CENTRO UNIVERSITÁRIO DA FEI

DANIEL RIBEIRO PEREIRA

AVALIAÇÃO DA DINÂMICA LATERAL DE VEÍCULOS COMERCIAIS EQUIPADOS COM MULTIEIXOS ESTERÇANTES

São Bernardo do Campo

2010

Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

DANIEL RIBEIRO PEREIRA

AVALIAÇÃO DA DINÂMICA LATERAL DE VEÍCULOS COMERCIAIS EQUIPADOS COM MULTIEIXOS ESTERÇANTES

Dissertação de Mestrado apresentada ao Centro Universitário da FEI para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, orientado pelo Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury

São Bernardo do Campo

2010

Centro Universitário da **FEI**

APRESENTAÇÃO DE DISSERTAÇÃO
ATA DA BANCA JULGADORA

PGE- 10

Programa de Mestrado de Engenharia Mecânica

Aluno: Daniel Ribeiro Pereira

Matrícula: 207.121-5

Título do Trabalho: Avaliação da Dinâmica Lateral de Veículos Comerciais Equipados com Multieixos Esterçantes.

Área de Concentração: Sistemas da Mobilidade

Orientador: Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury

Data da realização da defesa: 23 / abril / 2010

A Banca Julgadora abaixo-assinada atribuiu ao aluno o seguinte:

APROVADO ☒ REPROVADO ☐

São Bernardo do Campo, 23/ 04 / 2010

MEMBROS DA BANCA JULGADORA

Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury

Ass.: _____

Prof. Dr. Roberto Bortolussi

Ass.: _____

Prof. Dr. Flavio Celso Trigo

Ass.: _____

VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO

ENDOSSO DO ORIENTADOR APÓS A INCLUSÃO DAS RECOMENDAÇÕES DA BANCA EXAMINADORA

_____

Aprovação do Coordenador do Programa de Pós-graduação

_____

Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Agenor de Toledo Fleury pela amizade, ajuda, compreensão e apoio durante alguns imprevistos surgidos e, principalmente, pela paciência despendida comigo durante o período de orientação.

Ao Prof. Marco Antonio Zanussi Barreto e ao Prof. Dr. Eric Conrado de Souza pela ajuda e paciência.

À minha noiva pelo apoio e compreensão.

À minha família pelo apoio e incentivo.

Aos colegas de trabalho e de pós-graduação pelo incentivo e colaboração.

RESUMO

O comportamento da dinâmica lateral de um ônibus com arranjo de eixos específico do tipo 6x2 onde as rodas do eixo de apoio traseiro apresentam esterçamento é analisado durante a execução de uma manobra em curva através da construção de um modelo matemático computacional que represente o veículo em questão. Para o modelamento é utilizado o software MatLab / Simulink. Não linearidades das forças laterais desenvolvidas pelos pneus durante a operação de manobra são consideradas no modelamento. Para efeito de avaliação e justificativa do emprego de um eixo de apoio traseiro esterçante, é feita uma comparação entre ônibus 6x2 equipado com o eixo de apoio esterçante e não-esterçante. Vale ressaltar a enorme carência de literatura sobre dinâmica lateral de veículos não-articulados equipados com mais de dois eixos como motivação para investigação nessa linha.

Palavras-chave: dinâmica lateral, veículos multieixos, rodas traseiras esterçantes, ônibus.

ABSTRACT

The lateral dynamic behavior of a bus with specific axles arrangement of 6x2 type, where the wheels of the rear tag axle are steerable is analyzed during a cornering maneuver by means of a mathematical computational model that represents the vehicle. For modeling, the MatLab / Simulink software is used. Non linearities coming from lateral forces developed by the tires contact patch during maneuvering are considered in the modeling. For evaluation and purpose of use the steerable rear tag axle uses, a comparison is made between a bus 6x2 with steerable and not-steerable rear tag axle. It is important to mention the lack of literature on lateral dynamics of non-articulated vehicles equipped with more than two axles as a motivation to investigate the subject.

Key words: lateral dynamics, multi axle's vehicle, rear steering wheel, bus.

LISTA DE SÍMBOLOS

α - ângulo de escorregamento lateral do pneu

α_f - ângulo de escorregamento lateral do pneu dianteiro

α_{fi} - ângulo de escorregamento lateral do pneu dianteiro interno

α_{fo} - ângulo de escorregamento lateral do pneu dianteiro externo

α_r - ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro

α_{rt} - ângulo de escorregamento lateral do pneu de tração

α_{rti} - ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de tração interno

α_{rto} - ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de tração externo

α_{rs} - ângulo de escorregamento lateral do pneu de apoio traseiro

α_{rsi} - ângulo de escorregamento lateral do pneu de apoio traseiro interno

α_{rso} - ângulo de escorregamento lateral do pneu de apoio traseiro externo

δ - ângulo de Ackerman

δ_f - ângulo de esterçamento da roda dianteira

δ_{fi} - ângulo de esterçamento da roda dianteira interna

δ_{fo} - ângulo de esterçamento da roda dianteira externa

δ_i - ângulo de esterçamento da roda interna

δ_o - ângulo de esterçamento da roda externa

δ_r - ângulo de esterçamento da roda traseira

δ_{ri} - ângulo de esterçamento da roda traseira interna

δ_{ro} - ângulo de esterçamento da roda traseira externa

δ_{rs} - ângulo de esterçamento da roda de apoio traseira

δ_{rsi} - ângulo de esterçamento da roda de apoio traseira interna

δ_{rso} - ângulo de esterçamento da roda de apoio traseira externa

β - ângulo de escorregamento lateral do veículo no centro de gravidade

$\dot{\beta}$ - derivada do ângulo de escorregamento lateral do veículo no centro de gravidade

ε_{fi} - ângulo entre os vetores velocidade da roda dianteira interna

ε_{fo} - ângulo entre os vetores velocidade da roda dianteira externa

ε_{rsi} - ângulo entre os vetores velocidade da roda de apoio traseira interna

ε_{rso} - ângulo entre os vetores velocidade da roda de apoio traseira externa

$\varnothing$ - ângulo de rolamento da carroceria do veículo

γ - ângulo de cambagem das rodas

φ - ângulo de torção da barra estabilizadora

Δ - distância de Off-Tracking

ΔF_{zf} - diferença de carga entre a roda interna e externa do eixo dianteiro

ΔF_{zrt} - diferença de carga entre a roda interna e externa do eixo traseiro de tração

ΔF_{zrs} - diferença de carga entre a roda interna e externa do eixo traseiro de apoio

ΔR - espaço requerido para realizar a curva

$\sum F_x$ - somatória de forças em x

$\sum F_y$ - somatória de forças em y

$\sum M_z$ - somatória de momento em z

A_0 - A_{13} - coeficientes experimentais do pneu

a_x - aceleração em x ou aceleração longitudinal

a_y - aceleração em y ou aceleração lateral

B - fator de rigidez

b - distância entre o eixo dianteiro e o eixo traseiro de apoio

BCD - fator de rigidez de curvatura

C - fator de forma

CC - centro de curvatura

C_y - rigidez lateral do pneu

D - fator de pico

d - distância entre os eixos conjugados

d_b - distância entre os eixos traseiros de tração e apoio

d_{ef} - distância efetiva

d_f - distância do centro de gravidade à roda dianteira

d_r - distância do centro de gravidade à roda traseira

d_{rs} - distância do centro de gravidade à roda de apoio traseira

d_{rt} - distância do centro de gravidade à roda de tração

E - fator de curvatura

e - distância da roda traseira de apoio à projeção do centro de curvatura

f - freqüência natural da mola pneumática

f_f - freqüência natural da mola pneumática do eixo dianteiro

f_{rt} - freqüência natural da mola pneumática do eixo traseiro de tração

f_{rs} - freqüência natural da mola pneumática do eixo traseiro de apoio

F_x - força na direção "x" (longitudinal)

F_y - força na direção "y" (lateral)

F_{xf} - força longitudinal no pneu dianteiro

F_{xfi} - força longitudinal no pneu dianteiro interno

F_{xfo} - força longitudinal no pneu dianteiro externo

F_{yf} - força lateral no pneu dianteiro

F_{yfi} - força lateral no pneu dianteiro interno

F_{yfo} - força lateral no pneu dianteiro externo

F_{xr} - força longitudinal no pneu traseiro

F_{xri} - força longitudinal no pneu traseiro interno

F_{xro} - força longitudinal no pneu traseiro externo

F_{yr} - força lateral no pneu traseiro

F_{yri} - força lateral no pneu traseiro interno

F_{yro} - força lateral no pneu traseiro externo

F_{xrt} - força longitudinal no pneu de tração

F_{xrti} - força longitudinal no pneu de tração interno

F_{xrto} - força longitudinal no pneu de tração externo

F_{yrt} - força lateral no pneu de tração

F_{yrti} - força lateral no pneu de tração interno

F_{yrto} - força lateral no pneu de tração externo

F_{xrs} - força longitudinal no pneu de apoio traseiro

F_{xrsi} - força longitudinal no pneu de apoio traseiro interno

F_{xrso} - força longitudinal no pneu de apoio traseiro externo

F_{yrs} - força lateral no pneu de apoio traseiro

F_{yrsi} - força lateral no pneu de apoio traseiro interno

F_{yrso} - força lateral no pneu de apoio traseiro externo

F_z - força na direção "*z*" (normal)

F_{zi} - carga aplicada na roda interna

F_{zo} - carga aplicada na roda externa

F_{zfi} - carga aplicada na roda dianteira interna

F_{zfo} - carga aplicada na roda dianteira externa

F_{zrti} - carga aplicada na roda traseira de tração interna

F_{zrto} - carga aplicada na roda traseira de tração externa

F_{zrsi} - carga aplicada na roda traseira de apoio interna

F_{zrso} - carga aplicada na roda traseira de apoio externa

h_1 - distância entre o eixo de rolamento e o centro de gravidade

h_{cg} - altura do centro de gravidade do veículo

h_f - altura do centro de rolamento da suspensão dianteira

h_r - altura do centro de rolamento da suspensão

h_{rt} - altura do centro de rolamento da suspensão traseira do eixo de tração

h_{rs} - altura do centro de rolamento da suspensão traseira do eixo de apoio

I_z - momento de inércia em z

$K_{Øf}$ - rigidez de rolamento da suspensão dianteira

$K_{Ørt}$ - rigidez de rolamento da suspensão traseira do eixo de tração

$K_{Ørs}$ - rigidez de rolamento da suspensão traseira do eixo de apoio

$K_{Øsf}$ - rigidez de rolamento da mola pneumática dianteira

$K_{Øsrt}$ - rigidez de rolamento da mola pneumática traseira do eixo de tração

$K_{Øsrs}$ - rigidez de rolamento da mola pneumática traseira do eixo de apoio

$K_{Øbarf}$ - rigidez de rolamento da barra estabilizadora dianteira

$K_{Øbarrt}$ - rigidez de rolamento da barra estabilizadora traseira do eixo de tração

$K_{Øbarrs}$ - rigidez de rolamento da barra estabilizadora traseira do eixo de apoio

K_{barf} - rigidez vertical da barra estabilizadora dianteira

K_{barrt} - rigidez vertical da barra estabilizadora traseira do eixo de tração

K_{barrs} - rigidez vertical da barra estabilizadora traseira do eixo de apoio

K_s - rigidez vertical da mola pneumática

L - distância do eixo dianteiro ao eixo traseiro

m - massa do veículo

m_{rtt} - capacidade máxima de carga do eixo traseiro de tração

m_{rst} - capacidade máxima de carga do eixo traseiro de apoio

m_{sf} - massa suspensa aplicada no eixo dianteiro

m_{srt} - massa suspensa aplicada no eixo traseiro de tração

m_{srs} - massa suspensa aplicada no eixo traseiro de apoio

$M_Ø$ - momento de rolagem ou rolamento do veículo

$M_{Øf}$ - momento de rolagem ou rolamento no eixo dianteiro

$M_{Ørt}$ - momento de rolagem ou rolamento no eixo traseiro de tração

$M_{Ørs}$ - momento de rolagem ou rolamento no eixo traseiro de apoio

M_{bar} - momento aplicado à barra estabilizadora

M_z - momento na direção "z"

M_{zt} - momento auto alinhante do pneu

n - distância do eixo dianteiro ao extremo frontal da carroceria (balanço dianteiro)

p - distância da roda dianteira à roda de apoio traseira

r - velocidade angular ou velocidade de guinada

$\dot{r}$ - aceleração angular ou aceleração de guinada

R - raio de giro

R_{CG} - raio de giro medido em relação ao centro de gravidade do veículo

$R_{mín.}$ - raio de curvatura mínimo

$R_{máx.}$ - raio de curvatura máximo

S_h, S_v - parâmetros de afastamento horizontal e vertical da curva do pneu (Magic Formula)

s_{barf} - distância entre as extremidades da barra estabilizadora dianteira

s_{barrt} - distância entre as extremidades da barra estabilizadora traseira do eixo de tração

s_{barrs} - distância entre as extremidades da barra estabilizadora traseira do eixo de apoio

s_s - distância entre as molas da suspensão

s_{sf} - distância entre as molas da suspensão dianteira

s_{srt} - distância entre as molas da suspensão traseira do eixo de tração

s_{srs} - distância entre as molas da suspensão traseira do eixo de apoio

t - bitola

t_f - bitola eixo dianteiro

t_r - bitola eixo traseiro

t_{rt} - bitola eixo traseiro de tração

t_{rs} - bitola eixo traseiro de apoio

u - deslocamento vertical das extremidades da barra estabilizadora

v - velocidade

v_x - velocidade em x (longitudinal)

v_y - velocidade em y (lateral)

$\dot{v}_y$ - derivada da velocidade em y

v_{pf} - velocidade da roda dianteira

v_{prt} - velocidade da roda de tração

v_{prs} - velocidade da roda de apoio traseira

W - peso total do veículo

W_f - peso aplicado ao eixo dianteiro

W_{rt} - peso aplicado ao eixo traseiro de tração

W_{rs} - peso aplicado ao eixo traseiro de apoio

w_c - largura do veículo

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Veículo 4x2 22
Figura 2 - Veículo 6x2 sem esterçamento no eixo de apoio 23
Figura 3 - Veículo 6x2 com esterçamento no eixo de apoio 23
Figura 4 - Veículo 6x2 articulado 23
Figura 5 - Configuração 8x2 24
Figura 6 - Configuração 8x2 bi-articulado 24
Figura 7 - Vista geral de um chassi de ônibus com eixo de apoio traseiro esterçante .. 25
Figura 8 - Sistema de coordenadas da SAE 26
Figura 9 - Geometria de Ackerman 27
Figura 10 - Espaço requerido 29
Figura 11 - Off-Tracking 30
Figura 12 - Deformação do pneu para geração da força lateral 31
Figura 13 - Curva do pneu: força lateral x ângulo de escorregamento do pneu 32
Figura 14 - Curva geral para modelo de pneu *Magic Formula* 34
Figura 15 - Modelo da bicicleta 36
Figura 16 - Modelo de quatro rodas 37
Figura 17 - Escorregamento lateral do veículo em baixa velocidade 40
Figura 18 - Escorregamento lateral do veículo em alta velocidade 40
Figura 19 - Tipos de esterçamento 41
Figura 20 - Manobra com ângulo de escorregamento zero 44
Figura 21 - Manobra com esterçamento paralelo 44
Figura 22 - Posição do centro de curvatura 46
Figura 23 - Efeito do esterçamento no raio de giro 46
Figura 24 - Suspensão dianteira 48
Figura 25 - Suspensão traseira 48
Figura 26 - Modelo plano de 6 rodas para esterçamento traseiro positivo 50
Figura 27 - Escorregamento lateral pneu dianteiro 54
Figura 28 - Escorregamento lateral do pneu de apoio com esterçamento positivo 55
Figura 29 - Escorregamento lateral do pneu de tração 57
Figura 30 - Modelo plano de 6 rodas para esterçamento traseiro negativo 58
Figura 31 - Escorregamento lateral do pneu de apoio esterçante 61

Figura 32 - Modelo plano de 6 rodas sem esterçamento traseiro 63
Figura 33 - Movimento de rolagem 66
Figura 34 - Centro de rolamento da suspensão dianteira 67
Figura 35 - Centro de rolamento da suspensão traseira do eixo de tração 68
Figura 36 - Centro de rolamento da suspensão traseira do eixo de apoio 69
Figura 37 - Barra estabilizadora 71
Figura 38 - Distância entre eixos efetiva 73
Figura 39 - Centro de rolamento traseiro equivalente 74
Figura 40 - Eixo de rolamento do veículo 75
Figura 41 - Raio de giro 77
Figura 42 - Raio de giro para veículo com esterçamento positivo na roda do eixo de apoio traseiro 78
Figura 43 - Raio de giro para veículo com esterçamento negativo na roda do eixo de apoio traseiro 81
Figura 44 - Raio de giro para veículo sem esterçamento na roda do eixo de apoio traseiro 82
Figura 45 - Fluxograma para o modelamento do veículo 84
Figura 46 Modelo do veículo através do Simulink 84
Figura 47 Modelamento do veículo: bloco 1 85
Figura 48 Modelamento do veículo: bloco 2 86
Figura 49 Modelamento do veículo: bloco 3 87
Figura 50 Modelamento do veículo: bloco 4 88
Figura 51 Modelamento do veículo: bloco 5 89
Figura 52 Modelamento do veículo: bloco 6 90
Figura 53 - Gráfico da função de entrada senoidal 92
Figura 54 - Aceleração lateral – 20km/h 92
Figura 55 - Ângulo de escorregamento lateral do veículo – 20km/h 93
Figura 56 - Velocidade angular – 20km/h 93
Figura 57 - Ângulo de rolamento lateral do veículo – 20km/h 94
Figura 58 - Escorregamento lateral do pneu dianteiro interno – 20km/h 94
Figura 59 - Escorregamento lateral do pneu dianteiro externo – 20km/h 95
Figura 60 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de tração interno – 20km/h 95
Figura 61 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de tração externo – 20km/h 96

Figura 62 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio interno – 20km/h 96
Figura 63 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio interno – 20km/h 97
Figura 64 - Aceleração lateral – 40km/h 97
Figura 65 - Ângulo de escorregamento lateral do veículo – 40km/h 98
Figura 66 - Velocidade angular – 40km/h 98
Figura 67 - Ângulo de rolamento lateral do veículo – 40km/h 99
Figura 68 - Escorregamento lateral do pneu dianteiro interno – 40km/h 99
Figura 69 - Escorregamento lateral do pneu dianteiro externo – 40km/h 100
Figura 70 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de tração interno – 40km/h 100
Figura 71 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de tração externo – 40km/h 101
Figura 72 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio interno – 40km/h 101
Figura 73 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio externo – 40km/h 102
Figura 74 - Aceleração lateral – 60km/h 102
Figura 75 - Ângulo de escorregamento lateral do veículo – 60km/h 103
Figura 76 - Velocidade angular – 60km/h 103
Figura 77 - Ângulo de rolamento lateral do veículo – 60km/h 104
Figura 78 - Escorregamento lateral do pneu dianteiro interno – 60km/h 104
Figura 79 - Escorregamento lateral do pneu dianteiro externo – 60km/h 105
Figura 80 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de tração interno – 60km/h 105
Figura 81 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de tração externo – 60km/h 106
Figura 82 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio interno – 60km/h 106
Figura 83 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio externo – 60km/h 107
Figura 84 - Gráfico da função de entrada degrau 107
Figura 85 - Aceleração lateral – 20km/h 108
Figura 86 - Ângulo de escorregamento lateral do veículo – 20km/h 108
Figura 87 - Velocidade angular – 20km/h 109
Figura 88 - Ângulo de rolamento lateral do veículo – 20km/h 109
Figura 89 - Escorregamento lateral do pneu dianteiro interno – 20km/h 110
Figura 90 - Escorregamento lateral do pneu dianteiro externo – 20km/h 110
Figura 91 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de tração interno – 20km/h 111
Figura 92 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de tração externo – 20km/h 111
Figura 93 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio interno – 20km/h 112
Figura 94 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio externo – 20km/h 112

Figura 95 - Aceleração lateral – 40km/h 113
Figura 96 - Ângulo de escorregamento lateral do veículo – 40km/h 113
Figura 97 - Velocidade angular – 40km/h 114
Figura 98 - Ângulo de rolamento lateral do veículo – 40km/h 114
Figura 99 - Escorregamento lateral do pneu dianteiro interno – 40km/h 115
Figura 100 - Escorregamento lateral do pneu dianteiro externo – 40km/h 115
Figura 101 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de tração interno – 40km/h 116
Figura 102 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de tração externo – 40km/h 116
Figura 103 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio interno – 40km/h 117
Figura 104 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio externo – 40km/h 117
Figura 105 - Aceleração lateral – 60km/h 118
Figura 106 - Ângulo de escorregamento lateral do veículo – 60km/h 118
Figura 107 - Velocidade angular – 60km/h 119
Figura 108 - Ângulo de rolamento lateral do veículo – 60km/h 119
Figura 109 - Escorregamento lateral do pneu dianteiro interno – 60km/h 120
Figura 110 - Escorregamento lateral do pneu dianteiro externo – 60km/h 120
Figura 111 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de tração interno – 60km/h 121
Figura 112 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de tração externo – 60km/h 121
Figura 113 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio interno – 60km/h 122
Figura 114 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio externo – 60km/h 122
Figura 115 - Aceleração lateral – 100km/h 123
Figura 116 - Ângulo de escorregamento lateral do veículo – 100km/h 124
Figura 117 - Velocidade angular – 100km/h 124
Figura 118 - Ângulo de rolamento lateral do veículo – 100km/h 125
Figura 119 - Escorregamento lateral do pneu dianteiro interno – 100km/h 125
Figura 120 - Escorregamento lateral do pneu dianteiro externo – 100km/h 126
Figura 121 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de tração interno – 100km/h 126
Figura 122 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de tração externo – 100km/h 127
Figura 123 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio interno – 100km/h 127
Figura 124 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio interno – 100km/h 128
Figura 125 - Gráfico comparativo do raio de giro 129
Figura 126 - Gráfico comportamento subesterçante 130

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Tipos de eixos e carregamento máximo permitido..... 21

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 18
1.1 Objetivo 19
1.2 Justificativa 19
1.2.1 Lei da Balança 20

2 CARACTERIZAÇÃO DO VEÍCULO 22
2.1 Definição das configuração de ônibus 22
2.2 Funcionamento do sistema de direção do eixo de apoio traseiro esterçante 24

3 REVISÃO TEÓRICA 26
3.1 Introdução 26
3.2 Dinâmica Lateral de Veículos 26
3.2.1 Manobra em curva em baixa velocidade 27
3.2.2 Manobra em curva em alta velocidade 31
3.2.3 O pneu 31
3.2.3.1 Modelamento do pneu através do modelo linear 32
3.2.3.2 Modelamento do pneu pela *Magic Formula* 33
3.2.4 Equações do movimento 35
3.2.4.1 Modelo da bicicleta 35
3.2.4.2 Modelo com quatro rodas 37
3.2.5 Comportamento subesterçante, sobresterçante e neutro 38
3.2.6 Escorregamento lateral do veículo 39
3.3 Tipos de esterçamento traseiro 41

4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 43

5 MODELO MATEMÁTICO DO VEÍCULO 47
5.1 Introdução 47
5.2 Modelagem matemática do veículo com esterçamento positivo nas rodas de apoio traseiras 49
5.3 Modelagem matemática do veículo com esterçamento negativo nas rodas de apoio traseiras 58

5.4 Modelagem matemática do veículo sem esterçamento nas rodas de apoio traseiras 62
5.5 Movimento de rolagem: transferência de carga vertical 65
5.6 Raio de giro 77
5.6.1 Cálculo do raio de giro para modelo com esterçamento positivo 78
5.6.2 Cálculo do raio de giro para modelo com esterçamento negativo 79
5.6.3 Cálculo do raio de giro para modelo sem esterçamento traseiro 81

6 SIMULAÇÕES E ANÁLISE DE RESULTADOS 83
6.1 Modelagem através do Simulink 84
6.2 Gráficos 91
6.2.1 Entrada senoidal..... 91
6.2.1.1 Resultados para entrada senoidal à 20km/h 92
6.2.1.2 Resultados para entrada senoidal à 40km/h 97
6.2.1.3 Resultados para entrada senoidal à 60km/h 102
6.2.2 Entrada degrau 107
6.2.2.1 Resultados para entrada degrau à 20km/h 108
6.2.2.2 Resultados para entrada degrau à 40km/h 113
6.2.2.3 Resultados para entrada degrau à 60km/h 118
6.3 Simulação para velocidade de 100km/h 123
6.4 Comparação do raio de giro 129
6.5 Tendência ao esterçamento 130

7 CONCLUSÕES 131

8 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS 133

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 134

APÊNDICE A 138

APÊNDICE B 142

1 INTRODUÇÃO

Desde o final do século XIX, quando os primeiros automóveis foram desenvolvidos, o controle da direção dos veículos motorizados é feito através do esterçamento das rodas dianteiras, com exceção àqueles veículos desenvolvidos para alguma aplicação especial.

Essa técnica de esterçamento, derivada de carruagens movidas à força animal, é considerada, há muitas décadas, funcional sem causar inconvenientes. Dessa forma, foi adotado como padrão esse método de esterçamento para a maioria dos automóveis, caminhões, ônibus e demais veículos automotores.

O aumento da potência dos veículos exigiu respostas mais rápidas dos veículos ao comando do condutor. Os esforços estavam então voltados em melhorar a função e utilização das quatro rodas do veículo, mas ainda baseado na idéia de que somente as rodas dianteiras poderiam ser esterçadas.

Várias melhorias foram feitas nesse sentido valendo-se de alguns artifícios: molas da suspensão, estabilizadores e amortecedores foram aperfeiçoados a fim de controlar o efeito da carga vertical; novos sistemas de suspensão foram projetados de maneira a controlar os ângulos de cambagem das rodas e de rolagem do veículo; além de dispositivos como tração nas quatro rodas, sistemas de freio com anti-travamento da rodas foram introduzidos para reduzir a interferência das forças longitudinais.

Porém, novamente, considerando os veículos motores como um todo, pode-se perceber o fato de que somente os pneus dianteiros estão envolvidos diretamente em gerar as forças de curvatura. Os pneus traseiros geram forças de curvatura em conseqüência do movimento lateral do veículo. Portanto, os pneus traseiros não estão diretamente envolvidos em controlar o curso do veículo. Tal fato leva ao conceito que se as rodas traseiras também forem esterçantes, o movimento lateral do veículo pode ser alterado mais rapidamente.

Dessa forma, uma das maneiras de aprimorar o desempenho do esterçamento de um veículo é através do emprego de um sistema de direção com esterçamento nas rodas traseiras. Esse sistema em automóveis vem sendo cada vez mais estudado como uma alternativa de melhorar a estabilidade e dirigibilidade do veículo.

O esterçamento das rodas traseiras conjugado com o esterçamento convencional das rodas dianteiras resulta em mudanças significativas nas respostas dinâmicas dos veículos. As vantagens atribuídas a esse sistema incluem melhoria na dirigibilidade em manobras como mudança de pista, maior manobrabilidade, maior facilidade para estacionar além de proporcionar maior segurança ao dirigir em diversas velocidades (YOU; JEONG, 1998).

Outro fator positivo do esterçamento traseiro é de proporcionar diminuição do raio de giro do veículo. No entanto, mesmo considerando que este tipo de esterçamento traz a possibilidade de melhoria no conforto em condução e na qualidade da dirigibilidade, não há uma referência geral para isso e muito pouco tenha sido pesquisado neste sentido (ASARA et al., 2005).

A maioria dos estudos sobre veículos com esterçamento também nas rodas traseiras leva em consideração apenas o desempenho em automóveis de passeio e, portanto, veículos leves e equipados com apenas dois eixos (FURUKAWA et al., 1989).

"Não existe um artigo cientifico ou publicação técnica tratando sobre o assunto compreensivamente e em uma seqüência lógica porque o fenômeno do movimento dinâmico de veículos multieixos é complexo" (WATANABE et al., 2006, p. 81).

1.1 Objetivo

Têm-se como foco o comportamento dinâmico de um ônibus de grande porte destinado ao transporte urbano de passageiros, disposto em uma configuração de rodas 6x2 específica, caracterizada pela presença de um eixo dianteiro direcional, um eixo traseiro responsável pela força trativa do veículo e um terceiro eixo, também traseiro, que além de propiciar aumento da capacidade de carga, apresenta movimento esterçante das rodas.

Além do estudo do comportamento dinâmico e tudo que o cerca, a abordagem se dará de maneira comparativa em relação à configuração tradicional, onde o terceiro eixo descrito acima não apresenta movimento esterçante nas rodas.

1.2 Justificativa

Cada vez mais se buscam novas soluções para o transporte urbano e rodoviário de passageiros com alta capacidade, eficiência e viabilidade.

Nesse contexto, a evolução dos veículos rodoviários destinados ao transporte em massa de pessoas, conhecido como ônibus, vem desempenhando papel de extrema importância, principalmente nos grandes centros urbanos e suas interligações.

Esses veículos foram se tornando maiores, mais potentes e empregando tecnologia avançada a fim de que o transporte possa ser feito de maneira rápida, com grande capacidade e com segurança ao usuário.

A utilização de ônibus equipados com mais de dois eixos está relacionada justamente à demanda crescente por veículos que suportem grande quantidade de passageiros e, ao mesmo tempo, que atendam às diferentes legislações vigentes nos países no que diz respeito à capacidade de carga (Lei da Balança) e requisitos de segurança principalmente ligados à frenagem dos veículos.

Embora no Brasil essa tecnologia seja relativamente nova, ônibus equipados com 3 eixos, sendo que o eixo de apoio traseiro possui esterçamento, são utilizados em larga escala nos países europeus, principalmente. As principais vantagem em relação a um veículo sem esterçamento no eixo de apoio traseiro são: a sua manobrabilidade, beneficiada justamente pelo esterçamento do eixo traseiro, possibilitando manobras em um raio de giro menor e melhoria em alguns parâmetros que definem seu desempenho, como por exemplo, a aceleração lateral.

1.2.1 Lei da Balança

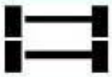
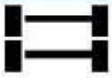
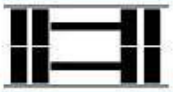
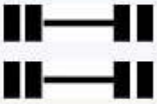
A chamada Lei da Balança ou Legislação de Pesos e Dimensões constitui-se na verdade de um conjunto de artigos extraídos do Código de Trânsito Brasileiro (CTB) e de Resoluções do Conselho Nacional de Trânsito (CONTRAN) que influem diretamente nas limitações das dimensões e peso dos veículos de carga e passageiros nas estradas brasileiras.

A primeira redação do então denominado Código Nacional de Trânsito foi elaborada na década de 60 e posta em prática a partir de 1974. Desde então, vem sendo atualizada e aperfeiçoada através de Leis, Decretos e Resoluções dos órgãos governamentais pertinentes.

A Lei nº 9.503 de 23 de Setembro de 1997, institui o CTB e atribui ao CONTRAN a competência de regulamentar e estabelecer normas complementares especialmente no tocante a pesos, dimensões, configurações e segurança dos veículos rodoviários.

De acordo com a Resolução 210/06 e 211/06 do CONTRAN, em vigor a partir de 1º de Janeiro de 2007, os limites de carregamento em função das principais configurações de eixos utilizadas em ônibus no Brasil estão descritos na tabela 1:

Tabela 1 – Tipos de eixos e carregamento máximo permitido

Tipos de eixos	Configuração de eixos	Carga máxima permitida (t)
EIXO SIMPLES COM RODAGEM SINGELA (2 PNEUS)		6,0 ou a capacidade declarada pelo fabricante do pneumático.
EIXO SIMPLES COM RODAGEM DUPLA (4 PNEUS)		10,0
EIXO DUPLO DIRECIONAL COM RODAGEM SINGELA (4 PNEUS) 1,20 < d ≤ 2,40m		12,0
EIXO DUPLO COM RODAGEM SINGELA (4 PNEUS DO TIPO EXTRALARGO)		17,0
EIXO DUPLO SENDO UM COM RODAGEM DUPLA (6 PNEUS) d < ou igual a 1,20m		9,0
EIXO DUPLO SENDO UM COM RODAGEM DUPLA (6 PNEUS) - TANDEM 1,20 < d ≤ 2,40m		13,5
EIXO DUPLO COM RODAGEM DUPLA (8 PNEUS) - NÃO TANDEM 1,20 < d ≤ 2,40m		15,0
EIXO DUPLO COM RODAGEM DUPLA (8 PNEUS) - TANDEM 1,20 < d ≤ 2,40m		17,0
EIXO DUPLO COM RODAGEM DUPLA (8 PNEUS) - TANDEM d > 2,40m		20,0

Fonte: CONTRAN, 2006 apud GUIA DO TRANSPORTADOR, 2009.

Na tabela acima, "*d*" significa a distancia entre os dois eixos conjugados.

Tandem: consideram-se eixos em tandem quando constituem um conjunto integral de suspensão.

2 CARACTERIZAÇÃO DO VEÍCULO

2.1 Definição das configurações de ônibus

São várias as configurações ou classificações de ônibus existentes quanto à distribuição dos eixos/rodas. Essas configurações são basicamente o que definem os veículos. Dentre outros aspectos como, por exemplo, a aplicação do ônibus, as configurações de eixos/rodas estão associadas a diferentes distribuições de massa que devem ser suportadas. Dependendo do tipo de carroceria empregada, não é possível distribuir seu peso somente em dois eixos levando em conta a capacidade técnica de carga desses eixos e/ou a legislação vigente (Lei da Balança). Nesse caso, é necessário acrescentar um ou mais eixos para que a distribuição de carga entre eles se faça de maneira adequada. As mais utilizadas dentre os principais fabricantes de chassis de ônibus do mercado brasileiro são:

a) 4x2: quando o veículo possui quatro pontos de apoio no solo, sendo que dois deles são responsáveis pela força trativa do veículo:

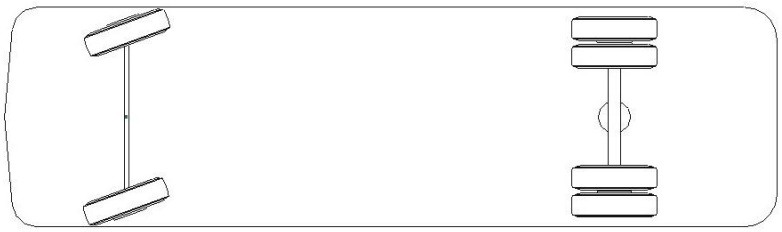


Figura 1 - Veículo 4x2

b) 6x2: quando o veículo possui seis pontos de apoio no solo sendo que dois deles são responsáveis pela força trativa do veículo. O eixo de apoio pode apresentar esterçamento nas rodas ou não. Existem duas possibilidades para o posicionamento do eixo de apoio: a frente ou atrás do eixo de tração.

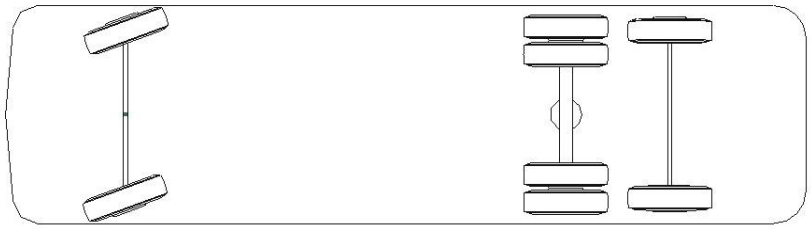


Figura 2 – Veículo 6x2 sem esterçamento no eixo de apoio

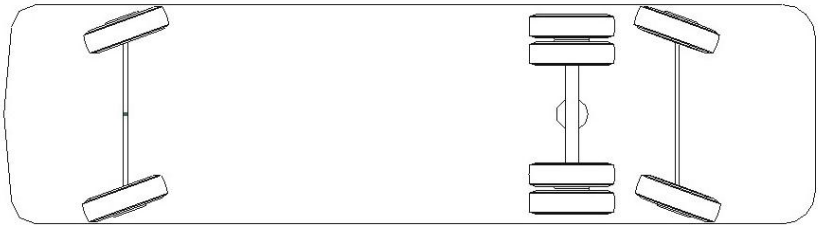


Figura 3 – Veículo 6x2 com esterçamento no eixo de apoio

c) 6x2 articulado: caracterizado pela presença de uma articulação que une os dois módulos que compõem o veículo. Possui seis pontos de apoio no solo sendo que dois deles são responsáveis pela força trativa do veículo. Existem algumas variáveis para esse tipo de configuração, como o posicionamento do eixo de tração que pode ser traseiro ou central. Quando o eixo de tração é central, existem montadoras, principalmente na Europa, que empregam um eixo de apoio traseiro com esterçamento nas rodas.

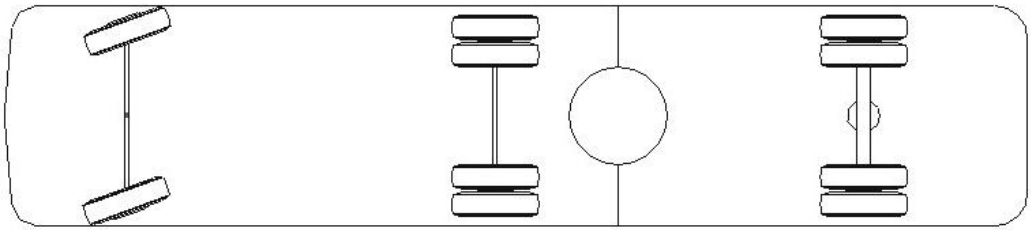


Figura 4 – Veículo 6x2 articulado

d) 8x2: quando o veículo possui oito pontos de apoio no solo sendo que dois deles são responsáveis pela força trativa do veículo. Nesta configuração, existem dois eixos dianteiros com esterçamento nas rodas. Assim como na configuração 6x2, o eixo de apoio pode apresentar esterçamento nas rodas ou não e pode estar posicionado à frente ou atrás do eixo de tração.

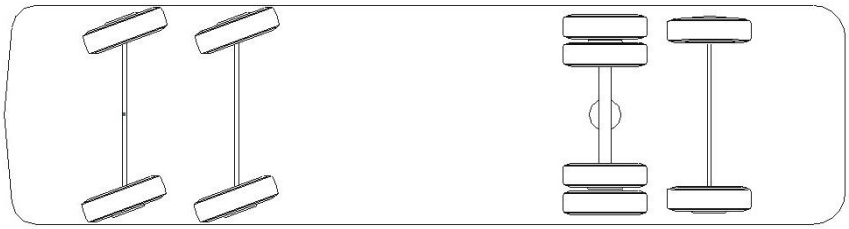


Figura 5 – Configuração 8x2

e) 8x2 bi-articulado: quando o veículo possui oito pontos de apoio no solo sendo que dois deles são responsáveis pela força trativa do veículo. Neste caso, o veículo possui três módulos distintos que estão unidos por intermédio de articulações.

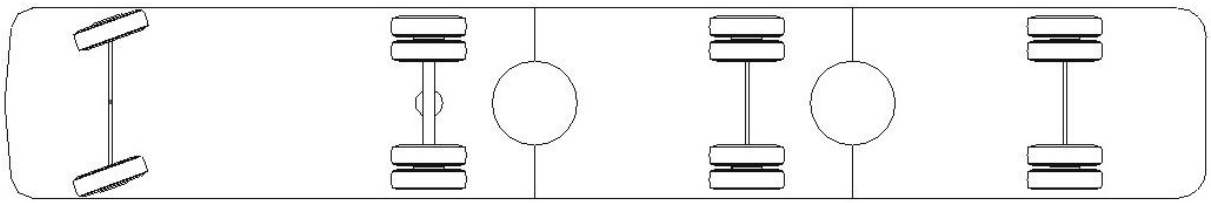


Figura 6 – Configuração 8x2 bi-articulado

Dentre as configurações descritas, o objeto de análise baseia-se na configuração 6x2 e suas variações no que diz respeito ao esterçamento do eixo de apoio traseiro.

2.2 Funcionamento do sistema de direção do eixo de apoio traseiro esterçante

Quase a totalidade dos veículos destinados ao transporte de passageiros possui um sistema de direção acionado através de auxilio hidráulico. De maneira resumida, o sistema pode ser descrito da seguinte forma: uma bomba hidráulica acionada pelo motor do veículo fornece fluido hidráulico pressurizado para a caixa de direção localizada na dianteira do veículo.

Através de uma barra de direção, o movimento de giro do volante feito pelo motorista é transmitido para essa caixa de direção, que por sua vez, através do auxilio hidráulico, multiplica a força exercida pelo motorista a fim de efetuar o movimento responsável pelo esterçamento das rodas dianteiras.

No caso do veículo objeto de estudo, além do esterçamento convencional das rodas dianteiras, existe o esterçamento das rodas traseiras do eixo de apoio. Esse esterçamento traseiro é feito também por acionadores hidráulicos comandados pelo esterçamento das rodas dianteiras. A caixa de direção, além de transmitir o movimento para o esterçamento das rodas dianteiras, é também responsável por acionar um cilindro hidráulico fixo ao chassi do veículo. Esse cilindro irá fornecer fluído hidráulico pressurizado para um atuador hidráulico que está conectado à ponta do eixo de apoio traseiro, imprimindo assim o movimento de esterçamento das rodas.

Existem dois tipos de esterçamento desse eixo de apoio: quando as rodas traseiras esterçam para o mesmo lado que as rodas dianteiras (esterçamento traseiro positivo ou homogêneo) e quando as rodas traseiras esterçam para o lado oposto das rodas dianteiras (esterçamento traseiro negativo ou heterogêneo).

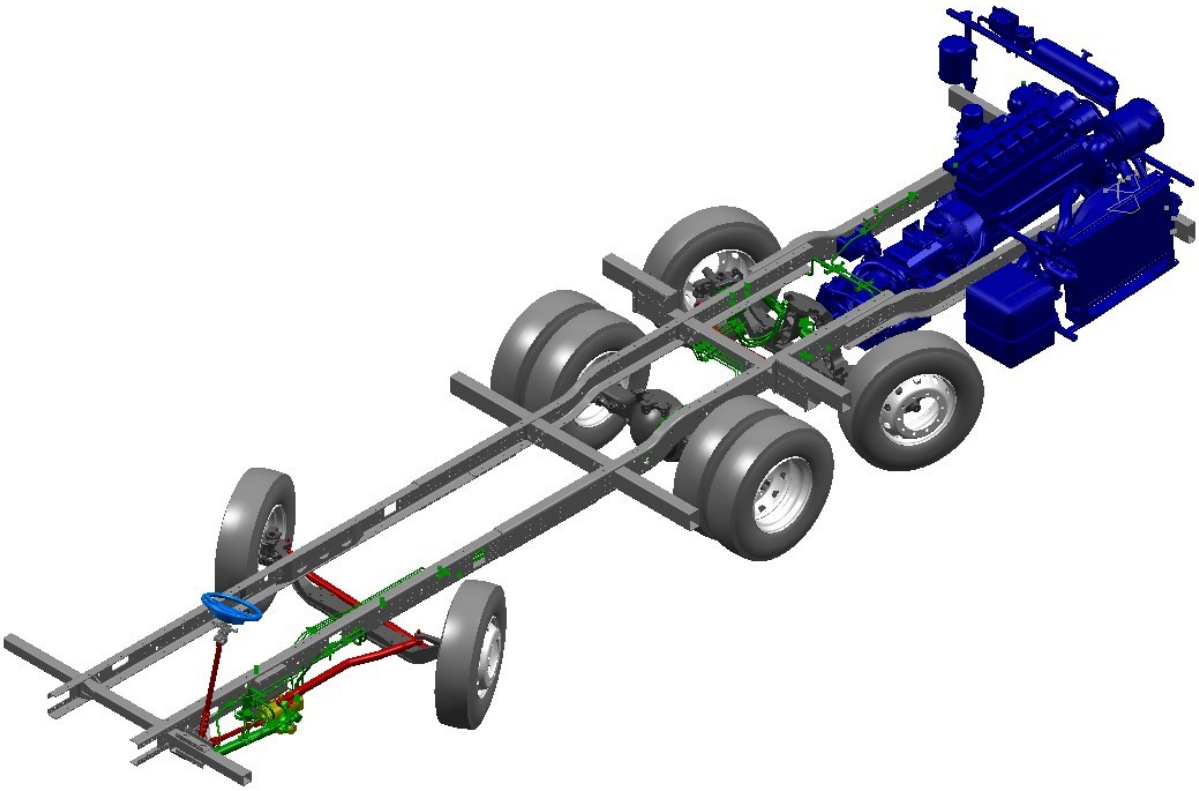


Figura 7 – Vista geral de um chassi de ônibus com eixo de apoio traseiro esterçante

3 REVISÃO TEÓRICA

3.1 Introdução

O objetivo desse capítulo é apresentar os conceitos básicos que tangem a dinâmica veicular, mais especificamente a dinâmica lateral de veículos, mostrando seus aspectos fundamentais que deverão ser tomados como base para as análises desse trabalho.

3.2 Dinâmica Lateral de Veículos

Fundamentalmente a dinâmica veicular procura conhecer os esforços que definem o desempenho do veículo. Deve-se considerar que, em geral, tratando-se de um veículo terrestre, os esforços dominantes são aqueles derivados do contato do veículo com a pista.

A dinâmica lateral aborda os aspectos de dirigibilidade, controle e estabilidade lateral dos veículos. É importante destacar a diferença entre o conceito de dirigibilidade e estabilidade. Dirigibilidade pode ser definida como a capacidade e habilidade do veículo/piloto em sair de uma condição de movimento em regime permanente a outra desejada. Estabilidade pode ser expressa pela tendência decrescente das amplitudes do movimento perturbado de um veículo, após algum tempo do término da perturbação.

As equações do movimento do veículo são expressas em referência a um sistema de coordenadas ortogonal fixo junto ao centro de massa do veículo, obedecendo a convenção da SAE *(Society of Automotive Engineers)*, como ilustrado na figura 8.

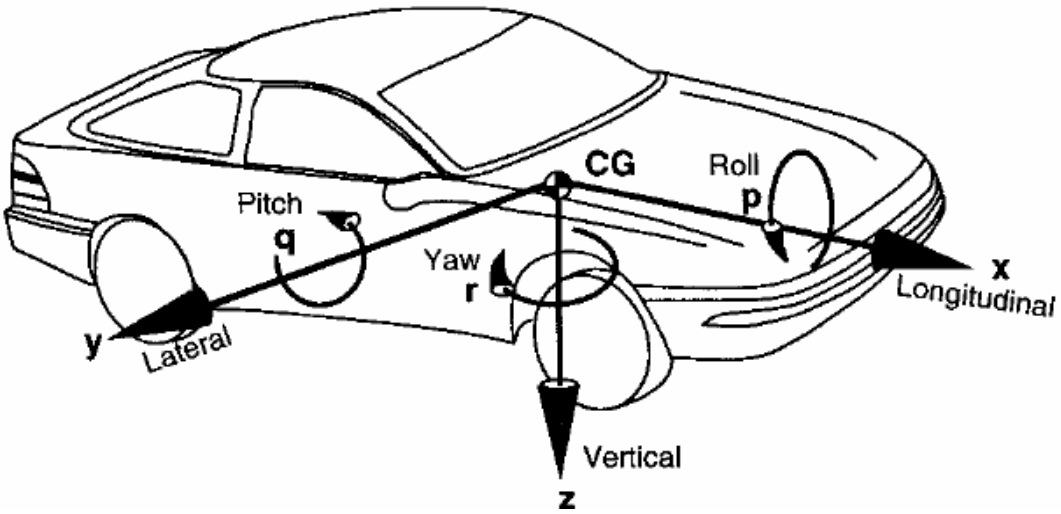


Figura 8 - Sistema de coordenadas da SAE

Fonte: Gillespie, 1992, p.8

Na figura 8, as coordenadas são definidas como:

a) *x* – eixo longitudinal com sentido positivo para a frente do veículo;
b) *y* – eixo lateral, com sentido positivo para o lado direito do veículo;
c) *z* – eixo vertical, com sentido positivo para baixo do veículo;
d) *p* – movimento de rolagem *(roll)* em torno do eixo x;
e) *q* – movimento de arfagem *(pitch)* em torno do eixo y;
f) *r* – movimento de guinada *(yaw)* em torno do eixo z.

A dinâmica lateral estuda o comportamento do veículo em condições de esterçamento envolvendo apenas os movimentos na direção do eixo lateral (*y*) e de rotação em torno do eixo *z (yaw)* e em torno do eixo *x (roll)*.

3.2.1 Manobra em curva em baixa velocidade

O comportamento dos veículos percorrendo trajetórias diferentes da linha reta, ou seja, seu comportamento em curvas pode ser analisado através da *Geometria de Ackerman*.

Como o próprio nome sugere, trata-se de uma análise geométrica de um modelo básico de esterçamento das rodas dianteiras de um veículo equipado com dois eixos, onde há um esterçamento maior da roda interna em relação à roda externa, como ilustrado na figura 9.

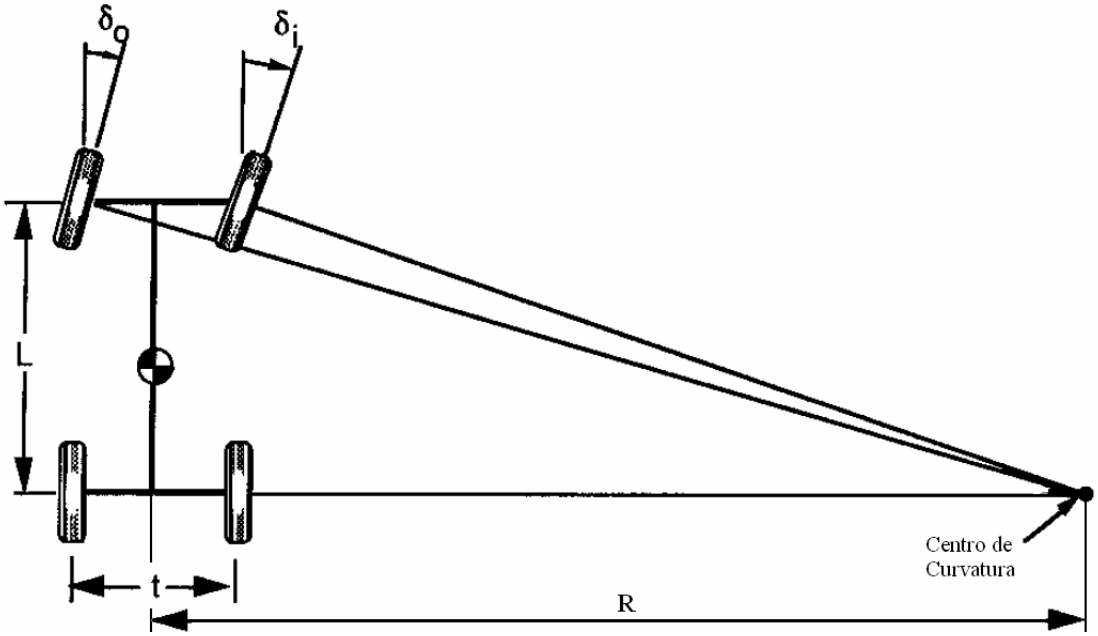


Figura 9 - Geometria de Ackerman

Fonte: Gillespie, 1992, p. 197

Baseando-se na *Geometria de Ackerman*, a análise do comportamento lateral do veículo em baixas velocidades é o primeiro passo para entender a dinâmica lateral. Nessa condição, os pneus não precisam desenvolver forças laterais para que o veículo efetue a trajetória em curva e, portanto, eles giram sem deslizar de forma que o centro de curvatura mantém-se na projeção do eixo traseiro, conforme mostrado na figura 9. De preferência, as linhas perpendiculares a cada uma das rodas dianteiras também devem passar pelo centro de curvatura a fim de evitar um "conflito" entre as rodas dianteiras na trajetória da curva, causando algum arraste.

Considerando pequenos ângulos de esterçamento, para uma geometria adequada nas manobras, os ângulos de esterçamento são definidos por:

$$\delta_o = \tan^{-1} \frac{L}{\left(R + \frac{t}{2}\right)} \cong \frac{L}{\left(R + \frac{t}{2}\right)} \tag{1}$$

$$\delta_i = \tan^{-1} \frac{L}{\left(R - \frac{t}{2}\right)} \cong \frac{L}{\left(R - \frac{t}{2}\right)} \tag{2}$$

Onde δ_o é o ângulo de esterçamento da roda externa e δ_i o ângulo de esterçamento da roda interna.

O valor médio desses ângulos é chamado de *Ângulo de Ackerman (δ)* e pode ser expresso por:

$$\delta = \frac{L}{R} \tag{3}$$

Pela *Geometria de Ackerman* pode-se calcular também o espaço requerido por um veículo para realizar uma curva, visto que a parte dianteira da carroceria dos veículos avança em relação ao eixo dianteiro, principalmente se tratando de veículos comercias como caminhões e ônibus, que geralmente possuem grande balanço dianteiro (balanço dianteiro é a distância entre o eixo dianteiro e a parte frontal mais avançada da carroceria).

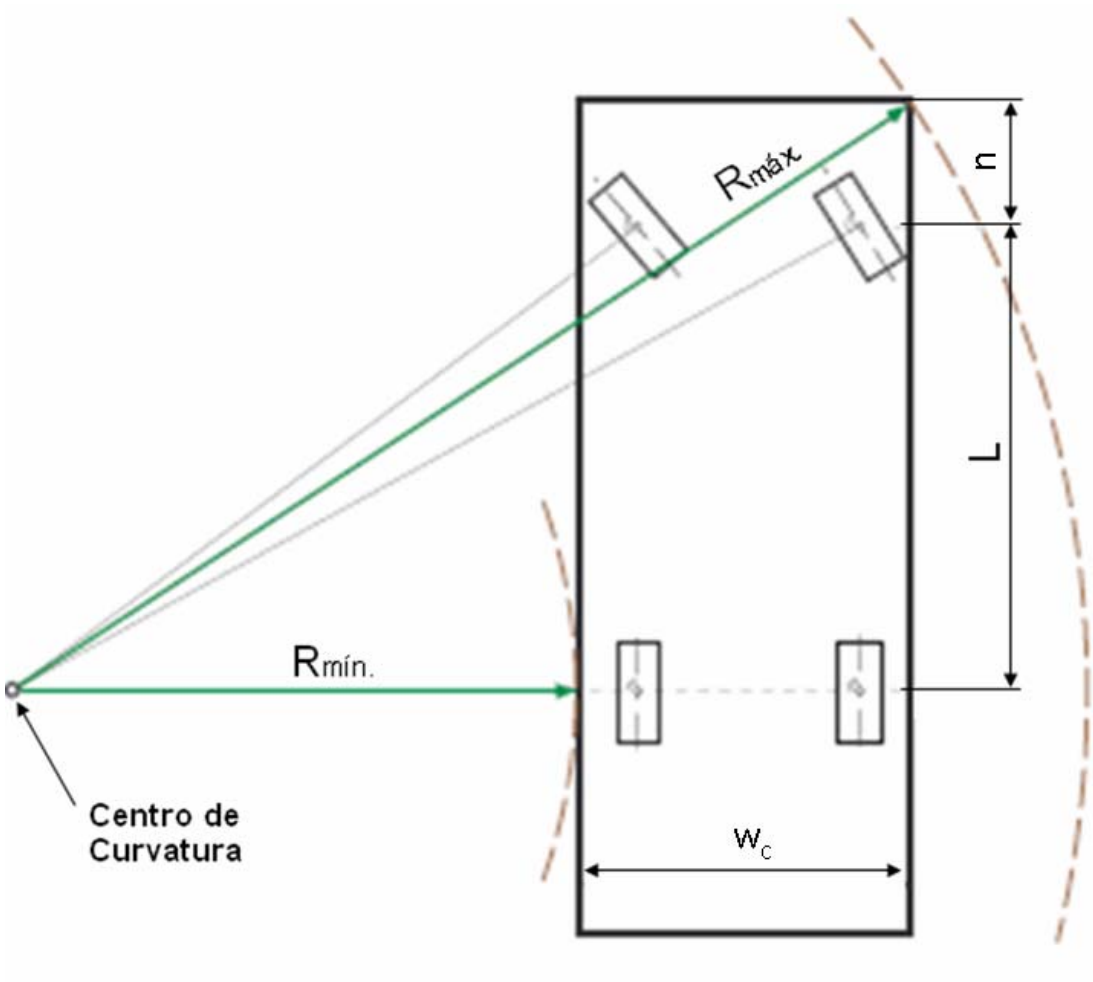


Figura 10 - Espaço requerido

Fonte: Autor "adaptado de" Rill, 2009, p. 1148

De acordo com a figura 10, o ponto extremo dianteiro da carroceria percorre uma trajetória com raio $R_{máx}$ a partir do centro de curvatura enquanto que um ponto do lado interno do veículo localizado no eixo traseiro percorre uma trajetória com raio $R_{mín}$ também a partir do centro de curvatura, donde se pode tirar a seguinte relação:

$$R_{máx.}{}^{2} = \left(R_{mín} + w_c\right)^2 + \left(L + n\right)^2 \tag{4}$$

Então, o espaço requerido para um veículo realizar uma curva é dado por (Rill,2009):

$$\Delta R = R_{máx.} - R_{mín.} = \sqrt{\left(R_{mín} + w_c\right)^2 + \left(L + n\right)^2} - R_{mín.} \tag{5}$$

Outro aspecto importante das manobras em baixa velocidade é o "*Off-Tracking*", que é a diferença ou desvio entre os raios percorridos pelo eixo dianteiro e traseiro na trajetória da curva, conforme mostra a figura 11.

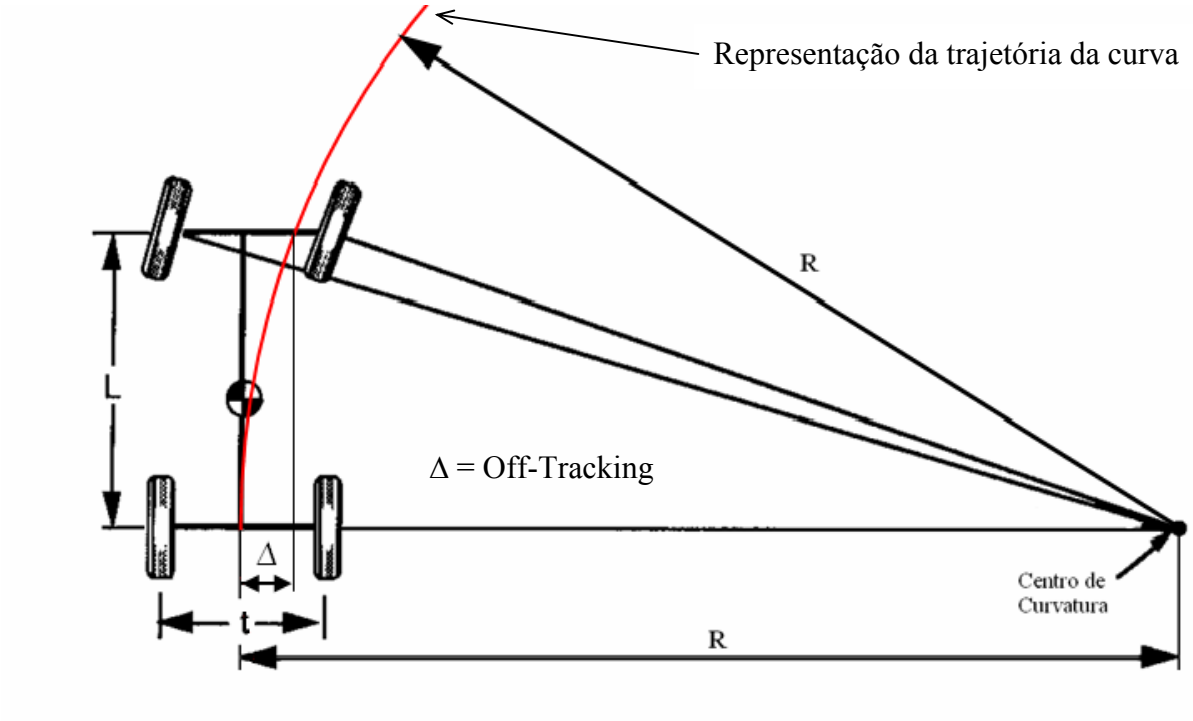


Figura 11- Off-Tracking

A distância de "Off-Tracking" pode ser calculada pela relação geométrica dada pela expressão:

$$\Delta = R - R \cdot \cos\left(\frac{L}{R}\right) \tag{6}$$

Considerando a expansão em série da função coseno:

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} \ldots \tag{7}$$

Teremos:

$$\Delta \cong \frac{L^2}{2R} \tag{8}$$

Como se pode observar, o “Off-Tracking” é bastante significativo em veículos que possuem grande distancia entre eixos, como caminhões e ônibus (GILLESPIE, 1992).

