



**COPPE/UFRJ**

## SOBRE A DINÂMICA NÃO LINEAR DO BALANÇO PARAMÉTRICO

Claudio Alexis Rodríguez Castillo

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Oceânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Oceânica.

Orientador: Marcelo de Almeida Santos Neves

Rio de Janeiro

Julho de 2010

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

# SOBRE A DINÂMICA NÃO LINEAR DO BALANÇO PARAMÉTRICO

Claudio Alexis Rodríguez Castillo

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA OCEÂNICA.

Examinada por:

---

Prof. Marcelo de Almeida Santos Neves, Ph.D.

---

Prof. Carlos Antonio Levi da Conceição, Ph.D.

---

Prof. Paulo de Tarso Themistocles Esperança, D.Sc.

---

Prof. Marcelo Amorim Savi, D.Sc.

---

Prof. Celso Pupo Pesce, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JULHO DE 2010

Rodríguez Castillo, Claudio Alexis

Sobre a Dinâmica Não Linear do Balanço Paramétrico/  
Claudio Alexis Rodríguez Castillo. – Rio de Janeiro:  
UFRJ/COPPE, 2010.

XI, 231 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Marcelo de Almeida Santos Neves

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de  
Engenharia Oceânica, 2010.

Referências Bibliográficas: p. 194-207.

1. Roll paramétrico. 2. Dinâmica não linear. 3.  
Estabilidade. 4. Mar irregular. I. Neves, Marcelo de  
Almeida Santos. II. Universidade Federal do Rio de  
Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Oceânica. III.  
Título.

A mis padres,  
mis ejemplos de trabajo y perseverancia,  
A Mariela y Ariana,  
por su amor y comprensión incondicionales.

## AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Marcelo Neves, orientador e amigo, por todos os conhecimentos compartilhados, consideração e dedicação.

Aos professores do Programa de Engenharia Oceânica pela valiosa contribuição na minha formação acadêmica. De modo especial aos professores da Área de Hidrodinâmica, que me deram a oportunidade de levar adiante meus estudos.

Aos meus amigos e colegas do DENO e do PENO, em especial ao pessoal do LabOceano.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e ao Laboratório de Tecnologia Oceânica (LabOceano) pelo suporte financeiro.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

## SOBRE A DINÂMICA NÃO LINEAR DO BALANÇO PARAMÉTRICO

Claudio Alexis Rodríguez Castillo

Julho/2010

Orientador: Marcelo de Almeida Santos Neves

Programa: Engenharia Oceânica

O presente trabalho aborda o estudo do roll paramétrico em ondas regulares e irregulares. Inicialmente, é desenvolvido um modelo matemático para a predição dos movimentos do navio em ondas no domínio do tempo. O navio é modelado como um sistema de equações não lineares acopladas em seis graus de liberdade, onde as não linearidades são incorporadas no amortecimento em roll e principalmente na restauração. Na validação do modelo foram simuladas numericamente condições de ressonância paramétrica em ondas regulares de proa para quatro tipos de navio. Os resultados numéricos, em geral, corroboram os experimentos tanto na predição da ocorrência como das amplitudes do roll paramétrico. Adicionalmente, através de três abordagens diferentes para a obtenção dos limites de estabilidade as não linearidades do modelo são exploradas. São evidenciados comportamentos tipicamente não lineares como influência de condições iniciais, saltos nas respostas, bifurcações, etc. Finalmente, uma metodologia para a simulação da ressonância paramétrica em mar irregular é proposta e avaliada numericamente, que se mostra capaz de reproduzir o caráter não ergódico do roll paramétrico irregular.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

## ON THE NON LINEAR DYNAMICS OF PARAMETRIC ROLLING

Claudio Alexis Rodríguez Castillo

July/2010

Advisor: Marcelo de Almeida Santos Neves

Department: Ocean Engineering

The present work investigates parametric rolling both in regular and irregular waves. First, a mathematical model is developed for the prediction of ship motions in waves in time domain. The ship is modeled as a set of non linear equations coupled in six degrees of freedom, where nonlinearities are introduced in roll damping, and mainly in the restoring actions. In order to validate the proposed model, four different ships were tested under parametric resonance conditions in regular head waves. In general, numerical results agree well with experiments in the predictions for both parametric rolling occurrence and amplitudes. Additionally, through three different approaches for the limits of stability, nonlinearities of the proposed model are further explored. Typical nonlinear behaviors are observed such as: influence of initial conditions, jump effect in the responses, bifurcations, etc. Finally, a methodology for the simulation of parametric resonance in irregular seas is proposed and assessed numerically. Evidence of the non-ergodic character of the irregular parametric roll is reported.



# ÍNDICE

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 A ESTABILIDADE EM ONDAS LONGITUDINAIS .....	1
1.1.1 <i>Efeito dos movimentos periódicos verticais</i> .....	2
1.1.2 <i>Efeito da passagem da onda</i> .....	2
1.2 A EXCITAÇÃO PARAMÉTRICA E O ROLL PARAMÉTRICO .....	5
1.2.1 <i>O desenvolvimento do roll paramétrico</i> .....	5
1.3 ROLL PARAMÉTRICO – O ESTADO DA ARTE.....	8
1.4 OBJETIVO E CONTEÚDO DA TESE.....	20
<b>2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA.....</b>	<b>23</b>
2.1 GENERALIDADES – ANTECEDENTES .....	23
2.2 DEFINIÇÕES BÁSICAS .....	25
2.2.1 <i>Movimentos do navio</i> .....	25
2.2.2 <i>Ângulo de incidência de onda</i> .....	25
2.2.3 <i>Frequência de encontro</i> .....	26
2.2.4 <i>Elevação de onda</i> .....	26
2.3 SISTEMAS DE REFERÊNCIA .....	27
2.3.1 <i>Transformação entre os eixos do corpo e os inerciais</i> .....	28
2.3.2 <i>Relação entre velocidades angulares e as taxas de variação dos ângulos de Euler modificados</i> .....	31
2.4 DERIVADAS TEMPORAIS DE VETORES DEFINIDOS NOS EIXOS DO CORPO .....	33
2.5 POSIÇÃO DO CENTRO DE MASSA DO NAVIO (C.G.) .....	34
2.6 SEGUNDA LEI DE NEWTON .....	35

2.6.1	<i>Equilíbrio de forças</i> .....	37
2.6.2	<i>Equilíbrio de momentos</i> .....	40
2.6.3	<i>Linearização</i> .....	41
2.7	FORÇAS EXTERNAS.....	42
2.8	FORÇA PESO.....	44
2.9	FORÇAS DE IRRADIAÇÃO E DE EXCITAÇÃO DE ONDA.....	45
2.9.1	<i>Forças de irradiação – velocidade de avanço nula</i> .....	46
2.9.2	<i>Forças de excitação de onda – velocidade de avanço nula</i> .....	47
2.9.3	<i>Efeito da velocidade de avanço</i> .....	48
2.9.4	<i>O amortecimento em roll</i> .....	51
2.10	FORÇAS RESTAURADORAS NÃO LINEARES.....	53
2.10.1	<i>Metodologia dos Coeficientes Analíticos</i> .....	53
2.10.2	<i>Metodologia dos Coeficientes Numéricos por Ajuste Polinomial</i> .....	60
2.11	EQUAÇÕES DE MOVIMENTO DO MODELO PROPOSTO.....	67
2.12	A EQUAÇÃO DE ROLL E A RESSONÂNCIA PARAMÉTRICA.....	71
<b>3.</b>	<b>O ROLL PARAMÉTRICO EM ONDAS REGULARES</b> .....	<b>75</b>
3.1	GENERALIDADES.....	75
3.2	ENSAIOS EXPERIMENTAIS – CONDIÇÕES DE TESTE.....	77
3.2.1	<i>Pesqueiro TS</i> .....	78
3.2.2	<i>Portacontentor NTU</i> .....	80
3.2.3	<i>Portacontentor SAFEDOR</i> .....	82
3.2.4	<i>Plataforma SPAR</i> .....	84
3.3	ENSAIOS NUMÉRICOS – RESULTADOS.....	86
3.3.1	<i>Respostas lineares – RAOs</i> .....	86
3.3.2	<i>Respostas não lineares – modelo proposto</i> .....	91
3.4	ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	103
3.4.1	<i>Modos verticais – Heave e Pitch</i> .....	104
3.4.2	<i>Modos horizontais: surge, sway e yaw</i> .....	105
3.4.3	<i>Influência do efeito Smith</i> .....	108
3.4.4	<i>Restauração não linear analítica – Restauração não linear numérica ...</i>	<i>111</i>
3.4.5	<i>3-GDL vs. 6-GDL</i> .....	<i>115</i>
3.4.6	<i>Influência de condições iniciais</i> .....	<i>118</i>
3.4.7	<i>Predição da Ocorrência e das Amplitudes do roll paramétrico</i> .....	<i>119</i>

<b>4. ANÁLISE NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA.....</b>	<b>125</b>
4.1 GENERALIDADES .....	125
4.2 MOVIMENTO PERTURBADO DO ROLL .....	127
4.3 A ESTABILIDADE DA EQUAÇÃO DE HILL .....	131
4.4 LIMITES DE ESTABILIDADE ANALÍTICOS – MÉTODO DE HSU (1963).....	133
4.4.1 <i>Roll sem amortecimento</i> .....	134
4.4.2 <i>Roll com amortecimento</i> .....	136
4.5 LIMITES DE ESTABILIDADE NUMÉRICOS .....	141
4.5.1 <i>Abordagem numérica – Roll desacoplado (1-DOF)</i> .....	142
4.5.2 <i>Abordagem numérica – Acoplamentos não lineares (6-DOF)</i> .....	142
4.6 ANÁLISE DA DINÂMICA NÃO LINEAR.....	147
4.6.1 <i>Influência das não linearidades do roll em roll</i> .....	147
4.6.2 <i>Influência das não lineares de heave e pitch</i> .....	148
4.6.3 <i>Influência dos termos de terceira ordem</i> .....	152
4.6.4 <i>Influência da amplitude de onda</i> .....	157
4.6.5 <i>Influência da frequência de encontro</i> .....	159
4.6.6 <i>Influência de condições iniciais</i> .....	161
<b>5. O ROLL PARAMÉTRICO EM MAR IRREGULAR.....</b>	<b>167</b>
5.1 GENERALIDADES .....	167
5.2 ABORDAGEM CLÁSSICA DO SEAKEEPING .....	168
5.2.1 <i>Espectro de Densidade de Energia</i> .....	169
5.2.2 <i>Respostas em Mar Irregular</i> .....	170
5.3 METODOLOGIA PROPOSTA .....	171
5.4 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA .....	173
5.5 ANÁLISE DOS RESULTADOS .....	181
<b>6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....</b>	<b>184</b>
6.1 GENERALIDADES .....	184
6.2 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES GERAIS.....	185
6.2.1 <i>Sobre a formulação matemática:</i> .....	186
6.2.2 <i>Sobre as séries temporais:</i> .....	187
6.2.3 <i>Sobre os limites de estabilidade:</i> .....	188
6.2.4 <i>Sobre os efeitos não lineares na dinâmica do roll:</i> .....	190

6.2.5 <i>Sobre o roll paramétrico em mar irregular:</i> .....	191
6.3 TRABALHOS FUTUROS .....	192
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>194</b>
<b>APÊNDICE A.....</b>	<b>209</b>
<b>APÊNDICE B.....</b>	<b>231</b>

# CAPÍTULO 1

## 1. INTRODUÇÃO

*A excitação do movimento do roll do navio causada pela ação direta de ondas é um fenômeno bastante conhecido e relativamente fácil de ser explicado. Em condições ressonantes, isto é, quando o período de excitação fica próximo do período natural, esse tipo de excitação pode fazer com que o navio atinja ângulos consideráveis de roll. No entanto, por se tratar de um fenômeno amplamente estudado e dominado, os navios são projetados de forma a evitar ao máximo essas condições e/ou com dispositivos de estabilização do roll. Assim, esse tipo de ressonância não representa maiores perigos para o navio e sua tripulação. Por outro lado, recentemente, navios de formas modernas como portacontentores e de passageiros tem reportado a ocorrência de amplificações severas de roll que tem causado grandes perdas materiais e comprometido sua operação e segurança (France et al., 2003, Hua, 2006). O fato ressaltante é que esse comportamento não está associado a condições de mar de través onde há excitação direta das ondas, senão que ocorre em ondas longitudinais, principalmente em mar de proa, que tradicionalmente tem representado uma condição segura para a navegação. Esse fenômeno é denominado de ressonância paramétrica.*

### 1.1 A estabilidade em ondas longitudinais

Em ondas longitudinais (mar de proa ou mar de popa), o perfil da superfície da onda ao longo do casco juntamente com os movimentos verticais do navio (heave e pitch) – bastante relevantes em mar de proa, fazem com que a geometria submersa do casco varie periodicamente com o tempo. Essa variação se traduz na variação também periódica do volume submerso e do braço restaurador.

Embora os dois processos que originam as variações na restauração ocorram simultaneamente, eles são explicados, a seguir, de forma individual, para facilitar a compreensão desses dois efeitos (Amersdorffer, 2002):

### ***1.1.1 Efeito dos movimentos periódicos verticais***

Os movimentos severos de heave e pitch, principalmente em mar de proa, por si só podem causar mudanças periódicas severas na geometria submersa do navio, especialmente em cascos cujas formas apresentam diferenças significativas entre a proa e popa (e.g. navios portacontentores e de passageiros). Em geral, a proa desse tipo de navio tem boca bastante afinada, enquanto que, na popa o *flare* é pronunciado e a boca máxima pode se estender até o espelho de popa.

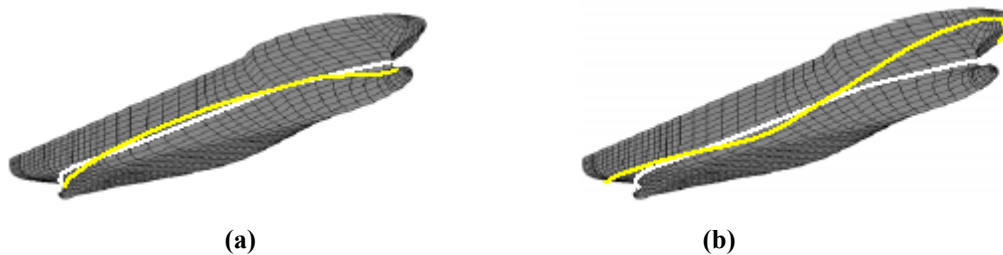
Se considerarmos apenas o movimento de pitch, o mecanismo de variação da restauração é o seguinte: quando a proa afinada imerge, a popa, de boca maior, emerge, e quase não afeta os braços restauradores. Em geral, estes ficam menores e atingem um mínimo antes que o *flare* da parte mais alta do castelo de proa submirja na onda incidente. Isso fará com que os braços restauradores incrementem-se novamente. Quando a popa submerge, os braços restauradores aumentam e têm um máximo no ponto de reversão do movimento de pitch.

Em navios de grandes dimensões, esse efeito é amplificado e a variação periódica dos braços restauradores devido aos movimentos verticais (heave e/ou pitch) severos pode ser significativa.

### ***1.1.2 Efeito da passagem da onda***

Para comprimentos de onda da ordem do comprimento do navio (aproximadamente de  $0.7L$  a  $1.4L$ ,  $L$ =comprimento do navio) e amplitudes de onda suficientemente altas, os valores dos braços de restauração dependem efetivamente da posição relativa onda- casco. Essa dependência resulta da geometria típica dos navios, porém é mais acentuada em projetos de formas de casco mais modernos. Assim, as formas de popa e proa nesses navios contribuem significativamente para os braços de restauração, principalmente devido aos *flares* das cavernas e superestruturas (e.g. castelo de proa). Quando a crista da onda passa pela meia nau do navio, as extremidades de proa e popa emergem nos cavados da onda, fazendo com que os braços de restauração fiquem menores. Os valores mínimos dos braços de restauração ocorrem quando a crista da onda se situa aproximadamente na meia nau. (figura 1.1a)

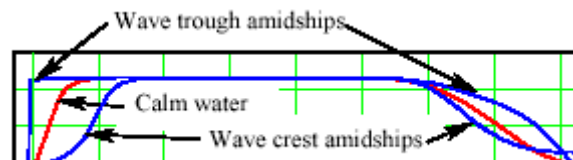
Assim que a crista da onda se desloca para uma das extremidades do navio, e a seguinte onda se aproxima da outra extremidade, ambos os extremos (proa e popa) imergem, fazendo com que os braços de restauração se incrementem. O valor máximo da restauração ocorrerá quando o cavado da onda se situe aproximadamente na meia nau do navio. (figura 1.1b)



**Fig. 1.1 Interseção casco- onda: (a) na crista (b) no cavado (Fonte: Shin *et al.*, 2004)**

A princípio, a intensidade da variação dos braços de restauração aumenta com as dimensões do navio e se acentua à medida que o comprimento de onda se aproxima do comprimento do navio. Dessa forma, em navios de pequeno porte a variação da restauração pode tornar-se perigosa devido a que ondas longitudinais íngremes são mais freqüentes nesses navios. Em grandes ângulos de inclinação, a restauração desse tipo de navios fica agravada quando há pouca borda livre, pois passa a depender da imersão dos castelos de proa e popa. Como os volumes dessas superestruturas nesses navios representam proporcionalmente um grande volume de deslocamento, quando elas emergem com a crista da onda na meia nau, a restauração fica significativamente reduzida nas grandes inclinações.

A variação da geometria submersa variável pode ser ilustrada também através das variações geométricas do plano de flutuação (figura 1.2) e, portanto, da altura metacêntrica, ou de modo mais geral, da curva de braços de endireitamento, i.e., da estabilidade estática transversal.



**Fig. 1.2 Planos de flutuação do navio em ondas (Fonte: Shin *et al.*, 2004)**

A crista da onda na meia nau causa uma redução da área do plano de flutuação instantâneo – resultante da diminuição significativa da área nos extremos de proa e popa e de um leve incremento na parte central – e, portanto, uma diminuição da estabilidade

transversal. O cavado da onda na meia-nau causa um aumento instantâneo da área do plano de flutuação – resultante do aumento significativo da área na proa e na popa e uma leve diminuição na parte central – e, portanto, um aumento da estabilidade transversal. A variação da estabilidade transversal (redução e aumento instantâneos) depende do comprimento da onda e da posição desta em relação ao navio e será tanto mais significativa quanto maior seja a amplitude da onda e o ângulo de *flare*.

A variação da estabilidade estática transversal (braço de endireitamento  $GZ$ ) em função da posição da crista da onda ( $x_c$ ) é mostrada graficamente na figura 1.3. As figuras 1.4 e 1.5 ilustram, respectivamente, a curva de estabilidade estática e os valores de altura metacêntrica para o navio posicionado na crista e no cavado da onda, assim como seus respectivos valores em águas calmas.

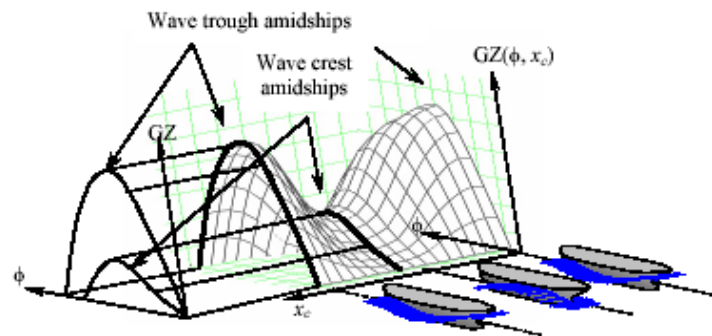


Fig. 1.3 Variação da curva  $GZ$  com a posição da onda (Fonte: ABS, 2004)

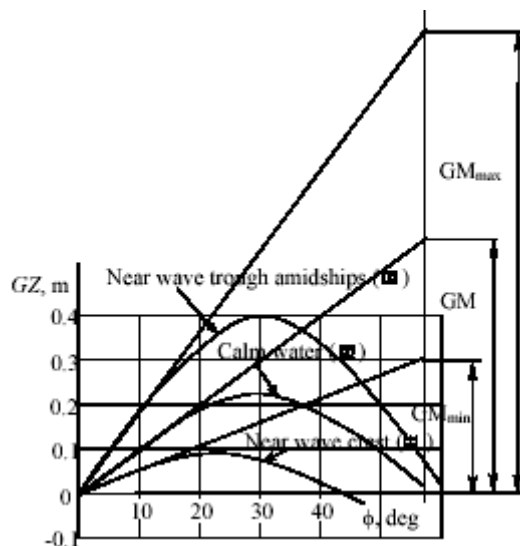


Fig. 1.4 Variação de  $GZ$  e do  $GM$  com a posição da onda (Fonte: ABS, 2004)



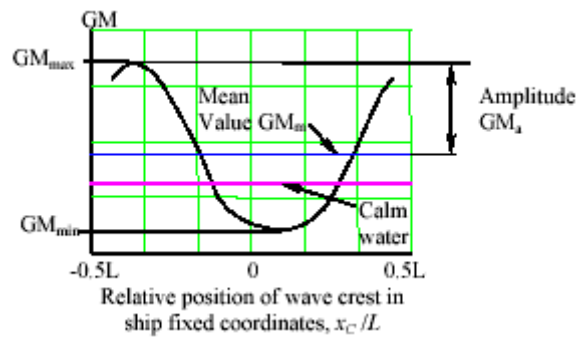


Fig. 1.5 Altura metacêntrica: ondas vs. águas calmas (Fonte: ABS, 2004)

## 1.2 A excitação paramétrica e o roll paramétrico

Como se sabe, o momento restaurador do navio é função do braço restaurador e do empuxo. Ambos têm influência na estabilidade do navio e são denominados “parâmetros”. Em presença de ondas, esses parâmetros oscilam e causam variação periódica da restauração. Quando essa variação “paramétrica” ocorre num certo período, o navio fica susceptível à denominada “*excitação paramétrica*” e pode desenvolver o fenômeno conhecido como “*balanço (ou roll) paramétrico*”.

### 1.2.1 O desenvolvimento do roll paramétrico

O período de encontro entre o navio e a onda governa o movimento das ondas passando ao longo do navio, assim como os movimentos do navio no plano vertical (sendo heave e pitch os mais relevantes) que, em geral, são movimentos oscilatórios induzidos pela ação das ondas. Daí que, os braços de restauração e, conseqüentemente, a estabilidade transversal do navio oscilem com o período de encontro. O roll paramétrico ocorre em certas relações entre o período da variação da estabilidade transversal (período de encontro) e o período efetivo do movimento de roll.

Em geral, dois tipos de cenário de ressonância paramétrica são reconhecidos (IMO, 2001, 2007, ITTC, 2006):

- a) *Ressonância paramétrica fundamental*: quando o período de encontro é aproximadamente igual ao período de roll, isto é, quando a estabilidade mínima ocorre uma vez durante um ciclo completo de roll;

- b) *Ressonância paramétrica principal*: quando o período de encontro é aproximadamente a metade do período de roll, ou seja, a estabilidade mínima ocorre duas vezes num ciclo completo de roll.

Na ressonância paramétrica, é possível observar que o movimento de roll e a variação periódica da estabilidade estão sintonizados de uma forma particular: o adernamento do navio ocorre na condição de estabilidade reduzida, e o endireitamento na condição de estabilidade incrementada. Com o navio sob ação de ondas, o adernamento durante a estabilidade reduzida alterna com o endireitamento durante a estabilidade incrementada, e essa alternância pode levar à excitação do roll se repetida regular e suficientemente com frequência. Isso só será possível se o período de encontro é aproximadamente igual ou a metade do período efetivo do roll.

No desenvolvimento do roll paramétrico, a energia inerente ao balanço do navio no final de cada endireitamento sempre é maior do que no início do adernamento precedente (devido ao incremento na estabilidade adquirido no início do endireitamento). Essa energia adicional obtida durante o endireitamento faz com que os ângulos de roll amplifiquem-se de um ciclo para outro – desde que o incremento de energia se mantenha maior do que a perda (de energia) dissipada pelo amortecimento do roll. O resultado desse processo pode ser amplitudes severas de roll.

Na *ressonância paramétrica fundamental*, ou seja, quando o período de encontro é aproximadamente igual ao período de roll, o ganho de energia do roll acontece apenas uma vez em cada ciclo de balanço. O meio ciclo de roll onde a estabilidade é mínima tem maior duração e atinge ângulos severos de roll, enquanto que o outro meio ciclo, onde a estabilidade é máxima, é mais curto e atinge ângulos de roll menores. Este tipo de excitação origina o movimento assimétrico de roll (vide figura 1.6), e é mais susceptível de aparecer em condições de mar de popa e de alheta.

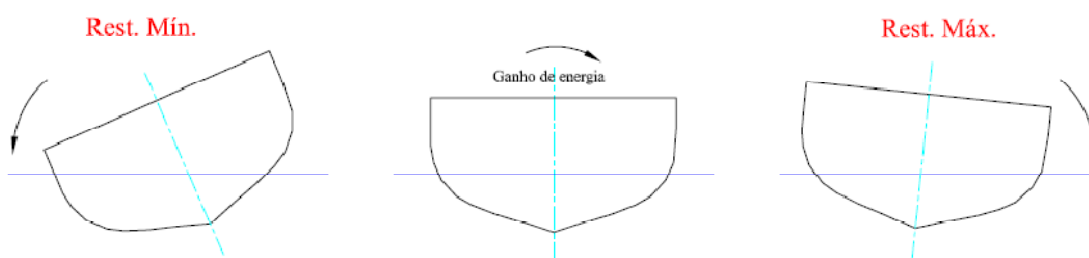


Fig. 1.6 Restauração e roll na ressonância paramétrica fundamental (relação de encontro 1:1)

Na *ressonância paramétrica principal*, ou seja, quando o período de encontro é aproximadamente metade do período de roll, o navio enfrenta uma situação bastante mais perigosa. Primeiro, o navio ganha energia em cada endireitamento, ou seja, duas vezes por cada ciclo completo de roll. Assim, a variação da estabilidade também ocorre duas vezes a cada período de roll, e faz com que a estabilidade fique próxima do seu máximo valor duas vezes: indo e voltando da posição endireitada. Dessa forma, a diferença entre a estabilidade no adernamento e no endireitamento fica intensificada e, a energia ganha a cada meio ciclo de roll é acentuada. Este tipo de ressonância origina, em geral, movimentos de roll simétricos e aparece usualmente em mar de proa e de bochecha, e raramente em mar de popa. (vide figura 1.7).



**Fig. 1.7 Restauração e roll na ressonância paramétrica principal (relação de encontro 0.5:1)**

Na prática a ressonância paramétrica principal é a mais freqüente e, portanto, é a que representa maior risco para a operação segura dos flutuantes (ITTC, 2006). Do ponto de vista físico, o cenário da ressonância principal pode ser exemplificado assim: Seja um navio navegando em ondas longitudinais regulares de proa de comprimento próximo ao comprimento do navio, tal que a relação freqüência de encontro/freqüência natural de roll fica em torno de 2.0. Assim, dada uma perturbação instantânea (rajada de vento, onda assimétrica, etc.), o navio inclinará instantaneamente para uma das bandas. Se nesse momento, a crista da onda passa pela meia nau do navio, a estabilidade transversal se reduzirá instantaneamente (conforme explicado na seção anterior), induzindo um ângulo de inclinação instantâneo maior que a banda da perturbação inicial. Entretanto, a onda continuará deslocando-se ao longo do navio até o cavado da onda passar pela meia nau do navio, causando então um leve aumento da estabilidade transversal instantânea. Isto fará com que o navio (ainda adernando) volte bruscamente para a posição de equilíbrio (navio ereto), passando por esta com grande velocidade angular de roll em direção à banda contrária. Enquanto isso, a crista de uma nova onda já estará passando pela meia nau do navio reduzindo instantaneamente a estabilidade, e aumentando a tendência do navio para continuar adernando (agora para a banda

contrária da inclinação precedente), favorecido pela diminuição da restauração. A seguir, o cavado da nova onda passará pela meia nau do navio, fazendo com que este ganhe estabilidade, a inclinação nessa direção cesse, e o navio jogue bruscamente em sentido contrário (passando direto pela posição ereta). Porém, novamente devido à grande velocidade angular de retorno e a uma nova diminuição da estabilidade do navio (causada por uma nova crista posicionada na meia nau), o navio adernará para a outra banda. E assim, sucessivamente o processo dinâmico da instabilidade paramétrica continuará repetindo-se, atingindo em cada ciclo, progressivamente, ângulos de roll severos. Para a ITTC (2006) o roll paramétrico é caracterizado como severo quando as amplitudes permanentes de roll superam os 15°.

Em ondas regulares este sincronismo se repetirá amplificando o movimento até atingir um equilíbrio dinâmico chamado ciclo limite, ou até que o navio emborque. Obviamente, a situação real não é tão “pura” como a descrita acima, devido a que no comportamento real do navio, os movimentos de heave e pitch também estão presentes, além das forças e momentos de excitação das ondas, fazendo com que a dinâmica da ressonância paramétrica seja bem mais complexa.

### **1.3 Roll paramétrico – O estado da arte**

Ainda que o roll paramétrico, do ponto de vista teórico, seja um fenômeno bastante conhecido pela comunidade científica, por muito tempo tem sido associado apenas a eventos excepcionais em condições de mar real. Inicialmente, pensava-se que a ressonância paramétrica era um fenômeno de mar de popa, de importância do ponto de vista do emborcamento apenas para navios de pequeno porte (e.g., pesqueiros e embarcações de apoio) com estabilidade estática marginal (Kerwin, 1955, Paulling e Rosenberg, 1959, Paulling, 1961). Mais tarde, outros estudos com pesqueiros de pequeno porte (Pérez, 1982, Pérez e Sanguinetti, 1993, Neves *et al.*, 1999, Neves *et al.*, 2002) revelaram a ocorrência do roll paramétrico também em mar de proa. Todos esses estudos foram baseados na equação de Mathieu e revelaram que para acontecer o roll paramétrico, o período de roll deveria ser próximo do dobro do período de encontro, e o comprimento da onda próximo do comprimento do navio.

Mais recentemente, ensaios com um modelo de um navio portacontentor mostraram que, mesmo satisfazendo o Código de Estabilidade Intacta da Organização Marítima Internacional (IMO), esse tipo de navio pode sofrer roll paramétrico severo

em mar irregular de popa *short-crested*, podendo ainda emborcar em condições de mar irregular *long-crested* (Umeda *et al.*, 1995). Como resultado desses estudos, a IMO emitiu um Guia Operacional para Capitães de Navio onde são apontadas as situações perigosas em mar de proa e de alheta (IMO, 1995), entre elas a ressonância paramétrica.

No entanto, nos últimos anos, o roll paramétrico em mar de proa tem sido reportado durante a operação de vários tipos de navios modernos. O caso mais conhecido é o acidente com um navio portacontentor tipo post-Panamax durante uma travessia no Oceano Pacífico (France *et al.*, 2003). Outros incidentes também em mar de proa ocorreram com um navio PCTC nas águas das Ilhas Açores (Hua *et al.*, 2006), e o do navio de passageiros Voyager durante uma travessia no Mar Mediterrâneo em Fevereiro de 2005.

Esses últimos incidentes têm motivado a revisão do Código de Estabilidade Intacta da IMO, as Guias Operacionais e a decisão de desenvolver uma nova geração de critérios de estabilidade que incluam os três maiores modos de emborcamento, entre eles a ressonância paramétrica (IMO, 2007, Ogawa, 2009). Essa nova geração de critérios abriu a possibilidade de adoção de critérios baseados no desempenho, ao invés dos clássicos critérios prescritivos. Para atingir esse objetivo, a predição do roll paramétrico deverá ter acurácia quantitativa e permitir identificar todos os perigos potenciais tanto em ondas regulares como em mar irregular. (Hashimoto *et al.*, 2008).

A importância da investigação do fenômeno do roll paramétrico tem ficado evidente não apenas nas últimas revisões, regulamentações e recomendações da IMO, da ITTC, e de algumas sociedades classificadoras (ABS, 2004) mas também nos numerosos trabalhos e/ou investigações relativos a esse problema. Assim, por exemplo, nas últimas Conferências Internacionais sobre a Estabilidade de Navios e Veículos Oceânicos (STAB, 2003, 2006, 2009) e nos últimos Workshops Internacionais de Estabilidade têm sido organizadas sessões específicas para apresentação e discussão de trabalhos relativos à ressonância paramétrica.

A seguir descreveremos brevemente alguns dos trabalhos mais relevantes relacionados à investigação da ressonância paramétrica:

Kerwin (1955) observou que em ondas longitudinais existem certas frequências de encontro que podem originar oscilações instáveis no roll, ainda em presença do amortecimento (linear e não-linear). Naquele trabalho, a variação da altura metacêntrica transversal em ondas longitudinais foi investigada do ponto de vista quase-hidroestático,

i.e., os efeitos hidrodinâmicos inerentes aos movimentos do navio em ondas não foram considerados. Já a restauração em roll foi considerada como uma função periódica no tempo, e assim a equação de movimento de roll que é modelada desacoplada fica expressa na forma de uma equação clássica de Mathieu.

O trabalho de Paulling e Rosenberg (1959) é considerado um marco no estudo da ressonância paramétrica. Neste trabalho os movimentos do navio em heave, roll e pitch são modelados usando equações que se acoplam não linearmente entre si (dois a dois). Estes acoplamentos são termos não lineares de segunda ordem que introduzem dependência no tempo nas forças e momentos de restauração que pode causar o surgimento de movimentos instáveis em qualquer um dos graus de liberdade precisando excitar apenas um deles. Nesse trabalho as instabilidades foram analisadas usando a equação de Mathieu, concluindo-se então que o roll paramétrico é susceptível de acontecer quando a frequência de excitação é o dobro (para a primeira zona de instabilidade) ou igual (para a segunda zona de instabilidade) à frequência natural de roll.

Paulling (1961) investigou teórica e experimentalmente a estabilidade transversal do navio em ondas longitudinais, mostrando que a estabilidade em ondas difere significativamente da estabilidade em águas calmas, a qual em alguns casos reduz-se drasticamente. No caso de pequenos ângulos de inclinação (estabilidade inicial), foi proposta uma expressão analítica para o momento restaurador em ondas que considera o efeito dos movimentos do navio em afundamento e arfagem, assim como o perfil da onda.

Blocki (1980) apresenta uma metodologia para a determinação da probabilidade de emborcamento do navio em ondas irregulares associada à ressonância paramétrica em roll. Neste trabalho foi proposto um modelo matemático não linear de segunda ordem na restauração. Embora se tenha assumido como significativos três graus de liberdade (heave, roll e pitch), a ressonância paramétrica foi considerada como resultado do acoplamento entre dois graus de liberdade. Neste estudo foram apresentadas expressões analíticas para as amplitudes de excitação paramétrica e incluiu-se o efeito do amortecimento não linear em roll. Com base no método de Krylov-Bogoliubov foi

apresentada também uma solução analítica para a resposta em roll sob ressonância paramétrica.

Skomedal (1982) estudou a influência da excitação paramétrica do roll na estabilidade. Para calcular a excitação paramétrica, Skomedal apresenta dois métodos: um analítico linear baseado no trabalho de Paulling e Rosenberg (1959), e outro numérico não linear que leva em consideração o acoplamento do roll com o movimento relativo vertical (distância entre o plano de flutuação de águas tranqüilas e a elevação da onda na meia nau) usando cálculos hidrostáticos. Numericamente foi observada uma contribuição não harmônica na altura metacêntrica inicial devido à elevação da onda. O uso dos diagramas de estabilidade de Mathieu é discutido, ressaltando-se ainda a importância do amortecimento no roll paramétrico.

Lindemann e Skomedal (1983) exploraram numérica e experimentalmente a relação entre formas de casco “modernas” (do tipo Ro-Ro, porta-contentor e navios similares) e o roll paramétrico em ondas regulares e irregulares. Demonstrou-se que estes navios são susceptíveis de sofrer ressonância paramétrica em mar irregular de popa e em mar de través, desde que a relação período natural de roll/período de encontro atenda à sintonia principal de Mathieu. Adicionalmente, a influência de outros parâmetros na ressonância paramétrica, tais como condições de carregamento e efeito de bolinas, foi discutida.

Pérez (1985) apresentou algumas técnicas experimentais para a realização de ensaios de ressonância paramétrica com modelos em escala reduzida. Nesse trabalho apresentam-se dados e analisam-se resultados experimentais de um estudo de instabilidade paramétrica em navios de pesca com velocidade nula sob ação de ondas regulares de proa. Focou-se na comparação de formas de popa e seu efeito no roll paramétrico.

Sanguinetti (1985) analisou do ponto de vista analítico a estabilidade do movimento de embarcações em ondas regulares para velocidade de avanço nula. São apresentadas duas formulações: uma considerando o movimento de roll desacoplado para ondas longitudinais, e outra não linear considerando os acoplamentos entre heave, roll e pitch, válida para ondas oblíquas. Foram consideradas não linearidades até

segunda ordem envolvendo apenas termos de restauração em águas tranquilas. Numérica e analiticamente investigou-se a ressonância paramétrica e os limites de estabilidade para duas embarcações pesqueiras de características principais semelhantes. Foram encontradas novas frequências ressonantes correspondentes às frequências combinadas de afundamento e arfagem resultantes de um sistema de equações de Mathieu acopladas.

Sanchez e Nayfeh (1990) estudaram qualitativamente o roll paramétrico em ondas longitudinais. Para predizer as mudanças qualitativas causadas pela variação lenta de um dado parâmetro, é usada uma técnica analítica numérica que permite obter um diagrama de bifurcação que mostra as fronteiras de instabilidade. Foi observado o emborcamento em dois cenários: um que evolui a partir de uma grande oscilação passando pelo desaparecimento de um atrator estranho (crises) e um segundo, potencialmente mais perigoso, que se desenvolve a partir de uma pequena oscilação passando por uma instabilidade repentina tangencial.

Hua (1992) usou simulações numéricas para o estudo do comportamento de um navio *RoRo* sujeito a roll paramétrico em ondas longitudinais. Neste estudo investigou-se a influência da velocidade de avanço, do valor de  $KG$ , da amplitude da onda, entre outros parâmetros. Heave, roll e pitch foram considerados como graus de liberdade relevantes. Este trabalho não apresenta explicitamente nenhuma expressão analítica para a excitação paramétrica. Esta é calculada numericamente com base em análises quase-hidrostáticas, i.e equilibrando sistematicamente o navio em vários perfis de onda, e calculando a variação da restauração em roll. Também se investigou a influência da amplitude e comprimento de onda na restauração, observando-se que a variação da restauração em ondas é não linear em relação ao valor em águas tranquilas, e que a frequência de roll em ondas muda quando comparada com a frequência natural em águas tranquilas.

Liaw *et al.* (1993) desenvolveram um modelo numérico não-linear de dois graus de liberdade para simular o roll paramétrico excitado pelo heave. Com o intuito de ganhar um maior entendimento deste fenômeno foram aplicados conceitos geométricos e métodos de análise globais da dinâmica não-linear. Os mapeamentos de Poincaré das simulações numéricas do roll paramétrico mostraram a ocorrência do “efeito salto”,



bifurcações dos tipos sela-nó (ou dobra), garfo, e duplicação de período. Como exemplo investigou-se o comportamento instável em roll de uma barcaça retangular em ondas longitudinais. Neste estudo o objetivo principal foi avaliar a estabilidade dinâmica do roll e identificar as diversas respostas não-lineares do sistema.

Liaw (1994) investigou o comportamento de interação não linear do roll excitado pelo heave. Neste trabalho mostra-se que o sistema acoplado heave-roll apresenta dois termos de acoplamento devido à excitação paramétrica: o termo linear clássico que causa instabilidades do tipo Mathieu, e um termo quadrático. Destaca-se a importância do termo quadrático de acoplamento com o heave e mostra-se que não é apenas um termo de alta ordem, mas um termo que não deve ser ignorado nas equações que governam o roll. Uma das conclusões desse trabalho é que o roll paramétrico excitado pelo heave deve ser modelado pela equação de Hill e não de Mathieu.

Valerio (1994) estudou a estabilidade de navios pesqueiros em ondas longitudinais regulares para velocidade de avanço nula. Na investigação da ressonância paramétrica consideraram-se relevantes os movimentos de heave, roll e pitch, onde apenas o roll é modelado não linearmente até a segunda ordem. As não linearidades são introduzidas no amortecimento e na restauração (onde se considera adicionalmente um termo cúbico puro). Com estas não linearidades a equação do roll paramétrico fica na forma de uma equação de Mathieu – Duffing. A principal contribuição deste trabalho é a modelagem analítica da excitação paramétrica do roll considerando os efeitos de heave, pitch e da passagem da onda.

Dallinga *et al.* (1998) estudaram numérica e experimentalmente a ressonância paramétrica em navios de passageiros. O modelo numérico usado considerou seis graus de liberdade, porém o roll paramétrico foi analisado usando como base apenas a equação de Mathieu desacoplada. A fim de reduzir os riscos da ressonância paramétrica, investigou-se o efeito do incremento no amortecimento em roll por meio de bolinas e estabilizadores fixos. Algumas das recomendações deste trabalho são: a redução das variações da estabilidade em ondas por meio do controle das formas de popa do casco, a evasão das sintonias de Mathieu, e o incremento no amortecimento em roll.

Neves *et al.* (1999) estudaram analítica, numérica e experimentalmente a estabilidade dinâmica de dois navios pesqueiros em ondas longitudinais, particularmente a influência das formas de popa na estabilidade paramétrica do roll. Baseados na análise da equação de Mathieu investigaram-se as duas primeiras regiões de instabilidade paramétrica destas embarcações destacando-se a grande importância da primeira. Neste estudo destaca-se também o efeito desestabilizador em roll das formas de popa quadradas.

Spyrou (2000) analisou a instabilidade paramétrica com vários tipos de restauração (linear e não linear) considerando também amortecimento não linear em roll. Numericamente, mostram-se evidências da existência de super-harmônicos na restauração, observando-se ainda que o valor médio da altura metacêntrica em ondas é maior que o de águas calmas fazendo com que a sintonia principal da ressonância paramétrica desloque-se à direita da sintonia 2.

Lorca (2001) estudou analítica e experimentalmente a influência da velocidade de avanço no roll paramétrico em ondas regulares de proa para dois navios pesqueiros. Este estudo baseia-se no modelo analítico proposto por Valerio (2000), o qual é usado na análise da excitação paramétrica e seus componentes, bem como na obtenção dos limites de estabilidade. Os resultados deste trabalho são reproduzidos e discutidos em Neves *et al.* (2003).

Neves *et al.* (2002) apresentaram resultados experimentais de dois navios pesqueiros sob ressonância paramétrica em ondas regulares de proa para diferentes velocidades de avanço. Este trabalho enfatiza a análise na influência das formas de popa dos navios, ressaltando os casos de navios de popa quadrada e altura metacêntrica marginal onde se observa a intensificação do roll paramétrico com o aumento da velocidade.

Falzarano *et al.* (2003), baseados na equação de Mathieu, reportaram numericamente a ocorrência de roll paramétrico numa plataforma semi-submersível e numa bóia tipo SPAR. São apresentados resultados numéricos da variação temporal da altura metacêntrica em ondas de diferentes alturas, observando-se o caráter não harmônico desta variação, principalmente nas ondas de maior altura. Adicionalmente,

são obtidos numericamente os respectivos diagramas de Ince-Strutt para a primeira zona de instabilidade.

France *et al.* (2003) investigaram a ocorrência de ressonância paramétrica em mar de proa em navios portacontentores tipo post-Panamax. A principal motivação deste estudo foi um acidente ocorrido com este tipo de navio em 1998, onde o navio sofreu graves danos na estrutura e perda de grande parte da carga sob condições de roll paramétrico intenso. Este acidente e sua análise nesse trabalho marcaram uma nova etapa na investigação da ressonância paramétrica até então limitada principalmente a pequenas embarcações e estudos teóricos. Este trabalho confirmou as condições de ocorrência da ressonância paramétrica e a susceptibilidade de navios com popas *transom* e grandes *flares* de proa. Sugere-se ainda a incorporação de recomendações em documentos da estabilidade da IMO assim como a difusão da ocorrência deste fenômeno entre projetistas, armadores, operadores e tripulações.

Belenky *et al.* (2003) observaram em simulações numéricas com o programa LAMP que sob condições de ressonância paramétrica em mar irregular de proa, o heave e pitch retêm seu caráter ergódico e sua distribuição normal, enquanto que o roll é claramente não-ergódico e não tem distribuição normal. Adicionalmente, mostrou-se que a aplicação de um tanque estabilizador de roll tipo tubo-U pode ser capaz de mitigar a ocorrência de ressonância paramétrica em navios portacontentores.

O Autor (Rodríguez, 2004) propôs um novo modelo analítico não linear para o estudo da ressonância paramétrica. Esse modelo considera heave, roll e pitch acoplados não linearmente nas ações restaurativas com termos de até terceira ordem. A introdução de termos de terceira ordem, à diferença dos estudos de manobra, não representa apenas um refinamento quantitativo dos modelos de segunda ordem, mas, de fato, novas características qualitativas na dinâmica do sistema. Na modelagem clássica estes termos são considerados de ordem superior e desprezados. Este trabalho mostra que o modelo de terceira ordem apresenta características dinâmicas próprias como a existência de rigidez não linear e a excitação paramétrica bi-harmônica, que influenciam notoriamente nos casos de roll paramétrico intenso. Na análise da estabilidade deste novo modelo analítico, mostra-se que a equação de Mathieu não é mais aplicável,

devendo-se passar para uma equação mais geral do tipo Hill. Este trabalho tem gerado várias outras publicações destacando-se: Neves e Rodríguez (2005, 2006a, b, 2007).

Palmquist e Nygren (2004) reportaram e registraram a bordo de um navio tipo PCTC, o M/V “Aida”, a ocorrência de roll paramétrico, no qual foram registrados *in situ* ângulos de roll de até 17° para condições de mar moderado. Prévio a esse estudo, já haviam sido reportados ângulos de roll paramétrico da ordem de 50°, porém em alturas de onda maiores. Além das séries temporais de roll, foram reportadas também as séries temporais de heave e pitch, o que permitiu evidenciar a importância do acoplamento pitch-roll na ressonância paramétrica. Posteriormente, Hua *et al.* (2006) analisaram esse incidente com mais detalhes e concluíram que o caráter regular de heave e pitch em condições de mar irregular teria sido o responsável pela instigação do roll paramétrico severo observado e medido a bordo.

Gamo *et al.* (2005) estudaram experimentalmente a ressonância paramétrica em pesqueiros com velocidade de avanço nula para diferentes frequências e amplitudes de onda, chegando a observar o desenvolvimento do roll paramétrico com amplitudes permanentes da ordem dos 15°. Numericamente, essas condições foram simuladas usando uma equação não linear de roll desacoplada, onde a restauração foi expressa como uma função que depende apenas do ângulo de roll e da posição da onda no navio.

Munif *et al.* (2006) reportam experimentalmente a ocorrência de roll paramétrico em grandes navios de passageiros, não apenas em ondas longitudinais mas também em outras incidências de onda, inclusive em mar de través. Também foi investigado o efeito das bolinas na ocorrência de roll paramétrico. Observou-se que é possível ainda eliminar completamente o roll paramétrico em várias incidências de mar, porém, mesmo com grandes bolinas, em ondas longitudinais não foi possível eliminar o roll paramétrico.

Neves e Rodríguez (2006b) apresentaram três abordagens diferentes na determinação dos limites de estabilidade de um navio pesqueiro sob ressonância paramétrica: analítica, numérica para roll desacoplado, e numérica com o modelo não linear de terceira ordem completo (Rodríguez, 2004, Neves e Rodríguez, 2005, 2006a). Através das comparações entre as três abordagens demonstra-se a forte influência dos

acoplamentos entre heave, roll e pitch nos casos de ressonância paramétrica, concluindo-se que o roll paramétrico não deve ser estudado isolado dos modos verticais. Também é estudada a influência de condições iniciais, onde ficam evidentes alguns casos de efeito salto, bifurcações e a existência possível de caos.

Belenky *et al.* (2006) examinaram vários aspectos relacionados com a avaliação prática da ressonância paramétrica em navios portacontentores. A investigação numérica é feita com base na aplicação de um código potencial não linear, ao qual são incorporados os efeitos viscosos do amortecimento de roll (extraídos de ensaios de decaimento). O caráter não-ergódico da ressonância paramétrica é discutido, recomendando-se várias realizações relativamente curtas em vez de poucas realizações longas na avaliação do roll paramétrico em mar irregular.

Taguchi *et al.* (2006) investigaram experimentalmente o comportamento do navio em condições de ressonância paramétrica em mar de proa. Nesse trabalho foram realizados ensaios livres em ondas regulares com um modelo de navio portacontentor tipo post-Panamax. Experimentalmente pôde ser observado, por exemplo, que o valor máximo da amplitude paramétrica ocorre em sintonias um pouco maiores que a sintonia 2, e as amplitudes de roll paramétrico podem diminuir com o aumento da amplitude de onda.

No 9º Workshop Internacional sobre Estabilidade de Navios (ISSW'2007) foram apresentados vários trabalhos relativos à ressonância paramétrica. Jensen *et al.* (2007) discutiram a influência da velocidade de surge na frequência de encontro de um navio sob condições de roll paramétrico, e concluíram que esse efeito pode reduzir a probabilidade de ocorrência do roll paramétrico em mar estacionário. Ogawa (2007) examinou os efeitos do período da onda, amplitude da onda e velocidade de avanço na amplitude do roll paramétrico de um portacontentor post-Panamax em ondas regulares e em mar irregular. Foram apresentados alguns resultados experimentais e simulações numéricas com base num modelo não linear de 4 graus de liberdade (GDL): sway, heave, roll e pitch. Os resultados das simulações numéricas em mar irregular apontaram para o caráter gaussiano nas respostas do pitch, enquanto que para o roll as distribuições observadas foram bem diferentes da normal devido à não ergodicidade das respostas. Fujiwara e Ikeda (2007) analisaram experimentalmente os efeitos do amortecimento de

roll e o movimento de heave na ressonância paramétrica sob condições de mar de través para um navio de passageiros de grande porte. Os resultados mostraram que em mar de través a ressonância paramétrica é causada basicamente pelo movimento de heave, e que a adoção de bolinas pode fazer com que o roll paramétrico desapareça nessa incidência de onda. Rodríguez *et al.* (2007) apresentam uma série de resultados experimentais para um navio portacontentor ensaiado em diferentes condições de frequência e amplitude de onda, e velocidade de avanço em ondas regulares de proa. Hashimoto *et al.* (2007) verificaram experimental e numericamente a ocorrência de roll paramétrico num navio PCTC sob em ondas regulares e mar irregular *long-crested* de proa. É observada experimental e numericamente a não-ergodicidade do roll paramétrico.

Em 2008, tanto no 6º Colóquio sobre *Seakeeping* e Estabilidade Navios (OC' 2008) como no 10º Workshop Internacional sobre Estabilidade de Navios (ISSW'2008) a ressonância paramétrica foi um dos temas mais discutidos. Thomas *et al.* (2008) abordaram o estudo da ressonância paramétrica de um típico navio portacontentor de porte médio construído no final da década do 70 sob condições de mar regular de proa. Foram realizados tanto testes numéricos (baseados na equação de Mathieu) como experimentais. Com base nos testes experimentais, reportou-se a menor ocorrência de roll paramétrico à esquerda da sintonia  $\omega_e/\omega_{n4}=2.0$ . Yang *et al.* (2008) investigaram numérica e experimentalmente o roll paramétrico em ondas regulares de proa num navio portacontentor de grande porte. Dentre outros aspectos esse trabalho mostra que a aplicação de uma perturbação inicial do roll faz com que as amplitudes críticas de onda para o surgimento do roll paramétrico sejam menores que nos casos onde não há aplicação proposital de uma perturbação inicial no roll. Taguchi *et al.* (2008) investigaram experimentalmente a ressonância paramétrica em mar irregular de proa de um navio portacontentor post-Panamax. Nesse trabalho foram analisados os efeitos do período médio da onda, da altura significativa, da velocidade de avanço e do ângulo de incidência das ondas, destacando-se entre outros aspectos a maior ocorrência do roll paramétrico na incidência  $\chi=180^\circ$  (mar de proa puro) que em mar de bochecha ( $135^\circ < \chi < 165^\circ$ ). Bulian *et al.* (2008) tratam o problema da determinação confiável das características estocásticas do roll paramétrico experimental em mar irregular *long-crested*. São abordados: a influência de condições iniciais, duração de transientes, e a

dispersão dos parâmetros estatísticos dos processos medidos (roll, pitch e elevação da onda). Conclui-se que enquanto a repetibilidade das elevações de onda e as respostas de pitch fica praticamente garantida nas repetições de uma mesma condição experimental, o roll evidencia a possível presença de atratores simultâneos associados a diferentes níveis de amplitudes de resposta. Neves *et al.* (2008a) apresentaram um estudo teórico da aplicação de tanques estabilizadores passivos tipo  $U$  para a mitigação do roll paramétrico em um navio pesqueiro de pequeno porte. Adicionalmente, foi investigada a influência de alguns parâmetros do tanque estabilizador nos limites de estabilidade. Neves *et al.* (2008b) abordaram o estudo experimental da ressonância paramétrica em estruturas tipo mono-coluna. Embora, analiticamente esse trabalho demonstre a não existência de excitação paramétrica decorrente de variações da altura metacêntrica neste tipo de flutuantes, os resultados experimentais desse estudo e outros reportados na literatura deixam evidente o surgimento desse fenômeno. As conclusões preliminares desse trabalho apontam para outros mecanismos geradores da excitação paramétrica como a ancoragem (associado ao fenômeno do pêndulo excitado verticalmente) e os efeitos não lineares de segunda ordem associados à passagem da onda (efeito Smith). Bulian e Francescutto (2008) demonstraram teórica e experimentalmente a coexistência de múltiplos regimes permanentes do roll paramétrico em ondas longitudinais regulares, e apontam para a ocorrência freqüente dos picos de resposta do roll paramétrico fora dos limites da primeira região instável de Mathieu.

Na 10<sup>a</sup> Conferência Internacional sobre Estabilidade de Navios e Veículos Oceânicos (STAB'2009) o grande número de trabalhos apresentados sobre a ressonância paramétrica demonstra ainda o grande interesse nesse tópico. Shigunov *et al.* (2009) focaram o estudo na importância que a adequada predição da velocidade de avanço em ondas e a altura metacêntrica transversal tem na estabilidade do roll. Ogawa (2009) estudou a influência do movimento de surge na variação dos braços restauradores transversais, observando que apenas num caso essa influencia poderia ficar significativa à medida que o surge fica maior. Hong *et al.* (2009) investigaram numericamente o roll paramétrico de um navio portacontentor em mar irregular, observando a ocorrência de roll paramétrico numa ampla faixa de períodos em mar irregular, e verificando mais uma vez o caráter não-ergódico das respostas de roll. Spanos e Papanikolaou (2009a) discutem a redução e o desaparecimento do roll paramétrico em ondas íngremes de proa. Simulações numéricas com navios de pequeno

e grande porte evidenciam a existência deste fenômeno dentro dos limites práticos de onda. Esse fenômeno seria decorrente de mudanças da estabilidade do roll e não do incremento do amortecimento de roll. Katayama *et al.* (2009) e Bulian *et al.* (2009) investigaram a ocorrência de roll paramétrico em ondas longitudinais regulares de proa num trimarã de alta velocidade. O primeiro trabalho apresenta um estudo experimental onde se destaca que a excitação paramétrica é causada basicamente pela variação do volume submerso dos cascos laterais. Já o segundo trabalho aborda numericamente o problema usando um modelo de 1-GDL para a predição do roll paramétrico e avalia a estabilidade aplicando diretamente a teoria de Floquet. Também é reportada a coexistência de múltiplas soluções de diferentes tipos.

Embora os avanços nos últimos anos tenham sido grandes, principalmente no que diz respeito ao entendimento dos mecanismos que causam a variação da estabilidade estática e no desenvolvimento de modelos capazes de reproduzir a ocorrência do roll paramétrico, ainda há muitas questões em aberto em relação à complexa dinâmica não linear que governa a ressonância paramétrica, tanto em ondas regulares como em mar irregular (Hashimoto *et al.*, 2007, Bulian *et al.*, 2008, Spyrou *et al.*, 2008, ITTC, 2008, Spanos e Papanikolaou, 2009a, Ogawa, 2009, Shigunov *et al.*, 2009, etc.). No estudo benchmark SAFEDOR sobre ressonância paramétrica (Spanos e Papanikolaou, 2009b) reporta-se uma eficiência média ainda baixa na predição das amplitudes do roll paramétrico entre os códigos das treze instituições participantes desse estudo.

#### **1.4 Objetivo e Conteúdo da Tese**

Com base na revisão da literatura existente relacionada à ressonância paramétrica e o modelo proposto originalmente no trabalho de mestrado do Autor (2004), pode-se afirmar que as características essenciais da dinâmica do roll estão presentes nessa modelagem. As análises das séries temporais das respostas de roll para dois navios pesqueiros de pequeno porte em ondas regulares de proa deixaram evidente o potencial desse modelo para a predição tanto da ocorrência como das amplitudes do roll paramétrico. No entanto, dadas as fortes não linearidades e a complexidade associada à dinâmica da ressonância paramétrica não é possível fazer afirmações



genéricas e abrangentes em relação à validação desse modelo e sua aplicabilidade a outros tipos de navios, inclusive de maior porte.

Com o intuito de validar definitivamente esse modelo e estender sua aplicabilidade a outros tipos de navios, o presente trabalho tem por objetivos:

- a) Aprimorar a modelagem original do Autor (Rodríguez, 2004) mediante: a introdução dos modos horizontais nas equações de movimento do navio, a consideração do efeito da atenuação da pressão da onda na restauração, e a proposta de uma metodologia adicional para o cálculo dos coeficientes de restauração.
- b) Realizar simulações numéricas com outros tipos de flutuantes de portes diferentes: um navio pesqueiro de pequeno porte, dois navios portacontentores (um de grande porte e um de médio porte), e uma plataforma tipo SPAR.
- c) Explorar a influência das não linearidades, identificar possíveis tendências de alguns parâmetros da excitação paramétrica, e investigar a existência de fenômenos típicos da dinâmica não linear.
- d) Investigar sistematicamente a estabilidade das respostas de roll.
- e) Estender a modelagem do roll paramétrico de ondas regulares para o tratamento desse fenômeno sob condições de mar irregular.

No capítulo 2 são derivadas e apresentadas as equações de movimento do navio em seis graus de liberdade, considerando termos não lineares até segunda ordem no amortecimento em roll e termos não lineares até terceira ordem na restauração do heave, roll e pitch. As ações hidrodinâmicas (massa adicionada, amortecimento e forças de excitação de onda) com exceção do amortecimento de roll são modelados com base na teoria potencial linear. Duas metodologias para o cálculo dos coeficientes de restauração são apresentadas: uma analítica aproximada que incorpora explicitamente os efeitos de atenuação da pressão de onda; e uma numérica baseada no ajuste polinomial da restauração em águas calmas e das ações não lineares de onda incidente.

No capítulo 3, o modelo matemático desenvolvido no capítulo 2 é aplicado na predição numérica da ressonância paramétrica no domínio do tempo para quatro flutuantes sob condições de ondas regulares. São apresentadas as características

principais dos flutuantes analisados, e as condições de testes experimentais usadas na validação do modelo numérico. No roll paramétrico são investigadas as influências dos modos verticais, dos modos horizontais, do efeito Smith, e das duas metodologias de cálculo dos coeficientes de restauração.

No Capítulo 4, a dinâmica do modelo proposto é analisado no domínio da frequência. São identificadas tendências e exploradas as influências de não linearidades no roll paramétrico. Os limites de estabilidade dos quatro flutuantes analisados no Capítulo 3 são calculados e discutidos. Entre outros aspectos são analisados os efeitos das não linearidades de terceira ordem, das amplitudes da onda, das frequências de encontro, de condições iniciais, etc.

No capítulo 5 é proposta uma metodologia para a simulação do roll paramétrico em ondas irregulares. Para testar essa metodologia um exemplo de aplicação é apresentado. Com base num ensaio experimental em mar irregular de um navio portacontentor, a dinâmica não linear das respostas do navio é preliminarmente explorada.

Finalmente, no Capítulo 6 são apresentadas as conclusões obtidas neste estudo, e feitas algumas recomendações para o aprimoramento e extensão do presente trabalho.

## CAPÍTULO 2

### 2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

*Neste capítulo é apresentada a formulação matemática das equações de movimento que governam a dinâmica do navio em ondas, especificamente, o fenômeno do roll paramétrico. São mostradas as hipóteses assumidas na modelagem do problema, as equações de movimento do navio, e a metodologia de cálculo das forças e momentos que agem sobre o navio em ondas.*

#### 2.1 Generalidades – Antecedentes

O roll paramétrico é um dos fenômenos atualmente mais estudados no âmbito do comportamento do navio no mar (STAB, 2006, 2009). No entanto, pese ao grande esforço da comunidade científica para o desenvolvimento de critérios de predição e prevenção deste fenômeno e aos avanços na predição da ocorrência da ressonância paramétrica, ainda não há um modelo matemático definitivo e universal capaz de reproduzir adequadamente as amplitudes do roll paramétrico (Spyrou *et al.*, 2009). Até há pouco tempo, a maioria dos modelos para a reprodução da dinâmica do roll paramétrico estava baseada na equação de Mathieu. Esse tipo de modelagem tem-se mostrado por demais limitada na reprodução de certos comportamentos dinâmicos complexos verificados experimentalmente. Modelagens mais recentes introduzem não linearidades mais elaboradas, conseguindo resultados qualitativa e quantitativamente melhores.

Dentre essas modelagens matemáticas recentes uma das mais promissoras é o modelo não linear de terceira ordem proposta pelo Autor na tese de mestrado (Rodríguez, 2004). Essa modelação tem-se mostrado adequada inclusive em casos onde

os movimentos são intensos (Neves e Rodríguez, 2005, 2006a). Porém, como foi concebida para estudar o roll paramétrico em ondas longitudinais, apenas contempla três graus de liberdade, i.e., heave, roll e pitch, e assume os modos horizontais (surge, sway e yaw) desprezíveis ou totalmente desacoplados dos modos verticais. Quando comparado com resultados experimentais, esta hipótese tem-se mostrado razoável em quase todas as condições de mar de frente ensaiadas; no entanto, em algumas condições de roll paramétrico intenso, percebeu-se visualmente o surgimento do movimento de yaw (Neves *et al.*, 2002, Rodríguez, 2004). Se o movimento de yaw for intenso, pode alterar a incidência do navio em relação às ondas e, portanto, fazer com que roll, sway e yaw sejam excitados diretamente pelas ondas.

Com o intuito de aprimorar a reprodução da física do fenômeno nessas condições e estender o modelo matemática para qualquer incidência de onda, propõe-se a introdução das equações de movimento do plano horizontal na modelação não linear de três graus de liberdade de Rodríguez (2004). Os movimentos no plano horizontal, i.e., surge, sway e yaw, dependendo da incidência da onda, podem tornar-se significativos e terminar afetando as respostas no plano vertical (heave, roll e pitch). Inicialmente, as equações de movimento do navio são derivadas de uma forma genérica, sem detalhar as forças e momentos que intervêm no fenômeno em questão. Posteriormente, são apresentadas as metodologias usadas no presente trabalho para o cálculo e a modelação das ações que governam a dinâmica do navio em ondas.

Em fenômenos ressonantes como o roll paramétrico, as forças que governam a dinâmica basicamente são as forças restauradoras. Dessa forma, no presente estudo, as outras ações (inerciais e hidrodinâmicas) serão modeladas de acordo com as metodologias clássicas mais difundidas na literatura. Já as ações restaurativas, que regem a excitação paramétrica, são modeladas de acordo com modelo proposto em Rodríguez (2004), isto é, forças e momentos de restauração (incluindo ações de onda incidente não lineares) são expressos como séries de Taylor, funções das posições do navio e da elevação da onda. Para o cálculo dos coeficientes de restauração são apresentadas duas metodologias: uma analítica e uma numérica recentemente proposta.

A seguir será apresentada a derivação da formulação teórica proposta para o estudo da dinâmica do navio em ondas. A forma mais usual de modelar as equações que governam os movimentos do navio é usar os princípios da Mecânica Clássica (Bhattacharyya, 1978, Clayton e Bishop, 1982, etc.), isto é, a Segunda Lei de Newton, que estabelece que num corpo rígido a resultante das forças externas é igual à taxa de

variação temporal do momentum linear. Assim, dependendo do tipo de problema a ser abordado, as expressões gerais que governam a dinâmica do navio podem ser adaptadas com base em algumas hipóteses básicas, tais como:

- Navio intacto
- Navio sem alteração voluntária de velocidade de avanço ou rumo
- Ondas incidentes descritas pela Teoria Linear de Airy
- Amplitudes de movimento do navio de pequenas a moderadas
- Ancoragem e efeito de outras linhas não consideradas
- Cargas de vento e correnteza não consideradas
- Cargas e movimentos de fluidos internos não considerados
- Cargas de culapada (slamming) não considerados
- Efeitos de água no convés não considerados
- Efeito de imersão de convés e emersão do fundo não considerado
- Cargas relativas ao leme e outros dispositivos de controle não considerados

Mais adiante ao detalharmos as forças e momentos que intervêm nas equações de movimento usadas no presente estudo, hipóteses adicionais específicas serão consideradas.

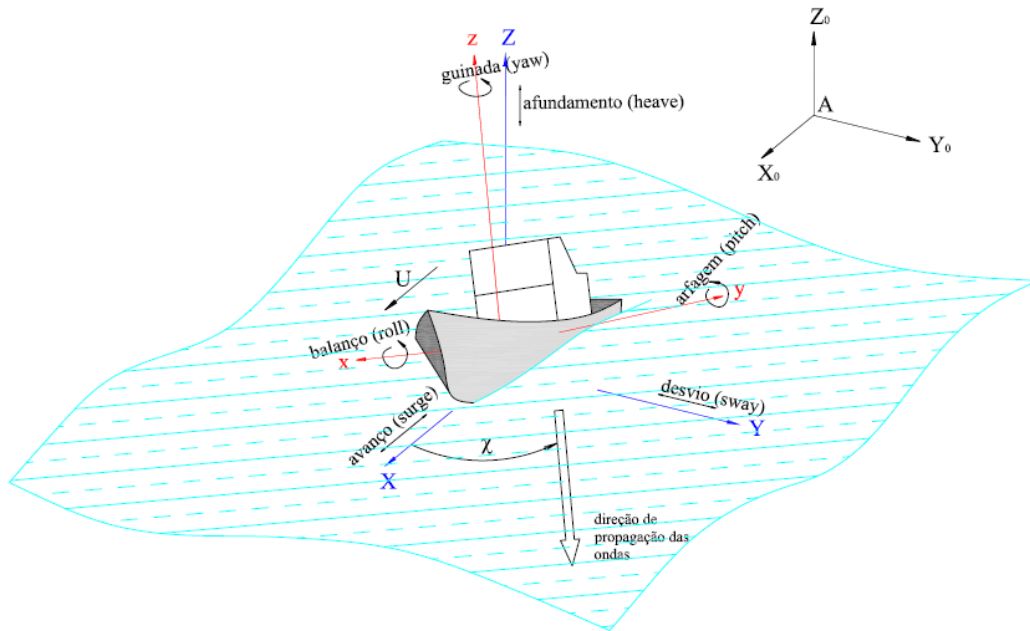
## 2.2 Definições básicas

### 2.2.1 *Movimentos do navio*

Os movimentos translacionais do navio na direção dos eixos  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  são denominados *avanço* (surge), *desvio* (sway), e *afundamento* (heave), respectivamente; enquanto os movimentos angulares em relação aos eixos do corpo  $x$ ,  $y$ ,  $z$  são definidos como *balanço* (roll), *arfagem* (pitch) e *guinada* (yaw), de forma correspondente – vide figura 2.1.

### 2.2.2 *Ângulo de incidência de onda*

O ângulo de incidência de onda  $\chi$  define-se como o ângulo entre o curso do navio e a direção principal de propagação das ondas (sentido anti-horário a partir do rumo do navio). Assim, para mar de popa,  $\chi = 0^\circ$ ; e para mar de proa,  $\chi = 180^\circ$ .



**Fig. 2.1** Sistemas de referência e definições dos movimentos do navio

### 2.2.3 *Frequência de encontro*

Define-se também a frequência de encontro  $\omega_e$ , como a frequência com a qual o navio, deslocando-se com velocidade constante  $U$ , encontra as ondas de frequência  $\omega_w$  e ângulo de incidência  $\chi$ , ou seja:

$$\omega_e = \omega_w - Uk \cos(\chi) \quad (1)$$

onde  $k$  é o número de onda definido por:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2)$$

com  $\lambda$  sendo o comprimento de onda. A partir da relação de dispersão:

$$\omega_w^2 = kg \tanh(kh)$$

(onde  $g$ : aceleração da gravidade,  $h$ : profundidade) é possível relacionar a frequência da onda com o comprimento dela. No caso de ondas de águas profundas ( $h \rightarrow \infty$ )  $\omega_w^2 = kg$ , a frequência de encontro é dada por:

$$\omega_e = \omega_w - \frac{U}{g} \omega_w^2 \cos(\chi) \quad (3)$$

### 2.2.4 *Elevação de onda*

A equação da elevação de onda segundo a Teoria Linear de Airy é definida no referencial inercial que acompanha o movimento de referência por:

$$\zeta(x, y, t; \chi) = A_w \cos[kX \cos(\chi) + kY \sin(\chi) - \omega_e t] \quad (4)$$

onde:  $A_w$  é a amplitude de onda. Para ondas longitudinais e mar de proa, a equação da superfície da onda ficará sendo:

$$\zeta(x, t) = A_w \cos[kX + \omega_e t] \quad (5)$$

### 2.3 Sistemas de Referência

No estudo clássico do comportamento do navio no mar, onde os movimentos são assumidos lineares e harmônicos em torno de uma posição média (fixa no espaço), costuma-se adotar um único sistema de referência inercial com origem nessa posição média (Salvesen *et al.*, 1970, Meyers *et al.*, 1975). Porém, em descrições mais elaboradas do problema ou quando são esperadas amplitudes de movimento moderadas é mais conveniente adotar três sistemas de referência destrógiros (Inglis, 1985, Lewis, 1989, Journée e Massie, 2001):

- a) Um sistema de referência inercial  $AX_0Y_0Z_0$ , fixo no espaço, onde o plano  $X_0Y_0$  coincide com a superfície livre de águas calmas. O eixo  $AX_0$  aponta na direção do curso do navio, e o eixo  $AZ_0$  aponta verticalmente para cima. Em relação a este sistema é definida a velocidade de avanço constante  $U$  do navio e a direção de propagação das ondas incidentes que formam um ângulo  $\chi$  em relação ao eixo  $AX_0$  – vide figura 2.1.
- b) Um sistema de referência inercial  $CXYZ$  que acompanha o movimento de translação com velocidade constante  $U$  do navio. Este sistema fica definido a partir da posição de equilíbrio inicial do navio, e tem sua origem  $C$  na interseção da vertical que passa pelo centro de gravidade do navio (CG) com o plano  $XY$  (que coincide com a superfície livre de águas calmas). Os movimentos translacionais do navio são medidos em relação a este sistema de referência. As relações entre as coordenadas do sistema  $AX_0Y_0Z_0$  e o sistema  $CXYZ$  são:

$$X_0 = X + Ut$$

$$Y_0 = Y$$

$$Z_0 = Z$$

- c) Um sistema de referência não inercial  $Oxyz$  fixo ao corpo. No instante  $t = 0$ , este sistema coincide com o sistema de referência inercial  $CXYZ$ . O eixo  $Ox$  pertence ao plano diametral do navio sendo positivo no sentido de proa, o eixo  $Oy$  aponta para a direção de bombordo, e o eixo  $Oz$  passa pelo CG do navio com sentido positivo para cima. Este sistema de referência identifica os pontos do casco e é usado para descrever os movimentos angulares do navio. As relações entre as coordenadas do sistema do corpo e as do sistema inercial fixo na terra podem ser estabelecidas a partir das seguintes considerações:

Sejam  $X_{00}$ ,  $Y_{00}$ ,  $Z_{00}$  as coordenadas instantâneas da origem dos eixos fixos no corpo expressadas no sistema inercial  $AX_0Y_0Z_0$ . Logo, o vetor posição desse ponto ( $\vec{R}_O$ ), será dado por:

$$\vec{R}_O(t) = X_{00}(t)\hat{I} + Y_{00}(t)\hat{J} + Z_{00}(t)\hat{K} \quad (6)$$

O vetor velocidade de  $O$  pode ser escrito em função de suas componentes ( $u$ ,  $v$ ,  $w$ ) nos eixos do corpo como:

$$\frac{d}{dt}\vec{R}_O(t) \equiv \vec{U}_O(t) = u(t)\hat{i}(t) + v(t)\hat{j}(t) + w(t)\hat{k}(t) \quad (7)$$

onde  $[\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}]$  e  $[\hat{i}(t), \hat{j}(t), \hat{k}(t)]$  são os vetores unitários dos sistemas inercial e do corpo, respectivamente.

Para passar de um sistema coordenado a outro, é preciso contar com uma matriz de transformação ( $\bar{T}$ ), a qual é definida em função das rotações do navio seguindo a ordem dos ângulos de Euler modificados: rotação em torno do eixo  $z$  (guinada), rotação em torno do eixo  $y$  (arfagem) e rotação em torno do eixo  $x$  (balanço). Vale ressaltar que essas rotações são aplicadas em cada posição seqüencial dos eixos fixos ao corpo  $Oxyz$ .

### **2.3.1 Transformação entre os eixos do corpo e os inerciais**

Se as componentes de velocidade de translação do ponto origem  $O$  são conhecidas no sistema do corpo ao longo do tempo, isto é,  $u(t)$ ,  $v(t)$ ,  $w(t)$ , então as coordenadas de sua trajetória poderão ser determinadas apenas a partir dos ângulos de



Euler modificados  $(\psi, \theta, \phi)$ . Note-se que  $\psi, \theta, \phi$  são apenas ângulos aplicados consecutivamente e não componentes de um vetor.

A velocidade de  $O$ , eq. (7), também pode ser expressa em função de suas componentes no sistema inercial:

$$\vec{U}_O(t) = \dot{X}_{00}\hat{I} + \dot{Y}_{00}\hat{J} + \dot{Z}_{00}\hat{K}$$

Adicionalmente, esse vetor velocidade pode ser expresso consecutivamente em cada um dos sistemas girados seguindo a ordem dos ângulos de Euler modificados (vide figura 2.2).

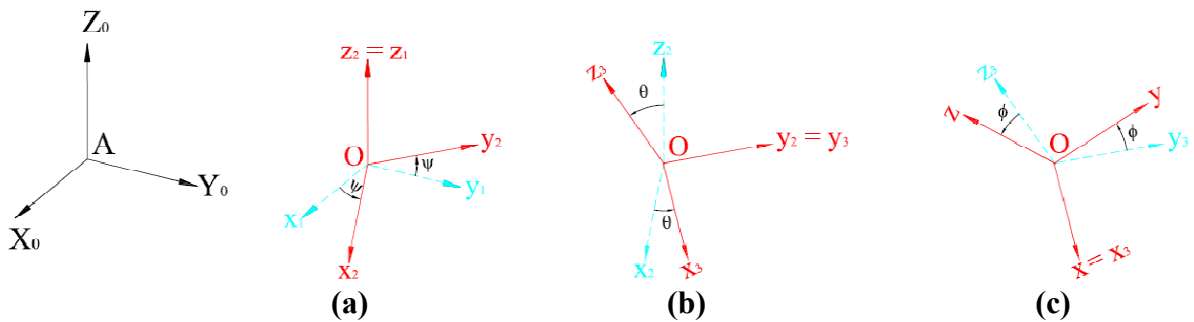


Fig. 2.2 Sequência de rotação dos ângulos modificados de Euler

Assim, no início (quando os eixos do corpo  $Ox_1y_1z_1$  estão paralelos aos inerciais), o vetor velocidade de  $O$  pode ser escrito como:

$$\vec{U}_{O1}(t) = u_1\hat{i}_1(t) + v_1\hat{j}_1 + w_1\hat{k}_1$$

Alternativamente, com a aplicação da rotação  $\psi$  a velocidade de  $O$  pode ser escrita como:

$$\vec{U}_{O2}(t) = u_2\hat{i}_2(t) + v_2\hat{j}_2 + w_2\hat{k}_2$$

em relação ao sistema  $Ox_2y_2z_2$  (figura 2.2a). Por inspeção, pode-se escrever a seguinte relação vetorial:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{bmatrix}$$

que descreve a transformação polar no plano, ou, de forma mais reduzida:

$$\vec{U}_{O1} = \bar{T}_1(\psi)\vec{U}_{O2}.$$

Em seguida, a rotação  $\theta$  é aplicada rodando-se de  $Ox_2y_2z_2$  para  $Ox_3y_3z_3$  como indicado na figura 2.2b. Com isso a velocidade de  $O$  pode ser expressa como:

$$\vec{U}_{O3}(t) = u_3\hat{i}_3(t) + v_3\hat{j}_3 + w_3\hat{k}_3$$

logo:

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ v_2 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_3 \\ v_3 \\ w_3 \end{bmatrix}$$

ou , em forma reduzida,  $\vec{U}_{o2} = \bar{T}_2(\theta)\vec{U}_{o3}$ .

Finalmente, a rotação  $\phi$  é aplicada, como na figura 2.2c, tal que  $Ox_3y_3z_3$  assume a posição final requerida  $Oxyz$ , e a velocidade de  $O$  é escrita como:

$$\vec{U}_o(t) = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$$

donde, chega-se em:

$$\begin{bmatrix} u_3 \\ v_3 \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}$$

ou ainda  $\vec{U}_{o3} = \bar{T}_3(\phi)\vec{U}_o$ .

O vetor  $\vec{U}_{o1}$  é o mesmo que  $\vec{R}_o(t) = \dot{X}_{o0}\hat{i} + \dot{Y}_{o0}\hat{j} + \dot{Z}_{o0}\hat{k}$ , tal que:

$\vec{U}_o(t) = [\dot{X}_{o0}, \dot{Y}_{o0}, \dot{Z}_{o0}]$ . Tem-se, então, que:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{o0} \\ \dot{Y}_{o0} \\ \dot{Z}_{o0} \end{bmatrix} = \bar{T}_1(\psi)\vec{U}_{o2} = \bar{T}_1(\psi).\bar{T}_2(\theta).\vec{U}_{o3} = \bar{T}_1(\psi).\bar{T}_2(\theta).\bar{T}_3(\phi).\vec{U}_o = \bar{T}(\psi, \theta, \phi).\vec{U}_o$$

Desenvolvendo-se o produto matricial, chega-se a:

$$\bar{T}(\psi, \theta, \phi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi)\cos(\theta) & \cos(\psi)\sin(\theta)\sin(\phi) - \sin(\psi)\cos(\phi) & \cos(\psi)\sin(\theta)\cos(\phi) + \sin(\psi)\sin(\phi) \\ \sin(\psi)\cos(\theta) & \sin(\psi)\sin(\theta)\sin(\phi) + \cos(\psi)\cos(\phi) & \sin(\psi)\sin(\theta)\cos(\phi) - \cos(\psi)\sin(\phi) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta)\sin(\phi) & \cos(\theta)\cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (8)$$

logo, temos como resultado final:

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_{o0} \\ \dot{Y}_{o0} \\ \dot{Z}_{o0} \end{bmatrix} = \bar{T}(\psi, \theta, \phi) \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (9)$$

Assim, em princípio, o conhecimento de  $\psi, \theta, \phi, u, v, w$  como funções do tempo, permitirá a obtenção da velocidade no sistema inercial assim como a determinação de  $X_{o0}, Y_{o0}, Z_{o0}$  mediante integração no tempo. Logo, pode-se determinar, por esse processo, a trajetória no tempo do ponto  $O$ . Essa é a técnica tipicamente empregada em problemas de manobrabilidade, como descrito por Abkowitz (1969).

A matriz  $\bar{T}$  permite expressar qualquer vetor ou ponto do espaço definido no sistema móvel  $Oxyz$  (fixo no casco) no sistema inercial  $AX_0Y_0Z_0$ . Um dado vetor  $\vec{A}$  decomposto segundo os vetores unitários  $[\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}]$  do sistema  $Oxyz$  na forma  $\vec{A} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$  será representado no sistema  $AX_0Y_0Z_0$  como:

$\vec{A} = A_X \hat{I} + A_Y \hat{J} + A_Z \hat{K}$ , tal que os argumentos  $\{A_X, A_Y, A_Z\}$  serão obtidos pela relação genérica:

$$\begin{bmatrix} A_X \\ A_Y \\ A_Z \end{bmatrix} = \bar{T} \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \quad (10)$$

Como a matriz  $\bar{T}$  é ortogonal a sua inversa é facilmente obtida:

$$\bar{T}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\psi)\cos(\theta) & \sin(\psi)\cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \cos(\psi)\sin(\theta)\sin(\phi) - \sin(\psi)\cos(\phi) & \sin(\psi)\sin(\theta)\sin(\phi) + \cos(\psi)\cos(\phi) & \cos(\theta)\sin(\phi) \\ \cos(\psi)\sin(\theta)\cos(\phi) + \sin(\psi)\sin(\phi) & \sin(\psi)\sin(\theta)\cos(\phi) - \cos(\psi)\sin(\phi) & \cos(\theta)\cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (11)$$

Nos desenvolvimentos posteriores, a seguinte nomenclatura será empregada:

velocidade de translação do ponto O:  $\vec{U}_O = \dot{X}_{O0} \hat{I} + \dot{Y}_{O0} \hat{J} + \dot{Z}_{O0} \hat{K} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$

velocidade angular:  $\vec{\Omega} = \Omega_{X0} \hat{I} + \Omega_{Y0} \hat{J} + \Omega_{Z0} \hat{K} = p\hat{i} + q\hat{j} + r\hat{k}$

forças externas:  $\vec{F} = F_{X0} \hat{I} + F_{Y0} \hat{J} + F_{Z0} \hat{K} = f_x \hat{i} + f_y \hat{j} + f_z \hat{k}$

momentos externos:  $\vec{M} = M_{X0} \hat{I} + M_{Y0} \hat{J} + M_{Z0} \hat{K} = m_x \hat{i} + m_y \hat{j} + m_z \hat{k}$

### 2.3.2 *Relação entre velocidades angulares e as taxas de variação dos ângulos de Euler modificados*

Embora os deslocamentos angulares finitos não sejam quantidades vetoriais, a velocidade angular é uma quantidade vetorial que pode ser expressa como:

$$\vec{\Omega} = p\hat{i} + q\hat{j} + r\hat{k}$$

onde as componentes  $p, q, r$  dependem da variação temporal dos ângulos  $\psi, \theta, \phi$ . Seguindo a seqüência dos ângulos de Euler modificados (vide figuras 2.2a-c) pode estabelecer-se que:

- velocidade angular de  $Oxyz$  relativa a  $Ox_3y_3z_3 = \dot{\phi} \hat{i}$

- velocidade angular de  $Ox_3y_3z_3$  relativa a  $Cx_2y_2z_2 = \dot{\theta} \hat{j}_3$
- velocidade angular de  $Ox_2y_2z_2$  relativa a  $Cx_1y_1z_1 = \dot{\psi} \hat{k}_2$

Logo:

$$\vec{\Omega} = \dot{\phi} \hat{i} + \dot{\theta} \hat{j}_3 + \dot{\psi} \hat{k}_2$$

Para obter as expressões para  $p$ ,  $q$ ,  $r$ , devemos expressar  $\hat{j}_3$  e  $\hat{k}_2$  em função de  $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ . Seja então  $\hat{j}_3 = a\hat{i} + b\hat{j} + c\hat{k}$ , de modo que:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = T_3(\phi) \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$$

donde:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \phi \\ -\sin \phi \end{bmatrix}$$

Agora, seja  $\hat{k}_2 = d\hat{i} + e\hat{j} + f\hat{k}$ , tal que:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = T_2(\theta)T_3(\phi) \begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix}$$

donde:

$$\begin{bmatrix} d \\ e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \theta \\ \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}$$

Tem-se então que:

$$\begin{aligned} \vec{\Omega} &= (\dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta) \hat{i} + (\dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \sin \phi \cos \theta) \hat{j} + (\dot{\psi} \cos \phi \cos \theta - \dot{\theta} \sin \phi) \hat{k} \\ &= p\hat{i} + q\hat{j} + r\hat{k} \end{aligned}$$

ou seja:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \\ \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \sin \phi \cos \theta \\ -\dot{\theta} \sin \phi + \dot{\psi} \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \overline{Q} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (12)$$

onde foi definido:

$$\bar{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \cos \theta \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}$$

As componentes  $p, q, r$  são então expressas em função do conjunto  $\psi, \theta, \phi$  e suas derivadas. A expressão de  $\bar{Q}$  pode ser invertida e obtém-se:

$$\bar{Q}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix}$$

que permite obter as taxas de variação dos ângulos de Euler a partir das componentes do vetor velocidade angular nos eixos do corpo.

## 2.4 Derivadas temporais de vetores definidos nos eixos do corpo

As derivadas em relação ao tempo de vetores definidos no sistema fixo no corpo devem incluir as variações dos vetores não apenas na intensidade, mas também na orientação. Assim, exemplificando com a derivada do vetor velocidade  $\vec{U}_o$ , temos:

$$\frac{d\vec{U}_o}{dt} = \frac{d}{dt}(u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}) = \frac{du}{dt}\hat{i} + \frac{dv}{dt}\hat{j} + \frac{dw}{dt}\hat{k} + u\frac{d\hat{i}}{dt} + v\frac{d\hat{j}}{dt} + w\frac{d\hat{k}}{dt} \quad (13)$$

Da mecânica racional, sabe-se que:

$$\frac{d\hat{i}}{dt} = \bar{\Omega} \times \hat{i} \quad ; \quad \frac{d\hat{j}}{dt} = \bar{\Omega} \times \hat{j} \quad ; \quad \frac{d\hat{k}}{dt} = \bar{\Omega} \times \hat{k}$$

e, fazendo:

$$\frac{\delta \vec{U}_o}{\delta t} = \frac{du}{dt}\hat{i} + \frac{dv}{dt}\hat{j} + \frac{dw}{dt}\hat{k}$$

a eq. (13) fica expressa como:

$$\frac{d\vec{U}_o}{dt} = \frac{\delta \vec{U}_o}{\delta t} + \bar{\Omega} \times \vec{U}_o \quad (14)$$

Por analogia, conclui-se que:

$$\frac{d\vec{h}}{dt} = \frac{\delta \vec{h}}{\delta t} + \bar{\Omega} \times \vec{h} \quad (15)$$

$$\frac{d\vec{\Omega}}{dt} = \frac{\delta \vec{\Omega}}{\delta t} + \bar{\Omega} \times \vec{\Omega} = \frac{\delta \vec{\Omega}}{\delta t} \quad (16)$$

$$\frac{d\vec{r}_G}{dt} = \frac{\delta \vec{r}_G}{\delta t} + \bar{\Omega} \times \vec{r}_G = \bar{\Omega} \times \vec{r}_G \quad (17)$$

onde  $\vec{r}_G$  é o vetor posição do centro de massa do navio no sistema de eixos fixos no corpo.

## 2.5 Posição do centro de massa do navio (C.G.)

A posição do centro de massa do navio medida a partir do sistema inercial que o acompanha pode ser expressa como  $\vec{R}_G = \vec{R}_O + \vec{r}_G$  sendo  $\vec{r}_G = x_G\hat{i} + y_G\hat{j} + z_G\hat{k}$ . Assim, no sistema inercial de translação a posição é dada por:

$$\vec{R}_G = \vec{R}_O + \vec{r}_G = \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix} + \bar{T}(\psi, \theta, \phi) \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} \quad (18)$$

e a velocidade do ponto  $G$  nesse mesmo sistema pode ser obtida a partir de:

$$\vec{U}_G = \frac{d\vec{R}_G}{dt} = \frac{d\vec{R}_O}{dt} + \frac{d\vec{r}_G}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{X}_o \\ \dot{Y}_o \\ \dot{Z}_o \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \left( \bar{T} \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} \dot{X}_o \\ \dot{Y}_o \\ \dot{Z}_o \end{bmatrix} + \frac{d\bar{T}}{dt} \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} \quad (19)$$

ou, por outro lado:

$$\frac{d\vec{R}_G}{dt} = \frac{d\vec{R}_O}{dt} + \frac{d\vec{r}_G}{dt} = \vec{U}_O + \vec{\Omega} \times \vec{r}_G = \begin{bmatrix} \dot{X}_o \\ \dot{Y}_o \\ \dot{Z}_o \end{bmatrix} + \bar{T} [\vec{\Omega} \times \vec{r}_G] = \begin{bmatrix} \dot{X}_o \\ \dot{Y}_o \\ \dot{Z}_o \end{bmatrix} + \bar{T} \begin{bmatrix} z_G q - y_G r \\ x_G r - z_G p \\ y_G p - x_G q \end{bmatrix} \quad (20)$$

Rearrmando termos na expressão (20):

$$\frac{d\vec{R}_G}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{X}_o \\ \dot{Y}_o \\ \dot{Z}_o \end{bmatrix} + \bar{T} \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{X}_o \\ \dot{Y}_o \\ \dot{Z}_o \end{bmatrix} + \bar{T} \bar{T}_\Omega \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} \quad (21)$$

onde define-se a matriz  $\bar{T}_\Omega$  dada por:

$$\bar{T}_\Omega = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Comparando (19) e (21) conclui-se que:

$$\frac{d\bar{T}}{dt} = \bar{T} \bar{T}_\Omega \quad (23)$$

## 2.6 Segunda Lei de Newton

A 2ª Lei de Newton estabelece que as ações externas equivalem-se com a taxa de variação da quantidade de movimento (ações inerciais).

