PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC /SP

Rebeca Meirelles das Chagas

Estatística para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental:

um estudo dos conceitos mobilizados na resolução de problemas

MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

São Paulo

2010

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC /SP

Rebeca Meirelles das Chagas

Estatística para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental:

um estudo dos conceitos mobilizados na resolução de problemas

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, sob a orientação da **Professora Doutora Cileda de Queiroz e Silva Coutinho.***

São Paulo

2010

Banca Examinadora

____

____

____

"Feliz aquele que transfere o que sabe
e aprende o que ensina."

Cora Coralina

*Este trabalho é dedicado ao meu amado marido **Luiz**, à minha querida e amada filha **Pietra**, aos meus pais **João** e **Iraci** e ao meu irmão e amigo **Rodolfo**, que foram sempre compreensivos nestes anos de grande dedicação ao estudo, me apoiaram, incentivaram e acreditaram em mim.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por me ouvir nos momentos de angústia, pela força e capacidade para realizar este trabalho.

À minha orientadora Doutora Cileda de Queiroz e Silva Coutinho, pela competência e dedicação com que me orientou, fazendo com que esta pesquisa se concretizasse.

À Solange e Iara, responsáveis pela Bolsa Mestrado, pelo apoio, incentivo e também, por me instruírem de modo competente a respeito de toda a documentação referente à bolsa.

À Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, por custear os estudos e, assim permitir o meu desenvolvimento profissional.

Aos colegas do Mestrado pelo apoio, auxílio, companheirismo durante o curso.

Aos amigos Daniel, Daniela, Rodrigo, Tatiana e Fabiúla pelas traduções que muito me auxiliaram.

À Escola Pequeno Cotolengo, às alunas, à Coordenadora Pedagógica Natasha e à Diretora Maria Teresa.

Ao amigo Milton, pelo incentivo que me deu para que eu desse andamento à minha vida acadêmica, cursando o Mestrado.

Aos mestres que passaram em minha vida, aos professores do Programa de Mestrado em Educação Matemática da PUC-SP que por meio de sábias contribuições ajudaram nesta pesquisa. Em especial gostaria de agradecer à professora Drª. Lulu que, quando pensei em desistir, ela me ouviu e me animou a prosseguir.

Ao meu marido Luiz que além do apoio financeiro, compartilhou comigo todos os momentos de alegria e desânimo desde o processo seletivo até a etapa final, com paciência e sempre demonstrando o seu amor.

Ao meu irmão Rodolfo, pelo incentivo e alegria por ver o meu desenvolvimento intelectual e profissional, pela amizade, pelas "dicas" fundamentais durante a produção do trabalho, pelas correções de textos e principalmente por me ouvir nos momentos difíceis.

Aos meus pais, que sempre me incentivaram a estudar, a crescer e que por muitas vezes sacrificaram-se para que isso ocorresse.

À minha filha Pietra, que nasceu no decorrer do curso e teve que dividir o meu tempo com a pesquisa.

Finalmente, agradeço a todos os que de maneira direta ou indireta contribuíram de maneira significativa para a conclusão desta pesquisa.

A Autora

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo identificar a percepção da variabilidade e o nível de raciocínio sobre essa característica, junto a alunos do sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual de Cotia. Discutimos quais são os conceitos e procedimentos mobilizados quando estes resolvem questões que envolvem leitura, interpretação e construção de gráficos. Particularmente, diagnosticar quais invariantes operatórios relacionados à noção de variabilidade que estes alunos mobilizaram nessas atividades. Como referências teóricas, consideramos os níveis de compreensão gráfica mobilizados pelos alunos em situação de resolução de problemas em contexto estatístico. Consideramos também a teoria dos Campos Conceituais, buscando identificar os invariantes operatórios por meio da observação dos alunos em situações de resolução de problemas. Foi realizada uma pesquisa qualitativa, com aplicação de um instrumento diagnóstico, com participação voluntária de duas duplas de alunas. Os resultados apontaram para as dificuldades dos alunos na leitura, interpretação e construção de gráficos em situações específicas, como gráficos com escalas não unitárias e o com freqüência nula. Quanto ao cálculo da amplitude, os resultados mostraram um procedimento estável, por parte principalmente de uma das duplas pesquisadas, ou seja, um possível invariante operatório, a confusão entre freqüência da variável e a variável.

Palavras-Chave: Educação Estatística. Raciocínio sobre variação. Leitura e Interpretação de Gráficos. Amplitude Total. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

This study aims to identify the perception of variability and the level of reasoning about this peculiarity, with students of the sixth year at basic education at a state school in Cotia. We discussed what are the concepts and procedures deployed when they resolve issues that involve reading, interpretation and construction of graphs. In particular, diagnose which operative invariants related to the notion of variability that these students mobilized in these activities. As theoretical references, we consider the levels of understanding graphical mobilized by students who are solving problems in statistical context. We also considered the theory of Conceptual Fields seeking to identify the operational invariants by observing the students in situations of problem solving. We performed a qualitative research, with application of a diagnostic instrument, with voluntary participation by two pairs of students. The results pointed to the difficulties of students in reading, interpreting and constructing graphs in specific situations, such as graphs with non-unit scales and null often. For calculating the range, the results showed a stable procedure, especially on the part of one of the pairs studied, in other words, a possible operational invariant, the confusion between the variable frequency and the variable.

Key-Words: Statistical Education. Reasoning about Variation. Reading and interpretation of graphs. Range. Secondary School.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

INTRODUÇÃO

A Estatística sempre esteve muito presente na minha vida universitária e profissional. Sou Bacharel em Gestão Empresarial, trabalhei durante seis anos na área financeira de uma empresa multinacional. O meu último trabalho antes de entrar para o magistério foi especificamente na área de planejamento. Neste período, grande parte das minhas atribuições versava sobre questões estatísticas e já nesta época sentia dificuldade em relacionar os conceitos apreendidos com a prática de minha então área profissional. Durante três anos da minha graduação, fui monitora da disciplina Estatística, e passei a observar uma dificuldade de aprendizagem por parte dos alunos.

Posteriormente, decidi fazer outra faculdade, Licenciatura em Matemática, e troquei minha carreira administrativa pela carreira docente, com uma pequena experiência de apenas três anos nesta área. Ingressei como professora da Rede Estadual de Ensino de São Paulo em 2005. Desde este ano, leciono para sexto e sétimo ano do Ensino Fundamental e leciono Estatística para o curso superior de Tecnologia em Gestão Ambiental da Universidade São Marcos.

Nos últimos anos, os conteúdos de leitura, interpretação e construção de tabelas e gráficos foram inseridos no currículo de Matemática. Levando-se em conta que a informação veiculada em nossa sociedade faz cada vez mais uso de tabelas e gráficos como forma de comunicação, passou-se a recomendar que o trabalho nas aulas de Matemática contemplasse o seu estudo. (BRASIL, 1998)

Atualmente, a Secretaria do Estado de São Paulo, em sua nova proposta Curricular, propõe que no quarto bimestre (do sexto ano), o professor desenvolva com os alunos os conteúdos de leitura e construção de gráficos e tabelas e média aritmética, em que se deve considerar a relevância científica e/ou social dos dados informados, a diversidade da forma usada para transmitir a informação, a riqueza de possibilidades relacionadas à leitura de elementos em destaque em gráficos e tabelas e, por fim, a relevância das informações para a exploração da interdisciplinaridade e de temas transversais.

Motivada por essa Proposta estadual e pelas inquietações como professora de Estatística em cursos técnicos e de graduação, vi a oportunidade de desenvolver um trabalho na área de Didática da Estatística que, segundo Garfield (2007), ainda pode ser vista como uma nova e emergente disciplina.

Após pensar nisso, desejando colaborar com a melhora do ensino da Estatística na Escola Básica, associada às dificuldades presentes nesta disciplina em alunos do ensino superior, integrei-me a um grupo de pesquisa (PEA-MAT[1]), na PUC-SP, que desenvolve trabalhos nessa área.

Como nossa pesquisa também se refere à variação, é importante definirmos este termo. Segundo Reading e Shaughnessy (2004, apud SILVA, 2007) "variação é um substantivo usado para descrever o ato de variar ou mudar de condição". Suponha que uma empresa de recrutamento de trabalhadores tenha publicado o salário médio para uma determinada vaga. Se a medida de variação também for publicada, esta poderá auxiliar o candidato a fazer algumas estimativas a respeito do seu salário futuro a partir da compreensão do "comportamento" dos valores em torno desse salário médio.

Muitos pesquisadores têm usado os termos variação e variabilidade como sinônimos. Mas para Silva (2007, p. 20), o termo variabilidade é usado "referindo-se à característica da entidade que é observável e o termo variação, como descrição ou medida desta característica". Usando o mesmo exemplo do recrutamento de candidatos, o salário é uma característica propensa a variar. Pode-se dizer que há variabilidade nos valores assumidos pelo "salário" dos funcionários dessa empresa.

---

[1] PEA-MAT: Processos de Ensino e Aprendizagem, envolvendo raciocínio estatístico e probabilístico. Grupo de estudos coordenado pelo Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud, na PUC-SP.

Conforme Garfield e Ben-Zvi (2005), variabilidade deveria ser enfatizada de maneira central durante toda a escolaridade (com atividades e discussões formais e informais) e segundo Silva (2007), é preciso ensinar mais do que simplesmente o cálculo das medidas e elaboração de gráficos, é preciso discutir sobre o significado e a aplicabilidade das medidas e representações e, principalmente, relacionar esses conceitos.

Neste contexto, o objetivo deste trabalho é o de **identificar a percepção da variabilidade e o nível de raciocínio sobre essa característica apresentados pelos alunos do sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual da cidade de Cotia**.

Esse texto foi organizado em quatro capítulos. No primeiro, apresentamos justificativa e relevância deste estudo, explicitando o objetivo e a questão de pesquisa que pretendemos responder com nossa investigação e um resumo dos procedimentos que nos auxiliaram no desenvolvimento de nosso estudo.

Posteriormente, apresentamos o quadro teórico que fundamenta o nosso trabalho. Destaca-se, em primeiro lugar, a distinção entre os termos pensamento, raciocínio e letramento estatísticos, pois a variação é componente de todos estes elementos, e ainda incluímos os níveis de compreensão gráfica de Friel, Curcio e Bright (1989 e 2001) articulado com a idéia de letramento estatísticos. Na sequência, apresentamos a Teoria dos Campos Conceituais, de Vergnaud (1991), quando visamos analisar os invariantes operatórios por meio da observação dos alunos em situações organizadas pelo professor (pesquisador).

O Capítulo três traz os resultados das pesquisas sobre o tema e como os livros didáticos abordam os conceitos estatísticos. Apresentamos também uma abordagem dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) e da Proposta Curricular do Estado de São Paulo (2008), referente ao ensino da estatística no Ensino Fundamental.

A percepção da variabilidade é trabalhada, nesta pesquisa, a partir da medida da amplitude total (medida de variação). Ou seja, a partir da análise das representações gráficas, nos propomos a estudar a percepção da variabilidade em função da variação dos dados no intervalo determinado pelo menor e pelo maior valor observado. Isto, obviamente, restringe nossa pesquisa ao estudo dos conceitos estatísticos mobilizados na resolução de problemas envolvendo variáveis quantitativas. Devido ao nível de escolaridade por nós escolhido, trataremos apenas das variáveis quantitativas discretas.

No quarto capítulo, apresentamos uma seqüência de atividades diagnósticas desenvolvida com os alunos sujeitos desta pesquisa, e suas respectivas análises teóricas desta seqüência e a análise *a posteriori*. Após este capítulo, foram feitas as considerações finais do trabalho e as possíveis perspectivas para trabalhos futuros.

Hoje em dia, com a mídia e novas tecnologias, todo cidadão tem a necessidade de saber ler e interpretar dados representados por um gráfico e/ou uma tabela. A utilização desse tipo de representação se dá com o propósito de facilitar a interpretação do leitor a respeito dos dados informados.

Segundo o relatório do 4º INAF (Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional) realizado em 2004, apenas 23% da população brasileira demonstra certa familiaridade com algumas representações gráficas, como mapas, tabelas e gráficos. Desta forma, não há dúvidas da necessidade de a Escola Fundamental iniciar o trabalho com as representações tabulares e gráficas como estratégia de democratização do acesso à informação e a recursos e procedimentos para organizá-la e analisá-la. Esta deficiência tem sido motivo de grandes preocupações dos educadores, gerando novas pesquisas com relação ao pensamento, raciocínio e letramento estatístico.

A Estatística é hoje, reconhecidamente, uma área do saber cuja interlocução com outras áreas é de grande importância. Ela também está presente no dia-a-dia, em jornais, revistas, etc. É fundamental que todos os indivíduos saibam ler e interpretar as informações constantes nos meios de comunicação, no meio profissional, etc.

Nosso projeto tem por objetivo estudar, a forma como alunos do sexto ano (antiga quinta série) do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual da cidade de Cotia / São Paulo, mobilizam conceitos e procedimentos para resolver problemas que envolvem leitura, interpretação e construção de gráficos, bem como, detectar suas dificuldades durante essa resolução. Queremos também investigar a percepção de variabilidade pela análise conjunta de gráficos e tabelas por meio de uma intervenção de ensino com o uso de um instrumento diagnóstico.

I – PROBLEMÁTICA

1.1 Questão de Pesquisa

Esta pesquisa surge a partir de questionamentos feitos após o trabalho como docente do Ensino Fundamental, técnico e superior, das disciplinas de Matemática e Estatística. Com estas inquietações, li algumas pesquisas que se remetiam ao tema, como a pesquisa de Silva (2007). Além disso, a atual proposta curricular da disciplina de matemática traz tópicos que vem ao encontro destas indagações, pois insere desde o sexto ano, conteúdos referentes à estatística.

Surge-nos, então, uma questão: Quais são os conceitos e procedimentos mobilizados por estudantes do sexto ano ao resolverem questões que envolvem leitura, interpretação e construção de gráficos? Particularmente, quais invariantes operatórios relacionados à noção de variabilidade que os alunos do sexto ano mobilizam nessas atividades?

Justifica-se tal questão pelos resultados analisados por Silva (2007), que em sua pesquisa de doutorado, identificou que o grupo de professores, observados por ela, mobilizavam seus conhecimentos estatísticos por meio de raciocínio considerado idiossincrático. Com base nessas observações, Silva (2007) propôs níveis de raciocínio sobre variação, adaptando os níveis propostos por Garfield (2002). Apresentaremos estes níveis mais adiante, no item 2.1 deste texto.

Quando pensamos na aprendizagem, no aluno, fazemos a hipótese de que o nível de raciocínio estatístico torna-se mais avançado à medida em que o aluno tem condições de vivenciar diferentes situações, ou seja, de trabalhar diferentes aspectos do raciocínio sobre o conteúdo estatístico visado. Nesse sentido, construímos um instrumento diagnóstico que favorece a percepção da variabilidade para que, utilizando o modelo de raciocínio sobre variação proposto por Silva (2007), possamos identificar em que nível de raciocínio estatístico[2] (idiossincrático, verbal, transacional, procedimental e processos de raciocínio integrados) podem ser categorizadas as noções dos sujeitos da nossa pesquisa.

Assim, buscaremos relacionar os teoremas-em-ação e os conceitos-em-ação, identificados com os níveis de raciocínio sobre variação demonstrado pelo aluno. Portanto, mais uma questão nos surge: quais são os invariantes operatórios mobilizados pelos sujeitos da nossa pesquisa ao argumentar sobre a existência da variabilidade? Entendemos como invariantes operatórios um esquema mental que será melhor explicado no capítulo 2.2.

1.2 Procedimentos Metodológicos

Este capítulo tem por objetivo descrever em detalhes o desenho metodológico de nosso estudo, que será desenvolvido para responder à questão de pesquisa.

Será realizada uma pesquisa qualitativa que, de acordo com Lüdke e André (1988), apresenta as seguintes características:

- sua realização ocorre em ambiente natural e é, neste local, onde se coletam os dados e o pesquisador é seu principal instrumento. O pesquisador deve ter um contato direto e estreito com a situação, sem se influenciar;
- os dados são predominantemente descritivos. O pesquisador deve se atentar à maior quantidade de elementos possíveis no ambiente, pois até mesmo um aspecto supostamente trivial pode ser chave para a compreensão do problema estudado;

[2] Níveis propostos por Garfield (2002), que apresentaremos mais adiante neste texto.

- a preocupação com o processo é maior do que com o produto. O pesquisador tem o interesse em saber como ocorre o processo durante as atividades;
- o “significado” que as pessoas (no caso as que são observadas) dão às coisas são focos da atenção do observador. O que acontece é que o grupo observado pode usar termos de maneira equivocada, mas sua linha de raciocínio está correta, cabendo ao pesquisador, checar essas palavras/informações;
- a análise dos dados tende a seguir um processo indutivo. O pesquisador não busca evidências que comprovem suas hipóteses. As coletas de dados fornecerão elementos que poderão ou não “fortalecer” as hipóteses.

As pesquisadoras, também, mencionam que a pesquisa qualitativa proporciona ao pesquisador condições de realizar novas descobertas e observar novos fatores relevantes que possam surgir durante a realização da pesquisa. Para as autoras:

> Mesmo que o investigador parta de alguns pressupostos teóricos iniciais, ele procurará se manter constantemente atendo a novos elementos que podem emergir como importantes durante o estudo [...] novos aspectos poderão ser detectados, novos elementos ou dimensões poderão ser acrescentados, na medida em que o estudo avance. (LÜDKE e ANDRÉ, 1988, p. 18).

Com base nas pesquisas que formam o nosso quadro teórico, elaboramos um instrumento diagnóstico composto por seis atividades com o intuito de identificarmos os invariantes operatórios que os alunos mobilizam para argumentar a variabilidade.

O instrumento diagnóstico foi aplicado pela própria pesquisadora em uma escola estadual de Cotia, em um único dia com duração de três horas, no horário da aula de reforço das alunas. A diretora da escola permitiu que utilizássemos a biblioteca para a aplicação. Formamos duas duplas de alunas voluntárias com idades entre dez e onze anos que, segundo elas, nunca haviam tido contato com a Estatística em ambiente escolar.

As atividades foram entregues uma de cada vez, conforme elas as acabavam. Elas podiam utilizar lápis, lápis de cor, régua e calculadora. Não foi permitida a consulta de livros didáticos ou de outros materiais, pois queríamos analisar a que resultados as alunas chegariam utilizando-se somente de seu conhecimento acumulado durante as séries anteriores; além disso, as duplas não podiam trocar informações.

Coletamos os dados através de áudios-gravação, filmagem de uma única dupla, e as produções escritas de cada uma das duplas. Após a coleta dos dados, iniciamos a análise *a posteriori* de cada uma das atividades realizada pelas duplas.

A análise a posteriori é uma das fases da engenharia didática em que se apóia sobre todos os dados colhidos durante a experimentação constante nas observações realizadas durante cada sessão de ensino bem como das produções dos alunos em classe ou fora dela. É nesta fase que se dá o tratamento dos dados.

A análise *a posteriori* dependeu exclusivamente das ferramentas utilizadas na coleta de dados (gravação de voz, filmagem, observações e registros dos alunos). Foi no confronto das análises teóricas com *a posteriori* que se fundou essencialmente a validação das hipóteses envolvidas na investigação.

II – QUADRO TEÓRICO

2.1. Do ponto de vista da Educação Estatística

Pensamento Estatístico

Wild e Pfannkuch (1999) definem Pensamento Estatístico como o modo profissional de pensar estatisticamente. Inclui o saber como e por que usar um método particular, medida, desígnio ou modelo estatístico, entender profundamente as teorias que estão por baixo de processos estatísticos e métodos como também conhecer as limitações de conclusões estatísticas e podendo entender e utilizar o contexto de um problema para planejar e avaliar investigações e tirar conclusões. Assim, podemos concluir que o pensamento estatístico é constituído pelas estratégias mentais utilizadas pelo indivíduo para tomar decisão.

Segundo estes autores, o pensamento estatístico é composto por elementos como: a necessidade de dados, a importância da produção de dados, a onipresença da variabilidade, a medida e a modelagem da variabilidade.

O aluno que desenvolve o raciocínio sobre variação e variabilidade, conseqüentemente desenvolverá o letramento e o pensamento estatístico.

O Ensino de Estatística deve proporcionar condições de desenvolvimento do pensamento estatístico, fato que é fundamental para se ter cidadãos letrados nesta área do conhecimento. Portanto, quanto mais desenvolvermos o pensamento estatístico, maior será a probabilidade de que cidadãos apresentem níveis de letramento mais avançados, e a variabilidade faz parte deste pensamento que, segundo Silva (2007) é conteúdo essencial para que um indivíduo seja letrado estatisticamente.

Com as novas tecnologias e com tantas informações que nos chegam a todo o momento, a estatística vem para nos ajudar a entender, com clareza e agilidade, aspectos do mundo em que vivemos, por isso é importante aprender a “pensar estatisticamente”.

Raciocínio Estatístico

Segundo Costa e Capovilla (1997, apud SILVA, 2007, p. 32), “raciocínio refere-se aos processos pelos quais as pessoas avaliam e geram argumentos lógicos, aplicando o conhecimento na consecução de metas”.

Para alguns autores, raciocínio e argumento são sinônimos, mas para Walton (1990, apud SILVA, 2007, p. 32):

> o raciocínio ocorre dentro de um discurso ou um argumento, ou seja, o raciocínio é usado no argumento. Para o autor “raciocínio é a elaboração de suposições denominadas premissas (ponto de partida) e o processo de mover estas premissas para a conclusão (ponto de chegada) por meio de regras.”

Porém, Silva (2007) ressalta que nem todo raciocínio se manifesta na forma de argumento e o define como um processo interno, mental, cujo argumento (ou o entendimento de uma explicação, ou uma ação numa situação) permite inferi-lo.

Costa e Capovilla (1997, apud SILVA, 2007, p. 32) explicam que o estudo sobre raciocínio está intimamente ligado ao estudo de resolução de problemas e citam três categorias amplas de raciocínio:

> a) os estudos sobre o **raciocínio dedutivo**, que procuram compreender como as pessoas inferem as conseqüências das informações que são dadas; ou seja, como as pessoas avaliam a validade de argumentos lógicos; b) os estudos sobre o **raciocínio indutivo**, que procuram compreender como as pessoas formulam e testam hipóteses de maneira a descobrir regras gerais e c) os estudos sobre **raciocínio estatístico**, que procuram compreender como as pessoas fazem inferências de natureza probabilística. (COSTA E CAPOVILA, 1997, apud SILVA, 2007, p. 32)

Interessamo-nos particularmente pelo item (c) nesta pesquisa, uma vez que nos preocupamos com a percepção da variabilidade que se trata de uma ferramenta fundamental para o desenvolvimento do raciocínio estatístico.

Particularmente, citaremos Garfield (2002), pois Silva (2007) baseou-se em seu modelo geral do raciocínio estatístico para propor um modelo de raciocínio sobre variação / variabilidade. Para Garfield, Raciocínio Estatístico é definido como a forma como as pessoas raciocinam com idéias estatísticas e dão sentido a informações estatísticas. Além disso, envolve fazer as interpretações baseadas em conjuntos de dados, de representações gráficas, e de resumos estatísticos. Muito do raciocínio estatístico combina estas idéias com probabilidade, o que conduz à inferência e à interpretação de resultados estatísticos. Ao fundamentar este raciocínio, surge uma compreensão conceitual de idéias importantes, tais como a distribuição, centro, dispersão, associação, incerteza, aleatoriedade e amostragem. (Garfield, 2002).

Silva (2007), com base na pesquisa de Garfield (2002), sugere que o ensino deve proporcionar condições para que o aluno compare conceitos, avalie a maneira mais adequada de analisar uma variável ou um conjunto de variáveis (um banco de dados), mude de representação, entenda os contra-exemplos, etc. e que desta forma, desenvolver-se-á o raciocínio estatístico.

Nisbett (1993, apud GARFIELD, 2002) afirma que este tipo de ensino não ocorre devido ao fato de muitos professores tenderem a ensinar apenas procedimentos e técnicas. O aluno pode obter boas notas, mas seu raciocínio estatístico é incompleto porque a avaliação não cobra o raciocínio, a análise, mas apenas a técnica.

Existe um grande número de pesquisas sobre o raciocínio inapropriado de idéias estatísticas e Garfield (2002) tenta enumerar alguns tipos de erros mais comuns, com o intuito de auxiliar futuras pesquisas e auxiliar professores no desenvolvimento do raciocínio em seus alunos. Exemplos: concepções errôneas[3] sobre as medidas de tendência central (confusão entre média, mediana e moda); boas amostras devem representar uma alta porcentagem da população, sem se preocupar como foram selecionadas; concepção errônea da representatividade,

[3] Segundo Garfield (2002), uma concepção errônea é o raciocínio inapropriado sobre idéias estatísticas.

em que em *n* jogadas de uma moeda honesta, é mais provável uma seqüência com número de caras próximo do número de coroas do que uma seqüência como todos os resultados iguais a cara, por exemplo.

Para analisarmos o raciocínio estatístico no que concerne às medidas-resumo e representação dos dados, Garfield (2002) sugere algumas atividades para desenvolver habilidades de raciocínio. Exemplo: compreender por que medidas centrais, amplitude e posição nos fornecem diferentes informações sobre uma determinada variável ou um conjunto de dados; saber qual medida utilizar dependendo da situação, e saber por que elas fazem ou não uma boa representação da variável; a compreensão de que a utilização de medidas-resumo para fazer predições com a utilização de amostras grandes será mais precisa do que com amostras pequenas; o entendimento do porquê de uma boa medida-resumo deve conter uma medida de centro e uma medida de variação; por que as medidas de centro e dispersão podem ser utilizadas para comparar duas distribuições. E ainda em relação à representação de dados, a autora nos sugere: reconhecer qual representação gráfica é melhor para representar determinada amostra, saber da possibilidade do gráfico ser modificado, de acordo com os dados e saber reconhecer na representação gráfica, características gerais como forma, centro e variação.

