PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC/SP

Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana

Estruturas Aditivas:

o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?

DOUTORADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

São Paulo

2010

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC/SP

Eurivalda Ribeiro dos Santos Santana

Estruturas Aditivas:

o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?

Tese apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de ***DOUTOR EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA****, sob a orientação da* ***Professora Doutora Sandra Maria Pinto Magina.***

São Paulo

2010

Banca Examinadora

A minha família,
de maneira especial o meu esposo Gersonei,
minha mãe Eurides e minhas filhas
Bianca Kellen e Luara Keli.

AGRADECIMENTOS

Esta tese vem coroar uma etapa da minha caminhada acadêmica. Todavia, todo ser humano compartilha a vida profissional e a vida pessoal. Muitos episódios marcaram esses dois lados da minha vida durante os quatro anos de doutorado. Dessa forma, os meus agradecimentos ultrapassam o mundo acadêmico, e vão aos campos do mundo pessoal.

Primeiramente preciso agradecer a Deus, por ter me concedido dificuldades; empecilhos; conquista; vitórias; e, acima de tudo ter me concedido determinação, coragem e sabedoria para vencer as dificuldades, ultrapassar os empecilhos e galgar as conquistas e vitórias. Sei que todo o percurso do doutorado faz parte das fases do meu aprimoramento enquanto criatura de Deus.

À minha família, de maneira especial à Gersonei, meu esposo, que é o companheiro perfeito, e sempre buscou compreender as minhas ausências e apoiar as minhas decisões. À Eurides, minha mãe, que sempre me apoiou em tudo. Às minhas filhas Bianca e Luara, que muito sofreram com a minha ausência física. A meu irmão Evaldes, que foi uma das pessoas imprescindíveis para a minha instalação em São Paulo; meu irmão, obrigada pelo seu carinho, zelo e proteção.

Aos demais componentes da família, que de maneira direta ou indireta sempre me apoiaram: às tias Eunice e Marlucia, ao tio Rocha, à minha sogra Neide, aos cunhados Gilson e Patrícia Kelly.

Às pessoas que não são da família de fato, mas são tão presentes quanto os familiares: Alexis, Diná, Ginalva e Mariete.

No mundo acadêmico existem pessoas que perpassam as barreiras, chegam até a sua vida pessoal e passam a ser, além de colegas de trabalho, grandes amigos. Dentre essas pessoas existem algumas que são responsáveis diretas pela minha decisão em trilhar o caminho do doutorado; dentre essas posso citar Profa. Dra. Irene Cazorla, Profa. Dra. Sandra Magina e Dra. Tânia Campos.

À minha querida orientadora Profa. Dra. Sandra Magina, uma mulher determinada e inteligente, agradeço por tudo que aprendi, pelas orientações, pela construção conjunta que fizemos para chegar à conclusão desta tese, e pela amizade incondicional que construímos.

À Profa. Dra. Irene Cazorla, pelo seu incansável desejo de dividir o conhecimento com todos que a rodeiam; obrigada pela parceria que construímos ao longo desses anos.

À Profa. Dra. Tânia Campos, pelo seu apoio irrestrito no início dessa caminhada, pela sua participação na banca de qualificação e por sua amizade.

À Dra. Verônica Kataoka, pelo seu apoio e, principalmente, pelo generoso auxílio no tratamento estatístico dos dados desta tese.

Aos amigos e "co-autores" que compõem ou já compuseram o nosso grupo de pesquisa REPARE. À Aida, Alexis, Ana Paula Leite, Ana Paula Perovano, Aparecido, Cláudio, Conceição, Corina, Daniela, Franciana, Gabriela, Madeline, Maria Adriana, Otávio, Paulo, Raquel, Rogério, Romeu, Rosana, Silvana e Vera obrigada pelas sugestões e reflexões que foram feitas em grupo.

Aos amigos Aida Vita, Alana Santos, Aliomária Santos, Evandro Sena, Francisco Olímpio, Glebson Vieira e Nilma Alves, pelo apoio dado em vários momentos dessa etapa.

Aos companheiros dos Núcleos de Pesquisa da SBEM/BA que integram a Pesquisa das Estruturas Aditivas - (PEA), pelos momentos de discussão teórica que fortaleceram os meus conhecimentos sobre o referencial teórico utilizado.

À banca de qualificação e à banca de defesa, obrigada pelas valiosas sugestões.

À CAPES, pelo apoio com a bolsa flexibilizada.

À Universidade Estadual de Santa Cruz - (UESC), pelo apoio, concedendo-me a licença das atividades de ensino para realização do doutorado.

À escola pública da rede municipal da cidade de Camacan, na Bahia, na pessoa da sua diretora, dos professores, dos estudantes e dos funcionários que me acolheram e permitiram a realização dos dois estudos realizados durante o período do doutorado.

Enfim, agradeço a todos os que, de maneira direta ou indireta, fazem parte dessa história.

A autora

RESUMO

SANTANA, E. R. S. Estruturas Aditivas: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante? Tese (doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2010.

Esta tese teve como objetivo principal avaliar as contribuições que uma sequência de ensino baseada na classificação proposta pela Teoria dos Campos Conceituais traz para o domínio do Campo Aditivo por estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental. Como objetivo específico, o estudo buscou avaliar se a utilização de suportes didáticos distintos produz efeitos diferentes no domínio do Campo Conceitual Aditivo. A fundamentação teórica se aportou na Teoria dos Campos Conceituais. A metodologia compreendeu um delineamento quase-experimental com grupos de controle e experimentais. Foram aplicados pré e pós-testes, o que permitiu a realização das análises intra e inter-grupos. Participaram da pesquisa 98 estudantes, sendo que 46 deles foram subdivididos em dois grupos experimentais, e 52 em dois grupos de controle. Os quatro grupos responderam aos testes e apenas os experimentais tiveram oito encontros coletivos para a aplicação da intervenção de ensino. Um dos grupos trabalhou as situações-problema aditivas ancorado no material didático (material dourado e ábaco), enquanto o outro grupo se ancorou no material representacional (diagramas de Vergnaud). Os grupos de controle tiveram oito encontros destinados às aulas ministradas pelas professoras para o ensino das Estruturas Aditivas, trabalhando situações-problema de adição e subtração. As aulas de um dos grupos de controle foram acompanhadas por mim. Os principais resultados apontam que a média de acertos dos grupos de controle foi da ordem de 43% no pré-teste e 42% no pós-teste. Já os grupos experimentais partiram de uma média de acertos por volta de 47% (pré-teste) e chegaram a 77% no pós-teste. Os resultados não deixam dúvidas acerca do avanço dos grupos experimentais quanto à capacidade de resolver situações-problema aditivas, desde as mais simples, consideradas protótipos, até aquelas classificadas como de 4ª extensão. No quadro geral, a utilização dos distintos suportes didáticos não acarretou diferenças significativas para a expansão do Campo Aditivo, todavia, a utilização do material didático apresentou supremacia no desempenho dos estudantes em duas categorias de situações-problema: transformação de uma relação e composição de várias transformações. Os resultados ainda apontam para o seguinte: o domínio dos conceitos do Campo Aditivo não ocorre plenamente na 3ª série. Certamente ainda levará um longo período de tempo para ocorrer. O estudo conclui que a utilização de uma sequência de ensino construída com base na classificação proposta na Teoria dos Campos Conceituais permite que os conceitos aditivos sejam trabalhados de maneira gradativa com os estudantes, isto é, os conceitos aditivos podem ser ensinados segundo o grau de dificuldade e complexidade. A principal contribuição que a sequência de ensino trouxe para os estudantes foi a apropriação e, consequente, expansão das Estruturas Aditivas.

Palavras-chave: Estruturas Aditivas; Ensino Fundamental; intervenção de ensino; material didático; suporte didático.

ABSTRACT

SANTANA, E. R. S. Aditive Structures: does support didactic influence on student learning? Thesis (Doctoral in Mathematics Education). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2010.

This thesis had as main objective to evaluate the contributions that a sequence of teaching, based on the classification proposed by the Theory of Conceptual Fields, brings to the domain of Addictive Field by students in the 3rd year of elementary school. As a specific objective the study sought to evaluate whether the use of distinct didactics support produces different effects in the domain of Conceptual Additive Field. The theoretical basis is landed on the Theory of Conceptual Fields. The methodology included a quasi-experimental design with experimental and control groups. Pre and post-tests were applied, which allowed the completion of the analysis within and between groups. Niny eight students participated, from which 46 of them divided into two experimental groups and 52 in two control groups. The four groups responded to tests and only the experimental groups had eight meetings for the implementation of the teaching intervention. One group worked the situations-problem additive anchored by didactic material (golden material and abacus), while the other group was anchored by the representational material (Vergnaud diagrams). The control groups had eight classes with the objective to learn the additive structures, working situations-problem of addition and subtraction. The lessons of one of the control groups were followed by me. The main results show that the average of correct answers of the control groups was approximately 43% in the pre-test and 42% in the post-test. The experimental groups started from an average correct answers around 47% (pre-test) and reached 77% in the post-test. The results leave no questions about the experimental groups progress regarding the ability to solve situations-problem additive, from the simplest, considered prototypes, to those classified as of 4th extension. In general, the use of different didactic support did not cause significant differences in the expansion of the additive field. However, the use of didactic material presented supremacy in the performance of students in two categories of situations-problem: the transformation of a relationship and composition of several transformations. The results also indicate that the domain of Conceptual Additive Field does not occur in the 3rd year of elementary school. Certainly it will take a long time to occur. The study concludes that the use of a sequence of education, built based on the classification proposed in the Theory of Conceptual Fields, allows that the additives concepts are worked out step by step with students, that is, the additives concepts can be taught according to the degree of difficulty and complexity. The main contribution that the sequence of teaching brought to the students was ownership and consequently the expansion of additive structures.

Keywords: Additive Structures; elementary school; teaching intervention; didactic material; didactic support.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE QUADROS

APRESENTAÇÃO

Este trabalho é fruto do interesse em investigar sequências de ensino que possam facilitar o trabalho do professor em sala de aula. Esta preocupação teve início no ano de 2005, quando fomos convidadas, eu e uma colega doutora em Educação Matemática, a trabalhar com a disciplina "*Matemática: Conteúdos e Métodos*", no terceiro ano de Licenciatura Plena em Pedagogia, no Sul da Bahia – (Proação), com professores de escolas públicas, da Educação Infantil e séries iniciais do Ensino Fundamental. Todos os professores participantes do curso atuavam como professores da rede municipal da cidade em que residiam, ou seja, estavam cursando o Ensino Superior estando em serviço na educação municipal.

Esse era um novo desafio para nós, preocupadas em fazer um trabalho diferenciado, no qual tivéssemos condição de ajudar para a melhoria do ensino público. Assim, começamos a refletir sobre a nossa prática pedagógica e a trabalhar com materiais que facilitassem cada vez mais os processos de ensino e de aprendizagem desenvolvidos em sala de aula.

O trabalho realizado com materiais manipulativos (barras de Cuisenaire, material dourado, ábacos, quadro de valor e lugar), como também com materiais conhecidos dos estudantes (conta de água, luz, telefone, resultados de exames médicos) e, ainda, com jogos, trouxeram excelentes resultados e muitas reflexões.

As reflexões nos impeliram a realizar uma pesquisa com o objetivo de investigar que conteúdos, conceituais e procedimentais, os 138 professores do Proação, que lecionavam no 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental, na região Sul da Bahia, consideravam mais importantes para serem trabalhados em suas salas de aula, na disciplina Matemática. Santana e Cazorla (2005) trazem os principais resultados dessa pesquisa, afirmando que esses professores davam maior importância e dedicação ao ensino e à aprendizagem das operações fundamentais com números naturais.

Ao realizarmos uma segunda pesquisa (PEIXOTO; SANTANA; CAZORLA, 2006), ainda no ano de 2005, contudo, com estudantes da 5ª série do Ensino Fundamental, diagnosticamos que eles ainda chegavam à 5ª série com graves problemas na resolução das operações fundamentais.

Essa contradição revelava que, apesar do professor dos dois primeiros ciclos afirmar que dava especial atenção ao ensino das quatro operações básicas, os estudantes chegavam à 5ª série com dificuldades para realizar essas operações.

Em vista de nossas reflexões, a partir do curso com os professores, dos resultados da pesquisa realizada com eles e, ainda, daqueles obtidos no estudo diagnóstico realizado com estudantes da 5ª série, resolvemos então fazer um levantamento para avaliar a competência dos alunos desses 138 professores em resolver situações-problema[1] referentes à Estrutura Aditiva. Esse diagnóstico nos possibilitou fazer uma análise de 1.021 protocolos de estudantes que cursavam desde a 1ª série até a 4ª série do Ensino Fundamental, distribuídos entre 26 escolas públicas de seis municípios do Sul da Bahia.

O instrumento diagnóstico utilizado era do tipo lápis e papel, composto de 17 situações-problema (Apêndice A), envolvendo números de valores pequenos (não maiores que uma dezena). Esse instrumento tomou como referência um levantamento realizado por Magina *et al* (2001), com 782 estudantes da 1ª à 4ª série, do Ensino Fundamental, de escolas públicas da Grande São Paulo, entre os anos de 1997 e 1998. Essas autoras desenvolveram e aplicaram um instrumento com 12 situações. As demais situações (cinco) tomaram como referência um segundo estudo realizado por Magina e Campos (2004), voltado para a análise das estratégias utilizadas por 248 estudantes das quatro séries

[1] Para este estudo, adotei os termos situação-problema e situação como sinônimos. Uso as duas formas durante todo o texto para me referir aos problemas matemáticos em questão.

iniciais do Ensino Fundamental, de duas escolas públicas do Estado de São Paulo, na resolução de situações-problema aditivas.

O estudo foi reaplicado na Bahia, durante o segundo e o terceiro trimestres de 2005. Os instrumentos foram aplicados pelos professores das escolas, de forma coletiva, em uma única seção. Os professores preencheram um formulário (Apêndice A) relatando o processo de aplicação dos instrumentos.

Tínhamos como objetivo principal investigar o domínio das operações de adição e subtração e os conceitos e relações que envolvem as mesmas.

Dos 1.021 estudantes, 51,8% eram do sexo masculino, 163 estavam cursando a 1ª série, 208 a 2ª, 354 a 3ª e 296 a 4ª série. A idade variou de 6 a 15 anos, com uma média geral de 9,5 anos. A idade média na primeira série foi de 8,1 anos, na segunda, de 8,7 anos, na terceira, de 9,5 anos e, na quarta, de 10,8 anos.

O desempenho dos estudantes partiu de uma média geral de 42,7% de acertos na 1ª série e chegou a 61,9% na 4ª série. Apesar de terem sido encontradas diferenças significativas nessa trajetória, apenas a 4ª série se distinguiu das três outras séries. Observamos uma estagnação na 3ª série com relação à 2ª, uma vez que a média obtida pelos estudantes desta série (51,1%) ficou muito próxima da média da 2ª série (52,6%).

Na passagem da 2ª para a 3ª série, observamos, em algumas situações, a estagnação, bem como o decréscimo das taxas de acerto.

A seguir, coloco duas situações-problema, que fizeram parte do instrumento aplicado e que podem mostrar um exemplo de estagnação e outro de decréscimo. São situações que envolvem subtração. A princípio, seriam situações simples para estudantes das séries iniciais, porém, se detectou baixo desempenho nas quatro séries:

A: CARLOS TINHA 4 BOLAS DE GUDE. GANHOU ALGUMAS E AGORA ELE TEM 10 BOLAS DE GUDE. QUANTAS BOLAS ELE GANHOU?

B: UM AQUÁRIO TEM 9 PEIXES DE CORES AMARELA E VERMELHA. CINCO PEIXES SÃO AMARELOS, QUANTOS SÃO OS PEIXES VERMELHOS?

A Figura 1 mostra o desempenho dos estudantes nas situações A e B. Na situação A existe uma estagnação no desempenho dos estudantes da 3ª série, quando comparado com o da 2ª e um decréscimo quando comparada com o da 1ª série. Na situação B, a 3ª série apresenta um decréscimo quando comparada com a 1ª e a 2ª séries.

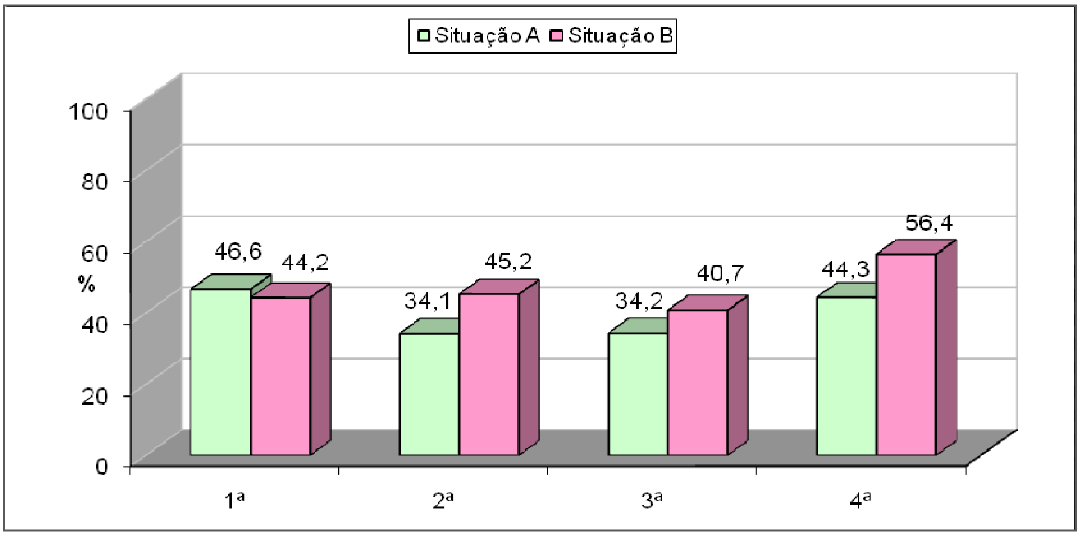


Figura 1. Desempenho por série nas situações A e B.

O que mais nos chamou atenção nesses resultados é que na situação B a média percentual de acertos dos estudantes da 3ª série se mostrou não apenas aquém das médias da 2ª série, mas também aquém das da 1ª série. Em outras palavras, os estudantes da 3ª série mostraram menor competência em resolver essa situação-problema do que os que estavam iniciando seus estudos formais. Para maiores detalhes ler em Santana, Cazorla e Campos (2006), onde esses resultados foram discutidos com maior profundidade.

Observando-se as respostas dadas em todas as situações-problema (17) do instrumento (SANTANA; CAZORLA; CAMPOS, 2006), nota-se a ausência de registro das estratégias na resolução, pois muitos estudantes colocaram apenas o valor da resposta, e poucos registraram os passos seguidos no processo de resolução. Ressalvo, também, que foram raros os estudantes que recorreram a registros como riscos, traços ou desenhos, como apoio na resolução das situações-problema.

A análise do desempenho dos estudantes parece apontar para uma falta de familiaridade com situações-problema envolvendo os diversos tipos de situações e conceitos que fazem parte do Campo Conceitual Aditivo.

Diante desses resultados, tenho me interessado pelo estudo sobre os processos de aprendizagem das Estruturas Aditivas nas séries iniciais. Na verdade é mais do que um simples interesse, é, também, uma preocupação em buscar entender, dentre outros fatores, como se dá o processo de aprendizagem, quais as principais dificuldades dos estudantes na resolução, que tipo de material didático pode ser utilizado visando a um maior aproveitamento para o processo de aprendizagem.

Tendo como base os resultados desse estudo, o meu interesse aumentou de maneira significativa em relação à 3ª série, pois as diferentes oscilações de resultados indicam certa necessidade de um estudo mais detalhado, estudo esse que também precisa prezar pela organização, ordenação e ampliação das situações-problema oferecidas em sala de aula, a fim de desenvolver plenamente o Campo Conceitual das Estruturas Aditivas.

Quando digo organização, quero dizer que é necessário seguir um trabalho que gradativamente incorpore situações-problema de maior complexidade. Ou seja, que o professor possa assumir objetivos bem definidos no que se refere à complexidade das situações-problema apresentadas em sala de aula. Ordenação, no sentido de por essa complexidade e outros fatores que vão além da linguagem figural, dispostos convenientemente como meios de se chegar aos objetivos propostos. Ampliar, no sentido de diversificar as situações-problema que são propostas em sala de aula, de forma a tornar mais extenso o domínio de conceitos que fazem parte do Campo Conceitual Aditivo.

Detecto, portanto, a necessidade de realizar um diagnóstico mais amplo do desenvolvimento cognitivo, com estudantes das séries iniciais do Sul da Bahia, de maneira especial os da 3ª série[2]. Tal diagnóstico pode revelar mais detalhes inerentes aos processos de ensino e de aprendizagem das Estruturas Aditivas.

[2] A nova legislação assume o Ensino Fundamental de nove anos, fazendo com que a 3ª série seja equivalente ao 4º ano. Mas, usarei durante todo o texto a nomenclatura ainda usada pela escola na qual a pesquisa foi desenvolvida.

Acredito que, à luz da Teoria dos Campos Conceituais, seja possível, proporcionar ao professor subsídios que lhe permitam conhecer em que nível de desenvolvimento seus estudantes se encontram, os tipos de situações-problema que são mais facilmente entendidos, os que apresentam maiores dificuldades e uma organização, ordenação e ampliação das situações-problema a serem apresentadas em sala de aula.

Acredito que somente a partir de análises desse tipo, o professor poderá lançar mão de estratégias facilitadoras e trabalhar com as categorias de situações-problema que requeiram raciocínios mais sofisticados dos estudantes e, assim, expandir o referido Campo Conceitual.

Neste contexto, emergem questões a respeito da forma como podem ser planejadas as atividades pedagógicas do professor para o desenvolvimento do trabalho com as Estruturas Aditivas, bem como o desenvolvimento de estratégias que facilitem o processo da aprendizagem.

Com essa perspectiva, o presente estudo teve como objetivo principal:

> **AVALIAR AS CONTRIBUIÇÕES QUE UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO, BASEADA NA CLASSIFICAÇÃO PROPOSTA PELA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS, TRAZ PARA O DOMÍNIO DO CAMPO ADITIVO POR ESTUDANTES DA 3ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL.**

Esse objetivo me leva a um segundo objetivo mais específico, qual seja:

> **AVALIAR SE A UTILIZAÇÃO DE SUPORTES DIDÁTICOS DISTINTOS PRODUZ EFEITOS DIFERENTES NO DOMÍNIO DO CAMPO CONCEITUAL ADITIVO.**

Estes objetivos tiveram como sustentáculo as seguintes questões:

1-) QUAIS AS CONTRIBUIÇÕES QUE UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO BASEADA NA CLASSIFICAÇÃO PROPOSTA PELA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS TRAZ PARA O DOMÍNIO DO CAMPO ADITIVO POR ESTUDANTES DA 3ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL?

2-) **CONSIDERANDO UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO BASEADA NA CLASSIFICAÇÃO PROPOSTA PELA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS, A UTILIZAÇÃO DE SUPORTES DIDÁTICOS DISTINTO TRAZ DIFERENÇA NA EXPANSÃO DO CAMPO CONCEITUAL ADITIVO DE ESTUDANTES DA 3ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL?**

3-) **EXISTE SUPREMACIA NA UTILIZAÇÃO DE UM DESSES SUPORTES? SE SIM, EM QUÊ?**

A Teoria dos Campos Conceituais subsidiou a elaboração e o desenvolvimento da sequência de ensino. Porém, a mesma foi aplicada com o auxílio de dois diferentes suportes didáticos. Para isso, participaram da parte experimental duas turmas de estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental. Numa turma, a intervenção foi pautada no uso de diagramas de Vergnaud e na outra em uso de materiais didáticos (ábaco de copinhos e material dourado).

Visando a um melhor detalhamento do presente estudo, busquei uma organização em cinco capítulos.

No Capítulo I apresentei a parte principal da Teoria dos Campos Conceituais, que se refere ao estudo realizado, pois considero importante fazer uma discussão detalhada de cada conceito envolvido no Estudo.

Na sequência, no Capítulo II, fiz uma revisão da literatura, buscando mostrar os principais resultados de pesquisas realizadas na Educação Matemática, que têm conceitos do Campo Conceitual Aditivo no foco da pesquisa.

Já no Capítulo III, apresento o que os Parâmetros Curriculares Nacionais – (PCN) orientam para o ensino das Estruturas Aditivas. E ainda uma discussão sobre o uso de suportes didáticos nas aulas de Matemática.

Reservei, para o capítulo IV, a descrição da metodologia da pesquisa. Nele relato o estudo piloto, seguido das mudanças realizadas nos instrumentos e na intervenção de ensino que foram incorporadas ao estudo principal, discutindo, dentro do estudo principal, como foi o processo de intervenção, bem como, a estrutura do instrumento diagnóstico que foi aplicado e a entrevista realizada com alguns dos estudantes, além de delinear o processo de análise dos dados.

Coloco, no capítulo V, a análise dos resultados do estudo principal, com as análises quantitativa e qualitativa.

Na sequência, faço as considerações finais da presente pesquisa. Apresento as conclusões e retomo as questões colocadas, mostrando possíveis limitações da pesquisa e abordando questões para novos estudos.

Por fim, apresento as referências nas quais me apoiei e que colaboraram para a elaboração e o desenvolvimento da pesquisa e, por último, apresento os apêndices e anexo que subsidiaram todo o estudo.

CAPÍTULO I

REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo, apresento as principais ideias do referencial teórico que fundamenta a presente pesquisa. Coloco aqui a Teoria dos Campos Conceituais, com uma discussão detalhada sobre definições e pontos que compõem a referida teoria.

1.1 A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A Teoria dos Campos Conceituais – (TCC) é uma teoria cognitivista que foi desenvolvida pelo psicólogo, professor e pesquisador francês Gérard Vergnaud. Essa teoria tem uma forte herança da teoria de Piaget e, também, alguns pontos da teoria de Vygotsky.

Ela proporciona um diagnóstico da aprendizagem e oferece elementos por meio dos quais é possível basear a análise do desenvolvimento de competências[3] e da aprendizagem de competências dos estudantes, que são consideradas complexas.

Dessa forma, a sua finalidade principal é fornecer informações que tornam possível estudar as filiações e rupturas entre os conhecimentos do ponto de vista do saber fazer e dos saberes expressos envolvidos. Por isso, ela se torna de

[3] Competência está claramente definida na seção 1.1.8.

grande interesse para vários campos do conhecimento, como Didática da Matemática, Didática da Física, Didática da Biologia, dentre outros.

Ela teve, porém, como ponto de partida, a Matemática, e mais especificamente os conteúdos envolvidos no estudo das Estruturas Aditivas e Multiplicativas, bem como as relações número-espaço e a álgebra. E a partir desses estudos, as demais Ciências também passam a ter interesse por essa Teoria.

1.1.1 Campo Conceitual

Para Vergnaud, um campo conceitual significa[4]:

> [...] um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, conteúdos, e operações de pensamento, conectados uns aos outros e provavelmente interligados durante o processo de aquisição. (VERGNAUD, 1982, p. 40, tradução nossa).

Conforme Vergnaud (Ibid., p. 40), o domínio de um dado Campo Conceitual ocorre num "longo período de tempo por meio da *experiência*, *maturação* e *aprendizagem*."[5]

Considerando que as crianças normalmente constroem um campo conceitual através da *experiência* na vida diária e na escola, o domínio de um campo envolve momentos que estão, também, fora do seu contexto escolar. O termo *maturação* é empregado por Vergnaud no mesmo sentido de Piaget, e se refere, principalmente, ao crescimento fisiológico e ao desenvolvimento do sistema nervoso; a *experiência* refere-se à interação do sujeito com o objeto em situações de sua vida diária. Por fim, a *aprendizagem* é, por excelência, de responsabilidade escolar.

---

[4] [...] an informal and heterogeneous set of problems, situations, concepts, relationships, structures, contents, and operations of thought, conected to one another and likely to be interwoven during the process of acquisition. (VERGNAUD, 1982, p. 40).

[5] [...] over a long period of time through *experience*, *maturation*, and *learning*. (VERGNAUD, Ibid., p. 40).

Vergnaud (1984, p. 1, tradução nossa)[6] afirma que: “é um pouco trivial dizer que a aprendizagem depende dos conteúdos do conhecimento a ser aprendido”. Concordo com o autor, pois a aprendizagem é um fator que atua na construção do conhecimento da criança. Por exemplo, no âmbito escolar, muitas vezes ela depende diretamente da atuação do professor (suas escolhas, planejamento e desenvolvimento de experimentos didáticos). No âmbito social, depende de fatores alheios à vontade ou interferência do professor ou da escola, dentre eles: a alimentação, a estrutura familiar,o apoio da família.

Quando abordo a aprendizagem, aportada na TCC, tenho alguns pontos a levantar em relação à aprendizagem de crianças e à aprendizagem de adultos. Nas crianças e nos adolescentes, a aprendizagem e o desenvolvimento cognitivo acontecem de forma conjunta, podemos dizer que lado a lado. E quando se analisa a aprendizagem de adultos, é preciso levar em consideração que as rupturas são vistas de uma forma que envolve os hábitos e as tendências do pensamento, e não apenas a ordem do desenvolvimento do aparelho psíquico.

Em relação ao conhecimento, Vergnaud (1996) o entende tanto como o saber fazer quanto como os saberes envolvidos. Segundo o autor, quando confrontamos os estudantes com novas situações, eles utilizam os conhecimentos adquiridos em suas experiências passadas, quando estavam com situações mais simples e mais familiares, e tentam adaptá-las às novas situações (VERGNAUD, 1988a, p. 141).

Para este autor, o conhecimento pode ser apresentado de maneira explicita ou de maneira implícita:

> O conhecimento dos estudantes pode ser explícito, no sentido que eles podem expressá-lo de forma simbólica (língua natural, esquemas e diagramas, sentenças formais, etc.) Seu conhecimento pode ser implícito, no sentido que eles podem usá-lo na ação, escolhendo as operações adequadas, sem serem capazes de expressar as razões para esta adequação. (VERGNAUD, 1988a, p. 141, tradução nossa).[7]

---

[6] It is somewhat trivial to say that learning depends on the contents of knowledge to be learned. (VERGNAUD, 1984, p. 1).

[7] Students’ knowledge may be explicit, in the sense that they can Express it in a symbolic form (natural language, schemas and diagrams, formal sentences, etc.). Their knowledge may also be implicit, in the sense that they can use it in action, by choosing adequate operations, without being able to express the reasons for this adequacy. (VERGNAUD, 1988a, p.141).

É possível reconhecer, por exemplo, a forma explícita através da linguagem natural ou do uso de diagramas, dentre outras formas. A forma implícita é mais difícil de ser detectada, pois está contida na ação do estudante e nas relações de pensamento estabelecidas por ele.

Baseada em minhas experiências com o ensino e a formação de professores, formulei um exemplo (fictício), colocado a seguir, que pode facilitar a compreensão de como aparece uma forma implícita.

Sendo dada a seguinte situação-problema para um estudante da 1ª série do Ensino Fundamental:

- MADALENA TEM QUATRO BONECAS E MEIRE TEM ONZE BONECAS.
  QUANTAS BONECAS ELAS TÊM JUNTAS?

O estudante registra a seguinte resolução:

$$\begin{array}{rl} 4 & \\ \underline{11} & + \\ 15 & \end{array}$$

Resposta: 15 bonecas

Estou partindo do pressuposto que o estudante conheça a operação de adição. Posso citar, por exemplo, a existência de conhecimentos explícitos, quando o estudante arma a conta corretamente colocando a unidade 1 de forma correspondente à unidade 4; essa organização traz indícios de que o estudante possui algum tipo de conhecimento que lhe permite armar e efetuar essa operação de maneira correta. O estudante pode conhecer as regras do algoritmo da adição, pode conhecer as características básicas do sistema de numeração decimal posicional, e certamente foram conhecimentos desse tipo que permitiram que ele armasse e efetuasse corretamente a operação.

Um conhecimento implícito que podemos destacar refere-se à escolha da operação correta, pois não é possível identificar os motivos que levaram o estudante a escolher a operação de adição e não escolher, por exemplo, a operação de subtração. E, muitas vezes, quando questionamos um estudante sobre os motivos que o levaram a escolher uma operação correta, ele não consegue expressar as razões que o levaram a tal escolha.

Para Vergnaud (1988a), uma das principais motivações para se estudar um Campo Conceitual é a compreensão de filiações e rupturas que ocorrem na aquisição do conhecimento pelo estudante.

> O principal motivo por que os pesquisadores da Educação Matemática devem estudar [...] os sistemas compreensivos como campos conceituais é compreender filiações e saltos na aquisição do conhecimento pelos estudantes. (VERGNAUD, Ibid., p. 141, tradução nossa)[8].

Os diferentes Campos Conceituais não são independentes, e uns podem ser importantes para a compreensão de outros. Dessa forma, Vergnaud (1996) considera útil falar em distintos Campos Conceituais se eles puderem ser consistentemente descritos. Ele crê que é praticamente impossível estudar as coisas separadamente, mas, por isso mesmo, é preciso fazer recortes, e é nesse sentido que os Campos Conceituais são unidades de estudo frutíferas capazes de dar sentido aos problemas e às observações feitas em relação à conceitualização.

1.1.2 Conceito

Existe, naturalmente, no meio acadêmico, uma forte tendência de colocar conceito e definição como sinônimos. Estou assumindo que existe uma diferença básica entre essas palavras. Neste estudo, vou admitir o conceito como a formulação de uma ideia através das palavras e do pensamento. E a definição, como o ato de determinar a extensão e os limites de um objeto ou assunto.

Para Vergnaud (1996, p. 156), um conceito não pode ser reduzido a sua definição, pelo menos quando nos interessa a sua aprendizagem e o seu ensino.

[8] The main reason that mathematics education researchers should study [...] compreensive systems as conceptual fields is to understand filiations and jumps in students' acquisition of knowledge. (VERGNAUD, 1988a, p. 141).

Um conceito não tem sentido em si mesmo, mas adquire sentido quando está envolvido numa situação-problema a ser resolvida. “Este processo de elaboração pragmática é essencial para a psicologia e para a didática.” (VERGNAUD, 1996, p. 156).

Na prática, podemos observar que os estudantes e até mesmo os professores têm dificuldades para observar que a compreensão de um simples conceito não deriva, apenas, de um tipo de situação e que uma situação sempre envolve mais de um conceito.

A natureza das situações-problema com as quais os estudantes são confrontados pode ser tanto teórica como prática. É importante levar em consideração a relevância do papel da linguagem e do simbolismo na conceitualização e na ação.

A compreensão de um conceito pelo estudante não se dá quando este é confrontado apenas com uma única situação. Por exemplo, ao buscar o domínio do conceito da operação de adição por um estudante das séries iniciais do Ensino Fundamental, é necessário confrontá-lo com:

- uma série de situações que dê sentido a esse conceito, como, situações-problema que tragam a ideia de juntar, transformar, comparar, operações de somar, dentre outras situações que podem ser oferecidas;
- condições que facilitem a compreensão das propriedades da adição (associativa, comutativa, elemento neutro), que eles sejam direcionados a utilizar tais propriedades, mesmo sem colocá-las de forma explícita;
- contato com as formas de representação dessas propriedades e com os símbolos que fazem parte da definição da soma.

Na TCC, a construção de um conceito envolve uma terna de conjuntos e, segundo essa teoria, o conceito é chamado simbolicamente de C=(S, I, R), em que:

> *S* é um conjunto de situações que tornam o conceito significativo; *I* é um conjunto de invariantes (propriedades e relações) que podem ser reconhecidos e usados pelo sujeito para analisar e dominar essas situações; *R* conjunto de formas pertencentes e não pertencentes à linguagem que permitem representar simbolicamente o conceito, as suas propriedades, as situações e os procedimentos de tratamento (o significante). (VERGNAUD, 1996, p. 166).

O conjunto de situações é o **referente** do conceito, os invariantes são os **significados** do conceito, enquanto que as representações simbólicas são os **significantes**.

Nessa definição de conceito, dada pela TCC, não se pode falar em conceito sem citar as diversas situações a ele associadas, e sem destacar os invariantes operatórios que levam o indivíduo a reconhecer os elementos pertinentes à situação. É nesse sentido que Vergnaud (1988a, p. 141; 1997, p. 6) define conceito como um tripleto de três conjuntos.

1.1.3 Situação

A definição mais clássica que temos associada à situação, está dentro da Didática Francesa, e é dada por Brousseau na Teoria das Situações Didáticas:

> Um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, um certo "milieu"[9], contendo eventualmente instrumentos ou objetos, e um sistema educativo (o professor) para que estes alunos adquiram um saber constituído ou em constituição. (BROUSSEAU, 1997).

Na Teoria dos Campos Conceituais, todavia, a situação não está colocada com o amplo sentido dado por Brousseau. É colocada no sentido de tarefa, de modo que toda situação complexa pode ser vista como uma combinação de tarefas.

Quando nos referimos ao desempenho dos estudantes nas tarefas, com as quais são confrontados, somos direcionados a analisar esse processo a partir de

[9] "Milieu" é tudo com o que o sujeito interage para construir o conhecimento.

cada subtarefa, pois o desempenho em cada subtarefa afeta o desempenho global.

Os processos cognitivos e as respostas dos sujeitos são funções das situações com as quais são confrontados. Vergnaud chama a atenção para duas ideias que são consideradas principais para as situações:

> 1) *a de variedade:* existe uma grande variedade de situações num dado campo conceitual, e as várias situações são um meio para gerar de maneira sistemática o conjunto de classes de situações possíveis;
>
> 2) *a de história*: os conhecimentos dos alunos são formados pelas situações com as quais eles são confrontados e dominam progressivamente, particularmente pelas primeiras situações susceptíveis de dar sentido aos conceitos e procedimentos que lhes são ensinados. (VERGNAUD, 1990, p. 150, tradução nossa, grifo nosso)[10].

Estas ideias significam que, em cada Campo Conceitual, existe uma grande variedade de situações, e os conhecimentos dos estudantes são moldados pelas situações que, progressivamente, vão dominando. Muito do que faz parte do conhecimento dos estudantes decorre das primeiras situações que eles conseguem dominar ou das experiências adquiridas durante as tentativas que fazem tentando modificá-las.

Dessa forma, são as situações que dão sentido aos conceitos, tornando-se o ponto de entrada para um dado Campo Conceitual. Contudo, um só conceito precisa de uma variedade de situações para tornar-se significativo. Da mesma maneira, uma só situação precisa de vários conceitos para ser analisada.

Estes são alguns dos motivos que levaram ao estudo de Campos Conceituais e não de situações isoladas ou conceitos isolados. Segundo Verganud (1994), outra razão vem do fato de os estudantes dominarem certas classes de situações antes de dominarem outras; podem se passar vários anos

---

[10] 1) celle de variéte: il existe une grande varieté de situations dans um champ conceptuel donné, et les variables de situation sont un moyen de générer de manière systématique l'ensemble des classes possibles;

2) celle d'histoire: les connaissances des élèves sont façonnées par les situations qu'ils ont rencontrées et maîtrisées progressivement, notamment par lês premières situations susceptibles de donner du sens aux concepts et aux procédures qu'on veut leur enseigner. (VERGNAUD, 1990, p. 150).

para que um estudante domine uma situação simples e passe a dominar uma situação mais complexa. Durante esse processo, o estudante passa por:

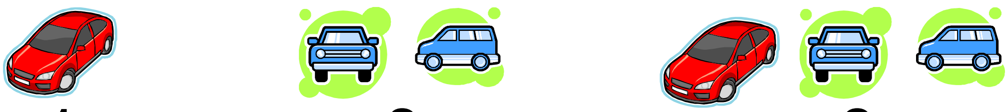
> [...] situações, palavras, algoritmos e esquemas, símbolos, diagramas e gráficos ... e aprenderá, às vezes por descoberta, às vezes por repetição, às vezes representando e simbolizando, às vezes diferenciando, às vezes por redução de diferentes coisas para outras. Isso por que o panorama da aquisição do conhecimento é muito complexo [...] (VERGNAUD, 1994, p. 46, tradução nossa)[11].

A seguir, apresento uma situação usada para introduzir o conceito de adição. Ela foi retirada de um livro de Matemática da alfabetização[12]. Com este exemplo, objetivo ilustrar o envolvimento de vários conceitos numa única situação.

Quadro 1.1.1. Atividade do livro de Matemática para introdução da adição

PREPARANDO PARA A ADIÇÃO

João tem um carrinho vermelho e mais 2 carrinhos azuis. Vamos ver quantos carrinhos ele tem?
Observe:



1 + 2 = 3

O sinal **+** significa **mais**.

Fonte: Almeida (1997, p. 96).

A situação busca a compreensão de um dos conceitos do Campo Conceitual Aditivo, que é o de composição, isto é, de conceber o todo como uma composição aditiva das partes. Supõe-se que uma criança de 6 anos de idade, quando colocada diante dessa situação, já tem o domínio de outros conceitos como, por exemplo, conservação de quantidades e cardinal. Segundo Vergnaud (1996), um conceito torna-se significativo por meio de situações distintas.

[11] [...] situations, words, algorithms and schemes, symbols, diagrams and graphs ... and will learn sometimes by discovering, sometimes by repeating, sometimes by representing and symbolizing, sometimes by differentiating, sometimes by reducing different things to one another. Because the landscape of knowledge acquisition is so complex [...] (VERGNAUD, 1994, p. 46).

[12] Correspondente ao 1º ano do Ensino Fundamental, na atual legislação.

Contudo, o sentido do conceito não está nas situações, assim como não está nos símbolos e nem nas palavras.

O sentido se dá numa relação direta dos estudantes com as situações e com as representações simbólicas, porém essa relação tem uma ligação com os esquemas que o estudante vai utilizar numa dada situação.

Até aqui foram discutidas algumas ideias da TCC: ideia de campo conceitual; que encaminhou para a ideia de conceito (tripleto: situação, invariantes e representação simbólica); e para como as situações dão sentido ao conceito, chegando ao conceito de situação. Na sequência, serão discutidos os demais componentes do tripé (invariante e representação simbólica), assim como a definição de esquema, cálculo relacional, cálculo numérico e competências.

1.1.4 Invariantes operatórios

Ao organizar a sua ação diante de uma dada situação, o estudante está lançando mão de esquemas[13] de ação que, de acordo com Vergnaud (1996, p. 162), são geralmente compostos, de forma essencial, por invariantes operatórios. Assim, os invariantes operatórios, que são os conhecimentos contidos nos esquemas, são designados de "conceito-em-ação" e "teorema-em-ação".

Em breves palavras, "[...] um teorema-em-ação é uma proposição que pode ser verdadeira ou falsa. Um conceito-em-ação é um objeto, um predicado, ou uma categoria de pensamento tida como pertinente, relevante." (VERGNAUD, 1998, p. 168, tradução nossa)[14].

Existem, basicamente, três tipos lógicos de invariantes operatórios:

> - *invariantes de tipo "proposições"*: susceptíveis de serem verdadeiros ou falsos, os teoremas-em-ação são invariantes deste tipo. [...] - *invariantes de tipo "função proposicional"*: não são susceptíveis de serem verdadeiras ou falsas, mas constituem tijolos indispensáveis à construção das proposições. [...] - *invariantes de tipo "argumento"*: quem diz função proposicional e proposição diz argumento. (VERGNAUD, 1996, p. 163-164, grifo do autor).

[13] Esquema está claramente definido na seção 1.1.6.

[14] [...] A theorem-in-action is a proposition which is held to be true; A concept in action is an object, a predicate, or a category which is held to be relevant. (VERGNAUD, 1998, p. 168).

De acordo com Vergnaud (1996), a relação entre funções proposicionais e proposições é uma relação dialética, uma vez que as funções proposicionais (conceitos) são ingredientes das proposições (teoremas), e as proposições são propriedades que dão aos conceitos seus conteúdos. Ou seja, em Matemática, os conceitos (ou definições) e os teoremas são construídos em estreita ligação.

Existe distinção entre proposições e funções proposicionais. Vergnaud (1996, p. 164-166) destaca entre as funções proposicionais a existência dos seguintes tipos:

- as funções com um argumento, as propriedades;
- as funções com dois argumentos, as relações binárias, que relacionam dois elementos entre si. Por exemplo: "Um grupo de **10 unidades** é igual a **1 dezena**";
- as funções com três argumentos, as relações ternárias, que relacionam três elementos entre si. Por exemplo: "O **cinco** multiplicado por **três** dá **quinze**";
- as funções com quatro argumentos, as relações quaternárias, que relacionam quatro elementos entre si. Por exemplo, as funções de proporcionalidade: "Se temos a igualdade entre duas razões, então **a** está para **b** assim como **c** está para **d**";
- as funções com mais de quatro argumentos relacionam mais de quatro elementos entre si. Por exemplo: Em **um número** na **forma decimal**, à **esquerda da vírgula** é indicada a **parte inteira**, e à direita, a **parte decimal.**

Ressalto que um teorema-em-ação não é um verdadeiro teorema científico, nem um conceito-em-ação seria um conceito científico. Seriam se fossem colocados de forma explícita pelo estudante. Ou seja, quando os discutimos na ciência, conceitos e teoremas são colocados de forma explícita, assim podemos discutir a sua veracidade e pertinência.

Vergnaud (1998, p. 175) coloca que conceitos-em-ação e teoremas-em-ação podem, progressivamente, tornar-se verdadeiros conceitos e teoremas científicos. Considera, ainda, que eles têm pouca relevância, validade e que o relato feito pelo estudante nem sempre é suficiente para que possa ser reconhecido. Já os conceitos e os teoremas explícitos podem ser desenvolvidos sobre domínios mais amplos e em sistemas fortemente integrados. "Está ideia foi claramente expressa por Vygotsky (1962 apud VERGNAUD, 1998, p. 175, tradução nossa)"[15].

Em linhas gerais, os estudantes não conseguem explicar ou mesmo expressar em linguagem natural conceitos-em-ação e teoremas-em-ação utilizados. Muitas vezes, na resolução de uma situação, os estudantes trabalham os dados usando, implicitamente, em seus esquemas, conceitos-em-ação e teoremas-em-ação. Porém, eles podem também ser explícitos ou tornar-se explícitos; é aí que entra uma das mais difíceis funções do ensino, que é a de descontextualizar, ou seja, ajudar o estudante a construir conceitos e teoremas de forma explícita, que já são estabelecidos como saberes científicos. E isso se dá a partir do conhecimento implícito. É dessa forma que conceitos-em-ação e teoremas-em-ação podem, progressivamente, tornar-se verdadeiros conceitos e teoremas científicos, contudo para se chegar a esse processo pode levar um grande período de tempo.

1.1.5 Representação simbólica

Quando abordei o significado de conceito, na seção 1.1.2, coloquei que sua formação tem como base um tripé. Tal tripé é formado pelas situações (S), pelos invariantes (I) e pelas representações simbólicas (R). Até aqui, neste trabalho, foram discutidos os dois primeiros, agora vou abordar o último componente desse tripé.

O sentido de cada representação simbólica é diferente para cada estudante, ou seja, o que faz sentido para um estudante pode não fazer sentido para o outro. Como visto anteriormente, o sentido é uma relação do estudante com as situações e as suas representações.

[15] "This Idea was clearly expressed by Vygotsky (1962 apud VERGNAUD, 1998, p. 175)."

As representações simbólicas são, dentre outras, a linguagem natural, os gráficos, os diagramas e as sentenças formais, e podem ser usadas para pontuar e representar os invariantes operatórios e, portanto, representar as situações e os procedimentos para lidar com eles.

Vergnaud (1982, p. 53) apresenta duas vantagens do uso das representações simbólicas:

1º) ajudar os estudantes a resolver as situações-problema;

2º) ajudar os estudantes a diferenciar várias estruturas e categorias de situações-problema.

Considera-se que os significantes e a organização de esquemas de ação desempenham um papel essencial na resolução de qualquer situação. Para Vergnaud (1996), clarificar a função da linguagem e dos outros significantes é, pois, um trabalho teórico indispensável. E nessa Teoria esta função é tripla:

> – juda à designação e, portanto, à identificação dos invariantes: objetos, propriedades, relações, teoremas;
> – juda ao raciocínio e à inferência;
> – juda à antecipação dos efeitos e dos objetivos, à planificação e ao controle da ação. (VERGNAUD, 1996, p. 180).

Na vida diária, quando nos defrontamos com uma situação-problema nova, construímos um modelo de esquema de ação para entendê-la, descrevê-la e prever o que vai acontecer. Este modelo pode ser correto ou não, pode ser vago, confuso, incompleto, mas é, sobretudo, funcional para quem o está construindo e pode ser modificado até atingir a sua funcionalidade.

Dessa forma, cada tipo de representação simbólica possui sua importância e utilidade. Quando o sujeito se encontra diante da situação a ser resolvida, ele vai escolher a representação, para seu esquema, conforme a importância que ela tiver para ele.

Os esquemas evocados no sujeito é que dão sentido a uma dada situação. E o conceito de esquema, como veremos, está ligado ao conceito de invariante operatório.

1.1.6 Esquema

"Esquema *é a organização invariante da conduta para uma dada classe de situações*." (VERGNAUD, 1990, p. 136, tradução nossa, grifo do autor)[16]. Baseada nessa afirmativa, posso dizer que o esquema atende a uma organização feita pelo próprio sujeito que tem como objetivo principal conduzir o processo de resolução de uma dada situação.

Na TCC, se distingue a classe de situações para as quais os sujeitos dispõem, em seu repertório, das competências necessárias para o seu tratamento e a classe de situações nas quais os sujeitos não dispõem em seu repertório de competências necessárias para o seu tratamento.

Segundo Vergnaud (1996, p. 156), o conceito de esquema é muito importante para ambas as classes de situação, pois vai organizar as ações desse sujeito diante dessas situações. Na primeira classe de situação, os esquemas são únicos, ou seja, os esquemas já são, em sua maioria, automatizados. Já na segunda classe, acontece o que podemos classificar de desencadeamento de esquemas, pois será necessário que o estudante acomode, desacomode e acabe por descobrir novas formas de conduzir o surgimento de novos esquemas.

A Teoria dos Campos Conceituais é cognitivista e, como tal, tem, dentre os seus principais conceitos, o de esquema. Isso se deve a sua capacidade de poder articular o comportamento e vários aspectos da representação. Vejamos o que diz o seu autor em relação a isso:

> O conceito de esquema é essencial para qualquer teoria cognitivista, porque ele articula, dentro dele mesmo, ambos, o comportamento e os aspectos representacionais: regras de ação e invariantes operatórios. Os esquemas estão no âmago da cognição e no âmago do processo de assimilação-acomodação. (VERGNAUD, 1997, p. 27, tradução nossa)[17].

---

[16] [...] << schéme>> *l'organisation invariante de la conduite pour une classe de situations donnée.* (VERGNAUD, 1990, p. 136).

[17] The concept of scheme is essential to any theory of cognition because it articulates into a unit both its behavioural and representational features: rules of action and operational invariants. Schemes are at the heart of cognition, and at the heart of the assimilation-accommodation process. (VERGNAUD, 1997, p. 27).

"Um esquema, para Piaget, é uma totalidade dinâmica que une os ingredientes da atividade funcional e pode tanto acomodar para novas situações como assimilá-las." (VERGNAUD, 1987, p. 231, tradução nossa)[18].

A propriedade de universalidade já está no esquema. Existem esquemas puramente sensório-motores, como, por exemplo, subir uma escada, e esquemas sensório-motores simbólicos, como, por exemplo, fazer uma enumeração. Há uma grande variedade de exemplos de esquemas que são mobilizados na aprendizagem da Matemática. E boa parte dos esquemas matemáticos refere-se a espaço, geometria e algoritmos, e é possível ter todos compondo um só esquema.

Para Vergnaud (1997), algoritmos são esquemas compostos por objetivos, expectativas, regras, invariantes operatórios e possibilidades de inferência. Contudo, eles não são apenas funcionais, mas também efetivos.

Quando se analisa as relações entre os algoritmos e as características da situação-problema que se quer resolver, podemos notar certa confiabilidade no conhecimento que aparece de forma explícita ou de forma implícita.

A seguir, um exemplo de esquemas mobilizados normalmente no algoritmo da adição de números naturais, que se espera que sejam dominados por estudantes ao final da 4ª série:

– Pede-se ao estudante que efetue a soma de 405 mais 98. Vejamos os passos seguidos pelo estudante:

1º) Escreve o número 405;

$$405$$

2º) Escreve o número 98 abaixo do número 405, começando pela coluna das unidades;

$$\begin{array}{r} 405 \\ \underline{\;\;98} \; + \end{array}$$

[18] A scheme, for Piaget, is a dynamic totality that ties together all the ingredients of a functional activity and can both accomodate to new situations and assimilate them. (VERGNAUD, 1987, p. 231).

3º) Calcula a soma dos números em cada coluna, seguindo as regras do agrupamento do sistema de numeração decimal. Primeiro, o agrupamento na coluna das unidades é 13, como é superior a dez, anota 3, que é o algoritmo das unidades dessa soma, e coloca o algarismo 1, das dezenas, no alto da coluna à esquerda;

$$\begin{array}{rl} 1 & \\ 405 & \\ 98 & + \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

4º) Depois, faz o agrupamento na coluna das dezenas que é 10, anota 0, o algoritmo das unidades dessa soma (que corresponde à dezena das parcelas que estão sendo somadas) e coloca o algarismo 1, das dezenas dessa soma (que corresponde à centena das parcelas que estão sendo somadas) no alto da coluna à esquerda;

$$\begin{array}{rl} 11 & \\ 405 & \\ 98 & + \\ \cline{1-1} 03 & \end{array}$$

5º) Por último, faz o agrupamento na coluna das centenas que é 5, e como é inferior a dez, anota 5, que é o algarismo dessa soma (que corresponde a centena das parcelas que estão sendo somadas).

$$\begin{array}{rl} 11 & \\ 405 & \\ 98 & + \\ \cline{1-1} 503 & \end{array}$$

Em geral, os estudantes não conseguem expressar, por meio da linguagem natural, esses cinco passos descritos acima, mesmo sabendo efetuá-los corretamente. Com este exemplo, objetivo ilustrar o quanto de implícito pode conter um simples esquema operacionalizado pelo estudante. “Um esquema assenta sempre numa conceitualização implícita.” (VERGNAUD, 1996, p. 159).

Vergnaud (1998, p. 172) coloca que em Matemática existem esquemas perceptivo-gestuais, como os de contar um conjunto de objetos, fazer um gráfico ou um diagrama, fazer uma simetria de uma figura plana usando apenas régua e compasso. Existem também duas outras importantes categorias, que são:

- os esquemas verbais: como o de fazer um discurso, falar em linguagem corrente cometendo alguns erros específicos;
- os esquemas sociais: como o de convencer outra pessoa ou o de gerenciar conflitos.

Para concluir essa seção, vou colocar algumas especificações mostradas por Vergnaud (1998, p. 173) que podem ajudar a compreender melhor o que é um esquema. Ele as chama de ingredientes dos esquemas: “1. metas e antecipações; 2. regras de ação [...]; 3. invariantes operatórios; 4. possibilidades de inferência. A seguir busco explicá-las para uma melhor compreensão:

- Metas e antecipações: as compreendo como sendo os objetivos ou os passos que podem ser traçados ao se iniciar a resolução de uma situação, e que serão seguidos durante a resolução;
- Regras de ação: essas são do tipo "se ... então" que constituem a parte verdadeiramente geradora do esquema;
- Invariantes operatórios: são eles que constituem a base, implícita ou explícita, que permite obter a informação pertinente e dela inferir a meta a alcançar e as regras de ação adequadas;
- Possibilidades de inferência: são os raciocínios empregados pelo sujeito e que permitem "calcular" as regras e antecipações a partir das informações e dos invariantes operatórios de que dispõe o sujeito.

Enfim, posso dizer que o esquema é a forma através da qual o estudante estrutura a resolução de sua atividade, ou seja, é a organização invariante que o estudante dá para uma classe de situações, buscando solucionar a tarefa colocada.

1.1.7 Cálculo numérico e Cálculo relacional

Para este trabalho é relevante deixar clara a diferença entre cálculo numérico e cálculo relacional e suas implicações no ensino das Estruturas Aditivas.

O cálculo numérico é aquele comumente conhecido por todos. Refere-se às operações usualmente colocadas nas resoluções matemáticas onde envolvemos os números com as suas possíveis operações, como, por exemplo, as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação, dentre outras.

Mas o que é o cálculo relacional?

O cálculo relacional refere-se "às operações de pensamento necessárias para que haja a manipulação das relações envolvidas nas situações." (VERGNAUD, 1982, p. 40, tradução nossa)[19].

As relações são, muitas vezes, simples comprovações que se pode fazer sobre aquilo que temos em nossa realidade. Estas relações podem não ser verificadas diretamente, precisando que façamos sobre elas certa inferência. Quando temos relações que são verificáveis, Vergnaud (1991, p. 23) afirma que as crianças nem sempre são capazes de reconhecê-las, pois estas podem estar além de suas possibilidades intelectuais.

Para dar um exemplo de uma relação verificável, me fundamentei nas experiências realizadas por Piaget (1975), e apresento, a seguir, uma situação que pode ser difícil para a compreensão de uma criança de 4 anos. Vejamos:

- Apresente dois recipientes iguais, A e B, que contenham a mesma quantidade de líquidos, e dois recipientes iguais C e D, vazios (conforme o modelo da Figura 1.1.1). Mostre os recipientes à criança e pergunte: Os recipientes A e B possuem a mesma quantidade de líquido? Em seguida, na frente da criança, pegue o recipiente B e divida todo o seu líquido nos recipientes C e D. Depois pergunte: A quantidade de líquido

[19] [...] the operations of thought that are necessary to handle the relationships involved in the situation." (VERGNAUD, 1982, p. 40).

do recipiente C mais a quantidade de líquido do recipiente D é igual à quantidade de líquido do recipiente A?

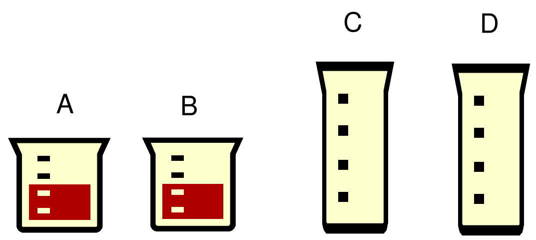


Figura 1.1.1. Recipientes A e B com líquido e recipientes C e D sem líquidos.

Segundo Piaget (1975, p. 26), para as crianças dessa idade que estão diante de situações desse tipo, "a quantidade de líquido [...] aumenta ou diminui em função da forma ou do número de recipientes." A criança dessa idade apresenta dificuldades para compreender essa conservação de quantidades, pois certamente tal compreensão está além de suas possibilidades intelectuais.

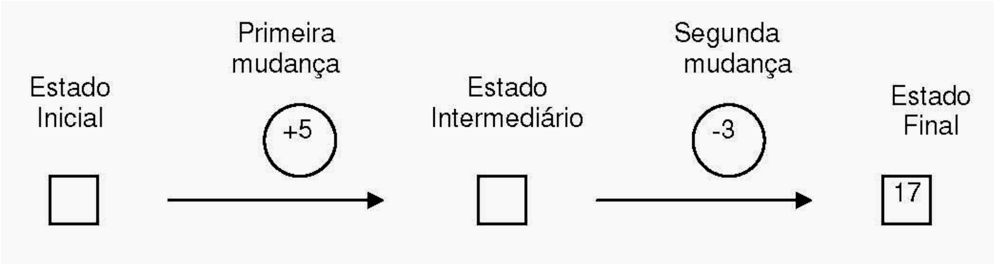
Segundo Vergnaud (1991, p. 24)[20], "[...] as relações seriam poucas se fossem apenas na forma de verificações." O trabalho da inteligência pode conduzir de igual maneira a deduções, a inferências e a construções. Existem duas grandes formas de dedução:

Primeira forma – consiste em deduzir através da conduta ou de uma regra de conduta e de relações que já estejam verificadas ou aceitas. Por exemplo, colocamos a seguinte proporção $1/5 = 7/x$, para se determinar o valor de x. As relações de uma proporção já estão estabelecidas. Então o estudante precisa deduzir o valor de x através de regras de conduta que já foram verificadas e aceitas.

Segunda forma – consiste em deduzir novas relações a partir de relações já verificadas e aceitas. Vejamos um exemplo: Clara coleciona CDs. E ganhou 5 CDs de seu amigo. Clara resolveu dar 3 CDs, que estavam repetidos, para a sua prima. Agora Clara tem 17 CDs. Quantos CDs Clara tinha antes?

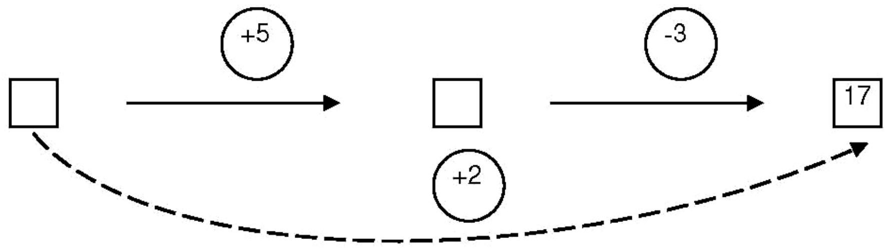
Segue uma sequência de diagramas que vai nos permitir entender melhor que existem algumas deduções de novas relações.

[20] [...] las relaciones serían poca cosa si fueran únicamente verificaciones. (VERGNAUD, 1991, p. 24).

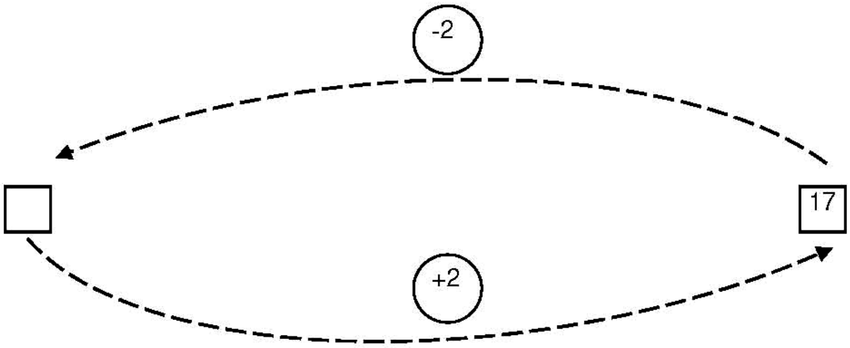


Primeira dedução: podemos fazer a dedução de uma nova relação através da composição das duas relações dadas. Buscando ser mais precisa, será feita uma composição das transformações +5 e -3 para deduzir a nova relação +2. Significa que o estudante precisa compreender que para descobrir qual a quantidade de CDs que Clara tinha antes é necessário determinar a transformação que aconteceu na quantidade de CDs de Clara.

Pela experiência na correção dos instrumentos de Santana, Cazorla e Campos (2006, 2007), posso dizer que estudantes das séries iniciais tendem a adicionar todos os valores numéricos apresentados no enunciado. Eles demonstram, com esse esquema, que para esse tipo de situação não conseguem deduzir uma nova relação a partir das relações já estabelecidas.



Segunda dedução: podemos fazer outra dedução para encontrar o estado inicial. A relação +2, deduzida anteriormente, nos permite passar do estado inicial para o estado final, então -2 permite passar do estado final ao estado inicial. Assim, se deduz uma nova relação através de uma relação já feita.



Ao subtrair 2 de 17 encontramos o estado inicial.

O exemplo acima traz aspectos importantes de um dado cálculo relacional. Foram realizados dois cálculos relacionais: um, ao compor duas relações; e outro, ao se fazer a recíproca de uma relação.

Segundo Vergnaud (1991), a noção de cálculo relacional é fundamental. Este tipo de cálculo será encontrado em todas as partes, pois sua noção se aplica a todas as relações (binária, ternária, quaternária). O cálculo relacional tem uma estreita relação com a noção de esquemas.

Como vimos na seção anterior, o esquema é a organização invariante da conduta para uma dada classe de situações. Então, a relação entre o esquema e o cálculo relacional está explicada pelo fato de ambos estarem envolvidos na organização do pensamento. Contudo, o cálculo relacional contribui para tornar explícito o raciocínio.

1.1.8 Competências e habilidades

Considerando que as competências e habilidades matemáticas são elementos importantes quando analisamos a ampliação do domínio de um dado Campo Conceitual, temos a intenção de definir operacionalmente como vamos utilizar cada um desses termos.

Tanto as competências como as habilidades têm os seus significados ligados ao desempenho do estudante diante de uma dada situação.

Vergnaud (1987) coloca que as competências dos estudantes são ferramentas de essencial importância para a descrição e a análise de conquistas, denominadas complexas, que ocorrem durante um longo período de tempo. Ainda afirma que a competência de estudantes pode ser completamente traçada através de suas ações numa dada situação.

De acordo com Vergnaud (Ibid.), as competências dos estudantes na resolução de situações-problema surgem na escolha certa dos dados e das operações, sendo que nenhum raciocínio ou explicação é colocado de forma explícita.

As competências dos estudantes, na resolução de situações-problema, aparecem quando são feitas escolhas corretas; não quero afirmar com isso que os estudantes possuem o domínio do conceito. Eles podem fazer escolhas corretas sem, contudo, saber que conceito está relacionado àquela ação. Porém, ao saber resolver o que a ação propõe, o estudante coloca em prática sua habilidade, ou seja, a competência leva à habilidade. Em suma, a habilidade é a ação real, e a competência é o que leva o estudante a ter aquela ação.

1.2 CAMPO CONCEITUAL DAS ESTRUTURAS ADITIVAS

De acordo com Vergnaud (1996), o Campo Conceitual das Estruturas Aditivas é, ao mesmo tempo, o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias adições ou subtrações, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permite analisar essas situações como tarefas matemáticas.

Vergnaud (1988b) coloca que a análise da aprendizagem das Estruturas Aditivas requer que se leve em consideração as mudanças ao longo do tempo e, também, o uso do modelo de uma operação unária. Além disso, deve-se considerar que existem fatores inatos na própria criança, dentre eles podemos citar os procedimentos e os erros. Ainda segundo o autor, na prática podemos observar que:

> “Os matemáticos geralmente não levam em consideração as mudanças ao longo do tempo e veem a adição como uma lei interna da combinação binária. Na verdade os estudantes tendem a fazer com as duas, a unária e binária, a concepção da adição, dependendo da situação que ele precisa dominar”. (VERGNAUD, 1988b, p. 17, tradução nossa)[21].

Dessa forma, ao analisar o desempenho do estudante é preciso considerar esses fatores: mudanças que ocorrem com o passar do tempo, bem como a dimensão (unidimensional, bidimensional, tridimensional, ou...) na qual o estudante opera os elementos envolvidos na situação.

A classificação específica para as situações-problema aditivas foi feita com vistas a ajudar na interpretação dos procedimentos e, consequentemente, dos erros que os estudantes fazem tentar ao resolver as situações. Segundo Vergnaud (1982), essa classificação oferece uma estrutura teórica que permite entender o significado das diferentes representações simbólicas da adição e da subtração, além de servir como base para o desenho de experimentos sobre esses processos matemáticos.

1.2.1 Conceitos envolvidos

Importantes conceitos matemáticos compõem o Campo Conceitual Aditivo:

> Vários conceitos importantes estão envolvidos nas estruturas aditivas: medida, cardinal, estado, transformação, comparação, diferença, inversão e número são essenciais no processo de conceitualização empreendido pelos estudantes. (VERGNAUD, 1988b, p. 8, tradução nossa)[22].

Além desses conceitos, tem-se naturalmente os conceitos de adição e subtração. Apenas para enfatizar o que já foi colocado anteriormente, estes conceitos não aparecem sozinhos, eles sempre estarão acompanhados de

---

[21] Mathematics does not usually take change over time into consideration, and sees addition as an internal binary law of combination. Actually students have to do with both a unary and a binary conceptions of addition, depending on the situations they have to master. (VERGNAUD, 1988b, p. 17).

[22] Several important concepts are involved in additive structures: cardinal, measure, state, transformation, comparison, difference, inversion and directed number are all essential in the conceptualizing process undertaken by students. (VERGNAUD, 1988b, p. 8).

propriedades e teoremas que lhes vão atribuir condições de serem utilizados nos esquemas dos estudantes.