No caso dos *movimentos translacionais* temos:

$$\vec{F} = m \frac{d}{dt} \vec{U}_G \quad (24)$$

onde considerou-se que a massa do corpo não varia no tempo (o que não é estritamente verdadeiro, mas corresponde a uma boa aproximação dentro dos períodos de tempo envolvidos em análises usuais). Substituindo na expressão acima a expressão da velocidade  $\vec{U}_G$  (eq. 20), temos;

$$\vec{F} = m \left[ \frac{d\vec{U}_O}{dt} + \frac{d}{dt} (\vec{\Omega} \times \vec{r}_G) \right] \quad (25)$$

No caso dos *movimentos angulares* a equação do movimento refere-se ao momento das forças externas em relação ao centro de gravidade, logo:

$$\vec{M}_G = \frac{d\vec{h}_G}{dt} \quad (26)$$

onde  $\vec{M}_G$  é o momento da força  $\vec{F}$  em relação ao C.G. e  $\vec{h}_G$  é o vetor momento angular do corpo também em relação ao seu C.G. Ao invés de expressar a equação acima com o momento de  $\vec{F}$  referido ao C.G., é preferível expressá-lo em relação à origem  $O$  (que não necessariamente coincide com o C.G. do corpo). Sendo  $\vec{M}_O$  o vetor momento de  $\vec{F}$  em relação à origem, temos:

$$\vec{M}_G = \vec{M}_O - \vec{r}_G \times \vec{F}$$

e, portanto:

$$\vec{M}_O = \frac{d\vec{h}_G}{dt} + \vec{r}_G \times \vec{F} \quad (27)$$

O momentum angular de um corpo em relação ao seu C.G. ( $\vec{h}_G$ ) é definido como um somatório dos produtos vetoriais dos vetores posição ( $\vec{r}_{G_i}$ ) de cada massa componente ( $\delta m_i$ ) em relação ao CG do corpo com o vetor quantidade de movimento linear de cada massa componente. Isto é:

$$\vec{h}_G = \sum_i \left[ \vec{r}_{G_i} \times \delta m_i \frac{d\vec{R}_i}{dt} \right]$$

onde:  $\frac{d\vec{R}_i}{dt} = \vec{U}_o + \frac{d\vec{r}_i}{dt}$  e  $\vec{r}_{Gi} = \vec{r}_i - \vec{r}_G$

Logo:

$$\begin{aligned}\vec{h}_G &= \sum_i [(\vec{r}_i - \vec{r}_G) \times \delta m_i (\vec{U}_o + \vec{\Omega} \times \vec{r}_i)] \\ &= \sum_i \delta m_i \vec{r}_i \times \vec{U}_o + \sum_i \delta m_i \vec{r}_i \times \vec{\Omega} \times \vec{r}_i - \sum_i \delta m_i \vec{r}_G \times \vec{U}_o - \sum_i \delta m_i \vec{r}_G \times \vec{\Omega} \times \vec{r}_i\end{aligned}$$

e, sabendo por definição que:

$$\vec{r}_G = \frac{\sum_i \delta m_i \vec{r}_i}{m}$$

então:  $\vec{h}_G = m\vec{r}_G \times \vec{U}_o + \sum_i \delta m_i \vec{r}_i \times \vec{\Omega} \times \vec{r}_i - m\vec{r}_G \times \vec{U}_o - m\vec{r}_G \times \vec{\Omega} \times \vec{r}_G$

Definindo:

$$\vec{h} = \sum_i \delta m_i \vec{r}_i \times \vec{\Omega} \times \vec{r}_i \quad (28)$$

como sendo o momentum angular relativo à origem  $O$ , temos que:

$$\vec{h}_G = \vec{h} - m\vec{r}_G \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}_G) \quad (29)$$

Logo, para um ponto genérico no casco definido como  $\vec{r}_i = x_i \hat{i} + y_i \hat{j} + z_i \hat{k}$  e substituindo em (28) teremos:

$$\begin{aligned}\vec{h} &= \left[ p \sum_i (y_i^2 + z_i^2) \delta m_i - q \sum_i x_i y_i \delta m_i - r \sum_i x_i z_i \delta m_i \right] \hat{i} + \\ &\quad \left[ -p \sum_i x_i y_i \delta m_i + q \sum_i (x_i^2 + z_i^2) \delta m_i - r \sum_i y_i z_i \delta m_i \right] \hat{j} + \\ &\quad \left[ -p \sum_i x_i z_i \delta m_i - q \sum_i y_i z_i \delta m_i + r \sum_i (x_i^2 + y_i^2) \delta m_i \right] \hat{k}\end{aligned} \quad (30)$$

Os somatórios acima correspondem a conhecidos momentos e produtos de inércia das massas componentes do corpo, tomados em relação à origem do sistema (e não em relação ao centro de gravidade do corpo).

Expressando (30) em forma matricial temos:

$$\vec{h} = \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \bar{I}_1 \vec{\Omega} \quad (31)$$

Considerando-se as distribuições de inércias típicas de navios (hipótese de simetria):



$$\bar{I}_1 = \begin{bmatrix} I_x & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_y & 0 \\ -I_{zx} & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad (32)$$

então,

$$\vec{h}_G = \bar{I}_1 \vec{\Omega} - m \vec{r}_G \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}_G) \quad (33)$$

Substituindo (33) em (27) temos:

$$\vec{M}_o = \frac{d}{dt} [\bar{I}_1 \vec{\Omega} - m \vec{r}_G \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}_G)] + \vec{r}_G \times \vec{F} \quad (34)$$

Mas, da expressão (25), onde:

$$\vec{F} = m \left[ \frac{d\vec{U}_o}{dt} + \frac{d}{dt} (\vec{\Omega} \times \vec{r}_G) \right]$$

com a qual a eq. (34) torna-se:

$$\begin{aligned} \vec{M}_o &= \frac{d}{dt} [\bar{I}_1 \vec{\Omega} - m \vec{r}_G \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}_G)] + \vec{r}_G \times m \left[ \frac{d\vec{U}_o}{dt} + \frac{d}{dt} (\vec{\Omega} \times \vec{r}_G) \right] \\ &= \frac{d}{dt} (\bar{I}_1 \vec{\Omega}) - m \frac{d}{dt} [\vec{r}_G \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}_G)] + m \vec{r}_G \times \frac{d\vec{U}_o}{dt} + m \vec{r}_G \times \frac{d}{dt} (\vec{\Omega} \times \vec{r}_G) \end{aligned}$$

e:

$$\vec{M}_o = \frac{d}{dt} (\bar{I}_1 \vec{\Omega}) + m \vec{r}_G \times \frac{d\vec{U}_o}{dt} \quad (35)$$

As equações vetoriais (25) e (35) correspondem a dois sistemas de três equações cada, que governam o equilíbrio de forças e momentos, respectivamente. Essas seis equações foram derivadas de forma a ter as quantidades vetoriais e matrizes envolvidas, descritas nos eixos do corpo e tem como principal vantagem o fato de poder aproveitar diretamente as grandezas medidas a bordo (nos eixos do navio). Porém, em problemas de comportamento em ondas é comum descrever a posição do navio e a elevação da onda nos eixos inerciais. Portanto, para conseguir a descrição nos eixos inerciais, sem perder as vantagens oferecidas pelos eixos do corpo, algumas das grandezas envolvidas nas equações (25) e (35) precisarão passar pelas transformações de eixos descritas anteriormente.

### 2.6.1 Equilíbrio de forças

A equação (25) que descreve o equilíbrio de forças agora será expressa no sistema inercial a partir de:

$$\vec{F} = m \left[ \frac{d\vec{U}_o}{dt} + \frac{d}{dt} (\vec{\Omega} \times \vec{r}_G) \right] = m \frac{d^2 \vec{R}_G}{dt^2} \quad (36)$$

onde:

$$\vec{R}_G = \vec{R}_o + \vec{r}_G = \begin{bmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix} + \bar{T} \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix}$$

A velocidade de G já foi obtida anteriormente, equação (21):

$$\frac{d\vec{R}_G}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{X}_o \\ \dot{Y}_o \\ \dot{Z}_o \end{bmatrix} + \bar{T} \bar{T}_\Omega \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix}$$

A aceleração é obtida por derivação da expressão anterior:

$$\frac{d^2 \vec{R}_G}{dt^2} = \begin{bmatrix} \ddot{X}_o \\ \ddot{Y}_o \\ \ddot{Z}_o \end{bmatrix} + \bar{T} \frac{d\bar{T}_\Omega}{dt} \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} + \frac{d\bar{T}}{dt} \bar{T}_\Omega \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix}$$

e, usando a expressão (23), onde  $\frac{d\bar{T}}{dt} = \bar{T} \bar{T}_\Omega$  temos :

$$\frac{d^2 \vec{R}_G}{dt^2} = \begin{bmatrix} \ddot{X}_o \\ \ddot{Y}_o \\ \ddot{Z}_o \end{bmatrix} + \bar{T} \left\{ \frac{d\bar{T}_\Omega}{dt} + \bar{T}_\Omega^2 \right\} \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} \quad (37)$$

Seguindo a definição de  $\bar{T}_\Omega$  (eq. 22) temos:

$$\frac{d\bar{T}_\Omega}{dt} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{r} & \dot{q} \\ \dot{r} & 0 & -\dot{p} \\ -\dot{q} & \dot{p} & 0 \end{bmatrix} \quad (38)$$

Substituindo as expressões (22) e (38) em (37), resulta:

$$\frac{d^2 \vec{R}_G}{dt^2} = \begin{bmatrix} \ddot{X}_o \\ \ddot{Y}_o \\ \ddot{Z}_o \end{bmatrix} + \bar{T} \begin{bmatrix} 0 & -\dot{r} & \dot{q} \\ \dot{r} & 0 & -\dot{p} \\ -\dot{q} & \dot{p} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} + \bar{T} \begin{bmatrix} -(q^2 + r^2) & pq & pr \\ pq & -(r^2 + p^2) & qr \\ pr & qr & -(p^2 + q^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix}$$

que é equivalente a:

$$\frac{d^2 \vec{R}_G}{dt^2} = \begin{bmatrix} \ddot{X}_o \\ \ddot{Y}_o \\ \ddot{Z}_o \end{bmatrix} + \bar{T} \begin{bmatrix} 0 & z_G & -y_G \\ -z_G & 0 & x_G \\ y_G & -x_G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \bar{T} \begin{bmatrix} 0 & z_G & y_G \\ z_G & 0 & x_G \\ y_G & x_G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} qr \\ rp \\ pq \end{bmatrix}$$

$$+ \bar{T} \begin{bmatrix} 0 & -x_G & -x_G \\ -y_G & 0 & -y_G \\ -z_G & -z_G & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p^2 \\ q^2 \\ r^2 \end{bmatrix} \quad (39)$$

Se na expressão (39) define-se:

$$\bar{G}_1 = \begin{bmatrix} 0 & z_G & -y_G \\ -z_G & 0 & x_G \\ y_G & -x_G & 0 \end{bmatrix} \quad \bar{G}_2 = \begin{bmatrix} 0 & z_G & y_G \\ z_G & 0 & x_G \\ y_G & x_G & 0 \end{bmatrix} \quad \bar{G}_3 = \begin{bmatrix} 0 & -x_G & -x_G \\ -y_G & 0 & -y_G \\ -z_G & -z_G & 0 \end{bmatrix} \quad (40)$$

teremos:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = m \frac{d^2 \bar{R}_G}{dt^2} = m \left\{ \begin{bmatrix} \ddot{X}_o \\ \ddot{Y}_o \\ \ddot{Z}_o \end{bmatrix} + \bar{T} \left\{ \bar{G}_1 \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \bar{G}_2 \begin{bmatrix} qr \\ rp \\ pq \end{bmatrix} + \bar{G}_3 \begin{bmatrix} p^2 \\ q^2 \\ r^2 \end{bmatrix} \right\} \right\} \quad (41)$$

Note-se que como no nosso caso a origem  $O$  foi adotada tal que  $x_G = y_G = 0$ , as matrizes definidas em (40), são bem mais simplificadas do que na forma apresentada acima.

Se agora tomando a equação (12):

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \bar{Q} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \\ \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi \\ -\dot{\theta} \sin \phi + \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix}$$

a derivamos em relação ao tempo, temos:

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta - \dot{\psi} \dot{\theta} \cos \theta \\ \ddot{\theta} \cos \phi + \dot{\theta} \dot{\phi} \sin \phi + \ddot{\psi} \cos \theta \sin \phi - \dot{\psi} \dot{\theta} \sin \theta \sin \phi + \dot{\psi} \dot{\phi} \cos \theta \cos \phi \\ -\ddot{\theta} \sin \phi - \dot{\theta} \dot{\phi} \cos \phi + \ddot{\psi} \cos \theta \cos \phi - \dot{\psi} \dot{\theta} \sin \theta \cos \phi - \dot{\psi} \dot{\phi} \cos \theta \sin \phi \end{bmatrix}$$

ou seja:

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin \theta \\ 0 & \cos \phi & \cos \theta \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\psi} \cos \theta & 0 \\ -\dot{\theta} \sin \phi & -\dot{\psi} \sin \theta \sin \phi & \dot{\phi} \cos \theta \cos \phi \\ -\dot{\theta} \cos \phi & -\dot{\psi} \sin \theta \cos \phi & -\dot{\phi} \cos \theta \sin \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

ou, ainda:

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \bar{Q} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\cos \theta & 0 \\ -\sin \phi & -\sin \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \\ -\cos \phi & -\sin \theta \cos \phi & -\cos \theta \sin \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \dot{\theta} \\ \dot{\theta} \dot{\psi} \\ \dot{\psi} \dot{\phi} \end{bmatrix} = \bar{Q} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} + \bar{R} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \dot{\theta} \\ \dot{\theta} \dot{\psi} \\ \dot{\psi} \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (42)$$

onde foi definido:

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} 0 & -\cos \theta & 0 \\ -\sin \phi & -\sin \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \\ -\cos \phi & -\sin \theta \cos \phi & -\cos \theta \sin \phi \end{bmatrix}$$

Substituindo (40) em (41), a equação do equilíbrio de forças ficará dada por:

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = m \left\{ \begin{bmatrix} \ddot{X}_c \\ \ddot{Y}_c \\ \ddot{Z}_c \end{bmatrix} + \bar{T} \left\{ \bar{G}_1 \bar{Q} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} + \bar{G}_1 \bar{R} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \dot{\theta} \\ \dot{\theta} \dot{\psi} \\ \dot{\psi} \dot{\phi} \end{bmatrix} + \bar{G}_2 \begin{bmatrix} qr \\ rp \\ pq \end{bmatrix} + \bar{G}_3 \begin{bmatrix} p^2 \\ q^2 \\ r^2 \end{bmatrix} \right\} \right\} \quad (43)$$

A equação (43) descreve o equilíbrio das forças expressas como uma soma de vetores definidos segundo os unitários inerciais  $\{\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}\}$ , exceto pelo fato de que  $p$ ,  $q$  e  $r$  devem antes ser determinadas usando a expressão (12).

### 2.6.2 Equilíbrio de momentos

No caso das equações que governam o equilíbrio de momentos toma-se como base a eq. (35), que estabelece:

$$\vec{M}_o = \frac{d}{dt} (\bar{I}_1 \bar{\Omega}) + m \vec{r}_G \times \frac{d\vec{U}_o}{dt}$$

Essas equações serão expressas também no sistema inercial. Assim, o vetor momentum angular  $\vec{h} = \bar{I}_1 \bar{\Omega}$  expresso no sistema fixo precisa ser pré-multiplicado pela matriz de transformação  $\bar{T}$  para que fique expresso em termos dos vetores unitários do sistema inercial, ou seja:

$$\vec{h} = \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = \bar{T} \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix} = \bar{T} \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

Assim, a equação de momentos ficará expressa como:

$$\vec{M}_o = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \frac{d}{dt} \left\{ \bar{T} \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \right\} + m \bar{T} \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} \times \frac{d^2 \vec{R}_o}{dt^2}$$

ou ainda:

$$\vec{M}_o = \bar{T} \bar{I}_1 \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \frac{d\bar{T}}{dt} \bar{I}_1 \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} + m \bar{T} \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \ddot{X}_c \\ \ddot{Y}_c \\ \ddot{Z}_c \end{bmatrix}$$

$$= \bar{T}\bar{I}_1 \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \bar{T}\bar{T}_\Omega \bar{I}_1 \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} + m\bar{T} \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \ddot{X}_C \\ \ddot{Y}_C \\ \ddot{Z}_C \end{bmatrix} \quad (44)$$

onde o termo do meio do lado direito da equação (44) pode ser desenvolvido ainda mais usando as definições de  $\bar{T}_\Omega$  e  $\bar{I}_1$ , isto é:

$$\bar{T}\bar{T}_\Omega \bar{I}_1 \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \bar{T} \begin{bmatrix} 0 & -I_{xz}p & (I_{zz} - I_{yy})q \\ I_{xz}p + I_{xx}r & 0 & -I_{xz}r - I_{zz}p \\ (I_{yy} - I_{xx})q & I_{xz}r & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix}$$

que também pode ser reescrito como:

$$\bar{T}\bar{T}_\Omega \bar{I}_1 \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \bar{T} \left\{ \begin{bmatrix} (I_{zz} - I_{yy}) & 0 & -I_{xz} \\ 0 & (I_{xx} - I_{zz}) & 0 \\ I_{xz} & 0 & (I_{yy} - I_{xx}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} qr \\ rp \\ pq \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ I_{xz} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p^2 \\ q^2 \\ r^2 \end{bmatrix} \right\} \quad (45)$$

Definindo:

$$\bar{I}_2 = \begin{bmatrix} (I_{zz} - I_{yy}) & 0 & -I_{xz} \\ 0 & (I_{xx} - I_{zz}) & 0 \\ I_{xz} & 0 & (I_{yy} - I_{xx}) \end{bmatrix} \quad \bar{I}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ I_{xz} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (46)$$

substituindo (45) em (44) e usando as definições (46), temos:

$$\bar{M}_O = \begin{bmatrix} M_X \\ M_Y \\ M_Z \end{bmatrix} = \bar{T} \left\{ \bar{I}_1 \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} + \bar{I}_2 \begin{bmatrix} qr \\ rp \\ pq \end{bmatrix} + \bar{I}_3 \begin{bmatrix} p^2 \\ q^2 \\ r^2 \end{bmatrix} + m \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \ddot{X}_C \\ \ddot{Y}_C \\ \ddot{Z}_C \end{bmatrix} \right\} \quad (47)$$

Agora usando as expressões das acelerações angulares (42), a equação de equilíbrio de momentos segundo os unitários  $\{\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}\}$  fica dada por:

$$\bar{M}_O = \begin{bmatrix} M_X \\ M_Y \\ M_Z \end{bmatrix} = \bar{T} \left\{ \bar{I}_1 \bar{Q} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} + \bar{I}_1 \bar{R} \begin{bmatrix} \dot{\phi}\dot{\theta} \\ \dot{\theta}\dot{\psi} \\ \dot{\psi}\dot{\phi} \end{bmatrix} + \bar{I}_2 \begin{bmatrix} qr \\ rp \\ pq \end{bmatrix} + \bar{I}_3 \begin{bmatrix} p^2 \\ q^2 \\ r^2 \end{bmatrix} + m \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \ddot{X}_C \\ \ddot{Y}_C \\ \ddot{Z}_C \end{bmatrix} \right\} \quad (48)$$

Note-se que na equação (48) ainda falta introduzir as expressões que relacionam  $p$ ,  $q$ , e  $r$  com as taxas de variação temporal dos ângulos de Euler modificados – vide eq. (12).

### 2.6.3 Linearização

No caso de pequenos movimentos, as expressões apresentadas anteriormente podem ser linearizadas tomando então formas bem mais simplificadas; assim, por exemplo:

$$\bar{T} = \begin{bmatrix} 1 & -\psi & \theta \\ \psi & 1 & \phi \\ -\theta & -\phi & 1 \end{bmatrix}; \quad \bar{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\theta \\ 0 & 1 & \phi \\ 0 & -\phi & 1 \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} \quad (49)$$

e assim as equações de equilíbrio de forças e momentos ficam dadas por:

$$\vec{F} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = m \frac{d^2 \vec{R}_G}{dt^2} = m \left\{ \begin{bmatrix} \ddot{X}_c \\ \ddot{Y}_c \\ \ddot{Z}_c \end{bmatrix} + \bar{G}_1 \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} \right\} \quad (50)$$

$$\vec{M}_o = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \bar{I}_1 \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} - m \bar{G}_1 \begin{bmatrix} \ddot{X}_c \\ \ddot{Y}_c \\ \ddot{Z}_c \end{bmatrix} \quad (51)$$

Os lados direitos dessas equações definem a matriz de inércias generalizada usualmente empregada em problemas de comportamento de navios em ondas, vide, por exemplo, Salvesen *et al.* (1970).

## 2.7 Forças externas

Na seção anterior foram derivadas as equações de movimento de corpo rígido, sem explicitar as ações externas ( $\vec{F}$  e  $\vec{M}_o$ ). Essas forças e momentos agem no navio quando este se movimenta em ondas e podem ser divididos segundo a sua natureza em: forças de gravidade (peso), forças hidrostáticas, forças hidrodinâmicas, e forças de excitação de onda. Forças de outra natureza tais como: vento, ação de leme, estabilizadores, ancoragem, etc. não serão consideradas no presente estudo.

Uma forma clássica de resolver o problema do navio em ondas é subdividi-lo em dois problemas hidrodinâmicos independentes e assumir que a superposição das soluções destes equivale à solução do problema original. Assim, as forças externas podem ser classificadas de acordo com o problema hidrodinâmico do qual fazem parte. Os dois problemas hidrodinâmicos mencionados são:

- A) O problema de um corpo flutuante que avança com velocidade de translação  $U$  em águas calmas e **OSCILA** harmonicamente. Neste caso, os movimentos do flutuante fazem com que o meio fluido reaja contra o corpo. Logo, as forças externas são de natureza reativa e são funções dos movimentos do corpo (posição, velocidade e aceleração). As forças que independem do tempo estão

associadas à *resistência ao avanço do navio*, enquanto que as dependentes do tempo podem ser classificadas ainda em: dependentes das posições, chamadas de *reações hidrostáticas* e dependentes das velocidades e acelerações, denominadas *reações hidrodinâmicas*.

B) O problema de um corpo **FIXO** (restringido de se movimentar) sujeito à ação de ondas gravitacionais. Neste caso, as forças externas são de natureza ativa e dependem diretamente da elevação instantânea da onda que passa ao longo do corpo. Estas forças são denominadas *forças de excitação direta de onda*.

A figura 2.3 ilustra o problema de um corpo em ondas e sua decomposição nos dois problemas hidrodinâmicos.

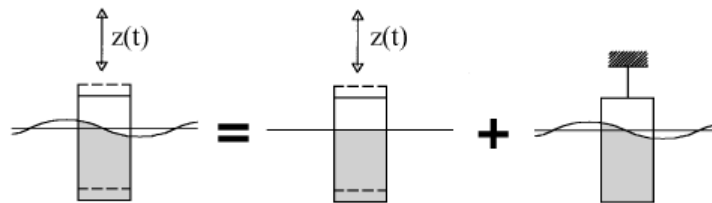


Fig. 2.3 Hipóteses de superposição para um cilindro oscilando em ondas  
(Fonte: Journée e Massie, 2001)

Observe que, com exceção da força peso, todas as demais forças são de natureza fluida e podem ser obtidas a partir da integração das pressões sobre a superfície do casco. Como, em geral, no estudo do navio em ondas o fluido é assumido ideal, e o escoamento em torno do casco como irrotacional, logo, este (o escoamento) poderá ser descrito por um potencial de velocidades,  $\Phi$ , com o qual o campo de pressões é dado por:

$$p = -\rho gZ - \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \rho |\nabla \Phi|^2 \quad (52)$$

Usualmente, aceita-se que a contribuição não linear possa ser desconsiderada, tal que a pressão total reduz-se a:

$$p = -\rho gZ - \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (53)$$

onde a primeira parcela corresponde à pressão hidrostática e a segunda à pressão dinâmica total. Com base no Princípio de Superposição e assumindo movimentos de pequena amplitude e escoamento harmônico no tempo, a função potencial de

velocidades que dá origem à pressão dinâmica total pode ser decomposta em três contribuições, tal que:

$$\Phi(X,Y,Z,t) = \left[ \phi_I + \phi_D + \sum_{j=1}^6 \varphi_j x_j \right] e^{(\sqrt{-1})\omega_e t} \quad (54)$$

onde,  $\phi_I$  e  $\phi_D$  são os potenciais de onda incidente e difratada, respectivamente. Ambos correspondem às forças de excitação direta de ondas. A terceira contribuição chamada de potencial de irradiação é formada pelo somatório dos potenciais de irradiação de cada grau de liberdade  $\varphi_j$  ( $j=1\dots 6$ ) expresso por unidade de amplitude de movimento  $x_j$  e corresponde às reações hidrodinâmicas nos seis graus de liberdade do navio.

Uma vez determinados os potenciais, as pressões podem ser determinadas a partir da eq. (53). As forças e os respectivos momentos fluidos são obtidos pela integração da pressão total no fluido sobre a superfície molhada do casco,  $S$ :

$$\vec{F} = \iint_S p \vec{n} dS \quad \vec{M}_O = \iint_S p(\vec{r} \times \vec{n}) dS \quad (55)$$

onde  $\vec{n}$  é a normal ao casco,  $\vec{r}$  é o vetor posição que especifica o ponto do casco onde define-se  $\vec{n}$ . Para que as forças externas sejam compatíveis com as equações (38) e (43), estas também devem ser expressas no sistema inercial de translação.

Em resumo, as diferentes forças e momentos a serem consideradas são: peso, irradiação, difração, Froude-Krilov, e hidrostática:

$$\vec{F} = \vec{F}_P + \vec{F}_{IRR} + \vec{F}_{DIF} + \vec{F}_{FK} + \vec{F}_{HS} \quad (56)$$

$$\vec{M}_O = \vec{M}_P + \vec{M}_{IRR} + \vec{M}_{DIF} + \vec{M}_{FK} + \vec{M}_{HS} \quad (57)$$

Como o roll paramétrico é um fenômeno ressonante, isto é, com forte dependência das características restaurativas do sistema, o presente trabalho foca no desenvolvimento não linear das forças de restauração. Nas demais forças, as não linearidades, a princípio, não introduzem características dinâmicas próprias à ressonância paramétrica (Rodríguez, 2004), e são considerados apenas com base na teoria linear.

## 2.8 Força peso

A força peso é dada por:

$$\vec{F}_P = -\rho g \nabla_0 \hat{K} \quad (58)$$

onde  $\nabla_0$  é o volume submerso.

O momento do peso, definido no sistema inercial é dado por:



$$\vec{M}_P = \vec{T}\vec{r}_G \times mg\hat{K} \quad (59)$$

Para a posição de centro de gravidade adotada aqui, isto é,  $x_G = y_G = 0$ , temos:

$$\vec{M}_P = mgz_G \begin{bmatrix} \sin \psi \sin \theta \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ \cos \psi \sin \theta \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \\ 0 \end{bmatrix} \quad (60)$$

## 2.9 Forças de irradiação e de excitação de onda

Usualmente, a determinação das forças de irradiação e as excitações de onda traduzem-se no cálculo dos denominados coeficientes hidrodinâmicos. Os coeficientes hidrodinâmicos abrangem os coeficientes de massa adicional, amortecimento e excitação de onda e, em geral, no estudo de fenômenos de *seakeeping* todos eles são calculados com base na teoria potencial, com exceção do amortecimento em roll.

Na obtenção desses coeficientes, podem ser usadas duas abordagens: a tridimensional, aplicável a qualquer geometria do flutuante; ou a bidimensional, chamada também de teoria das faixas, aplicável apenas a corpos esbeltos.

A abordagem bidimensional é uma abordagem clássica (Korvin-Kroukovsky e Jacobs, 1957, Salvesen *et al.*, 1970, Meyers *et al.*, 1975, Wahab e Vink, 1975) que tem sido amplamente usada no estudo de comportamento do navio no mar, mas deve-se reconhecer que existem algumas limitações na sua aplicabilidade em ondas de baixa frequência e corpos não esbeltos. Esse método aborda o complexo problema de determinar os potenciais de velocidade em torno de um corpo tridimensional, como sendo um problema bidimensional simplificado, cuja hipótese básica é considerar o navio como uma integração de um número finito de seções ou “faixas” bidimensionais que no conjunto equivaleriam ao corpo tridimensional. O escoamento em torno de cada seção ou faixa do navio é assumido independente das outras seções, e nela são determinados os coeficientes hidrodinâmicos bidimensionais (heave, sway e roll). Esses coeficientes (bidimensionais) podem ser obtidos usando diversos métodos tais como: o método das formas de Lewis, o método do mapeamento de ajuste fechado de Tasai-Porter, o método de distribuição de fontes de ajuste fechado de Frank, etc. (Salvesen *et al.*, 1970, Meyers *et al.*, 1975, Lewis *et al.*, 1989, Journée e Massie, 2001). A formulação mais difundida do Método das Faixas é a apresentada por Salvesen *et al.* (1970), que melhora as formulações predecessoras como a de Korvin-Kroukovsky e Jacobs (1957) com a incorporação de termos que levam em consideração o efeito da

velocidade de avanço do navio e a influência da forma da popa nos coeficientes hidrodinâmicos. Como mencionado acima, a principal desvantagem do método das faixas é sua aplicação restrita a corpos esbeltos e ondas de frequências moderadas.

Já a abordagem tridimensional, baseada no método dos painéis (Hess e Smith, 1967), é relativamente recente (Inglis, 1980) e vem se mostrando bastante acurada para corpos estacionários com geometria diversa e numa faixa ampla de frequências; no entanto, para corpos com velocidade de avanço as ferramentas computacionais baseadas nesta abordagem ainda estão em desenvolvimento. Este método trabalha com a superfície tridimensional real do casco a qual é discretizada em painéis e onde são distribuídas singularidades tridimensionais (fontes, sumidouros e/ou dipolos) cujas intensidades são as incógnitas do problema hidrodinâmico (Inglis, 1980). A solução deste problema passa pela aplicação das condições de contorno no casco para cada potencial componente assim como do Teorema de Green. Embora este método ainda não contemple a solução direta do problema hidrodinâmico com velocidade de avanço, é o mais difundido comercialmente devido a que não apresenta restrições de geometria em sua aplicação (WAMIT Inc., 2006, ANSYS Inc., 2009). No presente trabalho será usado o software comercial WAMIT® que usa o método dos painéis para a obtenção dos coeficientes hidrodinâmicos. A forma usual de introduzir o efeito da velocidade de avanço é aplicar as expressões do caso bidimensional propostas por Salvesen *et al.* (1970).

A seguir, e com base na abordagem tridimensional descreveremos a obtenção das forças de irradiação e as de excitação de onda.

### **2.9.1 Forças de irradiação – velocidade de avanço nula**

As forças de irradiação, conhecidas também como reações hidrodinâmicas, são decorrentes dos movimentos do navio e existem independentemente da presença de ondas incidentes. Em cada grau de liberdade, estas forças dependem da frequência de oscilação dos movimentos do navio e da geometria submersa, e em sua forma clássica linear são decompostas em parcelas proporcionais às acelerações (de todos os graus de liberdade) – denominadas **massas adicionais** e outras proporcionais às velocidades (de todos os graus de liberdade) – denominadas **amortecimentos potenciais** ou **amortecimentos de onda**.

As forças e momentos de irradiação  $F_{ij}$  podem ser expressos como:

$$F_{ij} = - \int_S p_j n_i dS = - \int_S (\sqrt{-1}) \omega \rho \phi_j n_i dS \quad i, j = 1, 2, \dots, 6 \quad (61)$$

onde:  $p_j$  é a pressão decorrente do potencial de irradiação,  $\omega$  é a frequência de oscilação,  $S$  é a superfície submersa do casco que no caso linear é a posição de equilíbrio inicial. Para as forças ( $i = 1, 2, 3$ ):  $(n_1, n_2, n_3) = \vec{n}$ , e para os momentos ( $i = 4, 5, 6$ ):  $(n_4, n_5, n_6) = \vec{r} \times \vec{n}$ .

Adicionalmente, o potencial de irradiação  $\phi_j = x_j \phi_j$  pode ser expresso em função de parte real e imaginária:

$$\phi_j = x_j \left( \phi_j^{Re} + i \phi_j^{Im} \right) \quad (62)$$

Substituindo em (60):

$$F_{ij} = \omega \rho x_j \int_S \phi_j^{Im} n_i dS - (\sqrt{-1}) \omega \rho x_j \int_S \phi_j^{Re} n_i dS$$

Como o movimento do corpo é assumido harmônico, as forças podem ser expressas em termos de coeficientes em fase com a aceleração e a velocidade do corpo:

$$\vec{F}_j = -A_{ij} \ddot{x}_j - B_{ij} \dot{x}_j \quad (63)$$

onde define-se:

$$\text{COEF. DE MASSA ADICIONADA:} \quad A_{ij} = \frac{\rho}{\omega} \int_S \phi_j^{Im} n_i dS$$

$$\text{COEF. DE AMORTECIMENTO POTENCIAL:} \quad B_{ij} = -(\sqrt{-1}) \omega \rho \int_S \phi_j^{Re} n_i dS$$

A partir das comparações entre resultados numéricos e experimentais apresentados no trabalho de Salvesen *et al.* (1970) conclui-se que, exceto pelo amortecimento em roll, a teoria potencial linear é suficiente para descrever adequadamente massas adicionais e amortecimentos do navio sob ação de ondas. Adicionalmente, o trabalho de Abkowitz (1969) mostra que para o navio em manobras as não linearidades das massas adicionais e amortecimentos representam meros refinamentos que não modificam a dinâmica do navio, e os acoplamentos massa adicional-amortecimento são nulos ou desprezíveis.

### 2.9.2 Forças de excitação de onda – velocidade de avanço nula

As forças de excitação de onda são decorrentes do campo de pressões que a passagem da onda induz no casco. Essas forças têm duas origens: uma associada ao campo de pressões da onda incidente (não perturbada) e é independente da presença do corpo, e outra associada ao campo de pressões da perturbação que a presença do corpo causa nas ondas incidentes. Na forma clássica linear, as forças de onda incidente são

denominadas de forças de Froude-Krilov, e são facilmente determinadas a partir da expressão do potencial que descreve o escoamento em presença de ondas gravitacionais lineares (Dean e Dalrymple, 1991):

$$\phi_I(X, Y, Z) = -\sqrt{-1} \frac{A_w g \cosh[k(d+Z)]}{\omega_w \cosh(kd)} e^{(\sqrt{-1})k(X \cos \chi + Y \sin \chi)} \quad (64)$$

onde  $d$  é a profundidade da lâmina d'água. As forças de difração são determinadas a partir do potencial de difração que pode ser obtido a partir da relação de Haskind-Newmann (Salvesen *et al.*, 1970) que vincula o potencial incidente com o difratado na superfície do casco. Em geral, as forças e momentos de excitação direta das ondas dependem principalmente da amplitude da onda, da frequência de encontro, e das características geométricas do casco. As forças e momentos de excitação direta de onda podem ser expressas como:

$$\begin{aligned} \vec{F}_i &= - \int_S p n_i dS = - \int_S (\sqrt{-1}) \omega \rho (\phi_I + \phi_D) n_i dS & i = 1, 2, \dots, 6 \\ &= - \int_S (\sqrt{-1}) \omega \rho \phi_I n_i dS - \int_S (\sqrt{-1}) \omega \rho \phi_D n_i dS & i = 1, 2, \dots, 6 \end{aligned}$$

onde,  $S$  é a superfície submersa do casco na posição de equilíbrio, a primeira parcela é a força de Froude-Krilov e a segunda é a força de Difração. A dependência temporal das forças de excitação de onda ficou explicitada na expressão (54).

### 2.9.3 Efeito da velocidade de avanço

Conforme mencionado acima, os códigos comerciais atualmente disponíveis para a obtenção dos coeficientes hidrodinâmicos usando o método dos painéis resolvem o problema hidrodinâmico apenas para velocidade de avanço nula. Uma forma de contornar esta restrição é a aplicação das expressões apresentadas por Salvesen *et al.* (1970) para a introdução dos efeitos de velocidade de avanço ( $U$ ) no método das faixas. Essas expressões oferecem as correções para os coeficientes de massa adicionada, amortecimento potencial e forças de difração. Como sabido, as forças de Froude-Krilov não sofrem influência da velocidade de avanço. A seguir reproduzimos essas expressões (Salvesen *et al.*, 1970, Inglis, 1980, Lewis, 1989):

#### a) Massas adicionais e amortecimentos potenciais:

Surge:

$$\begin{aligned} A_{11}^U &= A_{11}^0 & B_{11}^U &= B_{11}^0 \\ A_{13}^U &= A_{13}^0 & B_{13}^U &= B_{13}^0 \end{aligned}$$

$$A_{15}^U = A_{15}^0 - \frac{U^2}{\omega_e^2} B_{13}^0$$

$$B_{15}^U = B_{15}^0 + UA_{13}^0$$

Sway:

$$A_{22}^U = A_{22}^0$$

$$B_{22}^U = B_{22}^0$$

$$A_{24}^U = A_{24}^0$$

$$B_{24}^U = B_{24}^0$$

$$A_{26}^U = A_{26}^0 + \frac{U}{\omega_e^2} B_{22}^0$$

$$B_{26}^U = B_{26}^0 - UA_{22}^0$$

Heave:

$$A_{31}^U = A_{31}^0$$

$$B_{31}^U = B_{31}^0$$

$$A_{33}^U = A_{33}^0$$

$$B_{33}^U = B_{33}^0$$

$$A_{35}^U = A_{35}^0 - \frac{U}{\omega_e^2} B_{33}^0$$

$$B_{35}^U = B_{35}^0 + UA_{33}^0$$

Roll:

$$A_{42}^U = A_{42}^0$$

$$B_{42}^U = B_{42}^0$$

$$A_{44}^U = A_{44}^0$$

$$B_{44}^U = B_{44}^0$$

$$A_{46}^U = A_{46}^0 + \frac{U}{\omega_e^2} B_{24}^0$$

$$B_{46}^U = B_{46}^0 - UA_{24}^0$$

Pitch:

$$A_{51}^U = A_{51}^0 + \frac{U^2}{\omega_e^2} B_{13}^0$$

$$B_{51}^U = B_{51}^0 - UA_{13}^0$$

$$A_{53}^U = A_{53}^0 + \frac{U}{\omega_e^2} B_{33}^0$$

$$B_{53}^U = B_{53}^0 - UA_{33}^0$$

$$A_{55}^U = A_{55}^0 + \frac{U^2}{\omega_e^2} A_{33}^0$$

$$B_{55}^U = B_{55}^0 + \frac{U^2}{\omega_e^2} B_{33}^0$$

Yaw:

$$A_{62}^U = A_{62}^0 - \frac{U}{\omega_e^2} B_{22}^0$$

$$B_{62}^U = B_{62}^0 + UA_{22}^0$$

$$A_{64}^U = A_{64}^0 - \frac{U}{\omega_e^2} B_{24}^0$$

$$B_{64}^U = B_{64}^0 + UA_{24}^0$$

$$A_{66}^U = A_{66}^0 + \frac{U^2}{\omega_e^2} A_{22}^0$$

$$B_{66}^U = B_{66}^0 + \frac{U^2}{\omega_e^2} B_{22}^0$$

*Observação: Os coeficientes com influência de velocidade de avanço são denotados com sobrescrito U enquanto que os coeficientes para velocidade de avanço nula são denotados com sobrescrito 0.*

**b) Forças de Difração:**

As forças de excitação de onda podem ser definidas como:

$$F_j(t) = |\bar{F}_j| \cos(\omega_e t + \alpha_j) = \text{Re}\{\bar{F}_j e^{(\sqrt{-1})\omega_e t}\}, \quad j = 1, \dots, 6$$

onde:  $\bar{F}_j = F_{Rj} + (\sqrt{-1})F_{Ij}$ , tal que:  $|\bar{F}_j| = \sqrt{(F_{Rj})^2 + (F_{Ij})^2}$  e  $\alpha_j = \tan^{-1}\left(-\frac{F_{Ij}}{F_{Rj}}\right)$ .

Alternativamente:

$$|\bar{F}_j| \cos(\alpha_j) = F_{Rj}$$

$$|\bar{F}_j| \sin(\alpha_j) = F_{Ij}$$

As forças de excitação para velocidade de avanço nula podem ser expressas como:

$$\bar{F}_j^0 = \bar{F}_{j(FK)}^0 + \bar{F}_{j(DIF)}^0 \quad j=1, \dots, 6 \quad (65)$$

onde o sobrescrito zero denota velocidade de avanço nula, o subscrito *FK* denota a componente de Froude-Krilov e o subscrito *DIF* a componente de difração.

As correções para velocidades de avanço aplicam-se apenas aos momentos de difração correspondentes aos movimentos de pitch e yaw. De acordo com a teoria de Salvesen *et al.* (1970), as forças excitatrizes com efeito de velocidade de avanço para velocidades de avanço nos seis graus de liberdade são dadas por:

$$\bar{F}_j^U = \bar{F}_j^0 \quad j=1, \dots, 4$$

$$\bar{F}_5^U = \bar{F}_{5(FK)}^0 + \bar{F}_{5(DIF)}^0 + \bar{F}_{5(DIF)}^U$$

$$\bar{F}_6^U = \bar{F}_{6(FK)}^0 + \bar{F}_{6(DIF)}^0 + \bar{F}_{6(DIF)}^U \quad (66)$$

onde os termos de correção para velocidade de avanço são:

$$\bar{F}_{5(DIF)}^U = -\frac{U}{\sqrt{-1}\omega_e} \bar{F}_{3(DIF)}^0$$

$$\bar{F}_{6(DIF)}^U = \frac{U}{\sqrt{-1}\omega_e} \bar{F}_{2(DIF)}^0$$

Separando-se as partes reais e imaginárias, temos para pitch:

$$\bar{F}_{5(DIF)}^U = \frac{U}{\sqrt{-1}\omega_e} \left[ F_{R3(DIF)}^0 + \sqrt{-1} F_{I3(DIF)}^0 \right]$$

donde conclui-se que:

$$F_{R5(DIF)}^U = -\frac{U}{\omega_e} F_{I3(DIF)}^0 \quad F_{I5(DIF)}^U = \frac{U}{\omega_e} F_{R3(DIF)}^0 \quad (67)$$

Analogamente, para yaw, as correções são:

$$F_{R6(DIF)}^U = \frac{U}{\omega_e} F_{I2(DIF)}^0 \quad F_{I6(DIF)}^U = -\frac{U}{\omega_e} F_{R2(DIF)}^0 \quad (68)$$

Finalmente, substituindo (67) em (66), temos para pitch:

$$F_{R5}^U = F_{R5(FK)}^0 + F_{R5(DIF)}^0 - \frac{U}{\omega_e} F_{I3(DIF)}^0$$

$$F_{I5}^U = F_{I5(FK)}^0 + F_{I5(DIF)}^0 + \frac{U}{\omega_e} F_{R3(DIF)}^0 \quad (69)$$

e, substituindo (68) em (66), para yaw:

$$F_{R6}^U = F_{R6(FK)}^0 + F_{R6(DIF)}^0 + \frac{U}{\omega_e} F_{I2(DIF)}^0$$

$$F_{I6}^U = F_{I6(FK)}^0 + F_{I6(DIF)}^0 - \frac{U}{\omega_e} F_{R2(DIF)}^0 \quad (70)$$

#### 2.9.4 O amortecimento em roll

Como mencionado anteriormente, o amortecimento em roll é um caso especial, pois é basicamente de natureza viscosa, isto é, não pode ser adequadamente representado usando apenas a teoria potencial. Para contornar este problema o amortecimento de roll é usualmente tratado de forma separada e calculado basicamente usando alguma das seguintes formulações:

- a) Teóricas: baseadas na solução das equações de Navier-Stokes. Este tipo de abordagem mostra-se muito promissora, porém ainda está em desenvolvimento (Faltinsen e Sortland, 1987, Downie *et al.*, 1988, Wanderley *et al.*, 2007) e apresenta limitações do ponto de vista do esforço computacional.
- b) Empíricas: onde os resultados são extrapolados a partir de ensaios com modelos em escala reduzida em Tanques de Experiências Hidrodinâmicas (Barr e Ankudinov, 1977, Pérez, 1985, Haddara e Leung, 1994, etc.). Estes tipos de ensaios são onerosos em termos de tempo e dinheiro, pois os coeficientes extraídos em cada ensaio correspondem apenas à condição ensaiada.
- c) Semi-empíricas: baseados em formulações teóricas e estatísticas de resultados experimentais. Este tipo de formulação tem sido a mais usada na estimativa dos coeficientes de amortecimento de uma grande variedade de navios (Chakrabarti,

2001). A formulação de mais ampla aceitação é a de Ikeda, descrita no trabalho de Himeno (1981). Esta formulação será usada na estimativa dos coeficientes de amortecimento em roll na modelação aqui proposta.

O método de Ikeda assume que o amortecimento de roll pode ser decomposto e agrupado em cinco componentes: amortecimento de fricção, amortecimento devido à formação de vórtices, amortecimento devido à sustentação, amortecimento devido à formação de ondas, e amortecimento devido às bolinas. Para uma dada condição do navio (calado, altura do centro de gravidade, amplitude e período de oscilação, etc.), cada componente é calculada separadamente usando alguns dos métodos sugeridos por Ikeda (Himeno, 1981) para depois serem somados e então obter o amortecimento total em roll.

A figura 2.4 ilustra a subdivisão do amortecimento em roll em suas componentes como função do número de Froude, para uma dada amplitude ( $\phi_a$ ) e frequência de oscilação ( $\omega$ ) de um dado navio.

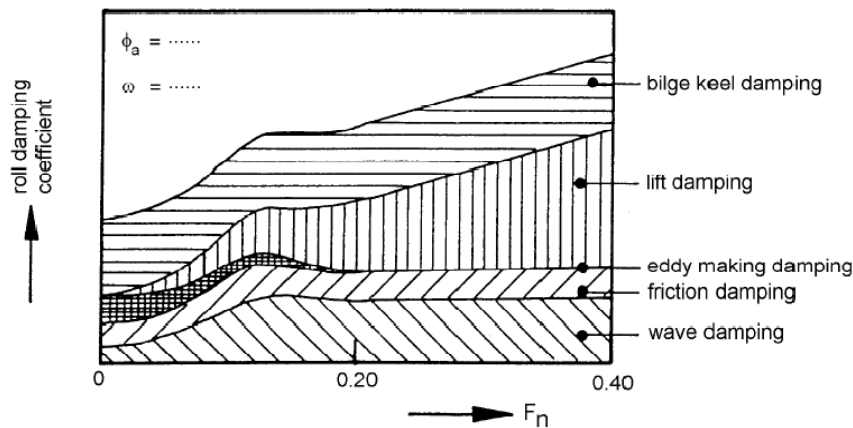


Fig. 2.4 Componentes do amortecimento de roll – Método de Ikeda (Fonte: Journée e Massie, 2001)

Quando para um dado navio numa dada condição de carregamento e frequência de oscilação, o amortecimento de roll é calculado para várias amplitudes de roll, é comum obter ajustar uma reta no plano Amortecimento total ( $B_{t4}$ ) vs. Amplitude de oscilação:

$$B_{t4} = p_1 + p_2 \phi_a$$

Porém, na equação de movimento de roll, por simplicidade, é comum expressar o amortecimento de roll em função da velocidade de oscilação ( $\dot{\phi}$ ) em vez da amplitude de oscilação, isto é:

$$B_{t4} = K_{\dot{\phi}} \dot{\phi} + K_{|\dot{\phi}|} |\dot{\phi}|$$



onde os coeficientes  $K_{\dot{\phi}}$  e  $K_{\dot{\phi}|\dot{\phi}}$  independem da amplitude de oscilação. Um dos métodos mais usados para a determinação desses coeficientes é baseado no Método da Energia, apresentado em Spouge (1988), Rao (1995), entre outros. A partir desse método obtêm-se as seguintes relações:

$$K_{\dot{\phi}} = p_1$$

$$K_{\dot{\phi}|\dot{\phi}} = \frac{3\pi}{8\omega} p_2$$

As não linearidades do amortecimento estão implícitas no  $K_{\dot{\phi}|\dot{\phi}}$  e de acordo com Ikeda decorrem principalmente das componentes de amortecimento por formação de vórtices e do de bolinas.

## 2.10 Forças Restauradoras Não Lineares

Estas forças são o foco do presente trabalho e, portanto, serão abordadas diferentes formas de avaliar estas ações. Por conveniência, as ações restaurativas não lineares são agrupadas em:

- a) Ações hidrostáticas de águas calmas: são causadas pela variação da geometria submersa do casco causada apenas pelos movimentos do navio em torno de sua posição de equilíbrio, assumindo a superfície livre calma. Estas ações envolvem tanto os clássicos termos lineares como os não lineares.
- b) Ações hidrostáticas devido à passagem das ondas: são as ações não lineares causadas pela variação da geometria tanto pela passagem do perfil de elevações de onda ao longo do casco como pelo efeito não linear das pressões de onda na parte submersa do casco. Note-se que estas ações são funções do potencial de onda incidente e, portanto, poderiam alternativamente ter sido consideradas como uma extensão não linear das forças de excitação de onda (Arnold *et al.*, 2003).

A seguir serão apresentadas as duas metodologias propostas para a avaliação das ações restaurativas não lineares:

### 2.10.1 Metodologia dos Coeficientes Analíticos

Esta metodologia foi desenvolvida originalmente pelo Autor (Rodríguez, 2004) como parte do trabalho da dissertação de mestrado, e consiste em expressar as

restaurações não lineares (em heave, roll e pitch) como expansões em séries de Taylor de até terceira ordem, funções dos movimentos do navio ( $z$ ,  $\phi$ ,  $\theta$ ) e da elevação da onda ( $\zeta$ ). Assim, a determinação das ações restaurativas restringia-se apenas ao cálculo dos coeficientes das séries de Taylor que descrevem as restaurações de heave, roll e pitch. Conforme demonstrado naquele trabalho (Rodríguez, 2004) os coeficientes analíticos para águas calmas podem ser expressos de forma aproximada como funções algébricas simples que dependem principalmente das distribuições longitudinais das semi-bocas e *flares* do navio na linha de flutuação de equilíbrio (vide tabelas 2.1 a 2.3). Já os coeficientes analíticos para o navio em ondas dependem adicionalmente da função elevação de onda ao longo do casco (vide tabelas 2.4 e 2.5).

A principal vantagem desta metodologia é a analiticidade que ela proporciona na análise paramétrica da influência de cada um dos coeficientes hidrostáticos na dinâmica do navio. Porém, devido à natureza desta metodologia (coeficientes expressos como integrais ao longo do casco) sua aplicação fica limitada a corpos sem discontinuidades no casco. Além disso, como a variação da semiboca do navio em cada seção é aproximada a partir da extrapolação linear da semiboca no plano de flutuação de equilíbrio, cascos com curvaturas muito acentuadas em torno da linha d'água de equilíbrio, podem apresentar extrapolações inadequadas de sua geometria submersa.

**Tabela 2.1 Coef. rest. lineares (águas calmas)**

Heave	Roll	Pitch
$Z_z = \rho g A_0$	$K_z = 0$	$M_z = -\rho g A_0 x_{f0}$
$Z_\phi = 0$	$K_\phi = \rho g [\nabla_0 (\bar{z}_{B0} - \bar{z}_G) + I_{xx0}]$	$M_\phi = 0$
$Z_\theta = -\rho g A_0 x_{f0}$	$K_\theta = 0$	$M_\theta = \rho g [\nabla_0 (\bar{z}_{B0} - \bar{z}_G) + I_{yy0}]$

**Tabela 2.2 Coef. rest. de segunda ordem (águas calmas)**

Heave	Roll	Pitch
$Z_{zz} = -2\rho g \int_L \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} dx$	$K_{zz} = 0$	$M_{zz} = 2\rho g \int_L \bar{x} \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} dx$
$Z_{z\phi} = 0$	$K_{z\phi} = -2\rho g \int_L \bar{y}^2 \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} dx$	$M_{z\phi} = 0$
$Z_{z\theta} = 2\rho g \int_L \bar{x} \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} dx$	$K_{z\theta} = 0$	$M_{z\theta} = -2\rho g \int_L \bar{x}^2 \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} dx$
$Z_{\phi\phi} = -2\rho g \int_L \bar{y}^2 \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} dx$	$K_{\phi\phi} = 0$	$M_{\phi\phi} = 2\rho g \int_L \bar{x} \bar{y}^2 \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} dx$

$$\begin{array}{lll}
Z_{\phi\theta} = 0 & K_{\phi\theta} = 2\rho g \int_L x\bar{y}^2 \frac{\partial\bar{y}}{\partial\bar{z}} dx & M_{\phi\theta} = 0 \\
Z_{\theta\theta} = -2\rho g \int_L \bar{x}^2 \frac{\partial\bar{y}}{\partial\bar{z}} dx & K_{\theta\theta} = 0 & M_{\theta\theta} = 2\rho g \int_L \bar{x}^3 \frac{\partial\bar{y}}{\partial\bar{z}} dx
\end{array}$$

**Tabela 2.3a Coef. rest. de terceira ordem em heave (águas calmas)**

<b>Heave</b>		
$Z_{zzz} = 0^*$	$Z_{zz\phi} = 0$	$Z_{zz\theta} = 0^*$
$Z_{\phi\phi z} = \rho g \left[ 4 \int_L \bar{y} \left( \frac{\partial\bar{y}}{\partial\bar{z}} \right)^2 dx + A_0 \right]$	$Z_{\phi\phi\phi} = 0$	$Z_{\phi\phi\theta} = -\rho g \left[ 4 \int_L \bar{x}\bar{y} \left( \frac{\partial\bar{y}}{\partial\bar{z}} \right)^2 dx + A_0 x_{f0} \right]$
$Z_{\theta\theta z} = 0^*$	$Z_{\theta\theta\phi} = 0$	$Z_{\theta\theta\theta} = -2\rho g A_0 x_{f0}^*$

**Tabela 2.3b Coef. rest. terceira ordem em roll (águas calmas)**

<b>Roll</b>		
$K_{zzz} = 0$	$K_{zz\phi} = \rho g \left[ 4 \int_L \bar{y} \left( \frac{\partial\bar{y}}{\partial\bar{z}} \right)^2 dx + A_0 \right]$	$K_{zz\theta} = 0$
$K_{\phi\phi z} = 0$	$K_{\phi\phi\phi} = \rho g \left[ 8 \int_L \bar{y}^3 \left( \frac{\partial\bar{y}}{\partial\bar{z}} \right)^2 dx + 2I_{xx0} - \nabla_0 \bar{z}_{B0} + \nabla_0 \bar{z}_G \right]^*$	$K_{\phi\phi\theta} = 0$
$K_{\theta\theta z} = 0$	$K_{\theta\theta\phi} = \rho g \left[ 4 \int_L \bar{x}^2 \bar{y} \left( \frac{\partial\bar{y}}{\partial\bar{z}} \right)^2 dx + I_{yy0} \right]$	$K_{\theta\theta\theta} = 0$

**Tabela 2.3c Coef. rest. de terceira ordem em pitch (águas calmas)**

<b>Pitch</b>		
$M_{zzz} = 0^*$	$M_{zz\phi} = 0$	$M_{zz\theta} = 0^*$
$M_{\phi\phi z} = -\rho g \left[ 4 \int_L \bar{x}\bar{y} \left( \frac{\partial\bar{y}}{\partial\bar{z}} \right)^2 dx + A_0 x_{f0} \right]$	$M_{\phi\phi\phi} = 0$	$M_{\phi\phi\theta} = \rho g \left[ 4 \int_L \bar{x}^2 \bar{y} \left( \frac{\partial\bar{y}}{\partial\bar{z}} \right)^2 dx + I_{yy0} \right]$
$M_{\theta\theta z} = 0^*$	$M_{\theta\theta\phi} = 0$	$M_{\theta\theta\theta} = \rho g \left[ 2I_{yy0} - \nabla_0 \bar{z}_{B0} + \nabla_0 \bar{z}_G \right]^*$

**Tabela 2.3d Coef. rest. de acoplamentos de terceira ordem (águas calmas)**

<b>Acoplamentos heave-roll-pitch</b>		
$Z_{z\phi\theta} = 0$	$K_{z\phi\theta} = -\rho g \left[ 4 \int_L \bar{x}\bar{y} \left( \frac{\partial\bar{y}}{\partial\bar{z}} \right)^2 dx + A_0 x_{f0} \right]$	$M_{z\phi\theta} = 0$

**Tabela 2.4 Coef. rest. de segunda ordem devidos ao perfil de onda (s/ efeito Smith)**

Heave	Roll	Pitch
$Z_{\zeta z}(t) = 2\rho g \int_L \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \zeta dx$	$K_{\zeta z}(t) = 0$	$M_{\zeta z}(t) = -2\rho g \int_L \bar{x} \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \zeta dx$
$Z_{\zeta \phi}(t) = 0$	$K_{\zeta \phi}(t) = 2\rho g \int_L \bar{y}^2 \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \zeta dx$	$M_{\zeta \phi}(t) = 0$
$Z_{\zeta \theta}(t) = -2\rho g \int_L \bar{x} \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \zeta dx$	$K_{\zeta \theta}(t) = 0$	$M_{\zeta \theta}(t) = 2\rho g \int_L \bar{x}^2 \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \zeta dx$

**Tabela 2.5a Coef. rest. de terceira ordem em heave devido ao perfil da onda (s/ efeito Smith)**

Heave		
$Z_{\zeta \zeta z}(t) = 0^*$	$Z_{\zeta \zeta \phi}(t) = 0$	$Z_{\zeta \zeta \theta}(t) = 0^*$
$Z_{\zeta z z}(t) = 0^*$	$Z_{\zeta z \phi}(t) = 0$	$Z_{\zeta z \theta}(t) = 0^*$
$Z_{\zeta \phi \phi}(t) = -\rho g \int_L \left[ 2\bar{y} \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 + \bar{y} \right] \zeta dx$	$Z_{\zeta \phi \theta}(t) = 0$	$Z_{\zeta \theta \theta}(t) = 0^*$

**Tabela 2.5b Coef. rest. de terceira ordem em roll devidos ao perfil da onda (s/ efeito Smith)**

Roll		
$K_{\zeta \zeta z}(t) = 0$	$K_{\zeta \zeta \phi}(t) = \rho g \int_L \left[ 2\bar{y} \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 + \bar{y} \right] \zeta^2 dx$	$K_{\zeta \zeta \theta}(t) = 0$
$K_{\zeta z z}(t) = 0$	$K_{\zeta z \phi}(t) = -\rho g \int_L \left[ 4\bar{y} \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 + 2\bar{y} \right] \zeta dx$	$K_{\zeta z \theta}(t) = 0$
$K_{\zeta \phi \phi}(t) = 0$	$K_{\zeta \phi \theta}(t) = \rho g \int_L \left[ 4\bar{x}\bar{y} \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 + 2\bar{x}\bar{y} \right] \zeta dx$	$K_{\zeta \theta \theta}(t) = 0$

**Tabela 2.5c Coef. rest. de terceira ordem em pitch devidos ao perfil da onda (s/ efeito Smith)**

Pitch		
$M_{\zeta \zeta z}(t) = 0^*$	$M_{\zeta \zeta \phi}(t) = 0$	$M_{\zeta \zeta \theta}(t) = 0^*$
$M_{\zeta z z}(t) = 0^*$	$M_{\zeta z \phi}(t) = 0$	$M_{\zeta z \theta}(t) = 0^*$
$M_{\zeta \phi \phi}(t) = \rho g \int_L \left[ 2\bar{x}\bar{y} \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 + \bar{x}\bar{y} \right] \zeta dx$	$M_{\zeta \phi \theta}(t) = 0$	$M_{\zeta \theta \theta}(t) = 0^*$

\*Apenas para navios de costados retos (verticais ou inclinados). Para navios de formas convencionais e curvaturas seccionais transversais suaves ( $\partial^2 \bar{y} / \partial \bar{z}^2 \Big|_0 \rightarrow 0$ ), estas expressões são uma boa aproximação.\*\*Válida para ângulos de roll moderado, sem imersão do convés ou emersão do fundo do flutuante, e é exata para navios de costados retos (verticais ou inclinados). Como, a priori, não se conhecem os ângulos de roll máximos que o navio pode atingir, este coeficiente será determinado numericamente (ajuste por mínimos quadrados) a partir da curva de momento restaurador do navio em águas calmas para cada condição de carga considerada.

Os coeficientes hidrostáticos de passagem de onda tal como derivados por Rodríguez (2004), não levam em consideração o efeito não linear da atenuação do campo de pressões da onda com a profundidade, conhecido também como *efeito Smith*. Paulling (1961) aborda a influência da onda na restauração a partir da expressão da pressão fluida no casco parado em presença apenas de ondas incidentes, i.e.:

$$p = -\rho g Z_1 - \frac{\partial \Phi_1}{\partial t}$$

$$= -\rho g Z_1 + \rho g A_w e^{kZ_1} \cos(kX \cos \chi + kY \sin \chi - \omega_e t) \quad (71)$$

A expressão (71) assume águas profundas e considera apenas a parcela hidrostática e dinâmica das ondas incidentes. A distribuição de pressões na crista e cavado da onda é mostrada na figura 2.5, onde é possível observar que o gradiente de pressões ( $-\frac{\partial p}{\partial z_1}$ ) no cavado da onda é maior do que o hidrostático de águas calmas enquanto que na crista da onda é menor. O gradiente de pressões é dado por:

$$-\frac{\partial p}{\partial z_1} = \rho g [1 - A_w k e^{kZ_1} \cos(kX \cos \chi + kY \sin \chi - \omega_e t)] \quad (72)$$

Nessa expressão note-se que para ondas com comprimentos maiores do que o calado do corpo em questão ( $k \rightarrow 0$ ), o gradiente de pressões pode ser aproximado por uma linha reta, i.e, a curva exponencial da figura 2.5 equivaleria com uma reta com inclinação igual à inclinação média da exponencial num trecho próximo à superfície livre.

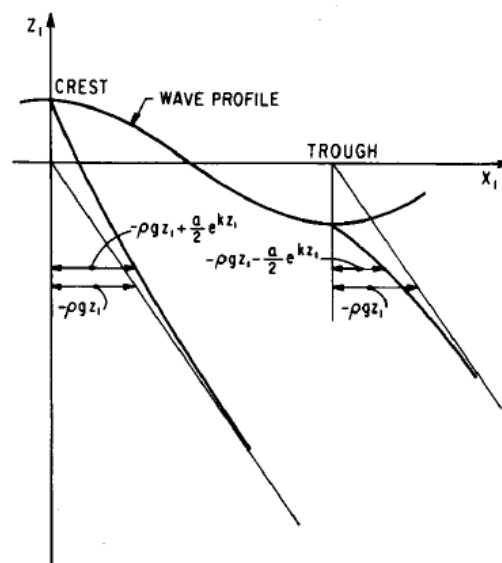


Fig. 2.5 Distribuição de pressões na crista e cavado da onda (Fonte: Paulling, 1961)

Assim, a força de empuxo pode ser calculada fazendo o produto dessa distribuição de “pressão hidrostática modificada” e o volume submerso do corpo. Esse gradiente médio de pressões é denominado por Paulling (1961) como “*peso específico efetivo*” ( $w'$ ). Para navios o peso específico efetivo local (em cada baliza) é avaliado na profundidade do centróide ( $\bar{Z}_b$ ) de cada área seccional correspondente, isto é:

$$\begin{aligned} w' &= -\frac{\partial p}{\partial Z_1} \Big|_{Z_1=\bar{Z}_b(x)} = \rho g [1 - A_w k e^{k\bar{Z}_b(x)} \cos(kX \cos \chi + kY \sin \chi - \omega_e t)] \\ &= \rho g [1 - k e^{k\bar{Z}_b(x)} \zeta(x)] \end{aligned} \quad (73)$$

Dessa forma, a introdução do efeito Smith é feita implicitamente na consideração do peso específico dentro da derivação dos coeficientes de onda apresentada em Rodríguez (2004). As tabelas 2.6 e 2.7a-c apresentam as expressões dos coeficientes de restauração incorporando o efeito Smith.

**Tabela 2.6 Coef. rest. de segunda ordem devidos ao perfil de onda (c/ efeito Smith)**

<b>Heave</b>
$Z_{\zeta z}(t) = 2\rho g \int_L \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} - \bar{y} k e^{k\bar{z}_b} \right) \zeta dx$
$Z_{\zeta \phi}(t) = 0$
$Z_{\zeta \theta}(t) = -2\rho g \int_L \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} - \bar{y} k e^{k\bar{z}_b} \right) \bar{x} \zeta dx$
<b>Roll</b>
$K_{\zeta z}(t) = 0$
$K_{\zeta \phi}(t) = 2\rho g \int_L \left( \bar{y}^2 \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} - \frac{1}{3} \bar{y}^3 k e^{k\bar{z}_b} - S_b \bar{z}_b k e^{k\bar{z}_b} \right) \zeta dx$
$K_{\zeta \theta}(t) = 0$
<b>Pitch</b>
$M_{\zeta z}(t) = -2\rho g \int_L \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} - \bar{y} k e^{k\bar{z}_b} \right) \bar{x} \zeta dx$
$M_{\zeta \phi}(t) = 0$
$M_{\zeta \theta}(t) = 2\rho g \int_L \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} - \bar{y} k e^{k\bar{z}_b} \right) \bar{x}^2 \zeta dx$

**Tabela 2.7a Coef. rest. de terceira ordem em heave devidos ao perfil da onda (c/ efeito Smith)**

<b>Heave</b>
$Z_{\zeta\zeta z}(t) = -2\rho g \int_L \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right) k e^{k\bar{z}_b} \zeta^2 dx$
$Z_{\zeta\zeta\phi}(t) = 0$
$Z_{\zeta\zeta\theta}(t) = 2\rho g \int_L \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right) k e^{k\bar{z}_b} \bar{x} \zeta^2 dx$
$Z_{\zeta z z}(t) = \rho g \int_L \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right) k e^{k\bar{z}_b} \zeta dx$
$Z_{\zeta z\phi}(t) = 0$
$Z_{\zeta z\theta}(t) = -2\rho g \int_L \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right) k e^{k\bar{z}_b} \bar{x} \zeta dx$
$Z_{\zeta\phi\phi}(t) = -\rho g \int_L \left[ 2\bar{y} \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 + \bar{y} - \bar{y}^2 \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right) k e^{k\bar{z}_b} \right] \zeta dx$
$Z_{\zeta\phi\theta}(t) = 0$
$Z_{\zeta\theta\theta}(t) = \rho g \int_L \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right) k e^{k\bar{z}_b} \bar{x}^2 \zeta dx$

**Tabela 2.7b Coef. rest. de terceira ordem em roll devidos ao perfil da onda(c/ efeito Smith)**

<b>Roll</b>
$K_{\zeta\zeta z}(t) = 0$
$K_{\zeta\zeta\phi}(t) = \rho g \int_L \left[ 2\bar{y} \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 + \bar{y} - 2\bar{y}^2 \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right) k e^{k\bar{z}_b} \right] \zeta^2 dx$
$K_{\zeta\zeta\theta}(t) = 0$
$K_{\zeta z z}(t) = 0$
$K_{\zeta z\phi}(t) = -\rho g \int_L \left[ 4\bar{y} \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 + 2\bar{y} - 2\bar{y}^2 \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right) k e^{k\bar{z}_b} \right] \zeta dx$
$K_{\zeta z\theta}(t) = 0$

$$K_{\zeta\phi\phi}(t) = 0$$

$$K_{\zeta\theta\theta}(t) = \rho g \int_L \left[ 4\bar{x}\bar{y} \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 + 2\bar{x}\bar{y} - 2\bar{x}\bar{y}^2 \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right) k e^{k\bar{z}_b} \right] \zeta dx$$

$$K_{\zeta\theta\theta}(t) = 0$$


---

**Tabela 2.7c Coef. rest. de terceira ordem em pitch devidos ao perfil da onda (c/ efeito Smith)**

**Pitch**

---

$$M_{\zeta\zeta\zeta}(t) = 2\rho g \int_L \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right) k e^{k\bar{z}_b} \bar{x} \zeta^2 dx$$

$$M_{\zeta\zeta\phi}(t) = 0$$

$$M_{\zeta\zeta\theta}(t) = -2\rho g \int_L \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right) k e^{k\bar{z}_b} \bar{x}^2 \zeta^2 dx$$

$$M_{\zeta\zeta z}(t) = -\rho g \int_L \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right) k e^{k\bar{z}_b} \bar{x} \zeta dx$$

$$M_{\zeta\zeta\phi}(t) = 0$$

$$M_{\zeta\zeta\theta}(t) = 2\rho g \int_L \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right) k e^{k\bar{z}_b} \bar{x}^2 \zeta dx$$

$$M_{\zeta\phi\phi}(t) = \rho g \int_L \left[ 2\bar{y} \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 + \bar{y} - \bar{y}^2 \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right) k e^{k\bar{z}_b} \right] \bar{x} \zeta dx$$

$$M_{\zeta\phi\theta}(t) = 0$$

$$M_{\zeta\theta\theta}(t) = -\rho g \int_L \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right) k e^{k\bar{z}_b} \bar{x}^3 \zeta dx$$


---

### 2.10.2 Metodologia dos Coeficientes Numéricos por Ajuste Polinomial

Nesta metodologia a restauração é modelada também como uma expansão em séries de Taylor, porém usando a forma “real” ou exata do casco, i.e., sem fazer extrapolações da geometria do casco a partir de parâmetros geométricos da linha d’água de equilíbrio. A vantagem desta metodologia em relação à analítica é que permite o tratamento de corpos com geometria submersa mais genérica (navios com curvaturas acentuadas, plataformas semi-submersíveis, etc.).



Para a obtenção dos coeficientes de águas calmas o seguinte procedimento é adotado:

- (a) Discretização em painéis da superfície do casco do flutuante.
- (b) Seleção de intervalos de movimentos de heave, roll e pitch, e número de pontos a serem avaliados em cada movimento. Os intervalos dos movimentos podem ser determinados com base nas amplitudes de movimento esperadas.
- (c) Cálculo das principais características hidrostáticas correspondentes a cada movimentação do item (b). As principais características hidrostáticas a serem avaliadas são o volume submerso e as coordenadas do centro de carena.
- (d) Cálculo da força restauradora em heave e dos momentos restauradores em roll e pitch em cada posição de movimentação.
- (e) Ajuste da restauração em heave, roll e pitch por meio de polinômios multivariáveis cujos coeficientes são os coeficientes de restauração hidrostática em águas calmas. O ajuste polinomial é baseado no método de mínimos quadrados, cujas variáveis são as posições em heave, roll e pitch. Por meio da comparação da expansão em série de Taylor da restauração em águas calmas com os polinômios de ajuste será possível determinar os valores numéricos dos coeficientes de restauração em águas calmas. Note-se que, quando considerada a simetria lateral do navio, alguns dos coeficientes dos polinômios de ajuste da restauração em águas calmas são necessariamente nulos (Rodríguez, 2004):

$$Z_{\phi} = Z_{z\phi} = Z_{\phi\theta} = Z_{\phi\phi\phi} = Z_{zz\phi} = Z_{\theta\theta\phi} = Z_{z\phi\theta} = 0$$

$$K_z = K_{\theta} = K_{zz} = K_{\phi\phi} = K_{\theta\theta} = K_{z\theta} = K_{zzz} = K_{\theta\theta\theta} = K_{zz\theta} = K_{\phi\phi z} = K_{\phi\phi\theta} = K_{\theta\theta z} = 0$$

$$M_{\phi} = M_{z\phi} = M_{\phi\theta} = M_{\phi\phi\phi} = M_{zz\phi} = M_{\theta\theta\phi} = M_{z\phi\theta} = 0$$

As forças e momentos de restauração em águas calmas são calculados a partir das seguintes expressões:

$$\begin{aligned} \vec{F}_{rest\_calm} &= \vec{F}_{empuxo} + \vec{F}_{peso} \\ &= \rho g \nabla_i \hat{K} - mg \hat{K} \end{aligned} \quad (74)$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_{rest\_calm} &= \vec{M}_{empuxo} + \vec{M}_{peso} \\ &= \vec{R}_{Bi} \times (\rho g \nabla_i \hat{K}) + \vec{R}_G \times (-mg \hat{K}) \end{aligned} \quad (75)$$

onde  $\rho g \nabla_i$  e  $\vec{R}_{Bi}$  são, respectivamente, o empuxo e o centro de carena instantâneos (expresso no sistema inercial). Usualmente, o centro de carena e o centro de gravidade são expressos no sistema solidário ao corpo em função de suas coordenadas  $\vec{r}_{Bi} = (x_{Bi}, y_{Bi}, z_{Bi})$  e  $\vec{r}_G = (x_G, y_G, z_G)$ , respectivamente. Assim:

$$\begin{aligned} \vec{R}_{Bi} &= \begin{bmatrix} R_{Bxi} \\ R_{Byi} \\ R_{Bzi} \end{bmatrix} = \bar{T} \vec{r}_{Bi} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \sin\phi & \cos\phi \sin\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ -\sin\theta & \sin\phi \cos\theta & \cos\phi \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{Bi} \\ y_{Bi} \\ z_{Bi} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} x_{Bi} \cos\theta + y_{Bi} \sin\theta \sin\phi + z_{Bi} \cos\phi \sin\theta \\ y_{Bi} \cos\phi - z_{Bi} \sin\phi \\ -x_{Bi} \sin\theta + y_{Bi} \sin\phi \cos\theta + z_{Bi} \cos\phi \cos\theta \end{bmatrix} \\ \vec{R}_G &= \begin{bmatrix} R_{Gx} \\ R_{Gy} \\ R_{Gz} \end{bmatrix} = \bar{T} \vec{r}_G = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \sin\phi & \cos\phi \sin\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ -\sin\theta & \sin\phi \cos\theta & \cos\phi \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} x_G \cos\theta + y_G \sin\theta \sin\phi + z_G \cos\phi \sin\theta \\ y_G \cos\phi - z_G \sin\phi \\ -x_G \sin\theta + y_G \sin\phi \cos\theta + z_G \cos\phi \cos\theta \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Logo, o momento restaurador fica expresso como:

$$\begin{aligned} \vec{M}_{\text{rest\_calm}_i} &= \rho g \nabla_i \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ R_{Bxi} & R_{Byi} & R_{Bzi} \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} + mg \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ R_{Gx} & R_{Gy} & R_{Gz} \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} \\ &= \rho g \nabla_i (R_{Byi} \hat{i} - R_{Bxi} \hat{j}) + mg (-R_{Gy} \hat{i} + R_{Gx} \hat{j}) \end{aligned}$$

Quando aplicadas as hipóteses para os sistemas de referência adotados no presente estudo onde:  $(x_G, y_G, z_G) = (0, 0, z_G)$ , os momentos restauradores em roll e pitch serão dados por:

$$K_{\text{rest\_calm}_i} = \rho g \nabla_i (y_{Bi} \cos\phi - z_{Bi} \sin\phi) + mg z_G \sin\phi \quad (76)$$

$$M_{\text{rest\_calm}_i} = -\rho g \nabla_i (x_{Bi} \cos\theta + y_{Bi} \sin\theta \sin\phi + z_{Bi} \cos\phi \sin\theta) + mg z_G \cos\phi \sin\theta \quad (77)$$

Para os coeficientes de restauração em ondas o procedimento é o seguinte:

- Discretização em painéis da superfície do casco do flutuante.
- Especificação das características de uma onda regular a ser imposta ao casco: profundidade, período, amplitude e incidência de onda.

- (c) Seleção de intervalos de movimentos de heave, roll e pitch, e número de pontos a serem avaliados em cada movimento. Os intervalos dos movimentos podem ser determinados com base nas amplitudes de movimento esperadas.
- (d) Cálculo das pressões de onda incidente nos painéis de cada uma das superfícies do casco definidas pelas movimentações no item (c).
- (e) Cálculo das componentes cosseno e seno das forças e momentos correspondentes de onda incidente a partir da integração das pressões calculadas no item (d). O domínio de integração é a superfície submersa deslocada do navio (definida em cada movimentação do casco) até a superfície livre não deformada (espelhada).
- (f) Ajuste das componentes das forças e momentos de onda incidente por meio de funções polinomiais dependentes de heave, roll e pitch. Os coeficientes destes polinômios fornecerão os coeficientes de onda.

Para o cálculo das forças e momentos de onda, partiu-se do potencial de ondas incidentes (eq. 63), que na forma de componentes cosseno e seno temporais pode ser expresso como:

$$\phi_I(X, Y, Z, t) = \frac{A_w g}{\omega_w} e^{kz} \left\{ \begin{array}{l} \sin[k(X \cos \chi + Y \sin \chi)] \cos \omega_e t \\ -\cos[k(X \cos \chi + Y \sin \chi)] \sin \omega_e t \end{array} \right\}$$

ou seja,:

$$\phi_I = \phi_{Ic} \cos \omega_e t + \phi_{Is} \sin \omega_e t$$

onde:

$$\phi_{Ic} = \frac{A_w g}{\omega_w} e^{kz} \sin[k(X \cos \chi + Y \sin \chi)]$$

$$\phi_{Is} = -\frac{A_w g}{\omega_w} e^{kz} \cos[k(X \cos \chi + Y \sin \chi)]$$

e as forças correspondentes são dadas por:

$$F_j^{inc} = -\rho \iint \left[ n_j \left( \frac{\partial}{\partial t} - U \frac{\partial}{\partial X} \right) \phi_I(X, Y, Z, t) \right] dS = F_{jc}^{inc} \cos \omega_e t + F_{js}^{inc} \sin \omega_e t$$

onde  $j=1, 2, \dots, 6$  correspondem às forças em surge, sway, e heave, e aos momentos em roll, pitch e yaw, respectivamente. A normal generalizada em cada superfície elementar  $dS$  do casco é definida como:

$$\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$$

$$\vec{r} \times \vec{n} = [(\vec{r} \times \vec{n})_x, (\vec{r} \times \vec{n})_y, (\vec{r} \times \vec{n})_z] = (n_4, n_5, n_6)$$

Finalmente, as componentes cosseno e seno das forças de onda em seis graus de liberdade são:

$$F_{jc}^{inc} = -\rho g A_w \iint [n_j e^{kZ} \cos[k(X \cos \chi + Y \sin \chi)]] dS \quad (78)$$

$$F_{js}^{inc} = -\rho g A_w \iint [n_j e^{kZ} \sin[k(X \cos \chi + Y \sin \chi)]] dS \quad (79)$$

As expressões (78) e (79) são determinadas na superfície submersa do casco em cada posição deslocada do navio até a superfície livre não deformada (espelhada). Quando o domínio de integração é a superfície do casco na posição de equilíbrio inicial, as forças de onda incidente representam apenas a parcela linear – e são denominadas forças de Froude-Krilov, que convencionalmente são escritas do lado direito das equações de movimento.

As funções polinomiais usadas nos ajustes das componentes das forças e momentos de onda incidente são:

$$\begin{aligned} F_{1c}^{inc} = X_c^{inc} = & X_{\zeta c} + X_{\zeta z c} Z + X_{\zeta \phi c} \phi + X_{\zeta \theta c} \theta + X_{\zeta z z c} Z^2 + X_{\zeta z \phi c} Z \phi + X_{\zeta z \theta c} Z \theta + X_{\zeta \phi \phi c} \phi^2 \\ & + X_{\zeta \phi \theta c} \phi \theta + X_{\zeta \theta \theta c} \theta^2 + X_{\zeta \psi c} \psi + X_{\zeta \psi z c} \psi Z + X_{\zeta \psi \phi c} \psi \phi + X_{\zeta \psi \theta c} \psi \theta \\ & + X_{\zeta \psi \psi c} \psi^2 \end{aligned} \quad (80)$$

$$\begin{aligned} F_{1s}^{inc} = X_s^{inc} = & X_{\zeta s} + X_{\zeta z s} Z + X_{\zeta \phi s} \phi + X_{\zeta \theta s} \theta + X_{\zeta z z s} Z^2 + X_{\zeta z \phi s} Z \phi + X_{\zeta z \theta s} Z \theta + X_{\zeta \phi \phi s} \phi^2 \\ & + X_{\zeta \phi \theta s} \phi \theta + X_{\zeta \theta \theta s} \theta^2 + X_{\zeta \psi s} \psi + X_{\zeta \psi z s} \psi Z + X_{\zeta \psi \phi s} \psi \phi + X_{\zeta \psi \theta s} \psi \theta \\ & + X_{\zeta \psi \psi s} \psi^2 \end{aligned} \quad (81)$$

$$\begin{aligned} F_{2c}^{inc} = Y_c^{inc} = & Y_{\zeta c} + Y_{\zeta z c} Z + Y_{\zeta \phi c} \phi + Y_{\zeta \theta c} \theta + Y_{\zeta z z c} Z^2 + Y_{\zeta z \phi c} Z \phi + Y_{\zeta z \theta c} Z \theta + Y_{\zeta \phi \phi c} \phi^2 \\ & + Y_{\zeta \phi \theta c} \phi \theta + Y_{\zeta \theta \theta c} \theta^2 + Y_{\zeta \psi c} \psi + Y_{\zeta \psi z c} \psi Z + Y_{\zeta \psi \phi c} \psi \phi + Y_{\zeta \psi \theta c} \psi \theta \\ & + Y_{\zeta \psi \psi c} \psi^2 \end{aligned} \quad (82)$$

$$\begin{aligned} F_{2s}^{inc} = Y_s^{inc} = & Y_{\zeta s} + Y_{\zeta z s} Z + Y_{\zeta \phi s} \phi + Y_{\zeta \theta s} \theta + Y_{\zeta z z s} Z^2 + Y_{\zeta z \phi s} Z \phi + Y_{\zeta z \theta s} Z \theta + Y_{\zeta \phi \phi s} \phi^2 \\ & + Y_{\zeta \phi \theta s} \phi \theta + Y_{\zeta \theta \theta s} \theta^2 + Y_{\zeta \psi s} \psi + Y_{\zeta \psi z s} \psi Z + Y_{\zeta \psi \phi s} \psi \phi + Y_{\zeta \psi \theta s} \psi \theta + Y_{\zeta \psi \psi s} \psi^2 \end{aligned} \quad (83)$$

$$\begin{aligned}
F_{3c}^{inc} = Z_c^{inc} &= Z_{\zeta c} + Z_{\zeta z c} z + Z_{\zeta \phi c} \phi + Z_{\zeta \theta c} \theta + Z_{\zeta z z c} z^2 + Z_{\zeta z \phi c} z \phi + Z_{\zeta z \theta c} z \theta + Z_{\zeta \phi \phi c} \phi^2 \\
&+ Z_{\zeta \phi \theta c} \phi \theta + Z_{\zeta \theta \theta c} \theta^2 + Z_{\zeta \psi c} \psi + Z_{\zeta \psi z c} \psi z + Z_{\zeta \psi \phi c} \psi \phi + Z_{\zeta \psi \theta c} \psi \theta \\
&+ Z_{\zeta \psi \psi c} \psi^2
\end{aligned} \tag{84}$$

$$\begin{aligned}
F_{3s}^{inc} = Z_s^{inc} &= Z_{\zeta s} + Z_{\zeta z s} z + Z_{\zeta \phi s} \phi + Z_{\zeta \theta s} \theta + Z_{\zeta z z s} z^2 + Z_{\zeta z \phi s} z \phi + Z_{\zeta z \theta s} z \theta + Z_{\zeta \phi \phi s} \phi^2 \\
&+ Z_{\zeta \phi \theta s} \phi \theta + Z_{\zeta \theta \theta s} \theta^2 + Z_{\zeta \psi s} \psi + Z_{\zeta \psi z s} \psi z + Z_{\zeta \psi \phi s} \psi \phi + Z_{\zeta \psi \theta s} \psi \theta \\
&+ Z_{\zeta \psi \psi s} \psi^2
\end{aligned} \tag{85}$$

$$\begin{aligned}
F_{4c}^{inc} = K_c^{inc} &= K_{\zeta c} + K_{\zeta z c} z + K_{\zeta \phi c} \phi + K_{\zeta \theta c} \theta + K_{\zeta z z c} z^2 + K_{\zeta z \phi c} z \phi + K_{\zeta z \theta c} z \theta + K_{\zeta \phi \phi c} \phi^2 \\
&+ K_{\zeta \phi \theta c} \phi \theta + K_{\zeta \theta \theta c} \theta^2 + K_{\zeta \psi c} \psi + K_{\zeta \psi z c} \psi z + K_{\zeta \psi \phi c} \psi \phi + K_{\zeta \psi \theta c} \psi \theta \\
&+ K_{\zeta \psi \psi c} \psi^2
\end{aligned} \tag{86}$$

$$\begin{aligned}
F_{4s}^{inc} = K_s^{inc} &= K_{\zeta s} + K_{\zeta z s} z + K_{\zeta \phi s} \phi + K_{\zeta \theta s} \theta + K_{\zeta z z s} z^2 + K_{\zeta z \phi s} z \phi + K_{\zeta z \theta s} z \theta + K_{\zeta \phi \phi s} \phi^2 \\
&+ K_{\zeta \phi \theta s} \phi \theta + K_{\zeta \theta \theta s} \theta^2 + K_{\zeta \psi s} \psi + K_{\zeta \psi z s} \psi z + K_{\zeta \psi \phi s} \psi \phi + K_{\zeta \psi \theta s} \psi \theta \\
&+ K_{\zeta \psi \psi s} \psi^2
\end{aligned} \tag{87}$$

$$\begin{aligned}
F_{5c}^{inc} = M_c^{inc} &= M_{\zeta c} + M_{\zeta z c} z + M_{\zeta \phi c} \phi + M_{\zeta \theta c} \theta + M_{\zeta z z c} z^2 + M_{\zeta z \phi c} z \phi \\
&+ M_{\zeta z \theta c} z \theta + M_{\zeta \phi \phi c} \phi^2 + M_{\zeta \phi \theta c} \phi \theta + M_{\zeta \theta \theta c} \theta^2 + M_{\zeta \psi c} \psi + M_{\zeta \psi z c} \psi z \\
&+ M_{\zeta \psi \phi c} \psi \phi + M_{\zeta \psi \theta c} \psi \theta + M_{\zeta \psi \psi c} \psi^2
\end{aligned} \tag{88}$$

$$\begin{aligned}
F_{5s}^{inc} = M_s^{inc} &= M_{\zeta s} + M_{\zeta z s} z + M_{\zeta \phi s} \phi + M_{\zeta \theta s} \theta + M_{\zeta z z s} z^2 + M_{\zeta z \phi s} z \phi \\
&+ M_{\zeta z \theta s} z \theta + M_{\zeta \phi \phi s} \phi^2 + M_{\zeta \phi \theta s} \phi \theta + M_{\zeta \theta \theta s} \theta^2 + M_{\zeta \psi s} \psi + M_{\zeta \psi z s} \psi z \\
&+ M_{\zeta \psi \phi s} \psi \phi + M_{\zeta \psi \theta s} \psi \theta + M_{\zeta \psi \psi s} \psi^2
\end{aligned} \tag{89}$$

$$\begin{aligned}
F_{6c}^{inc} = N_c^{inc} &= N_{\zeta c} + N_{\zeta z c} z + N_{\zeta \phi c} \phi + N_{\zeta \theta c} \theta + N_{\zeta z z c} z^2 + N_{\zeta z \phi c} z \phi \\
&+ N_{\zeta z \theta c} z \theta + N_{\zeta \phi \phi c} \phi^2 + N_{\zeta \phi \theta c} \phi \theta + N_{\zeta \theta \theta c} \theta^2 + N_{\zeta \psi c} \psi + N_{\zeta \psi z c} \psi z \\
&+ N_{\zeta \psi \phi c} \psi \phi + N_{\zeta \psi \theta c} \psi \theta + N_{\zeta \psi \psi c} \psi^2
\end{aligned} \tag{90}$$

$$\begin{aligned}
F_{6S}^{inc} = N_S^{inc} = & N_{\zeta S} + N_{\zeta z S} z + N_{\zeta \phi S} \phi + N_{\zeta \theta S} \theta + N_{\zeta z z S} z^2 + N_{\zeta z \phi S} z \phi + N_{\zeta z \theta S} z \theta + N_{\zeta \phi \phi S} \phi^2 \\
& + N_{\zeta \phi \theta S} \phi \theta + N_{\zeta \theta \theta S} \theta^2 + N_{\zeta \psi S} \psi + N_{\zeta \psi z S} \psi z + N_{\zeta \psi \phi S} \psi \phi + N_{\zeta \psi \theta S} \psi \theta \\
& + N_{\zeta \psi \psi S} \psi^2
\end{aligned}
\tag{91}$$

onde,  $X_{\zeta C}, X_{\zeta S}, Y_{\zeta C}, Y_{\zeta S}, \dots, N_{\zeta C}, N_{\zeta S}$  são os coeficientes das componentes das forças de onda incidente lineares (ou de Froude-Krilov) nos seis graus de liberdade do flutuante. Esses coeficientes lineares já são considerados nas forças excitatrizes de onda no lado direito das equações de movimento e, portanto não fazem parte dos coeficientes de restauração de onda que ficam do lado esquerdo da equação de movimento. (Arnold *et al.*, 2003). Nas expressões polinomiais foram introduzidos termos que permitem avaliar o efeito de pequenas mudanças do aproamento do navio nas forças e momentos de onda incidente. O ângulo de aproamento do navio é representado pelo movimento de yaw do navio ( $\psi$ ).

Finalmente, é importante notar que na metodologia analítica os coeficientes de onda são resultantes da introdução do perfil da onda na restauração de águas calmas, enquanto que na metodologia numérica, esses coeficientes são as forças e momentos resultantes da integração da pressão decorrente do potencial de onda incidente de primeira ordem. O domínio de integração dessa pressão é a superfície do casco do navio deslocado (pelos movimentos de heave, roll e pitch), porém sem a consideração explícita do perfil da onda ao longo do casco. Assim, apesar de a metodologia numérica ser mais acurada em termos da avaliação da restauração causada pelos movimentos do navio (pois considera a geometria “exata” do casco), ela tem a desvantagem de não considerar o domínio fluido acima da superfície espelhada da água (área hachurada em vermelho na figura 2.6). Já na metodologia analítica que considera a geometria do casco em torno da linha d’água como expansões da geometria do plano de flutuação de equilíbrio, o domínio de integração vai até a superfície instantânea da onda, isto é, é equivalente a toda a superfície hachurada (azul e vermelha) da figura 2.6.



**Fig. 2.6 Domínio de integração na metodologia numérica**

## 2.11 Equações de movimento do modelo proposto

A partir das equações de equilíbrio de forças (eq. 43) e momentos (eq. 48), e das ações externas consideradas nos itens 2.7 a 2.10, podem formular-se as equações de movimento para o navio em seis graus de liberdade. A princípio, como o foco do presente trabalho é um fenômeno de natureza ressonante, as ações que o governam são basicamente as restaurativas e as de excitação de onda. Assim, as ações inerciais descritas (com todas suas não linearidades) nas equações (43) e (48), a priori, podem ser consideradas apenas na sua forma linear. Já no caso das forças externas, conforme descrito anteriormente, apenas a restauração (de águas calmas e de passagem de onda) e o amortecimento de roll considerarão não linearidades.

Com isso, as equações de movimento para os modos não restaurativos (surge, sway e yaw) podem ser descritas a partir da teoria clássica linear de *seakeeping* (Salvesen *et al.*, 1970, Meyers *et al.*, 1975, Schmitke, 1978). Essa teoria simula adequadamente os movimentos de primeira ordem para frequências moderadas a altas, porém movimentos e/ou fenômenos não lineares no plano horizontal, tais como movimentos de deriva lenta, deriva média, etc., e que não são contemplados no presente trabalho, não são susceptíveis de ser representados pela modelação linear. A consideração das equações lineares no plano horizontal deve permitir avaliar em primeira instância a influência que o roll paramétrico tem nos modos horizontais e vice-versa. Nesse caso, a interação entre os modos é governada apenas pelos acoplamentos lineares inerciais e hidrodinâmicos (massa adicionada e amortecimento). Quando considerada a restauração segundo a metodologia de ajuste polinomial, é possível ainda avaliar o efeito que mudanças instantâneas do aproamento do navio causam na excitação dos modos horizontais, e inclusive no roll. Essas não linearidades foram, por conveniência, classificadas como restauração devido à passagem da onda (vide seção 2.10.2) e estão associadas à variável  $\psi$ .

Por outro lado, as equações de movimento dos modos restaurativos (heave, roll, e pitch) conservam a mesma ordem de não linearidades da modelação de Rodríguez (2004). Porém, agora com a introdução das equações de movimento no plano horizontal, as equações não lineares dos modos verticais no modelo proposto incorporarão termos adicionais decorrentes dos acoplamentos inerciais e hidrodinâmicos com os movimentos horizontais.

