

**PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO  
PUC/SP**

**ANTONIO CELSO TONNETTI**

**TRAJETÓRIAS HIPOTÉTICAS DE APRENDIZAGEM EM  
ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO**

**MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA**

**São Paulo**

**2010**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO  
PUC/SP

ANTONIO CELSO TONNETTI

TRAJETÓRIAS HIPOTÉTICAS DE APRENDIZAGEM EM  
ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia  
Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial  
para obtenção do título de **MESTRE PROFISSIONAL EM  
ENSINO DE MATEMÁTICA**, sob a orientação do(a) **Prof(a).  
Dr(a). Célia Maria Carolino Pires***

São Paulo

2010

**Banca Examinadora**

---

---

---

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

**Assinatura:** \_\_\_\_\_ **Local e Data:** \_\_\_\_\_

## AGRADECIMENTOS

À **Deus**, pelo fôlego de vida e por ser tão presente em mim.

À **Profª. Drª. Célia Maria Carolino Pires**, estimada professora e orientadora, pela confiança atribuída a mim durante todo o processo desta pesquisa e por partilhar comigo seu vasto conhecimento, contribuindo significativamente para o meu crescimento acadêmico

À **Profª. Drª. Dione Lucchesi de Carvalho** e ao **Profº. Drº Armando Traldi Jr**, pela participação na qualificação com valiosas contribuições.

Aos **professores** do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP, por aulas produtivas e inspiradoras .

À minha **família** que sempre me apoiou nos meus estudos, principalmente à minha **Mãe** pela tolerância com a minha ausência.

À minha amiga **Patrícia Karin** pela dedicação, incentivo, carinho, disponibilidade e pelas leituras que tanto contribuíram para o desenvolvimento desse trabalho.

À minha amiga **Alexandra Garrote Angiolin**, pela amizade sincera, companheirismo e por paciência em me ouvir.

À **Vera Lucia** e ao meu **Filho** pelo incentivo num momento em que estava prestes a desistir

Aos meus amigos do **Grupo de Pesquisa**, pelas contribuições e sugestões que ajudaram na realização dessa pesquisa.

À **Secretaria da Educação do Estado de São Paulo**, pelo apoio financeiro.

Aos **alunos**, que participaram dessa pesquisa.

À **Direção** e à **Coordenação** da Escola Paulo Freire que me apoiaram e auxiliaram no que foi necessário.

Aos meus companheiros do Paulo Freire, **Marilene, Juliana, Zoraide, Toninho, Iran, Ana Maria, Sara, Madalena, Raí, Donizete, Cinira e Leoneusa** pelo convívio e troca de experiências.

Aos professores **Wellington e Rose**, pelo apoio e incentivo constante e por colaborarem com seus conhecimentos.

Aos professores do Theodomiro Dias em especial a **Patrícia, Cristina, Núbia e Maurício** pelo incentivo e apoio nos momentos finais.

## RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo investigar como compatibilizar perspectivas construtivistas de aprendizagem no que diz respeito ao ensino de Estatística, considerando a planificação do ensino. Pretende-se ainda analisar o professor de Matemática em sua prática educativa, observando as atividades que ele exerce no planejamento e desenvolvimento do ensino de Estatística, de forma compatível com uma perspectiva construtivista de aprendizagem. A pesquisa tem como fundamentação teórica os trabalhos de Simon (1995) sobre Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem (THA). Trata-se de uma pesquisa qualitativa envolvendo dois professores de Matemática de uma escola pública do Estado de São Paulo e sua atuação junto a 70 alunos da 3ª série do Ensino Médio. A partir do Ciclo de Ensino de Matemática desenvolvido por Simon (1995), elaboramos a primeira versão da THA, de forma a considerar os objetivos selecionados e as hipóteses de aprendizagem dos estudantes, buscando a proposição de tarefas que envolvessem resolução de problemas, abordagens interdisciplinares, uso de tecnologias, análise exploratória de dados e aplicações em situações do cotidiano e em outras áreas do conhecimento. Apresentamos essa primeira versão aos professores para que eles pudessem realizar modificações, sugestões ou alterações, de acordo com as necessidades apresentadas pelos alunos. Nossa intenção focaliza em um trabalho coletivo e reflexivo que culminasse na elaboração segunda versão da THA. No entanto, os professores não colaboraram para que isso ocorresse. Ressaltamos que acompanhamos todo o desenvolvimento da THA em sala de aula, refletimos sobre a atuação do professor e interesse do aluno, e assim, apresentamos modificações para a próxima THA, de acordo com nossa própria análise. Por fim, constatamos que embora tenhamos THAs elaboradas numa perspectiva construtivista, o professor exerce um papel decisivo, pois a forma que ele a desenvolve em sala de aula é fundamental para a aprendizagem do aluno.

**Palavras-chave:** Estatística, Trajetória Hipotética de Aprendizagem, Currículo e Ensino Médio.

## ABSTRACT

This research intends to investigate how to compatible constructivist perspectives of learning with the planning the teaching-learning process about Statistics inside the Mathematical Teaching. We are also concerned about the performance of Mathematical Teachers in general during that teaching-learning process , in a way compatible with a Constructivist Perspective. The study is based on Hypothetical Learning Trajectories (HLT), a Simon strategy theory. It is a qualitative research which was done in a public High School from São Paulo State and it involved the participation of two Mathematical teachers and 70 students in the third High School grade. From the stages of Mathematics developed by Simon (1995), we designed the first version of the HLTs in order to consider the goals selected and the chances of student learning. The objectives of investigation is to show possibilities of tasks involving problem solving, interdisciplinary approaches, use of technology, exploratory data analysis and applications in everyday situations and in other areas of knowledge. For that, we present the first HLTs version to teachers so they could make modifications, improvements or changes, according to the needs presented by students. Our intention was focused on a collective and reflective work that culminated in drafting the second version of HLTs. However, teachers did not cooperate for that. It is important to emphasize our reflection in all the whole development of HLTs in the classroom. We reflected about teacher's performance and student interest, and so we present modifications to the next HLTs. Finally, we have realized although that was developed in a Constructivist Perspective, the teacher performance is a crucial role, because the way he develops in the classroom is key to a successful student learning.

**Keywords:** Statistics, Hypothetical Learning Trajectories, Student Curriculum and High School.

## SUMÁRIO

### **Apresentação da pesquisa**

I. Introdução.....	1
--------------------	---

### **Capitulo I: Propriedades metodológicas**

1.1 Estrutura do trabalho.....	9
1.2 As razões de ser da pesquisa.....	10
1.3 Metodologia.....	11
1.4 A abordagem da pesquisa.....	11

### **Capitulo II: Fundamentação teórica**

2.1 Considerações iniciais.....	14
2.2 As formulações de Martin Simon.....	14
2.2.1 Recuperando aspectos da perspectiva construtivista.....	16
2.2.2 Construtivismo e pedagogia da Matemática.....	18
2.2.3 Trajetórias hipotética de aprendizagem segundo Simon.....	20
2.2.4 O ciclo de Ensino de Matemática .....	21
2.2.5 Composição da Trajetória Hipotética de Aprendizagem.....	23
2.2.6 A geração de uma trajetória hipotética.....	25
2.2.7 Outras contribuições para a reflexão sobre THA.....	26
2.2.8 Considerações e reflexões do nosso grupo de pesquisa.....	29
2.3 Contribuições para o Ensino de Estatística.....	32
2.3.1 Como o tema Estatística foi inserido no currículo.....	32
2.3.2 Algumas pesquisas sobre Educação Estatística.....	37
2.4 Situações de aprendizagem.....	42

### **Capítulo III:Elaboração da Trajetória Hipotética de Aprendizagem em Estatística.**

3.1	Objetivos do professor pesquisador e expectativas em relação à aprendizagem do educando.....	45
3.2	Hipóteses do professor pesquisador sobre o processo de aprendizagem dos alunos.....	46
3.3	Plano do professor pesquisador para as atividades de aprendizagem.....	46
3.4	Atividade de aprendizagem.....	48
3.5	Análise da primeira versão da THA realizada pelos professores aplicadores.....	80

### **Capítulo IV: A Trajetória Hipotética de Aprendizagem em salas de aula e a atuação dos professores e dos alunos.**

4.1	Caracterização: professores envolvidos, alunos e unidade escolar.....	81.
4.1.1	Perfil dos educadores.....	81
4.1.2	Caracterização da escola e dos alunos envolvidos na investigação.....	83
4.2	Desenvolvimento da THA pelos professores P1 e P2.....	84
4.2.1	Organização da classe e "clima" dominante.....	85
4.2.2	Consignas do professor sobre tarefas e explicitação dos objetivos de aprendizagem.....	86
4.2.3	Atitudes dos estudantes no desenvolvimento das tarefas e implicações deles na busca de soluções.....	87
4.2.4	Eventuais problemas relacionados à leitura e compreensão dos textos.....	88
4.2.5	Interação entre alunos na realização das tarefas.....	88
4.2.6	Dificuldades observadas e possíveis causas.....	89
4.2.7	Interesse dos alunos por tarefas que envolvem contextualização, situações de aprendizagem e aplicações de formulas.....	90
4.2.8	Adequação do tempo previsto para as tarefas.....	90
4.2.9	Intervenções do professor durante a realização das tarefas, socialização e sistematização das conclusões.....	91
4.3	Novos conhecimentos construídos após a THA.....	92
4.3.1	Novos conhecimentos dos professores colaboradores.....	92

4.3.2	Novos conhecimentos do professor pesquisador.....	94
4.4	Reflexões e indicações para mudanças na THA.....	95
4.4.1A	segunda versão da THA.....	96

<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>120</b>
----------------------------------	------------

<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS.....</b>	<b>123</b>
--	------------

## **ANEXOS**

Anexo A – Questionário para os professores aplicadores.....	129
Anexo B - Roteiro de observação do desenvolvimento das THAs.....	131
Anexo C – Relatórios do professor pesquisador sobre as aulas.....	132

# APRESENTAÇÃO DA PESQUISA

---

## I. Introdução

O presente trabalho está inserido em uma das linhas de pesquisa do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, nomeada “Matemática na Estrutura Curricular e Formação de Professores”. Os trabalhos apresentados são coordenados pela Professora Doutora Célia Maria Carolino Pires.

O grupo está desenvolvendo o projeto denominado “Construção de Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem e implementação de inovações curriculares em Matemática no Ensino Médio”, tendo como motivação principal a necessidade de desenvolver possíveis propostas de apoio no processo de ensino e aprendizagem em sala de aula que possibilitem a inovação curricular na área de Matemática para o Ensino Médio.

A trajetória que percorremos para a realização deste estudo tem como ponto de partida a incorporação de perspectivas do Grupo de Pesquisa participante do curso em questão, o qual, na busca de consistência teórica nas investigações realizadas, contribuiu significativamente no processo de análise deste trabalho, bem como para a discussão e delineamento dos problemas da pesquisa e para a tomada de decisões.

Nessa perspectiva, ocorre a união de doutorandos<sup>1</sup> e mestrandos<sup>2</sup> para a realização da pesquisa em questão. Os doutorandos têm o objetivo de

---

<sup>1</sup> Doutorandos e seus temas: Márcio Antonio da Silva – Currículos de Matemática no Ensino Médio: estabelecendo critérios para escolha e organização de conteúdos; Arlete Aparecida Oliveira de Almeida - Da polarização entre aplicações e especulações teóricas nos currículos de matemática do ensino médio, às possibilidades de articulação. Harryson Junio Lessa Goncalves – A Interdisciplinaridade no Currículo de Matemática de Ensino Médio; Márcia Maioli – Contextualização no Currículo de Matemática de Ensino Médio; Denise Franco Capello Ribeiro – Trajetória histórica dos livros didáticos de geometria editados para os primeiros cursos do ensino médio brasileiro; Maryneusa Cordeiro Otone Silva.

<sup>2</sup> Mestrandos: Alexandra Garrote Angiolin – Funções exponenciais; Américo Augusto Barbosa – Funções trigonométricas; Ana Freitas Malengo – Isometrias e Geometria Plana; Antonio Celso Tonnetti – Estatística; Maria de Fátima Aleixo de Luna – Geometria Plana; José Manoel Vitolo – Variação de Grandezas e funções, funções polinomiais do 1º grau e funções constantes; Márcia Aparecida Nunes Mesquita – Funções polinomiais do segundo grau; Patrick Oliveira de Lima – Funções logarítmicas; Vivaldo de Souza Bartolomeu – Dos números naturais aos números reais; Denílson Gonçalves Pereira – Geometria Analítica; Rubens de Souza Cabral Junior – Combinatória e probabilidade; Alan Florencio de Afayde – Funções Polinomiais.

elaborar fundamentos teóricos sobre diferentes aspectos dos currículos de Matemática, tais como: caracterização histórica dos currículos de Matemática, eleição de critérios de avaliação de currículos, polarização entre aplicações práticas e especulações teóricas, contextualização e interdisciplinaridade.

No caso dos mestrandos, o propósito é de que cada um se dedique a construir, discutir e avaliar, para diferentes expectativas de aprendizagem do Ensino Médio, Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem (THA), que consistem de objetivos para a aprendizagem dos estudantes e do levantamento de hipóteses sobre o processo de aprendizagem deles, segundo propõe o pesquisador Simon (1995).

Nesse contexto, surge esta dissertação, buscando atender aos propósitos expostos, em que o enfoque principal é o ensino de Estatística, tema que faz parte da Proposta Curricular do Ensino Médio dentro da disciplina de Matemática.

A pesquisa que apresentamos objetiva contemplar as necessidades dos educandos em sua amplitude dentro das perspectivas curriculares. Segundo Pires (2009), desde 1998, a questão curricular no Brasil está na pauta das discussões sociais, políticas e educacionais, sendo impulsionada, especialmente, pelo processo desencadeado pelo Conselho Nacional de Educação e pelo Ministério da Educação, de proposição de Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNEM) e Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNEM). Imerso em muitas polêmicas, esse processo revelou inúmeras divergências e dúvidas referentes à organização e à implementação de currículos em nosso país.

A autora destaca:

<sup>3</sup>Uma das questões em debate refere-se à própria competência para definição de currículos. Embora não seja consensual, há uma tendência a se considerar a importância da participação ampla de setores da sociedade na discussão curricular. Também se concebe como tarefa dos diferentes níveis do sistema educacional – união, estados, municípios – a busca de acordos sobre o que ensinar às novas gerações. Em qualquer

---

<sup>3</sup> PIRES (2008) em comunicação verbal, durante discussão teórica com o grupo de pesquisa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

circunstância uma questão sempre presente é a seguinte: qual o papel e qual a participação dos professores no processo de organização e desenvolvimento curricular?

Para compreender essa problemática, Pires (2009) ressalta que, há décadas, esses apontamentos têm sido internacionalmente discutidos e comenta que as respostas às indagações feitas podem ser localizadas em pólos totalmente opostos e comenta:

<sup>4</sup>(...) de um lado há uma defesa de que cabe a cada professor, individualmente, em sua sala de aula, definir o que, porque e como ensinar e avaliar; de outro, há uma concepção de que o professor deve ser tão somente, aplicador de atividades elaboradas por supostos especialistas e que chegam às escolas por meio de pacotes apostilados.

Sobre o papel do docente em sala de aula, Keitel & Kilpatrick (1989) evidenciam um ponto relevante sobre a participação dos professores no tocante aos “currículos planejados” e “currículos implementados”.

Uma tentativa para lidar com a complexidade curricular foi a de distinguir entre o currículo planejado e o currículo implementado. Uma distinção entre o currículo planejado (tal como está representado em documentos oficiais, manuais, ou em ambos) e o currículo implementado (normalmente medido através de questionários aos professores) foi feita no Second International Mathematics Study — SIMS (Travers e Westbury, 1989). A distinção já tinha sido antecipada no First International Mathematics Study — FIMS (Husén, 1967) — pela utilização de classificações dos professores das oportunidades de aprendizagem dos conteúdos relativos a cada item testado. Apesar dos termos planejado e implementado transportarem a infeliz conotação de que as únicas intenções que contam são as oficiais, e de que os professores não passam de meros executores que implantam no terreno planos de outras pessoas, esta distinção foi útil, na medida em que ajudou a distinguir o planejado do que é a realidade curricular. (Keitel & Kilpatrick, apud PIRESS, 2009).

No que diz respeito aos currículos, Pires (2009) considera que são poucas as fontes teóricas no campo específico da organização e desenvolvimento curricular em Matemática, principalmente.

---

<sup>4</sup> PIRESS (2008) em comunicação verbal, durante discussão teórica com o grupo de pesquisa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

Nas investigações que conduzimos no Programa de Estudos Pós Graduated em Educação Matemática da PUC/SP, inicialmente nos apoiamos em trabalhos como os de Bishop (1991) e Doll (1997), que apresentam alguns princípios orientadores e que podem sustentar a construção de critérios de avaliação, mas que ainda estão pouco discutidos entre nós. (PIRES, 2009 p.148).

Em conformidade com a autora, a área de Educação Matemática está inserida no campo das pesquisas desenvolvidas ao longo das últimas décadas, centradas na preocupação da Didática da Matemática que tem sido influenciada por abordagens em que o foco está na construção de conhecimentos matemáticos adquiridos pelos estudantes no decorrer dos anos escolares. Pires (2009) destaca que essas pesquisas não têm influência direta na elaboração ou re-significação desta proposta de ensino, que consideramos compatível com a necessidade de reflexão sobre as formas de aprendizagem.

A autora também considera que é comum a explicitação de certo “desconforto” na discussão sobre currículo, entendido como planejamento de uma trajetória a ser realizada por alunos. Desconforto causado por uma idéia bastante comum de que numa perspectiva construtivista esse percurso deve ser ditado por interesses dos alunos e sem definições prévias de conteúdos.

Com isso, apresentamos neste trabalho reflexões que possuem a tarefa de reunir, examinar e compreender situações de aprendizagem em relação ao ensino de Estatística no Ensino Médio, a partir da construção de Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem (THA) e suas contribuições na interação entre o professor e o aprendiz em sala de aula.

Nos estudos que realizamos, as prescrições curriculares oficiais tiveram lugar de destaque com a finalidade de captar aquilo que os documentos oficiais sugerem para a organização de currículos e para a etapa da escolaridade que priorizamos nesta pesquisa.

Vale ressaltar que as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio - DCNEM<sup>5</sup> propõem que o currículo para o Ensino Médio seja organizado a partir de três áreas do conhecimento: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias; Linguagens, Códigos e suas tecnologias;

Ciências Humanas e suas tecnologias. No entanto, entendemos que essa proposição, potencialmente enriquecedora no sentido de apontar para as conexões entre diferentes campos do conhecimento (com destaque para a abordagem interdisciplinar), precisa ser implementada com clareza para que a especificidade e a contribuição de cada um desses campos não se percam.

A partir de reflexões como essas, Pires (2008) atenta para a importância da exploração de situações contextualizadas a serem trabalhadas por meio da resolução de problemas. Essa perspectiva de trabalho, embora tenha o apoio teórico e uma gama considerável de experiências, é pouco conhecida pela maioria dos educadores, pois tiveram uma formação exatamente na direção oposta.

Portanto, direcionamos a discussão sobre o que significa "contextualizar" o ensino de Estatística na disciplina de Matemática no Ensino Médio. A intenção é de que os educadores reflitam sobre sua prática educativa, a fim de evitar o enquadramento da contextualização à mera simplificação do "fazer parte do cotidiano ou da realidade". Contextualizações importantes possuem ação focada na própria história da Matemática, de sua aplicação em outras áreas e as internas à própria Matemática, como as que relacionam em um mesmo conceito aspectos numéricos, geométricos, algébricos, entre outros.

É possível perceber que o documento denominado Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM)<sup>6</sup> enfatiza que o papel da Matemática no Ensino Médio não é apenas formativo (que ajuda a estruturar o raciocínio dedutivo) ou instrumental (ferramenta que auxilia em todas as atividades humanas), mas que ela também deve ser entendida como ciência, com suas características estruturais específicas.

Nesse sentido, o documento citado destaca a importância de o aluno perceber que definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros, os quais validam intuições e atribuem sentido às técnicas aplicadas.

---

<sup>5</sup> Conselho Nacional de Educação. *Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio*, 1998.

<sup>6</sup> Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio*. Brasília: MEC, 1999.

Eles revelam, ainda, a necessidade de se apresentar ao aluno o conhecimento matemático de modo que ele possa buscar novas informações e instrumentos necessários para que seja possível continuar aprendendo. Essas diferentes funções da Matemática devem ser discutidas, motivadas e equilibradamente trabalhadas.

Além da seleção de conteúdos, remetemo-nos a sua organização. Tradicionalmente, a organização é linear, guiada por pré-requisitos internos que dificultam uma abordagem interdisciplinar. Assim, há uma tradição de organização em que um determinado tema é estudado uma única vez, extensivamente.

Pires (2004) refere-se à organização curricular em rede. Para ela, os caminhos percorridos, embora lineares, não devem ser vistos como os únicos possíveis; um percurso pode incluir tantos pontos quanto desejamos e, em particular, todos os pontos da rede. Desse modo, não existe um caminho logicamente necessário. Assim, Pires (2004) define:

Tal perspectiva implica que o processo de construção de um currículo só pode ser um processo em constante construção e renegociação, que leve em conta o princípio de metamorfose das redes. Ou seja, decisões e ações podem permanecer estáveis durante um certo tempo, mas esta estabilidade deve ser fruto de um trabalho pedagógico constantemente avaliado. Além disso ele subentende antecipação, isto é, referência ao futuro, e dimensionamento claro das possibilidades. (PIRES, 2004,p.75).

Outro aspecto que merece atenção são os chamados conteúdos atitudinais. Integrando o currículo, com o mesmo peso que os conceitos e os procedimentos, o desenvolvimento de valores e atitudes são fundamentais para que o aluno aprenda a aprender, atuando como sujeito autônomo na busca do conhecimento. Omitir ou negligenciar o trabalho com esse aspecto da formação pode dificultar a aprendizagem efetiva, inclusive da própria Matemática.

Dentre esses valores e atitudes que devemos desenvolver em nossos alunos, podemos destacar a busca de informações, a responsabilidade com sua aprendizagem, a confiança em suas formas de pensar, a valorização de fundamentar suas idéias e argumentações. Então, questionamos juntamente com a maioria dos professores: como é possível fazer isso?

Nas DCNEM é defendida a idéia de que o Ensino Médio não deve ter como objetivo exclusivo a preparação aos exames vestibulares. Elas

expressam uma concepção de aprendizagem como construção de competências em torno do conhecimento. Tal aspecto é também questionado pelos professores porque identificam um descompasso entre essa proposta curricular e a sistemática de acesso ao ensino superior. Esse é um impasse contemplado em nosso trabalho devido suas implicações tanto para a seleção de objetivos e de conteúdos, assim como para a avaliação de desempenho dos alunos do Ensino Médio.

Há também o problema da falta de diálogo entre as instituições formadoras de professores (cursos de licenciatura) e o seu distanciamento com as escolas dos sistemas de ensino da Educação Básica. Geralmente, na formação inicial e continuada de professores não se consideram as especificidades próprias dos níveis e/ou modalidades de ensino em que são atendidos os alunos da educação básica (como o Ensino Médio, por exemplo). É notável a desarticulação, quase total, entre conhecimentos específicos e conhecimentos pedagógicos, tal como entre teoria e prática. É possível perceber a não incorporação nos cursos, das discussões e dos dados de pesquisas, tanto da área da Educação, quanto na área dos conhecimentos específicos.

Notamos que ao longo de sua formação, os futuros professores são expostos a uma prática em que se revela uma concepção advinda do(s) professor(s) que, exclusivamente, como aquele que transmite/repassa conteúdos veiculados por livros textos e outras fontes de informação. Em decorrência disso, o futuro professor vivência, como estudante, situações em que “aluno” é agente passivo e individual no processo de aprendizagem.

Em função dessas constatações, o presente trabalho envolve a participação de pós-graduandos, alunos e professores do Ensino Médio em um diálogo com as teorias apresentadas durante esta pesquisa. Temos por objetivo principal apresentar possibilidades de implementação de propostas de ensino mais condizentes com pressupostos curriculares inovadores e que atendam às necessidades dos estudantes em relação a sua formação como um todo.

Considerando a relevância desta pesquisa a partir da fundamentação teórica discutida, pretendemos com os estudos realizados contribuir de forma significativa para a educação no ensino de Matemática. Visamos a atuação do

educando enquanto cidadão na sociedade, proporcionando-lhe conhecimento que favoreça sua aprendizagem durante o terceiro ano do Ensino Médio em tarefas que contemplem a natureza do envolvimento proposto pelas THA.

---

---

## PROPRIEDADES METODOLÓGICAS

### 1.1 Estrutura do trabalho

O presente estudo está organizado em quatro capítulos. Este primeiro refere-se às propriedades metodológicas que adotamos para a realização da pesquisa. Nele, além de explicitar sua estrutura, justificamos a escolha do tema e, esclarecemos, brevemente, as características dos procedimentos adotados e forma de abordagem.

Já no segundo capítulo, apresentamos a fundamentação teórica que embasa a pesquisa proposta, discutindo as formulações de Simon, bem como as estratégias de ensino e os ciclos pelos quais a disciplina passa e ainda uma revisão bibliográfica referente a pesquisas sobre ensino e aprendizagem em Estatística

O enfoque do terceiro capítulo está na elaboração da primeira versão da THA juntamente com os objetivos e hipóteses do professor-pesquisador no processo de aprendizagem dos alunos sobre o objeto de estudo, e escolhemos as atividades que nos pareciam adequadas.

O quarto capítulo está envolto das observações e novos conhecimentos do professor pesquisador e dos professores colaboradores. Nele, os aspectos positivos e negativos serão explicitados como frutos do desenvolvimento da THA. Além disso, refletimos sobre aspectos importantes que sugerem mudanças na THA, de modo que uma segunda versão é elaborada a partir da análise e reflexão de todo o processo do trabalho realizado.

Por fim, tecemos as considerações finais pertinentes às atividades desenvolvidas junto aos professores aplicadores e seus alunos. Assim, explicitamos a forma como os professores se apropriaram da THA e quais foram os caminhos tomados por diferentes profissionais, destacando as interações ocorridas dentro da sala de aula que subsidiaram as indicações de mudanças na THA, bem com o relato do processo de aplicação da mesma.

## 1.2 As razões de ser da pesquisa

Acreditamos na contribuição de uma pesquisa configurada pela construção de uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem em Estatística. Dessa forma, a escolha desse tema deve-se ao reconhecimento da relevância do assunto no mundo globalizado, onde as informações são transmitidas rapidamente aos vários pontos do mundo. Com isso, é fundamental que as pessoas saibam interpretar e analisar a massa de informações divulgada pelos meios de comunicação para que possam tomar decisões, atuando como cidadãos conscientes.

Segundo documentos oficiais do Ministério da Educação (PCNEM e PCN+), a Estatística é abordada no Ensino Médio dentro do tema Análise de Dados (BRASIL, 2002). Sabemos que esse assunto é desenvolvido na prática educativa de modo geral, por meio da apresentação de definições, fórmulas prontas, construção de tabelas e gráficos e exercícios. Geralmente, esse estudo não garante a formação de um cidadão capaz de ler, interpretar e analisar dados, melhorando, assim, a qualidade de suas decisões.

A partir dessas reflexões, intencionamos elaborar uma THA que envolva situações contextualizadas e interdisciplinares por meio de textos e resolução de problemas para que o aluno possa aplicar seu conhecimento em situações do cotidiano, em outras áreas de conhecimento e internas à própria Matemática.

Além disso, visamos contribuir para o desenvolvimento profissional dos professores de forma coerente e condizente com sua prática em sala de aula, mediante estratégia de articulação entre teoria, prática docente e pesquisa. Assim, questionamos:

a) Como compatibilizar perspectivas construtivistas de aprendizagem no que diz respeito ao ensino de Estatística, considerando a planificação do ensino?

b) Em sua prática educativa, quais as ações eficazes que um professor de matemática deve exercer no trabalho com o ensino de Estatística, visando à formação de alunos protagonistas na construção de suas aprendizagens?

### **1.3 Metodologia**

Na intenção de cumprir os objetivos de pesquisa, buscamos obter dados por meio de um questionário respondido por dois professores de matemática que lecionam em uma escola pública estadual.

Para melhor compreensão dos procedimentos realizados, apresentamos a estratégia adotada e suas etapas.

### **1.4 Abordagem da Pesquisa**

O presente trabalho é de natureza qualitativa, em virtude de ser um estudo que possui características básicas, como as apresentadas por Lüdke e André (1986). Conforme já discutimos, nosso objetivo é investigar como compatibilizar perspectivas construtivistas de aprendizagem com o planejamento do ensino de Estatística e analisar a atuação de professores de Matemática no que se refere às atividades de planejamento e desenvolvimento de ensino, de forma compatível com uma perspectiva construtivista de aprendizagem.

Sendo a pesquisa qualitativa, temos o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento: o desenvolvimento das THA na sala de aula, as entrevistas e discussões com os professores aconteceram no seu local de trabalho: a escola. Para realizar este trabalho e atingir os objetivos propostos, convidamos para participar do projeto dois professores que lecionam para a 3ª série do Ensino Médio, série em que está previsto o conteúdo de Estatística, conforme a nova Proposta Curricular do Estado de São Paulo.

Com a autorização da direção, começamos, então, a desenvolver a pesquisa junto aos dois professores convidados e, aproximadamente, 70 alunos da 3ª série do Ensino Médio do período noturno.

Inicialmente, realizamos uma entrevista com os educadores, por meio de 7 questionário, buscando levantar suas características pessoais tais como:

---

<sup>7</sup> Ver anexo A para reconhecimento do questionário.

tempo de formação, idade, tempo de experiência no magistério, concepções sobre o ensino de Estatística nas aulas de Matemática, etc. informações que serão apresentadas no terceiro capítulo deste trabalho.

Os dados coletados são, predominantemente, descritivos: foram feitos os relatórios de todas as aulas e discussões com professores. Optamos em realizar uma observação direta no desenvolvimento da THA em sala de aula, com a finalidade de melhor apreensão da atuação do professor e das perspectivas, comportamentos, dificuldades dos alunos em relação aos conhecimentos que estavam sendo explorados. Assim, as aulas em que ocorreram o desenvolvimento da THA, bem como as entrevistas com os professores, aconteceram no seu local de trabalho, sendo esse a fonte direta dos dados.

Vale salientar que a preocupação com o processo é maior do que com o produto. O interesse principal da investigação não era o de mostrar que a THA elaborada funciona, mas sim de verificar qual a atuação do professor e sua interação com os alunos, tendo como base uma THA construída e discutida pelo pesquisador. Com relação aos colaboradores, foi possível perceber a preocupação em captar e compreender suas práticas docentes, além de comentar seus conhecimentos profissionais que têm a respeito do tema ensinado.

Consideramos que o “significado” que as pessoas dão às coisas e à sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador. Nesse sentido, houve uma grande preocupação em capturar a perspectiva dos professores, ou seja, compreender sua prática e os conhecimentos profissionais que têm a respeito do tema ensinado.

É importante ressaltar que a análise dos dados tende a seguir um processo indutivo: não procuraremos buscar evidências que comprovem hipóteses definidas antes do início dos estudos.

A abordagem qualitativa de pesquisa utilizada foi o estudo de caso, buscando verificar a realidade de algumas salas de aula de Ensino Médio. Podemos dizer, portanto, que realizamos dois estudos de caso buscando retratar as realidades dessas salas e desses professores. Para Lüdke e André

---

<sup>8</sup> Ver anexo B para esclarecimento dos aspectos observados.

(1986), o estudo de caso é o estudo de qualquer situação, seja ela simples, específica, complexa ou abstrata.

Para a compreensão do estudo que propomos, organizamos a pesquisa em duas fases:

**Etapa I:** Planejamento do Projeto e definição dos subgrupos de pesquisa, com realização de reuniões com os pós-graduandos envolvidos. Prosseguimento dos estudos coletivos sobre referências teóricas que fundamentam o projeto nas reuniões semanais do grupo de pesquisa. Estudos individuais sobre teses, dissertações e artigos referentes ao tema de cada subgrupo. Elaboração das atividades que constituem a THA de cada subgrupo. Estudos por subgrupo, do pesquisador com os dois professores do ensino médio que vão participar da pesquisa. Fechamento das propostas de THA pelos subgrupos de pesquisa, com acordos entre pesquisador e professores. Elaboração, pelo pesquisador, de instrumentos para observação e coleta de dados durante a realização das propostas em sala de aula pelos professores do Ensino Médio.

**Etapa II:** Desenvolvimento das propostas de trabalho em sala de aula, sendo reservado um período de até dois meses para cada pesquisador. Reunião geral com todos os subgrupos para avaliação do andamento do projeto. Realização de seminários para apresentação da produção e leitura crítica dos trabalhos. Debates, por subgrupo, do pesquisador com os dois professores do Ensino Médio, sobre os resultados do trabalho realizado nas salas de aula e indicações de possíveis mudanças nas THA. Escrita do material das dissertações para qualificação; Análise da observação realizada; Elaboração de artigos. Escrita do material das dissertações para defesa.

As estratégias utilizadas constituíram-se elemento fundamental para a busca de subsídios capazes de elucidar todo o processo de desenvolvimento deste trabalho e sua consolidação, conforme poderá ser constatado na ocasião da análise

---

---

### FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

#### 2.1 Considerações iniciais

Neste capítulo, analisamos as formulações de Martin Simon (1995), que retomam aspectos da perspectiva construtivista da aprendizagem para apresentar a(s) Trajetória(s) Hipotética(s) de Aprendizagem (THAs). Discutimos, ainda, outras contribuições para a reflexão sobre THAs, especificamente, no que se refere ao processo de formação de professores e o ensino de Estatística. Para essas reflexões, foram importantes os estudos realizados no grupo de pesquisa em que foram discutidos textos de autores como Doll (1997) e Bishop (1991) e, em particular Simon (1995), Pedro Gómez e José Luis Lupiáñez (2007)<sup>9</sup>.

#### 2.2 As formulações de Martin Simon

Pires (2009) destaca que “não é exagero afirmar que debate e pesquisa sobre questões curriculares ainda não são uma tradição na comunidade de educadores matemáticos brasileiros”.

Fazemos tal avaliação com base na experiência de termos participado da equipe de elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais, quando analisamos pareceres advindos de docentes e pesquisadores de universidades de todo o país. Naquela oportunidade, observamos que as discussões se concentraram no problema da centralização versus descentralização das decisões sobre currículos e na necessidade e/ou adequação da existência de currículos prescritivos – em especial no âmbito nacional. (PIRES, 2009, p.148)

---

<sup>9</sup> Simon, M. A. (1995). Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(2), 114-145. Texto traduzido pelo grupo.  
Gómez, P. y Lupiáñez, J. L. (2007). Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *PNA*, 1(2), 79-98.

Para essa autora, são poucas as fontes teóricas no campo específico da organização e desenvolvimento curricular em Matemática. Ela explica que:

Nas investigações que conduzimos no Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP, inicialmente nos apoiamos em trabalhos como os de Bishop (1991) e Doll (1997), que apresentam alguns princípios orientadores, os quais podem sustentar a construção de critérios de avaliação, – autores estes que ainda são pouco discutidos entre nós (PIRES, 2009, p.148)

Referindo-se às reflexões dentro do nosso grupo de pesquisa, Pires (2009) comenta que “é bastante freqüente um certo desconforto quanto à discussão sobre ‘currículo’ – entendido como planificação de uma trajetória a ser realizada por alunos, seja ao longo da educação básica ou durante o ensino superior”.

Observamos que Pires (2009, p.149) dialoga com Simon (1995), destacando que “o construtivismo epistemológico tem sido fonte de pesquisas no ensino da Matemática e tem oferecido uma base para recentes esforços de uma reforma na Educação Matemática”. No entanto, ela considera que embora o construtivismo tenha potencialidade para sustentar mudanças no ensino da Matemática, é necessário formular modelos de ensino realmente fundamentados no construtivismo<sup>10</sup>.

Pires (2009, p.149) comenta também que Simon (1995) “discute a tensão criativa entre a meta dos professores para o ensino e o compromisso de ser sensível ao pensamento matemático dos seus alunos”. Ela afirma que o autor inclui em suas reflexões alguns outros temas, tais como as atividades de ensino estruturadas e implementações, tendo como ponto central a consideração do pensamento/entendimento dos estudantes; o planejamento do ensino gerado a partir de uma trajetória hipotética de aprendizagem dos alunos; a formação continuada dos professores, apoiada em análises sobre Trajetórias

---

<sup>10</sup> Os dados apresentados no artigo de Simon foram coletados dentro de uma sala de aula experimental, de 25 alunos, em que o pesquisador acompanhou um professor de Matemática em tarefas sobre a construção do conceito de área; a partir da análise dos dados coletados, trabalhou numa fundamentação teórica visando à formulação de uma pedagogia da Matemática.

Hipotéticas de Aprendizagem de seus alunos, num processo de permanente elaboração.

Nesse contexto, Simon (1995, apud Pires, 2009) considera que a perspectiva construtivista no ensino tem sido foco para muitos dos estudos empíricos e para referenciais teóricos na Educação Matemática e que, como resultado, tem contribuído para inovações nas reformas do ensino da Matemática, como é o caso, nos Estados Unidos, das proposições do Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM).

Pires (2009, p.150) ressalta que, no entender de Simon (1985):

[...] embora o construtivismo tenha apresentado aos professores de Matemática caminhos proveitosos para o entendimento de como se processam as aprendizagens, a tarefa da reconstrução de uma 'Pedagogia da Matemática' baseada na visão construtivista é um desafio considerável, no qual a comunidade de Educação Matemática tem apenas começado a trabalhar". Na opinião de Simon (1985), o construtivismo pode contribuir com indicações de caminhos para o ensino da Matemática em sala de aula, embora não estipule um modelo particular.

Além disso, Pires (2009) faz referência à explicação de Simon para o termo "Pedagogia Matemática":

Ao referir-se à "Pedagogia da Matemática", Simon explica que o termo "Pedagogia" tem a intenção de significar todas as contribuições para a educação matemática na sala de aula. Dessa maneira, Simon inclui não apenas um trabalho multifacetado do professor, mas também o currículo a ser construído e o desenvolvimento de materiais de ensino. O foco específico de seu trabalho está na tomada de decisão a respeito de conteúdos matemáticos e nas tarefas de ensino da Matemática em sala de aula (Pires, 2009, p. 150).

Observamos que para expor sua proposta de Ciclo de Ensino de Matemática e de Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem, Simon (1985, apud Pires, 2009) foi situar sua posição em relação às perspectivas construtivistas e as relações entre construtivismo e pedagogia da Matemática que resumimos nos tópicos a seguir.

### **2.2.1 Recuperando aspectos da perspectiva construtivista**

Encontramos em Simon (1995) um ponto importante que é a recuperação dos aspectos da perspectiva construtivista. Para o autor, o interesse na difusão do construtivismo entre teóricos da Educação Matemática, pesquisadores e praticantes tem moldado o discurso para diferentes pretensões do construtivismo.

De expressões como “Construtivismo Radical” e “Construtivismo Social” derivam algumas orientações, caracterizando a existência de uma diversidade de perspectivas epistemológicas semelhantes dentro dessas categorias. Conseqüentemente, parece importante uma descrição aprofundada da perspectiva construtivista na qual nossa pesquisa está baseada. (SIMON 1995, p.4).

Percebemos, assim, que do ponto de vista de Simon (1995) a maior parte das informações que dividem os recentes debates epistemológicos sobre o conhecimento é, fundamentalmente, a que o identifica como um processo social e a que o entende como um processo cognitivo. Dessa forma:

A posição radical do construtivismo focaliza a construção individual para obter, desse modo, uma perspectiva cognitiva ou uma perspectiva psicológica. Embora a interação social seja vista como um contexto importante para o conhecimento, o foco está na reorganização cognitiva individual. Em contrapartida, a epistemologia com orientação sociocultural vê a construção mental como um processo socialmente determinado; o conhecimento individual origina-se da dimensão social. Para a perspectiva social, o conhecimento localiza-se na cultura, insere-se num sistema – que é maior que a soma de suas partes. (SIMON 1995, p.8)

O pesquisador argumenta que sua posição evita qualquer extremo e busca construir um trabalho teórico fundamentado em autores como: Blumer (1969), Bauersfeld (1988), Cobb, Yackel, e Wood (1989) e Von Glasersfeld (1991).

Ao referir-se aos trabalhos de Cobb (1989), Simon (1995) retoma que, para esse autor, a coordenação das duas perspectivas construtivistas é necessária para entender a aprendizagem em sala de aula. Ela não está somente no social ou na dimensão cognitiva, mas, preferencialmente, na combinação da análise dessas duas perspectivas. Sob essa compreensão, Simon (1995) formula uma analogia à luz das teorias psíquicas:

Nenhuma teoria em particular acena um enfoque suficiente para caracterizar dados psíquicos. Porém cada teoria tem construído uma contribuição significativa para basear teoricamente a pesquisa; considerando ser um enfoque particular e considerando ser um enfoque que acena também para cada teoria em particular, coordena a descoberta que se origina de cada perspectiva moldada para avanços neste campo. (SIMON,1995 : 6).

Nesse contexto, de acordo com Pires (2009), a organização do desenvolvimento do conhecimento em sala de aula parece uma análise particular coordenada, tendo como base perspectivas psicológicas (cognitivas) e sociais.

A análise psicológica da aprendizagem da Matemática em sala de aula foca-se no conhecimento individual sobre a Matemática, seu entendimento para o outro, e seu senso de funcionamento na aula de Matemática. A análise sociológica toma como ponto de partida o conhecimento e as normas sociais da sala de aula. As “normas sociais” referem-se àquilo que está entendido como a construção do conhecimento com a efetiva participação dos alunos nas aulas de Matemática. Incluem também as expectativas que os membros da comunidade têm sobre os professores e os alunos, conceitos dos meios utilizados para a elaboração da aula de Matemática e o caminho utilizado para validar a aula de Matemática (Pires, 2009, p. 152).