3.2.2 Manobra em curva em alta velocidade

Quando o veículo percorre uma trajetória em curva em alta velocidade, o efeito de inércia torna-se aparente devido ao incremento considerável da aceleração lateral. Nessas condições, os pneus exercem forças laterais para compensar essa tendência inercial do carro de “sair pela tangente”.

3.2.3 O pneu

“O pneu é considerado o componente da dinâmica veicular direcional de maior importância” (CARREIRÃO, 2003, p.41).

O “mecanismo” que descreve o movimento do pneu é extremamente complexo devido, em grande parte, ao seu comportamento elastomérico.

Em velocidades elevadas, os pneus sofrem deformação na área de contato com o solo, ocorrendo um deslocamento do vetor velocidade que passa a formar um ângulo α com o plano de rolamento do pneu, conhecido como ângulo de escorregamento lateral do pneu, como mostra a figura 12:

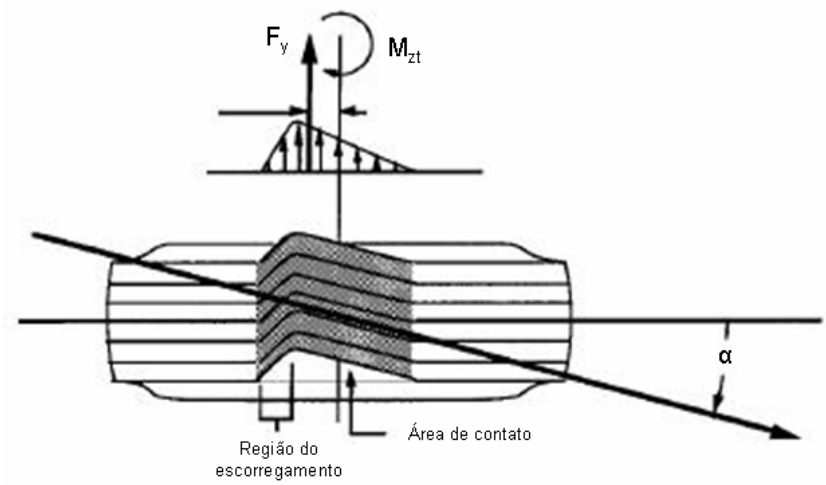


Figura 12 - Deformação do pneu para geração da força lateral

Fonte: Autor “adaptado de” Gillespie, 1992, p. 348

A figura 13 mostra uma curva característica de um pneu que traz a força lateral F_y gerada por ele em função do escorregamento lateral α:

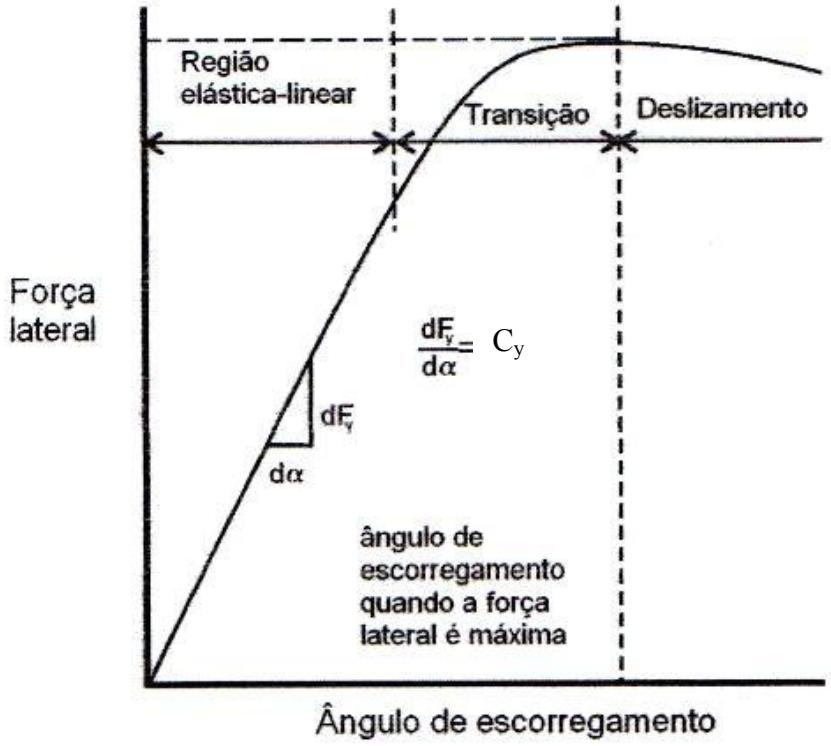


Figura 13- Curva do pneu: força lateral x ângulo de escorregamento do pneu

Fonte: Autor "adaptado de" Milliken, 1995, p. 25

Existem diversos modelos matemáticos utilizados para o modelamento do pneu. Os dois modelos mais utilizados em estudos de dinâmica veicular são:

a) modelo linear onde as forças laterais geradas pelo pneu são expressas pelo escorregamento sofrido por ele;
b) modelo semi-empírico conhecido como "*Magic Formula*" (PACEJKA, 2006).

No presente trabalho o pneu será modelado através do modelo *Magic Formula*.

3.2.3.1 Modelamento do pneu através do modelo linear

As forças laterais F_y são geradas em decorrência do escorregamento lateral dos pneus (α). São essas forças as responsáveis por manter o veículo na trajetória curvilínea. Aparece também um momento conhecido como auto alinhante (M_{zt}) em virtude do deslocamento da

área de contato do pneu com o solo. Muitas vezes esse momento é desconsiderado no modelamento devido ao seu valor ser pequeno.

O modelamento linear do pneu considera apenas a parte linear da curva característica ilustrada pela figura 13 (região elástico-linear), que é válida para pequenos ângulos de escorregamento e ângulo de câmbagem zero, onde se obtêm a seguinte relação linear para a força lateral desenvolvida pelo pneu:

$$F_y = -C_y \cdot \alpha \tag{9}$$

onde C_y é conhecido como coeficiente de rigidez lateral do pneu. Vários fatores interferem no valor desse coeficiente, como o tamanho, tipo de pneu (radial ou diagonal) e principalmente a carga e a pressão aplicada a ele (GILLESPIE, 1992).

Esse é um modelo simples e linear de pneu para descrever seu comportamento lateral, onde a rigidez lateral do pneu permanece constante com o aumento do ângulo de escorregamento.

3.2.3.2 Modelamento do pneu pela *Magic Formula*

O modelamento do pneu através do modelo conhecido como *Magic Formula* foi desenvolvido para representar o pneu como um componente do veículo propriamente dito em um ambiente de simulação. O modelamento é tido como "semi-empírico" porque o modelo, além de basear-se em dados obtidos experimentalmente, contém também estruturas baseadas em modelos físicos (PACEJKA, 2006).

Neste modelo de pneu os dados experimentais obtidos são representados por fórmulas matemáticas que descrevem as forças e momentos que agem no contato pneu/pavimento sob condições de escorregamento lateral e longitudinal do pneu (PRADO, 2003)

A forma geral da *Magic Formula* para a força lateral é dada por:

$$F_{y.} = \left(D \cdot sen\left(C \cdot \arctan\left(B \cdot X_1 - E \cdot \left(B \cdot X_1 - \arctan\left(B \cdot X_1\right)\right)\right)\right)\right) + S_v \tag{10}$$

Onde:

$$X_1 = \alpha + S_h \tag{11}$$

A curva característica produzida por esse modelo de pneu através da *Magic Formula* está representada na figura 14. Repare a semelhança da curva representada na figura 14 com a curva da figura 13.

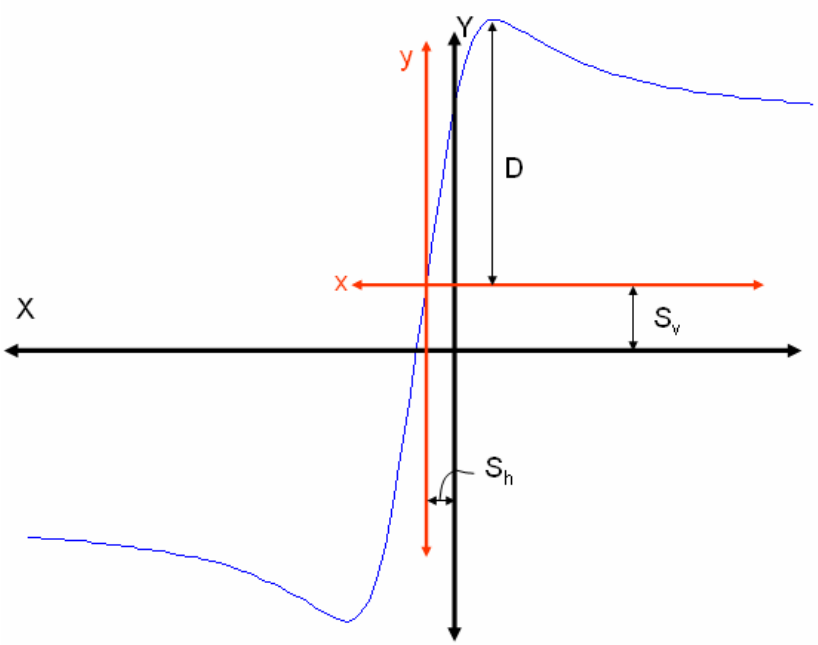


Figura 14- Curva geral para modelo de pneu *Magic Formula*

Fonte: Nguyen, 2005, p. 47

Os coeficientes D, C, B, E, S_h e S_v são parâmetros da curva característica do pneu que descrevem a relação entre força lateral (eixo Y) e ângulo de escorregamento (eixo X) a uma dada carga vertical e podem ser calculados pelas seguintes relações:

$$D = \left(A_1 \cdot F_z^{\,2} + A_2 \cdot F_z\right) \tag{12}$$

$$C = A_0 \tag{13}$$

$$B = \frac{BCD}{C \cdot D} \qquad \text{,onde:} \tag{14}$$

$$BCD = A_3 \cdot sen\left(\arctan\left(\frac{F_z}{A_4}\right) \cdot 2\right) \cdot \left(1 - A_5 \cdot ABS(\gamma)\right) \tag{15}$$

$$S_h = \left(A_9 \cdot F_z\right) + A_{10} + \left(A_8 \cdot \gamma\right) \tag{16}$$

$$E = (A_6 \cdot F_z) + A_7 \tag{17}$$

$$S_v = (A_{11} \cdot F_z \cdot \gamma) + (A_{12} \cdot F_z) + A_{13} \tag{18}$$

Fisicamente, o coeficiente *D* é conhecido como fator de pico e representa o máximo valor do ângulo de escorregamento. *C* é o fator de forma e *E* o fator de curvatura, não possuem significados físicos. Matematicamente, *C* define a região de influência da função seno e *E* a influência de curvatura nos valores de pico. *BCD* representa a rigidez de curvatura para pequenos ângulos de escorregamento. S_h e S_v representam os "afastamentos" da curva devido efeitos de assimetria (NGUYEN, 2005).

Os coeficientes A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9, A_{10}, A_{11}, A_{12} e A_{13} são parâmetros encontrados experimentalmente em função do tipo do pneu. γ refere-se ao ângulo de cambagem das rodas.

Desde a década de 80, quando se deu inicio ao desenvolvimento desse modelo, algumas versões do *Magic Formula* foram desenvolvidas. O modelo descrito acima é conhecido como *Pacejka 89* e será utilizado no modelamento deste trabalho.

3.2.4 Equações do movimento

Uma forma de obter o equacionamento do movimento de um veículo percorrendo uma trajetória curvilínea em velocidades mais altas é através da segunda Lei de Newton, baseado na somatória de forças e momentos nas direções correspondentes.

3.2.4.1 *Modelo da bicicleta*

Por questões de simplificação, muitos estudos e análises consideram o modelamento do veículo representado pelo conhecido *modelo da bicicleta* (figura 15). Trata-se de um modelo plano onde as duas rodas dianteiras são representadas por uma única roda que é esterçada a um ângulo δ e com valor de força lateral equivalente à somatória dos dois pneus. O mesmo é válido para as rodas traseiras. A idéia desse modelo pode ser considerada como válida uma vez que em velocidades elevadas o raio da curva é muito maior do que a distância entre os eixos do veículo, podendo então assumir pequenos ângulos, o que significa que a diferença entre o ângulo de esterçamento da roda interna e externa é desprezível (GILLESPIE, 1992).

Vale lembrar que nesse modelo não é considerada a transferência de carga entre as rodas devido à rotação do veículo em torno do eixo de rolamento.

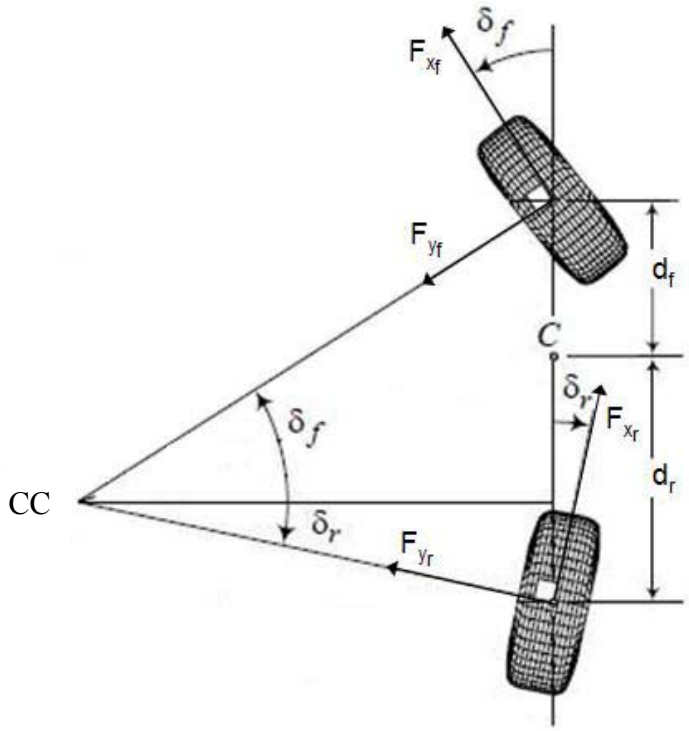


Figura 15 - Modelo da bicicleta

Fonte: Autor "adaptado de" Jazar, 2008, p. 421

Empregando a segunda Lei de Newton nesse modelo da bicicleta, as forças e momento aplicados nas rodas em relação ao ponto "C" (centro de massa) ficam:

$$F_x = F_{x_f} \cos \delta_f + F_{x_r} \cos \delta_r - F_{y_f} sen\, \delta_f + F_{y_r} sen\, \delta_r \tag{19}$$

$$F_y = F_{x_f} sen\, \delta_f - F_{x_r} sen\, \delta_r + F_{y_f} \cos \delta_f + F_{y_r} \cos \delta_r \tag{20}$$

$$M_z = \left(F_{x_f} sen\, \delta_f + F_{y_f} \cos \delta_f\right) \cdot d_f + \left(F_{x_r} sen\, \delta_r - F_{y_r} \cos \delta_r\right) \cdot d_r \tag{21}$$

As componentes de força em *x* são provenientes do escorregamento longitudinal dos pneus e as em *y* do escorregamento lateral.

O equacionamento feito acima é baseado em um "modelo da bicicleta" com esterçamento na roda traseira (δ_r), conforme ilustra a figura 15.

3.2.4.2 Modelo com quatro rodas

Como visto no item 3.2.4.1, o modelo da bicicleta, representado por duas rodas, apresenta algumas limitações, como por exemplo, não é possível considerar o efeito causado pela transferência de carga lateral, não há distinção entre as forças laterais geradas pelos pneus das rodas internas e externas ao raio da curva e, por conseqüência, é considerado um ângulo de escorregamento geral para as rodas do mesmo eixo.

Através de um modelo com quatro rodas, essas limitações descritas acima e outras deixam de existir e seus efeitos passam a ser considerados no modelamento, podendo assim obter resultados mais precisos e que melhor traduzem a realidade da dinâmica de um veículo.

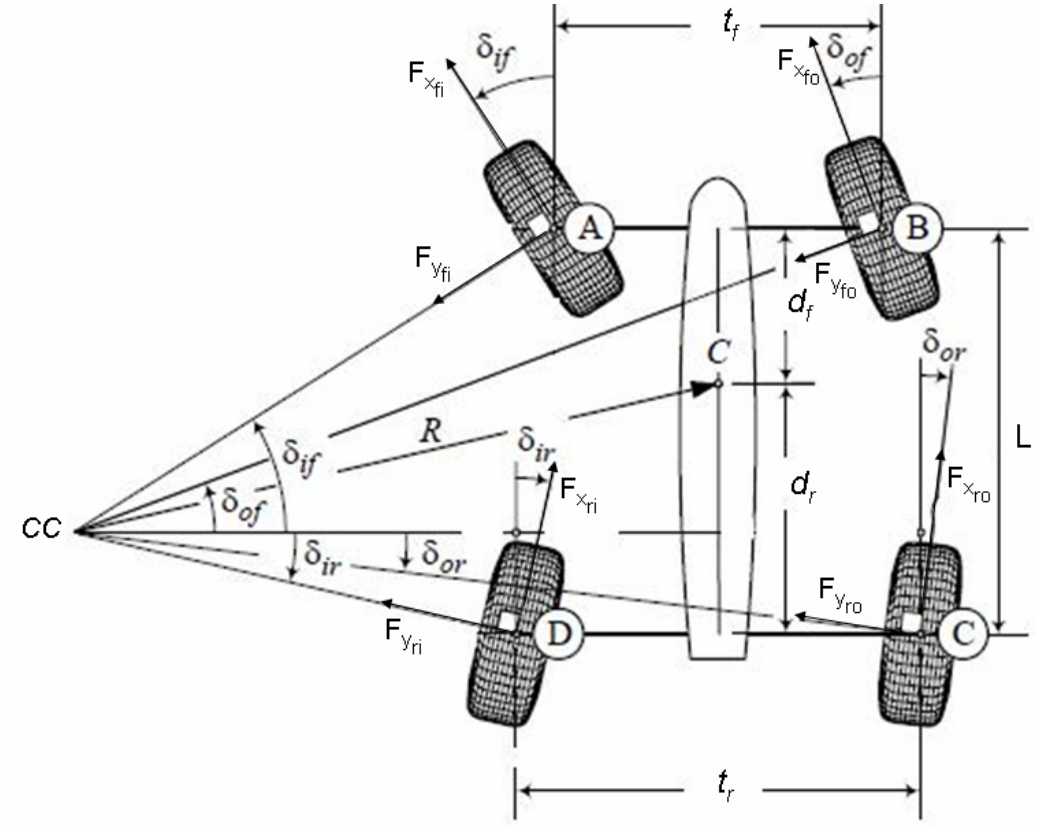


Figura 16 - Modelo de quatro rodas

Fonte: Autor “adaptado de” Jazar, 2008, p. 413

Utilizando a segunda Lei de Newton para obter as somatórias de forças e momento aplicados nas rodas, tem-se:

$$F_x = F_{x_{f_i}} \cos\delta_{if} + F_{x_{fo}} \cos\delta_{of} + F_{x_{ri}} \cos\delta_{ir} + F_{x_{ro}} \cos\delta_{or} - F_{y_{f_i}} sen\,\delta_{if} - F_{y_{fo}} sen\,\delta_{of} + F_{y_{ri}} sen\,\delta_{ir} + F_{y_{ro}} sen\,\delta_{or} \tag{22}$$

$$F_y = F_{x_{f_i}} sen\,\delta_{if} + F_{x_{fo}} sen\,\delta_{of} - F_{x_{ri}} sen\,\delta_{ir} - F_{x_{ro}} sen\,\delta_{or} + F_{y_{f_i}} \cos\delta_{if} + F_{y_{fo}} \cos\delta_{of} + F_{y_{ri}} \cos\delta_{ir} + F_{y_{ro}} \cos\delta_{or} \tag{23}$$

$$\begin{aligned} M_z = {} & \left(F_{x_{f_i}} sen\,\delta_{if} + F_{y_{f_i}} \cos\delta_{if} + F_{x_{f_o}} sen\,\delta_{of} + F_{y_{f_o}} \cos\delta_{of}\right)\cdot d_f + \\ & \left(F_{x_{r_i}} sen\,\delta_{ir} - F_{y_{r_i}} \cos\delta_{ir} + F_{x_{r_o}} sen\,\delta_{or} - F_{y_{r_o}} \cos\delta_{of}\right)\cdot d_r + \\ & \left(F_{x_{f_o}} \cos\delta_{of} - F_{x_{f_i}} \cos\delta_{if} + F_{y_{f_i}} sen\,\delta_{if} - F_{y_{f_o}} sen\,\delta_{of}\right)\cdot \frac{t_f}{2} + \\ & \left(F_{x_{r_o}} \cos\delta_{or} - F_{x_{r_i}} \cos\delta_{ir} + F_{y_{r_o}} sen\,\delta_{or} - F_{y_{r_i}} sen\,\delta_{ir}\right)\cdot \frac{t_r}{2} \end{aligned} \tag{24}$$

Assim como no modelo de duas rodas (*modelo da bicicleta*), as componentes de força em x são provenientes do escorregamento longitudinal dos pneus e em y do escorregamento lateral.

O equacionamento feito acima também é baseado em um modelo com esterçamento nas rodas traseira, conforme ilustra a figura 16.

3.2.5 Comportamento subesterçante, sobresterçante e neutro

O comportamento em curva de um veículo pode ser caracterizado através dos termos subesterçante, sobresterçante e neutro.

De maneira geral, esses termos relacionam como o ângulo de esterçamento das rodas deve ser alterado para que o veículo possa percorrer uma determinada trajetória em curva.

Tomando como exemplo um veículo percorrendo uma trajetória em círculo de raio constante, caso o condutor tenha que aumentar o ângulo de esterçamento das rodas para manter o veículo na trajetória à medida que a velocidade aumenta, diz-se que o veículo apresenta um comportamento “subesterçante”.

Popularmente, em virtude dessa característica, diz-se que o veículo tem a tendência de "sair de frente", pois a força de reação desenvolvida pelos pneus dianteiros é inferior à necessária para manter o veículo na trajetória circular desejada (CARREIRÃO, 2003).

Considerando agora a mesma condição de operação, porém o condutor necessita diminuir o ângulo de esterçamento das rodas para manter o veículo na trajetória circular à medida que a velocidade aumenta, diz-se que o veículo apresenta um comportamento "sobresterçante".

Neste caso, o veículo tem a tendência de "sair de traseira", pois os pneus traseiros não desenvolvem força lateral suficiente para manter o veículo na trajetória em curva (CARREIRÃO, 2003).

Existe ainda o comportamento "neutro" onde, como o próprio nome sugere, o condutor não necessita alterar o ângulo de esterçamento das rodas do veículo para mantê-lo em uma trajetória circular de raio constante conforme a velocidade aumenta.

3.2.6 Escorregamento lateral do veículo

Quando um veículo percorre uma trajetória em curva de raio R, seu eixo longitudinal não permanece alinhado com a direção da trajetória que contém sua velocidade tangencial. Esse desalinhamento é definido por um ângulo, conhecido como ângulo de escorregamento lateral do veículo, representado pela letra β. Esse ângulo é diferente em cada ponto do veículo. Por definição, será considerado o ângulo de escorregamento lateral medido no centro de gravidade (CG) do veículo.

Como visto anteriormente, em baixas velocidades a aceleração lateral é desprezível e o escorregamento lateral do pneu é praticamente nulo. Nessas condições, a roda traseira percorre uma trajetória interna, se comparada com a roda dianteira, possibilitando um ângulo de escorregamento lateral no CG do veículo orientado para o lado interno à sua linha longitudinal, como mostra a figura 17.

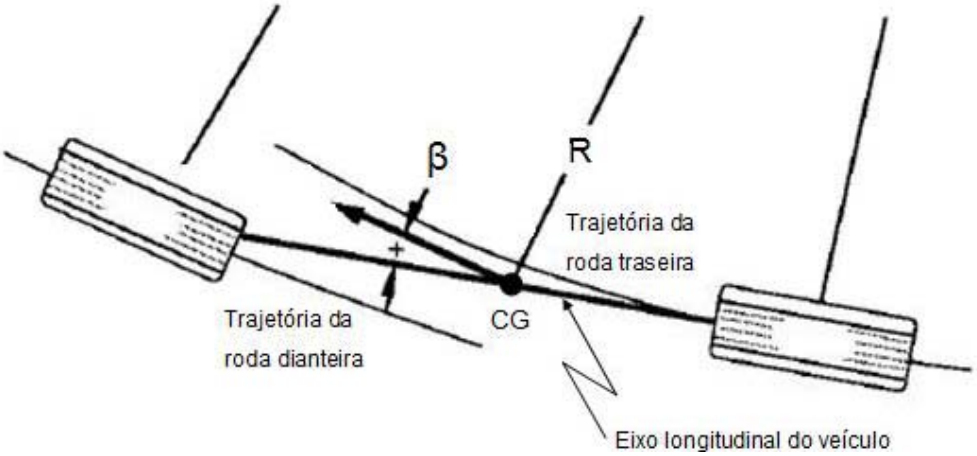


Figura 17 - Escorregamento lateral do veículo em baixa velocidade
Fonte: Autor "adaptado de" Gillespie, 1992, p. 207

Em altas velocidades, a roda traseira percorre uma trajetória externa em relação à roda dianteira, desenvolvendo assim o escorregamento lateral do pneu traseiro (α_r). Dessa forma, o ângulo de escorregamento lateral do veículo no seu CG se dará para o lado de fora em relação à sua linha longitudinal, como segue na figura 18.

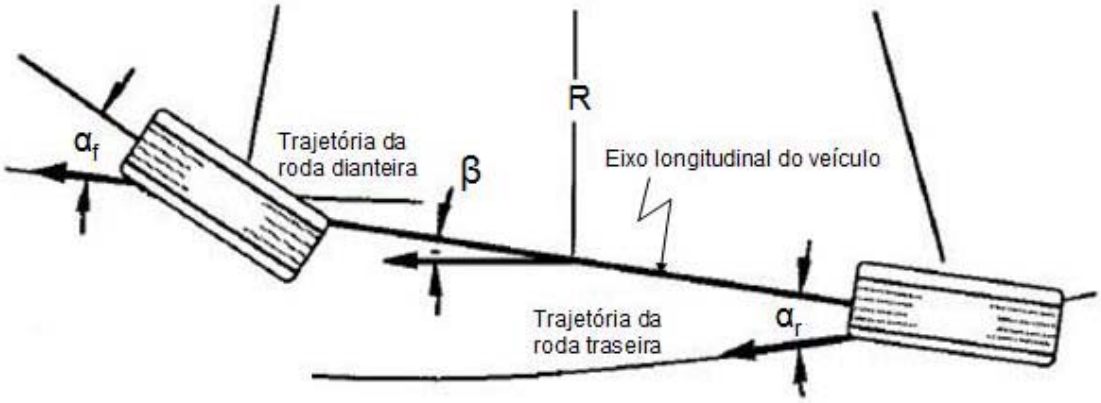


Figura 18 - Escorregamento lateral do veículo em alta velocidade
Fonte: Autor "adaptado de" Gillespie, 1992, p. 207

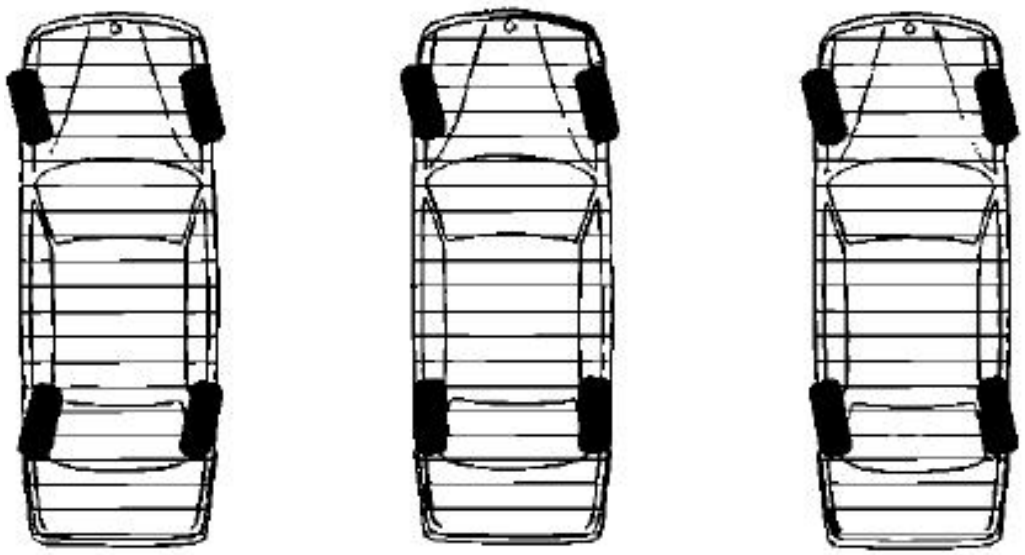
3.3 Tipos de esterçamento traseiro

Existem dois modos distintos de esterçamento das rodas traseiras. Um deles é quando as rodas traseiras esterçam na mesma direção das rodas dianteiras. Nesse caso, recebe o nome de esterçamento traseiro positivo ou também conhecido como esterçamento homodirecional (figura 19-c). O outro modo é quando as rodas traseiras esterçam em direção oposta às rodas dianteiras, conhecido por esterçamento traseiro negativo ou esterçamento heterodirecional (figura 19-a).

Esses dois modos apresentam características bem diferentes no que se refere ao comportamento dinâmico do veículo.

O esterçamento traseiro negativo possibilita a redução do ângulo de giro do veículo e o "off-tracking", durante uma operação em baixa velocidade.

Porém, em alta velocidade esse tipo de esterçamento não é recomendado devido ao efeito de redução de estabilidade se comparado a um veículo sem esterçamento traseiro uma vez que propicia um forte incremento no movimento de guinada (*yaw*).



a) esterçamento traseiro negativo

b) sem esterçamento traseiro

c) esterçamento traseiro positivo

Figura 19 - Tipos de esterçamento

Fonte: Autor "adaptado de" Wallentowitz, 2004, p. 81

Já o esterçamento positivo favorece a estabilidade do veículo em alta velocidade uma vez que propicia a diminuição do movimento de guinada (*yaw*) e o aumento mais rápido da aceleração lateral do veículo. Porém, traz a desvantagem do aumento do raio de giro se comparado a um veículo sem o esterçamento traseiro durante uma manobra em baixa velocidade.

4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo serão apontados alguns estudos, análises e teorias empregadas por especialistas da área de dinâmica veicular.

Como já mencionado anteriormente, é rara a bibliografia especifica para a dinâmica lateral de veículos equipados com mais de dois eixos e que apresente esterçamento traseiro. No entanto, por se tratar de um estudo focado em pesquisas científicas, é valido se utilizar de conceitos já empregados por diversos autores uma vez que as premissas básicas da dinâmica lateral veicular são as mesmas.

A grande maioria dos trabalhos científicos aqui pesquisados e estudados concentra-se no emprego de sistemas de controle ao conjunto de direção e tração do veículo, com diferentes aplicações e funções.

Furukawa et al. (1989) identificam os elementos essenciais da tecnologia do esterçamento nas quatro rodas (4WS) em termos da dinâmica do veículo e técnicas de controle. Baseado em seus estudos, examinam dinamicamente como o movimento de guinada e a aceleração lateral são afetadas quando as rodas traseiras e dianteiras são esterçadas. Utilizam-se do "modelo da bicicleta" para descrever o movimento do veículo e funções de transferência para expressar o movimento de guinada e a aceleração lateral. Quanto aos sistemas de controle, vários princípios de controle são apontados com os objetivos de encurtar o atraso de fase na aceleração lateral e movimento de guinada, redução do ângulo de escorregamento do veículo, melhoria da manobrabilidade do veículo em baixas velocidades, melhores respostas próximo ao limite de adesão dos pneus, dentre outros.

You e Jeong (1998) criaram um modelo matemático de um veículo com quatro rodas esterçantes e com força trativa agindo independentemente nas rodas através de espaço de estados, baseado em uma série de equações lineares que definem os movimentos laterais e de rolagem do veículo. Com o modelo do veículo determinado, propõem o projeto de um a piloto automático através de um sistema de controle para agir contra perturbações externas como, por exemplo, irregularidades da pista e a força do vento agindo sobre o veículo. Esse controlador, por intermédio de atuadores dinâmicos, atua nos ângulos de esterçamento do veículo. A força de tração ou de frenagem aplicada às rodas também é controlada individualmente a fim de melhorar a manobrabilidade e a estabilidade direcional do veículo quando submetido a condições adversas de operação.

Wang e Qi (2001) desenvolvem um algoritmo para a trajetória de um veículo especial, com esterçamento nas quatro rodas, destinado ao transporte de cargas dentro de áreas

portuárias, onde há uma grande limitação de espaço para circulação. O modelamento proposto para o veículo se baseia na cinemática veicular e utiliza o modelo planar da bicicleta. A metodologia empregada consiste na separação do movimento de rotação e translação. Para o movimento de rotação, grande atenção foi dada à limitação do raio de giro disponível. Dessa forma dois modelos de manobras para o veículo foram desenvolvidos: manobra com ângulo de escorregamento zero e manobra com esterçamento paralelo. A manobra com ângulo de escorregamento zero é desejável nesse tipo de aplicação uma vez que o movimento do veículo é sempre tangente à linha da trajetória, reduzindo a protrusão do veículo às áreas adjacentes *(off-tracking)*. A manobra com esterçamento paralelo, como o próprio nome diz, prevê as rodas traseiras e dianteiras são esterçadas no mesmo ângulo e na mesma direção. Isso permite com que o raio de giro seja igual ao infinito ao longo da trajetória, fazendo com que o veículo translade sem mudar sua orientação durante o movimento. Essa manobra é importante para uma mudança de faixa e desvio de um obstáculo. Ambas as manobras não são possíveis para veículos com esterçamento convencional nas duas rodas (2WS).

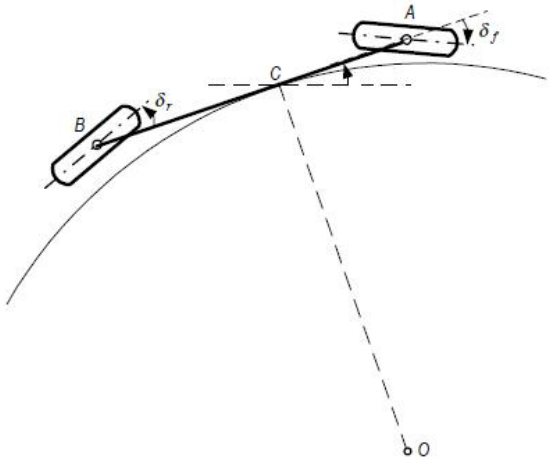


Figura 20 - Manobra com ângulo de escorregamento zero

Fonte: Wang e Qi, 2001, p. 3323

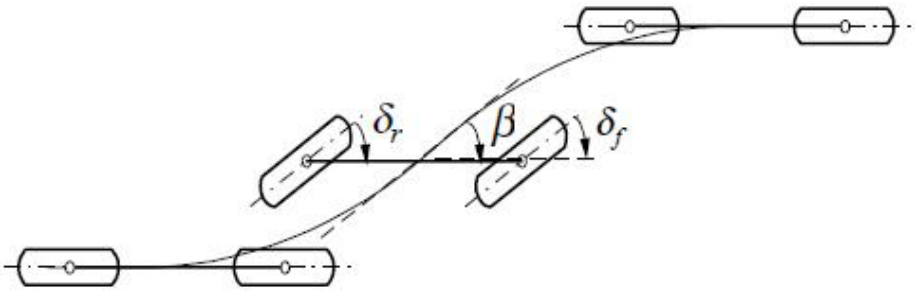


Figura 21 - Manobra com esterçamento paralelo

Fonte: Wang e Qi, 2001, p. 3323

Quanto ao movimento de translação, algumas restrições dinâmicas, como forças de tração, frenagem e de atrito são levadas em consideração para que o veículo possa se mover na maior velocidade possível respeitando os limites físicos impostos pela trajetória.

Mammar e Koening (2002) propõem um modelo plano não-linear de um veículo considerando apenas o movimento lateral e de guinada para desenvolverem um sistema de controle ativo na direção onde o principal objetivo é trazer melhorias na dirigibilidade e estabilidade de um veículo considerando o comando dado pelo condutor. Antes de iniciar o desenvolvimento do sistema de controle, é feita uma análise de alguns aspectos de estabilidade do movimento lateral do veículo, mostrando que sua estabilidade depende de vários parâmetros, como por exemplo, fator de adesão da pista, velocidade, características do pneu e características geométricas do veículo. São propostas três simulações distintas comparando o comportamento do veículo com e sem o sistema de controle ativo: o veículo é submetido à força do vento, manobra de mudança de pista e o veículo trafegando por uma região de baixo atrito, como por exemplo uma poça de óleo ou água.

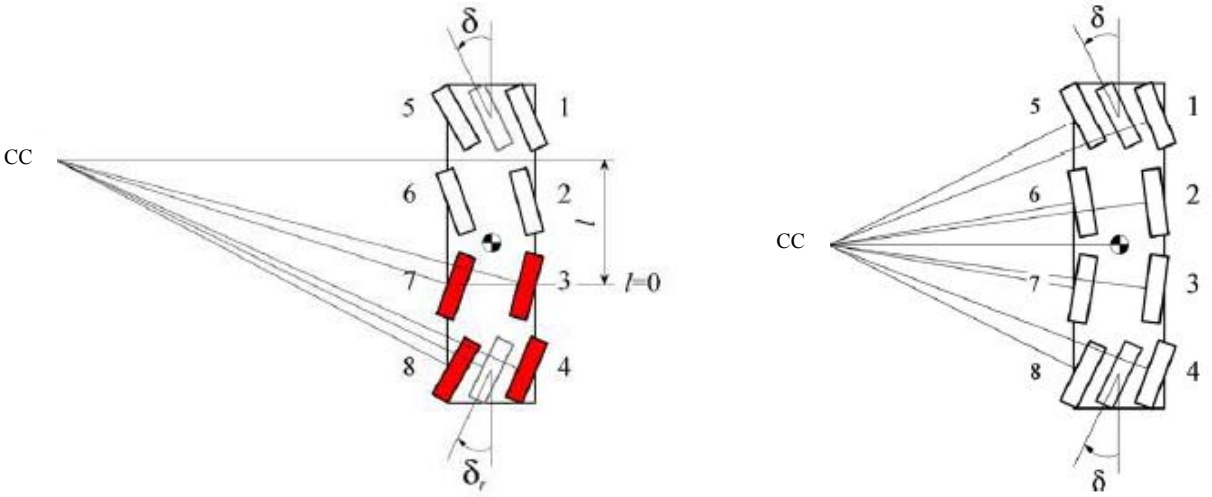
Chung e Yi (2006) desenvolvem um controle de estabilidade baseado no ângulo de escorregamento lateral do veículo e avaliam sua eficácia sob varias condições reais de operação através de uma pista de teste virtual para simular, por exemplo, a interação entre o veículo, o controlador e o ser humano (motorista). Através dessa pista de teste, é possível simular exaustivamente o desempenho do veículo em diferentes condições de operação, considerando a variação de habilidade que existe entre os condutores, sem o perigo de causar acidentes e reduzindo o tempo e os custos de desenvolvimento/testes.

Criaram um modelo de veículo considerando apenas o movimento em um plano, utiliza-se um modelo com três graus de liberdade no plano referente ao movimento de guinada do veículo.

Prado et al. (2001) criaram e validaram experimentalmente um modelo multicorpos de um ônibus com o objetivo de entender o comportamento dinâmico do veículo em diferentes condições de operação.

Watanabe et al. (2006) apresentaram um modelo matemático para um veículo equipado com quatro eixos a fim de avaliar a eficiência em termos de dirigibilidade e manobrabilidade desse tipo de veículo. Também realizaram testes comparativos utilizando veículos em escala para avaliar o desempenho em termos de manobrabilidade desse tipo de veículo em diferentes configurações de esterçamento de rodas, isto é, considerando esterçamento apenas nas rodas dos eixos dianteiros e esterçamento nas rodas dos eixos traseiros. De acordo com os resultados, para a manobra em baixa velocidade, o esterçamento das rodas traseiras para o lado inverso ao

esterçamento das rodas dianteiras implica na diminuição raio de giro do veículo. Outro fator importante nesse estudo foi o fato de que para a mesma condição de manobra, a posição do centro de curvatura em relação à longitudinal do veículo, representado nas figuras 22 (a) e (b), tem pouca ou quase nenhuma influência no raio de giro (figura 23).



(a) centro de curvatura posicionado a "*l*" do eixo

(b) centro de curvatura alinhado ao CG: esterçamento simétrico

Figura 22 - Posição do centro de curvatura

Fonte: Watanabe, 2006, p.86

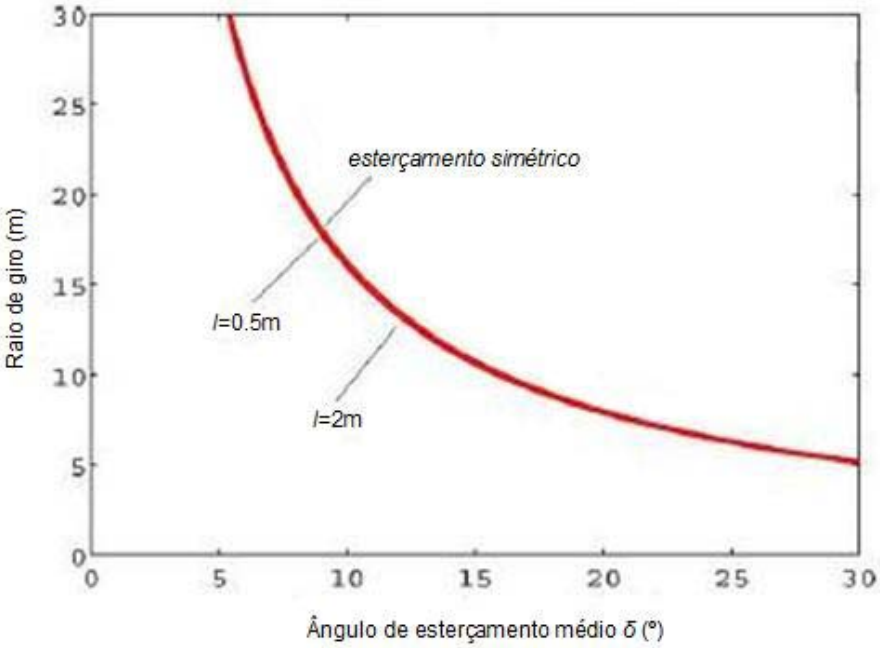


Figura 23 - Efeito do esterçamento no raio de giro

Fonte: Watanabe, 2006, p.86

5 MODELO MATEMÁTICO DO VEÍCULO

5.1 Introdução

Nesse capítulo será feita a modelagem de três veículos diferenciados por suas características especificas de esterçamento traseiro, a fim de avaliar e comparar entre eles o comportamento no que se refere à dinâmica lateral, justificando assim o emprego do esterçamento traseiro.

Os modelos serão feitos para as condições de:

a) esterçamento positivo das rodas de apoio traseiras (as rodas de apoio traseiras esterçam na mesma direção que as rodas dianteiras);
b) esterçamento negativo das rodas de apoio traseiras (as rodas de apoio traseiras esterçam na direção contrária às rodas dianteiras);
c) sem esterçamento nas rodas de apoio traseiras.

> A equação ou conjunto de equações que compõe o modelo é uma aproximação do processo real. Dessa forma, o modelo não pode incorporar todas as características, tanto macroscópicas como microscópicas, do processo real. Deve-se normalmente buscar um compromisso entre o custo de se ter o modelo, isto é, o tempo e o esforço requeridos para obtê-lo e verificá-lo, e o nível de detalhes do mesmo, bem como os benefícios esperados de sua aplicação. O propósito do modelo determina, em última análise, sua precisão. (GARCIA, 2005, p. 19).

Os três modelos desenvolvidos para as análises em questão baseiam-se em um modelo com seis rodas sob influência de transferência de carga lateral (movimento de rolagem). Para tanto, as suspensões serão consideradas iguais para os três modelos. Trata-se de suspensões do tipo eixo rígido para os três eixos e todas dotadas de “molas pneumáticas” (suspensão a ar) com a presença de barras estabilizadoras em todos os eixos, conforme ilustram as figuras 24 e 25:

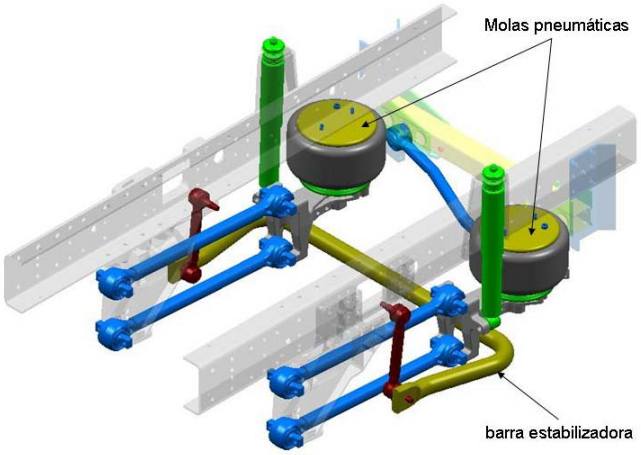


Figura 24- Suspensão dianteira

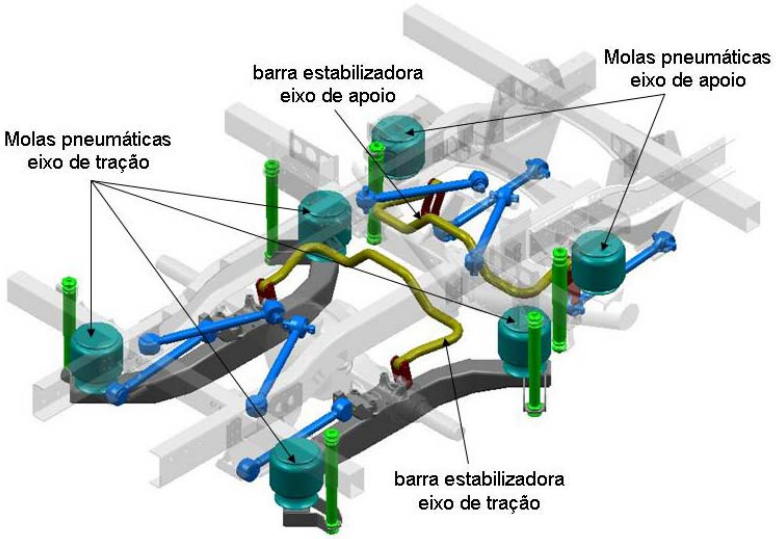


Figura 25- Suspensão traseira

Os pneus serão modelados através da *Magic Formula*, utilizando o modelo *Pacejka 89*, conforme tratado no item 3.2.3.2.

Tendo em vista que objetivo do presente trabalho é a análise do comportamento lateral do veículo, algumas simplificações serão impostas no modelamento:

a) o veículo é modelado como um corpo rígido;
b) o veículo move-se em velocidade longitudinal constante, isto é, não há aceleração nem frenagem aplicada às rodas;
c) resistência ao rolamento, forças aerodinâmicas e o momento causado pela existência de pneus duplos são desprezados;

d) as propriedades de aderência dos pneus são iguais;
e) o efeito do momento auto alinhante do pneu é desprezado;
f) os centros de rolamento das suspensões são fixos;
g) as molas pneumáticas, ou mais conhecidas como bolsões de ar serão modelados linearmente, considerando sua freqüência natural para uma determinada carga e altura normal de trabalho;
h) os amortecedores não serão considerados no modelamento;
i) a pressão de ar fornecida para os bolsões de ar é constante;
j) influência causada pela geometria das suspensões será desconsiderada.

5.2 Modelagem matemática do veículo com esterçamento positivo nas rodas de apoio traseiras

As equações que regem o comportamento do veículo são conhecidas como equações dinâmicas do movimento e baseiam-se nas Leis de Newton para o movimento de corpos rígidos, conforme seguem:

$$\sum F_x = m \cdot a_x \tag{25}$$

$$\sum F_y = m \cdot a_y \tag{26}$$

$$\sum M_z = I_z \cdot \dot{r} \tag{27}$$

Seguindo a figura 26, serão considerados pequenos os ângulos de esterçamento, o que permite assumir a igualdade dos ângulos das rodas internas e externas ($\delta_i \approx \delta_o \approx \delta$). Dessa forma, serão feitas as seguintes aproximações para as forças longitudinais (forças na direção x) e para as forças laterais (forças na direção y):

$$F_{x_f} = F_{x_{f_i}} + F_{x_{f_o}} \quad \text{e} \quad F_{y_f} = F_{y_{f_i}} + F_{y_{f_o}} \tag{28}$$

$$F_{x_{rt}} = F_{x_{rt_i}} + F_{x_{rt_o}} \quad \text{e} \quad F_{y_{rt}} = F_{y_{rt_i}} + F_{y_{rt_o}} \tag{29}$$

$$F_{x_{rs}} = F_{x_{rs_i}} + F_{x_{rs_o}} \quad \text{e} \quad F_{y_{rs}} = F_{y_{rs_i}} + F_{y_{rs_o}} \tag{30}$$

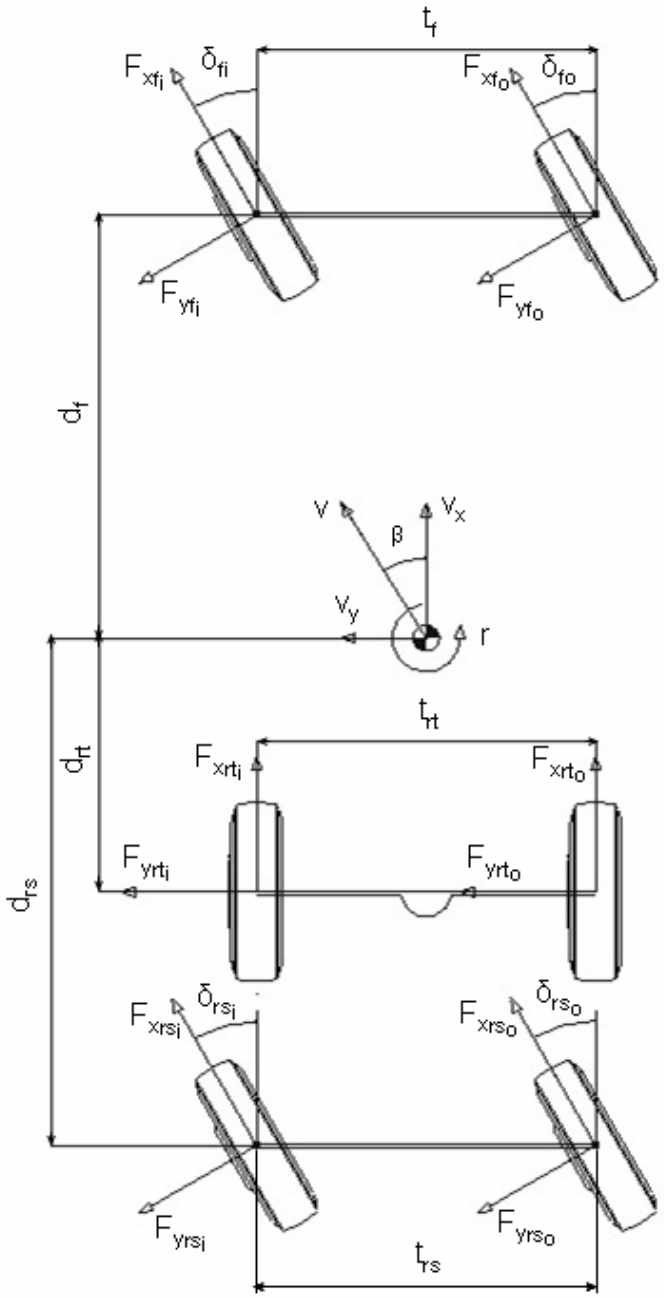


Figura 26- Modelo plano de 6 rodas para esterçamento traseiro positivo

Portanto, as somatórias de forças e momento para o modelo da figura 25 ficam:

$$\sum F_x = F_{x_f} \cos\delta_f - F_{y_f} sen\delta_f + F_{x_{rt}} - F_{y_{rs}} sen\delta_{rs} + F_{x_{rs}} \cos\delta_{rs} \tag{31}$$

$$\sum F_y = F_{x_f} sen\delta_f + F_{y_f} \cos\delta_f + F_{y_{rt}} + F_{y_{rs}} \cos\delta_{rs} + F_{x_{rs}} sen\delta_{rs} \tag{32}$$

$$\sum M_z = \left(F_{x_f} sen\delta_f\right)\cdot d_f + \left(F_{y_f}\cos\delta_f\right)\cdot d_f - \left(F_{y_{rt}}\cdot d_{rt}\right) - \left(F_{x_{rs}} sen\delta_{rs}\right)\cdot d_{rs} - \tag{33}$$

$$\left(F_{y_{rs}}\cos\delta_{rs}\right)\cdot d_{rs} + \frac{t_f}{2}\cdot\left[\left(\left(F_{x_{f_o}} - F_{x_{f_i}}\right)\cos\delta_f\right) + \left(\left(F_{y_{f_i}} - F_{y_{f_o}}\right) sen\delta_f\right)\right] +$$

$$\frac{t_{rt}}{2}\cdot\left(F_{x_{rt_o}} - F_{x_{rt_i}}\right) + \frac{t_{rs}}{2}\cdot\left[\left(\left(F_{x_{rs_o}} - F_{x_{rs_i}}\right)\cos\delta_{rs}\right) + \left(\left(F_{y_{rs_i}} - F_{y_{rs_o}}\right) sen\delta_{rs}\right)\right]$$

Como os ângulos de esterçamento das rodas internas e externas foram assumidos como iguais, δ_f e δ_{rs} representam os ângulos de esterçamento das rodas dianteiras e das rodas de apoio traseiras respectivamente.

Uma vez que o veículo move-se com velocidade constante, a aceleração longitudinal a_x será nula.

As componentes F_x nas equações de somatória de forças e momento são oriundas da força trativa fornecida pelo trem de força ou da força de frenagem fornecida pelo sistema de freio. Porém, como considerado inicialmente que o veículo não sofre ação desses agentes, essas componentes serão desconsideradas das equações.

Portanto, as equações que descrevem o movimento ficam:

$$\sum F_x = m\cdot a_x = F_{x_f}\cos\delta_f - F_{y_f} sen\delta_f + F_{x_{rt}} - F_{y_{rs}} sen\delta_{rs} + F_{x_{rs}}\cos\delta_{rs} = 0 \tag{34}$$

$$\sum F_y = m\cdot a_y = F_{y_f}\cos\delta_f + F_{y_{rt}} + F_{y_{rs}}\cos\delta_{rs} \tag{35}$$

$$\sum M_z = I_z\cdot\dot{r} = \left(F_{y_f}\cos\delta_f\right)\cdot d_f - F_{y_{rt}}\cdot d_{rt} - \left(F_{y_{rs}}\cos\delta_{rs}\right)\cdot d_{rs} + \tag{36}$$

$$\frac{t_f}{2}\cdot\left[\left(\left(F_{y_{f_i}} - F_{y_{f_o}}\right) sen\ \delta_f\right)\right] + \frac{t_{rs}}{2}\cdot\left[\left(\left(F_{y_{rs_i}} - F_{y_{rs_o}}\right) sen\ \delta_{rs}\right)\right]$$

As equações referentes à somatória de forças em y (35) e a somatória de momento em z (36) serão objetos do estudo uma vez que representam o movimento da trajetória em curva do modelo proposto.

A aceleração lateral a_y pode ser expressa por:

$$a_y = \dot{v}_y + \left(v_x\cdot r\right) \tag{37}$$

Substituindo em (26):

$$\sum F_y = m \cdot a_y = m \cdot \left(\dot{v}_y + \left(v_x \cdot r \right) \right) \tag{38}$$

Pela figura 26, podemos observar que:

$$v_y = v \cdot sen\beta \tag{39}$$

$$v_x = v \cdot \cos\beta \tag{40}$$

Portanto:

$$\dot{v}_y = \frac{\partial v}{\partial t} \cdot sen\beta + \left(v \cdot \cos\beta \right) \cdot \dot{\beta}, \tag{41}$$

sendo: $\frac{\partial v}{\partial t} = 0 \longrightarrow v = cte$, fica:

$$\dot{v}_y = \left(v \cdot \cos\ \beta \right) \cdot \dot{\beta} \tag{42}$$

Substituindo (40) e (42) em (37):

$$a_y = \left(v \cdot \cos\beta \right) \cdot \dot{\beta} + \left(v \cdot \cos\beta \right) \cdot r \tag{43}$$

A somatória de forças em *y* fica:

$$\sum F_y = m \cdot a_y = m \cdot \left(\left(v \cdot \cos\beta \right) \cdot \dot{\beta} + \left(v \cdot \cos\beta \right) \cdot r \right) = F_{y_f} \cos\delta_f + F_{y_{rt}} + F_{y_{rs}} \cos\delta_{rs} \tag{44}$$

A partir da equação (44), pode-se obter a aceleração lateral a_y do veículo:

$$m \cdot \left(\left(v \cdot \cos\beta \right) \cdot \dot{\beta} + \left(v \cdot \cos\beta \right) \cdot r \right) = F_{y_f} \cos\delta_f + F_{y_{rt}} + F_{y_{rs}} \cos\delta_{rs} \tag{45}$$

$$\left(v\cdot\cos\beta\right)\cdot\dot{\beta}+\left(v\cdot\cos\beta\right)\cdot r=\frac{F_{y_f}\cos\delta_f+F_{y_{rt}}+F_{y_{rs}}\cos\delta_{rs}}{m} \tag{46}$$

$$a_y=\left(\left(v\cdot\cos\beta\right)\cdot\dot{\beta}+\left(v\cdot\cos\beta\right)\cdot r\right)=\frac{F_{y_f}\cos\delta_f+F_{y_{rt}}+F_{y_{rs}}\cos\delta_{rs}}{m} \tag{47}$$

Pela equação (46) é possível obter a expressão para o escorregamento lateral do veículo (β) no seu centro de gravidade:

$$\beta=\int\left(\frac{F_{y_f}\cos\delta_f+F_{y_{rt}}+F_{y_{rs}}\cos\delta_{rs}}{m\left(v\cdot\cos\beta\right)}-r\right) \tag{48}$$

Voltando à expressão da somatória de momentos em "*z*" (36) tem-se a velocidade angular *r*:

$$r=\int\left(\frac{\left(F_{y_f}\cos\delta_f\right)\cdot d_f-F_{y_{rt}}\cdot d_{rt}-\left(F_{y_{rs}}\cos\delta_{rs}\right)\cdot d_{rs}}{I_z}\right)+ \tag{49}$$

$$\int\left(\frac{\frac{t_f}{2}\cdot\left[\left(\left(F_{y_{f_i}}-F_{y_{f_o}}\right)sen\,\delta_f\right)\right]+\frac{t_{rs}}{2}\cdot\left[\left(\left(F_{y_{rs_i}}-F_{y_{rs_o}}\right)sen\,\delta_{rs}\right)\right]}{I_z}\right)$$

Em todas as equações acima as componentes de F_y são oriundas da força lateral gerada pelo pneu e, como dito anteriormente, serão obtidas através da *Magic Formula*, utilizando o modelo *Pacejka 89* descrito no item 3.2.3.2:

$$F_{y.}=\left(D\cdot sen\left(C\cdot\arctan\left(B\cdot X_1-E\cdot\left(B\cdot X_1-\arctan\left(B\cdot X_1\right)\right)\right)\right)\right)+S_v \tag{50}$$

Onde:

$$X_1=\alpha+S_h \tag{51}$$

O ângulo de escorregamento lateral dos pneus (α) pode ser obtido através de relações geométricas envolvendo os vetores velocidade, como ilustram as figuras 27, 28 e 29.

