UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE FÍSICA – CCEN
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

CARACTERIZAÇÃO DE LASERS DE FEMTOSSEGUNDOS PARA METROLOGIA ÓPTICA

por

Fábio Rodrigo Pereira dos Santos

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Departamento de Física da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

Banca Examinadora:
Prof. Lúcio Hora Acioli (Orientador-UFPE)
Prof. Daniel Felinto Pires Barbosa (DF - UFPE)
Prof. Renato Evangelista de Araújo (DEB - UFPE)

Recife - PE, Brasil
Abril - 2009

Santos, Fábio Rodrigo Pereira dos
Caracterização de lasers de femtossegundos para metrologia óptica / Fábio Rodrigo Pereira dos Santos. - Recife : O Autor, 2009
.
xi, 75 folhas : il. fig.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco. CCEN. Física, 2009.

Inclui bibliografia.

1. Óptica-metrologia. 2. Lasers de femtossegundos. 3.Fibras ópticas. 4. Pente de freqüências ópticas I. Título.

535.5 CDD (22.ed.) FQ2009-030

Universidade Federal de Pernambuco
Departamento de Física – CCEN
Programa de Pós-Graduação em Física
Cidade Universitária - 50670-901 Recife PE Brasil
Fone (++ 55 81) 2126-8449/2126-8450 - Fax (++ 55 81) 3271-0359
http://www.df.ufpe.br/pg e-mail: posgrad@df.ufpe.br

Parecer da Banca Examinadora de Defesa de Dissertação de Mestrado

Fábio Rodrigo Pereira dos Santos

CARACTERIZAÇÃO DE LASERS DE FEMTOSSEGUNDOS PARA METROLOGIA ÓPTICA

A Banca Examinadora composta pelos Professores Lúcio Hora Acioli (Presidente e Orientador), Daniel Felinto Pires Barbosa, ambos do Departamento de Física da Universidade Federal de Pernambuco e Renato Evangelista de Araújo, do Departamento de Engenharia Biomédica da Universidade Federal de Pernambuco, consideram o candidato:

(X) Aprovado ( ) Reprovado ( ) Em exigência

Secretaria do Programa de Pós-Graduação em Física do Departamento de Física do Centro de Ciências Exatas e da Natureza da Universidade Federal de Pernambuco em vinte e três de abril de 2009.

Prof. Lúcio Hora Acioli
Presidente e Orientador

Prof. Daniel Felinto Pires Barbosa

Prof. Renato Evangelista de Araújo

aos meus pais José Luiz e Maria Erotilde
e aos meus irmãos, Marcus Vinícius e Luís Guilherme.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer em primeiro lugar a minha familia pelo total apoio dado durante todo o meu mestrado.

Ao meu orientador Lúcio Acioli pela paciência, orientação e compreensão durante este período.

Aos meus amigos de laboratório, Douglas Lacerda, Jehan Fonseca, Bruno Gomes, Bruno Beckman e Carlos Bosco pelo convívio, ajuda e pelas conversas sempre bem humoradas sobre as alegrias e as tristezas presentes na vida de um físico.

Agradeço à todos os professores do grupo de óptica que gentilmente cederam alguns componentes ópticos e equipamentos usados na parte experimental deste trabalho.

Agradeço à todos os meus colegas do DF-UFPE pelo convívio e companheirismo durante este tempo. Em especial à Cláudio Farias, Marcone Sena e Fábio Novaes por serem grandes amigos e pelas inesquecíveis rodas de violão às sextas-feiras no laguinho da federal!!!!...à Lidiane Araújo, Rebeca Cabral, Eglânio Pessoa, Marcus Figueiredo, Rafael Moura, meus amigos desde os tempos de graduação...à César Filho, Pablo Abreu, Erneson Alves, Gustavo Silva, Gerson Cortes, Plínio José, Danieverton Moretti, Rodolfo Lemos, grandes colegas da pós- graduação.

Ao programa de pós-graduação do DF-UFPE pela oportunidade de realizar o meu mestrado nesta instituição.

AO CNPQ por financiar os meus estudos no departamento de física da UFPE.

Resumo

O desenvolvimento de lasers de estado sólido de modos travados no final da década de 90 possibilitou um grande avanço em diversas áreas da óptica ultrarrápida. A curta duração temporal e alta intensidade de pico dos pulsos gerados por estes lasers levou à observação de fenômenos físicos que até então não eram possíveis de serem estudados com lasers de picossegundos. Além disso uma significativa mudança ocorreu na área da metrologia óptica com o uso de lasers de femtossegundos, através do desenvolvimento de pentes de frequências ópticas. Isto possibilitou a medida absoluta de frequências ópticas na faixa de centenas de THz, sem a necessidade do uso das enormes e complexas cadeias geradoras de harmônicos.

Para fazer uso dos pentes de frequências na metrologia óptica faz-se necessário a caracterização do laser de femtossegundos, o que consiste em medir e estabilizar tanto a taxa de repetição, f_{rep}, bem como a frequência de *offset*, f_o, do mesmo. Nesta dissertação nosso objetivo será descrever a caracterização de lasers de femtossegundos, discutindo como medir e estabilizar tais frequências. Será dada atenção em particular para a frequência f_o e para a nossa tentativa de medir este parâmetro em um laser comercial de femtossegundos existente em nosso laboratório.

A técnica utilizada para medir f_o consiste em alargar o espectro ótico do laser de femtossegundos, através de uma fibra fotônica altamente não linear, de modo a gerar uma oitava óptica. Com isto o espectro resultante contém tanto o modo com frequência f_m quanto o modo com frequência f_{2m}. O objetivo deste procedimento é fazer uso de um interferômetro não-linear para observar o batimento entre a frequência $2f_m$ (segundo harmônico de f_m) e a frequência f_{2m}. O resultado deste batimento gera no fotodetetor um sinal de radio-frequência (RF), sendo um dos termos oscilantes com frequência a igual f_o. Este batimento é observado num analisador de espectro de RF. No entanto, mesmo após inúmeras tentativas e modificações no aparato utilizado, não foi possível observar o sinal que permite medir a frequência f_o.

Dentre os vários motivos que acreditamos serem responsáveis por não observarmos o batimento em questão, destacamos: *i)* a baixa potência de luz gerada pela fibra em 1040nm, e *ii)* uma oscilação ruidosa existente no espectro de RF da luz em 520nm, gerada pelo espalhamento Brillouin na fibra. Acreditamos que uma vez medida a frequência f_o, possamos caracterizar o nosso laser de femtossegundos e utilizá-lo como ferramenta para a geração de pentes de frequências ópticas estáveis.

Palavras-chaves: 1.Óptica-metrologia. 2.Lasers de femtossegundos. 3.Fibras ópticas. 4.Pente de freqüências ópticas

Abstract

The development of mode-locked solid-state lasers at the end of the 90's allowed for great progress in several areas of ultrafast optics. The ultrashort duration and high peak intensities of the pulses generated by these lasers led to the observation of physical phenomena that were not possible to be studied previously. Also a significant change occurred in the area of optical metrology using femtosecond lasers through the development of optical frequency combs. This allowed to measure asolute optical frequencies in the range of hundreds of THz, without the need to use enormous and complex chains harmonic generating chains.

To build a useful frequency comb for optical metrology it is necessary to properly characterize the femtosecond lasers, which translates to measure and stabilize both the repetition rate, f_{rep} and the frequency offset, f_o. Our goal in this dissertation is to describe the procedure to characterize femtosecond lasers, discussing how to measure and stabilize these frequencies. Particular attention will be paid to the frequency f_o, and on our attempt to measure this parameter in a commercial femtoseconds lasers existing in our laboratory.

The technique used to measure f_o is to broaden the optical spectrum of the femtosecond laser through a highly nonlinear photonic fiber, generate an optical octave. Such a spectrum contains both the mode with frequency f_m as well as the mode with frequency f_{2m}. The objective in this procedure is to use a non-linear interferometer to observe the beat frequency between the frequency $2f_m$ (second harmonic of f_m) and frequency f_{2m}. The result of this beating creates a radio-frequency (RF) signal in the photodetector, and one of the oscillating terms has a frequency equal to f_o. This beat note is observed in a RF spectrum analyzer. However, even after numerous attempts and modifications in the experimental apparatus, we were not successful in observing the f_o frequency.

Among the several reasons that we believe are responsible for not observing the f_o beat note are: *i*) the low power of light generated by the fiber at 1040nm, and *ii*) a noisy oscillation in the RF spectrum from the light at 520nm (f_{2m}), due to Brillouin scattering in fiber. We believe that once we have measured the frequency f_o, we should be able to characterize our femtosecond laser and use it as a tool for the generation of stable optical frequency combs.

Keywords: 1.Optical-metrology. 2.Femtosecond lasers. 3.Optical fibers. 4.Optical frequency combs

Sumário

Lista de Figuras

Capítulo 1

Introdução

A partir do surgimento dos primeiros lasers de femtossegundos de Ti:safira no inicio dos anos 90[1] uma nova area de estudos foi criada relacionada à possibilidade de estudar fenômenos físicos de curta duração temporal (da ordem de dezenas de fs). Exemplos disto são os processos de relaxação de portadores em semicondutores e estudos da dinâmica de reações químicas, além daqueles fenômenos que ocorrem devido à alta intensidade de pico (da ordem de TW/cm^2) dos pulsos que estes lasers emitem, tais como a geração de altos harmônicos em meios não lineares[2].

O trem de pulsos periódicos emitidos por um laser de modos travados se traduz, no espaço das frequências, como um conjunto de linhas finas igualmente espaçadas. Cada linha representa a frequência de um modo óptico longitudinal da cavidade, como se fosse um "pente"de frequências[3–5], podendo ser utilizado como uma "régua"para medir frequências ópticas. A primeira demonstração experimental foi realizada por T.W.Hansch (Premio Nobel de 2005) e seus colaboradores, em 1978, quando realizaram espectroscopia de dois fótons com alta resolução, utilizando um trem de pulso de um laser de picossegundos, chegando a medir um novo valor para a separação da estrutura fina do nível 4d do átomo de sódio[6].

Devido a largura espectral dos lasers de picossegundos ser menor que 1 THz ($\Delta f \sim 1/\tau_p$), todavia, não foi possível medir transições ópticas na faixa de THz. Ainda era necessário que se fizesse o uso das enormes cadeias de geradores de harmônicos para se transferir a precisão de um padrão de frequência na região de microondas(GHz) para a região do visível(THz)[7].

Com o surgimento dos lasers de femtossegundos, essas enormes cadeias puderam ser eliminadas, representando um grande avanço na area da metrologia óptica. A primeira demonstração de que o laser de femtossegundos poderia ser usado para medidas de frequências ópticas, de forma absoluta, na faixa de THz foi realizada por Hänsch[8], medindo a frequência de transição da linha D_1 do átomo do césio. Este artigo mostra que através da estabilização do intervalo de separação entre os modos dos óticos longitudinais e do deslocamento inicial existente no espectro óptico em relação à origem, pode se criar um

pente de frequências ópticas estável permitindo fazer a comparação entre a bem determinada frequência do laser estabilizado de He-Ne(CH_4) em $3.39\mu m$(88.4 THz) com a linha de transição D_1 do césio em 895nm(355 THz).

Outra aplicação importante dos pentes de frequências é na construção de relógios atômicos ópticos[4, 9]. Basicamente o pente de frequência é estabilizado de tal maneira que a frequência de um modo óptico corresponda à frequência de transição (frequência padrão) óptica de um ion armadilhado, por exemplo, resultando que a frequência de repetição será exatamente um submúltiplo da frequência da transição atômica do ion. Assim tendo-se um padrão de frequências estável pode-se então saber o número de oscilações da radiação da transição, definindo assim um intervalo de tempo.

A utilização dos pentes de frequências na espectroscopia de alta resolução[10] é outro ponto a ser destacado. O uso de lasers de femtossegundos com grande largura espectral e taxa de repetição elevada, permitem gerar um pente com grande número de modos ópticos bem separados, possibilitando acesso a transições ópticas em sistemas atômicos que não poderiam ser acessadas até então. Vale mencionar o recente uso de pente de frequências ópticas em observações astronômicas para medir com maior precisão a frequência da radiação proveniente de objetos astronômicos como estrelas, galáxias e quasares[11].

Para a aplicação dos pentes de frequências nas áreas descritas anteriormente, no entanto, faz-se necessário, medir e estabilizar as frequências que caracterizam o laser de femtossegundos, que são a frequência de repetição f_{rep} e a frequência f_o mas conhecida como a frequência de *offset*.

A frequência do espaçamento entre os modos longitudinais corresponde exatamente à frequência de repetição do laser, f_{rep}. Devido à dispersão da velocidade de grupo na cavidade do laser, o pulso exibe uma diferença de fase entre a onda portadora e a função envelope que cresce de um pulso para outro. Isto se traduz num deslocamento ("shift") inicial, f_o, no espectro ótico[3, 4, 12], resultando que a frequência do m-ésimo modo do pente de freqüências será um múltiplo da frequência de repetição mais a frequência f_o, ou seja, $f_m = mf_{rep} + f_o$ de acordo com a figura 1.1.

A frequência de repetição pode ser obtida através do sinal de RF gerado em um fotodetetor, o qual é proporcional ao batimento entre os vários modos ópticos do laser. A frequência f_o, no entanto, é medida de forma indireta. A maneira mais usual de se medir f_o consiste em fazer um batimento entre o modo com frequência f_{2m} e o segundo harmônico da frequência f_m, sendo que para isto é necessário gerar um espectro contendo um oitava óptica, ou seja um espectro que contém tanto a frequência f_m como a frequência f_{2m}. Isto pode ser obtido através do uso de fibras fotônicas altamente não lineares que alargam o

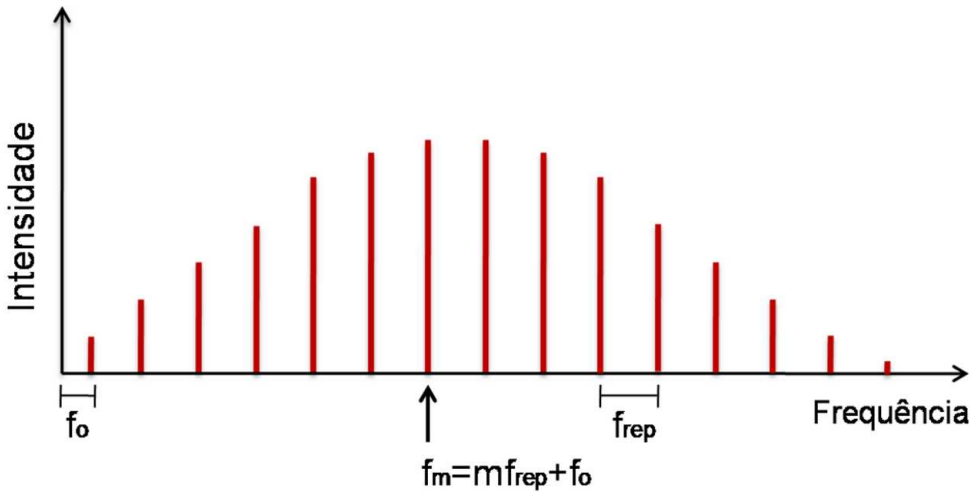

Figura 1.1 Espectro óptico de um laser de modos travados. O espectro é formado por um conjunto de linhas igualmente espaçadas onde cada linha representa um modo ótico do laser. A frequência de cada modo é determinada pela frequência de repetição, f_{rep} e a frequência de offset, f_o.

espectro do laser de femtossegundos em uma oitava óptica. No entanto alguns lasers de Ti:safira produzem pulsos de femtossegundos com um espectro óptico já contendo uma oitava óptica[13, 14].

A estabilização tanto da frequência de repetição quanto da frequência f_o podem ser com o auxilio de um oscilador de referência estável. O sinal de erro gerado pela diferença entre a frequência do oscilador e as frequências de RF é utilizado para controlar parâmetros na cavidade de modo a minimizar esta diferença. Uma vez estabilizadas as frequências f_{rep} e f_o temos que o espectro ótico do laser de femtossegundos corresponde então a um pente de frequências estável.

Nesta dissertação nosso objetivo será discutir a caracterização de um laser de femtossegundos mostrando em detalhes como medir e estabilizar as frequências f_{rep} e f_o com a finalidade de gerar um pente de frequências ópticas a partir de um laser de femtossegundos. Neste capitulo introdutório discutimos as aplicações gerais dos lasers de femtossegundos, destacando sua aplicação na area da metrologia óptica com a geração dos pentes de frequências ópticas.

No capitulo seguinte vamos abordar com mais detalhes o laser de Ti:safira de modos travados. Vamos falar sobre a geração de pulsos ultracurtos e a equação fundamental(eq.mestra) proposta por Hermann Haus[15] a qual descreve a evolução temporal do pulso dentro da cavidade de um laser de modos travados. Discutiremos cada elemento

que usualmente compõe a cavidade de um laser de modos travados e apresentaremos de forma rápida as frequências (f_{rep} e f_o) que caracterizam o laser de modos travados. Já no capitulo 3, baseados em trabalhos do Haus[16] e textos de Franz Kaertner[17], discutiremos como um pulso de laser de modos travados evolui temporalmente na cavidade, na presença de uma fonte de ruído ou perturbação, partindo da teoria de perturbação em sóliton. Finalmente no capitulo 4 discutiremos em mais detalhes a frequência de repetição (f_{rep}) e a frequência de offset, concentrando-nos na medida e no procedimento que poderia ser utilizado para realizar a estabilização destas frequências. Detalharemos nossas tentativas de medir a freqüência f_o de um laser de femtossegundos existente no laboratório.

Capítulo 2

Propriedades básicas do laser de Ti:safira

2.1 Introdução

Os avanços na geração de pulsos ultracurtos acontecidos devido ao uso de meios de ganho de estado sólido, dos quais o de Ti:safira é o exemplo mais proeminente, modificou o status das técnicas ópticas que fazem uso de lasers de femtossegundos. O que era antes restrito a especialistas que dominavam sistemas delicados e complexos de operar, como no caso de lasers de corante, operando no regime conhecido por CPM (*Colliding Pulse Mode-Locked*), tornou-se uma área extremamente abrangente, encontrando aplicações na física, química, engenharia eletrônica, entre outras.

Os primeiros lasers de Ti:safira operando no regime cw (operação contínua) foram construídos na década de 80[18]. Um dos maiores atrativos apresentados por este tipo de meio era o fato de que a largura de sua curva de ganho permitia antever uma grande sintonizabilidade no infravermelho próximo. Já ao final desta década foi reportada a operação pulsada dos primeiros lasers de Ti:safira[1]. Curiosamente não foi identificado inicialmente o mecanismo não-linear responsável pela operação pulsada deste laser, e o mecanismo ficou conhecido, à boca pequena, por MML (*Magic Mode-Locking*), porém esta questão foi logo resolvida por Spinelli[19]. O desenvolvimento posterior envolveu o que hoje é conhecido por "gerenciamento da dispersão", quando foi reconhecido que a otimização do sistema envolve a devida correção da dispersão da cavidade. Para este fim foram estudados diversos tipos de materiais para prismas e posteriormente o uso de espelhos com correção de dispersão - espelhos DCM: *Dispersion Compensated Mirrors*.

Do ponto de vista da metrologia óptica, o estado da arte são os lasers capazes de gerar espectros de uma oitava, isto é, lasers cujos espectros apresentam ao mesmo tempo uma determinada frequência, f, e o seu segundo harmônico, 2f, operando no regime de modos travados, devidamente estabilizados. Hoje em dia existem diversos modelos de lasers de Ti:safira comerciais, com grande variedade de características no que diz respeito à duração dos pulsos, taxa de repetição, sintonizabilidade, energia por pulso, estabilidade, entre outros parâmetros.

Neste capítulo será feita uma descrição das propriedades básicas pertinentes à operação de lasers de Ti:safira no regime de travamento de modos. O tratamento apresentado serve para descrever outros tipos de lasers de estado sólido pulsados, como lasers de Cr:fosterite, por exemplo. Para compreender o funcionamento deste sistema é importante levar em conta que o meio de ganho tem uma largura de banda suficientemente grande para que muitos modos (da ordem de 10^5-10^6, tipicamente) oscilem simultaneamente.

Como estes modos estão fortemente acoplados, uma descrição no espaço de frequências é bastante complexa. De uma forma geral, portanto, a maioria dos autores que trabalham na descrição teórica do sistema opta por uma descrição no domínio do tempo. Neste caso a estratégia é considerar que o sistema chegou num regime estacionário de operação pulsada e descrever, através de uma equação fundamental [15], a equação mestra, a ação de cada um dos elementos da cavidade sobre o pulso que circula dentro da cavidade; impondo soluções matemáticas auto-consistentes e fazendo a hipótese que o pulso sofre "pequenas mudanças"ao passar por cada elemento da cavidade, a qual é necessária para linearizar os respectivos operadores. Este tipo de tratamento permite obter condições de estabilidade e importantes relações entre os diversos parâmetros que caracterizam o pulso. Este será o tratamento que seguiremos, com o objetivo de posteriormente estudar a questão do ruído neste sistema.

2.2 Geração de pulsos ultracurtos em lasers de femtossegundos

A geração de pulsos ultracurtos em lasers de femtossegundos é obtida quando se estabelece uma relação de fase fixa entre os vários modos (travamento de modos) longitudinais presentes na cavidade. Tipicamente este lasers tem um numero de modos bastante elevado (da ordem de 10^6 modos) para obter pulsos com durações temporais na escala de dezenas de femtossegundos. No domínio da frequência, o campo gerado por um lasers de modos travados é descrito como a superposição destes modos longitudinais [20–22]. A frequência de cada modo existente na cavidade é dada em função de múltiplos de uma frequência fundamental

$$f_m = m\frac{1}{T_{rep}} = mf_{rep}, \tag{2.1}$$

sendo f_{rep} a frequência de repetição do laser, e T_{rep} é o tempo que o pulso leva para dar uma volta na cavidade. O campo elétrico na saída do laser será o somatório dos campos

de cada uma das frequências presentes na cavidade

$$E(t) = \sum_{m=0}^{N-1} E_m(t) exp\left[i(2\pi f_m t + \theta_m(t))\right], \tag{2.2}$$

onde $E_m(t)$ é a amplitude do campo elétrico de cada modo, e $\theta_m(t)$ a sua fase, e N é o número total de modos excitados. Quando a diferença de fase entre os modos da cavidade varia no tempo, temos um perfil de intensidade no tempo que é um conjunto de picos aleatoriamente distribuído, próximo a um sinal ruidoso. Quando a diferença de fase entre os modos é fixa, começamos a ter um perfil de intensidade no tempo que se aproxima cada vez mais a um trem de pulsos, à medida que o numero de modos aumenta, onde cada pulso está igualmente espaçado no tempo. Para ilustrar isto vamos considerar na equação 2.2 que E_m=constante=1, e que todos os modos tem fase constante e identicamente nulas. Nesta caso a equação se reduz a

$$E(t) = exp\left[iN2\pi f_{rep} t\right]\left[\frac{sen(N\pi f_{rep} t)}{Nsen(\pi f_{rep} t)}\right], \tag{2.3}$$

onde $f_{rep} = 1/T_{rep}$. Sendo $|E(t)|^2$ a intensidade na saída do laser temos

$$I(t) = \left[\frac{sen(N\pi f_{rep} t)}{Nsen(\pi f_{rep} t)}\right]^2. \tag{2.4}$$

Na figura 2.1 vemos um gráfico que simula, através da eq.2.4, a evolução da duração dos pulsos para diferentes valores de N (1, 2, 5 e 100). Para N=1 temos um sinal constante no tempo e sem ruido. Em N=2 começamos a ver uma oscilação senoidal na intensidade de luz. No tempo t=0 (modos em fase), os modos interferem construtivamente resultando em um sinal de intensidade máxima. Já quando o tempo é igual à metade do tempo que o pulso leva para dar uma volta na cavidade(modos fora de fase), temos um interferência destrutiva resultando em um sinal de intensidade mínima. Para N=5 temos que um sinal que vai se aproximando a trem de pulsos, onde se observa pequenas oscilações da intensidade da luz no intervalo entre pulsos.

Quando N=100 temos uma grande redução temporal na duração dos pulsos onde a intensidade de luz entre os intervalos de pulso já é zero. A duração temporal dos pulsos vai diminuindo cada vez mais à medida que se aumenta mais o numero de modos, de tal forma que o pulso será representado por uma função delta a medida que se tem um número infinito de modos. Vamos considerar agora o caso onde a fase $\theta_m(t)$ de cada

modo na eq.2.2 varia aleatoriamente no tempo. Tomando o modulo quadrado da eq.2.2 e atribuindo um numero aleatório entre 0 e 2π a fase $\theta_m(t)$ para cada valor de tempo t, verifica-se, conforme mostrado na fig. 2.2 (para N=100), um sinal de ruido aleatório no tempo.