Pires (2009) aponta ainda que para Simon (1995) é proveitoso ter uma visão da Matemática como uma atividade cognitiva apreendida por processos culturais e sociais e como fenômenos sociais e culturais constituídos por uma comunidade altamente conscientizada.

Assim, no entender de Simon (1995), a aprendizagem é vista como um processo de construção individual e social mediados por professores com a concepção de um trabalho estruturado – na qual se entende a aprendizagem dos alunos.

### **2.2.2 Construtivismo e Pedagogia da Matemática**

A teoria proposta por Simon (1995) remete-nos à compreensão de que a aprendizagem é um processo de construção individual e social mediados por professores com a concepção de um trabalho estruturado, em que se abrange a aprendizagem dos alunos.

Pires (2009) enfatiza que Simon (1995) novamente faz referência a autores como Wood, Cobb e Yackel para os quais os professores devem ter como finalidade a construção de uma prática que capacite seus alunos a percorrerem o caminho da aprendizagem matemática, destacando que esse é o desafio fundamental que deve fascinar aos professores de Matemática, o que implica a necessidade de reconstruir meios para fazer conhecer a Matemática na escola e, desse modo, meios para ensinar Matemática.

De acordo com Pires (2009), Simon (1995) pondera mais uma vez que se o construtivismo é uma teoria epistemológica, ela não define uma orientação particular de ensino. O desenvolvimento do conhecimento está presente no professor ou no ensino realizado. Não existe uma simples função que mapeie a metodologia de ensino dentro de princípios construtivistas, ou seja, o construtivismo epistemológico não determina a apropriação ou inapropriação de estratégias de ensino.

Já para Bauertied, citado por Simon (apud Pires, 2009), a construção cognitiva, de natureza essencialmente humana, e a processual emergente dos temas, regularidades e normas entrecruzando Matemática, interação social – para trazer a cognição e o social juntos – não podem ser construídas com simples sumários prescritivos de ensino

Assim, Pires destaca que:

Não há referências a respeito da operacionalização de uma perspectiva construtivista social, sem contradizê-la. Comumente é usada a denominação “ensino construtivista”. No entanto, o construtivismo não oferece uma noção de como resolver os problemas de ensino ou de como efetivá-lo (PIRES, 2009, p. 10).

Concordamos com Simon (1995) quando ele considera excessivamente simplista, aproveitar a conexão do construtivismo para o ensino com a romântica noção “deixe os alunos sozinhos e eles construirão seu conhecimento matemático”. Ou igualmente: “Colocar alunos em grupos e deixá-los socializar como eles resolvem seus problemas”. Nas experiências educacionais brasileiras idéias como essas foram veiculadas de forma maciça e ocasionaram grandes problemas no que se refere ao papel do ensino e do professor.

O autor relembra que em sua experiência com alunos perguntava-se: “Como poderia entender o pensamento daqueles estudantes e como poderia trabalhar com eles para verificar se seriam capazes de desenvolver raciocínios mais poderosos?”

O autor conclui que durante esse processo ficou nítida a relação entre o projeto de atividades do professor e a consideração do pensamento que os alunos podem trazer em sua participação nessas atividades – e que conduzem à formulação da idéia de Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem. Da mesma forma, durante o processo de elaboração de nossa THA, apontamos para a necessidade de conhecer o pensamento dos estudantes sobre o tema a ser desenvolvido, no nosso caso específico: o ensino de Estatística.

### **2.2.3 Trajetória(s) Hipotética(s) de Aprendizagem segundo Simon**

Simon (1995) considera que os objetivos da elaboração da trajetória de aprendizagem são baseados na relação de duas situações: o conhecimento do professor de Matemática e as hipóteses do professor sobre o conhecimento dos alunos, sendo considerados parte chave do que ele denomina <sup>11</sup>Ciclo de Ensino de Matemática, um modelo de inter relações cíclicas dos aspectos do conhecimento do professor, pensamento e tomada de atitudes.

No que se refere ao conhecimento dos professores de Matemática, além das hipóteses sobre o conhecimento dos alunos, outros diferentes saberes profissionais intervêm, como por exemplo: teorias de ensino sobre Matemática; representações matemáticas; materiais didáticos e atividades; e teorias sobre como alunos constroem conhecimentos sobre um dado assunto – saberes esses derivados da pesquisa em literatura e/ou da própria experiência docente.

Durante o desenvolvimento de atividades pelos educadores, um objetivo inicial planejado, geralmente, deveria ser modificado muitas vezes (talvez continuamente), durante o estudo de um conceito matemático particular. Quando os alunos começam a comprometer-se com as atividades planejadas, os professores deveriam “comunicar-se” com as observações dos alunos, nas

---

<sup>11</sup> Ver figura 1.

quais eles formatam novas idéias sobre esse conceito. Assim, o ambiente de aprendizagem envolveria resultados da interação entre o professor e os alunos e o modo como eles se engajam em um conteúdo matemático.

Simon (1995) refere-se a um comentário de Steffe (1990): um professor pode propor uma tarefa; contudo, *como* os alunos constroem suas tarefas e suas experiências é que vai determinar seu potencial de aprendizagem (apud, Pires, 2009, p.12).

Assim, por exemplo, se um aluno dá uma resposta a um problema elaborado pelo professor e, no entendimento desse educador, o “feedback” dado não foi uma compreensão adequada sobre conceitos ou procedimentos envolvidos, isso deve resultar num novo objetivo de ensino sobre o assunto. Esse objetivo, temporariamente, substitui o original.

Simon (1995) afirma que, em suas experiências, a discussão na sala de aula o impulsionou a reexaminar diversos conhecimentos para favorecer a elaboração do seu “mapa conceitual” e destaca que o termo “mapa”, nesse contexto, é usado para enfatizar que o conhecimento do professor serve como um mapa que traduz seu desempenho na construção da compreensão dos alunos e identifica o potencial de aprendizagem.

O autor ressalta que sua observação em relação à aprendizagem dos alunos mudou sua perspectiva sobre o conhecimento que se tinha deles, bem como a concepção matemática envolvida em todo o processo (seu mapa interno). Essa reorganização de perspectivas contribuiu para a modificação de seus objetivos, planos para atividades de ensino/aprendizagem que ele havia elaborado anteriormente.

Durante o percurso de produção deste trabalho, foi possível perceber que a experiência de cada educador reflete na sua atuação em sala de aula, bem como em suas estratégias. Muitas vezes, o professor reconhecido como construtivista, por exemplo, não percebe que tem uma postura mais voltada ao tradicionalismo e vice-versa, conforme observaremos no capítulo que se refere à análise das aulas em que as THA são desenvolvidas.

#### **2.2.4 O Ciclo de Ensino de Matemática**

A análise do episódio<sup>12</sup> de ensino vivenciado por Simon contribuiu para o desenvolvimento do Ciclo de Ensino Matemático (Figura 1), como um modelo de inter-relações cíclicas dos aspectos do conhecimento do professor, pensamento, tomada de atitudes.

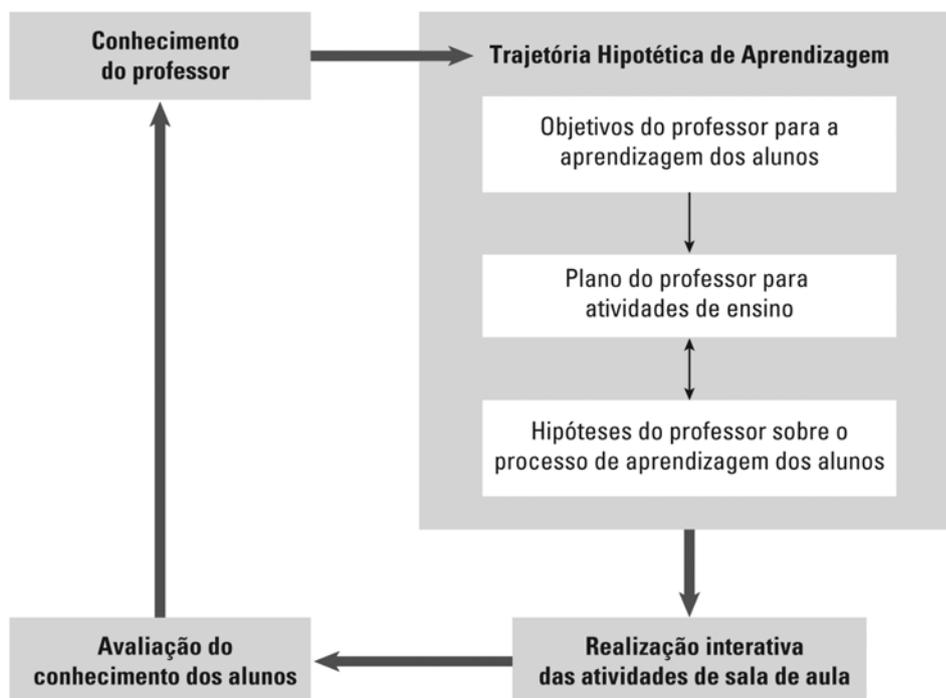


Figura 1: Ciclo de ensino de Matemática abreviado (Simon, 1995)

Como professor, Simon (1995) entende que ao preparar uma atividade, as concepções que tinha sobre o conhecimento matemático dos alunos estavam relacionadas à sua própria formação. Ele se refere a tais concepções como: *hipóteses* sobre o conhecimento dos estudantes para enfatizar que não temos acesso às experiências vivenciadas por eles. Para o autor, essas concepções foram sendo modificadas; constatação que tinha sempre que observava o interesse dos alunos pelas atividades propostas.

Como professor, minha concepção do conhecimento matemático dos alunos, está estruturada pelo meu conhecimento da Matemática em questão. Convenientemente,

<sup>12</sup> Os dados apresentados no artigo de Simon foram coletados dentro de uma sala de aula experimental, de 25 alunos, em que o pesquisador acompanhou um professor de Matemática em tarefas sobre a construção do conceito de área; a partir da análise dos dados coletados, trabalhou numa fundamentação teórica visando à formulação de uma pedagogia da Matemática

o que observei no gosto pelo pensamento matemático dos alunos e meu entendimento das idéias matemáticas envolveram interconexões. Estes dois fatos são interessantes na esfera do ensino do professor. (SIMON, 1995, p. 29).

Notamos que Simon (1995) relaciona suas concepções às de Steffe (1990) para quem, usando seu próprio conhecimento matemático, os professores de Matemática devem interpretar a linguagem e as ações dos seus alunos e tomar decisões sobre possíveis conhecimentos matemáticos destes e sua possibilidade de aprendizagem.

Para Simon (1995) é a meta da aprendizagem do professor para seus alunos que possibilita uma direção para uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem. Segundo o autor:

Usaremos o termo Trajetória Hipotética de Aprendizagem tanto para fazer referência ao prognóstico do professor, como para o caminho que possibilitará o processamento da aprendizagem. É hipotética porque caracteriza a propensão a uma expectativa. O conhecimento individual dos estudantes ocorre de forma idiossincrática, embora freqüentemente em caminhos similares. O conhecimento do indivíduo tem alguma regularidade (cf. Steffe, Von Glaserfeld, Richards e Cobb, 1983), que em sala de aula adquire com atividades matemáticas freqüentes em métodos prognósticos, e que muitos dos alunos em uma mesma sala de aula podem se beneficiar das mesmas tarefas matemáticas. (SIMON, 1995, p. 34)

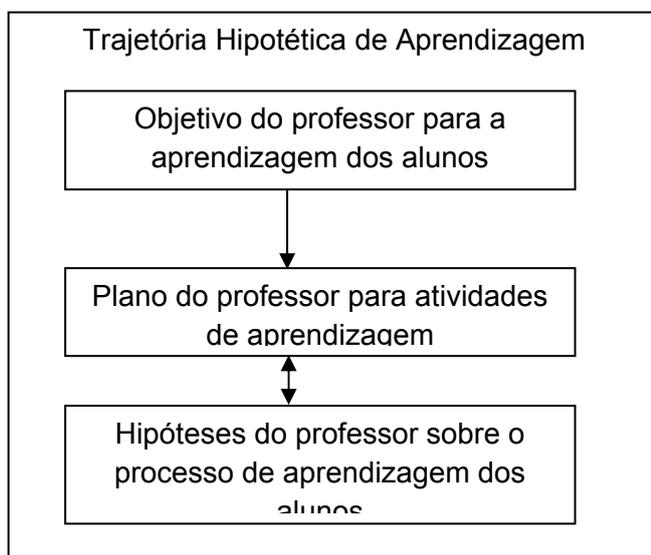
Como podemos observar, a Trajetória Hipotética de Aprendizagem oferece ao professor a possibilidade de construir seu projeto de decisões, em uma reflexão fundamentada em suas melhores suposições de como o conhecimento de Estatística dentro da disciplina de Matemática poderia ser processado. Sob essa perspectiva é que direcionamos a presente pesquisa.

### **2.2.5 Composição da Trajetória Hipotética de Aprendizagem, segundo Simon**

Uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem - THA - é composta por três componentes: o objetivo do professor com direções definidas para a aprendizagem de seus alunos, as atividades de ensino e o processamento hipotético de aprendizagem (uma suposição de como o pensamento e o

entendimento dos alunos será colocado em ação no contexto de aprendizagem das atividades).

A criação das possibilidades de modificações da Trajetória Hipotética de Aprendizagem é a parte central do modelo adiante diagramado.



*Figura 2: Parte do diagrama da figura 1  
Ciclo de ensino de Matemática abreviado (Simon, 1995).*

A noção da THA, para Simon (1995) pressupõe a importância da relação entre a meta pretendida e o raciocínio sobre decisões de ensino e a hipótese sobre esse percurso. Para ele, o desenvolvimento de um processo hipotético de aprendizagem e a aplicação de atividades dessa aprendizagem têm uma relação simbólica., isto é a geração de idéias para atividades de aprendizagem é subordinada à hipótese do professor sobre o desenvolvimento do pensamento e aprendizagem de seus alunos. A escolha da palavra “trajetória” é significativa para designar um caminho. Simon (1995) convida-nos a uma analogia:

Façamos uma analogia: considere que você tenha decidido viajar ao redor do mundo para visitar, na seqüência, lugares que você nunca tinha visto. Ir para a França, depois Havaí, depois Inglaterra, sem uma série de itinerário a seguir. Antes, você adquire conhecimento relevante para planejar sua possível jornada. Você faz um plano. Você pode inicialmente planejar toda a viagem ou uma única parte dela. Você estabelece sua viagem de acordo com seu plano. No entanto, você deve fazer constantes ajustes, por causa das condições que irá encontrar. Você continua a adquirir conhecimento sobre

a viagem e sobre as regiões que você deseja visitar. Você muda seus planos a respeito da seqüência do seu destino. Você modifica o tamanho e a natureza de sua visita, de acordo com o resultado da interação com as pessoas no decorrer do caminho. Você adiciona os destinos à sua viagem e que não eram de seu conhecimento. O caminho que você utilizará para viajar é sua “trajetória”. O caminho que você antecipa em algum ponto é a sua “trajetória hipotética”. (SIMON, 1995, p.35)

### **2.2.6 A geração de uma trajetória hipotética de aprendizagem**

Pires (2009) explica que para Simon (1995) a geração de uma THA prioriza buscar a forma pela qual o professor desenvolve seu planejamento em atividades de sala de aula, mas também ajuda a identificar como o professor interage com as observações dos alunos, coletivamente, constituindo uma experiência e construindo novos conhecimentos.

Esta experiência pela essência da sua construção social é diferente das primeiras antecipações dos professores. Simultaneamente ocorre uma construção social de atividades em sala de aula e a modificação das idéias e conhecimento do professor, que ele vai construir em função do que está acontecendo ou do que aconteceu na sala de aula. (SIMON, 1995, p.36)

O diagrama da figura 1, apresentado anteriormente, indica que a avaliação do pensamento do aluno (com constantes idas e vindas no modelo de ensino em discussão), pode trazer muitas adaptações a respeito de qualquer conhecimento do professor, o que possibilita uma nova ou modificada Trajetória Hipotética de Aprendizagem. Simon (1995) afirma ainda que a modificação da THA não é alguma coisa que somente ocorre durante o planejamento entre aulas.

O professor está constantemente comprometido em ajustar a trajetória de aprendizagem que “hipotetizou”, para melhor refletir seu aumento de conhecimento. Ele está constantemente percebendo a extensão das modificações e transformações que podem ser construídas por algum ou todos os componentes da trajetória hipotética de aprendizagem: o método, as atividades e o processamento hipotético da aprendizagem. (SIMON, 1995:p.37)

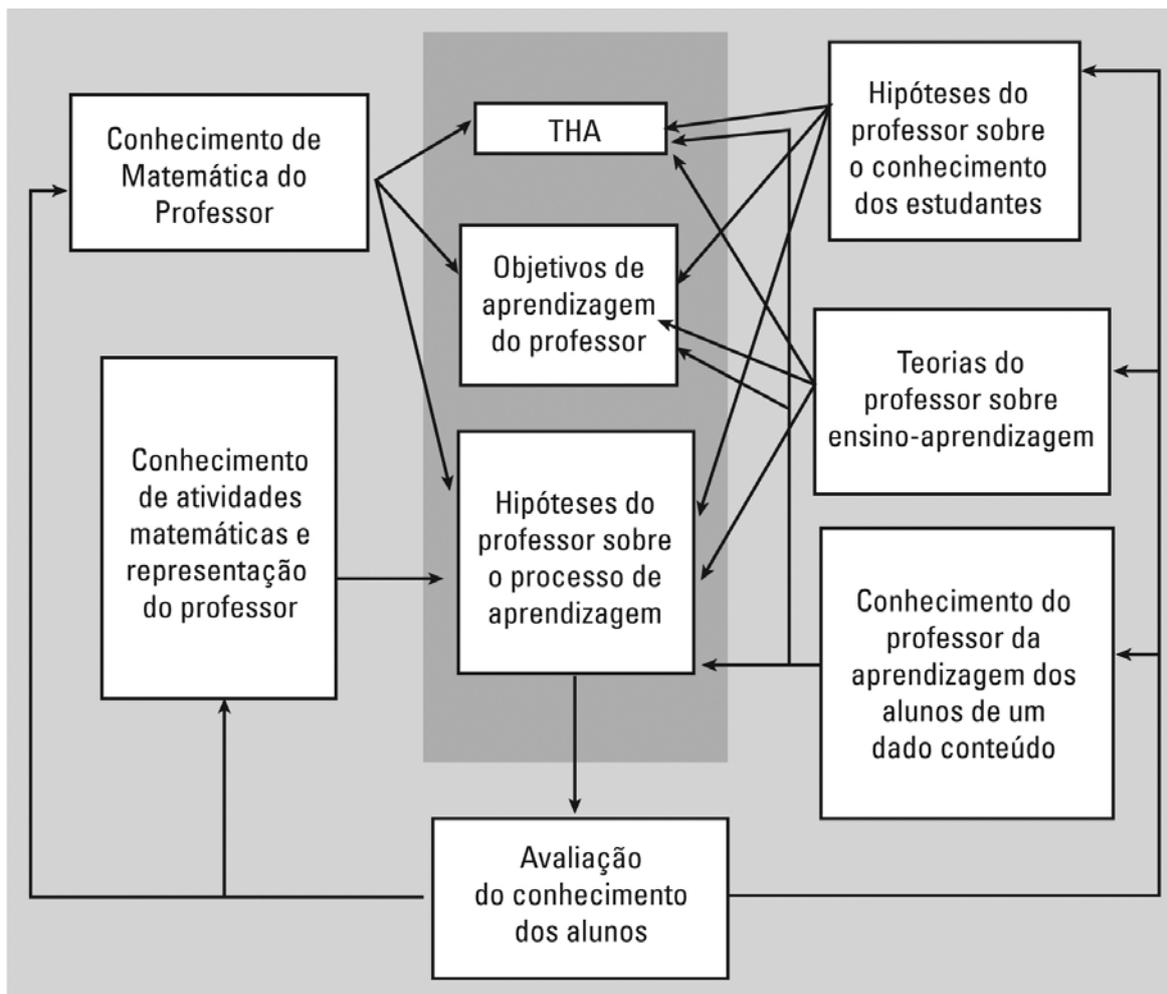


Figura 3: Domínios do conhecimento do professor, trajetória hipotética de aprendizagem e interações com os alunos.

Conforme podemos notar, o gráfico da Figura 3 reflete todas as inter-relações cíclicas que podem ocorrer entre os domínios do conhecimento do professor, com a Trajetória Hipotética de Aprendizagem e interações com os alunos, o que lhe possibilitará realizar modificações para resultados cada vez melhores.

### 2.2.7 Outras contribuições para a reflexão sobre THA

De acordo com Pires (2009) no artigo de Pedro Gómez e José Luis Lupiáñez, de 2007, intitulado “Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria”, os autores fazem uma análise sobre o interesse de diferentes pesquisadores sobre a

noção de THAs, especialmente no que se refere ao processo de formação inicial de professores.

Eles começam destacando que o interesse pelas THAs foi reconhecido com a publicação de um número de *Mathematicas Thinking and Learning*, dedicado à sua discussão (Clements y Sarama, 2004). Steffe (2004, apud Gomez e Lupiáñez, 2007) ressalta a relevância desta noção dentro da Educação Matemática da seguinte forma:

A construção de THAs dos alunos é um dos desafios mais urgentes que a educação matemática enfrenta atualmente. É também um dos problemas mais apaixonantes, pois é ali onde podemos construir nossa compreensão da matemática dos alunos e, de que forma, nós professores, podemos influir nessa matemática. (Steffe, 2004, apud Gomez y Lupiáñez, 2007, p.130).

Não obstante, revelam que apesar de diversos investigadores reconhecerem os três elementos centrais da THA (objetivos de aprendizagem, tarefas matemática e hipóteses sobre o processo de aprendizagem) e aceitarem os quatro pressupostos mencionados anteriormente, cada um interpreta e usa a noção com propósitos e maneiras distintas. Para Gomez e Lupiáñez (2007), por exemplo, são perceptíveis dois usos claramente diferenciados: ferramenta de investigação e ferramenta para planejamento.

Os trabalhos de Steffe (2004), Lesh e Yoon (2004) e Clements, Wilson e Sarama (2004) são trabalhos essencialmente de investigação nos quais se explora a THA para temas específicos. Por outro lado, os trabalhos de Gravemeijer (2004) e Simon e Tzur (2004), mesmo explorando também THA, preocupam-se com maior ênfase por seu uso no planejamento do professor. Finalmente, o trabalho de Batista (2004) centra-se na avaliação. (Gómez y Lupiáñez, 2007, p.81)

Gómez e Lupiáñez (2007) apontam que em todos os trabalhos se desenvolveram exemplos de THA em temas específicos. Para tanto, os investigadores assumiram o papel de professores em aulas reais.

Mesmo que haja professores que participam de alguns projetos, não são eles que produzem os resultados das explorações. De fato, alguns destes trabalhos, como o de Steffe (2004) e de Gravemeijer (2004), vêem a construção de THAs como um trabalho do investigador, cujos resultados podem apoiar o trabalho do professor. (Gómez y Lupiáñez, 2007, p.82)

Eles destacam que uma das principais diferenças de interpretação da noção entre esses investigadores está relacionada com o nível de concretização com que a utilizam: desde o planejamento de várias aulas até o trabalho com atividades específicas numa parte de uma aula. Para compreender melhor esse assunto, Gómez e Lupiáñez (2007) realizam análises sobre alguns autores.

Gravemeijer (2004) indica que sua proposta de teorias locais de ensino é a “descrição e a fundamentação para o caminho de aprendizagem prevista em sua relação a uma coleção de atividades de ensino para um tema” (p. 107).

Steffe (2004), Lesh e Yoon (2004) também utilizam a noção para descrever a aprendizagem dos estudantes ao longo de várias sessões nas quais se trabalha um tema. Simon e Tzur (2004) vêem a THA como uma ferramenta para o planejamento de atividades matemáticas no dia-a-dia de uma aula. Finalmente, Baroody, Cibulskis, Lai y Li (2004) sugerem que a noção de THA pode ser utilizada para promover o “desenvolvimento micro-conceitual”, sendo essa a atividade central do ensino na aula.

Uma questão importante discutida por Gómez e Lupiáñez (2007) é sobre a relação que existe entre a atividade diária do professor e a noção de THA. Para eles, um aspecto ligado à atuação do professor tem a ver com o caráter reflexivo inerente à noção de THA: “(...) *Há uma relação reflexiva em que a THA é o subsídio de juízos e decisões locais que, por sua vez, modificam a THA (Gravemeijer, Cobb, Bowers e Whitenack, 2000, pp.249-250, apud Gómez e Lupiáñez).*”

Gómez e Lupiáñez (2007) destacam ainda que, em seus trabalhos, Simon e Tzur (2004, p.93) também enfatizam o papel do professor na construção e revisão permanente da THA. Mas, propõem um desafio, questionando: Como fazer compatível o propósito de que seja o professor quem construa a revisão da THA com o fato de que a totalidade dos exemplos que se tem de THA foram desenvolvidos por investigadores que assumiram o papel de professor?

Para os autores Gómez e Lupiáñez (2007), propostas como as desenvolvidas por Steffe (2004), Lesh e Yoon (2004) são tão complexas e técnicas que acabam sendo pouco prático para os professores. Por outro lado,

as perspectivas de Simon e Tzur (2004) e Gravemeijer (2004) já apresentam um caráter essencialmente prático.

Os pesquisadores lembram que outro ponto essencial é referenciado por Baroody, Cibulskis, Lai e Li (2004, p.233). Eles nos alertam para o fato de que a validade ecológica se conquista à custa da falta de universalidade: Se é comprovado que uma THA é válida em uma circunstância particular (em um contexto e com alguns estudantes e um professor particular). Isso não quer dizer que essa THA tenha sentido em outras circunstâncias.

Gómez e Lupiáñez trazem ao debate preocupações como as expressas por Gravemeijer (2004, p. 107) que reconhece a dificuldade que teriam os professores para construir THA como as que são produzidas pelos investigadores. No entanto, isso não quer dizer que o único procedimento que se pode dirigir aos professores sejam meras seqüências de ensino para usar. Ele sugere dois elementos que podem ser úteis: (a) um marco de referência e (b) seqüências de atividades que lhes sirvam de exemplo. Mas questiona: Que pode fazer um professor com esta informação? Como pode usá-la para produzir e revisar sistematicamente sua própria THA para um tema, um contexto e alunos reais?

Acreditamos que tais questionamentos revelam a necessidade de discutir as questões sobre organização e desenvolvimento curricular já na formação inicial de educadores, proporcionando-lhes experiências tematizadoras de trajetórias de aprendizagem.

### **2.2.8 Considerações e reflexões do nosso grupo de pesquisa**

Em seu artigo, Pires (2009) faz uma síntese de algumas das reflexões que realizamos durante o processo de pesquisa deste trabalho. Podemos citar a relação às questões de como compatibilizar perspectivas construtivistas de aprendizagem com a planificação do ensino e de como as contribuições das pesquisas na área de Educação Matemática. Tais relações trazem resultados importantes sobre a aprendizagem, podendo contribuir significativamente para a organização de um ensino que potencialize boas situações de aprendizagem dos alunos. Nesse sentido, Simon (1995) apresenta elementos que julgamos

relevantes para a nossa proposta de trabalho sobre o ensino de Estatística dentro da disciplina de Matemática. Dentre eles, destacamos:

1) Sua posição de afirmar que as visões construtivistas da aprendizagem têm dado sustentação a fundamentos teóricos na pesquisa no campo da Educação Matemática.

2) Dar pistas importantes para que os professores possam compreender e antecipar a forma de construção de conhecimentos matemáticos de seus alunos.

O autor adverte também que a Educação Matemática não produzirá métodos com idéias fixas ou plataformas para as ações docentes e as estruturas metodológicas deverão sempre suportar transformações experimentais. Para ele, o Ciclo de Ensino Matemático retrata uma visão das resoluções construídas pelo professor, a respeito do conteúdo e das tarefas, modeladas pelo encontro de uma perspectiva do construtivismo social com o desafio das aulas de Matemática. Segundo Simon (1995), nesse ciclo, são particularmente importantes, algumas premissas:

a) O pensamento/entendimento dos estudantes é especialmente considerado e tem o lugar central na formatação e implementação de instruções. O pensamento/entendimento é um processo contínuo do conjunto de dados e hipóteses construídas.

b) O conhecimento do professor envolve-se simultaneamente com o crescimento do conhecimento do aluno. Como os alunos estão aprendendo Matemática, o professor está aprendendo sobre Matemática, também aprendendo e ensinando a respeito do pensamento matemático dos seus alunos.

c) O planejamento das instruções é parecido com a inclusão, a criação de uma trajetória hipotética de aprendizagem. Esta visão reconhece e valida o método de ensino do professor e a importância de hipóteses sobre o processamento da aprendizagem dos alunos (idéias nas quais eu espero ter demonstrado que não estão em conflito com o construtivismo).

d) A transformação continuada do conhecimento do professor cria mudanças contínuas na sua própria trajetória hipotética de aprendizagem. (SIMON 1995, apud PIRES, 2009, p.22-23)

Sobre esses aspectos, Pires (2009) avalia que a leitura dos textos motivou a ampliação das discussões sobre a atuação do professor de Matemática quanto às atividades de planejamento do ensino e que deve se considerar o papel central do aluno na construção de suas aprendizagens.

Ela ressalta que, a esse respeito, Simon (1995) comenta a importância da interação de pequenos grupos e a manipulação de materiais que podem, por exemplo, ser utilizados como instrumentos valiosos nas mãos dos professores de Matemática.

No entanto, esses instrumentos não são suficientes para permitir que professores sejam “arquitetos” da produção de situações de aprendizagens que resultariam em crescimento conceitual de seus alunos. Observamos, por exemplo, que professores novatos questionam o conhecimento de seus alunos (consciente ou inconscientemente), esperando que no mínimo um deles esteja habilitado a explicar sua idéia para os outros. Além disso, muitas vezes perguntam o que devem fazer com um grupo de estudantes para que construam conceitos matemáticos.

Pires (2009) comenta que essas situações são comuns. Atualmente, no Brasil, os cursos de formação inicial a chamada “Prática de Ensino” e mesmo as atividades de estágio, de modo geral, estão defasadas quanto aos estudos que possibilitem ao futuro professor a construção de trajetórias hipotéticas de aprendizagem. Assim, o jovem professor tende a usar modelos ultrapassados, sem perceber a necessidade de conhecer e de construir modelos de ensino consistentes e construídos de forma coerente, com teorias – como é o caso das teorias de perspectiva construtivista. Para mudanças significativas, os jovens professores precisam de conhecimentos sobre os saber dos alunos, para gerar Trajetórias Hipotéticas de Aprendizagem e análises conceituais para que possam ensinar Matemática.

Enfim, é fundamental que professores se apropriem efetivamente de resultados de pesquisas relevantes sobre os conhecimentos matemáticos de crianças e jovens, inovações curriculares, planejamento, construções de atividades. É mais importante ainda que se apropriem da idéia de que suas hipóteses e metas sobre as aprendizagens dos alunos (e a própria formatação de atividades) mudam continuamente e promovem novos conhecimentos e seu efetivo envolvimento na cultura matemática em sala de aula.

## **2.3 Contribuições para o Ensino de Estatística**

Em conformidade com Simon (1993), os objetivos de aprendizagem, as atividades de aprendizagem e os conhecimentos prévios dos estudantes são elementos relevantes na construção de uma Trajetória Hipotética de Aprendizagem. Sendo assim, consideramos que esses elementos fazem parte da chave do ciclo de ensino de matemática.

Não menos importantes, enquadram-se nesse ciclo de ensino os saberes dos professores, tais como: teorias de ensino sobre Matemática, representações matemáticas, materiais didáticos como livros e atividades, teorias de como os alunos constroem conhecimentos sobre um determinado assunto, os conhecimentos de resultados da pesquisa em literatura e a própria formação e experiência docente, os quais são modificados constantemente e continuamente.

Nesse sentido, apresentamos fundamentos que envolvem o ensino da Estatística, com o objetivo de discutir o que algumas pesquisas apontam e quais as dificuldades mais comuns dos alunos com esse tema. Para tanto, realizamos um levantamento, de forma sucinta, do que é proposto nos Documentos Oficiais em relação à Estatística, na busca também de informações que explicam sua presença no ensino de Matemática.

### **2.3.1 Como o tema Estatística foi inserido no currículo**

Analisando os documentos oficiais, podemos observar que os conteúdos da Proposta Curricular de São Paulo (1986) para o Ensino Fundamental de 5ª a 8ª series estavam estruturados em três temas: números, medidas e geometria.

Com relação à Estatística, somente na 8ª série, o assunto aparece inserido no conteúdo do tema “números”, em que são apresentadas noções e definições. A inclusão da Estatística nesse momento é justificada devido ao fato de que o aluno já conhecer outros conteúdos como: frações, porcentagens, proporcionalidade, etc. De acordo com essa proposta, esses são conhecimentos básicos que contribuem para o levantamento e tabulação de

uma amostra, construção e interpretação de gráficos, histograma, gráficos de barras, de setores, de linhas poligonais e de curvas.

Já para o Ensino Médio, temos a Proposta Curricular para o Ensino de Matemática 2º Grau (1987). Tendo em vista a diversidade do número de aulas disponíveis, o documento mostra que para as escolas com grade curricular com 2 ou 3 aulas semanais, não estava previsto Estatística em nenhum momento, apenas no 2º ano era previsto Análise Combinatória e Probabilidade. As escolas com grade curricular com 4 ou 5 aulas semanais era previsto o estudo de Matemática Financeira ou Estatística. Com isso, entendemos que fica a critério da escola e/ou professor escolher o que será estudado.

De acordo com essa proposta, o ensino da Estatística dependerá da clientela e da comunidade na qual a escola está inserida, sendo perceptível o fato de que em nenhum outro momento o documento faz referências ao conteúdo de Estatística propriamente dito.

Em 1997, foram publicados pelo MEC (Ministério da Educação e Cultura) os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (PCN-EF), no qual foram organizados e divididos em quatro blocos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação, sendo que neste último bloco contém os assuntos relacionados à Estatística, a Probabilidade e a Análise Combinatória.

Podemos considerar que a inclusão do bloco “Tratamento da Informação” foi uma das inovações neste documento, e a Estatística tem a finalidade de propiciar ao aluno a construção de procedimentos para coletar, organizar, analisar e comunicar dados, utilizando representações como gráficos e tabelas, que facilitem a interpretação e descrição da realidade, utilizando para isso conhecimentos matemáticos.

Com relação à Estatística, a finalidade é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem freqüentemente em seu dia-a-dia. Além disso, calcular algumas medidas estatísticas como média, mediana e moda com o objetivo de fornecer novos elementos para interpretar dados estatísticos. (PCN, 1997, p 52).

Com essas inovações, os PCN trazem orientações para que possamos trabalhar com a Estatística desde as series iniciais, de forma que no final do

quarto ciclo (8º e 9º anos) o aluno tenha construído os conceitos estatísticos básicos necessários para atuar como cidadão em nossa sociedade ou até mesmo prosseguir com seus estudos no Ensino Médio.

Segundo os PCN (1997, p.90), espera-se que o aluno no final do quarto ciclo tenha construído os seguintes conceitos e procedimentos referentes ao bloco “Tratamento da Informação”:

- Leitura e interpretação de dados expressos em gráficos de colunas, de setores, histogramas e polígonos de frequência.
- Organização de dados e construção de recursos visuais adequados, como gráficos (de colunas, de setores, histogramas e polígonos de frequência) para apresentar globalmente os dados, destacar aspectos relevantes, sintetizar informações e permitir a elaboração de inferências.
- Compreensão de termos como frequência, frequência relativa, amostra de uma população para interpretar informações de uma pesquisa.
- Distribuição das frequências de uma variável de uma pesquisa em classes de modo que resuma os dados com um grau de precisão razoável.
- Obtenção das medidas de tendência central de uma pesquisa (média, moda e mediana), compreendendo seus significados para fazer inferências.
- Construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e a indicação da probabilidade de um evento por meio de uma razão.
- Elaboração de experimentos e simulações para estimar probabilidades e verificar probabilidades previstas.

Em 1999, foram publicados os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM). Esses documentos foram organizados e divididos por áreas de conhecimento, sendo que a Matemática está inserida na área “Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias”.

Esse documento esclarece que o Ensino Médio deve propiciar aos alunos um aprendizado útil à vida e ao trabalho, sem ser profissionalizante, desenvolvendo competências e habilidades que realmente sejam instrumentos de percepção, interpretação, julgamento, atuação ou aprendizado permanente. Nele, a Matemática deve ajudar a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, sendo uma ferramenta para tarefas específicas em quase todas as atividades humanas. Há ainda em destaque a importância que se deve dar a Estatística no Ensino Médio, pois ela desenvolve habilidades que são aplicáveis no mundo real.

As habilidades de descrever e analisar um grande número de dados, realizar inferências e fazer previsões com base numa amostra de população, aplicar as idéias de probabilidade e combinatória a fenômenos naturais e do cotidiano são aplicações da Matemática em questões do mundo real que tiveram um crescimento muito grande e se tornaram bastante complexas. Técnicas e raciocínios estatísticos e probabilísticos são, sem dúvida, instrumentos tanto das Ciências da Natureza quanto das Ciências Humanas. Isto mostra como será importante uma cuidadosa abordagem dos conteúdos de contagem, estatística e probabilidade no Ensino Médio, ampliando a interface entre o aprendizado da Matemática e das demais ciências e áreas. (BRASIL, BRASIL, 1999, p. 45).

Em 2002, o Ministério da Educação lançou o PCN+, o qual foi elaborado a partir de contribuições e sugestões enviadas por professores com relação ao primeiro lançamento dos PCN. Com relação ao ensino de Matemática os PCN+ estão estruturados por temas:

- Tema 1. Álgebra: números e funções
- Tema 2. Geometria e medidas.
- Tema 3. Análise de dados.

Sobre o ensino de Estatística, o assunto está inserido no tema 3 – Análise de dados, juntamente com a Contagem e Probabilidade. Segundo esse documento, os conteúdos e habilidades a serem desenvolvidas em Estatística são:

- Identificar formas adequadas para descrever e representar dados numéricos e informações de natureza social, econômica, política, científico-tecnológica ou abstrata.
- Ler e interpretar dados e informações de caráter estatístico apresentados em diferentes linguagens e representações, na mídia ou em outros textos e meios de comunicação.
- Obter médias e avaliar desvios de conjuntos de dados ou informações de diferentes naturezas.
- Compreender e emitir juízos sobre informações estatísticas de natureza social, econômica, política ou científica apresentadas em textos, notícias, propagandas, censos, pesquisas e outros meios. ((BRASIL, BRASIL, 2002, p. 127).

Segundo os PCN+ os três temas estruturadores devem ser trabalhados concomitantemente e uma organização proposta com relação ao tema Análise de Dados seria trabalhar Estatística: descrição de dados; representações

gráficas na 1ª série; Estatística: análise de dados e contagem na 2ª série e com probabilidade na 3ª série.

Em 2006, foram publicados as Orientações Curriculares para o Ensino Médio. O documento traz contribuições sobre três aspectos: a escolha de conteúdos; a forma de trabalhar os conteúdos e a organização curricular; levando sempre em consideração o que se espera dos alunos no final do ensino médio e seu caráter formativo. Os conteúdos estão organizados em quatro blocos: Números e Operações; Funções; Geometria; Análise de dados e probabilidade. Tais conteúdos devem ser trabalhados buscando sempre a articulação entre eles, buscando o caráter formativo do estudante e descartando a regras de memorização e exercícios repetitivos com aplicações diretas de fórmulas.

Nesse documento, o estudo da Estatística, inserida no bloco Análise de dados e probabilidade, viabiliza a aprendizagem dos alunos, os quais devem aprimorar as habilidades adquiridas no ensino fundamental. Para isso, esse documento recomenda que o professor trabalhe com gráficos mais elaborados dando ênfase a problemas estatísticos realísticos, fazendo uso de contextualizações por meio da resolução de problemas, e que sejam do tipo abertos, utilizando, se possível, a tecnologia e os recursos, a história da matemática, pois essa última oferece oportunidades de contextualização fazendo conexões com obstáculos de aprendizagem presentes até hoje.

Atualmente, para a rede Estadual de Ensino do Estado de São Paulo, dentro do programa “São Paulo faz Escola”, temos a Proposta Curricular do Estado de São Paulo, cujo objetivo principal é “mapear as informações relevantes e organizá-las em narrativas significativas, em cada território disciplinar” (SÃO PAULO, 2008, p.41). Nessa perspectiva, os conteúdos disciplinares são meios para a formação dos alunos como cidadãos e como pessoas, sendo que o bloco tratamento da informação tem um papel importante no desenvolvimento de competências relacionadas a argumentação e tomada de decisões, para isso torna-se necessário estender este campo para além da simples organização e análise de dados.

No entanto, essa proposta sugere que sejam apenas trabalhados para o último bimestre do ano letivo os conteúdos relacionados com o Tratamento da Informação (Estatística no 4º bimestre da 5ª série, Probabilidade no 4º bimestre

da 8ª série e Estatística no 4º bimestre do 3º ano do ensino médio). (SÃO PAULO, 2008, p. 55), um fato preocupante, pois esses conteúdos correm o risco de não serem abordados ou serem abordados de forma muito superficial. Assim, entendemos que ela difere dos PCN que propõem uma visão curricular cíclica, espiral, isto é, que não seja linear e estanque.

### **2.3.2 Algumas pesquisas sobre Educação Estatística**

As pesquisas sobre Estatística que discutimos a seguir estão diretamente relacionadas com este trabalho. O critério de escolha das mesmas está pautado na necessidade de se compreender a importância, amplitude e complexidade do tema, bem como sua inserção no contexto escolar. Segundo Simon (1995), teorias de ensino sobre Matemática, representações matemáticas; materiais didáticos e atividades, e ainda, teorias sobre como alunos constroem conhecimentos sobre um dado assunto são saberes que modificam o conhecimento dos professores de Matemática.

