UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

RAMON BARBOZA DE VASCONCELOS

IMPLEMENTAÇÃO DE MODELO DE DANO ISOTRÓPICO APLICADO A PROBLEMAS ACOPLADOS HIDRO-GEOMECÂNICOS

RECIFE – 2007

RAMON BARBOZA DE VASCONCELOS

IMPLEMENTAÇÃO DE MODELO DE DANO ISOTRÓPICO APLICADO A PROBLEMAS ACOPLADOS HIDRO-GEOMECÂNICOS

Dissertação submetida ao corpo docente do curso de pós-graduação da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Ciências em Engenharia Civil.
Área de concentração: Engenharia Geotécnica.

Orientador: Leonardo José do Nascimento Guimarães

Co-orientador: Ivaldo Dário da Silva Pontes Filho

RECIFE – AGOSTO 2007

V331q Vasconcelos, Ramon Barboza de .

Implementação de modelo de dano isotrópico aplicado a problemas acoplados hidro-geomecânicos / Ramon Barboza de Vasconcelos. - Recife: O Autor, 2007.

117 folhas, il : figs., tabs.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2007.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia Civil. 2.Engenharia geotécnica. 3. Poroelasticidade. 4.Dano isotrópico.5. Elementos finitos 6. Maciços rochosos. I. Título.

UFPE

624 **CDD (22. ed.)** **BCTG/2008-022**

RAMON BARBOZA DE VASCONCELOS

IMPLEMENTAÇÃO DE MODELO DE DANO ISOTRÓPICO APLICADO A PROBLEMAS ACOPLADOS HIDRO-GEOMECÂNICOS

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS À OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:

Leonardo José do Nascimento Guimarães, D. Sc. – UFPE, *Orientador*

Ivaldo Dário da Silva Pontes Filho, D. Sc. – UFPE, *Co-orientador*

Márcio Arab Murad, D. Sc. – LNCC, *Examinador Externo*

Fernando Pereira Duda, D. Sc. – PEM-COPPE, *Examinador Externo*

RECIFE, PE – BRASIL

AGOSTO – 2007

Aos meus amados pais, Jaime e Cleonide, pela incansável luta em nos conduzir aos caminhos planos e valorosos da verdade, do respeito e da ética.

AGRADECIMENTOS

A Deus, pelas oportunidades dadas ao longo desta caminhada e pelo privilégio a mim concedido de conhecer pessoas que, de alguma forma, contribuíram para a concretização deste momento. Por me ensinar a agradecer pelas vitórias e a aprender com as dificuldades e limitações. Como dizem as Escrituras Sagradas: *"Ninguém pode ter alguma coisa se ela não for dada por Deus"* (João 3:27- versão *NTLH*).

Aos meus pais, Jaime e Cleonide, por todo o esforço e sacrifício realizados em prol da educação não apenas a minha, como também a de meus irmãos. Pelos nobres valores que nos foram passados em todas as ocasiões e que hoje me permitem olhar para meus semelhantes sem nenhum sentimento de vergonha, medo ou incapacidade (seja ela qual for).

Aos meus irmãos, Rumenigg e Cleonide Filha, pelo companheirismo, incentivo e apoio em ocasiões decisivas e por compartilharmos juntos nossos sonhos e aprendizados com a grande escola da vida.

A Leonardo Guimarães por seu exemplo profissional, disposição e acessibilidade quanto ao esclarecimento de dúvidas oriundas do desenvolvimento do presente trabalho. Pelas palavras de encorajamento e pelas ocasiões que, por seu modo de agir, deixavam transparecer a igualdade e o respeito por seus semelhantes.

A Ivaldo Pontes Filho por suas orientações e conselhos que sempre me direcionavam às melhores escolhas, tal como um pai o faz a um filho.

Aos colegas do LMCG (Laboratório de Métodos Computacionais em Geomecânica), Igor Gomes e Julliana (sua esposa), Marcos George, Bruno Camargo, Maria Helena, Roubier Muniz, Vinícius Dantas, Ana Cláudia, pelos momentos de descontração e companheirismo, pelo ensino de valores por meio da amizade, pela disposição em compartilhar, pelas conversas sempre construtivas, pelo apoio e disposição em tirar dúvidas, pelos diálogos sinceros e transparência nas relações. Agradeço ainda à professora Lícia por suas palavras incentivadoras.

A todos os mestres do saber por sua valiosa contribuição em compartilhar o conhecimento e instigar em nós, seus eternos aprendizes, o espírito aventureiro e ousado de ir mais além.

A Laudenice e Andréa pelos esclarecimentos relativos a documentações e no trato de questões concernentes ao mestrado, além de proporcionarnos um ambiente mais alegre e convidativo.

Aos funcionários e técnicos do Departamento de Geotecnia, graças aos quais tínhamos à nossa disposição o que precisássemos, quer fossem o "nosso cafezinho" e o bom perfume do laboratório, quer fossem os esclarecimentos relativos ao manejo do maquinário e resultados dele provenientes.

Aos colegas, amigos e familiares que tanto me apoiaram e incentivaram para que eu não desistisse de meus sonhos, independentemente dos obstáculos que se apresentassem diante de mim, ensinando-me assim que estes são transponíveis.

A Maurílio Mendes que, muito mais do que exercer seu papel de docente, mostrou-se um grande amigo, apoiando-me no momento decisivo da escolha profissional, deixando assim transparecer, com suas atitudes, o desejo de meu crescimento profissional, pessoal e acima de tudo como ser humano, característica essa inerente a uma amizade sincera.

Ao CNPQ pelo apoio financeiro oferecido durante a elaboração deste trabalho.

"Por subir nos ombros de gigantes, posso assim enxergar um pouco mais além."

A matemática é o alfabeto com o qual Deus escreveu o universo.

GALILEO GALILEI *(1564 – 1642)*

RESUMO

O comportamento macroscópico de um material pode ser descrito através de modelos constitutivos adequados a capturar as feições estruturais observáveis durante as diversas etapas da solicitação mecânica. A resposta constitutiva de maciços rochosos revela que, para determinados níveis de carregamento, modelos hidro-mecânicos baseados nas teorias da poroelasticidade representam satisfatoriamente as condições de equilíbrio de tensões e de fluxo. Os indícios do surgimento e evolução de algumas estruturas tais como fissuras e a localização de deformações/tensões durante a escavação em rochas, por exemplo, requerem a adoção de modelos inelásticos, como os baseados na Mecânica do Dano Contínuo, formulados em consistência com os princípios da termodinâmica dos processos irreversíveis. A redução progressiva das propriedades mecânicas (rigidez e resistência) da matriz porosa e o aumento na permeabilidade, evidenciados experimentalmente, são os reflexos mais visíveis do processo de danificação de um meio rochoso. Uma etapa crucial da formulação matemática do modelo de danificação consiste na escolha de uma variável de dano, necessária à descrição do grau de degradação sofrida pelo material. A adoção de uma variável escalar (dano isotrópico), além da facilidade concernente à sua implementação numérica, apresenta resultados satisfatórios em muitos casos. Durante o processo de elaboração do modelo constitutivo de um material que se danifica foram introduzidas variáveis de estado necessárias para representar as diversas configurações de equilíbrio assumidas pelo maciço. Além disso, para o modelo de dano isotrópico implementado neste trabalho, definiu-se uma superfície de danificação descrita por meio de uma função de dano, elaborada tanto no espaço das tensões quanto no das deformações. Para calcular o valor do dano em cada estágio de carregamento, fez-se uso de variáveis internas em ambos os espaços. A formulação matemática do modelo de dano aqui desenvolvido foi executada no espaço das deformações, uma vez escolhido o estado de deformações do material para representar as variáveis observáveis. A etapa de aplicação do modelo de dano fez-se mediante modelagens hidro-geomecânicas conduzidas em formações rochosas (entre as quais o caso de uma perfuração de um poço horizontal) utilizando-se o código de elementos finitos *CODE_BRIGHT*. A análise dos resultados obtidos mostrou-se satisfatória e coerente com observações experimentais, dentro da abordagem mecânica adotada.

Palavras-chave: poroelasticidade, dano isotrópico, variáveis de estado, elementos finitos, maciços rochosos.

ABSTRACT

The macroscopic behaviour of a material can be described by constitutive models able to capture the structure observed along the application of several mechanical loading steps. The constitutive behaviour of a bedrock medium shows that for some stress levels hydro-mechanical models, based in poro-elasticity theories, represent in a satisfactory way the stress and flow equilibrium conditions. The beginning and evolution of some structures such as fissures and the localization of strain/stress during rock excavation, for example, require the adoption of inelastic models, as the models based on Continuum Damage Mechanics, formulated in consistence with thermodynamic principles of irreversible processes. The progressive reduction of porous matrix mechanical properties (stiffness and strength) and the permeability increasing, experimentally observed, indicate the damage process of a bedrock medium. A fundamental step of mathematical formulation of a damage model consists in choosing a damage variable for describing the material damage level. The adoption of a scalar variable (isotropic damage), besides the facility concerning its numerical implementation, presents in many cases satisfactory results. During the elaboration process of the constitutive model for a damage material, it was introduced state variables to represent the several equilibrium configurations assumed by the bedrock medium. Furthermore, for the isotropic damage model implemented in this dissertation, it was defined a damage surface described by a damage function, elaborated in both stress and strain spaces. To compute the damage value in each loading step, internal variables were used in both spaces. Once defined the material strain state, representing the noticeable variables, the mathematical formulation of the damage model developed here was run in strain space. The application of the damage model was made by hydro-geomechanical modeling in bedrock formations (among them, the example of the perforation of a horizontal well) using the finite element code *CODE_BRIGHT*. The results obtained, concerning the mechanical approach adopted, were satisfactory and coherent with experimental observations.

keywords: poroelasticity, isotropic damage, state variables, finite element, massive rocks.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS

$A_0^{\vec{n}}$: área (transversal) resistente inicial definida pelo vetor $\vec{n}$

$A^{\vec{n}}$: área (transversal) resistente definida pelo vetor $\vec{n}$

α : coeficiente de Biot–Willis

b : parâmetro de ajuste da lei empírica (FEBEX) entre permeabilidade intrínseca e porosidade

$\mathbf{b}$: vetor de forças de corpo

$\mathbf{B}$: matriz que caracteriza a relação deformação-deslocamento (regime de pequenas deformações) – Método dos Elementos Finitos (MEF)

β : parâmetro de correlação entre a permeabilidade intrínseca do meio poroso danificado localmente e na condição virgem

c : parâmetro de ajuste da lei de evolução da variável β com a danificação

$\mathbf{C^0}$: tensor constitutivo elástico do material virgem

$\mathbf{C^d}$: tensor constitutivo (secante) do modelo de dano isotrópico

$\mathbf{C^t}$: tensor constitutivo tangente consistente

$\mathbf{C^{dt}}$: tensor constitutivo tangente consistente na condição de danificação do material

d , $d(r)$: variável (escalar) de dano isotrópico

d^u : variável de dano em uma dada seção transversal a um carregamento uniaxial

$d^{\vec{n}}$: variável de dano definida pelo vetor $\vec{n}$

$d_c^{\vec{n}}$: dano crítico associado à direção definida por $\vec{n}$

$\mathbf{D}$: variável de dano (tensor de 4ª ordem)

e : índice de vazios

E^0 : módulo de elasticidade de Young na condição virgem (unidimensional)

E^d : módulo de elasticidade de Young na condição de danificação do material (unidimensional)

E_σ, E_ε : domínios elásticos do modelo de dano

$\dot{\varepsilon}_v$: taxa de variação da deformação volumétrica

$\varepsilon, \boldsymbol{\varepsilon}$: deformação total

$\tilde{\varepsilon}, \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$: deformação equivalente do modelo de dano (Princípio de Equivalência de Deformações)

$\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$: parcela da deformação devido à ação da poro-pressão sobre a fase sólida

$\boldsymbol{\varepsilon}'$: deformação da fase sólida

$\boldsymbol{\varepsilon}^*$: campo virtual de deformações

$f(\boldsymbol{\sigma}, q)$: função de dano no espaço das tensões

$\{\mathbf{f}^e\}$: vetor de forças nodais de um elemento (MEF)

$\mathbf{f}^{\mathbf{ext}}$, $\mathbf{f}^{\mathbf{int}}$: vetores de forças nodais (externa e interna) (MEF)

$\{\mathbf{F}\}$: vetor de forças globais (MEF)

$\{\dot{\mathbf{F}}^{ext}\}$: vetor global da taxa de forças externas (MEF)

ϕ : porosidade

ϕ_0 : porosidade inicial

G : módulo cisalhante

G^0 : módulo cisalhante (material virgem)

G^d : módulo cisalhante na condição de danificação do material

$G(r)$: função (escalar) potencial de dano

$g, g(\boldsymbol{\varepsilon}, r)$: função de dano no espaço das deformações

$g^0(\boldsymbol{\varepsilon}, r_0)$: função de dano inicial (espaço das deformações)

$\mathbf{g}$: vetor de gravidade

$\dot{\gamma}$: taxa de dissipação de energia potencial devido ao processo de danificação

Γ , Γ^e : fronteira que delimita o domínio de validade das equações que descrevem um dado fenômeno físico (MEF) e na qual são aplicados os carregamentos externos

H : parâmetro de endurecimento/amolecimento da lei linear (entre q e r)

$\mathbf{I}$: tensor identidade de 2ª ordem / matriz identidade 6x6

$\mathbf{II}$: tensor identidade de 4ª ordem

K : módulo volumétrico do meio poroso

K^0 : módulo volumétrico do meio poroso na condição virgem

K^d : módulo volumétrico do meio poroso na condição de dano

K_s : módulo volumétrico da fase sólida

$\mathbf{k}$: tensor de condutividade hidráulica

$[\mathbf{k}^e]$: matriz de rigidez de um elemento (MEF)

$[\overline{\mathbf{k}}^e]$: matriz tangente de rigidez de um elemento (MEF)

$[\overline{\mathbf{K}}(d)]$: matriz tangente (global) de rigidez (MEF)

$[\mathbf{K}(d)]$: matriz secante (global) de rigidez (MEF)

$\boldsymbol{\kappa}$: tensor de permeabilidade intrínseca

$\boldsymbol{\kappa}_0$: tensor de permeabilidade intrínseca inicial

$\boldsymbol{\kappa}^0$: tensor de permeabilidade intrínseca na condição virgem

$\boldsymbol{\kappa}^d$: tensor de permeabilidade intrínseca na condição de danificação do material

λ, μ : constantes de Lamé

λ^0, μ^0 : constantes de Lamé (material virgem)

λ^* : multiplicador do modelo de dano

$[\boldsymbol{\Lambda}^d]$: matriz constitutiva do modelo de dano (MEF)

$[\boldsymbol{\Lambda}]$, $[\mathbf{C}]$: matriz constitutiva (MEF)

$\mathbf{m}$: vetor $\{1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0\}^T$

$\mathbf{M}^*$: tensor positivo definido

$\mathbf{M}(\mathbf{D})$: tensor que correlaciona $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ e $\boldsymbol{\sigma}$

μ_l : viscosidade da fase líquida

$\mathbf{N}$: matriz de funções de forma (MEF)

$\vec{n}$: vetor unitário (define uma direção no espaço)

ν : coeficiente de Poisson

p_l : poro-pressão/pressão de líquido

$q, q(r)$: variável interna que controla o tamanho da superfície de dano no espaço das tensões

q_∞, A : parâmetros da lei exponencial entre as variáveis q e r

$\mathbf{q}_\mathbf{l}$: fluxo volumétrico de líquido

r : variável interna do modelo de dano (controla o tamanho da superfície de dano no espaço das deformações)

r_0 : parâmetro de inicialização do dano (no espaço das deformações)

$\mathbf{R}_\mathrm{E}$: vetor de carga nodal equivalente

ρ_l : densidade da fase líquida

ρ_s : densidade da fase sólida

$\mathbf{S}$: operador linear (matriz)

σ_u : tensão de inicialização do dano (tração/compressão simples)

σ_u^c : tensão de inicialização do dano em compressão simples

σ_u^t : tensão de inicialização do dano em tração simples

$\boldsymbol{\sigma}$: tensor de tensões totais

$\boldsymbol{\sigma}'$: tensor de tensões efetivas do Princípio de Tensões Efetivas de Terzaghi

$\tilde{\sigma}$, $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$: tensão efetiva do modelo de dano

t : variável de tempo

$\tau_\sigma, \tau_\varepsilon$: normas definidas no espaço das tensões/deformações

$\mathbf{u}$: campo de deslocamentos

$\mathbf{U}_n$: campo global de deslocamentos nodais (MEF)

$\mathbf{u}^*$: campo virtual de deslocamentos (Princípio dos Trabalhos Virtuais)

$\mathbf{u}_n^*$: campo virtual de deslocamentos (nodais) (MEF)

$\mathbf{u}_n^e$: vetor de deslocamentos nodais em um elemento (MEF)

$\dot{\mathbf{u}}$: vetor de velocidade da fase sólida

Ω, Ω^e : domínio e sub-domínio de validade das equações que descrevem um dado fenômeno físico (Método dos Elementos Finitos)

V_V : volume de vazios na amostra (meio poroso)

V_T : volume total da amostra (meio poroso)

ψ : energia livre elástica de Helmholtz

ψ^0 : energia livre elástica de Helmholtz na condição virgem

$\dot{\psi}$: taxa de variação da energia livre

θ : parâmetro numérico (controle sobre a metodologia de integração numérica)

$\{\mathbf{a}\}$: representação generalizada do vetor $\mathbf{a}$ (MEF)

$[\mathbf{a}]$: representação generalizada da matriz $\mathbf{a}$ (MEF)

a_i : valor da variável a no i-ésimo passo de tempo

a_{i+1} : valor da variável a no $(i+1)$-ésimo passo de tempo

$a^{(k)}$: valor da variável a na k-ésima iteração

$a^{(k+1)}$: valor da variável a na $(k+1)$-ésima iteração

SUMÁRIO

Capítulo

1 Introdução

A simulação de fenômenos observados na natureza pode ser realizada através de modelos matemáticos. Esses modelos são construídos como simplificação das condições reais mediante a adoção de hipóteses simplificadoras que visam diminuir o grau de complexidade matemática da formulação bem como possibilitar a resolução (ao menos numérica) do sistema de equações resultantes. O modo como os parâmetros do problema variam no espaço e no tempo assim como as relações existentes entre as grandezas relevantes na análise devem ser contempladas na etapa de descrição fenomenológica, de maneira a validar o modelo proposto. Durante a etapa de simulação matemática do comportamento de um material sob solicitação mecânica, devem ser consideradas suas propriedades físicas e estruturais, além de sua constituição físico-mineralógica, responsáveis pela maneira particular com a qual se verifica a resposta do meio solicitado. As equações resultantes que caracterizam o comportamento do material são denominadas equações constitutivas.

A qualidade de um modelo constitutivo está diretamente relacionada à sua capacidade em representar, de forma realista, as condições (em geral, do ponto de vista macroscópico) observadas experimentalmente. A estimativa e ajuste de parâmetros, por sua vez, fazem-se mediante ensaios de campo e de laboratório. Um fator que precisa ser considerado nos modelos diz respeito à quantidade de variáveis necessárias em sua aplicação. A existência de um grande número de parâmetros a ser estimados torna difícil sua execução e em conseqüência pode dificultar sua aplicabilidade.

Os materiais comumente estudados nos campos da Engenharia Geotécnica e de Reservatório (de Petróleo) apresentam uma estrutura porosa, cujos vazios podem estar total ou parcialmente preenchidos por líquidos. O estado de deformação e as condições de resistência de tais meios necessitam, para sua total compreensão, de recursos teóricos que vão além dos fundamentos básicos da Mecânica dos Sólidos. Constata-se que a presença do fluido nos vazios e a interação entre este e o esqueleto sólido influenciam na resposta global do meio (LAMBE & WHITMAN, 1976). O crescente interesse em se compreender os diversos mecanismos que regem o comportamento constitutivo dos meios porosos impulsionou e sofisticou os ensaios de laboratório e de campo. Por outro lado, o advento e sofisticação das ferramentas computacionais têm aprimorado as análises numéricas necessárias à reprodução das condições de carga às quais estão submetidos os materiais em estudo.

A necessidade crescente em se compreender com maior precisão e clareza os mecanismos envolvidos nos problemas comumente abordados no campo da engenharia geotécnica (escavações em solos e rochas, estabilidade de taludes, monitoramento de recalques, etc.) e as exigências na adoção de soluções/medidas preventivas eficazes e econômicas motivaram o desenvolvimento e a utilização de códigos computacionais em conjunto com as técnicas experimentais (ensaios). Nesse contexto se insere a ferramenta CODE_BRIGHT (*COupled DEformation, BRIne, Gás and Heat Transport*), adotada neste trabalho, e que se presta a modelar problemas em uma, duas ou três dimensões, caracterizados por fenômenos de natureza mecânica, hidráulica, térmica e química, permitindo ainda o acoplamento entre duas ou mais destas modalidades (OLIVELLA *et al.*, 1995; GUIMARÃES, 2002; MORAIS, 2006).

OBJETIVOS

Obras de engenharia tais como escavações em rochas evidenciam a existência de regiões (zonas de danificação), no entorno da cavidade gerada, nas quais se desenvolvem elementos que podem conduzir a instabilidades no maciço, como reflexo da perda de resistência do material nestas áreas. As fissuras figuram como um dos agentes mais danosos à estabilidade de um meio sob ação de cargas externas. Tais feições resultam da evolução de vários defeitos internos, concentradas em uma região bem definida do material. Neste aspecto são relevantes os trabalhos de Griffith, que buscou relacionar o mecanismo de propagação de uma fissura com a resistência à fratura na ponta desta, diretamente afetada pela configuração dos microdefeitos (OLLER, 2001).

Em muitos casos, porém, constatava-se que o processo de ruptura de um meio material não era governado pelo desenvolvimento de uma fissura particular e sim, pelo crescimento simultâneo de muitas microfissuras que conduziam à posterior coalescência destes microdefeitos, ocasionando a degradação progressiva das características mecânicas do material (PRAT & GENS, 2003; LENNON & PRENDERGAST, 2004), caracterizada pela perda de rigidez e resistência às solicitações (CHABOCHE, 1988; MALENA, 2005). Kachanov (1958), com o intuito de explicar tais fenômenos, introduziu o conceito de dano continuamente distribuído em um meio e propôs uma variável interna representativa do estado de degradação do material (CHABOCHE, 1988; PROENÇA, 2001; PRAT & GENS, 2003; LENNON & PRENDERGAST, 2004). Do ponto de vista da engenharia, o principal objetivo do estudo da teoria de dano é o de permitir a previsão do comportamento evolutivo da resistência residual da estrutura quando sujeita ao processo de danificação mecânica. Essa teoria, baseada em processos termodinâmicos de natureza irreversível, tem sido amplamente aplicada ao estudo comportamental de rochas e concreto, além de sua empregabilidade no estudo de fraturas dúcteis, rupturas por *creep* do material e falhas por fadiga (CHOW & WEI, 1999).

A observação experimental da degradação mecânica em geomateriais lançou as bases para o estudo e implementação de modelos constitutivos baseados na Mecânica do Dano Contínuo. O dano em materiais se caracteriza por ser um processo irreversível, sendo considerado um dos mecanismos responsáveis pela dissipação de energia do sistema. A principal característica do dano consiste na degradação das propriedades elásticas do meio. Além disso, é observado experimentalmente um aumento considerável na permeabilidade das regiões nas quais ocorre dano. Com isso, constata-se que o processo de danificação influencia também nas condições de fluxo.

O principal objetivo deste trabalho é simular e analisar o mecanismo de danificação em materiais porosos e como este processo influencia em sua resposta hidro-geomecânica. Desse modo, foi implementado um modelo de dano isotrópico capaz de simular os efeitos da danificação sobre as propriedades elásticas e evolução das características do problema de fluxo em maciços rochosos poroelásticos (em condições saturadas), assim como avaliar as condições sob as quais esse fenômeno ocorre e evolui. Os modelos de dano geralmente apresentados na literatura, correspondentes ao estudo de geomateriais (estruturas de concreto e rochas), são descritos por relações constitutivas mecânicas elásticas ou elastoplásticas. Dentro deste contexto, o presente trabalho objetiva um estudo qualitativo do mecanismo de danificação em maciços rochosos cuja descrição faz-se por meio de um modelo acoplado hidromecânico poroelástico, com efeito da danificação nas propriedades hidráulicas do material. Um fato a ser considerado diz respeito à consistência da formulação matemática com relação aos princípios termodinâmicos em processos irreversíveis. Na definição de uma lei de acoplamento entre o problema de fluxo e a danificação, foi adotada uma relação exponencial entre o tensor de permeabilidade intrínseca e a variável de dano, com um parâmetro de ajuste a ser estimado a partir de curvas experimentais de evolução da permeabilidade com a danificação. Uma preocupação sempre presente neste trabalho consistiu na definição física de cada parâmetro presente no modelo de dano implementado.

Vale salientar que o êxito de um modelo de dano contínuo depende intimamente do tipo de variável de dano empregada. Por um lado, a expectativa é de que a variável de danificação possa representar as estruturas observáveis (para o tipo de abordagem mecânica empregada) com a evolução do processo e por outro, que seja suficientemente simples que justifique a aplicabilidade do modelo para os propósitos da engenharia.

ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho encontra-se dividido em seis capítulos ao longo dos quais são expostos todos os ingredientes teóricos necessários ao entendimento do modelo constitutivo de dano e poroelasticidade e as discussões relativas à sua aplicação a problemas hidromecânicos em geomateriais.

Os conceitos relevantes que regem o comportamento de meios porosos saturados, a saber, o Princípio das Tensões Efetivas de Terzaghi e a Teoria Poroelástica de Biot são apresentados, de maneira sucinta, no Capítulo 2, que trata ainda do equacionamento necessário para a completa descrição do problema mecânico e de fluxo. Adicionalmente é apresentada a relação do acoplamento hidro-geomecânico que exprime a dependência do tensor de permeabilidade com o estado de tensão/deformação.

No Capítulo 3 são discutidos os principais aspectos das variáveis utilizadas para a avaliação do estado de degradação mecânica sofrida pelo material. Os princípios de equivalência de deformações e tensões e os respectivos conceitos de tensão e deformação efetiva do modelo de dano são apresentados e utilizados para a formulação matemática de uma relação constitutiva embasada nos conceitos de energia potencial e em consistência com as leis da termodinâmica. Além disso, é definida uma superfície de dano, descrita por meio de uma função no espaço das deformações, cuja expansão determina o critério de danificação, necessário à completa descrição do processo de evolução da degradação. Adicionalmente, os parâmetros do modelo de dano são descritos fisicamente e também são apresentadas correlações entre as variáveis internas do modelo estabelecido. Dada que a modelagem numérica é executada por intermédio de um programa de elementos finitos, tornou-se indispensável o desenvolvimento de um algoritmo para a implementação da relação constitutiva, cuja explanação é apresentada neste capítulo, juntamente com as principais características da metodologia numérica empregada (integração implícita das tensões nos pontos de Gauss).

A verificação e aplicabilidade do modelo de dano proposto com este trabalho são avaliadas no decorrer do Capítulo 4. Na etapa de verificação da resposta apresentada pelo modelo, foram confrontados os resultados oriundos da modelagem numérica de um problema de carga-descarga uniaxiais no simulador CODE_BRIGHT com os obtidos através do código numérico COMET. Uma vez comprovada a representatividade do modelo implementado, conduziu-se uma análise paramétrica com o intuito de comprovar o significado físico das respectivas variáveis. A análise da influência da danificação no comportamento poroelástico de um maciço rochoso é, por sua vez, realizada através da modelagem de um material de comportamento frágil submetido a um confinamento, contendo em seu interior uma cavidade esférica saturada que simula o efeito de um poro. A evolução da poro-pressão e da permeabilidade são avaliadas, assim como o desenvolvimento de uma zona de dano nas proximidades da cavidade. Por fim é discutida a problemática da perfuração de um poço horizontal em uma formação rochosa e, consequentemente, da modelagem numérica envolvendo a escavação/abertura de cavidades em meios rochosos. Além disso, é investigada a influência da pressão de injeção do fluido de perfuração na evolução da danificação na zona propícia ao fenômeno.

Nos capítulos finais deste trabalho são expostas as conclusões relevantes, colhidas no decorrer do estudo aqui realizado, sugeridas algumas diretrizes para futuras investigações com vistas à continuidade e extensão do modelo implementado e apresentadas algumas referências científicas deveras úteis para uma maior compreensão do problema aqui abordado.

Capítulo 2

Formulação Hidromecânica

2.1 - INTRODUÇÃO

A descrição do comportamento macroscópico de um meio poroso, quando sujeito a cargas aplicadas e a condições de fluxo das fases fluidas, consiste em uma tarefa complexa, principalmente quando se tenta considerar todas as categorias possíveis de configurações do problema. Por isso não é factível escrever uma equação, ou conjunto de equações, que descrevam de forma precisa o comportamento do material para todas as condições de solicitação possíveis. Em seu lugar, se formulam por separado distintas equações que descrevem distintos tipos ideais de resposta constitutiva. Cada uma delas é uma fórmula matemática desenhada para que se aproxime do comportamento físico observado do material real para uma situação específica (PRAT & GENS, 2003).

Neste contexto, o presente capítulo trata dos principais aspectos relativos às teorias desenvolvidas com o intuito de explicar o comportamento de meios porosos, saturados por uma fase fluida (geralmente água), além de expor o equacionamento necessário à descrição do problema hidro-geomecânico.

2.2 - TEORIAS APLICÁVEIS A GEOMATERIAIS SATURADOS

2.2.1 - PRINCÍPIO DAS TENSÕES EFETIVAS DE TERZAGHI

Na década de 20 do século passado, Karl Terzaghi introduziu o conceito de tensões efetivas com o intuito de explicar a resposta de um meio poroso saturado quando solicitado por ações externas. Ele observou experimentalmente que as deformações produzidas em materiais satisfazendo tais condições eram dependentes de um estado de tensão efetivo atuante sobre o meio. O modelo de tensão efetiva proposto por Terzaghi é expresso pela relação

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - p_l \mathbf{I} \tag{2.1}$$

onde $\boldsymbol{\sigma}$ representa o tensor de tensão total, $\boldsymbol{\sigma}'$ o tensor das tensões efetivas, p_l a pressão exercida pelo fluido contido nos poros e $\mathbf{I}$ é o tensor identidade de segunda ordem.

As conclusões relativas a tais estudos mostraram que variações na poro-pressão não necessariamente produzem variações volumétricas no solo nem na resistência ao cisalhamento. Qualquer efeito cinemático mensurável do comportamento mecânico do geomaterial (deslocamento, deformações e variação volumétrica) deve-se exclusivamente a variações no estado de tensões efetivas (SKEMPTON, 1961; BISHOP & BLIGHT, 1963; LAMBE & WHITMAN, 1976; ATKINSON & BRANSBY, 1978; LANCELLOTTA, 1995; SOUSA PINTO, 2000). Foi observado experimentalmente que a Equação (2.1) descreve o comportamento dos solos saturados admitindo-se as condições de incompressibilidade dos grãos do solo. Skempton (1961) observou que estas condições nem sempre eram satisfeitas, e que a resposta mecânica dos solos e de outros materiais porosos era controlada mais precisamente por uma tensão efetiva que é função da tensão total aplicada e da poro-pressão, segundo a expressão,

$$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{\sigma} - \alpha p_l \mathbf{I} \tag{2.2}$$

que corresponde à reformulação do modelo de Terzaghi com a introdução do parâmetro α (coeficiente de Biot–Willis) relacionado à compressibilidade do meio e caracterizado por

$$\alpha = 1 - \frac{K}{K_s} \tag{2.3}$$

sendo K e K_s os módulos volumétricos da matriz porosa e dos grãos, respectivamente. Quando as partículas sólidas (grãos) são consideradas incompressíveis com relação à matriz porosa, tem-se $\alpha = 1$. Em meios porosos tais como solos, tal condição é comumente observada, enquanto que em meios rochosos isso nem sempre se verifica (SELVADURAI & NGUYEN, 1995).

2.2.2 - TEORIA DO ADENSAMENTO E MODELO POROELÁSTICO DE BIOT

Conforme discutido no item anterior, o Princípio das Tensões Efetivas estabelece, entre outras coisas, que mudanças volumétricas nos solos são devidas exclusivamente a mudanças no estado de tensões efetivas. Uma vez admitida a incompressibilidade tanto das partículas do solo quanto do fluido contido nos poros, a deformação do meio poroso saturado, quando submetido a uma condição de carregamento, ocorre como conseqüência da expulsão da água presente nos poros (BISHOP & BLIGHT, 1963; LAMBE & WHITMAN, 1976; ATKINSON & BRANSBY, 1978; SOUSA PINTO, 2000). Esse fenômeno (fluxo de água) resulta no acréscimo das tensões efetivas em decorrência da transferência da pressão da água para os sólidos (grãos). O regime de fluxo que se estabelece é governado pela Lei de Darcy. A compreensão dos mecanismos envolvidos em tal fenômeno deve-se aos estudos realizados por Terzaghi em solos argilosos saturados, culminando assim com a Teoria do Adensamento Unidimensional (SOUSA PINTO, 2000).

Além das hipóteses mencionadas anteriormente, Terzaghi propôs também que o coeficiente de permeabilidade e a compressibilidade (propriedades do meio poroso) não se alteravam durante o processo de adensamento e que a variação no índice de vazios dependia linearmente do aumento na tensão efetiva (ATKINSON & BRANSBY, 1978; CAPUTO, 1996; SOUSA PINTO, 2000). Tais hipóteses, a rigor, não se verificam na prática, sendo apenas aproximações do comportamento real com o intuito de permitir a solução matemática do problema.

As pesquisas realizadas por Terzaghi a respeito do processo de adensamento serviram como alicerces para o desenvolvimento de teorias mais abrangentes, tais como problemas tridimensionais em meios isotrópicos e anisotrópicos, de propagação de ondas em meios saturados, de carregamentos variáveis com o tempo, etc (FERREIRA, 1996). Tais estudos, inicialmente conduzidos por Biot, constituíram-se como os fundamentos da Teoria da Poroelasticidade. Além das hipóteses de saturação do meio poroso, incompressibilidade do fluido contido nos poros e da validade da Lei de Darcy, Biot adotou ainda as seguintes hipóteses (BIOT, 1941; DETOURNAY & CHENG, 1993; FERREIRA, 1996; FERRO, 2002; SELVADURAI & SHIRAZI, 2004; SELVADURAI, 2004):

- Modelo mecânico regido pela Elasticidade Linear;
- Regime de pequenas deformações;
- Não há interação química entre o fluido e o meio poroso;
- Fenômenos isotérmicos.

Apesar de serem obtidos resultados satisfatórios em aplicações práticas, o comportamento elástico linear do esqueleto sólido é uma limitação do modelo poroelástico a geomateriais que exibem não linearidade e deformações irreversíveis em sua resposta constitutiva. É possível incorporar estas características, observáveis em laboratório, por meio da adoção de um modelo elastoplástico característico da relação constitutiva do material. Esta metodologia tem sido aplicada com relativo sucesso quando da análise do fenômeno de adensamento em geomateriais tais como argilas moles e outros solos saturados (SELVADURAI & SHIRAZI, 2004). Embora Biot tenha desenvolvido expressões representativas do problema poroelástico para condições anisotrópicas, o enfoque deste trabalho se resume aos materiais isotrópicos.

Uma característica dos problemas poroelásticos repousa no fato de que o tensor de deformações pode ser decomposto em duas parcelas: uma associada à ação da poro-pressão sobre a fase sólida ($\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}$) e a outra relacionada à deformação da matriz porosa ($\boldsymbol{\varepsilon}'$). Dessa forma, tem-se que

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \bar{\boldsymbol{\varepsilon}} + \boldsymbol{\varepsilon}' \tag{2.4}$$

de tal modo que

$$\overline{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{p_l}{3K_s}\mathbf{I} \tag{2.5}$$

Na teoria das tensões efetivas proposta por Terzaghi, a primeira parcela da Equação (2.4) é negligenciada. Assim, o comportamento deformacional e a resistência da matriz porosa são dependentes apenas do estado efetivo de tensões, o que é geralmente válido para solos, porém pode resultar inadequado para meios porosos tais como rochas (SELVADURAI & NGUYEN, 1995).

2.3 - EQUACIONAMENTO DO PROBLEMA HIDROMECÂNICO

O estudo dos fenômenos relacionados ao fluxo em meio poroso evidencia que o campo de deformações da matriz porosa afeta as condições de fluxo dos fluidos através dos vazios. Por outro lado, o fluxo das espécies fluidas através do meio poroso influencia não apenas a intensidade do mecanismo de interação que se estabelece na fase sólida como também na resistência mecânica do meio poroso (LAMBE & WHITMAN, 1976). Sendo assim, para um completo entendimento dos mecanismos envolvidos nos processos de deformação, resistência e fluxo em meios porosos deformáveis, faz-se necessário o equacionamento detalhado do problema por meio de expressões que descrevam o comportamento mecânico e de fluxo. O acoplamento entre tais domínios faz-se mediante relações entre variáveis comuns às duas abordagens.