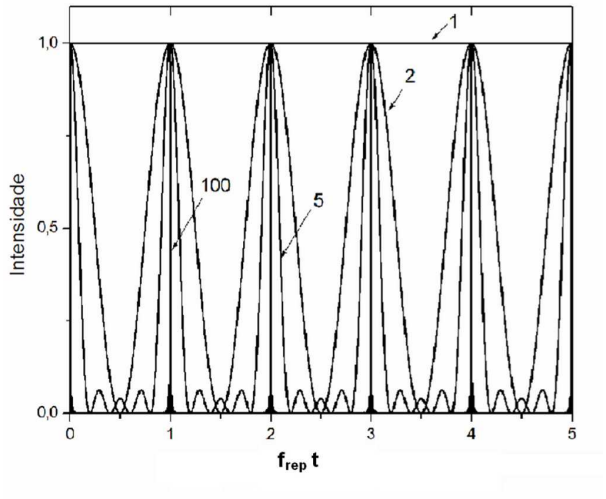

Figura 2.1 Intensidade de um laser de modos travados em função do numero de modos para a fase relativa entre os modos fixas.(N=1, 2, 5 e 100).

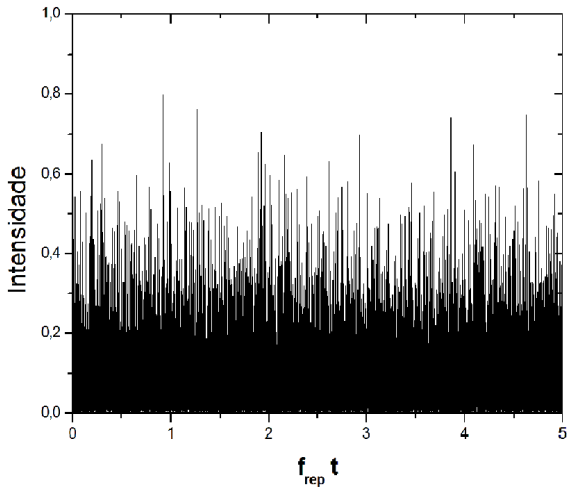

Figura 2.2 Intensidade de um laser de modos travados para N=100 considerando a fase de cada modo aleatória.

2.3 Elementos de um laser de Ti:safira

Nesta seção descreveremos, com algum detalhe, todos os elementos presentes na cavidade de um laser de Ti:Safira típico. Estes elementos são responsáveis por fenômenos tais como perdas lineares, ganho, absorção saturável rápida, automodulação de fase (estes últimos sendo relacionados à propagação não-linear no cristal hospedeiro), e dispersão da velocidade de grupo (*Group Velocity Dispersion*- GVD). Para compreender a ação de cada um dos elementos, consideraremos um pulso circulando em uma cavidade com um meio de ganho, absorvedor saturável e espelhos com perdas lineares. Em consequência da passagem por estes elementos, o pulso sofre os efeitos de automodulação de fase, dispersão da velocidade de grupo, e perdas lineares, conforme ilustrado na figura 2.3.

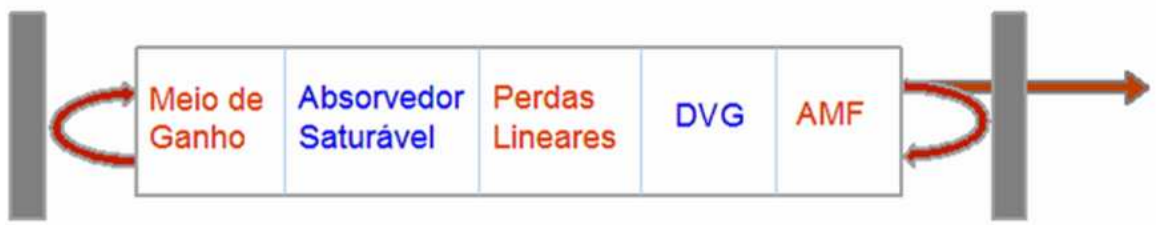

Figura 2.3 Cavidade típica de um laser de modos travados

2.3.1 Meio de ganho(cristal de Ti:safira)

O cristal de Ti:safira faz o papel de meio que irá amplificar o pulso circulando dentro da cavidade. O cristal de $Ti:Al_2O_3$ [18] é frequentemente usado na construção de lasers sintonizáveis, principalmente de lasers de femtossegundos, por possuir uma grande largura de banda de ganho: a fluorescência deste cristal estende-se de 690nm até 1100nm.

A título de ilustração, na tabela 2.1 reproduzimos do artigo do Krauz [1] alguns dos parâmetros espectroscópicos de meios de ganho de alguns lasers de estado sólido. Nesta tabela um parâmetro importante é a "figura de mérito", definida como $M = \sigma\ \tau\ \Delta\nu$, o produto da seção de choque, σ, pelo tempo de vida do estado meta-estável, τ, e a largura de banda do meio de ganho, $\Delta\nu$. Os dois primeiros parâmetros são importantes para definir a potência de bombeamento necessária para obter a inversão e a largura de banda define a menor duração do pulso que é possível gerar com este meio de ganho. Vemos que o cristal de Cr:LiSaf se destaca pelo alto valor do produto $\sigma\tau$ não sendo necessário altas

potências de bombeamento para haver a inversão do meio de ganho. No entanto, para geração de pulsos ultracurtos vemos que o cristal de Ti:safira é ainda mais apropriado por possui grande largura de banda em relação aos demais.

Cristais	Nd:glass	Ti:sapphire	Cr:LiSAF
Pico da seção de choque de emissão (x $10^{-20} cm^2$)	4.2	30	4.8
Largura da linha de ganho(cm^{-1})	200	3200	1900
Pico da fluorescência (μm)	1.053	0.78	0.83
Tempo de vida do estado excitado (μs)	350	3.2	67
Figura de mérito (x$10^{-21} cms$)	2.9	3.1	6.1

Tabela 2.1 Parâmetros espectroscópicos de cristais para geração de pulsos ultracurtos

No que segue discutimos algumas das propriedades mais importantes do cristal de Ti:safira. A estrutura eletrônica do íon de Ti^{+3} é constituída por uma camada fechada e um elétron 3d, onde o campo cristalino do meio hospedeiro, Al_2O_3 levanta as degenerescências dos níveis 3d. Entre os estados relevantes para a operação laser, consideramos: a) o estado ^2E duplamente degenerado, cuja energia é da ordem $19000 cm^{-1}$; e b) três estados $^2T_2$, sendo um o estado fundamental e os outros dois separados por energias de $38 cm^{-1}$ e $107 cm^{-1}$. A transição laser se dá entre os estados $^2E_2$ e $^2T_2$ [(estado de maior energia ($107 cm^{-1}$))], devendo-se resfriar o cristal para evitar popular termicamente o nível laser inferior (fato que diminui a eficiência do laser). Na Fig 2.4, é apresentado tanto o espectro de absorção, que tem pico em 500 nm, como o espectro de emissão, que tem seu pico em 780 nm.

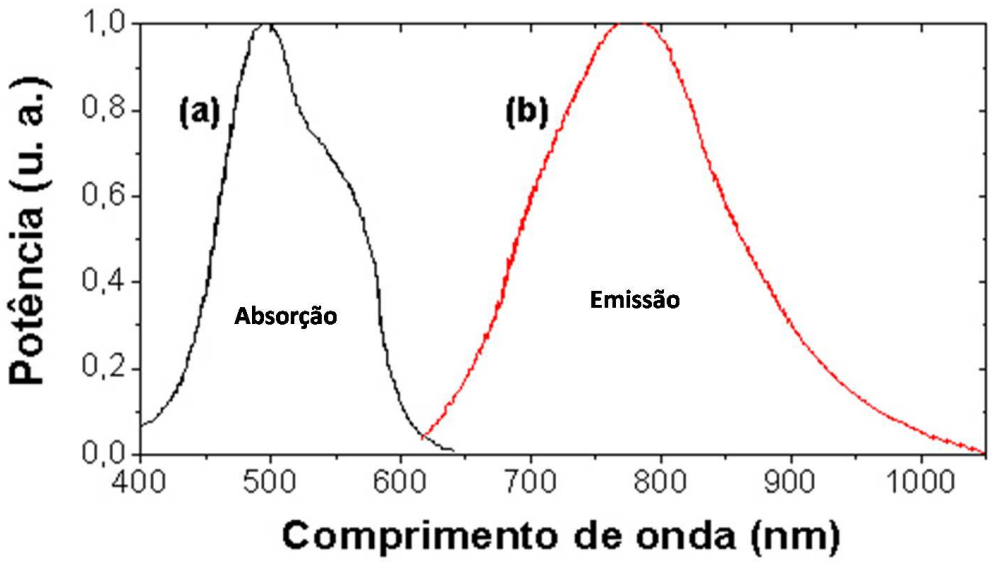

Figura 2.4 Espectros de absorção e emissão do cristal de Ti:safira[23]

Curva de ganho

Para simplificar o tratamento teórico faz-se, em geral, a hipótese de que a curva de ganho do cristal é uma lorentziana com frequência central ω_o, largura Ω_g e ganho g no centro da linha. O ganho no domínio das frequências, será dado, portanto, por:

$$G(\omega) = g\left[1 + i\left(\frac{\omega - \omega_0}{\Omega_g}\right)\right]^{-1} \tag{2.5}$$

Assumimos que o ganho g seja pequeno e que o desvio da frequência de operação do laser em relação ao centro do ganho é pequena, comparado com a largura da banda de ganho. Sendo $exp(G(\omega))$ o operador de ganho, com estas hipóteses podemos expandir a exponencial e também aproximar a lorentziana por uma serie de potências:

$$exp(G(\omega)) \approx 1 + g\left[1 - i\left(\frac{\omega - \omega_0}{\Omega_g}\right) - \left(\frac{\omega - \omega_0}{\Omega_g}\right)^2\right] \tag{2.6}$$

Estas duas aproximações são bastante razoáveis na maior parte dos casos, pois g=0.05, tipicamente, e a largura de banda do ganho no cristal de Ti:safira é da ordem de

$$\Omega_g = \frac{2\pi c}{\lambda^2}\Delta\lambda = 2\pi\frac{0.3\mu m/fs}{(800nm)^2}(200nm) \approx 590THz \tag{2.7}$$

que supomos ser muito maior que a largura espectral do laser. Com isto a expressão para o ganho pode ser expandida em série de potências.

Definindo o campo elétrico do pulso no domínio temporal $E(t)$ por:

$$E(t) = \int \tilde{E}(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \tag{2.8}$$

o campo elétrico no domínio da frequência, $\tilde{E}(\omega)$, será dado, portanto, pela transformada de Fourier de $E(t)$:

$$\tilde{E}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int E(t) e^{-i\omega t} dt. \tag{2.9}$$

O espectro do laser pode ser descrito em termos de uma função com centro em ω_0:

$$\tilde{E} = \varepsilon(\omega - \omega_0), \tag{2.10}$$

de modo que o campo elétrico será dado por:

$$E(t) = \int d\omega \varepsilon(\omega - \omega_0) e^{i(\omega - \omega_0)} e^{i\omega_0 t} = e^{i\omega_0 t} \int d\Omega \varepsilon(\Omega) e^{i\Omega t} = a(t) e^{i\omega_0 t}, \tag{2.11}$$

onde $a(t)$ é a amplitude que varia lentamente, comparado à frequência óptica, ω_0, e é dada por:

$$a(t) = \int d\Omega \varepsilon(\Omega) e^{i\Omega t}, \tag{2.12}$$

$$\varepsilon(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int dt a(t) e^{-i\Omega t}. \tag{2.13}$$

Para obter o campo elétrico do pulso após uma passagem pelo meio de ganho basta calcular o produto:

$$\tilde{E}'(\omega) = G(\omega) \tilde{E}(\omega). \tag{2.14}$$

Recordamos que multiplicar por $i\omega$ no domínio da frequência corresponde a derivar em relação ao tempo no domínio do tempo. Usando as definições das equações 2.12 e 2.13 para a amplitude que varia lentamente no tempo juntamente com a equação 2.14, obtém-se que a amplitude lentamente variável do campo após o meio de ganho será dada por:

$$a'(t) = a(t) + \Delta a(t) = \left\{ 1 + g\left[1 - \frac{1}{\Omega_g}\frac{d}{dt} - \frac{1}{{\Omega_g}^2}\frac{d^2}{dt^2} \right] \right\} a(t). \tag{2.15}$$

Definimos, então, o operador que descreve a variação da amplitude devido à passagem pelo meio ganho (no domínio temporal) através de:

$$O_G(t) = 1 + g\left(1 - \frac{1}{\Omega_g}\frac{d}{dt} - \frac{1}{{\Omega_g}^2}\frac{d^2}{dt^2} \right). \tag{2.16}$$

Este operador é supostamente pequeno, comparado à unidade, devido às hipóteses apresentadas anteriormente em relação à largura de banda Ω_g e à magnitude do ganho do centro da linha, g.

2.3.2 Dispersão da velocidade de grupo (DVG)

Quando um pulso propaga-se através de um meio material cujo índice de refração depende da frequência, isto é: $n = n(\omega)$, a velocidade com que o pacote de onda se propaga também depende da frequência. Este fenômeno é quantificado através da dispersão da velocidade de grupo, ou DVG. Como um pulso ultracurto de luz tem várias componentes de frequências, cada uma destas irá se propagar pelo material com velocidades diferentes, havendo assim uma separação temporal entre as diferentes frequências no pulso. Isto produzirá um alargamento temporal do pulso. Ao passar por um meio dispersivo linear, de comprimento L, cada componente de frequência adquire uma fase, $\phi(\omega) = n(\omega)\frac{\omega}{c}L$, dada por:

$$\tilde{E}_D(\omega) = \tilde{E}e^{-in(\omega)\frac{\omega}{c}l} = \tilde{E}(\omega)e^{-i\phi(\omega)}. \tag{2.17}$$

Dado que a largura de banda do espectro do laser é pequena o suficiente para permitir uma expansão em série de potências temos que $\phi(\omega)$ será dado por:

$$\phi(\omega) = \phi(\omega_0) + \left[\frac{d\phi}{d\omega}\right]_{\omega_0}(\omega - \omega_0) + \left[\frac{1}{2}\frac{d^2\phi}{d\omega^2}\right]_{\omega_0}(\omega - \omega_0)^2. \tag{2.18}$$

Os parâmetros relevantes para descrever o comportamento do pulso são definidos em torno da frequência central ω_0:

Velocidade de fase:

$$v_f = \frac{c}{n(\omega_0)}, \tag{2.19}$$

Velocidade de grupo:

$$v_g = L\left[\frac{d\phi}{d\omega}\right]^{-1}, \tag{2.20}$$

Uma quantidade interessante é o atraso de grupo, definido como

$$T_g = \frac{L}{v_g} = \left[\frac{d\phi}{d\omega}\right], \tag{2.21}$$

A quantidade que nos interessa é a dispersão do atraso de grupo, ou GDD (*Group Delay Dispersion*), dividido por 2, que também chamaremos de parâmetro de dispersão, D:

$$D = \frac{1}{2}\frac{dT_g}{d\omega} = \frac{1}{2}\frac{d^2\phi}{d\omega^2}. \tag{2.22}$$

A partir destas definições, e da equação 2.11, o campo após o meio dispersivo será dado por:

$$E_D(t) = \int d\omega e^{i\phi(\omega)}\varepsilon(\omega-\omega_0)e^{i(\omega-\omega_0)t}e^{i\omega_0 t} \tag{2.23}$$

$$E_D(t) = \int d\omega e^{i(\frac{\omega_0\ l}{v_f}+\frac{(\omega-\omega_0)\ l}{v_g}+D(\omega-\omega_0)^2)}\varepsilon(\omega-\omega_0)e^{i(\omega-\omega_0)t}e^{i\omega_0 t}, \tag{2.24}$$

que pode ser reescrita como:

$$E_D(t) = e^{i(\frac{l}{v_f}-t)\omega_0}\int d\omega\varepsilon(\omega-\omega_0)e^{iD(\omega-\omega_0)^2}e^{i(\frac{l}{v_g}-t)(\omega-\omega_0)}. \tag{2.25}$$

Supomos novamente que a largura de banda seja pequena comparada à DVG, de modo a permitir fazer uma expansão do termo envolvendo D.

$$e^{iD(\omega-\omega_0)^2} \approx 1 + iD(\omega-\omega_0)^2. \tag{2.26}$$

Com isto o campo após o meio dispersivo será dado por:

$$a_D(t) = a(t) + \Delta a(t) = e^{i\omega_0(\frac{l}{v_f} - t)} \left[1 + iD\frac{d^2}{dt^2}\right] a\left(\frac{l}{v_g} - t\right), \tag{2.27}$$

mostrando que após uma volta na cavidade a dispersão, além de alargar o pulso (derivada em relação a t), introduz um atraso temporal e uma fase à amplitude do campo. A menos do atraso e da fase, portanto, o operador referente à passagem do pulso pelo meio dispersivo é dado por:

$$O_{DVG} = 1 + iD\frac{d^2}{dt^2}. \tag{2.28}$$

No caso de um cristal de Ti:safira de comprimento $L = 2$ mm, o parâmetro de dispersão é da ordem de $D = 100fs^2$. É interessante notar que a evolução do processo de crescimento dos cristais de Ti:safira permitiu reduzir por um fator de 10 o comprimento dos mesmos, para o mesmo ganho. Isto facilitou bastante a tarefa de minimizar os efeitos da DVG nos lasers de femtossegundos mais modernos.

2.3.3 Automodulação de fase (AMF)

Quando se incide um pulso óptico de intensidade I suficientemente grande sobre um meio material, o mesmo pode eventualmente modificar as propriedades ópticas do meio. Isto é o resultado do meio possuir uma suscetibilidade não linear de terceira ordem, $\chi^{(3)}$. Este fenômeno de propagação não-linear pode ser descrito em termos de uma mudança do índice de refração que tem a forma

$$\Delta n(t) = n(t) - n_o = n_2 I, \tag{2.29}$$

onde n_2 é conhecido como o coeficiente não-linear do índice de refração, geralmente dado em $cm^2/Watt$.

A automodulação de fase é um efeito que proporciona o alargamento da largura espectral do pulso devido à geração de novas frequências ópticas. Este fato só ocorre em meios cujo o índice de refração depende da intensidade[24]. Foi primeiramente observado através da propagação de pulsos curtos em liquidos[25], sendo posteriormente verificado em solidos[26] quando se incide sobre um meio não linear, de comprimento L_{nl}, com índice de refração não-linear n_2, um pulso óptico de intensidade I grande o suficiente para produzir uma mudança no índice de refração.

Se desprezarmos o efeito da dispersão momentaneamente, é fácil calcular o efeito da

não-linearidade sobre a amplitude a(t) do pulso: uma mudança ou uma modulação na sua fase, que será proporcional à variação de intensidade do proprio pulso, denominada automodulação de fase:

$$a(t) \rightarrow a_{AMF}(t) = a(t)exp[-i\Delta\phi(t)] = a(t)exp\left[-i\frac{\omega_0}{c}\Delta n(t)L_{nl}\right] \tag{2.30}$$

Utilizando a equação 2.12 e expandindo a exponencial, chegamos a

$$a_{AMF}(t) = a(t)exp\left[-i\left(\frac{\omega_0}{c}n_2 I(t)L_{nl}\right)\right] \approx a(t)\left[1 - i(\frac{\omega_0}{c}n_2 L_{nl})I(t)\right] \tag{2.31}$$

Normalizamos a(t) de modo que seu módulo quadrado seja a potência instântanea: $P(t) = |a(t)|^2$. Com isto a intensidade do pulso será: $I(t) = P(t)/A_{eff}$, onde A_{eff} é a área efetiva do feixe óptico. Definimos então o operador relacionado com automodulação de fase (AMF):

$$1 + O_{AMF} = 1 - i\delta|a|^2, \tag{2.32}$$

onde δ é o coeficiente da automodulação de fase:

$$\delta = n_2\frac{\omega}{c}\frac{L_{nl}}{A_{eff}} \tag{2.33}$$

No caso do cristal de $Ti:Al_2O_3$ é a não-linearidade rápida da safira (meio hospedeiro) que produz o efeito da automodulação de fase, e o coeficiente não-linear $n_2 = 2x10^{-16}cm^2/W$. Consideramos o caso típico de um cristal com $L_{nl} = 2mm$, um feixe com cintura $w_0 = 10\mu m$, correspondendo a uma área efetiva $A_{eff} = 3x10^{-6}cm^2$ temos δ da ordem de:

$$\delta = 2x10^{-16}cm^2/W\frac{2\pi}{8x10^{-5}cm}\frac{0.2cm}{3x10^{-6}cm^2} \approx 1x10^{-6}W^{-1} \tag{2.34}$$

Dado que dentro da cavidade do laser $|a|^2$ é tipicamente da ordem de 10^6W, a fase que o pulso adquire após a automodulação de fase é

$$\delta|a|^2 \approx 1. \tag{2.35}$$

Este valor mostra claramente que estamos no limite da validade da hipótese de que as modificações produzidas por cada elemento da cavidade é pequeno em relação à unidade. Mesmo neste caso a teoria ainda produz resultados compatíveis com as observações experimentais, em geral.

2.3.4 Perdas lineares

As perdas lineares presentes na cavidade estão relacionadas com as perdas nos espelhos, reflexões espúrias e reabsorção, dentre outros fatores, sendo caracterizadas pelo fator de qualidade Q da cavidade, definido como

$$Q = \frac{\Delta U}{U}, \tag{2.36}$$

onde U é a energia média na cavidade e ΔU é a perda de energia por período de oscilação óptica. Com isto, a variação da amplitude do campo, por volta na cavidade, é dada por

$$a(t) + \Delta a(t) = P_L a(t) = exp\left(-\frac{\omega_0 T_r}{2Q}\right) a(t) \approx \left[1 - \frac{\omega_0 T_r}{2Q}\right] a(t) \equiv (1-l)\ a(t), \tag{2.37}$$

definindo o operador de perdas lineares:

$$O_L = -l. \tag{2.38}$$

2.3.5 Absorvedor saturável

O absorvedor saturável é um elemento que introduz perdas dentro da cavidade e vem a ser mais transparente com o aumento da intensidade da luz incidente[27], podendo ser denominados de lentos ou rápidos. Para um absorvedor lento o tempo de relaxação é longo, comparado à duração do pulso. No entanto, para o absorvedor saturável rápido o tempo de relaxação da saturação da absorção é bem mais curto do que o tempo de duração do pulso, de modo que podemos considerar o ganho da cavidade constante(fig.2.5). Em geral o absorvedor rápido produz pulsos mais curtos. Uma das maneiras de descrever um absorvedor saturável é supor que existe um sistema de dois níveis (distinto do meio de ganho)[15] que absorve a radiação, mas passa para um estado excitado onde a absorção diminui. No passado, o laser CPM, por exemplo, eram dois corantes separados que faziam os papéis do ganho e do absorvedor saturável, respectivamente. Para determinar o efeito da saturação é preciso determinar a taxa de variação da diferença de população entre os níveis superior e inferior

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{n - n_e}{T_A} - \sigma_A \frac{|a(t)|^2}{\hbar \omega_0 A_A} n, \tag{2.39}$$

onde $\mathrm{T_A}$ é o tempo de relaxação do meio absorvedor, n é a diferença de população entre

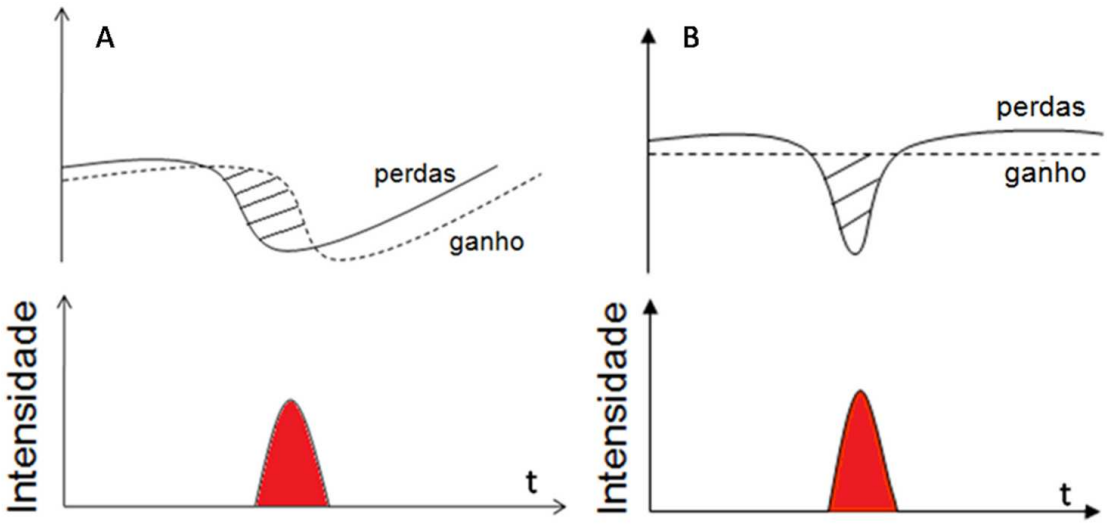

Figura 2.5 Evolução temporal do ganho e das perdas na cavidade para (a) absorvedor saturável lento, e (b) absorvedor saturável rápido. Para o absorvedor lento é necessário que o ganho seja saturável também, para o laser operar no modo pulsado.

os níveis inferior e superior, σ_A é a seção de choque óptica das partículas absorvedoras, A_A a área do feixe óptico dentro do absorvedor e usamos a mesma normalização que faz com que $|a|^2$ seja a potência do feixe óptico. Em um absorvedor saturável rápido o tempo de relaxação é comprável com o tempo de duração do pulso, e podemos considerar que a diferença de população n é uma função instantânea da intensidade.

$$n = n_e\left(1 - \frac{|a(t)|^2}{P_A}\right) \tag{2.40}$$

onde definimos n_e como a diferença de população de equilíbrio, e P_A como a potência de saturação do absorvedor saturável

$$P_A = \frac{\hbar\omega_0 A_A}{\sigma_A T_A}. \tag{2.41}$$

Deste modo o pulso sofre uma perda por passagem no absorvedor tal que

$$L(t) = \sigma_A d_A n_e\left(1 - \frac{|a(t)|^2}{P_A}\right) \tag{2.42}$$

onde d_A é o comprimento do absorvedor. Mesmo a equação 2.42 sendo deduzida para um corante absorvedor, por exemplo, a mesma pode ser utilizada para descrever o comporta-

mento de lasers de modos travados baseados na não-linearidade Kerr, ou seja, o índice de refração do cristal depende da intensidade da luz incidente, gerando assim, um efeito de autofocalização. Nestes sistemas o absorvedor saturável rápido é composto pelo efeito de autofocalização em conjunto com um a abertura, de modo que a perda total da cavidade, incluindo as perdas lineares e a perda saturável, é dada por[28]:

$$L(t) = L_O - \gamma|a|^2 \tag{2.43}$$

onde L_o são as perdas lineares na abertura e na cavidade, sendo $\gamma(\sim 10^{-8}W^{-1})$ o coeficiente não-linear das perdas. Na figura 2.6 pode se ver um exemplo de um conjunto absorvedor mais abertura. Devido ao efeito Kerr e o perfil espacial gaussiano do feixe incidente ($I(r) = I_0 e^{-\frac{r^2}{2\ w_0^2}}$), o índice de refração no cristal de Ti:safirra será maior na parte central do cristal do que nas extremidades fazendo que o feixe se autofocalize ao passar pelo cristal. O diâmetro da abertura é escolhido de forma que as flutuações com maior intensidade ($I_2 > I_1$) sofram menores perdas em relação a parte da radiação de menor intensidade que circula na cavidade. Isto cria uma janela de ganho temporal tão curta quanto as flutuações da intensidade, de modo a eventualmente permitir travar os vários modos do campo elétrico presente na cavidade (regime mode-locked).