Em conformidade com Batanero (2001), no início do século XX, a Estatística se restringia à Estatística descritiva. Com o desenvolvimento da informática, a partir da segunda metade do século XX aumentaram as possibilidades de se analisar grandes quantidades de dados. Como consequência, durante as últimas décadas tem se desenvolvido vários tipos de estudos entre a Estatística descritiva e a inferência. entre estes estudos se encontram a análise exploratória de dados desenvolvidos por Tukey entre 1960 e 1980. Para a autora, ao incluirmos um tema como objeto de ensino devemos considerar sua utilidade e que ele esteja ao alcance dos alunos. Assim, ela destaca as seguintes características para a análise exploratória de dados:

- Possibilidade de gerar situações de aprendizagem com temas de interesse dos alunos,
- Forte apoio em representações gráficas,
- Não utilizar fórmulas complexas.

A pesquisa de Neto (2008) sobre *Análise do Letramento Estatístico nos Livros Didáticos do ensino Médio* tem por objetivo verificar se o livro didático segue as recomendações oficiais preparando o aluno em relação aos conteúdos de estatística, desenvolvendo o letramento estatístico, propostos por Gal (2002) e Shamos (1995, apud Gal 2002).

Para isso, Neto (2008) escolheu seis coleções, organizadas em três volumes, aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM) (2006), e para sua análise, utilizou a Organização Praxeológica de Chevallard (2002) e o letramento estatístico de Shamos (1995, apud Gal 2002) e Gal (2002) e a transnumeração de Wild e Pfannkuch (1999).

Em sua análise, Neto (2008) procurou verificar se as atuais propostas dos livros didáticos em relação aos conceitos estatísticos ajudam a desenvolver a construção do letramento estatístico. Segundo Gal (2002, apud Neto 2008), um indivíduo é letrado estatisticamente quando consegue ler e reconhecer informações classificando-as quanto ao seu tipo, interpretar tabelas e gráficos, assimilar informações que fazem parte da sociedade sendo capaz de tomar decisões.

Após analisar as tarefas apresentadas pelos livros didáticos, Neto (2008) conclui que em sua grande maioria, desenvolvem o letramento estatístico apenas no nível cultural. Ele observa ainda que os conteúdos estatísticos deveriam estar distribuídos ao longo dos três volumes, de forma espiral.

Em sua dissertação de mestrado, Pereira (2007) faz um estudo a respeito do professor de matemática e a implementação de uma seqüência didática para a abordagem da Estatística no Ensino Médio tendo como objetivo verificar se ao final dessa fase escolar, os alunos construíram os conceitos estatísticos abordados pelo PCN. Em sua pesquisa, o autor tem como foco principal o professor, buscando identificar os erros e os pontos difíceis que surgem durante a aprendizagem. Para responder sua questão, Pereira (2007) usa uma seqüência baseada em situações problemas, pois acredita que esse tipo de abordagem facilita a verificação e identificação das possíveis dificuldades dos alunos.

Em suas conclusões, Pereira (2007) esclarece que os educandos sabem fazer uso de fórmulas, cometem poucos erros, mas não são capazes de analisar com clareza o significado dos resultados. Quanto ao uso da

calculadora os alunos têm domínio sobre ela, mas não sabe justificar os resultados e também não procuram validar e/ou observar os valores encontrados. Verificou ainda que os eles não sabem diferenciar média e mediana.

Com relação ao professor, Pereira (2007) pôde observar que há falhas em sua formação no que diz respeito à Estatística, as quais tendem a ser transferidas para os alunos, ainda que essas falhas e dificuldades sejam amenizadas quando o professor recebe algum tipo de orientação, tendo assim, condições de melhorar seu trabalho. Com isso Pereira (2007) considera que é necessário elaborar programas de formação continuada de professores na tentativa de sanar essas deficiências e a necessidade de elaborar seqüências didáticas de tal forma que o aluno possa vivenciar a construção de novos conceitos.

Por outro lado, Novaes (2004) investiga como alunos de um Curso Superior de Tecnologia em Turismo mobilizam os saberes estatísticos construídos num ambiente escolar quando aplicados em uma situação contextualizada no campo profissional e, se não o fazem, questiona como poderemos capacita-los profissionalmente.

Em sua análise, Novaes (2004) identificou que os estudantes trataram amostra como população. Ela acredita que esse erro aconteceu devido à forma como o assunto é abordado nos livros didáticos: sempre trazendo tabelas referentes a uma amostra e não fazendo estimativas para a população de onde foi extraído os dados. O autor sugere que uma forma de superar dificuldades como essa é colocar os alunos diante de uma situação prática e real.

Outro tipo de erro identificado por Novaes (2004) é a confusão feita pelos estudantes em relação ao conceito de média e mediana. Quando trabalhamos com uma distribuição simétrica, os alunos mobilizam erroneamente esses conceitos. Tal incompreensão pode estar relacionada aos obstáculos de origem epistemológica porque na vida diária os meios de comunicação que utilizamos apresentam estes termos com vários significados diferentes. Dessa forma, o educando que aprendeu esses conceitos no dia a dia terá dificuldades para trabalhar essas mudanças.

O trabalho com unidades constitui outro erro que o autor identifica e conclui que os alunos não leram o enunciado completo, sendo que observaram

o valor, mas não observando o significado das unidades de referência. Novaes (2004) discute também a questão de os alunos não mobilizarem a ideia de variabilidade, o que é acentuado pela falta de autonomia na resolução dos exercícios realizados em sala de aula, pois os tipos de exercícios propostos sugerem o caminho a ser seguido. O pesquisador ainda aponta como erro o cálculo de porcentagem, justificando-o na falta de atenção.

A partir dessas discussões, Novaes (2004) propõe que o professor deve discutir o processo para resolução do problema proposto, levando o aluno a fazer as conexões necessárias, sem, contudo, resolver o problema para o aluno, que vai construindo sua autonomia. Assim, não basta a atividade ser adequada, a postura do professor deve ser condizente com a atividade proposta.

Interessantes também são os apontamentos realizados por Bifi (2006) em sua dissertação de mestrado tem por objetivo estudar como os alunos de um curso de Administração de Empresas mobilizam os conceitos básicos de estatística em problemas envolvendo média desvio padrão e variabilidade. O autor fundamenta seu trabalho em dois autores: Aline Robert (1998), que trata dos níveis de mobilização e Gal (2002), que trata da Alfabetização Estatística<sup>13</sup>.

Ele pôde perceber que os alunos não apresentaram dificuldades nos cálculos algébricos, mas constatou que nenhum dos alunos soube justificar ou dar significado aos valores encontrados, assim o autor classificou o conhecimento destes alunos no nível técnico<sup>14</sup>, conforme explica o pesquisador Robert (1998). Outra dificuldade observada por Bifi (2006) é que os alunos não souberam a diferença entre trabalhar com os dados na forma tabular e na forma de rol, segundo Bifi (2006) cabe ao educador apresentar um novo conceito com vários tipos de representações. Ele percebeu também que alguns alunos confundem os conceitos de média e mediana.

Sobre isso, Bifi (2006) acredita que este erro ocorre como consequência das atividades desenvolvidas nos livros didáticos ao trabalharem apenas com distribuições simétricas, onde as medidas de tendência central são

---

<sup>13</sup>Bifi (2006) assumiu como tradução do termo "Literacy" o termo Alfabetização.

<sup>14</sup> Um conhecimento é caracterizado como nível técnico, quando, para resolver um problema, o aluno recorre às indicações isoladas, utilizando propriedades, definições, fórmulas, etc.

basicamente as mesmas, cabendo ao professor escolher melhor estas atividades. Bifi (2006) pode perceber que os educandos calculavam sempre a média e o desvio padrão sem, no entanto, verificar se realmente seria necessário fazer estes cálculos para verificar o comportamento dos dados.

De modo geral, o autor acredita que as dificuldades apresentadas pelos alunos poderiam ser amenizadas com a elaboração de uma seqüência didática de tal forma que ele possa vivenciar todas as fases para a construção de um novo conceito e sua mobilização.

Em sua dissertação de mestrado, Garcia (2008) procurando investigar quais os significados atribuídos por alunos de 8º ano do Ensino Fundamental, para a variabilidade quando trabalhada num contexto escolar em aulas de Matemática elaborou uma seqüência didática, baseada numa atividade proposta por Batanero (2001), com o objetivo de levar os alunos pensar estatisticamente, segundo as concepções de Wild e Pfannkuch (1999).

Segundo a autora o modo exploratório de dados contribuiu para o ensino de conteúdos estatísticos, inclusive com alunos comprometidos com as atividades. Ainda segundo a autora os alunos apresentaram significados equivocados ao registrarem suas observações na forma escrita, quando trabalharam com representações gráficas tipo gráfico Box-plot, ela acredita que isso ocorreu pela pequena quantidade de atividades envolvendo as medidas separatrizes e o gráfico Box-plot

Já Silva (2007), em sua tese, procura investigar qual é o nível de raciocínio estatístico que professores de Matemática apresentam em relação ao termo variação (dispersão). Ele utilizou para isso a metodologia de uma pesquisa-ação (Tripp, 2005), tendo como participantes nove professores do Ensino Fundamental e Médio e dois alunos de Matemática da Universidade de São Paulo. Silva (2007) observou que os professores que utilizavam a pesquisa para abordar o ensino de Estatística, utilizavam apenas a distribuição de freqüência e as suas representações gráficas, não abordando o conceito de variação. A autora considera que isso pode ser em decorrência do tipo de variável que estava sendo utilizada (qualitativa).

Outro fato observado pela autora foi a dificuldade que os professores têm em compreender que o desvio padrão é uma medida de variação em torno da média. Em seus estudos, as variáveis contínuas também merecem atenção,

pois os professores sentiram dificuldades ao trabalhar com esse tipo de variável.

Nesse contexto, Moraes (2006) investigou quais as relações que podem ser estabelecidas entre as concepções docentes sobre sua prática de ensino e as formas de apresentação dos conteúdos nos livros didáticos. Para isso, analisou duas coleções de livros didáticos e concluiu que eles exploram atividades que privilegiam técnicas e procedimentos; situações que não permitem o desenvolvimento dos demais componentes do conhecimento estatístico (do contexto) e do pensamento específico (necessidade dos dados, transnumeração e estudo da variabilidade) de conformidade com os PCN.

Para o autor, os professores fundamentam seus trabalhos nesses tipos de tarefas sugeridas pelos livros didáticos, apenas. Logo, é de se esperar que os alunos desses professores tenham dificuldades na aprendizagem da Estatística no Ensino Fundamental, no Ensino Médio ou em cursos de nível superior. Sobre esse assunto, Moraes (2006), em suas conclusões, acredita que situações ou seqüências didáticas que estimulem a coleta, organização, análise e estudo da variação de dados auxiliam a passagem do letramento estatístico no nível funcional para o nível científico.

## **2.4 Situações de aprendizagem**

A interdisciplinaridade trabalhada dentro do âmbito escolar auxilia o aluno a contextualizar situações referentes ao ensino da Estatística, a fim de que ele, por meio de resolução de problemas, possa interagir com contextos envolvidos em outras áreas do conhecimento. As articulações internas dentro das Ciências são importantes para promover um aprendizado capaz de fazer com que o aluno perceba e reconheça como a Estatística se insere nesse imenso campo, em que os conteúdos interagem em diversos momentos da aprendizagem.

A resolução de problemas viabiliza que o ensino da Matemática seja visto não mais como a execução de exercícios repetitivos como, muitas vezes, acontece em sala de aula. Com a THA inserida na sala de aula durante o processo de ensino, acreditamos na sua contribuição significativa para auxiliar

o aprendiz a desenvolver mecanismos e habilidades para novas aprendizagens, buscando estratégias que o levem à resolução de um problema. Não que os exercícios tradicionais devam ser abolidos da prática pedagógica, mas eles podem fazer parte de um processo de execução do novo conhecimento adquirido. Assim, é viável que o exercício seja parte de uma situação já conhecida, acarretando a sua assimilação e interação com outros conhecimentos, promovendo no estudante uma autonomia enquanto indivíduo.

No decorrer dessa nova metodologia de ensino, os alunos poderão sentir certo incômodo com o “novo”, pois o professor deixa de ser o transmissor de conhecimentos e assume o papel de mediador, permitindo que o educando seja o principal agente de sua aprendizagem. Com isso, na resolução de problemas, o importante é que a estratégia não seja explicitada ao aluno, pois a finalidade desse recurso é fazer com que ele mobilize seus conhecimentos prévios e busque procedimentos que o leve à resolução do problema, sendo o professor, o mediador desse processo.

Ensinar os alunos a resolver problemas supõe dotá-los da capacidade de aprender a aprender, no sentido de habituá-los a encontrar por si mesmos respostas às perguntas que os inquietam ou que precisam responder, ao invés de esperar uma resposta já elaborada por outros e transmitidas pelo livro-texto ou professor. (POZO, 1998, p.14-15)

Nesse sentido, como explicamos anteriormente, no ensino de Estatística, o fundamental é que o professor de Matemática proporcione novas situações de aprendizagem que estimule o aluno a enfrentar diferentes problemas, exigindo a mobilização de conhecimentos prévios. Assim, será capaz de adaptar-se às diferentes situações do cotidiano, possibilitando uma constante busca de estratégias para serem aplicadas a novos problemas.

Na resolução de problemas, o tratamento de situações complexas e diversificadas oferece ao aluno a oportunidade de pensar por si mesmo, construir estratégias de resolução e argumentações, relacionar diferentes conhecimentos e, enfim, perseverar na busca da solução. E, para isso, os desafios devem ser reais e fazer sentido. (PCN+, Brasil, 2002, p.113)

As discussões realizadas pelos autores remetem-nos a refletir em como podemos construir uma THA pautada de acordo com a situação de

aprendizagem, de modo que essa favoreça modificações significativas nos saberes dos alunos e professores durante o processo de interação.

---

---

### ELABORAÇÃO DA TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM EM ESTATÍSTICA

A partir da experiência que adquirimos na atuação em sala de aula como professor e conhecimentos adquiridos em nossa trajetória pelas leituras realizadas sobre o ensino de Estatística, descrevemos, a seguir, o processo de construção da primeira versão da THA, em que selecionamos objetivos de aprendizagem. Considerando nossas hipóteses sobre a aprendizagem dos alunos, selecionamos tarefas que julgamos adequadas para cumprir nossos propósitos. Em seguida, apresentaremos a análise da primeira versão da THA realizada por dois professores do Ensino Médio.

#### **3.1 Objetivos do professor-pesquisador e expectativas em relação à aprendizagem do educando**

Na Trajetória Hipotética de Aprendizagem que propomos, abordaremos o tema de acordo com os conteúdos de Estatística previstos para o Ensino Médio. Temos por objetivo de aprendizagem:

- Calcular e interpretar média e desvio-padrão, a partir de um conjunto de dados representados por uma tabela de distribuição de frequências; determinar e interpretar média e desvio-padrão, a partir de um conjunto de dados representados graficamente, interpretando os resultados;
- Calcular e interpretar mediana e quartis, a partir de um conjunto de dados representados por uma tabela de distribuição de frequências simples e por uma tabela de distribuição de frequência por classes.

### **3.2 Hipóteses do professor-pesquisador sobre o processo de aprendizagem dos alunos**

Considerando as leituras realizadas na revisão e nas orientações didáticas sugeridas nos documentos oficiais, em nossa THA, sintetizaremos nossas hipóteses iniciais sobre o processo de aprendizagem dos alunos da seguinte forma:

- Abranger tarefas, como a resolução de problemas, contextualização e interdisciplinaridade, para que o aluno perceba que conhecimentos estatísticos estão relacionados a acontecimentos naturais e sociais.

- Explorar e discutir as diferentes representações gráficas como tabelas, gráficos de colunas, gráfico de setores, distribuição de freqüências, como forma de potencializar a construção de conhecimento do aluno.

- Incluir tarefas que incluam a investigação e a construção de argumentos, de tal forma que o capacitem a questionar a validade das interpretações dos dados e suas representações.

- Contemplar o uso de recursos tecnológicos com o intuito de facilitar a organização e interpretação dos dados, contribuindo na formulação e validação de hipóteses quando necessário.

### **3.3 Plano do professor-pesquisador para atividades de aprendizagem**

Dentro da THA proposta, procuramos abordar os conceitos de Estatística de forma contextualizada, relacionando-os com a política, com os esportes e com o mundo da moda, de forma a contemplar a análise exploratória de dados. Partimos da hipótese de que o uso de aportes interdisciplinares para desenvolver os conceitos de Estatística possibilitará ao aluno compreender o objeto estatístico em questão e aplicar sua aprendizagem em diferentes situações, tendo assim uma aprendizagem significativa que poderá auxiliá-lo em contextos reais, promovendo relações de seu conhecimento à sua vivência em sociedade.

No que diz respeito ao conteúdo, Novaes (2004) comenta que os conceitos de Matemática como: proporcionalidade, contagem, somatório, e ainda conceitos básicos das operações aritméticas devem ser utilizados como ferramentas para a construção e mobilização dos conceitos estatísticos. Amaral (2007) constatou que os alunos não conseguem pensar estatisticamente, uma vez que lhes falta conhecimento matemático à formação estatística. Segundo a autora, isso ocorre porque o ensino da Estatística trabalha apenas com representações tabulares. Por isso, incluímos em nossa THA atividades com o objetivo de revisar tais dificuldades matemáticas, preenchendo as lacunas citadas.

Não podemos negar o uso da tecnologia tão presente nos dias atuais. Conforme as orientações curriculares para o Ensino Médio (PCNEM):

As planilhas eletrônicas, mesmo sendo ferramentas que não foram pensadas para propósitos educativos, também podem ser utilizadas como recursos tecnológicos úteis à aprendizagem matemática. Planilhas oferecem um ambiente adequado para experimentar seqüências numéricas e explorar algumas de suas propriedades, por exemplo, comparar o comportamento de uma seqüência de pagamentos sob juros simples e juros compostos. Também oferecem um ambiente apropriado para trabalhar com análises de dados extraídos de situações reais. É possível organizar atividades em que os alunos têm a oportunidade de lidar com as diversas etapas do trabalho de análise de dados reais: tabular, manipular, classificar, obter medidas como média e desvio padrão e obter representações gráficas variadas.(BRASIL, 2006. p.89)

Sendo assim, é possível verificar que após a atividade 6 apresentada a seguir, solicitamos a elaboração e construção de tabelas e gráficos com o uso de planilhas eletrônicas. Com esse procedimento, pretendemos que o aluno faça uso dos recursos tecnológicos disponíveis na escola. Caso isso não seja possível, o professor deverá definir quais os gráficos que serão construídos em sala de aula, possibilitando que a construção seja feita utilizando papel sulfite, papel quadriculado, régua, compasso e transferidor.

É relevante observar que, de acordo com Novais (2004), os alunos confundem os conceitos de média e mediana e também população e amostra. Assim, decidimos por elaborar atividades onde trabalhamos as comparações entre média e mediana, e apresentamos tarefas em que o aluno seja capaz de perceber a diferença entre população e amostra.

### **3.4 Atividades de aprendizagem**

Os apontamentos até aqui discutidos justificam a necessidade das situações de aprendizagem propostas em nossa THA, já que envolvem áreas afins com aplicações reais em diferentes contextos. A intenção é viabilizar ao aluno a percepção de que objetos estatísticos são utilizados para investigar, identificar e representar os diversos acontecimentos naturais em diferentes contextos da realidade.

As tarefas de aprendizagem com o uso de textos foram elaboradas para que o aluno identifique os termos estatísticos presentes nos diversos gêneros jornalísticos e científicos, sabendo interpretá-los adequadamente. Pretendemos com essa estratégia, levá-lo a perceber que a Estatística tem sentido e função real dentro da nossa sociedade.

#### **Atividade 1**

**Tempo previsto: 1 aula**

#### **Objetivos:**

Espera-se que o aluno perceba que porcentagem, pesquisa, amostragens, população são termos que fazem parte do nosso contexto cultural. Além de ser capaz de: identificar por meio da leitura de textos jornalísticos, termos e expressões relacionadas com a Matemática; verificar os conhecimentos prévios dos alunos em relação aos termos estatísticos e alguns conceitos necessários ao estudo da Estatística.

#### **Estratégia para o desenvolvimento da atividade:**

Entregar para cada aluno uma folha com os textos para leitura. Pode-se fazer a leitura com os estudantes ou permitir que eles leiam individualmente. Na sequência, deve-se oferecer um tempo para que eles respondam às questões referentes aos textos. Para finalizar, é interessante proporcionar um debate socializando as respostas.

## TEXTO 1

**Leia os textos abaixo e responda as questões:**

*Rio de Janeiro - O consumo de energia teve alta de 6,7% em novembro, comparado ao mesmo mês do ano anterior. O crescimento foi puxado pelo setor comercial, que registrou expansão de 7,8% no mesmo período. Os dados foram divulgados hoje (27/12/2007) na Resenha Mensal do Mercado de Energia Elétrica, editada pela Empresa de Pesquisa Energética (EPE), vinculada ao Ministério de Minas e Energia (MME).*

*No acumulado de janeiro a novembro, o setor comercial registrou crescimento de 6,8%, no consumo de energia, seguido pelo residencial (6,1%) e industrial (4,9%), que obteve o melhor índice desde 2004. Outros fatores que contribuíram para o consumo maior foi a entrada de 1,8 milhão de novos consumidores residenciais e a expansão das vendas de eletrodomésticos.*

*No segmento comercial, os destaques ficaram com os aeroportos, que registraram 7,7% a mais de passageiros neste ano; ocupação de hotéis, principalmente o turismo de negócios em São Paulo, com mais 4% sobre o ano anterior; e maior movimentação nos portos, reflexo do aumento de 10,8% na corrente de comércio (soma das importações e exportações brasileiras). O desempenho interferiu no aumento no consumo de energia desses setores.*

*Em relação ao consumo residencial, a região com maior crescimento, de janeiro a novembro, é o Nordeste, com 7,7%. Em segundo lugar, vem a Região Sul, com 7,3%...*

*(Fonte <http://www.agenciabrasil.gov.br/noticias/2007/12/27/materia.2007-12-27.9095276718/view> acessado em 03/01/2007.)*

### Refletindo sobre o texto

- 1) De que trata a reportagem?
- 2) É muito comum nos meios de comunicação, como jornais, revistas, rádio, televisão, internet, encontrarmos números acompanhados do símbolo %. Para você, qual o significado do símbolo (%)?

## TEXTO 2

*Nas pesquisas eleitorais, o IBOPE Opinião, empresa do Grupo IBOPE, não se limita a aferir a intenção de voto. Faz pesquisas qualitativas e quantitativas, cobrindo as principais fases de uma campanha: mapeamento do eleitorado em termos sociais e políticos; posicionamento do candidato/partido e de forças concorrentes; e acompanhamento da campanha propriamente dita.*

*Para a realização de suas pesquisas eleitorais, o IBOPE utiliza amostragens rigorosamente representativas da população em estudo. Tais amostras são selecionadas de acordo com critérios estatísticos baseados em dados do Instituto*

*Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), dos Tribunais Regionais Eleitorais (TREs) e do Tribunal Superior Eleitoral (TSE).*

*A seleção da amostragem final passa por três estágios distintos:*

- *Seleção probabilística dos municípios que comporão a amostra por meio do método de Probabilidade Proporcional ao Tamanho (PPT), tomando como base a população de cada um deles. Este método permite que a proporcionalidade existente entre as várias áreas do município sejam respeitadas.*
- *Seleção probabilística dos setores censitários do IBGE onde serão realizadas as entrevistas, utilizando também o método PPT.*
- *Seleção dos entrevistados de acordo com cotas proporcionais de sexo, idade, grau de instrução e setor de dependência econômica, dentro dos setores censitários sorteados previamente. As cotas servem para evitar erros decorrentes da não existência de cadastros dos eleitores dentro dos setores censitários e da impossibilidade do levantamento de tal informação durante o processo da pesquisa.”*

(Fonte: [http://www.ibope.com.br/calandraWeb/BDarquivos/sobre\\_pesquisas/pesquisa\\_eleitoral.html](http://www.ibope.com.br/calandraWeb/BDarquivos/sobre_pesquisas/pesquisa_eleitoral.html) acessado em 03/01/07)

### **Refletindo sobre o texto**

- 1) Você já ouviu falar de amostragem, sabe o que significa? E censo?
- 2) O que quer dizer a frase: “amostragens rigorosamente representativas da população em estudo”?
- 3) Você sabe qual é a diferença entre população e amostra?
- 4) O que você sabe sobre o termo “Estatística”?
- 5) Você sabe como é feita uma pesquisa estatística?

### **Atividade 2**

**Tempo previsto: 1 aula**

#### **Objetivos:**

- Retomar os conceitos de razão, proporção e porcentagem.
- Retomar os conceitos de grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais.

#### **Estratégia para o desenvolvimento das atividades:**

Deixar alguns minutos para que os alunos possam resolver as atividades e, em seguida, promover uma discussão socializando as respostas. Espera-se que os

alunos consigam resolver as atividades utilizando seus conhecimentos prévios e o professor faça as intervenções quando necessário.

Os conceitos de razão, proporção e porcentagem são alguns essenciais ao estudo da Estatística. Para uma melhor compreensão desses elementos, propomos a utilização de uma tabela com dados referentes aos atletas brasileiros que participaram das Olimpíadas de Pequim, distribuídos em relação ao gênero.

Analise a tabela 1 e responda as questões:

**Tabela 1: Distribuição de 297 atletas em relação ao gênero**

Gênero	Nº de Atletas
Masculino	163
Feminino	134
Total	297

- Que número expressa a razão entre os atletas do gênero masculino e o total de participantes?
- E com relação às mulheres?
- E como podemos representar a razão entre o número de homens e mulheres?

A razão entre dois números pode ser representada de diferentes formas: na forma fracionária e na forma percentual.

- Agora, utilizando esta mesma ideia, como você representaria a participação dos atletas do gênero masculino, sabendo que no total participaram 60 atletas mantendo as mesmas características do grupo anterior?

A razão que você respondeu no item a e a razão que você respondeu no item d são iguais. Quando isso acontece, chamamos de proporção, isto é, a proporção é a igualdade entre duas razões.

Resolva as situações propostas abaixo.

- e) Você foi contratado(a) para organizar uma festa, sabendo que nesta festa foram convidados 100 pessoas adultas e que cada pessoa consome 300 gramas de carne, quantos quilos de carne você deverá providenciar? E se fossem convidados 200 pessoas, quantos quilos você providenciaria?
- f) Você é um administrador(a) de condomínios, e uma das responsabilidades do administrador(a) é apurar as despesas ocorridas durante o mês e fazer o rateio das mesmas entre os condôminos (moradores). Supondo que o total das despesas de um determinado mês fosse R\$8.928,00, e que neste condomínio existissem 36 unidades residenciais, qual o valor a ser cobrado de cada unidade residencial? E se houvessem 48 unidades residenciais, quanto seria cobrado?

Uma grandeza é dita diretamente proporcional à outra se o quociente entre os valores de uma delas e os correspondentes valores da outra é sempre o mesmo. Por outro lado, uma grandeza é dita inversamente proporcional a uma outra se o produto dos valores de uma delas pelos valores correspondentes da outra for sempre o mesmo.

Com essas informações, classifique as grandezas envolvidas nas atividades anteriores “e” e “f”?

### **Atividade 3**

**Tempo previsto: 2 aulas**

#### **Objetivos:**

- Rever alguns tipos de gráfico.
- Fazer a leitura de tabelas e gráficos.
- Observar seus usos.

#### **Estratégia para o desenvolvimento das atividades:**

Distribuir a folha com as atividades para os alunos, fazer a leitura do texto inicial com os alunos, esclarecendo as possíveis dúvidas, em seguida, deixar alguns minutos para que os alunos possam responder as questões referentes

aos gráficos apresentados, proporcionar um debate para socializar e discutir as respostas.

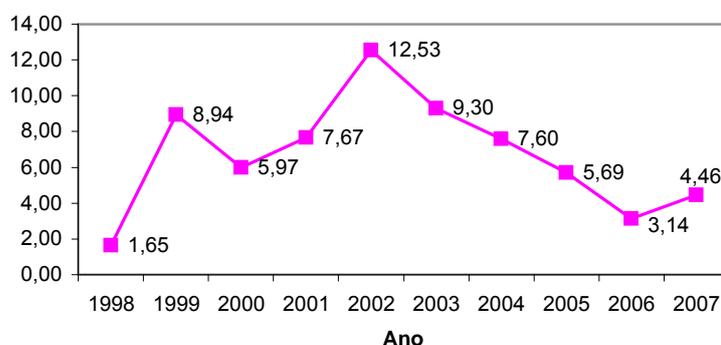
Para realizar uma pesquisa estatística, temos a necessidade de definir um problema, isto é, formular questões que orientam à solução, ou melhor, à compreensão de uma determinada situação. Por exemplo, diante das oscilações do mercado financeiro, podemos investir no mercado de ações? Numa eleição, podemos votar em um político que promete resolver todos os problemas do País?

Uma pesquisa estatística precisa ser bem planejada para que nossas questões possam ser respondidas. Para isso, devemos definir uma questão de pesquisa que possa ser verificada, e depois, elaboramos um instrumento para a coleta dos dados, como um questionário.

Com o questionário respondido, construímos um banco de dados, os quais são analisados, a fim de observar como eles interferem no problema inicial. Os resultados são interpretados e divulgados ao público pelos meios de comunicações existentes.

Para que os resultados de uma pesquisa estatística sejam divulgados, utilizamos alguns recursos como tabelas e gráficos. Muitas vezes, as tabelas com números são desinteressantes, já que, geralmente, as pessoas desconfiam das informações apresentadas em tabelas, não atribuindo importância a esse tipo de representação. Por essa razão, os recursos mais utilizados são representações visuais que chamam a atenção, como por exemplo: gráficos em linha, gráficos em setores, gráficos em barras, polígonos de frequência, melhorando o aspecto visual das informações.

A seguir, algumas representações gráficas.



**Figura 1: Gráfico em linha da inflação no Brasil entre 1998 a 2007**

Observe o gráfico acima e responda as questões abaixo:

- a) Qual o título do gráfico?
- b) Qual ano apresentou o menor índice de inflação? E qual ano apresentou o maior índice de inflação?
- c) Identifique no gráfico os períodos em que o índice de inflação apresentou taxas de crescimento.
- d) Considerando dois anos consecutivos, em que período houve um maior crescimento da inflação? E em que período houve um menor crescimento da inflação?
- e) Identifique no gráfico os períodos em que o índice de inflação apresentou taxas de decrescimento.
- f) Considerando dois anos consecutivos, em que período houve uma maior taxa de decrescimento? E em que período houve uma menor taxa de decrescimento?
- g) Olhando para o gráfico é possível responder a pergunta: A inflação pode voltar?

#### **Atividade 4**

##### **Tempo previsto: 2 aulas**

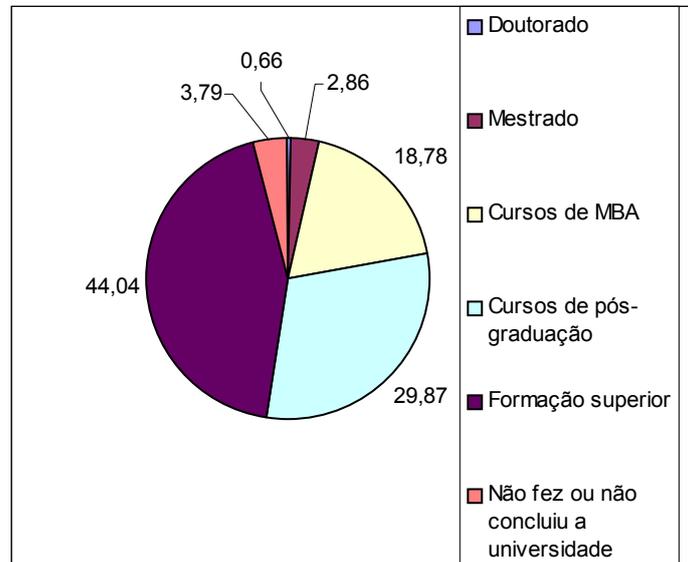
A pesquisa salarial demonstrada na tabela abaixo foi realizada pelo Grupo Catho, publicada na edição de maio de 2001 e contou com a participação de 27.198 respondentes. Nela, encontramos informações referentes à remuneração média de quem está em cargo de supervisão, coordenação ou chefia, o que é bastante atraente para o mercado de trabalho: R\$3.985,02.

**Tabela 2: Remuneração média para o cargo de supervisão em relação ao grau de instrução**

<b>Grau de educação</b>	<b>% de respondentes</b>	<b>Remuneração média (R\$)</b>
Doutorado	0,66	4.630,50
Mestrado	2,86	3.825,33
Cursos de MBA	18,78	3.315,51
Cursos de pós-graduação	29,87	3.088,20
Formação superior	44,04	2.823,38
Não fez ou não concluiu a universidade	3,79	2.375,68

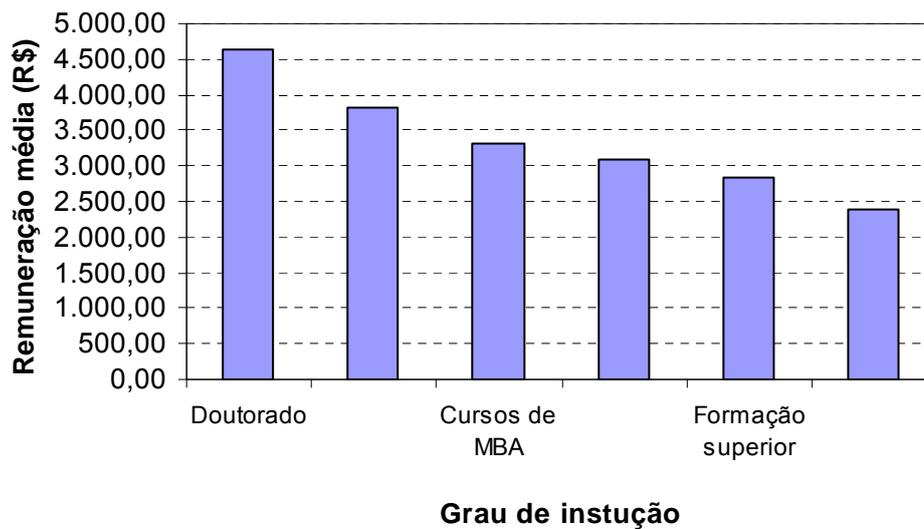
Com base nestas informações responda:

a) Que tipo de informações nós podemos obter com os dados apresentados nesta tabela?



**Figura 2: Gráfico de setores - Número de respondentes em relação ao grau de instrução para o cargo de supervisão**

a) Qual a informação que o gráfico de setores nos mostra?



**Figura 3: Gráfico em colunas - Remuneração média em relação ao grau de instrução para o cargo de supervisão**

- b) Qual a informação que o gráfico de colunas nos mostra?
- c) Em qual das três representações gráficas: tabela, gráfico de setores ou gráfico de colunas, nos conseguimos observar mais rapidamente qual o grau de instrução que melhor remunera?
- d) Em qual das três representações gráficas nós podemos observar qual o nível de instrução da maioria das pessoas que estão no cargo de supervisão?
- e) Para calcular a diferença entre o maior e menor salário, qual das três representações gráficas você usaria? Por que? Calcule esta diferença.

Observe que no gráfico de barras as variáveis estão no eixo das abscissas e os valores, freqüências ou porcentagens estão no eixo das ordenadas. Consideramos que esse tipo de gráfico se adapta melhor às variáveis discretas ou quantitativas ordinais.

## **Atividade 5**

**Tempo previsto: 1 aula**

### **Objetivo**

- Introduzir as primeiras idéias de desvio.

### **Estratégia para desenvolver a atividade:**

Distribuir uma folha com as atividades para os alunos, pedir para que façam a leitura e esclarecer as possíveis dúvidas que surgirem referentes aos termos desconhecidos presentes no texto. Deixar alguns minutos para que os alunos respondam as questões referentes ao texto e, em seguida, proporcionar um debate para socializar as respostas, esclarecendo qualquer dúvida que possa surgir.

## **Texto 3**

*A diferença entre os adolescentes de agora e os da geração anterior pode ser medida com régua: os meninos estão 5 centímetros mais altos e as meninas, 3. O padrão médio de altura de um jovem adulto hoje é de 1,75 metro. Nas meninas, esse valor fica em 1,65 metro. É um perfil típico de classe média urbana, e há variações consideráveis com relação à população mais pobre e de regiões onde o acesso à*

variedade de alimentos é menor. Atribui-se o aumento na altura média do brasileiro nos últimos vinte anos a vários fatores. O mais importante é uma alimentação de melhor qualidade. O cardápio nacional é hoje mais nutritivo e variado. Há maior quantidade de proteína, substância presente na carne e no leite que é decisiva no processo de crescimento. Também ajudou a prática de esportes e exercícios físicos com maior frequência e variedade. Oito em cada dez garotos entre 12 e 20 anos praticam algum tipo de esporte nas principais capitais brasileiras. Entre as meninas, essa proporção é de sete em dez. Por fim, sentem-se agora os bons resultados de décadas de vacinação em massa e da melhoria nas condições sanitárias, que puseram sob controle as doenças infecciosas comuns na infância e que interferem no processo de crescimento.

O jovem brasileiro não está apenas mais alto. Todo o processo de crescimento foi acelerado em relação às gerações anteriores. No início do século XX, a primeira menstruação ocorria aos 15 anos. Hoje, a menarca normalmente acontece aos 12 anos. Há 100 anos, o crescimento dos rapazes só estava completo aos 24 anos. Agora, a estatura adulta é alcançada aos 18. "O crescimento é uma combinação de características genéticas com o meio em que o adolescente vive. Uma coisa não evolui sem a outra", explica o médico Paulo Zogaib, da Universidade Federal de São Paulo (Unifesp). A prática de exercícios físicos é um dos fatores que têm relação com a espichada juvenil. A ciência não comprovou como se dá exatamente essa influência, mas os médicos apostam em três fatores. O primeiro é que os exercícios estimulam a produção e a secreção de hormônios diretamente ligados a esse processo, como o hormônio do crescimento e a testosterona. O segundo é que a estrutura óssea responde a estímulos como sobrecarga de exercícios. O problema é que, se a sobrecarga for excessiva, pode interromper de vez o processo de crescimento. O último é que, ao fazer exercício, um jovem sente mais fome. Ao comer mais e praticar esporte novamente, acaba gerando um ciclo que favorece o melhor aproveitamento dos nutrientes.

Os pais costumam acompanhar com orgulho o desenvolvimento precoce dos filhos, mas é preciso ficar atento aos efeitos decorrentes. A abreviação da infância é um deles, principalmente no caso das meninas. É comum garotas na faixa de 12 anos, ainda interessadas em brincar com boneca, começarem a sofrer assédio do sexo oposto pelo fato de ostentarem um corpo de adulto. Elas são pressionadas a agir como adolescentes, quando não têm maturidade para isso. Por outro lado, há recursos para os jovens que estão com o relógio biológico atrasado ou demonstram alguma limitação orgânica para crescer. Tratamentos à base de hormônio do crescimento sintético são muito utilizados. O importante, nesses casos, é estar atento ao ritmo de crescimento logo no início da adolescência, porque o sucesso do tratamento depende do diagnóstico precoce.

(Fonte: [http://veja.abril.com.br/especiais/jovens\\_2003/p\\_072.html](http://veja.abril.com.br/especiais/jovens_2003/p_072.html) acessado em 03/01/2007).

### **Refletindo sobre o texto**

De acordo com o artigo, responda:

- 1) Qual o tema central do texto? O que você pensa sobre isso? Justifique.
- 2) Temos no texto tais expressões: “padrão médio de altura”, “classe média urbana”, “altura média do brasileiro”. Para você, o que significa cada expressão? Existe alguma relação entre elas?

- 3) Você saberia dizer qual o conceito matemático envolvido nesta expressão: “Oito em cada dez garotos entre 12 e 20 anos praticam algum tipo de esporte nas principais capitais brasileiras”? Como você escreveria a mesma idéia usando conceitos matemáticos?
- 4) Qual é a sua altura? Você está acima ou abaixo do padrão que o texto está se referindo? Qual a diferença entre sua altura e o padrão médio?

A essas distâncias obtidas em torno do padrão médio, nomeamos *desvios*. Esses desvios podem ser positivos ou negativos.

### **Atividade 6**

Essa atividade foi adaptada de Batanero (2001, p.161), em que objetivamos elaborar um perfil dos alunos da sala de aula, de modo a analisar algumas características entre os gêneros masculino e feminino. As variáveis foram escolhidas de forma aleatória. Procuramos com isso, selecionar tanto qualitativas, quanto quantitativas.

#### **Objetivos:**

- Planejar e elaborar um instrumento de pesquisa
- Coletar e registrar dados dos próprios alunos

#### **Estratégia para o desenvolvimento da atividade:**

Esta atividade deverá ser desenvolvida em grupo de quatro a cinco alunos. Deve-se distribuir as folhas com a atividade para cada aluno, distribuir trenas e réguas para os grupos. Cada aluno deverá responder as questões individualmente e fazer as medições solicitadas anotando as medidas cada um na sua folha de resposta.

De acordo com o que já conversamos a respeito dos tópicos acima, vamos fazer uma pesquisa, para isso vamos definir como questão de pesquisa o seguinte problema:

**Problema:** Como é o aluno típico dessa turma?

Ao definirmos um problema temos de estabelecer objetivos. Neste caso, sugerimos como **objetivo**: construir o perfil dos alunos do Ensino Médio da turma em questão.

**Objetivos específicos:**

- 1) Identificar o perfil pessoal
- 2) Identificar causa da busca pelo estudo.
- 3) Características.

Utilizaremos um questionário como instrumento de coleta de dados.