Para o pneu dianteiro, tem-se:

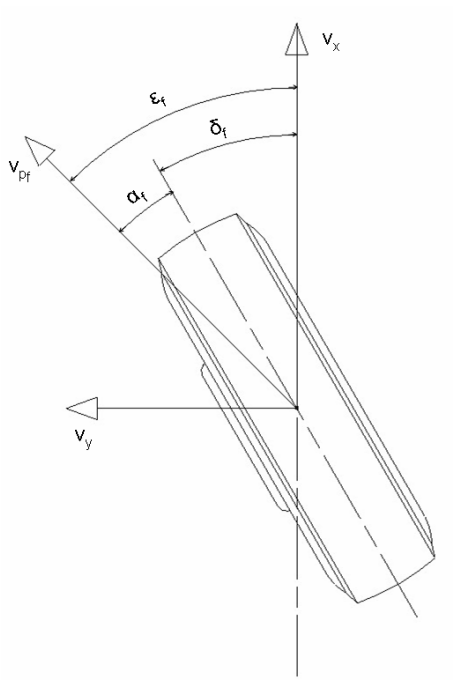


Figura 27- Escorregamento lateral pneu dianteiro

Pela figura 27, pode-se concluir que para a roda interna:

$$\alpha_{f_i} = \varepsilon_{f_i} - \delta_{f_i} \tag{52}$$

Onde:

$$\varepsilon_{f_i} = \tan^{-1}\left(\frac{v_y + d_f \cdot r}{v_x - \frac{t_f}{2} \cdot r}\right) \tag{53}$$

Como:

$$v_y = v sen\beta \qquad \text{e} \qquad v_x = v\cos\beta \tag{54}$$

Portanto:

$$\alpha_{f_i} = \tan^{-1}\left(\frac{v sen\beta + d_f \cdot r}{v\cos\beta - \frac{t_f}{2} \cdot r}\right) - \delta_f \tag{55}$$

Para a roda externa fica:

$$\alpha_{f_o} = \varepsilon_{f_o} - \delta_{f\,o} \tag{56}$$

Onde:

$$\varepsilon_{f_o} = \tan^{-1}\left(\frac{v_y + d_f \cdot r}{v_x + \frac{t_f}{2} \cdot r}\right) \tag{57}$$

Portanto:

$$\alpha_{f_o} = \tan^{-1}\left(\frac{v sen\beta + d_f \cdot r}{v\cos\beta + \frac{t_f}{2} \cdot r}\right) - \delta_f \tag{58}$$

Para o pneu de apoio traseiro com esterçamento positivo, os ângulos gerados podem ser descritos da seguinte forma:

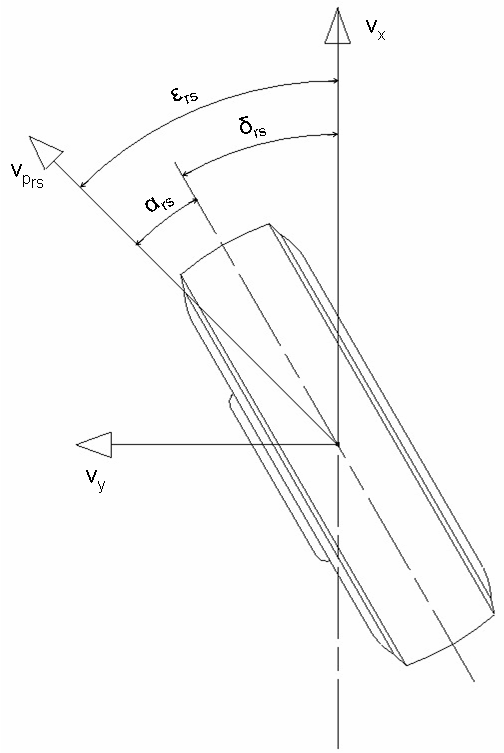


Figura 28 - Escorregamento lateral do pneu de apoio com esterçamento positivo

Pela figura 28, é possível obter a seguinte relação para a roda interna:

$$\alpha_{rs_i} = \varepsilon_{rs_i} - \delta_{rs_i} \tag{59}$$

Onde:

$$\varepsilon_{rs_i} = \tan^{-1}\left(\frac{v_y - d_{rs} \cdot r}{v_x - \frac{t_{rs}}{2} \cdot r}\right) \tag{60}$$

Portanto:

$$\alpha_{rs_i} = \tan^{-1}\left(\frac{v sen\beta - d_{rs} \cdot r}{v\cos\beta - \frac{t_{rs}}{2} \cdot r}\right) - \delta_{rs} \tag{61}$$

Para a roda externa fica:

$$\alpha_{rs_o} = \varepsilon_{rs_o} - \delta_{rs\,o} \tag{62}$$

Onde:

$$\varepsilon_{rs_o} = \tan^{-1}\left(\frac{v_y - d_{rs} \cdot r}{v_x + \frac{t_{rs}}{2} \cdot r}\right) \tag{63}$$

Portanto:

$$\alpha_{rs_o} = \tan^{-1}\left(\frac{v sen\beta - d_{rs} \cdot r}{v\cos\beta + \frac{t_{rs}}{2} \cdot r}\right) - \delta_{rs} \tag{64}$$

Para o pneu de tração, tem-se:

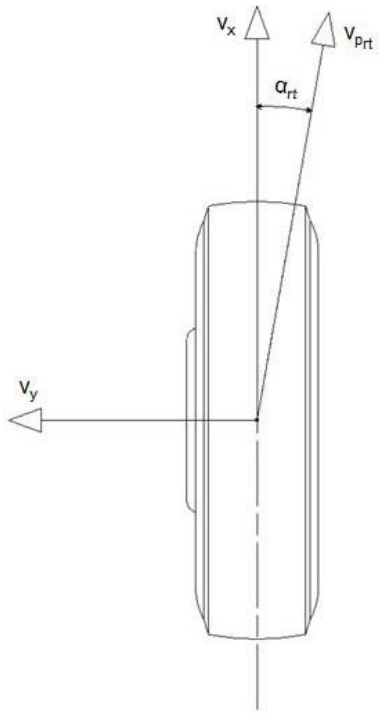


Figura 29 - Escorregamento lateral do pneu de tração

Como as rodas de tração não possuem esterçamento, o escorregamento lateral é obtido diretamente pelos vetores velocidade agindo nele. Portanto para a roda interna tem-se:

$$\alpha_{rt_i} = \tan^{-1}\left(\frac{v sen\beta - d_{rt} \cdot r}{v\cos\beta - \frac{t_{rt}}{2} \cdot r}\right) \tag{65}$$

E para a roda externa:

$$\alpha_{rt_o} = \tan^{-1}\left(\frac{v sen\beta - d_{rt} \cdot r}{v\cos\beta + \frac{t_{rt}}{2} \cdot r}\right) \tag{66}$$

5.3 Modelagem matemática do veículo com esterçamento negativo na rodas de apoio traseiras

O modelamento do veículo com esterçamento negativo será feito de maneira semelhante ao modelamento com esterçamento positivo. A diferença está justamente no esterçamento oposto das rodas do eixo de apoio traseiro, conforme ilustra a figura 30:

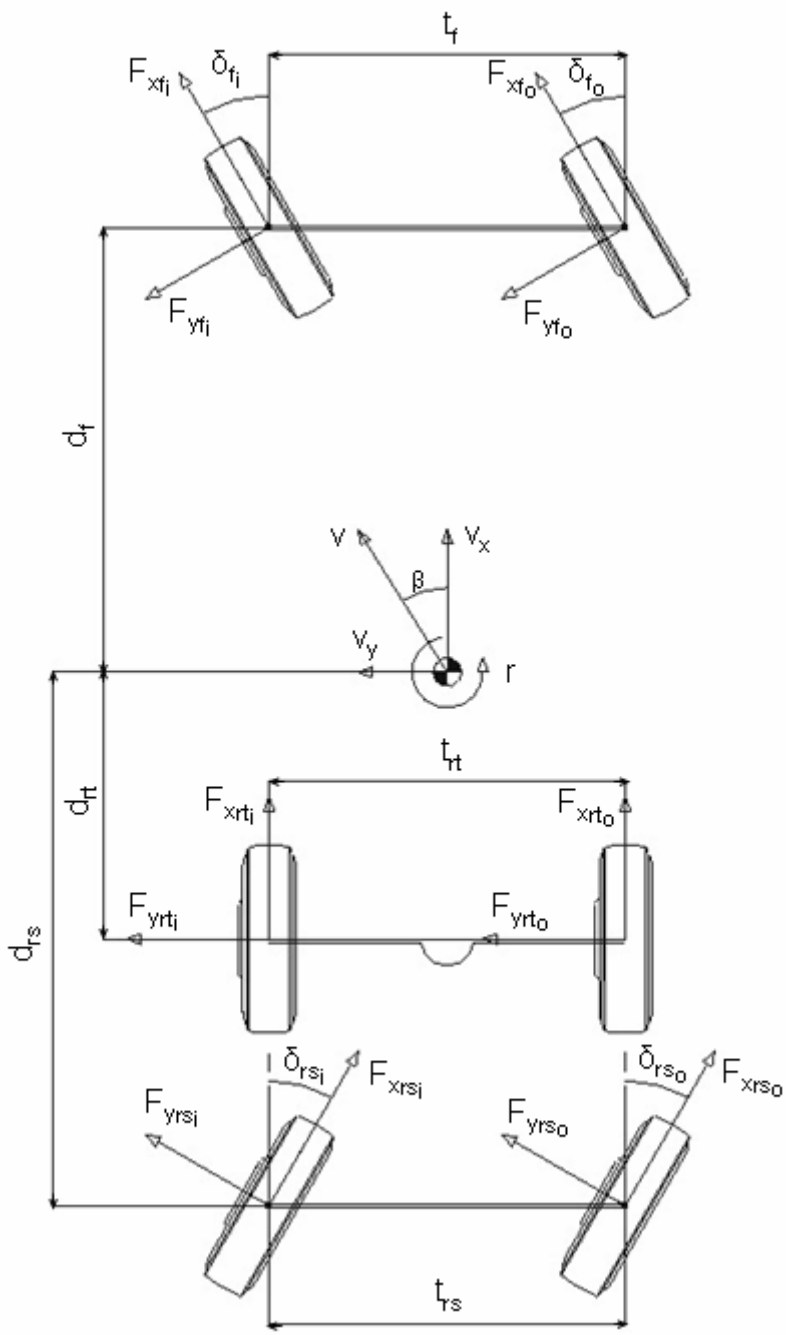


Figura 30 - Modelo plano de 6 rodas para esterçamento traseiro negativo

Baseado na mesma relação para os ângulos de esterçamento ($\delta_i \approx \delta_o \approx \delta$), as somatórias de forças e momento para o modelo proposto pela figura 30 ficam:

$$\sum F_x = F_{x_f} \cos\delta_f - F_{y_f} sen\delta_f + F_{x_{rt}} + F_{y_{rs}} sen\delta_{rs} + F_{x_{rs}} \cos\delta_{rs} \tag{67}$$

$$\sum F_y = F_{x_f} sen\delta_f + F_{y_f} \cos\delta_f + F_{y_{rt}} + F_{y_{rs}} \cos\delta_{rs} - F_{x_{rs}} sen\delta_{rs} \tag{68}$$

$$\begin{aligned}\sum M_z = &\left(F_{x_f} sen\delta_f\right)\cdot d_f + \left(F_{y_f} \cos\delta_f\right)\cdot d_f - \left(F_{y_{rt}} \cdot d_{rt}\right) + \left(F_{x_{rs}} sen\delta_{rs}\right)\cdot d_{rs} - \\ &\left(F_{y_{rs}} \cos\delta_{rs}\right)\cdot d_{rs} + \frac{t_f}{2}\cdot\left[\left(\left(F_{x_{f_o}} - F_{x_{f_i}}\right)\cos\delta_f\right) + \left(\left(F_{y_{f_i}} - F_{y_{f_o}}\right) sen\delta_f\right)\right] + \\ &\frac{t_{rt}}{2}\cdot\left(F_{x_{rt_o}} - F_{x_{rt_i}}\right) + \frac{t_{rs}}{2}\cdot\left[\left(\left(F_{x_{rs_o}} - F_{x_{rs_i}}\right)\cos\delta_{rs}\right) + \left(\left(F_{y_{rs_o}} - F_{y_{rs_i}}\right) sen\delta_{rs}\right)\right]\end{aligned} \tag{69}$$

Seguindo as mesmas considerações de velocidade constante, ausência de forças trativas e de frenagem , tem-se:

$$\sum F_x = m\cdot a_x = F_{x_f} \cos\delta_f - F_{y_f} sen\delta_f + F_{x_{rt}} + F_{y_{rs}} sen\delta_{rs} + F_{x_{rs}} \cos\delta_{rs} = 0 \tag{70}$$

$$\sum F_y = m\cdot a_y = F_{y_f} \cos\delta_f + F_{y_{rt}} + F_{y_{rs}} \cos\delta_{rs} \tag{71}$$

$$\begin{aligned}\sum M_z = I_z \cdot \dot{r} = &\left(F_{y_f} \cos\delta_f\right)\cdot d_f - \left(F_{y_{rt}} \cdot d_{rt}\right) - \left(F_{y_{rs}} \cos\delta_{rs}\right)\cdot d_{rs} \\ &\frac{t_f}{2}\cdot\left[\left(\left(F_{y_{f_i}} - F_{y_{f_o}}\right) sen\,\delta_f\right)\right] + \frac{t_{rs}}{2}\cdot\left[\left(\left(F_{y_{rs_o}} - F_{y_{rs_i}}\right) sen\,\delta_{rs}\right)\right]\end{aligned} \tag{72}$$

O equacionamento para obter a aceleração lateral a_y e a velocidade angular r se faz de maneira idêntica ao apresentado no modelamento anterior com esterçamento positivo. Dessa forma, tem-se:

$$a_y = \left(\left(v\cdot\cos\beta\right)\cdot\dot{\beta} + \left(v\cdot\cos\beta\right)\cdot r\right) = \frac{F_{y_f} \cos\delta_f + F_{y_{rt}} + F_{y_{rs}} \cos\delta_{rs}}{m} \tag{73}$$

$$r = \int \left(\frac{\left(F_{y_f} \cos\delta_f\right) \cdot d_f - F_{y_{rt}} \cdot d_{rt} - \left(F_{y_{rs}} \cos\delta_{rs}\right) \cdot d_{rs}}{I_z} \right) + \tag{74}$$

$$\int \left(\frac{\frac{t_f}{2} \cdot \left[\left(\left(F_{y_{f_i}} - F_{y_{f_o}}\right) sen\,\delta_f\right)\right] + \frac{t_{rs}}{2} \cdot \left[\left(\left(F_{y_{rs_o}} - F_{y_{rs_i}}\right) sen\,\delta_{rs}\right)\right]}{I_z} \right)$$

Os ângulos de escorregamento dos pneus dianteiros para o modelo com esterçamento traseiro negativo são expressos da mesma forma que o modelo com esterçamento positivo, como está representado na figura 27, onde:

$$\alpha_{f_i} = \tan^{-1}\left(\frac{v sen\beta + d_f \cdot r}{v\cos\beta - \frac{t_f}{2} \cdot r} \right) - \delta_f \tag{75}$$

E

$$\alpha_{f_o} = \tan^{-1}\left(\frac{v sen\beta + d_f \cdot r}{v\cos\beta + \frac{t_f}{2} \cdot r} \right) - \delta_f \tag{76}$$

Para o pneu de apoio traseiro com esterçamento negativo, os ângulos gerados estão representados na figura 31:

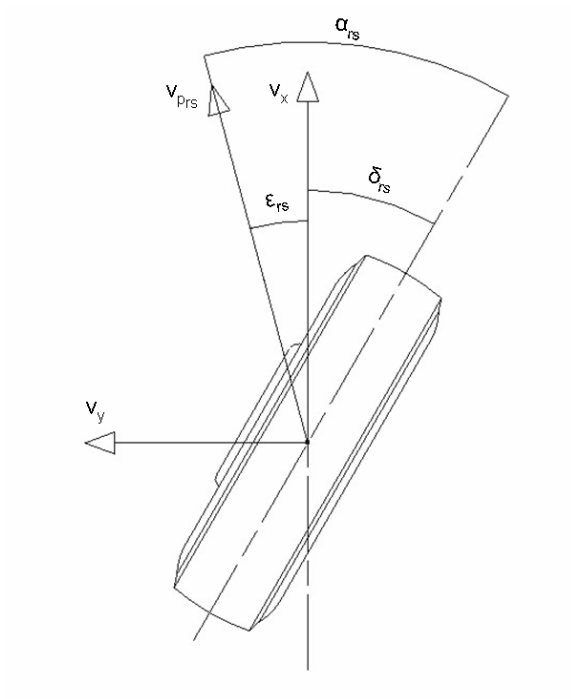


Figura 31 - Escorregamento lateral do pneu de apoio esterçante

Pela figura 31, é possível obter a seguinte relação para a roda interna:

$$\alpha_{rs\,i} = \varepsilon_{rs_i} + \delta_{rs_i} \tag{77}$$

Onde:

$$\varepsilon_{rs_i} = \tan^{-1}\left(\frac{v_y - d_{rs}\cdot r}{v_x - \frac{t_{rs}}{2}\cdot r}\right) \tag{78}$$

Portanto:

$$\alpha_{rs_i} = \tan^{-1}\left(\frac{v sen\beta - d_{rs}\cdot r}{v\cos\beta - \frac{t_{rs}}{2}\cdot r}\right) + \delta_{rs} \tag{79}$$

Para a roda externa fica:

$$\alpha_{rs_o} = \varepsilon_{rs_o} + \delta_{rs_o} \tag{80}$$

Onde:

$$\varepsilon_{rs_o} = \tan^{-1}\left(\frac{v_y - d_{rs}\cdot r}{v_x + \frac{t_{rs}}{2}\cdot r}\right) \tag{81}$$

Portanto:

$$\alpha_{rs_o} = \tan^{-1}\left(\frac{vsen\beta - d_{rs}\cdot r}{v\cos\beta + \frac{t_{rs}}{2}\cdot r}\right) + \delta_{rs} \tag{82}$$

O pneu de tração segue também sem alteração em relação ao modelo anterior, representado pela figura 29. Dessa forma, os ângulos se escorregamento das rodas interna e externa respectivamente ficam:

$$\alpha_{rt_i} = \tan^{-1}\left(\frac{vsen\beta - d_{rt}\cdot r}{v\cos\beta - \frac{t_{rt}}{2}\cdot r}\right) \tag{83}$$

$$\alpha_{rt_o} = \tan^{-1}\left(\frac{vsen\beta - d_{rt}\cdot r}{v\cos\beta + \frac{t_{rt}}{2}\cdot r}\right) \tag{84}$$

5.4 Modelagem matemática do veículo sem esterçamento nas rodas de apoio traseiras

A modelagem do veículo sem esterçamento nas rodas de apoio traseira é feita da mesma maneira como os veículos com esterçamento traseiro. Porém, conforme mostra a figura 32, a componente referente ao ângulo de esterçamento traseiro (δ_{rs}) não existe.

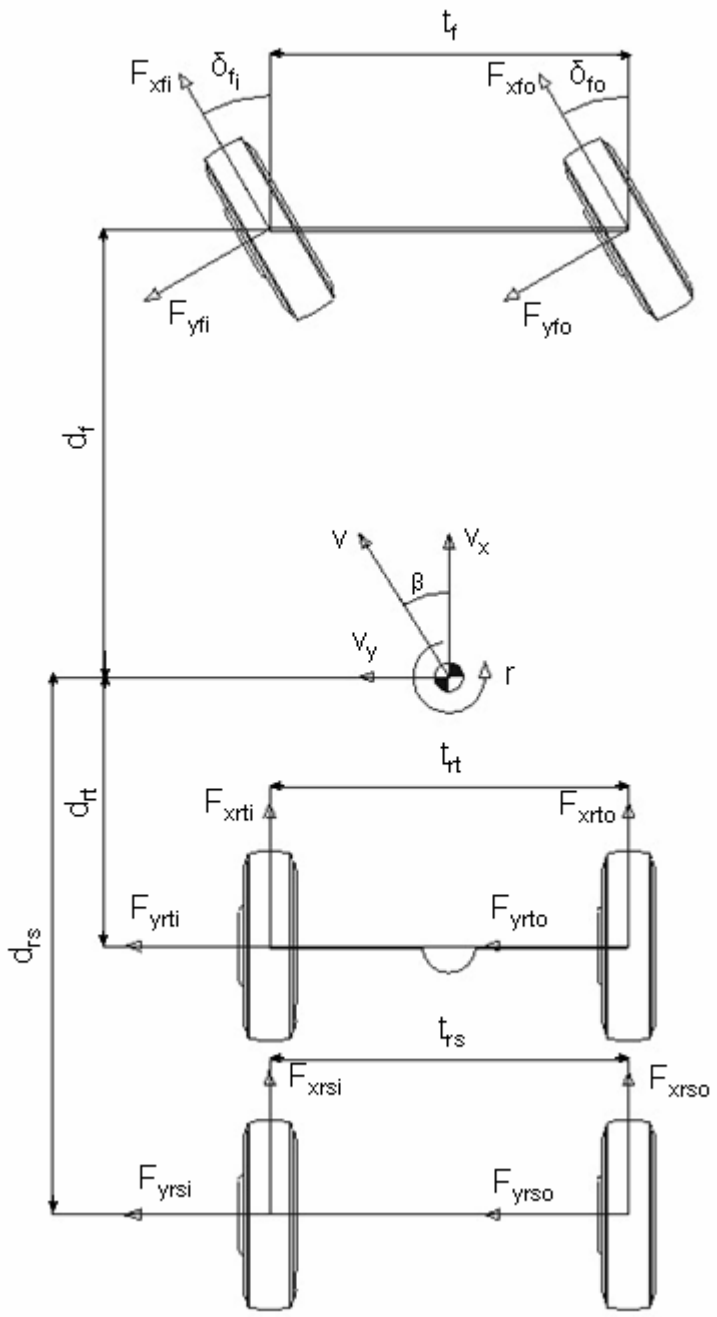


Figura 32 - Modelo plano de 6 rodas sem esterçamento traseiro

De acordo com a figura 32 as equações do movimento ficam:

$$\sum F_x = m \cdot a_x = F_{x_f} \cos\delta_f - F_{y_f} sen\,\delta_f + F_{x_{rt}} + F_{x_{rs}} = 0 \tag{85}$$

$$\sum F_y = m \cdot a_y = F_{y_f} \cos\delta_f + F_{y_{rt}} + F_{y_{rs}} \tag{86}$$

$$\sum M_z = I_z \cdot \dot{r} = \left(F_{y_f} \cos\delta_f\right) \cdot d_f - \left(F_{y_{rt}} \cdot d_{rt}\right) - \left(F_{y_{rs}} \cdot d_{rs}\right) + \frac{t_f}{2} \cdot \left[\left(\left(F_{y_{f_i}} - F_{y_{f_o}}\right) sen\,\delta_f\right)\right] \tag{87}$$

Para a aceleração lateral e velocidade angular tem-se respectivamente:

$$a_y = \left(\left(v \cdot \cos\beta\right) \cdot \dot{\beta} + \left(v \cdot \cos\beta\right) \cdot r\right) = \frac{F_{y_f} \cos\delta_f + F_{y_{rt}} + F_{y_{rs}}}{m} \tag{88}$$

$$r = \int \left(\frac{\left(F_{y_f} \cos\delta_f\right) \cdot d_f - \left(F_{y_{rt}} \cdot d_{rt}\right) - \left(F_{y_{rs}} \cdot d_{rs}\right) + \frac{t_f}{2} \cdot \left(\left(F_{y_{f_i}} - F_{y_{f_o}}\right) sen\,\delta_f\right)}{I_z} \right) \tag{89}$$

Em relação ao modelamento dos pneus, a única diferença em relação aos modelos com esterçamento nas rodas de apoio traseiras está no modelamento dos pneus de apoio justamente devido a não haver esterçamento. Dessa forma os ângulos de escorregamento dos pneus podem ser calculados por:

a) pneu dianteiro interno:

$$\alpha_{f_i} = \tan^{-1}\left(\frac{v sen\beta + d_f \cdot r}{v\cos\beta - \frac{t_f}{2} \cdot r} \right) - \delta_f \tag{90}$$

b) pneu dianteiro externo

$$\alpha_{f_o} = \tan^{-1}\left(\frac{v sen\beta + d_f \cdot r}{v\cos\beta + \frac{t_f}{2} \cdot r} \right) - \delta_f \tag{91}$$

c) pneu de apoio traseiro interno

$$\alpha_{rs_i} = \tan^{-1}\left(\frac{v sen\beta - d_{rs} \cdot r}{v\cos\beta - \frac{t_{rs}}{2} \cdot r}\right) \tag{92}$$

d) pneu de apoio traseiro interno

$$\alpha_{rs_o} = \tan^{-1}\left(\frac{v sen\beta - d_{rs} \cdot r}{v\cos\beta + \frac{t_{rs}}{2} \cdot r}\right) \tag{93}$$

e) pneu de tração interno

$$\alpha_{rt_i} = \tan^{-1}\left(\frac{v sen\beta - d_{rt} \cdot r}{v\cos\beta - \frac{t_{rt}}{2} \cdot r}\right) \tag{94}$$

f) pneu de tração externo

$$\alpha_{rt_o} = \tan^{-1}\left(\frac{v sen\beta - d_{rt} \cdot r}{v\cos\beta + \frac{t_{rt}}{2} \cdot r}\right) \tag{95}$$

5.5 Movimento de rolagem: transferência de carga vertical

Quando um veículo executa uma manobra em curva ocorre transferência de carga vertical das rodas internas para as rodas externas ao raio da curva devido ao centro de gravidade do veículo (CG) estar situado acima do plano do chão. A transferência de carga entre as rodas internas e externas influencia na força lateral gerada por cada pneu uma vez que o valor da força lateral depende, entre outros fatores, da carga vertical aplicada ao pneu.

O movimento do veículo que caracteriza essa transferência de carga vertical é conhecido como rolagem ou rolamento. O mecanismo do movimento de rolagem está ilustrado na figura 33, onde a suspensão é funcionalmente simplificada a duas molas eqüidistantes em relação ao centro do veículo cuja função é gerar um momento resistivo ao movimento de rolagem da carroceria do veículo que ocorre em torno de um ponto conhecido como *centro de rolamento* da suspensão.

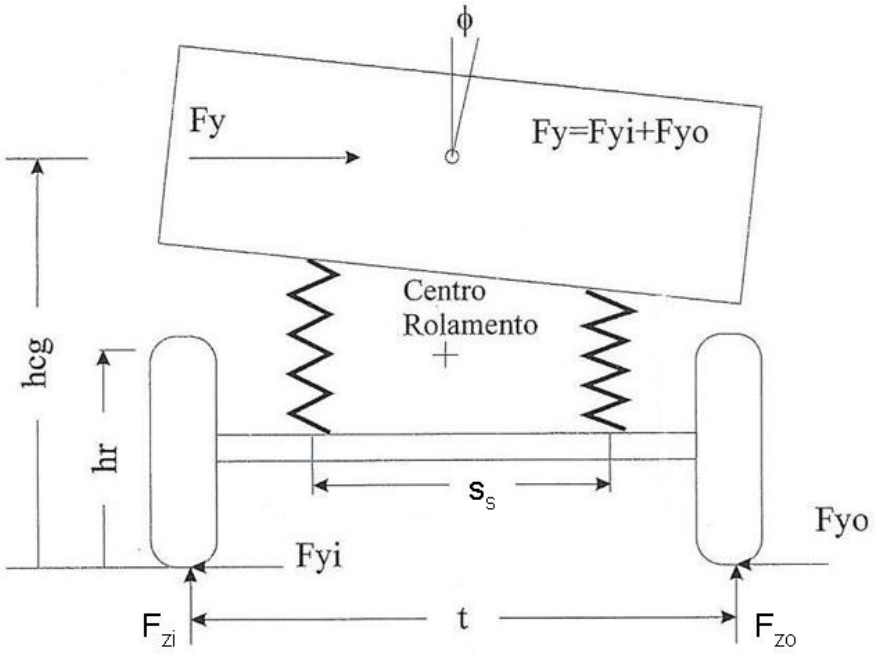


Figura 33- Movimento de rolagem

Fonte: Autor "adaptado de" Gillespie, 1992, p. 211

Na figura 33, F_{zi} e F_{zo} são as cargas aplicadas respectivamente à roda interna e externa ao raio da curva; F_{yi} e F_{yo} são as forças laterais geradas nas rodas interna e externa respectivamente; h_r é a altura do centro de rolamento da suspensão; t é a distancia entre as rodas (bitola); s_s é a distância entre os centros das molas da suspensão; $\varnothing$ é o ângulo de rolamento da carroceria do veículo.

A determinação do centro de rolamento de uma suspensão depende do tipo e da geometria da suspensão.

No caso do veículo objeto de estudo, a suspensão dianteira possui uma arquitetura classificada como quatro barras de reação e uma barra *Panhard*, conforme mostra a figura 34.

O centro de rolamento dessa suspensão pode ser encontrado da seguinte forma: determina-se o ponto “A” que é o encontro da linha de centro da barra *Panhard* com a linha de centro do chassi. Como as quatro barras de reação são paralelas, na vista lateral traça-se uma linha paralela à barras de reação inferiores passando pelo ponto “A”. O ponto onde esta linha cruza o centro do eixo é o centro de rolagem da suspensão dianteira (MILLIKEN; MILLIKEN, 1995).

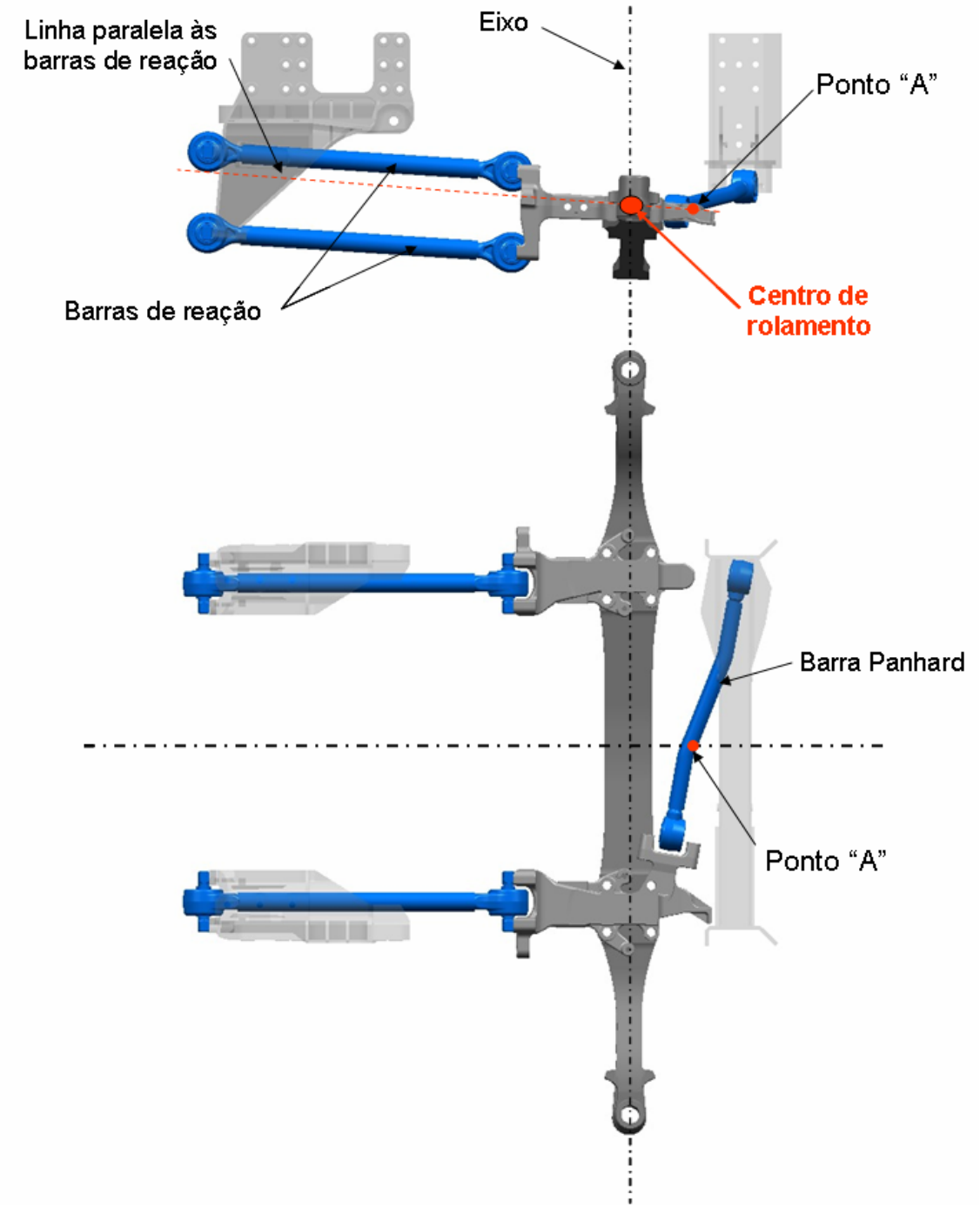


Figura 34- Centro de rolamento da suspensão dianteira

A suspensão traseira do eixo de tração também é formada por quatro barras de reação porém elas não são paralelas e não há a barra *Panhard*. Primeiro encontra-se o ponto "A" na intersecção do prolongamento da linha de centro das barras superiores com a linha de centro do chassi. Na vista lateral traça-se uma linha paralela às barras de reação inferiores passando por "A". A intersecção dessa linha com a linha de centro do eixo é o centro de rolamento da suspensão, conforme mostra a figura 35 (MILLIKEN; MILLIKEN, 1995).

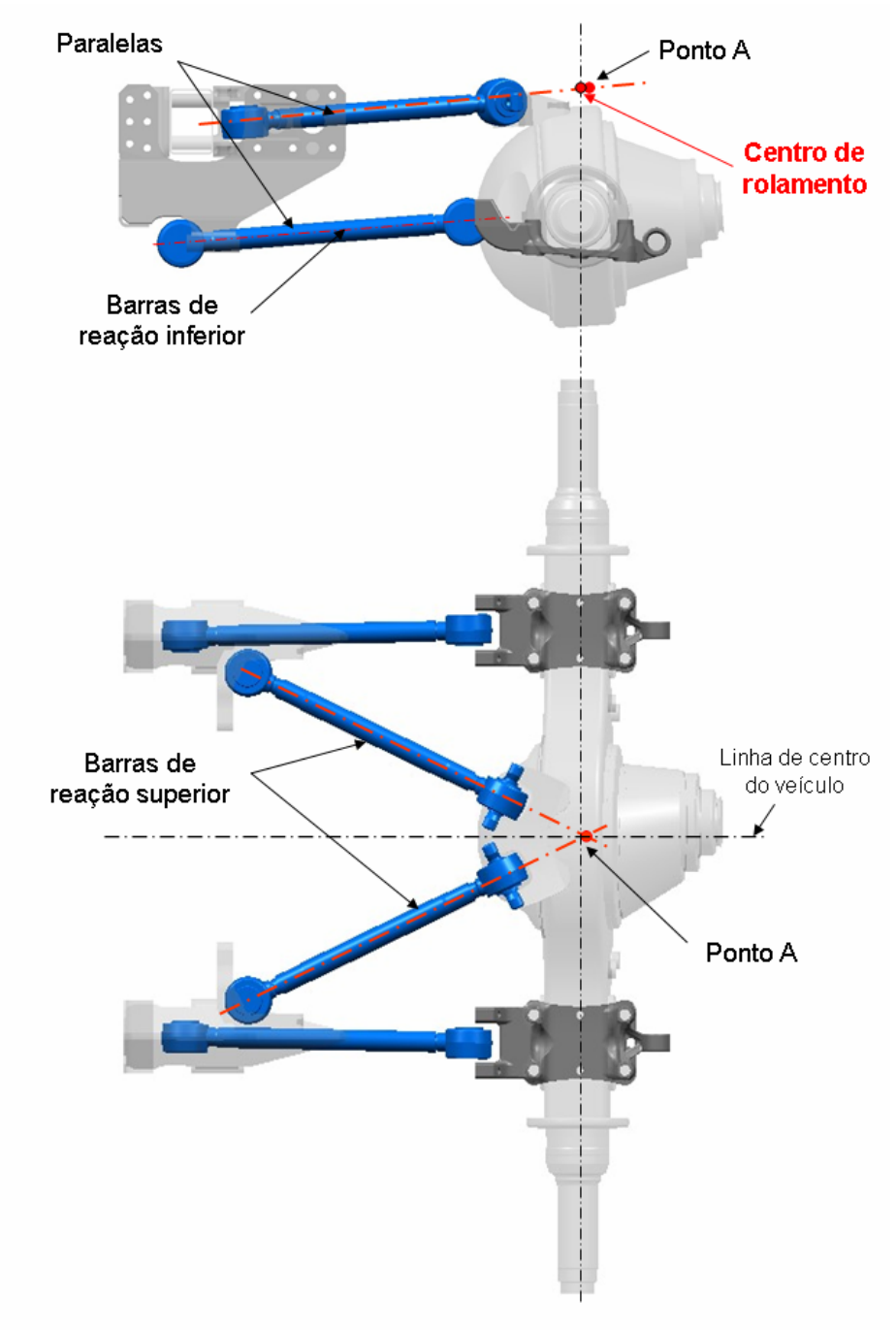


Figura 35- Centro de rolamento da suspensão traseira do eixo de tração

Para a suspensão do eixo de apoio o procedimento é semelhante à suspensão do eixo de tração, embora as barras de reação inferiores estejam dispostas de maneira diferente, conforme mostra a figura 36 (MILLIKEN; MILLIKEN, 1995).

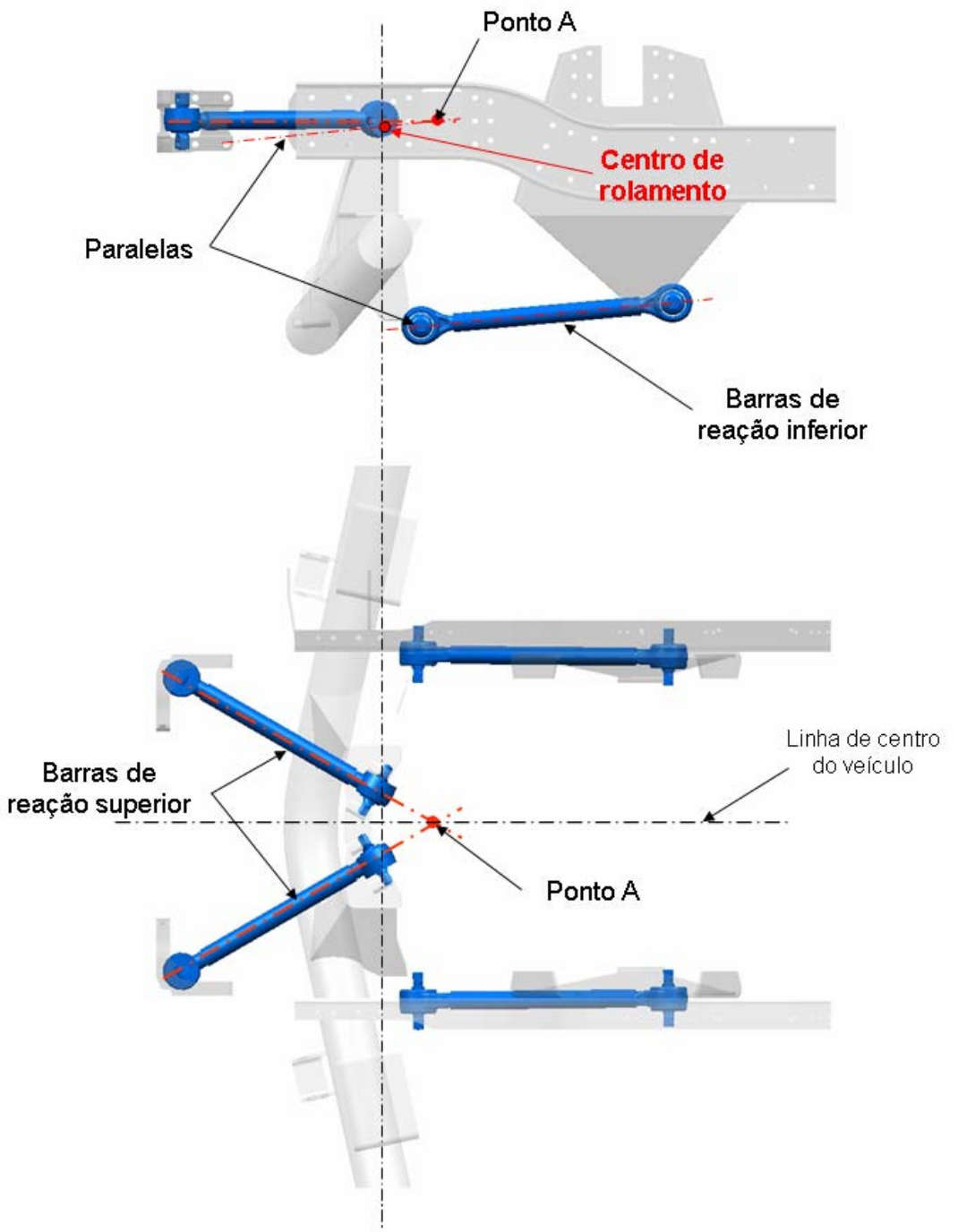


Figura 36- Centro de rolamento da suspensão traseira do eixo de apoio

Como já mencionado, o movimento de rolagem da carroceria agindo sobre as molas da suspensão impõe um momento sobre o eixo do veículo que é proporcional à rigidez de rolamento da suspensão ($K_{Ø}$). A fim de aumentar a rigidez de rolamento da suspensão é comum a utilização de um componente conhecido como barra estabilizadora ou barra de torção.

No modelamento do veículo objeto de estudo será considerada a utilização de barras estabilizadoras nas suspensões dos três eixos. Portanto, a rigidez de rolamento total para a suspensão dianteira, traseira do eixo de tração e traseira do eixo de apoio será dada pela somatória da rigidez de rolamento das molas pneumáticas e das barras estabilizadoras como segue (GILLESPIE, 1992):

$$K_{\phi_f} = K_{\phi_{Sf}} + K_{\phi bar_f} \tag{96}$$

$$K_{\phi_{rt}} = K_{\phi_{Srt}} + K_{\phi bar_{rt}} \tag{97}$$

$$K_{\phi_{rs}} = K_{\phi_{Srs}} + K_{\phi bar_{rs}} \tag{98}$$

Onde $K_{Øs}$ é a rigidez de rolamento das molas pneumáticas e $K_{Øbar}$ é a rigidez de rolamento das barras estabilizadoras.

O cálculo da rigidez de rolamento das molas pneumáticas será baseado na linearização em torno da altura normal de trabalho da suspensão e na hipótese que as molas possuam freqüência natural constante. Desta forma, teoricamente pode-se obter a rigidez de rolamento por:

$$K_{\phi_S} = \frac{K_s \cdot s_s^{\,2}}{2} \tag{99}$$

Ks é a rigidez vertical da mola pneumática dada por:

$$K_s = m_s \cdot (2 \cdot \pi \cdot f)^2 \tag{100}$$

Onde m_s é a massa suspensa por eixo e *f* é a freqüência natural da mola pneumática. No cálculo da rigidez de rolamento, deve-se considerar a massa suspensa aplicada a cada mola pneumática. Portanto, substituindo a equação (100) em (99) tem-se:

$$K_{\phi_S} = \frac{m_s}{2} \cdot \frac{s_s^{\ 2}}{2} \cdot (2 \cdot \pi \cdot f)^2 \tag{101}$$

$$K_{\phi_S} = m_s \cdot (s_s \cdot \pi \cdot f)^2 \tag{102}$$

Aplicando a forma geral descrita acima para a suspensão dianteira, traseira do eixo de tração e de apoio respectivamente tem-se:

$$K_{\phi_{S_f}} = m_{s_f} \cdot \left(s_{s_f} \cdot \pi \cdot f_f\right)^2 \tag{103}$$

$$K_{\phi_{S_{rt}}} = m_{s_{rt}} \cdot \left(s_{s_{rt}} \cdot \pi \cdot f_{rt}\right)^2 \tag{104}$$

$$K_{\phi_{S_{rs}}} = m_{s_{rs}} \cdot \left(s_{s_{rs}} \cdot \pi \cdot f_{rs}\right)^2 \tag{105}$$

Para a barra estabilizadora, com coeficiente de rigidez vertical K_{bar} e s_{bar} sendo a distância entre as extremidades onde estão acoplados os elementos de ligação com o eixo conforme ilustra a figura 37, o cálculo do coeficiente de rigidez de rolamento é dado por:

$$K_{\phi_{bar}} = \frac{M_{bar}}{\varphi} \tag{106}$$

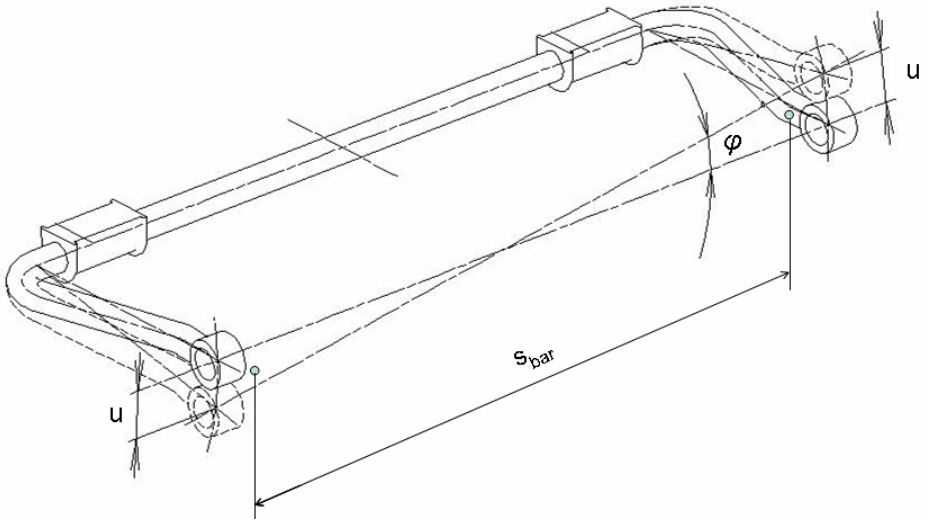


Figura 37 – Barra estabilizadora

M_{bar} é o momento aplicado à barra estabilizadora devido ao rolamento do veículo e φ é o ângulo de torção da barra estabilizadora e são expressos por:

$$M_{bar} = 2 \cdot \left(K_{bar} \cdot u \cdot \frac{s_{bar}}{2} \right) = K_{bar} \cdot u \cdot s_{bar} \tag{107}$$

$$\varphi = \arctan \frac{u}{\frac{s_{bar}}{2}} \xrightarrow{\text{para pequenos ângulos}} \varphi \approx \frac{2 \cdot u}{s_{bar}} \tag{108}$$

Conforme mostra a figura 37, u é o deslocamento vertical das extremidades da barra causado justamente pela sua torção.

Portanto a rigidez de rolamento da barra estabilizadora fica:

$$K_{\phi_{bar}} = \frac{M_{bar}}{\varphi} = \frac{K_{bar} \cdot u \cdot s_{bar}}{\frac{2 \cdot u}{s_{bar}}} = \frac{K_{bar} \cdot s_{bar}^2}{2} \tag{109}$$

Para as barras de estabilizadoras da suspensão dianteira, traseira de tração e de apoio tem-se respectivamente:

$$K_{\phi_{bar\,f}} = \frac{K_{bar_f} \cdot s_{bar_f}^2}{2} \tag{110}$$

$$K_{\phi_{bar\,rt}} = \frac{K_{bar_{rt}} \cdot s_{bar_{rt}}^2}{2} \tag{111}$$

$$K_{\phi_{bar\,rs}} = \frac{K_{bar_{rs}} \cdot s_{bar_{rs}}^2}{2} \tag{112}$$

Através do Teorema do Momento Angular (BEER; JOHNSTON, 1994), para a somatória de momento é possível determinar a relação entre a carga aplicada nas rodas, a força lateral e o ângulo de rolagem. O veículo como um todo deve ser considerado para obter a expressão do momento de rolagem sobre os eixos. Dessa forma é necessário definir o *eixo de rolamento* do veículo, que seria um eixo conectando o centro de rolamento da suspensão dianteira h_f com o centro de rolamento da suspensão traseira h_r (GILLESPIE, 1992). É em

torno desse eixo que o veículo como um todo rotaciona (ou rola) durante o movimento de rolagem.

No caso do veículo objeto de estudo equipado com três eixos, a determinação do eixo de rolagem é um pouco mais complexa do que um veículo de dois eixos, uma vez que se têm três centros de rolamento.

Uma possível abordagem seria encontrar um centro de rolamento equivalente para as duas suspensões dos eixos traseiros.

O desafio é encontrar a que distância em relação ao eixo de tração (ou ao de apoio), conhecida como distância entre eixos efetiva, encontra-se este centro de rolamento traseiro equivalente. Com base em simulações feitas pela indústria, aparentemente é uma combinação de parâmetros como a rigidez ao rolamento das molas e das barras estabilizadoras, rigidez das juntas e buchas das suspensões, rigidez lateral dos pneus e a quantidade de carga sobre cada eixo que levam à localização desse centro de rolamento equivalente (LAANEN, 2005). Alguns autores propõem formulações para se calcular essa posição, porém isso não será feito no presente trabalho, uma vez que foge do seu foco principal.

No presente trabalho será considerada uma relação de distribuição de carga entre os eixos traseiros para determinar essa posição, conforme segue abaixo:

$$d_{ef} = \left(\frac{m_{rs_t}}{m_{rt_t} + m_{rs_t}} \right) \cdot d_b \tag{113}$$

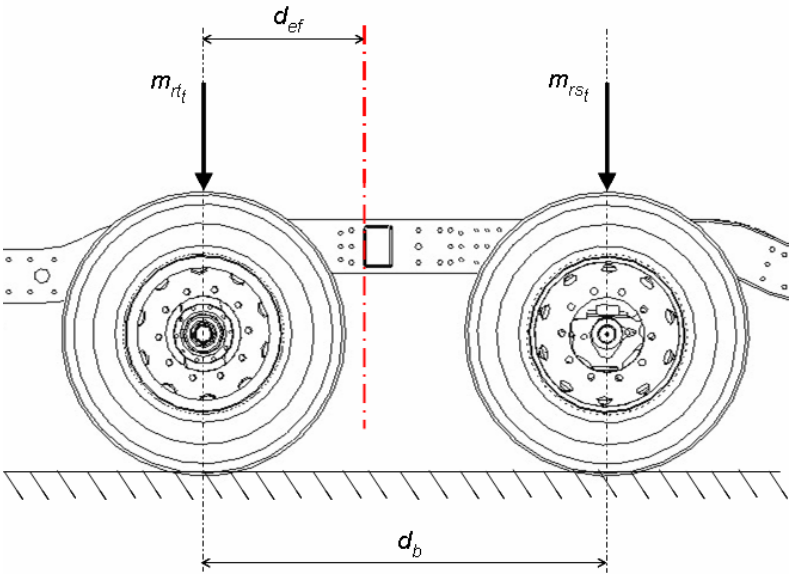


Figura 38 - Distância entre eixos efetiva

Onde d_{ef} é a distância efetiva entre os eixos traseiros em relação ao eixo de tração, m_{rst} e m_{rtt} são as capacidades de carga dos eixos traseiros de tração e de apoio respectivamente e d_b é distância entre os eixos de tração e de apoio, como descrito na figura 38.

Com a determinação da distância efetiva entre os eixos traseiros, parte-se para o encontro do centro de rolamento equivalente das suspensões traseiras. Une-se o centro de rolamento da suspensão do eixo de tração ao centro de rolamento da suspensão do eixo de apoio através de uma linha imaginária. O ponto nessa linha equivalente à distância efetiva entre eixos traseiros é o centro de rolamento traseiro equivalente, conforme mostra a figura 39.

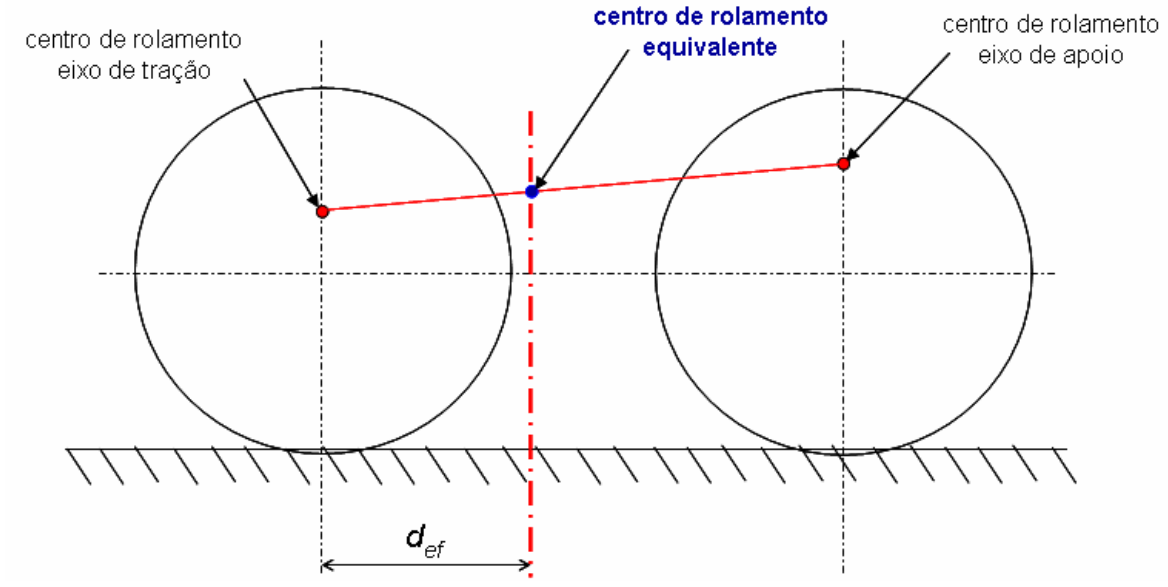


Figura 39 - Centro de rolamento traseiro equivalente

Finalmente, determina-se o eixo de rolamento do veículo através de um eixo que une o centro de rolamento da suspensão dianteira com o centro de rolamento equivalente das suspensões traseiras:

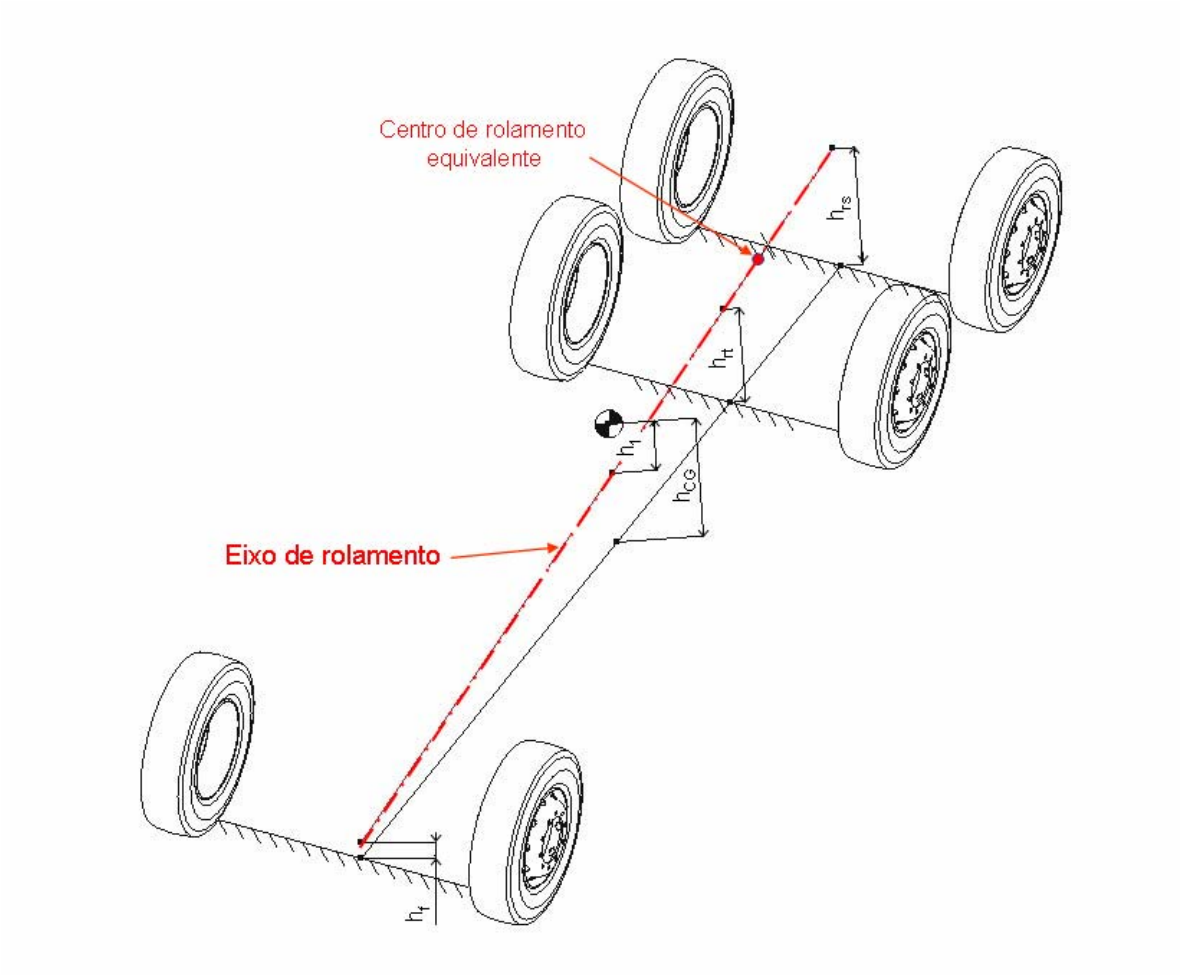


Figura 40 - Eixo de rolamento do veículo

Na figura, h_f é a altura do centro de rolamento da suspensão dianteira em relação ao solo, h_1 é a distância do eixo de rolamento ao centro de gravidade do veículo, h_{CG} é altura do centro de gravidade em relação ao solo, h_{rt} é a distância do eixo de rolamento ao solo medido na linha de centro do eixo traseiro de tração e h_{rs} é a distância do eixo de rolamento ao solo medido na linha de centro do eixo traseiro de apoio.

O cálculo do momento de rolamento propriamente dito ao redor do eixo de rolamento é dado pela expressão (114), considerando pequenos ângulos de rolamento (GILLESPIE, 1992):

$$M_{\phi} = W \cdot h_1 \cdot \left(\frac{a_y}{g} + \phi \right) \tag{114}$$

W é o peso total do veículo, a_y é a aceleração lateral e $\emptyset$ é o ângulo de rolamento.