2.3.1 - EQUAÇÕES CARACTERÍSTICAS DO PROBLEMA MECÂNICO

A Mecânica dos Sólidos é o ramo do conhecimento científico responsável por estabelecer as características concernentes às correlações existentes entre as cargas e as respectivas deformações, para corpos deformáveis, em função de sua estrutura interna, constituição física e história de solicitações. A descrição do comportamento macroscópico de um meio consiste em se analisar sua condição de equilíbrio, cinemática e as relações constitutivas apropriadas.

O estado de tensão em cada ponto do meio poroso ($\boldsymbol{\sigma}$) pode ser representado por um tensor de segunda ordem de tal forma que as componentes deste cumpram a condição de equilíbrio do corpo representada pela equação

$$\nabla\boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0} \tag{2.6}$$

onde $\mathbf{b}$ é o vetor que representa as forças de corpo atuantes em cada ponto do meio.

O comportamento mecânico do meio poroso pode ser descrito por modelos constitutivos de modo a se obter coerência entre as respostas fornecidas pelo modelo matemático e as observações experimentais. Neste contexto, a relação tensão – deformação do material serve para a completa caracterização da resposta mecânica do mesmo, em uma dada configuração de carregamento. No caso de meios porosos saturados, as deformações observadas são resultantes do campo de tensões efetivas definido pelo Princípio das Tensões Efetivas de Terzaghi e expresso por meio da Equação (2.2). A relação tensão-deformação se apresenta como

$$\boldsymbol{\sigma}' = \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon} \tag{2.7}$$

onde $\mathbf{C}$ é a matriz constitutiva que caracteriza o comportamento mecânico do material.

As variáveis primárias do problema mecânico, em análises numéricas, são geralmente representadas pelo campo de deslocamento ($\mathbf{u}$) em cada ponto do material. Por outro lado, as componentes do tensor de deformações podem ser consideradas como funções contínuas das componentes de deslocamento. Para o caso de pequenas deformações, tal relação assume uma configuração linear conforme representada pela equação

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}\left(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T\right) \tag{2.8}$$

Vale salientar que as Equações (2.6) e (2.8) são válidas para qualquer corpo em equilíbrio, independentemente de sua constituição física e das condições de carregamento.

Dado que o meio poroso é um sistema constituído por várias fases, uma condição a ser cumprida traduz-se por meio das equações de conservação das massas das fases envolvidas. Neste contexto, além da equação de equilíbrio e da relação tensão – deformação deve ser considerada a equação de conservação de massa da fase sólida, que, admitindo a hipótese de deformabilidade do meio (BEAR, 1988), pode ser expressa como

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[(1-\phi)\rho_s\right] + \nabla\left[(1-\phi)\rho_s \dot{\mathbf{u}}\right] = 0 \tag{2.9}$$

sendo $\dot{\mathbf{u}}$ o vetor de velocidade da fase sólida devido à deformabilidade do meio poroso, ϕ a porosidade e ρ_s é a densidade dos grãos. A porosidade, por sua vez, é definida como a razão entre o volume dos vazios (poros) (V_V) e o volume total de uma amostra (V_T)

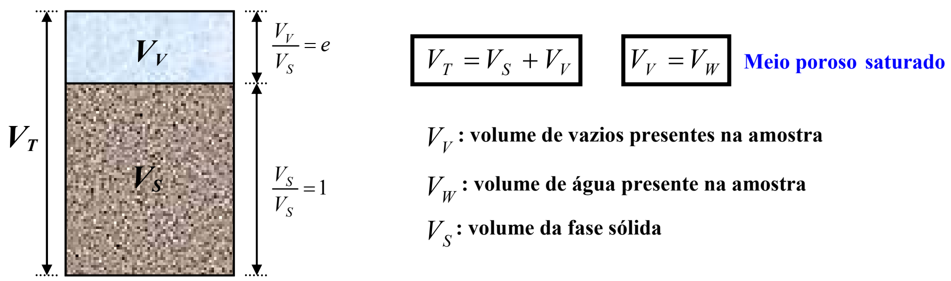


Figura 2.1 – Diagrama de fases de uma amostra de um meio poroso saturado, separada em volume de cada fase e em função do volume da fase sólida.

$$\phi = \frac{V_V}{V_T} \tag{2.10}$$

cuja relação com o índice de vazios (e) do meio poroso é

$$\phi = \frac{e}{1+e} \tag{2.11}$$

Definindo-se a derivada material de uma variável $\varphi(x, y, z, t)$ como (FERREIRA, 1996; OLLER, 2001; SOUSA *et al.*, 2003; SOUSA, 2004)

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \dot{\mathbf{u}} \nabla \varphi \tag{2.12}$$

é possível estabelecer a relação que permite determinar a variação da porosidade da matriz porosa

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{(1-\phi)}{\rho_s} \frac{d\rho_s}{dt} + (1-\phi)\dot{\varepsilon}_v \tag{2.13}$$

onde $\dot{\varepsilon}_v$ é a taxa de deformação volumétrica e $\frac{d\rho_s}{dt}$ é o termo de compressibilidade da fase sólida . Quando se admite a incompressibilidade da fase sólida, o primeiro termo da Equação (2.13) se anula, de modo que a variação da porosidade é influenciada apenas pela variação na deformação volumétrica, recaindo-se assim na clássica equação de adensamento proposta por Terzaghi (SOUSA *et al.*, 2003; SOUSA, 2004).

2.3.2 - EQUAÇÕES REPRESENTATIVAS DO PROBLEMA DE FLUXO

A relação que governa o fluxo isotérmico de um fluido monofásico em um meio poroso deformável tem seu princípio fundamental na equação de conservação de massa e na Lei de

Darcy. A conservação da massa de líquido nos poros em um meio poroso saturado pode ser expressa como

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_l \phi) + \nabla(\rho_l \mathbf{q_l} + \phi \rho_l \dot{\mathbf{u}}) = 0 \tag{2.14}$$

onde ρ_l é a densidade do líquido e $\mathbf{q_l}$ é o fluxo volumétrico de líquido, dado pela Lei de Darcy . A expressão da Lei de Darcy Generalizada (para a fase fluida), cuja validade restringe-se a uma condição de fluxo laminar (LAMBE & WHITMAN, 1976; ATKINSON & BRANSBY, 1978; JUMIKIS, 1984; BEAR, 1988), assume a seguinte forma

$$\mathbf{q_l} = -\mathbf{k}(\nabla p_l + \rho_l \mathbf{g}) \tag{2.15}$$

sendo $\mathbf{k}$ o tensor de condutividade hidráulica, definido como

$$\mathbf{k} = \frac{\boldsymbol{\kappa}}{\mu_l} \tag{2.16}$$

enquanto que p_l é a pressão atuante no líquido e $\mathbf{g}$ o vetor de gravidade. Na Equação (2.16) $\boldsymbol{\kappa}$ é o tensor de permeabilidade intrínseca para o meio saturado e μ_l a viscosidade do fluido. Quando o fluxo se dá em meio poroso isotrópico, a condutividade hidráulica pode ser representada por uma grandeza escalar.

2.3.3 - ACOPLAMENTO ENTRE PERMEABILIDADE E POROSIDADE

O acoplamento hidromecânico pode ser obtido por meio de uma relação direta entre a variação de uma variável mecânica e a evolução de uma propriedade do comportamento hidráulico e vice-versa. Na literatura as tentativas focam uma relação direta entre a permeabilidade intrínseca com o estado de tensões, porém essa tarefa, em termos práticos, encontra limitações decorrentes da complexidade relativa do problema. Sendo assim, as relações comumente encontradas permitem determinar as variações de permeabilidade intrínseca através de leis que relacionam esta grandeza com a porosidade (SOUSA, 2004). Entre as relações mais utilizadas encontra-se a de Kozeny–Carman que relaciona a permeabilidade intrínseca com a porosidade através de considerações geométricas da estrutura microscópica do meio poroso, sendo expressa como

$$\boldsymbol{\kappa} = \frac{\phi^3 (1-\phi_0)^2}{\phi_0^3 (1-\phi)^2} \boldsymbol{\kappa_0} \tag{2.17}$$

sendo ϕ_0 e $\boldsymbol{\kappa_0}$, respectivamente, os valores iniciais da porosidade e permeabilidade intrínseca do meio poroso. Por outro lado, as variações de porosidade em função das variáveis primárias são obtidas a partir da Equação (2.13). Sabe-se que a permeabilidade do meio poroso não depende unicamente da porosidade, porém de uma série de fatores que devem ser considerados (tamanho e distribuição dos poros, percentual e distribuição dos finos, diâmetro efetivo dos grãos, etc). Em decorrência da complexidade concernente à determinação de uma relação simples e geral, comumente são utilizadas relações experimentais que se prestam para uma estimativa aproximada da variação em tais parâmetros. No programa de elementos finitos CODE_BRIGHT, que resolve de maneira totalmente acoplada as equações do problema hidromecânico (SOUSA & GUIMARÃES, 2005), além da equação de Kozeny–Carman, há uma equação que expressa a dependência da permeabilidade intrínseca com a porosidade por meio de uma lei exponencial empírica (FEBEX, 2001), descrita como

$$\boldsymbol{\kappa} = \boldsymbol{\kappa}_0 \cdot \exp\left[b(\phi - \phi_0)\right] \tag{2.18}$$

onde b é um parâmetro de ajuste que serve para regular a amplitude da influência da variação na porosidade do meio sobre a permeabilidade. A magnitude dos valores assumidos por este parâmetro se justifica pela maior ou menor densidade da rocha, visto que tal característica influencia na maneira como o índice de vazios varia (e, consequentemente, a porosidade também). Em geral valores elevados de b são empregados para rochas densas dada a pequena magnitude da variação da porosidade (SOUSA, 2004). Essa lei permite representar, de maneira aproximada, o comportamento hidromecânico de diversas classes de meios porosos, mediante a escolha do valor do parâmetro de ajuste.

Em rochas muito densas, de comportamento mecânico descrito por modelos elásticos, e para níveis baixos de solicitação mecânica, a amplitude da variação no tensor de permeabilidade intrínseca, dada pela relação de Kozeny–Carman (Equação (2.17)), pode ser pouco expressiva, como conseqüência da pequena variação na porosidade. No estudo qualitativo da resposta hidromecânica do modelo constitutivo, pode ser interessante avaliar o comportamento do maciço rochoso para diversas configurações de carregamento e condições físicas. No decorrer deste trabalho, a relação entre a permeabilidade intrínseca e o estado de tensão-deformação faz-se mediante uma função dependente da porosidade conforme a Equação (2.18), dada a possibilidade de um maior controle na amplitude de variação da permeabilidade pela adoção conveniente de valores para o parâmetro de ajuste presente nessa relação, justificando assim sua escolha, apesar da aceitação teórica da relação de Kozeny–Carman.

De acordo com a formulação matemática do problema hidromecânico, a determinação do estado de tensão em cada ponto do meio poroso possibilita a atualização do campo de deformação por meio da relação constitutiva característica do meio. Isso proporciona a determinação do campo de deslocamento correspondente (incógnita do problema mecânico) pela Equação (2.8). Por outro lado, a equação de conservação de massa da matriz porosa (Equação (2.13)) juntamente com as equações que caracterizam o acoplamento hidromecânico (Equação (2.17) ou (2.18)) se prestam para a atualização das respectivas variáveis de tal modo a se obter a distribuição da incógnita do problema hidráulico (pressão de líquido) através da Equação (2.14).

Capítulo

3 Modelo de Dano Isotrópico

3.1 - INTRODUÇÃO

Alguns materiais exibem um comportamento mecânico caracterizado por uma degradação na matriz sólida a níveis de tensões abaixo do limite de ruptura. Tal degradação pode ser determinada, durante o processo de análise constitutiva do material, através da perda de rigidez do meio em decorrência da evolução da variável de dano. Esse processo ocorre como conseqüência do desenvolvimento de microfissuras e microvazios na matriz porosa do geomaterial, enquanto esta continua a exibir um comportamento elástico (SELVADURAI & SHIRAZI, 2004). Evidências experimentais apontam que materiais tais como rochas graníticas, arenitos, argilitos, rochas calcáreas, concreto e outros tipos de geomateriais de comportamento frágil tendem a exibir redução na rigidez elástica induzida por carregamentos (KRAJCINOVIC & FONSEKA, 1981; SOULEY *et al.*, 2001; TANG *et al.*, 2002; KATZ & RECHES, 2003; JASON *et al.*, 2004; COOK (1965), BIENIAWSKI *et al.* (1967), PATERSON (1978), MARTIN & CHANDLER (1994), CHAU & WONG (1997) *apud* SELVADURARI & SHIRAZI (2004); HAMIEL *et al.*, 2006). O desenvolvimento de microfissuras e microvazios na estrutura porosa de um material tende a induzir a evolução da condutividade hidráulica do meio poroso saturado, sendo esse fato verificado por Souley *et al.* (2001), Tang *et al.* (2002) e Hamiel *et al.* (2006), em ensaios conduzidos em rochas graníticas. Outros trabalhos, realizados em diferentes materiais, também exibiram essa tendência (SHIPING *et al.* (1994), KIYAMA *et al.* (1996), COSTE *et al.* (2002) *apud* SELVADURAI & SHIRAZI (2004)).

Uma vez que o processo de danificação influencia de maneira significativa a resposta hidromecânica de geomateriais saturados, então a formulação matemática do modelo de dano, necessária à descrição do comportamento poroelástico do material, precisa englobar os seguintes aspectos:

- Análise do campo de tensões, fundamentada no Princípio das Tensões Efetivas de Terzaghi e na Teoria Poroelástica de Biot.
- Modelo característico do problema hidráulico para obtenção das características de fluxo;
- Leis constitutivas de acoplamento hidromecânico e relações características da evolução de variáveis do problema de fluxo com o estado de degradação das propriedades elásticas (problemática do dano).

No presente capítulo é definida a variável de dano necessária à descrição dos fenômenos relativos à degradação mecânica de materiais frágeis. Em seguida é exposto todo o desenvolvimento matemático necessário à implementação de um modelo de dano isotrópico elástico, formulado a partir dos princípios de energia de deformação e nas leis da Termodinâmica, com aplicação a problemas envolvendo meios porosos saturados. Além disso, são detalhados os ingredientes da implementação de tal modelo no código computacional CODE_BRIGHT.

3.2 - VARIÁVEL DE DANO

Um dos aspectos fundamentais na elaboração de um modelo de dano, a partir dos conceitos da Mecânica do Dano Contínuo, consiste na definição das variáveis necessárias à descrição do estado danificado, na análise do comportamento constitutivo do material que sofre o processo de degradação das propriedades elásticas e na formulação das equações que regem a evolução das variáveis de dano (CHABOCHE, 1988; MALENA, 2005).

3.2.1 - DEFINIÇÃO DA VARIÁVEL DE DANO

O dano em um material manifesta-se através do surgimento e evolução de microdefeitos tais como microfissuras, vazios, etc., de modo que estes interferem em sua resposta mecânica. Observações experimentais apontam que materiais nos quais predomina uma estrutura interna do tipo cristalina (materiais de natureza granular) são os mais susceptíveis ao dano, especialmente quando da presença de algum constituinte mais frágil no meio. Sendo o dano um processo caracteristicamente irreversível, conforme as observações macroscópicas confirmam, então uma possível justificativa do comportamento não linear de muitos meios sólidos encontra-se fundamentada na Mecânica do Dano. Alguns desses processos irreversíveis originam-se a partir de microdefeitos constituídos por inclusões ou mesmo vazios, que tendem a se constituir como pontos de concentração de tensões. Tais microdefeitos caracterizam o dano inicial do material (PROENÇA, 2001).

Uma vez constatado o processo de degradação do material como resultado da evolução de um campo de defeitos continuamente distribuídos, surge a necessidade de se escolher um conjunto de variáveis (variáveis internas de estado) que, eficientemente, permitam calcular o grau de degradação do meio. Tais variáveis são denominadas variáveis de dano.

Os microdefeitos que caracterizam um estágio de dano em um material não são capazes de resistir a tensões atuantes. O surgimento e evolução de tais defeitos acarretam a redução local da área resistente ao carregamento imposto (ver Figura 3.1) e a variável de dano pode ser definida em termos de área resistente da seção, como

$$d^{\vec{n}} = \frac{A_0^{\vec{n}} - A^{\vec{n}}}{A_0^{\vec{n}}} \tag{3.1}$$

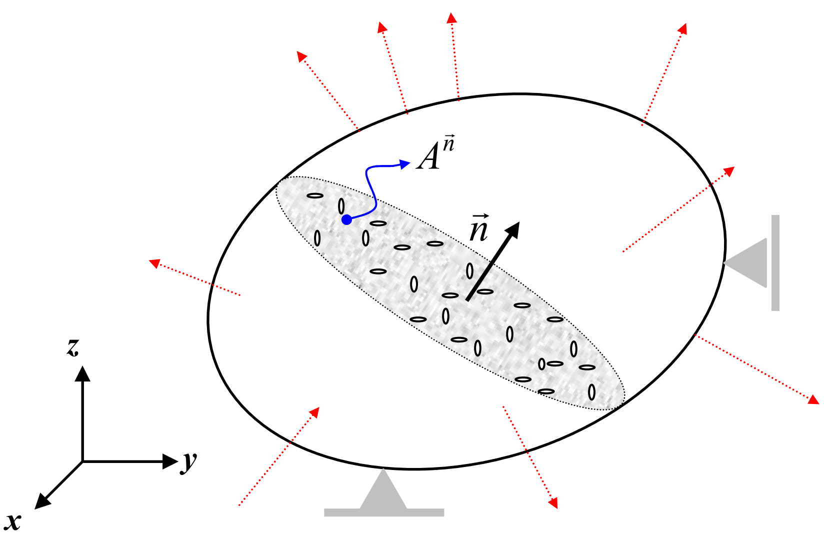


Figura 3.1 – Representação do processo de danificação em um material sob carregamento multiaxial.

sendo $A_0^{\vec{n}}$, $A^{\vec{n}}$, respectivamente, a área transversal resistente inicial (material virgem) e em um instante qualquer, normais a um dado vetor $\vec{n}$ enquanto que $d^{\vec{n}}$ é a variável de dano associada ao vetor $\vec{n}$. Dessa forma, a variável $d^{\vec{n}}$ representa a densidade efetiva dos microdefeitos. De acordo com a expressão acima, pode-se facilmente constatar que

$$0 \leq d^{\vec{n}} \leq 1 \tag{3.2}$$

uma vez que $d^{\vec{n}} = 0$ para o material virgem ($A^{\vec{n}} = A_0^{\vec{n}}$) e $d^{\vec{n}} = 1$ para o caso de dano total ($A^{\vec{n}} = 0$). A observação da Equação (3.1) permite constatar que, no mesmo ponto, a variável de dano pode assumir valores distintos dependendo da orientação definida pela normal $\vec{n}$. Essa característica indica a natureza intrinsecamente tensorial dessa variável, em conformidade com alguns estudos realizados posteriormente ao trabalho de Kachanov (1958), que, inicialmente, definiu a variável de dano como uma grandeza escalar (KRAJCINOVIC & FONSEKA, 1981; CHABOCHE, 1988; LEMAITRE, 1996; LEMAITRE & CHABOCHE, 1998). A observação experimental do comportamento mecânico dos materiais (geomateriais, metais, etc) sujeitos ao processo de danificação mostra que o colapso ocorre a um valor crítico da variável de dano, ou seja, $d_{ruptura}^{\vec{n}} = d_c^{\vec{n}}$, onde, em geral, $d_c^{\vec{n}} < 1$ (CHABOCHE, 1988; OLIVER, 2000; PRAT & GENS, 2003; SELVADURAI & SHIRAZI, 2004).

Quando os microdefeitos aparecem uniformemente distribuídos em todas as direções no interior do material o dano é dito isotrópico. Nestas condições, a variável de dano pode ser representada (em cada ponto do meio) por um escalar (JU, 1991; GUELLO, 2002; PRAT & GENS, 2003; FERNANDÉZ & AYALA, 2004). Observações experimentais mostraram ser a representação escalar para o dano mais apropriada para análises unidimensionais, dadas as restrições impostas pela natureza de tal representação, principalmente no que se refere à evolução das propriedades elásticas dos materiais (CHOW & WEI, 1999; ESKANDARI & NEMES, 1999; SELVADURAI & SHIRAZI, 2004). Por outro lado, a complexidade concernente à teoria de dano aumenta com a ordem do tensor representativo da variável de dano, tornando assim tal abordagem menos atrativa para alguns tipos de análises (MALENA, 2005).

3.2.2 – PRINCÍPIOS DE EQUIVALÊNCIA DA TEORIA DO DANO

No estudo dos modelos de dano é comum correlacionar o estado danificado de um corpo, caracterizado pelas variáveis ($\boldsymbol{\varepsilon}, \boldsymbol{\sigma}$) com o estado de um meio fictício corresponde ao mesmo corpo em uma condição virgem (sem dano), caracterizado pelas variáveis ($\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}, \tilde{\boldsymbol{\sigma}}$). Na Mecânica do Dano Contínuo, tal correlação faz-se mediante os princípios de equivalência, tais como o princípio de equivalência de deformação e o princípio de equivalência de tensão (MALENA, 2005).

3.2.2.1 – PRINCÍPIO DE EQUIVALÊNCIA DE DEFORMAÇÃO

O conceito de tensão efetiva do modelo de dano surge da impossibilidade de transferência de tensões apresentada pelo conjunto de microdefeitos do material (sujeito ao processo de degradação), conforme se mostra na Figura 3.2. Da condição de equilíbrio imposta tanto ao meio íntegro (antes de qualquer indício de danificação) quanto ao meio danificado, para um determinado estado de tensão uniaxial, tem-se

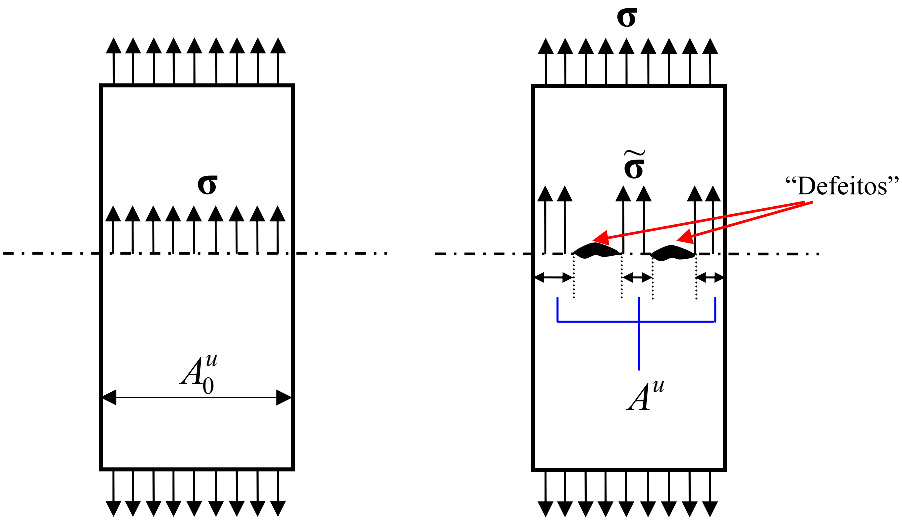


Figura 3.2 – Interpretação física do dano e conceito de tensão efetiva (carregamento uniaxial).

$$\sigma \cdot A_0^u = \tilde{\sigma} \cdot A^u \tag{3.3}$$

sendo $\tilde{\sigma}$ a tensão efetiva atuando na seção resistente (não degradada) do material. Da expressão anterior, obtém-se

$$\tilde{\sigma} = \sigma \cdot \frac{A_0^u}{A^u} \tag{3.4}$$

Da definição da variável de dano (Equação (3.1)), tem-se, para o caso de solicitação uniaxial

$$\frac{A^u}{A_0^u} = 1 - d^u \tag{3.5}$$

onde d^u representa o valor do dano na seção transversal ao carregamento (uniaxial). Desse modo, é possível obter a relação

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - d^u} \tag{3.6}$$

O surgimento e evolução das descontinuidades físicas no meio implicam na redução da área resistente, o que conduz a um valor para a tensão efetiva, em meio danificado, comparativamente superior ao da tensão nominal. A análise da Equação (3.6) conduz às seguintes conclusões:

$\tilde{\sigma} = \sigma$ para material localmente íntegro;
$\tilde{\sigma} \rightarrow \infty$ para material totalmente danificado localmente.

De um modo geral, o tensor de tensões efetivas do modelo de dano ($\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$) pode ser expresso a partir do tensor de tensões de Cauchy ($\boldsymbol{\sigma}$) como

$$\widetilde{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{M}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\sigma} = (\mathbf{II} - \mathbf{D})^{-1} : \boldsymbol{\sigma} \tag{3.7}$$

onde $\mathbf{M}(\mathbf{D})$ é a variável que incorpora o efeito do dano e $\mathbf{II}$ é o tensor identidade de quarta ordem. Na equação acima $\mathbf{D}$, um tensor de quarta ordem, representa a variável de dano. Apesar da capacidade de maior armazenamento de informações e da representatividade física concernentes a uma grandeza dada por tensores de ordens superiores, a dificuldade de identificação de todos os parâmetros exigidos por tal representação aliada à complexidade matemática acabam, muitas vezes, por inviabilizar tal abordagem (CHOW & WEI, 1999; ESKANDARI & NEMES, 1999).

Em decorrência da simetria, o tensor de tensões pode ser representado por meio de um vetor com seis componentes. Desse modo, as variáveis $\mathbf{D}$ e $\mathbf{M}(\mathbf{D})$ reduzem-se a matrizes quadradas com 36 componentes. No caso de se admitir isotropia na variável de dano, recai-se na abordagem escalar para representação do grau de deterioração local das características elásticas. Assim, tem-se que

$$\mathbf{M}(\mathbf{D}) = \frac{1}{1-d}\mathbf{I} \tag{3.8}$$

$$\widetilde{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{1-d}\boldsymbol{\sigma} \tag{3.9}$$

onde $\mathbf{I}$ é a matriz identidade 6x6 e d é um escalar representando o dano local.

O princípio de equivalência de deformações pode ser enunciado como: “A deformação associada a um estado de dano sob uma tensão aplicada $\boldsymbol{\sigma}$ é equivalente ao estado de deformação associado a uma condição virgem (sem dano) sob uma tensão efetiva $\widetilde{\boldsymbol{\sigma}}$” (LEMAITRE, 1996; MALENA, 2005). No caso de se admitir um modelo de dano isotrópico, esse princípio se traduz como

$$\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}(\tilde{\boldsymbol{\sigma}},0) = \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\sigma},d) \qquad\qquad \tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{1-d} \tag{3.10}$$

A Figura 3.3 se presta a esquematizar tal princípio. Em outras palavras, $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$ é o tensor de tensão que deveria ser aplicado ao material virgem de maneira a causar o mesmo efeito, em termos de deformação, que o observado no material que sofre o processo de danificação, sujeito ao estado de tensão caracterizado pelo tensor $\boldsymbol{\sigma}$.

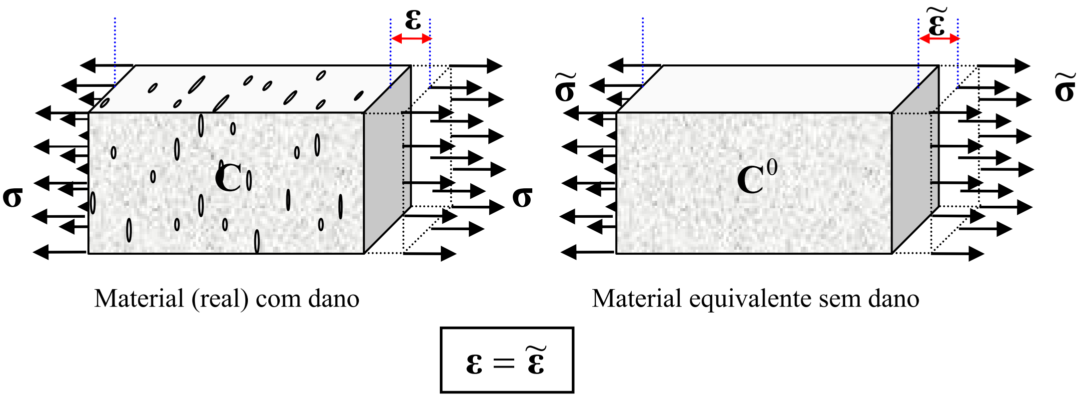


Figura 3.3 – Esquema representativo do princípio de equivalência de deformações.

No caso de se ter um carregamento uniaxial e, adotando um modelo de dano isotrópico, se ε representa o estado de deformação de um meio real, danificado localmente, e $\tilde{\varepsilon}$ o estado deformacional para o meio equivalente (sem dano) tem-se

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E^d} \qquad \text{e} \qquad \tilde{\varepsilon} = \frac{\tilde{\sigma}}{E^0} \tag{3.11}$$

onde E^d e E^0 representam, respectivamente, o módulo de Young para as configurações com e sem dano material.

Pelo princípio de equivalência enunciado anteriormente ($\varepsilon = \tilde{\varepsilon}$) e utilizando a Equação (3.6), após manipulações meramente algébricas, obtém-se que

$$E^d = (1 - d) \cdot E^0 \tag{3.12}$$

donde se constata que a variável de dano implica em uma perda de rigidez do material (ver Figura 3.4).

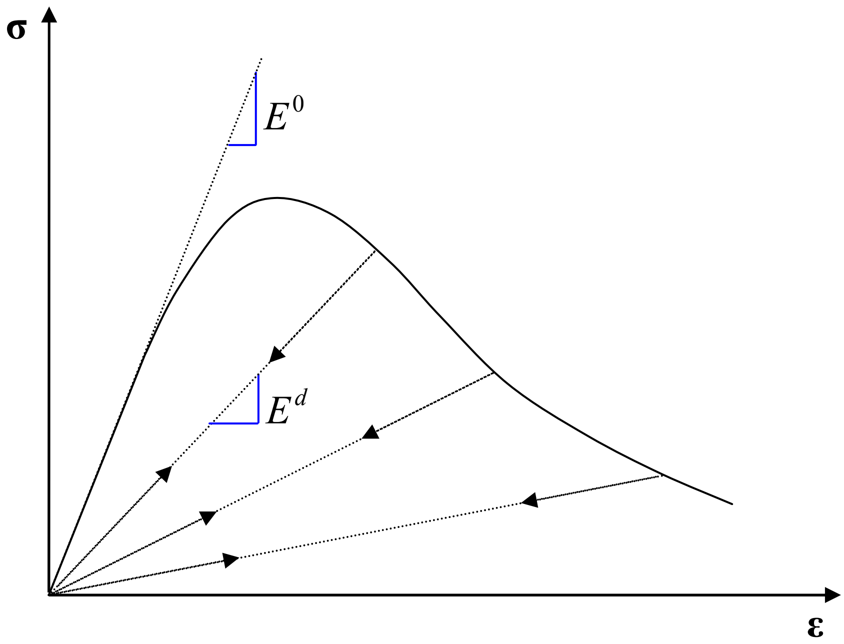


Figura 3.4 – Conseqüência física da evolução do dano em um material (redução do módulo elástico).

Cabe ressaltar que a avaliação do grau de dano em um material susceptível a tal processo consiste em quantificar os defeitos irreversíveis encontrados em sua estrutura interna (PRAT & GENS, 2003). Uma das dificuldades em se avaliar a danificação de um material reside na impraticabilidade de se aferir de maneira direta (e não destrutiva) tal variável. Entretanto é possível avaliá-la de maneira indireta a partir da degradação de propriedades elásticas do material. Uma das metodologias usualmente empregadas para tal intento deriva-se diretamente da Equação (3.12) e pode ser expressa como

$$d = 1 - \frac{E^d}{E^0} \tag{3.13}$$

O modelo de dano adotado neste trabalho é baseado no princípio de equivalência de deformação.

3.2.2.2 – PRINCÍPIO DE EQUIVALÊNCIA DE TENSÃO

A hipótese de equivalência de tensão, por sua vez, estabelece que: "O estado de tensão de um material com dano é obtido da lei de comportamento do material íntegro onde o tensor de deformações $\boldsymbol{\varepsilon}$ é substituído pelo tensor de deformação equivalente $\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}$" (MALENA, 2005).

Dessa forma, as variáveis efetivas, para o caso isotrópico, são definidas como

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}(\tilde{\boldsymbol{\varepsilon}},0) = \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon},d) \qquad \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = (1-d)\boldsymbol{\varepsilon} \tag{3.14}$$

de modo a se ter, em uma configuração de carga uniaxial,

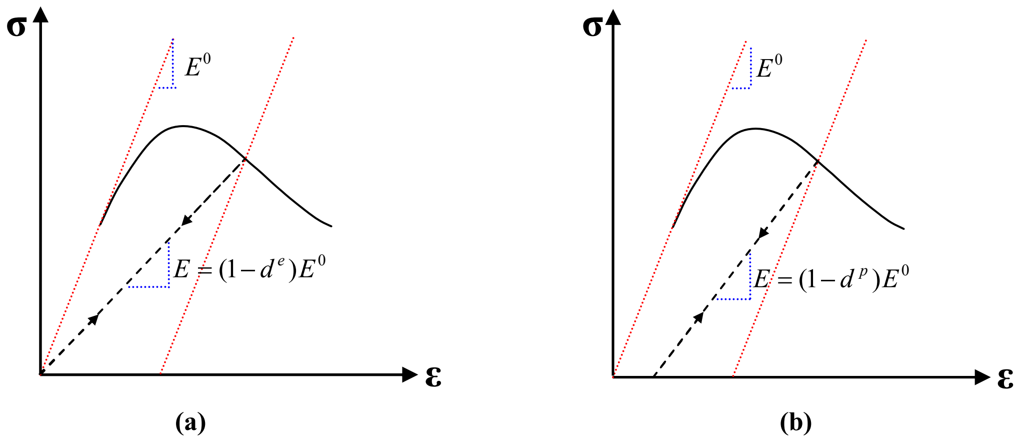
$$\sigma = E^{d}\varepsilon \quad \text{e} \quad \tilde{\sigma} = E^{0}\tilde{\varepsilon} \tag{3.15}$$

A partir da hipótese de equivalência de tensão ($\tilde{\sigma} = \sigma$), obtém-se, obviamente, a mesma expressão dada pela Equação (3.13) para avaliar, de forma indireta, o grau de danificação do material em termos do módulo de elasticidade a cada instante.

Einav *et al.* (2007) mencionam que, apesar da hipótese de equivalência de deformações ser mais utilizada na formulação matemática de modelos de dano, a hipótese de equivalência de tensões combina-se naturalmente a modelos de plasticidade, uma vez que ambos são formulados no espaço das tensões. Além disso, para problemas envolvendo materiais elásticos lineares tais hipóteses se mostram equivalentes, ou seja, descrevem de forma idêntica a resposta constitutiva do meio em decorrência do dano.

3.3 - MODELO ELÁSTICO DE DANO

Cabe ressaltar que a resposta global de um material que sofre o processo de danificação pode se manter dentro dos limites do regime elástico, porém a evolução da variável de dano influencia diretamente as propriedades elásticas de tal meio. Nessas condições o processo de dano é dito elástico. Por outro lado, se o processo de danificação leva à formação e ao crescimento de microfissuras, o material pode vir a sofrer deformações permanentes e o estudo do comportamento mecânico do meio se baseia nas teorias concernentes a um modelo de dano acoplado à plasticidade (LEMAITRE, 1996; PROENÇA, 2001). Vale lembrar que, embora os efeitos do dano e das deformações plásticas sejam caracterizados por sua natureza irreversível, tais processos são fenomenologicamente distintos. As deformações plásticas são definidas como um rearranjo irreversível da microestrutura do material sem que haja perda das propriedades elásticas do meio (LEMAITRE, 1996; MALENA, 2005), enquanto que a evolução do processo de danificação ocasiona um decréscimo na rigidez do material (degradação das características elásticas). Alguns trabalhos tais como os desenvolvidos por Faria & Oliver (1993), Alvarado *et al.* (2003), Jason *et al.* (2004), Einav *et al.* (2007) apresentam a formulação matemática para modelos de dano e plasticidade. O escopo do presente trabalho limita-se ao estudo de problemas geomecânicos regidos por modelos elásticos com susceptibilidade à evolução do dano durante as etapas de carregamento, embora o comportamento de geomateriais que sofrem processo de danificação, tais como rochas, possa ser descrito de maneira mais realista através de modelos de dano com resposta constitutiva elastoplástica (Figura 3.5(b)). A abordagem de modelos de degradação mecânica com acoplamento elástico apresenta, no entanto, limitações com respeito à sua utilização. A mais visível delas relaciona-se à impossibilidade em se capturar as feições concernentes à irreversibilidade no campo de deformações, fato comumente observado na resposta constitutiva de muitos materiais quando submetidos a certos níveis de carregamento. Uma outra restrição, que pode ser vista como uma conseqüência da primeira, diz respeito à possibilidade de se superestimar o valor do dano (JASON *et al.*, 2004) em comparação com resultados observados experimentalmente (ver Figura 3.5).



$$d^e > d^p$$

Figura 3.5 – **(a)** Comportamento constitutivo descrito por um modelo de dano elástico; **(b)** resposta constitutiva de um modelo de dano e plasticidade.