Em forma compacta, as equações de movimento do navio em seis graus de liberdade são dadas por:

$$(M + \bar{A})\ddot{\bar{s}}(t) + \bar{B}(\dot{\phi})\dot{\bar{s}}(t) + \bar{C}_r(\bar{s}, \zeta) = \bar{F}_{wave}(\zeta, \dot{\zeta}, \ddot{\zeta}) \quad (92)$$

onde:

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & 0 \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -mz_G & 0 & I_x & 0 & -I_{xz} \\ mz_G & 0 & 0 & 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{xz} & 0 & I_z \end{bmatrix} \quad \bar{s} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} X_{\ddot{x}} & 0 & X_{\ddot{z}} & 0 & X_{\ddot{\theta}} & 0 \\ 0 & Y_{\ddot{y}} & 0 & Y_{\ddot{\phi}} & 0 & Y_{\ddot{\theta}} \\ Z_{\ddot{x}} & 0 & Z_{\ddot{z}} & 0 & Z_{\ddot{\theta}} & 0 \\ 0 & K_{\ddot{y}} & 0 & K_{\ddot{\phi}} & 0 & K_{\ddot{\psi}} \\ M_{\ddot{x}} & 0 & M_{\ddot{z}} & 0 & M_{\ddot{\theta}} & 0 \\ 0 & N_{\ddot{y}} & 0 & N_{\ddot{\phi}} & 0 & N_{\ddot{\psi}} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} X_{\dot{x}} & 0 & X_{\dot{z}} & 0 & X_{\dot{\theta}} & 0 \\ 0 & Y_{\dot{y}} & 0 & Y_{\dot{\phi}} & 0 & Y_{\dot{\theta}} \\ Z_{\dot{x}} & 0 & Z_{\dot{z}} & 0 & Z_{\dot{\theta}} & 0 \\ 0 & K_{\dot{y}} & 0 & K_{\dot{\phi}}(\dot{\phi}) & 0 & K_{\dot{\psi}} \\ M_{\dot{x}} & 0 & M_{\dot{z}} & 0 & M_{\dot{\theta}} & 0 \\ 0 & N_{\dot{y}} & 0 & N_{\dot{\phi}} & 0 & N_{\dot{\psi}} \end{bmatrix}$$

$$\bar{F}_{wave}(\zeta, \dot{\zeta}, \ddot{\zeta}) = \begin{bmatrix} X_{wo} \cos(\omega_e t + \alpha_x) \\ Y_{wo} \cos(\omega_e t + \alpha_y) \\ Z_{wo} \cos(\omega_e t + \alpha_z) \\ K_{wo} \cos(\omega_e t + \alpha_\phi) \\ M_{wo} \cos(\omega_e t + \alpha_\theta) \\ N_{wo} \cos(\omega_e t + \alpha_\psi) \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_r(\bar{s}, \zeta) = \bar{C}_{r(\bar{s})}^{(1)} + (\bar{C}_{r(\bar{s})}^{(2)} + \bar{C}_{r(\bar{s}, \zeta)}^{(2)}) + (\bar{C}_{r(\bar{s})}^{(3)} + \bar{C}_{r(\bar{s}, \zeta)}^{(3)})$$

com:



$$\bar{C}_{r(\bar{s})}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_z & 0 & Z_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_z & 0 & M_\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_{r(\bar{s})}^{(2)} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Z_{zz}z + 2Z_{z\theta}\theta & Z_{\phi\phi}\phi & Z_{\theta\theta}\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(K_{z\phi}z + K_{\phi\theta}\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{zz}z + 2M_{z\theta}\theta & M_{\phi\phi}\phi & M_{\theta\theta}\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_{r(\bar{s})}^{(3)} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (Z_{zzz}z + 3Z_{zz\theta}\theta)z^2 + 3(Z_{\phi\phi z}z + Z_{\phi\phi\theta}\theta)\phi^2 + (Z_{\theta\theta\theta}\theta + 3Z_{\theta\theta z}z)\theta^2 \\ 3K_{zz\phi}z^2\phi + (K_{\phi\phi\phi}\phi^2 + 6K_{z\phi\theta}z\theta)\phi + 3K_{\theta\theta\phi}\theta^2\phi \\ (M_{zzz}z + 3M_{zz\theta}\theta)z^2 + 3(M_{\phi\phi z}z + M_{\phi\phi\theta}\theta)\phi^2 + (M_{\theta\theta\theta}\theta + 3M_{\theta\theta z}z)\theta^2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_{r(\bar{s},\zeta)}^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{\zeta\psi}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Y_{\zeta\psi}(t) \\ 0 & 0 & Z_{\zeta z}(t) & 0 & Z_{\zeta\theta}(t) & Z_{\zeta\psi}(t) \\ 0 & 0 & 0 & K_{\zeta\phi}(t) & 0 & K_{\zeta\psi}(t) \\ 0 & 0 & M_{\zeta z}(t) & 0 & M_{\zeta\theta}(t) & M_{\zeta\psi}(t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{\zeta\psi}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_{r(\bar{s},\zeta)}^{(3)} = \begin{bmatrix} X_{\zeta\psi z}(t)\psi t + X_{\zeta\psi\phi}(t)\psi t + X_{\zeta\psi\theta}(t)\psi t + X_{\zeta\psi\psi}(t)\psi^2 \\ Y_{\zeta\psi z}(t)\psi t + Y_{\zeta\psi\phi}(t)\psi t + Y_{\zeta\psi\theta}(t)\psi t + Y_{\zeta\psi\psi}(t)\psi^2 \\ Z_{\zeta\zeta z}(t)z + Z_{\zeta\zeta z}(t)z^2 + Z_{\zeta\zeta\theta}(t)z\theta + Z_{\zeta\zeta\phi}(t)\phi^2 + Z_{\zeta\zeta\theta}(t)\theta + Z_{\zeta\zeta\theta}(t)\theta^2 \\ + Z_{\zeta\zeta\psi z}(t)\psi t + Z_{\zeta\zeta\psi\phi}(t)\psi t + Z_{\zeta\zeta\psi\theta}(t)\psi t + Z_{\zeta\zeta\psi\psi}(t)\psi^2 \\ K_{\zeta\zeta\phi}(t)\phi + K_{\zeta\zeta\phi}(t)z\phi + K_{\zeta\zeta\phi\theta}(t)\phi\theta + K_{\zeta\zeta\psi z}(t)\psi t + K_{\zeta\zeta\psi\phi}(t)\psi t + K_{\zeta\zeta\psi\theta}(t)\psi t \\ + K_{\zeta\zeta\psi\psi}(t)\psi^2 \\ M_{\zeta\zeta z}(t)z + M_{\zeta\zeta z}(t)z^2 + M_{\zeta\zeta\theta}(t)z\theta + M_{\zeta\zeta\phi}(t)\phi^2 + M_{\zeta\zeta\theta}(t)\theta + M_{\zeta\zeta\theta}(t)\theta^2 \\ + M_{\zeta\zeta\psi z}(t)\psi t + M_{\zeta\zeta\psi\phi}(t)\psi t + M_{\zeta\zeta\psi\theta}(t)\psi t + M_{\zeta\zeta\psi\psi}(t)\psi^2 \\ N_{\zeta\psi z}(t)\psi t + N_{\zeta\psi\phi}(t)\psi t + N_{\zeta\psi\theta}(t)\psi t + N_{\zeta\psi\psi}(t)\psi^2 \end{bmatrix}$$

e, em sua forma escalar podem ser expressas como:

$$\begin{aligned}
(m + X_{\ddot{x}})\ddot{x} + X_z\ddot{z} + (mz_G + X_{\ddot{\theta}})\ddot{\theta} + X_{\dot{x}}\dot{x} + X_z\dot{z} + X_{\dot{\theta}}\dot{\theta} + X_{\zeta\psi}(t)\psi + X_{\zeta\psi z}(t)\psi z \\
+ X_{\zeta\psi\phi}(t)\psi\phi + X_{\zeta\psi\theta}(t)\psi\theta + X_{\zeta\psi\psi}(t)\psi^2 = X_{w0} \cos(\omega_e t + \alpha_x)
\end{aligned} \tag{93}$$

$$\begin{aligned}
(m + Y_{\ddot{y}})\ddot{y} + (Y_{\ddot{\phi}} - mz_G)\ddot{\phi} + Y_{\ddot{\psi}}\ddot{\psi} + Y_{\dot{y}}\dot{y} + Y_{\dot{\phi}}\dot{\phi} + Y_{\dot{\psi}}\dot{\psi} + Y_{\zeta\psi}(t)\psi + Y_{\zeta\psi z}(t)\psi z \\
+ Y_{\zeta\psi\phi}(t)\psi\phi + Y_{\zeta\psi\theta}(t)\psi\theta + Y_{\zeta\psi\psi}(t)\psi^2 = Y_{w0} \cos(\omega_e t + \alpha_y)
\end{aligned} \tag{94}$$

$$\begin{aligned}
(m + Z_z)\ddot{z} + Z_{\ddot{x}}\ddot{x} + Z_{\ddot{\theta}}\ddot{\theta} + Z_{\dot{x}}\dot{x} + Z_z\dot{z} + Z_{\dot{\theta}}\dot{\theta} + Z_z z + Z_{\theta}\theta + \frac{1}{2}Z_{zz}z^2 + \frac{1}{2}Z_{\phi\phi}\phi^2 + \frac{1}{2}Z_{\theta\theta}\theta^2 \\
+ Z_{z\theta}z\theta + \frac{1}{6}Z_{zzz}z^3 + \frac{1}{2}Z_{zz\theta}z^2\theta + \frac{1}{2}Z_{\phi\phi z}\phi^2 z + \frac{1}{2}Z_{\phi\phi\theta}\phi^2\theta + \frac{1}{2}Z_{\theta\theta z}\theta^2 z + \frac{1}{6}Z_{\theta\theta\theta}\theta^3 + Z_{\zeta z}(t)z \\
+ Z_{\zeta\theta}(t)\theta + Z_{\zeta\zeta z}(t)z + Z_{\zeta\zeta z}(t)z^2 + Z_{\zeta z\theta}(t)z\theta + Z_{\zeta\phi\phi}(t)\phi^2 + Z_{\zeta\zeta\theta}(t)\theta + Z_{\zeta\theta\theta}(t)\theta^2 + Z_{\zeta\psi}(t)\psi \\
+ Z_{\zeta\psi z}(t)\psi z + Z_{\zeta\psi\phi}(t)\psi\phi + Z_{\zeta\psi\theta}(t)\psi\theta + Z_{\zeta\psi\psi}(t)\psi^2 = Z_{w0} \cos(\omega_e t + \alpha_z)
\end{aligned} \tag{95}$$

$$\begin{aligned}
(J_{xx} + K_{\ddot{\phi}})\ddot{\phi} + (K_{\dot{y}} - mz_G)\dot{y} + (K_{\ddot{\psi}} - I_{xz})\ddot{\psi} + K_{\dot{y}}\dot{y} + K_{\dot{\phi}}\dot{\phi} + K_{\dot{\psi}}\dot{\psi} + K_{\phi|\dot{\phi}}|\dot{\phi}| + K_{\psi}\dot{\psi} + K_{\phi}\phi + K_{z\phi}z\phi \\
+ K_{\phi\theta}\phi\theta + \frac{1}{2}K_{zz\phi}z^2\phi + \frac{1}{6}K_{\phi\phi\phi}\phi^3 + \frac{1}{2}K_{\theta\theta\phi}\theta^2\phi + K_{z\phi\theta}z\phi\theta + K_{\zeta\phi}(t)\phi + K_{\zeta\zeta\phi}(t)\phi + K_{\zeta z\phi}(t)z\phi \\
+ K_{\zeta\phi\theta}(t)\phi\theta + K_{\zeta\psi}(t)\psi + K_{\zeta\psi z}(t)\psi z + K_{\zeta\psi\phi}(t)\psi\phi + K_{\zeta\psi\theta}(t)\psi\theta + K_{\zeta\psi\psi}(t)\psi^2 \\
= K_{w0} \cos(\omega_e t + \alpha_{\phi})
\end{aligned} \tag{96}$$

$$\begin{aligned}
(J_{yy} + M_{\ddot{\theta}})\ddot{\theta} + (mz_G + M_{\ddot{x}})\ddot{x} + M_z\ddot{z} + M_{\dot{x}}\dot{x} + M_z\dot{z} + M_{\dot{\theta}}\dot{\theta} + M_z z + M_{\theta}\theta + \frac{1}{2}M_{zz}z^2 \\
+ \frac{1}{2}M_{\phi\phi}\phi^2 + \frac{1}{2}M_{\theta\theta}\theta^2 + M_{z\theta}z\theta + \frac{1}{6}M_{zzz}z^3 + \frac{1}{2}M_{zz\theta}z^2\theta + \frac{1}{2}M_{\phi\phi z}\phi^2 z + \frac{1}{2}M_{\phi\phi\theta}\phi^2\theta \\
+ \frac{1}{2}M_{\theta\theta z}\theta^2 z + \frac{1}{6}M_{\theta\theta\theta}\theta^3 + M_{\zeta z}(t)z + M_{\zeta\theta}(t)\theta + M_{\zeta\zeta z}(t)z + M_{\zeta\zeta z}(t)z^2 + M_{\zeta z\theta}(t)z\theta \\
+ M_{\zeta\phi\phi}(t)\phi^2 + M_{\zeta\zeta\theta}(t)\theta + M_{\zeta\theta\theta}(t)\theta^2 + M_{\zeta\psi}(t)\psi + M_{\zeta\psi z}(t)\psi z + M_{\zeta\psi\phi}(t)\psi\phi + M_{\zeta\psi\theta}(t)\psi\theta \\
+ M_{\zeta\psi\psi}(t)\psi^2 = M_{w0} \cos(\omega_e t + \alpha_{\theta})
\end{aligned} \tag{97}$$

$$\begin{aligned}
(J_{zz} + N_{\ddot{\psi}})\ddot{\psi} + N_{\dot{y}}\dot{y} + (N_{\ddot{\phi}} - I_{xz})\ddot{\phi} + N_{\dot{y}}\dot{y} + N_{\dot{\phi}}\dot{\phi} + N_{\dot{\psi}}\dot{\psi} + N_{\zeta\psi}(t)\psi + N_{\zeta\psi z}(t)\psi z \\
+ N_{\zeta\psi\phi}(t)\psi\phi + N_{\zeta\psi\theta}(t)\psi\theta + N_{\zeta\psi\psi}(t)\psi^2 = N_{w0} \cos(\omega_e t + \alpha_{\psi})
\end{aligned} \tag{98}$$

onde:  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ,  $K$ ,  $M$ , e  $N$  denotam, respectivamente, as forças em surge, sway e heave, e os momentos em roll, pitch e yaw;  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $\phi$ ,  $\theta$ , e  $\psi$  representam os movimentos lineares em surge, sway, heave, e os angulares em roll, pitch e yaw, respectivamente. Note-se

que, por simplicidade, a notação em maiúscula com subscrito  $C$  para os movimentos em surge, sway e heave foi abandonada. As primeiras e segundas derivadas em relação ao tempo, i.e., velocidades e acelerações associadas aos movimentos do navio são denotadas por um ou dois pontos, respectivamente, sobrescritos na variável que identifica o movimento. As variáveis subscritas aos termos que identificam forças e momentos denotam coeficientes de massa adicional, amortecimento ou restauração quando associados, correspondentemente, à aceleração, velocidade ou deslocamento. Os termos com subscrito  $w_0$  representam as amplitudes das forças e momentos de excitação de onda (lado direito das equações) em cada grau de liberdade. Associada a cada uma dessas amplitudes temos o respectivo ângulo de defasagem em relação à elevação da onda incidente.

## 2.12 A equação de roll e a ressonância paramétrica

Uma análise preliminar da capacidade do modelo proposto de reproduzir a ressonância paramétrica pode ser feita a partir apenas da equação de roll (eq. 96) para o caso de ondas longitudinais, i.e., considerando-a desacoplada das equações dos outros graus de liberdade, e assumindo nulos os movimentos de sway e yaw:

$$\begin{aligned} (J_{xx} + K_{\dot{\phi}})\ddot{\phi} + K_{\dot{\phi}}\dot{\phi} + K_{|\dot{\phi}|}\dot{\phi}|\dot{\phi}| + K_{\phi}\phi + K_{z\phi}z\phi + K_{\phi\theta}\phi\theta + \frac{1}{2}K_{zz\phi}z^2\phi + \frac{1}{6}K_{\phi\phi\phi}\phi^3 + \frac{1}{2}K_{\theta\theta\phi}\theta^2\phi + \\ K_{z\phi\theta}z\phi\theta + (K_{\zeta\phi c}\phi + K_{\zeta z\phi c}z\phi + K_{\zeta\phi\theta c}\phi\theta)\cos\omega_e t + (K_{\zeta\phi s}\phi + K_{\zeta z\phi s}z\phi + K_{\zeta\phi\theta s}\phi\theta)\sin\omega_e t + \\ K_{\zeta\zeta\phi c}\phi\cos 2\omega_e t + K_{\zeta\zeta\phi s}\phi\sin 2\omega_e t + K_{\zeta\zeta\phi o}\phi = 0 \end{aligned} \quad (99)$$

Na expressão anterior, os coeficientes de restauração de onda foram expressos na forma de parcelas de seno e cosseno que explicitam a dependência do tempo, assim:

$$K_{\zeta\phi}(t) = A_w K_{\zeta\phi c} \cos(\omega_e t) + A_w K_{\zeta\phi s} \sin(\omega_e t)$$

$$K_{\zeta\zeta\phi}(t) = A_w^2 K_{\zeta\zeta\phi c} \cos(2\omega_e t) + A_w^2 K_{\zeta\zeta\phi s} \sin(2\omega_e t) + A_w^2 K_{\zeta\zeta\phi o}$$

$$K_{\zeta z\phi}(t) = A_w K_{\zeta z\phi c} \cos(\omega_e t) + A_w K_{\zeta z\phi s} \sin(\omega_e t)$$

$$K_{\zeta\phi\theta}(t) = A_w K_{\zeta\phi\theta c} \cos(\omega_e t) + A_w K_{\zeta\phi\theta s} \sin(\omega_e t)$$

Adicionalmente, assumiremos nesta sub-seção, por simplicidade, que os movimentos de heave e pitch são harmônicos simples e dados por:

$$\begin{aligned} z(t) &= z_a \cos(\omega_e t + \delta_3) \\ \theta(t) &= \theta_a \cos(\omega_e t + \delta_5) \end{aligned} \quad (100)$$

onde:  $z_a$  e  $\theta_a$  são, respectivamente, as amplitudes máximas dos movimentos de heave e pitch; e  $\delta_3$  e  $\delta_5$  são as respectivas defasagens de heave e pitch em relação à onda. Considerando o produto desses movimentos harmônicos, temos, por exemplo, que:

$$z(t) * \theta(t) = \frac{1}{2} z_a \theta_a [\cos(2\omega_e t + \delta_3 + \delta_5) + \cos(\delta_3 - \delta_5)] \quad (101)$$

A expressão (101) demonstra que o produto de duas funções harmônicas no tempo pode ser expresso também como a soma de um termo bi-harmônico no tempo mais uma parcela independente do tempo. Com isso, a equação de roll (eq. 99) pode ser expressa na forma:

$$(J_{xx} + K_{\ddot{\phi}})\ddot{\phi} + K_{\dot{\phi}}\dot{\phi} + K_{|\dot{\phi}|}\dot{\phi}|\dot{\phi}| + [K_{\phi} + R_0 + R_1 \cos(\omega_e t + \tau_1) + R_2 \cos(2\omega_e t + \tau_2)]\phi + \frac{1}{6} K_{\phi\phi\phi}\phi^3 = 0 \quad (102)$$

onde:

$$\begin{aligned} R_0 &= \frac{1}{4} K_{zz\phi} z_a^2 + \frac{1}{4} K_{\theta\theta\phi} \theta_a^2 + \frac{1}{2} K_{z\phi\theta} z_a \theta_a \cos(\delta_3 - \delta_5) + \\ &\quad \frac{1}{2} A_w z_a (K_{\zeta z\phi c} \cos \delta_3 - K_{\zeta z\phi s} \sin \delta_3) + \\ &\quad \frac{1}{2} A_w \theta_a (K_{\zeta\phi\theta c} \cos \delta_5 - K_{\zeta\phi\theta s} \sin \delta_5) + A_w^2 K_{\zeta\zeta\phi\phi} \\ R_1 &= \left\{ [K_{z\phi} z_a \cos \delta_3 + K_{\phi\theta} \theta_a \cos \delta_5 + A_w K_{\zeta\phi c}]^2 + \right. \\ &\quad \left. [-K_{z\phi} z_a \sin \delta_3 - K_{\phi\theta} \theta_a \sin \delta_5 + A_w K_{\zeta\phi s}]^2 \right\}^{1/2} \\ R_2 &= \left\{ \left[ \frac{1}{4} K_{zz\phi} z_a^2 \cos(2\delta_3) + \frac{1}{4} K_{\theta\theta\phi} \theta_a^2 \cos(2\delta_5) + \frac{1}{2} K_{z\phi\theta} z_a \theta_a \cos(\delta_3 + \delta_5) + A_w^2 K_{\zeta\zeta\phi c} + \right. \right. \\ &\quad \frac{1}{2} A_w K_{\zeta z\phi c} z_a \cos \delta_3 + \frac{1}{2} A_w K_{\zeta z\phi s} z_a \sin \delta_3 + \frac{1}{2} A_w K_{\zeta\phi\theta c} \theta_a \cos \delta_5 + \\ &\quad \left. \left. \frac{1}{2} A_w K_{\zeta\phi\theta s} \theta_a \sin \delta_5 \right]^2 + \right. \\ &\quad \left[ -\frac{1}{4} K_{zz\phi} z_a^2 \sin(2\delta_3) - \frac{1}{4} K_{\theta\theta\phi} \theta_a^2 \sin(2\delta_5) - \frac{1}{2} K_{z\phi\theta} z_a \theta_a \sin(\delta_3 + \delta_5) + A_w^2 K_{\zeta\zeta\phi s} - \right. \\ &\quad \frac{1}{2} A_w K_{\zeta z\phi c} z_a \sin \delta_3 + \frac{1}{2} A_w K_{\zeta z\phi s} z_a \cos \delta_3 - \frac{1}{2} A_w K_{\zeta\phi\theta c} \theta_a \sin \delta_5 + \\ &\quad \left. \left. \frac{1}{2} A_w K_{\zeta\phi\theta s} \theta_a \cos \delta_5 \right]^2 \right\}^{1/2} \end{aligned}$$

$$\tau_1 = \tan^{-1} \left( - \frac{K_{z\phi} z_a \sin \delta_3 - K_{\phi\theta} \theta_a \sin \delta_5 + A_w K_{\zeta\phi s}}{K_{z\phi} z_a \cos \delta_3 + K_{\phi\theta} \theta_a \cos \delta_5 + A_w K_{\zeta\phi c}} \right)$$

$$\tau_2 = \tan^{-1} \left( - \left[ - \frac{1}{4} K_{zz\phi} z_a^2 \sin(2\delta_3) - \frac{1}{4} K_{\theta\theta\phi} \theta_a^2 \sin(2\delta_5) - \right. \right.$$

$$\left. \frac{1}{2} K_{z\phi\theta} z_a \theta_a \sin(\delta_3 + \delta_5) + A_w^2 K_{\zeta\zeta\phi s} - \frac{1}{2} A_w K_{\zeta\zeta\phi c} z_a \sin \delta_3 + \right.$$

$$\left. \frac{1}{2} A_w K_{\zeta\zeta\phi s} z_a \cos \delta_3 - \frac{1}{2} A_w K_{\zeta\phi\theta c} \theta_a \sin \delta_5 + \frac{1}{2} A_w K_{\zeta\phi\theta s} \theta_a \cos \delta_5 \right] /$$

$$\left[ \frac{1}{4} K_{zz\phi} z_a^2 \cos(2\delta_3) + \frac{1}{4} K_{\theta\theta\phi} \theta_a^2 \cos(2\delta_5) + \right.$$

$$\left. \frac{1}{2} K_{z\phi\theta} z_a \theta_a \cos(\delta_3 + \delta_5) + A_w^2 K_{\zeta\zeta\phi c} + \frac{1}{2} A_w K_{\zeta\zeta\phi c} z_a \cos \delta_3 + \right.$$

$$\left. \frac{1}{2} A_w K_{\zeta\zeta\phi s} z_a \sin \delta_3 + \frac{1}{2} A_w K_{\zeta\phi\theta c} \theta_a \cos \delta_5 + \frac{1}{2} A_w K_{\zeta\phi\theta s} \theta_a \sin \delta_5 \right]$$

Como pode-se observar,  $R_0$ ,  $R_1$ , e  $R_2$  são os coeficientes de restauração simplificados da equação de roll.  $R_0$  incorpora os coeficientes não lineares independentes do tempo resultantes dos acoplamentos de terceira ordem;  $R_1$  reúne os coeficientes com dependência harmônica simples no tempo (incorporando apenas acoplamentos de segunda ordem) e  $R_2$  incorpora os coeficientes com dependência bi-harmônica temporal. Assim, a equação de roll do modelo proposto (eq. 102) se encaixa numa equação de Hill de classe 2 (com restauração até os bi-harmônicos) em vez de numa equação de Mathieu – como nas modelações clássicas de ressonância paramétrica (onde a restauração é apenas harmônica simples).

A dependência harmônica simples na restauração tanto da equação de Mathieu como da de Hill (de classe 2) permitem a reprodução da física da ressonância paramétrica. Porém, conforme discutido em Rodríguez (2004), a modelação de Hill apresenta características dinâmicas diferenciadas da equação de Mathieu. As principais são a rigidez não linear e a excitação paramétrica bi-harmônica. Diferentemente do observado em modelos de manobrabilidade de navios, onde a incorporação de não linearidades de ordem superior representa meros refinamentos na modelação (Abkowitz, 1969), nas equações de movimento em ondas, as não linearidades de terceira ordem na restauração implicam em mudanças não apenas quantitativas, mas também qualitativas na dinâmica resultante (Rodríguez, 2004).

Com base no acima exposto, a incorporação de acoplamentos na equação de roll com os movimentos de sway e yaw (inclusive para o caso de ondas oblíquas), a princípio, deve apenas refinar quantitativamente as respostas do navio em roll, isto é, sem alterar as características inerentes à modelação de Hill.

## CAPÍTULO 3

### 3. O ROLL PARAMÉTRICO EM ONDAS REGULARES

*Neste capítulo são apresentadas as séries temporais das simulações numéricas e experimentais do roll paramétrico em ondas regulares. As simulações numéricas foram obtidas a partir do modelo proposto no capítulo anterior, e visam reproduzir o roll paramétrico observado experimentalmente em alguns tipos de navios.*

#### 3.1 Generalidades

As equações de movimento do navio apresentadas no capítulo anterior (eqs. 93 a 98) são equações diferenciais ordinárias não lineares de segunda ordem, que não tem solução analítica conhecida. Daí que, o primeiro passo para o estudo da dinâmica não linear do navio seja a implementação numérica das equações de movimento, isto é, a aplicação de algum esquema que permita obter as respostas do navio em cada instante de tempo.

Um dos esquemas clássicos de solução das equações diferenciais não lineares de segunda ordem consiste em reduzir o sistema de seis equações de movimento (de segunda ordem) para um sistema de doze equações de primeira ordem. Para isso o sistema de seis equações (eq. 92) deve ser expresso na forma:

$$\ddot{\vec{s}} = f(\dot{\vec{s}}, t) \quad (103)$$

Para logo fazer-se a seguinte transformação de variáveis:

$$y_1 = x$$

$$\begin{aligned}
y_2 &= y \\
y_3 &= z \\
y_4 &= \phi \\
y_5 &= \theta \\
y_6 &= \psi \\
y_7 &= \dot{x} \\
y_8 &= \dot{y} \\
y_9 &= \dot{z} \\
y_{10} &= \dot{\phi} \\
y_{11} &= \dot{\theta} \\
y_{12} &= \dot{\psi}
\end{aligned}
\tag{104}$$

Assim, o sistema dinâmico agora será descrito por um sistema de equações do tipo:

$$\dot{\vec{s}} = f(\vec{s}, t) \tag{105}$$

ou, nas novas variáveis, como:

$$\begin{aligned}
y_1 &= \dot{x} \\
y_2 &= \dot{y} \\
y_3 &= \dot{z} \\
y_4 &= \dot{\phi} \\
y_5 &= \dot{\theta} \\
y_6 &= \dot{\psi} \\
y_7 &= \ddot{x} \\
y_8 &= \ddot{y} \\
y_9 &= \ddot{z} \\
y_{10} &= \ddot{\phi} \\
y_{11} &= \ddot{\theta} \\
y_{12} &= \ddot{\psi}
\end{aligned}
\tag{106}$$

Esse sistema (eq. 106) pode ser integrado usando, por exemplo, o algoritmo clássico de Runge-Kutta de 4ª ordem para obter as primeiras derivadas dos movimentos, que posteriormente podem ser integradas e assim obter as respostas do navio no domínio do tempo.



### 3.2 Ensaios experimentais – condições de teste

O crescente interesse na investigação do roll paramétrico não tem motivado apenas o estudo do fenômeno do ponto de vista teórico mas também sua abordagem experimental com modelos em escala reduzida. Os navios tidos como mais propensos ao roll paramétrico são aqueles cujas formas apresentam grandes ângulos de *flare* na proa e, a popa em balanço, como por exemplo, portacontentores e pesqueiros. A seguir são listados e descritos alguns flutuantes testados experimentalmente e que serão usados para validar e explorar o modelo matemático não linear proposto:

- a) Um pesqueiro ensaiado no Canal de Ensaios da Universidade Austral do Chile (UACH). Este navio, aqui denominado pesqueiro TS, foi ensaiado em ondas regulares de proa, várias velocidades de avanço e duas condições de altura metacêntrica transversal. Neves *et al.* (2002) descrevem detalhadamente os testes experimentais com este navio.
- b) Um portacontentor ensaiado no Tanque Oceânico do MARINTEK como parte de um projeto da Universidade Técnica de Noruega (NTU). Esta embarcação, aqui denominada portacontentor NTU, foi testada em ondas regulares e irregulares de proa para diferentes velocidades de avanço. Holden *et al.* (2008) apresentam as condições e resultados experimentais desse navio.
- c) Um portacontentor ensaiado sob coordenação da Universidade Técnica de Atenas (NTUA), como parte do projeto SAFEDOR da União Européia, denominado aqui portacontentor SAFEDOR. Este navio foi ensaiado em diferentes velocidades de avanço em ondas regulares e irregulares de proa e popa e duas condições de altura metacêntrica transversal. Mais detalhes sobre os testes podem ser encontrados em Spanos e Papanikolaou (2009b).
- d) Uma plataforma SPAR testada numérica e experimentalmente por Haslum *et al.* (1999), e investigada posteriormente por Neves *et al.* (2008b).

A seguir descreveremos as características principais e as condições de ensaio selecionadas para o estudo de cada flutuante.

### 3.2.1 *Pesqueiro TS*

Este navio foi um dos usados no trabalho de Rodríguez (2004) para validar o modelo não linear de terceira ordem de três graus de liberdade. As formas desse navio são típicas de pesqueiros de popa espelhada (figura 3.1) e suas características principais são mostradas na tabela 3.1.

A tabela 3.2 apresenta as condições de teste (números de Froude, amplitudes, freqüências e comprimentos de ondas) selecionadas aqui para as análises numéricas do navio TS. As freqüências de encontro testadas correspondem à sintonia exata da primeira região de instabilidade de Mathieu, i.e.,  $\omega_e = 2\omega_{n4}$ . As figuras 3.2 e 3.3 ilustram algumas das tendências observadas experimentalmente nas respostas em roll desse navio.

**Tabela 3.1 Características principais do navio TS**

Denominação		Pesqueiro (TS)
Comprimento total	[m]	25.91
Comprimento entre perpendiculares	[m]	22.09
Boca	[m]	6.86
Pontal	[m]	3.35
Calado	[m]	2.48
Deslocamento	[t]	183.9
Altura metacêntrica transversal	[m]	0.37
Raio de giração transversal*	[m]	1.91
Raio de giração longitudinal*	[m]	5.53

\*Valores em relação ao CG do navio

**Tabela 3.2 Condições de teste do navio TS,  $\omega_{n4} = 0.858$  rad/s**

Teste No.	GM [m]	Fn	$A_w$ [m]	$\omega_w$ [rad/s]	$\lambda_w/L$	$H_w/\lambda_w$	$\omega_e/\omega_{n4}$
T01	0.37	0.11	0.30	1.396	1.39	1/53	2.00
T02			0.66				
T03		0.15	0.45	1.323	1.55	1/39	
T04			1.02				
T05		0.20	0.45	1.249	1.74	1/44	
T06			0.60				
T07		0.30	0.60	1.136	2.11	1/40	
T08			0.78				

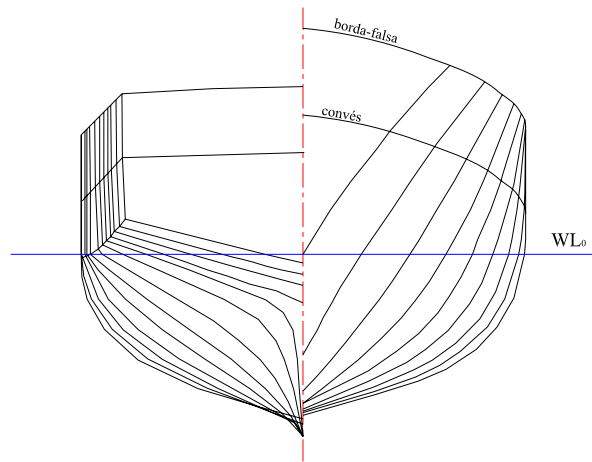


Fig. 3.1 Linhas do pesqueiro TS

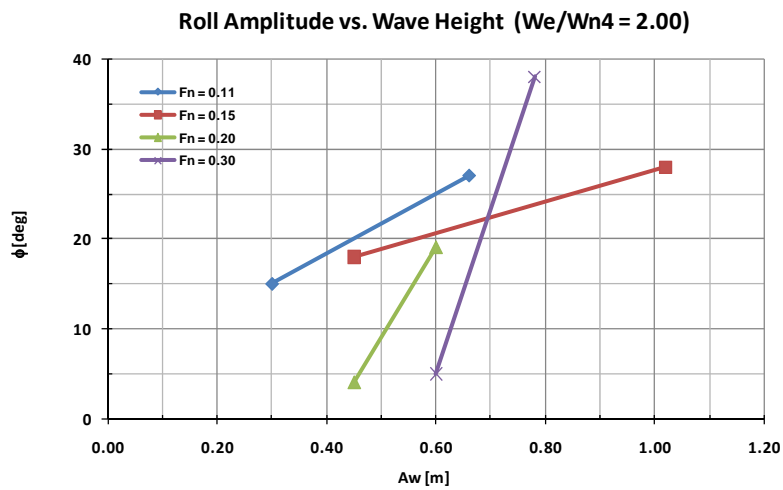


Fig. 3.2 Respostas experimentais: Amplitude de Roll vs. Altura de Onda

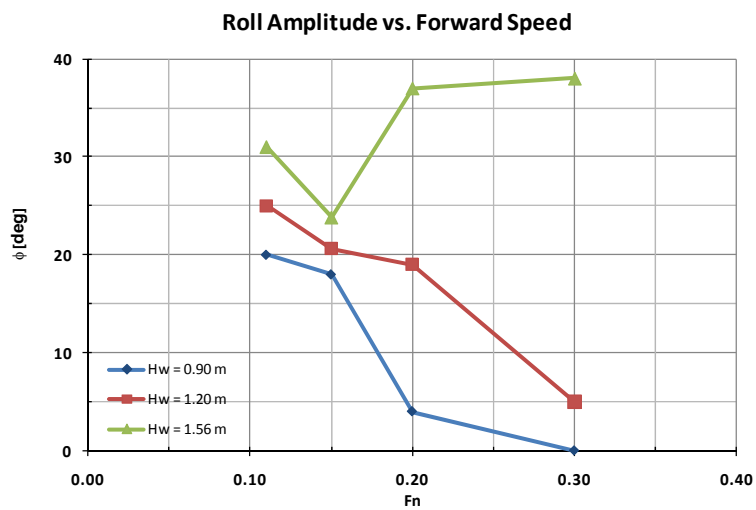


Fig. 3.3 Respostas experimentais: Amplitude de Roll vs. Velocidade de Avanço

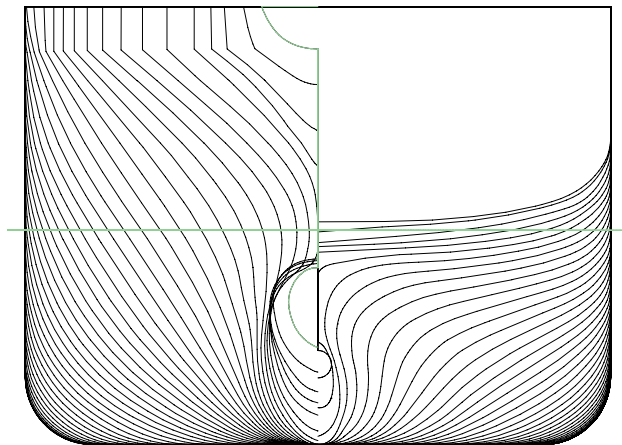
### 3.2.2 Portacontentor NTU

Este navio é um típico portacontentor de grande porte cujas formas são caracterizadas principalmente pela popa larga, plana e em balanço, com ângulos de *flare* de proa pronunciados. As características principais do navio ensaiado experimentalmente são mostradas na tabela 3.3 e as formas deste na figura 3.4

**Tabela 3.3 Características principais do navio NTU**

Denominação		Portacontentor NTU
Comprimento total	[m]	293.51
Comprimento entre perpendiculares	[m]	286.00
Boca	[m]	32.26
Pontal	[m]	24.00
Calado	[m]	11.75
Deslocamento	[t]	76582.75
Altura metacêntrica transversal	[m]	1.84
Raio de giracão transversal*	[m]	13.52
Raio de giracão longitudinal*	[m]	69.44

\*Valores em relação ao CG do navio



**Fig. 3.4 Linhas do portacontentor NTU**

As condições de ensaio do navio NTU em ondas regulares são mostradas na tabela 3.4. Adicionalmente as figuras 3.5 a 3.7 ilustram algumas tendências extraídas a partir dos resultados experimentais.

Tabela 3.4 Condições de teste do navio NTU,  $\omega_{n4} = 0.294 \text{ rad/s}$

Teste No.	$F_n$	$A_w$ [m]	$\omega_w$ [rad/s]	$\lambda_w/L$	$H_w/\lambda_w$	$\omega_c/\omega_{n4}$		
T01	0.1022	2.50	0.4893	0.88	1/51	2.12		
T02		3.50	0.4893	0.88	1/37	2.12		
T03		2.50	0.4764	0.93	1/54	2.05		
T04		1.50	0.4699	0.95	1/93	2.02		
T05	0.0868	2.50	0.4640	0.98	1/57	1.92		
T06	0.0919	2.50				1.94		
T07	0.0970	2.50				1.96		
T08	0.1022	2.50				1.98		
T09		1.50			1/95	1.98		
T10	3.50	1/41			1.98			
T11	0.1073	2.50			1/57	2.01		
T12	0.1123	2.50				2.03		
T13	0.1174	2.50				2.05		
T14	0.1225	2.50				2.07		
T15	0.1328	2.50				2.11		
T16	0.1379	2.50				2.13		
T17	0.1429	2.50				2.15		
T18	0.1022	1.50			0.4583	1.00	1/98	1.96
T19		2.50			0.4530	1.02	1/60	1.93
T20		3.50			0.4530	1.02	1/43	1.93
T21		2.50			0.4425	1.07	1/63	1.87
T22		3.50	0.4425	1.07	1/45	1.87		

Roll Amplitude vs. Wave height ( $F_n = 0.1022$ )

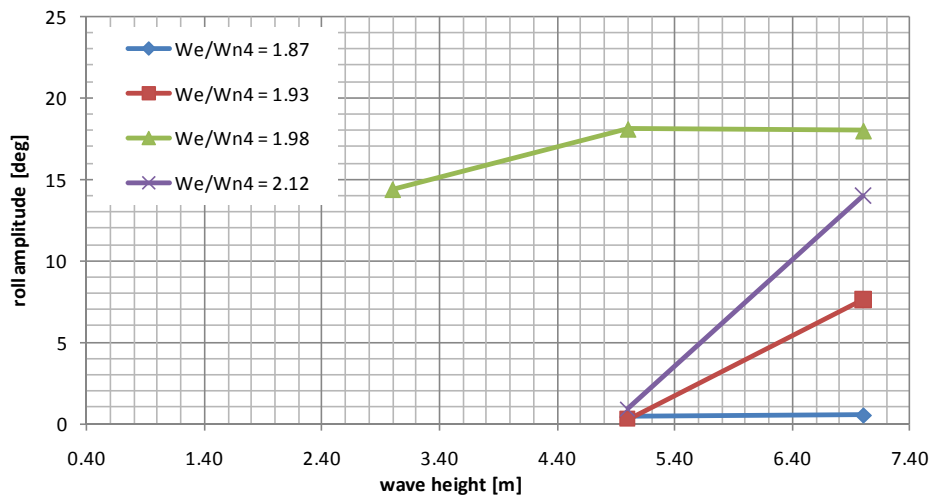


Fig. 3.5 Respostas experimentais: Amplitude de Roll vs. Altura de Onda

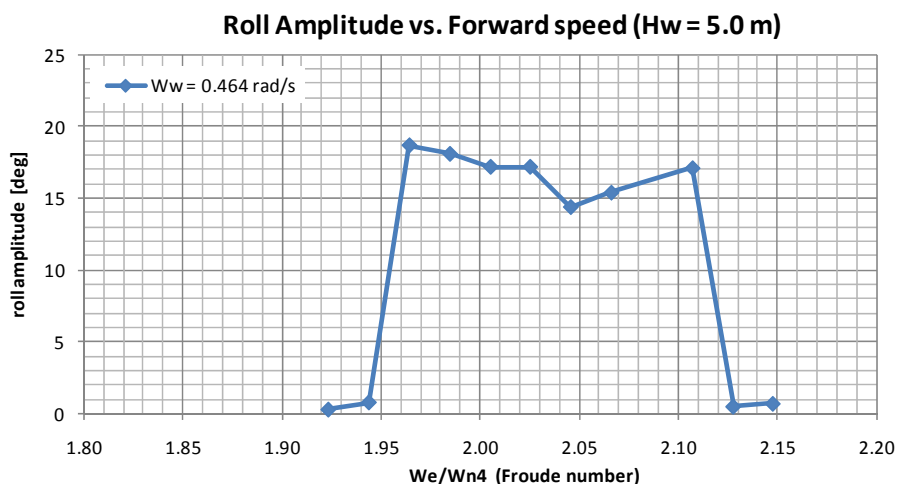


Fig. 3.6 Respostas experimentais: Amplitude de Roll vs. Velocidade de Avanço

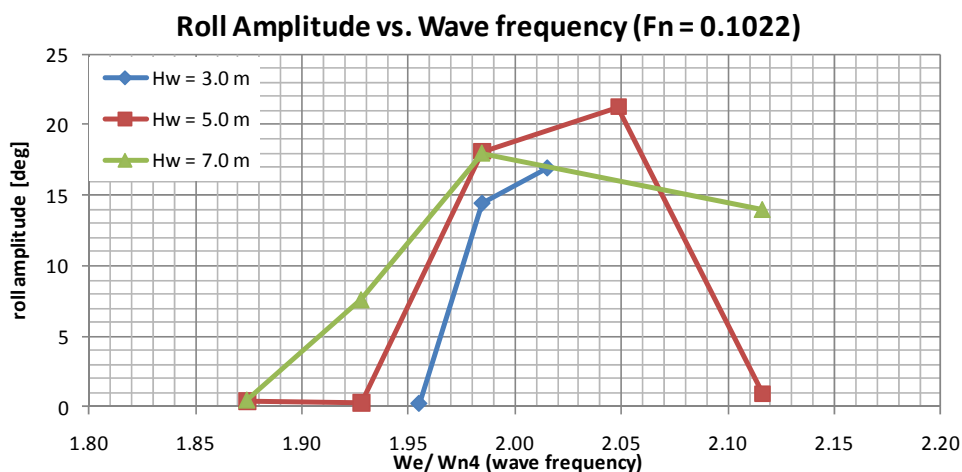


Fig. 3.7 Respostas experimentais: Amplitude de Roll vs. Frequência de Onda

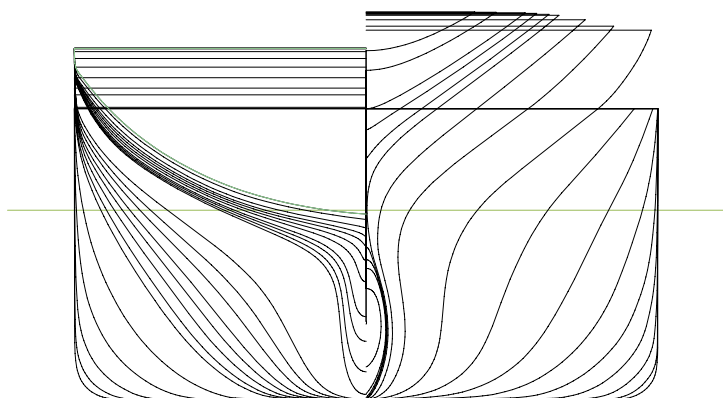
### 3.2.3 Portacontentor SAFEDOR

Este navio, também conhecido como ITTC-Ship A-1, é um portacontentor de meio porte similar ao portacontentor post-Panamax classe C11, mas com relação boca-comprimento um pouco maior. Este navio tem sido amplamente testado experimental e numericamente e recentemente foi usado para um estudo benchmark sobre roll paramétrico (Spanos e Papanikolaou, 2009b). As características principais deste navio são mostradas na tabela 3.5 e as formas na figura 3.8.

**Tabela 3.5 Características principais do navio SAFEDOR**

Denominação		Portacontentor SAFEDOR
Comprimento total	[m]	159.42
Comprimento entre perpendiculares	[m]	150.00
Boca	[m]	27.20
Pontal	[m]	13.50
Calado	[m]	8.50
Deslocamento	[t]	23768
Altura metacêntrica transversal	[m]	1.38; 1.00
Raio de giração transversal*	[m]	10.33
Raio de giração longitudinal*	[m]	37.50

\*Valores em relação ao CG do navio



**Fig. 3.8 Linhas do portacontentor SAFEDOR**

As condições de ensaio do navio SAFEDOR em ondas regulares de proa selecionadas para as análises numéricas do presente trabalho são mostradas na tabela 3.4. Adicionalmente, as figuras 3.9 e 3.10 mostram algumas tendências extraídas dos resultados experimentais com este navio.

**Tabela 3.6 Condições de teste do navio SAFEDOR,  $\omega_{n4} = 0.330$  rad/s;  $0.281$  rad/s**

Teste No.	GM [m]	Fn	$A_w$ [m]	$\chi_w$ [°]	$\omega_w$ [rad/s]	$\lambda_w/L$	$H_w/\lambda_w$	$\omega_c/\omega_{n4}$	
T01	1.38	0.08	1.80	180°	0.5911	1.15	1/49	2.13	
T02			2.85				1/31		
T03		0.12	1.80				160°	1/49	2.30
T04			2.85					1/31	
T05		0.12	1.80	160°			1/49	2.27	
T06			2.85				1/31		

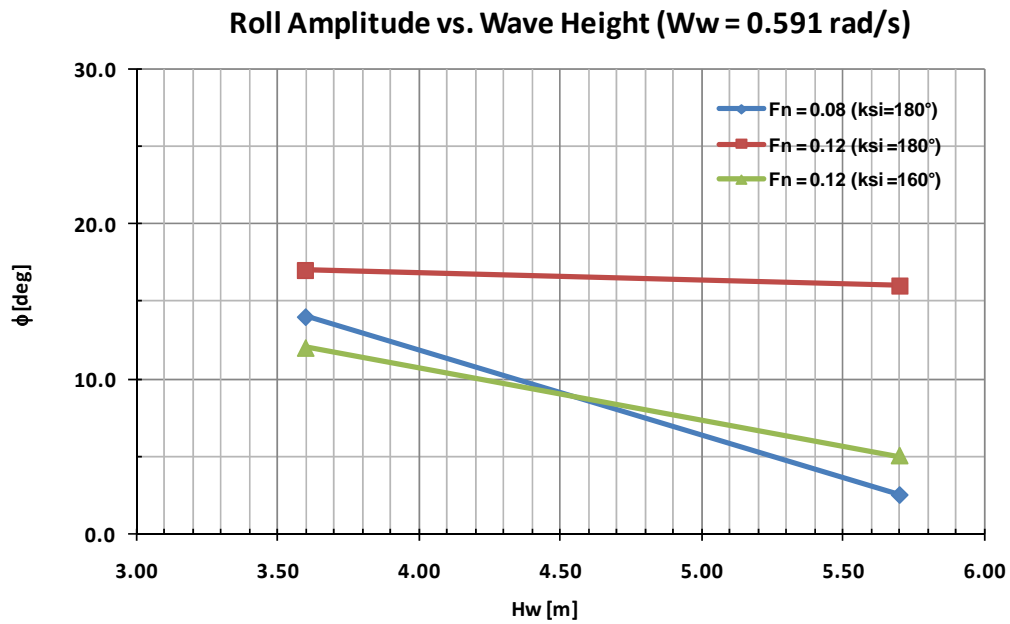


Fig. 3.9 Respostas experimentais: Amplitude de Roll vs. Altura de Onda

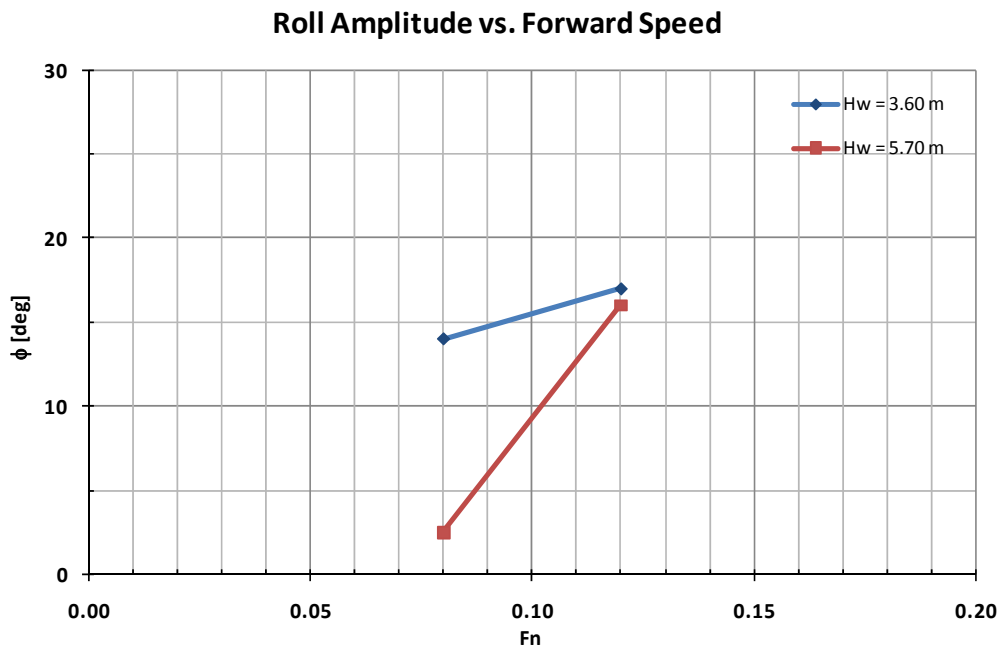


Fig. 3.10 Respostas experimentais: Amplitude Roll vs. Número de Froude

### 3.2.4 Plataforma SPAR

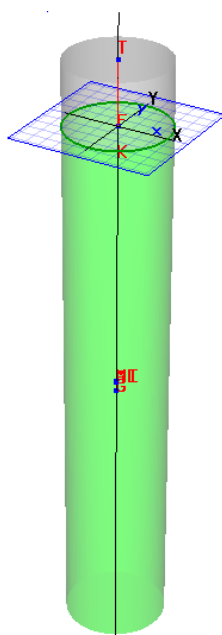
Este flutuante caracterizado pelo seu calado profundo e seção circular constante foi objeto do estudo numérico e experimental reportado no trabalho de Haslum *et al.* (1999). Esse artigo reporta comportamentos típicos de ressonância paramétrica sob ação de ondas regulares de proa. As principais características desse flutuante são mostradas na tabela 3.7, e o esquema tridimensional do flutuante na figura 3.11.



**Tabela 3.7 Características principais da SPAR**

<b>Denominação</b>		<b>Plataforma SPAR</b>
Diâmetro	[m]	37.50
Pontal	[m]	226.50
Calado	[m]	202.50
Deslocamento	[t]	229246
Altura metacêntrica transversal	[m]	4.00
Raio de giracão transversal*	[m]	80.00
Raio de giracão longitudinal*	[m]	80.00

*\*Valores em relação ao CG do flutuante*



**Fig. 3.11 Esquema tridimensional da plataforma SPAR**

Como no caso da SPAR as condições e resultados experimentais disponibilizados em Haslum et al. (1999) não são muito claros, o Autor optou por definir condições de ensaio numéricas de forma a investigar algumas condições críticas mencionadas no referido trabalho (vide tabela 3.8). Assim, os testes T01 a T03 correspondem a condições susceptíveis ao roll paramétrico. Já as condições T04 a T06 foram reportadas como sendo instáveis em heave/pitch, e a T07 e T08 como sendo instáveis apenas em heave.

**Tabela 3.8 Condições de teste da SPAR,  $\omega_{n3} = 0.214$  rad/s;  $\omega_{n4} = 0.066$  rad/s**

Teste No.	$F_n$	$\chi_w$ [°]	$A_w$ [m]	$\omega_w$ [rad/s]	$\lambda_w/L$	$H_w/\lambda_w$	$\omega_c/\omega_{n4}$
T01	0.00	180°	6.00	0.132	93.91	1/503	2.00
T02			8.00			1/440	
T03			10.00			1/176	
T04			8.00	0.273	22.02	1/52	4.13
T05			8.00	0.279	21.07	1/50	4.22
T06			8.00	0.286	20.14	1/47	4.32
T07			10.00	0.381	11.33	1/21	1.78
T08			10.00	0.427	8.99	1/17	2.00*

\*Em relação à frequência natural de heave.

### 3.3 Ensaios numéricos – resultados

Com base no modelo proposto no Capítulo 2 foram reproduzidas numericamente as condições experimentais dos flutuantes apresentadas na seção anterior. As características hidrodinâmicas e as amplitudes de resposta lineares (RAO) para os seis graus de liberdade desses flutuantes foram obtidos com base no software comercial WAMIT® e/ou o código numérico descrito em Meyers *et al.* (1975). Já as restaurações hidrostáticas não lineares (que incluem as ações não lineares de excitação de onda) foram calculadas usando tanto a metodologia dos coeficientes analíticos como a de ajuste polinomial. Os coeficientes analíticos foram obtidos com auxílio de códigos numéricos desenvolvidos em FORTRAN pelo próprio Autor, enquanto os coeficientes numéricos foram calculados a partir do código DSSTAB que vem sendo desenvolvido em parceria com o Centro de Pesquisas (CENPES) da PETROBRAS.

#### 3.3.1 Respostas lineares – RAOs

Conforme discutido anteriormente, por ser o roll paramétrico um fenômeno de natureza não linear, a modelação linear para o comportamento do navio no mar não é capaz de predizê-lo. Assim, em ondas puramente longitudinais, a resposta linear de roll é nula. Porém, em heave e pitch, espera-se geralmente que as respostas lineares sejam suficientes para prever esses movimentos (Salvesen *et al.*, 1970, Lewis, 1989). Logo, em ausência de roll paramétrico, as respostas (não lineares) em heave e pitch obtidas a partir do modelo proposto devem, em tese, apresentar amplitudes de resposta próximas das lineares (RAOs), principalmente em ondas de pequena amplitude. Assim, os RAOs de heave e pitch serviram mais adiante como mais um parâmetro balizador da

modelação proposta. Adicionalmente, a partir dos RAOs. de heave e pitch é possível identificar, a priori, se a excitação paramétrica é causada por variação geométrica decorrente dos movimentos nos modos verticais (neste caso a frequência de excitação do roll paramétrico fica próxima das frequências ressonantes de heave e/ou pitch) ou por fortes variações na geometria do navio durante a passagem da onda.

As figuras a seguir apresentam as amplitudes de resposta lineares (RAO) dos flutuantes descritos na seção anterior. Nesses gráficos são mostradas as frequências ou faixas de frequência de excitação ensaiadas experimentalmente.

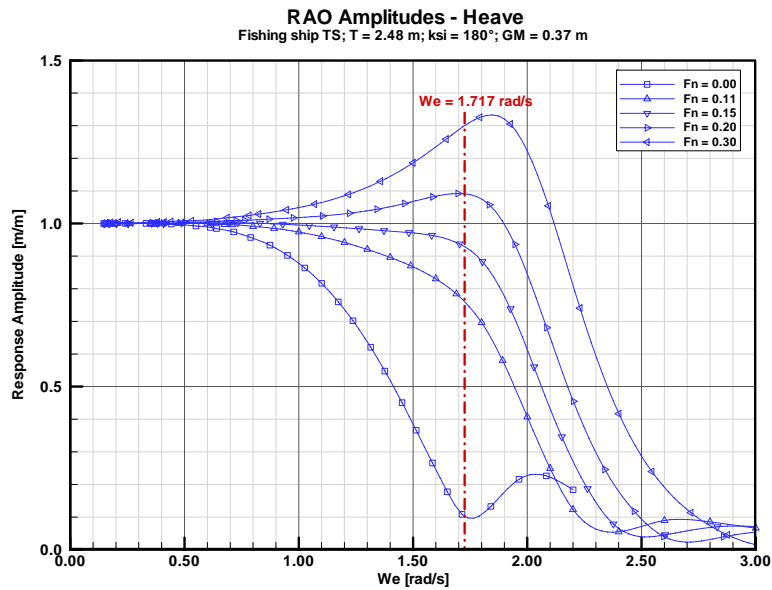


Fig. 3.12 RAO de heave do pesqueiro TS

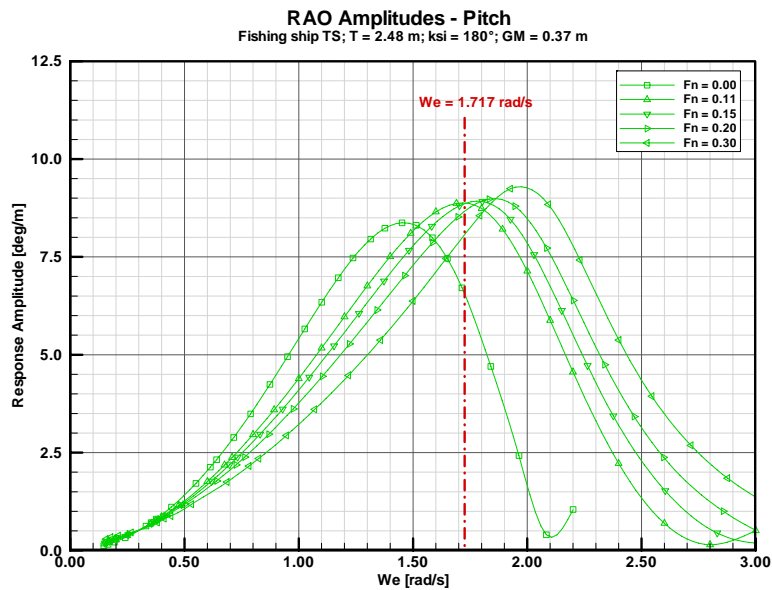
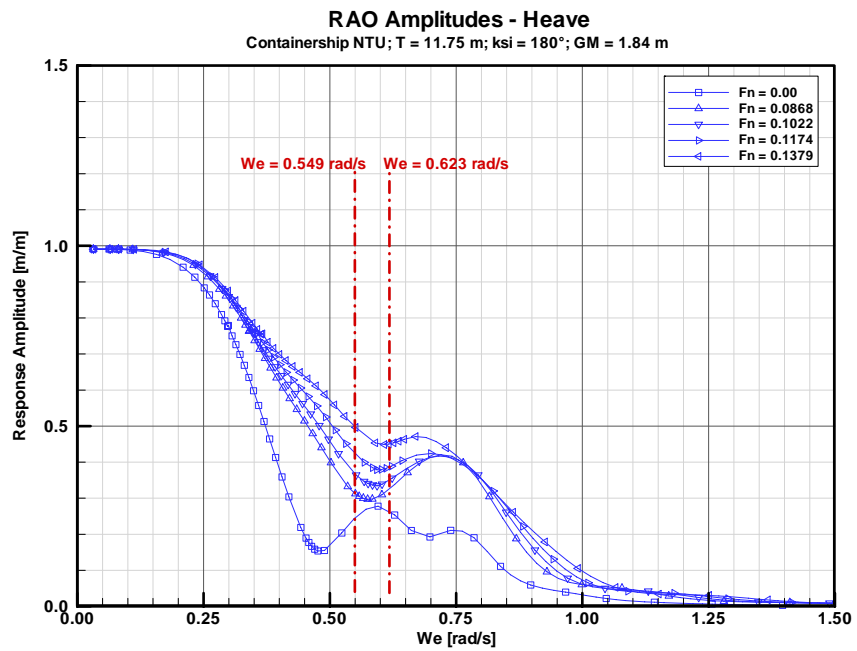
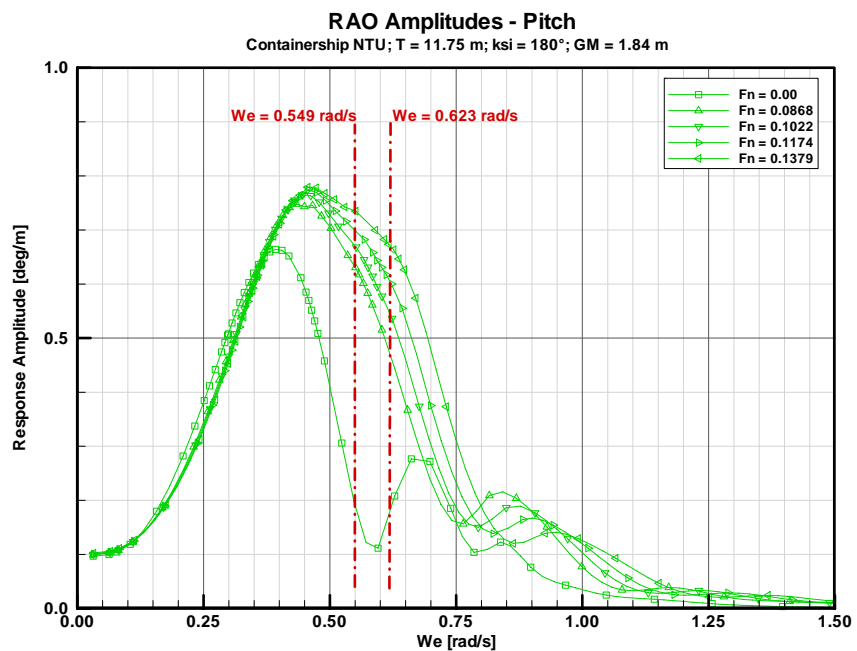


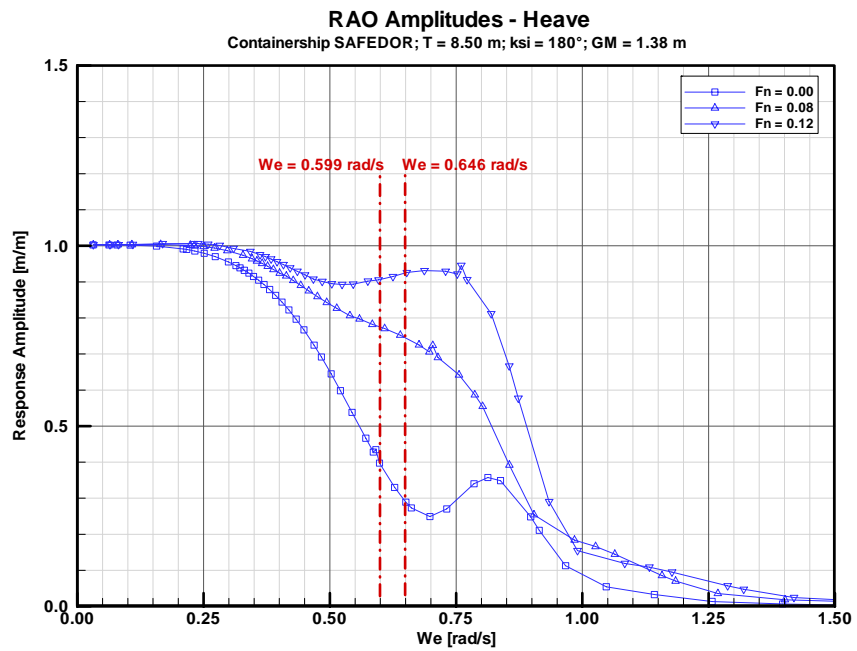
Fig. 3.13 RAO de pitch do pesqueiro TS



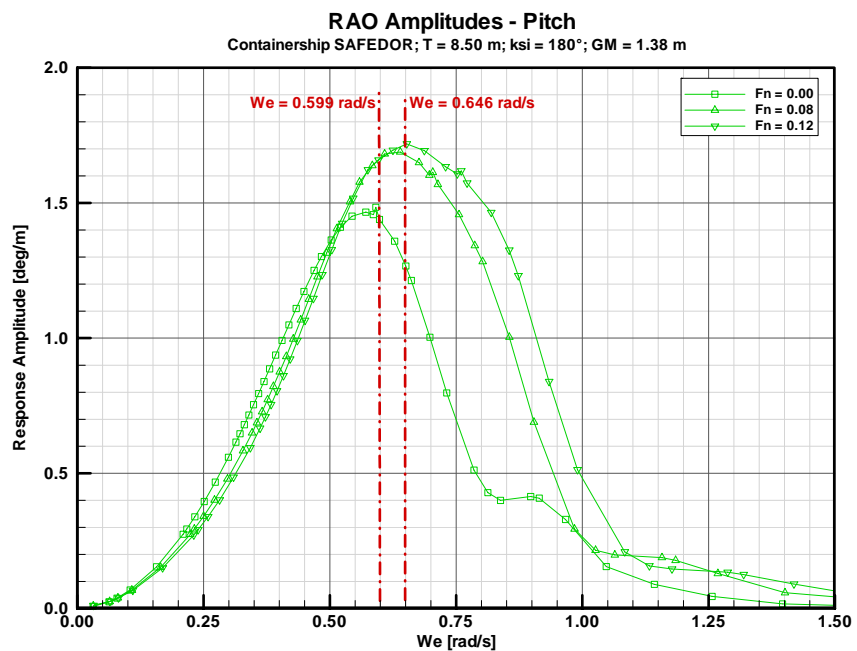
**Fig. 3.14** RAO de heave do portacontentor NTU



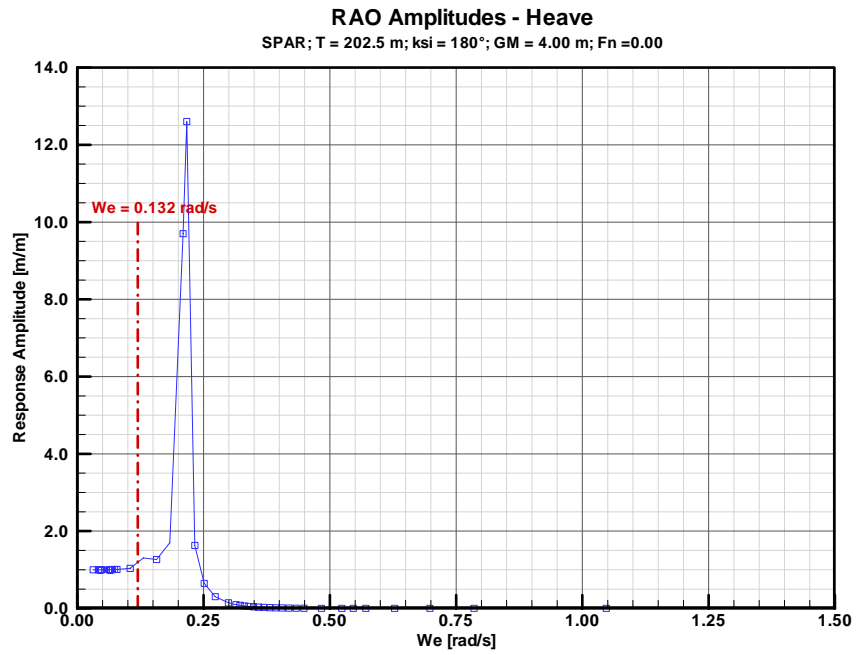
**Fig. 3.15** RAO de pitch do portacontentor NTU



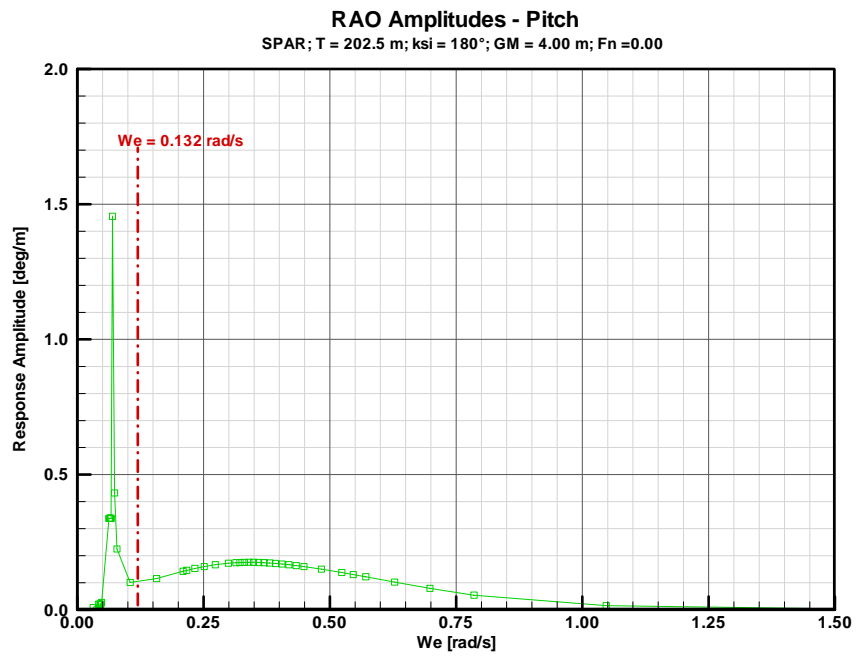
**Fig. 3.16 RAO de heave do portacontentor SAFEDOR**



**Fig. 3.17 RAO de pitch do portacontentor SAFEDOR**



**Fig. 3.18 RAO de heave da SPAR**



**Fig. 3.19 RAO de pitch da SPAR**

A partir dos RAOs apresentados pode concluir-se, a priori, que:

- a) Nas frequências de excitação testadas o pesqueiro TS apresenta respostas nos modos verticais próximas das ressonantes, o que implicaria em movimentos intensos de heave e pitch tornando o navio potencialmente mais susceptível à excitação paramétrica induzida por movimentos. Por outro lado, como as relações  $\lambda_w/L$  dos testes aparecem afastadas do valor crítico ( $>1.0$ ), ou seja, ondas longas) – vide tabela 3.2, teríamos, a princípio, influência secundária do perfil da onda na excitação paramétrica.
- b) No caso do portacontentor NTU as frequências de teste estão fora das respostas ressonantes de heave, porém estão próximas das de pitch. Isso, aliado às relações críticas  $\lambda_w/L$  dos testes (vide tabela 3.4), faz com que potencialmente exista influência equiparada dos movimentos verticais e da passagem da onda na excitação paramétrica.
- c) No caso do portacontentor SAFEDOR as frequências de teste aparecem próximas das respostas ressonantes de heave e de pitch. Adicionalmente, o efeito da passagem da onda aparece também como potencialmente importante, conforme mostrado pelas relações  $\lambda_w/L$  próximas de 1.0 – vide tabela 3.6.
- d) Na plataforma SPAR, as frequências de excitação aparecem longe das respostas ressonantes de heave e pitch. Além disso, as relações  $\lambda_w/L$  estão bastante afastadas do valor crítico ( $\gg 1.0$ , ou seja, ondas muito longas). A princípio, e considerando a não existência de assimetrias proa-popa, este flutuante não teria condições de desenvolver ressonância paramétrica em roll decorrentes de variações harmônicas simples da altura metacêntrica transversal (Neves *et al.*, 2008b), contrariando assim as observações numéricas e experimentais reportadas em Haslum *et al.* (1999). Porém, dado o grande calado do flutuante, os efeitos da pressão da onda incidente podem tornar-se significativos e induzir a excitação paramétrica, conforme sugerido em Neves *et al.* (2008b).

### **3.3.2 Respostas não lineares – modelo proposto**

A seguir são apresentadas as séries temporais das simulações numéricas obtidas a partir do modelo proposto aplicadas às condições de teste dos flutuantes descritos na seção 3.2. Embora a modelação proposta contemple seis graus de liberdade, nesta seção serão mostradas apenas as séries temporais correspondentes às respostas de roll (as séries dos demais graus de liberdade são apresentadas no Apêndice A). As simulações

numéricas foram obtidas usando tanto a metodologia dos coeficientes analíticos (incluindo o efeito Smith) como a metodologia do ajuste polinomial (com não linearidades na restauração de onda nos seis graus de liberdade). Junto com as respostas numéricas também são apresentadas as séries temporais experimentais (quando disponíveis).

### A) PESQUEIRO TS

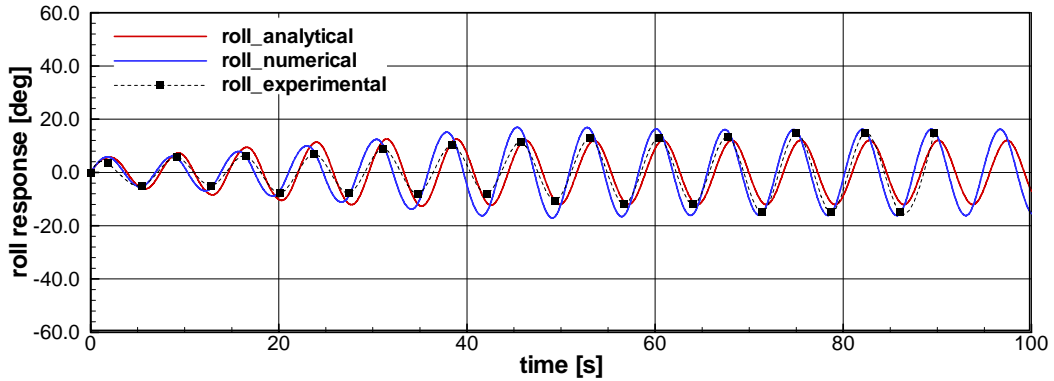


Fig. 3.20 Pesqueiro TS – teste T01

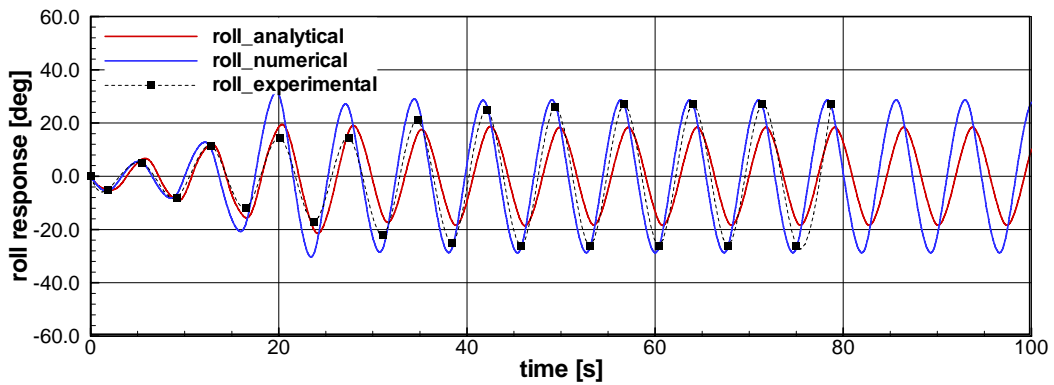


Fig. 3.21 Pesqueiro TS – teste T02

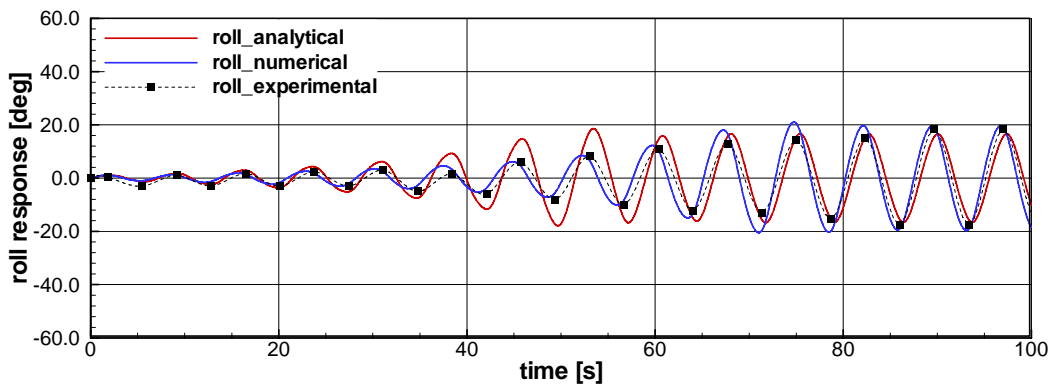


Fig. 3.22 Pesqueiro TS – teste T03



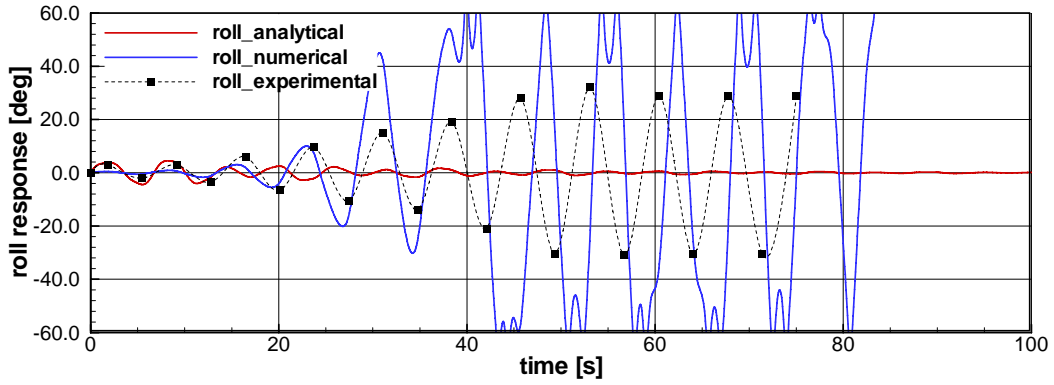


Fig. 3.23 Pesqueiro TS – teste T04

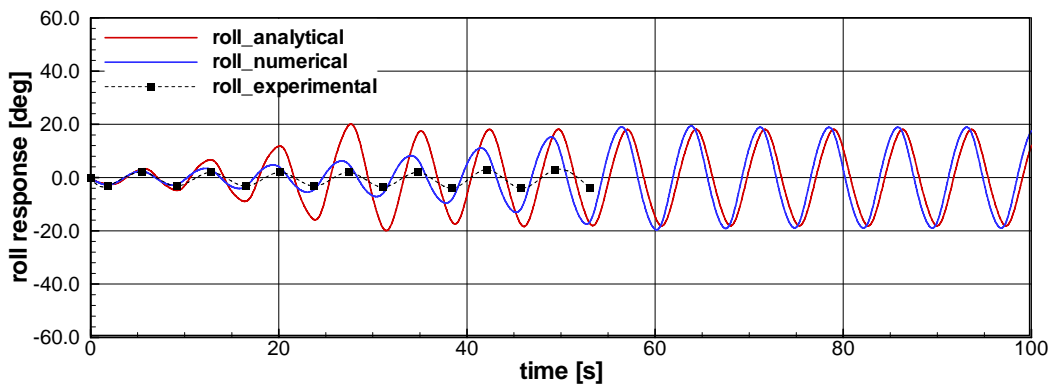


Fig. 3.24 Pesqueiro TS – teste T05

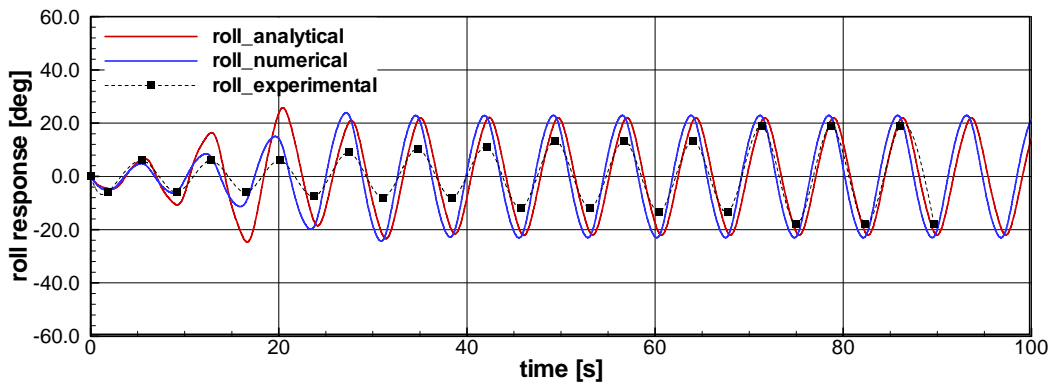


Fig. 3.25 Pesqueiro TS – teste T06

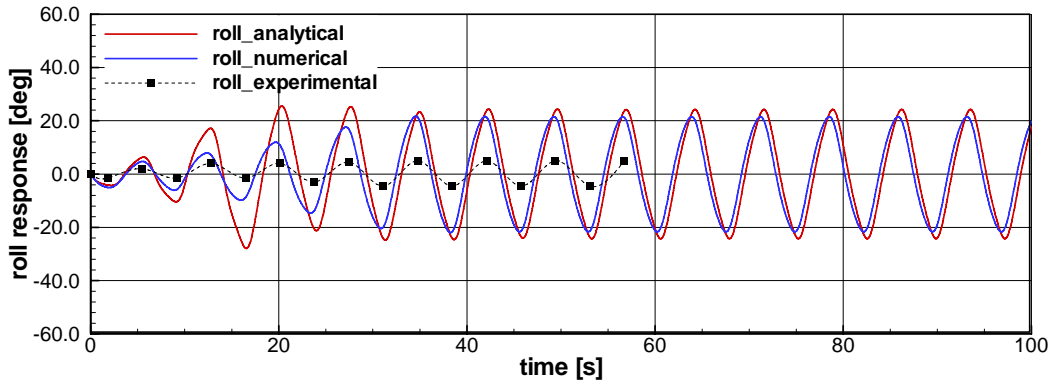


Fig. 3.26 Pesqueiro TS – teste T07

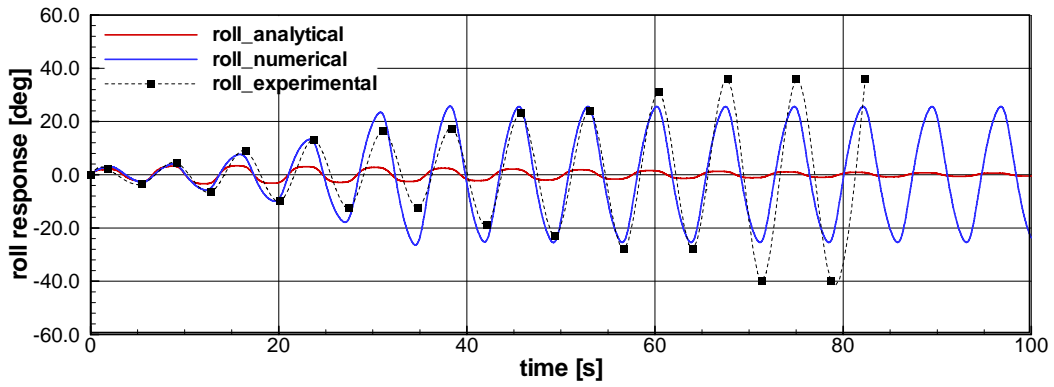


Fig. 3.27 Pesqueiro TS – teste T08

**B) PORTACONTENTOR NTU**

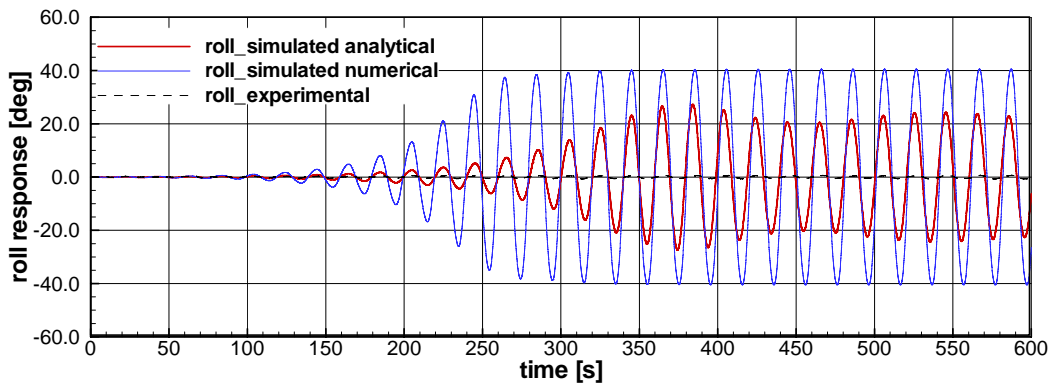


Fig. 3.28 Portacontentor NTU – teste T01

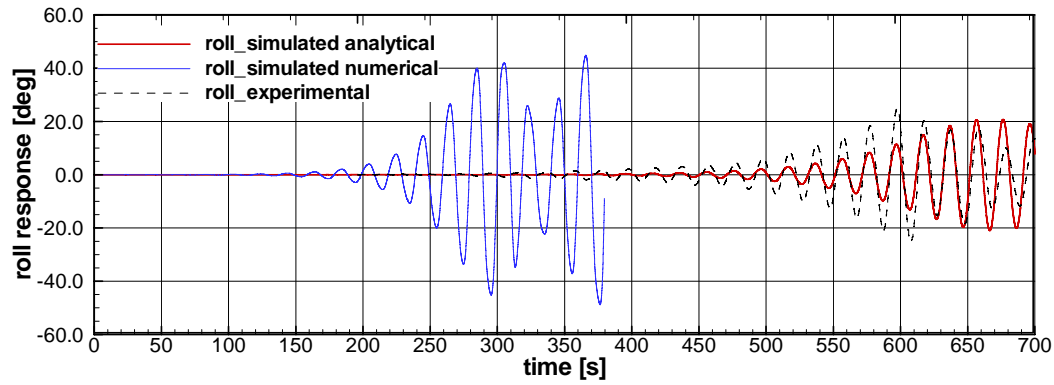


Fig. 3.29 Portacontentor NTU – teste T02

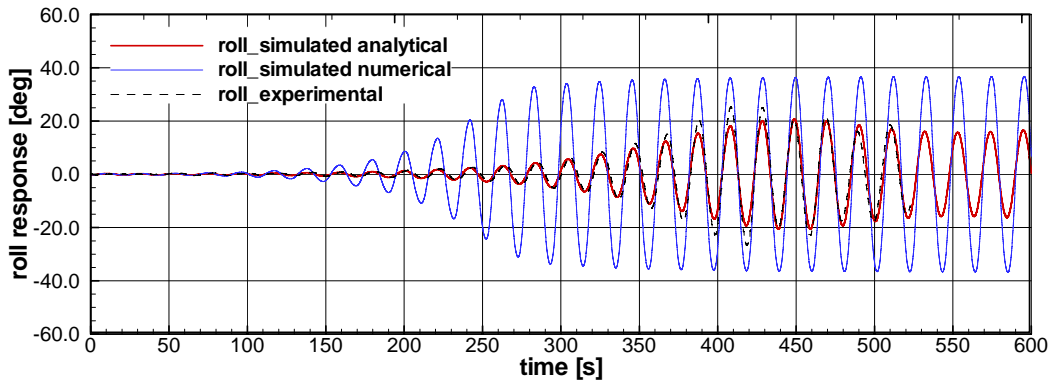
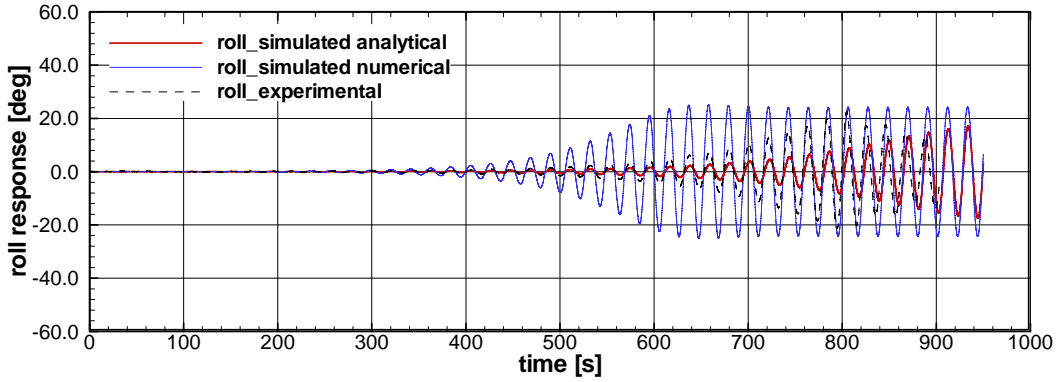
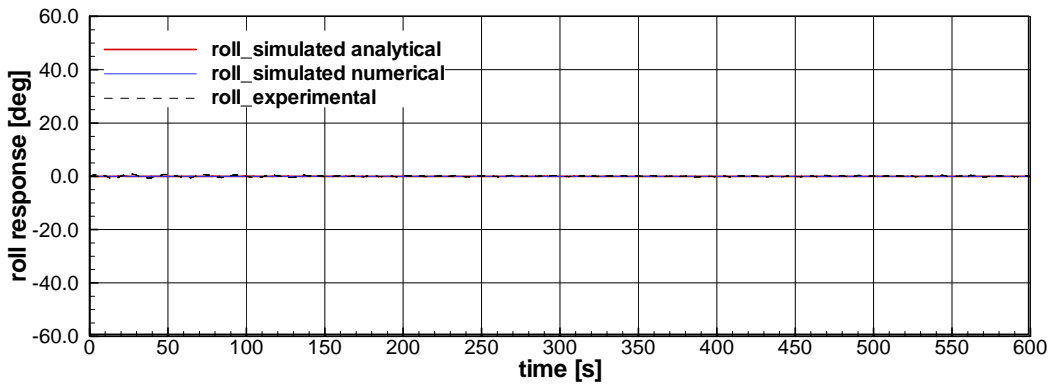


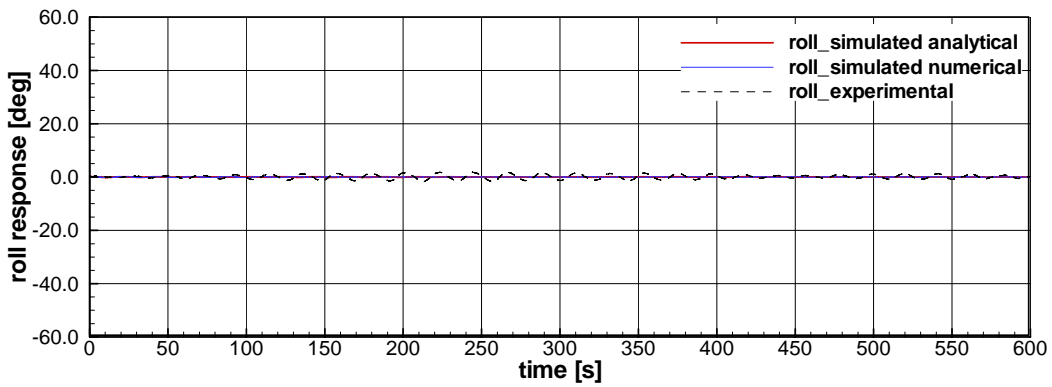
Fig. 3.30 Portacontentor NTU – teste T03



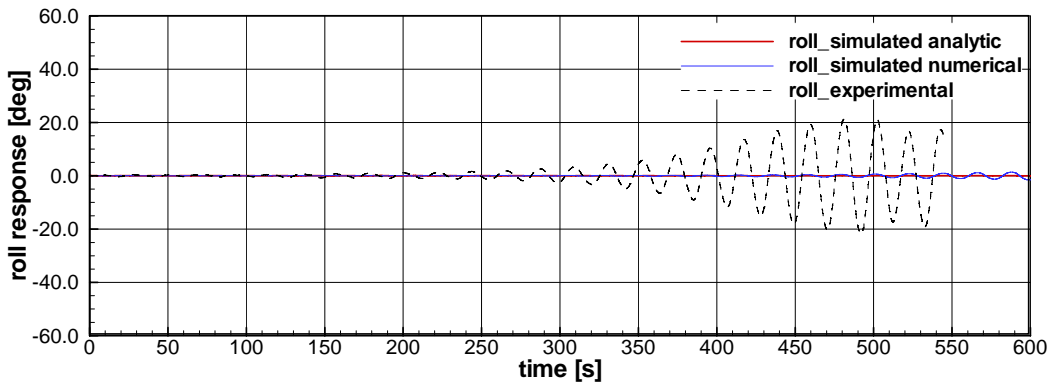
**Fig. 3.31** Portacontentor NTU – teste T04



