações e observações em aula.

A avaliação foi feita ao longo do curso por meio dos seguintes instrumentos: duas provas semestrais institucionais e uma prova extra-oficial (Anexo B).

As aulas foram divididas em dois semestres letivos correspondentes aos meses de março a junho e de agosto a novembro perfazendo um total de 70 h/a por semestre.

As unidades que compõem cada módulo eram compostas por alguns textos, situações e atividades, além de orientações para a prática pedagógica e sugestões para leitura relacionada ao tema estudado.

Na introdução de cada seção, havia uma parte destinada para a apresentação do tema a ser trabalhado e os objetivos que o professor deveria alcançar.

Para a professora formadora, na entrevista realizada (Anexo C), deve-se “associar as questões metodológicas ligadas aos conteúdos básicos que são ministrados no ensino fundamental, porque eu acho que as professoras tiveram uma formação em Matemática que deixou muito a desejar”.

3.3 Proposta Pedagógica

Na seqüência, descrevemos de forma mais detalhada a estrutura do curso, os blocos de conteúdos e os objetivos que compunham o material e algumas atividades de leitura.

Estrutura do Curso

O curso foi estruturado em 2 Módulos. Os referidos módulos com seus textos de aprofundamento encontram-se no Anexo A e os temas de cada Módulo encontram-se nos Quadros 3 e 4.

Módulo	Tema	Textos	Autores	Data
1	Número Natural Ensino e aprendizagem	P.C.N. (ENSINO FUNDAMENTAL)	BRASIL	06.04.06
1	Número Natural Ensino e aprendizagem	Aspectos Teóricos Sobre números	Vergnaud	13.04.06
1	Número Natural Ensino e aprendizagem	Aspectos Teóricos	Délia Lerner	14.04.06
1	Número Natural Ensino e aprendizagem	Aspectos Teóricos	ERMEL	20.04.06

Quadro 3 - Caracterização do Módulo 1 e Conteúdo Temático.

Módulo	Tema	Textos	Autores	Data
2	Operações com Números Naturais 1ª PARTE: Adição e Subtração	Noções sobre Campo Conceitual Aditivo	Maria Silvia Sentelhas	12.05.06
2	Operações com Números Naturais 2ª PARTE	Campo Conceitual Multiplicativo	Vergnaud	27.05.06
2	O ensino das operações com Números Naturais	Situações Problema		02.06.06

Quadro 4 - Caracterização do Módulo 2 e Conteúdo Temático.

Além desses dois módulos, a professora desenvolveu outros conteúdos:

- Números racionais (com representação fracionária e decimal).
- Corpos redondos e poliedros.
- Área, perímetro e volume.

Apresentação dos temas

Tema 1: Número Natural Ensino e Aprendizagem

Este módulo tinha como objetivos:

- Subsidiar o grupo de professores com um referencial teórico que respalde as práticas numéricas a serem efetivadas nas séries iniciais do ensino fundamental para o ensino/aprendizagem de número e do sistema de numeração decimal.
- Promover vivência de atividades e jogos adequados à construção da noção de número e a realização de uma análise de coerência com o referencial teórico adotado dessas atividades e jogos.
- Levar o grupo de professores a analisar, à luz do referencial teórico adotado, situações presentes em livros didáticos.

Os conteúdos, que se encontram no Anexo A, são desenvolvidos a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais e destacamos, a seguir, o título de cada um.

- A construção da noção de número:
  - do ponto de vista do desenvolvimento cognitivo;
  - do ponto de vista didático.
- Reconhecimento e representação de números naturais:
  - Sistema de Numeração Decimal.

A professora desenvolveu atividades de leitura utilizando textos dos PCNs e também de autores que enfocam aspectos teóricos atuais do assunto.

Leitura dos seguintes textos dos Parâmetros Curriculares Nacionais:

- Objetivos gerais de Matemática para o ensino fundamental;
- Bloco de conteúdos: números e operações;
- Conteúdos conceituais e procedimentais para o primeiro ciclo;
- Conteúdos atitudinais para o primeiro ciclo;
- Conteúdos conceituais e procedimentais para o segundo ciclo;
- Orientações Didáticas: Números Naturais e Sistema de Numeração Decimal.

Leitura sobre os Aspectos teóricos atuais sobre o ensino / aprendizagem do número e do Sistema de Numeração Decimal:

- Vergnaud (1994);
- Lerner e Sadovsky (1996);
- ERMEL (1991).

Tema 2: Operações com Números Naturais

Os objetivos deste módulo eram:

- Subsidiar o grupo de professores com um referencial teórico que respalde a resolução de problemas dos campos conceitual aditivo e multiplicativo para um ensino/aprendizagem eficaz das quatro operações.
- Promover vivência de atividades e jogos adequados de modo a contemplar todos os aspectos dessas operações.

- Levar o grupo de professores a analisar as situações didáticas a serem desenvolvidas pelos professores com seus alunos, à luz do referencial teórico adotado.

Os conteúdos, que se encontram no Anexo A, são desenvolvidos a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais e, a seguir, serão destacados seus títulos.

- Aspectos da adição e da subtração. (1ª parte).
- Aspectos da multiplicação e da divisão. (2ª parte).
- O Ensino das operações com números naturais – Situações Problema.

A professora desenvolveu atividades de leitura sobre os temas que destacamos a seguir:

- Noções sobre Campo Conceitual Aditivo.
- Campo Conceitual Multiplicativo de G. Vergnaud.

Outros Temas Desenvolvidos

A respeito dos temas sobre Números Racionais, Corpos Redondos e Poliedros, e Área, Perímetro e Volume têm suas atividades e objetivos especificados no Anexo A. Eles foram desenvolvidos de acordo com os objetivos apresentados nos Quadros 5 e 6.

NR	Tema	Objetivos
1	Divisão	Distinguir as situações que conduzem a divisões em que o resto pode ser subdividido.
2	Escala Cuisinaire	Identificar situações de medida em que a comparação entre duas grandezas pode ser representada por um número natural.
3	Fração – Relação de quociente	Associar a escrita 1/*n* ao quociente de **1** por ***n***, sendo **n** um número natural diferente de zero.
4	Relação parte-todo / tratamento da informação	Construir gráfico de setores a partir de uma tabela.
5	Planejamento familiar – Relação parte-todo	Completar uma tabela e responder corretamente às questões apresentadas.
6	Relação parte-todo	Analisar um gráfico de setores.
7	Relação parte-todo / tratamento da informação	Reconhecer o uso da porcentagem no contexto diário.
8	Oficina de Matemática: jogos com frações	Reconhecer as três interpretações de frações para as séries iniciais.
9	Atividades com base no livro Frações de Cristina Maranhão	• Desenvolver de forma intuitiva o conceito de fração. • Realizar um procedimento experimental das operações com frações. • Ter um contato experimental com a noção de frações equivalentes.

Quadro 5 – Temas e objetivos sobre Números Racionais.

SG	Tema	Objetivos
1	Montando "esqueletos" de poliedros	Por meio do destaque das arestas e vértices dos poliedros classificá-los e identificá-los.
2	Planificação – Área e perímetro	Por meio da planificação reconhecer as características dos poliedros para identificá-los.
3	Atividade dos Palitos	Reconhecer as várias figuras base dos poliedros.
	O Tangram • Perímetro e Área • Construir um Tangram	Utilizar o Tangram para compreender os conceitos de perímetro e área e, ainda, fazer medidas de ambos utilizando vários tipos de unidades de medida.
	O Cubo • Volume	Utilizar o cubo para compreender o conceito de volume e fazer medidas.

Quadro 6 – Temas e objetivos sobre Corpos Redondos e Poliedros.

A professora procurou articular conhecimento teórico com a prática de sala de aula durante todo o desenvolvimento do curso. Isto acontece porque, segundo a professora, 40% das alunas já estão praticando como professoras e podem estar utilizando erradamente uma metodologia ou utilizando uma metodologia inadequada para aquele conteúdo e, até mesmo, usando erroneamente o material como, por exemplo, o material dourado que é usado como simples manipulação, sem ligação com as operações.

Para a professora os 60% restantes das alunas estão fazendo o curso para obterem um diploma universitário e não estão interessadas em educação.

De toda maneira, afirma a professora, a articulação teoria – prática é um elemento fundamental na formação do professor.

3.4 Desenvolvimento das Aulas

As aulas do Módulo 1 foram acompanhadas pela pesquisadora que fez as anotações em notas de campo (diário de bordo) e gravadas em áudio (fitas cassete que foram transcritas), perfazendo um total de 12 aulas.

Entre os processos metodológicos realizados destacamos a leitura de textos dos Parâmetros Curriculares Nacionais, atividades práticas com materiais didáticos, oficinas, entre outras.

Ao analisar esta categoria pudemos perceber uma forte ligação com Shulman (1986) quanto a duas vertentes do conhecimento: o curricular e o do conteúdo e, também, com Tardif (2006) ao afirmar sobre o pluralismo dos saberes do profissional, aqui no caso o saber curricular e o saber disciplinar.

Além da utilização dos Parâmetros Curriculares Nacionais, a professora também utiliza o livro *Aprender Pensando* da Terezinha Nunes, o capítulo *Sistema Decimal* da Délia Lerner, e utiliza as questões fundamentais da didática francesa de Vergnaud e Brusseau, trabalhando em grupo e utilizando materiais que vai descobrindo com o passar do tempo e mesmo criando materiais novos.

Quanto à possibilidade de as alunas vivenciarem a metodologia discutida em sala de aula, a professora colocou que a escola tem um espaço, a brinquedoteca, onde as mesmas têm um horário para o estudo de matemática. Neste espaço podem ser desenvolvidos jogos, construções de figuras geométricas, construção de relógios, o aprendizado da leitura das horas em relógio não digital que pode ser vivenciado com grupos de crianças flutuantes, da rua da escola, na tentativa de fazê-los gostar de Matemática.

A seguir, passamos a apresentar nossa análise sobre o desenvolvimento das aulas assistidas. A transcrição das aulas assistidas encontra-se no Apêndice B.

3.4.1 Leitura de Excertos de Textos dos Parâmetros Curriculares Nacionais

A formadora iniciou sua aula pedindo que as alunas fizessem comentários a respeito da leitura do texto do PCN que discorre sobre os objetivos de Matemática para o Ensino Fundamental. Destacou que fosse discutido em grupos, na sala de aula, apenas o que estivesse relacionado ao Número natural – ensino e aprendizagem. Para Mizukami (2002), é importante na formação do professor o conhecimento sobre a matéria que os professores ensinam (aquela que faz parte do currículo). Algumas alunas fizeram intervenções por não conseguirem compreender o significado de aspectos quantitativos e qualitativos do jogo, da importância de apresentar resultados com precisão e de se estabelecer conexões com outras áreas do conhecimento, muito pertinente, pois é uma das vertentes do conhecimento segundo Shulman (1986).

Estas intervenções e inferências (APÊNDICE B) são compatíveis com o pensamento de Curi (2005) quanto à importância da vivência de situações de aprendizagem na formação do professor de Matemática. Como na fala da professora formadora:

> O que podemos observar na sala de aula, *conhecimento como um todo.* Você vai observando isto, observar a quantidade e a qualidade, [...]. *Observar em relação ao conteúdo que relações o aluno estabelece, que quantidade de relações ele faz e qual a qualidade dessas relações. É dessa forma que tem que se pensar no conteúdo.*

Ao discutir os objetivos atitudinais como o proposto pela aluna A1:

> Interagir e trabalhar coletivamente para resolução dos problemas respeitando o modo de pensar dos colegas.

A inferência da professora se relaciona ao pensamento de Serrazina (2003) quanto à resolução de problemas por interação entre as alunas, futuras professoras, que promovem desafios e trazem novas descobertas.

O saber, segundo Tardif (2006), envolve conhecimento, competência, habilidades (ou aptidões) e atitudes, é o saber, saber-fazer e saber ser. Já para Garcia (1992), o conhecimento do professor se constrói durante o processo ensino-aprendizagem de sua formação.

Diante dos comentários das alunas e inferências da professora percebemos, em relação ao ensino e à aprendizagem da Matemática, que na formação do professor é preciso que ele identifique conhecimentos matemático presentes tanto nas relações cotidianas como na própria Matemática, como objetivos do ensino de Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, pois o que mais chama a atenção desse grupo de alunas foi relativo ao desenvolvimento da auto-estima e às possibilidades interdisciplinares. Segundo Fiorentini, Souza Júnior e Melo (2001), o conhecimento da disciplina é fundamental para o docente produzir seu próprio currículo, isto é, ser o mediador entre o currículo e o conhecimento construído pelo aluno.

A leitura dos Parâmetros Curriculares Nacionais continuou, agora sobre blocos de conteúdos: números e operações sem que houvesse nenhuma intervenção por parte das alunas não permitindo que a formadora identificasse se elas tinham ou não entendido o texto. Sua intervenção foi a respeito do processo dialético, novamente citando a interação, agora entre professora e alunos. Ao continuar a leitura as alunas fizeram inferências que foram comentadas pela professora como no exemplo:

> A 4: verificar os conhecimentos prévios por um processo dialético e criar situações problemas para ampliar conhecimentos.
>
> P: isso é muito importante para que você não fique apenas naquilo que a criança já conhece você deve sempre estar verificando o que a criança já sabe e ampliando um pouco mais.

Pode-se perceber, em alguns comentários das alunas e professora (APÊNDICE B), o pensamento de Ponte (1998), para quem o domínio de formação é uma área de especialidade que envolve a formação cultural e social e, também, a formação educacional, para o que futuro professor tenha um bom conhecimento e uma boa relação com a Matemática. O que vem ao encontro de Serrazina e Monteiro (2002) quanto à construção do conhecimento matemático, de Shulman (1986) em relação ao conhecimento do conteúdo e ao conhecimento curricular, e ao pensamento de Curi (2005) sobre o conhecimento do professor que deve ir além do conhecimento da disciplina, deve ter conhecimento dos estilos de aprendizagem dos alunos, seus interesses, dificuldades e necessidades, como nas falas da Professora (P) e da aluna A5.

> Vocês têm que estar sempre fazendo essa verificação e a partir daí criar situações para o aluno ir ampliando o conhecimento, recuperar o que não tinha aprendido. Ampliando e trabalhando o circuito ou espiral ou em rede, ou seja, sempre pegando um elo e ligando ao elo anterior. O que é um espiral? Um conteúdo vai ter uma linha e esse conteúdo vai sendo ampliado (P).
>
> [...] aperfeiçoar o que o aluno já aprendeu e construir novos conhecimentos (A5).
>
> [...] percepção das diversas categorias numéricas, ou seja, as diferentes formas dos números serem usados. Quando o aluno consegue estabelecer relação, ele vai fazer a mesma coisa como se fosse um processo de alfabetização em que a partir do contato com essas diversidades da utilização do número ele constrói o conceito da matemática (A5).

Acreditamos que tanto a inferência da aluna A5, quando diz que o aluno consegue estabelecer relação entre as diversas categorias numéricas para construir a noção de número, quanto a inferência da professora, ao dizer que o conteúdo deve ser trabalhado sob forma de “espiral”, são positivas, pois, o professor tem a oportunidade de refletir sobre seus conhecimentos acerca da matemática e seu ensino. Tal reflexão encontra-se presente nos pensamentos de Shulman (1986) em duas de suas três vertentes do conhecimento: o conhecimento do conteúdo e o conhecimento do currículo, em Ponte (1998) ao afirmar que a investigação tem papel-chave na formação profissional, e em Curi (2005, p. 36) quando pontua que “o conhecimento do professor é apresentado como um conhecimento dinâmico e contextualizado, um saber que se revela na ação e se situa num dado contexto”.

O fato de não serem feitas leituras e discussão de Blocos de conteúdos como Espaço e Forma, Grandezas e Medida e Tratamento de Informação, nos pareceu um fator negativo, pois o professor dos anos iniciais precisa conhecer esses blocos de conteúdos e saber a importância que eles representam no currículo escolar, segundo Shulman (1986) e Curi (2005).

Em relação aos Conteúdos de Matemática para o primeiro ciclo, como as alunas já haviam lido os textos dos Parâmetros Curriculares Nacionais em casa, a formadora fez um resumo na lousa (APÊNDICE B) que mostra ligação com o pensamento de Serrazina e Monteiro (2002) quanto a caracterizar o conhecimento matemático, com Tardif (2006) sobre os saberes plurais do professor e com Shulman (1986), pois está de acordo com as suas três vertentes do conhecimento.

Embora tenhamos citado, nas atividades de leitura de excertos dos Parâmetros Curriculares Nacionais, sobre conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais para o primeiro ciclo e conteúdos conceituais e procedimentais para o segundo ciclo não foram feitas inferências da professora, pois as alunas haviam lido anteriormente em casa. Em relação aos conteúdos para o segundo ciclo a formadora apenas exemplificou.

O trecho dos PCN lido discorre sobre as Orientações Didáticas e tem como objetivo contribuir para a reflexão a respeito de como ensinar alguns conteúdos, ou seja, aborda o conhecimento didático do conteúdo, enfocando aspectos ligados às condições nas quais se constituem os conhecimentos matemáticos, as pesquisas recentes na área e outras observações. A esse respeito

Fiorentini, Souza Júnior e Melo (2001) pontuam que não deve haver dicotomia entre o conhecimento da matéria e os procedimentos didáticos, por isso é importante a leitura e compreensão do texto cuja leitura foi proposta pela formadora.

Shulman (1986), Garcia (1992, 1999) e Mizukami (2002), a respeito de como ensinar, citam que este processo envolve categorias de conhecimento que abranjam o conhecimento da matéria e o conhecimento pedagógico, permitindo ao professor obter respostas para as questões sobre o conteúdo a ser ensinado e a forma de tratá-lo. Tais conhecimentos podem ser agrupados em: conhecimento do conteúdo específico, conhecimento pedagógico geral e conhecimento pedagógico do conteúdo, como visto anteriormente. A leitura das orientações didáticas, portanto, prepara o aluno, futuro docente, para o desenvolvimento do conhecimento pedagógico geral e do conhecimento pedagógico específico.

Neste momento é importante citar a inferência da aluna A6 e intervenção da professora P:

> Como o professor vai ensinar e quais os conceitos e procedimentos a serem ensinados? (A6)
>
> Nós vamos fazer um paralelo entre essa orientação didática e o texto complementar “aspectos teóricos atuais sobre o ensino/aprendizagem do número e do sistema de numeração decimal”. Nós vamos ver apenas a parte relativa aos números naturais (P).

Estas inferências remetem a Ponte (1994), sobre a transformação do conhecimento adquirido e a Oliveira e Ponte (1997) ao se referirem à articulação entre o conhecimento do conteúdo matemático e a maneira como ensinar este conteúdo, o que leva à reflexão sobre a prática docente.

Após a leitura de um trecho do texto: *Números Naturais e Sistema de Numeração Decimal* sobre o conhecimento a respeito dos números naturais e a utilidade percebida pelas crianças, foram feitas várias observações pelas alunas com algumas inferências da professora sobre o conhecimento que os alunos dos anos iniciais trazem para a escola no que diz respeito à convivência deles com os números naturais.

Em relação às Orientações Didáticas sobre os números naturais é importante que os professores dos anos iniciais saibam que os alunos já vêm para a escola com um “conhecimento social” dos números. Pelas inferências das alunas percebemos que elas já têm um domínio do conhecimento do conteúdo matemático. A professora relata a importância do conhecimento do conteúdo ao fazer a “conexão” com vários conteúdos, além, é claro, do conhecimento curricular e didático do conteúdo (SHULMAN, 1986), como na fala a seguir:

> De 1ª a 4ª série, principalmente na 1ª série, você não precisa destacar agora é aula de matemática, você faz um projeto, aonde você trabalha todos os conteúdos. Por exemplo, caminho que fez para ir ao supermercado, às vezes, eles têm que desenhar, se vai a escola, como é a sala, como é distribuída, você está envolvendo uma relação espacial e trabalhando ao mesmo tempo outras coisas. Um recurso didático extremamente importante é trabalhar com a história, serve para qualquer disciplina, qualquer categoria disciplinar, história, geografia, matemática, português, você pode fazer em uma história a conexão com vários conteúdos. A história em si permite que você abra um leque para a conexão com vários conteúdos (P).

As alunas continuam lendo sobre números naturais e sistema de numeração decimal, discorrendo a respeito de conhecimentos não apenas dos números de 1 a 9, mas também números freqüentes no dia-a-dia, como os que indicam os dias do mês, até 30/31 e que na prática escolar, tentam explicitar as ordens que compõem uma escrita numérica. A professora fez intervenção comentando um trecho dos Parâmetros Curriculares Nacionais que propõe a explicação da ordem no início do aprendizado para que a leitura e a escrita sejam feitas com compreensão:

> Na realidade, [...], atualmente você começa trabalhando os números dizendo 10 é uma dezena, você começa trabalhando isso. O que se propõe é que você primeiro trabalhe os números pela leitura que eles fazem, e não falem unidade, dezena, nada disso (P).

Acreditamos que devem ser criadas situações “cotidianas” de aprendizagem para o aluno como, por exemplo, números de telefones úteis, placas de carro, idade, data de nascimento (quais hipóteses acerca das escritas com dois ou mais dígitos), com o intuito de favorecer para ele o conhecimento do conteúdo matemático. Tal interação é propícia ao desenvolvimento da aprendizagem da matemática com compreensão, o que leva à construção ativa do conhecimento pelo aluno, pois ele parte de conhecimentos que já possui (SERRAZINA; MONTEIRO, 2002)

A leitura, então, foi realizada sobre as regras do sistema de numeração decimal e o fato de as crianças mesmo não conhecendo as mesmas serem capazes de indicar qual é o maior número de uma listagem tanto em função da quantidade de algarismos quanto pela escrita e interpretação de números compostos por dois ou três algarismos. Novamente há intervenção da professora sobre o fato de o aluno escrever o número como ele fala o que de acordo com a formadora não tem importância, pois auxilia na compreensão destes conceitos. Neste momento, a aluna A10 propõe uma forma de trabalhá-los:

> Para os meus alunos eu usava assim umas fichinhas, de unidade que correspondia até o número 9, dezena 10 até o número 90 e centena 100 Então o número 28 eles pegavam o número 20 e o número 8 e colocavam na primeira casa sobreposta ao número 20, então isso facilitava (A10).

A esta observação a professora faz a inferência que segue:

> O texto sobre Didática da Matemática trabalha exatamente isso, com fichas e a linguagem falada. A primeira hipótese da criança sobre o número é aquilo que ela fala, que depois por esta fala, você vai criando situações principalmente, enxergar números escritos porque se a criança conseguir perceber, digamos até o número 50, posteriormente ela constrói, não é isto, porque ela percebe que se sobrepõe, quando na linguagem escrita esse número 2 pela posição a criança vai entendendo a escrita posicional (P).

Percebemos a importância do significado da escrita numérica aliada à linguagem oral do número, ou seja, o professor não deve inferir erros na escrita e sim deixar o aluno criar as suas próprias hipóteses acerca do conhecimento numérico. Notamos a importância que a professora revela às suas alunas em relação ao trabalho com calendários com o intuito de o aluno perceber que existe uma escrita simplificada do número. Estas são práticas que estão de acordo com Serrazina e Monteiro (2002) quando propõem um processo de construção de conhecimento matemático para alunos das séries iniciais com relação a caracterização dos conhecimentos matemáticos dos alunos, investigação do desenvolvimento de modelos conceituais de matemática e identificação de práticas docentes que favoreçam o desenvolvimento destes conceitos.

A respeito da importância de o professor analisar as hipóteses dos alunos sobre os números e as escritas numéricas e que essas oportunidades devem ser criadas pelo professor no processo ensino-aprendizagem, em situações que eles possam comparar e quantificar duas coleções tanto sob o aspecto de entender o que é dobro ou triplo, quanto sob o aspecto de completar uma coleção para ter a mesma quantidade da outra, a professora fez a observação:

> Você precisa problematizar o deixar pensar sobre, o aluno criar hipóteses, ele vai construindo um conhecimento sobre a escrita. Depois que o aluno entendeu essa escrita, você formaliza, e diz esse é um sistema. Você não pode dizer para o aluno isso é o sistema, os números são escritos assim, essa é a unidade, essa é a dezena. Porque ele já tem essa noção, ele já sabe o que é dezena, [...]. Então por isso que nós trabalhamos partindo do contrário, pegamos os números como eles estão, vamos trabalhando e isso não é fácil (P).

Concordamos com a professora quando diz que o educador precisa “primeiro problematizar e deixar pensar sobre”, ou seja, deixar o aluno criar suas próprias hipóteses para posteriormente formalizar e dizer que se trata de um sistema de numeração. Aqui fica claro o pensamento de Shulman (1986 apud CURI, 2005, p. 151) sobre “a mudança de foco do ‘o que ensinar’ para ‘o como ensinar”.

Ainda a respeito dos números naturais outras situações que devem ser criadas são aquelas em que os alunos precisam situar algo numa listagem ordenada, ou ordenar uma seqüência de fatos, utilizando diferentes estratégias como o pareamento, a estimativa, o arredondamento e, até a correspondência de agrupamentos. Como na abordagem teórico-prática, segundo Curi (2005).

3.4.2 Leitura de Pesquisas Atuais sobre Aspectos Teóricos do Ensino / Aprendizagem dos Números e do Sistema de Numeração Decimal

A leitura do texto citado envolve pesquisas internacionais como grupo ERMEL (1991), de Vergnaud (1994) e de Lerner e Sadovsky (1996) (Anexo D). Esses autores propõem um trabalho didático com o intuito de superar dificuldades das crianças com relação aos números e ao sistema de numeração decimal.

Sobre o início da leitura, notamos que a professora iniciou sua aula comentando a respeito da importância do trabalho de Vergnaud (1994), o que nos leva à hipótese de que a professora trabalha com pesquisas na área de Educação Matemática. Ela ainda cita a pesquisadora Constance Kamii, mas não faz comentários a respeito de suas colocações. O fato de não ter havido intervenções por parte das alunas pode significar que a explicação não ficou muito clara para elas.

A continuação da aula se deu com a leitura de um parágrafo do texto de Lerner e Sadovsky (1996) que discorre a respeito de exploração da escrita numérica para o aluno reconhecer as regularidades presentes na seqüência numérica natural e a comparação de números. Após a leitura a professora faz comentários sobre o texto lido pontuando que as autoras trabalham a escrita devido à vivência que as crianças trazem para a escola e, desta maneira devem ser criadas situações-problema para a percepção do valor posicional, e só depois é que deve ser trabalhada a escrita e, posteriormente o sistema de numeração. Para finalizar a formadora faz a comparação com o que fala Vergnaud sobre o uso da seqüência, do material didático, fazer corresponder à escrita, à quantidade.

Outro trecho lido foi de um texto do grupo ERMEL a respeito das funções do número visto como “memória de quantidade” que corresponde ao aspecto cardinal do número ou “memória da posição na seqüência natural” que corresponde ao aspecto ordinal do número. Os comentários da professora (APÊNDICE B) foram sobre a ênfase que este grupo dá aos aspectos cardinal e ordinal, que não podem ser desvencilhados um do outro.

Nessa aula a professora desenvolveu atividades mais práticas relativas ao Ensino de Números e Sistema de Numeração Decimal, e todos os autores lidos estão em concordância com os pensamentos de Shulman (1986) com relação às três vertentes do conhecimento.

3.4.3 Atividade: Ábaco com “Bolas” de Isopor, Palitos de Churrasco e Macarrão

Neste item apresentamos uma atividade desenvolvida pela professora para ilustrar a abordagem do conhecimento didático do conteúdo.

A professora formadora trouxe um ábaco escolar construído por ela e o apresentou para as alunas. Depois pediu para que as alunas trabalhassem em grupos representando os números que quisessem nesse ábaco. O macarrão representava as “bolinhas” do ábaco. Os palitos de churrasco representavam as hastes do ábaco escolar, conforme a Figura 4.

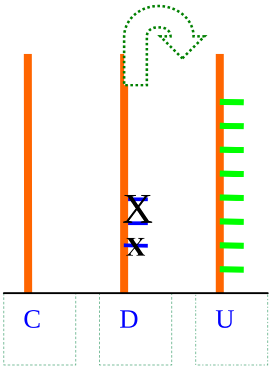


Figura 4 - Ábaco construído pelas alunas com palitos de churrasco e macarrão, onde as hastes vermelhas representam os palitos de churrasco representando a unidade, a dezena e a centena. As hastes menores de outras cores são os macarrões, representando 8 unidades (macarrões verdes) e 3 dezenas (macarrões azuis). O resultado final da operação foi de 0 dezenas (cortadas pela letra X) e 8 unidades.

Nesta ação da professora formadora, podemos reconhecer o conhecimento pedagógico do conteúdo (MIZUKAMI, 2002), o conhecimento didático (GARCIA, 1999), o conhecimento do conteúdo somado ao conhecimento didático do conteúdo e ao conhecimento curricular que, segundo Curi (2005), se resume no conhecimento que o professor disponibiliza para ensinar sua disciplina. Também se pode relacionar esta ação com Ponte (1994) quando afirma que o modo de ensinar é tornar a disciplina compreensível para o aluno.

A professora distribuiu quantidades “aleatórias” de macarrão e pediu que os grupos de alunas contassem e representassem no “ábaco” esses números, utilizando material concreto. Após a contagem dos grupos e a representação no ábaco, um grupo se manifestou:

> A cada nove que nós anotamos na primeira fileira da direita, nós trocamos por uma unidade de baixo que equivale a uma dezena, como nós temos o número cinqüenta e nove, deu cinco na segunda fileira e nove na primeira.

A professora explicou que a troca é feita a cada dez, através da correspondência biunívoca. Em relação à adição do número 59 e o número 54, as alunas precisam perceber quantos grupos de “dez” são possível de serem feitos. Após essa explicação as alunas conseguiram chegar ao resultado final 113. O objetivo da utilização desse tipo de material concreto foi mostrar a idéia do “vai um”. Nele o aluno não opera apenas mentalmente, sendo capaz de construir suas próprias hipóteses sobre o resultado obtido. Para a formadora o trabalho com números direcionado dessa forma é mais significativo e sugeriu, inclusive, o trabalho com sucatas. Na subtração proposta (37 – 29) a formadora observou a dificuldade dos grupos para “retirar sete unidades de nove unidades” e fez a inferência que segue:

> O que vocês têm que fazer. Fazer o inverso, ou seja, passar uma dezena para a unidade, colocar 10 na unidade. Agora vocês tem 7 unidades + 10 unidades retiradas da dezena, portanto, temos 7 + 10 = 17 unidades. Vamos retirar 9 unidades do total de 17 unidades, restaram 8. Vocês têm que retirar, tem que fazer a conta mentalmente, então o que chamam de “ábaco escolar” é muito mais difícil do que vocês trabalharem com “palitinhos”. Esse ábaco é mais fácil.

A professora representou na lousa e afirmou que fazia sentido ficar com 08, isto é, 0 dezenas e 8 unidades.

Após esse discurso, a professora pediu que as alunas colocassem as respostas na lousa. Então, ela foi corrigindo conforme as alunas foram falando, como na citação, a seguir:

> Podemos retirar 2 dezenas de 3 dezenas e sobra 1 dezena. Como temos que retirar de 7 unidades, 9 unidades e não podemos então passamos 1 dezena para as unidades, ou seja, 10 unidades. Desse montão de unidades que temos, vamos retirar 9 unidades ficando com 08. Então 37-29 = 08. Note que tem sentido colocarmos 08, porque não ficou nenhuma dezena e sobraram 8 unidades (P).

A aluna A12 perguntou sobre o uso do material dourado na mesma situação e a professora explicou que o ábaco é mais claro para a aquisição do conhecimento pelo aluno, pois mostra o valor posicional, enquanto o material dourado, embora rico e extremamente útil em sua opinião, não é posicional e lembra o sistema egípcio de numeração.

Quando questionada pela aluna A13 sobre a utilização do material dourado na subtração a professora frisou que é preciso utilizar o material que possa levar à compreensão, pela criança, do valor posicional e lembrou que o material dourado só é posicional se colocado em uma ordem numérica, mas a leitura do número independe da ordem. Neste momento, a professora explicou, por meio de exemplo, o processo americano para a divisão (APÊNDICE B).

A professora formadora traz o MATERIAL DOURADO e explica para as alunas o que compõe esse material, como é feito, onde é encontrado bem como os objetivos a serem atingidos pelas alunas, na relação teoria-prática. Posteriormente, pede que sejam representadas nos cadernos algumas operações simples de adição e subtração como as sugeridas no Apêndice C. Essa atividade foi feita individualmente no caderno e posteriormente discutida entre as alunas.

Nesta aula, a professora utilizou os conhecimentos sobre o “fazer matemático” e os conhecimentos sobre a aprendizagem das noções matemáticas, segundo Curi (2005).

3.4.4 Leitura do excerto do texto Didática da Matemática – Reflexões Psicopedagógicas – Capítulo 5 – O sistema de numeração: um problema didático

O texto "O sistema de numeração: um problema didático", capítulo 5 do livro *Didática da Matemática* de Delia Lerner e Patrícia Sadovsky, foi lido pelas alunas em voz alta e gravado pela pesquisadora perfazendo um total de 4 aulas (Anexo E). Observamos que esse procedimento tornou-se “cansativo”, pois, a professora formadora não fez nenhuma inferência durante essas aulas. O nosso ponto de vista a respeito dessas aulas é que a metodologia adotada pela formadora não permitiu às alunas adquirirem o conhecimento necessário sobre essas pesquisas internacionais na área de Educação Matemática, e sabemos da importância dos conhecimentos que os professores precisam ter para ensinar de pesquisas da área que discutem o ensino de um determinado conteúdo.

Tal afirmação se baseia em um trecho da entrevista dada pela própria professora, quando diz que “haja vista a minha turma deste ano é um pessoal que sabia muito pouco os conteúdos básicos de matemática do ensino fundamental”.

A leitura do texto citado (Anexo E) envolve pesquisas internacionais sobre o papel dos “nós” em que as crianças manipulam as dezenas, centenas, e unidades exatas de mil e depois são capazes de elaborar as escritas dos números nesses intervalos.

As pesquisadoras sugerem que sejam explorados no trabalho docente materiais em que apareçam números em seqüência como a régua e a fita métrica, que são “velhos” conhecidos dos alunos. A proposta é produzir ou interpretar – a ordem é um recurso, sugere um trabalho vivido socialmente pelos alunos, pois, preços, idades, datas ou medidas tornam possível o entendimento em diferentes contextos. As autoras sugerem o trabalho simultâneo a respeito da análise da numeração das ruas, jogo de loteria ou calendários.

Com relação à leitura do texto *A busca de regularidades* as autoras enfatizam que quando o professor consegue estabelecer relações entre diferentes procedimentos, as crianças são capazes de compreender melhor a natureza do sistema de numeração.

No que diz respeito ao texto acima mencionado as aulas foram realizadas apenas com leitura dos mesmos que discutem o conhecimento didático do conteúdo (SHULMAN, 1986) embora pouco explorado, pois, não houve debates. Para Mizukami (2002), a base do conhecimento do professor para o ensino – transformação do conhecimento do conteúdo em formas de atuação pedagogicamente eficazes – não foi trabalhada. Podemos, também, afirmar que o conhecimento do professor não foi construído no processo ensino-aprendizagem de sua formação, como preconiza Garcia (1992).

3.4.5 Descrição das aulas referentes ao Tema Operações com Números Naturais

As aulas do Módulo 2 foram acompanhadas pela pesquisadora que fez as anotações em notas de campo (diário de bordo) e transcrições de fitas de áudio, perfazendo um total de 12 aulas.

Inicialmente foram feitas leituras de textos de Vergnaud, sobre Campo Conceitual Aditivo e Campo Conceitual Multiplicativo, pelas alunas e no final da leitura dos dois textos a professora fez inferências para explicar as idéias do autor.

O texto sobre o Campo Conceitual Aditivo, do pesquisador Gérard Vergnaud (1979), trata sobre a utilização do cálculo relacional (objetos no espaço, quantidades físicas, fenômenos biológicos, sociais e psicológicos) e não apenas do cálculo numérico na resolução de problemas. O autor propõe a “Teoria dos Campos Conceituais” uma teoria cognitivista em que a “ação” seja representada pelos aspectos de “juntar” e “retirar”. O texto refere-se ainda às seis categorias de relações aditivas com seus respectivos exemplos.

O segundo texto, sobre o Campo Conceitual Multiplicativo, do mesmo pesquisador, aborda os cálculos multiplicativos quaternários, pois implica a proporção de duas variáveis, uma em relação à outra.

Após a leitura houve a inferência da professora (APÊNDICE B) para explicar que o resultado da multiplicação tem duas variáveis e uma relação fixa e segundo Vergnaud, o raciocínio multiplicativo é sempre ensinado como uma adição de parcelas iguais e não um raciocínio e se o professor trabalhar apenas isto, o aluno pode não adquirir o conhecimento necessário.

A leitura, de um texto de Vergnaud (1994), que se encontra no Anexo D, sobre a hierarquização dos problemas a respeito de números naturais e números racionais de acordo com três fatores de complexidade cognitiva: estrutura dos problemas, valores numéricos e áreas de experiência, provocaram inferências da professora sobre relações múltiplas e a comparação entre raciocínio multiplicativo e aditivo, comparação estática, configuração retangular, sempre com a utilização de exemplos (APÊNDICE B).

A utilização do produto cartesiano no seu aspecto combinatório recebeu a inferência da professora.

> Esse tipo de problema aparece muito nos livros didáticos, desenhado um monte de shorts, de camisas e combina cada camisa com todos os shorts. Esse raciocínio é combinatório ou cartesiano, porque pode ser mostrado através de coordenadas cartesianas, ou seja, para obter o produto pensando assim (P).

As colocações da formadora estão de acordo com Serrazina (2003), Ponte (1998) e Curi (2005) no tocante ao fato de que para haver o envolvimento do aluno é necessário colocá-lo em situações de reflexões e resolução de problemas, não basta que participe em atividades concretas.

3.4.6 O Ensino das Operações com Números Naturais

Em relação ao tema Operações com Números Naturais a professora formadora desenvolveu a atividade de resolução de quinze problemas durante quatro aulas que foram registradas em notas de campo da pesquisadora e gravações em áudio. A síntese dos problemas propostos, das respostas das alunas e da correção da professora encontra-se no Apêndice B.

Este proporcionou grandes reflexões das alunas, o que corroborou estudos de Ponte (1998), Serrazina (2003) e Curi (2005), para os quais a reflexão sobre situações de ensino é uma maneira de levar o futuro professor à compreensão da prática por meio da reflexão.

3.4.7 Descrição das Aulas Referentes ao Tema 1: Números Racionais

Em relação ao tema Números Racionais as aulas foram apresentadas a partir do segundo semestre e a professora formadora já havia enviado as atividades que seriam trabalhadas em aulas para as alunas durante as férias através da internet por e-mail pessoal.

A professora iniciou as aulas sobre o tema acima relacionado e desenvolveu as atividades que constam no Apêndice D, perfazendo um total de 8 horas aula. A atividade número 2 teve um tempo maior de duração, pois, primeiramente a professora solicitou que as alunas pintassem as colunas da escala Cruisinaire conforme indicações citadas. Na atividade 9 a formadora levou “discos” que já haviam sidos construídos por ela para mostrar para as alunas. Posteriormente solicitou que as alunas construíssem os círculos com a utilização do material “EVA”, comprado em cores diversificadas para melhor identificação das “frações correspondentes”.

Algumas alunas construíram os “círculos” em casa, entretanto, outras construíram durante a aula. Pudemos observar que as aulas destinadas a essas atividades com a utilização dos “círculos fracionários” conseguiram fluir de uma maneira muito espontânea pelas alunas.

Esse tipo de atividade desenvolve a construção do conhecimento didático do conteúdo. Autores como Ponte (1994), Garcia (1992, 1999), Fiorentini, Souza Júnior e Melo (2001) e Curi (2005) enfatizam a importância do conhecimento didático do conteúdo como um fator primordial na formação do professor.

Em relação a esse trabalho é importante salientar a utilização dos números que são múltiplos, pois, as alunas já “conheciam” a sigla M.M.C., embora não soubessem para que servisse “esse tal de mínimo múltiplo comum”. É o caso do saber disciplinar, do saber-fazer e do saber-ser, segundo Tardif (2006), que são adquiridos desde o início da escolarização.

As atividades da primeira unidade eram todas relacionadas a situações problema de divisões em que o resto pode ser subdividido. Novamente o confronto com estas situações remetem a Shulman (1986), Garcia (1992, 1998) e Fiorentini, Souza Júnior e Melo (2001) quanto a conhecimento do conteúdo e conhecimento didático do conteúdo como necessários para que o professor tenha o domínio da disciplina para ensiná-la.

Sobre a NR2, escala Cuisinaire, as alunas primeiramente preencheram a tabela na apostila xerocada utilizando lápis de cor para identificar as respectivas frações e reconhecer as características presentes nas comparações das representações dos números e depois a professora P desenhou a tabela na lousa e foi explicando como colocar as explicações no gráfico (APÊNDICE D). A atividade foi retirada da obra da Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas – CENP – *Atividades Matemáticas*, para a 2ª série, mas atualmente estes conceitos devem ser trabalhados na 3ª série. A partir da leitura do gráfico, a professora observou que o material é muito útil para trabalhar frações e enxergar quantas vezes cabe. A formadora fez uma sugestão para as alunas mandarem a criança trabalhar em cartolina, recortando as partes e verificando quantas vezes cabe, uma atividade que pode ser realizada em grupo de quatro a cinco alunos. Para a professora dizer que cabe significa:

> Ao dizermos que a tira vermelha cabe na tira roxa. <u>A pergunta caber ou cabem, significa dizer um número exato de vezes</u>. Não vale uma vez e meia. [...]. (grifo nosso).

A partir da atividade para verificar quantas vezes cada parte cabe na outra os alunos devem ir preenchendo a tabela proposta na atividade e construindo as frações para aquelas cores que não cabem um exato número de vezes. Depois de completada a tabela a professora propôs a pergunta: "Quantas vezes são?", e a partir dela utilizar as frações da tabela para estabelecer um conceito de fração: "É a divisão em partes exatamente iguais". Coloquem os alunos para descobrirem que cor é fração de quem, ou não é fração de nenhum. É importante que sejam compreendidos os conceitos de múltiplos e divisores.

Neste momento a formadora faz uma sugestão de que a melhor coisa para entender é vivenciar o problema, o que, segundo Curi (2005) e Mizukami (2006), é fazer com que a construção do conhecimento tenha significado para o aluno, com a utilização de materiais, recursos, explicações, ilustrações que tornem o conteúdo compreensível para o aluno.

Sobre a NR3, a professora abordou o fato de que a representação da fração pode ser vista como a divisão do numerador pelo denominador. Então, utilizando as tiras coloridas e cortadas em partes iguais, em número de partes diferentes para cada cor, associar o número de partes em que a tira foi dividida com a representação da fração como, por exemplo, utilizando a tira que foi dividia em três associar um pedaço a 1/3, dois pedaços a 2/3 e assim por diante. A professora fez a inferência:

> A maior dificuldade que a criança tem ao aprender fração é perceber, que se é 1/3 e se juntarmos três correspondentes a 1/3 temos a unidade inteira outra vez. [...] Porque é difícil? Porque ela está trabalhando com uma representação, que usa o número 1 e o número 3. Esse pedaçinho é 1/3 e é menor que a unidade. [...] ela tem que perceber que nós repartimos o inteiro e que juntando os pedaços dá o inteiro. E que dois pedaços juntos são menores que o 1. Um pedaço é menor do que um. Isso é difícil, nós costumamos dizer que isso é um "obstáculo didático" (grifo nosso).

Quanto ao "obstáculo didático" a formadora explicou que o conflito cognitivo existente deve-se ao fato de fazer a criança entender que a unidade pode ser dividida e cada parte é menor que o inteiro, por exemplo, quando dividimos um inteiro em três, como três pedaços viram um? E o que normalmente acontece, segundo a professora, é que passamos por cima desta dificuldade não compreendendo porque a criança não entende. Novamente, a professora propõe que o aluno vivencie a situação por meio de materiais concretos, e deixe que ele resolva este obstáculo. É o conhecimento didático do conteúdo, segundo Shulman (1986).

Foram sugeridas questões, para serem feitas no caderno, pelas crianças sobre as frações de cada parte das fitas, quando pegamos uma parte, duas e sobre o que fica restando. Quando não resta nada é porque foi tomado inteiro, quer dizer a criança pegou todas as partes do inteiro. A formadora também comentou sobre a leitura das frações com denominadores maiores que dez como 8/12 avos. Também foi aconselhado que fosse repetida a operação para um número variado de partes, pois a criança precisa deste processo para a fixação. Para tanto, a formadora deu vários exemplos que se encontram no Apêndice D.

Em relação NR4, a professora utilizou exemplos para mostrar frações equivalentes, reforçando que frações equivalentes são aquelas que representam a mesma quantidade, pontuando o fato que frações equivalentes menores correspondem ao mínimo múltiplo comum (MMC) enfocando que este conteúdo não é mais ensinado de 1ª a 4ª séries, só o trabalho com equivalência. O trabalho com MMC deve acontecer na 5ª série, mas o conceito de equivalência bem fundamentado facilita o entendimento do MMC nas séries futuras, pois segundo a formadora é o método mais didático para este entendimento. A professora também deu vários exemplos usando frações diferentes.