Sabendo que :

$$M_{\phi} = M_{\phi_f} + M_{\phi_{rt}} + M_{\phi_{rs}} = \left(K_{\phi_f} + K_{\phi_{rt}} + K_{\phi_{rs}}\right) \cdot \phi \tag{115}$$

Igualando as equações (114) e (115), tem-se:

$$\phi = \frac{W \cdot h_1 \cdot \left(\frac{a_y}{g}\right)}{K_{\phi_f} + K_{\phi_{rt}} + K_{\phi_{rs}} - W \cdot h_1} \tag{116}$$

Combinando a equação de *Ø* (116) com a equação do momento (114) é possível obter as expressões do momento para o eixo dianteiro e os eixos traseiros separadamente e, assim, determinar diferença de carga vertical (ΔF_z) aplicada à roda interna e externa ao raio da curva que caracteriza a transferência de carga vertical:

$$M_{\phi_f} = K_{\phi_f} \left(\frac{W \cdot h_1 \cdot \left(\frac{a_y}{g}\right)}{K_{\phi_f} + K_{\phi_{rt}} + K_{\phi_{rs}} - W \cdot h_1} \right) + W_f \cdot h_f \cdot \frac{a_y}{g} = \Delta F_{z_f} \cdot t_f \tag{117}$$

$$M_{\phi_{rt}} = K_{\phi_r} \left(\frac{W \cdot h_1 \cdot \left(\frac{a_y}{g}\right)}{K_{\phi_f} + K_{\phi_{rt}} + K_{\phi_{rs}} - W \cdot h_1} \right) + W_{rt} \cdot h_{rt} \cdot \frac{a_y}{g} = \Delta F_{z_{rt}} \cdot t_{rt} \tag{118}$$

$$M_{\phi_{rs}} = K_{\phi_r} \left(\frac{W \cdot h_1 \cdot \left(\frac{a_y}{g}\right)}{K_{\phi_f} + K_{\phi_{rt}} + K_{\phi_{rs}} - W \cdot h_1} \right) + W_{rs} \cdot h_{rs} \cdot \frac{a_y}{g} = \Delta F_{z_{rs}} \cdot t_{rs} \tag{119}$$

Onde:

$$\Delta F_{z_f} = F_{z_{fo}} - \frac{W_f}{2} = -\left(F_{z_{fi}} - \frac{W_f}{2} \right) \tag{120}$$

$$\Delta F_{z_{rt}} = F_{z_{rt_o}} - \frac{W_{rt}}{2} = -\left(F_{z_{rt_i}} - \frac{W_{rt}}{2} \right) \tag{121}$$

$$\Delta F_{z_{rs}} = F_{z_{rs_o}} - \frac{W_{rs}}{2} = -\left(F_{z_{rs_i}} - \frac{W_{rs}}{2} \right) \tag{122}$$

W_f, W_{rt} e W_{rs} são os pesos aplicados nos eixos dianteiro, traseiro de tração e traseiro de apoio respectivamente; t_f, t_{rt} e t_{rs} são as bitolas dos eixos dianteiro, traseiro de tração e traseiro de apoio respectivamente.

5.6 Raio de giro

O raio de giro "*R*" pode ser definido como a distância entre o centro de curvatura da trajetória percorrida pelo veículo até um determinado ponto do veículo propriamente dito, conforme mostra a figura 41:

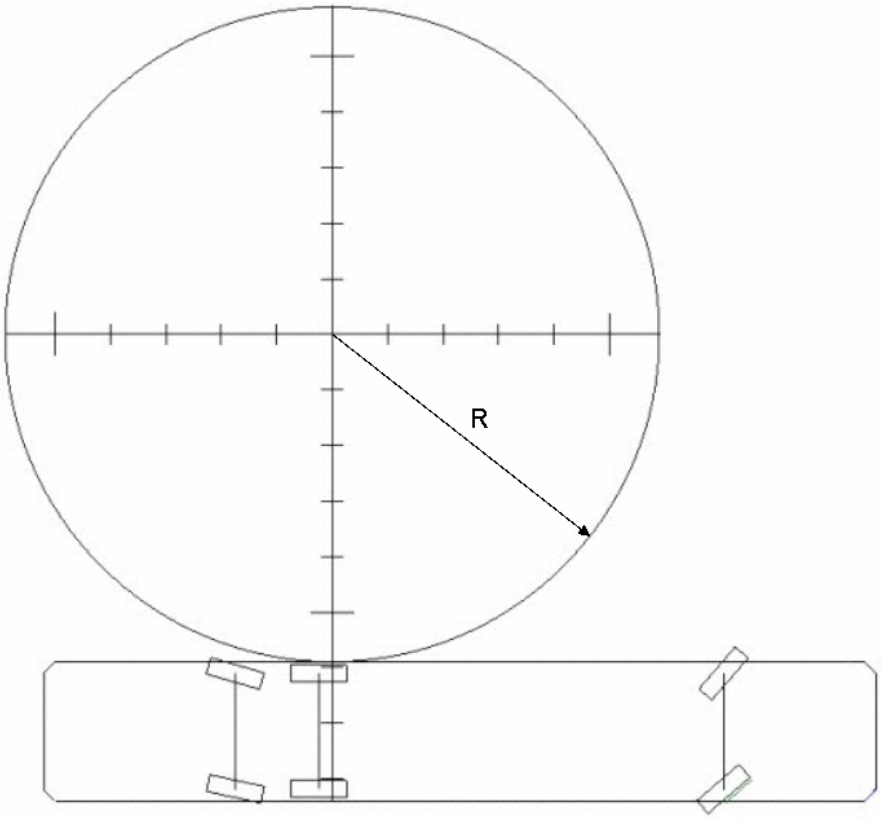


Figura 41 - Raio de giro

A fim de comparar o comportamento dos diferentes modos de esterçamento (positivo, negativo e sem esterçamento traseiro) em relação ao raio de giro, serão feitas três análises geométricas do mecanismo de esterçamento, baseando-se na Geometria de Ackerman, onde o veículo se move em baixa velocidade e, portanto, o ângulo de escorregamento dos pneus é praticamente nulo. Para esse cálculo serão considerados modelos planos simplificados ao modelo da bicicleta com o acréscimo de uma roda na parte traseira, equivalendo à roda do eixo de apoio. Os valores de raio de giro serão calculados em relação à posição do centro de gravidade do veículo no plano.

5.6.1 Cálculo do raio de giro para modelo com esterçamento positivo

De acordo com o modelo da bicicleta com esterçamento positivo da roda de apoio traseira, ilustrado na figura 42, o raio de giro teórico em relação ao CG pode ser calculado por:

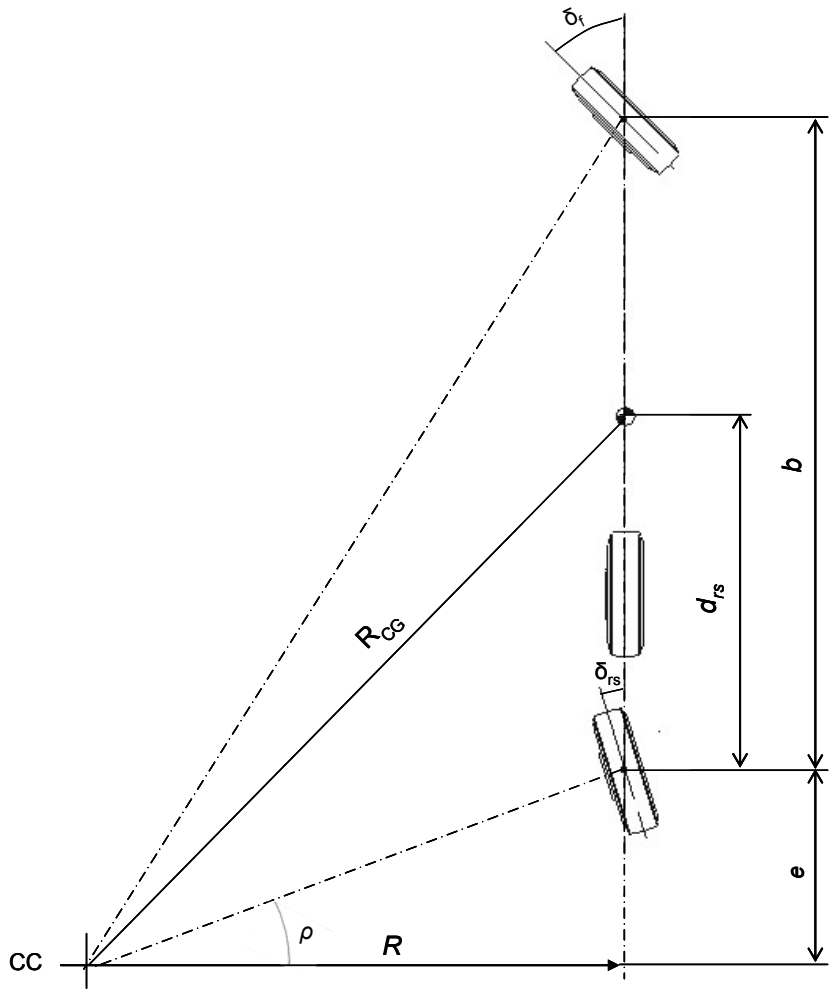


Figura 42 - Raio de giro para veículo com esterçamento positivo na roda do eixo de apoio traseiro

$$\tan \delta_f = \frac{b + e}{R} \tag{123}$$

$$\tan \delta_{rs} = \frac{e}{R} \longrightarrow e = \tan \delta_{rs} \cdot R \tag{124}$$

Substituindo em (123):

$$\tan \delta_f = \frac{b + \left(\tan \delta_{rs} \cdot R\right)}{R} \tag{125}$$

$$R = \frac{b}{\tan \delta_f - \tan \delta_{rs}} \tag{126}$$

Portanto, o raio de giro em relação ao centro de gravidade (CG) fica:

$$R_{CG} = \frac{R}{\cos \rho} \tag{127}$$

Onde:

$$\rho = \tan^{-1}\left(\frac{d_{rs} + e}{R}\right) \tag{128}$$

b é a distância do eixo dianteiro ao eixo de apoio traseiro, *e* é a distancia do eixo de apoio traseiro à projeção do centro de curvatura (*CC*) e *R* é a distância do centro de curvatura à linha de centro do veículo.

5.6.2 Cálculo do raio de giro para modelo com esterçamento negativo

Para o modelo da bicicleta com esterçamento negativo da roda de apoio traseira, o raio de giro teórico R_{CG} pode ser calculado por:

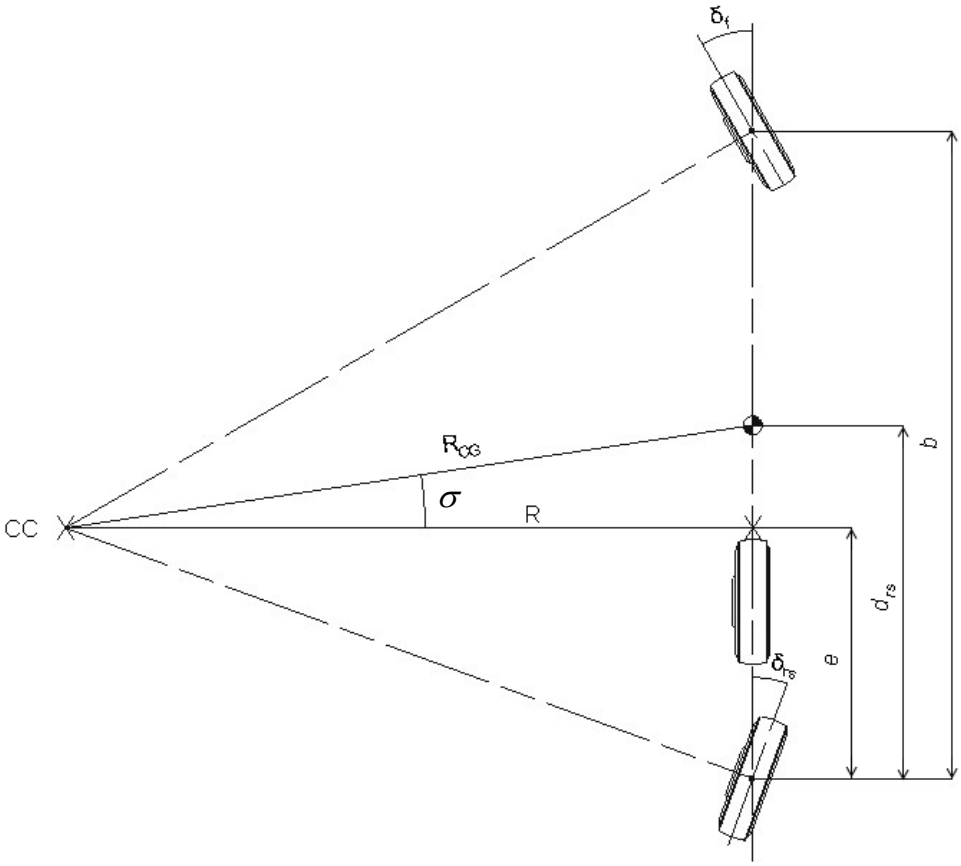


Figura 43 - Raio de giro para veículo com esterçamento negativo na roda do eixo de apoio traseiro

$$\tan \delta_f = \frac{b - e}{R} \tag{129}$$

$$\tan \delta_{rs} = \frac{e}{R} \quad \longrightarrow \quad e = \tan \delta_{rs} \cdot R \tag{130}$$

Substituindo em (129):

$$\tan \delta_f = \frac{b - \left(\tan \delta_{rs} \cdot R\right)}{R} \tag{131}$$

$$R = \frac{b}{\tan \delta_f + \tan \delta_{rs}} \tag{132}$$

De acordo com a figura 43, para o raio de giro em relação ao centro de gravidade tem-se:

$$R_{CG} = \frac{R}{\cos \sigma} \tag{133}$$

Onde:

$$\sigma = \tan^{-1}\left(\frac{d_{rs} - e}{R}\right) \tag{134}$$

5.6.3 Cálculo do raio de giro para modelo sem esterçamento traseiro

No caso do modelo sem o esterçamento na roda de apoio traseira, o raio de giro em relação ao centro de gravidade pode ser obtido através de uma análise trigonométrica representada pela figura 44:

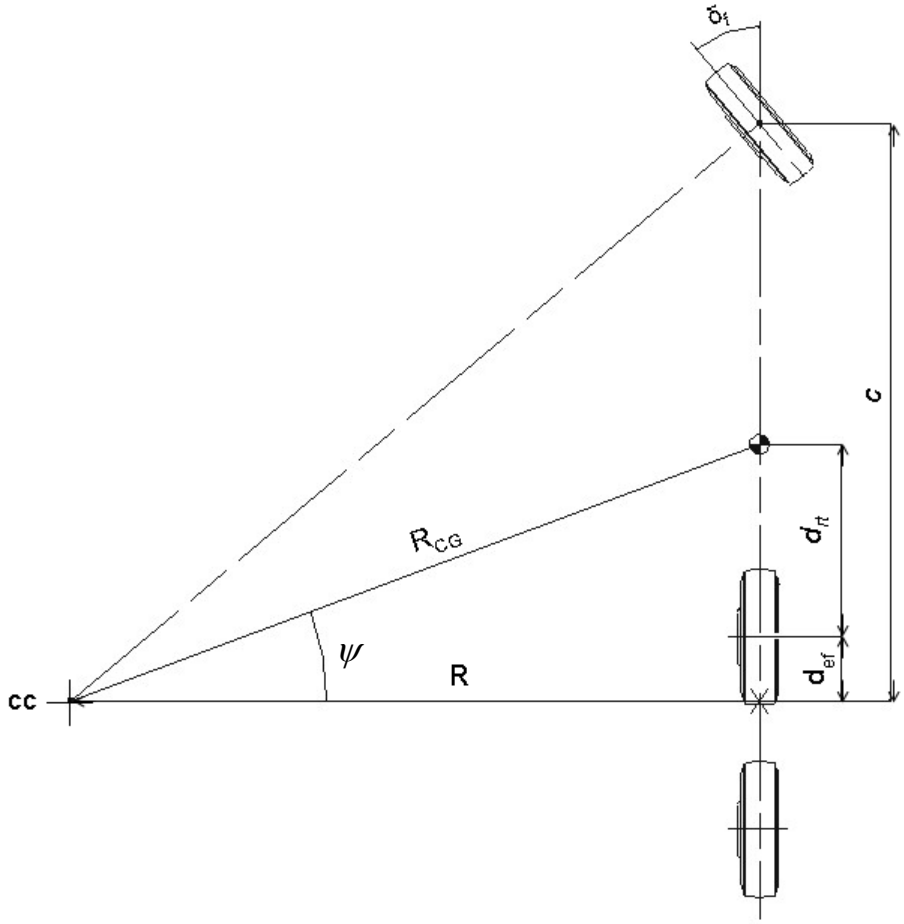


Figura 44 - Raio de giro para veículo sem esterçamento na roda do eixo de apoio traseiro

$$R = \frac{c}{\tan \delta_f} \tag{135}$$

Onde:

$$c = d_f + d_{rt} + d_{ef} \tag{136}$$

df e d_{rt} são as distâncias do eixo dianteiro e de tração ao CG respectivamente e d_{ef} é a distância efetiva em relação ao eixo de tração, conforme tratado no item 5.5.

Portanto:

$$R_{CG} = \frac{R}{\cos\psi} \tag{137}$$

Onde:

$$\psi = \tan^{-1}\left(\frac{d_{rt} + d_f}{R}\right) \tag{138}$$

6 SIMULAÇÕES E ANÁLISE DE RESULTADOS

Para analisar as características da dinâmica lateral dos veículos objetos de estudo, cuja característica principal é o esterçamento no eixo de apoio traseiro, bem como compará-lo a um veículo com características semelhantes, porém sem o esterçamento traseiro, serão feitas simulações de manobra em diferentes condições através do software MatLab/Simulink.

De maneira resumida, pode-se descrever o procedimento utilizado para modelar o veículo no Simulink através do fluxograma abaixo:

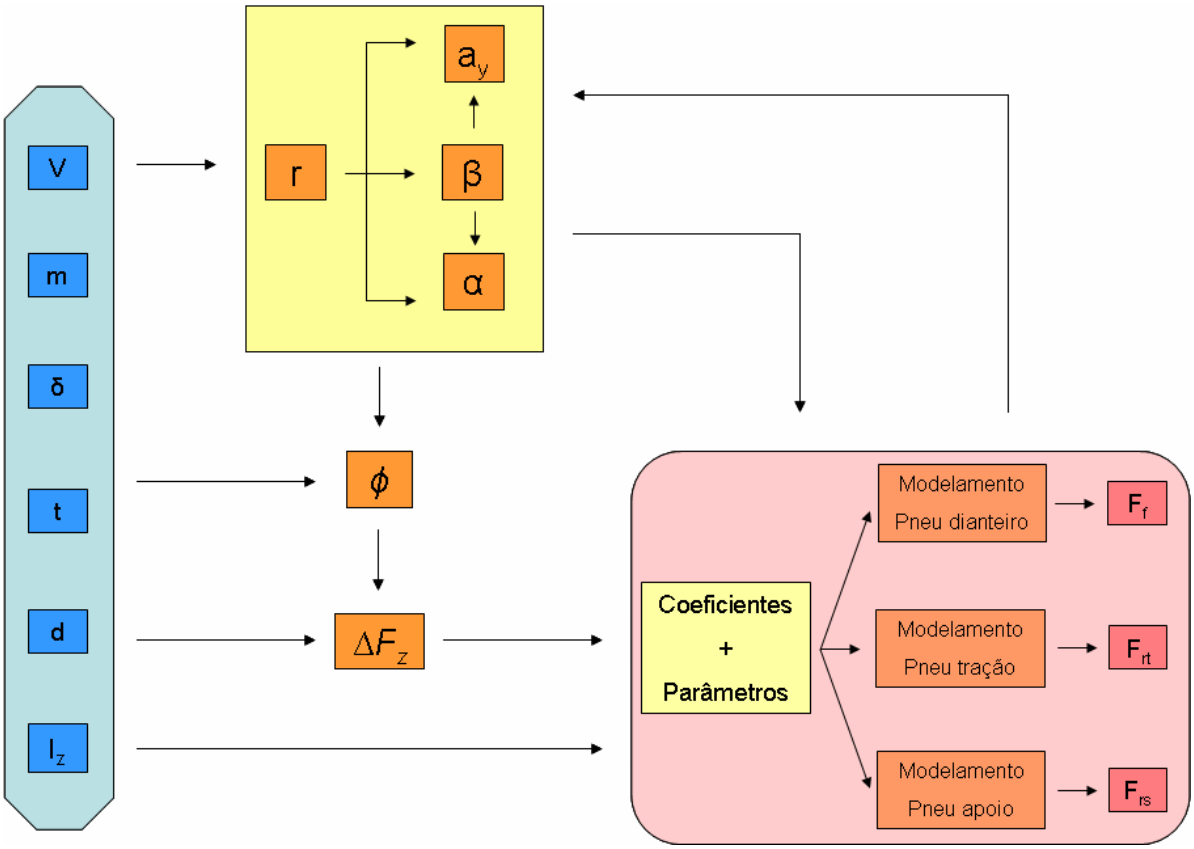


Figura 45 - Fluxograma para o modelamento do veículo

As variáveis representadas pela cor azul representam os dados de entrada, como velocidade (V), massa (m), ângulos de esterçamento das rodas (δ), bitolas dos eixos (t) distâncias entre os eixos e o centro de gravidade do veículo (d) e o momento de inércia (I_z).

Através de um sistema realimentado, inicia-se toda a formulação do modelo a fim de encontrar as variáveis de velocidade angular do veículo (r), aceleração lateral (a_y), ângulo de escorregamento lateral do veículo (β), ângulo de escorregamento lateral dos pneus (α), ângulo de rolamento do veículo e por conseqüência a transferência de carga lateral (ΔF_z) para

finalmente chegar ao modelamento dos pneus com as respostas de forças laterais geradas por eles (F_f, F_{rt} e F_{rs}). Vale ressaltar que praticamente todas as variáveis estão interligada entre si.

6.1 Modelagem através do Simulink

As modelagens dos três diferentes tipos de veículos a serem analisados foram feitas através do software Simulink, baseadas nas equações descritas no capítulo 5. Por se tratarem de modelos complexos, com grande número de variáveis, optou-se por estruturar o modelo do Simulink através de blocos, facilitando assim sua construção e visualização. Cada bloco constituí uma determinada parte do modelo que, interligados entre si, formam o modelo do veículo. A figura 46 ilustra justamente a forma geral do modelo utilizado neste trabalho, formado pelos blocos que estão numerados de 1 à 6.

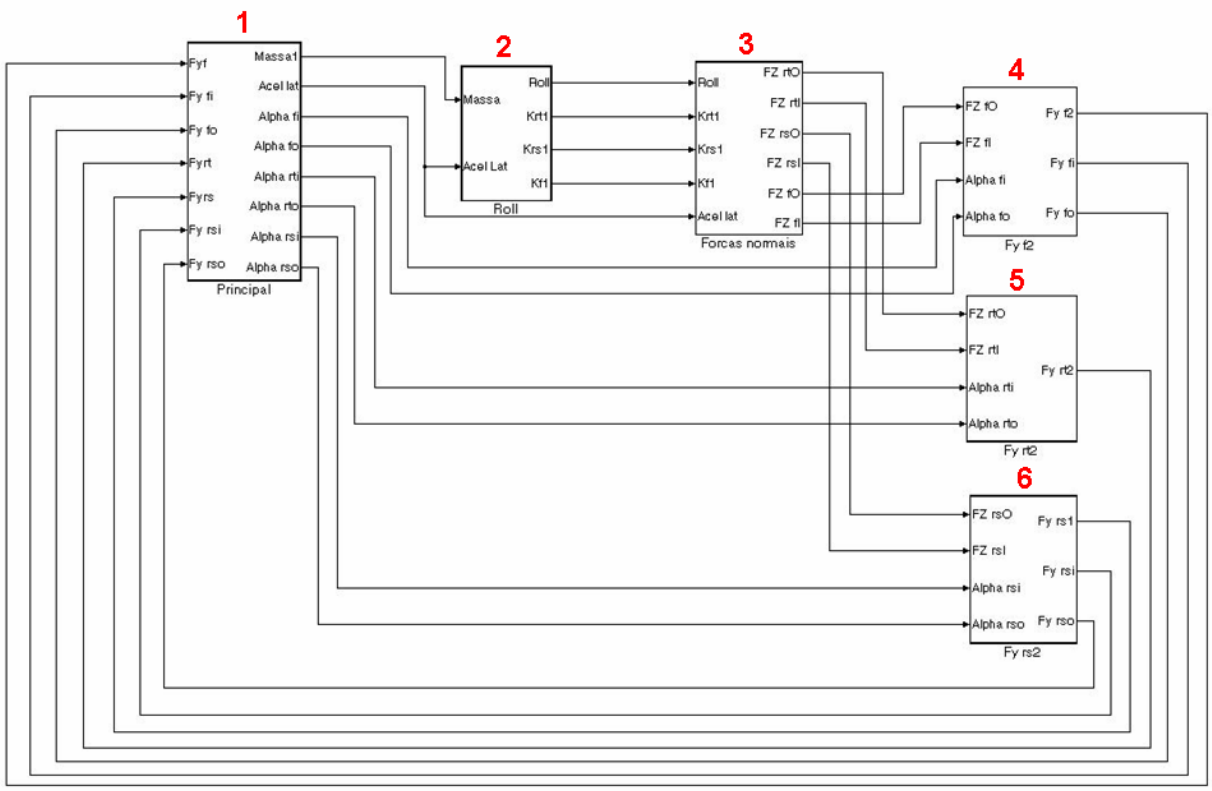


Figura 46 – Modelo do veículo através do Simulink

O bloco 1 é o principal onde estão as formulações para o cálculo da aceleração lateral, velocidade angular, ângulo de escorregamento do veículo, os ângulos de escorregamento dos pneus, dentre outras variáveis, conforme mostra a figura 47.

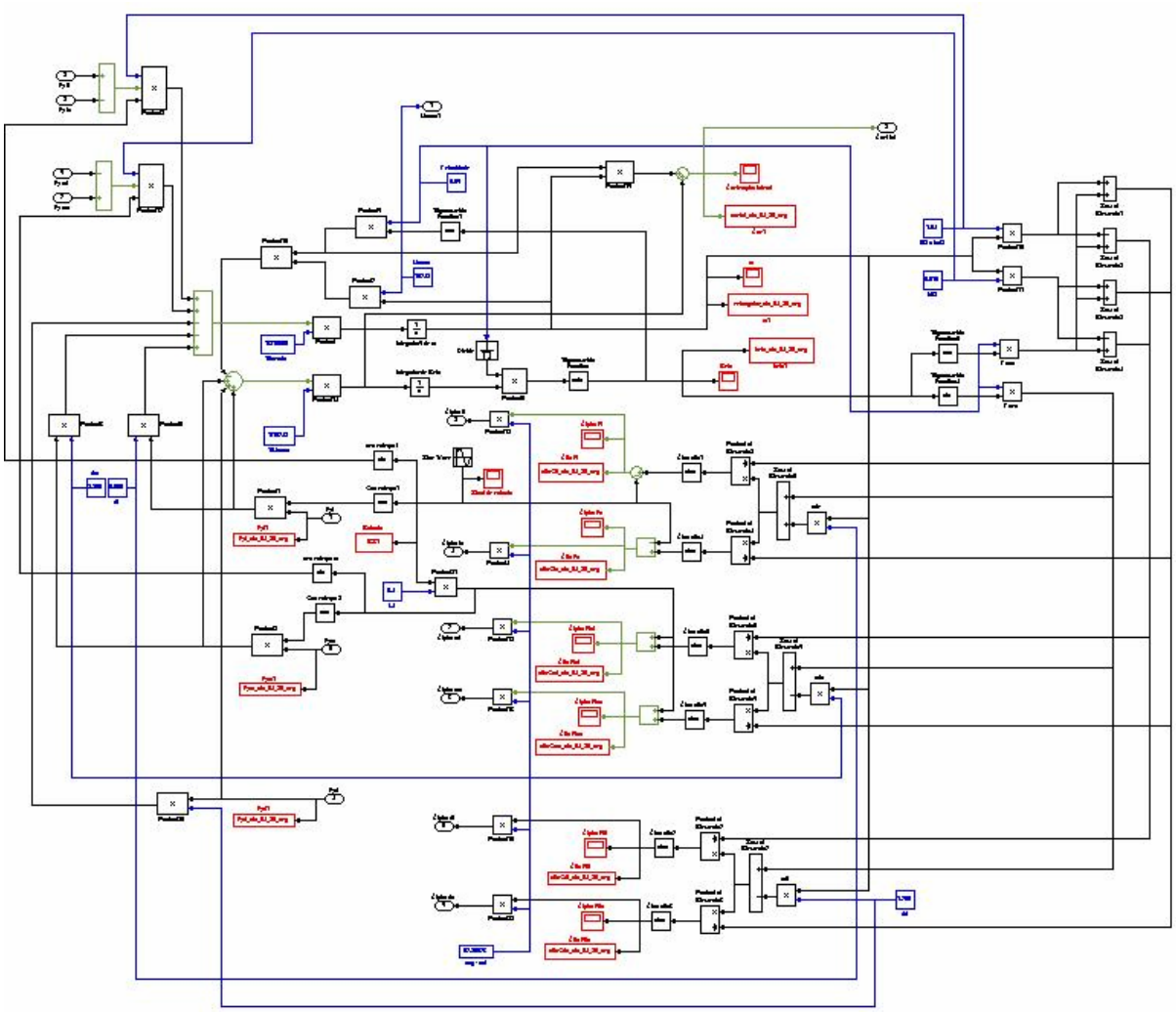


Figura 47- Modelamento do veículo: bloco 1

O bloco 2 é a parte do modelo referente à influência do movimento de rolamento do veículo. Neste bloco estão os cálculos para encontrar o ângulo de rolamento do veículo e a rigidez de rolamento de cada suspensão, conforme mostra a figura 48.

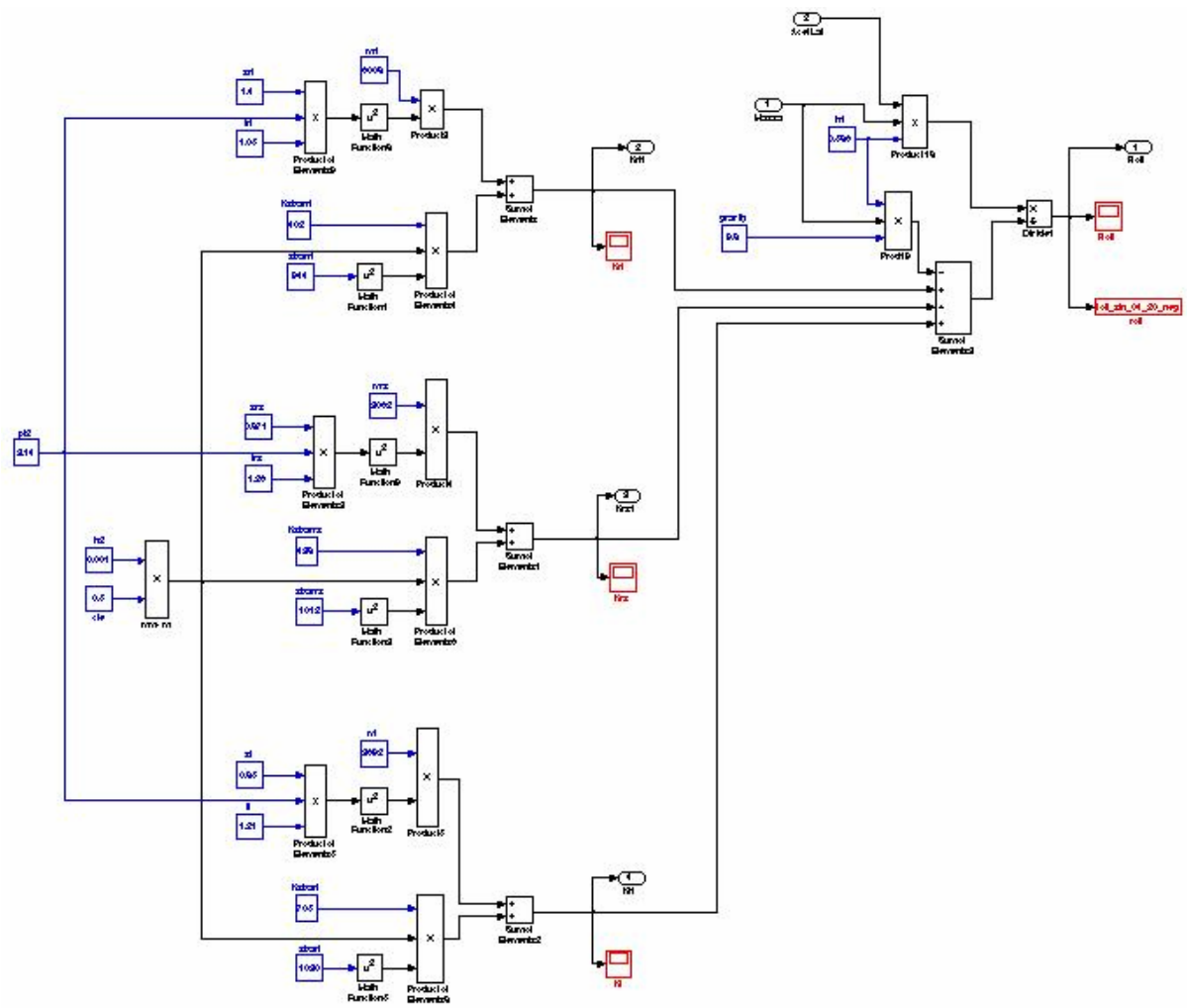


Figura 48- Modelamento do veículo: bloco 2

No bloco 3, encontram-se os cálculos para a transferência de carga vertical das rodas internas para as rodas externas ao raio da curva devido ao movimento de rolamento do veículo. O modelamento está ilustrado na figura 49.

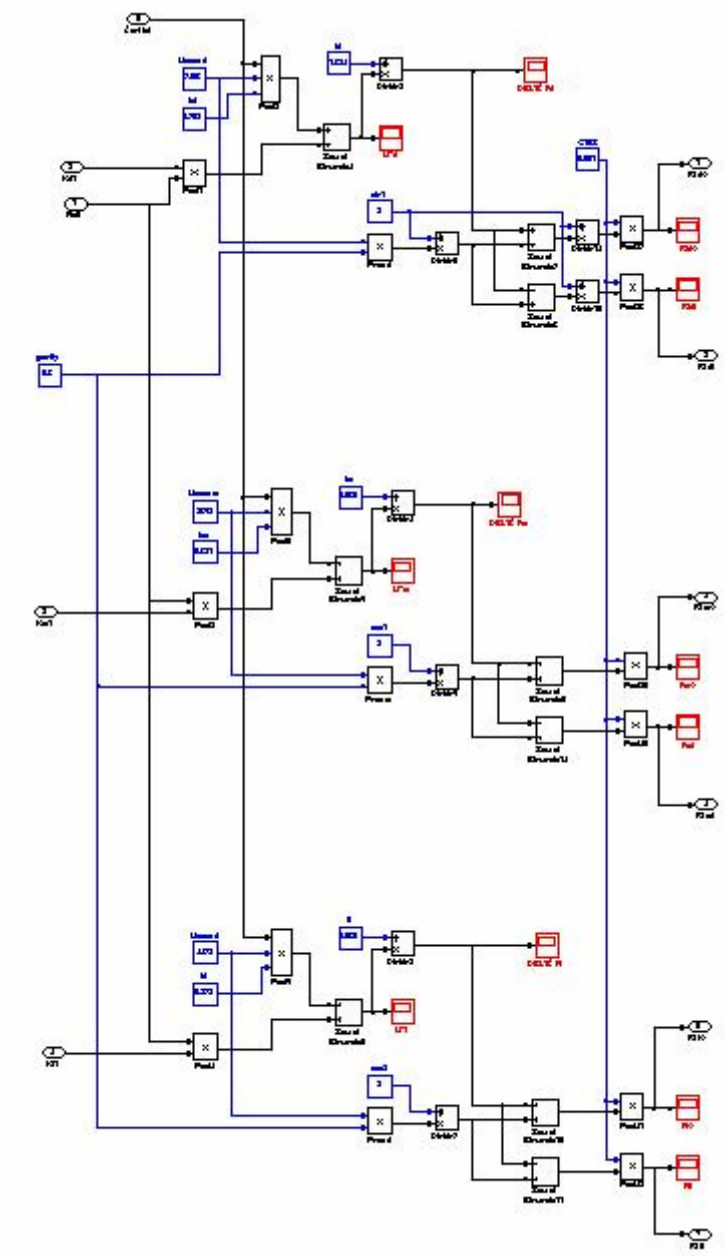


Figura 49- Modelamento do veículo: bloco 3

Os bloco 4, 5 e 6 referem-se ao modelamento dos pneus dianteiros, traseiros de tração e de apoio respectivamente, através do modelo *Magic Formula*, onde é possível obter os valores de forças laterais geradas em cada pneu do veículo.

As figuras 50, 51 e 52 mostram o modelamento feito no Simulink para os pneus dianteiros, traseiros de tração e de apoio respectivamente.

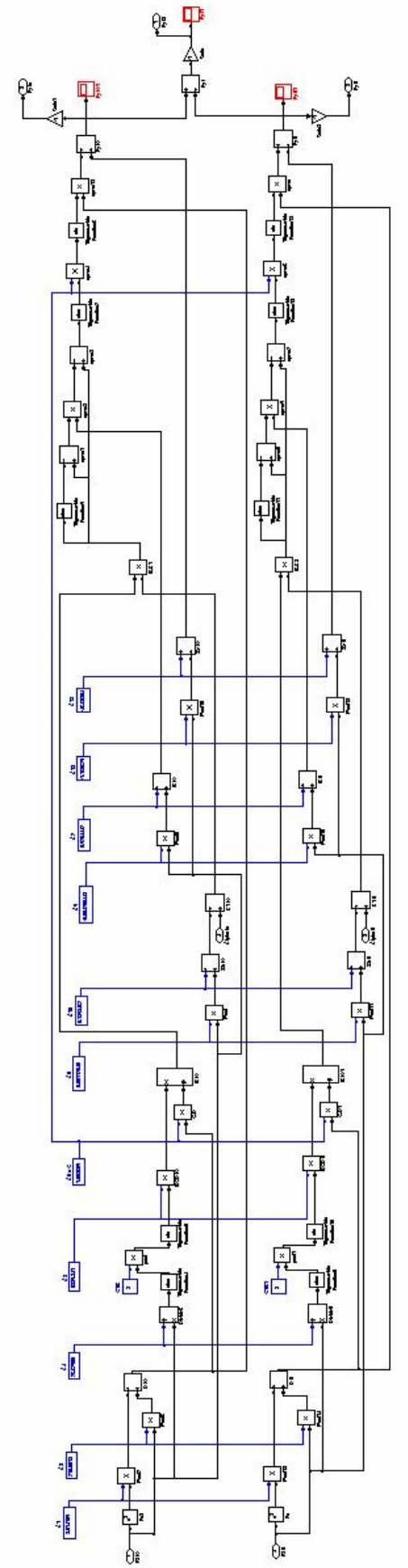


Figura 50- Modelamento do veículo: bloco 4

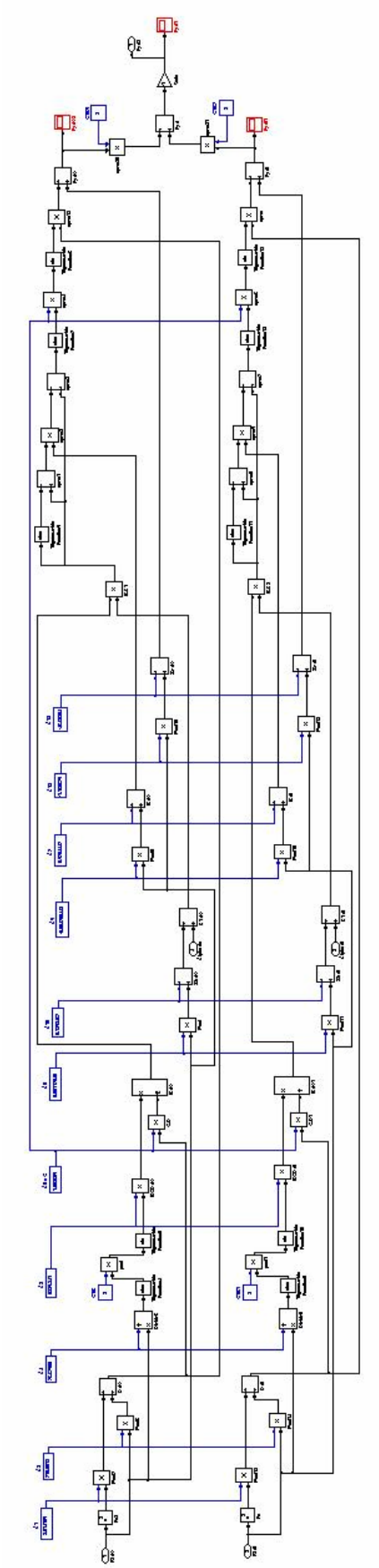


Figura 51- Modelamento do veículo: bloco 5

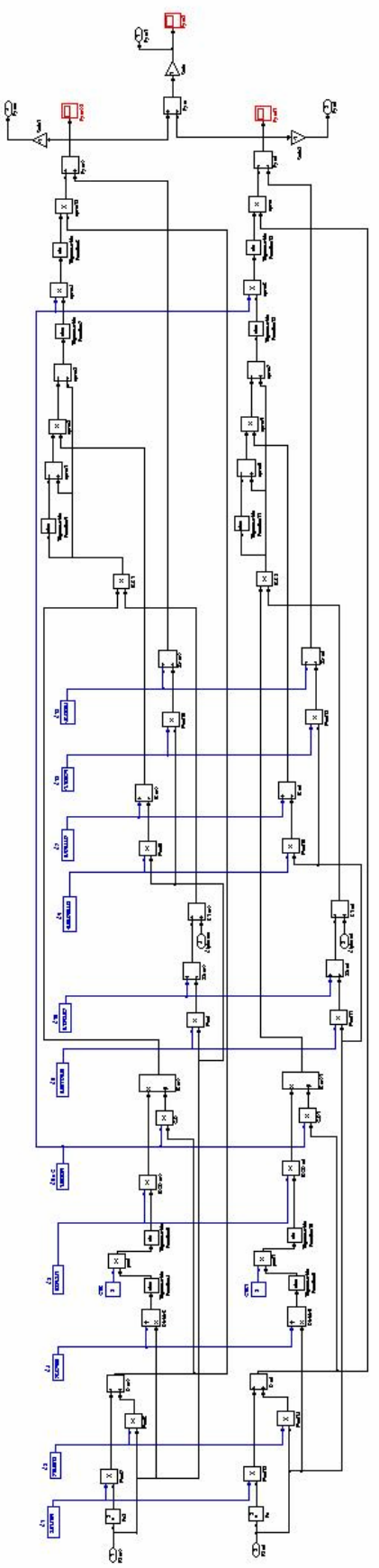


Figura 52- Modelamento do veículo: bloco 6

6.2 Gráficos

Os gráficos a seguir representam os resultados obtidos pelas simulações realizadas no Simulink, comparando os modelos com esterçamento positivo, negativo e sem esterçamento no eixo de apoio traseiro. Utilizou-se os seguintes parâmetros de simulação no Simulink: Integrador (Solver) - ode3 (Bogacki-Shampine); Tipo de integrador (Solver Type) - Degrau-fixo (Fixed-step); Tamanho do Degrau-fixo (Fixed-step size) - 0.011.

Nas simulações foram consideradas como entrada o ângulo de esterçamento das rodas dianteiras que, por conseqüência, determina o esterçamento das rodas de apoio traseiras para os modelos com essa característica. Dois diferentes modos de entradas foram simulados: entrada senoidal e entrada degrau. Como o objeto de estudo é um ônibus urbano, as simulações foram feitas para as velocidades de 20km/h, 40km/h e 60km/h.

Com a entrada definida quanto ao esterçamento das rodas assim como as características físicas do veículo, é possível obter as respostas para os ângulos de escorregamento lateral dos pneus dianteiros, traseiros de tração e apoio, ângulo de escorregamento lateral do veículo, velocidade angular, aceleração lateral e ângulo de rolamento para cada modelo.

Para essa comparação, vale lembrar que os três modelos possuem as mesmas características dimensionais, que estão descritas no Apêndice. O ângulo de esterçamento dianteiro utilizado nas análises é de 6° (~ 0,105 radianos). Para os modelos com esterçamento traseiro, as rodas de apoio traseiras esterçam a um ângulo correspondente a 40% do ângulo de esterçamento das rodas dianteiras. Isso significa que o esterçamento das rodas de apoio traseiras do modelo com esterçamento positivo é de 2,4° (~ 0,042 radianos) no mesmo sentido de esterço das rodas dianteiras e para o modelo com esterçamento negativo as rodas de apoio traseiras esterçam 2,4° (~ 0,042 radianos) na direção oposta ao esterço das rodas dianteiras.

6.2.1 Entrada senoidal

A entrada senoidal para o esterçamento da roda dianteira significa dizer que o ângulo com o qual a roda dianteira é esterçada será dado por uma função senoidal com amplitude máxima de 6° (~ 0,105 radianos) em função do tempo, como mostra a figura 53. Esses dados baseiam-se em testes práticos utilizados na indústria.

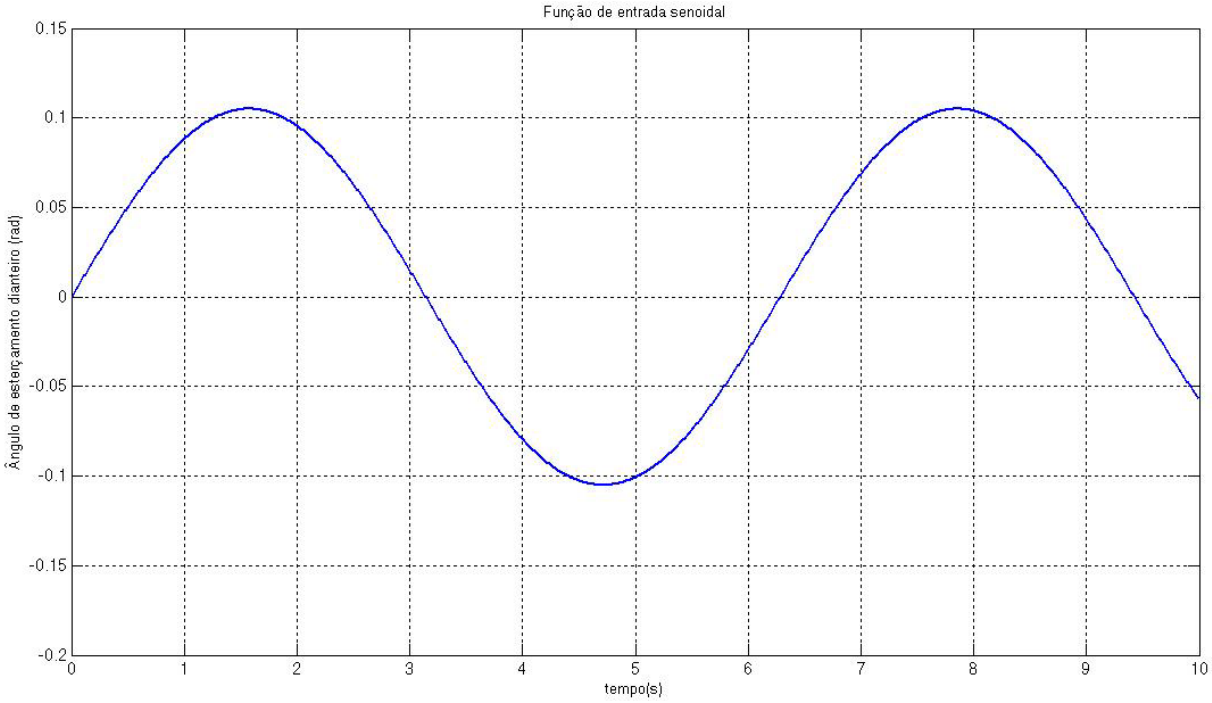


Figura 53- Gráfico da função de entrada senoidal

6.2.1.1 Resultados para entrada senoidal à 20km/h

Para a entrada senoidal descrita acima, obteve-se os seguintes resultados à 20km/h:

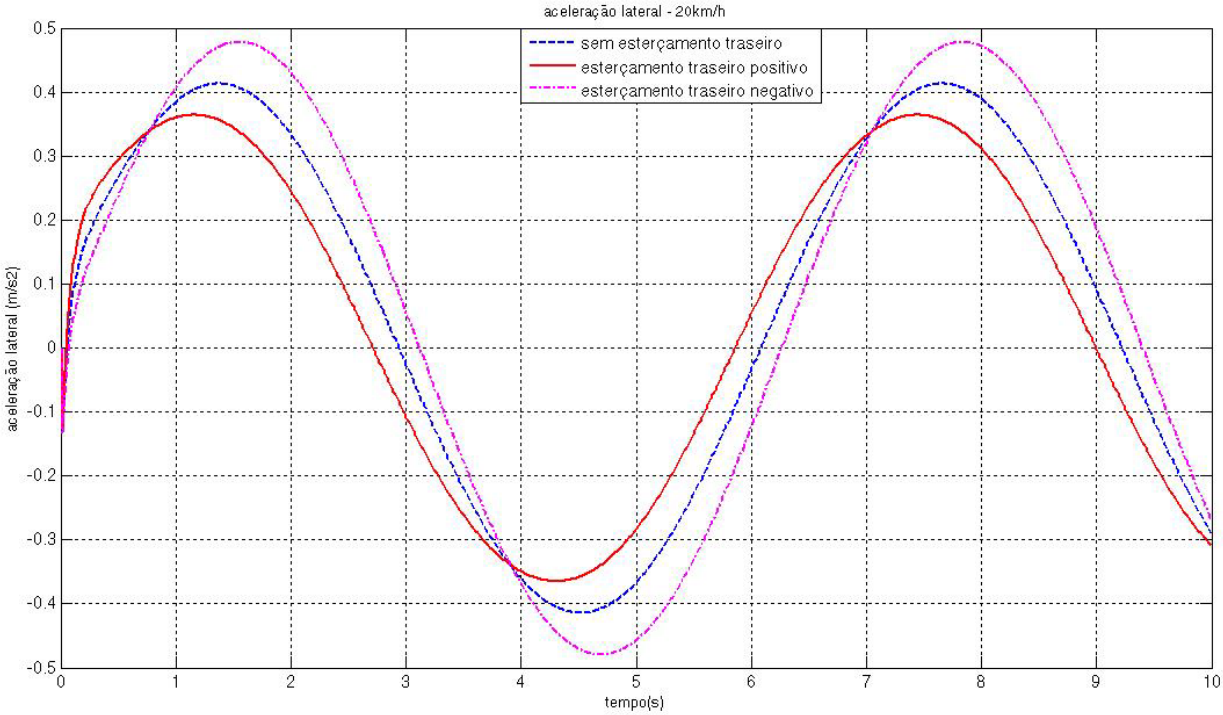


Figura 54 – Aceleração lateral – 20km/h

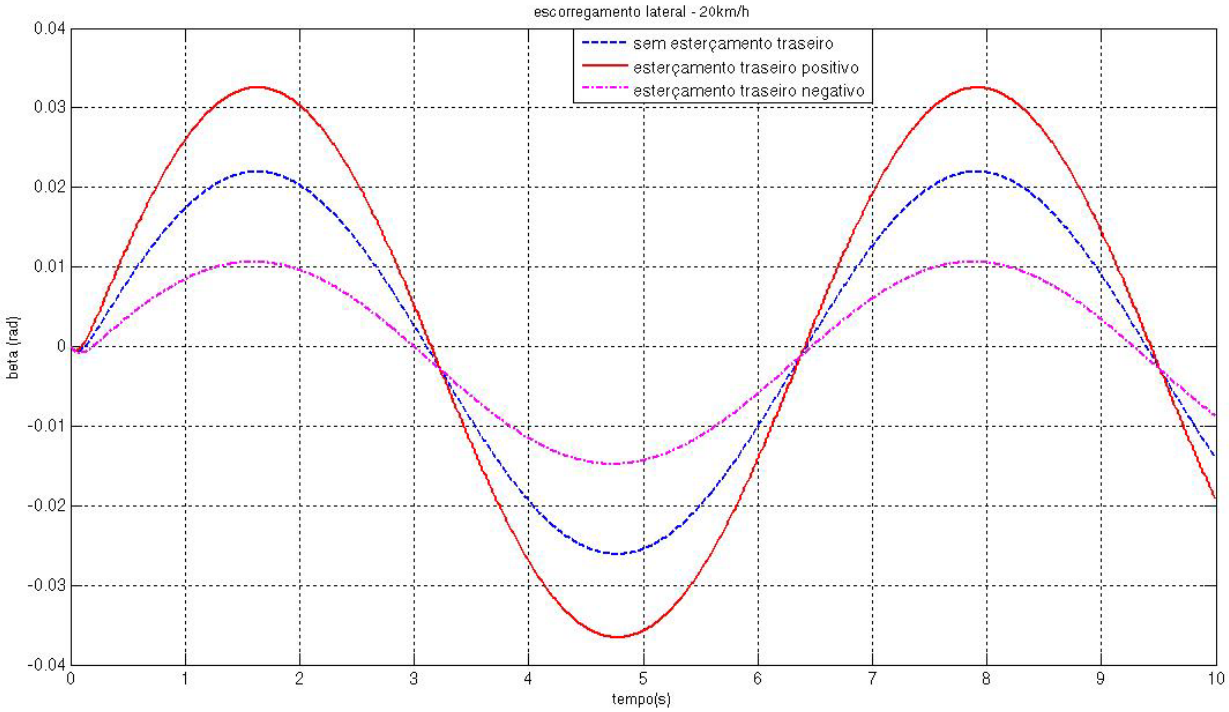


Figura 55 - Ângulo de escorregamento lateral do veículo – 20km/h

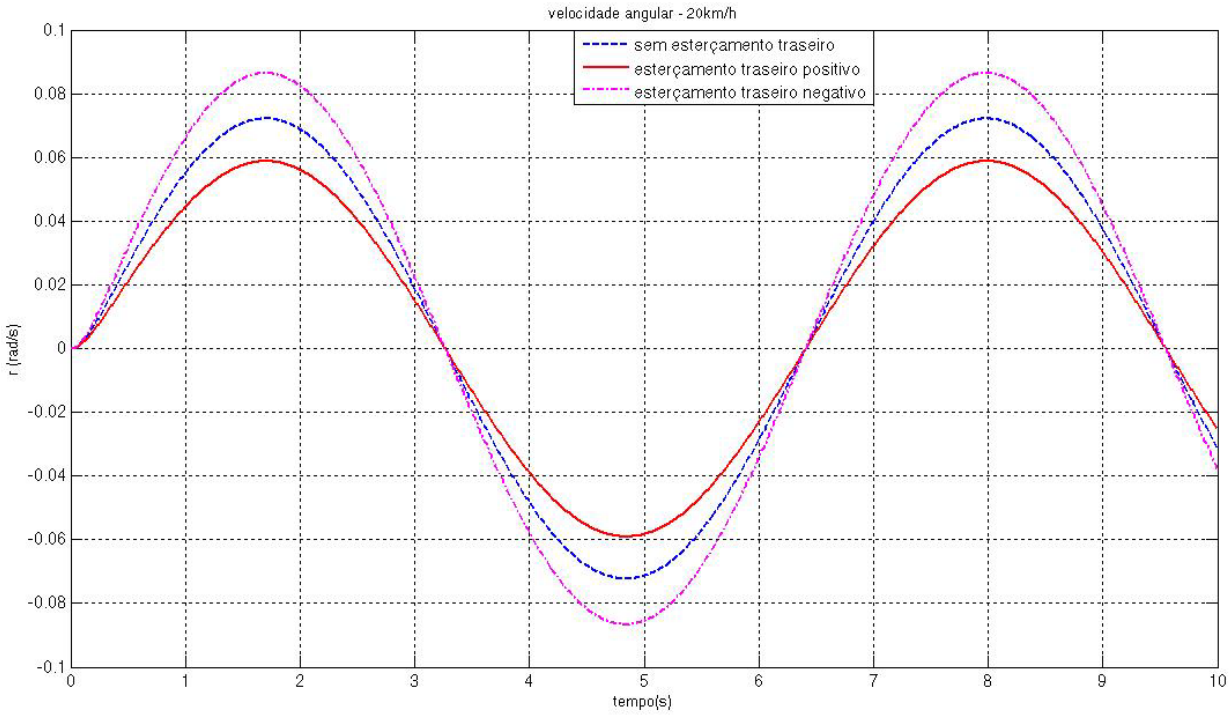


Figura 56 - Velocidade angular – 20km/h

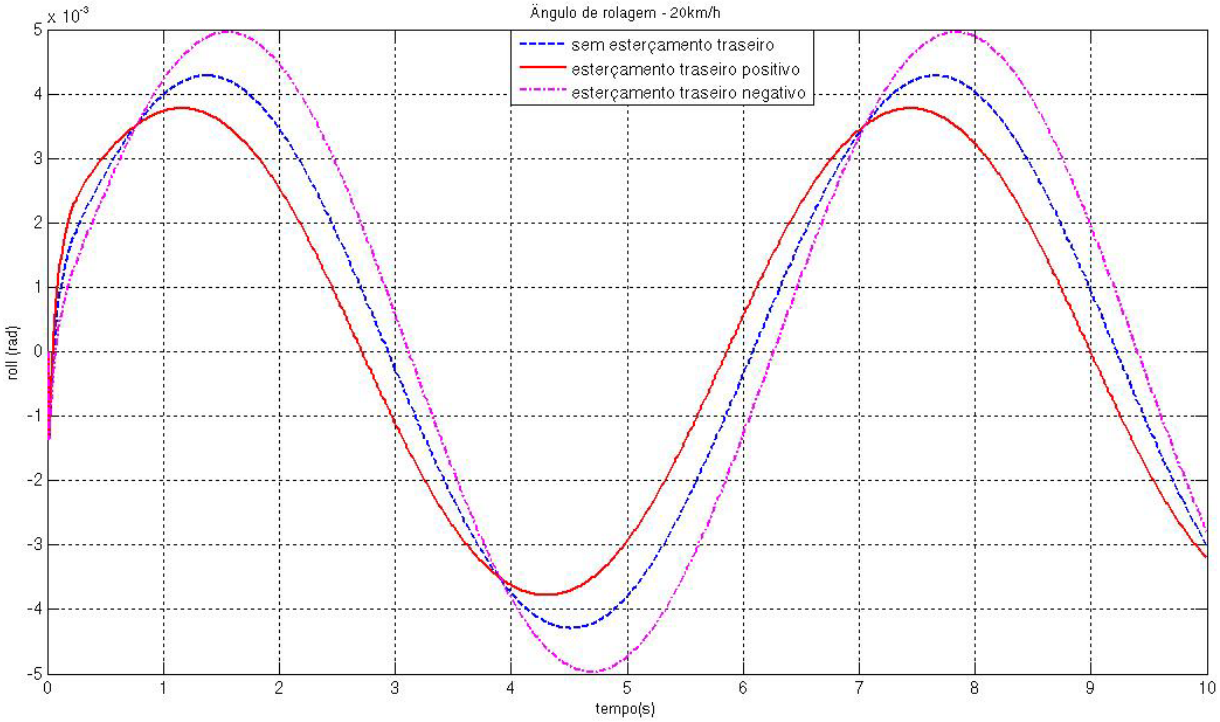


Figura 57 - Ângulo de rolamento lateral do veículo – 20km/h

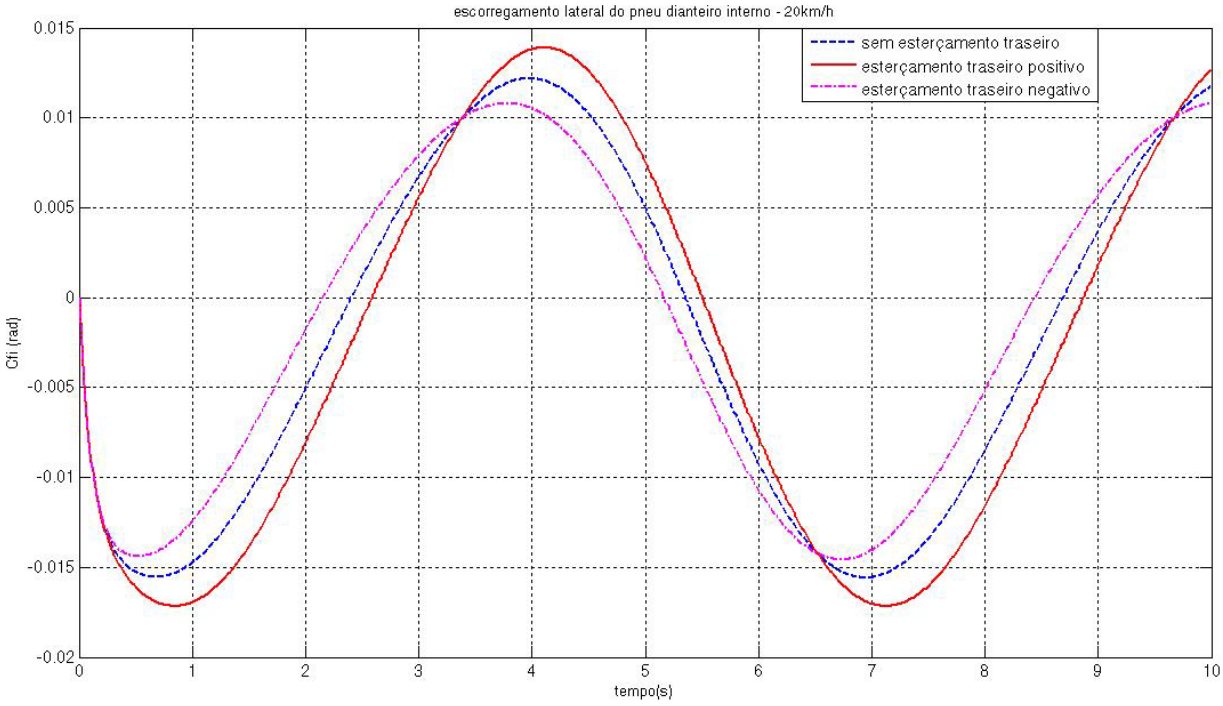


Figura 58 - Escorregamento lateral do pneu dianteiro interno – 20km/h

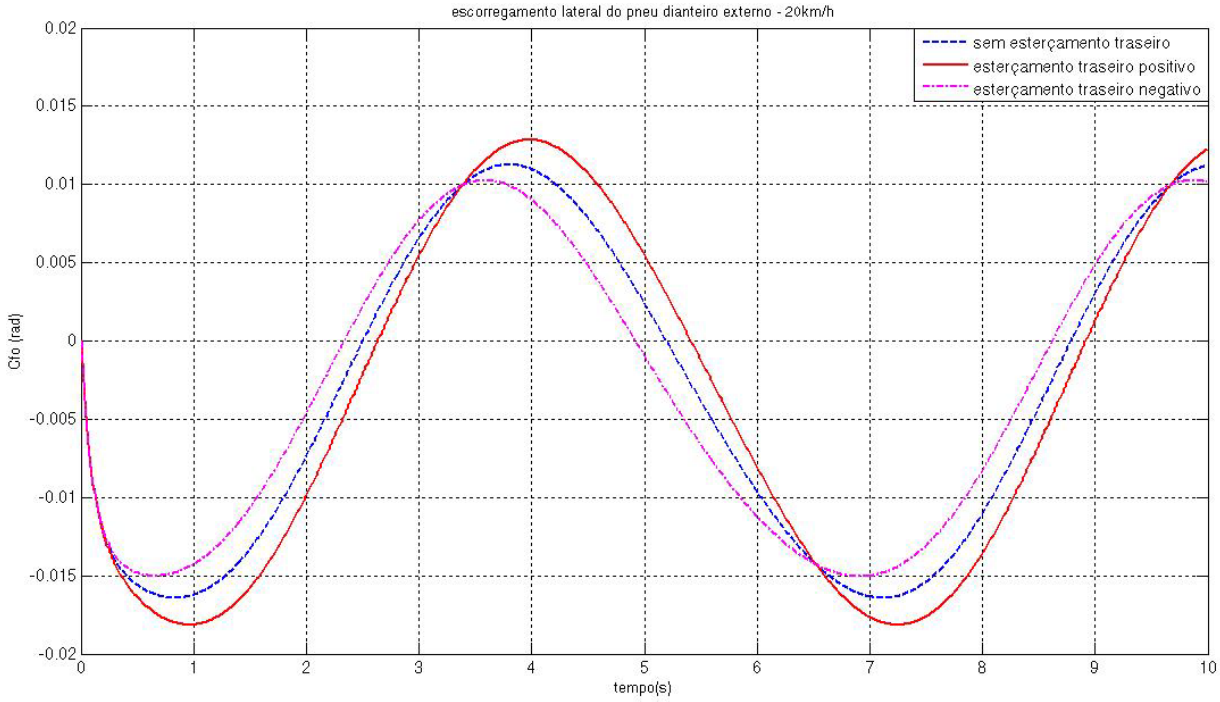


Figura 59 - Escorregamento lateral do pneu dianteiro externo – 20km/h

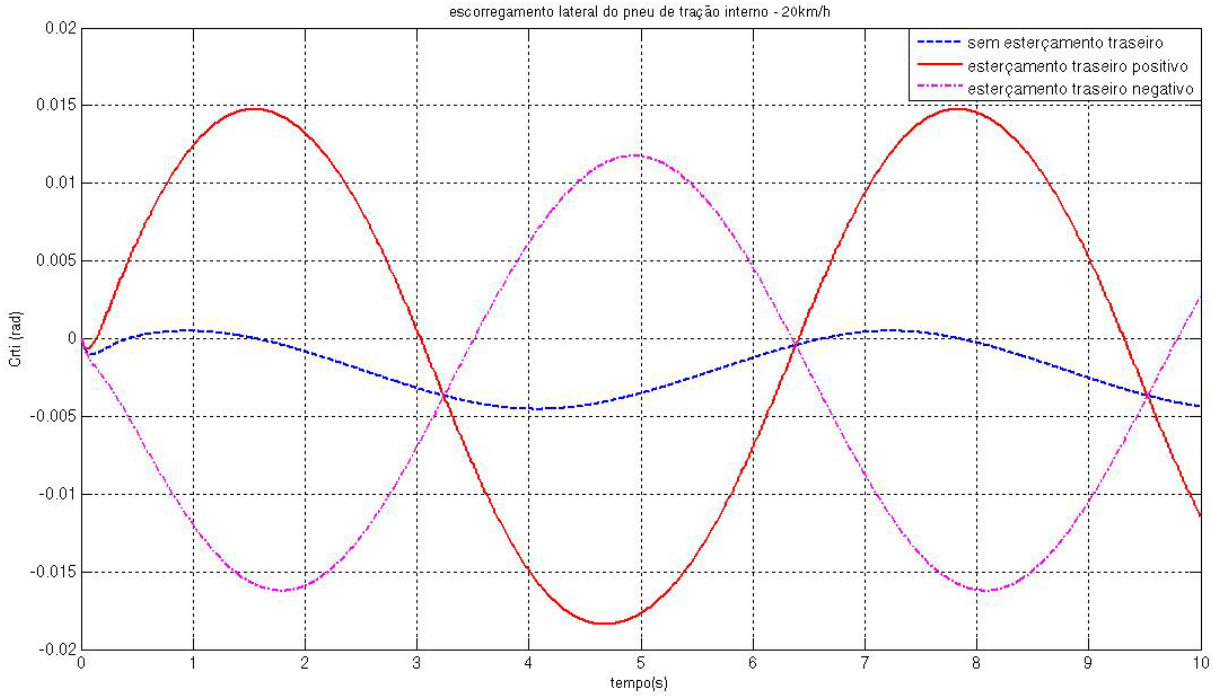


Figura 60 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de tração interno – 20km/h