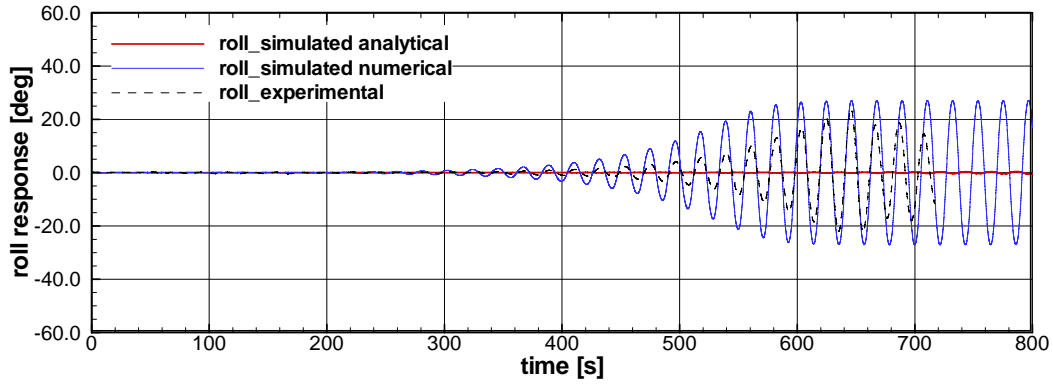
**Fig. 3.32** Portacontentor NTU – teste T05



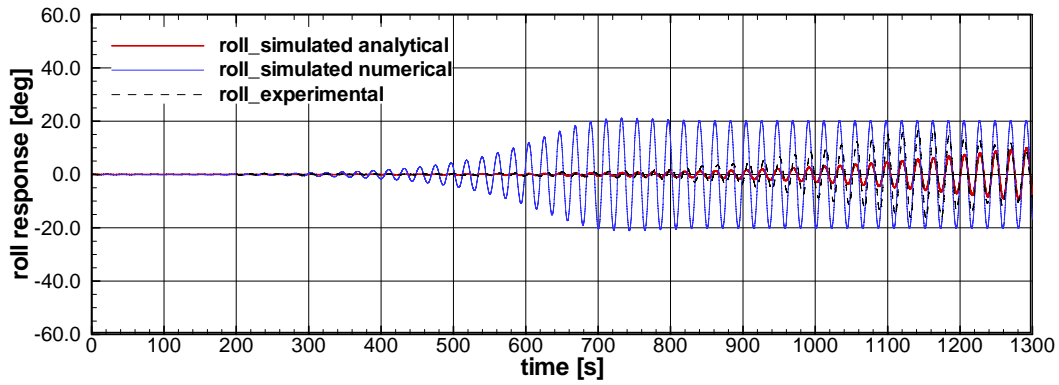
**Fig. 3.33** Portacontentor NTU – teste T06



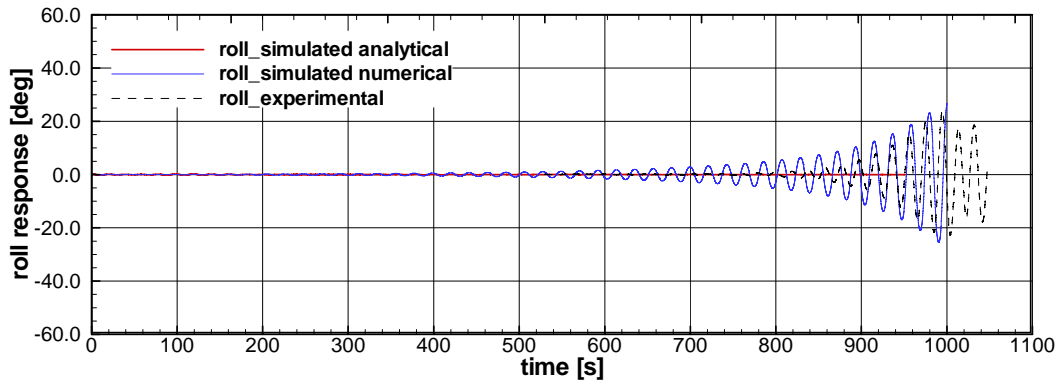
**Fig. 3.34** Portacontentor NTU – teste T07



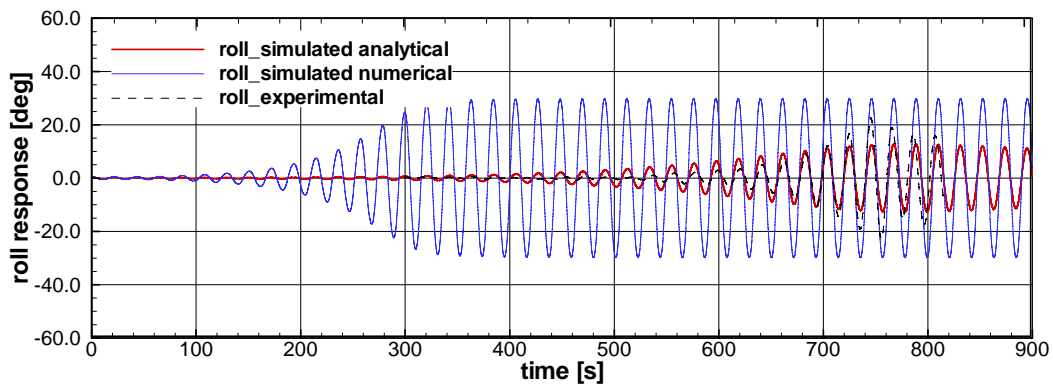
**Fig. 3.35** Portacontentor NTU – teste T08



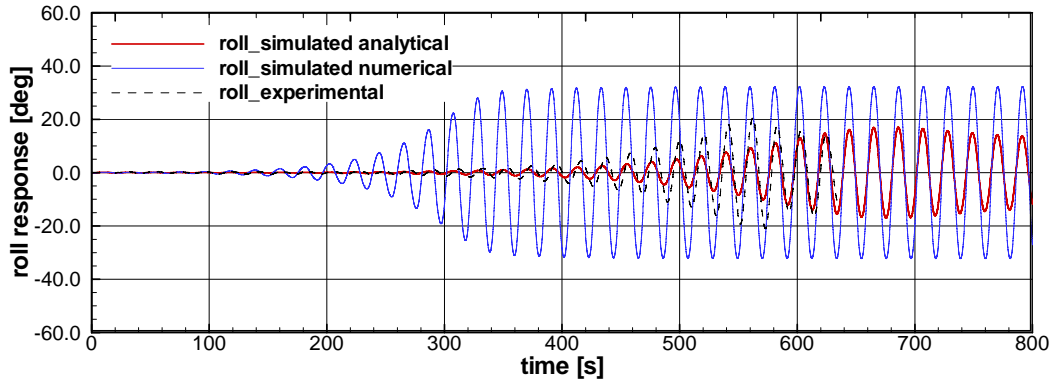
**Fig. 3.36** Portacontentor NTU – teste T09



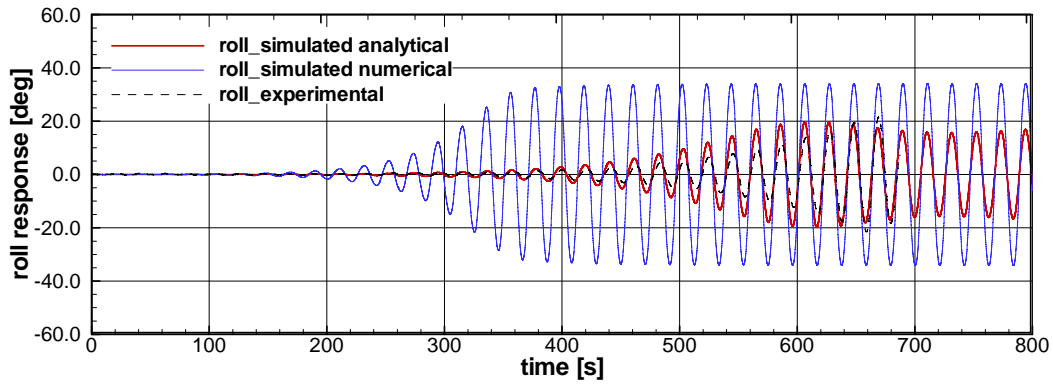
**Fig. 3.37** Portacontentor NTU – teste T10



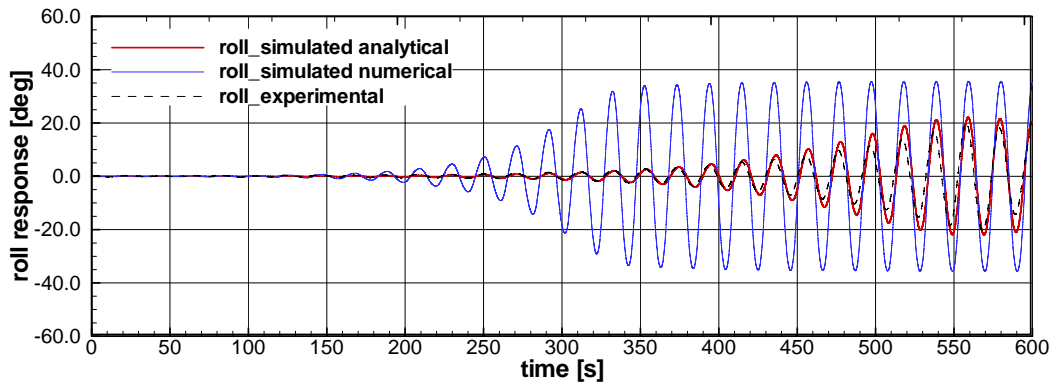
**Fig. 3.38** Portacontentor NTU – teste T11



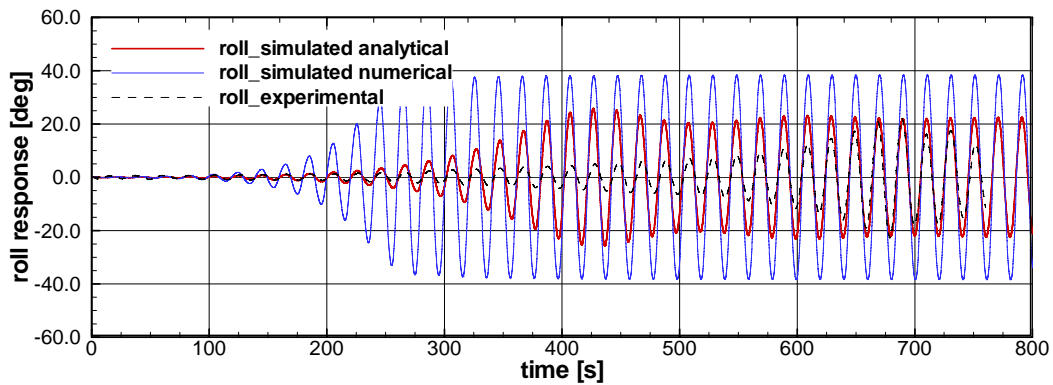
**Fig. 3.39** Portacontentor NTU – teste T12



**Fig. 3.40** Portacontentor NTU – teste T13



**Fig. 3.41** Portacontentor NTU – teste T14



**Fig. 3.42** Portacontentor NTU – teste T15

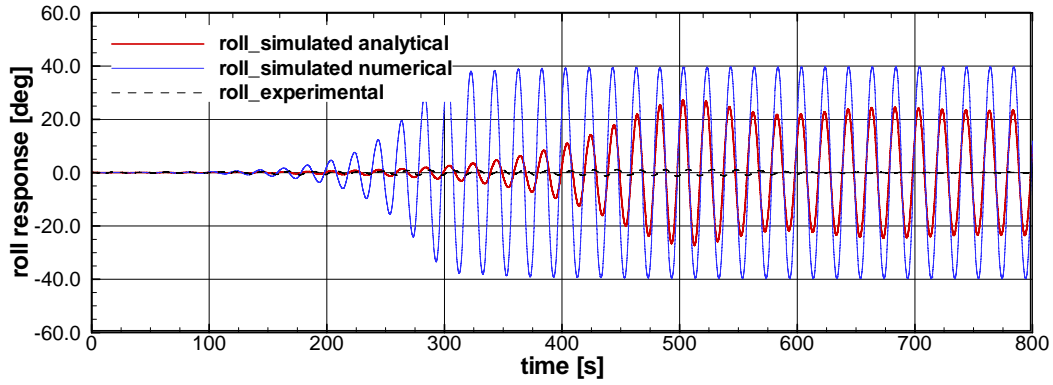


Fig. 3.43 Portacontentor NTU – teste T16

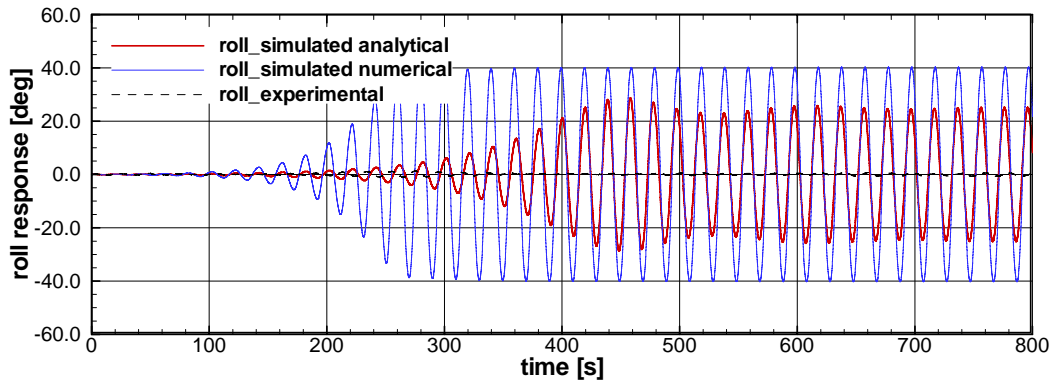


Fig. 3.44 Portacontentor NTU – teste T17

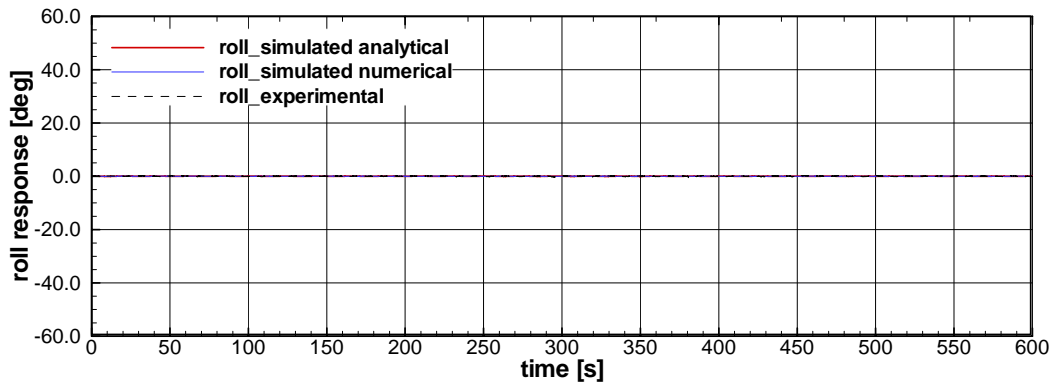


Fig. 3.45 Portacontentor NTU – teste T18

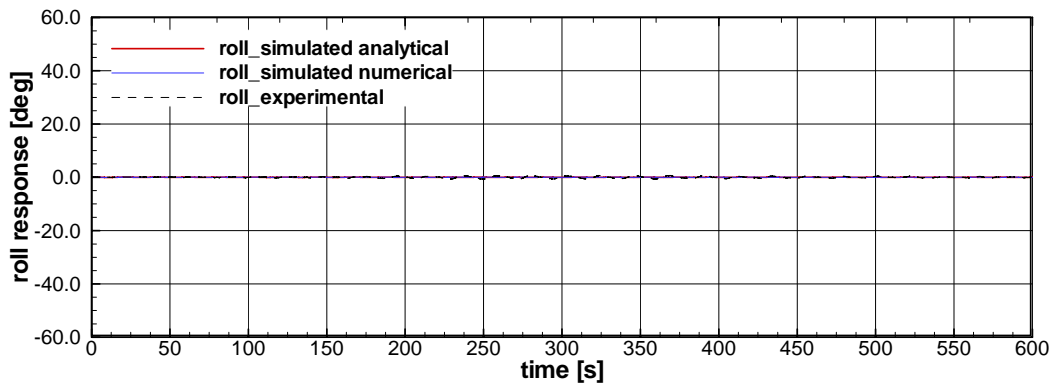
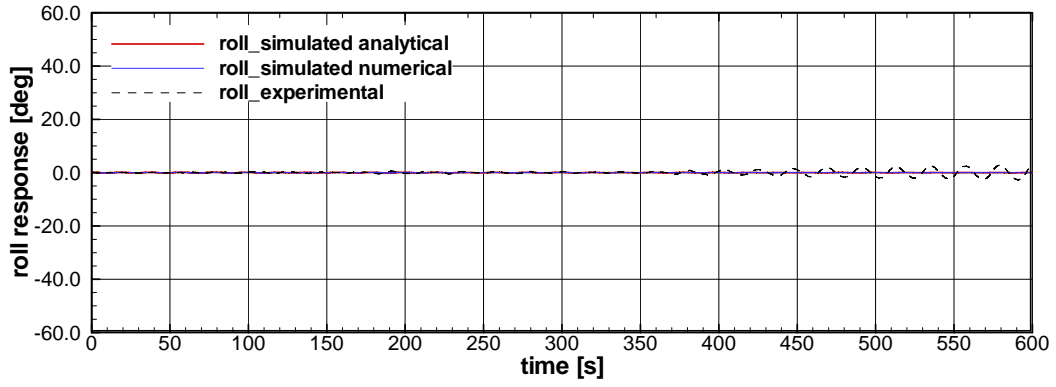
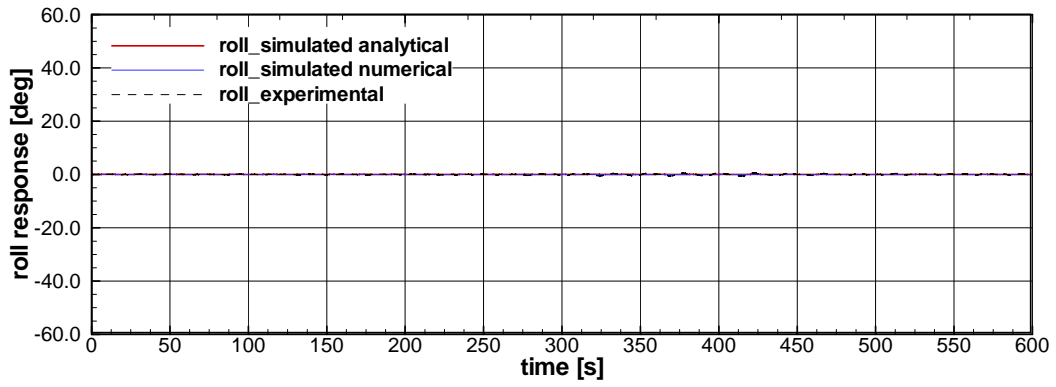


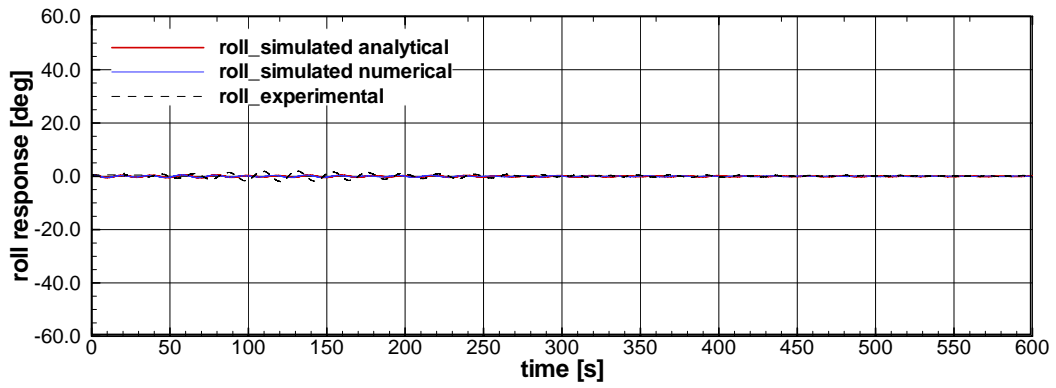
Fig. 3.46 Portacontentor NTU – teste T19



**Fig. 3.47** Portacontentor NTU – teste T20



**Fig. 3.48** Portacontentor NTU – teste T21



**Fig. 3.49** Portacontentor NTU – teste T22

### C) PORTACONTENTOR SAFEDOR

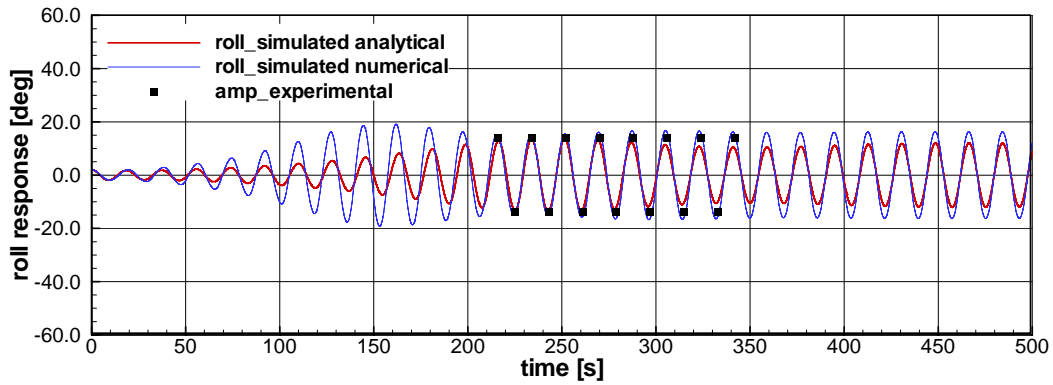


Fig. 3.50 Portacontentor SAFEDOR – teste T01

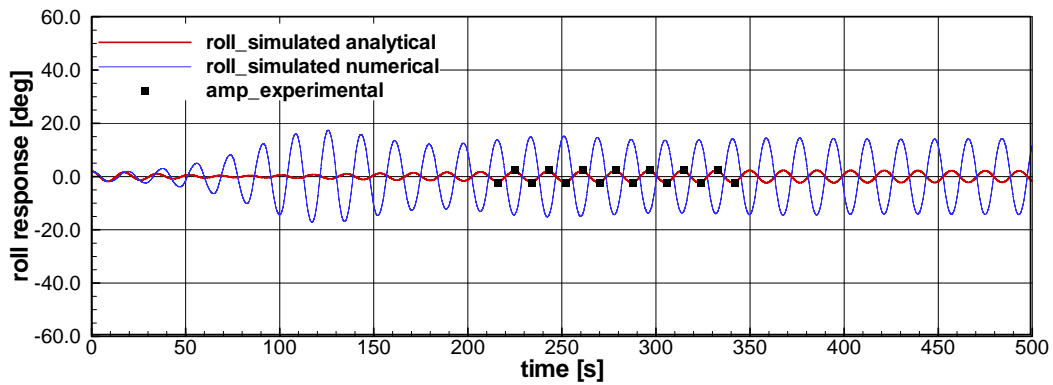


Fig. 3.51 Portacontentor SAFEDOR – teste T02

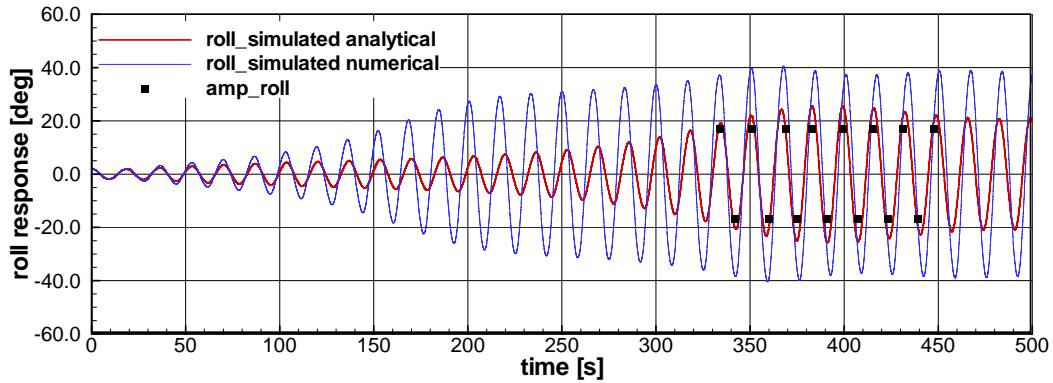


Fig. 3.52 Portacontentor SAFEDOR – teste T03

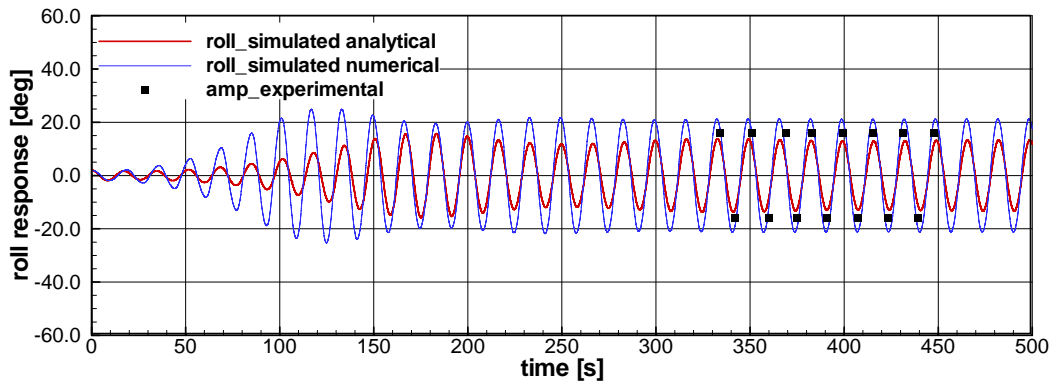


Fig. 3.53 Portacontentor SAFEDOR – teste T04



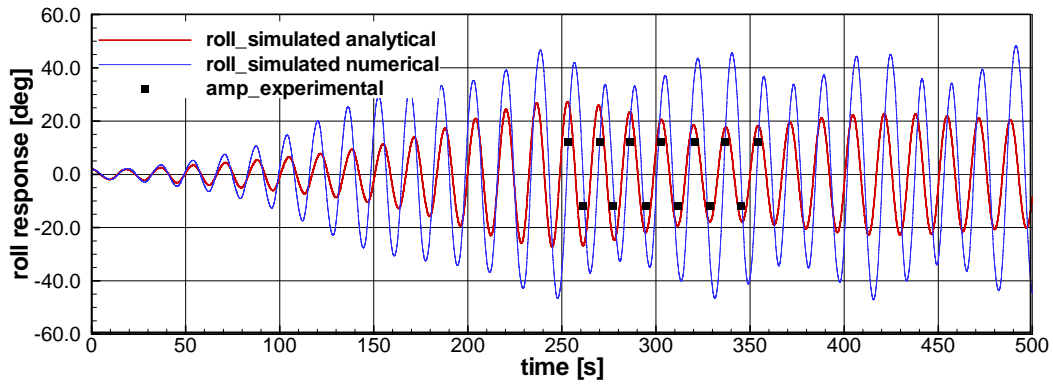


Fig. 3.54 Portacontentor SAFEDOR – teste T05

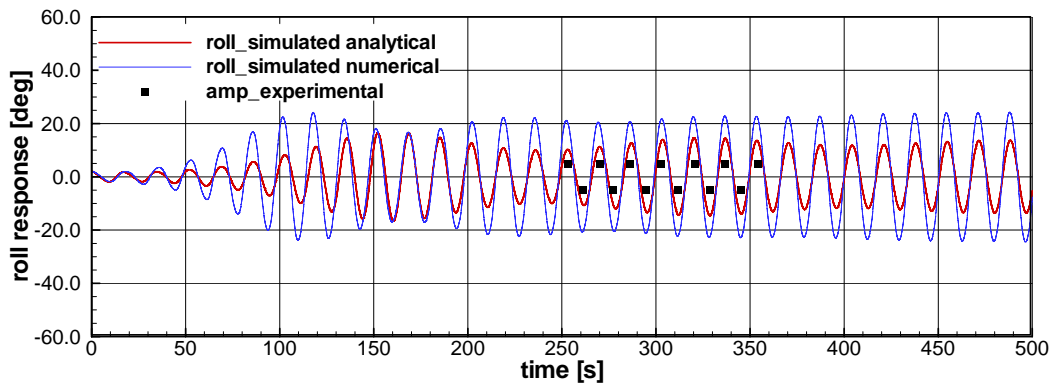


Fig. 3.55 Portacontentor SAFEDOR – teste T06

**D) PLATAFORMA SPAR**

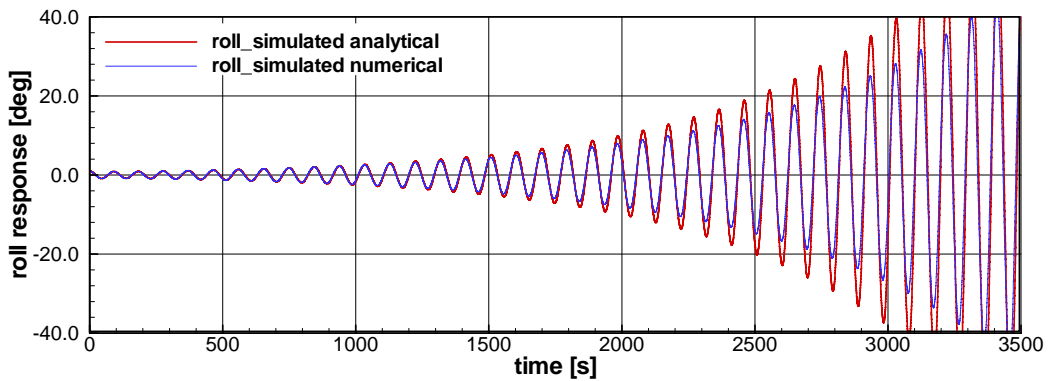


Fig. 3.56 Plataforma SPAR – teste T01

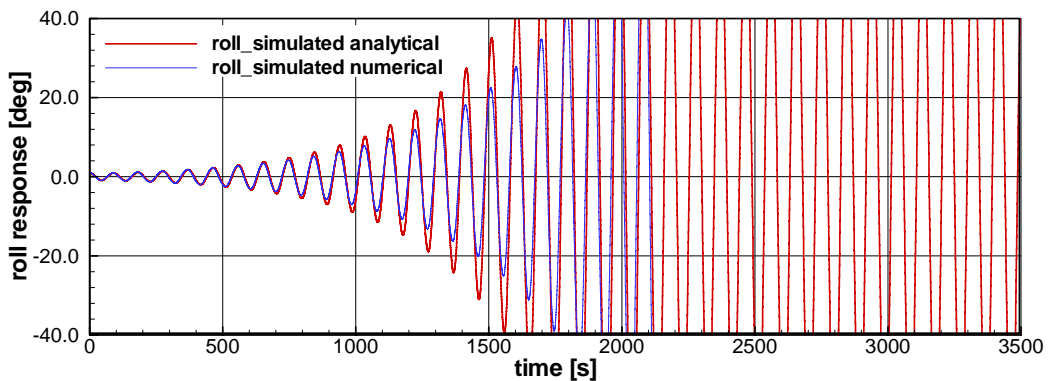


Fig. 3.57 Plataforma SPAR – teste T02

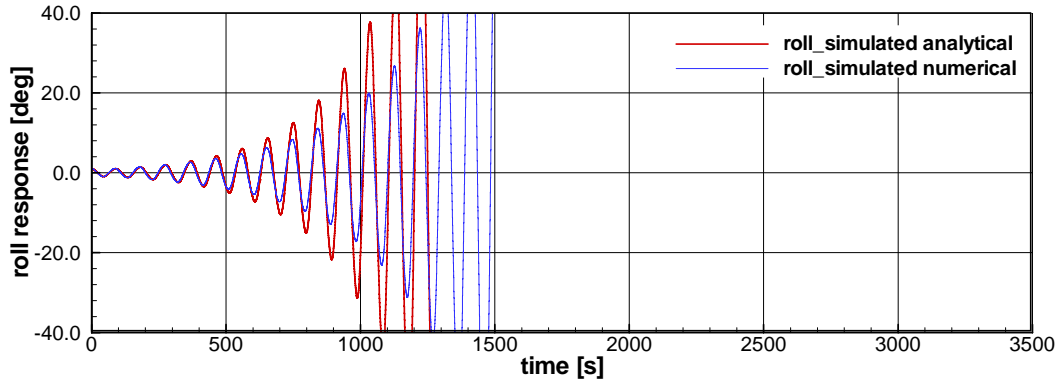


Fig. 3.58 Plataforma SPAR – teste T03

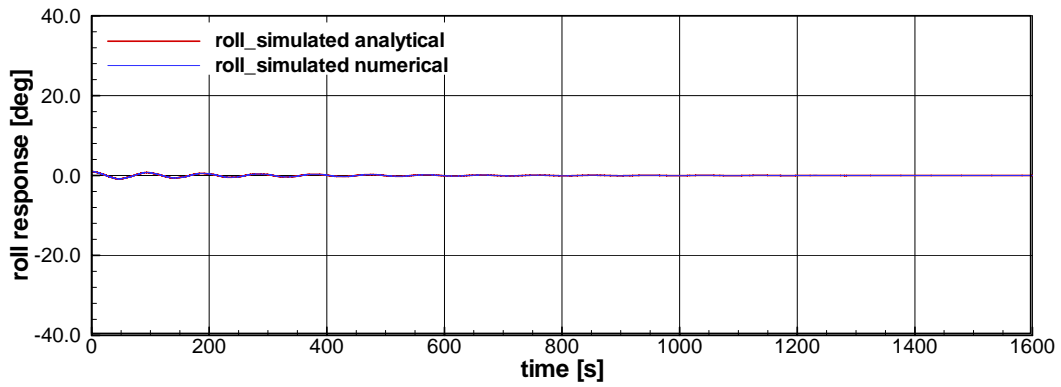


Fig. 3.59 Plataforma SPAR – teste T04

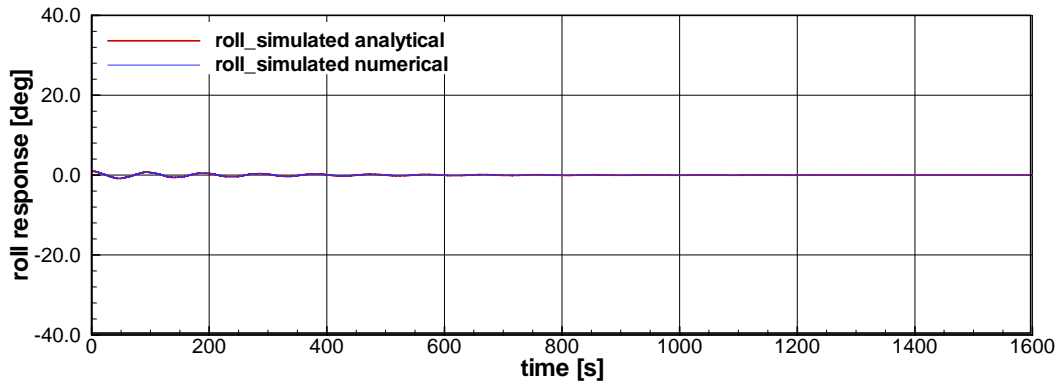


Fig. 3.60 Plataforma SPAR – teste T05

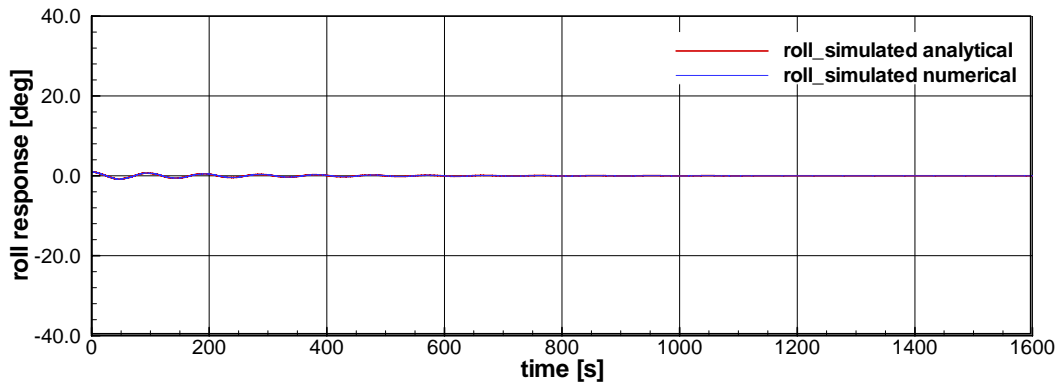


Fig. 3.61 Plataforma SPAR – teste T06

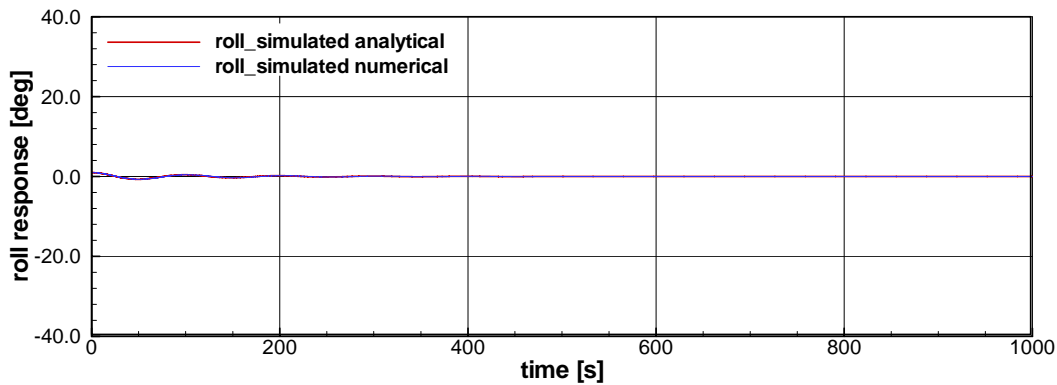


Fig. 3.62 Plataforma SPAR – teste T07

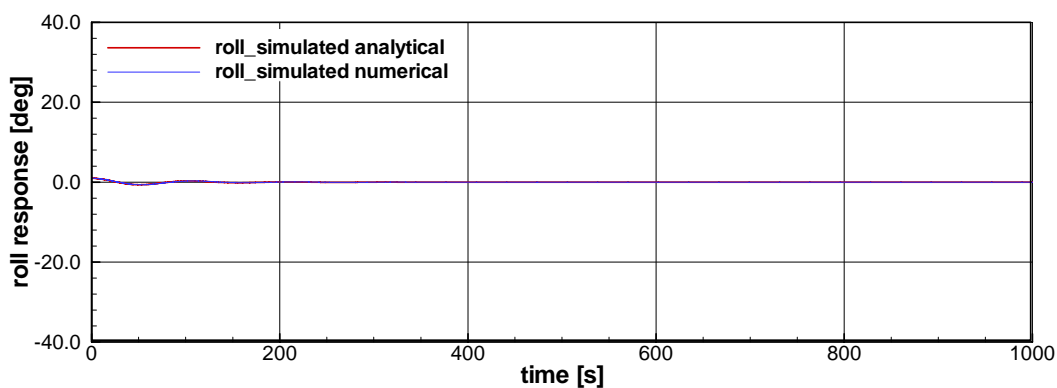


Fig. 3.63 Plataforma SPAR – teste T08

### 3.4 Análise dos resultados

As simulações numéricas das séries temporais de roll obtidas usando o modelo proposto mostram, em geral, bom desempenho na predição da ocorrência do roll paramétrico nas condições experimentais de teste para os flutuantes analisados. Nos casos onde não há disponibilidade de resultados experimentais são apresentadas em substituição as séries temporais da modelação numérica linear. Como se sabe, no caso de ondas de pequena a moderada amplitude, vários trabalhos (Salvesen *et al.*, 1970, Meyers *et al.*, 1975) demonstram que as respostas numéricas lineares reproduzem bem as respostas experimentais, principalmente, em heave e pitch. Assim, as respostas lineares podem servir, a princípio, como referência para as respostas não lineares.

A seguir, com base apenas nas séries temporais, serão discutidos alguns aspectos de interesse em relação ao modelo proposto.

### 3.4.1 Modos verticais – Heave e Pitch

No caso dos flutuantes analisados, é possível dividir as respostas nos modos verticais de acordo com a intensidade da amplitude da onda. Assim, em ondas de baixa amplitude observa-se que as respostas em heave e pitch têm pouca influência das não linearidades, isto é, as respostas são muito semelhantes às lineares, mesmo em presença do roll paramétrico. Já em ondas de maior amplitude, as respostas em heave e pitch sofrem mudanças nas amplitudes, e podem ganhar um caráter assimétrico em relação às respostas lineares. Esse último comportamento, em alguns casos fica intensificado com o surgimento do roll paramétrico.

Na plataforma SPAR, onde foram testadas condições específicas de instabilidade paramétrica de heave e pitch, de fato, foi observado o surgimento do pitch e heave paramétricos – vide, por exemplo, figura 3.64. Note-se, porém, que esse comportamento só foi registrado na metodologia numérica, pois na analítica, as respostas obtidas para heave e pitch são praticamente lineares. As diferenças nas respostas são inerentes às diferenças nos coeficientes de restauração não lineares de ambas as metodologias.

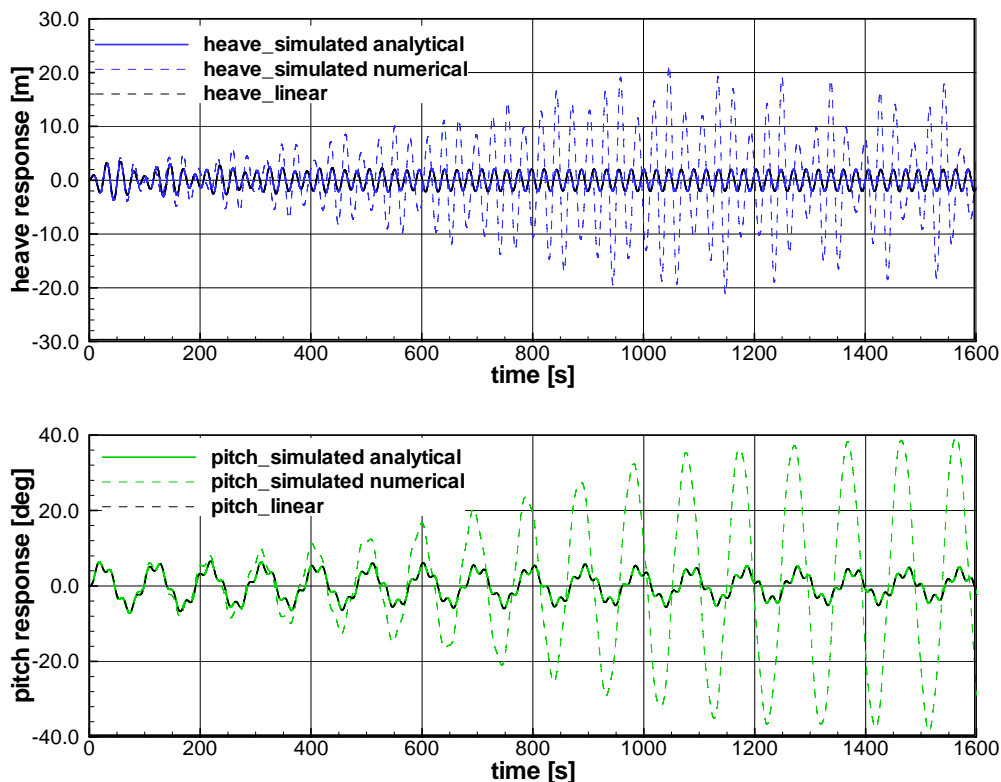


Fig. 3.64 Plataforma SPAR – teste T05

### 3.4.2 Modos horizontais: surge, sway e yaw

Os modos horizontais foram modelados usando três abordagens:

- a) Abordagem linear em 6 GDL: Aqui as equações de movimento contemplam apenas termos lineares para as seis equações de movimento de corpo rígido. Neste caso as amplitudes de resposta dos movimentos de primeira ordem correspondem aos clássicos RAOs, e são obtidos a partir de dois sistemas desacoplados entre si de três equações de movimento (surge, heave e pitch; e sway, roll e yaw). Em ondas longitudinais, as amplitudes de resposta em roll, sway e yaw são nulas. Os resultados desta abordagem são identificados como **respostas lineares**.
- b) Abordagem linear nos modos horizontais: Neste caso as equações de surge, sway e yaw são modeladas linearmente entanto que os modos verticais são considerados com todas as não lineares do modelo proposto. Dessa forma, o surge é influenciado pelo heave e pitch não lineares através dos acoplamentos inerciais (termo  $mz_G$ ) e hidrodinâmicos lineares (coeficientes de massa adicionada e amortecimento potencial). Havendo roll paramétrico, este pode afetar o heave e o pitch e estes por sua vez afetarem o surge. No caso do sway e yaw, eles são afetados diretamente pelo roll também através dos acoplamentos hidrodinâmicos e inerciais lineares. Os resultados desta abordagem são apresentados nas séries temporais identificados como **simulação analítica**.
- c) Abordagem não linear dos modos horizontais: No caso da metodologia de ajuste polinomial é possível incorporar a influência não linear do aproamento instantâneo do navio (definido pelo yaw) nas forças e momentos de onda incidente. Essa influência não linear é considerada nas equações de surge, sway e yaw assim como nos modos restaurativos. Os resultados desta abordagem são identificados nas séries temporais como **simulação numérica**.

Em geral, os resultados das simulações mostram que:

- Em ondas longitudinais as não linearidades nas ações de onda incidente de sway e yaw próprias da modelação numérica (coeficientes de ajuste polinomial) têm pouca influência nas amplitudes de resposta dos respectivos movimentos, como fica evidenciado a partir das comparações entre as respostas analíticas e numéricas em sway e yaw. A direção e amplitude da deriva média observada nas respostas (inclusive lineares) é oriunda apenas das condições iniciais (pois, no presente

trabalho ações de deriva média não foram consideradas na modelação). Quanto maior a intensidade da condição inicial, maior a deriva média observada (vide, por exemplo, figura 3.65)

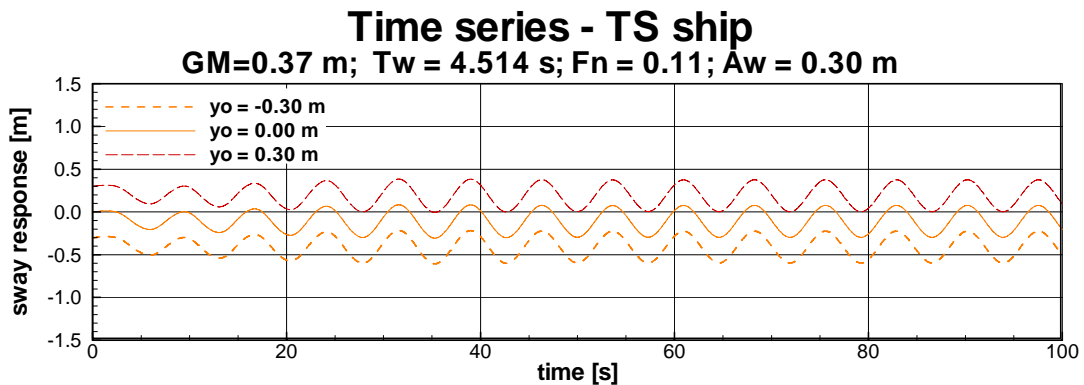


Fig. 3.65 Efeito das condições iniciais na deriva media do sway (modelação analítica)

- No caso das ondas oblíquas de proa testadas apenas no portacontentor SAFEDOR, as amplitudes de resposta de primeira ordem em sway e yaw da modelação numérica e analítica são similares, porém as respostas da modelação numérica apresentam uma leve deriva em relação à analítica. Essa deriva só pode ser oriunda das não linearidades introduzidas na modelação numérica (vide figura 3.66).

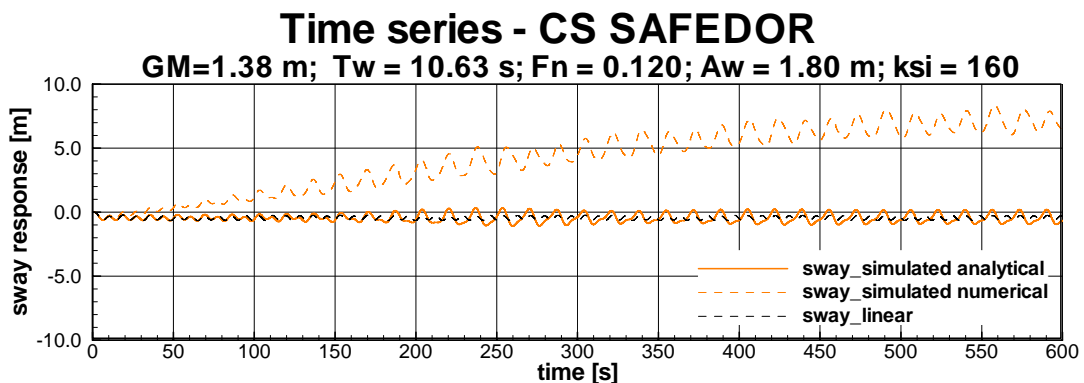
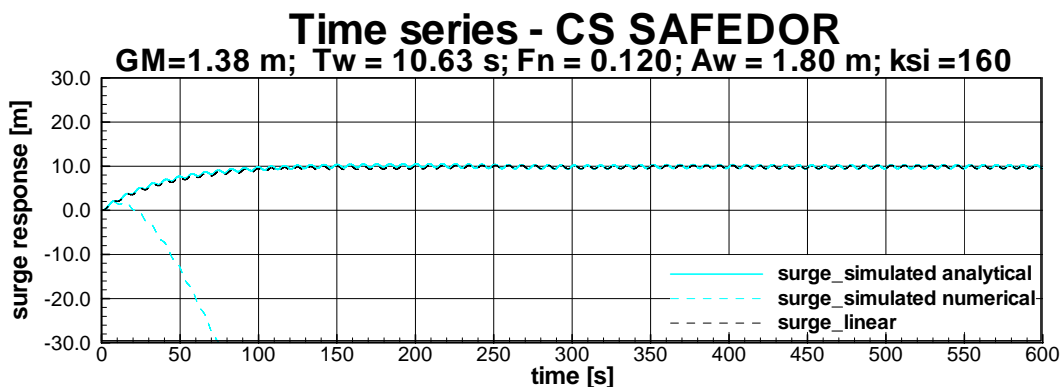


Fig. 3.66 Influência das não linearidades no sway

- No caso do surge observa-se que há congruência entre as amplitudes de resposta de primeira ordem das modelações linear, analítica, e numérica. As respostas em surge associadas às modelações linear e analítica são muito semelhantes, observando-se, em geral, um movimento de deriva (superposto às respostas de primeira ordem) que após um determinado tempo estabiliza. Conforme mencionado anteriormente para sway e yaw, as derivas observadas nas respostas lineares e analíticas são influenciadas apenas pelas condições iniciais. Já no caso das respostas da modelação numérica a deriva do surge aumenta progressivamente sem chegar a estabilizar (vide

figura 3.67). Esse efeito só pode ser causado pelas não linearidades das forças de onda incidente associadas às pequenas mudanças de aproamento. Como, obviamente, essa deriva crescente não é física, fica evidente a necessidade de aprimorar a modelação da equação de surge por meio da incorporação de outros efeitos não lineares (ex. correção da velocidade de avanço, atualização instantânea da frequência de encontro, etc.) que podem ser significativos para a predição adequada das respostas em surge. Na literatura recente são encontrados trabalhos que reportam casos onde o surge pode tornar-se relevante na predição do roll paramétrico (Jensen et al., 2007, Vidic-Perunovic e Jensen, 2009).



**Fig. 3.67 Influência das não linearidades no surge**

- No caso do portacontentor NTU que foi testado em ondas longitudinais de proa e onde há disponibilidade de respostas experimentais para os modos horizontais, observa-se que as simulações em sway e yaw têm boa concordância com as respostas experimentais. Em geral, as amplitudes de yaw são muito pequenas tanto nas simulações (analítica e numérica) como nos experimentos, enquanto que as amplitudes de sway experimentais são um pouco maiores que as simulações (vide figura 3.68).
- No caso da plataforma SPAR, que não tem registros experimentais para as condições simuladas, apenas podem ser usadas como referência as respostas numéricas lineares. No caso do surge há completa concordância das simulações não lineares com a linear. No sway, as respostas são nulas quando não há desenvolvimento do roll paramétrico, e ganham um caráter harmônico crescente em amplitude com o desenvolvimento do roll paramétrico. Em yaw, as simulações da

modelação analítica mostram respostas nulas (como é de se esperar a partir da física do problema).

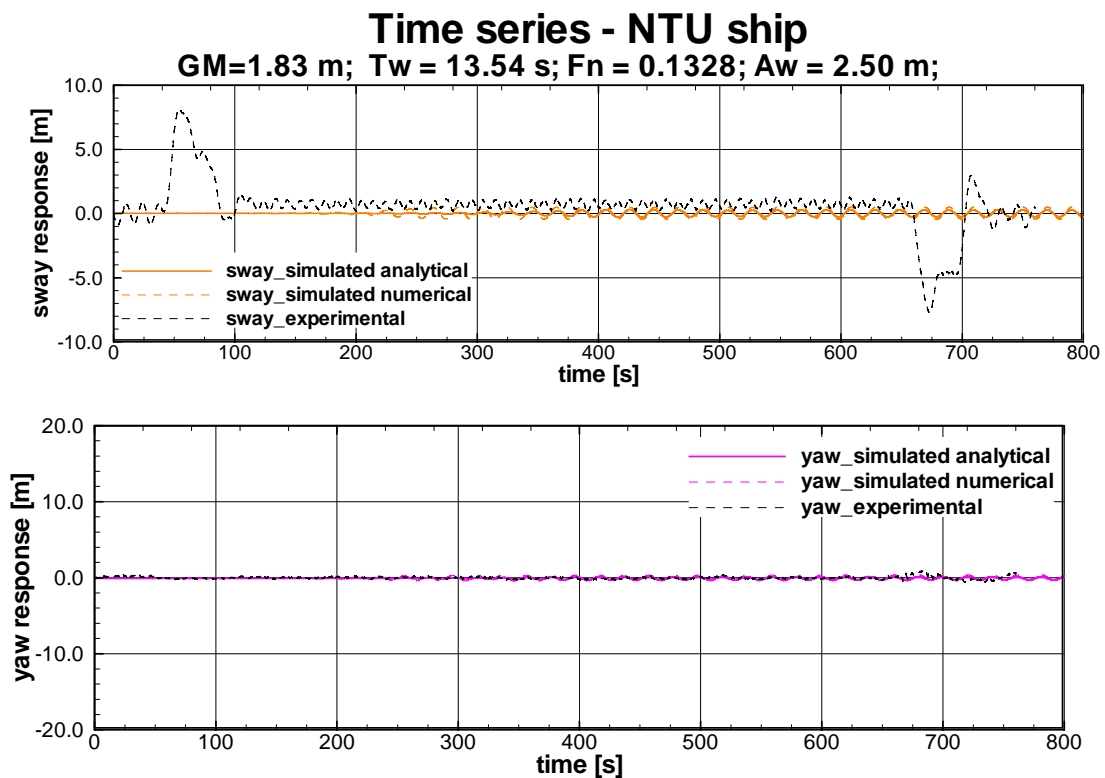


Fig. 3.68 Respostas em sway e yaw (Analítica vs. Numérica vs. Experimental)

### 3.4.3 Influência do efeito Smith

O código numérico usado para a modelação analítica foi implementado de forma a permitir a inclusão explícita do efeito da atenuação na onda. Na modelação de coeficientes de ajuste polinomial (modelação numérica) não é possível isolar o efeito Smith, pois este fica implícito no cálculo das forças de onda incidente. As figuras 3.69 a 3.72 ilustram a influência do efeito Smith nas respostas típicas do roll dos flutuantes analisados.

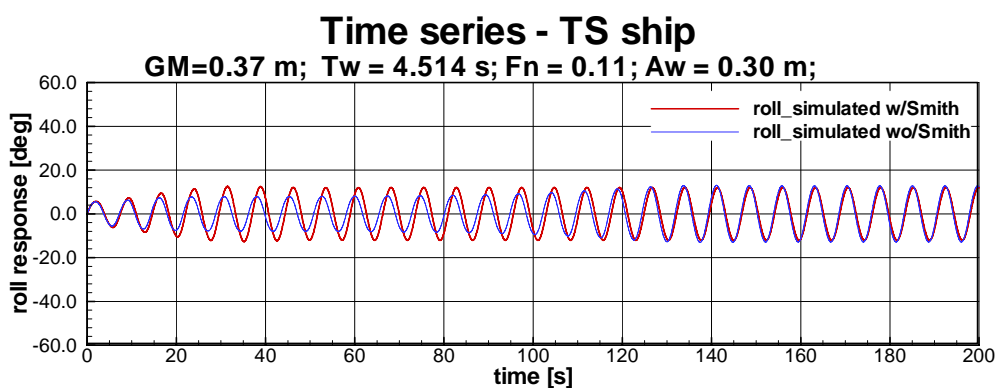
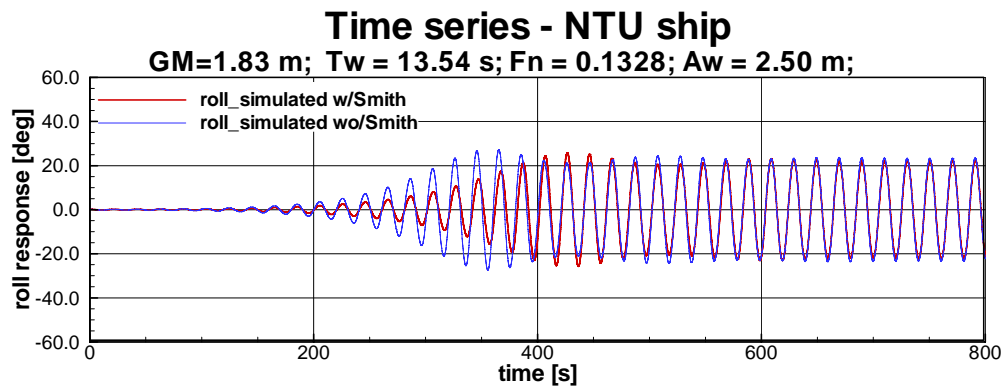
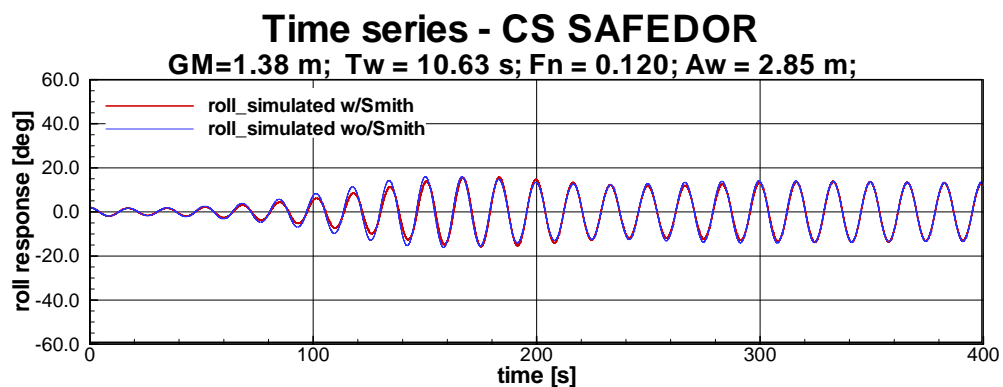


Fig. 3.69 Roll paramétrico com e sem efeito Smith – pesqueiro TS

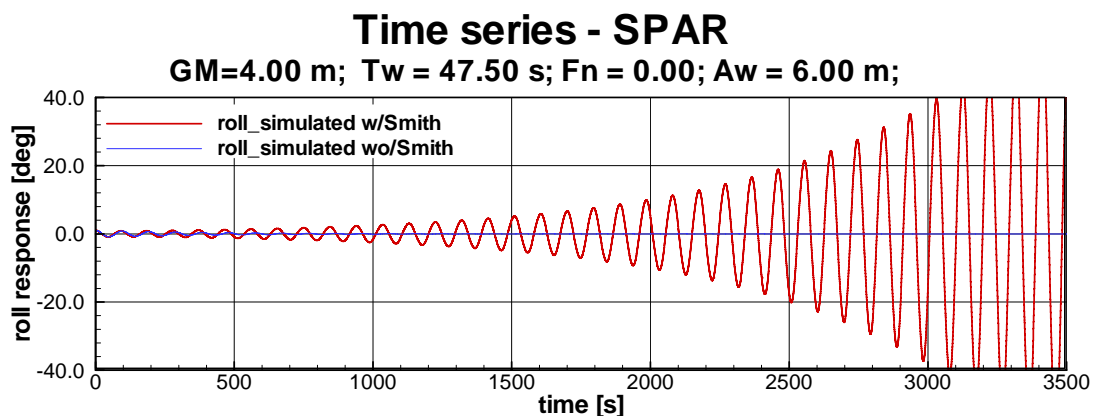




**Fig. 3.70 Roll paramétrico com e sem efeito Smith – portacontentor NTU**



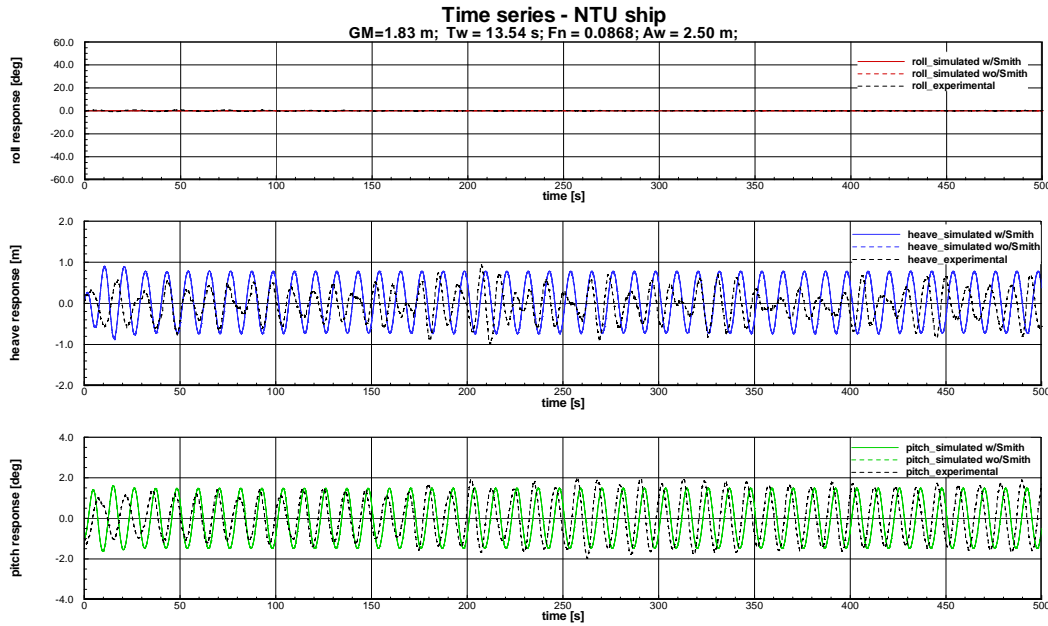
**Fig. 3.71 Roll paramétrico com e sem efeito Smith – portacontentor SAFEDOR**



**Fig. 3.72 Roll paramétrico com e sem efeito Smith – plataforma SPAR**

Os resultados mostram que a inclusão do efeito Smith tem pouca influência na amplitude final do roll paramétrico para o caso dos navios. Em geral, a inclusão do efeito Smith na restauração faz com que as amplitudes de roll paramétrico fiquem em média 7% menores do que no caso sem efeito Smith, isto é, o efeito da passagem da onda é atenuado o que leva a uma menor excitação paramétrica e, portanto, a amplitudes

de respostas menores. Em heave e pitch, o efeito Smith não causa mudanças aparentes nas respostas – vide, por exemplo, figura 3.73.



**Fig. 3.73 Efeito Smith nas respostas de heave e pitch**

No caso da plataforma SPAR, a inclusão do efeito Smith não causa apenas mudanças quantitativas nas respostas (como nos navios analisados), mas também qualitativas. Como pode observar-se na figura 3.72, a inclusão do efeito Smith foi determinante para a reprodução do roll paramétrico. Em ausência do efeito Smith não seria possível o surgimento do roll paramétrico em flutuantes com paredes verticais e simetria longitudinal, pois os termos de excitação paramétrica que governam a variação harmônica simples da altura metacêntrica (ex.  $K_{z\phi}$ ,  $K_{\phi\theta}$  e  $K_{\zeta\phi}$ ) são nulos (conforme demonstrado analiticamente em Neves *et al.* 2008b) – vide também tabelas 2.2 e 2.4.

De fato, ao introduzirmos o efeito da atenuação da onda aparecem naturalmente duas contribuições adicionais no termo  $K_{\zeta\phi}(t)$  que fazem com que surja a excitação paramétrica harmônica simples no roll. Esses termos tornam-se mais significativos quanto maior o calado do flutuante considerado, como pode verificar-se na expressão do termo  $K_{\zeta\phi}(t)$  com efeito Smith:

$$K_{\zeta\phi}(t) = 2\rho g \int_L \left( \bar{y}^2 \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} - \frac{1}{3} \bar{y}^3 k e^{k\bar{z}_b} - S_b \bar{z}_b k e^{k\bar{z}_b} \right) \zeta dx$$

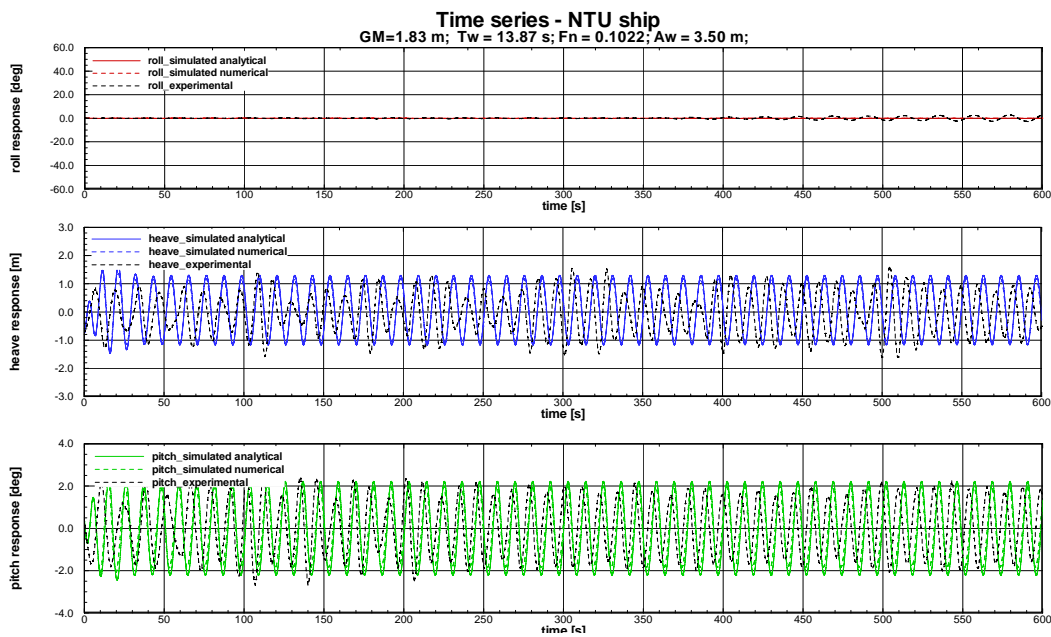
A segunda e terceira parcela são funções do centróide submerso  $\bar{z}_b$  e, portanto, quanto maior o calado, maiores essas contribuições. Em navios convencionais, os

calados são relativamente pequenos quando comparados, por exemplo, com os de uma plataforma SPAR, daí que a influência do efeito Smith seja pouca significativa em navios.

### 3.4.4 Restauração não linear analítica – Restauração não linear numérica

A partir das séries temporais, principalmente de heave, roll e pitch, é possível avaliar o comportamento das duas abordagens apresentadas para a obtenção dos coeficientes de restauração da modelação proposta. Em geral, observa-se que:

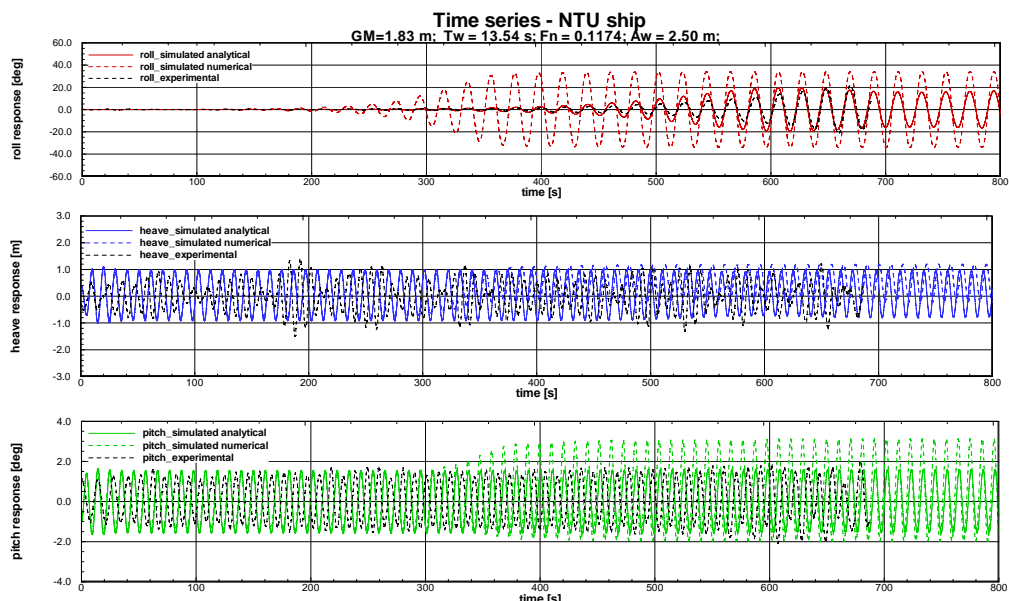
- A abordagem analítica apresenta, em geral, amplitudes de resposta em roll menores do que as da abordagem numérica.
- Em ausência do roll paramétrico as respostas em heave e pitch das modelações analítica e numérica são idênticas, independentemente da amplitude de onda, vide, por exemplo, figura 3.74.



**Fig. 3.74 Restauração não linear analítica vs. Restauração não linear numérica no heave e no pitch em ausência do roll paramétrico**

- Com o surgimento do roll paramétrico, as respostas em heave e pitch na modelação analítica apresentam leve redução nas suas amplitudes, podendo apresentar assimetrias no caso de ondas de maior amplitude.
- Na modelação numérica, com o aparecimento do roll paramétrico são observadas, em alguns casos, as mesmas tendências da modelação analítica, isto é, redução nas amplitudes de resposta tanto de heave como de pitch (vide respostas do navio TS). Nos demais casos, são observadas reduções das

amplitudes de resposta em heave com fortes assimetrias, e ampliações nas respostas do pitch. Esse comportamento é observado, por exemplo, nos testes T01, T02, T03, T08, T11, T12, T14, T15, T16 e T17 no portacontentor NTU, e nos testes T03, T04, T05 e T06 no portacontentor SAFEDOR. A figura 3.75 ilustra essa tendência.



**Fig. 3.75 Restauração não linear analítica vs. Restauração não linear numérica no heave e no pitch com surgimento do roll paramétrico**

- As tendências dos comportamentos apontados acima evidenciam o complexo mecanismo de transferência de energia entre os modos verticais e o roll, e vice-versa. Experimentalmente, essas interações complexas entre os modos podem ser verificadas nas séries temporais dos testes do portacontentor NTU (Apêndice A) e na literatura (ex. Hua *et al.*, 2006) deixando claro que os acoplamentos entre o roll e os modos verticais (e vice-versa) é relevante na dinâmica do navio. Assim, as diferenças apontadas acima para as tendências nos modos verticais, entre a metodologia analítica e numérica, estão associadas às diferenças nos coeficientes de restauração (especificamente os de acoplamento) – vide tabela 3.9.

**Tabela 3.9 Coeficientes restaurativos de águas calmas: analíticos vs. numéricos**

Heave								
Coef.	TS		NTU		SAFEDOR		SPAR	
	Analítico	Numérico	Analítico	Numérico	Analítico	Numérico	Analítico	Numérico
$Z_{zz}$	-4.55E+02	-3.03E+02	-1.98E+03	-2.37E+03	-1.90E+03	-1.62E+03	0.00E+00	0.000
$Z_{\phi\phi}$	-2.47E+03	-1.62E+03	-2.48E+05	-2.98E+05	-9.56E+04	-1.08E+05	0.00E+00	0.000
$Z_{z\theta}$	-2.40E+03	-1.06E+03	-9.74E+04	-1.23E+05	-7.47E+04	-4.11E+04	0.00E+00	0.000
$Z_{\theta\theta}$	-3.65E+04	-2.25E+04	-2.99E+07	-3.32E+07	-7.98E+06	-6.02E+06	0.00E+00	0.000
$Z_{zzz}$	0.00E+00	-2.87E+02	0.00E+00	-6.42E+02	0.00E+00	3.18E+02	0.00E+00	-0.068
$Z_{\phi\phi z}$	4.42E+03	3.68E+01	1.48E+05	4.63E+04	6.44E+04	5.05E+04	1.11E+04	1.13E+04
$Z_{\theta\theta z}$	0.00E+00	-5.70E+03	0.00E+00	-2.56E+06	0.00E+00	9.01E+05	0.00E+00	1.13E+04
$Z_{zz\theta}$	0.00E+00	-9.14E+02	0.00E+00	-4.14E+04	0.00E+00	-2.99E+03	0.00E+00	0.000
$Z_{\phi\phi\theta}$	2.69E+04	-1.22E+03	8.03E+06	-1.99E+06	1.84E+06	6.84E+05	0.000	0.000
$Z_{\theta\theta\theta}$	1.78E+03	-3.92E+04	1.53E+06	-8.95E+08	2.17E+05	5.79E+06	0.000	0.000
Roll								
Coef.	TS		NTU		SAFEDOR		SPAR	
	Analítico	Numérico	Analítico	Numérico	Analítico	Numérico	Analítico	Numérico
$K_{z\phi}$	-2.47E+03	-1.46E+03	-2.48E+05	-2.52E+05	-9.56E+04	-1.07E+05	0.00E+00	0.000
$K_{\phi\theta}$	-1.11E+04	-4.12E+03	-1.39E+07	-1.23E+07	-2.22E+06	-2.59E+06	0.00E+00	0.000
$K_{zz\phi}$	4.42E+03	7.66E+01	1.48E+05	5.20E+04	6.44E+04	5.05E+04	1.11E+04	1.14E+04
$K_{\theta\theta\phi}$	3.04E+05	2.03E+04	1.52E+09	2.03E+08	1.80E+08	1.30E+08	9.72E+05	1.07E+06
$K_{z\phi\theta}$	2.69E+04	-1.60E+03	8.03E+06	-1.95E+06	1.84E+06	6.31E+05	-1.40E-11	0.000
$K_{\zeta\zeta\phi}$	1.11E+03	-	3.70E+04	2.43E+04	1.61E+04	3.92E+03	2.77E+03	1.04E+04
Pitch								
Coef.	TS		NTU		SAFEDOR		SPAR	
	Analítico	Numérico	Analítico	Numérico	Analítico	Numérico	Analítico	Numérico
$M_{zz}$	-2.40E+03	-1.31E+03	-9.74E+04	-1.62E+05	-7.47E+04	-5.36E+04	0.00E+00	0.000
$M_{\phi\phi}$	-1.11E+04	-6.32E+03	-1.39E+07	-1.96E+07	-2.22E+06	-2.84E+06	0.00E+00	0.000
$M_{z\theta}$	-3.65E+04	-2.14E+04	-2.99E+07	-2.94E+07	-7.98E+06	-5.56E+06	0.00E+00	0.000
$M_{\theta\theta}$	-2.43E+05	-1.24E+05	-2.00E+09	-2.85E+09	-3.87E+08	-2.38E+08	0.00E+00	0.000
$M_{zzz}$	0.00E+00	-1.02E+03	0.00E+00	-6.51E+04	0.00E+00	-2.41E+02	0.00E+00	0.000
$M_{\phi\phi z}$	2.69E+04	-1.65E+03	8.03E+06	-1.88E+06	1.84E+06	8.20E+05	-1.40E-11	0.000
$M_{\theta\theta z}$	0.00E+00	-2.96E+04	0.00E+00	-7.01E+08	0.00E+00	5.68E+05	0.00E+00	0.000
$M_{zz\theta}$	0.00E+00	-3.91E+03	0.00E+00	-1.94E+06	0.00E+00	9.55E+05	0.00E+00	1.13E+04
$M_{\phi\phi\theta}$	3.04E+05	4.86E+04	1.52E+09	2.91E+08	1.80E+08	1.33E+08	9.72E+05	-7.92E+06
$M_{\theta\theta\theta}$	8.24E+04	2.64E+06	8.56E+08	-7.75E+09	8.60E+07	8.67E+09	-6.07E+06	-5.99E+06

As discrepâncias observadas em alguns dos testes, entre as simulações da metodologia analítica e da numérica podem ter origem na ausência de termos de restauração de onda do tipo  $Z_{\zeta\zeta z}(t)$ ,  $Z_{\zeta\zeta\theta}(t)$ ,  $K_{\zeta\zeta\phi}(t)$ ,  $M_{\zeta\zeta z}(t)$ ,  $M_{\zeta\zeta\theta}(t)$  na metodologia numérica. Esses termos na modelação analítica são oriundos da passagem da onda ao longo do casco, isto é, eles são responsáveis pela restauração associada ao volume submerso entre a superfície de águas calmas e o perfil instantâneo da onda. Já na modelação numérica, onde a restauração de onda é calculada a partir da pressão da onda incidente sobre a superfície do casco instantâneo até a superfície livre de águas calmas, não existe a contribuição da superfície instantânea entre o casco acima da linha de águas calmas e a superfície instantânea da onda (vide figura 2.6). Assim, na modelação

numérica, esses coeficientes, que passaremos a chamar de *coeficientes de onda dupla*, não são calculados e são considerados nulos nas equações de movimento.

Os coeficientes de onda dupla geram termos independentes do tempo na restauração não linear, como por exemplo, do tipo  $K_{\zeta\zeta\phi\phi}$  (vide eq. 99), que contribuem com a rigidez não linear do sistema, e ajudam a controlar as amplificações excessivas das respostas. De fato, após verificar a impossibilidade de atingir o regime permanente no roll paramétrico usando apenas os coeficientes do ajuste polinomial extraídos diretamente do DSSTAB, foi incluído heurísticamente o coeficiente  $K_{\zeta\zeta\phi}(t)$  nessa modelação (ajuste polinomial). Os termos relativos a esse coeficiente foram obtidos a partir das relações inferidas da modelação analítica para os coeficientes de onda. Assim:

$$K_{\zeta\zeta\phi c} \approx -0.25K_{\zeta\zeta\phi c} \quad K_{\zeta\zeta\phi s} \approx -0.25K_{\zeta\zeta\phi s} \quad K_{\zeta\zeta\phi\phi} \approx \sqrt{K_{\zeta\zeta\phi c}^2 + K_{\zeta\zeta\phi s}^2}$$

Sem a introdução desses termos de onda dupla as respostas em roll de todos os testes com o portacontentor NTU (exceto os testes com amplitude de onda de 1.50 m) e o portacontentor SAFEDOR levariam a amplificações excessivas do roll que terminariam no emborcamento dos navios. Apenas no caso do pesqueiro TS não foi necessária a introdução do termo  $K_{\zeta\zeta\phi}(t)$ .

No pesqueiro TS a excitação paramétrica é causada principalmente pelas variações volumétricas impostas pelos movimentos intensos de heave e pitch (vide RAOs – figuras 3.12 e 3.13) e em menor magnitude pelas variações volumétricas causadas pela passagem do perfil da onda. Na análise das condições de teste do navio TS (tabela 3.2) observa-se que as ondas testadas têm relações  $\lambda_w/L \gg 1.0$ , isto é, trata-se de ondas longas que, em geral, não introduzem variações significativas do volume submerso. A própria natureza da metodologia de obtenção dos coeficientes numéricos (de ajuste polinomial) que envolve unicamente variação volumétrica do casco decorrentes dos movimentos de heave, roll e pitch, garante que a restauração do pesqueiro TS seja bem reproduzida mesmo sem as variações impostas pela passagem do perfil da onda.

Nos portacontentores NTU e SAFEDOR, as relações  $\lambda_w/L$  são próximas de 1.0, isto é, há aproximadamente um comprimento de onda para um comprimento do navio. Isso faz com que a contribuição da variação volumétrica decorrente da passagem do perfil da onda ao longo do casco seja significativa (quanto maior a amplitude da onda, maior a contribuição) e, portanto, os termos relativos de onda dupla, dentre eles  $K_{\zeta\zeta\phi}(t)$ .

No heave e no pitch, que são menos susceptíveis de serem excitados parametricamente, os termos de restauração de passagem de onda não seriam relevantes e, a princípio, não é necessária a introdução heurística dos termos de onda dupla na modelação numérica.

Nas condições de roll paramétrico da plataforma SPAR, onde as ondas são muito longas, as hipóteses apontadas para o pesqueiro TS ganham ainda mais validade, isto é, os termos de onda dupla também não são relevantes.

### 3.4.5 3-GDL vs. 6-GDL

Nesta seção avaliaremos as diferenças na dinâmica das respostas obtidas entre a modelação de três graus de liberdade (3-GDL) que contempla heave – roll – pitch e a modelação proposta que contempla os seis movimentos de corpo rígido (6-GDL), usando como referência a abordagem com os coeficientes analíticos. A modelação 3-GDL usada aqui é similar à usada no trabalho de Rodríguez (2004), isto é, as equações de heave, roll e pitch contém não linearidades na restauração até a terceira ordem, porém contempla os termos de efeito Smith (que em trabalhos anteriores do Autor eram desprezados).

A seguir são apresentadas algumas das simulações para as respostas em roll usando tanto a modelação de 6-GDL como a de 3-GDL:

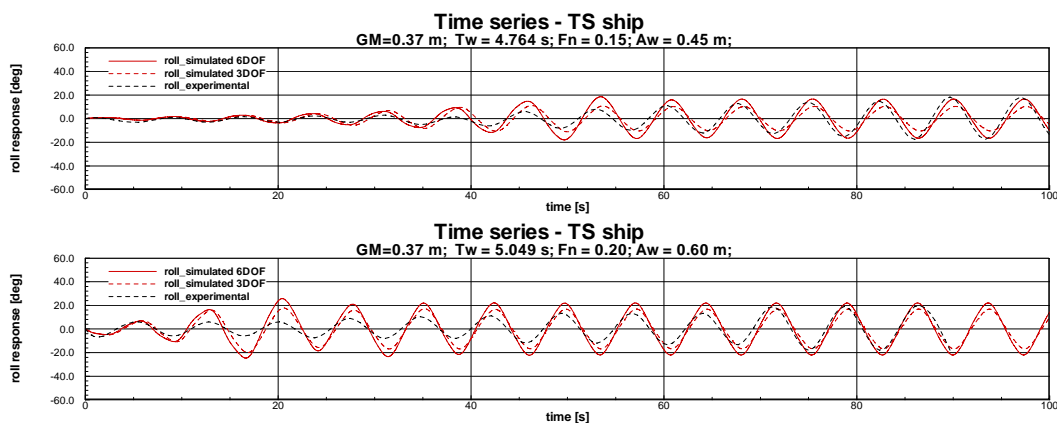
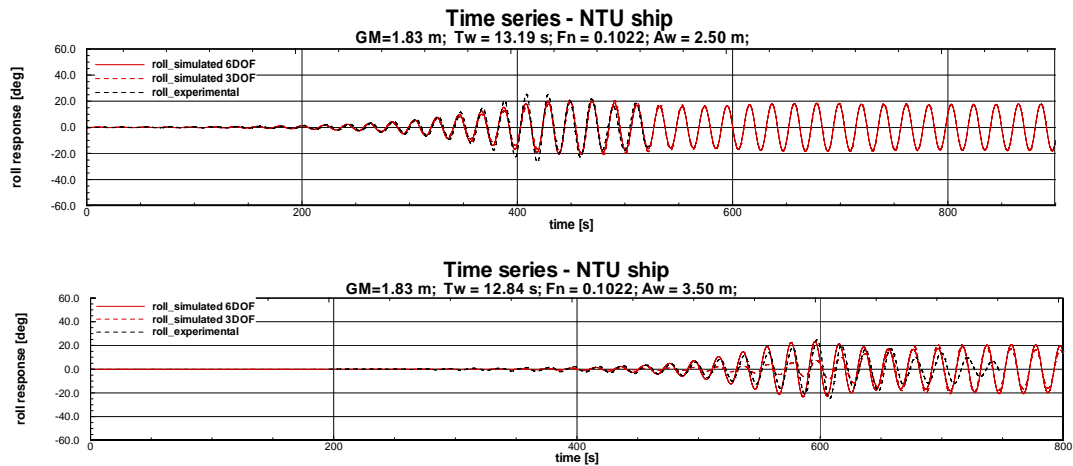
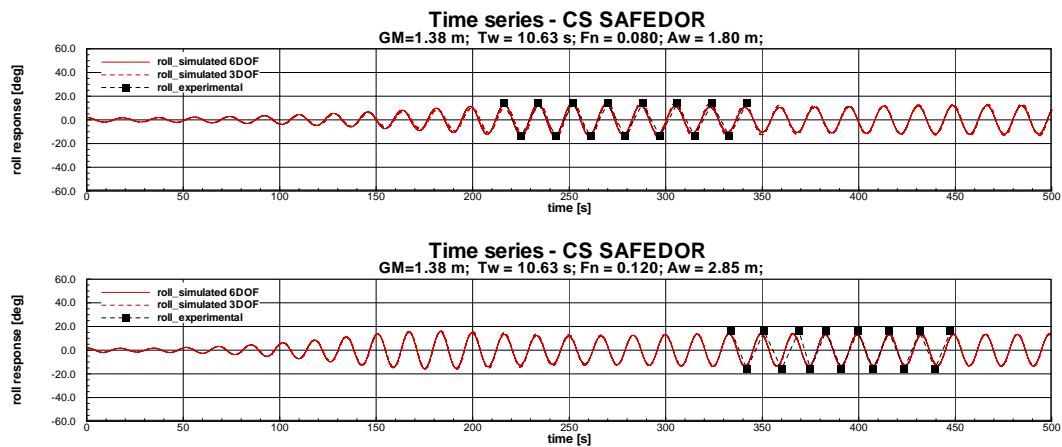


Fig. 3.76 Comparação entre as simulações 6-GDL e 3-GDL para o navio TS



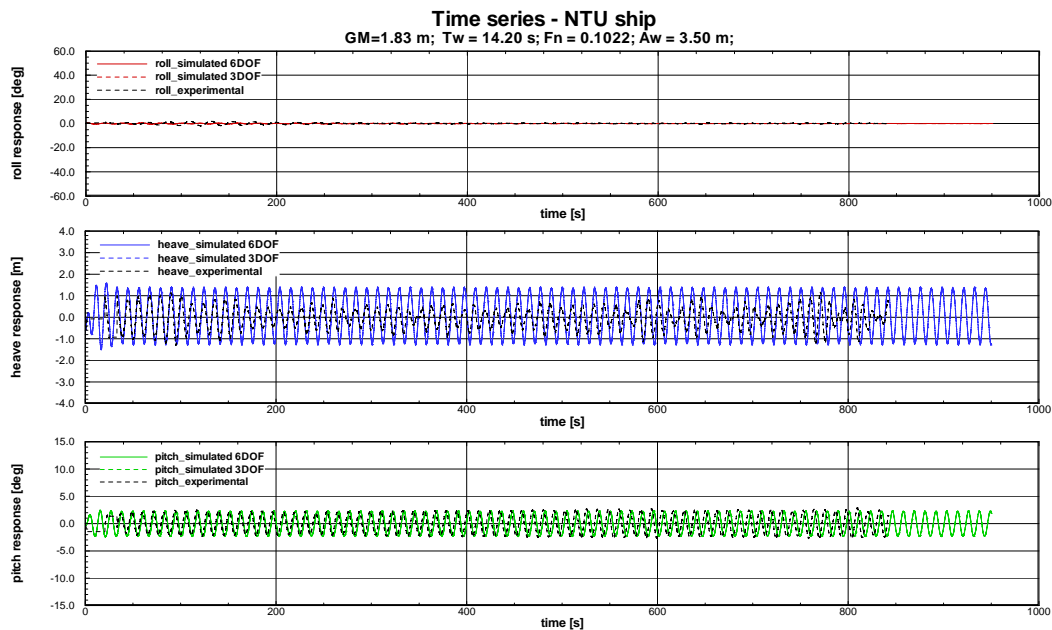
**Fig. 3.77** Comparação entre as simulações 6-GDL e 3-GDL para o navio NTU



**Fig. 3.78** Comparação entre as simulações 6-GDL e 3-GDL para o navio SAFEDOR

Em geral, observa-se que, salvo algumas exceções, em quase todos os ensaios as respostas de roll entre as simulações com 3-GDL e 6-GDL são equivalentes, apresentando apenas diferenças mínimas nas amplitudes finais de resposta. Essa tendência foi observada tanto para as amplitudes de onda menores como as maiores, assim como nos casos onde não há ressonância paramétrica. No heave e no pitch para todos os casos ensaiados, praticamente não há diferenças entre as simulações de ambas as modelações (vide, por exemplo, figura 3.79).





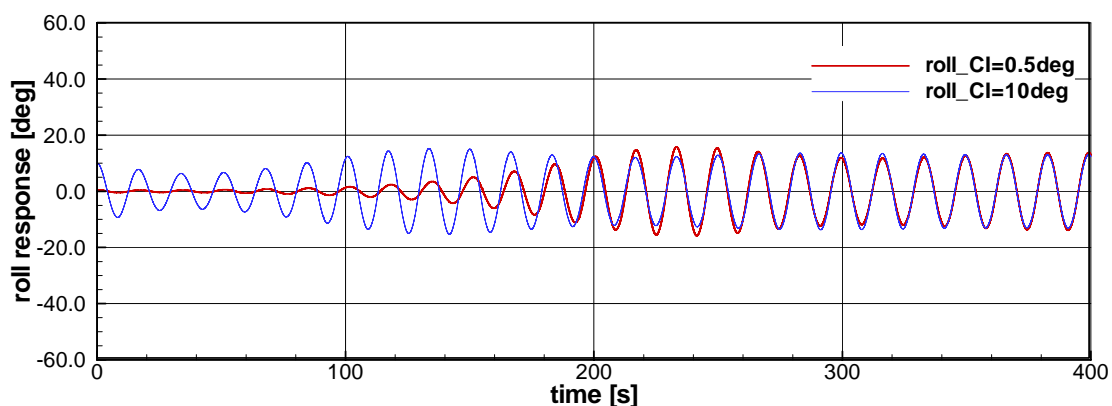
**Fig. 3.79** Simulações 6-GDL e 3-GDL para o navio NTU, sem ressonância paramétrica

Nos casos onde a modelação 3-GDL e a 6-GDL apresentam diferenças na predição do roll paramétrico, duas possíveis causas podem ser apontadas: a influência dos acoplamentos inerciais próprios do sistema 6-GDL ou a influência dos acoplamentos hidrodinâmicos (massa adicionada e amortecimento) do roll com o sway e yaw. Importante notar que, tanto restauração, coeficientes hidrodinâmicos e forças de excitação de onda em heave, roll e pitch são exatamente os mesmos para ambas as abordagens. Como nas análises anteriores dos resultados com a modelação 6-GDL observou-se que sway e yaw têm amplitudes de resposta pouco significativas (seção 3.4.2), pode concluir-se então que a interação hidrodinâmica sway-yaw com o roll não é relevante e então, os acoplamentos inerciais seriam os responsáveis pelas diferenças entre as modelações 3-GDL e 6-GDL. Os acoplamentos inerciais que não existem na modelação 3-GDL, podem vir a alterar a frequência natural do roll e, portanto, “sintonizar” ou “dessintonizar” o sistema fazendo-o susceptível de desenvolver ou inibir o roll paramétrico, respectivamente. Essa hipótese pode ser comprovada analisando o caso da SPAR, onde existem termos de acoplamento inerciais fortes (por exemplo, o termo  $mz_G$ ). Assim nos testes T01, T02 e T03 da SPAR a modelação analítica 6-GDL mostrou roll paramétrico intenso, enquanto que a modelação analítica 3-GDL apresentou roll nulo.