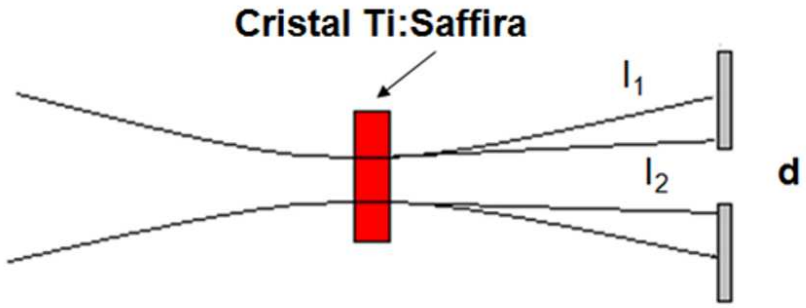

Figura 2.6 Absorvedor saturável obtido pela não-linearidade Kerr. Para $I_2 > I_1$, e o cristal posicionado posterior à cintura mínima, o feixe com intensidade I_2 será mais focalizado que o feixe I_1, sofrendo assim menores perdas ao passar pela abertura.

2.4 Equação mestra para laser de modos travados

A evolução temporal do pulso dentro da cavidade de lasers de modos travados é governada pela equação mestra, que foi introduzida primeiramente por Hermann A. Haus[29]. A equação mestra é bem mais tratável no domínio temporal devido ao fato de ser bem complexo descrever os elementos da cavidade no domínio espectral em função do grande números de modos existente (em geral 10^6 modos). Seriam necessárias varias somatórias para descrever o termo de não-linearidade, por exemplo. Neste tratamento faremos as seguintes hipóteses:

(a) O tempo de relaxação do absorvedor é pequeno comparado com a duração temporal do pulso.

(b) O tempo de relaxação do meio laser é longo de modo que o ganho é aproximadamente independente do tempo.

(c) O pulso do laser sofre pequenas variações na passagem através de qualquer um dos elementos presentes na cavidade.

(d) O espectro do pulso ocupa apenas uma estreita faixa na largura da curva de ganho do sistema.

É importante chamar atenção, novamente, para o fato de que estas hipóteses não são satisfeitas em muitas situações experimentais, mas ainda assim servem como um guia, razoavelmente bom, para compreender o funcionamento de vários tipos de lasers de pulsos ultracurtos.

2.4.1 Dedução da eq. mestra

Considerando então a hipótese das pequenas mudanças temos que a variação Δa que a envoltória a do campo elétrico sofre em cada elemento será:

Perdas Lineares:

$$\Delta a = -la \tag{2.44}$$

Ganho:

$$\Delta a = g(1 - \frac{1}{\Omega_g}\frac{d}{dt} - \frac{1}{{\Omega_g}^2}\frac{d^2}{dt^2})a \tag{2.45}$$

Absorvedor Saturável:

$$\Delta a = -j\gamma|a|^2 a \tag{2.46}$$

Dispersão:

$$\Delta a = jD\frac{d^2 a}{dt^2} \tag{2.47}$$

Automodulação de Fase:

$$\Delta a = -j\delta|a|^2 a \tag{2.48}$$

Logo a variação total Δa_{total} que o pulso sofre após uma volta na cavidade será

$$\Delta a_{total} = \left[-l + g\left(1 - \frac{1}{\Omega_g}\frac{d}{dt} - \frac{1}{{\Omega_g}^2}\frac{d^2}{dt^2}\right) + jD\frac{d^2}{dt^2} + (\gamma - j\delta)|a|^2\right]a \tag{2.49}$$

Supondo que há uma variação da fase ψ após um volta na cavidade, e aplicando a condição de auto-consistência (o campo tem que se reproduzir após uma volta na cavidade) temos

$$\Delta a_{total} = a(T + T_R) - a(T) \approx -i\psi a \tag{2.50}$$

onde T_R é o tempo que o pulso leva para dar uma volta na cavidade. Obtemos assim a equação mestra

$$\left[j\psi - l + g\left(1 - \frac{1}{\Omega_g}\frac{d}{dt} - \frac{1}{{\Omega_g}^2}\frac{d^2}{dt^2}\right) + jD\frac{d^2}{dt^2} + (\gamma - j\delta)|a|^2\right]a = 0 \tag{2.51}$$

2.4.2 Solução da Equação Mestra

A solução exata para equação mestra foi primeiramente proposta por Martinez [30] para o caso de uma cavidade com absorvedor saturável lento. Um ansatz proposto por Haus [31]para a solução desta equação é dado por

$$a(t) = A\ sech(t/\tau)\ exp[i\beta \ln(sech(t/\tau))] \tag{2.52}$$

onde A a amplitude do pulso,τ é a duração do pulso, e β é denominado o parâmetro de *chirp* (varredura de frequência) do pulso. O *chirp* é uma medida da variação da frequência instantânea do pulso, definido como a derivada em relação ao tempo da fase

$$\omega(t) \equiv \frac{\partial\phi(t)}{\partial t}. \tag{2.53}$$

Desta forma o ansatz apresentado na equação 2.52 admite pulsos com chirp como solução.

No tratamento apresentado assume-se que o tempo de relaxação do ganho é longo comparado com o tempo de uma volta na cavidade, de modo que o ganho é uma função da energia do pulso, e não da intensidade instantânea, como mostra a equação 2.54 a seguir:

$$g = \frac{g_o}{(1+2A^2\tau/P_sT_R)} = \frac{g_o}{(1+W/P_sT_R)}, \tag{2.54}$$

onde $W = 2A^2\tau$ é a energia do pulso, P_s é a potência de saturação, g_o ganho de pequeno sinal e T_R o tempo que o pulso leva para dar uma volta na cavidade. Uma situação limite, onde se despreza os efeitos da auto modulação de fase e da dispersão da velocidade de grupo, é tratada por Haus[15, 31]. Neste caso a equação 2.51 se reduz a

$$\left[-l+g\left(1-\frac{1}{\omega_l}\frac{d}{dt}-\frac{1}{\omega_l{}^2}\frac{d^2}{dt^2}\right)+\gamma\right]a = 0. \tag{2.55}$$

onde é possível mostrar que a solução é dada por:

$$a(t) \propto sech(t/\tau). \tag{2.56}$$

Vale salientar, novamente, que há dúvidas quanto à validade da hipótese de pequenas mudanças, necessárias para linearizar os operadores referentes a cada elemento da cavidade. Outro ponto importante é que as soluções obtidas não são solitônicas, mais tipo-soliton[16], devido ao fato dos elementos da cavidade serem discretos, ao passo que a solução tipo sóliton exigiria que todos os operadores atuassem simultaneamente sobre o pulso.

2.5 Frequências de repetição e offset em laser de femtossegundos

A radiação de um laser de femtossegundos pode ser descrita no domínio temporal como uma seqüência periódica de pulsos idênticos onde o intervalo temporal entre dois pulsos é dado pelo tempo de repetição T_{rep} do laser de acordo com a figura 2.7. Através da expansão em série de Fourier podemos obter facilmente o espectro desse trem de pulsos. Este espectro irá consistir em uma seqüência de linhas igualmente espaçadas, representando os vários modos óticos excitados na cavidade do laser, sendo o espaçamento entre os modos (f_{rep}) inversamente proporcional ao tempo de repetição do laser[3] como mostra

a figura 2.8.

Conforme já discutido, tanto o cristal de Ti:safira quanto os espelhos que compõem

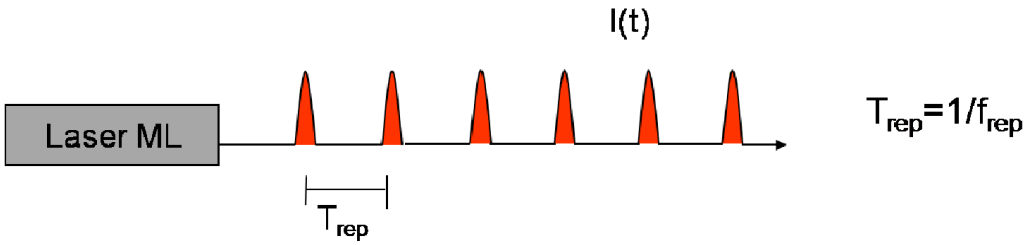

Figura 2.7 Representação de um laser mode travados no domínio temporal.

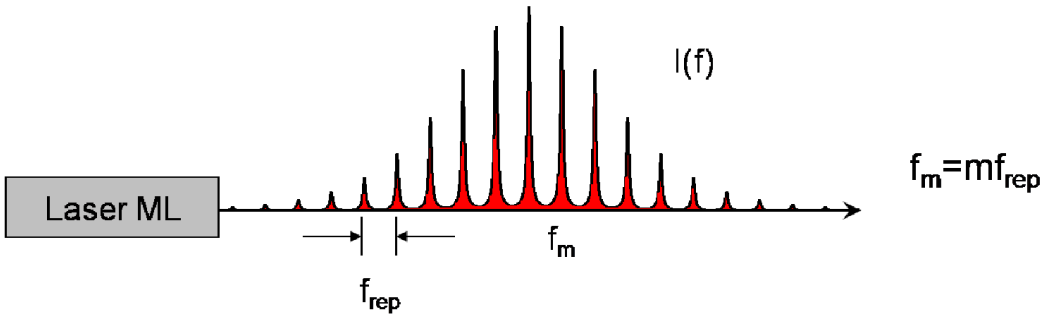

Figura 2.8 Representação de um laser modos travados no domínio espectral.

a cavidade do laser são elementos dispersivos. Isto pode ser tratado considerando que a cavidade tem um índice de refração médio $\bar{n}$, que depende da frequência ω: $\bar{n} = \bar{n}(\omega)$ [32]. Supomos que a largura de banda do laser seja suficientemente pequena, de modo a permitir realizar uma expansão em série de potências na forma:

$$\bar{n}(\omega) = \bar{n}(\omega_o) + \left.\frac{d\bar{n}}{d\omega}\right|_{\omega_o}(\omega - \omega_o) + \frac{1}{2}\left.\frac{d^2\bar{n}}{d\omega^2}\right|_{\omega_o}(\omega - \omega_o)^2 \tag{2.57}$$

em torno da frequência central do laser, ω_o.

As velocidades de grupo e de fase definidas como $v_\phi = c/\bar{n}(\omega)$ e $v_g = c/[\bar{n} + \omega_o(d\bar{n}/d\omega)_{\omega_o}]$ são diferentes, portanto isto significa que, após uma volta na cavidade a onda portadora caminha em relação a envoltória, havendo assim uma mudança da fase absoluta φ da portadora em relação a envoltória. Logo haverá uma diferença de fase $\Delta\varphi$ de pulso para pulso que se traduz no domínio espectral, como mostra a figura 2.9, em um deslocamento inicial f_o no espectro de frequências mais conhecido como **frequency carrier offset**,

onde f_o se relaciona com $\Delta\varphi$ pela expressão:

$$f_o = \frac{1}{2\pi} f_{rep} \Delta\varphi \tag{2.58}$$

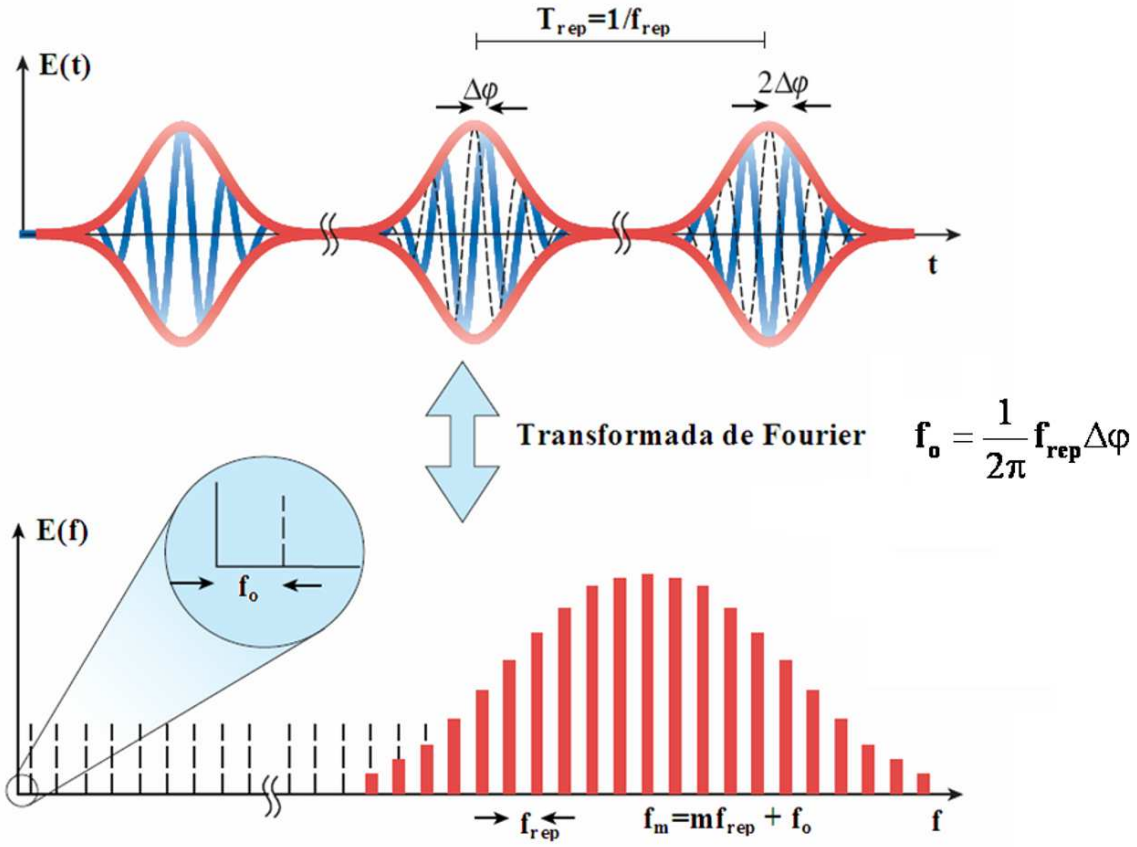

Figura 2.9 Representação de um laser de modos travados no domínio temporal e espectral, considerando agora a dispersão introduzida pelos elementos da cavidade. A diferença de fase de pulso para pulso $\Delta\varphi$ se traduz no domínio espectral como um deslocamento inicial f_o.[4]

Segue que a frequência do m-ésimo modo será dado em função de f_{rep} e de f_o de modo que:

$$f_m = m f_{rep} + f_o \tag{2.59}$$

A equação 2.58 é uma definição cinemática para f_o, ou seja, mostra apenas como se comporta f_o em função da diferença de fase $\Delta\varphi$. Para entender melhor o que acarreta esta diferença de fase podemos obter uma definição dinâmica para $\Delta\varphi$. Sendo $f_{rep} = v_g/l_c$

e sabendo que $f_o = (\omega_c/2\pi)(1 - v_g/v_p)$, a fase $\Delta\varphi$ será dada por:

$$\Delta\varphi = 2\pi f_o/f_{rep} = \omega_c l_c(1/v_g - 1/v_p), \tag{2.60}$$

onde l_c é o comprimento da cavidade, ω_c é frequência da central do laser, v_g é a velocidade de grupo e v_p é a velocidade fase. A relação 2.60 possibilita obter uma expressão que descreve a dinâmica da frequência f_o em relação a intensidade do laser como veremos no capitulo 4.

Em algumas aplicações, como por exemplo na geração de harmônicos de alta ordens, onde pulsos de intensidades extremamente elevadas são utilizados, a fase absoluta da portadora é muito importante. Nestes experimentos, é interessante que a frequência de *offset* seja nula, de modo a repetir o experimento sempre na mesma condição. Diversos estudos[32] têm sido realizados sobre os parâmetros que permitam controlar a frequência de offset, f_o. Tem sido verificado que, além da dispersão, é possível manipular este parâmetro através da potência intracavidade, devido à não-linearidade na cavidade. Hoje em dia existem vários procedimentos[33] que permitem controlar simultaneamente a frequência de repetição e f_o.

No capitulo 4 discutiremos em mais detalhes como medir e controlar as frequências repetição f_{rep} e a frequência f_o. No capítulo 3 discutimos como os ruídos presentes na cavidade, de origem mecânica e quântica (ruído proveniente da emissão espontânea), influenciam na estabilidades destas frequências que caracterizam o laser.

Capítulo 3

Ruído em lasers de femtossegundos

3.1 Introdução

Como já visto na seção 2.4, a equação mestra governa a evolução temporal de um pulso circulando dentro da cavidade de um laser de modos travados. Esta equação é derivada a partir da hipótese de que a ação de cada elemento da cavidade produz uma pequena modificação do pulso, e a cada um destes elementos é associado um operador. Conforme será visto, o pulso pode ser descrito por quatro parâmetros: w(energia); θ(fase global); p (frequência da onda portadora); e t (tempo de chegada, diretamente relacionado ao tempo de uma volta do pulso na cavidade).

A presença de ruído no laser, gerado por flutuações na potência de bombeio, comprimento da cavidade, direção do feixe e ruído proveniente da emissão espontânea, ocasionam perturbações nestes parâmetros de forma a modifica-lós após cada volta que o pulso completa na cavidade. Isto acarreta uma mudança nas frequências de repetição (f_{rep}) e na frequência de offset (f_o), as quais caracterizam o laser. Para o desenvolvimento de pentes de frequências ópticas usando o laser de femtossegundos faz-se necessário estabilizar estas frequências, justificando o estudo da ação destas fontes de ruído e suas contribuições na instabilidade destas frequências.

A fim de entender melhor a natureza destas flutuações e como elas evoluem no tempo vamos descrever a teoria que trata a propagação do pulso em lasers de modos travados na presença de ruído desenvolvida por Hermann A. Haus[16]. Devido às similaridades formais com o nosso problema, primeiramente iremos introduzir a teoria de perturbação de sólitons propagando em uma fibra óptica, seguindo o tratamento feito por Franz Kaertner[17]. A partir deste desenvolvimento é possível obter as equações que determinam a evolução temporal das perturbações nos parâmetros que descrevem o sóliton. Seguindo o tratamento descrito por Kaertener, é possível obter as equações que descrevam a evolução temporal das perturbações no pulso em um laser de modos travados. A partir disto pode-se determinar a largura de cada linha do espectro óptico e de radio-frequências(RF), obtido diretamente através de um fotodiodo de grande largura de banda, do laser de

femtossegundos, devido a estas perturbações. Iremos tratar unicamente do ruído gerado pela emissão espontânea, que estabelece os limites últimos nas larguras de linha que se pode obter para este tipo de laser. Verificaremos que os resultados deste tratamento estão bem próximos à largura de linha Schawlow-Townes. Os valores obtidos para estas quantidades são muito menores que os valores obtidos experimentalmente, que são limitados pelos ruídos denominados de "técnicos", associados a parâmetros que podem ser controlados externamente, em princípio.

3.2 Ruído em sólitons se propagando em uma fibra

Nesta seção faremos uma revisão da teoria de perturbação para ruídos em sólitons ópticos. Consideraremos um sóliton se propagando em uma fibra na presença de uma fonte de ruído, que causa perturbações nos seguintes parâmetros que descrevem o sóliton: densidade de energia do pulso - w, fase não-linear - θ, frequência normalizada -p, e tempo de chegada do pulso - t. Nosso objetivo será mostrar de que forma as perturbações nestes parâmetros evoluem à medida que o sóliton se propaga na fibra, visando um embasamento para o estudo da propagação de pulsos em lasers de modos travados na presença de fontes de ruído.

3.2.1 Propagação em fibras

Para tratar o problema de propagação de sólitons em fibras, vamos considerar um pulso propagando ao longo da direção z, onde o campo elétrico oscilante $E(z,t)$ satisfaz a equação básica para a propagação de uma onda em um meio dispersivo[20]

$$\frac{\partial^2 E(z,t)}{\partial z^2} - \mu_o \varepsilon_o \frac{\partial^2 E(z,t)}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 P(z,t)}{\partial t^2}. \tag{3.1}$$

A amplitude (envoltória) de $E(z,t)$ é dada por um campo $A(z,t)$ complexo, de forma que:

$$E(z,t) = Re\{A(z,t)e^{i\omega_o t + ik(\omega)z}\} = Re\{A(z,t)e^{i\Phi}\}, \tag{3.2}$$

onde ω_o é a frequência central do pulso, $k(\omega) = n(\omega)\frac{\omega}{c}$, e Φ é a fase total. Na equação 3.1, $P(z,t)$ é a polarização do meio, no domínio temporal, definido através de uma transformada de Fourier da polarização no domínio das frequências, $\tilde{P}(z,\omega)$, pela relação

$$P(z,t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{P}(z,\omega)e^{j\omega t}d\omega, \tag{3.3}$$

sendo $\tilde{P}(z,\omega) = \varepsilon_o\ \tilde{\chi}(\omega)\tilde{E}(z,\omega)$ a polarização total do meio, e $\tilde{\chi}$ é a susceptibilidade óptica do meio. A partir das relações anteriores e reescrevendo a variável temporal no referencial que se move junto com o pulso, $t' = t - \frac{z}{v_g}$, pode-se mostrar que a equação 3.1 se reduz a

$$\frac{\partial A(z,t')}{\partial z} = -i\frac{k''}{2}\frac{\partial^2 A(z,t')}{\partial t'^2}. \tag{3.4}$$

sendo $k'' = \frac{d^2k}{d\omega_0^2}$ a segunda derivada do vetor de onda em relação a ω, calculado na frequência central do pulso. Quando o meio apresenta uma polarização não linear, a polarização $\tilde{P}(\omega,z)$ pode ser escrita como

$$\tilde{P}(\omega,z) = \varepsilon_o[\tilde{\chi}^{(1)}(\omega)\ \tilde{E}(z,\omega) + \tilde{\chi}^{(2)}\ (\omega)\tilde{E}^2(z,\omega) + \tilde{\chi}^{(3)}\ (\omega)\tilde{E}^3(z,\omega) + ...]. \tag{3.5}$$

Em meios centrossimétricos ou isotrópicos, como uma fibra óptica, os efeitos da não-linearidade devidos à suscetibilidade de segunda ordem $\tilde{\chi}^{(2)}$ são nulos. Com isto, considerando somente o termo não-linear de ordem mais baixa, $\tilde{P}(z,t)$ será dado por:

$$\tilde{P}(\omega,z) = \varepsilon_o[\tilde{\chi}^{(1)}(\omega)\ \tilde{E}(z,\omega) + \tilde{\chi}^{(3)}\ (\omega)\varepsilon_o\tilde{E}^3(z,\omega)] \tag{3.6}$$

Desta dependência da polarização com o campo do laser, é possível verificar que, no caso de não-linearidades não-ressonantes, o índice de refração depende quadraticamente de $|A(z,t)|$, de modo que a variação de $A(z,t')$ em relação a z será também proporcional à intensidade

$$\frac{\partial A(z,t')}{\partial z} = -in_{2,L}k_o|A|^2|A| = -i\delta_I|A|^2|A|, \tag{3.7}$$

onde $\delta_I = n_{2,L}k_o$ é o coeficiente de automodulação de fase, com $|A|^2$ normalizado para ser a intensidade. Em uma fibra de silica típica, temos que δ_I é da ordem de $2.5x10^{-11}\ cm/W$, para $\lambda = 0.8\mu m$, lembrando que o parâmetro $n_{2,L}$ não varia muito com o comprimento de onda. Estando presentes os efeitos da automodulação de fase e a dispersão da velocidade de grupo, a envoltória do pulso obedece a seguinte equação:

$$j\frac{\partial A(z,t')}{\partial z} = -D_2\frac{\partial^2 A}{\partial t'^2} + \delta|A|^2|A|, \tag{3.8}$$

onde $D_2 = \frac{k''}{2}$. Para fibras de silica típicas, D_2 é da ordem de 25 ps^2/km para $\lambda = 0.8\mu m$, mudando seu valor para cerca de -10ps^2/km quando $\lambda = 1.5\mu m$. A expressão 3.8 é a Equação Não-Linear de Schrödinger (ENLS). Se o meio tem uma dispersão negativa, capaz de compensar o efeito Kerr positivo, proveniente da automodulação de fase, temos como solução desta equação ondas solitárias, geralmente chamadas de sólitons, cuja solução fundamental para $A(z,t)$ é dada por

$$A_s(z,t) = A_o sech(t/\tau)e^{-i\theta} = A_s(z,t) = A_o sech(x)e^{-i\theta}, \tag{3.9}$$

sendo $\theta = \frac{1}{2}\delta_I A_o^2$ a fase não-linear do sóliton, e a variável x é definida por $x = \frac{t}{\tau}$, onde τ é a duração temporal do pulso. Normalizando $|A_s(z,t)|^2$ para ser a intensidade, definimos que a densidade (fluxo) de energia do sóliton w é dada por:

$$w = \int |A_s(z,t)|^2 dt = 2A_o^2\tau \tag{3.10}$$

Ao introduzirmos ruído na propagação do sóliton o pico da envoltória $A(z,t)$ pode mudar de posição por uma quantidade δt, que chamaremos de tempo de chegada do pulso (*timing*). Para facilitar a notação, chamaremos este parâmetro de t, mesmo que isto possa causar alguma confusão. Já o parâmetro p é a variação da posição central do espectro do pulso que possa ser causada pelo ruído: $p = \omega_o^{'} - \omega_o$.