Quanto à construção de gráficos de setores ("gráfico de pizzas"), a professora fez a colocação sobre sua construção a partir de frações, usando a conversão das frações em graus. Neste momento a pesquisadora fez uma inferência sobre esta construção:

> Nesse caso, os alunos já têm todas as noções de geometria, como é para fazer esse trabalho sobre graus?

A formadora respondeu que, se o aluno não tiver noções de geometria, a professora deve ir ensinando o aluno a utilizar o compasso e o transferidor com o auxílio de caixinhas com círculos divididos em partes, o que promove a visão de geometria e a noção de estatística. Ela também sugeriu utilizar os dados do problema para construir uma tabela e, a partir desta tabela, fazer o gráfico de setores.

Com relação ao planejamento familiar (NR5) a professora sugere que este tipo de questão fosse trabalhado para que os alunos (principalmente os da Educação de Jovens e Adultos - EJA) comecem a planejar os gastos a partir do rendimento que possuem, usando novamente a vivência do aluno para a concretização do processo ensino-aprendizagem.

A relação parte-todo (NR7) também foi enfocada pela professora com referência a porcentagem como sendo uma fração com denominador 100 e a seguir encontrando a fração equivalente, o que facilita a compreensão.

Sobre a leitura da NR8 a professora formadora comentou sobre as três interpretações das frações que podem ser exploradas nos anos iniciais: a fração como relação entre número de partes e total de partes; o quociente; e o índice comparativo entre duas quantidades de uma mesma grandeza, isto é, uma razão. Neste momento fez a seguinte inferência:

> Nós estamos trabalhando com três características da fração, que são exatamente as mesmas, mas os significados são diferentes, e é isso muitas vezes que torna a fração complicada (P).

Ao realizar as atividades da NR9, sobre *Jogos com Frações* de Cristina Maranhão, a formadora sugeriu que as alunas ao aplicarem as atividades não mandem os alunos escreverem, mas sim contar as peças e descobrir o número de partes em que foi dividida, sem escrever a fração e trabalhando dois círculos de cada vez. A professora também explicou que é importante frisar em quantas partes foi dividida a pizza e que a fração só pode existir se as partes forem iguais. Então os alunos devem recortar o material e formar um círculo com as partes. Para a equivalência de fração, a professora sugeriu que, para cada fração proposta, as alunas multipliquem por números diferentes e observem a equivalência.

Quanto a trabalhar frações a professora observa:

> Para trabalhar inicialmente fração, apenas no concreto é um trabalho demorado. Porque, primeiro você trabalha a própria fração, como é que coube no inteiro, quantas peças é preciso para cobrir o inteiro.

O trabalho com racionais desenvolvido no curso permitiu aos alunos vivenciar experiências de aprendizagem e nos remete a Serrazina (2003, p. 68), “os cursos de formação de professores devem ser organizados de modo a permitir-lhes viver experiências de aprendizagem que se quer que seus alunos experimentem e que constituam um desafio intelectual".

3.4.8 Descrição das Aulas Referentes ao Tema 2: Corpos Redondos e Poliedros

Em relação ao tema Corpos Redondos e Poliedros as aulas foram apresentadas a partir do segundo semestre sendo que a professora formadora já havia enviado as atividades que seriam trabalhadas em aulas para as alunas durante as férias através da internet por e-mail pessoal. A professora iniciou as aulas sobre o tema acima relacionado no início do mês de setembro e desenvolveu além da leitura em sala de aula a respeito do texto Geometria – Introdução, as atividades SG 1 e SG 2, perfazendo um total de 8 horas aula.

Sobre esse tema é importante relatarmos a preocupação da professora formadora no que tange conteúdos geométricos, uma vez que as alunas ou desconheciam o tema ou conheciam muito pouco. Faltava-lhes, segundo Tardif (2006), o saber temporal que é o saber proveniente da formação escolar anterior. Tanto a atividade SG 1, quanto a atividade SG 2, foram desenvolvidas em sala de aula. Em relação à atividade SG 1, a formadora levou o seu material concreto dentro de uma caixa que continha vários sólidos para mostrar as alunas. Também levou as "massinhas de modelar" e "caixas de fósforos grandes" para que as alunas construíssem os sólidos geométricos que quisessem.

Explicou minuciosamente mostrando o sólido geométrico sobre a diferença entre poliedros e corpos redondos. As alunas levantaram-se da carteira e escolheram os sólidos, apenas poliedros, a seu pedido e também pegaram certa quantidade de palitos de fósforo e massinha de modelar. Pediu que construíssem baseadas nos sólidos que pegaram as arestas e os vértices. Após a construção desses sólidos deveriam preencher a tabela que constava na atividade conforme Anexo A.

Durante a explicação da tabela solicitada a professora fez as devidas inferências. Em relação à atividade SG 2, a formadora também levou o material para as alunas fazerem as planificações e entenderem a diferença entre área e perímetro.

Percebemos que essa atividade pode proporcionar momentos para as alunas (futuras professoras) vivenciarem posteriormente em seu cotidiano escolar essa relação teoria-prática. Estabeleceu a diferença entre áreas e perímetros apenas dos Prismas e das Pirâmides. Assim como na atividade SG 1, para essa atividade também levou o material concreto. As alunas precisavam “carimbar” as faces dos sólidos para posteriormente entender o modelo de Prisma e Pirâmide. A professora deixou claro que as alunas podiam colocar em posições diferentes que as planificações seriam as mesmas. Também solicitou as alunas que quando a figura não estivesse montada, deveriam montá-las. Cada aluna fez a planificação em seu caderno.

Estas ações estão de acordo com Garcia (1992), que propõe que o saber do professor se constrói durante o processo ensino-aprendizagem de sua formação.

Após a leitura do texto "A Geometria – Introdução" a professora procurou conceituar poliedros e corpos redondos por meio de características concretas.

Para a atividade "Montando 'esqueletos' de poliedros", a formadora levou uma “caixa” contendo diversos sólidos geométricos, entre eles “corpos redondos” e “poliedros”. Para essa atividade dividiu a sala em grupos de alunos e solicitou que cada grupo escolhesse um tipo de sólido que poderia ser apenas poliedro. Com a utilização de palitos e massinhas construiriam os respectivos esqueletos. O intuito da professora foi que as alunas descobrissem o número de vértices e arestas de cada sólido construído. Após o término as alunas preencheram a tabela sobre “prismas e pirâmides” (Anexo A).

A sugestão para construção de “esqueletos” de poliedros foi a seguinte: com as crianças as alunas deveriam propor a construção de sólidos com argila ou massa de modelar, pois a manipulação facilita a percepção da forma. Do material levado pela professora, as alunas podiam escolher o tipo de sólido e deveriam trabalhar com palitos de fósforo e massinha para a descoberta de vértices e arestas, aproveitou para explicar o que é comprimento, largura e altura dos poliedros e também a diferença entre figura bidimensional e tridimensional.

Quanto ao reconhecimento das figuras geométricas a formadora sugeriu que as alunas usassem modelos de objetos conhecidos como caixinha de leite, lata de óleo, bola, chapéu de bruxa. Ela aproveitou o exemplo da caixinha de leite para conceituar prisma regular, e as partes como base, faces laterais e deu exemplos de outros tipos de prisma como o cubo e o prisma de base triangular, pentagonal, hexagonal.

Na seqüência fez colocações sobre pirâmides e paralelepípedos e sobre as diferenças entre quadrado e cubo e como pode ser colocado para a criança. Neste momento a formadora fez a seguinte advertência:

> Você vai trabalhar isso depois que o aluno já visualizou e sabe distinguir um objeto do outro, você pode mandar contar quantas arestas têm, quais são os vértices, de forma de preferência gostosa. Doces de leite são modelos de bloco retangular, você vai encontrar muitas coisas gostosas, pode levar uma caixa de suco e quando chegar na 4ª série e vai pedir perímetro e área você pode levar uma caixa de leite, calcular o volume que tem dentro, na 5ª série vai trabalhar com coisas que o aluno tem uma relação para lembrar. [...] Quando você for dar as propriedades, elas já enxergaram um monte de coisas. [...] Outra coisa muito interessante para trabalhar com figura geométrica é o geoplano. Você faz um quadrado de madeira e põe um monte de “preguinhos” mantendo a mesma distância.

Todas as atividades e explicações da professora levam ao conhecimento didático ou pedagógico do conteúdo (GARCIA, 1999; MIZUKAMI et al., 2002).

De acordo com Mizukami (2006), a formação de professores para os anos iniciais, quanto ao ensino de Matemática deve mobilizar o desenvolvimento de habilidades, atitudes e formas para melhorar o trabalho docente, na tomada de decisões sobre quais conteúdos e estratégias são mais importantes para os professores serem capazes de aprender com sua própria prática. As atividades são utilizadas na construção do conhecimento e devem dar significado ao aprendizado e não servirem para memorizar idéias ou procedimentos.

A respeito da planificação com o objetivo de ensinar área e perímetro, a professora trouxe, para a sala de aula, diversos sólidos para as alunas fazerem os respectivos “carimbos”. Ela explica que “carimbar” o sólido é o mesmo que “planificar” o sólido. As alunas carimbaram todas as faces dos sólidos escolhidos por elas. Embora fossem colocadas de maneiras diferentes as planificações ficavam iguais para o cálculo de área e perímetro. A professora pediu para as alunas escolherem tanto prismas quanto pirâmides. Segundo a professora para que o trabalho docente fosse significativo era importante para as crianças dos anos iniciais terem o “molde” e contornar as linhas com caneta grossa. Complementou dizendo que “carimbar” a figura é medir o contorno e que perímetro é a medida do contorno.

A mesma figura pode ter três planificações diferentes (APÊNDICE E) e desenha na lousa uma pirâmide de base quadrangular em três posições diferentes, fazendo observações sobre o perímetro da figura:

> O perímetro é a medida do contorno da figura, ou seja, partimos de um ponto damos a volta na figura e retornamos ao mesmo ponto. Nessa planificação da pirâmide de base quadrangular temos três planificações diferentes de uma mesma figura. Suponhamos que seja um quadrado de lado 2 cm e altura 5 cm. O perímetro é 22. O perímetro em alguns livros de matemática é indicado por 2P. Não precisa usar 2P. Vocês podem escrever perímetro. No caso 22 é a unidade usada (P).

A professora deu exemplos com outras medidas para o cálculo de perímetro com planificações diferentes e explicou que o perímetro era apenas da planificação e não do sólido geométrico e que na verdade os "lados" são os contornos da figura.

A formadora sentia necessidade de aprofundar os conhecimentos matemáticos da Educação Básica.

Neste ponto nos remetemos a Serrazina e Monteiro (2002) quando afirmam que os formadores precisam levar em conta o conhecimento matemático adquirido pelos futuros professores durante a educação básica.

A seguir, explicou que área é a medida da superfície, ou melhor, quantas unidades de área cabem nessa superfície? Posteriormente disse que a área depende da unidade adotada. A professora tinha uma “caixa de fósforos grande” e desenhou na lousa. Disse que para medir o plano, devemos usar o plano e para medir a superfície usamos a unidade de área. Deu o exemplo da caixa de fósforos grande e a pesquisadora deu como exemplo a borracha da Universidade Metodista como duas unidades de área.

Essa aula foi bastante interessante, pois a lousa da sala de aula facilitou os desenhos feitos pela professora como se fosse papel quadriculado. Ela perguntou como se calculava a área de um retângulo desenhado na lousa. A aluna respondeu: base X altura, então disse que “ficou decorado” sem saber por que decorou e fez um retângulo de medidas 3 x 6 = 18 u.a. (APÊNDICE E). Utilizou o “raciocínio multiplicativo”.

A professora explicou que para medida de superfície deve constar a unidade de medida de área.

Ao ensinar a noção de área da superfície do paralelogramo, a formadora aprofundou os conhecimentos matemáticos das alunas sobre o paralelogramo.

> A altura do paralelogramo é a distância de um lado ao outro. Dois lados paralelos. Quando temos um paralelogramo podemos não saber onde está a altura, temos que considerar a distância de dois lados paralelos e continua sendo base vezes a altura. Ao trabalhar com figuras como o paralelogramo, deve fazer no papel quadriculado, mandar recortar o pedaço, colar do outro lado, quadricular a figura para o aluno enxergar que a área do paralelogramo é igual a do retângulo (P).

Quanto à área do triângulo, a professora mostrou que esta figura é metade de um retângulo ou do paralelogramo e, a partir daí, propôs o cálculo da área mostrando o que é base e altura para o triângulo. Quanto à maneira de ensinar os alunos dos anos iniciais, propôs que a figura seja manipulada sem falar a fórmula, fazer o desenho no papel quadriculado e tentar contar até que o aluno perceba que a área do triângulo é metade daquela do paralelogramo, contar quantos quadradinhos cabe em cada um. Comparar também o triângulo com o retângulo e enxergar que é metade.

Com esta abordagem a formadora estabelece relações entre os conhecimentos matemáticos e os conhecimentos ensinados.

Usando a lousa da sala de aula, que é “quadriculada”, cor verde, a professora foi propondo medir a superfície das figuras apresentadas, sempre desenhadas em papel quadriculado para facilitar a compreensão. Assim ela desenhou várias figuras algumas delas irregulares, como as que se encontram no Apêndice E, outras regulares como o trapézio.

Ela ensinou, a seguir, o seguinte artifício:

> O artifício, ou segredo é o seguinte: é transformar a figura dada, em uma figura que eu saiba fazer. Eu não sei fazer vezes, eu tento arrumar um jeito de achar uma figura que eu saiba. Porque eu sei transformar em vários triângulos, mas ai eu preciso conhecer as medidas, por isso que a gente tenta dobrar, porque ai eu tenho medidas mais seguras. Agora, isso é para

> vocês. Porque se vocês têm essa noção, para vocês explicarem para o aluno, vocês farão o aluno chegar nessa idéia. Vocês não vão dar essa idéia vocês vão induzindo o aluno. Começar concretamente, porque contar ”quadradinhos” é uma maneira concreta de se obter a área, e levar o aluno a perceber que existem formas de obter. O próprio aluno de tanto contar quadradinhos em retângulo, acaba descobrindo, que se multiplicar chega ao resultado.

Em seguida, propôs a planificação de um prisma utilizando uma caixa de pasta de dentes que pode ser desmontada. Após explicar a planificação da caixa a professora observou:

> Calcular cada retângulo e somar ou somar os pedaços e calcular a área do retângulo todo. [...] Você começa a fazer na 4ª série quando a criança começar a ter algum contato com número decimal. É mais comum na 5ª série, na 4ª série trabalhamos com medidas mais inteiras, porque eles ainda não têm uma vivência grande com números decimais. [...] Às vezes para o aluno é mais fácil calcular cada uma e depois somar. Vai demorar, mas depois de fazer três ou quatro vezes percebe que a área total é a área do retângulo grande. Ao invés de fazer cada um, faz uma conta apenas.

Então, a professora pediu que fizessem a planificação de um prisma de base triangular que pode ter todos os lados iguais ou mesmo ser um triângulo retângulo e, em todos os recursos utilizados é o mesmo, colocar os dois triângulos juntos para formar um paralelogramo e o aluno enxergar a superfície.

Na entrevista, a formadora respondeu que:

> As alunas fazem grande confusão com área e perímetro e volume inclusive. Às vezes elas compreendem como se calcula, mas quando você pede uma explicação sobre o que é a área, o que é o perímetro, a confusão é total. [...] Com relação às minhas alunas, não sabiam mesmo, a maioria delas não sabia nada de geometria. [...] Eu acredito que elas não aprenderam o que gostaria que tivessem aprendido.

Nestas atividades pudemos observar a preocupação da professora formadora com o conhecimento da disciplina, que segundo Fiorentini, Souza Júnior e Melo (2001) é fundamental para que o professor construa seu próprio currículo; assim como com a transformação do conhecimento adquirido em conhecimento matemático para ser transmitido aos alunos, segundo Ponte (1994).

Além destes autores podemos citar o pensamento de Curi (2005) sobre a importância de estudar nos cursos de formação o objeto de ensino do professor.

3.4.9 Descrição das Aulas Referentes ao Tema 3: Área, Perímetro e Volume

A atividade dos palitos foi desenvolvida durante 2 horas aula e a formadora desenhou várias figuras na lousa e pediu que fossem desenhadas com palitos: com dois - um ângulo reto, com quatro - um quadrado, com seis - um quadrilátero sem ângulos retos, assim como um retângulo e um quadrilátero sem lados paralelos, com cinco um quadrilátero sem lados paralelos e outro quadrilátero com apenas dois lados paralelos (APÊNDICE E).

Segundo a professora esta atividade faz com que o aluno perceba a medida dos lados e também que existem outras possibilidades para as figuras geométricas.

Em seguida, para trabalhar os conceitos de perímetro e área a professora passou à atividade do Tangram (APÊNDICE E). A primeira proposta foi a construção de um tangram usando uma folha de papel sulfite e dobraduras que foram sendo ensinadas passo a passo para as alunas.

Depois começou a ensinar as medidas das figuras usando as unidades de áreas que são as figuras formadas pelo tangram, iniciando pelo uso do lado do triângulo pequeno. As medidas foram anotadas em uma tabela (APÊNDICE E). Para medir o perímetro ensinou a medir o contorno aproximando o número de unidades que cabia em cada lado das figuras medidas. Então fez o seguinte comentário:

> <u>É um pouco complicado, mas a idéia é que toda vez que queremos medir alguma coisa, iremos comparar o objeto que queremos medir com outro objeto que é a unidade escolhida.</u> Por exemplo, podemos medir a lousa da sala de aula usando como unidade de medida “um palmo”, vamos colocando os palmos e contando e comparamos o comprimento da lousa quantos palmos cabem. Nas séries iniciais, vamos introduzindo os nomes, por exemplo, paralelogramo, é um nome difícil, muito devagar e vai chegar o momento que o aluno reconhece a figura. (grifo nosso).

Na atividade seguinte as alunas deviam utilizar a área do quadrado inicial do Tangram utilizando as figuras formadas dentro do Tangram. As medidas também foram anotadas em uma tabela (APÊNDICE E). As alunas concluíram que as três figuras medidas possuíam a mesma área, isto é, a unidade de medida usada era repetida o mesmo número de vezes em cada uma delas.

Esta parte sobre cálculo de área foi encerrada com uma atividade utilizando um quadrado composto por quatro palitos como unidade de medida e foi desenvolvida na lousa com desenhos feitos pela professora, utilizando o cálculo de perímetro e área. Para terminar fez a seguinte inferência:

> Se tiver o mesmo perímetro nem sempre tem a mesma área. Não estamos fazendo "contas", estamos colocando um sobre o outro, para entender a diferença entre área e perímetro. A área é a medida da superfície e o perímetro é a medida do "contorno", não se mede o perímetro, <u>cuidado porque os livros didáticos trazem "soma dos lados</u>" (grifo nosso).

Para ensinar o volume a professora utilizou a figura de um cubo e fez as atividades com ela. Para tanto, trouxe para a sala de aula jornais para as alunas (futuras professoras), construírem seis quadrados de 10 cm de lado e seis quadrados de 1 m de lado. Posteriormente construíram também com jornais cubos de 10 cm de largura, altura e comprimento e finalmente construíram um cubo com volume 1 m^3.

Observamos que essa atividade pode proporcionar momentos de muita "descontração" entre as alunas por dois motivos: eram as últimas aulas do ano e a construção do conceito de volume ocorreu de maneira significativa. Algumas alunas desconheciam volume de um cubo.

A formadora, para desenvolver essa atividade, denominou de "cubão", pois anteriormente as alunas haviam feito alguns cubos ("cubinhos"). Todas as alunas participaram da construção dos cubos e também participaram de forma efetiva do cálculo do volume do cubo, porque a formadora solicitou que o grupo todo ficasse em "pé" em volta dela, auxiliando-a para colocar os "cubinhos" que haviam construído dentro do "cubão".

A participação da pesquisadora foi muito importante durante esse trabalho de construção, embora tenha sido apenas de "observação" de todas as atividades.

A professora iniciou a aula discutindo com as alunas o perímetro e a área e estabeleceu o conceito de unidade e de seus múltiplos e submúltiplos, deixando bem claro que unidade de medida não tem necessariamente que ser o metro, mas sim qualquer medida que tomarmos como padrão, e para melhor entendimento citou vários exemplos.

Quando iniciou a atividade sobre volume pediu que as alunas montassem os quadrados menores feitos em aulas anteriores para formar um metro quadrado. Então, utilizando o metro quadrado que as alunas haviam feito com os quadrados ensinou-as a fazer as medidas do cubo para calcular o volume. Neste momento, citou o exemplo da caixa d'água que pode ser encontrada em metros cúbicos ou litros. Ao pedir que preenchessem o cubo maior com os cubinhos menores mostrou que o *volume* é o que vai caber de unidades dentro do cubo. Daí concluiu a fórmula para o cálculo do volume do cubo e generalizou o procedimento para outras figuras como paralelepípedo. Deu, em seguida, a seguinte sugestão. Nesta observação a professora se refere à Vergnaud (1994) sobre os raciocínios multiplicativos:

> Quando vocês forem trabalhar isso com os alunos, vocês não vão fazer uma experiência, vocês têm que fazer uma grande variedade, com várias caixas diferentes, várias unidades, exemplo, o dadinho, uma peça de dominó, brinquedos que vocês tenham disponíveis como unidade para saber quantos cabem dentro da caixa ir criando, inventando uma forma de calcular essa quantidade. Automaticamente eles vão perceber que é o raciocínio retangular. Produto é um dos raciocínios multiplicativos e para descobrir quantas placas iguais cabe basta multiplicar pelo valor da altura (P).

Aproveitou para terminar a aula estabelecendo a relação entre o metro cúbico e o litro estabelecendo que 1 dcm^3 = 1 litro (APÊNDICE E).

Podemos notar que as atividades deste item foram realizadas dentro de uma linha de pensamento que está em concordância com Shulman (1986) no desenvolvimento das três vertentes do conhecimento e com Curi (2005) quanto ao tornar o fazer matemático o objeto de ensino.

Quanto ao desenvolvimento das três vertentes de Shulman desenvolvidas no curso de Pedagogia analisado, na entrevista, a formadora respondeu que

> [...] acredito que nós trabalhamos as três vertentes, trabalhamos o conhecimento do conteúdo propriamente dito da disciplina, o conhecimento didático e discutimos os Parâmetros Curriculares, que seria uma forma de estarmos discutindo o que seria o conhecimento do currículo (P).

3.5 Considerações finais sobre o capítulo

A análise, do acompanhamento das aulas, das anotações realizadas e da entrevista da formadora à luz das teorias estudadas, nos levou à conclusão que durante o curso foram desenvolvidos conhecimentos matemáticos, conhecimentos didáticos dos conteúdos matemáticos e conhecimentos curriculares.

Em alguns momentos, a formadora centrou mais nos conteúdos curriculares e em outros momentos desenvolveu imbricadamente conhecimentos matemáticos e conhecimentos didáticos do conteúdo matemático

Embora as teorias estudadas tratem desses tipos de conhecimento de forma mais fragmentada, na prática da formação eles precisam ser desenvolvidos de forma articulada.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No início de nossa pesquisa tínhamos a proposta de responder a duas questões. Os estudos teóricos e a pesquisa sobre as ementas do curso de Pedagogia permitiram responder a questão: Quais são os conhecimentos relativos à Matemática e seu ensino apresentados em ementas de cursos de Pedagogia?

Ao fazermos a pesquisa sobre as ementas dos cursos de Pedagogia disponibilizadas na Internet, pudemos perceber que a grande maioria prioriza as questões metodológicas do ensino de Matemática como essenciais à formação dos professores das séries iniciais do Ensino Fundamental.

Quanto ao conhecimento sobre os conteúdos Matemáticos nos cursos de Pedagogia pudemos constatar que os temas mais freqüentes foram números e operações, espaço e forma e grandezas e medidas e as ementas não permitem identificar os conteúdos trabalhados nas disciplinas. Algumas ementas são genéricas quanto ao foco nos conhecimentos didáticos dos conteúdos matemáticos.

Além disso, as disciplinas que aparecem são bastante variadas e as ementas trazem indicações muito amplas quanto aos temas matemáticos e didáticos.

Em relação aos conhecimentos didáticos dos conteúdos matemáticos, a maioria das grades curriculares apresenta a disciplina “Metodologia do Ensino de Matemática” que parecem não discutir o conhecimento didático propriamente dito de acordo com as estratégias indicadas e os recursos didáticos utilizados.

Nas bibliografias analisadas não há referências a pesquisas como, por exemplo, sobre o ensino de número como a de Delia Lerner, sobre o ensino de operações como a de Vergnaud e outras.

Como essa primeira parte do estudo era vaga e nos interessava um estudo mais aprofundado, com a finalidade de investigar os conhecimentos Matemáticos e o ensino de Matemática desenvolvidos nos cursos de Pedagogia, analisamos a pesquisa de campo. O estudo de caso realizado permitiu responder à questão: Quais os conhecimentos relativos à Matemática que são abordados no curso de Pedagogia e como estes são desenvolvidos?

O curso escolhido para ser analisado apresenta a disciplina Metodologia do Ensino Fundamental II: Matemática e Ciências, com uma carga horária anual de 140 h/a e proposta para aumentar para 280 h/a, em sua ementa encontramos destaque para a análise de tendências atuais do Ensino da Matemática e fundamentos da prática baseados na função social do conhecimento matemático.

O perfil dos alunos do curso de Pedagogia analisado é de um grupo heterogêneo, com interesses bem diferentes: parte está ali para se especializar na profissão de educador e parte somente para obter um diploma universitário, sem maiores interesses na educação.

Os conhecimentos matemáticos do Ensino Fundamental dessas alunas (futuras professoras) eram precários, tornando a turma bastante fraca e que dificilmente atingiria o patamar pretendido em um tempo curto de aprendizado. Esta fragilidade de conhecimentos fica clara na infantilidade do grupo, que utiliza o material concreto das aulas como “brincadeira” e não consegue ligá-los com o conteúdo a ser explorado por ele.

Com relação aos conhecimentos matemáticos abordados no curso de Pedagogia analisado, podemos dizer que são aqueles que a professora elegeu como os que as alunas teriam maior dificuldade tanto com relação a conteúdo como com relação aos procedimentos metodológicos.

Os procedimentos se baseiam nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), e em pesquisas como as de Vergnaud e Lerner e são desenvolvidos de modo a contemplar as três vertentes do conhecimento propostas por Shulman: conhecimento do conteúdo da disciplina, conhecimento didático do conteúdo da disciplina e conhecimento do currículo. Porém, por limitações de nosso estudo não podemos fazer afirmações sobre se as alunas do curso analisado saem com fundamentação sólida nas três vertentes para se tornarem boas professoras de Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Porém, devemos ressaltar a importância de uma proposta pedagógica bem estrutura e bem desenvolvida, nos cursos de Pedagogia, para a formação dos futuros professores das séries iniciais do Ensino Fundamental que além de dominar a metodologia do ensino da Matemática precisam também dominar conceitos e procedimentos básicos.

Vale a pena destacar ainda que a formação da professora formadora permitiu essa abordagem do curso. Um formador com domínio dos conteúdos matemáticos e uma formação sólida nessa área do conhecimento, mas também que, durante o curso de Mestrado em Educação Matemática, teve acesso às pesquisas recentes sobre o ensino dos conteúdos matemáticos básicos e também tem uma visão clara de documentos curriculares, têm mais possibilidades de uma atuação que trata imbricadamente as três vertentes do conhecimento do professor destacadas por Shulman.

O trabalho realizado permitiu uma reflexão sobre os problemas que tenho encontrado com relação à aprendizagem matemática dos alunos que iniciam as 5ª séries. A preocupação inicial que tinha sobre os conhecimentos matemáticos dos professores dos anos iniciais que me levou a essa pesquisa, permitiu identificar algumas pistas para a formação desses professores no tocante ao ensino de matemática.

Conforme a literatura estudada e a pesquisa realizada, foi possível concluir que para haver um adequado ensino de Matemática nos anos iniciais, é preciso que o curso de formação inicial ofereça oportunidades para consolidar e aprofundar, de forma articulada, o conhecimento dos conteúdos matemáticos, didáticos desses conteúdos e conhecimento do currículo de matemática. Além disso, desenvolver atividades práticas que possam levar aos professores a reflexão e teorias que as fundamentem.

O curso de formação deve também proporcionar oportunidades para que os alunos (futuros professores) compreendam a natureza da matemática e suas aplicações, bem como devem levar em conta as experiências anteriores dos professores e favorecer a discussão e reflexão de sua própria experiência, para que o ensino e a aprendizagem de matemática sejam significativos.

REFERÊNCIAS

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa**. Tradução de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos, Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto, 1994.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional:** Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Brasília, 1996. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/ldb.pdf>. Acesso em: 29 jul. 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais:** matemática: ensino de primeira à quarta série. Brasília, 1997.

BRASIL. **Lei nº 10.172, de 9 de janeiro de 2001.** Aprova o Plano Nacional de Educação e dá outras providências. Brasília, 2001. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/pne.pdf>. Acesso em: 30 jul. 2006.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. **Estatísticas dos professores no Brasil.** Brasília, 2003. Disponível em: <http://www.sbfisica.org.br/arquivos/estatisticas_professores_INEP_2003.pdf>. Acesso em: 30 jul. 2006.

CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. **Parecer CNE/CP nº 9, de 8 de maio de 2001.** Institui diretrizes curriculares nacionais para a formação de professores da educação básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Brasília, 2001. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/009.pdf>. Acesso em: 30 jul. 2006.

CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. **Resolução CNE/CP nº 1, de 18 de Fevereiro de 2002.** Institui diretrizes curriculares nacionais para a formação de professores da educação básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Brasília, 2002. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/res1_2.pdf>. Acesso em: 30 jul. 2006.

CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. **Resolução CNE/CEB nº 1, de 20 de agosto de 2003.** Dispõe sobre os direitos dos profissionais da educação com formação de nível médio, na modalidade Normal, em relação à prerrogativa do exercício da docência, em vista do disposto na lei 9394/96, e dá outras providências. Brasília, 2003. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rceb01_03.pdf>. Acesso em: 29 jun. 2006.

CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. **Parecer CNE/CP nº 5, de 13 de dezembro de 2005.** Diretrizes Curriculares Nacionais para o Curso de Pedagogia. Brasília, 2005. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/pcp05_05.pdf>. Acesso em: 29 jun. 2006.

CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. **Resolução nº 1, de 15 maio de 2006.** Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para o Curso de Graduação em Pedagogia, licenciatura. Brasília, 2006. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rcp01_06.pdf>. Acesso em: 29 jun. 2006.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. **Censo da educação superior 2006.** Disponível em: <http://www.inep.gov.br/superior/censosuperior/>. Acesso em: 30 jul. 2006.

CARRAHER, T. N. (Org.). **Aprender pensando.** Petrópolis: Vozes, 1989.

CURI, E. **Formação de professores polivalentes:** uma análise de conhecimentos para ensinar matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. 2004. 278 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

CURI, E. **A matemática e os professores dos anos iniciais.** São Paulo: Musa, 2005. (Biblioteca Aula Musa Educação Matemática, 2).

DUARTE, S. G. **Dicionário brasileiro de educação.** São Paulo: Nobel, 1986.

ERMEL INSTITUT NATIONAL DE RECHERCHE PEDAGOGIQUE. **Apprentissages numériques.** Paris: Hatier, 1991.

FIORENTINI, D.; SOUZA JÚNIOR, A. J.; MELO, G. F. A. Saberes docentes. In: GERALDI, C. M. G.; FIORENTINI, D.; PEREIRA, E. M. A. (Orgs.). **Cartografias do trabalho docente:** professor (a) – pesquisador(a). Campinas: Mercado das Letras, 2001. p. 307-335. (Coleção Leituras do Brasil).

FIORENTINI, D. et al. Formação de professores que ensinam Matemática: um balanço de 25 anos de pesquisa brasileira. **Revista Educação em Revista:** Dossiê Educação Matemática, Belo Horizonte, v. 36, p. 137-160, 2002.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática:** percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

GARCIA, C. M. Como conocem los profesores la materia que enseñam: algunas contribuciones de la investigación sobre conocimiento didactico del contenido. In: LAS DIDÁCTICAS ESPECÍFICAS EN LA FORMACIÓN DEL PROFESORADO, 6-10 de julio 1992, Santiago. Disponível em: <http://prometeo.us.es/idea/ miembros/01-carlos-marcelo-garcia/archivos/Como%20conocen.pdf>. Acesso em: 30 jul. 2006.

GARCIA, C. M. Pesquisa sobre formação de professores: o conhecimento sobre aprender a ensinar. **Revista Brasileira de Educação**, n. 9, p. 51-75, 1998.

GARCIA, C. M. **Formação de professores:** para uma mudança educativa. Tradução Isabel Narciso. Porto: Porto, 1999. (Coleção Ciências da Educação Século XXI).

JESUS, S. N. Professor generalista e escola inclusiva. Dois conceitos enquadrados num novo modelo de organização dos apoios educativos. In: **Ensaios em Homenagem a Joaquim Ferreira Gomes**. Coimbra: Minerva, 1998. p. 415-420.

LERNER, D.; SADOVSKY, P. O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (Orgs.). Trad. Jean Acuña Llorens. **Didática da Matemática:** reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. p. 73-155.

LOPES, C. A. E. **O conhecimento profissional dos professores e suas relações com a estatística e probabilidade na educação infantil.** 2003. 290 f. Tese (Doutorado em Educação)–Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, J. E. D. A. **Pesquisa em educação***:* abordagens qualitativas. São Paulo: EPD, 1986.

MIZUKAMI, M. G. N. et al. **Escola e aprendizagem da docência:** processos de investigação e formação. São Carlos: EdUFSCar, 2002.

MIZUKAMI, M. G. N. Docência, trajetórias pessoais e desenvolvimento profissional. In: REALI, A. M. M. R.; MIZUKAMI, M. G. N. **Formação de professores**: tendências atuais. São Carlos: UFSCAR, 2003. p. 59-91.

MIZUKAMI, M. G. N. Aprendizagem da docência: conhecimento específico, contextos e práticas pedagógicas. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. (Orgs.). **A formação do professor que ensina matemática**: perspectivas e pesquisas. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p. 213-231.

OLIVEIRA, H.; PONTE, J. P. Investigação sobre concepções, saberes e desenvolvimento profissional dos professores de Matemática. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 1997, Lisboa. **Actas...** Lisboa:

APM 1997. p. 3-23. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/ artigos_pt.htm>. Acesso em: 26 jul. 2006.

PONTE, J. P. O desenvolvimento profissional do professor de Matemática. **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 31, p. 9-12, 1994. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm>. Acesso em: 26 jul. 2006.

PONTE, J. P. Da formação ao desenvolvimento profissional. In: PROFMAT 98 - ENCONTRO NACIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA, 1998, Lisboa. **Actas...** Lisboa: APM, 1998. p. 27-44. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm>. Acesso em: 26 jul. 2006.

ROSA, M. V. F. P. C.; GONZALEZ, M. A.; ARNOLDI, C. **A entrevista na pesquisa qualitativa:** mecanismos para validação dos resultados. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **Resolução SE nº 119, de 7 de novembro de 2003.** Dispõe sobre o processo de atendimento à demanda de alunos do Curso Normal das escolas estaduais, em 2004. São Paulo, 2003. Disponível em: <http://lise.edunet.sp.gov.br/sislegis/pesqpalchav.asp?assunto=52>. Acesso em: 30 jul. 2006.

SCHÖN, D. A. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. (Org.). **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992. p. 78-91.

SCHÖN, D. A. **Educando o profissional reflexivo**: um novo design para o ensino e a aprendizagem. Tradução Roberto Cataldo. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 2000.

SERRAZINA, L.; MONTEIRO, C. **Professores e novas competências em matemática no 1º ciclo**. 2002. p. 1-17. Disponível em: <http://fordis.ese.ips.pt/ conumero/textos/novas_comp_prof.pdf.>. Acesso em: 30 jul. 2006.

SERRAZINA, L. (Org.). **A formação para o ensino da matemática na educação pré-escolar e no 1º ciclo do ensino básico**. Porto: Porto, 2002.

SERRAZINA, L. A formação para o ensino da matemática: perspectivas futuras. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo, v. 10, n. 14, p. 67-73, ago. 2003.

SHULMAN, L. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Research**, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, L. Knowledge and teaching: foundation of the new reform. **Harvard Educational Review**, v. 57, n. 1, p. 1-22, 1987.

SILVA, C. S. B. Curso de pedagogia no Brasil: uma questão em aberto. In: PIMENTA, S. G. (Org.). **Pedagogia e pedagogos**: caminhos e perspectivas. São Paulo: Cortez, 2002. p. 129-152.

TARDIF, M. Saberes profissionais dos professores e conhecimentos universitários: elementos para uma epistemologia da prática profissional dos professores e suas conseqüências em relação à formação para o magistério. **Revista Brasileira da Educação**, São Paulo, n. 13, p. 5-24, jan-abr. 2000.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 6. ed. Petrópolis: Vozes, 2006.

UNIVERSIDADE CRUZEIRO DO SUL. **Mestrado profissionalizante em Ensino de Ciências e Matemática**: objetivos. Disponível em: <http://200.136.79.4/mestrado/>. Acesso em: 25 jul. 2006.

VERGNAUD, G. **L'enfant, la mathématique et la réalité.** 5. ed. Berne: Peter Lang, 1994.

APÊNDICE A

QUESTÕES PARA A ENTREVISTA SEMI-ESTRUTURADA

1ª Questão: Desde a implantação da L.D.B.E.N. (9.394/96), em que se tornou obrigatório o ensino superior as professoras dos anos iniciais do ensino fundamental, as estatísticas do MEC demonstram um aumento significativo nas licenciaturas em Pedagogia. Isso retrata a preocupação do sistema educacional em relação à formação de professores no processo ensino – aprendizagem. Na instituição em que você leciona é visível essa procura no curso de Pedagogia?

2ª Questão: Curi (2005), afirma que cerca de 90% dos cursos de Pedagogia elegem as questões metodológicas como essenciais a formação de professores polivalentes. Com sua experiência profissional, gostaríamos que você nos dissesse o seu ponto de vista em relação a essa citação.

3ª Questão: A carga horária total em um curso de Pedagogia normalmente é de 2.200 horas, sendo que existe uma variação de 36 a 72 horas do curso dedicadas a uma disciplina específica de Matemática, considerando uma variação grande de temas e conteúdos nas ementas da disciplina, qual deve ser a prioridade no sentido de que as professoras, adquiram o conhecimento mínimo necessário para ensinar nos anos iniciais?

4ª questão: Discorra a respeito das estratégias de ensino, os recursos utilizados e a bibliografia adotada no curso de Pedagogia desta Instituição.

5ª questão: Que tipos de materiais didáticos, livros, apostilas, etc., você usa em seu curso? Como descobriu esse material e porque fez essas escolhas?

6ª questão: Existe nessa instituição a possibilidade das alunas vivenciarem a metodologia discutida em sala de aula?

7ª questão: Em relação à divisão ao construir “relógios” quais conhecimentos você acha que os alunos adquiriram?

8ª questão: Shulman (1986) considera que existe três vertentes no conhecimento do professor, quando se refere ao conhecimento da disciplina para ensiná-la, conhecimento do conteúdo da disciplina, conhecimento didático do conteúdo da disciplina e conhecimento do currículo. No decorrer do ano de 2006, no curso de Pedagogia, perante aos estudos desse autor foi possível lidar com essas três vertentes do conhecimento? Justifique.

9ª questão: Curi (2005) apresenta uma pesquisa realizada pela Fundação Carlos Chagas, em 2001 com alunos de 4ª séries de diferentes estados brasileiros e grupos de professores em que responderam questões sobre conteúdos matemáticos e o ensino de matemática. Um fato que me assustou é que sobre área e perímetro apenas 38% dos professores acertaram a questão. Em outra parte da pesquisa os próprios professores, afirmavam que não ensinavam geometria por não se sentirem preparados para tal. Outro dado importante revelado nessa pesquisa é a tendência empírico-ativista no que tange o discurso do concreto. Segundo Fiorentini (2001) nessa concepção a criança aprende com a manipulação de materiais, com atividades diversificadas, com desenhos ou figuras. O conhecimento matemático emerge do mundo físico e é descoberto pelo homem, através do sentido. Perante esses dados, comente sobre os conhecimentos de suas alunas no que toca área e perímetro e também sobre geometria. Descreva também o que elas entendem sobre o uso de material concreto, no ensino de Matemática.

10ª questão: Comente sobre a programação do seu curso. Em que se baseou para selecionar conteúdos e bibliografia?

11ª questão: O curso de Mestrado lhe deu condições pra seu trabalho como formadora de professores polivalentes? Comente sobre isso.

APÊNDICE B

TRANSCRIÇÃO DAS AULAS ASSISTIDAS

Procedimentos Metodológicos da Professora Formadora

A professora utilizou duas apostilas, divididas em módulos, as quais apresentavam objetivos, conteúdos, procedimentos metodológicos e pesquisas atuais. O material era composto por textos de aprofundamento para estudos e atividades correspondentes à parte do estudo individual e coletivo, leituras propostas para aula, para fazer em casa, trabalhos em grupos, discussões individuais e em grupos. Também utilizou outras atividades "xerocadas" ou enviadas via e-mail para as alunas (futuras professoras) sobre os blocos de conteúdos referentes aos números racionais, sistema de numeração decimal, corpos redondos e poliedros, área, perímetro e volume, porém não organizados em Módulos.

Em algumas aulas a professora fazia leituras de pequenos trechos dos textos, de forma coletiva em voz alta, os quais eram intercalados com comentários dos alunos e intervenções da professora.

Em outras aulas os alunos resolviam atividades propostas com utilização de material concreto, no que tange conteúdos geométricos e aritméticos e outras atividades eram resolvidas com a utilização de giz e lousa após algumas intervenções.

As atividades: Ábaco com "bolas" de isopor, palitos de churrasco e macarrão e as Operações com material dourado, foram propostas inicialmente com material dourado para que as alunas (futuras professoras) pudessem adquirir o conhecimento sob as vertentes de Shulman (1986): conhecimento do conteúdo e conhecimento didático do conteúdo, que contribuem significativamente para o enriquecimento da relação teoria-prática que fundamenta a ação pedagógica do professor. Depois da realização desse trabalho a professora formadora explicou o significado dessas atividades em sala de aula utilizando os recursos de lousa e giz. Essas atividades foram acompanhadas pela pesquisadora conforme as transcrições em áudio descritas. Em relação às Operações com o material dourado, a pesquisadora representou em suas notas de campo tanto as anotações realizadas pela aluna identificada por A14, quanto pelas suas próprias anotações e observações em aula.

A avaliação foi feita ao longo do curso por meio dos seguintes instrumentos: duas provas semestrais institucionais e uma prova extra-oficial.

As aulas foram divididas em dois semestres letivos correspondentes aos meses de março a junho e de agosto a novembro perfazendo um total de 70 h/a por semestre.

As unidades que compõem cada módulo eram compostas por alguns textos, situações e atividades, além de orientações para a prática pedagógica e sugestões para leitura relacionada ao tema estudado.

Na introdução de cada seção, havia uma parte destinada para a apresentação do tema a ser trabalhado e os objetivos que o professor deveria alcançar.

Desenvolvimento das Aulas

As aulas do Módulo 1 foram acompanhadas pela pesquisadora que fez as anotações em notas de campo (diário de bordo) e gravadas em áudio (fitas cassete que foram transcritas), perfazendo um total de 12 aulas.

Entre os processos metodológicos realizados destacamos a leitura de textos dos PCNs, atividades práticas com materiais didáticos, oficinas, entre outras.

Passamos a apresentar nossas observações sobre o desenvolvimento das aulas assistidas.

Leitura de Excertos de Textos dos Parâmetros Curriculares Nacionais

Após a leitura do texto do PCN que discorre sobre os objetivos de Matemática para o ensino fundamental. A professora pediu que as alunas fizessem inferências sobre quais objetivos poderiam ser destacados do texto lido. As alunas já já haviam lido individualmente os excertos dos PCNs que haviam retirado da internet ou “xerocado” do material da formadora, e os trouxeram para a aula. A formadora pediu que fossem discutidos em grupos na sala de aula apenas o que estivesse relacionado ao número natural – ensino e aprendizagem. Algumas inferências das alunas sobre os objetivos propostos no texto lido (A 1, A 2, A 3) e a intervenção da professora estão transcritas a seguir:

> A 1: o jogo estimula o interesse, a curiosidade e a resolução de problemas; observar os aspectos quantitativos e qualitativos.
>
> P: O que quer dizer isso? Quantitativo de quantidade e qualitativo de qualidade. O que podemos observar na sala de aula, *conhecimento como um todo.* Você vai observando isto, observar a quantidade e a qualidade, senão quantidade fica parecendo nota. Sempre que a gente fala em quantificar a gente fica pensando em nota e não é. *Observar em relação ao conteúdo que relações o aluno estabelece, que quantidade de relações ele faz e qual a qualidade dessas relações. É dessa forma que tem que se pensar no conteúdo.*
>
> A 1: apresentar resultados com precisão e argumentar.
>
> A 2: estabelecer conexões com textos de outras áreas.
>
> P: Interdisciplinaridade, ligar os conteúdos.
>
> A 2: sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções.
>
> A 3: mas isso não é conteúdo procedimental?
>
> P: sim, mas é um dos objetivos gerais da matemática, no 1º ciclo, é levar o aluno a ter autoconfiança.
>
> A 1: interagir e trabalhar coletivamente para resolução dos problemas respeitando o modo de pensar dos colegas.
>
> P: vejamos aqui nós já estamos nos objetivos atitudinais, trabalhar coletivamente, respeitando o modo de pensar dos colegas, *isso é muito difícil para a criança, o modo de pensar dos colegas.*
>
> P: nós temos os objetivos quanto à estratégia de trabalho, quanto ao conteúdo atitudinal e também procedimentais. O conteúdo propriamente dito, resultados concretizados que são procedimentos, conexões com outros temas ligados aos conteúdos e também conteúdos atitudinais.