Garfield (2002) explica que o raciocínio estatístico é organizado em cinco níveis como descrito na Tabela 1:

Tabela 1: Modelo Geral de Raciocínio Estatístico (GARFIELD, 2002, p. 8)

Nível	Tipo de Raciocínio	Característica	Exemplo
1	**Idiossincrático**	Conhecimento de algumas palavras e símbolos estatísticos, utilizados sem um entendimento completo e, freqüentemente, de maneira incorreta.	Comparar o valor da média com o valor do desvio padrão ou fazer julgamento sobre uma boa média e um bom desvio padrão.
2	**Verbal**	Entendimento verbal de alguns conceitos, sem conseguir aplicá-lo a um procedimento real. O indivíduo escolhe ou comunica uma definição correta, mas sem apreender seu significado.	Por que a média é maior que a mediana em distribuições assimétricas positivas?

3	**Transacional**	Capacidade de identificar corretamente uma ou duas dimensões de um conceito estatístico, sem integrá-los completamente.	Uma amostra grande apresenta um intervalo de confiança mais estreito. Um erro padrão menor lida com um intervalo de confiança mais estreito. Não relaciona estas duas dimensões.
4	**Procedimental**	Capacidade de identificar corretamente as dimensões de um conceito ou processo estatístico, sem integrá-los completamente ou sem entender o processo.	Um aluno sabe que a correlação não implica em causa, mas não consegue explicar a razão.
5	**Processos de raciocínio integrados**	Entendimento completo do processo ou conceito estatístico, coordenando as regras e os procedimentos, usando suas próprias palavras para explicar um conceito.	Explicar o que um intervalo de confiança de 95% significa em termos do processo de amostras repetidas da população.

De acordo com o artigo de Silva e Coutinho (2008), apresentado no Congresso ICMI/IASE do mesmo ano, onde se discutem e se exemplificam os níveis de raciocínio, temos a seguinte tabela:

Tabela 2: Essa figura ilustra a adaptação feita por Silva (2007) que também foi abordado em Silva e Coutinho (2008).

Nível de raciocínio sobre variação	Característica	Raciocínio sobre variação	Exemplo (verbalização dos sujeitos da pesquisa)
Idiossincrático	O aluno conhece algumas palavras e símbolos relacionados com variação/variabilidade, usa-os sem uma completa compreensão, freqüentemente de forma incorreta, e pode misturar estas palavras com informações não relacionadas	Ausência de variação em torno da média.	“Que eu chegaria na escola e os professores **vão ter** essa característica”.
Verbal	Apresenta corretamente algum componente de variação, mas que necessitaria ser complementado ou relacionado com outros. Podem ser considerados como uma primeira tentativa correta, incompleta, rudimentar sobre a medida de variação.	Desvio padrão baixo é bom.	“Calcula o desvio padrão e o valor baixo significa que está tudo bem. Mas se o desvio padrão der muito longe, ta mostrando que as idades estão muito dispersas, então ai eu já tenho que me preocupar com estas idades aqui”.

Transacional	Declarar de maneira correta pelo menos dois componentes de variação. Tenta fazer relações com conceitos disponíveis.	Admite a variação, mas não percebe a necessidade de uma medida ou média complementada pelo gráfico.	"A maioria. Lógico que nem todos vão ter 39, pode ter 38, pode ter até um de 19 anos, mas a maioria tem 39 anos." "O professor disse que apresentaria a média e o gráfico (possivelmente o histograma)."
Procedimental	Quando o professor compreendeu o significado da média, os desvios da média e começou a estabelecer um intervalo desta média.	Intervalo de um desvio da média.	"Sobre a média há uma variação de dez anos para cima e dez anos para baixo, ou seja, a faixa de variação é de 29 anos até 49 anos."
Processos de raciocínio integrados	Entendimento completo do processo ou conceito de variação, coordenando as regras e os procedimentos, usando suas próprias palavras para explicar o conceito de variação.	Identificar naturalmente a composição do intervalo de um desvio padrão da média. Intervalo em torno da média.	Nenhum professor atingiu este nível.

Para compreender a tabela 2, observemos o exemplo utilizado por Silva.

Os participantes da pesquisa (detalhes no capítulo 3.2.) organizaram um estudo empírico e entrevistaram 108 professores perguntando, além de outros, sua idade e tempo de magistério. Com os dados que foram obtidos, eles desenvolveram alguns conteúdos estatísticos. O objetivo era estabelecer um perfil destes 108 docentes.

Os professores construíram uma tabela de freqüência por idades e a associaram a um histograma. Imediatamente, eles calcularam a média aritmética, que resultou no valor 38,6 anos de idade.

Tabela 3: Distribuição de freqüência com os dados agrupados da variável idade

Idade das pessoas	Freqüência
19 ⊢ 29	21
29 ⊢ 34	10
34 ⊢ 39	22
39 ⊢ 44	22
44 ⊢ 49	14
49 ⊢ 54	11
54 ⊢ 60	8
Total	108

A pesquisadora os questionou:

> "Então, eu vou propor outra coisa para vocês: 38,6, 38,4, 38,9 são muito próximos. Como vamos analisar esse número?... O que significa esse número? Quando eu vou olhar 38,9, se eu pedir para vocês analisarem esse número, o que passa pela cabeça de vocês?..." (p. 274)

Algumas de suas respostas foram:

Professor OB: Mas eu não diria 38,9. Eu diria aproximadamente 40 anos, aproximadamente 39 anos.

Professor AM: <u>Um monte de gente</u>...

Professor OB: Que <u>a maioria tem</u>...

Professor SB: Que eu chegaria na escola e <u>os professores vão ter essa característica</u>.

Entre outras respostas que podem ser observadas na tabela 2.

Silva (2007) explorou o raciocínio sobre variação quando os professores analisaram a média, quando eles perceberam a necessidade de medir a variação e quando eles tentaram compreender o significado do desvio padrão (9,8 anos), e foi através destas e outras verbalizações que a pesquisadora pôde verificar o nível de raciocínio sobre variação.

Letramento Estatístico

“Após alguns anos de aprendizagem escolar, o indivíduo terá não só aprendido a ler e escrever (alfabetização), mas também a fazer uso da leitura e da escrita (letramento)” (SOARES, 2004, p. 7). Ou seja, mesmo um indivíduo escolarizado (alfabetizado) pode não ser capaz de usar os conhecimentos adquiridos para resolver situações cotidianas (letramento aqui considerado).

Explicando melhor, Gal (2002) define letramento estatístico como: competência das pessoas para interpretar e avaliar criticamente a informação estatística, os argumentos relacionados aos dados, que podem se apresentar em qualquer contexto e competência das pessoas para discutir ou comunicar suas reações para tais informações estatísticas.

Este autor sugere um modelo de letramento estatístico formado por cinco elementos cognitivos responsáveis pela competência das pessoas para compreender, interpretar e avaliar criticamente informações estatísticas, e por dois elementos de disposição, responsáveis pela postura ativa diante da informação estatística. Esses elementos são: o próprio letramento, que é a capacidade de ler as informações textuais, em gráficos e/ou tabelas; os conhecimentos estatísticos, matemático e do contexto; e a competência de elaborar questões críticas.

Em nossa pesquisa trabalharemos com os níveis de letramento proposto por Shamos (1995).

Tabela 4: Estrutura proposta por Shamos (1995)

Nível	Tipo de Letramento	Característica	Exemplo
1º.	Cultural	Considerado básico, refere-se a uma compreensão de terminologia básica, usados comumente nos meios de comunicação, pela mídia, para transmitir informações sobre ciências.	Ler e reconhecer informações que estejam representadas em tabelas e/ou gráficos.

2º.	Funcional	Exige alguma substância a mais nessa mobilização de conhecimentos, pois o sujeito deve também ser capaz de conversar, ler e escrever de forma coerente, podendo mesmo usar termos não técnicos, mas sempre dentro de um contexto significativo.	Interpretar informações contidas em dados que estão representados em tabelas e/ou gráficos, ou mesmo organizá-los nessas representações, identificando e considerando a variação na análise dos mesmos.
3º.	Científico	Nível mais avançado, relativo aos conhecimentos científicos de esquemas conceituais primordiais ou de teorias que fundamentem a ciência aliada à compreensão dos processos científicos e investigativos mobilizados na resolução de situações-problema.	Fazer inferências e previsões sobre as informações contidas nos diversos registros, analisar e considerar a variabilidade existente.

Ao interpretar a tabela 2, um aluno que está no nível cultural é capaz de ler e reconhecer as informações contidas em tabelas e/ou gráficos publicados na mídia. Mas, se, além disso, ele também for capaz de organizar os dados nestas representações, identificar e considerar as variações nesta análise passará então, para o nível funcional. E, por fim, se o aluno possuir todas as habilidades descritas anteriormente e ainda for capaz de fazer inferências e previsões sobre as informações contidas em vários registros, analisando e considerando a variabilidade existente, este aluno alcançou o nível científico de letramento e, por hipótese, o nível 5, mais avançado de raciocínio sobre variação.

Se compararmos as habilidades propostas em cada nível de letramento, apresentadas com os níveis de raciocínio sobre variação proposto por Silva (2007) teremos a hipótese de que o nível de letramento cultural se relaciona com os níveis de raciocínio idiossincrático e verbal. Em outras palavras, sujeitos que desenvolvem raciocínio sobre variação nos níveis idiossincrático e/ou verbal podem apenas atingir o nível cultural de letramento. O nível de letramento funcional tem relação com os níveis de raciocínio transacional e procedimental. E o nível de letramento científico está intimamente relacionado com o último nível de raciocínio sobre variação proposto por Silva (2007), que são os processos de raciocínio integrados.

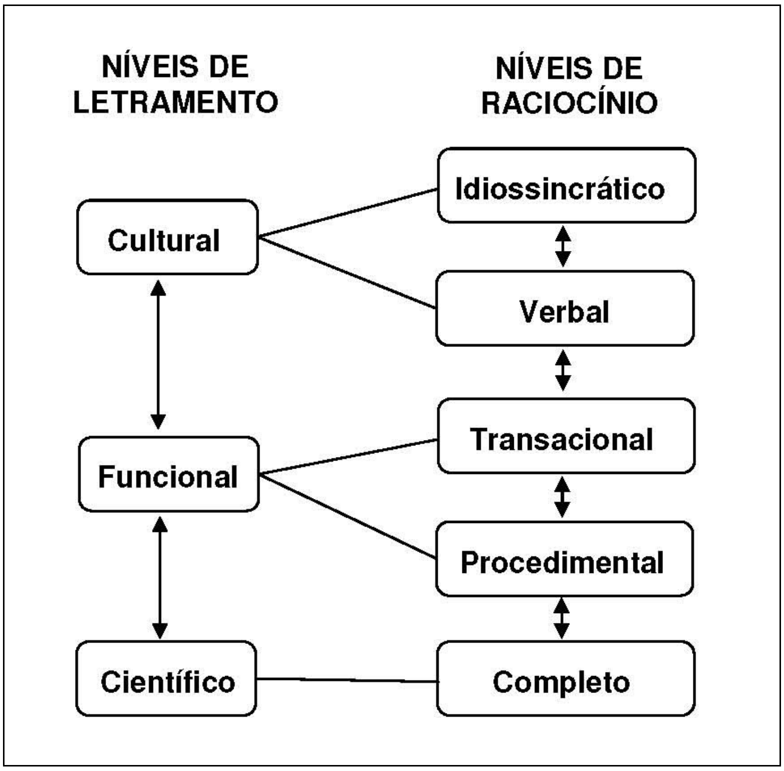


Figura 1: Síntese de uma hipótese de equivalência entre os níveis de raciocínio e letramento estatístico (hipótese, pois, não foi feita pesquisa empírica para comprová-la):

Gal (2002) propõe cinco tópicos do conhecimento básico de Estatística, que considera pré-requisito para se compreender e interpretar informações estatísticas:

- conhecimento dos motivos e das maneiras pelas quais a coleta de dados aconteceu;
- familiaridade com termos e idéias básicas relacionadas à Estatística Descritiva;
- familiaridade com termos e idéias básicas relacionadas às apresentações gráficas e tabulares;
- compreensão das noções básicas de probabilidade;
- conhecimento sobre como as conclusões e inferências estatísticas são obtidas. (p. 11)

Em nosso trabalho, devido o nível de escolaridade dos alunos, (sexto ano do ensino fundamental), esperamos que estes apresentem os conhecimentos dos três primeiros itens e faremos a hipótese de que futuramente, para as séries posteriores, eles poderão desenvolver também os demais.

Ainda sobre as noções básicas de Estatística, Gal (2002) assim como Silva (2007), considera importante que o cidadão tenha alguns conhecimentos, pelo menos informalmente, sobre variação, saber que a média aritmética e a mediana são meios para resumir um conjunto de dados a partir de sua medida de tendência central, que a média aritmética é mais afetada que a mediana quando há valores discrepantes e saber que há várias formas de se apresentar as mesmas informações.

É bom lembrar que muitas pesquisas reforçam a necessidade de se desenvolver o pensamento e o raciocínio estatístico do que ensinar técnicas e procedimentos. No entanto, Gal lembra que em alguns momentos, saber como se calcula uma medida pode ser útil, por exemplo, saber calcular a média aritmética torna possível compreender que um valor extremo a influencia. No nosso trabalho não pesquisaremos as medidas de tendência central. Abordaremos apenas a idéia de amplitude total, de forma que o aluno possa perceber a variação dos dados entre o maior e o menor valor da variável observada.

O que foi citado por Gal (2002) é ratificado por Moore (1997), pois o autor considera importante a articulação entre o conceito e o algoritmo no processo de construção do campo conceitual[4] de variação, no sentido proposto por Vergnaud (apud MOREIRA, 2002).

É preciso ter conhecimento prévio de conteúdos matemáticos, estatísticos e conhecer o contexto. Sobre este último, Gal (2002) salienta que:

> o conhecimento do contexto é o principal determinante da familiaridade do consumidor com as fontes de variação e erro, pois ele pode imaginar porque uma diferença entre grupos pode ocorrer ou imaginar a razão de um estudo estar errado. (p. 17)

[4] Campo Conceitual é definido como um conjunto de situações cuja análise e tratamento requerem vários tipos de conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas intimamente relacionados. Conforme item 2.2 deste texto.

Segundo Silva (2007), a relação entre a “leitura” de informações estatísticas e a compreensão do contexto pode permitir a construção do conceito de variabilidade.

O último elemento cognitivo do modelo de letramento estatístico proposto por Gal (2002) é a habilidade de criticar, ou seja, ver uma informação estatística e saber fazer uma análise crítica. Esse elemento é considerado importante pelo autor, pois facilita a leitura de informações publicadas em jornais e revistas, por exemplo.

Rumsey (2002) explica que letramento estatístico é a base para o raciocínio e pensamento estatístico, itens que serão necessários para o desenvolvimento de habilidades científicas de pesquisa, que é a capacidade de explicar, julgar, avaliar e tomar decisões sobre a informação. Ou seja, essas são as habilidades que devem ser inicialmente desenvolvidas em um nível de letramento estatístico. Portanto, ser letrado é de extrema importância, pois auxilia o indivíduo a entender pontos de relevância social e pessoal como, por exemplo, taxa de desemprego, crescimento populacional, etc.

Níveis de interpretação e ou compreensão de gráficos

Acreditamos que o trabalho de Curcio se adequa bem ao que se propõe para que uma pessoa seja letrada estatisticamente, pois ressalta a importância que se tem das pessoas compreenderem, interpretarem e inferirem informações estatísticas gráficas. Assim, nosso objetivo é o de tentar estabelecer um paralelo entre os Níveis de compreensão gráfica de Curcio e a idéia de letramento estatístico de Shamos.

Na tabela 3, fazemos uma hipótese de como relacionar estas duas teorias.

Tabela 5: Relações hipotéticas entre as Teorias de Shamos e Curcio

Níveis de letramento	Níveis de Compreensão Gráfica
Cultural	Nível 1: Leitura dos Dados
Funcional	Nível 2: Leitura entre os Dados
Científico	Nível 3: Leitura além dos Dados

Estas relações feitas na tabela 5 são apenas hipóteses que levantamos em nosso trabalho. A equivalência entre estas teorias implica a realização de um estudo empírico, que necessita de ferramentas de validação estatística, que não é o foco deste trabalho. Neste trabalho, buscamos identificar os invariantes que os alunos mobilizam na resolução de exercícios que exigem a leitura e interpretação de gráficos e percepção sobre variabilidade entre os dados.

Nós, ao classificarmos o nível de compreensão do gráfico de nossas questões, usaremos a terminologia de Curcio (1989). Apresentamos abaixo um quadro-resumo das idéias do autor, caracterizando cada um desses níveis, acompanhados de um exemplo referente ao gráfico expresso a seguir:

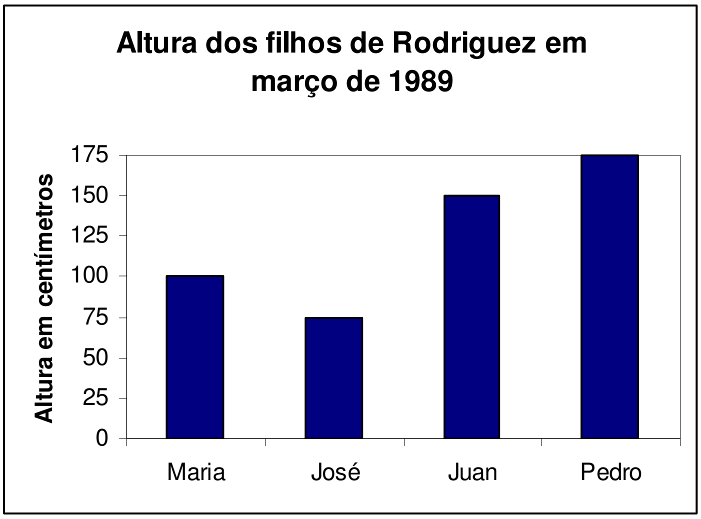


Figura 2: Exemplo dado por Curcio (1989, p. 73)

Tabela 6: Níveis de leitura e interpretação de gráficos, conforme Curcio (1989)

Nível 1 "LER OS DADOS"	Nível 2 "LER ENTRE OS DADOS"	Nível 3 "LER ALÉM DOS DADOS"
Consiste em levantar informação do gráfico para responder a questão explicita para a qual a resposta óbvia está no gráfico. Não existe interpretação neste nível. Leitura que requer este tipo de compreensão é uma tarefa de nível cognitivo muito baixo.	Inclui a interpretação e integração dos dados apresentados no gráfico e requer a habilidade para comparar quantidades e o uso de outros conceitos e habilidades matemáticas (por exemplo, adição, subtração, multiplicação e divisão)	Requer que o aluno realize predições e inferências a partir dos dados, porém, sobre informações que não estão diretamente descritas no gráfico. Requer, também, conhecimento a priori sobre a questão que está relacionada ao gráfico.
Exemplo: Qual a altura de Maria?	Exemplo: Quantos cm a mais têm Juan em relação a José?	Exemplo: Se Maria crescer 5 cm e José crescer 10 cm até setembro de 1990, quem será maior, e por quanto?

As principais dificuldades em leitura e interpretação de gráficos aparecem nos níveis 2 e 3. Outras pesquisas verificaram que os alunos apresentam um grau crescente de dificuldade em questões do nível 1 para o nível 3. Tal constatação é confirmada em Friel, Curcio e Bright (2001, p. 130-132):

> “Os alunos apresentam pouca dificuldade com questões do nível ler os dados, mas eles cometem erros ao encontrarem questões que exigem ler entre os dados (...). Questões que exigem ler além dos dados parecem ser um desafio maior”.

Em nosso instrumento diagnóstico contemplamos, pelo menos, uma questão de cada um dos níveis acima e de acordo com o nosso quadro hipotético esperamos que os alunos atingissem o nível de letramento Científico, ou seja, nível 3 “ler além dos dados” de Curcio (1989), pois, após leitura dos dados, fizeram a interpretação e articulação dos mesmos, o que requer habilidades como compreensão de termos básicos da estatística e matemática como: contagem, comparação, operações, identificação dos pontos extremos e de máximo e mínimo e posteriormente tecer algum comentário, justificativa, baseados em acontecimentos reais que normalmente são do seu cotidiano.

Vale ressaltar que na opinião de Curcio (1987),

> o conhecimento de um sujeito acerca de um determinado tipo de gráfico depende de ter sido exposto a uma experiência anterior significativa com uma destas formas de representação. Esta experiência anterior contribui para o sujeito identificar informações relevantes e necessárias para a compreensão do gráfico, por exemplo: o tipo de gráfico; a relação matemática entre os números e as idéias que traduzem; as operações matemáticas que encerra e o possibilita. Na opinião deste autor, estes três fatores surgem como dos mais conseqüentes para a compreensão dos sujeitos acerca dos gráficos. (CARVALHO, 2001, p. 82)

Portanto, os alunos mais novos deveriam revelar menos conhecimentos acerca dos diferentes tipos de gráficos, assim Curcio (1987, apud CARVALHO, 2001) sugere que a forma de trabalhar os gráficos deve basear-se num envolvimento ativo dos alunos na recolha de dados das suas experiências de vida e, posteriormente encorajá-las a verbalizar as relações e os padrões observados, por exemplo, é maior que, é duas vezes.

Friel, Curcio e Bright (2001) apontam a necessidade dos pesquisadores em utilizar gráficos dentro de contextos que apresentem dados do mundo real (não-fictícios), o que denominam de "within-context graphs". Ainda que os contextos e os dados por nós usados sejam fictícios, acreditamos que se encontram bem próximos da realidade delas.

2.2 Do ponto de vista da Didática

Para responder às questões de pesquisa enunciadas, atingindo assim nossos objetivos, utilizaremos a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1991).

Gerard Vergnaud, pesquisador francês, discípulo de Piaget, direciona sua teoria para o estudo do funcionamento cognitivo do "sujeito-em-situação". Além disso, diferentemente de Piaget, toma como referência o próprio conteúdo do conhecimento e a análise conceitual do progressivo domínio desse conhecimento (Moreira, 2002, p. 1; Franchi, 1999, p. 160).

Segundo esse pesquisador:

> ...as competências e concepções dos alunos se desenvolvem ao longo do tempo, por meio de experiências com um grande número de situações tanto dentro quanto fora do ambiente escolar. Normalmente, quando é colocada uma nova situação para o aluno, ou seja, um novo domínio, novos dados numéricos ou, até mesmo, novas relações, este usa o conhecimento desenvolvido em sua experiência de situações anteriores e tenta adaptá-lo a nova (VERGNAUD, 1998, p. 173).

Na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, campo conceitual é definido como "um grande conjunto de situações cuja análise e tratamento requerem vários tipos de conceitos, procedimentos e representações de tipos diferentes, mas intimamente relacionados." (MOREIRA, 2002, p. 4)

Em um campo conceitual, temos relações entre as situações, os invariantes e as representações simbólicas. Inicialmente veremos como o autor define conceito:

> como uma tríade que envolve um conjunto de situações que dão sentido ao conceito; um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) associados ao conceito e um conjunto de representações simbólicas que podem representar esses invariantes e, conseqüentemente, representar as situações que permitem aprendê-los. (MOREIRA, 2002, p. 6)

Vergnaud defende que todo conhecimento está ligado ao seu uso em determinada situação[5]. O aluno constrói um campo de conceitos em um campo de problemas e não um conceito isolado em resposta a um problema particular.

A Teoria dos Campos Conceituais considera que existe uma série de fatores que influenciam e interferem na formação e no desenvolvimento dos conceitos e que o conhecimento deve emergir de situações problema.

Existe uma tríade de elementos que formam o conceito e que se acham interligados, sendo:

- *S:* é um conjunto de situações que tornam o conceito significativo;
- *I:* é um conjunto de invariantes operatórios (objetos, propriedades e relações) que podem ser mobilizados e usados pelo sujeito para analisar e dominar essas situações;
- *R:* é um conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para pontuar e representar esses invariantes e, portanto, representar as situações e os procedimentos para lidar com eles.

Em seu estudo, Caetano (2004) apresenta um esquema representando a tríade (S, I, R), no qual toma o “Tratamento da informação”, como um campo conceitual, conforme Figura 5:

[5] Situação: um dado complexo de objetos, propriedades e relações num espaço e tempo determinado, envolvendo o sujeito e suas ações. (FRANCHI, 2002)

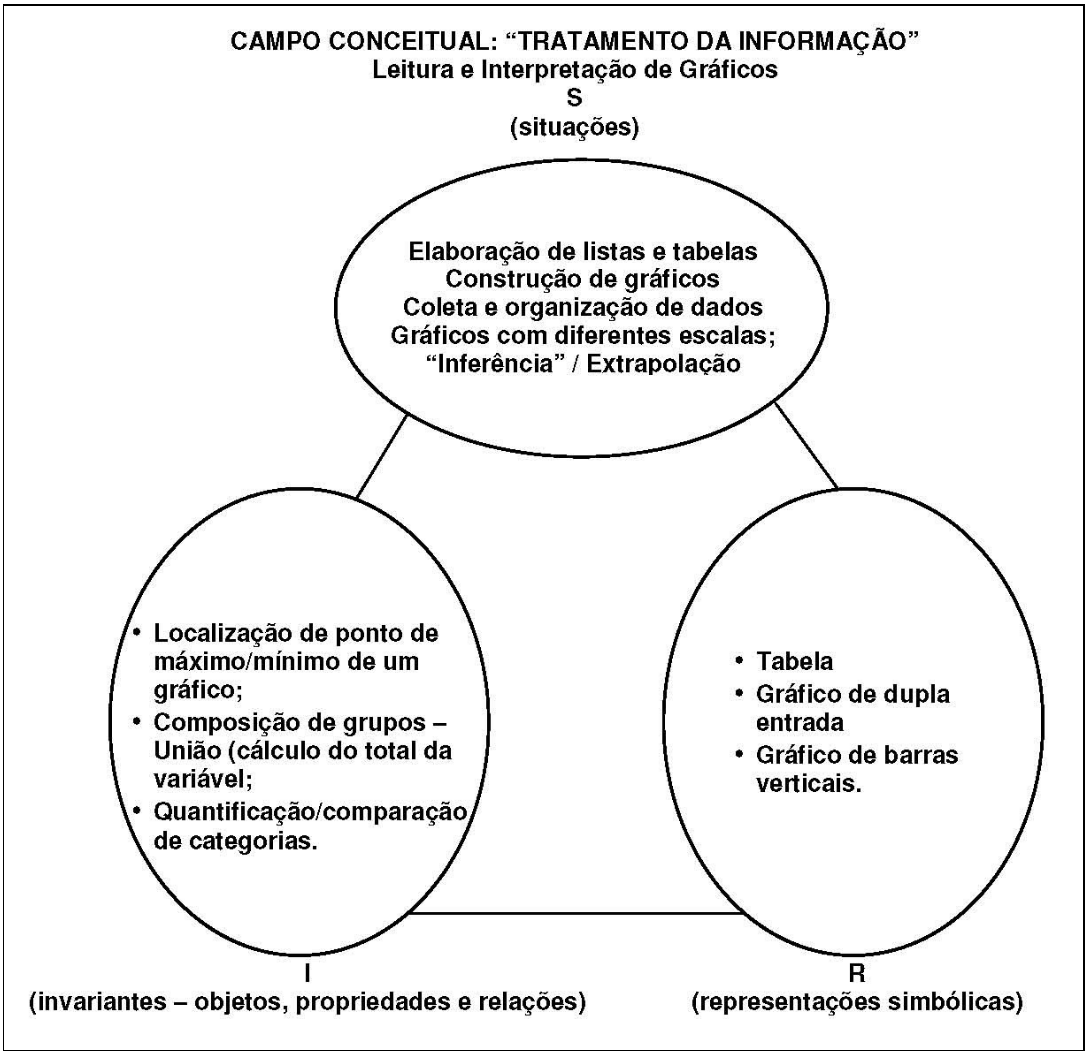


Figura 3: Campo Conceitual: "Tratamento da Informação"
Fonte: Caetano, 2004, p. 46

À semelhança de Caetano (2004), tomaremos a "Estatística Descritiva", como um campo conceitual, e tentaremos identificar a inter-relação dos campos conceituais mobilizados pelos alunos, distinguindo nele, a leitura e interpretação de gráficos e a variabilidade dos dados.