Em alguns tipos de rochas é possível observar, experimentalmente, variações (geralmente na forma de acréscimos) no coeficiente de Biot-Willis (parâmetro característico do acoplamento do problema mecânico e de fluxo) durante a evolução de processos de danificação. Nestes casos, esse parâmetro pode ser representado como um tensor que se mostre coerente ao modelo de dano (anisotrópico) adotado (CONIL *et al.*, 2004). Esse tipo de abordagem está além dos objetivos aqui propostos (problema de danificação em geomateriais cujo comportamento é descrito por modelos poroelásticos com degradação das propriedades elásticas do meio poroso). Desse modo admite-se que o coeficiente de Biot-Willis não sofra nenhuma influência devido ao processo de danificação do material.

3.3.1 - ENERGIA LIVRE E RELAÇÃO CONSTITUTIVA DO MODELO DE DANO

Para estabelecer uma lei constitutiva particular, rigorosamente fundamentada na termodinâmica, um potencial de energia livre (potencial de estado) deve ser introduzido, onde as variáveis observáveis (controladas externamente) e internas (responsáveis pelas mudanças internas do material) devem ser representadas (LUBLINER (1972) *apud* FARIA & OLIVER (1993)). Este potencial caracteriza o estado termodinâmico local, de tal forma que configurações de equilíbrio distintas terão diferentes valores para o potencial de energia livre.

A Mecânica do Dano Contínuo, por sua vez, é baseada na termodinâmica de processos irreversíveis e na teoria de variáveis internas de estado. Sendo assim, além da definição de potencial de estado, faz-se necessária a introdução de um potencial de dissipação com vistas a caracterizar a lei cinemática de evolução do fenômeno de dano (VOYIADJIS & ZOLOCHEVSKY, 2000; MALENA, 2005).

3.3.1.1 - ENERGIA POTENCIAL LIVRE DE HELMHOLTZ E POTENCIAL DE DISSIPAÇÃO

O potencial de energia livre pode ser caracterizado através da densidade de energia livre de Helmholtz, cuja expressão, para o modelo elástico com dano isotrópico, é definida como

$$\psi(\boldsymbol{\varepsilon}, d) = [1 - d(r)]\psi^{0} \tag{3.16}$$

A entidade ψ^{0} é a energia livre elástica, d é a variável de dano e r é uma variável interna que responde pela evolução do processo de danificação. Para o caso de pequenas deformações, a energia livre pode ser caracterizada como uma função do estado de deformação

$$\psi^{0} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\varepsilon} : \mathbf{C}^{0} : \boldsymbol{\varepsilon} \tag{3.17}$$

em que $\mathbf{C}^{0}$ representa o tensor constitutivo elástico do material virgem, definido como

$$\mathbf{C}^{0} = \lambda \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} + 2\mu \mathbf{II} \tag{3.18}$$

sendo λ e μ as constantes de Lamé, que se relacionam com os parâmetros mecânicos do material (E , G , K , ν) de acordo com as expressões seguintes

$$
\begin{aligned}
\lambda &= \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} = K - \frac{2}{3}G \\
\mu = G &= \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{3K(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \\
K &= \frac{E}{3(1-2\nu)}
\end{aligned}
\tag{3.19}
$$

Visto que $\mathbf{C}^0$ é um tensor positivo definido, tem-se que

$$\psi^0 \geq 0 \tag{3.20}$$

Como $0 \leq d \leq 1$, conclui-se que

$$\psi = (1-d)\psi^0 \geq 0 \tag{3.21}$$

Durante qualquer processo de carregamento a dissipação de energia é sempre positiva, o que implica em um aumento na entropia do sistema, caracterizando assim um processo irreversível, conforme estabelecido pelo Segundo Princípio da Termodinâmica (FARIA & OLIVER, 1993; OLLER, 2001; PRAT & GENS, 2003). O fenômeno de degradação local das propriedades elásticas de um material cumpre tais exigências. Desse modo, a inequação de Clausius – Duhem pode ser tida como a expressão matemática capaz de representar tal condição (FARIA & OLIVER, 1993; MALENA, 2005). No caso de deformações infinitesimais, tal inequação é expressa como:

$$\dot{\gamma} = -\dot{\psi} + \boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \geq 0 \tag{3.22}$$

sendo $\dot{\gamma}$ a taxa de dissipação de energia em decorrência do processo de danificação.

De acordo com as Equações (3.16) e (3.17)

$$\dot{\psi} = \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \frac{\partial \psi}{\partial d}\dot{d} \tag{3.23}$$

Substituindo (3.23) em (3.22) e sabendo que

$$-\frac{\partial \psi}{\partial d} = \psi^{0} \tag{3.24}$$

é possível obter a seguinte expressão para a dissipação de energia

$$\dot{\gamma} = \left(\boldsymbol{\sigma} - \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}\right) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \psi^{0}\dot{d} \geq 0 \tag{3.25}$$

A Equação (3.25) deve ser cumprida quaisquer que sejam as variações temporais na variável livre $\boldsymbol{\varepsilon}$. Em conseqüência disso, o multiplicador $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ deve ser nulo, o que acarreta em

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \tag{3.26}$$

que é a relação de Coleman (FARIA & OLIVER, 1993; CHAVES & ALVARADO, 1999; OLLER, 2001), essencial para a avaliação da lei constitutiva.

Para um modelo mecânico elástico, a equação de dissipação reduz-se a

$$\dot{\gamma} = \psi^0 \dot{d} \tag{3.27}$$

Como ψ^0 é uma grandeza não negativa conclui-se que $\dot{d} \geq 0$ para que o processo seja consistente do ponto de vista termodinâmico ($\dot{\gamma} \geq 0$). Lembrando da definição da variável de dano, tem-se que a redução progressiva de área resistente ao carregamento imposto (em decorrência do crescimento da área dos microdefeitos) ocasiona um crescimento contínuo do dano (MALENA, 2005). Tal observação reforça ainda mais a natureza irreversível do processo de danificação, visto que a variável interna de dano não sofre decréscimos em seu valor, mesmo em condições de descarregamento.

É possível também expressar o potencial termodinâmico como uma função do estado de tensão (energia livre de Gibbs). Neste caso, o critério de danificação é postulado de modo que as variáveis acionantes do processo de dano são funções das tensões. Por outro lado, a escolha de um potencial dependente das deformações mostra-se bastante atrativo uma vez que as variáveis de deformação são geralmente adotadas como variáveis observáveis na formulação matemática dos modelos constitutivos (MALENA, 2005).

3.3.1.2 - EQUAÇÃO CONSTITUTIVA DO MODELO DE DANO ISOTRÓPICO

A Equação (3.26) define a relação constitutiva necessária para a completa caracterização do modelo matemático representativo do comportamento físico do meio em estudo. Baseado nos conceitos e expressões dados anteriormente, a equação constitutiva para o modelo de dano isotrópico em meio elástico pode ser estabelecida da seguinte forma

$$\boldsymbol{\sigma} = (1-d)\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = (1-d)\frac{\partial \psi^0}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = (1-d)\mathbf{C}^0 : \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{C}^d : \boldsymbol{\varepsilon} \tag{3.28}$$

A equação anterior pode ser interpretada como uma soma de uma parcela elástica e uma outra, de características inelásticas (CHAVES & ALVARADO, 1999; OLLER, 2001)

$$\boldsymbol{\sigma} = (1-d)\mathbf{C}^0 : \boldsymbol{\varepsilon} = \underbrace{\mathbf{C}^0 : \boldsymbol{\varepsilon}}_{\text{Parcela elástica}} - \underbrace{d \cdot \mathbf{C}^0 : \boldsymbol{\varepsilon}}_{\text{Parcela inelástica}} = \boldsymbol{\sigma}^0 - \boldsymbol{\sigma}^d \tag{3.29}$$

O tensor constitutivo secante do modelo de dano isotrópico ($\mathbf{C}^d$) é definido, conforme a Equação (3.28), como

$$\mathbf{C}^d = (1-d)\mathbf{C}^0 \tag{3.30}$$

Como conseqüência, a Equação (3.30) implica em uma redução proporcional a $(1-d)$ nas características elásticas do material, ou seja

$$\lambda = (1-d)\lambda^0 \quad \text{e} \quad \mu = (1-d)\mu^0 \tag{3.31}$$

A partir das Equações (3.19) é possível expressar o efeito do dano em termos de parâmetros mecânicos mais conhecidos

$$K^d = (1-d)K^0 \quad \text{e} \quad G^d = (1-d)G^0 \tag{3.32}$$

com K^0 e G^0 representando os parâmetros mecânicos (módulo volumétrico e de cisalhamento) empregados no modelo numa condição de dano nulo. Portanto, a Equação (3.30) evidencia que o coeficiente de Poisson não varia com a evolução da danificação do material. Tal conclusão contrasta com observações experimentais realizadas em geomateriais, tais como concreto e rochas submetidas a compressão (KRAJCINOVIC & FONSEKA, 1981; CHOW & WEI, 1999; ESKANDARI & NEMES, 1999). Isso pode ser visto como uma conseqüência da natureza linear da Equação (3.30) (JU, 1991; ESKANDARI & NEMES, 1999), decorrente da metodologia baseada na hipótese de equivalência de deformações e do conceito de tensão efetiva do modelo de dano na quantificação do potencial termodinâmico.

3.3.2 - FUNÇÃO DE DANO E SUPERFÍCIE DE DANIFICAÇÃO

No espaço das tensões a superfície de dano é definida a partir de uma função escalar das tensões que visa estabelecer a região a qual pertencem as diversas combinações de tensões, distinguindo quais apresentam comportamento elástico sem dano e quais apresentam o processo de degradação das propriedades mecânicas do meio (OLIVER, 2000). A expressão geral da superfície de dano, em tal espaço, pode ser escrita como

$$f(\boldsymbol{\sigma}, q) = \tau_\sigma - q = 0 \tag{3.33}$$

onde a variável interna q representa os parâmetros que controlam o tamanho da superfície (parâmetros de evolução) e τ_σ uma norma (escalar positivo), no espaço das tensões, relacionada ao respectivo estado tensional do meio em cada ponto. Esse escalar é definido como

$$\tau_\sigma = \sqrt{\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{M}^* : \boldsymbol{\sigma}} \tag{3.34}$$

sendo $\mathbf{M}^*$ um tensor positivo definido (de quarta ordem), que neste contexto, será adotado como $\mathbf{M}^* = \left[\mathbf{C}^0\right]^{-1}$, onde $\left[\mathbf{C}^0\right]^{-1}$ é o tensor inverso do tensor constitutivo elástico $\mathbf{C}^0$. A função que define tal superfície ($f(\boldsymbol{\sigma}, q)$) é conhecida como a função de dano no espaço das tensões.

No espaço das deformações, uma função de dano equivalente a $f(\boldsymbol{\sigma}, q)$ pode ser definida em termos da variável interna r (variável de história). Tal função é expressa como

$$g(\boldsymbol{\varepsilon}, r) = \tau_\varepsilon - r \tag{3.35}$$

onde τ_ε é uma norma do tensor de deformação, sendo neste trabalho definida por

$$\tau_{\varepsilon} = \sqrt{\boldsymbol{\varepsilon} : \mathbf{C}^{0} : \boldsymbol{\varepsilon}} \tag{3.36}$$

de forma que

$$\tau_{\sigma} = (1-d)\tau_{\varepsilon} \tag{3.37}$$

Lembrando a definição de energia livre (Equação (3.17)), tem-se

$$\tau_{\sigma} = (1-d)\sqrt{2\psi^{0}} \tag{3.38}$$

onde ψ^{0} é a energia livre do modelo elástico linear.

Desse modo a equação da superfície de dano tanto no espaço das tensões quanto no das deformações, é definida, respectivamente por

$$f(\boldsymbol{\sigma}, q) = 0 \qquad \text{e} \qquad g(\boldsymbol{\varepsilon}, r) = 0 \tag{3.39}$$

Os pontos encerrados pela superfície de dano caracterizam o que se entende por domínio elástico. Em termos matemáticos, o domínio elástico pode ser expresso como

$$E_{\sigma} = \{\boldsymbol{\sigma} \in \Im; f(\boldsymbol{\sigma}, q) < 0\} \text{, para um valor fixo } q \text{ (espaço das tensões)} \tag{3.40}$$

ou

$$E_{\varepsilon} = \{\boldsymbol{\varepsilon} \in \Im; g(\boldsymbol{\varepsilon}, r) < 0\} \text{, para um valor fixo } r \text{ (espaço das deformações)} \tag{3.41}$$

As variáveis internas q e r, necessárias à avaliação do grau de deterioração local das características mecânicas, podem ser correlacionadas matematicamente de tal forma a se ter $q = q(r)$. Para o modelo de degradação mecânica desenvolvido neste trabalho, a variável de dano isotrópico (d) é avaliada mediante a evolução dos parâmetros de história q e r segundo a expressão (CHAVES & ALVARADO, 1999; OLIVER, 2000; ALVARADO *et al.*, 2003; OLIVER *et al.*, 2003)

$$d(r) = 1 - \frac{q(r)}{r} \tag{3.42}$$

o que conduz a

$$q = (1 - d)r \tag{3.43}$$

No espaço das tensões, a admissibilidade de qualquer estado tensional está sujeito à condição

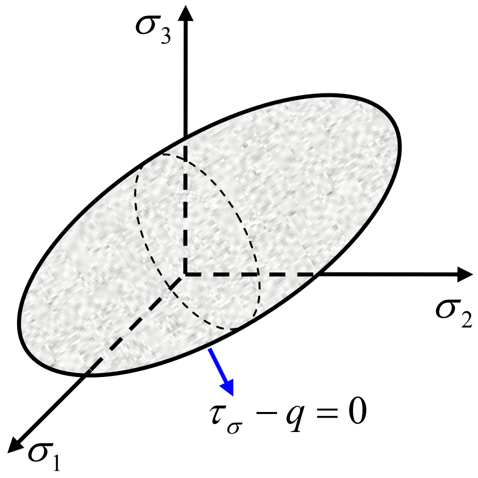
$$f(\boldsymbol{\sigma}, q) = \tau_\sigma - q \leq 0 \tag{3.44}$$

Substituindo as Equações (3.37) e (3.43) em (3.44), obtém-se

$$\underbrace{\tau_\sigma - q}_{f(\boldsymbol{\sigma},q)} \leq 0 \Leftrightarrow (1-d)\tau_\varepsilon - (1-d)r \leq 0 \Leftrightarrow \underbrace{\tau_\varepsilon - r}_{g(\boldsymbol{\varepsilon},r)} \leq 0 \tag{3.45}$$

A partir das relações expressas em (3.44) e (3.35) pode-se concluir que se um estado de tensões pertence ao seu respectivo domínio elástico, então o estado de deformações correspondente pertence ao domínio elástico no espaço das deformações. Tal conclusão vem facilitar a implementação algorítmica do modelo de dano empregado neste trabalho, dado que a variável interna que contabiliza o grau de degradação mecânica do material é avaliada a partir do estado de deformação (variável observável do modelo).

De acordo com as Equações (3.39), o critério de dano, tanto no espaço das tensões quanto no das deformações principais, gera uma superfície de dano com a forma de um elipsóide centrado na origem de tais espaços (ALVARADO *et al.*, 2003; CHAVES & ALVARADO, 1999) e, conforme explicitado anteriormente, tais superfícies encerram domínios elásticos equivalentes (ver Figura 3.6).



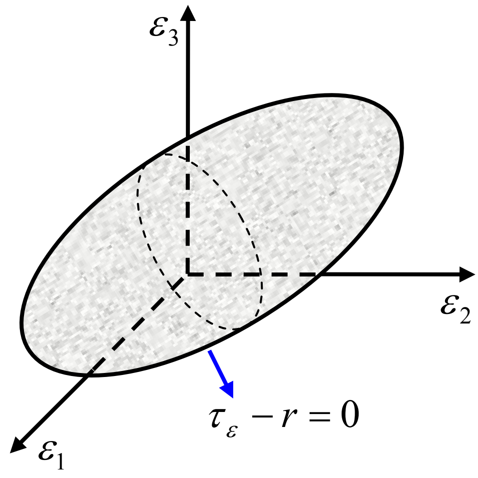


Figura 3.6 – Domínio elástico e superfície de dano: **(a)** no espaço das tensões principais; **(b)** no espaço das deformações principais.

Em resumo, dada uma configuração caracterizada pelas variáveis de estado ($\boldsymbol{\sigma}^*, \boldsymbol{\varepsilon}^*$) e pelas correspondentes variáveis internas (q^*, r^*), então, no espaço das tensões/deformações, pode-se ter uma das três condições:

- $f(\boldsymbol{\sigma}^*, q^*) < 0$ ou $g(\boldsymbol{\varepsilon}^*, r^*) < 0 \rightarrow$ comportamento elástico sem evolução da variável de dano;
- $f(\boldsymbol{\sigma}^*, q^*) = 0$ ou $g(\boldsymbol{\varepsilon}^*, r^*) = 0$ e $\dot{f} = 0$ ou $\dot{g} = 0 \rightarrow$ comportamento inelástico com possível evolução do dano (para $\dot{r} > 0$);
- $f(\boldsymbol{\sigma}^*, q^*) > 0$ ou $g(\boldsymbol{\varepsilon}^*, r^*) > 0 \rightarrow$ estado inadmissível.

3.3.3 - CONDIÇÕES DE CARGA – DESCARGA

O critério de dano inicial pode ser estabelecido, no espaço das deformações, através da expressão

$$g^0(\boldsymbol{\varepsilon}, r_0) = \tau_\varepsilon - r_0 \leq 0 \tag{3.46}$$

onde o parâmetro r_0 controla a inicialização do processo de danificação no material. Quando se alcança a superfície de dano pela primeira vez, tem-se que $\tau_\varepsilon = r_0$. Nessas condições o material ainda não apresenta quaisquer indícios de danificação e da Equação (3.37) conclui-se que $\tau_\varepsilon = \tau_\sigma$. Diante do que foi exposto, o parâmetro r_0 pode ser determinado a partir da Equação (3.34), quando aplicada a ensaios uniaxiais simples (ver Figura 3.7), de forma a se obter a seguinte identidade

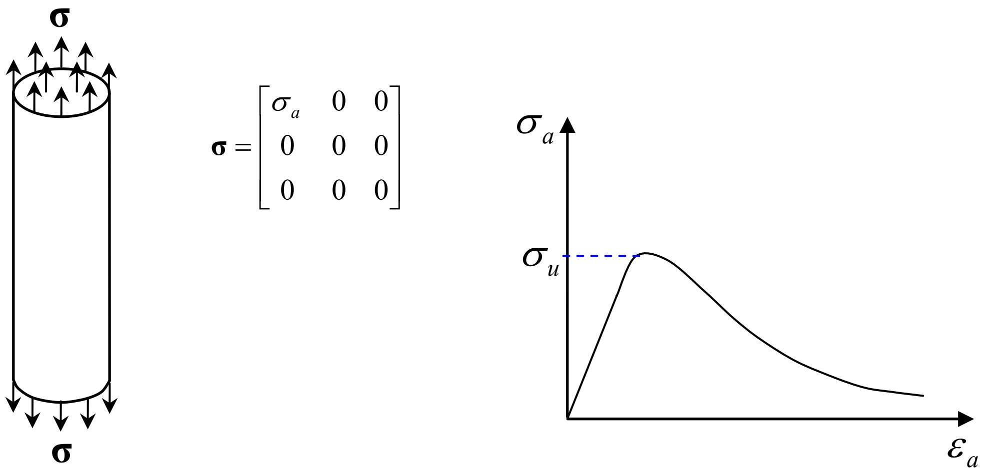


Figura 3.7 – Representação esquemática de um ensaio uniaxial (tração/compressão simples) e definição da tensão de inicialização do dano.

$$\underbrace{\sqrt{\sigma_u \cdot \frac{1}{E^0} \cdot \sigma_u}}_{\tau_\sigma = \tau_\varepsilon} = r_0 \tag{3.47}$$

que permite avaliá-lo em termos das características mecânicas do material, segundo a expressão

$$r_0 = \frac{\sigma_u}{\sqrt{E^0}} \tag{3.48}$$

onde σ_u é a tensão característica do início da danificação do material, obtida de ensaios de compressão/tração simples.

Para um estágio qualquer do problema de dano isotrópico em meio elástico, o critério de danificação pode ser definido em termos da variável interna r (que controla o seu tamanho) como

$$g(\boldsymbol{\varepsilon}, r) = \tau_\varepsilon - r \leq 0 \tag{3.49}$$

A lei de evolução da degradação mecânica local pode ser estabelecida a partir de considerações micro-mecânicas ou determinada experimentalmente (SELVADURAI & SHIRAZI, 2004). A cinemática da variável de dano pode ser expressa por meio da seguinte equação

$$\dot{d} = \lambda^* \cdot \frac{\partial g(\boldsymbol{\varepsilon}, r)}{\partial r} \tag{3.50}$$

onde

$$\lambda^* = \dot{r} \tag{3.51}$$

sendo λ^* um parâmetro de consistência (multiplicador do modelo de dano), utilizado para definir as condições de carregamento e descarregamento através das relações de Kuhn –

Tucker (FARIA & OLIVER, 1993; OLLER, 2001; OLIVER *et al.*, 2003; FERNANDÉZ & AYALA, 2004; JASON *et al.*, 2004), expressas por

$$g \leq 0 \qquad \lambda^{*} \geq 0 \qquad \lambda^{*} \cdot g = 0 \tag{3.52}$$

O parâmetro λ^{*} pode ser determinado a partir da condição de consistência do dano (FARIA & OLIVER, 1993; MALENA, 2005) dada como

$$\dot{g} = \dot{\tau}_{\varepsilon} - \dot{r} = 0 \Rightarrow \dot{\tau}_{\varepsilon} = \dot{r} = \lambda^{*} \tag{3.53}$$

de modo a confirmar a identidade mostrada pela Equação (3.51). A correta interpretação das relações anteriormente descritas conduz às seguintes conclusões:

- $g < 0$ estabelece que a variável de dano não evolui ($\dot{d} = 0$). Tal fato é claramente expresso por meio da relação (3.52), que, em tais condições, conduz a $\lambda^{*} = \dot{r} = 0$.

- Quando $\lambda^{*} > 0$ o processo de danificação evolui ($\dot{d} > 0$). Nesta situação, $\lambda^{*} g = 0$ determina que $g = 0$ (estado de tensão/deformação encontra-se na fronteira do respectivo domínio elástico).

As relações de Kuhn – Tucker (Equações (3.52)) e a condição de consistência ($\dot{g} = 0$) permitem a atualização da variável interna do modelo de dano isotrópico, r. Constata-se que essa variável cresce durante os processos de carregamento inelástico e se mantém constante durante os processos de descarregamento, sem haver decréscimo em seu valor (ALVARADO *et al.*, 2003; FERNANDÉZ & AYALA, 2004). Assim, a expressão para a variável r, em um dado instante t pode ser computada como

$$r_{t} = \max\{r_{0}, \tau_{\varepsilon}(s)\} \quad \forall s, 0 \leq s \leq t \tag{3.54}$$

sendo $\tau_\varepsilon(s)$ o maior valor assumido por τ_ε durante a história de carregamento. Uma interpretação gráfica da relação expressa acima pode ser vista na Figura 3.8.

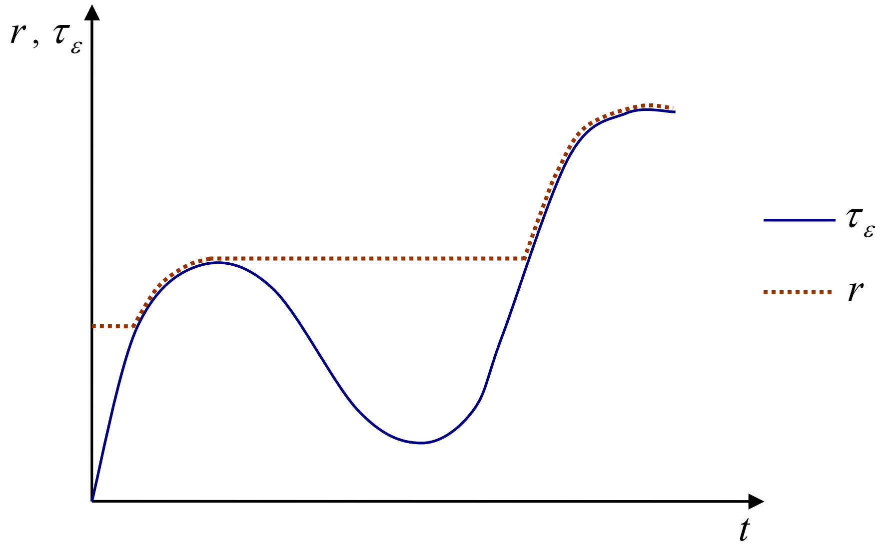


Figura 3.8 – Esquema representativo da evolução das variáveis internas do modelo de dano (*apud* Alvarado *et al.*, 2003).

Os argumentos expostos até o presente momento se prestam para a formulação da condição de complementaridade do modelo matemático de dano

$$\dot{g} \cdot \lambda^* = 0 \tag{3.55}$$

Com tal relação é possível descrever matematicamente as seguintes configurações de carregamento:

- Descarga elástica a partir da superfície de dano, caracterizada pela condição $\dot{g} < 0$. A partir das relações expressas em (3.55) e (3.53) conclui-se que $\lambda^* = \dot{r} = 0$, o que significa que o processo de danificação não evolui.

- Carregamento inelástico, caracterizado por uma evolução da superfície de degradação, ou seja, $\dot{g} = 0$ e $\dot{r} > 0 \Rightarrow \lambda^* > 0$.

- Carregamento neutro sem haver evolução da variável de dano e, consequentemente, sem variação da superfície de dano durante o processo de carga, onde $\dot{g} = 0$ e $\dot{r} = \lambda^* = 0$.

Vale salientar que a condição de complementaridade (Equação (3.55)) é satisfeita para qualquer estado de deformação do domínio elástico.

Seja G uma função escalar definida (convenientemente) no espaço das deformações a partir de observações experimentais (FARIA & OLIVER, 1993; LABADI & HANNACHI, 2005) e que caracteriza um potencial de danificação. Uma possível expressão para essa função potencial pode ser estabelecida por meio da Equação (3.42) de modo a se ter

$$G(r) = d(r) = 1 - \frac{q(r)}{r} \tag{3.56}$$

Sendo assim, a partir da Equação (3.56) e das considerações teóricas concernentes ao modelo matemático estabelecido neste trabalho, a lei de evolução da variável de dano pode ser posta como

$$\dot{d} = \begin{cases} 0 & \text{se } g < 0 \\ \dfrac{\partial G(r)}{\partial r}\dot{r} & \text{se } g = 0 \text{ e } \dot{g} = 0 \end{cases} \tag{3.57}$$

A Figura 3.9 esquematiza tais condições bem como o significado físico das mesmas, em termos do comportamento constitutivo do meio que sofre o processo de danificação.

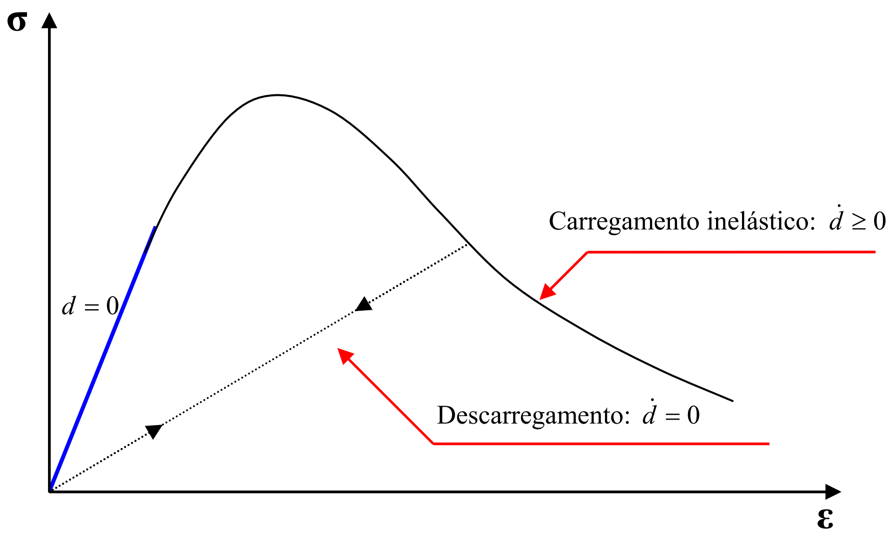


Figura 3.9 – Curva tensão-deformação de um modelo elástico com dano.

Em decorrência das condições impostas pela Segunda Lei da Termodinâmica admite-se que a variável de dano sempre evolua positivamente, o que acarreta na redução progressiva das propriedades elásticas do meio com a evolução da danificação. Porém há a possibilidade de aumento das propriedades elásticas durante um processo de danificação (cicatrização), que pode ocorrer como resultado da redução ou fechamento de micro-fissuras e micro-vazios durante carregamentos de natureza compressiva no meio poroso (SELVADURAI & SHIRAZI, 2004), sendo tal fenômeno observado em experimentos conduzidos em materiais tais como granitos e asfaltos. A análise de situações nas quais ocorre ganho de rigidez elástica enquanto o material sofre danificação está além do escopo deste trabalho.

3.3.4 - Parâmetros da lei de evolução da superfície de dano

Durante um processo de carregamento, a lei de evolução para a variável de dano pode ser expressa como

$$\dot{d} = \dot{r}\frac{\partial G(r)}{\partial r} = \dot{G}(r) \geq 0 \tag{3.58}$$

A mera execução de uma integração trivial da equação anterior (com a condição inicial de dano nulo) permite determinar a expressão que define o valor da variável de dano em cada ponto do meio

$$d = G(r) \tag{3.59}$$

A escolha da forma particular da função $G(r)$ irá determinar o quão realístico será o modelo com respeito ao comportamento experimental obtido para o meio que se quer modelar, nas condições particulares às quais o mesmo está sujeito. Uma expressão similar à proposta por Faria & Oliver (1993), decorrente de modelos desenvolvidos para o estudo de dano em concreto, será adotada neste trabalho para representar o comportamento de geomateriais susceptíveis ao processo de degradação local, tanto para condições de tração quanto de compressão, sendo descrita, portanto, pela Equação (3.56). Essa expressão põe em evidência que, uma vez especificado o tensor de deformação, a variável de dano pode ser facilmente avaliada, visto que ela depende apenas da variável r que, por sua vez, é avaliada a partir do campo de deformações, $\boldsymbol{\varepsilon}$ (OLIVER *et al.*, 2003). Conforme explicitado anteriormente

$$r \geq r_0 \tag{3.60}$$

De acordo com (3.56) e com a restrição imposta aos valores assumidos pela variável de dano ($0 \leq d \leq 1$), tem-se, para a condição de dano nulo ($d = 0$), $r = r_0$ e, consequentemente, $q = r_0$. Quando o material apresenta dano local total ($d = 1$) a razão entre as variáveis internas é tal que $\frac{q}{r} \rightarrow 0$. Nestas condições, a variável interna q assume um valor limitado $q = q_\infty$, onde $q_\infty \in \Re_+$. Uma explanação mais detalhada sobre este caso será apresentada mais adiante.

A vinculação entre as variáveis q e r pode ser estabelecida com base em uma lei caracteristicamente linear ou exponencial, dependendo do comportamento mecânico do material e de como variam suas propriedades mecânicas. Uma condição que sempre deve ser satisfeita é a de que

$$q \geq 0 \tag{3.61}$$

A lei linear que define a variável q em termos da variável r (Figura 3.10) é representada como

$$q = \begin{cases} r_0 & \text{quando } r = r_0 \\ r_0 + H(r - r_0) & \text{quando } r > r_0 \end{cases} \tag{3.62}$$

sendo H um parâmetro de endurecimento/amolecimento (*hardening/softening*), cuja definição é dada por

$$H = \frac{\partial q}{\partial r} \tag{3.63}$$

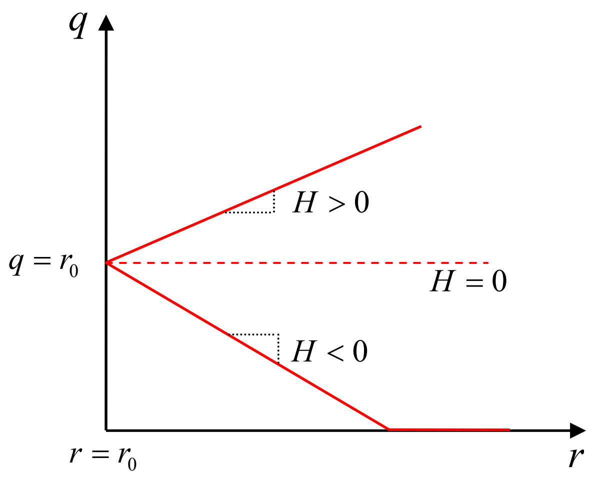
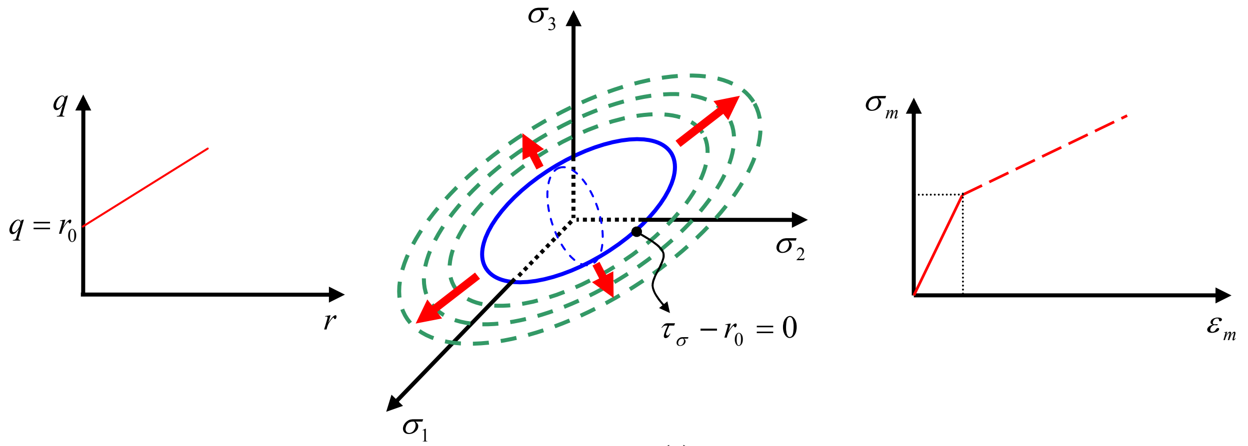


Figura 3.10 – Relação linear entre as variáveis internas do modelo de dano.

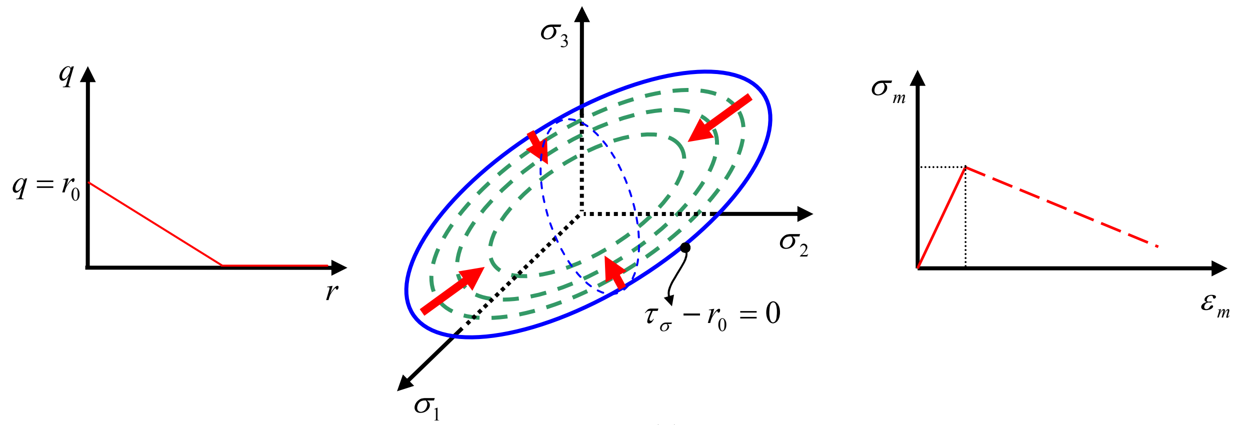
De acordo com as considerações já expostas e dada a Equação (3.63), a evolução de tal superfície depende fundamentalmente do valor de H, de maneira que

- $H > 0$ caracteriza uma condição de endurecimento com a evolução da danificação e uma conseqüente expansão da superfície de dano no espaço das tensões, a partir de uma configuração inicial.
- $H < 0$ ilustra uma situação de 'amolecimento' do material à medida em que este se danifica, caracterizada por uma contração da superfície de dano.
- $H = 0$ significa que a superfície de dano não evolui (dano perfeito).