Diante dos comentários das alunas e inferências da professora percebemos, em relação ao ensino e à aprendizagem da Matemática, que na formação do professor é preciso que ele identifique conhecimentos matemáticos presentes tanto nas relações cotidianas como na própria Matemática, como objetivos do ensino de Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental, pois o que mais chama a atenção desse grupo de alunas foi relativo ao desenvolvimento da auto-estima e às possibilidades interdisciplinares.

Em seguida as alunas leram outro trecho do texto dos PCN, agora sobre blocos de conteúdos: números e operações. Após a leitura, como a professora percebeu que nenhuma aluna havia feito comentário, podendo significar ou não o entendimento do texto, fez a seguinte intervenção:

> P: o que é um processo dialético? De conversa, você interagir com as crianças para ver o que elas conhecem e introduzir outros conhecimentos, é um processo de constante diálogo, note que isso está proposto no 1º ciclo, e isso também está proposto na educação infantil, é o início da parte do conteúdo.

As alunas não fizeram nenhum comentário e continuaram lendo mais um parágrafo desse texto. Em seguida, outras alunas (A4, A5) se manifestaram e a professora P fez a intervenção:

> A 4: verificar os conhecimentos prévios por um processo dialético e criar situações problemas para ampliar conhecimentos.
>
> P: isso é muito importante para que você não fique apenas naquilo que a criança já sabe, você deve sempre estar verificando o que a criança já sabe e ampliando um pouco mais.
>
> A 5: percepção das diversas categorias numéricas, ou seja, as diferentes formas dos números serem usados. Quando o aluno consegue estabelecer relação, ele vai fazer a mesma coisa como se fosse um processo de alfabetização em que a partir do contato com essas diversidades da utilização do número ele constrói o conceito da matemática.
>
> P: ele consegue é fazer matemática.
>
> P: que diferenças vocês observaram nos conteúdos do 1º ciclo e do 2º ciclo? No 2º ciclo vamos continuar com os conhecimentos prévios através de uma dialética num nível mais elevado. No 1º ciclo, vocês vão saber que números, se os alunos sabem contar, quantificar, fazer as operações básicas. No 2º ciclo, vocês ainda vão ver isso, porque tem aluno que chega a 3ª série e não sabe contar, não sabe quantificar. Vocês têm que estar sempre fazendo essa verificação e a partir daí criar situações para o aluno ir ampliando o conhecimento, recuperar o que não tinha aprendido. Ampliando e trabalhando o circuito ou espiral ou em rede, ou seja, sempre pegando um elo e ligando ao elo anterior. O que é um espiral? Um conteúdo vai ter uma linha e esse conteúdo vai sendo ampliado.
>
> A 5: Referente ao 2º ciclo, aperfeiçoar o que o aluno já aprendeu e construir novos conhecimentos.
>
> P: o nosso papel é sempre estar direcionando.

Acreditamos que tanto a inferência da aluna A5, quando diz que o aluno consegue estabelecer relação entre as diversas categorias numéricas para construir o conceito do número, quanto a inferência da professora, ao dizer que o conteúdo deve ser trabalhado sob forma de “espiral”, são positivas, pois, o professor tem a oportunidade de refletir sobre seus conhecimentos acerca da matemática e seu ensino.

É importante salientarmos que embora conste nos PCNs outros Blocos de conteúdos como Espaço e Forma, Grandezas e Medida e Tratamento de Informação, não foram feitas as leituras desses excertos neste momento, pois como citado anteriormente, a formadora preocupou-se apenas com ensino e aprendizagem dos números naturais. Esse fato nos pareceu um fator negativo, pois o professor dos anos iniciais precisa conhecer esses blocos de conteúdos e saber a importância que eles representam no currículo escolar.

Em relação aos Conteúdos de Matemática para o primeiro ciclo, como as alunas já haviam lido os textos dos PCNs em casa, a formadora escreveu um resumo na lousa, destacando o que segue:

- O professor precisa estabelecer relações de conceitos;
- Embora os conhecimentos das crianças nessa etapa escolar não estejam classificados em campos (numéricos, geométricos) devem estar interligados de forma articulada no trabalho docente;
- Os blocos de conteúdos servem de referência para o trabalho do professor, apresentando aos alunos desse ciclo de forma mais integrada possível;
- O trabalho docente deve estar pautado em objetivos a serem atingidos e como desenvolver conteúdos para poder atingi-los, portanto os objetivos e os conteúdos devem ser os guias para os professores;
- Em relação aos números, por exemplo, ele pode indicar quantidade (aspecto cardinal), mesmo que não esteja fisicamente presente ou indicar posição (aspecto ordinal) que possibilita guardar o lugar ocupado por um objeto, pessoa ou acontecimento numa listagem, mesmo não memorizando a listagem integralmente;

- Se os números indicarem código, seu aspecto não é cardinal ou ordinal e podem ser representados em situações cotidianas como números de telefones ou placas de carro. A partir dessas situações os alunos constroem o significado dos números de “uso social”.

Embora tenhamos citado, nas atividades de leitura de excertos dos PCNs, sobre conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais para o primeiro ciclo e conteúdos conceituais e procedimentais para o segundo ciclo não foram feitas inferências da professora, pois as alunas haviam lido anteriormente em casa. Em relação aos conteúdos para o segundo ciclo a formadora apenas exemplificou, na lousa, a diferença entre números naturais e números racionais:

- os números naturais 0, 1, 2, 3... surgiram inicialmente na natureza como unidade inteira;
- o número racional pode ser representado por uma fração que corresponde a uma parte do inteiro, por exemplo, ½, ¾ ou 5/4;
- o número fracionário 11/4 não é uma fração;
- entre os números 1 e 2 existe uma infinidade de números racionais;
- existem representações diferentes do mesmo número, como 0,2 = 2/10 = 1/5.

Em seguida a professora solicitou que lessem um trecho do PCN que discorre sobre as Orientações Didáticas. Esse texto tem como objetivo contribuir para a reflexão a respeito de como ensinar alguns conteúdos, ou seja, aborda o conhecimento didático do conteúdo, enfocando aspectos ligados às condições nas quais se constituem os conhecimentos matemáticos, as pesquisas recentes na área e outras observações. Houve a inferência da aluna A6 e intervenção da professora P:

> A 6: Como o professor vai ensinar e quais os conceitos e procedimentos a serem ensinados?
>
> P: Nós vamos fazer um paralelo entre essa orientação didática e o texto complementar “aspectos teóricos atuais sobre o ensino/aprendizagem do número e do sistema de numeração decimal”. Nós vamos ver apenas a parte relativa aos números naturais.

Em seguida as alunas leram um trecho do texto: *Números Naturais e Sistema de Numeração Decimal* sobre o conhecimento a respeito dos números naturais e a utilidade percebida pelas crianças. Após a leitura desses parágrafos são feitas as inferências das alunas (A7, A8, A9) e da professora P, conforme segue abaixo:

> A 7: Primeiro a criança deve ter o conhecimento para que serve exatamente o número natural, para somar, para fazer conta, a criança já vem com a convivência com os números.
>
> P: Nas camadas mais pobres a convivência com o número é muito maior que nas camadas que possuem uma classe social maior, porque? Porque nas camadas mais pobres os pais muitas vezes mandam as crianças ir fazer compra na vendinha ao lado de casa, no mercadinho ali perto e eles também não têm dinheiro, então o dinheiro passa a ser uma coisa muito importante e eles quantificam muito mais do que a criança de uma classe um pouco mais abastada, porque o pai vai para o supermercado, o telefone entrega as compras em casa, então a vivência é um pouco menor, não quer dizer que não tenha, quer dizer que a vivência é diferente. O pai poupa muito o filho, a criança não sabe trabalhar com o dinheiro.
>
> A 8: Eu trabalho em uma escola particular e recebi um bilhete da mãe que achei um absurdo. A mãe da aluna mandou R$ 10,00 para comprar um lanche na cantina e a aluna ia gastar R$ 2,20, a mãe não sabia se a filha ia pegar o troco correto. A aluna (futura professora) falou você vai trazer o troco e nós vamos saber quanto você gastou e se está certo ou não.
>
> P: No caso a mãe duvida de que a filha seja capaz de “pegar” um troco correto, porque a professora também ficou preocupada, de certa forma mobilizou um trabalho significativo, pelo menos para aquela criança.
>
> A 9: Eu trabalho em uma escola particular que possui brinquedoteca e as crianças fazem comprinhas na feira utilizando uma cópia do próprio dinheiro e os alunos trabalham de forma lúdica.
>
> P: Toda escolinha atualmente faz, só que é uma vivência diferente o faz de conta do real.
>
> P: A mãe da classe pobre dá R$ 2,00 para o filho comprar pão e 100 g de alguma coisa, e ele tem que fazer a conta direito e as vezes a pessoa olha para ele e diz: não é muito! É porque o dinheiro dele não vai dar, é uma outra vivência. É diferente, inclusive, desse “mercadinho de faz de conta”.
>
> P: De 1ª a 4ª série, principalmente na 1ª série, você não precisa destacar agora é aula de matemática, você faz um projeto, aonde você trabalha todos os conteúdos. Por exemplo, caminho que fez para ir ao supermercado, às vezes, eles tem que desenhar, se vai a escola, como é a sala, como é distribuída, você está envolvendo uma relação espacial e trabalhando ao mesmo tempo outras coisas.
>
> P: Um recurso didático extremamente importante é trabalhar com a história, serve para qualquer disciplina, qualquer categoria disciplinar, história, geografia, matemática, português, você pode fazer em uma

> história a conexão com vários conteúdos. A história em si permite que você abra um leque para a conexão com vários conteúdos.

No que diz respeito às Orientações Didáticas sobre os números naturais é importante que os professores dos anos iniciais saibam que os alunos já vêm para a escola com um “conhecimento social” dos números. Em relação às inferências das alunas percebemos que elas já têm um domínio do conhecimento do conteúdo matemático. A professora relata a importância do conhecimento do conteúdo ao fazer a “conexão” com vários conteúdos, além, é claro, do conhecimento curricular e didático do conteúdo.

As alunas continuam lendo mais um parágrafo do texto números naturais e sistema de numeração decimal que discorre a respeito de conhecimentos não apenas dos números de 1 a 9, mas também números que aparecem com freqüência no dia-a-dia, como os que indicam os dias do mês, que vão até 30/31 e que na prática escolar, tentam explicitar as ordens que compõem uma escrita numérica e a professora P fez intervenção, lembrando inicialmente um trecho dos PCNs:

> Na prática escolar, no entanto, o mais comum é tentar explicitar, logo de início, as ordens que compõem uma escrita numérica – unidade, dezena, etc. – para que o aluno faça a leitura e a escrita dos números com compreensão (BRASIL, 1997, p. 98).
>
> P: Na realidade, condenam essa prática, atualmente você começa trabalhando os números dizendo 10 é uma dezena, você começa trabalhando isso. O que se propõe é que você primeiro trabalhe os números pela leitura que eles fazem, e não falem unidade, dezena, nada disso.

Acreditamos que a interação no processo ensino-aprendizagem, conduzida primeiramente em situações “cotidianas” para o aluno como, por exemplo, números de telefones úteis, placas de carro, idade, data de nascimento (quais hipóteses acerca das escritas com dois ou mais dígitos), podem favorecer o conhecimento do conteúdo matemático pelo aluno.

As alunas seguem a leitura do mesmo texto dos parágrafos seguintes sobre as regras do sistema de numeração decimal e que mesmo que as crianças não conheçam as regras elas são capazes de indicar qual é o maior número de uma listagem tanto em função da quantidade de algarismos quanto pela escrita e interpretação de números compostos por dois ou três algarismos. Novamente há intervenção da professora P e da aluna A10:

P: Vocês já viram o aluno fazer isso, você fala 128 e o aluno escreve 100 20 8(cem/vinte/oito) da maneira como ele fala. Não tem problema que ele escreva assim, isto, vai levá-lo a compreensão do sistema posicional porque posteriormente ele vai simplificar essa escrita e eles aprendem isso com uma facilidade muito grande, porque nós matematicamente escrevemos assim. Note que isso não está errado, 128 escrito como 100 20 8. Se você perguntar para um aluno da EJA qual a sua idade? Geralmente ele escreve ou trinta e cinco ou 30 5 porque a compreensão é na linguagem falada. Ele escreve, do modo como ele fala e nós normalmente não aceitamos isso dos alunos. A gente precisa entender e mostrar, por exemplo, um calendário e vai lendo os números 1, 2, 3 ou pede para o aluno ler o número 20, 25 e ele vai começar a perceber que o número 30 5 não é assim que se escreve, mas existe uma escrita simplificada.

A10: Para os meus alunos eu usava assim umas fichinhas, de unidade que correspondia até o número 9, dezena 10 até o número 90 e centena 100 Então o número 28 eles pegavam o número 20 e o número 8 e colocavam na primeira casa sobreposto ao 20, então isso facilitava.

P: O texto sobre Didática da Matemática trabalha exatamente isso, com fichas e a linguagem falada. A primeira hipótese da criança sobre o número é aquilo que ela fala, que depois por esta fala, você vai criando situações principalmente, enxergar números escritos porque se a criança conseguir perceber, digamos até o número 50, posteriormente ela constrói, não é isto, porque ela percebe que se sobrepõe, quando na linguagem escrita esse número 2 pela posição a criança vai entendendo a escrita posicional.

A10: O aluno vai compondo o número.

P: O aluno percebe que o número 2 na dezena, não vale 2, mas vale 20, e estava certo o que ele pensava, só que na escrita a gente condensa isso, ou seja, a gente simplifica. Saber reconhecer o número não significa que o aluno saiba quantificar. Ele sabe ler o número, às vezes até escrever o número, mas quantificar é segundo Constance Kamii, uma coisa que vem de dentro para fora, a criança tem que entender, você não explica isso para ela, você promove uma série de situações para que ela aprenda a quantificar, mas ela tem que aprender, senão fica uma coisa decorada, ela sabe fazer a leitura. A proposta exposta aí é que o professor sugira que a criança leia números, pegue nos jornais, componha números, faça a leitura, porque é o primeiro passo para a criança entender notação posicional. Ao mesmo tempo, você tem que estar promovendo atividades. Um exemplo disso é quando você pede para contar 35 palitos, então vai perceber que 35 é uma quantidade grande de palitos, não é 3 e 5. Porque a primeira idéia quando vê escrito é 3 e 5 e não 35. E 3 + 5 vai ser 8 e isto a criança quantifica. Mas 35 é complicado, é difícil. Você tem que criar situações problemas para a criança ampliar o conhecimento.

Pelas inferências acima, percebemos a importância que se deve dar ao significado da escrita numérica aliada à linguagem oral do número, ou seja, o professor não deve inferir erros na escrita e sim deixar o aluno criar as suas próprias hipóteses acerca do conhecimento numérico. Notamos a importância que a professora revela às suas alunas em relação ao trabalho com calendários com o intuito de o aluno perceber que existe uma escrita simplificada do número.

As alunas seguem a leitura do mesmo texto do parágrafo seguinte que discorre a respeito da importância de o professor analisar as hipóteses dos alunos sobre os números e as escritas numéricas e que essas oportunidades devem ser criadas pelo professor no processo ensino-aprendizagem, em situações que eles possam comparar e quantificar duas coleções tanto sob o aspecto de entender o que é dobro ou triplo, quanto sob o aspecto de completar uma coleção para ter a mesma quantidade da outra. Há intervenção da professora P:

> P: Isso é extremamente importante, então o aluno vai falar, ele acha que é 3 e 5 e quando ela manifesta a dúvida você entende que ela não quantifica. O que você, fez? Deu o lápis para ele contar. Porque assim a criança tem uma hipótese sobre essa escrita e nós vamos trabalhar para que ela aplique o conhecimento, para que entenda que é 30 + 5, vai começar a entender a posição e você ainda não falou em dezena, porque é muito melhor você ensinar a perceber o que representa a escrita para depois explicar o valor posicional. O aluno já percebe que tem uma posição, quando você manda o aluno contar, e ele percebe que é muito. Quando você começar a explicar que o segundo dígito representa a dezena vai ser muito mais fácil de entender. É importante o perceber a escrita. O cálculo mental o aluno vai poder fazer no momento em que ele entende, porque nós sempre fizemos ao contrário. A gente ensinou o sistema, ensinou a fazer a operação e depois que você vai problematizar, e esse é o erro. Você precisa problematizar o deixar pensar sobre, o aluno criar hipóteses, ele vai construindo um conhecimento sobre a escrita. Depois que o aluno entendeu essa escrita, você formaliza, e diz esse é um sistema. Você não pode dizer para o aluno isso é o sistema, os números são escritos assim, essa é a unidade, essa é a dezena. Porque ele já tem essa noção, ele já sabe o que é dezena, ele já sabe, por exemplo, que o número 3 vale 30. Quando ele está percebendo, você pode falar são 3 dezenas, mas falar em dezenas sem ele entender para que serve, é muito complicado. Então por isso que nós trabalhamos partimos do contrário, pegamos os números como eles estão, vamos trabalhando e isso não é fácil.

Concordamos com a professora quando diz que o educador precisa “primeiro problematizar e deixar pensar sobre”, ou seja, deixar o aluno criar suas próprias hipóteses para posteriormente formalizar e dizer que se trata de um sistema de numeração.

Ainda a respeito dos números naturais outras situações que devem ser criadas são aquelas em que os alunos precisam situar algo numa listagem ordenada, ou ordenar uma seqüência de fatos, utilizando diferentes estratégias como o pareamento, a estimativa, o arredondamento e, até a correspondência de agrupamentos. A professora P intervém para sanar as dúvidas:

> P: Vocês sabem o que é o pareamento? O aluno vai fazer a correspondência biunívoca. Vamos supor que o aluno ainda não saiba escrever os números. Ele conta e percebe que ao comparar dois conjuntos tem a mesma quantidade, mesmo que não estejam organizados. Faz a correspondência de um com o outro e percebe que um tem mais que o outro. Isso é um pareamento, uma correspondência biunívoca. Ou seja, vai correspondendo a cada elemento outro e o conjunto que tem mais elementos o aluno percebe.

Leitura de Pesquisas Atuais sobre Aspectos Teóricos do Ensino / Aprendizagem dos Números e do Sistema de Numeração Decimal

A leitura do texto citado envolve pesquisas internacionais como grupo ERMEL (1991), de Vergnaud (1994) e de Lerner e Sadovsky (1996) (Anexo D). Esses autores propõem um trabalho didático com o intuito de superar dificuldades das crianças com relação aos números e ao sistema de numeração decimal. Após a leitura do parágrafo houve a inferência da professora P:

> P: Foram selecionados nesse texto os três principais autores. Vou incluir um pouquinho de Constance Kamii. Vamos começar por Vergnaud. Quem era Vergnaud? Um psicólogo francês, e devido a sua profissão percebeu as dificuldades que os alunos tinham no aprendizado, começou a fazer pesquisas para descobrir o porquê das dificuldades. Ele se tornou muito importante dentro da área de Educação Matemática na linha francesa. Ele fez um trabalho com um número muito grande de estudantes acompanhando-os por várias séries, procurando descobrir o que causava os problemas de aprendizagem, o que “travava” o aprendizado dessas crianças e se tornou muito importante quando começou com a idéia, a formação do conceito de número, da noção de número. Apesar de ser psicólogo, procurou identificar problemas de aprendizagem de ciências de um modo geral, mas matemática principalmente e criou algumas teorias. Nós iremos trabalhar com a “Teoria dos campos conceituais” ou “Teoremas em ação”. Ele diz que quando vamos trabalhar o conhecimento, a criança não vem sem nada sobre aquilo, ela já tem uma série de conceitos sobre aquele assunto, e que vão ajudá-la a ampliar o conceito, acrescentar novos conhecimentos e esses conceitos que a criança já tem, que tanto pode ser de um conhecimento matemático escolar, como pode ser um conhecimento da vivência dela, Vergnaud chama isso de “Teoremas em ação”. São coisas que ajudam a criança a pensar. Então o autor parte de que princípio? Que a criança para poder aprender a noção de número, ela tem que saber a seqüência décor. Ela tem que saber 1, 2, 3, 4, 5, 6 e não era essa seqüência. A criança tem que saber manipular, trabalhar com materiais tem que quantificar.

As alunas continuam lendo mais um parágrafo do texto do autor francês Vergnaud (1994). Segundo o autor, para ocorrer a aprendizagem o aluno deve ser capaz de estabelecer a relação entre o número escrito e a quantidade que ele representa. Outro aspecto destacado pelo autor se refere aos números maiores que nove em que os alunos precisam estabelecer as correspondências entre os agrupamentos realizados em um conjunto de objetos e a notação numérica. Finaliza o autor que a característica essencial dos números é poder adicioná-los e dar sentido a essa adição. Em seguida a professora P fez a intervenção:

> P: Os três itens que estão ai são um resumo das idéias de Vergnaud (1994). Segundo o autor, o aluno para saber contar, a sobre-contagem é uma contagem que ele fez 1, 3, 5, 7 depois ele fala 1, 2, 3, 4, 5 mas o aluno ainda não está fazendo uma contagem real. Isso é a sobre-contagem. É quando a criança recita os números às vezes até na ordem, mas, por exemplo, tem objetos que ele fala 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Fala sobre contagem, mas ele não está fazendo uma contagem propriamente dita, e a contagem propriamente dita é quando ele estabelece a relação entre os objetos contados e a escrita, então ele conta 1,2,3,4,5 e consegue fazer uma representação. Essa representação deve ser levada para o sistema convencional. O aluno fala sobre a possibilidade de se adicionar, ele olha para a representação e pensa primeiro que é 30 e 5, quando ele consegue perceber que é 30 + 5, que a representação está adicionando as quantidades, então ele já está incorporando o conceito de número. É importante. As pensadoras Camii e Carraher falam muito sobre o nível cognitivo que a criança está para conseguir isso. Enquanto a criança está na sobre-contagem ou só na contagem ela ainda está no pré-operacional. Quando ela começa a conseguir fazer a reversibilidade então ela já está no operacional. Às vezes a criança não consegue entender ou fazer corretamente uma escrita porque ainda o cognitivo dela não atingiu aquela faixa operacional que ela já pode estar compreendendo o problema.

A professora continuou sua aula, solicitando a leitura de um parágrafo do texto de Lerner e Sadovsky (1996) que discorre a respeito de exploração da escrita numérica para o aluno reconhecer as regularidades presentes na seqüência numérica natural e a comparação de números. Após a leitura a professora P faz a intervenção:

> P: Delia Lerner trabalha com a escrita propriamente dita. Segundo as pesquisadoras, são feitas fichas de unidades, de dezenas que elas chamam de “nós”, 10,20,30,40,50, até 90, depois faz da centena 100, 200, 300 até 900, depois faz do milhar se quiser. Normalmente se trabalha, principalmente com unidade, dezena e centena. Por exemplo, quando falávamos a criança percebe que 30 e 5 podem juntar e que dentro da escrita 35, está incluso, as 30 unidades + 5 unidades. Porque a idéia é que a criança normalmente não se desvencilha da unidade, ela fica atrelada a ela, então quando você escreve 35 você fala 3 dezenas e 5 unidades, você “perdeu a unidade”. 3 dezenas quando eu pronuncio 35, eu falo uma coisa e escrevo outra, trinta e cinco, isso é que torna a coisa complicada. A idéia das autoras é fazer fichas e sobrepondo para a criança, percebeu que primeiro ela põe as fichas separadas, depois ela sobrepõe e percebe que a escrita convencional faz isso. A hipótese que as crianças fazem sobre a escrita numérica, elas conhecem a escrita, tem aquela vivência que nós sabemos com a escrita numérica. A idéia é trabalhar as hipóteses das crianças e criar situações problema para que a criança possa perceber o valor posicional. É um trabalho complexo e demorado, não é um trabalho que você chega facilmente. Por isso que a maioria das

professoras gosta de dar centena, dezena e unidade, porque é "pau-pau". Não demora se formos trabalhar, mas atrapalha o desenvolvimento da criança. Por exemplo, trabalhar com material dourado que você trabalha as unidades e faz uma representação. A Delia Lerner é contra material dourado. A pesquisa da autora direciona para o trabalho com ábacos, fita métrica, calendários com tipo de representação numérica, com jornais, revistas, anúncios, propagandas de supermercado que tem vários preços, com a diversidade de números. Vocês devem ir direcionando as situações para que a criança perceba o valor posicional, vai operando. E é muito interessante quando você percebe que uma criança que ainda nem sabe escrever muito bem os números, quando você fala 200, a autora sugere o trabalho com situações de dinheiro, sistema monetário, porque é uma coisa que é bastante significativa para a criança. Por exemplo, (a autora) diz: "ele tinha 300 reais, ganhou 75 reais com quanto ele ficou?". É interessante perceber que as crianças sem saber fazer representação, sem saber fazer conta conseguem decidir que é 375 reais. Eu fiz adições e nesse momento devemos pensar segundo Vergnaud, pois, a criança pode operar. Quando a criança vai operando ela começa a sentir o valor posicional. Por exemplo, eles entenderam que 30 e 5 ele está operando é 30 + 5, e fica representado por 35. O aluno entende a escrita e tendo entendido a escrita, você começa a trabalhar o valor posicional, depois você deve formalizar, dizendo o que é unidade, o que é dezena, o que é centena, esta é a idéia geral. A autora trabalha também com ordinal e cardinal, é maior porque tem menos números antes, tem mais antes. Ela trabalha essencialmente com a escrita, por isso que ela é contra o material dourado, ela trabalha com a linguagem, a fala da criança, a escrita e através dessa escrita ela vai criando situações para a criança perceber o valor posicional. Para a autora, depois que a criança percebe o valor posicional, deve ser trabalhado a escrita e a parte aditiva, posteriormente com o sistema de numeração. Em sua pesquisa a autora não entra no sistema de numeração, mas ela conclui que está no momento de iniciar o sistema porque as crianças já entendem que há um valor posicional. Já para Vergnaud, tem que usar a seqüência, o material didático, fazer corresponder à escrita, a quantidade.

Outro trecho lido foi de um texto do grupo ERMEL que discorre a respeito das funções do número visto como "memória de quantidade" que corresponde ao aspecto cardinal do número ou "memória da posição na seqüência natural" que corresponde ao aspecto ordinal do número. Após essa leitura a professora P faz a inferência:

P: Para o grupo ERMEL, ao trabalhar o conceito de número o professor nunca pode se desvencilhar do aspecto cardinal e do aspecto ordinal. Ele acha que é importante. Isso também a Delia Lerner usa porque ela usa calendário e a fita métrica e o aluno vai olhando os números numa ordem que o professor está pensando no ordinal e os alunos também. Segundo a autora existem situações em que os alunos quantificam e vêem a representação, e quando eles quantificam, por exemplo, um professor tem 1m50cm ou como lemos na fita métrica 150 cm ou o professor tem 180 cm. Por exemplo, um aluno com 140 cm, o outro com 150 cm e o outro com 132 cm, o aluno consegue estabelecer quem é maior e quem é menor porque o aluno olha na fita métrica e vê que o número 150 está depois do número 140, e que o número 132 está antes. Quando o aluno diz que o número 6 está antes do número

> 9, então ele é menor do que 9 ele está usando o valor ordinal, a posição dele decide quem é maior com a quantificação, então para o grupo ERMEL, você nunca pode desvencilhar o cardinal do ordinal.

Nessa aula a professora desenvolveu atividades mais práticas relativas ao Ensino de Números e Sistema de Numeração Decimal, que serão descritas no próximo item.

Atividade: Ábaco com "Bolas" de Isopor, Palitos de Churrasco e Macarrão

A professora formadora trouxe um ábaco escolar construído por ela e o apresentou para as alunas. Depois pediu para que trabalhassem em grupos representando os números que quisessem nesse ábaco. O macarrão representava as "bolinhas" do ábaco. Os palitos de churrasco representavam as hastes do ábaco escolar.

A professora distribui quantidades "aleatórias" de macarrão e pediu para que os grupos de alunos contassem e representassem no "ábaco" esses números, utilizando material concreto. Após a contagem dos grupos, houve inferência de um grupo e a resposta da professora:

> Grupo K: A cada nove que nós anotamos na primeira fileira da direita, nós trocamos por uma unidade de baixo que equivale a uma dezena, como nós temo o número cinqüenta e nove, deu cinco na segunda fileira e nove na primeira.

A professora explicou que:

> P: A cada nove não, a cada dez.
>
> Quando você chega no número dez, você faz uma correspondência biunívoca.
>
> É mais comum começarmos a unidade de baixo para cima, mas não tem problema. Você estabelece o seu critério, ou seja, você conta do seu jeito.
>
> A minha preocupação é como fazer adições. Por exemplo, o valor do grupo M com o valor do grupo K, 59 + 54, no ábaco concreto. Já temos representado o número 59, ou seja, 5 na segunda coluna da direita para a esquerda e 9 na primeira coluna da direita para a esquerda, então adiciono 1,2,3,4,5 na segunda coluna e adiciono 4 na primeira coluna. Vocês têm que ver quantos grupos de 10 se formou. São dez grupos de 10 e sobra 1. Agora vocês trocam o grupo de 10 por 1. O resultado fica sendo 1,1,3, portanto 113. A idéia é essa de ir colocando as peças, é mais fácil de mostrar porque nesse ábaco "vai um". Enquanto no ábaco escolar temos que conservar as dezenas e as unidades, ou seja, operar mentalmente. Enquanto trabalhamos no

> ábaco concreto é mais significativo porque podemos ir trocando. E nessa troca percebemos que tem mais que 10. Essa discussão é fundamental para o trabalho posterior. Para a criança é melhor usar esse tipo de ábaco, pode ser com sucata preferencialmente, conte grãos de feijão e represente por macarrão, ou conte os macarrões e represente com botão, com tampas de garrafa, com bolinhas colorida porque fica mais bonito. O que não deve fixar é que a unidade é sempre verde, a outra é sempre amarela, a outra é sempre vermelha, isso não pode ocorrer. Mesmo que cada ábaco tenha uma cor, a leitura feita é a mesma. Vocês não devem fixar unidade por uma cor, esta é outra desvantagem desse tipo de ábaco, porque podemos inclusive misturar as cores e não alterar a contagem. Agora façam o seguinte: 37 – 29 e representem nos dois ábacos. Nesse momento a professora observa os grupos. Vocês já começam com um problema, como retirar 7 unidades de 9 unidades. O que vocês têm que fazer. Fazer o inverso, ou seja, passar uma dezena para a unidade, colocar 10 na unidade. Agora vocês tem 7 unidades + 10 unidades retiradas da dezena, portanto, temos 7 + 10 = 17 unidades. Vamos retirar 9 unidades do total de 17 unidades, restaram 8. Vocês têm que retirar, tem que fazer a conta mentalmente, então o que chamam de "ábaco escolar" é muito mais difícil do que vocês trabalharem com "palitinhos". Esse ábaco é mais fácil.

A professora representou na lousa e afirmou que fazia sentido ficar com 08, isto é, 0 dezenas e 8 unidades.

Após esse discurso, a professora pediu que as alunas colocassem as respostas na lousa. Então, ela foi corrigindo conforme as alunas foram falando:

P: Podemos retirar 2 dezenas de 3 dezenas e sobra 1 dezena. Como temos que retirar de 7 unidades, 9 unidades e não podemos então passamos 1 dezena para as unidades, ou seja, 10 unidades.Desse montão de unidades que temos, vamos retirar 9 unidades ficando com 08. Então 37-29 = 08. Note que tem sentido colocarmos 08, porque não ficou nenhuma dezena e sobraram 8 unidades.

A 11: E quando é adição, esquece a regra?

P: Não, isso não é representação final é uma etapa.

P: Isso é uma forma de visualizar o que estamos adicionando, o que estamos subtraindo. É muito importante fazer a associação numérica.

P: Exemplo: 54 + 59, 9 + 4 = 13,"vai um" o que? Uma dezena,note que para fazer "vai 1" a criança já tem que entender o processo aditivo do nosso sistema de numeração, porque quem vai é uma dezena e aí 5 dezenas + 5 dezenas + 1 dezena = 11 dezenas, 1 dezena e "vai 1" para a centena, é fácil fazer isso. *Decorar o jeito de se fazer é uma coisa, entender o que está fazendo é outra.* Para chegar ao resultado, de 29 em 37, o que vocês fazem 30, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e vocês chegam a diferença 8. Mas transformar isso em um algoritmo, em uma conta, é muito complicado, por isso, que muita gente faz o cálculo mental e não faz o cálculo escolar, o formal que é este. Isto realmente requer uma compreensão do sistema.

A 12: E o material dourado, não é melhor?

P: Em princípio o ábaco é muito mais claro que o material dourado, mas tem um momento que o material dourado é um material rico e extremamente útil. Conforme a faixa etária ele também é abstrato, porque ele não mostra a posição, ele só troca. Enquanto que o ábaco é posicional, ou seja, tem a posição para unidades simples, tem a posição para os grupos da dezena. No material dourado, você põe os "cubinhos" para representar unidades simples, você põe as "barrinhas" para representar as dezenas, mas aí não é posicional. É inclusive parecido com o "egípcio', tanto faz o lugar, dá o mesmo resultado.

A 13: E se for subtração?

P: Como ele não é posicional, e estamos querendo levar a criança a entender o valor posicional, então um objeto que faça com que ela entenda a posição, é melhor. Tem inúmeras pesquisas que mostram que a dificuldade que a criança tem em matemática é que ela não associa o material didático, como o material dourado, com o algoritmo, inclusive no texto da pesquisa da Didática (Anexo E – Delia Lerner), a autora diz que o próprio conhecimento que a criança tem em sala de aula da não compreensão do sistema decimal. No ábaco a criança faz a troca e é posicional. No material dourado ele pode ser posicional se você for obrigada a colocar em uma ordem, mas ele pode não ser posicional que a leitura é a mesma. Por exemplo, adição 39 + 12, 9 + 3 =12, todo mundo sabe que é 12, o aluno conta no dedo, ele faz a conta, ele escreve assim:

$$\begin{array}{r} 39 \\ +\ 13 \\ \hline 12 \end{array}$$

P: Porque o aluno faz esse tipo de erro. Eu não falo primeiro o número 1 depois o número 2, então eu escrevo primeiro o número 1 depois o número 2. Outra coisa, a posição do 1 e do 2 não tem nada a ver com a posição do 3 e do 9, para quem faz esse tipo de erro. O aluno não associa o 39 com o valor posicional, se ele associar com o valor posicional, ele vai saber qual é a unidade e qual é a dezena, a dezena é o 1 e não o 2, o 2 é a unidade, o 1 é a dezena. Mas se o aluno entender o valor posicional e aqui é uma abstração, porque tem que mandar para 'lá" o último dígito, o aluno já tem que ter entendido esta fase de que quando ultrapassa 10 "joga" o 1 para lá que é a dezena, número de 10. **Quero salientar com isso que o aluno além de contar, tem que se apropriar de um sistema representativo que é posicional e que essa posição é extremamente importante, que é adicional e aditivo, ele tem que entender que 12 é 10 + 2. Se o aluno não percebe isso, o valor posicional não tem significado. E se não tem significado na hora de operar, do "vai 1", do "empresta 1" ele não sabe fazer, ele decora um "jeitinho" de fazer, mas não entende o porque daquilo** (grifo nosso). Isso fica muito mais complicado quando você vai fazer uma divisão. Por exemplo, 37 dividido por 6, utilizando 37 macarrões e começar a separar em grupos de 6.É o primeiro passo. Quantos grupos de 6 nós temos? Note alguma coisa na repartição. Primeira coisa é que 3 dezenas não dá para ser dividida em 6 partes, em cada parte, tendo 1 dezena. Há vários modos de fazer uma divisão como essa. Vamos ver o processo "americano". Quantas vezes o número 6 "cabe" dentro do número 37? **Essa terminologia "cabe" deve ser usada se o aluno for capaz de entender que a conta de divisão vai lhe dar uma repartição em partes iguais.** Experimenta 1 x 6 = 6, é muito pouco. Experimenta 2 x 6 = 12.

A 14: Mas a criança faz o cálculo mental?

P: Não ela “chuta” um número qualquer.

CONTA NA LOUSA:

37	6
12	2
25	2
12	2
13	6
12	
01	

P: O processo “americano”, é por tentativa, você tenta um número subtrai, tenta outro, subtrai até que você esgota as possibilidades e sobra um resto menor que o divisor.

Operações com o material dourado

A professora formadora traz o MATERIAL DOURADO, explica para as alunas o que compõe esse material, como é feito, onde é encontrado bem como os objetivos a serem atingidos pelas alunas, na relação teoria-prática. Posteriormente pede que sejam representadas nos cadernos algumas operações simples de adição e subtração como as sugeridas no Anexo A. Essa atividade foi feita individualmente no caderno e posteriormente discutida entre as alunas.

Leitura do excerto do texto Didática da Matemática – Reflexões Psicopedagógicas – Capítulo 5 – O sistema de numeração: um problema didático

O texto "O sistema de numeração: um problema didático", capítulo 5 do livro *Didática da Matemática* de Delia Lerner e Patrícia Sadovsky, foi lido pelas alunas em voz alta e gravado pela pesquisadora perfazendo um total de 4 aulas. Observamos que esse procedimento tornou-se “cansativo”, pois, a professora formadora não fez nenhuma inferência durante essas aulas. O nosso ponto de vista a respeito dessas aulas é que a metodologia adotada pela formadora não permitiu que as alunas tenham adquirido o conhecimento necessário sobre essas pesquisas internacionais na área de Educação Matemática, e sabemos da importância dos conhecimentos que os professores precisam ter para ensinar de pesquisas da área que discutem o ensino de um determinado conteúdo.

A leitura do texto citado (Anexo D) envolve pesquisas internacionais sobre o papel dos “nós” em que as crianças manipulam as dezenas, centenas, e unidades exatas de mil e depois são capazes de elaborar as escritas dos números nesses intervalos.

As pesquisadoras sugerem que sejam explorados no trabalho docente materiais em que apareçam números em seqüência como a régua e a fita métrica, que são “velhos” conhecidos dos alunos. A proposta é produzir ou interpretar – a ordem é um recurso, sugere um trabalho vivido socialmente pelos alunos, pois, preços, idades, datas ou medidas tornam possível o entendimento em diferentes contextos. As autoras sugerem o trabalho simultâneo a respeito da análise da numeração das ruas, jogo de loteria ou calendários.

Com relação a leitura do texto *A busca de regularidades* as autoras discorrem que quando o professor consegue estabelecer relações entre diferentes procedimentos, as crianças são capazes de compreender melhor a natureza do sistema de numeração.

Descrição das aulas referentes ao Tema Operações com Números Naturais

As aulas do Módulo 2 foram acompanhadas pela pesquisadora que fez as anotações em notas de campo (diário de bordo) e transcrições de fitas de áudio, perfazendo um total de 12 aulas.

Inicialmente foram feitas leituras de textos de Vergnaud, sobre Campo Conceitual Aditivo e Campo Conceitual Multiplicativo, pelas alunas e no final da leitura dos dois textos a professora fez inferências para explicar as idéias do autor.

O texto sobre o Campo Conceitual Aditivo, do pesquisador Gérard Vergnaud (1979), trata sobre a utilização do cálculo relacional (objetos no espaço, quantidades físicas, fenômenos biológicos, sociais e psicológicos) e não apenas do cálculo numérico na resolução de problemas. O autor propõe a “Teoria dos Campos Conceituais” uma teoria cognitivista em que a “ação” seja representada pelos aspectos de “juntar” e “retirar”. O texto refere-se ainda às seis categorias de relações aditivas com seus respectivos exemplos.

O segundo texto, sobre o Campo Conceitual Multiplicativo, do mesmo pesquisador, aborda os cálculos multiplicativos quaternários, pois implica a proporção de duas variáveis, uma em relação à outra. Após a leitura houve a inferência da professora P:

> P: Segundo Vergnaud, para obtermos o resultado da multiplicação vocês terão duas variáveis e uma relação fixa. Por exemplo, vamos pensar em uma situação cotidiana das pessoas quando tomam algum medicamento. Uma pessoa toma 3 comprimidos ao dia. Então temos uma relação fixa, ou seja, o que acontece. Se em um dia a pessoa toma 3 comprimidos em quatro dias a pessoa tomará 12 comprimidos. Trata-se de uma relação quartenária, utilizamos duas variáveis. Quais são? O comprimido e o dia. E como varia? Quando tomamos algum medicamento, pode ser 2 comprimidos ao dia, 1 comprimido ao dia, 3 comprimidos ao dia, uma variável e quantos dias tomamos o medicamento. Vocês podem tomar um dia, que é dose única, dez dias ou cinco dias. A possibilidade de variar é o número de dias e a quantidade de comprimidos. O que é fixa? O que o médico prescreveu. Por exemplo, se for 3 comprimidos ao dia, é essa situação que vai da a relação de multiplicação, porque em um dia são 3 comprimidos, em dois dias são 6 comprimidos, em três dias são 9(3 + 3 + 3) comprimidos, em quatro dias são 12 comprimidos. O que Vergnaud diz é que o **raciocínio multiplicativo** nós sempre ensinamos as crianças. Como se fosse <u>uma adição de parcelas iguais e não um raciocínio</u> (grifo nosso). Em nosso exemplo, trata-se de um raciocínio proporcional. Se em um dia são 3 comprimidos, quantos comprimidos serão em quatro dias? Há uma proporcionalidade definida por uma

> **relação fixa (3 comprimidos ao dia)**. Para esse tipo de raciocínio de proporcionalidade, se o professor trabalhar com as crianças apenas a multiplicação por adição de parcelas iguais, talvez não seja adquirido o conhecimento necessário. Então, a multiplicação é definida pela relação fixa e nesse exemplo, são duas variáveis (comprimido e dia) e uma relação fixa prescrita pelo médico de 3 comprimidos ao dia. (grifo nosso).
>
> Exemplo na lousa:
>
> | Comprimidos | Dia |
> |---|---|
> | 3 | 1 |
> | 12 | 4 |

Após estas inferências, foi feita a leitura de um parágrafo do texto de Vergnaud (1994), que se encontra no Anexo D, sobre a hierarquização dos problemas sobre números naturais, números decimais e frações de acordo com três fatores de complexidade cognitiva: estrutura dos problemas, valores numéricos e áreas de experiência. A seguir, a professora P fez as inferências que seguem:

> P: 1 parcela = R$ 4,00; 2 parcelas = R$ 8,00; e assim por diante então 5 x 4 = 20, é uma relação quaternária, tem quatro elementos. São duas grandezas relacionadas para uma componente fixa para obter o quarto resultado. Trata-se de uma relação múltipla. Esta é a diferença, por isso, que ele diz que o raciocínio multiplicativo não é igual ao raciocínio aditivo.

Quanto à comparação estática:

> P: Nesse problema há a comparação da idade de duas pessoas através de uma relação, é 8 vezes mais. A operação para obter o resultado pode ser feita somando-se 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5, mas o raciocínio é comparativo. Estamos comparando a idade, Pedro tem oito vezes menos, como ele poderia ter a metade, poderia ter o dobro. É uma comparação estática.

Sobre a configuração retangular:

> P: É um novo raciocínio. A área do retângulo, da configuração retangular é a quantidade de "quadradinhos" do resultado. Basta multiplicar 10 x 5 ou 5 x 10 que o resultado é o mesmo.

A professora continuou a explicação com o exemplo:

> P: Se um caderno custou R$ 5,00, dois cadernos custaram R$ 10,00 e três cadernos R$ 15,00. É a proporcionalidade.

A utilização do produto cartesiano no seu aspecto combinatório recebeu a inferência da professora P.

P: Esse tipo de problema aparece muito nos livros didáticos, desenhado um monte de shorts, de camisas e combina cada camisa com todos os shorts. Esse raciocínio é combinatório ou cartesiano, porque pode ser mostrado através de coordenadas cartesianas, ou seja, para obter o produto pensando assim.

O Ensino das Operações com Números Naturais

Em relação ao tema Operações com Números Naturais a professora formadora desenvolveu a atividade de resolução de dezesseis problemas durante 4 aulas que foram registradas em notas de campo da pesquisadora e gravações em áudio, conforme relatamos a seguir a aluna A15 e a professora P:

A seguir apresentamos um quadro síntese, compatibilizando os dados das respostas das alunas e a correção da professora (Quadro 5).