Temos então que w, θ, t e p são os parâmetros que descrevem o sóliton se propagando pela fibra. Note-se que o parâmetro p não aparece explicitamente na equação (3.9) porque esta é deduzida supondo-se que o pulso tem uma frequência central ω_0, fixa.

3.2.2 Teoria de perturbação em sólitons

Adicionando um termo de fonte de ruído $F(A,A^*,z)$ na Eq. (3.8), obtemos a equação que descreve a propagação de um sóliton por um meio na presença de ruído

$$\frac{\partial A(z,t)}{\partial z} = -j\left[|D_2|\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \delta|A|^2 A\right] + F(A,A^*,z). \tag{3.11}$$

Supõe-se que a solução desta equação possa ser escrita como a soma de dois termos: o primeiro sendo a solução para o sóliton fundamental, ao qual é adicionado uma perturbação, ΔA:

$$A_s(z,t) = [A_o sech(t/\tau) + \Delta A(z,t)]e^{-ik_s z} \tag{3.12}$$

Introduzindo este *ansatz* na Eq. 3.11, e considerando apenas termos de primeira ordem na perturbação ΔA, ou seja, linearizando a equação de movimento, temos:

$$\frac{\partial \Delta A(z,t)}{\partial z'} = \hat{L}\Delta A + F(A,A^*,z)e^{ikz'} \tag{3.13}$$

onde $\hat{L}$ é o operador que é obtido a partir da linearização da ENLS, tal que:

$$\hat{L} = -j\sigma_3\left[\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - 1\right) + 2sech^2(x)\left(2 + \sigma_1\right)\right] \tag{3.14}$$

onde σ_i, $i = 1,2,3$, são as matrizes de Pauli. A perturbação ΔA pode ser expressa como a superposição das perturbações de cada um dos parâmetros que descrevem o sóliton: Δw, $\Delta\theta$, Δp, e Δt, e as funções que descrevem as perturbações em cada dos parâmetros: f_w, f_θ, f_p e f_t. Esta autofunções são definidas através das derivadas da eq.3.9 em relação aos parâmetros do sóliton

$$f_w(x) = \frac{\partial A_s}{\partial w} = \frac{1}{w}(1 - x\tanh x)a(x)\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{3.15}$$

$$f_\theta(x) = \frac{\partial A_s}{\partial \theta} = -ja(x)\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \tag{3.16}$$

$$f_p(x) = \frac{\partial A_s}{\partial p} = -jx\tau a(x)\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \tag{3.17}$$

$$f_t(x) = \frac{\partial A_s}{\partial t} = \frac{1}{\tau}\tanh(x)a(x)\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{3.18}$$

$$\tag{3.19}$$

onde a ação do operador $\hat{L}$ nestas funções tem como resultado as seguintes relações:

$$\hat{L}f_w = \frac{1}{w}f_\theta \tag{3.20}$$

$$\hat{L}f_\theta = 0 \tag{3.21}$$

$$\hat{L}f_p = -2\tau f_t \tag{3.22}$$

$$\hat{L}f_t = 0 \tag{3.23}$$

$$\tag{3.24}$$

No tratamento apresentado por Kaertner, além destes termos são consideradas as soluções denominadas de "contínuo", que são as soluções que não evoluem para formar um sóliton e que dispersam à medida que se propagam. Estas soluções do operador $\hat{L}$ apresentam um espectro contínuo, justificando o nome. Visando uma abordagem mais simplificada do que o tratamento feito por Kaertner, vamos desprezar estas soluções, devido ao fato de que são de baixa intensidade e modificam muito pouco o sóliton. Com isto, ΔA será dada por

$$\Delta A(z') = \Delta w(z') f_w + \Delta\theta(z') f_\theta + \Delta p(z') f_p + \Delta t(z') f_t. \tag{3.25}$$

A partir da equação 3.13 e das relações que envolvem as funções que descrevem a perturbação em cada parâmetro é possível demonstrar que as equações de movimento para as perturbações são dadas por:

$$\frac{\partial \Delta w}{\partial z'} = \frac{1}{k_s} < f_w^{(+)} | F e^{jz'} > \tag{3.26}$$

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial z'} = \frac{1}{k_s} < f_p^{(+)} | F e^{jz'} > \tag{3.27}$$

$$\frac{\partial \Delta \theta}{\partial z'} = \frac{\Delta w}{w} + \frac{1}{k_s} < f_\theta^{(+)} | F e^{iz'} > \tag{3.28}$$

$$\frac{\partial \Delta t}{\partial z'} = -2\tau \Delta p + \frac{1}{k_s} < f_t^{(+)} | F e^{jz'} >, \tag{3.29}$$

$$\tag{3.30}$$

onde $f_j^{(+)}$ é a função adjunta de f_j. O produto interno $< f_j^{(+)} | F e^{jz'} >$ representa a projeção da perturbação F no j-ésimo autoestado f_j, e mede a superposição do ruído com o sóliton. Este produto interno é definido de tal forma que:

$$< f_j^{(+)} | F e^{jz'} > = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} f_j^{(+)}(x) F e^{jz'}(x) dx \tag{3.31}$$

Mais detalhes sobre as funções f_i e f_i^+ que descrevem as perturbações nos paramentos podem ser encontradas no tratamento feito pelo Kaertner[17]. Das relações 3.26 e 3.27 verifica-se que a evolução das flutuações da energia e da frequência dependem somente da projeção da fonte de ruido na direção do autovetor que representa a perturbação na energia e na frequência, respectivamente. Já a evolução da perturbação na fase e no tempo de chegada (*timing*) dependem não somente da projeção do ruído nas respectivas

autofunções, mas também da variação na energia, no caso da fase, e da frequência, no caso do tempo de chegada. De fato, como a fase do sóliton está diretamente relacionada com sua energia (intensidade) devido à não linearidade Kerr, uma variação de energia irá provocar uma variação na fase do sóliton. Já uma variação na frequência central do sóliton irá mudar sua velocidade de grupo, devido à DVG do meio, levando a uma variação no tempo de chegada do sóliton.

O tratamento dado às perturbações de um sóliton devido à presença de ruído pode ser estendido ao caso de um pulso circulando dentro da cavidade de um laser. Neste último caso, no entanto, é preciso lembrar que há perdas e também ganho, de modo que é necessário adicionar estes elementos ao tratamento, o que será feito na próxima seção.

3.3 Ruído em lasers de modos travados

Nesta seção nosso objetivo será discutir a propagação de um pulso em uma cavidade de um laser de modos travados na presença de uma fonte de ruído $S(t,T)$, usando a análise feita na seção anterior. Assim como na teoria de perturbação de sólitons, vamos descrever um pulso circulando dentro da cavidade através dos seguintes parâmetros: w=energia do pulso; p = frequência do pulso em relação a frequência central da onda portadora (ω-ω_o); θ = fase global do pulso; t = tempo de chegada do pulso (*timing*) e assim obter as equações de movimento para as perturbações Δw, Δp, $\Delta\theta$, e Δt.

3.3.1 Equação mestra com ruido

Vamos considerar novamente a cavidade típica de um laser de modos travados mostrada na figura. 2.3. Definindo Δa_{total} como a variação total que o campo elétrico sofre após uma volta na cavidade, descrita pela eq.2.49, podemos reescrever a condição de auto-consistência, linearizada, como:

$$\Delta a_{total} = a(T+T_R) - a(T) \approx T_R \frac{\partial a}{\partial T}. \tag{3.32}$$

Assim a equação mestra pode ser escrita como uma função de uma variável lenta T, que descreve o pulso após varias voltas na cavidade, associada a tempos longos, da ordem de ns, e uma variável rápida t, associada a tempos curtos, da ordem de dezenas de fs, que descreve a passagem do pulso por cada elemento da cavidade. Sendo assim $a(t,T)$ obedece a seguinte equação

$$T_R\frac{\partial a}{\partial T} = [-l + g(1 - \frac{1}{\Omega_g}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{{\Omega_g}^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}) + jD\frac{\partial^2}{\partial t^2} + (\gamma - j\delta)|a|^2]a, \tag{3.33}$$

onde T_R é o tempo de volta do pulso na cavidade e l representa as perdas lineares. Considerando agora que o pulso circula na cavidade sob a presença de ruído, adiciona-se um termo de fonte de ruído $S(t,T)$ na equação anterior, com o objetivo de obter não só a solução que descreva a propagação do pulso na presença desta fonte de ruído, como também equações que descrevam a evolução temporal de cada uma das perturbações nos parâmetros do pulso[16]:

$$T_R\frac{\partial a}{\partial T} = \left[-l + g(1 - \frac{1}{\Omega_g}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{{\Omega_g}^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}) + jD\frac{\partial^2}{\partial t^2} + (\gamma - j\delta)|a|^2\right]a + T_R S(t,T). \tag{3.34}$$

Supondo novamente que o tempo de relaxação do ganho é longo comparado à duração temporal do pulso, a mudança do ganho por passagem do pulso pode ser ignorada, ou seja, podemos dizer que o ganho é constante na escala dos tempos curtos, t. Esta suposição é bem razoável tendo em vista que a variação do ganho é da ordem μs, ao passo que os demais tempos característicos, como tempo de repetição e duração temporal do pulso são da ordem de ns e fs, respectivamente. Desta forma o ganho saturado do meio amplificador será dado por

$$g_s = \frac{g_o}{1 + \frac{1}{P_s T_R}\int dt|a|^2}, \tag{3.35}$$

sendo $a(t,T)$ normalizado para que $|a|^2$ seja a potência instantânea do pulso, de modo que $\int dt|a|^2 = w$ é a energia do pulso. Nesta expressão P_S é a potência de saturação do laser e g_o o ganho não saturado (ganho de pequeno sinal). A fluência de saturação do ganho para o Ti:safira é da ordem de $0.6J/cm^2$, de onde obtemos que $P_S T_R \sim 8x10^{-6}J$, supondo que o diâmetro do feixe seja de $10\mu m$.

Tipicamente para um laser de modos travados considerando que o ganho não depende do tempo, temos que $g_o = 0.2$, sendo o total de perdas na cavidade l$\sim$5%. Considerando a potência média de saída do laser $\bar{P}_{sada} = 1W$ temos que a potência media intracavidade é $\bar{P}_{cav} = 20W$. Uma solução tentativa para a equação 3.34 é dada por:

$$a = a(t,T) = \left[A_o sech\left[\frac{1}{\tau}(t - t_o)\right]^{(1+j\beta)} + \Delta a(t - t_o, T)\right] exp\left(j\psi\frac{T}{T_R} + j\theta\right), \tag{3.36}$$

onde β é o parâmetro de chirp, θ a fase global do pulso e ψ a mudança de fase que o pulso sofre por passagem na cavidade, e que está diretamente associada à frequência de *offset* do laser. O termo Δa representa pertubação na amplitude do pulso devido ao ruído existente na cavidade. A partir da eq. 2.51 e de sua solução (eq.2.52) podemos obter as seguintes identidades [29]

$$-j\psi + g - l + \frac{(1+j\beta)^2}{\tau^2}[\frac{g}{\Omega_g^2} + jD] = 0 \tag{3.37}$$

$$\frac{1}{\tau^2}[\frac{g}{\Omega_g^2} + jD](2 + 3j\beta - \beta^2) = (\gamma - j\delta)A_0^2. \tag{3.38}$$

Alguns valores para os parâmetros acima podem ser estimados. Para um laser de femtossegundos de Ti:safira, cujo ganho tem uma largura espectral que é da ordem de $200nm$, centrado em 800nm, a largura da curva de ganho, Ω_g, é da ordem de $600THz$. Para um laser de Ti:safira típico, estimamos que os coeficientes da perda saturável introduzidas pelo absorvedor e da automodulação de fase são aproximadamente $\gamma \sim 1.6x10^{-10}W^{-1}$ e $\delta \sim 10^{-6}W^{-1}$, para um cristal de $L_{cristal} \sim 2mm$. Para estas estimativas é importante lembrar que na solução apresentada na eq.3.36, a amplitude está normalizada de modo a representar a potência instantânea.

Devido à complexidade de se fazer um tratamento considerando um pulso com chirp, ($\beta \neq 0$), nos limitaremos a considerar apenas o caso onde os efeitos de automodulação de fase são compensados pela dispersão negativa da velocidade de grupo. Neste caso a varredura de frequência do pulso é nula; $\beta = 0$. Com isto, e das identidades acima, obtemos as seguintes relações

$$\frac{g/\Omega_g^2}{-D} = \frac{\gamma}{\delta} \equiv \mu \tag{3.39}$$

$$A_o^2\tau^2 = \frac{2|D|}{\delta} \tag{3.40}$$

$$\psi = -\frac{|D|}{\tau^2} = -\frac{\delta}{2}A_o^2 \tag{3.41}$$

$$g - l = -\frac{1}{\tau^2}\frac{g}{\Omega_g^2} = -\frac{\gamma}{2}A_o^2. \tag{3.42}$$

onde ($|D| = -D,\ se\ D < 0$). Substituindo estas relações na eq 3.36 com $\beta = 0$, temos,

portanto, que:

$$a(t,T) = \left[A_o sech[\frac{1}{\tau}(t-t_o)] + \Delta a(t-t_o,T)\right] exp(-j\frac{\delta}{2}A_o^2\frac{T}{T_R} + j\theta), \tag{3.43}$$

onde a duração do pulso, τ, é dada por:

$$\tau = \frac{1}{A_o}\sqrt{\frac{2|D|}{\delta}}. \tag{3.44}$$

Para $A_o = 10^3 W^{1/2}$, $\delta = 1.6x10^{-6}W^{-1}$ e $D \sim -1000fs^2$, obtém-se que a duração do pulso é $\tau \sim 35fs$. É importante notar que estas estimativas são baseadas no caso em que o parâmetro de chirp é nulo, $\beta = 0$. Os lasers de Ti:safira mais recentes, na verdade, operam em um regime diferente, próximo do zero da dispersão, $D \sim 0$.

Nesta seção obtivemos uma solução particular para a equação mestra do laser de femtossegundos. A introdução do ruído seguirá os passos delineados na seção anterior para o problema do ruído na propagação de sólitons, supondo novamente que podemos fazer um tratamento perturbativo.

3.3.2 Equação de movimento incluindo ruído

Substituindo a eq 3.43 na eq 3.34 e linearizando o resultado considerando apenas os termos em primeira ordem Δa, temos assim como na teoria de perturbação de sóliton, uma expressão bem parecida para a evolução da perturbação

$$T_R\frac{\partial \Delta a}{\partial T} = \hat{A}_t(\Delta a) + T_R S(t-t_o,T), \tag{3.45}$$

onde definimos um operador $\hat{A}_t$, semelhante ao operador L da eq 3.13. De maneira análoga à teoria de sólitons, a pertubação Δa pode também ser descrita em termos dos parâmetros perturbados que descrevem o pulso, ou seja: Δw, $\Delta\theta$, Δt e Δp e as funções que descrevem as fontes de ruído das perturbações em cada um dos parâmetros: f_w, f_θ, f_p, e f_t. Obtemos então um resultado similar ao caso dos sólitons para as equações de movimento das perturbações:

$$\frac{\partial \Delta w}{\partial T} = -\frac{1}{\tau_w}\Delta w + S_w(T) \tag{3.46}$$

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial T} = -\frac{1}{\tau_p}\Delta p + S_p(T) \tag{3.47}$$

$$\frac{\partial \Delta \theta}{\partial T} = -\delta A_o^2 \frac{\Delta w}{w_o} + S_\theta(T) \tag{3.48}$$

$$\frac{\partial \Delta t}{\partial T} = -2|D|\Delta p - \frac{g}{\Omega_g}\frac{\Delta w}{w_o} + S_t(T). \tag{3.49}$$

$$\tag{3.50}$$

Os tempos de decaimento das perturbações da energia e da fase, τ_w e τ_p respectivamente, são definidos como:

$$\frac{1}{\tau_w} = \frac{[2|g_D| - 2\gamma A_o^2]}{T_R} \tag{3.51}$$

$$\frac{1}{\tau_p} = \frac{4}{3}\frac{g_s}{\Omega_g^2 \tau^2}\frac{1}{T_R}, \tag{3.52}$$

onde g_D está relacionado à derivada do ganho saturado em relação à energia.

$$g_D = \frac{dg_s}{dw}\, w = -\frac{g_0}{P_S T_R}\frac{1}{(1+\frac{w}{P_S T_R})^2} < 0. \tag{3.53}$$

A interpretação física da eq.3.51 é a seguinte: se a energia do pulso, w, aumentar, a saturação do ganho faz com que o ganho diminua, pois $g_D < 0$, "corrigindo"a flutuação. Quanto maior for a variação do ganho, isto é $|g_D|$, mais rápido as flutuaçoes de energia, Δw, relaxam. Por outro lado a saturação da perda atua no sentido contrário: aumentando a energia do pulso as perdas diminuem e a energia aumenta a cada volta na cavidade. O segundo termo na eq.3.51, que envolve γ, reduz, portanto, a taxa de relaxação das flutuações na energia.

Quanto à relaxação das flutuações da frequência normalizada, p, o tempo característico correspondente, τ_p é proporcional à largura da curva de ganho, Ω_g. Isto pode ser interpretado da seguinte forma: se a largura da curva de ganho é muito grande, mudanças da frequência central de operação do laser são irrelevantes, pois o ganho muda pouco, e o laser demora a retornar à situação ótima. Se Ω_g é pequeno, o ganho na nova frequência diminui e o sistema retorna mais rápido à situação ótima. Para o laser de femtossegundos

da subseção anterior temos que $\tau_p \sim 0.65\mu s$ e $\tau_w \sim 187\mu s$.

Os termos $S_j(T)$ representam as fontes de ruído para cada uma das perturbações nos parâmetros do pulso e são dados pela projeção do termo de ruído, $S(t,T)$, nas funções adjuntas relacionadas com cada um dos parâmetros perturbados:

$$S_j(T) = Re\left[\int dt f_j^{(+)}(t) S(t,T)\right]. \tag{3.54}$$

A partir das relações 3.46 podemos tirar algumas conclusões sobre a evolução temporal das perturbações. Supondo uma pertubação tipo impulso, a evolução temporal do ruído na energia, Δw, e na frequencia, Δp apresentarão um decaimento exponencial com tempos característicos dados pelas equações 3.51 e 3.52. A perturbação da energia irá decrescer exponencialmente a menos que o termo que descreve a ação do absorvedor saturável na eq 3.51, $\gamma|a|^2$, seja maior do que $|g_D|$, a variação do ganho saturável com a potência . Já a perturbação na frequência do laser irá sempre decrescer exponencialmente porem o quão rápido isto ocorrerá é determinado pela largura da curva de ganho, Ω_g: τ_p é diretamente proporcional a Ω_g^2. De fato isto é esperado, já que fase é diretamente relacionada com intensidade, devido à não-linearidade Kerr. Finalmente uma variação no tempo de chegada está diretamente relacionada a uma perturbação na frequência e na energia do pulso, dado que flutuações na frequência geram mudanças na dispersão da velocidade de grupo (DVG), enquanto flutuações na energia do pulso geram mudanças no perfil de ganho de modo a alterar a frequência central do laser, fazendo com que se tenha uma mudança no índice de refração efetivo, já que $n = n(\omega)$.

3.3.3 Fontes de ruído

Nesta seção descrevemos alguns tipos de ruídos que podem estar presentes em um laser de modos travados. Primeiro vamos considerar o caso dos ruídos originados de flutuações em grandezas físicas que podem ser controladas (ruídos "técnicos").

Flutuações na potência do laser de bombeamento do laser de femtossegundos causam flutuações no ganho do laser, de modo que se introduzirmos uma variação, Δg, no termo de ganho da equação mestra obtemos a fonte de ruido correspondente:

$$S_{\Delta g}(t,T) = \frac{\Delta g}{T_R}\left(1 - \frac{1}{\Omega_g}\frac{\partial}{\partial t}\right) a_s(t,T). \tag{3.55}$$

onde $a_s(t,T) = A_o \mathrm{sech}(t/\tau)$. O termo em parênteses na eq.3.55 é a dispersão da perturbação no ganho, até primeira ordem em $1/\Omega_g$. No limite em que a largura da curva de

ganho Δg é muito grande, $S_{\Delta g}(t,T)$ será dado basicamente pelas perturbação no ganho. No entanto se a largura da curva de ganho é pequena, $S_{\Delta g}(t,T)$ terá um termo proporcional ao inverso de Ω_g que influencia a posição temporal do pulso (*timing*).

Flutuações no comprimento da cavidade, ΔL, geram um fonte de ruído com dois termos:

$$S_{\Delta L}(t,T) = -\frac{\Delta L}{T_R}\left(j\frac{\omega_o}{c}n + \frac{1}{v_g}\frac{d}{dt}\right)a_s(t,T), \tag{3.56}$$

onde n é o índice de refração efetivo de uma cavidade de comprimento L. O primeiro termo da expressão deve-se a uma mudança da fase do laser devido à variação do comprimento da cavidade, e o segundo termo advém do fato da flutuação ΔL produzir um *jitter* no tempo de chegada do pulso. Flutuações no índice de refração da cavidade causam um termo de ruído que é análogo àquele devido a uma variação no comprimento da cavidade, requerendo apenas a troca de ΔL por $L(\Delta n/n)$ na eq. 3.56.

As flutuações causadas pela emissão espontânea que ocorrem no processo de amplificação da luz no meio de ganho, também estão presentes na cavidade. Conforme mostrado por Haus[16], o ruído da emissão espontânea pode ser tratado classicamente, considerando que são fontes clássicas de ruído branco com uma função de autocorrelação dado por:

$$\langle S_{qn}(T,t)S^*_{qn}(T',t')\rangle = \Theta\frac{2g}{T_R}h\nu\delta(T-T')\delta(t-t'), \tag{3.57}$$

onde Θ é o fator relacionado com o excesso de ruído que é gerado devido à emissão espontânea pelo meio amplificador. Seu valor depende da densidade de população nos estados superior e inferior do meio de ganho, e portanto do tipo de laser que se considera (sistemas de 3 ou 4 níveis, por exemplo). O meio de ganho produz radiação emitida espontaneamente, que por sua vez vai sendo amplificada a medida que atravessa este meio, e constitui uma fonte de ruido dentro da cavidade do laser[34](ver o capitulo 21 desta referência para mais detalhes sobre o excesso de ruído devido à emissão espontânea). Em nossa abordagem clássica do ruído de emissão espontânea considera-se que a largura de banda do meio de ganho seja grande o suficiente para que o ruído seja δ-correlacionado: somente há correlações de curta duração temporal da emissão espontânea.