1.2.2 Categorias de relações nas Estruturas Aditivas

Vergnaud (1982, 1991, 1996) restringe a análise das relações aditivas a seis relações ternárias[23] fundamentais, e deixa evidente tal restrição: "As relações aditivas são relações ternárias que podem encadear-se de diversas maneiras e oferecem uma grande variedade de Estruturas Aditivas [...]" (VERGNAUD, 1991, p. 164, tradução nossa)[24].

Compreendo que as seis categorias apresentadas pelo autor estão baseadas na relação entre três elementos – que podem ser estados, transformações ou relações – que se entrelaçam de maneira a gerar a estrutura de situações-problema aditivas, tentarei exemplificar, mais adiante, outras possibilidades de ir além das relações ternárias.

Segundo Vergnaud (1982, p. 39-42), a classificação em seis categorias também leva em conta considerações matemáticas e considerações psicológicas. A seguir apresento algumas dessas considerações que ajudam a compreender a classificação apresentada pelo autor para situações-problema aditivas.

- Considerações matemáticas: a existência de situações-problema que são resolvidas através da mesma operação numérica, porém apresentam estruturas bem diferentes. Essas situações geralmente são trabalhadas em sala de aula, sendo apenas consideradas como situações-problema de adição e/ou de subtração. Deixam de ser ponderados outros pontos como: conceitos, relações e propriedades inerentes à estrutura de cada uma delas. Vejamos um exemplo:

Situação 1: Marcos tem dois tipos de revistas em quadrinhos. Ele tem 11 revistas da turma da Mônica e 7 do Sítio. Quantas revistas em quadrinhos Marcos tem no total?

---

[23] "Relaciones ternarias: relacionan tres elementos entre si." (VERGNAUD, 1991, p. 16).

[24] "Las relaciones aditivas son relaciones ternarias que pueden encadenarse de diversas maneras y ofrecer una gran variedad de estructuras aditivas; [...]" (VERGNAUD, 1991, p. 164).

Situação 2: Ontem Felipe tinha 11 figurinhas. Hoje ele ganhou 7 figurinhas de seu pai. Quantas figurinhas Felipe tem agora?

Nas duas situações o estudante tem que fazer, no cálculo numérico, apenas uma adição, de 11+7= 18. Contudo, a estrutura da primeira situação envolve uma composição de dois diferentes tipos de revistas (duas partes) que formam o total de revistas de Marcos (o todo). Podem ser trabalhados conceitos como: juntar, compor, medida de um conjunto, adição.

A estrutura da segunda situação envolve uma mudança na quantidade de figurinhas. Felipe tinha inicialmente uma quantidade de figurinhas (estado inicial), foram acrescentadas algumas (transformação), e agora ele tem outra quantidade (estado final). Podem ser trabalhados conceitos como: transformar, estado, medida de um estado, adição.

Observa-se que diferentes conceitos podem ser trabalhados além da operação de adição. Além disso, para interpretar e resolver tais situações o estudante precisa compreender alguns desses conceitos.

- Considerações psicológicas: essas estão atreladas às relações de pensamento, e são mobilizadas por estudantes para compreender e resolver uma dada situação-problema. Pelo que foi colocado por Vergnaud (1996, p. 172), posso dizer que tais considerações perpassam pela distância existente entre as diversas e diferentes mudanças que ocorrem para o domínio cognitivo, do indivíduo, nas categorias das situações aditivas. Tais mudanças são notadas ao longo do seu desenvolvimento enquanto ser, sendo expressas em sua procura pelo êxito na resolução de tais situações. Também existem considerações psicológicas reveladas nas mudanças dos procedimentos de resolução e na acessibilidade da simbolização matemática utilizada para a resolução, todas decorrentes da distância ontogenética.

A partir dessas considerações, acredito que fique mais fácil entender as seis categorias básicas colocadas por Vergnaud (1982, 1991, 1996) para as situações-problema do Campo Conceitual Aditivo, e as interpretações feitas por Magina et al. (2001) a partir do que o autor coloca.

Na sequência apresento as categorias definidas por Vergnaud (1982, 1991, 1996), seguidas das contribuições de Magina et al. (2001) e, por fim, apresento a releitura feita por mim para a classificação feita por Vergnaud.

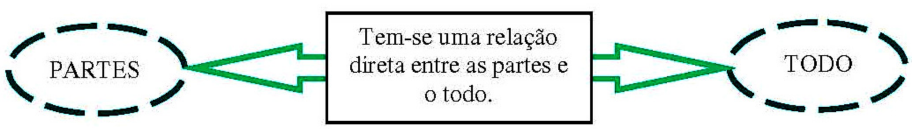
1.2.3 As seis categorias de relações das Estruturas Aditivas segundo Vergnaud

Como coloquei anteriormente, a classificação apresentada por Vergnaud (1982, 1991, 1996) é baseada em relações ternárias. Seguindo essa concepção, o autor as nomeou da seguinte maneira: composição; transformação; comparação; composição de duas transformações; transformação de uma relação; e composição de duas relações.

A seguir, busco elucidar a ideia de definição dada pelo autor para cada uma das seis categorias. Também uso desenhos esquemáticos para ilustrar os elementos de cada uma das categorias. Ressalvo que tais desenhos são apenas ilustrativos e não se constituem em diagramas de resolução.

1- Composição: nessa categoria estão inclusas as situações-problema que têm, em sua estrutura, duas partes que compõem um todo. Dessa forma é possível relacionar as partes e o todo, ou seja, podem ser apresentados aos estudantes os valores de duas partes e perguntar sobre o valor do todo. Alternativamente pode-se informar o valor do todo e de uma das partes e perguntar sobre o valor da parte restante.

Elementos que compõem a estrutura das situações de composição:



(As situações 5 e 6 são exemplos da categoria composição).

Situação 5: Bete ganhou R$5,00 de sua mãe e R$ 6,00 de seu pai para ir brincar no parque. Com quantos reais Bete foi brincar no parque?

Nessa situação são conhecidas as partes e se procura o todo. Tem-se:

Parte	Parte	Todo
R$ 5,00	R$ 6,00	? valor total

cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: parte;parte; e todo.

Situação 6: Márcio tem 13 brinquedos, sendo carrinhos e jogos. Sete são jogos. Quantos são os carrinhos?

Na situação 6 são conhecidos uma das partes e o todo, e se procura a outra parte. Tem-se:

Parte	Parte	Todo
7 carrinhos	? jogos	13 brinquedos

e cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: parte;parte; e todo.

2- Transformação: nessa categoria estão inclusas todas as situações-problema que possuem, em sua estrutura, um estado inicial e uma transformação que levam a um estado final.

Situação 7: Carmem tinha 15 pirulitos. Deu 3 desses pirulitos para o seu primo. Com quantos pirulitos Carmem ficou?

Nesta situação são conhecidos o estado inicial, a transformação, e se procura o estado final. Ocorre uma transformação negativa sobre o estado inicial. Tem-se:

Estado inicial	Transformação (negativa)	Estado final
15 pirulitos	-3 pirulitos	? pirulitos

cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: estado inicial; transformação; e estado final. Pode haver situação com essa mesma estrutura (na qual se busca o estado final) e a transformação ser positiva.

Situação 8: Rita tinha 8 livros de histórias infantis em seu armário. Ela ganhou alguns da prima. Depois Rita contou seus livros e viu que ficou com 15. Quantos livros ela ganhou da prima?

Na situação acima são dados o estado inicial, o estado final, e se procura a transformação. Ocorre uma transformação positiva sobre o estado inicial. Tem-se:

Estado inicial	Transformação (positiva)	Estado final
8 livros	? livros	15 livros

cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: estado inicial; transformação; e estado final. Pode haver situação com essa mesma estrutura (na qual se busca a transformação) e a transformação ser negativa.

Situação 9: Maria tinha algumas revistas em quadrinhos. Sua madrinha deu 6 revistas para ela. Maria ficou com 19 revistas em quadrinhos. Quantas revistas em quadrinho Maria tinha antes?

A situação acima traz a transformação e o estado final, e se procura o estado inicial. Ocorre uma transformação positiva sobre o estado inicial. Tem-se:

Estado inicial	Transformação (positiva)	Estado final
? revistas	6 revistas	19 revistas

cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: estado inicial; transformação; e estado final. Pode haver situação com essa mesma estrutura (na qual se busca o estado inicial) e a transformação ser negativa.

Conforme os exemplos das situações 7, 8 e 9, na categoria transformação pode-se buscar o estado inicial, a transformação ou o estado final. Por outro lado, a transformação pode ser positiva ou negativa e assim pode-se ter um total de seis tipos diferentes de situação-problema na categoria transformação, sendo dois para cada elemento da relação ternária.

3- Comparação: nessa categoria é possível relacionar duas quantidades comparando-as, denominadas por Vergnaud (1991, 1996) de medida; relação; e medida, ou seja, temos uma relação que liga duas medidas.

Elementos que compõem a estrutura das situações-problema de comparação:

Situação 10: Cláudio tem R$ 9,00 e Vinícius tem R$ 5,00 a mais que ele. Quantos reais tem Vinícius?

Nessa situação-problema é dada uma medida, uma relação e se procura a outra medida. Existe uma relação positiva entre as duas medidas. Tem-se:

Medida	Relação (positiva)	Medida
Cláudio 9 reais	5 reais	Vinícius ? reais

cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: medida; relação; e medida. Pode haver situação com essa mesma estrutura (na qual se busca uma das medidas) e a relação ser negativa.

Situação 11: Heitor e José ganharam dinheiro de seus padrinhos. Heitor ganhou R$ 14,00 e José ganhou R$ 23,00. Quem ganhou menos reais? Quantos reais a menos?

Na situação-problema, são dadas as duas medidas e se procura a relação. Existe uma relação negativa entre as medidas. Tem-se:

Medida	Relação (negativa)	Medida
R$ 23,00 de José	-? reais	R$ 14,00 de Heitor

cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: medida; relação; e medida, a relação é negativa. Pode haver situação com essa mesma estrutura (onde se busca a relação) e a relação ser positiva.

Situação 12: Taís tem dinheiro para comprar seu lanche. E Vera tem R$ 4,00 a mais que Taís. Sabendo que Vera tem R$ 9,00, quantos reais tem Taís?

A situação-problema 12 traz uma medida e a relação, e se procura a outra medida. A diferença entre a situação 10 e a 12 é que, nessa última, se busca o valor da medida que é tomada como referência, isto é, a partir dela é que se determina o valor da outra medida, ao contrário da situação 10, em que se buscava o valor da medida referida. Na situação 12 tem-se:

Medida	Relação (positiva)	Medida
Reais? Taís	+ R$ 4,00	R$ 9,00 de Vera

cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: medida; relação; e medida, a relação é positiva. Pode haver situação com essa mesma estrutura (onde se busca a relação) e a relação ser negativa.

Conforme os exemplos das situações 10, 11 e 12 na categoria comparação, pode-se buscar a medida de referência, a relação ou a medida referida. Por outro lado, a relação pode ser positiva ou negativa e assim pode-se ter um total de seis tipos diferentes de situação-problema na categoria comparação, sendo dois para cada elemento da relação ternária.

Existe uma diferença básica entre as duas últimas categorias (transformação e comparação); Vergnaud (1982) coloca um motivo para diferenciar as duas categorias: “Encontrei a necessidade de distinguir a categoria de transformação da categoria de comparação, para destacar a diferença entre transformações dinâmicas e relações estáticas.” (VERGNAUD, Ibid., p. 43, tradução nossa)[25].

Pelas colocações do autor, é possível destacar que, na transformação, o que relaciona o estado inicial com o final é uma **transformação dinâmica**. Essa é chamada de dinâmica pela sua natureza de proporcionar uma mudança de estado, um movimento. Na comparação existe uma relação entre as medidas (referência e referida), e esta é uma **relação estática**[26], ou seja, já se encontra estabelecida.

A seguir as três últimas categorias apresentadas por Vergnaud (Idem.).

4-Composição de duas transformações: nesta categoria são dadas duas transformações e se busca uma terceira (transformação – transformação – transformação), que será determinada através de uma composição. Vergnaud (1991, p. 167, tradução nossa) diz que “[...] duas transformações se compõem para dar lugar a uma transformação”[27]. Segue um exemplo que ilustra essa colocação:

Situação 13: João tem bolas de gude. E ganhou 5 bolas de seu amigo. João resolveu dar 3 bolas de gude para seu primo. Em quantas bolas aumentou a quantidade de gudes de João?

São duas transformações, uma positiva e a outra negativa, e se procura uma terceira que é resultado direto da composição feita entre as duas que foram dadas. Tem-se:

[25] I have found it necessary to distinguish this category from Category II to highlight the difference between dynamic transformations and static relationships. (VERGNAUD, 1982, p. 43).

[26] Na seção seguinte defino com mais detalhes as transformações dinâmicas e as relações estáticas.

[27] “[...] dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación". (VERGNAUD 1991, p. 167)

Transformação 1 (positiva)	Transformação 2 (negativa)	Composição das transformações
Ganhou 5	Deu 3	Aumentou?

cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: transformação; transformação; e transformação. Pode haver situação com essa mesma estrutura e as transformações variarem entre serem todas positivas ou serem todas negativas.

Para definir as duas últimas categorias de situações aditivas fiz uma detalhada comparação entre as diferentes nomenclaturas adotadas pelo autor em três diferentes publicações. O Quadro 1.2.1 abaixo mostra as referidas nomenclaturas com suas respectivas fontes.

Quadro 1.2.1. As diferentes nomenclaturas usadas por Vergnaud para as duas últimas categorias

Publicação	Nomenclatura da categoria 5	Nomenclatura da categoria 6
Vergnaud, 1982, p. 44-45	Uma transformação liga duas relações estáticas	Composição de duas relações estáticas
Vergnaud, 1991, p. 164	Uma transformação opera sobre uma relação para dar lugar a um estado relativo	Dois estados relativos (relações) se compõem para dar lugar a um estado relativo
Vergnaud, 1996, p. 172	Transformação de uma relação	Composição de duas relações

Das nomenclaturas apresentadas no Quadro 1.2.1, adotei as colocadas na publicação de 1996, por entender que ambas apresentam uma nomenclatura mais simples e, ao mesmo tempo, mais condizente com as reais relações envolvidas na estrutura das situações que se classificam dentro da respectiva categoria.

5- Transformação de uma relação: nessa categoria é dada uma relação estática e uma transformação, e se busca outra relação que é gerada quando a transformação dada opera sobre a relação estática dada (relação – transformação – relação).

Situação 15: Rafael devia 11 gudes a Pedro. Ele pagou 5 gudes a Pedro. Quantas gudes Rafael ainda deve a Pedro?

Na situação-problema, são dadas uma relação estática negativa e uma transformação positiva. Através da transformação dada se busca uma nova relação estática. Tem-se:

Relação estática (negativa)	Transformação (positiva)	Relação estática
Devia 11	Pagou 5	Ficou devendo?

cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: relação; transformação; e relação. Pode haver situação com essa mesma estrutura (onde se busca a relação) e variarem a relação e a transformação dada da seguinte forma: relação negativa com transformação negativa; relação positiva com transformação positiva; relação positiva com transformação negativa.

6- Composição de duas relações: Para essa categoria Vergnaud (1991, p. 168) coloca que: "[...] duas relações estáticas se compõem para dar lugar a outra relação estática"[28]. Nessa categoria são dadas duas relações estáticas e se busca uma terceira que será gerada pela composição dessas duas.

Situação 16: João deve 7 figurinhas a Rodrigo. E Rodrigo lhe deve 3. Então, quantas figurinhas João deve a Rodrigo?

Na situação-problema acima, tem-se:

Relação estática	Relação estática	Relação estática
Deve 7	De haver 3	Deve ?

cada coluna representa um dos elementos da relação ternária: relação; relação; e relação. Pode haver situação com essa mesma estrutura e que variem as relações estáticas dadas entre positivas e/ou negativas.

[28] "[...] dos estados relativos (relaciones) se componen para dar lugar a un estado relativo." (VERGNAUD, 1991, p. 168).

1.2.4 Transformações e relações estáticas

O conjunto dos números naturais é o primeiro com o qual o estudante tem contato na escola.

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4,..., n,...\}$$

Contudo, desde a Educação Infantil, são trabalhadas situações-problema aditivas e estas compreendem, como vimos na seção anterior, vários tipos de relações aditivas com adição e subtração. Estas acabam envolvendo elementos que são representados através dos números inteiros.

$$Z = \{..., -n,..., -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4,..., n,...\}$$

Os estudantes acabam lidando com os números inteiros, mesmo antes da escola, por isso é possível pensar em introduzir os conceitos que envolvem esse conjunto desde as séries iniciais. Vergnaud (1982) coloca que: "[...] deste modo, existe uma discrepância entre a estrutura dos problemas que são apresentados às crianças e os conceitos que lhes são ensinados." (VERGNAUD, 1982, p. 46, tradução nossa)[29].

Baseado nessa afirmação, Vergnaud (1982, 1991) faz uma distinção entre os números envolvidos nas medidas, nas relações estáticas e nas transformações. Um outro ponto a ser observado é que esse autor chama o conjunto dos números inteiros de conjunto dos números relativos, visto que os naturais também são inteiros. Desse ponto em diante chamarei o conjunto Z de conjunto dos números relativos.

Para Vergnaud (1991), os números naturais são números sem sinal. Não são nem positivos nem negativos. Dessa forma, na Teoria dos Campos Conceituais, as transformações e as relações não podem ser representadas pelos números naturais, pois as transformações e as relações ou são positivas ou são negativas. E as medidas são representadas pelos números naturais, que são números que não são carregados de sinal.

[29] "[...] thus, there is a discrepancy between the structures of problems that children meet and the mathematical concepts that they are taught." (VERGNAUD, 1982, p. 46).

1.2.5 As categorias de relações das Estruturas Aditivas segundo Magina et al. (2001)

Magina et al. (2001) apresentam aspectos da Teoria dos Campos Conceituais oferecendo um quadro teórico que permite compreender como os estudantes dominam o Campo Conceitual Aditivo.

Na parte dois do livro, as autoras trazem uma discussão sobre as Estruturas Aditivas, e nela apresentam uma classificação para as situações-problema. As autoras colocam: "Na estrutura aditiva encontramos três grupos básicos de problema que, segundo suas características, podem ser classificados como: composição, transformação e comparação." (MAGINA et al. Ibid, p. 25).

Por essa afirmativa é possível verificar que os três grupos básicos de situações-problema elencados pelas autoras são as três primeiras categorias apresentadas por Vergnaud (1982, 1991, 1996). E as definições dadas para cada uma delas não diferem das ideias de Vergnaud (Idem).

Na sequência, as autoras se referem à existência de situações-problema que envolvem vários tipos de raciocínios e os classificam como "problemas mistos", afirmando que:

> Até então, apresentamos problemas com ordem de complexidade de raciocínio distinta, mas trabalhando apenas um único raciocínio. Agora vamos trabalhar com problemas que envolvem dois raciocínios aditivos simultaneamente. Chamaremos esses problemas de "problemas mistos", [...] não temos a pretensão de esgotar todas as combinações possíveis que envolvem os três raciocínios aditivos: composição, transformação e comparação. (MAGINA et al., Ibid., p. 52).

Observe que as autoras definem os "problemas mistos" como uma combinação dos três grupos básicos apresentados inicialmente, que são as três primeiras categorias apresentadas por Vergnaud (Idem).

Magina et al. (Ibid.) não se referem à ideia de relação ternária que baseia a classificação na Teoria dos Campos Conceituais e também não esgotam as possibilidades de geração de combinações com os três raciocínios aditivos (composição, transformação e comparação). Para concluir, as autoras apresentam três tipos de "problemas mistos": composição de transformações; transformação de composição; e comparação com composição de transformação.

1.2.6 As categorias de relações das Estruturas Aditivas segundo a releitura de Santana

Aportei-me nas definições e classificações apresentadas por Vergnaud (1982, 1991, 1996) e em Magina et al. (2001) para determinar as categorias de situações a serem adotadas neste estudo.

Chamarei de relações aditivas as relações n-nárias[30] que podem relacionar n elementos dentro das Estruturas Aditivas. Tomei como base os seis esquemas ternários fundamentais, apresentados na Teoria dos Campos Conceituais, para assumir as categorias aqui definidas.

Ressalvo que estou apenas ampliando as possibilidades de relações dentro de cada situação-problema e, consequentemente, dentro de cada categoria, mas os raciocínios básicos definidos por Vergnaud (Idem) estão sendo conservados. Enfim, estou realizando uma releitura das categorias de relações aditivas de Vergnaud (Idem). A seguir defino cada uma delas.

Composição: são situações nas quais se tem as partes e um todo.

Situação 17: Na gaveta tem 6 balas de chocolate, 3 de hortelã e 4 de morango. Quantas balas tem na gaveta?

Transformação: são situações que têm um estado inicial, uma transformação e um estado final.

Situação 18: "Maria tinha R$ 12,00 e comprou uma boneca por R$ 4,00. Com quantos reais Maria ficou?

Comparação: são situações nas quais é estabelecida uma relação entre duas quantidades, uma denominada de referente e a outra de referido.

---

[30] N-nárias são relações que vão além das relações ternárias. Pode-se ter uma relação entre três os mais elementos.

Situação 19: “Carlos tem 5 anos. Taís tem 7 anos a mais que ele. Quantos anos tem Taís?

Composição de várias transformações: são situações nas quais são dadas transformações e se busca uma nova transformação a partir da composição das transformações dadas.

Situação 20: José tem livros de histórias infantis. Ele ganhou 5 livros de seu pai, e 4 livros de sua tia. José resolveu dar 3 dos seus livros mais velhos para seu amigo Jonas. Descontando os livros que José deu, em quanto aumentou a quantidade de livros de José?

Transformação de uma relação: são situações nas quais é dada uma relação estática, e se busca uma nova, que é gerada a partir da transformação da relação estática dada.

Situação 21: Saulo devia R$ 8,00 a Glebson, pagou R$ 5,00. Quanto ele deve agora?”

Composição de relações estáticas: duas ou mais relações estáticas se compõem para dar lugar a outra relação estática.

Situação 22: Ana deve 4 figurinhas a Bete, 3 a Cris e 6 a Mara. Quantas figurinhas Ana deve ao todo?

Situação 23: Pedro deve 7 figurinhas a Roberta e 4 a Mônica. E Roberta deve 3 a Pedro. Então, quantas figurinhas Pedro deve no total?

1.2.7 As extensões das três primeiras categorias

Uma das grandes contribuições dos estudos de Magina et al. (2001) foi a apresentação da subdivisão das três primeiras categorias determinadas por Vergnaud (1982, 1991, 1996) (composição, transformação e comparação) em subcategorias que são: protótipos e extensões. Esses são determinados conforme os conceitos aditivos que estejam abordando.

Protótipos: são situações de menor complexidade e podem ser de composição quando são dadas as partes e se pede o todo, ou de transformação, quando são dados o estado inicial e a transformação, e se pede o estado final. Segundo Magina et al (2001), são situações em que a maior parte das crianças, antes de entrar nas séries iniciais do Ensino Fundamental, não apresenta dificuldades para resolver.

Exemplo de composição protótipo:

Situação 24: No cesto tem bolas vermelhas e bolas azuis. Cinco são vermelhas e 4 são azuis. Quantas bolas tem no cesto no total?

Exemplo de transformação protótipo.

Situação 25: Bia tinha R$ 12,00 em sua carteira. Deu R$ 5,00 a Letícia. Com quantos reais Bia ficou?

Para a classificação em extensões, as autoras colocam: "[...] as extensões não tratam de níveis de desenvolvimento estanques a serem alcançados, mas, sim, de um conjunto de situações-problema que possibilitarão à criança ampliar sua representação sobre essas estruturas." (MAGINA et al., 2001, p. 33). Segundo as autoras, as extensões são estabelecidas seguindo o percurso de apropriação do conceito feito pela criança (MAGINA et al., Idem.). Nos resultados apresentados pelas autoras, em Campos et al. (2007) e Santana et al. (2008) tem-se que as dificuldades dos estudantes aumentam a medida que o percurso das extensões vão aumentando, ou seja, nas extensões menores os estudantes obtêm melhores desempenhos, e nas maiores, piores desempenhos.

As situações de 1ª extensão podem ser de composição, quando são dados uma parte (ou mais) e o todo, e se busca outra parte, ou de transformação, quando são dados o estado inicial e o final, e se pede a transformação.

Exemplo de composição de 1ª extensão.

Situação 26: João tem uma coleção de 35 carrinhos guardados em três caixas. Na primeira caixa, ele colocou 12 carrinhos. Na segunda, ele colocou 10. Quantos carrinhos ele colocou na terceira caixa?

Exemplo de transformação de 1ª extensão.

Situação 27: Pedro tinha 6 bolas de gude. Ganhou algumas e agora ele tem 13 bolas de gude. Quantas bolas ele ganhou?

As situações de 2ª e 3ª extensão são apenas da categoria comparação. De 2ª quando são dados o referente[31] e a relação, e se busca o referido.

Exemplo de comparação de 2ª extensão.

Situação 28: Ana tem 8 anos e Carlos tem 2 anos a mais que ela. Quantos anos tem Carlos?

Na 3ª extensão são dados o valor do referente e do referido, e se busca a relação entre eles.

Exemplo de comparação de 3ª extensão.

Situação 29: Ana tem 8 anos. Carlos tem 12 anos. Quem tem mais anos? Quantos anos a mais?

As situações de 4ª extensão podem ser de comparação, quando são dados o referido e a relação, e se busca o referente, ou de transformação, quando são dados a transformação e o estado final, e se busca o estado inicial.

Exemplo de comparação de 4ª extensão.

Situação 30: João e Carine têm balas. João tem 8 balas a mais que Carine. Se João tem 15 balas, quantas balas tem Carine?

Exemplo de transformação de 4ª extensão.

Situação 31: Marcos tinha algumas bolas de gude e ganhou 5 bolas de gude de sua tia. Ele ficou com 12 bolas de gude. Quantas bolas de gude Marcos tinha antes?

[31] Referente e referido são termos usado por Magina et al. (2001) para identificar as medidas da categoria comparação. Estou definindo-as como: referente é a medida tomada como referência, isto é, a partir dela é que se determina o valor da outra medida; referido é a medida referida, aquela que depende da referência.

1.2.8 Os diagramas de Vergnaud

O uso de equações matemáticas para trabalhar essas relações muitas vezes se torna inadequado para a faixa etária dos estudantes do 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental; dessa forma Vergnaud (1982, 1991) explica o quadro de diagramas utilizado em sua Teoria para desenvolver o cálculo relacional e, consequentemente, facilitar a compreensão das situações-problema trabalhadas. Esse quadro de diagramas é também denominado de diagramas de Vergnaud.

O Quadro 1.2.2 traz a ilustração dos símbolos utilizados por Vergnaud em seus diagramas. A construção desse quadro foi baseada nas explicações colocadas em Vergnaud (1991, p. 165).

Quadro 1.2.2. Símbolos utilizados por Vergnaud em seus diagramas

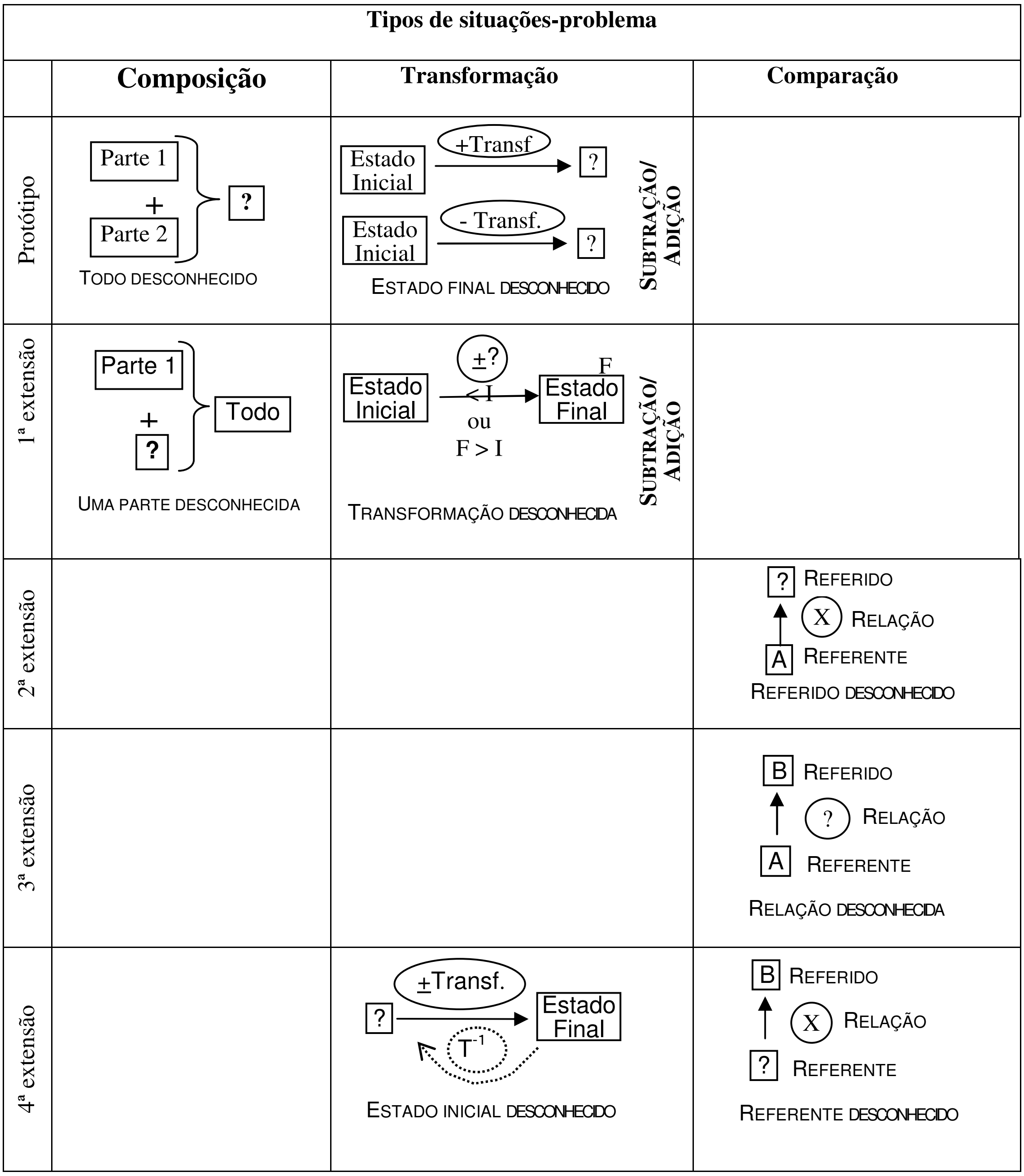
Esquemas	Símbolo	Significado
Retângulo	▭	Um número natural.
Círculo	○	Um número relativo.
Chave vertical ou horizontal	} ⏞	A composição de elementos de uma mesma natureza.
Seta vertical ou horizontal	↑ →	Uma transformação ou uma relação; deve-se dizer, a composição de elementos de naturezas diferentes.

Observe que a construção dos diagramas se fundamenta em chaves, setas e figuras geométricas simples. Os estudantes podem desenhá-las facilmente. Contudo, faz-se necessário ter atenção em relação à função de cada um desses símbolos.

Baseada nas explicações de Vergnaud (1991), posso afirmar que o retângulo indica uma medida estática. O círculo indica uma medida dinâmica representando uma mudança, transformação ou relações. As chaves indicam que se está compondo elementos de uma mesma natureza, por exemplo, composição de medidas ou composição de transformações. Por fim, as setas indicam que está ocorrendo uma mudança, uma transformação ou uma relação.

No Quadro 1.2.3 abaixo, apresento as três primeiras categorias de situações-problema aditivas colocadas por Vergnaud (1982, 1991, 1996) e por Magina et al. (2001) com as suas respectivas extensões. Para cada extensão colocamos o seu respectivo diagrama com o objetivo de esclarecer melhor o raciocínio, ou seja, o cálculo relacional envolvido em cada uma delas.

Quadro 1. 2.3. Classificação das situações-problema das Estruturas Aditivas



Fonte: Campos et al., 2007

1.3 SÍNTESE DO CAPÍTULO

Neste capítulo apresentei as principais ideias, conceitos e estrutura referente à Teoria dos Campos Conceituais. Não explorei todos os elementos constituintes dessa teoria. Todavia, foquei os elementos que estão ligados à análise dos dados deste estudo. Concluo que para se fazer o estudo do domínio de conceitos aditivos e a consequente expansão do Campo Conceitual Aditivo faz-se necessário estudar os conceitos de maneira interligada e nunca de forma isolada. Além disso, é necessário dar importância maior ao cálculo relacional envolvido em cada uma das situações-problema aditivas. Ao focar a compreensão das relações envolvidas na situação, o estudante poderá passar a entender as relações, o contexto e as implicações dos conceitos envolvidos na situação. Só depois de dominar o cálculo relacional, o estudante terá maior habilidade e condições de escolher a operação a ser realizada e daí focar no cálculo numérico.

CAPÍTULO II

REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo, apresento os principais resultados de pesquisa que tem como referencial teórico a Teoria dos Campos Conceituais – (TCC), bem como aquelas que trazem resultados de pesquisas com conceitos do Campo Conceitual Aditivo, mas que não usaram essa Teoria como referencial. Divido-as conforme o tipo de pesquisa: diagnóstica ou intervencionista.

2.1 A IMPORTÂNCIA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS NAS PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Nos últimos anos, as pesquisas em Educação Matemática têm utilizado, cada vez mais, a TCC, desenvolvida pelo professor pesquisador francês Gérard Vergnaud, para estudar as condições de compreensão do significado do saber escolar pelo estudante, isto é, estudar o significado dos conceitos no contexto escolar, sem perder de vista suas raízes epistemológicas (PAIS, 2001).

A Teoria dos Campos Conceituais amplia o foco piagetiano das operações lógicas gerais, das estruturas gerais do pensamento para o estudo do funcionamento cognitivo do sujeito tendo contato direto com a situação, ou seja, toma como referência o próprio conteúdo do conhecimento e a análise conceitual do progressivo domínio desse conhecimento. Dentro desse contexto, posso afirmar que essa teoria proporciona elementos para descrever, analisar e interpretar aquilo que se passa em sala de aula na aprendizagem de Matemática, possibilitando o diagnóstico dos fatores que interferem no sucesso da criança em resolver situações-problema.

Essa Teoria também leva em consideração o papel da interação social, da linguagem e da simbolização no progressivo e gradativo domínio de um Campo Conceitual pelos estudantes. Nesse sentido, o papel do professor se torna relevante, enquanto mediador do processo, pois deverá prover oportunidades para que os estudantes desenvolvam seus esquemas na zona de desenvolvimento proximal.

No que diz respeito ao ensino de Matemática nas séries iniciais, Magina e Campos (2004) colocam que, nessas séries, o ensino de Matemática precisa ser efetivo; além disso, as autoras afirmam que é preciso que o estudante identifique e se aproprie dos invariantes existentes no conceito de número e das quatro operações básicas. Dessa forma, para que isso ocorra, o professor, enquanto mediador entre o conhecimento matemático e o estudante, necessita estar atento para *o que*, *como*, *quando* e *porque* ensinar certo conteúdo e/ou certo conceito.

No Brasil, têm sido desenvolvidas várias pesquisas na Educação Matemática e com as séries iniciais, centralizando o foco nas Estruturas Aditivas, que têm utilizado como referencial teórico a TCC. Dentre essas pesquisas, destacam-se as desenvolvidas por pesquisadores das seguintes universidades: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo-PUC/SP, Universidade Federal de Pernambuco-UFPE, Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC, Universidade Federal do Paraná – UFPR, Universidade Federal de Santa Catarina – UFSC. Além delas, outros centros acadêmicos têm se dedicado a tais estudos. A seguir apresento alguns dos resultados já alcançados.

2.2 PESQUISAS COM O CAMPO CONCEITUAL ADITIVO

Na sequência, apresento os principais resultados de pesquisas intervencionistas e de pesquisas diagnósticas cujo tema principal abordou a aprendizagem e a formação de conceitos do Campo Aditivo.

2.2.1 Pesquisas intervencionistas

Os estudos da pesquisadora Anna Franchi estão entre os primeiros realizados no Brasil usando a Teoria dos Campos Conceituais. A autora iniciou um estudo em 1976, na cidade de Paris, na França, numa escola de periferia, e ampliou seus estudos numa escola pública na cidade de São Paulo, no Brasil, abordando situações-problema verbais aditivas. Ela buscou "[...] nos significados atribuídos pelos estudantes às expressões da linguagem cotidiana, elementos para entender diferentes procedimentos correspondentes a determinadas situações aditivas." (FRANCHI, 1999, p. 155).

Esse estudo resultou em sua dissertação de mestrado, intitulada: "O problema do ensino da subtração na 1ª série do 1º grau" (FRANCHI, 1977). Dentre seus principais resultados, a autora destacou constatações relativas à eficiência dos procedimentos pedagógicos realizados durante o estudo. Afirmou que os procedimentos, tanto no grupo experimental quanto no de controle, "produziram mudanças positivas no desempenho dos estudantes" (FRANCHI, Ibid., p. 117).

Considerando que a formação de conceitos do Campo Aditivo se inicia nas séries iniciais, pesquisas como as de Franchi (Ibid.) veem sendo desenvolvidas com os estudantes desse nível escolar, trabalhando a investigação de métodos, as sequências de ensino, o desenvolvimento da aprendizagem e o domínio de tais conceitos.

Neste mesmo sentido, César (1990), compreendendo que a resolução das situações-problema aditivas se constitui numa das maiores dificuldades do ensino de Matemática nas séries iniciais, realizou, em seu estudo de mestrado, uma investigação a respeito das consequências práticas de programas de ensino[32] com o apoio de suportes didáticos distintos. Nesse estudo, a autora objetivou:

> Investigar as conseqüências práticas de programas de ensino baseados em duas teorias explicativas sobre o processo de resolução de problemas de adição e de subtração, a de Vergnaud e a de Greeno, contrastando-as com o uso do material concreto como recurso auxiliar, o que corresponde à prática educacional atual. (CÉSAR, Ibid., p. 13).

[32] A autora denominou de programas de ensino a sequência de ensino junto com um suporte didático.

O estudo foi desenvolvido tomando como aporte teórico tanto a Teoria dos Campos Conceituais com a classificação das situações aditivas apresentadas por Vergnaud (1982), como o modelo parte e todo, de Greeno. Esse modelo, criado por Riley, Greeno e Heller, "hipotetiza que o relacionamento entre os dados do problema são estabelecidos através de um esquema de parte – todo." (RILEY; GREENO; HELLER, 1983 apud CÉSAR, 1990, p. 25).

César trabalhou com três grupos de vinte estudantes cada um, com uma sequência de ensino e um suporte didático, a saber: um grupo com os diagramas de Vergnaud; outro grupo com a representação parte e todo, de Greeno; e um terceiro com o material concreto (palitos de fósforo). Segundo a autora, os principais resultados mostraram que ocorreram melhorias no desempenho dos estudantes dos três grupos, embora os maiores índices tenham ocorrido no grupo que trabalhou com os diagramas de Vergnaud. As principais conclusões a partir da análise dos resultados indicam:

> [...] ocorreu uma significativa melhora no desempenho das crianças dos três grupos [...]. O melhor desempenho alcançado pelo grupo 1 é justificado pelo fato de que a representação simbólica utilizada (diagramas) facilitou a resolução dos problemas [...] a representação parte-todo utilizada pelo Grupo 2 (Greeno) [...] não se mostrou adequada em relação à categoria de comparação. Quanto aos resultados do Grupo 3 (material concreto), apesar de terem alcançado bons índices, não são decorrentes do uso do material, mas sim do trabalho de exploração do enunciado do problema. (CÉSAR, Ibid., p. 96).

Outra pesquisa utilizou diagrama como um dos seus focos principais de análise. Damm (2005), motivada pelas dificuldades encontradas pelos estudantes na resolução de situações-problema, apresenta uma opção de representação e conversão do enunciado para o tratamento aritmético. Em outras palavras, a autora coloca uma opção para o cálculo relacional para depois efetivar a passagem para o cálculo numérico. Esse modelo consiste em agrupar dois eixos distintos: "um primeiro eixo sobre o qual são marcadas as diferentes relações [...] (antes, depois, primeiro, segundo etc) [...]; um segundo eixo onde os dados operatórios são situados em função da situação [...]" (DAMM, 2005, p. 43). A Figura 2.2.1 traz um exemplo explicativo para melhor compreensão do modelo representacional utilizado por Regina Damm.

Situação: Lucas tinha 2 bolinhas de gude e jogou duas partidas. Na primeira, ele ganha 3 bolinhas. Na segunda, ele perde uma bolinha. O que aconteceu no final das duas partidas?

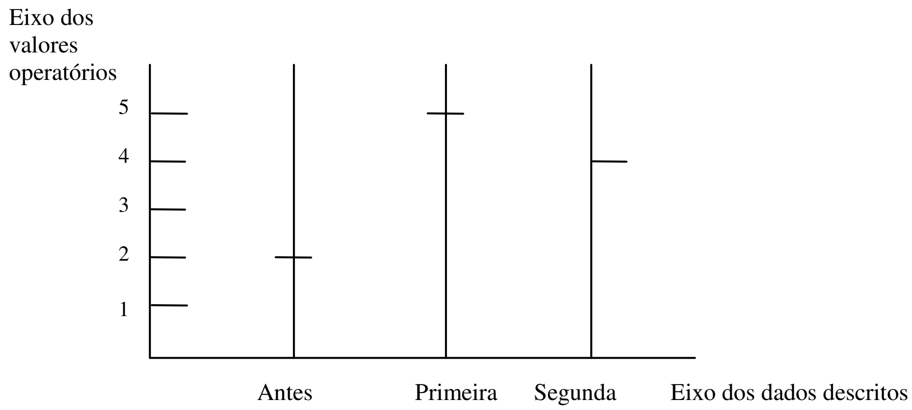


Figura 2.2.1. Exemplo de representação utilizada por Regina Damm.

Damm (1992 apud DAMM, 2005), durante o seu doutorado, trabalhou na França em três diferentes escolas, com 300 estudantes em turmas que equivalem, no Brasil, às 4ª e 5ª séries do Ensino Fundamental. Segundo a autora, durante a intervenção de ensino foi proposto um instrumento para os estudantes e as situações foram ensinadas utilizando esse tipo de representação.

Os resultados obtidos no estudo mostram um aumento significativo no número de acertos nas situações-problema consideradas como de maior dificuldade para os estudantes, no caso as situações não-congruentes. Segundo a autora, o aumento de acertos apresentou duas características:

> "a) é importante para todos esses problemas, uma vez que passamos de taxas de 10% ou 20% antes do trabalho com as representações, para taxas de 60% a 80% após a sequência didática; b) o mais importante é a estabilidade dos resultados, verificada um ano após em classes que haviam trabalhado com as representações bidimensionais." (DAMM, 1992 apud DAMM, 2005, p. 46).

Passoni (2002), em sua dissertação de mestrado, trabalhou com 38 estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental, distribuídos em duas turmas, numa escola particular na cidade de São Paulo. Teve como objetivo testar a possibilidade de introduzir, com sucesso, a adição de inteiros e os elementos de pré-álgebra. Para alcançar tal objetivo, o autor aplicou um pré-teste, uma intervenção de ensino e um pós-teste. Para esse estudo, o autor uso algumas ideias de Raymond Duval em relação aos registros de representação.

O estudo dos números inteiros foi iniciado usando a Estrutura Aditiva para modelar e resolver as situações-problema. Foram trabalhadas as 12 situações propostas por Vergnaud[33], em 1976, e que se encontram no Quadro 2.1.

Logo após aplicar o pré-teste, foi trabalhada a sequência de ensino que iniciou com a introdução do conceito de número inteiro, através de atividades práticas, como um modelo bancário. Em seguida foi abordada a introdução de equações e de situações-problema aditivas. Na terceira fase do estudo, foi aplicado o pós-teste e, finalmente, na quarta fase, realizada seis meses após o término da fase anterior, foi aplicado outro pós-teste para verificar a estabilidade do conhecimento adquirido.

Segundo Passoni (2002), os resultados foram satisfatórios, sendo que os estudantes apresentaram melhores taxas de acerto nos dois pós-testes em relação ao pré-teste. O autor afirma em outra publicação em que apresenta os principais resultados da sua dissertação:

> Depois dos alunos estarem familiarizados com a adição de inteiros e a resolução de equações [...], introduzimos os 12 problemas de Vergnaud [...]. No final da seqüência, fizemos um pós-teste com os mesmos problemas, mas com outros valores numéricos [...]. Aplicamos o pós-teste seis meses depois para os mesmos alunos. [...]. Os resultados dessa verificação foram ainda melhores que os do pós-teste. (PASSONI; CAMPOS, 2005, p. 55).

O autor apresenta uma tabela com os percentuais de acerto das situações-aditivas propostas por Vergnaud em 1976. Apresento, a seguir, a tabela colocada pelo autor.

[33] As 12 situações-problema apresentadas por Vergnaud e Durant, em 1976, estão apresentadas no Quadro 2.2.1 na seção seguinte. Essas situações são identificadas pelos nomes próprios usados em seu respectivo enunciado.

Tabela 2.2.1. Percentuais de acerto nas situações de Vergnaud em 1976, apresentados em Passoni (2002)

	Pré-teste		Pós-teste	
Problema	Nº de alunos	%	Nº de alunos	%
Pedro	34	94	36	100
Bernardo	27	75	35	97
Cláudio	32	89	36	100
Paulo	25	69	36	100
Lourenço	15	42	33	92
Miguel	13	36	35	97
Cristiano	29	81	36	100
Jacó	13	36	31	86
Didi	11	31	34	97
Olívio	6	17	35	97
Vicente	2	6	32	89
Bruno	15	42	34	94

Fonte: Passoni (2002, p. 175).

Nos resultados apresentados na Tabela 2.2.1 é possível observar que os estudantes melhoraram o seu desempenho no pós-teste. O autor afirma que: "Embora os alunos tenham ainda rudimentos de manipulação algébrica, observamos que, em média, seus resultados são razoavelmente melhores dos que os do pré-teste." (PASSONI, Ibid.).

Em geral estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental trabalham apenas com números naturais e são iniciados no trabalho com as frações. A proposta de Passoni vem para desmitificar essa "convenção". Diante do estudo e dos resultados alcançados, observo que é possível se planejar sequências de ensino que façam uma iniciação dos conceitos dos números inteiros e das equações algébricas com estudantes dessa série.

Outro tipo de intervenção de ensino foi feito por Pessoa (2002). A autora objetivou analisar o papel da interação social na superação de dificuldades de resolução de situações-problema do Campo Aditivo. Visando alcançar tal objetivo, trabalhou com 50 estudantes de duas turmas da 4ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública.

Os estudantes foram divididos em duplas; essa divisão foi norteada segundo as afinidades declaradas nas respostas a um questionário elaborado pela pesquisadora e respondido previamente pelos estudantes. O experimento foi composto de um pré-teste, duas sessões de interação e um pós-teste. As situações-problema trabalhadas tinham como aporte teórico a classificação das situações aditivas apresentadas por Carpenter e Moser. Estes autores classificam as situações-problema aditivas em: combinação; mudança; igualização; e comparação. Essas categorias se subdividem em dezesseis subcategorias, considerando o valor desconhecido e os fatores de ordem semântica (CARPENTER; MOSER, 1982 apud PESSOA, 2002, p. 2).

Os instrumentos diagnósticos foram aplicados individualmente em duas sessões de interação. As sessões foram desenvolvidas com os estudantes em dupla e não contaram com a intervenção da pesquisadora e nem da professora dos estudantes. Eles foram orientados a discutir em voz alta os seus pensamentos em relação à interpretação das situações colocadas, de maneira que a pesquisadora pudesse ouvir todo o processo de interação. Dentre os resultados obtidos, a pesquisadora destacou que:

> Ao responderem ao pré-teste, os sujeitos simplesmente faziam uma conta de adição ou de subtração; ao resolverem os problemas em interação, eles passaram a criar diferentes estratégias de resolução, a partir das discussões com o companheiro; no pós-teste, algumas dessas estratégias passaram a aparecer nas resoluções feitas pelos sujeitos individualmente. (PESSOA, 2002, p. 7).

Silva e Castro (2004) desenvolveram um estudo em que analisaram a aprendizagem e fizeram um processo de intervenção com estudantes que apresentavam problemas de defasagem série/idade. Esse estudo utilizou a TCC como aporte teórico, com o foco nas Estruturas Aditivas, objetivando analisar a resolução de situações-problema como metodologia para aprender Matemática.

Participaram da pesquisa 27 estudantes de uma turma de aceleração, com idades de 10 a 13 anos, semi-alfabetizados, de uma escola municipal de Fortaleza. Esses estudantes responderam a um pré-teste utilizando apenas papel e lápis. Em seguida, foi realizada uma entrevista clínica com oito dos estudantes, visando avaliar o conhecimento e as dificuldades encontradas por eles. Todos os estudantes passaram por um processo de intervenção apoiados no uso do material dourado e em jogos matemáticos e, por fim, responderam a um pós-teste. Visando constatar se os estudantes haviam tido crescimento conceitual mediante o processo de intervenção, após o pós-teste foi realizada uma entrevista clínica com os oito estudantes.

Segundo os autores, os estudantes apresentaram no pré-teste e na primeira entrevista grandes dificuldades de interpretação das situações-problema, contudo, após a intervenção de ensino essas dificuldades foram minimizadas. Além disso, os resultados mostraram que ocorreu aprendizagem em relação ao Campo Aditivo. Os pesquisadores sugerem que se inclua a metodologia de resolução de problemas na formação do professor de Matemática.

Um estudo um pouco diferenciado foi relatado por Moro (2004). Tal estudo é um recorte da tese de doutorado da autora, defendida em 1998, intitulada: Aprendizagem construtivista da adição/subtração.

Nesse recorte, a autora objetivou descrever a natureza das estratégias cognitivas de resolução das situações propostas. Para alcançar tal objetivo, ela selecionou três dos estudantes da 1ª série integrantes do estudo da tese.

Os estudantes resolveram situações-problema aditivas em duas seções, a primeira de 40 minutos e a segunda de 45 minutos. Foram trabalhadas situações de composição, decomposição e recomposição de coleções. Na primeira seção, os estudantes trabalharam com fichas para efetuar a resolução das situações e, em seguida, baseados no que foi feito nas resoluções com as fichas, produziram anotações individuais e coletivas. Na segunda seção, os materiais usados foram: caixas e palitos de fósforo; cartolina; e canetas coloridas. Nessa seção os estudantes fizeram uma atividade coletivamente e depois foi solicitado que anotassem, de maneira individual, ou coletiva, as realizações da atividade, seguida de uma interpretação oral das anotações.

Dentre os principais resultados, a autora destaca que os avanços dos três estudantes ficaram em patamares muito próximos e que não houve grandes diferenças entre suas estratégias: “as estratégias cognitivas por eles utilizadas correspondem ao nível pré-operatório de elaboração da adição/subtração” (MORO, 2004, p. 79, 83). A autora ainda chama a atenção para a importância do trabalho em pequenos grupos de estudantes, e que esse tipo de intervenção ativa o papel das interações sociais durante a aprendizagem.

> “[...] o papel das interações sociais de crianças no aprender, faz sentido se houver uma mudança de concepção de aprendizagem na escola: da centrada pela apresentação exclusiva pelo professor [...] para a de uma construção do conhecimento, [...] incluindo-se a construção do conhecimento do professor, na medida em que ele, professor, também muito pode aprender das elaborações de seus alunos para melhor ensinar.” (MORO, Ibid., p. 98).

Observe que os resultados e as reflexões indicam que os trabalhos desenvolvidos em pequenos grupos trazem aprendizagem para o estudante, além de promover a interação social. Mas, para que isso ocorra, faz-se necessária uma mudança de paradigma da escola e dos professores.

Outra pesquisa desenvolvida nas séries iniciais com o Campo Aditivo foi realizada por Ventura e Selva (2007). As pesquisadoras buscaram verificar como as crianças de nove anos resolviam situações-problema aditivas com o auxílio de três tipos de recursos representacionais: reta numérica, material manipulativo (fichas) e o algoritmo (papel e lápis). Participaram desse estudo 39 estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública. De acordo com o desempenho no pré-teste, os estudantes foram divididos em três grupos homogêneos entre si, cada um dos quais trabalhou com um único recurso representacional elencado pelas autoras.

Os estudantes responderam a um pré-teste, passaram por dois encontros de intervenção, fizeram um pós-teste imediato, no máximo dois dias após a intervenção, e um pós-teste posterior realizado quatro semanas após o imediato.

As autoras colocam, dentre os principais resultados, que a média de acertos do grupo que trabalhou com a reta numérica foi a maior no pós-teste imediato e essa média foi preservada no posterior. O grupo que trabalhou com o material manipulativo obteve sua melhor média no pós-teste posterior, assim como o grupo que trabalhou com os algoritmos, sendo que este último teve desempenho mais baixo no pós-teste imediato quando comparado com o pré.

Segundo as autoras, a escola continuou a trabalhar com as situações aditivas durante as quatro semanas entre os pós-testes, o que pode justificar as boas taxas de acerto no posterior. Contudo, ainda ressaltam o desempenho do grupo dos algoritmos que teve a taxa de acerto mais baixa no pós-teste imediato e teve avanço no posterior: "[...] Entretanto, apesar do avanço [...], sua média de acerto ainda ficou inferior aos demais grupos, possivelmente em decorrência de dificuldades anteriores relacionadas à busca de "palavras-chave" no enunciado do problema, ao invés da análise das relações envolvidas." (VENTURA; SELVA, 2007, p. 9).

Com as colocações das autoras, chamo atenção para a influência de palavras do enunciado na escolha da operação, e a possibilidade do uso de suportes didáticos afastarem esse tipo de dificuldade.

Além disso, verifica-se, com os resultados dessa pesquisa, que suportes didáticos pouco utilizados pela escola podem exercer influência na aprendizagem de conceitos do Campo Aditivo, que foi o caso da reta numérica.

Silva (2008) fez uma intervenção de ensino apoiada em jogo e nos diagramas. O objetivo principal foi analisar a contribuição de uma intervenção de ensino para melhorar a compreensão dos estudantes no que diz respeito à resolução de situações-problema aditivas de ordem inversa. Para Silva (Ibid., p. 2), as situações-problema de ordem inversa são aquelas que apresentam "o valor inicial desconhecido ou transformação desconhecida".

Usando como referencial teórico a TCC, Silva (2008) aplicou um pré-teste com os estudantes da 4ª série do Ensino Fundamental de uma escola de Pernambuco. Em seguida, selecionou 24 estudantes que dominavam o cálculo numérico e que apresentaram dificuldades na resolução de, no mínimo, um dos quatro tipos de situações pertencentes ao pré-teste. Esses estudantes foram divididos em quatro grupos, sendo três experimentais e um de controle.

Os grupos experimentais tiveram três encontros de 50 minutos cada. Um grupo trabalhou com os diagramas de Vergnaud, de maneira individual, respondendo a 12 situações-problemas e sendo orientados pela pesquisadora. O segundo grupo trabalhou com um jogo de cartas, criado pela pesquisadora, e denominado: *Carta misteriosa*. Esse grupo foi dividido em dois subgrupos de três estudantes. Depois de conhecer as regras do jogo, o estudante fazia um rodízio: em um momento, era o estudante-jogador, e em outro, era o estudante-desafiador. A pesquisadora apenas acompanhava o jogo e explicava as dúvidas em relação às regras do jogo.

O terceiro grupo experimental também foi dividido em subgrupos de três estudantes cada. Num primeiro momento, foi realizado o jogo da *Carta misteriosa*, e num segundo momento a pesquisadora ensinou a resolver as situações-problema usando os diagramas de Vergnaud.

O grupo de controle apenas respondeu ao pré-teste e ao pós-teste e participou das aulas com a professora de Matemática da turma que abordou situações aditivas.

Os resultados apresentados por Silva (2008) mostram que os grupos tiveram melhor desempenho no pós-teste em relação ao pré-teste. O grupo de controle também apresentou melhor índice de desempenho, porém ficou abaixo dos grupos experimentais.

Fazendo uma comparação entre os desempenhos dos grupos experimentais, bons desempenhos foram detectados no grupo que teve a intervenção de ensino com o jogo da *Carta misteriosa*. Segundo a autora, os estudantes "foram colocados em situações onde eles tinham que pensar sobre o problema matemático envolvendo um raciocínio aditivo. Possivelmente as discussões efetuadas influenciaram [...]" (SILVA, Ibid., p. 10).

A autora identifica de maneira similar os resultados com a intervenção de ensino que utilizou o jogo e os diagramas, sendo essa, segundo a autora, a intervenção mais indicada para a compreensão das situações aditivas, sendo que, essa intervenção, possibilitou ao estudante desenvolver seus esquemas de ação e, ao mesmo tempo, desenvolver o cálculo relacional:

> Acreditamos que o uso do jogo Carta Misteriosa mais o diagrama, ajudaram os alunos a desenvolver seus esquemas-em-ação e a pensar melhor nas relações existentes entre adição e a subtração. [...] podemos identificar como melhor metodologia de ensino o uso do jogo Carta Misteriosa mais o diagrama, pois a junção de ambos os recursos, possivelmente, ajudou os alunos a explicitarem de forma lúdica e representacional os esquemas que cada problema traz em sua solução. (SILVA, 2008, p. 11).

As constatações dessas pesquisas evidenciam que intervenções de ensino planejadas numa conjuntura pautada em bases teóricas podem melhorar o desempenho dos estudantes envolvidos.

2.2.2 Pesquisas diagnósticas

Existem, na literatura, pesquisas que buscam evidenciar, mapear, diagnosticar ou analisar os níveis de competência e de aprendizagem dos conceitos aditivos de estudantes das séries iniciais, sem realizar intervenções de ensino. São pesquisas importantes, pois permitem que tenhamos conhecimento dos níveis de aprendizagem e do domínio dos conceitos aditivos dos estudantes. Os resultados apresentados aqui são inteiramente ligados às séries iniciais.

Boldrin (1986), em sua dissertação de mestrado intitulada: *Resolução de problemas aritméticos simples envolvendo adição e subtração por escolares de 1ª série: influência da manipulação de materiais*, utilizou a classificação de Carpenter (1981 apud BOLDRIN, Ibid.), com o objetivo de identificar a influência de materiais manipuláveis nos esquemas de resolução de estudantes da 1ª série nas situações aditivas.

Visando alcançar tal objetivo, BOLDRIN (Ibid.) entrevistou vinte estudantes sobre a resolução de treze atividades de aritmética utilizando blocos unitários, depois a resolução de doze situações-problema colocadas verbalmente pelo pesquisador. Segundo o autor, os resultados apontaram que a utilização de objetos manipuláveis na resolução das situações aditivas favorece o sucesso dos estudantes:

> Os problemas aritméticos verbais apresentados foram classificados por Carpenter (1981), segundo a sua semântica e o raciocínio envolvido, em quatro classes: TRANSFORMAÇÃO, COMPOSIÇÃO, COMPARAÇÃO e COMPENSAÇÃO. Apesar de todos exigirem uma adição ou subtração simples, os problemas envolvendo as idéias de "COMPARAR" ou "COMPLETAR" quantidades foram considerados os mais difíceis, chegando a apresentar um sucesso de 10%. (BOLDRIN, 1986, p. 1)

Borba e Santos (1997) utilizaram a classificação de Carpenter e Moser (1982 apud BORBA; SANTOS, Ibid., p. 129) e de Greeno Riley e Heller (1982 apud BORBA; SANTOS, Ibid., p. 129) para observar as dificuldades de 17 estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental de uma escola particular de Recife. Um dos objetivos propostos foi “analisar as dificuldades enfrentadas pelas crianças na resolução dos diferentes problemas aditivos” (BORBA; SANTOS, 1997, p. 129). Os estudantes resolveram 16 situações-problema; cada um resolvia de maneira isolada e utilizando apenas papel e lápis. Segundo as autoras, as principais dificuldades registradas foram tanto no cálculo numérico quanto no relacional. As dificuldades atreladas ao cálculo numérico foram referentes à incompreensão da reserva e da troca de termos; e as incompreensões ligadas ao cálculo relacional ocorreram nas situações-problema “[...] cujos enunciados podem induzir à escolha da operação incorreta.” (BORBA; SANTOS, Ibid., p. 125).

Correa e Moura (1997) objetivaram estudar o emprego de esquemas[34] de resolução de estudantes de 1ª a 4ª série ao resolverem situações-problema aditivas. Visando alcançar tal objetivo, as autoras selecionaram 160 estudantes de escolas públicas e particulares, sendo 20 estudantes de cada série por escola. Os estudantes foram entrevistados individualmente, sendo solicitado que resolvessem 10 situações-problema aditivas.

Segundo as autoras, as situações-problema tinham o mesmo formato da linguagem natural e envolviam um ou dois dígitos. Para a adição, a situação colocada era do tipo: "[...] se você tiver *x* cruzeiros e ganhar mais *y*, com quantos

[34] Correa e Moura (1997) chamam de estratégias o que defino como esquemas de resolução neste estudo. Dessa forma, quando uso a citação direta da autora, o termo fica estratégia e, ao usar as minhas próprias palavras uso esquemas de resolução.

cruzeiros você vai ficar?". Para a subtração "[...] se você tiver *x* cruzeiros e gastar *y*, com quantos cruzeiros você vai ficar?" (CORREA; MOURA, 1997, p. 3).

Iniciando a entrevista, as pesquisadoras solicitavam a solução oral. Depois da resposta do estudante, as pesquisadoras questionavam sobre o esquema de ação utilizado na resolução. Finalmente, em cada uma das situações-problema, era solicitada a resolução por escrito. "As sessões foram conduzidas nas escolas das crianças e tinham a duração média de uma hora, sendo gravadas em áudio e posteriormente transcritas." (CORREA; MOURA, Ibid., p. 3).

Os principais resultados apontam três grupos principais de esquema mental de solução oral, a saber:

> "[...] *contagem, composição e decomposição.* Além destas, uma quarta estratégia foi denominada *variação de resultados.* Os resultados obtidos através da estratégia de recuperação de memória (ou uso de resultados previamente memorizados) e da simples menção de resposta sem qualquer justificativa ou explicação também foram observados em nossa amostra." (CORREA; MOURA, 1997, p. 3, 4).

Ainda segundo as autoras, a contagem foi o esquema de resolução mais usado pelos estudantes da 1ª série, sendo que seu uso tende a se reduzir nas séries seguintes; o uso da decomposição e do algoritmo foram os esquemas mais usados pelos estudantes das séries seguintes. As entrevistas trazem indícios de que:

> Tal fato pode ser relacionado à crescente familiaridade das crianças com o algoritmo da adição e subtração ensinados formalmente pela escola. Por outro lado, também pode estar associado, no caso de estratégias outras como a decomposição, à progressiva compreensão (esta não desenvolvida diretamente através do ensino formal) por parte da criança do sistema de numeração decimal e suas propriedades, ou seja, ao desenvolvimento de um sentido numérico. (CORREA; MOURA, 1997, p. 8).

Pelos resultados apresentados por Correa e Moura (Ibid.) podemos inferir que com o passar dos anos escolares os estudantes vão adquirindo novos esquemas de resolução das situações-problema aditivas. Tais esquemas passam a adquirir o formato dos métodos e dos algoritmos ensinados pelas escolas.

Em outra perspectiva, Magina et al. (2001) realizaram um estudo com as quatro séries iniciais do Ensino Fundamental, sendo envolvidos 782 estudantes de escolas públicas de São Paulo. Ancoradas na TCC, as autoras estudaram o domínio das Estruturas Aditivas, utilizando um instrumento com 23 situações-problema envolvendo as categorias: composição; transformação e comparação. Os estudantes responderam o instrumento de maneira individual usando apenas papel e lápis, sem a interferência das pesquisadoras. Dentre os principais resultados apresentados pelas autoras, verifica-se que a taxa de acerto das situações-problema está relacionada com o grau de complexidade da Estrutura Aditiva envolvida, bem como da série em que se encontra o estudante.

Também no Estado de São Paulo, Magina e Campos (2004) desenvolveram um estudo diagnóstico das estratégias de resolução de situações-problema aditivas, nas séries iniciais do Ensino Fundamental, em duas escolas públicas, envolvendo 248 estudantes. As autoras elaboraram e aplicaram um instrumento com cinco situações-problema relativas às operações de adição e subtração. Concluíram que "[...] a evolução das competências desses alunos não segue o mesmo padrão, variando de acordo com o tipo de problema – que exige da criança o domínio de raciocínios distintos – e o tipo de contexto." (MAGINA; CAMPOS, Ibid., p. 53).

Nunes et al. (2005), em seu livro que aborda os números e as operações numéricas, apresentam resultados de uma pesquisa que analisa o desenvolvimento dos esquemas de ação e a formação dos conceitos aditivos. Essa pesquisa foi realizada com estudantes das quatro séries iniciais em escolas públicas no Estado de São Paulo e trabalhou com situações-problema de composição, transformação e comparação. Os estudantes foram entrevistados de maneira individual por uma professora da escola.

Os resultados gerais mostram que "[...] há três esquemas de ação relacionados ao raciocínio aditivo: juntar, retirar e colocar em correspondência um-a-um. Cada um desses esquemas é usado pela maioria das crianças na vida diária para resolver problemas mesmo antes que elas ingressem na escola." (NUNES et al. 2005, p. 55).

Com esses resultados, os autores partem do pressuposto de que todo ensino precisa ser baseado em evidências, que o professor necessita coletar informações sobre seus estudantes, informações essas que lhe permitam fazer intervenções e planejar seu programa de ensino. Creio, então, que se um processo de ensino é desenvolvido com esses pressupostos, implica numa aprendizagem que não se limita apenas ao estudante, mas se estende ao professor num processo de formação continuada e numa postura de pesquisador da sua própria prática. Uma das maiores contribuições desses pesquisadores foi mostrar que é possível, à luz das discussões teóricas, o professor passar a conhecer e compreender os processos cognitivos envolvidos na aprendizagem das Estruturas Aditivas, tendo parâmetros de referência que lhe permitam diagnosticar a fase do desenvolvimento em que os estudantes se encontram. Ou seja, contribuem com o desenvolvimento profissional do professor, mostrando que é possível refletir sobre e na prática pedagógica e nela intervir de forma significativa.

Focando a representação, a compreensão e a resolução de situações-problema aditivas, Damm (2005) discute a conversão do enunciado, ou seja, a seleção dos dados apresentados na situação e a necessidade do uso das representações que viabilizam tal conversão. A autora acredita que a origem das dificuldades na resolução das situações aditivas deve ser investigada no nível de compreensão do enunciado. Ela afirma:

> [...] a análise dos resultados obtidos em diferentes pesquisas [...] mostra que as dificuldades não são referentes a aspectos numéricos e pragmáticos, mas que elas se encontram na compreensão das relações de ordem temporal, indicadas no enunciado e no sentido dos verbos portadores de uma informação numérica e sobre quais aparentemente se concentram prioritariamente as dificuldades. (DAMM, Ibid., p. 37).

Observe nas colocações da autora que ela faz um diagnóstico dos resultados de pesquisas já realizadas focando o Campo Aditivo, e verifica que as dificuldades dos estudantes se concentram no cálculo relacional, bem mais do que no cálculo numérico. A autora chama atenção para a resolução das situações-problema; para ela, o estudante precisa realizar de maneira natural a passagem do que é dado no enunciado para o tratamento do cálculo numérico. Acredito que tal passagem seja um processo natural se acontecer em harmonia com o cálculo relacional. Se o estudante consegue realizar as relações de pensamento necessárias para a compreensão correta do enunciado, a passagem para o cálculo numérico será apenas uma decorrência disso.

Nesse mesmo sentido, Bernard e Janvier (1985 apud FRANCHI, 1999, p. 191) pesquisaram a contribuição de representações esquemáticas no ensino de situações-problema aditivas, de maneira especial nas categorias transformação de medidas e composição de transformações[35]. Entre as principais conclusões os autores colocaram:

> [...] as setas sugerem um deslocamento para a minoria das crianças, [...]. Poucas crianças interpretam as flechas de um modo dinâmico [...]. Em geral as crianças não utilizam as representações propostas, nem chegam a perceber a relação entre a representação e o problema proposto. (BERNARD; JANVIER, 1985 apud FRANCHI, 1999, p. 191).