### 3.4.6 *Influência de condições iniciais*

Com exceção do portacontentor NTU, os resultados experimentais disponíveis para os flutuantes estudados aqui, fazem apenas referência às amplitudes do roll paramétrico, sem fornecer informações sobre as condições iniciais dos testes, e/ou o registros temporal dos ensaios. Assim, para o do pesqueiro TS foi fornecido apenas o registro temporal das amplitudes de roll, para o portacontentor SAFEDOR, apenas os valores das amplitudes médias de cada ensaio, e para a plataforma SPAR, apenas duas séries temporais das acelerações medidas em pitch. Já no portacontentor NTU, foram fornecidas as séries temporais dos deslocamentos em seis graus de liberdade, e então as condições iniciais adotadas foram assumidas como sendo as registradas no instante  $t = 0$ . Já nos demais flutuantes, as condições iniciais de roll foram assumidas pequenas, com amplitudes entre  $-2^\circ$  e  $+2^\circ$ , e velocidades iniciais nulas ou muito pequenas de forma a sincronizar no tempo as séries experimentais com as numéricas. No navio NTU, esse sincronismo foi procurado deslocando apenas a escala de tempo da série experimental em relação às simulações. Nos outros graus de liberdade as condições iniciais foram assumidas nulas ou muito pequenas.

Em geral, nas simulações numéricas das condições testadas observou-se que as condições iniciais influenciam apenas o tempo de desenvolvimento do roll paramétrico. Assim, condições iniciais de maior energia implicam que as amplitudes permanentes de roll são atingidas mais rapidamente. Essa influência tem sido reportada também no trabalho de Matuziak (2003). A figura 3.80 ilustra a influência típica das amplitudes iniciais de roll.



**Fig. 3.80** Influência típica das condições iniciais no roll paramétrico – navio SAFEDOR, teste T04

Com base no acima exposto, é possível afirmar que as aparentes discrepâncias observadas no sincronismo entre as séries experimentais e as simulações do navio NTU

podem ser atribuídas às condições iniciais tanto de amplitudes como de velocidade. Assim, para aprimorar as comparações entre os registros temporais bastaria apenas sintonizar adequadamente as condições iniciais em cada grau de liberdade.

### 3.4.7 *Predição da Ocorrência e das Amplitudes do roll paramétrico*

A seguir é apresentado um resumo com as avaliações qualitativas (predição de ocorrência), e quantitativas (predição das amplitudes) dos resultados das simulações do roll paramétrico dos casos estudados aqui tomando como referencia os experimentos.

A tabela 3.10 mostra os resultados das modelações do ponto de vista qualitativo, isto é, avalia a capacidade de predição da ocorrência do roll paramétrico. Na coluna de resultados experimentais foi colocado um SIM ou NÃO para identificar a ocorrência ou não desse fenômeno. Apenas no caso da plataforma SPAR, onde não há resultados experimentais disponíveis (ND) a comparação é feita apenas entre os resultados das simulações. Nas colunas das modelações, para os casos onde houve sucesso na predição é colocado um símbolo “✓”, caso contrário é colocado um “x”. Os casos onde houve desenvolvimento do roll paramétrico com amplitudes que levaram os navios ao emborcamento são identificados com a abreviatura *cap.* (do termo em inglês “*capsizing*”). A última linha da tabela mostra a porcentagem de sucesso de cada modelação em relação ao número de testes avaliados com ela, excluindo os testes correspondentes à SPAR.

As tabelas 3.11 e 3.12 avaliam a capacidade de predizer as amplitudes de roll paramétrico, comparando tanto as amplitudes médias de roll paramétrico como o desvio dessas respostas em relação aos resultados experimentais. O desvio ( $\delta\phi$ ) das amplitudes de roll das simulações foi avaliado a partir da expressão:

$$\delta\phi = \sqrt{(\phi_{\text{exp}} - \phi_{\text{sim}})^2}$$

onde,  $\phi_{\text{exp}}$  representa a amplitude experimental de um dado teste, e  $\phi_{\text{sim}}$  a amplitude da respectiva simulação. Na tabela 3.11 os valores mostrados em vermelho são aqueles onde as simulações não foram capazes de predizer qualitativamente o roll paramétrico e, portanto, não foram incluídos no cálculo dos desvios das amplitudes mostrados na tabela 3.12.

Para auxiliar na análise dos resultados das simulações, as figuras 3.81 a 3.83 apresentam gráficos de barras das amplitudes obtidas em cada teste dos navios TS, NTU e SAFEDOR, respectivamente.

Tabela 3.10 Avaliação da predição da ocorrência do roll paramétrico

Navio	ID test	Ocorrência experim. do RP	3D - Analítico c/Smith	6D - Analítico s/Smith	6D - Analítico c/Smith	6D - Numérico
TS	T01	SIM	x	✓	✓	✓
	T02	SIM	✓	x	✓	✓
	T03	SIM	✓	✓	✓	✓
	T04	SIM	✓	x	x	✓ (cap)
	T05	SIM	✓	✓	✓	✓
	T06	SIM	✓	✓	✓	✓
	T07	SIM	✓	✓	✓	✓
	T08	SIM	✓	x	x	✓
NTU	T01	NÃO	x	x	x	x
	T02	SIM	✓	✓	✓	✓ (cap)
	T03	SIM	✓	✓	✓	✓
	T04	SIM	✓	✓	✓	✓
	T05	NÃO	✓	✓	✓	✓
	T06	NÃO	✓	✓	✓	✓
	T07	SIM	x	x	x	✓
	T08	SIM	x	x	x	✓
	T09	SIM	✓	✓	✓	✓
	T10	SIM	x	x	x	✓
	T11	SIM	✓	✓	✓	✓
	T12	SIM	✓	✓	✓	✓
	T13	SIM	✓	✓	✓	✓
	T14	SIM	✓	✓	✓	✓
	T15	SIM	✓	✓	✓	✓
	T16	NÃO	x	x	x	x
	T17	NÃO	x	x	x	x
	T18	NÃO	✓	✓	✓	✓
	T19	NÃO	✓	✓	✓	✓
	T20	SIM	x	x	x	x
	T21	NÃO	✓	✓	✓	✓
	T22	NÃO	✓	✓	✓	✓
SAFEDOR	T01	SIM	✓	✓	✓	✓
	T02	SIM	✓	✓	✓	✓
	T03	SIM	x	✓	✓	✓
	T04	SIM	✓	✓	✓	✓
	T05	SIM	x	✓	✓	✓
	T06	SIM	✓	✓	✓	✓
SPAR	T01	ND	NÃO	NÃO	SIM (cap)	SIM (cap)
	T02	ND	NÃO	NÃO	SIM (cap)	SIM (cap)
	T03	ND	NÃO	NÃO	SIM (cap)	SIM (cap)
	T04	ND	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
	T05	ND	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
	T06	ND	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
	T07	ND	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
	T08	ND	NÃO	NÃO	NÃO	NÃO
% sucesso =			72.2%	72.2%	72.2%	88.9%

Tabela 3.11 Avaliação da predição de amplitudes do roll paramétrico

Amplitudes médias do jogo paramétrico						
Navio	ID test	Experimental	3D - Analítico c/Smith	6D - Analítico s/Smith	6D - Analítico c/Smith	6D - Numérico
TS	T01	15.0	0.5	12.8	12.1	16.2
	T02	27.0	12.6	0.0	18.4	28.6
	T03	18.4	10.4	18.3	16.6	19.7
	T04	29.0	24.2	0.0	0.0	cap.
	T05	4.0	12.4	19.5	18.1	18.9
	T06	19.0	16.8	24.4	22.0	22.9
	T07	5.0	19.4	26.0	24.2	21.5
	T08	40.0	24.6	0.0	0.0	25.6
NTU	T01	0.9	23.6	24.0	23.3	40.5
	T02	14.0	18.6	19.3	18.6	cap.
	T03	21.3	18.1	19.0	17.8	37.0
	T04	16.9	11.7	17.3	17.2	24.3
	T05	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0
	T06	0.8	0.0	0.0	0.0	0.0
	T07	18.7	0.0	0.0	0.0	21.2
	T08	18.1	0.1	2.2	0.2	27.0
	T09	14.4	12.1	14.7	11.8	20.3
	T10	23.0	0.0	0.0	0.0	26.5
	T11	17.2	12.4	13.9	12.8	29.9
	T12	17.2	14.8	16.8	15.7	32.3
	T13	14.4	17.7	18.9	17.7	34.2
	T14	15.4	19.5	20.5	19.8	35.8
	T15	17.1	22.6	23.4	22.5	38.5
	T16	0.5	24.0	24.8	23.9	39.8
	T17	0.7	25.2	26.0	25.2	40.3
	T18	0.2	0.0	0.1	0.0	0.0
	T19	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0
	T20	7.6	0.0	0.0	0.0	0.0
	T21	0.4	0.0	0.0	0.0	0.0
	T22	0.5	0.0	0.1	0.1	0.0
SAFEDOR	T01	14.0	13.0	12.8	11.7	16.2
	T02	2.5	1.4	2.5	1.9	14.2
	T03	17.0	0.0	24.3	22.3	38.5
	T04	16.0	13.8	13.7	13.3	21.2
	T05	12.0	0.4	41.6	21.6	55.4
	T06	5.0	12.2	13.8	13.3	26.8

Observa-se que a modelação numérica acertou a predição da ocorrência do roll paramétrico um maior número de vezes que a modelação analítica (88,9% contra 72.2%). Já na predição das amplitudes do roll paramétrico, a metodologia analítica teve um melhor desempenho que a metodologia numérica. Conforme analisado nas séries temporais e na tabela 3.11, a modelação de coeficientes de ajuste polinomial (ou

numérica), em geral, mostrou amplitudes de resposta de roll maiores do que a modelação dos coeficientes analíticos, inclusive com amplificações de roll que chegaram ao emborcamento, o que não foi detectado experimentalmente em nenhum dos casos apresentados. A avaliação da predição das amplitudes do roll paramétrico pode ser feita a partir do desvio  $\delta\phi$ , que em média foi de  $4.1^\circ$  para a metodologia analítica e  $9.8^\circ$  para a numérica.

**Tabela 3.12 Desvio padrão do roll paramétrico**

Desvio do jogo paramétrico					
Navio	ID test	3D - Analítico c/Smith	6D - Analítico s/Smith	6D - Analítico c/Smith	6D - Numérico
TS	T01	-	2,2	2,9	1,2
	T02	14,4	-	8,6	1,6
	T03	8,0	0,1	1,8	1,3
	T04	4,8	-	-	-
	T05	8,4	15,5	14,1	14,9
	T06	2,2	5,4	3,0	3,9
	T07	14,4	21,0	19,2	16,5
	T08	15,4	-	-	14,4
NTU	T01	-	-	-	-
	T02	4,6	5,3	4,6	-
	T03	3,2	2,3	3,5	15,7
	T04	5,2	0,4	0,3	7,4
	T05	0,3	0,3	0,3	0,3
	T06	0,8	0,8	0,8	0,8
	T07	-	-	-	2,5
	T08	-	-	-	8,9
	T09	2,3	0,3	2,6	5,9
	T10	-	-	-	3,5
	T11	4,8	3,3	4,4	12,7
	T12	2,4	0,4	1,5	15,1
	T13	3,3	4,5	3,3	19,8
	T14	4,1	5,1	4,4	20,4
	T15	5,5	6,3	5,4	21,4
	T16	-	-	-	-
	T17	-	-	-	-
	T18	0,2	0,1	0,2	0,2
	T19	0,3	0,3	0,3	0,3
	T20	-	-	-	-
	T21	0,4	0,4	0,4	0,4
	T22	0,5	0,4	0,4	0,5
SAFADOR	T01	1,0	1,2	2,3	2,2
	T02	1,1	0,0	0,6	11,7
	T03	-	7,3	5,3	21,5
	T04	2,2	2,3	2,7	5,2
	T05	-	29,6	9,6	43,4
	T06	7,2	8,8	8,3	21,8
		<b>4,5</b>	<b>4,8</b>	<b>4,1</b>	<b>9,8</b>

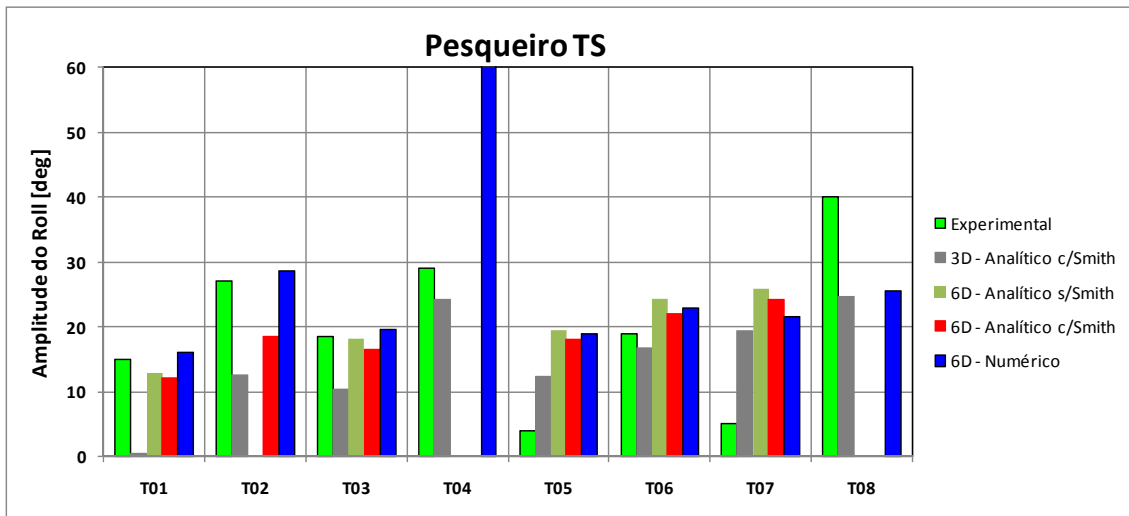


Fig. 3.81 Amplitudes de roll paramétrico do pesqueiro TS

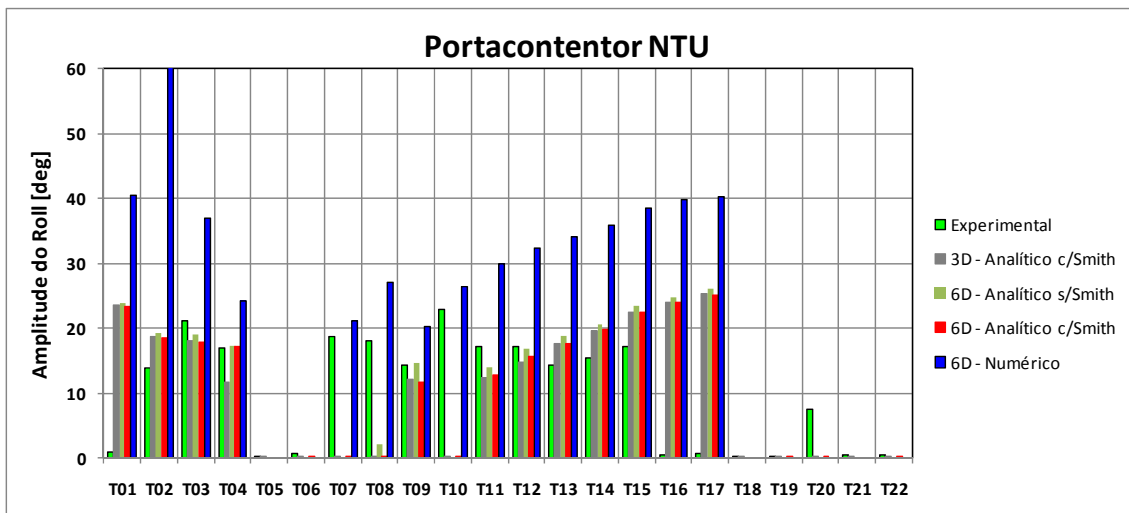


Fig. 3.82 Amplitudes de roll paramétrico do portacontentor NTU

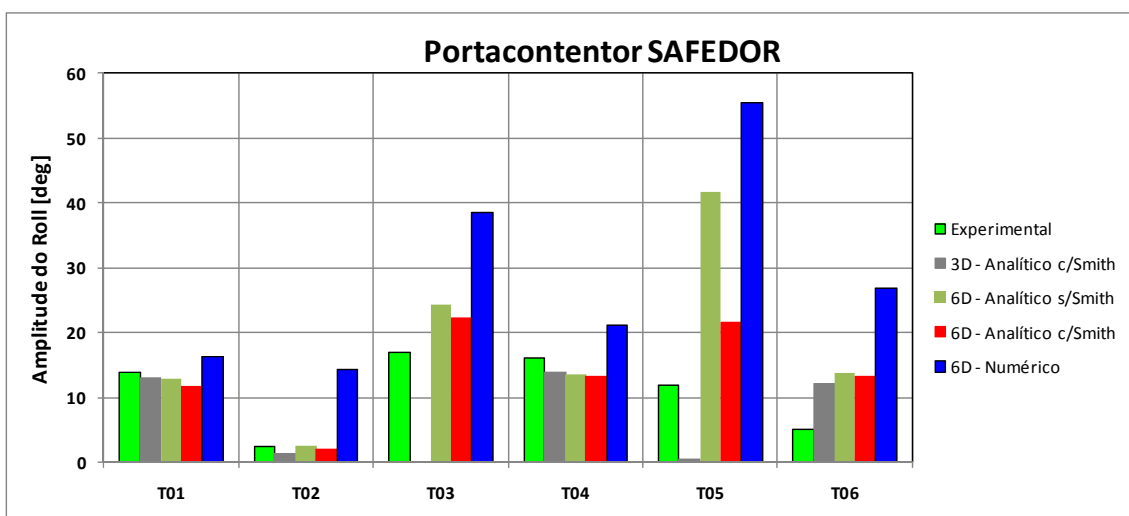


Fig. 3.83 Amplitudes de roll paramétrico do portacontentor SAFEDOR

Finalmente, deve mencionar-se que ambas as abordagens usadas nas simulações mostraram um desempenho na predição tanto da ocorrência como das amplitudes de roll paramétrico acima da média reportada no último benchmark de ressonância paramétrica (Spanos e Papanikolaou (2009b)). Nesse estudo o índice de predição de ocorrência do roll paramétrico da média de todos os participantes (13 no total) foi de 62% com um desvio de 10.5°. Já para os oito melhores métodos participantes do benchmark, os resultados mostraram 78% de índice de predição de ocorrência e 6.4° de desvio.



## CAPÍTULO 4

### 4. ANÁLISE NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

*Neste capítulo a dinâmica da modelação proposta é analisada de forma mais generalizada e abrangente não visando apenas reproduzir condições específicas de testes experimentais, mas identificar tendências e explorar as influências de não linearidades de alguns dos parâmetros que governam o sistema dinâmico.*

#### 4.1 Generalidades

Nos capítulos anteriores foi descrito e aferido o modelo matemático não linear proposto para a investigação do roll paramétrico. Através das simulações numéricas no domínio do tempo e as respectivas comparações com as séries temporais experimentais de alguns tipos de flutuantes esse modelo tem-se mostrado capaz de reproduzir bem a ressonância paramétrica.

Obviamente, o uso de um sistema mais robusto com equações não lineares acopladas torna mais complexa a análise da dinâmica do navio devido ao maior número de interações e contribuições não lineares. Assim, Neves (2002) propôs a investigação das características da estabilidade de um sistema de equações não lineares acopladas na restauração em heave, roll e pitch até a segunda ordem, por meio da análise do sistema de equações variacionais lineares associadas às equações não lineares. Esse sistema variacional linear que, a princípio, retém as características essenciais da estabilidade dos movimentos não lineares, resultou corresponder a um sistema de equações de Mathieu acopladas. Nesse trabalho, Neves (2002) ressaltou as vantagens inerentes ao uso de

metodologias analíticas no tratamento de complexos sistemas de equações não lineares acoplados, como nesse caso, por exemplo, o uso de resultados analíticos da teoria de sistemas lineares acoplados dependentes do tempo sujeitos a excitação paramétrica.

Apesar da aplicação bem sucedida dos resultados analíticos no entendimento do processo dinâmico que governa a troca de energia entre os modos envolvidos, os ganhos foram basicamente qualitativos. Os resultados numéricos no caso de amplificações intensas com esse modelo de segunda ordem mostraram resultados quantitativos bem maiores do que os experimentais.

Posteriormente, já com o modelo de terceira ordem, proposto em Rodríguez (2004), as simulações temporais para dois pesqueiros (Neves *et al.*, 2002) mostraram uma melhora qualitativa e quantitativa em relação aos resultados da modelação de segunda ordem. Novamente, usando a análise variacional de sistemas de equações acopladas, Rodríguez (2004) mostrou que a modelação de terceira ordem era equivalente a um sistema de equações variacionais lineares acopladas do tipo Hill. Assim, usando as expressões analíticas dos limites de estabilidade de uma equação de tipo Hill, demonstrou-se que o modelo de terceira ordem apresenta características dinâmicas próprias diferentes às da equação de Mathieu (diagramas de Ince-Strut). Embora o mapeamento da estabilidade das respostas do modelo de terceira ordem mostrado em Rodríguez (2004) não considerasse o amortecimento, permitiu identificar basicamente duas novas características dinâmicas: a aparição de uma excitação paramétrica bi-harmônica e o incremento na rigidez do sistema (ambos proporcionais ao quadrado da amplitude da onda).

No presente capítulo, é explorada mais profundamente a influência das não linearidades da modelação proposta nos limites de estabilidade tanto do ponto de vista analítico como numérico. A investigação analítica é feita através da análise do sistema de equações variacionais lineares da modelação não linear, considerando inclusive o efeito do amortecimento. A investigação numérica dos limites de estabilidade é feita tomando como base as respostas das simulações no domínio do tempo através da variação sistemática da frequência de encontro e da amplitude da onda. Essa nova forma de obter os limites de estabilidade (numérica) é um procedimento mais realístico de avaliar a estabilidade do navio sob ressonância paramétrica, além de permitir a identificação dos valores das amplitudes máximas do roll paramétrico.

Adicionalmente, será investigada a influência de condições iniciais, a ocorrência de tendências tipicamente não lineares como o “efeito salto”, entre outras.

## 4.2 Movimento perturbado do roll

A estabilidade das soluções de um sistema de equações não lineares como o descrito pelas equações (93) a (98) pode ser avaliada a partir do sistema variacional (Cesari, 1971). Na forma linear, a solução do sistema variacional pode ser derivada sob a hipótese de que as soluções não lineares podem ser decompostas como a soma das soluções permanentes oscilatórias e pequenas perturbações:

$$\vec{s}(t) = \vec{s}_{ST}(t) + \vec{p}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \\ \phi(t) \\ \theta(t) \\ \psi(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ \hat{y}(t) \\ \hat{z}(t) \\ \hat{\phi}(t) \\ \hat{\theta}(t) \\ \hat{\psi}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon(t) \\ \upsilon(t) \\ \xi(t) \\ \varphi(t) \\ \vartheta(t) \\ \sigma(t) \end{bmatrix} = A_w \begin{bmatrix} \eta_1 \cos(\omega_e t + \alpha_x) \\ \eta_2 \cos(\omega_e t + \alpha_y) \\ \eta_3 \cos(\omega_e t + \alpha_z) \\ \eta_4 \cos(\omega_e t + \alpha_\phi) \\ \eta_5 \cos(\omega_e t + \alpha_\theta) \\ \eta_6 \cos(\omega_e t + \alpha_\psi) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon(t) \\ \upsilon(t) \\ \xi(t) \\ \varphi(t) \\ \vartheta(t) \\ \sigma(t) \end{bmatrix} \quad (107)$$

onde o vetor  $\vec{s}_{ST}(t) = [\hat{x}(t) \ \hat{y}(t) \ \hat{z}(t) \ \hat{\phi}(t) \ \hat{\theta}(t) \ \hat{\psi}(t)]^T$  representa as bem conhecidas soluções lineares em heave, roll e pitch,  $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4, \eta_5, \eta_6$  são as respectivas funções de transferência de amplitude; e  $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z, \alpha_\phi, \alpha_\theta$  e  $\alpha_\psi$  são as funções de transferência de fase nos correspondentes graus de liberdade. Na eq. (107) as perturbações em surge, sway, heave, roll, pitch e yaw são definidas como:

$$\vec{p}(t) = [\varepsilon(t) \ \upsilon(t) \ \xi(t) \ \varphi(t) \ \vartheta(t) \ \sigma(t)]^T \quad (108)$$

O vetor  $\vec{C}_{rV}(t)$  correspondente à parte variacional linear (Cesari, 1971) do termo  $\vec{C}_r(\vec{s}, \zeta)$  (vide seção 2.11 – pág. 68) é derivado assim:

$$\vec{C}_{rV}(t) = \sum \left. \frac{\partial \vec{C}_r(t)}{\partial \vec{s}} \right|_{\vec{s}=\vec{s}_{ST}} \vec{p}(t) \quad (109)$$

Em ondas longitudinais onde  $\hat{y}=0$ ,  $\hat{\phi}=0$ , e  $\hat{\psi}=0$ , e considerando como restaurativos (águas calmas e ondas) apenas heave, roll e pitch, os correspondentes termos variacionais serão:

$$\vec{C}_{r(\vec{s})V}^{(1)} = \begin{bmatrix} Z_z & 0 & Z_\theta \\ 0 & K_\phi & 0 \\ M_z & 0 & M_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \varphi \\ \vartheta \end{bmatrix} \quad (110)$$

$$\vec{C}_{r(\vec{s})V}^{(2)} = \begin{bmatrix} Z_{zz}\hat{z} + Z_{z\theta}\hat{\theta} & 0 & Z_{\theta\theta}\hat{\theta} \\ 0 & (K_{z\phi}\hat{z} + K_{\phi\theta}\hat{\theta}) & 0 \\ M_{zz}\hat{z} + M_{z\theta}\hat{\theta} & 0 & M_{\theta\theta}\hat{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \varphi \\ \vartheta \end{bmatrix} \quad (111)$$

$$\bar{C}_{r(\zeta)V}^{(2)} = \begin{bmatrix} Z_{\zeta z}(t) & 0 & Z_{\zeta\theta}(t) \\ 0 & K_{\zeta\phi}(t) & 0 \\ M_{\zeta z}(t) & 0 & M_{\zeta\theta}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \varphi \\ \vartheta \end{bmatrix} \quad (112)$$

$$\bar{C}_{r(\bar{s})V}^{(3)} = \begin{bmatrix} (Z_{zzz}\hat{z} + 3Z_{zz\theta}\hat{\theta})\hat{z} & 0 & (Z_{\theta\theta\theta}\hat{\theta} + 3Z_{\theta\theta z}\hat{z})\hat{\theta} \\ 0 & \frac{1}{2}(K_{zz\phi}\hat{z}^2 + K_{\theta\theta\phi}\hat{\theta}^2) + K_{z\phi\theta}\hat{z}\hat{\theta} & 0 \\ (M_{zzz}\hat{z} + 3M_{zz\theta}\hat{\theta})\hat{z} & 0 & (M_{\theta\theta\theta}\hat{\theta} + 3M_{\theta\theta z}\hat{z})\hat{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \varphi \\ \vartheta \end{bmatrix} \quad (113)$$

$$\bar{C}_{r(\zeta)V}^{(3)} = \begin{bmatrix} Z_{\zeta zz}(t)\hat{z} + Z_{\zeta z\theta}(t)\hat{\theta} & 0 & Z_{\zeta\zeta\theta}(t) + Z_{\zeta\theta\theta}(t)\hat{\theta} \\ 0 & K_{\zeta\zeta\phi}(t) + K_{\zeta z\phi}(t)\hat{z} + K_{\zeta\phi\theta}(t)\hat{\theta} & 0 \\ M_{\zeta\zeta z}(t) + M_{\zeta z z}(t)\hat{z} & 0 & M_{\zeta\zeta\theta}(t) + M_{\theta\theta\zeta}(t)\hat{\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi \\ \varphi \\ \vartheta \end{bmatrix} \quad (114)$$

Assim, considerando a estrutura das matrizes (110) a (114), observa-se que, para ondas longitudinais quando considerada a equação variacional linear, o movimento perturbado de roll resulta desacoplado dos movimentos perturbados de heave e pitch, e vice-versa. Porém, ele é afetado não linearmente pelos movimentos permanentes oscilatórios de heave e pitch. Para outras incidências diferentes às definidas por  $\chi = 0^\circ$  ou  $\chi = 180^\circ$  (ondas longitudinais) os três modos perturbados resultam acoplados entre si, como descrito em Neves e Rodríguez (2009).

Agrupando os respectivos termos nas equações (110) a (114), a equação variacional para ondas longitudinais fica dada por:

$$(J_{xx} + K_{\phi})\ddot{\varphi} + K_{\phi}\dot{\varphi} + K_{\phi}\varphi + [K_{z\phi}\hat{z} + K_{\phi\theta}\hat{\theta} + K_{\zeta\phi}(t)]\varphi + \left[ \frac{1}{2}K_{zz\phi}\hat{z}^2 + \frac{1}{2}K_{\theta\theta\phi}\hat{\theta}^2 + K_{z\phi\theta}\hat{z}\hat{\theta} \right] \varphi + [K_{\zeta z\phi}(t)\hat{z} + K_{\zeta\phi\theta}(t)\hat{\theta} + K_{\zeta\zeta\phi}(t)]\varphi = 0 \quad (115)$$

Substituindo as expressões dos coeficientes de restauração pelas suas respectivas parcelas de seno e cosseno (vide capítulo 2) na eq. (115) e rearranjando convenientemente os termos, a equação variacional de roll pode ser expressa na seguinte forma, eq. (116):

$$(J_{xx} + K_{\phi})\ddot{\varphi} + K_{\phi}\dot{\varphi} + [K_{\phi} + A_w^2 e_0 + A_w(e_{1C} \cos \omega_e t + e_{1S} \sin \omega_e t) + A_w^2(e_{2C} \cos 2\omega_e t + e_{2S} \sin 2\omega_e t)]\varphi = 0 \quad (116)$$

onde:

$$e_0 = \frac{1}{4}K_{zz\phi}\eta_3^2 + \frac{1}{4}K_{\theta\theta\phi}\eta_5^2 + \frac{1}{2}K_{z\phi\theta}\eta_3\eta_5 \cos(\alpha_z - \alpha_\theta) + \frac{\eta_3}{2}[K_{\zeta z\phi c} \cos(\alpha_z) - K_{\zeta z\phi s} \sin(\alpha_z)] + \frac{\eta_5}{2}[K_{\zeta\theta\phi c} \cos(\alpha_\theta) - K_{\zeta\theta\phi s} \sin(\alpha_\theta)] + K_{\zeta\zeta\phi} \quad (117)$$

$$e_{1C} = -K_{z\phi} \eta_3 \cos(\alpha_z) + K_{\phi\theta} \eta_5 \cos(\alpha_\theta) + K_{\zeta\phi c} \quad (118)$$

$$e_{1S} = -K_{z\phi} \eta_3 \sin(\alpha_z) - K_{\phi\theta} \eta_5 \sin(\alpha_\theta) + K_{\zeta\phi s} \quad (119)$$

$$e_{2C} = \frac{1}{4} K_{zz\phi} \eta_3^2 \cos(2\alpha_z) + \frac{1}{4} K_{\theta\theta\phi} \eta_5^2 \cos(2\alpha_\theta) + \frac{1}{2} K_{z\phi\theta} \eta_3 \eta_5 \cos(\alpha_z + \alpha_\theta) +$$

$$\frac{\eta_3}{2} [K_{\zeta z\phi c} \cos(\alpha_z) + K_{\zeta z\phi s} \sin(\alpha_z)] + \frac{\eta_5}{2} [K_{\zeta\theta\phi c} \cos(\alpha_\theta) + K_{\zeta\theta\phi s} \sin(\alpha_\theta)] + K_{\zeta\zeta\phi c} \quad (120)$$

$$e_{2S} = -\frac{1}{4} K_{zz\phi} \eta_3^2 \sin(2\alpha_z) - \frac{1}{4} K_{\theta\theta\phi} \eta_5^2 \sin(2\alpha_\theta) - \frac{1}{2} K_{z\phi\theta} \eta_3 \eta_5 \sin(\alpha_z + \alpha_\theta) +$$

$$\frac{\eta_3}{2} [-K_{\zeta z\phi c} \sin(\alpha_z) + K_{\zeta z\phi s} \cos(\alpha_z)] + \frac{\eta_5}{2} [-K_{\zeta\theta\phi c} \sin(\alpha_\theta) + K_{\zeta\theta\phi s} \cos(\alpha_\theta)] + K_{\zeta\zeta\phi s} \quad (121)$$

Na eq. (116), é possível identificar as diferentes contribuições na excitação paramétrica tanto das ações puramente hidrostáticas (águas calmas) como as de interação com a onda. Assim, por exemplo, o termo não oscilatório  $e_0$ , eq. (117), abrange as seguintes contribuições:

- termos hidrostáticos de águas calmas de terceira ordem:  $K_{zz\phi}$ ,  $K_{\theta\theta\phi}$ ,  $K_{z\phi\theta}$
- termos de onda de terceira ordem:  $K_{\zeta z\phi c}$ ,  $K_{\zeta z\phi s}$ ,  $K_{\zeta\theta\phi c}$ ,  $K_{\zeta\theta\phi s}$ ,  $K_{\zeta\zeta\phi 0}$
- funções de transferência de heave e pitch:  $\{\eta_3, \alpha_z\}$  e  $\{\eta_5, \alpha_\theta\}$ , respectivamente.

Os coeficientes hidrostáticos de águas calmas em roll têm expressões analíticas aproximadas derivadas em Rodríguez (2004) e apresentadas no capítulo 2:

$$K_{zz\phi} = \rho g \left[ 4 \int_L \bar{y} \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 dx + A_0 \right]$$

$$K_{\theta\theta\phi} = \rho g \left[ 4 \int_L \bar{x}^2 \bar{y} \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 dx + I_{yy0} \right]$$

$$K_{z\phi\theta} = -\rho g \left[ 4 \int_L \bar{x} \bar{y} \left( \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right)^2 dx + A_0 x_{f0} \right]$$

A partir da análise das expressões acima pode-se concluir que esses coeficientes são em geral positivos. De fato, para os navios investigados essa hipótese pode ser confirmada verificando, por exemplo, os valores numéricos dos coeficientes de águas

calmas (tabela 4.1) e as distribuições de semi-bocas e *flares* dos navios (figuras 4.1 e 4.2).

Tabela 4.1 Coeficientes adimensionais da restauração de roll

Coeficiente adim.	TS	NTU	SAFEDOR	SPAR
$\frac{K_{zz\phi}}{\rho g L^2}$	0.844	0.171	0.271	0.785
$\frac{K_{\theta\theta\phi}}{\rho g L^4}$	0.111	0.020	0.032	0.049
$\frac{K_{z\phi\theta}}{\rho g L^3}$	0.225	0.032	0.050	0.000
$\frac{K_{\zeta\zeta\phi 0}}{\rho g L^2}$	0.211	0.043	0.068	0.196

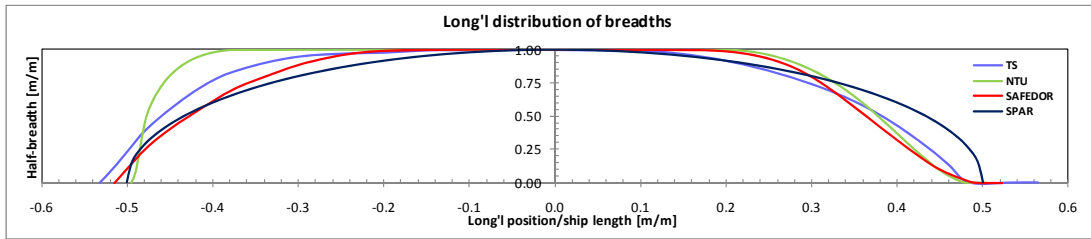


Fig. 4.1 Distribuição longitudinal de semi-bocas (y)

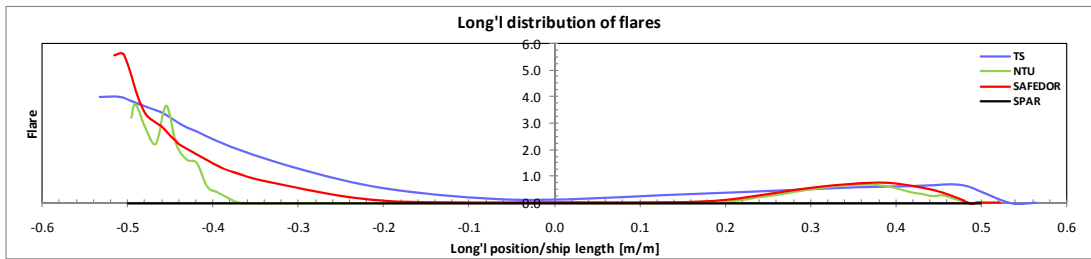


Fig. 4.2 Distribuição longitudinal de flares ( $dy/dz$ )

Na tabela 4.1 também foram apresentados apenas os coeficientes de águas calmas e o coeficiente de onda  $K_{\zeta\zeta\phi 0}$ . Os outros coeficientes de onda ( $K_{\zeta z\phi}$  e  $K_{\zeta\theta\phi}$ ) variam com a frequência da onda, mas, em geral, a influência deles é secundária quando comparada com os coeficientes de águas calmas. Com base no acima exposto, pode-se afirmar que para os flutuantes analisados o valor de  $e_0$  sempre será positivo (eq. 117). Assim, de acordo com a eq. (116), o termo  $A_w^2 e_0$  agirá como um enrijecimento adicional (oriundo das não linearidades) que se somará à rigidez linear  $K_\phi$ .

Já os outros termos da restauração da eq. (116) apresentam dependência temporal e, portanto, causam a excitação paramétrica do sistema, que é dada por:

$$h_p(t) = A_w [e_{1C} \cos(\omega_e t) + e_{1S} \sin(\omega_e t)] + A_w^2 [e_{2C} \cos(2\omega_e t) + e_{2S} \sin(2\omega_e t)] \quad (122)$$

Fica evidente que os termos de terceira ordem são os responsáveis pela introdução do enrijecimento não linear e a excitação paramétrica bi-harmônica na restauração da variacional. Com isso fica explícito que a variacional de roll obedece a uma equação do tipo Hill.

A ocorrência de super-harmônicos na excitação paramétrica, eq. (122), deixa evidente que a dinâmica essencial por trás dos movimentos não lineares descritos pela equação (96) não obedece às das equações acopladas de Mathieu; e sim a de um conjunto de equações tipo Hill, conforme mostrado na restauração variacional linear – eqs. (116) a (121). Por outro lado, a aparição de termos aperiódicos independentes do tempo, interpretados como rigidezes adicionais (proporcionais à amplitude da onda ao quadrado) e incorporados no sistema dinâmico através dos termos de terceira ordem, é consistente com a melhora observada na correlação entre as simulações numéricas e os resultados experimentais. De fato, sistemas mais rígidos perdem a tendência de produzir movimentos excessivos (como acontece na modelação de Mathieu) devido à dessintonização que aparece entre a excitação paramétrica e a frequência de resposta do sistema não linear.

Portanto, pode-se concluir que os termos de terceira ordem da modelação matemática proposta introduzem características dinâmicas próprias na simulação dos movimentos do navio. Assim, diferentemente das equações clássicas de manobra não lineares, onde os termos de terceira ordem representam apenas meros refinamentos quantitativos (Abkowitz, 1969), aqui esses termos levam também a mudanças qualitativas na dinâmica.

### 4.3 A estabilidade da equação de Hill

Resultados teóricos relevantes relacionados com a estabilidade das soluções de equações diferenciais ordinárias lineares com coeficientes periódicos podem ser encontrados em Struble (1962), Hsu (1963), Cesari (1971) e outros.

Neste ponto é conveniente expressar as equações que descrevem os movimentos perturbados de tal forma que a matriz descrita pela eq. (111) possa ser expressa na forma diagonal usando a seguinte transformação linear:

$$\vec{p} = \tilde{T}\vec{y} \quad (123)$$

onde  $\tilde{T}$  é a matriz correspondente aos autovetores da matriz de restauração definida na eq. (111), e é dada por:

$$\tilde{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{\lambda_5 - M_\theta}{M_z} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{M_z}{\lambda_3 - M_\theta} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (124)$$

com  $\lambda_3$  e  $\lambda_5$  sendo os autovalores associados aos modos de heave e pitch:

$$\lambda_{3,5} = \frac{Z_z + M_\theta \mp \sqrt{(Z_z - M_\theta)^2 + 4Z_0M_z}}{2}$$

Assim, aplicando a transformação dada pela eq. (123) à equação variacional, e organizando os termos, pode obter-se uma forma geral das equações variacionais de heave, roll e pitch com a matriz de frequências naturais onde sua diagonal é formada por  $\omega_3^2$ ,  $\omega_4^2$ ,  $\omega_5^2$ . Resultando, então, a seguinte forma canônica:

$$\ddot{y}_j + \omega_k^2 y_j = -\varepsilon \left\{ \sum_{m=1}^S \sum_{j=3}^5 [d_{jk}^{(m)} \cos(m\omega_e t) + e_{jk}^{(m)} \sin(m\omega_e t)] y_j + \sum_{j=1}^n f_{jk}^{(0)} \dot{y}_j + \sum_{m=1}^S \sum_{j=3}^5 [f_{jk}^{(m)} \cos(m\omega_e t) + g_{jk}^{(m)} \sin(m\omega_e t)] \dot{y}_j \right\},$$

$$k = 3, 4, 5; m = 1, 2, 3 \dots \quad (125)$$

Nosso interesse está centrado em soluções ressonantes das equações acima nos casos em que:

$$\omega_e = \frac{2\omega_k}{m} + \varepsilon\sigma; \quad k = 3, 4, 5 \quad (126)$$

onde os valores do fator de dessintonização  $\sigma$  são pequenos. No presente contexto as expressões para os limites de estabilidade da eq. (125) derivados por Hsu (1963) resultam relevantes. O método de Hsu combina num único desenvolvimento o método de variação de parâmetros com as técnicas de perturbação. Sem entrar em detalhes matemáticos, a seguir são apresentadas as expressões analíticas derivadas por Hsu para os limites de estabilidade dos movimentos:



$$\frac{2\omega_k}{m} + \frac{\varepsilon}{2m\omega_k} \left[ (d_{kk}^{(m)} - g_{kk}^{(m)}\omega_k)^2 + (e_{kk}^{(m)} + f_{kk}^{(m)}\omega_k)^2 - 4\omega_k^2 (f_{kk}^{(0)})^2 \right]^{\frac{1}{2}} > \omega_e >$$

$$\frac{2\omega_k}{m} - \frac{\varepsilon}{2m\omega_k} \left[ (d_{kk}^{(m)} - g_{kk}^{(m)}\omega_k)^2 + (e_{kk}^{(m)} + f_{kk}^{(m)}\omega_k)^2 - 4\omega_k^2 (f_{kk}^{(0)})^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

para k = 3, 4, 5; m = 1, 2, 3...

(127)

A eq. (127) fornece implicitamente o algoritmo para o cálculo das fronteiras (ou limites) de estabilidade da ressonância paramétrica para heave, roll e pitch. Se no procedimento das perturbações no método de Hsu é feita a aproximação de primeira ordem, a expressão (127) resulta equivalente à aproximação de Stoker (1950) para o diagrama de Ince-Strut.

#### 4.4 Limites de estabilidade analíticos – Método de Hsu (1963)

Quando a equação variacional linear do movimento de roll, eq. (116), é expressa na forma da eq. (125) são identificados os seguintes termos:

$$d_{44}^{(1)} = \frac{[K_{z\phi}\eta_3 \cos(\alpha_z) + K_{\phi\theta}\eta_5 \cos(\alpha_\theta) + K_{\zeta\phi c}]}{(J_{xx} + K_{\ddot{\phi}})} \quad (128)$$

$$e_{44}^{(1)} = \frac{[-K_{z\phi}\eta_3 \sin(\alpha_z) - K_{\phi\theta}\eta_5 \sin(\alpha_\theta) + K_{\zeta\phi s}]}{(J_{xx} + K_{\ddot{\phi}})} \quad (129)$$

$$d_{44}^{(2)} = \frac{A_w}{(J_{xx} + K_{\ddot{\phi}})} \left[ \frac{1}{4} K_{zz\phi}\eta_3^2 \cos(2\alpha_z) + \frac{1}{4} K_{\theta\theta\phi}\eta_5^2 \cos(2\alpha_\theta) + \frac{1}{2} K_{z\phi\theta}\eta_3\eta_5 \cos(\alpha_z + \alpha_\theta) \right. \\ \left. + \frac{\eta_3}{2} [K_{\zeta z\phi c} \cos(\alpha_z) + K_{\zeta z\phi s} \sin(\alpha_z)] + \frac{\eta_5}{2} [K_{\zeta\theta\phi c} \cos(\alpha_\theta) + K_{\zeta\theta\phi s} \sin(\alpha_\theta)] + K_{\zeta\zeta\phi c} \right] \quad (130)$$

$$e_{44}^{(2)} = \frac{A_w}{(J_{xx} + K_{\ddot{\phi}})} \left[ -\frac{1}{4} K_{zz\phi}\eta_3^2 \sin(2\alpha_z) - \frac{1}{4} K_{\theta\theta\phi}\eta_5^2 \sin(2\alpha_\theta) - \frac{1}{2} K_{z\phi\theta}\eta_3\eta_5 \sin(\alpha_z + \alpha_\theta) \right. \\ \left. + \frac{\eta_3}{2} [-K_{\zeta z\phi c} \sin(\alpha_z) + K_{\zeta z\phi s} \cos(\alpha_z)] + \frac{\eta_5}{2} [-K_{\zeta\theta\phi c} \sin(\alpha_\theta) + K_{\zeta\theta\phi s} \cos(\alpha_\theta)] + K_{\zeta\zeta\phi s} \right] \quad (131)$$

$$f_{44}^{(0)} = \frac{K_{\dot{\phi}}}{(J_{xx} + K_{\ddot{\phi}})} \quad (132)$$

$$\omega_4 = \left[ \omega_{n4}^2 + \omega_{m4}^2 \right]^{1/2} \quad (133)$$

onde:

$$\omega_{n4}^2 = \frac{K_\phi}{(J_{xx} + K_{\dot{\phi}})} \quad (134)$$

$$\omega_{m4}^2 = \frac{A_w^2}{(J_{xx} + K_{\dot{\phi}})} \left[ \frac{1}{4} K_{zz\phi} \eta_3^2 + \frac{1}{4} K_{\theta\theta\phi} \eta_5^2 + \frac{1}{2} K_{z\phi\theta} \eta_3 \eta_5 \cos(\alpha_z - \alpha_\theta) \right. \\ \left. + \frac{\eta_3}{2} [K_{\zeta z\phi c} \cos(\alpha_z) - K_{\zeta z\phi s} \sin(\alpha_z)] + \frac{\eta_5}{2} [K_{\zeta\theta\phi c} \cos(\alpha_\theta) - K_{\zeta\theta\phi s} \sin(\alpha_\theta)] + K_{\zeta\zeta\phi 0} \right] \quad (135)$$

No caso particular da equação de Hill com restauração até os bi-harmônicos e com amortecimento nulo em roll, duas regiões de instabilidade são identificadas a partir da eq. (127):

- **Primeira região de instabilidade ( $m = 1$ ):**

$$2\omega_4 + \frac{A_w}{2\omega_4} \left[ (d_{44}^{(1)})^2 + (e_{44}^{(1)})^2 - 4\omega_4^2 (f_{44}^{(0)})^2 \right]^{1/2} > \omega_e > \\ 2\omega_4 - \frac{A_w}{2\omega_4} \left[ (d_{44}^{(1)})^2 + (e_{44}^{(1)})^2 - 4\omega_4^2 (f_{44}^{(0)})^2 \right]^{1/2} \quad (136)$$

- **Segunda região de instabilidade ( $m = 2$ ):**

$$\omega_4 + \frac{A_w}{4\omega_4} \left[ (d_{44}^{(2)})^2 + (e_{44}^{(2)})^2 - 4\omega_4^2 (f_{44}^{(0)})^2 \right]^{1/2} > \omega_e > \\ \omega_4 - \frac{A_w}{4\omega_4} \left[ (d_{44}^{(2)})^2 + (e_{44}^{(2)})^2 - 4\omega_4^2 (f_{44}^{(0)})^2 \right]^{1/2} \quad (137)$$

#### 4.4.1 Roll sem amortecimento

No trabalho de Rodríguez (2004) o amortecimento em roll não foi considerado, isto é,  $f_{44}^{(0)} = 0$ , e os limites de estabilidade analíticos para dois navios pesqueiros, entre eles o TS foram estudados. Nesse trabalho os limites obtidos com o modelo de terceira ordem foram calculados também com base no método de Hsu (1963) e comparados extensivamente em relação aos limites do modelo de segunda ordem – aproximação de Stoker (1950). A figura 4.3 mostra alguns dos limites do pesqueiro TS analisados em Rodríguez (2004).

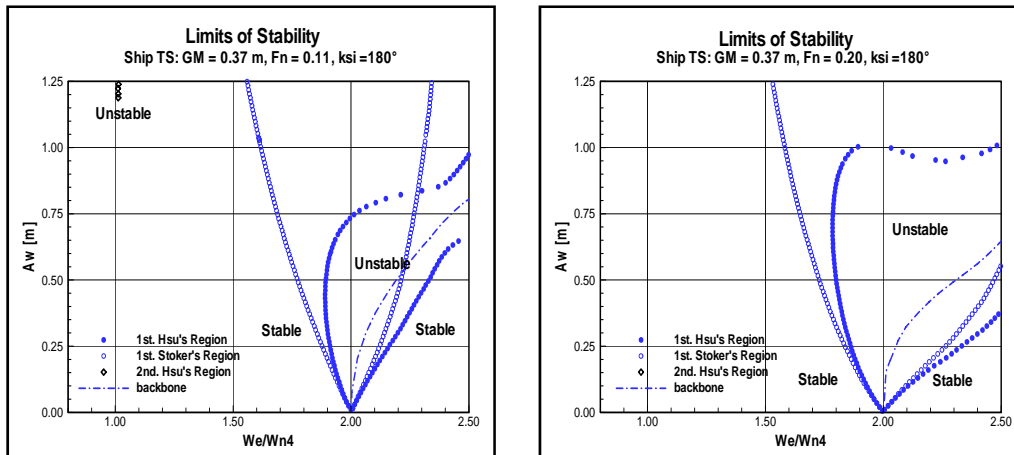


Fig. 4.3 Limites de estabilidade analíticos, sem amortecimento (Rodríguez, 2004)

Na análise desses limites foram identificadas algumas características intrínsecas à dinâmica do roll da modelação de terceira ordem, como, por exemplo:

- As curvas limites de estabilidade ficam curvadas à direita, sugerindo um desvio em relação à sintonia principal de Mathieu ( $\omega_e/\omega_{n4} = 2$ ). A sintonia principal da primeira região de instabilidade é dada por  $\omega_e/\omega_4 = 2$ , onde  $\omega_4$  é a frequência não linear de oscilação do roll em ondas. Assim, na modelação de Mathieu a sintonia principal é representada por uma linha vertical, enquanto que na do modelo de terceira ordem é representada por uma curva ou “espinha dorsal” curvada para a direita. Esse desvio é causado pela rigidez não linear do sistema, e fica mais significativo quanto maior é a amplitude da onda.
- As áreas de instabilidade ficam reduzidas em comparação com as obtidas com a modelação de segunda ordem (Mathieu). Essa redução é consequência da rigidez adicional (não linear) do sistema que atua dessintonizando-o. Em todos os casos foram observadas a aparição de fronteiras (ou limites) superiores acima das quais o sistema não apresenta amplificações paramétricas. Isso significaria que em ondas de amplitudes maiores (acima de um valor crítico), mesmo com amplificações paramétricas maiores, não há surgimento do roll paramétrico.
- A segunda região de instabilidade de acordo com a modelação de Hsu (1963) é governada pelos termos de excitação paramétrica bi-harmônicos (que tem dependência quadrática da amplitude da onda). Portanto, em ondas de pequena a moderada amplitude a área desta região é bastante estreita e reduzida quando comparada com a primeira região de instabilidade, e a princípio, não representa perigo para a dinâmica do navio.

#### 4.4.2 Roll com amortecimento

Nos limites de Mathieu, onde os acoplamentos na restauração vão até a segunda ordem, a introdução do amortecimento ( $\mu$ ) não causa mudanças qualitativas significativas na forma dos limites de estabilidade. Os únicos efeitos observados são o deslocamento para cima das regiões de instabilidade e a redução de suas respectivas áreas devido ao estreitamento delas. A figura 4.4 ilustra o efeito de três níveis de amortecimento nas regiões de instabilidade descritas pela equação de Mathieu. Nessa figura fica evidente a pouca relevância da introdução do amortecimento na posição e extensão das regiões de instabilidade, principalmente na primeira região. Na segunda região de instabilidade o efeito do amortecimento é um pouco mais significativo, porém tornando essa região ainda menos relevante e perigosa do ponto de vista da estabilidade do navio em ondas.

Do ponto de vista físico do fenômeno da ressonância paramétrica, a introdução do amortecimento demarcaria um nível crítico de amplitude de onda a partir do qual surgiriam as amplificações. Portanto, quanto maior o amortecimento, maiores as amplitudes de onda que o navio poderá suportar sem desenvolver roll paramétrico.

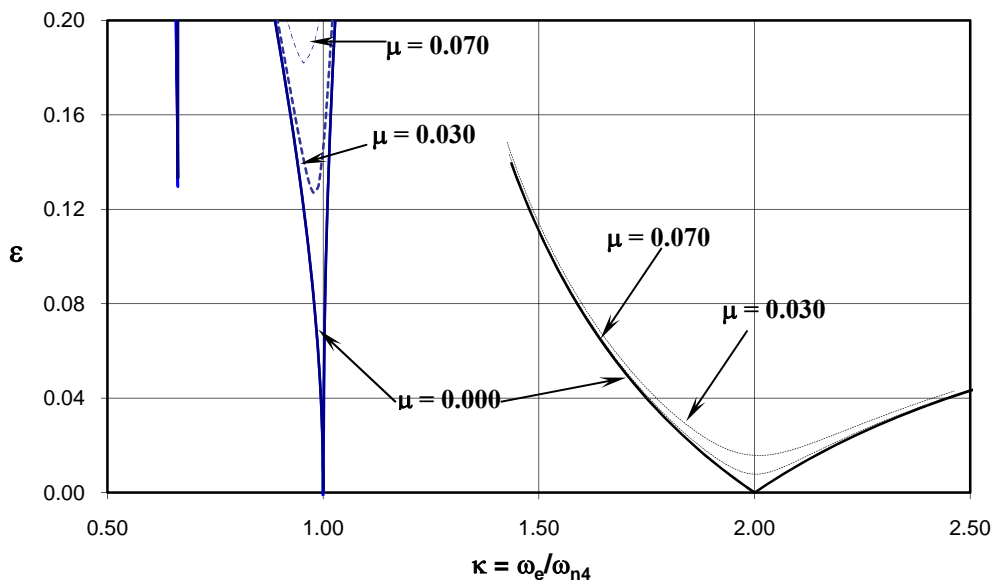


Fig. 4.4 Influência do amortecimento nos limites de estabilidade de Mathieu

Na atual modelação (terceira ordem), o amortecimento de roll é introduzido, embora, por simplicidade, considerando apenas sua parcela linear. A figura 4.5 compara, para um dos casos do pesqueiro TS, a influência típica do amortecimento nos

limites da primeira região de instabilidade da modelação de terceira ordem (Método de Hsu).

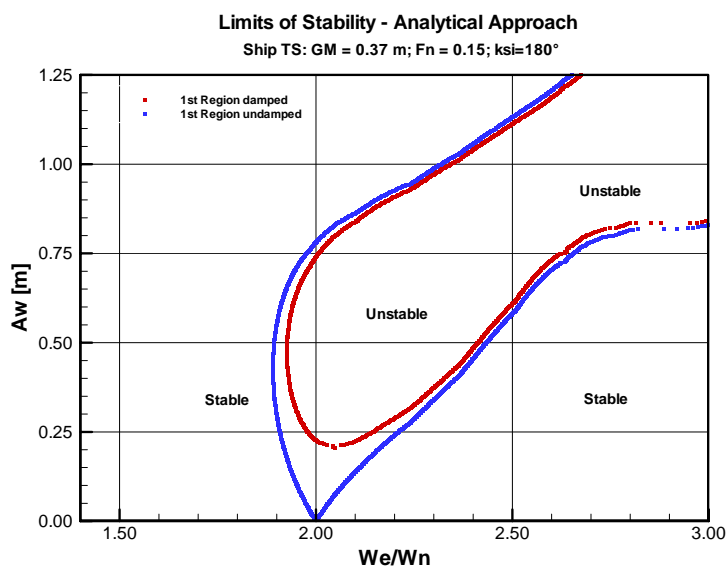


Fig. 4.5 Influência típica do amortecimento nos limites de estabilidade de Hsu

Em geral, a introdução do amortecimento de roll nos limites de estabilidade da modelação de terceira ordem causa os mesmos efeitos descritos acima para o caso da equação de Mathieu. Primeiro, o deslocamento da região de instabilidade para cima, com o qual fica evidente que o amortecimento introduz um nível crítico (“*threshold*”) de amplitude de onda a partir da qual podem aparecer as amplificações paramétricas (conforme descrito também em ABS (2004) para o caso da modelação baseada em Mathieu). A segunda influência do amortecimento é a redução das áreas de instabilidade por estreitamento. Note-se que na modelação proposta, mesmo sem a introdução do amortecimento, há redução das áreas de instabilidade em relação às modelações baseadas em Mathieu, porém, neste último caso o efeito é decorrente da introdução dos termos restaurativos de acoplamento de terceira ordem.

Importante notar também que, diferentemente do trabalho de Rodríguez (2004), no presente estudo foram introduzidos os termos de efeito Smith nos coeficientes de restauração de onda para o cálculo dos limites de estabilidade. A figura 4.6 ilustra a influência do efeito Smith nos limites de estabilidade da primeira região para o pesqueiro TS com velocidade de avanço correspondente ao  $Fn = 0.15$ .

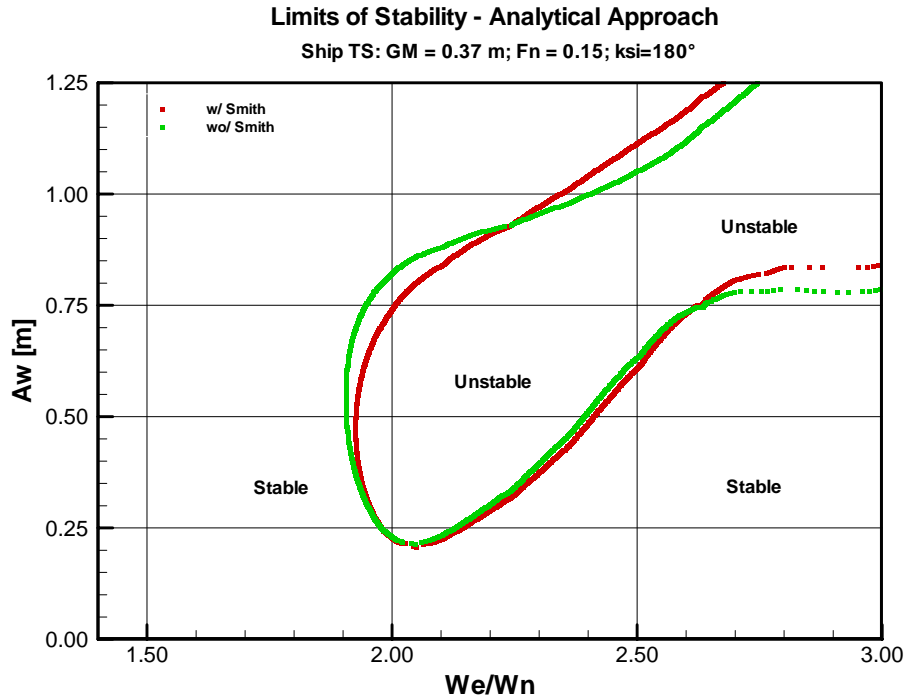


Fig. 4.6 Influência típica do efeito Smith nos limites de estabilidade

Em geral, para todos os navios analisados, o efeito Smith não causa mudanças significativas nas formas nem na área dos limites de estabilidade, principalmente em ondas de pequena amplitude (vide figura 4.6). No entanto, em alguns casos específicos, como do pesqueiro TS e da plataforma SPAR, aparecem algumas exceções – vide figura 4.7. No pesqueiro TS e apenas no caso com  $F_n = 0.30$  observou-se que para amplitudes de onda moderadas em torno da sintonia exata da primeira região o efeito Smith governa o aparecimento do roll paramétrico numa área significativa da primeira região de instabilidade. Na plataforma SPAR, a consideração do efeito Smith é ainda mais crítica, pois este governa a existência de toda a primeira região de instabilidade.

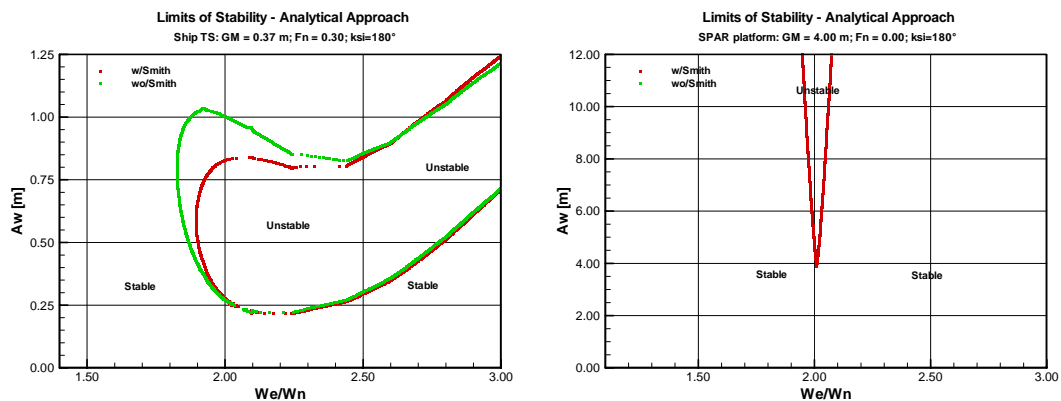


Fig. 4.7 Limites de estabilidade com forte influência do efeito Smith: (a) TS; (b) SPAR

Em geral, com exceção da plataforma SPAR, em todos os casos analisados (inclusive para o caso do pesqueiro TS ilustrado na figura 4.7), a consideração do efeito Smith reduz as áreas de instabilidade. Já na plataforma SPAR, a inclusão do efeito Smith é mais crítica, pois dá ao sistema dinâmico a capacidade de reproduzir a ocorrência da ressonância paramétrica.

A seguir, figuras 4.8 a 4.10, são apresentadas as curvas limites de estabilidade correspondentes à primeira região de instabilidade dos navios analisados no Capítulo 3. Em todos os casos foram considerados tanto o amortecimento como o efeito Smith.

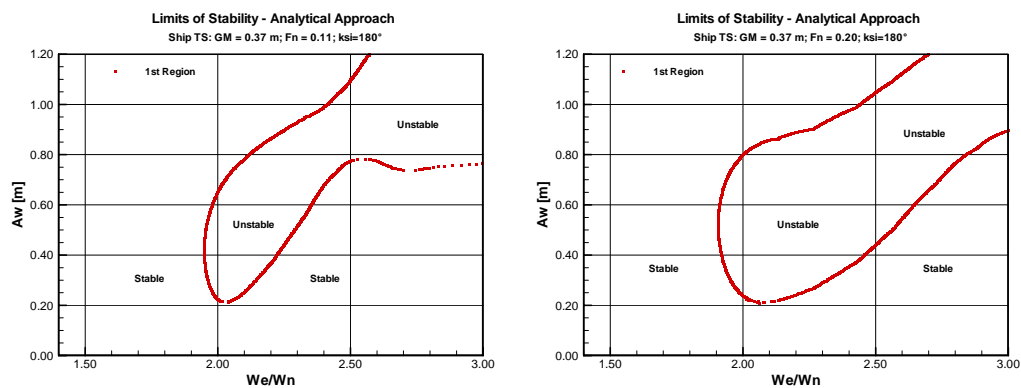


Fig. 4.8 Limites de estabilidade analíticos para o navio TS

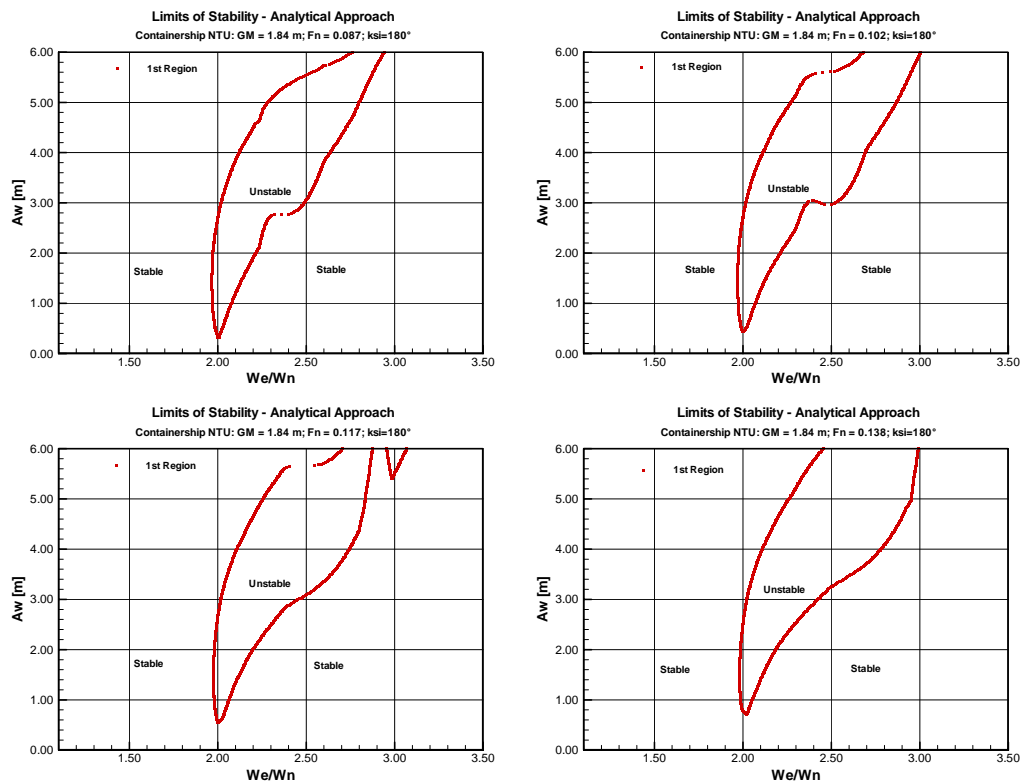
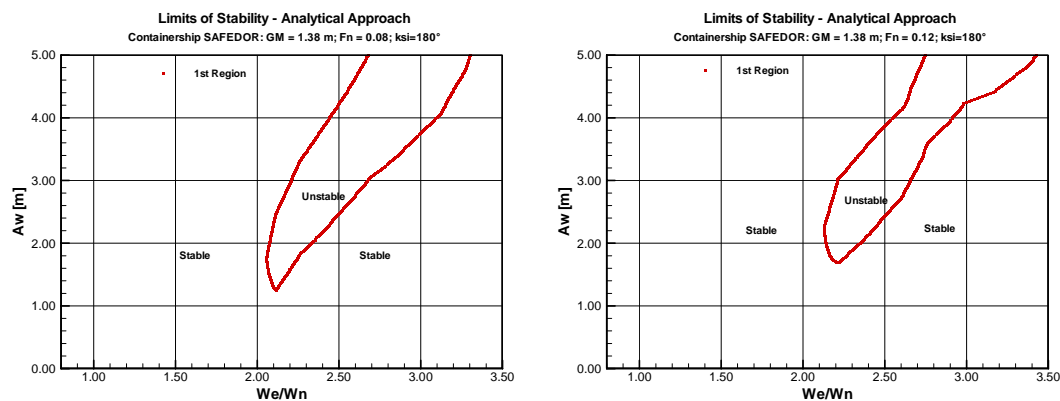


Fig. 4.9 Limites de estabilidade analíticos para o portacontentor NTU



**Fig. 4.10 Limites de estabilidade analíticos para o portacontentor SAFEDOR**

Os limites de estabilidade analisados mostram que as principais características apontadas anteriormente para os limites de estabilidade do pesqueiro TS, também se mantêm para os outros navios aqui analisados. Assim, por exemplo, nos casos dos portacontentores observa-se também uma forte inclinação das curvas limites para a direita, o que indica então a forte influência que os termos de acoplamento de terceira ordem têm na dinâmica do roll paramétrico. Destaca-se ainda, a dessintonização em relação à sintonia *exata* de Mathieu ( $\omega_e/\omega_4 = 2$ ) na primeira região de instabilidade e a presença marcante das fronteiras superiores, ambos os efeitos resultantes da rigidez não linear do sistema. No caso específico do portacontentor SAFEDOR, a primeira região de instabilidade aparece totalmente à direita da sintonia  $\omega_e/\omega_4 = 2$ .

Outra característica observada nos limites de estabilidade é a influência da velocidade de avanço. Assim, no caso do pesqueiro TS, maiores velocidades implicam em maiores áreas de instabilidade, e inclusive a aparição de concavidades nas fronteiras superiores das regiões instáveis – que denotam condições potencialmente mais perigosas em amplitudes de onda menores. Já nos portacontentores (NTU e SAFEDOR) a influência da velocidade de avanço é menos aparente.

Em geral, com base nos resultados dos limites dos flutuantes analisados, conclui-se que as condições mais perigosas para a ressonância paramétrica se encontram à direita da sintonia *exata* e não simetricamente em torno dela como apontado nas análises dos limites baseados na equação de Mathieu. Este tipo de resultado não poderia ter sido antecipado a partir apenas de algumas simulações no domínio do tempo.



Finalmente, cabe notar que, embora os limites de estabilidade analíticos tenham mostrado ser uma ferramenta simples e valiosa, aplicável inclusive ainda no estágio do projeto do navio como indicadora preliminar da extensão e localização das áreas de instabilidade, as curvas limites analíticas não fornecem informação quantitativa, isto é, as amplitudes permanentes e/ou máximas atingidas na amplificação paramétrica.

#### 4.5 Limites de estabilidade numéricos

Uma forma alternativa de calcular as regiões de instabilidade é resolvendo as equações de movimento não lineares no domínio do tempo, para um conjunto grande de amplitudes de onda ( $A_w$ ) e fatores de sintonia  $\omega_e/\omega_{n4}$  (frequência de encontro/frequência natural de roll) que podem ser variados sistematicamente. Assim, toda vez que a instabilidade paramétrica aparecer (amplificação do movimento de roll), um ponto será plotado no plano  $A_w - \omega_e/\omega_{n4}$ . Para mostrar o nível de amplificação do roll nas regiões de instabilidade adota-se uma escala de cores em função das amplitudes máximas atingidas.

Embora este procedimento seja bem mais oneroso em termos de tempo computacional que os limites analíticos, têm a vantagem de permitir conhecer as regiões de instabilidade não apenas qualitativa, mas também quantitativamente. No contexto deste método alternativo, duas abordagens numéricas diferentes podem ser usadas: uma que assume a equação não linear de roll desacoplada, e a outra que usa as equações de movimento não lineares acoplando não linearmente em forma simultânea os modos de heave, roll e pitch.

Tanto para abordagem numérica desacoplada como a acoplada, são usados os coeficientes de restauração analíticos considerando o efeito Smith. No amortecimento em roll foi considerada tanto a parcela linear como a quadrática. A condição inicial de roll adotada foi de  $2^\circ$  na amplitude e velocidade inicial nula. A amplitude mínima de roll considerada para definir a ocorrência do roll paramétrico foi de  $3^\circ$  (amplitude 50% maior que a amplitude da condição inicial considerada,  $2^\circ$ ) após no mínimo 40 ciclos de simulação.

#### **4.5.1 Abordagem numérica – Roll desacoplado (1-DOF)**

Nesta abordagem, a equação do roll é considerada com todos seus termos não lineares até a terceira ordem (eq. 96), porém independente da solução não linear das equações de heave e pitch. De fato, heave e pitch são considerados lineares, isto é, suas soluções (harmônicas simples) obedecem às amplitudes e fases dadas pelos respectivos RAOs. Os modos horizontais, sway e yaw, são considerados acoplados linearmente com o roll e viceversa.

A dinâmica por trás deste tipo de abordagem numérica é análoga às modelações clássicas usadas para o estudo do roll paramétrico, na qual as não linearidades são introduzidas apenas na equação de roll, ficando esta desacoplada assim dos modos verticais (Spyrou, 2000, Umeda *et al.*, 2003, Bulian *et al.*, 2003, Bulian, 2005). Matematicamente, a única diferença entre a equação não linear do roll desacoplado e a equação variacional linear de roll (abordagem analítica) é a consideração dos termos de restauração não lineares puros de roll (extraídos da curva de estabilidade estática) que na equação variacional linear são nulos.

#### **4.5.2 Abordagem numérica – Acoplamentos não lineares (6-DOF)**

Uma forma mais refinada e realista de obter os limites de estabilidade para a ressonância paramétrica é resolver numericamente as seis equações de movimento do modelo proposto (eqs. 93 a 98) onde heave, roll e pitch são acoplados não linearmente na restauração. Da mesma forma que na abordagem numérica baseada na equação desacoplada de roll, é adotada uma escala de cores para representar as amplitudes máximas das amplificações paramétricas do roll. A comparação da abordagem numérica acoplada com a desacoplada permite avaliar a influência das respostas não lineares de heave e pitch no roll paramétrico.

A seguir são apresentados lado a lado os resultados para a primeira região de instabilidade dos navios analisados usando a abordagem numérica desacoplada (1-DOF) e acoplada (6-DOF). As figuras 4.11 a 4.14 correspondem ao pesqueiro TS nas velocidades de avanço para  $F_n = 0.11, 0.15, 0.20$  e  $0.30$ . As figuras 4.16 a 4.18 correspondem ao portacontentor NTU em  $F_n = 0.0868, 0.1022, 0.1174$  e  $0.1379$ . Já as figuras 4.19 e 4.20 apresentam os limites do portacontentor SAFEDOR para  $F_n = 0.08$  e  $0.12$ , e a figura 4.21 apresenta os limites de estabilidade da SPAR.

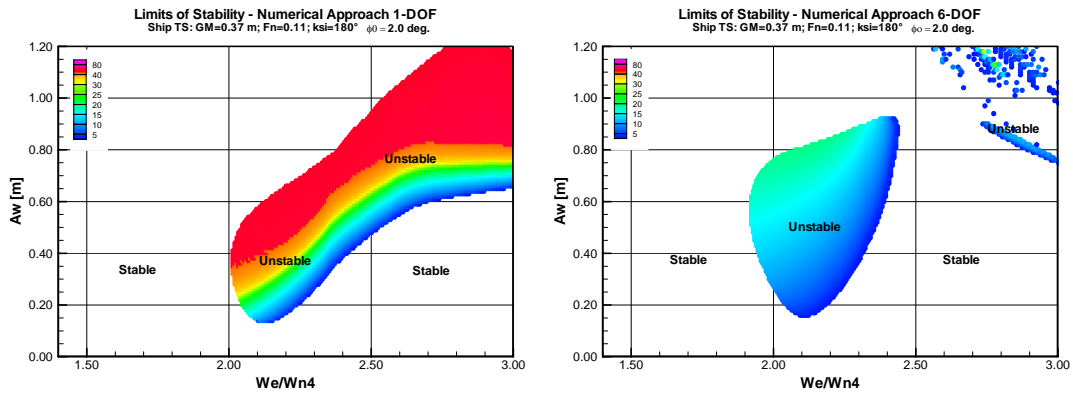


Fig. 4.11 Limites de estabilidade numéricos, peixeiro TS, Fn=0.11: (a) 1-DOF, (b) 6-DOF

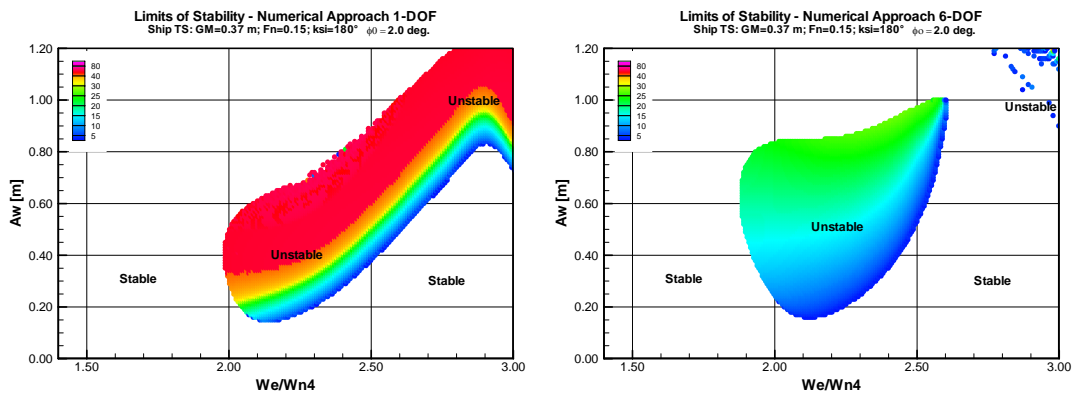


Fig. 4.12 Limites de estabilidade numéricos, peixeiro TS, Fn=0.15: (a) 1-DOF, (b) 6-DOF

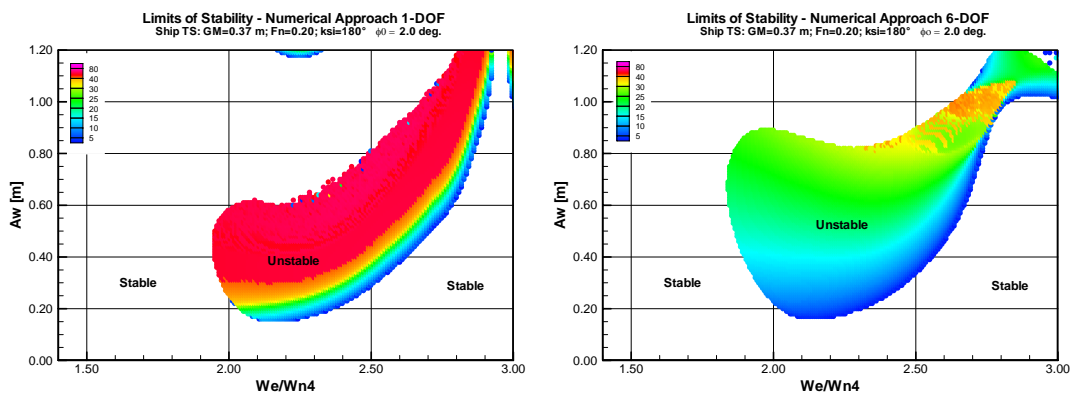


Fig. 4.13 Limites de estabilidade numéricos, peixeiro TS, Fn=0.20: (a) 1-DOF, (b) 6-DOF

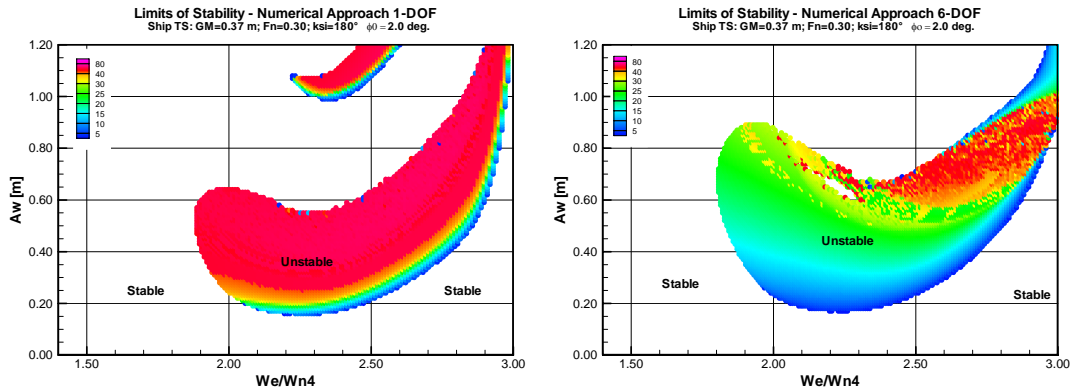


Fig. 4.14 Limites de estabilidade numéricos, pesqueiro TS,  $F_n=0.30$ : (a) 1-DOF, (b) 6-DOF

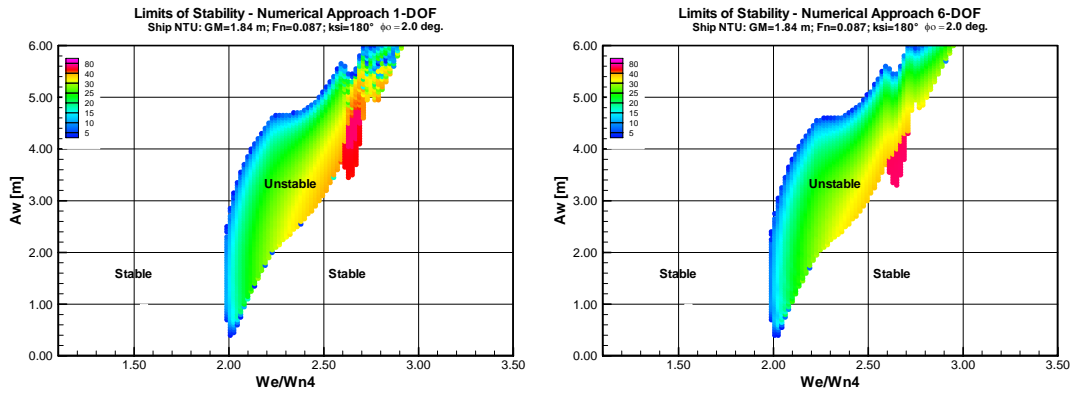


Fig. 4.15 Limites de estabilidade numéricos, navio NTU,  $F_n=0.087$ : (a) 1-DOF, (b) 6-DOF

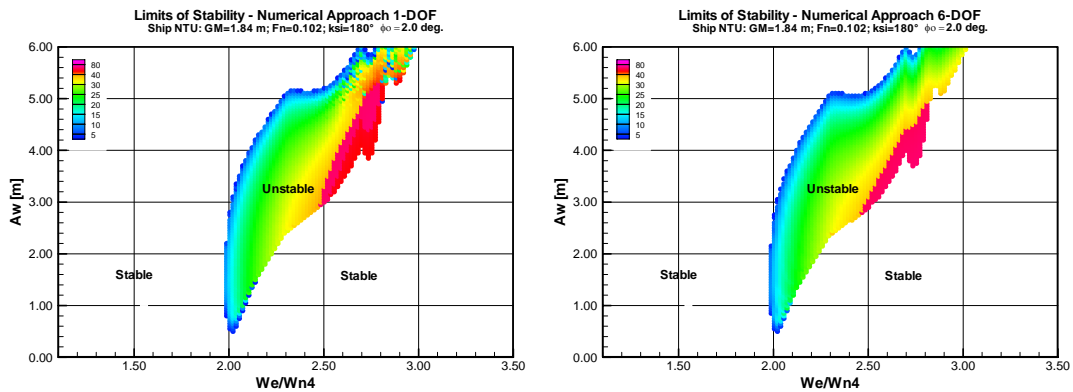


Fig. 4.16 Limites de estabilidade numéricos, navio NTU,  $F_n=0.102$ : (a) 1-DOF, (b) 6-DOF

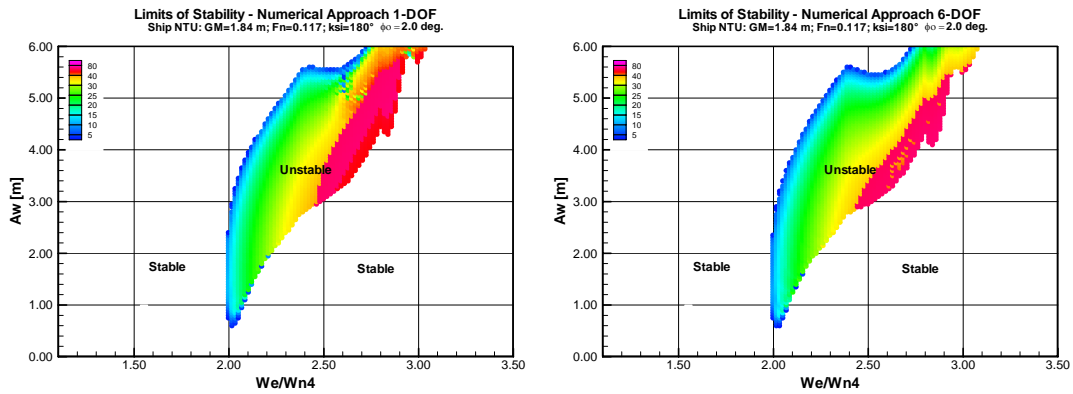


Fig. 4.17 Limites de estabilidade numéricos, navio NTU,  $F_n=0.117$ : (a) 1-DOF, (b) 6-DOF

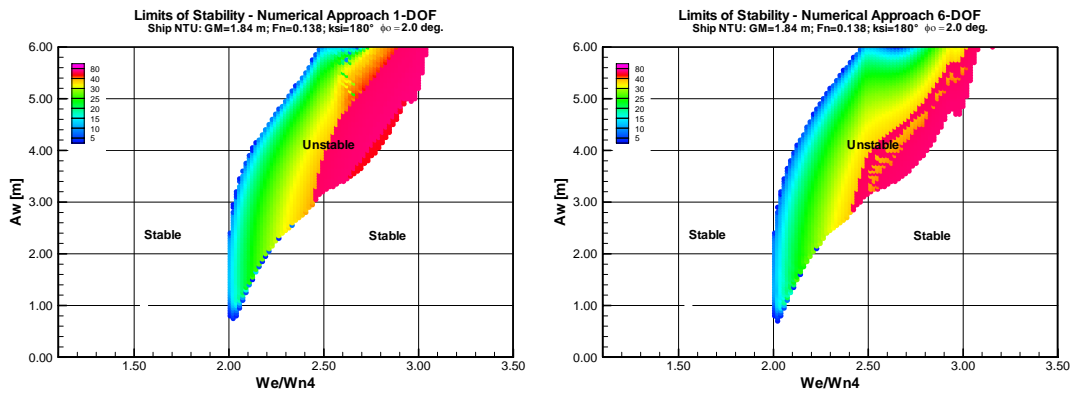


Fig. 4.18 Limites de estabilidade numéricos, navio NTU,  $F_n=0.138$ : (a) 1-DOF, (b) 6-DOF

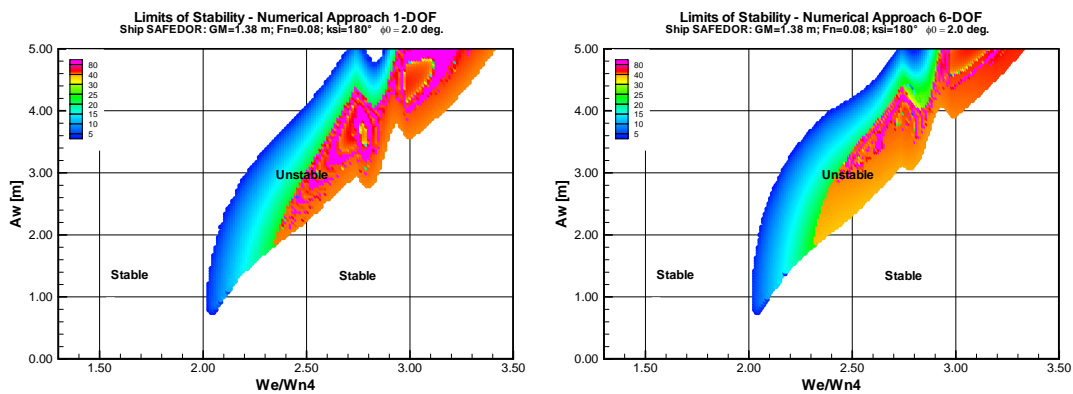


Fig. 4.19 Limites de estabilidade numéricos, navio SAFEDOR,  $F_n=0.08$ : (a) 1-DOF, (b) 6-DOF

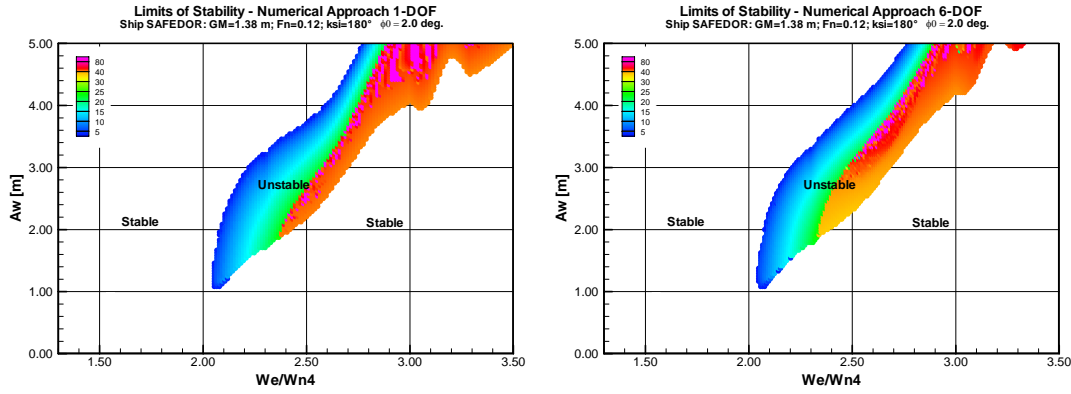


Fig. 4.20 Limites de estabilidade numéricos, navio SAFEDOR,  $F_n=0.12$ : (a) 1-DOF, (b) 6-DOF

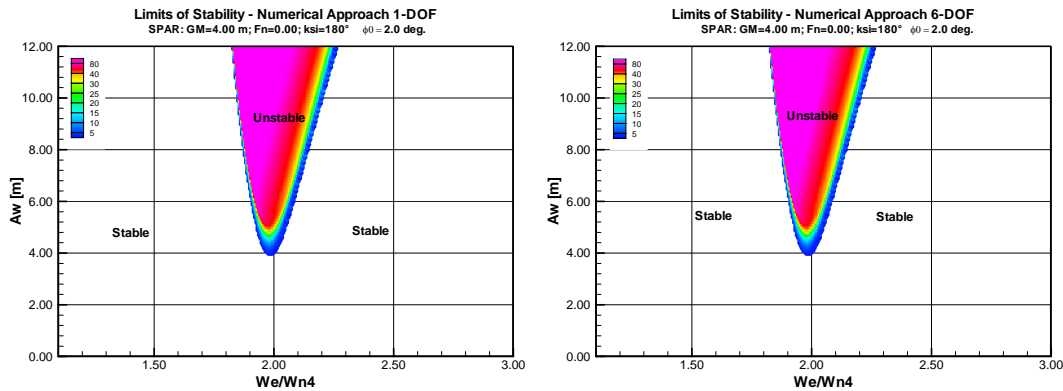


Fig. 4.21 Limites de estabilidade numéricos, SPAR,  $F_n=0.00$ : (a) 1-DOF, (b) 6-DOF

Com exceção do pesqueiro TS, em todos os flutuantes analisados a primeira região de instabilidade obtida a partir das abordagens numéricas mostra que a posição, forma e extensão dos limites são coerentes com as respectivas características observadas na abordagem analítica. Observa-se, em geral, que as áreas de instabilidade da abordagem numérica acoplada são ligeiramente maiores do que as da abordagem numérica desacoplada.