De uma maneira geral, o ruído de um laser de femtossegundos será determinado tanto pelo ruído técnico, quanto pelos mecanismos inerentes ao fato de que a emissão espontânea é um processo de natureza quântica e intrinsecamente aleatório. A forma mais genérica do ruído, portanto, pode ser escrita como

$$S_j(T) = Re\left[\int dt f_j^{(+)}(t) S_{tecnico}(T)\right] + S_{j,qn}(T). \tag{3.58}$$

Deste modelo segue que os termos de fonte de ruído quântico para cada um dos parâmetros do pulso, $S_{w,qn}$, $S_{\theta,qn}$, $S_{p,qn}$, e $S_{t,qn}$, provenientes da flutuação na emissão espontânea, são fontes de ruído branco, independentes, de acordo com a função de correlação a seguir:

$$\langle S_{i,qn}(T) S_{h,qn}(T')\rangle = D_{i,qn}\delta_{i,h}\delta(T-T'), \tag{3.59}$$

onde denominamos $D_{i,qn}$, com $i = w,\ \theta,\ p,\ t$, como constantes de difusão, as quais são dadas por:

$$D_{w,qn} = 4w_o\Theta\frac{2g}{T_R}h\nu \tag{3.60}$$

$$D_{\theta,qn} = \frac{4}{3w_o}\left(1+\frac{\pi^2}{12}\right)\Theta\frac{2g}{T_R}h\nu \tag{3.61}$$

$$D_{p,qn} = \frac{2}{w_o}\frac{4}{3w_o\tau^2}\Theta\frac{2g}{T_R}h\nu \tag{3.62}$$

$$D_{t,qn} = \frac{\pi^2\tau^2}{3w_o}\Theta\frac{2g}{T_R}h\nu. \tag{3.63}$$

$$\tag{3.64}$$

3.3.4 Espectro do ruído e funções de correlação

Nossa intenção nesta seção será obter a densidade espectral das flutuações em cada um dos parâmetros. Esta grandeza nos possibilita descrever como variam as perturbações, Δw, Δp, $\Delta\theta$, Δt no domínio da frequência Ω, sendo definida através das funções de correlação das perturbações. A partir das equações de movimento para as perturbações e definido o par de transformada de Fourier como:

$$f(\Omega) = \int dT e^{-j\Omega T} f(T) \tag{3.65}$$

$$f(T) = \frac{1}{2\pi}\int d\Omega e^{-j\Omega T} f(\Omega), \tag{3.66}$$

podemos obter a densidade espectral das flutuações em cada um dos parâmetros do pulso. O espectro das flutuações na energia e na frequência estão relacionados somente com a densidade espectral das fontes de ruído $S_w(\Omega)$ e $S_p(\Omega)$

$$\langle|\Delta w(\Omega)|^2\rangle = \frac{\langle|S_w(\Omega)|^2\rangle}{\left(\Omega^2+\frac{1}{\tau_w^2}\right)} \tag{3.67}$$

$$\langle|\Delta p(\Omega)|^2\rangle = \frac{\langle|S_p(\Omega)|^2\rangle}{\left(\Omega^2+\frac{1}{\tau_p^2}\right)}. \tag{3.68}$$

No entanto, como já era esperado, das equações de movimento para as perturbações $\Delta\theta$ e Δt vemos que o espectro da fase e do tempo de chegada terão não só somente as contribuições espectrais das fontes de ruídos $S_\theta(\Omega)$ e $S_t(\Omega)$ mas também as contribuições espectrais das flutuações na frequência $\langle|\Delta p(\Omega)|^2\rangle$ e na energia $\langle|\Delta w(\Omega)|^2\rangle$. Considerando que temos fontes de ruído branco podemos reescrever o denominador das expressões anteriores como

$\frac{1}{[\Omega^2(\Omega^2+\frac{1}{\tau^2})]}$, logo:

$$\langle|\Delta\theta(\Omega)|^2\rangle = \frac{(\delta A_o^2)^2}{T_R^2}\frac{\langle|S_w(\Omega)|^2\rangle}{\left[\Omega^2\left(\Omega^2+\frac{1}{\tau_p^2}\right)\right]} + \frac{\langle|S_\theta(\Omega)|^2\rangle}{\Omega^2} \tag{3.69}$$

$$\langle|\Delta t(\Omega)|^2\rangle = 4\frac{D^2}{T_R^2}\frac{\langle|S_p(\Omega)|^2\rangle}{\left[\Omega^2\left(\Omega^2+\frac{1}{\tau_p^2}\right)\right]} + \frac{\langle|S_t(\Omega)|^2\rangle}{\Omega^2}. \tag{3.70}$$

Outra quantidade interessante a ser calculada é a média quadrática das flutuações (ou variância) nos parâmetros do pulso. Esta grandeza nos dá a ideia de como está evoluindo a perturbação numa escala de tempo que corresponde a uma volta que o pulso dá dentro da cavidade. Para Δt e $\Delta\theta$ temos que

$$\langle|\Delta t(T+T_o)-\Delta t(T_o)|^2\rangle = \frac{4D^2}{T_R^2}D_{p,p}\tau_p^3\left(\frac{T}{\tau_p}-1+e^{-T/\tau_p}\right)+D_{t,t}T \tag{3.71}$$

$$\langle|\Delta\theta(T+T_o)-\Delta\theta(T_o)|^2\rangle = \frac{(2\delta A_o^2)^2}{T_R^2}D_{w,w}\tau_w^3\left(\frac{T}{\tau_w}-1+e^{-T/\tau_w}\right)+D_{\theta,\theta}T. \tag{3.72}$$

No limite de tempos muito longos (ou baixas frequências, onde $T/\tau_p \gg 1$ e $T/\tau_w \gg 1$, verifica-se que as variâncias tanto do tempo de chegada, t, como da fase, θ, são proporcionais a T, ou seja, as variâncias não são limitadas. Este seria o resultado previsto para uma caminhada aleatória, tanto da fase quanto do tempo de chegada do pulso:

$$\sigma_t = (\langle|\Delta t(T+T_o) - \Delta t(T_o)|^2\rangle \propto T, \tag{3.73}$$

$$\sigma_\theta = \langle|\Delta\theta(T+T_o) - \Delta\theta(T_o)|^2\rangle \propto T, \tag{3.74}$$

3.3.5 Espectro ótico e de microondas de um laser de femtossegundos com ruído

Nesta seção faremos uso dos resultados das seções anteriores para mostrar como as flutuações dos parâmetros que caracterizam um laser de femtosegundos podem ser relacionados a duas das medidas mais usuais realizadas para caracterizar este tipo de laser: i) do espectro óptico, e ii) do espectro de microondas.

No primeiro caso o instrumento de medida é um espectrômetro, no sentido mais amplo. Entende-se que qualquer instrumento que meça diretamente a densidade espectral, $|\tilde{E}(\omega)|^2$ do laser constitua um espectrômetro. O espectro de microondas do laser de femtosegundos, por outro lado, é medido através da associação de um fotodetetor rápido (largura de banda da ordem ou maior que 1 GHz) e um analisador de espectro, por exemplo.

Para compreender estas duas medidas, consideraremos a sequência periódica de pulsos proveniente de um laser de modos travados. O campo elétrico na saída do laser, incluindo as perturbação nos parâmetros que descrevem o pulso, é dado por:

$$A(t, T = mT_R) = \sum_{-\infty}^{\infty}(A_o + \Delta A(mT_R))sech(t - mT_R - \Delta t(mT_R))e^{-j\Delta\phi_{CE}m}e^{j[\omega_c + \Delta p(mT_R)]t}e^{-j\Delta\theta(mT_R)}. \tag{3.75}$$

É possível mostrar que a largura de linha do espectro ótico do laser devida ao ruído de emissão espontânea está diretamente relacionada com a variância para tempos muito longos na fase σ_t e no tempo de chegada σ_θ, de modo que para a enésima linha do espectro ótico temos

$$\Delta\omega_n = \Delta\omega_\phi + [\tau(\omega_n - \omega_c]^2\Delta\omega_t, \tag{3.76}$$

onde ω_c é frequência a da linha central do espectro ótico, $\Delta\omega_\phi = \frac{\sigma_\theta(T)}{2|T|}$ e $\Delta\omega_t = \frac{\sigma_t(T)}{4|T|}$. O segundo termo da equação 3.76 é proporcional a τ^2, que é inversamente proporcional ao número de modos óticos excitados, $M \sim 10^5,\ 10^6$. Com isto, a contribuição devido à flutuação do tempo de chegada, $\Delta\omega_t$, pode ser desprezada, e a largura de linha é definida diretamente pela contribuição da perturbação na fase $\Delta\omega_\phi$, sendo dada por

$$\Delta\omega_\phi = \frac{2}{3}\left(1 + \frac{\pi^2}{12} + 16\frac{\tau_\omega^2}{T_R^2}\phi_o^2\right)\frac{\Theta}{N_o T_{cav}}. \tag{3.77}$$

Desprezando-se os termos quadráticos da equação 3.77 é possível obter uma expressão para a largura de linha do espectro óptico do laser de femtosegundos que é análoga à expressão para a largura de linha do espectro ótico de um laser CW, conhecida como o limite de Schawlow-Townes, ($\Delta f_\phi = \frac{\Theta}{2\pi N_o T_{cav}}$). No caso do laser de modos travados esta grandeza será dada por

$$\Delta f_\phi \simeq \frac{\Theta}{3\pi N_o T_{cav}}, \tag{3.78}$$

sendo T_{cav} o tempo de vida do fóton dentro da cavidade e $N_o = \frac{w_o}{\hbar\omega_c}$ o número de fótons dentro da cavidade. Considerando um laser de Ti:safira operando no regime pulsado, com taxa de repetição de 82 MHz, com o numero de fótons por pulso $N_o = 5\ x\ 10^{10}$, $T_{cav} = 260ns$, e o fator de excesso de ruído $\Theta = 10$ (adequado para um laser de quatro níveis), obtemos

$$\Delta f_\phi \sim 8.2\ x\ 10^{-5} Hz, \tag{3.79}$$

que é um valor extremamente pequeno. Devemos ressaltar novamente que este é o limite quântico para a largura de linha, que na prática é limitada por ruídos técnicos significativamente maiores.

Consideramos agora o espectro microondas, obtido através da medida da fotocorrente que é gerada no fotodetetor, quando se coloca o mesmo na saída do laser. Temos que a intensidade da fotocorrente é dada por

$$I(t) = \eta\frac{e}{\hbar\omega_c}|A(T,t)|^2 \tag{3.80}$$

Partindo das equações 3.75 e 3.80, é possível mostrar que a variação da largura de linha do espectro devido a emissão espontânea só depende de $\sigma_t(T)$, e, assim como no caso do espectro óptico, é inversamente proporcional ao quadrado do número de modos excitados na cavidade do laser:

$$\Delta\omega_n = \left(\frac{2\pi n}{M}\right)^2 \Delta\omega_t \tag{3.81}$$

Novamente o número de modos excitados na cavidade do laser de femtossegundos, M, que é da ordem de 10^6 faz com que a contribuição para a largura de linha do espectro de RF devido ao ruído de emissão espontânea seja extremamente pequena, praticamente inexistente. É muito difícil medir esta largura de linha através de um analisador de espectro, por exemplo, já a resolução típica deste instrumento é significativamente pior do que esta, da ordem de 1 Hz para os melhores instrumentos.

Vale salientar mais uma vez que o resultados teóricos previstos por este tratamento são bem menores que os obtidos experimentalmente, por apenas considerar o ruído de emissão espontânea, não levando em consideração as perturbações introduzidas por ruídos que não podem ser tratados analiticamente como as flutuações na potência de bombeio por exemplo. Chegamos à conclusão que as perturbações tanto da frequência de offset quanto na taxa de repetição do laser devido ao ruídos de emissão espontânea são muito pequenas, quase impossíveis de serem mensuradas (e também eliminadas), nos levando a concluir que a instabilidade destas frequências é devido puramente as fontes de ruídos ”técnicos”presentes na cavidade do laser, as quais podem ser controladas. Como controlar estas flutuações será visto no capítulo a seguir.

Capítulo 4

Caracterização de lasers de femtossegundos

4.1 Introdução

A partir da demonstração de que o trem de pulso de um laser de modos travados pode ser descrito no domínio da frequência como um conjunto de modos ópticos igualmente espaçados[6] pela taxa de repetição do laser, tornou-se possível o desenvolvimento e o uso de pentes de frequências ópticas[3, 35]. Rapidamente este aparato mostrou-se uma ferramenta importante para realizar medidas absolutas de frequências[8], referenciadas ao relógio de Césio, por exemplo.

Para a geração de um pente de frequências estável a partir de um laser de femtossegundos, porém, faz-se necessário a estabilização das frequências características destes lasers, ou seja, a frequência de repetição, f_{rep}, e a frequência correspondente à diferença de fase entre a onda portadora e a envoltória do pulso, f_o, (carrier frequency offset)[3, 4, 12]. A frequência de repetição pode ser obtida de maneira muito simples através do espectro de RF gerado pelo batimento dos modos óticos em um fotodetetor rápido. No entanto, como este sinal de RF não contem qualquer informação sobre f_o, a medição desta frequência requer outras técnicas experimentais.

A forma que tornou-se mais popular de se medir f_o é se alargar o espectro do laser de modo que ele contenha uma oitava óptica, onde através de processos óptico não-lineares, como a geração de harmônicos de uma frequência presente no espectro, pode se medir f_o[12, 36, 37]. Existem alguns métodos para medida de f_o descritos na literatura sem que haja a necessidade de alargar o espectro em uma oitava óptica[38], e também sem a necessidade da geração de harmônicos[39, 40], mas requerem aparatos ainda mais complexos.

O alargamento espectral necessário para obter espectros que cubram uma oitava pode ser realizado através do uso de fibras fotônicas altamente não-lineares. Ao focalizarmos um pulso ultracurto nestas fibras, devido à forte não linearidade presente no meio, processos de automodulação de fase que ocorrem dentro da fibra fazem com que surjam novas frequências. A luz que sai da fibra pode ter o seu espectro alargado da ordem de

centenas de *nm*, gerando o que chamamos de luz contínua ou supercontínua. As primeiras observações da geração de contínuo em sólidos foram feitas por Alfano e Shapiro[26], não demorando muito para se constatar este fenômeno em fibra ópticas[41]. No entanto somente no final da década de 90, com a invenção das fibras microestruturadas, com zero da DVG na região do infravermelho próximo e visível[42], pode-se obter um espectro com largura de centenas de *nm*, chegando a cobrir uma oitava óptica.

O objetivo deste capitulo será discutir primeiramente, de uma forma geral, como medir e estabilizar as frequência f_{rep} e f_o partindo da geração de uma oitava óptica de um laser de modos travados, na intenção de entender como montar um sistema de estabilização das frequências f_{rep} e f_o para um laser de femtossegundos. Vamos descrever a montagem utilizada na tentativa de medir a frequência f_o de um laser de femtossegundos, com largura temporal de 100fs e taxa de repetição de 82MHz existente em nosso laboratório. Tendo em vista que não obtivemos sucesso nesta tarefa, ao final do capítulo relatamos o que o acreditamos serem os motivos deste insucesso, bem como as possíveis modificações para contornar este problema.

4.2 Frequência de repetição

Nesta seção, descrevermos apenas como medir e estabilizar a frequência de repetição de um laser de modos travados a partir do sinal de RF que é gerado em um fotodetetor, sobre o qual a radiação do laser incide diretamente. Vamos mostrar apenas o resultado da medida de f_{rep} para o laser de femtossegundos existente em nosso laboratório, já que não desenvolvemos o esquema de estabilização desta frequência para este laser. Veremos que a fotocorrente gerada desta forma é proporcional ao batimento dos vários modos óticos presentes na luz do laser e que isto possibilita medir e estabilizar f_{rep}.

4.2.1 Medida da frequência de repetição

Conforme já discutido na seção 2.5, um laser de femtossegundos pode ser descrito no domínio temporal como um sequência periódica de pulsos separados por um intervalo temporal T_{rep}, que corresponde ao tempo que um pulso leva para dar uma volta na cavidade de comprimento L. A frequência de repetição, f_{rep}, portanto, é o inverso de T_{rep}, de modo que $f_{rep} = c/L$ para lasers com cavidade em anel e $f_{rep} = c/2L$ para lasers com cavidade linear. Esta frequência corresponde justamente ao intervalo de separação

entre os modos presentes no pente de frequências como está ilustrado na figura 2.8. A medida e a estabilização desta frequência torna-se importante para geração de um pente de frequências laser a partir de um laser de femtossegundos, dado que a instabilidade desta frequência gera uma incerteza na frequência de cada linha do pente de frequências.

Para compreender a medida de f_{rep}, lembramos que o campo elétrico total na saída do laser é dado pelo somatório do campo elétrico de todos N modos excitados dentro da cavidade

$$E_{total}(t) = \sum_{m=1}^{N} E_m(t) e^{-i2\pi(mf_{rep}t + f_o)t}. \tag{4.1}$$

Como a fase $i2\pi f_o t$ é mesma para todos os modos, temos

$$E_{total} = e^{-2i\pi f_o t} \sum_{m=1}^{N} E_m(t) e^{-i2\pi m f_{rep} t}. \tag{4.2}$$

A intensidade total da luz será proporcional a $|E_{total}(t)|^2$ resultando que

$$I_{total}(t) \propto |E_{total}(t)|^2 = \sum_{m,m'=1}^{N} E_m E_{m'}^* e^{i2\pi(m'-m)f_{rep}t}, \tag{4.3}$$

mostrando que a fotocorrente gerada no fotodetetor é um sinal oscilante no tempo, composto pela superposição de vários termos oscilantes com frequências que são múltiplos da f_{rep}, correspondendo ao batimento entre os vários modos óticos existentes no laser. No espectro de radio-frequências (RF) observado num analisador de espectro, por exemplo, esta fotocorrente é vista como um conjunto de linhas igualmente espaçadas, representando cada um dos vários batimentos entre os modos óticos, cuja separação é igual a f_{rep}.

Na figura 4.1 é mostrado o resultado de uma medida de f_{rep} para um laser de Ti:safira comercial (Tsunami, Spectra-Physics), cujo tempo de repetição é $T_{rep} \sim 13ns$, obtido a partir do espectro de RF da fotocorrente gerado em um fotodetetor rápido (largura de banda $\Delta f \sim 2GHz$). Nesta medida foi utilizado um analisador de espectro de RF modelo E4446A da Agilent, que permite realizar medidas com resolução espectral da ordem de 1 Hz (figura 4.2).

Tendo em vista que f_{rep} está fortemente relacionada ao comprimento da cavidade do laser, a maioria dos esquemas de estabilização desta frequência é feita através do controle deste parâmetro, conforme será descrito na seção 4.2.2.

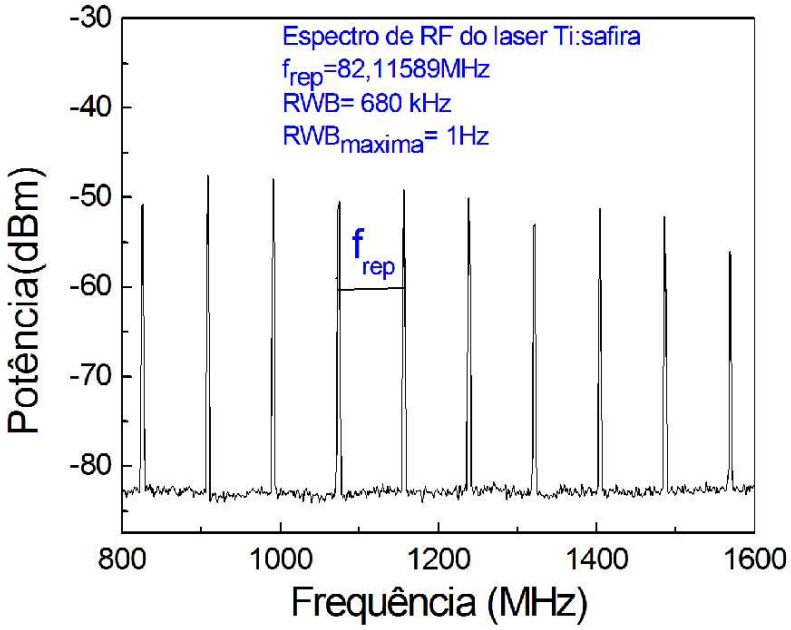

Figura 4.1 Espectro do sinal de rádio frequência (RF) do laser de femtossegundos visto com o analisador de espectro. A frequência de repetição, f_{rep}, do laser corresponde ao intervalo de frequência entre os harmônicos do espectro de RF.

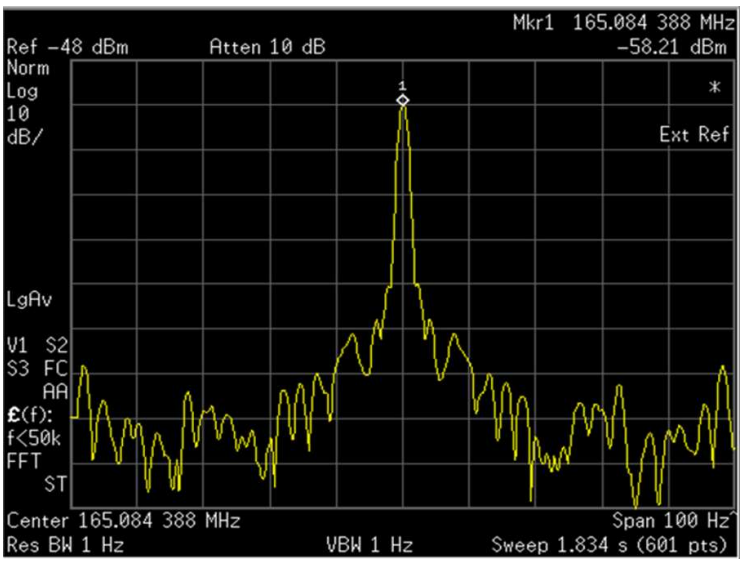

Figura 4.2 Linha do 2° espectro de RF do laser de femtossegundos vista no analisador de espectro com a máxima resolução de banda possível (1 Hz)

4.2.2 Estabilização da frequência de repetição

O esquema mais usado para estabilizar a frequência de repetição consiste basicamente no ajuste do tamanho da cavidade através do uso de um espelho montado sobre uma cerâmica piezoelétrica (PZT). Esta é controlada de forma que f_{rep} seja igual à frequência f_{OL} de um oscilador de referência estável (oscilador local). Neste esquema, o qual está detalhado na figura 4.3, o sinal de RF gerado pelo fotodetetor é enviado juntamente com o sinal gerado pelo oscilador de referência a um *mixer*. O *mixer* é um componente eletrônico de 2 portas de entrada e uma de saída, que é dada pelo produto dos dois sinais de entrada. Quando o sistema estiver devidamente estabilizado, a frequência de repetição do laser será a mesma do oscilador local f_{OL}. Este esquema ainda não foi implementado em nosso laboratório.

De acordo sinal de RF gerado pelo fotodetetor, após a filtragem eletrônica de harmônicos de ordem superior, é dado por uma onda oscilante com frequência igual a f_{rep}, de modo que

$$V_{RF}(t) = V_{RF}\ cos(2\pi f_{rep}). \tag{4.4}$$

Da mesma forma, o sinal do oscilador (incluindo uma fase arbitrária) de referência será dado por:

$$V_{OL}(t) = V_{OL} \cdot cos(2\pi f_{osc} t + \phi). \tag{4.5}$$

O sinal de saída do mixer é proporcional ao produto destes dois sinais

$$V_{saida} \propto cos(2\pi f_{rep} t) \cdot cos(2\pi f_{osc} t + \phi), \tag{4.6}$$

onde este resultado pode ser reescrito como a soma de duas ondas

$$V_{saida} \propto \frac{1}{2}\{cos[2\pi(f_{rep} - f_{osc})t - \phi] + cos[2\pi(f_{rep} + f_{osc})t + \phi]\} \tag{4.7}$$

Este sinal passa por um filtro passa baixa que elimina a parte do sinal de altas frequências, $(f_{rep} + f_{osc})$, restando apenas o termo de frequências baixas $(f_{rep} - f_{osc})$, ou seja

$$V_{saida} \propto \frac{1}{2}\ cos(2\pi(f_{rep} - f_{osc})t - \phi). \tag{4.8}$$

Se ajustarmos a fase de modo que $\phi = \pi/2$, e considerando que $f_{osc} \approx f_{rep}$, verificamos

que o sinal será proporcional à diferença de frequências, adequado, portanto, para ser usado como sinal de erro para a estabilização de f_{rep}

$$V_{saida} \propto 2\pi(f_{rep} - f_{osc})t. \tag{4.9}$$

Este sinal de erro é enviado ao driver que controla o PZT fazendo com que o tamanho da cavidade seja ajustado. Este tipo de controle tem largura de banda determinada pela resposta em frequência da montagem PZT e espelho, que é tipicamente da ordem de centenas de Hz a poucos kHz.