Com as colocações dos autores, é possível perceber que os estudantes apresentam dificuldades para entender a dinâmica dos diagramas propostos por Vergnaud (1982, 1991), visto que a minoria dos estudantes envolvidos na pesquisa de Bernard e Janvier (Ibid.) consegue compreender os deslocamentos que as setas indicam dentro dos diagramas propostos para as categorias.

Buscando compreender as dificuldades encontradas pelos estudantes na resolução das situações aditivas, Passoni e Campos (2005) revisitaram as situações-problema apresentadas por Vergnaud e Durand (1976, p. 31-32, apud PASSONI; CAMPOS, 2005).

Segundo os autores, citando Damm (1992 apud PASSONI; CAMPOS, 2005, p. 51-52), fazendo uma análise da congruência e da não-congruência da passagem dos dados do enunciado para a resolução, é possível prever a ordem de dificuldade da situação-problema. Eles elencam três fatores que conduzem a essa dificuldade, a saber:

> Pode haver ou não correspondência entre a operação semanticamente sugerida pelos verbos portadores de informação numérica no enunciado e a operação aritmética a ser usada, [...]; os verbos portadores de informação numérica podem ser ou não antônimos. Quando os verbos são antônimos, não há univocidade semântica terminal. [...]; pode haver ou não conservação da ordem de apresentação dos dados numéricos na passagem para a equação aritmética. (PASSONI; CAMPOS, 2005, p. 51-52).

[35] Essa nomenclatura foi usada pelos autores. De acordo com o que foi colocado no Capítulo I, essas categorias equivalem, respectivamente, à transformação de uma relação e à composição de várias transformações.

Observe que, para os autores, as dificuldades se atrelam fortemente aos verbos colocados no enunciado da situação, sendo o primeiro e o segundo fatores consequência direta da ligação dos verbos do enunciado e da operação a ser realizada.

Os autores ainda apresentam uma análise das situações colocada por Vergnaud em 1976. Essa análise foi baseada nos fatores elencados acima e se referem às 12 situações-problema colocadas no Quadro 2.2.1. Tal análise foi realizada por Regina Damm em sua tese, e as situações foram classificadas em: "a) *estritamente congruentes* – quando não há inversão nem a presença de verbos antônimos. [...]; b) *fortemente não-congruentes* – quando há inversão e os verbos são antônimos" (DAMM, 1992, p. 52 apud PASSONI; CAMPOS, 2005, p. 52). O Quadro 2.2.1, a seguir, mostra as 12 situações elaboradas por Vergnaud e Durand (1976, apud PASSONI; CAMPOS, 2005).

Quadro 2.2.1. Situações-problema elaboradas por Vergnaud e Durand em 1976

	Situações-problema
1	*Pedro* tem 6 bolinhas de gude. Joga uma partida e perde 4 bolinhas. Quantas bolinhas tem depois da partida?
2	*Bernardo* joga uma partida de bolinhas de gude e perde 7 bolinhas. Depois da partida, tem 3 bolinhas. Quantas bolinhas ele tinha antes da partida?
3	*Claudio* tem 5 bolinhas de gude. Depois da partida, ele tem 9 bolinhas. O que aconteceu na partida?
4	*Paulo* joga duas partidas de bolinhas de gude. Na primeira partida, ele ganha 6 bolinhas. Na segunda perde 4. O que aconteceu?
5	*Lourenço* joga duas partidas de bolinhas de gude. Na primeira, perde 2. Na segunda, perde 5. O que aconteceu?
6	*Miguel* joga duas partidas de bolinhas de gude. Na primeira ganha 4. Na segunda, perde 6. O que aconteceu?
7	*Cristiano* joga duas partidas de bolinhas de gude. Na primeira partida ganha 5. Joga uma segunda partida. Depois dessas partidas, ele ganhou ao todo 9 bolinhas. O que aconteceu na segunda partida?
8	*Jacó* joga duas partidas de bolinhas de gude. Na primeira, perde 5. Joga uma segunda partida. Depois dessas duas partidas, perdeu 8 bolinhas. O que aconteceu na segunda partida?
9	*Didi* joga duas partidas de bolinhas de gude. Na primeira, perde 7. Joga uma segunda partida. Depois dessas duas partidas, perdeu 4 bolinhas. O que aconteceu na segunda partida?
10	*Olívio* joga duas partidas de bolinhas de gude. Na primeira, ganha 2. Joga uma segunda partida. Depois dessas duas partidas, perdeu 7 bolinhas. O que aconteceu na segunda partida?
11	*Vicente* joga duas partidas de bolinhas de gude. Na primeira, ganha 8. Joga uma segunda partida. Depois dessas duas partidas, perdeu 2 bolinhas. O que aconteceu na segunda partida?
12	*Bruno* joga duas partidas de bolinhas de gude. Joga uma primeira e depois uma segunda. Na segunda partida, ele perde 7 bolinhas. Depois dessas duas partidas, ganhou 3 bolinhas. O que aconteceu na primeira partida?

As situações colocadas no Quadro 2.2.1 são de duas categorias, a saber: transformação e composição de várias transformações.

Os resultados, apontados por Vergnaud e Durand (1976), do estudo realizado com estudantes na faixa etária de 10 a 11 anos, mostram que esses estudantes tiveram 21% de acerto na situação-problema de *Olívio*; 28% na de *Vicente,* e 46% na de *Bruno*, e essas foram classificadas por Damm (1992 apud PASSONI; CAMPOS, 2005, p. 52) como *fortemente não-congruentes*. Segundo a autora, não existe congruência entre os verbos do enunciado (perder e ganhar). Nas outras 9 situações, os estudantes obtiveram 70% ou mais de acertos; dentre essas situações Damm (Ibid.) classificou a de *Pedro* como *estritamente congruente* e as outras oito entre os dois pólos (*fortemente não-congruentes* e *estritamente congruentes*).

Esses resultados enfatizam que as dificuldades encontradas pelos estudantes na resolução de situações-problema aditivas das duas categorias apresentadas estão atreladas ao cálculo relacional e às congruências e/ou incongruências entre os verbos do enunciado e a operação a ser realizada, sendo as maiores dificuldades encontradas na resolução das situações que são incongruentes.

Na sequência, coloco os resultados de três trabalhos nossos realizados no Sul da Bahia, com estudantes das séries iniciais.

Santana, Cazorla e Campos (2007) desenvolveram um estudo com 1.029 estudantes da 1ª à 4ª série do Ensino Fundamental de seis municípios, com o objetivo de fazer um diagnóstico do desempenho dos estudantes na solução de situações-problema das Estruturas Aditivas de uma mesma categoria, porém em diferentes situações, utilizando a linguagem pictórica e outras representações do conceito de número.

Visando alcançar tal objetivo, foi aplicado um instrumento diagnóstico, do tipo lápis e papel, composto de 17 situações-problema aditivas. Os instrumentos foram aplicados pelos professores das escolas, de forma coletiva, em uma única seção. Os resultados apontaram que:

> Os estudantes resolveram mais facilmente os problemas quando as situações utilizavam a linguagem natural e todos os componentes do problema estavam explícitos. A introdução da representação figural, a ausência dos componentes do problema, a escolha pelo estudante desses componentes, a procura da resposta dentre números apresentados e o significado do número, enquanto medida no contexto espacial, têm um

> impacto negativo no desempenho. (SANTANA; CAZORLA; CAMPOS, 2007, p. 137).

Esse estudo destaca a importância e necessidade de se trabalhar com os estudantes diferentes situações dentro do Campo Aditivo. Somente com trabalhos que incluam esse tipo de perspectiva poder-se-á possibilitar ao estudante o domínio dos conceitos que fazem parte desse Campo Conceitual e ampliar os esquemas que fazem parte de seu repertório, de forma a resolver situações-problema mais complexas dentro deste e de outros campos conceituais nos quais o campo aditivo tem interferência.

Em outro estudo realizado por Campos et al. (2007), diagnosticamos as competências dos estudantes em contextos diferentes: no contexto do estudo de Santana, Cazorla e Campos (2007), no Sul da Bahia, e no contexto de Magina et al. (2001) na região metropolitana da cidade de São Paulo.

Como colocado anteriormente, a pesquisa em São Paulo foi realizada com 782 estudantes das séries iniciais, e foi desenvolvida entre os anos de 1997 e 1998. A pesquisa no Sul da Bahia foi realizada com 1.029 estudantes, e foi desenvolvida no ano de 2005. O instrumento diagnóstico, do tipo lápis e papel, foi o mesmo para os dois Estados. Contudo, em São Paulo foram aplicadas 12 situações-problema e na Bahia foram aplicadas 17 situações-problema, mas para o estudo de Campos et al. (Ibid.) foram consideradas apenas 12 situações. Foram analisadas as competências nas categorias: composição; transformação; e comparação.

Vale ressaltar que nos dois Estados as amostras foram de conveniência, pois os instrumentos foram aplicados por professores que estavam realizando formação em serviço, sendo formação continuada no Estado de São Paulo, e formação inicial de professores em serviço no Estado da Bahia. Nesse sentido, “ambos os estudos tiveram como finalidade subsidiar a formação continuada de professores.” (CAMPOS et al., 2007, p. 228). Com esse contexto, o objetivo principal foi:

> [...] diagnosticar as competências dos estudantes na solução de problemas do campo aditivo, e seu desenvolvimento ao longo das quatro primeiras séries do Ensino Fundamental, de escolas públicas, em contextos diferentes (São Paulo e Bahia), buscando subsidiar a formação de professores. (CAMPOS et al., Ibid., p. 224).

Os resultados apontaram uma tendência linear crescente da 1ª para a 4ª série, isso nos dois Estados. Contudo, os patamares e ritmos desse crescimento foram diferenciados por Estado:

> Os estudantes de São Paulo partiram de um patamar de 64,6% na primeira série e alcançaram um patamar de 89,3% de acerto na quarta série, sendo que o crescimento de uma série para a seguinte foi de forma significativa ($F_{(3,778)} = 58,325$; $p = 0,000$). Já o desempenho dos estudantes da Bahia partiu de um patamar de 52,0% na primeira série e chegou a 65,4% na quarta série e, apesar de ter sido encontrada diferenças significativas nessa trajetória ($F_{(3,1017)} = 14,611$; $p = 0,000$), apenas a quarta série se distinguiu das três primeiras séries, observando-se uma estagnação na terceira série [...].(CAMPOS et al., 2007, p. 229, 230).

Nas três situações protótipos – uma de composição e duas de transformação – os estudantes de São Paulo partiram de um patamar mínimo de acertos na ordem de 88,1%, cresceram ao longo das séries, chegando a, pelo menos, 94,1% na quarta série. E os estudantes da Bahia partiram de patamares mínimos na ordem de 60,1%, crescendo ao longo das séries em duas dessas situações – uma de composição e uma de transformação –, apresentando uma queda na ordem de 10% na terceira série, quando comparados com a segunda, numa situação de transformação.

A situação-problema que apresentou maior dificuldade em ambos os Estados foi uma transformação de 1ª extensão, a saber: “Carlos tinha 4 bolas de gude. Ganhou algumas e agora ele tem 10 bolas de gude. Quantas bolas ele ganhou?” (CAMPOS et al., 2007, 232). De acordo com os resultados em ambos os Estados, os estudantes partiram de um mesmo patamar de acertos:

> [...] ambos os grupos partiram do mesmo patamar na primeira série ($\chi^2_{(1)} = 2,813$; $p = 0,093$), mas, enquanto os estudantes de São Paulo mostraram um desempenho crescente, chegando a 76,2% na quarta série, os estudantes da Bahia mostraram uma estagnação. Após iniciar num patamar de 46,6% na primeira série, a porcentagem de acertos caiu para 34,1% na segunda, se estagnou em 34,2% na terceira série e retomou o crescimento na quarta série, para 44,3%, sem, contudo, superar o ponto de partida. (CAMPOS et al., Ibid., 234).

Esse baixo desempenho parece “radicar na incongruência semântica entre a palavra ganhou e a operação de subtração,” (CAMPOS et al., Ibid., 234) pois na resolução o estudante precisava subtrair a quantidade de bolas do estado inicial da quantidade do estado final, contudo muitos dos estudantes somaram e deram como resposta para a situação 14 bolas de gude.

Os resultados desse estudo contribuem para constatarmos que os estudantes das duas realidades saem de um mesmo patamar de acertos na primeira série, contudo vão se distanciando à medida que as séries avançam. Todavia, ainda é preciso analisar o quanto o contexto socioeconômico e cultural das duas realidades interfere nesses resultados; mais isto não era foco do estudo.

Martins e Lima (2008) realizaram um estudo diagnóstico com 78 estudantes de uma escola da rede pública do município de Olinda, em Pernambuco. O objetivo principal foi investigar o desempenho de estudantes, da 1ª e da 4ª séries do Ensino Fundamental, na resolução de situações-problema de composição em três contextos: linguagem natural com figuras; linguagem natural com gráficos; e linguagem natural com medidas de comprimento. Além disso, os autores objetivavam comparar o desempenho das duas séries.

Os pesquisadores aplicaram um instrumento diagnóstico, do tipo papel e lápis, composto de seis situações-problema aditivas de composição, sendo duas de cada contexto (figura, gráfico e medidas de comprimento). Dentre essas duas, uma era protótipo e a outra de 1ª extensão. Cada situação foi lida em voz alta por um dos pesquisadores e, em seguida, foi dado um tempo para cada estudante resolver a sua situação-problema. Dentre os principais resultados, os autores destacam que:

> [...] as crianças resolvem mais facilmente os problemas que envolvem a linguagem natural com desenhos, e obtiveram desempenhos pouco satisfatórios nas questões relacionadas ao tratamento da informação. [...] Como era de se esperar os alunos da 4ª série apresentaram maior nível de acertos em todas as questões quando comparado aos alunos da 1ª série. (MARTINS; LIMA, 2008, p. 11, 12).

Com os resultados de Martins e Lima (Ibid.), verifica-se que, mesmo nas estruturas de situações menos complexas classificadas por Vergnaud (1982, 1996), no caso a categoria composição, os estudantes de 4ª série apresentam dificuldades na resolução de situações que apresentam contextos diferentes, no caso a linguagem natural com os gráficos. Esse resultado corrobora as afirmativas de Vergnaud (1982, 1996), de que um conceito não deriva apenas de um tipo de situação.

Guimarães (2009), utilizando a Teoria dos Campos Conceituais como aporte teórico, desenvolveu um estudo com o objetivo de analisar a resolução de situações-problema aditivas de estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental, visando identificar que tipos de situação apresentam dificuldades para os estudantes.

Para alcançar tal objetivo, a pesquisadora desenvolveu o estudo em duas etapas. Na primeira, foram selecionados um livro didático e um material apostilado que eram os mais usados pelas escolas de Campo Grande, no Mato Grosso do Sul, em turmas de 3ª série do Ensino Fundamental. De posse desse material foram elencadas as situações-aditivas constantes em ambos, livro e material apostilado, fazendo um quadro comparativo com as seis categorias apresentadas por Vergnaud (1982,1996). Na segunda e última etapas, a pesquisadora elaborou um instrumento com nove situações-problema aditivas. Esse instrumento foi aplicado de maneira coletiva em 54 estudantes de uma escola pública e de duas escolas particulares que usavam o livro ou o material apostilado selecionado na primeira etapa. Depois, foram selecionados nove estudantes de cada escola, perfazendo um total de 27, aos quais foi novamente entregue o instrumento para a resolução de situações-problema. A seguir, uma entrevista clínica que visava analisar os procedimentos dos estudantes na resolução das situações.

Os resultados do estudo de Guimarães (2009) revelam que os estudantes apresentaram menores índices de acerto nas categorias transformação, comparação e composição de várias transformações. Em relação às dificuldades, a autora coloca:

> [...] o grau de dificuldade [...] passou a ser maior quando os problemas apresentaram incongruência entre a operação a ser realizada e os verbos ou expressões portadoras de informação [...]; quando solicitavam as relações ou transformações e não os estados (inicial, intermediário ou

> final) e quando a resolução pedia a inversão da sequência temporal. (GUIMARÃES, 2009, p. 15).

Enfim, as pesquisas realizadas revelam que são várias as dificuldades encontradas pelos estudantes das séries iniciais na resolução das situações-problema aditivas, o que, consequentemente, demonstra a falta de domínio dos conceitos inerentes ao Campo Conceitual Aditivo. O que fica mais evidente são as dificuldades no cálculo relacional.

A literatura também mostra que várias intervenções de ensino já foram feitas no sentido de buscar sanar tais dificuldades. Contudo, nenhuma das pesquisas elencadas acima realizou uma intervenção com: as seis categorias de situações apresentadas por Vergnaud (1982, 1991, 1996) envolvidas na intervenção; total inclusão no processo do dia a dia da sala de aula e que tenha acontecido por um longo período de tempo.

A seguir apresento uma síntese dos Parâmetros Curriculares Nacionais sobre o ensino das Estruturas Aditivas. Além disso, retrato o uso de materiais didáticos em sala de aula.

CAPÍTULO III

O CONTEXTO DO ENSINO DO CAMPO ADITIVO: SOB O OLHAR DOS PCN E COM O MATERIAL DIDÁTICO

Neste capítulo apresento uma síntese dos Parâmetros Curriculares Nacionais – (PCN) no que se refere às orientações para o ensino da Matemática focando a Teoria dos Campos Conceituais, mais especificamente o Campo Aditivo. Também serão temas deste capítulo: o material didático; o uso do material didático no ensino de Matemática; o material didático usado no estudo; as principais diferenças entre os materiais didáticos usados na intervenção de ensino deste estudo.

3.1 UM OLHAR NOS PCN EM RELAÇÃO AO ENSINO DO CAMPO ADITIVO NAS SÉRIES INICIAS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Os Parâmetros Curriculares Nacionais referentes às quatro primeiras séries da Educação Fundamental é um documento emitido pelo Ministério da Educação e do Desporto, que tem como objetivo principal:

> Auxiliar o professor na execução do seu trabalho, compartilhando o seu esforço diário de fazer com que as crianças dominem os conhecimentos de que necessitam para crescerem como cidadãos plenamente reconhecidos e conscientes de seu papel em nossa sociedade. (BRASIL, 1997, p. 5).

Esse documento busca levar orientações aos professores, de forma a conduzir um currículo que traga mais igualdade em todo o país. Dessa forma, são traçados dez objetivos para o Ensino Fundamental. Destaco três que são ligados a contextos da Matemática. Eles indicam que os estudantes sejam capazes de:

> - utilizar as diferentes linguagens – verbal, matemática, gráfica, plástica e corporal – como meio para produzir, expressar e comunicar suas idéias, interpretar e usufruir das produções culturais, em contextos públicos e privados, atendendo a diferentes intenções e situações de comunicação;
> - saber utilizar diferentes fontes de informação e recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos;
> - questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los utilizando para isso o pensamento lógico, e criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação. (BRASIL, 1997, p. 8).

Observa-se que o domínio da linguagem matemática, o uso de diferentes fontes de informação, a resolução de situações-problema e a utilização do pensamento lógico estão entre as principais capacidades objetivadas pelos PCN para os estudantes do Ensino Fundamental.

Os PCN se baseiam em avaliações de larga escala para fazer uma análise do quadro atual do ensino de Matemática. Segundo Brasil (1997, p. 23,24), existe um baixo desempenho global, e as maiores dificuldades de estudantes da 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental “são encontradas em questões relacionadas à aplicação de conceitos e à resolução de problemas.” Ainda afirma que parte dos problemas com o ensino de Matemática está atrelada à formação do professor e às restrições ligadas às condições de trabalho. Para ilustrar tais afirmativas é colocado o exemplo do ensino com resolução de problemas:

> [...] por exemplo, as orientações sobre a abordagem de conceitos, idéias e métodos sob a perspectiva de resolução de problemas ainda são bastante desconhecidas; outras vezes a resolução de problemas tem sido incorporada como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem, a partir de listagens de problemas cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução desconhecidas pelos alunos. (BRASIL, Ibid., p. 24).

Neste exemplo é possível verificar que as problemáticas com o ensino podem ter diversas vertentes. Dentre elas, é possível destacar o desconhecimento de novas perspectivas de ensino e o afastamento do ensino de resolução de situações-problema.

Ainda nessa análise, Brasil (1997, p. 26) afirma que, na prática de sala de aula, nem sempre há clareza do papel dos recursos didáticos no processo de ensino e no processo de aprendizagem, e nem no uso dos materiais.

Além dos fatores referentes às dificuldades, os PCN de Matemática trazem orientações em relação à necessidade de desenvolvimento dos princípios básicos de Aritmética, Geometria, Probabilidade e Estatística, valorizando não apenas o desenvolvimento do aspecto cognitivo, mas também outros que interferem no processo de aprendizagem, tais como: o desenvolvimento de atitudes positivas em relação à Matemática; o resgate da auto-estima; o estímulo e a confiança na resolução de situações-problema; a valorização das estratégias pessoais; e a valorização dos conhecimentos prévios dos estudantes, concebendo o aprendiz como um ser completo, cuja cognição está atrelada a sua afetividade.

Os PCN destacam alguns caminhos para “fazer Matemática” em sala de aula. É consenso que não existe um caminho único e correto para o ensino de qualquer disciplina e, em particular, para a Matemática. Contudo, os PCN enumeram alguns recursos possíveis, que podem auxiliar o seu ensino, como: jogos; as tecnologias da informação; a própria História da Matemática; e a resolução de situações-problema.

Quando colocam a resolução de situações-problema como recurso, os PCN as citam como um recurso discutido ao longo dos últimos anos dentro da História da Matemática, sendo um recurso que serviu de motivação para o ensino da Física, Astronomia, para diferentes cálculos no comércio, dentre outros.

Todavia, segundo os PCN, a resolução de situações-problema não está conseguindo alcançar os seus reais objetivos no ensino da Matemática:

> A prática mais freqüente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculo com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas. (BRASIL, 1997, p. 42).

Brasil (Ibid, p. 43, 44) orienta que, ao se colocar o foco na resolução de situações-problema, sejam respeitados alguns princípios que coloco resumidamente a seguir:

(a) o ponto de entrada para o domínio do conceito sejam as situações, utilizando-se situações que possibilitem o desenvolvimento de estratégias capazes de explorar conceitos, ideias e métodos matemáticos;

(b) abandonar as formas mecânicas de resolução, isto é, as situações devem ser interpretadas;

(c) a porta de entrada para a aquisição dos conceitos seja estabelecida na construção da resolução para certa situação. E que, em outros momentos, sejam apresentadas outras situações, e que se utilize o que se aprendeu em novas resoluções, ou seja, a aprendizagem na zona de desenvolvimento proximal[36];

(d) um conceito não está atrelado a uma única situação. E uma situação não envolve um único conceito. Existem Campos Conceituais, assim como existem Campos de situações;

(e) a resolução de situações-problema é uma atividade para orientação da aprendizagem, na qual se aprende conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Percebo, nestes princípios, a presença de definições e a estrutura que fazem parte da Teoria dos Campos Conceituais. Em linhas gerais posso afirmar que os PCN de Matemática para as séries iniciais orientam princípios que

[36] "A zona de desenvolvimento proximal da criança é a distância entre seu desenvolvimento real, determinado com a ajuda de tarefas solucionadas de forma independente, e o nível de seu desenvolvimento potencial, determinado com a ajuda de tarefas solucionadas pela criança com a orientação de adultos e em cooperação com seus colegas mais capazes." (VYGOTSKY, 1933C, 1935, p. 42 apud VEER, R. V. D.; VALSINER, J., 1996, p. 365).

colocam as situações como ponto de partida para a aquisição dos conceitos. Desse modo, as situações proporcionam a aprendizagem de conceitos que formam um Campo Conceitual, e os conceitos dão sentido às situações. Estes também são princípios da Teoria dos Campos Conceituais.

Outro ponto que destaco é a relação da situação com os esquemas. Segundo os PCN, um problema matemático é entendido como uma situação. E tais situações solicitam a realização de uma sequência de ações ou operações para sua resolução.

Para a Teoria dos Campos Conceituais, uma tarefa ou um problema é uma situação. Por sua vez, a resolução das situações se constitui numa sequência de ações que podem ser mobilizadas pelo estudante, e são denominadas esquemas.

Dentre os objetivos gerais colocados pelos PCN de Matemática, para serem alcançados nas séries iniciais do Ensino Fundamental, estão: “resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, [...]” (BRASIL, 1997, p. 51).

Observo que esse objetivo geral foca a aprendizagem, a resolução de situações-problema com a utilização de conceitos matemáticos.

Em relação aos objetivos específicos do primeiro ciclo[37], no que diz respeito à resolução de situações-problema, o ensino de Matemática deve levar o estudante a:

> Resolver situações-problema e construir, a partir delas, os significados das operações fundamentais, buscando reconhecer que uma mesma operação está relacionada a problemas diferentes e um mesmo problema pode ser resolvido pelo uso de diferentes operações. (BRASIL, Ibid., p. 51).

Esse objetivo para o primeiro ciclo foca a construção de significados através das operações fundamentais, a busca de reconhecimento, por parte do

[37] Segundo Brasil (Ibid., p. 51), o primeiro ciclo se refere às 1ª e a 2ª séries, e o segundo ciclo se refere às 3ª e a 4ª séries do Ensino Fundamental.

estudante, quanto à utilização de uma mesma operação em situações diversas e a possibilidade de se resolver uma situação com o uso de diferentes operações.

Para o segundo ciclo são apresentados objetivos específicos que se relacionam com a resolução de situações-problema. Dentre os demais objetivos específicos desse ciclo, os PCN colocam que o ensino de Matemática deve levar o estudante a:

> - Ampliar o significado do número natural pelo seu uso em situações-problema e pelo reconhecimento de relações e regularidades;
> - Resolver problemas, consolidando alguns significados das operações fundamentais e construindo novos, em situações que envolvam números naturais e, em alguns casos, racionais;
> - Vivenciar processos de resolução de problemas, percebendo que para resolvê-los é preciso compreender, propor e executar um plano de solução, verificar e comunicar a resposta. (BRASIL, 1997, p. 80-82).

Com esses objetivos procura-se trabalhar a ampliação do significado dos números naturais, para alguns casos, com os números racionais, através da resolução de situações-problema. Além disso, no que se refere ao ensino de resolução de situações-problema, enfatiza: a necessidade da interpretação da situação; que se execute um esquema de resolução; que os resultados encontrados sejam verificados; e, por fim, que sejam elaboradas respostas para a dada situação.

Finalmente, é possível destacar que os PCN colocam dentre seus objetivos, orientações para que o professor possa conduzir o trabalho com procedimentos que facilitem a aprendizagem do estudante, através da compreensão da situação.

Após apresentar os objetivos gerais e específicos para o ensino de Matemática nas séries iniciais, os PCN apresentam os conteúdos conceituais e procedimentais. Nesses, os conceitos inerentes ao Campo Conceitual Aditivo ficam restritos ao cálculo de adição e subtração e à compreensão de "[...] alguns dos significados das operações, em especial da adição e da subtração". (BRASIL, Ibid, p. 71).

O tópico intitulado orientações didáticas, dentre outros pontos, visa contribuir com a reflexão sobre como ensinar, analisando os conceitos e procedimentos a serem ensinados.

Especificamente com o tema “Operações com Números Naturais” e com um subtema “Adição e subtração: significados”, os PCN se referem às situações-problema do Campo Conceitual Aditivo. Afirmam que a pesquisa na área de Didática da Matemática traz novas referências para o tratamento das operações. Dentre as referências, ressaltam a importância do trabalho conjunto em situações-problema de adição e de subtração. A justificativa para tal trabalho se baseia na existência de “[...] estreitas conexões entre situações aditivas e subtrativas.” (BRASIL, 1997, p. 104).

Ressalto, a seguir, alguns pontos colocados num parágrafo dos PCN, que corroboram o que diz a Teoria dos Campos Conceituais:

– a necessidade de um período longo de tempo para a construção dos diferentes significados;

– o desencadeamento de esquemas, pois será necessário que o estudante acomode, desacomode e acabe por descobrir novas formas de conduzir o surgimento de novos esquemas;

– a existência de diferentes dificuldades e de tipos diferentes de situações-problema.

> A **construção dos diferentes significados leva tempo** e ocorre pela **descoberta de diferentes procedimentos** de solução. Assim o estudo da adição e da subtração deve ser proposto ao longo dos dois ciclos, juntamente com o estudo dos números e com o desenvolvimento dos procedimentos de cálculo, **em função das dificuldades lógicas**, **específicas a cada tipo de problema,** e dos procedimentos de solução de que os alunos dispõem. (BRASIL, Ibid., p. 105, grifo nosso).

Ainda nesse mesmo tópico eles apresentam quatro grupos distintos de situações que envolvem adição e subtração para serem exploradas por estudantes da 1ª à 4ª série do Ensino Fundamental:

> Num **primeiro grupo**, estão as situações associadas à idéia de **combinar** dois estados para obter um terceiro, mais comumente identificada como a ação de “**juntar**. [...] num **segundo grupo**, estão as situações ligadas à idéia de **transformação**, ou seja, alteração de um **estado inicial**, **que pode ser positiva ou negativa**. [...] num **terceiro grupo**, estão as situações ligadas à idéia de **comparação**. [...] num quarto grupo, estão as situações que supõem a compreensão de **mais de uma transformação (positiva ou negativa)**. (BRASIL, 1997, p. 106-107, grifo nosso).

Os grupos de situações listados acima são quatro das seis categorias de situações aditivas apresentadas por Vergnaud (1982, 1991, 1996).

Os PCN ainda chamam a atenção do professor para os diferentes níveis de complexidade que fazem parte das situações apresentadas. Além disso, ressalvam que o estudante precisa dispor de competências e conhecimentos necessários para resolver as situações-problema. Afirmam que é necessária “[...] uma ampla experiência com situações-problema que os leve a desenvolver raciocínios mais complexos por meio de tentativas, explorações e reflexões.” (BRASIL, Ibid., p. 108).

Apesar de recomendar quatro das seis categorias colocadas por Vergnaud (Ibid.), de abordar definições e procedimentos que são traçados na Teoria dos Campos Conceituais, em linhas gerais os PCN de Matemática para o primeiro e segundo ciclos do Ensino Fundamental, ainda se referem de forma muito tangencial ao Campo Conceitual Aditivo.

Em relação aos objetivos que são apresentados pelos PCN no que se refere à resolução de situações-problema aditivas, os mesmos ainda são muito tímidos e não apresentam uma abrangência que permita falar de domínio do Campo Conceitual Aditivo, ou seja, a proposta indica ao professor a necessidade de trabalhar os conceitos que fazem parte desse Campo Conceitual, como, por exemplo, os de transformação, relação, estado inicial e estado final.

Como conclusão do último tópico, os autores deixam para os professores certo aviso, o de que “o trabalho com as **operações** deve ser planejado pelos professores coletivamente.” (BRASIL, Ibid., p. 108, grifo nosso). Acredito, contudo, que não só o trabalho com as operações, mas o trabalho com os conceitos que fazem parte do Campo Conceitual Aditivo precisa ser planejado pelos professores coletivamente.

Já verificamos em nossas pesquisas (SANTANA; CAZORLA, 2005) que o professor desses dois ciclos dispensa especial atenção às operações fundamentais. Até mesmo pelas análises feitas pelos PCN, essa atenção não está surtindo o efeito esperado no que se refere à aprendizagem. Então, acredito que o professor precise dar mais atenção a uma gama de conceitos que estão sendo deixados à margem das propostas de ensino e, nesse caso particular, uma especial atenção ao Campo Conceitual Aditivo.

3.2 O MATERIAL DIDÁTICO

Selecionei para esse estudo materiais didáticos de fácil acesso ao professor, e que, de alguma maneira, possam facilitar o processo de ensino, bem como o de aprendizagem. Assim, concebo como material didático um instrumento que possa facilitar o trabalho do professor em sala de aula. Nessa mesma perspectiva, Lorenzato (2006, p. 18) define material didático como “qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem”. Dentre esses materiais, posso citar: o papel, o lápis, o giz, a calculadora, o computador, jogos, tampinhas, ábaco, material dourado, barras de Cuisenaire, quadro de valor e lugar. Na sequência discuto o uso de material didático em sala de aula e apresento os materiais didáticos utilizados no presente estudo.

3.2.1 O uso de material didático no ensino da Matemática

Diante das necessidades e das dificuldades encontradas na aprendizagem de conceitos matemáticos, faz-se necessário adaptar metodologias de forma a atender melhor ao processo de aprendizagem que é próprio de cada indivíduo. Assim, materiais de fácil acesso ou fácil aquisição são opções para que o professor possa diversificar a sua metodologia de ensino.

Alguns cuidados, no entanto, precisam ser tomados pelo professor no sentido de evitar uso incorreto ou resultados indesejados com o uso do material. Nesse sentido, o trabalho com o material didático precisa ser planejado de maneira que possa subsidiar a formação de conceitos abstratos. Bittar e Freitas (2005, p. 29) exemplificam essa preocupação: “ao usar um material para que o aluno apreenda o conceito de sistema de base dez, à medida que são efetuadas trocas com o material deve-se representar essas trocas em linguagem matemática.”

Um exemplo da importância do uso de diferentes materiais didáticos com o foco na aprendizagem foi o trabalho desenvolvido por Selva (2005), com crianças da Educação Infantil e do 1º ciclo do Ensino Fundamental, abordando “Resolução de problemas de divisão: estratégias X recursos utilizados”, que tinha, dentre seus principais objetivos, verificar se a persistência do uso de materiais concretos dificulta a elaboração de estratégias mais sofisticadas. A autora coloca dentre as suas conclusões finais:

> Devemos concluir que é importante que o educador estimule e dê espaço para que diferentes tipos de recursos (objeto concreto, papel e lápis, cálculo mental) sejam utilizados em sala de aula, explorando-se ao máximo as estratégias desenvolvidas pelos alunos. (SELVA, Ibid., p. 7).

Segundo os resultados dessa pesquisa, atividades que utilizem materiais didáticos muitas vezes são importantes para fomentar o desenvolvimento da habilidade de pensar matematicamente, que é, incontestavelmente, uma habilidade fundamental em nossa cultura.

Enfatizo que a ideia fundamental de uso do material didático é que esse uso seja reflexivo, que o estudante seja confrontado com situações de forma que não seja atraído apenas pelo uso do material, mas também pelas operações e conceitos envolvidos e objetivados para serem trabalhados. E que, além disso, o professor conheça os materiais e suas potencialidades.

Piaget e Szeminska (1975) investigaram como os sistemas sensório-motores se organizam no plano do pensamento em sistemas operatórios e a rede de operações que engendram o número. Os autores organizaram seu trabalho em três grandes partes: a conservação das quantidades e a invariância dos conjuntos, a correspondência termo a termo cardinal e ordinal, e as composições aditivas e multiplicativas. Em todas essas três partes, fazem uso de material didático manipulável para efetivar as atividades (experimentos) e, nessa investigação, eles deixam evidente a necessidade de uma manipulação, como uma indicação essencial para um contato com os dados da inteligência sensório-motora[38].

Nesse sentido é que utilizei materiais didáticos buscando desenvolver o Campo Conceitual Aditivo de estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental. Pensei não apenas no atrativo que o material poderia despertar nos estudantes, mas nas habilidades matemáticas que poderiam ser mobilizadas e compreendidas por eles.

Na sequência apresento o material didático usado neste estudo.

3.2.2 O material didático usado neste estudo

O uso de determinado material didático sempre será um dentre vários fatores que podem intervir no desempenho do estudante. E muitos são os materiais didáticos que podem ser usados no ensino dos conceitos inerentes ao Campo Conceitual Aditivo.

Destarte, fiz alguns questionamentos antes de selecionar o material a ser usado neste estudo, dentre os quais posso citar: qual seria o meu objetivo principal ao usar o material didático? De que maneira esse material seria utilizado pelo estudante durante a intervenção de ensino? Quais diferenças existiriam entre o uso de um material e outro?

Para responder a esses e a outros questionamentos, realizei um levantamento sobre materiais que pudessem ser utilizados não apenas neste estudo, mas também no dia a dia do professor.

[38] Segundo Piaget (1975, p. 334, 335), a inteligência sensório-motora "[...] precede o aparecimento da linguagem [...] se limita a querer o êxito ou a adaptação prática, ao passo que o pensamento verbal ou conceitual tem por função conhecer e enunciar as verdades."

Busquei materiais que auxiliassem no ensino de conceitos do Campo Aditivo, bem como a compreensão desses conceitos, que não fossem materiais estáticos, e que fosse possível sua manipulação por parte dos estudantes.

Assim, elenquei como objetivos principais que os materiais escolhidos fossem capazes de: proporcionar um aprendizado do cálculo numérico, propiciando a realização de trocas e agrupamentos pertinentes às operações de adição e de subtração; permitir a compreensão do cálculo relacional envolvido na situação-problema.

Dessa forma, selecionei o material dourado, o quadro de valor e lugar e o ábaco de copinhos para serem utilizados no desenvolvimento das intervenções de ensino. A seguir, apresento as peculiaridades de cada um desses materiais.

3.2.2.1 O material dourado

O material dourado ou Montessori é um material didático concreto e manipulável. Pode ser confeccionado em madeira (forma em que é comercializado), ou com outros materiais: cartolina; folhas de emborrachado ou material similar.

No aspecto espacial é um material constituído de:

- cubos pequenos, medindo 1 cm de aresta;
- barras em forma de paralelepípedo, medindo 1cm x 1cm x 10cm;
- placas em forma de paralelepípedo, medindo 1cm x 10cm x 10cm;
- blocos em forma de cubos maiores, medindo 10cm de aresta.

Os cubos pequenos representam as unidades; as barras são formadas por dez cubos, ou seja, representam a dezena; as placas são formadas por dez barras, ou seja, representam a centena; e os cubos maiores são formados por dez placas, ou seja, representam o milhar.

Antes de iniciar o trabalho com esse material, o estudante precisa receber antecipadamente algumas instruções, como, por exemplo, identificar o valor de cada peça, os agrupamentos e as trocas que podem ser realizadas.

Segundo Bittar e Freitas (2005, p. 238), o material dourado “é adequado para introdução das operações de adição e subtração, para auxiliar a compreensão dos agrupamentos, trocas e mudanças de posição, em particular para explicar o “vai um” e o “empresta um”.” Por essas razões o uso do material dourado aborda o cálculo numérico.

Tomei alguns cuidados, todavia, ao abordar a interpretação da situação-problema e permear o cálculo relacional. Ao realizar explicações e correções, incentivava os estudantes a separar as quantidades apresentadas na situação. Somente depois de estabelecer as devidas interpretações, é que conduzia os agrupamentos e as trocas referentes às operações necessárias.

Para este estudo selecionei dois modelos de material dourado para serem trabalhados na sala de aula. Um foi manipulado pelo estudante e o outro foi manipulado pela pesquisadora. O material do estudante é feito de madeira, ver a Figura 3.2.1, e o da pesquisadora é feito com folhas de emborrachado, ver a Figura 3.2.2, tendo um ímã no fundo que possibilita fixar numa placa de zinco, sendo possível sua visualização por todos os estudantes na sala de aula.

Figura 3.2.1. Material dourado numa caixa completa e nas caixinhas que foram distribuídas para cada estudante.

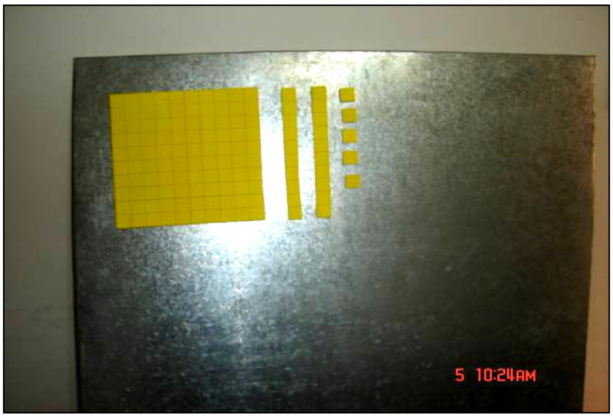


Figura 3.2.2. Parte do material dourado que foi usado pela pesquisadora, com o registro do número 125.

A Figura 3.2.1 mostra, na imagem da esquerda, o material dourado na caixa em que é comercializado, e na imagem da direita, nas caixinhas plásticas com as quantidades que foram distribuídas para os estudantes. A Figura 3.2.2 mostra o material dourado que foi confeccionado pela pesquisadora e utilizado para as explicações e correções durante a intervenção. Na imagem, tem-se o registro do número 125 na placa de zinco.

3.2.2.2 O quadro de valor e lugar

O quadro de valor e lugar é também conhecido como sapateira. É um material confeccionado em pano, cartolina ou material similar e é constituído de uma parte que tem a forma quadrada que é cortada por faixas paralelas[39] cujas bordas são fixadas na parte quadrada. As faixas são divididas em ordens e/ou classes (unidade, dezena, centena,...). Para trabalhar as operações o estudante manipula palitos ou material semelhante para fazer agrupamentos e trocas dentro das ordens, conforme a operação que lhe for solicitada.

Esse material é muito útil para a construção do algoritmo da adição. Com ele também é possível compreender os valores posicionais dos algarismos, bem como a visualização dos agrupamentos e das trocas realizadas ao se fazer as operações. Esses procedimentos facilitam a compreensão do cálculo numérico.

[39] A quantidade de faixas paralelas depende das operações a serem abordadas. Neste caso, usei três faixas.

Durante a intervenção, o trabalho com o cálculo relacional foi desenvolvido de maneira similar ao uso do material dourado, apresentado na seção anterior.

Para este estudo confeccionei oito quadros de valor e lugar com a metragem de 38 cm x 38 cm, com palitos de picolé pintados de vermelho, visando à manipulação em atividades em grupos formados por quatro estudantes cada. E para ser manipulado pela pesquisadora, um quadro de 75 cm x 75 cm, com palitos de 20 cm de comprimento. A Figura 3.2.3 e a Figura 3.2.4 mostram a imagem dos quadros de valor e lugar utilizados durante a intervenção do estudo piloto.

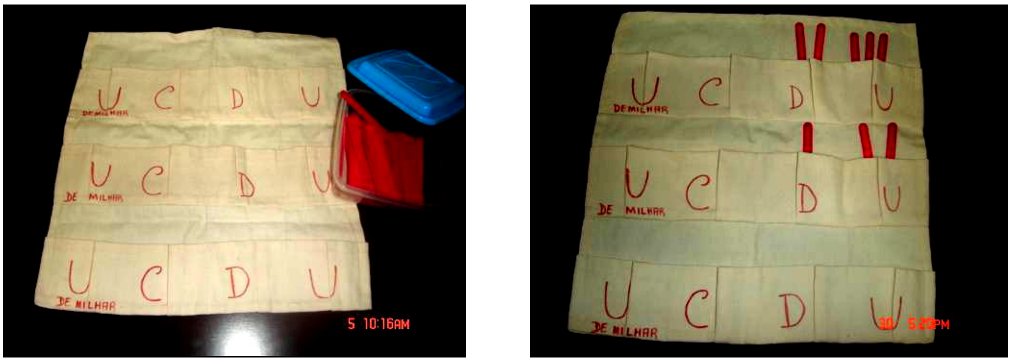


Figura 3.2.3. Quadro de valor e lugar usado pelos estudantes.

Figura 3.2.4. Quadro de valor e lugar usado pela pesquisadora.

A Figura 3.2.3 mostra imagens do quadro de valor e lugar utilizados pelos estudantes. A imagem da esquerda mostra um quadro de valor e lugar e uma caixinha plástica com os palitos de picolé entregue a cada equipe de estudantes. E na imagem da direita o quadro de valor e lugar com o registro do número 23 na faixa superior e 12 na faixa do meio.

A Figura 3.2.4 mostra a imagem do quadro de valor e lugar utilizado pela pesquisadora. Nele estão registrados os mesmo números da imagem anterior.

Ressalto que dividi cada faixa em quatro ordens usando a seguinte simbologia:

- U que significa ordem da unidade simples;
- D que significa ordem da dezena simples;
- C que significa ordem da centena simples;
- U de milhar que significa ordem da unidade de milhar.

3.2.2.3 O ábaco de copinhos

O ábaco de copinhos é um material desenvolvido através de nossos trabalhos com professores do curso de formação em serviço – Proação, e é uma adaptação do ábaco de palitos, também conhecido como ábaco de pinos.

A versão do ábaco de copinhos pode ser confeccionada numa superfície plana (tábua de madeira, tampa de caixa de sapatos, dentre outras), na qual são colados copinhos descartáveis que vão representar as ordens e/ou classes (unidade, dezena, centena,...). Para trabalhar as operações, o estudante manipula canudos de altura proporcional à altura dos copos descartáveis utilizados.

Ele, o ábaco, serve para representar números do sistema de numeração decimal, compreender os valores posicionais dos algarismos, bem como a visualização dos agrupamentos e das trocas para ilustrar a efetuação das operações de adição e subtração. Esses procedimentos facilitam a compreensão do cálculo numérico. Durante a intervenção, o trabalho com o cálculo relacional foi desenvolvido de maneira similar ao uso do material dourado e ao do quadro de valor e lugar apresentados nas duas seções anteriores.

A Figura 3.2.5 traz a imagem do ábaco de copinhos que foi utilizado pela pesquisadora. Cada estudante confeccionou o seu próprio ábaco, seguindo as orientações da pesquisadora. Para isso, foram utilizados caixa de papelão pequena e copinhos descartáveis.

Figura 3.2.5. Ábaco de copinhos usado pela pesquisadora.

Os ábacos de cada estudante eram do mesmo tamanho e formato que o usado pela pesquisadora, conforme o apresentado na Figura 3.2.5. Utilizei apenas a classe das unidades simples e a simbologia usada foi a mesma do quadro de valor e lugar (seção anterior).

A seguir apresento as principais diferenças que me levaram a escolher os três materiais didáticos.

3.2.3 As principais diferenças entre os materiais didáticos usado

Os motivos principais da escolha desses três materiais é que destinam-se a atividades que auxiliam o ensino e a aprendizagem do sistema de numeração decimal e são adequados aos métodos para efetuar as operações fundamentais.

Existem diferenças básicas no uso das vantagens de cada um dos materiais aqui escolhidos. Enquanto o material dourado permite que o estudante visualize os agrupamentos feitos formando um todo associado, os outros dois materiais, quadro de valor e lugar e ábaco de copinhos, permitem a visualização dos agrupamentos e das trocas sendo feitos com unidades separadas.

A diferença básica entre o quadro de valor e lugar e o ábaco de copinhos é que no primeiro o estudante tem a possibilidade de ver a colocação das parcelas que serão efetuadas e, consequentemente, a formação do total. Ou a formação do minuendo e do subtraendo e a formação da diferença. Enquanto no segundo o estudante pode apenas manusear as unidades para efetuar as operações solicitadas sem fixar as parcelas que foram trabalhadas.

O ábaco de copinhos apresenta uma vantagem sobre o material dourado, que é a possibilidade de manuseio de forma individual das unidades que estão sendo trabalhadas.

Espero que a escolha desses materiais auxilie na formação de conceitos pertinentes ao Campo Conceitual Aditivo e, consequentemente, na expansão do conhecimento dos estudantes dentro desse Campo Conceitual.

CAPÍTULO IV

METODOLOGIA

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo descrevo o desenho metodológico deste estudo, que teve como objetivo aplicar e avaliar uma sequência de ensino baseada na resolução de situações-problema, desenvolvida em duas turmas da 3ª série do Ensino Fundamental, cada uma utilizando suporte didático distinto, a fim de analisar os possíveis efeitos e as expansões no Campo Conceitual Aditivo.

A sequência de ensino foi elaborada tomando por base a Teoria dos Campos Conceituais, especificamente o Campo Aditivo. A sua aplicação se apoiou no uso de dois suportes didáticos, o material representacional que focou o cálculo relacional e o material didático que focou o cálculo numérico. A avaliação da sequência de ensino e da intervenção de ensino se apoiou no referencial teórico da Teoria dos Campos Conceituais.

Estou definindo *sequência de ensino* como um conjunto de situações elaboradas e dispostas de maneira que sejam abordados conceitos previamente selecionados para serem trabalhados. E *intervenção de ensino* como sendo a aplicação da sequência de ensino apoiada em um suporte didático. No caso do presente estudo, os suportes didáticos são: diagramas de Vergnaud; ábaco de copinhos; material dourado; e quadro de valor e lugar.

4.2 APRESENTAÇÃO TEÓRICO METODOLOGICA

A metodologia a ser aplicada neste estudo buscou responder às questões de pesquisa propostas inicialmente. Dessa forma, primeiro foi realizado um estudo piloto e posteriormente o estudo principal.

O estudo piloto e o principal foram classificados como quase-experimentais, ou seja, "[...] aquele em que a variável independente é manipulada pelo pesquisador, operando com grupos de sujeitos escolhidos sem o seu controle." (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 105).

Neste estudo, a intervenção de ensino é a variável independente, e o desempenho[40] dos estudantes, a variável dependente, pois se tinha por hipótese que, variando a intervenção de ensino, o desempenho (rendimento) do estudante também variasse. Mas, para estudar essa hipótese, foi necessário ter um grupo experimental – (GE) – no qual a intervenção foi aplicada – e um grupo de controle – (GC) – no qual a intervenção não foi aplicada.

O estudo quase-experimental pode, ainda, se basear em Contandriopoulos et al. (1994). O autor afirma que esse estudo ocorre quando o pesquisador tem um controle sobre "o quê", "o quando", "o como", mas não tem sobre a regra de distribuição dos indivíduos, isto é, sobre "o quem". No caso do presente estudo, a organização e distribuição dos estudantes por grupo seguiram o que já havia sido estabelecido pela escola, não sofrendo nenhum tipo de influência de minha parte.

A proposta do estudo piloto e a do principal foram de caráter intervencionista, tendo havido a aplicação de dois instrumentos diagnósticos (pré-teste e pós-teste) e a da sequência de ensino que compreendeu atividades feitas em sala e atividades de casa. Tais aplicações permitiram coletar os dados qualitativos e quantitativos que possibilitaram a análise da eficácia do processo de intervenção, bem como da sequência aplicada.

Tendo em vista compreender alguns dos esquemas de resolução registrados pelos estudantes nas atividades da intervenção, quatro meses após o

[40] Defino como desempenho a performance do estudante em cada instrumento (pré e pós-teste), isto é, o número de acertos em cada teste. Nos instrumentos do estudo principal, este número variou de zero a vinte.

pós-teste, do estudo principal, foi aplicado um instrumento e em seguida foi realizada uma entrevista. As perguntas da entrevista foram elaboradas tomando como base as resoluções registradas por estudantes do grupo experimental no pré-teste, no pós-testes e na atividade da entrevista.

4.3 DESENHO DO ESTUDO

Na Figura 4.3.1 apresento um organograma que possibilita visualizar o esquema montado para o desenvolvimento do presente estudo.

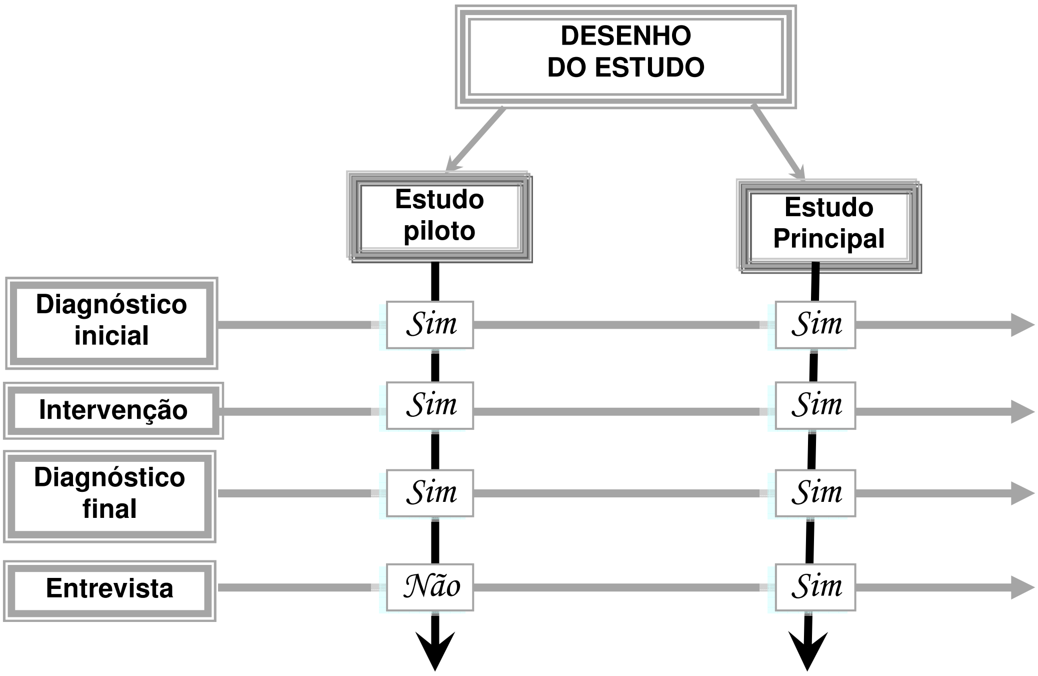


Figura 4.3.1. Organograma com o desenho do estudo.

Como colocado anteriormente, o estudo foi subdividido. O primeiro chamado piloto e o segundo principal; em ambos foram aplicados os instrumentos diagnóstico – inicial (pré-teste) e o final (pós-teste) – e o processo de intervenção. Apenas no principal foi realizada uma entrevista com parte dos estudantes.

O objetivo principal do estudo piloto foi testar a eficácia do instrumento diagnóstico, das situações-problema abordadas, dos suportes didáticos utilizados e, por fim, das duas sequências de ensino desenvolvidas.

A partir das observações e análises do primeiro estudo, realizei mudanças nos instrumentos e nas sequências visando à aplicação do segundo.

Por sua vez, o estudo principal tinha como objetivo aplicar e avaliar a sequência de ensino baseada na resolução de situações-problema, utilizando suportes didáticos distintos, a fim de analisar os possíveis efeitos e expansões no Campo Conceitual Aditivo dos estudantes envolvidos.

O objetivo do diagnóstico inicial era identificar o domínio do Campo Aditivo dos estudantes envolvidos.

A intervenção de ensino tinha como objetivo aplicar uma sequência de ensino fundamentada na Teoria dos Campos Conceituais, de maneira específica no Campo Aditivo, ancorada no material representacional e em materiais didáticos.

Já o diagnóstico final objetivava avaliar se o processo de intervenção possibilitou a expansão do domínio identificado no início, bem como a influência da intervenção nessa possível expansão.

Por fim, a entrevista buscou compreender registros feitos na resolução de situações-problema dos instrumentos diagnósticos e das atividades de casa.

4.4 ESTUDO PILOTO

O estudo foi desenvolvido numa escola pública municipal de um município da região Sul da Bahia. A escola funcionava nos três turnos, com turmas de alfabetização e da 1ª à 3ª série do Ensino Fundamental. No que diz respeito aos recursos existentes no ambiente da escola, não havia quase nenhum, tendo apenas, em cada sala de aula, um armário com alguns livros didáticos e paradidáticos que ficavam com livre acesso ao estudante, e uma única TV com DVD que ficava guardada na secretaria.

Foram duas classes de 3ª série que passaram pelo processo de intervenção, uma com 35 e a outra com 34 estudantes que estavam regularmente matriculados no ano letivo de 2007, sendo uma no turno matutino e a outra no vespertino. Realizei um sorteio para determinar a turma que iria compor os grupos denominados de Grupo Experimental 1 – GE1 e o Grupo Experimental 2 – GE2.

Após o sorteio, ficou da seguinte forma: GE1 com 35 estudantes e GE2 com 34 estudantes.

4.4.1 Material do Estudo Piloto

Para os diagnósticos inicial e final foi utilizado um instrumento diagnóstico, do tipo lápis e papel, composto de 20 situações-problema (Apêndice D) das Estruturas Aditivas, envolvendo pequenos números. Para a intervenção de ensino foram utilizadas duas sequências de ensino. A aplicação de uma das sequências se apoiou no uso do material representacional – diagramas de Vergnaud – e a outra no uso do material didático – ábaco de copinhos, material dourado e quadro de valor e lugar.

4.4.1.1 Instrumento diagnóstico

A elaboração do instrumento tomou como referência duas pesquisas já realizadas no Estado de São Paulo. A primeira realizada por Magina et al. (2001), com 782 estudantes da 1ª à 4ª série do Ensino Fundamental, de escolas públicas da Grande São Paulo, entre os anos de 1997 e 1998. As autoras desenvolveram e aplicaram um instrumento com 12 situações-problema. A segunda pesquisa foi um levantamento realizado por Magina e Campos (2004), no qual elas fizeram um estudo diagnóstico das estratégias de resolução de situações-problema aditivas, nas quatro séries iniciais do Ensino Fundamental, em duas escolas públicas do Estado de São Paulo, envolvendo 248 crianças. As autoras elaboraram e aplicaram um instrumento com cinco situações relativas às operações de adição e subtração.

Essas 17 situações-problema tinham a seguinte classificação: quatro na categoria composição; oito na categoria transformação; e cinco da categoria comparação. No Apêndice B encontra-se um quadro apresentando a classificação detalhada das 17 situações-problema que foram aplicadas pelas autoras.

Tendo como base a análise do estudo realizado por Campos et al. (2007), que utilizou esse mesmo instrumento diagnóstico, foram feitas alterações, visando à aplicação no estudo piloto. A seguir, coloco, de maneira detalhada, cada uma das quatro alterações.

- **Mudança da quantidade de situações:** de 17 para 20 situações-problema. O instrumento original não contemplava situações-problema de comparação de 4ª extensão e nem da categoria composição de várias transformações. Dessa forma, acrescentei duas situações de comparação de 4ª extensão – uma com a relação positiva, outra com a relação negativa – e uma de composição de várias transformações.
- **Mudança de nomes próprios:** os nomes pessoais envolvidos no enunciado de sete situações-problema foram mudados pois, pela análise realizada, foi possível inferir que os estudantes achavam que situações que apresentavam o mesmo nome próprio e, às vezes, o mesmo objeto, se referiam à mesma pessoa. Para melhor compreensão coloco, a seguir, um exemplo das situações 11 e 12 do instrumento original (Apêndice B).

Situação 11: Maria tinha alguns biscoitos e ganhou 4 biscoitos de sua avó, ficando com 12 biscoitos. Quantos biscoitos Maria tinha antes?

Situação 12: Maria tinha alguns biscoitos e deu 4 para seu irmão, ficando com 8 biscoitos. Quantos biscoitos Maria tinha antes?

Alguns estudantes resolviam e respondiam à situação-problema 11, escrevendo corretamente Maria tinha 8 biscoitos. E na 12 eles apenas repetiam a mesma resposta da situação 11. Dos 1.029 estudantes que participaram do estudo, 9,6% fizeram esse procedimento. Esse fato se repetiu em sete situações (3, 5, 7, 8, 9, 11 e 12). Por esse motivo, alterei os nomes próprios envolvidos no enunciado dessas situações, e também alterei o objeto da situação 12 e as cores dos peixes na situação seis.

- **Mudança de valores numéricos:** alguns valores numéricos foram alterados, pois em algumas análises ficamos sem entender respostas colocadas pelos estudantes. Por exemplo:

Situação 3: Maria tinha 9 figurinhas e deu 4 figurinhas para seu irmão. Quantas figurinhas Maria tem agora?

Alguns estudantes deram como resposta “4 figurinhas”, sem registrar a operação, e não foi possível identificar se o estudante tinha cometido um erro (uma unidade a menos) na subtração (9 - 4 = 5) ou repetido o número de figurinhas (4) que aparecia no enunciado. Este tipo de resposta foi registrado por 2% dos 1.029 estudantes. Por esse motivo, alterei os números envolvidos no enunciado de cinco situações (2, 3, 6, 9 e 10).

- **Mudança de figuras:** nas situações-problema pictóricas, trocamos as figuras utilizadas, pois durante a análise ficamos em dúvida se o estudante não selecionava os objetos por não ter entendido a situação ou por não gostar dos brinquedos e dos objetos apresentados. Por isso, mudei as figuras dos objetos e dos brinquedos apresentados em duas situações (13 e 14).

Depois que foram feitas essas alterações, o instrumento ficou com 20 situações-problema (ver Apêndice D) classificadas da seguinte forma: quatro de composição; oito de transformação; sete de comparação; e uma de composição de várias transformações.

4.4.2 Intervenção de ensino no estudo piloto

Para a intervenção de ensino foram utilizadas duas sequências de ensino. A aplicação de uma das sequências se apoiou no uso do material representacional – diagramas de Vergnaud – e a outra no uso dos materiais didáticos – ábaco de copinhos, material dourado e quadro de valor e lugar, apresentados no Capítulo III deste estudo.

O conjunto de situações-problema que constituíam as sequências de ensino foi elaborado seguindo a releitura da classificação de situações aditivas feita em Vergnaud (1982, 1991 e 1996), já apresentada no Capítulo I. Cada sequência foi composta por 11 situações-problema da categoria composição, 9 da categoria transformação, 9 da categoria comparação, duas de composição de várias transformações, duas de transformação de uma relação, perfazendo um total de 33 situações-problema. Uma das sequências aplicada no GE1 foi denominada S1, e a sequência aplicada no GE2 foi denominada S2. S1 e S2 estão apresentadas, respectivamente, nos Apêndices E e F.

Nas duas sequências foram utilizadas variáveis de representação que foram classificadas em pictóricas (com figuras) e não pictóricas (sem figuras). E variáveis de percepção, classificadas pela natureza do que é abordado na situação-problema: objeto, dinheiro, tabela e contexto espacial. O Quadro 4.4.1, a seguir, apresenta a organização feita para a construção das sequências de situações S1 e S2, do estudo piloto, em relação às variáveis de representação e de percepção.

Quadro 4.4.1. Arcabouço das sequências de situações do estudo piloto em relação às variáveis representação e percepção

Categoria	Subcategoria	Variável de representação	Variável de percepção	Total
Composição	Protótipo	Pictórica	Dinheiro	1
			Tabela	1
			Objetos	1
			Contexto espacial	1
		Não pictórica	Dinheiro	1
			Objeto	1
	1ª Extensão	Pictórica	Dinheiro	1
			Tabela	1
			Objeto	1
		Não pictórica	Dinheiro	1
			Objeto	1
Transformação	Protóti po	Pictórica	Dinheiro	1
			Objeto	1
		Não pictórica	Objeto	2
	1ª Extensão	Pictórica	Objeto	1
			Contexto espacial	1
		Não pictórica	Objeto	1
			Dinheiro	1
	4ª Extensão	Pictórica	Contexto espacial	1
Comparação	2ª Extensão	Pictórica	Objeto	1
			Tabela	1
		Não pictórica	Objeto	2
	3ª Extensão	Pictórica	Objeto	2
		Não pictórica	Objeto	2
	4ª Extensão	Pictórica	Contexto espacial	1
Composição de várias transformações	--------------	Não pictórica	Objeto	2
Transformação de uma relação	--------------	Não pictórica	Objeto	2

Com a sequência de ensino S1, as situações-problema foram resolvidas com o auxílio dos diagramas de Vergnaud (1982, 1991, 1996). Em cada resolução, primeiro era focado o cálculo relacional, era feita a interpretação da situação usando o diagrama correspondente à situação, em seguida, era feito o cálculo numérico, com o auxílio do algoritmo da adição e/ou da subtração e elaborada a resposta final da pergunta feita na situação.

A intervenção com a sequência S2, baseada nos três diferentes tipos de materiais didáticos – material dourado; quadro de valor e lugar; e ábaco de copinhos – tinha em cada resolução a interpretação com leitura e o uso do material didático para a contagem das quantidades e a devida operação, focando o cálculo numérico; em seguida era registrado o algoritmo da operação já realizada com o material e elaborada a resposta final da pergunta feita na situação.

4.4.3 Procedimentos do estudo piloto

O estudo piloto foi aplicado durante o mês de agosto de 2007. Foram realizados seis encontros, dois destinados à aplicação dos instrumentos diagnósticos (pré e pós-teste) e quatro destinados ao processo de intervenção.

4.4.3.1 Instrumentos diagnósticos

Os instrumentos diagnósticos foram aplicados, pela pesquisadora, de forma coletiva e numa única seção, sem a presença da professora regente das turmas. As Tabelas 4.4.2 e 4.4.3 apresentam o cronograma com os períodos de aplicação desses instrumentos, respectivamente para GE1 e GE2.

O pré-teste foi aplicado no primeiro encontro e o pós-teste foi aplicado no sexto encontro, uma semana depois da realização do último encontro de intervenção.

4.4.3.2 Intervenção de ensino

O processo de intervenção começou depois da aplicação do pré-teste. No primeiro encontro foram trabalhadas a categoria e subcategorias das situações-problema de composição. No segundo, trabalhamos a categoria e subcategorias das situações-problema de transformação. No terceiro, a categoria e subcategorias das situações-problema de comparação. E no quarto encontro, as categorias composição de várias transformações e a transformação de uma relação. Os Quadros 4.4.2 e 4.4.3 apresentam o cronograma das atividades desenvolvidas, respectivamente, com GE1 e GE2.

Vale ressaltar que a turma denominada GE1 teve o primeiro encontro subdividido em dois dias. Essa divisão aconteceu em decorrência do curto horário de tempo (01h20min) disponibilizado pela escola para esse encontro com a turma. Exceto essa divisão, os demais encontros aconteceram conforme a programação inicial.

Quadro 4.4.2. Cronograma dos encontros do GE1 no estudo piloto

Encontro	Data	Atividade desenvolvida	Tempo
Diagnóstico inicial	01/08/07	Aplicação do pré-teste (15h00min – 17h00min)	02h00min
1º	02/08/07	Aplicação em grupo das atividades de 01 a 07 de composição, das 15:40 as 17:00.	01h20min
1º	06/08/07	Aplicação em grupo das atividades de 08 a 10 de composição e correção da atividade de casa do dia anterior.	01h30min
2º	08/08/07	Aplicação individual das atividades de transformação, das 13h30min às 15h30min.	02h00min
3º	10/08/07	Correção da atividade de casa do 2º encontro. Aplicação individual das atividades de comparação, das 13h30min às 15h30min.	02h00min
4º	13/08/07	Correção da atividade de casa do 3º encontro. Aplicação em dupla das atividades dos problemas mistos, das 13h30min às 15h30min.	02h00min
Diagnóstico final	20/080/7	Aplicação do pós-teste, das 13h30min as 15h30min.	02h00min

Quadro 4.4.3. Cronograma dos encontros do GE2 no estudo piloto

Encontro	Data	Atividade desenvolvida	Tempo
Diagnóstico inicial	03/08/07	Aplicação do pré-teste (07h30min – 10h00min)	02h30min
1º	06/08/07	Aplicação, em equipe, das atividades de composição, com o uso do quadro de valor e lugar. Das 07h30min às 10h50min.	03h10min
2º	08/08/07	Correção da atividade de casa do 1º encontro. Aplicação individual das atividades de transformação, com o uso do ábaco de copinhos, das 07h30min às 09h30min.	02h00min
3º	10/08/07	Correção da atividade de casa do 2º encontro. Aplicação individual das atividades de comparação, com o uso do material dourado, das 07h30min às 09h30min.	02h00min
4º	13/08/07	Correção da atividade de casa do 3º encontro. Aplicação em dupla das atividades dos problemas mistos, das 07h30min às 09h30min.	02h00min
Diagnóstico final	20/08/07	Aplicação do pós-teste, das 07h30min as 10h00min.	02h30min

Cada sequência de ensino foi aplicada durante quatro encontros, que em média, duraram 2 horas/aula cada. Objetivando analisar qual a melhor maneira de trabalhar com os estudantes, os encontros foram diversificados na dinâmica de aplicação das atividades – grupo, individual e dupla. Ao final de cada encontro era proposta uma atividade para casa, que era discutida pela turma no começo do encontro seguinte.

Cada situação era resolvida primeiro pelos estudantes, e depois discutida a resolução junto com minha explicação. No primeiro encontro, em que começamos o processo de intervenção, os grupos (GE1 e GE2) foram divididos em sete equipes compostas de cinco estudantes. Era entregue uma folha de papel A4 impressa com uma única situação, sendo uma folha para todo o grupo. Os estudantes discutiam a resolução dentro da equipe e depois abríamos para a discussão. Em seguida era entregue outra folha com a próxima situação. Nesse encontro foram ao todo 10 situações-problema. O GE2 trabalhou com o quadro de valor e lugar, sendo disponibilizado um por equipe, e a discussão era acompanhada com um quadro de valor e lugar maior que estava fixado na parede da sala.