**Questionário:**

1.1 Gênero

1.1.1 Masculino (    )

1.1.2 Feminino (    )

1.2 Qual sua idade? \_\_\_\_\_

2.1 O que você pretende fazer após o término do Ensino Médio?

2.1.1 Ingressar numa universidade pública (    )

2.1.2 Ingressar numa universidade particular (    )

2.1.3 Fazer um cursinho (    )

2.1.4 Fazer um curso profissionalizante (    )

2.1.5 Apenas trabalhar (    )

2.2 Qual área você pretende trabalhar? \_\_\_\_\_

3.1 Algumas características

3.1.1 Qual sua massa corpórea (Kg)? \_\_\_\_\_

3.1.2 Qual sua altura (cm)? \_\_\_\_\_

3.1.3 Qual é a largura da sua mão?

3.1.3.1 Esquerda (cm) \_\_\_\_\_

3.1.3.2 Direita (cm) \_\_\_\_\_

3.1.4 Qual é o comprimento da sua mão?

3.1.4.1 Esquerda (cm) \_\_\_\_\_

3.1.4.2 Direita (cm) \_\_\_\_\_.



## **Atividade 7**

**Tempo previsto: 2 aulas**

### **Objetivo:**

- Organizar os dados em tabelas.
- Explorar o padrão dos dados e as possíveis relações entre as variáveis.
- Classificar, contar, construir tabelas e gráficos de uma das variáveis em estudo.

### **Estratégia para o desenvolvimento da atividade:**

Acreditamos ser mais produtivo que as construções dos gráficos sejam feitas na sala de informática em duplas. O professor deve distribuir uma folha para cada aluno, e em seguida, iniciar a leitura da atividade explicando e esclarecendo dúvidas sobre o texto. É importante disponibilizar uma parte da aula para que os alunos possam responder as questões, completar a tabela e construir o gráfico solicitado. Provavelmente, será necessário que o professor explique como construir um gráfico de setores.

## **Atividade**

Após a tabulação do questionário da atividade 6, pode-se organizar um banco de dados conforme exemplo da tabela 3. Cada uma das características perguntadas aos alunos, tais como idade, peso, altura, o que ele pretende fazer após o Ensino Médio, entre outras, é denominada variável.

A variável altura assume valores (em cm) 167; 171; e a variável gênero assume os valores M para masculino ou F para feminino. Observe, então, que temos variáveis numéricas (denominadas quantitativas) e não numéricas (denominadas qualitativas). A variável qualitativa assume valores que representam atributos e/ou qualidades, podendo ainda ser classificada como qualitativas ordinais quando apresentam uma ordenação natural como, por exemplo, variáveis que indicam o tamanho de roupas (pequeno, médio ou grande) e variáveis qualitativas nominais tais como cor dos olhos, sexo, grau de satisfação entre outras.

As variáveis quantitativas podem ser subdivididas em discretas e contínuas. De uma forma geral, as variáveis quantitativas discretas assumem valores inteiros, são resultados de contagens tais como número de alunos, número de filhos, etc., e as contínuas assumem valores em intervalos dos números reais tais como massa corpórea e altura dos alunos. Agora responda:

- 1) Qual é o total de alunos presentes na sua sala de aula? Como você classificaria sua sala de aula: população ou amostra?
- 2) Poderíamos dizer que esta pesquisa que realizamos na sala de aula representa todos os alunos desta escola?
- 3) Destes, quantos são do gênero masculino? Quantos do gênero sexo feminino?
- 4) Como você classifica a variável gênero?
- 5) Como você representaria estes valores utilizando porcentagem?
- 6) Complete a tabela abaixo com as informações obtidas com sua pesquisa.

**Tabela 4. Tabela de frequência para a variável Gênero.**

Gênero	Quantidade	Porcentagem (%)
Masculino		
Feminino		
<b>Total</b>		

- 7) Utilize as informações da sua tabela e construa um gráfico de setores.

O gráfico de setores se adapta muito bem às variáveis qualitativas e consiste em repartir um disco em setores circulares correspondentes às porcentagens de cada valor.

- 8) Classifique as outras variáveis relacionadas na tabela 3, procurando justificar suas respostas.

### **Atividade 8.**

**Tempo previsto: 3 aulas**

**Objetivo:**

- Compreender o que é amplitude e a utilização de símbolos próprios da linguagem matemática aplicados na estatística.
- Compreender o significado da média e como obtê-la.
- Compreender o que é a mediana.
- Estabelecer comparações entre média e mediana.

### **Estratégia para o desenvolvimento da atividade:**

Reunidos em grupo, os alunos devem receber do professor a folha com as atividades, uma para cada aluno. Feito isso, deve-se especificar um tempo para que os alunos possam completar as tabelas e responderem as questões. No final, com a mediação do professor, os grupos devem socializar as respostas.

### **Atividade**

Para promover uma comparação com as informações do artigo da atividade 5, elaboramos 2 tabelas: uma para os meninos e outra para as meninas.

- 1) O primeiro passo é organizar uma tabela de tal forma que os valores da coluna altura fiquem em ordem crescente. Vamos colocar nossos dados em ordem crescente. Quem é nossa variável neste caso? Ela é qualitativa ou quantitativa?

Normalmente, utilizamos letras do nosso alfabeto para representarmos as variáveis. Na nossa tabela, optamos pelo uso da letra X.

**Tabela 5. Relação dos alunos do gênero masculino em relação à altura**

<b>Nome dos Meninos</b>	<b>Altura (cm) (X)</b>
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

---

Total

---

**Tabela 6. Relação dos alunos do gênero feminino em relação à altura.**

<b>Nome das Meninas</b>	<b>Altura (cm) (X)</b>
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
Total	

Para cada uma das tabelas acima responda:

2) Qual é a maior e a menor altura em nossa tabela? Qual é a diferença entre elas?

A diferença entre o maior e o menor valor de uma série chama-se amplitude total (A).

3) Como você representaria matematicamente a amplitude total (A)?

4) Na última linha, indique a soma de todos os valores da coluna altura.

Esse total, isto é, a soma de todas as alturas, recebe o nome de somatório. Representa-se o somatório com este sinal gráfico (símbolo):  $\Sigma$  (letra grega sigma maiúsculo).

5) Represente a soma dos valores registrados na coluna altura utilizando o símbolo de somatória.

6) Agora, escreva quantas pessoas fazem parte desta sua pesquisa \_\_\_\_\_.

O total de elementos da tabela é representado pela letra N, neste caso a quantidade de meninas.

- 7) Divida a soma total das alturas pela quantidade de pessoas existentes na sua tabela.
- 8) Represente matematicamente essa divisão utilizando o símbolo de somatório e a letra N.
- 9) Com esses dois dados ( $N$  e  $\Sigma X$ ) nós conseguimos calcular a média.

O valor encontrado é conhecido como média aritmética e é representada pela mesma letra utilizada para representar a variável com uma barra em cima dela. No nosso caso, o símbolo será  $\bar{X}$  (xis barra).

- 10) Escreva uma expressão matemática para a média aritmética, utilizando os símbolos indicados acima.
- 11) Verifique qual aluno está mais abaixo da média, quanto menos? E o aluno que está mais acima da média, quanto mais?
- 12) Você saberia dizer o que significa estas diferenças?

O valor que você encontrou chama-se *desvio*.

- 13) Escreva uma expressão matemática para o desvio, utilizando os símbolos vistos anteriormente.
- 14) Como você organizou sua tabela em ordem crescente considerando os valores da coluna altura, você saberia dizer qual é a altura que está exatamente no meio da tabela?

O valor correspondente ao termo que ocupa a posição central de uma distribuição ordenada de valores chama-se mediana. Em outras palavras, a mediana é uma medida de tendência central que separa a distribuição em duas partes iguais. Quando temos um número ímpar de elementos, a mediana é o elemento que ocupa exatamente o meio da distribuição. Se o número de elementos for par, a mediana será a média dos dois elementos que ocupam a posição central.

Outra medida relacionada com a mediana é o quartil. Os quartis dividem conjuntos ordenados em quatro partes iguais: 25% dos valores serão inferiores

ao primeiro quartil (Q1), 50% serão inferiores ao segundo quartil (Q2=mediana), 75% serão inferiores ao terceiro quartil (Q3).

15) Represente em uma reta numérica a menor altura, a maior altura, a média aritmética e a mediana encontrada para este conjunto de dados. O que você observa?

16) Existe alguma relação entre média e mediana? O que acontece com a média quando alteramos algum dos valores extremos (altere o primeiro ou o último valor da sua lista e verifique o que acontece)? E a mediana sofre alterações?

## **Atividade 9**

**Tempo previsto: 1 aula**

### **Objetivo:**

- Abordar a idéia de Moda
- Fazer comparações entre média, mediana e moda.

## **TEXTO 4**

### ***O jeito de cada tribo***

*Já se foi o tempo do roqueiro que só se vestia de preto e do gótico que não ouvia reggae. As tribos urbanas ainda estão aí, mas os jovens transitam sem problemas entre elas. "É como se surfassem umas nas outras", diz a psicóloga e pesquisadora de moda Cristiane Mesquita. "Eles se apropriam de elementos estéticos de algumas tribos, mas são raros os que seguem seus códigos a fundo." Uma tribo urbana é uma espécie de pacote de gosto musical, ídolos, roupas e acessórios. É uma forma de sinalizar aos outros o que se é – ou não é nada disso. Pode ser simplesmente a expressão sem compromisso da preferência momentânea por uma moda ou por um artista pop. Quando saem para a balada, muitos jovens se vestem de acordo com a ocasião. A roqueira que usa roupa de couro durante seis dias da semana pode renascer clubber para uma festa a caráter no sábado.*

*(Fonte: [http://veja.abril.com.br/especiais/jovens\\_2003/p\\_048.html](http://veja.abril.com.br/especiais/jovens_2003/p_048.html) acessado em 03/01/07).*

1) Qual o tema do texto?

Quando falamos em moda, pensamos logo em modelos, passarelas, desfiles, em Gisele Bündchen. Nesse universo, segundo a enciclopédia digital Wikipédia acessada em 03/01/07:

Moda é a tendência de consumo da atualidade. A moda é composta de diversos estilos que podem ter sido influenciados sob diversos aspectos. Acompanha o vestuário e o tempo, que se integra ao simples uso das roupas no dia-a-dia. É uma forma passageira e facilmente mutável de se comportar e sobretudo de se vestir ou pentear.

- 2) Segundo o texto, podemos dizer que existe mais de uma moda? Qual é a sua moda?
- 3) Mas, afinal, o que tem a ver este texto com a Matemática? Em Estatística, o que vem a ser moda?
- 4) Olhe para sua tabela, existe uma altura que mais aparece? Ou então, aparece mais de uma?

A moda ( $Mo$ ) é o valor que aparece com mais frequência ou o valor mais comum em uma distribuição

- 5) Podem existir mais de uma moda? E Quanto à média e mediana, pode existir mais de uma?
- 6) Uma empresa pretende confeccionar luvas, o tamanho das luvas é definido por dois valores, o comprimento da mão e a largura da mesma. Considere que os dados coletados na sua sala de aula seja uma amostra representativa, qual ou quais tamanhos de luvas a empresa deverá produzir em maior quantidade?

Em algumas distribuições podem ocorrer duas ou mais modas. Quando isso acontece, essas distribuições são chamadas de bimodais. Se não tem moda são chamadas amodal.

## Atividade 10

## Tempo previsto: 2 aulas

### Objetivo:

- Organizar e representar a distribuição de freqüências de dados agrupados em classes (Variável quantitativa contínua).
- Calcular moda, mediana e média para uma distribuição de freqüência de dados agrupados em classes.

### Contexto:

Em uma instituição de ensino estadual, a Diretora distribuiu alguns questionários para obter algumas informações sobre o grupo de professores que compunham sua escola.

Abaixo, representamos as respostas obtidas em relação ao tempo de magistério (em anos), que será nosso objeto de estudo, ou seja, uma variável quantitativa que será tratada como contínua.

4	7,5	2,8	10	0,5	1,5	5	6,5	9	12,5
15	5	1	14	1,5	11	2	7	12	7
0,5	16	11	15	14	10	10	11	5,5	3,5
0,5	9	20	13	15	24	2,5	5	17	1,3
7,3	19	9	6	21	1,8	6	16	18	12
1	8,8	3	20,5	13	9,5	1,3	3,3	9,5	4

- 1) Complete a tabela abaixo, iniciando pela esquerda, linha por linha. No final você terá montado o rol dos dados. A finalidade é facilitar a contagem, identificar os valores extremos e centrais dos dados.

0,5	0,5								

- 2) Agora responda: Qual a amplitude total (A)?

Para a construção da tabela de distribuição de frequências de variáveis quantitativa contínua, utilizamos elementos como tempo, idade, altura, etc. Podemos agrupar os dados em classes.

Para determinar o número de classes ( $K$ ) e a sua amplitude ( $h$ ), podemos utilizar valores padrões. É comum a utilização de um mínimo de 5 e um máximo de 10 classes, evitando o aparecimento de classes com frequência zero. Uma outra maneira seria a utilização de regras como a regra de Sturges ou o critério da raiz.

Regra de Sturges:  $k \cong 1 + 3,22 \log n$ , onde  $n$  é o número de elementos da amostra e  $k$  é o número de classes a serem utilizadas.

Critério da raiz: se  $n \leq 25$ , usa-se  $k = 5$

se  $n \geq 25$ , usa-se  $k \cong \sqrt{n}$

- 3) Determine, então, o número de classes para os dados desta tabela.
- 4) Precisamos ainda determinar a amplitude das classes ( $h$ ). Ela é obtida dividindo a amplitude total ( $A$ ) pelo número de classes ( $k$ ), assim:  $h = \frac{A}{k}$ .
- 5) Calcule a amplitude das classes para os dados da tabela. Esse valor também é arredondado normalmente.
- 6) Agora você já pode construir a tabela da distribuição de frequência por classes. Então, complete a tabela abaixo.

Tempo de magistério (em anos)	Professores
0 ↦ 3	13
3 ↦ 6	
6 ↦ 9	
Total	60

- 7) Agora, vamos construir um histograma. Você sabe o que é um histograma?  
Qual a diferença entre um gráfico de colunas e um histograma?
- 8) Qual é a moda nesta distribuição? E a Média? E a Mediana?

Em uma distribuição de frequência agrupadas, a moda é o ponto médio do intervalo de classe que tem a maior frequência.

Para situar a mediana quando temos uma distribuição de frequência em classe, devemos, inicialmente, construir a distribuição de frequência acumulada.

- 9) Complete a tabela abaixo, e localize o intervalo onde contém o elemento que ocupa a posição central.

Tempo de magistério (em anos)	m	Professores (f)	fa	fm
0 ↦ 3	1,5	13	13	19,5
3 ↦ 6	4,5	9	22	40,5
6 ↦ 9	7,5			
			60	
Total		60		

Para aplicar a fórmula da mediana para este caso, necessitamos do tamanho da amostra (N), da frequência acumulada anterior ao da classe onde se encontra o elemento que ocupa a posição central ( $fa_i$ ) e, a frequência da própria classe onde se encontra o elemento central ( $f$ ), da amplitude da classe ( $h$ ) e do limite inferior da classe onde se encontra o elemento central ( $I$ ). Assim:

$$Mediana = I + \left( \frac{\frac{N}{2} - fa_i}{f} \right) h$$

10) Usando a fórmula acima, calcule a mediana e compare com sua resposta no item 8.

Para determinar a média de uma distribuição de frequências em classes, devemos dividir a soma dos produtos do ponto médio (m) de cada classe pela sua frequência (f), pelo número de elementos da amostra ou população (N). Assim:

$$\bar{X} = \frac{\sum fm}{N}$$

11) Calcule a média utilizando a fórmula acima e compare com sua resposta no item 8.

12) Faça a distribuição de frequência por classes da variável altura dos dados coletados na sua sala de aula.

13) Calcule a média, mediana e moda.

14) Compare os resultados obtidos com os divulgados pela reportagem.

15) Qual das medidas (média, mediana ou moda) seria melhor para representar o conjunto de dados?

16) O que representa cada uma destas medidas?

Com o advento da tecnologia, a determinação da moda, mediana e média são feitos com os dados brutos.

Já vimos que a média, a mediana e a moda são três medidas que caracterizam a tendência central de um conjunto de dados. Porém, essas 3 medidas não são suficientes para descrever, estatisticamente, um conjunto de dados.

As medidas de tendência central somente nos dão um valor central do conjunto. Alguns conjuntos de dados são compostos por valores muito próximos, enquanto que outros por valores bastante dispersos.

## **Atividade 11**

**Tempo previsto: 1 aula**

**Objetivo:**

- Criar a necessidade de uma nova ferramenta para comparar dados.
- Iniciar as primeiras noções de desvio padrão, relacionando com as idéias de dispersão e homogeneidade dos dados e variabilidade dos dados.

1) Observe as notas dos alunos de duas turmas do Ensino Médio e calcule suas médias:

**Turma 1:** 6, 7, 6, 5, 6

**Turma 2:** 2, 8, 4, 10, 6

- 2) Apesar da nota média das duas turmas serem \_\_\_\_\_, as notas obtidas pela Turma 1 são muito \_\_\_\_\_ umas das outras enquanto que as notas da Turma 2 são mais \_\_\_\_\_.
- 3) Complete os desvios das tabelas abaixo:

**Turma 1**

Aluno	Nota (X)	Desvio ( $X - \bar{X}$ )
Andre	6	$(6 - 6) = 0$
Carlos	7	
Fabiana	6	
Andressa	5	
Diego	6	

**Turma 2**

Aluno	Nota (X)	Desvio ( $X - \bar{X}$ )
Adriana	2	$(2 - 6) = -4$
Paulo	8	
Eunice	4	
Valeria	10	
Ricardo	6	

- 4) Como você verificou as duas turmas apresentam a mesma média, que é igual a \_\_\_\_\_.
- 5) Observe que os desvios da \_\_\_\_\_ são maiores, em módulo (valor absoluto), que os desvios da \_\_\_\_\_. O que significa que os valores da

Turma 2 são mais dispersos em torno da \_\_\_\_\_ 6. Assim os desvios em torno da média nos dão a \_\_\_\_\_ da série de valores e quanto \_\_\_\_\_ forem os desvios, maior será a dispersão.

- 6) Estes desvios são chamados de medidas de variabilidade e elas nos informam sobre a \_\_\_\_\_ ou \_\_\_\_\_ desses valores.
- 7) Restringindo nossa análise apenas ao valor da média, as duas turmas apresentariam desempenho médio igual, o que não é suficiente, pois existem informações em relação à homogeneidade que somente poderemos diagnosticar por meio de uma medida de \_\_\_\_\_ que nos dá a dispersão dos resultados em torno da medida de tendência central, a fim de que a análise não fique comprometida.

## Atividade 12

**Tempo previsto: 1 aula**

### Objetivo:

- Finalizar as primeiras noções de desvio padrão, relacionando com as idéias de dispersão e homogeneidade dos dados e variabilidade dos dados.

- 1) Complete os desvios que estão faltando na tabela

### Turma 3

Aluno	Nota (X)	Desvio ( $X - \bar{X}$ )
Daniela	5	$(5 - 5) = 0$
Fernando	6	
Gabriela	5	
Tiago	4	
Micheli	5	

### Turma 4

Aluno	Nota (X)	Desvio ( $X - \bar{X}$ )
Lucas	1	$(1 - 5) = -4$
Larissa	8	
Luciana	5	
Marcos	2	
Sandra	9	

- 2) A nota média das duas turmas é igual a \_\_\_\_\_. Observe que os dados da Turma 4 variam, em torno da \_\_\_\_\_, muito mais que os da Turma 3. (media)
- 3) Observe a representação na reta real destes valores

### Turma 3



### Turma 4



- 4) Fica bem evidente \_\_\_\_\_ que a variabilidade da Turma 4 é \_\_\_\_\_ que a da Turma 3. Assim um conjunto de dados com valores extremos muito afastados, tem grande \_\_\_\_\_.
- 5) Assim, podemos observar que se os valores de um agrupamento de dados são muito próximos (homogêneos), os dados tem pequena \_\_\_\_\_ ou \_\_\_\_\_, por outro lado se os valores deste agrupamento de dados são muito distantes (heterogêneo), os dados tem grande \_\_\_\_\_.
- 6) Poderemos de uma forma mais rápida ter uma noção de como os dados se dispersam em torno da medida de tendência central, através da amplitude total. A amplitude total é uma medida de \_\_\_\_\_ utilizada quando se deseja fazer uma comparação grosseira entre dois ou mais grupos de dados.
- 7) A amplitude total é a diferença entre o \_\_\_\_\_ e o \_\_\_\_\_ valor de um agrupamento de dados.

8) A amplitude total na Turma 3 é \_\_\_\_\_ e na Turma 4 é \_\_\_\_\_.

Como o cálculo da amplitude total baseia-se apenas em valores extremos, sua precisão como medida de variabilidade é falha.

Podemos observar nas atividades anteriores que o valor da média não indica o grau de dispersão dos demais valores em torno dela. Com isso, precisamos de uma nova forma de medir este grau de dispersão.

### Atividade 13

**Tempo previsto: 2 aulas**

#### Objetivos:

- Iniciar o estudo de variabilidade a partir do desvio médio.
- Estudar desvio padrão

Vimos que a média é a soma de um conjunto de valores dividida pela

quantidade desses valores no conjunto, sendo definida pela fórmula:  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x}{N}$ .

Considere que um aluno tenha as seguintes notas 3, 4, 7, 10. Calcule a média e os desvios em torno da média.

Notas $x_i$	$x_i - \bar{x}$	$ x_i - \bar{x} $
3		
4		
7		
10		

Utilizando a mesma idéia do calculo da média, iremos calcular o desvio médio, observe que ao fazermos a somatória dos valores encontrados na coluna  $x_i - \bar{x}$ ,  $(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}))$ , a soma será nula, então para calcular o desvio médio (dm) vamos utilizar a somatória dos valores absolutos das diferenças

$|x_i - \bar{x}|$ , assim a expressão matemática que representa o cálculo para o

desvio médio (dm), será:  $dm = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$

- Como você interpreta esta nova medida?
- O que significaria um desvio médio nulo, um desvio médio baixo e um desvio médio muito alto?

Nem sempre esses valores absolutos são de fácil manipulação algébrica. Assim, para contornar este problema, podemos tomar os quadrados dos desvios em relação à média.

- Refaça o quadro abaixo considerando o quadrado dos desvios

Notas Xi	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
3		
4		
7		
10		

- O que você observa na última coluna?
- Some todos os valores obtidos na última coluna e divida pela quantidade de notas existentes na tabela.

Este valor que você acabou de calcular é conhecido como variância ( $s^2$ ),

sendo representado pela expressão matemática :  $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$ ,

quando estamos trabalhando com uma amostra da população ou ainda pela

expressão matemática:  $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}$  quando estamos trabalhando com a

população.

Em Estatística,  $n - 1$  representa os graus de liberdade que indicam os espaços entre os dados. Para calcular a variância de uma amostra, utilizamos

o denominador  $n - 1$ , caso contrário estaríamos fazendo uma sub-estimativa da variância da população. Isso porque estamos utilizando a média da amostra como uma estimativa da população. Porém, para grandes valores de  $N$ , essa diferença não é tão significativa.

Quando calculamos a medida de variabilidade, obtemos um valor ao quadrado, o que nos causa um problema: como podemos comparar duas medidas com unidades diferentes? Seria algo como  $m$  e  $m^2$ . Por isso, para que possamos fazer comparações mais coerentes, devemos voltar à unidade de medida original. A partir daí, calculamos a raiz quadrada da variância. Essa medida será chamada de desvio padrão ( $s$ ) expressa pela fórmula matemática:

$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$  quando estamos trabalhando com uma amostra da

população, ou pela expressão:  $\sigma^2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}}$ , quando estamos trabalhando com toda a população.

- f) O desvio padrão representa a \_\_\_\_\_ em uma distribuição, porque mede a média dos desvios a contar da média.
- g) Quanto maior a variabilidade em torno da média de uma distribuição, \_\_\_\_\_ é o desvio padrão.

#### Atividade 14

**Tempo previsto:** 2 aulas

#### Objetivo:

- Calcular a variância e o desvio padrão de uma distribuição de freqüência simples.

Considere os seguintes valores brutos que dão a idade de uma amostra de 25 alunos de uma escola:

18	18	19	19	19
19	20	20	20	21
21	22	22	23	23
24	25	26	26	26
27	27	29	30	31

- a) Calcule a variância e o desvio padrão conforme visto na atividade anterior.  
b) Construa uma tabela de distribuição de freqüência para os dados acima.

X	f	X	f
18	2	25	1
19	4	26	3
20	3	27	2
21	2	28	0
22	2	29	1
23	2	30	1
24	1	31	1

- c) Calcule a variância e o desvio padrão. Para isso, complete a tabela abaixo, calcule a média e aplique as fórmulas abaixo para a variância e desvio padrão.

Para uma distribuição de frequência simples aplicamos as fórmulas seguintes:

$$s^2 = \frac{\sum fX^2}{N} - \bar{X}^2$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum fX^2}{N} - \bar{X}^2}$$

X	f	fX	fX <sup>2</sup>
18	2	36	648
19	4	76	1444
20	3	60	1200
21	2	42	882
22	2	44	968
23	2	46	1058
24	1	24	576
25	1	25	625
26	3	78	2028
27	2	54	1458
28	0	0	0
29	1	29	841
30	1	30	900
31	1	31	961
<b>TOTAL</b>			

- d) Qual a diferença entre variância e o desvio padrão para a distribuição de frequências simples e a variância e desvio padrão obtidos com base nos dados brutos?

### **3.5 Análise da primeira versão da THA realizada pelos professores aplicadores**

Após a elaboração das atividades que constituem a THA, realizamos um estudo junto aos dois professores do Ensino Médio que participaram da pesquisa. Esse estudo ocorreu na própria unidade escolar fora do horário de aula, o qual tinha a finalidade de apresentar o projeto de pesquisa para os professores e, em seguida, analisarmos juntos cada atividade que constitui a THA. A idéia era de que os professores pudessem, por meio do conhecimento atual de seus alunos, refletirem sobre possíveis sugestões, modificações ou alterações.

Ao analisarem as atividades em que eram propostas leituras de textos e situações-problema, os professores aplicadores acharam que os alunos não encontrariam dificuldades para realizá-las. Eles alegaram que as atividades eram interessantes e que não seria necessária nenhuma alteração ou modificação.

A partir da atividade 7, onde iniciamos a exploração e análise de dados, esclarecemos que a relevância do uso do *Software Excel* como recurso tecnológico. Um dos professores declarou que teria dificuldades para trabalhar com informática, pois não tinha domínio sobre o assunto. Devido a isso, nos prontificamos, caso necessário, para desenvolvermos as atividades juntos.

Esclarecemos, antecipadamente, aos professores que as aulas seriam observadas, pois era preciso coletar algumas informações durante a realização das atividades propostas em sala de aula.

Inicialmente, as atividades propostas não foram alteradas pelos educadores aplicadores. Acreditamos que isso tenha ocorrido pelo fato dos professores trabalharem, regularmente, com atividades propostas nos livros didáticos sem fazer nenhuma alteração. Foi possível observar que, em conformidade com as informações contidas na nova proposta curricular do

Estado de São Paulo, os professores reafirmaram a tendência em seguir as atividades como propostas, o que revela que não estão acostumados a fazer alterações.

---

---

### A TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM EM SALA DE AULA E A ATUAÇÃO DOS PROFESSORES E DOS ALUNOS

Neste capítulo, apresentamos uma breve caracterização dos professores, dos alunos e da escola envolvidos no desenvolvimento da THA. Em seguida, discutimos alguns dados do relatório de observações de cada aula. Disponibilizamos o relatório completo de cada aula desenvolvida pelos professores P1 e P2 no anexo C.

De acordo com a Proposta Curricular do Estado de São Paulo, o conteúdo de Estatística está proposto no 4º Bimestre da 3ª Serie do Ensino Médio. Como o material destinado ao 1º Bimestre ainda não tinha sido entregue (apostilas adotadas pelo Governo do Estado de São Paulo), e após conversamos com os professores que aceitaram participar do projeto da THA, decidimos desenvolver nossa THA no início do ano letivo.

#### **4.1 Caracterização: professores envolvidos, alunos e unidade escolar**

Os educadores participantes da pesquisa trabalham numa mesma escola estadual localizada na periferia de Osasco, em São Paulo. Com o objetivo de melhor conhecer o trabalho dos professores aplicadores, elaboramos um questionário que se encontra no Anexo A.

##### **4.1.1 Perfil dos educadores**

###### **Professora P1**

Sexo feminino, 48 anos, possui licenciatura plena em Matemática com 20 anos de magistério. Leciona no Ensino Fundamental e Médio em escolas da rede estadual. Ela não realizou nenhum curso de pós-graduação, no entanto participou de mini cursos oferecidos pela Diretoria de Ensino. Como ela está

iniciando este ano nesta escola, vindo pelo concurso de remoção. Ela diz que não conhece a realidade da escola e dos alunos.

Com relação a trabalhos colaborativos, a professora diz que participa em projetos que ocorrem nas escolas, como exemplo citou o “Projeto Viva Japão”.

Em suas aulas, ela costuma iniciar um tema novo com atividades tendo como objetivo verificar os conhecimentos prévios dos alunos, utilizando como recursos didáticos o próprio livro didático, jornais e revistas.

A professora afirma que em seu curso de graduação estudou Estatística e ela associa essa palavra com termos como contagem e recenseamento. Na sua prática, em relação ao tema, ela diz que trabalha os conceitos básicos, como: técnicas de amostragem, distribuição de frequência, representação gráfica e interpretação de dados. Em sua atuação, ela utiliza a técnica de resolução de problemas, incentiva a leitura de jornais, coleta de dados em contas de água e luz, e ainda, desenvolve suas aulas com os exercícios retirados dos livros didáticos e tabelas de jornais.

O relato da professora reforça que os alunos têm muita dificuldade para interpretar e analisar os dados, utilizando a linguagem matemática. Ela não faz uso de nenhum recurso tecnológico e explica que sua maior dificuldade para ensinar Estatística está relacionada à falta de recursos didáticos.

## **Professor P2**

Sexo masculino, 40 anos, com licenciatura plena em Matemática, possui 14 anos de magistério. Leciona no Ensino Fundamental e Médio em escolas da rede estadual e privada. Embora não possua nenhum curso de pós-graduação, participou de cursos oferecidos pela Secretaria da Educação, tais como: o Ensino Médio em Rede e de mini-cursos oferecidos pela Diretoria de Ensino.

Sobre sua formação inicial, o professor afirma que estudou Estatística e, o que ele lembra, é da Estatística associada a gráficos e tabelas.

Com relação a trabalhos colaborativos, o professor procura não participar desse tipo de trabalho, auxiliando apenas em projetos dentro da própria escola, mas sem muito envolvimento.

Segundo o discurso do professor, em suas aulas ele utiliza a problematização, questionando os alunos sobre o assunto a ser estudado. Para isso, faz uso de giz, lousa e computadores.

Com relação ao ensino de Estatística, o professor comenta que trabalha com os conceitos de média, mediana e moda, além de alguns tipos de gráficos, e aborda os temas a partir de um exemplo, sendo que depois, parte para pesquisa em campo, utilizando questionários elaborados pelos próprios alunos. Não trabalha com resolução de problemas, mas incentiva a leitura de textos jornalísticos e científicos.

Ele destaca que a dificuldade dos estudantes está centrada na interpretação de gráficos, e é onde ele próprio também encontra a maior dificuldade para ensiná-los. No que diz respeito aos recursos tecnológicos, ele utiliza *softwares* como o *Excel* e o *Word* para desenvolver suas aulas. Sua avaliação em relação à compreensão dos alunos sobre conceitos estatísticos é regular.

#### **4.1.2 Caracterização da escola e dos alunos envolvidos na investigação**

Conforme informamos, a pesquisa foi realizada em uma escola Estadual, localizada na periferia do município de Osasco, grande São Paulo. A escola está inserida em uma região com habitações populares, com pessoas de contexto sócio-econômico menos favorecido.

Em uma pesquisa realizada por amostragem pela própria escola, com a participação de 30% dos alunos de cada período, constatou-se que eles moram em casas populares nos arredores da escola e que a grande maioria são migrantes. Os dados levantados demonstraram que a renda mensal da família é baixa, sendo que os alunos possuem baixo poder aquisitivo, impossibilitando o pedido de materiais didáticos mais elaborados.

A unidade escolar possui uma clientela extremamente heterogênea, tanto em relação ao conhecimento, comportamento e à idade. O reconhecimento dessa heterogeneidade é perceptível nos períodos de aula.

Os alunos matriculados no período da manhã são, em sua maioria, adolescentes. Não apresentam graves problemas de disciplina e a escola consegue desenvolver um bom trabalho pedagógico. Já os estudantes do período da tarde são crianças procedentes de várias escolas municipais e estaduais. Apresentam diversidade de conhecimento, de comportamento e de condições econômicas. Os estudantes do período noturno não apresentam grandes diferenças de conhecimento ou de comportamento em relação aos demais turnos. No entanto, faltam às aulas frequentemente, o que significa que não tem compromisso efetivo com a escola. Devido à dificuldade de emprego, os alunos se submetem aos interesses das empresas que exigem cada vez mais exclusividade e tempo no trabalho. Por isso, é comum eles chegarem a partir da segunda aula.

Referente à pesquisa propriamente dita, essa foi realizada com duas turmas da 3ª série do Ensino Médio, turma B e Turma C, do período noturno. A turma B é composta por 35 alunos, sendo 14 meninos e 21 meninas, na faixa entre 16 a 35 anos de idade. A turma C é composta por 34 alunos, sendo 19 meninos e 15 meninas, todos na faixa entre 16 e 26 anos de idade.

As atividades foram desenvolvidas em 22 aulas de 45 minutos cada uma e todos os alunos já haviam, anteriormente, sido informados sobre as atividades diferenciadas que seriam realizadas.

#### **4.2 O desenvolvimento da THA pelos professores P1 e P2**

As observações foram realizadas de forma direta durante o desenvolvimento da THA em sala de aula, tendo como finalidade captar todos os momentos da atuação do professor, comportamentos, bem como dificuldades dos educandos diante dos novos conhecimentos que estavam sendo trabalhados.

Organizadas em nove categorias, apresentamos no próximo tópico, as reflexões que realizamos sobre os envolvidos no processo de ensino e aprendizagem durante a prática educativa em sala de aula. A análise é resultado da leitura do embasamento teórico e da observação dos relatórios que podem ser visualizados em sua totalidade no Anexo C deste trabalho.

#### **4.2.1 Organização da classe e “clima” dominante**

A professora P1 deixou claro para os alunos, logo no primeiro dia, que as atividades seriam realizadas durante as aulas e que elas deveriam ser entregues no final, independentemente de estarem prontas ou não. Caso não estivessem prontas, os alunos receberiam a avaliação na próxima aula para terminarem e seriam avaliados pelas atividades entregues.

Ela não estabeleceu nenhuma ordem em sala de aula, deixando os alunos organizarem-se livremente em grupos ou individualmente. A formação de grupos foi espontânea, devido às mesas redondas que foram colocadas nessa sala por falta de carteiras na escola. Os demais iam para as carteiras que restaram no fundo da sala e a professora orientou que mesmo em grupo, cada um deveria fazer seu próprio registro na folha de atividade.

Nessa sala, ao longo do desenvolvimento do trabalho, observamos que poucos alunos eram frequentes. Além disso, alguns alunos frequentavam a sala de aula esporadicamente e quando entravam não participavam das atividades, isolando-se no fundo da sala. Então, ficavam ouvindo música com fone de ouvido e conversando. A professora era indiferente às atitudes dos alunos. Isso explica o motivo que colaborou para que as atividades não ocorressem como esperávamos, pois não teve a participação da sala como um todo.

A professora P1, começava sua aula já com as atividades fazendo a leitura inicial com a turma e, em seguida, disponibilizava um tempo da aula para que eles desenvolvessem a atividade. Nesse espaço de tempo, ela circulava pela sala de aula, observando o que os grupos estavam fazendo e recorria à lousa para esclarecer alguma dúvida que fosse comum a todos os alunos. Observamos que esse recurso foi mais constante nas últimas atividades.

Já o professor P2, ao esclarecer a proposta de trabalho para o bimestre, exigiu que os alunos trabalhassem individualmente. Entretanto, com o desenvolvimento do trabalho, ele foi permitindo que os estudantes formassem grupos. Embora os educandos dessa turma fossem mais frequentes, alguns

mantinham comportamento inadequado no fundo da sala, mesmo com a repreensão do professor.

Ao iniciar a aula, esse professor distribuía as atividades e não transmitia nenhuma orientação para a turma. Quando os alunos faziam perguntas sobre as atividades, ele não usava a lousa. Suas explicações eram verbais e, em muitos momentos, ele mesmo respondia as questões para os estudantes. Observamos que tal postura foi sendo modificada pelo educador com o desenrolar das atividades porque ele percebeu que os alunos estavam com sérias dúvidas, a ponto de entregarem as atividades, até mesmo sem respondê-las e, quando respondidas, apresentavam erros.

Ambos os professores acharam melhor desenvolver as atividades na sala de aula e, após o término, recolhe-las devido à experiência que tiveram ao trabalhar com o material “apostilado” que o Governo do Estado de São Paulo adotou. Essa postura é justificada pelo fato das apostilas serem, frequentemente, esquecidas na sala de aula, ou até mesmo, perdidas.

#### **4.2.2 Consignas do professor sobre tarefas e explicitação dos objetivos de aprendizagem**

Durante a trajetória da nossa pesquisa, os educadores apresentaram domínio do conteúdo matemático proposto, embora, quando surgia alguma dúvida em relação às atividades expostas, conversávamos antes do início das aulas.

Sobre a atuação em sala de aula, os professores não delinearão para os alunos quais eram os objetivos de cada atividade. Ressaltamos que na versão da proposta recebida por eles, os objetivos estavam explicitados. No entanto, ao iniciar o trabalho, eles esclareciam para suas turmas que a participação nas aulas seria de fundamental importância para o desenvolvimento das atividades.

A professora P1 mantinha o mesmo tom de voz. Tipicamente calma, não entrava em conflito com os alunos. Quando a sala de aula fugia dos padrões disciplinares, ela chamava a atenção dos estudantes perguntando se já tinham terminado a atividade.

O professor P2, no início do desenvolvimento do projeto, recorria menos a lousa, sendo a leitura das atividades realizada por cada educando individualmente, sem a formação de grupos. Após a segunda semana, percebemos uma mudança em sua postura. Ele aderiu aos grupos e percebeu a necessidade de ir até a lousa para ampliar suas explicações, já que as exclusivamente verbais estavam se mostrando ineficientes.

É interessante comentar que os professores utilizavam as atividades também como uma forma avaliativa para motivar a participação e interação dos alunos no decorrer das aulas e, conseqüentemente, despertando-lhes o interesse para o trabalho que estavam desenvolvendo. Os educadores constataram, por meio da experiência profissional, que se não adotassem essa metodologia, alguns alunos não realizariam as tarefas.

#### **4.2.3 Atitudes dos estudantes no desenvolvimento das tarefas e implicações deles na busca de soluções**

Os alunos da professora P1 revelaram considerável interesse pelas atividades, principalmente os que estavam em grupos. Percebemos que quando um deles encontrava a solução, ele mesmo explicava o seu raciocínio para os demais colegas. No entanto, alguns alunos que não estavam em grupos, tinham certa timidez de perguntar para a professora, enquanto outros esperavam as respostas para copiarem.

No início do projeto, os alunos do professor P2 estavam inibidos. Percebemos que estavam com medo de fazer perguntas para ele. Temos como hipótese desse comportamento a postura inicial do professor em entregar as atividades sem uma explicação prévia. Com o passar do tempo, esse receio foi desaparecendo no desenvolver do trabalho, pois a indiferença dos estudantes com as atividades influenciou na mudança de postura do professor que permitiu a formação de grupos, favorecendo, assim, a interação entre o professor, os alunos e atividades.

Notamos que desde as primeiras atividades, os alunos já estavam interessados, principalmente, porque havia a expectativa de realizar algumas tarefas na sala de informática, algo que, infelizmente, não foi possível fazer uso

porque o prédio estava em reforma. Com isso, a desmotivação em executar essas atividades na sala de aula com o auxílio de régua, papel quadriculado, folha sulfite e lápis foi visível..

#### **4.2.4 Eventuais problemas relacionados à leitura e compreensão dos textos**

A princípio, acreditávamos que os educandos poderiam demonstrar estranhamento e objeção em relação às atividades com textos, mas esse fato não aconteceu. Pelo contrário, observamos que as atividades que envolviam textos despertava a participação deles com mais facilidade.

Em ambas as turmas, verificamos que não houve grandes problemas em relação à leitura e interpretação dos textos. A hipótese que apresentamos é a de que a turma da professora P1 não demonstrou dificuldades de interpretação nos textos porque a leitura era feita coletivamente pela professora. Durante a leitura, os alunos comportaram adequadamente em sala e recebiam explicações necessárias a cada termo estatístico desconhecido por eles.

Já na turma do professor P2, as leituras eram feitas individualmente sem diálogo algum entre eles e, quando surgia alguma dúvida em relação ao texto, o professor esclarecia individualmente. Provavelmente, a postura adotada pelo professor durante as aulas tenha contribuído para que grande parte dos alunos não esclarecesse suas dúvidas. Isso culminou em respostas incorretas e, até mesmo, em branco conforme constatamos nas atividades entregues.

#### **4.2.5 Interação entre alunos na realização das tarefas**

Percebemos que os alunos da professora P1 tinham uma interação natural entre eles. A sala era mais agitada, facilitando uma grande comunicação e a troca de informações entre eles e a professora.

Os educandos do professor P2 não apresentaram esse mesmo dinamismo. Os alunos eram mais tímidos, e acreditamos que a postura inicial

do professor deixou-os mais retraídos, mas esse relacionamento foi sendo superado com desenvolvimento das atividades.

Não podemos deixar de destacar que durante as atividades 6 e 7, houve uma participação efetiva de todos os alunos, de ambas as turmas, inclusive os que estavam sentados no fundo da sala.

#### **4.2.6 Dificuldades observadas e possíveis causas**

Durante o desenvolvimento das atividades, foi possível constatar algumas dificuldades apresentadas pelos alunos de ambas as turmas, tais como:

- Na atividade 2, os alunos tiveram dificuldade de aplicar as ideias de razão e proporção;
- Na atividade 6, eles não sabiam como fazer medições usando trenas e réguas.