No caso do pesqueiro TS, as áreas de instabilidade da abordagem numérica acoplada apresentam-se diferentes das obtidas tanto com a abordagem desacoplada como a analítica. De fato, a região de instabilidade da abordagem numérica acoplada começa a estreitar-se para as frequências de encontro mais altas ( $\omega_e/\omega_{n4} > 2.3$ ) até se subdividir em duas sub-regiões nas proximidades da sintonia 2.5. Como a diferença entre a abordagem numérica desacoplada e acoplada está nas equações não lineares de heave e pitch (que se acoplam ao roll), pode concluir-se que a “quebra” da região de instabilidade está associada às não linearidades das respostas em heave e pitch.

Outra característica verificada nos limites de estabilidade numéricos do navio TS é a ocorrência das fronteiras superiores côncavas nas velocidades de avanço maiores

( $F_n=0.20$  e  $0.30$ ). Essa característica revela que dentro do espectro de ondas incidentes o deslocamento das sintonias principais para a direita pode gerar maiores ampliações de roll em sintonias maiores do que a de Mathieu ( $\omega_e = 2\omega_{n4}$ ) com níveis de energia de onda menores. Essa condição é potencialmente perigosa, se a análise de desempenho do navio em ressonância fica restrita apenas à sintonia exata de Mathieu – que até agora tem sido o foco principal das investigações do roll paramétrico.

Em relação às amplitudes do roll paramétrico, observa-se que, em geral, o roll paramétrico baseado na equação desacoplada de roll mostra intensidades de roll maiores que na modelação acoplada. Esta característica é bem mais evidente no caso do pesqueiro TS, onde a modelação desacoplada chega a apresentar emborcamentos, enquanto que a modelação acoplada mostra apenas ampliações moderadas. Nos demais flutuantes, a diferença entre as ampliações dessas modelações fica notória apenas nas frequências de encontro mais altas e nas amplitudes de onda maiores.

A tendência de crescimento dos níveis de amplificação dentro das regiões instáveis dos navios analisados comprova a existência de uma sintonia principal diferente da Mathieu ( $\omega_e = 2\omega_{n4}$ ) onde se concentram as maiores ampliações de roll paramétrico. Essa sintonia principal segue uma tendência inclinada à direita da sintonia de Mathieu, e sua curvatura fica mais acentuada à medida que a amplitude de onda cresce. Essa característica é de fato oriunda da rigidez não linear do sistema dinâmico de terceira ordem.

#### **4.6 Análise da dinâmica não linear**

A seguir analisaremos em detalhe a dinâmica da ressonância paramétrica sob a ótica da análise não linear.

##### ***4.6.1 Influência das não linearidades do roll em roll***

Na implementação numérica da equação não linear de roll, eq. (96), foram introduzidos termos não lineares com dependência pura do roll. Esses termos visam reproduzir o momento restaurador transversal em águas calmas para grandes ângulos de inclinação, descrito pela curva de estabilidade estática. Os respectivos coeficientes de restauração foram obtidos a partir do ajuste polinomial da curva de estabilidade estática do momento restaurador. O polinômio de ajuste usado é do tipo:

$$M_{rest.} = mg\overline{GM}\phi + K_{3\phi}\phi^3 + K_{5\phi}\phi^5 + K_{7\phi}\phi^7 + K_{9\phi}\phi^9$$

As curvas de estabilidade estática para o momento restaurador transversal dos navios analisados e seus respectivos polinômios de ajuste são mostradas no Apêndice B.

A influência das não linearidades puras em roll pode ser avaliada comparando os limites de estabilidade analíticos com os da abordagem numérica desacoplada, pois como mencionado anteriormente, a diferença entre ambas as modelações é basicamente a existência dos termos de restauração não lineares puros em roll. Assim, pode concluir-se que a restauração não linear pura em roll afeta pouco a posição, forma e extensão dos limites de estabilidade. Como esses termos decorrem do ajuste da restauração a grandes ângulos de inclinação espera-se que eles tenham maior influência nas intensidades das amplificações de roll, especialmente nas mais severas.

#### ***4.6.2 Influência das não lineares de heave e pitch***

A influência das não linearidades pode ser avaliada comparativamente a partir dos resultados dos limites de estabilidade numéricos: desacoplado versus acoplado. Como na abordagem desacoplada o momento restaurador do roll é função apenas do heave e pitch lineares, durante o desenvolvimento das amplificações paramétricas não há como ter transferência de energia dos modos verticais para o roll e vice-versa. Assim pode concluir-se que essa troca de energia é relevante nos casos analisados para o pesqueiro TS, pois tanto as áreas de instabilidade como as intensidades das amplificações de roll são significativamente diferentes entre a abordagem acoplada e desacoplada. Já para os outros flutuantes (portacontentores NTU e SAFEDOR, e plataforma SPAR), os acoplamentos não lineares entre os modos verticais e roll mostram-se mais fracos, e então afetam muito pouco as amplitudes de roll atingidas. A diferença na dinâmica desenvolvida no pesqueiro TS em relação aos outros flutuantes é explicada pela diferença nos valores dos coeficientes hidrostáticos de acoplamento que governam a transferência dos modos verticais para o roll e vice-versa – vide tabelas 4.2 a 4.4. Nas referidas tabelas, observa-se que os coeficientes adimensionais de acoplamento do roll com os modos verticais para o pesqueiro TS são substancialmente maiores quando comparados com os respectivos valores dos outros flutuantes.



**Tabela 4.2 Coef. hidrostáticos de heave em águas calmas**

<b>Coef. adimens.</b>	<b>TS</b>	<b>NTU</b>	<b>SAFEDOR</b>	<b>SPAR</b>
$\frac{Z_{zz}}{\rho g L}$	-1.983	-0.671	-1.233	0.000
$\frac{Z_{\phi\phi}}{\rho g L^3}$	-0.021	-0.001	-0.003	0.000
$\frac{Z_{z\theta}}{\rho g L^2}$	-0.458	-0.112	-0.315	0.000
$\frac{Z_{\theta\theta}}{\rho g L^3}$	-0.305	-0.118	-0.219	0.000
$\frac{Z_{\phi\zeta}}{\rho g L^2}$	0.844	0.171	0.271	0.785
$\frac{Z_{\phi\theta}}{\rho g L^2}$	0.225	0.032	0.050	0.000
$\frac{Z_{\theta\theta}}{\rho g L^2}$	0.015	0.006	0.006	0.000

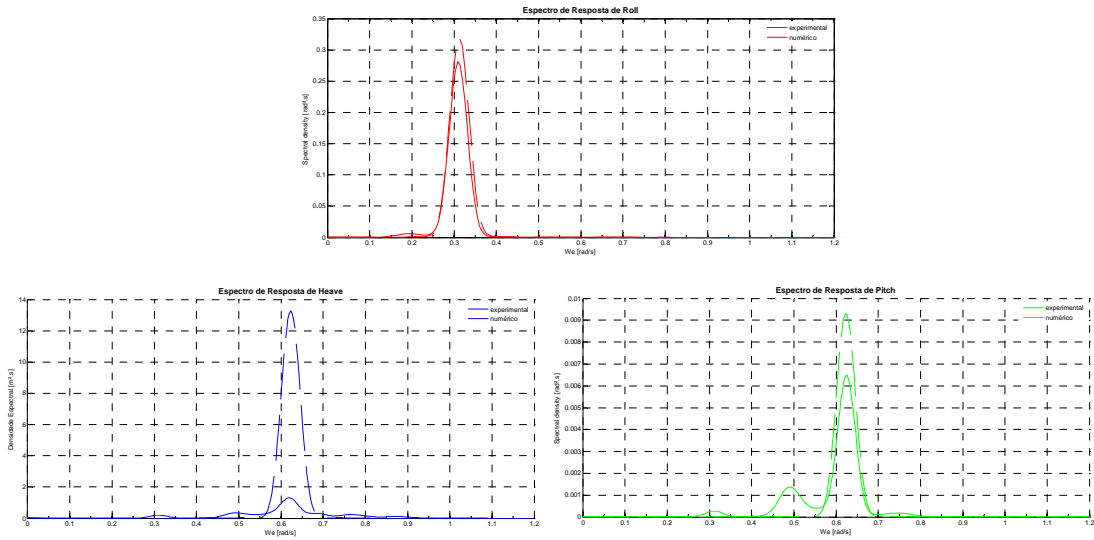
**Tabela 4.3 Coef. hidrostáticos de roll em águas calmas**

<b>Coef. adimens.</b>	<b>TS</b>	<b>NTU</b>	<b>SAFEDOR</b>	<b>SPAR</b>
$\frac{K_{z\phi}}{\rho g L^3}$	-0.021	-0.001	-0.003	0.000
$\frac{K_{\phi\theta}}{\rho g L^4}$	-0.004	0.000	0.000	0.000
$\frac{K_{zz\phi}}{\rho g L^2}$	0.844	0.171	0.271	0.785
$\frac{K_{\theta\theta\phi}}{\rho g L^4}$	0.111	0.020	0.032	0.049
$\frac{K_{z\phi\theta}}{\rho g L^3}$	0.225	0.032	0.050	0.000
$\frac{K_{\zeta\zeta\phi\theta}}{\rho g L^2}$	0.211	0.043	0.068	0.196

Tabela 4.4 Coef. hidrostáticos de pitch em águas calmas

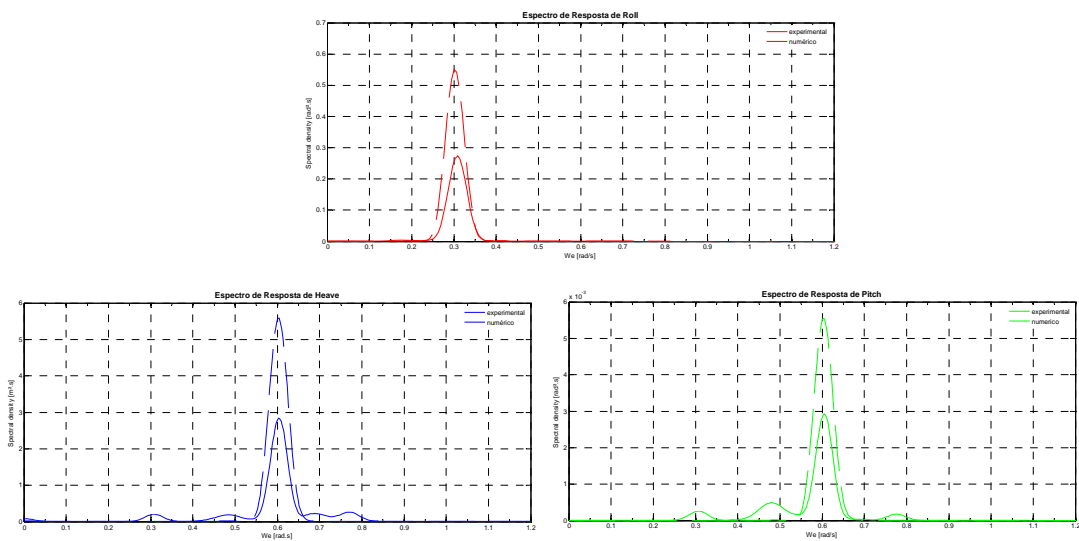
Coef. adimens.	TS	NTU	SAFEDOR	SPAR
$\frac{M_{zz}}{\rho g L^2}$	-0.458	-0.112	-0.315	0.000
$\frac{M_{\phi\phi}}{\rho g L^4}$	-0.004	0.000	0.000	0.000
$\frac{M_{z\theta}}{\rho g L^3}$	-0.305	-0.118	-0.219	0.000
$\frac{M_{\theta\theta}}{\rho g L^4}$	-0.089	-0.027	-0.069	0.000
$\frac{M_{\phi\phi z}}{\rho g L^3}$	0.225	0.032	0.050	0.000
$\frac{M_{\phi\phi\theta}}{\rho g L^4}$	0.111	0.020	0.032	0.049
$\frac{M_{\theta\theta\theta}}{\rho g L^4}$	0.030	0.011	0.015	-0.305

A influência dos acoplamentos do roll nos modos verticais também pode ser verificada experimentalmente analisando os espectros das respostas de heave e pitch dos testes em ondas regulares. Dessa forma, é possível identificar no domínio da frequência as diversas contribuições presentes nas respostas determinísticas do navio. As figuras 4.22 e 4.23 mostram os espectros de resposta em roll, heave e pitch para duas condições de teste do navio NTU onde há surgimento do roll paramétrico (testes T02 e T03). Já a figura 4.24 mostra os espectros de resposta de heave e pitch para uma condição do navio NTU onde não há roll paramétrico. Esse tipo de análise pôde ser feita apenas para o navio NTU, pois para os outros flutuantes não estão disponíveis as séries temporais experimentais.



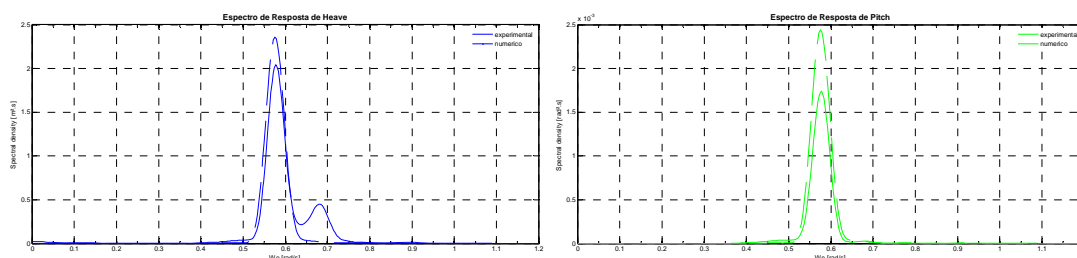
**Fig. 4.22** Espectros de resposta do teste T02 – Navio NTU

Como esperado nos casos onde há ressonância paramétrica, a resposta do roll se dá apenas no seu período natural. Já no heave e no pitch embora a energia esteja concentrada basicamente num único pico (na frequência de encontro) podem ser identificadas também duas contribuições adicionais menores: na frequência da onda e na frequência natural de roll. Isso evidencia experimentalmente a transferência de energia do roll para os modos verticais. Assim, no teste T02 do navio NTU as contribuições dão-se nas frequências:  $\omega_e \approx 0.62 \text{ rad/s}$  (frequência de encontro);  $\omega_w \approx 0.49 \text{ rad/s}$  (frequência da onda); e  $\omega_{n4} \approx 0.30 \text{ rad/s}$  (frequência natural de roll). A contribuição na frequência natural de roll é mínima, o que evidenciaria acoplamentos fracos entre os modos verticais e o roll.



**Fig. 4.23** Espectros de resposta do teste T03 – Navio NTU

Nos casos onde não houve surgimento do roll paramétrico, o pico dos espectros das respostas de heave e pitch é na frequência de encontro, e conforme esperado, não aparece contribuição alguma na frequência natural de roll. No espectro de heave aparece também um segundo pico próximo da frequência natural do heave, porém, a priori, ele seria decorrente da influência da resposta transiente.



**Fig. 4.24** Espectros de resposta do teste T18 – Navio NTU

Junto com os espectros de resposta experimentais das figuras 4.22 a 4.24 são mostrados também os respectivos espectros das simulações numéricas. Em geral, observa-se que a densidade espectral numérica é um pouco maior do que a experimental e a energia dessas respostas (numéricas) concentram-se apenas num único pico: para o roll na sua frequência natural; e para o heave e o pitch na frequência de encontro. Conforme discutido na análise no domínio do tempo das simulações numéricas, heave e pitch são influenciados pelo roll principalmente em termos de mudança de amplitudes e assimetrias máximo – mínimo, mas não foram observadas a existência de contribuições em outras frequências (por exemplo, sub-harmônicos).

### **4.6.3** *Influência dos termos de terceira ordem*

A influência dos termos de terceira ordem tem sido discutida e analisada analítica e numericamente em trabalhos anteriores dos autores (Rodríguez, 2004, Neves e Rodríguez, 2005, 2006a). Na análise analítica, conclui-se que a modelação que considera a restauração até a segunda ordem leva a uma equação de roll do tipo Mathieu, e a de terceira ordem leva a uma equação de tipo Hill. Assim, a introdução dos termos de terceira ordem trouxe novas características dinâmicas à modelação proposta, que depois ficaram evidentes no cálculo dos limites de estabilidade (analíticos). Na análise numérica foram realizadas simulações no domínio de tempo para dois pesqueiros (sendo um deles o TS). Nelas mostrou-se que as amplitudes de roll paramétrico estimadas pela modelação de segunda ordem sempre eram muito maiores (observando-se em alguns casos até a ocorrência de emborcamento) do que as obtidas

com a modelação de terceira ordem. Outra característica observada nas simulações temporais desses trabalhos foi que na modelação de segunda ordem maiores amplitudes de onda sempre implicaram em maiores amplitudes de roll, enquanto que na modelação de terceira ordem, após determinada amplitude de onda, o roll paramétrico desaparece.

No presente trabalho, na análise dos limites de estabilidade numéricos foi observado que o navio TS apresenta uma dinâmica diferente à observada nos portacontentores no que diz respeito aos acoplamentos não lineares com os modos verticais – vide abordagem numérica desacoplada versus acoplada. Assim, com o intuito de verificar se as fortes influências dos termos de terceira ordem apontados para o navio TS são relevantes também para os outros flutuantes analisados aqui, apresentamos os limites de estabilidade numéricos para as equações de movimento não lineares acopladas considerando a restauração até a segunda ordem em heave, roll e pitch, isto é, correspondentes à modelação de Mathieu. Como exemplo, as figuras 4.25 a 4.28 ilustram os limites de estabilidade correspondentes à modelação de Mathieu para algumas das condições testadas nos navios TS, NTU, SAFEDOR e SPAR, respectivamente.

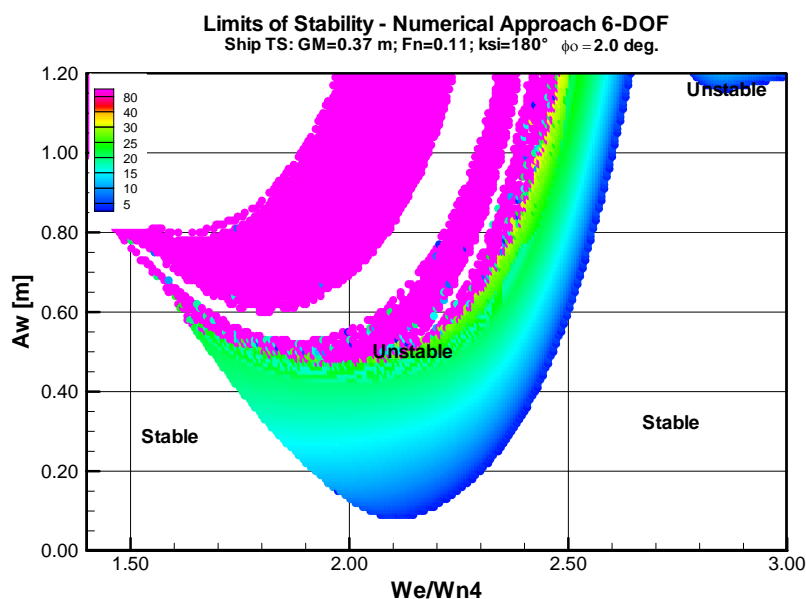


Fig. 4.25 Limites de estabilidade típicos do modelo de 2ª ordem – Navio TS

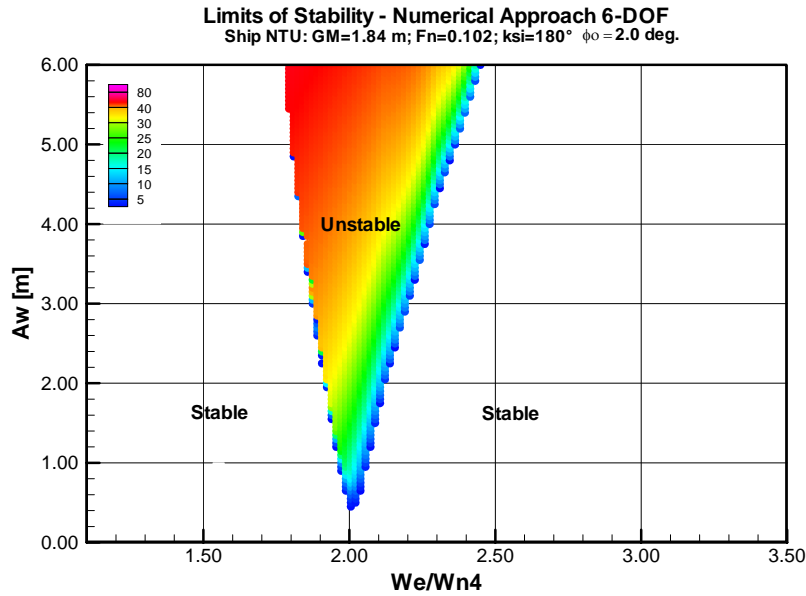


Fig. 4.26 Limites de estabilidade típicos do modelo de 2ª ordem – Navio NTU

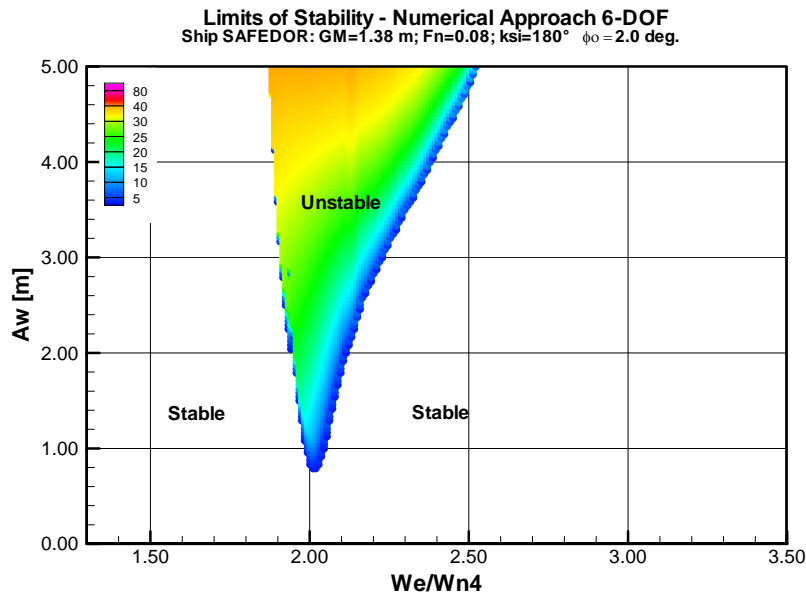


Fig. 4.27 Limites de estabilidade típicos do modelo de 2ª ordem – Navio SAFEDOR

Os resultados para os quatro flutuantes confirmam a grande relevância que os termos de terceira ordem têm na dinâmica do roll paramétrico. Assim, não apenas posição, forma e extensão das regiões de instabilidade são afetadas (como antecipado na comparação dos limites analíticos do pesqueiro TS) senão também os valores das amplitudes do roll paramétrico.

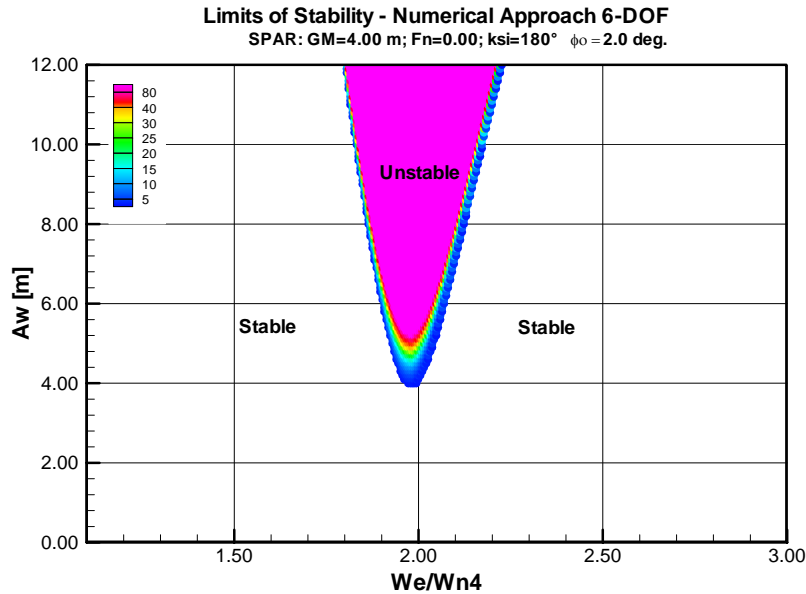


Fig. 4.28 Limites de estabilidade típicos do modelo de 2ª ordem – SPAR

Como esperado, na modelação de segunda ordem as amplitudes críticas do roll paramétrico iniciam na sintonia exata de Mathieu  $\omega_e = 2\omega_{n4}$  e crescem progressiva e indefinidamente com a amplitude da onda, isto é, não existem fronteiras superiores para as regiões de instabilidade. Adicionalmente, observa-se um fenômeno interessante na forma como os níveis das amplificações evoluem com a frequência de excitação: a escala de amplificações, além de crescer verticalmente para cima também evolui da fronteira direita para a esquerda (contrária à tendência observada nos limites de terceira ordem), o que é típico de sistemas dinâmicos com restauração não linear “*mole*” (“soft”), ou seja, sistemas menos rígidos do que os lineares. Este tipo de comportamento é comum em sistemas dinâmicos governados pela equação de Duffing com coeficiente de restauração não linear negativo do tipo  $-a_3\phi^3$  (Hooft, 1982). Porém, na obtenção dos limites apresentados nas figuras 4.25 a 4.27 não foram considerados explicitamente termos desse tipo (a restauração não linear pura em roll foi considerada nula). Isso indicaria que em sistemas do tipo Mathieu, a restauração é por natureza do tipo mole, isto é, as maiores respostas encontram-se do lado esquerdo da sintonia exata.

A hipótese anterior sugere então a análise do efeito da introdução de não linearidades puras de roll na modelação de Mathieu. Para avaliar esse efeito, a figura 4.29 mostra os limites para uma modelação similar à Mathieu-Duffing. Os limites apresentados não correspondem exatamente a uma modelação Mathieu-Duffing, pois além da restauração cúbica própria do Duffing, foram consideradas também

linearidades puras de roll de ordem superior (termos de quinta, sétima e nona ordem – vide seção 4.6.1).

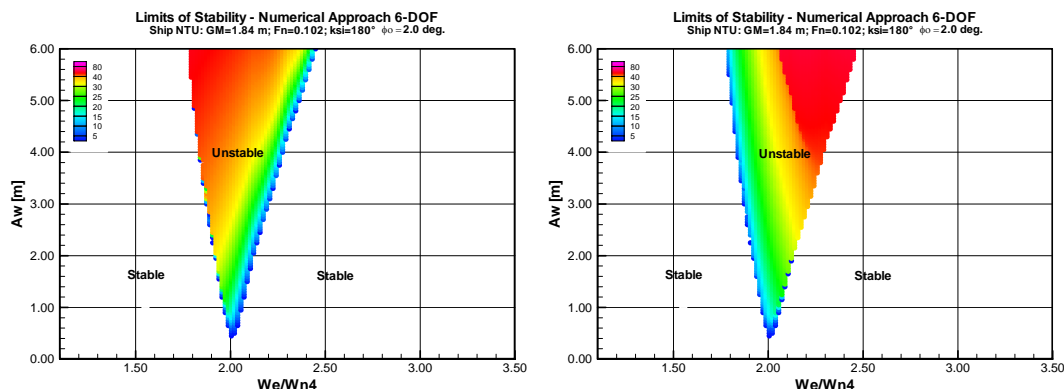


Fig. 4.29 Efeito das não linearidades puras em roll no modelo de 2ª ordem: (a) sem (b) com

A comparação das figuras 4.29(a) e (b) mostram, de fato, que as não linearidades puras de roll são responsáveis pelas tendências da direção de crescimento dos níveis de amplificação na modelação de segunda ordem. Na modelação de terceira ordem, essa mesma tendência se repete – vide figuras 4.30 (a, b).

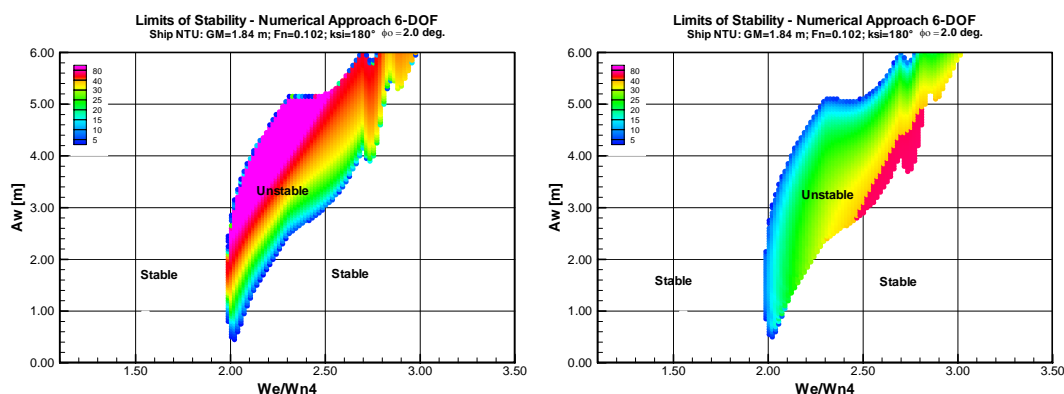


Fig. 4.30 Efeito das não linearidades puras em roll no modelo de 3ª ordem: (a) sem (b) com

Novamente verifica-se que as não linearidades puras em roll não mudam a “geografia” (posição, forma e extensão) da região de instabilidade, mas a distribuição dos níveis de amplificação e o controle do roll nas amplificações mais severas.

Conclui-se que tanto na modelação de segunda como na de terceira ordem a incorporação das não linearidades puras em roll são responsáveis pela tendência de que os níveis mais críticos de amplificação estejam à direita da sintonia 2.0. Com isso infere-se que os acoplamentos não lineares de terceira ordem são os únicos responsáveis



pelas mudanças “geográficas” da região de instabilidade. Logo, tanto as não linearidades puras de roll como os acoplamentos não lineares de terceira ordem representam rigidezes não lineares que fazem com o que sistema fique mais “duro” ou rígido, com amplitudes de respostas maiores à direita da sintonia 2.0.

#### 4.6.4 Influência da amplitude de onda

A influência da amplitude da onda nas amplitudes de roll paramétrico em sintonias próximas à sintonia  $\omega_e=2.0\omega_{n4}$  é ilustrada nas figuras 4.31 (a, b) e 4.32 (a, b). Esses gráficos correspondem a “cortes” verticais nos limites de estabilidade da abordagem numérica acoplada, onde a frequência de encontro (expressa como a sintonia  $\omega_e/\omega_{n4}$ ) é mantida constante e apenas a amplitude da onda é variada. Os casos analisados correspondem aos quatro flutuantes investigados em velocidades de avanço semelhantes às ensaiadas experimentalmente.

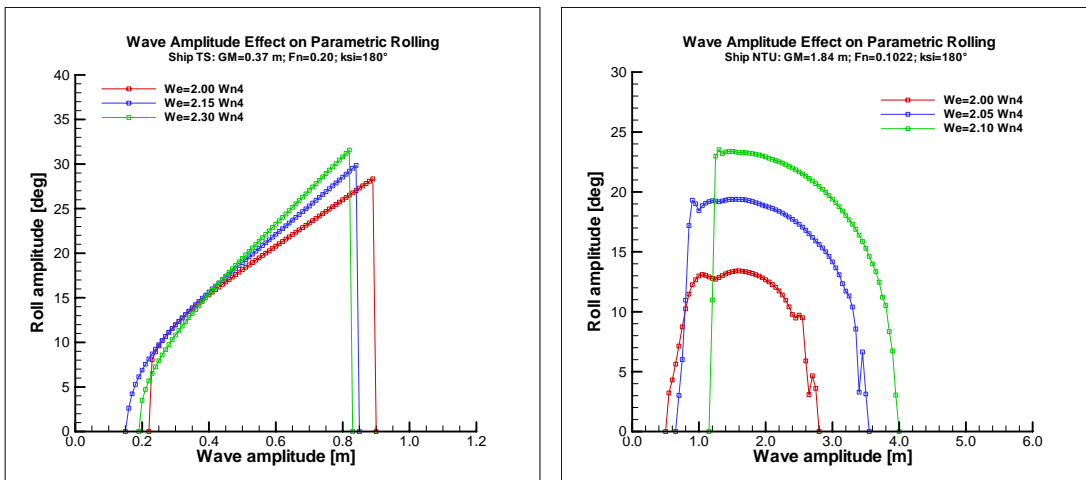


Fig. 4.31 Efeito da amplitude de onda (a) navio TS (b) navio NTU

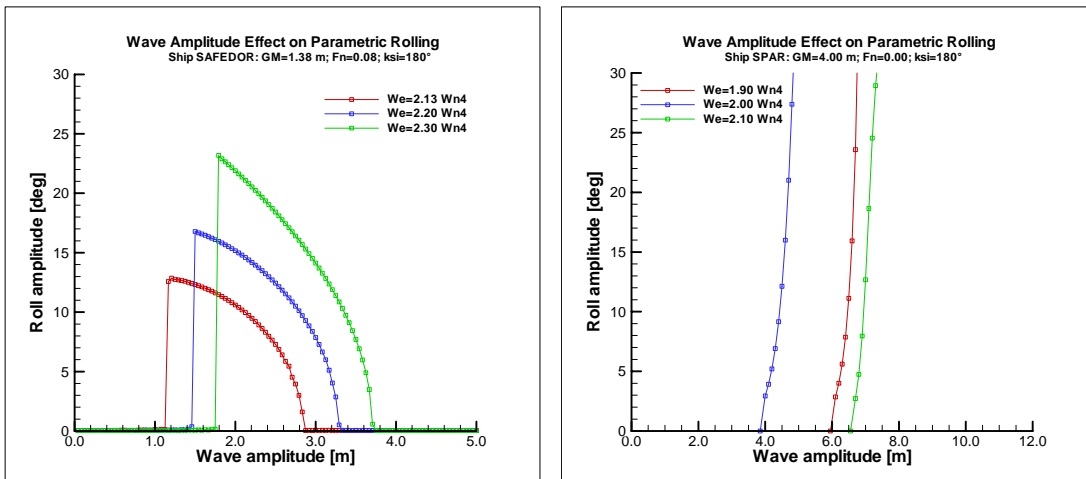
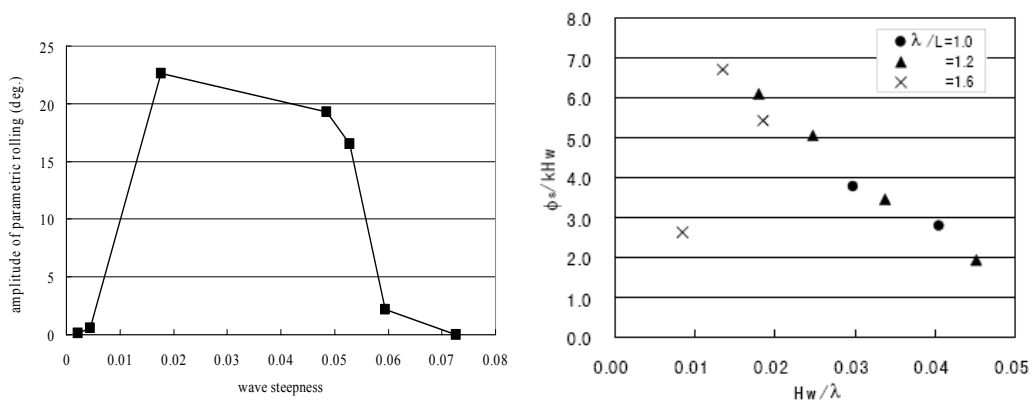


Fig. 4.32 Efeito da amplitude de onda (a) navio SAFEDOR (b) plataforma SPAR

A partir das figuras acima se observa que:

- a) O efeito da amplitude de onda no roll paramétrico é diferente entre os navios analisados.
- b) No pesqueiro TS observa-se que existem duas amplitudes de onda críticas: uma inferior a partir da qual aparece o roll paramétrico; e, uma superior a partir da qual o roll paramétrico desaparece repentinamente como num “salto”. O comportamento do roll entre as amplitudes de onda críticas é de crescimento progressivo com a amplitude de onda com taxa de crescimento não linear que varia em função da sintonia.
- c) No portacontentor NTU são identificadas três amplitudes de onda críticas: uma inferior a partir da qual aparece o roll paramétrico com amplitudes que crescem com a amplitude da onda até chegar numa segunda amplitude crítica de onda. A partir dessa amplitude crítica intermediária inverte-se a tendência anterior, observando-se então uma diminuição progressiva das amplitudes de roll com o aumento da amplitude da onda, até chegar numa terceira amplitude de onda crítica a partir da qual o roll paramétrico desaparece. No primeiro trecho a taxa de crescimento das amplitudes de roll é próxima da linear, aumentando rapidamente com a dessintonia até fazer com que as amplitudes críticas inferior e intermediária coincidam – o que caracteriza um “salto” para amplitudes de roll severo. No segundo trecho, a diminuição das amplitudes de roll segue uma taxa aparentemente quadrática.
- d) No portacontentor SAFEDOR, o efeito da amplitude da onda é similar ao observado no segundo trecho no caso do navio NTU, porém, sem a existência da amplitude crítica intermediária. Assim, neste navio o roll paramétrico surge repentinamente ou “salta” direto do roll nulo para as amplitudes moderadas. Esse “salto” inicial é maior para as sintonias mais altas.
- e) Na plataforma SPAR, o crescimento da amplitude do roll paramétrico é praticamente exponencial acima da amplitude de onda crítica inferior. A diferença dos outros flutuantes, o crescimento das amplitudes paramétricas na SPAR com a amplitude da onda é ilimitado, levando sempre ao emborcamento.
- f) No caso dos portacontentores, frequências de encontro maiores, isto é, ondas mais curtas, levam a amplitudes de roll mais severas. No pesqueiro TS esta tendência também é verificada, porém apenas para as amplitudes de onda mais altas.

As tendências apontadas acima mostram a capacidade da modelação proposta de reproduzir comportamentos dinâmicos complexos. Infelizmente, a insuficiência de dados experimentais para os navios aqui analisados não são suficientes para traçar tendências experimentais confiáveis de forma a validar as tendências numéricas. No Capítulo 3, por exemplo, as figuras 3.2, 3.5 e 3.9 mostram algumas “tendências” experimentais, mas que, em geral, estão baseadas em apenas dois pontos, não permitindo então verificar a existência dos trechos com dinâmicas diferenciadas. Mesmo assim, localmente observa-se que os resultados numéricos seguem as tendências experimentais observadas nos flutuantes analisados. No caso dos portacontentores, alguns autores (Hashimoto *et al.*, 2006, Taguchi *et al.*, 2006, Spanos e Papanikolaou, 2009a) têm reportado resultados experimentais mais abrangentes em termos de amplitude de onda – vide figura 4.33. Nessa figura fica evidente, por exemplo, a existência de dois trechos na evolução das amplitudes de roll paramétrico com a amplitude de onda: o trecho onde há crescimento e o trecho onde há diminuição das amplitudes de roll paramétrico, inclusive mostrando que a região de crescimento é muito íngreme, enquanto que a de redução é mais progressiva.



**Fig. 4.33 Influência experimental da amplitude de onda no roll paramétrico**  
(Fonte: Hashimoto *et al.*, 2006, Taguchi *et al.*, 2006)

#### 4.6.5 Influência da frequência de encontro

As figuras 4.34 e 4.35 ilustram a influência da frequência de encontro nas amplitudes de roll paramétrico para diferentes níveis de amplitude de onda. A variação da frequência é expressa como uma variação na sintonia ( $\omega_e / \omega_{n4}$ ) e foi obtida variando apenas a frequência de onda, isto é, mantendo a velocidade de avanço e incidência de onda, constantes.

Essas figuras mostram que:

- As amplitudes de roll paramétrico mudam significativamente com a variação da frequência de encontro, e as tendências observadas para os tipos de flutuantes analisados são diferentes entre si.
- No pesqueiro TS identifica-se a existência de duas frequências de encontro críticas: uma inferior que demarca o início das instabilidades paramétricas e uma superior que indica o fim das amplificações. A frequência crítica inferior é caracterizada por um “salto”: do roll nulo para respostas severas com amplitudes em torno de 20°. A partir daí observa-se um crescimento progressivo das amplitudes até um máximo que ocorre entre as sintonias 2.2 a 2.5 dependendo da amplitude de onda considerada (quanto maior a amplitude de onda maior a sintonia onde acontece o pico). Para frequências maiores que sintonia do pico, as amplitudes de roll diminuem progressivamente até o roll desaparecer totalmente na frequência crítica superior.

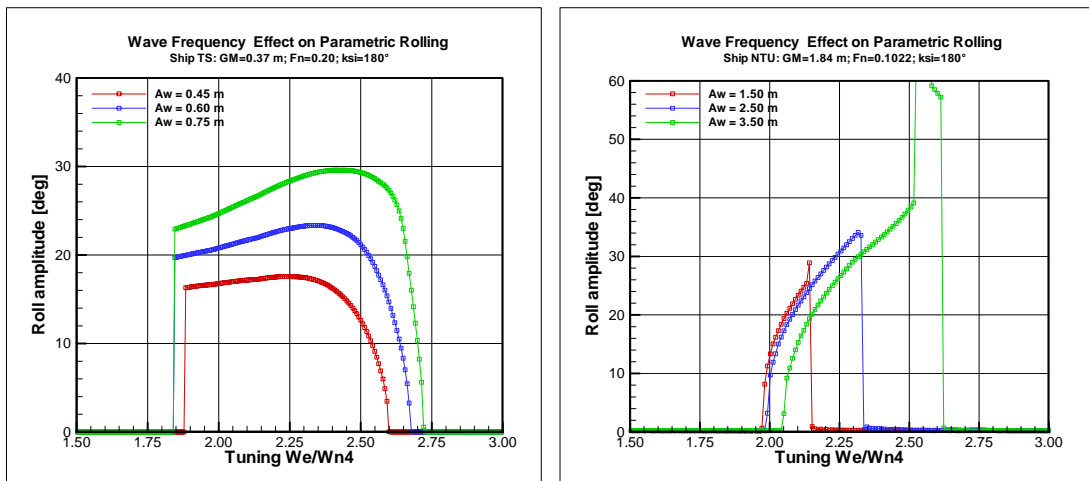


Fig. 4.34 Efeito da frequência de encontro: (a) navio TS; (b) navio NTU

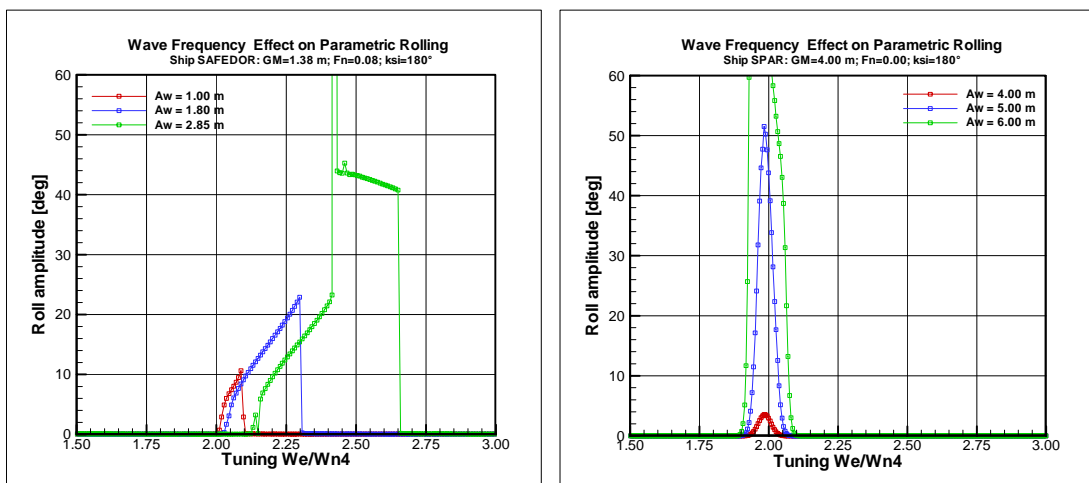


Fig. 4.35 Efeito da frequência de encontro: (a) navio SAFEDOR; (b) SPAR

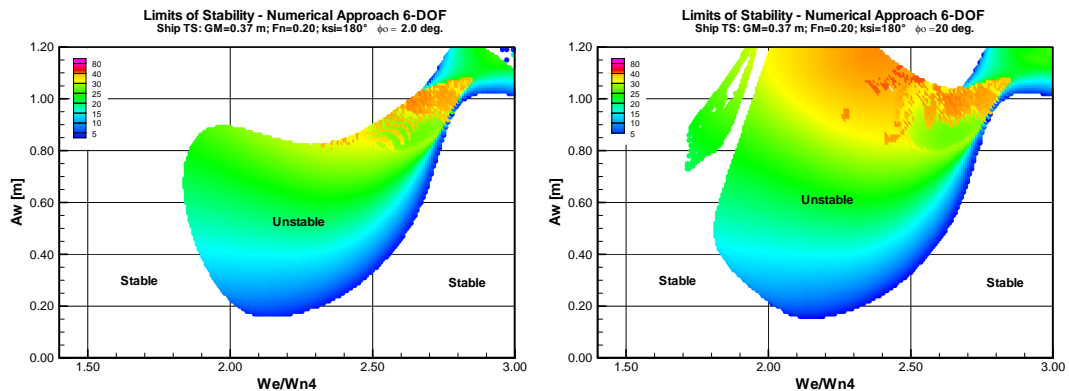
- c) No caso dos portacontores NTU e SAFEDOR observa-se também a existência das duas frequências de encontro críticas que demarcam a faixa instável da frequência de encontro. Porém, diferentemente do pesqueiro TS, a partir da frequência crítica inferior as amplitudes de roll crescem progressivamente até uma amplitude máxima de roll. Nas amplitudes de onda mais baixas, essa amplitude máxima ocorre na frequência crítica superior, onde se observa a ocorrência de um “salto” para o roll nulo. Nas amplitudes de onda maiores, após o crescimento progressivo das amplitudes de roll observa-se também um “salto”, porém, desta vez para cima, isto é, para amplitudes de resposta excessivas (60°-70°) que podem significar o emborcamento desses navios. Para sintonias maiores às desse salto, pode observar-se uma diminuição progressiva do roll até atingir a frequência crítica superior onde novamente acontece um “salto”, agora desde amplitudes severas de roll (aprox. 55° no navio NTU) para o roll nulo. No caso específico do SAFEDOR, para a amplitude de onda de 2.85 m, após o salto para cima, observa-se imediatamente um salto para baixo até amplitudes de roll moderadas (~45°) para logo diminuir progressivamente até ~40° e depois “despencar” para o roll nulo na frequência crítica superior.
- d) Na plataforma SPAR, as curvas de amplitude roll versus frequência de encontro (sintonia) apresentam um caráter similar às curvas de amplitude de resposta na ressonância clássica, isto é, na forma de um sino cujo vértice ou pico acontece em torno da sintonia principal ( $\omega_e = 2\omega_{n4}$ ).
- e) Nos quatro flutuantes as faixas instáveis de frequência de encontro ficam maiores com o crescimento da amplitude da onda.
- f) Comparando as duas amplitudes de onda menores nos portacontentores, observa-se um crescimento fraco das amplitudes de roll com a amplitude de onda. Já no navio TS e na SPAR, esse crescimento é considerável.

#### ***4.6.6 Influência de condições iniciais***

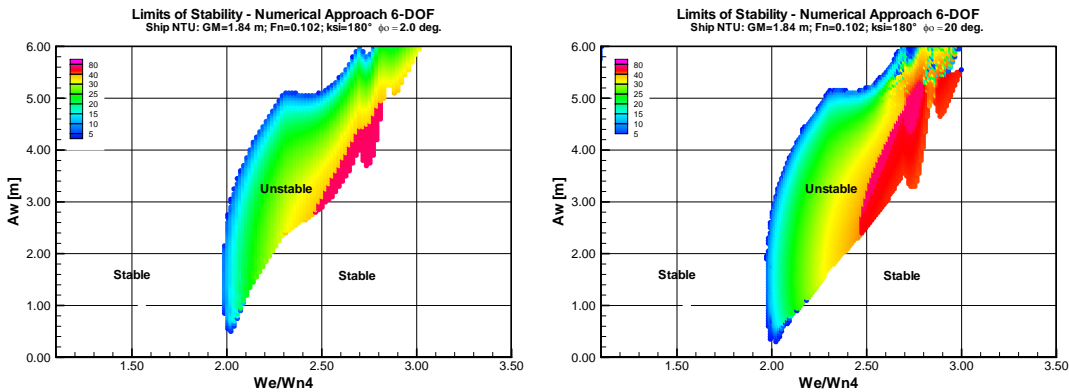
Os limites de estabilidade e as tendências apontadas acima mostram que os navios analisados têm um comportamento complexo, e permitem concluir a priori, que a dinâmica deles é fortemente influenciada pelas não linearidades. Como, em geral, sistemas dinâmicos não lineares com comportamentos complexos reportam dependência

nas condições iniciais, é provável que navios sujeitos à ressonância paramétrica também apresentem essa dependência (Matuziak, 2003, Yang *et al.*, 2008).

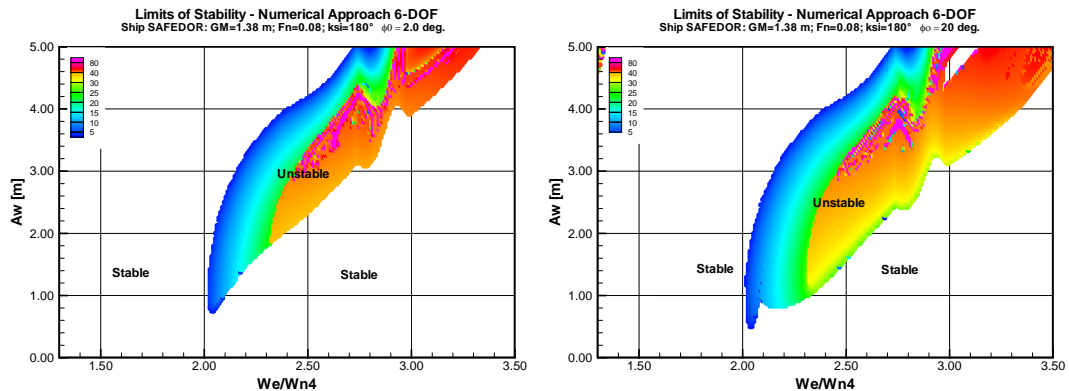
Uma forma preliminar de avaliar e identificar que condições de frequência de encontro e amplitude de onda apresentam susceptibilidade às condições iniciais é mapear as amplitudes de resposta de roll na forma dos limites de estabilidade numéricos. As figuras 4.36 a 4.38 do lado esquerdo mostram os limites de estabilidade para as mesmas condições das figuras 4.13(b), 4.16(b) e 4.19(b), respectivamente. Do lado direito das figuras 4.36 a 4.38 são mostrados os limites correspondentes à condição inicial de 20° na amplitude e 0.0 graus/s na velocidade.



**Fig. 4.36** Efeito das condições iniciais nos limites de estabilidade – navio TS



**Fig. 4.37** Efeito das condições iniciais nos limites de estabilidade – navio NTU



**Fig. 4.38** Efeito das condições iniciais nos limites de estabilidade – navio SAFEDOR

A comparação entre o lado esquerdo e direito das figuras 4.36 a 4.38 deixam evidente que a primeira influência das condições iniciais é modificar o tamanho das regiões de instabilidade. Nos casos ilustrados as regiões de instabilidade ficam com áreas maiores, porém com tendências diferentes entre o navio TS e os portacontentores. Assim, no navio TS as regiões instáveis cresceram para cima e para esquerda da sintonia  $\omega_e=2\omega_{n4}$ , enquanto, nos portacontentores, as regiões instáveis crescem à direita da sintonia  $\omega_e=2\omega_{n4}$  fazendo então com que as amplitudes críticas inferiores nessa região fiquem menores.

As áreas de instabilidade adicionais representam as condições de mar e navegação susceptíveis às condições iniciais e, portanto, a exploração dessas zonas é prioritária na investigação de comportamentos tipicamente não lineares. Outras condições que merecem atenção são aquelas onde há a ocorrência de “saltos”. Assim, dentre essas condições foram escolhidas algumas que a seguir são analisadas a através das séries temporais e seus respectivos diagramas de fase. As figuras 4.39 a 4.41 mostram as condições escolhidas para a avaliação da influência das condições iniciais nos navios TS, NTU e SAFEDOR.

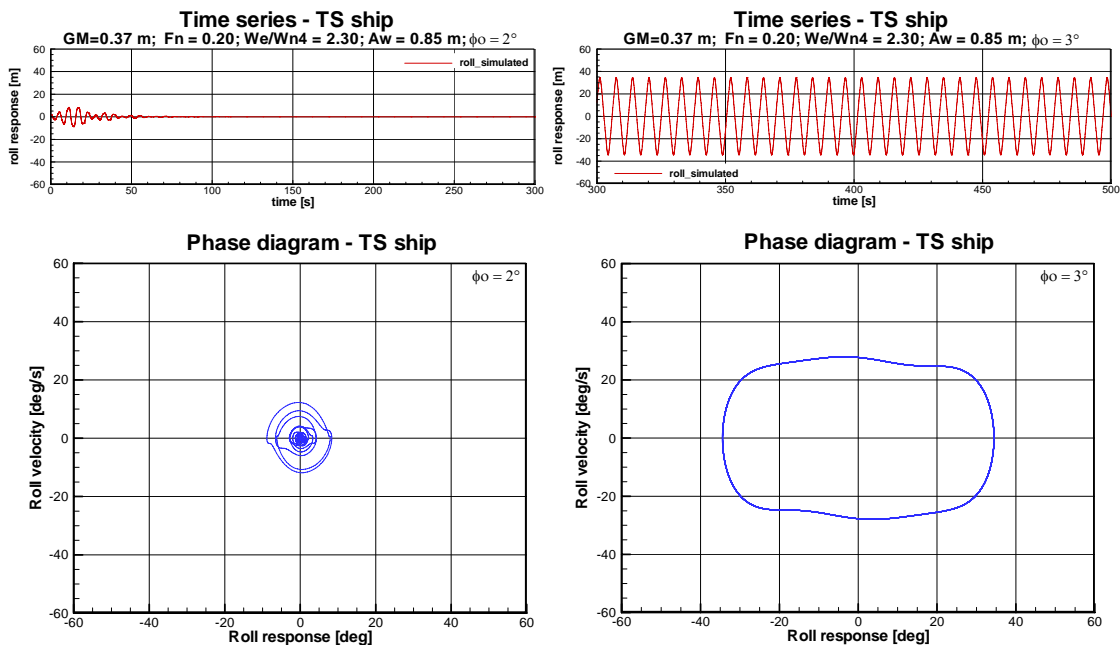


Fig. 4.39 Influência das condições iniciais no tipo de resposta – navio TS

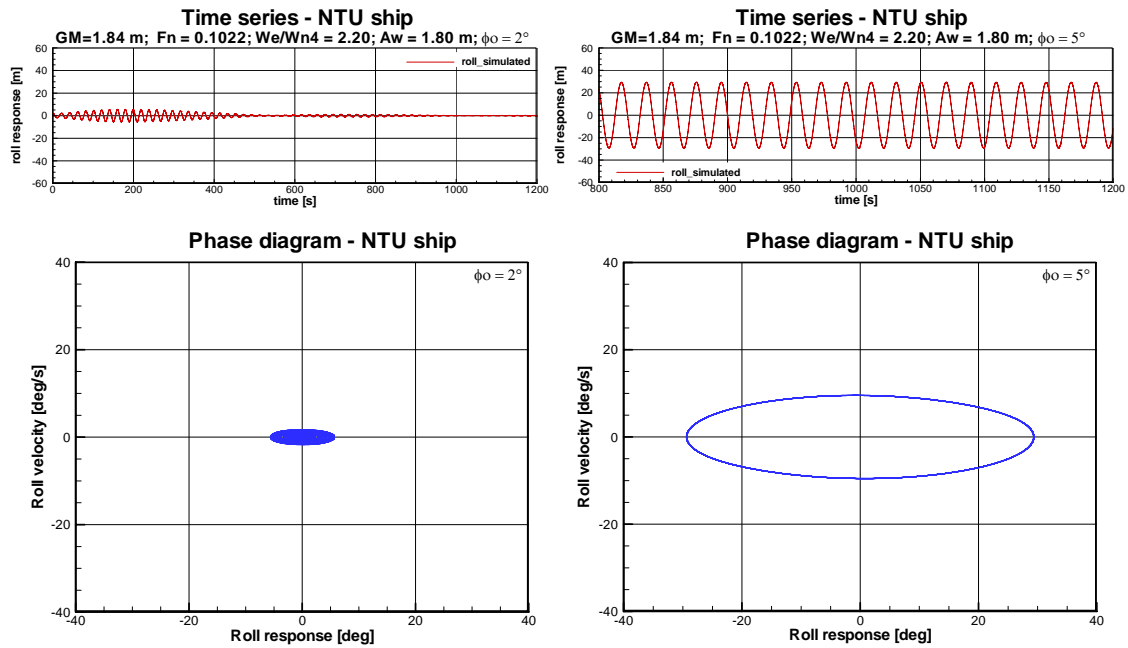


Fig. 4.40 Influência das condições iniciais no tipo de resposta – navio NTU

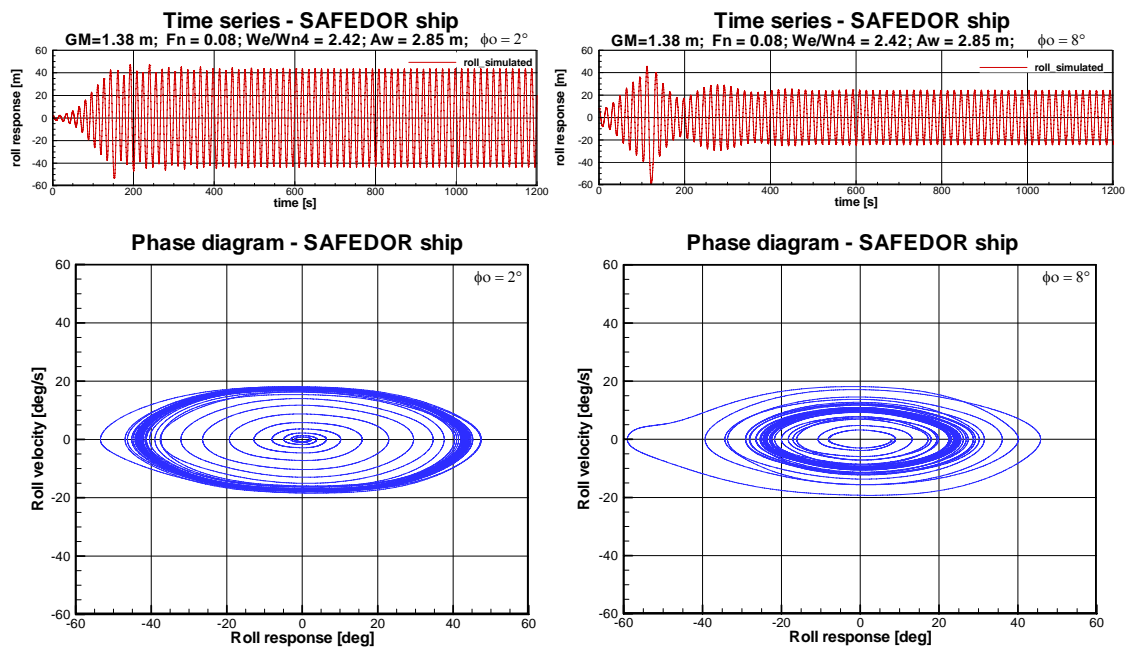


Fig. 4.41 Influência das condições iniciais no tipo de resposta – navio SAFEDOR

Na condição escolhida para o pesqueiro TS ( $\omega_e/\omega_{n4}=2.30$ ;  $A_w=0.85m$ ) foram analisadas várias condições iniciais, identificando-se dois tipos de resposta dependendo da condição inicial imposta. Assim, por exemplo, para amplitude inicial  $2^\circ$  a resposta em roll é nula, isto é, não há amplificação paramétrica. Já para amplitudes iniciais maiores do que  $3^\circ$ , o roll paramétrico surge mostrando amplificações severas ( $\sim 35^\circ$ ). Os



diagramas de fase correspondentes a ambas as séries temporais analisadas mostram que na condição inicial (CI) de 2° a resposta de roll inicialmente amplifica ligeiramente até uns 8° para depois decair até chegar ao roll nulo. No diagrama de fase correspondente à CI de 3° é possível observar que a resposta de roll é monoperiódica – conforme evidenciado pelo ciclo limite. No diagrama de fase dessa CI os transientes foram retirados para facilitar a visualização do ciclo limite da resposta permanente.

Na condição analisada do portacontentor NTU ( $\omega_e/\omega_{n4}=2.20$ ;  $A_w=1.80m$ ) observa-se o mesmo fenômeno não linear apontado para o pesqueiro TS, isto é, a mudança de uma resposta nula para uma monoperiódica com roll paramétrico intenso ao passar de uma CI pequena (2°) para uma ligeiramente maior (5°). A diferença do comportamento do TS para o NTU, é que no segundo as respostas têm um caráter mais próximo do harmônico, ou seja, as amplitudes são simétricas em relação ao zero, enquanto que no TS, embora periódica, a resposta é assimétrica, indicando uma maior influência das não linearidades.

No portacontentor SAFEDOR, a condição escolhida ( $\omega_e/\omega_{n4}=2.42$ ;  $A_w=2.85m$ ) corresponde a um ponto próximo da sintonia onde ocorre o primeiro salto (vide figura 4.35). Neste caso, tanto para a CI menor (2°) quanto para a maior (8°) há amplificações paramétricas. Porém, na CI de 2° a amplitude paramétrica permanente de roll atinge aproximadamente 42°, enquanto que na CI maior as amplificações são menores, com amplitude permanente da ordem dos 25°. Nos diagramas de fase observa-se claramente que em ambos os casos de CI, é alcançado um ciclo limite – com caráter harmônico.

Em geral, a partir das figuras 4.39 a 4.46, e com base na teoria de atratores dinâmicos, pode concluir-se que as respostas para as CI pequenas nos navios TS e NTU são estáveis (não desenvolvem roll paramétrico), ou seja, a resposta é atraída por um **atrator tipo ponto fixo**: o roll paramétrico nulo. Para as CI maiores do TS e NTU, a resposta é atraída por um **atrator tipo ciclo limite**. Este tipo de comportamento, com respostas que migram do equilíbrio pontual para o movimento periódico, ou vice-versa, é conhecido como bifurcação de Hopf (Seydel, 1988).

Já no navio SAFEDOR, os dois atratores identificados para as duas condições iniciais mostradas são de tipo ciclo de limite, porém com uma peculiaridade: na CI menor a resposta é atraída por um ciclo limite de amplitude maior, enquanto que na CI maior a resposta é atraída por um ciclo limite menor. Esse tipo de comportamento (multiestabilidade) também tem sido reportado numericamente em Bulian e Francescutto (2008).

Finalmente, é importante notar que os comportamentos identificados acima apareceram em condições de amplitude de onda moderadas e, portanto, são susceptíveis de ocorrer nas condições cotidianas de operação desses navios.

## CAPÍTULO 5

# 5. O ROLL PARAMÉTRICO EM MAR IRREGULAR

*Neste capítulo é proposta uma metodologia para a simulação do roll paramétrico em ondas irregulares no domínio do tempo. É apresentado também um exemplo de aplicação baseado no portacontentor SAFEDOR.*

### 5.1 Generalidades

Nos capítulos anteriores, o estudo das instabilidades do roll em ondas regulares foi explorado. Entre outros aspectos, mostrou-se que as não linearidades dos acoplamentos na restauração são fundamentais para a adequada reprodução da complexa dinâmica do roll paramétrico. Com base nas simulações de alguns navios, têm sido identificados comportamentos tipicamente não lineares como, por exemplo, bifurcações, a ocorrência de “saltos” nas amplitudes de resposta e a dependência das condições iniciais. Essas características não lineares abrem a possibilidade de que, sob condições de ressonância paramétrica em mar irregular, o navio evidencie comportamentos que invalidem as hipóteses básicas da teoria de *seakeeping* clássica.

Os modelos clássicos para o estudo do comportamento do navio em mar irregular assumem ergodicidade (característica dos processos estocásticos que permitem a estimativa das propriedades estatísticas usando uma única realização longa) e distribuição normal (ou gaussiana) das respostas do navio. No caso do estudo das elevações de onda em mar irregular observações e registros têm validado essas

hipóteses. Se, adicionalmente, o navio é assumido como sistema linear (St. Denis e Pierson, 1953), o teorema de Wiener-Khinchin estabelece que as respostas do navio serão também normais e ergódicas. No entanto, dada a existência de não linearidades no sistema que descreve o navio, as hipóteses anteriores deixam de ser válidas. Na literatura recente, vários autores (Belenky *et al.*, 2003, 2006, Shin *et al.*, 2004, Bulian *et al.*, 2008, Hong *et al.*, 2009) têm relatado o caráter não ergódico e a distribuição não-gaussiana do roll sob condições de ressonância paramétrica em mar irregular.

Com o objetivo de permitir a investigação da ressonância paramétrica em ondas irregulares, o presente capítulo propõe uma metodologia, no domínio do tempo que se baseia nas equações não lineares de movimento proposta pelo Autor (vide capítulo 2). Essa metodologia é aplicada ao caso do navio portacontentor SAFEDOR testado experimentalmente em ondas irregulares longitudinais. Os resultados numéricos mostram, de fato, que diferentes realizações do roll para uma mesma condição de mar podem ou não levar à ressonância paramétrica. Numa análise espectral básica, as respostas em heave, roll e pitch evidenciam que o mecanismo de transferência de energia entre os modos verticais e o roll e vice-versa (observado em ondas regulares) também se dá em ondas irregulares.

## 5.2 Abordagem clássica do *seakeeping*

O estudo clássico do comportamento do navio no mar ou *seakeeping* é baseado na hipótese de superposição linear das componentes de onda e na linearidade do sistema que descreve o navio.

Assim, uma onda irregular pode ser tratada como uma superposição de uma série de ondas regulares (ex. senoidais), portanto, o estudo de suas características no domínio da frequência desse sinal irregular (elevação de onda) pode ser feito usando análises de séries de Fourier. Para isto, escolhe-se um segmento de registro temporal contendo um grande número de ondas, onde se assume adicionalmente que o sinal em estudo repete-se após certos intervalos (longos). Seja, por exemplo, um registro temporal de elevações de onda de um mar irregular de cristas longas (*long-crested*) que se propaga ao longo do eixo  $x$  positivo, que pode ser expresso como uma soma de um grande número de componentes de onda regulares (no domínio da frequência):

$$\zeta(t) = \sum_{n=1}^N \zeta_{a_n} \cos(k_n x - \omega_n t + \varepsilon_n) \quad (138)$$

onde, para cada componente  $n$ :  $\zeta_{a_n}$ , amplitude de onda;  $\omega_n$ , freqüência da componente;  $k_n$ , número de onda;  $\varepsilon_n$ , ângulo de fase aleatório;  $x$ , identifica o ponto do espaço em análise.

A análise de Séries de Fourier fornecerá um conjunto de valores  $\zeta_{a_n}$  e  $\varepsilon_n$ , cada um associado a seu próprio  $\omega_n$ . Se são incluídos suficientes termos de Fourier, o registro temporal inteiro nesse ponto poderá ser reproduzido a partir desse conjunto de valores. Na prática, porém, a elevação exata do nível do mar num determinado tempo  $t$  não é relevante. De fato, é suficiente conhecer apenas as características estatísticas – agora em termos de amplitude e freqüência do sinal. Isso significa que as fases aleatórias  $\varepsilon_n$  podem ser descartadas.

### 5.2.1 Espectro de Densidade de Energia

Seja um registro temporal, por exemplo, de elevações de onda durante um período de tempo suficientemente longo, mas arbitrário:

$$\tau = N \cdot \Delta t$$

Se assumirmos que a elevação instantânea da onda tem distribuição Gaussiana e média zero, as amplitudes  $\zeta_{a_n}$  podem ser obtidas por meio da análise de Fourier do sinal. No entanto, para cada pequeno deslocamento de tempo no registro do sinal, uma nova série de amplitudes  $\zeta_{a_n}$  pode ser obtida. Felizmente, é possível achar um valor médio dos quadrados de  $\zeta_{na}$ , isto é:  $\overline{\zeta_{a_n}^2}$ .

Quando  $\zeta(t)$  é um sinal irregular sem freqüências prevaletentes, os valores médios de  $\overline{\zeta_{a_n}^2}$  próximos de  $\omega_n$  não mudam com a freqüência, e com isso  $\overline{\zeta_a^2}$  é uma função contínua. Assim, a variância de  $\sigma_\zeta^2$  desse sinal é dada por (Journée e Massie, 2001):

$$\begin{aligned} \sigma_\zeta^2 &= \overline{\zeta^2} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \zeta_n^2 = \frac{1}{N \cdot \Delta t} \sum_{n=1}^N \zeta_n^2 \cdot \Delta t \\ &= \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \zeta^2(t) \cdot dt = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \left\{ \sum_{n=1}^N \zeta_{a_n} \cos(\omega_n t - k_n x + \varepsilon_n) \right\}^2 \cdot dt \\ &= \sum_{n=1}^N \frac{1}{2} \zeta_{a_n}^2 \end{aligned} \tag{139}$$

A amplitude de onda  $\zeta_{a_n}$  pode ser expressa num espectro de mar  $S_\zeta(\omega_n)$ , cuja expressão é definida por:

$$S_\zeta(\omega_n) \cdot \Delta\omega = \sum_{\omega_n}^{\omega_n + \Delta\omega} \frac{1}{2} \zeta_{a_n}^2(\omega) \quad (140)$$

onde  $\Delta\omega$  é uma diferença constante entre duas frequências sucessivas. Ao ser multiplicada por  $\rho g$ , essa expressão torna-se a energia por unidade de superfície das ondas no intervalo de frequências  $\Delta\omega$ . Quando  $\Delta\omega \rightarrow 0$ , a definição do espectro de energia do mar  $S_\zeta(\omega)$  torna-se:

$$S_\zeta(\omega_n) \cdot d\omega = \frac{1}{2} \zeta_{a_n}^2 \quad (141)$$

e a variância  $\sigma_\zeta^2$  da elevação de onda fica sendo igual à área sob o espectro do mar:

$$\sigma_\zeta^2 = \int_0^\infty S_\zeta(\omega) \cdot d\omega \quad (142)$$

### 5.2.2 Respostas em Mar Irregular

Na análise das respostas do navio em mar irregular, além das hipóteses relativas à descrição do mar, são consideradas duas hipóteses adicionais:

- O sistema de equações que descreve os movimentos do navio é linear. Assim, baseados no Princípio de Superposição, pode-se assumir que a resposta do navio em mar irregular é equivalente ao somatório das respostas individuais do navio a cada componente regular de onda do mar.
- Como as elevações de onda do mar por hipótese têm distribuição Gaussiana, as respostas do navio excitado por esse mar também terão distribuição Gaussiana, sendo suficiente então determinar apenas os parâmetros estatísticos que governam essa distribuição (média e desvio padrão).

As respostas do navio em ondas regulares são abordadas tipicamente no domínio da frequência. Assim, para cada frequência de excitação considerada é obtida uma amplitude de resposta e uma fase. Quando as amplitudes de resposta são expressas por unidade de amplitude de onda no domínio da frequência de excitação são denominadas *Operadores de Amplitude de Resposta (RAO)*. Assim, conhecido o espectro de mar e os RAOs. do navio, a determinação das respostas deste associadas ao mar em questão não precisa passar pela solução das equações de movimento no domínio do tempo. De fato, verifica-se que (Lewis, 1989, Journée e Massie, 2001):

$$S_{\eta}(\omega_e) = [RAO_{\eta}(\omega_e)]^2 S_{\zeta}(\omega_e) \quad (143)$$

onde:  $S_{\eta}(\omega_e)$  é o espectro de respostas,  $RAO_{\eta}(\omega_e)$  são os operadores de amplitude de resposta do navio, e  $S_{\zeta}(\omega_e)$  é o espectro do mar considerado. Essa abordagem nos leva diretamente à obtenção das propriedades estatísticas das respostas do navio sem a necessidade da análise das respectivas séries temporais das respostas do navio. As hipóteses assumidas neste tipo de abordagem garantem o caráter ergódico das respostas do navio, isto é, a geração de uma única série temporal suficientemente longa será suficiente para caracterizar o comportamento aleatório do navio num dado mar. A geração das séries temporais a partir de um dado espectro também pode ser feita a partir da análise de Fourier.

No caso do roll paramétrico em mar irregular, a solução baseada na obtenção dos espectros de resposta (no domínio da frequência) não é aplicável, pois se trata de um fenômeno de natureza não linear. Assim, a forma de abordar numericamente esse problema é usar a abordagem no domínio do tempo.

### 5.3 Metodologia proposta

Para simular o roll paramétrico em ondas irregulares é necessário expressar as forças e/ou momentos que agem sobre o navio na forma de séries temporais. Como essas forças e momentos dependem da geometria submersa do navio que agora é governada pelo perfil aleatório da onda e os movimentos irregulares do navio, a análise fica muito complexa e onerosa em termos computacionais. A abordagem “exata” do problema implicaria não apenas em resolver o problema hidrodinâmico do navio para a geometria submersa aleatória, mas também a hidrostática não linear no domínio do tempo e, ainda, resolver implícita e iterativamente as equações de movimento.

Para contornar essas dificuldades, e tornar a solução do problema do roll paramétrico mais prática, é proposto um método híbrido simples que combina algumas hipóteses da abordagem clássica do *seakeeping* com a solução das equações não lineares de movimento no domínio do tempo (propostas no Capítulo 2).

Para as forças e momentos de excitação direta de onda, assim como para a restauração hidrostática de ondas, é possível obter espectros de força associados a um determinado espectro de mar, a partir dos respectivos valores em ondas regulares no

domínio da frequência. Assim, por exemplo, para a força de excitação de onda em heave:

$$S_{Fw3}(\omega_e) = [RAO_{Fw3}(\omega_e)]^2 S_{\zeta}(\omega_e) \quad (144)$$

e, para o coeficiente de restauração de onda em roll,  $K_{\zeta\phi}$ :

$$S_{K_{\zeta\phi}}(\omega_e) = [RAO_{K_{\zeta\phi}}(\omega_e)]^2 S_{\zeta}(\omega_e) \quad (145)$$

Para as forças e momentos de excitação dos demais graus de liberdade e para os demais coeficientes de restauração de onda segue-se a mesma lógica dos exemplos acima.

Massa adicionada e amortecimento nos modos excitados diretamente pela onda (ex. heave e pitch) podem ser avaliados usando a metodologia de convolução (Cummins, 1962). Porém, baseado no trabalho de Celis (2008) – que reporta pouca influência da memória fluida no roll paramétrico em ondas regulares – e com o intuito de simplificar a metodologia aqui proposta, os coeficientes de massa adicionada e amortecimento serão calculados na frequência de pico do espectro do mar (conforme adotado também em Ribeiro e Silva *et al.*, 2003). Para o roll, esses coeficientes são calculados na frequência natural de roll, introduzindo inclusive as não linearidades no amortecimento de roll (seguindo a mesma abordagem exposta para o roll paramétrico em ondas regulares).

A restauração hidrostática de águas calmas é introduzida diretamente nas equações de movimento, pois os respectivos coeficientes são independentes do tempo e da onda.

Em resumo, o procedimento proposto para a simulação do roll paramétrico em ondas irregulares consiste em:

- (1) Definição do estado de mar no domínio da frequência de onda, isto é, especificação do tipo de espectro de mar  $S_{\zeta}(\omega_w)$  a partir de parâmetros básicos como altura significativa ( $H_s$ ), e período de pico ( $T_p$ ).
- (2) Transformação do espectro de mar do domínio da frequência da onda  $\omega_w$  para a frequência de encontro  $\omega_e$  (vide Bhattacharyya, 1978):

$$S_{\zeta}(\omega_e) = \frac{S_{\zeta}(\omega_w)}{1 - \frac{2\omega_w U}{g} \cos \chi} \quad (146)$$

- (3) Cálculo dos operadores de amplitude de forças de excitação de onda e dos coeficientes de restauração de onda no domínio da frequência de onda. Os operadores de amplitude de forças de excitação de onda podem ser obtidos a



partir de softwares como WAMIT® ou HANSEL. Já os operadores de amplitude dos coeficientes de restauração de onda podem ser calculados usando o DSSTAB (método de ajuste polinomial) ou as expressões apresentadas para os coeficientes analíticos para várias frequências de onda regular dentro da faixa do espectro de mar desejado. Esses operadores de amplitude são expressões por unidade de amplitude de onda, analogamente aos RAOs do navio.

- (4) Transformação dos domínios dos operadores de amplitude definidos no passo (3) da frequência de onda para a frequência de encontro.

$$\omega_e = \omega_w - \frac{\omega_w^2}{g} U \cos \chi$$

- (5) Cálculo dos espectros das forças de excitação e dos coeficientes de restauração, seguindo expressões análogas às (144) e (145).
- (6) Análise de Fourier para geração de séries temporais das forças de excitação e coeficientes de restauração de onda a partir dos respectivos espectros calculados no passo (3). Na análise de Fourier, uma série temporal  $\zeta(t)$  pode ser obtida a partir de um espectro  $S_\zeta(\omega_n)$ , usando as seguintes expressões:

$$\zeta(t) = \sum_{n=1}^N \zeta_{an} \cos(k_n x - \omega_n t + \varepsilon_n) \quad (147)$$

com:

$$\zeta_{an} = \sqrt{2 \cdot S_\zeta(\omega_n) \cdot \delta\omega} \quad (148)$$

- (7) Solução das equações de movimento não lineares no domínio do tempo usando, por exemplo, o método clássico de Runge-Kutta de 4ª ordem.

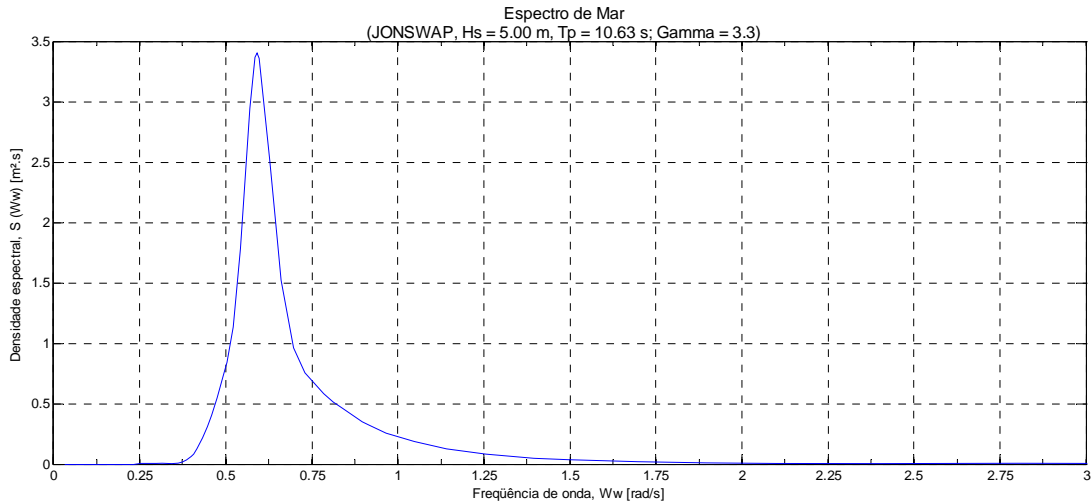
#### 5.4 Aplicação da metodologia

A seguir aplicaremos a metodologia apresentada acima para o caso do navio portacontentor SAFEDOR que é o único para o qual se dispõe de resultados experimentais. Para a obtenção dos operadores de amplitude dos coeficientes de restauração de onda foi usada a metodologia de ajuste polinomial. Adicionalmente, e por simplicidade, na solução das equações de movimento do navio são considerados apenas três graus de liberdade: heave-roll-pitch.

O navio SAFEDOR foi testado num espectro de mar irregular JONSWAP com altura significativa ( $H_s$ ) de 5.00 m, período de pico ( $T_p$ ) de 10.63 s,  $\gamma = 3.3$  e incidência

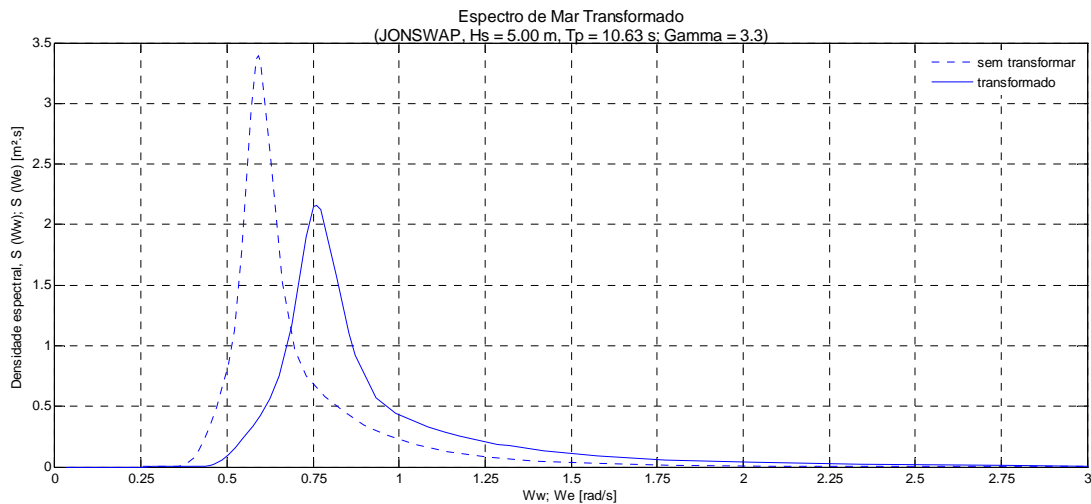
180°. A condição de carregamento do navio foi a mesma ensaiada para o caso de ondas regulares com número de Froude,  $Fn=0,12$ . A amplitude média do roll registrada experimentalmente foi de aproximadamente 2° (vide Spanos e Papanikolaou, 2009b).

A figura 5.1 mostra o espectro de mar testado no domínio da frequência da onda.



**Fig. 5.1 Espectro do mar do teste para o portacontentor SAFEDOR**

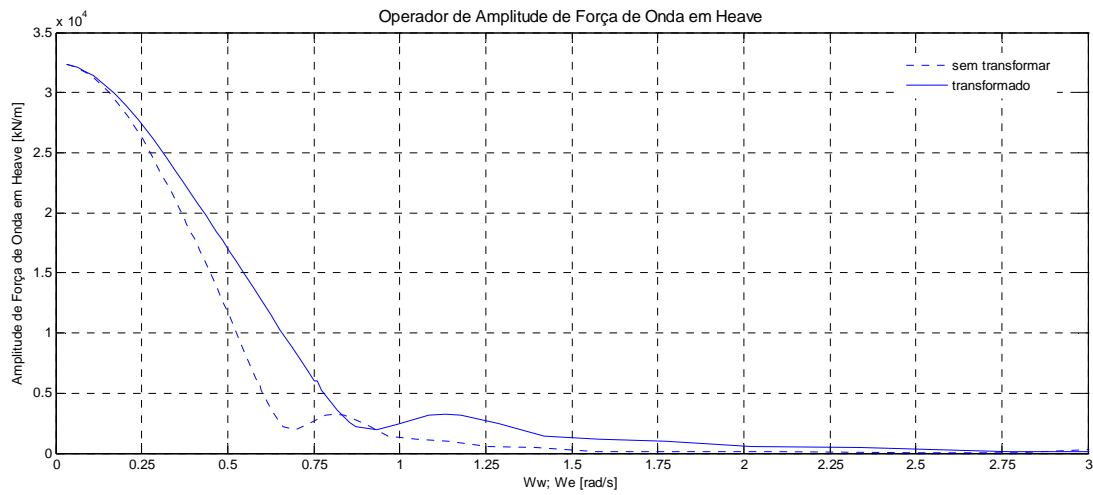
O espectro de mar transformado para o domínio da frequência de encontro é mostrado na figura 5.2



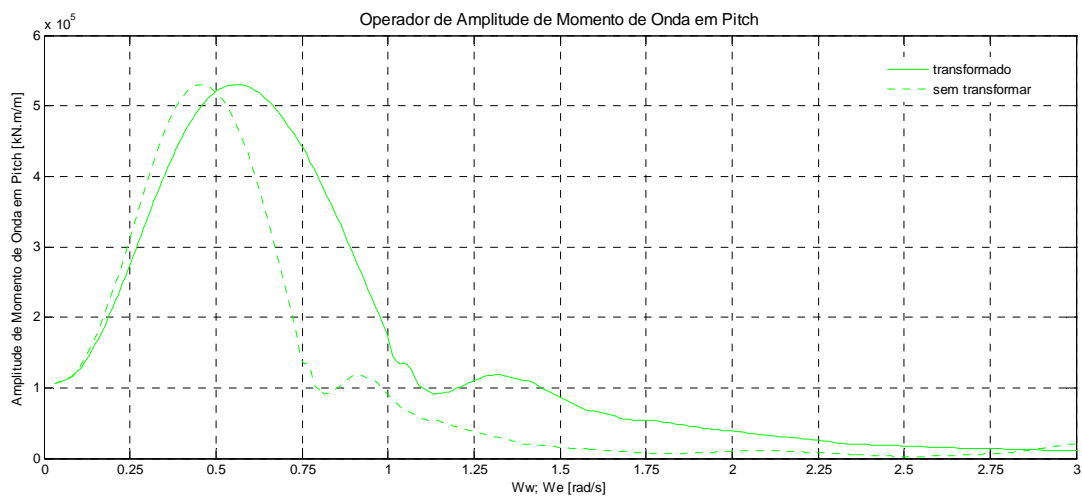
**Fig. 5.2 Espectro do mar transformado**

Os operadores de amplitude das forças de excitação de heave e pitch são mostrados nas figuras 5.3 e 5.4, respectivamente. Alguns dos operadores de amplitude dos coeficientes de restauração de onda do roll são apresentados nas figuras 5.5 a 5.7. Junto com os operadores de amplitude no domínio da frequência de onda ( $\omega_w$ ) também são apresentados os respectivos operadores transformados para o domínio da frequência

de encontro ( $\omega_e$ ). Para os operadores de amplitude dos coeficientes de onda em heave e pitch segue-se o mesmo procedimento apresentado para o roll.