No segundo e terceiro encontros de intervenção, as atividades foram desenvolvidas de forma individual. Todas as oito situações-problema estavam impressas em duas folhas de papel A4 e foram entregues de uma única vez. Foi solicitado aos estudantes que resolvessem apenas uma situação por vez e só depois da discussão eles passavam para a resolução da situação seguinte.

O GE2 trabalhou no segundo encontro com o ábaco de copinhos, sendo que antes de receber as folhas impressas com as situações cada estudante construiu o seu próprio ábaco com papelão, copinhos de café descartáveis e cola. A discussão era acompanhada por mim com um ábaco de copinhos feito numa caixa de papelão. No terceiro encontro, o GE2 trabalhou com o material dourado. Cada estudante recebeu 25 cubinhos da unidade, três barras da dezena. A discussão era acompanhada por mim com o material dourado feito no material emborrachado, colocado com imãs numa placa de zinco.

No quarto encontro, as atividades foram desenvolvidas em dupla. Foi entregue uma folha de papel A4 impressa com as quatro situações-problema, que foram resolvidas uma de cada vez. Nesse encontro a dupla foi deixada livre para que cada uma pegasse o material didático que preferisse.

Depois de analisar os resultados do estudo piloto, as sequências de ensino foram reestruturadas fundindo-se numa só sequência que foi utilizada no estudo principal nos dois grupos experimentais. Além disso, foi retirado o uso do quadro de valor e lugar. A seguir, apresento o detalhamento das mudanças realizadas.

4.5 BREVE DESCRIÇÃO ANALÍTICA: MUDANÇAS ENTRE O ESTUDO PILOTO E O ESTUDO PRINCIPAL

O estudo piloto teve como objetivo testar a eficácia do instrumento diagnóstico nas sequências de ensino desenvolvidas. Dessa forma, motivada pela análise dos resultados, foi possível realizar algumas alterações no instrumento diagnóstico, e nas sequências de ensino, visando à realização do estudo principal. Nessa seção, coloco uma breve descrição analítica do estudo piloto e as mudanças proporcionadas ao estudo principal.

4.5.1 Mudanças no teste diagnóstico

No estudo piloto, não efetuei alterações do pré para o pós-teste, apliquei o mesmo instrumento sem efetivar alteração. Foram analisados os seguintes fatores, observando se:

(a) A linguagem usada no enunciado das situações-problema estava ou não estava colocada de forma clara para a faixa etária dos estudantes da 3ª série;

(b) O teste possuía características específicas que possibilitassem avaliar a eficácia das sequências de ensino, ou não possibilitavam esta análise;

(c) Os estudantes aprenderiam ou não com o teste, isto é, teria ocorrido o efeito da testagem;

(d) Seria possível analisar o desempenho em função das variáveis de percepção envolvidas de acordo as categorias de situações elencadas – contexto espacial, dinheiro, objeto e tabela – nas sequências de ensino.

A análise do instrumento diagnóstico aplicado aos estudantes possibilitou inferir sobre os fatores colocados:

(a) A linguagem utilizada no enunciado das situações-problema estava coerente com a faixa etária dos estudantes da 3ª série. Ou seja, as dificuldades apresentadas em sua interpretação são inerentes à estrutura das categorias das situações apresentadas; por isso não fiz mudanças na linguagem utilizada;

(b) Analisando o desempenho dos estudantes do pré para o pós-teste e cruzando as variáveis de representação com as de percepção, observei que o instrumento não permitia categorizar as variáveis de representação – pictórica e não pictórica – com todas as variáveis de percepção (tabela, dinheiro, objeto e contexto espacial) que foram utilizadas na sequência de ensino. Dessa forma, foram feitas as seguintes alterações:

   - Retirei oito (P5, P11, P13, P14, P16, P17, P18 e P19) das 20 situações-problema que estavam no instrumento do estudo piloto, pois não abordavam as variáveis envolvidas nas sequências de ensino;
   - Em duas situações-problema (P3 e P10) foram feitas pequenas alterações. Em uma, fiz a troca de uma figura, e na outra, coloquei o símbolo R$;
   - Conservei 10 das situações-problema anteriores, por serem compatíveis com as variáveis utilizadas na nova sequência de situações criada com a junção das anteriores;
   - E, por fim, acrescentei seis novas situações-problema que apresentam os mesmos contextos das situações da nova sequência.

(c) Em relação ao efeito de testagem, não tive indícios que possibilitassem caracterizar a ocorrência de aprendizagem. Contudo, na fala de alguns estudantes foi possível detectar o reconhecimento do instrumento durante a aplicação do pós-teste. Vejamos falas que revelaram esses fatos:

O estudante diz (informação verbal)[41]:

– TIA, NÓS JÁ RESPONDEMOS ESSA TAREFA! VAMOS FAZER A MESMA NOVAMENTE?

Questionei esse estudante:

– POR QUE VOCÊ ACHA QUE JÁ FEZ ESSA TAREFA?

O estudante respondeu:

– TIA, A TAREFA QUE VOCÊ DEU TINHA AS MESMAS FIGURAS E AS MESMAS COISAS PARA ESCOLHER E COMPRAR.

Outro estudante coloca:

– DA OUTRA VEZ EU COMPREI O CHOCOLATE E O URSO, DESSA VEZ VOU ESCOLHER OUTRAS COISAS.

De acordo com os resultados apresentados pelos estudantes, é possível inferir que esse reconhecimento não foi suficiente para influenciar de modo satisfatório o desempenho dos mesmos.

(d) Em relação às variáveis de percepção envolvidas, constatei que para os moldes da metodologia esquematizada para essa pesquisa, existia a impossibilidade de organizar a sequência de ensino interligada com os instrumentos diagnósticos, de maneira a cruzar as categorias de situações aditivas com as variáveis elencadas. Dentre outros fatores, o instrumento diagnóstico ficaria com muitas situações-problema, sendo muito cansativo para os estudantes da faixa etária envolvida respondê-las em 2h/aula. Dessa forma, além da influência dos conceitos envolvidos e das categorias e extensões, os instrumentos do estudo principal focaram a presença ou não da variável pictórica.

[41] Colocações feitas de forma oral pelos estudantes e pela pesquisadora, tendo sido as falas registradas na gravação feita durante o encontro.

Essas análises feitas com base no estudo piloto corroboraram para fazer as alterações no instrumento diagnóstico, visando a sua aplicação no estudo principal.

Depois de efetuar as alterações elencadas acima, procedi com a disponibilização das situações no pré-teste. Fixei para a primeira uma situação-problema de composição protótipo não pictórica. Essa se configura numa situação intuitiva com a qual os estudantes têm contato em sua vida diária mesmo antes de entrar na escola. Busquei avaliar o contato do estudante com esse tipo de situação logo no início do teste. As demais situações foram sorteadas de modo a compor o instrumento em sua forma final. O instrumento aplicado no pré-teste do estudo principal consta no Apêndice C.

Baseado no que foi analisado no pós-teste do estudo piloto, o instrumento aplicado no pós-teste do estudo principal teve algumas alterações. Contudo, conservei a mesma estrutura do pré-teste e realizei as seguintes alterações:

- mudei os nomes próprios e os objetos envolvidos nos enunciados;
- troquei parte das imagens dos objetos envolvidos nos enunciados.

O instrumento aplicado no pós-teste do estudo principal consta no Apêndice C.

4.5.2 Mudanças na intervenção de ensino

Para o estudo piloto construi duas sequências de ensino (S1 e S2). Com essas sequências analisei os seguintes fatores, observando se:

(a) A linguagem usada no enunciado das situações-problema estava ou não estava colocada de forma clara para a faixa etária dos estudantes da 3ª série;

(b) A ordem de apresentação das situações-problema, seguindo as categorias conforme a releitura feita em Vergnaud (1982, 1991 e 1996), proporciona a compreensão dos conceitos do Campo Conceitual Aditivo;

(c) As variáveis de representação e de percepção manipuladas na intervenção eram pertinentes;

(d) A quantidade de problemas colocados em cada encontro estava adequada;

(e) O material didático selecionado estava adequado para os objetivos propostos inicialmente;

(f) O uso dos diagramas de Vergnaud era compreensivo para estudantes de 3ª série.

A análise do processo de intervenção do estudo piloto foi feita baseada nos diálogos e no desempenho dos estudantes durante as atividades propostas em sala e para casa. Essa análise nos possibilitou inferir sobre os fatores colocados:

(a) A linguagem utilizada no enunciado das situações-problema estava coerente com a faixa etária dos estudantes da 3ª série. Dessa forma, não fiz mudanças na linguagem utilizada;

(b) No estudo piloto, a ordem de apresentação das situações-problema seguiu as categorias da seguinte forma:

- 1 encontro para composição: protótipo e 1ª extensão;
- 1 encontro para transformação: protótipo e 1ª extensão;
- 1 encontro para comparação: 2ª extensão e 3ª extensão;
- 1 encontro para composição de várias transformações e transformação de uma relação.

Algumas falas dos estudantes possibilitaram analisar a apresentação das categorias de situações:

No início do 3º encontro, um estudante colocou (informação verbal)[42]:

– TIA, HOJE TEM DIAGRAMA NOVO? JÁ SEI, TODO DIA VOCÊ VAI TRAZER UM NOVO DIAGRAMA PRA GENTE.

[42] Colocações feitas de forma oral pelos estudantes e pela pesquisadora, tendo sido as falas registradas na gravação feita durante o encontro.

Na aplicação do pós-teste, os estudantes da turma que trabalharam com os diagramas de Vergnaud GE1 argumentaram:

– TIA, COLOCA NO QUADRO TODOS OS DIAGRAMAS PRA GENTE LEMBRAR, COMO É O DE PARTE, O DE MUDANÇA E O DE COMPARAÇÃO.

Essas falas trouxeram indícios sobre a necessidade de mudança da forma de apresentação das categorias, ou seja, trabalhar as categorias de forma estanque parece não possibilitar a comparação entre os cálculos relacionais que são envolvidos na estrutura das situações. Então resolvi trabalhar pelas subcategorias (extensões), e não pelas categorias. Efetuando as mudanças, o estudo principal ficou da seguinte forma:

- 1 encontro para protótipos (composição e transformação);
- 1 encontro para 1ª extensão (composição e transformação);
- 1 encontro para 2ª extensão (comparação);
- 1 encontro para 3ª extensão (comparação);
- 2 encontros para 4ª extensão (transformação e comparação);
- 1 encontro para composição de várias transformações e transformação de uma relação;
- 1 encontro para revisão.

Além disso, as atividades de casa eram mescladas com situações das extensões trabalhadas no encontro com situações de extensões vistas nos encontros anteriores. Alterei de quatro para oito a quantidade de encontros. E todas as categorias foram revisadas no último encontro.

(c) A análise das variáveis envolvidas (representação e percepção) revelou que foram muitas as variáveis colocadas e fez-se necessário reduzi-las visando um processo de análise mais detalhado. Assim, permaneceram as variáveis de representação (pictórica e não pictórica). As variáveis de percepção (objeto, dinheiro, tabela e contexto espacial) foram completamente retiradas do foco de análise, contudo, permaneceram fazendo parte da sequência os objetos e o dinheiro.

(d) Em relação à quantidade de situações-problema colocadas em cada encontro, estava adequada. Contudo, para o estudo principal a quantidade de atividades para casa foi aumentada, de uma para duas ou três, consequentemente a quantidade proposta para as aulas foi reduzida em uma ou duas por encontro. Essa mudança foi motivada pelo fato de a maioria dos estudantes ter participado muito da discussão na resolução das situações-problema que levava para fazer em casa. Aumentando, dessa forma, as atividades de casa, seria preciso diminuir as situações das aulas. Além disso, considerei que apenas uma sequência de situações era suficiente para ser utilizada com os materiais didáticos e com os diagramas de Vergnaud, visto que as categorias abordadas eram as mesmas.

(e) O material didático (quadro de valor e lugar, material dourado e ábaco de copinhos) se mostrou eficaz para a proposta de ensino colocada, contudo, para o estudo principal foram trabalhados apenas o material dourado e o ábaco, pois conforme os resultados em sala de aula os estudantes preferiram o uso do ábaco e do material dourado.

(f) A apresentação dos diagramas de Vergnaud para a turma GE1 se mostrou eficaz, principalmente para as situações-problema mais complexas. Veja a fala de um estudante (informação verbal)[43] na resolução de uma situação de composição de várias transformações:

– TIA, AÍ TEM DUAS MUDANÇAS. EM UMA MUDANÇA A MENINA GANHOU E NA OUTRA ELA PERDEU.

Essa fala revelou que o estudante não buscava mais a operação de adição e/ou subtração, ele não se preocupava mais em apenas operar o algoritmo, mas buscava a compreensão da estrutura da situação-problema, o conceito de transformação, que é um dos conceitos que fazem parte do Campo Conceitual Aditivo. Isso permitiu inferir que essa busca foi motivada pela utilização dos diagramas. Logo, o ensino com a utilização dos diagramas de Vergnaud, no Campo Conceitual Aditivo, facilita a compreensão de conceitos desse Campo.

Observando o desempenho dos dois grupos (GE1 e GE2), no geral, posso afirmar que houve um pequeno crescimento, o que varia na ordem de 8,9%. As

[43] Colocações feitas de forma oral pelo estudante, tendo sido as falas registradas na gravação feita durante o encontro.

mudanças propostas do estudo piloto para o estudo principal visaram ampliar o desempenho dos estudantes através da intervenção de ensino.

4.6 ESTUDO PRINCIPAL

Nesta seção apresento o universo, o material e os procedimentos que fizeram parte do estudo principal.

4.6.1 Universo

No estudo principal, foram envolvidos 98 estudantes que estavam cursando a 3ª série do Ensino Fundamental no ano letivo de 2008 na mesma escola pública em que foi desenvolvido o estudo piloto, subdivididos em quatro grupos, dois denominados de Grupo Experimental – GE e dois de Grupo de Controle – GC.

No GC foram aplicados apenas os instrumentos diagnósticos. Os efeitos de maturação, do ensino e da aprendizagem sobre o desenvolvimento cognitivo, foram considerados quando comparados os dois grupos, GC e GE.

As professoras do Grupo de Controle trabalharam os mesmos objetos de pesquisa – situações-problema aditivas. Contudo, não foi utilizada a mesma sequência de ensino e não contaram com nenhum tipo de orientação por parte da pesquisadora. Apenas foi garantido, durante o planejamento semanal das aulas, que seriam trabalhadas situações-problema aditivas no mesmo período da intervenção de ensino com o Grupo Experimental.

No GE, além da aplicação dos instrumentos diagnósticos, ocorreu a aplicação do processo de intervenção, e buscando compreender alguns dos esquemas registrados pelos estudantes, cinco meses depois do pós-teste, foi aplicada uma atividade com situações-problema similares às que faziam parte dos instrumentos diagnósticos e das atividades de casa. Em seguida, foi realizada uma entrevista com cinco estudantes. Parte dessa entrevista será utilizada na análise dos esquemas de resolução.

A Figura 4.6.1 mostra como foi a divisão dos estudantes integrantes do estudo principal em grupos.

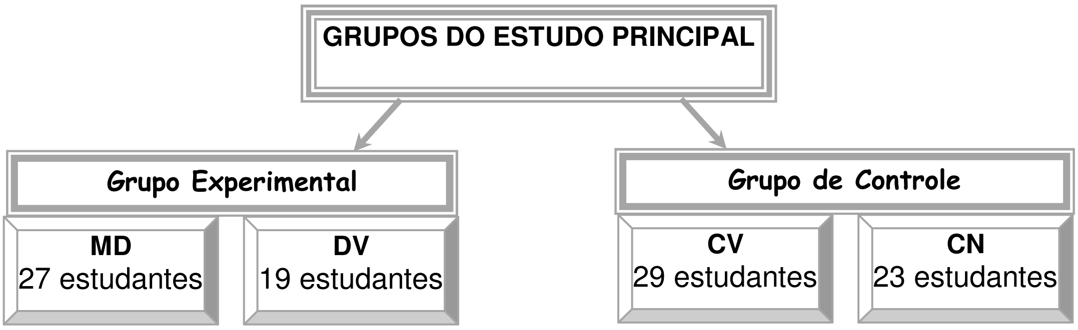


Figura 4.6.1. Desenho esquemático dos grupos envolvidos no estudo principal.

- O Grupo Experimental foi composto de duas turmas da 3ª série, Grupo Material Didático–(MD) e Diagramas de Vergnaud–(DV), envolvendo 46 estudantes. Os estudantes do MD tinham a média de idade de 8,6 anos e o DV de 9,1 anos;
- O Grupo de Controle foi composto por duas turmas da 3ª série, Grupo Controle Visto–(CV) e Controle não Visto–(CN), num total de 52 estudantes. A média de idade era de 11 anos para ambos os grupos.

A fixação das turmas que formaram os grupos MD, DV, CV e CN seguiu o modelo aleatório de um sorteio.

A atividade desenvolvida durante a intervenção tornou os grupos distintos:

- no MD foram aplicados os dois testes diagnósticos: a sequência de ensino com a metodologia pautada no uso dos diagramas de Vergnaud e uma atividade para uma entrevista com parte dos estudantes;
- no DV foram aplicados os dois testes diagnósticos, a sequência de ensino com a metodologia pautada no uso dos materiais didáticos e uma atividade para uma entrevista com parte dos estudantes;
- o CV não recebeu a intervenção de ensino feita pela pesquisadora. As aulas ministradas pela professora da turma, que tiveram como objeto de estudo os conceitos do Campo Conceitual Aditivo, foram observadas por mim. Além disso, o grupo respondeu os instrumentos diagnósticos;

- o CN não recebeu a intervenção de ensino. Apenas foram aplicados os instrumentos diagnósticos. A professora da turma garantiu ter trabalhado situações aditivas no mesmo período da intervenção de ensino.

A seguir, apresento, na Figura 4.6.2, o desenho esquemático do universo de estudo.

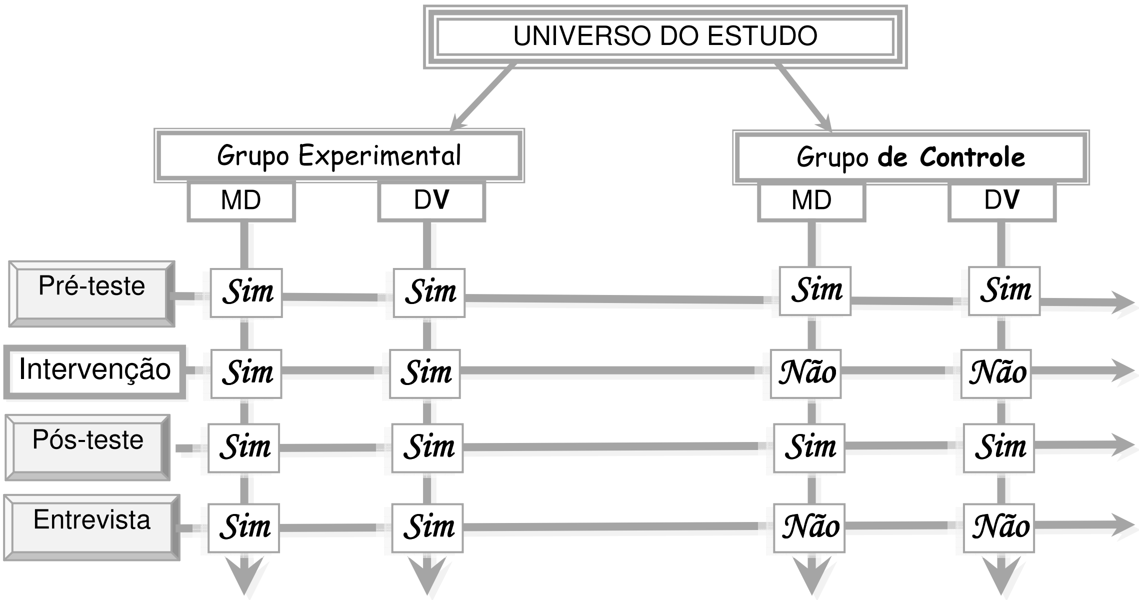


Figura 4.6.2. Desenho do universo de estudo.

As amostras foram de conveniência, pois a formação dos grupos obedeceu a formação oriunda da direção da escola; os estudantes e a escola foram convidados a participar do estudo, seguindo os protocolos do Comitê de Ética da Universidade Estadual de Santa Cruz – (UESC), situada na cidade de Ilhéus, na região Sul da Bahia.

Os motivos que me levaram a fazer a escolha da referida escola foram: a acessibilidade, a abertura por parte da direção e do corpo docente, e o número de turmas de 3ª série disponíveis.

A escolha da escola pública foi motivada pela falta de oportunidades para essa rede de ensino, pela necessidade de um ensino de melhor qualidade, que os estudantes dessa rede de ensino têm, bem como pelo fato de a grande maioria dos estudantes brasileiros pertencerem à escola pública.

Por questão de ética, será preservado o nome da escola, dos estudantes e das professoras.

4.6.2 Material do estudo principal

Nesta seção faço uma breve descrição do material utilizado no estudo principal.

4.6.2.1 Instrumentos diagnósticos

Conforme o que já foi colocado na seção anterior, foram utilizados dois instrumentos diagnósticos, o primeiro – pré-teste – teve como objetivo principal fazer um diagnóstico dos estágios de desenvolvimento do domínio do Campo Aditivo dos estudantes que fizeram parte do Grupo Experimental e do Grupo de Controle. O segundo – pós-teste – teve como objetivo principal analisar os possíveis efeitos da intervenção de ensino no domínio do Campo Aditivo dos estudantes participantes da pesquisa.

Esse instrumento, disponível no Apêndice C, é composto de 18 situações-problema, sendo quatro de composição, cinco de transformação, nove de comparação (incluindo os itens (a) e (b)), um de comparação de várias transformações e um de transformação de uma relação. Neste, foram levados em consideração as categorias e extensões, além da presença ou não das variáveis de representação. Considerando os itens (a) e (b) de duas dessas situações-problema, os instrumentos ficam com 20 situações no total, e foi essa a quantidade considerada para a correção dos instrumentos.

A seguir apresento a descrição pormenorizada de cada uma das situações do pré-teste, com uma breve análise das mesmas. Esta apresentação segue a ordem crescente do grau de complexidade inerente a cada categoria, ou seja, saiu da menos para a mais complexa situação-problema colocada por categoria.

É importante relembrar que as situações-problema do instrumento do pós-teste possuem a mesma estrutura das situações do pré-teste, mudando apenas os nomes próprios, os objetos envolvidos nos enunciados das situações, e parte das imagens dos objetos envolvidos. Dessa forma, faço, a seguir, apenas a descrição de um dos instrumentos, no caso, o pré-teste.

Considerando que outros conceitos tidos como mais elementares já seriam do domínio de estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental, ressalto que os conceitos relacionados em cada situação se restringem aos principais, e foram trabalhados dentro da intervenção de ensino, buscando a expansão do Campo Aditivo dos estudantes.

1: Num tanque havia 6 peixes vermelhos e 7 peixes amarelos. Quantos peixes havia no tanque?

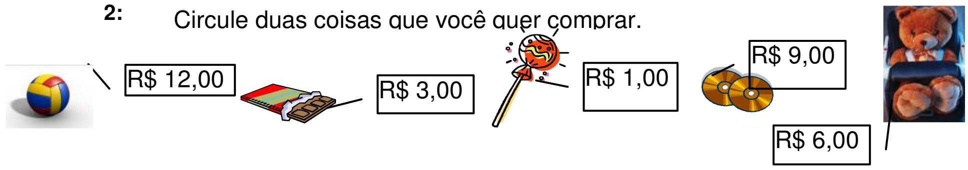
Esta situação-problema é classificada como composição protótipo, onde são dadas as partes e se busca o valor do todo, fazendo uso apenas da linguagem natural, ou seja, a variável de representação é não pictórica.

É uma situação chamada por Magina et al (2001) de intuitiva, pois a criança já tem contato com ela em sua vida diária, bem antes de entrar na escola. Por isso, é esperado um "efeito de teto"[44] para os estudantes da 3ª série, ou seja, que os estudantes partam de um patamar de acertos acima de 80%.

A resposta correta esperada é: havia 13 peixes no tanque. Para se obter esta resposta o estudante precisa dominar o conceito de composição, e é necessária a ideia de juntar os elementos de um conjunto, o conceito do cardinal de um conjunto "universo".

[44] Um efeito que ocorre quando um teste é demasiado fácil, de modo que todos os sujeitos apresentam escores próximos do topo, ou do teto da escala. O resultado é que o teste é incapaz de distinguir entre os indivíduos que são mais, ou menos, competentes. O oposto é conhecido como um 'efeito chão'. Para maiores informações ler Stratton; Hayes (1994).

2: Circule duas coisas que você quer comprar.



No quadro de baixo, marque quantos reais você vai gastar para comprar essas duas coisas.

18	1	6	15	8	11	20	12	9				
2	0	22	5	13	17	23						
19	10	7	4	3	14	21	16					

Esta situação-problema também é classificada como composição protótipo. Diferencia-se da anterior pela variável de representação utilizada, pois é pictórica, fazendo uso da linguagem natural e figural. Contudo, o valor das partes depende da escolha do estudante. Comparando os resultados da pesquisa de Campos et al. (2007) e do estudo piloto, é possível inferir que a porcentagem de acertos nessa situação pode ser alta. Primeiro pelo fato de os conceitos envolvidos na situação serem de menor complexidade para estudantes da faixa etária envolvida no presente estudo. Segundo, devido ao tipo de imagem dos objetos envolvidos na situação serem atrativas, o que faz com que eles se empenhem e se envolvam muito mais na resolução da situação.

Para se obter a resposta correta para a situação, o estudante precisa dominar o conceito de composição, a ideia de juntar quantidades para formar um todo.

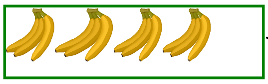
3: Um aquário tem 13 peixes de cor dourada e cinza. Cinco peixes são dourados. Quantos são os peixes cinza?

Esta situação-problema é classificada como composição de 1ª extensão, onde são dados os valores do todo e de uma das partes, e se busca o valor da outra parte, fazendo uso apenas da linguagem natural, ou seja, a variável de representação é não pictórica.

Esse tipo de situação é mais complexa do que os protótipos e, consequentemente, o desempenho dos estudantes é, em geral, mais baixo.

A resposta correta esperada é: são oito os peixes cinza. Para se obter esta resposta o estudante precisa compreender que o todo é formado pela composição das partes, e é necessária a ideia de que quando se retira uma parte do todo se obtém a outra parte.

4: Alberto foi a feira para comprar bananas e laranjas. Ele gastou R$ 17,00 ao todo. Sua mãe quer saber quanto custou cada quantidade de fruta. Veja abaixo quanto ele pagou pelas laranjas.



R$ 8,00

Quanto ele pagou pelas bananas?

Essa situação-problema também é classificada como composição de 1ª extensão. Diferencia-se da anterior pela variável de representação utilizada, pois é pictórica, fazendo uso da linguagem natural e figural. A situação envolve o valor total da compra, um pagamento, e se busca o valor de um dos objetos envolvidos na compra, ou seja, uma das partes. Uma das quantidades envolvidas se apresenta na linguagem natural e a outra ao lado da figura (as laranjas). Essa disponibilidade das quantidades pode trazer algum tipo de dificuldade para os estudantes.

Pela própria estrutura essa situação se configura como mais complexa que as de composição protótipo.

A resposta correta esperada é: ele pagou R$ 9,00 pelas bananas. Para se obter a resposta correta, o estudante precisa compreender que o todo é formado pela composição das partes, e é necessária a noção de que quando se retira uma parte do todo se obtém o valor da outra parte.

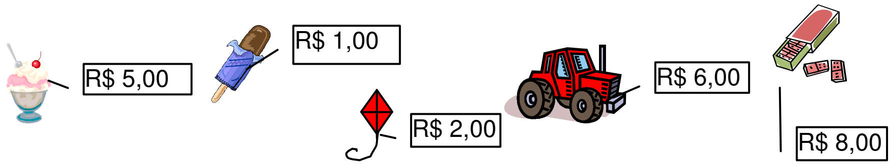
5: Ana tinha 10 figurinhas e ganhou 4 figurinhas de seu irmão. Quantas figurinhas Ana tem agora?

Esta situação-problema é classificada como transformação protótipo na qual é dado o estado inicial – (I) a transformação – (T) e se procura o estado final –(F). Nesta situação o estado final é maior que o estado inicial (F>I) e a transformação é positiva. A variável de representação é não pictórica.

A resposta correta esperada é: Ana tem agora 14 figurinhas. E para obter essa resposta, o estudante precisa dominar os conceitos de transformação e de adição.

6: Você tem R$ 9,00 na bolsa.

Escolha uma coisa que você quer comprar e marque com uma cruz.



Marque no quadro de baixo com quantos reais você vai ficar.

9	3		7		5	4		1		
8		6		2		10		0		

Esta situação-problema também é classificada como transformação protótipo. Diferencia-se da anterior pela variável de representação utilizada, pois é pictórica, fazendo uso da linguagem natural e figural. Outra diferença é que a transformação é negativa.

Além disso, o estudante precisa escolher um dos objetos, e depois que faz a operação que lhe é solicitada, novamente escolhe, dentre os números listados, o número que corresponde à resposta correta.

Os resultados de Campos et al. (2007) permitem inferir que essas escolhas podem influenciar negativamente no desempenho dos estudantes, pois eles podem querer escolher a bolsa com o dinheiro como um objeto a ser comprado ou escolher mais de um objeto.

Para obter a resposta correta da situação, o estudante precisa dominar os conceitos de transformação, subtração. E ter a ideia correta das regras de um valor de compra de acordo com o capital que se tem disponível.

7: Carlos tinha 4 bolas de gude. Ganhou algumas e agora ele tem 10 bolas de gude. Quantas bolas ele ganhou?

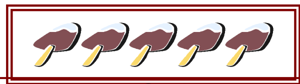
Esta situação-problema é classificada como transformação de 1ª extensão, onde são dados o estado inicial e o estado final, e se pede o valor da transformação. Nesta situação o estado final é maior que o estado inicial (F>I) e a transformação é positiva. A variável de representação é não pictórica.

Nos resultados dos estudos piloto foi possível observar que, nesta situação, os estudantes obtêm um desempenho muito baixo. As dificuldades parecem ser justificadas pela presença da operação inversa ao indicativo da ação do verbo. Carlos ganhou, indicando uma adição, mas para resolver corretamente é necessário fazer uma subtração, isto é, o estado final menos o estado inicial, o que significa dizer que não existe congruência entre o verbo e a operação a ser efetuada.

A resposta correta esperada é: Carlos ganhou seis figurinhas. E para obter essa resposta, o estudante precisa dominar o conceito de transformação de subtração e ter certa compreensão do que seja a operação inversa à daquela efetivada na transformação que ocorreu.

8: . Carine tinha sorvetes em seu isopor. Sua prima tomou alguns dos sorvestes de Carine.
Veja o desenho.

Sorvetes que Carine tinha.



Sorvetes que Carine tem agora.

Carine quer saber quantos sorvetes dela sua prima tomou.

Esta situação-problema também é classificada como transformação de 1ª extensão. As principais diferenças com a situação anterior são: a variável de representação utilizada é pictórica, fazendo uso da linguagem natural e figural; o estado final é menor que o estado inicial (F<I); a transformação é negativa; e todas as informações das quantidades estão na linguagem figural, sendo necessário realizar contagem.

As quantidades não são colocadas na forma de numerais, e os estudantes precisam identificá-las através da contagem dos elementos (sorvetes), o que pode trazer algum tipo de dificuldade para a resolução da situação.

A resposta correta esperada é: A prima dela tomou 3 sorvetes. Para se obter esta resposta o estudante precisa dominar os conceitos de transformação, contagem de elementos.

9: Fátima tem lápis de cor no seu estojo, deu alguns para sua colega, e ficou com 13 lápis. Veja o desenho dos lápis que Fátima deu.

Os lápis que Fátima deu

Quantos lápis Fátima tinha antes?

Esta situação-problema é classificada como transformação de 4ª extensão, onde são dados o estado final e a transformação, e se pede o estado inicial. Nesta situação o estado final é menor que o inicial (F<I), a transformação é negativa e a variável de representação é pictórica.

As quantidades são colocadas na forma de numerais e com figuras. Assim, uma das quantidades precisa ser identificada através da contagem dos elementos (os lápis), o que pode trazer algum tipo de dificuldade para a resolução da situação.

Além disso, existe uma incongruência entre o verbo e a operação a ser realizada pelo estudante. Apesar de a ação da transformação ser colocada pelo verbo "dar" – indicando uma subtração – a operação a ser feita é a de adição. Acredito que essa incongruência também poderá trazer dificuldades para os estudantes.

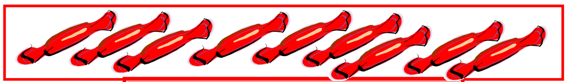
A resposta correta esperada é: Fátima tinha 17 lápis. Para obter esta resposta o estudante precisa dominar os conceitos de transformação, de subtração, de contagem dos elementos – no caso os lápis – e certa compreensão do que seja a operação inversa da efetivada durante a transformação.

10: Eduardo tem 16 carrinhos de brinquedo e Ramon tem 7 a menos do que ele. Quantos carrinhos de brinquedo tem Ramon?

Esta situação-problema é classificada como comparação de 2ª extensão, onde são dados o referente e a relação, e se pede o referido. Nesta situação a relação entre o referente e o referido é negativa, e a variável de representação é não pictórica.

A resposta correta esperada é: Ramon tem 9 carrinhos. Para se obter esta resposta o estudante precisa dominar os conceitos de comparação e de subtração.

11: Carmem e Regis têm bombons. Veja o desenho abaixo.



Os bombons de Carmem.

Regis tem 4 bombons a mais que ela. Quantos bombons tem Regis?

Esta situação-problema também é classificada como comparação de 2ª extensão. As principais diferenças com a situação anterior são: a variável de representação utilizada é pictórica; a relação é positiva; e para determinar a quantidade do referido é preciso realizar uma contagem.

O fato de a quantidade do referido ser apresentada em forma de figura poderá trazer algum tipo de dificuldade para os estudantes, pois o estudante precisa contar a quantidade de bombons de Carmem.

A resposta correta esperada é: Regis tem 13 bombons. Para se obter esta resposta o estudante precisa dominar os conceitos de comparação e de adição.

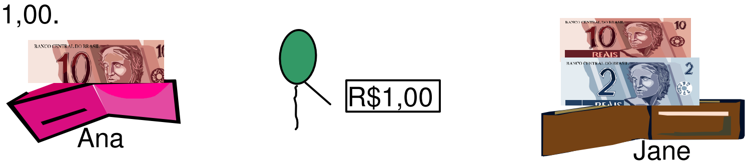
12: Leila tem R$ 9,00. Cláudio tem R$ 13,00. Quem tem menos reais? Quantos reais a menos?

Esta situação-problema é classificada como comparação de 3ª extensão, quando são dados o referente e o referido, e se busca a relação entre eles.

Nesta situação a relação é negativa e a variável de representação é não pictórica. O estudante vai responder a duas perguntas. Na (a), precisa apenas comparar as quantidades para identificar quem tem menos reais. Na (b), é preciso fazer uma operação de subtração para identificar quantos reais tem a menos.

Assim, a resposta correta esperada está dividida em duas: (a) Leila tem menos reais; (b) Leila tem R$ 4,00 a menos. Para se obter esta resposta o estudante precisa dominar os conceitos de comparação e de subtração.

13: Duas meninas têm dinheiro nas carteiras, o desenho abaixo mostra quantos reais tem dentro da carteira de cada uma delas. Elas querem comprar balões. Cada balão custa R$1,00.



a) Quem pode comprar mais balões? b) Quantos balões a mais ela pode comprar?

Esta situação-problema também é classificada como comparação de 3ª extensão. As principais diferenças com a situação anterior são: a variável de representação utilizada é pictórica; as quantidades são colocadas na forma de numerais e com figuras; a relação é positiva.

Um fator que pode interferir negativamente no desempenho dos estudantes é a incongruência entre a expressão “a mais” e a operação a ser realizada – subtração. Essa incongruência pode conduzir o estudante para a escolha da adição da quantidade do referente com a do referido.

A resposta correta esperada está separada em duas sentenças: na sentença (a), a resposta correta é o nome do referido: Jane pode comprar mais balões; e na (b), o valor da relação: Ela pode comprar dois balões a mais. Para obter estas respostas o estudante precisa dominar os conceitos de comparação e de subtração. Além disso, é necessário ter certa compreensão do que seja a operação inversa da relação estabelecida entre referente e referido.

14: Arlete tem dinheiro para comprar chocolate e Rita tem R$ 7,00 a menos que Arlete. Sabendo que Rita tem R$ 13,00, quantos reais tem Arlete?

Esta situação-problema é classificada como comparação de 4ª extensão, quando são dados o referido e a relação, e se pede o referente.

Nesta situação a variável de representação é não pictórica e a relação é negativa.

Um fator que pode interferir negativamente no desempenho dos estudantes é a incongruência entre a expressão “a menos” e a operação a ser realizada – adição. Essa incongruência pode conduzir o estudante para a escolha da subtração da quantidade do referido com a da relação.

A resposta correta é: Arlete tem R$ 20,00. Para obter esta resposta o estudante precisa dominar os conceitos de comparação e de adição. Além disso, é necessário ter certa compreensão do que seja a operação inversa da relação estabelecida entre referente e referido.

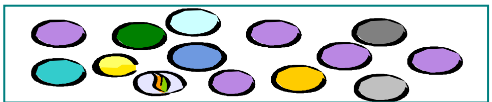
15: No final do jogo de gude, Paulo ficou com 14 gudes. Sabendo que Paulo tem 6 gudes a mais que Jonas. Com quantas gudes ficou Jonas?

Esta situação-problema também é classificada como comparação de 4ª extensão, em que a variável de representação é não pictórica. A principal diferença com a situação anterior é que a relação entre o referente e o referido é positiva, e a presença da expressão “a mais”.

A presença dessa expressão também pode interferir negativamente no desempenho dos estudantes. Eles podem adicionar, ao invés de subtrair, ou seja, fazer a operação inversa.

A resposta correta é: Jonas ficou com oito gudes. Para obter esta resposta o estudante precisa dominar os conceitos de comparação e de subtração. Além disso, é necessário ter certa compreensão do que seja a operação inversa da relação estabelecida entre referente e referido.

16: Artur e Everton participaram de um jogo de gudes. No final do jogo, Artur ficou com as gudes que estão desenhadas abaixo.



As gudes que ficaram com Artur.

Sabendo que Artur tem 6 gudes a mais que Everton. Com quantas gudes ficou Everton?

Assim como as duas situações anteriores esta também é classificada como comparação de 4ª extensão. Contudo, a maior diferença é que a variável de representação é pictórica. Além disso, difere da situação 13 pela relação entre o referente e o referido, que é positiva.

Como nas anteriores, existe a presença de uma expressão incongruente com a operação a ser realizada – no caso, a subtração. A presença da expressão “a mais” também pode interferir negativamente no desempenho dos estudantes. Eles podem adicionar ao invés de subtrair, ou seja, fazer a operação inversa.

A resposta correta é: Everton ficou com oito gudes. Para obter esta resposta o estudante precisa dominar os conceitos de comparação e de subtração. Além disso, é necessário ter certa compreensão do que seja a operação inversa da relação estabelecida entre referente e referido.

17: Beatriz devia R$ 12,00 a Cris. Ela pagou R$ 8,00. Quanto Beatriz ficou devendo a Cris?

Esta situação-problema é classificada como transformação de uma relação, quando são dados uma relação estática e uma transformação, e se busca outra relação que é gerada quando a transformação opera sobre a relação estática dada.

Nesta situação a relação estática é negativa (devia R$ 12,00) e a transformação é positiva (pagou R$ 8,00). A variável de representação é não pictórica. Apesar da estrutura da situação trazer um nível de complexidade mais elevado que as anteriores, torna-se mais simples por abordar uma situação que ocorre quase que cotidianamente na vida das pessoas, ligada ao débito e ao pagamento. Assim, acredito que boa parte dos estudantes envolvidos na pesquisa já tenha vivenciado um tipo de situação similar a essa, facilitando a compreensão e, consequentemente, o desempenho.

A resposta correta é: Ela ficou devendo R$ 4,00. Para se obter esta resposta o estudante precisa dominar os conceitos de transformação de uma relação e de subtração.

Problema 18: José tem livros de histórias infantis. Ele ganhou 3 livros de seu pai, 2 livros de sua professora e 4 livros de sua tia. José resolveu dar 3 dos seus livros mais velhos para seu amigo Jonas e 2 para seu amigo Rogério. Descontando os livros que José deu, em quanto aumentou os livros de José?

Esta situação-problema é classificada como composição de várias transformações, onde são dadas duas ou mais transformações e se busca outra, que será determinada através de uma composição.

Nesta situação-problema a variável de representação é não pictórica e a variável de percepção é o objeto (livros). São dadas três transformações positivas e duas negativas.

A resposta correta é: Aumentou em quatro os livros de José. Para obter esta resposta o estudante precisa dominar os conceitos de composição, transformação, adição e subtração.

Tendo apresentado uma análise das situações-problema dos instrumentos, a seção a seguir traz a descrição do material a ser utilizado na intervenção.

4.6.2.2 Intervenção de ensino

Seguindo as mudanças proporcionadas a partir da análise do estudo piloto, o material da intervenção de ensino do estudo principal se baseia em uma única sequência de ensino, tendo as variáveis de representação pictórica e não pictórica, e o apoio dos suportes didáticos: diagrama de Vergnaud e material didático – ábaco de copinhos e material dourado.

A sequência consta do Apêndice G e tem a seguinte composição em relação às categorias:

- 14 situações-problema da categoria composição;
- 19 situações-problema da categoria transformação;
- 20 situações-problema da categoria comparação;
- Três situações-problema da categoria composição de várias transformações;
- Duas situação-problema da categoria transformação de uma relação.

Temos, então, um total de 58 situações-problema que estão distribuídas da seguinte forma: 39 para a sala de aula e 19 para serem resolvidas em casa e, depois, discutidas em sala.

As situações-problema trabalhadas em sala de aula eram impressas numa folha de papel A4, colorida e dobrada ao meio, ficando no formato de um "livrinho". A Figura 4.6.3 mostra a imagem da frente, de dentro e do verso da atividade entregue no 1º encontro.

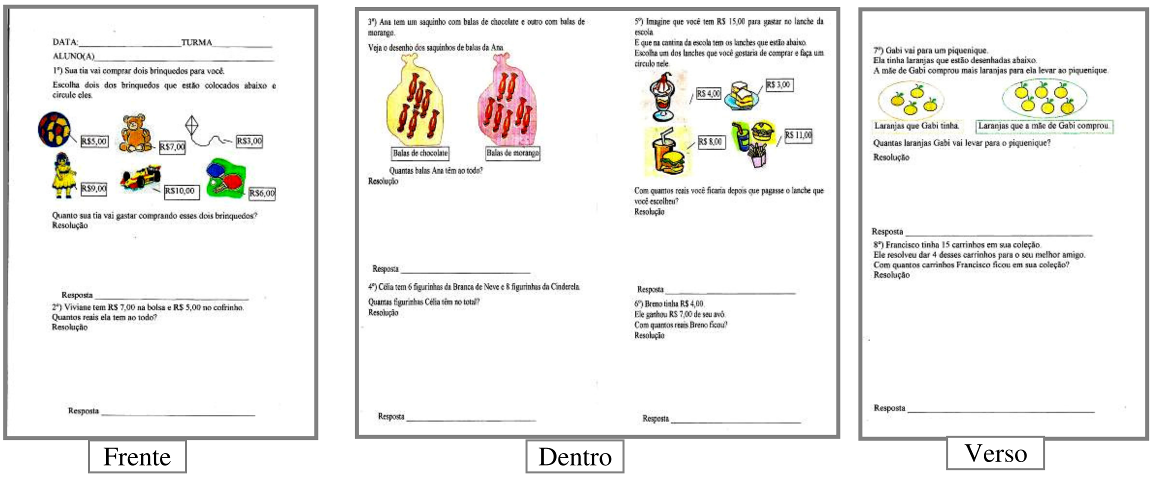


Figura 4.6.3. Atividade entregue em sala de aula.

As atividades de casa eram impressas em folha de papel A4, colorida e colada num caderno que foi dado pela pesquisadora a cada um dos estudantes, para serem feitas essas atividades. A Figura 4.6.4 traz as imagens do caderno fechado e aberto na atividade de casa do 3º encontro.

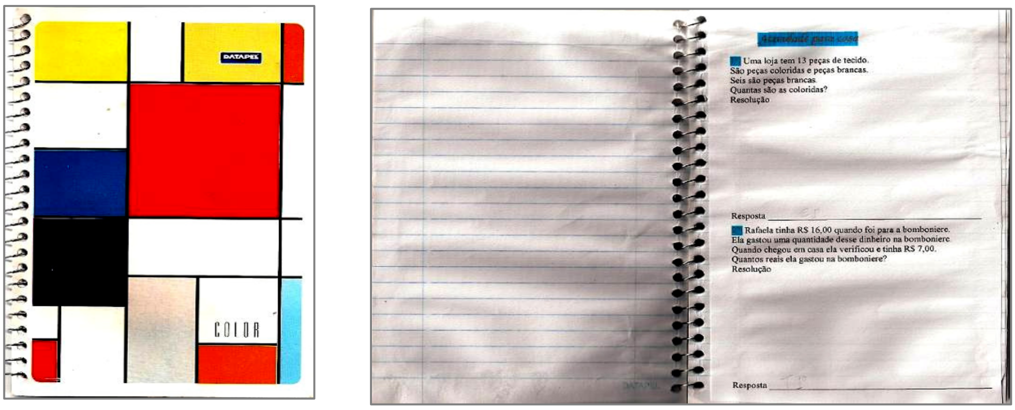


Figura 4.6.4. Caderno de atividades de casa.

Na aplicação da sequência de ensino, o grupo experimental MD (material didático) utilizou o material dourado e o ábaco de copinho. E o grupo experimental DV (diagramas de Vergnaud) utilizou os diagramas de Vergnaud.

O Quadro 4.6.1, a seguir, mostra a disponibilidade das situações-problema que compõem a sequência de ensino do estudo principal, conforme a categoria, a subcategoria, a variável de representação e o momento de resolução – nos encontros em sala de aula ou nas atividades de casa de cada encontro.

Quadro 4.6.1. Estrutura da sequência de ensino do estudo principal, em relação à variável de representação e o momento de resolução (sala de aula ou atividade de casa)

Categoria	Subcategoria	Variável de representação	Encontro/ Sala	Encontro/ Casa	Total
Composição	Protótipo (5 situações)	Pictórica	1º	--	2
		Não pictórica	1º	1º	3
	1ª Extensão (9 situações)	Pictórica	2º	2º	3
			8º	--	1
		Não pictórica	2º	--	2
			--	3º	1
			--	4º	1
			--	5º	1
Transformação	Protótipo (5 situações)	Pictórica	1º	1º	3
		Não pictórica	1º	---	2
	1ª Extensão (8 situações)	Pictórica	2º	---	2
		Não pictórica	2º	2º	3
			--	3º	1
			--	5º	1
			8º	--	1
	4ª Extensão (6 situações)	Pictórica	5º	--	1
			6º	6º	2
			8º	--	1
		Não pictórica	5º	--	1
			6º	--	1
Comparação	2ª Extensão (7 situações)	Pictórica	3º	--	2
		Não pictórica	3º	3º	3
			--	4º	1
			--	6º	1
	3ª Extensão (7situações)	Pictórica	4º	4º	3
		Não pictórica	4º	--	2
			--	6º	1
			8º	--	1
	4ª Extensão (6 situações)	Pictórica	5º	5º	2
			6º	--	1
		Não pictórica	5º	--	1
			6º	--	1
			--	7º	1
Composição de várias transformações	(3 situações)	Não pictórica	7º	7º	3
Transformação de uma relação	(2 situações)	Não pictórica	7º	7º	2

Vale ressaltar que, com base nos resultados do estudo piloto, foi possível perceber que os estudantes da 3ª série já possuem certo domínio dos conceitos envolvidos nas situações-problema de composição protótipo. Sendo assim, achei conveniente trabalhar com esse tipo de situação apenas nas atividades do 1º encontro.

As dificuldades destacadas pelos estudantes da 3ª série no estudo de Campos et al. (2007), bem como no estudo piloto me fizeram integrar apenas cinco das seis categorias apresentadas no capítulo I. Dessa forma, não foi abordada a categoria Composição de relações estáticas.

Para evitar repetições não apresento aqui os suportes didáticos utilizados, pois os diagramas de Vegnaud já foram devidamente colocados no Capítulo I e o material didático no Capítulo III. Na próxima seção apresento os procedimentos realizados no estudo principal.

4.6.3 Procedimentos do Estudo Principal

Nesta seção descrevo os procedimentos do estudo principal conforme o que foi desenvolvido em cada grupo, tomando por base o instrumento diagnóstico e a intervenção de ensino.

Como colocado anteriormente, fiz um sorteio para determinar a escolha dos grupos experimentais dos grupos de controle. Duas turmas estudavam no turno matutino e duas no vespertino. Com o sorteio, a distribuição ficou da seguinte forma: no turno matutino, o Grupo Experimental Material Didático – (MD) e o Grupo de Controle Visto – (CV); no turno vespertino, o Grupo Experimental Diagramas de Vergnaud – (DV) e o Grupo de Controle Não Visto – (CN).

4.6.3.1 Instrumentos diagnósticos

Os instrumentos diagnósticos foram aplicados, por mim, de forma coletiva e num único encontro de 2 horas/aula para cada grupo. O Quadro 4.6.2 mostra as datas de aplicação desses instrumentos.

Quadro 4.6.2. Cronograma da aplicação dos instrumentos diagnósticos em cada grupo do estudo principal

Data	Diagnóstico	MD	DV	CV	CN
26/03/08	Inicial	---	---	Pré-teste	Pré-teste
31/03/08	Inicial	Pré-teste	Pré-teste	---	---
14/05/08	Final	---	---	Pós-teste	Pós-teste
19/05/08	Final	Pós-teste	Pós-teste	---	---

O instrumento era impresso em duas folhas de papel A4, na frente e no verso, coloridas e as folhas grampeadas. Cada estudante recebia uma única cópia, tendo em mãos apenas caneta, lápis e borracha.

Tanto no pré como no pós-testes alguns estudantes solicitavam que fosse feita a leitura de algumas situações. Eu fazia a leitura com atenção para não fazer entonação de voz que possibilitasse ou facilitasse a interpretação.

No pré-teste os estudantes questionavam muito sobre a operação a ser desenvolvida na resolução das situações, questionando (informação verbal)[45]:

– TIA, É DE MAIS OU DE MENOS? Eu respondia: FAÇA OUTRA LEITURA E TENTE ENTENDER MELHOR, ASSIM VOCÊ VAI SABER QUAL OPERAÇÃO PRECISA FAZER.

No pós-teste esse tipo de questionamento ocorreu com pouca frequência. Os estudantes passaram a fazer outros tipos de questionamento, como:

– TIA, É DE COMPOSIÇÃO OU DE MUDANÇA? Eu respondia: LEIA NOVAMENTE E ENTENDA MELHOR.

Foram destinadas as duas primeiras horas/aula de cada turno para a aplicação dos instrumentos, e no pré e no pós-teste alguns estudantes terminaram logo após a primeira hora/aula e apenas dois ou três ficaram até o final do tempo. Na sequência, coloco os procedimentos da intervenção de ensino.

4.6.3.2 Intervenção de ensino

Visando realizar uma intervenção que ficasse bem próximo da realidade diária dos estudantes, e tentando fazer com que minha presença na escola não

[45] Colocações feitas de forma oral pelos estudantes e pela pesquisadora, tendo sido as falas registradas na gravação feita durante a aplicação do instrumento.

fosse uma novidade, iniciei o ano letivo junto com todos os professores na jornada pedagógica que ocorreu nos dias 7 e 8 de fevereiro. Participei de todo o planejamento e assumi a disciplina Matemática, nas quatro turmas de 3ª série, de 11 de fevereiro a 19 de março.

Durante esse período trabalhei os conteúdos: os números e a contagem, a medida, a ordem, os códigos, decomposição, maior ou menor; operações de adição e subtração; figuras geométricas planas; e gráfico de colunas e de barras. Ressalto que não abordei, durante esse período, situações-problema aditivas.

A partir desse período, continuei assumindo a disciplina nas duas turmas do Grupo Experimental e as professoras assumiram as aulas dos Grupos de Controle, sendo que as aplicações dos instrumentos diagnósticos ficaram sob minha responsabilidade e a eles as professoras não tiveram acesso.

O Quadro 4.6.3 mostra o horário semanal das ações desenvolvidas durante a realização do estudo principal.

Quadro 4.6.3. Horário semanal da intervenção de ensino

<table>
<tr><th>Horário Matutino</th><th>Segunda</th><th>Terça</th><th>Quarta</th><th>Quinta</th><th>Sexta</th></tr>
<tr><td>07:30 – 08:20</td><td>CV</td><td rowspan="4">Recolher a atividade de casa do MD</td><td>MD</td><td rowspan="4">Recolher a atividade de casa do MD</td><td rowspan="2">Livre</td></tr>
<tr><td>08:20 – 09:10</td><td>CV</td><td>MD</td></tr>
<tr><td>09:10 – 10:00</td><td>MD</td><td>CV</td><td rowspan="2">Planejamento com a Coordenadora Pedagógica da escola</td></tr>
<tr><td>10:20 – 11:10</td><td>MD</td><td>CV</td></tr>
<tr><td>Horário Vespertino</td><td>Segunda</td><td>Terça</td><td>Quarta</td><td>Quinta</td><td>Sexta</td></tr>
<tr><td>13:30 – 14:20</td><td>DV</td><td rowspan="4">Recolher a atividade de casa do DV</td><td>DV</td><td rowspan="4">Recolher a atividade de casa do DV</td><td rowspan="2">Livre</td></tr>
<tr><td>14:20 – 15:10</td><td>DV</td><td>DV</td></tr>
<tr><td>15:30 – 16:20</td><td rowspan="2">Livre</td><td rowspan="2">Livre</td><td rowspan="2">Planejamento com a Coordenadora Pedagógica da escola</td></tr>
<tr><td>16:20 – 17:10</td></tr>
</table>

No quadro acima é possível observar que, nos dias de terça e de quinta, eram recolhidos os cadernos de atividades de casa que os estudantes tinham levado no dia anterior. Eu corrigia as resoluções que os estudantes tinham realizado e colava no caderno a atividade de casa do próximo encontro.

O processo de intervenção começou após a aplicação dos instrumentos diagnósticos. No período da intervenção trabalhei apenas com a sequência de ensino sem abordar outros conteúdos. O Quadro 4.6.4, a seguir, mostra o cronograma da intervenção, com os conteúdos que foram abordados por grupo em cada encontro.

Quadro 4.6.4. Cronograma da intervenção de ensino e conteúdo trabalhado por grupo do estudo principal

Data	Encontro	Conteúdo-MD	Conteúdo-DV	Conteúdo-CV	Conteúdo-CN
09/04/08	1º	Composição e transformação protótipos	Composição e transformação protótipos	Situações aditivas	___
14/04/08	2º	Composição e transformação de 1ª extensão	Composição e transformação de 1ª extensão	Situações aditivas, ordens e classes	___
23/04/08	3º	Comparação de 2ª extensão	Comparação de 2ª extensão	Situações aditivas	___
28/04/08	4º	Comparação de 3ª extensão	Comparação de 3ª extensão	Situações aditivas	___
05/05/08	5º	Transformação e comparação de 4ª extensão	Transformação e comparação de 4ª extensão	Situações aditivas, leitura e escrita de numerais	___
06/05/08	6º	Transformação e comparação de 4ª extensão	Transformação e comparação de 4ª extensão	Situações aditivas, numeral ordinal	___
08/05/08	7º	Transformação de uma relação e composição de várias transformações	Transformação de uma relação e composição de várias transformações	Situações aditivas, numeral ordinal	___
12/05/08	8º	Revisão	Revisão	Situações aditivas	----

Os procedimentos da intervenção de ensino percorreram os mesmos parâmetros nos dois grupos (MD e DV), sendo diferentes apenas no processo de resolução de cada situação, no que diz respeito à utilização dos diferentes suportes didáticos. A seguir, coloco as linhas gerais do procedimento de cada encontro.

O objetivo principal do primeiro encontro foi trabalhar os conceitos de compor um todo e o de transformar um estado inicial. Iniciei entregando o “livrinho” com quatro situações-problema de composição protótipo e quatro de transformação protótipo, seguida da leitura e resolução de cada situação. Ao final, entreguei o caderno de atividades de casa com uma situação composição protótipo e uma transformação protótipo. Nesse encontro, o MD trabalhou com o material dourado. No dia seguinte, recolhi os cadernos para fazer uma correção e colar a atividade do próximo encontro.

O objetivo principal do segundo encontro foi trabalhar os conceitos envolvidos na decomposição de um todo em partes e o de transformação, quando são dados os estados iniciais e finais. Iniciei o segundo encontro com a entrega do caderno de cada estudante, seguida da discussão e correção das duas situações da atividade de casa. Depois entreguei o "livrinho" com quatro situações-problema de composição de 1ª extensão e quatro de transformação de 1ª extensão, seguindo com a leitura e resolução de cada situação. Nesse encontro, o MD trabalhou pela segunda vez com o material dourado. No dia seguinte recolhi os cadernos.

O objetivo principal do terceiro encontro foi trabalhar o conceito de comparação de quantidades, quando se busca o valor do referido. Iniciei, como sempre, entregando o caderno de atividades corrigido, seguindo com a discussão e correção das situações do caderno: uma situação de composição de 1ª extensão e uma de transformação de 1ª extensão. Depois entreguei o "livrinho" com quatro situações de comparação de 2ª extensão, seguindo com a leitura e resolução de cada situação. Nesse encontro o MD trabalhou com o ábaco de copinhos. No dia seguinte recolhi os cadernos.

O objetivo principal do quarto encontro foi continuar trabalhando o conceito de comparação de quantidades, agora buscando o valor da relação entre as quantidades. Iniciei entregando os cadernos de casa. Em seguida foi feita a discussão e correção de uma situação-problema de composição de 1ª extensão, uma de transformação de 1ª extensão e uma de comparação de 2ª extensão. Depois entreguei o "livrinho" com quatro situações-problema de comparação de 3ª extensão, seguindo com a leitura e resolução de cada situação. Nesse encontro o MD trabalhou pela segunda vez com o ábaco de copinhos. No dia seguinte recolhi os cadernos.

O objetivo principal do quinto encontro foi trabalhar o conceito de comparação de quantidades buscando o valor do referente, e o de transformação buscando o valor inicial. Além disso, proporcionar a compreensão de uma operação inversa. Iniciei o encontro com a entrega do caderno e a discussão e correção de uma situação de composição de 1ª extensão, uma de comparação de 2ª extensão e uma de comparação de 3ª extensão. Em seguida entreguei o “livrinho” com duas situações de transformação de 4ª extensão e duas de comparação de 4ª extensão, seguindo com a leitura e resolução de cada situação. Nesse encontro o MD trabalhou pela terceira vez com o material dourado. No dia seguinte recolhi os cadernos.

O objetivo principal do sexto encontro foi trabalhar os mesmos conceitos estudados no encontro anterior, invertendo as transformações e relações conforme as variáveis de representação – por exemplo, pictórico com relação negativa passou para positiva e vice-versa. Iniciei com a entrega do caderno, a discussão e correção de uma situação de composição de 1ª extensão, uma de transformação de 1ª extensão e uma de comparação de 4ª extensão. Em seguida entreguei o “livrinho” com duas situações de transformação de 4ª extensão e duas de comparação de 4ª extensão, seguindo com a leitura e resolução de cada situação. Nesse encontro o MD trabalhou pela quarta vez com o material dourado. No dia seguinte recolhi os cadernos.

O objetivo principal do sétimo encontro foi trabalhar os conceitos envolvidos na composição de transformações, bem como na transformação de relação. Iniciei com a entrega do caderno, a discussão e correção de uma situação de comparação de 2ª extensão, uma de comparação de 3ª extensão e uma de transformação de 4ª extensão. Em seguida entreguei o “livrinho” com duas situações de composição de várias transformações e uma de transformação de uma relação, seguindo com a leitura e resolução de cada situação. Nesse encontro o MD trabalhou pela terceira vez com o ábaco de copinhos. No dia seguinte recolhi os cadernos.

O objetivo principal do oitavo encontro foi realizar uma revisão dos conceitos mais complexos abordados nos encontros anteriores. Iniciei com a entrega do caderno, a discussão e a correção de uma situação de composição de várias transformações, uma de transformação de uma relação e uma de comparação de 4ª extensão. Em seguida entreguei o “livrinho” com uma situação de composição de 1ª extensão, uma de transformação de 1ª extensão, uma de transformação de 4ª extensão e uma de comparação de 3ª extensão. Observe que só não foram abordados os seguintes tipos de situações-problema: composição protótipo; transformação protótipo; e composição de 2ª extensão, sendo essas as situações menos complexas das respectivas categorias, ou seja, as que possuem em sua estrutura os conceitos menos complexos.

Percebi, durante os encontros anteriores, que os estudantes do MD tiveram maior afinidade com o material dourado, então resolvi utilizá-lo também nesse encontro. Sendo assim, foi a quinta vez que o material dourado foi utilizado pelo MD.

Ressalto que as discussões e correções efetivadas em cada encontro eram realizadas com a total participação dos estudantes. Primeiro, eu os deixava ler e responder a situação, depois fazia a leitura com todo o grupo ou pedia a um estudante para ler em voz alta. Fazia a interpretação junto com todo o grupo, sempre direcionando perguntas para alguns estudantes e debatendo a veracidade da colocação feita com todo o grupo e explicando. Depois de realizar o momento de interpretação da situação, trabalhava com o suporte didático – MD com o material didático e DV com os diagramas. Prosseguia com a efetuação do algoritmo e por último redigia a resposta final junto com o grupo.

Outro ponto importante é em relação às atividades de casa, pois o acompanhamento, através do recolhimento dos cadernos, facilitava o trabalho no encontro seguinte. Através da correção era possível perceber as maiores dificuldades dos estudantes em cada categoria. Assim, buscava reforçar as explicações daqueles pontos no encontro seguinte.

É importante revelar como foi desenvolvido o trabalho da professora do Grupo de Controle Visto durante o período da intervenção. Apresento, a seguir, o perfil das aulas.

4.6.3.3 Percepção do perfil das aulas do Grupo de Controle Visto

Visando à compreensão da condução das aulas da professora do grupo CV durante os oito encontros, coloco nessa seção os principais pontos observados no desenvolvimento das aulas.

Durante as aulas, a professora nunca se referiu a minha pessoa nem a minha presença na sala. Sempre conduziu as aulas sem realizar nenhuma referência a mim, nem mesmo ficava olhando em minha direção.

Como havia ministrado as aulas de Matemática no início do ano, nos primeiros encontros alguns estudantes questionavam (informação verbal)[46]: – TIA, VOCÊ NÃO VAI DAR AS AULAS DE MATEMÁTICA? Respondia explicando que iria apenas ficar na sala. Com o decorrer dos encontros eles não mais questionaram.

O perfil geral da aula era a aplicação de atividades, com poucas explicações ou discussão. A maior parte das atividades era composta de situações-problema aditivas.

Em geral, as aulas eram iniciadas com a correção da atividade deixada para casa e, na sequência, a professora copiava uma atividade no quadro negro e pedia para cada estudante copiar e responder em seus cadernos. Em média era proposta uma lista de atividades contendo cinco questões, sendo três situações-problema aditivas e duas que variavam entre arme e efetue (com as operações de adição e subtração); escreva o número por extenso; decomposição de números (colocar quantas unidades, dezenas e centenas); e escrever os números ordinais por extenso ou usando os algarismos. Para maiores detalhes das atividades aplicadas pela professora veja o Anexo A.

No primeiro encontro, após copiar a atividade no quadro negro, a professora deu a seguinte instrução (informação verbal)[47]:

– ANTES DE FAZER O PROBLEMA LEIAM E VEJAM SE É DE ADIÇÃO OU DE SUBTRAÇÃO.

Em seguida, deu cerca de 20 minutos para os estudantes responderem a atividade no caderno. Depois desse tempo, a professora deu um visto no caderno dos estudantes que fizeram toda a atividade, e se dirigiu ao quadro negro para realizar a correção.

[46] Pergunta feita de forma oral pelos estudantes e respondidas pela pesquisadora, tendo sido as falas registradas na gravação (em áudio) realizada ao longo da aula da professora da turma e observadas pela pesquisadora.

[47] Colocação feita de forma oral pela professora do CV, tendo sido a fala registrada na gravação (em áudio) realizada ao longo do 1º encontro de observação.

As correções das situações-problema ocorriam sempre numa mesma dinâmica. A professora apontava para a situação-problema escrita no quadro negro e dirigia a seguinte pergunta para a turma (informação verbal)[48]:

– "ESSE É DE MAIS OU DE MENOS?".

Os estudantes respondiam de forma variada, uns diziam "de mais", outros "de menos". A partir daí, ela fazia a leitura da situação, armava a operação e a efetuava em voz alta, sempre fazendo um coro com os estudantes. No final, colocava a resposta da situação-problema sem dizer mais nada ao estudante. Em três aulas (2º, 4º e 6º encontro de observação), a professora convidou um estudante para realizar a correção. Cada um desses estudantes fez a operação no quadro negro e colocou a resposta final da situação, sem interferência dos demais estudantes nem da professora.

Vale salientar que em cinco encontros (2º, 3º, 4º, 7º e 8º) foram deixadas atividades para casa, sendo que duas foram do livro didático e três copiadas no quadro negro. Portanto, as aulas posteriores sempre eram iniciadas com a correção das atividades de casa, sendo sempre utilizada a mesma dinâmica de correção. Além disso, o primeiro encontro foi iniciado com a correção da atividade de casa que estava no caderno, com duas situações-problema aditivas e três para efetuar operações aditivas. Essa atividade mostrou que a professora trabalhou na aula anterior com situações aditivas.

Durante os oito encontros, a professora trabalhou um total de 36 situações-problema, sendo que três dessas envolviam relações quaternárias; vinte e quatro eram protótipos; sete de 1ª extensão; duas de 3ª extensão; e, três de 4ª extensão. O Quadro 4.6.5 mostra mais detalhes dessa distribuição por categoria e extensão.

[48] Colocação feita de forma oral pela professora do CV, tendo sido a fala registrada na gravação (em áudio) realizada ao longo dos encontros de observação.

Quadro 4.6.5. Classificação das situações-problema trabalhadas pela professora do CV

Categoria	Extensão	Quantidade de situações
Composição	Protótipo	9
	1ª Extensão	5
Transformação	Protótipo	15
	1ª Extensão	2
	4ª extensão	3
Comparação	2ª Extensão	0
	3ª extensão	2
	4ª Extensão	0
Total		36

As situações-problema se concentraram em duas extensões. A maior parte (67%) se concentrou no protótipo, e 86% ficaram entre protótipo e 1ª extensão. Foram abordadas três categorias: composição, transformação e comparação, contudo, na comparação só foram trabalhadas duas situações de 3ª extensão.

Das 36 situações-problema, oito eram do livro didático adotado e 28 copiadas de outro livro ao qual não tive acesso. As situações copiadas no quadro negro eram não-pictóricas. Das situações do livro didático uma era não-pictórica e as outras sete tinham figuras ilustrativas no seu enunciado; nenhuma era usada para representar as relações da situação colocada. Portanto, as 36 situações-problema eram não pictóricas. As situações- problema trabalhadas pela professora se encontram no Anexo 1.

A turma do CV era formada por 35 estudantes e, para efeito de análise, foram retirados seis estudantes que faltaram aos encontros. Os 29 estudantes que tiveram seu desempenho analisado tiveram 100% de presença.

4.6.3.4 Entrevista

A entrevista teve como objetivo principal proporcionar a compreensão de alguns esquemas de resolução registrados pelos estudantes nos instrumentos diagnósticos e nas atividades de casa.

Cinco meses após a aplicação do pós-teste do estudo principal, foi aplicado um instrumento para, em seguida, ser realizada uma entrevista com parte dos estudantes do Grupo Experimental. A versão completa da atividade aplicada encontra-se no Apêndice H.