Para a formação do conceito, é necessária a interligação entre os três conjuntos da tríade de Vergnaud. Buscando essa interligação em nossa pesquisa, trabalhamos diferentes situações conforme abaixo:

1. Situações que envolvem análise gráfica com eixos representados a partir do uso de escalas distintas para cada um deles. Exemplo na Fig. 6, na qual 1,2cm representa 1 aluno (unidade de medida para a freqüência) no eixo Oy e 0,7cm representa 1 unidade de medida para a variável "altura".

2. Situações que envolvem freqüência nula para um ou mais valores assumidos pela variável estatística observada. Exemplo também na Fig. 6.

3. Situações que envolvem extrapolação ou “inferência” envolvem o pensamento e o raciocínio estatístico, sendo necessária a análise e tratamento dos dados para resolução do problema proposto.

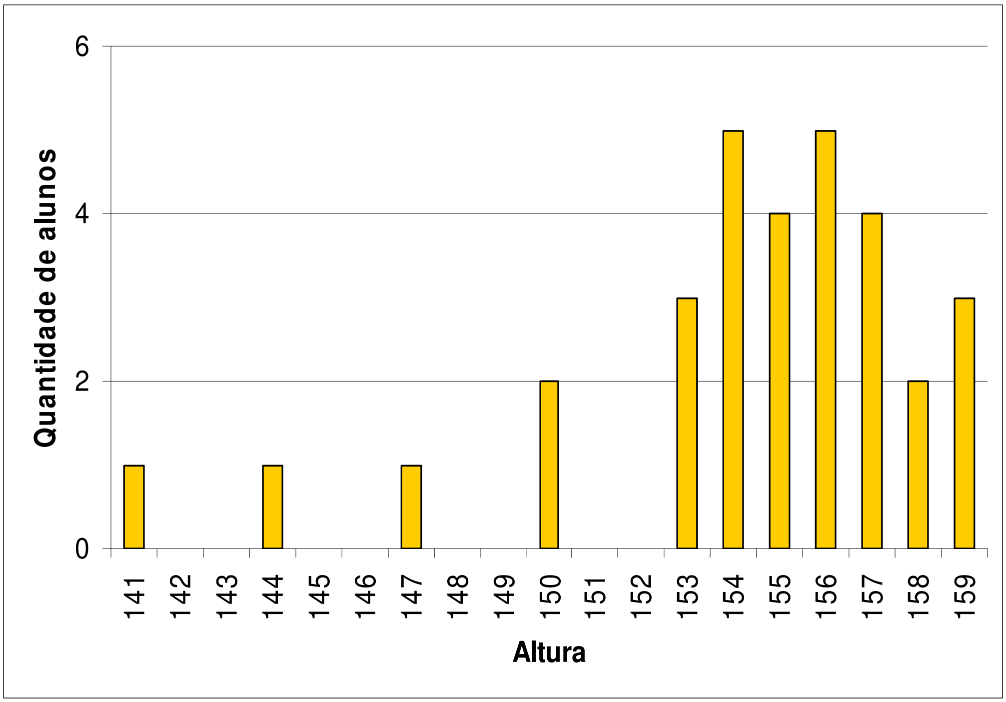


Figura 4: Exemplo de gráfico de colunas com escala não unitária e freqüência nula

As representações simbólicas utilizadas em nosso instrumento diagnóstico foram: representação gráfica (colunas e dot-plot), representação numérica e língua materna.

Para explorar a variabilidade em uma distribuição por meio de um gráfico de colunas deve haver a interpretação do plano cartesiano verificando a escala, a variável em questão e o tamanho das colunas (observar se diferem no tamanho, ou seja, as dimensões são associadas à freqüência observada).

Também exploramos a variabilidade a partir do gráfico de barras ou colunas múltiplas, onde é possível identificar as características da maioria das observações em cada grupo e, por último, por meio do Dot-Plot, pois, segundo Novaes e Coutinho (2009), este tipo de gráfico nos permite analisar os intervalos nos quais se concentram os dados (maior ou menor variação), a forma da distribuição, buscar padrões ou pontos de destaque.

Outro elemento a ser considerado na teoria dos campos conceituais são os esquemas. Vergnaud chama de esquema a organização invariante do comportamento para uma determinada classe de situações (1991). Segundo ele, são nos esquemas que se devem pesquisar os conhecimentos em ação do sujeito, isto é, os elementos cognitivos que fazem com que a ação do sujeito seja operatória.

Essa noção de esquema foi introduzida por Piaget para “dar conta” das formas de organização tanto das habilidades sensório-motoras como das habilidades intelectuais. É nos esquemas que temos que procurar os teoremas-em-ação dos alunos, ou seja, os elementos cognitivos que permitem que a ação do sujeito seja operatória (VERGNAUD, 1991). Para Moreira (2002), um esquema gera ações e deve conter regras, mas não é um estereótipo porque a seqüência de ações depende dos parâmetros da situação.

Segundo Vergnaud, há esquemas perceptivo-gestuais como o de contar objetos, ou de fazer um gráfico ou um diagrama, mas há também esquemas verbais, como o de seduzir outra pessoa ou o de gerenciar um conflito. Algoritmos, por exemplo, são esquemas, mas nem todos os esquemas são algoritmos. Quando algoritmos são utilizados repetidamente para tratar as mesmas situações eles se transformam em esquemas ordinários, ou hábitos.

Quando propomos aos alunos situações que despertam seu interesse para a busca de uma solução, envolvendo a articulação entre o conjunto de invariantes das representações simbólicas, estamos favorecendo ao aluno a construção de um conceito significativo, que pode ser um novo esquema que servirá para a resolução de outras situações. Assim, Vergnaud (1991) afirma que o conceito adquire sentido para a criança por intermédio dos problemas a resolver e das situações, e distingue as situações em duas classes distintas:

1. classes de situações em que o sujeito dispõe, no seu repertório, em dado momento de seu desenvolvimento e sob certas circunstâncias, das competências necessárias ao tratamento relativamente imediato da situação;

> 2. classes de situações em que o sujeito não dispõe de todas as competências necessárias, o que o obriga a um tempo de reflexão e exploração, a hesitações, a tentativas frustradas, levando-o eventualmente ao sucesso ou ao fracasso. (p. 156)

Segundo Vergnaud, a noção de esquema é usada em ambos os casos, porém não funciona do mesmo modo para ambas as classes. Na primeira delas, observam-se, para uma mesma classe de situações, condutas amplamente automatizadas, organizadas por um só esquema, enquanto que na segunda observa-se a sucessiva utilização de vários esquemas, que podem entrar em competição e que, para atingir a meta desejada, devem ser acomodados, descombinados e recombinados; este processo é necessariamente acompanhado por descobertas. Conforme Moreira (2002), todas as condutas comportam uma parte automatizada e uma parte de decisão consciente.

Retomando a teoria de Piaget sobre adaptação das estruturas cognitivas, assimilação e acomodação, quando o sujeito usa um esquema de maneira ineficaz para resolver algum problema, a experiência o leva a mudar de esquema ou modificar o esquema existente. Contudo, Vergnaud dá ao esquema um alcance muito maior do que Piaget, insistindo que estes devem relacionar-se com as características das situações às quais se aplicam.

Vale salientar que para Vergnaud, esquemas constituem conhecimentos-em-ação do sujeito, ou seja, os elementos cognitivos que permitem o sujeito agir. Há muito de implícito nos esquemas, o sujeito pode utilizar muitos esquemas ao mesmo tempo para resolver determinada situação e são as expressões conceito-em-ação e teorema-em-ação que designam os conhecimentos contidos nos esquemas, mais conhecidos como invariantes operatórios. Segundo Vergnaud (1991), teorema-em-ação é uma proposição considerada como verdadeira sobre o real e conceito-em-ação é uma categoria de pensamento considerada como pertinente.

Para Trouche (2004), um esquema pode ser comparado a um iceberg em que a parte visível são os gestos (comportamento elementar que pode ser observado no sujeito) e a parte submersa, os invariantes operatórios. Para este autor, a repetição desses gestos, em determinado ambiente, instala na mente um determinado conhecimento.

Segundo Lima (2005), a importância dos teoremas-em-ação está no fato de oferecerem ao professor um percurso para analisar as estratégias intuitivas dos alunos e auxiliá-los na transformação do conhecimento intuitivo para o conhecimento explícito e formal e, assim, estender o uso dessas inter-relações para situações mais complexas. Conforme Moreira (2002), a tarefa do professor consiste em propiciar situações para que o aluno desenvolva seus esquemas e representações. É por meio destas situações que o professor pode e deve identificar os teoremas-em-ação ou conceitos-em-ação usados erroneamente pelos alunos para poder auxiliá-los, diminuindo suas dificuldades.

O professor tem um papel importante na identificação dos conhecimentos prévios do aluno para compreender como ele desenvolve novos conceitos, portanto novos esquemas. Segundo Moreira (2002), as idéias de Vergnaud sobre o papel do conhecimento prévio como precursor de novos conhecimentos e sobre as continuidades e rupturas na construção do conhecimento parecem ter muito a ver com a teoria da aprendizagem significativa de Ausubel, em que o conhecimento prévio é o principal fator, isolado, que influencia a aquisição de novos conhecimentos e a aprendizagem significativa se caracteriza pela interação entre o novo conhecimento e o conhecimento prévio. É nessa interação que o novo conhecimento adquire significados e o conhecimento prévio se modifica.

Moreira (2002) considera essas duas teorias como complementares: a teoria de Ausubel é uma teoria de aprendizagem em sala de aula, de aquisição de corpos organizados de conhecimento em situação formal de ensino, enquanto que a teoria de Vergnaud é uma teoria psicológica do processo de conceituação do real que se propõe a localizar e estudar continuidades e rupturas entre conhecimentos do ponto de vista de seu conteúdo conceitual, ou seja, não é uma teoria de ensino de conceitos explícitos e formalizados, o que por outro lado, se diferencia da teoria de Ausubel que se ocupa exatamente da aquisição destes.

Neste processo de aquisição de novos conhecimentos, a linguagem e os símbolos são muito importantes, pois o professor usa a fala, palavras e sentenças para explicar fórmulas, questões, seleciona informações, propõe metas, regras e planos. Isto é uma tarefa difícil para o professor, mas de grande importância. Cabe ao professor prover situações (de aprendizagem) que darão sentido aos conceitos, que levarão a ampliação dos esquemas de ação dos alunos, ou seja, ao desenvolvimento cognitivo, e serão nestes esquemas que se encontrarão os invariantes operatórios que constituem os conhecimentos (implícitos), nosso objeto de estudo. A análise cognitiva dessas ações (gestos, palavras, símbolos etc.) muitas vezes revela a existência dos teoremas e conceitos-em-ação implícitos.

III – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A leitura e interpretação de gráficos estarão presentes em todo nosso trabalho de pesquisa, ora como uma habilidade a ser ensinada, ora como uma habilidade necessária, uma vez que desenvolvemos o conceito de variabilidade baseada em dados apresentados em um gráfico.

Devido à importância da leitura e interpretação de gráficos para nosso trabalho, neste capítulo, trataremos do tema sob três pontos de vista – o dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o da Proposta Curricular do Estado de São Paulo e o de alguns pesquisadores.

3.1 Aspectos Curriculares (PCN e Proposta Curricular do Estado de São Paulo)

PCN

Destacamos aqui os objetivos gerais do Ensino Fundamental, no que se refere à leitura e interpretação de gráficos, constantes no PCN (BRASIL, 1998, p.8), como forma de evidenciar a importância desse ensino, bem como para destacar as orientações desse documento adotadas na pesquisa.

1) *Utilizar as diferentes linguagens – verbal, matemática, gráfica, plástica e corporal – como meio para produzir, expressar e comunicar suas idéias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação;*

A linguagem gráfica inclui os diversos tipos de gráficos e tabelas e forma um recurso de grande importância para que as pessoas interpretem e comuniquem suas idéias.

2) *Saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos;*

Atualmente, jornais, revistas, livros, das mais diferentes áreas do conhecimento, utilizam-se de gráficos e tabelas como forma de transmitir informações e por meio destes instrumentos, o aluno poderá construir novos conhecimentos.

3) *Questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação;*

Muitas vezes, os gráficos trazem dados, cuja interpretação exige uma análise estatística que, por sua vez, requer a aplicação do pensamento estatístico inferencial e não apenas da Estatística Descritiva, na qual se insere a leitura e interpretação de gráficos. Ao realizar esta interpretação, o aluno poderá tirar conclusões e tomar decisões acertadas.

Já na subseção “O Papel da Matemática no Ensino Fundamental”, os PCN’s relacionam a leitura e interpretação de gráficos à construção da cidadania e à interação da Matemática com alguns temas transversais, destacando-se:

> A compreensão e a tomada de decisões diante de questões políticas e sociais também dependem da leitura e interpretação de informações complexas, muitas vezes contraditórias, que incluem dados estatísticos e índices divulgados pelos meios de comunicação. Ou seja, para exercer a cidadania, é necessário saber calcular, medir, raciocinar, argumentar, tratar informações estatisticamente, etc. (BRASIL, 1998, p. 30)

Portanto, constata-se aqui a necessidade do ensino de leitura e interpretação de gráficos desde o Ensino Fundamental.

Quanto ao desenvolvimento da matemática interagindo com temas transversais, o PCN salienta a leitura e interpretação de gráficos em trabalhos relacionados ao meio ambiente e saúde, temas importantes para a formação do cidadão.

De maneira específica, os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais), no 3º Ciclo do ensino fundamental (sexto e sétimos anos), destacam que o ensino de Matemática deve visar ao desenvolvimento do raciocínio estatístico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a “coletar, organizar e analisar informações, construir e interpretar tabelas e gráficos, formular argumentos convincentes, tendo por base a análise de dados organizados em representações matemáticas diversas.” (PCN, 1998, p. 65).

Os PCN afirmam que no sexto e sétimo anos é importante fazer com que se ampliem as noções básicas de como coletar e organizar dados em tabelas e fazer algumas previsões. Deve-se aprender também a formular questões pertinentes para um conjunto de informações, a elaborar algumas conjecturas e comunicar informações de modo convincente podendo, no decorrer do trabalho, iniciar o estudo das medidas estatísticas, como a média aritmética.

Os conteúdos a serem desenvolvidos no sexto e sétimo anos no campo da Estatística Descritiva são:

- Coleta, organização de dados e utilização de recursos visuais adequados (fluxogramas, tabelas e gráficos) para sintetizá-los, comunicá-los e permitir a elaboração de conclusões.
- Leitura e interpretação de dados expressos em tabelas e gráficos.
- Compreensão do significado da média aritmética como um indicador da tendência da pesquisa. (PCN, 1998, p. 74).

No que tange às atitudes esperadas por parte dos alunos tanto para a Estatística como para a Matemática, pode-se citar: desenvolvimento da capacidade de intervenção e da perseverança na busca de resultados, valorizando o uso de estratégias de verificação e controle de resultados, predisposição para alterar a estratégia prevista para resolver uma situação-problema quando o resultado não for satisfatório, reconhecimento de que pode haver diversas formas de resolução para uma mesma situação-problema e conhecê-la, valorização e uso da linguagem matemática para expressar-se com clareza, precisão e concisão, valorização do trabalho coletivo, colaborando na interpretação de situações-problema, na elaboração de estratégias de resolução e na sua validação e finalizando, o aluno deve ter interesse pelo uso dos recursos tecnológicos, como instrumentos que podem auxiliar na realização de alguns trabalhos, sem anular o esforço da atividade compreensiva. (PCN, 1998, p. 75).

Portanto pode-se observar que os PCN valorizam e incentivam o ensino da Estatística no Ensino Fundamental, focando não só a questão do conteúdo, mas também a construção de significados pelos alunos.

Proposta Curricular do Estado de São Paulo

A Secretaria de Educação do Estado de São Paulo realizou um projeto que visou propor um currículo para os níveis de ensino Fundamental - Ciclo II (sexto, sétimo, oitavo e nono anos) e Médio. Com isso, pretendeu-se apoiar o trabalho realizado nas escolas estaduais, com a meta de melhorar a qualidade das aprendizagens dos alunos e garantir a todos uma base comum de conhecimentos e competências.

A Secretaria partiu de levantamentos de documentos pedagógicos e consulta a escolas e professores para a realização deste projeto, que prioriza uma escola capaz de promover as competências indispensáveis ao enfrentamento dos desafios sociais, culturais e profissionais do mundo contemporâneo.

Integra esta Proposta Curricular:

– Um documento com orientações para a Gestão do Currículo na Escola, dirigido aos diretores e coordenadores, com a finalidade de apoiar o gestor para que seja um líder na implementação desta;

– Os cadernos do Professor, organizados por bimestre e por disciplina, e neles, além dos conteúdos, são apresentados também formas de avaliação, sugestões e métodos e estratégias de trabalho nas aulas;

– Os cadernos dos alunos, organizados por bimestre e por disciplina.

Um dos objetivos deste projeto é desenvolver habilidades e competências nos alunos para que estas crianças e jovens se tornem adultos preparados para exercer suas responsabilidades (trabalho, família, autonomia) e para atuar em uma sociedade que muito precisa deles.

Os conteúdos da Proposta estão organizados em três grandes áreas: Linguagens, Ciências Humanas e Ciências Naturais e Matemática, em que nesta última se encontra o componente Tratamento da Informação.

O Tratamento da informação veio para completar a atualização curricular que era composta pelos eixos números, geometria e grandezas e medidas. Segundo a proposta, não faltam justificativas para sua incorporação ao longo das sete séries escolares, pois os conteúdos disciplinares são meios para a formação dos alunos como cidadãos e como pessoas e o desenvolvimento de competências relacionadas ao eixo argumentação/decisão é o espaço privilegiado para o Tratamento da informação.

O importante nesta Proposta é o destaque que ela dá para que não fiquemos somente na organização e análise de dados, mas que ampliemos este estudo propondo aos alunos uma pesquisa estatística que utilize técnicas de elaboração de questionários e amostragem, a investigação de temas de estatística descritiva e de inferência estatística, cálculo de probabilidade etc.

A Secretaria do Estado de São Paulo propõe que no quarto bimestre (do sexto ano), o professor desenvolva com os alunos os conteúdos de leitura e construção de gráficos e tabelas e média aritmética, em que se deve considerar a relevância científica e/ou social dos dados informados, a diversidade da forma usada para transmitir a informação, a riqueza de possibilidades relacionadas à leitura de elementos em destaque em gráficos e tabelas e, por fim, a relevância das informações para a exploração da interdisciplinaridade e de temas transversais.

Nesta pesquisa trabalhamos alguns tipos de gráficos, aqueles que achamos adequados para a idade escolar dos alunos e para o que queremos analisar. A Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, em sua atual proposta curricular, propõe algumas habilidades que devem ser trabalhadas a partir da análise de diversos tipos de gráficos:

1. Identificação da(s) informação(ões) apresentada(s): através de uma leitura atenta do título do gráfico e dos títulos associados às informações presentes;
2. Identificação de escalas e/ou unidades de medida: essa informação pode ser dada no título do gráfico, nos eixos (quando o gráfico for de colunas ou linhas), em legendas etc, e o bom leitor de um gráfico deve estar habilitado a localizá-lo e compreendê-lo;
3. Identificação das categorias utilizadas para cruzar informações: muitos gráficos apresentam informações agrupadas por atributos, como sexo, idade, nível de renda, nível de escolaridade etc. O leitor de um gráfico deve ser capaz de identificar esse(s) atributo(s) para analisar com critério a informação apresentada;
4. Compreensão da linguagem pictórica utilizada no gráfico: desenhos, cores e ilustração são muitas vezes usados como elementos constituintes da informação transmitida, e o leitor competente deve ser capaz de identificar e compreender esses elementos;
5. Avaliar de forma crítica o tipo de gráfico utilizado, a escolha da escala adotada, a consistência matemática acerca da informação transmitida e fazer extrapolações a partir das informações disponíveis: essa habilidade envolve uma leitura mais refinada da informação gráfica e deverá ser desenvolvida ao longo de todo o Ensino Fundamental. (p. 19)

Ao se relacionar a teoria de (1989 e 2001) e a proposta da Secretaria do Estado, conclui-se que seu objetivo é de que os alunos atinjam o nível 3: “ler além dos dados”.

Segundo a proposta da Secretaria do Estado de São Paulo, quando escolhermos os gráficos que queremos trabalhar com os alunos, devemos considerar os seguintes critérios: aspecto lúdico ou curioso da informação transmitida, relevância social (contexto) e as possibilidades didáticas para o aprimoramento das habilidades descritas anteriormente

3.2. Pesquisas na área

Após realizar levantamento de literatura sobre o tema do nosso estudo, encontramos algumas pesquisas que serão relacionadas abaixo, principalmente as que julgamos que mais influenciaram na construção do nosso trabalho.

Iniciamos nossa pesquisa buscando trabalhos já realizados nesta área, como o intitulado “Introduzindo a Estatística nas séries iniciais do Ensino Fundamental a partir de material manipulativo: Uma Intervenção de Ensino”, desenvolvido por Simone da Silva Dias Caetano (CAETANO, 2004) como pesquisa de mestrado em Educação Matemática realizada na PUC-SP. Seu objetivo foi investigar o desenvolvimento da leitura e interpretação de gráficos, bem como do conceito de média aritmética em crianças da 4ª série do Ensino Fundamental, por meio de uma intervenção de ensino com o uso do material manipulativo.

O estudo de Caetano (2004) buscou fundamentação em duas teorias – a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud e a idéia de abstração reflexionante de Piaget.

Envolveu duas turmas de quarta série do Ensino Fundamental, a qual denominou de Grupo de Controle (sem intervenção manipulativa) e Grupo Experimental (com intervenção manipulativa). A intervenção objetivou desenvolver os conceitos, que foram seu objeto de estudo.

Os resultados apontaram para as dificuldades dos alunos na leitura e interpretação de gráficos em situações específicas, como gráficos com escalas não unitárias e ou com freqüência nula, tal como apresentamos no item 2.3 deste texto.

Em seus estudos, essa autora cita a pesquisa de Guimarães, Ferreira e Roazzi realizada em 2001, na qual observaram que, quando o valor solicitado precisava ser inferido a partir da escala, vários alunos apresentaram dificuldades, diferentemente de quando este valor estava explícito na escala. Desta forma, resolviam a questão com facilidade. Esta dificuldade parece estar “na compreensão dos valores contínuos apresentados na escala, onde é necessário que os alunos estabeleçam a proporcionalidade entre os pontos explicitados na escala adotada”, segundo afirmam estes autores.

Em algumas questões proposta por Caetano (2004), que solicitava uma justificativa pela resposta dada baseada tanto em um gráfico de barras verticais, como em um gráfico de dupla entrada, percebeu que estas foram baseadas na realidade do aluno ou em seu cotidiano, desconsiderando total ou parcialmente os dados do gráfico. A autora cita outros autores que apresentaram dados semelhantes como (CARRAHER, SCHUEMANN e NEMIROVSKY, 1995; GUIMARÃES, 2002; HOYLES, LEALY e POZZI, 1994 apud GUIMARÃES, 2002; JANVIER, apud FRIEL, CURCIO e BRIGHT, 2001; MAGINA, MARANHÃO, 1998).

As atividades de intervenção de ensino, propostas por Caetano (2004), permitiram a percepção dos seguintes invariantes operatórios:

– quantificação de categorias;

– localização de ponto de máximo e ou mínimo;

– composição de grupos (união para cálculo do total da variável);

– comparação de categorias.

Porém, vale ressaltar que nas situações com escalas não unitária, o aluno teve dificuldade para identificar o invariante operatório “quantificação de categorias” que, por sua vez, dificultou a “composição de grupos”. E na situação (presença de freqüência nula), a identificação do invariante “localização de ponto de mínimo” tornou-se confusa para o aluno, uma vez que encontramos a indicação da freqüência nula e da menor freqüência diferente de zero como ponto de mínimo do gráfico.

Caetano (2004) conclui que a associação da intervenção de ensino com o material manipulativo possibilita o desenvolvimento de estratégias para a resolução das situações apresentadas por ela e permitiu o estabelecimento de importantes relações entre os dois conteúdos abordados (leitura e interpretação de gráficos e média), as quais, por sua vez, influenciaram na ampliação do conhecimento do aluno sobre o “Tratamento da Informação”.