**Fig. 5.3** Operador de amplitude de força de onda em heave,  $F_n = 0.12$



**Fig. 5.4** Operador de amplitude de momento de onda em pitch,  $F_n = 0.12$

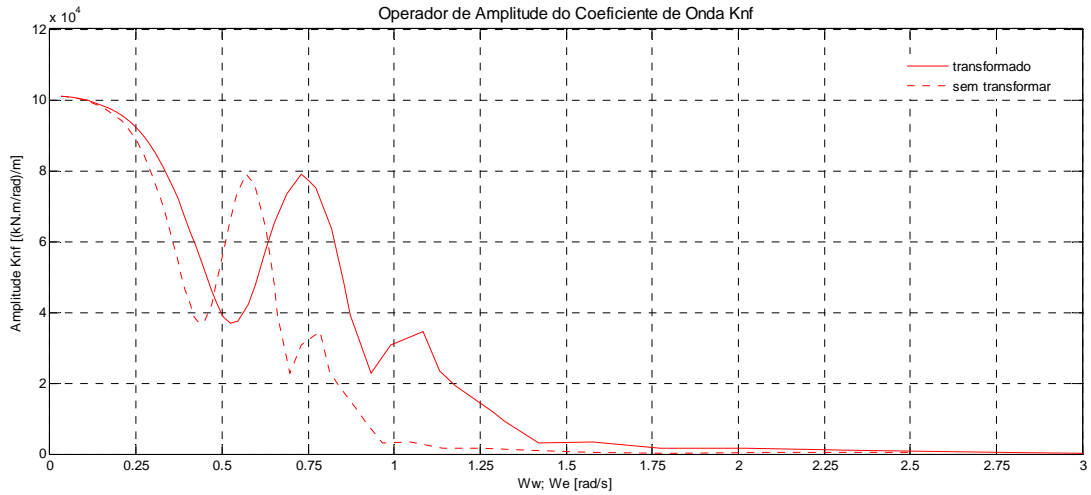


Fig. 5.5 Operador de amplitude do coeficiente de onda  $K_{\zeta\phi}$

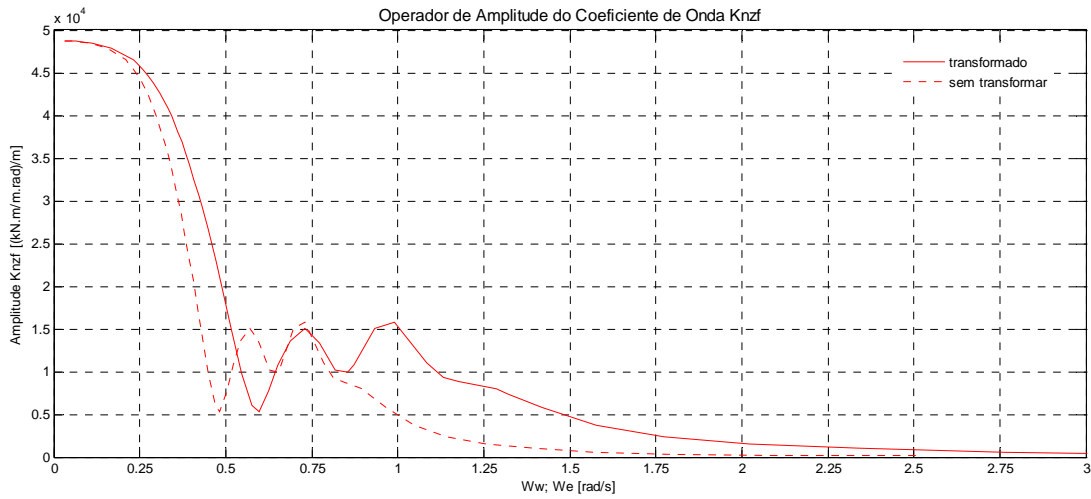


Fig. 5.6 Operador de amplitude do coeficiente de onda  $K_{\zeta z\phi}$

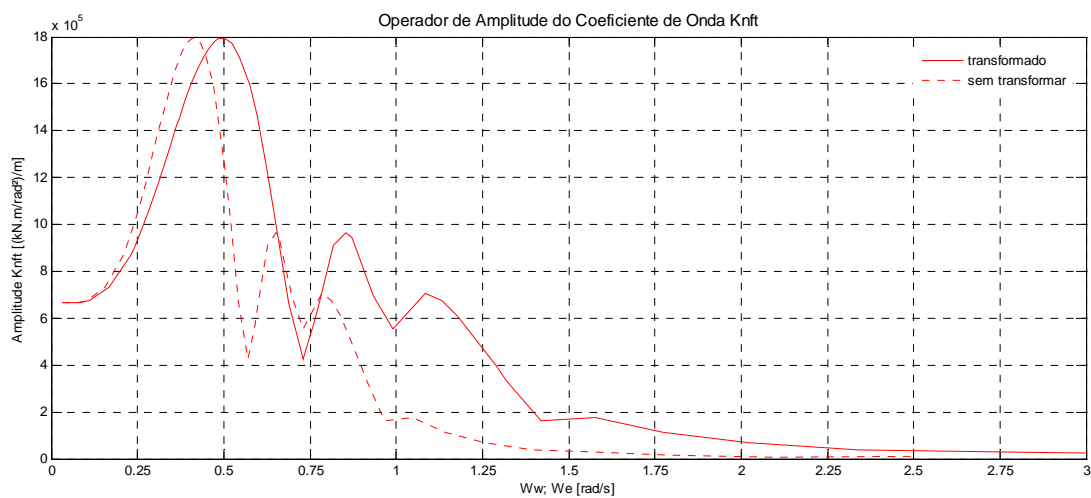
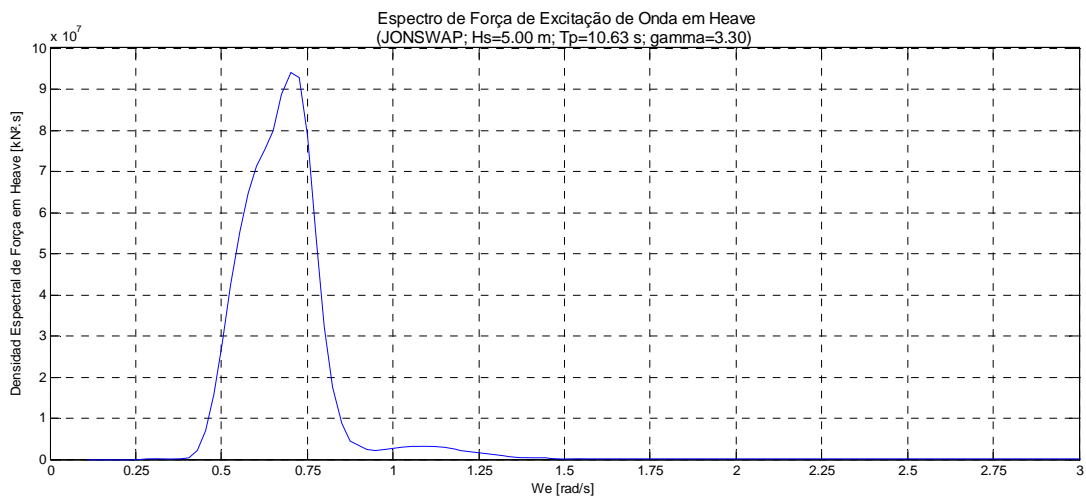
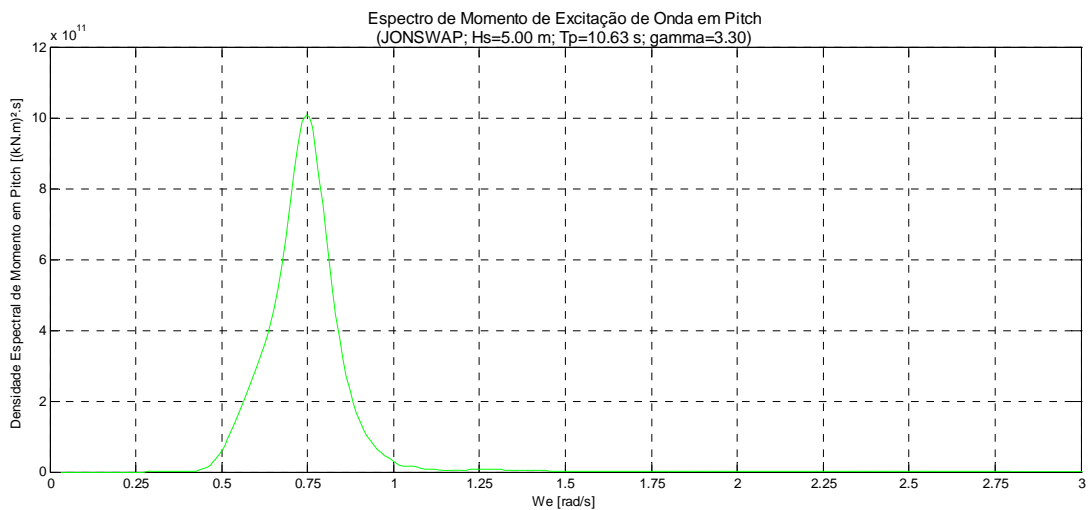


Fig. 5.7 Operador de amplitude do coeficiente de onda  $K_{\zeta\phi\theta}$

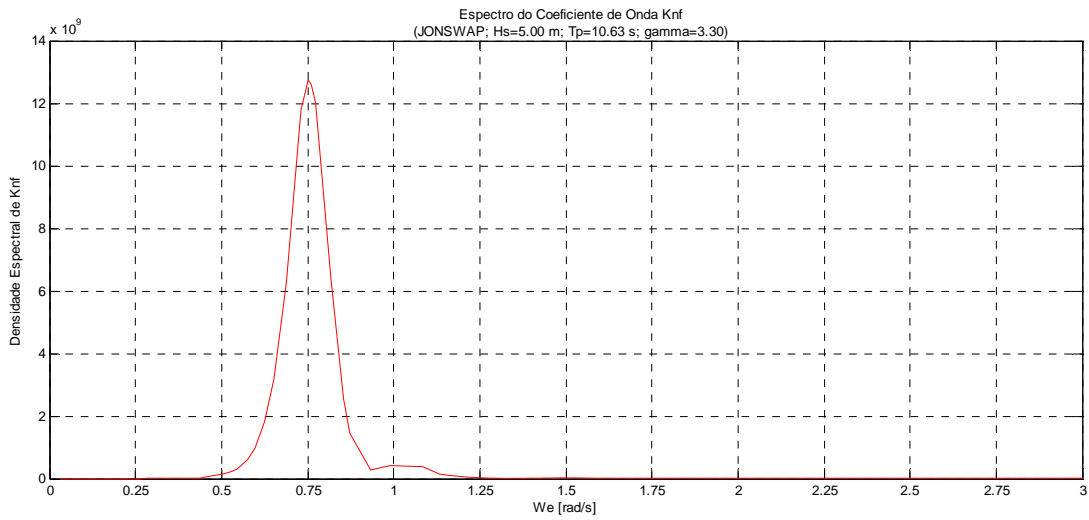
Com o espectro de mar e os operadores de amplitude transformados são calculados os espectros de força e momento de onda e os espectros dos coeficientes de restauração de onda para a condição de mar especificada. Alguns desses espectros são mostrados nas figuras 5.8 a 5.10. Com base na análise de Fourier são geradas as séries temporais das forças de excitação de onda para o heave e o pitch e as séries temporais de todos os coeficientes de restauração de onda (heave, roll e pitch) – vide figuras 5.11 a 5.13.



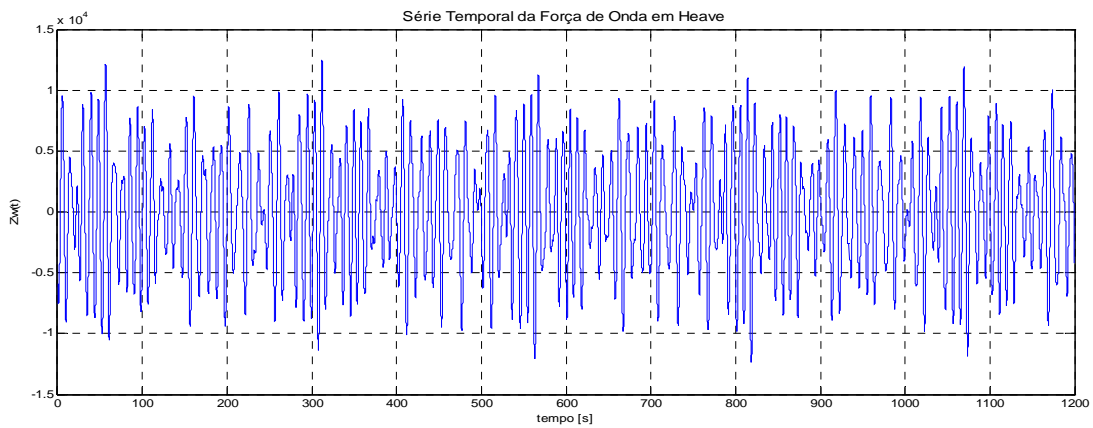
**Fig. 5.8** Espectro de força em heave na condição de mar do teste



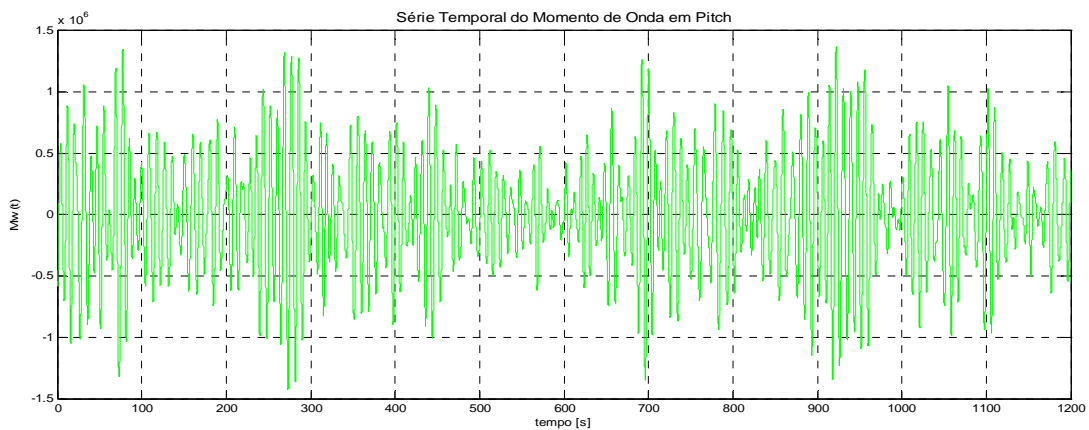
**Fig. 5.9** Espectro de momento em pitch na condição de mar do teste



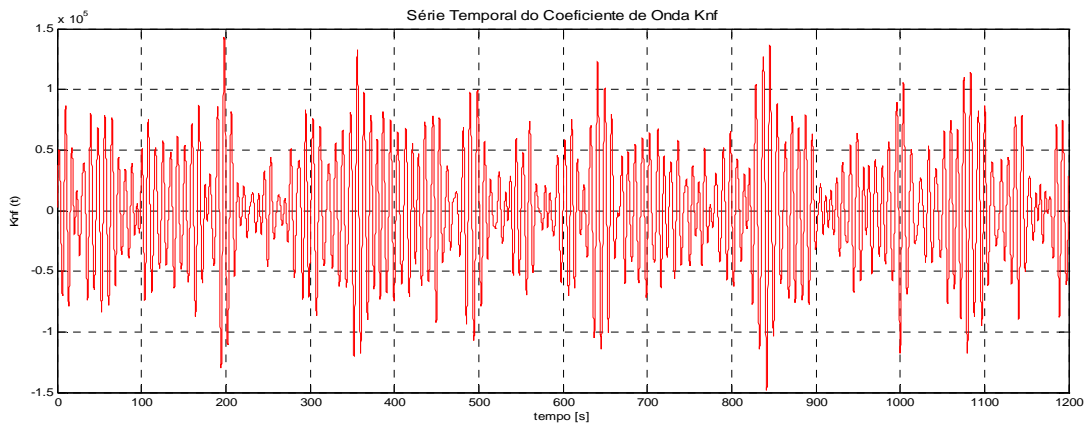
**Fig. 5.10** Espectro do coeficiente de onda  $K_{\zeta\phi}$  na condição de mar do teste



**Fig. 5.11** Série temporal da força de excitação de onda em heave



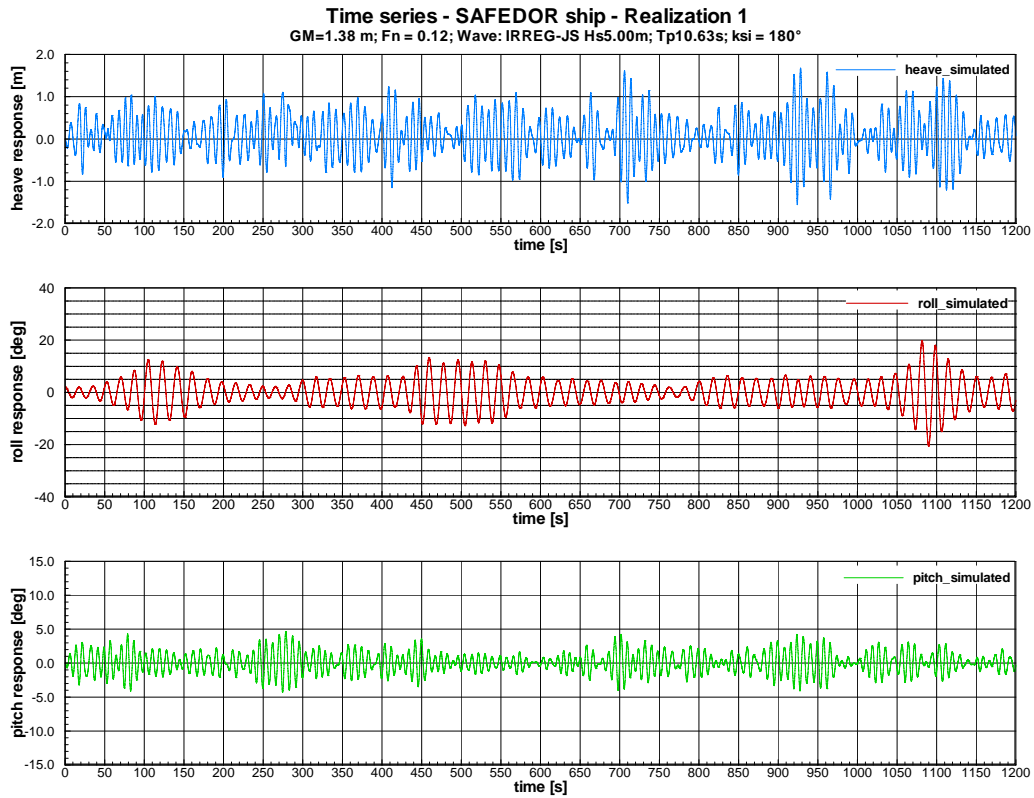
**Fig. 5.12** Série temporal do momento de excitação de onda em pitch



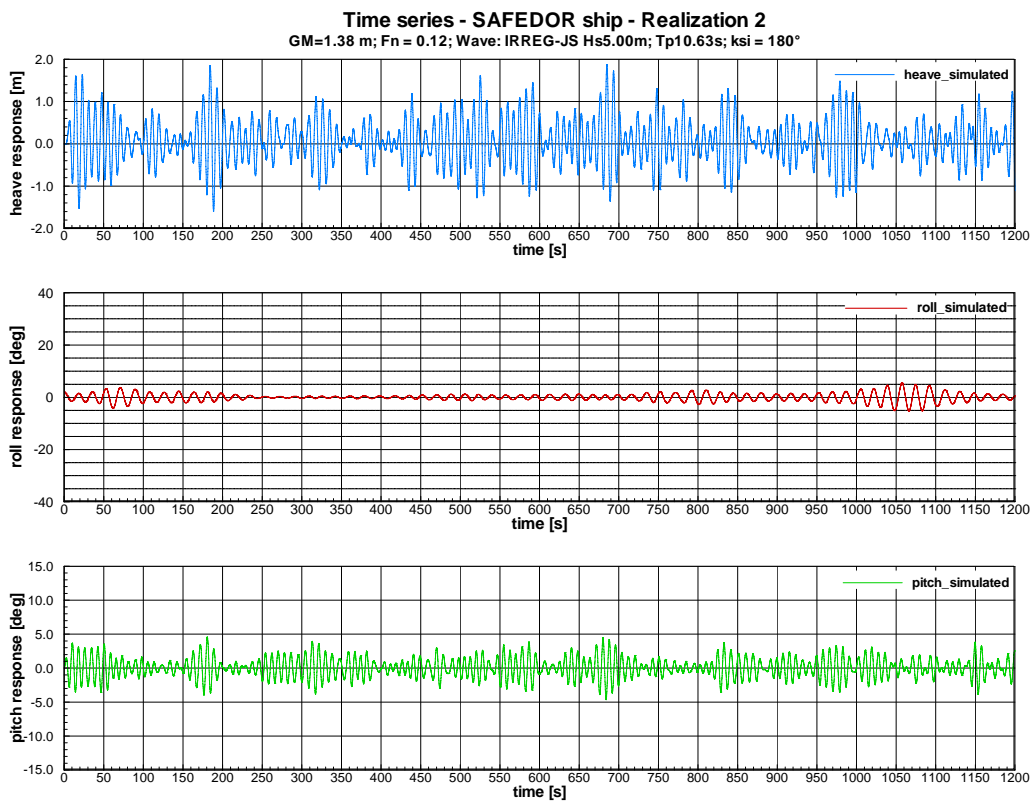
**Fig. 5.13** Série temporal do coeficiente de onda  $K_{\zeta\phi}$

As séries temporais obtidas para as forças de excitação e coeficientes de onda são incorporadas nas equações não lineares de movimento do navio, donde resultam as séries temporais com as respostas do navio na condição de mar considerada.

Para avaliar a ergodicidade das respostas em roll, foram simuladas três realizações (obtidas a partir de três séries temporais diferentes das forças de excitação) para a condição de teste especificada – vide figuras 5.14 a 5.16. As diferentes séries temporais das forças e momentos de excitação de onda podem ser interpretadas como decorrentes de registros temporais de elevações de onda diferentes. Como se sabe, a elevação de onda tem caráter ergódico e a função de transferência de excitação de onda é linear, portanto, mesmo considerando diferentes registros temporais (ou realizações) suficientemente longos, a excitação de onda é equivalente do ponto de vista estatístico para essas realizações. Em todos os casos analisados a duração do registro temporal é de 20', o que na prática é considerado representativo o suficiente para descrever adequadamente um estado de mar.

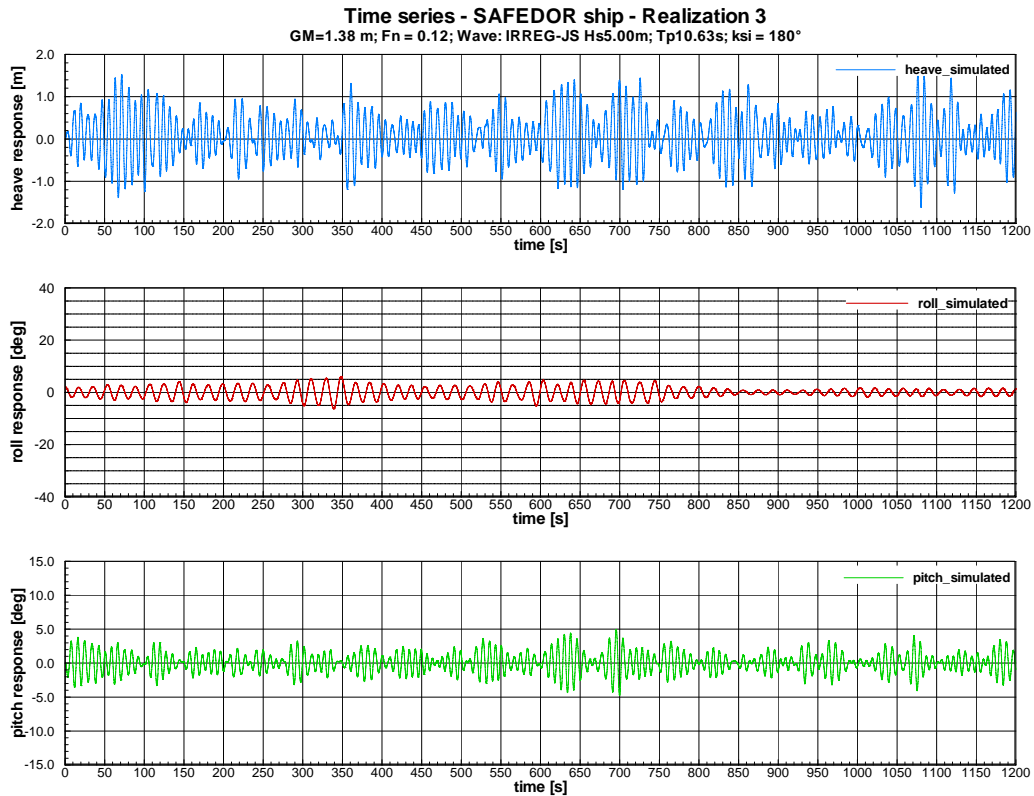


**Fig. 5.14 Realização 1 para o portacontentor SAFEDOR**



**Fig. 5.15 Realização 2 para o portacontentor SAFEDOR**





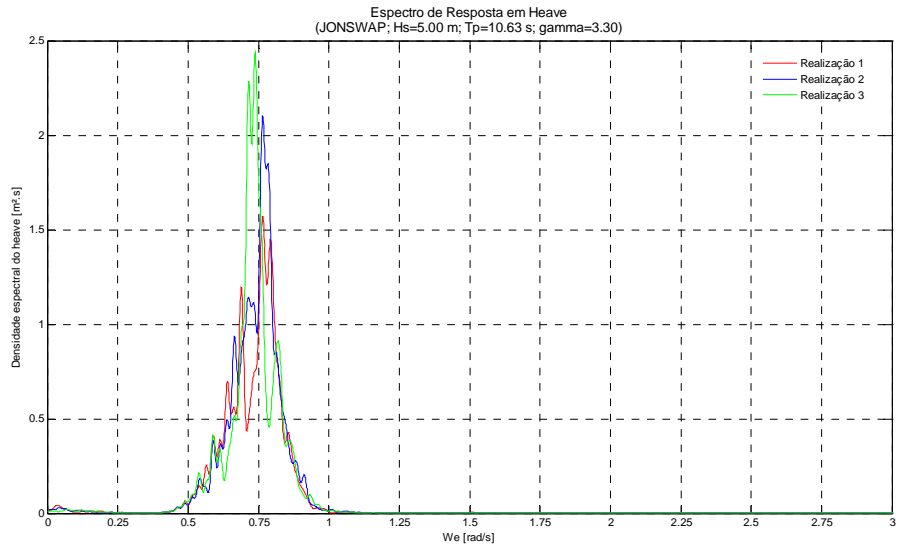
**Fig. 5.16 Realização 3 para o portacontentor SAFEDOR**

## 5.5 Análise dos Resultados

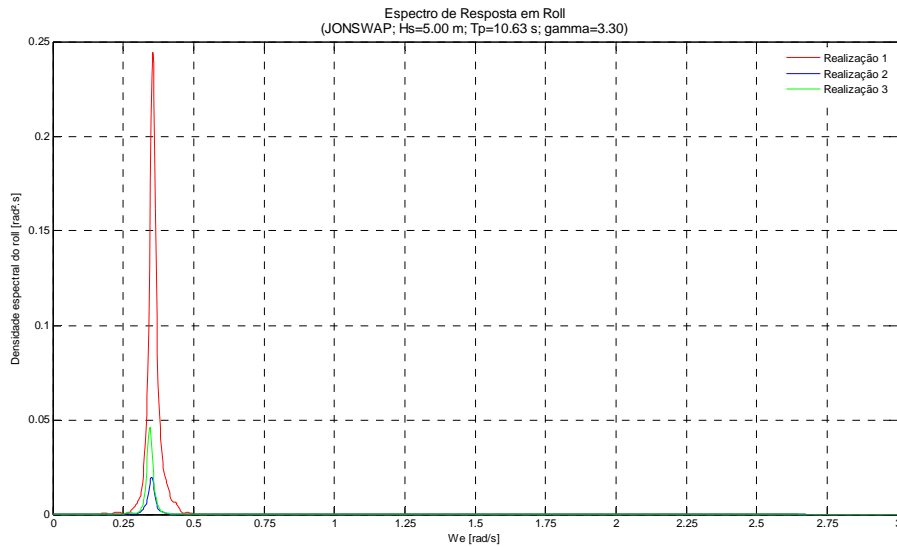
Embora o modelo proposto em mar irregular tenha sido avaliado apenas para uma única condição de teste, a partir dos resultados obtidos para essa condição é possível fazer algumas análises e extrair algumas conclusões preliminares:

- a) Embora o espectro de energia do mar abranja principalmente a faixa de frequência de encontro de 0.50 rad/s a 1.25 rad/s, os espectros das excitações e dos coeficientes de restauração de onda concentram-se numa faixa menor (0.50 a 0.85 rad/s) em torno da frequência de pico do espectro do mar (0.76 rad/s) e, fora dos períodos naturais de heave ( $\omega_{n3} = 0.82$  rad/s), de pitch ( $\omega_{n5} = 0.85$  rad/s) e de roll ( $\omega_{n4} = 0.33$  rad/s).
- b) As séries temporais de roll são, visualmente, diferentes entre as realizações da condição ensaiada. Assim, a primeira realização apresenta desenvolvimento moderado do roll paramétrico, enquanto que a segunda e terceira realização apresentam amplificações mínimas do roll.

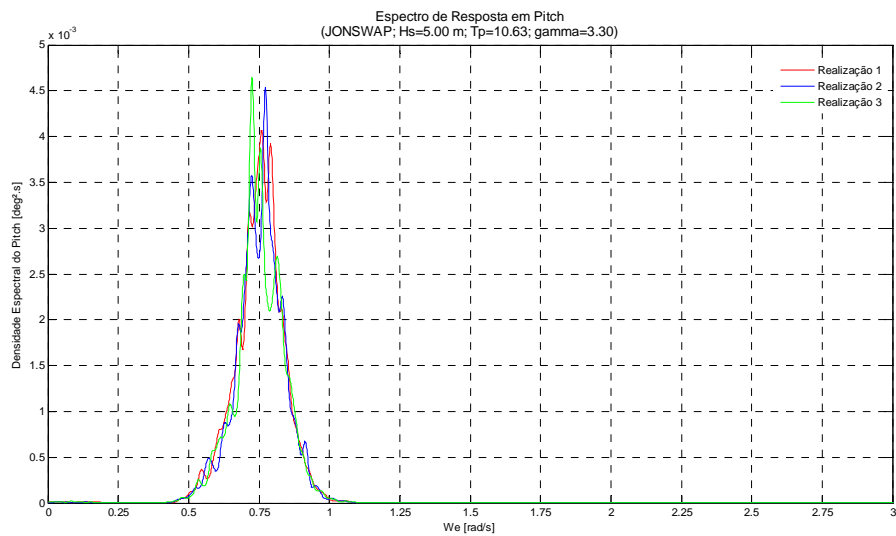
- c) As frequências de resposta do roll são menores do que as observadas em heave e pitch. As séries de heave e pitch apresentam um caráter similar entre suas respectivas realizações.
- d) Os espectros das respostas em heave, roll e pitch para as três realizações apresentadas (vide figuras 5.17 a 5.19) mostram as frequências que prevalecem nas respostas de cada grau de liberdade. Assim, heave e pitch apresentam respostas numa faixa de frequências entre 0.50 e 0.85 rad/s, que coincide com a faixa principal do espectro de mar considerado. Já as respostas de roll estão concentradas numa faixa muito estreita em torno da frequência natural de roll, evidenciando a ocorrência do roll paramétrico.
- e) Os espectros de roll confirmam o caráter diferente entre as três realizações (vide ordem de grandeza das densidades espectrais). Assim, é possível concluir que na condição testada há dois tipos de dinâmica envolvida no roll: ocorrência de roll paramétrico (realização 1) e não ocorrência de roll paramétrico (realizações 2 e 3), tornando evidente a influência das não linearidades nas respostas, e o caráter não ergódico das respostas.
- f) As não linearidades apontadas no item anterior aparecem também, porém, com menos intensidade, nos espectros de resposta em heave e pitch. Nesses espectros observa-se que há densidades espectrais menores quando há surgimento do roll paramétrico (realização 1), enquanto que as densidades espectrais são ligeiramente maiores nos casos onde o roll paramétrico é nulo ou desprezível (realizações 2 e 3). Esses resultados evidenciam o caráter “fracamente ergódico” do heave e pitch, conforme apontado em trabalhos de outros autores (Belenky *et al.*, 2003, Ogawa, 2007, Bulian *et al.*, 2008).



**Fig. 5.17** Espectro de resposta em heave do navio SAFEDOR



**Fig. 5.18** Espectro de resposta em roll do navio SAFEDOR



**Fig. 5.19** Espectro de resposta em pitch do navio SAFEDOR

## CAPÍTULO 6

### 6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

#### 6.1 Generalidades

No presente trabalho foi desenvolvido e proposto um modelo matemático não-linear em seis graus de liberdade (6-GDL). A atual formulação é uma extensão do modelo derivativo de três graus de liberdade proposto pelo Autor (Rodríguez, 2004), que considera linearidades até a terceira ordem na restauração, isto é, em heave, roll e pitch, e não linearidades no amortecimento do roll. Na modelagem das equações de movimento dos modos horizontais foram consideradas duas opções: uma que considera as equações de surge, sway e yaw, lineares; e outra onde são introduzidas não linearidades até a terceira ordem nas forças de excitação de onda incidente considerando inclusive as relativas a pequenas variações do aproamento (yaw) do navio.

Para o cálculo dos coeficientes de restauração das equações de movimento do modelo proposto foram apresentadas duas metodologias: uma analítica, onde os coeficientes são calculados como funções das distribuições longitudinais de algumas propriedades geométricas do navio e da onda; e outra numérica, baseada no ajuste polinomial das forças e momentos de restauração e de excitação de onda incidente calculados para um conjunto de posições estáticas do navio. Os polinômios de ajuste têm como variáveis o heave, roll, pitch na restauração puramente hidrostática e,

adicionalmente consideram o yaw no ajuste dos polinômios das forças de excitação de onda incidente (denominados também de restauração de onda).

Para validar o modelo proposto quatro flutuantes foram analisados numérica e experimentalmente: um pesqueiro de pequeno porte, dois navios portacontentores, e uma plataforma tipo SPAR. Os três primeiros são unanimemente reconhecidos como navios susceptíveis à ressonância paramétrica, no entanto a SPAR é um tipo de flutuante cuja geometria (sem *flares*) não se encaixa dentro dos critérios de susceptibilidade, mas que na literatura especializada há relato de ocorrência deste fenômeno.

A validação consistiu em simular numericamente no domínio do tempo as condições testadas experimentalmente para os referidos navios, usando tanto a metodologia analítica quanto a numérica no cálculo dos coeficientes de restauração. As condições simuladas para os quatro flutuantes foram para mar regular de proa, e no caso dos navios para velocidades de avanço que oscilaram entre número de Froude 0.08 e 0.30. Com base nas séries temporais foram analisadas e/ou avaliadas as influências de diversos parâmetros e características da modelação proposta.

Posteriormente, o modelo proposto foi explorado em maior detalhe por meio da análise da dinâmica não linear no domínio da frequência. Foram analisadas analítica e numericamente as regiões de instabilidade paramétrica dos quatro flutuantes analisados. Esse tipo de análise permitiu também identificar algumas tendências e efeitos das não linearidades, principalmente em termos das amplitudes de respostas do roll paramétrico.

Finalmente, foi proposta uma metodologia para a simulação do roll paramétrico em ondas irregulares. Uma condição de teste experimental foi reproduzida numericamente para ilustrar a metodologia proposta, onde ficou evidente o caráter não ergódico do roll paramétrico.

## **6.2 Conclusões e Recomendações Gerais**

As conclusões gerais do presente trabalho são:

### **6.2.1 Sobre a formulação matemática:**

- A modelo proposto é capaz de reproduzir a dinâmica do navio em ondas em seis graus de liberdade permitindo ainda a simulação de fenômenos não lineares associados à restauração hidrostática, como a ressonância paramétrica. A particularidade da modelação proposta se baseia na formulação da restauração hidrostática que é assumida como sendo uma série de Taylor dos movimentos restaurativos e da passagem da onda ao longo do casco – expandida em torno da posição de equilíbrio inicial.
- Analiticamente foi demonstrado que a equação de movimento não linear do roll, assemelha-se a uma equação de tipo Hill com restauração até os bi-harmônicos. Este tipo de equação tem características dinâmicas próprias que diferem substancialmente da equação de Mathieu, classicamente usada para estudar a ressonância paramétrica.
- Em relação aos coeficientes da série de Taylor que definem a restauração dos modos restaurativos (heave, roll e pitch), estes podem ser determinados usando a metodologia analítica ou a numérica. A modelação analítica mostrada aqui foi aprimorada (em relação à proposta anteriormente pelo Autor) com a incorporação dos termos de atenuação de onda (efeito Smith). A metodologia numérica, embora mais acurada pelo fato de considerar exatamente a geometria real do navio carece de algumas contribuições não lineares de terceira ordem relativas à passagem do perfil da onda ao longo do casco.
- A aplicação dessas metodologias no cálculo dos coeficientes de restauração dos navios investigados aqui mostrou, em geral, uma razoável concordância entre elas, com resultados mais próximos para os coeficientes de segunda ordem, principalmente nos navios portacontentores e na plataforma SPAR. No navio TS, as diferenças são um pouco maiores, porém podem ser explicadas pelas acentuadas mudanças na geometria do casco mesmo para pequenas variações do heave. No entanto, a relevância dessas diferenças só pôde ser dirimida na análise das respostas do navio.

### 6.2.2 *Sobre as séries temporais:*

- O modelo proposto foi avaliado por meio da comparação dos resultados experimentais e numéricos (usando as duas metodologias no cálculo dos coeficientes) dos quatro flutuantes investigados, sob condições típicas de ressonância paramétrica. Os resultados foram satisfatórios tanto na avaliação da capacidade de prever a ocorrência do roll paramétrico como na predição das amplitudes de resposta. Em geral, a metodologia analítica mostrou-se mais acurada que a metodologia numérica na predição das amplitudes de roll paramétrico. No entanto, esta última resultou ligeiramente melhor na predição da ocorrência do roll paramétrico.
- No caso dos navios portacontentores ficou evidente que para uma adequada predição das amplitudes de roll paramétrico, a metodologia numérica deve necessariamente incorporar os denominados “termos de onda dupla” na restauração do roll. Como esses termos são basicamente dependentes da distribuição da onda ao longo do navio, em navios muito compridos e com relação  $\lambda/L \rightarrow 1$ , serão relevantes. Essas condições se dão nos casos testados para os portacontentores.
- Em ausência de roll paramétrico e ondas de amplitude pequenas a moderadas, as respostas não lineares em heave e pitch, são idênticas às respostas lineares (RAOs). Nesses casos as não linearidades são desprezíveis, obedecendo assim às hipóteses clássicas que afirmam a boa concordância entre os RAOs dos modos verticais (baseadas na teoria potencial) e as respostas experimentais.
- Com a aparição do roll paramétrico, especialmente quando atingidas amplificações de moderadas a severas, observam-se mudanças nas respostas dos modos verticais. Essas tendências foram verificadas numérica e experimentalmente, evidenciando dessa forma o mecanismo não linear de transferência recíproca de energia do roll para os modos verticais.
- Os modos horizontais (surge, sway e yaw) mostraram-se pouco influenciados pela ressonância paramétrica. Apenas o sway e yaw mostraram pequenas alterações nas amplitudes de resposta com o surgimento do roll paramétrico. As não linearidades nos modos horizontais que introduzem o efeito de

pequenas mudanças no aproamento mostraram-se irrelevantes em todas as condições ensaiadas.

- Nos navios analisados, o efeito Smith mostrou ter pouca influência nas respostas de roll, e quase nenhuma no heave e no pitch. Em geral, o efeito da atenuação da pressão da onda causa redução das amplitudes paramétricas. Já na plataforma SPAR, o efeito Smith é determinante na capacidade da modelação para predizer a ocorrência do roll paramétrico.
- A passagem de três para seis graus de liberdade também contribuiu para aprimorar a predição das amplitudes de roll paramétrico, principalmente pela introdução dos termos de acoplamentos inerciais lineares na equação do roll. Esses termos ficam mais relevantes quanto maior a coordenada vertical do CG em relação à referência adotada – como na SPAR considerada.

### **6.2.3 Sobre os limites de estabilidade:**

- A estabilidade das respostas de roll baseadas no modelo não linear de terceira ordem foi investigada exaustivamente usando três abordagens diferentes: uma analítica, uma numérica que considera o roll desacoplado, e outra também numérica baseada no modelo de 6-GDL.
- A abordagem analítica foi a de implementação mais simples e permitiu fazer uma avaliação qualitativa rápida da estabilidade do roll identificando forma, posição e extensão das regiões instáveis. Este tipo de abordagem mostrou ser adequada para a predição da ocorrência do roll paramétrico, porém não tem a capacidade de predizer os níveis de amplificação paramétrica nas regiões instáveis.
- As abordagens numéricas foram desenvolvidas principalmente com intuito de validar os resultados da abordagem analítica, e fazer uma análise quantitativa dos níveis de amplificação paramétrica atingidos. Este tipo de abordagem (numérico) demanda muito tempo computacional, pois os limites e os respectivos níveis de amplificação do roll são obtidos a partir da solução das equações não lineares de movimento no domínio do tempo.
- A abordagem numérica desacoplada considera não linearidades apenas na equação de movimento de roll. Nos demais graus de liberdade as equações de movimento consideram apenas termos lineares, e com isso, heave e pitch



ficam isentos da influência do roll paramétrico – ficando assim uma modelação equivalente à adotada usualmente por vários autores. Já a abordagem numérica acoplada considera exatamente o sistema de equações não lineares usadas na análise das séries temporais e, portanto, serve como referência para a avaliação qualitativa e quantitativa das outras duas abordagens (analítica e numérica desacoplada). Em resumo, as três abordagens juntas permitiram a exploração e análise da dinâmica dos quatro flutuantes sob condições de ressonância paramétrica, fazendo possível uma avaliação mais geral de influências e tendências no domínio da frequência de encontro e das amplitudes de onda.

- A abordagem analítica mostrou ser uma excelente ferramenta em termos de custo/benefício na avaliação da ocorrência da ressonância paramétrica. As curvas limites de estabilidade da abordagem analítica mostraram ser uma boa aproximação das fronteiras obtidas nas abordagens numéricas. Assim, conclui-se que as três abordagens são adequadas para a predição da ocorrência do roll paramétrico.
- Do ponto de vista dos níveis de amplificação paramétrica, as comparações entre as abordagens numéricas (desacoplada e acoplada) levam a conclusões diferentes dependendo do tipo de flutuante analisado. Assim, para o pesqueiro TS, conclui-se que as não linearidades nas respostas de heave e pitch são essenciais na predição dos níveis de amplificação paramétrica. A não consideração dessas não linearidades leva à obtenção de amplitudes de resposta excessivas, e afetam até a forma e extensão das áreas instáveis. No caso dos portacontentores e na SPAR a influência das não linearidades em heave e pitch é mínima, aparecendo apenas algum efeito nas amplitudes de onda e sintonia maiores: as amplitudes do roll desacoplado ficam levemente maiores do que as do sistema acoplado em 6-GDL.
- Em relação às não linearidades puras de roll, no caso dos portacontentores e da SPAR, elas são as responsáveis pela direção de crescimento (evolução) dos níveis de amplificação. Assim, quando não consideradas, os níveis de amplificação maiores ficam na fronteira esquerda da região de instabilidade, isto é, há inversão de tendências em relação às observadas quando incluídas essas não linearidades. No caso do pesqueiro TS as não linearidades puras em

roll praticamente não afetam os níveis de amplificação, porém causam pequenas mudanças na forma e extensão dos limites, principalmente nas amplitudes de onda e sintonias maiores.

- As diferenças apontadas entre as dinâmicas do navio TS e os outros flutuantes devem-se às diferenças significativas entre os respectivos coeficientes de restauração hidrostática desses flutuantes.
- De fato, o navio TS apresenta um comportamento potencialmente mais perigoso do que os dos outros navios como, por exemplo, a ocorrência de fronteiras superiores côncavas nos limites de estabilidade nas velocidades de avanço maiores. Essa característica revela que dentro do espectro de ondas incidentes, o deslocamento das sintonias principais para a direita pode gerar maiores amplificações de roll em sintonias maiores do que a de Mathieu,  $\omega_e = 2\omega_{n4}$ , com níveis de energia de onda menores.

#### **6.2.4 Sobre os efeitos não lineares na dinâmica do roll:**

- A partir da exploração dos limites de estabilidade foram identificadas algumas condições afetadas por condições iniciais. Em geral, o aumento da amplitude inicial de roll estimula o aumento das regiões instáveis. Essas novas áreas instáveis representam, a priori, condições onde pode haver um caráter mais complexo da dinâmica não linear e merecem ser exploradas em mais detalhe.
- A avaliação da influência da amplitude da onda nas amplificações de roll deixou em evidência a existência de “saltos” nas respostas, isto é, grandes mudanças nas amplitudes de resposta para condições de amplitude de onda muito semelhantes. Além da conhecida amplitude de onda crítica inferior (que denota a amplitude de onda mínima necessária para estimular as amplificações paramétricas) foram identificadas outras amplitudes de onda críticas. A mais relevante das amplitudes críticas adicionais é a amplitude de onda crítica superior que demarca a amplitude máxima até a qual subsiste a ressonância paramétrica numa dada sintonia.
- Na avaliação da influência da frequência de encontro nas amplitudes de roll paramétrico, também foi identificada a ocorrência de “saltos” nas respostas. Os saltos inferior e superior denotam respectivamente, a menor e a maior

sintonia que desencadeiam a ressonância paramétrica numa dada amplitude de onda. Nos navios portacontentores NTU e SAFEDOR foram observados ainda saltos intermediários nas amplitudes de respostas, principalmente nas amplitudes de onda e sintonias maiores.

- A análise do domínio de tempo de algumas das condições selecionadas como susceptíveis às condições iniciais comprovou que, de fato, essa dependência existe, gerando inclusive tipos de resposta diferentes. Do ponto de vista da teoria dinâmica não linear, isso evidência a coexistência de atratores dinâmicos diferentes, por exemplo, a de um atrator ponto fixo com um atrator ciclo limite; ou de dois ciclos limites diferentes.

#### ***6.2.5 Sobre o roll paramétrico em mar irregular:***

- Embora o estudo realizado aqui para mar irregular tenha tido por objetivo principal apenas propor uma metodologia para a simulação do roll paramétrico em ondas irregulares, algumas conclusões puderam ser extraídas com base nos resultados numéricos da condição testada para o navio SAFEDOR em mar irregular de proa.
- Ficou evidente que o roll paramétrico afeta também as respostas irregulares de heave e pitch – conforme evidenciado pelos respectivos espectros de resposta. No roll, o pico das respostas é na frequência natural dele, enquanto que no heave e pitch, aparecem três picos (ou contribuições) sendo o maior na frequência de encontro e os outros dois (bem menores) na frequência da onda e na frequência natural de roll.
- Realizações de uma condição de teste do navio SAFEDOR mostraram respostas qualitativamente diferentes em termos de ocorrência da ressonância paramétrica. Foram observadas realizações com roll praticamente nulo e outras com amplificações moderadas do roll. Esse tipo de comportamento demonstra o forte caráter não linear da dinâmica do roll paramétrico deixando evidente o caráter não ergódico das respostas em roll.
- Nos casos de heave e pitch, as respostas das realizações mostraram ser “fracamente ergódicas”.

Em geral, conclui-se que o roll paramétrico é um fenômeno complexo com dinâmica típica de sistemas fortemente influenciados por não linearidades. Para reproduzir numericamente esse fenômeno, não basta introduzir apenas variações harmônicas simples da altura metacêntrica transversal (GM) – como é feito na modelação de segunda ordem (Mathieu) – mas é imperiosa a introdução de não linearidades de ordem superior, de forma a tornar o modelo capaz de reproduzir alguns comportamentos e tendências não lineares observadas experimentalmente. Alguns desses comportamentos são: o enrijecimento não linear, a dessintonização do roll paramétrico em amplitudes de onda maiores, a dependência de condições iniciais, os saltos nas respostas, a existência de bifurcações, etc.

A partir dos resultados numéricos dos quatro flutuantes fica evidente a complexidade da dinâmica do roll e a dificuldade em estabelecer tendências e/ou critérios definitivos para a predição da ocorrência do roll paramétrico e/ou suas amplitudes. Na fase inicial do projeto do navio, algumas tendências observadas experimentalmente podem servir como ponto de partida, porém só as simulações numéricas em cada caso particular podem, “em definitivo”, determinar a estabilidade dinâmica do navio. Mesmo em relação às formas do navio, é difícil fazer afirmações, mas, em geral, tem-se observado que navios com forte assimetria proa-popa e ângulos de *flare* pronunciados são mais susceptíveis à excitação paramétrica. No entanto, por exemplo, na plataforma SPAR, mesmo com simetria proa-popa e ângulos de flare nulos apareceu a ressonância paramétrica. Nesse caso específico, após as análises numéricas, ficou demonstrado que a excitação paramétrica é originada pelos termos de atenuação da restauração não linear de onda (efeito Smith). Esse efeito em navios de dimensões e formas convencionais é usualmente desprezível, porém em estruturas flutuantes como a SPAR, cujo calado é extremamente grande, ganha relevância, podendo tornar o navio instável do ponto de vista dinâmico.

### **6.3 Trabalhos Futuros**

A partir do presente trabalho, recomendam-se os seguintes trabalhos futuros:

- Investigar experimentalmente a ressonância paramétrica em estruturas flutuantes com calados de operação profundos. Nesse tipo de flutuantes

embora assimetrias ou flares sejam desprezíveis, há evidências numéricas de que instabilidades paramétricas podem ocorrer como resultado dos efeitos da pressão de onda incidente ao longo do calado.

- Explorar mais em detalhe o roll paramétrico em mar irregular tanto experimental como numericamente em diferentes tipos de flutuantes, analisando a distribuição de elevações e alturas das séries temporais do roll paramétrico.
- Investigar em detalhe a ergodicidade do roll paramétrico, tanto numérica como experimentalmente, avaliando os riscos de ocorrência do roll paramétrico e a influência de condições iniciais em mar irregular.
- Investigar a susceptibilidade do roll paramétrico a variações do amortecimento de roll, tanto nos limites de estabilidade como nas respostas em mar irregular.
- Investigar os limites de estabilidade no domínio da frequência de encontro variando a velocidade de avanço.
- Investigar a ressonância paramétrica em ondas oblíquas e em mar de popa tanto para ondas regulares como para mar irregular.
- A metodologia de ajuste polinomial dos coeficientes deve ser ainda mais explorada, por exemplo, no domínio da frequência através dos limites de estabilidade.
- Investigar a influência de linhas de ancoragem e *risers* na dinâmica dos flutuantes. Esses dispositivos introduzem forças restaurativas nos modos horizontais, que podem levar o navio a desenvolver ressonância paramétrica nesses modos.
- Desenvolver uma metodologia de cálculo instantâneo das forças e momentos hidrostáticos, assim como das forças e momentos de onda incidente para avaliar a acurácia das metodologias analítica e numérica no cálculo da restauração.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABKOWITZ, M. A., 1969, *Stability and Motion Control of Ocean Vehicles*. Massachusetts, The United States of America, The M. I. T. Press.

ABS, 2004, *Guide for the Assessment of Parametric Roll Resonance in the Design of Container Carriers*. Houston, American Bureau of Shipping.

AMERSDORFFER, R., 2002, *Parametric rolling--the why and wherefore: parametric rolling has become a major problem for large, fast container ships and passenger vessels*. Disponível em: <<http://www.allbusiness.com/transportation-warehousing/support/386252-1.html>>. Acesso em: 08 mai. 2010, 10:30:30.

ANSYS Inc., 2009, *AQWA<sup>TM</sup> – LINE MANUAL*. ANSYS Inc., United Kingdom.

ARNOLD, L., CHUESHOV, I., OCHS, G., 2003, *Stability and Capsizing of Ships in Random Sea – A Survey*. Report No. 464 (Jun), Institut für Dynamische Systeme, Universität Bremen, Germany.

BARR, R. A., ANKUDINOV, V., 1977, “Ship Rolling, its Prediction and Reduction using Roll Stabilization”, *Marine Technology*, vol. 14, no. 1 (Jan), pp. 19-41.

BHATTACHARYYA, R., 1978, *Dynamics of Marine Vehicles*. New York, United States of America, John Wiley & Sons, Inc.

BELENKY, V. L., WEEMS, K. M., LIN, W., PAULLING, J. R., 2003, “Probabilistic Analysis of Roll Parametric Resonance in Head Seas”. In: *Proceedings of the 8<sup>th</sup>*

*International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB'2003)*, Madrid, Spain, pp. 325-340, Sep.

BELENKY, V., YU, H., WEEMS, K., 2006, "Numerical Procedures and Practical Experience of Assessment of Parametric Roll of Container Carriers". In: *Proceedings of the 9th International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB'2006)*, vol. 1, Rio de Janeiro, Brazil, pp. 119-130, Sep.

BLOCKI, W., 1980, "Ship Safety in Connection with Parametric Resonance of the Roll". *International Shipbuilding Progress*, vol. 27, no. 306, pp. 36-53.

BULIAN, G., FRANCESCUTTO, A., LUGNI, C., 2003, "On the Non-Linear Modeling of Parametric Rolling in Regular and Irregular Waves". In: *Proceedings of the 8th International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB'2003)*, Madrid, Spain, pp. 305-323.

BULIAN, G., 2005, "Nonlinear Parametric Rolling in Regular Waves – A General Procedure for the Analytical Approximation of the GZ Curve and Its Use in Time Domain Simulations". *Ocean Engineering*, vol. 32, no. 3-4, pp. 309-330.

BULIAN, G., FRANCESCUTTO, A., 2008, "Theoretical Prediction and Experimental Verification of Multiple Steady States for Parametric Roll", In: *Proceedings of the 10th International Ship Stability Workshop (ISSW'2008)*, Daejeon, South Korea, pp. 31-45, Mar.

BULIAN, G., FRANCESCUTTO, A., UMEDA, N., HASHIMOTO, H., 2008, "Experimental Investigation on Stochastic Parametric Rolling for a Post-Panamax Containership". In: *Proceedings of the 6th Osaka Colloquium on Seakeeping and Stability of Ships (OC'2008)*, pp. 371-382, Osaka, Japan, Mar.

BULIAN, G., FRANCESCUTTO, A., FUCILE, F., 2009, "Numerical and Experimental Investigation on the Parametric Rolling of a Trimaran Ship in Longitudinal Regular Waves", In: *Proceedings of the 10th International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB'2009)*, St. Petersburg, Russia, pp. 567-582, Jun.

CELIS, M. A. C., 2008, *Estabilidade Dinâmica do Buque: Análise da Influência da Memória Fluida em Balanço Paramétrico*. Tese de M.Sc., COPPE – Eng. Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

CESARI, L., 1971, *Asymptotic Behavior and Stability Problems in Ordinary Differential Equations*. 3rd. ed. Berlin, Germany, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

CHAKRABARTI, S., 2001, “Empirical Calculation of Roll Damping for Ships and Barges”, *Ocean Engineering*, vol. 28, no. 7 (Jul), pp. 915-932.

CLAYTON, B. R., BISHOP, R. E. D., 1982, *Mechanics of Marine Vehicles*. 3rd Ed., Houston, The United States of America, Gulf Publishing Company.

CUMMINS, W. E., 1962, “The Impulse Response Function and Ship Motions”. In: *International Symposium on Ship Theory*, no. 8, Hamburg, Germany, pp. 101-109, Jun.

DALLINGA, R. P., BLOK J.J., LUTH, H.R., 1998, “Excessive Rolling of Cruise Ships in Head and Following Waves”. In: *RINA International Conference on Ship Motions & Manoeuvrability*, Royal Institute of Naval Architects, London.

DEAN, R., DALRYMPLE R., 1991, *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists*, Advance Series on Ocean Engineering.

DOWNIE, M. J., BEARMAN, P. W., GRAHAM, J. M. R., 1988, “Effects of Vortex Shedding on the Coupled Response of Bodies in Waves”, *Journal of Fluid Mechanics*, vol.189, pp. 243-264.

FALTINSEN, O. M., SORTLAND, B., 1987, “Slow Drift Eddy Making Damping of a Ship”, *Applied Ocean Research*, vol. 9, no. 1, pp. 37-46.

FALZARANO, J., CHENG, J., DAS, S., 2003, “Parametric Excitation of Floating Offshore Platforms”. In: *Proceedings of the 8th International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB'2003)*, Madrid, Spain, pp. 507-519, Sep.



FRANCE, W. N., LEVADOU, M., TREAKLE, T. W., PAULLING, J. R., MICHEL, R. K., MOORE, C., 2003, "An Investigation of Head-Sea Parametric Rolling and its Influence on Container Lashing Systems", *Marine Technology*, vol. 40, no. 1 (Jan), pp. 1-19.

FUJIWARA, T., IKEDA, Y., 2007, "Effects of Roll Damping and Heave Motion on Heavy Parametric Rolling of a Large Passenger Ship in Beam Waves". In: *Proceedings of the 9th International Ship Stability Workshop (ISSW'2007)*, Hamburg, Germany, Aug.

GAMO, J., RODRIGO C., PÉREZ, L., 2005, "On the Parametric Rolling of Fishing Vessels". In: *Proceedings of the International Conference on Marine Research and Transportation (ICMRT'2005)*, Ischia, Italy, pp.131-137, Sep.

HADDARA, M. R., LEUNG, S. K., 1994, "Experimental Investigation of the Lift Component of Roll Damping", *Ocean Engineering*, vol. 21, no. 2 (Feb), pp. 115-127.

HASLUM, H. A., FALTINSEN, O. M., 1999, "Alternative Shape of Spar Platform for Use in Hostile Areas". In: *Proceedings of the Offshore Technology Conference*, Paper No. OTC10953, Houston, USA.

HASHIMOTO, H., UMEDA, N., MATSUDA, A., NAKAMURA, S., 2006, "Experimental and Numerical Study on Parametric Roll of a Post-Panamax Containership in Irregular Waves". In: *Proceedings of the 9th International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB2006)*, vol.1, pp. 181-190, Rio de Janeiro, Brazil, Sep.

HASHIMOTO, H., UMEDA, N., SAKAMOTO, G., 2007, "Head-Sea Parametric Rolling of a Car Carrier", In: *Proceedings of the 9th International Ship Stability Workshop (ISSW'2007)*, Hamburg, Germany, Aug.

HASHIMOTO, H., UMEDA, N., OGAWA, Y., TAGUCHI, H., ISEKI, T., BULIAN, G., TOKI, N., ISHIDA, S., MATSUDA, A., 2008, "Prediction Methods for Parametric

Rolling with Forward Velocity and Their Validation – Final Report of SCAPE Committee (Part 2)”. In: *Proceedings of the 6th Osaka Colloquium on Seakeeping and Stability of Ships (OC’2008)*, pp. 265-275, Osaka, Japan, Mar.

HESS, J. L., SMITH, A.M.O., 1967, "Calculation of potential Flow About Arbitrary Bodies", *Progress in Aeronautical Sciences*, Pergamon Press, Vol. 8, pp. 1-138.

HIMENO, Y., 1981, *Prediction of Ship Roll Damping – State of the Art*. Dept. Naval Architecture and Marine Engineering, The University of Michigan, Report no. 239.

HOLDEN, C., GALEAZZI, R., RODRIGUEZ, C., PÉREZ, T., FOSSE, T.I., BLANKE, M., NEVES, M. A. S., 2008, “Nonlinear Container Ship Model for the Study of Parametric Roll Resonance”, *Modeling, Identification and Control*, vol. 28, no. 4, pp. 87-103.

HONG, S. Y., YU, H. C., KIM, S., SUNG, H. G., 2009, “Investigation of Parametric Roll of a Container Ship in Irregular Seas by Numerical Simulation”. In: *Proceedings of the 10th International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB’2009)*, St. Petersburg, Russia, pp. 549-558, Jun.

HOOFT, J. P., 1982, *Advanced Dynamics of Marine Structures*. New York, The United States of America, John Wiley & Sons, Inc.

HSU, C. S., 1963, “On the Parametric Excitation of a Dynamic System Having Multiple Degrees of Freedom”, *Transactions of the ASME: Journal of Applied Mechanics*, vol. 30, no. 3 (Sep), pp. 367-372.

HUA, J., 1992, “A Study of the Parametrically Excited Roll Motion of a Ro-Ro-Ship in Following and Heading Waves”, *International Shipbuilding Progress*, vol. 39, no. 420 (Dec), pp. 345-366.

HUA, J., PALMQUIST, M., LINDGREN, G., 2006, “An Analysis of the parametric Roll Events Measured Onboard the PCTC AIDA”. In: *Proceedings of the 9th*

*International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB2006)*, vol.1, pp. 109-118, Rio de Janeiro, Brazil, Sep.

IMO, 1995, *Guidance to the Master for Avoiding Dangerous Situations in Following and Quartering Seas*, MSC/Circ.707.

IMO, 2001, *Guidance to the Master for Avoiding Dangerous Situations in Following and Quartering Seas*, SLF 44/INF.3.

IMO, 2007, *Revised Guidance to the Master for Avoiding Dangerous Situations in Adverse Weather and Sea Conditions*, MSC.1/Circ.1228.

ITTC, 2006, *ITTC – Recommended Procedures and Guidelines: Testing and Extrapolation Methods Loads and Responses, Stability – Predicting the Occurrence and Magnitude of Parametric Rolling*, 7.5-02-07-4.3.

ITTC, 2008, “The Specialist Committee on Stability in Waves – Final Report and Recommendations to the 25<sup>th</sup> ITTC”. In: *Proceedings of the 25th International Towing Tank Conference (ITTC’2008)*, vol.II, pp. 605-639, Fukuoka, Japan, Sep.

INGLIS, R. B., 1980, *A Three Dimensional Analysis of the Motion of a Rigid Ship in Waves*. Ph.D. Thesis, Department of Mechanical Engineering, University College London, London, United Kingdom.

JENSEN, J. J., VIDIC-PERUNOVIC, J., PEDERSEN, P. T., 2007, “Influence of Surge Motion on the Probability of Parametric Roll in a Stationary Sea State”. In: *Proceedings of the 9th International Ship Stability Workshop (ISSW’2007)*, Hamburg, Germany, Aug.

JOURNÉE, J.M.J., MASSIE, W.W., 2001, *Offshore Hydromechanics*. Delft University of Technology, Delft.

KATAYAMA, T., TANIGUCHI, T., UMEDA, N., 2009, “An Experimental Study on Parametric Rolling of a High Speed Trimaran in Head Sea”. In: *Proceedings of the 10th*

*International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB'2009)*, St. Petersburg, Russia, pp. 541-548, Jun.

KERWIN, J. E., 1955, "Notes on Rolling in Longitudinal Waves", *International Shipbuilding Progress*, vol. 2, no. 16, pp. 597-614.

KORVIN-KROUKOVSKY, B. V., JACOBS, W. R., 1957, "Pitching and Heaving Motions of a Ship in Regular Waves", *Transactions of SNAME*, vol. 65, pp.590-632.

LEWIS, E., 1989, *Principles of Naval Architecture - Vol. III: Motion in Waves and Controllability*. 2<sup>nd</sup> revision. New Jersey, The United States of America, SNAME.

LIAW, C. Y., BISHOP, S. R., THOMPSON, J. M. T., 1993, "Heave-Excited Rolling Motion of a Rectangular Vessel in Head Seas", *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, vol. 3, no. 1 (Mar), The International Society of Offshore and Polar Engineers (ISOPE), pp. 26-31.

LIAW, C. Y., 1994, "Dynamic Instability of a Parametrically Excited Ship Rolling Model", *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, vol. 4, no. 2 (Jun), The International Society of Offshore and Polar Engineers (ISOPE), pp. 106-111.

LINDEMANN, K., SKOMEDAL N., 1983, "Modern Hullforms and Parametric Excitation of the Roll Motion", *Norwegian Maritime Research*, vol. 11, no. 2, pp. 2-20.

LORCA, O., 2001, *Ressonância Paramétrica de Navios – Influência da Velocidade*. Tese de M.Sc., COPPE - Eng. Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

MATUZIAK, J., 2003, "On the Effects of Wave Amplitude, Damping and Initial Conditions on the Parametric Roll Resonance". In: *Proceedings of 8th International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB'2003)*, Madrid, Spain, pp. 341-347.

MEYERS, W. G., SHERIDAN, D. J., SALVESEN, N., 1975, *Manual – NSRDC Ship-Motion and Sea-Load Computer Program*, Naval Ship Research and Development Center. Maryland, The United States of America, Report no. 3376.

NEVES, M. A. S., PÉREZ, N. A., VALERIO, L., 1999, “Stability of Small Fishing Vessels in Longitudinal Waves”, *Ocean Engineering*, vol. 26, no. 12 (Dec), pp. 1389-1419.

NEVES, M. A. S., 2002, “On the Excitation of Combination Modes Associated with Parametric Resonance in Waves”. In: *Proceedings of the 6th International Ship Stability Workshop (ISSW’2002)*, Webb Institute, New York.

NEVES, M. A. S., PÉREZ, N., LORCA, O., 2002, “Experimental Analysis on Parametric Resonance for Two Fishing Vessels in Head Seas”. In: *Proceedings of 6th International Ship Stability Workshop (ISSW’2002)*, Webb Institute, New York.

NEVES, M. A. S., PÉREZ, N., LORCA, O., 2003, “Analysis of Roll Motion and Stability of a Fishing Vessel in Head Seas”, *Ocean Engineering*, vol. 30, no. 7 (May), pp. 921-935.

NEVES, M. A. S., RODRIGUEZ, C. A., 2005, “A Non-Linear Mathematical Model of Higher Order for Strong Parametric Resonance of the Roll Motion of Ships in Waves”. *Marine Systems & Ocean Technology - Journal of SOBENA*, vol. 1, no. 2 (Jun), Sociedade Brasileira de Engenharia Naval, Rio de Janeiro, Brazil, pp. 69-81.

NEVES, M. A. S., RODRIGUEZ, C. A., 2006a, “On Unstable Ship Motions Resulting from Strong Non-Linear Coupling”. *Ocean Engineering*, vol. 33, no. 14 (Oct), pp. 1853-1883.

NEVES, M. A. S., RODRIGUEZ, C. A., 2006b, “An Investigation of Roll Parametric Resonance in Regular Waves”. In: *Proceedings of the 9th International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB’2006)*, vol.1, Rio de Janeiro, Brazil, pp. 99-108, Sep.

NEVES, M. A. S., RODRIGUEZ, C. A., 2007, "Influence of Non-Linearities on the Limits of Stability of Ships Rolling in Head Seas". *Ocean Engineering*, vol. 34, no. 11 (Aug), pp. 1618-1630.

NEVES, M. A. S., MERINO, J., RODRIGUEZ, C. A., SOARES, L., 2008a, "Mathematical Modeling of Anti Rolling Tanks and their Application in the Case of Parametric Resonance". In: *Proceedings of the 6th Osaka Colloquium on Seakeeping and Stability of Ships (OC'2008)*, pp. 395-403, Osaka, Japan, Mar.

NEVES, M. A. S., SPHAIER, S., MATTOSO, B., RODRIGUEZ, C. A., SANTOS A, VILETI, V., TORRES, F., 2008b, "Parametric Resonance of Mono-Column Structures". In: *Proceedings of the 6th Osaka Colloquium on Seakeeping and Stability of Ships (OC'2008)*, pp. 405-411, Osaka, Japan, Mar.

NEVES, M. A. S., RODRIGUEZ, C. A., 2009, "A coupled non-linear mathematical model of parametric resonance of ships in head seas". *Applied Mathematical Modelling*, vol. 33, pp. 2630-2645.

OGAWA, Y. (2007): "An Examination for the Numerical Simulation of Parametric Roll in Head and Bow Seas", In: *Proceedings of the 9th International Ship Stability Workshop (ISSW'2007)*, Hamburg, Germany, Aug.

OGAWA Y., 2009, "A Study on Numerical Modelling for the Parametric Rolling". In: *Proceedings of the 10th International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB'2009)*, St. Petersburg, Russia, pp. 533-540, Jun.

PAULLING, J. R., 1961, "The Transverse Stability of a Ship in a Longitudinal Seaway". *Journal of Ship Research*, vol. 4, no. 4 (Mar.), pp. 37-49.

PAULLING, J. R., ROSENBERG, R. M, 1959, "On Unstable Ship Motions Resulting From Non-Linear Coupling", *Journal of Ship Research*, vol. 3, no. 1 (Jun.), pp. 36-46.

PÉREZ, N. A., 1985, *Desenvolvimento de Algumas Técnicas Experimentais em Ondas Regulares*. Tese de M.Sc., COPPE - Eng. Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

PÉREZ, N., SANGUINETTI, C., 1993, “Análisis Experimental del Fenómeno de Resonancia Paramétrica del Movimiento de Roll en Buques Pesqueros Menores”, *Revista Ingeniería Naval*, año LXI, no. 700 (Dic), pp. 825-831.

RAO, S., 1995, *Mechanical Vibrations*. 3rd Ed. New York, The United States of America, Addison-Wesley Publishing Company, Inc.

RIBEIRO E SILVA, S., SANTOS, T., GUEDES SOARES, C., 2003, “Time Domain Simulations of a Coupled Parametrically Excited Roll Response in Regular and Irregular Head Seas”. In: *Proceedings of the 8th International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB'2003)*, Madrid, Spain, pp. 349-360, Sep.

RODRIGUEZ, C.A., 2004, *Estabilidade Dinâmica do Navio: Um Modelo Não-Linear de Terceira Ordem*. Tese de M.Sc., COPPE - Eng. Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

RODRÍGUEZ, C.A., HOLDEN, C., PEREZ, T., DRUMMEN, I., NEVES, M.A.S., FOSSEN, T.I., 2007, “Validation of a container ship model for parametric rolling”, In: *Proceedings of the 9th International Ship Stability Workshop (ISSW'2007)*, Hamburg, Germany, Aug.

SALVESEN, N., TUCK, O. E., FALTINSEN, O., 1970, “Ship Motions and Sea Loads”, *Transactions of SNAME*, vol. 78, pp. 250-287.

SANCHEZ, N. E., NAYFEH, A. H., 1990, “Nonlinear Rolling Motions of Ships in Longitudinal Waves”. *International Shipbuilding Progress*, vol. 37, no. 411, pp. 247-272.

SANGUINETTI, C. F. O., 1985, *Estabilidade Dinâmica de Navios Pesqueiros em Ondas Regulares*. Tese de M.Sc., COPPE - Eng. Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

SCHMITKE, R. T., 1978, “Ship Sway, Roll, and Yaw Motions in Oblique Seas”, *SNAME Transactions*, vol. 86, pp. 26-46

SEYDEL, R., 1988, *From Equilibrium to Chaos: Practical Bifurcation and Stability Analysis*, Elsevier Science Publishing Co., Inc., New York, U.S.A.

SHIGUNOV, V., EL MOCTAR, O., RATHJE, H., 2009, “Conditions of Parametric Rolling”. In: *Proceedings of the 10th International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB’2009)*, St. Petersburg, Russia, pp. 521-532, Jun.

SHIN, Y. S., BELENKY, V. L., PAULLING, J. R., WEEMS, K. M., LIN, W. M., 2004, “Criteria for Parametric Roll of Large Containerships in Longitudinal Seas”. *Transactions of SNAME*, vol. 112, pp. 14-47.

SKOMEDAL, N., 1982, “Parametric Excitation of Roll Motion and its Influence on Stability”, In: *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB’82)*, Tokyo, Japan, pp. 113-125.

SPANOS, D., PAPANIKOLAOU, A., 2009a, “On the Decay and Disappearance of Parametric Roll of Ships in Steep Head Waves”. In: *Proceedings of the 10th International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB’2009)*, St. Petersburg, Russia, pp. 559-566, Jun.

SPANOS, D., PAPANIKOLAOU, A., 2009b, SAFEDOR International Benchmark Study on Numerical Simulation Methods for the Prediction of Parametric Rolling of Ships in Waves, NTUA-SDL Report, rev 1.0.

SPOUGE, J., 1988, “Non-linear Analysis of Large-Amplitude Rolling Experiments”, *International Shipbuilding Progress*, vol. 35, no. 403 (Oct.), pp. 271-320.



SPYROU, K. J., 2000, “Designing Against Parametric Instability in Following Seas”, *Ocean Engineering*, vol. 27, no. 6 (Jun), pp. 625-653.

SPYROU, K., TIGKAS, I., SCANFERLA G., GAVRIILIDIS, N., 2008, “Problems and Capabilities in the Assessment of Parametric Rolling”. In: *Proceedings of the 10th International Ship Stability Workshop (ISSW'2008)*, Daejeon, South Korea, pp. 47-55, Aug.

STAB, 2003, *Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles*. Madrid, Polytechnical University of Madrid.

STAB, 2006, *Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles*. Rio de Janeiro, COPPE – Federal University of Rio de Janeiro.

STAB, 2009, *Proceedings of the 10<sup>th</sup> International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles*. St. Petersburg, St. Petersburg Marine Technical University.

ST. DENIS, M., PIERSON W. J., 1953, “On the Motions of Ships in Confused Seas”, *Transactions of SNAME*, vol. 61.

STOKER, J. J., 1950, *Non-Linear Vibrations in Mechanical and Electric Systems*. New York, United States of America, Interscience Publishers, Inc.

STRUBLE, R., 1962, *Nonlinear Differential Equations*. New York, The United States of America, McGraw-Hill Book Company, Inc.

TAGUCHI, H., ISHIDA, S., SAWADA, H., MINAMI, M., 2006, “Model Experiment on Parametric Rolling of a Post-Panamax Containership in Head Waves”. In: *Proceedings of the 9th International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB'2006)*, Rio de Janeiro, Brazil, pp. 147-156, Sep.

TAGUCHI, H., ISHIDA, S., SAWADA, H., MINAMI, M., 2008, “An Experimental Study on Parametric Rolling Resonance of a Post-Panamax Containership in Head Sea

Condition”. In: *Proceedings of the 6th Osaka Colloquium on Seakeeping and Stability of Ships (OC’2008)*, Osaka, Japan, pp. 365-370, Mar.

THOMAS, G., DUFFY, J., LILIENTHAL, T., WATTS, R., 2008, “Parametric Rolling in Head Seas – An Australian Perspective”. In: *Proceedings of the 6th Osaka Colloquium on Seakeeping and Stability of Ships (OC’2008)*, Osaka, Japan, pp. 353-358, Mar.

UMEDA, N., HAMAMOTO, M. *et al.*, 1995, “Model Experiments of Ship Capsize in Astern Seas”, *Journal of Society of Naval Architects of Japan*, vol. 177, pp. 207-217.

UMEDA, N., HASHIMOTO, H., VASSALOS, D., URANO, S., OKOU, K., 2003, “Non-Linear Dynamics on Parametric Roll Resonance with Realistic Numerical Modeling”. In: *Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Conference on the Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB’2003)*, Madrid, Spain, pp. 281-290.

VALERIO, L., 1994, *Estabilidade Paramétrica de Navios em Ondas Longitudinais Regulares*. Tese de M.Sc., COPPE - Eng. Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

VIDIC-PERUNOVIC, J., JENSEN, J. J., 2009, “Parametric Roll due to Hull Instantaneous Volumetric Changes and Speed Variations”, *Ocean Engineering*, vol. 36, no. 12-13 (Sep), pp. 891-899.

WAHAB, R., VINK, J. H., 1975, “Wave Induced Motions and Loads on Ships in Oblique Waves”, *International Shipbuilding Progress*, vol. 22, no. 249, pp. 151-184.

WAMIT INC., 2006, *WAMIT® USER MANUAL*. WAMIT Inc. & Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts.

WANDERLEY, J., RAMIRO, A., REIS, T., FERNANDES A. C., LEVI, C. A., 2007 “Numerical Simulations of Roll Damping of a FPSO”. In: *Proceedings of the 26th International Conference on Offshore Mechanics and Artic Engineering (OMAE2007)*, San Diego, USA.

YANG, S., FAN, S., NIE, J., LU, Z., YU, Z., 2008, "Experimental and Numerical Investigation on Parametric Rolling in Regular Head Waves for a Large Containership". In: *Proceedings of the 6th Osaka Colloquium on Seakeeping and Stability of Ships (OC'2008)*, Osaka, Japan, pp. 359-363, Mar.

# Apêndice A

## Séries Temporais dos Navios Analisados

### PESQUEIRO TS

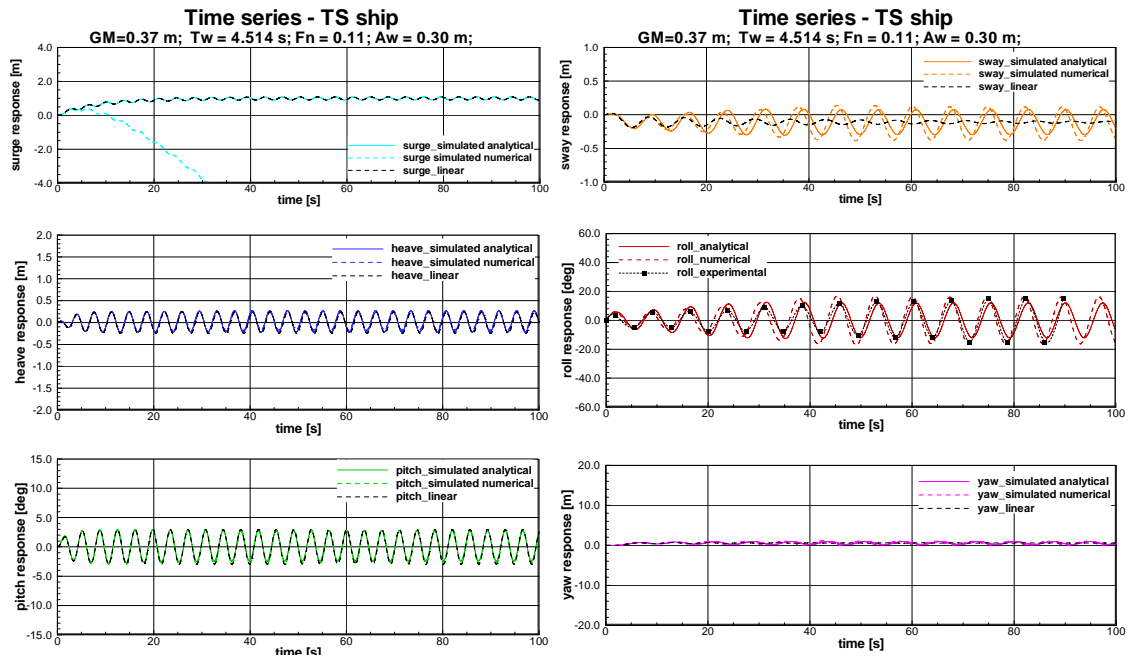


Fig. A.1 Pesqueiro TS – teste T01

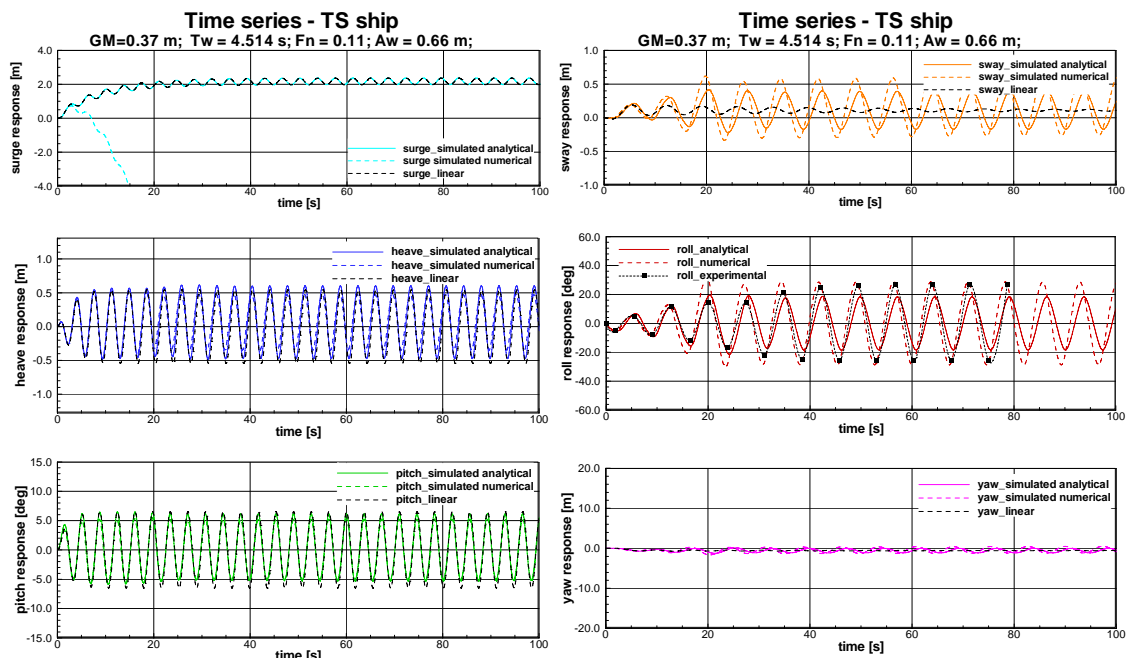


Fig. A.2 Pesqueiro TS – teste T02

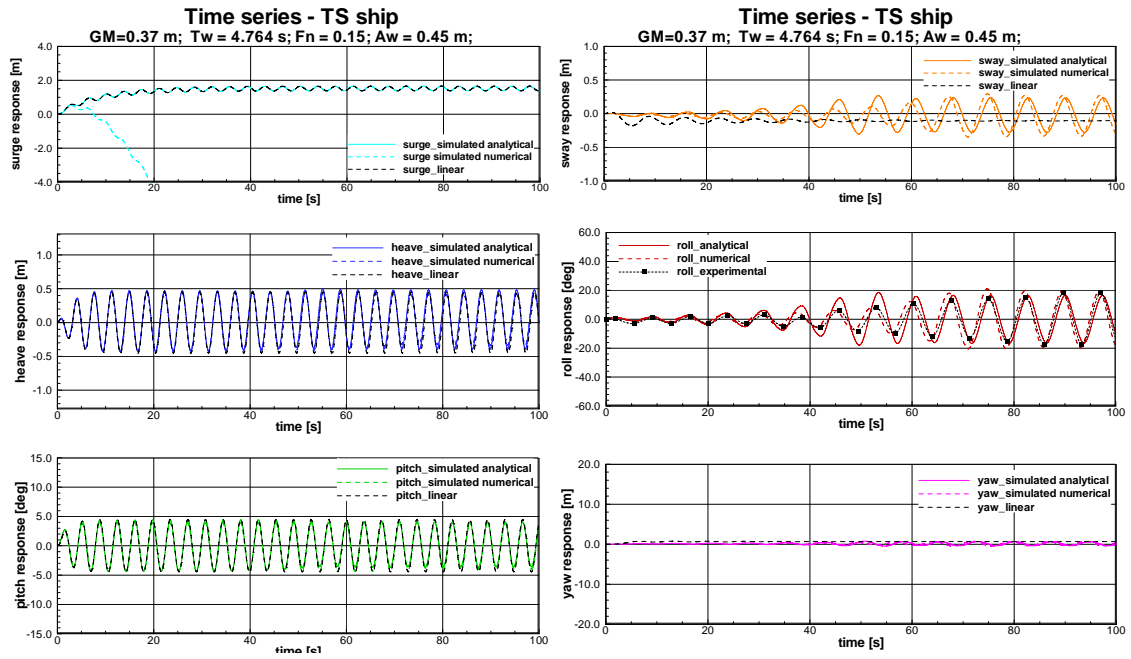


Fig. A.3 Pesqueiro TS – teste T03

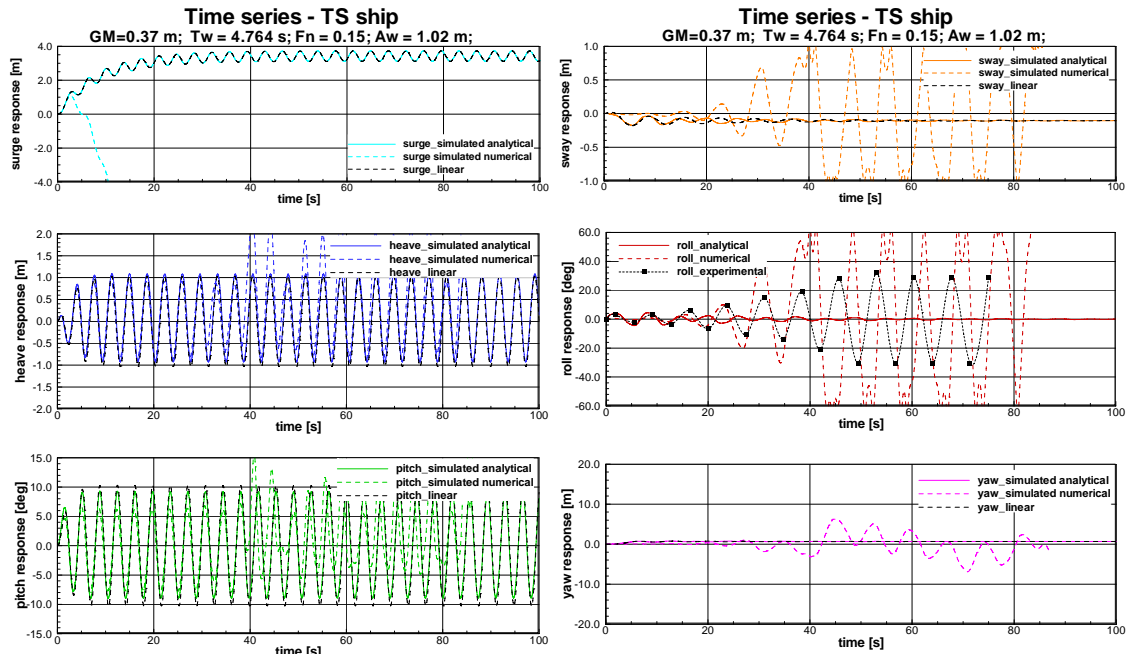


Fig. A.4 Pesqueiro TS – teste T04

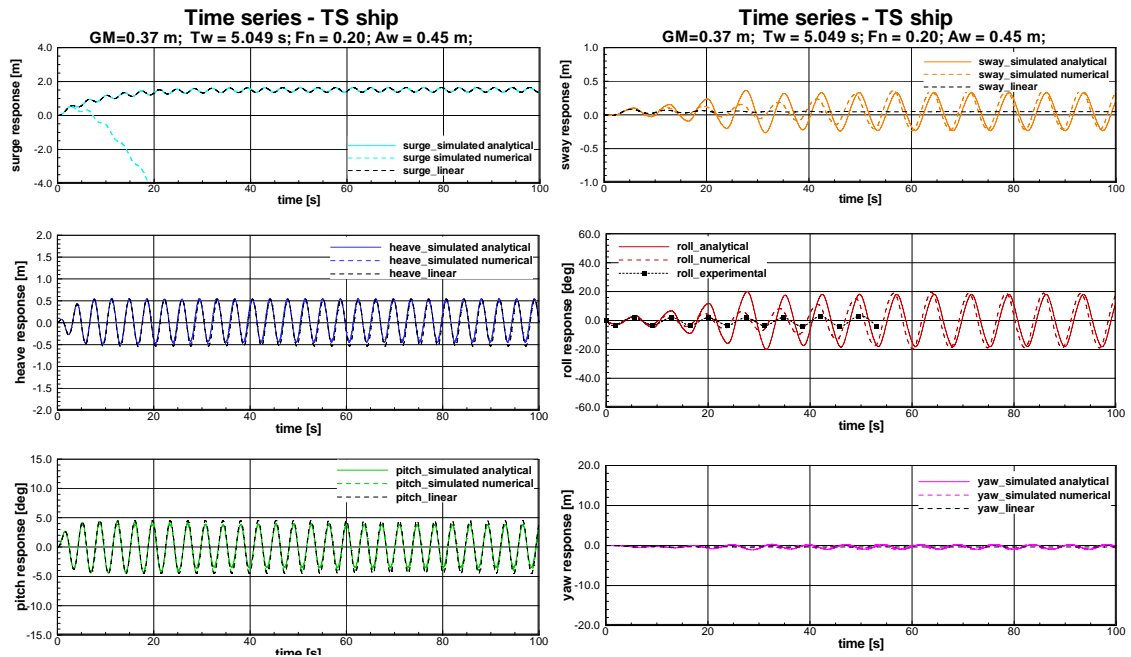


Fig. A.5 Pesqueiro TS – teste T05

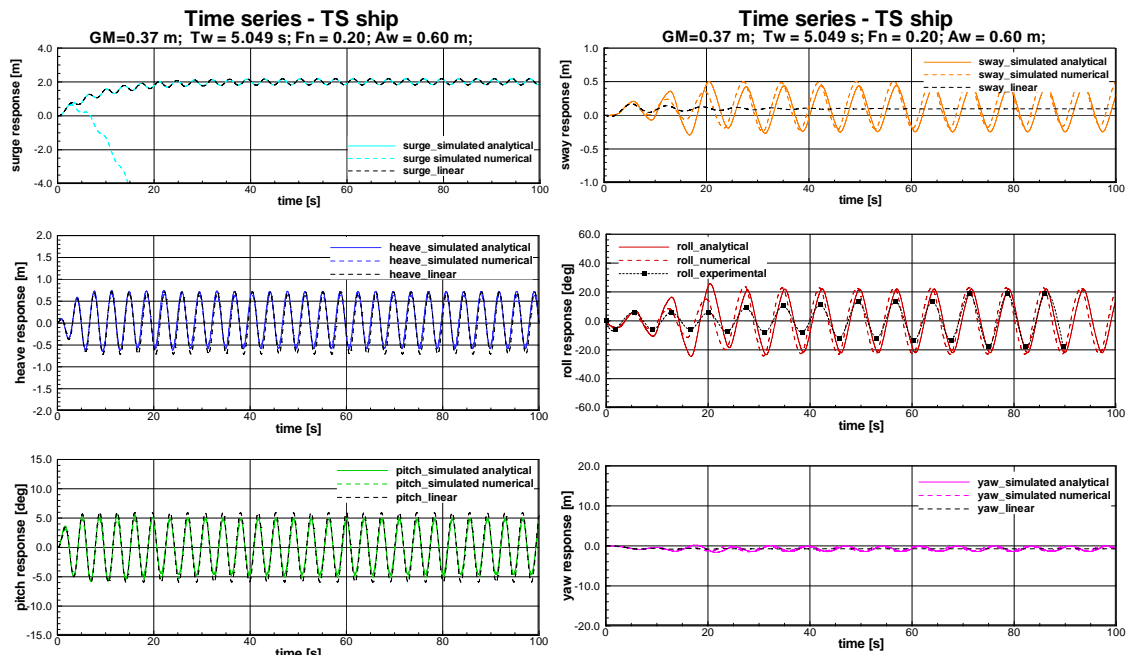


Fig. A.6 Pesqueiro TS – teste T06

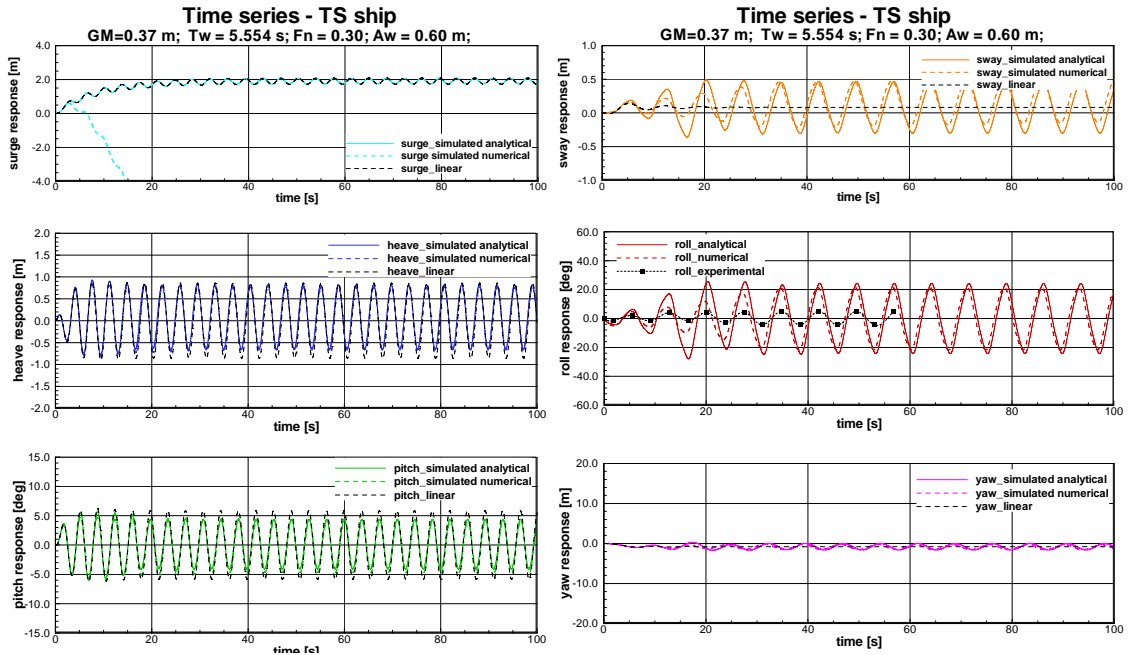


Fig. A.7 Pesqueiro TS – teste T07

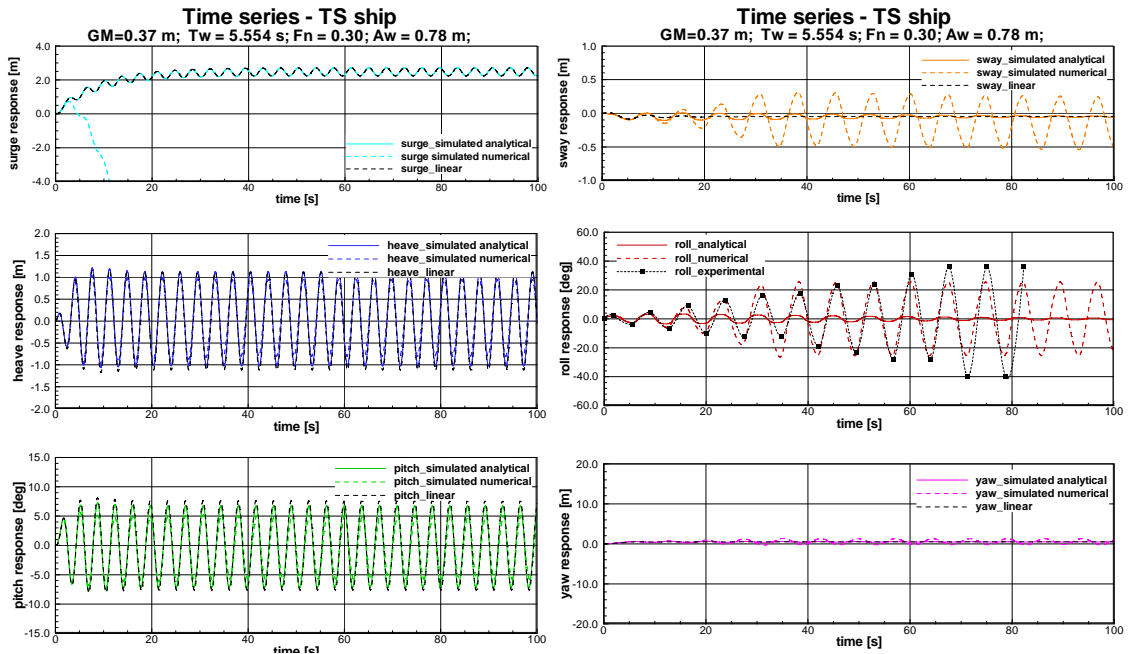
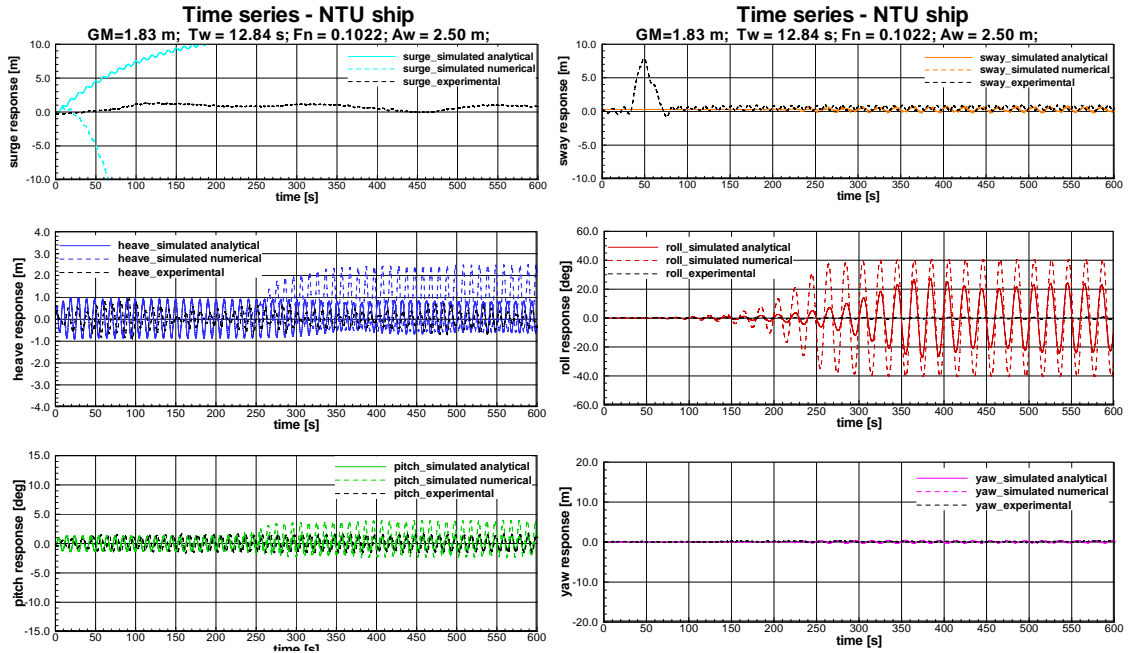
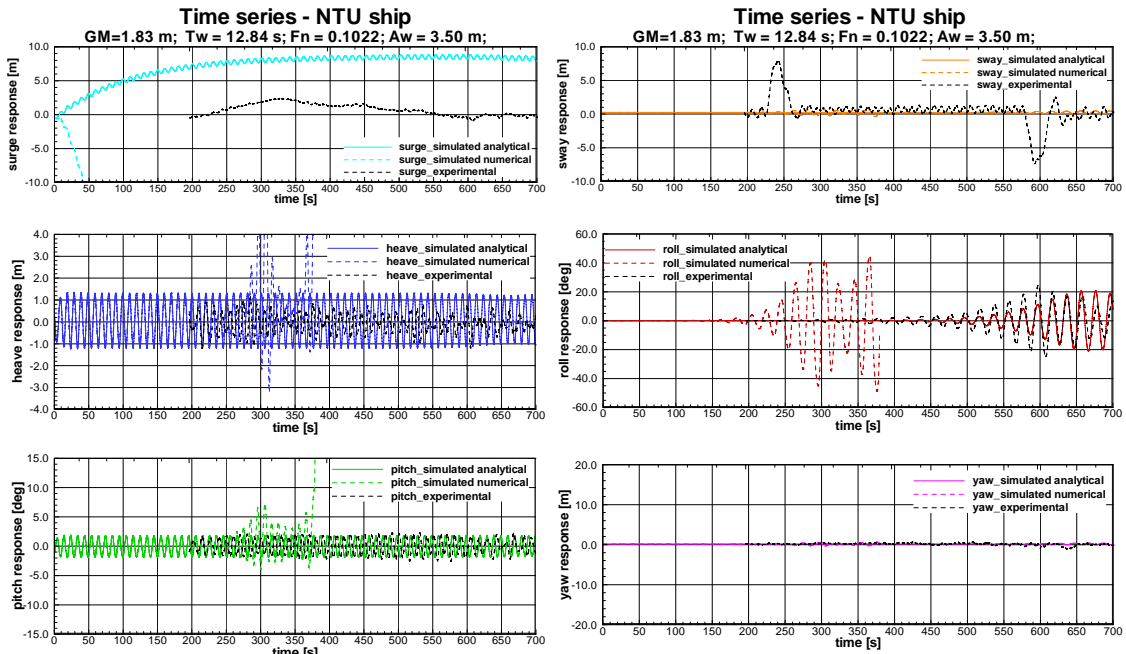