Quadro 5 - Apresentação dos problemas e suas categorizações

Nº	Problema	Estrutura	Categoria	Grau de dificuldade	Série
1	Carlos tem 15 anos. Seu irmão tem 18 anos. Qual a diferença de idade entre os irmãos?	18-15	Aditivo	Pequeno	1ª
2	Durante uma festa em que havia 4 rapazes, 20 pares diferentes se formaram para dançar. Todos os rapazes dançaram com todas as moças presentes. Quantas moças estavam presentes nessa festa?	4 x ? = 20	Multiplicativo, combinatório ou cartesiano	Médio	3ª
3	Comprei três canetas por R$ 3,20. Quanto pagarei se comprar 9 canetas?	$3{,}20 \div 3$	Multiplicativo, proporcional	Grande	4ª
4	Marina pesava 68 kg. Quatro semanas depois de fazer um regime para emagrecer, seu peso era de 62 kg. Quantos kg ela perdeu?	68 - ... = 62	Aditivo – E(T)E – transformação sobre uma medida	Médio	2ª
5	442 torcedores do Flamengo vão assistir a um jogo em São Paulo. Cada ônibus leva 36 pessoas, no máximo. Quantos ônibus precisam ser alugados se nenhum torcedor abre mão de viajar?	1 ⇔ 36 10 ⇔ 360 11 ⇔ 396 12 ⇔ 432 13 ⇔ 468	Multiplicativo – proporcionalidade	Grande	4ª
6	Alice quer acondicionar os 2521 bombons que produziu esta semana em caixas em que cabem duas dúzias. Quantas caixas ela vai	1cx⇔ 24 10cx⇔ 240 100cx⇔2400	Multiplicativo - proporcionalidade	Grande	4ª

	utilizar?				
7	Marli é caixa de um pequeno comércio. Começou o dia com 80 reais no caixa. Vendeu 30 reais em mercadorias e pagou uma fatura de 45 reais. Qual é o saldo do caixa ao final desta última operação?	80 + 30 = ... – 45 = ...	Aditivo – transformação de medida	Médio	3ª
8	Um grande auditório comporta 24 filas com 55 cadeiras em cada uma. Quantas pessoas podem assistir a um espetáculo, nesse auditório, sentadas.	55 X 24 = ...	Multiplicativo, configuração retangular	Médio	4ª
9	Olívia levou 3 calças e 5 camisetas para uma viagem. De quantos modos diferentes ela pôde se vestir?	5 x 3 = ...	Multiplicativo – produto cartesiano (aspecto combinatório)	Pequeno	2ª

Continua

Conclusão do Quadro 4

Nº	Problema	Estrutura	Categoria	Grau de dificuldade	Série
10	Tio João vai repartir igualmente, R$ 166,00 entre seus 8 sobrinhos. Quanto cada sobrinho vai receber?	166 ÷ 8 = ...	Proporcionalidade	Grande	3ª
11	Duas passagens de ônibus custam 1,60. Quanto pagarei por 7 passagens?	1,60 ÷ 2 = ... X 7 = ...	Multiplicativo – adição de parcelas iguais	Médio	3ª
12	O salário de Lia é três vezes maior do que o de seu irmão que ganha R$ 350,00. Qual o salário de Lia?	350 X 3 = ...	Multiplicativo – adição de parcelas iguais	Médio	3ª
13	Dois cadernos custam R$ 15,00. Com R$ 40,00 quantos cadernos iguais a esses posso comprar?	2 ⇔ 15 4 ⇔ 30 5 ⇔ 37,5	Multiplicativo, proporcionalidade	Grande	4ª
14	Um terreno tem 8,5 m de comprimento por 9,4 m de largura. Qual é a sua área?	8.5 X 9,4 = ...	Multiplicativo, configuração retangular	Grande	4ª
15	Se 13 crianças tem 4 brinquedos cada uma, quantos brinquedos elas tem todas juntas?	13 X 4 = ...	Adição de parcelas iguais	Pequeno	2ª

Fonte: Elaborado pela autora.

Descrição das Aulas Referentes ao Tema 1: Números Racionais

Em relação ao tema Números Racionais as aulas foram apresentadas a partir do segundo semestre sendo que a professora formadora já havia enviado as atividades que seriam trabalhadas em aulas para as alunas (futuras professoras) durante as férias através da internet por e-mail pessoal.

A professora iniciou as aulas sobre o tema acima relacionado e desenvolveu as atividades (Anexo A), perfazendo um total de 8 horas aula. A atividade número 2 teve um tempo maior de duração, pois, primeiramente a professora solicitou que as alunas pintassem as colunas da escala Cuisinaire conforme indicações citadas. Na atividade 9 a formadora levou “discos” que já haviam sidos construídos por ela para mostrar para as alunas. Posteriormente solicitou que as alunas construíssem os círculos com a utilização do material “EVA” que deveriam ser comprados com cores diversificadas para melhor identificação das “frações correspondentes”.

Algumas alunas construíram os “círculos” em casa, entretanto, outras construíram durante a aula. Pudemos observar que as aulas destinadas a essas atividades com a utilização dos “círculos fracionários” conseguiram fluir de uma maneira muito espontânea pelas alunas.

Em relação a esse trabalho é importante salientar a utilização dos números que são múltiplos, pois, as alunas já “conheciam” a sigla M.M.C., embora não sabiam para que servia “esse tal de mínimo múltiplo comum”.

A seguir, apresentamos os objetivos e conteúdos de cada atividade.

Quadro 6 - Objetivos e conteúdos das atividades propostas.

Atividade	Objetivos	Conteúdo
NR1	Distinguir as situações que conduzem a divisões em que o resto pode ser subdividido.	Situações problema - Divisão
NR2	Identificar situações de medida em que a comparação entre duas grandezas pode ser representada por um número natural	Escala Cuisinaire
NR3	Associar a escrita $\frac{1}{n}$ ao quociente de **1** por **n**, sendo **n** um número natural diferente de zero.	Fração – Relação de quociente
NR4	Completar a tabela e construir um	Situação Problema – Relação parte-

	gráfico de setores.	todo/ Tratamento da Informação
NR5	Completar a tabela e responder as questões.	Planejamento familiar – Relação parte – todo
NR6	Responder de acordo com o gráfico de setores.	Situação Problema – Relação parte – todo
NR7	Reconhecer o uso da porcentagem no contexto diário.	Situação Problema – Relação parte – todo / Tratamento da Informação
NR8	Reconhecer as três interpretações de frações para as séries iniciais.	Oficina de Matemática: Jogos com Frações
NR9	Desenvolver de forma intuitiva conceito de fração. Realizar um procedimento experimental das operações com frações. Ter um contato experimental com a noção de frações equivalentes.	Atividades com base no livro *Jogos com Frações* de Cristina Maranhão

Fonte: Elaborado pela autora.

Sobre a atividade 1, da NR1, a professora inferiu que:

> O aluno pode perguntar que fração fica em cada saquinho? ⅓.

Inferência da professora sobre a NR1, atividade 2:

> Nesse tipo de problema não é possível colocar em forma de fração, pois, está pedindo a velocidade média.

Sobre a atividade 3 da NR1, a professora fez a inferência abaixo:

> A fração correspondente a esse problema é de 1/3.

Sobre a escala Cuisinaire, NR2, as alunas primeiramente preencheram a tabela na apostila xerocada utilizando lápis de cor para identificar as respectivas frações e reconhecer as características presentes nas comparações das representações dos números e depois a professora P desenhou a tabela na lousa e foi explicando como colocar as explicações no gráfico (Anexo A). A atividade foi retirada da obra do CENP *Atividades Matemáticas*, para a 2ª série, mas atualmente estes conceitos devem ser trabalhados na 3ª série. A partir da leitura do gráfico, a professora observou que o material é muito útil para trabalhar frações e enxergar quantas vezes cabe. A formadora fez uma sugestão para as alunas mandarem a criança trabalhar em cartolina, recortando as partes e verificando quantas vezes cabe, uma atividade que pode ser realizada em grupo de 4 a 5 alunos. Para a professora dizer que cabe significa:

> Ao dizermos que a tira vermelha cabe na tira roxa. <u>A pergunta caber ou cabem, significa dizer um número exato de vezes.</u>(grifo nosso). Não vale uma vez e meia. [...]

A partir da atividade para verificar quantas vezes cada parte cabe na outra os alunos devem ir preenchendo a tabela proposta na atividade e construindo as frações para aquelas cores que não cabem um exato número de vezes. Depois de completada a tabela a professora propôs a pergunta: "Quantas vezes são?", e à partir dela utilizar as frações da tabela para estabelecer um conceito de fração: "É a divisão em partes exatamente iguais". Coloquem os alunos para descobrirem que cor é fração de quem, ou não é fração de nenhum. Neste momento é importante que sejam compreendidos os conceitos de múltiplos e divisores.

Neste momento a formadora faz uma sugestão:

> Para a criança vocês preenchem apenas a parte branca da tabela. A outra parte vocês podem fazer questões, por exemplo, escreva todas ou algumas frações, diante desse quadro, ou quais cores são frações de outra, são partes exatas de outras. Vocês devem fazer uma pergunta diferente, porém não manda por na tabela porque é muito complicado, é legal para você que já entende, mas é complicado para quem não entende. A melhor coisa para entender é a gente vivenciar.

Sobre a NR3, a professora abordou o fato de que a representação da fração pode ser vista como a divisão do numerador pelo denominador. Então, utilizando as tiras coloridas e cortadas em partes iguais, em número de partes diferentes para cada cor, associar o número de partes em que a tira foi dividida com a representação da fração como, por exemplo, utilizando a tira que foi dividia em três associar um pedaço a 1/3, dois pedaços a 2/3 e assim por diante. Neste momenta a professora fez a inferência:

> A maior dificuldade que a criança tem ao aprender fração é perceber, que se é 1/3 e se juntarmos três correspondentes a 1/3 temos a unidade inteira outra vez. É muito difícil para a criança entender isso, que 1/3 + 1/3 + 1/3 = um inteiro. Porque é difícil? Porque ela está trabalhando com uma representação, que usa o número 1 e o número 3. Esse pedaçinho é 1/3 e é menor que a unidade. Se escrevermos 2/3 também é menor do que o número 1. <u>Estamos usando números maiores do que o número 1. Essa representação é muito complicada. Se vocês sentirem dificuldade, olhem a tabela. Nós fizemos a tabela porque vocês já têm um nível maior, para a criança, você não vai comentar essa tabela. Porque ela tem que perceber que se nós repartimos o inteiro e que se nós juntarmos os três, para ela é difícil compreender que juntando os pedaços dá o inteiro. E que dois</u>

> pedaços juntos são menores que o 1. Um pedaço é menor do que um. Isso é difícil, nós costumamos dizer que isso é um “obstáculo didático” (grifo nosso).

Quanto ao "obstáculo didático" a formadora explicou que o conflito cognitivo que existe é devido ao fato de fazer a criança entender que a unidade pode ser dividida e que cada parte é menor que o inteiro, por exemplo, quando dividimos um inteiro em três como pode três pedaços virarem um? E o que normalmente acontece segundo a professora:

> Há dificuldade cognitiva, normalmente a gente passa por cima disso, achando que é muito fácil. Você fala como a criança não entende? [...] É complicado, tem que mandar colar, deixar o inteiro sem recortar, para ele colar embaixo e perceber qual é a unidade, o que não foi recortado nem dobrado é a unidade. E são iguais às outras e vamos dividindo, cada um em quantidade de partes iguais e quando nós juntamos, nós voltamos a unidade inteira. É interessante colorir, porque a criança percebe quantas partes amarelas, por exemplo, formam a parte branca.

Foram sugeridas questões, para serem feitas no caderno, às crianças sobre as frações de cada parte das fitas, quando pegamos uma parte, duas e sobre o que fica restando. Quando não resta nada é porque foi tomado inteiro, quer dizer a criança pegou todas as partes do inteiro. A formadora também comentou sobre a leitura das frações com denominadores maiores que dez como 8/12 avos. Também foi aconselhado que seja repetida a operação para um número variado de partes, pois a criança precisa deste processo para a fixação. Para tanto, a formadora deu vários exemplos como o que segue:

> Eu posso repartir uma quantia qualquer, por exemplo, um pai deixou uma herança para três filhos. O valor que eles iam receber em partes iguais, quanto vai receber cada um? 1/3 da herança, eu não sei qual é a quantidade, mais eu sei que cada um vai recebe 1/3 da herança. Se fossem 5 filhos, cada um receberia 1/5, desde que diga que vão receber partes iguais.

Em relação NR4, a professora utilizou exemplos para mostrar frações equivalentes, reforçando que frações equivalentes são aquelas que representam a mesma quantidade, pontuando o fato que frações equivalentes menores correspondem ao mínimo múltiplo comum (MMC) enfocando que este conteúdo não é mais ensinado de 1ª a 4ª séries, só o trabalho com equivalência. O trabalho com MMC deve acontecer na 5ª série, mas o conceito de equivalência bem fundamentado facilita o entendimento do MMC nas séries futuras, pois segundo a formadora é o método mais didático para este entendimento. A professora também deu vários exemplos usando frações diferentes.

Quanto à construção de gráficos de setores ("gráfico de pizzas"), a professora fez a colocação que para construí-lo a partir de frações, estas devem ser convertidas em graus. Neste momento a pesquisadora fez uma inferência sobre esta construção:

> Nesse caso, os alunos já têm todas as noções de geometria, como é para fazer esse trabalho sobre graus?

A formadora respondeu que, se o aluno não tiver noções de geometria, a professora deve ir ensinando o aluno a utilizar o compasso e o transferidor com o auxílio de caixinhas com círculos divididos em partes, o que promove a visão de geometria e a noção de estatística. Ela também sugeriu utilizar os dados do problema para construir uma tabela e, a partir desta tabela, fazer o gráfico de setores.

Com relação ao planejamento familiar (NR5) a professora sugere que este tipo de questão seja trabalhada para que os alunos (principalmente os da Educação de Jovens e Adultos - EJA) comecem a planejar os gastos a partir do rendimento que possuem.

A relação parte-todo (NR7) também foi enfocada pela professora com a referência a porcentagem como sendo uma fração com denominador 100 e a seguir encontrando a fração equivalente, o que facilita a compreensão.

Sobre a leitura da NR8 a professora formadora comentou sobre as três interpretações das frações que podem ser exploradas nas séries iniciais: a fração como relação entre número de partes e total de partes; o quociente; e o índice comparativo entre duas quantidades de uma mesma grandeza, isto é, uma razão. Neste momento fez a seguinte inferência:

> Quais as três categorias de representação fracionária que nós temos? Relação parte-todo, índice comparativo, quando comparamos podemos ter uma porcentagem e estar comparando é uma forma de fração note que a porcentagem é uma fração aonde nós comparamos, nós estamos dividindo em cem partes iguais. [...] É um índice comparativo. Você tem a proporcionalidade, eu digo que nessa classe duas em cada três meninas, tem o cabelo comprido, significa que para cada duas de cabelo comprido uma não tem cabelo comprido, significa que 2/3 da classe tem cabelo comprido. [...] Nós estamos trabalhando com três características da fração,

> que é exatamente a mesma, mas o significado é diferente, e é isso muitas vezes que torna a fração complicada.

Ao realizar a atividade 1 da NR9, sobre *Jogos com Frações* de Cristina Maranhão, a formadora sugeriu que as alunas ao aplicarem a atividade não mandem os alunos escreverem, mas sim contar as peças e descobrir o número de partes em que foi dividida, sem escrever a fração e trabalhando dois círculos de cada vez.

A atividade 2 foi realizada sem inferências da professora.

Quanto à atividade 3 da NR9, enquanto as alunas realizavam a mesma a professora explicava que é importante frisar em quantas partes foi dividida a pizza e que a fração só pode existir se as partes forem iguais. Então os alunos devem recortar o material e formar um círculo com as partes.

Para realização da atividade 4 da NR9, a professora sugeriu que, para cada fração proposta, as alunas multipliquem por números diferentes e observem a equivalência. Quanto a trabalhar frações ela sugere:

> Para trabalhar inicialmente fração, apenas no concreto é um trabalho demorado. Porque, primeiro você trabalha a própria fração, como é que coube no inteiro, quantas peças é preciso para cobrir o inteiro.

Descrição das Aulas Referentes ao Tema 2: Corpos Redondos e Poliedros

Em relação ao tema Corpos Redondos e Poliedros as aulas foram apresentadas a partir do segundo semestre sendo que a professora formadora já havia enviado as atividades que seriam trabalhadas em aulas para as alunas durante as férias através da internet por e-mail pessoal. A professora iniciou as aulas sobre o tema acima relacionado no início do mês de setembro e desenvolveu além da leitura em sala de aula a respeito do texto Geometria – Introdução, as atividades SG 1 e SG 2, perfazendo um total de 8 horas aula.

Sobre esse tema é importante relatarmos a preocupação da professora formadora no que tange conteúdos geométricos, uma vez que as alunas ou desconheciam o tema ou conheciam muito pouco. Tanto a atividade SG 1, quanto a atividade SG 2, foram desenvolvidas em sala de aula. Em relação a atividade SG 1, a professora formadora levou o seu material concreto dentro de uma caixa que continha vários sólidos para mostrar as alunas. Também levou as “massinhas de modelar” e “caixas de fósforos grande” para que as alunas construíssem os sólidos geométricos que quisessem.

A formadora explicou minuciosamente mostrando o sólido geométrico a respeito da diferença entre poliedros e corpos redondos. As alunas levantaram-se da carteira e escolheram os sólidos, apenas poliedros, a pedido da formadora e também pegaram certa quantidade de palitos de fósforo e massinha de modelar. A formadora pediu que construíssem baseadas nos sólidos que pegaram para descobrir as arestas e os vértices de suas respectivas construções. Após a construção desses sólidos deveriam preencher a tabela que constava na atividade conforme Anexo A.

Durante a explicação da tabela solicitada a professora fez as devidas inferências. Em relação a atividade SG 2, a professora também levou o material para as alunas fazerem as planificações e entenderem a diferença entre área e perímetro. Percebemos também que essa atividade pode proporcionar momentos para as alunas (futuras professoras) vivenciarem posteriormente em seu cotidiano escolar essa relação teoria-prática. A professora teve o intuito de estabelecer as diferenças entre áreas e perímetros apenas dos Prismas e das Pirâmides. Assim como na atividade SG 1, para essa atividade a professora também levou o material concreto. As alunas precisavam “carimbar” as faces dos sólidos para posteriormente entender o modelo de Prisma e Pirâmide. A professora deixou claro que as alunas podiam colocar em posições diferentes que as planificações seriam as mesmas. Também solicitou as alunas que quando não estivesse montada deveriam montar a figura. Cada aluna fez a planificação em seu caderno.

Após a leitura do texto "A Geometria – Introdução" foi feita a inferência da professora P:

> P: Tem dois tipos de sólidos que nos interessam: os poliedros e os corpos redondos. Os poliedros são as figuras que tem “bico”, e os corpos redondos, são aqueles que por algum momento, podem “rolar”, a bola é um corpo redondo, o cilindro, o cone e assim por diante.

Para a atividade "Montando 'esqueletos' de poliedros", A professora levou uma “caixa” contendo diversos sólidos geométricos, entre eles “corpos redondos” e “poliedros”. Para essa atividade a professora dividiu a sala em grupos de alunos e solicitou que cada grupo escolhesse um tipo de sólido que poderia ser apenas poliedro. Com a utilização de palitos e massinhas construiriam os respectivos esqueletos. O intuito da professora foi que as alunas descobrissem o número de vértices e arestas de cada sólido construído. Após o término as alunas preencheram a tabela sobre “prismas e pirâmides”. O prisma se caracteriza por possuir duas faces iguais e paralelas, pode ser reto que é formado por ângulo de 90° ou inclinado com ângulos maiores ou menores que 90°. Um sólido geométrico é uma figura espacial que tem três dimensões (tridimensional) que são comprimento, altura e largura e não importa quem é o comprimento, a altura e a largura. Todas as figuras que tem faces planas são poliedros. A esfera é uma figura também espacial, mas não é um poliedro. Exemplos de poliedros encontrados no cotidiano: caixa de leite e caixa de suco, lata de óleo (redonda ou retangular) e “chapéu de bruxa”.

O prisma possui duas faces paralelas e iguais (bases congruentes em geometria), as outras faces são laterais e são todos retângulos. Exemplos: prisma de base hexagonal e prisma de base triangular.

A pirâmide não tem bases iguais e as faces são todas triangulares. Exemplo: pirâmide de base pentagonal.

Antes das alunas começarem a construir os “esqueletos” de poliedros a professora P sugeriu que com as crianças elas propusessem a construção de sólidos com argila ou massa de modelar, pois a manipulação facilita a percepção da forma. Do material levado pela professora as alunas podiam escolher o tipo de sólido e deveriam trabalhar com palitos de fósforo e massinha para a descoberta de vértices e arestas e aproveitou para explicar o que é comprimento, largura e altura dos poliedros e a diferença entre figura bidimensional e tridimensional.

Quanto ao reconhecimento das figuras geométricas a formadora sugeriu que as alunas podem usar modelos de objetos conhecidos como caixinha de leite, lata de óleo, bola, chapéu de bruxa. Ela aproveitou o exemplo da caixinha de leite para conceituar prisma regular, e as partes como base, faces laterais e deu exemplos de outros tipos de prisma como o cubo e o prisma de base triangular, pentagonal, hexagonal.

Na seqüência fez colocações sobre pirâmides e paralelepípedos e sobre as diferenças entre quadrado e cubo e como pode ser colocado para a criança. Neste momento a formadora fez a seguinte advertência:

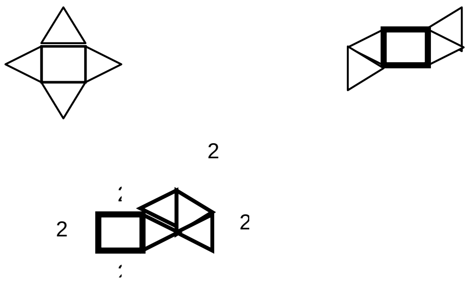
> Você vai trabalhar isso depois que o aluno já visualizou e sabe distinguir um objeto do outro, você pode mandar contar quantas arestas têm, quais são os vértices, de forma de preferência gostosa. Doces de leite são modelos de bloco retangular, você vai encontrar muitas coisas gostosas, pode levar uma caixa de suco e quando chegar na 4ª série e vai pedir perímetro e área você pode levar uma caixa de leite, calcular o volume que tem dentro, na 5ª série vai trabalhar com coisas que o aluno tem uma relação para lembrar. [...] Quando você for dar as propriedades, elas já enxergaram um monte de coisas. [...] Outra coisa muito interessante para trabalhar com figura geométrica é o geoplano. Você faz um quadrado de madeira e põe um monte de "preguinhos" mantendo a mesma distância.

SG 2 – Planificação – Área e perímetro

- Perímetro é a medida do contorno da figura;
- Dar o molde para o aluno, com caneta grossa passar em todas as linhas;
- Usar régua para medir.

A professora trouxe, para a sala de aula, diversos sólidos para as alunas fazerem os respectivos "carimbos". Ela explica que "carimbar" o sólido é o mesmo que "planificar" o sólido. As alunas carimbaram todas as faces dos sólidos escolhidos por elas. Colocaram de maneiras diferentes para entender que as planificações ficavam iguais, com o objetivo de calcular a área e o perímetro. A professora pediu para as alunas escolherem tanto prismas quanto pirâmides. Segundo a professora para que o trabalho docente fosse significativo era importante para as crianças dos anos iniciais terem o "molde" e contornar as linhas com caneta grossa. A professora disse que "carimbar" a figura é medir o contorno e que perímetro é a medida do contorno.

A mesma figura pode ter três planificações diferentes. Nesse momento a professora desenha na lousa uma pirâmide de base quadrangular em três posições diferentes.



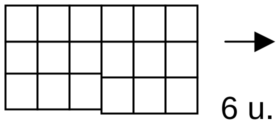
Após o desenho a professora fez observações sobre o perímetro da figura:

> O perímetro é a medida do contorno da figura, ou seja, partimos de um ponto damos a volta na figura e retornamos ao mesmo ponto. Nessa planificação da pirâmide de base quadrangular temos três planificações diferentes de uma mesma figura. Suponhamos que seja um quadrado de lado 2 cm e altura 5 cm. O perímetro é 22. O perímetro em alguns livros de matemática é indicado por 2P. Não precisa usar 2P. Vocês podem escrever perímetro. No caso 22 é a unidade usada.

A professora deu exemplos com outras medidas para o cálculo de perímetro com planificações diferentes e explicou que o perímetro era apenas da planificação e não do sólido geométrico e que na verdade os "lados" são os contornos da figura.

Após a explicação sobre o cálculo do perímetro a professora explicou que área é a medida da superfície, ou melhor, quantas unidades de área cabem? Posteriormente disse que a área depende da unidade adotada. A professora tinha uma “caixa de fósforos grande” e desenhou na lousa. Disse que para medir o plano, devemos usar o plano e para medir a superfície usamos a unidade de área. Deu o exemplo da caixa de fósforos grande e a pesquisadora de como exemplo a borracha da Universidade Metodista como duas unidades de área.

Essa aula foi bastante positiva, pois a lousa da sala de aula facilitou os desenhos feitos pela professora como se fosse papel quadriculado. Ela perguntou como se calculava a área de um retângulo desenhado na lousa. A aluna respondeu: base X altura, a professora disse que “ficou decorado” sem saber por que decorou e fez um retângulo de medidas 3 x 6 = 18 u.a. Utilizou o “raciocínio multiplicativo”.



18 u.a.

6 u. a. x 3

Neste momento a professora explicou que na medida da superfície deve aparecer a unidade de área, que é uma superfície.

Ao ensinar sobre a superfície do paralelogramo a professora formadora explicou que:

> A altura do paralelogramo é a distância de um lado ao outro. Dois lados paralelos. Quando temos um paralelogramo podemos não saber onde está a altura, temos que considerar a distância de dois lados paralelos e continua sendo base vezes a altura. Ao trabalhar com figuras como o paralelogramo, deve fazer no papel quadriculado, mandar recortar o pedaço, colar do outro lado, quadricular a figura para o aluno enxergar que a área do paralelogramo é igual a do retângulo.

Quanto à área do triângulo, a professora mostrou que esta figura é metade de um retângulo ou do paralelogramo e, a partir daí, propôs o cálculo da área mostrando o que é base e altura para o triângulo. Quanto à maneira de ensinar os alunos das séries iniciais, propôs:

> Para os alunos das séries iniciais, pedir para manipular a figura, não falar a fórmula. Desenhar no papel quadriculado, tentar contar e chegará um momento que o aluno vai perceber que a área do triângulo é metade da área do paralelogramo. Para calcular a área é preciso saber quantos 'quadradinhos' cabem. É por isso que surgiram os números fracionários. Desenhar o retângulo no papel quadriculado recortar e colocar uma sobre a outra. Cola do outro lado para o aluno enxergar que tem dois retângulos para deduzir que a área do triângulo é a metade.

Usando a lousa da sala de aula, que é “quadriculada”, cor verde, a professora foi propondo medir a superfície das figuras apresentadas, sempre desenhadas em papel quadriculado para facilitar a compreensão. Assim ela desenhou várias figuras algumas delas irregulares, como a que se encontra no Anexo A, outras regulares como o trapézio.

Ela ensinou a seguir o seguinte artifício:

> O artifício, ou segredo é o seguinte: é transformar a figura dada, em uma figura que eu saiba fazer. Eu não sei fazer vezes, eu tento arrumar um jeito de achar uma figura que eu saiba. Porque eu sei transformar em vários triângulos, mas ai eu preciso conhecer as medidas, por isso que a gente

> tenta dobrar, porque ai eu tenho medidas mais seguras. Agora, isso é para vocês. Porque se vocês têm essa noção, para vocês explicarem para o aluno, vocês farão o aluno chegar nessa idéia. Vocês não vão dar essa idéia vocês vão induzindo o aluno. Começar concretamente, porque contar ”quadradinhos” é uma maneira concreta de se obter a área, e levar o aluno a perceber que existem formas de obter. O próprio aluno de tanto contar quadradinhos em retângulo, acaba descobrindo, que se multiplicar chega ao resultado.

A seguir propôs a planificação de um prisma utilizando uma caixa de pasta de dentes que pode ser desmontada.

Inferência da professora P:

> P: Vamos fazer um prisma que é uma caixa de pasta de dente. Abram a caixa, para ver como fica. Podem fazer um esboço da planificação. A idéia é como será a planificação, o modelo do sólido. Abrir a caixa. O desenho em perspectiva é para visualizar melhor o objeto. Uma face é um retângulo. Não são do mesmo tamanho. Desenhar um maior e um menor. E as faces de cima e de baixo? As tampas? São as bases.
>
> A: Então professora, aquelas caixas de sapato que existem nas lojas são um prisma?
>
> P: Sim, até aquelas curvas? As curvas não fazem parte da vista externa do sólido. As áreas 1 2 3 4 juntas vão formar um retângulo. Calcular cada retângulo e somar ou somar os pedaços e calcular a área do retângulo todo. [...] Você começa a fazer na 4ª série quando a criança começar a ter algum contato com número decimal. É mais comum na 5ª série, na 4ª série trabalhamos com medidas mais inteiras, porque eles ainda não têm uma vivência grande com números decimais. [...] Às vezes para o aluno é mais fácil calcular cada uma e depois somar. Vai demorar, mas depois de fazer três ou quatro vezes percebe que a área total é a área do retângulo grande. Ao invés de fazer cada um, faz uma conta apenas.

A seguir, a professora pediu que fizessem a planificação de um prisma de base triangular que pode ter todos os lados iguais ou mesmo ser um triângulo retângulo e em todos, o recurso utilizado é o mesmo, colocar os dois triângulos juntos para formar um paralelogramo e o aluno enxergar a superfície.

Descrição das Aulas Referentes ao Tema 3 Área, Perímetro e Volume

A atividade dos palitos foi desenvolvida durante 2 horas aula e a formadora desenhou várias figuras na lousa e pediu que fossem desenhadas com palitos: com dois - num ângulo reto, com quatro - um quadrado, com seis - um quadrilátero sem ângulos retos, assim como um retângulo e um quadrilátero sem lados paralelos, com cinco um quadrilátero sem lados paralelos e outro quadrilátero com apenas dois lados paralelos.

Segundo a professora esta atividade faz com que o aluno perceba a medida dos lados e também que existem outras possibilidades para as figuras geométricas.

Em seguida, para trabalhar os conceitos de perímetro e área a professora passou à atividade do Tangram (Anexo A). A primeira proposta foi a construção de um tangram usando uma folha de papel sulfite e dobraduras que foram sendo ensinadas passo a passo para as alunas.

Depois começou a ensinar as medidas das figuras usando as unidades de áreas que são as figuras formadas pelo tangram, iniciando pelo uso do lado do triângulo pequeno. As medidas foram anotadas em uma tabela (Anexo A). Para medir o perímetro ensinou a medir o contorno aproximando o número de unidades que cabia em cada lado das figuras medidas. Então fez o seguinte comentário:

> <u>É um pouco complicado, mas a idéia é que toda vez que queremos medir alguma coisa, iremos comparar o objeto que queremos medir com outro objeto que é a unidade escolhida.</u> (grifo nosso). Por exemplo, podemos medir a lousa da sala de aula usando como unidade de medida “um palmo”, vamos colocando os palmos e contando e comparamos o comprimento da lousa quantos palmos cabem. Nas séries iniciais, vamos introduzindo os nomes, por exemplo, paralelogramo, é um nome difícil, muito devagar e vai chegar o momento que o aluno reconhece a figura.

Na atividade seguinte as alunas deviam utilizar a área do quadrado inicial do Tangram utilizando as figuras formadas dentro do Tangram. As medidas também foram anotadas em uma tabela (Anexo A). As alunas concluíram que as três figuras medidas possuíam a mesma área, isto é, a unidade de medida usada era repetida o mesmo número de vezes em cada uma delas.

Esta parte sobre cálculo de área foi encerrada com uma atividade utilizando um quadrado composto por quatro palitos como unidade de medida e foi desenvolvida na lousa com desenhos feitos pela professora, utilizando o cálculo de perímetro e área. Para terminar fez a seguinte inferência:

> Se tem o mesmo perímetro nem sempre tem a mesma área. Não estamos fazendo “contas”, estamos colocando um sobre o outro, para entender a diferença entre área e perímetro. A área é a medida da superfície e o

> perímetro é a medida do "contorno", não se mede o perímetro, cuidado porque os livros didáticos trazem "soma dos lados" (grifo nosso).

Para ensinar o volume a professora utilizou a figura de um cubo e fez as atividades com ela. Para tanto, trouxe para a sala de aula jornais para as alunas (futuras professoras), construírem seis quadrados de 10 cm de lado e seis quadrados de 1 m de lado. Posteriormente construíram também com jornais cubos de 10 cm de largura, altura e comprimento e finalmente construíram um cubo com volume 1 m^3.

Observamos que essa atividade pode proporcionar momentos de muita "descontração" entre as alunas por dois motivos: eram as últimas aulas do ano e a construção do conceito de volume ocorreu de maneira significativa. Algumas alunas (futuras professoras) desconheciam volume de um cubo.

A formadora para desenvolver essa atividade denominou de "cubão", pois anteriormente as alunas (futuras professoras) haviam feito alguns cubos ("cubinhos"). Todas as alunas participaram da construção dos cubos e também todas as alunas participaram de forma efetiva do cálculo do volume do cubo, porque a formadora solicitou que o grupo todo ficasse em "pé" em volta da formadora, auxiliando-a para colocar os "cubinhos" que haviam construído dentro do "cubão".

A participação da pesquisadora foi muito importante durante esse trabalho de construção, embora tenha sido apenas de "observação" de todas as atividades.

A professora iniciou a aula discutindo com as alunas o perímetro e a área e estabeleceu o conceito de unidade e de seus múltiplos e submúltiplos, deixando bem claro que unidade de medida não tem necessariamente que ser o metro, mas sim qualquer medida que tomarmos como padrão, e para melhor entendimento citou vários exemplos.

Quando iniciou a atividade sobre volume pediu que as alunas montassem os quadrados menores feitos em aulas anteriores para formar um metro quadrado. Então, utilizando o metro quadrado que as alunas haviam feito com os quadrados ensinou-as a fazer as medidas do cubo para calcular o volume. Neste momento, citou o exemplo da caixa d'água que pode ser encontrada em metros cúbicos ou litros. Ao pedir que preenchessem o cubo maior com os cubinhos menores mostrou que o *volume* é o que vai caber de unidades dentro do cubo. Daí concluiu a fórmula para o cálculo do volume do cubo e generalizou o procedimento para outras figuras como paralelepípedo. Deu, em seguida, a seguinte sugestão:

> Quando vocês forem trabalhar isso com os alunos, vocês não vão fazer uma experiência, vocês têm que fazer uma grande variedade, com várias caixas diferentes, várias unidades, exemplo, o dadinho, uma peça de dominó, brinquedos que vocês tenham disponíveis como unidade para saber quantos cabem dentro da caixa ir criando, inventando uma forma de calcular essa quantidade. Automaticamente eles vão perceber que é o raciocínio retangular. Produto é um dos raciocínios multiplicativos e para descobrir quantas placas iguais cabem basta multiplicar pelo valor da altura.

Aproveitou para terminar a aula estabelecendo a relação entre o metro cúbico e o litro estabelecendo que 1 dcm^3 = 1 litro. E dialogou com as alunas:

> O volume quando falamos em litros estamos pensando em capacidade, é o objeto que cabe dentro de $1dcm^3$ ou 1 litro.
>
> A 16: Professora, e quando a caixa é redonda?
>
> P: É a mesma coisa, só que eles já usam como unidade o litro. Então procuram construir uma caixa que caibam 1000 litros dentro. Vai ter uma base redonda e certa altura. $1m^3$ tem 1000 litros. O litro a unidade é l. Então um metro cúbico, tem mil decímetros cúbicos. A atividade de ontem: construir os quadrados de 10 cm e 1 metro para montar os cubos foi para fazermos essas equivalências.

APÊNDICE C

ATIVIDADES DESENVOLVIDAS POR ALUNAS RELATIVAS À ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO COM O USO DE MATERIAL DOURADO

<u>Adição:</u>

- Representar o número 16 e depois o número 38 com o material dourado;
- Juntar as quantidades, fazendo as trocas necessárias;
- Registrar no caderno o procedimento executado com o material;
- No caderno: o registro é importante;

1ª ação

C	**D**	**U**
		1
	1	6

2ª ação

C	**D**	**U**
	1	6
	3	8

3ª ação

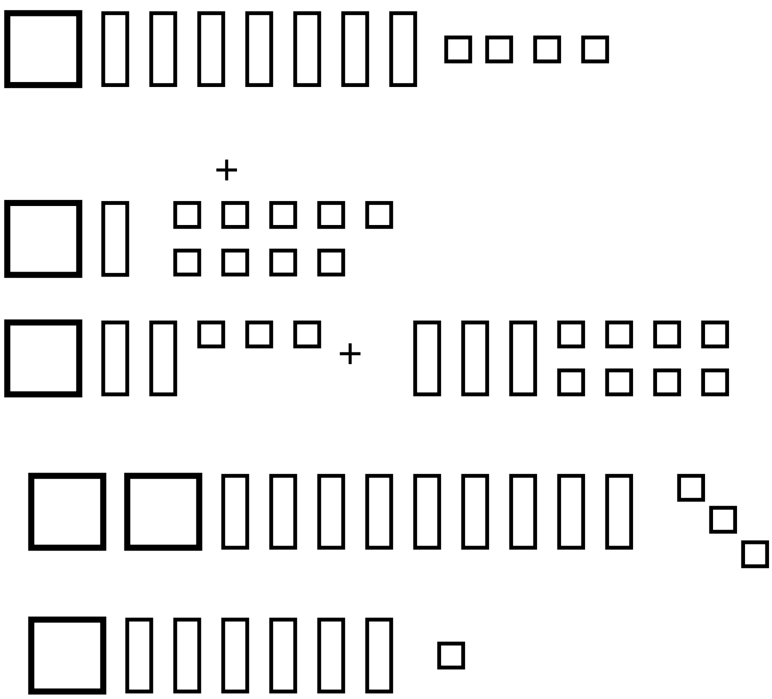
C	**D**	**U**	
	1	6	
	3	8	+
	5	4	

- Apresente várias adições, do mesmo tipo para os alunos calcularem de forma semelhante:

34 + 29; 68 + 27; 70+ 11; 123 + 38; 174 + 119, etc.

A 14: cálculos 123 + 38; 174 + 119.

Representação com o material dourado:



1 -

C	D	U
1	7	4
	1	

C	D	U
1	7	4
1	1	9

C	D	U
1	7	4
1	1	9
2	9	**1**3

2 -

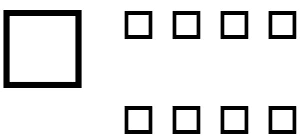
C	D	U
1	2	3
	1	

C	D	U
1	2	3
	3	8

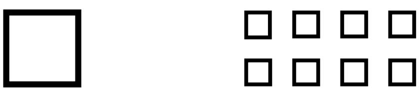
C	D	U
1	2	3
	3	8
1	6	**1**1

P: representar o número 108 através do material dourado.

A 14: representação no caderno:



C D U



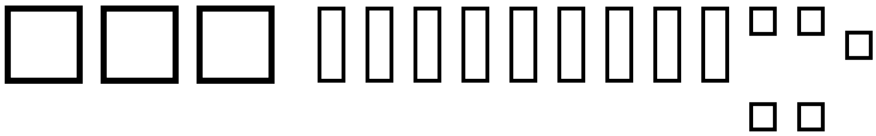
1 0 8

"GUARDA" O LUGAR DA DEZENA.

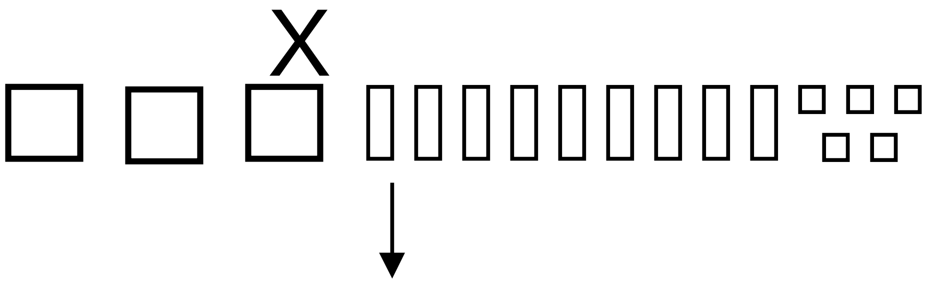
Subtração:

- Técnica de recurso à ordem superior (“empresta”);
- Representar o número 395;
- Proceder às trocas necessárias;
- Subtrair 176;

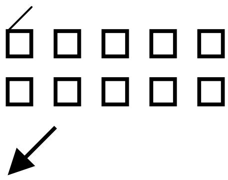
A 14: representação no caderno:



C	D	U
3	9	5
C	D	U
3	9	5
1	7	6



“empresta” uma dezena, explicar que “emprestar” uma dezena, não uma unidade.



(300 – 100 = 200) *(10 + 5 = 15 - 6 = 9)*

Resultado final:

□□ ▯ □□□□□ □□□□

P:	C	D	U
	3	9	5
	1	7	6
	C	D	U
	3	~~9~~ **8**	**15** 5
	1	7	6
	2	1	9

APÊNDICE D

ATIVIDADES COM NÚMEROS RACIONAIS

NR 1 – Situações Problemas – Divisão

Objetivo: Distinguir as situações que conduzem a divisões em que o resto pode ser subdividido.

Representar as seguintes situações:

1. Colocar 18 balas em 3 saquinhos (em quantidades iguais).

2. Vanessa foi de Fortaleza à Teresina, 670 km, e gastou 8 horas na viagem. Em média qual foi a sua velocidade em quilômetros por hora?

3. Distribuir igualmente 15 lápis entre 5 crianças.

NR 2 – Escala Cuisinaire

Objetivo: Identificar situações de medida em que a comparação entre duas grandezas pode ser representada por um número natural.

Tarefa inicial: colorir as colunas de acordo com as indicações dadas abaixo:

1ª A coluna já desenhada é branca.

2ª Vermelho: A coluna branca é metade da vermelha.

3ª Verde clara: Preciso de uma vermelha e de uma branca para ter uma verde-clara.

4ª Roxa: A vermelha é metade da roxa.

5ª Amarela: Juntando uma roxa e uma branca, obtenho a amarela.

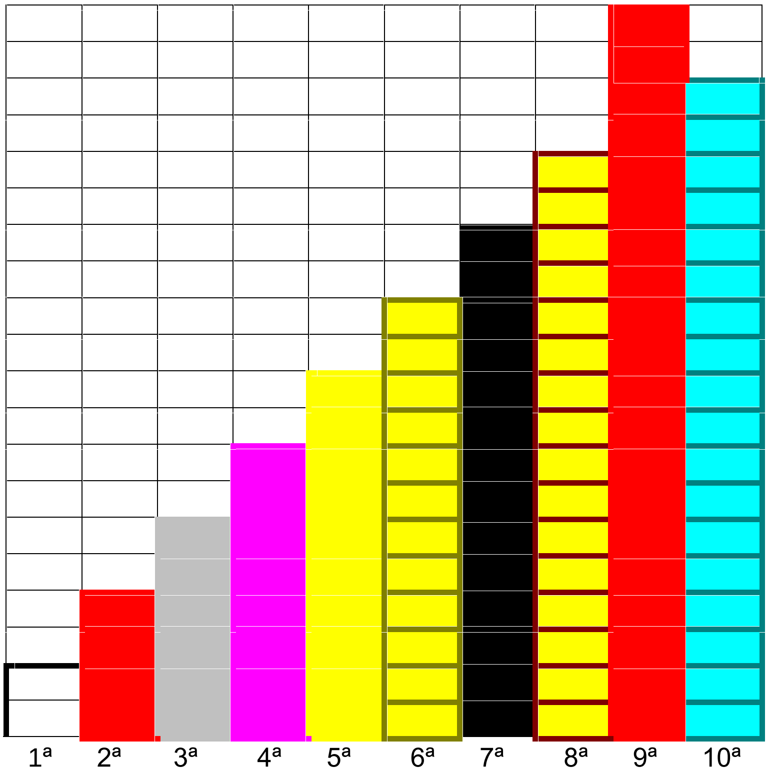
6ª Verde - escuro: A verde-clara é metade do verde-escuro.

7ª Preto: Juntando um verde escuro e uma branca, obtenho a preta.

8ª Marrom: A marrom é o dobro da roxa.

9ª Alaranjada: A amarela é metade da alaranjada.

10ª Azul: Juntando a marrom e a branca, obtenho a azul.



Preencher a tabela, abaixo, e depois responder:

- Foi possível preencher toda a tabela?
- Em que situações as quadrículas da tabela não foram preenchidas?
- Ao dizermos que a tira vermelha cabe duas vezes na roxa, podemos dizer que estamos medindo a tira roxa com a vermelha?

Quantas vezes cabem?	Branca	Vermelha	Verde-Claro	Roxo	Amarelo	Verde-Escuro	Preto	Marrom	Azul	Alaranjada
Branca	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Vermelha	½	1	-	2	-	3	-	4	-	5
Verde-Claro	1/3	-	1	-	-	2	-	-	3	-
Roxo	¼	-	-	1	-	-	-	2	-	-
Amarelo	1/5	-	-	-	1	-	-	-	-	2
Verde-Escuro	1/6	1/3	-	-	-	1	-	-	-	-
Preto	1/7	-	-	-	-	-	1	-	-	-
Marrom	1/8	1/4	-	-	-	-	-	1	-	-
Azul	1/9	-	-	-	-	-	-	-	1	-
Alaranjada	1/10	1/5	-	-	½	-	-	-	-	1

NR 3 – Fração – Relação de quociente

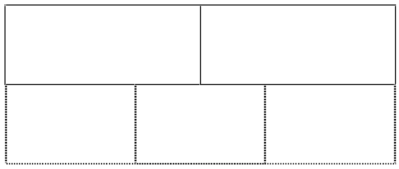
Objetivo: Associar a escrita $\frac{1}{n}$ ao quociente de **1** por **n**, sendo **n** um número natural diferente de zero.