Passamos em seguida ao trabalho de pesquisa de mestrado em Educação Matemática desenvolvido por Megid (2002), realizado com alunos da sexta série de duas escolas, uma particular e outra pública, do Município de Campinas, São Paulo, e tinha como objetivo abordar a estatística de forma a torná-la interessante para o aluno, fazendo-o compreender sua importância, abrangência, e instigando-o a ampliar seus conhecimentos, em uma postura de agente de sua aprendizagem, isto é, buscar desenvolver atividades que partam de seus interesses.

> A investigação partiu da sondagem primeira do que os alunos entendiam sobre Estatística e da sua utilidade social. Em seguida os alunos foram convidados a planejar e realizar uma pesquisa estatística, escolhendo o tema, confeccionando questionários, realizando entrevistas, construindo tabelas e gráficos pertinentes às respostas e organizando a divulgação da pesquisa da maneira como julgaram ser mais apropriada.
>
> Todo o percurso foi permeado pela negociação e construção dos significados e as tarefas subseqüentes foram delineadas a partir das manifestações dos alunos e dos modelos que foram sendo constituídos em cada turma. (MEGID, 2002, p. 12).

Os dados da investigação foram coletados por intermédio de diário de campo, de gravações em áudio e vídeo, entrevistas com alunos e com as professoras auxiliares de pesquisa, além das produções escritas dos alunos, sendo analisadas em duas categorias: (1) o processo de produção e elaboração dos conhecimentos pelos alunos e (2) o processo de produção de conhecimentos pedagógicos e profissionais pela professora. Estas duas categorias foram permeadas por outras transversais: a mediação e os encontros de professora e alunos durante o trabalho pedagógico e os aspectos socioculturais presentes em todo o processo investigativo. Após análises, emergiram alguns aspectos, como: os conhecimentos matemáticos trabalhados durante a investigação, entre eles: cálculo de porcentagem; cálculo com graus; gráficos e tabelas. Além disso, observou-se a importância da interação entre alunos nas tarefas realizadas em grupo e nas negociações coletivas, na interação com a professora, proporcionando uma melhor compreensão dos procedimentos matemáticos e estatísticos, auxiliando o aluno a verbalizar o que pensa, a representar matematicamente as suas idéias.

Segundo a autora, todos estes dados contribuíram para o desenvolvimento do raciocínio, para a flexibilidade do pensamento matemático e para o desenvolvimento da linguagem matemática. O trabalho pedagógico centrou-se na interação aluno-professor e aluno-aluno, proporcionando a negociação e a construção dos significados entre todos que participaram da aula.

Assim, nessa pesquisa, a principal atitude de um professor, mais que falar, era a de ouvir. Esta conduta é importante, pois favorece a dinâmica da aula, já que os alunos gostam de participar dizendo as coisas que sabem ou produzem, em vez de tão somente ouvir explicações e resolver exercícios. Atividades desenvolvidas desta maneira facilitam a construção de significados por parte dos alunos e determinam um maior ou menor progresso do desenvolvimento do ambiente de aprendizagem.

O terceiro trabalho que abordamos foi a dissertação intitulada “A construção do pensamento estatístico: organização, representação e interpretação de dados por alunos da 5ª série do ensino fundamental”, de autoria de Michele Médici, defendida em 2007 na PUC-SP.

O trabalho teve por objetivo, segundo a autora, conceber uma seqüência didática, em um enfoque experimental, para introduzir os primeiros conceitos da Estatística Descritiva aos alunos da quinta série no Ensino Fundamental. Médici buscou não apenas as condições didáticas que favorecessem a evolução autônoma do aluno na resolução de problemas estatísticos elementares, mas também uma seqüência didática que propiciasse o desenvolvimento do pensamento estatístico.

A autora investigou a maneira como o aluno interage com as situações propostas pelo professor, os conhecimentos preliminares que os alunos já possuem, as hipóteses elaboradas por eles e a forma como mobilizam o conhecimentos construídos.

A seqüência didática foi aplicada em duas turmas de 28 e 29 alunos cada, pela própria pesquisadora que também lecionava estatística para eles. Os alunos foram organizados em grupos pequenos, pois todos os encontros foram permeados de debates coletivos e todas as etapas foram construídas pelos alunos, que eram responsáveis pela sua pesquisa. Os alunos tinham liberdade de escolher o que iriam pesquisar e também discutiam como construiriam a tabela e os gráficos, somente após a construção em que a pesquisadora institucionalizava o conteúdo. A verificação da aprendizagem foi feita por meio de prova individual sem consulta.

O material utilizado por Médici (2007) foi papel sulfite, onde os alunos anotavam os resultados e construíam as tabelas e gráficos, compasso e transferidor para a construção do gráfico de setores, calculadora para dar agilidade no processo e cartolina para a apresentação final dos resultados das pesquisas de cada grupo.

Para Médici (2007), para que o aluno consiga fazer uma representação tabular ou gráfica, por exemplo, há necessidade de que ele tenha elementos que facilitem esta produção, como o domínio das quatro operações matemáticas e, especificamente para representar o gráfico de setores, devem ter também o conhecimento das representações fracionárias e saber fazer uso de instrumentos como compasso, régua e do transferidor.

Médici (2007) pode verificar alguns pontos fracos na construção do gráfico de barras como: a omissão de escalas em um ou em ambos os eixos; o esquecimento do zero, sem o indicar no eixo vertical; insuficientes divisões nas escalas; não legendar os eixos. A autora acredita que os alunos não percebem a necessidade da apresentação dos nomes das categorias nos eixos. Outras dificuldades dos alunos na construção gráfica foram apontadas como: a escolha do tipo de gráfico, a sua representação e o cálculo dos ângulos para a utilização no gráfico de setores.

Tanto Médici como Megid elaboraram atividades nas quais os alunos realizavam a recolha, organização e interpretação dos dados a partir de experiências que pudessem sentir como significativas. Para que isto ocorresse, os alunos se envolveram ativamente em todas as etapas do processo, desde a formulação de questões, coleta e organização dos dados, até a sua análise. Ambas concluíram que este tipo de atividade permite a construção de significados das noções estatísticas por parte dos alunos.

Cazorla (2002), em sua tese intitulada “A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos”, investigou os fatores que interferem na leitura de gráficos estatísticos à luz da teoria de habilidades matemáticas de Krutetskii e da teoria de compreensão gráfica de Pinker. Foram sujeitos da pesquisa 814 estudantes universitários que estavam cursando disciplinas de Estatística.

Segundo Pinker (1990, apud CAZORLA, 2002), o sucesso na leitura de gráficos estatísticos depende de dois fatores:

– a eficiência do leitor depende da capacidade do processamento de informações, da capacidade de memória e do processo inferencial;

– eficácia do gráfico, ou seja, a capacidade do mesmo em transmitir a informação; dependente do tipo de gráfico, dos conceitos envolvidos e de sua complexidade matemática.

Para este autor, a prática tem um papel importante no desenvolvimento da habilidade de ler gráficos, pois a carga mental para ler um gráfico que nunca foi visto é maior do que aquele que já é conhecido.

Conforme Cazorla (2002), o sucesso na leitura de gráficos depende do domínio de conceitos estatísticos, do *background* gráfico, da habilidade viso pictórica[6], do conhecimento prévio de gráficos e do gênero. Quanto ao tipo de gráfico, o de barras simples apresentou a menor dificuldade de leitura; quanto ao gênero, o desempenho dos alunos do sexo masculino foi superior ao das alunas.

Todas estas pesquisas citadas acima muito contribuíram como base teórica para a elaboração do nosso instrumento diagnóstico, destacando-se alguns pontos, tais como:

– As atividades foram resolvidas em duplas, fato que favorece a troca de idéias, desenvolve atitudes mais positivas e facilita a observação dos invariantes operatórios;

– Teve-se a cautela de preparar as atividades que apresentassem um contexto previamente escolhido, considerando-se temas do cotidiano das alunas. É importante ressaltar que somente a atividade quatro foi retirada do trabalho de Ben-Zvi.

---

[6] Habilidade viso-pictórica componente da habilidade matemática, caracterizada pela predominância dos componentes viso-figurativos e fortemente marcada por conceitos espaciais (representação de problemas através de esquemas e figuras)

- Em algumas atividades tentamos colocar escalas não unitárias e freqüência nula para dificultar a resolução e pudemos constatar, confirmando a dissertação de Caetano (2004), que os alunos realmente têm dificuldade no raciocínio proporcional;
- Solicitamos interpretações e construções gráficas que envolveram as alunas participantes na coleta dos dados;
- Escolha do gráfico de colunas devido o resultado da pesquisa da Cazorla (2002) e Caetano (2004);

Tendo em vista a importância dos livros didáticos e do ensino da Estatística, analisamos a pesquisa de Luis Cesar Friolani, intitulada “O Pensamento Estocástico nos livros didáticos do Ensino Fundamental” (FRIOLANI, 2007) como pesquisa de mestrado em Educação Matemática realizada na PUC-SP.

Um dos objetivos de sua pesquisa foi o de verificar se o uso dos livros didáticos favorece que o aluno, ao final do Ensino Fundamental, domine habilidades que o permitam ler e interpretar gráficos e tabelas.

Para isso, analisou três coleções de livros didáticos aprovados pelo PNLD (2005) e escolheu duas atividades referentes ao tema Tratamento da Informação em cada uma dessas coleções.

Em uma das coleções, Friolani (2007) concluiu que se as atividades forem desenvolvidas de acordo com as orientações propostas pela coleção e pelo PCN, os alunos podem atingir as habilidades do letramento estatístico, ou seja, serão capazes de compreender termos básicos usados nos meios de comunicação, favorecendo o pensamento estatístico, pois as atividades desta coleção buscam desenvolver as habilidades estatísticas como pesquisa, coleta de dados, representação, interpretação e análise.

Outras duas coleções apresentam perfis equivalentes, com pouca exploração das atividades propostas referente ao tema Tratamento da Informação. Propõem tarefas que não envolvem resolução de problemas, ou seja, os exercícios são de simples interpretação de dados já registrados em tabelas e gráficos, sem explorar a pesquisa, a coleta, a organização e a representação dos dados, a análise e a tomada de decisões, não atendendo as propostas do PCN, em que saber interpretar é etapa importante para o desenvolvimento da alfabetização estatística.

Segundo Friolani (2007), este tipo de atividade só de interpretação "ingênua" (leitura de dados, nos termos de Curcio), não favorece o pensamento Estatístico, e afirma que os autores, nestas duas coleções, privilegiam tarefas que contribuem para uma concepção tecnicista da estatística.

É recente a sugestão para se abordar os conteúdos estatísticos e os professores têm certa resistência à sua aceitação, talvez porque não estejam preparados para ensinar esses conceitos estatísticos de maneira a favorecer a construção do pensamento estocástico. Isso, segundo Friolani (2007), ocorre devido à sua formação, uma vez que provavelmente foram formados no método tradicional tecnicista e ensinam, portanto, da mesma forma, e no momento da "escolha do livro didático" acabam privilegiando livros com quantidades excessivas de exercícios.

Todos esses trabalhos aqui citados, além de outros que lemos, mas não citamos, muito contribuíram para a construção do quadro teórico de nossa pesquisa e para a busca de elementos que nos ajudaram na organização das atividades.

Trataremos, em seguida, da apresentação de algumas pesquisas sobre ensino-aprendizagem de variação e variabilidade, mais especificamente sobre amplitude total.

Garfield & Ben-Zvi (2005) observaram que apesar da importância da noção de variabilidade, pesquisas demonstram que é extremamente difícil para estudantes raciocinarem sobre ele e que nós estamos apenas começando a aprender como esse raciocínio se desenvolve. Entender variabilidade tem tanto aspectos formais quanto informais, indo do entendimento de que dados variam (por exemplo, diferenças dos valores dos dados) para o entendimento e interpretação formal das medidas de variabilidade (por exemplo, variância e desvio padrão). Enquanto estudantes podem aprender como calcular medidas formais de variabilidade, eles raramente entendem o que esses resumos estatísticos representam, tanto numericamente quanto graficamente, e não entendem sua importância e conexão para outros conceitos estatísticos. Garfield (2007) identifica dois fatores adicionais que fazem o entendimento ainda mais complexo: (a) variabilidade pode, às vezes, ser desejada e de interesse e, às vezes, ser considerada um erro; (b) as diferentes "faces" da interconexão da variabilidade de conceitos de distribuição, centralização, amostragem e inferência.

Essas dificuldades em entender variabilidade são evidentes, observadas em alguns estudos de entrevistas de estatística introdutória do entendimento conceitual dos estudantes dos desvios padrões (Matthew & Clark, 2003; DelMas & Liu, 2005). O estudo de Delmas e Liu inclui um ambiente de computador designado para promover habilidade dos estudantes em coordenar características da variação de valores sobre a média com o tamanho do desvio padrão sendo a medida daquela variação. Estes autores descobriram que estudantes mudaram do entendimento simples e uni-dimensional do desvio padrão que não consideravam variação sobre a média para concepções centradas na média que coordena os efeitos da freqüência (densidade) e do desvio da média.

Uma variedade de contextos tem sido usada em educação estatística para estudar o raciocínio dos estudantes sobre variabilidade em todos os níveis de idade. Por exemplo, em um estudo dos estudantes de primeiro grau, Lehrer & Schauble (2007) contrastam o raciocínio dos estudantes sobre variabilidade em dois contextos: (a) mensuração e (b) "natural" (biológico). Enquanto os alunos de quarto ano estavam engajados em mensurar a dimensão da variedade de objetos, a distribuição surgiu como a coordenação das atividades deles. Eles estavam capacitados para inventar estatísticas como indicadores de estabilidade (por exemplo, o centro correspondente do comprimento "real") e a variação da medida (por exemplo, extensão correspondia às fontes de erros como ferramenta, pessoa, tentativas). No contexto da atividade natural de variação (crescimento das plantas), estes mesmos estudantes (agora quinto-anistas) tiveram dificuldades para lidar com fontes de variação natural e estatística relacionada. Atividades que promoveram investigações de amostragem (por exemplo, "o que provavelmente aconteceria na distribuição na altura das plantas se nós as plantássemos novamente") e distribuições comparativas (por exemplo, como alguém saberia se duas diferentes distribuições de medidas de alturas poderiam ser consideradas “realmente” diferentes) eram úteis no desenvolvimento do entendimento dos estudantes sobre variabilidade.

A vantagem em discutir idéias de variabilidade em conexão com idéias de centralização foi descrita por Garfield *et al.* (2007). Nesse estudo com universitários, os resultados indicaram que estudantes poderiam desenvolver idéias de muita ou pouca variabilidade quando pedidos a fazer e testar conjecturas sobre uma série de variáveis medindo minutos por dia gastos em várias atividades (por exemplo, estudando, falando no telefone, comendo, etc). Eles também descobriram que tendo os estudantes a razão sobre a distribuição dessas variáveis, informalmente, eles podiam explicar as comparações de medidas formais de variabilidade (por exemplo, desvio padrão, extensão e variação).

Passamos em seguida ao trabalho de pesquisa de doutorado em Educação Matemática desenvolvido por Silva (2007). Citamos particularmente esta pesquisa por ter sido desenvolvida no mesmo projeto no qual a nossa pesquisa está inserida e por fazer parte do nosso quadro teórico.

A tese de doutorado de Silva (2007), intitulada “Pensamento estatístico e raciocínio sobre variação: um estudo com professores de matemática” teve como objetivo verificar o raciocínio sobre variação e variabilidade nas etapas do ciclo investigativo do pensamento estatístico.

Nove professores de matemática da escola básica e dois alunos de matemática da Universidade de São Paulo foram seus sujeitos de pesquisa. O trabalho seguiu os pressupostos de uma pesquisa-ação. Foram discutidos nos encontros, os seguintes conteúdos estatísticos: distribuição de freqüência simples e com dados agrupados, representações gráficas, medidas de tendência central e dispersão.

Em seu trabalho, Silva (2007) fez inicialmente um diagnóstico com os professores sujeitos de sua pesquisa, com o objetivo de verificar como eles atribuíam significado à estatística e como os conceitos relacionados à variabilidade faziam parte dessa significação. Os resultados deste diagnóstico permitiram identificar fragilidade em definir o significado de estatística, como a ausência de raciocínio sobre variação (os professores apenas verbalizavam o desvio padrão, sem levar em consideração sua aplicação como ferramenta de pesquisa ou como conteúdo a ser ensinado). Foi observado que os professores utilizaram apenas a distribuição de freqüências e sua respectiva representação gráfica para analisar os resultados de uma pesquisa, o que indicou a não abordagem do conceito de variação em suas aulas.

Ainda segundo a autora, a discussão sobre as medidas de tendência central permitiu observar a interpretação equivocada de média como maioria, que foi um fator impeditivo para a percepção da necessidade de uma medida de variação. A linguagem “maior variação” pode ser interpretada como variação entre as observações diferentes na amostra, e raramente será entendida como variação em torno da média, portanto não relacionadas com a medida de tendência central.

Silva (2007) utilizou o modelo proposto por Garfield (2002) para classificar os níveis de raciocínio sobre variação dos professores. O diagnóstico identificou a ausência de raciocínio sobre variação, exceção feita a um professor que apresentava raciocínio idiossincrático. Durante a fase de sensibilização da pesquisa-ação e planejamento do ciclo investigativo, os professores apresentaram naturalmente o raciocínio sobre variabilidade, mas não sobre variação.

O que nos leva a hipótese de que se há pouca familiaridade dos professores com a apreensão da variação dos dados, consequentemente haverá pouca familiaridade dos alunos.

Em seu levantamento bibliográfico, Silva (2007) categorizou as pesquisas de Watson e Kelly (2002), Ben-Zvi (2004) e Reading (2004). E estas também são de interesse do nosso trabalho. Destacaremos tais pontos:

- É possível trabalhar com variabilidade desde as séries iniciais do Ensino Fundamental. Exemplo: os alunos conseguem perceber que o tamanho das famílias variam, que a altura varia etc.;
- A idéia de variação pode ser explorada na análise de um gráfico de colunas múltiplas, em que é possível identificar as características da maioria das observações de cada grupo e também fazer comparações;

– A comparação de grupos é um tipo de problema em que o aluno tem dificuldade em resolver porque é necessário ter alguns conhecimentos, tais como: entendimento de distribuição, representatividade e variabilidade dos dados;

– Na análise de um gráfico de colunas múltiplas os alunos apresentam dificuldades como: visão local (ao invés de uma visão global), lidar com grupos de tamanhos diferentes (que requer raciocínio proporcional) e o não uso de medidas de tendência central para representar os grupos;

Ben-Zvi (2004), observou em seus estudos que existem sete fases de desenvolvimento do raciocínio sobre variabilidade: 1) foco em informações irrelevantes ou locais; 2) descrição informal de variabilidade no rol de dados (entender a comparação da variável em questão; 3) formular uma hipótese estatística que leva em conta a variabilidade (a maioria de); 4) explicar a variabilidade em uma tabela de distribuição de freqüência (começaram observando valores extremos e depois os valores de maior freqüência); 5) uso de medidas de centro e dispersão para comparar grupos (usaram valores máximos e mínimos, média, mediana, moda e amplitude); 6) modelar variabilidade lidando com os *outliers* e 7) observação e distinção da variabilidade dentro e entre as distribuições, a partir do gráfico.

Portanto, os resultados sugerem que os alunos raciocinam sobre variabilidade partindo da observação dos valores extremos.

> Uma vez que os valores extremos foram reconhecidos, os alunos encaminhavam-se para comparar as freqüências dos valores vizinhos, respectivamente o último e o primeiro valor comum da distribuição (8 letras e 4 letras) (...) Eles também observaram que o nome de 4 letras era a moda em Israel. Estes comentários podem representar os primeiros passos em relação ao entendimento de densidade de uma distribuição. (BEN-ZVI, 2004, p. 52).

Assim sabemos que atividades cuidadosamente planejadas são necessárias para guiar os estudantes através desse processo, ajudar estudantes a entender variabilidade como uma idéia fundamental da estatística básica e para reconhecer as diferentes “faces” da variabilidade, como toda extensão no conjunto de dados, variabilidade entre dois conjuntos de dados, variabilidade como medida de erro, etc.

A conclusão de Reading (2004, apud SILVA, 2007) foi a de que o uso de contexto real, apesar de ser considerado mais significativo, impede os alunos de reconhecer uma oportunidade de utilizar as habilidades adquiridas em sala de aula. “Poucos alunos da 6ª série fizeram um gráfico para descrever os dados e somente três alunos usaram seus gráficos para explicar.” Portanto a aprendizagem não foi significativa e o conceito não foi construído.

IV – APLICAÇÃO DO INSTRUMENTO DIAGNÓSTICO

Neste capítulo, descreveremos a sessão de aplicação do instrumento diagnóstico elaborado para investigar as questões de pesquisa apresentadas anteriormente. Trata-se da metodologia empregada para coleta de dados, entremeada pelas justificativas dos procedimentos adotados.

Nossa pesquisa, como descrito no capítulo 1.2., apresenta características qualitativas, pois buscamos respostas que nos permitissem verificar os conhecimentos mobilizados por estudantes do sexto ano ao resolverem questões que envolvem leitura e interpretação de gráficos e, após análise destes resultados, diagnosticar quais os invariantes operatórios mobilizados pelos estudantes ao argumentar sobre a existência da variabilidade.

Como destacam Lüdke e André (1986):

> A pesquisa qualitativa ou naturalística, [...] envolve a obtenção de dados descritivos, obtidos no contato direto do pesquisador com a situação estudada, enfatiza mais o processo do que o produto e se preocupa em retratar a perspectiva dos participantes. (LÜDKE E ANDRÉ, 1986, p. 13)

Sendo assim, julgamos adequado ao nosso propósito a descrição de como foram elaboradas as questões investigativas, assim como o ambiente escolar onde ocorreu a investigação. Procuramos destacar o papel desempenhado pelos sujeitos participantes da pesquisa nesse processo de construção.

O instrumento diagnóstico foi aplicado em uma única sessão, com duração de três horas, realizada no dia 24 de agosto de 2009. A atividade foi feita durante o horário da aula de reforço que alguns alunos que não atingiram a aprendizagem esperada têm que participar por determinação da professora e do Estado. Os sujeitos participantes desta fase da pesquisa foram quatro alunas, com idades entre dez e onze anos, do sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola estadual pública do período diurno, localizada no município de Cotia, em São Paulo, que ainda não haviam tido contato com a estatística em contexto escolar. Das quatro alunas voluntárias, somente uma teria que fazer o reforço, mas a diretora e a professora permitiram que ela participasse do nosso projeto.

Para selecionar os alunos sujeitos da pesquisa, a coordenadora pedagógica da escola conversou com os alunos de uma turma do sexto ano do Ensino Fundamental, informando como seriam realizadas as atividades referentes à pesquisa, e convidou os alunos que estivessem interessados em participar como voluntários. Tínhamos interesse em selecionar apenas uma dupla, no entanto quatro alunas se prontificaram a participar com as devidas autorizações assinadas pelos pais responsáveis (termo de livre consentimento, conforme Anexo 7), e se organizaram em duas duplas nomeadas como dupla 1 e dupla 2 em nossos protocolos.

A sessão foi áudio-gravada e filmada e o próprio pesquisador aplicou o instrumento diagnóstico. Além disso, recolhemos as produções das alunas.

Utilizamos seis fichas de atividades, que foram entregues uma a cada vez a cada dupla, conforme acabavam a etapa anterior. Cada ficha de atividade se constituiu de uma folha de papel A4 (210 x 297 mm) com as questões impressas. O combinado era que as integrantes das duplas poderiam trocar idéias entre si, mas não poderia haver troca de informações entre as duplas, a fim de evitar influências nos resultados.

Foi permitido o uso de calculadora, pois como Médici (2007), acreditamos que o mais importante nesta pesquisa é o significado que o aluno constrói e não o saber fazer os cálculos para a construção das representações, por isso permitimos a utilização destas para que as duplas executassem rapidamente os cálculos e se entretivessem mais com o significado, porém não permitimos que as mesmas consultassem o livro didático.

Durante o desenvolvimento das atividades em sala de aula, as alunas também utilizaram lápis, borracha, régua e lápis de cor.

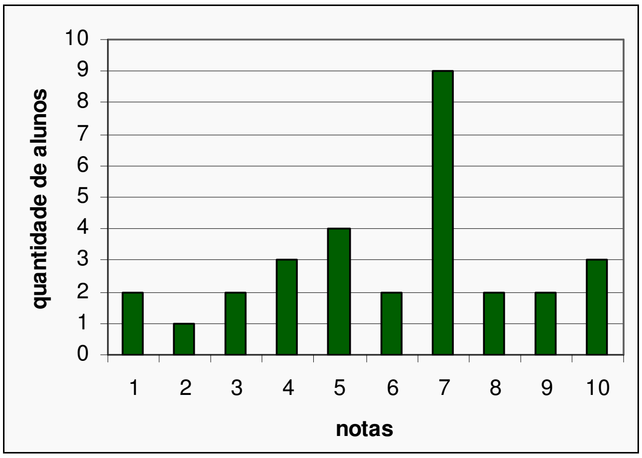
Antes do início das atividades do instrumento diagnóstico, foi feito pela pesquisadora um breve comentário sobre de que se tratava a pesquisa, perguntei o que elas sabiam sobre Estatística e a dupla 1 respondeu que seria, por exemplo: "*um pote de bolinhas, ai tenho que saber mais ou menos quantas tem lá dentro! Quero dizer, professora, fazer uma previsão!*" então a pesquisadora definiu, de maneira simples, o que era Estatística e também alguns principais conceitos, tais como: população, amostra e variável.

As atividades foram entregues às duplas. Expliquei que deveriam ler as atividades e tentar escrever o máximo que pudessem para que eu (pesquisadora) observasse seus raciocínios. Se surgisse qualquer dúvida, elas poderiam solicitar a minha ajuda.

O instrumento diagnóstico foi dividido em seis atividades e a seguir apresentaremos a descrição pormenorizada de cada uma das questões das fichas de atividades, bem como uma análise das mesmas.