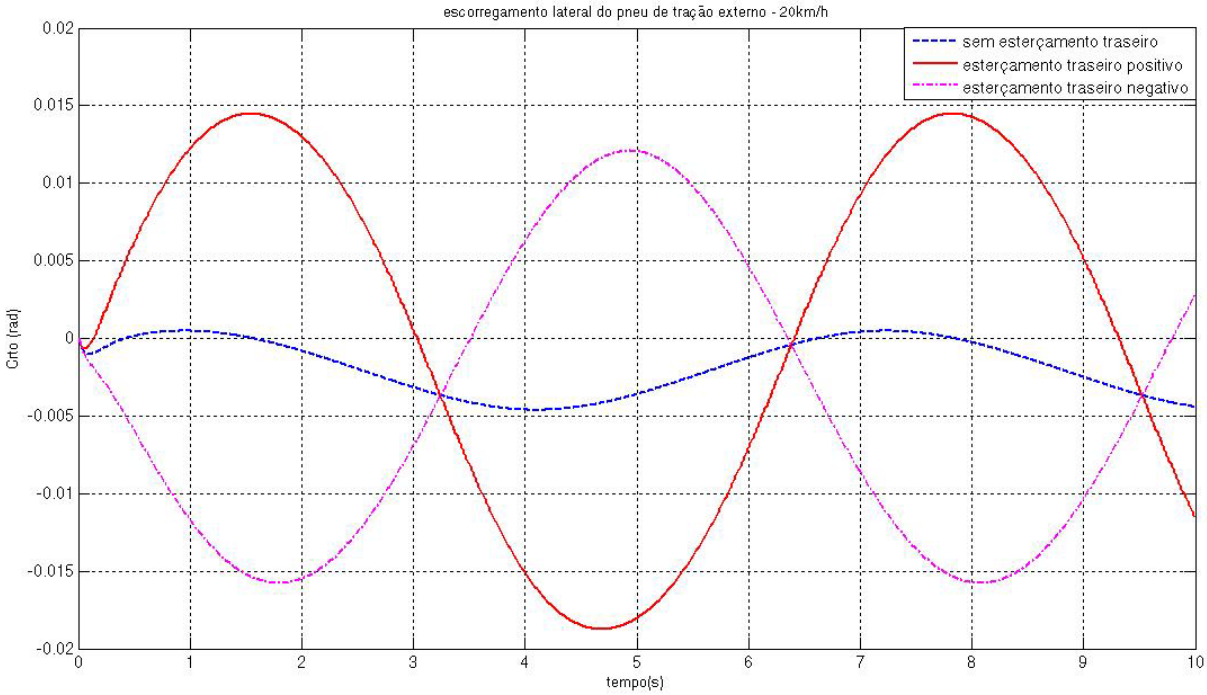


Figura 61 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de tração externo – 20km/h

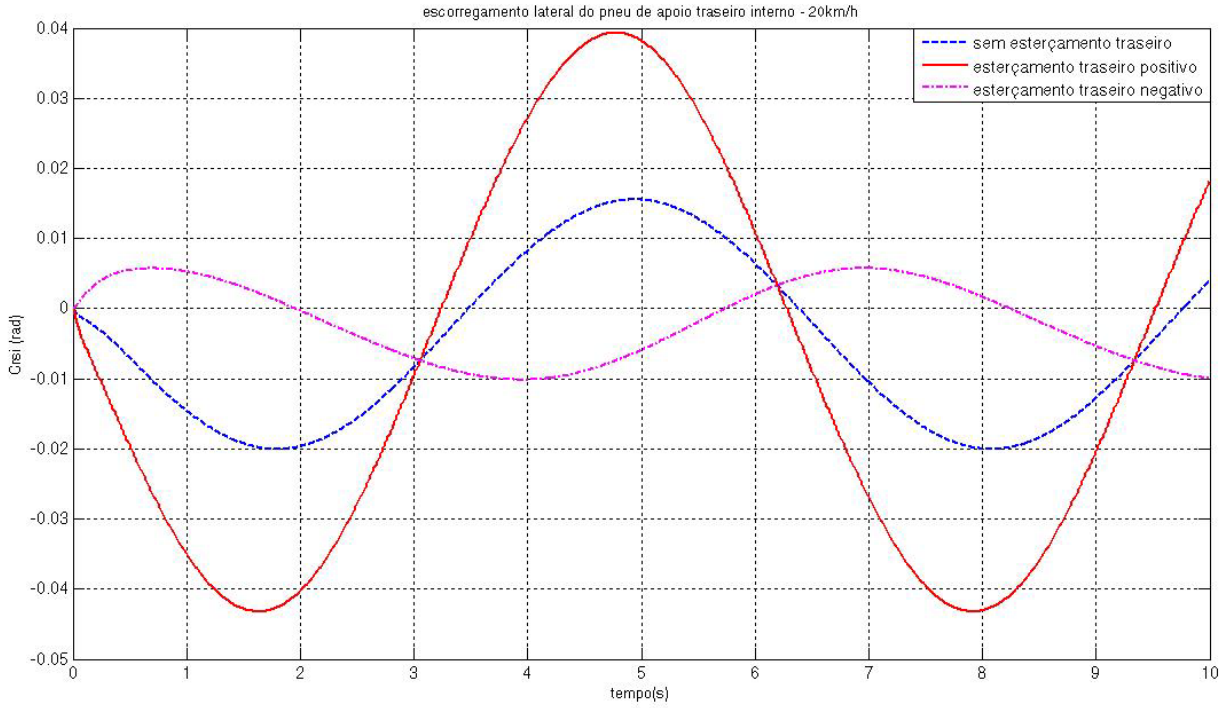


Figura 62 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio interno – 20km/h

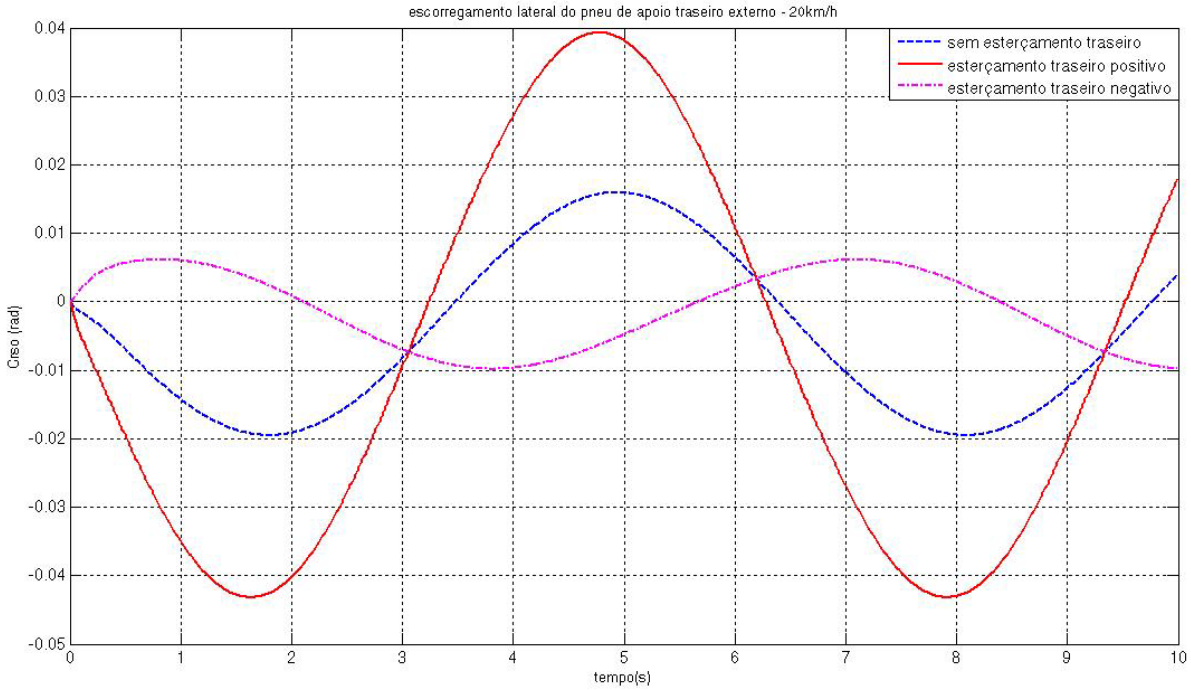


Figura 63 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio externo – 20km/h

6.2.1.2 Resultados para entrada senoidal à 40km/h

Para a mesma entrada senoidal, obteve-se os seguintes resultados à 40km/h:

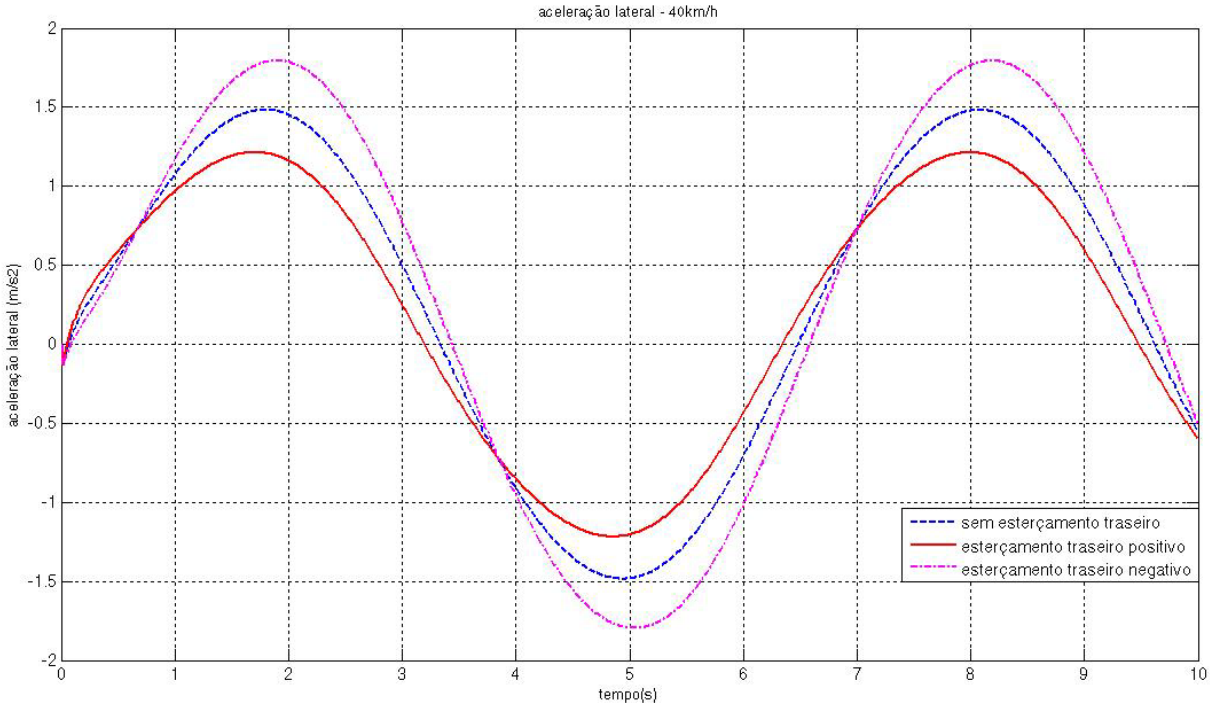


Figura 64 - Aceleração lateral do veículo – 40km/h

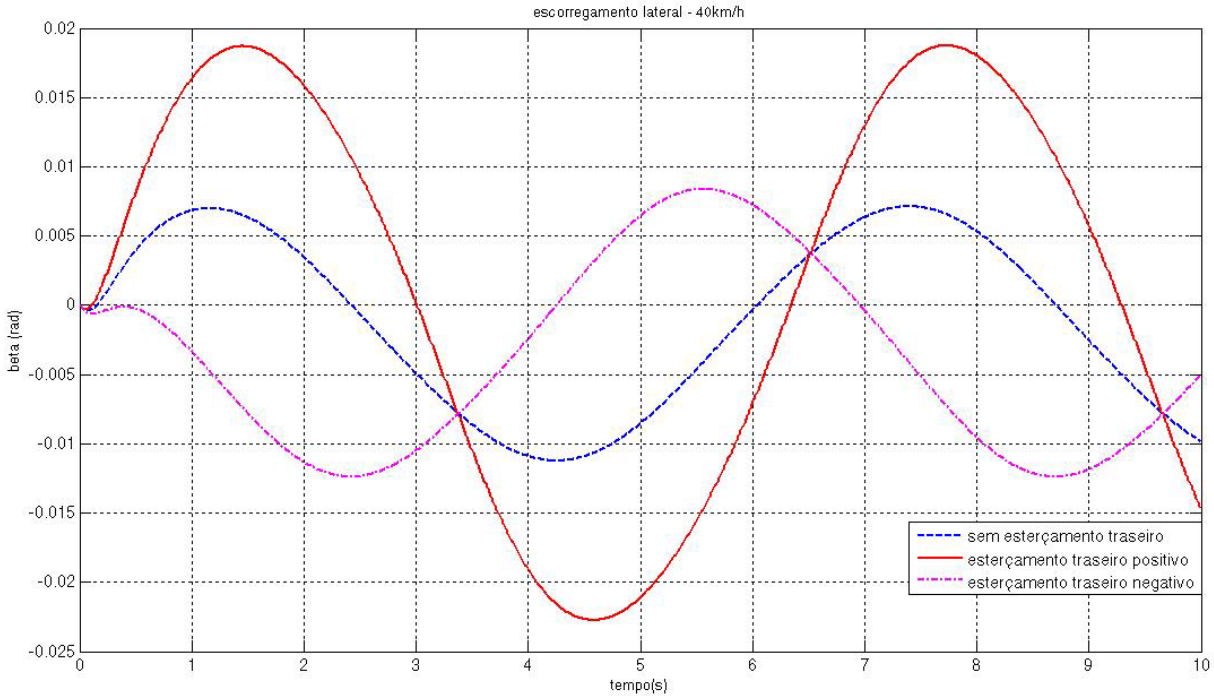


Figura 65 - Ângulo de escorregamento lateral do veículo - 40km/h

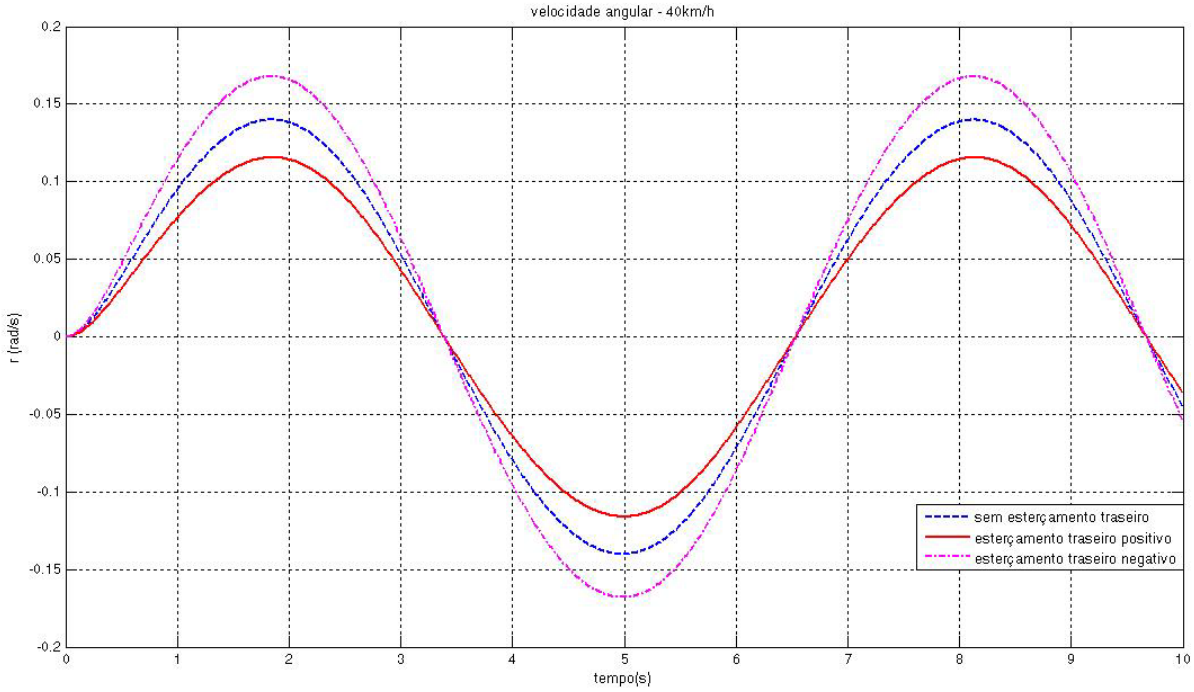


Figura 66 - Velocidade angular – 40km/h

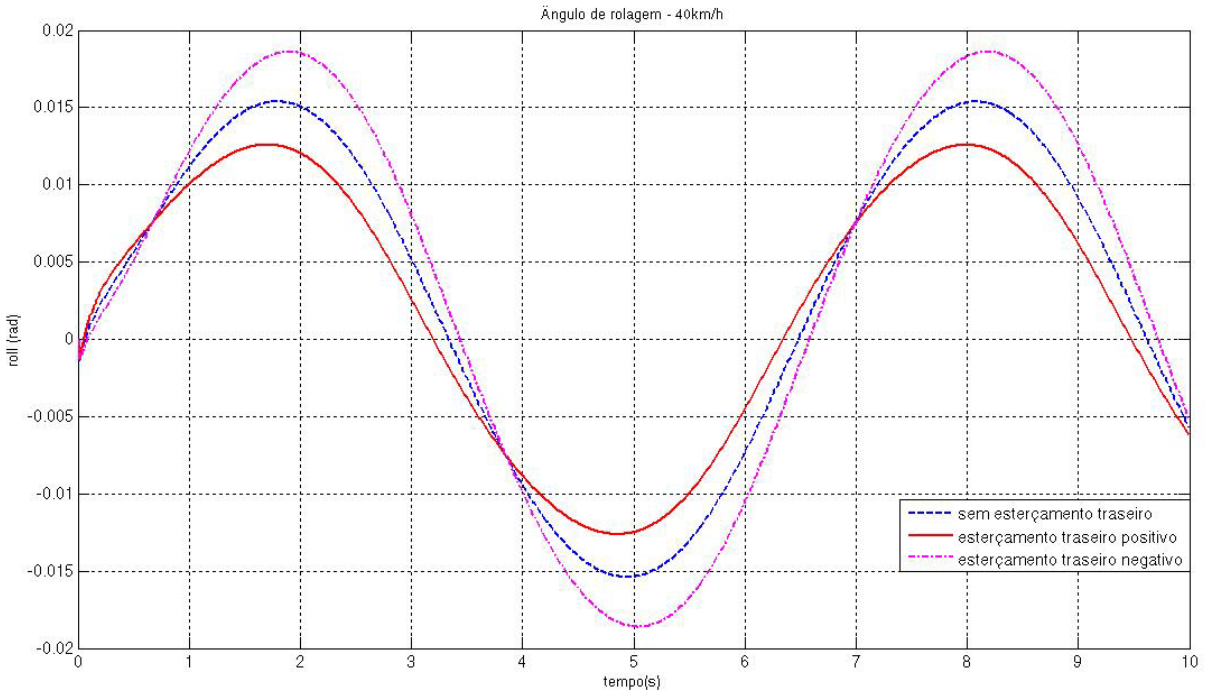


Figura 67 - Ângulo de rolamento lateral do veículo – 40km/h

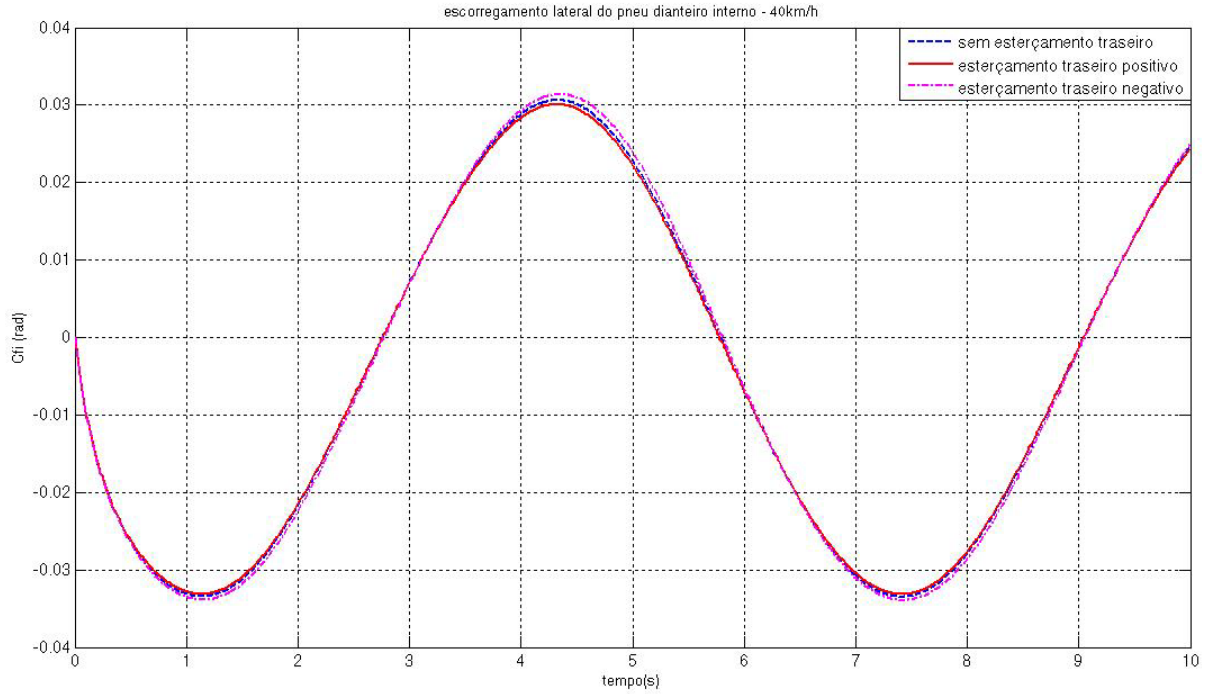


Figura 68 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu dianteiro interno – 40km/h

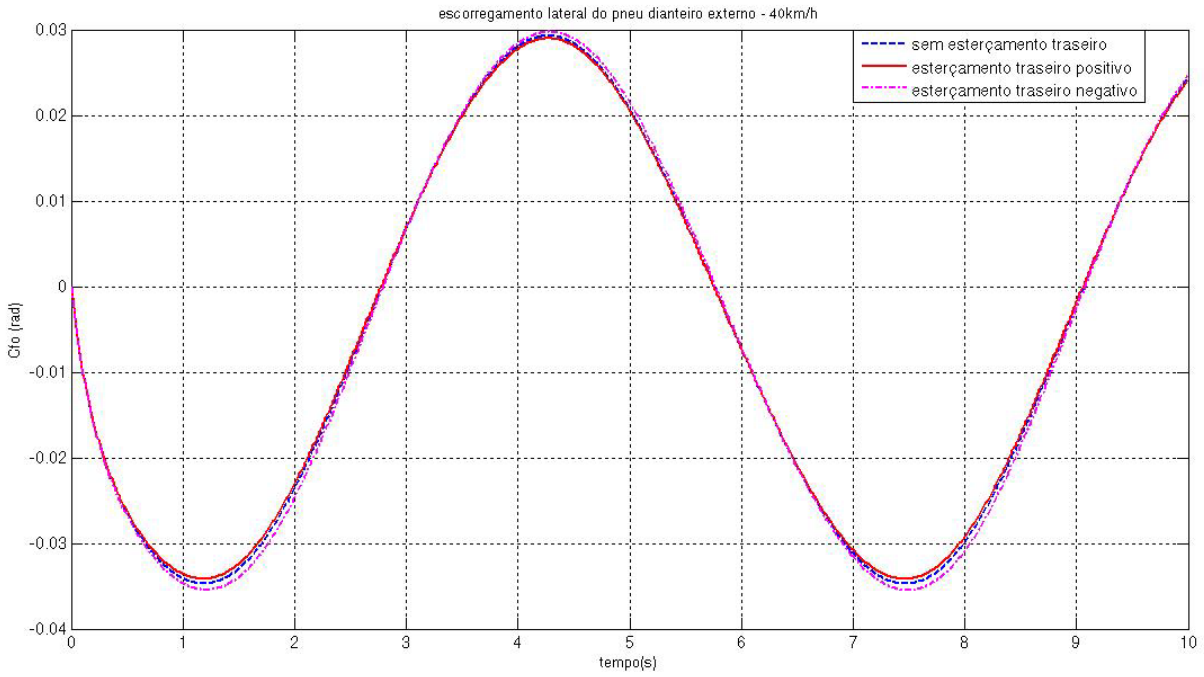


Figura 69 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu dianteiro externo – 40km/h

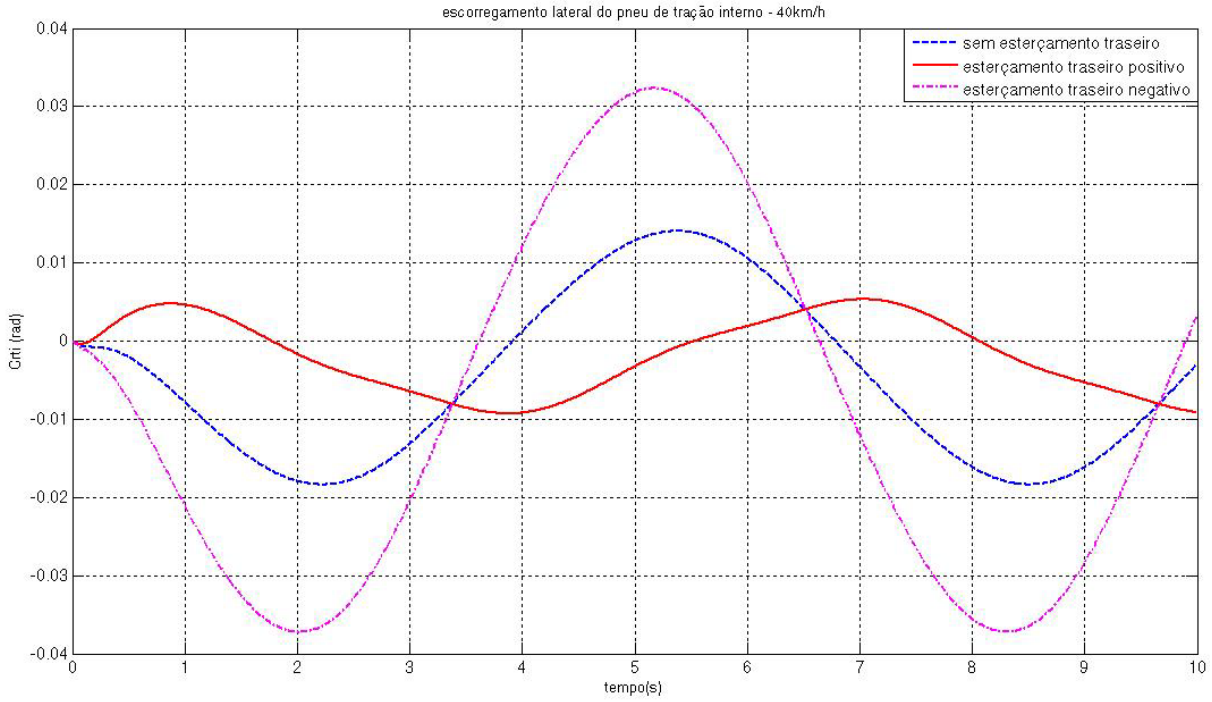


Figura 70 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de tração interno – 40km/h

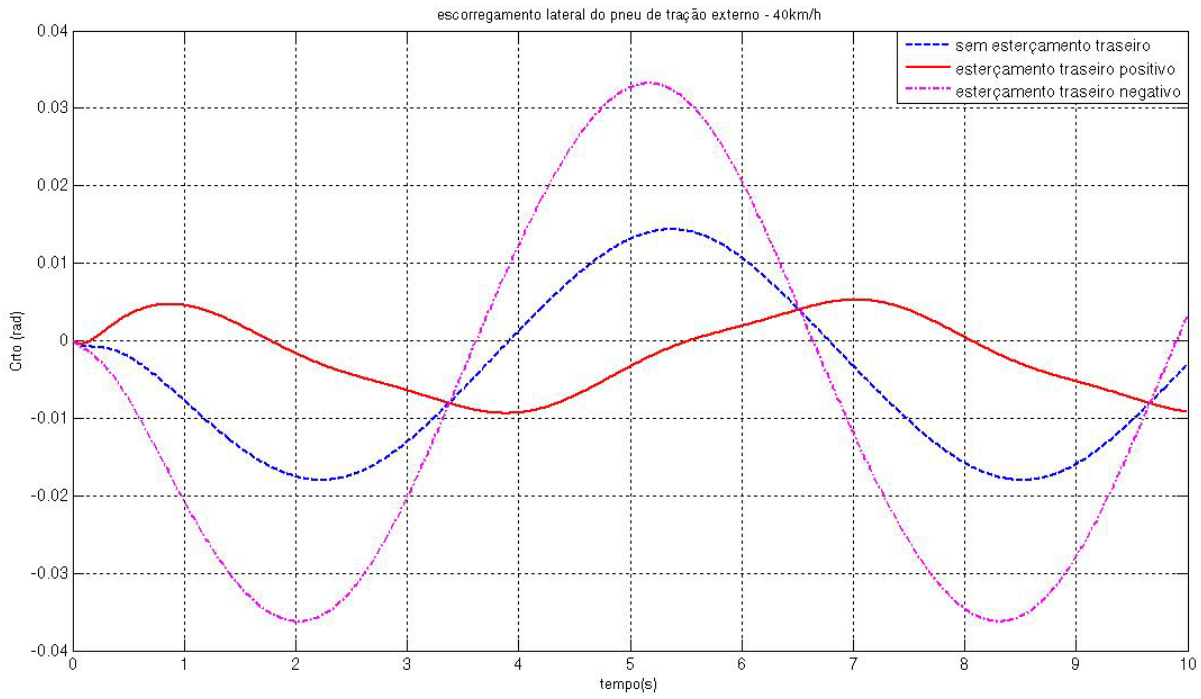


Figura 71 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de tração externo – 40km/h

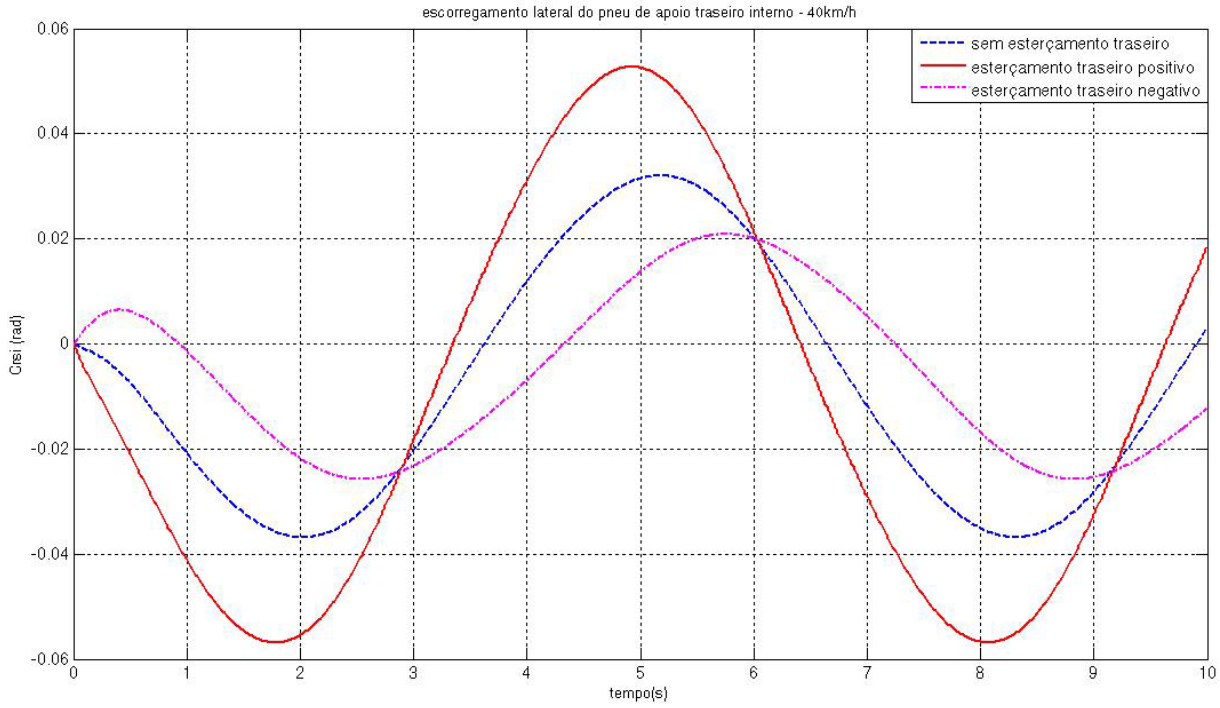


Figura 72 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio interno – 40km/h

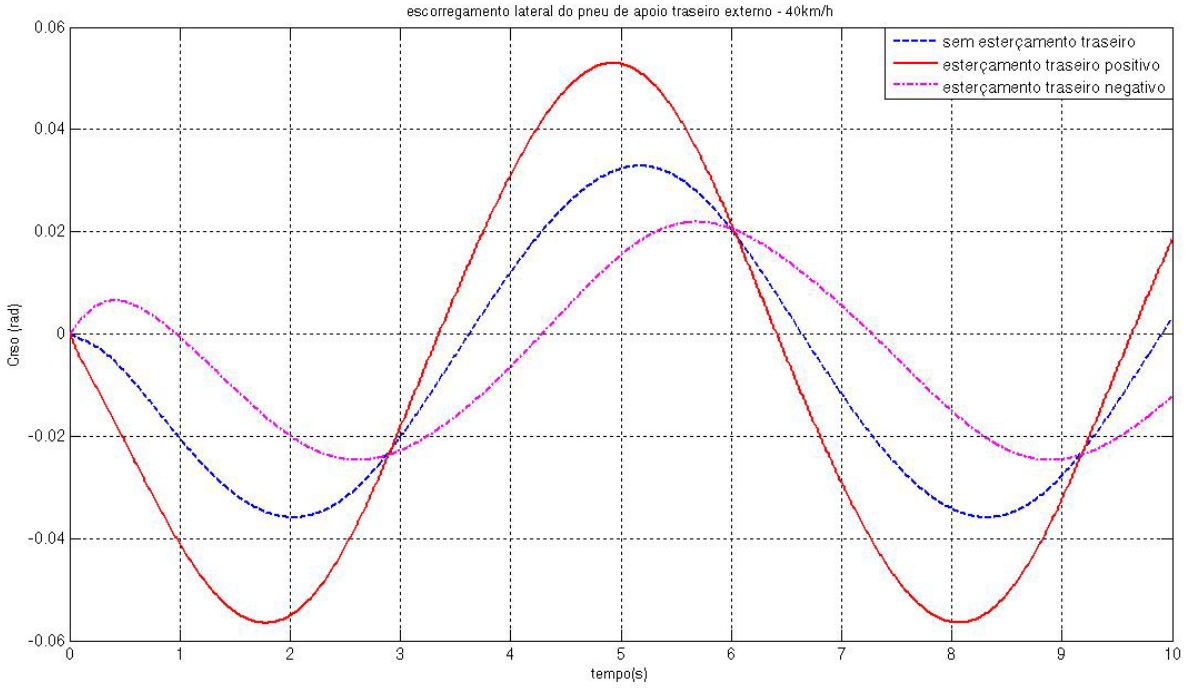


Figura 73 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio externo – 40km/h

6.2.1.3 Resultados para entrada senoidal à 60km/h

Para a mesma entrada senoidal, obteve-se os seguintes resultados à 60km/h:

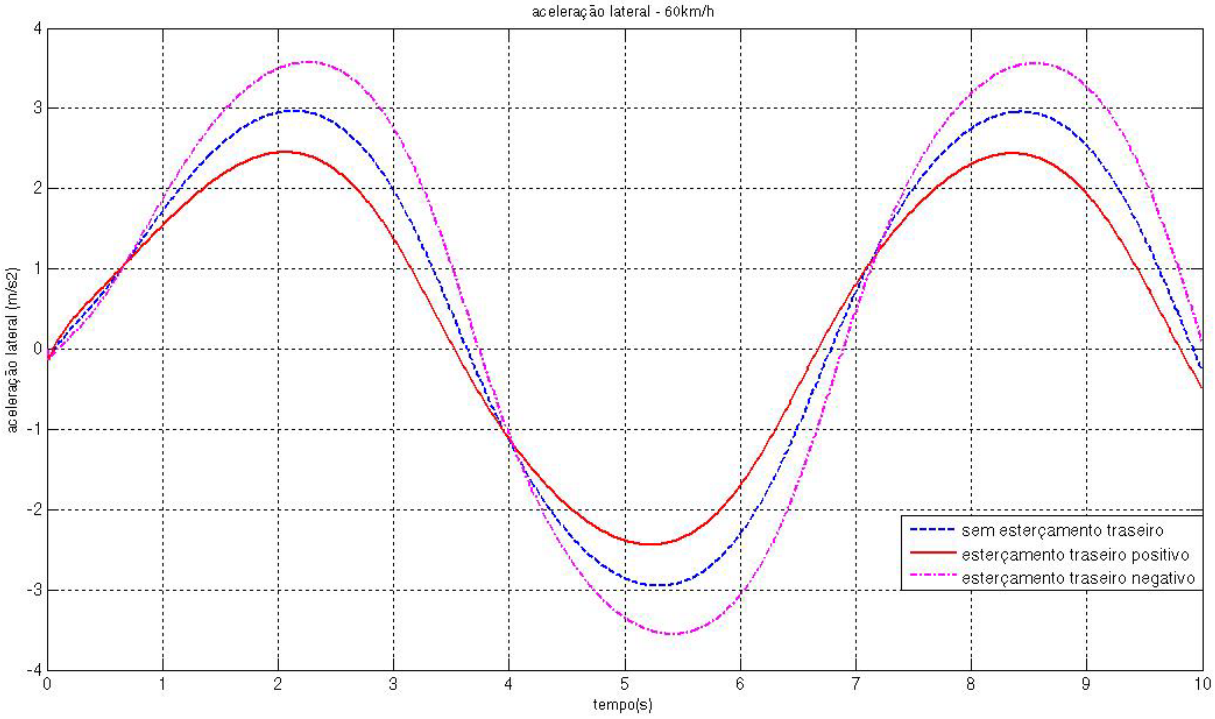


Figura 74 - Aceleração lateral do veículo – 60km/h

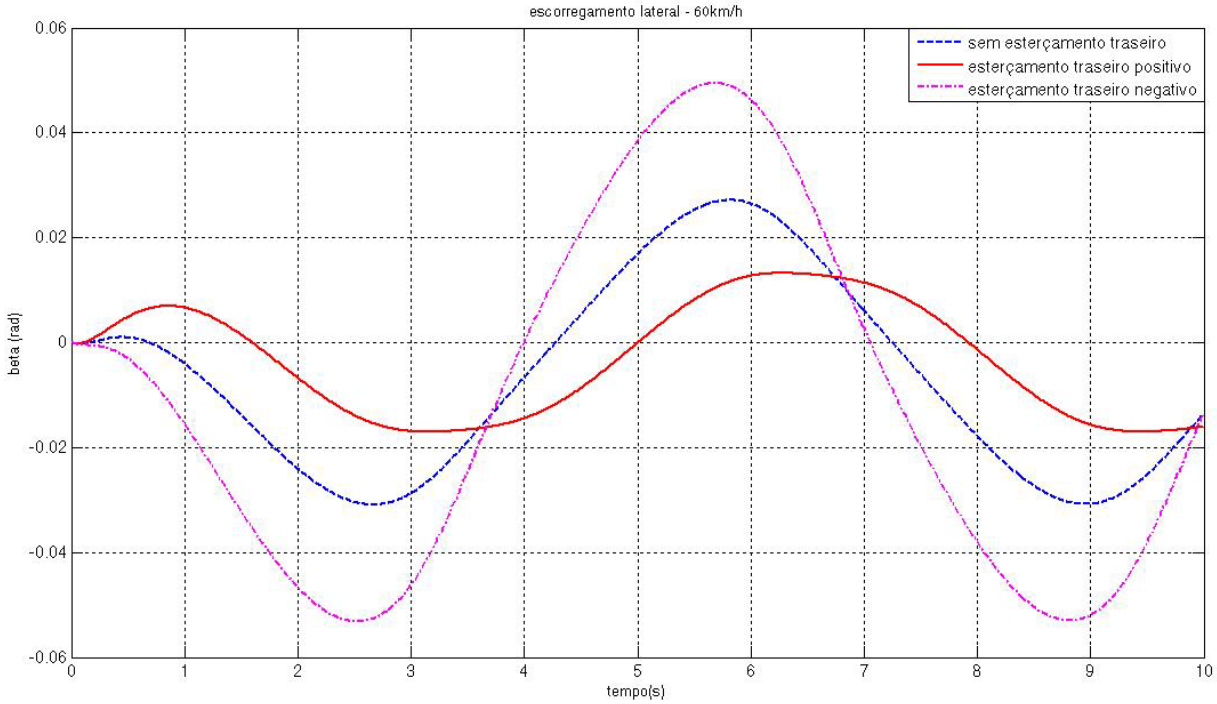


Figura 75 - Escorregamento lateral do veículo - 60km/h

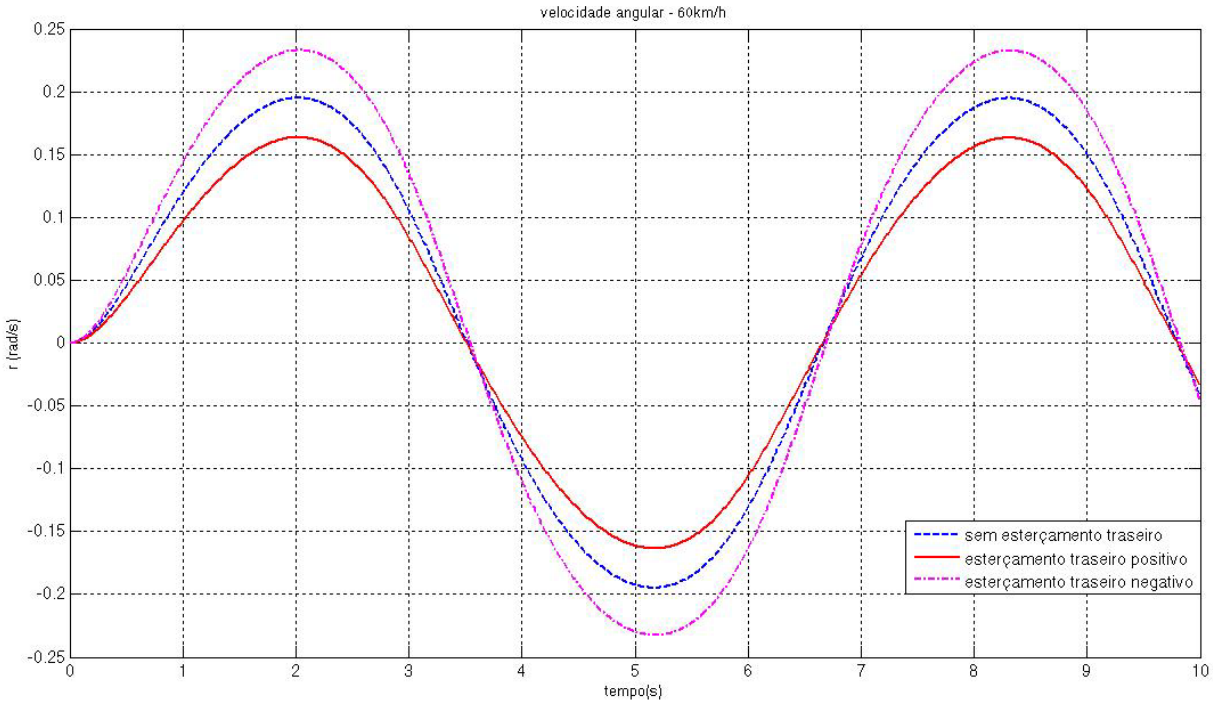


Figura 76 - Velocidade angular do veículo – 60km/h

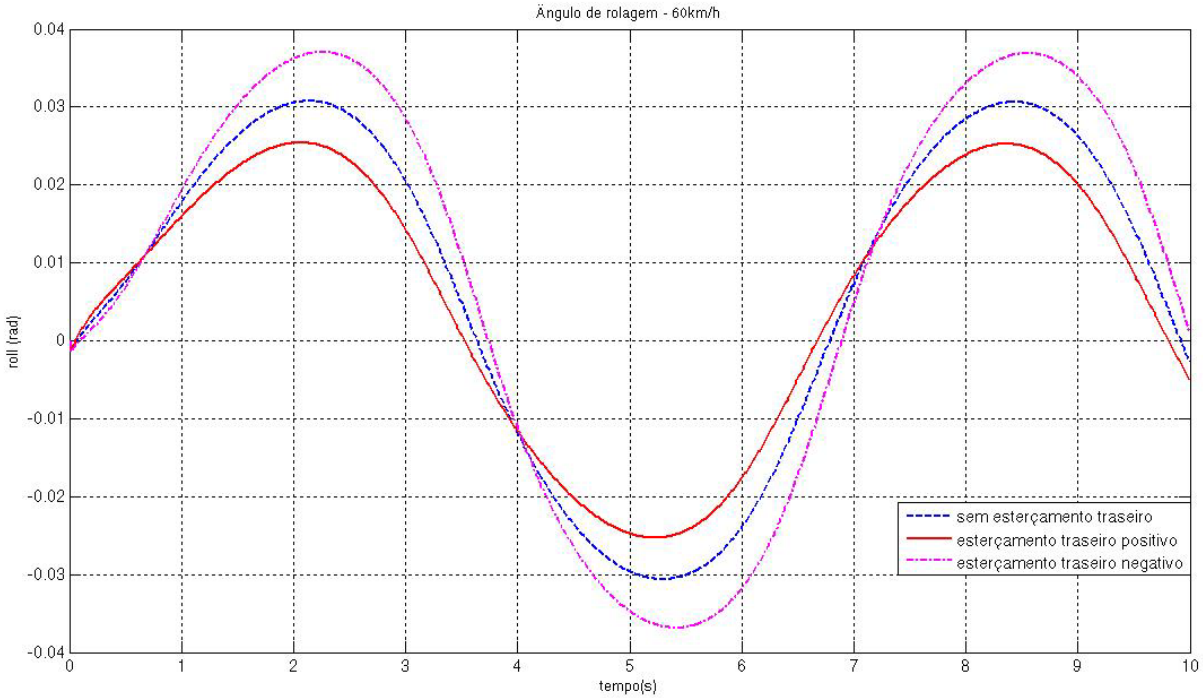


Figura 77 - Ângulo de rolamento lateral do veículo – 60km/h

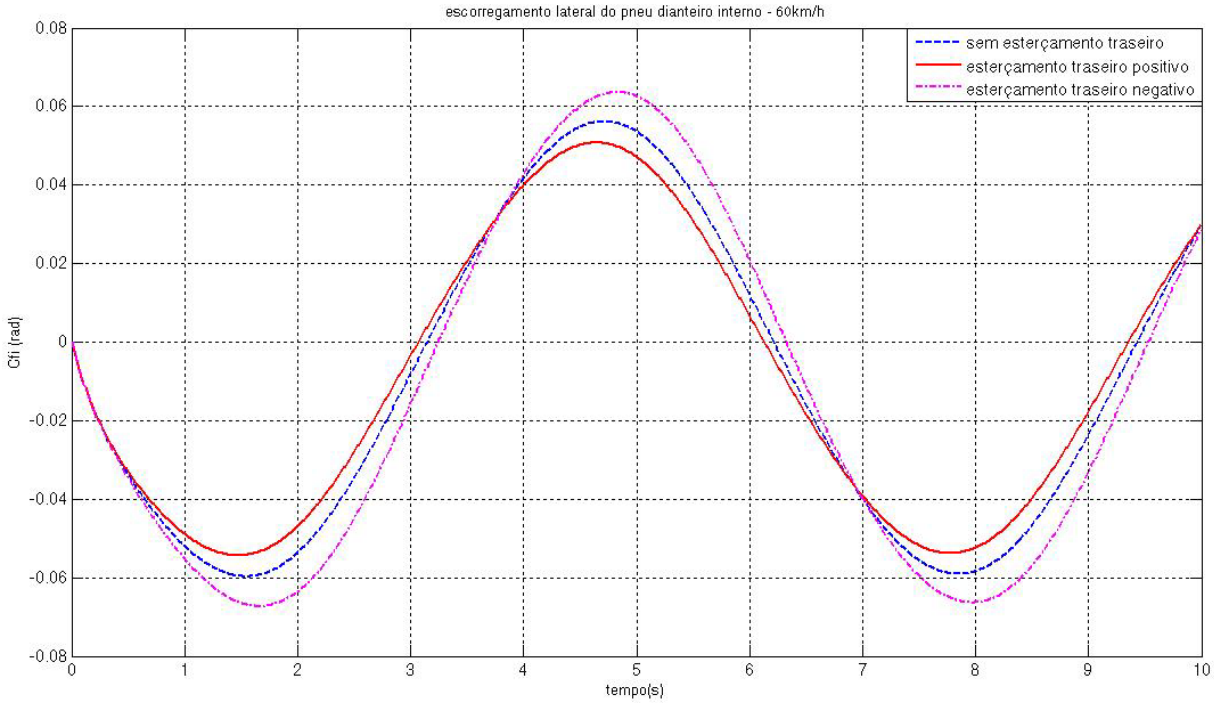


Figura 78 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu dianteiro interno – 60km/h

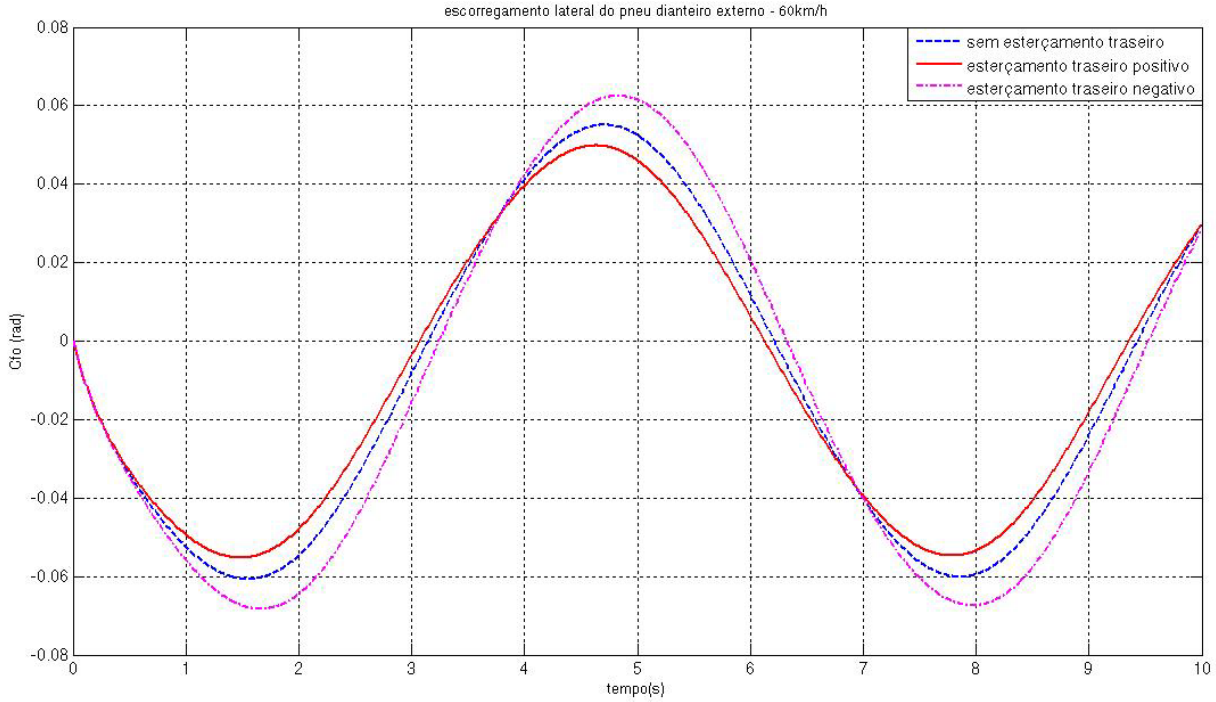


Figura 79 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu dianteiro externo – 60km/h