Com uma folha de papel sulfite fazer com dobradura, 9 tiras de papel de mesmo formato e mesmo tamanho. Colorir cada uma delas de vermelho, verde-claro, roxo, amarelo, verde-escuro, marrom, azul e alaranjada; uma deve permanecer branca.

Com a tira vermelha, propor a divisão em duas partes iguais. (verificar as diversas maneiras dessa divisão). Discutir sobre que escrita representa essa divisão e, registrar 1 : 2 com sua respectiva escrita: $\frac{1}{2}$

Propor a divisão das outras tiras da seguinte maneira: verde-claro em 3 partes; roxo em quatro partes; amarelo em 5 partes; verde-escuro em 6 partes;

marrom em 8 partes; azul em 9 partes e alaranjada em 10 partes. Todas essas divisões, por meio de dobraduras e todas na mesma posição, por exemplo:



$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$

NR 4 – Situação Problema – Relação parte-todo/ Tratamento da Informação

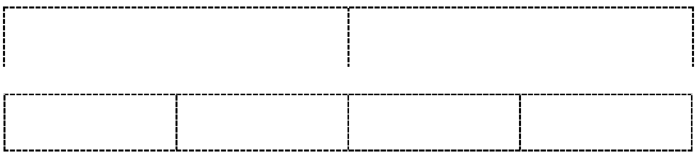
Completar a tabela e construir um gráfico de setores.

Em uma escola há 720 alunos, distribuídos assim:

- *½ deles estudam no período da manhã;*
- *1/3 estudam no período da tarde;*
- *E os outros estudam a noite.*

Complete a tabela e construa um gráfico de setores

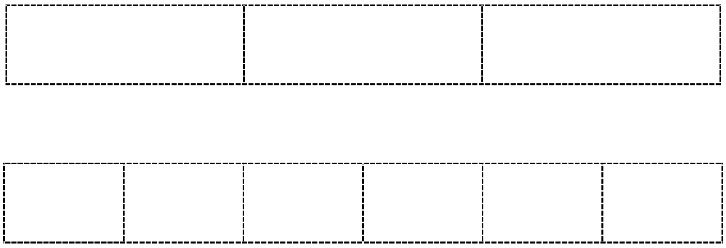
Período	*Fração dos 720 alunos*	*Número de alunos*
Manhã	*½*	*360*
Tarde	*1/3*	*240*
Noite	*? = 6/6 (inteiro) – 5/6 = 1/6*	*120*



Dividindo a unidade inicial.

1/3 dobrar = 2/6, triplicar = 3/9=4/12=5/15=6/18...

São chamadas de frações equivalentes, ou seja, representam a mesma quantidade.



Dividindo a unidade inicial.

NR 5 – Planejamento familiar – Relação parte – todo

Completar a tabela e responder as questões.

Para organizar suas despesas, a família Pereira fez o seguinte planejamento:

Aluguel	Alimentação	Medicamentos e higiene	Água, luz e gás	Vestuário	Transporte	Lazer e poupança	Total
30%	25%	5%	3%	5%	10%	22%	100%
900,00	750,00	150,00	90,00	150,00	300,00	660,00	3000,00
225,00	187,50	37,5	22,5	37,5	75,00	165,00	750,00

a) Quanto lhe sobra para lazer e poupança?

b) Faça com papel quadriculado um gráfico deste orçamento.

c) Preencha a tabela com valores para os casos:

- Se a família possuir uma renda familiar de R$ 3 000,00
- Se a família possuir uma renda familiar de R$ 750,00

NR 6 – Situação Problema – Relação parte – todo

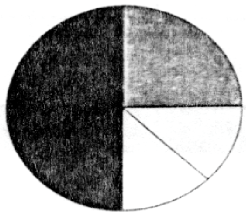
Responder de acordo com o gráfico de setores.

a) Neste círculo foi pintado:

$\frac{1}{2}$ ou ______%

$\frac{1}{4}$ ou ______%

$\frac{2}{8}$ ou ______%



Se este gráfico representar uma classe de 40 alunos, quantos estarão representados em cada cor?

________ ________ ________

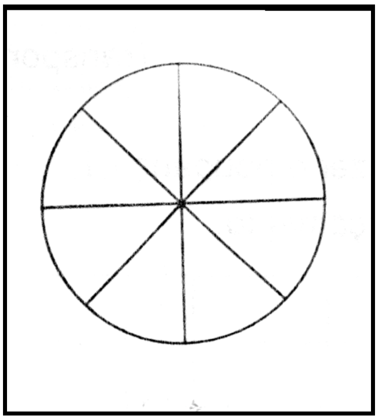
$\frac{1}{2}$ ou 50 % = 20 alunos

$\frac{1}{4}$ ou 25 %= 10 alunos

$\frac{2}{8}$ ou 25 %= 10 alunos

NR 7 – Situação Problema – Relação parte – todo / Tratamento da Informação

De acordo com a tabela, reconhecer que os valores percentuais podem ser representados na forma fracionária. Reconhecer o uso da porcentagem no contexto diário. Leitura e interpretação de dados apresentados em uma tabela e posterior construção dessas representações.



Frutas	Porcentagem
Mamão (amarelo)	25%
Maça (vermelho).	12,5%
Limão (verde)	62,5%

NR 8 – Oficina de Matemática: Jogos com Frações

- Atividade de leitura em sala de aula.

A abordagem dos números racionais no segundo ciclo tem como objetivo principal levar os alunos a perceberem que os números naturais, já conhecidos, são insuficientes para resolver determinados problemas.

A prática mais comum para explorar o conceito de fração é a que recorre a situações em que está implícita a relação parte-todo. É o caso das tradicionais divisões de um chocolate ou de uma pizza, em partes iguais.

A fração indica a relação que há entre um número de partes e o total de partes.

Outro significado das frações é o de quociente, baseado na divisão de um número natural por outro (a:b = a/b; b diferente de zero). Para o aluno, ela se diferencia da interpretação anterior, pois dividir um chocolate em três partes e comer duas dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir dois chocolates entre três pessoas. No entanto, nos dois casos, o resultado é representado pela mesma notação: 2/3.

Uma terceira situação, diferente das anteriores, é aquela em que a fração é usada como uma espécie de índice comparativo entre duas quantidades de uma grandeza, ou seja, quando é interpretada como razão. Isso ocorre, por exemplo, quando lidamos com informações do tipo “2 em cada 3 habitantes de uma cidade são imigrantes”.

Outros exemplos podem ser dados: a possibilidade de sortear uma bola verde de uma caixa onde há 2 bolas verdes e 8 bolas de outras cores (2 em 10 ou 2/10); o trabalho com escalas em mapas (a escala é de 1cm para 100cm ou 1/100); a exploração da porcentagem (40 em cada 100 alunas da classe gostam de tricotar cachecol ou 40/100 = 40%).

Essas três interpretações são muito interessantes de serem exploradas nos ciclos iniciais.

NR 9 – Atividades com base no livro Jogos com Frações de Cristina Maranhão

Frações: conceito, equivalência, operações.

Objetivos:

Desenvolver de forma intuitiva conceito de fração.

Realizar um procedimento experimental das operações com frações.

Ter um contato experimental com a noção de frações equivalentes.

Material: cola, lápis de cor ou canetas coloridas, lápis preto, e discos de cartolina em cores diferentes – 1 branco, amarelos, azuis e vermelhos - recortados segundo diversas frações.

ATIVIDADE 1:

Tarefa 1: Pintar, escrever em cada peça a fração que ela representa e recortar. Organizar o material separando todas as peças de mesmo tamanho (em algumas os cortes não estão exatamente iguais, mas desconsidere diferenças muito pequenas).

Tarefa 2: Forme discos, como os brancos de seu conjunto de peças, usando apenas peças de mesmo tamanho.

Cada peça é uma fração do disco. Como as partes são iguais, cada uma recebe um nome especial, de acordo com o número de partes necessárias para formar o disco.

Você já conhece o nome de algumas?

Meios, terços, quartos, sextos, doze avos.

ATIVIDADE 2:

A distribuição em partes iguais

Material: sextos e doze avos

Forme um disco com sextos. Distribua, em quantidades iguais, 24 bolinhas de papel sobre as peças do disco.

Quantas bolinhas foram colocadas em cada sexto do disco? 4.

Em quantos grupos foram divididas as bolinhas? 6.

Complete:

- Um sexto de 24 bolinhas corresponde a 4 bolinhas ou $\frac{1}{6}$ de 24 = __4___

- Dois sextos de 24 bolinhas corresponde a 8 bolinhas ou $\frac{2}{6}$ de 24 = _8____
- c) $\frac{5}{6}$ de 24 = ___20___

ATIVIDADE 3:

Adições

Material: meios, sextos, terços, doze avos.

Tarefa 1: Forme inteiros com as peças de seu material.

Use pelo menos dois tamanhos de peças.

Escreva adições para representar os inteiros que você obteve.

Tarefa 2: Pinte os círculos de acordo com as adições.

Use cores diferentes para cada parcela. Complete o resultado com duas frações equivalentes.

$\frac{1}{3}+\frac{2}{6}=$ $\frac{4}{12}+\frac{1}{6}=$

$\frac{2}{4}+\frac{3}{6}=?$ $\frac{6}{12}+\frac{6}{12}=\frac{12}{12}$ é um inteiro.

$$\frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{6}{12} = \frac{10}{20} = \frac{8}{16}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{6}{12} = \frac{9}{18} = \frac{12}{24}$$

APÊNDICE E

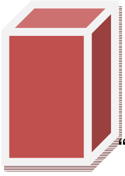
TRANSCRIÇÃO DAS AULAS REFERENTES À GEOMETRIA

Construindo "esqueletos de poliedros".

P: Você consegue fazer o aluno construir o sólido ou com argila, ou com massa de modelar. Mandar o aluno construir qualquer objeto. Porque o aluno deve construir manipulando o sólido? Porque quando o aluno manipula começa a sentir com dar forma par aquele objeto, para ser igual ao modelo que ele está copiando. Eu trouxe o material para vocês trabalharem tem umas massinhas de modelar e caixas de fósforo. Cada pessoa vai escolher um tipo de sólido, vocês vão trabalhar com poliedros, vão olhar e montar os sólidos usando palitos e massinhas, ou seja, vai fazer "bolinhas de massinhas" para unir, encontrar os vértices. Apenas construção de poliedros.

A idéia desse trabalho é vocês descobrirem principalmente os vértices e arestas. Vocês vão trabalhar com as bolinhas nos vértices e os palitos nas arestas. Cada grupo pega dois rolinhos de massa e metade de uma caixa de palitos. Cada elemento do grupo escolhe uma "peça" e faz. O prisma é uma figura espacial, tridimensional, ou seja, têm três dimensões, quais são as três dimensões? No caso particular do prisma, tem comprimento, largura e altura. Que qualquer um pode ser comprimento. Quando uma figura "é móvel", eu posso colocá-la em qualquer lugar, eu posso enxergar de qualquer jeito. Não importa quem é comprimento, quem é largura, quem é altura, porque, fica muito "esquematizado" no livro didático que o "mais comprido" é o comprimento, um é largura e a outra altura. O que está para cima obrigatoriamente é a altura. Não é, porque qualquer figura espacial é "móvel". O prisma inclinado possui ângulos maiores ou menores que noventa graus e o prisma reto possuem ângulo de noventa graus. Por exemplo, quando você faz o retângulo, você tem comprimento e altura em duas dimensões. Uma figura plana é "bidimensional". Uma figura espacial é "tridimensional", porque a terceira dimensão é aquela que sai do plano. O plano tem duas dimensões, o comprimento e a largura. Não importa, é bidimensional, um é "a" e o outro é "b", "r", "s", "x", "y". Qualquer número 3, 4, 2, 5, 1 e 10. <u>Todas as figuras tridimensionais que tem faces planas são poliedros.</u> (Grifo nosso). Vocês não precisam estar sabendo todos esses nomes, mas é bom que saibam que existem esses nomes. Por exemplo, quando você vai prestar um concurso pode falar sobre poliedros precisa saber que poliedro é uma figura espacial que tem todas as faces planas. Você pode dizer que a esfera é uma figura espacial, mas não é um poliedro. O que nós mais usamos, por exemplo, pensem em uma "caixinha de leite", é um poliedro, uma forma poliédrica. Caixinha de suco ou de leite. Uma lata de óleo, você vai pensar em uma lata redonda, mas pode ter também uma lata retangular, são figuras espaciais. Um chapéu de bruxa, você vai ver que figura? Um cone, você vai perceber que o que usamos na geometria são modelos, e o modelo é muito perfeito, porque o modelo é para nós podermos fazer cálculos e trabalhar com a figura, nem sempre o cálculo é muito preciso, a não ser que seja na engenharia, mas ele dá muito bem a idéia do volume, da altura, da capacidade do objeto, do comprimento, etc. Dentre os objetos que a gente mais usa estão os poliedros que são os prismas e as pirâmides que são os que a gente mais trabalha, porque? São as figuras que fazem mais parte no nosso dia-a-dia. Como o prisma, pode usar uma caixinha de leite, de suco, pasta de dente, sabonete de perfume e caixa de sapato. O prisma tem duas faces, paralelas e iguais. O prisma regular é uma figura que tem todos os lados iguais. O retângulo também tem todos os lados iguais.

A “caixinha de leite” é assim:



Bloco retangular, caixa de leite ou paralelepípedo.

“O modelo dá idéia do real”.

Normalmente, nós chamamos de base as duas faces menores, mas não é obrigatório, você pode pegar a caixa e colocar em qualquer posição e você vai escolher duas faces paralelas e iguais, em geometria a gente usa a palavra “congruente”, que quer dizer igual. <u>Paralelas e iguais, e como ele tem seis faces ele tem três tipos de faces paralelas e iguais.</u> (grifo nosso).

Qualquer duas faces podem ser as bases. Escolhidas as bases as outras são chamadas faces laterais. Porque é preciso conhecer esses nomes? Porque quando conversamos sobre isso é preciso saber a palavra correta. Quando eu lido com a criança, por exemplo, prisma quadrangular, tem algum nome especial?

O cubo, ou dado. O cubo é um bloco retangular e a diferença é que as arestas do cubo são todas iguais. O cubo se caracteriza porque todas as faces são iguais e quaisquer duas delas é base. De qualquer jeito que eu vire, é igual. A base pode ser escolhida. Não podemos fazer isso, por exemplo, no prisma de base triangular. As bases são bem divididas, são triângulos. Não tem nenhuma paralela. A mesma coisa no prisma pentagonal, as bases são muito definidas. São pentágonos, porque não tem nenhuma outra paralela. Por exemplo, o prisma hexagonal, as bases são um hexágono. Porque outra característica do prisma é que as outras são faces laterais, e são todos retângulos. O triangular é retângulo, qualquer prisma as faces laterais são retângulos. E o cubo? É retângulo? O que é um retângulo? Lados dois a dois paralelos e iguais. E os ângulos? São todos ângulos retos. E o quadrado? O quadrado tem quatro lados iguais. Nós costumamos dizer que o quadrado está na família do retângulo. Porque ele não é um retângulo. A gente usa dizer em matemática que um quadrado é um retângulo porque ele tem todas as características do retângulo e tem alguma coisa a mais, os lados são todos iguais. Não tem todos os ângulos retos de noventa graus? Os carpinteiros, os pedreiros, qualquer construtor trabalha muito com isso, com ângulos retos, as “quinas” das paredes são todas formadas por ângulos retos. O que é um ângulo reto? É um ângulo que têm, noventa graus. Caracterizando o prisma: as duas faces paralelas e iguais, quer dizer congruentes, e as laterais todas são retângulos. Agora vocês vão olhar os vértices, quantas varetas tem em cada vértice, ou seja, quantas arestas chegam a um número de vértices? Qual é a diferença de prisma para pirâmide? As faces laterais são todos triângulos. Tanto numa pirâmide de base regular, quanto numa pirâmide de base não regular. Mas a pirâmide continua tendo as faces laterais sempre são triângulos e a base tem o nome do polígono que ela estiver representando. Pirâmide é uma coisa que todo mundo conhece. Muita gente tem a idéia de que a pirâmide é só de base quadrada. Pode ter pirâmide de base retangular, pode ter triângulo. Paralelepípedo é um bloco retangular. A “caixinha de leite” pode ser conhecida também como paralelepípedo. Porque chama paralelepípedo? Porque a gente fala bloco retangular?

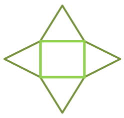
Atualmente por causa dos tijolos retangulares, blocos de tijolo retangular ou paralelepípedo. É um bloco retangular, é a “caixinha de leite”. É um modelo. A caixa de leite é um modelo de bloco. A matemática trabalha muito com modelos, porque o modelo dá a idéia do real. Esse modelo serve para qualquer objeto que tenha mais ou menos aquela forma. Muitas crianças chamam o cubo de quadrado. Qual a diferença do cubo para um quadrado? Mas porque o quadrado não é cubo e o cubo não é quadrado? Uma aluna respondeu por que o cubo tem três dimensões, ele é um sólido e o quadrado tem só duas dimensões. Muitas vezes dependendo da série que você trabalha um é “magrinho” o outro é “gordinho”. O magrinho é o quadrado, o gordinho é o cubo. Pode começar o cubo de gelo, dado, porque o cubo é um modelo de dado. Pode por os dois e perguntar o que eles têm de igual e o que eles têm de diferentes. Eles têm alguma coisa igual? Aqui tem só um quadrado e aqui tem muitos quadrados. Seis quadrados. Que, aliás, é o número de faces do bloco retangular que de certa forma o cubo é um bloco retangular. Se eu puser o cubo e gelinho de cubo. Você vai trabalhar isso depois que o aluno já visualizou e sabe distinguir um objeto do outro, você pode mandar contar quantas arestas têm, quais são os vértices, de forma de preferência gostosa. Doces de leite são modelos de bloco retangular, você vai encontrar muitas coisas gostosas, pode levar uma caixa de suco e quando chegar na 4ª série e vai pedir perímetro e área você pode levar uma caixa de leite, calcular o volume que tem dentro, na 5ª série vai trabalhar com coisas que o aluno tem uma relação para lembrar. Começa com “doces” para distinguir as formas, depois começa a contar os vértices e arestas depois com as propriedades, reconhecer as propriedades, por exemplo, qual a diferença que tem o prisma e a pirâmide? Porque você retoma o assunto de várias maneiras diferentes, não só memorizando. Por exemplo, o cubo e o bloco retangular, o que vai acontecer? Quantos vértices? 8. Faces? 6. Arestas? 12. O cubo vai dar a mesma coisa vai ter 8 vértices e oito faces, mesmo número de arestas e saem 3 de cada vértice. Se tudo é tão igual onde está a diferença? O que é diferente? São as arestas que vão ser diferentes. No paralelepípedo as arestas têm tamanhos diferentes e no cubo as arestas são todas iguais. Arestas com tamanhos diferentes e arestas todas iguais. Se eu encontro muita coisa igual e têm nomes diferentes eu devo procurar onde está a diferença, porque vai existir alguma diferença, por exemplo, qual é a diferença entre uma “barrinha de chocolate” e uma “bolinha de chocolate”? Você começa a fazer a criança a observar, a olhar diferente. Quando você for dar as propriedades, elas já enxergaram um monte de coisas. Por exemplo, *prisma de base triangular*. Quantos números de arestas em cada vértice? Três. Número de vértices? Seis. Número de faces? cinco. E número de arestas? nove. Se é triangular vai ter seis, se é quadrangular vai ter oito, porque as duas bases são paralelas. Prisma de base pentagonal. O que é pentágono? O polígono que tem cinco lados. Outra coisa muito interessante para trabalhar com figura geométrica é o geoplano. Você faz um quadrado de madeira e põe um monte de “preguinhos” mantendo a mesma distância.

Planificação – Área e perímetro

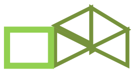
- Perímetro é a medida do contorno da figura;
- Dar o molde para o aluno, com caneta grossa passar em todas as linhas;

- Usar régua para medir.

Exemplos das “notas de campo”:


5

Lados = 5 cm, perímetro = 40 cm.

2


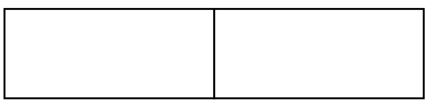
Lados = 2 cm e 5 cm, perímetro = 28 cm.

Inferências da professora P:

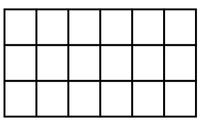
> Dependendo da planificação podemos ter medidas diferentes
> Perímetro = 22. 2p = 22 → alguns livros trazem a simbologia 2p.
> É a soma das medidas do “contorno”.
> Não falar “lado”, soma das medidas dos “lados” e sim soma das medidas dos contornos.
> É o perímetro da planificação, *não é o perímetro do sólido geométrico*.

Exemplo: Caixa de fósforos grande (professora P)

Exemplo: pesquisadora (duas unidades de área – “borracha da Universidade Metodista”)



A aluna respondeu: base X altura, a professora disse que “ficou decorado” sem saber por que decorou e fez um retângulo de medidas 3 x 6 = 18 u.a. Utilizou o “raciocínio multiplicativo”.

 → 18 u.a.

Inferência da professora P:

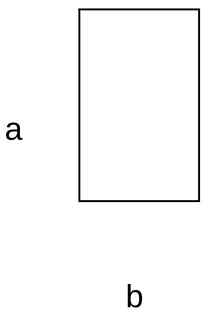
P: 18 cm^2, porque tem 18 quadradinhos de 1 cm. Podia ter metros quadrados, quilômetros quadrado. Mas sempre que formos medir uma superfície vai aparecer a unidade de área que é também uma superfície. Raciocínio multiplicativo, quando multiplicamos número de quadradinhos de um lado pelo outro, obtivemos o total de quadradinhos.

Paralelogramo:

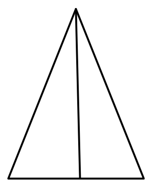
Inferência da professora P:

P: a altura do paralelogramo é a distância de um lado ao outro. Dois lados paralelos. Quando temos um paralelogramo podemos não saber onde está a altura, temos que considerar a distância de dois lados paralelos e continua sendo base vezes a altura. Ao trabalhar com figuras como o paralelogramo, deve fazer no papel quadriculado, mandar recortar o pedaço, colar do outro lado, quadricular a figura para o aluno enxergar que a área do paralelogramo é igual a do retângulo.

Triângulo:



$\longleftrightarrow$ $\dfrac{bxa}{2}$ (qualquer triângulo)



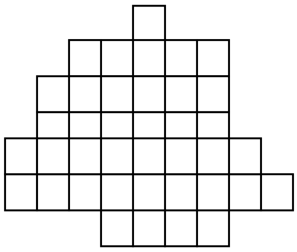
Inferência da professora P:

P: pensem em uma folha de papel sulfite. Fazemos um triângulo, olhando em qualquer posição continua sendo um triângulo. Nesse caso é um triângulo retângulo, temos um ângulo reto. Podemos colocar um triângulo em cima do outro que serão iguais, porque cortamos igualmente. Fechando temos um retângulo. Qual é a área? Multiplicamos um comprimento pelo outro. O que aconteceu com o triângulo? É metade. É só dividirmos por dois. Se chamarmos a altura de a e a base de b, a área do triângulo é igual base vezes a altura dividido por dois, porque ele é metade do retângulo. A área do paralelogramo é base vezes a altura e a área do triângulo é metade da área do paralelogramo. Para os alunos das séries iniciais, pedir para manipular a figura, não falar a fórmula. Desenhar no papel quadriculado, tentar contar e chegará um momento que o aluno vai perceber que a área do triângulo é metade da área do paralelogramo. Para calcular a área é preciso saber quantos “quadradinhos” cabem. É por isso que surgiram os números fracionários. Desenhar o retângulo no papel quadriculado recortar e colocar uma sobre a outra. Cola do outro lado para o aluno enxergar que tem dois retângulos para deduzir que a área do triângulo é a metade.

Registros das “notas de campo”: a lousa da sala de aula é “quadriculada”, cor verde, o desenho abaixo foi feito com giz branco.

P: Medir a superfície: área. Desenhar no papel quadriculado para o aluno entender, pois, vai chegar o momento em que ele poderá concluir que a área do triângulo é a metade da área do retângulo.

Exemplo: qual é a área? (Papel quadriculado)



Resposta: 39 u.a.

Trapézio:

Inferência da professora P:

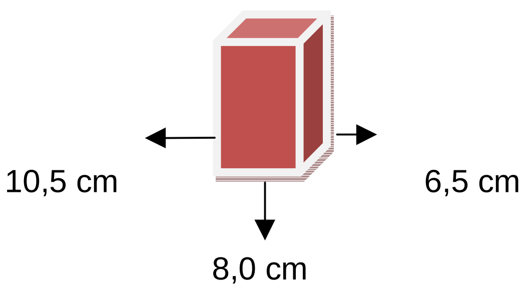
P: O trapézio tem a base menor, têm dois lados paralelos, a base menor e a base maior e os lados não paralelos não têm o nome. Como faz para calcular a área? Esse ficou fácil, porque você faz um quadrado e um triângulo. Você pode pegar outro igual e virar de “ponta cabeça”. A técnica geralmente é a gente dobrar a figura porque depois a gente divide por dois. Ficou retângulo? A base desse retângulo é a base maior mais a base menor, vezes altura dividido por dois. Aqui você também faz do mesmo jeito, inverte o trapézio e ficou um paralelogramo, base maior mais base menor vezes altura dividido por dois. Tudo o que não é retângulo e quadrado, você tenta transformar em retângulo e quadrado. E o hexágono? Ele fica dividido em dois trapézios. Se você for pensar no trapézio, utiliza-se somente a base vezes a altura e não divide por dois. Qual é o recurso?

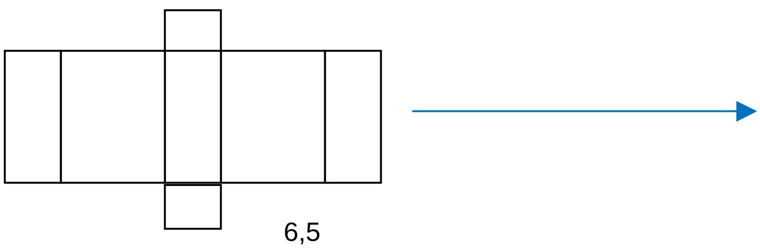
O artifício, ou segredo é o seguinte: é transformar a figura dada, em uma figura que eu saiba fazer. Eu não sei fazer vezes, eu tento arrumar um jeito de achar uma figura que eu saiba. Porque eu sei transformar em vários triângulos, mas ai eu preciso conhecer as medidas, por isso que a gente tenta dobrar, porque ai eu tenho medidas mais seguras. Agora, isso é para vocês. Porque se vocês têm essa noção, para vocês explicarem para o aluno, vocês vão fazendo o aluno chegar nessa idéia. Vocês não vão dar essa idéia vocês vão induzindo o aluno. Começar concretamente, porque contar ”quadradinhos” é uma maneira concreta de se obter a área, e levar o aluno a perceber que existem formas de obter.

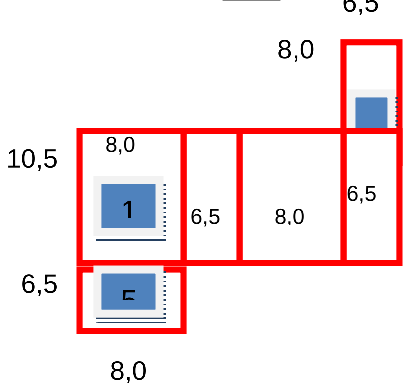
O próprio aluno de tanto contar quadradinhos em retângulo, acaba descobrindo, que se multiplicar chega ao resultado. Tendo feito a planificação você pode ir juntando, por exemplo, o quadrado, para calcular a área é fácil. No triângulo, você pode colocar um ao lado do outro, recompondo a figura de uma forma que dê para você transformar em uma figura conhecida, e obter. Somamos a base são dois triângulos, a base de dois lados de um triângulo, só que para calcular a área é preciso medir a altura, pegar a régua e medir a altura do triângulo, porque ai vai ter a altura do paralelogramo e assim vocês calculam a área pelo recurso que for mais conveniente.

Registro feito nas “notas de campo”:

Planificação de um prisma de base quadrada ou retangular:







$A_1 = 10,5 \times 8,0 = 84\ cm^2$

$A_2 = 10,5 \times 6,5 = 68,25\ cm^2$

$A_3 = A_1$

$A_4 = A_2$

$A_6 = A_5 = 8,0 \times 6,5 = 52\ cm^2$

Área total = 408,5 cm^2

Também:

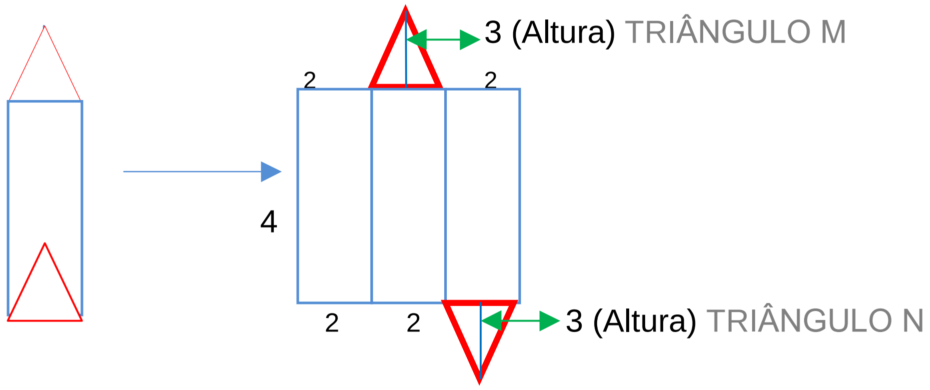
$10,5 \times (8,0 + 6,5 + 8,0 + 6,5) + 2 \times (8,0 \times 6,5) = 408,5\ cm^2$

Inferência da professora P:

P: Vamos fazer um prisma que é uma caixa de pasta de dente. Abram a caixa, para ver como fica. Podem fazer um esboço da planificação. A idéia é como será a planificação, o modelo do sólido. Abrir a caixa. O desenho em perspectiva é para visualizar melhor o objeto. Uma face é um retângulo. Não são do mesmo tamanho. Desenhar um maior e um menor. E as faces de cima e de baixo? As tampas? São as bases. Aluna perguntou: então professora, aquelas caixas de sapato que existem nas lojas são um prisma? Sim, até aquelas curvas? As curvas não fazem parte da vista externa do sólido. As áreas 1 2 3 4 juntas vão formar um retângulo. Calcular cada retângulo e somar ou somar os pedaços e calcular a área do retângulo todo. Somando todos teremos a área. Vamos inventar uma medida. 10,5cm de altura. Vocês vão perceber que a caixinha tem três dimensões, 6,5 cm e 8 cm. Área 1= 10,5 x 8 porque é um retângulo. Área 2 = 10,5 x 6,5. Área 3 =área 1,área 4 =área 2, área 5= área 6 = 8,5 x 6,5. Fazer o cálculo, somar para obter a área total. Obter a área do retângulo todo. Área 5 ou 6 duas vezes porque elas são iguais. Você começa a fazer na 4ª série quando a criança começar a ter algum contato com número decimal.

É mais comum na 5ª série, na 4ª série trabalhamos com medidas mais inteiras, porque eles ainda não têm uma vivência grande com números decimais. A área total é de 408,5. Por exemplo, poderia escrever em cada área o seu valor e somar. Às vezes para o aluno é mais fácil calcular cada uma e depois somar. Vai demorar, mas depois de fazer três ou quatro vezes percebe que a área total é a área do retângulo grande. Ao invés de fazer cada um, faz uma conta apenas.

Planificação de um prisma de base triangular:



Inferência da professora P:

P: Pedir para o aluno recortar esse triângulo e encaixar junto ao outro para construir o conhecimento do paralelogramo.

$A_X + A_Y + A_Z = 8 + 8 + 8 = 24$

$A_M + A_N = \frac{6}{2} + \frac{6}{2} = 3 + 3 = 6$

Área total = 24 + 6 = 30 cm^2

Inferência da professora P:

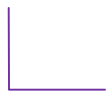
P: Eu fiz um prisma com um triângulo que tem os três lados iguais. Mas não precisa. Poderia ser um triângulo retângulo. Com todos eles usaríamos os mesmos recursos. Vamos inventar as medidas: 2,4,4,2,8,8 e altura 3. Quando tem triângulo, precisamos saber a altura. A área x + área y+ área z =área do retângulo. 8 + 8 + 8 = 24. E a área do triângulo? Como estamos medindo, vamos supor que aqui tenha 3 cm de altura. Como achar a área? Pegar o triângulo e colocar lá. Área m + área n = $\frac{6}{2}$ e $\frac{6}{2}$ = 3 + 3 = 6. Para o aluno recortar e encaixar para ficar um paralelogramo. A área total da planificação vai ser igual a 30cm^2.

Área, perímetro e volume

A atividade dos palitos foi desenvolvida durante 2 horas aula e a formadora desenhou todas as figuras representadas abaixo na lousa.

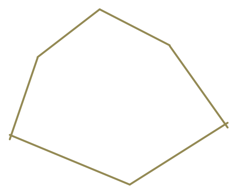
Construir as seguintes figuras utilizando palitos de fósforos

a) Um ângulo reto:

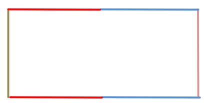


b) Um quadrado com quatro palitos:

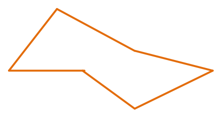
c) Um quadrilátero, sem ângulos retos, com seis palitos:



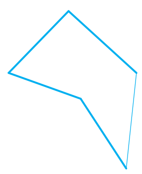
d) Um retângulo com seis palitos:



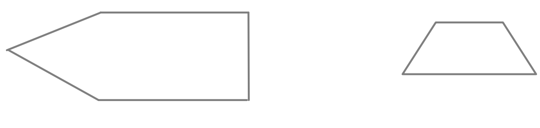
e) Um quadrilátero, sem lados paralelos, com seis palitos:



f) Um quadrilátero com cinco palitos, sem lados paralelos:

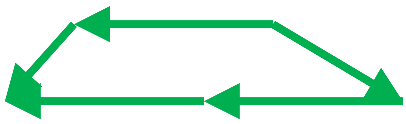


g) Um quadrilátero com cinco palitos, com apenas dois lados paralelos:



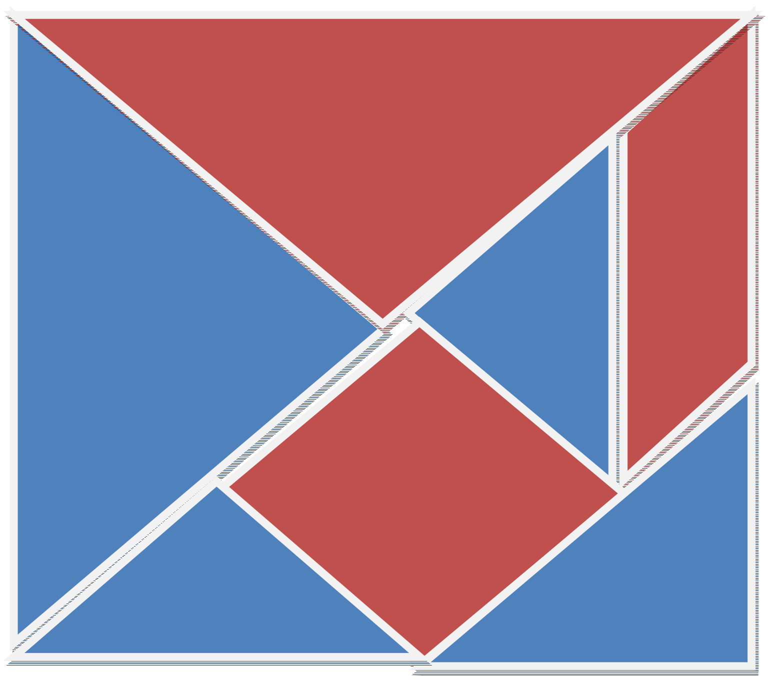
Inferência da professora P:

P: Você pode usar dois palitos. Ângulo reto é um ângulo que forma 90 graus. Fazer com palitos o aluno percebe a medida dos lados, tem outras possibilidades. Uma aluna perguntou: podia fazer uma estrela? A figura que estamos fazendo é um quadrilátero, ou seja, tem quatro lados. A estrela daria outra figura: o pentágono. Um quadrilátero com cinco palitos com dois lados paralelos e dois lados não paralelos. Esse é mais fácil. É um trapézio.



O Tangram

Atividades com Tangram – Perímetro e Área



Atividade 1: Utilizando uma folha de papel sulfite e usando dobraduras construir um Tangran.

Inferência da professora P:

P: Eu dobrei aqui, eu peguei esse lado e trouxe para cá, dobrei essa ponta nessa e, vocês vão marcar bem a dobradura, vincar bem a dobradura. Feita essa dobradura, vocês novamente dobrem a outra diagonal, só que agora você não vai vincar todo o lado, só metade, uma metade, qualquer uma. Então eu fiquei com um triângulo, outro e

> um triângulo “grandão”. Para a dobra ficar perfeita, preciso juntar ponta com ponta, Quando eu fiz a outra dobra eu vinquei eu fiquei com uma “marca” aqui bem no meio, eu vou pegar o lado que não foi dobrado, ou seja, você vai pegar uma das pontas e trazer até o meio, na marca do meio. E novamente segura à ponta traz o papel e vinca aqui em baixo e forma um triângulo, dobrado. Note que eu estou sempre trabalhando com “metades”. Então eu tenho três triângulos “vincados”. Esse pedaço aqui. Eu vou novamente fechar aqui. Eu vou prolongar esse vinco até o triângulo e vou “vincar” bem aqui. O triângulo ficou bem marcado. Eu pego as duas pontas de novo, e vinco esse pedaço, marco o meio aqui, só esse pedaço. Então ficou um triângulo e dois trapézios. Agora, eu vou pegar uma das pontas não do triângulo, e vou trazer outra vez aqui no meio, e vai separar um quadrado, eu fiz um quadrado. Os dois triângulos eu vou reservar, eu estou só vincando a parte de baixo. Última dobra: essa última dobra, eu vou pegar essa ponta e levar lá no meio. Bem no meio, você vai ficar com a metade de um quadrado. Então um triângulo. Sobrou na ponta um paralelogramo. Tinha um triângulo embaixo, eu usei uma ponta para fazer um quadrado, a outra ponta eu dobro aqui para ficar no centro e vinco esse pedaço. *Vamos retomar*. Eu tenho os dois triângulos grandes, um triângulo pequeno, um quadrado de um lado e um triângulo, essa ponta que é o lado contrário do quadrado, eu dobro aqui e trago no centro do “quadradão”, e vou vincar esse pedaçinho, Nós pegamos cada uma das peças e vamos medindo o perímetro dela, usando como unidade o lado igual do *triângulo pequeno, ou seja*, *este lado, poderia ser outro.*

Atividade 2: Vamos medir usando uma unidade não padronizada.

1ª fase: Usando o lado do triângulo pequeno como unidade de medida, vamos medir o perímetro de todas as peças do TANGRAN, inclusive do quadrado inicial, registrando estas medidas em uma tabela.

Inferência da professora P:

> P: vamos pegar o triângulo pequeno e vamos medir o perímetro desse triângulo. O que é perímetro? É o contorno. Quantas vezes esse lado cabe, poderia ter sido esse. Quanto o triângulo grande? Sete. Vamos colocar sete triângulos pequenos, porque a unidade é um triângulo pequeno. E o médio? O perímetro, usando como unidade o lado do triângulo pequeno. Não cabe sete disse uma aluna. A professora falou: vamos ver? Um, dois, três, quatro, cinco, seis e não chega bem no sete. Dá seis e alguma coisa. Eu vou por aqui mais ou menos, uma medida aproximada. Algumas alunas indagaram: professora quase sete, falta “um dedinho”, a professora falou se falta um “dedinho” não é inteiro, já que estamos usando unidade não padronizada, o que poderíamos fazer? O pedacinho que falta dá menos que ¼, talvez dê 1/8, você teria 6,7/8, mais ou menos 6,75. Não falta um “dedinho”? Se eu fracionar em oito pedaços, vai dar mais ou menos sete pedaços, 6 e 7/8 que vai dar aproximadamente 6,7 porque 1/8, vai medir quanto aproximadamente? Ele é a metade de ¼. Só que aqui é um pouco mais, mais ou menos 6/8. Vou arredondar para mais ou menos 6,7, ou 6,8 unidades. Nós vamos medir o triângulo médio. Vocês mediram? Quanto deu? É interessante pensar assim, aqui dá um lado e sobra um

> pedaço, que é quase metade. Não chega a metade, estamos arredondando para quase dois. Vamos medir aqui. Cinco aproximadamente cinco. O triângulo pequeno que é ele mesmo, usando esse lado como unidade, dá um, dois, três e quase meio, não chega a três e meio. O lado dele sendo a unidade de medida de perímetro, então, um, dois, três e um pouquinho, três e meio mais ou menos. E o paralelogramo? Vocês vão perceber que aqui é quase do mesmo tamanho. Uma aluna disse e o quadrado? Eu pulei o quadrado, aquele inicial, eu estou falando o “quadradinho” disse a professora. O quadrado, cada lado do quadrado não é do mesmo tamanho do lado do triângulo? É. A professora disse então vai dar quatro. O quadrado tem quatro. E o paralelogramo? Vocês observam que não importa o tamanho do quadrado que nós fizemos, como estamos usando o lado, é proporcional, vai dar tudo igual, vai dar quase cinco, tem um perímetro equivalente ao do triângulo médio. E o “quadradão”? Mais ou menos 2,8 em cada um, vão ser quatro vezes isso, porque o triângulo tem quatro lados. O perímetro do “quadradão” inicial, em relação ao triângulo pequeno é 11,2 lados do triângulo pequeno.
>
> <u>É um pouco complicado, mas a idéia é que toda vez que queremos medir alguma coisa, iremos comparar o objeto que queremos medir com outro objeto que é a unidade escolhida.</u>(grifo nosso).
>
> Por exemplo, podemos medir a lousa da sala de aula usando como unidade de medida “um palmo”, vamos colocando os palmos e contando e comparamos o comprimento da lousa quantos palmos cabem. Ainda usando o palmo dizer o seguinte: pegando o caderno de uma aluna, o comprimento desse caderno corresponde a um palmo da minha mão e um pedaço, mais ou menos um palmo e ¼, um pouquinho mais. É isso que estamos fazendo. *A unidade é o lado do triângulo pequeno*. Um dos lados poderia ter sido outro usou o lado igual, porque é muito mais fácil para medir o outro vai dar mais “quebrado”, porque esse é a hipotenusa de um triângulo retângulo, então eu não tenho a medida exata. Nas séries iniciais, vamos introduzindo os nomes, por exemplo, paralelogramo, é um nome difícil, muito devagar e vai chegar o momento que o aluno reconhece a figura.

Tabela – Perímetro – Tangram

Figura geométrica	Perímetro – unidade de medida lado do triângulo pequeno
Quadrado inicial	11,2 unidades de medida
Triângulo grande	6,7 unidades de medida
Triângulo médio	5 unidades de medida
Triângulo pequeno	3,5 unidades de medida
Paralelogramo	5 unidades de medida
Quadrado	4 unidades de medida

O triângulo pequeno possui aproximadamente 2,8 unidades de medida.

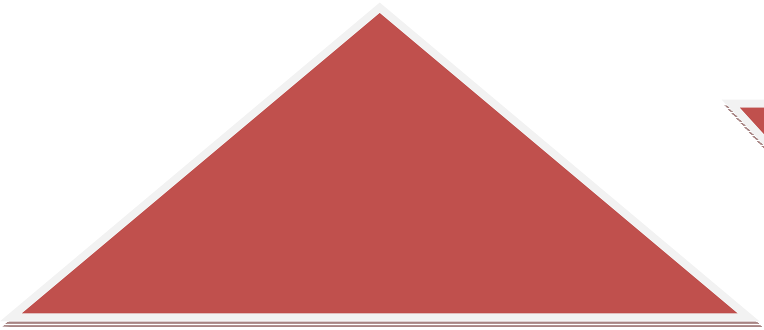
2ª fase: Medir a área do quadrado inicial (Tangram), usando como unidade de medida: o triângulo grande, o triângulo médio, o triângulo pequeno, o quadradinho e o paralelogramo. Registre os dados obtidos em uma tabela e compare os resultados.

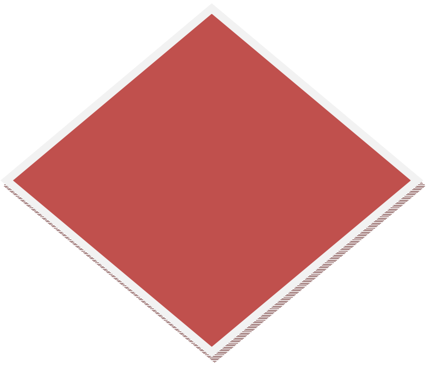
Inferência da professora P:

> P: Medir a área do quadrado inicial, usando como unidade de medida o triângulo grande. Lembrar que área é medida da superfície, por exemplo, é a medida dessa superfície que está sobre a mesa. Por exemplo, no tangram, vamos recompô-lo. Para saber a área, usando como unidade o triângulo grande. Quantos triângulos cabem nesse tangram? Quatro. Então a área do quadrado inicial, usando como unidade o triângulo grande é 4.