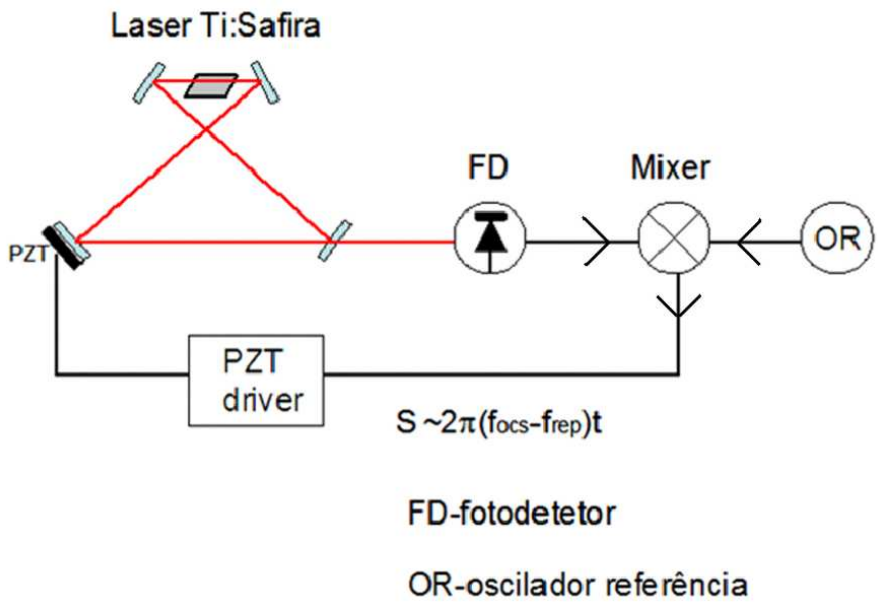

Figura 4.3 Esquema de estabilização da f_{rep}. O sinal de radio frequência(RF) gerado no fotodetetor(FD) pelo batimento dos modos ópticos do lasers de femtossegundos é enviado ao *mixer* juntamente com o sinal do oscilador referência(OR). O sinal resultante é proporcional à diferença (f_{rep}-f_{osc}) sendo utilizado para controlar o PZT, o qual irá ajustar o tamanho da cavidade.

Vale lembrar que a qualidade da estabilização da f_{rep} usando este sistema está diretamente relacionada à qualidade do oscilador referência usado no sistema. A medida da estabilidade de um oscilador pode ser expressa em termos da largura de linha espectral de RF, ou do desvio (variância) de Allan[43], por exemplo. A medida deste desvio é feita no domínio do tempo e permite saber o quanto a frequência do oscilador varia em relação à sua frequência nominal durante um determinado tempo de medida.

4.3 Frequência de *offset* (f_o)

Nesta seção descreveremos de forma geral, como é possível medir e estabilizar a frequência f_o de um laser de femtossegundos. Isto pode ser feito através da geração de uma oitava óptica a partir do laser de femtossegundos que se deseja caracterizar e estabilizar, e do uso de um interferômetro não linear.

4.3.1 Interferômetro não-linear para medir a frequência de *offset*

Conforme discutido anteriormente, a medida e a estabilização da frequência de offset do laser de femtossegundos vem a ser crucial para o desenvolvimento de um pente de frequências ópticas úteis para aplicações em metrologia de frequências ópticas. Diferentemente da frequência de repetição, porém, que pode ser medida diretamente, de forma relativamente simples, a frequência de offset requer um arranjo experimental bem mais complexo. Isto se deve ao fato que o sinal de RF gerado pelo fotodetetor (eq. 4.3) não ser sensível à fase global do pulso, eliminando o termo de fase $\mathbf{e^{-i2\pi f_o t}}$ da eq.4.2. A frequência f_o, portanto, não é observada no analisador de espectro.

A alternativa mais simples para medir f_o consiste em alargar o espectro ótico do laser de femtossegundos de modo a gerar um oitava óptica, ou seja , o espectro contém tanto o modo com frequência f_m quanto o modo com frequência f_{2m} como mostra a figura 4.4. A frequência do m-ésimo modo é dada por $f_m = f_{rep} + f_o$, de modo que o batimento entre o segundo harmônico de f_m, ou seja $2f_m$, e sua oitava óptica, f_{2m} (fundamental) será dada por

$$|f_{2m} - 2f_m| = |(2mf_{rep} + 2f_o) - (2mf_{rep} + f_o)| = f_o. \tag{4.10}$$

obtendo assim f_o.

O alargamento espectral pode ser feito através do acoplamento da luz do laser em fibras fotônicas altamente não-lineares, onde o continuo é gerado a partir de um processo de auto-modulação de fase. É importante notar que há lasers de femtossegundos que operam num regime em que já possuem um espectro contendo uma oitava óptica, sendo comumente chamados de lasers banda larga ou "broadband"ou ainda "octave spanning lasers"[13, 14]. Devido à dispersão da velocidade de grupo tanto para o caso em que o contínuo é gerado na fibra, quanto no caso do laser de banda larga, o grupo de frequências próximas a f_m se propaga com velocidade diferente ao grupo de frequências próximas a f_{2m}, de modo que, para obter o batimento que permite medir f_o, é necessário compensar este atraso temporal entre este dois grupos de frequências. Notar que há outros atrasos

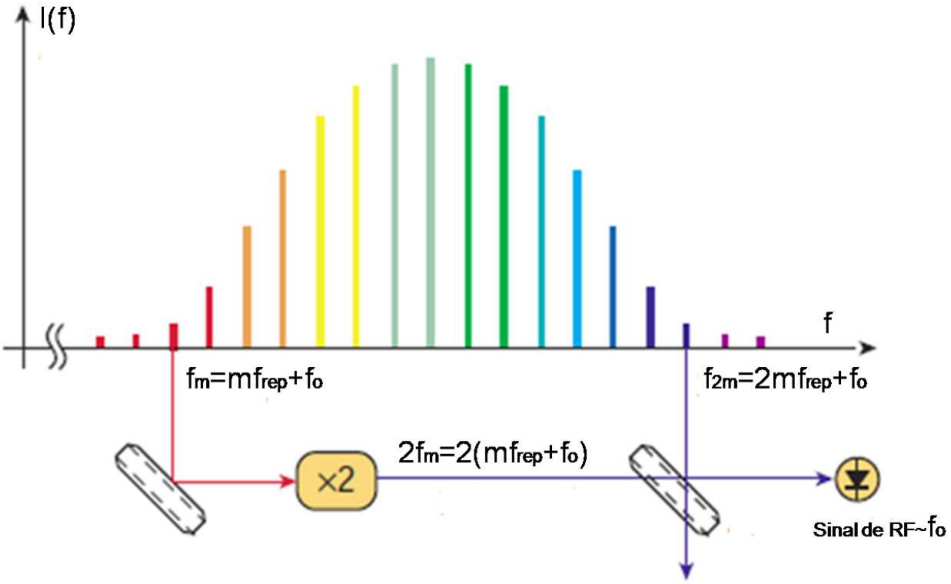

Figura 4.4 Espectro do laser contendo uma oitava óptica. A frequência de offset pode ser obtida através do batimento entre o segundo harmônico do modo com frequência f_m, $2f_m$, e sua oitava óptica f_{2m}. [4]

de grupo introduzidos pelo interferômetro, mas que são mais fáceis de identificar e corrigir. Ajustando os braços do interferômetro podemos compensar estes atrasos e fazer o batimento entre $2f_m$ e f_{2m}.

No interferômetro, o continuo é dividido pelo espelho dicróico (ED) em duas partes, de modo que por um braço do interferômetro segue a parte do continuo que contém o grupo de frequências em torno de f_{2m} (altas frequências) e pelo outro braço a porção do continuo com frequências próximas a f_m (baixas frequências) como mostra a figura 4.5. A parte contendo f_m incide num cristal de geração de segundo harmônico, gerando assim $2f_m$. O campo elétrico do grupo de frequências em torno de f_{2m}, contendo um numero M (suposto par, para simplificar) modos ópticos, é dado por

$$E_{2m} = e^{-2i\pi f_o t} \sum_{k=2m-M/2}^{2m+M/2} E_k(t) e^{-i2\pi k f_{rep} t}. \tag{4.11}$$

O campo elétrico da luz em torno da frequência $2f_{m'}$, obtida pela geração de segundo

harmônico, e que contém um número M' (também suposto par) de modos é dado por

$$E_m^{2H} = e^{-4i\pi f_o t} \sum_{k'=2m-M'/2}^{2m+M'/2} E_{k'}(t) e^{-i2\pi k' f_{rep} t}. \tag{4.12}$$

Dos resultados acima, o campo elétrico total na saída do interferômetro não-linear é dado pela soma dos campos E_{2m} e E_m^{2H}:

$$E_{saida} = E_{2m} + E_m^{2H}. \tag{4.13}$$

Com isto, a intensidade de sinal de RF gerada no fotodetetor será

$$\begin{aligned} S_{RF} \propto |E_{saida}(t)|^2 = |E_m^{2H}|^2 + |E_{2m}|^2 + e^{-2i\pi f_o t} \sum_{k,k'} (E_k)^* E_{k'} e^{-i2\pi(k-k')f_{rep}t} \\ + e^{2i\pi f_o t} \sum_{k,k'} E_k (E_{k'})^* e^{i2\pi(k-k')f_{rep}t} \end{aligned} \tag{4.14}$$

De acordo com a expressão 4.14 gera-se um sinal de RF no fotodetetor que contem termos oscilantes com frequências $(k-k')\ f_{rep} \pm f_o$, e através de um analisador de espectro podemos observar o batimento que corresponde à frequência f_o.

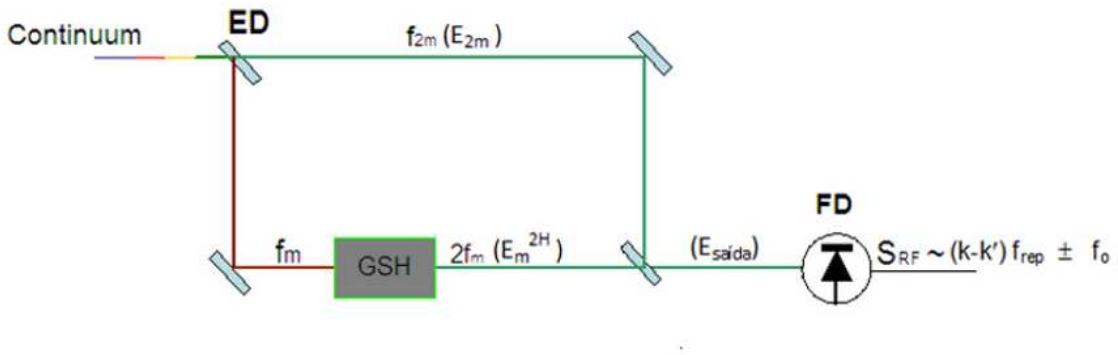

Figura 4.5 Interferômetro não linear para medir f_o. O contínuo gerado pela fibra microestruturada é divido em duas partes, uma com frequências proxima a f_{2m} e outra com frequências proxima a f_m da qual se gera o segundo harmônico ($2f_m$). Os feixes com frequências $2f_m$ e f_{2m} são superpostos e incidem no fotodetetor, que irá gerar um sinal de RF proporcional a f_o.

A seguir vamos discutir como, a partir deste sinal, podemos estabilizar a frequência de offset gerando assim um pente de frequências estável.

4.3.2 Estabilização da frequência de *offset*

Existem diversos esquemas para estabilizar a frequência de offset, mas os que tem se mostrado mais simples de implementar baseiam-se no fato de que f_o depende da potência intracavidade, e portanto da potência de bombeamento do laser. Na próxima seção discutiremos os princípios físicos responsáveis por este fenômeno. Nesta seção discutiremos como usar este fato para controlar as flutuações de f_o.

O esquema de estabilização da frequência f_o segue os mesmos princípios do sistema descrito para a estabilização da frequência de repetição, com a diferença de que o parâmetro a ser manipulado é a potência de bombeio, não o comprimento da cavidade. Este esquema é apresentado na figura 4.6. Parte do sinal de RF obtido pelo fotodetetor rápido na saída do interferômetro é enviado ao mixer junto com um o sinal do oscilador de referência. Outra parte do sinal é lida no analisador de espectro, a fim de acompanhar a frequência f_o. A saída do mixer é filtrada num filtro passa-baixa de modo a gerar um sinal de erro que é proporcional à diferença entre as frequências f_o e f_{osc} (ou entre as fases das duas oscilações). Este sinal é introduzido no *driver* de um modulador acústico ótico (MAO), que irá ajustar a potência de bombeio de modo que o sinal de erro na saída do mixer seja igual a zero. É claro que a operação deste esquema é limitada às situações em que basta reduzir a potência de bombeamento.

A largura de banda deste esquema é significativamente mais alta que a da estabilização de f_{rep}, sendo limitada fisicamente pelo tempo de resposta do modulador acusto-ótico, que é da ordem de algumas dezenas de ns.

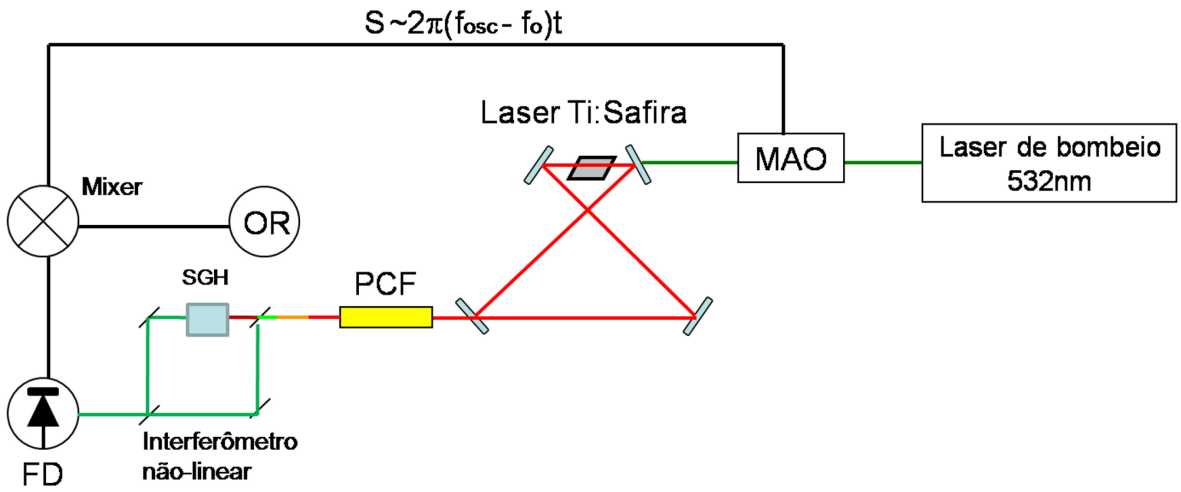

Figura 4.6 Esquema de estabilização da frequência f_o. PCF indica fibra cristal fotônico; SGH é o cristal de geração de segundo harmônico; OR é o oscilador local; FD é o fotodetetor; e MAO é o modulador acusto-ótico.

4.3.3 Dependência das frequências de repetição e de *offset* com a intensidade do laser

Nesta seção discutimos o mecanismo que permite controlar a frequência de offset, f_o, através da potência do laser de bombeamento. O ponto principal é o fato de que f_o depende da diferença entre as velocidades de fase e de grupo dentro da cavidade. Estas quantidades por sua vez são obtidas através da dependência do índice de refração com a frequência. Por outro lado, como já visto anteriormente, este índice de refração depende da intensidade através da expressão

$$n(I) = n_o + n_2 I. \tag{4.15}$$

A partir da equação 4.15 acima podemos prever, portanto, que f_o dependa, de fato, da potência do laser de bombeamento. Conforme demonstrado por Cundiff et. al. [32] existem condições nas quais a DVG de um laser de Ti:safira operando no regime de modos travados tem sua dependência com a intensidade intracavidade minimizada, reduzindo assim as flutuações da diferença de fase $\Delta\varphi$ entre onda portadora e a função envelope do pulso. A consequência disto é que as flutuações da frequência de f_o são minimizadas. A figura 4.7 abaixo mostra o resultado obtido pelo grupo de J. Ye [32], que mediu f_o em função da potência média de saída da cavidade. Durante estas medidas também foi monitorada a

frequência central ω_c, para um laser de femtossegundos de Ti:safira, com taxa de repetição de 750MHz.

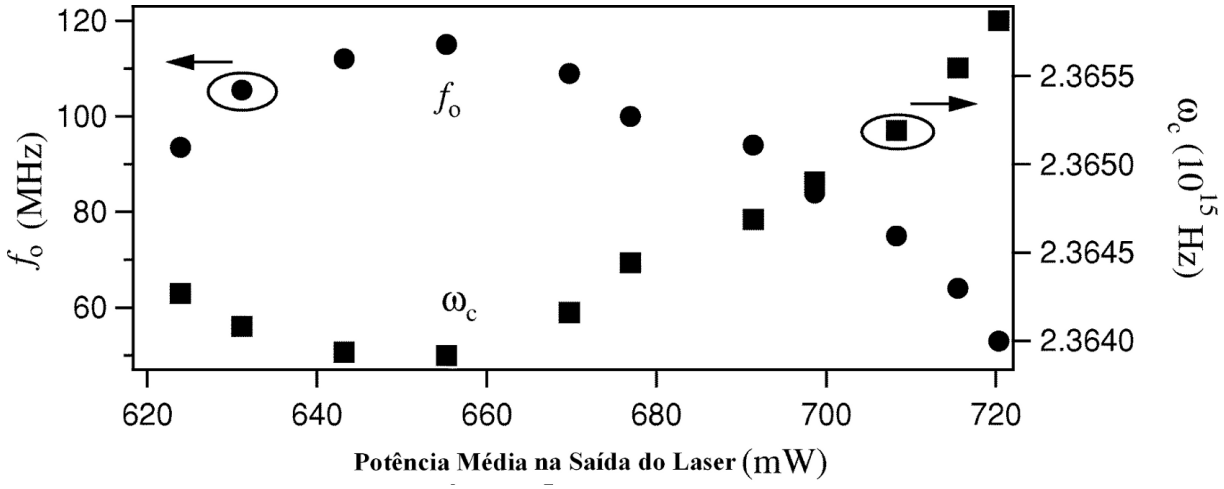

Figura 4.7 Dependência da frequência de *offset*, f_o com a intensidade do laser, conforme medido na referência [32]

Nota-se que há uma certa faixa de intensidade, para as quais a freqüência central do laser atinge um mínimo, e f_o atinge um máximo. Nesta região a *variação* de f_o é minima com a intensidade, constituindo, portanto, uma região propicia para se estabilizar esta frequência de forma passiva, isto é, sem realimentação (*feedback*).Para implementar uma estabilização ativa de f_o é necessário operar nos flancos deste máximo, de forma o obter um sinal de erro.

Supondo que a cavidade do laser tem um índice de refração médio $\bar{n}$ (como feito na seção 2.5), tal que $\bar{n} = \bar{n}_o + \bar{n}_2 I$, é possível obter uma expressão analítica para a dependência de f_o com a intensidade. A expressão para a derivada da frequência de offset f_o com relação à intensidade, I, será portanto[32]:

$$\begin{aligned}\frac{df_o}{dI} = & \frac{\omega_c^2}{2\pi}\frac{v_g^2}{c^2}\left[\bar{n_o}\left(\frac{d\bar{n_2}}{d\omega}\right) - \bar{n_2}\left(\frac{dn_o}{d\omega}\right)_{\omega_c}\right] \\ & + \frac{1}{2\pi}\frac{\partial\omega_c}{\partial I}\left[\left(1-\frac{v_g}{v_p}\right) + \frac{\omega_c v_g^2}{v_p}\frac{\partial}{\partial\omega_c}\left(\frac{1}{v_g}\right)\right. \\ & \left. - \frac{\omega_c v_g}{c}\frac{\partial\bar{n}}{\partial\omega_c}\right] \end{aligned} \tag{4.16}$$

onde todos os termos da expressão são obtidos na literatura, exceto $\partial\omega_c/\partial I$ e $\partial/\partial\omega_c(1/v_g)$, que são obtidos através de medidas experimentais. Neste trabalho, Ye et. al. [32] com-

para os valores obtidos experimentalmente para a $\Delta f_o/\Delta I$ em função da potência média de um laser com 750MHz. Eles concordam com os valores obtidos através da eq. 4.16, conforme visto na figura 4.8. Dos resultados apresentados nesta seção concluímos que a

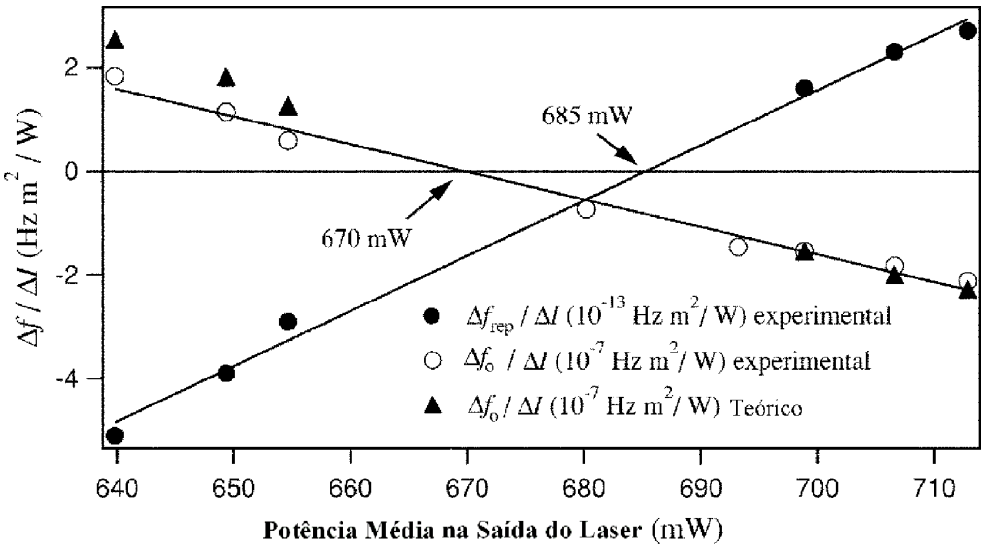

Figura 4.8 Dependência da Δf_o com a variação da intensidade do laser, ΔI conforme medido por Ye et. al. [32].

estabilização da frequência de *offset* por meio do controle da potência de bombeamento é factível. De fato, já foi desenvolvida no laboratório a instrumentação necessária para a estabilização passiva, isto é, sem realimentação. Neste caso o sinal de erro é gerado a partir da comparação da potência do laser com um nível pré-fixado, e a realimentação é efetuada variando a potência de RF da fonte (*driver*) de um modulador acusto-ótico.

4.4 Geração de contínuo em fibras fotônicas

Nesta seção vamos detalhar o procedimento para gerar a luz com espectro continuo a partir de um laser de femtossegundos. Faremos uma rápida revisão dos aspectos teóricos para a compreensão do processo de automodulação de fase em fibras fotônicas e detalharemos a parte experimental necessária para se obter o contínuo.

4.4.1 Automodulação de fase e espectro do pulso

Para compreender como novas frequências são geradas em um pulso que propaga-se em uma fibra, consideramos a situação mais simplificada onde a dispersão da velocidade de grupo, DVG, da fibra óptica é nula. Neste caso a solução da equação de propagação não linear (ou ENS) pode ser descrita por[24]:

$$A(z,t) = A(0,t)exp[i\phi_{NL}(z,t)] \tag{4.17}$$

onde A(0,t) é a amplitude da onda em z=0. A fase não linear ϕ_{NL} é dada por

$$\phi_{NL}(z,t) = |A(0,t)|^2(z_{eff}/L_{NL}), \tag{4.18}$$

onde $z_{eff} = 1/\alpha[1-exp(-\alpha z)]$ é comprimento efetivo da fibra, e α representa a perda linear da fibra, de modo que na ausência de perdas, temos que $z_{eff} = z$. Dado que a fase ϕ_{NL} depende de t, uma variação na fase leva consequentemente a uma variação da frequência instantânea dada por

$$\omega(t) - \omega_o = -\frac{\partial \phi_{NL}}{\partial t} = -\frac{\partial |A(0,t)|^2}{\partial t}\frac{z_{eff}}{L_{NL}}. \tag{4.19}$$

Logo, para um pulso com um perfil de intensidade gaussiano, a variação da frequência instantânea se comporta como no gráfico da figura 4.9.

O espectro do pulso sujeito à automodulação de fase é obtido através da transformada de Fourier de $A(z,t)$ de modo que $S(\omega) = |A(z,\omega)|^2$. A figura 4.10 mostra o espectro de um pulso sem chirp sob a influencia da automodulação de fase. Note que quanto maior é o valor da fase, maior é o alargamento do espectro.