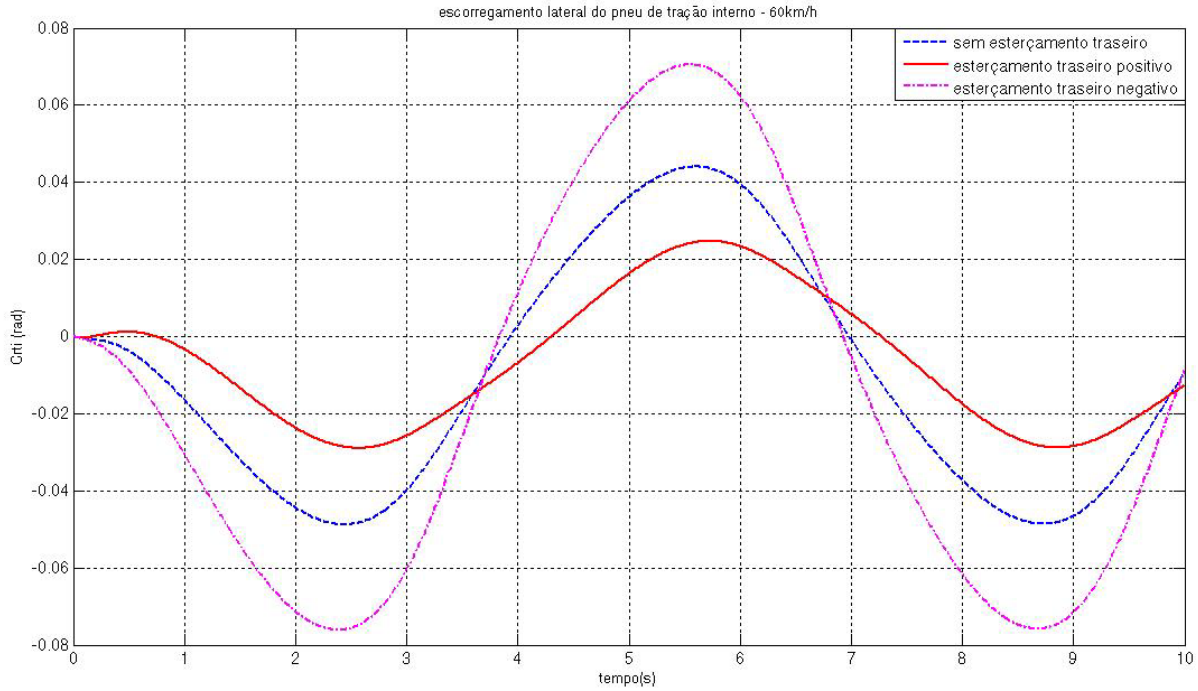


Figura 80 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de tração interno – 60km/h

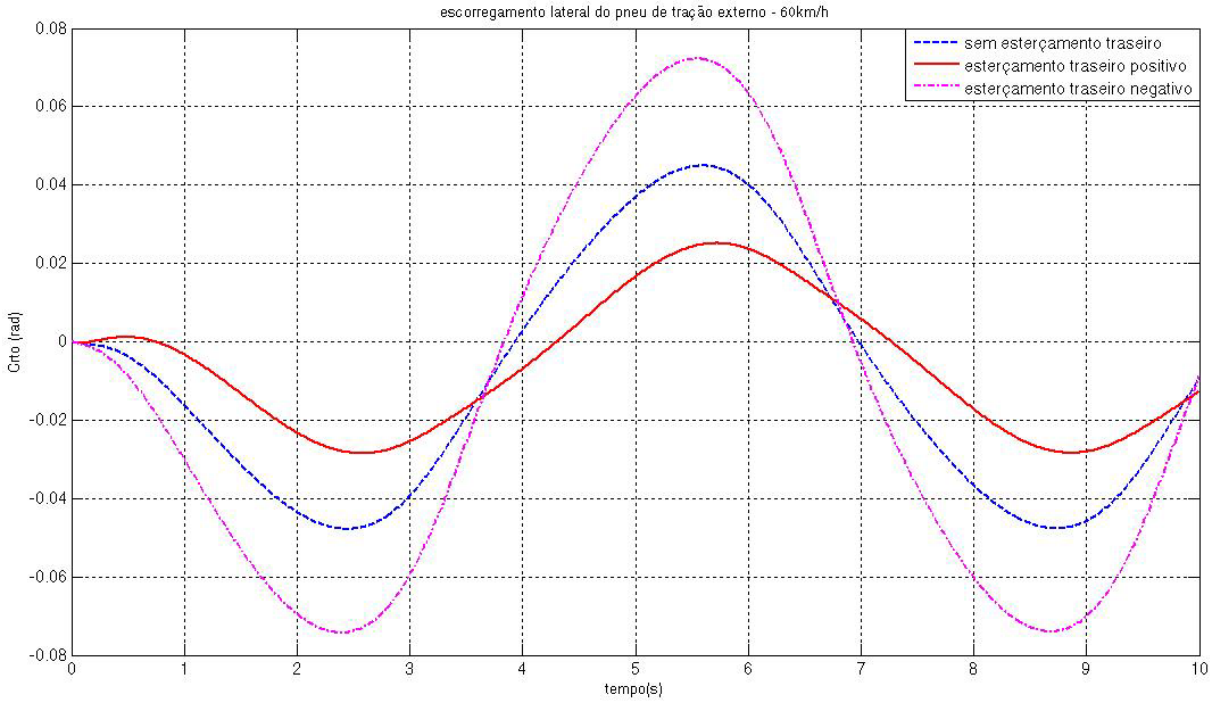


Figura 81 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de tração externo – 60km/h

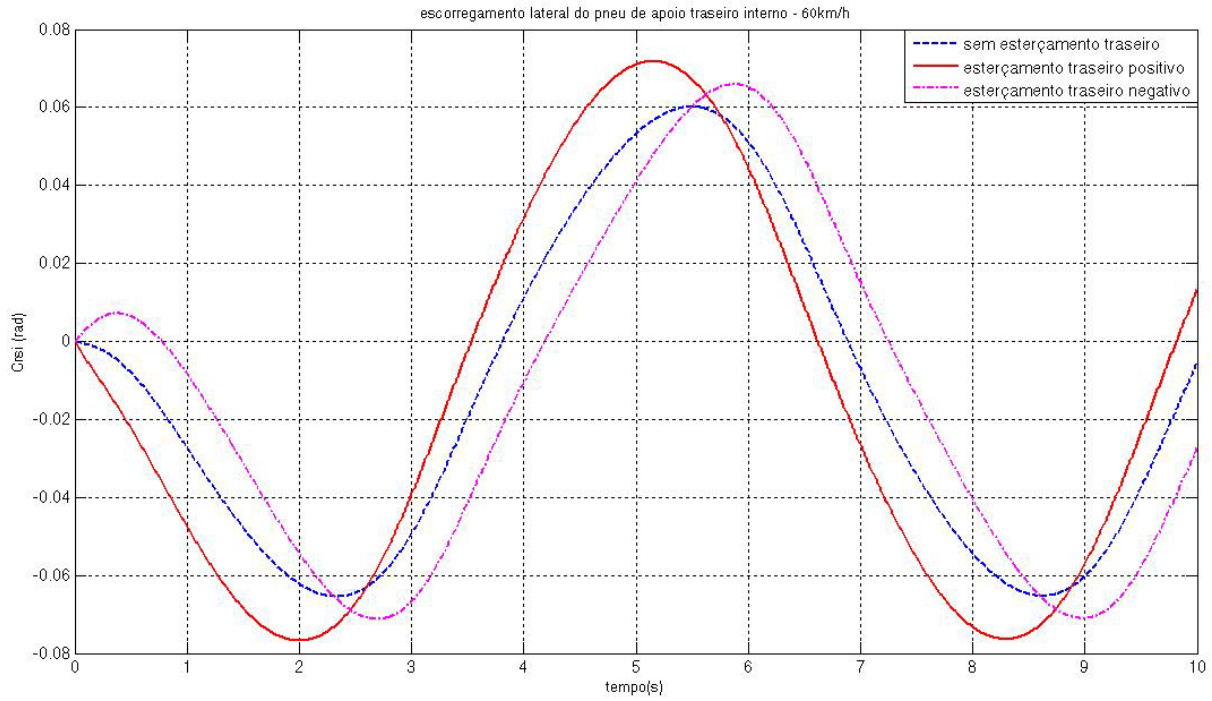


Figura 82 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio interno – 60km/h

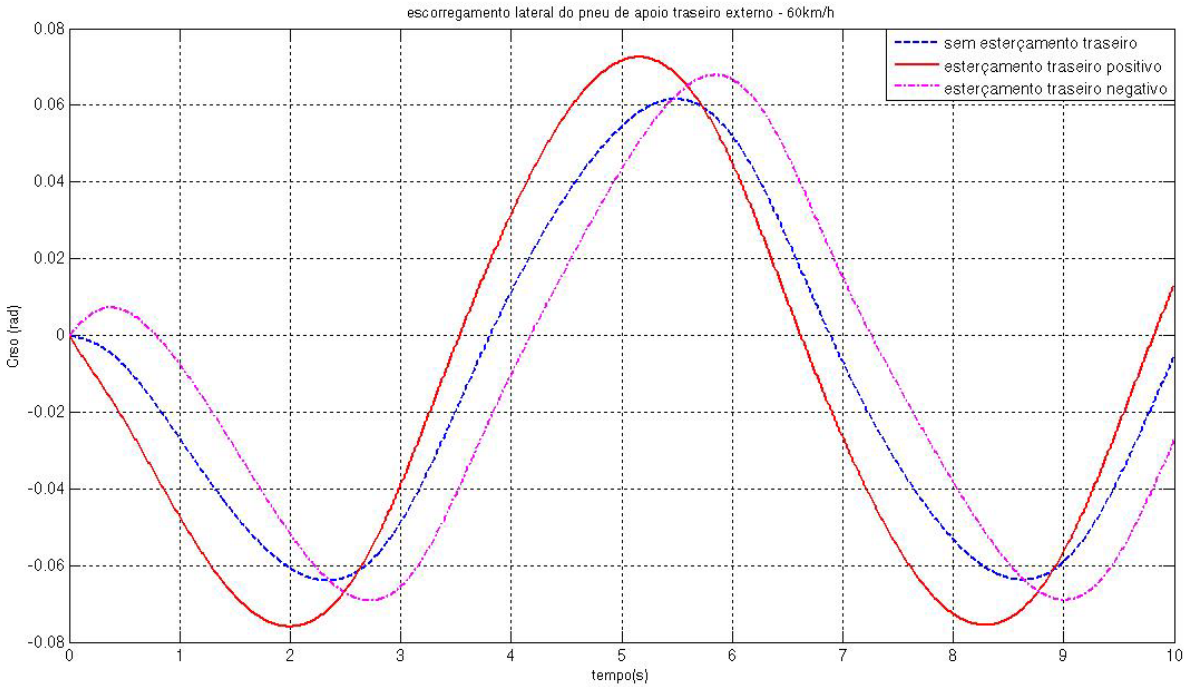


Figura 83 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio externo – 60km/h

6.2.2 Entrada degrau

A entrada degrau para o esterçamento significa que as rodas dianteiras sofrem um esterçamento de ângulo 6° (~ 0,105 radianos) abruptamente que se mantêm ao longo do tempo, como mostra a figura 84.

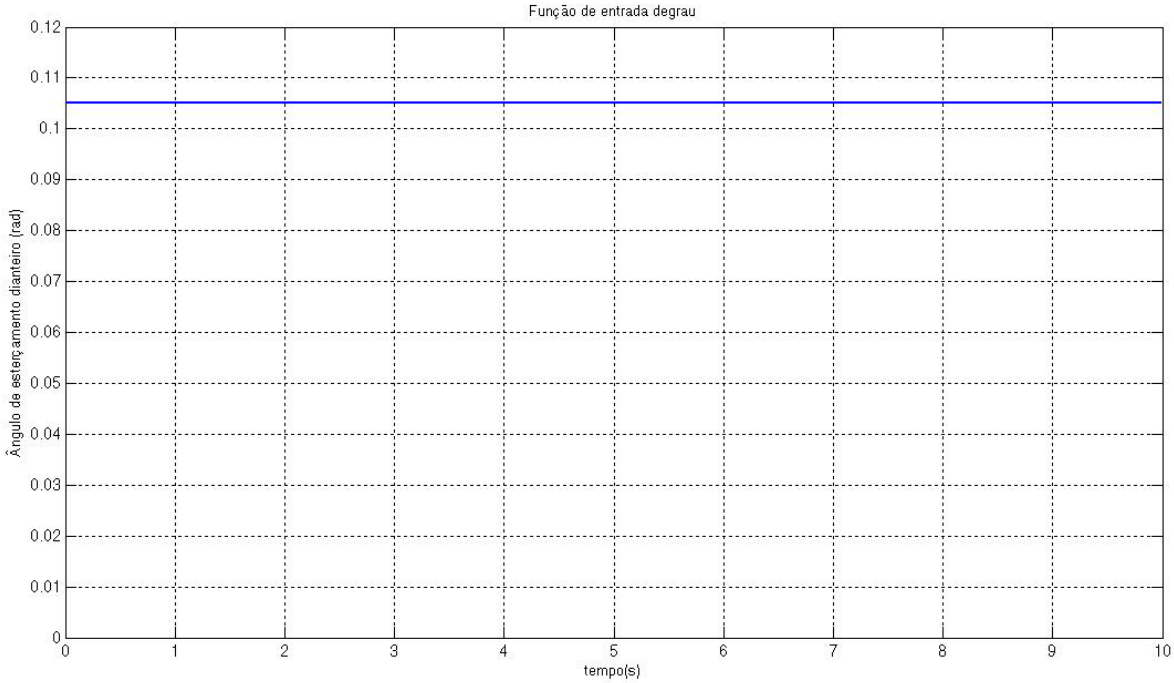


Figura 84 - Gráfico da função de entrada degrau

6.2.2.1 Resultados para entrada degrau à 20km/h

Para a entrada degrau descrita na figura 84, obteve-se os seguintes resultados à 20km/h:

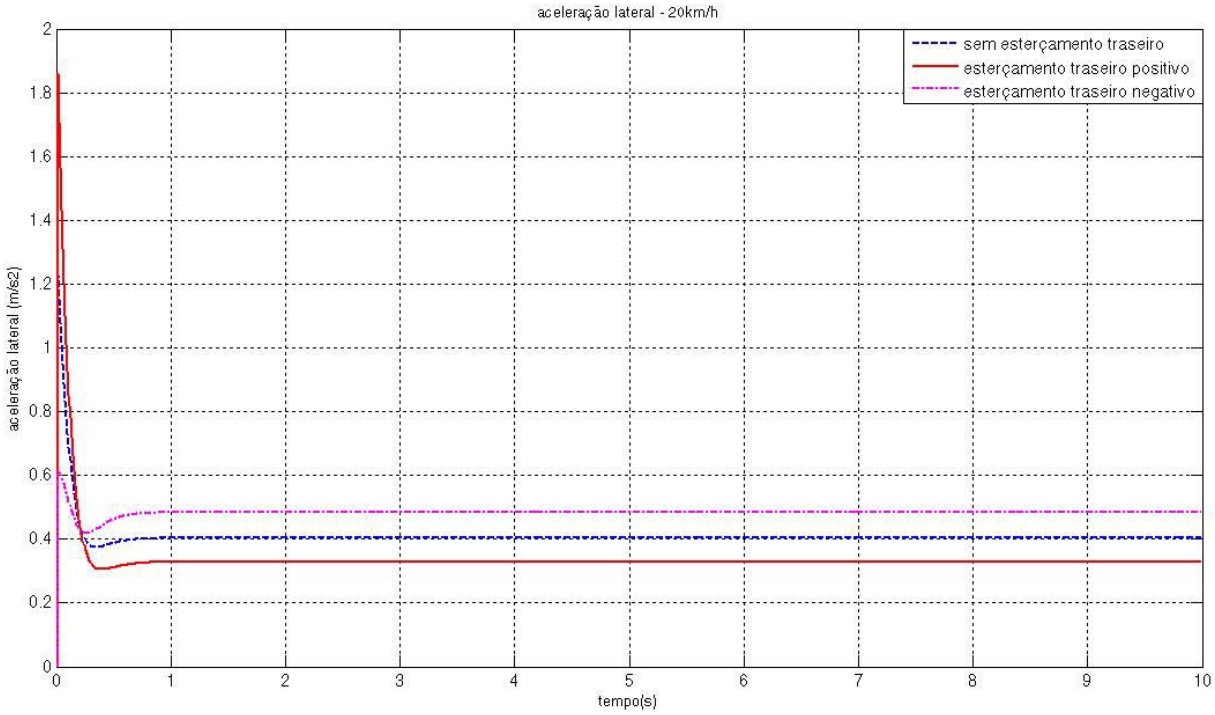


Figura 85 - Aceleração lateral – 20km/h

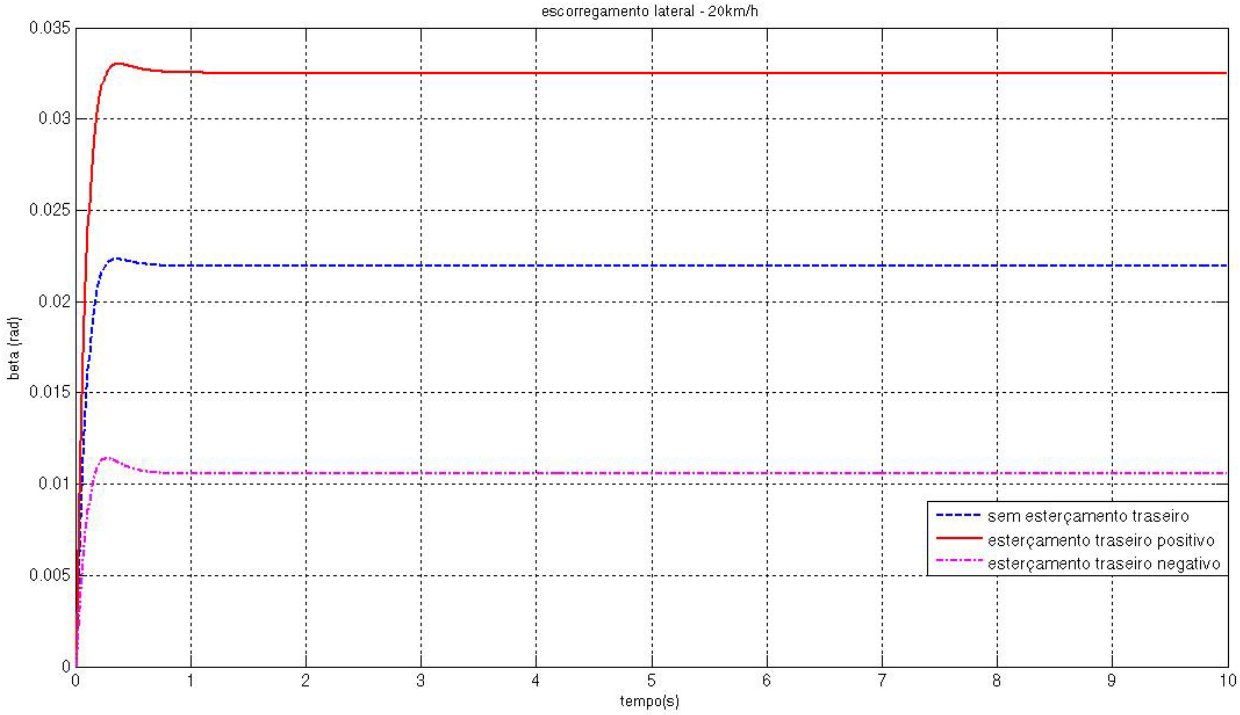


Figura 86 - Ângulo de escorregamento lateral do veículo – 20km/h

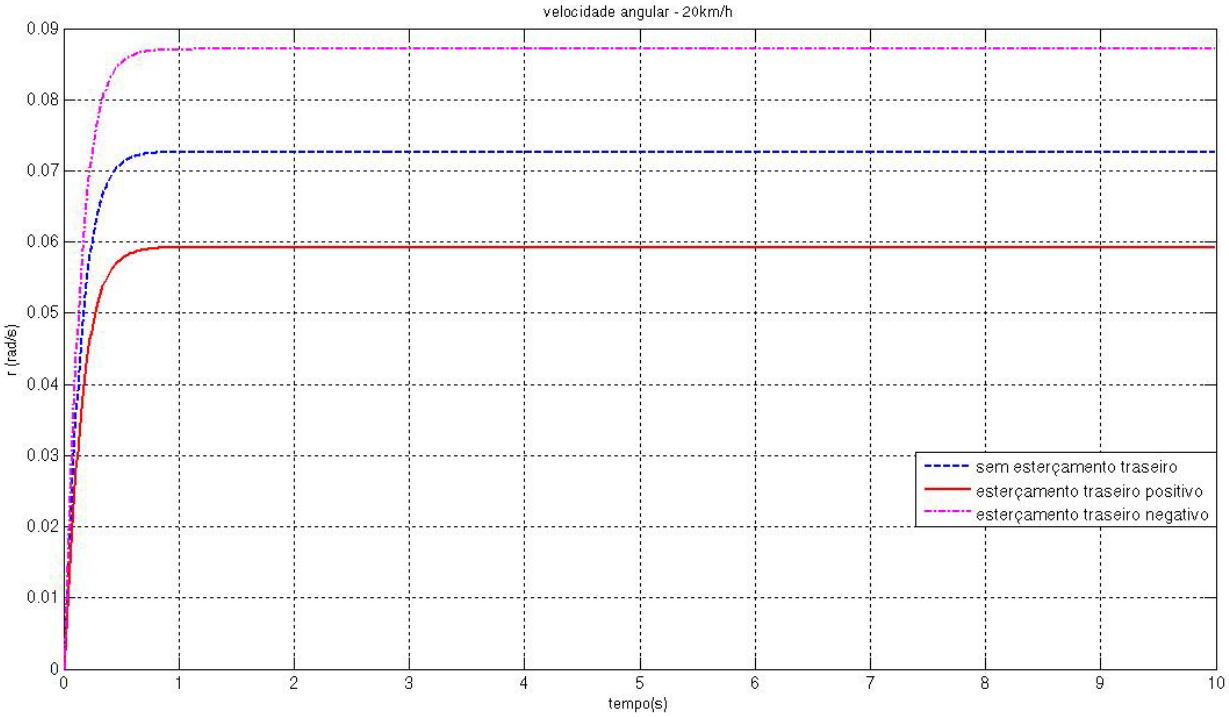


Figura 87 - Velocidade angular – 20km/h

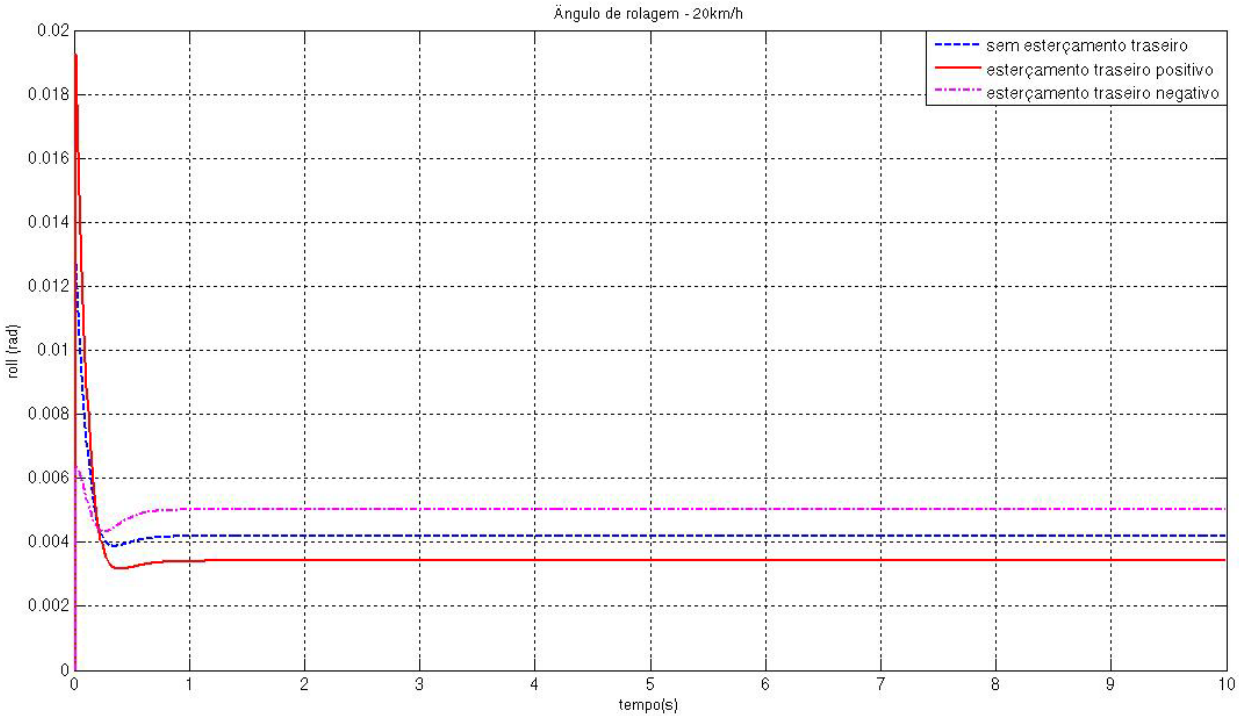


Figura 88 - Ângulo de rolamento lateral do veículo – 20km/h

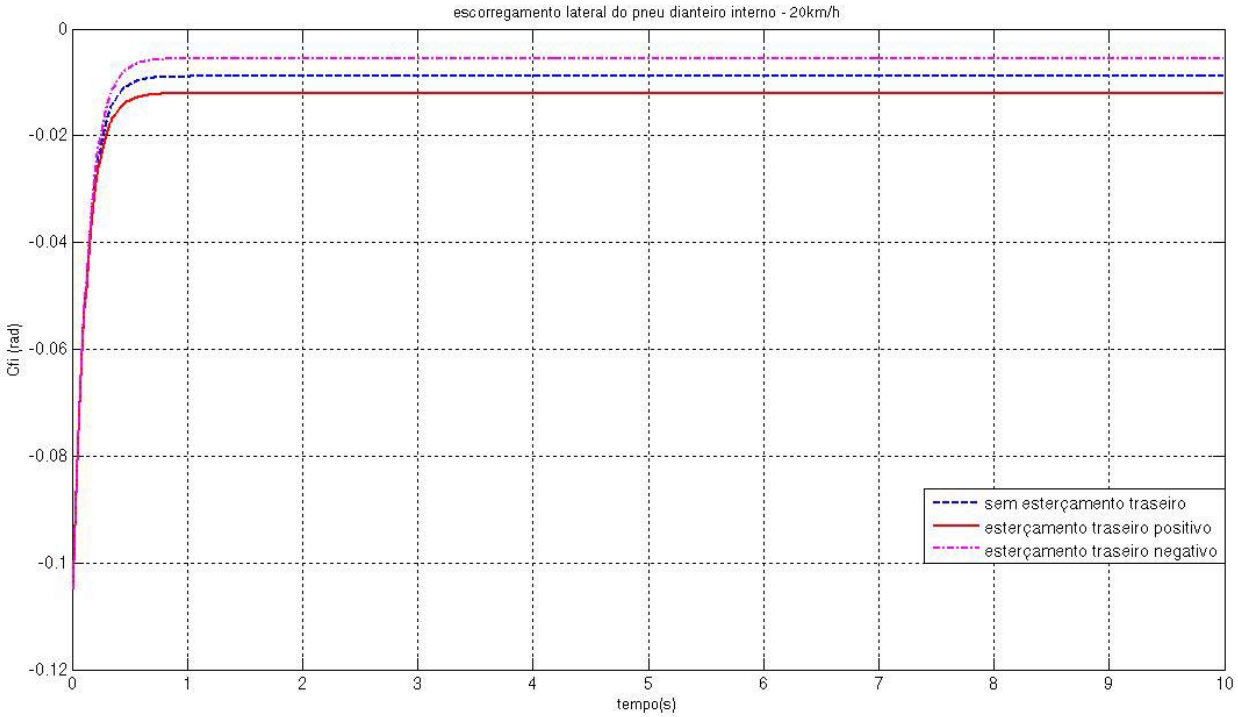


Figura 89 - Escorregamento lateral do pneu dianteiro interno – 20km/h

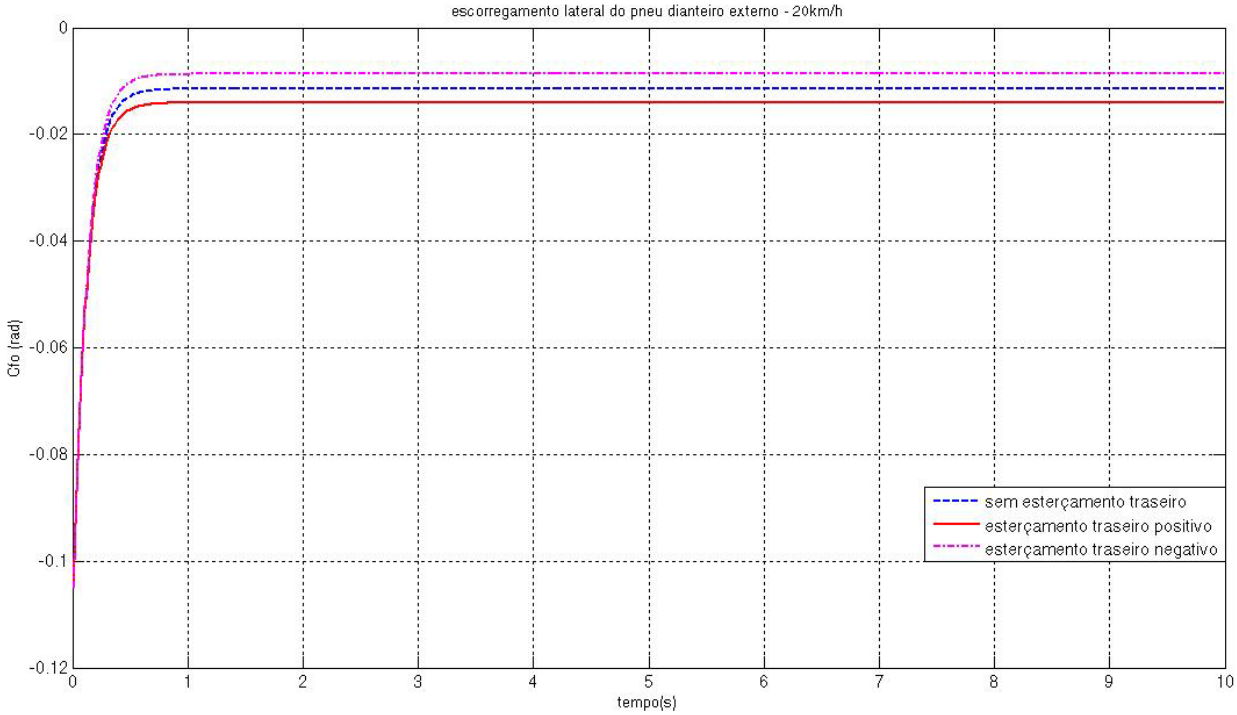


Figura 90 - Escorregamento lateral do pneu dianteiro externo – 20km/h

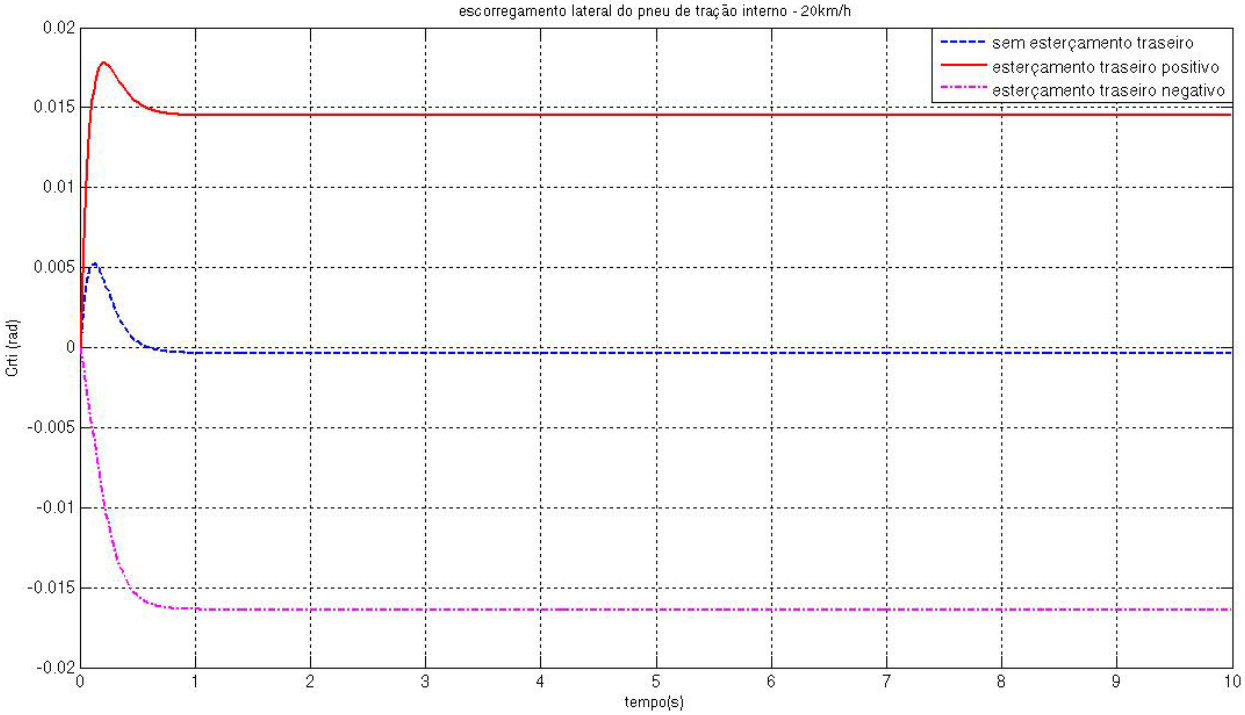


Figura 91 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de tração interno – 20km/h

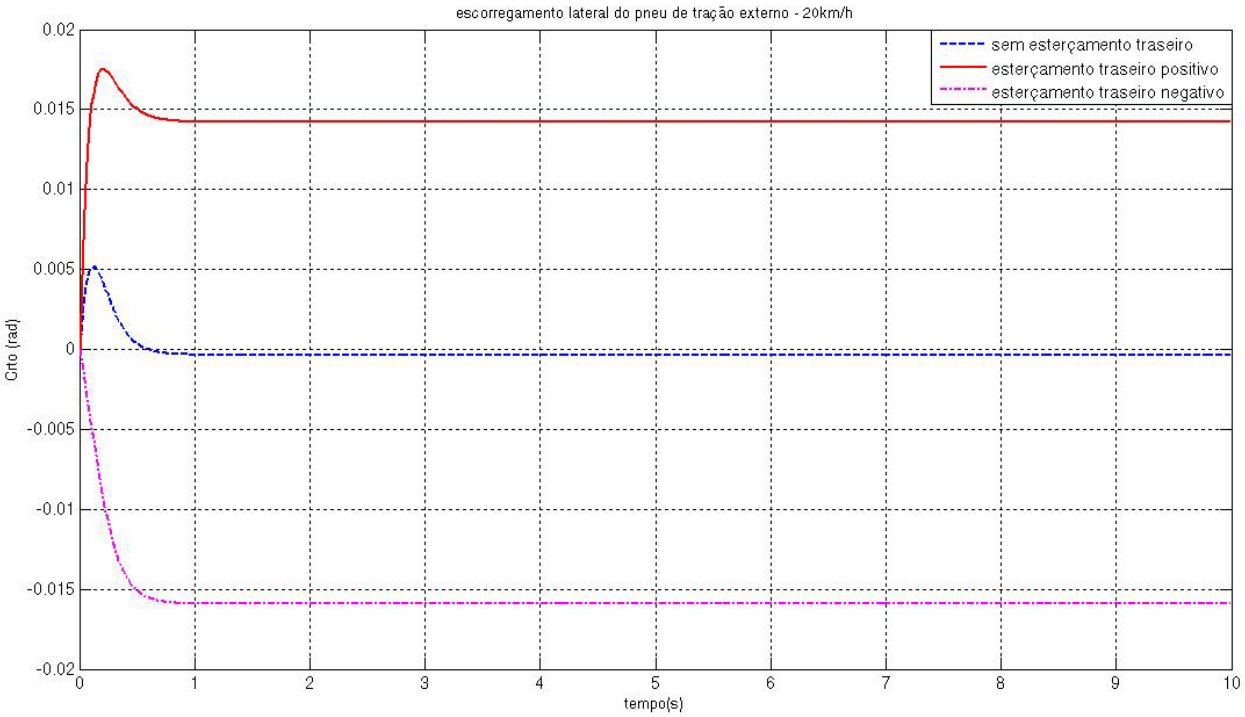


Figura 92 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de tração externo – 20km/h

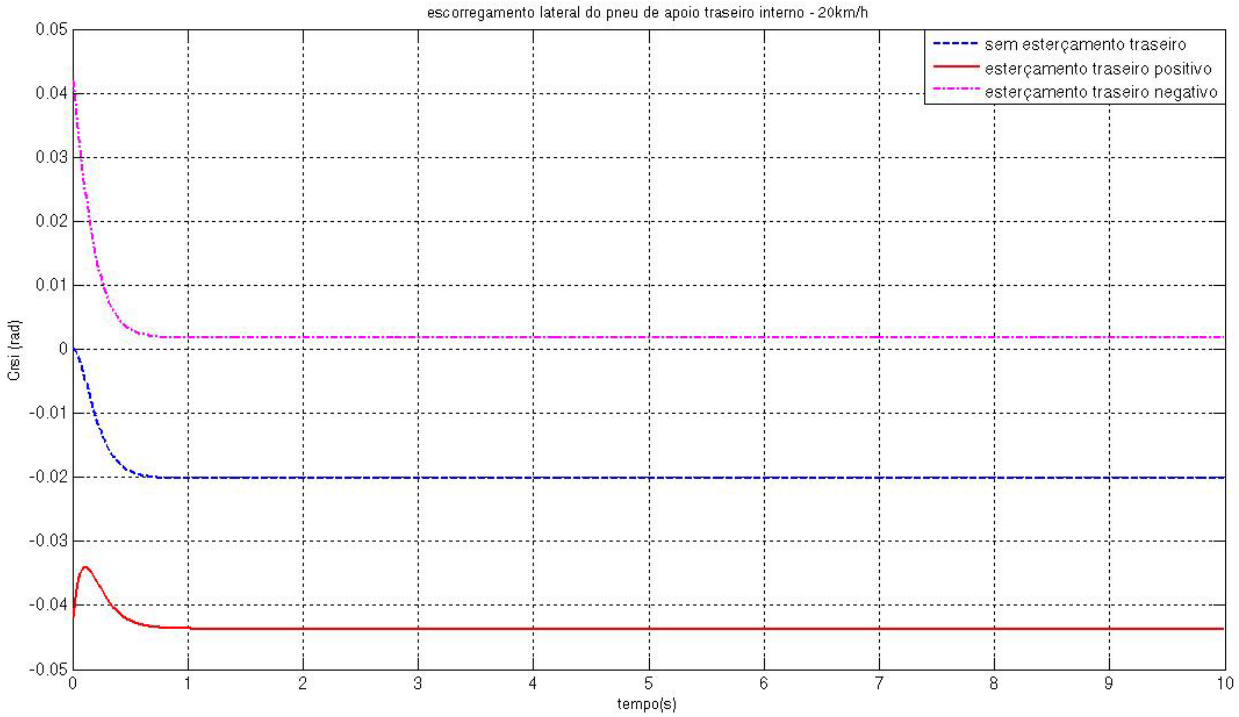


Figura 93 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio interno – 20km/h

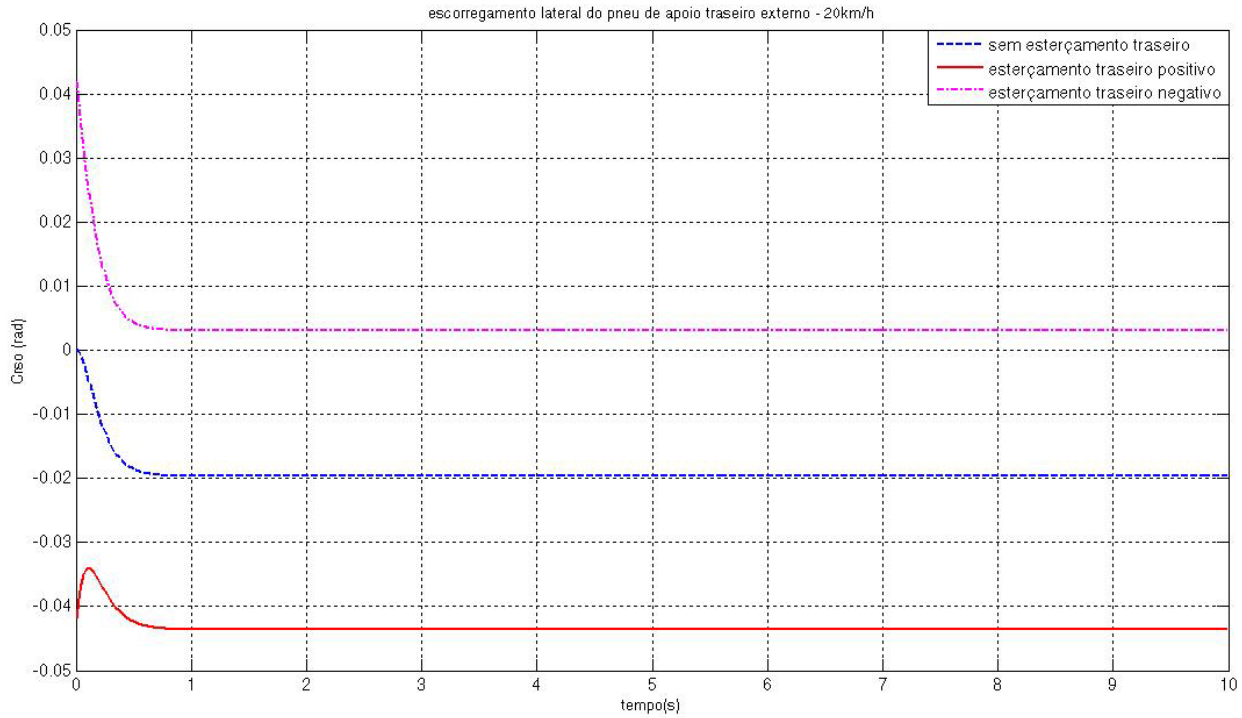


Figura 94 - Escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio externo – 20km/h

6.2.2.2 Resultados para entrada degrau à 40km/h

Para a mesma entrada degrau, obteve-se os seguintes resultados à 40km/h:

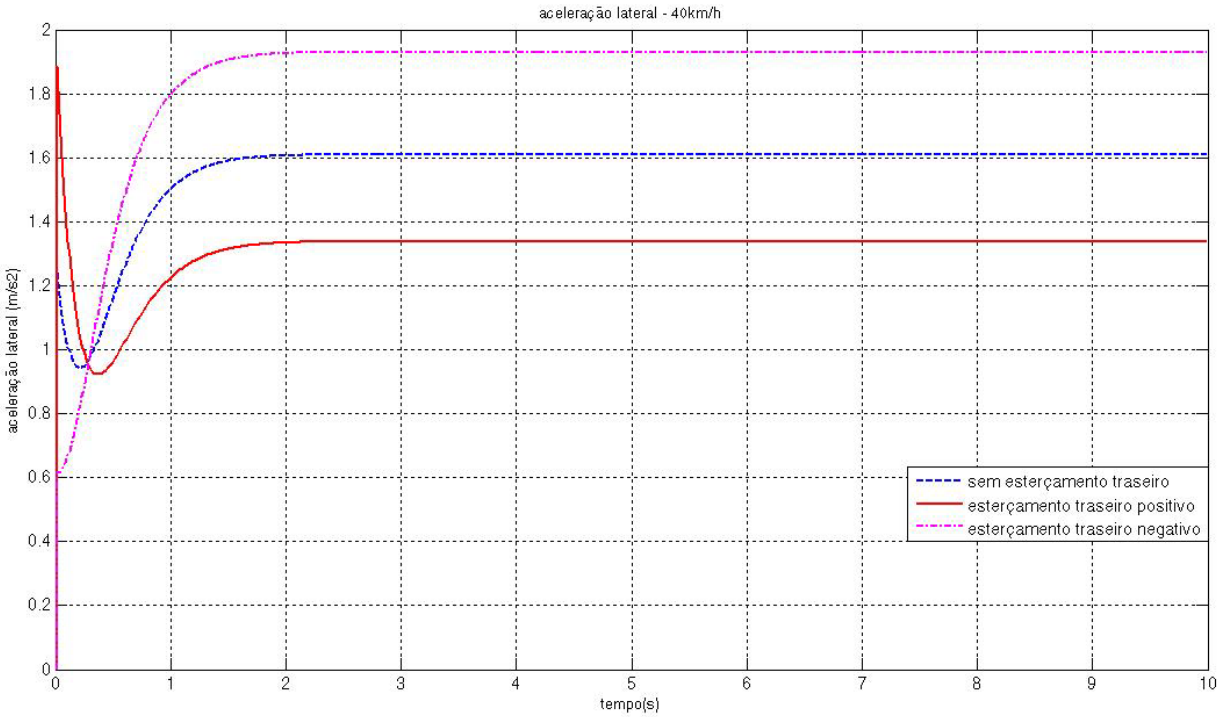


Figura 95 - Aceleração lateral do veículo – 40km/h

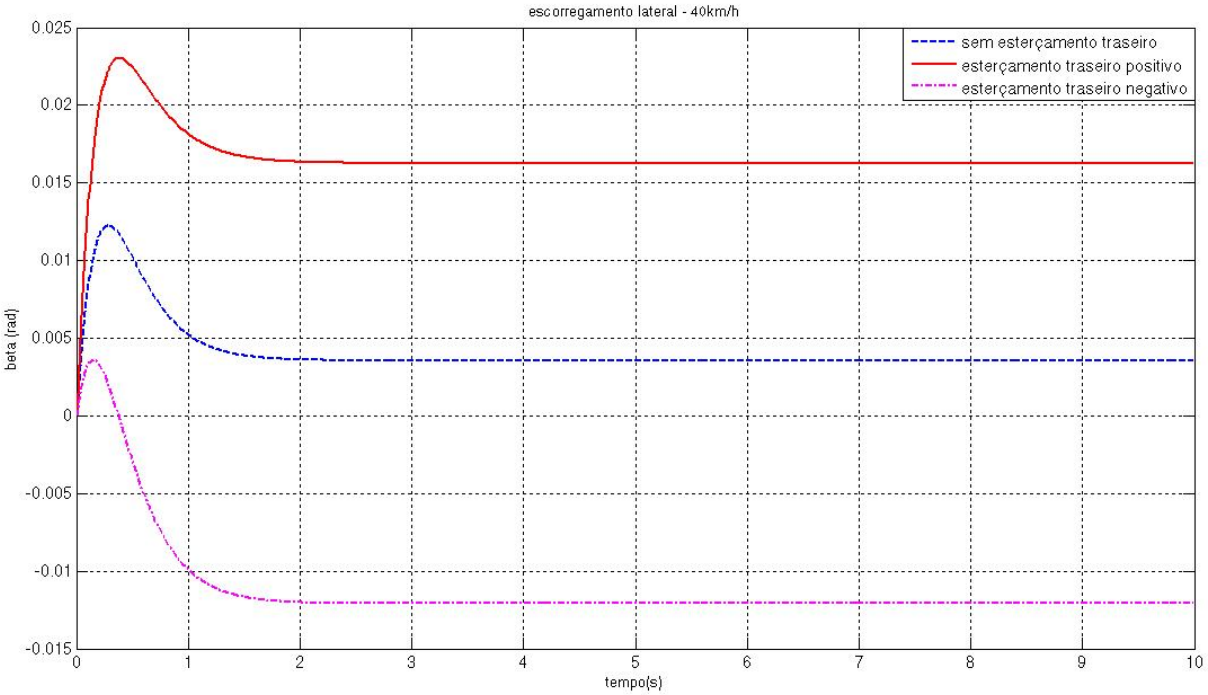


Figura 96 - Ângulo de escorregamento lateral do veículo - 40km/h

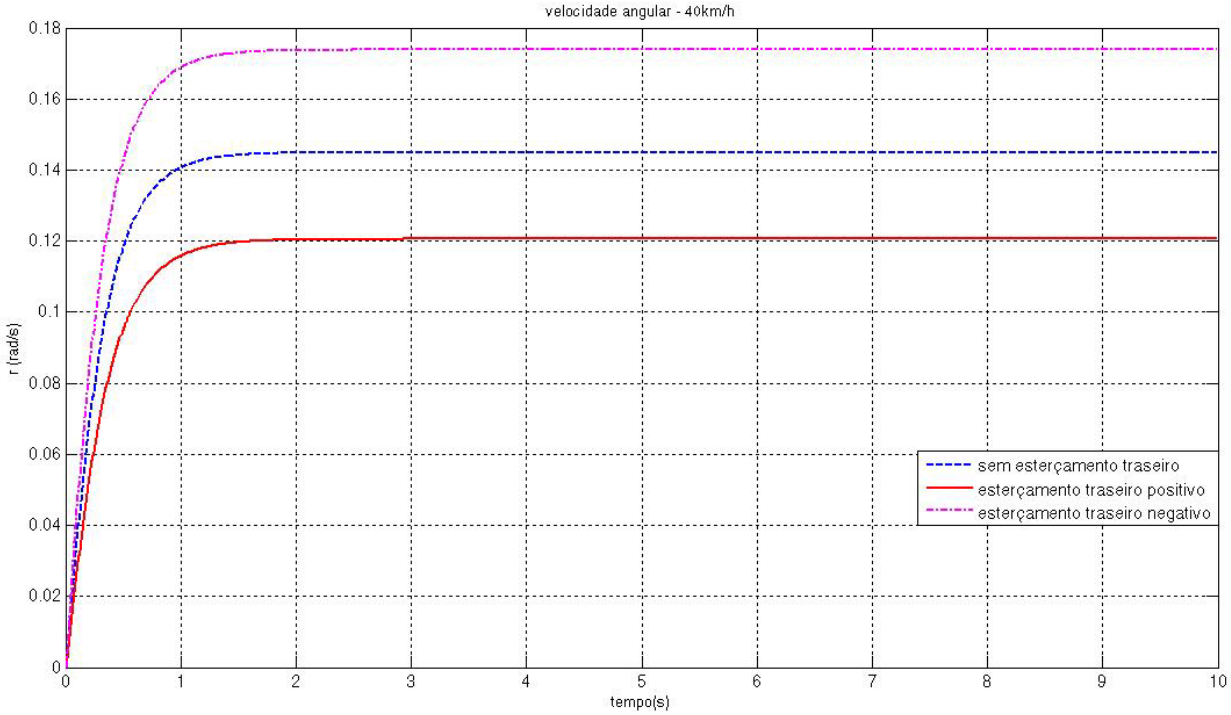


Figura 97 - Velocidade angular – 40km/h

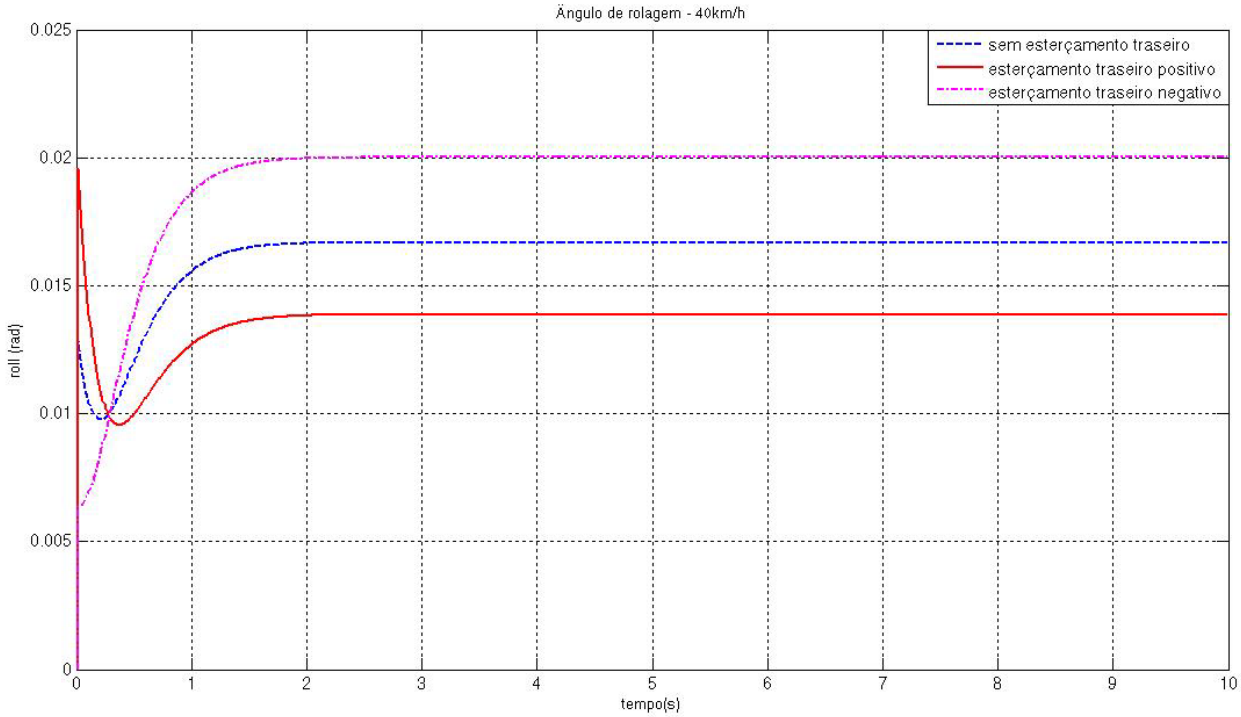


Figura 98 - Ângulo de rolamento lateral do veículo – 40km/h

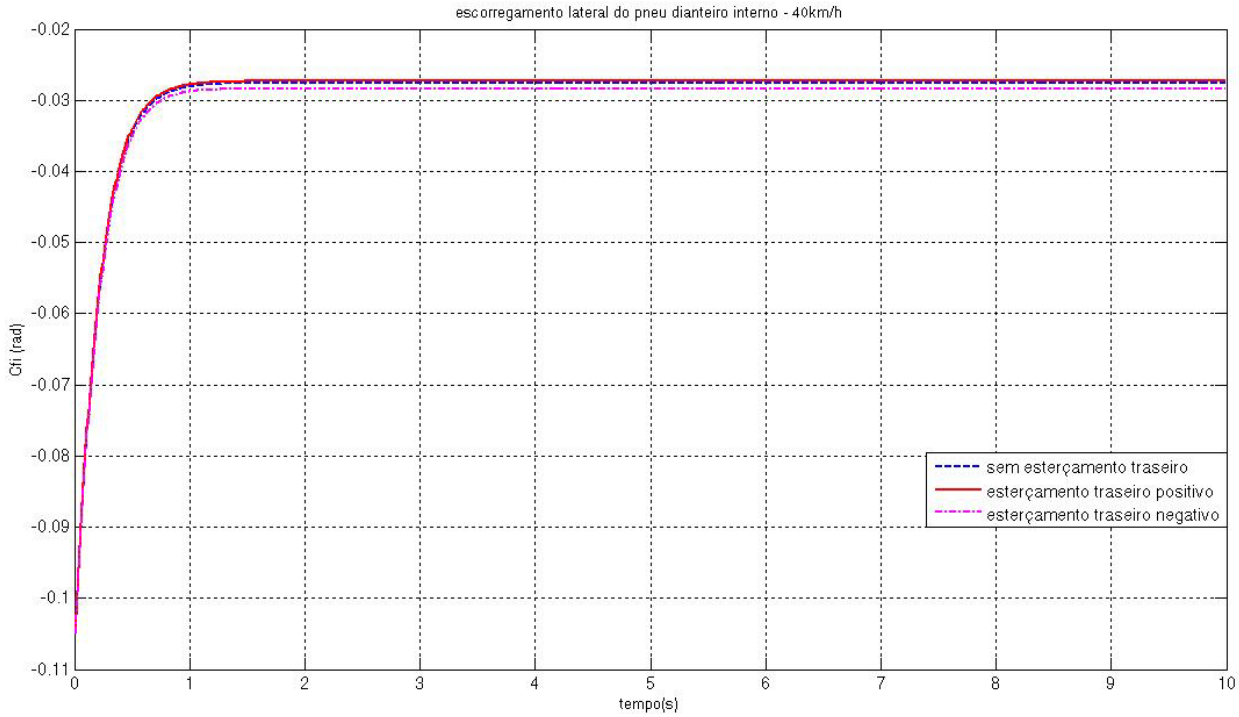


Figura 99 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu dianteiro interno – 40km/h

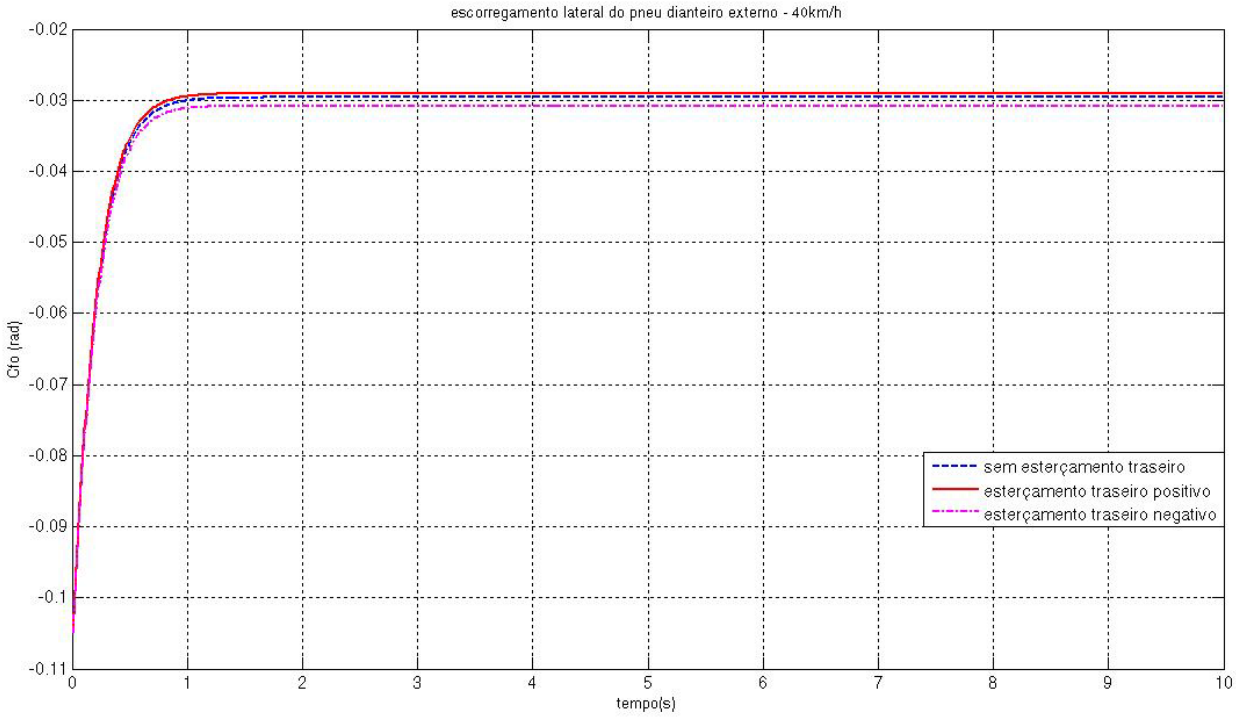


Figura 100 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu dianteiro externo – 40km/h