Apresentaram dificuldades em trabalhar com expressões algébricas, ou seja, os alunos não sabiam substituir as letras pelos valores numéricos correspondentes.

Tais dificuldades ficaram mais evidentes nas últimas atividades porque o uso de fórmulas matemáticas era constante e, além disso, os problemas aumentaram, pois a professora P1 começou a fazer as atividades na lousa, sem dar tempo para os alunos tirarem suas dúvidas.

A professora P1 justificou a mudança de sua postura devido à necessidade de iniciar o conteúdo 1º Bimestre já que a “apostila” para os alunos havia chegado na escola.

De acordo com as dificuldades observadas durante o desenvolvimento da THA, entendemos que não é fácil diagnosticá-las. Contudo, podemos supor que essas são consequências de como ocorreu a trajetória de aprendizagem desses alunos durante sua vida escolar.

#### **4.2.7 Interesse dos alunos por tarefas que envolvem contextualização, situações de investigação e aplicações de fórmulas.**

Percebemos, no decorrer das observações que foram realizadas em sala de aula que, tanto os alunos da professora P1 quanto os alunos do professor P2, demonstraram interesse em todas as atividades propostas, porém os alunos da professora P1 tiveram participação mais efetiva do que os alunos do professor P2.

Com relação ao interesse dos alunos pelas atividades, faremos uma síntese evidenciando as mais e as menos envolventes.

**Atividades 6, 7** – situação envolvendo coleta de dados por meio de medições do seu próprio corpo e suas tabulações;

**Atividades 1, 5** – abordagem dos novos conhecimentos com o auxílio de textos;

**Atividades 2, 3 e 4** - situações apresentando gráficos estatísticos;

**Atividade 11 e 12** – situações em que o aluno deveria completar frases de acordo com o seu conhecimento;

**Atividade 8** – situação envolvendo construção de tabelas e uso de fórmula;

**Atividades 10, 13, 14 e 15** – situações envolvendo aplicações de fórmulas.

Desse modo, constatamos que os alunos tiveram uma participação ativa nas situações em que envolvia uma interatividade entre eles. Isso já não ocorria na mesma intensidade em atividades em que apareceram aplicações de fórmulas.

#### **4.2.8 Adequação do tempo previsto para as tarefas**

O tempo determinado para o desenvolvimento de cada aula foi atingido satisfatoriamente pela professora P1. Nas atividades 6, 7 e 8, a professora não cumpriu com o tempo previsto, demorando o dobro. Talvez, isso tenha influenciado sua mudança de postura nas atividades finais, não disponibilizando muito tempo para discussões.

No caso da turma do professor P2, as atividades ocorreram no tempo previsto, pois o professor recolhia as atividades no final desse tempo, independentemente de estarem terminadas ou não. Por isso, encontramos várias atividades em branco.

#### **4.2.9 Intervenções do professor durante a realização das tarefas, socialização e sistematização das conclusões**

No decorrer do desenvolvimento das atividades pela professora P1, percebemos que ela fazia várias intervenções em relação aos termos e vocabulários próprios da estatística, principalmente, nas atividades iniciais, pois quando os alunos encontravam alguma dificuldade em continuar a atividade, ela recorria à lousa para explicar. Em outros momentos, ela iniciava a atividade e pedia para que os alunos dessem continuidade em sua resolução.

Em suas aulas, a professora P1, interagiu mais com os alunos, circulava pela sala auxiliando os grupos, ouvia suas dúvidas e instigava-os a dar as respostas para depois sistematizar o raciocínio correto. Nas atividades finais, a professora interagiu menos com os alunos, não disponibilizando de tempo para que os mesmos desenvolvessem as atividades. Assim, ela apenas escrevia constantemente as respostas na lousa.

O professor P2, ao contrário da professora P1, fez poucas intervenções, e procurava esclarecer as dúvidas somente quando algum aluno solicitava sua presença. No decorrer dessas pequenas intervenções, observamos que o professor, ao tentar esclarecer as dúvidas dos alunos, acabava dando a resposta da atividade. Notamos ainda que, com o desenvolvimento dos trabalhos, o professor começou a socializar as respostas dos alunos e dirigia-se à lousa para explicar as atividades.

Contudo, embora tenha alterado sua postura, a ansiedade do professor em dar as respostas para os alunos continuou. Assim, quando o estudante iniciava sua idéia, o professor concluía o raciocínio que o ele deveria ter feito. Além disso, se o educando estivesse errado, o educador não o incentivava a buscar outra solução e já lhe dava a resposta.

### **4.3 Novos conhecimentos construídos após a THA**

Ao observarmos o Ciclo de ensino de Matemática abreviado (Simon, 1995), apresentado na figura 1 (pág. 22), percebemos que o conhecimento do professor é o ponto de partida e também ponto de chegada neste ciclo. Assim, a cada ciclo seu conhecimento se modifica.

Com isso, apresentamos as reflexões e os novos conhecimentos que emergiram após o desenvolvimento da THA em sala de aula, tanto dos professores colaboradores como do professor pesquisador, de acordo com o Ciclo de Ensino de Matemática (Simon, 1995). E, na seqüência, propomos sugestões e modificações para as próximas THAs, tendo como objetivo corrigir as falhas e problemas observados durante o desenvolvimento das mesmas em sala de aula.

#### **4.3.1 Novos conhecimentos dos professores colaboradores**

Após o desenvolvimento da THA em sala de aula, conversamos com os professores colaboradores e pedimos para que eles nos relatassem os pontos positivos e negativos desse processo, bem como se eles adquiriram algum conhecimento com essa experiência.

Os professores, de uma maneira geral, levantaram alguns pontos negativos, como o desinteresse dos alunos, a falta de estrutura da escola, como sala de informática fechada, explicando que embora os computadores já tivessem chegado, não haviam ainda sido instalados. Além disso, reclamaram do material apostilado do Estado. Eles comentaram que o atraso das apostilas acarretava em atrasos difíceis de serem recuperados. Vejamos alguns comentários:

P2: “Os alunos são empurrados, quando chegam ao 3º ano do Ensino Médio, estão desmotivados, não conseguem prestar atenção nas explicações, conversam demasiadamente, ficam ouvindo música no celular, e nas quartas feiras quando tem jogo, muitos faltam e os que estão em sala de aula, ficam ouvindo o jogo, atrapalhando os que ainda querem estudar, ou pelo menos, tem interesse.”

P1: “Eles não são maldosos, não respondem quando pedimos para desligar os aparelhos, no geral eles nos atendem, são inocentes, não sei como trabalhar com esses alunos.”

P2: “A sala de informática, não funciona, chegaram computadores novos, mas não foram instalados.”

Perguntamos aos professores se eles gostaram de trabalhar com a nossa proposta.

P1: “Gostei do material e da forma que foi trabalhado os assuntos, pena que não podemos usar os computadores, confesso que eu não sei como dar uma aula utilizando computadores.”

P2: “A princípio eu estranhei, sempre trabalhei com exercícios. Achei interessante a forma que você inicia as atividades. Eu gostei do seu material, e as suas orientações antes das aulas também ajudaram, foi ficando mais claro como as atividades deveriam ser trabalhadas.

P1: “Não dava muita importância nos detalhes de construção de um gráfico, agora eu sei o que devo observar e como fazer a intervenção para que o aluno aprenda a construir corretamente.”

P1: “Com o material pronto, impresso para o aluno, ficou mais fácil nosso trabalho, eu lia as atividades com os alunos e pedia que eles fossem resolvendo, é verdade que muitos esperam para copiar, mas percebi que vários alunos, que não faziam absolutamente nada, nem copiavam a lição, estavam tentando resolver as atividades.”

P2: “Eu entregava a atividade e pedia para eles lessem e iniciassem a resolução, muitos não estavam fazendo, comecei a ler e explicar na lousa, percebi que os alunos começaram a participar mais, mas outros esperavam a resposta para copiar.”

P1: “Eu fiquei preocupada com o tempo, quando eu soube que as apostilas do 1º bimestre tinham chegado, comecei a ir mais rápido.”

P2: “As últimas atividades foi muito difícil para eles, os alunos não sabiam substituir os valores das variáveis nas fórmulas.” (SIC)

P1: “Como eu disse, tendo o material pronto fica mais fácil, inclusive você forneceu o material, todo planejado, e como nós poderíamos fazer isso no nosso dia a dia corrido, eu logo me aposento, mas e os meus colegas como poderiam trabalhar com este tipo de atividade?”

Podemos observar ao longo da conversa que os professores apresentaram dificuldades relacionadas à falta de interesse dos alunos, condições de trabalho e apesar de não terem usado, levantaram a questão da indisponibilidade da sala de informática.

Percebemos também, pelo contato que tivemos com os professores colaboradores durante o desenvolvimento da THA e com nossa entrevista, que a formação inicial dos mesmos contemplou apenas a construção e interpretação de gráficos, e na suas práticas docentes, era o que eles ensinavam para os alunos, tanto que, em reuniões que fazíamos precisamos orientá-los em como fazer as atividades.

Conforme relato dos professores, observamos uma mudança abrupta de postura, principalmente, do professor P2 que no início deixava os alunos à própria sorte, sendo que, depois, percebeu que era necessário fazer uma intervenção, por menor que fosse. Com isso, começou a ler e explicar as atividades na lousa e constatou uma mudança positiva na atitude dos alunos.

#### **4.3.2 Novos conhecimentos do professor pesquisador**

Identificar e analisar as mudanças ocorridas nos conhecimentos que possuo no trabalho diário como professor não é nada fácil, sabemos que houve, pois só a experiência de ter participado de um grupo onde tive a oportunidade de ter contato com as pesquisas realizadas e a que estavam sendo realizadas no campo do Ensino de Matemática, já foram suficientes para provocar grandes mudanças.

Em relação a nossa THA, a grande aprendizagem foi exatamente a elaboração da mesma, pois não é nada fácil elaborar atividades para um assunto que queremos ensinar e que após essa elaboração, as condições de trabalho ou até mesmo o professor colaborador, por não compreender claramente os objetivos ali propostos, poderá comprometer a aprendizagem dos alunos para estes objetivos.

O nosso repertório e experiência foram essenciais para a percepção de que não seria possível elaborar uma THA perfeita, mesmo que esse fosse o nosso desejo. Por isso, a nossa busca priorizou a necessidade real de aprendizagem dos alunos.

Assim, esse trabalho permitiu que pudéssemos levar para o ambiente escolar, as teorias e resultados de pesquisa que poucos professores tem acesso, no qual, após a elaboração da THA, podemos observar como os professores desenvolvem seu trabalho em sala de aula, e as interações que ocorrem dentro desta.

Com isso, podemos perceber que muitas posturas inadequadas do professor eram práticas realizadas por nós enquanto professores, posturas que em nosso dia a dia como professor não foi possível de serem observadas.

Dessa forma, ao re-elaborar a THA. e passar pela análise dos colegas do grupo, pelas sugestões dos colegas professores, pela aplicação na sala de aula, e ao submetê-las aos pesquisadores que participaram da banca de qualificação, foi muito significativa e importante para o meu desenvolvimento profissional.

#### **4.4 Reflexões e Indicações para mudanças na THA**

Após o desenvolvimento da THA, esperávamos sugestões dos professores para podermos elaborar a próxima THA, entretanto não opinaram. Segundo Simon (1995), durante o desenvolvimento de atividades pelos professores, um objetivo inicial planejado deveria ser modificado continuamente durante o estudo de um conceito matemático particular.

Temos como hipótese que os professores tem poucos espaços na escola para refletir sobre sua prática. Como não obtivemos sugestões, analisamos o desenvolvimento da THA e com nosso novo conhecimento propomos uma versão modificada da THA.

Segundo Batanero (2001), os professores precisam adaptar-se ao rápido desenvolvimento da Estatística, aprimorando seu conhecimento sobre esse conteúdo de maneira que lhe permitam desenvolver atividades didáticas motivadoras e inovadoras para os alunos. Assim, iniciaremos nossa THA com a análise exploratória de dados.

Para tanto, dividimos nossa THA em três momentos:

- **1° Momento:** Destinado à organização dos dados
- **2° Momento:** Medidas de tendência central
  
- **3° Momento:** Medidas de variabilidade

Incluimos em nossa THA idéias da sequência didática utilizada por Garcia (2008) em sua dissertação de mestrado ao investigar as contribuições que há na compreensão de conteúdos estatísticos quando os alunos aprendem

em um enfoque exploratório, com o uso das medidas separatrizes e com o foco na variabilidade.

#### **4.4.1 A segunda versão da THA**

##### **1° Momento: Coleta e organização de dados**

#### **1ª Atividade**

##### **Objetivo**

Espera-se que o aluno se familiarize com alguns termos como probabilidade proporcional, amostra, amostragens, população, presentes em diferentes contextos. Além de identificar por meio da leitura de textos jornalísticos, termos e expressões relacionadas com a Matemática

##### **Metodologia**

Entregar para cada aluno uma folha com os textos para leitura. Pode-se fazer a leitura com os estudantes ou permitir que eles leiam individualmente. Na sequência, deve-se oferecer um tempo para que eles respondam às questões referentes aos textos. Para finalizar, é interessante proporcionar um debate socializando as respostas.

##### **Atividade**

##### **Texto 1 Pesquisa Eleitoral**

*Nas pesquisas eleitorais, o IBOPE Opinião, empresa do Grupo IBOPE, não se limita a aferir a intenção de voto. Faz pesquisas qualitativas e quantitativas, cobrindo as principais fases de uma campanha: mapeamento do eleitorado em termos sociais e políticos; posicionamento do candidato/partido e de forças concorrentes; e acompanhamento da campanha propriamente dita.*

*Para a realização de suas pesquisas eleitorais, o IBOPE utiliza amostragens rigorosamente representativas da população em estudo. Tais amostras são selecionadas de acordo com critérios estatísticos baseados em dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), dos Tribunais Regionais Eleitorais (TRES) e do Tribunal Superior Eleitoral (TSE).*

*A seleção da amostragem final passa por três estágios distintos:*

- *Seleção probabilística dos municípios que comporão a amostra por meio do método de Probabilidade Proporcional ao Tamanho (PPT), tomando como base a população de cada um deles. Este método permite que a proporcionalidade existente entre as várias áreas do município sejam respeitadas.*

- *Seleção probabilística dos setores censitários do IBGE onde serão realizadas as entrevistas, utilizando também o método PPT.*

- *Seleção dos entrevistados de acordo com cotas proporcionais de sexo, idade, grau de instrução e setor de dependência econômica, dentro dos setores censitários sorteados previamente. As cotas servem para evitar erros decorrentes da não existência de cadastros dos eleitores dentro dos setores censitários e da impossibilidade do levantamento de tal informação durante o processo da pesquisa.”*

*(Fonte: [http://www.ibope.com.br/calandraWeb/BDarquivos/sobre\\_pesquisas/pesquisa\\_eleitoral.html](http://www.ibope.com.br/calandraWeb/BDarquivos/sobre_pesquisas/pesquisa_eleitoral.html) acessado em 03/01/07)*

## **Refletindo sobre o texto**

1. Você já ouviu falar de amostragem, sabe o que significa? E censo?
2. O que quer dizer a frase: “amostragens rigorosamente representativas da população em estudo”?
3. Você sabe qual é a diferença entre população e amostra?

## **2ª Atividade**

### **Objetivos**

Esperamos que, nessa fase os alunos possam se motivar a descobrir se realmente existem ou não as diferenças sugeridas nas questões. Como conseqüência destes questionamentos, espera-se surgir a necessidade de coletar os dados., para que isso ocorra, espera-se que os alunos pensem em dados físicos, sociais, culturais, etc. para serem coletados, devido à sua vida cotidiana, pois esses tipos de dados são comumente abordados pela mídia.

### **Metodologia**

Os alunos, orientados pelo professor, levantarão as características da turma para serem pesquisadas em debate coletivo.

Nesta fase do trabalho, caso haja necessidade, o professor pode realizar interferências sutis de modo que apareçam categorias referentes a variáveis

qualitativas (nominais e ordinais) e quantitativas (discretas e contínuas) para que o desenvolvimento desta seqüência aconteça de forma completa.

Para iniciar o trabalho, propor aos alunos uma primeira atividade com as seguintes questões.

### **Atividade**

- 1) Como são os alunos desta turma?
- 2) Existem diferenças entre preferências, gostos e características dos meninos e das meninas?
- 3) E entre os alunos do 3° A e do 3° B? (adaptar para a série onde será realizada a atividade).

### **3ª Atividade**

#### **Objetivos**

Nesta atividade, espera-se que os alunos realizem a coleta dos dados da classe organizando-os em uma única planilha, construindo um banco de dados classificando as variáveis escolhidas.

#### **Metodologia**

O professor deve trabalhar na forma de debate coletivo também nesta atividade, atuando como um mediador, para que os alunos formulem as questões. É necessário que alguns tipos de questões sejam fechadas, e isso requer que o professor demonstre isso quando eles estiverem elaborando as questões, para facilitar a tabulação. Questões abertas devem ser bem elaboradas para facilitar a tabulação dos dados.

Após o preenchimento do questionário, os alunos devem então realizar a coleta dos dados da classe e organizá-los, anotando todos numa única planilha.

O professor deve, após a organização da tabela, caracterizar o que são variáveis e como elas se classificam. Em seguida, questionar os alunos para que façam a classificação das variáveis existentes no banco de dados.

## Atividade

Prepare questões que possam ser respondidas pelos colegas, de maneira a contemplar cada uma das características escolhidas na 2ª atividade.

Abaixo, uma sugestão de questionário que deverá ser elaborado pelos alunos com a mediação do professor.

1. Qual a cor dos seus olhos? \_\_\_\_\_

2. Qual a cor dos seus cabelos? \_\_\_\_\_

3. Qual sua idade? \_\_\_\_\_

4. Qual sua estatura (cm)? \_\_\_\_\_

5. Qual é a sua massa corpórea (Kg)?

6. Qual é o comprimento da sua mão:

direita (cm)? \_\_\_\_\_ esquerda (cm)? \_\_\_\_\_

7. Qual é a largura da sua mão:

direita (cm)? \_\_\_\_\_ esquerda (cm) \_\_\_\_\_

8. Você acha que os alunos da classe são unidos?

( ) Sim ( ) Não ( ) mais ou menos

9. Você gosta de Matemática?

( ) Sim ( ) Não ( ) mais ou menos

10. que estilo de música você prefere?

( ) pop ( ) axé ( ) pagode ( ) rock

( ) funk ( ) nenhum ( ) todos

11. Qual o seu esporte preferido?

( ) hand ( ) basquete ( ) futebol ( ) vôlei ( ) outros

Ao terminarem de responder ao questionário, construir um banco de dados para a classe.

Abaixo, um exemplo de planilha a ser construída:

	Nome	Idade	Esporte preferido	Estilo de música	Time do coração	Gosto pela matemática	Notas de Português
1							
2							
3							

#### **4ª Atividade**

##### **Objetivo**

Espera-se que o aluno classifique as variáveis escolhidas, após a leitura do texto “Variáveis”

##### **Metodologia**

Os alunos em grupo, o professor entregará uma cópia do texto para cada grupo, disponibilizar um momento da aula para que os alunos possam ler o texto e em grupo classificar as variáveis escolhidas. No final, o professor deve promover um momento de debate entre os grupos, agindo como mediador.

##### **Atividade**

Leia o texto abaixo, em seguida classifique as variáveis escolhidas em sua pesquisa.

##### **Variáveis**

*Vamos supor que queremos observar o estado civil dos turistas que escolheram um determinado pacote aéreo. Cada turista pode identificar seu estado civil, independentemente da resposta dos demais, e ainda, nem todas as respostas serão as mesmas: elas podem variar de turista para turista. No entanto, todas as respostas pertencem a um conjunto que pode ser pré-determinado. Ou seja, o estado civil é uma característica que se quer observar no grupo de turistas e que pode variar de um para outro, dentro de um conjunto de possibilidades. Esse tipo de característica recebe o nome de variável estatística, ou simplesmente variável. (Novaes & Coutinho, 2008, p.16).*

*Assim, a variável estatura assume valores (em cm) 167; 171, e a variável gênero assume os valores M para masculino ou F para feminino. Observe, então, que temos variáveis numéricas (denominadas quantitativas) e não numéricas*

(denominadas qualitativas). A variável qualitativa assume valores que representam atributos e/ou qualidades, podendo ainda ser classificada como qualitativas ordinais quando apresentam uma ordenação natural como, por exemplo, variáveis que indicam o tamanho de roupas (pequeno, médio ou grande) e variáveis qualitativas nominais tais como cor dos olhos, sexo, grau de satisfação entre outras.

As variáveis quantitativas podem ser classificadas em discretas e contínuas. De uma forma geral, as variáveis quantitativas discretas assumem valores inteiros, são resultados de contagens tais como número de alunos, número de filhos, etc., e as contínuas assumem valores em intervalos dos números reais tais como massa corpórea e altura dos alunos.

## **5ª Atividade**

### **Objetivos**

Espera-se que o aluno possa desenhar um gráfico de barras diferenciando, por exemplo, as preferências das meninas para a esquerda e dos meninos para a direita, ou ainda um gráfico de colunas duplas que permitam fazer a representação num mesmo tipo de gráfico.

Quando os alunos observarem os gráficos por eles mesmos construídos, espera-se que identifiquem as diferenças ou semelhanças entre os meninos e meninas, e façam um relatório sobre suas observações.

Espera-se que esses alunos tenham os conhecimentos prévios necessários para a construção de gráficos. Para o relatório, talvez existam algumas inseguranças, visto que os alunos estão mais acostumados a responder perguntas relacionadas ao gráfico do que escrever livremente sobre o que se possa observar os mesmos.

### **Metodologia**

O professor deve escolher, no banco de dados construído pelos alunos, uma variável que permita analisar diferenças entre meninas e meninos.

A atividade deverá ser feita em duplas. A construção do gráfico poderá ser feita utilizando o software Excel. Caso não seja possível a utilização de computadores, a construção deverá ser feita com lápis, papel e régua.

### **Atividade**

- 1) Observando a variável escolhida pelo professor, elabore um gráfico que lhe permita observar possíveis diferenças entre meninos e meninas.

2) Observe o gráfico que você desenhou. Descreva suas conclusões.

## **2º Momento – Medidas de tendência central**

### **1ª Atividade**

#### **Objetivo:**

- Espera-se que o aluno perceba os diferentes significados e usos da moda

#### **Metodologia**

O professor deverá preparar a atividade antecipadamente, considerando o banco de dados construído pelos alunos. Permitir que os alunos desenvolvam o trabalho em grupos. No final os alunos devem verbalizar suas respostas, sendo monitorados pelo professor.

#### **Atividade**

Leia o texto abaixo, em seguida responda as questões solicitadas

#### ***O jeito de cada tribo***

*Já se foi o tempo do roqueiro que só se vestia de preto e do gótico que não ouvia reggae. As tribos urbanas ainda estão aí, mas os jovens transitam sem problemas entre elas. "É como se surfassem umas nas outras", diz a psicóloga e pesquisadora de moda Cristiane Mesquita. "Eles se apropriam de elementos estéticos de algumas tribos, mas são raros os que seguem seus códigos a fundo." Uma tribo urbana é uma espécie de pacote de gosto musical, ídolos, roupas e acessórios. É uma forma de sinalizar aos outros o que se é ou não é nada disso. Pode ser simplesmente a expressão sem compromisso da preferência momentânea por uma moda ou por um artista pop. Quando saem para a balada, muitos jovens se vestem de acordo com a ocasião. A roqueira que usa roupa de couro durante seis dias da semana pode renascer clubber para uma festa a caráter no sábado.*

*(Fonte: [http://veja.abril.com.br/especiais/jovens\\_2003/p\\_048.html](http://veja.abril.com.br/especiais/jovens_2003/p_048.html) acessado em 03/01/07).*

1) Qual o tema do texto?

Quando falamos em moda, pensamos logo em modelos, passarelas, desfiles, em Gisele Bündchen. Neste universo, segundo a enciclopédia digital Wikipédia acessada em 03/01/07:

Moda é a tendência de consumo da atualidade. A moda é composta de diversos estilos que podem ter sido influenciados sob diversos aspectos. Acompanha o vestuário e o tempo, que se integra ao simples uso das roupas no dia-a-dia. É uma forma passageira e facilmente mutável de se comportar e sobretudo de se vestir ou pentear.

- 2) Segundo o texto, podemos dizer que existe mais de uma moda? Qual é o seu estilo?
- 3) Mas, afinal, o que tem a ver este texto com a Matemática? Em Estatística, o que vem a ser moda?
- 4) Como vimos nas atividades anteriores a moda ( $M_o$ ) é o valor que aparece com mais freqüência ou o valor mais comum em uma distribuição. Olhe para sua tabela, existe uma estatura que mais aparece? Ou então, aparece mais de uma?
- 5) Podem existir mais de uma moda?

O professor deve adequar a questão 6 para o contexto pesquisado pelos alunos.

- 6) Uma empresa pretende confeccionar luvas, o tamanho das luvas é definido por dois valores, o comprimento da mão e a largura da mesma. Considere que os dados coletados na sua sala de aula seja uma amostra representativa, qual ou quais tamanhos de luvas a empresa deverá produzir em maior quantidade?

Em algumas distribuições podem ocorrer duas ou mais modas. Quando isso acontece, essas distribuições são chamadas de bimodais. Se não tem moda são chamadas amodal.

## **2ª Atividade**

## Objetivos

Espera-se que os alunos possam fazer e descrever intuitivamente a variabilidade.

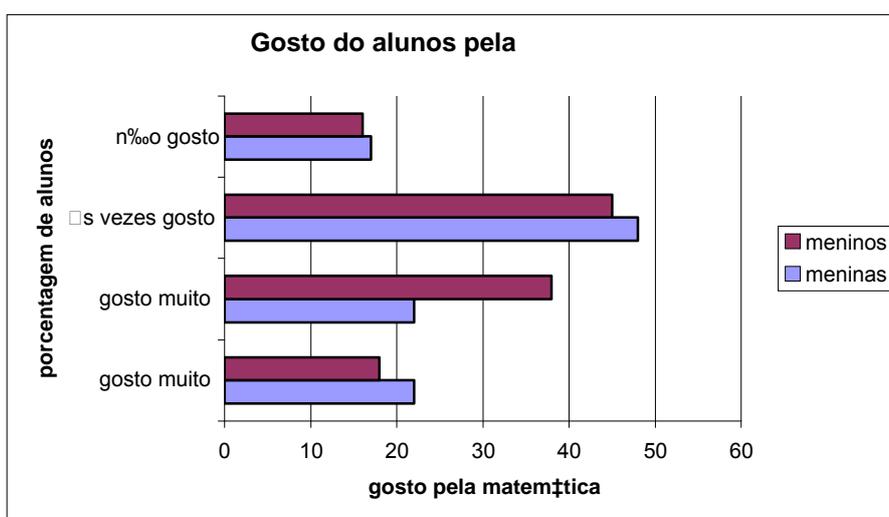
## Metodologia

O professor deverá a partir do banco de dados elaborado anteriormente, escolher uma das variáveis, preparar um gráfico de barras ou colunas para que os alunos possam fazer comparações entre o grupo de meninos e meninas.

A atividade deverá ser desenvolvida em grupos. Para finalizar essa atividade, como um momento de institucionalização, o professor deverá caracterizar o que é moda e a idéia da variabilidade relacionando com a distribuição dos dados.

## Atividade

Observe os dados referentes às preferências de cada grupo de alunos (meninos e meninas) em relação ao gosto pela matemática e faça uma comparação entre os grupos. (O professor deve adequar a questão para as variáveis escolhidas, o gráfico abaixo é um mero exemplo do que deve ser preparado)



### **3ª Atividade**

#### **Objetivos**

Espera-se que ao resolver as questões a, b, c, d dessa atividade, os alunos calculem a média, mediana, e os quartis, mesmo ainda sem saber ao certo o significado destas medidas estatísticas.

Na questão d, espera-se que os alunos localizem na reta numérica os pontos de máximo, mínimo, primeiro e terceiro quartis e mediana.

#### **Metodologia**

O professor deverá preparar a atividade antecipadamente com base na coleta de dados realizada pelos alunos, devendo escolher a variável que melhor atende aos objetivos pretendidos.

Realizar as atividades em grupos.

No final da atividade o professor deverá institucionalizar o significado da média, mediana e dos quartis, bem como a construção do gráfico Box-plot, promovendo um debate para que os alunos percebam quando seus usos são mais adequados.

A atividade abaixo representa um exemplo do que o professor deve preparar antecipadamente fazendo adequações para variável escolhida.

#### **Atividade**

Observe as notas obtidas pelos meninos e pelas meninas no 1º bimestre em matemática e procure responder às questões, primeiramente com os dados dos meninos e depois com os das meninas:

- a) Qual é a nota média da classe?
- b) Qual a menor nota a ser considerada se o professor fosse premiar os 50% dos alunos que tiraram as maiores notas do grupo?
- c) E se fossem apenas 25% dos alunos com as melhores notas?
- d) Se for preciso encaminhar para o núcleo de apoio 25% dos alunos com as piores notas, qual a maior nota a ser considerada?

e) Escreva os valores encontrados nos itens a), b) e c) numa reta numérica e assinale ainda nessa reta o valor da menor nota e também o da maior nota obtida.

#### **4ª Atividade**

##### **Objetivo**

Espera-se que o aluno construa o gráfico Box-plot.. Localizar os valores de máximo e mínimo, nem os valores correspondentes à mediana e aos quartis.

Na análise espera-se que os alunos identifiquem os valores extremos, percebam que a mediana é o valor central, analisem onde os dados se concentram, considerando o primeiro e terceiro quartil.

##### **Metodologia**

O professor deverá preparar a atividade antecipadamente, escolhendo uma das variáveis do banco de dados construído pelos alunos. Se possível utilizar um ambiente informatizado, utilizando o software Excel para a construção do gráfico Box-plot. A atividade deverá ser feita em grupos.

A atividade abaixo é apenas um exemplo do que o professor deve estar preparando antecipadamente.

##### **Atividade**

Ainda em relação, às notas obtidas pelos alunos de sua turma no 1º bimestre em matemática:

- Organize os dados da turma;
- Construa um gráfico (Box-plot) para representar estes dados;
- Com base nos dados por vocês organizados e no gráfico que vocês construíram, observe as notas da turma e escreva suas conclusões.

## 5ª Atividade

### Objetivo:

- Compreender o que é amplitude e a utilização de símbolos próprios da linguagem matemática aplicados na estatística.
- Identificar a moda.
- Compreender o significado da média e como obtê-la.
- Compreender o que é a mediana.
- Verificar o comportamento da média e mediana quando alteramos os valores extremos.

### Metodologia

O professor deve adequar as variáveis de acordo com o banco de dados, feito pelos alunos, preparando antecipadamente a atividade. A atividade deverá ser feita em grupos. Ao final, mediados pelo professor, os alunos socializaram suas respostas.

### Atividade

A tabela abaixo está organizada em ordem crescente e representa a estatura em centímetros de 70 alunos do Ensino Médio. Observe-a e em seguida leia e responda as questões abaixo.

149	158	163	165	167	170	176
152	160	163	165	167	172	177
153	160	163	165	168	172	178
153	160	163	165	168	175	178
154	160	164	165	168	175	178
155	160	164	165	168	175	180
156	160	164	165	169	175	180
156	161	165	165	170	175	182
156	162	165	166	170	175	187
158	162	165	167	170	176	188

- 1) Qual é a variável estudada? Como você classifica esta variável?
- 2) Organize os dados em uma tabela de distribuição de frequência simples

Normalmente, utilizamos letras do nosso alfabeto para representarmos as variáveis.

- 3) O valor que mais se repete na distribuição chama-se moda ( $M_o$ ). Na distribuição acima, qual é o valor que mais se repete?
- 4) Como os dados estão ordenados, olhando para a tabela, identifique o elemento que ocupa a posição central.

O valor correspondente ao termo que ocupa a posição central de uma distribuição ordenada de valores chama-se mediana. Em outras palavras, a mediana é uma medida de tendência central que separa a distribuição em duas partes iguais. Quando temos um número ímpar de elementos, a mediana é o elemento que ocupa exatamente o meio da distribuição. Se o número de elementos for par, a mediana será a média dos dois elementos que ocupam a posição central.

Outra medida relacionada com a mediana é o quartil. Os quartis dividem conjuntos ordenados em quatro partes iguais: 25% dos valores serão inferiores ao primeiro quartil ( $Q_1$ ), 50% serão inferiores ao segundo quartil ( $Q_2$ =mediana), 75% serão inferiores ao terceiro quartil ( $Q_3$ ).

- 5) Qual é a maior e a menor altura em nossa tabela? Qual é a diferença entre elas?

A diferença entre o maior e o menor valor de uma série chama-se amplitude total, sendo representada pela letra ( $A$ ).

- 6) Como você representaria matematicamente a amplitude total ( $A$ )?

O total que aparece em nossa tabela (a soma de todos os valores da coluna altura), recebe o nome de somatório. Representa-se o somatório com este sinal gráfico (símbolo):  $\Sigma$  (letra grega sigma maiúsculo).

- 7) Quantos elementos têm em nossa tabela?

O total de elementos da tabela é representado pela letra N. Assim podemos escrever :  $\sum_{i=1}^N X_i = 3267$

8) Divida a soma pela quantidade de elementos da nossa tabela.

O valor encontrado é conhecido como média aritmética e podemos interpretar como sendo o ponto de equilíbrio dos desvios dos valores da distribuição, sendo representada pela mesma letra utilizada para representar a variável com uma barra em cima dela, ou seja  $\bar{X}$  (xis barra).

9) Represente a média utilizando a simbologia acima.

10) Investigue o que acontece com a média e com a mediana, quando alteramos um dos valores extremos da nossa tabela? Relate o que observou.

11) Verifique qual dos meninos está mais abaixo da média e quanto menos? E o menino que está mais acima da média e quanto mais?

Essas diferenças que encontramos chamamos de desvio.

$$Desvio = X - \bar{X}$$

O desvio nos indica o grau de dispersão em torno da média, sendo uma medida de variabilidade.

## **6ª Atividade**

### **Objetivo**

Espera-se que o aluno calcule a média, encontre a mediana e identifique a moda em uma tabela de distribuição de frequência simples

### **Metodologia**

A tabela abaixo é apenas um referencial, o professor deverá preparar uma tabela levando-se em consideração a base de dados construída pelos alunos. Durante a atividade o professor deverá fazer as intervenções

necessárias para que o aluno atinja os objetivos propostos. No final da atividade socializar as conclusões entre os grupos.

### Atividade

Organize os dados abaixo numa tabela de distribuição de frequência simples, e responda as questões abaixo:

149	158	163	165	167	170	176
152	160	163	165	167	172	177
153	160	163	165	168	172	178
153	160	163	165	168	175	178
154	160	164	165	168	175	178
155	160	164	165	168	175	180
156	160	164	165	169	175	180
156	161	165	165	170	175	182
156	162	165	166	170	175	187
158	162	165	167	170	176	188

Na nossa tabela, vamos optar pela letra X, e para a quantidade de alunos vamos utilizar a letra (f).

**Tabela 5. Estatura alunos do Ensino Médio.**

<b>Estatura (cm) (X)</b>	<b>Alunos (f)</b>	<b><i>fX</i></b>
Total		

- Localize a moda.
- Calcule a média

Para obter a média, devemos primeiramente calcular a soma de todos os valores da variável estudada, no nosso caso a estatura. Utilize uma coluna

auxiliar para registrar o produto do valor de cada variável pela sua frequência ( $fX$ ).

E por fim obter a soma destes produtos, representada pela expressão:

$$\left(\sum_{i=1}^n X_i \cdot f_i\right).$$

Então, para calcular a média em uma tabela de distribuição de frequências simples, devemos utilizar o algoritmo abaixo:

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i \cdot X_i}{n}$$

onde

$\bar{X}$  = média

$X_i$  = um valor da variável na distribuição

$f_i$  = frequência da ocorrência de  $X_i$

$n$  = número total de variáveis.

c) Determine a mediana.

## 7ª Atividade

### Objetivo:

- Organizar e representar a distribuição de frequências de dados agrupados em classes.
- Calcular moda, mediana e média para uma distribuição de frequência de dados agrupados em classes.

### Metodologia

O professor deverá preparar a atividade antecipadamente, utilizando as informações do banco de dados construído pelos alunos.

A atividade deverá ser feita em grupos, às tabelas podem ser feitas em ambiente informatizado. Durante a atividade o professor deverá fazer as intervenções necessárias.

## Atividade

Considerando os dados abaixo, construa uma tabela de distribuição de freqüência agrupada por classes em seguida determine a moda, media e mediana.

A titulo de ilustração, apresentaremos abaixo as estaturas obtidas de 70 alunos do Ensino Médio (em cm), que será nosso objeto de estudo, ou seja, uma variável quantitativa continua. Os valores estão organizados em ordem crescente, por coluna.

149	158	163	165	167	170	176
152	160	163	165	167	172	177
153	160	163	165	168	172	178
153	160	163	165	168	175	178
154	160	164	165	168	175	178
155	160	164	165	168	175	180
156	160	164	165	169	175	180
156	161	165	165	170	175	182
156	162	165	166	170	175	187
158	162	165	167	170	176	188

Para a construção de uma tabela de distribuição de freqüências agrupadas por classes, devemos inicialmente, calcular a amplitude total (A), determinar o número de classes (K) e a sua amplitude (h).

Com relação ao número de classes, normalmente usa-se um mínimo de 5 e um máximo de 10 classes, evitando o aparecimento de classes com freqüência zero, uma outra forma seria a utilização de regras como a regra de Sturges ou critério da raiz.

Regra de Sturges:  $k \cong 1 + 3,22 \log n$ , onde  $n$  é o numero de elementos da amostra e  $k$  é o numero de classes a serem utilizadas.

Critério da raiz: se  $n \leq 25$ , usa-se  $k = 5$

se  $n \geq 25$ , , usa-se  $k \cong \sqrt{n}$

- 1) Determine, então, o número de classes para os dados desta tabela. (o valor deve ser arredondado).

- 2) Calcule a amplitude das classes ( $h$ ). Ela é obtida dividindo a amplitude total ( $A$ ) pelo número de classes ( $k$ ), assim:  $h = \frac{A}{k}$ . Se necessário, arredonde o valor.
- 3) Agora você já pode construir sua tabela de distribuição de frequência agrupadas por classes. (A tabela abaixo é apenas um referencial).
- 4)

<b>Intervalo de classe</b>	<b>m</b>	<b>Alunos (f)</b>	<b>fa</b>	<b>fm</b>
148 --- 154	151	4	4	604
154 --- 160	157	7	11	1099
160 --- 166	163	27	38	4401
166 --- 172	169	13	51	2197
172 --- 178	175	11	62	1925
178 --- 184	181	6	68	1086
184 --- 190	187	2	70	374
Total		70		11686

- 5) Qual é a moda nessa distribuição?

Em uma distribuição de frequências agrupadas, a moda é o ponto médio ( $m$ ) do intervalo de classe que tem a maior frequência.

- 6) Determine a mediana.

Para facilitar o cálculo da mediana quando temos uma distribuição de frequência em classe, devemos, inicialmente, acrescentar colunas auxiliares, a frequência acumulada ( $fa$ ) e a coluna do produto da frequência pelo ponto médio de cada intervalo de classe ( $fm$ ).

Em seguida, localize o intervalo de classe que contém o valor que divide a distribuição em duas partes iguais, o valor mais central. Este intervalo será denominado intervalo crítico, pois a medida estará neste intervalo. Para calcular a mediana vamos utilizar o algoritmo abaixo.

$$Mediana = I + \left( \frac{\frac{N}{2} - fa_i}{f} \right) h$$

Onde

$N$  = número de casos na distribuição

$f a_i$  = freqüência acumulada = freqüência acumulada abaixo do limite inferior do intervalo crítico.

$I$  = Limite inferior do intervalo crítico.

$f$  = freqüência dentro do intervalo crítico.

$h$  = tamanho do intervalo de classe.

7) Calcule a média.

Para determinar a média de uma distribuição de freqüências em classes, devemos dividir a soma dos produtos do ponto médio ( $m$ ) de cada classe pela sua freqüência ( $f$ ), pelo número de elementos da amostra ou população ( $N$ ). Assim:

$$\bar{X} = \frac{\sum fm}{N}$$

8) Qual das medidas (média, mediana ou moda) seria melhor para representar o conjunto de dados?

Com o advento da tecnologia, a determinação da moda, mediana e média são feitos com os dados brutos.

Já vimos que a média, a mediana e a moda são três medidas que caracterizam a tendência central de um conjunto de dados. Porém, essas 3 medidas não são suficientes para descrever, estatisticamente, um conjunto de dados.

As medidas de tendência central somente nos dão um valor central do conjunto. Alguns conjuntos de dados são compostos por valores muito próximos, enquanto que outros por valores bastante dispersos.

### **3º Momento: Medidas de Variabilidade**

#### **1ª Atividade**

##### **Objetivo:**

- Criar a necessidade de uma nova ferramenta para comparar dados.

- Iniciar as primeiras noções de desvio médio, variância e desvio padrão, relacionando com as idéias de dispersão e homogeneidade dos dados e variabilidade dos dados.

**Problema:** O professor dividiu a sala em grupos de 5 alunos, e você e seu colega caíram em grupos diferentes, e você quer saber, considerando as notas dos alunos de cada grupo, qual seria o melhor grupo.

**Seu grupo G1:** 5, 6, 6, 6, 7

**Grupo do seu amigo G2:** 2, 3, 7, 8, 10

Você verificou que a nota média dos dois grupos são iguais a 6, a mediana no seu grupo assume o valor 6 e no grupo do seu colega 7, no seu grupo a moda é 6, e no grupo do seu colega não tem moda, você nada satisfeito, calculou a amplitude e dos dois grupos, no seu você obteve o valor igual a 2, e no grupo do seu colega, o valor 8. E agora que medida você deve considerar para saber qual é o melhor grupo em relação às notas dos componentes?