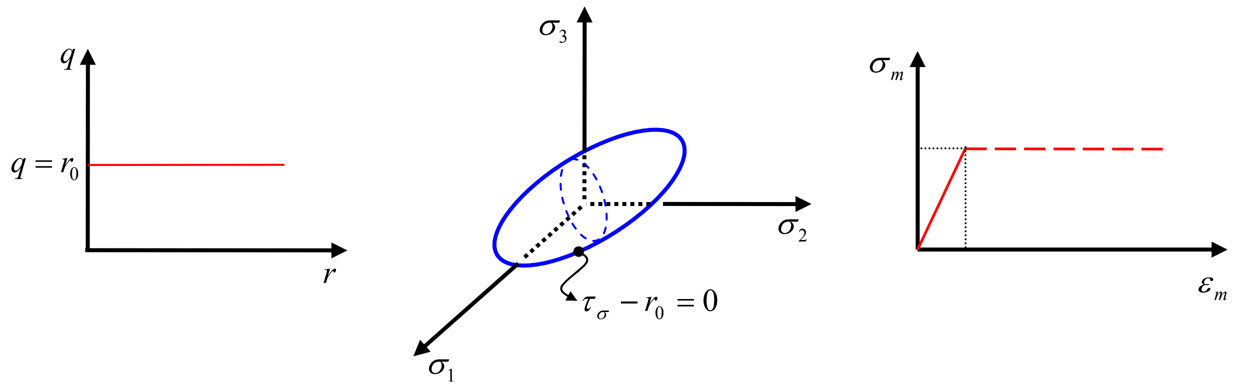
Na Figura 3.11 são apresentadas os aspectos mais relevantes do comportamento do meio danificado, cuja relação entre as variáveis internas é descrita pela lei linear.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.11 – Evolução das variáveis internas (linear) e da superfície de dano no espaço das tensões principais e comportamento constitutivo médio: **(a)** com endurecimento (*hardening*); **(b)** com amolecimento (*softening*); **(c)** dano perfeito.

Por outro lado, a relação exponencial entre as variáveis internas q e r (ver Figura 3.12) é estabelecida como

$$q = \begin{cases} r_0 & \text{quando } r = r_0 \\ q_\infty - (q_\infty - r_0)\cdot \exp\left[A\left(1 - \dfrac{r}{r_0}\right)\right] & \text{quando } r > r_0 \end{cases} \tag{3.64}$$

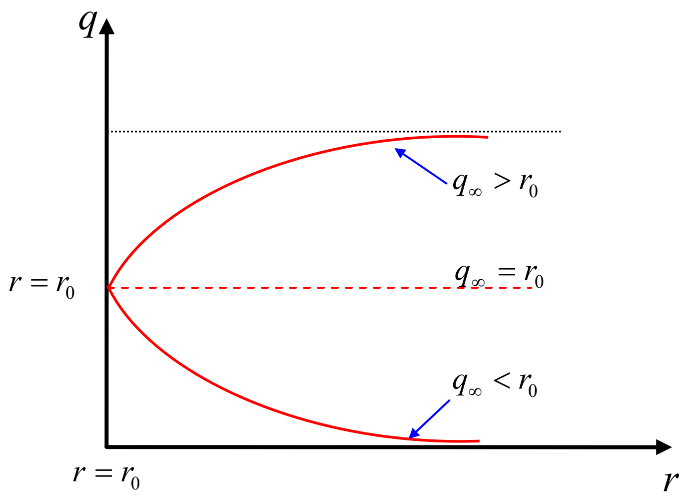


Figura 3.12 – Relação exponencial entre as variáveis internas do modelo de dano.

A variável q_∞ representa o valor do parâmetro q quando $r \to \infty$, e está diretamente associado à "resistência residual" apresentada pelo material após sofrer o processo de danificação local (condição de dano crítico). O parâmetro A ($A \geq 0$), por sua vez, é uma grandeza que se presta a avaliar a intensidade da evolução do processo de danificação do meio mediante uma solicitação mecânica externa, sendo assim, diretamente relacionada à estrutura interna da matriz porosa e o quanto esta é susceptível ao dano. Em outras palavras, tal parâmetro controla a velocidade com que a variável q alcança q_∞.

Na lei exponencial, o parâmetro q_∞ define o tipo de comportamento do material em decorrência da evolução da danificação. A condição $q_\infty > r_0$ define uma situação de endurecimento do material após a ativação do dano, enquanto que $q_\infty < r_0$ define um comportamento constitutivo caracterizado pelo amolecimento do meio, com a evolução do dano (ver Figura 3.13). A condição de dano perfeito é caracterizada por $q = r_0$, $\forall r \geq r_0$, porém também pode ser obtida fazendo-se $A = 0$ na Equação (3.64).

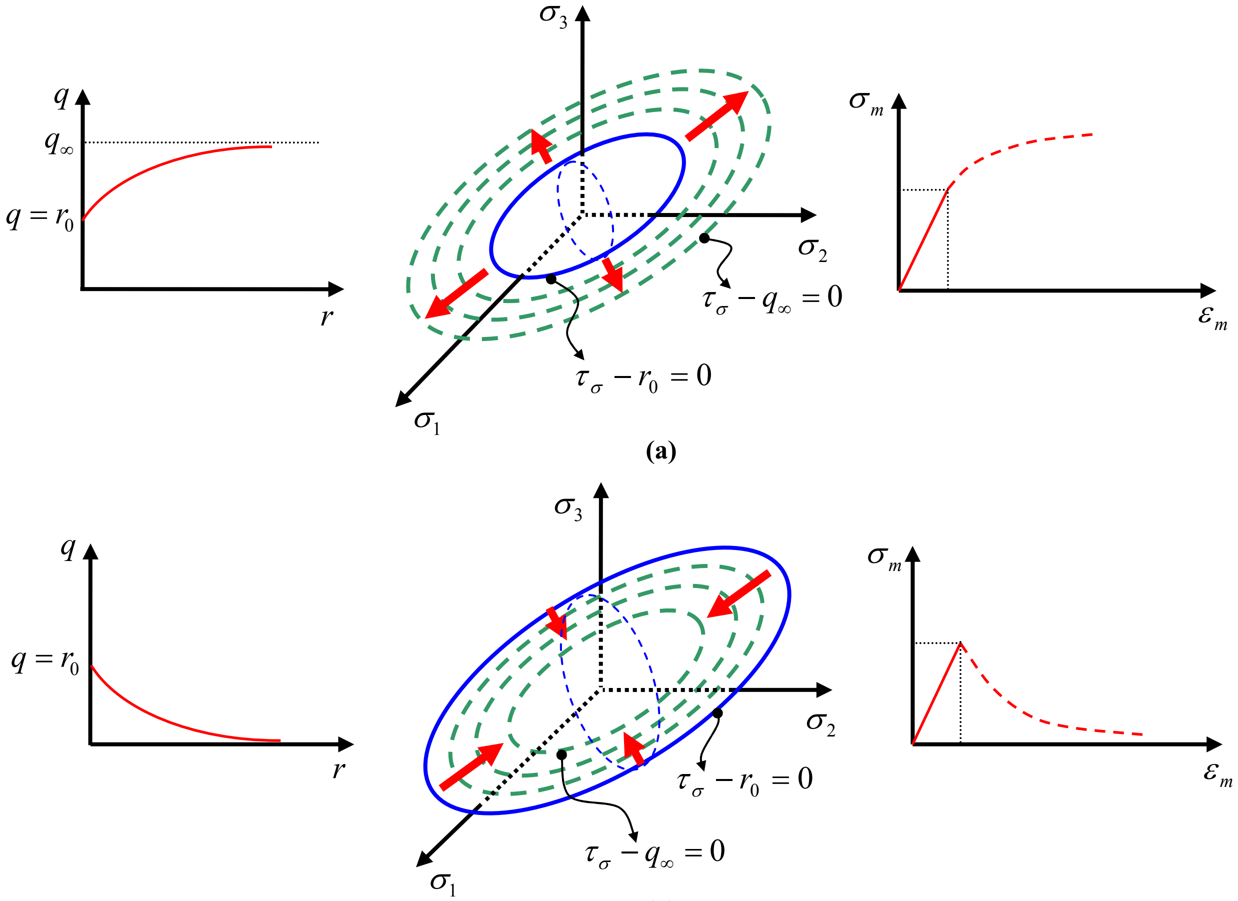


Figura 3.13 – Evolução das variáveis internas (exponencial) e da superfície de dano no espaço das tensões principais e comportamento constitutivo médio: **(a)** com endurecimento; **(b)** com amolecimento.

Cabe ressaltar a semelhança existente entre a Equação (3.64) com expressões desenvolvidas para o estudo do processo de danificação em concreto sob tração (FARIA & OLIVER, 1993; OLLER, 2001). Uma vez que os materiais estudados neste trabalho são maciços rochosos (cujo comportamento hidromecânico pode ser aproximado ao do que se observa no concreto), a relação utilizada (entre os parâmetros internos do modelo de dano) durante as modelagens numéricas apresentadas no Capítulo 4 é descrita pela Equação (3.64) e caracterizada pelo amolecimento do material com a danificação.

No espaço das tensões, a superfície de dano pode se expandir ou contrair, de acordo com os parâmetros constitutivos do material presentes na lei de evolução da variável q. Em contrapartida, no espaço das deformações, em decorrência da Equação (3.60), tem-se que a superfície de dano nunca pode contrair.

3.3.5 - RELAÇÃO CONSTITUTIVA INCREMENTAL

A relação tensão – deformação para um meio elástico susceptível ao dano é expressa pela Equação (3.28) de modo que a influência do processo de degradação das propriedades elásticas do material é calculada no modelo constitutivo por meio do tensor secante $\mathbf{C}^d$.

Nas análises numéricas o comportamento mecânico do meio poroso pode ser avaliado mediante carregamentos (forças/deslocamentos) aplicados na forma de incrementos. Sendo assim, é necessária a formulação matemática de relações constitutivas incrementais apropriadas a descrever o comportamento do material nas condições de carga vigentes durante as diversas etapas da modelagem numérica. Neste contexto, as taxas de tensão efetiva do modelo proposto por Terzaghi (e que descrevem o comportamento mecânico de geomateriais saturados) podem ser relacionadas às taxas de deformação do meio poroso através do tensor constitutivo tangente ($\mathbf{C}^t$)

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}' = \mathbf{C}^t : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{3.65}$$

A equação constitutiva incremental para o modelo de dano elástico é obtida a partir da diferenciação com relação ao tempo da Equação (3.29). Sendo assim, obtém-se que

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}' = (1-d)\mathbf{C}^0 : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{d}\mathbf{C}^0 : \boldsymbol{\varepsilon} \tag{3.66}$$

Como o dano é avaliado em termos da variável interna r, é possível estabelecer a lei de evolução da degradação mecânica local segundo a equação

$$\dot{d} = \frac{\partial d}{\partial r}\dot{r} \tag{3.67}$$

Por outro lado, o comportamento mecânico de um meio sujeito à danificação pode ser descrito através do estado de tensões efetivas do modelo de dano ($\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$)

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C}^0 : \boldsymbol{\varepsilon} \tag{3.68}$$

A substituição das relações expressas em (3.67) e (3.68) na Equação (3.66) resulta em

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}' = (1-d)\mathbf{C}^0 : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \frac{\partial d}{\partial r}\dot{r}\tilde{\boldsymbol{\sigma}} \tag{3.69}$$

Conforme discutido na Seção 3.3.3, $\dot{r} = 0$ para o caso de descarga elástica a partir da superfície de dano ou para o caso de carregamento elástico e $\dot{r} = \dot{\tau}_\varepsilon$ no caso de carga com evolução da variável de dano.

De acordo com a Equação (3.36) e considerando $\dot{r} \neq 0$ tem-se

$$\dot{r} = \dot{\tau}_\varepsilon = \frac{1}{\tau_\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon} : \mathbf{C}^0 : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{\tau_\varepsilon}\tilde{\boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{3.70}$$

Sendo assim, a observação das Equações (3.69) e (3.70) conduz às seguintes conclusões:

- Caso elástico / Descarga elástica:

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}' = (1-d)\mathbf{C}^0 : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \tag{3.71}$$

o que implica em

$$\mathbf{C}^{dt} = (1-d)\mathbf{C}^0 \tag{3.72}$$

ou seja, o operador tangente da análise de dano ($\mathbf{C}^{dt}$) é idêntico ao operador constitutivo secante ($\mathbf{C}^{d}$).

- Carga ($\dot{r} \neq 0$):

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}' = (1-d)\mathbf{C}^0 : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \frac{1}{\tau_\varepsilon} \cdot \frac{\partial d}{\partial r} \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \otimes (\tilde{\boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) \tag{3.73}$$

donde se conclui que o tensor tangente constitutivo se representa como

$$\mathbf{C}^{dt} = (1-d)\mathbf{C}^0 - \underbrace{\boxed{\frac{1}{\tau_\varepsilon} \cdot \frac{\partial d}{\partial r} \tilde{\boldsymbol{\sigma}} \otimes \tilde{\boldsymbol{\sigma}}}}_{\text{Parcela devida à evolução do dano}} \tag{3.74}$$

Cabe lembrar que a obtenção do tensor (matriz) tangente consistente é indispensável ao algoritmo de Newton-Raphson, utilizado no processo de integração do estado de tensões.

3.3.6 – EFEITO DO PROCESSO DE DANIFICAÇÃO NA RESPOSTA DE FLUXO EM PROBLEMAS POROELÁSTICOS

Evidências experimentais têm mostrado que a evolução do processo de danificação em geomateriais, além da degradação das propriedades elásticas, tende a induzir um acréscimo (algumas vezes drástico) no tensor de permeabilidade do meio poroso (SOULEY *et al.*, 2001; TANG *et al.*, 2002; SELVADURAI & SHIRAZI, 2004; HAMIEL *et al.*, 2006). Com o objetivo de capturar esse efeito, surge a necessidade de se implementar no modelo de dano uma lei que permita avaliar a evolução das características hidráulicas com o estado de danificação local. Com este objetivo, para o modelo de dano considerado neste trabalho, foi implementada uma relação que exprime a variação da permeabilidade intrínseca com a variável de dano, segundo a expressão

$$\boldsymbol{\kappa}^{d} = \beta \cdot \boldsymbol{\kappa}^{0} \tag{3.75}$$

onde $\boldsymbol{\kappa}^{0}$ é o tensor de permeabilidade intrínseca característico do meio sem dano, dado pelas Equações (2.17) ou (2.18), β ($\beta \geq 1$) é um parâmetro que caracteriza o efeito da intensidade de dano nas características hidráulicas do meio poroso, relacionando as permeabilidades intrínsecas do material nas condições virgem e degradada. Alguns trabalhos avaliam, convenientemente, a expressão para a determinação da permeabilidade com o dano a partir da estimativa do parâmetro β (TANG *et al.*, 2002; SELVADURAI & SHIRAZI, 2004; HAMIEL *et al.*, 2006). O valor adotado para tal parâmetro (para o modelo estabelecido neste trabalho) independe da natureza do carregamento que produz o dano (compressão ou tração). Tang *et al.* (2002) propõem um modelo de dano no qual há diferenciação na resposta de fluxo (atualização da permeabilidade) mediante a adoção de valores distintos para β em função da natureza da solicitação mecânica atuante.

No presente trabalho, o parâmetro β é determinado em função das variáveis internas do modelo de dano implementado, de acordo com a seguinte expressão, que se assemelha a relações provenientes de ensaios experimentais em concreto (PICANDET *et al.* (2001) *apud* JASON *et al.* (2004))

$$\beta = \exp\left[c\left(1 - \frac{q}{r} \right) \right] \tag{3.76}$$

de tal modo que a escolha do parâmetro c ($c \geq 0$) faz-se convenientemente de maneira a se ajustar as curvas experimentais obtidas de ensaios que determinem a variação da permeabilidade com o dano com as curvas fornecidas pelo modelo, definidas através da Equação (3.75).

Numa abordagem de dano em geomateriais, pode-se assumir que tanto o comportamento elástico constitutivo do material quanto a Lei de Darcy continuem aplicáveis na descrição mecânica e hidráulica do meio poroso, porém a lei de evolução da variável de dano governará a evolução dos parâmetros hidromecânicos do material (SELVADURAI & SHIRAZI, 2004). Neste trabalho admite-se que os materiais mantêm um comportamento predominantemente elástico apesar de sofrerem algum grau de dano micromecânico.

3.3.7 - IMPLEMENTAÇÃO ALGORÍTMICA DO MODELO DE DANO ISOTRÓPICO

A análise de fenômenos comumente encontrados no campo da engenharia pode ser executada mediante a modelagem numérica, utilizando-se para isso ferramentas e códigos computacionais desenvolvidos para tais fins. Desse modo, é possível estudar a evolução de um processo, dadas as condições atuantes durante as diversas etapas da simulação, e buscar-se soluções e emprego de medidas cabíveis que possam, com maior eficácia, se adequarem à realidade e condições do problema. Conforme mencionado anteriormente, a etapa da formulação de um modelo constitutivo requer a reprodução realística do comportamento do material. Neste contexto, a programação algorítmica dos diversos modelos matemáticos que descrevem o comportamento constitutivo dos mais variados materiais constitui-se como a espinha dorsal no aprimoramento dos simuladores numéricos.

Para o modelo constitutivo abordado neste trabalho, a implementação algorítmica deve possibilitar a análise acoplada do problema, com a resolução das equações de fluxo e de tensões nos elementos (da malha de elementos finitos gerada) a cada incremento de carregamento imposto.

3.3.7.1 - ASPECTOS GERAIS DOS MÉTODOS NUMÉRICOS

Muitos dos fenômenos reais estudados no ramo da engenharia são descritos por meio de equações diferenciais. O estudo de tais fenômenos faz-se mediante a utilização de modelos matemáticos idealizados, fundamentados em hipóteses simplificadoras convenientemente adotadas com o intuito de se reduzir o grau de complexidade dos mesmos. Cabe ressaltar que muitas das equações comumente utilizadas nas áreas de geociências são resultantes de análises experimentais, o que pode conduzir a um alto grau de empirismo em tais formulações.

Em geral a solução analítica das equações representativas de um modelo matemático, em vista da complexidade correlacionada, torna-se uma tarefa impraticável. Neste caso, podem ser adotadas soluções aproximadas das equações governantes no modelo. A metodologia usualmente empregada para se avaliar a solução aproximada fundamenta-se principalmente em análises gráficas, por analogia e baseadas em aproximações numéricas. Entre os métodos numéricos destacam-se o Método das Diferenças Finitas, o Método dos Elementos Finitos (empregado neste trabalho) e o Método dos Elementos de Contorno.

Cabe ressaltar que a qualidade das respostas e a adequabilidade de um determinado método para obtenção de uma solução aproximada ao problema em estudo são dependentes das características peculiares do fenômeno analisado. Ferreira (1996) cita que o sucesso de uma simulação matemática depende, obviamente, de uma enunciação correta do problema a ser estudado, bem como do conhecimento do valor das constantes utilizadas para descrever as equações constitutivas em todo o seu domínio. A Figura 3.14 mostra, de forma sucinta, as etapas envolvidas na formulação e implementação de um modelo matemático via métodos numéricos.

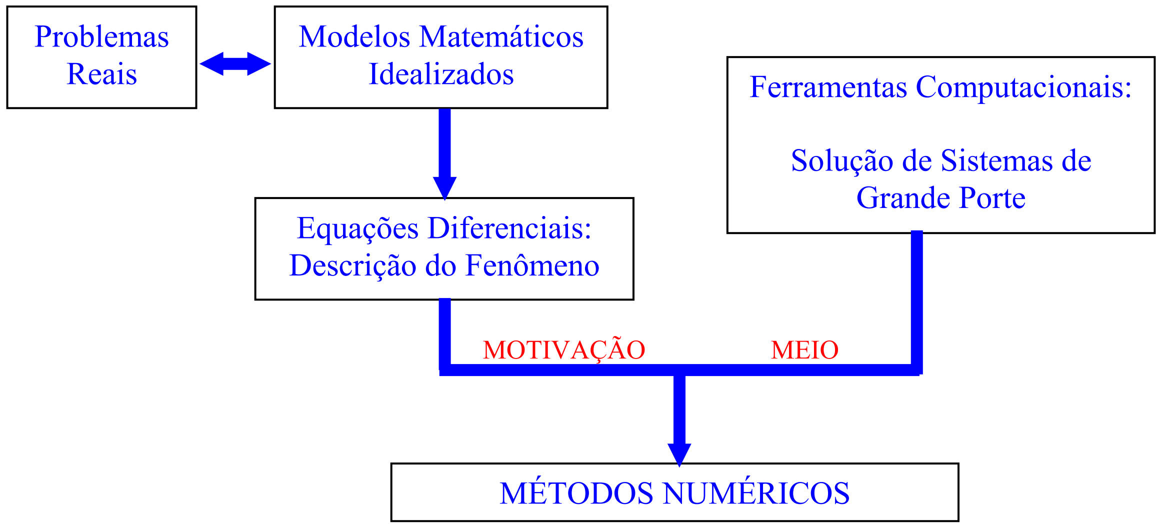


Figura 3.14 – Etapas da formulação e implementação de um modelo matemático.

3.3.7.1.1 - O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS APLICADO A PROBLEMAS GEOMECÂNICOS

A determinação dos valores das incógnitas pertinentes a um problema caracterizado por um conjunto de equações que o regem e pelas condições de contorno convenientes está intimamente relacionada à simplicidade do problema (geometria e leis comportamentais) (KARAOULANIS, 2003). Em geral, dada a complexidade dos fenômenos estudados, só é possível determinar soluções aproximadas, obtidas comumente por meio de métodos de energia potencial ou de métodos variacionais (CHANDRUPATLA & BELEGUNDU, 1997).

Os aspectos teóricos concernentes a problemas geomecânicos fundamentam-se basicamente na condição de equilíbrio do meio contínuo (LABADI & HANNACHI, 2005), expressa como

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + b_i = 0 \text{, válida em } \Omega \qquad (3.77)$$

$$\sigma_{ij} n_j = t_i \text{, válida em } \Gamma \qquad (3.78)$$

de modo que Ω e Γ representam, respectivamente, o domínio (volume) e a fronteira (superfície) do meio em estudo, σ_{ij} representam as componentes do tensor de tensões, b_i é o vetor de forças de corpo, t_i é o vetor representativo das condições de carregamento na fronteira e n_j é o vetor unitário normal à superfície. A Equação (3.78) relaciona as forças de superfície (aplicadas na fronteira Γ) ao estado de tensão interno decorrente de tal solicitação (GOMES, 2006).

O Princípio dos Trabalhos Virtuais, aplicado a corpos deformáveis, estabelece que a configuração de equilíbrio é alcançada quando o trabalho virtual das ações externas é igual ao trabalho realizado pelas forças internas para todos os campos de deslocamentos virtuais consistentes com as restrições impostas (ODEN, 1967; PRAT & GENS, 2003). Utilizando-se o Princípio dos Trabalhos Virtuais para expressar o equilíbrio de um corpo com relação a um campo de deslocamento arbitrário cinematicamente admissível ($\mathbf{u}^*$) (LEMAITRE & CHABOCHE, 1998; GENS & PRAT, 2003; LABADI & HANNACHI, 2005), é possível escrever a seguinte expressão, equivalente à Equação (3.77)

$$-\int_{\Omega} u_i^* \left(\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + b_i \right) d\Omega = 0 \tag{3.79}$$

A integração por partes por meio da utilização do teorema de Green – Gauss permite determinar a “formulação fraca” (ABBO, 1997; LABADI & HANNACHI, 2005) da condição de equilíbrio do corpo

$$\int_{\Omega} \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j} \sigma_{ij} d\Omega - \int_{\Gamma} u_i^* t_i d\Gamma - \int_{\Omega} u_i^* b_i d\Omega = 0 \tag{3.80}$$

cuja forma matricial, na notação de engenharia, se apresenta como

$$\int_{\Omega} \{\boldsymbol{\varepsilon}^*\}^T \{\boldsymbol{\sigma}\} d\Omega - \int_{\Gamma} \{\mathbf{u}^*\}^T \{\mathbf{t}\} d\Gamma - \int_{\Omega} \{\mathbf{u}^*\}^T \{\mathbf{b}\} d\Omega = \mathbf{0} \tag{3.81}$$

onde $\{\boldsymbol{\sigma}\}$ representa o vetor das componentes do estado de tensões e $\{\boldsymbol{\varepsilon}^*\}$, $\{\mathbf{u}^*\}$ são, respectivamente, o vetor de deformações e deslocamentos virtuais, sendo que $\varepsilon_i^* = \dfrac{\partial u_i^*}{\partial x_j}$ (regime de pequenas deformações). Aplicando-se a relação tensão-deformação característica do comportamento do meio, a Equação (3.81) se transforma em

$$\int_{\Omega} \{\boldsymbol{\varepsilon}^*\}^T [\boldsymbol{\Lambda}] \{\boldsymbol{\varepsilon}\} d\Omega - \int_{\Gamma} \{\mathbf{u}^*\}^T \{\mathbf{t}\} d\Gamma - \int_{\Omega} \{\mathbf{u}^*\}^T \{\mathbf{b}\} d\Omega = \mathbf{0} \tag{3.82}$$

em que $\boldsymbol{\Lambda}$ é a matriz que caracteriza o modelo constitutivo mecânico do material.

Nos problemas comumente abordados na engenharia, o domínio de validade de um dado fenômeno geralmente apresenta-se sob a forma de geometrias complexas, o que se constitui como um desafio em termos de modelagem numérica. Tal fato requer a adoção de medidas que visem à redução da complexidade geométrica (e, consequentemente, matemática) do problema em estudo. Neste contexto, insere-se o Método dos Elementos Finitos, caracterizado fundamentalmente pela discretização espacial do domínio, conduzindo assim a formas geométricas mais simples (elementos finitos). As propriedades materiais e as relações governantes do fenômeno em estudo são consideradas sobre cada elemento (sub-domínio, Ω^e) e expressas em termos de incógnitas nodais (SELVADURAI & NGUYEN, 1995; CHANDRUPATLA & BELEGUNDU, 1997; KARAOULANIS, 2003). Em cada elemento as incógnitas são representadas por meio de uma combinação linear de funções das coordenadas espaciais, cujos coeficientes dependem dos deslocamentos nodais nestes elementos (LEMAITRE & CHABOCHE, 1998). Desse modo, o campo de deslocamentos em cada elemento ($\mathbf{u}^e$) é obtido por meio de interpolação dos respectivos deslocamentos nodais ($\mathbf{u}_n^e$) (SELVADURAI & NGUYEN, 1995; ABBO, 1997), conforme a expressão

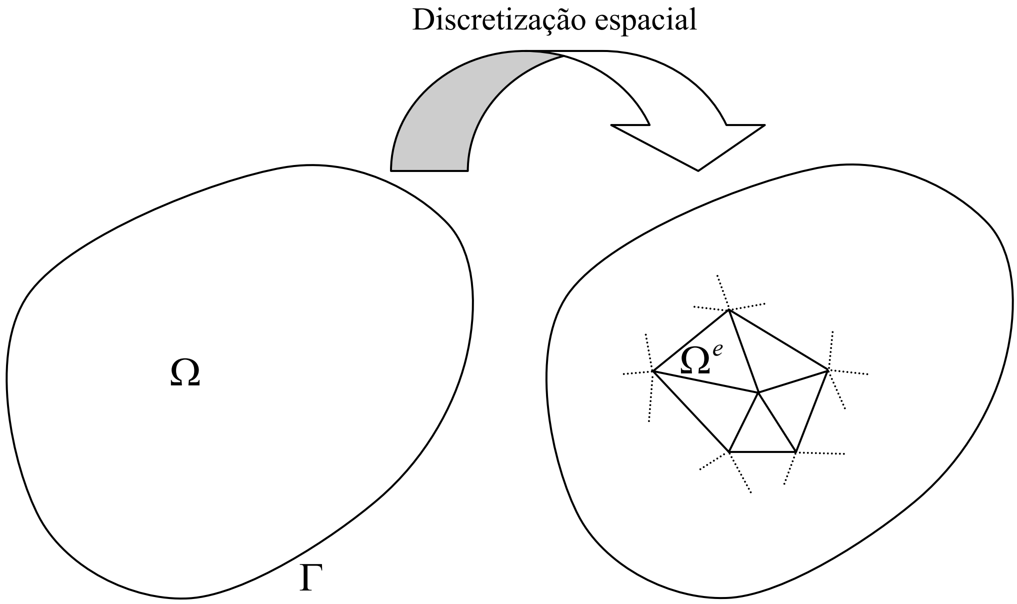


Figura 3.15 – Discretização espacial de uma geometria em sub-domínios (elementos finitos).

$$\mathbf{u}^e = \mathbf{N} \cdot \mathbf{u}_n^e \tag{3.83}$$

sendo $\mathbf{N}$ uma matriz de funções de forma (geralmente polinomiais) definida como

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \ldots & N_n & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \ldots & 0 & N_n & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & \ldots & 0 & 0 & N_n \end{bmatrix} \tag{3.84}$$

As deformações internas correspondentes são representadas pela seguinte expressão

$$\boldsymbol{\varepsilon}^e = \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}_n^e \tag{3.85}$$

onde $\mathbf{B}$ é a matriz da relação deformação – deslocamento, válida para cada elemento considerando o regime de pequenas deformações, definida como

$$
\mathbf{B} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{N} = \begin{bmatrix}
\frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & \ldots & \frac{\partial N_n}{\partial x} & 0 & 0 \\
0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \ldots & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial y} & 0 \\
0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \ldots & 0 & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial z} \\
\frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \ldots & \frac{\partial N_n}{\partial y} & \frac{\partial N_n}{\partial x} & 0 \\
\frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \ldots & \frac{\partial N_n}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial x} \\
0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \ldots & 0 & \frac{\partial N_n}{\partial z} & \frac{\partial N_n}{\partial y}
\end{bmatrix} \tag{3.86}
$$

Na equação anterior, $\mathbf{S}$ é um operador aplicado à matriz $\mathbf{N}$ para definir a relação deformação-deslocamento (pequenas deformações). A substituição das Equações (3.83) e (3.85) em (3.82) conduz à seguinte expressão, definida para cada elemento como

$$
\mathbf{u}_n^* \left(\int_{\Omega^e} [\mathbf{B}]^T [\mathbf{\Lambda}][\mathbf{B}]\{\mathbf{u}_n^e\} d\Omega^e - \int_{\Gamma^e} [\mathbf{N}]^T \{\mathbf{t}\} d\Gamma^e - \int_{\Omega^e} [\mathbf{N}]^T \{\mathbf{b}\} d\Omega^e \right) = \mathbf{0} \tag{3.87}
$$

Uma vez que a equação anterior é satisfeita para qualquer $\mathbf{u}_n^*$ (valores arbitrários), então

$$
\int_{\Omega^e} [\mathbf{B}]^T [\mathbf{\Lambda}][\mathbf{B}]\{\mathbf{u}_n^e\} d\Omega^e - \int_{\Gamma^e} [\mathbf{N}]^T \{\mathbf{t}\} d\Gamma^e - \int_{\Omega^e} [\mathbf{N}]^T \{\mathbf{b}\} d\Omega^e = \mathbf{0} \tag{3.88}
$$

ou

$$
\left[\mathbf{k}^e\right]\left\{\mathbf{u}_n^e\right\} = \left\{\mathbf{f}^e\right\} \tag{3.89}
$$

de modo que $\left[\mathbf{k}^e\right] = \int_{\Omega^e} [\mathbf{B}]^T [\boldsymbol{\Lambda}][\mathbf{B}] d\Omega^e$ e $\left\{\mathbf{f}^e\right\} = \int_{\Gamma^e} [\mathbf{N}]^T \{\mathbf{t}\} d\Gamma^e + \int_{\Omega^e} [\mathbf{N}]^T \{\mathbf{b}\} d\Omega^e$ correspondem, respectivamente, à matriz de rigidez secante e ao vetor de forças nodais do elemento. As Equações (3.88) ou (3.89), que governam o comportamento de cada elemento finito, são aplicáveis a qualquer relação constitutiva. Na formulação do modelo de dano a influência desta variável na resposta constitutiva do material aparece na matriz $\mathbf{k}^e$

$$\left[\mathbf{k}^e\right] = \left[\mathbf{k}^e(d)\right] = \int_{\Omega^e} [\mathbf{B}]^T \left[\boldsymbol{\Lambda}^d\right][\mathbf{B}] d\Omega^e \tag{3.90}$$

em que $\left[\boldsymbol{\Lambda}^{\mathbf{d}}\right]$ representa a matriz constitutiva do modelo de dano. Uma vez que a Equação (3.88) descreve as condições de equilíbrio para corpos deformáveis, então é possível reescrevê-la da seguinte forma

$$\mathbf{f}^{ext} - \mathbf{f}^{\text{int}} = \mathbf{0} \tag{3.91}$$

sendo o vetor de forças (nodais) externas ($\mathbf{f}^{ext}$) descrito por

$$\mathbf{f}^{ext} = \int_{\Gamma^e} [\mathbf{N}]^T \{\mathbf{t}\} d\Gamma^e + \int_{\Omega^e} [\mathbf{N}]^T \{\mathbf{b}\} d\Omega^e \tag{3.92}$$

ao passo que o vetor de forças (nodais) internas é definido como

$$\mathbf{f}^{\text{int}} = \int_{\Omega^e} [\mathbf{B}]^T [\boldsymbol{\Lambda}][\mathbf{B}]\left\{\mathbf{u}_n^e\right\} d\Omega^e \tag{3.93}$$

Em problemas cuja formulação conduz a conjunto de equações não lineares surge a necessidade de se postular uma relação incremental que caracterize as condições de equilíbrio do meio (ABBO, 1997). Tal objetivo é obtido diferenciando-se, com respeito ao tempo t, a Equação (3.91)

$$\frac{d\mathbf{f}^{ext}}{dt} - \frac{d\mathbf{f}^{\text{int}}}{d\mathbf{u}_n^e}\frac{d\mathbf{u}_n^e}{dt} = 0 \tag{3.94}$$

O termo descrito pela derivada de $\mathbf{f}^{\text{int}}$ com relação aos deslocamentos nodais $\mathbf{u}_n^e$ origina a matriz "jacobiana"

$$\frac{d\mathbf{f}^{\text{int}}}{d\mathbf{u}_n^e} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1^{\text{int}}}{\partial u_1^e} & \frac{\partial f_1^{\text{int}}}{\partial u_2^e} & \cdots & \frac{\partial f_1^{\text{int}}}{\partial u_n^e} \\ \frac{\partial f_2^{\text{int}}}{\partial u_1^e} & \frac{\partial f_2^{\text{int}}}{\partial u_2^e} & \cdots & \frac{\partial f_2^{\text{int}}}{\partial u_n^e} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n^{\text{int}}}{\partial u_1^e} & \frac{\partial f_n^{\text{int}}}{\partial u_2^e} & \cdots & \frac{\partial f_n^{\text{int}}}{\partial u_n^e} \end{bmatrix} \tag{3.95}$$

A definição da matriz constitutiva tangente ($\left[\overline{\mathbf{k}}^e\right]$) pode ser obtida a partir das Equações (3.95) e (3.93) como segue

$$\frac{d\mathbf{f}^{\text{int}}}{d\mathbf{u}_n^e} = \int_{\Omega^e} [\mathbf{B}]^T [\mathbf{\Lambda}][\mathbf{B}] d\Omega^e = \left[\overline{\mathbf{k}}^e\right] \tag{3.96}$$

A combinação entre as Equações (3.96) e (3.94) e o posterior rearranjo da expressão resultante conduz a

$$\frac{d\mathbf{u}_n^e}{dt} = \left[\overline{\mathbf{k}}^e\right]^{-1} \frac{d\mathbf{f}^{ext}}{dt} \tag{3.97}$$

ou

$$\dot{\mathbf{u}}_n^e = \left[\overline{\mathbf{k}}^e\right]^{-1} \left\{\dot{\mathbf{f}}^{ext}\right\} \tag{3.98}$$

A relação (3.98) define um sistema de equações diferenciais que governam o comportamento mecânico de cada elemento.

Determinando-se a contribuição de cada elemento da malha de elementos finitos, obtém-se um sistema de equações (globais), correspondente às Equações (3.88) e (3.89), descrito como

$$\int_\Omega [\mathbf{B}]^T [\mathbf{C}][\mathbf{B}]\{\mathbf{u}_n\} d\Omega - \int_\Gamma [\mathbf{N}]^T \{\mathbf{t}\} d\Gamma - \int_\Omega [\mathbf{N}]^T \{\mathbf{b}\} d\Omega = \mathbf{0} \tag{3.99}$$

ou

$$[\mathbf{K}(d)]\{\mathbf{u}_n\} = \{\mathbf{F}\} \tag{3.100}$$

onde $[\mathbf{K}(d)]$ e $\{\mathbf{F}\}$ representam a matriz constitutiva secante e o vetor de força globais, respectivamente. De modo análogo obtém-se, para a descrição da relação incremental, a seguinte equação

$$\{\dot{\mathbf{u}}_n\} = \left[\overline{\mathbf{K}}(d)\right]^{-1}\{\dot{\mathbf{F}}^{ext}\} \tag{3.101}$$

sendo $\overline{\mathbf{K}}(d)$ e $\dot{\mathbf{F}}^{ext}$, respectivamente, a matriz tangente consistente (global) e o vetor global da taxa de forças externas. A Equação (3.101) descreve, na forma de taxa, o comportamento global carregamento-deslocamento de uma malha de elementos finitos elásticos. As condições iniciais para tais equações são os deslocamentos, tensões e as variáveis de história que são conhecidos no começo de cada intervalo de tempo.