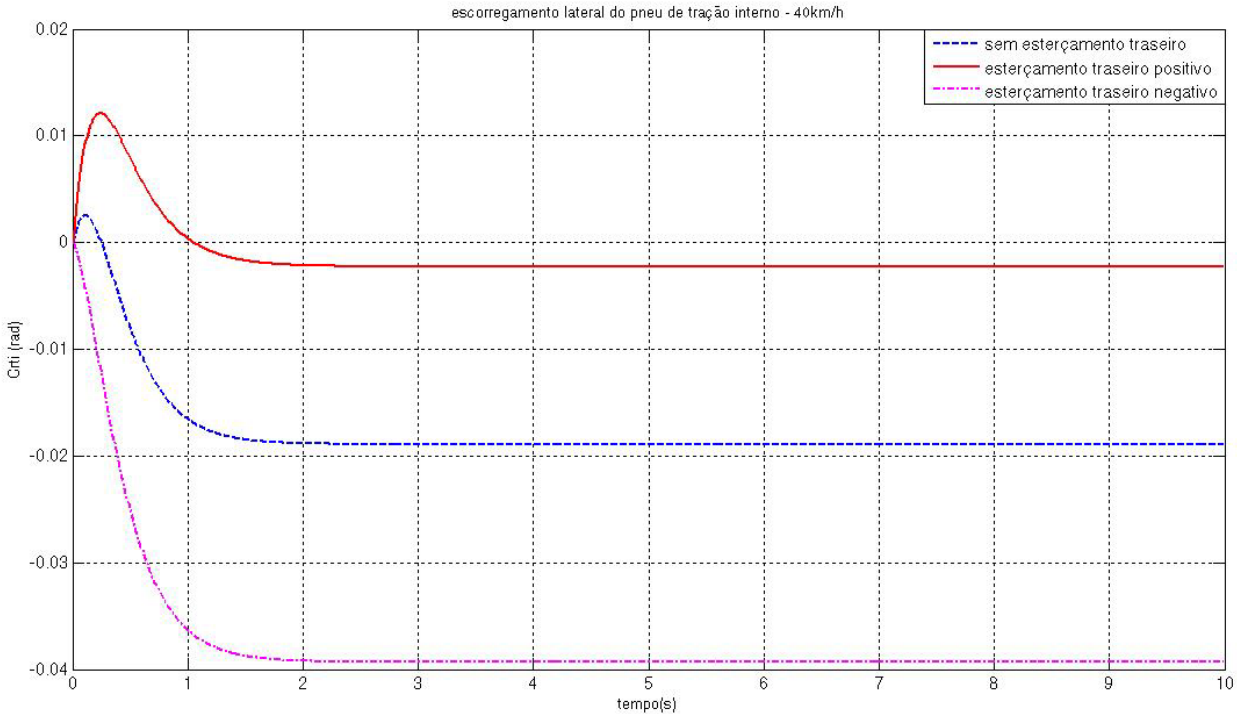


Figura 101 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de tração interno – 40km/h

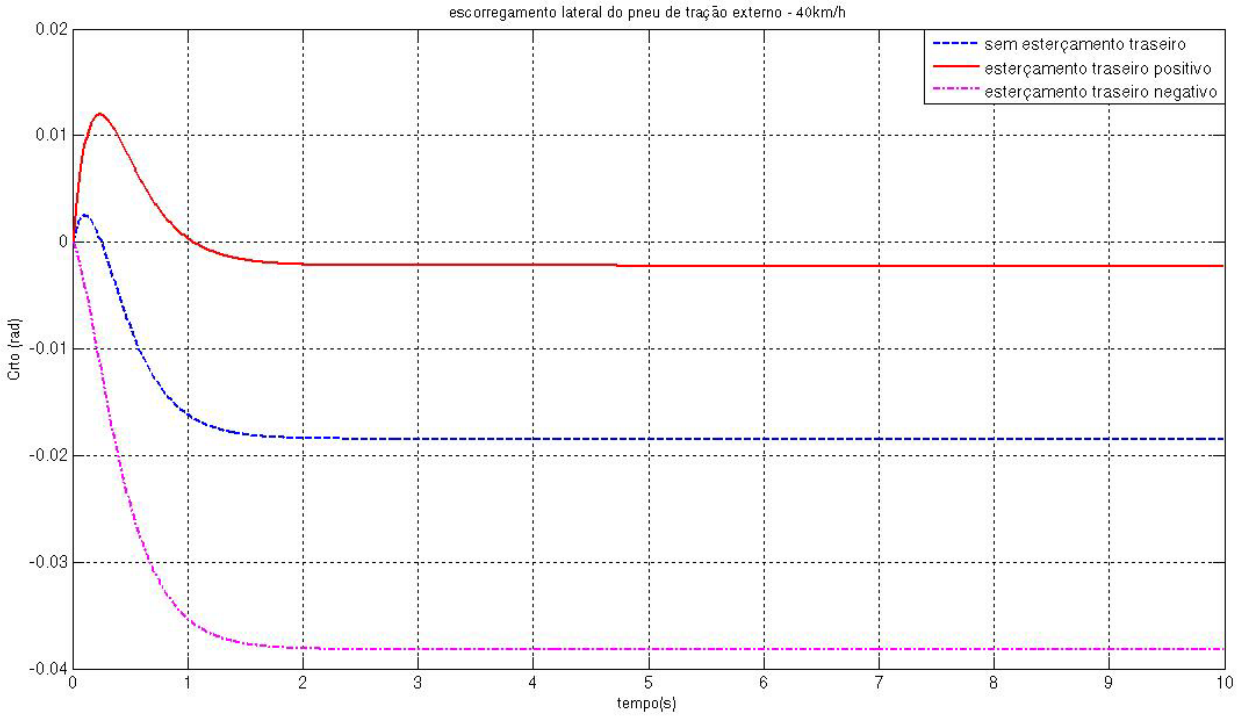


Figura 102 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de tração externo – 40km/h

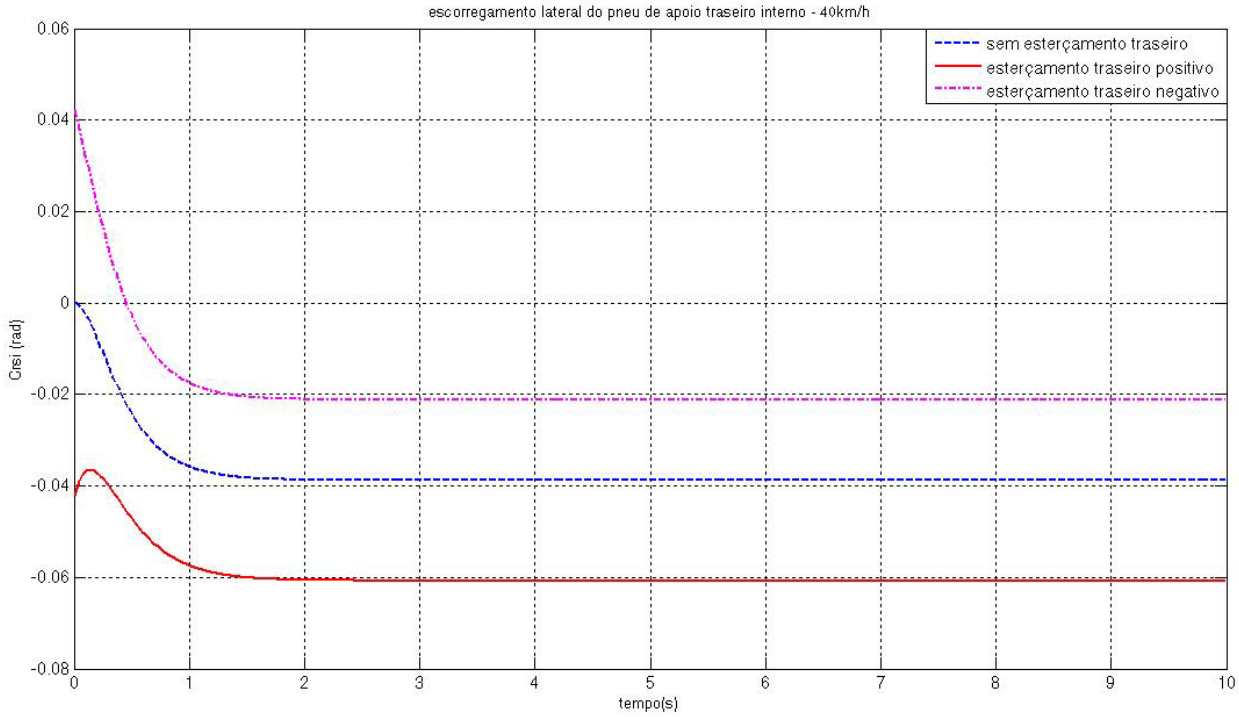


Figura 103 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio interno – 40km/h

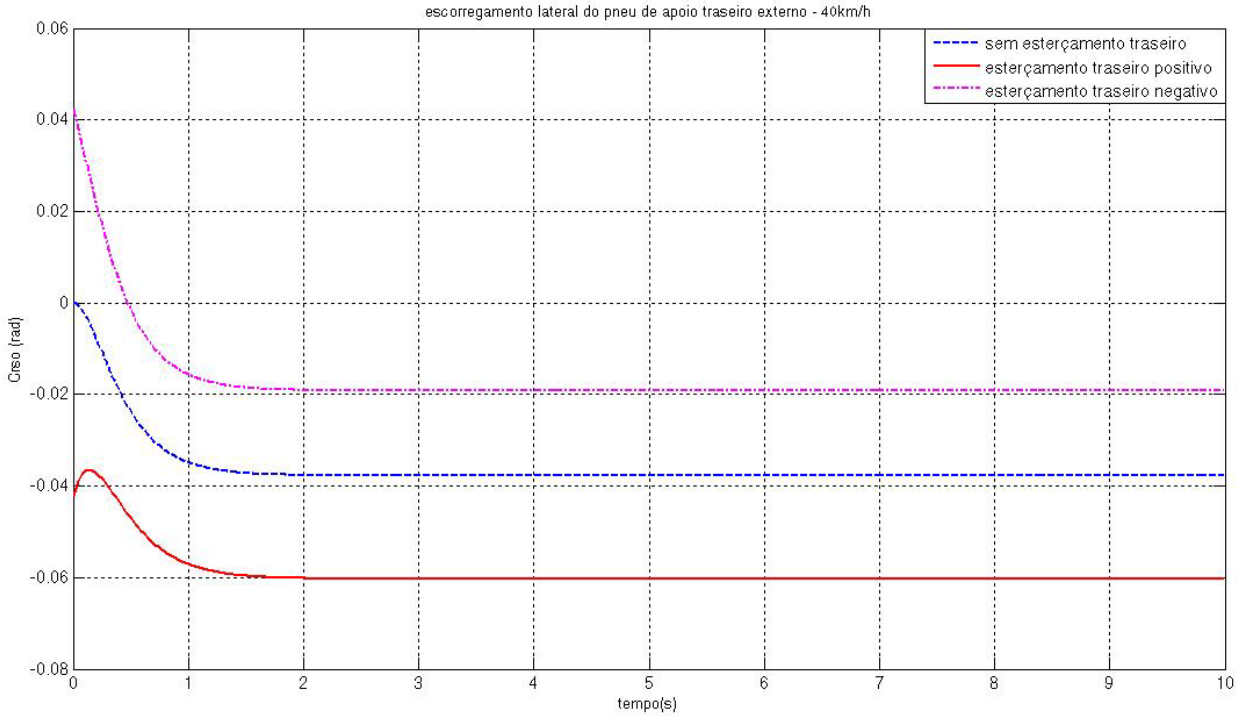


Figura 104 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio externo – 40km/h

6.2.2.3 Resultados para entrada degrau à 60km/h

Para a mesma entrada degrau, obteve-se os seguintes resultados à 60km/h:

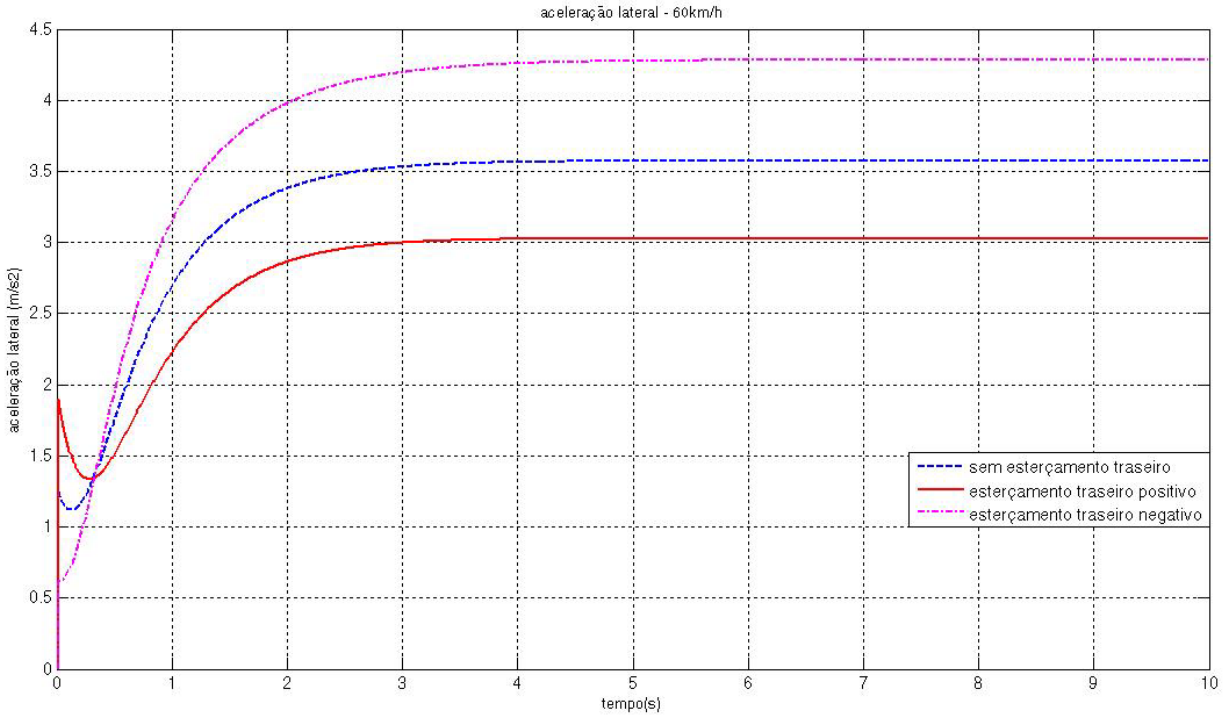


Figura 105 - Aceleração lateral do veículo – 60km/h

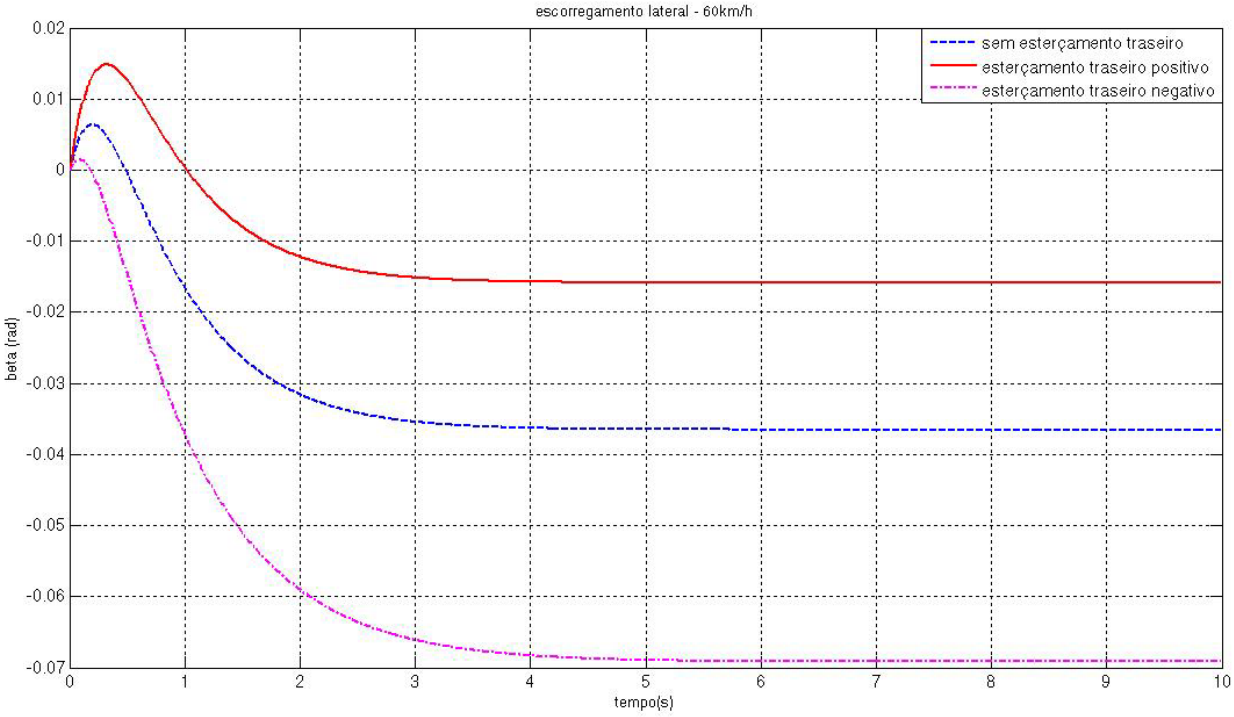


Figura 106 - Escorregamento lateral do veículo - 60km/h

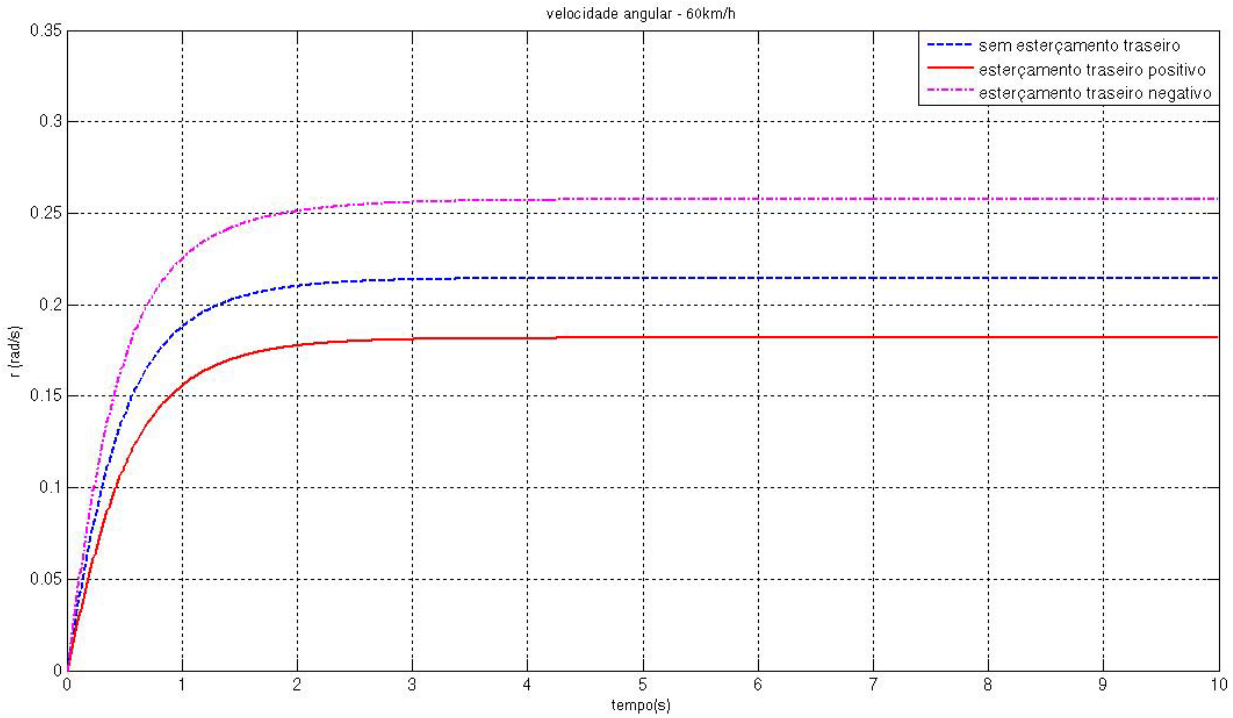


Figura 107 - Velocidade angular do veículo – 60km/h

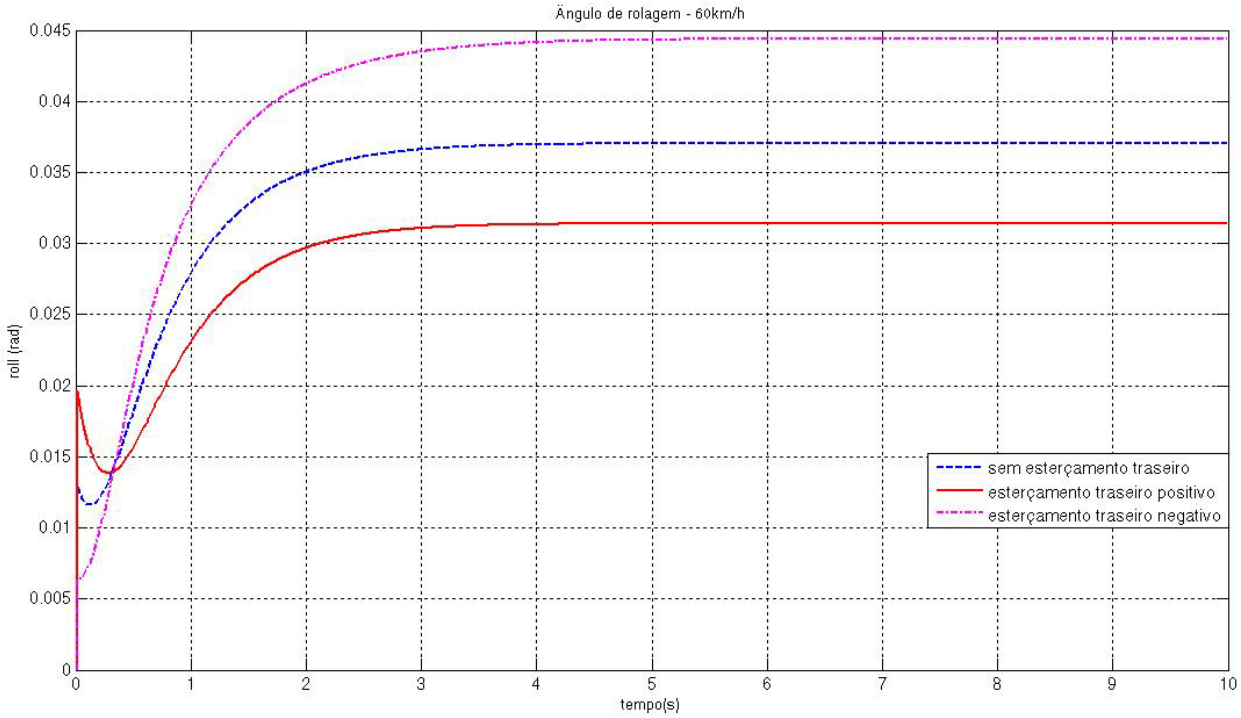


Figura 108 - Ângulo de rolamento lateral do veículo – 60km/h

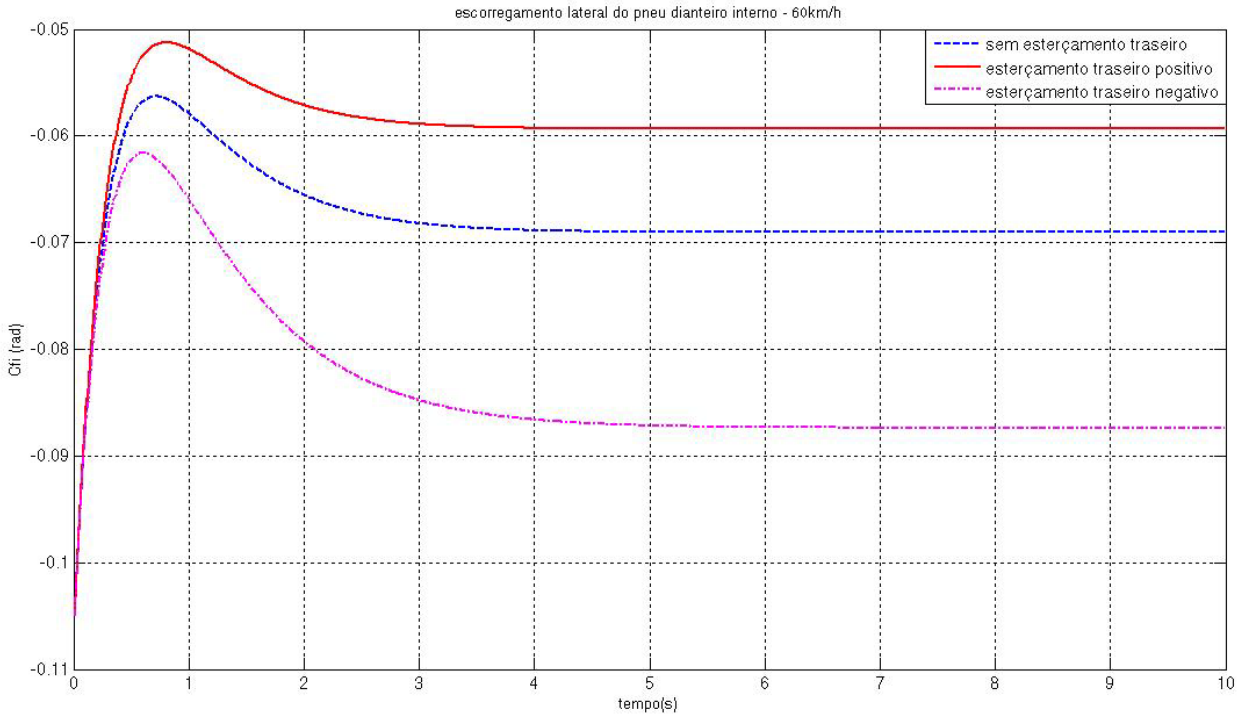


Figura 109 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu dianteiro interno – 60km/h

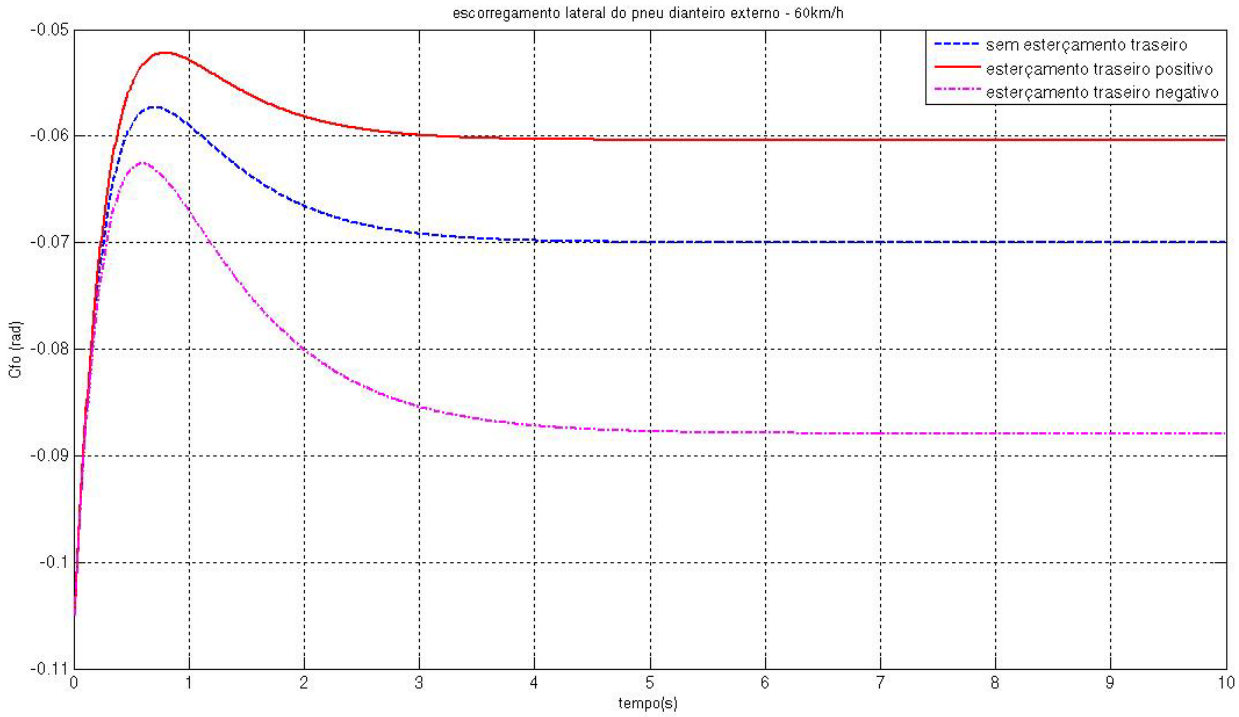


Figura 110 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu dianteiro externo – 60km/h

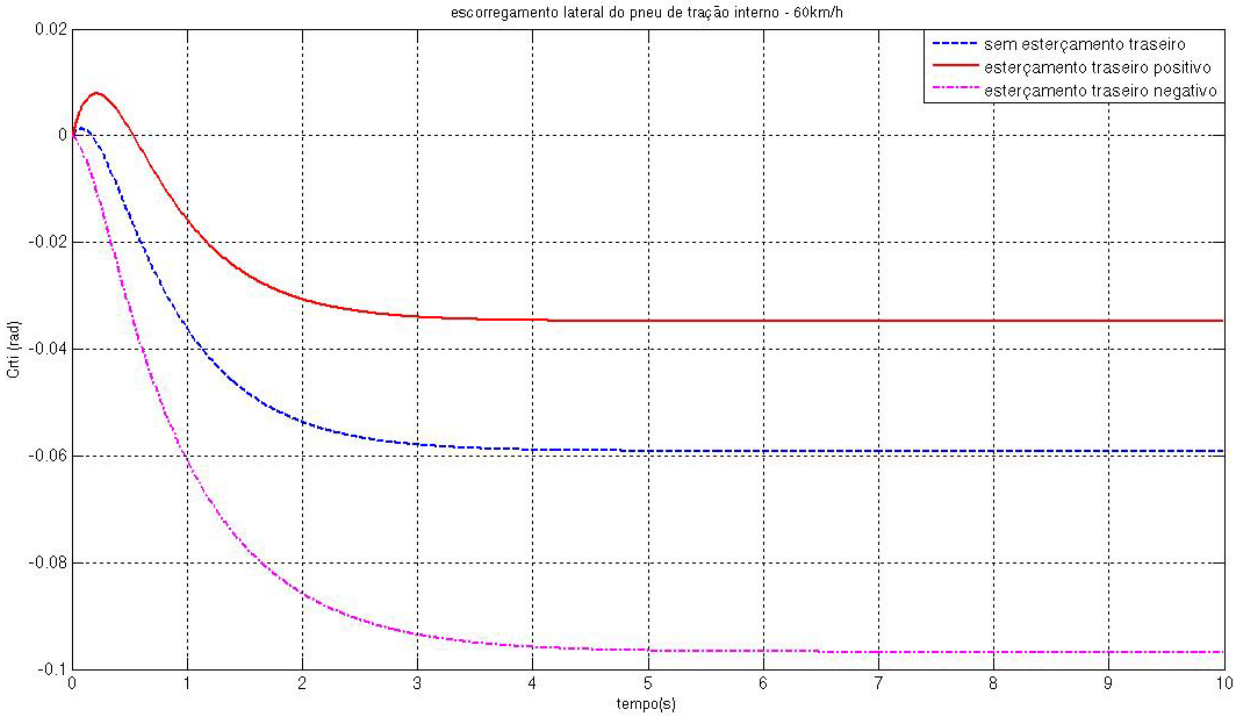


Figura 111 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de tração interno – 60km/h

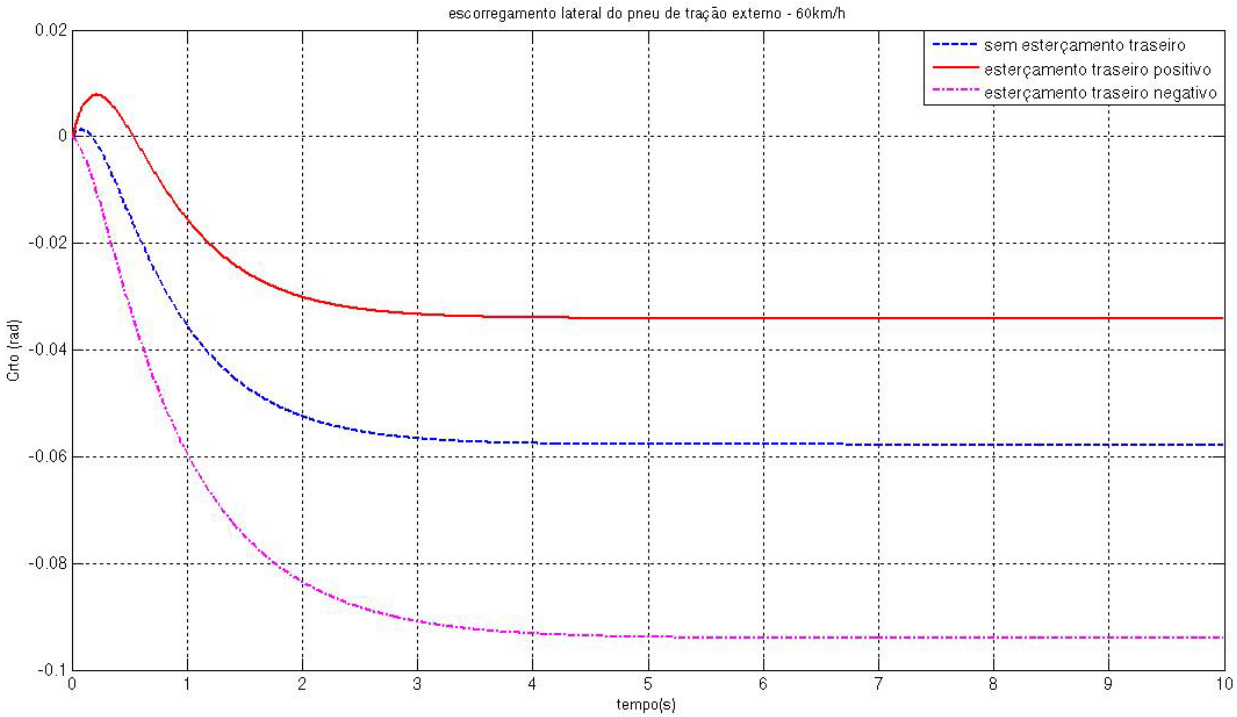


Figura 112 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de tração externo – 60km/h

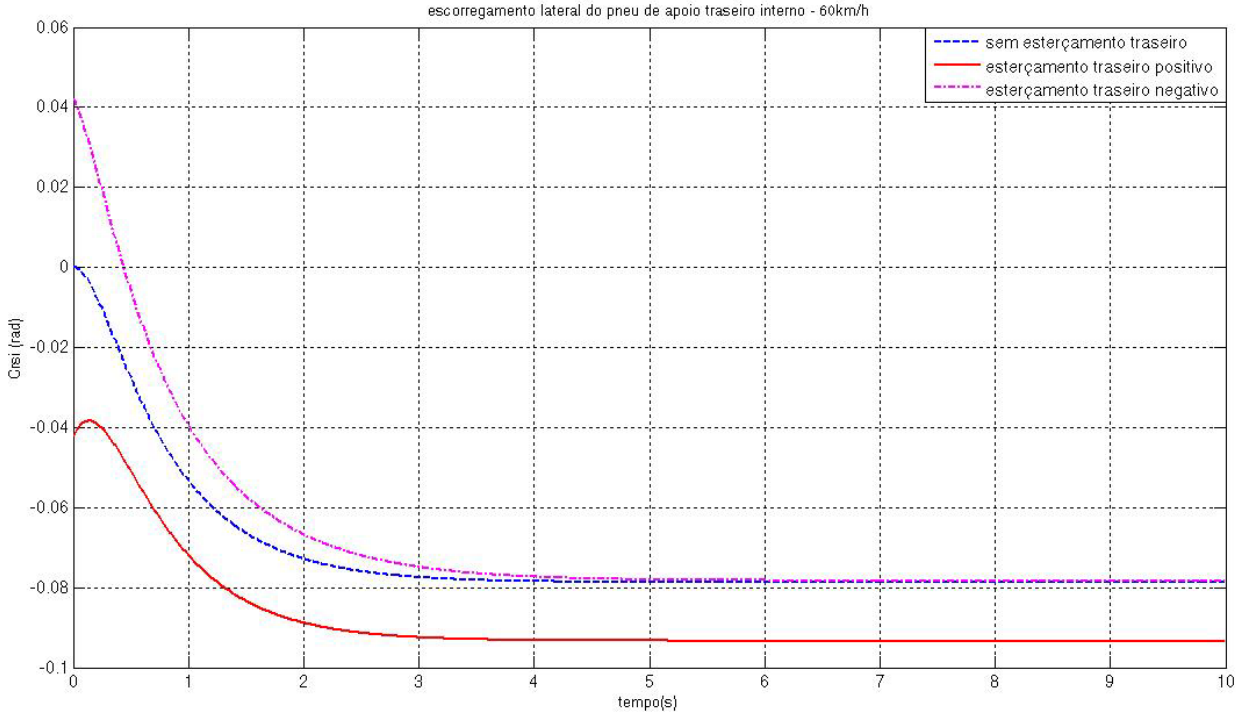


Figura 113 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio interno – 60km/h

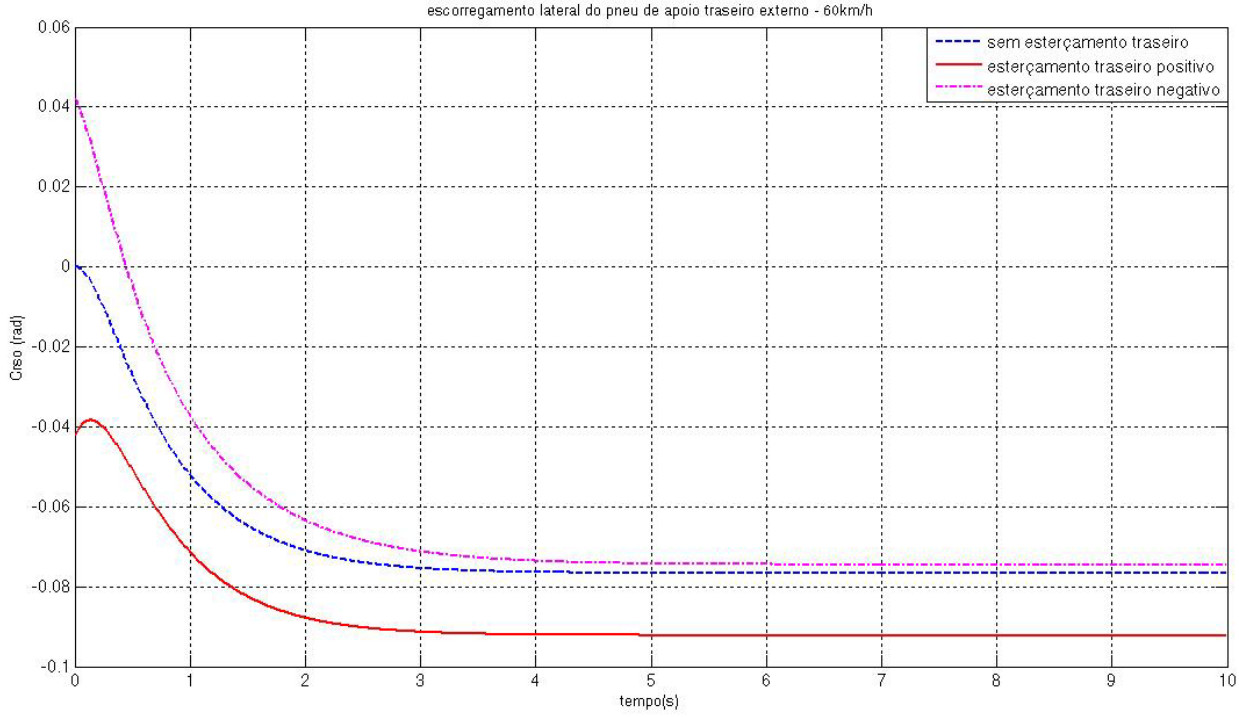


Figura 114 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio externo – 60km/h

6.3 Simulação para velocidade de 100km/h

Conforme tratado no item 6.2, todas as simulações foram feitas considerando uma velocidade máxima de 60km/h. Isso se justifica pelo fato de nos grandes centros urbanos, geralmente, essa é a velocidade máxima desempenhada pelos ônibus urbanos, que é o objeto de estudo.

A fim de verificar como os modelos descritos e utilizados nesse trabalho se "comportariam" a uma velocidade mais elevada, foi feita uma simulação para uma velocidade de 100km/h, considerando para tanto os mesmo modelos e as mesmas características utilizadas nas simulações para entrada senoidal, como tratado no item 6.2.1, exceto para o tempo de simulação que passou para 12 segundos.

Portanto, as figuras a seguir mostram algumas respostas obtidas pelas simulações feitas através do Simulink para uma entrada senoidal à 100km/h:

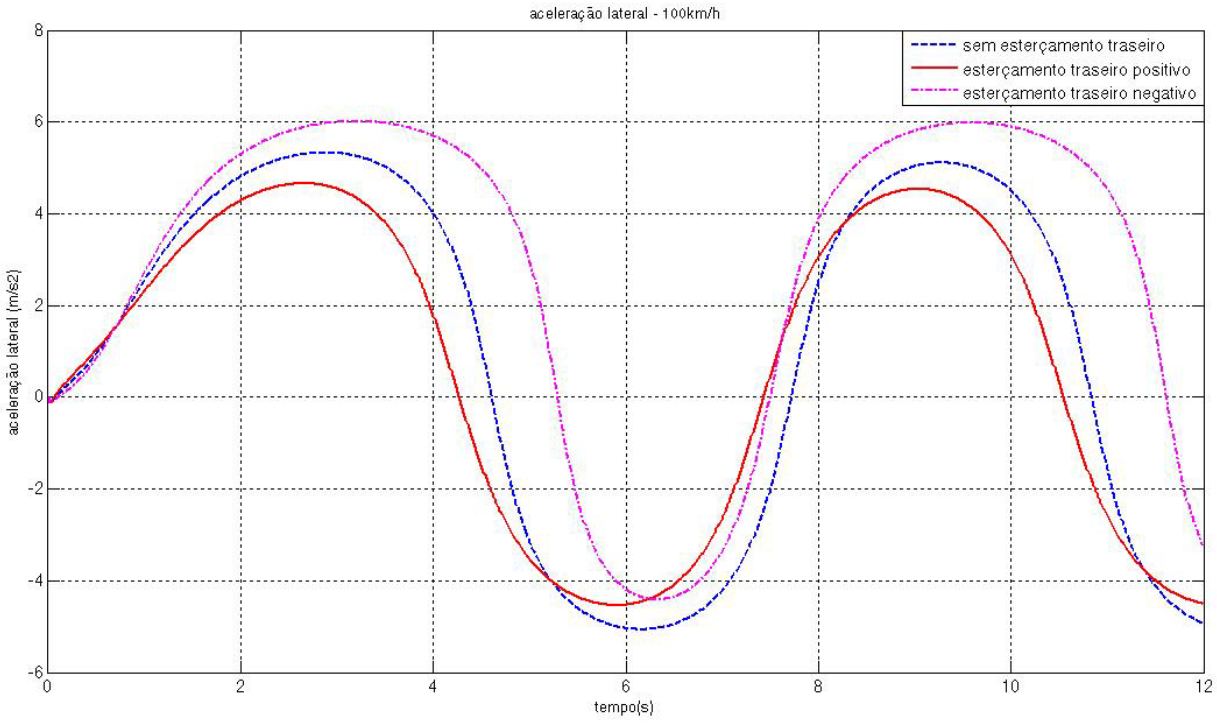


Figura 115 – Aceleração lateral – 100km/h

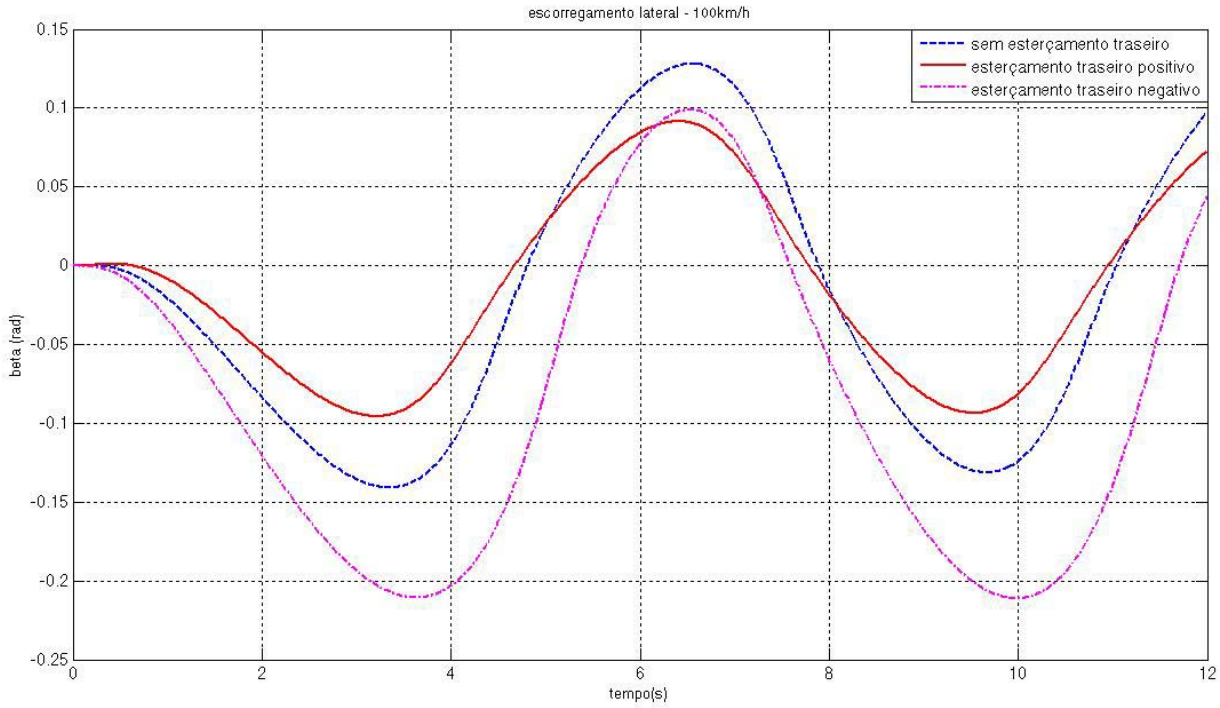


Figura 116 - Ângulo de rolamento lateral do veículo – 100km/h

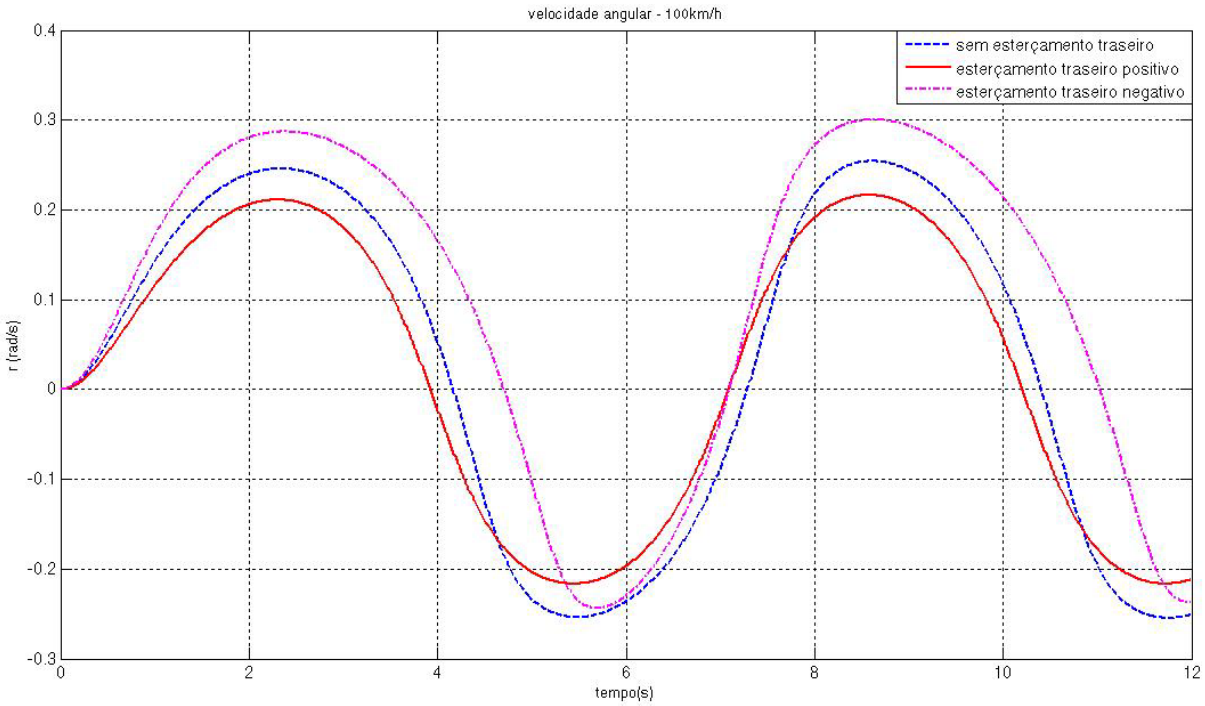


Figura 117 - Velocidade angular do veículo – 100km/h

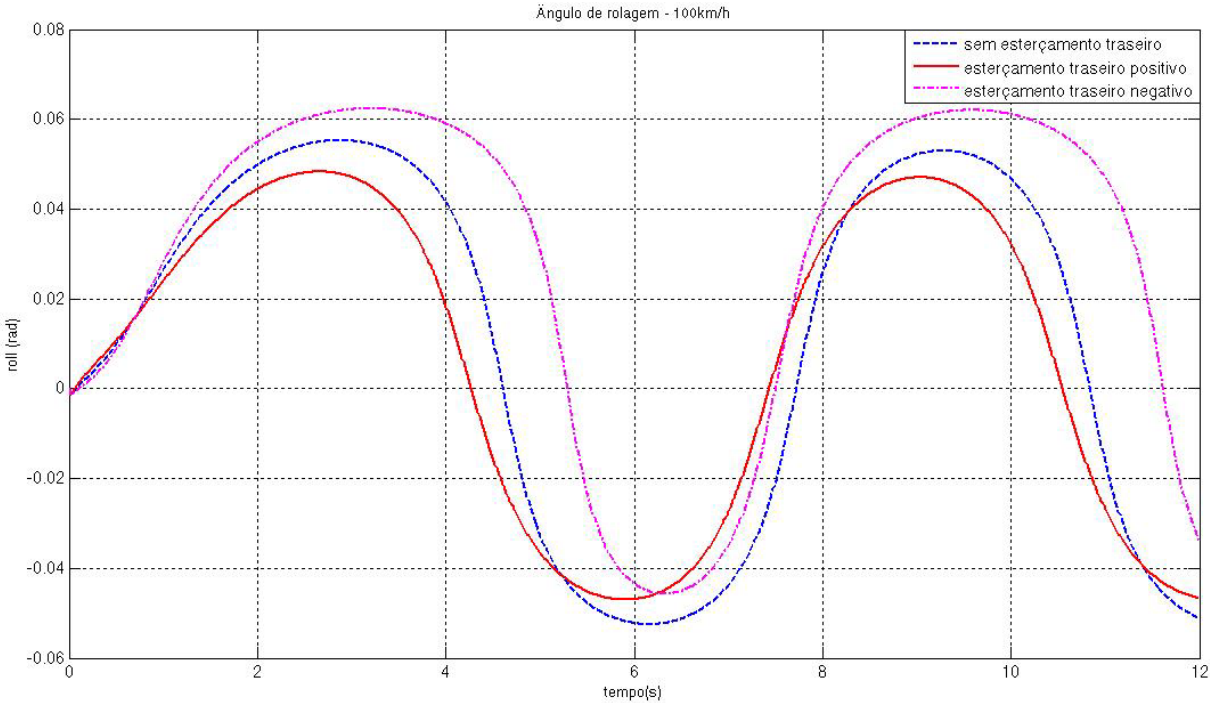


Figura 118 - Ângulo de rolamento lateral do veículo – 100km/h

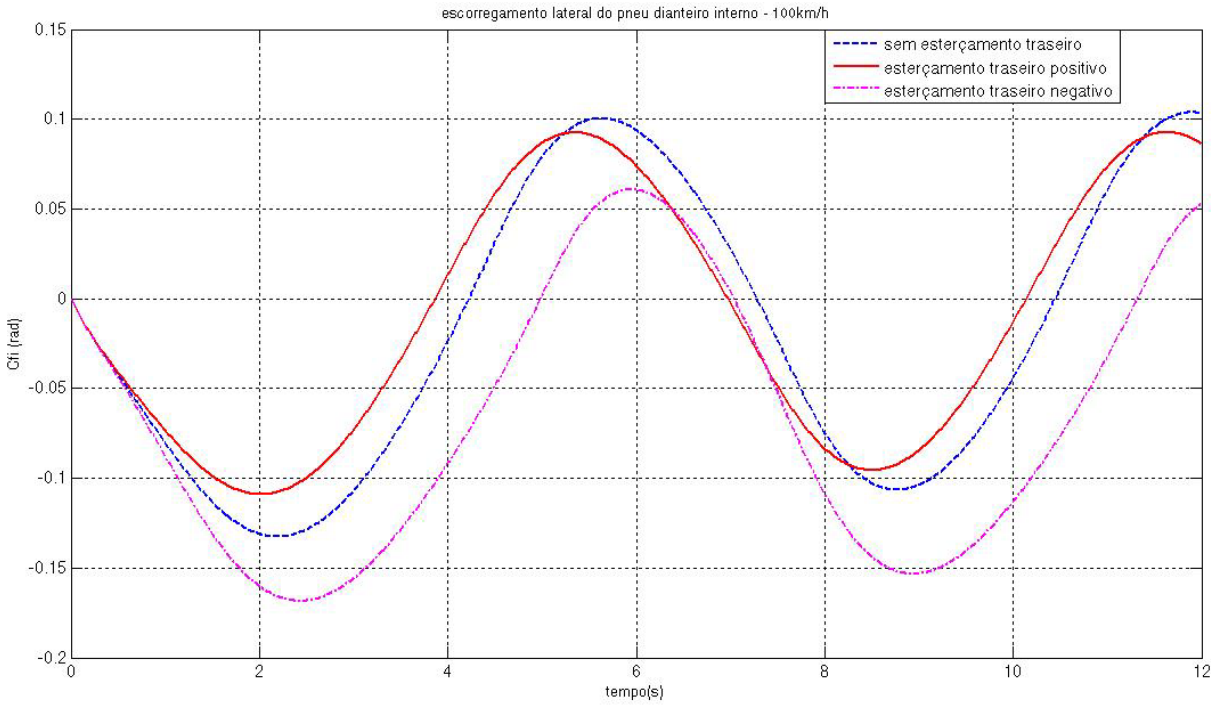


Figura 119 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu dianteiro interno – 100km/h

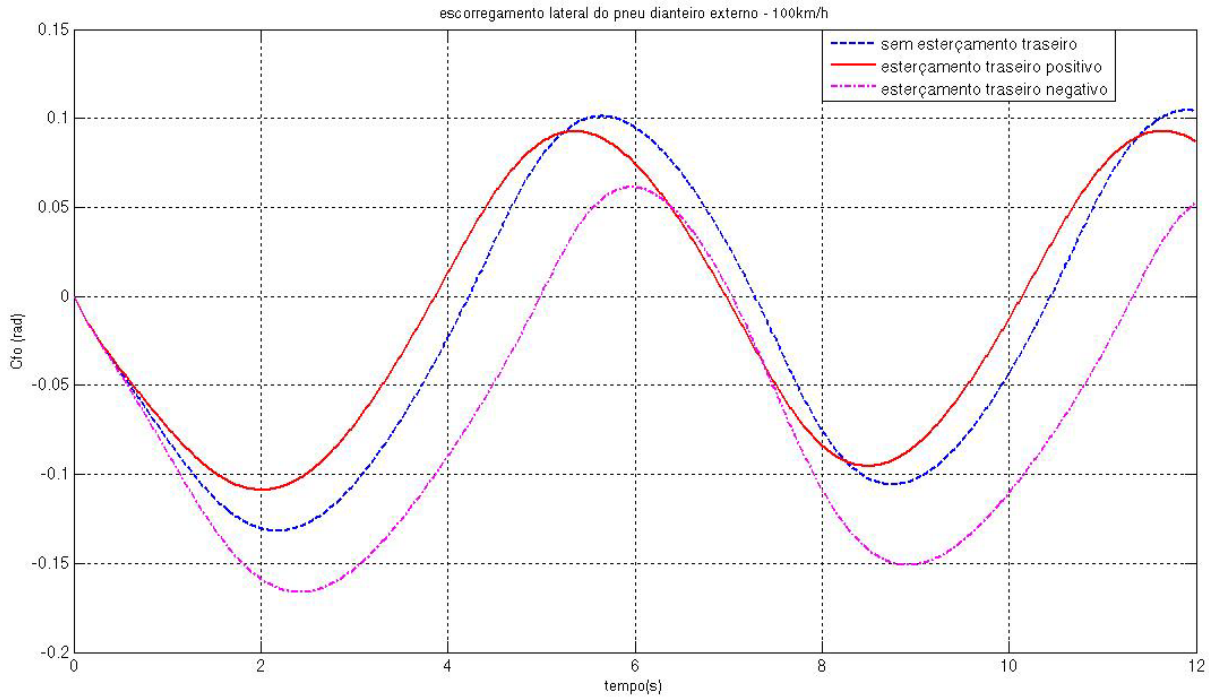


Figura 120 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu dianteiro externo – 100km/h