A atividade aplicada no grupo MD foi composta de sete situações-problema, sendo quatro do pré-teste e três da atividade de casa do 5º encontro. As situações do pré-teste foram copiadas sem nenhuma alteração, pois tinham como objetivo apenas compreender os passos inerentes aos esquemas aplicados pelos estudantes nessas situações. Buscando identificar se os estudantes mudariam de esquema caso as quantidades fossem maiores, aumentei as quantidades envolvidas nas três situações-problema oriundas da atividade de casa.

A atividade aplicada no grupo DV foi composta de duas situações-problema do pré-teste, sendo copiadas sem nenhuma alteração. Com essa atividade buscava compreender o esquema de ação usado pelos estudantes no pré-teste e identificar a permanência ou não desses esquemas.

Apliquei as atividades em cada grupo de maneira coletiva. O MD levou em torno de uma hora/aula para realizar todas as resoluções. Depois de todos os estudantes responderem à atividade, convidei quatro estudantes para uma conversa, sendo um de cada vez.

O DV levou em média 20 minutos para que todos os estudantes resolvessem a atividade. Em seguida convidei um estudante para a entrevista.

Em ambos os grupos comecei a entrevista perguntando ao estudante sobre a resolução feita nas situações da atividade realizada naquele dia. Em seguida, mostrei a resolução apresentada nos instrumentos diagnósticos e/ou nas atividades de casa. A transcrição da entrevista será feita no capítulo da análise. Em seguida apresento os principais procedimentos metodológicos para a análise dos resultados do estudo principal.

4.7 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os resultados do estudo principal foram analisados tanto numa abordagem quantitativa, como qualitativa.

A análise quantitativa dos instrumentos diagnósticos foi utilizada para garantir um tratamento estatístico mais apropriado aos resultados do método quase-experimental, evitando, assim, a interferência da subjetividade na análise e nas interpretações.

A abordagem qualitativa dos instrumentos diagnósticos, das atividades de casa e das entrevistas foi utilizada com o objetivo de entender o processo de aprendizagem e as dificuldades enfrentadas pelos estudantes durante a intervenção de ensino. Dessa forma, busquei observar os erros dos estudantes ao resolver situações-problema aditivas, a ligação desses erros com as categorias de situações, bem como tentei identificar esquemas de ação utilizados pelos estudantes na resolução. E as categorias de análise surgiram naturalmente das resoluções apresentadas pelos estudantes.

4.7.1 A análise quantitativa

As respostas dadas nos instrumentos diagnósticos foram categorizadas como certas, atribuindo-se a elas um ponto; e as não certas, erradas ou deixadas em branco, atribuindo-se a elas zero ponto. Os instrumentos foram compostos de 18 situações-problema, mas duas dessas situações foram subdivididas em (a) e (b). Dessa forma, totalizei 20 situações ao todo. Assim, o total de acertos de cada estudante variou de zero a vinte.

Para analisar o desempenho dos estudantes fazendo comparações entre os grupos, as 20 situações-problema foram agrupadas de três maneiras distintas: por categoria; por extensão; e pela presença ou não da variável pictórica.

A taxa de acertos foi calculada através da fórmula: [100*(nº de acerto)]/(20). Com essas taxas foram calculadas as medidas de tendência central – média e mediana –, *box plot* e gráficos de colunas comparativos.

Para analisar o número de acertos no pré-teste, pós-teste e a diferença entre pré e pós, utilizou-se o delineamento inteiramente casualizado – (DIC), com número de repetições diferentes, em que os tratamentos eram os grupos. Foi utilizada a técnica de análise de variância – (ANOVA), por meio do teste F, e o efeito dos grupos, quando significativo, foram comparados pelo teste de Tukey – Kramer, com o nível de significância de 5%, porém em todos os casos as estatísticas foram acompanhadas do p-valor, dando ao leitor liberdade para extrair suas próprias conclusões. O tratamento dos dados foi realizado com o pacote estatístico Statistical Analysis System – SAS (2004).

Para avaliar a variável taxa de diferença nos testes, o experimento foi instalado segundo o DIC com número de repetições diferentes, em que os tratamentos estavam arranjados segundo um esquema de parcelas subdivididas no tempo. A parcela foi constituída por estudantes da 3ª série. Os tratamentos de parcela seguiam um esquema fatorial 4 x 4 (4 grupos e 4 extensões).

Foi utilizada a técnica de análise ANOVA, por meio do teste F, e os efeitos dos grupos, quando significativos, foram comparados pelo teste Tukey, com nível de significância de 5% e o efeito das extensões, quando significativos, tiveram suas médias comparadas pelo mesmo teste e nível de significância; porém, em todos os casos, as estatísticas foram acompanhadas do p-valor, dando ao leitor liberdade para extrair suas próprias conclusões. O tratamento dos dados foi realizado com o pacote SAS (Ibid.).

4.7.1.1 Teste para comparar a diferença entre duas médias de amostras emparelhadas

Para comparar o desempenho do pré e do pós-teste dentro de cada grupo, foram calculadas as diferenças entre cada par de valores e, em seguida, foi aplicado o teste *t* de Student unilateral para amostras emparelhadas, com nível nominal de significância de 5%, descrito como segue.

Para observações emparelhadas, ou amostras pareadas, o teste apropriado para a diferença (desvio) entre duas médias ($\mu_d = (\mu_{pós} - \mu_{pré}) = 0$) consiste em determinar primeiro a diferença "d_i" entre cada par de valores, e então testar a hipótese nula de que a média das diferenças na população é zero. Então, do ponto de vista de cálculo, o teste é aplicado a uma única amostra de valores *d*. Para cada par definido, o valor do pré-teste está claramente associado ao respectivo valor do pós-teste.

A média e o desvio padrão da amostra de valores "*d*" são obtidos pelas expressões 1 e 2:

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} \qquad (1)$$

$$S_d = \sqrt{\frac{\sum d_i^2 - n\bar{d}^2}{n-1}} \qquad (2)$$

sendo $\bar{d}$ a estimativa da média das diferenças entre cada par de pontuações, S_d seu desvio-padrão e n o número de indivíduos. Isto implica ter que calcular as diferenças entre cada par de pontuações. As hipóteses testadas foram:

Hipótese nula - H_0: $\mu_d = (\mu_{pós} - \mu_{pré}) = 0$

Hipótese alternativa - H_1: $\mu_d = (\mu_{pós} - \mu_{pré}) > 0$ ou $\mu_d = (\mu_{pré} - \mu_{pós}) > 0$

No caso deste estudo, se a hipótese nula não for rejeitada, significa não haver evidências para afirmar que houve melhoria no desempenho dos estudantes quando comparadas as médias dos instrumentos aplicados no pré e pós-testes.

A estatística de teste *t* é dada pela expressão 3:

$$t_{calculado} = \frac{\bar{d}}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}} \qquad (3)$$

com graus de liberdade = n-1.

Esta mesma técnica foi utilizada para comparar as taxas de diferença nos testes dentro de cada grupo e extensão.

4.7.1.2 Teste de McNemar

Para comparar o desempenho do pré com o do pós-teste dos estudantes de cada grupo nas situações-problema das categorias transformação de uma relação – (TR) e composição de várias transformações – (CT) foi utilizado o teste de MecNemar, com nível de significância de 5%.

A justificativa para a utilização do teste de McNemar em detrimento do teste t é que para cada uma dessas duas categorias só havia uma situação-problema. Esse teste pode ser descrito como segue (SIEGEL; CASTELLAN JR., 2006, p. 96).

Para testar a significância de qualquer mudança observada entre o pré-teste e o pós-teste foi usada uma tabela de dupla entrada de frequências, conforme o exemplo apresentado na Tabela 4.7.1, a seguir.

Tabela 4.7.1. Exemplo de uma tabela de distribuição das frequências do pré-teste e do pós-teste de acordo com as mudanças ocorridas

		Pós-teste	
		–	+
Pré-teste	+	*A*	*B*
	–	*C*	*D*

A hipótese nula é que o número de mudanças em cada direção é igualmente provável, isto é, dos $A+D$ indivíduos que mudaram, espera-se que $(A+D)/2$ indivíduos mudem de (+) para (–) e $(A+D)/2$ indivíduos mudem de (–) para (+):

$$H_0: P(+ \rightarrow -) = P(- \rightarrow +)$$

$$H_1: P(+ \rightarrow -) \neq P(- \rightarrow +)$$

Portanto, se *A* é o número de casos observado para os quais as respostas mudaram de (+) para (–), *D* é o número observado de casos que mudam de (–) para (+), e (*A*+*D*)/2 é o número esperado em cada célula *A* e *D*; então:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{2} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \Rightarrow \chi^2 = \frac{(A-D)^2}{A+D} \qquad (4)$$

com graus de liberdade =1.

Na expressão (4) *E* é o valor esperado e *O* é o valor observado.

4.7.2 A análise qualitativa

A análise qualitativa centrou-se nos grupos experimentais e foi dividida em três fases. Na primeira, analiso as resoluções apresentadas pelos estudantes nos instrumentos diagnósticos (pré e pós-teste), buscando identificar os erros cometidos pelos estudantes nas resoluções. Os tipos de erros emergiram da análise dos testes respondidos pelos estudantes.

Na segunda fase, centro nas resoluções das atividades de casa realizadas durante o processo de intervenção de ensino. Em decorrência do uso dos diferentes suportes didáticos, essa fase da análise foi subdividida em duas, uma para o grupo MD e outra para o DV. Da mesma maneira que na fase anterior, os tipos de erro emergiram da análise das atividades de casa respondidas pelos estudantes.

E na terceira, analisei as estratégias de resolução mais utilizadas e, ainda, busquei identificar possíveis conceitos-em-ação e teoremas-em-ação. Assim como nas duas fases anteriores, as estratégias identificadas surgiram da compreensão e interpretação das resoluções feitas pelos estudantes nos instrumentos diagnósticos e nas atividades de casa.

CAPÍTULO V

ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo realizo a análise dos dados da pesquisa, tenho como objetivo principal averiguar o desempenho, os tipos de erros mais cometidos, os esquemas de resolução, bem como possíveis conceitos-em-ação e teoremas-em-ação utilizados pelos estudantes na resolução das situações-problema aditivas.

Do ponto de vista do desempenho, baseio-me nos instrumentos diagnósticos (pré e pós-teste) aplicados aos quatro grupos (Material Didático-MD, Diagramas de Vergnaud-DV, Controle Visto-CV e o Controle não Visto-CN) para quantificar os acertos e erros. Para análise dos esquemas e dos erros, recorro não apenas aos instrumentos diagnósticos (em especial, o pós-teste), mas também às atividades da intervenção de ensino (principalmente aquelas desenvolvidas em casa, pelos estudantes), às anotações e gravações feitas em sala de aula ao longo dessa intervenção e, por fim, às entrevistas realizadas após a aplicação do pós-teste. O capítulo finalizará analisando resoluções que apresentam possíveis teoremas-em-ação detectados, seja na fase da intervenção, seja na fase dos testes.

Assim, para alcançar este objetivo, dividi a presente análise em três partes. Na primeira, procedo a análise quantitativa dos dados, momento em que o foco está no desempenho dos estudantes dos quatro grupos, considerando os pré e pós-testes. Sempre que pertinente, os resultados quantitativos são acompanhados de testes estatísticos utilizados a cada análise.

A segunda parte da análise será qualitativa, quando os tipos de erros mais cometidos e os esquemas de resolução efetivados pelos estudantes dos grupos experimentais (MD e DV) serão tratados em detalhes. Nessa parte, foco, principalmente, nos tipos de erros cometidos pelos estudantes. Por último, mas não menos importante, apresento, na terceira parte, possíveis conceitos-em-ação e teoremas-em-ação detectados ao longo das duas análises acima referidas.

5.1 ANÁLISE QUANTITATIVA

Como dito anteriormente, a análise quantitativa dos dados é feita a partir das respostas dos estudantes, dos quatro grupos, às situações-problema contidas nos instrumentos diagnósticos (pré e pós-testes). Para um primeiro panorama, analiso o desempenho geral dos grupos, procedendo uma comparação das médias dos percentuais de acerto inter e intra-grupos.

Visando analisar os desempenhos dos quatro grupos de forma mais detalhada, faço três tipos de agrupamento com as situações-problema: por categoria, por extensão e, por último, pela presença ou não da variável pictórica.

Nos dois primeiros agrupamentos, tenho o intuito de analisar o desempenho conforme a releitura feita da classificação dada por Vergnaud (1982, 1991, 1996) para as situações-problema aditivas, e também o efeito da intervenção de ensino. Por fim, analiso se o uso das representações pictóricas interferiu no desempenho dos estudantes dos quatro grupos em relação ao não pictórico.

5.1.1 Análise comparativa geral do desempenho dos grupos pesquisados

Nesta seção tenho como objetivo principal analisar comparativamente o desempenho geral dos grupos, a partir dos resultados obtidos pelos estudantes em ambos os instrumentos (pré e pós-testes).

Dessa forma, são considerados os 20 itens de cada teste, sendo que a pontuação final de cada estudante poderá variar de zero a vinte. Especificamente partindo dos acertos dos estudantes de cada grupo nos testes, verifico se a intervenção de ensino, conduzida por mim, nos grupos experimentais (MD e DV), teve efeito sobre o desempenho dos estudantes e se esse efeito difere daquele causado no desempenho dos estudantes dos grupos de controle (CV e CN), os quais tiveram as aulas "convencionais"[49] com suas professoras.

A Figura 5.1.1 apresenta o desempenho dos quatro grupos no pré e no pós-teste segundo os percentuais de acerto. Observa-se visualmente certa similaridade no desempenho dos grupos no pré-teste, e no pós uma diferença que parece ter sido motivada pela interferência da intervenção de ensino deste estudo.

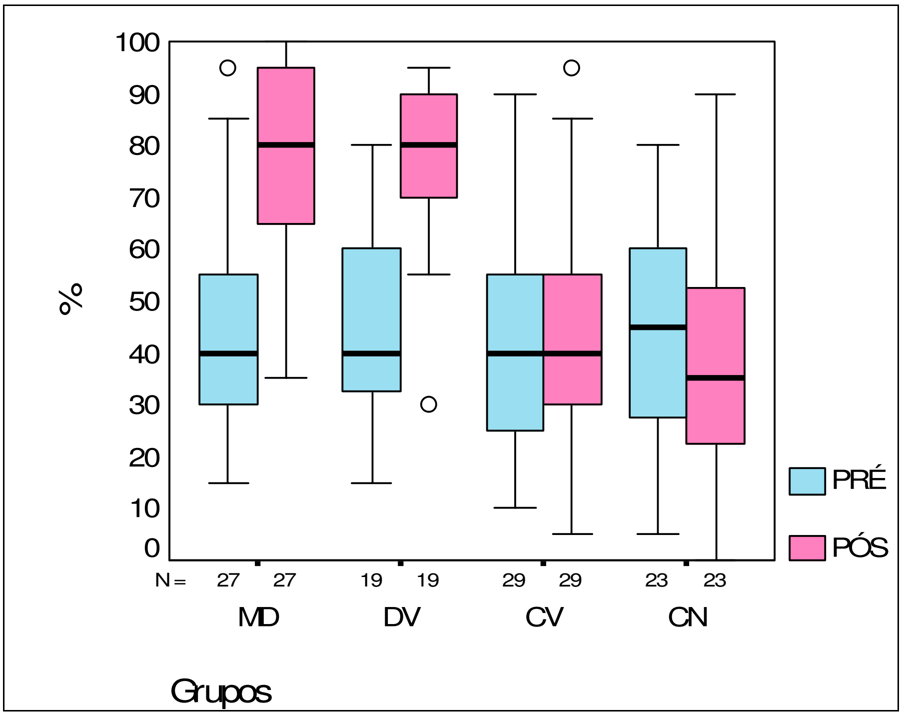


Figura 5.1.1. Desempenho geral dos grupos, em percentual de acertos.

No pré-teste os grupos partem de patamares de acertos muito próximos, com variação máxima de cinco pontos percentuais, a mediana foi de 40% para MD, DV e CV, e isto significa que metade dos estudantes desses grupos

---

[49] O termo convencional está sendo aplicado aqui para diferenciar as aulas ministradas pelas professoras das turmas (CV e CN) daquelas em que fui eu quem ministrei (MD e DV). Isto é, as aulas das professoras não seguiram a classificação proposta por Vergnaud para a expansão do campo aditivo.

respondeu até oito situações-problema de forma correta e a outra metade mais de oito. Já o grupo CN teve sua mediana em 45% sendo que metade do grupo acertou até nove situações e a outra metade mais de nove.

No pós-teste, os grupos experimentais (MD e DV) elevaram seus desempenhos e os de controle (CV e CN) ficaram no mesmo patamar que no pré, apresentando certa estagnação e decrescimento. MD e DV tiveram a mediana em 80% de situações-problema respondidas corretamente, sendo que metade dos estudantes respondeu corretamente até 16 situações e a outra metade mais de 16. Assim, constato que metade dos sujeitos de ambos os grupos experimentais acertou mais que ¾ das situações no pós-teste. Com relação aos desempenhos dos grupos controles CV e CN, no pós-teste suas medianas ficaram, respectivamente, em 40% e 35%, o que equivale dizer que CV manteve a sua mediana e CN decresceu em duas situações.

A Tabela 5.1.1 mostra a variação dessas quantidades de situações-problema respondidas corretamente no pré e pós-teste por grupo. Além disso, identifica a média percentual de acertos dos grupos.

Tabela 5.1.1. Valores das médias e medianas no pré e pós-teste segundo os grupos estudados

		Pré		Pós	
Grupos	N	Média (%)	Mediana (%)	Média (%)	Mediana (%)
MD	27	46	40	76	80
DV	19	47	40	78	80
CV	29	42	40	44	40
CN	23	43	45	40	35
Total	98	45	40	60	60

Para analisar a média percentual de acerto dos grupos em cada teste coloco um gráfico de barras construído a partir dos valores da Tabela 5.1.1 mostrado na Figura 5.1.2.

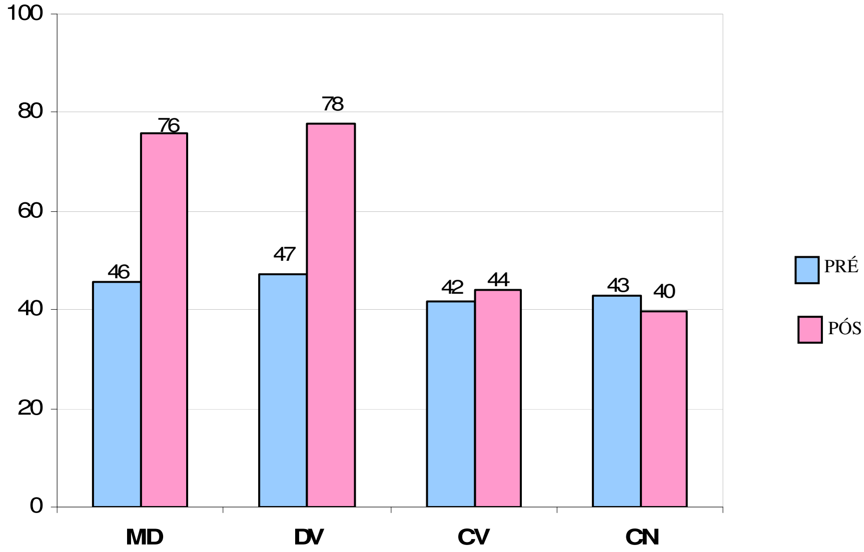


Figura 5.1.2. Desempenho geral dos grupos, por média percentual de acerto.

De fato, os quatro grupos acertaram, em média, de 42% a 47% das situações-problema no pré-teste. No pós-teste, essa média se elevou para 76% no grupo MD e 78% no DV, enquanto que os grupos de controle ficaram com médias de 44% (CV) e 40% (CN).

Buscando contrastar a homogeneidade de variância[50] entre os grupos nos testes, foi aplicado o teste estatístico F em suas médias. No pré-teste não foi encontrada diferença significativa entre os desempenhos médios dos grupos ($F_{(3,94)}$=0,350; p=0,789). Dessa forma, aceita-se a hipótese de igualdade entre as médias. Já no pós-teste foi encontrada diferença significativa nos desempenhos médios dos grupos ($F_{(3,94)}$=21,275; p<0,001), indicando diferença entre as médias, e o teste Tukey indicou a existência de dois grupos diferentes (os grupos experimentais e os de controle).

A Tabela 5.1.2 apresenta os resultados do teste estatístico Tukey, que comprova o desempenho homogêneo dos grupos no pré-teste e a divisão em dois grandes grupos no pós-teste.

[50] Quando as diferenças observadas entre as variâncias não são estatisticamente significativas.

Tabela 5.1.2. Valores médios dos pré e pós-teste com as diferenças segundo os grupos estudados

Grupos	Médias*		
	Pré	Pós	Diferença
MD	9,15 **A**	15,14 **A**	6,00 **A**
DV	9,42 **A**	15,52 **A**	6,11 **A**
CV	9,34 **A**	9,79 **B**	0,45 **B**
CN	8,61 **A**	7,91 **B**	-0,70 **B**

* Médias seguidas de mesma letra **maiúscula** na **coluna** não diferem entre si pelo teste Tukey, com um nível nominal de significância de 5%.

Segundo os resultados da Tabela 5.1.2, os quatro grupos no pré-teste não diferem entre si, o que significa que partiram de um mesmo patamar. Já no pós-teste, os grupos experimentais apresentaram desempenhos diferentes dos apresentados pelos grupos de controle e ambos (experimentais e de controle) não apresentam diferença entre si.

No que se refere ao desempenho de cada grupo, na comparação entre o pré e o pós-testes, apenas os grupos experimentais apresentaram crescimento significativo, (para MD ($t(26) = 8{,}943$ $p < 0{,}0001$) e para DV ($t(18) = 7{,}795$ $p < 0{,}0001$)). Dessa forma, posso afirmar que após a intervenção de ensino os grupos se subdividem em dois, segundo seu desempenho: os experimentais (MD e DV) e os de controle (CV e CN).

Tendo como base este quadro comparativo dos resultados dos grupos nos testes, é possível inferir que a intervenção de ensino, conduzida por mim, causou um efeito positivo no desempenho dos estudantes dos grupos experimentais. O mesmo não aconteceu nos grupos de controle, os quais tiveram aulas "convencionais" com suas professoras.

Abrindo um parêntese, gostaria de comparar as médias percentuais obtidas pelos grupos nos testes com notas escolares, que variam de zero a dez, com a média de aprovação que é cinco. Observo que todos os grupos estariam abaixo de cinco no pré-teste. Já no pós-teste, os experimentais, MD e DV, ficariam com 7,6 e 7,8 de média, respectivamente, enquanto os grupos de controle CV e CN ficariam com 4,4 e 4,0, respectivamente, ou seja, permaneceriam abaixo de cinco. Tal parêntese evidencia que, do ponto de vista escolar, apenas os grupos experimentais seriam aprovados no pós-teste. Nota-se, assim, uma divisão dos quatro grupos de estudo em dois grandes grupos.

Baseada nestes primeiros resultados gerais, obtenho os indícios iniciais de que uma intervenção de ensino baseada na classificação apresentada pela Teoria dos Campos Conceituais, para as situações-problema aditivas, melhora o desempenho dos estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental.

Estes resultados não corroboram aqueles encontrados por César (1990), que desenvolveu um estudo com crianças de 7 a 9 anos. O estudo trabalhou com palitos de fósforo, para fazer a contagem, e com os diagramas de Vergnaud, para fazer os cálculos relacionais.

Os resultados de César (Ibid., p. 96) mostram que o efeito causado com os diagramas superou o uso dos palitos de fósforo. A autora ressalva que apesar de o grupo de estudantes que usou material concreto (palito de fósforo) ter alcançado bons resultados, estes "[...] não são decorrentes do uso do material, mas sim do trabalho de exploração do enunciado do problema." Ainda segundo a autora, esta afirmativa decorre do fato de que o material não despertou interesse nos estudantes que estavam na faixa etária de 7 a 9 anos. A minha avaliação do processo ocorrido na intervenção de ensino deste estudo caminhou em sentido contrário. O que observei foi que os estudantes tinham interesse em usar o ábaco de copinhos, bem como o material dourado. De fato, foi comum ouvir dos estudantes a seguinte colocação: TIA, HOJE VAMOS USAR O ÁBACO OU O MATERIAL DOURADO? E depois da aplicação do pós-teste, alguns questionaram: TIA, NÓS AINDA VAMOS PODER USAR OS MATERIAIS? (informação verbal)[51].

Apesar do quadro comparativo do desempenho geral dos grupos indicar resultados mais positivos para os grupos experimentais quando comparados com os grupos de controle, alguns questionamentos ainda permanecem, tais como: este quadro se mantém quando se analisa o desempenho dos grupos em cada uma das categorias abordadas nos testes? E o desempenho de cada grupo entre o pré e o pós-teste, por categoria, apresenta resultado positivo? A análise a seguir nos dará subsídios para responder a questionamentos dessa ordem.

---

[51] Perguntas feitas de forma oral pelos estudantes do grupo MD, tendo sido as falas registradas nas gravações realizadas ao longo dos encontros com o grupo.

5.1.2 Análise comparativa do desempenho dos grupos por categoria

A análise comparativa com as situações-problema agrupadas por categoria está baseada na classificação apresentada no referencial teórico (Capítulo I) para as situações aditivas. Dessa forma, o desempenho dos estudantes, nas 20 situações que compõem cada instrumento, é analisado comparativamente em cinco partes, conforme as cinco categorias envolvidas no instrumento.

Esta comparação tem como objetivo analisar as possíveis diferenças no desempenho dos grupos, observando cada uma das cinco categorias.

5.1.2.1 Análise comparativa do desempenho dos grupos na categoria composição

A Figura 5.1.3 apresenta o desempenho geral dos grupos na categoria composição no pré e no pós-testes.

O gráfico ressalta o alto percentual de acertos de todos os grupos já no pré-teste, já que apresentam acertos superiores a 50%.

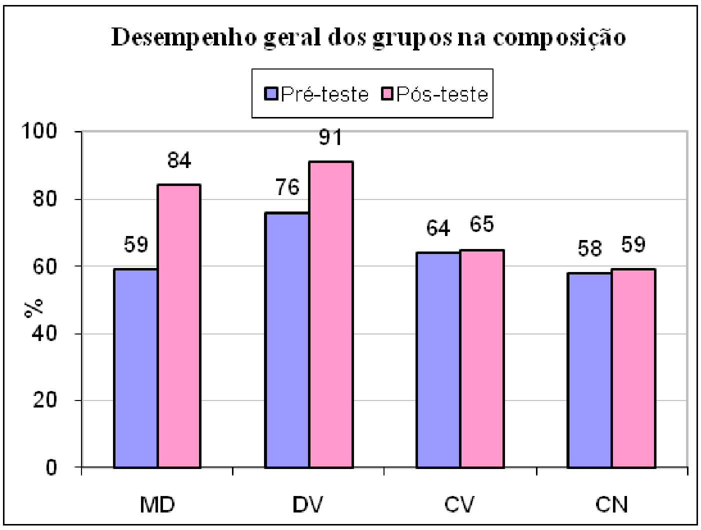


Figura 5.1.3. Desempenho geral dos grupos na categoria composição.

De fato, nota-se que os grupos têm taxas médias de acerto, nas quatro situações-problema de composição, acima de 57% no pré-teste, e estas taxas são superiores àquelas obtidas nos desempenhos gerais (Figura 5.1.2). Estes resultados já eram esperados, visto que a composição é a categoria na qual se encontram classificadas as situações aditivas de menor complexidade (protótipos e de 1ª extensão). São essas, também, as mais trabalhadas por livros didáticos, conforme os resultados apresentados na pesquisa de Santos (2006), que analisou livros didáticos de Matemática do 2º ciclo do Ensino Fundamental. Resultados similares a estes já foram detectados em pesquisas realizadas por Magina et al (2001) e por Santana et al. (2008), dentre outras.

No pós-teste, dois comportamentos distintos são identificados: os grupos de controle ficam estagnados (com aumento de 1% em relação ao pré-teste), enquanto os experimentais aumentam consideravelmente suas taxas de acerto, atingindo médias de acerto superiores a 80%. Estes aumentos são estatisticamente significativos em ambos os grupos (para o grupo MD ($t(26) = 4{,}519$; $p < 0{,}0001$) e para o DV ($t(18) = 3{,}071$; $p = 0{,}0035$)).

Quando observo a quantidade de situações-problema desta categoria, trabalhada no CV, vejo que o comportamento apresentado pelo grupo parece não corresponder ao trabalho realizado pela professora entre o pré e o pós-teste. Esta afirmativa decorre do seguinte fato: dentre as 36 situações trabalhadas em sala de aula, 14 eram da categoria composição (39%). Este fato parece indicar que tais atividades não foram diversificadas (explorando diversos tipos de situações) e tampouco foram trabalhadas de maneira a possibilitar a expansão do raciocínio aditivo, pelo menos no que concerne à categoria composição.

Por fim, o quadro comparativo do desempenho dos grupos na categoria composição aponta resultados iniciais positivos, porém o crescimento aconteceu apenas nos grupos experimentais. Na seção 5.1.3 será possível discutir se as médias apresentadas na Figura 5.1.3 não são influenciadas por uma das extensões (protótipo ou 1ª extensão) inerentes à composição, em detrimento da outra. Na sequência, analiso os desempenhos dos grupos na categoria transformação.

5.1.2.2 Análise comparativa do desempenho dos grupos na categoria transformação

A Figura 5.1.4 apresenta o desempenho geral dos grupos na categoria transformação no pré e no pós-teste.

O gráfico ressalta que, tal como ocorreu na categoria composição, todos os grupos apresentaram percentuais de acertos superiores aos obtidos nos desempenhos gerais (Figura 5.1.2), no pré-teste.

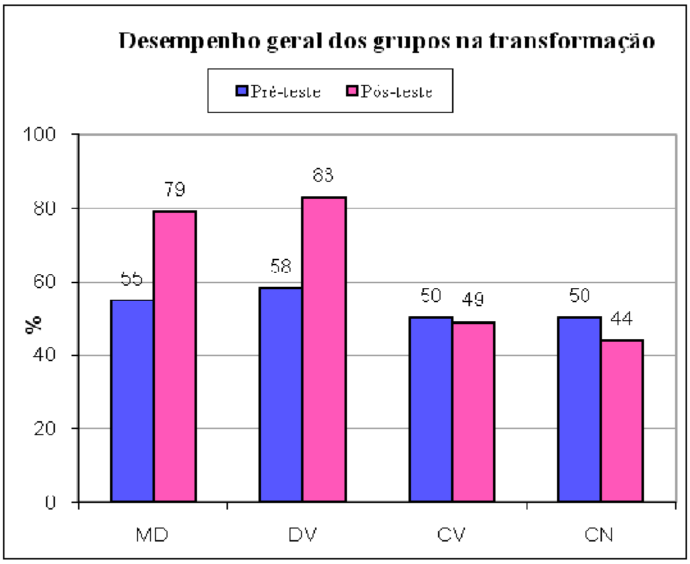


Figura 5.1.4. Desempenho geral dos grupos na categoria transformação

De fato, a média de acerto nas situações-problema de transformação foi de, pelo menos, 50% no pré-teste. Já no pós-teste, os grupos experimentais apresentam um crescimento de 24 e 25 pontos percentuais. Todavia, as médias são insatisfatórias nos grupos de controle.

A transformação é uma categoria que apresenta situações-problema aditivas de menor (protótipos e 1ª extensão) e de maior (4ª extensão) complexidade. E estes diferentes níveis de complexidade podem ser a explicação para a leve queda nas médias de acerto dos grupos quando comparados com os resultados obtidos na categoria composição. Pesquisas feitas por Vergnaud (1982), Magina et al. (2001), Santana et al. (2008), dentre outros, já apontam similaridades de resultados.

Um contraponto nestes resultados é revelado no CV (controle visto), pois das 36 situações-problema trabalhadas pela professora, durante os oito encontros que compuseram as aulas destinadas ao ensino das situações aditivas, 20 eram de transformação (56%), fato este que levanta questionamentos sobre o baixo desempenho desse grupo no pós-teste.

Os resultados positivos dos grupos experimentais do pré para o pós-teste, nessa categoria, são significativos, segundo o teste t-student (para o grupo MD ($t(26) = 4{,}958$; $p < 0{,}0001$) e para o DV ($t(18) = 4{,}050$; $p = 0{,}0005$)).

Diante dos resultados, parece possível afirmar que o quadro comparativo do desempenho dos grupos na categoria transformação traz resultados mais positivos para os grupos experimentais, quando comparados com os dos grupos de controle. Na seção 5.1.3 será possível analisar se o desempenho apresentado pelos grupos foi influenciado por uma ou mais das extensões da transformação. Na sequência, analiso o desempenho dos grupos na categoria comparação.

5.1.2.3 Análise comparativa do desempenho dos grupos na categoria comparação

A Figura 5.1.5 apresenta o desempenho geral dos grupos nas nove situações-problema classificadas na categoria comparação no pré e no pós-teste.

No pré-teste os grupos saíram de um patamar de acerto considerado baixo, sem atingir os 40% de acertos. Se comparados com os percentuais médios de acertos nas categorias até aqui analisadas, nota-se que estas foram as menores médias iniciais, sendo, inclusive, inferiores as obtidas nos desempenhos gerais (Figura 5.1.2).

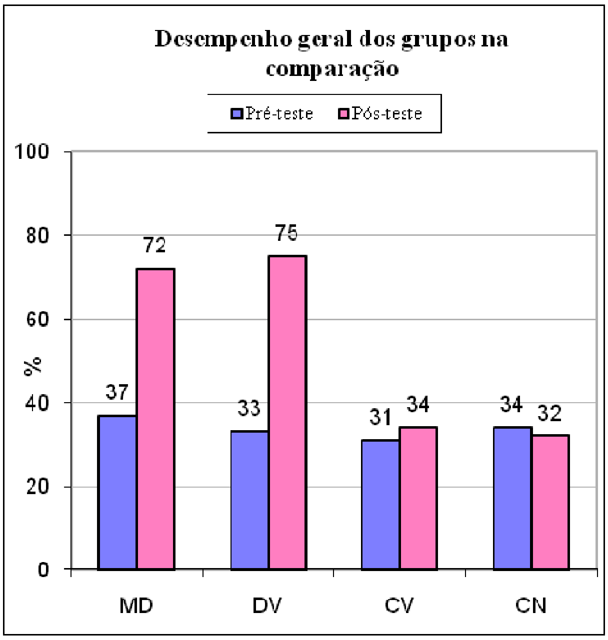


Figura 5.1.5. Desempenho geral dos grupos na categoria comparação.

De fato, das três primeiras categorias, a comparação foi a que apresentou as menores médias, tanto no pré quanto no pós-teste. Este baixo desempenho parece ser explicado pela complexidade apresentada nas situações aditivas classificadas nesta categoria, pois nela estão extensões tidas como mais complexas (2ª, 3ª e 4ª). Guimarães (2009) afirma que estudantes da 3ª série têm dificuldades na resolução de situações-problema pertencentes a esta categoria. Santos (2006) também identificou que a categoria comparação, junto com a transformação, são pouco abordadas pelos livros didáticos adotados por escolas públicas da região Sul da Bahia, onde a presente pesquisa foi realizada.

Com o olhar especificamente nos desempenhos entre o pré e o pós-teste, observo a mesma tendência de comportamento nas três categorias (composição, transformação e comparação): uma estagnação dos grupos de controle e um crescimento dos grupos experimentais. No caso particular da comparação, o MD cresce 35% e o DV 42%, já o grupo CV cresce 3% e o CN decresce 2%.

Os resultados positivos dos grupos experimentais, nesta categoria, foram estatisticamente significativos, conforme resultados obtidos no teste t-student unilateral (para o grupo MD ($t(26) = 8{,}319$; $p < 0{,}0001$).e para o DV ($t(18) = 7{,}877$; $p < 0{,}0001$)).

Mais uma vez, observando as médias de acerto nas situações-problema agrupadas por categoria, é possível afirmar que o desempenho dos grupos na categoria comparação traz resultados mais positivos para os grupos experimentais, quando comparados com os grupos de controle. Mais uma vez faço referência à seção 5.1.3, para analisar se os desempenhos apresentados pelos grupos foram, ou não, influenciados por uma ou mais das extensões da categoria comparação. Na sequência, analiso o desempenho dos grupos na categoria transformação de uma relação.

5.1.2.4 Análise comparativa do desempenho dos grupos na categoria transformação de uma relação

A Figura 5.1.6 apresenta o desempenho geral dos grupos na categoria transformação de uma relação – (TR) no pré e no pós-teste. Apenas uma das situações dos instrumentos é classificada na categoria TR. Assim, a média de acertos apresentada na Figura 5.1.6 é relativa ao desempenho numa única situação.

O gráfico ressalta que os percentuais de acerto foram superiores aos obtidos nos desempenhos gerais (Figura 5.1.2) no pré-teste de todos os grupos, exceto do CV.

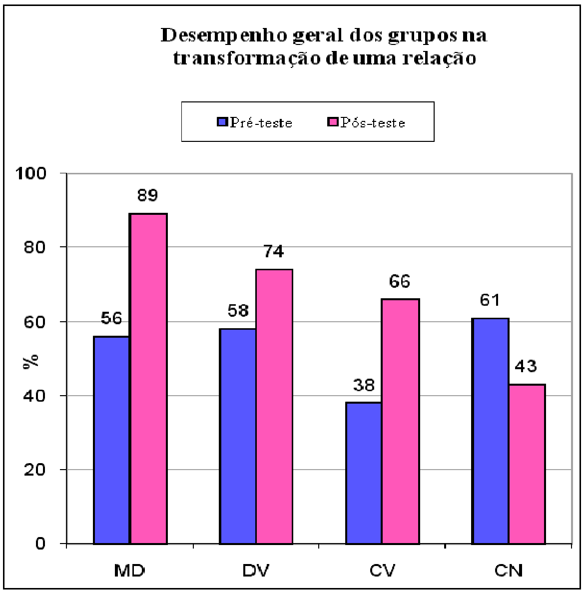


Figura 5.1.6. Desempenho geral dos grupos na categoria transformação de uma relação.

Contudo, o CV apresenta crescimento satisfatório do pré para o pós-teste, junto com o MD e o DV.

Outra informação que pode ser extraída da Figura 5.1.6 diz respeito ao crescimento em pontos percentuais dos grupos do pré para o pós-teste nessa situação. Pela primeira vez, o crescimento de um grupo de controle supera um dos grupos experimentais na média de acertos do pré para o pós-teste. Observa-se que MD cresce 33 pontos percentuais, DV 16, enquanto CV cresce 28 pontos percentuais.

Constata-se que o crescimento no desempenho médio dos estudantes dos grupos MD e CV foi significativo, segundo o teste de McNemar (p = 0,012 para MD e p = 0,021 para CV). Além disso, quando se compara o crescimento do CV em relação ao crescimento do MD, não se observa diferença significativa ($\chi^2_{(1)}$ = 0, 218 p = 0, 640). Estes resultados apontam que, pela primeira vez, o CV teve um crescimento no seu desempenho tão bom quanto o MD. Os dados da observação feita nas aulas do CV não oferecem subsídios para explicar o porquê de tal crescimento.

O bom desempenho dos grupos (exceto o CV) já no pré-teste parece ser explicado pela estrutura da própria situação: o objeto é o dinheiro e a situação envolve uma negociação de débito e pagamento. A convivência com os estudantes revelou que eles são confrontados, quase diariamente, com situações dessa natureza, visto que muitos trabalham vendendo doces pelas ruas da cidade ou frutas na feira, o que indica que a maior parte dos estudantes tem um convívio quase diário com esse tipo de situação. Isto, porém, não parece ser válido para o grupo CV.

Cabe ressaltar que os resultados apresentados por Guimarães (2005) e Santos (2006), a partir de estudos realizados em regiões distintas do Brasil, mostram que a categoria TR, em geral, não é trabalhada nos livros didáticos normalmente adotados por professores.

Por fim, posso afirmar que o quadro comparativo do desempenho dos grupos na categoria TR aponta resultados positivos do pré para o pós-teste do MD, do DV e do CV. Na sequência, analiso o desempenho dos grupos na categoria composição de várias transformações.

5.1.2.5 Análise comparativa do desempenho dos grupos na categoria composição de várias transformações

A Figura 5.1.7 traz o desempenho geral dos grupos na categoria composição de várias transformações – (CT) no pré e pós-teste. Observa-se que, mesmo no pós-teste, os grupos ressaltam percentuais de acerto inferiores aos obtidos no desempenho geral (Figura 5.1.2).

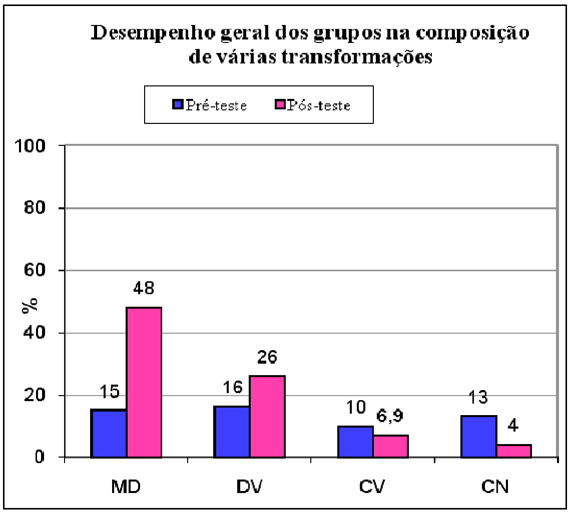


Figura 5.1.7. Desempenho geral dos grupos na categoria composição de várias transformações.

São os menores percentuais de acerto registrados nos testes. Estes resultados já eram esperados, por causa da complexidade da situação apresentada. Resultados similares foram encontrados por Guimarães (2009); a autora afirma que, nesta categoria, os estudantes apresentaram maior dificuldade.

Ressalvo que, mesmo após a intervenção com os grupos experimentais, os estudantes permanecem com dificuldades para compreender os conceitos envolvidos na situação, como: sucessivas transformações positivas e negativas, composição de várias transformações, transformações com ausência de estado inicial e final. Posso afirmar que, das cinco categorias trabalhadas nos encontros de intervenção, CT foi a que apresentou maiores dificuldades de compreensão. Por diversas vezes eles afirmaram: -"TIA, NÃO ESTOU ENTENDENDO COMO FAZER ESSE"[52]. Vergnaud (1982) comparou o desempenho de estudantes em situações

[52] Afirmações feitas de forma oral pelos estudantes dos grupos experimentais, tendo sido as falas registradas nas gravações realizadas ao longo dos encontros com os grupos.

de transformação e de composição de duas transformações – com relação ternária – e obteve resultados com baixos percentuais de acerto para a última categoria.

Vale ressaltar que, assim como a categoria TR, a categoria CT foi abordada em uma única situação, ou seja, a média de acertos apresentada na Figura 5.1.7 é relativa ao desempenho nessa situação.

Os grupos de controle tiveram menor desempenho no pós-teste, e os experimentais melhoraram o desempenho. MD obteve 48% no desempenho do pós-teste, mas apesar de ficar com os acertos abaixo de 50%, o crescimento do pré para o pós é significativo (com o teste de McNemar p = 0, 004).

Por fim, o quadro comparativo do desempenho dos grupos na categoria CT indica os mais baixos desempenhos por categoria. Há apenas crescimento nos grupos experimentais, e esses são positivos, mas insatisfatórios. Contudo, o MD tem um crescimento estatisticamente significativo, o que parece apontar para uma pequena superação na influência do uso do material didático quando comparado com o material representacional utilizado. Na sequência, apresento uma síntese da análise quantitativa feita até aqui.

5.1.2.6 Síntese da análise comparativa do desempenho dos grupos: geral e por categoria

Na análise geral do desempenho dos grupos, nota-se que os experimentais crescem significativamente do pré para o pós-teste, ao passo que os grupos de controle permanecem em patamares similares aos do pré-teste.

Ao analisar o desempenho dos grupos levando em consideração as situações-problema agrupadas por categoria, é possível constatar que, nas categorias principais (composição, transformação e comparação), os grupos seguem a mesma tendência de comportamento apresentada no desempenho geral, com os grupos experimentais crescendo significativamente do pré para o pós-teste e os grupos de controle se mantendo em patamares similares aos do pré-teste.

Dentre os grupos de controle, embora não seja significativa, há uma tendência de queda nas médias percentuais de acerto dos estudantes, sendo essa tendência mais acentuada no grupo CN. Vale ressaltar que essa queda não acontece nos grupos experimentais.

Nas duas situações-problema, TR e CT, os grupos experimentais crescem, porém MD apresenta crescimento estatisticamente significativo, o que não acontece com DV. Estes resultados indicam uma superação do uso do material didático em detrimento do uso dos diagramas de Vergnaud nas duas categorias envolvidas.

Embora os grupos experimentais cresçam, os grupos de controle apresentam uma forte tendência a decrescimento nessas duas categorias, sendo que CV cresce significativamente na categoria TR e decresce na categoria CT, enquanto CN decresce em ambas as categorias.

A análise do quadro geral de desempenho dos grupos possibilita concluir que uma intervenção de ensino baseada na classificação dada na Teoria dos Campos Conceituais, voltada para as situações-problema aditivas, melhora o desempenho dos estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental. Esse desempenho supera o dos estudantes que tiveram uma intervenção de ensino baseada em métodos “convencionais” de ensino, sem o suporte dessa Teoria.

A utilização dos diferentes suportes didáticos parece interferir, de forma a diferenciar a expansão do Campo Conceitual Aditivo dos estudantes nas categorias de situações-problema TR e CT. De modo que, nas categorias principais, o desempenho dos grupos que trabalharam com os diferentes suportes didáticos são similares, enquanto nessas categorias de situações há uma pequena superação na influência do uso do material didático quando comparado com o material representacional utilizado.

Diante destes resultados surgem outros questionamentos, como: O desempenho do pré para o pós-teste dos grupos experimentais também é superior ao dos de controle quando se analisa os resultados com as situações-problema agrupadas por extensão? Quando as situações-problema são agrupadas por categoria, os grupos experimentais apresentam certa regularidade no desempenho com crescimento positivo do pré para o pós-teste; esse crescimento se confirma quando se analisa os desempenhos agrupando as situações pelas extensões? A análise que será feita em seguida busca responder a este tipo de questão.

5.1.3 Análise do desempenho dos grupos por extensão

Nesta seção procederei a comparação, tendo por objetivo analisar a existência de possíveis diferenças no desempenho dos grupos, segundo a classificação das situações-problema, considerando as extensões. Assim, observarei o desempenho dos quatro grupos, a partir das extensões. Esta análise comparativa dos grupos dar-se-á em duas partes: protótipos e extensões (1ª, 2ª, 3ª e 4ª).

5.1.3.1 Análise do desempenho dos grupos nas situações-problema protótipo

Nas situações-problema protótipo busca-se o valor total da composição ou o valor final da transformação. Assim, neste tipo de situação o estudante é levado a buscar o valor de um todo ou de uma condição final ao estabelecer uma relação entre objetos: dinheiro, grupos, conjuntos, dentre outras coisas.

A Figura 5.1.8 apresenta o desempenho geral dos grupos nas quatro situações-problema protótipo nos pré e pós-testes.

O gráfico ressalta um alto percentual de acertos para todos os grupos em ambos os testes, sendo todos superiores aos obtidos nos desempenhos gerais (Figura 5.1.2).

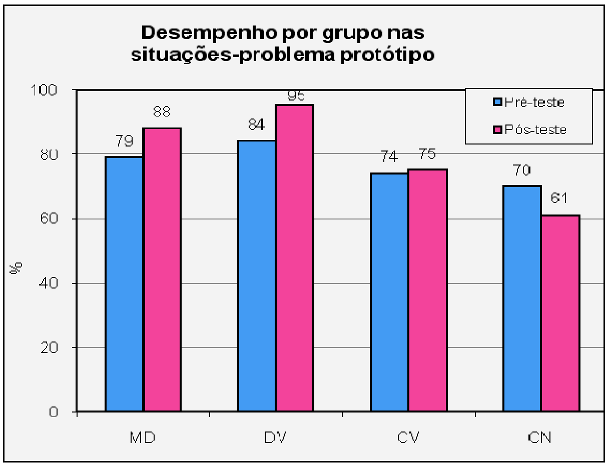


Figura 5.1.8. Desempenho geral dos grupos nas situações-problema protótipo.

De fato, os grupos apresentaram percentuais de acerto a partir de 70% já no pré-teste, e o crescimento, que ocorreu apenas nos dois grupos experimentais, foi pequeno, o que pode ser justificado pelo chamado "efeito de teto". Os comportamentos dos grupos de controle são similares aos já vistos anteriormente, com o CV apresentando levíssimo crescimento e o CN decrescendo, numa clara evidência de que o trabalho das professoras pouco, ou nada, contribuiu para a expansão desse campo conceitual, mesmo em situações-problema com estruturas simples.

Os bons resultados no pré-teste já eram esperados, pois ao se observar as situações-problema pelas extensões, os protótipos são os de menor complexidade. Além disso, segundo Magina et al. (2001), essas são as situações em que as crianças têm maior contato em sua vida diária, mesmo antes de frequentar a escola. Como foi colocado no Capítulo I, para Vergnaud (1982) o domínio de um conceito ocorre por meio da *experiência*, *maturação* e *aprendizagem*. Pelas afirmações de Magina et al. (Ibid.), e pelas colocações de Vergnaud (Ibid.), a experiência parece ser o principal fator de influência no desempenho das situações-problema protótipo.

Resultados similares aos detectados nesta pesquisa já foram encontrados por Magina et al. (Ibid.) e por Santana et al. (2008), quando analisaram o desempenho de estudantes em situações-problema de composição ou de transformação protótipo.

Em suma, o desempenho dos grupos, nas quatro situações-problema protótipo, foi satisfatório. Embora pequeno, os grupos experimentais apresentaram crescimento do pré para o pós-teste, enquanto os grupos de controle tiveram estagnação e decrescimento. A seguir analiso o desempenho dos grupos nas situações-problema das demais extensões.

5.1.3.2 Análise do desempenho dos grupos nas situações-problema por extensão

A Figura 5.1.9 traz o desempenho geral dos grupos nas situações-problema por extensão. As médias referem-se às respectivas quantidades de situações em cada uma das extensões: quatro de 1ª extensão; duas de 2ª extensão; quatro de 3ª extensão; e quatro de 4ª extensão.

Os gráficos da Figura 5.1.9 ressaltam patamares muito próximos nas médias percentuais de acerto dos quatro grupos no pré-teste.

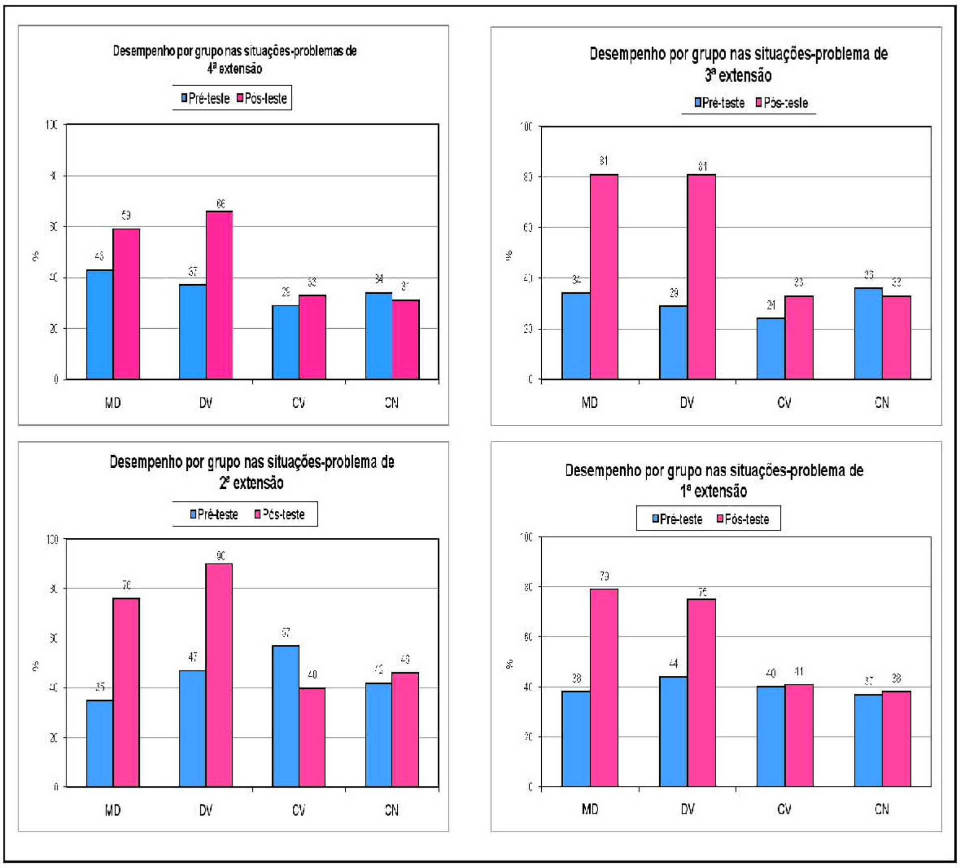


Figura 5.1.9. Desempenho geral dos grupos nas situações-problema por extensão.

Os gráficos mostram que, no pré-teste, os percentuais de acerto dos quatro grupos não chegaram a 60% em nenhuma das extensões. No que se refere aos grupos experimentais, foi na 3ª extensão que eles obtiveram seus mais baixos percentuais de acerto nesse teste.

Tais resultados já eram esperados, visto que pesquisas com estudantes da mesma realidade já haviam detectado resultados similares, contudo as situações-problema não foram agrupadas, como no presente estudo. Maiores detalhes podem ser encontrados em Campos et al. (2007) e Santana et al. (2008). Já Magina et al. (2001) encontraram percentuais de acerto um pouco mais elevados com estudantes de uma outra realidade.

No pós-teste, os grupos experimentais elevaram suas médias percentuais de acerto quando comparados com eles próprios e com os de controle, sendo que esses últimos apresentaram certa estagnação, ou, até, pequenas quedas.

Nos grupos experimentais o crescimento nas quatro extensões, detectado do pré para o pós-teste, foi estatisticamente significativo. A Tabela 5.1.3 traz o resultado do teste t-student comprovando a afirmativa.

Tabela 5.1.3. Resultado do teste t-student aplicado ao crescimento do pré para o pós-teste dos grupos experimentais nas situações-problema por extensão

Grupo	Extensão			
	1ª	2ª	3ª	4ª
MD	$t(26) = 5{,}860$ $p < 0{,}0001$	$t(26) = 5{,}385$ $p < 0{,}0001$	$t(26) = 9{,}972$ $p < 0{,}0001$	$t(26) = 2{,}360$ $p = 0{,}013$
DV	$t(18) = 4{,}440$ $p = 0{,}0002$	$t(18) = 6{,}096$ $p < 0{,}0001$	$t(18) = 7{,}748$ $p < 0{,}0001$	$t(18) = 3{,}755$ $p = 0{,}0007$

Em contraposição, os crescimentos nos desempenhos apresentados pelos grupos de controle não foram estatisticamente significativos. Essa diferença entre os resultados por extensão permite-me classificar, de um lado, os grupos experimentais apresentando crescimento significativo, e, de outro, os grupos de controle apresentando estagnação. Vale ressaltar que não houve diferença entre grupos experimentais quando comparados seus crescimentos em cada uma das extensões, uma vez que ambos cresceram em patamares muito próximos. Já o comportamento apresentado pelos grupos de controle foram distintos, exceto na 1ª extensão. Eles oscilaram entre crescimento e decrescimento, com diferenças muitas vezes significativas. A Tabela 5.1.4, que contém o resultado do teste estatístico Tukey, oferece detalhes sobre esses comportamentos, considerando os grupos e as extensões.

Tabela 5.1.4. Valores médios da diferença, em função dos grupos e das extensões

Grupos*	Extensões**			
	1ª	2ª	3ª	4ª
MD	40,74 a A	40,74 a A	46,29 a A	16,64 b AB
DV	31,58 b A	42,10 ab A	53,95 a A	28,95 b A
CV	0,86 a B	-17,24 b C	8,62 a B	3,45 a BC
CN	1,09 a B	4,35 a B	-3,26 a C	-2,18 a C

* Médias seguidas de mesma letra **maiúscula** na **coluna** não diferem entre si pelo teste Tukey, com um nível nominal de significância de 5%.

** Médias seguidas de mesma letra **minúscula** na **linha** não diferem entre si pelo teste Tukey com um nível nominal de significância de 5%.

Com o intuito de facilitar a leitura da Tabela 5.1.4, apresento a Figura 5.1.10, que contém dois gráficos de linha com os valores médios da diferença entre o pré e o pós-teste. O primeiro gráfico mostra, dentro de cada extensão, as diferenças percentuais de desempenho dos grupos.

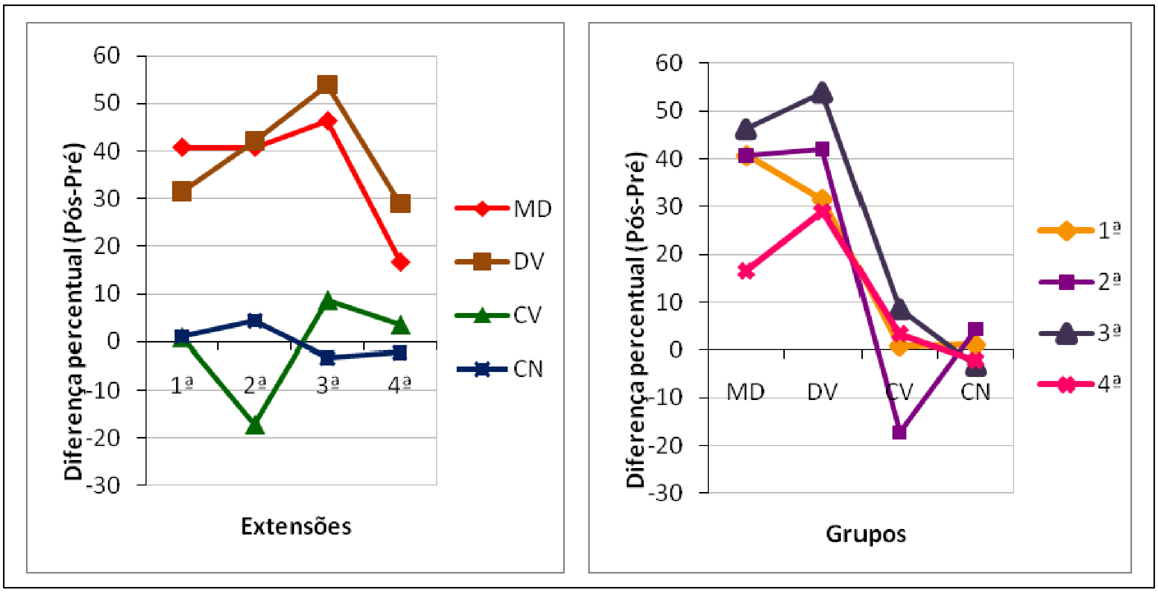


Figura 5.1.10. Desempenho geral dos grupos nas situações-problema por extensão.

No gráfico da esquerda, nota-se que os quatro grupos se dividem claramente em dois, com os experimentais ocupando a parte superior do gráfico e os de controle estagnados próximo ao eixo de crescimento zero. Esse gráfico ainda mostra que os experimentais tiveram comportamento próximo no que diz respeito a seu crescimento, já que a extensão em que apresentaram menor crescimento foi a 4ª, e a 3ª foi a de maior crescimento. O grupo CV também apresentou maior crescimento nesta última extensão.

O gráfico da direita comprova a diferença percentual de desempenho dentro de cada grupo por extensão. Enquanto os grupos experimentais cresceram acima de 15 pontos percentuais, os de controle ficaram abaixo de 10 pontos.

Observa-se que, do ponto de vista estatístico, o crescimento dos grupos experimentais não difere em nenhuma das extensões, embora o percentual de crescimento do DV na 4ª extensão tenha sido claramente maior que o do MD.

Já entre os grupos de controle o crescimento não difere estatisticamente nem na 1ª nem na 4ª extensão. Nas 2ª e 3ª extensões há uma inversão, enquanto um grupo cresce, o outro decresce. Aliás, o CN teve decrescimento nas 3ª e 4ª extensões.

Em resumo, é possível perceber que, do pré para o pós-teste, há um crescimento significativo dos grupos experimentais e certa estagnação dos grupos de controle. Além disso, o crescimento dos experimentais independeu do material didático utilizado. Em outras palavras, os grupos experimentais apresentaram crescimento significativo na 1ª, 2ª, 3ª e 4ª extensões, e quando comparados entre si, não apresentam diferença significativa entre seus crescimentos. No que se refere às médias finais alcançadas por esses grupos nas situações-problema de 4ª extensão, estas foram as que apresentaram menor crescimento. Tal resultado indica que, embora a intervenção de ensino tenha destinado para esta extensão o mesmo tempo de trabalho destinado às outras três primeiras, este foi pouco para o trabalho com a 4ª extensão.

A partir desses resultados, refletimos sobre a necessidade de se planejar as atividades para trabalhar os conceitos do Campo Aditivo com atenção especial para as dificuldades inerentes a cada extensão, dedicando maior tempo àquelas mais complexas. Nessa reflexão é preciso também não esquecer que a série e a faixa etária são fatores importantes a serem levados em consideração.

A seguir faço uma síntese da análise feita com as situações-problema agrupadas por extensão.

5.1.3.3 Síntese da análise comparativa do desempenho dos grupos nas situações-problema agrupadas por extensão

A análise do desempenho dos grupos nas situações-problema agrupadas por extensão traz, mais uma vez, indícios de que uma intervenção de ensino baseada na classificação dada na Teoria dos Campos Conceituais para situações-problema aditivas, seja ela por meio da utilização de material representacional ou material manipulativo, melhora o desempenho dos estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental. Assim, pode-se afirmar que, considerando a categoria ou a extensão, este desempenho independe dos suportes didáticos utilizados.

De fato, o desempenho do pré para o pós-teste com as situações-problema agrupadas por extensão difere dos grupos experimentais para os de controle. Nos experimentais, há crescimento positivo em todas as extensões, com destaque para a 3ª extensão que foi a que apresentou o maior crescimento. Nos grupos de controle, os percentuais praticamente se mantiveram ou decresceram.

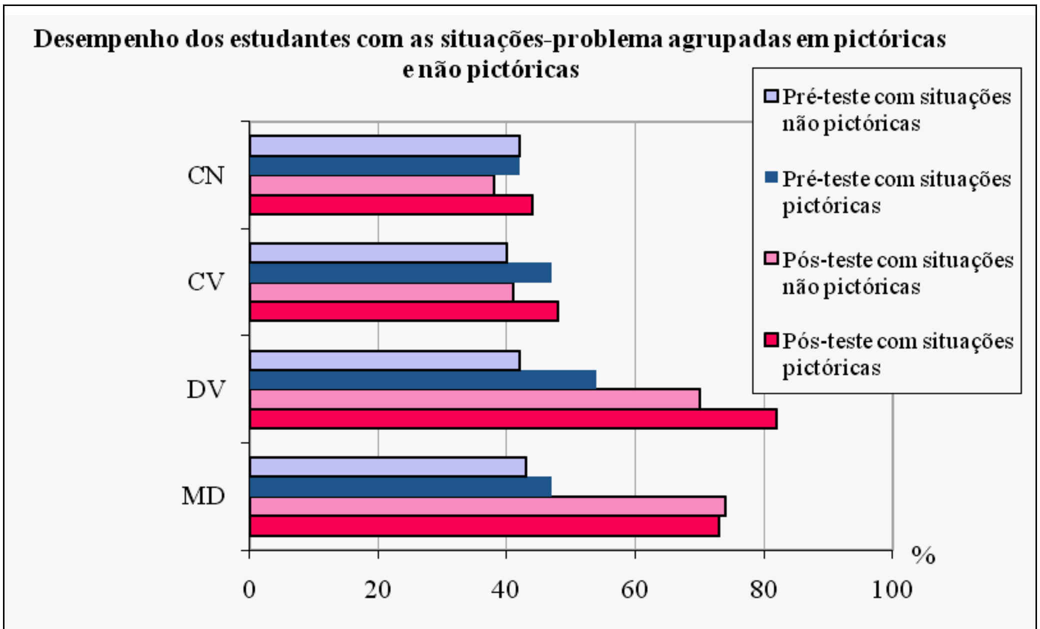
Estes resultados revelam que do pré para o pós-teste há certa estabilidade no comportamento apresentado pelos grupos de controle, e, em contrapartida, certa regularidade no crescimento apresentado pelos grupos experimentais. Isto me permite atribuir tais comportamentos à intervenção de ensino no estudo, já que os números apresentam uma estreita relação entre o desempenho dos grupos do teste inicial para o final e a participação, ou não, na intervenção.

Alguns questionamentos precisam ser feitos, como: A presença, ou não, da variável pictórica influencia o desempenho dos grupos de modo a modificar o quadro apresentado até aqui? A análise a seguir busca responder questões deste tipo.

5.1.4 Análise comparativa dos quatro grupos, considerando o efeito (ou não) da variável pictórica sobre o desempenho dos estudantes

Nesta seção analisarei a influência da variável pictórica no desempenho dos estudantes. Tenho como objetivo principal, analisar comparativamente o desempenho dos grupos nas situações-problema que têm a presença da variável pictórica com o dos que não têm.

Para realizar tal análise considero o desempenho dos estudantes dos quatro grupos no pré e no pós-teste. Desta forma, as situações-problema foram agrupadas em dois conjuntos: pictóricas e não pictóricas. Das 20 situações-problema que estão sendo consideradas, 9 são pictóricas e 11 são não pictóricas. A Figura 5.1.11 apresenta o gráfico construído com as médias de acerto de cada grupo em cada teste.



	MD	DV	CV	CN
Pré-teste com situações não pictóricas	43	42	40	42
Pré-teste com situações pictóricas	47	54	47	42
Pós-teste com situações não pictóricas	74	70	41	38
Pós-teste com situações pictóricas	73	82	48	44

Figura 5.1.11. Desempenho geral dos grupos nas situações-problema agrupadas em pictóricas e não pictóricas.

No pré-teste, exceto no grupo CN, a diferença entre situações-problema pictóricas e não pictóricas apresenta leve superioridade no acerto das situações pictóricas, porém essa superioridade não é significativa. Já no pós-teste a diferença é mantida para os grupos DV e CV, sendo que em DV chega a ser significativa ($F_{(1, 36)} = 5{,}896$; $p = 0{,}020$).

Os resultados parecem mostrar que as situações-problema pictóricas facilitam a compreensão da maior parte dos estudantes. Uma possível explicação para tal relação é que as situações-problema pictóricas contêm registros de representação que podem auxiliar na compreensão da situação. Martins e Lima (2008) afirmam que as crianças resolvem mais facilmente situações-problema de composição quando a situação apresenta o uso da linguagem natural com desenhos. Os autores, porém, trabalharam apenas com essa categoria.

Ao observar os grupos, levando em consideração o tipo de intervenção aplicada, como nas análises anteriores, os experimentais apresentam melhor desempenho no pós-teste quando comparados com os de controle, seja em situações pictóricas ou não.

Dentre os experimentais, o DV é aquele que já mostra influência inicial positiva nas situações pictóricas e esta influência se mantém até o final. Já o MD, que apresentou certa influência positiva nas situações pictóricas, deixa de tê-la no final. Interpreto tais resultados como consequência do fato de ter trabalhado durante toda a intervenção de ensino com diagramas, que também é uma linguagem figural. Isto parece ter contribuído para os estudantes do DV lidarem melhor com situações pictóricas.

Dentre os grupos de controle, CV mantém no pós-teste a diferença percentual que teve no pré-teste, a favor das situações-problema pictóricas. A partir das observações que fiz desse grupo em sala de aula, posso afirmar que a professora não trabalhou com essa variável durante as aulas. Além disso, as situações-problema do livro didático traziam apenas ilustrações da situação colocada, não tendo necessidade, o estudante, de utilizá-las para a resolução. Santos (2006, p. 31), quando analisou o mesmo livro didático em seu estudo, afirmou que “[...] o autor utiliza-se de uma vasta linguagem visual, no qual os problemas são apresentados de forma atraente e desafiadora. As ilustrações não fornecem informações ao aluno." Tal comentário vem ao encontro do que acabo de afirmar.