Tabela – Área – Tangram

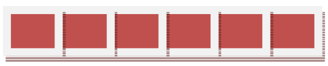
Figuras Geométricas	Unidade lado triângulo grande	Unidade lado triângulo médio	Unidade lado triângulo pequeno	Unidade lado quadrado pequeno	Unidade lado paralelogra mo
Quadrado inicial	4	8	16	8	8
Triângulo grande	1	2	4	2	2
Triângulo médio	¼	1	2	1	1
Triângulo pequeno	1/8	½ triângulo médio	1	½	1/2
Paralelogramo	¼	1	2	1	1
Quadrado	¼	1	2	1	1



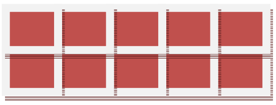


As três figuras possuem a mesma área.

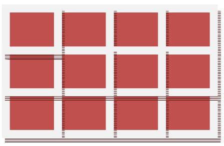
Atividade 3: Calcule a área das figuras usando como unidade um quadrado composto por quatro palitos. Essa atividade foi desenvolvida pela formadora com a utilização de giz e lousa.



Perímetro = 14 palitos e Área = 6 u.a.



Perímetro = 14 palitos e Área = 10 u.a.



Perímetro = 14 palitos e Área = 12 u.a.

P: Se tem o mesmo perímetro nem sempre tem a mesma área. Não estamos fazendo "contas", estamos colocando um sobre o outro, para entender a diferença entre área e perímetro. A área é a medida da superfície e o perímetro é a medida do "contorno", não se mede o perímetro, <u>cuidado porque os livros didáticos trazem "soma dos lados</u>" (grifo nosso).

O Cubo

<u>Volume</u>

A professora formadora traz para a sala de aula jornais para as alunas (futuras professoras), construírem seis quadrados de 10 cm de lado e seis quadrados de 1 m de lado. Posteriormente construíram também com jornais cubos de 10 cm de largura, altura e comprimento e finalmente construíram um cubo com volume 1 m^3.

Observamos que essa atividade pode proporcionar momentos de muita “descontração” entre as alunas por dois motivos: eram as últimas aulas do ano e a construção do conceito de volume ocorreu de maneira significativa. Algumas alunas (futuras professoras) desconheciam volume de um cubo.

A formadora para desenvolver essa atividade denominou de “cubão”, pois anteriormente as alunas (futuras professoras) haviam feito alguns cubos (“cubinhos”). Todas as alunas participaram da construção dos cubos e também todas as alunas participaram de forma efetiva do cálculo do volume do cubo, porque a formadora solicitou que o grupo todo ficasse em “pé” em volta da formadora, auxiliando-a para colocar os “cubinhos” que haviam construído dentro do “cubão”.

A participação da pesquisadora foi muito importante durante esse trabalho de construção, embora tenha sido apenas de “observação” de todas as atividades.

Inferência da professora P:

> P: duas alunas medindo no chão. O perímetro de um quadrado de 1 m de lado é de 4 m. Se o quadrado tem 10 cm de lado o perímetro é de 40 cm. Os lados são iguais. A unidade é uma grandeza, comparar com o objeto que pretende medir e o resultado é uma razão entre o lado e a unidade. Dez unidades é um pedaço do metro. É $\frac{1}{10}$ do metro são 10 cm e $\frac{1}{10}$ cm é um milímetro. Quando nós representamos os números nós temos unidade, dezena, centena e unidade de milhar. O sistema numérico acompanha da seguinte forma, se a unidade for o metro, a dezena corresponde ao decâmetro, cada pedaço vai ter dez metros. Hectômetro e quilômetro que corresponde a mil metros. Igualmente, décimo é a décima parte da unidade. Vamos pensar no material dourado. Se formos usar a barra como unidade, a décima parte é o

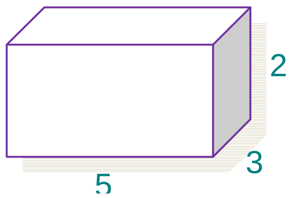
cubinho, a décima parte da unidade. Se usarmos a placa como unidade a barra é o décimo e assim por diante. No metro $\frac{1}{10}$ é o decímetro que corresponde a 10 cm, porque vamos ter: 1m = 100 cm. 1 metro dividido em10 partes cada parte é um pedaço, o décimo, se dividirmos em 100 partes, é o centésimo que é a centésima parte do metro. Se falarmos que o objeto tem 10 cm unidade de medida é o cm. Um decímetro a unidade é o dm se falarmos que o metro tem 100 cm estamos usando como unidade o cm. Por exemplo, quando falamos em: R$1,00 a unidade é 1,00 então vamos ter 2,00, 3,00 etc. O décimo do real é 0,10. O centésimo do real: 0,01. Isso foi unidade de comprimento, medida de perímetro que corresponde ao contorno do metro. Como é uma figura plana, poderíamos medir a área. Vamos usar como unidade de área 1dcm^2. Cada lado tem 10. Para medir com dm^2 vamos ter que ver quantos decímetros quadrados para medir. O que precisamos para medir a área toda? Quantos desse? As alunas responderam cem. Porque medir a área é forrar todos os quadrados com quadradinhos. Nós vamos forrando toda a superfície com quadradinhos, se conseguirmos forrar tudo isso, nós já sabemos quantos quadradinhos vão ter, mas esses quadradinhos é que vão ser a medida da área dessa figura, ou seja, vamos medir a superfície, com unidades de superfície, vamos comparar o quadrado maior com esses quadradinhos. Quantos vão caber? 100, responderam as alunas. Por quê? Cabem 10 aqui e 10 aqui, já sabemos que a multiplicação está associada ao retângulo. Nós descobrimos quantos quadradinhos tem multiplicando. Professora se fosse o quadrado maior o retângulo seria 100? A professora respondeu: vamos supor se usássemos como unidade o metro. Quanto mede o quadrado grande? Perguntou a professora. 4 m, respondeu uma aluna. A outra aluna respondeu: 1m^2. E a professora indagou e agora, 4 ou 1? Vamos retomar. Nós medimos com quadradinhos. 100. Se usássemos como unidade o metro quadrado, quantos caberiam? Somente um. Por quê? Colocamos outro quadrado em cima desse e verificamos que vai caber um metro quadrado em um metro, é óbvio.

Nós poderíamos querer descobrir a área da sala de aula, colocando metros quadrados, um atrás do outro, forrando a sala inteira, iríamos descobrir a área da sala de aula em metros quadrados. Poderíamos usar uma unidade não padronizada. Por exemplo, um tipo de piso qualquer que tem uma forma retangular. E forramos a sala. A área da sala de aula se usar os pisos retangulares será a quantidade de pisos utilizados para cobrir. Ficou clara a diferença entre área e perímetro? A aluna perguntou: então perímetro é a soma dos lados? Sim é somente o contorno. A área é cobrir a superfície. Uma aluna perguntou: a área pode fazer base x altura? Quando pensamos em uma figura plana, falamos o produto das dimensões. No triângulo existe uma coisa chamada altura, que é a distância de um lado ao vértice oposto. Ao calcular a área do triângulo fazemos a base x altura dividida por dois. Normalmente achamos a área triangulando as figuras. Achamos vários triângulos e achamos a área somando os triângulos. As figuras tridimensionais como essa aqui tem área das superfícies, das faces, mas a figura sai do chão e ocupa um lugar no espaço que se chama volume.

Vamos supor que queremos achar o volume desse cubo que temos aqui hoje, no chão. Para achar devemos escolher como unidade de medida um cubo pequenininho, vamos pensar, em achar o volume de um cubo que tenha 1 metro de lado. (As alunas tinham feito em aulas anteriores vários quadrados que foram montados por elas e a professora para essa aula). Peguem os metros quadrados que vocês fizeram e venham aqui com eles. Volume: Eu preciso de vários alunos aqui para segurar esses metros quadrados em volta dele. Isso aqui é um cubo que tem um metro quadrado de lado, portanto, tem um metro cúbico. Um metro, um metro, um metro. Quando vocês compram caixa d'água, vocês compram por metro cúbico e você diz que cabem mil litros. Por quê? Como você sabe metro cúbico e litro. Essa é a unidade de medida: o cubinho. Vamos forrar o cubo com cubinhos. Observem o que vai acontecer. Quantos cubinhos vão precisar para forrar a base? As alunas responderam 100. A professora disse: se tivermos cem e pusermos um em cima do outro iremos ter mais cem. Se pusermos outro em cima vamos ter quantos? Um mil cubinhos. Nesse momento, as alunas tiveram uma atitude de surpresa, ao visualizarem, ah! A professora pediu: venham dar uma olhada de perto. A idéia é a seguinte: se pusermos os cubinhos, quantos precisaremos para formar o metro: 100. Nós já tínhamos medido, ou seja, 10 x 10 vão caber 100 cubinhos. Nós vamos encher de cubos, vamos colocar mais 100 cubinhos. Mais 100, até chegar cobrir tudo. A professora perguntou: quantos vamos colocar aqui? Nós vamos fazer dez vezes cem que dá 1000. Isso é o volume do cubo maior. A área da base vezes a altura. Quantos cubinhos cabem na base vezes a altura, temos que ver quantos cubos cabe na altura. Nós vamos "forrar" de 100 em 100 até chegar à cima. <u>Volume é o que vai caber</u>. (grifo nosso). Por isso que foi pedido na aula anterior para vocês fazerem vários cubinhos em metro, para vocês terem a idéia de volume.

O volume é a área da base vezes a altura. É o produto das três dimensões do cubo e se for um paralelepípedo é a mesma coisa. Tem que achar a área da base, quantos cubinhos cabem na base e se é altura, quantos cubinhos ao todo. Decorar essa fórmula não diz nada.

Por exemplo, uma figura assim, paralelepípedo primeiro precisamos medir. Suponhamos que as medidas são 5 cm, 3cm e 2cm. Qual é o volume?



A base não é a parte que está apoiada no chão? 3 x 5= 15, na base cabe 15 cubinhos x altura. Logo,, 15 x 2 = 30. Área da base vezes a altura.

Quando vocês forem trabalhar isso com os alunos, vocês não vão fazer uma experiência, vocês têm que fazer uma grande variedade, com várias caixas diferentes, várias unidades, exemplo, o dadinho, uma peça de dominó, brinquedos que vocês tenham disponíveis como unidade para saber quantos cabem dentro da caixa ir criando, inventando uma forma de calcular essa quantidade. Automaticamente eles vão perceber que é o raciocínio retangular. Produto é um dos raciocínios multiplicativos e para descobrir quantas placas iguais cabem basta multiplicar pelo valor da altura.

Existe uma equivalência, foi estabelecido que $1dc^3$ = 1 litro. Se pegarmos isso aqui = $1dcm^3$, 1/10 metro, 1/10 metro, 1/10 metro, se você encher de água e despejar em vasilhames que você conhece vai dar 1 litro. A medida padronizada é $1dc^3$ = 1 litro. Nós vimos agora que o m^3 tem 1000. Portanto, uma caixa d'água que tem 1m de lado, de cada lado, as três dimensões iguais a 1m, cabem 1000 litros. Que é o volume. O volume quando falamos em litros estamos pensando em capacidade, é o objeto que cabe dentro de $1dcm^3$ ou 1 litro.

A 16: Professora, e quando a caixa é redonda?

P: É a mesma coisa, só que eles já usam como unidade o litro. Então procuram construir uma caixa que caibam 1000 litros dentro. Vai ter uma base redonda e certa altura. $1m^3$ tem 1000 litros. O litro a unidade é l. Então um metro cúbico, tem mil decímetros cúbicos. A atividade de ontem: construir os quadrados de 10 cm e 1 metro, os cubos para fazermos essas equivalências.

ANEXOS DA DISSERTAÇÃO
Análise dos conhecimentos matemáticos desenvolvidos em um curso de Pedagogia: um estudo de caso

ANEXO A

PROPOSTA PEDAGÓGICA

DETALHADA DO CURSO ANALISADO

MÓDULO 1 - Número Natural – ensino e aprendizagem

1. Objetivos:

- Subsidiar o grupo de professores com um referencial teórico que respalde as práticas numéricas a serem efetivadas nas séries iniciais do ensino fundamental para o ensino/aprendizagem de número e do sistema de numeração decimal.
- Promover vivência de atividades e jogos adequados à construção da noção de número e a realização de uma análise de coerência com o referencial teórico adotado dessas atividades e jogos.
- Levar o grupo de professores a analisar, à luz do referencial teórico adotado, situações presentes em livros didáticos.

2. Conteúdo:

- A construção da noção de número
- do ponto de vista do desenvolvimento cognitivo;
- do ponto de vista didático.
- Reconhecimento e representação de números naturais
- Sistema de Numeração Decimal

3. Procedimentos metodológicos

- Leitura e discussão, em grupos, de trechos do PCN do Ensino Fundamental e de texto complementar;
- Vivência de atividades e jogos adequados à construção da noção de número;
- Análise de situações didáticas à luz do referencial teórico adotado.

LER PCNs E TEXTOS EM GRUPO: ANOTAR AS PARTES MAIS SIGNIFICATIVAS PARA APRESENTAR PARA OUTROS GRUPOS

-Apresentar os teóricos

-Questão

- quais aspectos são necessários para a construção da noção de numero?

-após jogar discutir para qual dos aspectos discutidos como necessários para a construção da noção de numero cada uma das atividades está mais voltada, se: A) para a construção de hipóteses b) se para o aspecto cardinal ou c)se para a memorização, etc............

JOGOS ENVOLVENDO A NOÇÃO DE NÚMERO E SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

JOGO 1 – EU COMEÇO, VOCÊ CONTINUA.

Os alunos em círculo. A professora inicia a recitação da seqüência numérica e joga uma bola para um dos alunos que deve continuar a recitar a seqüência de onde a professora parou. Esse aluno fala parte da seqüência e passa a bola para outro e assim, sucessivamente. A professora, junto com os alunos, determina até que número irão contar e quantos números da seqüência cada um deve recitar.

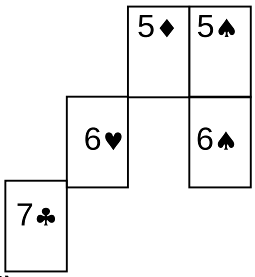
Esse mesmo jogo também pode ser usado para a memorização das seqüências de 10 em 10, de 100 em 100, de 1000 em 1000, etc.

JOGO 2 – ENCHENDO A MÃO PARA GANHAR.

Em dupla, cada aluno deve pegar cubinhos do material Dourado, com uma mão. Quem conseguir pegar a maior quantidade vence. Esse jogo pode ser feito para o professor avaliar a capacidade de contagem dos alunos e, se a quantidade que os alunos pegarem superar sua capacidade de contagem, pode ser verificado o procedimento que usam para decidir o vencedor. O procedimento a ser estimulado é o da correspondência biunívoca.

JOGO 3 – DOMINÓ DE CARTAS.

Em grupos de até 5 alunos e com cartas de baralho (para esse jogo é conveniente que se tenha o baralho de A a 10 completo) os alunos devem ir encostando as cartas em seqüência numérica, de modo que as de mesmo naipe fiquem sempre em uma mesma fileira. Exemplo:



JOGO 4 – BATALHA (KAMII)

Kamii propõe esse jogo para a pré escola em duplas, porém cada professor pode decidir se coloca mais participantes.

Cada jogador recebe três cartas em cada rodada. Em cada jogada devem descartar, ao mesmo tempo, uma carta. Ganha o jogador que descartar a de maior valor e ele tem direito a pegar as cartas descartadas para formar seu monte de cartas. Ao final de todas as rodadas ganha o jogador que tiver a maior quantidade de cartas acumuladas.

Se as cartas descartadas forem de mesmo valor, os jogadores devem retirar duas novas cartas do monte inicial. Destas, deve escolher uma para batalhar com o adversário e a outra deve ser colocada na mesa junto com as outras, porém viradas para baixo. Em seguida, os dois descartam juntos a carta escolhida. Ganha quem descartar a de maior valor. O vencedor tem direito a ficar com todas as cartas da mesa: as duas primeiras, as duas não escolhidas e as duas que usaram para batalhar.

Esse jogo pode ser usado em outras situações como: abaixar duas cartas e vence quem tem a maior soma, ou a maior diferença ou o maior produto ou o maior quociente, de acordo com o que se queira ressaltar e a série em que for aplicado. Pode-se também usar duas ou três cartas e considerar-se o número formado pelos algarismos fornecidos pelas cartas. (nesse caso cabe uma discussão sobre se vão usar o 10 ou não, dependendo do número de algarismos que se deseja tratar) e discutir a permutação dos algarismos na escrita numérica.

JOGO 5 – DE GRÃO EM GRÃO.

Os alunos colocados em dupla. Uma caixa de ovos de uma dúzia para cada um (pode-se usar tabuleiros montados com duas fileiras como a caixa de ovos).
Cada um, na sua vez, joga um dado e pega, em grãos a quantidade obtida no dado. Em seguida deve ir preenchendo a caixa de ovos colocando um na primeira casa, dois na segunda e, assim por diante, até estar com toda caixa preenchida.
Pode-se ter muitas variações para esse jogo, mudando-se os números no tabuleiro, jogando-se com dois dados, colocando o resto da divisão entre dois números retirados em cartões, etc...

JOGO 6 – JUNTANDO PARA TROCAR

Esse jogo é o usual para o material Dourado, porém todos os professores o conhecem, então é interessante que se proponham variações do tipo puxar cartões com valores diferentes dos dados ou realizar um jogo de percurso no qual nas diferentes casas a que se chega ganha-se ou perde-se peças.

JOGO 7 – O JOGO DO DEVOLVE

Nesse jogo, cada jogador inicia com uma placa (ou algumas barrinhas, dependendo da série). Deve-se devolver em unidades o número tirado ao jogar o dado. Ganha quem ficar sem peças primeiro. Pedir aos professores que criem algumas variações.

JOGO 8 – JOGO DO CAÇA DEZ

1	**3**	**2**	**5**	**4**
3	**2**	**6**	**9**	**1**
4	**5**	**2**	**1**	**0**
2	**6**	**9**	**7**	**1**
5	**5**	**1**	**3**	**2**

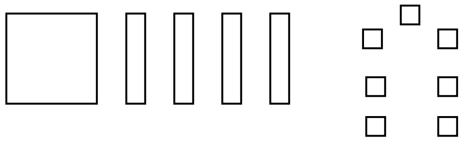
Os alunos devem formar grupos com soma dez, usando cada número uma única vez. Ao final devem dizer o total de pontos que se tem marcado na tabela a partir do conhecimento do número de grupos de dez obtido e dos que sobraram por não formar dez.

JOGO 9 – JOGO DA MENSAGEM

Nesse jogo os alunos devem trocar mensagens usando os conhecimentos adquiridos na manipulação do material Dourado.
Por exemplo:

Tenho essas peças de material Dourado para representar o número 241.

Desenhe as peças que devo pegar



Qual número representei?

JOGO 10 – DESAFIO NA CALCULADORA

Em duplas, cada uma com uma calculadora, deve colocar um número no visor e desafiar outra dupla para ler o número colocado. Se a dupla desafiada não ler a dupla que fez a proposta deve saber ler pois se não souber ela é que perde o ponto.
As variações podem ser feitas pedindo-se que se leia o número e diga quantas são as dezenas desse número, ou as centenas, etc.

Acho importante sim você levar o PCN, os professores já foram comunicados que devem levar também. A proposta é que eles leiam as orientações sobre o trabalho com números naturais e, normalmente, deixo que eles próprios procurem onde estas orientações estão, tanto para o ciclo 1 como para o 2, para que eles tomem contato com o PCN.
Em relação à bibliografia desculpe-me é que a coloquei no final de todo o documento que enviei para a Carla e para vocês enviei apenas o primeiro módulo. Estou enviando-a:

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. *Referencial curricular nacional para a educação infantil*: *matemática*. Brasília: SEF, 1998.

ERMEL. *Apprentissages numériques - CP*. Institut National de Recherche Pedagogique. Paris: Hatier, 1991.

LERNER, Delia e SADOVSKY, Patricia. *O sistema de numeração: um problema didático*. in Didática da Matemática, org. Parra, C. e Saiz, I. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

VERGNAUD, Gérard. *L'enfant, la mathématique et la réalité*. 5.ed. Berne: Peter Lang, 1994.

Até a última conversa que tive com Carla o número de professores em sala estava em 30, mas pode chegar a 40. Cada formador trabalhará com uma turma na parte da manhâ (8h às 12h) e uma turma na parte da tarde (13h às 17h).

Em relação aos jogos, trata-se de discutir para qual dos aspectos discutidos como necessários para a construção da noção de número cada um deles está mais voltado, se para a construção das hipóteses, se para o cardinal, se para a memorização, etc.

Se quiser, veja o que você acha de cada jogo e me envie, podemos discutir por e-mail a visão de cada uma de nós sobre os jogos

JOGOS PARA ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO CONTEMPLANDO AS CATEGORIAS ESTABELECIDAS POR VERGNAUD

1. **Batalha de duas cartas. (jogo em duplas)**

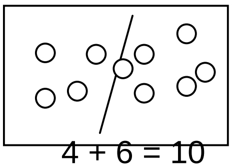
Cada jogador recebe três (3) cartas e escolhe duas (2) para batalhar. Os dois jogadores, ao mesmo tempo, devem abaixar as duas cartas. Vence aquele que obtiver a maior soma dos valores das cartas. Em caso de empate a decisão se dará pela batalha com a carta que não foi usada. Esse jogo pode ser feito também com dois dados.

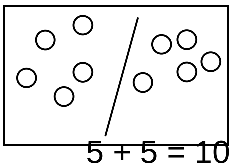
2. **Jogo da troca de cartas. (jogo para 4 alunos)**

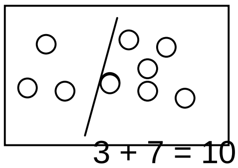
Cada jogador recebe uma carta. As outras cartas do baralho deverão ficar espalhadas na mesa com os números voltados para cima. Os jogadores, ao mesmo tempo, devem procurar outras duas cartas cujos números somados correspondem ao número de sua carta. O primeiro que encontrar as duas cartas é o vencedor.

3. **As decomposições do 10. (jogo de dupla contra dupla)**

Cada dupla recebe 10 fichas (ou feijões) e uma folha de papel sulfite. As duplas devem procurar todas as maneiras possíveis de separar as dez fichas. A cada maneira encontrada devem desenhar na folha de sulfite e escrever a sentença correspondente. Por exemplo:


4 + 6 = 10


5 + 5 = 10


3 + 7 = 10

Vence a dupla que conseguir mais decomposições para o 10. Deve-se repetir para outros números.

Estes três primeiros jogos podem ser explorados pelo professor na categoria de **composição estática**, para a adição ou para a subtração, dependendo das intervenções feitas durante o jogo. Por exemplo, no momento em que um aluno abaixa as cartas 5 e 7 o professor pode intervir colocando para toda classe o problema: *Fulano está com as cartas 5 e 7 quantos pontos ele tem?* Ou então : *Fulano disse que tem 12 pontos com as cartas que descartou, uma vale 7 quanto vale a outra?*

4. **Jogo de pista com dois dados. (jogo para 4 alunos)**

Deve-se ter uma pista, que pode ser desenhada pelos alunos. Feita a pista, cada jogador deve ter seu peão que deverá ser deslocado pela pista de acordo com os resultados obtidos nos dados.

Este jogo deve ser feito em dois sentidos, o de ida e o de volta. (Por exemplo, usando dados coloridos e uma cor para cada sentido).

5. **Jogo do “Descubra o que aconteceu”. (jogo para 4 alunos)**

Cada aluno recebe algumas fichas (ou feijões). Todos os componentes combinam e contam quantas fichas vão ficar no centro da mesa. Cada jogador, na sua vez, deverá fechar os olhos e os outros vão decidir, apenas com mímicas, como irão alterar a quantidade de fichas do centro da mesa (acrescentar ou tirar). Quando já tiverem alterado a quantidade devem mandar o jogador abrir os olhos e descobrir o que aconteceu, dizendo quantas fichas foram acrescentadas ou retiradas.

Estes dois jogos podem ser explorados para a categoria de **transformação,** para isso o professor pode fazer intervenções do tipo: *Fulano está na casa 3 e tirou 5 no dado, em qual casa ele deverá chegar?* OU então: *Fulano estava na casa 3 e chegou na casa 8, quanto ele tirou no dado?* Ou ainda: *Fulano tirou 5 no dado e chegou na casa 8, em qual casa ele estava antes dessa jogada?* Questões semelhantes a estas podem ser feitas para o outro jogo.

Além disso, estes jogos podem ser repetidos para as categorias de **composição de transformações,** para a qual o professor deverá fazer as intervenções adequadas, do tipo: *Fulano andou 5 casas para a frente e depois precisou voltar 3, quanto ele andou ao final?*

6.-Jogo do dado contra carta (dupla contra dupla) – Cada dupla na sua vez jogas um dado e puxa uma carta do baralho. Os pontos que a dupla vai ganhar corresponde **a quanto a mais** o número da carta tem em relação ao número que saiu no dado. Como variação pode-se pegar **quanto a menos** o dado tem do que a carta. Pode também ser feito com dados de duas cores.

Este jogo contempla a categoria da **relação estática.** É sempre necessário que durante o jogo o professor vá fazendo questões para criar as diversas situações-problema possíveis, como nos exemplos anteriores.

Tarefa: Crie uma situação problema com questões que contemplem os diversos raciocínios envolvidos na estrutura aditiva.

Sugestão de cronograma e atividades

1. Apresentação do coordenador e professores do grupo (30min)

2. Aspectos sobre o ensino/aprendizagem do número e do sistema de numeração decimal presentes nos PCNs

3. Aspectos considerados por pensadores em Educação Matem´tica Ler texto anexo

4. Aspectos envolvendo número:

a) contagem – simples recitação da seqüência numérica (memorização)

– Contagem propriamente dita

b) hipóteses de escrita

c) relação número – quantidade

d) comparação – correspondência biunívoca

– entre escritas numéricas

– relação de ordem

e) uso social do número --- número como código

5. Café

6. Atividades e jogos envolvendo **Sistema de Numeração Decimal**

Material a ser disponibilizado

Dados e baralhos (2 para cada grupo de 5 pessoas)
Grãos
Fita métrica (1 para cada grupo de 5 pessoas)
Material dourado (1 para grupo de 5 pessoas0

MÓDULO 2 – Operações com números naturais

Adição e Subtração/Multiplicação e Divisão
1ª PARTE: Adição e Subtração

Módulo elaborado pela prof. Maria Silvia Sentelhas

1. **Objetivos:**
    - Subsidiar o grupo de professores com um referencial teórico que respalde a resolução de problemas dos campos conceituais aditivo e multiplicativo para um ensino/aprendizagem eficaz das quatro operações.
    - Promover vivência de atividades e jogos adequados de modo a contemplar todos os aspectos dessas operações.
    - Levar o grupo de professores a analisar as situações didáticas a serem desenvolvidas pelos professores com seus alunos, à luz do referencial teórico adotado.
2. **Conteúdo:**

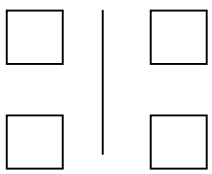
- Aspectos da adição e da subtração:
- Aspectos da multiplicação e da divisão:

3. **Procedimentos metodológicos**
    - Leitura e discussão, em grupos, de trechos do PCN do Ensino Fundamental e de texto complementar;
    - Vivência de atividades e jogos adequados aos aspectos considerados
    - Análise de situações didáticas à luz do referencial teórico adotado.

2ª PARTE: Multiplicação e Divisão

Campo Conceitual Multiplicativo de G. Vergnaud

Segundo Vergnaud a análise das estruturas multiplicativas é profundamente diversa da das estruturas aditivas. As relações envolvidas nos cálculos relacionais multiplicativos não são ternárias e sim quaternárias, visto que os mais simples problemas de multiplicação e divisão implicam a proporção de duas variáveis, uma em relação à outra.



Esse pesquisador considera que as grandezas e razões envolvidas nesses problemas (números naturais, números decimais, frações) geram variados tipos de problemas com variadas dificuldades para os alunos. No entanto, explica que a diversidade de tipos de problemas pode ser hierarquizada se considerarmos três grandes fatores da complexidade cognitiva: a estrutura dos problemas, os valores numéricos e as áreas de experiência, isto é, a classificação das situações é resultado de considerações matemáticas e psicológicas.

As cinco categorias de problemas multiplicativos de Gérard Vergnaud

1. Adição de parcelas iguais

1.1. Vou pagar a um amigo 5 parcelas de 4 reais. Quanto devo a ele?
1.2. Devo pagar uma dívida de 20 reais em 5 parcelas iguais. Quanto pagarei em cada parcela?

1.3. Preciso fazer 4 pacotinhos de três balas em cada um. Quantas balas preciso para fazer todos os pacotes?
1.4. Quero distribuir 12 balas em grupos, com 3 balas em cada grupo. Quantos grupos poderei formar?
1.5. Repartir 12 cartas de baralho entre 3 jogadores. Quantas cartas recebe cada um ?

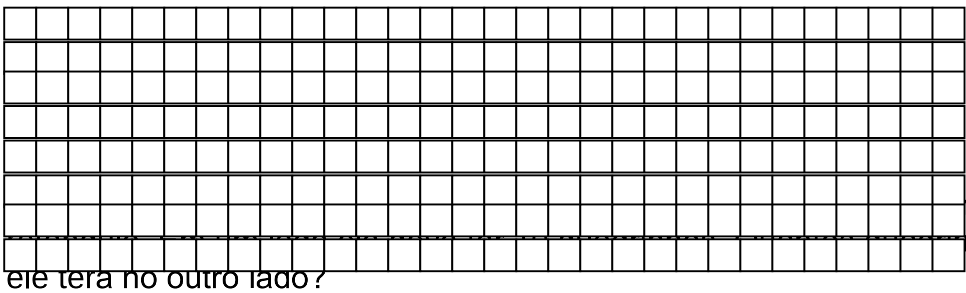
2. Comparação estática
2.1. Maria tem 8 vezes a idade de seu neto Pedro. Pedro tem 5 anos. Quantos anos tem Maria?

2.2. Maria tem 40 anos. Sua idade corresponde a 8 vezes a idade de seu neto Pedro. Qual a idade de seu neto?

2.3. Pedro tem 5 vezes a quantidade de selos que tem Marta. Ela tem 40 selos. Quantos tem Pedro?

2.4. Pedro tem 5 vezes a quantidade de selos que tem Marta. Ele tem 40 selos. Quantos tem Marta?

3. Configuração retangular
3.1. Quantos quadrinhos da malha abaixo devo pintar no total para recobrir toda a superfície de um retângulo com 10 quadrinhos em um lado e 5 quadrinhos em outro lado?



[illegible] n [illegible] nhos ele terá no outro lado?

3.3. Numa sala de aula as carteiras estão organizadas em 5 fileiras iguais, com 10 carteiras cada uma. Quantas carteiras há na sala?

3.4. Quero organizar 35 carteiras em 5 fileiras. Quantas carteiras devo colocar em cada fileira?

4. Razão/ Proporção
4.1. Comprei 1 caderno a 5 reais. Quanto pagarei por 3 cadernos iguais a esse?

4.2. Paguei 15 reais por três cadernos iguais. Quanto custou cada um?

4.3. Fui 5 *vezes* à roda gigante e paguei 3 reais em cada vez que fui. Quanto paguei?
4.4. Fiz uma viagem de carro que durou 3 horas. Minha velocidade média foi de 80 Km por hora. Qual a distância que percorri?
4.5. Em uma viagem, percorri 240 Km em 3 horas. A quantos quilômetros andei por hora, em média?
4.6. Quanto tempo devo gastar para percorrer 240 Km se andar a 80 Km por hora?

5. Produto cartesiano (aspecto combinatório)

5.1. Tenho três camisas diferentes e duas calças. De quantos modos diferentes posso me vestir considerando as combinações que posso fazer com essas peças?

5.2. Paulo tem três camisas diferentes. Ao combinar as camisas com as calças que possui ele pode vestir-se de seis modos diferentes. Quantas calças ele possui?
5.3. Tenho 4 pipas diferentes para colocar rabiolas. Tenho 5 rabiolas de cores diferentes. De quantos modos diferentes posso montar minhas pipas?
5.4. Com as pipas e as rabiolas que tenho posso montar 20 pipas diferentes. Sabendo que tenho 5 rabiolas de cores diferentes, quantas são as pipas?

Franchi (1995) estudou os problemas multiplicativos e verificou que os problemas de multiplicação e de divisão envolvem frases e concretizações muito similares de modo que é muito difícil a distinção da operação associada a cada um deles. Além disso, essa pesquisadora verificou que quando os alunos podem traduzir um problema do tipo ETE, usando a multiplicação como transformação, conseguem compreender a divisão. Mais precisamente, quando os alunos percebem a multiplicação como uma operação que não se reduz às adições sucessivas, podem resolver problemas pela operação inversa da multiplicação.

Franchi nos dá importante alerta: alunos com dificuldade não conseguem chegar a resolver problemas de divisão, nem em quarta série, por não compreenderem as multiplicações como operações. Enquanto persistem nas adições sucessivas ou nos grupamentos não operam a divisão.

Ao nos restringirmos ou nos delongarmos no tratamento das adições ou subtrações ou a apenas alguns aspectos das multiplicações, estamos contribuindo para a constituição de obstáculos didáticos mesmo aos alunos que não tenham dificuldades.

Bibliografia

BRASIL. 1998. *Referencial curricular nacional para o ensino fundamental*: *matemática*. Ministério da Educação e do Desporto. Brasília: SEF.

VERGNAUD, Gérard. 1994. *L'enfant, la mathématique et la réalité*. 5.ed. Berne: Peter Lang.

__1982. *A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtration problems.* In T.P.Carpenter, J.M. Moser & T.A. Romberg

(Eds.), *Addition and Subtration: a cognitive perspective.* Hillsdale. Lawrence Erlbaum Associates.

__________. *Teoria dos campos conceituais* in Anais do 1º seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro: Projeto Fundão.

FRANCHI, Ana. *Compreensão das situações multiplicativas elementares*. Tese de doutoramento. PUC-SP, 1995.

JOGOS/ATIVIDADES PARA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

1. Jogo do agrupamento I (toda classe)

Os alunos andam pelo pátio individualmente. A um sinal da professora devem agrupar-se de dois em dois. A um novo sinal da professora devem agrupar-se de 3 em 3. A novo sinal devem agrupar-se de 4 em 4. Finalmente, a novo sinal devem agrupar-se de 5 em 5.
A cada agrupamento feito a professora deve perguntar: ***Quantos em cada grupo? Quantos grupos foram formados? Quantos alunos ao todo?***

2. Jogo do agrupamento II (toda classe) – Coelho na toca.

Os alunos são os coelhos. A professora desenha no chão dois círculos grandes. Em seguida, avisa os alunos que os coelhos devem entrar nas tocas, porém, deve haver a mesma quantidade de coelhos em cada toca. Depois a professora vai aumentando o número de tocas. Aqui também, em cada situação a professora deve fazer as questões: *Quantos em cada grupo? Quantos grupos foram formados? Quantos alunos ao todo?*

Esses dois primeiros jogos são adequados para se tratar da categoria de adição de parcelas iguais. Utilizando o contexto do jogo, o professor poderá elaborar problemas variando o que se pergunta de modo a atender todas as variações propostas nessa categoria.

3. Construindo cercas e contando os pregos (individual)

Cada aluno deve receber alguns palitos de sorvete (ou canudinhos de refrigerante) e alguns percevejos, para construir uma cerca arrumando palitos (ou canudinhos) na horizontal e outros na vertical. Toda vez que um palito (ou canudinho) ficar sobre outro é ***necessário bater um prego*** na cerca (colocar um percevejo). Ao final deve contar quantos palitos (ou canudinhos) colocou na horizontal, quantos na vertical e quantos pregos precisou bater. Se houver problemas com o uso de percevejos pelos alunos a mesma proposta pode ser feita apenas utilizando-se de desenhos.

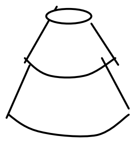
4. Jogo da Mensagem (duplas)

Cada dupla deve mandar uma mensagem a uma outra dizendo quantos pregos usou para construir uma cerca. Ao receber a mensagem cada dupla deve fazer o desenho da cerca que contenha aquele número de pregos usados e, em seguida, enviar esse desenho à dupla dona da mensagem. A dupla deve conferir se o desenho corresponde à cerca que construíram.

Construindo cercas e o jogo da mensagem são adequados para se tratar da categoria área de retângulo. Utilizando o contexto vivenciado pelos alunos na atividade e no jogo, o professor poderá elaborar problemas variando o que se pergunta de modo a atender todas as variações propostas nessa categoria.

5. Fazendo combinações. (em grupos de 4)

Cada grupo deve receber dois copos descartáveis, uma tesoura, folha de papel sulfite e lápis de cor. O grupo deve desenhar e recortar: uma camiseta regata, uma de mangas curtas, uma de mangas compridas, um short, uma saia e uma calça comprida. Um dos copos descartáveis deve ser cortado ao meio de modo a ter sua altura reduzida à metade. Em seguida os copos devem ser encaixados como na figura abaixo. No copo de cima devem ser coladas as blusas e no de baixo as calças e saia. Ao girar o copo de cima de modo a se encaixar uma blusa sobre uma calça tem-se o primeiro conjunto possível de se formar com as peças disponíveis. Continuando a girar vão sendo formados todos os pares possíveis.



O professor pode pedir aos alunos que façam outras propostas de elementos que poderiam ser combinados e que poderiam ser montados com a atividade dos copos. Durante a realização da atividade o professor poderá fazer questões aos alunos do tipo: Se quero usar 6 combinações diferentes de roupa quantas calças preciso ter e quantas blusas? (lembre-se que: 1) pela propriedade comutativa da multiplicação podemos ter 2 calças e 3 blusas ou 3 calças e 2 blusas; 2) pela variação de fatores que resultam em 6 podemos ter ainda 1 calça e 6 blusas ou 1 blusa e 6 calças.

Nas 3ª e 4ª séries o professor pode acrescentar mais um fator, por exemplo, nessa atividade do copo acrescentar meias ou calçados.

Aqui também se encaixam problemas com mapas que apresentem diferentes possibilidades de caminho, dando oportunidade ao professor de tratar de habilidades de deslocamento no espaço e de multiplicação.

6. Jogo das Trocas (em grupos de 4).

Cada jogador, na sua vez, deve jogar dois dados. Um dado vai indicar a quantidade de fichas (ou feijões e milhos) que ele deve pegar e o outro vai indicar se as fichas devem ser grandes (G) ou pequenas (P) (ou se deverá pegar feijões (F) ou grãos de milho (M)). Ao final de três (3) rodadas cada jogador deve trocar suas fichas grandes (feijões) por pequenas (grãos de milho). Cada ficha grande (ou feijão) vale três pequenas (ou 3 grãos de milho). Vence o jogador que tiver maior número de fichas pequenas (ou de grãos de milho).
Durante o jogo o professor pode elaborar problemas orais do tipo: Fulano já tem 4 fichas grandes quantas pequenas ele poderá pegar? Beltrano tem 3 fichas grandes e 2 pequenas. Depois das trocas com quantas fichas pequenas vai ficar? Sicrano só tinha fichas grandes, depois das trocas ficou com 9 fichas pequenas. Quantas fichas ele tinha?

7. Jogo do "Quanto era antes?" (em grupos de 4)

Cada grupo deve dispor de algumas peças do Material Dourado. Cada jogador, na sua vez, fecha os olhos e, os outros devem pegar todos o mesmo tanto de peças do Material Dourado e juntar no centro da mesa. O jogador, ao abrir os olhos deve descobrir o tanto de peças que cada um dos outros pegou antes de juntar tudo. Numa segunda rodada inverte-se o processo, isto é, os jogadores decidem uma quantidade de peças a ser repartida igualmente entre eles e o outro deve descobrir quantas eram as peças antes deles repartirem.

Em qual categoria esse jogo se enquadra?

Elabore problemas usando o jogo como contexto.

Atividades com Números Racionais.

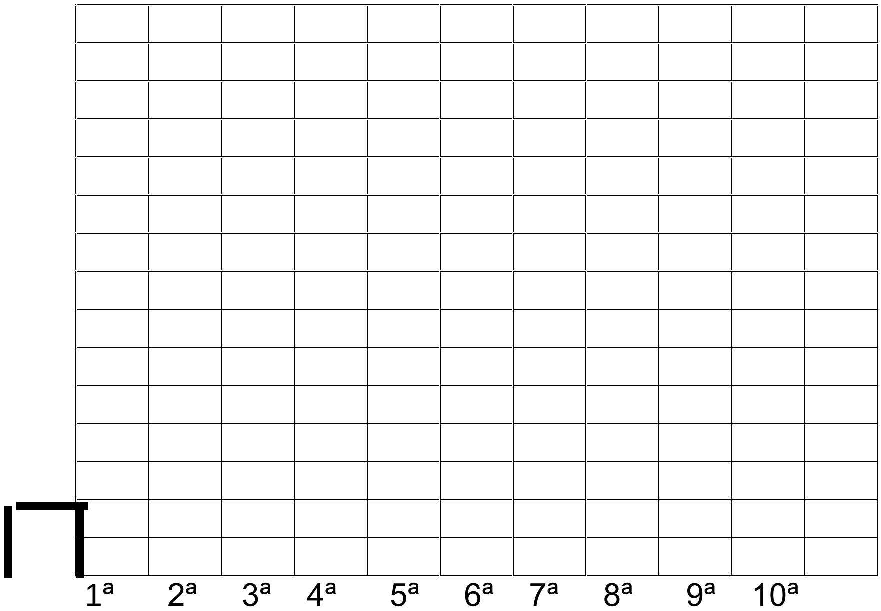
Atividade. 1
Objetivo: Distinguir as situações que conduzem a divisões em que o resto pode ser subdividido.

Representar as seguintes situações:
1. Colocar 18 balas em 3 saquinhos (em quantidades iguais).
2. Vanessa foi de Fortaleza a Teresina, 670Km, e gastou 8 horas na viagem. Em média qual foi a sua velocidade em quilômetros por hora?
3. Distribuir igualmente 15 lápis entre 5 crianças.
4. Repartir um tablete de chocolate entre Paulo e André.
5. Dividir 15 canetas entre Marta, Ana, Lúcia e Sílvia.
6. Repartir igualmente 3 tabletes de chocolate entre duas crianças.
7. Dispor 13 livros em 3 prateleiras, de modo que nas três fique a mesma quantidade de livros.
8. Dividir três folhas de papel entre 4 crianças.
9. Repartir uma pizza entre 3 pessoas, que devem receber pedaços iguais.
10. Repartir 3m de fita entre duas pessoas.
11. Repartir R$ 5 000,00 entre quatro pessoas.

ATIVIDADE 2

Objetivo: Identificar situações de medida em que a comparação entre duas grandezas pode ser representada por um número natural.

Tarefa inicial: colorir as colunas de acordo com as indicações dadas abaixo:
- 1ª - A coluna já desenhada é branca.
- 2ª vermelha:A coluna branca é metade da vermelha.
- 3ª verde clara: Preciso de uma vermelha e de uma branca para ter uma verde-clara.
- 4ª – Roxa- A vermelha é metade da roxa.
- 5ª – Amarela -Juntando uma roxa e uma branca, obtenho a amarela.
- 6ª – Verde-escura- A verde-clara é metade da verde-escura.
- 7ª – Preta- Juntando uma verde escura e uma branca, obtenho a preta.
- 8ª – Marrom- A marrom é o dobro da roxa.
- 9ª – Alaranjada- A amarela é metade da alaranjada.
- 10ª – Azul - Juntando a marrom e a branca, obtenho a azul.



Preencher a tabela, abaixo, e depois responder:

- Foi possível preencher toda a tabela?
- Em que situações as quadrículas da tabela não foram preenchidas?
- Ao dizermos que a tira vermelha cabe duas vezes na roxa, podemos dizer que estamos medindo a tira roxa com a vermelha?

Quantas vezes cabe em?	branca	vermelha	verde-clara	roxa	amarela	verde-escuro	preta	marrom	azul	alaranjada
branca										
vermelha										
verde-clara										
roxa										
amarela										
verde-escuro										
preta										
marrom										
azul										

alaranjada										

ATIVIDADE 3

Objetivo: Associar a escrita $\frac{1}{n}$ ao quociente de **1** por **n** , sendo **n** um número natural diferente de zero.

Com uma folha de sulfite, fazer, com dobradura, 9 tiras de papel de mesmo formato e mesmo tamanho. Colorir cada uma delas de vermelho, verde-claro, roxo, amarelo, verde-escuro, marrom, azul e alaranjada; uma deve permanecer branca.