4.1 Atividade 1

1) O gráfico abaixo representa as notas de Português dos alunos de uma sala de 6º ano do Ensino Fundamental.



Lendo as informações no gráfico, responda as seguintes questões.

a) Que nota foi tirada pelo maior número de alunos? Quantos alunos tiraram esta nota?
b) Pode-se dizer que todos os alunos tiraram essa nota?Justifique.
c) Que nota foi tirada pelo menor número de alunos? Quantos alunos tiraram esta nota?
d) Qual a diferença entre a menor e a maior nota que os alunos tiraram na prova de Português?

Figura 5: Primeira atividade do Instrumento Diagnóstico.

4.1.1 Análise Teórica

Optamos em iniciar o instrumento diagnóstico com uma questão de fácil resolução por isso optamos pelo gráfico de colunas que é muito utilizado pela mídia e explorado nos livros didáticos. Este tipo de gráfico pode representar tanto uma variável qualitativa, quanto uma variável quantitativa discreta e permite uma comparação entre as partes, ou seja, uma comparação entre os diversos valores assumidos pela variável.

Essa primeira atividade objetivou diagnosticar o nível de leitura e interpretação de gráficos, em que se encontra o aluno, segundo os níveis de compreensão de gráficos de Curcio (1989), bem como verificar sua percepção sobre variabilidade, e para isso representou graficamente a distribuição de um grupo de alunos, segundo as notas de Português, conforme Fig. 13.

Segundo Silva (2007), o indivíduo que se propõe a analisar o gráfico de colunas precisa identificar o eixo em que a variável está apresentada e o eixo que contém a freqüência de cada categoria de resposta da variável. Além disso, como já comentado anteriormente, a leitura da escala no eixo que contém a freqüência é um fator muito importante e que segundo a pesquisa de Caetano (2004) e Médici (2007) pode gerar dificuldade se a escala não for unitária, conforme apresentado no capítulo 2.

Nesta situação as variáveis didáticas em jogo foram:

- Escala unitária;
- Freqüências não nulas;
- Valor das freqüências diferente do valor da variável;
- Nenhum aluno tirou zero;
- Ordem dos eixos – diagrama de colunas;
- Tipo de variável.

Para cada item da atividade, foi solicitada, de diferentes formas, uma justificativa para a resposta dada, com o objetivo de explicitar o raciocínio utilizado pelo aluno.

A Atividade 1 trazia quatro itens. Os itens “a” e “c” solicitavam aos sujeitos que identificassem a variável com a maior freqüência e a variável com a menor freqüência. O objetivo era revelar se o aluno domina o nível intermediário de leitura e interpretação de gráficos, uma vez que estes itens exigem que o aluno leia entre os dados, ou seja, a questão encontra-se no nível 2 de Curcio (1989).

Quanto ao conteúdo matemático, os itens “a” e “c” solicitam a localização de pontos com a maior freqüência e com a menor freqüência. Espera-se que o aluno observe no gráfico que a nota sete foi tirada pela maior parte dos alunos e que a nota dois pela menor parte.

Segundo Caetano (2004), estes itens são de fácil resolução aos alunos, pois eles têm facilidade em localizar a maior coluna e a menor coluna neste tipo de gráfico. Portanto deve haver um alto percentual de acertos nestes itens.

O item “b” foi desenvolvido com o intuito de estudar a percepção do aluno quanto à variabilidade entre os dados. Então, após o aluno observar que a maior parte dos alunos tiraram a nota sete, os questionamos se podíamos dizer que todos os alunos da sala tiraram esta mesma nota.

Esperamos que o aluno perceba com uma simples observação do gráfico e comparação do tamanho das colunas que, a maior parte dos alunos da sala tirou a nota sete, mas, nem todos. Quando o aluno diz que a maior parte tirou nota sete, porém não todos, ele mobiliza esquemas que sugerem o nível de raciocínio verbal de acordo com o modelo proposto por Silva (2007).

O item “d” solicitava o cálculo da amplitude total, porém vale salientar que em nenhum momento foi dito ou esclarecido o conceito de amplitude total. Em nosso trabalho, a amplitude total, será simbolizada por A_t, é a medida de variação mais simples e muito eficaz, pois permite observar a variação total de uma distribuição. Esta é definida como a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo do conjunto de dados observados. Indicaremos:

$$\boxed{A_t = X_{max} - X_{min}}$$

Exemplo – atividade 1: sejam os valores (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10) uma amostra aleatória da variável aleatória “notas de Português de uma turma de sexto ano”, como a menor nota é um e a maior nota é dez, a amplitude total será $A_t = 10 - 1 = 9$, ou seja, existe uma diferença de nove pontos entre a menor e a maior nota, portanto observamos uma variação grande entre estas notas.

Segundo Silva (2007, p. 65), a amplitude total é uma medida de variação que não tem um ponto de referência, uma medida de tendência central. A variância, o desvio padrão, o coeficiente de variação e o desvio médio são medidas de variação em torno da média enquanto a amplitude total não representa uma variação em torno de alguma medida, mas simplesmente uma variação total.

Esperamos que a dupla calculasse a diferença entre a menor e a maior nota que todos os alunos tiraram na prova de Português. Interessa-nos observar se o aluno percebe a diferença entre as notas. Essa diferença nos mostra quanto os extremos estão “espalhados”.

Este item exige do aluno um nível de leitura de gráfico de Curcio (1989) – ler entre os dados, que requer a localização de pontos de máximo e mínimo, a integração dos dados apresentados no gráfico e o uso de outros conceitos e habilidades matemáticas, operação de subtração, o que torna uma questão de maior grau de dificuldade ao aluno.

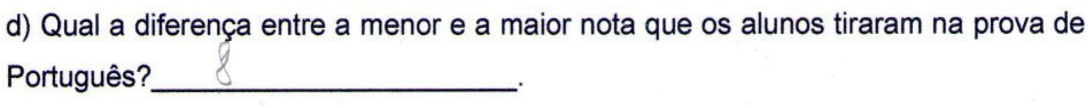
Acreditamos que ambas as duplas resolverão corretamente. Ainda segundo Silva (2007), a amplitude total pode ser considerada, talvez, a única medida de variação intuitiva, pois é muito natural a observação dos valores máximos e mínimos em uma distribuição. As crianças, desde muito pequenas, já observam o amigo mais alto e o amigo mais baixo, a maior quantidade de balas distribuídas e a menor quantidade, etc. e aqui no caso as duplas devem observar que a menor nota tirada na prova de Português foi um e a maior nota foi dez e que existe uma variação de nove pontos entre estas.

Porém, mesmo a amplitude total sendo uma medida simples, que só leva em conta dois valores de todo o conjunto, é de extrema importância na leitura de alguns gráficos como histograma e dotplot, pois permite identificar a variação dos valores da variável, algumas vezes esquecida devido à complexidade do gráfico.

4.1.2 Análise *a posteriori*

As duplas iniciaram a leitura do enunciado da atividade 1. Esta atividade não apresentou problema nos primeiros itens, as duplas resolveram com facilidade e agilidade, porém no último item, quando solicitadas a fazer o cálculo da diferença entre a menor e a maior nota que os alunos tiraram, elas responderam da seguinte forma:

– Dupla 1:

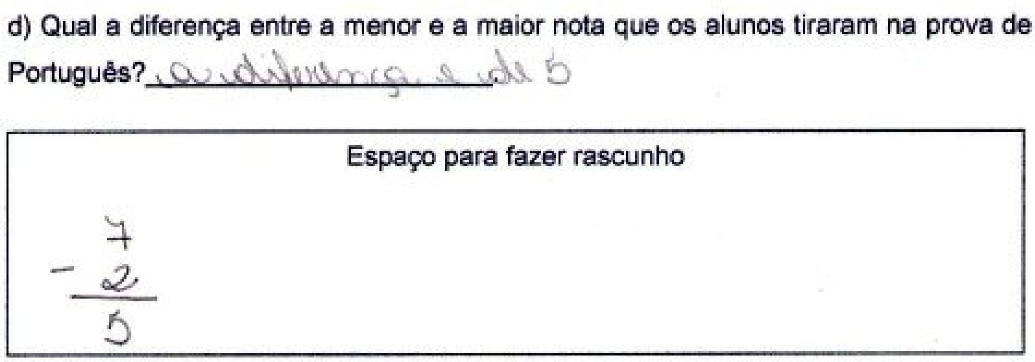


d) Qual a diferença entre a menor e a maior nota que os alunos tiraram na prova de Português? 8

Figura 6: Protocolo dupla 1.

Essa dupla contou, no eixo da quantidade de alunos (freqüência), da quantidade 2 até a 9, isso nos mostra que elas usaram o valor da freqüência e não o valor da variável para fazer a contagem. Indica assim que não percebem os diferentes significados de um número, de acordo com o contexto. Neste caso confundem variável com freqüência da variável.

– Dupla 2:



d) Qual a diferença entre a menor e a maior nota que os alunos tiraram na prova de Português? a diferença é de 5

Espaço para fazer rascunho

$$\begin{array}{r} 7 \\ -\ 2 \\ \hline 5 \end{array}$$

Figura 7: Protocolo dupla 2

Elas fizeram a conta 7 – 2 = 5 (7 a maior nota e 2 a menor), dado que nos mostra uma confusão entre a menor e a maior nota tirada pelos alunos com as notas de maior e menor freqüência.

Percebemos aqui um procedimento estável por parte de ambas as duplas, ou seja, um possível invariante operatório que pode ser identificado é a confusão entre freqüência da variável e a variável que apareceu no cálculo da diferença entre a maior e menor categoria em todas as atividades feita pela dupla 1 e apenas na atividade 1 feita pela dupla 2.

Portanto, nenhuma dupla percebeu a diferença de nove pontos (10 – 1) entre as notas dos alunos da sala. O item “b” nos mostrou que eles identificaram que a nota tirada pela maior quantidade de alunos foi 7, mas que nem todos os alunos tiraram sete, o que pode ser observado em suas respostas abaixo:

– Dupla 1:

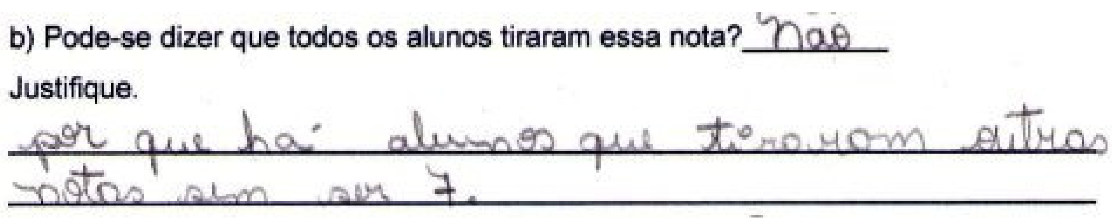

b) Pode-se dizer que todos os alunos tiraram essa nota? Não
Justifique.
por que há alunos que tirarão com outras notas alem ser 7.

Figura 8: Protocolo dupla 1

– Dupla 2:

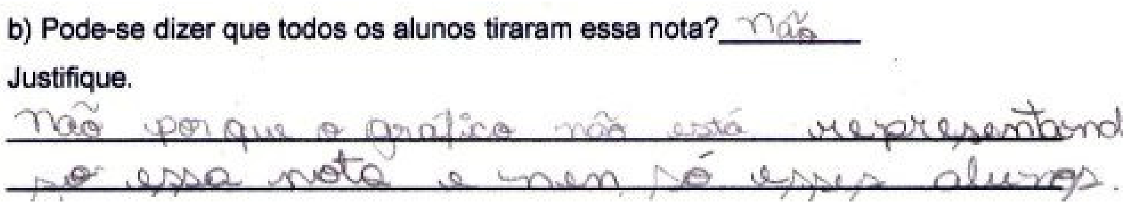

b) Pode-se dizer que todos os alunos tiraram essa nota? não
Justifique.
não porque o gráfico não está representando só essa nota e nem só esses alunos.

Figura 9: Protocolo dupla 2

Portanto, conforme Silva (2007), o nível de raciocínio sobre variabilidade dessas alunas apresenta elementos de raciocínio verbal, mas tal classificação só pode ser efetivada pela análise do conjunto de respostas dadas pelas duplas.

Já os itens “a” e “c”, as duplas resolveram com facilidade, não teve dificuldade para determinar os pontos de maior e menor frequência do gráfico, mobilizando o invariante operatório, segundo Caetano (2004), comparação de categorias de um gráfico.

- Dupla 1:

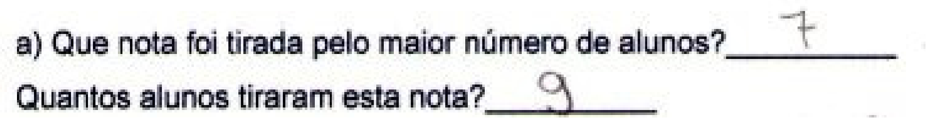

a) Que nota foi tirada pelo maior número de alunos? 7
Quantos alunos tiraram esta nota? 9

Figura 10: Protocolo dupla 1

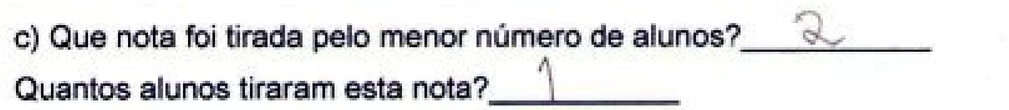

c) Que nota foi tirada pelo menor número de alunos? 2
Quantos alunos tiraram esta nota? 1

Figura 11: Protocolo dupla 1

- Dupla 2:

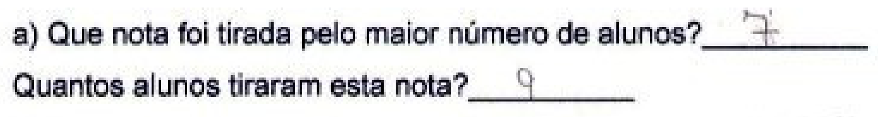

a) Que nota foi tirada pelo maior número de alunos? 7
Quantos alunos tiraram esta nota? 9

Figura 12: Protocolo dupla 2

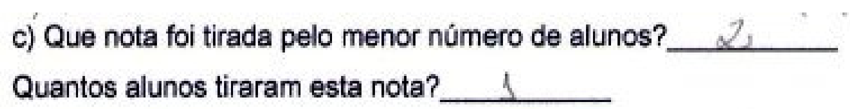
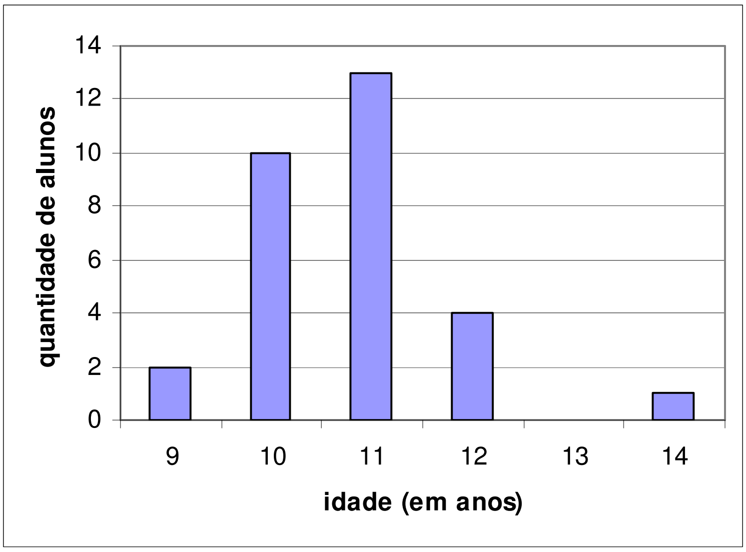

c) Que nota foi tirada pelo menor número de alunos? 2
Quantos alunos tiraram esta nota? 1

Figura 13: Protocolo dupla 2

4.2 Atividade 2

2) O gráfico abaixo representa a idade dos alunos de uma sala de 6º ano do Ensino Fundamental.



Lendo as informações no gráfico, responda as seguintes questões.

a) Qual idade apresenta o maior número de alunos? Quantos alunos têm essa idade?

b) Podemos dizer que os alunos do 6º ano têm 11 anos? Justifique.

c) Qual idade apresenta o menor número de alunos? Quantos alunos têm essa idade?

d) Tem alunos com 13 anos de idade no 6º ano do Ensino Fundamental? Se sim, quantos?

e) Qual a diferença de idade entre os alunos mais novos e os alunos mais velhos? Por que ocorre esta diferença?

Figura 14: Atividade 2 do Instrumento Diagnóstico

4.2.1 Análise Teórica

Na segunda questão, também estudamos o nível do aluno no que se refere à leitura e interpretação de gráficos e a percepção da variabilidade.

Os dados também foram apresentados em um gráfico de colunas, porém com algumas peculiaridades, ou seja, o gráfico apresentou maior complexidade que o da questão anterior: utilizamos uma escala não unitária e trouxemos um dos elementos da amostra com freqüência nula, representada pela ausência de coluna. Julgamos que estas características dificultarão a resolução devido aos resultados da pesquisa de Médici (2007), que constatou que eles não consideram elementos com quantidade nula e geralmente indicam a variável com a menor freqüência.

Outras variáveis didáticas estão envolvidas aqui, como:

- Valor da freqüência diferente do valor da variável;
- Idade diferente de zero;
- Ordem dos eixos – diagrama de colunas.

Trouxemos cinco itens nesta atividade. Os itens “a” e “c” solicitavam ao sujeito que identificasse a variável com a maior freqüência e a variável com a menor freqüência.

Nesta questão optamos por colocar uma variável com valor nulo, assim quando o aluno for questionado a apresentar a variável com a menor freqüência, analisaremos se o mesmo apontará o elemento sem coluna (freqüência zero) ou o elemento com a menor coluna, como indicam as pesquisas de Caetano (2004) e Médici (2007).

Este item parece simples, mas segundo os resultados da pesquisa de Caetano (2004), a ausência de colunas ou freqüência “zero” deve gerar dificuldade para o aluno responder, que nesta situação específica, ele apontará a idade 14 anos, pois apresenta a menor coluna.

Julgamos que a localização da variável com a maior freqüência não apresentará dificuldades aos alunos, mas, quando questionado a dizer “quantos alunos têm essa idade?”, Caetano (2004), em sua pesquisa, nos mostra que quando o valor não está explicito no gráfico (leitura direta dos eixos), o aluno tem dificuldade em estabelecer a proporcionalidade entre os pontos adotados na escala.

O objetivo desta questão é o de revelar se o aluno domina o nível de ler entre os dados de leitura e interpretação de gráficos, uma vez que estes itens exigem que o aluno identifique as variáveis com a maior e menor freqüência do gráfico para responder, ou seja, a questão encontra-se no nível 2 de Curcio (1989).

Quanto ao conteúdo matemático, a questão solicita a comparação do tamanho das colunas e proporção.

No item “b” queremos que, após o aluno identificar a categoria que apresenta a maior freqüência, ou seja, a categoria modal, ele observe que ter 11 anos é mais comum no sexto ano do Ensino Fundamental, mas nem todos têm essa idade. Ele não deve negligenciar a existência de observações diferentes, que para Silva (2007) é um passo importante para o desenvolvimento do raciocínio sobre variação.

Quando o aluno diz que a maior parte dos alunos do sexto ano tem 11 anos, porém não todos, ele mobiliza esquemas que sugerem o nível de raciocínio verbal de acordo com o modelo proposto por Silva (2007).

Para Ben-Zvi (2004) ocorre uma tendência natural dos alunos generalizarem sem considerar a variação. Talvez respondendo que *todos têm 11 anos* e não *a maior parte dos alunos de sexto ano tem 11 anos de idade, mas nem todos.*

Passamos para o item “d” que objetiva forçar o aluno a rever a resposta do item “c”, pois questionamos quantos alunos têm treze anos de idade, sendo que não há coluna para esta idade, pois a freqüência é zero. Será que o aluno, quando observa que ninguém da sala tem treze anos, fará a relação com o item “c” que talvez ele tenha respondido a variável com a menor coluna, no caso quatorze anos?

Finalizamos esta questão com o item “e” sobre amplitude total, em que questionamos qual a diferença de idade entre os alunos mais novos e os alunos mais velhos. Por que ocorre esta diferença?

No campo das justificativas, elas deverão responder de acordo com sua realidade, sem considerar os dados do gráfico.

Interessa-nos observar se o aluno percebe a diferença entre as idades, ou seja, que há uma diferença de cinco anos entre as idades dos alunos da sala.

Este item se encontra no segundo nível de leitura de gráfico de Curcio (1989 e 2001), a saber – ler entre os dados, que requer a integração dos dados apresentados no gráfico e o uso de outros conceitos e habilidades matemáticas, operação de subtração, o que torna uma questão de maior grau de dificuldade ao aluno.

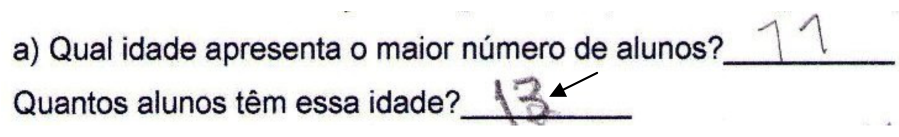
Esperamos que as duplas observassem o ponto de máximo 14 anos e o ponto de mínimo 9 anos e posteriormente realize uma operação de subtração 14 – 9 = 5 e responda que esta diferença é devida, pois há alunos com 14 anos e alunos com 9 anos dentro da mesma sala, o que demonstra variação na idade dos alunos, que nem todos têm a mesma idade, mesmo estando no mesmo ano escolar.

Como já discutido anteriormente, a amplitude é uma medida intuitiva de variação e muito útil na leitura de gráficos, tabelas, banco de dados, etc.

4.2.2 Análise *a posteriori*

Na atividade 2 foi solicitada a leitura e interpretação do gráfico, porém o gráfico apresentava escala não unitária e uma freqüência nula, o que gerou um pouco mais dificuldade de resolução.

No item "a", uma das meninas da dupla 1 respondeu que a idade que apresentava o maior número de alunos era "12", a outra aluna hesitou e depois respondeu "pode ser porque ainda não chegou no quatorze", porém ouviram a dupla 2 responder 13 anos e exclamaram: "Isso 13 porque está no meio!" e mudaram a resposta; observamos, portanto, a dificuldade no raciocínio proporcional na dupla 1 e a contagem no eixo da freqüência e não no eixo da variável pela dupla 2.


a) Qual idade apresenta o maior número de alunos? 11

Quantos alunos têm essa idade? 13

Figura 15: Protocolo da dupla 1

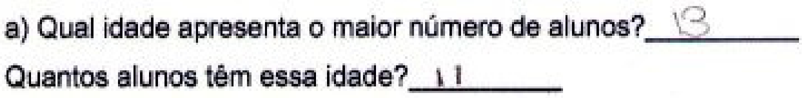

a) Qual idade apresenta o maior número de alunos? 13
Quantos alunos têm essa idade? 11

Figura 16: Protocolo da dupla 2

Já no item “b” a dupla 1 percebeu que nem todos os alunos do sexto ano têm 11 anos, assim de acordo com Silva (2007) essas alunas atingiram o nível de raciocínio verbal pois admitiram a existência de que os dados variam. O que já não ocorreu com a dupla 2 que respondeu que “sim” “porque é a maior quantidade de alunos”, essa dupla percebeu que 11 anos é a maioria (moda), mas não analisou que nem todos tem essa idade, classificadas no nível idiossincrático.

Podemos dizer que o invariante presente é a comparação de categorias.

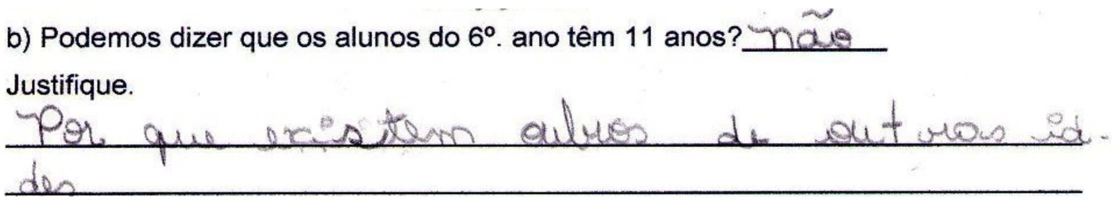

b) Podemos dizer que os alunos do 6º. ano têm 11 anos? não
Justifique.
Por que existem alunos de outras id-
des

Figura 17: Protocolo dupla 1

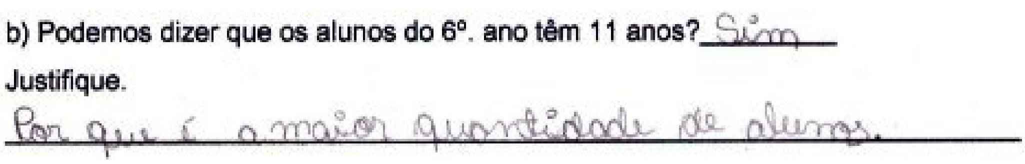

b) Podemos dizer que os alunos do 6º. ano têm 11 anos? Sim
Justifique.
Por que é a maior quantidade de alunos.

Figura 18: Protocolo dupla 2

Já o item “c” vem nos comprovar que os alunos consideram sempre a coluna com o menor valor, e ignoram a categoria com freqüência nula, ou seja, a ausência de zero, o aluno sabe ler o zero, mas não o admite como freqüência, isso comprovamos no item “d”.

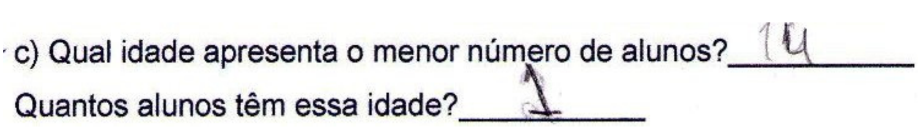

c) Qual idade apresenta o menor número de alunos? 14
Quantos alunos têm essa idade? 1

Figura 19: Protocolo dupla 1

c) Qual idade apresenta o menor número de alunos? 14

Quantos alunos têm essa idade? 1

Figura 20: Protocolo dupla 2

O item “d” não apresentou problemas.

d) Tem alunos com 13 anos de idade no 6º. ano do Ensino Fundamental? Se sim, quantos? Não.