Em resumo, os grupos tendem a apresentar melhor desempenho nas situações-problema que têm a presença da variável pictórica. Assim como na análise das categorias e das extensões, os grupos experimentais têm crescimento significativo do pré para o pós-teste, tanto quando há presença da variável pictórica como na sua ausência, independendo do suporte didático utilizado. Esse crescimento, porém, foi maior no grupo DV, que apresentou influência significativa das situações pictóricas no pós-teste, o que lhe rendeu um desempenho ainda melhor nessas situações do que em situações onde este suporte não lhe era oferecido. Já os grupos de controle apresentaram certa estagnação.

Na seção a seguir faço uma síntese geral da análise quantitativa, para então poder adentrar na análise qualitativa.

5.1.5 Síntese da análise quantitativa do desempenho dos grupos

A análise quantitativa feita a partir dos instrumentos diagnósticos (pré e pós-testes) dos quatro grupos revela, num quadro comparativo geral, que, no pré-teste, os grupos saem de percentuais de acerto muito próximos, contudo, após a intervenção de ensino, segundo os percentuais de acerto no pós-teste, os quatro grupos se subdividem em dois grandes grupos: os que crescem significativamente; e os que ficam estagnados. Não por acaso estes grupos que crescem são os experimentais.

Ao agrupar as situações-problema segundo as categorias, observa-se que nas categorias principais os grupos saem, no pré-teste, de percentuais de acerto muito próximos, e no pós-teste, os experimentais, novamente, crescem significativamente, enquanto os de controle ficam estagnados. Quanto às duas outras categorias (TR e CT), os comportamentos sofrem alguma modificação. Na categoria TR há crescimento nos grupos experimentais e ainda no CV. Já na categoria CT, apenas os experimentais crescem e esse crescimento não é grande em se tratando do DV.

Com as situações-problema agrupadas conforme as extensões, observa-se que todos os grupos obtêm seus melhores desempenhos nos protótipos e isso acontece já no pré-teste. Nas demais extensões, os grupos partem no pré-teste de percentuais de acerto dentro de um mesmo patamar, e no pós-teste os experimentais crescem significativamente mais, tanto na consideração intra-grupo, quanto na comparação com os grupos de controle. Esses últimos ficam estagnados.

Agrupando as situações-problema segundo a presença ou não da variável pictórica, observa-se que nos dois testes há certa tendência dos grupos de terem melhor desempenho nas situações pictóricas. Mesmo assim, no pós-teste os grupos experimentais crescem significativamente em ambas as situações, e os de controle ficam estagnados. Apenas o DV apresenta comportamento significativamente mais favorável nas situações pictóricas, o que acontece no pós-teste.

Finalmente, é possível concluir que são confirmados, ao longo da análise quantitativa, os indícios iniciais sobre a influência positiva que uma intervenção de ensino baseada na classificação dada na Teoria dos Campos Conceituais para as situações-problema aditivas tem no desempenho dos estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental. Isto se confirma independentemente dos suportes didáticos utilizados. O mesmo já não se pode afirmar a partir dos grupos de controle, os quais tiveram aulas "convencionais" com suas professoras.

A utilização de uma sequência baseada na Teoria dos Campos Conceituais, com a intervenção de ensino que busca a compreensão das relações matemáticas e psicológicas que estruturam as situações-problema, mostrou elevar positivamente o desempenho desses estudantes.

Então, fica clara a necessidade de uma atenção especial para o trabalho com os conceitos do Campo Aditivo. Defendo a idéia de que para se obter melhor desempenho por parte do estudante, é preciso confrontá-lo com situações-problema que busquem o domínio desse Campo, atentando-se tanto para as categorias quanto para as extensões. Proponho que, uma vez certificado que o estudante já apresenta certo domínio dos conceitos envolvidos nas situações-problema protótipo, de composição e de transformação, é preciso avançar no ensino das demais extensões e categorias.

Por fim, vale ressaltar que, a partir da experiência obtida no presente estudo, é possível afirmar que o domínio dos conceitos do Campo Aditivo não ocorre plenamente na 3ª série e, possivelmente, também não irá ocorrer na 4ª série. De fato, levará tempo para que ocorra plenamente o referido domínio, o que vem corroborar com as afirmações feitas por Vergnaud (1982, 1984, 1988a, 1988b, 1990, 1991, 1994, 1996, 1997, 1998) sobre o longo período de tempo necessário para que o estudante domine um dado Campo Conceitual.

Tendo concluído a parte quantitativa da análise, passarei a realizar a análise qualitativa dos dados.

5.2 ANÁLISE QUALITATIVA

Os resultados da análise quantitativa não deixaram dúvidas sobre a influência positiva que a intervenção de ensino teve nos desempenhos dos estudantes dos grupos experimentais. Tal efeito fica ainda mais evidente quando comparados os resultados desses grupos com os dos grupos de controle. Uma análise quantitativa, porém, não permite examinar os esquemas de resolução dos estudantes, bem como as principais dificuldades e impasses para a resolução, seja isto nos testes ou nas atividades da intervenção. Para que possamos compreender estes trâmites inerentes ao processo de aprendizagem, é preciso proceder uma minuciosa análise qualitativa. Neste momento, esclareço que meu alvo de estudo são os estudantes dos grupos experimentais, aqueles que participaram da intervenção planejada, aqueles, ainda, que realmente apresentaram aumentos significativos de sucesso nas resoluções das situações-problema de um teste para outro. Isto significa que a condução da presente análise toma como base apenas os grupos experimentais MD (material didático) e os DV (diagrama de Vergnaud).

Desse modo, tracei como objetivo principal para a análise qualitativa observar e revelar erros cometidos pelos estudantes ao resolverem as situações-problema aditivas, bem como desvendar uma possível ligação dos erros com as categorias e extensões dessas situações. Além disso, pretendo identificar esquemas de resolução utilizados pelos estudantes.

Buscando alcançar este objetivo, dividi a presente análise em três fases. Na primeira, analiso as resoluções apresentadas pelos estudantes nos instrumentos diagnósticos (pré e pós-teste). Na segunda fase, centro nas resoluções das atividades realizadas durante o processo de intervenção de ensino, de maneira especial naquelas que foram levadas pelos estudantes para ser respondidas em casa. E na terceira, faço uma análise dos instrumentos diagnósticos, bem como das atividades de casa, na tentativa de elucidar os esquemas de resolução mais utilizados e, ainda, procuro identificar possíveis conceitos-em-ação e teoremas-em-ação.

5.2.1 Análise dos instrumentos diagnósticos

A classificação dos erros, utilizada para realizar a presente análise, emergiu da correção das resoluções dadas pelos estudantes. Dessa forma, fiz dois tipos de abordagens: uma para os instrumentos diagnósticos (pré e pós-testes) dos grupos e as atividades de casa do grupo MD; e uma para as atividades de casa do grupo DV. Embora reconhecendo que as situações-problema tenham sido as mesmas para os dois grupos, estou considerando que a utilização de diferentes suportes didáticos (material didático e diagramas de Vergnaud) pode ter conduzido os estudantes a utilizar estratégias de resolução que diferem de um grupo para outro, e, dessa forma, podem variar os procedimentos de erro durante o processo de intervenção.

Para facilitar a leitura, as classificações serão apresentadas a medida que a análise for se processando. Na próxima seção apresento a classificação e a respectiva análise dos erros que emergiram da correção dos instrumentos diagnósticos.

5.2.1.1 Análise dos erros detectados nos instrumentos diagnósticos

Três tipos de erro principais foram revelados pela análise dos esquemas usados pelos estudantes na resolução das situações-problema dos instrumentos diagnósticos – erro *inconsistente*, erro no *cálculo numérico* e erro no *cálculo relacional*. Uma quarta classificação foi denominada de *em branco*, colocada para a ausência de resolução, quando não foi detectado nenhum tipo de registro. A Tabela 5.2.1 apresenta a quantificação dos referidos tipos de erro segundo cada grupo por teste.

Tabela 5.2.1. Quantidade de erros no pré e no pós-teste por tipo e grupo

Grupo	Inconsistente		Cálculo Numérico		Cálculo Relacional		Em branco	
	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós
MD	39	14	44	15	186	101	24	1
DV	19	1	30	10	117	73	36	1
Total	58	**15**	74	**25**	303	**174**	60	**2**

Ao se observar a tabela, nota-se que no total os dois grupos diminuíram consideravelmente a incidência de todos os tipos de erro no pós-teste. A seguir descrevo e analiso os erros *inconsistentes*.

1. **Erro *inconsistente*** – foram classificados como erros *inconsistentes* os procedimentos[53] nos quais não foi possível fazer inferências baseadas em evidências (sobre o que estava registrado). Em alguns casos, levantarei hipóteses, mas tendo a consciência de que elas são apenas possibilidades. As resoluções foram classificadas neste tipo de erro quando o estudante utilizou números que "aparentemente" não faziam parte da situação, sendo que, em alguns casos, usou o número de ordem da situação-problema apresentada. Também houve casos em que o estudante chegava a fazer algum rabisco (riscos ou bolinhas) que não tinha, "aparentemente", qualquer relação com sua resposta, ou, ainda, sem apresentar qualquer resposta numérica para a situação, restringindo-se apenas aos rabiscos. Esses procedimentos impossibilitaram uma análise plausível das relações estabelecidas pelo estudante.

[53] Procedimento será usado aqui como execução dos esquemas de resolução utilizados pelos estudantes.

A Figura 5.2.1 apresenta um exemplo que ilustra a variável de análise erro *inconsistente*. Refere-se à solução dada pelo estudante Mai[54], do grupo MD, à situação 2 do pré-teste (transformação de 4ª extensão).

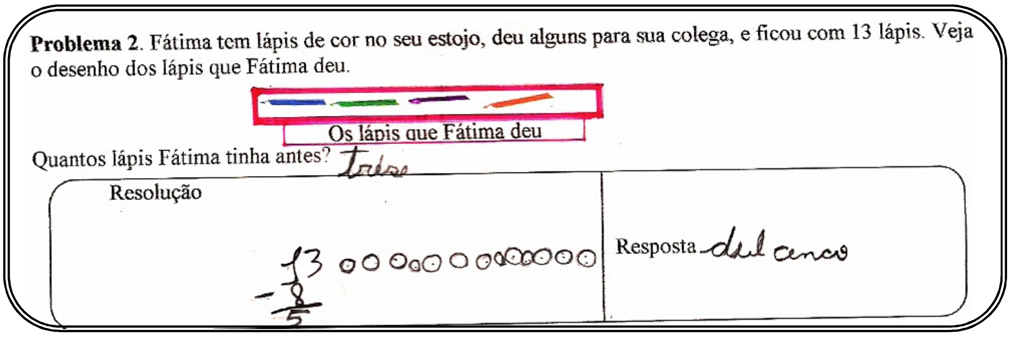


Figura 5.2.1. Exemplo de erro *inconsistente*, cometido por Mai na situação 2 do pré-teste.

Nesta resolução, Mai arma uma conta de subtração com o valor 8 no subtraendo, e este valor "aparentemente" não faz parte do enunciado. Todavia, Mai opera corretamente e coloca a diferença encontrada como resposta à situação-problema. Não há como fazer qualquer afirmação sobre o raciocínio utilizado por Mai para esquematizar a sua resolução, pois a operação de subtração, juntamente com a utilização do número 8, não fazem parte das resoluções institucionalizadas para a situação apresentada. Tampouco a resposta oferecida por Mai para a situação-problema está correta. Uma possibilidade quanto a Mai ter utilizado o número 8, é pensar que ela pode ter associado a palavra "estojo" à quantidade mais comumente vendida numa caixa de lápis de cor (12 unidades), fazendo a subtração dessa quantidade (12), da quantidade pictórica da situação- problema (os 4 lápis que Fátima deu para sua colega). Porém, isto é apenas uma dentre muitas possibilidades; é uma hipótese minha, a de que Mai trouxe para a situação-problema apresentada um dado de sua realidade, totalmente extra-situação. Portanto, por não ter como interpretar procedimentos como o de Mai, minha opção foi classificá-los como *inconsistentes*.

Considerando os dois grupos, um ponto relevante é que esse tipo de erro aparece em mais de 2/3 do pré (58 repetições) para o pós-teste (15 repetições).

[54] A fim de preservar o anonimato dos sujeitos de pesquisa, todos os nomes citados nesta análise são fictícios. Criei nomes formados apenas por até quatro letras.

Observando a Tabela 5.2.1, nota-se que o grupo DV foi o que apresentou maior queda nesse tipo de erro.

Ao analisar esse tipo de erro com relação às situações-problema apresentadas aos estudantes e, ainda, levando em consideração tanto os testes (pré e pós) quanto os grupos (MD e DV), notei que a maior incidência de respostas inconsistentes no pré-teste foi na situação-problema 12 (composição de 1ª extensão pictórica). No total foram 11 respostas desse tipo para esta situação, sendo 8 do grupo MD e 3 do grupo DV. É importante relembrar a diferença no número de sujeitos de cada grupo. Assim, estou falando de 8 dos 27estudantes no MD, e de 3 dos 19 no DV. No pós-teste essa incidência se dilui, não mais havendo uma situação-problema concentrando um acentuado número de erros *inconsistentes*.

Uma possível interpretação para o desempenho dos estudantes na situação-problema 12 do pré-teste é a possibilidade do estudante ter relacionado esta situação com a realidade vivida por ele, pois a banana é uma fruta muita vendida na feira livre da cidade. Assim, é possível que os estudantes tenham pensado no preço que esta fruta costuma ser comercializada no dia a dia. A Figura 5.2.2 traz um exemplo de resposta desse tipo dada pelo estudante Eri na situação 12.

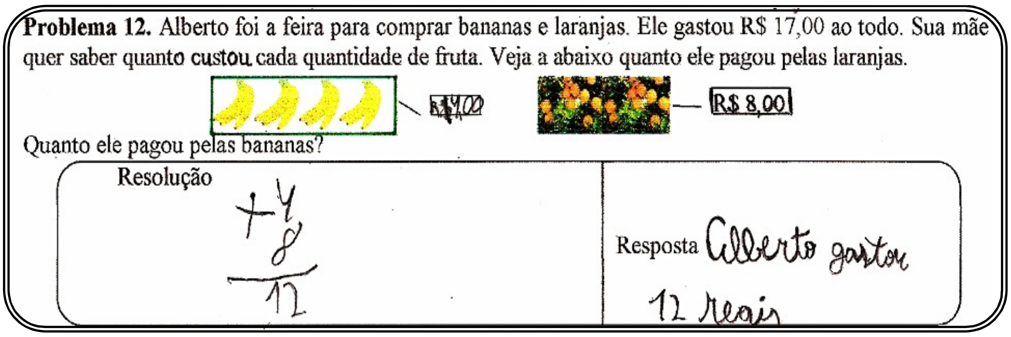


Figura 5.2.2. Exemplo de erro *inconsistente*, cometido por Eri na situação 12 do pré-teste.

Observe que, na resolução, Eri faz a operação de adição com as parcelas 4 e 8, e coloca a resposta “Alberto gastou 12 reais”; além disso, escreve R$4,00 na etiqueta do preço das bananas. De fato, em algumas respostas os estudantes registraram o valor de quatro reais e na figura havia o desenho de quatro pencas de banana, sendo possível imaginar o preço de um real por penca, que é um preço médio encontrado na feira livre. Todavia, tal como aconteceu na resposta dada por Mai, essa interpretação é uma entre muitas possibilidades; é uma hipótese, a de supor que os estudantes trouxeram dados de sua realidade para a resolução da situação apresentada. Portanto, a opção foi classificá-las como *inconsistentes*.

A acentuada queda na incidência deste tipo de erro no pós-teste parece indicar que a intervenção de ensino contribuiu para que os estudantes conseguissem registrar de forma mais coerente seus esquemas de resolução para as situações apresentadas. Na sequência, observo o erro no *cálculo numérico*.

2. **Erro no *cálculo numérico*** – foram classificados erros relacionados ao *cálculo numérico*, aqueles em que o estudante: não fez a contagem corretamente, armou a conta incorretamente, ou errou ao efetuar o algoritmo da operação por ele selecionada.

A primeira coisa que salta aos olhos na análise desse tipo de erro foi a sua queda vertiginosa do pré para o pós-teste nos dois grupos (MD e DV), e essa queda representa uma redução aproximada de 2/3 dos erros cometidos inicialmente, como aponta a Tabela 5.2.1. Para discutir esses erros, irei subdividi-los em três tipos: *contagem*, *armar conta* e *efetuar conta*.Vejamos as observações e análises de cada um:

Erro na *contagem*: quando o estudante demonstrou ter contado incorretamente as quantidades contidas na(s) figura(s) da situação- problema. Este procedimento foi pouco frequente entre os estudantes, porém, tal como aconteceu na classificação geral do erro de *cálculo numérico*, aqui também ele diminuiu no pós-teste (4 no pré e 2 no pós-teste). A Figura 5.2.3 apresenta a ilustração de um procedimento desse tipo, feito pela estudante Una, do grupo MD, na situação-problema 5 (comparação de 2ª extensão, pictórica) do pós-teste.

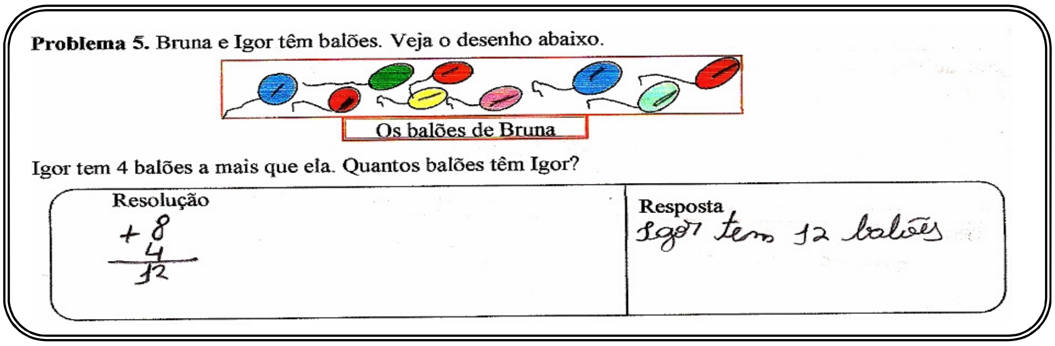
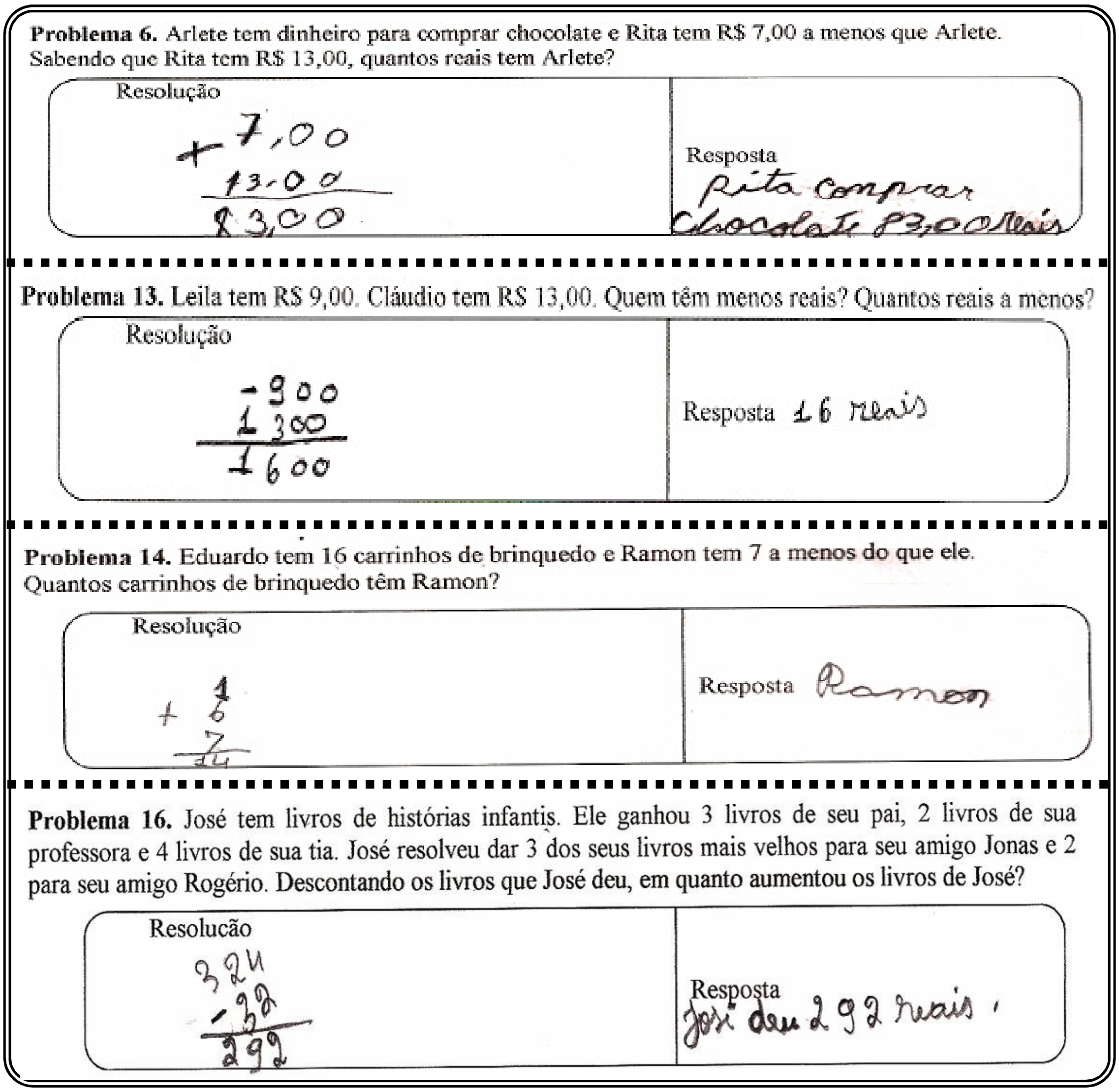


Figura 5.2.3. Exemplo da variável erro na *contagem*, cometido por Una na situação 5 do pós-teste.

Na resolução, Una arma uma operação de adição com os números 8 e 4, e responde: "*Igor tem 12 balões*". Há uma indicação de que Una realizou a contagem porque há uma marca precisa em oito dos balões. Porém, o balão verde escuro não foi marcado, o que me leva a pensar que Una não o contou. Além disso, Una coloca 8 numa das parcelas da conta armada por ela, ao invés de colocar 9, que seria a quantidade correta. Isto me levou a levantar a suposição de que o erro de Una foi na *contagem*, portanto, classificado como erro no *cálculo numérico*.

Erro ao *armar conta*: quando a conta foi armada de forma incorreta, por exemplo, colocou o valor da unidade na ordem das dezenas. Dos três procedimentos de erro classificados dentro do *cálculo numérico*, o que me chamou mais atenção foi o erro ao *armar a conta*, pois não é esperado que estudantes de 3ª série ainda apresentem dificuldades em armar uma simples conta de adição ou subtração; que não conheçam as trocas do sistema de numeração decimal, por exemplo, 10 unidades é igual a uma dezena. Esse tipo de erro aconteceu 21 vezes no pré-teste (16 no grupo MD e 5 no DV). É importante esclarecer que alguns estudantes repetiram esse erro ao longo desse teste, portanto, 21 vezes não significa que estes erros foram cometidos por 21 estudantes.

Após a intervenção, esse procedimento apresenta uma queda considerável em suas repetições, ocorrendo apenas 4 vezes (2 em cada grupo). A Figura 5.2.4 traz exemplo das quatro formas de procedimento dos erros efetivados ao armar a conta.



Problema 6. Arlete tem dinheiro para comprar chocolate e Rita tem R$ 7,00 a menos que Arlete. Sabendo que Rita tem R$ 13,00, quantos reais tem Arlete?

Resolução

+7,00
13,00
83,00

Resposta Rita comprar Chocolate 83,00 reais

Problema 13. Leila tem R$ 9,00. Cláudio tem R$ 13,00. Quem têm menos reais? Quantos reais a menos?

Resolução

-900
1300
1600

Resposta 16 reais

Problema 14. Eduardo tem 16 carrinhos de brinquedo e Ramon tem 7 a menos do que ele. Quantos carrinhos de brinquedo têm Ramon?

Resolução

+ 4
6
7
14

Resposta Ramon

Problema 16. José tem livros de histórias infantis. Ele ganhou 3 livros de seu pai, 2 livros de sua professora e 4 livros de sua tia. José resolveu dar 3 dos seus livros mais velhos para seu amigo Jonas e 2 para seu amigo Rogério. Descontando os livros que José deu, em quanto aumentou os livros de José?

Resolução

324
-32
292

Resposta José deu 292 reais.

Figura 5.2.4. Exemplos de procedimentos com erro no *cálculo numérico*, observados no registro ao *armar a conta*.

Os exemplos apresentados na Figura 5.2.4 referem-se a procedimentos registrados no pré-teste. Vejamos as especificações de cada um deles:

– Com a situação-problema 6 – comparação de 4ª extensão – ilustro o erro em que a ordem da unidade e da dezena são confundidas. Veja que o estudante Ueri escolheu e efetuou corretamente a operação, contudo registrou 7 unidades como sendo 7 dezenas. Se fossem 7 dezenas (R$70,00) a resposta apresentada por Ueri estaria correta, mas por não conseguir armar a conta corretamente ele errou a resposta colocando: *"Rita comprar chocolate 83,00 reais"*. No pré-teste, tal procedimento foi igualmente realizado por quatro estudantes do MD e por apenas um do

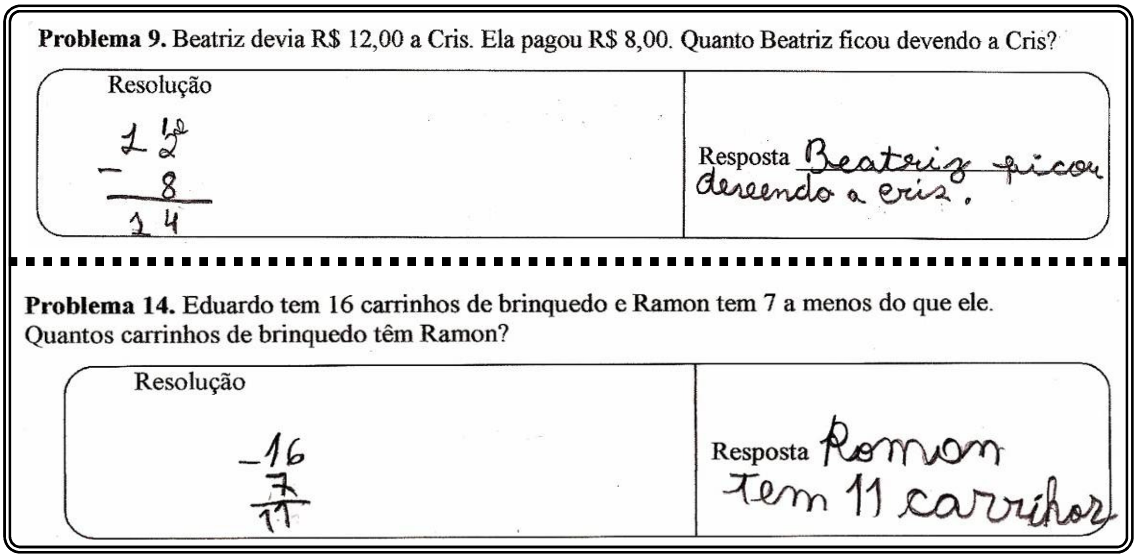
DV. Contudo, após a intervenção de ensino, os estudantes não mais realizaram esse tipo de procedimento.

- A situação 13 – comparação de 3ª extensão – elucida o procedimento em que o estudante troca o minuendo pelo subtraendo. A estudante Pam colocou 9,00 no minuendo, 13,00 no subtraendo e efetuou a operação como se 9,00 fosse maior que 13,00. No pré-teste esse tipo de procedimento foi feito por cinco estudantes do grupo MD, não tendo sido feito por nenhum do DV. Após a intervenção, esse procedimento desaparece no MD, mas dois estudantes do DV o registram no pós-teste.
- A situação-problema 14 – comparação de 2ª extensão – mostra o procedimento em que todos os algarismos dos números são colocados como unidade. O registro foi feito pelo estudante Uri. Ao armar a conta “16 + 7”, Uri trata os algarismos como se fossem apenas unidades (1 + 6 + 7). Dois estudantes do grupo MD cometeram esse tipo de erro, todavia, após a intervenção de ensino com o uso do material didático, eles não mais registraram tal procedimento. Já no grupo DV esse tipo de procedimento não foi observado, seja no pré, seja no pós-teste.
- A resolução da situação 16 – composição de várias transformações – mostra o procedimento em que o estudante dispõe as unidades de tal forma que as transformou em dezena ou centena. Bete, como ilustra o exemplo, armou uma única operação, na qual colocou os números referentes às transformações positivas (3, 2 e 4, formando o número 324) no minuendo, e no subtraendo os números referentes às transformações negativas (3 e 2, formando 32). Outros estudantes fizeram da mesma forma que Bete, o que me levou a interpretar que eles sabiam que as transformações negativas precisavam ser retiradas das positivas, contudo não sabiam expressar essa compreensão por meio dos algoritmos. Este procedimento foi registrado apenas na situação 16, sendo observado 5 vezes no pré-teste e duas no pós-teste do grupo MD. No grupo DV um estudante registra este tipo de erro, mas apenas no pré-teste.

<u>Erro ao *efetuar a conta*</u>: quando a conta foi armada de forma correta, mas o estudante não conseguiu efetuar o algoritmo corretamente. Dos três procedimentos classificados como erro no *cálculo numérico* (na *contagem*, no *armar*, ou no *efetuar* a conta) o mais recorrente nos dois testes foi o de *efetuar a conta*. Considerando os dois grupos (MD e DV), foram 45 incidências desse tipo de erro no pré-teste (22 no MD e 23 no DV).

Após a intervenção de ensino, os estudantes diminuíram consideravelmente a repetição desse tipo de procedimento, passando a ser 19 incidências (11 no MD e 8 no DV).

A Figura 5.2.5 mostra exemplos de dois registros com erro no procedimento ao *efetuar a conta*; estes ocorreram com mais incidência no pré-teste e praticamente deixaram de ser registrados no pós-teste.


Problema 9. Beatriz devia R$ 12,00 a Cris. Ela pagou R$ 8,00. Quanto Beatriz ficou devendo a Cris?

Resolução

12
− 8
14

Resposta Beatriz ficou devendo a cris.

Problema 14. Eduardo tem 16 carrinhos de brinquedo e Ramon tem 7 a menos do que ele. Quantos carrinhos de brinquedo têm Ramon?

Resolução

−16
7
11

Resposta Ramon tem 11 carrinhos

Figura 5.2.5. Exemplos de procedimentos com erro no *cálculo numérico*, observado no registro ao *efetuar a conta*.

Vejamos as especificações dos exemplos apresentados na Figura 5.2.5:

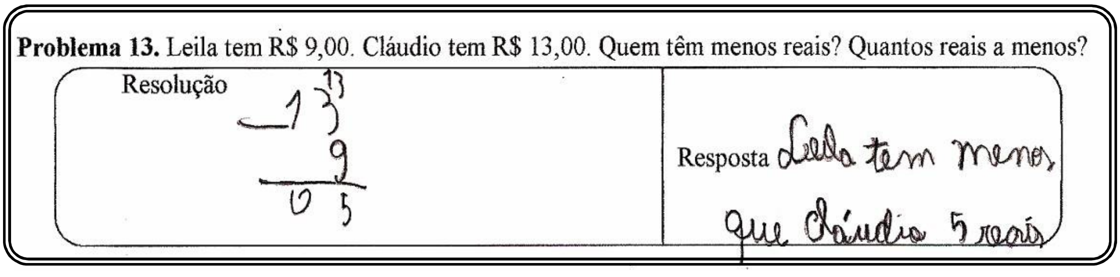
– Com a situação-problema 9 – transformação de uma relação estática – ilustro o procedimento em que a dezena é transformada em unidade e continua sendo contada na ordem da dezena. O exemplo é da resolução registrada pela estudante Ine. Observe que ela registrou o número 12 em cima das duas unidades, efetuou corretamente a operação na ordem das unidades registrando quatro unidades na diferença, contudo repetiu o valor um na ordem da dezena, deixando de considerar que já havia feito a "troca" dessa dezena por 10 unidades. Ine não colocou o valor numérico encontrado (14) na resposta, apenas escreveu: *"Beatriz ficou devendo a Cris"*.

No pré-teste foram registrados seis procedimentos similares ao desenvolvido por Ine; já no pós-teste tal procedimento foi registrado uma única vez.

– Com a situação-problema 14 – comparação de 2ª extensão – mostra o procedimento em que parte da subtração é feita do subtraendo para o minuendo. O registro foi feito pelo estudante Noe. Observe que ele fez 7-6 e em seguida 1-0, depois colocou como resposta "Roman tem 11 carinhos". As afirmativas sobre o esquema mobilizado pelo estudante para a resolução decorrem da experiência em sala de aula durante a intervenção, pois esse foi o esquema expressado por Noe e também por outros estudantes, quando questionados a respeito dos procedimentos registrados em atividades similares.

No pré-teste foram registrados 18 procedimentos similares ao registrado por Noe. Contudo, no pós-teste esse tipo de procedimento foi registrado apenas uma única vez.

A seguir, na Figura 5.2.6, apresento um exemplo do procedimento no qual os estudantes erraram por adicionar ou subtrair com diferença de algumas unidades. Tal procedimento ocorreu com frequência em ambos os testes.



Problema 13. Leila tem R$ 9,00. Cláudio tem R$ 13,00. Quem têm menos reais? Quantos reais a menos?

Resolução

13
− 9
05

Resposta Leila tem menos que Cláudio 5 reais

Figura 5.2.6. Exemplo de erro ao *efetuar a conta* com erro no resultado por algumas unidades.

– Com a situação 13 – comparação de 3ª extensão – ilustro o procedimento no qual aparentemente o estudante errou por uma diferença de algumas unidades, seja na adição ou na subtração. O exemplo é da resolução registrada pelo estudante Eri, que armou a operação de subtração, colocou 13 em cima das três unidades buscando indicar a troca da dezena por unidades, colocou 05 no resto e depois elaborou ao lado a resposta: “Leila tem menos que Cláudio 5 reais”. Observe que ele estabeleceu as relações de forma correta. Parece possível afirmar que a única dificuldade encontrada por Eri foi ao efetuar a operação de subtração.

No pré-teste, esse tipo de procedimento foi registrado 17 vezes, e no pós-teste, 13 vezes. Este foi o tipo de registro mais persistente com erro no procedimento ao *efetuar a conta*.

Os resultados apresentados e as observações feitas ao longo do processo de intervenção me trouxeram surpresa em relação ao desempenho de estudantes da 3ª série no que diz respeito ao algoritmo da adição e da subtração, bem como no manuseio básico das propriedades inerentes ao sistema de numeração decimal. O alto índice de registros que trazem erros no *cálculo numérico* confirma e comprova a existência de dificuldades que não deveriam ser peculiares a estudantes desse nível escolar.

Apesar de minha surpresa, estes resultados vêm corroborar os resultados apontados por Santana e Cazorla (2005), nos quais professores afirmam que durante as séries iniciais trabalham enfaticamente com as operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão). Contudo, as autoras indicam que ao final da 4ª série os estudantes ainda chegam com grandes dificuldades para resolver tais operações. Comparando as afirmativas colocadas pelas autoras com os resultados aqui encontrados, temos ainda um agravante: os números aqui trabalhados, bem como as suas somas em cada situação, não ultrapassam duas dezenas, ou seja, não abordamos nem a ordem das centenas. Os estudantes envolvidos no presente estudo apresentavam dificuldades que posso classificar como mínimas diante do que se espera de um estudante de 3ª série.

A minha maior surpresa refere-se ao fato de a escola não estar conseguindo sanar tais dificuldades, pois é esperado que estudantes desse nível de escolaridade não apresentem tamanhas dificuldades.

Finalmente, posso concluir que os erros no *cálculo numérico* são mais incidentes ao efetuar a operação (tanto no pré quanto no pós-teste) e ocorrem de forma mais constante nas resoluções das situações-problema de comparação. Esta relação parece estar atrelada à complexidade peculiar dessa categoria. De um modo geral, era esperado que ocorresse uma queda mais acentuada no MD, visto que este grupo contou com o apoio constante do material manipulativo para a realização das operações ao longo de toda a intervenção, todavia isto não ocorreu, e deixou questionamentos em relação ao "mito" criado em relação ao uso do material manipulativo.

Chega a ser consenso no meio educacional que material manipulativo auxilia o estudante a se apropriar dos algoritmos das operações, porém este estudo mostra que não precisa ser necessariamente um material manipulativo, pois o material representacional fez o mesmo papel e trouxe resultado similar. O uso do material manipulativo e o uso do material representacional parecem se equivaler dentro das condições e da realidade trabalhada. Em Santana (2008), apresento parte dos resultados do estudo que se refere ao piloto desta tese, nele aponto para o mesmo caminho, pois não existiram diferenças significativas no desempenho das duas turmas envolvidas no estudo; além disso, os dois tipos de material utilizado trouxeram vantagens na criação de significados para as crianças. Na sequência, observo o erro no *cálculo relacional*.

3. **Erro no *cálculo relacional*** – nesta variável foram classificados os procedimentos que se referem às "operações do pensamento" voltadas para a Estrutura Aditiva. Eles estão diretamente relacionados à formação e ao desenvolvimento dos conceitos que pertencem a essa estrutura e, por isso, o porquê de analisá-los detalhadamente. Tais procedimentos foram elucidados a partir dos esquemas utilizados pelos estudantes em suas resoluções. Foi possível identificar seis diferentes procedimentos errôneos adotados, a saber: uso da *operação inversa*; uso do *"cálculo mental"*; desconsideração de *números por*

extenso; *tratamento da comparação como composição*; *resolução pela metade*; *repetição do enunciado*.

Dentre os tipos de erro classificados (*inconsistente*, *cálculo numérico*, *cálculo relacional* e *em branco*) o *cálculo relacional* foi o mais frequente. No total, foram 303 repetições no pré-teste (186 no grupo MD e 117 no DV) e 174 no pós-teste (101 no grupo MD e 73 no DV). A Tabela 5.2.2, a seguir, apresenta a quantificação dos erros no *cálculo relacional,* separando-os por grupo, pelos procedimentos e por teste.

Tabela 5.2.2. Quantidade de erros no *cálculo relacional* no pré e pós-teste, por grupo

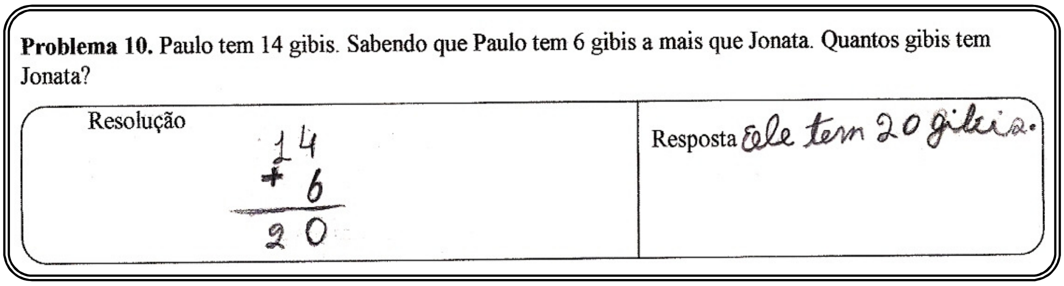
Erro / Grupo	*Cálculo Relacional*: procedimentos	Pré	Pós
MD	uso *operação inversa*	129	79
	uso *"cálculo mental"*	20	5
	desconsideração do *nº por extenso*	10	0
	comparação como composição	6	1
	resolução pela metade	12	10
	repetição do enunciado	9	6
	Total	186	101
DV	uso *operação inversa*	74	56
	uso *"cálculo mental"*	2	0
	desconsidera *nº por extenso*	0	0
	comparação como composição	3	0
	resolução pela metade	21	16
	repetição do enunciado	17	1
	Total	117	73

A Tabela 5.2.2 mostra uma queda no número de erros do tipo *cálculo relacional* de pouco mais que 1/3, em ambos os grupos, do pré para o pós-teste, números que revelam uma queda tímida quando comparada com a queda apresentada nos demais tipos de erro. Na sequência, serão descritas e analisadas as seis subdivisões para o erro no *cálculo relacional*:

<u>Uso da *operação inversa:*</u> quando foi feita a troca da adição pela subtração ou vice-versa. Este procedimento foi, de longe, o mais frequente nos dois testes (pré e pós) e nos dois grupos, o que equivale a afirmar que, de todos os procedimentos, este foi o mais observado nos testes.

A primeira informação que precisa ser fornecida é que esse tipo de procedimento foi registrado, em sua quase totalidade, nas situações-problema em que havia incongruência entre a operação a ser utilizada e uma ou mais palavras contidas no seu enunciado. Isto aconteceu em seis situações-problema (2, 6, 7b, 8, 10 e 18), e mais, três delas (6, 8 e 10) eram de comparação de 4ª extensão. Assim, vemos dois fatores de grande relevância – a influência da "palavra-dica" e a complexidade da situação – contribuindo para a existência e persistência de um procedimento errôneo.

A Figura 5.2.7 traz um exemplo com a resposta registrada pela estudante Gal na situação-problema 10, que é de comparação de 4ª extensão.


Problema 10. Paulo tem 14 gibis. Sabendo que Paulo tem 6 gibis a mais que Jonata. Quantos gibis tem Jonata?

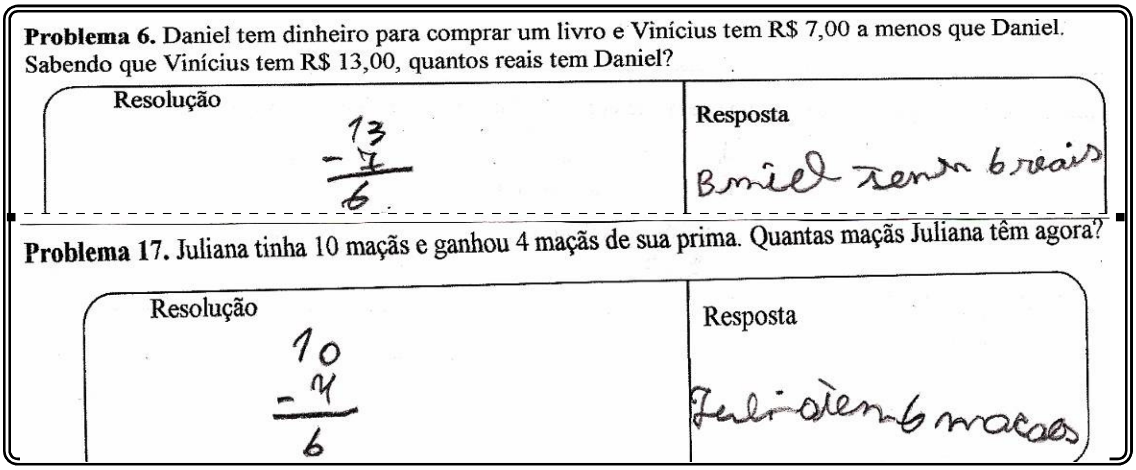
Resolução	Resposta
$14 + 6 = 20$	Ele tem 20 gibis.

Figura 5.2.7. Exemplo da variável erro no *cálculo relacional* no uso da *operação inversa*, cometido por Gal na situação 10.

É pertinente observar que, na situação 10, existe incongruência entre a expressão "*a mais*" e a operação a ser realizada na resolução – subtração. Na resolução, Gal, ao invés de subtrair seis gibis que Paulo tem a mais que Jonata, ela adicionou. É possível que Gal não tenha compreendido que Jonata tem seis gibis a menos que Paulo. Essa compreensão pode ter sido influenciada pela expressão "*a mais*", levando Gal a adicionar 14 com 6, respondendo "Ele tem 20 gibis." Estas são apenas suposições sobre os reais pensamentos empregados por Gal. A maior parte dos estudantes que erraram (20 de 32 no pré e 15 de 17 no pós) teve o mesmo procedimento que Gal na situação-problema 10, mostrando ser esta uma tendência geral de dificuldade para este tipo de situação.

Pelas observações feitas, um comportamento que despertou atenção foi a queda na taxa de acertos do pré para o pós-teste nas situações-problema 6 e 17 no grupo MD. O aumento dos erros, em ambas as situações, ocorreu pela escolha da *operação inversa*. No pré-teste foram 5 repetições desse tipo de erro

(4 na situação 6, e 1 na 17), e no pós-teste foram 18 (14 na situação 6, e 4 na 17). Assim, as taxas de acertos dessas duas situações caem consideravelmente após a intervenção. Vejamos as resoluções do estudante Mar para as duas situações no pós-teste, apresentadas na Figura 5.2.8.


Problema 6. Daniel tem dinheiro para comprar um livro e Vinícius tem R$ 7,00 a menos que Daniel. Sabendo que Vinícius tem R$ 13,00, quantos reais tem Daniel?

Resolução	Resposta
13 − 7 = 6	Bniel tem 6 reais

Problema 17. Juliana tinha 10 maçãs e ganhou 4 maçãs de sua prima. Quantas maçãs Juliana têm agora?

Resolução	Resposta
10 − 4 = 6	Juli tem 6 macas

Figura 5.2.8. Exemplo da variável erro no *cálculo relacional* no uso da *operação inversa*, observado o registro do estudante Mar nas situações 6 e 17 do pós-teste.

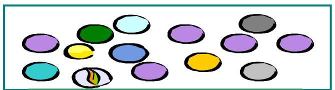
No pré-teste, o estudante Mar repetiu este tipo de procedimento (operação inversa) oito vezes, porém resolveu corretamente as situações 6 e 17. No pós-teste, ele acertou as outras oito situações que havia errado no pré, mas errou as duas colocadas acima (e que havia acertado no pré). Observe que, além do algoritmo da subtração, Mar não realizou qualquer outro tipo de registro na resolução (o mesmo aconteceu no pré-teste), o que dificulta o levantamento de inferências sobre os esquemas utilizados pelo estudante. Contudo, na situação 6, que é uma comparação de 4ª extensão, a colocação da expressão "a menos", no enunciado, pode ter influenciado na escolha da operação de subtração. Observe que "a menos" indica a relação entre Daniel (referente) e Vinícius (referido), mas a operação que deve ser feita é a inversa da relação estabelecida entre referente e referido, a adição. Na situação 17, que é uma transformação protótipo, não é possível fazer inferências.

Finalmente, posso afirmar que, no pós-teste, houve uma queda na repetição do procedimento com uso da *operação inversa*; e os estudantes que usaram este procedimento repetiram-no de maneira menos constante ao longo do pós-teste, quando comparado com o pré-teste. Embora possa fazer tais afirmações, é preciso deixar evidente que este procedimento mostrou-se persistente nas situações que apresentaram incongruência entre uma palavra do enunciado e a operação a ser realizada, e de maneira corrente nas situações de comparação de 4ª extensão. Dessa forma, parece possível inferir que é preciso um trabalho mais específico no sentido de se buscar sanar este tipo de dificuldade dos estudantes. A seguir, as observações sobre os procedimentos envolvendo uso do *"cálculo mental"*.

<u>Uso do *"cálculo mental":*</u> foram classificados, nessa variável, os procedimentos em que o estudante aparentemente usou o "cálculo mental" para encontrar o resultado correto da situação-problema e, de posse desse valor, fez uma outra operação (agora registrada no papel) utilizando-se desse valor e de mais algum número do enunciado, obtendo um novo resultado, o qual passou a ser a resposta à situação-problema.

A Tabela 5.2.2 mostra que esse tipo de procedimento foi observado 22 vezes no pré-teste (20 no grupo MD, e 2 no DV), diminuindo para 5 vezes no pós-teste (todos no grupo MD). Ele ocorreu de forma mais recorrente nas situações-problema pictóricas (situação 2, que é uma transformação de 4ª extensão; situação 5, que é uma comparação de 2ª extensão; e situação 8, que é uma comparação de 4ª extensão). Estas situações têm em comum a apresentação de uma determinada quantidade com a representação figural, sendo que a situação-problema 2 é uma relação dinâmica e nas demais situações trata-se de uma medida. O Quadro 5.2.1 mostra as três situações.

Quadro 5.2.1. Situações-problema pictóricas nas quais foi registrada a maior incidência de erros no *"cálculo mental"*

Situação-problema 2	**Situação-problema 5**	**Situação-problema 8**
Fátima tem lápis de cor no seu estojo, deu alguns para sua colega, e ficou com 13 lápis. Veja o desenho dos lápis que Fátima deu.  Os lápis que Fátima deu Quantos lápis Fátima tinha antes?	Carmem e Regis têm bombons. Veja o desenho abaixo.  Os bombons de Carmem. Regis tem 4 bombons a mais que ela. Quantos bombons têm Regis?	Artur e Everton participaram de um jogo de gudes. No final do jogo, Artur ficou com as gudes que estão desenhadas abaixo.  As gudes que ficaram com Artur. Sabendo que Artur tem 6 gudes a mais que Everton. Com quantas gudes ficou Everton?

Observe que as representações pictóricas seguem uma mesma estrutura. Isto me levou a levantar uma suposição: a de que os estudantes, diante desta forma de apresentação da situação, tendem a fazer as relações "mentalmente" e para formalizar um algoritmo na resolução usam o valor encontrado com o *"cálculo mental"*, incorrendo no erro.

A Figura 5.2.9 traz a resolução registrada no pré-teste da estudante Fane na situação-problema 8.

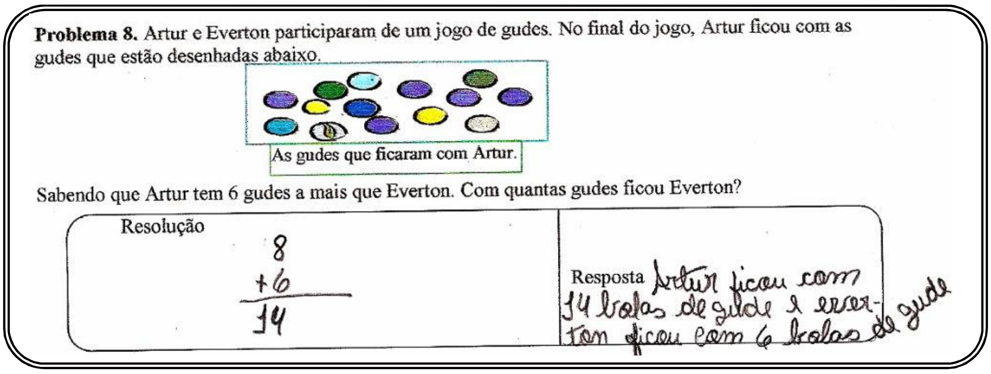


Figura 5.2.9. Exemplo do erro no uso do *"cálculo mental"*.

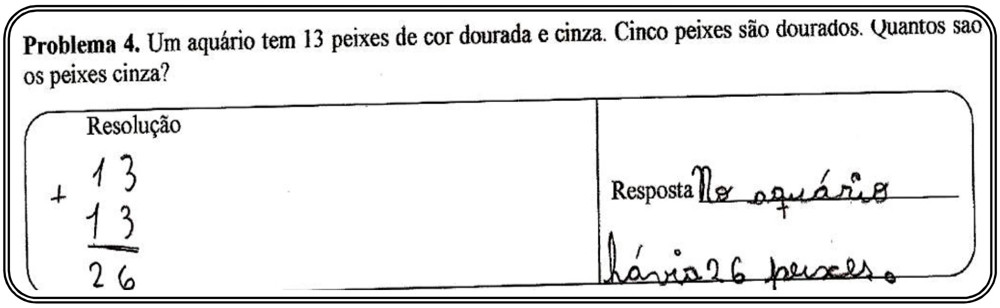
A estudante Fane coloca na resolução uma adição com as parcelas 8 e 6. A primeira parcela é a quantidade de gudes de Everton, que é a resposta à pergunta, e a segunda parcela (6) é a quantidade de gudes que Artur tem a mais que ele. Observe que Fane não fez nenhum outro registro que permita identificar como encontrou o valor 8, o que me fez supor que a estudante utilizou o *"cálculo mental"* para encontrar o valor 8. Parece possível inferir que os estudantes não conseguiram interpretar corretamente o que foi pedido, assim, não compreenderam que o valor encontrado "mentalmente" é a resposta da situação, recorrendo a um novo tipo de cálculo buscando a resposta para a situação.

A intervenção de ensino parece ter contribuído de forma positiva para sanar este tipo de dificuldade, pois os estudantes do grupo DV não mais registraram este tipo de erro, e no grupo MD ele se repetiu apenas 5 vezes. A seguir, as observações sobre os erros quando parecem ter sido desconsiderados os *números por extenso*.

Desconsideração de números por extenso: foram classificados os procedimentos nos quais os estudantes operaram apenas com os números da situação-problema que estavam em forma de algarismos, sendo que, em problemas pictóricos, não fizeram a contagem de objetos, necessária para a resolução.

Pela Tabela 5.2.2, este procedimento ocorreu 10 vezes no pré-teste do grupo MD. Vale ressaltar que ocorreu em quatro situações-problema (2, 4, 5 e 8) do teste, sendo três situações-problema pictóricas (2, 5 e 8) e uma não pictórica, e foi exatamente nas situações que apresentam dois tipos diferentes de registro para os números que representavam as quantidades. Vejamos: com algarismo e figuras (situação 2, 5 e 8), com algarismo e por extenso (situação 4), o que me levou a levantar uma suposição: a de que os estudantes tinham dificuldades para lidar com dois tipos de registro que representavam as quantidades numa mesma situação.

A Figura 5.2.10 apresenta a resolução registrada pelo estudante Igo na situação-problema 4 (composição de 1ª extensão), a que teve a maior repetição (4) deste tipo de procedimento na resolução.


Problema 4. Um aquário tem 13 peixes de cor dourada e cinza. Cinco peixes são dourados. Quantos sao os peixes cinza?

Resolução

$$\begin{array}{r} 13 \\ +\ 13 \\ \hline 26 \end{array}$$

Resposta No aquário hária 26 peixes.

Figura 5.2.10. Exemplo do erro ao *desconsiderar o número por extenso*, cometido por Igo, na situação 4 do pré-teste.

Observe que Igo faz uma adição colocando 13 nas parcelas; ele não considera o número cinco que foi colocado por extenso. Diante disso, surge outra suposição que pode explicar este tipo de erro: os estudantes parece que buscaram apenas as quantidades expressas com algarismos para esquematizar a resolução.

A falta de registro deste tipo de erro no pós-teste dos grupos nos permite inferir que a intervenção de ensino ajudou de forma positiva para que os estudantes não mais registrassem este erro. A seguir, as observações sobre os erros registrados no *tratamento da comparação como composição*.

<u>*Tratamento da comparação como composição:*</u> foram classificados os procedimentos nos quais os estudantes deixam de comparar as quantidades para compor um todo. Pela Tabela 5.2.2, observa-se que este erro ocorreu 9 vezes no pré-teste (6 no grupo MD, e 3 no DV) e apenas uma vez no pós-teste do grupo MD.

A maior incidência (8) deste tipo de procedimento foi na situação-problema 5, que é comparação de 2ª extensão. Os estudantes apresentaram exatamente o mesmo esquema de resolução. A Figura 5.2.11 traz como exemplo a resolução feita pela estudante Tati em seu pré-teste.

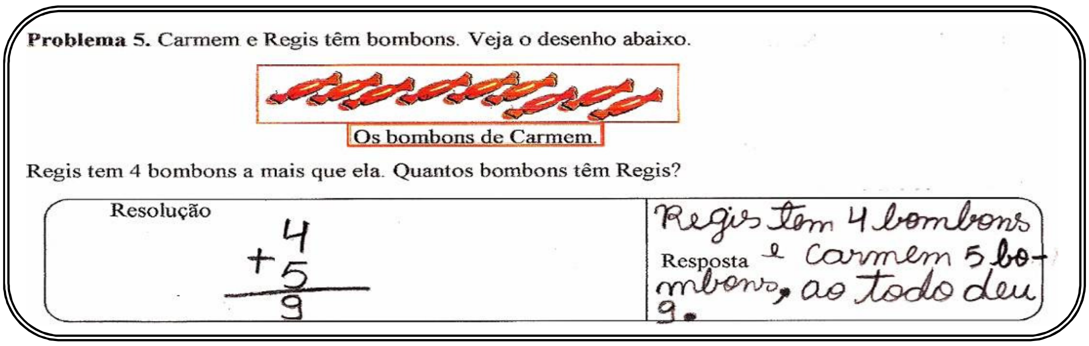


Figura 5.2.11. Exemplo do erro no *cálculo relacional* no *tratamento da comparação como composição*, cometido por Tati na situação 5.

O esquema de resolução apresentado na Figura 5.2.11 foi o mesmo em 9 testes (8 no pré, e 1 no pós). Observe que Tati registrou na resolução uma adição com as parcelas 4 e 5, e o total 9, e enfatiza, em sua resposta, a necessidade da existência de duas partes, uma para Regis e outra para Carmem, e um todo no qual junta as partes: "Regis tem 4 bombons e Carmem 5 bombons, ao todo deu 9.". Mesmo fazendo o mesmo algoritmo, os estudantes chegaram a diferir na resposta final para a situação, sendo que parte escreveu do mesmo jeito que Tati e parte colocou "Regis tem 9". Como a colocação da situação inicia afirmando que Carmem e Regis têm bombons, os estudantes podem ter deixado de considerar que os bombons do desenho são apenas de Carmem e, além disso, não consideraram a expressão “a mais que ela”; dessa forma, consideraram que Regis tem 4 bombons e que o desenho ilustra os bombons de Carmem e Regis juntos, ou seja, Regis tem 4 e Carmem tem 5 para formar um todo que é de 9 bombons. Como a tendência é colocar a resposta da operação realizada, colocaram 9 para Regis, respondendo à pergunta feita na situação. Todavia, estas são apenas suposições sobre os pensamentos dos estudantes. Vale ressaltar que, de acordo com os resultados do pré-teste, o raciocínio de composição protótipo era o que se encontrava mais desenvolvido nos estudantes, o que talvez tenha impulsionado a aplicação de um esquema de composição para resolver a situação quando esta apresentava maior dificuldade.

O estudante do grupo MD que repetiu este tipo de erro na situação 5, do pós-teste, usou em quase todas as suas resoluções, ao longo dos instrumentos, um esquema pautado na busca pelo complementar, o que deve ter impulsionado ainda mais o raciocínio pela busca do todo.

Finalmente os resultados parecem indicar que a intervenção de ensino colaborou positivamente para diminuir a incidência deste erro, haja vista a falta de repetições no pós-teste. Na sequência, seguem as observações dos erros *resolução pela metade*.

<u>Resolução pela metade:</u> foram classificados procedimentos cuja situação requeria mais de uma operação e o estudante efetuou apenas uma, colocando como resposta o resultado parcial encontrado.

Pela Tabela 5.2.2 este procedimento ocorreu 33 vezes no pré-teste (12 no grupo MD, e 21 no DV) e no pós-teste foram 26 (10 no MD, e 16 no DV).

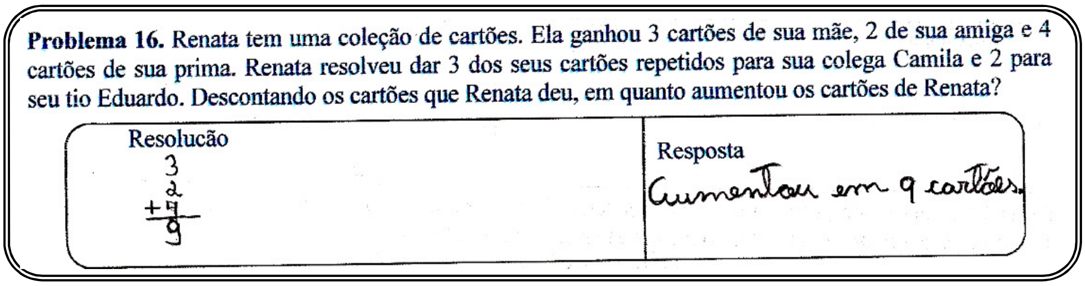
Este procedimento foi mais recorrente na situação-problema 7b, comparação de 3ª extensão (pré-teste 12 vezes e pós 8) e na 16, que é composição de várias transformações (pré-teste, 18 vezes, e pós, 18), sendo quase que peculiares as situações nas quais se precisa fazer mais de uma operação. O Quadro 5.2.2 mostra essas duas situações na forma que forams colocada no pós-teste.

Quadro 5.2.2. Situações-problema nas quais foi registrada a maior incidência de erros na *resolução pela metade*

Situação-problema 7b pós-teste	Situação-problema 16 – pós-teste
Ana e Tânia têm dinheiro para comprar caixinhas de doces para dar a seus amigos. O desenho abaixo mostra quantos reais cada uma tem. Cada caixinha de doce custa R$1,00.  a) Quem pode comprar mais caixinhas de doce? b) Quantas caixinhas de doce a mais ela pode comprar?	Renata tem uma coleção de cartões. Ela ganhou 3 cartões de sua mãe, 2 de sua amiga e 4 cartões de sua prima. Renata resolveu dar 3 dos seus cartões repetidos para sua colega Camila e 2 para seu tio Eduardo. Descontando os cartões que Renata deu, em quanto aumentou os cartões de Renata?

Observe o Quadro 5.2.2 para resolver a situação 7b. O estudante precisava compreender que Tânia tinha R$10,00 mais R$2,00, daí ele precisava adicionar 10 com 2 e depois comparar a quantia de Tânia (R$12,00) com a de Ana (R$10,00) subtraindo 12 de 10, verificando que Tânia poderia comprar 2 caixinhas de doce a mais que Ana. Considerei que a primeira operação seria a adição de 10 e 2 e a segunda seria a subtração de 12 menos 10. Já a situação 16 requeria três operações, sendo uma para adicionar as transformações positivas (3+2+4), outra para adicionar as operações negativas (3+2) e uma terceira para subtrair as transformações negativas das positivas (9-5).

A Figura 5.2.12 traz um dos esquemas de resolução mais utilizado pelos estudantes na situação 16. Vejamos um exemplo com a resolução registrada pela estudante Cari em seu pós-teste.



Problema 16. Renata tem uma coleção de cartões. Ela ganhou 3 cartões de sua mãe, 2 de sua amiga e 4 cartões de sua prima. Renata resolveu dar 3 dos seus cartões repetidos para sua colega Camila e 2 para seu tio Eduardo. Descontando os cartões que Renata deu, em quanto aumentou os cartões de Renata?

Resolucão	Resposta
3 2 +4 9	aumentou em 9 cartões.

Figura 5.2.12. Exemplo do erro no *cálculo relacional* com a *resolução pela metade* cometido pela estudante Cari na situação 16 no pós-teste.

De fato, a estudante Cari apenas fez a adição das transformações positivas, e deixou de se referir às transformações negativas e à subtração entre elas, colocando o valor das transformações positivas como resposta da situação.

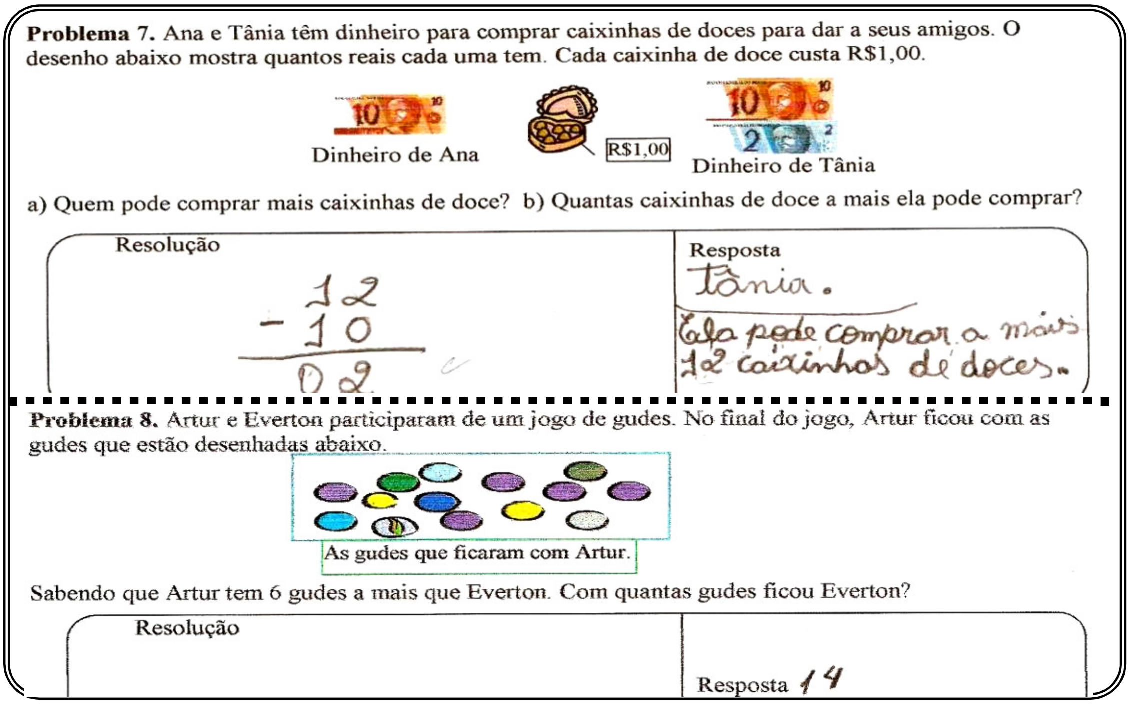
A maior parte dos estudantes que fez este procedimento, realizou da mesma forma que Cari. Suponho que os estudantes, além de não compreenderem a situação, por não terem sido apresentados os estados inicial e final da quantidade de cartões da coleção de Renata, se detiveram a uma parte da pergunta “[...] em quanto aumentou os cartões de Renata?”. Dessa forma, deram importância apenas à transformação positiva na quantidade de cartões, sem considerar a transformação negativa. Contudo, são apenas suposições sobre o raciocínio utilizado pelos estudantes.

Enfim, apesar da incidência do erro *resolução pela metade* diminuir após a intervenção, a queda não ocorreu de forma satisfatória. As observações realizadas indicaram que a dificuldade em compreender que era preciso realizar mais de uma operação é o que mais dificultou o bom desempenho dos estudantes na categoria composição de várias transformações. Em resumo, a resolução pela metade é um erro que está mais ligado à categoria composição de várias transformações, isto quando a situação apresentar mais de uma transformação positiva e/ou negativa. Na sequência as observações sobre o erro *repetição do enunciado*.

Repetição do enunciado: foram classificados os procedimentos nos quais os estudantes registraram como resposta um dos valores expresso no enunciado sem efetuar operações ou efetuando alguma operação que não corresponde à resposta registrada.

Pela Tabela 5.2.2 este erro ocorreu 26 vezes no pré-teste (9 vezes no grupo MD, e 17 no DV) e 7 no pós-teste (6 vezes no grupo MD, e 1 no DV).

A Figura 5.2.13 exemplifica as formas de registro dos procedimentos (com ou sem o registro de operações) que foram classificados como erro de *repetição do enunciado*. São as respostas dadas pela estudante Tati na situação 7b (comparação de 3ª extensão) e pelo estudante Ueri na situação 8 (comparação de 4ª extensão).


Problema 7. Ana e Tânia têm dinheiro para comprar caixinhas de doces para dar a seus amigos. O desenho abaixo mostra quantos reais cada uma tem. Cada caixinha de doce custa R$1,00.

Dinheiro de Ana

R$1,00

Dinheiro de Tânia

a) Quem pode comprar mais caixinhas de doce? b) Quantas caixinhas de doce a mais ela pode comprar?

Resolução

$$\begin{array}{r} 12 \\ -\ 10 \\ \hline 02 \end{array}$$

Resposta

tânia.

Ela pode comprar a mais 12 caixinhas de doces.

Problema 8. Artur e Everton participaram de um jogo de gudes. No final do jogo, Artur ficou com as gudes que estão desenhadas abaixo.

As gudes que ficaram com Artur.

Sabendo que Artur tem 6 gudes a mais que Everton. Com quantas gudes ficou Everton?