Vale ressaltar que, em virtude da metodologia numérica empregada para a elaboração da formulação matemática anteriormente descrita, as matrizes constitutivas (locais e globais) caracterizam-se por serem simétricas. Isso acarreta em uma economia de espaço de memória computacional (armazenamento de dados) e de tempo de CPU requerido durante o processo de simulação numérica.

Na análise de um problema hidromecânico, caracterizado por um meio poroso saturado, a distribuição do campo de tensões em todo o domínio é governada pelo Princípio das Tensões Efetivas de Terzaghi e pelas equações de equilíbrio de tensões e de continuidade da fase fluida (ABBO, 1997). O Princípio das Tensões Efetivas traduz-se como

$$\{\boldsymbol{\sigma}\} = \{\boldsymbol{\sigma}'\} + \mathbf{m} \cdot \alpha \cdot p_l \tag{3.102}$$

em que $\{\boldsymbol{\sigma}\}$, $\{\boldsymbol{\sigma}'\}$ são, respectivamente, os vetores de tensões totais e efetivas (derivados a partir dos respectivos tensores de tensões) e $\mathbf{m} = \{1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0\}^T$. Alguns trabalhos, como os desenvolvidos por Ferreira (1996) e Abbo (1997), expõem de maneira detalhada todo o procedimento teórico e matemático necessários à obtenção da formulação matemática para o problema acoplado hidro-geomecânico. O sistema global de equações algébricas resultantes necessárias à caracterização do problema hidromecânico assume a seguinte forma

$$
\begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{L} \\ \mathbf{L}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{U}} \\ \dot{\mathbf{P}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{P} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{F}}^{ext} \\ \mathbf{Q} \end{Bmatrix} \tag{3.103}
$$

com $\mathbf{K}$, $\mathbf{L}$ e $\mathbf{H}$ representando, respectivamente, a matriz de rigidez do esqueleto sólido, a matriz de rigidez devido à interação entre a fase sólida e o fluido contido nos poros e a matriz de condutividade hidráulica, enquanto que $\mathbf{P}$ e $\dot{\mathbf{P}}$ compreendem o campo de pressões e taxas de pressões nodais. O vetor correspondente ao segundo membro da Equação (3.103) está associado às forças (ou taxas) devido a carregamentos externos, forças de corpo e fluxo.

3.3.7.1.2 - ALGORITMOS IMPLÍCITOS E EXPLÍCITOS

Em um problema de análise numérica, via Método dos Elementos Finitos, os incrementos no tensor de tensões são determinados a partir da integração da relação constitutiva. Como visto anteriormente, tais relações originam um conjunto de equações diferenciais e os métodos de integração geralmente utilizados para sua resolução podem ser agrupados em dois grandes grupos: os explícitos e os implícitos (SLOAN *et al.*, 2001).

Nos métodos explícitos a avaliação das incógnitas do problema faz-se mediante valores (destas variáveis) já determinados em uma etapa de tempo imediatamente anterior, sem que haja a necessidade de se recorrer a processos iterativos do tipo Newton-Raphson. Por outro lado, nos algoritmos ditos implícitos as variáveis do problema são determinadas a partir de tais processos iterativos, o que conduz a uma maior complexidade matemática (SLOAN *et al.*, 2001; GOMES, 2006). Na prática, tanto os métodos explícitos quanto os implícitos têm sido usados para integrar relações constitutivas avançadas (robustas) representativas do comportamento de geomateriais.

Gomes (2006) menciona que os métodos explícitos, em comparação com os implícitos, apresentam como vantagem a simplicidade concernente a sua implementação numérica. Por outro lado, os algoritmos explícitos apresentam convergência linear e a estabilidade numérica (garantia de convergência do problema) está condicionada ao tamanho do passo de tempo adotado, enquanto que nos implícitos, a convergência é quadrática (o que representa maior economia em termos de memória computacional e tempo de CPU) e a estabilidade não depende da magnitude dos incrementos na variável de tempo (estabilidade numérica incondicional). A obtenção de equações não lineares, e consequentemente, a necessidade de se calcular o jacobiano do sistema, figura-se como principal desvantagem dos métodos implícitos. Uma solução numérica é dita estável quando não há acúmulo de erro global e quando se encontra a solução, o problema converge.

Neste trabalho o método para integração das relações constitutivas é do tipo implícito, dada as vantagens que o mesmo apresenta (listadas anteriormente).

3.3.7.1.3 - ALGORITMO PARA O NEWTON - RAPHSON

O Método de Newton – Raphson é comumente utilizado quando se pretende obter a solução aproximada de equações não lineares obtidas durante a etapa de discretização das expressões que regem os fenômenos em análise. O algoritmo para obtenção do termo aproximado $\vartheta^{(k+1)}$ característico da $(k+1)$-ésima iteração em função das variáveis da iteração anterior faz-se mediante aproximação pela série de Taylor para a equação $\zeta(\vartheta) = 0$, na variável ϑ, para um dado incremento na variável independente, $\Delta\vartheta$

$$\zeta(\vartheta^{(k)} + \Delta\vartheta) \approx \zeta(\vartheta^{(k+1)}) = \zeta(\vartheta^{(k)}) + \Delta\vartheta \cdot \zeta'(\vartheta^{(k)}) = 0 \tag{3.104}$$

sendo que

$$\Delta\vartheta = \vartheta^{(k+1)} - \vartheta^{(k)} \tag{3.105}$$

o que resulta, após rearranjo algébrico, na expressão

$$\vartheta^{(k+1)} = \vartheta^{(k)} - \frac{\zeta(\vartheta^{(k)})}{\zeta'(\vartheta^{(k)})} \tag{3.106}$$

A representação gráfica deste algoritmo é mostrada na Figura 3.16. A necessidade de se obter as derivadas de primeira ordem da função é claramente vista como uma desvantagem concernente a tal método.

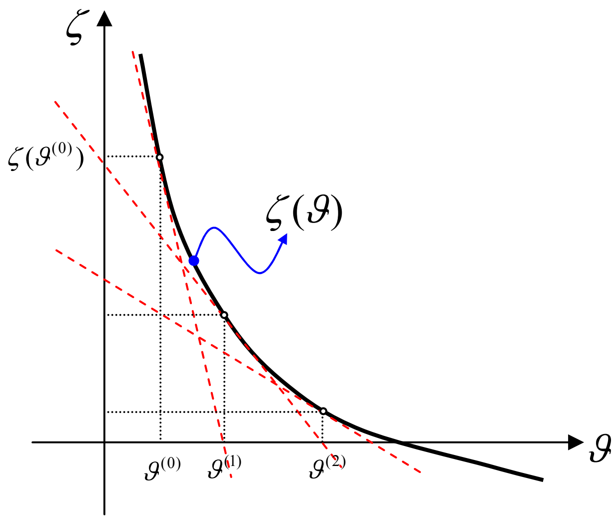


Figura 3.16 – Representação gráfica do Método de Newton-Raphson.

A generalização do Newton – Raphson para abranger uma condição multidimensional resulta da mera substituição das equações de variáveis escalares por equações matriciais (KARAOULANIS, 2003)

$$F(\chi) = 0 \tag{3.107}$$

nas quais a variável χ representa o conjunto de incógnitas concernentes ao problema e $F(\chi)$ representa o conjunto de funções que o definem, no espaço $\Re^n$. A série de Taylor (truncada) correspondente é determinada por

$$F(\chi^{(k+1)}) = F(\chi^{(k)} + \Delta\chi) \approx F(\chi^{(k)}) + \Phi(\chi^{(k)})\Delta\chi = 0 \tag{3.108}$$

onde $\Phi(\chi^{(k)})$ é a matriz jacobiana do sistema de equações, definida como

$$\Phi(\chi^{(k)}) = \left[\frac{\partial F_i}{\partial \chi_j} \right]_{\chi=\chi^{(k)}} \tag{3.109}$$

A obtenção do incremento $\Delta\chi$ faz-se através da Equação (3.108) de tal modo que

$$\Phi(\chi^{(k)})\Delta\chi = -F(\chi^{(k)}) \tag{3.110}$$

O novo valor de χ

$$\chi^{(k+1)} = \chi^{(k)} + \Delta\chi \tag{3.111}$$

é então usado para o próximo passo de iteração. Este processo é repetido até que satisfaça um critério de convergência previamente estabelecido.

Uma limitação decorrente da aplicação de tal método reside no alto custo computacional em se inverter a matriz tangente (dada pela Equação (3.109)) obtida a cada passo iterativo. Uma metodologia normalmente empregada para se contornar tal fato consiste em se obter a matriz tangente no começo de cada incremento aplicado e utilizá-la durante as iterações referentes ao passo considerado. Tal consideração reduz a taxa de convergência porém seu uso é recomendável para problemas não lineares (KARAOULANIS, 2003).

3.3.7.2 - ALGORITMO IMPLEMENTADO

A integração numérica das relações constitutivas bem como a evolução das variáveis relevantes na modelagem de um dado fenômeno requerem a discretização temporal, ou seja,

$$[0,t]=\bigcup_{j=0}^{j=i}[t_j,t_{j+1}] \qquad (3.112)$$

de modo que as análises são executadas sobre cada sub-intervalo de tempo (oriundo da discretização). Sejam ϑ uma dada grandeza que evolui no tempo e $\vartheta_{i+1}=\vartheta(t_{i+1})$, $\vartheta_i=\vartheta(t_i)$ os respectivos valores desta propriedade nos extremos de um intervalo de tempo Δt ($\Delta t = t_{i+1}-t_i$). Utilizando-se a técnica de interpolação, é possível determinar a variação da grandeza no sub-intervalo (de tempo) considerado mediante a aproximação por segmentos de reta, definidos por seus respectivos coeficientes angulares $\dot{\vartheta}$

$$\dot{\vartheta}\approx\frac{\vartheta_{i+1}-\vartheta_i}{\Delta t} \qquad (3.113)$$

Um artifício matemático comumente empregado (para efeitos de programação) na determinação de tal parâmetro (derivada temporal da grandeza ϑ) em função dos valores extremos (ϑ_i e ϑ_{i+1}) do intervalo especificado consiste na seguinte equação

$$\dot{\vartheta}=(1-\theta)\cdot\vartheta_i+\theta\cdot\vartheta_{i+1}=\vartheta_{i+\theta} \qquad (3.114)$$

em que θ, $\theta\in[0,1]$, é um parâmetro numérico que controla a metodologia da integração numérica adotada. Quando $\theta=0$ tem-se que $\vartheta_{i+\theta}=\vartheta_i$, condição que caracteriza o método explícito ao passo que $\theta=1$ conduz a $\vartheta_{i+\theta}=\vartheta_{i+1}$, recaindo-se em um algoritmo implícito.

Conforme discutido anteriormente, o estado de degradação mecânica é determinado a partir do campo de deformações do material. O algoritmo que atualiza o valor da variável de dano e, consequentemente, o estado de tensões, é determinado por meio de um valor-tentativa para a variável interna que controla o tamanho da superfície de dano e posterior comparação com um critério estabelecido para averiguação da predição executada. Sendo assim, a evolução da variável interna do modelo de dano pode ser expressa como

$$\dot{r}_{i+1} = \frac{r_{i+1}^{tent} - r_i}{\Delta t} = r_{i+\theta}^{tent} \tag{3.115}$$

Conforme explicitado na Equação (3.114), tem-se

$$r_{i+\theta}^{tent} = (1-\theta) \cdot r_i + \theta \cdot r_{i+1}^{tent} \tag{3.116}$$

Das Equações (3.57) e (3.53), a cinemática da variável interna do processo de danificação, assume a seguinte forma

$$\dot{r}_{i+1} = \dot{\tau}_{i+1} \tag{3.117}$$

Baseado nas expressões anteriormente descritas, determina-se que

$$\dot{\tau}_{i+1} = \frac{\tau_{i+1} - \tau_i}{\Delta t} = (1-\theta) \cdot \tau_i + \theta \cdot \tau_{i+1} = \tau_{i+\theta} \tag{3.118}$$

onde

$$\tau_i(\boldsymbol{\varepsilon}_i) = \sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}_i : \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_i} \tag{3.119}$$

$$\tau_{i+1}(\boldsymbol{\varepsilon}_{i+1}) = \sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}_{i+1} : \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i+1}} \tag{3.120}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{i+1} = \boldsymbol{\varepsilon}_i + \Delta\boldsymbol{\varepsilon} \tag{3.121}$$

As Equações (3.116) a (3.118) permitem obter

$$(1-\theta)\cdot r_i + \theta \cdot r_{i+1}^{tent} = \tau_{i+\theta} \tag{3.122}$$

Consequentemente

$$r_{i+1}^{tent} = \frac{\tau_{i+\theta} - (1-\theta)\cdot r_i}{\theta} \tag{3.123}$$

e, de acordo com a Equação (3.54), tem-se que

$$r_{i+1}^{tent} = \max\left\{r_0, r_{i+1}^{tent}\right\} \tag{3.124}$$

Na condição de carregamento inelástico, $\dot{r}_{i+1} > 0$ o que, a partir da Equação (3.115), acarreta em $r_{i+1}^{tent} > r_i$. Dessa forma, $r_{i+1} = r_{i+1}^{tent}$, confirmando assim a predição. Entretanto, em condições de descarregamento elástico a partir da superfície de dano, $r_{i+1}^{tent} \leq r_i$ e, conforme as discussões teóricas apresentadas na Seção 3.3.3, $r_{i+1} = r_i$ (processo de dano não evolui). O mesmo ocorre em condições de cargas totalmente executadas no interior da superfície de dano (carregamentos elásticos).

No Quadro 3.1 é apresentado o algoritmo necessário à atualização do estado de dano e do campo de tensões atuante no meio poroso.

Quadro 3.1 – Algoritmo para atualização das variáveis internas do modelo de dano e do estado de tensões.

Entradas: $\boldsymbol{\varepsilon}_i$, $\boldsymbol{\varepsilon}_{i+1}$, r_i

Saídas: r_{i+1} , d_{i+1} , $\boldsymbol{\sigma}'_{i+1}$, $\mathbf{C}^{dt}_{i+1}$

1. Determinar a tensão efetiva (do modelo de dano):

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i+1} = \mathbf{C}^{d}_{i} : \boldsymbol{\varepsilon}_{i+1}$$

2. Calcular as normas τ_{i+1} e $\tau_{i+\theta}$:

$$\tau_{i+1} = \sqrt{\boldsymbol{\varepsilon}_{i+1} : \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i+1}}$$

$$\tau_{i+\theta} = (1-\theta)\cdot\tau_i + \theta\cdot\tau_{i+1}$$

3. Calcular r^{tent}_{i+1} e $r^{tent}_{i+\theta}$:

$$r^{tent}_{i+1} = \frac{\tau_{i+\theta} - (1-\theta)\cdot r_i}{\theta}$$

$$r^{tent}_{i+1} = \max\left\{r_0 , r^{tent}_{i+1}\right\}$$

$$r^{tent}_{i+\theta} = (1-\theta)\cdot r_i + \theta\cdot r^{tent}_{i+1}$$

4. Checar a condição de dano e determinar a matriz tangente consistente:

4.1. Se: $r^{tent}_{i+1} \le r_i$ (Descarga elástica)

Definir:

$$r_{i+1} = r_i$$

$$d_{i+1} = 1 - \frac{q(r_i)}{r_i}$$

$$d'_{i+1} = d'(r_{i+1}) = 0$$

$$\boldsymbol{\sigma}'_{i+1} = (1-d_{i+1})\cdot\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i+1}$$

$$\mathbf{C}_{i+1}^{dt} = (1 - d_{i+1}) \cdot \mathbf{C}^0$$

Sair

4.2. Caso contrário:

Definir

$$r_{i+1} = r_{i+1}^{tent}$$

$$d_{i+1} = 1 - \frac{q(r_{i+1})}{r_{i+1}}$$

$$d_{i+1}^{'} = d^{'}(r_{i+1}) = \begin{cases} -\dfrac{1}{r_{i+1}} H & \text{(lei linear)} \\ -\left(\dfrac{A}{r_0}\right)(q_\infty - r_0)\exp\left[A\left(1 - \dfrac{r_{i+1}}{r_0}\right)\right] & \text{(lei exponencial)} \end{cases}$$

$$\boldsymbol{\sigma}'_{i+1} = (1 - d_{i+1}) \cdot \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i+1}$$

$$\mathbf{C}_{i+1}^{dt} = (1 - d_{i+1}) \cdot \mathbf{C}^0 - \frac{d'(r_{i+1})}{\tau_{i+1}} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i+1} \otimes \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{i+1}$$

Sair.

5. Fim do algoritmo.

Uma vez examinado o campo de tensões, submete-se cada elemento a um estado de deformação compatível à solicitação mecânica atuante e aqueles que sofrem danificação têm sua rigidez e resistência reduzidas. Visto que o modelo de dano em problemas hidromecânicos afeta diretamente as condições de fluxo do meio, há a necessidade de se implementar adicionalmente um algoritmo que permita avaliar a evolução do tensor de permeabilidade com o processo de danificação, conforme a exposição teórica mostrada na Seção 3.3.6. Tal algoritmo é apresentado a seguir (Quadro 3.2).

Quadro 3.2 – Algoritmo implementado para avaliação do estado de degradação sobre a permeabilidade do meio poroso.

Entradas: r_{i+1} , ϕ_{i+1}

Saída: $\boldsymbol{\kappa}_{i+1}$

Atualização da permeabilidade intrínseca:

$$\beta = \exp\left[c\left(1 - \frac{q(r_{i+1})}{r_{i+1}}\right)\right]$$

$$\boldsymbol{\kappa}_{i+1} = \beta \cdot \boldsymbol{\kappa}_{\mathbf{0}} \cdot \exp\left[b(\phi_{i+1} - \phi_0)\right] \quad \text{(FEBEX, 2001)}$$

ou

$$\boldsymbol{\kappa}_{i+1} = \beta \cdot \frac{\phi_{i+1}^3 (1-\phi_0)^2}{\phi_0^3 (1-\phi_{i+1})^2} \boldsymbol{\kappa}_{\mathbf{0}} \quad \text{(Kozeny-Carman)}$$

3.4 - CONSIDERAÇÕES SOBRE OS MODELOS DE DANO ELÁSTICO

O comportamento mecânico de alguns materiais, tais como o concreto, depende da natureza da solicitação (compressão / tração). Por outro lado, materiais como o aço apresentam respostas mecânicas muito parecidas, quer estejam sob tração ou compressão. Em decorrência de tal fato, as equações constitutivas devem contemplar tais particularidades. Quando da consideração da influência da variável de dano, tais observações devem ser cuidadosamente avaliadas e reproduzidas. Em algumas situações o efeito do dano só é relevante em carregamentos de natureza tracionante. Em outros, pode ser necessária a análise do processo de dano em ambas as regiões que definem tais modalidades e a adoção de critérios distintos de danificação, em função da natureza da solicitação mecânica. Sendo a variável de dano, por definição, intrinsecamente atrelada à área resistente do meio, numa dada direção e num dado instante, então se pode concluir que os efeitos concernentes à evolução do processo de danificação sejam mais acentuados durante carregamentos que produzam tal resultado. Tendo em vista a simplicidade e dado o interesse de se compreender, ao menos em termos qualitativos, a resposta hidro-geomecânica de um meio poroso sujeito a um processo de degradação local, o modelo de dano isotrópico adotado neste trabalho confere comportamentos acoplados tanto na tração quanto na compressão, cujo reflexo mais visível se verifica na evolução da superfície de dano em função da natureza do carregamento (ver Figura 3.17). Vale relembrar que modelos mais realistas devem abranger as peculiaridades comportamentais observadas experimentalmente.

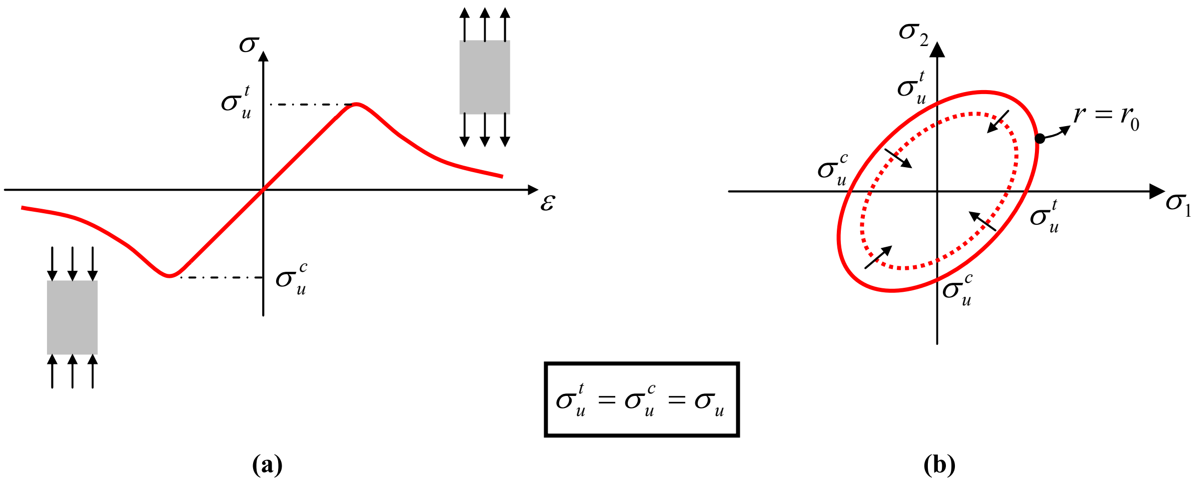


Figura 3.17 – Comportamento mecânico característico do acoplamento da superfície de dano na tração e compressão (danificação com amolecimento do material) : **(a)** resposta constitutiva unidimensional; **(b)** domínio elástico inicial no espaço das tensões.

Capítulo

4 Aplicações e Resultados

4.1 – INTRODUÇÃO

A análise numérica de problemas de estabilidade de poços e escavação em rochas são alguns dos exemplos de obras de engenharia que ilustram a necessidade de modelos constitutivos consistentes com a resposta do material, observada experimentalmente. O processo de fissuração durante a realização de uma escavação em materiais rochosos e a zona de extensão dos efeitos da execução desse tipo de obra são objetos de estudo de modelos tais como o que descreve o processo de danificação. Neste contexto, um dos propósitos do presente trabalho consiste na extensão dos conceitos teóricos abordados pela poroelasticidade clássica para a inclusão de efeitos de geração e expansão de microdefeitos, tornando assim o modelo matemático resultante mais realista na descrição do comportamento de maciços rochosos sob solicitações mecânicas.

O estabelecimento e implementação de uma formulação matemática na descrição da resposta de um conjunto de estruturas (geomateriais, por exemplo) se constitui em uma tarefa que exige um conhecimento teórico dos fenômenos observados. A ferramenta computacional empregada neste trabalho é o programa de elementos finitos CODE_BRIGHT, que resolve de maneira totalmente acoplada as equações de tensões e conservação de fluido nos poros da rocha. A preparação dos dados, assim como a visualização dos resultados, são realizadas utilizando-se a interface gráfica do GID, desenvolvido pelo *International Center for Numerical Methods in Engineering of Barcelona* (CIMNE).

O presente capítulo compreende uma etapa de verificação do modelo de danificação implementado, através da análise do comportamento mecânico de um meio sob solicitações uniaxiais cíclicas com prescrição de deslocamento nas bases da amostra. Em seguida é conduzido um estudo do efeito do processo de danificação na resposta hidromecânica de um meio poroelástico contendo em seu interior uma cavidade esférica saturada. Na etapa final de aplicação do modelo de dano é estudado o problema da execução de poços horizontais em rochas susceptíveis à ocorrência de zonas de degradação no entorno da escavação, área de interesse da engenharia de petróleo.

4.2 – VERIFICAÇÃO DO CÓDIGO NUMÉRICO

Uma das etapas da programação numérica de um modelo constitutivo consiste em aferir sua aplicabilidade, mediante comparação entre os resultados fornecidos pelo modelo implementado e aqueles obtidos por meio de soluções analíticas (quando possível), ensaios ou a partir de outras ferramentas computacionais, uma vez já constatados a aplicabilidade e validade (representatividade dos resultados obtidos por meio destas). A etapa de aferição do modelo serve também para se fazer alguns ajustes numéricos e estimativa de parâmetros, principalmente em problemas caracterizados por alto grau de empirismo (obtenção de curvas experimentais).

4.2.1 - CARREGAMENTO CÍCLICO EM CONDIÇÕES UNIAXIAIS

A Mecânica do dano evoluiu em virtude de pesquisas voltadas ao entendimento de mecanismos que produziam a ruptura (falha) de materiais com uma intensidade de tensões atuantes abaixo do limite de ruptura do meio. Tais estudos mostraram que processos tais como carregamentos cíclicos conduziam a um processo de degradação do material conhecido como fadiga. A fadiga surge a partir da concentração de tensões/ deformações em determinadas regiões de alguns materiais conduzindo à formação de microfissuras, que, evoluindo, conduzem a um posterior colapso. Esse fenômeno é observado comumente no comportamento de meios porosos como o concreto e o asfalto. No caso de rochas (objeto de estudo do presente trabalho) o mecanismo de danificação se manifesta basicamente pelo aparecimento de microfissuras em decorrência do comportamento frágil desses materiais frente aos mecanismos de solicitação.

Com o intuito de se verificar a resposta do modelo constitutivo elástico de dano isotrópico, será feita inicialmente uma análise de um processo de carga–descarga, caracterizado por carregamentos crescentes a cada ciclo, em condições uniaxiais de solicitação. As características mecânicas e parâmetros do modelo de dano encontram-se registradas na Tabela 4.1 e a geometria e condições de contorno adotadas na modelagem são mostradas pela Figura 4.1. A solicitação mecânica do meio se dá através da aplicação de deslocamentos crescentes nas bases do corpo de prova. Em nenhum estágio durante a simulação numérica se submete confinamento lateral à amostra modelada. O ensaio de carregamento cíclico realizado para verificação do modelo compreende apenas 3 ciclos, ora submetendo o material à compressão, ora à tração. A trajetória de carregamento seguida encontra-se ilustrada na Figura 4.2. Os casos analisados apresentam como resposta ao processo de degradação mecânica, ocasionada pelo dano, um comportamento caracterizado pelo "amolecimento" (*softening*) do material. A correlação entre os parâmetros internos do modelo, para avaliação da variável de dano, foi feita tanto por meio de uma lei linear quanto por meio de uma exponencial.

Lei Linear* (Caso 1)	
Parâmetros mecânicos	**Parâmetros do modelo de dano**
E^0 = 2.00e-06 MPa *(Módulo de Young)*	H = -0.40
ν = 0.15 *(Coeficiente de Poisson)*	
σ_u = 15.0 MPa *(Tensão uniaxial de início de dano)*	
Lei Exponencial* (Caso 2)	
Parâmetros mecânicos	**Parâmetros do modelo de dano**
E^0 = 2.00e-06 MPa *(Módulo de Young)*	A = 1.20
ν = 0.15 *(Coeficiente de Poisson)*	q_∞ = 0.00
σ_u = 15.0 MPa *(Tensão uniaxial de início de dano)*	

* Relação entre as variáveis internas (q e r) do modelo de dano

Tabela 4.1 – Parâmetros adotados na modelagem numérica para verificação do modelo de dano isotrópico.

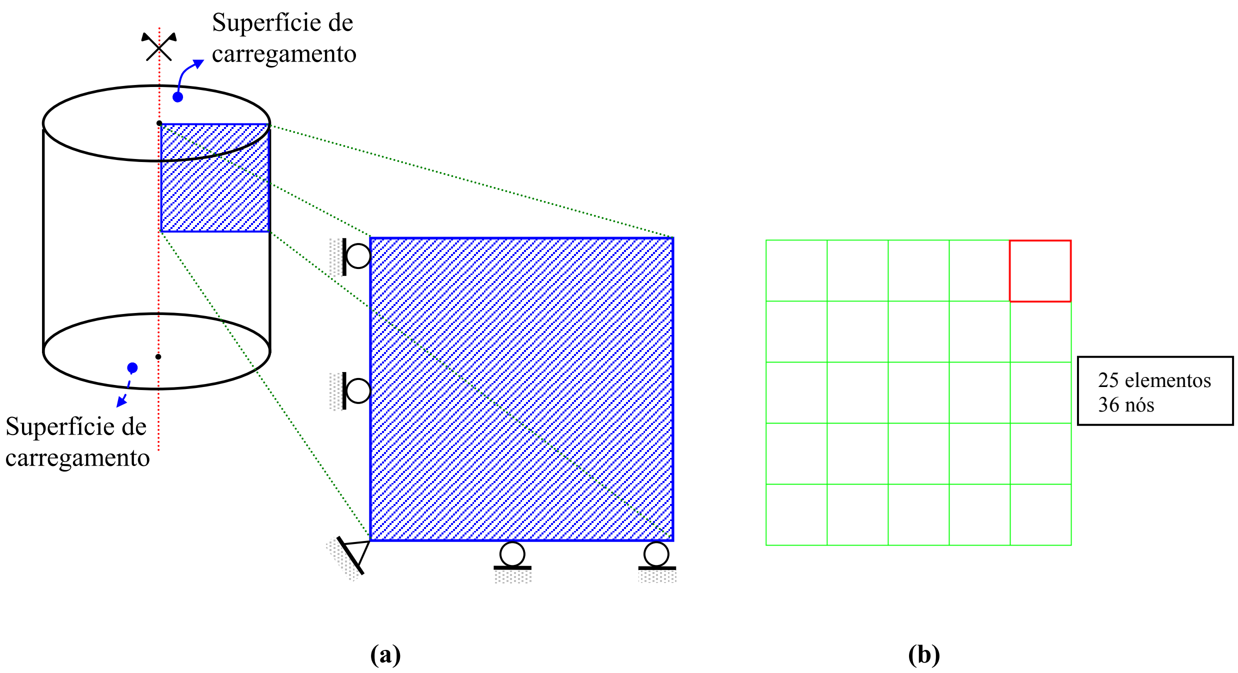


Figura 4.1 – **(a)** Condições de contorno da geometria modelada (problema axissimétrico); **(b)** malha de elementos finitos (em destaque o elemento 21) .

O modelo de dano isotrópico adotado neste trabalho caracteriza-se pelo acoplamento das superfícies de danificação na tração e compressão. A situação aqui analisada caracteriza-se por ser um problema de natureza puramente mecânica.

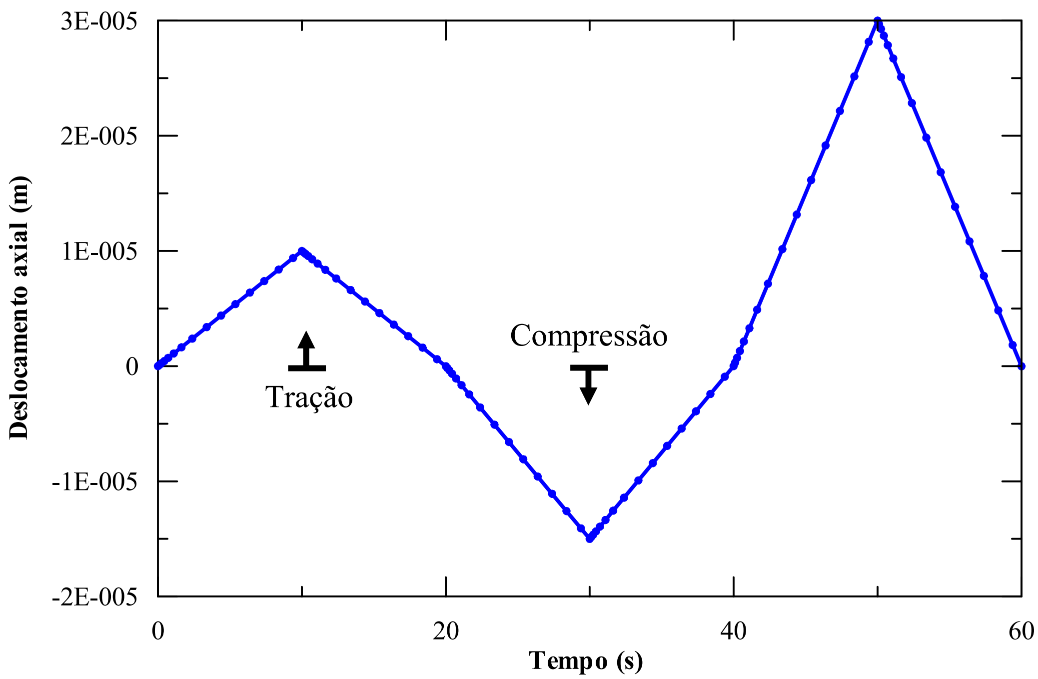


Figura 4.2 – Trajetória de carregamento uniaxial seguida na simulação (ensaios cíclicos).

Os resultados obtidos por meio da simulação no CODE_BRIGHT, quando confrontados com aqueles fornecidos pela ferramenta computacional COMET (*COupled MEchanics and Thermal Analysis*), evidenciam um grau de concordância muito bom entre ambos os códigos para análises em elementos finitos. Cabe ressaltar que a aplicabilidade e eficiência do código COMET, desenvolvido pelo CIMNE, faz-se presente em problemas mecânicos, térmicos e em acoplamentos termo-mecânicos, em análises em uma, duas e três dimensões (CERVERA *et al.*, 1999), possibilitando ainda a ativação do dano (isotrópico), cuja formulação matemática é semelhante ao modelo aqui implementado. Os resultados fornecidos por tais recursos e para as condições físicas adotadas encontram-se registrados nas Figuras 4.3 e 4.4.

Pode-se constatar que a variável interna r apresenta modificações em seu valor (sempre crescentes) nos estágios de carregamento (tração ou compressão) nas bases da amostra modelada, uma vez ativado o processo de danificação. Além disso, em ambos os casos analisados o material foi conduzido, praticamente, a uma condição de danificação total ($d \sim 1.00$). Consequentemente, a resistência do meio tende a zero, claramente observada no trecho final ($G \rightarrow A$) dos gráficos que representam a relação tensão-deformação axiais (trajetória de carregamento: $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G \rightarrow A$). A análise das Figuras 4.3 e 4.4 permitem constatar ainda que a evolução da variável de dano (d) ocorre de maneira a sempre cumprir a condição $\dot{d} \geq 0$, visto que $\dot{r} \geq 0$. A maneira como as variáveis internas q e r se relacionam (linear ou exponencial) influencia no aspecto da curva tensão-deformação nos trechos em que o processo de danificação evolui (trechos $B \rightarrow C$, $D \rightarrow E$ e $F \rightarrow G$). O acoplamento da superfície de dano na tração e compressão evidencia-se pela magnitude das tensões que delimitam o domínio elástico, claramente observado nos gráficos tensão-deformação (axiais). Um outro indício do acoplamento da superfície de dano pode ser visto pela independência da inclinação da curva tensão-deformação com relação à natureza do carregamento, dentro do domínio elástico estabelecido (trechos $C \rightarrow A \rightarrow D$ e $E \rightarrow A \rightarrow F$).