Figura 21: Protocolo dupla 1

d) Tem alunos com 13 anos de idade no 6º. ano do Ensino Fundamental? Se sim, quantos? não tem aluno de 13 anos

Figura 22: Protocolo dupla 2

Já o item “e” apresentou dificuldade para a dupla 1, que contou as colunas entre os pontos de máximo e mínimo e a dupla 2 fez corretamente a atividade quando subtraiu o menor do maior valor da variável idade; portanto, a partir dessa atividade, a dupla 2 passou a mobilizar a concepção adequada de amplitude total.

e) Qual a diferença de idade entre os alunos mais novos e os alunos mais velhos? 4

Por que ocorre esta diferença?

Por que uns mais velho deve ter repetido

Figura 23: Protocolo dupla 1

e) Qual a diferença de idade entre os alunos mais novos e os alunos mais velhos?

Por que ocorre esta diferença?

De 14 anos podem ter entrado na escola mais tarde como podem ter repetido o ano. De 9 entraram antes na escola

Espaço para fazer rascunho

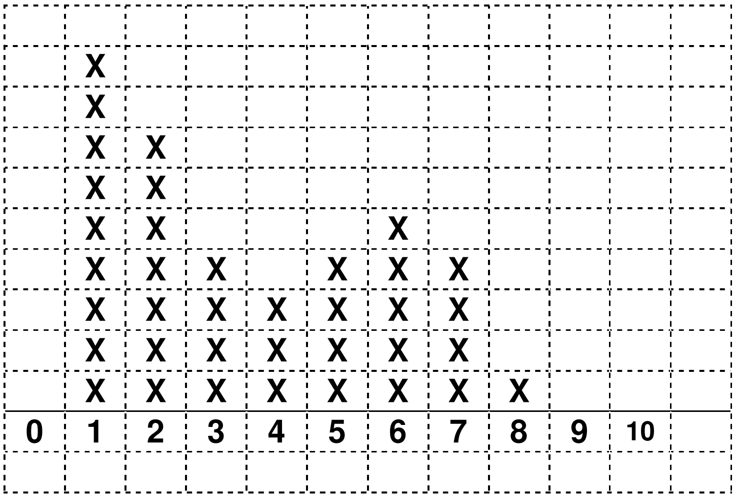
$$\begin{array}{r} 14 \\ -\ 9 \\ \hline 5 \end{array}$$

Figura 24: Protocolo dupla 2

Os dados apresentados nas justificativas do item “e” evidenciam a presença de respostas, usando a realidade, sem considerar os dados do gráfico de colunas.

4.3 Atividade 3

3) O gráfico abaixo representa as notas de Matemática dos alunos de uma sala de 6º. Ano do Ensino Fundamental.



Notas da prova de Matemática

Lendo as informações no gráfico, responda as seguintes questões.

a) Que nota foi tirada pelo maior número de alunos? Quantos alunos tiraram esta nota?
b) Pode-se dizer que todos os alunos tiraram essa nota? Justifique.
c) Que nota foi tirada pelo menor número de alunos? Quantos alunos tiraram esta nota?
d) Quais são as notas que se encontram nos extremos do gráfico?
e) Existe concentração dos dados em algum ponto?
f) Qual a diferença entre a maior e a menor nota que os alunos tiraram na prova de Matemática?

Figura 25: Atividade 3 do Instrumento Diagnóstico

4.3.1 Análise Teórica

Para elaborar um gráfico de pontos, tal como o da figura 21, cada observação é representada por um ponto numa reta (com a escala dos valores da variável) e se há mais de uma observação com o mesmo valor, eles são "empilhados". Para se observar a concentração dos pontos, onde há maior ou menor variação, a vantagem é justamente a possibilidade de visualizar as observações. No nosso caso, para a análise da distribuição, substituímos os pontos por X.

Este tipo de esquema, segundo Coutinho e Novaes (2009), nos permite analisar os intervalos nos quais se concentram os dados, a forma da distribuição, buscar padrões ou pontos de "destaque", pontos notáveis. Por exemplo, esperamos que o aluno percebesse que nenhum aluno na sala tirou a nota zero, nove e dez, e que a maioria dos alunos tirou nota abaixo de quatro. Podemos elaborar a hipótese de que os alunos não sabem a matéria.

E o gráfico de pontos (Dot-plot) é o mais recomendável, porém pouco utilizado, para que os alunos entendam o conceito de amplitude. Por este motivo, preparamos a questão três, para que o aluno se familiarizasse com este tipo de gráfico e tivesse contato com esta medida resumo.

Os itens "a", "b", "c" e "f" são semelhantes ao da questão anterior, portanto possuem as mesmas análises. O que diferencia esta questão da anterior é o tipo de gráfico (variável didática) que mudou de gráfico de colunas para gráfico de pontos e os itens "d" e "e".

No item "d" esperamos que ele respondesse que as notas que se encontravam no extremo do gráfico eram a nota um e a nota oito, mobilizando-se o invariante operatório – pontos extremos.

E no item "e", esperamos que o aluno observasse se é uma distribuição onde os dados têm toda a mesma freqüência, ou se apresenta uma maior variabilidade entre os dados.

No item "f", porém, os pontos extremos não são a nota zero e dez, pois a freqüência é nula, para resolver este item o aluno deve apontar como ponto de máximo a nota oito e como ponto de mínimo a nota um para posteriormente realizar uma operação de subtração (8 – 1 = 7) para encontrar uma diferença de sete pontos entre a maior e a menor nota tirada na prova de matemática.

4.3.2 Análise *a posteriori*

Quando iniciaram a leitura da atividade 3, ambas as duplas enumeraram a freqüência de 1 até 9, porém a dupla 1 enumerou fora do gráfico e a dupla 2 enumerou acima da variável zero. Nesta atividade, novamente, a dupla 1 considerou a freqüência quando respondeu o item "f" e o item "e" gerou polêmica entre as duplas, pois inicialmente não sabiam o significado da palavra concentração.

Seguiremos abaixo com os protocolos para esta atividade.

– Item "a": sem problemas para identificar o ponto de máximo.

a) Que nota foi tirada pelo maior número de alunos? 1

Quantos alunos tiraram esta nota? 9

Figura 26: Protocolo dupla 1

a) Que nota foi tirada pelo maior número de alunos? 1

Quantos alunos tiraram esta nota? 9

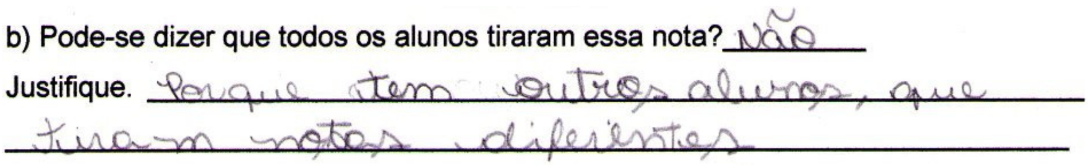
Figura 27: Protocolo dupla 2

– Item "b": perceberam que 1 foi a maior nota, porém nem todos tiraram esta nota o que mostra que elas raciocinam sobre variabilidade.

b) Pode-se dizer que todos os alunos tiraram essa nota? não

Justifique. Por que existem alunos com notas melhores

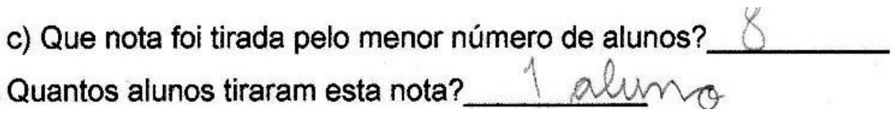
Figura 28: Protocolo dupla 1


b) Pode-se dizer que todos os alunos tiraram essa nota? Não

Justifique. Porque tem outros alunos, que tiram notas diferentes

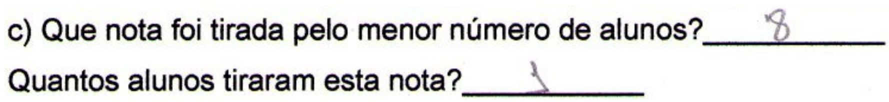
Figura 29: Protocolo dupla 2

– Item “c”: não apresentou problemas para identificar o ponto de mínimo.


c) Que nota foi tirada pelo menor número de alunos? 8

Quantos alunos tiraram esta nota? 1 aluno

Figura 30: Protocolo dupla 1


c) Que nota foi tirada pelo menor número de alunos? 8

Quantos alunos tiraram esta nota? 1

Figura 31: Protocolo dupla 2

– Item “d”: este item, acredito eu, que ficou mal elaborado, pois deveríamos ter questionado sobre a freqüência nula ou qual nota que os alunos tiraram se encontram nos extremos. E a dupla 1 perguntou à pesquisadora:

– Dupla1: “O que é extremo do gráfico?”

– Pesquisadora: “Vocês não sabem o que significa a palavra extremo?”

– Dupla 1: “Não”

– Pesquisadora: “São os menores e os maiores valores que o gráfico apresenta”

Consideraram a freqüência nula, e indicaram como ponto de mínimo o zero e o ponto de máximo o dez, de forma incorreta, pois deveria ter indicado a nota um e a nota oito.

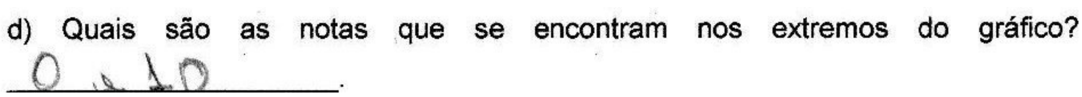

d) Quais são as notas que se encontram nos extremos do gráfico? 0 e 10.

Figura 32: Protocolo dupla 1

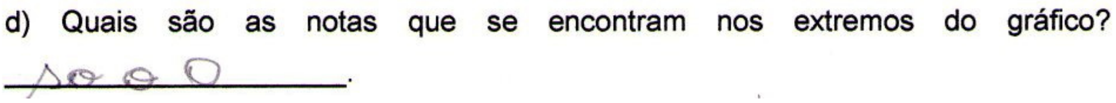

d) Quais são as notas que se encontram nos extremos do gráfico? 10 e 0.

Figura 33: Protocolo dupla 2

– Item "e": a dupla 1 descartou a variável 8, já a dupla 2 respondeu com mais coerência, o que demonstra um início de raciocínio sobre variabilidade entre os dados, pois perceberam uma concentração entre o 1 e o 3 e uma concentração na variável 6.


e) Existe concentração dos dados em algum ponto? entre o numero 7 e o 1

Figura 34: Protocolo dupla 1

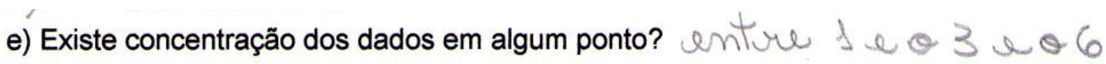

e) Existe concentração dos dados em algum ponto? entre 1 e o 3 e o 6

Figura 35: Protocolo dupla 2

– Item "f": este item manteve o entendimento intuitivo sobre amplitude total da dupla 2, já a dupla 1 fez a seguinte conta, observei na gravação, 9-1=8 em que, nove pessoas tiraram 1 e uma tirou nota 8 (invariante operatório – confusão entre variável e freqüência). Podemos notar isso, inclusive nos gráficos, com a presença dos pontos feitos a lápis em cada linha da freqüência e no diálogo abaixo:

Dupla 1: "Aqui ó: diferença de 8, lembra? Uma pessoa tirou 8 e um monte de pessoas tirou 1 que é a menor"

A dupla 1 mobilizou o invariante operatório pontos extremos, porém quando solicitada a fazer a subtração considerou a freqüência da variável nota de matemática.

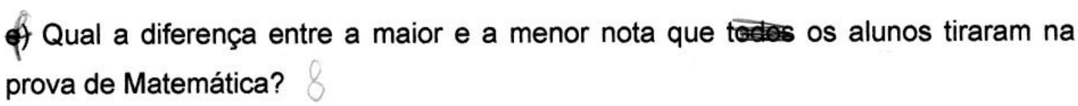
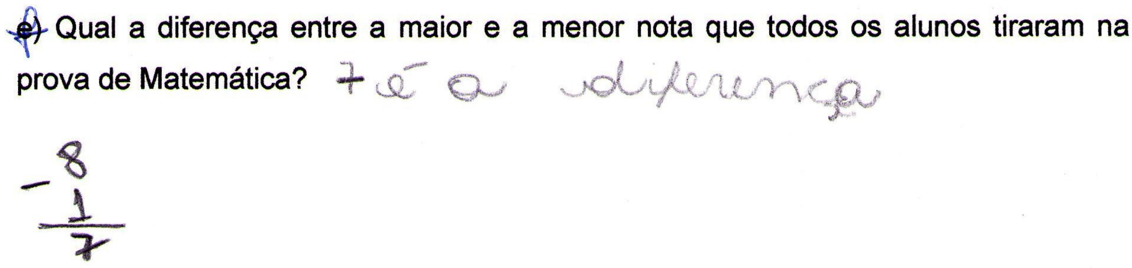

f) Qual a diferença entre a maior e a menor nota que ~~todos~~ os alunos tiraram na prova de Matemática? 8

Figura 36: Protocolo dupla 1



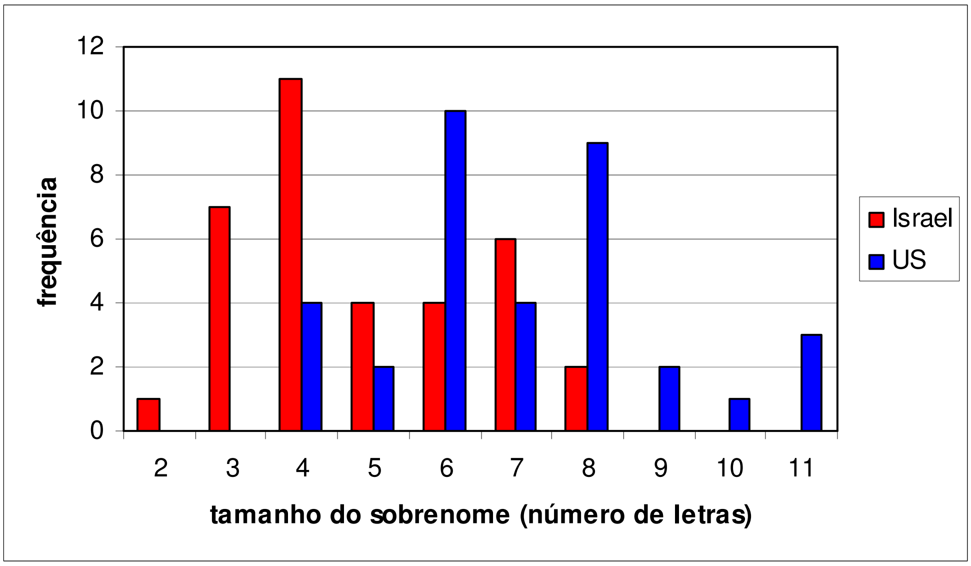
e) Qual a diferença entre a maior e a menor nota que todos os alunos tiraram na prova de Matemática? 7 é a diferença

$$\begin{array}{r} 8 \\ -\ 1 \\ \hline 7 \end{array}$$

Figura 37: Protocolo dupla 2

4.4 Atividade 4

4) O gráfico abaixo representa o tamanho do sobrenome de alunos israelenses e americanos.



Responda as questões a seguir de acordo com o gráfico:

a) Em qual país o tamanho do sobrenome tem mais letras? Justifique.

b) Em qual país o tamanho do sobrenome tem menos letras? Justifique.

c) Em qual país o número de letras varia mais?

d) d) Descreva a variação nos dois países. Explique o que você observa em relação aos dois países. Os dois variam da mesma forma?

4.4.1 Análise Teórica

Segundo Silva (2007), a idéia de variação pode ser explorada na análise de um gráfico de colunas múltiplas, em que é possível identificar as características da maioria das observações de cada grupo e também fazer comparações.

Sendo assim, optamos por utilizar o mesmo gráfico utilizado por Ben-Zvi (2004) em sua experiência com alunos da sétima série do Ensino Fundamental.

Essa questão foi composta de quatro itens, sendo que os itens "a" e b" questionam em qual país o tamanho do sobrenome tem mais letras e em qual país o tamanho do sobrenome tem menos letras, neste estudo referido acima.

O aluno deverá responder que em Israel o tamanho do nome varia de 2 a 8 letras e que no USA o tamanho do sobrenome varia de 4 a 11 letras, portanto de uma forma geral os sobrenomes dos americanos tem mais letras.

Para analisar a variação dos dados, é preciso ler ambos os eixos do gráfico. No eixo das abscissas, é necessário identificar os valores da variável (tamanho do sobrenome).

No item "c" pedimos em qual país o número de letras do sobrenome varia mais. Se o aluno calcular a amplitude e responder que a menor variação no número de letras está no nome dos alunos israelenses, e o maior número de letras no povo americano, então, de acordo com Silva (2007), ele observa a moda e os valores de máximo e mínimo, o intervalo determinado por estes valores e compara a posição relativa dos mesmos no eixo das abscissas, o que o leva a atingir o nível de raciocínio de transição.

O que pode ser observado a seguir no quadro elaborado por Silva (2007, p. 174).

Tabela 7: Relação proposta por Silva (2007, p. 174) entre as fases do desenvolvimento do raciocínio sobre variabilidade (Ben-Zvi, 2004) e os níveis de raciocínio estatístico (Garfield, 2002).

Fases do raciocínio sobre variação	Aspecto do raciocínio de variação	Nível do raciocínio estatístico
1) foco em informações irrelevantes ou locais	Observação	Idiossincrático
2) descrição informal de variabilidade no rol de dados (entender a comparação da variável em questão)	Reconhecimento	Verbal
3) formular uma hipótese estatística que leva em conta a variabilidade (a maioria de)	Lidando com a variação	De transição
4) explicar a variabilidade em uma tabela de distribuição de frequência	Descrição	Procedimento
5) uso de medidas de centro e dispersão para comparar grupos	Descrição	
6) modelar variabilidade lidando com os outliers	Descrição	
7) observação e distinção da variabilidade dentro e entre as distribuições, a partir do gráfico	Descrição	Completo

Neste exercício, quando o aluno observa os valores de máximo e mínimo de cada país, percebe-se que apenas nomes israelenses possuem duas e três letras e que também apenas nomes americanos com nove, dez e onze letras. Essa informação é útil no estudo da posição relativa dos dois intervalos.

Quando o aluno responde que os nomes dos americanos têm mais letras que os nomes dos israelenses, podemos dizer que o conceito-em-ação mobilizado é o da comparação por contagem, ou seja, que o tamanho do conjunto é um elemento utilizado para indicar variação.

E por fim, terá que ler o eixo das ordenadas, que identifica a quantidade de alunos em cada categoria de tamanho de nome (freqüência). E o que aparece no gráfico é a existência de 18 em 35 alunos israelenses com 3 ou 4 letras no sobrenome e 23 em 35 alunos americanos com 6, 7 ou 8 letras no sobrenome.

Do ponto de vista da análise gráfica, os itens "a" e "b" nos revelam se o aluno domina o nível ler entre os dados, uma vez que estes itens requerem que o aluno além da interpretação, necessite comparar quantidades e utilize outros conceitos matemáticos como subtração por exemplo.

4.4.2 Análise a posteriori

Prosseguimos com a Atividade 4, que segundo Ben-Zvi (2004, apud SILVA, 2007) é um tipo de problema em que o aluno não sabe, inicialmente como lidar, pois eles têm dificuldade de fazer comparação com grupos de tamanhos diferentes pois exige raciocínio proporcional.

Vamos verificar seus protocolos.

- Item "a" e "b": a dupla 1 atingiu o objetivo conforme proposto na nossa análise teórica que era perceber que os nomes dos americanos têm mais letras, pois variam de quatro a onze letras e os nomes dos israelenses têm menos letras, pois variam de dois a oito letras.

a) Em qual país o tamanho do sobrenome tem mais letras? Justifique.
O país do Estados Unidos(US) vai do 4 até o 11
b) Em qual país o tamanho do sobrenome tem menos letras? Justifique.
O país de Israel porque o país de Israel vai só do 2 até 08

Figura 38: Protocolo dupla 1

- Item "c": a dupla 2 respondeu somente olhando a amplitude, porém sem calculá-la, só intuitivamente e negligenciaram a moda. A dupla 1 contou as colunas e observou que os americanos tinham 8 colunas e os israelenses 7 por isso optaram pelos americanos.

c) Em qual país o número de letras varia mais? O do Estados Unidos(US)

Figura 39: Protocolo dupla 1

c) Em qual país o número de letras varia mais? nos USA

Figura 40: Protocolo dupla 2

- Item "d": a dupla 1 novamente contou o número de colunas para tomar a decisão e a dupla 2 iniciou o raciocínio que nós esperávamos, contando o número de alunos nas variáveis com maior freqüência, mas depois se perdeu no raciocínio.

d) Descreva a variação nos dois países. Explique o que você observa em relação aos dois países. Os dois variam da mesma forma?

8 US e 7 israel, Por que o dos US varia mais e Israel varia menos não

Figura 41: Protocolo dupla 1

d) Descreva a variação nos dois países. Explique o que você observa em relação aos dois países. Os dois variam da mesma forma?

Não. Porque em Israel quando tem mais numero de letra tem menos população e nos USA e ao contrario

Figura 42: Protocolo dupla 2

4.5 Atividade 5

5) Como ficará o gráfico se você incluir a quantidade de letras dos sobrenomes dos alunos brasileiros?

Responda as questões a seguir de acordo com o gráfico que você construiu:

a) Em qual país o tamanho do sobrenome tem mais letras? Justifique.

b) Em qual país o tamanho do sobrenome tem menos letras? Justifique.

c) Em qual país o número de letras varia mais?

d) d) Descreva a variação nos dois países. Explique o que você observa em relação aos dois países. Os dois variam da mesma forma?

Figura 43: Atividade 5 do Instrumento Diagnóstico

4.5.1 Análise Teórica

Finalizaremos esta questão, chamando de questão cinco, pedindo ao aluno que inclua no gráfico a quantidade de letras dos sobrenomes dos alunos brasileiros e responderão novamente os itens a, b, c e d.

Esperamos que através da coleta dos dados entre os próprios alunos a aprendizagem seja mais eficaz. Também reforçaremos se realmente ocorreu a percepção sobre a variabilidade entre os dados.

4.5.2 Análise a posteriori

Demos continuidade a este exercício, em que, sugerimos às alunas que pesquisassem entre elas a quantidade de letras do último sobrenome de cada uma, para além de comprovarmos o raciocínio através de novas respostas, envolvê-las na coleta de dados, que segundo as pesquisas citadas anteriormente, favorece a análise dos dados.

O PCN também aponta a organização e descrição de dados, a partir da coleta dos dados, como facilitadores da compreensão de tabelas e gráficos (BRASIL, 1998).

Neste exercício, primeiramente as alunas deveriam coletar a informação da quantidade de letras do sobrenome delas e posteriormente construir o gráfico e, portanto, é importante a construção correta para responder as questões de interpretação do mesmo.

- Questão 5:

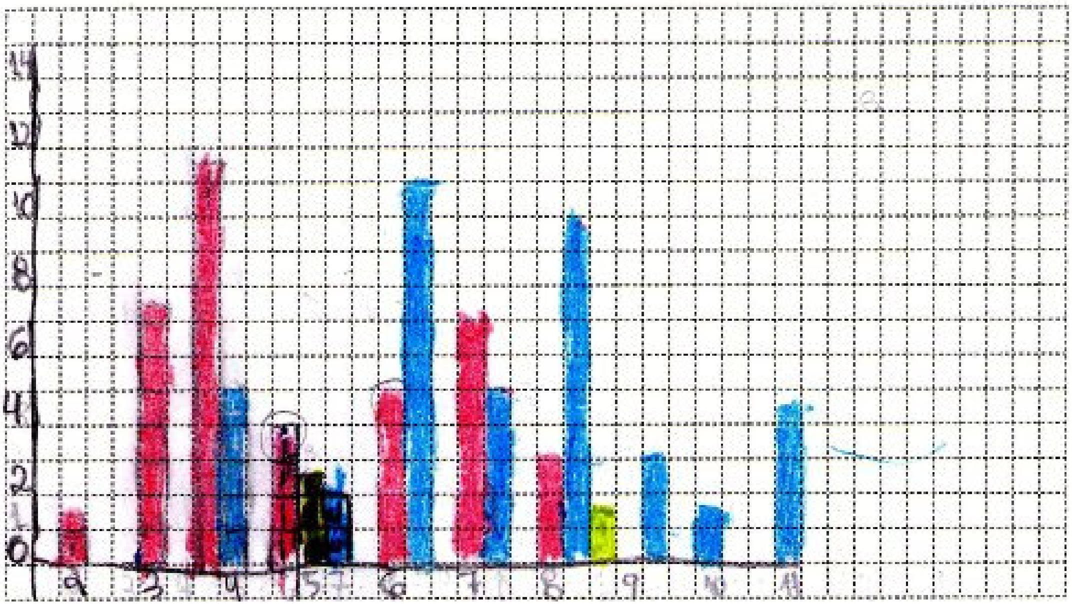


Figura 44: Protocolo dupla 1

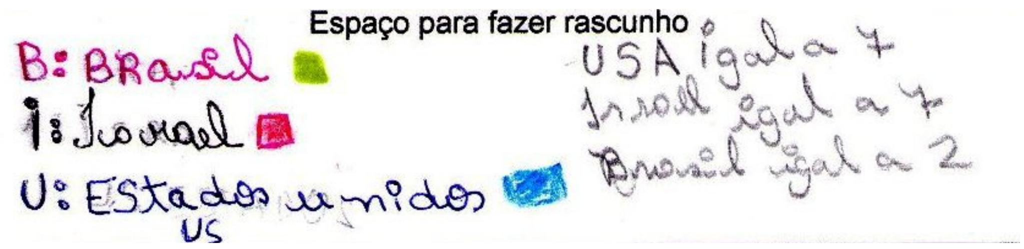


Figura 45: Protocolo dupla 1

Observamos dificuldade para distribuir proporcionalmente o espaço referente à coluna (indicado pelo valor na escala), isto é, o ponto que deveria finalizar a representação na escala. Esta dupla, inicialmente, tentou fazer um gráfico de pontos, mas logo mudaram de idéia devido à escolha de uma escala não unitária. Além disso, não escreveram o valor da frequência no ponto correto no eixo das ordenadas o que demonstra uma concepção errônea de plano cartesiano.