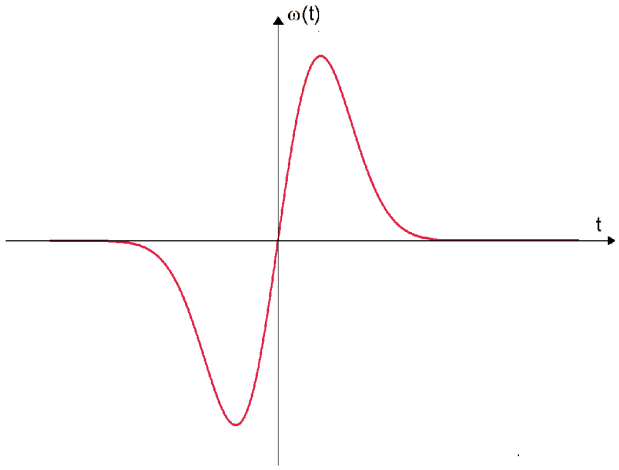

Figura 4.9 Variação da frequência instantânea do pulso gaussiano em função do tempo

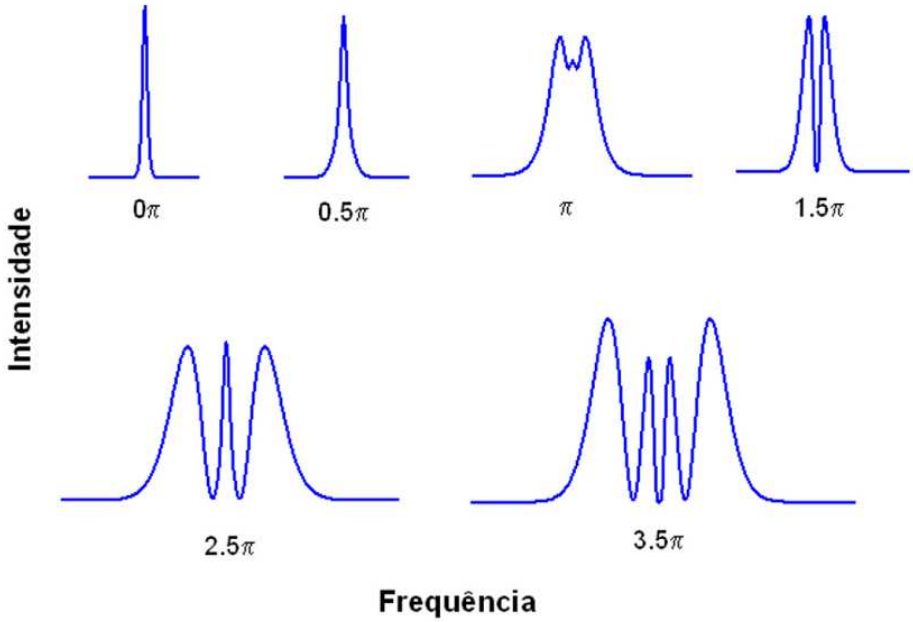

Figura 4.10 Espectro do pulso sobre influencia da auto modulação de fase para vários valores de fase. A medida que o pulso vai se propagando pela fibra novas componentes de frequência vão surgindo devido a automodulação de fase.

4.4.2 Arranjo experimental para geração do contínuo

Atualmente as fibras de cristal fotônico altamente não lineares são as mais adequadas para geração do contínuo cobrindo uma oitava óptica. As razões para isto são: a) o forte confinamento a uma núcleo de dimensões muito pequenas, da ordem de $2.5\mu m$, e b) zero de dispersão da velocidade de grupo próximo de $\lambda = 800nm$, reduzindo o alargamento temporal e a consequente redução de intensidade de pico do pulso. Um esquema padrão para geração do continuo com o auxilio destas fibras está detalhado na figura 4.11. Basicamente o procedimento consiste em focalizar, através de uma lente de microscópio, a luz do laser de femtossegundos no núcleo da fibra de cristal fotônico, e com o auxílio de um estagio XYZ acoplar o máximo de luz na fibra. É essencial que a trajetória do feixe coincida com o eixo óptico da lente de microscópio para se obter a máxima eficiência de acoplamento. A ponta da fibra deve ser clivada de tal modo que a superfície da fibra fique o mais plana possível.

O uso de um isolador óptico faz-se necessário para que a luz refletida pela fibra não retorne para cavidade, o que faz com que o laser deixe de operar no regime pulsado. Como o acoplamento na fibra é bem sensível à polarização da luz, é usada uma placa de meia onda antes da fibra, a fim de obter o melhor espectro possível. Nos casos onde a dispersão da velocidade de grupo do pulso do laser é grande, pode-se usar um par de prisma (compressor) afim de obter um pulso com uma potência de pico um pouco maior, capaz de gerar o alargamento espectral desejável. As lentes devem ter uma magnificação e abertura numérica adequados para que o modo do feixe focalizado seja compatível com o núcleo de fibra. Para a maioria das fibras não lineares existentes, as lentes com magnificação de 40X e 60X já dão bons resultados.

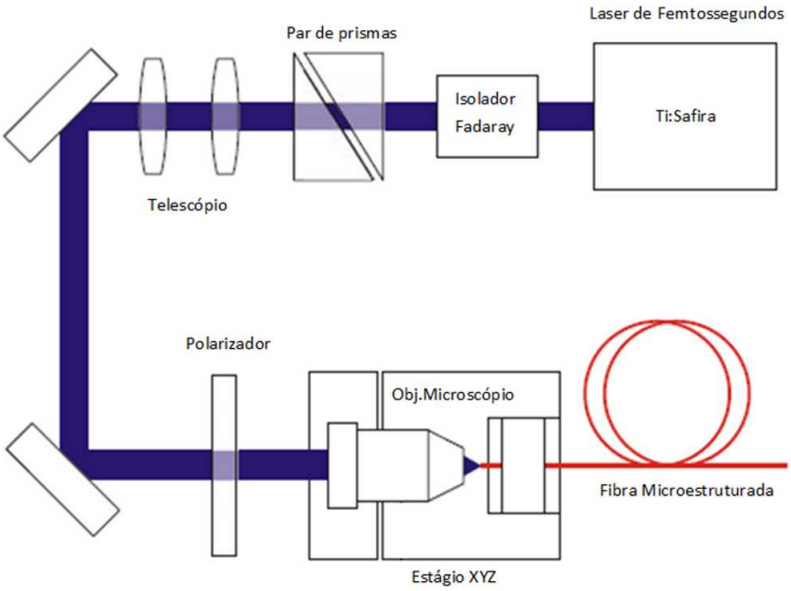

Figura 4.11 Arranjo experimental necessário para a geração de continuo a parti de uma fibra microestruturada[44].

4.5 Tentativa de medir f_o em um laser de Ti:safira

Nesta seção vamos descrever o aparato montando a fim de medir a frequência de offset de um laser de Ti:safira de femtossegundos comercial. Nosso sistema tem uma taxa de repetição de 82MHz e a duração do pulso é da ordem de $\tau \approx 100fs$. Descreveremos nossas tentativas de medir f_o, sendo que não obtivemos sucesso nesta tarefa. Discutiremos o que acreditamos terem sido as razões para isto, procurando novas alternativas para serem implementadas no futuro.

4.5.1 Aparato experimental

O aparato experimental para medir a frequência f_o foi montando de acordo a figura 4.12, constituindo de uma fibra de cristal fotônico, altamente não linear e um interferômetro similar ao descrito por Cundiff[36], utilizando um fotodetetor rápido, com largura de banda da ordem de 2GHz, e analisador de espectro para tentar observar o batimento correspondente à frequência f_o.

O laser de femtossegundos (Tsunami - Spectra Physics) é bombeado por um laser CW operando em 532nm (Verdi 6W - Coherent). A figura 4.13 mostra o espectro do laser de femtossegundos, onde o comprimento de onda central (λ_c) pode ser sintonizado dentro

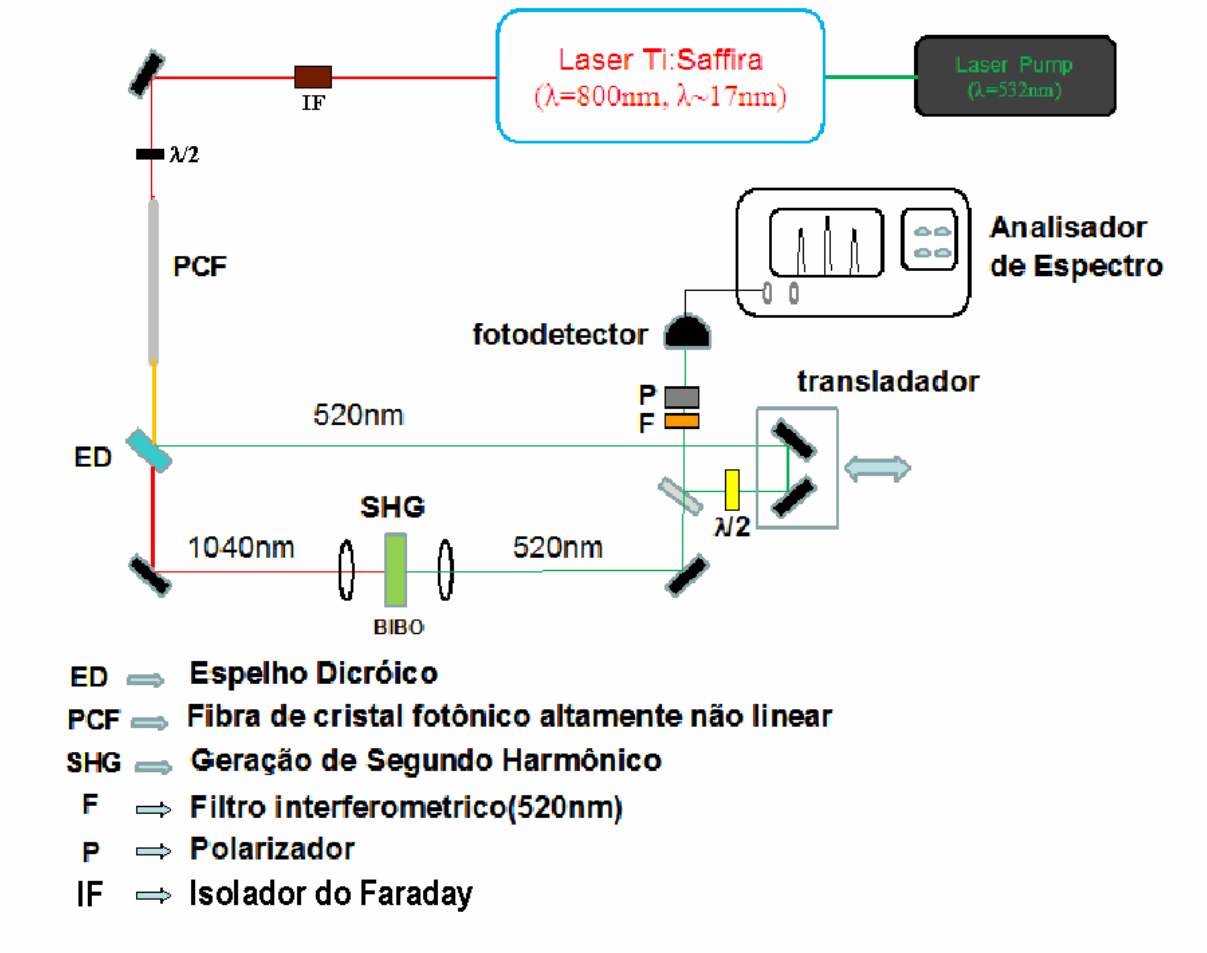

Figura 4.12 Esquema do interferômetro montado para medir f_o do laser de femtossegundos comercial.

de um intervalo entre 760nm-850nm, com um espectro de largura a meia altura igual $\Delta\lambda \sim 17nm$. Uma fibra microestruturada não linear alarga seu espectro de modo a gerar uma oitava óptica. A região central da fibra utilizada na geração do contínuo é composta basicamente de um núcleo de sílica rodeado por capilares de vidro vazios como mostra a figura 4.14.

Devido à diferença de índice de refração entre o núcleo de sílica e dos tubos de ar, o modo ótico é fortemente confinado ao núcleo da fibra, cujo diâmetro é da ordem de 2.5 μm.

As lentes usadas para focalizar o feixe na fibra foram objetivas de microscópio de magnificação 20X e 40X. No interferômetro não linear o espelho dicróico divide o feixe em duas partes, conforme detalhado na seção 4.3. Os feixes contendo luz em torno de

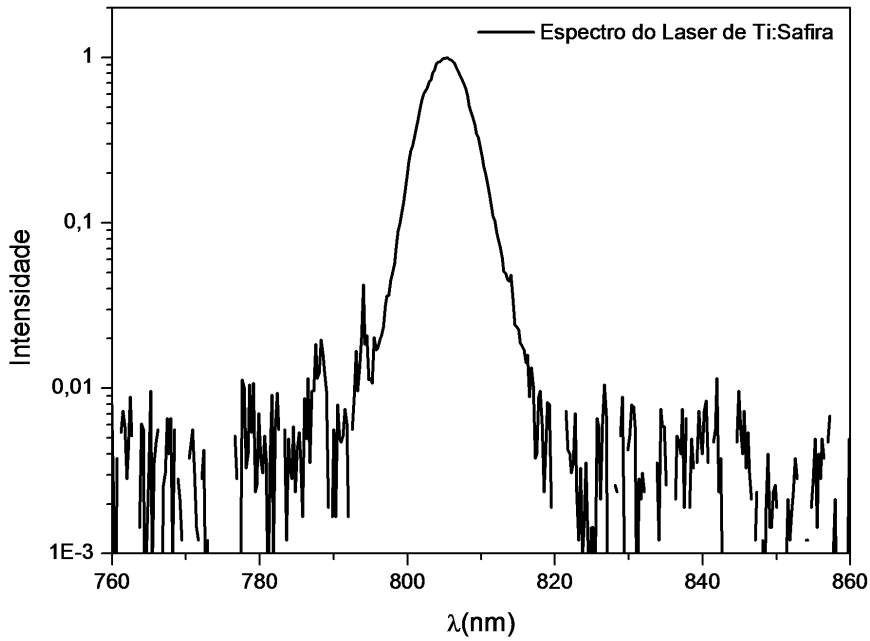

Figura 4.13 Espectro óptico do laser de Ti:Safira de femtossegundos

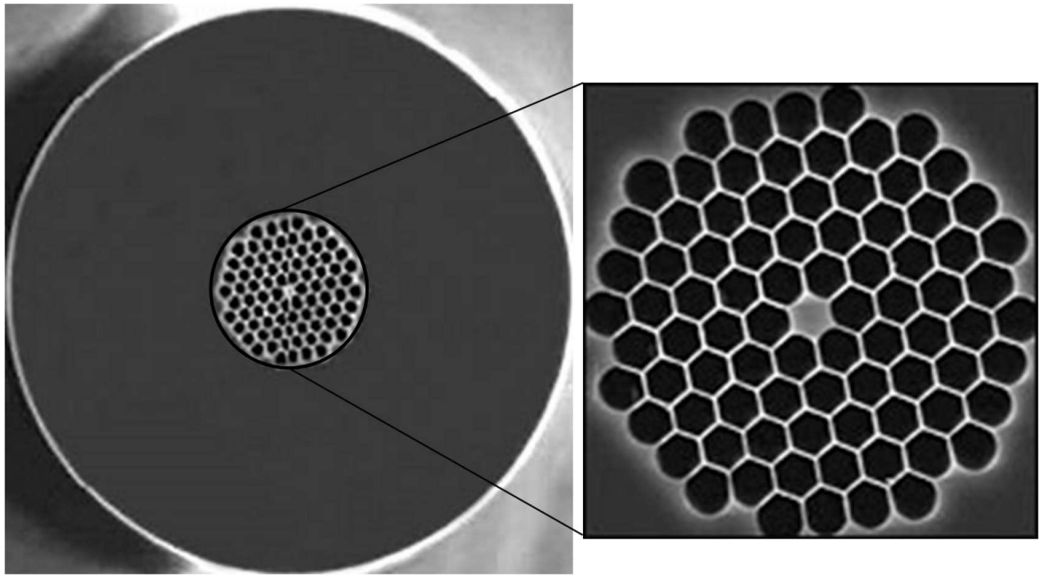

Figura 4.14 Imagem obtida por microscopia eletrônica da região central da fibra utilizada para a geração do contínuo. O núcleo da fibra é composto de sílica e está rodeado por capilares de vidro vazios.

520nm são recombinados e passam por um filtro interferomêtrico, de largura de banda

estreita ($\Delta\lambda \approx 10nm$), centrado no comprimento de onda que corresponde à frequência f_{2m}(520nm). A luz que sai do filtro passa por um polarizador, para garantir que os dois feixes tenham a mesma polarização, e incide no fotodetetor. Temos assim o batimento entre o feixe com o verde $\lambda = 520nm$ (f_{2m}) e o verde gerado no cristal de segundo harmônico ($2f_m$) a partir do infravermelho $\lambda = 1040nm$ (f_m), que irá possibilitar medir a frequência f_o. O cristal de segundo harmônico utilizado foi o BIBO (BiB_3O_6)[45], cortado para 1040nm, por possuir um coeficiente não linear maior do que os cristais geralmente usados para geração do segundo harmônico, como o KTP ($KTiOPO_4$) e o BBO (BaB_2O_4). Para alinhar o interferômetro (encontrar o "zero") de modo que os dois feixes percorram distancias iguais, fazemos a interferência entre o verde gerado pela fibra que é refletido pelo espelho dicróico e uma pequena porção que passa pelo espelho. É importante notar que há outro atraso de grupo intrínseco à fibra, devido à diferença da velocidade de grupo na frequência f_m e na frequência f_{2m}. Este atraso é calculado através da curva de dispersão da fibra e compensado com uma pequena alteração no tamanho de um dos braços do interferômetro feita com auxilio do transladador. Para as fibras que foram utilizadas este atraso é da ordem de alguns milímetros.

4.5.2 Resultados

Geração de contínuo

Na tentativa de geração do contínuo de uma oitava foram utilizadas duas fibras microestruturadas, uma com zero de dispersão em 750nm (Thorlabs NL-PM-750) e outra com zero de dispersão em 800nm (Thorlabs NL-2.4-800). O espectro do continuo gerado nestas fibras vai de cerca de 500 nm até pouco depois de 1050 nm, conforme mostrado nas figuras 4.15 e 4.16.

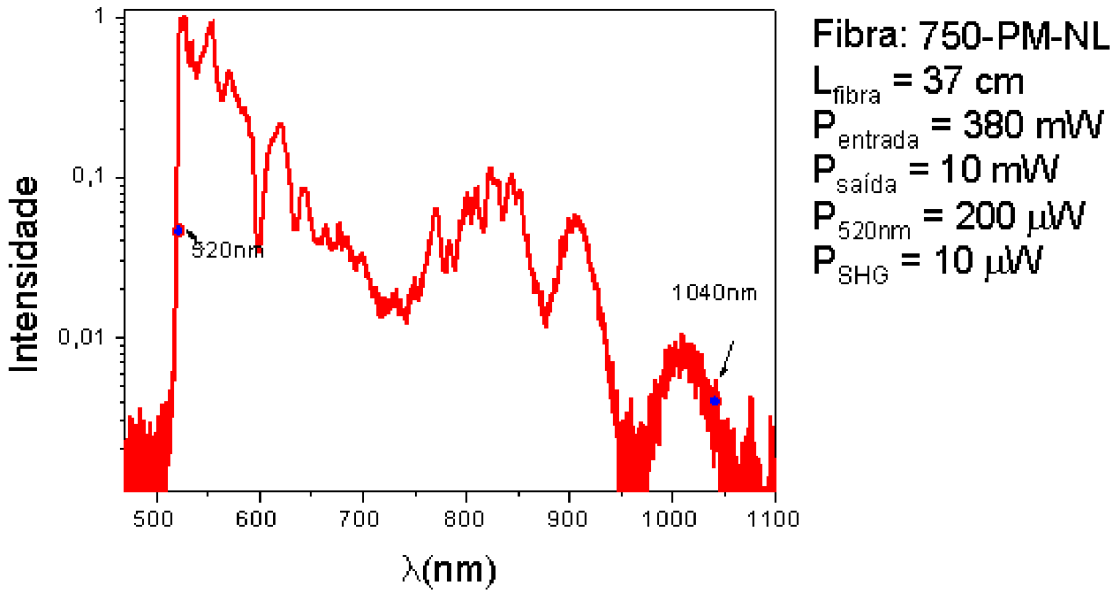

Figura 4.15 Espectro do continuo gerado pela fibra microestruturada da NL-PM-750.

Nestas figuras podemos perceber uma quantidade de luz bem maior gerada em ($\lambda = 520nm$) em relação a luz gerada em ($\lambda = 1040nm$). Para ambas as fibras a potência média de verde ($\lambda = 520nm$) gerado no contínuo foi de aproximadamente 200μW, enquanto a potência média de segundo harmônico obtido foi da ordem de 10μW e 30μW, para as fibras com zero de dispersão em 750nm e 800nm, respectivamente. Uma possível causa para esta baixa geração no contínuo é a dispersão positiva introduzida pela lente de microscópio no pulso do laser. A fim de compensar a dispersão produzida por este componente, e também uma varredura de frequência residual que o pulso tenha na saída do laser, introduzimos dispersão negativa usando um par de primas[46] de SF-10, como

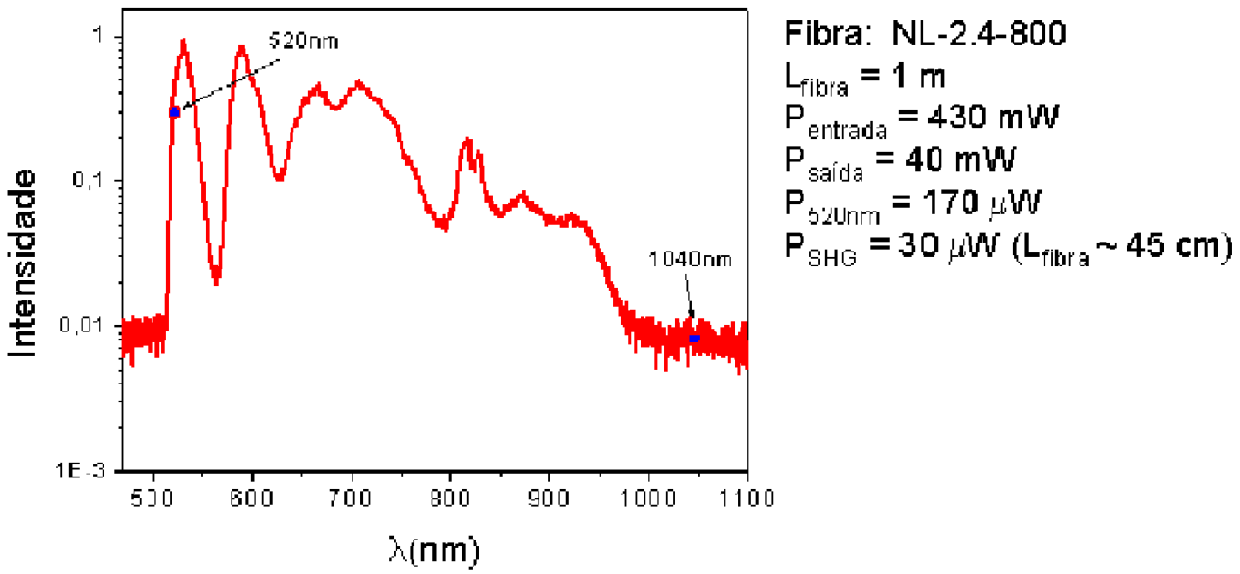

Figura 4.16 Espectro do continuo gerado pela fibra microestruturada NL-2.4-800.

mostra o esquema mostrado na figura 4.11. Não obtivemos, no entanto, nenhuma mudança significativa no espectro gerado, verificando até uma diminuição do verde gerado pela fibra. Não houve muita diferença na geração do continuo quando se alternava entre o uso da lente de magnificação de 20X e 40X. Até mesmo acoplando luz na fibra com uma lente 100X, não se percebeu nenhuma mudança significativa do contínuo gerado.

Medida de f_o

Após diversas tentativas, realizadas em muitas condições experimentais diferentes, não foi possível observar o batimento associado à frequência f_o. Lembramos que o procedimento consiste em combinar os dois feixes provenientes do interferômetro (fundamental e segundo harmônico) no fotodetetor rápido, e tentar observar o batimento no espectro de RF, utilizando um analisador de espectro. Dos motivos os quais acreditamos serem os responsáveis por não estarmos vendo este batimento, relacionamos os seguintes:

(a) **Baixa intensidade de luz gerada no contínuo em 1040nm**: Isto levou a uma baixa potência na geração de segundo harmônico, resultando que não obtivemos a mesma amplitude de sinal RF que o feixe do fundamental em $\lambda = 520nm$, conforme medido no analisador de espectro. Entre as várias tentativas para sanar este problema enumeramos as seguintes: i) uso de diferentes fibras (diferentes fabricantes

e diferentes mínimos de dispersão da velocidade de grupo) ; ii) diferentes comprimento de onda do laser, visando combinar situação em que o laser mostrava melhor desempenho (potência e duração de pulso) e adequação às características da fibra utilizada ; iii) uso de diferentes cristais de geração de segundo harmônico, com diferentes comprimentos, visando maximizar a potência gerada e qualidade do modo ótico; iv) controle de potência no fundamental, visando equilibrar melhor as potências do feixe no fundamental e no segundo harmônico, através do uso de uma placa de meia onda e polarizador. Nenhuma destas tentativas permitiu a observação do sinal de batimento.