Resolução

Resposta 14

Figura 5.2.13. Exemplo do erro no *cálculo relacional* com a *repetição do enunciado* cometido pela estudante Tati na situação 7b e pelo estudante Ueri na situação 8.

No pré-teste a repetição deste tipo de erro se deu de forma quase que homogênea ao longo das situações apresentadas, sem grandes incidências em determinada situação. Na Figura 5.2.13 a resposta dada por Ueri à situação 8 apresenta o tipo de procedimento mais registrado pelos estudantes que fizeram o erro com a *repetição do enunciado* no pré-teste, ou seja, os estudantes apenas repetiram uma das quantidades do enunciado. Observe que Ueri apenas repetiu 14, que é a quantidade de gudes de Artur, sem realizar nenhum outro tipo de registro. A variabilidade dos números colocados como resposta pelos estudantes dificultou realizar qualquer tipo de inferência sobre o raciocínio implementado para tal escolha.

Todavia, no pós-teste o erro na *repetição do enunciado* ocorreu praticamente na situação 7b (5 repetições), e os estudantes fizeram o mesmo tipo de registro. Observe que Tati fez uma operação para determinar a relação entre a quantidade de dinheiro de Ana e Tânia, colocou como resposta para a primeira pergunta “Tânia”; fez uma linha horizontal que parece ter o objetivo de separar as respostas das duas perguntas, e colocou como resposta a segunda pergunta (7b) “Ela pode comprar a mais 12 caixinhas de doces.” Este procedimento me levou a supor que os estudantes compreenderam a pergunta - (b) Quantas caixinhas de doce a mais ela pode comprar? - como sendo a quantidade de caixinhas de doce total que Tânia pode comprar, e não a quantidade que ela pode comprar a mais que Ana. São apenas suposições sobre o raciocínio que os estudantes empregaram para resolver a situação.

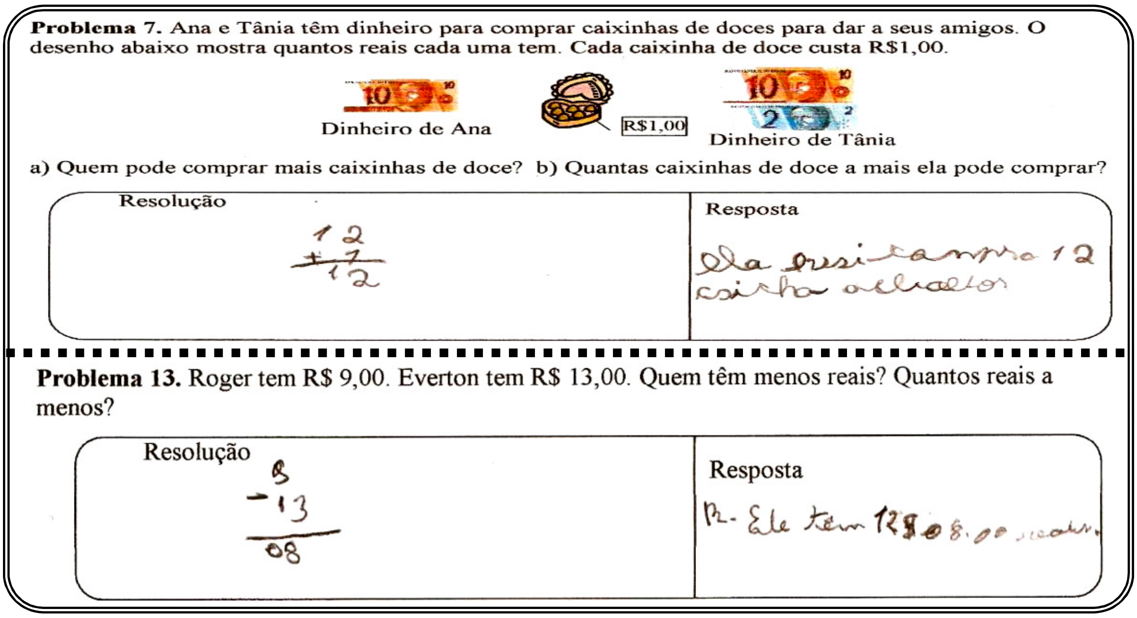
Finalmente os resultados parecem indicar que a intervenção de ensino colaborou positivamente para diminuir a incidência do erro *repetição do enunciado*, visto que no pré-teste este procedimento se repetiu em várias situações e no pós-teste ela se concentra basicamente numa única situação. A continuação desse tipo de erro no pós-teste pode ter sido induzida pela complexidade inerente à estrutura da própria situação (comparação de 3ª extensão pictórica). De fato, conforme colocado na discussão do capítulo 1, nessa extensão se busca o valor da relação entre duas medidas dadas, e em geral, não fica explícito que grupo é o referente e que grupo é o referido. Para resolver tal situação o estudante precisa realizar uma subtração ou usar o raciocínio complementar. Os resultados encontrados neste estudo corroboram com os apresentados por Magina et al. (2001), nos quais os estudantes demonstraram ter o mesmo nível de dificuldade.

Na sequência, seguem as observações das respostas deixadas em *branco*.

4. **Em branco** – nesta variável foram classificadas as ausências de procedimentos, isto é, as resoluções das situações-problema nas quais os estudantes não realizaram registros.

Das variáveis de análise (*inconsistente*, *cálculo numérico*, *cálculo relacional* e *em branco*) a *em branco* foi a que praticamente deixou de ser utilizada pelos estudantes após a intervenção de ensino. No total, foram 60 repetições no pré-teste (24 no grupo MD, e 36 no DV) e 2 no pós-teste (1 no grupo MD, e 1 no DV).

A Figura 5.2.14 mostra as deixadas em branco no pós-teste, nas situações-problema de comparação de 3ª extensão. O estudante Mar deixou sem resposta a situação 7a, e a estudante Ari deixou a 13ª; ambas se referem à pergunta sobre a relação estabelecida entre o referente (Ana e Everton) e o referido (Tânia e Roger), solicitando o nome de quem tem mais e quem tem menos.



Problema 7. Ana e Tânia têm dinheiro para comprar caixinhas de doces para dar a seus amigos. O desenho abaixo mostra quantos reais cada uma tem. Cada caixinha de doce custa R$1,00.

a) Quem pode comprar mais caixinhas de doce? b) Quantas caixinhas de doce a mais ela pode comprar?

Resolução	Resposta
12 + 1 = 12	

Problema 13. Roger tem R$ 9,00. Everton tem R$ 13,00. Quem têm menos reais? Quantos reais a menos?

Resolução	Resposta
8 − 13 = 08	R- Ele tem 8,00

Figura 5.2.14. Exemplo do erro *em branco* no pós-teste cometido pelo estudante Mar na situação 7a, e pela estudante Ari na situação 13a.

Observe que Mar e Ari fazem certa operação no espaço da resolução, e não respondem corretamente à segunda pergunta das situações. Os estudantes chegam a usar o pronome pessoal (ela e ele) no início da resposta, o que parece uma tentativa de expressar o seu pensamento sobre a primeira pergunta. Contudo, os estudantes não atentam para o fato de que, na situação, são duas meninas e dois meninos, e ao colocar ela ou ele não poderemos identificar a quem se referem. Estas são apenas suposições sobre os verdadeiros raciocínios utilizados por Mar e Ari.

Diante dos resultados é possível afirmar que a acentuada queda na incidência de ausência de procedimentos na resolução das situações-problema no pós-teste parece indicar que a *intervenção* de ensino contribuiu para que os estudantes conseguissem registrar de forma mais coerente seus esquemas de resolução para as situações apresentadas. Na sequência, faço uma síntese da análise qualitativa feita até aqui.

5.2.1.2 Síntese da primeira fase da análise qualitativa

A primeira fase da análise qualitativa foi dedicada à observação das resoluções feitas pelos estudantes nos instrumentos diagnósticos (pré e pós-teste) com situações-problema aditivas. Esta análise revelou que os estudantes cometem quatro tipos de erros principais: *inconsistente*; *cálculo numérico*, *cálculo relacional*, *em branco*.

A maior incidência de erros, mesmo após a intervenção de ensino, foi observada no *cálculo relacional*. É possível afirmar que a intervenção de ensino apresentou efeitos qualitativos positivos no desempenho desses estudantes, pois cada um dos erros categorizados, a partir das observações dos instrumentos, apresentou queda considerada relevante após o processo de intervenção. É possível afirmar ainda que, embora alguns estudantes continuassem a apresentar erros após a intervenção, a qualidade desses erros mudou, já que os procedimentos adotados por eles no pós-teste baseavam-se em esquemas de ações relacionados ao acerto. Um dado que reforça esta afirmativa é que os erros – *inconsistente* e *branco* – praticamente deixam de existir no pós-teste.

Outra constatação advinda dessa análise são os indícios de estreita relação entre os tipos de erros, com seus respectivos procedimentos, e as categorias, extensões e/ou contextos de situações-problema. Vejamos:

- o erro *inconsistente*, antes da intervenção de ensino, apresentava relação com a composição de 1ª extensão pictórica (com o uso de dinheiro);
- o erro no *cálculo numérico*, no que diz respeito ao procedimento *contagem*, mostrava relação com as situações pictóricas. Da mesma forma o procedimento *ao armar a conta* se apresentava em maior quantidade em situações que tinham mais de uma operação a ser realizada, momento em que os estudantes tendiam a armar uma única conta com todos os números. Ambos os erros ocorreram principalmente antes da intervenção;

– o erro no *cálculo relacional*, no que se refere ao procedimento *cálculo mental,* ocorreu sobremaneira nas situações pictóricas que apresentam a contagem de elementos. Já os procedimentos com o *tratamento da comparação como composição* apareceram nas situações de comparação de 2ª extensão, enquanto que o procedimento *resolução pela metade*, na situação composição de várias transformações, e o procedimento *repetição do enunciado*, nas situações de comparação de 3ª extensão. Todos esses procedimentos enquadrados no tipo de erro no *cálculo relacional* aconteceram antes da intervenção. Houve dois procedimentos classificados dentro do tipo de erro no *cálculo relacional* que ocorreram tanto antes quanto após a intervenção. Foram eles: *operação inversa,* ocorrida nas situações que apresentam incongruência de uma palavra do enunciado que poderia estar indicando a operação que deveria ser efetivamente realizada. Esta incongruência aparece sobremaneira nas de comparação de 4ª extensão. O outro procedimento foi a *resolução pela metade*, presente na composição de várias transformações.

Veja a síntese dessas relações no Quadro 5.2.3 abaixo.

Quadro 5.2.3. Relação dos tipos de erro com as categorias e extensões no pré e pós-testes

TTeste	***Inconsistente***	***Cálculo numérico***	***Cálculo relacional***
Pré	No geral, com a categoria composição de 1ª extensão pictórica.	No geral, com a categoria comparação	*Uso do "cálculo mental"* – situações pictóricas com contagem de elementos.
		Ao armar a conta – situações com mais de uma operação.	*Tratamento da comparação como composição* – situações de comparação de 2ª extensão.
			Resolução pela metade – situação composição de várias transformações.
			Repetição do enunciado – situações de comparação de 3ª extensão
			Operação inversa – situações de comparação de 4ª extensão.
Pós			*Operação inversa* – situações de comparação de 4ª extensão. *Resolução pela metade* – composição de várias transformações.

A partir desta análise, surge um importante questionamento: seriam estas relações mantidas nos procedimentos que se referem às atividades durante a intervenção de ensino? A fase dois da análise qualitativa, apresentada a seguir, busca responder a este e a outros tipos de questionamento.

5.2.2 Análise das atividades de casa

Esta é a segunda fase da análise qualitativa e será centrada nas resoluções das atividades levadas pelos estudantes para serem respondidas em casa. Foram sete atividades e cada uma delas tinha duas ou três situações-problema aditivas, perfazendo um total de 19 situações; as categorias e extensões variavam conforme o encontro de intervenção que estava sendo realizado, buscando sempre se fazer uma revisão das categorias e extensões trabalhadas nos encontros anteriores.

Como colocado anteriormente, motivados pelo tipo de material (didático ou diagramas de Vergnaud), utilizado no processo de intervenção de ensino, os esquemas de resolução das atividades de casa variaram de um grupo para o outro. Os erros que emergiram da correção das atividades do grupo MD são similares aos dos instrumentos (pré e pós-teste), sendo, portanto, classificados como *inconsistente*, *cálculo numérico*, *cálculo relacional*, e *em branco*. Já os erros observados no grupo DV foram do tipo *cálculo numérico* e *cálculo relacional*, ou seja, diferem um pouco, uma vez que não apareceram erros do tipo *inconsistente* ou *em branco*, e sugiram procedimentos de erros atrelados ao *uso do diagrama*. Por essa razão, a análise dos cadernos de cada grupo será feita separadamente. Na sequência, realizo a análise das resoluções feitas pelos estudantes do grupo MD, e em seguida apresento a classificação e a respectiva análise dos tipos de erro que emergiram da correção das atividades do grupo DV.

5.2.2.1 Análise dos erros detectados nas atividades de casa do grupo MD

Aqui serão analisados os tipos de erro e os respectivos procedimentos registrados no caderno de atividades dos estudantes do grupo MD. Foram observados quatro grandes tipos de erro: *inconsistente*, *cálculo numérico*, *cálculo relacional* e *em branco*. Vejamos, a seguir:

1. **Erro *inconsistente*** – Foi observado apenas um esquema de resolução com este tipo de erro.

O estudante Edu realizou este erro na atividade do segundo encontro nos procedimentos para a resolução da primeira situação-problema, uma composição de 1ª extensão. A Figura 5.2.15 mostra o procedimento adotado por ele na resolução da situação.

Edu colocou o valor 3,00 na etiqueta que servia para indicar o valor do carrinho de brinquedo, e também usou este mesmo número para fazer uma operação de subtração. Observe que o resultado da operação parece ser 09, mas ele colocou como resposta: "Renata ficou com 4 reais". Os números 3 e 4, utilizados por Edu, "parece" que não apresentam ligação com a situação-problema. Como não é possível fazer inferências sobre as verdadeiras relações de pensamento feitas por Edu, achei conveniente classificar seu erro como *inconsistente*.

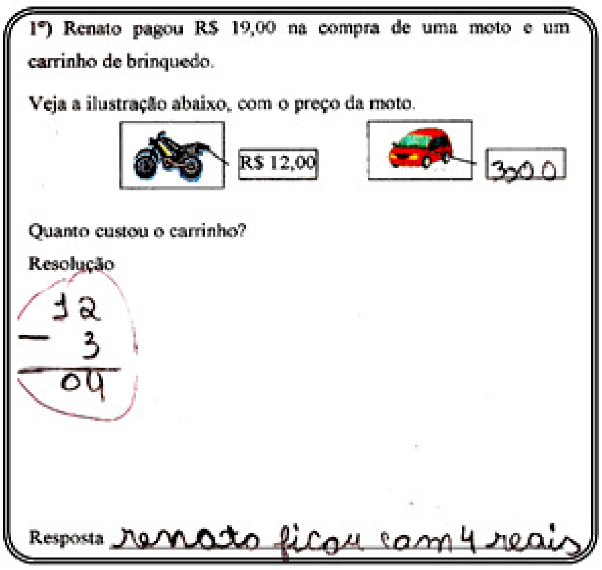


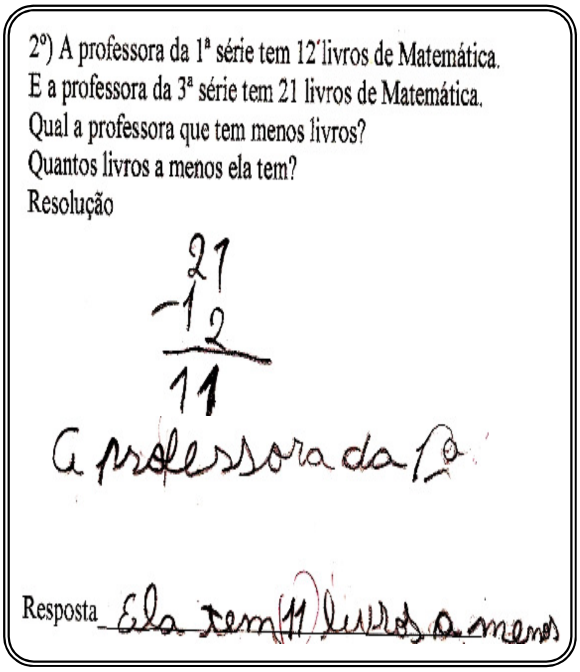
Figura 5.2.15. Exemplo de erro *inconsistente* cometido por Edu na atividade do 2º encontro.

Não foram observados outros procedimentos nos quais tenham sido utilizados números e/ou rabiscos que “aparentemente” não faziam parte da situação, isto é, registros que impossibilitassem uma análise das relações estabelecidas pelos estudantes. Acredito que houve fatores preponderantes que colaboraram para a ausência deste tipo de procedimento: as atividades propostas para casa tinham a mesma estrutura das situações-problema que foram trabalhadas nesse dia, no encontro; os estudantes podiam contar livremente com a ajuda de outras pessoas, no caso de terem alguma dúvida; e o tempo disponível para a resolução das atividades. A seguir, observações sobre o erro no *cálculo numérico*.

2. **Erro no *cálculo numérico*** – No total, foram 17 erros no *cálculo numérico*. Assim como nos instrumentos (pré e pós-teste), a maior incidência foi ao *efetuar a conta* com 15 repetições. Os erros *armar a conta* e na *contagem* ocorreram apenas uma vez.

A Figura 5.2.16 apresenta um exemplo do tipo de erro no *cálculo numérico* no procedimento ao *efetuar a conta*, cometido pelo estudante Mar no sexto encontro, na situação-problema que é uma comparação de 3ª extensão.

Visto que a conta de subtração foi armada corretamente e a resposta colocada acima do local destinado para este fim também está correta – “A professora da 1ª série”, parece possível afirmar que Mar compreendeu que era necessário fazer uma subtração e que a professora da 1ª série tinha menos livros. Contudo, ao efetuar a operação ele colocou 11 como sendo a diferença, chegando a colocar na resposta final “Ela tem 11 livros a menos”.


2º) A professora da 1ª série tem 12 livros de Matemática.
E a professora da 3ª série tem 21 livros de Matemática.
Qual a professora que tem menos livros?
Quantos livros a menos ela tem?
Resolução

$$\begin{array}{r} 21 \\ -12 \\ \hline 11 \end{array}$$

a professora da 1ª

Resposta Ela tem 11 livros a menos

Figura 5.2.16. Exemplo de erro no *cálculo numérico* cometido por Mar na atividade do 6º encontro.

Assim, parece que Mar fez a operação considerando, na casa das unidades, 2 menos 1. O subtraendo (2) é maior que o minuendo (1); pensando dessa forma a operação torna-se mais fácil de ser resolvida, ou seja, Mar parece ter utilizado o procedimento em que parte da subtração é feita do subtraendo para o minuendo. Mais uma vez evidencio que minha afirmativa decorre das inúmeras vezes em que presenciei os estudantes fazendo esse procedimento para resolver as operações que tinham quantidades com essas mesmas características. Todavia, são apenas suposições sobre as verdadeiras relações de pensamento empregadas por Mar na resolução da situação. Outros estudantes fizeram o mesmo procedimento de Mar, nesta e em outras situações-problema das atividades de casa.

Em resumo, os erros no *cálculo numérico*, registrados pelos estudantes do grupo MD nas atividades de casa, são erros que mostram já ter havido melhora na compreensão de como lidar com os cálculos, isto é, são erros menos grosseiros do que os apresentados no pré-teste, sendo similares aos procedimentos observados no pós-teste. Assim, os estudantes deixaram de cometer erros do tipo: armar a conta colocando o valor das unidades na ordem das dezenas, colocar todos os algarismos na ordem das unidades, ou, armar a conta de subtrair com o minuendo menor que o subtraendo, já a partir do primeiro encontro de intervenção. Apenas um dos estudantes chegou a armar uma só operação com todos os algarismos no lugar de três operações que deveriam ser realizadas; isto aconteceu no sétimo encontro, na situação-problema de composição de várias transformações. Este tipo de procedimento pode ter sido motivado pela dificuldade inerente à própria estrutura da situação. Contudo, assim como nos instrumentos, os erros do tipo *cálculo numérico* nas atividades de casa foram mais reincidentes nas situações-problema de comparação. Dessa forma, continuo considerando que esta seja uma relação direta da complexidade inerente a essa categoria com o erro no *cálculo numérico*. Na sequência, observo os erros no *cálculo relacional* para o grupo MD.

3. **Erro no *cálculo relacional*** – dos tipos de erro observados nas atividades de casa, o mais frequente foi do *cálculo relacional*. Foi possível identificar quatro diferentes procedimentos adotados pelos estudantes do grupo MD, a saber, uso da *operação inversa*; uso do *"cálculo mental"*; *tratamento da comparação como composição*; e *resolução pela metade*.

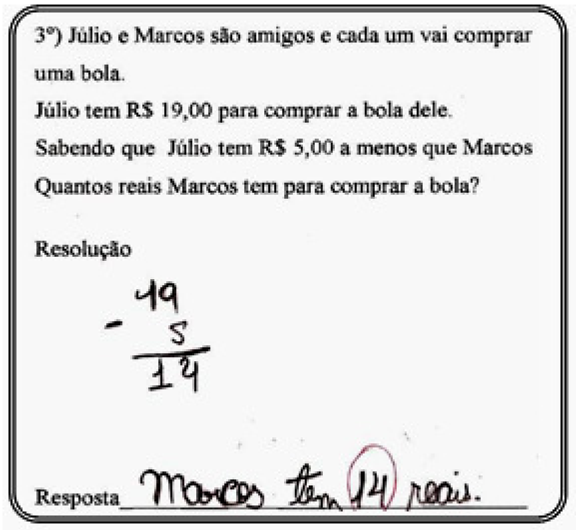
No total foram 85 resoluções classificadas como erro no cálculo relacional. Desses 85, seis ocorreram com o uso do *"cálculo mental"*, sem que fosse identificada uma relação direta deles com alguma das categorias de situações-problema; três foram *tratamento da comparação como composição*, todos em situações de comparação de 4ª extensão; quatro com *resolução pela metade*, todos na situação composição de várias transformações; e 72 em procedimentos com uso da *operação inversa*.

Assim como nos testes, a troca da operação foi o procedimento de erro mais efetivado pelos estudantes do grupo MD. Também, da mesma forma, este tipo de procedimento foi mais incidente nas situações-problema de comparação de 4ª extensão, nos quais consta a incongruência entre a "palavra-dica" e a operação a ser realizada. Porém esse procedimento também apareceu, embora em menor incidência, nas situações-problema de transformação de 1ª extensão, quando o valor do estado final era maior do que o do estado inicial e por isso havia incongruência. Dos 72 erros, 35 aconteceram em situações que apresentavam essa incongruência – 26 em duas situações de comparação de 4ª extensão e 9 em duas situações de transformação de 1ª extensão.

A Figura 5.2.17 apresenta um exemplo do tipo de erro no *cálculo relacional* no procedimento uso da *operação inversa*, cometido pelo estudante Ueri ao resolver uma comparação de 4ª extensão, no sétimo encontro.

Observe que Ueri armou e efetuou a operação de subtração corretamente, e colocou como resposta – “Marcos tem 14 reais.”

Ele parece ter compreendido que Marcos teria R$5,00 a menos que Júlio. Essa compreensão errônea pode ter sido influenciada pela palavra “a menos”, a qual é incongruente com a operação de adição a ser realizada. Contudo, essas são apenas conjecturas sobre as verdadeiras relações de pensamento utilizadas por ele.


3º) Júlio e Marcos são amigos e cada um vai comprar uma bola.
Júlio tem R$ 19,00 para comprar a bola dele.
Sabendo que Júlio tem R$ 5,00 a menos que Marcos
Quantos reais Marcos tem para comprar a bola?

Resolução

$$\begin{array}{r} 19 \\ -\;5 \\ \hline 14 \end{array}$$

Resposta Marcos tem 14 reais.

Figura 5.2.17. Exemplo de erro no *cálculo relacional* cometido por Ueri na atividade do 7º encontro.

Dentre os procedimentos dos estudantes que fizeram a escolha pela operação inversa, foi comum observar os mesmos esquemas registrados por Ueri na situação da Figura 5.2.17. Eles faziam corretamente procedimentos de armar, efetuar e elaborar a resposta final, contudo erraram ao escolher a operação.

Em resumo, o erro *no cálculo relacional,* observado nas atividades de casa do grupo MD, se concentrou no procedimento uso *da operação inversa*. É importante que se informe que o uso de tal procedimento foi diminuindo consideravelmente no decorrer da intervenção.

4. ***Em branco*** – dos tipos de erro observados nas atividades de casa do grupo MD, a ausência de procedimentos (em branco) praticamente não existiu. Foram observados dois desses erros, um na primeira atividade, numa situação de composição protótipo, e a outra já no último encontro, numa situação de composição de várias transformações. A falta de registro nesses dois momentos pode ser explicada pelo fato do estudante ainda não ter compreendido de forma mais ampla a estrutura da situação apresentada. No primeiro encontro, por ser o início da intervenção, e no último, por se tratar da categoria na qual os estudantes apresentaram maior dificuldade de compreensão.

Comparando o total de erros *em branco* no pré-teste com as atividades de casa do grupo MD, é possível afirmar que a pouca incidência deles nas atividades indica uma mudança de comportamento dos estudantes ao longo da intervenção, no sentido de passar a ter uma postura de comprometimento para com ela. Dessa forma, as situações-problema deixadas em branco no pré-teste, praticamente sumiram nas atividades realizadas tanto em sala de aula quanto em casa. Essa mudança de comportamento é um forte indício da interferência positiva da intervenção de ensino na motivação e aprendizagem dos estudantes. A seguir, procederei com a análise qualitativa das atividades de casa do grupo DV.

5.2.2.2 Análise dos erros detectados nas atividades de casa do grupo DV

As categorias apresentadas abaixo emergiram das respostas dadas pelos estudantes do grupo Diagrama de Vergnaud – (DV) nas situações apresentadas no caderno de atividades e que eram levadas para casa. Relembro que houve 19 situações-problema propostas para serem realizadas em casa, as quais forma distribuídas em sete atividades. Buscando fazer uma análise mais detalhada do uso do material representacional, os erros *cálculo numérico* e *cálculo relacional* foram analisados considerando também a utilização, ou não, desse material nos esquemas de resolução elucidados pelos procedimentos registrados no caderno.

Ressalto mais uma vez que não foram observados erros *inconsistente* e *em branco*. No que se refere à ausência de respostas *em branco*, interpreto esse comportamento como indicador de motivação e comprometimento dos estudantes para com a intervenção de ensino, o que é um forte indício da interferência positiva, da intervenção de ensino, na aprendizagem dos estudantes.

A seguir, apresento a análise, segundo cada tipo de erro:

1. **Erro no *cálculo numérico*** – os estudantes do grupo DV não registraram procedimentos com erros ao *armar a conta* nem tampouco na *contagem* dos elementos pictóricos. Como já afirmado na análise dos erros dos instrumentos, esses dois procedimentos apareceram muito pouco no pós-teste do grupo.

No total, foram 10 erros no *cálculo numérico*, todos observados no procedimento ao *efetuar a conta*. Desses, oito apresentavam os diagramas corretos, e dois diagramas incorretos.

A Figura 5.2.18 apresenta um exemplo de erro no *cálculo numérico* no procedimento ao *efetuar a conta* com o diagrama feito corretamente, erro identificado na resposta dada pela estudante Ari na atividade do quarto encontro de intervenção, com a situação-problema comparação de 3ª extensão.

Observe que Ari fez o diagrama e armou a operação corretamente, mas ao efetuar a operação subtraiu apenas a unidade e preservou a dezena. Colocou a resposta: “Alegria. Ela vai pagar R$23,00 a menos que.”

Faço duas suposições positivas a partir do comportamento observado. Primeiro, Ari parece ter compreendido as relações entre referente e referido, identificando corretamente qual o supermercado no qual se iria pagar menos. Segundo, ela identifica e arma corretamente a operação.

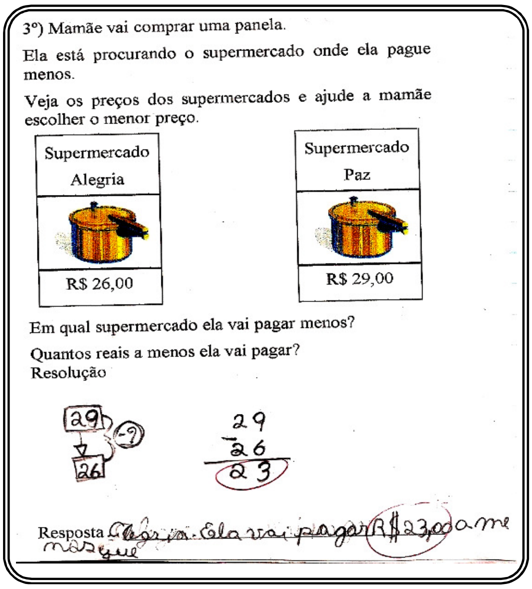


Figura 5.2.18. Exemplo de erro no *cálculo numérico* cometido por Ari na atividade do 4º encontro, classificada como comparação de 3ª extensão.

Este tipo de procedimento não apresentou relação com nenhuma das categorias das situações-problema, sendo bem diversa a relação entre procedimento de erro ao efetuar a operação e a categoria das situações.

Diante dos resultados, é possível afirmar que os estudantes do grupo DV não apresentaram grandes dificuldades no *cálculo numérico*, pois não foram registrados muitos procedimentos com este tipo de erro. Além disso, a maior parte dos estudantes que apresentou esta dificuldade utilizou de forma correta os diagramas das situações-problema propostas. E, ainda, identificou a operação correta. Todavia, faz-se necessário refletir sobre a interferência dos diagramas na resolução correta da situação, pois o estudante, mesmo compreendendo qual o diagrama correspondente para determinada situação e utilizando seu registro de maneira correta, errou ao efetuar o cálculo numérico. Esse comportamento deixa evidente que identificar corretamente o diagrama e a operação não garante sucesso no algoritmo dessa operação. Na sequência, a análise dos erros no *cálculo relacional*.

2. **Erro no *cálculo relacional*** – como foi colocado no Capítulo I, o cálculo relacional refere-se às operações de pensamento e, além disso, tendo como base a Teoria dos Campos Conceituais, para desenvolvê-lo se lança mão do quadro de diagramas. Como a intervenção de ensino do grupo DV se apoiou no uso desse

material representacional, continuarei focando a ligação dos erros com o registro ou não dos diagramas.

Dos tipos de erro observados nas atividades de casa do grupo DV, o mais incidente foi no *cálculo relacional*. Identifiquei dois diferentes procedimentos adotados pelos estudantes do grupo DV, a saber: a *resolução pela metade*; e uso da *operação inversa*.

No total, foram 69 resoluções classificadas como erro no *cálculo relacional*. Desses 69, cinco com *resolução pela metade* – sem nenhuma ligação com as categorias de situações-problema; e 64 em procedimentos com uso da *operação inversa*.

Assim como nos testes dos dois grupos e nos cadernos do grupo MD, a troca da operação foi o procedimento de erro mais efetivado pelos estudantes do grupo DV. Este tipo de procedimento foi mais incidente nas situações-problema de comparação de 4ª extensão nas quais consta incongruência entre palavras do enunciado e a operação a ser realizada, e, também, na composição e na transformação de 1ª extensão. Dos 64 erros, 22 foram em situações que apresentavam incongruência, o que mostra uma grande influência da presença de palavras do enunciado que apresentam incongruência com a operação a ser realizada.

A Figura 5.2.19 apresenta um exemplo do tipo de erro no *cálculo relacional* no procedimento uso da *operação inversa*, cometido pelo estudante Bri na atividade do 5º encontro uma comparação de 4ª extensão.

Bri fez o diagrama de forma correta, porém armou a operação de adição ao invés da de subtração.

Ele parece não ter compreendido que a operação a ser realizada era a inversa da relação entre referente e referido. Para determinar a quantidade do referente, era necessário fazer uma subtração. Mais uma vez levanto a hipótese de que o estudante fez uso de uma das palavras do texto (a mais) para escolher a operação a ser utilizada.

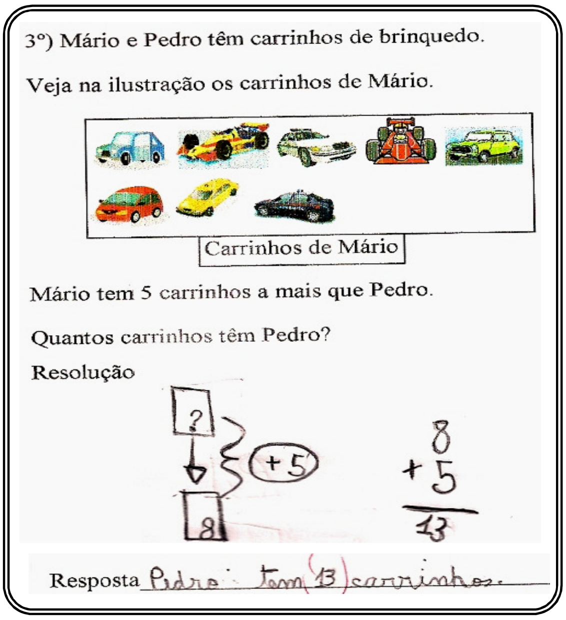
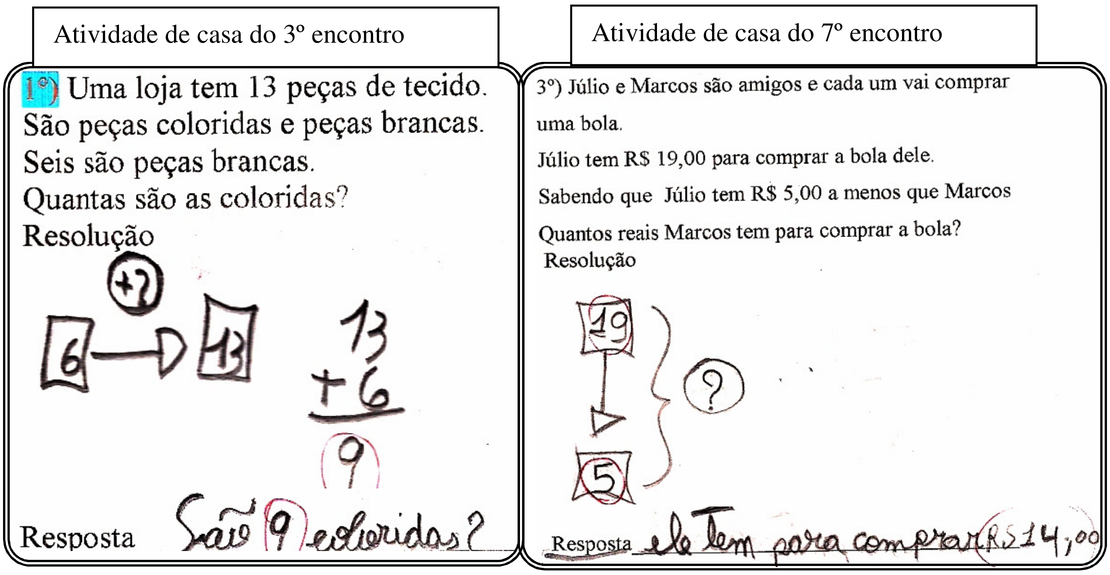


Figura 5.2.19. Exemplo de erro no *cálculo relacional* cometido por Bri na atividade do 5º encontro, classificada como comparação de 4ª extensão.

Todavia, essas são apenas conjecturas sobre as verdadeiras relações de pensamento empregadas por Bri em seus esquemas de resolução.

Dos 64 procedimentos com uso da *operação inversa*, quatro foram com o mesmo tipo de erro de Bri (Figura 5.2.19), isto é, usaram o diagrama corretamente, mas erraram na escolha da operação. Nos demais procedimentos (60), os estudantes erraram na escolha pela *operação inversa* e no diagrama – seja na escolha pelo diagrama de outra categoria de situação, seja por distribuir os valores no diagrama de maneira incorreta. A Figura 5.2.20 ilustra esses procedimentos.



Atividade de casa do 3º encontro

1º) Uma loja tem 13 peças de tecido.
São peças coloridas e peças brancas.
Seis são peças brancas.
Quantas são as coloridas?
Resolução

+7

6 → 13

13
+6
9

Resposta Saõ 9 coloridas?

Atividade de casa do 7º encontro

3º) Júlio e Marcos são amigos e cada um vai comprar uma bola.
Júlio tem R$ 19,00 para comprar a bola dele.
Sabendo que Júlio tem R$ 5,00 a menos que Marcos
Quantos reais Marcos tem para comprar a bola?
Resolução

19

?

5

Resposta ele Tem para comprar R$14,00

Figura 5.2.20. Exemplo de erro no *cálculo relacional* cometido por Val e por Bia com o uso da *operação inversa*.

A primeira resolução foi dada pelo estudante Val na atividade do terceiro encontro, uma composição de 1ª extensão. Ele usou o diagrama de transformação, escolheu a *operação inversa*, e ainda efetuou a operação de maneira incorreta esquecendo-se de adicionar a dezena.

A segunda resolução foi dada pela estudante Bia na atividade do 7º encontro, uma comparação de 4ª extensão. Observe que ela fez o diagrama de comparação. Contudo, trocou o valor do referente pelo do referido (19) e o do referido pela relação (5), e questionou o valor da relação ao invés do referente. Ela efetuou uma operação inversa, de subtração (19-5=14), porém a estudante apagou o registro da operação, e com o escâner não foi possível evidenciar a sombra deixada. Colocou como resposta final: “ele tem para comprar R$14,00”.

Val e Bia tiveram dificuldades no *cálculo relacional* em dois sentidos: na escolha dos diagramas para interpretar a situação e ao escolher a operação inversa. Além disso, Val demonstrou ter dificuldades para efetuar a operação registrada. Bia reconheceu qual era o diagrama da situação-problema, porém demonstrou não ter compreendido o que era referente, referido, nem a relação entre eles. Os esquemas utilizados por Bia para a resolução podem ter sido conduzidos pela incongruência entre a palavra “a menos” e a operação a ser realizada (adição). Os demais estudantes que erraram no mesmo procedimento fizeram registros similares aos feitos por Bia nessa situação.

Em resumo, a análise do uso da *operação inversa* parece trazer alguns indicativos como:

- mesmo conseguindo utilizar corretamente as relações de pensamento para a construção do diagrama, o estudante pode não conseguir transpor para o cálculo numérico as relações estabelecidas;
- o reconhecimento do diagrama de uma dada situação-problema nem sempre garante a compreensão das relações da estrutura da situação.;
- os diagramas podem ajudar na interpretação e compreensão de uma dada situação, mas o seu uso não se mostrou essencial para que o estudante pudesse encontrar a resposta correta.

A seguir faço uma síntese da segunda fase análise qualitativa.

5.2.2.3 Síntese da segunda fase da análise qualitativa

Na segunda fase da análise qualitativa foi designada a observação das resoluções feitas pelos estudantes nas atividades de casa. A análise dos cadernos dos estudantes do grupo MD revelou quatro tipos de erros principais: *inconsistente*; *cálculo numérico*, *cálculo relacional*, *em branco*. Já no grupo DV, os tipos de erro resumiram-se a dois: *cálculo numérico* e *cálculo relacional*.

No cômputo geral, a análise revelou que, durante o processo de intervenção, os erros apareceram num meandro de exposição de incidências que mostraram maior compreensão do que estava sendo feito. Erros inconsistentes e/ou em branco praticamente deixaram de ser registrados à medida que as intervenções se desenvolviam. Além dos efeitos da própria intervenção de ensino, outros fatores podem ter sido preponderantes para esse tipo de comportamento nas resoluções, como por exemplo: tendo dúvida, o estudante poder contar livremente com a ajuda de outras pessoas em sua casa; e o tempo disponível para a resolução das atividades ser bem maior em relação a esse tempo na escola.

Devido ao uso dos diagramas de Vergnaud no grupo DV, as referidas análises tiveram focos diferentes de observação. Mesmo assim, a maior incidência de erros ocorreu no *cálculo relacional* para ambos os grupos. Ao longo da análise foram detectadas relações entre alguns tipos de erro e seus procedimentos com as categorias das situações-problema. O Quadro 5.2.4 traz resumidamente as relações mais evidentes.

Quadro 5.2.4. Relação dos tipos de erro com as categorias e extensões nas atividades de casa

Tipo de erro	Procedimento	Categorias no grupo MD	Categorias no grupo DV
Cálculo numérico	----	Comparação	----
Cálculo relacional	*Operação inversa*	Comparação de 4ª extensão. Nas situações que têm incongruência entre palavra do enunciado e a operação.	Transformação de 1ª extensão e comparação de 4ª extensão. Nas situações que têm incongruência entre palavra do enunciado e a operação.
	Resolução pela metade	Composição de várias transformações	----
	Comparação como composição	Comparação de 4ª extensão	----

Comparando o Quadro 5.2.3, que mostra a relação dos tipos de erro com as categorias e extensões nas situações do pré e pós-testes, com o Quadro 5.2.4 acima, é possível notar as relações estabelecidas nas atividades de casa como um estágio intermediário entre o pré e o pós-teste, pois é possível constatar que, no pré-teste, foram três tipos de erro e seis distintos procedimentos, relacionados a cinco categorias distintas; nas atividades de casa foram dois tipos de erro, três distintos procedimentos, relacionados a três categorias distintas; e no pós-teste foram dois tipos de erro, três distintos procedimentos, relacionados a duas categorias distintas.

Por fim, para todo o processo de intervenção (pré, atividades de intervenção e pós) foram observadas três ligações que ocorreram com mais consistência e regularidade, a saber: o uso da *operação inversa* atrelada a situações que têm incongruência entre palavra do enunciado e um procedimento que se vincula às situações-problema de comparação de 4ª extensão; fazer a *resolução pela metade* é um procedimento peculiar das situações composição de várias transformações; e tratar a *comparação como composição* está atrelado a situações de comparação de 2ª e 4ª extensão pictóricas, quando uma das informações de quantidade é apresentada através do desenho.

Diante das análises e comparações feitas, dois pontos merecem mais um pouco de reflexão: o uso da "palavra-dica" e o uso dos diagramas.

Independente do material didático utilizado, as palavras que parecem indicar a operação a ser realizada tem muita importância; fica evidente que este uso guia o estudante a escolher a operação. Quando existe incongruência com a operação, torna-se mais fácil observar tal uso; quando há congruência não fica tão evidente. No caso da congruência foi mais fácil observar no grupo DV, pois muitas vezes os estudantes registravam os diagramas de forma incorreta e efetuavam corretamente a operação, indicando tal uso. Ficam aqui alguns questionamentos para reflexão: estamos conduzindo o estudante a interpretar as situações? Estamos desenvolvendo um trabalho de maneira que o estudante domine os conceitos inerentes às situações? O uso da "dica" de certas palavras do enunciado na escolha da operação proporciona o domínio dos conceitos?

Em relação ao uso dos diagramas, ficou evidente que os estudantes os usaram com mais constância nas atividades de casa, ou seja, durante o período dos encontros de intervenção. Vale ressaltar que na aplicação do pós-teste do grupo DV, alguns estudantes questionaram: "TIA, TENHO QUE FAZER OS DIAGRAMAS?" (informação verbal)[55], e deixei a escolha por conta deles: - FAÇA SE VOCÊ QUISER, CASO NÃO QUEIRA FAZER, NÃO FAÇA.

Ante os resultados e as observações realizadas, é possível afirmar que a utilização dos diagramas pode auxiliar na compreensão da estrutura e das relações estabelecidas na situação, mas o uso correto não foi essencial para o desenvolvimento do cálculo numérico ou da elaboração correta da resposta para a situação. Certamente o que mais interferiu no uso incorreto dos diagramas foi a prática memorizada pelos estudantes no uso de palavras do enunciado para a escolha da operação. Uso que interferiu na ligação entre cálculo relacional – com o uso dos diagramas – e cálculo numérico. Estes resultados corroboram aqueles

[55] Pergunta feita de forma oral por estudantes do grupo DV, tendo sido as falas registradas na gravação realizada ao longo do encontro de aplicação do pós-teste com o grupo.

encontrados por Guimarães (2009), nos quais afirma que a presença da “palavra-dica” nas situações de comparação, muito provavelmente, influencia a escolha da operação a ser utilizada. Na última seção deste Capítulo, trago uma discussão mais ampla sobre a influência dessa incongruência entre palavras do enunciado e a operação a ser realizada.

Diante de tais resultados, parece-me prudente afirmar que, apesar das dificuldades observadas, a intervenção de ensino contribuiu para diminuir os erros, bem como as relações estabelecidas entre procedimento e categoria, isso nos dois grupos, independente do material didático utilizado. Os resultados enfatizam tal afirmativa. Na sequência vem a terceira parte da análise qualitativa, que busca identificar e analisar os esquemas de resolução dos estudantes.

5.2.3 Análise dos esquemas de resolução

Esta é a terceira e última fase da análise qualitativa. Nela busco elucidar os esquemas de resolução que, em geral, não se afiguram como parte do currículo escolar. Busco, ainda, detectar possíveis conceitos-em-ação e teoremas-em-ação, definidos no Capítulo I, como conhecimentos implícitos dos estudantes contidos em seus esquemas de ação.

Ressalvo que, em geral, o esquema inerente ao currículo são os algoritmos. Aqui vou analisar esquemas diferenciados que vão além dos algoritmos comumente trabalhados pela escola. Mediante essas condições e buscando alcançar os objetivos propostos, serão analisadas as resoluções registradas nos instrumentos diagnósticos, bem como nas atividades de casa. Ao identificar um esquema de ação diferenciado usado por um dos estudantes, numa dada situação, deter-me-ei a fazer um estudo longitudinal do uso de tal esquema por esse estudante no que se refere ao tipo de situação-problema identificado.

Para construir tal fase da análise qualitativa, primeiro faço a análise dos esquemas e, na sequência, busco elucidar os possíveis conceitos-em-ação e teoremas-em-ação.

Não desconsiderarei a possibilidade de que alguns dos esquemas de resolução utilizados pelos estudantes sejam procedimentos errôneos, já apresentados nas duas primeiras fases da análise qualitativa. Isto porque considero que procedimentos como uso do *"cálculo mental"* e *tratamento da comparação como composição* são, sem sombra de dúvida, esquemas de resolução desenvolvidos pelos estudantes. Contudo, nas fases da análise anterior, tais procedimentos foram focalizados do ponto de vista dos erros, enquanto aqui eles serão tratados enquanto esquemas de ação.

5.2.3.1 Diferentes esquemas de ação

Foi possível destacar quatro diferentes esquemas de ação, a saber: uso do *complementar*; uso do *"cálculo mental*"; uso de *contagem*; *tratamento da comparação como composição*. Os referidos esquemas foram mais observados no pré-teste, com pouca ocorrência nas atividades de casa, bem como no pós-teste. Tal queda pode ter sido influenciada pela intervenção de ensino.

O uso de esquemas não ocorreu de maneira excludente; isto significa que em algumas resoluções o estudante fez uso de mais de um esquema para chegar à resposta final. A seguir, delineio, de maneira destacada, cada um.

a) Uso do *complementar*

Diz respeito ao esquema no qual o estudante colocou o valor da resposta da situação como termo da operação registrada na resolução. Esse valor colocado era o complementar de uma das quantias dada na situação em relação à maior quantia dada.

Para melhor compreensão, observe na Figura 5.2.21 a situação do pré-teste. O estudante armou uma operação com as quantias nove e oito. O valor oito foi dado na situação, e o nove é o complemento de oito (valor dado na situação) em relação a 17.

De um modo geral esse esquema foi utilizado pelos estudantes dos dois grupos, tanto no contexto de sala de aula como nas atividades de casa, especialmente nas situações-problema de 1ª extensão, com mais constância nas de composição.

A Figura 5.2.21 traz um exemplo da resolução registrada por Brun, numa visão longitudinal: no pré-teste, na atividade de casa, no pós-teste e na entrevista.

Trata-se da situação-problema composição de 1ª extensão na qual são dados o todo e uma das partes, e a pergunta é sobre outra parte. Além disso, são apresentadas as figuras dos objetos que representam cada uma das partes com suas etiquetas de preço.

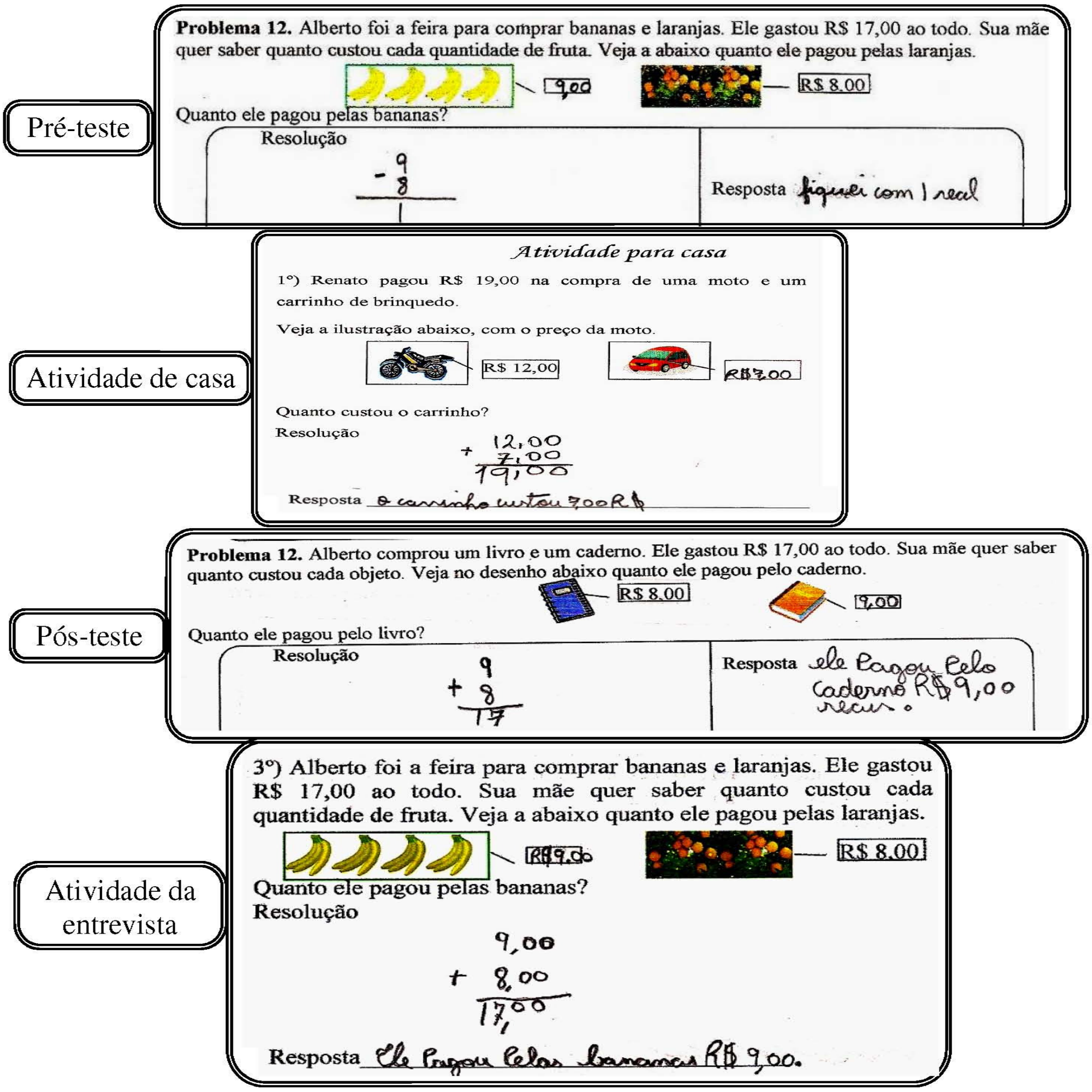


Figura 5.2.21. Exemplo de esquema com o *uso do complementar*, usado por Brun.

Nota-se que nas operações registradas por Brun uma das parcelas é o valor da parte que é procurada, que se configura como o complemento do valor da parte dada em relação ao todo.

Além do uso do *complementar*, o estudante fez uso do "cálculo mental" em todas as situações. Ele encontrou "mentalmente" a parte solicitada, em seguida usou o valor encontrado para fazer a operação. No pré-teste, ele subtraiu os valores, colocou o valor correto na etiqueta e elaborou a resposta errada. Na atividade de casa, no pós-teste e na atividade da entrevista ele adicionou os valores, colocou o valor correto na etiqueta e elaborou a resposta de forma correta.

O estudante Brun participou da entrevista logo após ter respondido às situações-problema propostas. Segue a transcrição[56] da mesma (informação verbal)[57].

Fiz a leitura da situação-problema 12 no pré e no pós-teste, mostrei o que ele fez em ambos os testes, e perguntei:

> E: AQUI (PRÉ-TESTE) VOCÊ COLOCOU 9,00 NO PREÇO DA BANANA E FEZ A CONTA 9-8=1. VOCÊ LEMBRA POR QUE FEZ ESSA CONTA?
>
> B: NÃO LEMBRO.
>
> E: E AQUI (PÓS-TESTE)? VOCÊ LEMBRA?
>
> B: TAMBÉM NÃO.
>
> E: E NESSA QUE VOCÊ RESPONDEU HOJE (ATIVIDADE DA ENTREVISTA)?
>
> BRUN PAROU E FICOU PENSANDO.
>
> B: SÓ SEI QUE PEGUEI 9 REAIS E 8 REAIS PARA DAR 17 REAIS.
>
> E: POR QUE 9? POR QUE NÃO COLOCOU OUTRO NÚMERO?

Ele não conseguiu responder e ficou em silêncio.

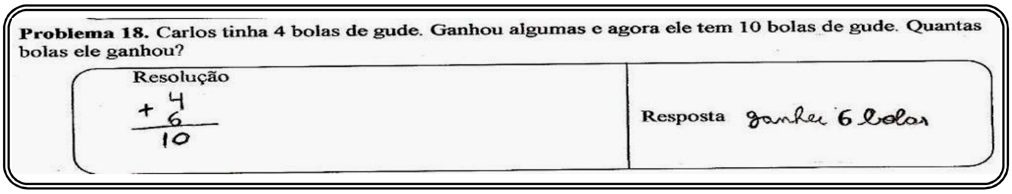
> E: VAMOS PASSAR PARA OUTRA.

---

[56] Para a transcrição da entrevista, a letra E se refere à fala da pesquisadora, e a B se refere à fala do Brun. Buscando preservar o teor da entrevista, ambas as falas foram transcritas preservando a maneira coloquial.

[57] Perguntas feitas de forma oral pela pesquisadora e respondidas pelos estudantes, tendo sido as falas registradas na gravação realizada ao longo da entrevista. As falas postas entre parênteses são explicações das expressões físicas apresentadas na linguagem corporal.

Fiz a leitura da situação-problema 18 (no pré-teste) uma transformação de 1ª extensão, que está na Figura 5.2.22 abaixo.


Problema 18. Carlos tinha 4 bolas de gude. Ganhou algumas e agora ele tem 10 bolas de gude. Quantas bolas ele ganhou?

Resolução

$$\begin{array}{r} 4 \\ +\ 6 \\ \hline 10 \end{array}$$

Resposta ganhei 6 bolas

Figura 5.2.22. Esquema usado por Brun na situação 18 do pré-teste.

Perguntei:

E: Você colocou 4+6=10. Como você fez esse problema?

B: Eu botei assim, Carlos tinha 4 bolas e ele ganhou algumas, agora ele tem 10, 6+4 que é igual a 10.

E: E o que você fez para encontrar seis?

Ele parou e ficou pensando.

B: Eu somei aqui para dar 10. Ele tinha 4 bolas e ganhou algumas pra dar 10. Ele já tinha 4 lá, então eu peguei 6 para interar com 4, para dar 10.

Voltei à situação-problema anterior (problema 12 no pós-teste) e perguntei:

E: Então, e aqui?

B: Eu peguei o 9 para interar com 8, para dar 17.

E: Agora entendi o que você fez!

É possível notar na fala de Brun a busca pelo complemento do todo; isso fica bem claro quando ele afirma “[...] eu peguei 6 para interar com 4, para dar 10”.

Para me certificar ainda mais sobre o esquema de pensamento utilizado por Brun, que faz uso da propriedade do complementar de um conjunto, continuei a entrevista com ele usando mais uma situação de transformação de 1ª extensão.

A Figura 5.2.23 a seguir traz as situações-problema que basearam o restante da entrevista com Brun. Foi a situação 2 da atividade de casa do 5º encontro e a situação 6 da atividade da entrevista.

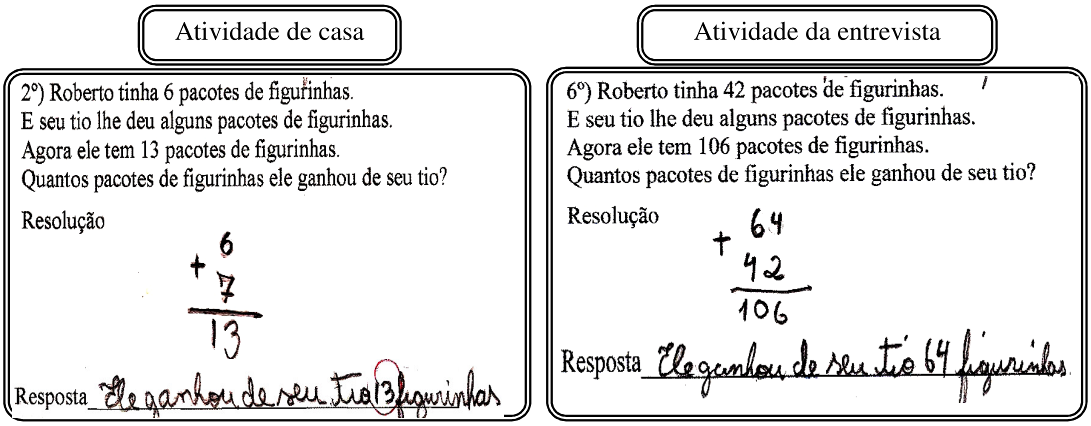


Figura 5.2.23. Outros exemplos do esquema com o *uso do complementar*, usado por Brun.

Observa-se, na Figura 5.2.23, que ambas as atividades tratam do mesmo tipo de situação, apenas aumentei os valores com o objetivo de analisar se os estudantes conseguiriam usar o raciocínio complementar com números mais altos.

Brun usou o mesmo esquema nas duas atividades, contudo na atividade de casa ele colocou o estado final, da quantidade de figurinhas, como resposta, e na atividade da entrevista ele colocou a resposta de forma correta. Continuei a entrevista com Brun com o objetivo de compreender as relações de pensamento que o levaram a colocar o valor do estado final como resposta da situação de casa. Vejamos, a seguir, o desenrolar da entrevista.

Fiz a leitura da segunda situação-problema da atividade de casa, e perguntei:

E: ESTÁ CERTO?

B: NÃO. ESTÁ ERRADO.

E: E QUAL É A RESPOSTA CERTA?

B: ELE JÁ TINHA 6 E AÍ ELE DEU ALGUNS PACOTES, AÍ FICOU 13. AÍ QUANTOS PACOTES O TIO DELE DEU PRA ELE? O TIO DELE DEU PRA ELE 7 PACOTES DE FIGURINHAS.

E: ENTÃO O TIO DELE DEU 7 PACOTES DE FIGURINHAS?

Brun balança a cabeça de forma afirmativa.

E: A RESPOSTA QUE VOCÊ DEU ESTÁ CERTA?

B: NÃO.

E: QUANTOS PACOTES FORAM?

B: SETE.

E: COMO VOCÊ FEZ PARA ENCONTRAR O SETE?

B: EU FIZ ASSIM: ELE JÁ TINHA 6 PACOTES DE FIGURINHAS, O TIO DELE DEU ALGUNS E ELE FICOU COM 13 PACOTES DE FIGURINHAS. QUANTO O TIO DELE DEU? SETE PACOTES DE FIGURINHAS.

E: VOCÊ PROCUROU O NÚMERO PARA INTERAR? (USANDO A EXPRESSÃO COLOCADA POR BRUN ANTERIORMENTE).

B: É. PARA INTERAR COM O SEIS, PARA DAR 13.

E: E ESSE AQUI? (APONTEI PARA A SITUAÇÃO FEITA NO DIA).

Fiz a leitura da situação-problema.

E: COMO VOCÊ FEZ ESTE?

B: ESSA CONTA É A MESMA DA FOLHA DE LÁ (APONTA PARA A SITUAÇÃO-PROBLEMA DO CADERNO). ELE GANHOU 64 FIGURINHAS DE SEU TIO.

E: COMO VOCÊ ENCONTROU 64?

B: EU INTEREI O 64 COM 42 PARA DAR 106.

E: E COMO VOCÊ CONSEGUE INTERAR ESSE NÚMERO GRANDE NA CABEÇA PARA ENCONTRAR O SESSENTA E QUATRO? COMO VOCÊ FEZ PARA ENCONTRAR ESSE NÚMERO?

B: OLHA, SE EU BOTASSE 52 E 42 IA DAR 9..., 52 COM 42, IA DÁ 9. NOVENTA E QUATRO, QUE É POUCO. AÍ SE EU BOTASSE O 64 E O 42 AQUI IA DAR 4+2 QUE DÁ 6, E 6+4 IA DAR 10. QUE DÁ 106.

E: VOCÊ VAI ACRESCENTANDO ATÉ CONSEGUIR INTERAR?

B: É.

Observe que, nessa segunda parte da entrevista, as primeiras perguntas estavam direcionadas à resposta dada na atividade de casa, pois eu buscava entender as relações que o fizeram colocar 13 na resposta. Contudo, ele foi seguro em cada uma das respostas dadas.

A primeira resposta já trazia indícios de que ele estava compreendendo as relações estabelecidas na situação. Observe que, na terceira resposta, Brun faz uma interpretação própria da situação e ainda elabora uma pergunta – Quanto o tio dele deu? – e responde – Sete pacotes de figurinhas. Diante da postura e firmeza nas respostas, ficou explícito que o estudante não mais aceitava13 como resposta, bem como não tinha mais explicações para tal erro. Então resolvi apenas buscar compreender como ele tinha usado o raciocínio complementar com números mais altos.

Para encontrar o complementar, Brun fez mais tentativas de "interar" com os números maiores do que com os números menores; vale ressaltar que tais tentativas mobilizaram operações mentais mais elaboradas; em cada uma delas ele resolvia uma expressão com números na ordem das dezenas. Percebi, também, que com esse esquema Brun realiza mais operações do que se utilizasse o algoritmo que era esperado como resposta correta.

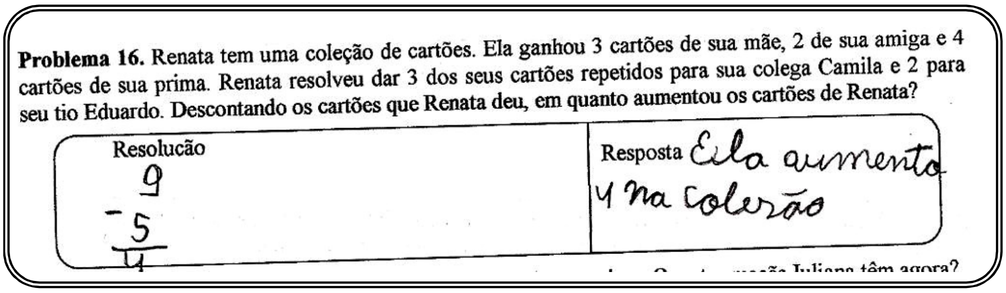
Brun foi o estudante que utilizou este esquema – uso do *complementar* – com mais frequência. Ao fazer uso do *complementar*, outros esquemas eram mobilizados – o "*cálculo mental*", a *contagem* – sempre buscando determinar o valor do complemento.

A seguir são observados esquemas com o uso do "*cálculo mental*".

b) Uso do "*cálculo mental*"

Com este esquema foram classificadas as resoluções nas quais não havia registros que indicavam o cálculo realizado para encontrar a resposta dada. Dessa forma, levanto a hipótese de que tenha sido feito mentalmente, não abandonando a possibilidade de o estudante ter utilizado algum auxílio como a contagem nos dedos.

A Figura 5.2.24, a seguir, mostra a resolução registrada pelo estudante Reni na situação-problema 16 do pós-teste, uma composição de várias transformações. Tal situação solicitava que o estudante compusesse as transformações positivas, bem como as transformações negativas, para depois efetuar a transformação total na coleção de cartões.


Problema 16. Renata tem uma coleção de cartões. Ela ganhou 3 cartões de sua mãe, 2 de sua amiga e 4 cartões de sua prima. Renata resolveu dar 3 dos seus cartões repetidos para sua colega Camila e 2 para seu tio Eduardo. Descontando os cartões que Renata deu, em quanto aumentou os cartões de Renata?

Resolucão
9
-5
4

Resposta Ela aumento
4 na colerão

Figura 5.2.24. Exemplo do esquema com uso do "*cálculo mental*" usado pelo estudante Reni no pós-teste.

No pré-teste, Reni fez um cálculo numérico classificado como inconsistente, já na atividade de casa fez corretamente as operações referentes a cada transformação. No pós-teste, ele não registrou as operações que se referiam à composição das transformações positivas (3+2+4) e nem das negativas (3+2), apenas registrou a operação que se referia à transformação total na coleção de cartões de Renata (9-5). A ausência de qualquer outra forma de registro me levou a supor que o estudante fez ambas as operações utilizando o *"cálculo mental"*, que se constituiu num esquema válido para a resolução da situação, indicando certa compreensão das relações e dos conceitos envolvidos em tal procedimento.

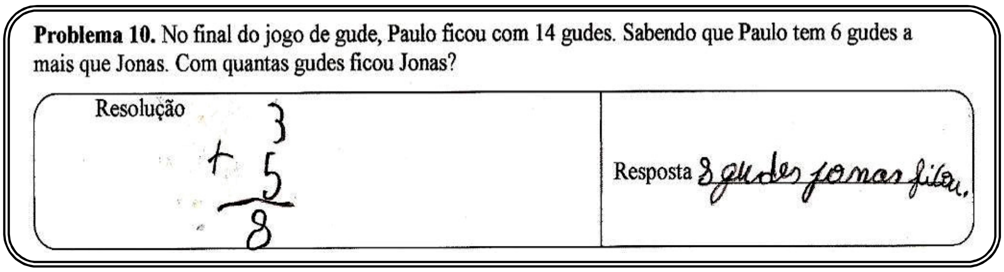
Correa e Moura (1997), numa pesquisa sobre a utilização do "*cálculo mental"* na resolução de situações-problema aditivas, colocam que: "De maneira geral, o cálculo mental recebe muito pouca atenção no currículo escolar, sendo reduzido à memorização mecânica de fatos numéricos sem que sejam levadas em conta as estratégias nele envolvidas. [...]" (CORREA; MOURA, Ibid., p. 1). Além desta assertiva, as autoras têm, dentre seus principais resultados, que estudantes dos anos iniciais empregam diferentes "[...] estratégias de cálculo não ensinadas pela escola, ficando evidenciadas as características holísticas, flexíveis e ativas do cálculo mental." (CORREA; MOURA, Idem.).

Concordo com as colocações das autoras e, além disso, acredito que conhecer esses esquemas contribui para melhor compreender processos de aprendizagem de conceitos do Campo Aditivo, facilitando ao professor o seu trabalho com vertentes possíveis para o ensino desse campo conceitual. A seguir, o uso de *contagem*.

c) Uso de *contagem*

Aqui foram classificados os esquemas nos quais o estudante usou traços, bolinhas e/ou pontinhos para realizar ou auxiliar na efetuação da operação. Este foi o esquema mais utilizado pelos estudantes no pré (96 repetições) e no pós-teste (48 repetições). Analisando as quantidades de repetições deste esquema em cada teste é possível afirmar que essa ação ocorreu de maneira inversa nos grupos. Assim, o DV faz uso desse esquema 85 vezes no pré-teste, enquanto que esse esquema apareceu 11 vezes no MD; já no pós-teste foi usado 28 vezes pelo MD e 20 pelo DV. Acredito que o tipo de material didático utilizado na intervenção teve influência direta no aumento do uso dessa estratégia entre os estudantes do grupo MD, defendendo a ideia de que o material didático (material dourado e ábaco de copinhos) usado nesse grupo conduz à contagem.