Ambas as duplas fizeram legenda sem nenhuma orientação do pesquisador, o que indica que já tiveram contato com leitura e interpretação de gráficos.

A dupla 2 optou por fazer o gráfico com uma escala unitária o que facilitou a construção.

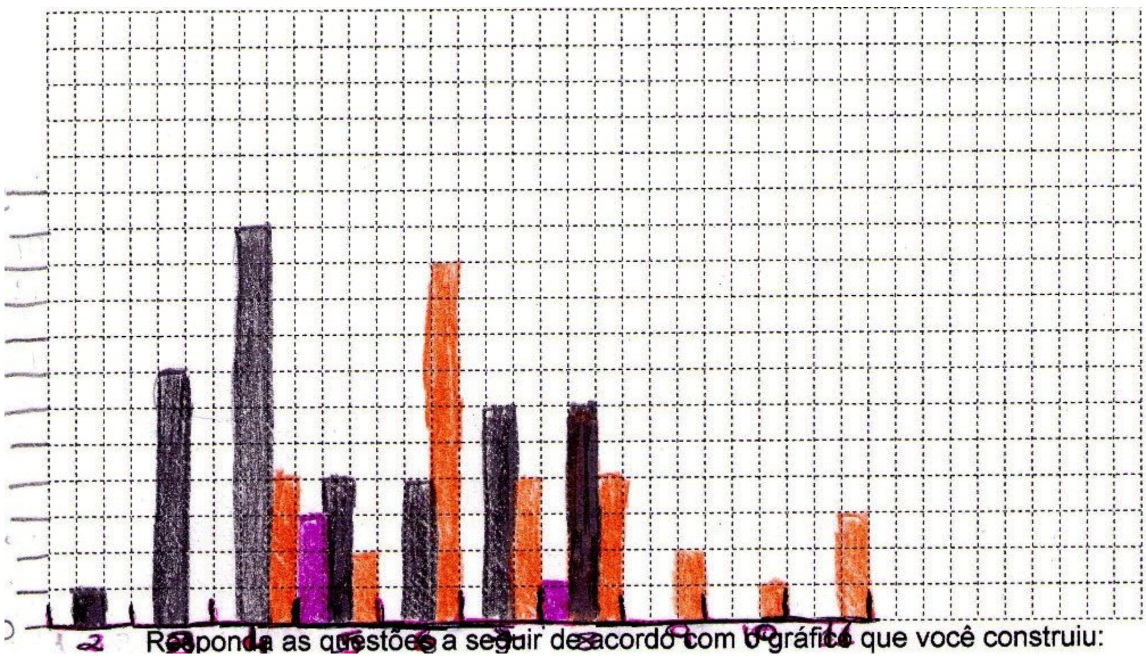
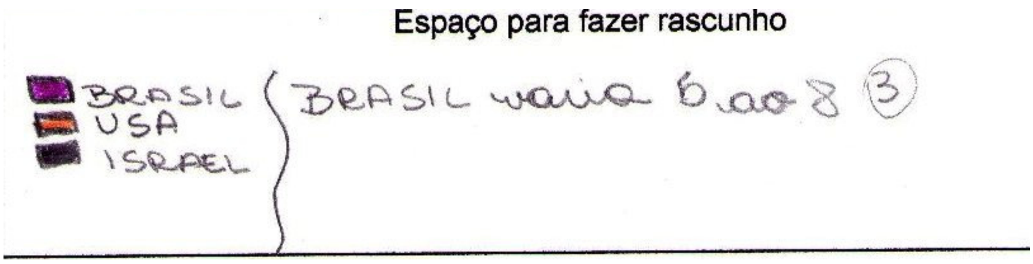


Figura 46: Protocolo dupla 2



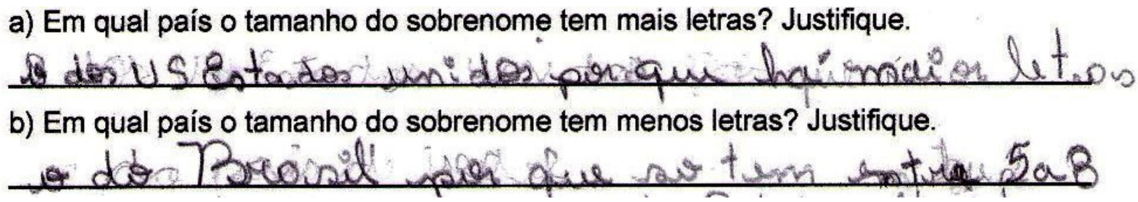
Espaço para fazer rascunho

BRASIL
USA
ISRAEL

BRASIL varia 6 a 8 3

Figura 47: Protocolo dupla 2

Os itens “a” e “b”, as alunas da dupla 2 responderam corretamente, primeiro olhando os extremos e depois o de maior freqüência, conforme esperávamos o que demonstra que elas raciocinam sobre variabilidade. Já a dupla 1, que havia respondido corretamente na atividade 4, não manteve o mesmo raciocínio quando respondeu no item “b”, que no Brasil o sobrenome dos alunos tem menos letras, contando novamente a quantidade de colunas entre os extremos.



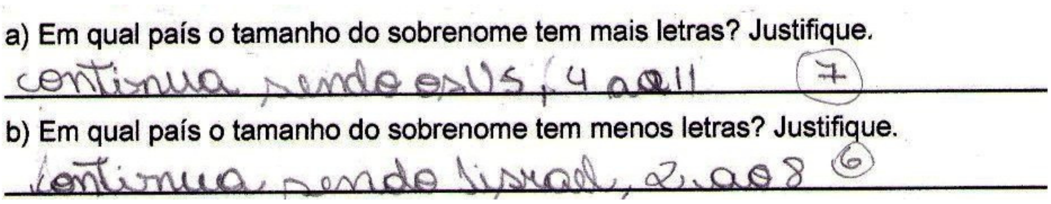
a) Em qual país o tamanho do sobrenome tem mais letras? Justifique.

o dos US Estados unidos porque há maior letras

b) Em qual país o tamanho do sobrenome tem menos letras? Justifique.

o do Brasil por que só tem entre 5 a 8

Figura 48: Protocolo dupla 1



a) Em qual país o tamanho do sobrenome tem mais letras? Justifique.

continua sendo os US, 4 a 11 7

b) Em qual país o tamanho do sobrenome tem menos letras? Justifique.

continua sendo Israel, 2 a 08 6

Figura 49: Protocolo dupla 2

– Item “c”: uma das alunas da dupla 1 perguntou: “professora o que significa variar?”, e sua colega respondeu: “é que um tem mais, outro tem menos!” Ambas as duplas responderam que o nome dos americanos variam mais, porém a dupla 1 tinha feito a conta e escreveu que tanto os americanos como os israelenses variavam 7 letras, e acreditamos que tenha optado pelos americanos devido à atividade anterior.

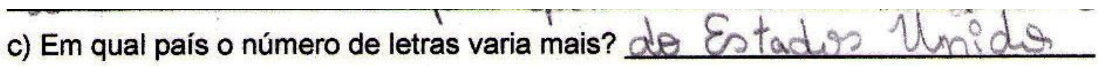

c) Em qual país o número de letras varia mais? do Estados Unidos

Figura 50: Protocolo dupla 1

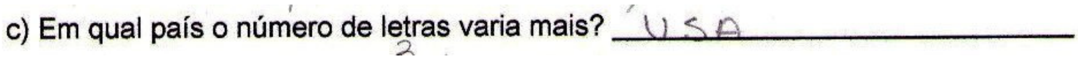
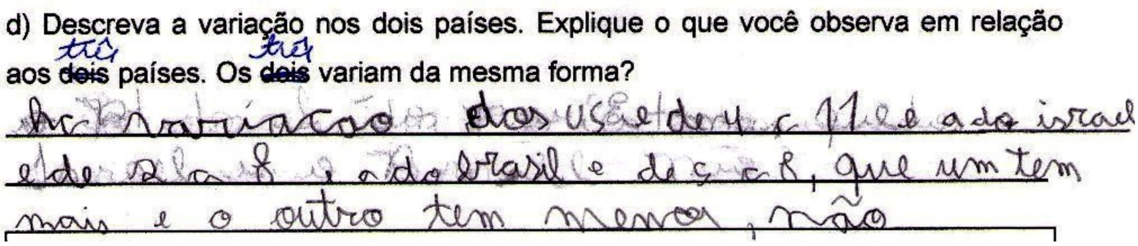

c) Em qual país o número de letras varia mais? USA

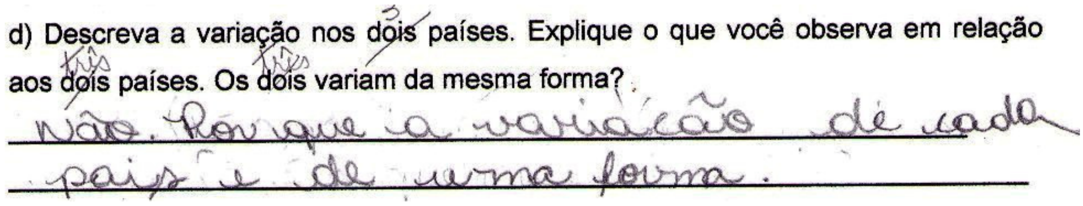
Figura 51: Protocolo dupla 2

- Item "d": A dupla 2 iniciou uma contagem da quantidade de alunos nas variáveis de maior freqüência mas não finalizou este raciocínio. A dupla 1 somente observou a amplitude de cada país para responder.


d) Descreva a variação nos dois países. Explique o que você observa em relação aos ~~dois~~ três países. Os ~~dois~~ três variam da mesma forma?

A variação dos USA é de 4 a 11 e a do israel é de 2 a 8 e a do brasil é de 5 a 8, que um tem mais e o outro tem menor, não

Figura 52: Protocolo dupla 1


d) Descreva a variação nos ~~dois~~ 3 países. Explique o que você observa em relação aos ~~dois~~ três países. Os ~~dois~~ três variam da mesma forma?

Não. Porque a variação de cada país é de uma forma.

Figura 53: Protocolo dupla 2

4.6 Atividade 6

6) Vocês já desenvolveram várias atividades neste grupo. Agora o que vocês acham de se conhecerem melhor?
Anotem na tabela abaixo alguns dados sobre vocês.

Aluno	Idade	Altura	Peso	Quantidade de pessoas que pertencem à família	Time de futebol	Esporte preferido	Nota no 2º. Bim. em matemática

Com os dados desta tabela e utilizando o papel quadriculado, façam um gráfico que represente a quantidade de pessoas que pertencem à família de cada aluno da sua dupla.

Observando o gráfico que vocês fizeram, respondam às questões abaixo:

a) A família de qual aluno do seu grupo tem mais pessoas? Quantas pessoas têm nessa família?
b) A família de qual aluno do seu grupo tem menos pessoas? Quantas pessoas têm nessa família?
c) Há colegas do seu grupo que têm a mesma quantidade de pessoas na família? Se houver, quais são os alunos com a mesma quantidade de pessoas na família?
d) Qual a diferença entre a família de maior com a de menor número de pessoas? Por que isso ocorre?
e) Descreva a variação percebida nas famílias. Explique o que você observa em relação a todas as famílias. Todas variam da mesma forma?

Figura 54: Atividade seis do instrumento diagnóstico

4.6.1 Análise Teórica

Na próxima e última questão foi dividida em três partes. Na primeira parte foi dada às alunas uma tabela, em que os dados desta seriam obtidos na sala de aula, a partir de uma pesquisa com os próprios alunos. Uma das vantagens de coleta desse tipo de informação, segundo a proposta da SEE, é a contextualização da informação, fato que possibilita uma discussão posterior acerca do perfil de cada estudante, pois esses dados se referiam a assuntos do cotidiano delas, por exemplo, idade, esporte preferido, quantidade de pessoas que pertencem à família, etc., e também auxilia na preparação dos dados, tendo em vista a construção gráfica.

O objetivo desta atividade é a familiarização dos alunos com os vários tipos de representação e com os elementos do gráfico, por exemplo: eixos (vertical e horizontal), escalas, categorias, variável, etc., além de verificar através do invariantes operatórios o nível de raciocínio sobre variação do aluno.

Segundo Vieira (2009, p. 25) quando Duval (2003, p. 22) diz que, “é a articulação dos registros que constitui uma condição de acesso à compreensão em matemática, e não o inverso, ou seja, o enclausuramento de cada registro”, esta articulação entre os registros citada por ele também constituirá o acesso à compreensão da estatística.

Tanto a pesquisa de Médici (2007) como a de Megid (2002) sugerem que crianças devem ser envolvidas em coleta de dados reais para construírem seus gráficos e esta fase é importante para a fase de análise e permite a construção de significados por parte do aluno. O PCN também enfatiza a organização e descrição de dados, a partir da coleta de dados, como facilitadores da compreensão de tabelas e gráficos.

Após coleta das informações, as alunas deverão construir um gráfico de sua escolha que apresente como informação, a quantidade de pessoas que pertencem à família de cada aluna do grupo participante da pesquisa (parte 2).

Nesse caso, acreditamos que as duplas devem escolher representar os dados no gráfico de colunas ou de barras, que apresenta adequadamente a informação desejada ou o Dot-plot que representa a variável quantidade de pessoas da família adequadamente, porém ele é menos usual na mídia e por este motivo talvez o aluno não opte por ele.

Segundo Batanero et. al. (1991), é importante a mudança de representação para que os conceitos sejam adquiridos de forma que possam auxiliar no desenvolvimento dos níveis de raciocínio e letramento estatístico.

Na terceira parte, foram dadas às alunas quatro questões sobre o gráfico, questões essas que reforçaram, se ao final da aplicação do instrumento diagnóstico, estas alunas apresentariam as mesmas noções de variabilidade e quais foram os conceitos e procedimentos mobilizados por elas ao resolverem todas estas questões que envolvem principalmente leitura, interpretação e construção de gráficos.

Esta atividade também tem o objetivo de desenvolver as habilidades elementares de leitura e interpretação de gráficos, localização de pontos extremos (máximo e mínimo), comparação entre os dados e no item “d”, calcular de forma intuitiva a amplitude total. Watson e Kelly (2002, apud Silva, 2007) realizaram uma pesquisa semelhante com alunos de terceira série do ensino Fundamental e surgiu entre os dados uma família com 09 pessoas, o que permitiu além da discussão sobre a variação no tamanho das famílias a introdução do conceito de valores discrepantes. (outliers)

4.6.2 Análise a posteriori

Na última atividade, tentamos englobar a coleta de dados, a organização destes em uma tabela, a mudança de registro para a representação gráfica, a interpretação do gráfico e a percepção da variabilidade entre os dados.

As alunas ficaram muito envolvidas com a coleta de dados, mediram umas as outras, perguntaram sobre a família. Alguns dados ficaram em branco porque elas não sabiam e, devido ao tempo, disse-lhes que depois completaríamos.

As duas duplas montaram a tabela sem nenhuma ordem dos dados.

Aluno	Idade	Altura	Peso	Quantidade de pessoas que pertencem à família	Time de futebol	Esporte preferido	Nota no 2º. Bim. em matemática
Izabelle	10	1,45	35	3	Corintias	natação	5
Letícia	11	1,40		5	São Paulo	natação	
Karina	10	1,45		4	londrina	natacão	
Vitoria	11	1,40		6	Palmeiras	volei	

Figura 55: Protocolo dupla 1

Aluno	Idade	Altura	Peso	Quantidade de pessoas que pertencem à família	Time de futebol	Esporte preferido	Nota no 2º. Bim. em matemática
Izabelle	10	1,45		03	corinti-	natação	5
Letícia	11	1,40		05	São Paulo		
Karina	10	1,45	38	04	londe	natação	9
Vitoria	11	1,40		06	Palme	Volei	

Figura 56: Protocolo dupla 2

Com os dados recolhidos iniciaram a construção gráfica.

Antes, porém, chamei a atenção das alunas quanto à colocação dos números na escala, que deveria permitir a representação de todos os dados no espaço disponível do papel (quadriculado ou não) e solicitar a verificação da posição destes em relação à altura das colunas.

A dupla 1 fez um gráfico de colunas, porém não construiu o eixo das ordenadas, e escreveu ao lado “número dos alunos”. A dupla 2 iniciou a construção fazendo erroneamente um gráfico de colunas em que na variável “quantidade 1 pessoa na família” construiu uma coluna de altura 6 querendo dizer que um aluno tinha 6 pessoas na família, mas quando observou que cada aluna possuía quantidades variadas de pessoas percebeu que não estava construindo corretamente e então acharam melhor construir um gráfico de pontos, novamente ocorreu a confusão entre freqüência e variável. A dupla 2 construiu corretamente, mas não escreveram títulos nos eixos.

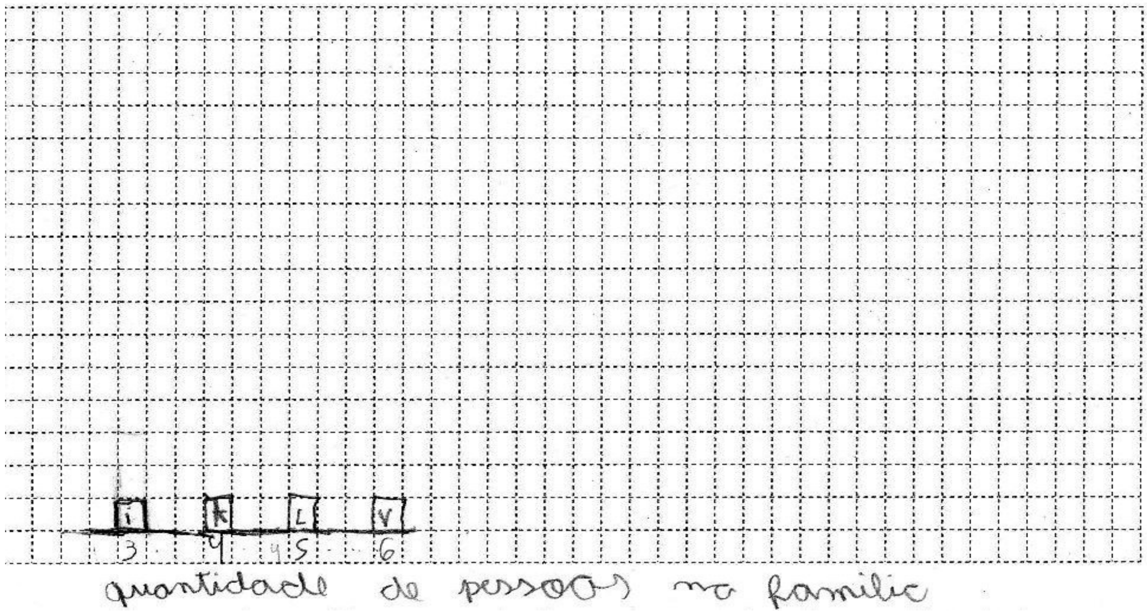


Figura 57: Protocolo dupla 1

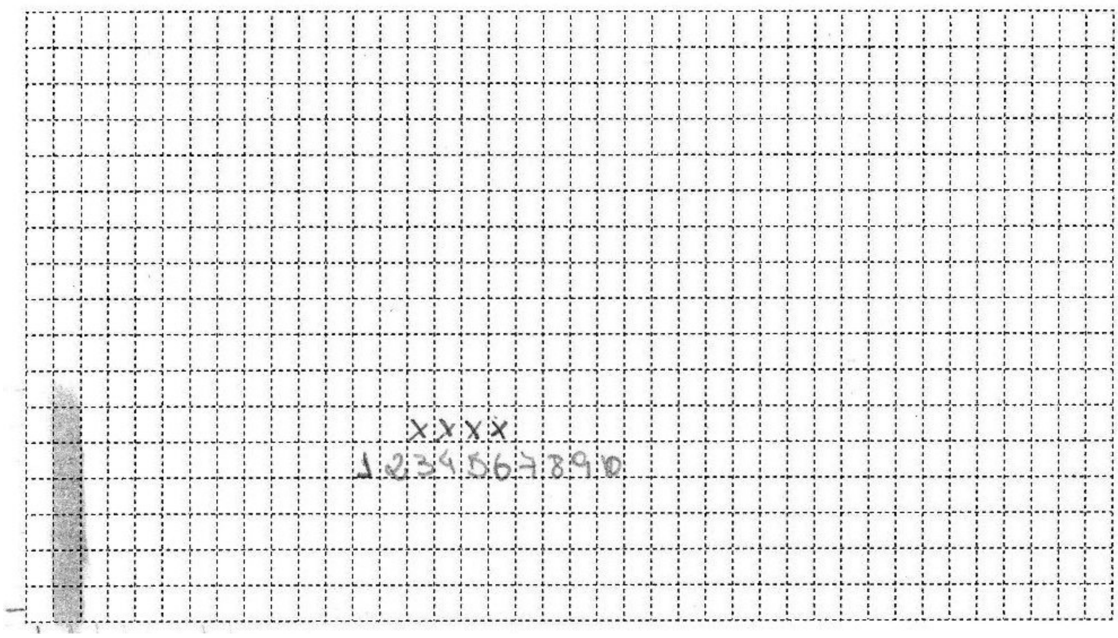


Figura 58: Protocolo dupla 2

As respostas das questões de interpretação gráfica seguiram a mesma tendência das anteriores.

- Não apresentaram problemas para localizar pontos de máximo e mínimo;

- Justificativas considerando o cotidiano;
- Cálculo correto da amplitude total pela dupla 2;
- A dupla 1 contou a quantidade de colunas que havia entre o menor e o maior valor.

Observando o gráfico que vocês fizeram, respondam às questões abaixo:

a) A família de qual aluno do seu grupo tem mais pessoas? a da Vitoria

Quantas pessoas têm nessa família? 6

b) A família de qual aluno do seu grupo tem menos pessoas? a da Izabelle

Quantas pessoas têm nessa família? 3

c) Há colegas do seu grupo que têm a mesma quantidade de pessoas na família?

Se houver, quais são os alunos com a mesma quantidade de pessoas na família?

não

d) Qual a diferença entre a família de maior com a de menor número de pessoas? Por que isso ocorre?

2 por que a mãi de uma teve mais filhos que a da outra

e) Descreva a variação percebida nas famílias. Explique o que você observa em relação a todas as famílias. Todas variam da mesma forma?

há variação é de 3 a 6, que uma é diferente da outra, não

Figura 59: Protocolo dupla 1

Observando o gráfico que vocês fizeram, respondam às questões abaixo:

a) A família de qual aluno do seu grupo tem mais pessoas? A da Vitoria

Quantas pessoas têm nessa família? 6

b) A família de qual aluno do seu grupo tem menos pessoas? A da Izabelle

Quantas pessoas têm nessa família? 3

c) Há colegas do seu grupo que têm a mesma quantidade de pessoas na família? NÃO

Se houver, quais são os alunos com a mesma quantidade de pessoas na família?

d) Qual a diferença entre a família de maior com a de menor número de pessoas? Por que isso ocorre?

6 − 3 = 3

3. Por que tem ou não vontade de ter filho

e) Descreva a variação percebida nas famílias. Explique o que você observa em relação a todas as famílias. Todas variam da mesma forma?

NÃO. Variam de 3 a 6

Figura 60: Protocolo dupla 2

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A influência da Estatística na vida das pessoas e nas instituições tem-se tornado cada vez mais visível, o que implica que todos os cidadãos devam ter conhecimentos de Estatística para poderem se integrar na sociedade atual. Esta relevância tem se repercutido no aumento do seu ensino nas escolas, que pode ser comprovado por documentos legais, tais como os PCN e a atual Proposta Curricular do Estado de São Paulo.

Neste contexto, nosso projeto teve por objetivo identificar a percepção da variabilidade e o nível de raciocínio sobre essa característica apresentados pelos alunos do sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual de Cotia.

Para atingirmos o objetivo proposto, iniciamos pela problematização e elaboração da questão de pesquisa: **Quais são os conceitos e procedimentos mobilizados por estudantes do sexto ano ao resolverem questões que envolvem leitura, interpretação e construção de gráficos? Particularmente, quais invariantes operatórios relacionados à noção de variabilidade que os alunos do sexto ano mobilizaram nessas atividades?** Posteriormente passamos ao levantamento de pesquisas referentes ao nosso tema.

Dentre os estudos lidos, teve particular interesse aquele desenvolvido por Silva (2007), que propõe verificar o raciocínio sobre variação e variabilidade nas etapas do ciclo investigativo do pensamento estatístico.

O referencial teórico utilizado nesta pesquisa, sob o ponto de vista do quadro teórico da didática da estatística, baseia-se nos preceitos enunciados por

Garfield (1999), com seu modelo de raciocínio Estatístico e Gal (2002), com os elementos para o letramento. Nosso estudo buscou fundamentação na Teoria dos Campos Conceituais (Vergnaud, 1991), quando visamos analisar os invariantes operatórios por meio da observação dos alunos em situações desenvolvidas pelo professor. Baseando-nos na definição do campo conceitual apresentada por Vergnaud, tomamos a “Estatística Descritiva”, como um campo conceitual, envolvendo o nosso objeto de estudo – a leitura e interpretação de gráficos e a percepção da variabilidade. Especificamente os três elementos da tríade (S – situações, I – invariantes operatórios, R – representações simbólicas) de cada conteúdo os quais, segundo o autor, constituem o conceito e apresentam estreitas interligações em sua formação.

Outro estudo bastante relevante foi o desenvolvido por Curcio (1989), pois além da classificação dos níveis de leitura e interpretação de gráfico levantamos a hipótese de equivalência entre esta teoria e a idéia de letramento estatístico de Shamos (1995), verificação que pode ser realizada por meio de estudos empíricos, necessitando para isso de ferramentas de validação estatística, o que não foi objeto de estudo em nossa pesquisa.