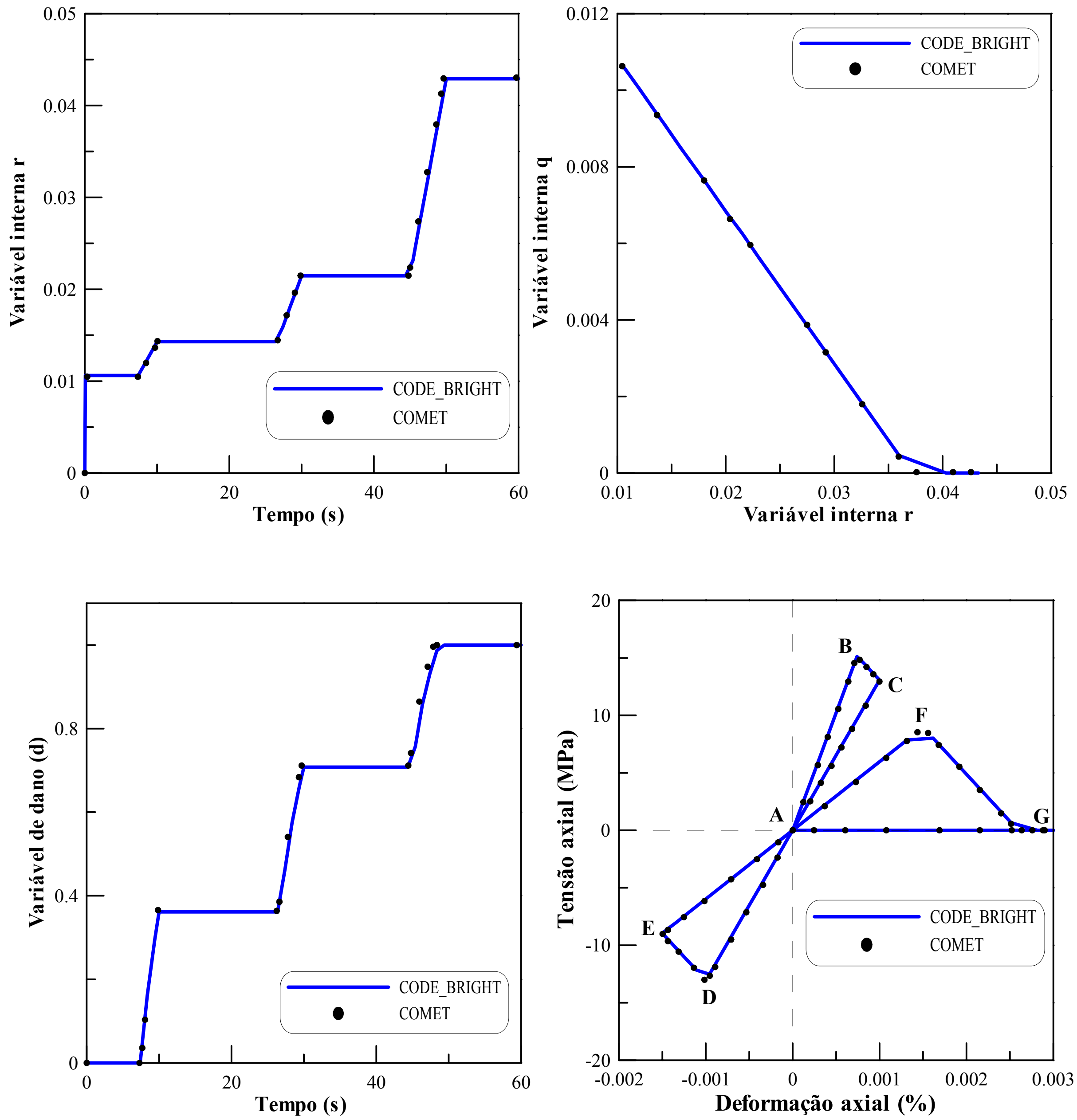


Figura 4.3 – Resultados de ensaios cíclicos comparativos, obtidos pelas ferramentas CODE_BRIGHT e COMET (lei linear de dano com amolecimento).

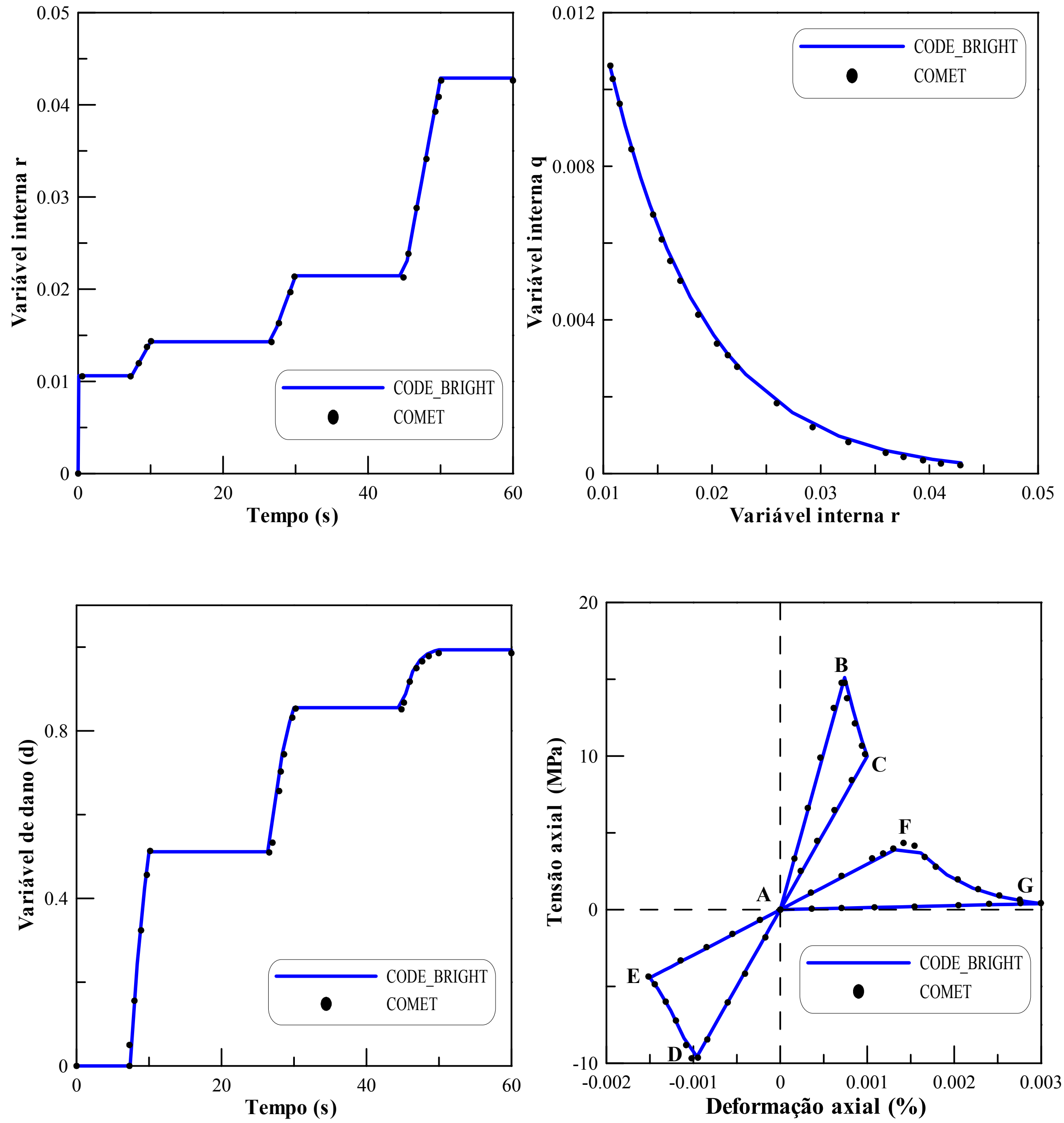


Figura 4.4 - Resultados de ensaios cíclicos comparativos, obtidos pelas ferramentas CODE_BRIGHT e COMET (lei exponencial de dano com amolecimento).

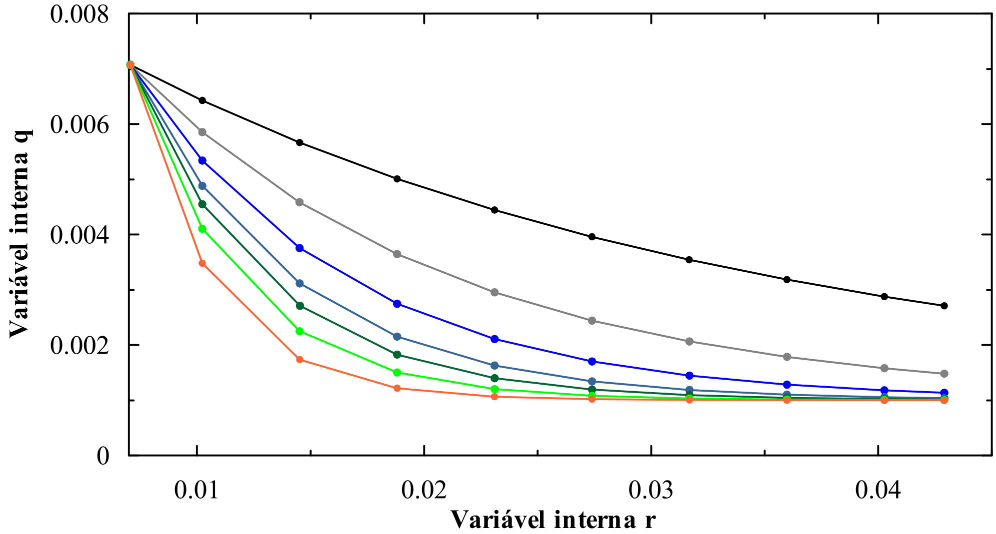
4.2.2 - ANÁLISE PARAMÉTRICA DO MODELO DE DANO

Os parâmetros de um modelo são responsáveis pela forma como o material simulado responde às solicitações. Um estudo paramétrico é necessário para: avaliar a sensibilidade de um modelo matemático a variações nos diversos parâmetros contidos na formulação e desse modo, verificar quais são mais relevantes na resposta do material; estimar valores dos parâmetros, característicos para determinados padrões de comportamento; aprofundar o entendimento das possíveis particularidades concernentes ao modelo e estabelecer limites de variação aceitáveis nos diversos parâmetros.

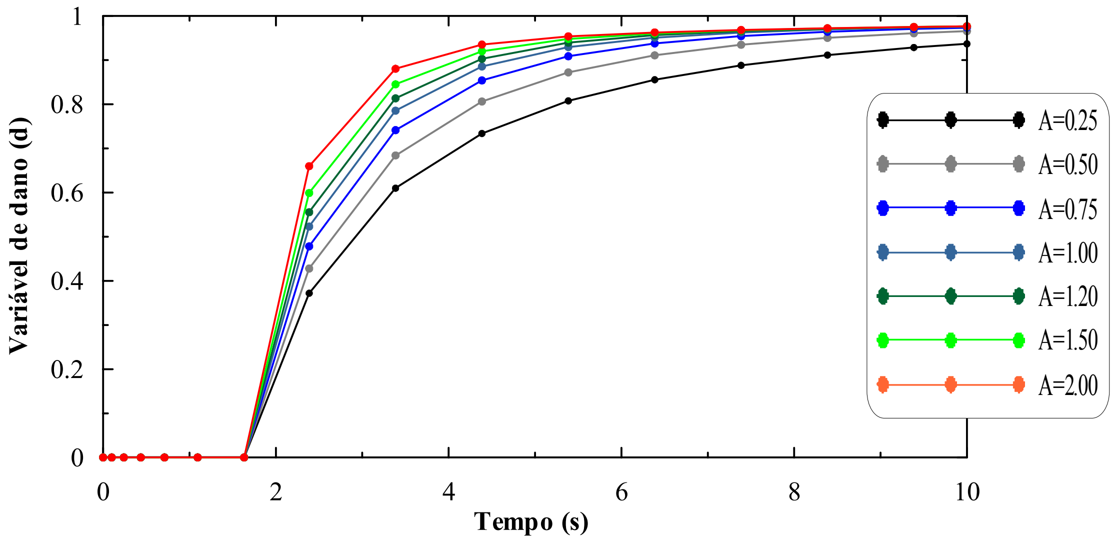
Com este objetivo, foi simulada uma situação de carregamento uniaxial cujas características do material são as mesmas apresentadas na Tabela 4.1 relativas ao Caso 2, ou seja, a lei que relaciona as variáveis internas q e r do modelo de danificação é caracterizada por uma curva exponencial, e, para os casos analisados, o meio sofre amolecimento com a evolução do dano. Além disso, a execução do carregamento foi feita em uma única etapa, com a aplicação de deslocamento axial de 3.0e-05 m nas bases da amostra.

A análise dos gráficos obtidos na modelagem (para o estudo paramétrico), apresentados na Figuras 4.5, sugere que parâmetro A responde pelo arranjo estrutural interno do material, controlando a susceptibilidade do meio em se danificar. A intensidade da predisposição ao dano pode ser avaliada em termos da velocidade com a qual o meio tende a alcançar a condição de dano crítico. Pode-se constatar também que valores maiores na variável de dano ocorrem para valores crescentes do parâmetro A, conduzindo assim a uma maior degradação mecânica do meio, conforme pode ser visto na Figura 4.5 (c).

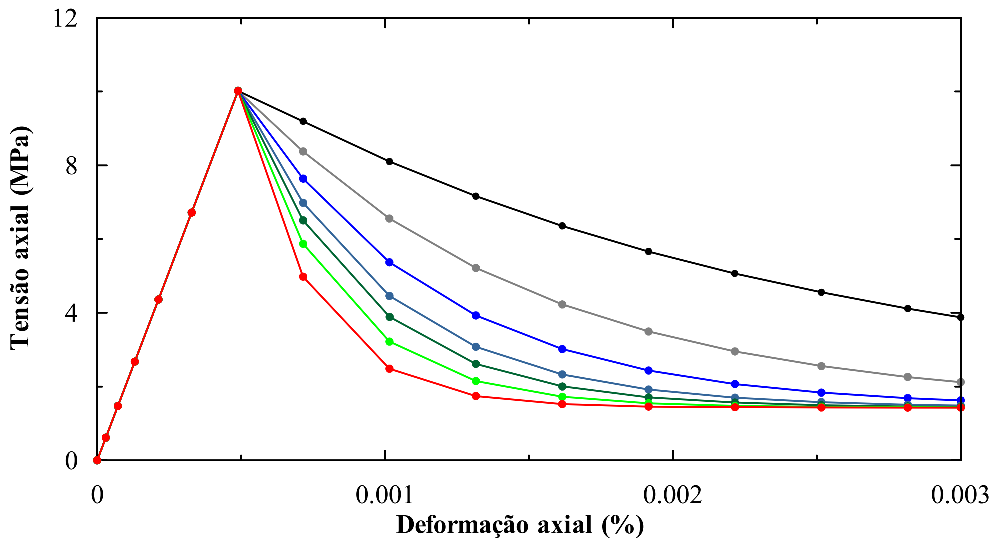
Por outro lado, o parâmetro q_∞ pode ser relacionado à resistência residual do material após sofrer o processo de dano, conforme constatação feita por meio da Figura 4.6. Em condições de danificação com amolecimento, quanto menores os valores assumidos por q_∞, menores as resistências do meio, em decorrência de valores mais elevados registrados pela variável de dano.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.5 – Estudo de influência do parâmetro “A” da lei exponencial de dano: **(a)** relação entre q e r; **(b)** evolução da variável de dano; **(c)** relação tensão-deformação axial.

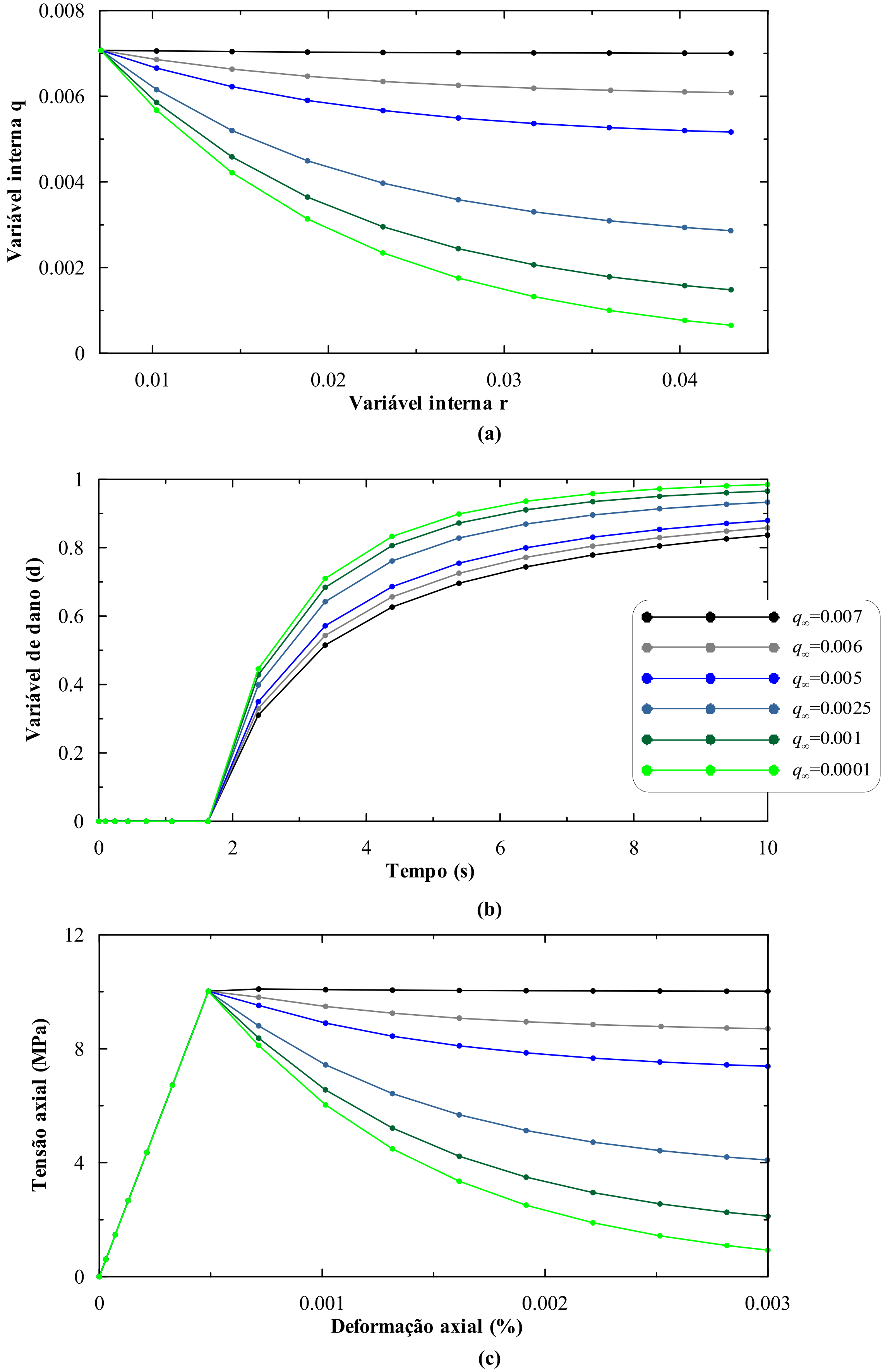


Figura 4.6 – Estudo de influência do parâmetro "q_∞" da lei exponencial de dano: **(a)** relação entre q e r; **(b)** evolução da variável de dano; **(c)** relação tensão-deformação axial.

4.3 - Aplicação hidromecânica: evolução das características hidráulicas em meios porosos em condições de carregamento

O dano em maciços rochosos, segundo indicam observações experimentais (SOULEY *et al.*, 2001; TANG *et al.*, 2002), além de causar alterações nas características mecânicas do meio (distribuição de tensões e deformações, resistência) tende a induzir modificações nas propriedades hidráulicas. Com o intuito de se estudar a influência do dano sobre as características hidromecânicas em um maciço poroso saturado, executou-se a modelagem numérica de um caso que se caracteriza por um meio poroso contendo em seu interior uma cavidade esférica que, por sua vez, simula o efeito de um poro saturado. A existência de vazios (poros) em um material, considerando o aspecto abordado pela mecânica do dano, constitui-se em um conjunto de elementos que propiciam a concentração de tensões/deformações no entorno de tais feições, de modo a induzir, no interior do material, regiões mais propícias ao desenvolvimento do dano. Baseado em tais observações, para o caso analisado (cavidade no interior de um maciço), espera-se como resultado do processo de danificação uma intensificação de tal fenômeno nas imediações da cavidade (ver Figura 4.7).

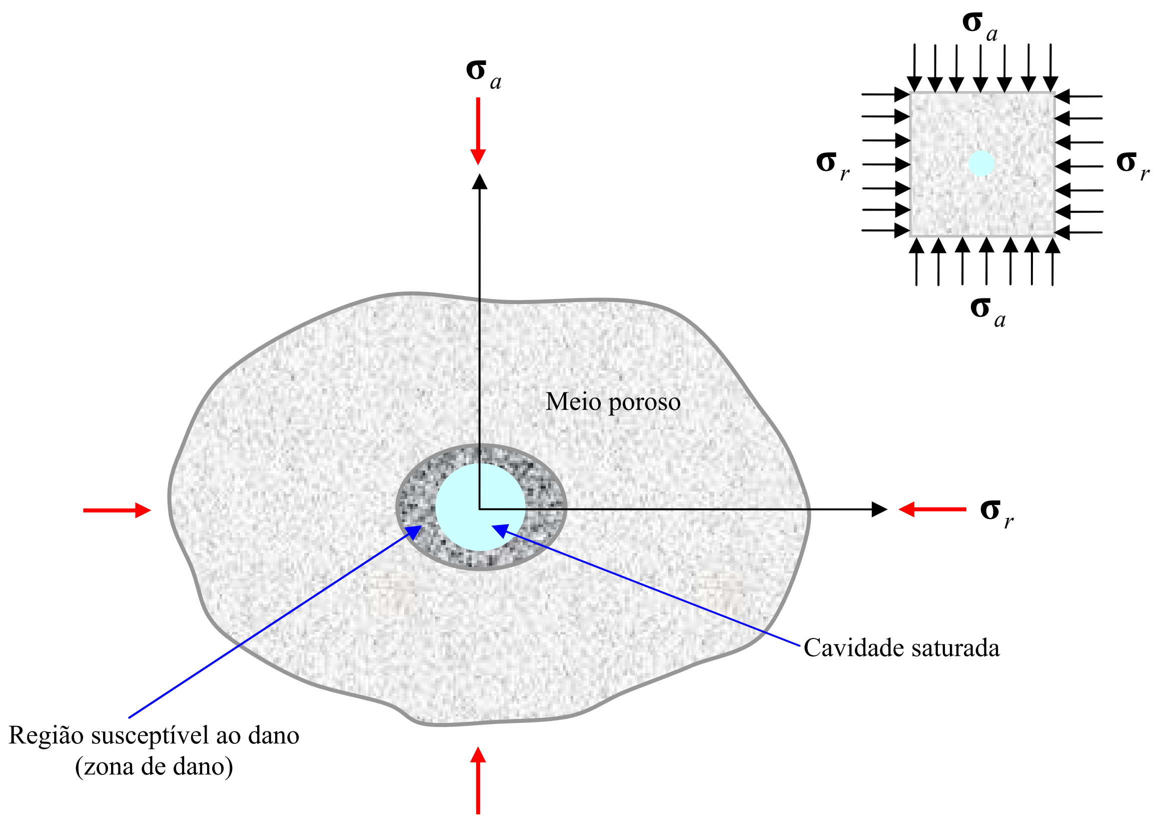


Figura 4.7 – Esquema representativo do problema de um poro saturado em um meio susceptível ao dano (sob carregamento confinante).

O estudo da evolução das propriedades hidromecânicas de um meio poroso saturado sujeito a uma solicitação mecânica externa pode ser conduzido mediante a aplicação de um carregamento instantâneo com o intuito de se produzir, nos instantes iniciais da análise, um acréscimo de poro-pressão no fluido de mesma magnitude que a carga aplicada e avaliar a evolução das variáveis do problema hidráulico no decorrer do tempo e como tais interferem na resposta mecânica do meio poroso. O carregamento instantâneo do material poroso tenta reproduzir uma condição que não permita dissipação da poro-pressão durante a aplicação da carga. Para a modelagem computacional de um meio poroelástico susceptível ao dano contendo em seu interior um material que simula o efeito de uma cavidade totalmente saturada por água admitiu-se que:

- Sendo o fluido da cavidade considerado incompressível em comparação com o meio poroelástico no entorno, adotou-se, para representar tal condição, um material com alta permeabilidade (nenhuma resistência ao movimento do líquido no seu domínio) e coeficiente de Poisson elevado.
- Processo de drenagem na fronteira do meio poroso (amostra modelada).

A Tabela 4.2 apresenta as propriedades relevantes adotadas durante a simulação do problema descrito anteriormente. Os parâmetros mecânicos adotados são característicos de um arenito (SELVADURAI & SHIRAZI, 2004). A solicitação mecânica se dá por meio da aplicação de um confinamento isotrópico instantâneo (ver Figura 4.8) e o problema modelado caracteriza-se por ser axissimétrico. Por outro lado, é permitido ao meio poroso danificar-se sem que ocorra evolução da superfície de dano durante o processo de danificação (dano perfeito). A correlação entre as variáveis internas do modelo de dano se dá segundo uma lei exponencial. Por outro lado, a introdução, na Equação (2.18), da constante que contabiliza o efeito da danificação na permeabilidade intrínseca da matriz porosa (Equação (3.76)) resulta na seguinte equação

$$\boldsymbol{\kappa}^{\mathbf{d}} = \boxed{\boldsymbol{\kappa}_{\mathbf{0}} \cdot \exp\left[b(\phi - \phi_0)\right]} \cdot \exp\left[c\left(1 - \frac{q}{r}\right)\right] \tag{4.1}$$

Permeabilidade intrínseca na condição virgem (FEBEX)

	Parâmetros utilizados na simulação	Símbolo	Valor	Unid.
	Módulo de Elasticidade (Young)	E^0	8300	MPa
	Coeficiente de Poisson	ν	0.195	-
	Parâmetro de Biot-Willis	α	0.90	-
Meio Poroso	Tensão uniaxial de início de dano	σ_u	30.00	MPa
	Permeabilidade intrínseca (inicial)	κ_0	2.00e-14	m^2
	Parâmetro do modelo de dano (lei exponencial*)	A	0.000	-
	Parâmetro do modelo de dano (lei exponencial*)	q_∞	0.000	-
	Módulo de Elasticidade (Young)	E^0	8300	MPa
	Coeficiente de Poisson	ν	0.499	-
Cavidade Esférica	Tensão uniaxial de início de dano	σ_u	30.00	MPa
	Permeabilidade intrínseca (inicial)	κ_0	2.00e-09	m^2
	Parâmetro do modelo de dano (lei exponencial*)	A	0.000	-
	Parâmetro do modelo de dano (lei exponencial*)	q_∞	0.000	-

* Relação entre as variáveis internas (q e r) do modelo de dano

Tabela 4.2 – Parâmetros adotados na simulação do problema de uma cavidade inclusa em um meio poroso susceptível ao dano.

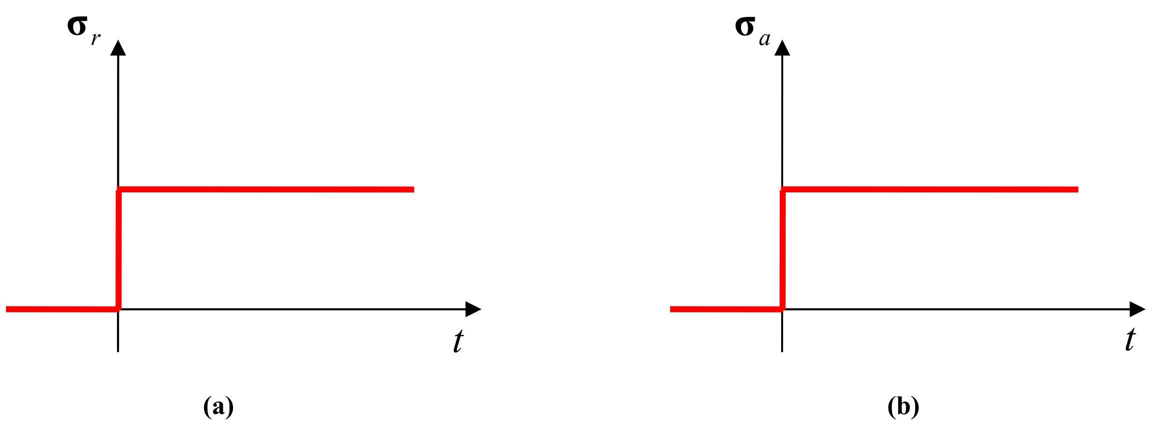


Figura 4.8 – Esquema de aplicação de cargas para confinamento da geometria modelada: **(a)** aplicação do confinamento lateral (cargas radiais); **(b)** aplicação do carregamento axial.

Conforme especificado na Seção 2.3.3, a escolha da relação apresentada anteriormente justifica-se pela maior flexibilidade (controle) na relação entre a permeabilidade intrínseca e a porosidade, traduzida pela escolha do valor do parâmetro de ajuste b (valores aqui adotados provenientes da literatura). Por outro lado, o efeito da danificação na variação da permeabilidade intrínseca, conforme apresentado no Capítulo 3 se assemelha a relações empíricas obtidas no estudo da danificação em concreto.

A Figura 4.9 esquematiza as condições de carregamento impostas ao maciço rochoso (geometria da amostra) e a malha de elementos finitos gerada bem como as condições de contorno do problema modelado.

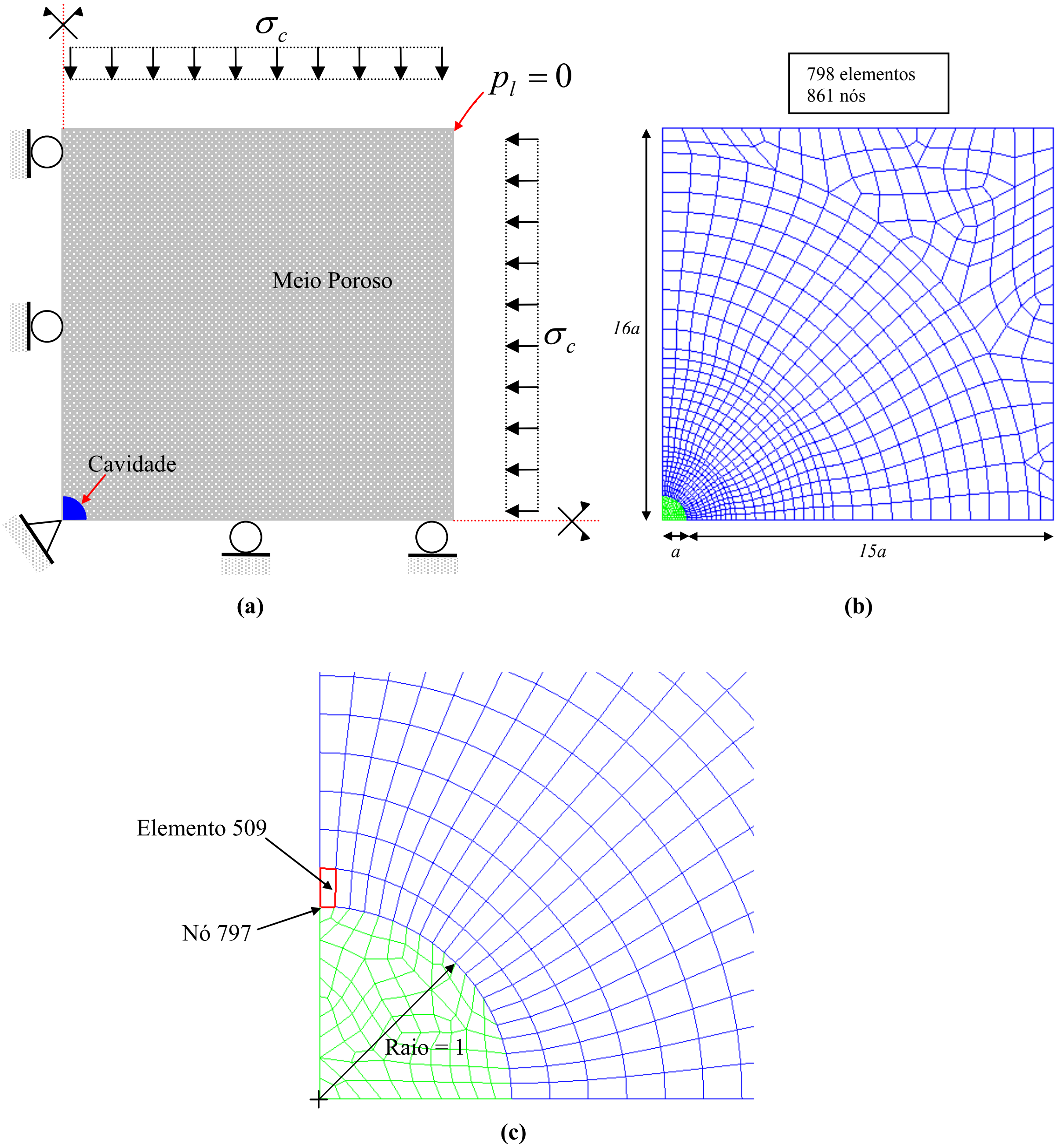


Figura 4.9 – **(a)** Condições de contorno da geometria representativa do problema da cavidade saturada; **(b)** malha de elementos finitos gerada; **(c)** detalhe da cavidade.

4.3.1 - EFEITO MANDEL-CRYER E EVOLUÇÃO DA PERMEABILIDADE

A aplicação instantânea de uma tensão de confinamento em um corpo de prova no qual se permite a drenagem em suas fronteiras ocasiona um aumento na poro-pressão, imediatamente após o carregamento, e posteriormente, um decréscimo gradual devido à drenagem (SELVADURAI & NGUYEN, 1995), sendo tal fato comprovado teoricamente e observado experimentalmente para meios poroelásticos ideais (SELVADURAI & SHIRAZI, 2004). Esse fenômeno é comumente conhecido como efeito Mandel-Cryer. Nos estágios iniciais da resposta poroelástica de um meio poroso sujeito a um carregamento confinante (instantâneo), as variações volumétricas devido à consolidação se localizam praticamente nas regiões mais próximas às superfícies, como conseqüência das condições de drenagem nessas áreas. A redução volumétrica devido à consolidação ocasiona uma compressão adicional imposta às regiões interiores do corpo de prova. O campo de tensões atuante conduz ao desenvolvimento de poro-pressões adicionais no fluido contido nas partes mais internas do material. Os estudos de Cryer apontam para o fato de que a amplificação e o subseqüente decaimento (dissipação de poro pressão) depende das características de condutividade hidráulica e do módulo elástico do meio poroso (SELVADURAI, 2004; SELVADURAI & SHIRAZI, 2004).

Conforme discutido anteriormente o efeito do processo de danificação se restringe basicamente às proximidades da cavidade como mostra a Figura 4.10.

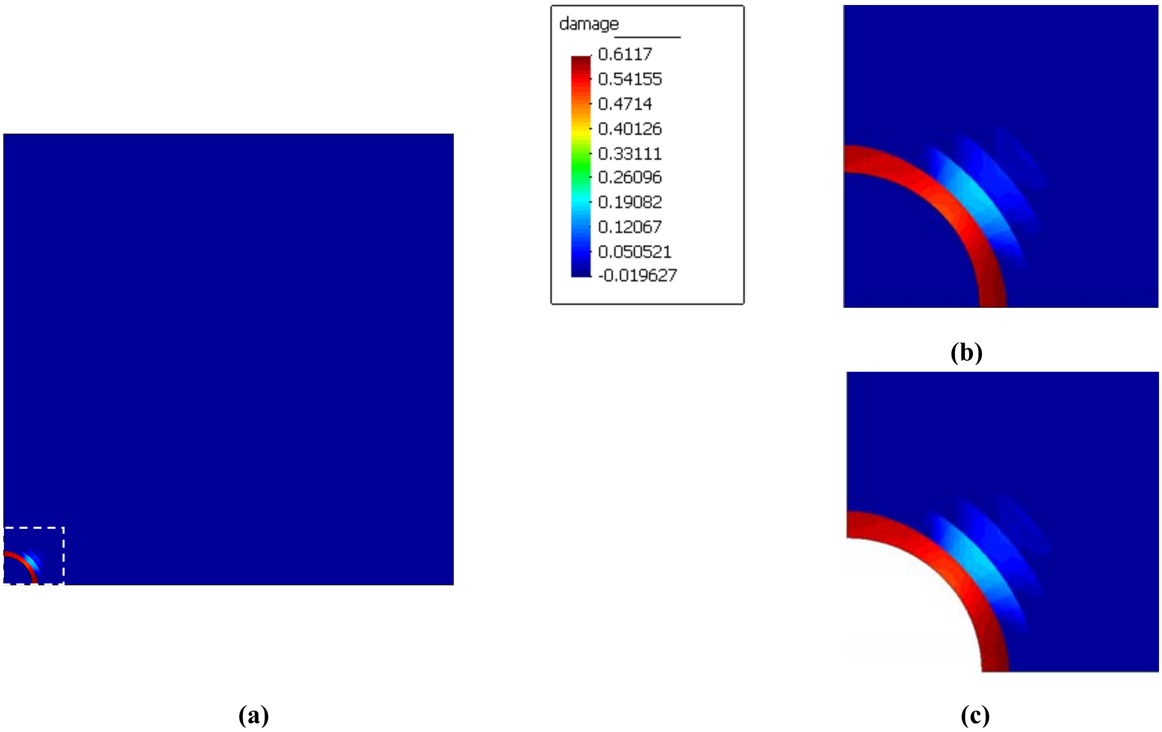


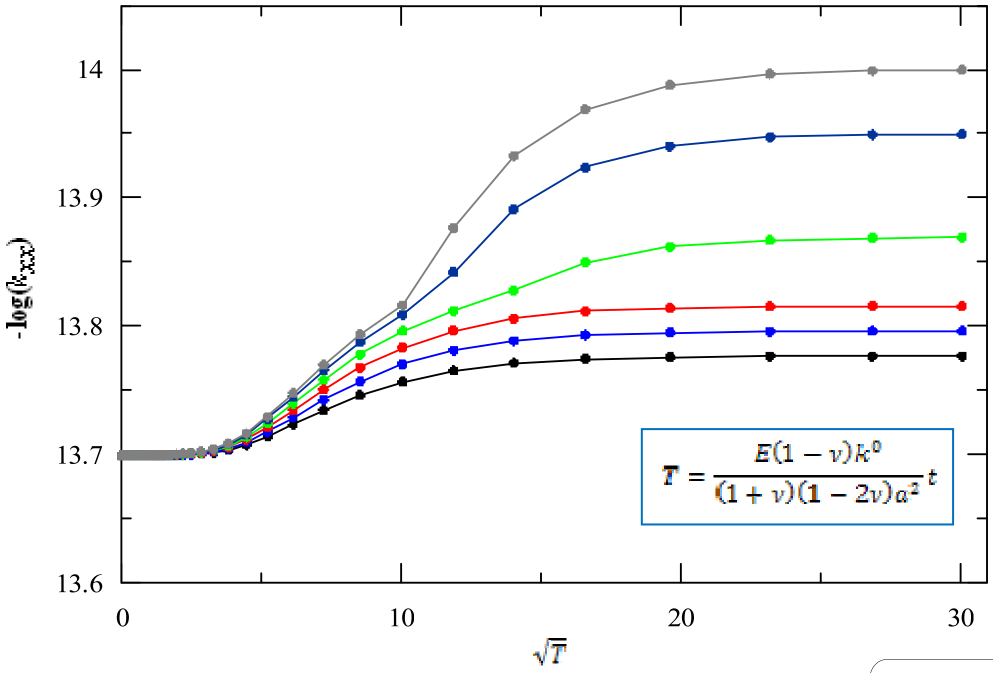
Figura 4.10 – **(a)** Distribuição do dano ao longo da geometria modelada (t = **50000 s**); **(b)** detalhamento da região próxima à cavidade (mostrando material da cavidade); **(c)** detalhamento da região próxima à cavidade (material da cavidade retirado).