Fig. A.8 Pesqueiro TS – teste T08

# PORTACONTENTOR NTU



**Fig. A.9** Portacontentor NTU – teste T01



**Fig. A.10** Portacontentor NTU – teste T02



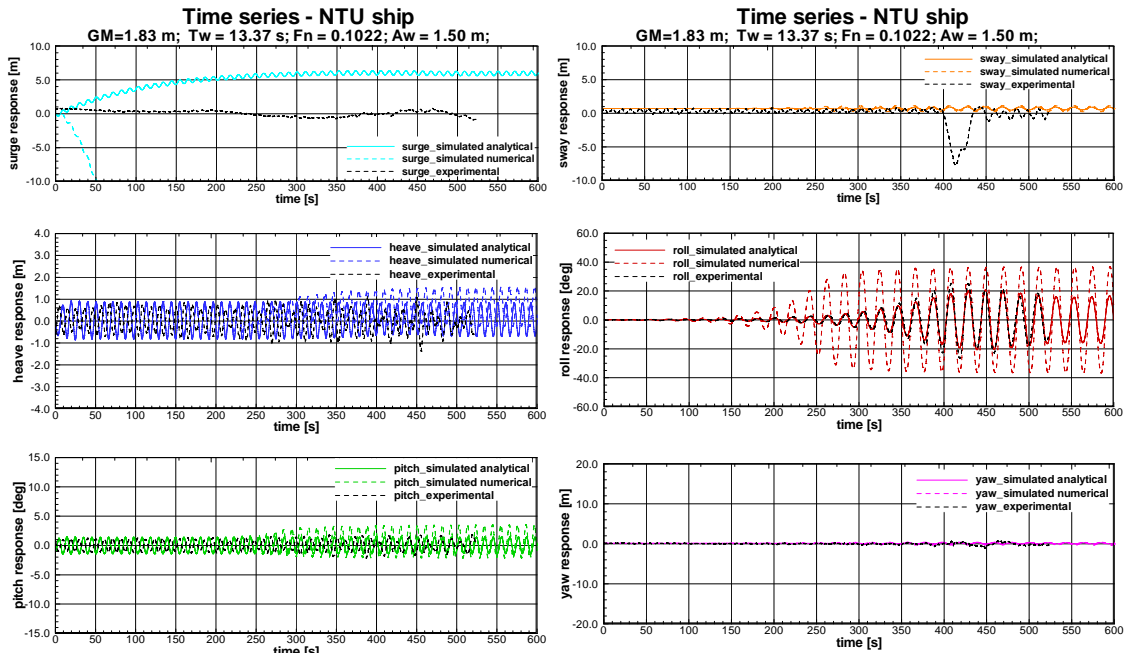


Fig. A.11 Portacontentor NTU – teste T03

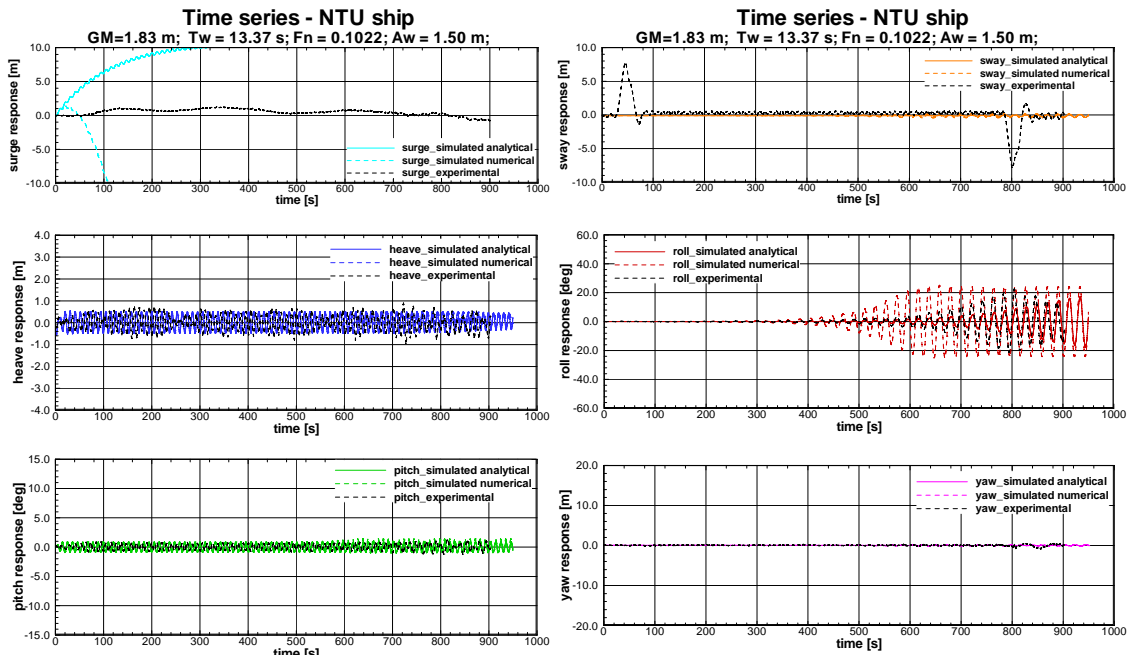


Fig. A.12 Portacontentor NTU – teste T04

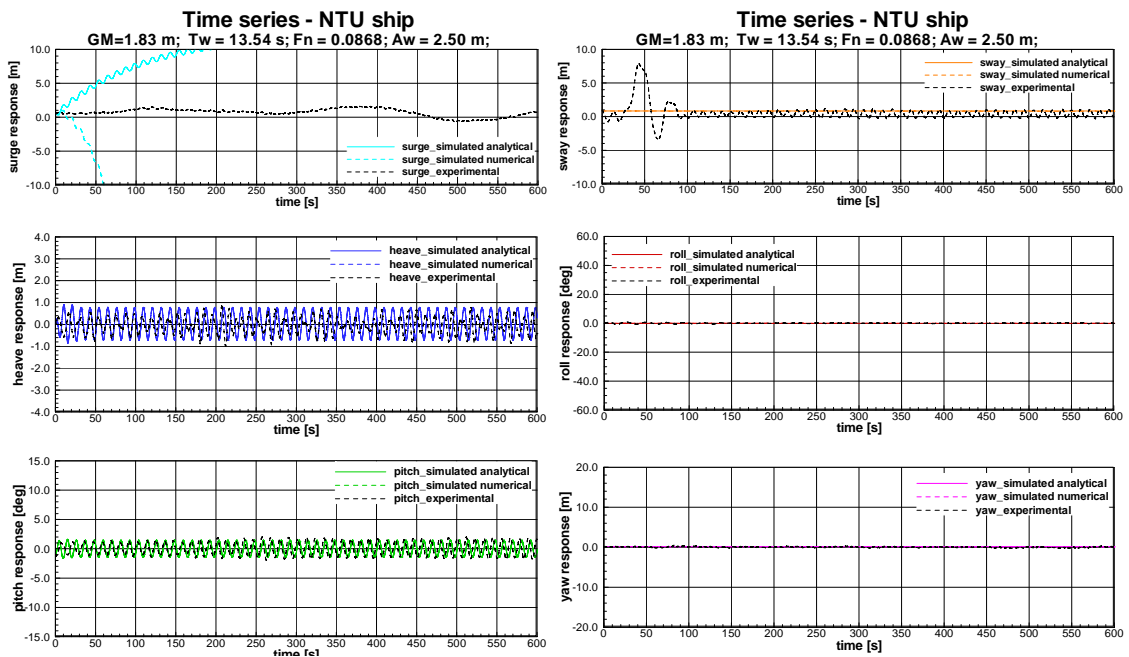


Fig. A.13 Portacontentor NTU – teste T05

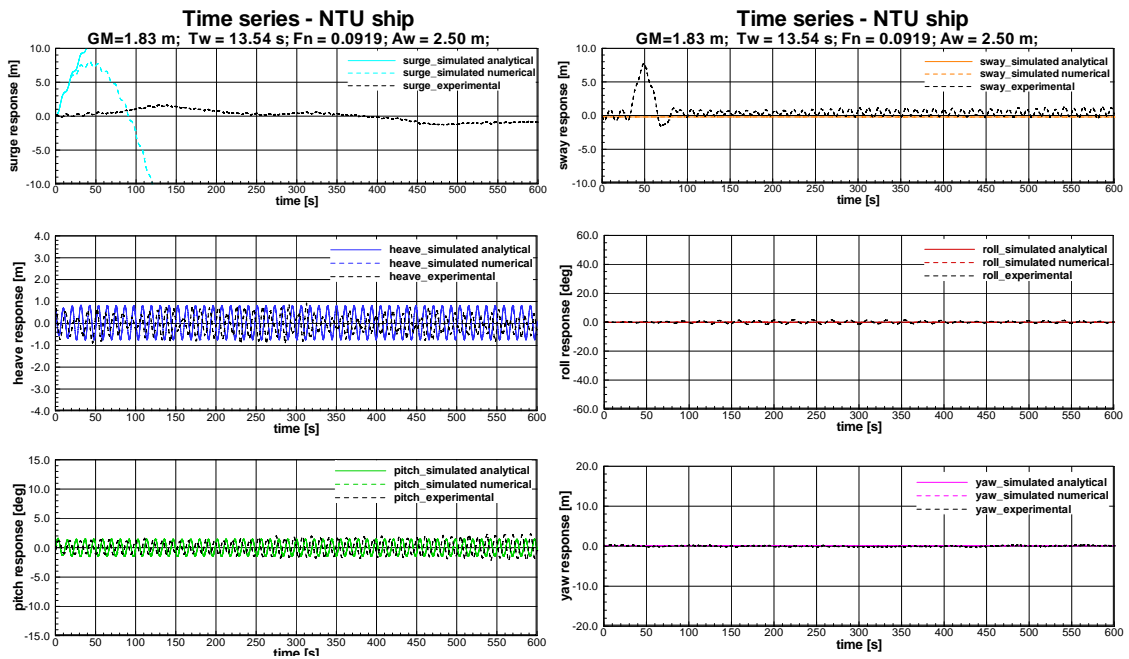


Fig. A.14 Portacontentor NTU – teste T06

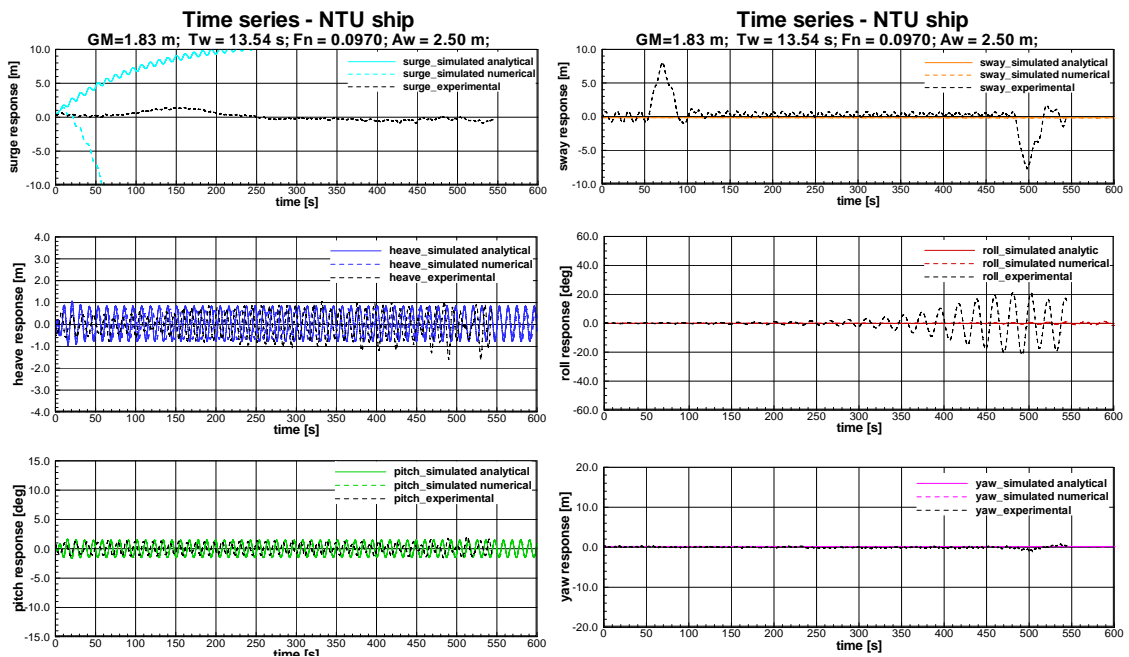


Fig. A.15 Portacontentor NTU – teste T07

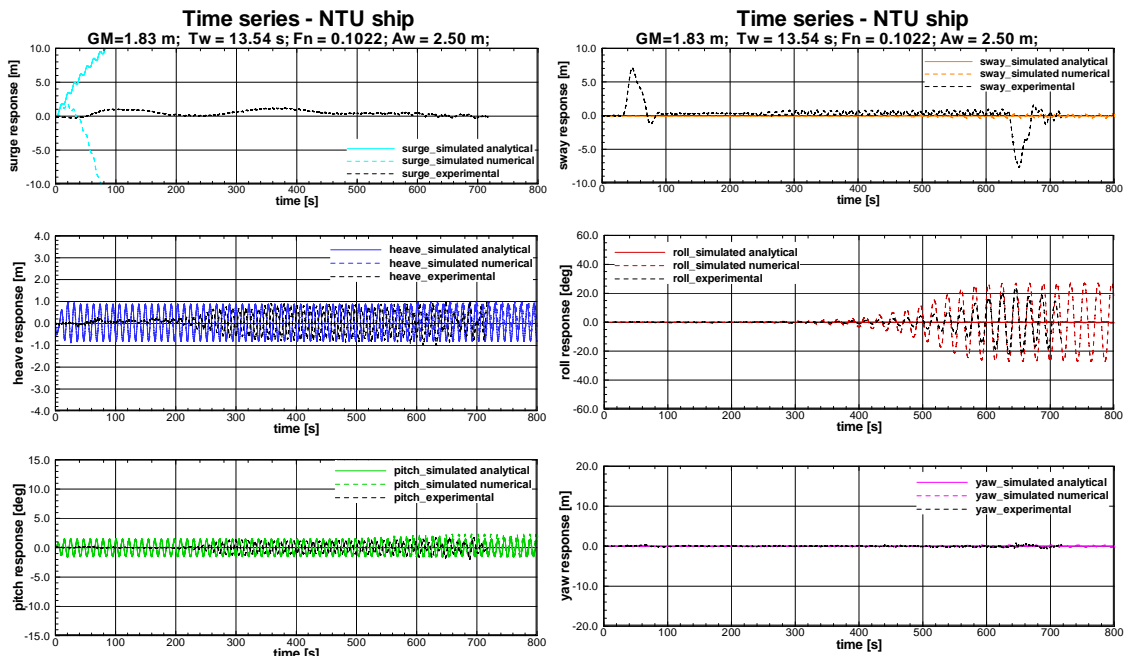


Fig. A.16 Portacontentor NTU – teste T08

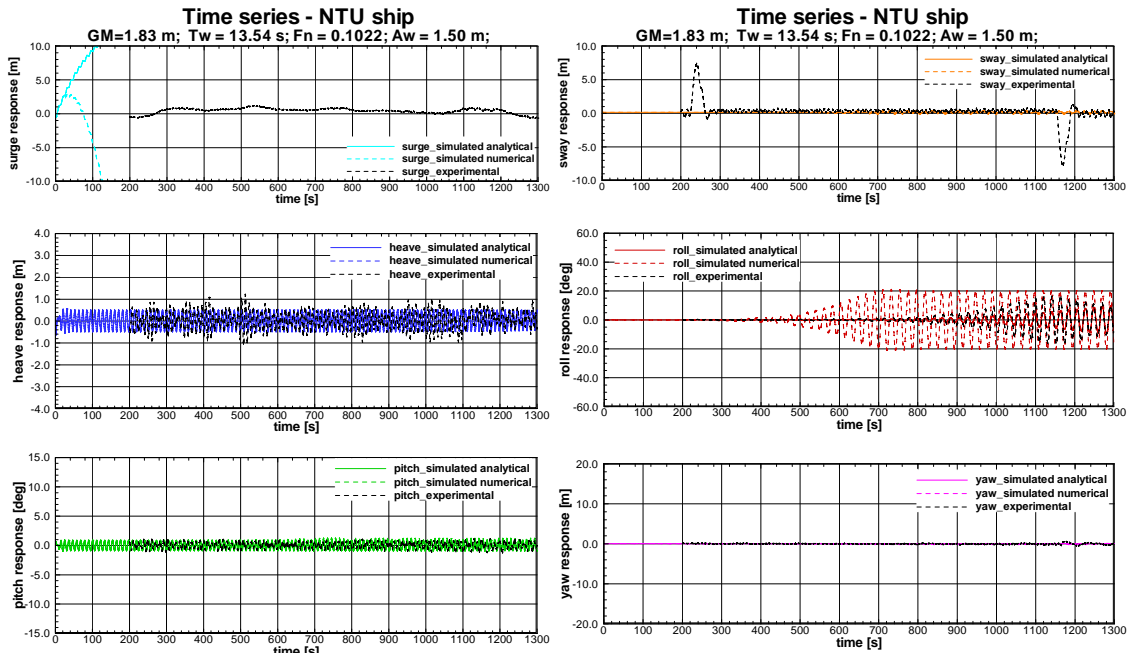


Fig. A.17 Portacontentor NTU – teste T09

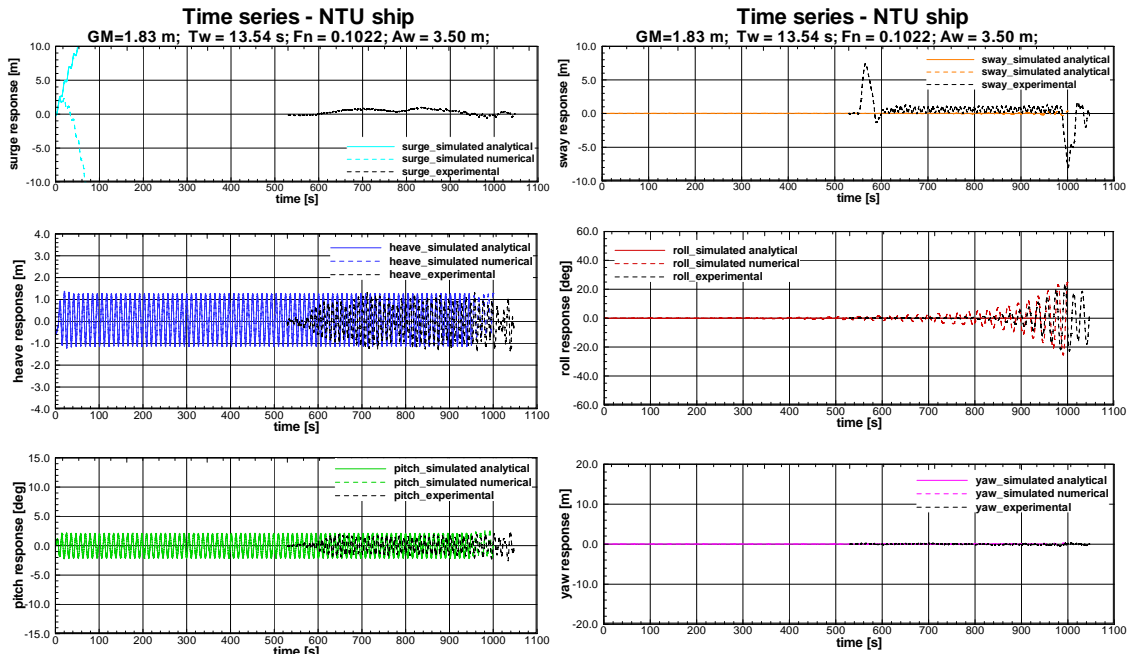


Fig. A.18 Portacontentor NTU – teste T10

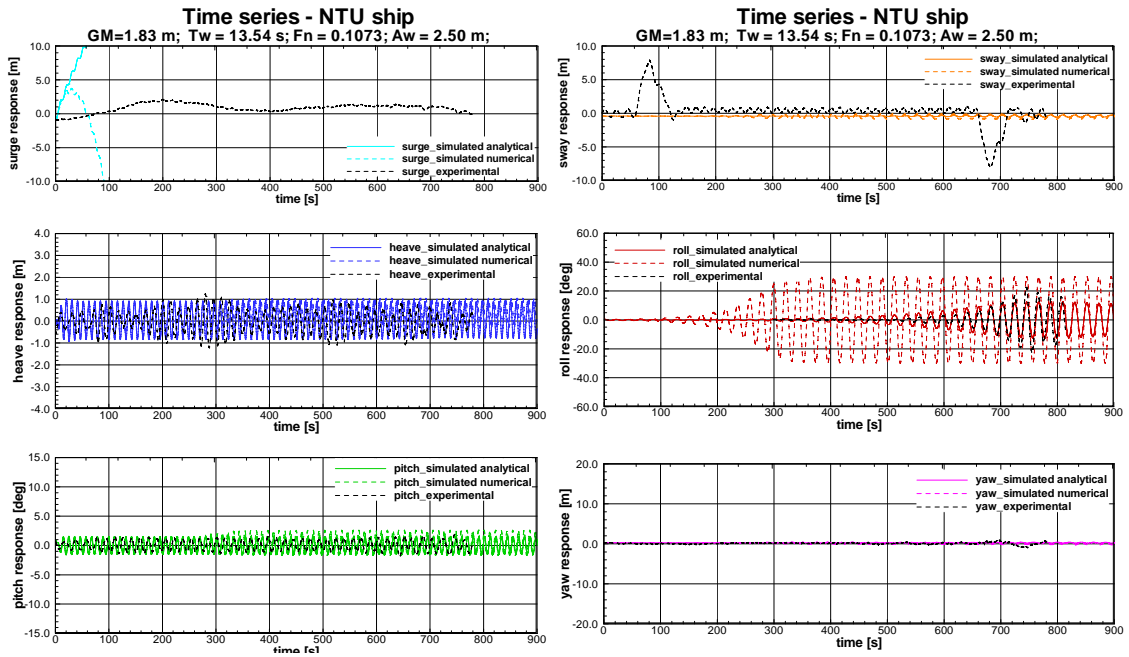


Fig. A.19 Portacontentor NTU – teste T11

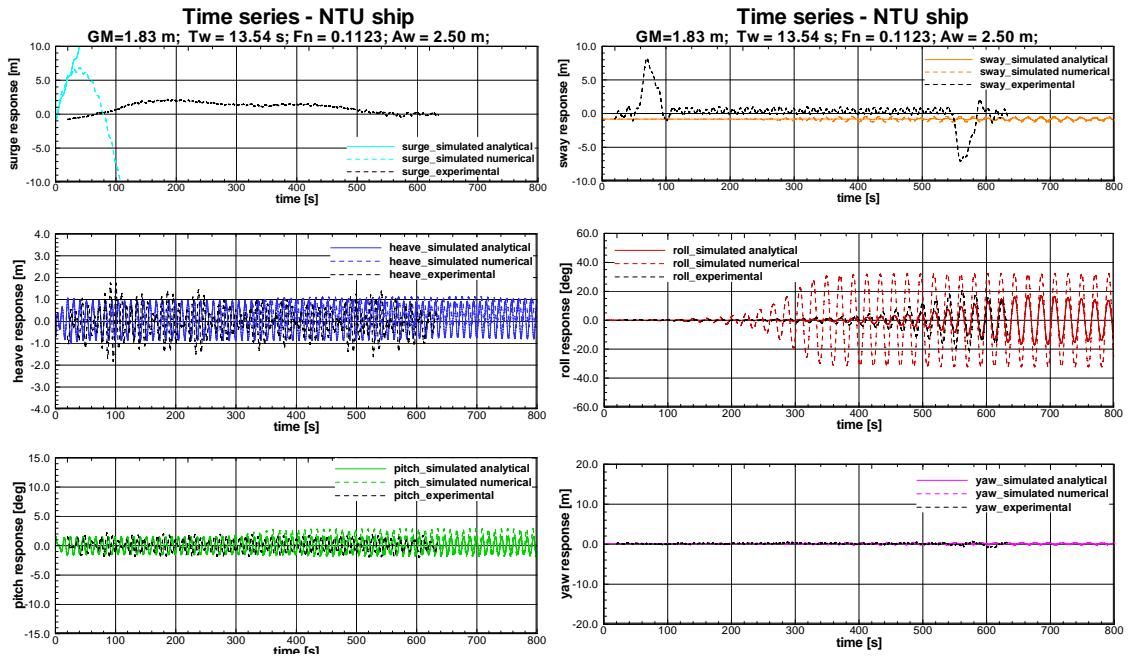


Fig. A.20 Portacontentor NTU – teste T12

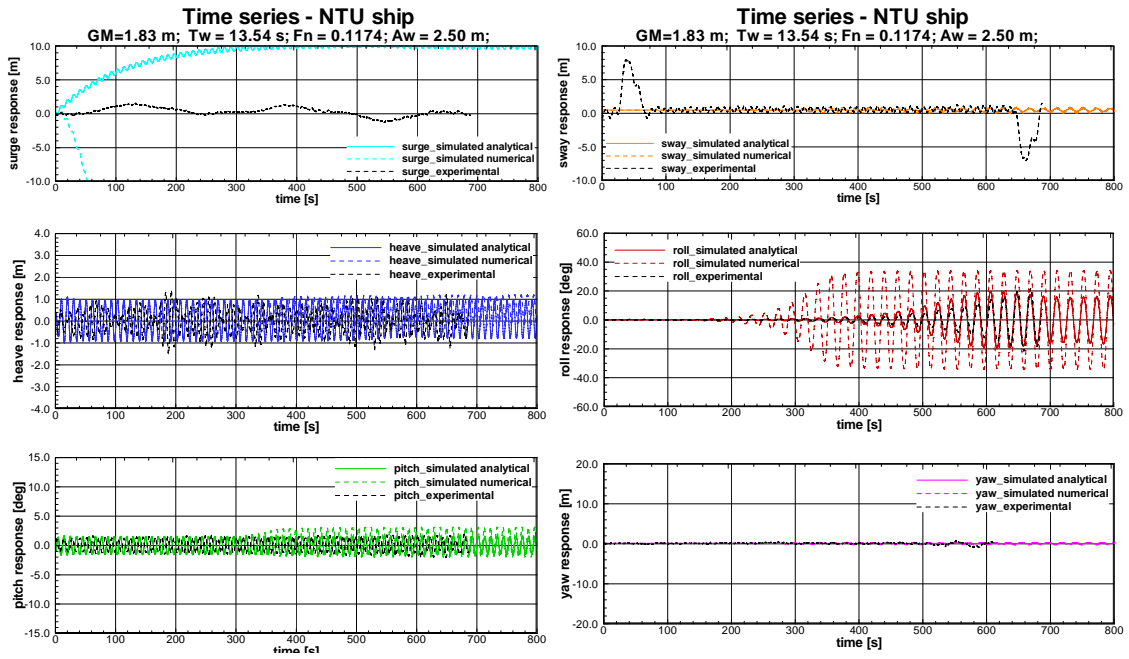


Fig. A.21 Portacontentor NTU – teste T13

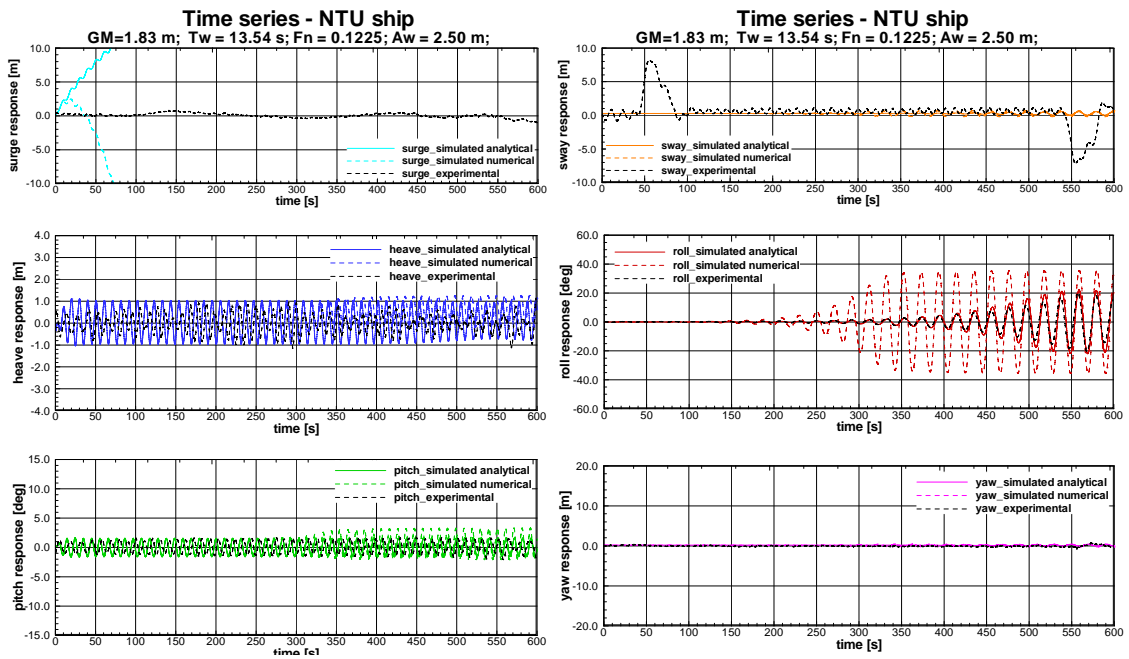


Fig. A.22 Portacontentor NTU – teste T14

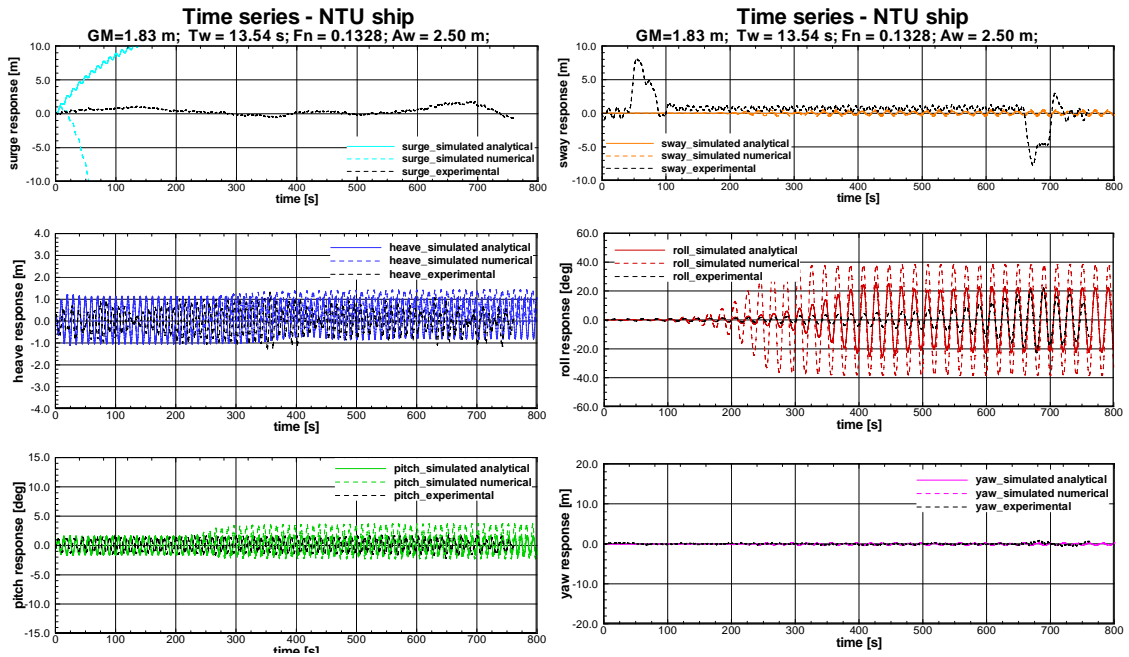


Fig. A.23 Portacontentor NTU – teste T15

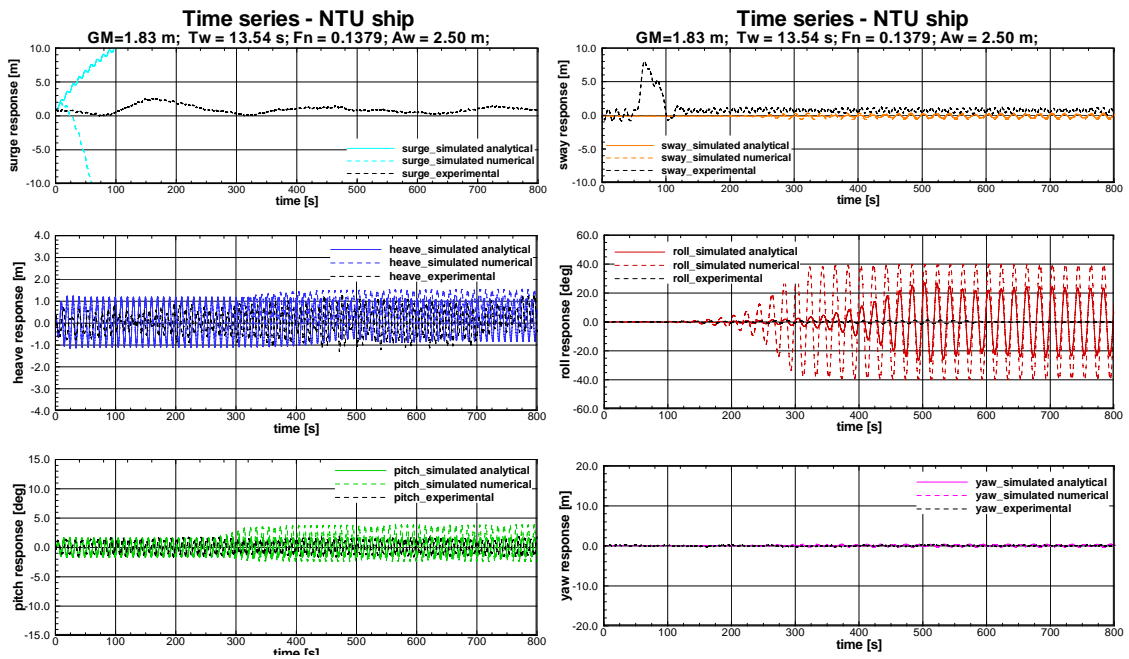


Fig. A.24 Portacontentor NTU – teste T16

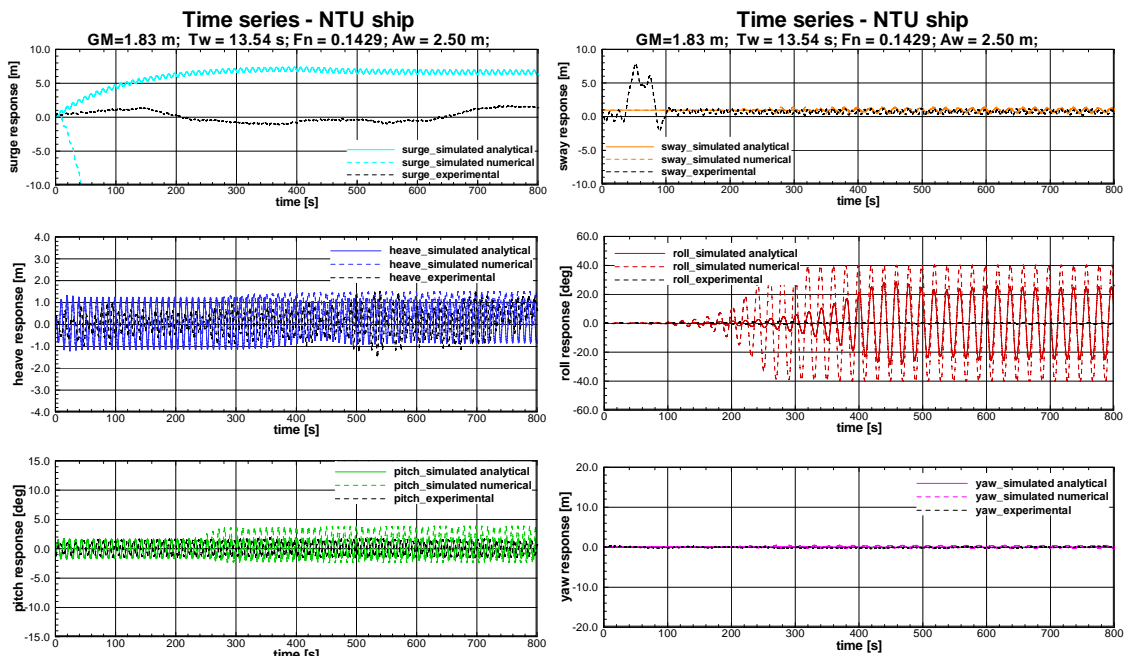


Fig. A.25 Portacontentor NTU – teste T17

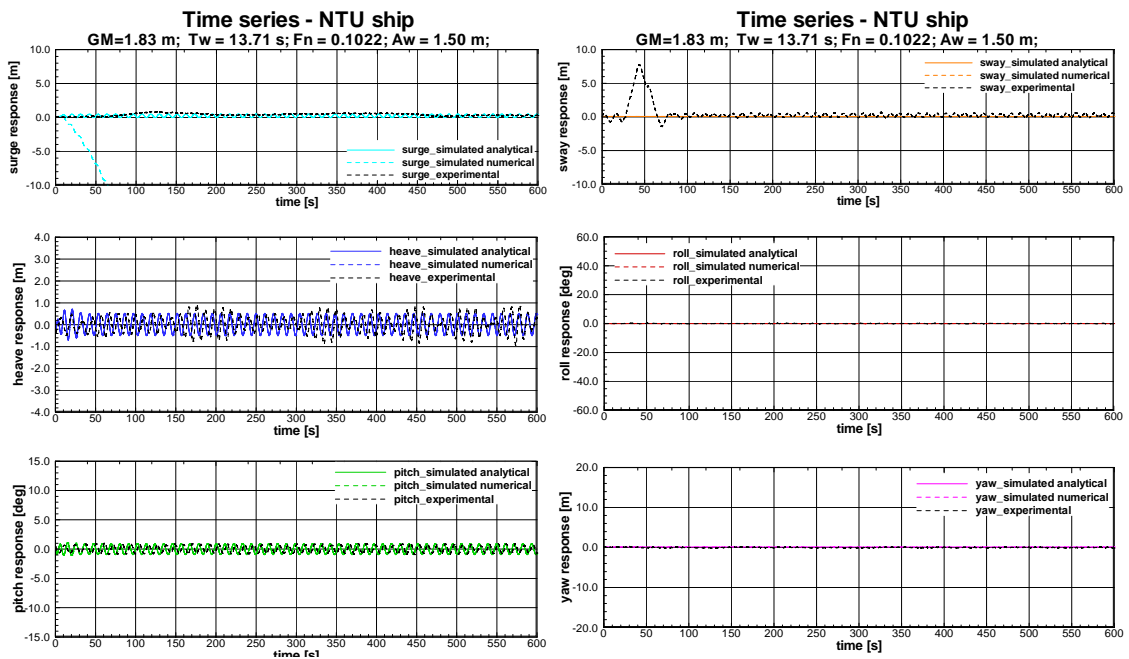


Fig. A.26 Portacontentor NTU – teste T18



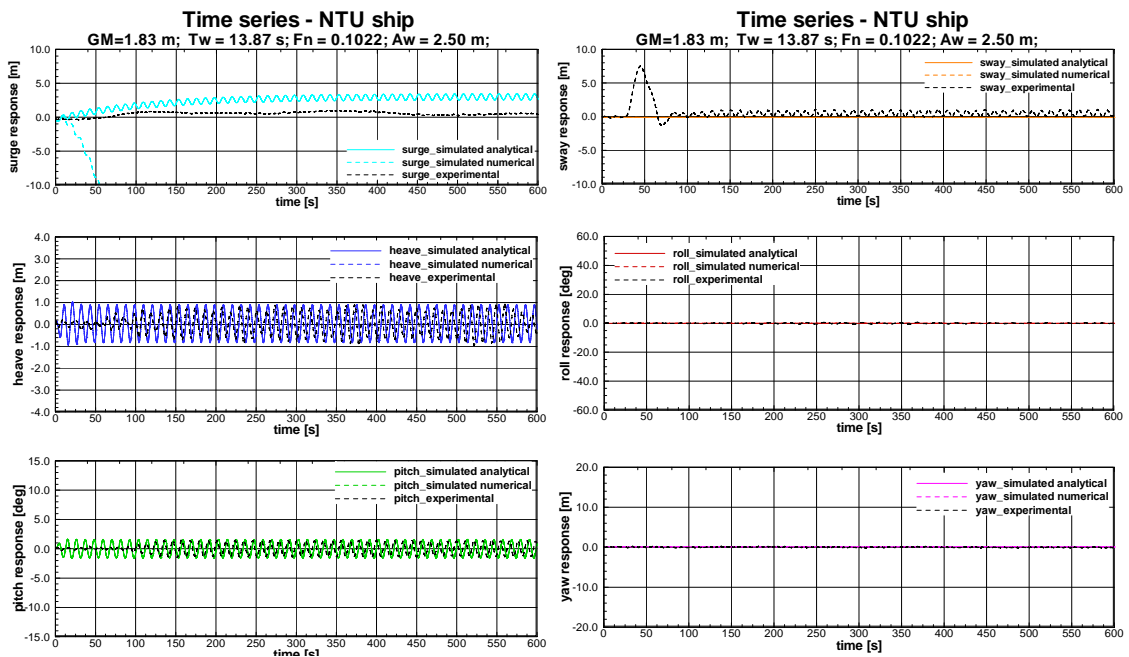


Fig. A.27 Portacontentor NTU – teste T19

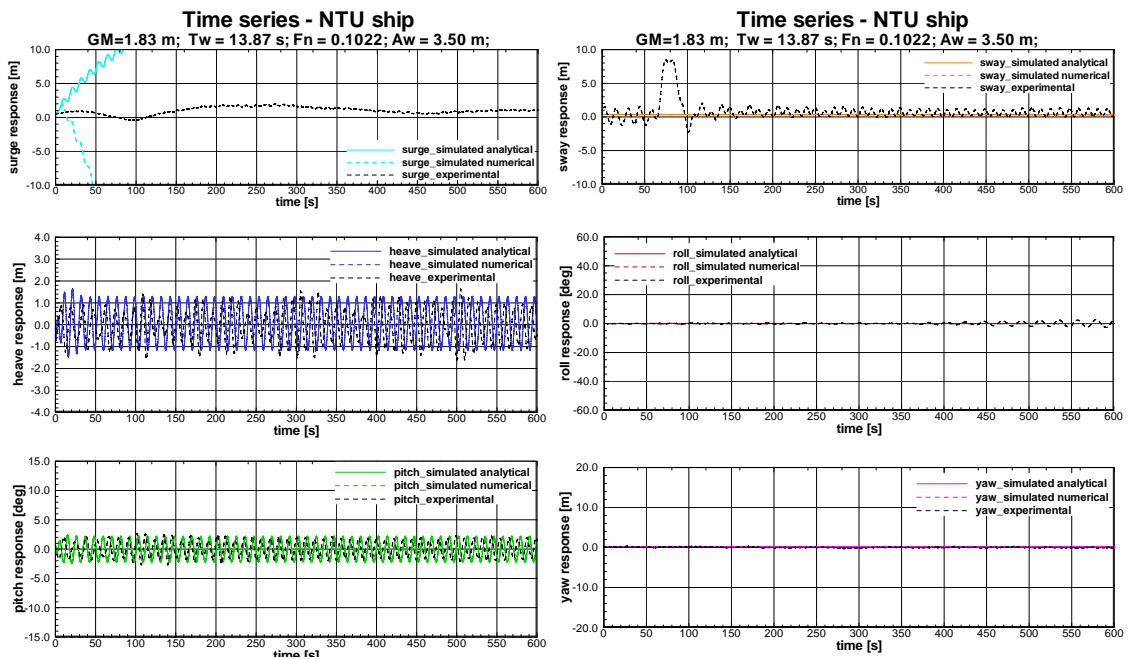


Fig. A.28 Portacontentor NTU – teste T20

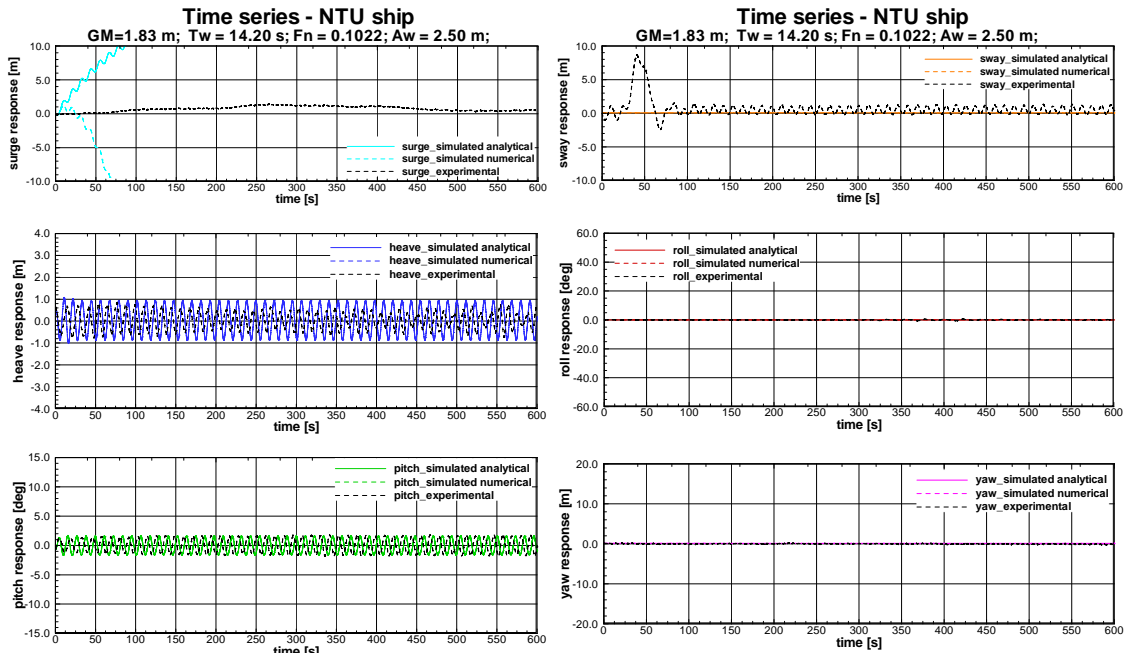


Fig. A.29 Portacontentor NTU – teste T21

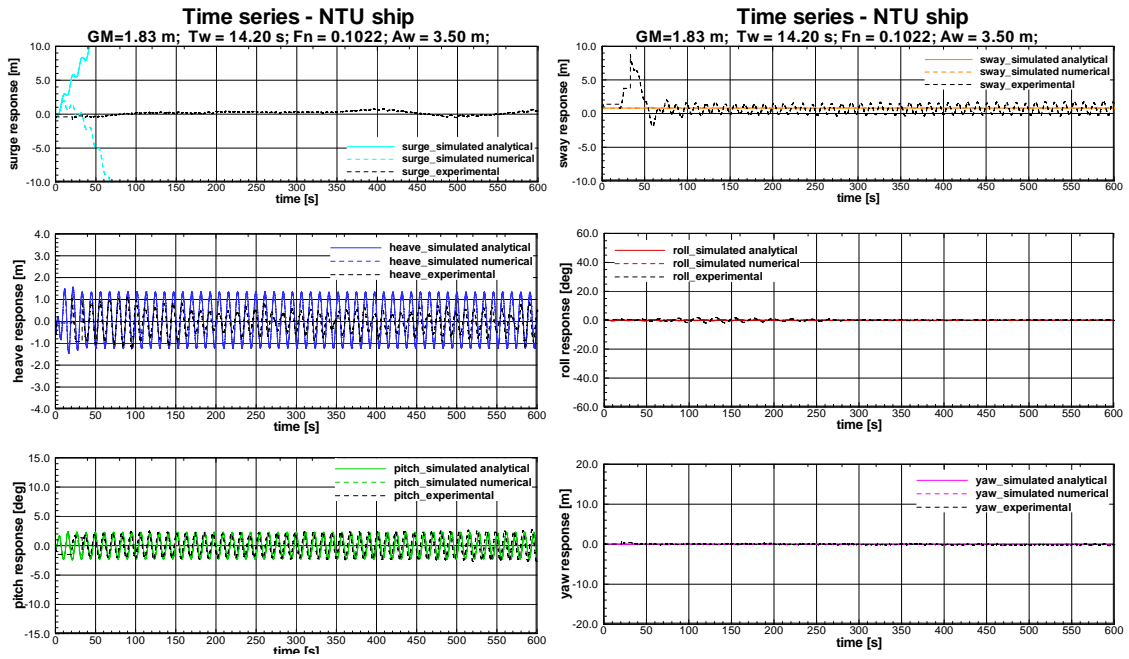


Fig. A.30 Portacontentor NTU – teste T22

# PORTACONTENTOR SAFEDOR

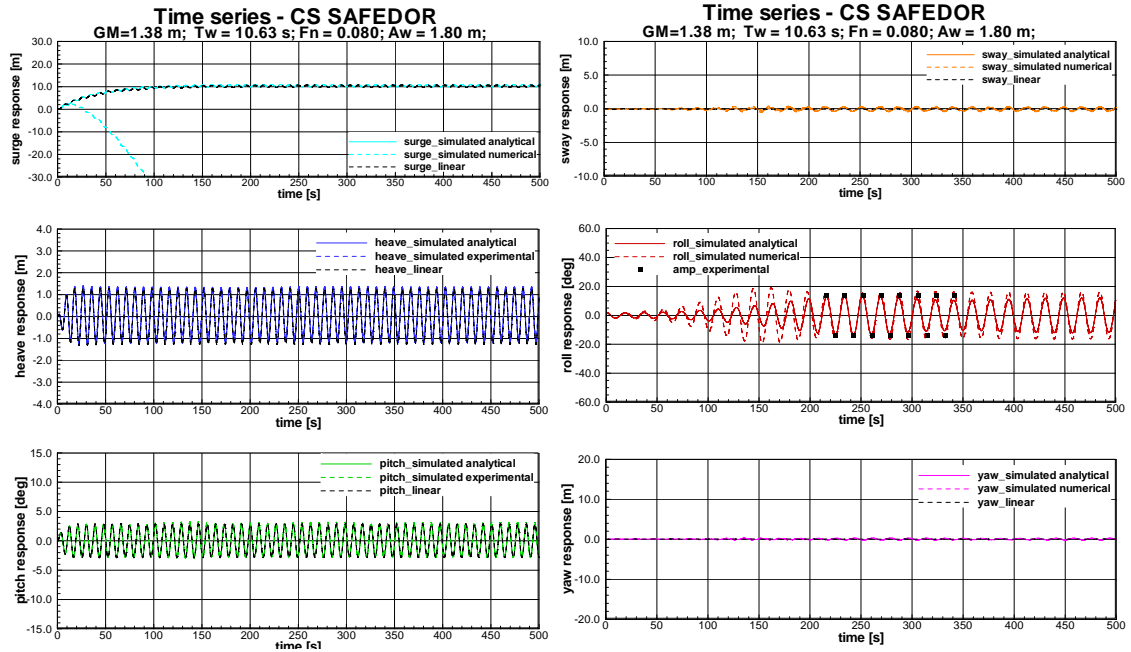


Fig. A.31 Portacontentor SAFEDOR – teste T01

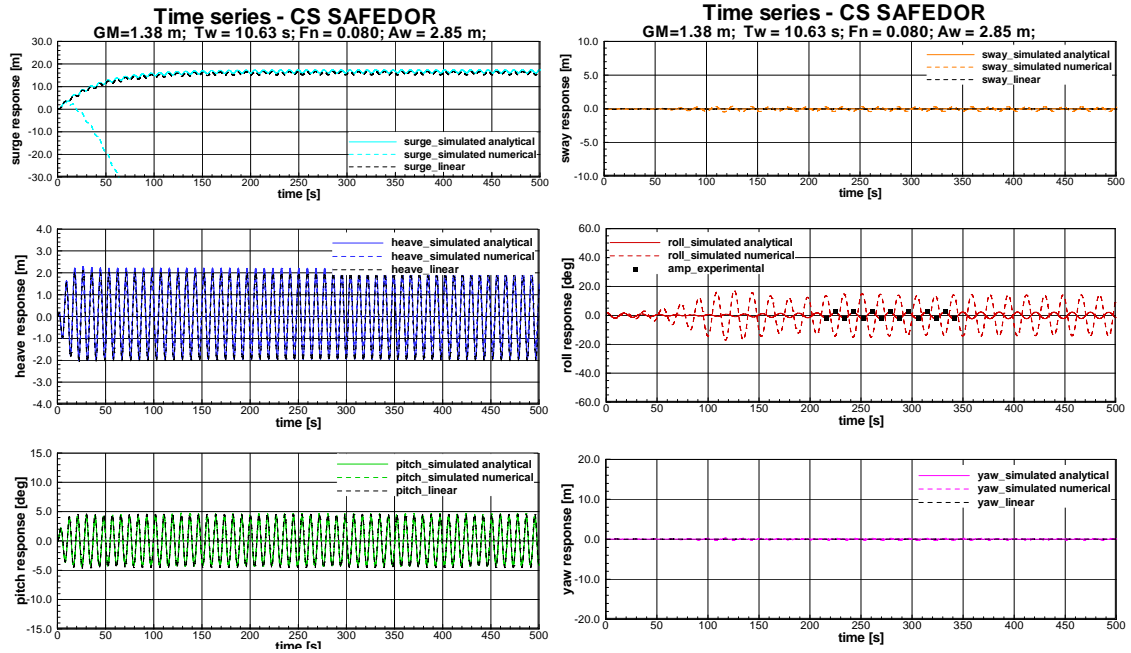


Fig. A.32 Portacontentor SAFEDOR – teste T02

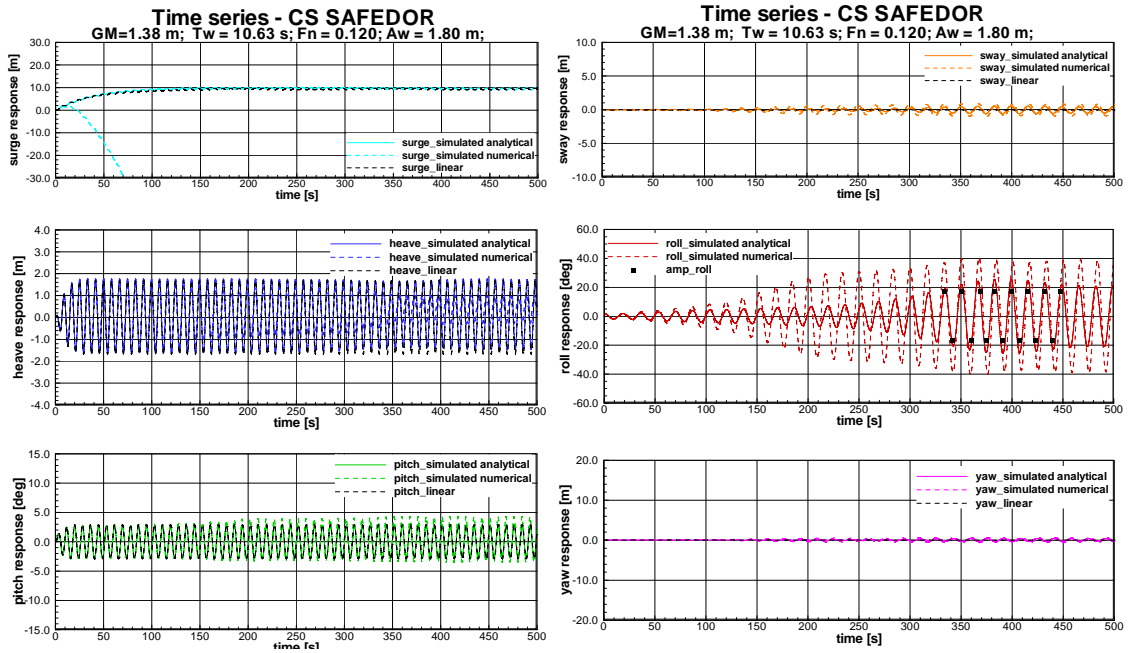


Fig. A.33 Portacontentor SAFEDOR – teste T03

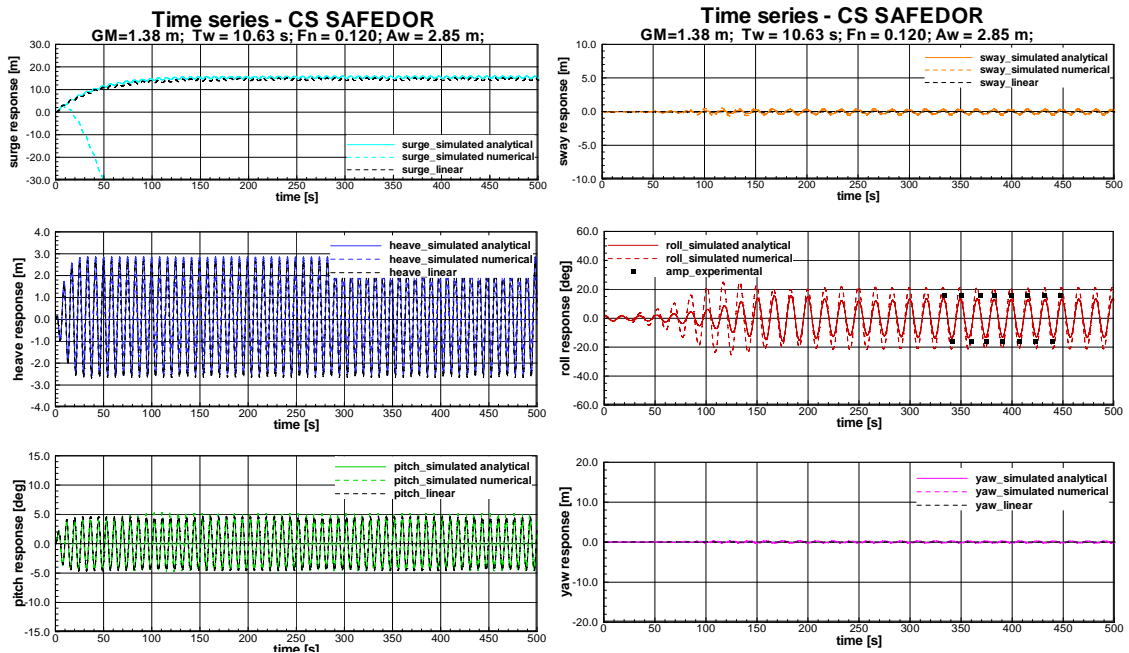


Fig. A.34 Portacontentor SAFEDOR – teste T04

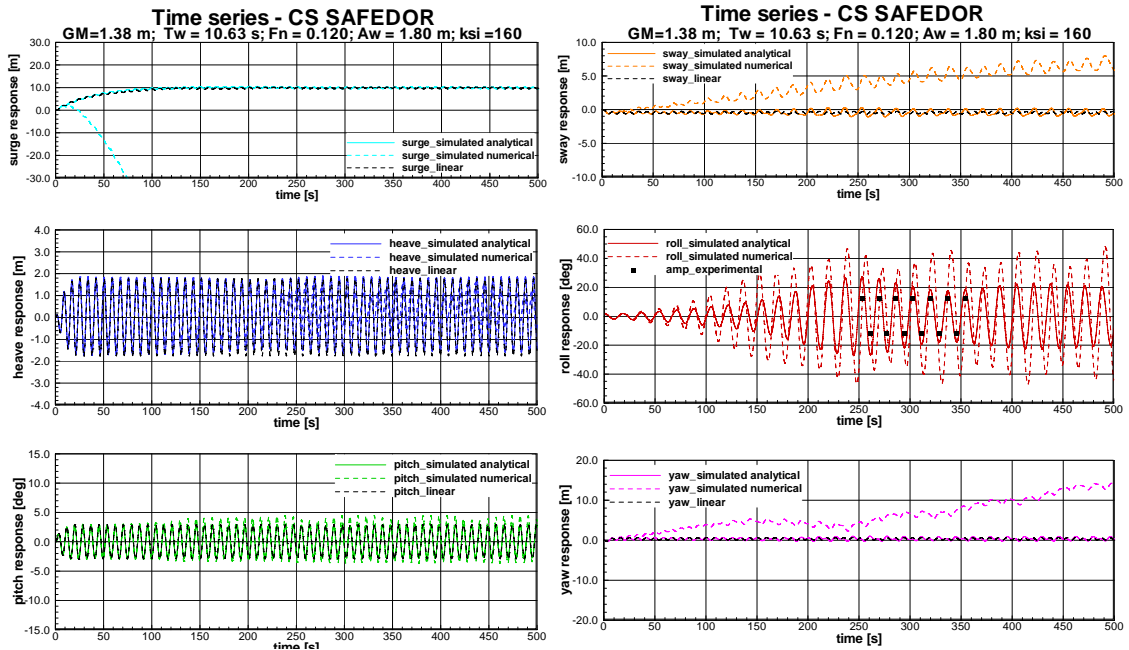


Fig. A.35 Portacontentor SAFEDOR – teste T05

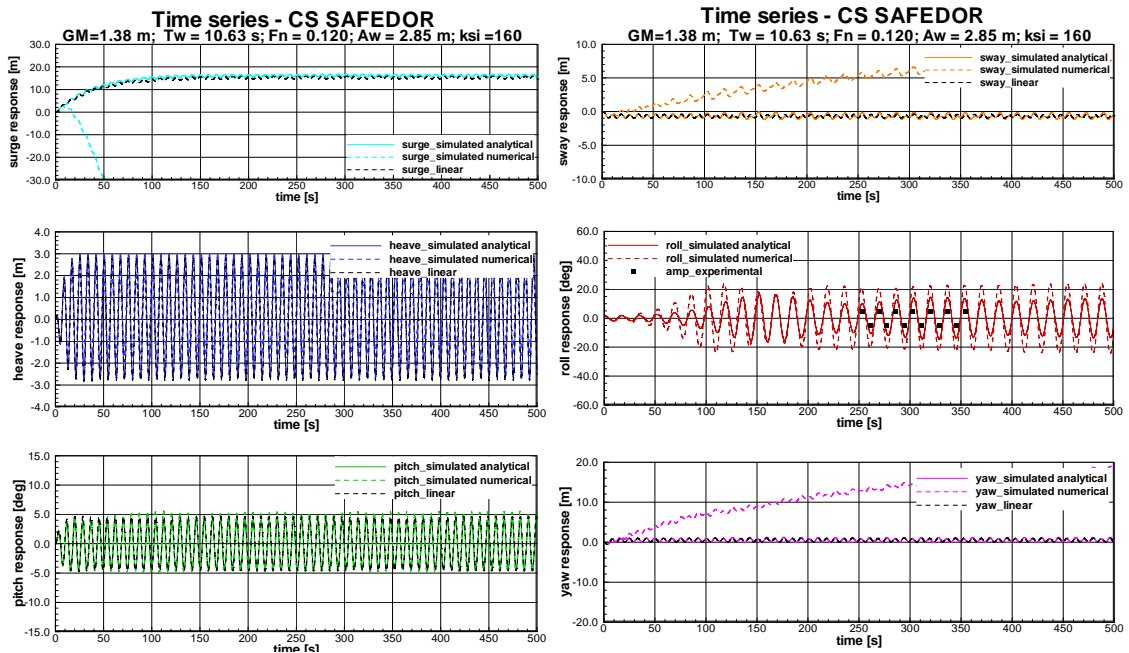


Fig. A.36 Portacontentor SAFEDOR – teste T06

# PLATAFORMA SPAR

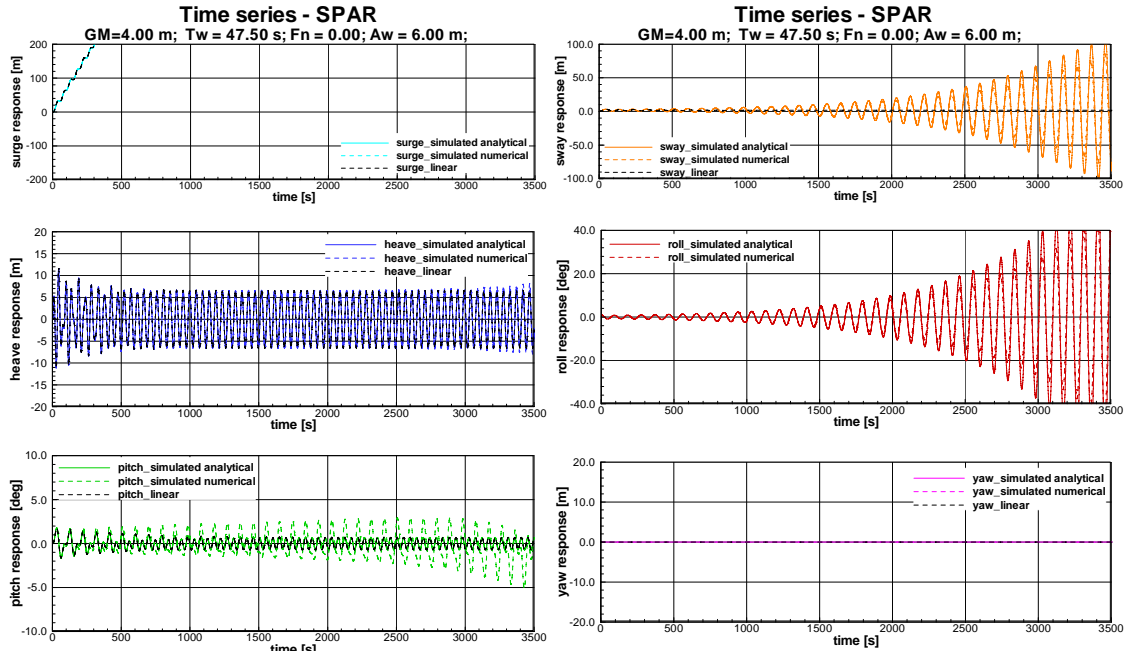


Fig. A.37 Plataforma SPAR – teste T01

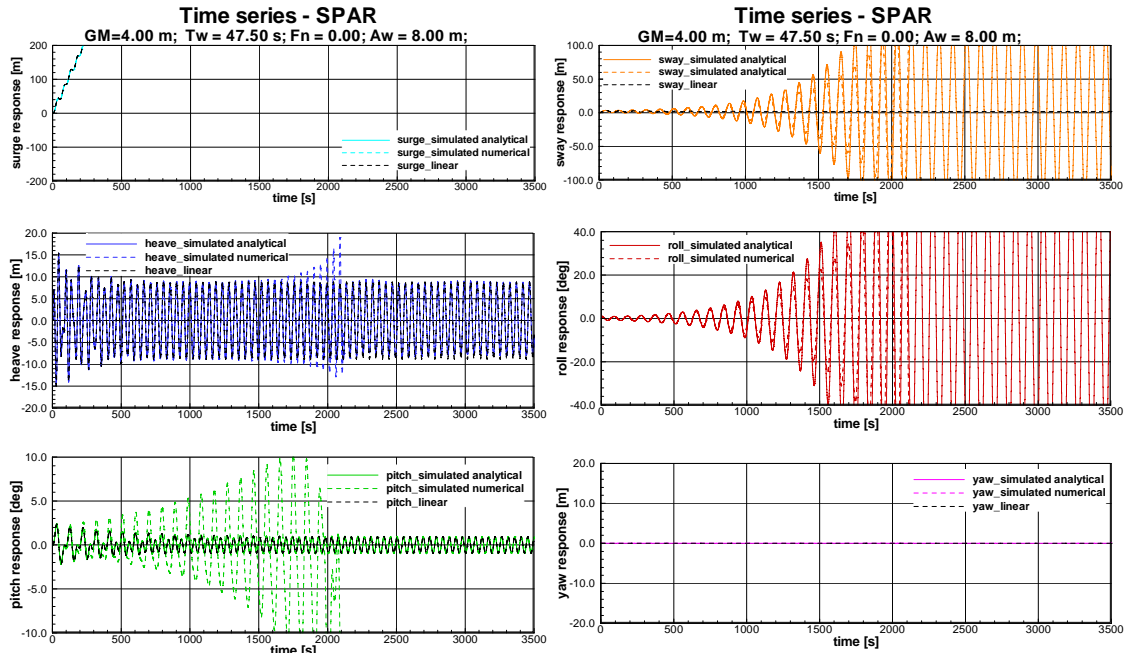


Fig. A.38 Plataforma SPAR – teste T02

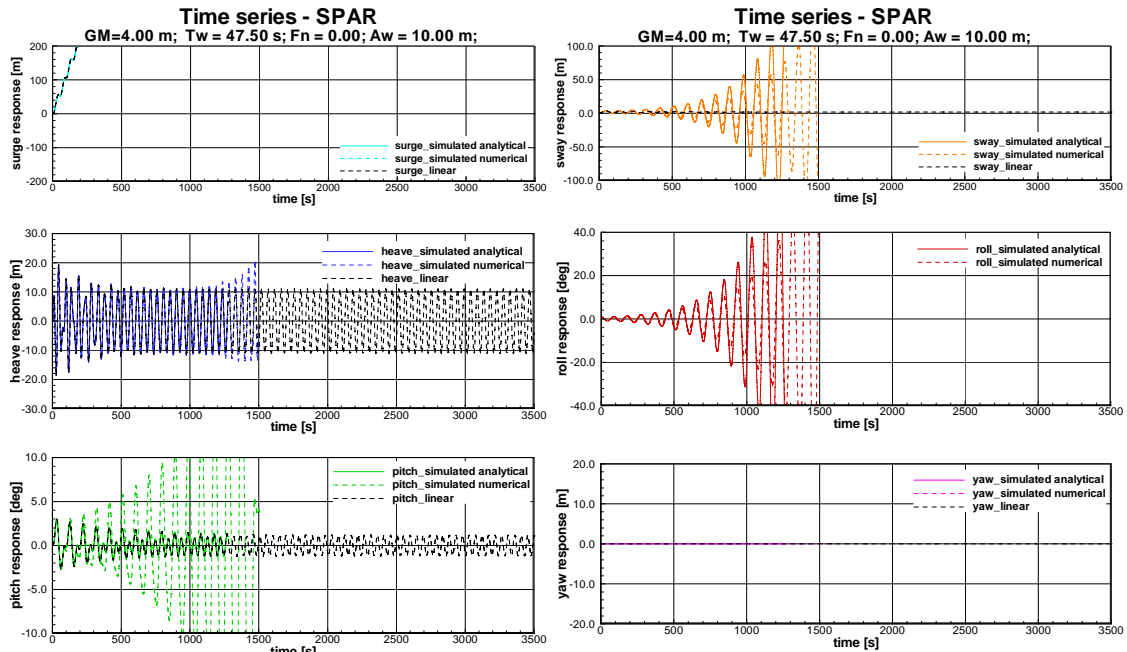


Fig. A.39 Plataforma SPAR – teste T03

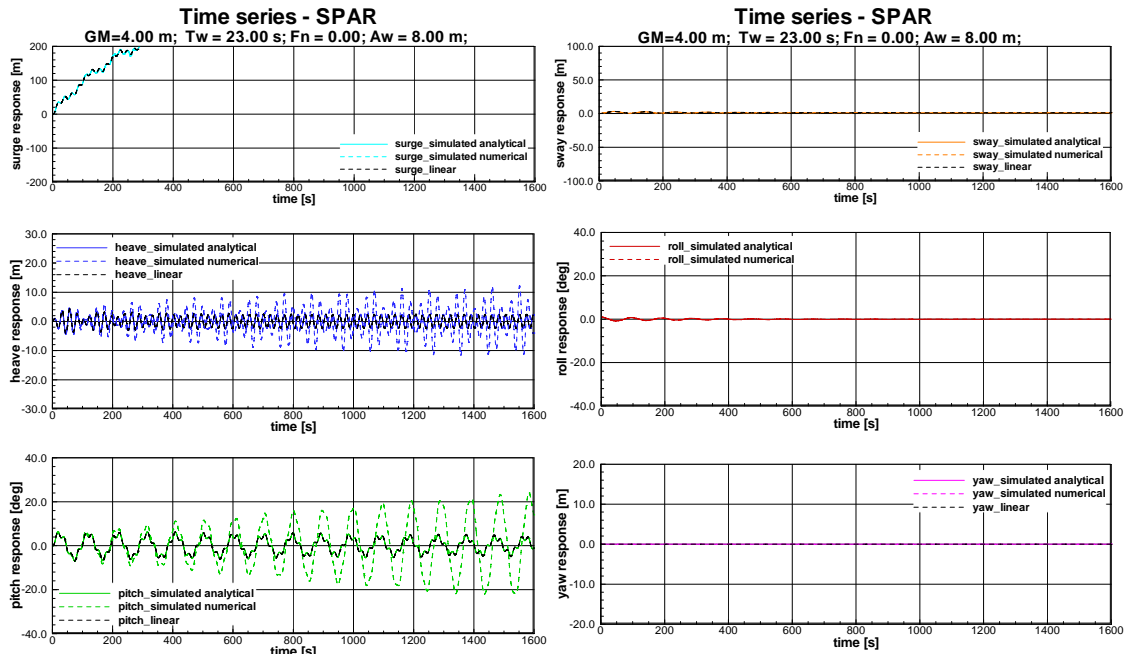


Fig. A.40 Plataforma SPAR – teste T04

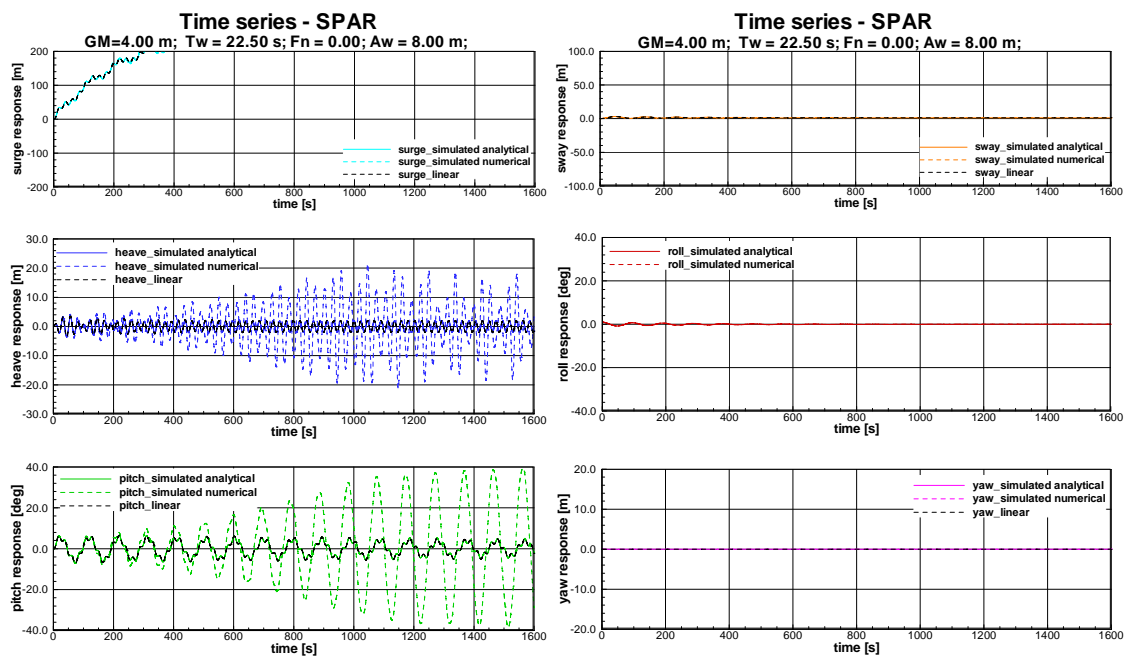


Fig. A.41 Plataforma SPAR – teste T05

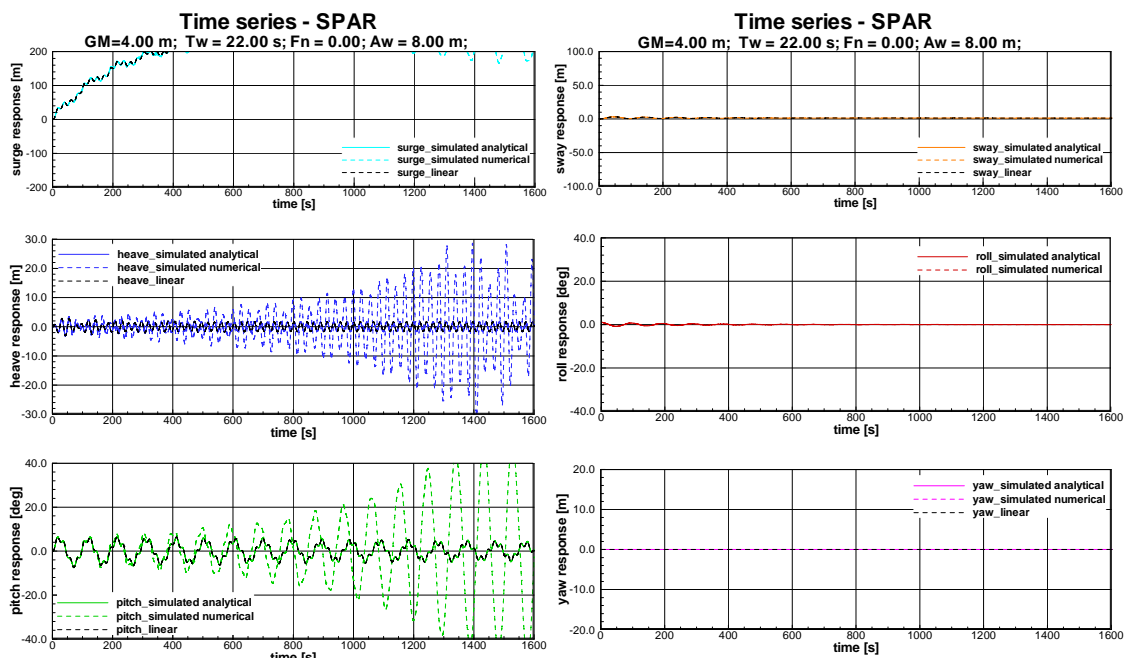


Fig. A.42 Plataforma SPAR – teste T06



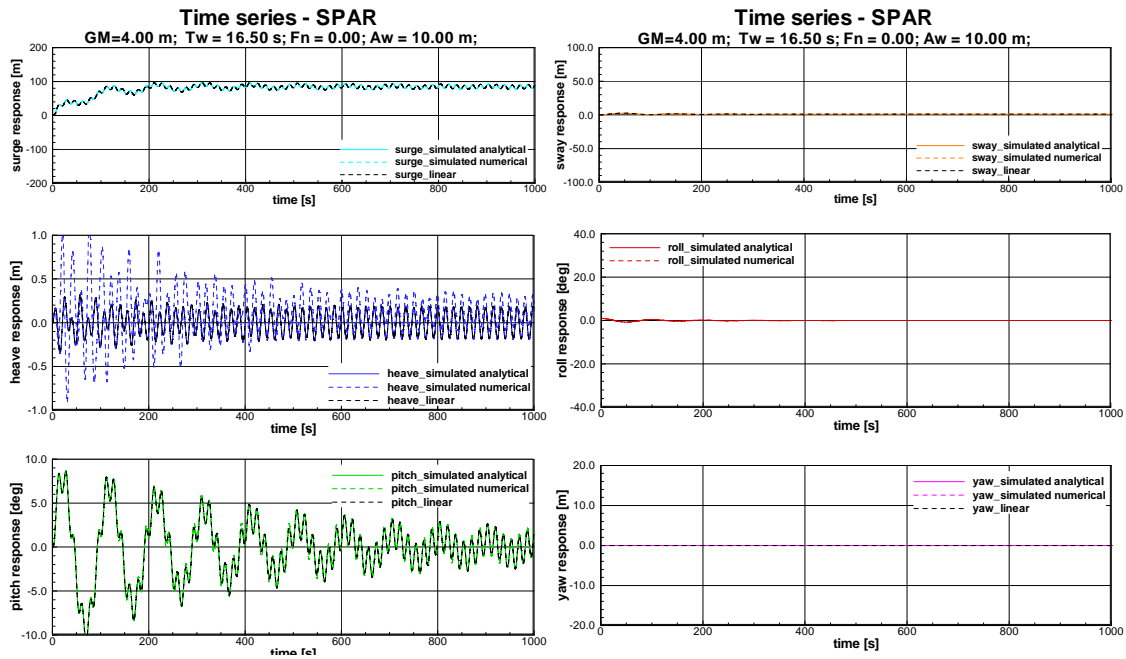


Fig. A.43 Plataforma SPAR – teste T07

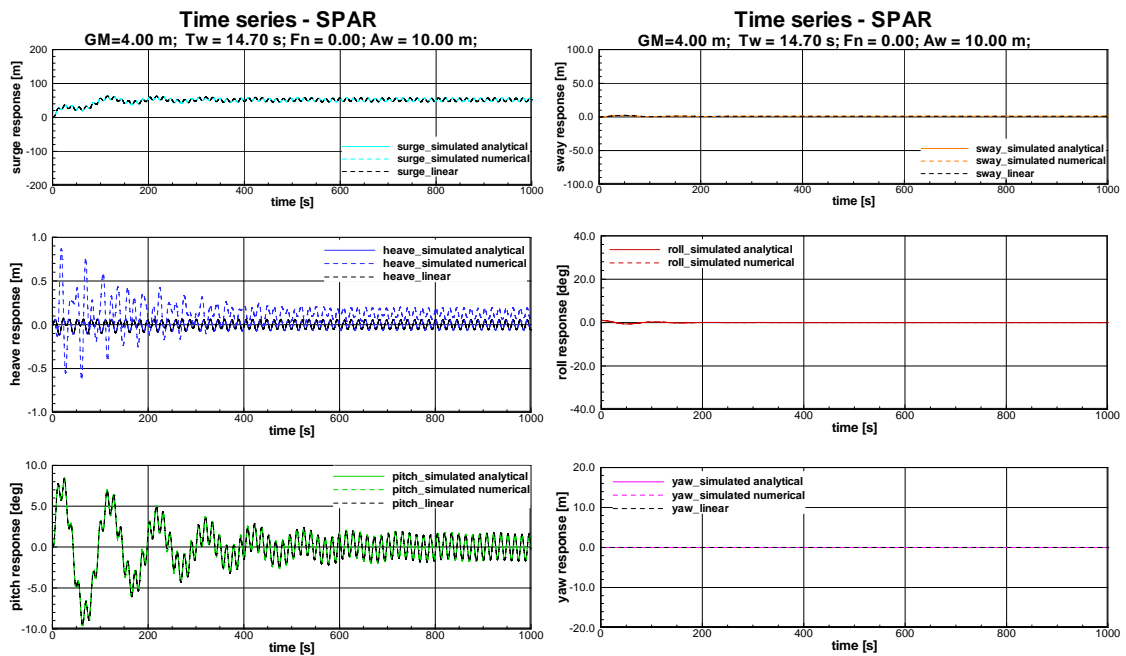
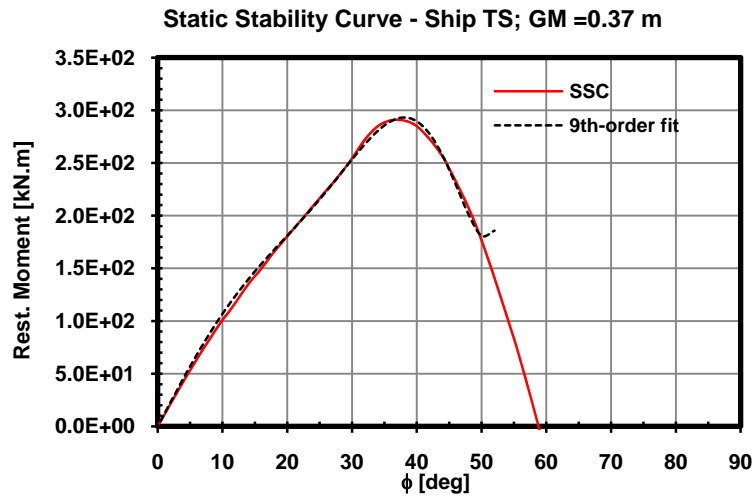


Fig. A.44 Plataforma SPAR – teste T08

# Apêndice B

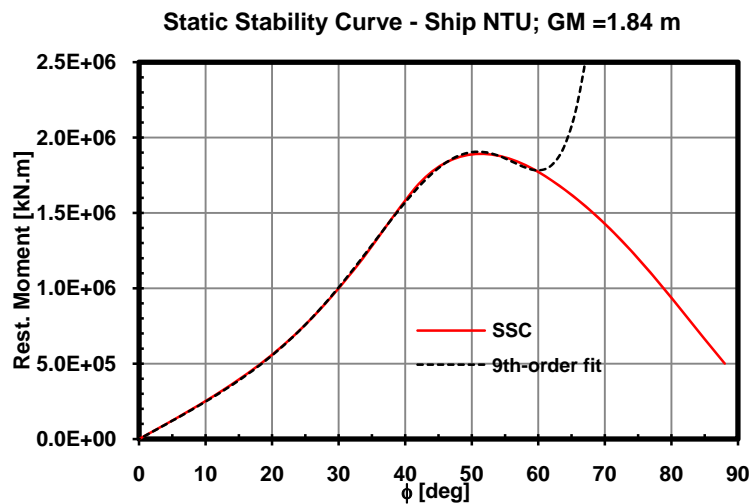
## Curvas de Estabilidade Estática dos Navios Analisados

### PESQUEIRO TS



$$M_{rest.} = 6.674E + 02\phi - 2.078E + 03\phi^3 + 8.854E + 03\phi^5 - 1.608E + 04\phi^7 + 9.181E + 03\phi^9$$

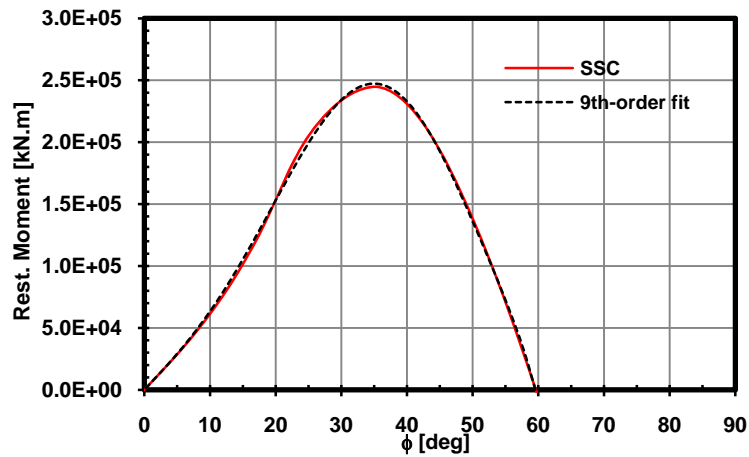
### PORTACONTENTOR NTU



$$M_{rest.} = 1.384E + 06\phi + 1.184E + 06\phi^3 + 5.658E + 06\phi^5 - 1.167E + 07\phi^7 + 5.262E + 06\phi^9$$

## PORTACONTENTOR SAFEDOR

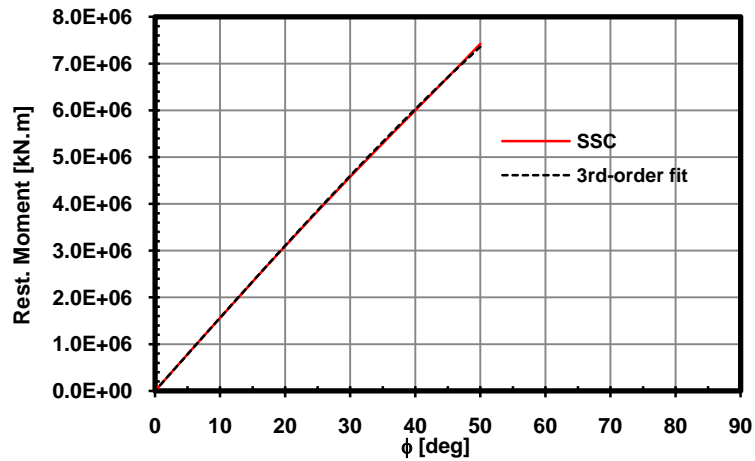
Static Stability Curve - Ship SAFEDOR; GM =1.38 m



$$M_{rest.} = 3.217E + 05\phi + 1.490E + 06\phi^3 - 4.957E + 06\phi^5 + 4.779E + 06\phi^7 - 1.593E + 06\phi^9$$

## PLATAFORMA SPAR

Static Stability Curve - Ship SPAR; GM =4.00 m



$$M_{rest.} = 8.993E + 06\phi - 7.363E + 05\phi^3$$

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)