Nesta relação de equivalência entre as teorias de Shamos e Curcio, fazemos a hipótese que a dupla 2, por apresentar um grau de nível 2 (“ler entre os dados”), pode atingir as habilidades do letramento estatístico funcional, pois, esta dupla, além de localizar os pontos de máximo e mínimo, integraram os dados apresentados no gráfico e os usaram com outros conceitos e habilidades matemáticas, operação de subtração, e por fim identificaram e consideraram a existência de que os dados variam o que as remetem ao nível funcional proposto por Shamos (1995).

Com relação à leitura e interpretação de gráficos, pontuaremos, inicialmente, a respeito dos gráficos de colunas e Dot-plot. Tendo em vista os níveis de leitura e interpretação de gráficos propostos por Curcio (1989), observamos que os itens classificados no nível 2, nos quais solicitávamos a identificação de pontos de maior e menor freqüência, não foram apresentadas dificuldades, exceto quando o gráfico utilizava uma escala não unitária e ou quando os dados do gráfico traziam uma categoria com frequência nula.

Na primeira situação (escala não unitária), apenas a dupla 1 apresentou dificuldade para identificar o invariante operatório “localização de ponto de maior freqüência”. Na segunda situação (presença de freqüência nula), a identificação do invariante “localização de ponto de menor freqüência”, ambas as duplas, consideraram a coluna com o menor valor, e ignoraram a categoria com freqüência nula.

No item referente à percepção da variabilidade, a dupla 1, admitiu a existência de que os dados variam, portanto, segundo Silva (2007), fazemos a hipótese de que atingiram o nível de raciocínio verbal de variação. O mesmo não ocorreu com a dupla 2 na qual as alunas generalizaram sem considerar a variação, atingindo então, o nível de raciocínio idiossincrático.

A maior dificuldade apresentada pelas duplas, principalmente pela dupla 1, foi a resolução do item sobre amplitude total, em que elas conseguiram identificar os pontos extremos, porém ocorreu confusão entre freqüência e variável, o que se tornou um procedimento estável, visto na resolução das atividades, ou seja, um possível invariante operatório também designado pelas expressões “conceito-em-ação[7]” e “teorema-em-ação[8]”.

Nas atividades que requeriam leitura e interpretação do gráfico de colunas múltiplas, percebemos o cálculo intuitivo da amplitude total e da moda, o que demonstrou que elas raciocinaram sobre variabilidade.

As atividades para as quais ocorreu a coleta de dados para posterior representação tabular e / ou gráfica, houve um comprometimento maior por parte de ambas as duplas, para concluir a atividade com a análise dos dados. Acreditamos que este tipo de atividade desenvolve o raciocínio estatístico. Observamos dificuldade para distribuir proporcionalmente o espaço referente à coluna (indicado pelo valor na escala), isto é, o ponto que deveria finalizar a representação na escala. Além disso, não escreveram o valor da frequência no ponto correto no eixo das ordenadas o que demonstra uma concepção errônea de plano cartesiano.

---

[7] Teorema-em-ação é uma proposição tida como verdadeira sobre o real.

[8] Conceito-em-ação é um objeto, um predicado, ou uma categoria de pensamento tida como pertinente, relevante.

Ambas as duplas fizeram legenda sem nenhuma orientação do pesquisador, o que indica que já tiveram contato com leitura e interpretação de gráficos e optaram na última atividade na construção do gráfico de pontos, o que foi uma surpresa, pois esperávamos que construíssem o gráfico de colunas que é mais usual no cotidiano delas. Vale salientar que ocorreu confusão entre variável e freqüência na construção gráfica, conforme já assinalado.

A estratégia escolhida pela dupla 1 para o cálculo da amplitude total permitiu que identificássemos, como um possível invariante operatório desse conceito – confusão entre variável e valor da freqüência. Tal invariante é mobilizado quando o conjunto de problemas envolve a análise de um conjunto de dados representados por meio de gráficos. Caracteriza-se assim um conceito de freqüência, nos termos da tríade proposta por Vergnaud.

Outros invariantes foram observados conforme apontamentos em nossa revisão bibliográfica como, por exemplo o conceito-em-ação da comparação por contagem, ou seja, que o tamanho do conjunto é um elemento utilizado para indicar variação e "localização de pontos extremos" (máximo e / ou mínimo).

Em síntese, podemos considerar um obstáculo didático no sentido de Brusseau[9] (1983) essa concepção errônea entre a freqüência e a variável para o entendimento dos conceitos das medidas de tendência central e medidas de dispersão.

Observamos também que a Proposta Curricular traz somente situações de aprendizagem que envolve análise de gráficos relativos à distribuição de freqüência para variáveis qualitativas. Nesse sentido, podemos observar a necessidade de um estudo curricular para a compreensão do tipo de conhecimento estatístico a ser construído pelos alunos.

Da mesma forma, nossos resultados indicam que a dificuldade na interpretação e construção de gráficos com escala não unitária e/ou com alguma freqüência nula pode estar relacionada com dois conceitos-em-ação: "a freqüência é contagem, logo não pode ser nula" e "freqüência representa

[9] Obstáculo didático, segundo Brusseau, são advindos das escolhas didáticas oriundas da escolha estratégica do professor, pois na maioria dos casos são evidenciados fatores de escolhas equivocadas que não conseguem atingir todos os alunos e, seus métodos, perdem-se.

contagem, logo deve ser representada em escala unitária". Outra hipótese, para a dificuldade com escalas não unitárias pode ser a ausência de raciocínio proporcional.

Esperamos que este trabalho possa contribuir para repensar o processo de ensino aprendizagem dos conceitos estocásticos.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, J. Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, p. 193-218.

BATANERO, C; ESTEPA, A.; GODINO, J. D. Análisis Exploratorio de Dados: sus Posibilidades en la Enseñanza Secundaria. Suma, n.9, p. 25-31, 1991. Disponível em http://www.ugr.es/~batanero. Acesso em 09 jun. 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

CAETANO, S. da S. D. Introduzindo a Estatística nas séries iniciais do Ensino Fundamental a partir de material manipulativo: Uma Intervenção de Ensino. Dissertação de mestrado. PUC-SP, São Paulo, 2004.

CANOSSA, R. O professor de matemática e o trabalho com medidas separatrizes. Dissertação de mestrado. PUC-SP, São Paulo, 2009.

CARVALHO, C. Interacção entre Pares – Contributos para a promoção do desenvolvimento lógico e do desempenho estatístico no 7º. ano de escolaridade. Tese (Doutorado em Educação). Universidade de Lisboa, Lisboa, 2001.

CAZORLA, I. M. A relação entre a habilidade viso-pictórica e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos. Campinas, 2002. Tese (Doutorado em Educação), Universidade Estadual de Campinas.

CAZORLA, I. M., SANTANA, E. R. dos S. Tratamento da informação para o Ensino Fundamental e Médio. Itabuna: Via Literarum, 2006.

CURCIO, F. R. Developing Graph Comprehension: Elementary and Middle School Activities. Reston, VA: NCTM, p. 5-6, 1989.

DONAIRE, D., MARTINS, G. de A. Princípios de Estatística. São Paulo: Atlas, 1990.

FRIEL, S. N.; CURCIO, F. R.; BRIGHT, G. W. Making Sense of Graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. Journal of Research in Mathematics Education, New York, v. 32, n. 2, p. 124-158, 2001.

FRIOLANI, L. C. O pensamento estocástico nos livros didáticos do Ensino Fundamental. Dissertação de mestrado. PUC-SP, São Paulo, 2007.

GAL, I. Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. *International Statistical Review*, v. 70, n. 1, p. 1-25, 2002.

GARFIELD, J. The Challenge of Developing Statistical Reasoning. Journal of Statistics Education, v. 10, n. 3, p. 1-11, 2002. Disponível em http://amstat.org/publications/jse/v10n3/garfield.html. Acesso dia 28/04/09 às 21:17 h.

GARFIELD, J.; BEN-ZVI, D. A framework for teaching and assessing reasoning about variability. Statistics Education Research Journal, v. 4, n. 1, p. 92-99, 2005. Disponível em http://stat.auckland.ac.nz/serj.

GARFIELD, J.; BEN-ZVI, D. How Students Learn Statistics Revisited: A Current Review of Research on Teaching and Learning Statistics. International Statistical Review, v. 75, n. 3, pp. 372-396 2007.

GUELLI, O. Matemática em construção. Coleção de 5ª a 8ª séries. São Paulo: Ática. 2004.

INAF: 4º Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional: um diagnóstico para inclusão social – Atividade de Habilidade Matemática. São Paulo: Instituto Paulo Montenegro / Ação Educativa, 2004. Disponível em http://www.ipm.org.br. Último acesso em Abril de 2008.

JAKUBO, J; LELLIS, M; CENTURIÓN, M. Matemática na medida certa. Coleção de 5ª a 8ª séries. São Paulo: Scipione. 2005.

LIMA, R. C. R. de. Introduzindo o conceito de média aritmética na 4ª série do Ensino Fundamental, usando o ambiente computacional. Dissertação de mestrado. PUC-SP, São Paulo, 2005.

LÜDKE, M. ANDRÉ, M. E. D. A. Pesquisa em educação: abordagem qualitativa. São Paulo. Editora Pedagógica Universitária Ltda, São Paulo, 1988.

MACHADO, S. D. A. Engenharia Didática. In. MACHADO, S. D. A. et al. Educação Matemática: Uma Introdução. 2ª ed, Educ, São Paulo, 2002, p. 197-208.

MAGALHÃES, M. N.; LIMA, A. C. P. de. *Noções de Probabilidade e Estatística.* 6ª ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2004.

MEDICI, M. A Construção do Pensamento Estatístico - Organização, Representação e Interpretação de Dados por alunos da 5ª série do Ensino Fundamental. Dissertação de Mestrado. PUC-SP, São Paulo, 2007.

MEGID, M. A. B. A. Professores e alunos construindo saberes e significados em um projeto de estatística para 6ª: estudo de duas experiências em escolas pública e particular. Dissertação de Mestrado. UNICAMP-Campinas, São Paulo, 2002.

MOREIRA, M. A. *A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o Ensino de Ciências e a pesquisa nesta área.* In. Investigações em ensino de ciências, Instituto de Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, vol. 7, n. 1, mar. 2002.

NOVAES, D. V.; COUTINHO, C. Q. S. *Estatística para Educação Profissional.* São Paulo, 2008.

PASSONI, J. C.; CAMPOS, T. M. M. *Revisitando os problemas aditivos de Vergnaud de 1976*. São Paulo: Papirus, 2005, cap. 3, p. 49-56.

PONTE, J. P.; BROCARO, J.; OLIVEIRA, H. *Investigações matemáticas na sala de aula.* Belo Horizonte: Autêntica, 2003, cap. 5, p. 91-108.

PROPOSTA CURRICULAR DO ESTADO DE SÃO PAULO: Matemática. Coord. Maria Inês Fini. – São Paulo: SEE, 2008.

RASI, G. C. Estruturas multiplicativas: concepções de alunos de Ensino Fundamental. Dissertação de Mestrado. PUC-SP, São Paulo, 2009.

RUMSEY, D. J. Statistical Literacy as a goal for Introductory Statistics Courses. Journal of Statistics Education, v. 10, n. 3, p. 1-12, 2002. Disponível em: http://www.amstat.org/publications/jse/v10n3/rumsey2.thml. Acesso em 2009.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Caderno do professor: matemática, ensino fundamental – 5ª série, 4º bimestre. São Paulo: SEE, 2008.

SILVA, C. B. da. Pensamento Estatístico e Raciocínio sobre variação: um estudo com Professores de Matemática. Tese de Doutorado. PUC-SP, São Paulo, 2007.

SILVA, C. B. da; COUTINHO, C. de Q. e S.. Reasoning About Variation of a Univariate Distribution: a study with secondary mathematics teachers. Joint ICMI / IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics, 2008.

TROUCHE, L. Managing the complexity of human/machine in computerized learning environments: guding student's command process thought instrumental orchestrations. Internacional Jounal of Computers for Mathematic Learning 9; 281, 307, 2004.

VENDRAMINI, C. M. M.; SILVA, C. B.; CAZORLA, I. M.; Normas para a Apresentação de Informações Estatísticas no Estilo Editorial APA. In: SABADINI, A. A. Z. P.; SAMPAIO. M. I. C.; KOLLER. S. H.; **Publicar em Psicologia um Enfoque para a Revista Científica**. São Paulo, 2009. Cap. 8, p. 171-188.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. Recherches en Didactique des Mathématiques. V. 10, n. 23, p. 133-170, 1991.

__________A Comprehensive Theory of Representation form Mathematics Education, Journal of Mathematical behavior, 17 (2), 167-181, 1998.

VIEIRA, Márcia. ANÁLISE EXPLORATÓRIA DE DADOS: Uma abordagem com alunos do Ensino Médio. Dissertação de Mestrado. PUC-SP, São Paulo, 2008.

WILD, C. J.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. In: International Statistical Review, Auckland, v. 67, n. 3, p. 223-265. 1999.

ANEXOS

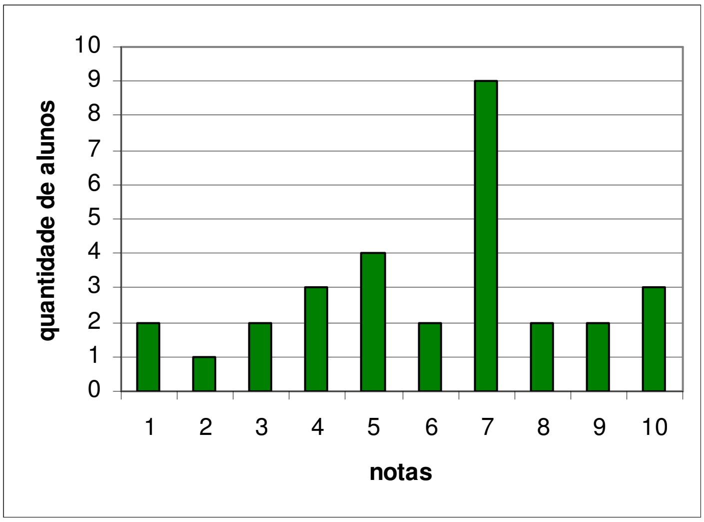
ATIVIDADE 1

DUPLA_______ DATA:____/____/____. 6º ____.

NOME:____

NOME:____

1) O gráfico abaixo representa as notas de Português dos alunos de uma sala de 6º ano do Ensino Fundamental.



Lendo as informações no gráfico, responda as seguintes questões.

a) Que nota foi tirada pelo maior número de alunos?__________

Quantos alunos tiraram esta nota?__________

b) Pode-se dizer que todos os alunos tiraram essa nota?_________

Justifique.

____

____

c) Que nota foi tirada pelo menor número de alunos?___________

Quantos alunos tiraram esta nota?___________

d) Qual a diferença entre a menor e a maior nota que os alunos tiraram na prova de Português?_______________________.

Espaço para fazer rascunho

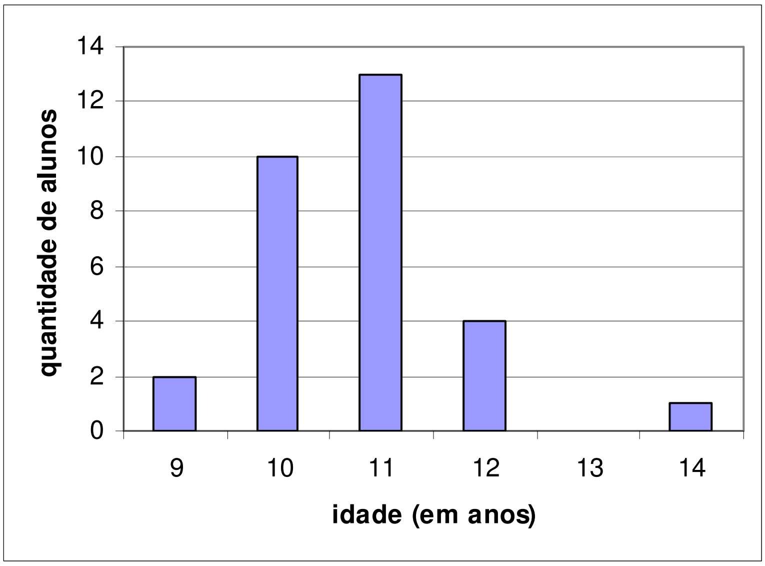
ATIVIDADE 2

DUPLA_______ DATA:____/____/____. 6º ____.

NOME:____

NOME:____

2) O gráfico abaixo representa a idade dos alunos de uma sala de 6º ano do Ensino Fundamental.



Lendo as informações no gráfico, responda as seguintes questões.

a) Qual idade apresenta o maior número de alunos?__________

Quantos alunos têm essa idade?__________

b) Podemos dizer que os alunos do 6º ano têm 11 anos?_________

Justifique.

____

____

c) Qual idade apresenta o menor número de alunos?___________

Quantos alunos têm essa idade?___________

d) Tem alunos com 13 anos de idade no 6º ano do Ensino Fundamental? Se sim, quantos?_______________________.

e) Qual a diferença de idade entre os alunos mais novos e os alunos mais velhos? Por que ocorre esta diferença?

____

Espaço para fazer rascunho

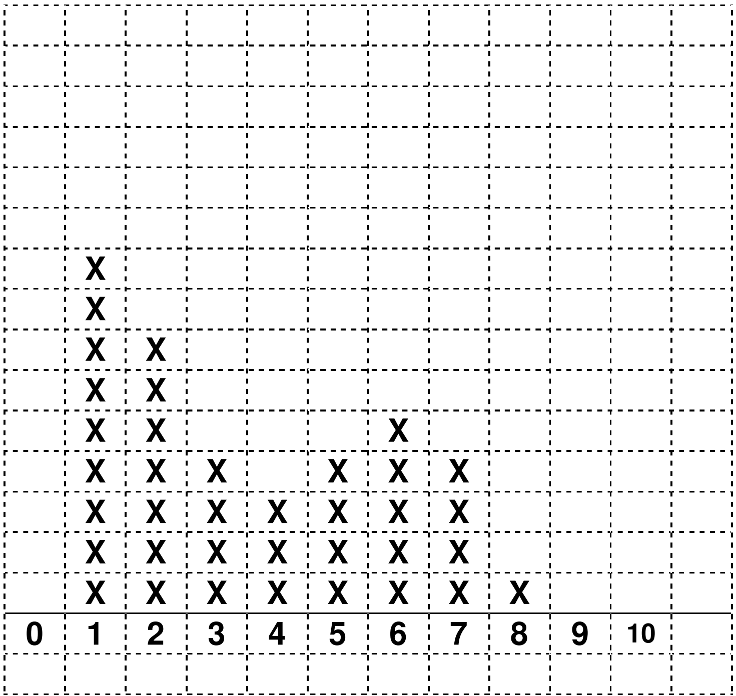
ATIVIDADE 3

DUPLA_______ DATA:____/____/____. 6º ____.

NOME:____

NOME:____

3) O gráfico abaixo representa as notas de Matemática dos alunos de uma sala de 6º. ano do Ensino Fundamental.



Notas da prova de Matemática

Lendo as informações no gráfico, responda as seguintes questões.

a) Que nota foi tirada pelo maior número de alunos?__________

Quantos alunos tiraram esta nota?__________

b) Pode-se dizer que todos os alunos tiraram essa nota?_________

Justifique.

____

____

c) Que nota foi tirada pelo menor número de alunos?___________

Quantos alunos tiraram esta nota?___________

d) Quais são as notas que se encontram nos extremos do gráfico? __________.

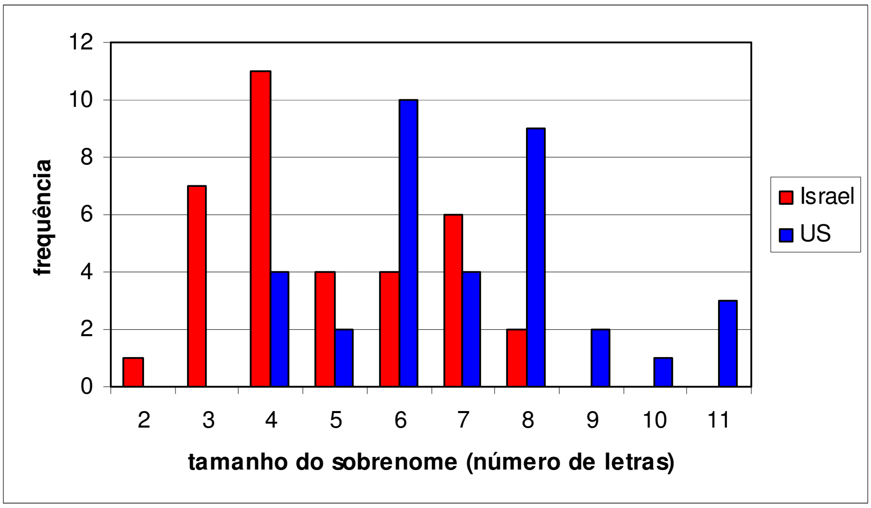
e) Existe concentração dos dados em algum ponto?

f) Qual a diferença entre a maior e a menor nota que os alunos tiraram na prova de Matemática?

ATIVIDADE 4

DUPLA_______ DATA:____/____/____. 6º ____.
NOME:____
NOME:____

4) O gráfico abaixo representa o tamanho do sobrenome de alunos israelenses e americanos.



Responda as questões a seguir de acordo com o gráfico:

a) Em qual país o tamanho do sobrenome tem mais letras? Justifique.

____

b) Em qual país o tamanho do sobrenome tem menos letras? Justifique.

____

c) Em qual país o número de letras varia mais? ______________________

d) Descreva a variação nos dois países. Explique o que você observa em relação aos dois países. Os dois variam da mesma forma?

____

____

Espaço para fazer rascunho

ATIVIDADE 5

DUPLA________ DATA:____/____/____. 6º ____.
NOME:____
NOME:____

5) Como ficará o gráfico se você incluir a quantidade de letras dos sobrenomes dos alunos brasileiros?

Responda as questões a seguir de acordo com o gráfico que você construiu:

a) Em qual país o tamanho do sobrenome tem mais letras? Justifique.

____

b) Em qual país o tamanho do sobrenome tem menos letras? Justifique.

____

c) Em qual país o número de letras varia mais?

____

d) Descreva a variação nos dois países. Explique o que você observa em relação aos dois países. Os dois variam da mesma forma?

____

____

Espaço para fazer rascunho

ATIVIDADE 6

DUPLA_______ DATA:____/____/____. 6º ____.
NOME:____
NOME:____

6) Vocês já desenvolveram várias atividades neste grupo. Agora o que vocês acham de se conhecerem melhor?
Anotem na tabela abaixo alguns dados sobre vocês.

Aluno	Idade	Altura	Peso	Quantidade de pessoas que pertencem à família	Time de futebol	Esporte preferido	Nota no 2º. Bim. em matemática

Com os dados desta tabela e utilizando o papel quadriculado, façam um gráfico que represente a quantidade de pessoas que pertencem à família de cada aluno da sua dupla.

Observando o gráfico que vocês fizeram, respondam às questões abaixo:

a) A família de qual aluno do seu grupo tem mais pessoas? ___________
   Quantas pessoas têm nessa família?_______________

b) A família de qual aluno do seu grupo tem menos pessoas? ___________
   Quantas pessoas têm nessa família?_______________

c) Há colegas do seu grupo que têm a mesma quantidade de pessoas na família?
   Se houver, quais são os alunos com a mesma quantidade de pessoas na família? ____

d) Qual a diferença entre a família de maior com a de menor número de pessoas?
   Por que isso ocorre?

____

____

e) Descreva a variação percebida nas famílias. Explique o que você observa em relação a todas as famílias. Todas variam da mesma forma?

____

____

APÊNDICE

Pesquisa: ESTATÍSTICA PARA ALUNOS DO 6º. ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: Um estudo dos conceitos mobilizados na resolução de problemas.

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Eu, ____, com _____ anos de idade, portador (a) do RG ________________________, residente na ____, com número de telefone ____ e e-mail _______________________________, abaixo assinado, dou meu consentimento livre e esclarecido para que meu filho (a) participe como voluntário da pesquisa supra citada, sob a responsabilidade da pesquisadora Rebeca Meirelles das Chagas, aluna do curso de Mestrado em Educação Matemática da PUC-SP.

Assinando este Termo de Consentimento, estou ciente de que:

1. O objetivo da pesquisa é desenvolver e aplicar um instrumento diagnóstico com conteúdos estatísticos;
2. A realização desta pesquisa é importante para a produção de material didático que apoie os professores de matemática no Ensino de Estatística na escola básica;
3. Assim que for terminada a pesquisa, terei acesso aos resultados globais do estudo;

4. Estou livre para interromper, a qualquer momento, a participação do meu filho (a) nesta pesquisa;
5. A participação nesta pesquisa é voluntária, sendo que os alunos não receberão qualquer forma de remuneração;
6. Os dados pessoais dos alunos serão mantidos em sigilo e os resultados obtidos com a pesquisa serão utilizados apenas para alcançar os objetivos do trabalho, incluindo a publicação na literatura científica especializada;
7. Poderei entrar em contato com a pesquisadora sempre que julgar necessário. Com Rebeca Meirelles das Chagas, no telefone 7337-1400 ou pelo e.mail becamate@hotmail.com.
8. Obtive todas as informações necessárias para poder decidir conscientemente sobre a minha participação na referida pesquisa;
9. Este Termo de Consentimento é feito em duas vias, de maneira que uma permanecerá em meu poder e a outra com os pesquisadores responsáveis.

Cotia, ________ de ________________________ de 2009.

____

Assinatura do responsável

____

Assinatura da pesquisadora

Baixar livros de Literatura
Baixar livros de Literatura de Cordel
Baixar livros de Literatura Infantil
Baixar livros de Matemática
Baixar livros de Medicina
Baixar livros de Medicina Veterinária
Baixar livros de Meio Ambiente
Baixar livros de Meteorologia
Baixar Monografias e TCC
Baixar livros Multidisciplinar
Baixar livros de Música
Baixar livros de Psicologia
Baixar livros de Química
Baixar livros de Saúde Coletiva
Baixar livros de Serviço Social
Baixar livros de Sociologia
Baixar livros de Teologia
Baixar livros de Trabalho
Baixar livros de Turismo