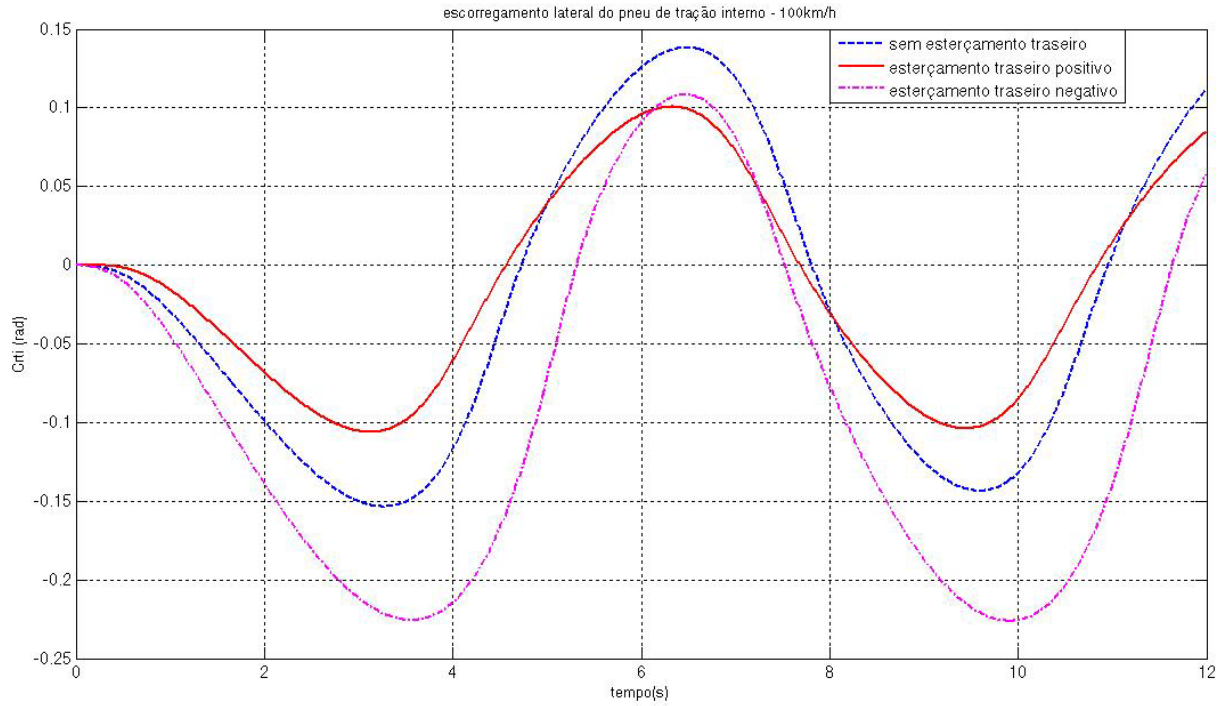


Figura 121 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de tração interno – 100km/h

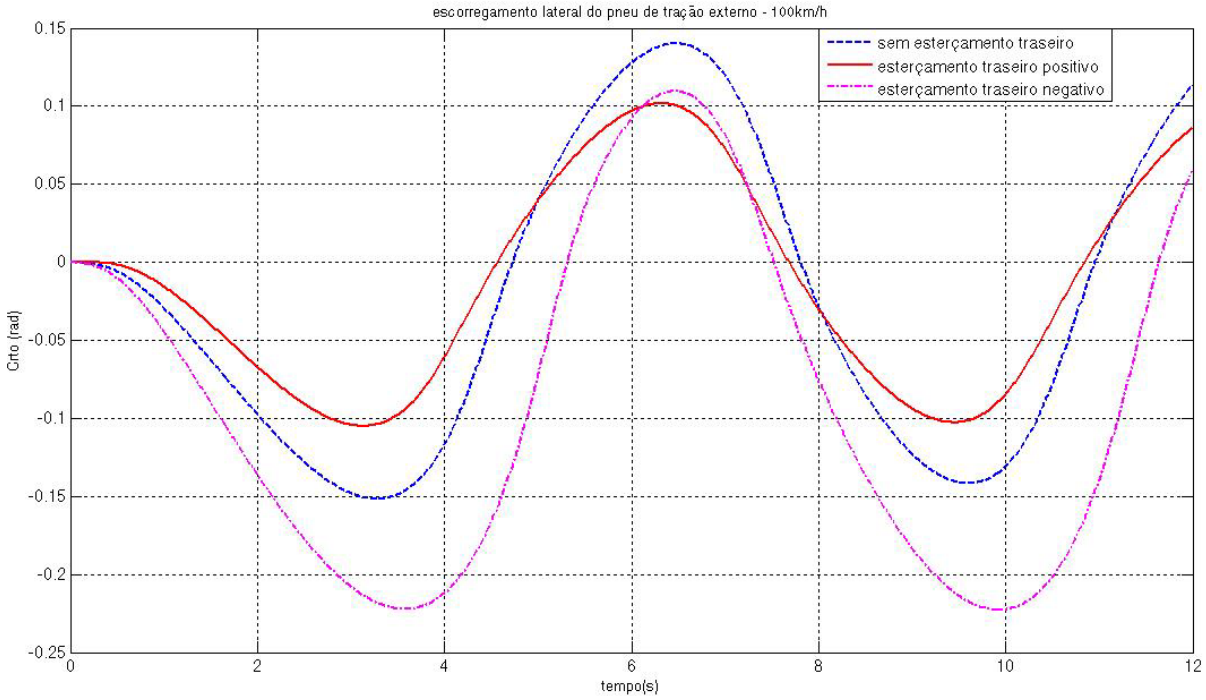


Figura 122 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de tração externo – 100km/h

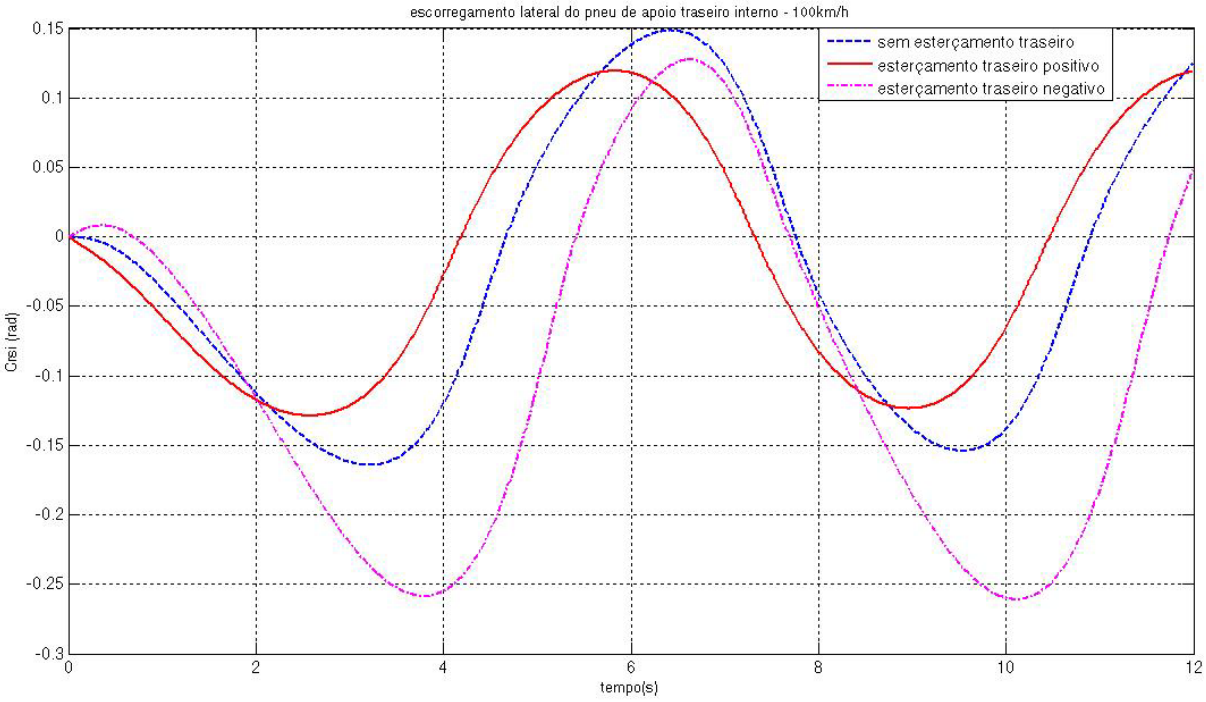


Figura 123 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio interno – 100km/h

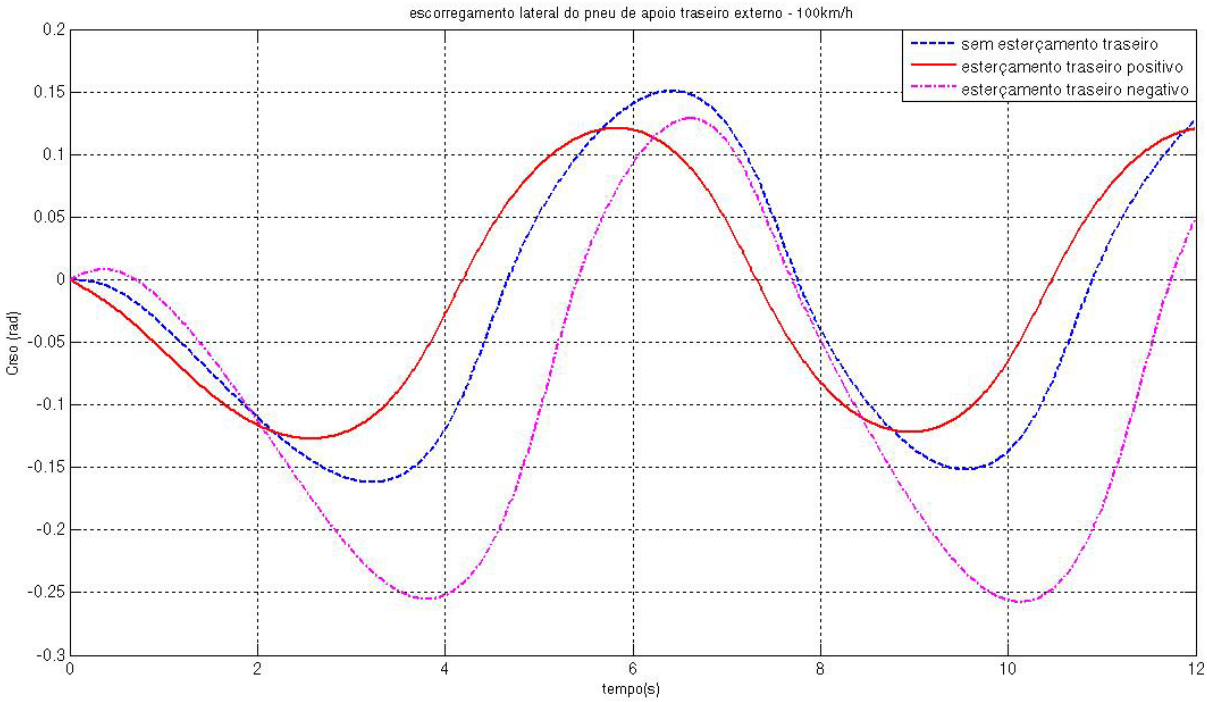


Figura 124 - Ângulo de escorregamento lateral do pneu traseiro de apoio externo – 100km/h

6.4 Comparação do raio de giro

Conforme mostrado no item 5.6, a diferença teórica no valor do raio de giro entre três veículos representados pelo modelo da bicicleta na configuração de eixos 6x2 com as mesmas dimensões, porém sendo o primeiro equipado com esterçamento positivo, o segundo com esterçamento negativo e o terceiro sem esterçamento na roda de traseira pode ser observado nos valores obtidos no gráfico abaixo:

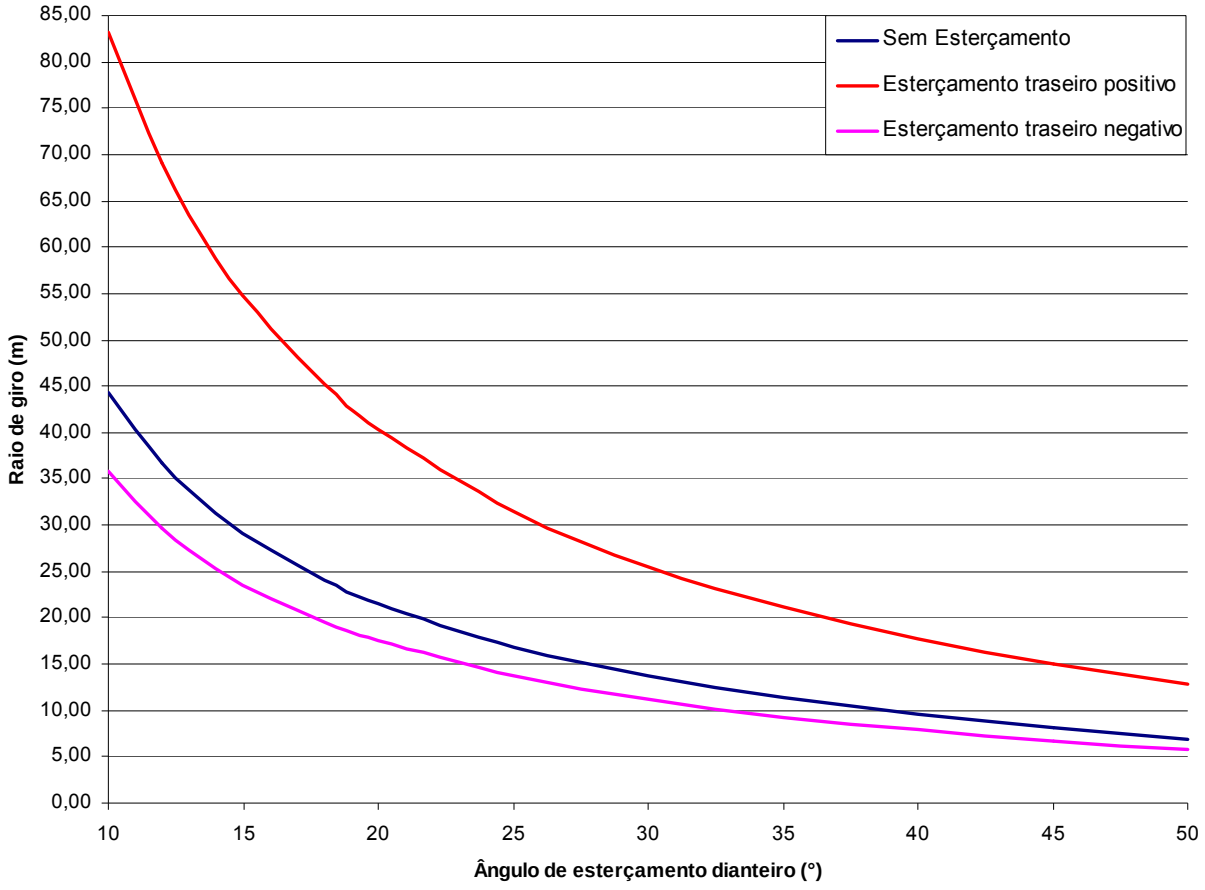


Figura 125 - Gráfico comparativo do raio de giro

Para os modelos com esterçamento na roda de apoio traseira, considerou-se a mesma relação entre o ângulo de esterçamento das rodas dianteiras e das rodas de apoio traseiras, isto é, as rodas do eixo de apoio traseiro esterçam a um ângulo equivalente a 40% do valor do ângulo de esterçamento da rodas dianteiras.

6.5 Tendência ao esterçamento

Como exposto no item 3.2.5, uma característica a ser comparada entre os três tipos de esterçamento é a tendência do comportamento dinâmico para cada tipo de esterçamento. Como mostra o gráfico 126, com o aumento da velocidade percebe-se que para o veículo com esterçamento traseiro positivo a taxa de aumento do ângulo de escorregamento lateral é menor do que os outros dois tipos de veículos, indicando, portanto que o veículo com esse tipo de esterçamento apresenta uma tendência maior ao comportamento subesterçante quando comparado com o veículo sem esterçamento traseiro e com esterçamento traseiro negativo.

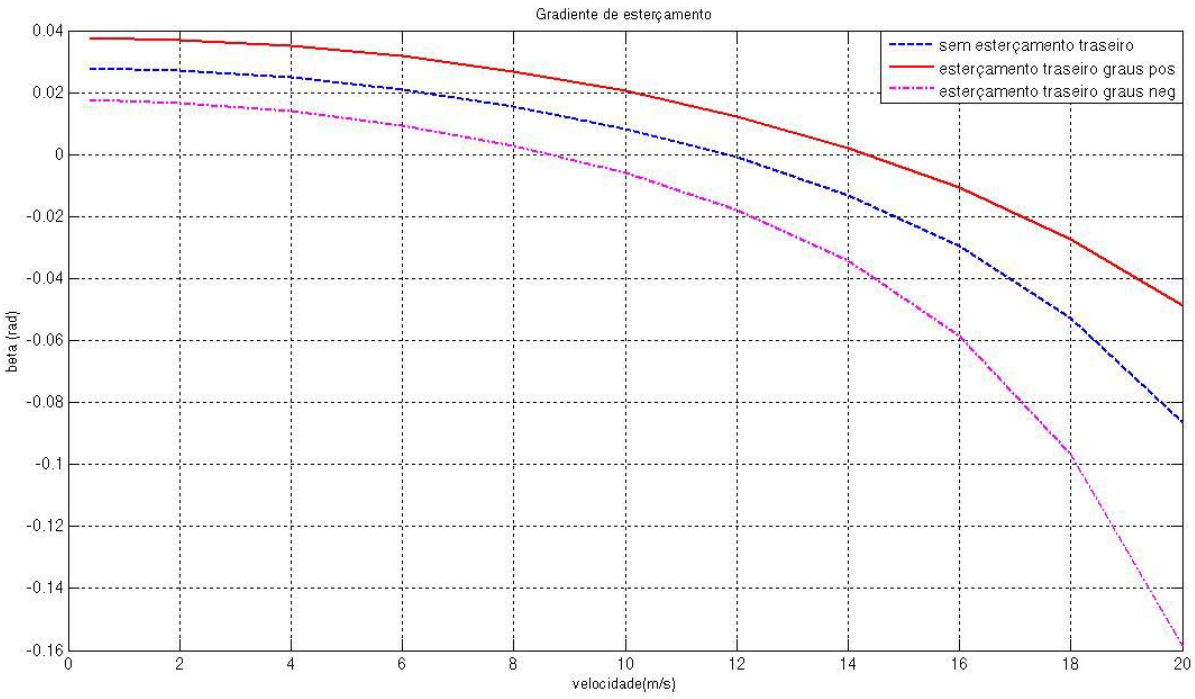


Figura 126 - Gráfico comportamento subesterçante

Note pelo gráfico 126 que o valor do ângulo passa a ser negativo a partir de certa velocidade indicando que o escorregamento lateral do veículo passa a ocorrer para o lado externo à tangência da curva percorrida.

7 CONCLUSÕES

Dentre as diversas bibliografias consultadas, é de consenso a carência de trabalhos científicos sobre modelamento ou análise de esterçamento envolvendo veículos multieixos, quanto mais veículos multieixos esterçantes.

A dinâmica que envolve o esterçamento de um veículo é um fenômeno complexo com inúmeras variáveis envolvidas. Dentre elas, umas das principais que pode ser citada é o pneu, onde são restritas as informações de referencia em virtude do chamado "segredo industrial" dos principais fabricantes, em minha opinião.

De qualquer forma, a maioria dos autores utiliza-se de artifícios simplificatórios para o modelamento de esterçamento veicular justamente devido à complexidade envolvida. Um exemplo disso é a grande empregabilidade nos estudos de dinâmica lateral do "modelo da bicicleta". Embora não reproduza fielmente a realidade dinâmica em manobra de um veículo, esse modelo serve como referência quanto ao comportamento do veículo durante a execução de uma manobra em curva no que diz respeito à sua dinâmica lateral.

No trabalho aqui apresentado optou-se por empregar um modelo mais complexo se comparado ao "modelo da bicicleta". Como o objeto estudo é um ônibus urbano na configuração de rodas 6x2, partiu-se para a criação de modelos com seis rodas onde foi possível considerar o efeito da transferência de carga entre as rodas do lado interno e externo ao centro do raio da curva.

As respostas obtidas pelas simulações mostram diferenças significativas do comportamento dinâmico entre os três diferentes tipos de esterçamento: esterçamento do eixo traseiro de apoio positivo, negativo e ausência de esterçamento nesse eixo.

Como pode ser observado nos resultados obtidos pelos gráficos, o modelo equipado com esterçamento traseiro negativo fornece valores de aceleração lateral maior do que os outros tipos de esterçamento, principalmente para as velocidades maiores, confirmando assim as informações encontradas em diversas bibliografias.

Os gráficos descritos pelas figuras 58/59, 68/69 e 78/79, referentes ao ângulo de escorregamento lateral dos pneus dianteiros servem como um bom parâmetro de comparação e conclusão a respeito da empregabilidade dos três tipos de esterçamento. Pode-se dizer que o modelo com esterçamento negativo possui um melhor desempenho em baixa velocidade (representado por 20km/h) se comparado com os outros dois tipos de esterçamento analisados, pois apresenta menores valores de escorregamento lateral dos pneus dianteiros. Porém, com o aumento da velocidade (40km/h e 60km/h), essa característica se inverte, passando o modelo

com esterçamento positivo a ter menores valores de escorregamento lateral dos pneus dianteiros e, portanto, um melhor desempenho nessa condição se comparado aos outros dois tipos de esterçamento.

Quanto à manobra de raio de giro, como já previsto, o esterçamento negativo propicia ao veículo executar uma manobra em um circulo de raio menor do que um veículo sem este artifício, ao passo que o esterçamento positivo piora o desempenho do veículo neste quesito.

Portanto, tendo em vista os resultados obtidos no presente trabalho e considerando a busca cada vez maior por veículos de transporte de passageiros com grande capacidade de carga, justificando assim o emprego de uma configuração de rodas 6x2, a utilização do esterçamento negativo das rodas do eixo de apoio traseiro seria apropriada para uma aplicação voltada ao transporte urbano, onde o veículo trafega a maior parte do tempo em baixas velocidades e o foco está voltado para sua manobrabilidade onde se exige que o veículo execute manobras no menor espaço possível. Já o esterçamento positivo das rodas do eixo de apoio traseiro é indicado para aplicação de veículos rodoviários que trafegam em velocidades elevadas e percorrem longas distâncias onde se busca melhor desempenho de maneira mais segura.

Como o foco é a analise de um ônibus de aplicação urbana, a ênfase foi dada nas simulações feitas em velocidades condizentes com esse tipo de aplicação, que seriam 20km/h, 40km/h e 60km/h. Porem, com o intuito de verificar o comportamento dos modelos para uma velocidade maior, uma simulação à 100km/h foi realizada. Através dos gráficos, pode-se observar certa deformação das curvas de resposta se comparado com as outras simulações, o que talvez limite a aplicação dos modelos apenas para velocidades menores. Provavelmente, algumas das simplificações consideradas no modelamento, como por exemplo, a ausência das forças geradas pelos amortecedores das suspensões e o modelo linear mola pneumática, dentre outras, sejam de maior relevância quando se trata do veículo trafegando em maiores velocidades. Seria necessária uma validação experimental para confrontar os valores encontrados.

8 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Uma validação experimental para os modelos aqui propostos através de medições a serem realizadas em um ônibus real com a característica de esterçamento nas rodas do eixo de apoio traseiro seria o ponto principal a ser explorado futuramente.

Outros fatores importantes para a criação de modelos dinâmicos mais próximos de um veículo real seriam considerar as simplificações adotadas para a execução dos modelos, como por exemplo:

a) ação dos amortecedores através de seu modelamento;
b) um modelo não-linear para a molas pneumáticas;
c) rigidez torcional do conjunto chassis/carroceria;
d) cambagem das rodas, dentre outros.

O efeito das forças longitudinais combinado com as forças laterais também seria um assunto importante a ser estudado, principalmente pelo fato de que para manter um veículo em regime permanente, considerando uma manobra a ser realizada em pista plana, é necessária uma força trativa.

Uma vez que o intuito é uma análise comparativa entre os três tipos de esterçamento (positivo, negativo e sem esterçamento), seria interessante criar um modelo, baseado no trabalho aqui desenvolvido, com intuito de avaliar e comparar o desgaste de pneus entre os três tipos de esterçamento.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACKERMANN, J. Robust Decoupling, Ideal Steering Dynamics and Yaw Stabilization of 4WS cars. **Automatica – Elsevier Science Limited**, UK, v. 30, n. 11, p. 1761-1768, 1994

ASARA, N. et al. D*Model Matching Control System for Four Wheel Steering. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL AND SYSTEMS 2005, 2005, Gyeonggi-Do, Korea.

BEER, F. P.; JOHNSTON, Jr. E. R. Movimento Angular de um Ponto Material. Variação do Momento Angular. In: _____. **Mecânica Vetorial para Engenheiros. CINEMÁTICA E DINÂMICA**, 5. ed. revisada. São Paulo: Makron Books, 1994. cap. 12, item 12.7, p. 151-154.

BRABEC, P.; MALÝ, M.; VOZENÍLEK, R. Controls System of Vehicle Model with Four Wheel Steering (4WS). In: INTERNATIONAL SCIENTIFIC MEETING MOTOR VEHICLES & ENGINES, 04, 2004, Kragujevac. Disponível em: < http://www3.fs.cvut.cz/web/fileadmin/documents/12241-BOZEK/publikace/2004/Kragujevac-Br-Ma-Vo.pdf.pdf> . Acesso em: 27 jun. 2007.

BRUIN, D. de; BOSCH, P.P.J. van den. Modeling and control of a double articulated Vehicle with four steerable axles. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, June - 1999, San Diego, California – USA. p. 3250-3254

CARREIRÃO, C. **Estudo do comportamento dinâmico de ônibus com diferentes arranjos de eixos**. 2003. 169f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 21 de Novembro de 2003.

CHUNG, T.; YI, K. Design and Evaluation of Side Slip Angle-Based Vehicle Stability Control Scheme on a Virtual Test Track. **IEE Transaction on control systems technology**, v.14, n. 2, p. 224-234, 2006.

FURUKAWA, Y. et al. A Review of Four-Wheel Steering Studies from the Viewpoint of Vehicle Dynamics and Control. **Vehicle System Dynamics**, v.18, n.1-3, p. 151-186, 1989.

GARCIA, C. **Modelagem e Simulação.** 2. Ed. São Paulo: Edusp, 2005

GENTA, G. **Motor Vehicle Dynamics** – Modeling and Simulation. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2006.

GILLESPIE, T. D. **Fundamentals of vehicle dynamics**. Warrendale, PA: Society of Automotive Engineers, 1992.

HIRAOKA, T. et al. Model Following Sliding Mode Control for Active Four-Wheel Steering Vehicle. **Transaction of Society of Automotive Engineers of Japan**, Japan, v. 35, n. 4, p. 163-169, 2004.

GUIA DO TRANSPORTADOR. **Quadro resumo da nova Legislação de Pesos e Dimensões.** Disponível em < http://www.guiadotrc.com.br/lei/qresumo.asp> Acesso em: 10 de maio de 2009.

HUTTENLOCHER, L. M. G. **Estudo do esterçamento nas quarto rodas de um veículo automotivo baseado em duas estratégias de controle da literatura**. 2001. 102f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 07 de Dezembro de 2001.

JAZAR, R. N. **Vehicle Dynamics: Theory and Application.** U.S.A.: Springer, 2008.

LAANEN, F. **Choice of appropriate roll stabilizer on buses –** Master thesis report. Scania Bus Sodertalje – Sweden, 2005. Acesso restrito.

MAMMAR, S.; KOENIG, D. Vehicle Handling Improvement by Active Steering. **Vehicle System Dynamics,** v.38, n3, p. 211-242. 2002.

MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. F. **Race car vehicle dynamics**. Warrendale, U.S.A.: Society of Automotive Engineers, 1995.

NARBY, E. **Modeling and Estimation of Dynamic Tire Properties**. 2006. 80f. Tese (Engenharia de Controle) – Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Técnica de Linköping, Suécia.

NGUYEN, V. **Vehicle handling, stability, and bifurcation analysis for nonlinear vehicle models**. 2005. 123f. Thesis (Master of Science) - Faculty of the Graduate School of the University of Maryland, College Park , Maryland, 2005.

PACEJKA, H. B. **Tyre and Vehicle Dybamics.** Second Edition. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2006.

PRADO, M. **Desenvolvimento de um modelo não linear de três graus de liberdade para a análise da dinâmica lateral de um ônibus com suspensão a ar**. 2003. 138f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 04 de Abril de 2003.

PRADO, M. et al. **Bus Handling Validation and Analysis Using ADAMS/Car.** Disponível em<http://www.mscsoftware.com/support/library/conf/adams/euro/2001/proceedings/papers_pdf/Paper_62.pdf> Acesso em: 20 de março de 2008.

RILL, G. **Vehicle Dynamics:** lecture notes. March, 2009. Disponível em: <http://homepages.fh-regensburg.de/~rig39165/skripte/Vehicle_Dynamics.pdf>. Acesso em: 23 de dezembro de 2009.

WALLENTOWITZ, H. **Automotive Engineering II, Lateral Vehicle Dynamics – Steering and Axle Design**. 4th Edition. Aachen, Germany.: Institut Für Kraftfahrwesen Aachen (ika) RWTH, Aachen, February 2004.

WANG, D.; QI, F. Trajectory Planning for a Four-Wheel-Steering Vehicle. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ROBOTICS & AUTOMATION – PROCEEDINGS OF THE 2001, Seoul, Korea, May 21-26, 2001

WONG, J. Y.; **Theory of Ground Vehicle**, 4th edition. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2008.

WATANABE, K. et al. Turning characteristics of multi-axle vehicles. **Journal of Terramechanics,** v.44, p. 81-87, 2007. Disponível em <http://www.science direct.com>. Acesso em: 27 jun. 2007

YOU, S. S.; JEONG, S. K. Vehicle dynamics and control synthesis for four-wheel steering passenger cars. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part D, Journal of automobile engineering**, London, v.212, n.6, p.449-461, 1998.

YU, S-H.; MOSKWA, J.J. A Global Approach to Vehicle Control: Coordination of Four Wheel Steering and Wheel Torques. **Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control,** USA, v. 116, n. 4, p. 659-667, December 1994.

ZAK, S. H. **System and Control.** New York, USA. Oxford University Press, 2003.

APÊNDICE A

Dados do veículo utilizado nas simulações:

Massa

- Massa total do veículo (m): 15742 kg
- Massa aplicada ao eixo dianteiro (m_f): 4472 kg
- Massa aplicada ao eixo traseiro de tração (m_{rt}): 7408 kg
- Massa aplicada ao eixo traseiro de apoio (m_{rs}): 3862 kg
- Massa suspensa eixo dianteiro (m_{sf}): 3692 kg
- Massa suspensa eixo traseiro de tração (m_{srt}): 6008 kg
- Massa suspensa eixo traseiro de apoio (m_{srs}): 3062 kg
- Capacidade de carga do eixo dianteiro (m_{ft}): 7500 kg
- Capacidade de carga do eixo de tração (m_{rtt}): 11500 kg
- Capacidade de carga do eixo de apoio (m_{rst}): 6000 kg

Momento de inércia

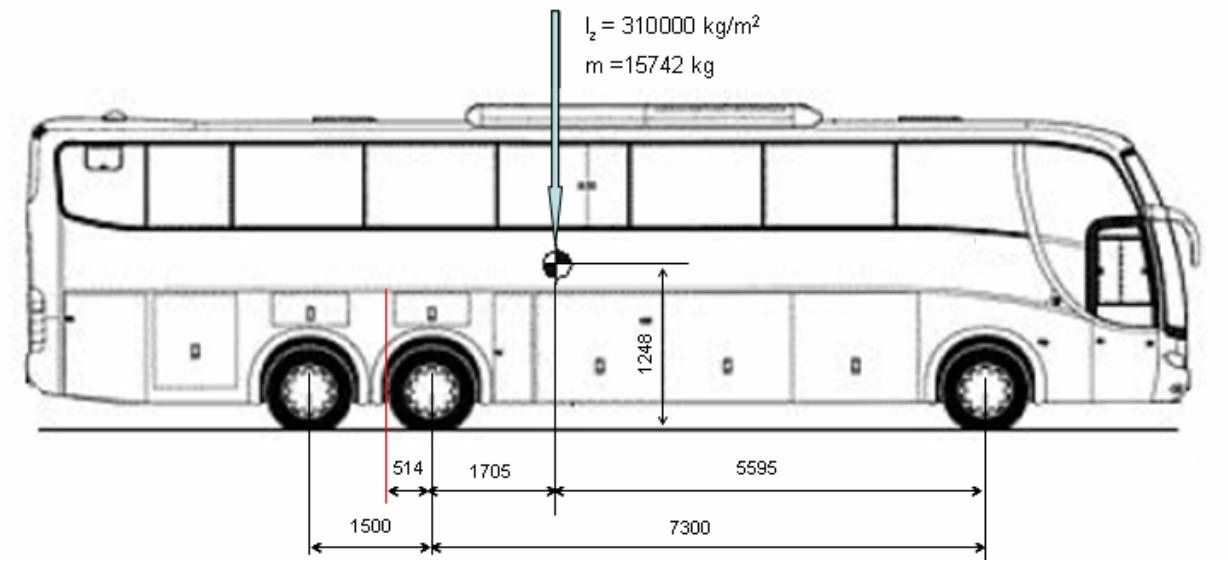
- Momento de inércia em torno do eixo "z" (I_z): 310000 kg.m^2

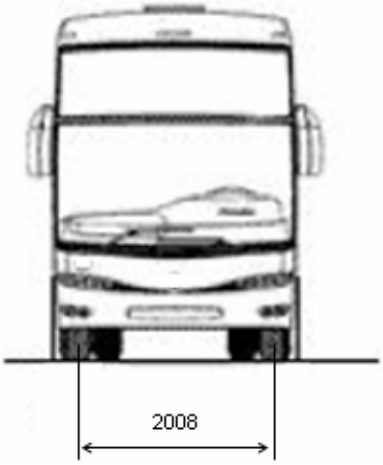
Aceleração da gravidade: 9,8 m/s^2

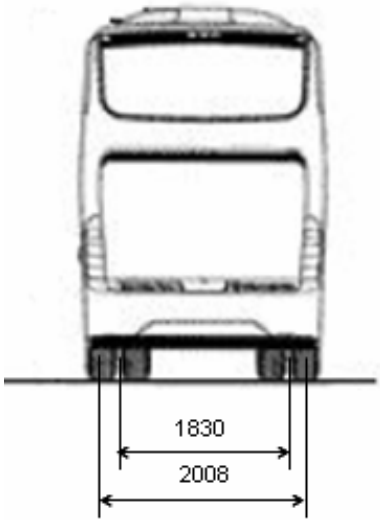
Distâncias principais

- Altura do centro de gravidade (CG) em relação ao solo (h_{CG}): 1248 mm
- Distância do CG ao eixo de rolamento (h_1): 586 mm
- Distância do CG ao eixo dianteiro (d_f): 5595 mm
- Distância do CG ao eixo traseiro de tração (d_{rt}): 1705 mm
- Distância do CG ao eixo traseiro de apoio (d_{rs}): 3205 mm
- Distância do eixo dianteiro ao eixo traseiro de tração: 7300 mm
- Distância do eixo de tração ao eixo traseiro de apoio: 1500 mm
- Distância entre eixos efetiva (d_{ef}): 514 mm
- Bitola do eixo dianteiro (t_f): 2008 mm
- Bitola do eixo traseiro de tração (t_{rt}): 1830 mm*
- Bitola do eixo traseiro de apoio (t_{rs}): 2008 mm

*A bitola do eixo de tração será considerada como a distância média entre os pneus uma vez que este eixo apresenta rodagem dupla







Características das suspensões

- Freqüência natural das molas pneumáticas (bolsões de ar):

- Dianteira: 1,21 Hz
- Traseira de tração: 1,05 Hz
- Traseira de apoio: 1,26 Hz

- Distância lateral entre as molas pneumáticas:

- Dianteira (s_{sf}): 850 mm
- Traseira de tração (s_{srt}): 1400 mm
- Traseira de apoio (s_{srs}): 871 mm

- Coeficiente de elasticidade das barras estabilizadoras:

- Dianteira: 705N/mm
- Traseira de tração: 402 N/mm
- Traseira de apoio: 438 N/mm

- Distância entre as extremidades das barras estabilizadoras:

- Dianteira (s_{barf}): 1030 mm
- Traseira de tração (s_{barrt}): 944 mm
- Traseira de apoio (s_{barrs}): 1012 mm

- Altura dos centros de rolamento em relação ao solo:

- Eixo dianteiro (h_f): 370 mm
- Eixo traseiro de tração (h_{rt}): 760 mm
- Eixo traseiro de apoio (h_{rs}): 818 mm

Ângulo de esterçamento máximo (°)

- Dianteiro: 50
- Apoio traseiro: 20

Pneus

- Tipo: 295/80 R22,5
- Raio estático carregado: 488 mm
- Parâmetros utilizados para o modelamento dos pneus:

- a0 = 1,002806
- a1 = 2,014156
- a2 = 710,5013
- a3 = 5226,341
- a4 = 78,87699
- a5 = 0,01078379
- a6 = -0,004759443
- a7 = 0,6704447
- a8 = -0,06867947
- a9 = 0,00117545
- a10 = 0,1262487
- a11 = 7,66
- a12 = -1,185876
- a13 = -48,89304

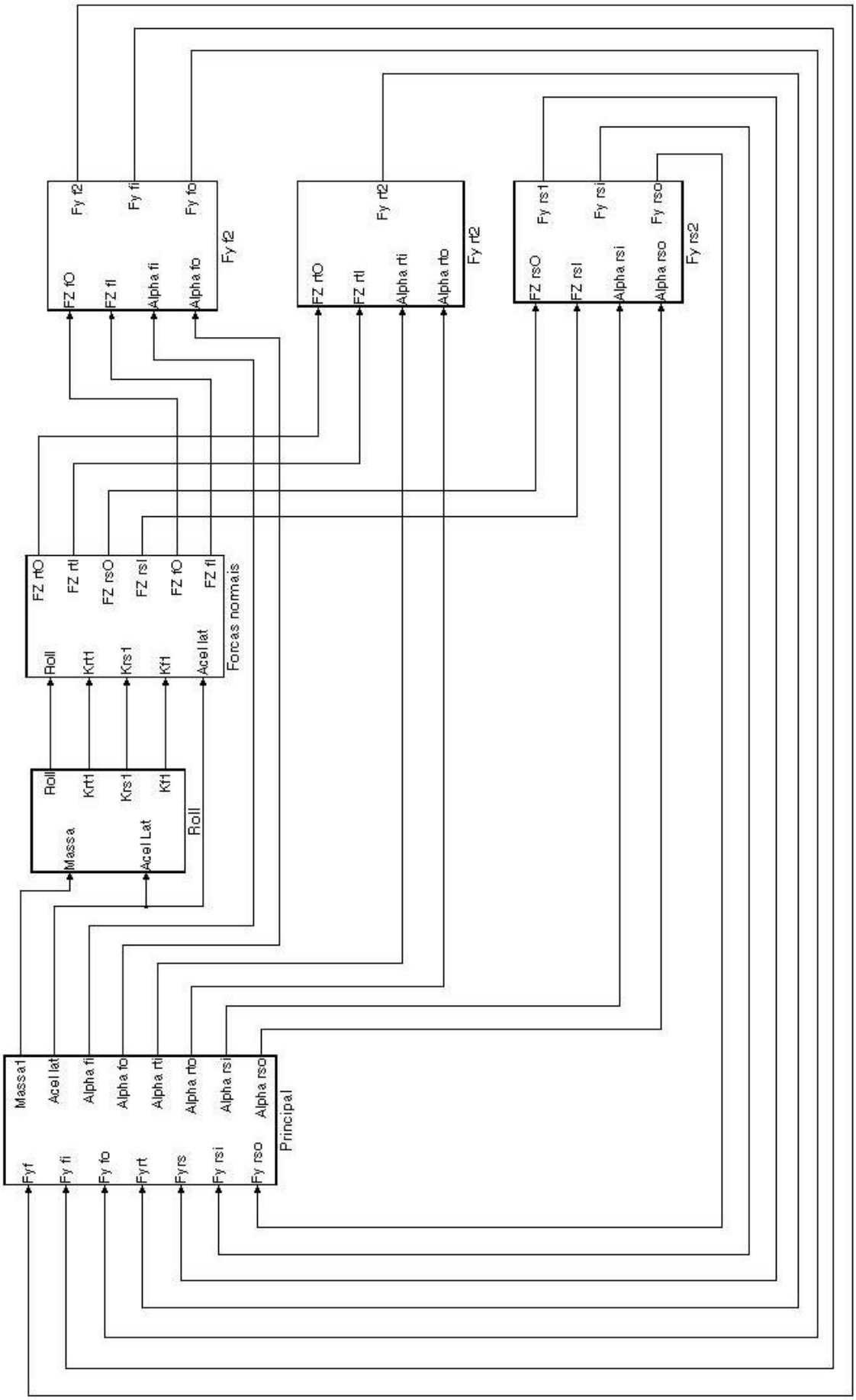
APÊNDICE B

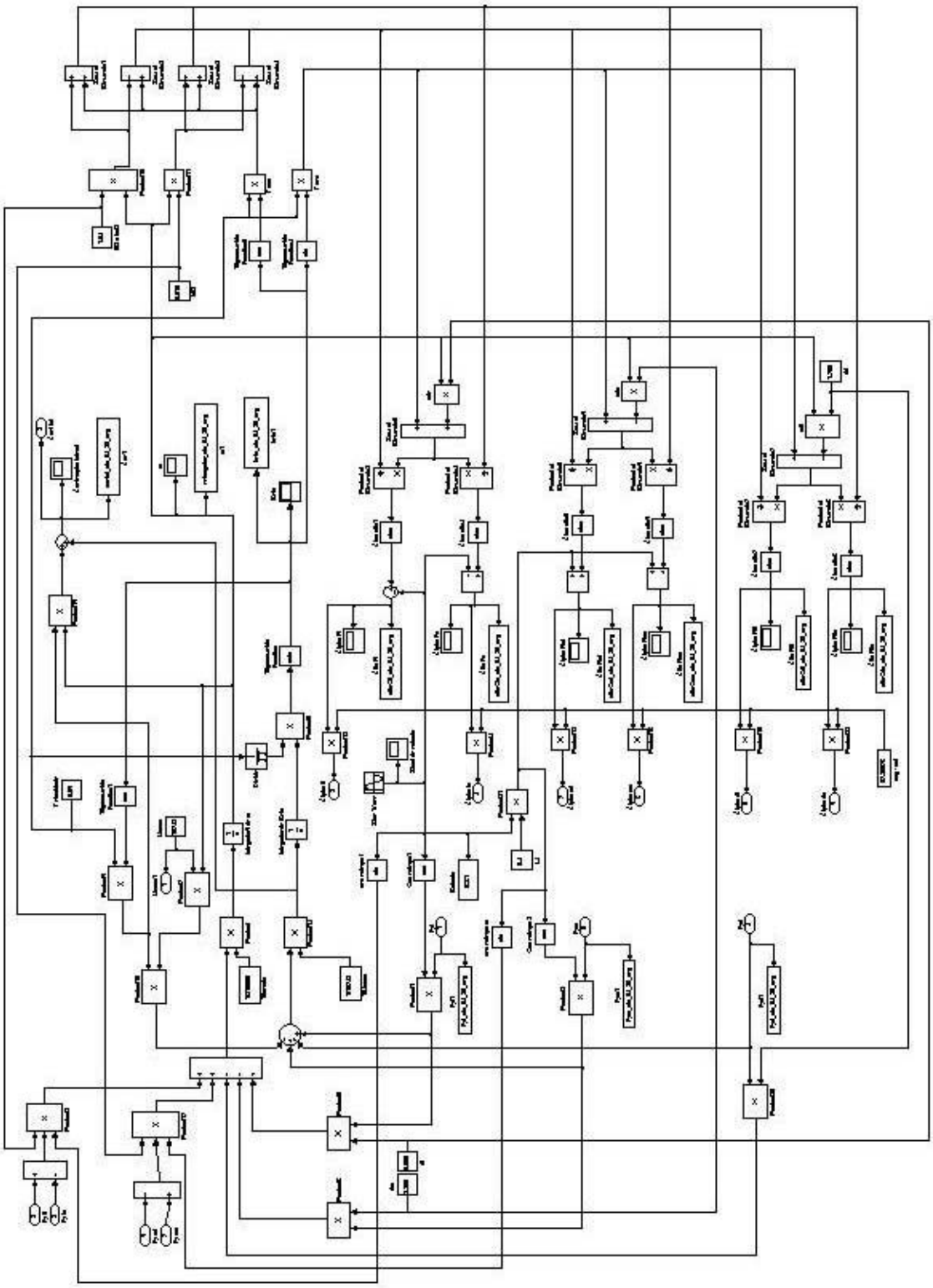
Modelo Simulink

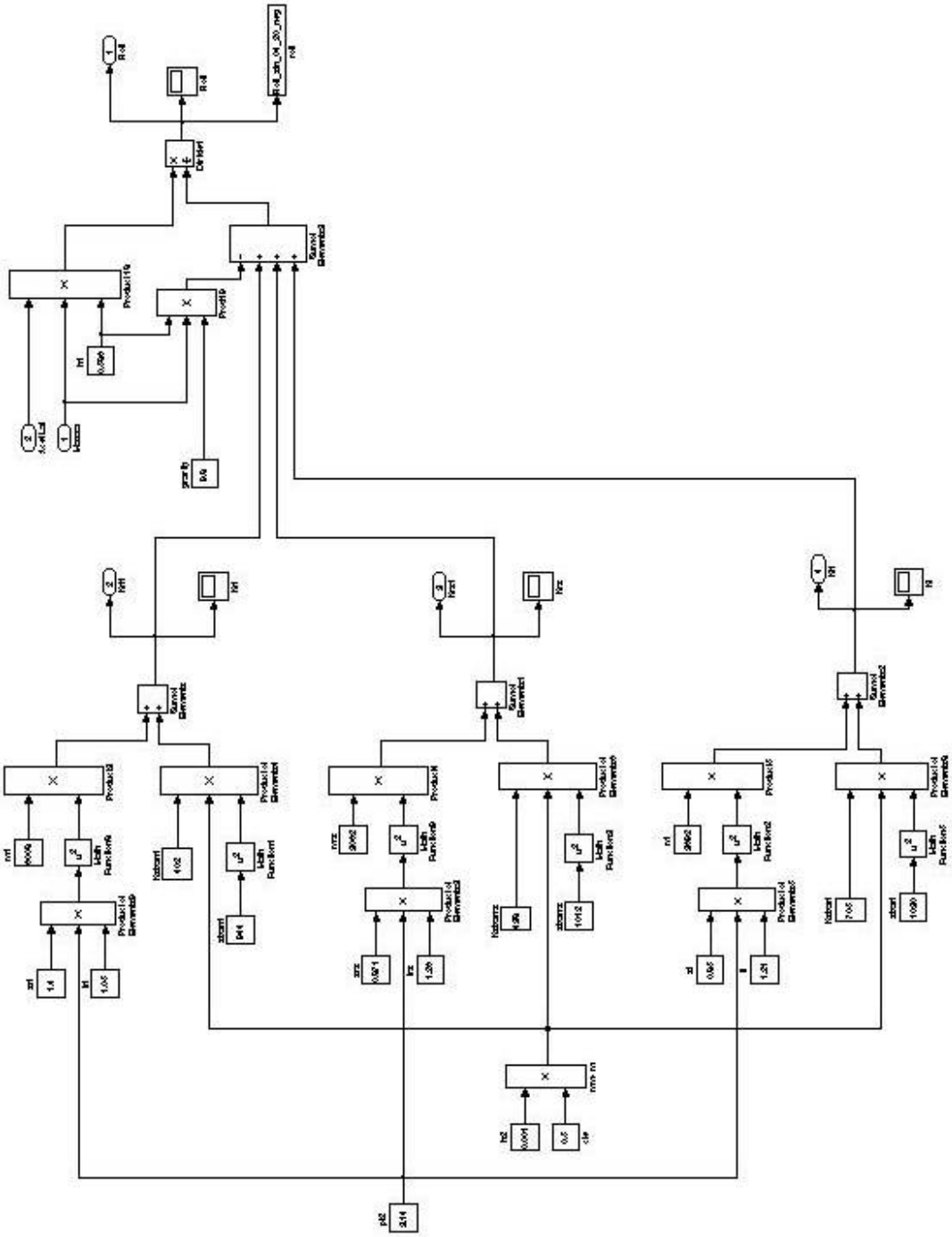
Segue nas próximas páginas um exemplo do modelamento feito através do software *Simulink* referente a um modelo com esterçamento negativo trafegando a 20km/h o qual foi utilizado no presente trabalho. Os demais tipos de esterçamento seguem o mesmo conceito.

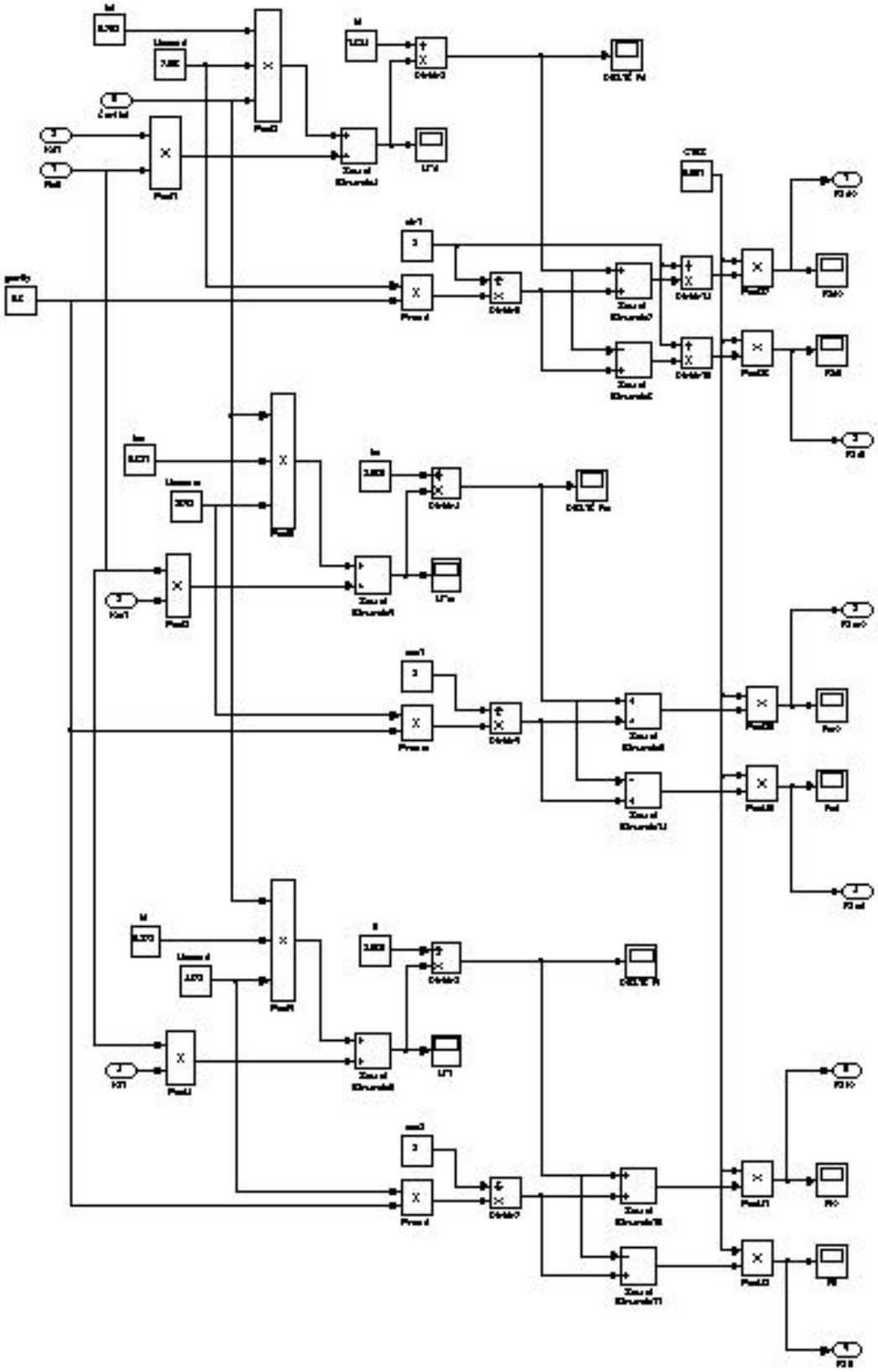
O modelamento está dividido da seguinte forma:

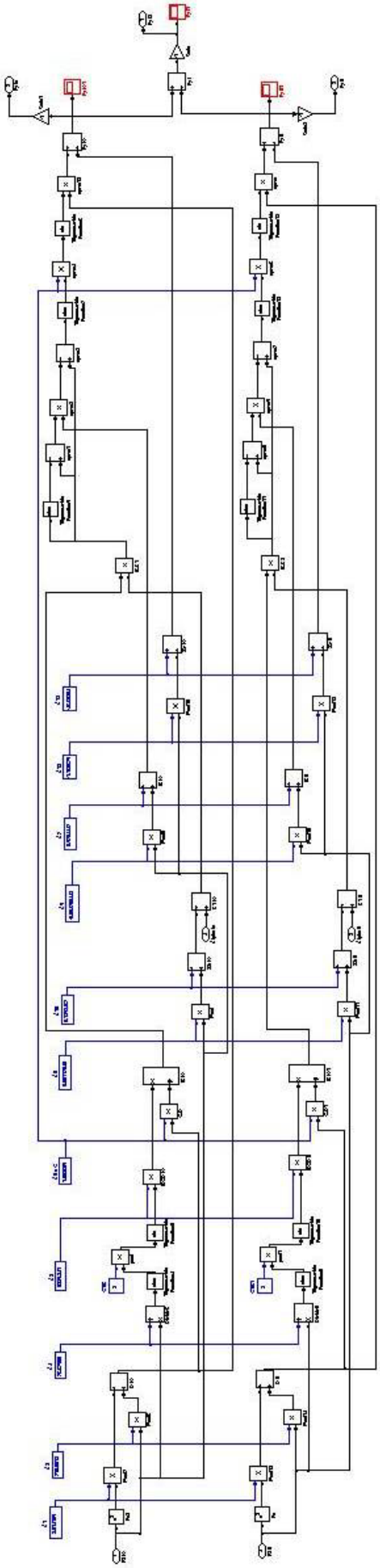
- Modelo geral do veiculo dividido em blocos – página 143;
- Bloco principal – página 144;
- Modelamento do movimento de rolagem – página 145;
- Calculo das forcas normais aplicadas às rodas devido a transferência de carga: página 146;
- Modelamento dos pneus dianteiros – página 147;
- Modelamento dos pneus traseiros de tração – página 148;
- Modelamento dos pneus traseiros de apoio – página 149.

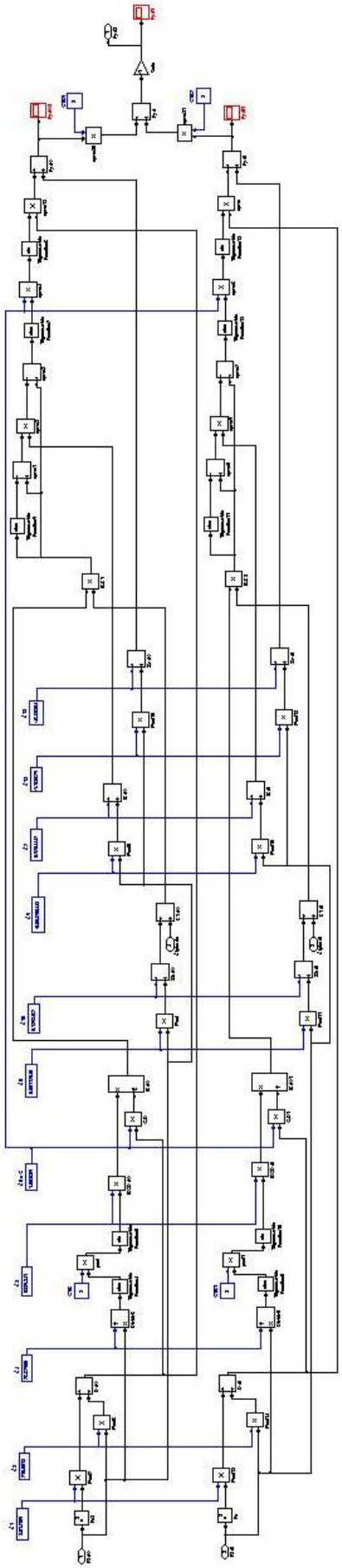

Fy f2
Fy fi
Fy fo
FZ fO
FZ fI
Alpha fi
Alpha fo
Fy f2
Fy rt2
FZ rtO
FZ rtI
Alpha rti
Alpha rto
Fy rt2
Fy rs1
Fy rsi
Fy rso
FZ rsO
FZ rsI
Alpha rsi
Alpha rso
Fy rs2
FZ rtO
FZ rtI
FZ rsO
FZ rsI
FZ fO
FZ fI
Roll
Krt1
Krs1
Kf1
Acel lat
Forcas normais
Roll
Krt1
Krs1
Kf1
Massa
Acel Lat
Roll
Massa1
Acel lat
Alpha fi
Alpha fo
Alpha rti
Alpha rto
Alpha rsi
Alpha rso
Fyf
Fy fi
Fy fo
Fyrt
Fyrs
Fy rsi
Fy rso
Principal

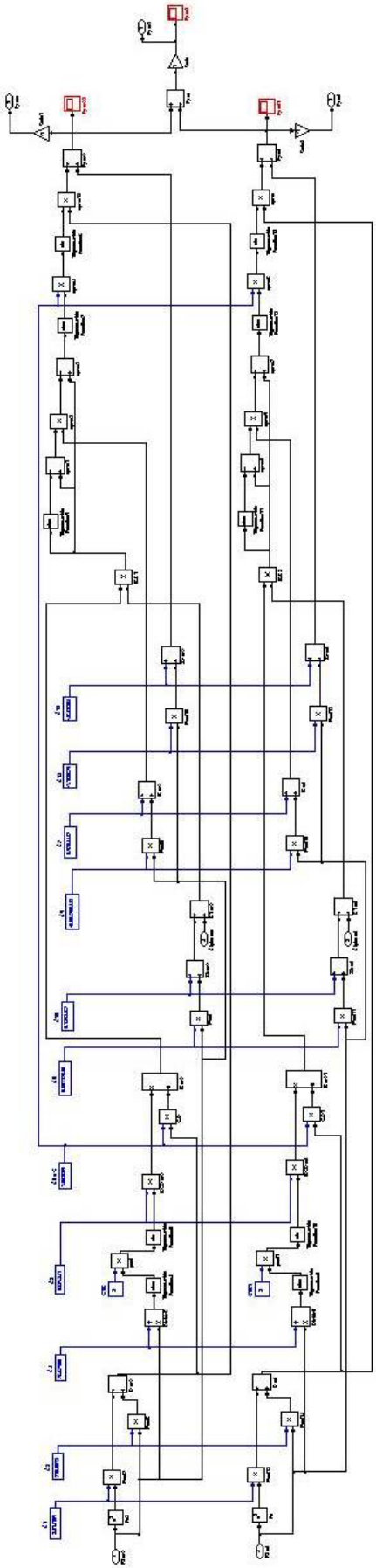












Livros Grátis

(http://www.livrosgratis.com.br)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração
Baixar livros de Agronomia
Baixar livros de Arquitetura
Baixar livros de Artes
Baixar livros de Astronomia
Baixar livros de Biologia Geral
Baixar livros de Ciência da Computação
Baixar livros de Ciência da Informação
Baixar livros de Ciência Política
Baixar livros de Ciências da Saúde
Baixar livros de Comunicação
Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE
Baixar livros de Defesa civil
Baixar livros de Direito
Baixar livros de Direitos humanos
Baixar livros de Economia
Baixar livros de Economia Doméstica
Baixar livros de Educação
Baixar livros de Educação - Trânsito
Baixar livros de Educação Física
Baixar livros de Engenharia Aeroespacial
Baixar livros de Farmácia
Baixar livros de Filosofia
Baixar livros de Física
Baixar livros de Geociências
Baixar livros de Geografia
Baixar livros de História
Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura
Baixar livros de Literatura de Cordel
Baixar livros de Literatura Infantil
Baixar livros de Matemática
Baixar livros de Medicina
Baixar livros de Medicina Veterinária
Baixar livros de Meio Ambiente
Baixar livros de Meteorologia
Baixar Monografias e TCC
Baixar livros Multidisciplinar
Baixar livros de Música
Baixar livros de Psicologia
Baixar livros de Química
Baixar livros de Saúde Coletiva
Baixar livros de Serviço Social
Baixar livros de Sociologia
Baixar livros de Teologia
Baixar livros de Trabalho
Baixar livros de Turismo