- 1) Calcule os desvios para ambos os grupos

### Grupo G1

Componentes	Nota (X)	Desvio ( $X - \bar{X}$ )
André	6	$(6 - 6) = 0$
Carlos	7	
Fabiana	6	
Andressa	5	
Diego	6	

### Grupo G2

Componentes	Nota (X)	Desvio ( $X - \bar{X}$ )
Adriana	2	$(2 - 6) = -4$
Paulo	8	
Eunice	3	
Valeria	10	
Ricardo	7	

- 2) Observando os desvios o que você observa?
  
- 3) Considerando a amplitude total, o que você poderia concluir em relação à distribuição das notas em cada grupo?

Restringindo nossa análise apenas ao valor da média, as duas turmas apresentariam desempenho médio igual, o que não é suficiente, pois existem informações em relação à homogeneidade que somente poderemos diagnosticar por meio de uma medida de variabilidade que nos dá a dispersão dos resultados em torno da medida de tendência central, a fim de que a análise não fique comprometida.

Como o cálculo da amplitude total baseia-se apenas em valores extremos, sua precisão como medida de variabilidade é falha.

Podemos observar nas atividades anteriores que o valor da média não indica o grau de dispersão dos demais valores em torno dela. Com isso, precisamos de uma nova forma de medir este grau de dispersão.

Vimos que a média é a soma de um conjunto de valores dividida pela quantidade desses valores no conjunto, sendo definida pela fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} .$$

Utilizando a mesma idéia do cálculo da média, iremos calcular o desvio médio, observe que ao fazermos a somatória dos valores encontrados na coluna  $x_i - \bar{x}$ ,  $(\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}))$ , a soma será nula, então para calcular o desvio médio (dm) vamos utilizar a somatória dos valores absolutos das diferenças  $|x_i - \bar{x}|$ , assim a expressão matemática que representa o cálculo para o desvio médio (dm), será:

$$dm = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

- 4) Calcule o desvio médio para os dois grupos.

### Grupo G1

Componentes	Nota (X)	$ x_i - \bar{x} $
André	6	0
Carlos	7	
Fabiana	6	
Andressa	5	
Diego	6	

### Grupo G2

Componentes	Nota (X)	$ x_i - \bar{x} $
Adriana	2	4
Paulo	8	
Eunice	3	
Valeria	10	
Ricardo	7	

- 5) Como você interpreta esta nova medida?
- 6) O que significaria um desvio médio nulo, um desvio médio baixo e um desvio médio muito alto?

Nem sempre esses valores absolutos são de fácil manipulação algébrica. Assim, para contornar este problema, podemos tomar os quadrados dos desvios em relação à média eliminando a possibilidade da soma dos desvios ser nula..

- 7) Calcule o quadrado dos desvios para cada grupo.

### Grupo G1

Componentes	Nota (X)	$(x_i - \bar{x})^2$
André	6	0
Carlos	7	
Fabiana	6	
Andressa	5	
Diego	6	

### Grupo G2

Componentes	Nota (X)	$(x_i - \bar{x})^2$
Adriana	2	16

Paulo	8	
Eunice	3	
Valeria	10	
Ricardo	7	

8) O que você observa na última coluna?

9) Para cada grupo, some todos os valores obtidos na última coluna e divida pela quantidade de notas existentes na tabela.

Este valor que você acabou de calcular é conhecido como variância ( $s^2$ ), sendo expressa pelo algoritmo:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

10) E agora, você já pode concluir algo mais sobre o seu grupo de estudo e o de seu colega?

Quando calculamos a medida de variabilidade, obtemos um valor ao quadrado, o que nos causa um problema: como podemos comparar duas medidas com unidades diferentes? Seria algo como m e m<sup>2</sup>. Por isso, para que possamos fazer comparações mais coerentes, devemos voltar à unidade de medida original. A partir daí, calculamos a raiz quadrada da variância. Essa medida será chamada de desvio padrão (s) expressa pelo algoritmo:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

11) Calcule para cada grupo de estudo o desvio padrão. O que você pode concluir com os valores encontrados?

O desvio padrão representa o grau de dispersão em torno da média em uma distribuição, porque mede a média dos desvios a contar da média. Assim quanto maior a variabilidade em torno da média de uma distribuição, maior será desvio padrão.

## 2ª Atividade

**Objetivo:**

- Espera-se que os alunos após terem realizado as atividades propostas, tenham autonomia para organizar, construir, analisar e apresentar-se para a turma.
- Calcular a variância e o desvio padrão de uma distribuição de frequência simples.

**Metodologia**

A intenção é de que cada grupo escolha um item, assim teremos a possibilidade de observar como os alunos organizam cada tipo de variável, e ainda, quando apresentarem para a classe suas análises. As conclusões não serão apresentações repetitivas, otimizando o engajamento do grupo com a atividade.

No final das apresentações, o professor parte da fala dos alunos para que, conjuntamente, possam elaborar uma análise coletiva, desenvolvendo um relatório com o perfil característico dos alunos da classe.

**Atividade**

Escolha duas variáveis que pesquisamos, sendo uma qualitativa e outra quantitativa e para cada uma:

- Organize os dados,
- Construa um gráfico para representar esses dados.
- Analise esses dados
- Apresente para a turma a sua atividade

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Observamos ao longo de nossa experiência profissional e no percurso de pesquisa e produção deste trabalho que o ato de planejar, geralmente, tem sido restrito, ao planejamento elaborado no início de cada ano letivo. Além disso, em sua grande maioria, tais planejamentos realizados pelo corpo docente são cópias dos anos anteriores, . Isso significa que a ação de refletir sobre a própria atuação no cotidiano escolar na busca de aulas mais elaboradas não faz parte da rotina de todo educador.

No que diz respeito ao ensino de Matemática, consideramos que a proposta da “Trajetória Hipotética de Aprendizagem”, formulada por Simon (1995) é bastante promissora para o contexto atual da Educação, pois como podemos perceber, o desenvolvimento da THA em sala de aula, modificou os conhecimentos de todos os professores envolvidos. Assim, de acordo com Simon (1995), essas experiências contribuem para reconstruir uma “Pedagogia da Matemática.”

Nesse sentido, apresentamos uma pesquisa voltada ao ensino da Estatística dentro da disciplina de Matemática, a qual teve como objetivo principal responder algumas questões norteadoras do estudo proposto. A primeira delas foi: **Como compatibilizar perspectivas construtivistas de aprendizagem com a planificação do ensino, especificamente, no que diz respeito ao ensino de Estatística?**

Ressaltamos que elaborar a THA não foi uma tarefa fácil. A principal dificuldade centralizou-se no ponto de partida dessa elaboração: por onde e como iniciar a construção da THA com uma perspectiva construtivista de ensino e aprendizagem, com objetivos e atividades de aprendizagem considerando as dificuldades dos alunos constatadas nos resultados de pesquisas.

Dentro desse processo, entendemos que são relevantes as afirmações contidas no texto de Simon (1995):

“embora o construtivismo tenha apresentado aos professores de Matemática caminhos proveitosos para o entendimento de como se processam as aprendizagens, a tarefa da

reconstrução de uma “Pedagogia da Matemática” baseada na visão construtivista é um desafio considerável, no qual a comunidade de Educação Matemática tem apenas começado a trabalhar” (apud PIREZ, 2009, p.150).

Nessa perspectiva, alcançamos a compreensão de que é possível compatibilizar perspectivas construtivistas de aprendizagem com o planejamento de ensino. No entanto, devemos ressaltar que não basta entregar atividades elaboradas na visão construtivista, usadas pelo professor como mero aplicador de atividades. É necessário que o educador compreenda o objetivo e a importância de cada atividade, de modo a interagir com o aluno nas intervenções necessárias, inclusive modificar a THA durante sua execução.

Esclarecemos que tivemos dificuldades em encontrar professores dispostos a participar desse trabalho. Ao encontrá-los, deparamo-nos com a dificuldade em explicar-lhes a razão de ser da proposta, bem como os objetivos com a THA. Percebemos que mesmo durante as reuniões, os professores demonstravam certa desconfiança, além de receio e resistência ao desconhecido.

A nossa expectativa era a de que, após os lerem a primeira versão da THA, os professores trouxessem suas contribuições para que realizássemos as modificações necessárias, tendo como referência a aula com a abordagem do conteúdo de Estatística. No entanto, isso não ocorreu. Eles não apresentaram sugestões, críticas ou oposições, alegando que “estava tudo muito bom”, dentro do que acreditavam ser produtivo.

Houve ainda a reflexão sobre a segunda questão: **Quais as ações mais eficazes que um professor de matemática deve exercer no trabalho com o ensino de estatística em sala de aula, visando à formação de alunos protagonistas na construção de suas aprendizagens?**

Durante o desenvolvimento da THA na sala de aula, notamos que cada professor desenvolvia sua prática de forma diferente, de acordo com suas concepções sobre como se deve ensinar.

Verificamos que a turma mais participativa foi aquela com quem o professor interagiu e comunicou-se melhor, o que facilitou as intervenções do professor; ação que contribuiu significativamente para a aprendizagem dos alunos. Com relação ao outro professor, observamos menor participação por

parte dos alunos, e ele não conseguiu envolvê-los nas tarefas, quando conversamos com ele a esse respeito, ele tentou ser mais diretivo, antecipando as respostas para os alunos.

Segundo Pires (2009, p. 162), não adianta entregar aos professores apenas meras seqüências de ensino para ele usar. É necessário que o professor saiba conduzir a aula de forma adequada, que ele saiba provocar os alunos na medida certa, fazer as intervenções nos momentos adequados, dar as informações necessárias para resolver o problema. Não basta entregar a solução e finalizar a ação. É interessante socializar e necessário sistematizar o que foi apreendido.

A consideração da autora, remete-nos à necessidade de priorizar a qualidade na formação inicial e continuada de professores. As pesquisas nessa área podem trazer contribuições importantes na elaboração de novas THAs. No entanto, é necessário que tais cursos contribuam, efetivamente, para mudanças positivas na prática educativa.

A elaboração e o desenvolvimento de THAs pelos alunos da Graduação como uma das atividades de estágio poderia torná-lo mais eficiente do que muitas atividades burocráticas que ainda caracterizam esta atividade curricular.

Sobre essa relação conhecimento-prática pedagógica, concordamos com Blanco e outros autores (1999, apud. Jaramillo, 2003:103):

- o conhecimento, que pode fazer do ensino da matemática uma profissão, não tem por que gerar-se só e exclusivamente através dos aportes das investigações, mas deve surgir, também, da experiência do coletivo dos professores;
- o desenvolvimento do conhecimento ligado à prática pedagógica está vinculado à participação e à reflexão sobre a ação que cada professor faça;
- quando o professor pensa e reflete sobre o ocorrido na sala de aula, está produzindo um conhecimento profissional. Isso é uma evidência de que a prática pedagógica do professor pode transformar seu próprio ideário.

Esperamos que esta pesquisa contribua para a motivação de novas reflexões e incentive futuras produções sobre a atuação do professor na sala de aula frente aos planos de ensino de Matemática.

## Referências Bibliográficas

AMARAL, M. H. **A estatística e a formação inicial com alunos de um curso de pedagogia: reflexões sobre uma seqüência didática**. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática. São Paulo: PUC-SP, 2007.

BATANERO, Carmen. **Didáctica de la Estadística**. Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística, 2001.

BATANERO. C., ESTEPA, A. y GODINO, J. D. **Análisis Exploratório de Datos: sus posibilidades en la enseñanza secundaria**. Granada: 1999.

BARRODY, A. J., Cibulskis, M., Lai, M. y Li, X. (2004). **Comments on the use of learning trajectories in curriculum development and research**. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 227-260.

BIFI, C. R. **Estatística em um curso de administração de empresas: mobilização dos conceitos estatísticos de base**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo. PUC-SP, 2006.

BISHOP, A. J. **Enculturación matemática: la educación matemática desde una perspectiva cultural**. Barcelona: Paidós.1991.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental)**. Brasília. SEF/MEC, 1998.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio (PCNEM) - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, 1999.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio - Bases Legais**. Brasília: MEC, 1999.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2006.

CLEMENTS, D. H. y Sarama, J. (2004). **Learning trajectories in mathematics education**. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 81-89.

COLL, C. **Psicologia e Currículo: uma aproximação psicopedagógica à elaboração do currículo escolar** - tradução de Cláudia Schilling. São Paulo: Ed. Ática, 1997.

CURI, E. **Formação de professores de Matemática: realidade presente e perspectivas futuras**. Dissertação de Mestrado, PUC/SP, 2000.

DOLL JR., W.E. **Currículo: uma perspectiva pós moderna**. Tradução de Maria Adriana Veríssimo Veronese. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

FAZENDA, I.C. **A Interdisciplinaridade no ensino brasileiro**. São Paulo, Edições Loyola, 1979.

FRIOLANI, L. C. **O pensamento estocástico nos livros didáticos do ensino fundamental**. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática. São Paulo: PUC-SP, 2007.

FIORENTINI, D.(org.) **Formação de Professores de Matemática – Explorando novos caminhos com outros olhares**. JARAMILLO, D. **Processos cognitivos na (re)constituição do ideário pedagógico de licenciatura em matemática**. Campinas, SP. Mercado de Letras, 2003

FREITAS, L. C. **Políticas de Avaliação no Estado de São Paulo – O controle do professor como ocultação de descaso**. *Revista educação & Cidadania*, v. 8,n, 1, p. 59 - 66. jan/jun 2009.

GARCIA, F. M. **A idéia de variabilidade abordada no 8º ano do ensino fundamental**. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática. São Paulo: PUC-SP, 2008.

GÓMEZ, P. y LUPIÁÑEZ, J. L. (2007). **Trayectorias hipotéticas de aprendizaje en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria**. *PNA*, 1(2), 79-98.

GRAVEMEIJER, K. (2004). **Local instruction theories as means of support for teachers in reform mathematics education**. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 105-128.

GRAVEMEIJER, K., Cobb, P., Bowers, J. y Whitenack, J. W. (2000). **Symbolizing, modeling, and instructional design**. En P. Cobb, E. Yackel y K. McClain (Eds.), **Symbolizing and communicating in mathematics classrooms. Perspectives on discourse, tools, and instructional design (pp. 225-273)**. Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

LESH, R. y YOON, C. (2004). **Evolving communities of mind –In which development involves several interacting and simultaneously developing strands**. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 205-226.

LEVIN, J & FOX, J. A. **Estatística para Ciências Humanas**. São Paulo. Prentice Hall, 2004.

LORENZATO, S e FERNANDES, F. **Alguns Indicadores Referentes à área de Matemática**. *Revista educação & Cidadania*, v. 8,n, 1, p 89 – 97. jan/jun 2009

MACEDO, L. de. **Competências e habilidades: elementos de uma reflexão pedagógica**. In paper de palestra na Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas em 1998).

MACHADO, N.J. **Epistemologia e didática: a alegoria como norma e o conhecimento como rede**. Tese de Livre Docência. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo. São Paulo, USP, 1994.

MAGALHÃES, M. N. e LIMA, A. C. P. **Noções de Probabilidade e Estatística**. São Paulo. Edusp, 2007.

MENEZES, L. C. **O Brasileiro está chegando ao ensino médio**. Programa de Melhoria e Expansão do ensino médio no Estado de São Paulo. mimeo. Governo do Estado de São Paulo, São Paulo, 2001.

MORAES, T. M. R. **Um estudo sobre o pensamento estatístico: “componentes e habilidades”**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo. PUC-SP, 2006.

MORAN, J. Massetto, M. e Behrens, M. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Papirus. São Paulo. 2000

NOVAES, D. V. **A mobilização de conceitos estatísticos: estudo exploratório com alunos de um curso de tecnologia em turismo**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo. PUC-SP, 2004.

NOVAES, D. V. e COUTINHO, C. Q. S. **Estatística para Educação Profissional**. São Paulo. RBB, 2008.

PEREIRA, S. A. **Um estudo a respeito do professor de matemática e a implementação de uma seqüência didática para a abordagem da estatística no ensino médio**. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática. São Paulo. PUC-SP, 2007.

PERRENOUD, P. **Formação contínua e obrigatoriedade de competência na profissão do professor**. Revista Idéias, São Paulo, n.30, 1998.

PIRES, C.M.C. **Perspectivas construtivistas e organizações curriculares: um encontro com as formulações de Martin Simon**. Educação Matemática e Pesquisa. São Paulo, v. 11, n° 1, pp 145 – 166, 2009.

\_\_\_\_\_. **Currículos de Matemática: da organização linear à idéia de rede**. São Paulo, FTD, 2000.

\_\_\_\_\_. **Formulações basilares e reflexões sobre a inserção da matemática no currículo visando à superação do binômio máquina e produtividade**. Educação Matemática Pesquisa. São Paulo, EDUC, 2004.

\_\_\_\_\_. **Orientações Curriculares para a Educação Básica: qual o caminho?** Revista de Educação PUC-Campinas, Campinas, v. 18, p. 25-34, 2005.

\_\_\_\_\_. **Educação Matemática e sua influencia no processo de organização e desenvolvimento curricular no Brasil**. Bolema (Rio Claro), v. 1, p. 1, 2008.

\_\_\_\_\_. **Implementação de inovações curriculares em matemática e embates com concepções, crenças e saberes de professores: breve**

**retrospectiva histórica de um problema a ser enfrentado.** Revista Ibero-americana de Educación Matemática, v.12, p. 53 – 72, 2007.

PIRES, C, M. C e TRALDI, A. **Implementação de inovações curriculares em matemática no ensino médio: ferramenta de investigação e ferramenta para planejamento.** Submetido ao encontro da Anpedinha. 2009b.

PONTE, J.P. **Perspectivas de desenvolvimento profissional de professores de Matemática.** In: João Pedro Ponte et al org). Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática: Que Formação?. Lisboa, SPCE 1995.

POZO, J. I. et. Al. **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender.** Tradução Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

SÃO PAULO (ESTADO) Secretaria de Estado da Educação. **Avaliação dos concluintes do ensino médio/97.** Programa de Expansão e Melhoria do ensino médio. vol 1. São Paulo,2000.

\_\_\_\_\_. **Proposta Educacional: Currículo e Avaliação.** São Paulo, SE/CENP, 1992.

\_\_\_\_\_. **Proposta Curricular para o Ensino de Matemática no Segundo Grau.** São Paulo, SE/CENP, 1992.

\_\_\_\_\_. **Jornal do aluno: São Paulo faz a escola** (Ensino Médio 3ª série). São Paulo: Imprensa Oficial do Estado de São Paulo, 2008)

SILVA, C. B. **Pensamento estatístico e raciocínio sobre variação: um estudo com professores de matemática.** Tese de Doutorado em Educação Matemática. São Paulo. PUC-SP, 2007.

SIMON, M. A. (1995). **Reconstructing mathematics pedagogy from a constructivist perspective.** Journal for Research in Mathematics Education, 26(2), 114-145.

SIMON, M. A. y Tzur, R. (2004). **Explicating the role of mathematical tasks in conceptual learning: an elaboration of the hypothetical learning trajectory.** Mathematical Thinking and Learning, 6(2), 91-104.

SIMONE NETO, F. **Análise do letramento estatístico nos livros didáticos do ensino médio**. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática. São Paulo: PUC-SP, 2008.

STEFFE, L. P. (2004). **On the construction of learning trajectories of children: The case of commensurable fractions**. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 129-162.

### **Internet**

*<http://www.agenciabrasil.gov.br/noticias/2007/12/27/materia.2007-12-27.9095276718/view> - (acessado em 03/01/2007).*

*[http://www.ibope.com.br/calandraWeb/BDarquivos/sobre\\_pesquisas/pesquisa\\_eleitoral.html](http://www.ibope.com.br/calandraWeb/BDarquivos/sobre_pesquisas/pesquisa_eleitoral.html) - (acessado em 03/01/07).*

*[http://veja.abril.com.br/especiais/jovens\\_2003/p\\_072.html](http://veja.abril.com.br/especiais/jovens_2003/p_072.html) - (acessado em 03/01/2007).*

*[http://veja.abril.com.br/especiais/jovens\\_2003/p\\_048.html](http://veja.abril.com.br/especiais/jovens_2003/p_048.html) - (acessado em 03/01/07).*

*<http://pt.wikipedia.org/wiki/Moda> (acessado em 03/01/2007)*

## ANEXOS

### Anexo A – Questionário para os professores aplicadores

1) Nome

---

2) Formação (Graduação Plena em Matemática ou Complementação/ Ano)

---

3) Tempo de magistério. \_\_\_\_\_

4) Segmento que leciona: (  ) E.F.II (  ) E.M.

5) Pós-Graduação cursada e/ou em andamento

a) (  ) Extensão

b) (  ) Aperfeiçoamento

c) (  ) Especialização

d) (  ) Mestrado

e) (  ) Doutorado

6) Já participou de algum trabalho colaborativo em sua escola? Qual?

---

---

7) Em suas aulas costuma utilizar alguma metodologia ou estratégia de ensino? Qual?

---

---

8) Utiliza outro recurso além do livro didático? Qual?

---

---

9) Levando em consideração a sua experiência e o seu conhecimento, como você abordaria o ensino de Estatística?

---

10) Quais são as dificuldades que os alunos apresentam ao estudar este assunto?

---

---

11) Costuma trabalhar com resolução de problemas para desenvolver e/ou aplicar o conceito usados na Estatística?

---

---

12) Já fez o uso de algum software matemático para construir gráficos e tabelas? Por quê?

---

---

13) Você costuma fazer contextualizações em suas aulas sobre Estatística? Por quê?

---

---

## **Anexo B - ROTEIRO DE OBSERVAÇÃO DO DESENVOLVIMENTO DAS THAS**

Turma	Número de alunos presentes
Data	Professor(a)
Identificação da Aula	Assunto

1. Organização da classe e “clima” dominante.
2. Consignas do professor sobre a tarefa e explicitação dos objetivos de aprendizagem.
3. Combinados com a classe.
4. Atitude dos alunos no desenvolvimento das tarefas e implicação dos alunos na busca de solução.
5. Eventuais problemas relacionados à leitura e compreensão do texto.
6. Interação entre alunos na realização das tarefas.
7. Dificuldades observadas e possíveis causas.
8. Interesse dos alunos nas atividades que envolvem contextualização de situações, situações de investigação e recursos tecnológicos.
9. Adequação do tempo previsto para a atividade.
10. Intervenções do professor durante a realização da atividade.
11. Socialização e sistematização das conclusões.
12. Perguntas, explicações, depoimentos do professor que merecem destaque.
13. Opinião dos alunos.

## **Anexo C – Relatórios do professor pesquisador sobre as aulas**

Iremos a seguir relatar o desenvolvimento das aulas que foram desenvolvidas a nossa THA. Para cada atividade realizamos um relatório onde descrevemos algumas considerações que julgamos importante para o desenvolvimento da THA, como: as interações do aluno nas atividades e com o professor bem como as dificuldades apresentadas entre outros.

### **Relatórios sobre as aulas da Professora P1**

O tempo previsto para o desenvolvimento da THA era de 23 aulas.

#### **Relatório da atividade 1**

A professora P1 desenvolveu a atividade 1 da THA no dia 04/03/09 em uma aula com duração de 45 minutos. Observamos que nesta sala havia seis mesas redondas com cadeiras e algumas carteiras, descobrimos que como estavam faltando carteiras na escola, estas mesas foram retiradas da biblioteca para atender os alunos, o que em nossa visão facilitou a formação de grupos de uma forma bem natural. Para iniciar as atividades a professora distribuiu as atividades pedindo para que os alunos lessem e respondessem o que sabiam com sinceridade e responsabilidade e que poderiam tirar dúvidas, caso precisassem ela ajudaria e explicaria.

Durante a leitura alguns alunos fizeram alguns comentários:

*“Professora não sei como explicar porcentagem.”*

*“Quem mandou você faltar o ano passado?”*

*“Professora o que significa o símbolo (%)?”*

Diante de tantas perguntas a professora respondeu:

*“Se eu dizer vou estar respondendo. Procure lembrar o que você estudou nos anos anteriores sobre porcentagem.”*

O Aluno respondeu:

*“Ah professora faz muito tempo, não lembro”*

A professora foi ao quadro negro, pediu a atenção dos alunos e escreveu o símbolo de porcentagem (%) e disse:

*“Porcentagem nada mais é do que: eu tenho o símbolo %, alguma coisa dividido por 100. Por exemplo: se eu quero 30% de 20”*

Escreveu na lousa:

$$30\% \text{ de } 20 = \frac{30}{100} \times \frac{20}{1} =$$

*“Ah professora agora entendi, lembrei”*

A professora continuou a leitura.

*“Vamos ler o texto 2, vocês precisam responder o texto 2.”*

A professora fez a leitura com os alunos, e durante o texto explicou o que é amostragem e deu exemplo de um dono de uma empresa que dá uma amostra de seu produto, não oferece o produto em grande quantidade só um pouco.

*“Professora não sei o que é Estatística, quer dizer não sei explicar.”*

Uma aluna estava constrangida em perguntar na frente dos outros e fez esta pergunta baixinho e quis que a professora respondesse só para ela.

*“Professora o que é censo? Fala baixinho, professora.”*

A professora saía de mesa em mesa incentivando que eles respondessem o questionário.

O clima entre os alunos e professora é amistoso e descontraído, eles brincaram durante a aula toda enquanto faziam as atividades, em meio as brincadeiras e conversas faziam perguntas em relação as atividades tirando as dúvidas, mostrando bastante interesse pelo assunto, as dúvidas entre eles eram as mesmas, e em muitas ocasiões eles se ajudavam, isto é, quando um achava que tinha entendido, explicava para o colega, a distribuição dos alunos em mesas redondas facilitou a comunicação entre eles.

## **Relatório da atividade 2**

A professora desenvolveu a atividade 2 da THA no dia 05/03/09, em uma aula de 45 minutos, iniciou distribuindo a atividade, em seguida fez a leitura da atividade para os alunos, durante a leitura foi dando destaque aos pontos que ele considerou mais importante, chamando a atenção para a mudança de unidade grama para quilos.

Os alunos estavam em grupos como na aula anterior (mesas redondas), neste dia apareceram outros alunos, buscaram carteira e cadeiras em outra sala ficando isolados no fundo da sala de aula, os alunos em grupo discutem as atividades enquanto os alunos isolados fazem outras atividades do tipo: folheando o caderno, ouvindo mp3, etc., a professora não intervém.

Durante a leitura um aluno perguntou para a professora:

*“Na letra f é só fazer a divisão”*

Neste momento a professora explicou lembrando o que são grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

Uma aluna perguntou:

*“Professora podemos utilizar a calculadora”*

A professora respondeu:

*“Pode, mas deixe registrado a conta e o seu raciocínio, ok”*

E continuou:

*“Na alternativa a) como você indicaria a participação dos atletas brasileiros do gênero masculino nas Olimpíadas de Pequim?”*

Um dos alunos fez o seguinte comentário:

*“A participação foi boa, mas poderia ser melhor”.*

Uma aluna quer saber porque os resultados estão diferentes.

*“Professora porque meus resultados não são iguais quando faço no celular”.*

A professora aproxima-se e pede para que a aluna mostre o que ela fez, a professora acompanha a conta da aluna e verifica que a mesma errou ao fazer a conta manualmente. Acertou usando a calculadora, mas errou ao tentar fazer o algoritmo da divisão.

De forma geral, os alunos não tiveram dificuldades ao realizar as atividades propostas.

### **Relatório da atividade 3**

A professora desenvolveu a atividade 3 no dia 11/03/09, utilizando para isso uma aula de 45 minutos. Os alunos estavam divididos em grupos de forma espontânea sem a interferência da professora, e alguns ficaram isolados no fundo da sala.

Iniciou distribuindo as atividades para os alunos, em seguida fez a leitura junto com os alunos, discutindo e fazendo comentários a respeito do texto,

explicou como ler o gráfico, que a linha horizontal representa o ano e a vertical a porcentagem. Os alunos acompanharam a leitura atentamente, ao fazer as perguntas, alguns se dispersavam, outros simplesmente respondiam:

*“não entendi”.*

Os alunos que estavam em grupos discutiam as respostas entre eles e na hora de responder era sempre o mesmo aluno do grupo que respondia.

Observamos que quando algum aluno tinha alguma dúvida, e perguntavam para o professor, o restante da classe prestava atenção na explicação.

Na questão d um aluno confundiu-se em relação a expressão anos consecutivos, o professor precisou explicar o que significava anos consecutivos, dizendo que é um ano após o outro, então, o aluno após esta explicação conseguiu entender o que a atividade pedia e conseguiu responder a questão.

Na questão f a professora os ajudou a fazer o cálculo na lousa e logo em seguida os alunos responderam corretamente. Acreditamos que o professor, por estar no final da aula, tenha se precipitado em fazer a conta na lousa, visto que os alunos não tiveram problema ao responder a alternativa d, que exigia a mesma operação matemática.

#### **Relatório da atividade 4**

A professora desenvolveu a atividade no dia 16/03/09, durante duas aulas de 45 minutos, os alunos como sempre estavam em duplas ou trios, alguns isolados.

A professora distribuiu as atividades, leu apenas o texto inicial, e pediu para que os alunos olhassem a tabela e os gráficos e tentassem responder as questões pedidas, qualquer dúvida poderia perguntar que ele responderia.

A professora ficou andando pela sala acompanhando as atividades nos pequenos grupos formados, ao perceber que boa parte dos alunos havia terminado de responder, pediu para que um dos alunos lesse o item a e respondesse:

a) Que tipo de informações podemos obter com os dados apresentados nesta tabela?

Destacamos as respostas dadas pelos alunos.

“A remuneração média para o cargo de supervisão em relação ao grau de instrução”

Como podemos observar estes alunos responderam utilizando a informação do título da tabela.

“O grau de educação, a percentagem de pessoas respondentes a cada grau e a remuneração média de cada grau”

Para esta resposta observamos que os alunos utilizaram as informações contidas no título das colunas da tabela, e pelo que podemos observar a maioria dos alunos utilizaram esta resposta.

“A informação que podemos obter é que a formação superior é de 44,04 e o doutorado é de 0,66; podemos observar que há uma grande diferença entre um e outro de percentagem de respondentes.”

Nesta resposta percebemos que a aluna procura identificar onde esta a maior e menor concentração de respondentes, mesmo não conseguindo se expressar corretamente.

“Mostra análise de cálculo salarial segundo o conhecimento e a instrução.”

“Que houve maior percentagem de supervisores na formação superior.”

Após ouvir as respostas a professora fez algumas considerações dizendo:

P: “Quando construímos uma tabela o seu título e o nome que atribuímos as colunas deverá estar relacionado com o tipo de informação que queremos divulgar, o que facilitará a análise de quem fará uso destas informações. Vamos ao próximo item:”

a) Qual a informação que o gráfico de setores nos mostra?

“Números de respondentes em relação ao grau de instrução para o cargo de supervisão.”

A professora fez uma observação:

“Observe que no gráfico de setores o que aparece na verdade é a percentagem e não o número de respondentes participantes. prossiga, item c”

b) Qual a informação que o gráfico de coluna nos mostra?

“A remuneração média em relação ao grau de instrução para o cargo de supervisão.”

“Quanto maior o grau de escolaridade maior a remuneração do formado.”

A professora pediu para prosseguir para o próximo item.

d) Em qual das três representações gráficas: tabela, gráfico de setores ou gráfico de colunas, nos conseguimos observar mais rapidamente qual o grau de instrução que melhor remunera?

“O gráfico de colunas”

“Tabela 2, remuneração média para o cargo de supervisão em relação ao grau de instrução”.

P: “Veja, em uma tabela encontramos várias informações, nem sempre elas estão, como posso dizer, nem sempre elas estão organizadas, dependendo da informação que queremos obter, nem sempre faremos a leitura rápida, neste caso o gráfico de colunas a leitura é mais rápida.”

c) Em qual das três representações gráficas nós podemos observar qual o nível de instrução da maioria das pessoas que estão no cargo de supervisão?

“No gráfico de setores, pois está mais visível.”

d) Para calcular a diferença entre o maior e menor salário, qual das três representações gráficas você usaria? Por que? Calcule esta diferença.

“O gráfico de tabela. Porque é mais fácil de identificar.”

Os alunos não calcularam a diferença entre o maior e o menor salário, assim a professora perguntou:

P: “Pessoal qual é o menor salário?”

A: “2.375,68”

P: “Qual é o maior salário?”

A: “4.630,50”

P: “Então a diferença entre eles é:  $4.630,50 - 2.375,68 = 2.254,82$ .”

A professora fez o cálculo na lousa e terminou de ler a atividade com os alunos.

Durante o desenvolvimento desta atividade observamos que alguns alunos esperam as respostas dos colegas para responder as atividades, e podemos observar que 7 alunos não responderam esta atividade, mesmo após os comentários gerais da classe, constatamos que estes alunos faziam outras

atividades do tipo: ouvindo mp3 e jogando no celular. A professora não fez nenhuma intervenção em relação a este comportamento dos alunos.

### **Relatório da atividade 5**

Esta atividade foi desenvolvida no dia 18/03/09 em uma aula de 45 minutos. A professora distribuiu as folhas com as atividades e em seguida iniciou a leitura do texto 3 alternando a leitura com os alunos. A professora, após cada parágrafo, fazia alguns comentários, procurando enfatizar os termos que poderiam ser utilizados nas questões que seriam respondidas após a leitura. Após a leitura, ela pediu para que um dos alunos fizesse a leitura do item 1 e respondesse em seguida.

1) Qual o tema central do texto? O que você pensa sobre isso? Justifique.

“O crescimento e desenvolvimento dos adolescentes. Eu concordo pois conheço pessoas próximas a mim que tiveram essas evoluções.”

“O desenvolvimento dos jovens.”

“Crescimento, é um bom tema a ser tratado para informar os adolescentes.”

“O crescimento dos adolescentes na ultima geração.”

“Sobre altura e o crescimento. Eu penso que fazendo exercícios ajuda na fase de crescimento do jovem.”

“O crescimento, de adolescência precoce. Que as crianças estão sendo obrigadas a deixar de ser criança antes do tempo. Por isso acho adolescência precoce um crescimento fora da hora.”

“Crescimento. É um tema a ser tratado para informar os adolescentes.”

Após ouvir as respostas dos alunos à professora Fez alguns comentários:

“Muito bem, o texto trata justamente sobre o desenvolvimento dos jovens de hoje e fazendo uma comparação com a geração anterior com relação a altura, ressaltando a importância da alimentação e a pratica de esportes, mas também alerta para as conseqüências deste desenvolvimento precoce, principalmente para as meninas.”

2) Temos no texto tais expressões: “padrão médio de altura”, “classe média urbana”, “altura média do brasileiro”. Para você, o que significa cada expressão? Existe alguma relação entre elas?

“Classe média urbana: o padrão social das pessoas relacionada a dinheiro, a classe social. Padrão médio de altura: é o numero esperado do padrão.”

“Altura esperada e padrão social das pessoas que moram na cidade.”

“Padrão médio de altura: altura esperada, classe média urbana: é definida pela condição financeira, altura média do brasileiro: é a média esperada dos brasileiros.”

Pelas respostas dadas pelos alunos observamos uma confusão entre os significados das expressões. A professora após ouvir as respostas dos alunos, fez uma intervenção, buscando esclarecer e corrigir algumas das respostas dadas pelos alunos.

P: “Então pessoal, como vocês podem perceber a palavra média aparece em varias situações, e neste caso ela apareceu na expressão “padrão médio de altura” e em “altura média do brasileiro”, nos dois casos podemos considerar que ela quer dizer a mesma coisa, em outras palavras é a altura que um brasileiro tem em média, pode ser mais baixo ou mais alto. Com relação a expressão “classe média urbana” esta tem relação com a condição social das pessoas. Deu para esclarecer melhor?”

A: “Sim.”

P: “Ok, então quem respondeu algo muito diferente ou ainda não respondeu, corrijam, certo. Vamos para a próxima”

3) Você saberia dizer qual o conceito matemático envolvido nesta expressão: “Oito em cada dez garotos entre 12 e 20 anos praticam algum tipo de esporte nas principais capitais brasileiras”. Como você escreveria a mesma idéia usando porcentagem?

“80% dos jovens”, “fração.”

$$“80\% = \frac{80}{100} = 0,80”$$

“ $\frac{80}{100}$ ”, 80% dos garotos das capitais brasileiras praticam algum tipo de esportes.”

P: “Ninguém sabe qual o conceito envolvido?”

A: “ Professora não é fração ou porcentagem?”

P: “Nos podemos escrever a mesma idéia usando fração ou porcentagem, pessoal nós vimos na atividade 2, já esqueceram?”

Os alunos procuram a atividade 2.

A: “ah tá aqui professora, razão e proporção”

P: “isso, o conceito é a proporção, não esqueçam. Vamos continuar, falta ainda uma questão”

4) Qual é a sua altura? Você está acima ou abaixo do padrão que o texto está se referindo? Qual a diferença entre sua altura e o padrão médio?

Como era de se esperar, obtivemos respostas bem diferentes, pois os alunos têm diferentes alturas. A professora fez o seguinte comentário:

P: “Pessoal, nesta questão os meninos tem um padrão e as meninas têm outro; teremos resultados diferentes.”

Na lousa, a professora fez duas tabelas, uma para os meninos e uma para as meninas, com três colunas, uma para o nome, uma para altura e outra para a diferença entre o padrão médio de altura divulgado no texto e altura de cada aluno, perguntou em seguida, para alguns alunos qual era a sua altura e qual a diferença entre o padrão divulgado pelo texto, e foi anotando o nome do aluno, sua altura e a diferença encontrada com relação ao padrão médio obtido no texto, ora um menino e ora uma menina, após quatro anotações, perguntou para a classe:

P: “Vocês acham que tem diferenças entre os meninos e as meninas?”

A: “Lógico que tem professora.”

P: “Então vocês concordam que devemos, em um estudo considerar estas diferenças separadamente?”

A: “Sim.”

P: “Muito bem, observe que estas diferenças em torno do padrão médio, damos o nome de desvios, podendo ser positivos, quando os valores estão acima do padrão, e negativo quando estiverem abaixo do padrão. Vamos terminar por hoje.”

## **Relatório da atividade 6**

Esta atividade teve início no dia 20/03/2009, e utilizou quatro aulas de 45 minutos. Para esta atividade a professora dividiu a sala em grupos de cinco alunos. Distribuiu a folha com as atividades, trenas e réguas para os grupos; em seguida fez a leitura da atividade explicando que eles iriam fazer uma pequena pesquisa para descobrir como é o aluno típico dessa turma? Para isso pediu para que respondessem o questionário que estava na folha de atividades.

Observamos que os alunos não tiveram dificuldades nas questões iniciais, as dificuldades iniciaram quando tiveram que usar a régua e a trena para fazer as medições, muitos alunos não sabiam usar estes instrumentos, mesmo a régua para medir a palma da mão tiveram dificuldade, a professora teve que ir de grupo em grupo explicando como deveria ser tirada as medidas com a régua, o pesquisador auxiliou a medir a altura dos alunos. Os alunos demonstraram grande interesse pela atividade.

Cada aluno foi anotando seus dados na tabela pré impressa, logo em seguida foram orientados a trocarem as informações de tal forma que cada aluno tivesse os dados de todos os colegas em sua própria tabela. A professora não interferiu nesse processo de troca das informações entre os alunos, deixando a classe livre para se organizarem sozinhos, acreditamos que isso demorou mais do que o necessário para que todos trocassem as informações.

### **Relatório da atividade 7**

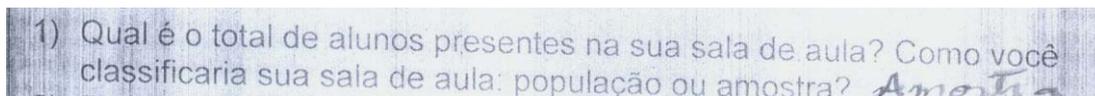
Esta atividade teve início no dia 24/03/2009, e utilizou 4 aulas de 45 minutos cada. Para garantir que todos os alunos teriam as mesmas informações a professora pediu no final da aula anterior que uma das alunas digitasse as informações numa planilha eletrônica conforme nossas orientações, nosso objetivo seria usar a planilha no laboratório de informática, o que facilitaria a elaboração de gráficos e tabelas, o que não foi possível, pois o laboratório de informática não estava liberado para uso. Feito isso imprimiu uma cópia da tabela 3, já padronizada, para cada grupo.

A professora distribuiu também a folha com a atividade 7, fez a leitura junto com os alunos, explicando e detalhando com mais exemplos os vários

tipos de variáveis. Em seguida deixou que os alunos respondessem as questões em grupo, durante esse processo a professora procura observar o que cada grupo estava respondendo, tirando dúvidas quando solicitada.

Quando os alunos terminaram a professora pediu para que os grupos socializassem as repostas

Com relação a primeira questão:



1) Qual é o total de alunos presentes na sua sala de aula? Como você classificaria sua sala de aula: população ou amostra? Amostra

Alguns alunos não informaram o total de alunos presentes na sala de aula e apenas uma minoria responderam corretamente a segunda parte da questão.

A professora tentou esclarecer a diferença entre população e amostra dizendo:

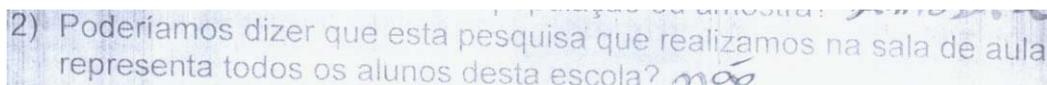
P: “Então classe, quantos alunos vocês contaram na tabela?”

Apenas os alunos que estavam na frente da sala participavam, os demais estavam dispersos ouvindo mp3 no celular ou apenas conversando.

A: “35”

P: “Como nosso estudo se refere apenas aos alunos desta sala de aula, podemos dizer então que o total de alunos é população, caso a sala de aula fosse uma representação dos alunos da escola, poderíamos então dizer que esta sala de aula seria uma amostra do total de alunos da escola, e as conclusões que teríamos dessa amostra poderia ser considerado para a escola como um todo (população). Então para nós a sala de aula será considerada como?”