Com a tira vermelha, propor a divisão em duas partes iguais. (verificar as diversas maneiras dessa divisão). Discutir sobre que escrita representa essa divisão e, registrar 1 : 2 com sua respectiva escrita: $\frac{1}{2}$

Propor a divisão das outras tiras da seguinte maneira: verde-claro em 3 partes; roxo em quatro partes; amarelo em 5 partes; verde-escuro em 6 partes; marrom em 8 partes; azul em 9 partes e alaranjada em 10 partes. Todas essas divisões, por meio de dobraduras e todas na mesma posição, por exemplo:

Para cada divisão representar a escrita correspondente.
Retomar a atividade nº 1 em que foram representadas diferentes situações de divisão. Representar as ações realizadas nessas situações por meio de escritas numéricas.

ATIVIDADE 4.

Em uma escola há 720 alunos, distribuídos assim:

- ✓ ½ deles estudam no período da manhã;
- ✓ 1/3 estudam no período da tarde;
- ✓ E os outros estudam a noite.

.Complete a tabela e construa um gráfico de setores

Período	Fração dos 720 alunos	Número de alunos
Manhã		
Tarde		
Noite		

ATIVIDADE 5.

Para organizar suas despesas, a família Pereira fez o seguinte planejamento:

aluguel	alimentação	Medicamentos e higiene	Água, luz e gás	vestuário	transporte	Lazer e poupança	total
30%	25%	5%	3%	5%	10%		

a) Quanto lhe sobra para lazer e poupança?
b) Faça com papel quadriculado um gráfico deste orçamento.
c) Preencha a tabela com valores para os casos:
   1) Se a família possuir uma renda familiar de R$ 3 000,00
   2) Se a família possuir uma renda familiar de R$ 750,00

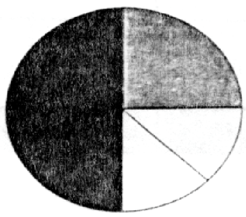
ATIVIDADE 6:

a) Neste círculo foi pintado:

$\frac{1}{2}$ ou ______%

$\frac{1}{4}$ ou ______%

$\frac{2}{8}$ ou ______%

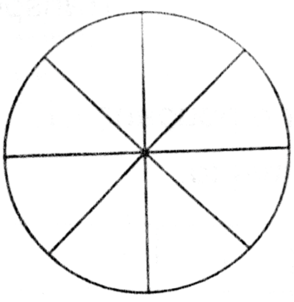


Se este gráfico representar uma classe de 40 alunos, quantos estarão representados em cada cor?

______ ______ ______

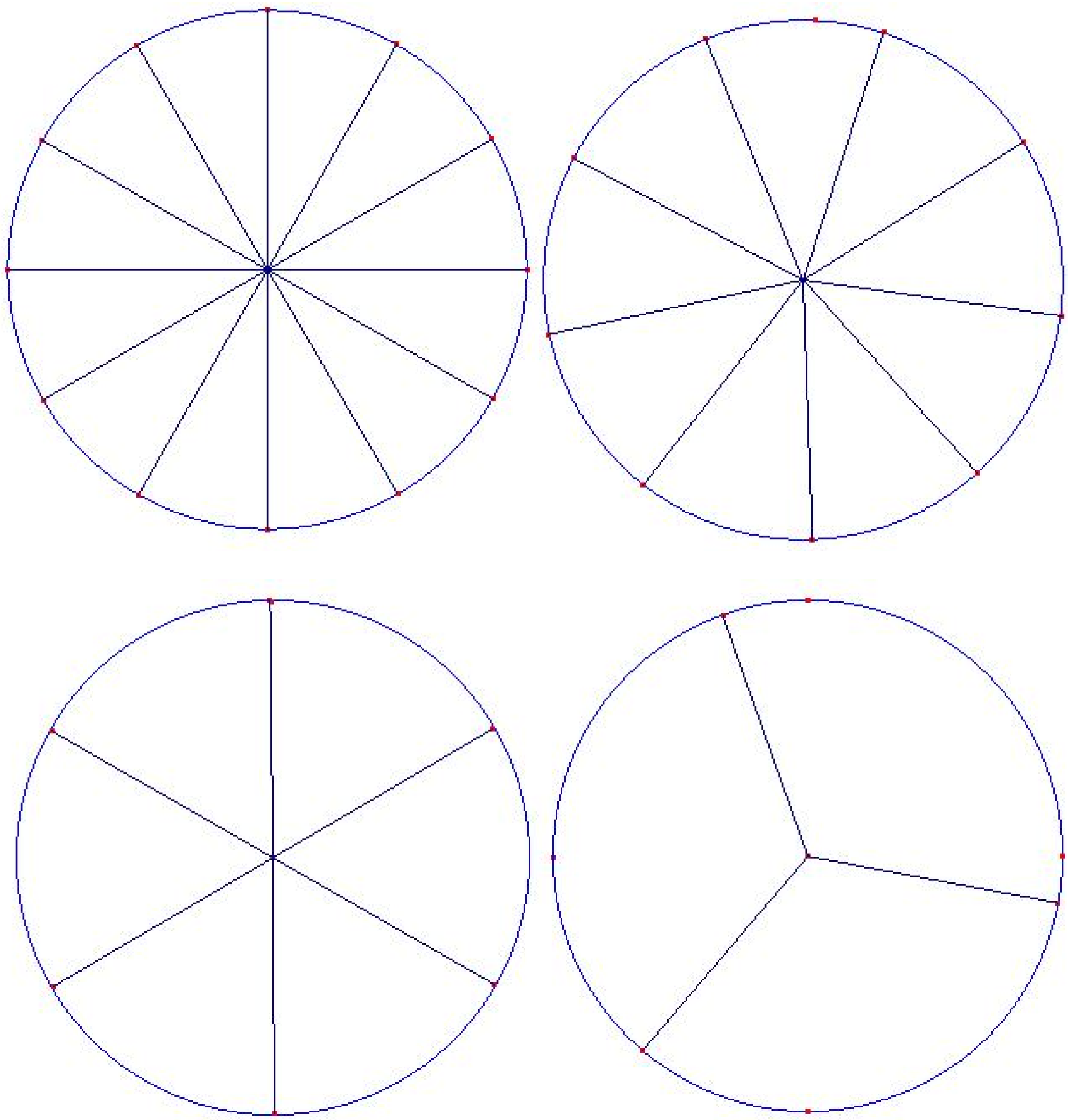
ATIVIDADE 7 :

A tabela abaixo representa a produção de frutas de um sitio. Pinte, de acordo com as cores da tabela, os setores do círculo, correspondentes à produção

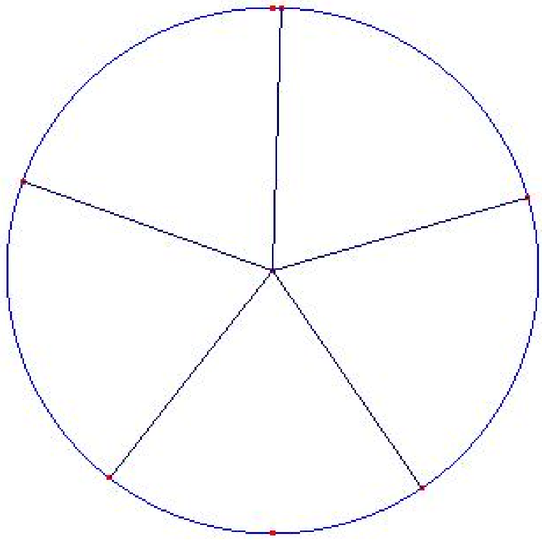


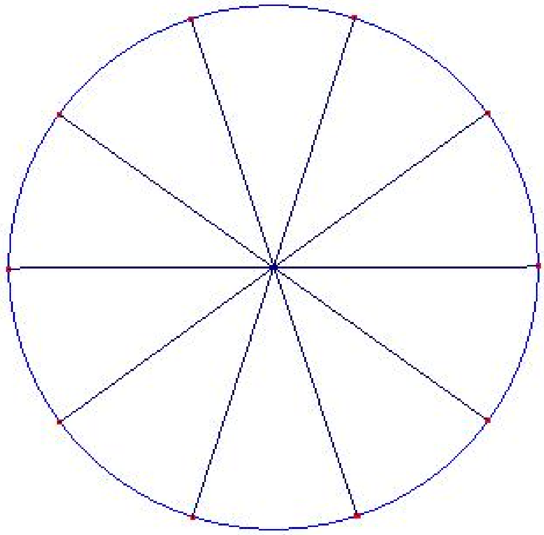
	Frutas	Porcentagem
	Mamão (amarelo)	25%
	Maça (vermelho).	12,5%
	Limão (verde)	62,5%

a) A que fração de produção corresponde o mamão?
b) E a maça?
c) E o limão?
d) No total a produção do sítio foi de 4 000 frutas. Quantas frutas de cada tipo foram produzidas?

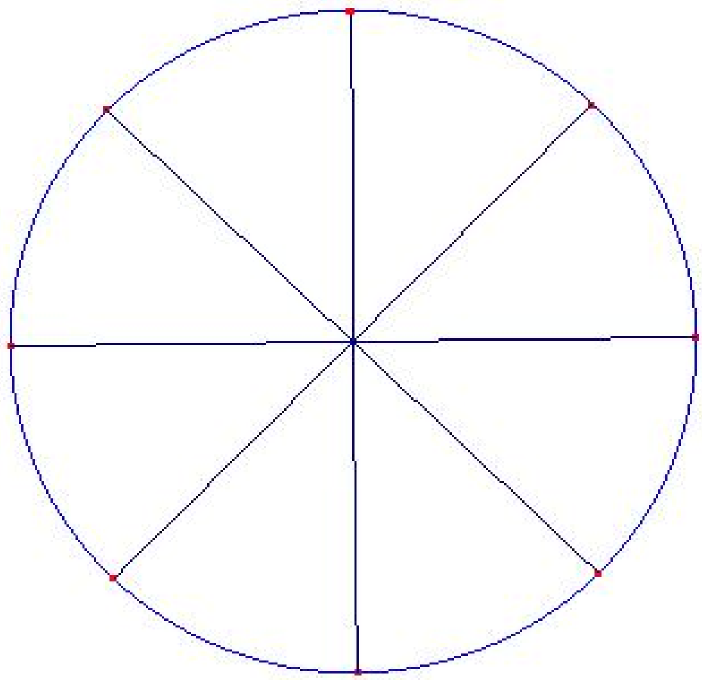


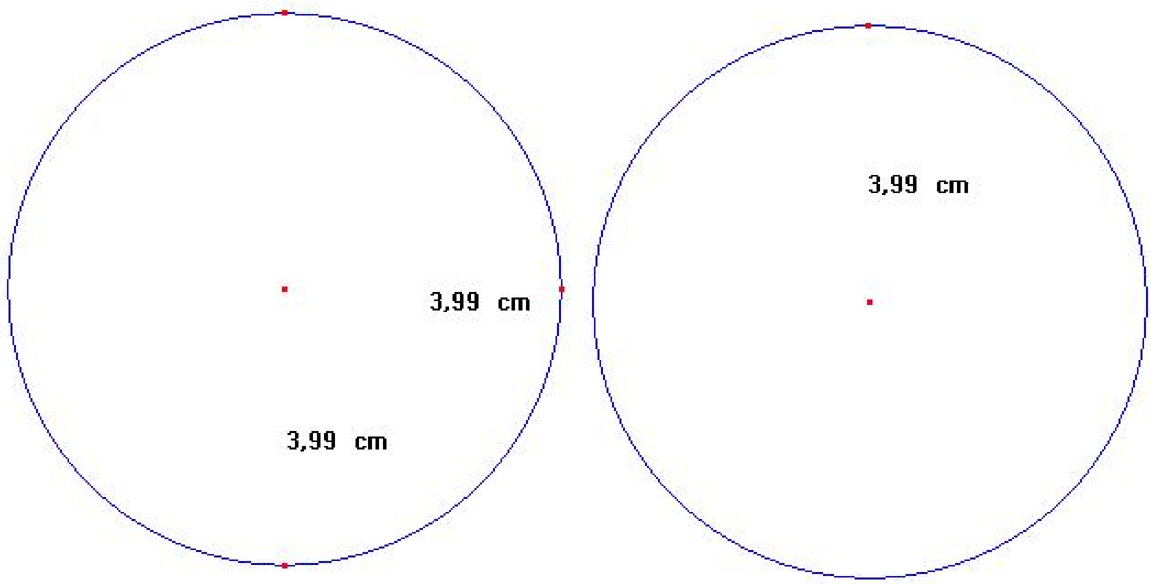
Folha 1

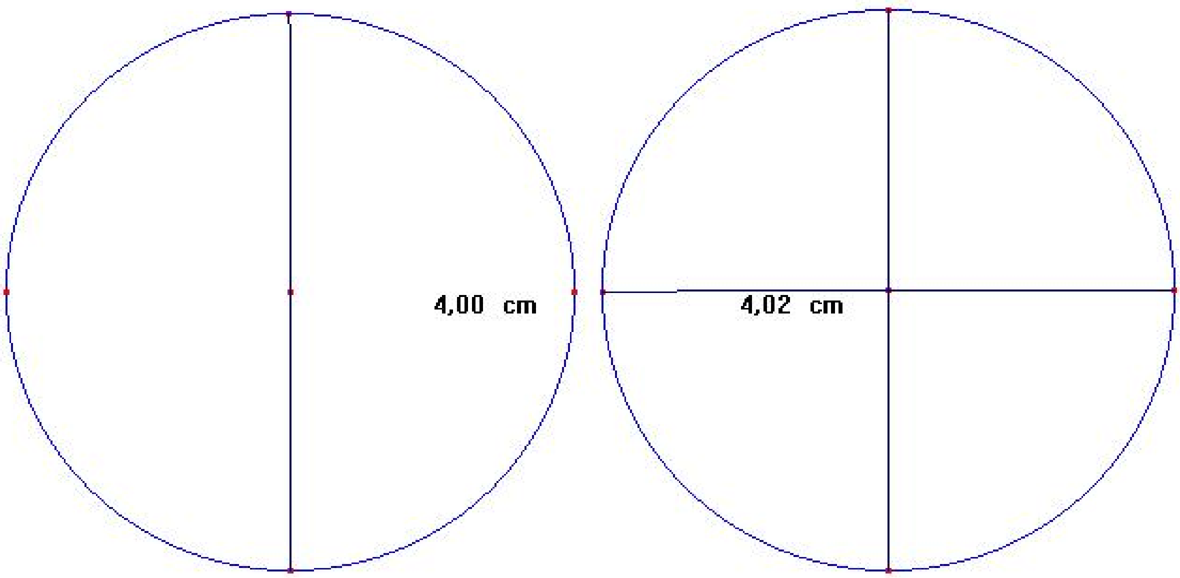




Folha2




3,99 cm
3,99 cm
3,99 cm



Folha 3

...A GEOMETRIA NO ENSINO MÉDIO - INTRODUÇÃO

Ao se iniciar os estudos de geometria devemos levar em consideração os conhecimentos que os alunos já têm ou de trabalhos anteriores já realizados ou dos objetos que normalmente manipulam em sua vida cotidiana. As propostas atuais de ensino de geometria sugerem que se parta do estudo dos sólidos geométricos, por meio da manipulação de suas representações concretas para a coleta de observações de suas características como um modo de se chegar posteriormente à abstração e a um trabalho mais formal.

Vamos iniciar uma vivencia de uma seqüência de atividades que têm como base a exploração das representações concretas dos sólidos geométricos, levando em conta que alguns conhecimentos da geometria plana também serão colocados em jogo, tanto com caráter de resgate para aqueles que já os têm como com caráter de novo conhecimento para aqueles que não os tenham.

1. **Atividade de classificação** - Dado um conjunto de objetos separar em dois grupos de modo que o objeto que pertença a um grupo não possa pertencer ao outro. Dê um nome para cada grupo.

O que é sólido? fica definido que o que será considerado sólido é cheio e quando for oco teremos apenas a superfície do sólido.

CARACTERÍSTICAS.........

As características que nos interessam nesse momento são: as relativas às faces (se são retangulares, triangulares, circulares, etc), as relativas aos vértices (quantidade de vértices), as relativas às arestas (se o objeto tem ou não arestas, se elas se encontram ou não, quantas se encontram em um vértice, etc).

MODELOS DE DOIS TIPOS DE SÓLIDOS QUE NOS INTERESSAM: **poliedros** e os **corpos redondos.**

2. **Atividade de identificação e reconhecimento dos elementos dos poliedros -**

Atividades de construção de objetos geométricos são importantes para se colocar em relevo as características das formas geométricas tratadas. Essas características é que vão permitir que se realizem as classificações das figuras geométricas e sua identificação.

Atividade - Escolha dois objetos que podem ser chamados de poliedros ou de superfícies do poliedro (superfície poliédrica). Faça uma cópia desses objetos usando massa de modelar ou argila.

3. **Atividades de planificação e montagem**

Atividade 1 – Você deve fazer uma caixa para guardar cada peça que construiu em massa ou argila. A caixa deve ter a mesma forma e dimensões da peça e deve ser feita em cartolina. Para isso, siga as instruções:

a) pegue sua peça, coloque-a com uma de suas faces sobre o papel e contorne;
b) vire a peça de modo a apoiar outra face sobre o papel e contorne-a também.
c) faça o mesmo para todas as faces.

d) Recorte as faces contornadas e, com fita adesiva, junte as partes de modo a obter uma caixa para guardar sua peça.

Atividade2 – desenhar como seria o carimbo da construção feita (olhando de três pontos de vista: de cima; de lado e de frente.)

Atividade 3 – Observando três carimbos dados (cima, lado e frente) fazer a construção do objeto correspondente.

Cada grupo faz o carimbo de uma figura e escolhe outro grupo para fazer a construção

4. **Atividade de identificação e reconhecimento dos elementos dos corpos redondos -** Copie em massa de modelar ou argila dois objetos que podem ser chamados de corpos redondos.

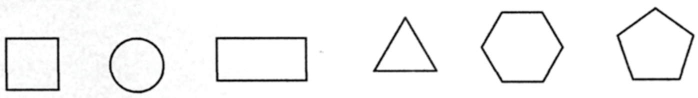
CARACTERÍSTICAS DOS CORPOS REDONDOS
TEM FACES PLANAS?? **Sim** **OU NÃO**
TEM ARESTAS???
TEM VÉRTICES?
CONVEXO **NÃO CONVEXO**

5. Montando "esqueletos" de poliedros

Material – canudinhos de refrigerante ou palitos de churrasco e massa de modelar ou bolinhas de isopor.

Em duplas os alunos deverão construir "esqueletos" de dois poliedros que quiserem, usando para isso os canudinhos (palitos) para as arestas e a massa de modelar (bolinha de isopor) para os vértices.

6. **Jogo de dados I –** Para esse jogo você deverá primeiro preparar os dados. Recubra dois dados com as seguintes figuras:



Em grupos de 4, dupla contra dupla, cada jogador, na sua vez joga os dois dados. Cada dupla deverá dar o nome de um sólido geométrico ou apontar um objeto que tenha em suas faces uma das duas figuras indicadas nos dados. Vence a que responder primeiro.

7. Jogo do detetive

Material – todos os objetos usados nas atividades anteriores.

Em grupos de 4 ou 5 alunos, tendo sobre a mesa vários objetos já usados nas atividades anteriores.

O professor avisa que os alunos serão os detetives do jogo. Ele dará dicas sobre um objeto e eles deverão descobrir e pegar o objeto correspondente às dicas. O grupo que descobrir o objeto primeiro será o vencedor.

Por exemplo, o objeto que devem procurar tem faces triangulares e 5 vértices.

TEM FACES QUADRANGULARES OU TODAS AS FACES SÃO RETANGULOS OU QUADRADOS e tem 8 vértices

TEM TODAS AS FACES QUADRADAS

TEM UMA FACE REDONDA

Tem todas as faces triangulares e tem 6 vértices

Alguns comentários a respeito das atividades propostas

Na atividade de classificação, os critérios usados pelos alunos poderão ser vários e, normalmente são válidos, por exemplo, *grupo dos de madeira e os que não são de madeira*, *grupo dos ocos e dos cheios* . O professor deverá comentar cada um deles.

Para o primeiro exemplo, *grupo dos de madeira e os que não são de madeira,* o professor deve ressaltar que em nossos estudos não nos interessamos pelo tipo de material com que os objetos são feitos mas sim pela forma que eles possuem e, assim, deve solicitar aos grupos que fizeram essa separação que pensem em outra, considerando a forma dos objetos.

No caso do segundo exemplo, *grupo dos ocos e dos cheios,* a separação é muito interessante para nosso estudo, embora não se trate também de uma separação pela forma, ela destaca uma característica do que será chamado de **sólido** e o que será chamado só de embalagem para um sólido ou **superfície do sólido**, uma vez que ele só tem a casca de um sólido. Dessa forma, **fica definido que o que será considerado sólido é cheio e quando for oco teremos apenas a superfície do sólido**.

Assim, todas as separações feitas devem ser consideradas pelo professor e receberem comentários sobre se são adequadas ao nosso estudo ou se não são as que no momento usaremos. As características que nos interessam nesse momento são: as relativas às faces (se são retangulares, triangulares, circulares, etc), as relativas aos vértices (quantidade de vértices), as relativas às arestas (se o objeto tem ou não arestas, se elas se encontram ou não, quantas se encontram em um vértice, etc).

Após essas observações o professor pode apresentar aos alunos os nomes relativos aos objetos geométricos que vão ser os modelos matemáticos dos objetos físicos que estão sendo manipulados: **poliedros** e os **corpos redondos.**

Atividade de identificação e reconhecimento dos elementos dos poliedros - Durante a construção que os alunos realizam, o professor deve caminhar pela classe acompanhando os trabalhos e chamando atenção para as faces, as arestas e os vértices que estão sendo feitos.

Na atividade **montando "esqueletos" de poliedros** o professor deve destacar que dessa forma coloca-se em destaque as arestas e os vértices dos poliedros.

Desenvolvimento:
Da coleção se poliedros separar os prismas e as pirâmides em seguida preencher as tabelas abaixo:

Nome do prisma	Vértices (V)	Faces (F)	Arestas (A)	nº de arestas em cada vértice	nº de arestas em cada vértice

Nome da pirâmide	Vértices (V)	Faces (F)	Arestas (A)	nº de arestas em cada vértice	nº de arestas em cada vértice

1. Um cubo pode ter 11 planificações. Descubra quais são elas. Para isso construa 6 quadrados E monte as planificações e vá fazendo o registro de cada uma.
2. Qual é a medida mínima de papel que permite montar uma caixa em forma de cubo cuja aresta mede 3 cm. Justifique sua resposta.
3. Construa um quadrado cujo lado mede 5 cm utilizando régua e compasso. Justifique cada etapa da construção.

POLIEDROS REGULARES

Porque o interesse dos gregos em estudar os poliedros regulares?
O que um poliedro deve ter para ser regular?

Atividade . Atividade dos palitos

Construir as seguintes figuras utilizando palitos de fósforos:

28/09/06.

a) um ângulo reto;
b) um quadrado com 4 palitos;
c) um quadrilátero, sem ângulos retos, com 6 palitos;
d) um retângulo com 6 palitos;
e) um quadrilátero, sem lados paralelos, com 6 palitos;
f) um quadrilátero com 5 palitos, sem lados paralelos;
g) um quadrilátero com 5 palitos, com apenas dois lados paralelos

2ª parte: O TANGRAN

Atividades com TANGRAN - Perímetro e Área

Esther

Atividade 1:

a) Utilizando uma folha de sulfite, e usando dobraduras construir um TANGRAN
b) Discutir os conceitos geométricos das figuras do TANGRAN
c) Desenhar o TANGRAN numa folha de sulfite e recortar.
d) Montar novamente o jogo.

Atividade 2:

Vamos medir usando uma unidade não padronizada.

1ª fase: Usando o lado do triângulo pequeno como unidade de medida, vamos medir o perímetro de todas as peças do TANGRAN, inclusive do quadrado inicial, registrando estas medidas em uma tabela.

2ª fase: Medir a área do quadrado inicial (TANGRAN) usando como unidade de medida:

a) O triangulo grande
b) O triangulo médio
c) O triangulo pequeno
d) O quadrado
e) O paralelogramo
f) Registre os dados obtidos nos itens anteriores em uma tabela e compare os resultados

Atividade 3:

Vamos medir usando uma unidade padronizada.

1ª fase: Usando o cm como unidade de medida, vamos medir o perímetro de todas as peças do TANGRAN, inclusive do quadrado inicial, registrando estas medidas em uma tabela.

2ª fase: Supondo que o quadrado inicial (TANGRAN) tenha 20 cm de lado:

a) determine a sua área.
b) usando o resultado do item anterior, calcule mentalmente a área de todas as peças do TANGRAN. Registre estes valores na tabela .

c) Observando a tabela, você pode concluir que as peças que tem a mesma área tem o mesmo perímetro? Porque?

Atividade 4.

Vamos agora trabalhar com representações fracionárias.

Que fração do quadrado inicial, TANGRAN, representa:

a) o triangulo grande?
b) O triangulo médio?
c) O quadrado?
d) O paralelogramo?
e) O triangulo pequeno?

Atividade 5

Representando em forma de porcentagem

Que porcentagem do quadrado inicial representa:

f) o triangulo grande?
g) O triangulo médio?
h) O quadrado?
i) O paralelogramo?
j) O triangulo pequeno?

	Perímetro (unid. T_p)	Perímetro (unid. Cm)	Área (unid. T_g)	Area (unid. T_m)	Area (unid. T_p)	Area (unid. Q)	Area (unid. P)	Area (unid. cm^2)
TANGRAN								400 cm^2
Triangulo grande- T_g								
Triangulo médio- T_m								
Triangulo peq. -T_p								
Quadrado - Q								
Paralelogramo- P								

Atividade 6

Observando a tabela, você pode concluir que as peças que tem a mesma área tem o mesmo perímetro? Explique.

Atividade 7

- Usando as peças do TANGRAN formar figuras.
- usando todas as figuras do grupo montar um painel.

ANEXO B

INSTRUMENTOS DE AVALIAÇÃO

METODOLOGIA DO ENSINO FUNDAMENTAL II – CIENCIAS E MATEMATICA

DATA 12/06/06

Para fazer esta avaliação você pode consultar: o PCN para o Ensino Fundamental I, o Referencial Curricular para Ed. Infantil, módulo I e Módulo II, parte A e parte B.

Objetivos das questões desta avaliação:
Interpretar e comunicar idéias relacionadas aos conhecimentos sobre metodologia do ensino da matemática, com clareza, objetividade, economia e elegância;
Criar estratégias de resolução de problemas com riqueza e elegância.

QUESTÕES:

1 – Utilizando o que você sabe sobre o Sistema de Numeração Decimal, responda:

a) escreva o significado de cada algarismo quando escrevemos 5 615 e quando escrevemos 0,15.

b) escreva todos os números possíveis de três algarismos, sem repetição, formados com os números 5, 7 e 9.

c) com os algarismos 7, 6, 5, 3 e 2, sem repeti-los, escreva o maior e o menor número possível de 4 algarismos.

d) observe o número 9 376. Encaixe nesse número o algarismo 8 de forma que o novo numero formado se torne o maior numero possível.

2 – Para resolver uma situação problema (envolvendo a operação 39 + 14) algumas crianças registraram o seguinte cálculo:

A) 40 + 14 = 54	B) 3	c) 30 e 10 são 40
39 + 14 = 53	39	9 e 14 são 13
	14	40 e 13 são 53
	———	
	71	

a) Verifique em cada caso se a criança acertou ou errou (mostre como você fez).
b) De que modo as regras do Sistema de Numeração Decimal são consideradas/utilizadas nesses procedimentos de cálculo? (tanto nos erros como nos acertos?)

3 – Analisar os problemas abaixo e indique para cada um:

a) resolva cada um dizendo se é estrutura aditiva ou multiplicativa.

b) raciocínios envolvidos (6 categorias aditivas e 5 categorias multiplicativas).

c) que grau de dificuldade você atribui: pequeno, médio, grande e em que série seria mais adequado o tratamento de cada problema.

Problema 1 – Quando Osvaldo abriu a papelaria pela manhã, havia 56 cadernos na prateleira. Durante o dia vendeu 13. Ao fechar a loja, quantos cadernos havia na prateleira?

Problema 2 – Ontem teve uma festa em casa e eu fiz uma laranjada DELICIOSA. Eu coloquei 15 copos d'água para 45 colheres de concentrado. No sábado vai ter outra vem e vem mais gente. Seu eu colocar 20 copos d'água e 50 colheres do mesmo concentrado, o suco vai ter o mesmo gosto delicioso? Explique porque.

Problema 3 – Para um lanche especial, compramos 2 tipos de pães (francês e bisnaga) e três recheios (queijo, presunto e mortadela). Quantos sanduíches diferentes podemos montar com apenas um recheio.

Problema 4 –João jogou tasos por duas vezes hoje. No primeiro jogo ele não lembra o que aconteceu, mas ele lembra que no segundo jogo ele perdeu 17 tasos. Quando ele foi contar seus tasos, viu que no dia de hoje ele ganhou 39 tasos. O que aconteceu no primeiro jogo?

Problema 5 – Observe as seguintes situações:

a) Temos 100 reais para serem divididos entre 15 pessoas. Quanto receberá cada pessoa?

b) Temos 100 ovos para serem divididos entre 16 pessoas. Quantos ovos cada pessoa receberá?

c) Cem alunos da escola irão ao teatro na próxima quarta-feira. Quantas Vans de 16 lugares terão que ser contratadas pra transportar todos os alunos?

Problema 6 – Maria tem 6 pirulitos. Ela tem 2 pirulitos a mais que Pedro. Quantos pirulitos Pedro têm?

4 – De acordo com Delia Lerner e Patrícia Sadovsky, cite e explique as primeiras hipóteses das crianças que dão indícios do valor posicional dos algarismos em um número no SND.

METODOLOGIA DO ENSINO FUNDAMENTAL II – CIENCIAS E MATEMATICA

DATA 25/08/06

Para fazer esta avaliação você pode usar os círculos do material da Cristina Maranhão

Objetivos das questões desta avaliação: Interpretar e comunicar idéias relacionadas aos conhecimentos sobre metodologia do ensino da matemática, com clareza, objetividade, economia e elegância; Criar estratégias de resolução de problemas com riqueza e elegância.

Questões:

1. Forme 4 discos inteiros (círculos) utilizando pelo menos duas frações diferentes e faça a representação na folha, indicando ao lado de cada disco as frações que você usou.

2. a) Qual é o resultado da soma da metade mais a quinta parte?

b) Quantos décimos são necessários para recobrir a metade?

c) Proceder às seguintes operações utilizando as frações dos discos:

I – ½ + 1/3 = ...; observar quais foram as equivalências necessárias para realizar esta soma de frações.

II – ¼ + 1/3 = ...; observar quais foram as equivalências necessárias para proceder esta operação.

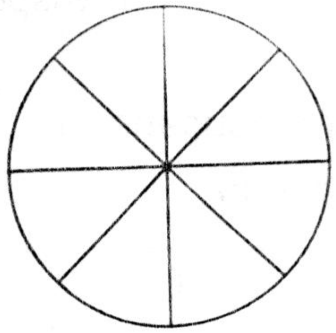
III – ½ + 1/6 = ...; verificar as equivalências que foram necessárias para realizar esta soma de frações.

d) Utilizando somente as peças desse material seria possível realizar a seguinte soma ½ + 1/3 + 1/5? Como realiza-la sem utilizar o material didático?

3. A tabela abaixo representa a produção de frutas de um sítio. Pinte, de acordo com as cores da tabela os setores do círculo, correspondentes à produção.

Frutas	Porcentagem
Uva	50%
Maçã (vermelho)	12,5%

Laranja	25,5%



a) A que fração da produção corresponde a uva?

b) E a maçã?

c) E a laranja?

d) No total a produção do sítio foi de 4000 frutas. Quantas frutas de cada tipo foram produzidas?

Instituto Superior de Educação – Faculdades Osvaldo Cruz

Avaliação

METODOLOGIA DO ENSINO FUNDAMENTAL II – Ciências e Matemática

Prof: Esther do Lago Pretti

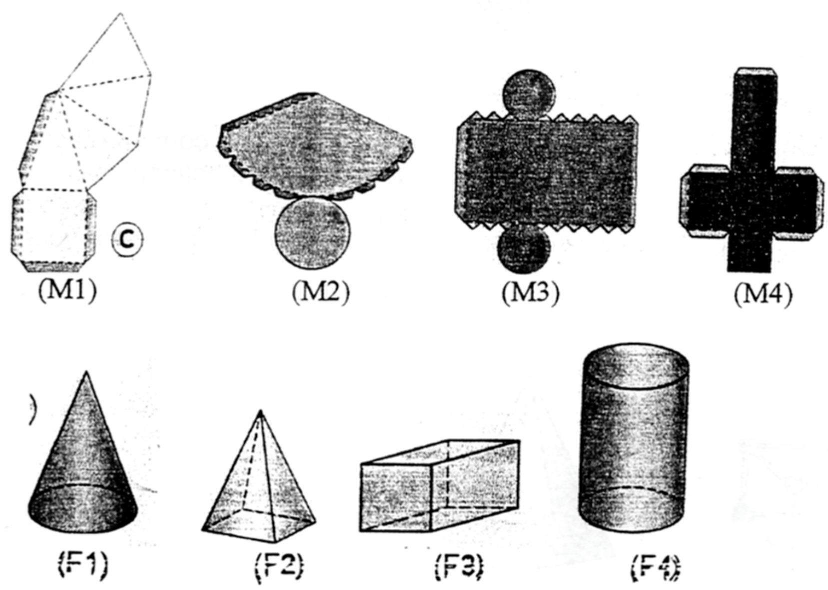
Nome...**nº** ....../......./.......**Nota:**........

Data: 25/outubro/ 2006

Objetivos das questões desta avaliação:
- interpretar e comunicar idéias relacionadas aos conhecimentos sobre metodologia do ensino da matemática, com clareza, objetividade, economia e elegância;
- Criar estratégias de resolução de problemas com riqueza e elegância.

- Questões:

1. Observe os moldes planificados de algumas figuras geométricas.



a) Relacione cada figura com a sua planificação (por ex: (F1) com ......)

b) Quais são corpos redondos? Porque?

c) Quais são poliedros? Porque?

d) Em cada caso dê o numero de vértices faces e arestas.

2. A figura abaixo é um paralelepípedo.

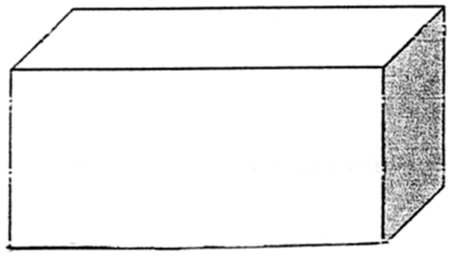
a)Qual é número de faces planas deste paralelepípedo?

b)E de arestas?

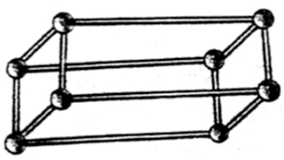
c) Quantos vértices ele tem?

d) Se suas medidas forem, 4m, 3m e 6m qual é área de suas faces laterais? E de suas bases?

e) calcule o seu volume.



3. Observe este modelo de bloco retangular, ele foi construído com varetas e bolinhas de isopor. Foram usadas 12 pedaços de varetas e 8 bolinhas de isopor. Agora é com você; para construir um modelo de pirâmide como a da figura abaixo quantos pedaços de varetas e quantas bolinhas de isopor você usaria?



4. Você recebeu um poliedro. Responda às questões:

a) Qual o nome desta figura?

b) Quantos vértices, quantas arestas e quantas faces ele tem?

c) Faça uma representação do seu poliedro.

d) Meça suas arestas.

e) Faça uma representação da planificação desse poliedro.

f) Calcule a área da planificação.

g) Calcule o volume desse poliedro.

Boa Prova!!!

ANEXO C

ENTREVISTA COMPLETA COM A FORMADORA

Primeira Questão: Desde a implantação da L.D.B.E.N. (9.394/96), em que se tornou obrigatório o ensino superior as professoras dos anos iniciais do ensino fundamental, as estatísticas do MEC mostram um aumento significativo nas licenciaturas em Pedagogia. Isso retrata a preocupação do sistema educacional em relação à formação de professores no processo ensino – aprendizagem. Na instituição em que você leciona é visível essa procura no curso de Pedagogia?

R: *Não muito. O nosso curso está dividido em dois grupos de alunos. Um grupo, mais ou menos uns 40% que já dá aula e que está buscando um aperfeiçoamento e um outro grupo que procura a nossa faculdade para ter um curso universitário. Eles trabalham em uma empresa, ou outro segmento qualquer e buscam ter uma formação universitária.*

Segunda Questão: Curi (2005), afirma que cerca de 90% dos cursos de Pedagogia elegem as questões metodológicas como essenciais a formação de professores polivalentes. Com sua experiência profissional, gostaríamos que você nos dissesse o seu ponto de vista em relação a essa citação.

R: *Eu não concordo totalmente eu acho que tem que associar as questões metodológicas ligadas aos conteúdos básicos que são ministrados no ensino fundamental, porque eu acho que as professoras tiveram uma formação em matemática que deixou muito a desejar. Haja vista a minha turma desse ano é um pessoal que sabia muito pouco os conteúdos básicos de matemática do ensino fundamental.*

Terceira Questão: A carga horária total em um curso de Pedagogia normalmente é de 2.200 horas, sendo que existe uma variação de 36 a 72 horas do curso dedicadas a uma disciplina específica de Matemática, considerando uma variação grande de temas e conteúdos nas ementas da disciplina, qual deve ser a prioridade no sentido de que as professoras, adquiram o conhecimento mínimo necessário para ensinar nos anos iniciais?

R: *É difícil dizer por que o tempo realmente é muito pequeno. Eu tenho ensinado aqueles conteúdos básicos como conceituação de número, as operações fundamentais, geometria e os números racionais. Mas isso sempre aliado, como eu falei na questão anterior, à metodologia, então a gente vai trabalhando conteúdo junto com a metodologia. Mas eu acho o tempo muito pouco. Aliás, houve uma expressão de uma aluna nos últimos dias de aula dizendo que "professora, agora que eu comecei a aprender matemática que eu estou gostando, que eu estou entendendo acabou o curso".*

Quarta questão: Discorra a respeito das estratégias de ensino, os recursos utilizados e a bibliografia adotada no curso de Pedagogia desta Instituição.

R: *Quanto à bibliografia eu uso os Parâmetros Curriculares Nacionais, os livros aprender pensando da Terezinha Nunes, o capítulo sobre o sistema decimal da Délia Lerner e uso as questões fundamentais da didática francesa Vergnaud, Brussou, discutindo os obstáculos e sistemas lógicos e as questões metodológicas, os obstáculos didáticos e também estratégias de ensino. Trabalho geralmente em grupo, fazendo oficinas para as alunas irem construindo e trazendo situações problemas para elas resolverem e discutindo com elas as situações.*

Quinta questão: Que tipos de materiais didáticos, livros, apostilas, etc., você usa em seu curso? Como descobriu esse material e porque fez essas escolhas?

R: *Livros eu tenho usado os que estão de acordo com a metodologia que eu quero trabalhar com as alunas. Seriam os livros das pessoas que estão pensando em educação matemática e que são mais atuais. Tem uns até antigos como Constance Kamii, que a gente acaba sempre usando que é um livro antigo e conhecimento bem antigo. Material a gente vai descobrindo conforme a gente pesquisa porque eu uso régua, fita métrica, caixa, discos uma quantidade grande. Eu incentivo as meninas a criarem materiais, criarem atividades. Esses materiais de acordo com a necessidade você busca, pesquisa, cria eu costumo dizer que eu* *tenho uma sacola pedagógica, eu sempre tenho um pouco de tudo, compasso, régua, objetos de várias formas geométricas, objetos de sabão, caixas, isopor você vai juntando esse material e ai as escolhas se elas enxergarem e manipularem, elas vão reconstruir ou construir um conhecimento que elas não tiveram oportunidade de criar antes, construir antes.*

Sexta questão: Existe nessa instituição a possibilidade das alunas vivenciarem a metodologia discutida em sala de aula?

R: *A escola tem um espaço que se chama brinquedoteca e as alunas fazem um tipo de estágio cultural. Nesse ano de 2006 eu inventei. Eu procurei criar dentro desse espaço um horário para um estudo de matemática sem um compromisso de ser assim aulas de reposição aulas particulares, digamos assim de matemática eu chamei de clube de matemática, aliás eu copiei a idéia da USP, do professor Oriosvaldo. E nesse clube as alunas do Curso de Pedagogia poderiam estar ali criando atividades, desenvolvendo com os alunos sem o compromisso de notas para ver se desenvolviam o gosto pela matemática. Foi bastante interessante, tivemos alunos que participaram o ano inteiro tivemos uns cinco. É um grupo de crianças flutuantes, são crianças aqui da rua, dessa população flutuante de São Paulo. Aqui o bairro oferece muitos apartamentos que seria quase uma "espécie de cortiço", porque eles moram em um apartamento três ou quatro famílias e essas crianças não tem espaço. A brinquedoteca dá um espaço para aprenderem e brincarem um pouco. Muitos deles gostavam demais do clube porque eles podiam desenvolver as idéias. Nós desenvolvemos jogos, construímos figuras geométricas, discutimos com eles, construímos relógios, foi muito interessante o relógio. Uma aluna trouxe a idéia e queria dar o relógio pronto para cada aluno, eu discordei e falei vamos fazer as crianças construírem o relógio. Ensinamos eles fazerem o círculo, dividindo em partes, mais ou menos, eu percebi que quando elas iam ensinar as horas eles não sabiam contar de cinco em cinco. Junto com o desenvolvimento das horas, o aprendizado da leitura de horas em um relógio não digital, eles também foram aprendendo a tabuada do cinco, do dez. Teve criança, que tiveram que ficar muitas vezes fazendo eles repetirem cinco dez quinze, pondo o dedinho nos locais, e aprenderam, eles adoraram trabalhar com isso. Ficamos* *quase um mês discutindo o relógio, fazer o ponteiro, fazer o ponteiro se movimentar, era uma coisa bem descontraída, não tinha um compromisso de nota, de horário. Nós entravamos as 16.00 h e saíamos as 19.30 h, e eu achei que foi bom e as alunas que puderam participar, ficaram entusiasmadas porque elas também aprendiam. A questão das horas havia alunas que não sabiam muito bem, foi um trabalho bem gostoso eu gostei de participar e as meninas que participaram gostaram também.*

Sétima questão: Em relação à divisão ao construir "relógios" quais conhecimentos você acha que os alunos adquiriram?

R: *Um pouco de geometria, ângulos ligados a construção do círculo também, a parte de leitura da hora, a noção do tempo, nos discutimos muitas medidas, no momento em que trabalhamos a medida de horas. Nós trouxemos fita métrica, medimos algumas coisas, foi discutido um pouco de medidas e ai falamos da medida do tempo e houve esse link com as operações. O grupo de crianças era bastante heterogêneo tinha crianças desde o pré até a 6ª série. Dentre essas crianças algumas que não sabiam escrever corretamente os números, ler muito bem os números, foi uma coisa bem devagar.*

Oitava questão: Shulman (1986) considera que existe três vertentes no conhecimento do professor, quando se refere ao conhecimento da disciplina para ensiná-la, conhecimento do conteúdo da disciplina, conhecimento didático do conteúdo da disciplina e conhecimento do currículo. No decorrer do ano de 2006, no curso de Pedagogia, perante aos estudos desse autor foi possível lidar com essas três vertentes do conhecimento? Justifique.

R: *Sim, eu acredito que nós trabalhamos essas três vertentes, trabalhamos o conhecimento do conteúdo propriamente dito da disciplina, o conhecimento didático e discutimos os Parâmetros Curriculares, que seria uma forma de estarmos discutindo o que seria o conhecimento de currículo.*

Nona questão: Curi (2005) apresenta uma pesquisa realizada pela Fundação Carlos Chagas, em 2001 com alunos de 4ª séries de diferentes estados brasileiros e grupos de professores em que responderam questões sobre conteúdos matemáticos e o ensino de matemática. Um fato que me assustou é que sobre área e perímetro apenas 38% dos professores acertaram a questão. Em outra parte da pesquisa os próprios professores, afirmavam que não ensinavam geometria por não se sentirem preparados para tal. Outro dado importante revelado nessa pesquisa é a tendência empírico-ativista no que tange o discurso do concreto. Segundo Fiorentini (2001) nessa concepção a criança aprende com a manipulação de materiais, com atividades diversificadas, com desenhos ou figuras. O conhecimento matemático emerge do mundo físico e é descoberto pelo homem, através do sentido. Perante esses dados, comente sobre os conhecimentos de suas alunas no que toca área e perímetro e também sobre geometria. Descreva também o que elas entendem sobre o uso de material concreto, no ensino de Matemática.