(b) **Dificuldade de interferir duas frequências diferentes**: Tecnicamente, fazer esta medida não é simples já que queremos ver o batimento entre dois pulsos de luz com frequências óticas ligeiramente distintas. Isto significa que não é possível observar um padrão de interferência, por exemplo. É importante ressaltar que o tempo de coerência, τ_c, é inversamente proporcional à largura espectral do filtro de interferência: $\tau_c \sim \frac{1}{\Delta\nu_{filtro}}$. Para o filtro no verde (λ_{filtro}=520nm) que usamos, a largura da curva de transmissão é $\Delta\lambda_{filtro}$=10nm. Resulta que a diferença de caminho ótico máxima que pode haver entre os dois braços do interferômetro é muito pequena ($\Delta L \sim L_c \sim 30\mu m$). É relativamente trabalhoso achar esta interferência movendo um transladador com um parafuso micrométrico e, ao mesmo tempo, observar se há presença de algum sinal de batimento no analisador de espectro. Outro ponto a ser considerado é que o espectro óptico do fundamental apresentou-se ligeiramente mais alargado do que o espectro do segundo harmônico. Este fato pode ter sido decisivo para não observarmos o batimento envolvendo f_o. Além disso, o espectro do fundamental se apresenta centrado em um comprimento de onda ligeiramente diferente ao comprimento central do espectro de segundo harmônico(que geralmente está em $\lambda = 520nm$), **sendo necessário mudar o ângulo de incidência do feixe no cristal até que o comprimento central do espectro de segundo harmônico coincida com o do espectro do feixe fundamental**. A fim de contornar estas dificuldades, fizemos uma tentativa de usar uma grade de difração juntamente com uma iris, para aumentar a seletividade em comprimento de onda, porém não obtivemos sucesso. Neste caso a eficiência de difração da grade introduz perdas incompatíveis com os níveis de potência dos feixes gerados.

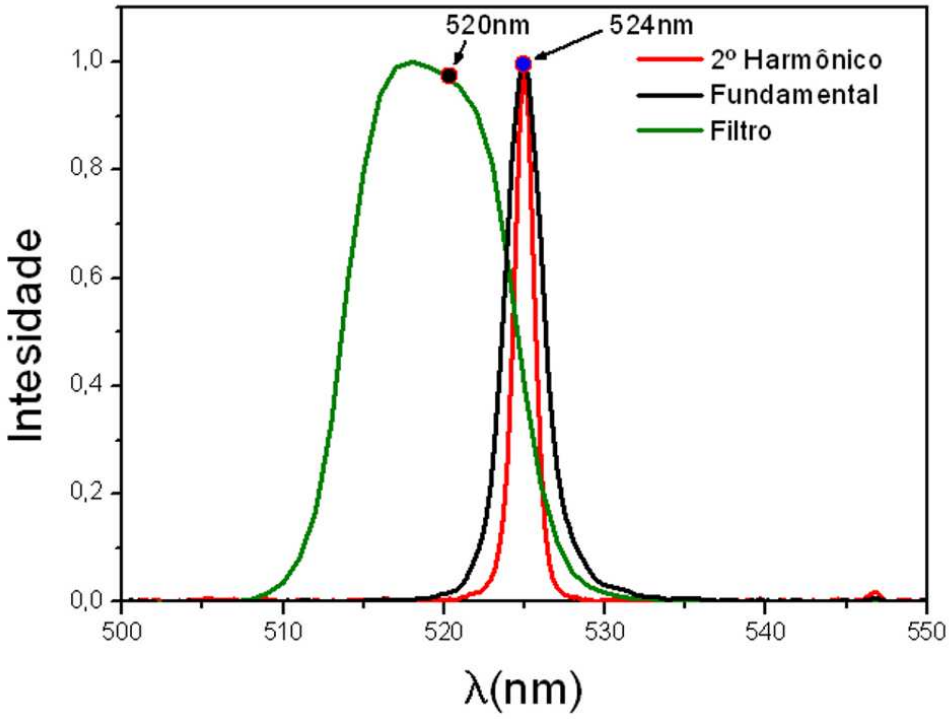

Figura 4.17 Espectros óptico dos feixes fundamental f_{2m} e do segundo harmônico $2f_m$ após passearem pelo mesmo filtro interferométrico($\lambda = 520nm$) com largura de banda, $\Delta\lambda = 10nm$. Nota-se que o espectro do feixe f_{2m} é bem mais largo que o espectro do segundo harmônico, além de estarem centrados em comprimentos de onda ligeiramente diferentes. O comprimento de onda central do espectro de segundo harmônico é ajustado para o comprimento central do fundamental mudando o ângulo de incidência do feixe no cristal.

(c) **Espalhamento Brillouin**: Observamos no analisador de espectro que o espectro de RF do verde ($\lambda = 520nm$) gerado diretamente na fibra é significativamente mais ruidoso do que o sinal do verde gerado pelo cristal de segundo harmônico. Este ruído pode haver dificultado a observação da interferência entre os dois feixes. Nota-se no espectro que além do sinal proveniente do batimento dos modos da luz incidente no fotodetetor, há uma oscilação do nível de ruído com frequência em torno de 80 MHz conforme mostra a figura 4.18.

Acreditamos que este ruído é proveniente do espalhamento Brillouin da radiação do laser, o que introduz bandas laterais na frequência dos modos acústicos da fibra óptica. Levando em consideração que o diâmetro da fibra utilizada é de 105 μm, e que a velocidade do som na silica é $\sim 8400m/s$, verificamos que esta freqüência de oscilação do nível de ruído poderia estar associada à freqüência de oscilação de um

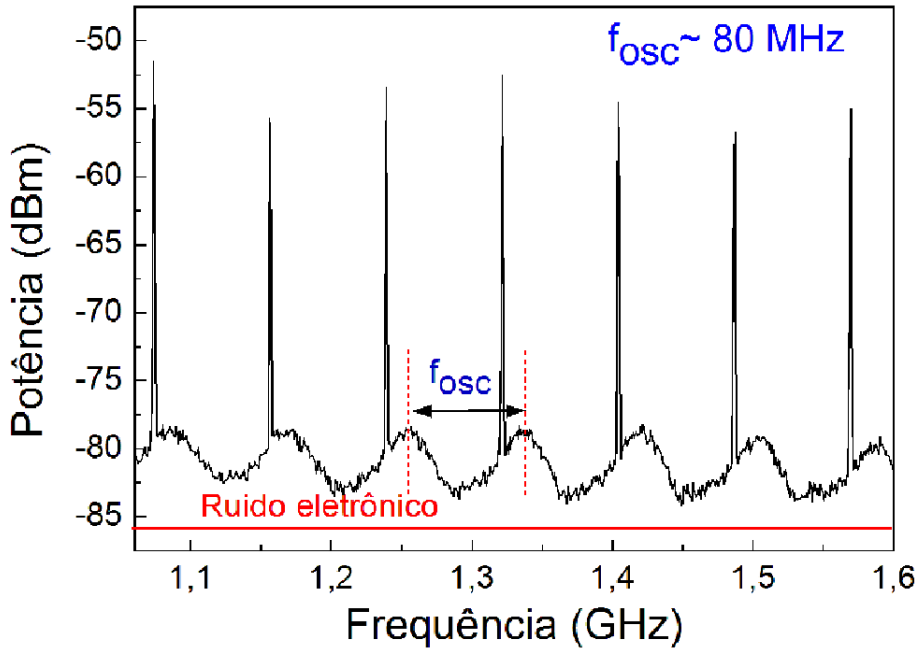

Figura 4.18 Espectro do sinal de RF do feixe fundamental f_{2m} visto com o analisador de espectro. Nota-se uma oscilação do nível de ruído com frequência de aproximadamente de 80MHz proveniente do espalhamento Brillouin.

modo acústico da fibra, excitado pelo trem de pulsos do laser, conforme detalhado na figura 4.19. Isto nos leva a acreditar que efeitos como espalhamento Brillouin estimulado (SBS-Stimulated Brillouin Scattering)[47–49] poderiam estar contribuindo para o alto nível de ruído observado na figura 4.18. É importante notar que, em relação à figura 4.18, o ruído eletrônico observado no analisador de espectro é da ordem de -85,82 dBm, ao passo que o nível de sinal é da ordem de -53,45 dBm, e o ruído na presença do feixe é -78,43 dBm, significativamente maior, portanto, que o ruído eletrônico. Este ruído poderia estar contribuindo decisivamente para a observação do batimento em f_o. Como o espalhamento Brillouin é intrínseco à fibra, acreditamos que a única maneira de contornar esta dificuldade seja através do aumento da potência em f_m, isto é $\lambda = 1040nm$.

Diante das dificuldades técnicas encontradas, julgamos a baixa potência de luz em

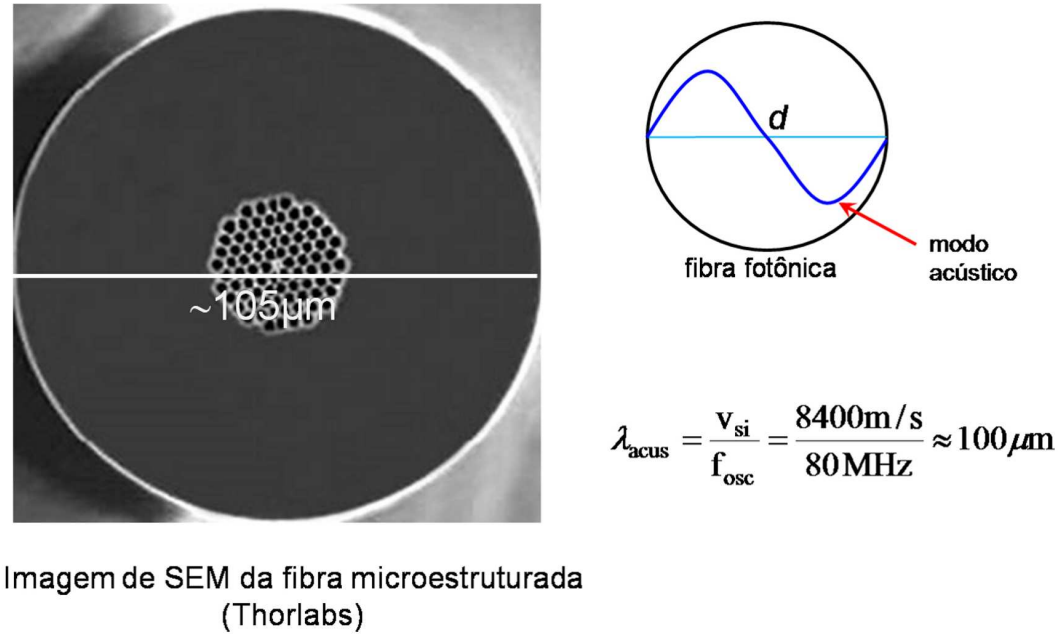

Figura 4.19 O diâmetro da fibra microestrurada utilizada é de 105 μm. Este valor é bem próximo ao comprimento de onda de um possível modo acústico, com frequencia de oscilação proxima 80 MHz, que poderia estar sendo excitado na fibra devido ao trem de pulsos do laser de femtossegundos.

1040nm e o espalhamento Brillouin sejam os fatores fundamentais que impediram a observação do batimento correspondente à frequência f_o. Uma possível solução para aumentar a geração de luz em 1040nm seria utilização de um fibra de cristal fotônico menos sensível ao acoplamento. Uma possibilidade sendo fortemente considerada é o uso de uma fibra fotônica encapsulada, e afunilada (*tapered*), como o modelo Femtowhite 800, produzido pela Crystal-Fibre, por exemplo. A razão é que as fibras utilizadas nesta montagem se mostraram muito sensíveis a pequenas mudanças no alinhamento do feixe do laser incidente. Um vez superada as dificuldades, esperamos medir a frequência de *offset* e estabiliza-lá, fazendo com que estejamos aptos a gerar pentes de frequências ópticas a partir do laser de femtossegundos.

Capítulo 5

Conclusões e Perspectivas

Nesta dissertação fizemos uma revisão das principais propriedades de lasers de femtossegundos, concentrando nossa atenção na questão do ruído nestes sistemas, baseados nos trabalhos de H. A. Haus e F. Kaertner sobre a teoria do ruído em sólitons se propagando em fibras ópticas. É importante salientar que a perturbação devido ao ruido de emissão espontânea nas frequências de repetição e de *offset* é muito pequena, de modo que a instabilidade destas frequências está diretamente relacionada às fontes de ruídos "técnicos" presentes na cavidade do laser, que podem ser controladas, uma vez que sejam medidas.

Neste trabalho montamos um aparato experimental para medir a frequência *offset* do laser de femtossegundos comercial existente em nosso laboratório. Utilizamos a técnica que consiste em alargar o espectro óptico do laser de femtossegundos através de uma fibra fotônica altamente não linear, gerando uma oitava óptica. Com o auxilio de interferômetro não-linear e de um analisador de espectro, tentamos obter um sinal de radio-frequência (RF) através do qual mediríamos a frequência f_o, porém não tivemos êxito. Entre as possibilidades para explicar o que ocorreu, acreditamos que a baixa potência de luz gerada na fibra em 1040nm, e uma oscilação ruidosa existente no espectro de RF da luz em 520nm, gerada pelo espalhamento Brillouin na fibra, são as principais causas para a não observação da frequência de *offset*. Acreditamos que através do uso de uma fibra menos sensível ao acoplamento (Femtowhite 800, da Crystal-Fibre sendo uma opção) podemos gerar um maior contínuo, eliminando o problema da baixa potência gerada em 1040nm.

Medindo-se esta frequência, acreditamos que podemos caracterizar o nosso laser de femtossegundos estabilizando a frequência de *offset*, conforme o procedimanro discutido na seção 4.3.2. A frequência f_o possui uma dependência com a intensidade do laser como mostra o artigo do Cundiff[32], existindo uma região na qual a variação de f_o é mínima. Isto propicia uma região de operação do laser onde a frequência de *offset* pode até ser estabilizada de forma passiva, sem realimentação. Uma vez alcançada a estabilização do laser de femtossegundos, torna-se possível a geração de pentes de frequências ópticas estáveis a partir deste laser. Nossa perspectiva é que com estes pentes de frequências

possamos realizar estudos de espectroscópia de alta resolução em sistemas atômicos.

Entre outras possibilidades que acreditamos serem realizáveis no laboratório, destacamos que recentemente observamos o batimento de um laser de diodo CW com os modos do nosso laser de femtossegundos. Os resultados iniciais mostram ser possível fazer um estudo indireto do comportamento da frequência de *offset* do laser de femtossegundos com a potência de bombeamento e dispersão intracavidade, por exemplo. Para isto será necessário estabilizar o laser de diodo em uma linha de absorção saturada atômica, no rubídio, por exemplo, o que está em andamento no laboratório. É interessante notar que este estudo poderia ser feito mesmo sem realizar uma medida direta de f_o.

Outra linha que será retomada no laboratório é o desenvolvimento de um laser de Ti:safira mais adequado para aplicações em metrologia de frequências ópticas. Entre as propriedades importantes destacamos que pulsos mais curtos (menores que 100 fs) e taxas de repetição maiores (mais próximas de 1 GHz) são metas a serem perseguidas.

Referências

1. Krausz, F.; et al. *Femtosecond solid-state lasers.* **IEEE Journal of Quant. Elect.**, v.28, n.10, p.2097–2122, 1992.

2. Keller, U. *Recent developments in compact ultrafast lasers.* **Nature** , 424, p.831–838, 2003.

3. Cundiff, S.; Ye, J. *Colloquium:Femtosecond optical frequency combs.* **Reviews of Modern Physics**, v.75, n.1, p.325–342, 2003.

4. Udem, T.; Holzwarth, R.; Hänsch, T. *Optical frequency metrology.* **Nature** , 416, p.233–237, 2001.

5. Cundiff, S. T.; Ye, J.; Hall, J. L. *Optical frequency synthesis based on mode-locked lasers.* **Rev. Sci. Instrum.**, v.72, n.10, p.3749–3771, 2001.

6. Eckstein, J. N.; Ferguson, A. I.; Hänsch, T. W. *High resolution 2-photon spectroscopy with picosecond light pulses.* **Phys. Rev. Lett.**, 40, n.13, p.847–850, 1978.

7. Schnatz, H.; Lipphardt, B.; Helmcke, J.; Riehle, F.; Zinner, G. *First Phase-Coherent Frequency Measurement of Visible Radiation.* **Phys. Rev. Lett.**, 76, n.1, p.18–21, 1996.

8. Udem, T.; Reichert, J.; Holzwarth, R.; Hänsch, T. *Absolute optical frequency measurement of the cesium D1 line with a mode-locked laser.* **Phys.Rev.Lett**, 82, n.18, p.3568–3571, 1999.

9. Diddams, S.; et al. *An Optical Clock Based on a Single Trapped* $199Hg^+$ *Ion.* **Science** , 293, p.825–828, 2001.

10. Fortier, T.; Coq, Y. L.; Stalnaker, J.; Ortega, D.; Diddams, S.; Oates, C.; Hollberg, L. *Kilohertz-resolution spectroscopy of cold atoms with an optical frequency comb.* **Phys. Rev. Lett.**, 97, n.16, p.163905–163908, 2006.

11. Steinmetz, T.; et al. *Laser Frequency Combs for Astronomical Observations.* **Science**, 321, n.5894, p.1335–1337, 2008.

12. Telle, H.; et al. *Carrier-envelope offset phase control: A novel concept for absolute optical frequency measurement and ultrashort pulse generation.* **Appl.Phys.B** , 69, p.327–332, 1999.

13. Nogueira, G. T.; Cruz, F. C. *Efficient 1 GHz Ti:sapphire laser with improved broadband continuum in the infrared.* **Optics Letters**, 31, n.18, p.2069–2071, 2006.

14. Wang, Z.; et al. *Octave-spanning spectrum generation in Ti:sapphire oscillator.* **Optics and Laser Technology** , 38, p.641–644, 2006.

15. Haus, H. A. *Theory of mode locking with a fast saturable absorber.* **Journal of Applied physics**, v.46, n.7, p.3049–3058, 1975.

16. Haus, H. A. *Noise of Mode-Locked Lasers.* **IEEE J.Quantum Electron.**, v.29, n.3, p.983–996, 1993.

17. Kaertner, F. X. ***Ultrafast Optics***. MIT, lecture notes, Spring Term 2005.

18. Moulton, P. F. *Spectroscopic and laser characteristics of* $Ti : Al_2O_3$. **J. Opt. Soc.Am.**, v.3, n.1, p.125–133, 1986.

19. Spinelli, L.; Couilland, B.; Goldblatt, N.; Negus, D. K. *Starting and generation of sub-100 fs pulses in* $Ti : Al_2O_3$. **Dig. Conf. Lasers Electro-Opt. - CLEO, Washington, D.C., Opt. Soc. Am.** page CPDP7 1991.

20. Siegman, A. ***Lasers***. University Science Books: Mill Valley, CA, 1986.

21. de Brito Cruz, C. H.; Fragnito, H. L. ***Fenômenos ultrarápidos: Geração de pulsos laser ultracurtos e suas aplicações***. NexFot, Núcleo de Excelência em Fotônica, Instituto de Física, Unicamp, 2000.

22. Rullière, C. **Femtosecond Laser Pulses: Principles and Experiments**. Springer, 2005. 428 p.

23. Nogueira, G. **Desenvolvimento de pentes de frequências ópticas para metrologia e espectroscopia de precisão**, 2007. 117 f. Tese (Doutorado) - Instituto de Física Gleb Wataghin, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo.

24. Agrawal, G. ***Nonlinear Fiber Optics***. Academic Press: Rochester, NY, 1989.

25. Shimizu, F. *Frequency Broadening in Liquids by a Short Light Pulse.* **Phys.Rev.Lett**, v.19, n.19, p.1097–1100, 1967.

26. Alfano, R.; Shapiro, S. *Observation of Self-Phase Modulation and Small-Scale Filaments in Crystals and Glasses.* **Phys.Rev.Lett**, v.24, n.11, p.592–594, 1970.

27. Ippen, E. P. *Principles of Passive Mode Locking.* **Appl. Phys. B** , v.58, p.261–267, 1994.

28. Cerullo, G.; De Silvestri, S.; Magni, V. *Self-starting Kerr-lens mode locking of a Ti:sapphire Laser.* **Optics Letters**, v.19, n.14, p.1040–1042, 1994.

29. Haus, H.; Fujimoto, J.; Ippen, E. *Structures for additive pulse mode locking.* **J.Opt.Soc.Am.B**, v.8, n.10, p.2068–2076, 1991.

30. Martinez, O.; Fork, R.; Gordon, J. *Theory of passively mode-locked lasers for case of a nonlinear complex-propagation coefficient.* **J.Opt.Soc.Am.B**, v.2, n.5, p.753–760, 1985.

31. Haus, H. A. *Theory of mode locking with a Slow Saturable Absorber.* **IEEE J.Quantum Electron.**, v.11, n.9, p.736–746, 1975.

32. Holman, K.; Jones, R.; Marian, A.; Cundiff, S.; Ye, J. *Detailed Studies and Control of Intensity-Related Dynamics of Femtosecond Frequency Combs From Mode-Locked Ti:Sapphire Lasers.* **IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Eletronics**, v.9, n.4, p.1018–1024, 2003.

33. Zhang, W.; Han, H.; Zhao, Y.; Du, Q.; Wei, Z. *A 350MHz Ti:sapphire laser comb based on monolithic scheme and absolute frequency measurement of 729nm laser.* **Optics Express**, v.17, n.8, p.6059–6067, 2009.

34. Yariv, A. **Quantum Electronics**. John Wiley & Sons, 1967. 570 p.

35. Ye, J.; Cundiff, S. T. **Femtosecond Optical Frequency Comb Technology**. Springer, 2005. 361 p.

36. Jones, D.; Diddams, S.; Ranka, J.; Stentz, A.; Windeler, R.; Hall, J.; Cundiff, S. *Carrier-envelope phase control of femtosecond mode-locked lasers and direct optical frequency synthesis.* **Science**, v.288, n.5466, p.635–639, 2000.

37. Telle, H.; et al. *Carrier-envelope offset dynamics of mode-locked lasers.* **Optics Letters**, 27, n.3, p.194–196, 2002.

38. Osvay, K.; Görbe, M.; Grebing, C.; Steinmeyer, G. *Bandwidth-independent linear method for detection of the carrier-envelope offset phase.* **Optics Letters**, 32, n.21, p.3095–3097, 2007.

39. Roos, P.; Li, X.; Smith, R.; Jessica, A.; Fortier, T.; Cundiff, S. *Solid-state carrier-envelope phase stabilization via quantum interference control of injected photocurrents.* **Optics Letters**, 30, n.7, p.735–737, 2005.

40. Fortier, T.; Roos, P. A.; Jones, D.; Cundiff, S.; Bhat, R.; Sipe, J. *Carrier-Envelope Phase-Controlled Quantum Interference of Injected Photocurrents in Semiconductors.* **Phys. Rev. Lett.**, 92, n.14, p.1474031–1474034, 2004.

41. Ippen, E.; Shank, C.; Gustafson, T. *Self-phase modulation of picosecond pulses in optical fibers.* **Appl.Phys.Lett**, 24, n.4, p.190–192, 1974.

42. Ranka, J.; Windeler, R.; Stentz, A. J. *Visible continuum generation in air-silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800nm.* **Optics Letters**, 25, n.1, p.25–27, 2000.

43. Barnes, J. A.; et al. *Characterization of Frequency Stability.* **IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement**, IM-20, n.2, p.105–119, 1971.

44. Hansen, K.; Kristiansen, R. ***Supercontinuum generantion in photonic crystal fibers***. `http://www.crystal-fibre.com/support/Supercontinuum-General.pdf`.

45. Hellwing, H.; Liebertz, J.; Bohaty, L. *Exceptional large nonlinear optical coefficients in the monoclinic bismuth borate* BiB_3O_6*(BIBO).* **Solid State Comunications**, 109, n.4, p.249–251, 1999.

46. Fork, R.; Martinez, O.; Gordon, J. *Negative dispersion using pairs of prisms.* **Physical Rewiew A**, 9, n.5, p.150–152, 1984.

47. Dainese, P.; et al. *Raman-like light scattering from acoustic phonons in photonic crystal fiber.* **Optics Express**, 14, n.9, p.4141–4150, 2006.

48. Poustie, A. *Guided acoustic-wave Brillouin scattering with optical pulses.* **Optics Letters**, 17, n.8, p.574–576, 1992.

49. Dainese, P. **Espalhamento Brillouin em fibras fotonicas**, 2006 Tese (Doutorado) - Instituto de Física Gleb Wataghin, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo.

Este volume foi tipografado em LaTeX na classe UFPEThesis (www.cin.ufpe.br/~paguso/ufpethesis).

Livros Grátis

(http://www.livrosgratis.com.br)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração
Baixar livros de Agronomia
Baixar livros de Arquitetura
Baixar livros de Artes
Baixar livros de Astronomia
Baixar livros de Biologia Geral
Baixar livros de Ciência da Computação
Baixar livros de Ciência da Informação
Baixar livros de Ciência Política
Baixar livros de Ciências da Saúde
Baixar livros de Comunicação
Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE
Baixar livros de Defesa civil
Baixar livros de Direito
Baixar livros de Direitos humanos
Baixar livros de Economia
Baixar livros de Economia Doméstica
Baixar livros de Educação
Baixar livros de Educação - Trânsito
Baixar livros de Educação Física
Baixar livros de Engenharia Aeroespacial
Baixar livros de Farmácia
Baixar livros de Filosofia
Baixar livros de Física
Baixar livros de Geociências
Baixar livros de Geografia
Baixar livros de História
Baixar livros de Línguas