A análise gráfica da evolução da permeabilidade e da poro-pressão mostra que a dependência da lei de permeabilidade apenas com a variação da porosidade ($b = 100$ e $c = 0$) acarreta em uma redução da permeabilidade intrínseca do meio mediante o aumento no valor da tensão média de confinamento, cujo reflexo mais visível se mostra através do retardamento no tempo de dissipação da poro-pressão (ver Figura 4.11). Por outro lado, se a variação da permeabilidade da matriz porosa depende exclusivamente da variável de dano ($b = 0$ e $c = 25$), é possível observar que nas condições em que não se registram indícios de danificação no maciço, a permeabilidade intrínseca não varia durante o processo de carregamento e consolidação do meio poroso. Para os casos em que ocorre o dano local, a permeabilidade da rocha aumenta com o dano, que por sua vez, aumenta com a tensão de confinamento (ver Figura 4.12).

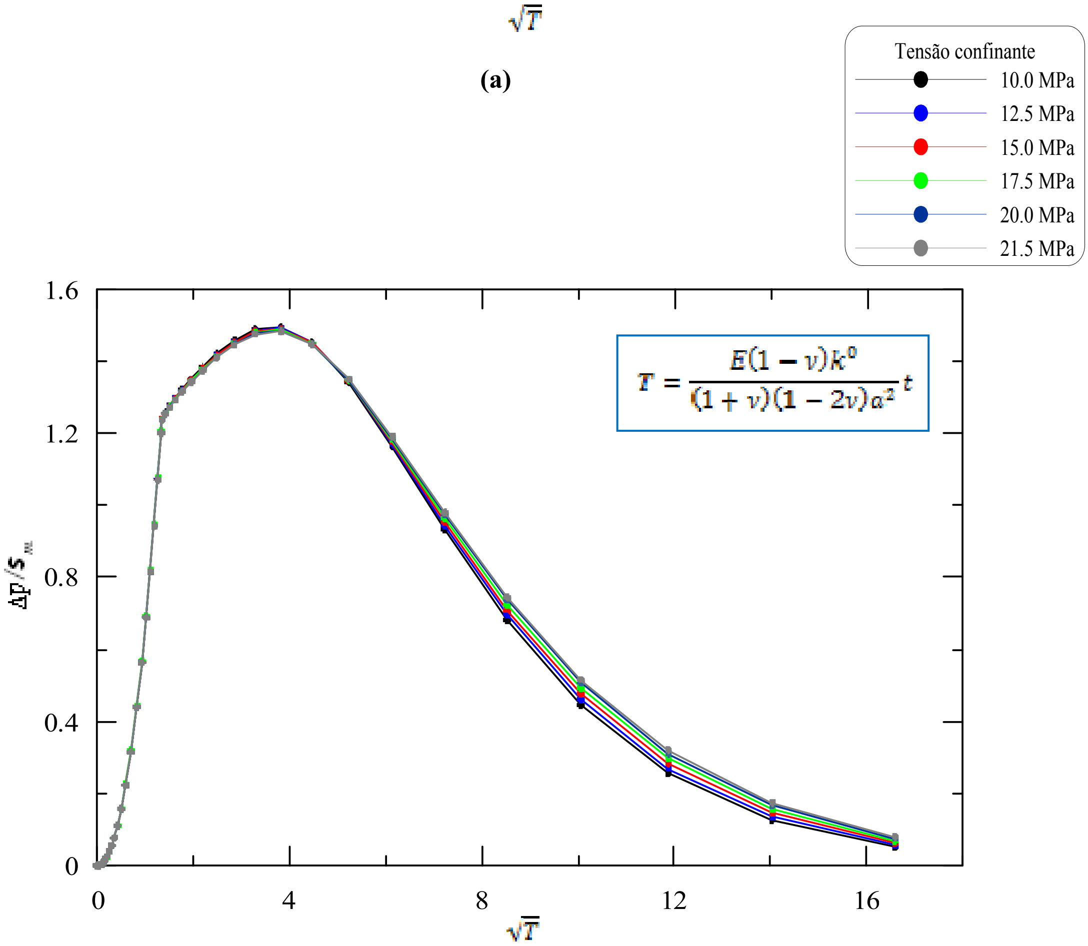
A análise da evolução da permeabilidade intrínseca, quando a lei de evolução desta depende da porosidade e do dano ($b = 100$ e $c = 25$), mostra que nos casos em que não se registra nenhum dano, há uma leve redução da permeabilidade decorrente da redução na porosidade do meio. Nos estágios iniciais (antes da ativação da variável de dano) das situações em que se registra a ocorrência de dano, o efeito dominante sobre a variação da permeabilidade deve-se à variação na porosidade, observando-se assim uma leve redução de tal grandeza. Uma vez ativada a variável de dano, constata-se um aumento acentuado na permeabilidade da rocha, conforme evidenciado pela Figura 4.13. Neste estágio, para as condições aqui exploradas (compressão), a redução da porosidade tende a ocasionar uma diminuição da permeabilidade enquanto que a evolução da variável de dano tende a provocar o efeito contrário, ou seja, causar um aumento significativo nesta propriedade, de maneira que a redução da porosidade tende a reduzir o impacto do dano (aumento drástico) na evolução da permeabilidade (observar Figura 4.14). O efeito do dano sobre o tempo de dissipação da poro-pressão gerada é mínimo. Uma possível explicação para isso seria o fato de que o dano é ativado nos instantes em que a curva de evolução da poro-pressão está em seu ramo descendente. Para se observar um efeito do dano sobre o tempo de dissipação, dever-se-ia ativar o dano nos estágios ascendentes ou nas proximidades do pico da curva de evolução da poro-pressão.

Vale ressaltar que o valor do parâmetro c foi intencionalmente adotado com o intuito de se acentuar o efeito do dano sobre a variação da permeabilidade na região próxima à cavidade. Assim como o parâmetro b (da lei de permeabilidade), aquela variável deve ser estimada através de curvas de evolução da permeabilidade, obtidas experimentalmente, por meio de uma adequação ao comportamento do maciço em estudo.

Selvadurai & Shirazi (2004.a e 2004.b) analisaram a evolução da poro-pressão com o dano, sob condições de carregamentos isotrópicos e não-isotrópicos, além do efeito da geometria da cavidade (esfera ou elipsóide) na resposta global do meio poroso durante o processo de degradação mecânica. A lei de evolução da permeabilidade com a danificação adotada por tais autores, desenvolvida a partir de observações experimentais conduzidas em rochas, apresentou como reflexo uma redução no tempo de dissipação da poro-pressão gerada durante o processo de confinamento rápido da amostra, na condição de dano. Conforme citado anteriormente, tal efeito não é observado nas análises gráficas aqui apresentadas por motivos anteriormente descritos.

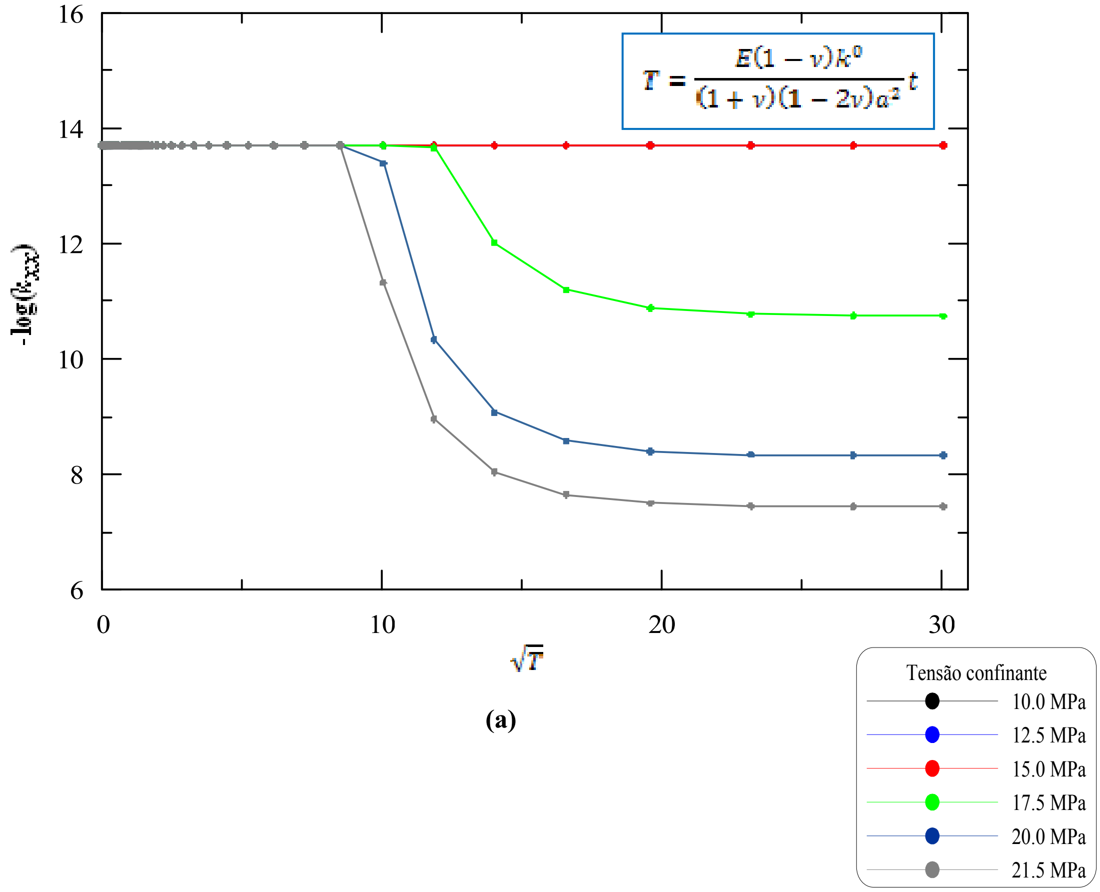


(a)

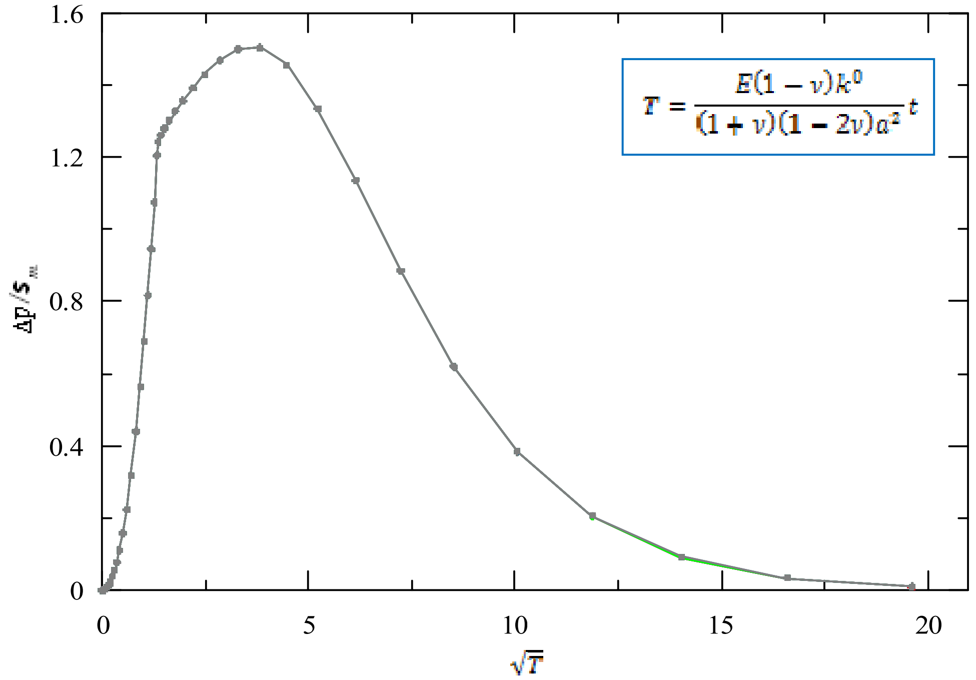


(b)

Figura 4.11 –Influência do confinamento (parâmetros da lei de permeabilidade: b=100 e c=0): **(a)** evolução da permeabilidade intrínseca (elemento 509); **(b)** evolução da poro-pressão (nó 797).

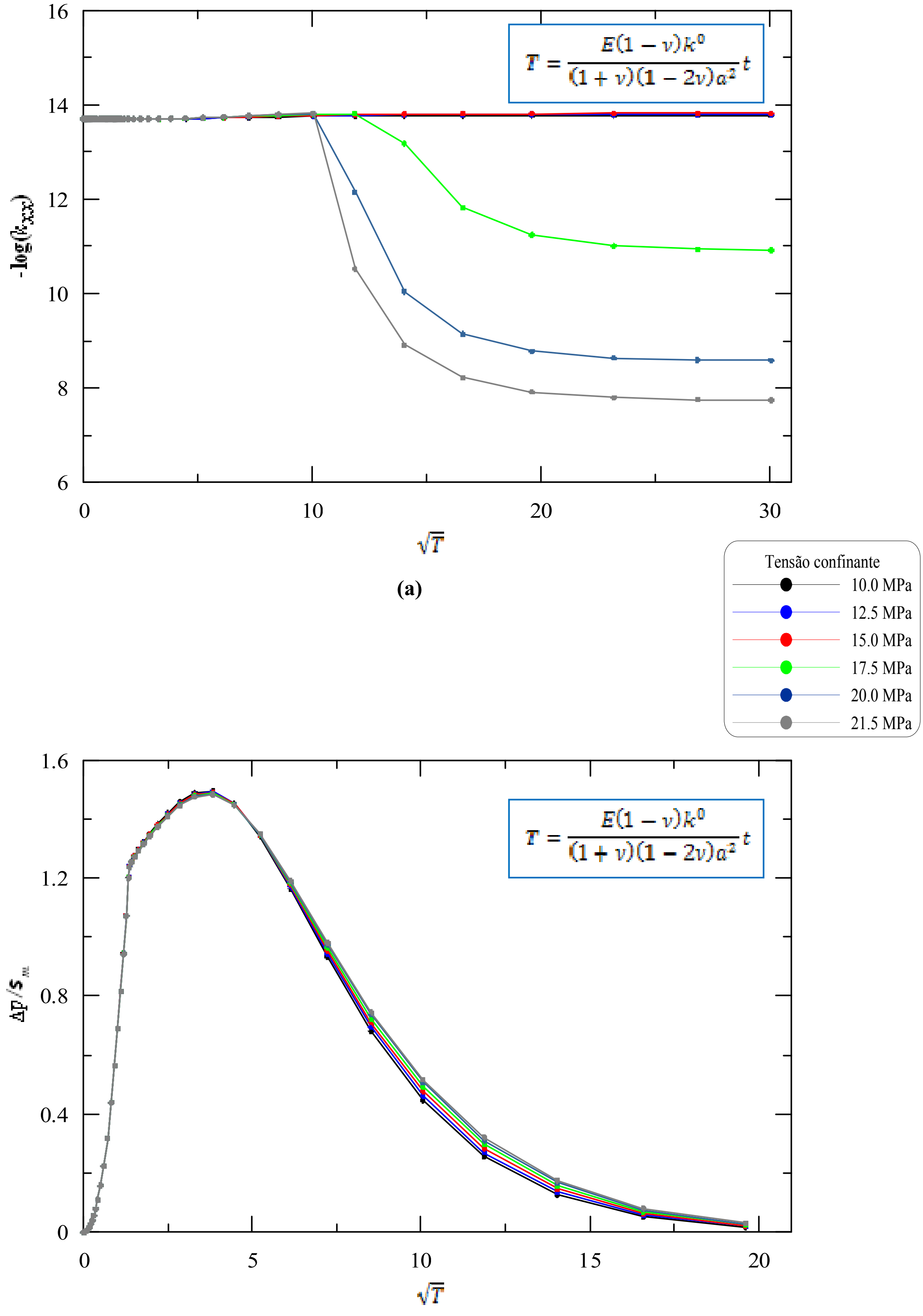


(a)



(b)

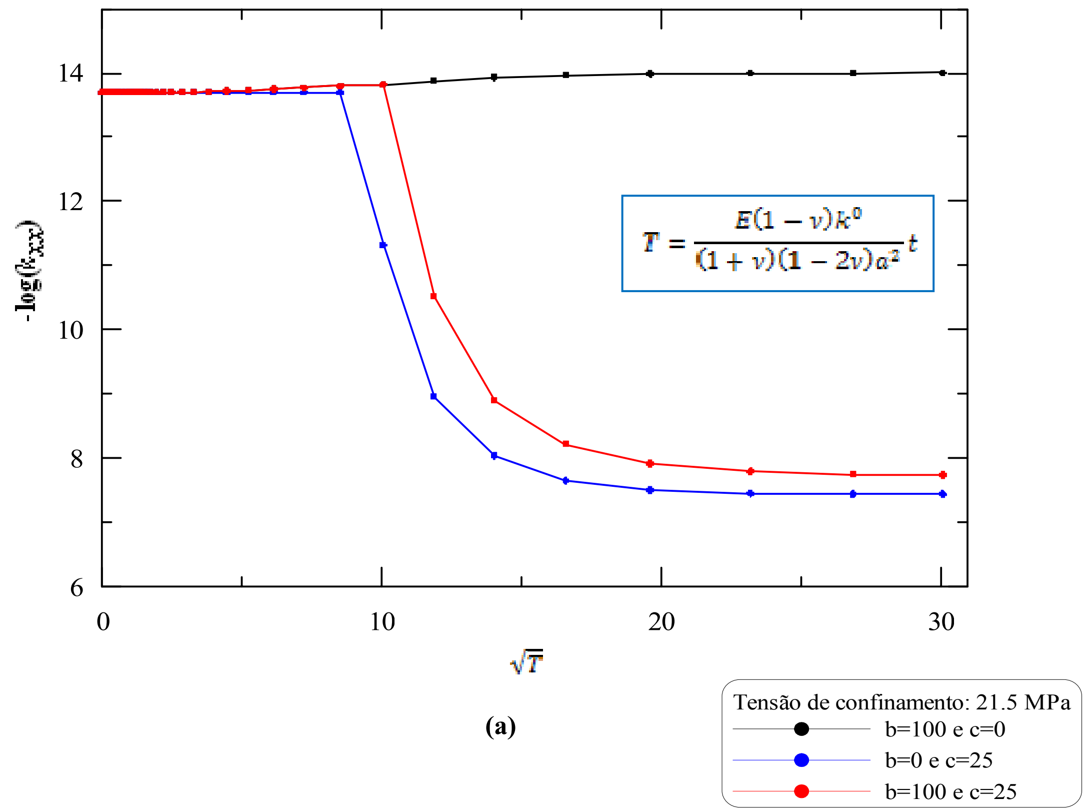
Figura 4.12 – Influência do confinamento (parâmetros da lei de permeabilidade: b=0 e c=25): **(a)** evolução da permeabilidade intrínseca (elemento 509); **(b)** evolução da poro-pressão (nó 797).



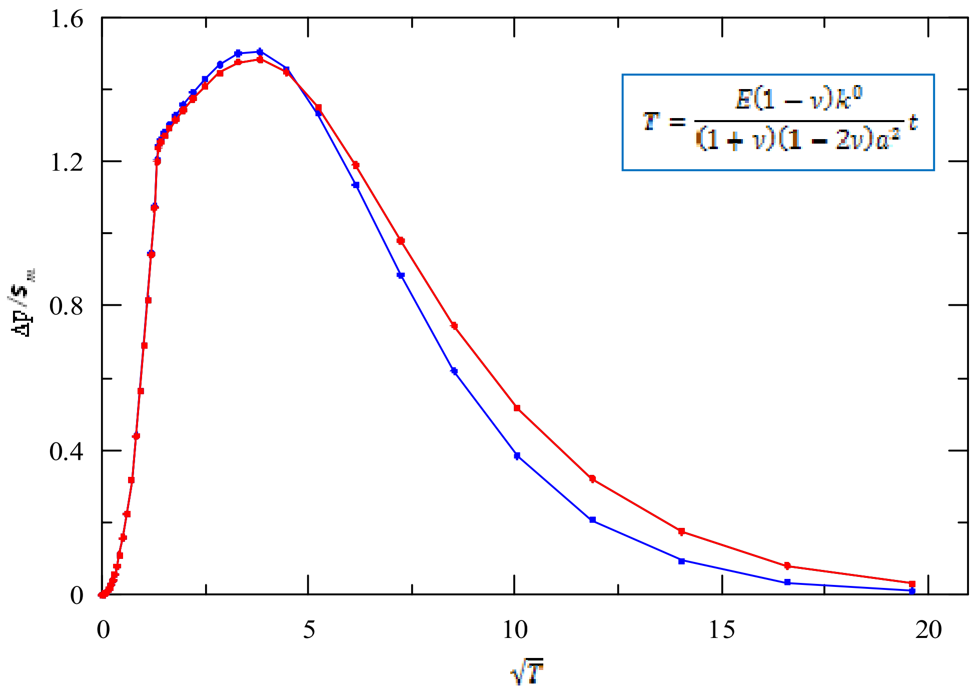
(a)

(b)

Figura 4.13 – Influência do confinamento (parâmetros da lei de permeabilidade: b=100 e c=25): **(a)** evolução da permeabilidade intrínseca (elemento 509); **(b)** evolução da poro-pressão (nó 797).



(a)



(b)

Figura 4.14 – Influência dos parâmetros da lei de permeabilidade na resposta poroelástica da rocha: **(a)** evolução da permeabilidade intrínseca (elemento 509); **(b)** evolução da poro-pressão (nó 797).

Em decorrência de limitações concernentes à metodologia empregada (método dos elementos finitos) é possível que ocorram problemas de instabilidade numérica em situações nas quais a evolução do processo de danificação no material produz um comportamento caracterizado pelo amolecimento (‘*softening*’) da matriz porosa. Uma forma de se contornar tais limitações pode ser encontrada adotando-se valores muito pequenos para o parâmetro A, de modo a se ter uma condição de amolecimento ‘suave’. Com o intuito de se verificar quais seriam as implicações resultantes de um material que se danifica sob uma condição de *‘softening’*, executou-se a modelagem de um caso no qual foi adotado um valor $A = 0.15$. As demais propriedades hidromecânicas e do modelo de dano foram mantidas. Em ambas as situações (dano perfeito e dano com amolecimento) o meio poroso foi submetido a um confinamento instantâneo de magnitude 21.5 MPa. Os resultados mostrados pela Figura 4.15 evidenciam que o valor do dano registrado realmente aumenta com a ocorrência do *‘softening’* em comparação à situação de dano perfeito.

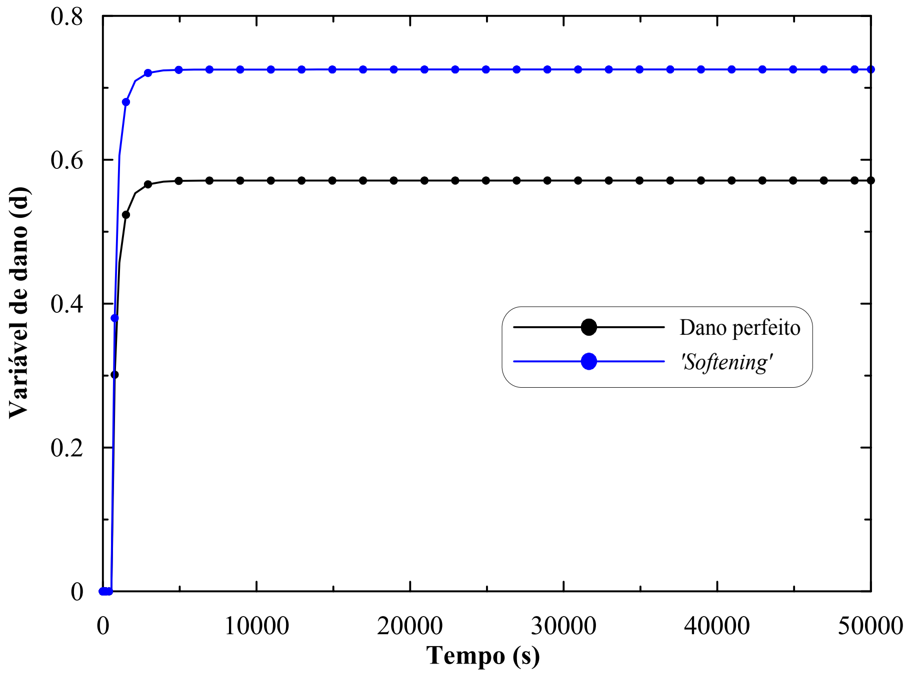


Figura 4.15 – Evolução da variável de dano (elemento 509): t=50000 s.

Com relação à evolução da permeabilidade intrínseca, é possível constatar que em casos nos quais a variação da permeabilidade é diretamente afetada pelas variáveis internas do modelo de dano (parâmetro c não nulo), a condição de dano com amolecimento implica em um aumento significativo de tal grandeza (permeabilidade) em comparação com a condição de dano perfeito, como mostrado na Figura 4.16. Quando a lei de permeabilidade é influenciada unicamente pela variação na porosidade ($b = 100$ e $c = 0$), observou-se uma redução ligeiramente maior na permeabilidade na condição de dano com amolecimento. Tal constatação pode ser o resultado de um processo de danificação mais acentuado em tal situação, o que ocasiona uma maior degradação da rigidez do meio poroso e, conseqüentemente, uma maior redução na porosidade frente à solicitação aplicada.

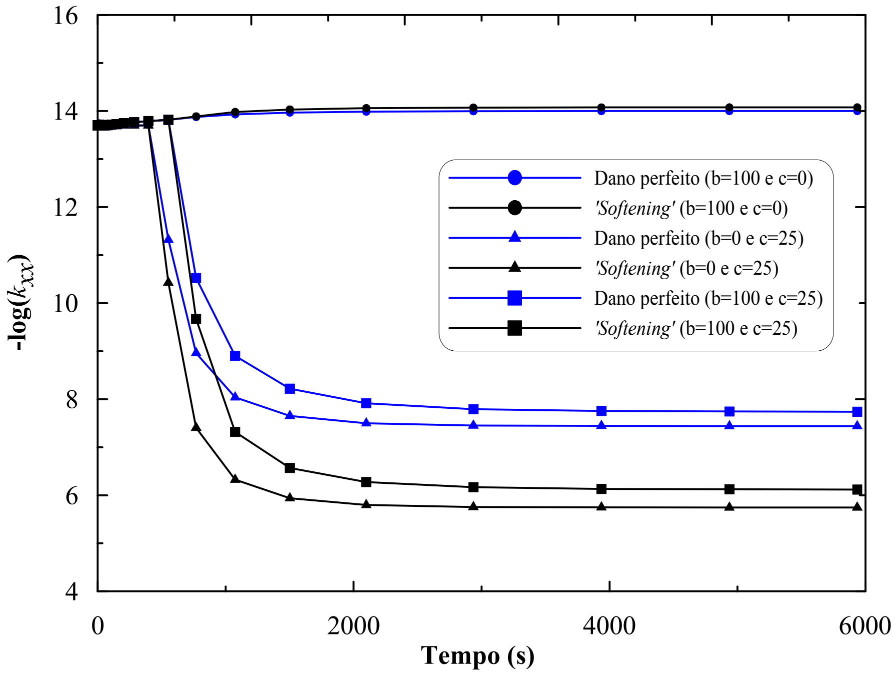


Figura 4.16 – Evolução da permeabilidade intrínseca da matriz porosa (elemento 509).

4.4 - Aplicação Prática: Perfuração de Poço Horizontal em Meio Susceptível a Dano

A execução de galerias, acessos, cavernas, túneis, poços e outras obras que, de algum modo, envolvam processos de escavação/perfuração em meios rochosos induzem uma redistribuição do estado de tensões no maciço que acarreta no fissuramento das regiões próximas à obra (SOULEY *et al.*, 2001; HAJIABDOLMAJID *et al.*, 2002). O aparecimento de fissuras conduz a um aumento na permeabilidade da rocha que, por sua vez, afeta na redistribuição da poro-pressão durante e após a escavação/perfuração. Diante do exposto, o estudo do comportamento mecânico e de fluxo do entorno de uma escavação em meio rochoso é abordado de forma mais realista mediante a adoção de modelos de dano contínuo que sejam compatíveis com as observações experimentais. O problema físico aqui abordado consiste na perfuração de um poço horizontal em maciço rochoso susceptível à danificação e a técnica empregada para a modelagem é a mesma adotada para problemas de escavação.

4.4.1 – ASPECTOS GERAIS DO PROBLEMA DE PERFURAÇÃO/ESCAVAÇÃO

O problema de escavação em maciços rochosos constitui-se em um exemplo de operação em que as etapas de execução são relevantes (SOUSA, 2004). A seqüência de execução deve ser levada em consideração durante o processo de modelagem, de modo a obter resultados representativos do comportamento real dos maciços rochosos (coerência). Sousa (2004) cita que a não linearidade física dos materiais implica em disparidades relevantes entre os resultados obtidos através de uma única etapa dos que são obtidos por meio de várias etapas. O resultado final depende da seqüência de operação, da trajetória de tensões e das condições de contorno envolvidas.

A simulação numérica de um processo de escavação pode ser executada por meio das seguintes etapas, que descrevem o método proposto por Brown & Booker (1985):

- Delimitação da porção a ser escavada do maciço e posterior remoção da mesma, sem permitir, porém, que ocorram quaisquer modificações nos estados de tensão e deformação do volume remanescente. Tal intento é alcançado pela introdução de um carregamento nodal (ao longo da superfície de escavação/perfuração) equivalente à solicitação imposta pela porção removida sobre o maciço de origem.
- Remoção das forças nodais equivalentes com posterior aplicação de um carregamento (nodal) de mesma magnitude e direção, porém com o sentido oposto (efeito do maciço remanescente sobre a porção escavada). Desse modo, o processo de escavação está concluído.

A Figura 4.17 mostra cada uma das etapas realizadas durante o processo de simulação numérica de escavação em um material, acima detalhadas.

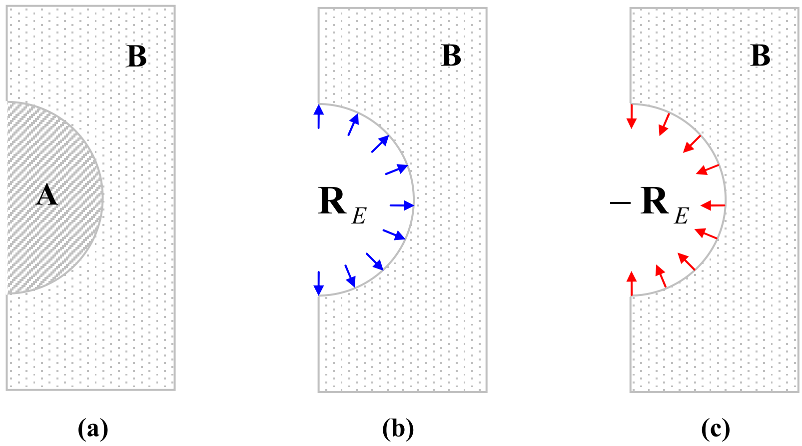


Figura 4.17 – Etapas da modelagem de uma escavação em um maciço rochoso.

Sousa (2004) menciona ainda que a simulação dos estágios de um problema de escavação a partir da utilização de um código de elementos finitos envolve a determinação das cargas nodais equivalentes ($\mathbf{R}_E$) segundo a equação

$$\mathbf{R}_E = \int_{V_i} [\mathbf{B}]^T \{\boldsymbol{\sigma}_{i-1}\} dV + \int_{V_i} [\mathbf{N}]^T \{\mathbf{b}\} dV - \int_{S_i} [\mathbf{N}]^T \{\mathbf{t}\} dS \tag{4.2}$$

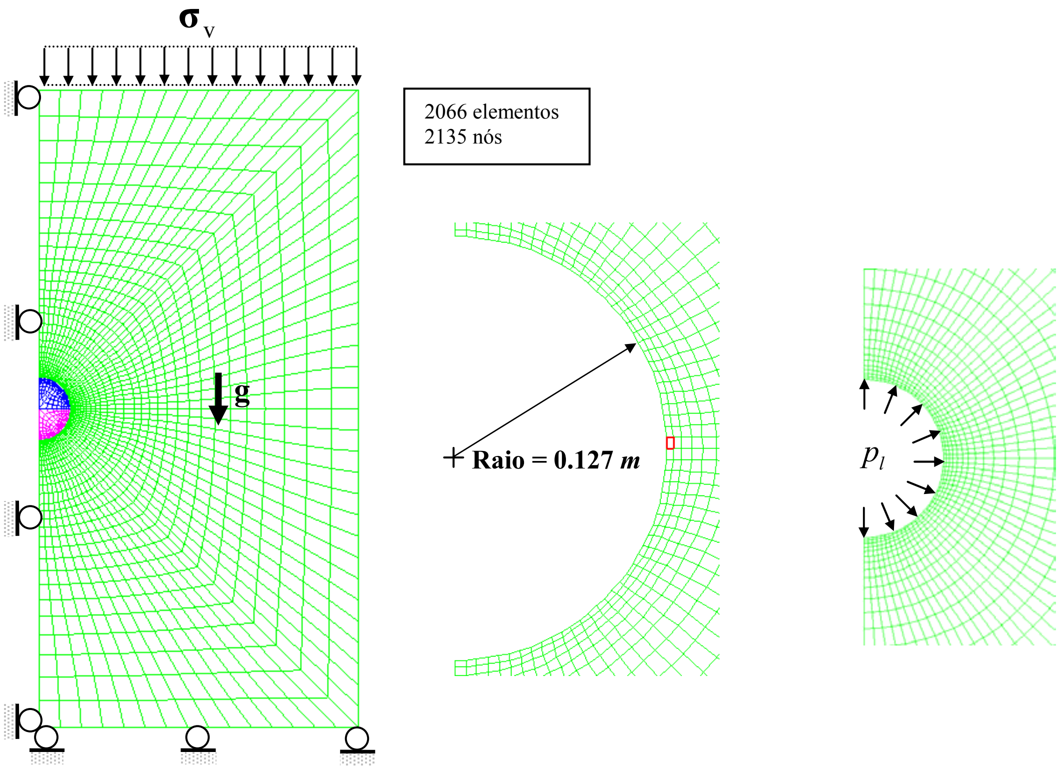
Em tal expressão, a primeira parcela abrange as solicitações nodais equivalentes referentes ao estado de tensão total do estágio anterior de escavação enquanto que o segundo e terceiro termos correspondem às forças nodais equivalentes devido às forças de corpo e de superfície, respectivamente. A carga $\mathbf{R}_E$ é determinada para todos os elementos adjacentes à área da escavação e aplicada a cada nó pertencente à fronteira que delimita tal região.

4.4.2 – Perfuração de poço horizontal em maciço rochoso sujeito ao dano

No presente trabalho foi executada a modelagem da perfuração de um poço horizontal em maciço rochoso cujos parâmetros físicos encontram-se detalhados na Tabela 4.3. Tais propriedades, características de um folhelho, originam-se do estudo de casos reais (SOUSA & GUIMARÃES, 2005). A geometria do problema (discretizada em elementos finitos) bem como as condições de contorno e de carregamento são mostradas na Figura 4.18. A relação entre variações na permeabilidade em conseqüência de mudanças na porosidade faz-se mediante a Equação (2.19) e a lei de acoplamento entre o estado de degradação mecânica e o problema de fluxo é representada por uma expressão exponencial (Equação (4.1)). A Tabela 4.3 apresenta os valores adotados na modelagem.