A: “População”



2) Poderíamos dizer que esta pesquisa que realizamos na sala de aula representa todos os alunos desta escola? não

nde

pendentemente da resposta anterior, todos os alunos responderam não a esta questão. A professora não fez nenhum comentário sobre esta questão, mesmo porque ela já tinha esclarecido anteriormente.

3) Destes, quantos são do gênero masculino? Quantos do gênero sexo feminino? 19 masculino 16 Feminino

A resposta certa para esta questão seria 19 para o gênero masculino e 16 para o gênero feminino, podemos constatar que os alunos que responderam, errado não tinham recebido uma cópia da planilha digitada, mas estavam corretos considerando a planilha que eles tinha construído.

4) Como você classifica a variável gênero?

Nenhum aluno respondeu a essa questão. A professora explicou novamente o que são variáveis qualitativas e quantitativas, e que no caso a variável gênero é uma variável qualitativa nominal. Ela acabou respondendo a questão.

5) Como você representaria estes valores utilizando porcentagem?

Todos os alunos responderam corretamente a esta questão.

6) Complete a tabela abaixo com as informações obtidas com sua pesquisa

Nesta questão os alunos deveriam completar a tabela de frequência referente à variável gênero. Não houve dificuldades por parte dos alunos para completar a tabela. Alguns alunos estavam respondendo com base na própria planilha, desconsiderando a planilha digitada.

Tabela 4. Tabela de frequência para a variável Gênero.

Gênero	Quantidade	Porcentagem (%)
Masculino	19	54,3
Feminino	16	48,5
Total	33	100

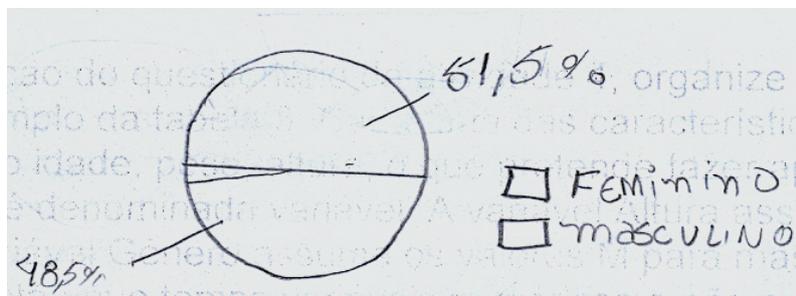
A professora disse:

P: "Pessoal, não tínhamos combinado de padronizar as informações, ao digitar a planilha estamos garantindo que todos tenham as mesmas informações, sem esquecer ninguém da sala, então pela planilha que foi digitada, quantos são os do gênero masculino e quantos são do gênero feminino?"

A: "19 meninos na quantidade e 54,3 na porcentagem, 16 meninas e 45,7%"

7) Utilize as informações da sua tabela e monte um gráfico de setores.

Poucos alunos tentaram fazer a construção, e os que fizeram, foi mais um esboço. Este esboço refere-se ao aluno que está considerando sua própria planilha.



A professora foi até a lousa e utilizando um compasso de madeira fez um círculo e disse:

P: “O círculo representa  $360^\circ$  ou seja 100%, qual foi a porcentagem obtida para o gênero masculino?”

A: “54,3%”

P: “Então. Podemos fazer uma regra de três para sabermos quantos graus 54,3% representa.”

A professora escreveu na lousa:

$360^\circ$  ----- 100%

X ----- 54,3%

$100X = 360 \times 54,3$

E disse: “Agora terminem a conta”

Alguns alunos começaram a fazer os cálculos utilizando a calculadora, chegaram na resposta correta.

A: “Deu 195,45 professora”

P: “Muito bem, então observe se o círculo todo tem  $360^\circ$ ,  $195,45^\circ$  é a metade mais a metade de um ângulo de  $30^\circ$ , correto? Para fazer a construção correta você deve utilizar um transferidor.”

A professora pegou um transferidor de madeira e terminou a construção na lousa, o que não foi possível para os alunos, pois eles não tinham um transferidor.

A professora explicou que os gráficos de setores são mais utilizados quando trabalhamos com variáveis qualitativas.

8) Classifique as outras variáveis relacionadas na tabela 3, procurando justificar suas respostas.

Os alunos também não responderam a esta questão. Podemos observar que as questões onde os alunos deveriam ter classificado as variáveis, não foram respondidas, provavelmente deveremos trabalhar esse assunto de forma diferente da que foi proposta neste trabalho.

**Tabela 3. Dados dos alunos após a digitação**

Nome do aluno	Gênero		Idade	Após Ensino Médio					Massa corpórea	Altura	Largura da mão		Comprimento da mão	
	M	F		Pub	Par	Cur	Prof	Trab			Direita	Esquerda	Direita	Esquerda
Adailton	1	0	18	0	0		1	0	65	165	9	9	18	18
Adeildes	0	1	18	0	0	0	0	1	52	153	8	8	16	16
Alexandre A	1	0	17	1	0	1	0	0	68	170	10	9	20	19
Alexandre F	1	0	17	1	0	1	0	0	68	168	8	8	17	18
Ana Rita	0	1	26	0	0	1	0	0	74	160	8	8	16	16
Bruno	1	0	17	1	0	1	1	0	110	175	10	10	18	18
Carla	0	1	18	1	0	0	0	0	62	162	7	8	17	16,5
Celma	0	1	19	1	0	0	0	0	66	168	8	9	20	19
Clayton	1	0	18	0	0	0	1	0	72	178	9	9	20	19
Diego	1	0	17	0	0	0	0	1	57	165	8	8	18	18
Fabiana	0	1	17	1	0	0	0	1	53	164	7,5	7,5	17	17
Fabiano	1	0	17	1	0	0	0	1	63	176	9	9	18	18
Helio	1	0	22	0	0	0	0	1	64	163	8	8	19	19
Hiroti	1	0	17	0	1	0	0	0	70	175	9	10	20	19
Jaciane	0	1	17	0	1	0	0	0	51	156	7,7	7,7	16	16
Jaqueline A	0	1	17	1	0	0	0	1	62	170	8	8	17	17
Jaqueline C	0	1	17	1	0	0	0	0	58	160	8	8	18	17
João Carlos	1	0	17	0	1	0	1	1	56	165	8	8	18	18
João Gabriel	1	0	17	0	1	0	0	0	52	167	10	10	20	20
João Paulo	1	0	17	0	0	0	1	0	60	177	7	7	21	21
Jose Fabio	1	0	17	1	0	0	1	1	60	172	10	10	20	20
Jose Laércio	1	0	17	0	0	0	1	0	85	180	10	10	20	20
Jose Robson	1	0	18	1	0	0	0	0	54	169	7,5	7,5	17	18
Line	0	1	16	1	0	1	1	1	49,9	163	8	8	16	16
Luana Novais	0	1	17	0	0	0	1	0	50	158	7	7	17	17
Luana Rocha	0	1	17	0	1	1	0	0	52	160	9	9	17,5	17,5
Lucivande	1	0	17	0	1	0	1	0	60	180	9	9	20	20
Márcia Souza	0	1	17	0	0	0	1	0	48	149	7,5	8	16	15,5
Marcio	1	0	17	1	0	0	0	0	56	166	8	8	18	18
Patrícia	0	1	18	0	1	0	1	0	55	155	12	12	17	17
Sheila	0	1	16	0	0	1	0	0	62	176	9	9	18	18
Vagner	1	0	17	0	0	0	1	0	72	178	8	8	17	17
Vilma	0	1	19	0	1	1	0	0	56	156	7,7	7,6	16,5	17,5
Jéssica	0	1	18	1	0	0	0	0	68	165	7	7	15	15
Lucas	1	0	17	1	1	0	1	0	73	178	9	9	20	20

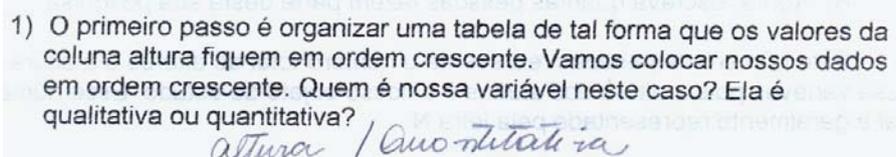
## Relatório da atividade 8

Esta atividade teve início no dia 26/03/2009 e foi desenvolvida durante 4 aulas de 45 minutos cada uma. A professora distribuiu uma folha com a atividade 8 para cada aluno e uma folha de sulfite para que os alunos construíssem a tabela 5.

Ela fez a leitura da atividade 1 para os alunos, esclarecendo que eles deveriam criar duas tabelas uma para os meninos e outra para as meninas, de tal forma que a altura dos alunos ficasse em ordem crescente. Após esta explicação deixou os alunos trabalharem sozinhos, observando e andando pela sala de aula. No início desta atividade, não houve interferência da professora.

Apesar dos alunos não apresentarem dificuldades em organizar os dados em ordem crescente, durante a construção das tabelas a professora percebeu a necessidade de interferir para padronizar a construção das tabelas, assim ela foi até a lousa e explicou como eles deveriam construir a tabela de forma padronizada.

Iremos destacar algumas respostas dadas pelos alunos, e como eles



1) O primeiro passo é organizar uma tabela de tal forma que os valores da coluna altura fiquem em ordem crescente. Vamos colocar nossos dados em ordem crescente. Quem é nossa variável neste caso? Ela é qualitativa ou quantitativa?

*altura / Quantitativa*

construíram suas tabelas.

A tabela abaixo foi construída após a intervenção da professora.

TABELA 05

Nome das meninas	Altura (cm) (x)
Helio	163cm
Asahton	165cm
Duigo	165cm
João Carlos	165cm
Marcos	166cm
Alexandre	168cm
Alexandre F.	168cm
José Johnson	169cm
Gabriel	170cm
João	172cm
Bruno	175cm
Henri	175cm
Juliano	176cm
João Paulo	177cm
Lucas	178cm
Caetano	178cm
Cláudio	178cm
Luís	180cm
Luís	180cm
Total: 19 meninos	

A tabela abaixo foi construída antes da intervenção da professora.

	Nome das meninas	Altura (cm) (x)
1	Márcia	149
2	Adel des	153
3	Patrícia	155
4	Jaciane	156
5	Vilma	156
6	Liana	158
7	Keilo	159
8	Ana Rita	160
9	Jaqueline C	160
10	Luana R	160
11	Carla	163
12	Fabiana	163
13	Line	163
14	Jessica	165
15	celma	168
16	Jaqueline.	170
	total	2558

Para cada uma das tabelas acima responda:

2) Qual é a maior e a menor altura em nossa tabela? Qual é a diferença entre elas?

meninos maior 180 menor 163  
meninas maior 170 menor 149

A questão 3 estava sendo deixada em branco, ao perceber isso a professora pediu a atenção dos alunos, tentou esclarecer a questão, ela leu o parágrafo logo após a 2ª questão que dizia:

P: “A diferença entre o maior e o menor valor de uma série chama-se amplitude total (A).”

E continuou:

P: “Então pessoal, o que vocês responderam na segunda questão, qual é a maior altura encontrada na tabela dos meninos?”

A: “180 cm”

P: “E a menor altura?”

A: “163 cm”

P: “Muito bem, então me digam qual é a diferença entre 180 cm e 163 cm?”

Os alunos demoraram um pouco para responder.

A: “17 cm”

P: “Isso mesmo, então para esta situação podemos representar a amplitude total da seguinte forma”

A professora escreveu na lousa:

Para os meninos a amplitude total será:  $A = 180 - 163 = 17$

P: “Façam a mesma coisa para as meninas”

Após alguns instantes alguns alunos responderam:

A: “Vai dar 21 cm, professora”

P: “Muito bem”

A professora escreveu na lousa:

Para as meninas a amplitude total será:  $A = 176 - 149 = 27$

P: “Qual foi a soma de todos os valores da coluna altura para os meninos?”

A: “3267”

P: “E para as meninas?”

A: “2575”

P: “Escreva esses totais na última linha das tabelas de vocês”

Percebemos que alguns alunos tinham errado a soma, corrigindo logo após a correção da professora, os alunos que estavam no fundo da sala continuavam desatentos. A professora não fazia nenhuma objeção ao comportamento dos alunos.

A professora continuou corrigindo as atividades, e perguntou para os alunos:

P: “O que vocês responderam na questão 5?”

Os alunos ficaram calados. A professora pediu a atenção da sala e disse:

P: “O total que vocês responderam na questão 4, representa a soma de todas as alturas, esta soma é representada pela letra grega.”

E escreveu na lousa:

$\sum$  (sigma)

P: “Esta letra grega chama-se sigma, como foi pedido á soma da variável altura que está representada pela X, podemos representar este total assim:”

Novamente na lousa, escreveu:

$\sum X = 3267$  para os meninos

$\sum X = 2575$  para as meninas

A questão 6, não estava bem clara, alguns alunos responderam como total todos os alunos da sala, quando na verdade queríamos que ele respondesse o total para cada uma das tabelas separadamente. A professora esclareceu o que queríamos e continuou com a atividade.

Os itens 7, 8 e 9 foi feito com tranqüilidade pelos alunos, porém, observamos que eles não representaram os resultados utilizando uma expressão matemática. Em todos os momentos que isso acontecia a professora ia até a lousa e escrevia a expressão matemática que a atividade pedia.

P: “Pessoal preste atenção, o item 10 pede que vocês escrevam uma expressão matemática para a média aritmética, ou seja, o valor encontrado no item 7. Preste atenção, temos duas tabelas agora, uma para os meninos e uma para as meninas, vocês precisam fazer os cálculos para cada uma delas, então vamos fazer para os meninos primeiramente. Quantos meninos tem na nossa tabela?”

A: “19”

P: “Se vocês leram a atividade esse número será representado pela letra N, vocês lembram a letra que usamos para representar a soma dos valores da coluna altura?”

A: “Uma letra grega professora”

A professora escreveu na lousa

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

P: “Vejam, essa é a expressão para representar a média aritmética, agora é só substituir os valores e realizar a conta, o que vocês já fizeram no item 7, então respondam que média vocês encontraram para os meninos?”

A: “171,9”

P: “É simples não é, e qual o valor que vocês encontraram para as meninas”

A: “160,9”

P: “E o que significa estes números?”

A: “Significa a altura média dos meninos e a altura média das meninas”

P: “Certo, podemos dizer que a média é o valor de equilíbrio dos dados. Vamos continuar. No item 11, na tabela dos meninos, quem está mais abaixo da média?”

A: “É o Helio, professora, ele é o mais baixinho da sala”

A sala toda começou a rir.

P: “Ok, mas qual é o valor, qual é a altura em cm?”

A: “Ah tá, 163 cm”

P: “Calcule a diferença entre a media e este valor, e responda, quanto menos é está diferença?”

Após alguns instantes, os alunos responderam:

A: “8,9”

P: “Façam a mesma coisa para a maior altura e também para a tabela das meninas a menor e a maior altura”

A professora deu um tempo para os alunos calcularem, uma das alunas respondeu:

A: “8,1 para os meninos e para as meninas eu achei 7,9 para a menor e 15,1 para a maior”

P: “Ótimo, estes valores que calculamos chama-se desvios, ele nos indica como os dados estão distribuídos em torno da média. E podemos escrever a seguinte expressão para representá-lo.”

Na lousa a professora fez a seguinte anotação:

$$d = \bar{X} - X$$

P: “Vamos para o próximo item, vocês organizaram as duas tabelas em ordem crescente, então verifiquem qual é o valor que ocupa a posição central,

isto é, quem está exatamente no meio da tabela, primeiro a tabela dos meninos.”

A: “É o Fabio professora com 172 cm”

P: “Exatamente, não teve duvidas não é mesmo, temos 19 alunos na tabela, assim quem ocupa a posição central é exatamente o 10º aluno, e para as meninas? Verifiquem.”

Alguns alunos responderam:

A: “160 cm”

Outros responderam:

A: “162cm”

P: “Temos dois valores, é isso?”

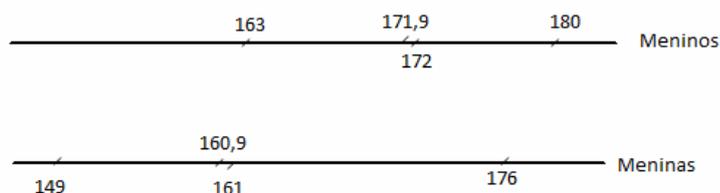
A: “Não sei professora, pra mim deu 160 cm.”

P: “Na verdade, quando temos uma quantidade de elementos pares, no caso temos 16 meninas, o valor central será a média dos valores centrais, no caso vocês encontraram 160 e 162, some os dois valores e divida por dois.”

A: “Vai dar 161”

P: “Estes valores que encontramos, chama-se mediana, é o valor do termo que ocupa a posição central de uma distribuição ordenada, separando-a em duas partes iguais. Vocês podem ler a definição de mediana e também o que é quartil na folha de atividade logo após o item 14. Depois de lerem façam o item 15 e 16.”

A professora deixou que os alunos terminassem sozinhos as atividades. Alguns minutos depois foi até a lousa e fez a atividade 15 na lousa, registrando numa reta o valor mínimo, o valor máximo, a média e a mediana encontradas em cada uma das tabelas.



P: “Observem que a média e a mediana são quase iguais, os valores das meninas estão mais dispersos.”

P: “Vamos verificar o que acontece com a média caso alteremos um dos valores extremos, façam o seguinte troquem o valor máximo para os meninos e para as meninas por 200, e observe o que acontece com a média e a mediana, ok.”

Depois de alguns minutos os alunos responderam:

A: “a média alterou, 173 para os meninos e 162,4 para as meninas.”

A professora completou o raciocínio.

P: “Podemos concluir então que a alteração de um dos valores altera o valor da média, sem alterar a mediana”

### Relatório da atividade 9

Esta atividade foi desenvolvida no dia 31/03/2009 durante 02 aulas de 45 minutos cada. A professora distribuiu a folha com a atividade para os alunos solicitando que iniciassem a atividade.

Os alunos que estavam na parte da frente da sala estavam em grupos e os que estavam no fundo da sala ficavam ouvindo músicas, outros dormiam e alguns conversando, a professora não tomava nenhuma atitude para mudar a situação. Os alunos que mostraram interesse, responderam as questões rapidamente, enquanto a professora ficava observando indo de grupo em grupo, enquanto os demais permaneciam no fundo da sala, sem realizar as atividades.

Na primeira questão os alunos responderam que o tema do texto era sobre moda e gostos, na segunda questão eles afirmam que existe mais de uma moda, segundo o texto.

Conforme podemos verificar nas respostas dos alunos para as questões 3, 4 e 5 percebemos que eles conseguiram entender o significado de moda em estatística.

3) Mas afinal o que tem a ver este texto com a matemática? Em estatística, o que vem a ser moda?

É A CARACTERÍSTICA que mais aparece

4) Olhe para sua tabela da atividade 8, existe uma altura que mais aparece? Ou então, aparece mais de uma? Sim, 165 e 178 dos meninos e das meninas 163, Sim aparece em mais de um.

5) Podem existir mais de uma moda? E Quanto à média e mediana, pode existir mais de uma? *A média e a mediana não têm duas medidas. A moda pode ser.*

Os alunos não entenderam a atividade proposta na questão 6, um dos grupos pediu explicação para a professora, ela se aproximou do grupo e disse

P: “Vocês devem verificar quais são as medidas da largura e comprimento da palma da mão que mais aparecem, seria mais correto vocês separarem a contagem: meninos e meninas.”

A: “Porque?”

P: “Pense, as mãos masculinas são iguais as femininas?”

A: “Ah tá, entendi.”

Os alunos iniciaram a contagem e depois de algum tempo fizeram o seguinte registro:

*6- Largura da mão direita: 8cm  
Largura da mão esquerda: 8cm  
Comprimento da mão direita: 18cm  
Comprimento da mão esquerda: 18cm*

Assim que todos os alunos terminaram as atividades, a professora fez uma recapitulação do que os alunos tinham estudado.

P: “Então pessoal, vamos rever o que vocês estudaram nesta atividade. O que vem a ser moda mesmo?”

A: “A coisa que mais aparece.”

P: “Isso mesmo, mas vamos substituir a palavra “coisa” por característica, assim moda é a característica que aparece com mais frequência em uma distribuição.”

P: “E ai, podemos ter mais de uma moda?”

A: “Sim, podemos ter varias modas.”

P: “Ótimo pessoal. Quando usamos a moda?”

A: “Quando Para confeccionar luvas.”

P: “É, a atividade era sobre esta situação, mas a moda é usada quando trabalhamos com variáveis qualitativas nominais, ou ainda quando queremos evidenciar o valor que mais apareceu em um conjunto de dados. Bom pessoal, por hoje é só, na próxima aula iniciaremos outra atividade.”

A: “Mais folha professora”.

O sinal tocou encerrando a aula.

### **Relatório da atividade 10**

Esta atividade foi desenvolvida em 2 aulas 45 minutos.

Para esta atividade a professora distribuiu a folha com as atividades para todos os alunos da classe, logo em seguida pediu a atenção dos alunos e leu o início da atividade explicando que eles deveriam organizar os valores da tabela em ordem crescente. Os alunos que estavam em grupo iniciaram rapidamente as atividades enquanto os alunos que estavam sentados no fundo da sala faziam outras atividades.

Percebemos que alguns alunos ficavam perdidos na hora de organizar os dados em ordem crescente, houve a intervenção da professora, ela sugeriu que eles riscassem os valores já ordenados. Ao terminarem de organizar os dados, ela pediu que iniciassem o item dois, que perguntava: Qual a amplitude total (A)?

P: “Atenção! Vocês já viram amplitude total nas atividades anteriores, é a diferença entre o maior e o menor valor em nossa tabela.”

Os alunos não apresentaram grandes dificuldades com relação a este item da atividade. Ao perceber que os alunos já haviam calculado, a professora pediu a atenção dos alunos, colocou a solução na lousa em seguida continuou a leitura da atividade, explicou que em para algumas situações, quando trabalhamos com variáveis quantitativas contínuas, os dados são agrupados em classes, e para isso utiliza-se algumas regras para determinar o número de classes e a amplitude destas classes.

Neste momento a professora escreveu a regra de Sturges na lousa e a regra do critério da raiz e disse que eles deveriam utilizar o critério da raiz para resolver o item 3 da atividade. Os alunos não questionaram e nem perguntaram a razão desta decisão.

P: “Pelo critério da raiz, quando temos uma quantidade de dados menor que 25 utilizamos 5 classes, quando temos uma quantidade maior que 25 devemos extrair a raiz quadrada do total de dados existentes, o número de classe será representado pela letra k e a número de da tabela será representado pela letra n. A professora escreveu a fórmula na lousa, e perguntou:

P: “Então, quantos elementos temos em nossa tabela?”

A: “60”.

P: “Qual é a raiz quadrada de 60?”

Os alunos não responderam.

P: “Que número multiplicado por ele mesmo obtém-se 60?, Um valor próximo pessoal.”

A: “É maior que 7 e menor que 8.”

P: “Utilizem a calculadora, digitem 60 e depois a tecla com o símbolo da raiz quadrada.”

A: “Deu 7,745966”

P: “Vamos arredondar para 8, tudo bem? Agora precisamos calcular a amplitude destas classes, esta amplitude será representada pela letra h, é o que vamos ver no item 4.

A professora escreveu a fórmula na lousa.

P: “Qual foi a amplitude total encontrada?”

A: “60”

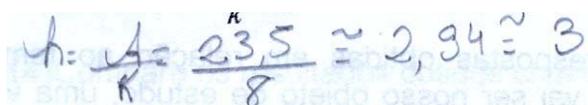
P: “E o número de classes, o valor arredondado?”

A: “8”.

P: “Façam a divisão indicada, e digam o resultado.”

A: “Professora, deu 2,9375.”

P: “Arredondem este valor para 3, pronto, estão acompanhado pessoal, iremos iniciar o item 6, vocês devem completar a tabela que já está iniciada, é só completar, qualquer duvida me chamem.”



The image shows a handwritten formula on a board:  $h = \frac{A}{k} = \frac{23,5}{8} \approx 2,94 \approx 3$ . The number 23,5 is written with a small 'n' above it, and the result 2,94 is also written with a small 'n' above it. The final result is rounded to 3.

Os alunos mal iniciaram a atividade e já chamaram a professora.

A: “professora não entendi, o que é para fazer”

P: “Você vai contar, assim, na primeira classe temos valores entre 0 e 3 anos, na sua tabela organizada em ordem crescente você vai contar, veja lá.”

Na folha da aluna onde estava a tabela em ordem crescente a professora começou a contar, apontando elemento por elemento, até chegar no último valor inferior a 3.

P: “Quantos elementos contamos?”

A: “13”

P: “Veja que o valor três não contamos, ele vai ser contado na próxima classe, ok”

A professora foi até a frente da sala, pediu a atenção da sala.

P: “Atenção, olhem para cá, observem que cada classe tem um início e fim, a primeira começa em 0 e vai até 3, a segunda começa em 3 e vai até 6, e assim por diante, quando vocês contarem o final da classe não entra, por exemplo, o 3 não será contado na primeira classe, somente na segunda, o 6 não será contado na segunda classe, somente na 3 classe, e assim sucessivamente. Caso contrário ele apareceria duas vezes em nossa contagem, ficaria errado. Tente terminar.”

Alguns alunos com dificuldade solicitavam a presença da professora.

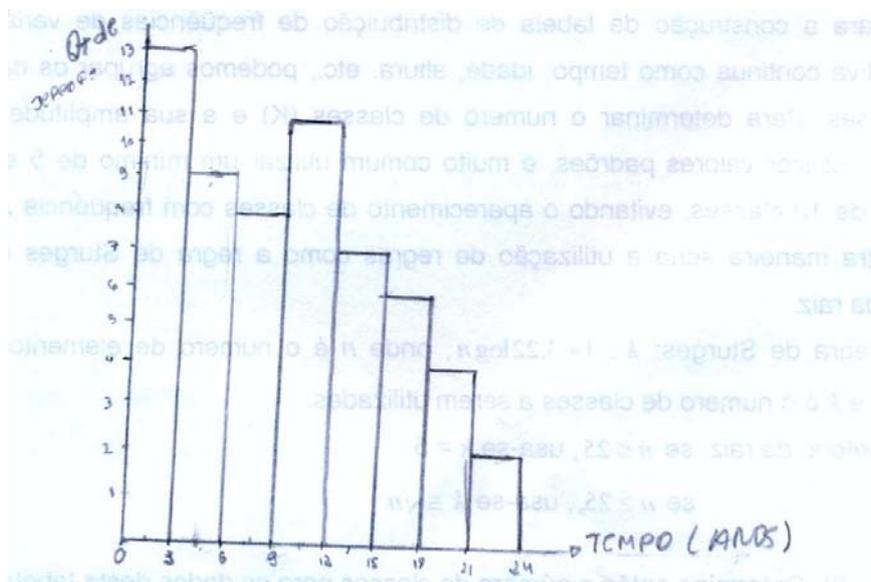
Quando todos terminaram de completar a tabela, a professora explicou o próximo item.

P: “Todos acompanhem, estamos no item 7. Vamos construir um histograma, alguém sabe o que é um histograma?”

A: “É um gráfico, não é professora.”

P: “Sim, é um tipo de gráfico, vocês já conhecem o gráfico de colunas, no gráfico de colunas, as colunas são construídas separadas, estão representando variáveis quantitativa discreta, quando temos variáveis quantitativas contínuas, como idade, altura, etc. construímos o histograma, as colunas são construídas juntas. Vou iniciar o gráfico na lousa e depois vocês terminam.”

A professora fez o gráfico representando as duas primeiras classes e pediu para os alunos terminarem.



Observamos que em todos os gráficos construídos pelos alunos, estava faltando alguma informação, como por exemplo, o título do gráfico. A professora não fazia nenhum comentário em relação a este tipo de esquecimento do aluno.

P: “Vamos ler o item 8 desta atividade. Qual é a moda nesta distribuição? E a média? E a mediana?”

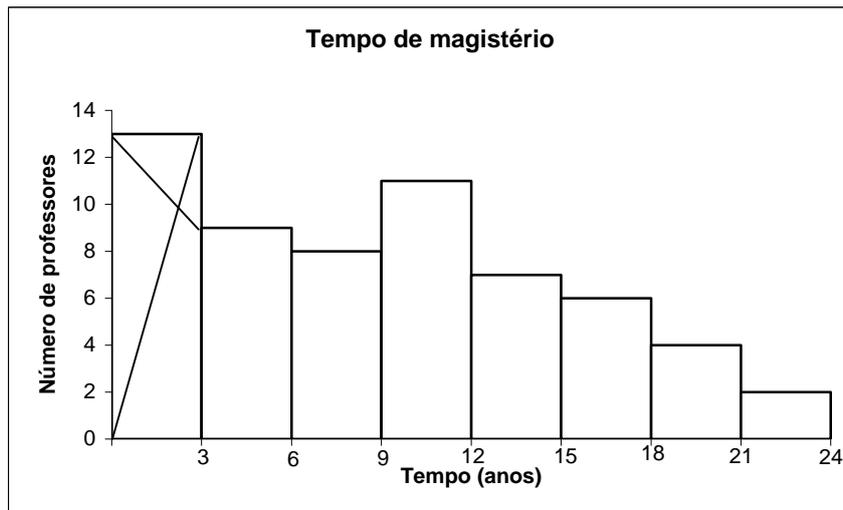
A: “A moda é 13, é o que mais aparece, a média não é somar tudo e dividir pelo total, professora?”

P: “Vamos esclarecer, leiam o texto que está logo em seguida.”

A professora esperou que os alunos localizassem o texto, dando início a explicação.

P: “Vocês localizaram a classe modal, apareceu 13 vezes, está no intervalo entre 0 e 3. Vamos utilizar a representação geométrica, traçando as diagonais, uma das diagonais irá do limite superior da classe modal ao limite superior da classe anterior ao da classe modal, e a outra diagonal irá do limite inferior da classe modal ao limite inferior da classe posterior ao da classe modal. Observe na lousa.”

A professora traçou as diagonais no histograma desenhado na lousa.



P: “Como iremos calcular? Vamos pegar a freqüência da classe modal subtrair a freqüência da classe anterior, o resultado iremos dividir pela diferença entre a freqüência da classe modal e a freqüência da classe posterior, o resultado vamos igualar a x dividido pela diferença entre a amplitude da classe modal e x. Ao valor encontrado para x devemos acrescentar o limite inferior da classe modal, esta soma será a nossa moda.”

Enquanto falava a professora escrevia na lousa.

$$\frac{13-0}{13-9} = \frac{x}{3-x}$$

A: “Tá muito complicado isso ai professora, não tem um jeito mais fácil não.”

P: “Olha a conta, é só resolver esta igualdade, vamos lá, vocês conseguem.”

Alguns alunos conseguiram fazer a conta, os demais esperaram para copiar.

8) Qual é a moda nesta distribuição? E a Média? E a Mediana?

*Classe modal*

$$\frac{13-0}{13-9} = \frac{x}{3-x}$$

$$\frac{13-x}{4} = \frac{x}{3-x}$$

$$\cdot 13(3-x) = 4x$$

$$39 - 13x = 4x$$

$$39 = 13x + 4x$$

$$39 = 17x$$

$$x = \frac{39}{17}$$

$$x = 2,29$$

P: "O resultado encontrado foi 2,29, como o limite inferior da classe modal é zero, então a moda é 2,29 anos"

A: "Muito difícil professora"

P: "Ok, vamos continuar para o item 9, observem a tabela, nosso objetivo agora é calcular a mediana para uma distribuição de frequência em classes, observem que na tabela apareceu uma coluna com a letra m, o que ela significa? Significa o ponto médio da classe, assim na primeira (0+3) dividido por 2 será 1,5, como a amplitude é 3, é só ir somando de três em três e teremos o valor médio de todas as classes. Ta fácil até aqui?"

A: "Até ai está."

P: "Terminaram esta coluna? Uma outra coluna que apareceu foi fa, frequência acumulada, muito simples, temos 13 professores na primeira classe, na segunda 9, somamos os dois e temos 22, e assim sucessivamente."

Enquanto a professora ia falando fazia as anotações na lousa. Alguns alunos reclamavam que não estavam entendendo, para ir mais devagar.

A: "Professora vai mais devagar, ta muito rápido."

P: "Vamos logo, temos muita coisa para ver ainda."

Depois de alguns minutos.

P: "Vamos continuar, tem ainda uma última coluna fm, o que vem a ser isso, é a multiplicação do valor médio de cada classe pela sua frequência, assim, na primeira temos 1,5 vezes 13, o resultado será 19,5, o próximo será 4,5 vezes 9, o resultado será 40,5, e assim sucessivamente, no final calcule a soma, terminando assim esta tabela."

P: Quem terminar, localize onde se encontra o elemento que ocupa a posição central, se temos 60 elementos, a metade esta em 30, localize olhando na frequência acumulada."

9) Complete a tabela abaixo, e localize o intervalo onde contém o elemento que ocupa a posição central.

Tempo de magistério (em anos)	m	Professores (f)	fa	fm
0 - 3	1,5	13	13	19,5
3 - 6	4,5	9	22	40,5
6 - 9	7,5	8	30	60
9 - 12	10,5	11	41	115,5
12 - 15	13,5	7	48	199,5
15 - 18	16,5	6	54	299
18 - 21	19,5	4	58	378
21 - 24	22,5	2	60	450
Total	←	60		552

Para a atividade 10 a professora escreveu a fórmula na lousa e na explicação foi lendo o que estava escrito na folha de atividades.

$$Mediana = I + \left( \frac{\frac{N}{2} - fa_i}{f} \right) h$$

P: “Quando temos uma distribuição de frequência em classes, para calcular a mediana, vamos necessitar do tamanho da amostra (N), no nosso caso N = 60, da frequência acumulada anterior ao da classe onde se encontra o elemento que ocupa a posição central (fa), observem ai na tabela que fa = 22, a frequência da própria classe onde se encontra o elemento central (f), então f = 8, da amplitude da classe (h), h = 3 e do limite inferior da classe onde se encontra o elemento central (I), que será I = 6, pronto, agora substituem estes valores na fórmula e achem o resultado.”

A: “Professora, tava tão fácil, agora ta tudo muito complicado.”

P: “Calma, vai melhorar.”

Alguns alunos substituíram os valores, e usando calculadora, conseguiram chegar nos resultados, a maior parte ficou esperando para copiar a resposta.

10) Usando a fórmula acima, calcule a mediana e compare com sua resposta no item 8.

$N=60$      $I=6$      $Mediana = 6+3$   
 $fa=22$      $mediana = 9$   
 $f=8$   
 $h=3$

$(mediana = 6 + \frac{60 - 22}{8}) \cdot 3$

P: “Qual foi o resultado?”

A: “Se não errei, 9”

P: “9 anos. Significa que 50% dos professores tem menos de 9 anos de magistério e a outra metade tem mais de 9 anos de magistério.”

Para o item 11, a professora também escreveu a fórmula na lousa.

$$\bar{X} = \frac{\sum fm}{N}$$

Com base no texto fornecido com a atividade, ela foi explicando que para determinar a média de uma distribuição de frequência em classes devemos dividir a soma dos produtos do ponto médio (m) de cada classe pela

sua frequência (f), pelo número de elemento da amostra ou população (N). Nesta atividade ela deixou que os alunos localizassem os valores na tabela.

P: “Estes valores que vocês vão utilizar na fórmula, já foram calculados, olhem a tabela de vocês, localizem e substituam na fórmula, podem utilizar a calculadora.”

P: “Chegaram a um valor?”

A: “Na minha conta deu 9,2 professora.”

P: “9,2 anos, significa que em média cada professor tem 9,2 anos de magistério.”

Poucos alunos tentaram resolver, os alunos que estavam em grupo trocavam informações entre eles, os demais ficaram esperando as respostas.

P: “Quem ainda não leu, leia a última parte da atividade, vocês vão ver que estes cálculos hoje em dia são feitos pelos computadores, nossa intenção ao realizarmos estas atividades seria usar o laboratório de informática, mas não está sendo possível, pois ainda não foi liberado para uso, o importante é agora é que vocês saibam o que significa cada medida de tendência central até estudadas até o momento: média mediana e moda, neste exemplo você viram que a moda foi 2,3 anos por professor, significa que tem muitos professores novos na escola em questão. Isso significa que estas três medidas não são suficientes para descrever corretamente um conjunto de dados. Na próxima aula iremos ver outras medidas. Por hoje é só.”

Alguns alunos saíram reclamando que não tinham entendido nada.

### **Relatório da atividade 11**

A professora desenvolveu esta atividade em uma aula de 45 minutos.

Distribuiu uma folha para cada aluno pedindo que lessem e respondessem o que estava sendo pedido, pois a atividade era muito fácil em relação à atividade anterior, e que eles teriam 10 minutos para responderem. A classe estava uma parte em grupos, e no fundo alguns alunos que não faziam absolutamente nada.

Passado aproximadamente os 10 minutos, ela chamou a atenção dos alunos.

P: “Estão conseguindo responder?”

A: “Sim, é só ir completando as frases.”

P: “Vocês encontraram a mesma média para as duas turmas?”

A: “Sim, a média é 6”.

P: “O que está diferente então?”

A: “A diferença entre a nota maior e a nota menor.”

P: “Muito bem, vou dar mais 5 minutos, ai todos terminam.”

Quando os alunos terminaram a professora fez um resumo.

P: “Nesta atividade vocês perceberam que a média não é suficiente para analisar os dados, calcularam o desvio em torno da média, ele mede o grau de homogeneidade ou dispersão dos dados em torno da média, é uma medida de variabilidade. Na próxima aula vamos falar mais sobre isso.”

## **Relatório da atividade 12**

A professora desenvolveu esta atividade em 1 aulas de 45 minutos

A disposição da sala estava como nas outras aulas. A professora distribuiu rapidamente a folha com as atividades dizendo que a atividade era muito simples, que eles deveriam terminar rapidamente que ela iria explicar os pontos importantes no final.

Após um tempo de aproximadamente 20 minutos, a professora começou a questionar os alunos.

P: “Terminaram?”

A: “Quase professora.”

P: “Nesta atividade observem o item 3, apesar de termos a mesma nota média para as duas turmas, a variação entre a menor e maior nota são bem diferentes entre as duas turmas. A variabilidade da turma 4 é maior que a da turma 3, quando os valores extremos de um conjunto são muito distantes, podemos dizer que ele tem grande variabilidade.”

A professora continuou com sua explanação.

P: “Prestem atenção agora, nesta atividade vocês estão observando mais uma vez que a média sozinha não é uma boa medida, e que os valores podem apresentar grande variabilidade, e a amplitude total nos dá uma idéia de como os valores extremos estão dispersos, mas ainda não é suficiente, precisamos de uma forma eficiente para medir este grau de dispersão. Nas

próximas atividades vamos estudar esta nova medida. Terminem de responder e me entreguem a folha com as respostas. Por enquanto é só isso.”

Logo em seguida o sinal tocou terminando a aula.

### **Relatório da atividade 13**

Esta atividade foi desenvolvida em 2 aulas e 45 minutos.

A disposição da sala era igual às aulas anteriores, a professora distribuiu a folha com as atividades, e explicou que esta atividade iria usar o que eles já tinham visto até o momento.

Os alunos iniciaram as atividades calculando a média das notas de um aluno, preencheram a tabela calculando os desvios, verificaram que a soma destes desvios era nula.

A: “Professora minha, ta certo o que eu fiz, minha soma deu zero.”

A professora explicou que deveriam utilizar a soma do valor absoluto de cada desvio para calcular o desvio médio.

Os alunos não apresentavam dificuldades para realizar os cálculos com o uso de calculadoras, porem, muitos não sabiam o que e quando substituir nas fórmulas, e não sabiam dar significados aos valores encontrados.

P: “O que significa desvio médio, como você interpreta esta nova medida?”

A: “Não sei não.”

P: “Vocês calcularam o desvio em torno da média não foi? E depois calcularam a média deste valor, junte tudo, o que foi calculado então?”

A: “Média do desvio?”

P: “Quase isso, vocês calcularam o desvio médio em torno da média.”

A professora explicou que nem sempre estes valores são de fácil manipulação, assim é preciso trabalhar com os quadrados dos desvios.

P: “Como ficou o total da tabela no item c?”

A: “Os valores são todos positivos professora, a soma de todos os valores é 30.”

P: “Agora divide este valor pelo número de notas existentes”

A: “Achei 7,5”

P: “Então, este valor é chamado de variância, representado por  $s^2$ , observem que, como elevamos os desvios ao quadrado, esta nova medida, a

variância também ficou ao quadrado porém, os dados da nossa tabela não estão ao quadrado, como poderemos comparar estas medidas?.”

A classe estava barulhenta, apenas os alunos que estavam nos grupos participavam.

A: “Professora, isso tá muito difícil, porque elevou ao quadrado, pra que serve o desvio médio então?.”

P: “Em muitas situações, não será possível trabalhar com os valores absolutos, obteremos números enormes.”

A: “Mas ai existem computadores.”

P: “Sim, existem, mas agora nos não temos. O importante é que vocês saibam interpretar os resultados. Não vai adiantar nada o computador fazer as contas, se vocês não entenderem o resultado.”

A classe estava barulhenta, a professora pediu silêncio e continuou.

P: “Então, é bem simples, se está ao quadrado, basta extrair a raiz quadrada deste valor, quando realizamos este calculo, obtemos uma medida conhecida como desvio padrão que será representada por s.”

A professora escreveu as duas fórmulas na lousa: a da variância e do desvio padrão.

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

P: “Agora, complete a frase no final da atividade. O desvio padrão representa a dispersão em uma distribuição, porque mede a média dos desvios a contar da média e quanto maior a variabilidade em torno da média de uma distribuição, maior é o desvio padrão.”

A: “Calma professora, mais devagar, onde tem que preencher?”

P: “Item g e h da atividade, bem no final, vamos terminar.”

#### **Relatório da atividade 14**

Esta atividade foi desenvolvida em 2 aulas de 45 minutos.