R: *As alunas fazem uma grande confusão, com área e perímetro e volume inclusive. Às vezes elas até compreendem como se calcula, mas quando você pede uma explicação sobre o que é a área, o que é o perímetro a confusão é total. Aliás, vou contar um fato que ocorreu em um curso que dei na cidade de São Bernardo do Campo, em outubro, quando eu falei sobre área e perímetro com elas. Isso era um assunto que a maioria dos alunos não sabe, não interpreta corretamente, e que mesmo que manipulem não conseguem abstrair a idéia de área e perímetro. E uma aluna disse não, isso é muito fácil. Interessante, porque ela trouxe um exercício no outro encontro e mostrava exatamente que ela não sabia o que é perímetro. Era um exercício em uma malha quadriculada e ela não estava contando corretamente, era só contar as "quadriculas". Eu falei entende por que eu disse que a conceituação é uma coisa bastante complicada, por que falar elas falam corretamente. Com relação, as minhas alunas não sabiam mesmo, a maioria delas não sabia nada de geometria. Nós pudemos constatar, e você junto comigo, que elas não sabiam nada de geometria. Eu acredito que elas não aprenderam o que eu gostaria que elas tivessem aprendido. Melhorou bastante, mas não chegou a uma forma ideal.*

Em relação ao uso de material concreto, eu acho que usam quase como uma brincadeira, sem fazer um "link" entre o material concreto e o conteúdo que *pode ser explorado com aquele material. Eu acho que ainda isso deixa muito a desejar, tanto na cabeça delas como o que é praticado nas escolas. Porque algumas que já trabalham em escolas o que elas contam da experiência delas, é que o material concreto é uma brincadeira. E ai as queixas que elas tem do conhecimento dos alunos mostra que elas não estão fazendo, um link entre o que se fez concretamente e a parte formal.*

Décima questão: Comente sobre a programação do seu curso. Em que se baseou para selecionar conteúdos e bibliografia?

R: *A bibliografia eu procurei usar aquilo que eu já conheço de mais atual, a gente já trabalhou na formação de educação matemática e eu tenho um livro, enfim mais ligado ao conhecimento que eu tenho adquirido ligado a esse assunto. Quanto a programação, o 1º ano que eu dei aula aqui, ficou muito solta. A programação eu não tinha uma noção muito grande. Tinha noção, mas eu acho que não fiz uma adaptação eu acho que a cada ano eu estou adaptando mais ao conhecimento que elas trazem, então eu faço alguma atividade aonde eu possa descobrir, fazer certa sondagem e trabalho mais os conteúdos que eu acho que elas tem menos conhecimento.*

Pesquisadora: Essa sondagem que a senhora diz que faz, ela é feita no início do ano letivo?

R: *Não necessariamente, ela é feita geralmente no início de algum assunto. A gente está dividindo em quatro blocos. Então quando eu abordo em dos blocos eu dou uma atividade geralmente, ligada a todos os conteúdos e ai eu anoto o que eu vou precisar trabalhar mais durante o ano. E também eu acho assim, a escolha do conteúdo tem muito a ver com essas capacitações que eu dou para professores de 1ª a 4ª séries. Porque quando eu sinto as dificuldades lá, eu trago para cá, aqueles conteúdos, verifico se as alunas da Pedagogia têm o conhecimento ou não e trabalho aqueles conteúdos. Não só conteúdos mas também a metodologia porque quando você conversa com professores que já estão praticando você percebe as vezes que eles estão dando ou alguma coisa errada ou usando uma metodologia que não está adequada ou fazem o uso de material, vamos pensar no* *uso de um material bem simples. O material dourado como uma simples manipulação e não faz um link com as operações, aí depois eles dizem que o aluno não entendem porque "vai um, empresta um". Então eu procuro sempre fazer essa ligação entre o material e a parte formal.*

Décima primeira questão: O curso de Mestrado lhe deu condições pra seu trabalho como formadora de professores polivalentes? Comente sobre isso.

R: *Tudo é relativo. Eu acho que me deu uma formação muito boa, "abriu a cabeça" para muitas coisas, me fez conhecer os pensadores atuais de educação matemática, e isto é claro ajudou muito; não foi suficiente, mas acho que foi algo que me fez enxergar a educação matemática.*

ANEXO D

TEXTOS DE LEITURA USADOS NAS AULAS

ASPECTOS TEÓRICOS ATUAIS SOBRE O ENSINO/APRENDIZAGEM DO NÚMERO E DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL.

O ensino e aprendizagem de números, incluindo sistemas de numeração, têm sido alvo de pesquisas em diversos países e em diferentes linhas teóricas. Dentre essas pesquisas, citamos as de ERMEL (1991), Vergnaud (1994), Lerner e Sadovsky (1996).

Esses trabalhos evidenciam que a apropriação pelos alunos do significado da numeração de posição é uma das mais sérias dificuldades no ensino e aprendizagem de sistemas de numeração, causando entraves na aprendizagem das operações. Diante dessa constatação, cada um desses pesquisadores dá indicações ou faz proposta de trabalho didático na busca de superar essa dificuldade.

1. Vergnaud

Segundo Vergnaud (1994), para que ocorra a aprendizagem da numeração, é necessário que o aluno estabeleça a relação entre o número escrito e a quantidade que ele representa. Essa quantidade é obtida por meio do que ele chama de contagem propriamente dita, na qual o aluno estabelece uma correspondência entre o conjunto contado e a seqüência numérica oral. Quando o número é maior que nove, há a necessidade de, também, estabelecer-se a correspondência entre os agrupamentos realizados em um conjunto de objetos e a notação numérica. Além disso, ele considera que o que dá aos números sua característica essencial é a possibilidade de os adicionar e de dar um sentido a essa adição.

- Contagem → memorização da seqüência numérica oral (sobrecontagem)
  → contagem propriamente dita
- Relação entre a escrita numérica e a quantidade que ela representa
- Comparação e ordenação de conjuntos de objetos e de escritas numéricas
- SND

A manipulação de objetos é essencial para que as quantidades sejam significativas para os alunos.

2. Délia Lerner

Para o ensino de sistema de numeração, Lerner e Sadovsky (1996) propõem um trabalho de exploração da escrita numérica, para o aluno reconhecer as regularidades presentes na seqüência numérica natural. A percepção dessas regularidades pode ser usada como apoio na leitura e escrita de números. Nessa proposta, essas pesquisadoras restringem-se ao trato com as escritas numéricas, enfatizando que, quando a escrita numérica é conhecida, os alunos justificam a comparação de números por meio de frases como:

12 é maior porque tem mais números atrás dele, porque 6 para baixo tem menos atrás dele. (Lerner e Sadovsky, 1997, p.79).

Atividades de comparação de números são consideradas como as que vão mobilizar conhecimentos implícitos sobre relação de ordem, propiciando condições para que os alunos explicitem as regularidades do sistema.

- Hipóteses de escritas numéricas
- Uso das regularidades do sistema de numeração decimal para a escrita de números

3. ERMEL

Segundo ERMEL (1991), no ciclo escolar correspondente à Educação Infantil os números ganham sentido, se servem para resolver problemas. Há duas funções do número que os alunos podem reconhecer e utilizar.

Uma delas, é o número como *memória*, seja como *"memória de quantidade"*, que permite ao aluno lembrar-se de uma quantidade, sem que ela esteja presente, e que corresponde ao *aspecto cardinal* do número, seja como *"memória da posição na seqüência natural"*, que permite ao aluno lembrar-se do lugar que o número ocupa na seqüência numérica, e que corresponde ao *aspecto ordinal* do número.

Por exemplo, a frase "***nove é maior que seis porque nove vem depois de seis"*** indica uso do aspecto ordinal, por se apoiar na seqüência numérica para justificar a comparação. A frase "***nove é maior que seis porque nove tem três a mais que seis"*** indica apoio no aspecto cardinal para justificar a comparação.

Outra, é o número como *possibilidade de antecipar resultados* para situações não presentes ou ainda não realizadas e sobre as quais dispõe-se de algumas informações que exigem o uso, pelos alunos, de procedimentos numéricos que envolvem cálculos ou contagem.

Segundo ERMEL, na Educação Infantil, não se deve dissociar os aspectos ordinal e cardinal dos números. Notamos que Vergnaud dá ênfase ao aspecto cardinal do número e Lerner dá ênfase ao aspecto ordinal do número.

NOÇÕES SOBRE CAMPO CONCEITUAL ADITIVO

Um grande número de pesquisas vem tratando deste tema. Em geral, essas pesquisas se situam ao redor do estudo de Gérard Vergnaud, de 1979, dos problemas do campo conceitual da adição. Seus estudos indicaram que a tarefa principal de resolução de tais problemas não consiste apenas no cálculo numérico, mas no cálculo relacional. Esse estudioso gerou uma classificação alicerçada na análise das tarefas cognitivas e dos procedimentos postos em jogo em cada uma delas.

A teoria dos campos conceituais proposta por Vergnaud é uma teoria cognitivista que visa a fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente aquelas relativas às ciências e às técnicas.

A noção de relação

A noção de relação é uma noção absolutamente geral. Uma parte importante do conhecimento consiste em estabelecer relações e as organizar em sistemas. Há as relações entre objetos no espaço, entre quantidades físicas, entre fenômenos biológicos, sociais, psicológicos.

Vejamos alguns exemplos de relações:

Relações binárias: que relacionam dois elementos entre si.

- O lápis está sobre a mesa.
- Pedro está ao lado de Maria.
- Carol é a filha de João.
- As baleias são mamíferos.
- X é igual a 3 y. ($x = 3y$).
- Sete é maior que três.

Relações Ternárias: que relacionam três elementos entre si.

- Pedro está entre Maria e Paulo.
- Sete é quatro a mais que três.
- Seis vezes cinco são trinta.

Relações quaternárias: que relacionam quatro elementos entre si.

- New York é para os EEUU o que São Paulo é para o Brasil.
- Paulo é tão moreno quanto Maria é loira.

- Dois sobre quatro é igual a um sobre dois : $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

O que é um cálculo relacional?

Essa noção de cálculo relacional é fundamental. A criança, como todos os sujeitos, regra sua conduta sobre as relações que ela apreende e sobre o cálculo relacional que ela faz. A noção de cálculo relacional contribui para clarificar e para explicitar a noção, muito vaga, de raciocínio.

As relações são, às vezes, simples constatações que se pode fazer sobre a realidade. Outras vezes elas não são diretamente constatáveis e devem ser inferidas ou aceitas. Mesmo nos casos das relações constatáveis a criança nem sempre é capaz de fazer essas constatações pois estas supõem uma atividade material e intelectual que pode estar acima das possibilidades dessa criança. Por exemplo, a relação “mamãe é filha da vovó” não é uma relação diretamente constatável para uma criança. Para a fazer compreender é necessário recorrer a explicações verbais de certa dificuldade.

As seis grandes categorias de relações aditivas

Vamos ver que existem vários tipos de relações aditivas e, conseqüentemente, vários tipos de adições e de subtrações. É importante que se faça essas distinções pois as dificuldades são diferentes nos diferentes casos.

Para compreender essas distinções, o mais simples é dar os exemplos:

As 6 categorias:

1) **De composição estática de duas medidas (**quantidades, grandezas ou valores). Exemplos:

1.1 Há 4 meninos e 3 meninas em volta da mesa. Quantas crianças há em volta da mesa?

1.2 Em volta de uma mesa há meninos e meninas, no total de 9 crianças. Sabendo que há 4 meninas, quantos meninos há?

2**) Uma transformação se opera sobre uma medida** (quantidade, grandeza ou valor) para dar uma medida (quantidade, grandeza ou valor).
São problemas que envolvem *estados iniciais*, em geral correspondentes a números que indicam medidas (quantidades, grandezas ou valores); *transformações*, que são algo, em geral, relacionado a uma ação ou fenômeno que ocorre e que muda o estado inicial e que correspondem a leis (funções matemáticas) produzindo um estado final; são problemas que envolvem operações (transformações) *entre* dois estados sucessivos. Essas transformações são usualmente chamadas de positivas quando representam ganhos, acréscimos etc. e são chamadas de negativas quando correspondem a perdas, decréscimos etc. Exemplos:

ET(E)

2.1 Pedro tem 6 bolinhas de gude. Ele joga uma partida e perde 4. Quantas bolinhas ele tem depois da partida?

2.2 João tem 6 bolinhas de gude. Joga uma partida e ganha 4. Quantas bolinhas ele tem depois da partida?

(E)TE

2.3 Beto joga uma partida de bolinhas de gude. Ele perde 7 bolinhas. Depois da partida ele fica com 9 bolinhas. Quantas bolinhas ele tinha antes da partida?

2.4 Nina joga uma partida de bolinhas de gude. Ela ganha 7 bolinhas. Depois da partida ela fica com 9 bolinhas. Quantas bolinhas ela tinha antes da partida?

E(T)E

2.5 Cláudia tem 9 bolinhas. Ela joga uma partida de bolinhas de gude. Depois da partida ele fica com 7 bolinhas. O que se passou durante a partida?

2.6 Marina tem 7 bolinhas. Ela joga uma partida de bolinhas de gude. Depois da partida ela fica com 9 bolinhas. O que se passou durante a partida?

3) **Relação estática** entre duas medidas (quantidades, grandezas ou valores)

Paulo tem 8 bolinhas. Ele tem 5 bolinhas a mais que João. Quantas bolinhas tem João?

Neste caso tem-se seis tipos de problemas, variando-se os termos : a mais, a menos, o que se pede.

4) **Composição de duas transformações**

Pedro tinha uma certa quantia esta manhã. Ganhou 6 reais ainda esta manhã. Perdeu 9 reais à tarde. O que aconteceu com o dinheiro de Pedro no dia de hoje?

Do modo que está proposto evoca uma resposta correspondente a ter 3 reais a menos do que tinha pela manhã e é um preparo para o trabalho com números relativos. Esta categoria dá lugar a três classes de problemas, conforme se coloque o termo desconhecido (que se quer que calcule). Ainda dá lugar a outras conforme se combine ganho - ganho, ganho - perda, perda - ganho, perda – perda.

Outros exemplos de variações: O problema pode ser diferente se omitirmos a primeira frase. Diferente ainda, se trocamos o termo *uma certa quantia* por 3 reais, por exemplo. Diferente ainda, se trocamos ess*a quantia* de 3 reais, por 6 reais, por exemplo. Pedro ganhou 6 reais esta manhã... Ainda, se ganhasse 9 reais e perdesse 6, seria também diferente.

5) **Transformações entre duas relações estáticas**

Eu devo 7 reais à Sílvia. Ela me deve 4. Se eu usar o dinheiro que ela me deve para pagá-la, fico ainda devendo?

O resultado é que ainda fico devendo 3 reais.

Aborda-se os números inteiros negativos, ou uma boa preparação para sua compreensão, como está proposto.

Trocando-se os números: Eu devo 4 reais à Sílvia. Ela me deve 7 Se eu usar o dinheiro que ela me deve para pagá-la, fico ainda devendo?

Neste caso, o resultado é que ela fica me devendo o que pode corresponder a: Não fico devendo dinheiro a ela e ainda *fico com 3 reais.*

Há diversas variações, conforme o termo desconhecido, os números e o contexto.

6**) Composição de relações**

Roberto tem 7 centímetros a mais que Suzana. Suzana tem 3 centímetros a menos que Conrado. Roberto tem 4 centímetros a mais que Conrado. Qual a ordem de altura deles?

Há diversas variações aí também, é claro. Pode-se dar a altura de Suzana e pedir a de Roberto, por exemplo. Os contextos podem variar também, como por exemplo o mesmo problema no domínio do tempo. Suzana tem 3 anos a mais.

A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A primeira visão importante de Vergnaud sobre a Educação Matemática é que esta tem lugar dentro de numa certa sociedade, instituição e numa certa sala de aula, e que apresenta diferentes objetivos, tais como a educação de Matemática e a educação de cidadãos de classes sociais hierarquicamente diferentes. Essas questões sociais não modificam a natureza do conhecimento matemático por si, mas elas têm fortes implicações na maneira como os professores vêem o ensino da Matemática e a própria Matemática. As representações matemáticas dos estudantes diferem das de seus professores, bem como as representações entre os professores variam bastante, de acordo com suas visões da Matemática, da Psicologia e da sociedade. As competências e concepções dos estudantes vão se desenvolvendo ao longo do tempo, através de experiências com um grande número de situações, tanto dentro quanto fora da escola. Em geral, quando defrontados com uma nova situação eles usam o conhecimento desenvolvido através de experiência em situações anteriores, e tentam adaptá-lo a esta nova situação. O conhecimento dos estudantes tanto pode ser explícito, no sentido de que eles podem expressá-lo de forma simbólica, quanto implícito, no sentido de que os estudantes podem usá-lo na sua ação, escolhendo operações adequadas, sem contudo conseguirem expressar as razões dessa adequação

A aquisição do conhecimento se dá, em geral, por meio de situações e problemas com os quais o aluno tem alguma familiaridade, o que implica em dizer que a origem do conhecimento tem características locais. Consequentemente, todos os conceitos têm um domínio de validade restrito, variando de acordo com a experiência e com o desenvolvimento cognitivo do aluno.

Esse é um cenário complexo de ser montado. A complexidade vem principalmente do fato de que os conceitos matemáticos traçam seus sentidos a partir de uma variedade de situações e que cada situação normalmente não pode ser analisada com a ajuda de um único conceito, mas, ao contrário, ela requer vários deles. Essa é a razão pela qual nós devemos estudar a aprendizagem e o ensino numa perspectiva de campos conceituais, e não de conceitos isolados. Um Campo Conceitual envolve um extenso conjunto de situações cuja análise e tratamento requerem vários tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas que estão conectados uns aos outros. As estruturas aditivas e multiplicativas, as geometrias projetiva e euclidiana, a lógica de classes e a álgebra elementar são exemplos de campos conceituais.

A complexidade do cenário também acontece devido ao desenvolvimento a longo prazo dos procedimentos e conceitos matemáticos. Por exemplo, os estudantes levam muito tempo para dominar as estruturas aditivas. Alguns aspectos da adição e subtração são apreendidos por crianças de 4 anos, mas há algumas classes de problemas, que requerem apenas uma adição de números inteiros, são resolvidos com pouco sucesso pela maioria dos estudantes de 15 anos. [3]

A matemática na proposta Curricular

---

3 Trecho retirado do livro “ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais” de autoria de Gerard Vergnaud, Sandra Magina, Tânia Campos e Verônica Gitirana, em fase de conclusão.

A Matemática sempre buscou a resolução de problemas, então seu ensino deve fazer com que os alunos aprendam a resolver situações reais ou fictícias, como também, desenvolver a criatividade em propor problemas, buscando temas para serem tratados matematicamente, sendo estimulada e encorajada pelos educadores, através da aquisição dos instrumentos comunicativos, analíticos e tecnológicos . Isto é, possibilitar que os indivíduos possam comunicar, analisar, interpretar e manejar diferentes situações do cotidiano, reconhecendo a influência cultural no desenvolvimento da Matemática.

Assim o objeto de trabalho, nesta proposta curricular, no que se refere à Matemática será ampliar o conceito acerca do objeto em estudo pelos alunos, considerando a importância da Teoria dos Campos Conceituais e da Etnomatemática no processo de construção do conhecimento matemático.

A Teoria dos Campos Conceituais investigada por Vergnaud considera que o aspecto inicial a ser trabalhado na escola, em conjunto com o trabalho de construção do significado do número, são as estruturas aditivas e multiplicativas. Sendo considerada em uma mesma estrutura, por exemplo, aditiva os cálculos que envolvem adição e subtração, e na multiplicativa cálculos que envolvem a multiplicação e divisão.

Estruturas Aditivas

Dentre as situações que envolvem adição e subtração estão associadas idéias em quatro grupos, sem qualquer hierarquização:

1- Combinar dois estados para obter um terceiro, mais comumente identificada como a ação de juntar (processo intuitivo);
2- Transformação, ou seja, alteração de um estado inicial, podendo ser negativa ou positiva (processo não intuitivo)
3- Situações ligadas à idéia de comparação (processo não intuitivo);
4- Situações que supõem sucessivas transformações, podendo ser positiva ou negativa (processo não intuitivo);

Todas estas situações fazem parte do Campo Aditivo colocando em evidência diferentes níveis de complexidade, em que no início da aprendizagem os alunos ainda não dispõem de conhecimentos para resolver todas, sendo necessário uma ampla experiência com situações problemas para desenvolver raciocínios mais complexos por meio de tentativas, explorações e reflexões.

Estruturas Multiplicativas

Também na estrutura multiplicativa as situações estão divididas em quatro grupos (se incluirmos a adição de parcelas iguais teremos 5 grupos)

1- Situações associadas à idéia de multiplicação comparativa;
2- Situações associadas à comparação entre razões, envolvendo a idéia de proporcionalidade, sendo muito comuns no cotidiano;
3- Situações associadas à configuração retangular;
4- Situações associam a idéia combinatória;

Então, a estrutura aditiva e multiplicativa através de situações problema nos leva a concluir que cumprem um papel importante, propiciando oportunidades aos alunos de refletirem que um mesmo problema pode ser resolvido por diferentes operações e que uma mesma operação pode estar associada a diferentes problemas.

Neste sentido consideraremos a organização dos Parâmetros Curriculares Nacionais como referência de trabalho, isto posto significa que cabe a cada escola elaborar seu Projeto Pedagógico de acordo com os princípios adotados, observando os objetivos e conteúdos contidos nesta proposta.

ANEXO E

CAPÍTULO 5 DO LIVRO DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

Capítulo 5 – O sistema de numeração: um problema didático. Délia Lerner e Patrícia Sadovsky. P. 73-147 (trechos)

Alguns números especiais: o papel dos “nós”.

A apropriação da escrita convencional dos números não segue a ordem da série numérica: as crianças manipulam em primeiro lugar a escrita dos “nós” – quer dizer, das dezenas, centenas, unidades de mil..., exatas – e só depois elaboram a escrita dos números que se posicionam nos intervalos entre estes nós. (LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 87).

(...) se bem que a maioria das crianças entrevistadas já escrevesse de forma convencional os “nós” das dezenas, das centenas e das unidades de mil, obtivemos algumas respostas que fornecem indícios sobre o caminho que as crianças percorrem para elaborar essas escritas. Observamos, por exemplo, as produções e reflexões de Christian (5 anos, pré-escolar) na seguinte situação:(LERNER; SADOVSKY, 1996, p. 88)

Christian

Eu vou escrever todos os números desde o cem até onde se termina o cem.

100	*100*	*200*
Cem	*cem e um*	*cento e dois*

Pesquisador	Christian
O primeiro número é o cem?	Sim.
E qual é o cento e um?	O segundo número: 100.
E é igual ao primeiro?	Sim... Não porque o primeiro 100 tem o zero mais pequeninho, e o segundo tem o zero maior.
Ah! O que tem o zero maior é o cento e um?	Sim, e o um também é maior.

Ahah! E cento e cinco, como seria?	Espera que eu quero escrever desde o um até onde termina o cem. (Escreve 10S)
	Escreveu: 100 100 200 300 400.
Poderia escrever quinhentos?	Quem não vai saber escrever o quinhentos? Tomara que o cinco me saia bem. (Escreve 500.)
Bom, explica- me o que você escreveu antes. (Lê)	100 100 200 300 400 Cem cento e um cento e dois cento e três cento e quatro
Você falou antes que ia escrever até se acabar os cem. Quando se acaba o cem?	Ia escrever até cento e nove. (Agrega série 500.) 100 100 200 300 400 500 É o cento e cinco (mostrando o quinhentos). É mesmo, olha! (mostrando na escrita anterior 500 que ele mesmo tinha produzido.)
Qual era esse?	Quinhentos.
E este? (Mostrando o que acaba de produzir).	Cento e cinco.
E você acha que se pode escrever quinhentos e cento e cinco igual?	Não.
E como nos damos conta de qual é qual?	Faço um grande e o outro pequeninho.
Com os mesmos números?	Neste (o que tinha interpretado anteriormente como quinhentos) O que tinha interpretado anteriormente como quinhentos faço um traço: **<u>500</u>** e o outro deixo sem risco.
Com o traço qual é?	Quinhentos.

E sem o traço?	Cento e cinco.
E o mil?	Eu sei escrevê-lo.
Vejamos, como escreveriam?	(Escreve 1000.) Como não vou saber escrever o mil se antes escrevi o cem mil!

(Efetivamente, o tinha escrito assim: **1001000**.)

Christian já manipulava a escrita convencional da segunda e da terceira potência da base (100 e 1000). Como utiliza o conhecimento da escrita de cem para produzir os números seguintes?(Grifo nosso). Parece que não a utiliza como base para produzir os outros “nós” das centenas, mas para fazer hipóteses acerca da escrita dos números compreendidos entre cem e cento e dez. Ele supõe que estes números terão dois zeros – como cem – e que se diferenciam de cem pelo algarismo inicial.(Grifo nosso). O problema é que esta hipótese não lhe permite diferenciar – utilizando números diferentes – cem de cento e um, e seguramente é por isso que apela ao tamanho para diferenciá-los. Também nos parece surpreendente constatar que o fato de que conhecer a escrita convencional de quinhentos não o leva a duvidar de sua hipótese – entretanto, continua afirmando que quinhentos representa cento e cinco -, mas a empregar um recurso não-numérico para diferenciar as duas escritas.(LERNER; SADOVSKY, p. 91).

(...) várias crianças forneceram escritas aparentemente inversas às de Christian, porém cujo significado nos parece semelhante: elas escrevem quatrocentos como 104, trezentos como 103, seiscentos como 106. Estas crianças pensam que a escrita dos outros “nós” das centenas conserva características da escrita de 100: também tem três algarismos, porém, neste caso, são mantidos os dois primeiros – o um e o zero iniciais de cem – e a diferença é expressa variando o último número.(grifo nosso).(LERNER; SADOVSKY, p. 92).

Todos estes dados sugerem que as crianças apropriam-se em primeiro lugar da escrita convencional da potência da base (100, que quer dizer 10 ao quadrado, neste caso), e que a escrita dos outros “nós” correspondentes a essa potência é elaborada a partir desse modelo, conservando a quantidade de algarismo mantendo dois dos que compõem cem e variando o outro.(...) o problema que se apresentará então será o de encontrar uma maneira de diferenciar numericamente a escrita de duzentos e a de cento e dois, a de quinhentos e cento e cinco, etc. A busca de diferenciação seguramente conduzirá a descobrir que nos casos de nós (200, 300, etc) o que varia – em relação com a escrita do cem – é o primeiro número, enquanto que no caso de 101...109, o que varia é o último número.(LERNER; SADOVSKY, p. 92)

As crianças elaboram conceitualizações a respeito da escrita dos números baseando-se nas informações que extraem da numeração falada e em seu conhecimento da escrita convenciona dos "nós".(LERNER; SADOVSKY, p. 92).

108 "dez e oito" 109 "dez e nove"

"porque tem um dez, que é um um e um zero, então se colocam os dois como o oito"(p. 93)

"não! Porque é como acontece com o vinte ou com o trinta...Porque o zero é usado para o trinta, porém não se usa para o trinta e um, nem para o trinta e dois, nem para o trinta e três.[...] De três números não se pode, não se pode [...] porque o cem se escreve assim [100]"

A hipótese segundo a qual a escrita numérica é o resultado de uma correspondência com a numeração falada, conduz as crianças a resolver notações não-convencionais. Por que isto ocorre? Porque a diferença da numeração escrita da numeração falada está em que esta última não é posicional.(p. 94)

Assim, se a organização da numeração falada fosse posicional, a denominação oral correspondente a 4705, por exemplo, seria "quatro, sete, zero, cinco", no entanto, a denominação realmente utilizada para este número explicita, além dos algarismos quatro, sete e cinco, as potências de dez correspondentes a tais algarismos (quatro mil setecentos e cinco).(p. 94)

[...] quando tenho mais? Quando tenho cem mil ou quando tenho mil e cem? Christian responde que quando tem mil e cem. E como é que você sabe se mil e cem é mais? Porque em mil e cem o mil está primeiro e o mil é maior que o cem.[...] aplica à numeração falada um critério que, como sabemos, elaborou para a numeração escrita: "O que manda é o primeiro".[...] cem mil e cem estão compostos os dois pelos mesmos símbolos – mil e cem (ou 1000 e 100) -; para saber qual é maior, tem que prestar atenção no que fica na frente. Christian supõe que esta regra – válida para a numeração escrita – também é válida para a numeração falada e é esta suposição, de uma coerência maior que a existente, que o induz ao erro.(p. 97)

Segundo afirmam as crianças, um número é maior que outro “porque tem mais algarismos” ou “porque o primeiro é quem manda”. [...] ”oito é menor que dez” é uma afirmação válida em qualquer cultura, independentemente do sistema de numeração que ela utiliza. Porém, se esta afirmação se justifica afirmando que “oito tem um só algarismo e dez tem dois”, se está utilizando uma argumentação que é específica dos sistemas posicionais, já que nos sistemas não-posicionais a quantidade de algarismos não está relacionada com o valor do número. [...] <u>a posicionalidade do sistema de numeração é responsável pela relação quantidade de algarismo-valor do número; dela depende também a validade do “primeiro é quem manda”</u>.(grifo nosso).[...] se um número tem mais algarismo que outro, necessariamente intervieram em sua decomposição potências de dez de maior grau que as envolvidas no outro, e em conseqüência será maior. Quando se trata da mesma quantidade de algarismos – com exceção dos que comecem com o mesmo algarismo – é o primeiro quem determina qual é o maior, porque esse algarismo indica por quanto deve ser multiplicada a potência de grau maior que “intervém” no número. Se os primeiros algarismos fossem iguais, a responsabilidade de determinar o número maior seria transferida ao algarismo imediatamente posterior, e assim sucessivamente.(p. 109 - 110).

O esforço para conseguir que as crianças compreendam algo tão complexo como nosso sistema de numeração – e para evitar o risco de uma simples memorização – tem levado a utilizar diferentes recursos para materializar o agrupamento. Um destes recursos consiste em criar um código que introduz símbolos específicos – círculos, quadrados, triângulos – para representar aquilo que em nosso sistema só pode inferir-se a partir da posição: as potências de dez. Os símbolos em questão devem somar-se para determinar qual é o número representado. (a semelhança com o sistema egípcio é notável e se faz desaparecer a posicionalidade). (p. 114)

Outro recurso usual nas escolas é colocar em correspondência o algarismo posicionado no lugar das unidades com elementos “soltos”, o posicionado no lugar das dezenas com “agrupamentos” de dez, e o que está no lugar das centenas com “agrupamentos de cem”. [...] apresenta o mesmo incoveniente que a materialização através de figuras geométricas: a posição deixa de ser importante para se entender de que número se trata, já que, seja qual for a ordem em que forem colocados os “agrupamentos” e os “palitinhos” soltos, o total de elementos será sempre o mesmo. (p. 114).

A utilização do ábaco, reflete claramente a posicionalidade do sistema. Duas idéias subjazem ao emprego didático do ábaco: agrupar e reagrupar são ações imprescindíveis para compreender a posicionalidade; a representação de uma quantidade no ábaco pode traduzir-se diretamente à notação numérica convencional, e essa tradução traz luz sobre a organização do sistema.(p. 115)

Para que o uso da numeração seja realmente o ponto de partida da reflexão, torna-se necessário trabalhar desde o começo e simultaneamente com diferentes intervalos da seqüência numérica. Deste modo, será possível favorecer comparações entre números da mesma e de diferentes quantidades de algarismos, promover a elaboração de conclusões – tais como “os cens precisam de três, os mils de quatro” – que funcionaram como instrumentos de autocontrole de outras escritas numéricas, propiciar o conhecimento da escrita convencional do “nós” e sua utilização como base da produção de outras escritas, conseguir que cada escrita se construa em função das relações significativas que mantêm com as outras. (p. 117)

Situações didáticas vinculadas à relação de ordem:

Uma proposta: comparar números

Quando os números são representados através do sistema decimal posicional, a relação de ordem adquire uma especificidade vinculada à ordenação do sistema.

[...] Dizemos às crianças que, com as balas que temos (todas iguais) faremos pacotes que tenham quantidades diferentes (4, 26, 62, 30, 12 e 40) e que os preços desses pacotes são (em centavos) os seguintes: 45, 10, 40, 60, 25, 85. Pedimos, então, que elas decidam qual é o preço de cada tipo de pacote e o anotem.

Esta situação requer que as crianças ordenem – seja qual for a estratégia que utilizem para fazê-lo – os dois conjuntos de números apresentados, ordenamento que esteja orientado por uma lógica provavelmente compartilhada pela maioria das crianças: *quanto maior seja a quantidade de balas, maior será o preço do pacote.(p. 119)*

Estimular a utilização de materiais em que apareçam números escritos em seqüência – fita métrica, almanaque, régua, etc. – torna possível que as crianças aprendam a buscar por si mesmas a informação que necessitam. Apelar a estes materiais resulta útil para todas as crianças: as que estão em condições de ordenar todos os números propostos poderão utilizá-los para verificar sua produção; as que podem fazer ordenamentos parciais descobrirão como completá-los, já que seguramente sabem que nesses materiais – "os números que estão depois são maiores"; as que ainda não utilizam critérios de comparação descobrirão que nestes suportes os números propostos aparecem localizados em uma determinada ordem, a qual – além de permitir-lhes efetuar o ordenamento solicitado – talvez as leve a se perguntar a respeito das razões dessa ordem.(p. 121)

A proposta é produzir ou interpretar – a ordem é um recurso

Produzir ou interpretar escritas numéricas é sempre um desafio para quem está tentando entrar no mundo dos números.

Trabalhar com os números inseridos no uso que socialmente se faz deles – quer dizer, com os números representando preços, idades, datas, medidas... – é fundamental, não só porque lhes outorgamos sentido, mas também porque torna possível entender como funcionam em diferentes contextos.

Formas listas de preços ou colocá-los em "mercadorias" correspondentes, fazer as notas fiscais, fabricar fichas de atendimento, identificar o preço dos produtos que se deseja comprar, interpretar as outras quantidades que aparecem nas embalagens, consultar as ofertas, interpretar o valor das notas (xerocadas ou produzidas pelas crianças), determinar o valor de faturas dos diferentes serviços, preencher cheques ou lê-los para saber por quanto dinheiro trocá-los... são atribuições dos "caixas" e "clientes" quando a aula se transforma em um banco. (p. 124)

As crianças também aprendem muito a respeito da numeração escrita em situações que se formulam de maneira isolada e que estão centradas só na produção ou só na interpretação. É o que acontece – por exemplo – com atividades de interpretação como o jogo da loteria ou a análise da numeração das ruas, e com atividades de produção de como "escrever números difíceis" ou anotar números ditados pelo professor ou pelos colegas. (p. 125)

"Eu antes nunca lembrava como se escrevia o vinte, o vinte e um e os dessa família – explica Cecília a seus colegas -. Agora se tenho que escrever o vinte e cinco, procuro ali (no calendário) o dezenove, depois vem o vinte, e conto. Em seguida me dou conta. Agora já sei que os do vinte vão todos com um dois na frente."(p. 125)

[...] a relação de ordem é uma ferramenta poderosa para produzir e interpretar notações numéricas, é preciso conseguir que todas se apropriem dela. Será necessário, então, sugerir sua utilização às crianças que não a empregam pó si mesmas, e estimular as crianças que utilizam esta ferramenta a compartilhar com seus colegas.

[...] trata-se, sobretudo de que as crianças montem uma estratégia, de que a relação de ordem esteja sempre disponível como um recurso a que se pode apelar para resolver problemas de produção e interpretação.

[...] qual é o preço do artigo cujo código está na lista? Saiu no extrato da loteria o número de meu bilhete? Para que lado caminhar se estou indo ao três mil e quinhentos desta rua? Formular situações que requeiram localizar determinados números em uma lista seriada ou determinar se tais números estão ou não incluídos na lista torna possível que as crianças elaborem procedimentos vinculados à relação de ordem, tal como ela se apresenta em nosso sistema de numeração.(p. 128)

A relação numeração falada/numeração escrita é um caminho que as crianças transitam em ambas as direções: não só a seqüência oral é um recurso importante na hora de compreender ou anotar as escritas numéricas, como também recorrer à seqüência escrita é um recurso para reconstruir o nome do número. (p. 128 – 129)

A busca de regularidades

Estabelecer regularidades cumpre um duplo objetivo: produzir ou interpretar escritas numéricas é sempre um desafio para quem está tentando entrar no mundo dos números.

As respostas que desejamos têm aproximadamente a seguinte forma: os “cens” têm três números porque com dois se pode escrever só até nove “dezes” e o cem tem dez “dezes”; quando têm dois algarismos, os que começam com três são “trinta” e ao lado se pode colocar desde o zero até o nove, se há um a mais é outro dez, é quarenta e então já não se coloca três, é quatro...(p. 133)

[...] propor uma atividade específica, como buscar nos números de um a cem quais são os seguintes dos que terminam em nove, é um bom recurso para conseguir que as crianças possam apropriar-se da regularidade e utilizá-la não só quando contam, mas também quando produzem ou interpretam.(p. 133)

[...] “localizem na fita métrica os números que estão entre cem e cento e cinqüenta e prestem atenção no que acontece com os zeros nos números que se chamam “cento”... há algum que tenha zeros?, quais tem e quais não?(p. 134)

[...] somando treze e vinte, Mariano antecipou que o resultado é trinta e três. “No treze há um dez e no vinte há dois dez mais, então são dez mais vinte que é trinta, e três do treze, dá trinta e três”. (p. 135)

[...] Sebastian, em relação a um problema em que se tinha que somar dez, treze e treze, explica: “Para mim deu trinta e seis, porque somei os três dez e três e três são seis a mais”. (p. 135)

[...] 19 + 28 + 31, Cecília explica: “Eu coloco tudo separado, todos os dez (o do dezenove, os dois do vinte e os três do trinta) e depois presto atenção nos que somam dez (soma o nove de dezenove e o um de trinta e um) e depois junto o oito”. (p. 136)

[...] Giselle soma trinta e nove e vinte e cinco e explica: “Tiro fora o nove do trinta e nove, então fica trinta; depois coloco os dois dez do vinte, fica cinqüenta; depois somo o nove e depois o cinco”. (p. 136)

[...] <u>apoiar-se sistematicamente nos “nós” é um recurso que utilizam algumas crianças para configurar procedimentos mais econômicos.</u> (grifo nosso). É por esta razão que para somar 386 + 79, Javier faz da seguinte maneira:

386 + 79
300
80 + 70 = 150

450 + 10 = 460(Note-se a transformação de 9 + 6 em 10 + 5)
460 + 5 = 465
Da mesma maneira, para resolver 36 + 145, Sebastian escreve:

145 + 5 + 10 + 10 + 10 + 1 = 181, e explica: “Coloco o cinco porque com cinco já sei que chego a cento e cinqüenta”. A professora lhe pergunta onde estava esse cinco e ele responde: “No trinta e seis, por isso ao final está o um; senão, só haveria somado trinta e cinco”. (p. 138)

Todas estas crianças tiveram que resolver um problema matemático: o de elaborar por si mesmos procedimentos para encontrar o resultado de uma operação. Ao defrontar-se com este problema, elas utilizam sistematicamente a decomposição decimal dos termos. Esta decomposição adquire diferentes formas: em alguns casos, decompõem-se todos somando e em outros só uns deles; em determinados casos, cada termo se decompõe em “nós” e em outros, os “nós” se decompõem em “dezes” ou “cens”. (p. 138)

Ao resolver um problema que requer somar 50 + 70, aparecem três procedimentos diferentes, cada um dos quais é utilizado por várias crianças. Os procedimentos são:

70 + 10 = 80	50 + 50 = 100	70 + 50 = 120
80 + 10 = 90	100 + 20 = 120	
90 + 10 = 100		
100 + 10 = 110		

Ao propiciar que se estabeleçam relações entre diferentes procedimentos, torna-se possível conseguir não só uma aproximação entre eles, mas também uma maior compreensão da natureza do sistema de numeração por parte de todas as crianças. (p. 142)

Um procedimento muito popular é somar reiteradamente dez ou cem. Estudar o que acontece quando se realizam estas somas – comparando o primeiro termo como o resultado – permite estabelecer regularidades referentes ao que muda e ao que se conserva. (p. 143)

“Em uma loja de artigos para o lar aumentamos em 10 pesos todos os preços. Esta é a lista dos preços velhos; coloquemos ao lado os novos preços”. Ao comparar os preços originais (12, 43, 51, 82, 25, 36... por exemplo) com os novos preços correspondentes (22, 53, 61,...), as crianças formulam regras como as seguintes: “sempre que se acrescenta dez, fica maior”; os números da frentes mudam por um a mais na escala e os de trás continuam iguais”.[...] ” o número que troca pelo seguinte é o das dezenas, porque você somou dez; o outro fica igual”. (p. 143)

Características do SND

- Utiliza dez símbolos ou signos, chamados algarismos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 (Com 10 algarismos é possível representar qualquer quantidade)
- Base 10 – agrupamentos de 10 em 10, 100 em 100, ...
- É posicional
- Existência do Zero
- Estrutura aditiva e multiplicativa

A representação dos números nesse sistema facilita os cálculos e possibilita a criação dos algoritmos que por sua vez se baseiam nas regras da estrutura do SND.

O Sistema de Numeração: Um problema didático

Delia Lerner e Patrícia Sadovsky

Como e porque se iniciou a pesquisa que é o objeto deste capítulo- 5

-Problemas encontrados

O acesso das crianças ao sistema de numeração

- a relação entre os agrupamentos (de 10 em 10 e outros) e a escrita numérica era um enigma para as crianças
- "vai um" e "peço emprestado" sem vínculo com o SND

Propostas dos Teóricos sobre a aprendizagem do SND

Kamii – propõe deixar que as crianças elaborem suas regras sobre o SND enquanto resolvem situações problema. A sistematização precoce das regras pode esconder incompreensões.

Montessori, Cuisinaire, Bernrz, Janvier e outros – sugerem materiais estruturados e trabalho com agrupamentos de 10 em 10, para tornar significativas as regras do sistema decimal.

Delia Lerner – a criança possui suas próprias hipóteses sobre números e suas representações, assim é a partir delas que o trabalho deve se apoiar, desafiando a criança a avançar na descoberta das regras do SND através da **interação** no grupo.

Objetivo desta pesquisa; Investigar quais aspectos do SND são relevantes para as crianças quando produzem representações numéricas.

Primeiras hipóteses das crianças que dão indícios do valor posicional:

- A comparação entre números escritos depende do seu tamanho na escrita.

- A comparação de números com o mesmo número de algarismos o primeiro algarismo é quem manda.

- A numeração falada e a escrita dos "nós" são a base para as crianças elaborarem conceitualizações a respeito da escrita dos números.

Ex : 108 é lido como dez e oito,
Mil e quinhentos e trinta e seis é escrito como 100050036.

Pergunta da pesquisadora:

Aprender o conceito de dezena implica no conhecimento de números, ou conhecer números e sua escrita ajuda a compreender o conceito de dezena?

Sua tese é que a segunda alternativa é a mais promissora o que implica na negação ao uso de materiais estruturados como o Material Dourado.

AS HIPÓTESES

A – De comparação de quantidades: o maior é o que tem mais algarismos; o primeiro é quem manda; pela posição na seqüência numérica; pelo valor de quantidade (de "uns")

B – De escrita: algarismos aleatórios (letras; número grande tem muitos algarismos); uso de "nós"; escrita convencional

ALGUMAS ATIVIDADES USADAS PARA SONDAGEM:

- Ditado ou escrita espontânea (A)
- Comparação de dois ou mais números maiores que 10 (B)
- Leitura de numerais (A)
- Procedimentos próprios de cálculo (A)
- Análise de erros (todas)

SEMPRE IMPORTANTE PENSAR:

- O que desejo investigar?
- Com as sondagens nas mãos o que vou olhar? Como vou organizar?
- Que informações obtive e como elas me auxiliam?
- Quais as intervenções que serão propostas ante os resultados?

POR QUE FAZER A SONDAGEM?

- Identificar conhecimentos prévios sobre o SND
- Compreender melhor o que parece erro mas é hipótese.
- Compreender os possíveis erros que os alunos cometem nas operações e resolução de problemas.
- Planejar melhor intervenções para levar os alunos a avançar.

QUANDO FAZER A SONDAGEM

- no início do ano
- no meio
- no final
- Observando as produções dos alunos continuamente nas operações e resolução de problemas (procedimentos pessoais)

SND

Críticas ao trabalho atual com o SND

- Metas definidas por série: só a partir da 5ª série manipula-se o sistema sem restrição
- Ensinamos primeiro os algarismos, depois as dezenas, as centenas, etc.
- As operações são ensinadas de acordo com o intervalo numérico que a criança está aprendendo
- O trabalho com o sistema está centrado em um único material]

SND

SND : NOVOS PRINCÍPIOS

- Considerar 4 eixos para o trabalho: ordenar, operar, produzir e interpretar escritas numéricas
- Criar vida numérica na aula
- Abordar a numeração com a complexidade que ela mostra
- Trabalhar por resolução de problemas
- Considerar as hipóteses que a criança tem
- Levar em conta a complexidade e a provisoriedade: exige tempo; é construção, SND passará por sucessivas definições e redefinições; trabalhar com respostas corretas e erradas; aceitar a existência de diferentes hipóteses; não é possível estabelecer todas as relações de uma vez.

SND
PROPOSTAS DE INTERVENÇÕES

As intervenções podem ser feitas da seguinte forma, a partir das sondagens:

Para hipóteses dos nós – confrontos entre diferentes escritas; trabalho com os portadores numéricos (nós, quadros de números, fitas métricas, etc); fichas sobrepostas, jogos (subida maluca, um a mais , uma menos; bingo, número oculto, pega varetas,etc.)

Para as hipóteses de comparação – trabalhar com diferentes tipos de contagem; trabalhar com coleções, jogos (batalha; 3 cartas; número oculto; um a mais, um a menos; etc.)

Para ambos: estimativas; álbum de figurinhas; problemas; atividades de cálculo mental; criar algoritmos próprios; calculadora; eu tenho, quem tem; construir trilhas; simular situações de compre e venda; jogos.