Parâmetro	**Símbolo**	**Valor**	**Unid.**
Coeficiente de Poisson	ν	0.35	-
Módulo de Young	E^0	6000	MPa
Parâmetro de Biot-Willis	α	1.00	-
Tensão de inicialização do processo de danificação	σ_u	35	MPa
Permeabilidade (intrínseca) inicial	κ_0	1.00e-21	m^2
Porosidade inicial	ϕ_0	0.20	-
Tensão vertical aplicada na superfície	σ_v	65	MPa
Pressão de poros aplicada na superfície	p_0	25	MPa
Coeficiente da influência da porosidade na permeabilidade (FEBEX)	b	100	-
Coeficiente da influência do dano na permeabilidade	c	25	-

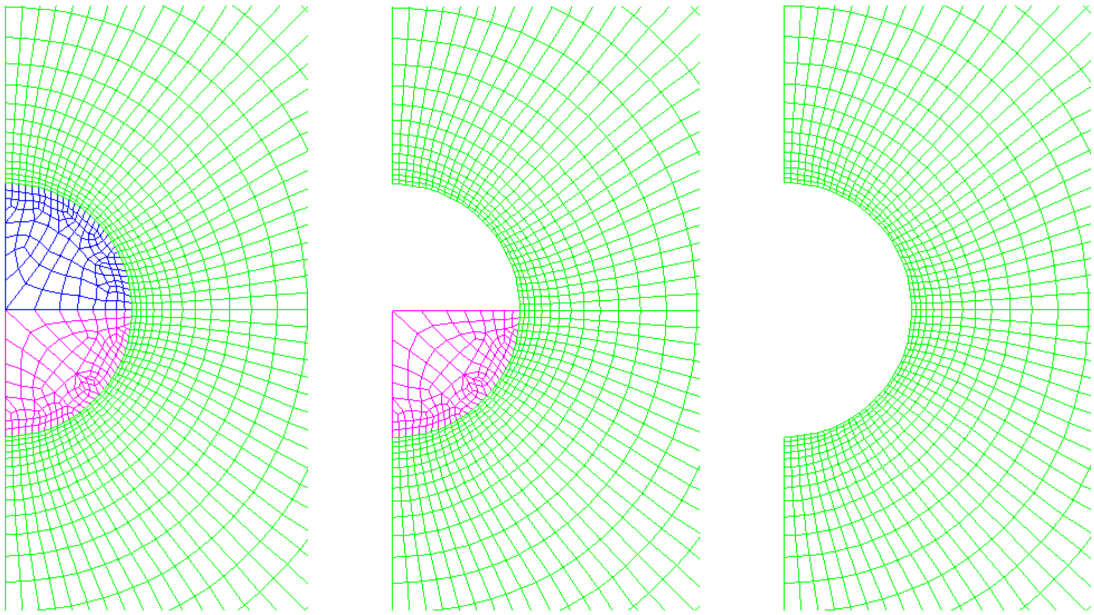
Tabela 4.3 – Dados para a modelagem da perfuração de um poço em um maciço poroso sujeito ao dano.



(a) (b) (c)

Figura 4.18 – **(a)** Malha de elementos finitos e condições de contorno (perfuração de um poço horizontal); **(b)** detalhamento da geometria da região escavada (poço) – em destaque o elemento 1125; **(c)** pressão de líquido aplicada na parede da escavação (condição de contorno do problema mecânico e hidráulico).

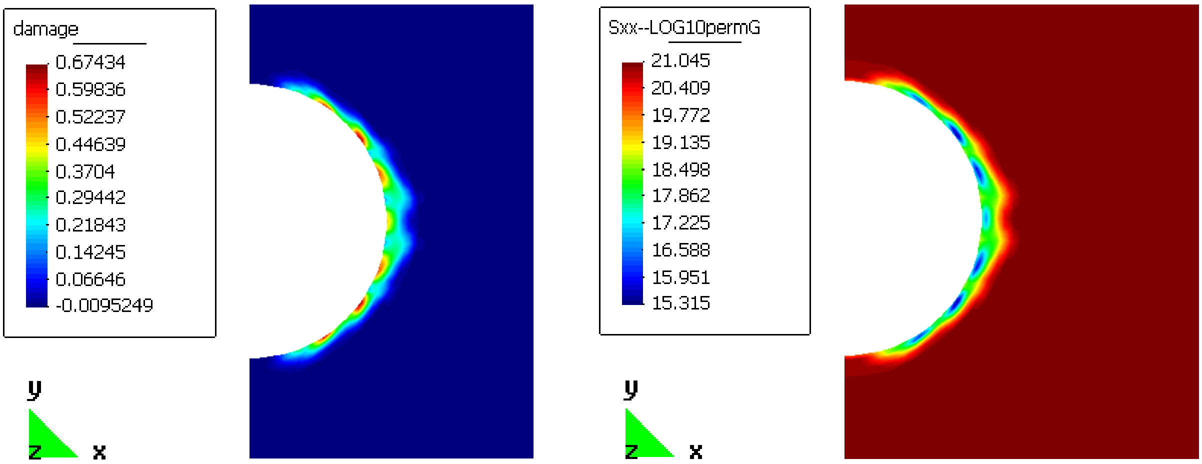
O processo de escavação é realizado em duas etapas (conforme a Figura 4.19) com a posterior aplicação de um fluido sob pressão no interior do poço. É importante ressaltar que o estado de pressão do fluido injetado é superior ao valor inicial característico da formação. Sousa & Guimarães (2005) relatam que a injeção de um fluido pressurizado durante o processo de perfuração de um poço constitui-se como uma condição de contorno mecânica e hidráulica, ambas aplicadas ao contorno da escavação.



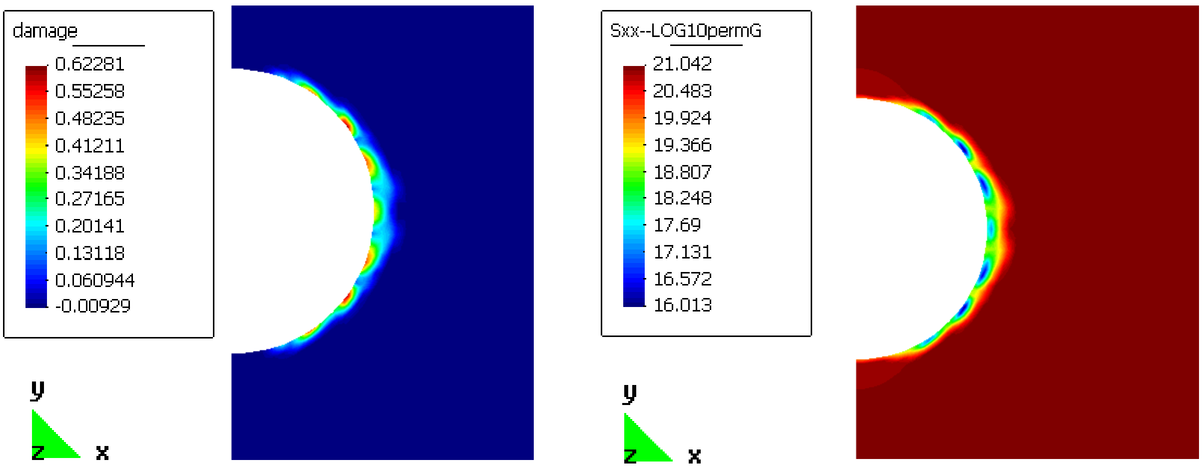
(a) **(b)** **(c)**

Figura 4.19 – Etapas da modelagem do processo de perfuração do poço horizontal.

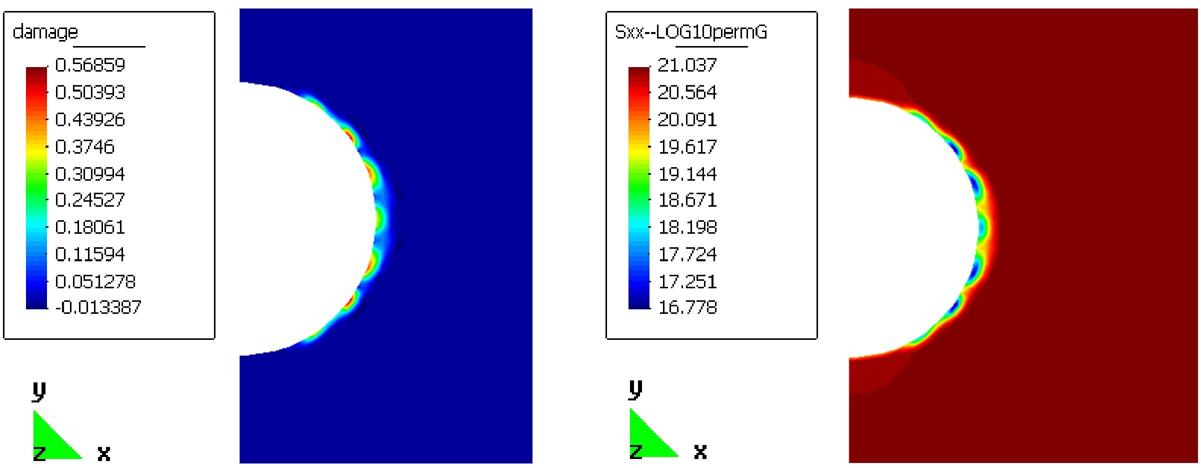
Foi realizado um estudo sobre a influência da pressão do fluido de perfuração no comportamento da rocha, a saber, a evolução da zona de danificação e mudanças na permeabilidade intrínseca dessa região. Os resultados obtidos são mostrados na Figura 4.20. O aumento da pressão do fluido de injeção tende a causar uma redução do dano no maciço. Sendo a variável de dano avaliada em função do campo de deformações, então a aplicação de uma carga mais elevada na fronteira da escavação (oriunda da pressão do fluido de perfuração) reduz os valores das deformações induzidas pela escavação. O fato de se observar uma redução da área danificada reforça tal conclusão. Com respeito à variação da permeabilidade intrínseca, pode-se observar que as variações significativas restringem-se às áreas que sofreram algum grau de danificação.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.20 – Evolução do dano e da permeabilidade na região adjacente ao poço (t = 100000 s): **(a)** pressão do líquido de injeção (p_l) – p_l = 26 MPa; **(b)** p_l = 28 MPa; **(c)** p_l = 30 MPa.

Um fato importante a ser destacado é o de que o dano desenvolvido no meio poroso deve-se basicamente ao processo de escavação. É possível constatar isso a partir da análise da evolução da variável de degradação no tempo (ver Figuras 4.21 e 4.22). A interação entre o fluido de injeção (sob pressão) e o meio rochoso apresenta um efeito secundário na evolução da variável de dano.

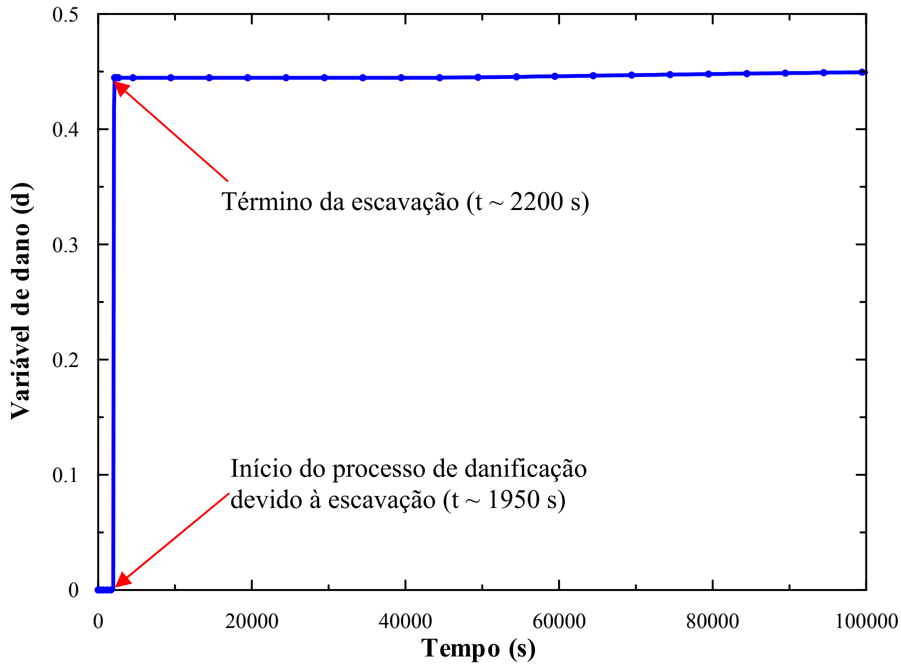


Figura 4.21 – Evolução da variável de dano (elemento 1125) – p_l = 26 MPa.

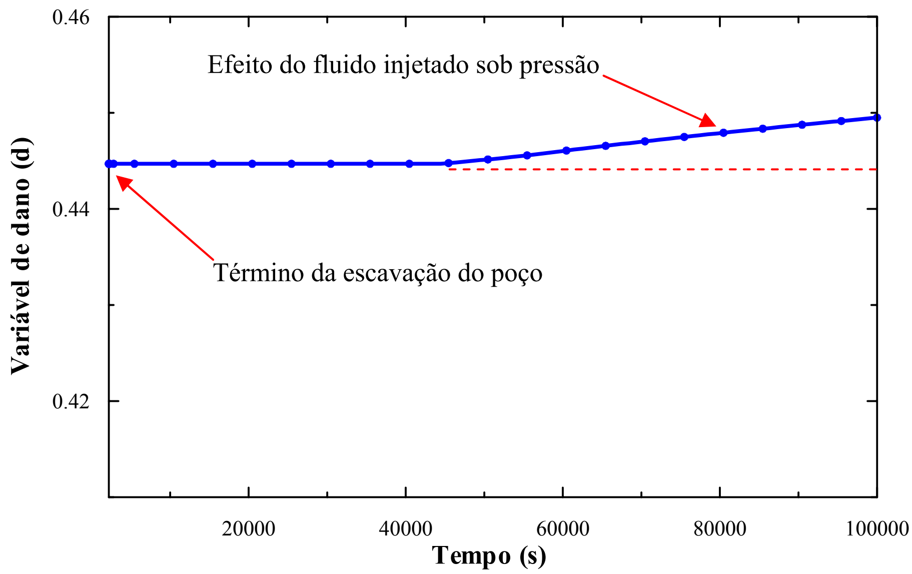
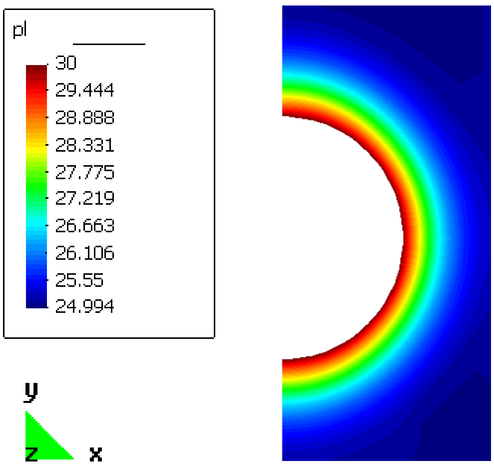
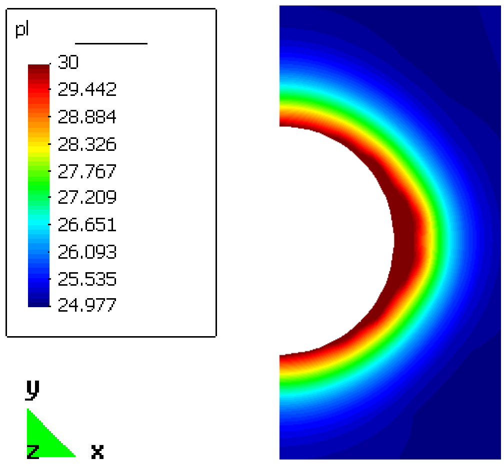


Figura 4.22 – Evolução da variável de dano após o término da escavação (elemento 1125) – p_l = 26 MPa.

A injeção de um fluido de perfuração na escavação sob um valor de pressão superior ao encontrado no maciço rochoso, em suas condições iniciais, conforme discutido anteriormente, influencia diretamente na resposta hidromecânica do meio poroso. Além disso, é possível constatar a influência do dano oriundo do processo de escavação no que diz respeito ao avanço da frente de pressões de poros, como pode ser evidenciado pela simples análise da Figura 4.23. A penetração da pressão de poros para o interior do maciço rochoso tende a diminuir a resistência da formação, conduzindo a uma maior susceptibilidade à instabilidade da parede do poço devido ao processo de danificação.



(a)



(b)

Figura 4.23 – Distribuição da poro-pressão nas imediações do poço (t = 200000 s): **(a)** situação sem dano; **(b)** situação com danificação da rocha (E = 6000 MPa e p_l = 30 MPa).

Capítulo

5 Conclusões e Perspectivas

A implementação de um modelo de dano fundamentado nos conceitos de energia potencial proporcionou, além da elegância matemática inerente à formulação, a obtenção da relação constitutiva de maneira simples e direta a partir de uma expressão de energia determinada em função das variáveis (internas e externas) do problema. Para isso, fez-se necessária a abordagem e entendimento de aspectos teóricos concernentes aos princípios que descrevem processos termodinâmicos. A formulação matemática caracterizou-se por sua robustez, evidenciada pela obtenção da matriz tangente consistente necessária ao algoritmo de integração do estado de tensões. Além disso, estabeleceu-se uma relação para o potencial de dissipação energética do modelo aqui descrito, de modo a representar a irreversibilidade do processo de danificação (consistência com o Segundo Princípio da Termodinâmica). A adoção de variáveis internas, representativas das condições apresentadas pela estrutura interna do material, bem como o estabelecimento de correlações existentes entre elas se prestou para a avaliação da variável escalar de dano. O campo de deformações (variável observável do problema) juntamente com as variáveis internas determinam as condições de danificação, definindo no espaço das tensões/deformações superfícies que delimitam as novas condições de evolução do dano.

Com relação à verificação e aplicabilidade do modelo de dano implementado, as respostas obtidas pelo código CODE_BRIGHT mostraram-se satisfatórias e coerentes, dentro da abordagem mecânica adotada. Apesar da relativa simplicidade na implementação algorítmica do modelo, constatou-se sua eficiência em reproduzir o comportamento constitutivo (elástico) de geomateriais com a evolução do dano. Algumas condições estabelecidas teoricamente foram observadas nos resultados obtidos na modelagem. Na simulação dos casos destinados à verificação do modelo (carregamento cíclico uniaxial em compressão e tração) sempre se cumpriu a condição $\dot{d} \geq 0$, característica da irreversibilidade do processo de danificação. O acoplamento da superfície de dano na tração e compressão, facilmente observado nos gráficos tensão-deformação (casos da etapa de verificação), pôde também ser constatado, conforme estabelecido na implementação algorítmica do modelo. A resposta da modelagem numérica mostrou-se, aliás, útil no entendimento teórico/qualitativo do fenômeno de danificação em materiais regidos pelas teorias concernentes aos modelos elásticos. A análise de sensibilidade do modelo comprovou que os parâmetros H (lei linear) e A (lei exponencial) estão relacionados à susceptibilidade do esqueleto sólido em sofrer a danificação enquanto que q_{∞} (presente explicitamente na lei exponencial) relaciona-se à resistência residual do meio após sofrer o dano. Tais argumentos foram apresentados no decorrer do Capítulo 3 e, posteriormente, comprovados no Capítulo 4, com as respectivas modelagens. Vale ainda lembrar que a qualidade dos resultados oriundos de uma simulação são dependentes da correta imposição das condições de solicitação sofrida pelo meio assim como das condições atuantes na fronteira do domínio em estudo.

A partir da observação de que os fenômenos não ocorrem de maneira isolada, tampouco por um único mecanismo, o problema de danificação em geomateriais, abordado neste trabalho, foi desenvolvido considerando-se o acoplamento hidromecânico, para que desse modo, o comportamento de maciços rochosos saturados fosse reproduzido de maneira realista. Sendo assim, foi observado que o processo de danificação afeta na distribuição de poro-pressão que, por sua vez, influencia na resistência do meio. Conforme explanações feitas no decorrer de todo o trabalho, a evolução do dano proporciona uma redução na rigidez da matriz porosa. O acoplamento entre o dano e as condições de fluxo é geralmente realizado a partir de relações que melhor se ajustem a resultados experimentais. Sendo assim, a expressão aqui proposta para tal fim, apesar de seu empirismo (e generalidade), pode ser devidamente ajustada para contemplar situações reais, bastando para isso estimar um valor para o parâmetro c que melhor se adeque ao comportamento do material. Vale salientar que o ajuste dos parâmetros de qualquer modelo constitutivo é uma etapa importante e requer a necessidade de ensaios e obtenção de curvas experimentais.

A simulação dos problemas hidro-geomecânicos evidenciou a existência de uma zona de dano bem definida nas proximidades da cavidade saturada assim como no entorno da perfuração de um poço (horizontal) em rocha. Feições estruturais tais como vazios (poros), para o problema de dano, propiciam a concentração de tensões/deformações, contribuindo assim para o surgimento e evolução do dano de maneira localizada. Ainda com relação à análise hidromecânica do problema da cavidade, verificou-se o efeito Mandel-Cryer. O processo de danificação, no entanto, não produziu quaisquer efeitos relevantes no tempo de dissipação do excesso de poro-pressão (desenvolvida durante a aplicação do confinamento). Uma justificativa plausível pode ser encontrada no fato de que a ativação do dano ocorre após o pico de poro-pressão (ramo descendente da curva).

Com respeito ao problema da perfuração do poço horizontal, foi possível concluir que a danificação ocorreu principalmente devido à escavação, que acarretou em uma redistribuição do estado de tensão/deformação, especialmente nas proximidades do poço, alterando assim o comportamento dessa região em comparação ao restante da formação. O efeito do fluido injetado (a uma pressão superior ao do líquido presente na formação) apresentou-se como um efeito secundário na evolução do dano. Vale ressaltar que se um meio poroso, ao se danificar, sofre amolecimento (*softening*), a intensidade da degradação mecânica e, consequentemente, sua influência sobre as características hidromecânicas são mais significativas se comparadas à condição de danificação perfeita (o que era esperado, baseado na teoria constitutiva).

A relevância do trabalho desenvolvido mostrou-se a partir do momento que permitiu um entendimento, ao menos qualitativo, do efeito da danificação em geomateriais. Uma formulação matemática simples e, ao mesmo tempo, favorável à implementação de comportamentos mais robustos (comportamentos elastoplásticos, viscoelastoplásticos, etc.) constituíram-se como características inerentes ao algoritmo implementado.

PERSPECTIVAS FUTURAS

Conforme mencionado no Capítulo 3, apesar da degradação progressiva devido à evolução da danificação, os materiais aqui abordados são descritos por teorias desenvolvidas para modelos elásticos. Apesar das aplicações terem se mostrado satisfatórias, modelos de dano elástico apresentam limitações, principalmente em descrever a ocorrência de deformações irrecuperáveis, comumente observadas em situações reais, para determinadas condições de carga. Diante disso, modelos poroelastoplásticos com a ocorrência de dano descreveriam de forma mais realista as condições observadas em campo e laboratório. Entre as propostas para continuidade e extensão da pesquisa desenvolvida com este trabalho se insere a implementação de uma sub-rotina elastoplástica com danificação, propícia à modelagem de problemas tais como a perfuração de poços e a escavação em rochas, além do estudo do comportamento de estruturas de concreto. Assim, feições como a dilatância e deformações inelásticas seriam capturadas e seus efeitos sobre a evolução do dano (e vice-versa) poderiam ser melhor interpretados, bem como as conseqüências diretas na resposta de fluxo do meio.

Durante a etapa de modelagem admitiu-se uma condição de acoplamento na superfície de dano em solicitações mecânicas tracionantes ou compressivas. Tal comportamento não é verificado, na prática, para muitos dos materiais comumente utilizados na engenharia (a exemplo do concreto). Dessa forma, a extensão do modelo aqui implementado, de maneira a possibilitar a modelagem de um modelo constitutivo com desacoplamento da superfície de danificação frente à natureza do carregamento imposto (tração/compressão) durante a evolução do dano no material também se apresenta como uma sugestão para os trabalhos futuros, com vistas a tornar o modelo de dano mais representativo. A definição de critérios distintos de danificação em função da natureza do carregamento contribuiria para um aprimoramento do código numérico. O trabalho desenvolvido por Faria & Oliver (1993), para análise do comportamento de danificação no concreto, pode ser utilizado como referência para tal fim.

Tendo em vista que a representação tensorial para a variável de dano apresenta como vantagem a grande quantidade de informações que podem ser armazenadas (a respeito da evolução do processo) e desse modo, melhor reproduzir o processo de danificação no material, uma das propostas de extensão do que foi aqui apresentado seria a implementação de um modelo de dano anisotrópico, no qual a variável de danificação seria estabelecida por meio de um tensor, o que favoreceria a indução de anisotropia no tensor de permeabilidade intrínseca e no coeficiente de Biot-Willis (parâmetro do acoplamento hidromecânico).

Referências Bibliográficas

ABBO, A. J. *Finite element algorithms for elastoplasticity and consolidation.* February, 1997. 271p. PhD Thesis. University of Newcastle, Newcastle, 1997.

ALVARADO, E. S.; OLIVER, X.; HUESPE, A. *Contributions to the continuum modelling of strong discontinuities in two-dimensional solids.* March, 2003. 172 p. Monograph CIMNE, nº 72. UPC, Barcelona, 2003.

ATKINSON, J. H.; BRANSBY, P. L. *The Mechanics of Soils: An introduction to Critical State Soil Mechanics.* 1st Edition. London: McGRAW – HILL Book Company, 1978. 375p.

BEAR, J. *Dynamics of fluids in porous media.* New York : Dover Publications, INC., 1988. 784p.

BIOT, M. A. *General theory of three-dimensional consolidation*. Journal of Applied Physics, v.12, p.155-164, February, 1941.

BISHOP, A. W.; BLIGHT, G. E. *Some aspects of effective stress in saturated and partly saturated soils*. Geotechnique, v.13, nº 3, p.177-197, September., 1963.

BROWN, P.T.; BOOKER, J.R. *Finite element analysis of excavation*. Computers and Geotechnics, v. 1, p.207-220, 1985.

CAPUTO, H. P. *Mecânica dos Solos e suas aplicações*, v.1, 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1996. 234p.

CERVERA, M. *et al.* *COMET (COupled Mechanics and Thermal Analysis): Data Input Manual – Version 2.0.* International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE), Barcelona, January, 1999.

CHABOCHE, J. L. *Continuum Damage Mechanics*. Journal of Applied Mechanics, v. 55, p.59-72, March, 1988.

CHANDRUPATLA, T. R.; BELEGUNDU, A. D. *Introduction to finite elements in Engineering*, 2nd Edition. New Jersey: Prentice – Hall, Inc., 1997. 461p.

CHAVES, E. W. V.; ALVARADO, E. S. *Visco-plasticity and visco-damage constitutive models by Continuumm Mechanics.* 52p. Work for Doctoral Course: Métodos Numéricos en la Mecánica de Sólidos no Lineal. UPC, Barcelona, [1999].

CHOW, C. L.; WEI, Y. *Constitutive modeling of material damage for fatigue failure prediction.* International Journal of Damage Mechanics. v. 8, p.355-375, October, 1999.

CONIL, N. *et al.* *Poroplastic damage model for claystones.* Applied Clay Science. v. 26, p.473-487, 2004.

DETOURNAY, E.; CHENG, A. H.-D. *Fundamentals of Poroelasticity.* Chapter 5 In: Comprehensive Rock Engineering: Principles, Practice and Projects, Vol. II, Analysis and Design Method. Ed. C. Fairhurst, Pergamon Press, pp.113-171, 1993.

EINAV, I.; HOULSBY, G. T.; NGUYEN, G. D. *Coupled damage and plasticity models derived from Energy and Dissipation Potentials.* International Journal of Solids and Structures, v. 44, p.2487-2508, 2007.

ESKANDARI, H.; NEMES, J. A. *An isotropic damage model based on a tensorial representation of damage*. International Journal of Damage Mechanics, v. 8, p.254-272, July, 1999.

FARIA, R.; OLIVER, X. *A rate dependent plastic – damage constitutive model for large scale computations in concrete structures.* Enero, 1993. 77p. Monograph nº 17. CIMNE, Barcelona, 1993.

FEBEX. *Informe sobre los resultados de la modelización THM.* Informe 70-UPC-L-5-010. UPC-DIT. Barcelona, España, 2001.

FERNANDÉZ, L. E.; AYALA, G. *Constitutive modeling of discontinuities by means of discrete and continuum approximations and damage models*. Intenational Journal of Solids and Structures, v. 41, p.1453-1471, 2004.

FERREIRA, F. H. *Uma implementação numérica para a solução de problemas de Poroelasticidade.* Junho, 1996. 142 p. Dissertação (Mestrado em Ciências em Eng. Civil). PUC, Rio de Janeiro, 1996.

FERRO, M. A. C. *Poroelasticidade dinâmica acoplada usando o Método dos Elementos de Contorno.* Fevereiro, 2002. 195p. Tese (Doutorado em Ciências em Eng. Civil). UFRJ, Rio de Janeiro, 2002.

GOMES, I. F. *Implementação de Métodos Explícitos de integração com controle de erro para modelos elastoplásticos e visco-elastoplásticos.* Fevereiro, 2006. 106p. Dissertação (Mestrado em Ciências em Eng. Civil). UFPE, Recife, 2006.

GUELLO, G. A. *Simulação computacional de estruturas de concreto por meio da Mecânica do Dano.* 105 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia). USP, São Paulo, 2002.

GUIMARÃES, L. J. do N. *Análisis multi-componente no isotermo en medio poroso deformable no saturado.* Enero, 2002. 195p. Tesis Doctoral. Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), Barcelona, 2002.

HAJIABDOLMAJID, V.; KAISER, P. K.; MARTIN, C. D. *Modelling brittle failure of rock.* International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, v. 39, p.731-741, 2002.

HAMIEL, Y. ***et al.*** *Stable and unstable damage evolution in rocks with implications to fracturing of granite.* Journal International of Geophysics, v. 167, p.1005-1016, 2006.

JASON, L. ***et al.*** *Damage and plasticity for concrete behavior.* In: European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS), Jyväskylä, 24-28 July, 2004.

JU, J. W. *Isotropic and anisotropic damage variables in Continuum Damage Mechanics.* Journal of Engineering Mechanics, v. 116, nº 12, p.2764-2770, December,1990.

JUMIKIS, A. R. *Soils Mechanics.* Florida: Robert E. Krieger Publishing Company, Inc. Malabar, 1984. 576p.

KACHANOV, L. M. *Time of the rupture process under creep conditions.* Ivz. Akad. Nauk S. S. R., Otd. Techn. Nauk, v.8, p.26-31, 1958.

KARAOULANIS, F. *Viscoplastic material modelling.* May, 2003. 96 p. Master Thesis. Technische Universität München, Munchen, 2003.

KATZ, O.; RECHES, Z. *Stress – induced damage: Comparison between theorical predictions and microscopic observations in deformed granite.* Geophysical Research Abstracts, v. 5, 2003.

KRAJCINOVIC, D.; FONSEKA, G. U. *The Continuous Damage Theory of brittle materials.* Journal of Applied Mechanics, v. 41, p.809-824, December, 1981.

LABADI, Y.; HANNACHI, N. E. *Numerical simulation of brittle damage in concrete specimens*. Strength of Materials, v. 37, nº 3, p.268-281, 2005.

LAMBE, T. L.; WHITMAN, R. V. *Mecánica de Suelos.* 2ª Reimpressão. México: Ed. Limusa, 1976. 582p.

LANCELLOTA, R. *Geotecnical Engineering.* Rotterdam: A. A. BALKEMA, 1995. 436p.

LEMAITRE, J. *A Course on Damage Mechanics*, Springer, 2nd Edition. New York: Springer, 1996. 228p.

LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J.-L. *Mechanics of Solid Materials.* Cambridge: University Press, 1998. 556p.

LENNON, A.B.; PRENDERGAST, P.J. *Modelling damage growth and failure in elastic materials with random defect distributions.* Mathematical Proceedings of the Royal Irish Academy, 104A (2), p.155-171, December, 2004.

MALENA, M. *Analysis of brittle 2D continua via mixed finite elements.* Novembre 2005. 91p. Dottorato di Ricerca in Meccanica Computazionale. Universitá della Calábria, Cosenza, 2005.

MORAIS, M. H. M. F. *Modelagem de fenômenos osmóticos de fluxo e deformação em solos argilosos.* Dezembro, 2006. 90 p. Dissertação (Mestrado em Ciências em Eng. Civil). UFPE, Recife, 2006.

ODEN, J. T. *Mechanics of Elastic Structures.* New York: McGraw-Hill, Inc., 1967. 381p.

OLIVELLA, S. ***et al.*** *Numerical formulation for a simulator (CODE_BRIGHT) for the coupled analysis of saline media.* Engineering Computations, v.13, p.87-112, 1995.

OLIVER, J. *On the discrete constitutive models induced by strong discontinuity kinematics and continuum constitutive equations.* International Journal of Solids and Structures, v. 37, p.7207-7229, 2000.

OLIVER, J. *et al.* *Computational modeling of cracking of concrete in strong discontinuity settings.* Computers and Concrete, v.1, n° 1, p.61-76, 2003.

OLLER, S. *Fractura mecánica: Un enfoque global.* Primera edición. Barcelona: CIMNE, 2001. 288p.

PRAT. P.; GENS, A. *Leyes de comportamiento de materiales. Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería – Curso de Master.* Febrero 2003. 102 p. Barcelona, 2003.

PROENÇA, S. P. B. *Elementos de Mecânica do Dano em meios contínuos (Notas de aula).* São Carlos, outubro de 2001. Disponível em: < www.set.eesc.usp.br/mdidatico/resist/SIAE2.0/**aula**s/apostilas/ >.

SELVADURAI, A. P. S.; NGUYEN, T. S. *Computational modelling of isothermal consolidation of fractured porous media.* Computers and Geotechnics, v. 17, p.39-73, 1995.

SELVADURAI, A. P. S. *Stationary damage modelling of poroelastic contact.* International Journal of Solids and Structures, v. 41, p.2043-2064, 2004.

SELVADURAI, A. P. S.; SHIRAZI, A. *Mandel-Cryer effects in fluid inclusions in damage-susceptible poroelastic geologic media.* Computers and Geotechnics, v. 31, p.285-300, 2004.

SELVADURAI, A. P. S.; SHIRAZI, A. *The fluid-filled spherical cavity in a damage-susceptible poroelastic medium.* International Journal of Damage Mechanics, v. 13, p.347-370, October 2004.

SKEMPTON, A. W. *Effective stress in soils, concrete and rocks.* Proc. Conference on Pore Pressure and Suctions in Soils, p.4-16, London, 1961.

SLOAN, S. W.; ABBO, A. J.; SHENG, D. *Refined explicit integration of elastoplastic models with automatic error control.* Engineering Computations, v. 18, nº 1/2, p.121-154, 2001.

SOULEY, M. ***et al.*** *Damage – induced permeability changes in granite: A case example at the URL in Canadá.* International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, v. 38, p.297-310, 2001.

SOUSA, R. M.; GUIMARÃES, L. J. do N.; PONTES FILHO, I. D. *Modelagem da perfuração de poços em rochas frágeis.* Estudos Geológicos, v. 13, p.54-70, Dezembro, 2003.

SOUSA, R. M. *Modelagem acoplada hidro-mecânica da perfuração de poços em rochas frágeis.* 112 p. Dissertação (Mestrado em Ciências em Eng. Civil). UFPE, Recife, 2004.

SOUSA, R. M.; GUIMARÃES, L. J. do N. *Modelagem acoplada hidro-geomecânica da perfuração de poços horizontais em rochas frágeis.*In: 3º Congresso Brasileiro de Petróleo e Gás (P&D), Outubro, 2005, Salvador.

SOUSA PINTO, C. de. *Curso Básico de Mecânica dos Solos em 16 Aulas.* 2ª edição. São Paulo: Oficina de Textos, 2000. 355p.

TANG, C.A. ***et al.*** *Coupled analysis of flow, stress and damage (FSD) in rock failure.* International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, v. 39, p.477-489, 2002.

VOYIADJIS, G. Z.; ZOLOCHEVSKY, A. *Thermodynamic modeling of creep damage in materials with different properties in tension and compression.* International Journal of Solids and Structures, v. 37, p.3281-3303, 2000.

Baixar livros de Literatura
Baixar livros de Literatura de Cordel
Baixar livros de Literatura Infantil
Baixar livros de Matemática
Baixar livros de Medicina
Baixar livros de Medicina Veterinária
Baixar livros de Meio Ambiente
Baixar livros de Meteorologia
Baixar Monografias e TCC
Baixar livros Multidisciplinar
Baixar livros de Música
Baixar livros de Psicologia
Baixar livros de Química
Baixar livros de Saúde Coletiva
Baixar livros de Serviço Social
Baixar livros de Sociologia
Baixar livros de Teologia
Baixar livros de Trabalho
Baixar livros de Turismo