A professora distribui a folha com as atividades para os alunos, em seguida iniciou a leitura das atividades, explicando que eles deveriam construir

uma tabela de freqüência para poder responder as questões pedidas, sem dar tempo para os alunos ela colocou a tabela e iniciou a resolução da atividade.

Tabela construída pela professora.

$X$	$(X - \bar{X})^2$								
18	25	19	16	21	4	24	1	27	16
18	25	20	9	22	1	25	2	27	16
19	16	20	9	22	1	26	9	29	36
19	16	20	9	23	0	26	9	30	49
19	16	21	4	23	0	26	9	31	64

P: “Vamos calcular primeiramente a média, somem todos os valores e dividam pelo total de elementos, vamos fazer juntos, quem tem uma calculadora some todos os valores.”

Alguns minutos depois um aluno responde:

A: “575”

P: “Agora divide pelo total de elementos, que são 25.”

A: “23 professora”.

P: “Então, 23 é a média, observem na lousa, na coluna  $(X - \bar{X})^2$ , vocês vão fazer  $18 - 23 = -5$ , elevem  $(-5)^2 = 25$ , façam isso para todos.”

A cada momento um aluno falava uma resposta, e a professora anota na lousa. No final ela pediu para que alguém somasse todos os valores que foram elevados ao quadrado.

Algum tempo depois, alguém grita o valor.

A: “364”

P: “Tem certeza. Eu não estou conferindo os cálculos.”

Um outro aluno confirma o mesmo valor.

A: “Deu isso mesmo professora.”

P: “Muito bem, agora é dividam 364 por 25 que é o total de elementos da tabela.”

A: “14,56”

P: “Que valor é este que calculamos?”

A: “Não sei professora”

P: “Olhe então no início, no item a, o que foi pedido para calcular?”

A: “Variância e o desvio padrão.”

P: “Justamente, 14,56 é a variância, agora extraia a raiz quadrada deste valor e vamos ter o desvio padrão. Usem a calculadora”

A: “3,815757”

P: “Considerem 3,82, duas casa depois da virgula”

P: “Agora vocês vão construir uma tabela de distribuição de frequência simples para estes mesmos valores, alias a tabela está quase pronta na folha de atividades de vocês, há um detalhe, para uma distribuição de frequência simples vamos utilizar uma variação da fórmula para calcular a variância e desvio padrão, não fiquem assustados, é só fazer as substituições e calcular. A tabela ai, vocês precisam totalizar os resultados e calcular a média”

A professora apagou a lousa e colou as novas fórmulas na lousa.

$$s^2 = \frac{\sum fX^2}{N} - \bar{X}^2$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum fX^2}{N} - \bar{X}^2}$$

Em seguida copiou a tabela da folha de atividades.

$X$	$f$	$fX$	$fX^2$
18	2	36	648
19	4	76	1444
20	3	60	1200
21	2	42	882
22	2	44	968
23	2	46	1058
24	1	24	576
25	1	25	625
26	3	78	2028
27	2	54	1458
28	0	0	0
29	1	29	841
30	1	30	900
31	1	31	961
Total			

Os alunos estavam conversando muito.

P: “Atenção pessoal, já terminaram, totalizaram as colunas  $f$  ,  $fX$  e  $fX^2$ , qual foi os valores encontrados?”

Um dos alunos responde.

A: “ $f$  deu 25,  $fX$  foi 575 e a última, 13.589.”

P: “Calculem a média, dividam 575 por 25.”

A: “Acho que esta conta já foi feita.”

A: “23 professora”

P: “Na fórmula da variância iremos utilizar o quadrado da média, então elevem 23 ao quadrado.”

A: “529”

P: “Muito bem, olhando a formula, devemos dividir o total de  $fX^2$  por N, então dividam 13589 por 25, quando deu?”

A: “543,56”

P: "Subtraia este valor da media 529"

A: "14,56 professora"

P: "Este valor é a variância, extraia a raiz quadrada deste valor, usem a calculadora."

A: "3,82"

P: "Compare estes valores com os valores obtidos com os dados brutos, o que vocês observam?"

A: "São iguais professora, tudo isso pra chegar no mesmo resultado?"

P: "Justamente, foi muito bom vocês observarem que a variância e o desvio padrão calculados para a distribuição de frequência simples são iguais aos valores obtidos com base nos dados brutos."

## Relatório sobre as aulas do professor P2

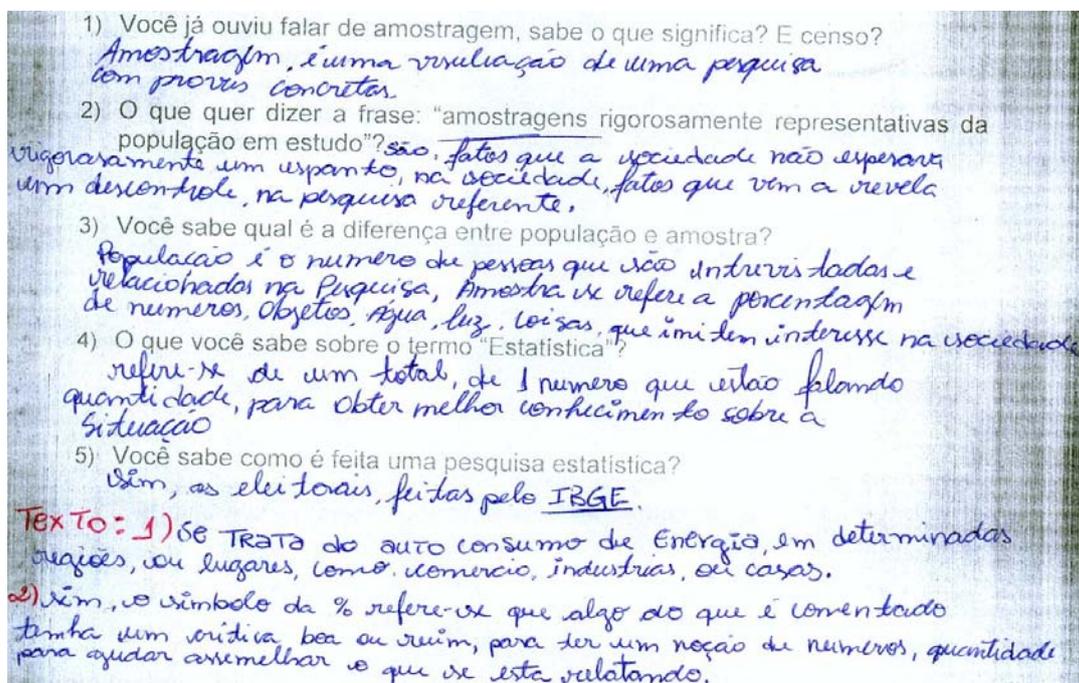
### Relatório Atividade 1

O professor deu início a aula, explicando que eles iriam participar de um projeto de pesquisa e que as aulas estariam sendo observadas por uma professor observador. Em seguida, distribuiu a folha com a atividade 1 e solicitou que os alunos lessem o texto e respondessem as questões individualmente, entregando no final da aula, respondidas ou não as questões, qualquer dúvida ele poderia esclarecer.

A sala estava tranquila, os alunos sentados individualmente, aparentemente tímidos, talvez a presença de uma pessoa estranha na sala de aula tenha causado esta timidez aparente. Não fizeram nenhum questionamento em relação as atividades, apesar de estarem respondendo, percebemos que várias respostas estavam erradas.

Não houve nenhuma intervenção por parte do professor para sanar estes erros.

Abaixo temos as respostas de um dos alunos.



### Relatório Atividade 2

Ao chegar na sala, o professor percebendo que alguns alunos estavam em duplas, solicitou que se sentassem individualmente.

Começou a distribuir a folha com a atividade 2, quando um aluno perguntou:

*“Professor o senhor não vai entregar a folha da aula anterior, eu não terminei.”*

*“Não. Aquela atividade já terminou, quem não respondeu ficará sem nota, essa que eu estou entregando também deverá ser entregue no final da aula, tudo vale nota, por isso registrem todos os cálculos na folha.”*

Durante a execução da tarefa, percebemos que, mesmo sentados individualmente, eles trocavam respostas entre si, alguns alunos no fundo da sala ficavam esperando as respostas dos colegas.

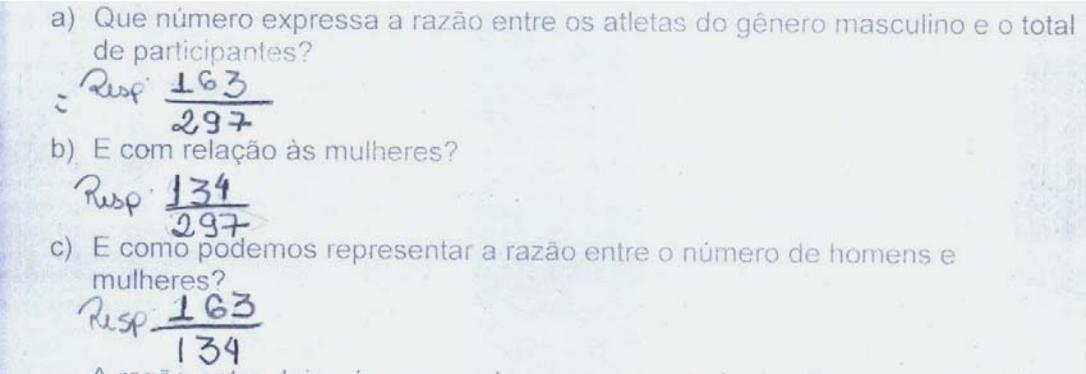
Uma aluna chamou o professor.

*“Professor não estou entendendo, o que é razão?”*

O professor foi até a carteira dela e disse:

*“A razão entre dois números  $a$  e  $b$ , é o quociente entre eles, quociente você lembra? É o resultado da divisão, e quem são os números  $a$  e  $b$ , se você ler a pergunta verá que esse número é o resultado entre os atletas masculino e o total de participantes, a divisão entre eles, ou seja, a quantidade de atletas masculinos sobre a quantidade total.”*

A seguir, vamos apresentar a resposta de uma da aluna.



The image shows a student's handwritten work on a worksheet. It contains three questions and their corresponding answers:

- a) Que número expressa a razão entre os atletas do gênero masculino e o total de participantes?  
Resp:  $\frac{163}{297}$
- b) E com relação às mulheres?  
Resp:  $\frac{134}{297}$
- c) E como podemos representar a razão entre o número de homens e mulheres?  
Resp:  $\frac{163}{134}$

Ao acompanhar a explicação do professor à essa aluna ficou claro que ele acabou dando a resposta para ela não deixando que a mesma tentasse responder.

Em outras respostas, observamos que alguns alunos responderam usando a forma percentual.

a) Que número expressa a razão entre os atletas do gênero masculino e o total de participantes?  $\frac{163}{297}$  55%

b) E com relação às mulheres?  $\frac{134}{297}$  45%

c) E como podemos representar a razão entre o número de homens e mulheres?  $\frac{163}{134}$  homens = 55% = 10% a mais  
mulheres = 45%

A razão entre dois números pode ser representada de diferentes formas: na forma fracionária e na forma percentual.

d) Agora, utilizando este mesmo conceito, como você representaria a participação dos atletas do gênero masculino, sabendo que no total participaram 60 atletas mantendo as mesmas características do grupo anterior?  $\frac{33}{60}$  55%

Como os alunos utilizaram a calculadora do celular para realizar as contas, não observamos estes tipos de registros na folha de atividades, mesmo depois da recomendação do professor para que tudo fosse registrado.

Na atividade sobre grandezas direta ou inversamente proporcionais, uma das alunas fez o seguinte registro. Podemos observar que a aluna organizou de forma coerente as informações, concluindo corretamente seu raciocínio.

anteriores "e" e "t"?

D	U	V	=	inversamente
8.928	36	248		proporcional
8.928	48	186		

D = despesas.  
U = unidades residenciais.  
V = valor a ser cobrado.

P	G	K	=	diretamente
100	300	30		proporcional
200	300	60		

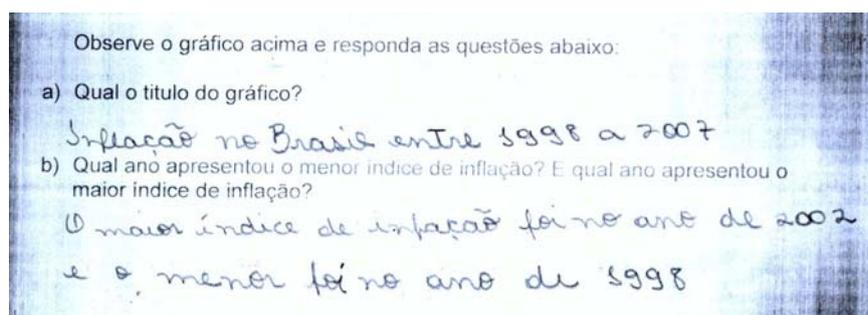
P = Pessoa  
G = Gramas por pessoa  
K = kilos de carne (total)

De forma geral, os alunos não tiveram dificuldades em responder as questões, o professor dava explicações somente quando era solicitado.

### Relatório Atividade 3

O professor distribuiu a folha com as atividades, esclareceu que a atividade deveria ser feita individualmente, e qualquer dúvida era para chamá-lo. Os alunos estavam sentados individualmente e, no fundo da classe, havia alguns alunos com mp3 e fone de ouvido, o professor solicitou que desligassem os aparelhos e os alunos atenderam a solicitação.

Nesta atividade os alunos deveriam fazer a leitura e interpretação de um gráfico de linhas. Apesar de alguns terem dificuldades, no geral não houve dificuldades para realizar a atividade.



O professor não fazia intervenções, só tirava as dúvidas caso o aluno o chamasse e, nestes casos, praticamente respondia a questão para os alunos.

Uma aluna perguntou:

*“Professor não estou entendendo a questão d, o que quer dizer dois anos consecutivos?”*

O professor se aproximou e disse:

*“O que são dois números consecutivos? Você lembra? Depois do número 10 quem vem?”*

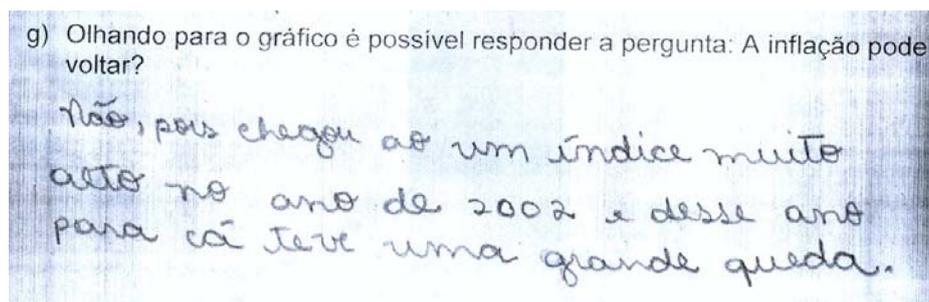
*“O 11”*

*“Então o 11 é o consecutivo do 10, olhe o gráfico, temos 1998, 1999, 2000 ate 2007, 1999 é consecutivo de?”*

“1998”

“Entendeu? Olhando no gráfico você vai identificar onde houve crescimento da inflação em anos consecutivos, onde a linha do gráfico está subindo, identificando estes períodos, você deverá fazer a subtração entre os valores encontrados, para saber onde houve um maior e um menor crescimento.”

Mesmo em questões mais abertas não havia um momento para que os alunos pudessem expressar e debater suas respostas.



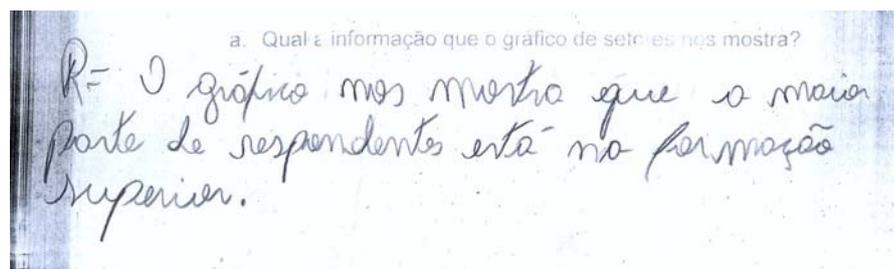
Contudo, os alunos responderam as questões, porém sempre observávamos que mesmo sentados individualmente trocavam as respostas entre si.

#### Relatório atividade 4

O professor entregou a folha de atividades para cada aluno, ressaltando que era individual e que no final da aula ele iria recolher.

A atividade 4 trabalhava as representações gráficas de uma mesma informação em forma de tabela, gráfico de setores e gráfico de colunas

Os alunos conseguiram responder as questões de localização, mas as questões que necessitaram uma interpretação, não souberam responder, acarretando em muitas questões em branco.



Podemos constatar durante nossas observações que o professor não conseguia sanar as dúvidas da classe como um todo, atendendo-os

individualmente, assim, acreditamos que esta postura tenha provocado a entrega das atividades com respostas em branco.

### Relatório da atividade 5

Como nas aulas anteriores, o professor entrega a folha com as atividades e pede para que realizem a leitura individualmente e respondam as questões para no final da aula possam entregar.

Os alunos iniciam a leitura tranquilamente, alguns conversam e outros escutam música em silêncio. O professor não interfere no comportamento dos alunos.

Em relação às atividades podemos constatar que os alunos não tiveram dificuldades em responder as questões referentes ao texto.

De acordo com o artigo, responda:

- 1) Qual o tema central do texto? O que você pensa sobre isso? Justifique.  
*Crescimento do adolescente. Que os jovens estão ficando adultos mais rápido do que antes.*
- 2) Temos no texto tais expressões: "padrão médio de altura", "classe média urbana", "altura média do brasileiro". Para você, o que significa cada expressão? Existe alguma relação entre elas?  
*A média média de altura dos homens é de 1,60. A classe média urbana é uma porcentagem da sociedade que tem uma renda razoável.*
- 3) Você saberia dizer qual o conceito matemático envolvido nesta expressão: "Oito em cada dez garotos entre 12 e 20 anos praticam algum tipo de esporte nas principais capitais brasileiras". Como você escreveria a mesma idéia usando porcentagem?  
*Que 80% dos meninos praticam esportes e 20% não.*
- 4) Qual é a sua altura? Você está acima ou abaixo do padrão que o texto está se referindo? Qual a diferença entre sua altura e o padrão médio?  
*1,87. Acima. A diferença é de 0,27.*

O professor não proporciona nenhum momento de discussão das atividades, não dá retorno para os alunos.

### Relatório da atividade 6

Nesta atividade os alunos coletaram alguns dados referentes as suas características.

O professor distribuiu a folha com a atividade para os alunos, pediu para que eles se reunissem em grupos, distribuiu réguas e fita métrica e, em seguida, explicou o que eles deveriam fazer.

A atividade permitiu um envolvimento maior entre eles porque tinham que sair do lugar para fazerem as medições solicitadas.

Em alguns momentos houve a necessidade em mostrar aos alunos como usar corretamente a régua e a fita métrica.

Observamos que nesta atividade os alunos começaram a se soltar mais, mostrando um interesse maior, os meninos queriam saber as medidas das meninas e vice versa.

Para a tabulação dos dados o professor foi até a lousa e explicou como deveriam preencher a tabela, ele esclareceu que no questionário onde eles marcaram as opções com "(X)", deveriam marcar "1" na tabela de tabulação, e onde estava em branco "( )", registrar "0" na tabela de dados. Nenhum aluno questionou o porque disso.

Durante a tabulação o professor ia de grupo em grupo explicando e esclarecendo as possíveis dúvidas quanto ao preenchimento correto.

### **Relatório da atividade 7**

Para esta atividade o ideal seria o uso da sala de informática, mas não foi possível, pois como mencionamos no relatório do professor P1, a sala estava em reforma.

O professor distribuiu a folha com as atividades para os grupos e solicitou que lessem o texto no início da atividade, qualquer dúvida poderia chamá-lo. Como vários alunos estavam com dúvidas, resolveu explicar o conteúdo do texto na lousa.

Tabela 4. Tabela de frequência para a variável Gênero.

Gênero	Quantidade	Porcentagem (%)
Masculino	12	40%
Feminino	18	60%
Total	30	100%

Terminando, solicitou que os alunos respondessem as questões.

Houveram atividades com resultados corretos, mas com informações diferentes conforme podemos verificar na resposta dada por dois alunos da mesma sala.

**Tabela 4. Tabela de frequência para a variável Gênero.**

Gênero	Quantidade	Porcentagem (%)
Masculino	9	36
Feminino	16	64
Total	25	100

Possivelmente isso ocorreu, pela não preocupação do professor de socializar os dados, como ocorreu na outra turma, onde a professora pediu para que um dos alunos digitasse todos os dados em uma planilha, garantindo a mesma informação para todos.

### **Relatório da atividade 8**

Esta atividade também poderia ser feita na sala de informática, mas não foi possível.

O professor entregou a folha com as atividades e uma folha de sulfite para cada aluno. Solicitou que se organizassem em grupos e, em seguida, iniciou a explicação da atividade, dizendo que eles deveriam completar a tabela que está na folha de atividade, separando os meninos das meninas, colocando a altura de cada um em ordem crescente ou decrescente. Orientou que eles usassem a folha de sulfite, pois o espaço na folha de atividades seria insuficiente e quando terminassem de construir a duas tabelas, respondessem as questões.

Os alunos construíram duas tabelas, uma para os meninos e outra para as meninas, durante a construção o professor não fez nenhuma orientação sobre como construir uma tabela.

Abaixo uma das tabelas construídas por uma aluna, podemos observar que ela separou meninas dos meninos, mas não colocou a altura na ordem crescente, ao lado dos valores, percebemos que ela foi enumerando do mais alto para o mais baixo, ou seja em ordem decrescente

Nome Meninas	Altura (cm)	Nome Meninos	Altura (cm)
1. Fernando	17 156	Alexandre	2 187
2. Juliana	4 165	Valdinei	12 162
3. Scilma	13 161	Vinicius	4 175
4. Maira	11 163	Henrique	9 164
5. Joacacia	16 153	Edcarlos	6 167
6. Thais	3 167	Elvis	3 182
7. Arjeniza	19 152	Reynaldo	8 165
8. Rosineide	2 170	Marcelo	13 159
9. Bruna	5 165	Felipe	14 159
10. Thiane	6 165	Francisco	5 172
11. Willany	14 161	Diego	1 188
12. Raissa	1 170	Ailton	11 162
13. Eliane	9 164	Fernando	7 165
14. Natalia	137 ?	Francisco	10 164
15. Scimara	18 158		
16. Mara	7 165		
17. Saqueline	15 160		
18. Liliãe	12 162		
19. Silvanide	16 164		
20. Naira	8 165		

Ao terminarem a construção da tabela, alguns alunos estavam tentando resolver sozinhos as atividades. Depois de alguns minutos o professor perguntou se eles já tinham localizado quem era o mais alto e o mais baixo entre os meninos e entre as meninas

“Já professor, o menino mais alto tem 188 cm e o mais baixo 159 cm e a menina mais alta tem 170 cm e a mais baixa 152 cm.”

“Professor está errado, o menino mais alto tem 187 cm”

“É mesmo, no meu também”

O professor decidiu com os alunos deixar o valor 187 cm

“Já que a maioria de vocês utilizou 187 cm como sendo a maior altura para os meninos, vamos considerar este valor para todos então. E é a diferença entre estas alturas?”

“A diferença entre os meninos foi de 18 cm e para as meninas também foi de 18 cm”

O professor explicou que a diferença entre o maior valor e o menor valor de uma variável denomina-se amplitude total, que representaremos com a letra

A. Escreveu na lousa:

$$A = X_{\max} - X_{\min}$$

O professor continuou a aula buscando uma maior participação dos alunos.

Apresentamos a seguir, os registros de uma outra aluna.

2: meninos	meninas
maior altura = 187 cm	maior altura = 170 cm
menor altura = 159 cm	menor altura = 152 cm
$A = 187 - 159 = 28 \text{ cm}$	$A = 170 - 152 = 18 \text{ cm}$
3: $A = X_{\max} - X_{\min}$	
4: 13 meninos	21 meninas
2220 cm	3419 cm
5: $\sum x = 2220$	$\sum x = 3419$
6: 13 meninos	21 meninas
$N = 13$	$N = 21$
7: $2220 / 13$	$3419 / 21$
170,8 cm	162,8 cm
8: $\frac{\sum x}{N}$	$\frac{\sum x}{N}$
9: $\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$	
11: $x - \bar{x} =$	
$159 - 170,8 = -11,8 \text{ cm}$	$152 - 162,8 = -10,8 \text{ cm}$
$187 - 170,8 = 16,2 \text{ cm}$	$170 - 162,8 = 7,2 \text{ cm}$
} meninas	

### Relatório da atividade 9

O professor entregou a folha com as atividades para os alunos, solicitou que realizassem a leitura e respondessem as questões individualmente, no final da aula ele iria recolher.

A sala estava organizada em filas e ao fundo alunos com fone no ouvido, como não estavam incomodando, o professor não fez nenhum comentário a respeito.

Os alunos sempre davam um jeito de trocarem respostas, independentemente de estarem certas ou não.

2) Segundo o texto, podemos dizer que existe mais de uma moda? Qual é a sua moda? *Sim, a minha moda é a que está na moda, tipo: potty.*

3) Mas afinal o que tem a ver este texto com a matemática? Em estatística, o que vem a ser moda? *Tem a ver sim, a moda é a tendência, são estilos novos, porque a moda é a que se usa.*

O professor começou a circular pela sala procurando saber o que os alunos estavam respondendo. De repente vai até a lousa, pede a atenção dos alunos e começa a explicar que moda é o valor que aparece com mais frequência em uma distribuição.

*“Professor no texto diz que a moda é a tendência de consumo da atualidade.”*

*“É verdade, se é uma tendência, mais pessoas estarão usando, logo ficará mais visível, vai aparecer mais se tornará mais freqüente. Sendo assim, o que vocês acham, tem mais de uma moda?”*

*“Tem sim, no texto diz que tem”*

*Isso mesmo, quando isso acontece essas distribuições são chamadas de bimodais, pode acontecer de não ter moda são chamadas amodal. Observe a tabela com a altura dos meninos, tem algum valor que aparece mais de uma vez”*

*“Tem sim, 165 cm aparece duas vezes, 164 cm aparece duas vezes, 162cm duas vezes, 159 cm duas vezes”*

*“É isso mesmo, vejam no item 6 na aplicação de moda. Se vocês fossem fabricantes de luvas qual o tamanho que vocês deveriam produzir mais? Peguem a folha com a tabulação do dados da classe Olhem na coluna largura das mãos, considere os valores arredondados para a mão direita e digam qual a medida que mais aparece”*

Alguns momentos depois um dos alunos responde

*“Largura 8 cm e comprimento 17 cm”*

*“Isso significa que a empresa deverá fabricar uma maior quantidade de luvas com este tamanho, o ideal seria separar mãos femininas de mãos masculinas.”*

Observamos que o professor estava tentando mudar sua postura, buscando uma maior interação e participação dos alunos nas atividades.

## Relatório da atividade 10

O professor entregou a folha com as atividades para os alunos, disse que poderiam trabalhar em grupos, explicou que deveriam organizar os dados em ordem crescente para facilitar a contagem e a identificar o menor e o maior valor da distribuição.

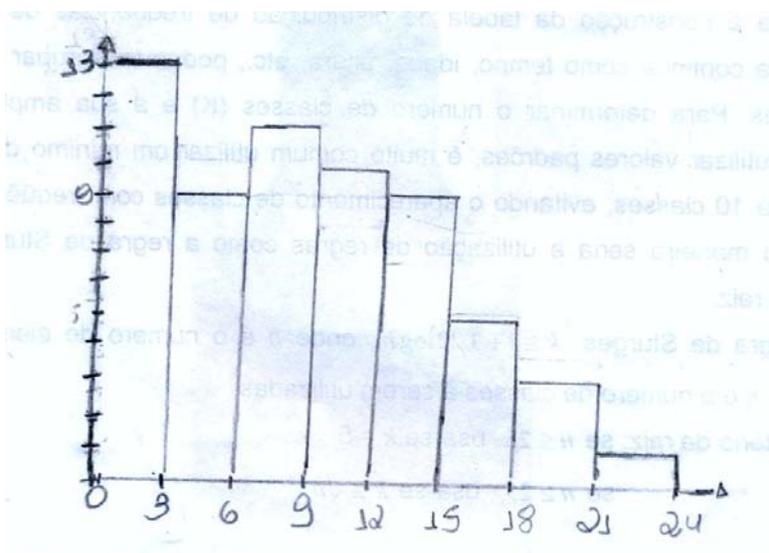
Os alunos não tiveram problemas em organizar os dados, calcular a amplitude total e o número de classes, como podemos ver na figura abaixo.

0,5	0,5	0,5	1	1	1,3	1,3	1,5	1,5	1,8
2	2,5	2,8	3	3,3	3,5	4	4	5	5
5	5,5	6	6	6,5	7	7	7,3	7,5	8,8
9	9	9	9,5	9,5	10	10	10	11	11
11	12	12	12,5	13	13	14	14	15	15
15	16	16	17	18	19	20	20,5	21	24

$$k \approx \sqrt{n} \approx \sqrt{60} \approx 7,74$$

$$k \approx 8$$

Os estudantes não sabiam construir o histograma e o professor foi até a lousa e construiu o histograma completo explicando a necessidade dos títulos do gráfico e dos eixos, enfatizou a diferença entre o gráfico de colunas e o histograma. Como podemos ver na figura a seguir, mesmo com as orientações dadas pelo professor o aluno não se preocupou com os títulos que compõe o histograma.



A partir dessa atividade o professor foi explicando e resolvendo na lousa.

Percebemos que o professor começou a fazer um trabalho diferenciado do que estava fazendo, ou seja, mudou sua metodologia para desenvolver o restante do trabalho. Acreditamos, que ele tenha procurado mudar, após verificar as respostas dos alunos nas atividades anteriores, e com nossas conversas nos intervalos entre as aulas, onde procuramos ressaltar que o professor deveria fazer intervenções quando percebesse alguma dificuldade por parte dos alunos.

### Relatório da atividade 11

O professor entregou as atividades para os alunos, permitiu que eles ficassem em grupos e disse que a atividade era bem simples, que eles apenas iriam completar algumas frases, observando uma tabela com dados.

Os alunos em grupo responderam as atividades tranquilamente, discutiam as respostas entre eles, não tiveram dúvidas ao calcular a média e os desvios, em poucas ocasiões chamaram o professor. Quando solicitado o professor acabava respondendo a pergunta para os alunos.

Abaixo o registro da atividade de um dos alunos.

#### Turma 1

Aluno	Nota (X)	Desvio ( $X - \bar{X}$ )
Andre	6	$(6 - 6) = 0$
Carlos	7	$(7 - 6) = 1$
Fabiana	6	$(6 - 6) = 0$
Andressa	5	$(5 - 6) = -1$
Diego	6	$(6 - 6) = 0$

#### Turma 2

Aluno	Nota (X)	Desvio ( $X - \bar{X}$ )
Adriana	2	$(2 - 6) = -4$
Paulo	8	$(8 - 6) = 2$
Eunice	4	$(4 - 6) = -2$
Valeria	10	$(10 - 6) = 4$
Ricardo	6	$(6 - 6) = 0$

Depois de alguns minutos, o professor foi ate a frente da sala e pediu a tenção da classe.

*“Alguma duvida pessoal?”*

Os alunos não se manifestaram, o professor continuou.

*“Qual a média que vocês encontram para as duas turmas?”*

*“A mesma, 6”*

*“Olhem para as notas das duas turmas, entre a maior e menor nota qual das turmas tem uma maior variação?”*

*“Turma 2”*

*“Então observem a média não reflete a verdade sobre os dados, em uma distribuição onde os desvios são maiores existe uma maior variabilidade, medida que nos dá a dispersão dos valores em torno da média”*

Terminou a aula, pedindo que os alunos entregassem as atividades.

## **Relatório da atividade 12**

O professor entregou a folha com as atividades para os alunos, avisando que eles poderiam trabalhar em grupos e que recolheria as atividades no final da aula, pois era uma atividade muito fácil parecida com a anterior.

Os alunos estavam calmos, alguns alunos no fundo da classe estavam desatentos e não fizeram as atividades. Já os outros, não apresentaram dificuldades em responder as questões solicitadas.

O professor deixou os alunos à vontade por alguns minutos, enquanto circulava pela sala observando as respostas. Feito isso foi na frente da sala e começou a explicar a atividade.

*“Então pessoal, qual foi a média calculada para as duas turmas”*

*“cinco”*

*“Ao calcular os desvios, perceberam em qual das turmas o desvio é maior?”*

*“Na turma 4 professor”*

*“Justamente, observem no esquema no item 3 da folha de vocês, podemos ver claramente que o maior desvio encontra-se na turma 4, onde ocorre uma maior variabilidade, ou seja são mais heterogêneos, apresentam grande dispersão, ao contrário, no caso a turma 3 apresenta uma menor variabilidade, os dados são mais homogêneos.*

### Turma 3

Aluno	Nota (X)	Desvio ( $X - \bar{X}$ )
Daniela	5	$(5 - 5) = 0$
Fernando	6	$(6 - 5) = 1$
Gabriela	5	$(5 - 5) = 0$
Tiago	4	$(4 - 5) = -1$
Micheli	5	$(5 - 5) = 0$

### Turma 4

Aluno	Nota (X)	Desvio ( $X - \bar{X}$ )
Lucas	1	$(1 - 5) = -4$
Larissa	8	$(8 - 5) = 3$
Luciana	5	$(5 - 5) = 0$
Marcos	2	$(2 - 5) = -3$
Sandra	9	$(9 - 5) = 4$

Observamos que o professor está tentando fazer que os alunos participem, estes ainda estão tímidos, provavelmente com medo de errar.

## Relatório da atividade 13

O professor distribui a folha com as atividades para os alunos, disse que poderiam realizar a atividade em grupo, mas no final cada um deveria entregar sua própria atividade.

Alguns alunos no fundo da sala não estavam em grupos, estavam ouvindo mp3 com o fone no ouvido.

O professor pediu a atenção da sala para explicar a primeira tabela.

*“Observem que se somarmos os desvios, a soma será nula por isso vamos considerar o valor absoluto dos desvios, para podermos calcular o desvio médio que será representado por  $dm$ ”.*

Na lousa o professor escreveu a fórmula

$$dm = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{N}$$

O professor esclareceu o que significava cada letra e pediu para que efetuassem os cálculos.

*“Acharam o valor do desvio médio”*

*“Achamos 2,5”*

“Significa que os dados variam em torno da média tanto para mais quanto para menos em 2,5, nem sempre estaremos trabalhando com valores pequenos, ficando difícil manipular grandes. Observem o segundo quadro, você vão calcular o desvio e elevar ao quadrado.

Notas Xi	$x_i - \bar{x}$	$ x_i - \bar{x} $
3	$3 - 6 = -3$	$ -3  = 3$
4	$4 - 6 = -2$	$ -2  = 2$
7	$7 - 6 = 1$	$ 1  = 1$
10	$10 - 6 = 4$	$ 4  = 4$
24	0	10

Utilizado o conceito da média podemos calcular o desvio médio, observe que ao somarmos  $x_i - \bar{x}$ , a soma será nula, então para calcular o desvio médio (dm) vamos utilizar o valor absoluto das diferenças  $|x_i - \bar{x}|$ , assim escreva a expressão matemática que representa o cálculo para o desvio médio (dm).

$$dm = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{N} = \frac{10}{4} = 2,5$$

*modulo e o valor absoluto*

No segundo quadro, os alunos preencheram sem dificuldades.

O professor deu continuidade as explicações.

“Pronto pessoal, acompanhe ai no item d o que você observa na última coluna da tabela?”

“Metro quadrado professor”

A classe caiu na gargalhada.

“Calma gente, não é isso não, alguém arrisca outro palpite?”

“A diferença é que os valores são todos positivos, porque elevamos ao quadrado”

“Isso mesmo, para não precisarmos considerar o modulo do desvio, elevamos ao quadrado, agora você somam estes valores e dividam pelo total de elementos da tabela.”

Alguns instantes depois um aluno responde.

“7,5”

“Ótimo, este valor é chamado de variância representado pela letra  $s^2$ , expressa pela fórmula:”

E escreveu na lousa.

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

“Como o valor que encontramos foi elevado ao quadrado não podemos comparar com os dados iniciais, usando o exemplo do colega, seria como comparar

metro quadrado com metro, não podemos fazer isso, devemos extrair a raiz quadrada do valor encontrado, façam isso e digam o resultado”.

“2,73 professor.”

“Este valor tem o nome de desvio padrão representado pela letra  $s$  sendo expresso pela fórmula”.

$$s = \sqrt{\frac{(x - \bar{x})^2}{N}}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{N}} \quad S = \sqrt{75} \quad S = 2,73$$

- g) O desvio padrão representa a variabilidade em uma distribuição, porque mede a média dos desvios a partir da média.
- h) Quanto maior a variabilidade em torno da média de uma distribuição, maior é o desvio padrão.

O professor encerrou as atividades explicando que o desvio padrão representa a variabilidade em uma distribuição, mede os desvios a partir da média, quanto maior estes desvios, maior será o desvio padrão.

## Relatório da atividade 14

O professor distribuiu a folha de atividades para os alunos, disse que a atividade poderia ser feita em grupo, explicou que a atividade era uma aplicação do que tinham visto na atividade anterior.

Ao iniciarem as atividades os alunos ficaram em dúvidas do que era para ser feito.

O professor foi até a lousa e pediu para que eles somassem todos os valores que estavam na primeira tabela.

“Somem todos os valores que estão na primeira tabela no início da atividade, usem a calculadora.”

Alguns alunos procuram resolver, outros ficam esperando os resultados.

“Total deu 555 professor”

“Aonde deu isso, está errado, pode conferir achei 575”

“Eu também achei este resultado.”

O professor continua com a explicação.

*“Eu não vou conferir, vamos considerar 575, agora dividam este valor pelo numero de valores existentes na tabela, quanto deu?”*

*“Se não errei novamente, deu 23”*

*“Agora você acertou, já esta sabendo usar a calculadora.”*

Os alunos caíram na gargalhada, o professor pediu atenção, e continuou.

*“Agora vocês vão calcular os desvios para cada valor, e já elevem ao quadrado, assim:”*

Escreveu na lousa

$$(18 - 23)^2 = 25$$

*“O valor 18 aparece duas vezes, quando somar não se esqueça de considerá-lo duas vezes, terminem isso rapidinho e digam quanto deu a soma.”*

Alguns momentos depois.

*“Na minha conta achei 364”*

*“Na minha também”*

O professor pede que calculem a variância

*“Lembram como calcular a variância”*

Os alunos ficaram pensativos. O professor responde

*“Dividam 364 pelo total de valores da tabela 25 não é? Então, qual é o resultado?”*

*“14,56”*

O professor pergunta

*“E agora o que deve ser feito?”*

*“Isso eu lembro professor, tem que extrair a raiz quadrada, mas não lembro o nome”*

*“Isso mesmo, extraia a raiz quadrada e você terá calculado o desvio padrão”*

*“Professor podemos arredondar o resultado?”*

*“Sim pode, quanto deu?”*

*“3,82”*

*“Vocês terminaram de calcular a variância e o desvio padrão para os dados brutos, o restante desta atividade vocês iram calcular a variância e o desvio padrão para estes mesmos dados distribuídos por frequência., e depois fazer a comparação dos resultados, utilizem agora estas fórmulas.”*

Escreveu na lousa

$$s^2 = \frac{\sum fx^2}{N} - \bar{x}^2 \qquad s = \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N} - \bar{x}^2}$$

Depois de alguns minutos, o professor retoma.

*“Terminaram, a tabela estava pronta era só somar os valores e jogar na fórmula, então digam, qual o total na coluna f”*

*“Calma professor, está apressado”*

*“25”*

*“O total de fx?”*

*“575”*

*“Total de fx<sup>2</sup>?”*

*“13.589”*

*“Quanto deu a média ao quadrado?”*

*“529”*

*“Quem já achou o valor da variância e o valor do desvio padrão?”*

Um aluno responde.

*“A variância 14,96 e o desvio padrão achei 3,82 deu o mesmo valor de antes professor”*

O professor comenta

*“Isso mesmo, perceberam que não faz diferença entre calcular variância e desvio padrão para os dados brutos ou organizados em uma distribuição de frequência simples., com o avanço da tecnologia, os dados são trabalhados na forma bruta, a organização dos dados é mais para efeito estético de apresentação.”*

Abaixo as anotações de um aluno.

$s^2 = \frac{\sum fX^2}{N} - \bar{X}^2$ 

 $s = \sqrt{\frac{\sum fX^2}{N} - \bar{X}^2} = \frac{\sum f \cdot X}{\sum f} = \frac{575}{25} = 23$

*Variância*  
 $S^2 = \frac{\sum f \cdot x^2}{n} - \bar{x}^2$   
 $S^2 = \frac{13.589}{25} - 23^2$   
 $S^2 = 543,56 - 529$   
 $S^2 = 14,56$   
 $S = \sqrt{14,56}$   
 $S = 3,82$

X	f	fX	fX <sup>2</sup>
18	2	36	648
19	4	76	1444
20	3	60	1200
21	2	42	882
22	2	44	968
23	2	46	1058
24	1	24	576
25	1	25	625
26	3	78	2028
27	2	54	1458
28	0	0	0
29	1	29	841
30	1	30	900
31	1	31	961
<b>TOTAL</b>	<b>25</b>	<b>575</b>	<b>13.589</b>

d) Qual a diferença entre variância e o desvio padrão para a distribuição de freqüências simples e a variância e desvio padrão obtidos com base nos dados brutos?

*diferença.*

*Não são*

Observamos que o professor mudou sua postura, em relação ao início do desenvolvimento das atividades, percebemos que em muitos momentos ele acaba respondendo as questões, não deixando o aluno concluir o raciocínio. Provavelmente o professor não saiba como questionar o aluno para que ele desenvolva seu próprio raciocínio, assim em muitas ocasiões a sala fica apática e o professor acaba respondendo as questões para os alunos.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)