A Figura 5.2.25 traz a resolução registrada pelo estudante Duda na situação-problema 10 do pré-teste, uma comparação de 4ª extensão.


Problema 10. No final do jogo de gude, Paulo ficou com 14 gudes. Sabendo que Paulo tem 6 gudes a mais que Jonas. Com quantas gudes ficou Jonas?

Resolução

$$\begin{array}{r} 3 \\ +\ 5 \\ \hline 8 \end{array}$$

Resposta 8 gudes jonas ficou.

Figura 5.2.25. Exemplo do esquema com uso de "*contagem*" usado por Duda na situação-problema 10 no pré-teste.

Na resolução, Duda não registrou nenhum tipo de contagem; esse esquema de ação foi revelado no decorrer da entrevista.

Aparentemente Duda registrou números que não estavam relacionados à situação e conseguiu registrar a resposta correta. Dessa forma, ficaram indagações sobre o tipo de esquema usado pelo estudante, pois este foi registrado pelo referido estudante em 15 das 18 situações-problema do pré-teste, sendo 9 respostas corretas e 6 incorretas. Assim, a entrevista com Duda tinha como objetivo compreender quais eram as relações de pensamento envolvidas em sua resolução. Segue a transcrição da entrevista[58] (informação verbal)[59].

Mostrei a situação-problema da Figura 5.2.28 e perguntei a Duda:

E: VOCÊ LEMBRA DESSA ATIVIDADE?

D: LEMBRO.

FIZ A LEITURA DA SITUAÇÃO E FALEI:

E: VOCÊ RESPONDEU: OITO GUDES JONAS FICOU.

D: E, Ô, FIZ ERRADO. VOU PEGAR MEU LÁPIS.

E: NÃO PRECISA PEGAR LÁPIS. EU NÃO ENTENDI ESSA CONTA (APONTEI PARA A OPERAÇÃO 3+5=8).

D: DEIXA EU VER. .... AQUI É DE MAIS, TIA.

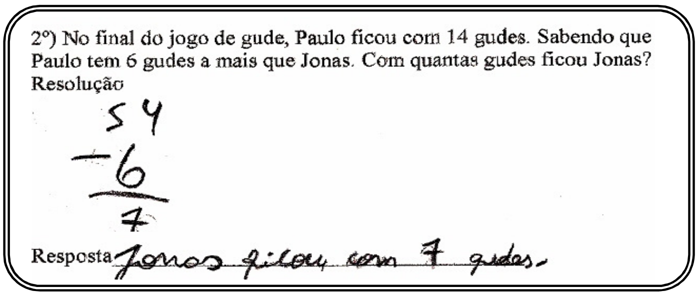
E: E ESSE 3 E ESSE 5, DE ONDE VIERAM ESSES NÚMEROS?

D: EU NÃO SEI DE ONDE EU TIREI.

E: NÃO LEMBRA?

D: NÃO.

Então resolvi mostrar a resolução dada por ele, naquele dia, para a mesma situação. A Figura 5.2.26 mostra a resolução.


2º) No final do jogo de gude, Paulo ficou com 14 gudes. Sabendo que Paulo tem 6 gudes a mais que Jonas. Com quantas gudes ficou Jonas?

Resolução

54
−6
7

Resposta Jonas ficou com 7 gudes.

Figura 5.2.26. Esquema com uso de "*contagem*" usado por Duda na atividade da entrevista.

Apresentei a resolução, mostrada na Figura 5.2.26, e perguntei:

E: COMO VOCÊ FEZ HOJE?

D: ESSE DAQUI? (APONTOU PARA A ATIVIDADE FEITA NO DIA). AQUI, EU BOTEI.

[58] Para a transcrição da entrevista com Duda, a letra E se refere à fala da pesquisadora, e D se refere fala do Duda.

[59] Perguntas feitas de forma oral pela pesquisadora e respondidas pelo estudante, tendo sido as falas registradas na gravação realizada ao longo da entrevista.

Ficou parado. Então questionei:

E: SERÁ QUE É O MESMO?

Fiz a leitura da situação feita no dia.

D: E...., É. FICOU COM 7.

E: AQUI VOCÊ COLOCOU? (APONTEI PARA O PRÉ-TESTE).

D: OITO GUDES.

E: QUAL ESTÁ CERTO?

D: ESSE DAQUI (APONTOU PARA A ATIVIDADE FEITA NO DIA).

E: O DE HOJE?

D: É.

E: O QUE VOCÊ FEZ NO DE HOJE?

D: FIZ UMA CONTA DE MENOS, EU TIREI 14-6.

E: E 14-6 É 7?

D: EU BOTEI. NÃO SEI.

E: FAZ NOVAMENTE.

D: DEIXA EU VER 14, 13, 12, 11, 10,9,8. TIRAR QUANTO?

E: NÃO SEI. TIRAR QUANTO?

D: TIRAR 6.

E: VAI FICAR QUANTO?

D: SEIS.... CINCO!

E: 14-6 É 5?

D: ENTÃO DEU CERTO.

E: FAÇA NOVAMENTE.

D: EU SÓ SEI FAZER, TIA. DEIXA EU VER SE EU FIZ AQUI. AH FIZ!

Duda começou a contar numas bolinhas feitas no final da página do pré-teste. A Figura 5.2.27 mostra as bolinhas às quais ele se referiu.

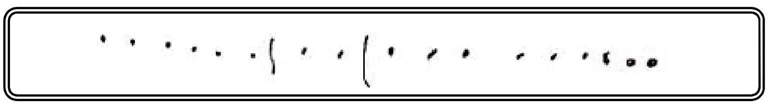


Figura 5.2.27. Bolinhas feitas por Duda para auxiliar no esquema com uso de *contagem*.

Duda contou 14 bolinhas, depois contou seis bolinhas marcou essa quantidade com o dedo e contou as bolinhas restantes até chegar em 14. Em seguida disse:

D: DEU 8.

E: VOCÊ COLOCOU QUANTO AQUI? (APONTEI PARA A ATIVIDADE DO DIA: 14-6=7).

D: SETE.

E: E QUAL É A RESPOSTA CERTA?

D: JONAS FICOU COM 8 GUDES.

E: ENTÃO ESSA RESPOSTA (APONTEI PARA A RESPOSTA DO PRÉ-TESTE: 8 GUDES JONAS FICOU) AQUI ESTÁ CERTA?

D: E É MESMO! TAVA CERTO!

E: E ESSA CONTA, VOCÊ NÃO CONSEGUE LEMBRAR COMO FEZ ELA? (APONTEI PARA 3+5=8 FIGURA 5.2.25).

D: É 3+5.

E: E COMO VOCÊ ENCONTROU ESSE 3+5? EU QUERIA ENTENDER O QUE VOCÊ FEZ.

D: EU TAMBÉM NÃO ESTOU ENTENDENDO, TIA.

E: EXPLICA COMO VOCÊ FEZ A CONTA COM ESSAS BOLINHAS (APONTEI PARA O REGISTRO DA FIGURA 5.2.27).

D: EU CONTEI ATÉ 14 ESSAS BOLINHAS.

Em seguida ele contou novamente as 14 bolinhas, marcou com o dedo em 14 bolinhas, depois contou 6 das bolinhas separadas pelo dedo e disse:

D: AÍ AQUI EU TIREI 6. ... AÍ SOBROU....

Contou o restante até 8 e disse:

D: SOBROU 8.

E: ENTÃO, QUAL A RESPOSTA CERTA?

D: OITO GUDES.

E: E POR QUE COLOCOU 3 E 5 NESSA CONTA? (APONTEI PARA A OPERAÇÃO NO PRÉ-TESTE FIGURA 5.2.25).

D: NÃO SEI, TIA.

Observe que Duda faz uma sequência de insegurança e erros para afirmar quanto é 14-6, chegando a afirmar que não sabia. Só depois que se lembrou dos registros pictóricos que o apoiavam na *contagem*, e assim conseguiu realizar a operação (14-6). Além disso, não conseguia explicar o esquema usado para registrar a operação.

Eu buscava compreender que relações de pensamento estavam sendo mobilizadas por Duda para registrar a operação logo após ter realizado a *contagem*. Como não consegui nessa situação, resolvi mostrar outro procedimento realizado por ele na situação-problema que é uma composição de 1ª extensão. A Figura 5.2.28 mostra a resolução feita por Duda no pré e no pós-teste, e na atividade da entrevista, dessa outra situação.

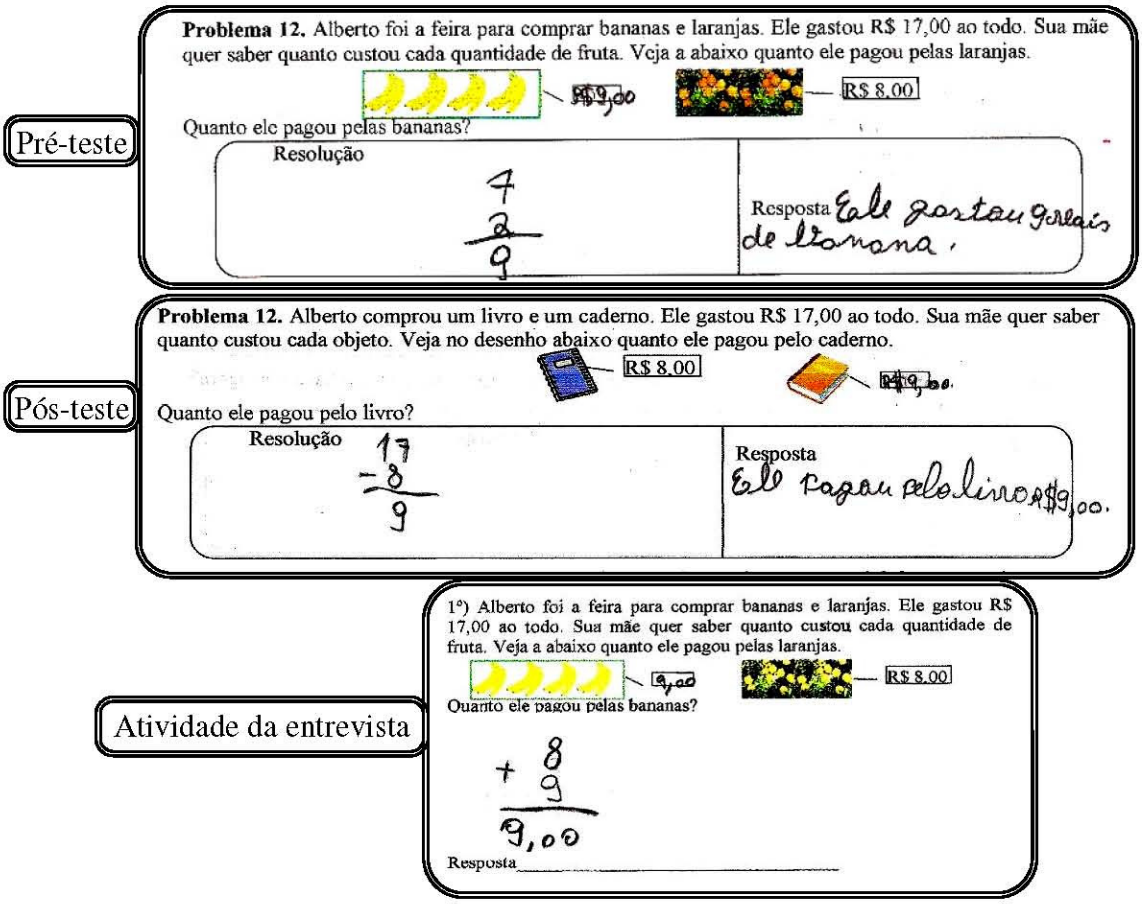


Figura 5.2.28. Exemplo do esquema com uso de *contagem* usado por Duda na situação-problema no pré e no pós-teste e na atividade da entrevista.

A seguir o desenrolar da entrevista.

E: E ESSE DAQUI?

Apontei para a situação-problema 12 do pré-teste, fiz a leitura e perguntei:

E: O QUE VOCÊ RESPONDEU AQUI?

D: ELE GASTOU 9,00 REAIS DE BANANA.

Duda parou e observou a operação que fez na resolução. Em seguida disse:

D: E EEEÊ.....

E: QUE CONTA FOI ESSA QUE VOCÊ FEZ?

D: DEIXA EU VER .... EU NÃO SEI, TIA...

Apontei para a conta e disse:

E: 7+2 IGUAL A ...

Antes de formular a pergunta ele disse:

D: DEU 9.

Ele pegou a folha com a situação-problema na atividade da entrevista e disse:

D: E, AQUI EU COLOQUEI 9+8.

E: 9+8 QUE É 9?

D: É.

E: 9+8 É QUANTO?

D: NÃO É 9 NÃO. TEM QUE SER 8+1. QUE DAVA 9.

E: POR QUE 8+1?

D: AH, TIA! EU TÔ ENTENDENDO...... PORQUE TAVA COLOCANDO ASSIM, EU TAVA PROCURANDO UM NÚMERO QUE BOTAVA COM OUTRO QUE DAVA 9.

E: VOCÊ TAVA PROCURANDO DOIS NÚMEROS QUE SOMADOS DAVA NOVE?

D: É TAVA. FOI POR ISSO....

E: E COMO VOCÊ ACHOU ESSE 9?

D: EU ACHEI. ... EU SOMEI COM 8 ATÉ CHEGAR 17. ... E FALTOU 9 PARA CHEGAR EM 17. EU ERREI. ERA PRA MIM BOTAR 17 MENOS 8?

E: ERA. POR ISSO EU NÃO ENTENDI PORQUE VOCÊ COLOCOU ESSE 7 E ESSE 2 (APONTEI PARA A SITUAÇÃO 12 DO PRÉ-TESTE).

D: POR QUE EU FIZ PELAS BOLINHAS (APONTOU PARA AS BOLINHAS FEITAS NO FINAL DA PÁGINA, FIGURA 5.2.27) E ESQUECI DE APAGAR AQUI.

E: A MESMA CONTA QUE VOCÊ FAZ COM AS BOLINHAS É A QUE VOCÊ PRECISA ARMAR AQUI (APONTEI PARA O ESPAÇO DA RESOLUÇÃO).

D: É.

Duda pegou seu pré-teste e começou a apontar as demais resoluções (13 no total) das situações-problema e dizer qual seria a operação correta. E disse corretamente todas as resoluções.

Vale ressaltar que no pós-teste Duda usou este esquema de outra forma. Ele passou a usar números no lugar do registro pictórico (bolinhas), por exemplo, na situação 12 em que o todo era R$17,00 ele escreveu 1, ...,15, 16, 17, e fez a operação corretamente. Todavia, ele apagou o registro dos números, ficando apenas a sombra, o que impossibilitou o escâner de tal registro. Este esquema no pós-teste foi observado em duas situações de 1ª extensão e em uma de 4ª.

Pela entrevista do Duda, é possível concluir que o estudante se apoiou numa *contagem*, na tentativa de driblar o algoritmo tal qual é trabalhado pela escola. Na verdade ele tinha segurança ao usar o registro pictórico, mas não conseguia ter a mesma segurança para formalizar o algoritmo e registrar a operação. Assim, foi possível compreender que Duda movimentava a seguinte relação de pensamento: faz a *contagem* usando o raciocínio complementar e em seguida encontra dois números quaisquer que somados dão o valor encontrado com a contagem. Contudo, ao ser questionado, ele consegue entender o esquema por ele adotado e reconhecer como poderia apresentar o algoritmo.

Os demais estudantes, que também utilizaram a contagem como esquema para a resolução das situações, não apresentaram o mesmo procedimento de Duda para registrar a operação. Eles registraram os algoritmos da maneira que a escola geralmente trabalha. A seguir apresento o último esquema identificado, o do *tratamento da comparação como composição*.

d) *Tratamento da comparação como composição*

Foram classificadas, nesse esquema, as resoluções nas quais os estudantes deixam de comparar as quantidades para compor um todo.

Este foi um esquema bem peculiar da situação-problema, uma comparação de 2ª extensão que está apresentada na Figura 5.2.29 e que apresenta a resolução colocada pela estudante Fane no pré-teste e na atividade da entrevista para a mesma situação.

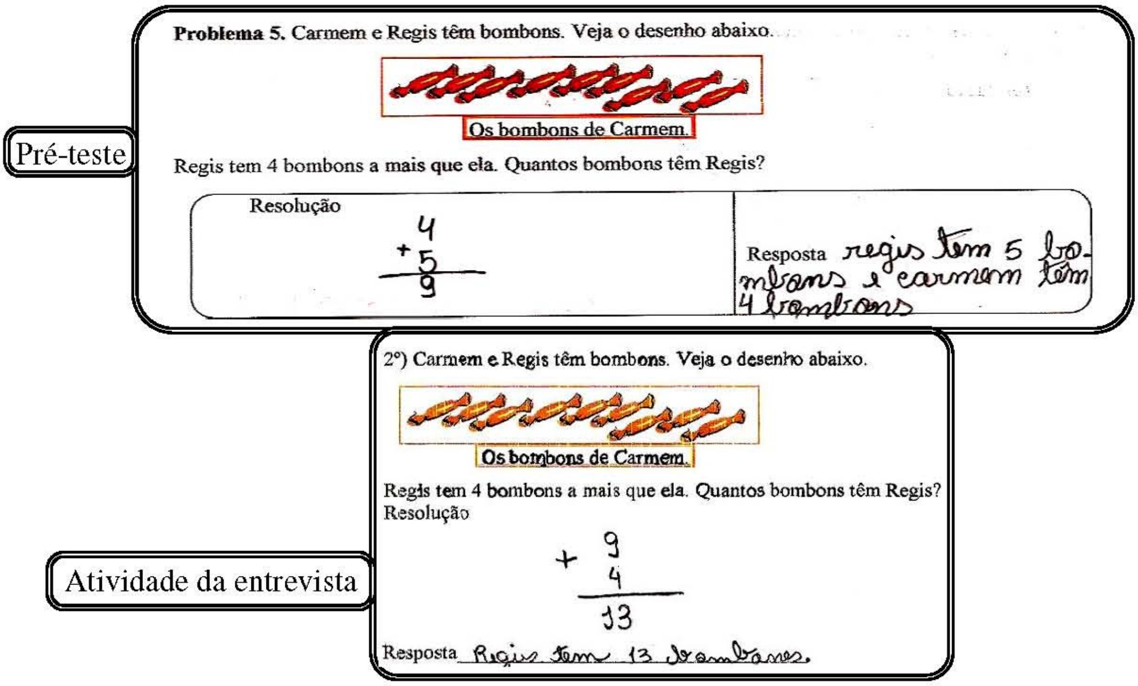


Figura 5.2.29. Esquema *tratamento da comparação como composição*, usado por Fane no pré-teste e na atividade da entrevista.

Observei que, assim como Fane, os outros estudantes que fizeram uso desse esquema registraram uma adição de modo que o total fosse igual à quantidade de bombons apresentada no desenho, e as parcelas fossem partes desse total. Para compreender melhor as relações de pensamento empregadas, segue a transcrição[60] da entrevista feita com Fane (informação verbal)[61].

Fiz a leitura da situação e perguntei:

E: VOCÊ COLOCOU NA RESPOSTA: REGIS TEM 5 BOMBONS E CARMEM TEM 4 BOMBONS, E FEZ ESTA CONTA (APONTEI PARA A OPERAÇÃO REGISTRADA POR ELA NO PRÉ-TESTE). ESTÁ CERTO?

S: TA ERRADA.

---

[60] Para a transcrição da entrevista com Fane a letra E se refere à fala da pesquisadora, e S se refere à fala de Fane.

[61] Perguntas feitas de forma oral pela pesquisadora e respondidas pelo estudante, tendo sido as falas registradas na gravação realizada ao longo da entrevista.

E: POR QUE ESTÁ ERRADA?

S: PORQUE REGIS TEM 5 BOMBONS E CARMEM TEM 4 E AQUI A CONTA DEU 9.

E: CARMEM TEM QUANTOS?

S: CARMEM TEM ....

Fane parou, pensou um pouco, contou os bombons da ilustração e disse:

S: NOVE.

E: VOCÊ COLOCOU QUE ELA TINHA?

S: QUATRO.

E: POR QUE VOCÊ FEZ 4+5 AQUI? (APONTEI PARA A CONTA FEITA NO PRÉ-TESTE).

Novamente Fane parou, ficou pensando e depois disse:

S: AGORA FOI QUE EU FUI LEMBRAR QUE ESSE AQUI (APONTOU PARA O PRÉ-TESTE) É IGUAL A ESSE (APONTOU PARA A ATIVIDADE DA ENTREVISTA), MAS SÓ QUE ESSE DAQUI TA ERRADO (APONTA PARA O PRÉ-TESTE) E ESSE DAQUI (APONTOU PARA A ATIVIDADE DA ENTREVISTA) TA CERTO.

E: ESSE TÁ CERTO? (APONTEI PARA A ATIVIDADE DA ENTREVISTA).

S: AQUI TA.

E: E O QUE VOCÊ FEZ AQUI? (APONTEI PARA A OPERAÇÃO REGISTRADA NA ATIVIDADE DA ENTREVISTA).

S: REGIS TEM 4 E AÍ EU SOMEI 9+4, DEU 13.

E: REGIS TEM?

S: 13 BOMBONS.

E: REGIS TEM 13 OU REGIS TEM 4?

S: É QUATRO.

E: É QUATRO?

S: COMEÇA A LER A SITUAÇÃO-PROBLEMA NOVAMENTE E DIZ: REGIS TEM 4 BOMBONS A MAIS QUE ELA. QUANTOS BOMBONS TEM REGIS? AÍ EU SOMEI, PORQUE ELE TEM 4 A MAIS QUE ELA.

E: ELE TEM 4 A MAIS QUE ELA?

S: É.

E: ENTÃO VOCÊ SOMOU O QUE ELE TEM A MAIS COM OS DELA?

S: FOI.

E: ENTÃO VOCÊ SOMOU 4+9, QUE DEU 13?

S: FOI.

E: TREZE É A QUANTIDADE DE BOMBONS DE QUEM?

S: DE REGIS.

E: E ESSE AQUI (APONTEI A CONTA FEITA NO PRÉ-TESTE), VOCÊ NÃO LEMBRA POR QUE FEZ ESSA CONTA?

S: NÃO.

E: QUATRO É O NÚMERO QUE ...

Fane, não deixou terminar a frase e foi logo dizendo:

S: É O NÚMERO QUE ELE TEM A MAIS.

E: CINCO. VOCÊ NÃO LEMBRA?

S: NÃO. PORQUE EU PENSEI QUE ERA ASSIM, 4 + 5 QUE DAVA 9. ENTENDEU?

E: PRA DAR ESSE 9 AQUI? (APONTEI PARA O RESULTADO NO PRÉ-TESTE).

S: PRA MIM ERA ASSIM, DEPOIS QUE EU FUI LEMBRAR. DEPOIS QUE EU FIZ A PROVA FOI QUE EU LEMBREI.

E: ENTÃO VOCÊ LEMBROU, E HOJE JÁ SABIA COMO ERA CERTO?

S: FOI.

Observe que Fane não conseguiu explicitar com muita clareza as relações de pensamento empregadas por ela para a resolução da situação no pré-teste. Todavia, diante das expressões da estudante consegui compreender que ela tinha entendido, no pré-teste, que os 4 bombons eram de Carmem e representavam uma parte do que estava colocado na representação pictórica, ou seja, se no total havia, no desenho, 9 bombons, 4 eram de Carmem e 5 de Regis.

Vale ressaltar que no pós-teste o esquema utilizado por Fane foi o mesmo da atividade da entrevista, ou seja, ela compreendeu que Carmem tinha 9 bombons e que Regis tinha 4 a mais que ela. Dessa forma, para determinar a quantidade de bombons de Regis, adicionou 9 com 4 e respondeu que Regis tinha 13 bombons.

É importante relembrar que o momento da entrevista aconteceu aproximadamente quatro meses após a aplicação do pós-teste e, ainda, que essa entrevista consistia em apresentar situações-problema similares àquelas contidas nos instrumentos diagnósticos (pré e pós-testes).

Em resumo, ficou evidente que existem múltiplos esquemas de resolução das situações aditivas que, em geral, não são evidenciadas pela escola, mas que os estudantes usam com alguma facilidade. Contudo, esses esquemas podem levar à interpretação e resolução correta da situação, bem como às incorretas. Acredito que a escola necessite ficar atenta à utilização de tais esquemas, pois uma intervenção visando à compreensão e bom desempenho dos estudantes no sentido de não abandonar o uso, mas de aperfeiçoá-lo, pode se transformar num bom caminho para que ocorra o domínio gradativo dos conceitos envolvidos nas situações. Na sequência, observo os conceitos-em-ação e teoremas-em-ação notados nas resoluções apresentadas pelos estudantes.

5.2.3.2 Conceitos-em-ação e teoremas-em-ação

Como colocado no Capítulo I, os conceitos-em-ação e os teoremas-em-ação não são verdadeiramente científicos, pois, em geral, são usados de maneira implícita pelos estudantes, não sendo por eles discutidos e nem explanadas a sua veracidade e pertinência. Não se constitui numa verdade universal.

Ao analisar os esquemas de ação mobilizados pelo estudante na resolução de uma dada situação é que podemos observar o "uso intuitivo" e implícito de tais conhecimentos.

Entendendo a importância desses invariantes para o desenvolvimento do domínio dos teoremas e conceitos científicos a serem usados em fases futuras do aprendizado, é que coloquei como objetivo principal, desta seção, analisar possíveis conceitos-em-ação e teoremas-em-ação usados pelos estudantes da 3ª série na resolução de situações-problema aditivas.

Ao analisar os esquemas, foi possível observar ações pertinentes ao complementar um conjunto, bem como a fórmula[62] para determinar o número de

[62] Autores como Lima (1982, p. 44) e Gentil et al. (1989, p. 25) definem a maneira de determinar o número de elementos de um conjunto finito com uma fórmula que coloco a seguir.

elementos do conjunto união. Primeiro, vou colocar a validade universal de cada um deles e, na sequência, analisar as resoluções dos estudantes.

Iezzi e Murakami (1985) definem o complementar de um conjunto B em um conjunto A da seguinte forma: "Dados dois conjuntos A e B, tais que $B \subset A$, chama-se complementar de B em relação a A o conjunto $A - B$, isto é, o conjunto dos elementos de A que não pertencem a B." (IEZZI; MURAKAMI, 1985, p. 33-A).

Dentre as propriedades de complementação apresentadas por Iezzi e Murakami (Ibid., p. 34-A) está:

– o complementar de B em relação a A unido a B é igual a A.

As análises realizadas nos instrumentos diagnósticos e nas atividades de casa revelaram que quinze estudantes do MD apresentaram, em seus esquemas, um conceito-em-ação e um teorema-em-ação atrelados ao complementar. Desses quinze, seis no pré-teste, um no pré e em atividades de casa, um no pré e pós-teste, um em todos os momentos (pré, pós-teste e atividade de casa), dois em atividades de casa e no pós-teste, e quatro apenas no pós-teste. No grupo DV, cinco estudantes apresentaram o complementar em seus esquemas, sendo dois apenas no pré-teste e três apenas no pós-teste.

No total (juntando MD e DV), onze estudantes apresentaram esses esquemas no pré-teste, sendo que um desses repetiu na atividade de casa, um repetiu no pós-teste e apenas um os apresentou em todos os momentos. Assim, vê-se que oito estudantes os apresentaram apenas no pré-teste, deixando de usá-los durante a intervenção. Em contrapartida seis estudantes os apresentaram apenas no pós-teste. Observe que a intervenção de ensino parece não ter exercido grande influência no uso desse esquema, apenas diminuiu o seu uso durante o período da intervenção.

Pelas observações realizadas nos instrumentos diagnósticos, o uso do complementar ocorreu com frequência nas situações-problema 4, 12 e 18, que são de 1ª extensão, sendo as duas primeiras de composição e a última de transformação. Dentre essas, foi mais utilizado na 12, que é uma situação pictórica. A Figura 5.2.30 mostra o uso do complementar na situação 12. Essas resoluções foram apresentadas na seção anterior na Figura 5.2.21 e 5.2.28 feitas, respectivamente, por Brun e por Duda.

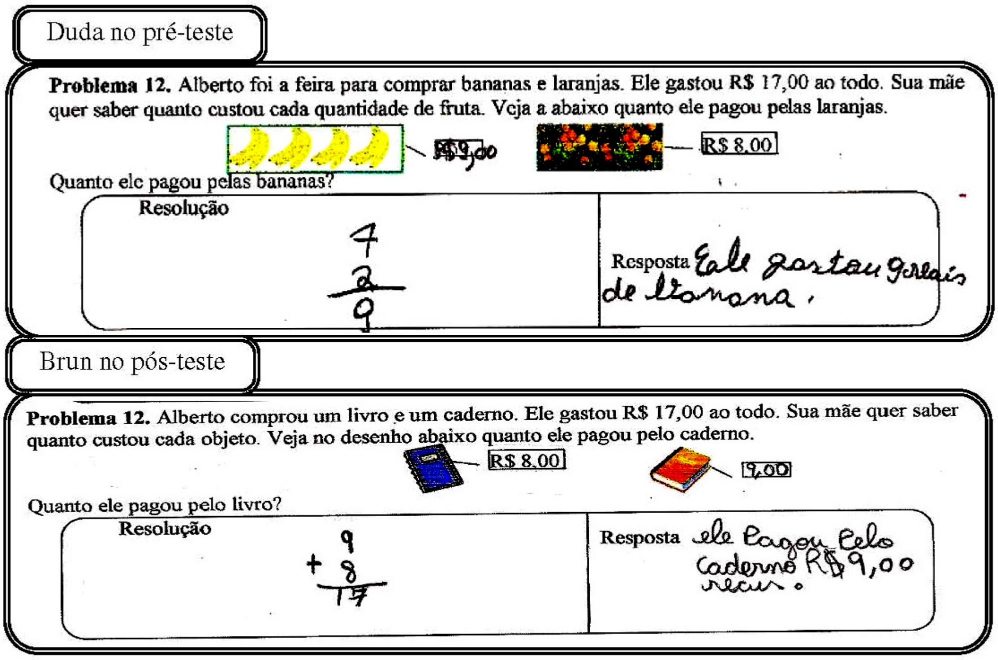


Figura 5.2.30. Uso de conceito-em-ação e teorema-em-ação no pré-teste de Duda e no pós-teste de Brun.

Na seção anterior, foquei o uso da *contagem* no esquema de resolução de Duda e, no de Brun, o uso do *complementar*. Agora vou buscar explicitar um teorema-em-ação e um conceito-em-ação usados nesses esquemas de resolução.

Para facilitar a compreensão, vou denominar para a situação da Figura 5.2.30:

A o valor total das compras;

B o valor das laranjas ou o valor do caderno;

C o valor das bananas ou o valor do livro, que é o complementar de B em relação a A.

Duda disse: “Eu somei com 8 até chegar 17”; com essa ação ele busca C, que é o complementar de B em relação a A. Em outras palavras, o que falta em 8 para chegar em 17, ou ainda, o complementar do valor das laranjas em relação ao valor total das compras.

Na mesma direção, Brun afirmou: “Eu peguei o 9 para interar com 8 para dar 17.” Ele buscava a diferença entre A e B, ou seja, o complementar de B em relação a A, que é o conjunto C.

Na fala de Duda e na de Brun é possível notar o uso implícito da definição de conjunto complementar. O que para Vergnaud (1982, 1996) é um conceito-em-ação.

Depois de determinar o valor do conjunto complementar (C), Brun buscou registrar, através do algoritmo da adição, uma operação que justificasse a sua resposta; nessa ação é possível identificar um teorema-em-ação.

Quando foi questionado sobre o algoritmo registrado na resolução, Brun afirma: “Só sei que peguei 9 reais e 8 reais para dar 17 reais.” Ele usa implicitamente que o complementar B em relação a A unido a B é igual a A. Em outras palavras, o valor do livro (C) unido ao valor do caderno (B) é igual ao valor das compras (A).

Ressalto que esse não foi o teorema-em-ação mais usado pelos estudantes. O mais usado está atrelado à fórmula para determinar o número de elementos do conjunto união. A seguir, coloco a validade universal dessa fórmula.

Denominando por:

- $n(A)$ o número de elementos de um conjunto A;
- $n(B)$ o número de elementos de um conjunto B;
- $n(A \cup B)$ o número de elementos do conjunto A unido a B;
- $n(A \cap B)$ o número de elementos do conjunto A intersecção com B.

Gentil et al. (1989, p. 25) colocam que:

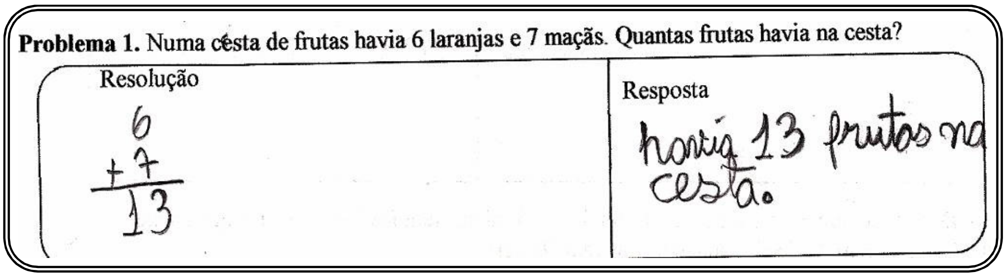
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \qquad (1)$$

Quando A e B são conjuntos disjuntos, ou seja, não têm elementos em comum, naturalmente se tem que $n(A \cap B) = 0$. Dessa forma, a fórmula apresentada na expressão (1) fica:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B). \qquad (2)$$

Os estudantes usaram implicitamente a fórmula para determinar o número de elementos do conjunto união, de conjuntos disjuntos, colocada na expressão (2).

A Figura 5.2.31 mostra um exemplo de resolução na qual se tem o teorema-em-ação.


Problema 1. Numa cesta de frutas havia 6 laranjas e 7 maçãs. Quantas frutas havia na cesta?

Resolução	Resposta
6 + 7 = 13	havia 13 frutos na cesta.

Figura 5.2.31. Uso de teorema-em-ação no pós-teste de Edi.

A Figura 5.2.31 mostra a resolução registrada por Edi na primeira situação-problema do pós-teste. Trata-se de uma situação de composição protótipo.

Observe que o estudante apenas registrou a operação de adição 6+7= 13. A situação busca o número total de frutas na cesta. Trata-se de encontrar o número de elementos do conjunto união. Denominando de:

A o conjunto das laranjas;

B o conjunto das maças.

Então $A \cup B$ é o conjunto das frutas que estão na cesta.

Assim, tem-se:

$$n(A) = 6 \text{; o } n(B) = 7 \text{ e o } n(A \cup B) = 13,$$

que foi a soma realizada na ação do estudante.

Contudo, é preciso ressaltar, mais uma vez, que essas etapas seguidas pelo estudante não têm validade universal, mas apenas um alcance local, talvez para pequenas coleções e em situações similares à que lhe foi apresentada.

5.2.3.3 Síntese da terceira fase da análise qualitativa

A terceira fase da análise qualitativa foi designada para a observação e análise de esquemas de resolução feitos pelos estudantes, bem como de conceitos-em-ação e teoremas-em-ação utilizados por eles.

Foi possível destacar quatro diferentes esquemas de ação utilizados: uso do *complementar*; uso do *"cálculo mental"*; uso de *contagem*; *tratamento da comparação como composição*.

Esses esquemas não são utilizados necessariamente de maneira isolada. Os estudantes chegam a utilizar mais de um esquema numa mesma resolução. Em geral, alguns deles não são evidenciados pela escola, como foi o caso do esquema com o uso de *contagem* utilizado por Duda. Nesse mesmo esquema, utilizado por ele, constatei que mesmo registrando erros na resolução, o raciocínio utilizado tinha muitos pontos corretos.

Baseada nessas evidências é que afirmo a necessidade de a escola observar a utilização dos esquemas, de modo que a intervenção de ensino possa visar ou apresentar condições para os estudantes aperfeiçoarem o uso de seus esquemas e que ocorra uma melhor aprendizagem dos conceitos envolvidos nas situações.

Ainda foi possível observar, envolvidos nos esquemas de resolução, um conceito-em-ação e dois teoremas-em-ação. Ambos os conhecimentos implícitos observados estão atrelados à Teoria dos Conjuntos. O conceito-em-ação e um dos teoremas-em-ação se referem ao conjunto complementar, e o outro teorema-em-ação se refere à fórmula para determinar o número de elementos do conjunto união. Diante das análises realizadas, deixo como sugestão que a escola observe e incentive esse tipo de uso implícito do conhecimento, pois ele poderá facilitar a aprendizagem dos conceitos científicos de validade universal a serem abordados nos anos posteriores.

5.2.4 Breve discussão sobre o uso da operação inversa

O uso da *operação inversa* foi um esquema de ação utilizado pelos estudantes de modo muito recorrente ao longo de toda a pesquisa. As observações revelaram uma estreita relação desse tipo de procedimento com as situações-problema nas quais havia incongruência entre a operação a ser realizada e uma ou mais palavras contidas no enunciado.

Dessa forma, esse tipo de procedimento mereceria um estudo voltado apenas para a sua investigação, o que não era objetivo da presente tese. Todavia, julgo pertinente fazer algumas considerações, uma vez que essas recorrências me fizeram refletir sobre o procedimento em questão.

A minha hipótese é que esse procedimento pode ser reflexo da maneira pela qual é introduzida para o estudante a resolução de situações-problema aditivas. De fato, com o intuito de oferecer ao estudante uma maneira eficaz de identificar qual operação ele deve realizar para resolver uma situação-problema, existe certa cultura em se relacionar a escolha da operação a algumas palavras.

Assim, se no enunciado da situação constam palavras tais como "adicionar", "mais", "ganhar", "receber", chama-se atenção para elas no sentido de estarem relacionadas à operação de adição. Da mesma forma, quando em um enunciado há palavras como "perder", "dar", "menos", "emprestar", então se deve realizar uma operação de subtração. Essas "dicas" são válidas para muitas situações-problema, principalmente as que são classificadas como protótipos (as mais trabalhadas na escola), ou, de maneira geral, quando existe congruência entre a "palavra-dica" e a operação a ser realizada.

Elas, contudo, estão longe de ter validade universal, por isso, muitas vezes conduzem o estudante a resolver incorretamente situações não tão sofisticadas, como, por exemplo, aquelas enquadrados em situações de transformação de 1ª extensão, do tipo "*Maria tem 4 bonecas, <u>ganhou</u> algumas no seu aniversário e agora tem 9 bonecas. Quantas bonecas ela <u>ganhou</u>*?" Ao se deter na palavra <u>*ganhou*</u> como indicador da operação a ser realizada, o estudante termina por realizar uma adição com os valores 4 e 9, chegando ao resultado errôneo de 13 bonecas, ao invés das 5 bonecas que Maria teria ganhado no aniversário.

Existem outras hipóteses que buscam explicar o erro gerado pela incongruência entre uma palavra do enunciado e a operação necessária para resolver corretamente a situação-problema. Franchi (1977, p. 123-124) justifica essa conduta da criança pela sua experiência com tais palavras em seu cotidiano e, ainda, pelas "[...] condições do uso da linguagem [que] produzem uma associação entre os significados dos termos "mais" e "juntar", "acrescentar", ..., "menos" e tirar". Nessa direção, Hudson (1983), a partir de um estudo realizado com 94 crianças de 4 a 8 anos, explorando situações de comparações cujos enunciados faziam uso de termos "quantos a mais", "quantos a menos", conclui que a dificuldade da criança está na ordem da compreensão linguística.

Vasconcelos (1998) aborda modelos teóricos e práticas de ensino para a resolução de situações-problema aditivas. A autora coloca que as dificuldades dos estudantes na resolução das situações aditivas surgem desde a 1ª série do Ensino Fundamental, continuam nas séries seguintes e têm parte de sua origem na forma como o ensino escolar está estruturado. Ainda para a autora, a prática de ensino de resolução de situações-problemas de maneira geral se caracteriza por alguns aspectos, dentre esses, está o trabalho com as "palavras-dica", a partir de regras fornecidas para a criança, como:

> Se a situação [...] envolve ganhar, [...], a operação a ser realizada é adição e, quando [...] for perder, [...], a operação é subtração". Esse recurso tenta evitar a famosa pergunta: "tia essa conta é de mais ou de menos?", e permite que diversos problemas sejam resolvidos [...], essa resolução é fruto não da compreensão das relações entre os dados do problema, mas, sim, da "dica" da palavra-chave. (VASCONCELOS, 1998, p. 55).

Figueredo (1985 apud VASCONCELOS, 1998, p. 55) mostra que, se o estudante aprende a resolver as situações com essa prática, quando for defrontado com situações-problema em que a "palavra-dica" seja incongruente com a operação a ser realizada, ele não vai conseguir resolver.

Mais recentemente, Campos et al. (2007), ao realizarem um estudo com o objetivo de comparar os desempenhos de estudantes de 1ª a 4ª série, dos estados de São Paulo e Bahia, no que se refere à resolução de situações-problema aditivas, detectou que, em ambos os grupos, as crianças partem de patamares de sucesso muito baixos em situações de transformação de 1ª extensão, do tipo “*Carlos tinha 4 bolas de gude. Ganhou algumas e agora ele tem 10 bolas de gude. Quantas bolas ele ganhou?*” As autoras justificaram tal resultado pela incongruência semântica que a situação-problema apresenta. O estudo ainda detectou que, enquanto o crescimento no percentual de acertos, por série, das crianças baianas é pequeno, esse crescimento é significativo entre as crianças do grupo paulista. Essa “trajetória crescente mostrada pelos estudantes de São Paulo pode significar que esses, através da instrução, conseguem cada vez mais superar essa ‘armadilha’, o que parece não ter acontecido com os estudantes da Bahia” (CAMPOS et al., 2007, p. 234).

No presente estudo, a escolha da operação inversa foi o procedimento de erro de maior incidência. Ocorreu mais fluentemente nas situações-problema que apresentavam incongruência entre uma palavra do enunciado e a operação escolhida pelo estudante. Apesar desse procedimento ter surgido em situações-problema de transformação (1ª e de 4ª extensões) e em comparação (3ª e 4ª extensões), as maiores repetições ocorreram nas situações de transformação de 1ª extensão e comparação de 4ª extensão, sendo um pouco mais incidente nessa última. Após a intervenção de ensino, elas continuaram mais recorrentes na comparação de 4ª extensão. Esses resultados trazem evidências da relação desse tipo de erro com a complexidade inerente à categoria e à incongruência entre a palavra e a operação.

Dessa forma, as evidências levam a inferir que o grau de complexidade da situação é efetivamente um fator que deve ser levado em consideração quando se analisa a escolha do estudante pela operação inversa.

A intervenção de ensino aplicada neste estudo obteve bons resultados, pois conseguiu minimizar a utilização desse tipo de procedimento. Todavia, não foi suficiente para saná-la. Existem algumas conjecturas que podem explicar tais resultados:

- os estudantes já estavam há, pelo menos, três anos na escola, aprendendo os conceitos do Campo Aditivo e, de certa forma, sendo influenciados pelas práticas ensinadas;

- a intervenção de ensino durou aproximadamente dois meses. Esse tempo pode não ter sido suficiente para que abandonassem definitivamente as velhas práticas.

Contudo, essas são apenas hipóteses sobre os reais motivos que conduzem à permanência da escolha do procedimento pela escolha da operação inversa feita pelo estudante.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os objetivos deste estudo foram a aplicação e a avaliação de uma sequência de ensino baseada na resolução de situações-problema, desenvolvida em duas turmas da 3ª série do Ensino Fundamental, cada uma utilizando suporte didático distinto, a fim de analisar os possíveis efeitos e expansões no Campo Conceitual Aditivo.

Para atingir tal objetivo trilhamos um percurso que está descrito brevemente nesta última etapa da tese. A seguir, faço uma síntese das etapas anteriores.

Síntese do Percurso da Tese

A primeira etapa da tese (Apresentação) foi destinada a apresentar as motivações e justificativas que me levaram à elaboração de tal objetivo, bem como as questões de pesquisa que nortearam todo o percurso. O esboço de tais questões derivou dos estudos realizados por Magina et al (2001) e Magina e Campos (2004) acoplados e replicados por Santana, Cazorla e Campos (2006). Nesta etapa, evidenciei os principais pontos dos estudos iniciais que deram o ponto de partida para o presente estudo.

Na etapa seguinte (Capítulo I), realizei inúmeras leituras sobre o referencial teórico que deu sustentação ao estudo. Assim, a teoria de base deste estudo foram os Campos Conceituais, mais especificamente o Campo Aditivo, sustentado nos estudos de Vergnaud (1982, 1984, 1988a, 1988b, 1990, 1991, 1994, 1996, 1997, 1998). A partir das leituras realizadas, fiz reflexões sobre as especificações da teoria, tais como os principais conceitos, a divisão do conhecimento em Campos Conceituais, o Campo Conceitual Aditivo e, dentro desse, a classificação das categorias de situações, que foram discutidas em detalhes.

O Capítulo II é a terceira etapa deste estudo, onde apresento resultados de pesquisas correlatas dentro do Campo Conceitual Aditivo, tanto aquelas que se apoiaram na Teoria dos Campos Conceituais como aporte teórico, quantos as que não utilizaram tal referencial especificamente, mas focaram o tema deste estudo.

A etapa seguinte refere-se a uma síntese dos PCN sobre o ensino das Estruturas Aditivas. Além disso, retrata o uso de suportes didáticos em sala de aula. Esses pontos foram apresentados e discutidos no Capítulo III.

Para construir o delineamento metodológico, adentrei no Capítulo IV apoiada nas ideias teóricas apresentadas na Teoria dos Campos Conceituais, nas releituras das categorias de situações aditivas apresentadas em Vergnaud (1982, 1991, 1996), bem como nas leituras das pesquisas correlatas ao tema deste estudo. Realizei um estudo intervencionista, classificado por Fiorentini e Lorenzato (2006) como quase-experimental, e subdividido em estudo piloto e estudo principal.

O objetivo principal do estudo piloto foi testar a eficácia do instrumento diagnóstico, das situações-problema, dos suportes didáticos e das sequências de ensino desenvolvidas inicialmente. A partir das observações e análises do primeiro estudo, realizei mudanças nos instrumentos e nas sequências visando à aplicação do segundo. O estudo principal teve como objetivo aplicar e avaliar a sequência de ensino baseada na resolução de situações-problema, utilizando suportes didáticos distintos, a fim de analisar os possíveis efeitos e expansões no Campo Conceitual Aditivo dos estudantes envolvidos.

A etapa seguinte diz respeito à análise dos resultados do estudo principal (Capítulo V). Essa análise forneceu informações satisfatórias para responder às questões de pesquisa delineadas na apresentação. Visando efetivar tais respostas, apresentarei na seção seguinte a síntese dos resultados obtidos na análise (Capítulo V), para depois retomar as questões de pesquisa com o intuito de respondê-las.

Os principais resultados

A análise foi realizada qualitativa e quantitativamente. O foco da análise quantitativa foi o desempenho dos estudantes, considerando os instrumentos diagnósticos. Sempre que pertinentes os resultados quantitativos foram acompanhados de testes estatísticos feitos com o auxílio do pacote estatístico SAS. Já a análise qualitativa focou os tipos de erros mais cometidos e os esquemas de resolução utilizados pelos estudantes dos grupos experimentais. Além disso, buscou-se identificar conceitos-em-ação e teoremas-em-ação utilizados pelos estudantes.

A análise quantitativa

A análise do desempenho geral mostrou que no pré-teste os estudantes partiram de patamares muito próximos de acerto. Tal desempenho indicou a existência de um grupo homogêneo. Já no pós-teste os desempenhos indicaram a separação em dois grandes grupos: os experimentais e os de controle, com um crescimento significativo no desempenho dos experimentais, com certa estagnação dos grupos de controle.

Com as situações-problema agrupadas por categoria, observei que na composição, na transformação e na comparação os grupos experimentais apresentaram a mesma tendência de crescimento que no desempenho geral, enquanto que os de controle apresentaram certa estagnação ou decrescimento. Na categoria transformação de uma relação – (TR), os grupos experimentais apresentaram crescimento, junto com um dos grupos de controle, enquanto o outro grupo de controle apresentou uma queda acentuada. Na categoria composição de várias transformações – (CT), os grupos experimentais cresceram, enquanto os grupos de controle decresceram. Além disso, esse crescimento é estatisticamente significativo no grupo que utilizou o material didático em detrimento do uso dos diagramas de Vergnaud.

Ao agrupar as situações-problema segundo as extensões, observei que os melhores desempenhos dos grupos ocorreram nos protótipos. Nas demais extensões (1ª, 2ª, 3ª e 4ª), os experimentais crescem enquanto os de controle ficam estagnados apresentando pequenos crescimento e também decrescimento.

Com as situações-problema agrupadas segundo a presença ou não da variável pictórica, os grupos tendem a apresentar melhor desempenho nas situações que contam com a presença das variáveis pictóricas. Independente dos suportes didáticos utilizados, os grupos experimentais têm crescimento significativo do pré para o pós-teste, e os grupos de controle ficaram com certa estagnação.

Esses resultados indicaram que a intervenção de ensino com o uso da sequência de ensino baseada na classificação dada na Teoria dos Campos Conceituais, para as situações aditivas, melhora o desempenho dos estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental.

Tendo concluído a parte quantitativa da análise, passei a realizar a análise qualitativa dos dados, que sintetizo a seguir.

A análise qualitativa

Por considerar que os grupos experimentais eram o foco principal deste estudo, considerei, para a análise qualitativa, as resoluções apresentadas: nos instrumentos diagnósticos, nas atividades de casa, bem como na atividade da entrevista dos estudantes desses grupos. Nessa análise, busquei elucidar os erros, os esquemas, os conceitos-em-ação e teoremas-em-ação utilizados nas resoluções.

Os erros detectados foram classificados como: *inconsistente*; no *cálculo numérico*; no *cálculo relacional*; e em *branco*, sendo que esses erros foram mais incidentes no pré-teste e de menor incidência no pós-teste. De maneira geral, o erro no *cálculo relacional* foi o mais recorrente, seja no pré-teste, durante a intervenção de ensino ou no pós-teste. Vale ressaltar que os erros *inconsistentes* e/ou *em branco* praticamente deixaram de ser registrados no pós-teste dos grupos. Esses resultados indicam que a intervenção de ensino aplicada contribuiu para melhor compreensão das situações-problema aditivas, além de mudança de postura diante das atividades, demonstrando um maior comprometimento com elas, o que, consequentemente, correspondeu a um maior domínio do Campo Aditivo.

Em relação aos esquemas de resolução utilizados pelos estudantes, foi possível observar quatro diferentes esquemas: uso do *complementar*; uso do *"cálculo mental"*; uso de *contagem*; e o *tratamento da comparação como composição*. Em geral os estudantes chegaram a usar mais de um esquema numa mesma resolução. E a mudança foi notável no uso dos esquemas, pois os estudantes foram gradativamente passando a usar esquemas de ação mais coerentes, quando comparados pré-teste, atividades de casa e pós-teste.

Nos esquemas de ação, observei o uso de um conceito-em-ação e de dois teoremas-em-ação. Esses conhecimentos implícitos estavam atrelados ao conhecimento científico de conjuntos.

De posse desses resultados, é possível responder às questões de pesquisa levantadas pelo estudo, questões estas que se mobilizam em torno das expectativas em relação ao uso da sequência de ensino e dos suportes didáticos, no domínio do Campo Conceitual Aditivo pelos estudantes.

Resposta às Questões de Pesquisa

Como colocado na apresentação desta tese, foram elaboradas três questões de pesquisa sobre as contribuições de uma sequência de ensino e dos suportes didáticos, no domínio do Campo Aditivo, por estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental. Dessa forma, a seguir coloco cada uma delas acompanhada de sua respectiva resposta.

QUAIS AS CONTRIBUIÇÕES QUE UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO BASEADA NA CLASSIFICAÇÃO PROPOSTA PELA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS TRAZ PARA O DOMÍNIO DO CAMPO ADITIVO POR ESTUDANTES DA 3ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL?

A utilização de uma sequência de ensino construída baseada na classificação proposta por Vergnaud (1982, 1991, 1996) permite que os conceitos aditivos sejam trabalhados de maneira gradativa com os estudantes, isto é, os conceitos aditivos podem ser ensinados segundo o grau de dificuldade e complexidade. À medida que o estudante vai compreendendo cada conceito e dominando a resolução das situações-problema das extensões menos complexas, vai avançando para extensões mais complexas.

Assim, fica ressaltada a importância de se ensinar seguindo a complexidade das extensões, e não apenas das categorias. Este estudo comprovou que o movimento de ensino dos conceitos envolvidos nas categorias principais – composição, transformação e comparação – partindo dos protótipos para a 4ª extensão, mostrou-se mais eficaz do que quando trabalhado apenas pelos conceitos de cada categoria. Ao se trabalhar os conceitos pelas extensões, o estudante estabelece contato com estruturas de diferentes situações e que têm o mesmo nível de complexidade, ou entram em contato com novas estruturas de maneira gradativa. Em outras palavras, ao se trabalhar com os protótipos e as 1ª extensões, são colocados conceitos de duas estruturas (composição e transformação). Quando se passa para o trabalho com a 2ª extensão e depois para a 3ª se inclui uma estrutura mais complexa que é a comparação. Por último vem a 4ª extensão que, mais uma vez, vai abordar duas estruturas: a transformação e a comparação. Após este movimento, o trabalho com as três últimas categorias pode ser estabelecido, também de maneira gradativa, sendo uma categoria após a outra. Ressalvo que os momentos de revisão precisam ser estabelecidos, ao passo que se trabalha novos conceitos e sempre retomando os conceitos apresentados anteriormente.

Por fim, a análise do quadro geral de desempenho dos grupos experimentais e dos grupos de controle possibilitou concluir que uma sequência de ensino baseada na classificação proposta na Teoria dos Campos Conceituais para as situações-problema aditivas melhorou significativamente o desempenho dos estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental. Esse desempenho superou em muito o obtido pelos estudantes que tiveram uma sequência de ensino baseada em métodos convencionalmente utilizados na escola, isto é, os que não se basearam nessa Teoria.

Outra contribuição diz respeito à qualidade e coerência das resoluções apresentadas pelos estudantes. As resoluções foram sendo gradualmente modificadas e reveladas melhores coerências nos esquemas de ação durante o processo de intervenção, isto é, nas resoluções apresentadas durante os encontros de intervenção, nas atividades de casa, nos instrumentos do pós-teste, bem como nas atividades da entrevista.

Assim, a principal contribuição que a sequência de ensino trouxe para os estudantes foi a apropriação e consequente expansão das estruturas aditivas. Os resultados não deixam dúvidas acerca do avanço dos grupos experimentais quanto à capacidade de resolver situações-problema aditivas, desde as mais simples, consideradas protótipos, até aquelas classificadas como de 4ª extensão. Ou mesmo a categoria CT que se mostrou de maior complexidade dentre as categorias abordadas.

Apoiada na certeza das contribuições positivas que a sequência de ensino, construída com base na Teoria dos Campos Conceituais, traz para a expansão do Campo Aditivo de estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental, é que busco responder a segunda questão da pesquisa estabelecida.

> **CONSIDERANDO UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO BASEADA NA CLASSIFICAÇÃO PROPOSTA PELA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS, A UTILIZAÇÃO DE SUPORTES DIDÁTICOS DISTINTO TRAZ DIFERENÇA NA EXPANSÃO DO CAMPO CONCEITUAL ADITIVO DE ESTUDANTES DA 3ª SÉRIE DO ENSINO FUNDAMENTAL?**

Culturalmente existe um “mito” em relação ao uso do material didático ou material manipulativo em detrimento do uso de materiais representacionais, no caso os diagramas, afirmando que o material manipulativo traz mais vantagens para a aprendizagem. Em Santana (2008), discuto a interferência de tais materiais na expansão do Campo Aditivo de estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental e os resultados gerais revelaram que não existem diferenças significativas no desempenho geral dos estudantes que utilizaram os diferentes materiais durante a intervenção de ensino, pois ambos originaram criação de significados para os estudantes.

Os resultados obtidos nesta tese corroboram o que foi afirmado por Santana (2008), de maneira que quando se observa o quadro geral de desempenho dos grupos experimentais a resposta para a questão de pesquisa colocada acima é negativa. Nesse quadro geral, é possível observar que a utilização dos diferentes suportes didáticos não acarretou diferenças significativas para a expansão do Campo Aditivo.

No que diz respeito à análise qualitativa, ao observar os esquemas de resolução feitos pelos estudantes não notei diferenças significativas.

Durante a intervenção observei que o uso do material didático facilita a aprendizagem do estudante no que diz respeito à compreensão dos algoritmos envolvidos, agrupamentos e trocas feitas dentro das operações com o grupo MD. Observei que perguntas como: "Tia, é de transformação ou de composição?" (informação verbal)[63], foram ocupando o lugar das perguntas como: "Tia, é de mais ou de menos?"

Com o grupo que utilizou os diagramas de Vergnaud foi possível observar o crescimento na compreensão das situações-problema, pois os estudantes foram gradativamente abandonando a pergunta "Tia, é de mais ou de menos?" (informação verbal)[64], para perguntas como: "Tia, esse diagrama vai ser de composição ou de transformação?". De maneira geral, a evolução da aprendizagem foi observada em ambos os grupos.

Todavia, surgem questionamentos sobre a interferência desses materiais quando se observa o desempenho dos estudantes em focos mais específicos. Ao se agrupar as situações-problema por categoria, por extensão e pela presença ou não da variável pictórica, esse resultado se mantém? Para responder a questionamentos desse tipo é que coloquei a terceira questão de pesquisa.

---

[63] Perguntas feitas de forma oral por estudantes do grupo MD, tendo sido as falas registradas nas gravações realizadas durante os encontros de intervenção e de aplicação dos instrumentos diagnósticos com o grupo.

[64] Perguntas feitas de forma oral por estudantes do grupo Dv, tendo sido as falas registradas nas gravações realizadas durante os encontros de intervenção e de aplicação dos instrumentos diagnósticos com o grupo.

EXISTE SUPREMACIA NA UTILIZAÇÃO DE UM DESSES SUPORTES? SE SIM, EM QUÊ?

Ao se agrupar as situações-problema segundo as extensões e pela presença ou não da variável pictórica, não observei diferenças significativas no desempenho dos estudantes.

Todavia, no agrupamento das situações segundo as categorias foi possível notar que, nas três primeiras categorias (composição, transformação e comparação), o desempenho dos grupos trabalhando com os diferentes suportes didáticos são similares, enquanto nas duas categorias, TR e CT, houve uma pequena superação na influência do uso do material didático quando comparado com o uso dos diagramas de Vergnaud.

O grupo experimental MD apresentou crescimento estatisticamente significativo em ambas as categorias (TR e CT), ao passo que o crescimento de DV não foi estatisticamente significativo. Estes resultados indicam uma superação do uso do material didático em detrimento do uso dos diagramas de Vergnaud nas duas categorias.

Em suma, a utilização do material didático apresentou supremacia apenas no desempenho dos estudantes em duas categorias de situações-problema, de forma a diferenciar na expansão do Campo Conceitual Aditivo dos estudantes nas categorias de situações-problema TR e CT.

Diante de tais resultados, surgem reflexões e inquietações que são possíveis temas para futuros estudos, e que são colocadas a seguir.

Reflexões Originadas com o Estudo

Em toda pesquisa surgem reflexões sobre os resultados obtidos, o que é praticamente um processo natural. Nesta tese não foi diferente. Diante do planejamento, das leituras e da realização de todo o processo do estudo surgiram pontos que merecem uma reflexão sobre eles.

Um dos principais pontos que surgiu para reflexão centra-se na formação inicial e continuada do professor das séries iniciais. A meu ver, esses professores ficam à margem de discussões importantes em relação à formação inicial de conceitos matemáticos do conhecimento matemático. Considerando a formação inicial, que ocorre nos cursos de Pedagogia, o estudante costuma contar apenas com a disciplina Metodologia do Ensino de Matemática para realizar tal discussão. Contudo, a carga horária desta disciplina costuma variar, a depender da instituição de ensino, entre 60 e 72 horas, o que significa menos de 5% do total do curso.

Com tal carga horária, o curso fica sem condições de abarcar as reais necessidades de discussão e formação para o trabalho a ser realizado pelo futuro professor, no que se refere à formação de conceitos matemáticos iniciais. Uma formação inicial com esses propósitos certamente iria subsidiá-lo em sua tarefa diária na formação inicial de conceitos matemáticos.

Essas reflexões surgiram a partir do convívio diário que tive com as professoras da escola pesquisada. Na oportunidade, ouvi, por diversas vezes, que elas se sentiam inseguras para realizar o trabalho com tal disciplina, tanto do ponto de vista dos recursos e das possíveis formas de abordar os conteúdos, como do domínio dos próprios conteúdos matemáticos. Não podemos perder de vista que é nas séries iniciais que os estudantes formam os conceitos básicos da Matemática, quais sejam, os números e as quatro operações básicas, sem os quais será praticamente impossível o entendimento posterior dos conteúdos matemáticos. Porém, como exigir que a professora ensine conceitos sobre os quais ela própria tem dúvidas? Como exigir dela uma postura analítica sobre a disciplina se, ao longo de sua formação, não lhes oferecemos tal oportunidade?

Outro ponto de reflexão diz respeito especificamente aos conceitos inerentes ao Campo Conceitual Aditivo. Nos PCN esses conceitos são apresentados permeando a Teoria dos Campos Conceituais de maneira a nortear o trabalho diário do professor. Contudo, os professores não usam com clareza tais orientações. Levanto a hipótese de que tal fato ocorre por eles não terem o mínimo contato com e/ou conhecimento sobre a Teoria.

Um terceiro ponto diz respeito à “cultura” de ensinar situações-problema aditivas tendo como suporte a busca de “palavras-dicas” ou palavras-chave no enunciado das situações, buscando nortear a escolha da operação a ser realizada. Tal “cultura” encontra-se impregnada no dia a dia da sala de aula. Não posso aqui culpar o professor, mas posso inferir que alguma coisa dentro da formação inicial, bem como das formações continuadas no que diz respeito ao conhecimento matemático, necessita ser repensada.

Os pontos de reflexão colocados acima estão intimamente atrelados à necessidade de planejamentos, construções e aplicações de sequências de ensino que utilizem ou não suportes didáticos, mas que visem mudar o quadro encontrado na realidade pesquisada. Tais reflexões só poderão ser realizadas se contarem com a parceria do professor que está em sala de aula, ou seja, do professor em serviço.

Se o trabalho com a formação dos conceitos inerentes ao Campo Conceitual Aditivo for realizado com planejamento, de maneira a se buscar a expansão e domínio dos conceitos aditivos, os estudantes terão mais êxito em sua aprendizagem.

Sugestões para Pesquisas Futuras

Acredito que este estudo trará resultados pertinentes para as discussões científicas e, de maneira especial, para o campo da Educação Matemática. Todavia, surgem, dentro das limitações da própria pesquisa, questionamentos que servem de base para novos estudos. A seguir, apresento algumas sugestões para pesquisas futuras que surgiram a partir das análises e das reflexões.

Uma sugestão de pesquisa seria a realização de um mapeamento em maior escala. Este estudo teve o objetivo de investigar a fundo uma sequência de ensino baseada na Estrutura Aditiva e, por isso, optou por trabalhar com uma única escola. Porém, a partir dos resultados, surge a seguinte questão: será que os estudantes das outras séries de um maior número de escolas e em diferentes regiões apresentariam o mesmo desempenho que os estudantes tiveram no pré-teste deste estudo?

Outra sugestão é a aplicação de sequências de ensino com estudantes das outras séries. O presente estudo ficou limitado às turmas de 3ª série, o que me leva a questionar: será que uma sequência de ensino baseada na classificação proposta pela Teoria dos Campos Conceituais traz diferença na expansão do Campo Conceitual Aditivo de estudantes da 1ª, 2ª e 4ª série do Ensino Fundamental?

Uma última sugestão que, tal como as anteriores, surgiu de minhas reflexões a partir da realização de meu estudo, diz respeito à formação continuada de professores. Apesar de ter trabalhado com os professores, não foi possível compartilhar os conhecimentos referentes à formação de conceitos do Campo Aditivo e à Teoria dos Campos Conceituais. Dessa forma, fica o questionamento: será possível desenvolver um trabalho colaborativo com pesquisadores da área de Educação Matemática e professores das séries iniciais de modo a construir sequências de ensino que possam ajudar a sanar as possíveis dificuldades dos estudantes e proporcionar a expansão e o domínio do Campo Aditivo?

Responder a cada questão aqui colocada é tarefa para futuras pesquisas.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, E. *Construindo na pré-escola, 3: Matemática*. São Paulo: Quinteto Editorial, 1997.

BITTAR, M.; FREITAS, J. L. M. *Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais do Ensino Fundamental*. 2. ed. Campo Grande, MS: Editora UFMS, 2005.

BOLDRIN, M. I. Resumo. In: Centro de Estudos Memória e Pesquisa em Educação Matemática, Banteses. *Resolução de problemas aritméticos simples envolvendo adição e subtração por escolares de 1ª série: influência da manipulação de materiais*, 1986. Disponível em: <http://www.cepem.fae.unicamp.br/banteses/te021030.html>. Acesso em: 9 mar. 2007.

BORBA, R. E. S. R.; SANTOS, R. B. Investigando a resolução de problemas de estruturas aditivas por crianças de 3ª série. *Tópicos de Educação*, Recife, v. 15, n. 3, p. 125-140, 1997.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria da Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática*, v. 3. Brasília: MEC/SEF, 1997.

______. *Ensino Fundamental de nove anos: orientações gerais*. Secretária de Educação Básica departamento de políticas de educação infantil e Ensino Fundamental coordenação geral do Ensino Fundamental. Brasília, DF, 2004. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/Ensfund/noveanorienger.pdf>. Acesso em: 22 mar. 2010.

Brousseau, G. *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Editado e traduzido por Nicolas Balacheff et al. Londres:Mathematics Education Library, 1997.

CAMPOS, T. M. M. et al. As estruturas aditivas nas séries iniciais do Ensino Fundamental: um estudo diagnóstico em contextos diferentes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, México, v. 10, p. 219-239, 2007.

CÉSAR, L. V. A. *A resolução dos problemas de adição e subtração na escola do 1º grau.* Apresentada como dissertação de mestrado, Universidade Federal de Pernambuco. Recife: UFPE, 1990.

CONTANDRIOPOULOS, A. P. et al. *Saber preparar uma pesquisa*. Tradução: Silvia Ribeiro de Souza. São Paulo - Rio de janeiro: Hucitec, 1994.

CORREA, J.; MOURA, M. L. S. A Solução de problemas de adição e subtração por cálculo mental. *Psicologia: Reflexão e Crítica*, Porto Alegre, v. 10, n. 1, 1997.

Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-79721997000100006#backback>. Acesso em: 8 jul. 2008.

DAMM, R. F. Representação, compreensão e resolução de problemas aditivos. In. MACHADO, S. D. A. (Org.). *Aprendizagem em matemática: Registro de representação semiótica*. 2. ed. Campinas, São Paulo: Papirus, 2005. p. 35-46.

EDITORA MODERNA (Org.). Projeto Pitanguá: matemática. Editora responsável Juliane Matsubara Barros. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2005.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em Educação Matemática: percursos metodológicos*. Campinas-SP: Autores Associados, 2006.

FRANCHI, A. *O problema do ensino da subtração na 1ª série do 1º grau*. Apresentada como dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo: PUC/SP, 1977.

______. Considerações sobre a teoria dos Campos Conceituais. In. MACHADO, S. D. A. et al. *Educação Matemática: uma introdução*. São Paulo: EDUC, 1999. p. 155-195.

GENTIL, N. et al. *Matemática para o 2º grau*. São Paulo: Editora Ática, 1989.

GUIMARÃES, S. D. A resolução de problemas de estrutura aditiva de alunos de 3ª série do ensino fundamental. In: *Anais do 28ª Reunião Anual da ANPED*. Caxambu-MG, 2005. *Anais do 28ª Reunião Anual da ANPED*. Caxambu-MG, 2005. p. 1-21.

______. Problemas de estrutura aditiva: análise da resolução de alunos de 3ª série do Ensino Fundamental. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v. 4.1, p. 5-17, 2009.

HUDSON, T. (1983). Correspondences and numerical differences between Sets. *Child Development*, 54, 84-90.

IEZZI, G.; MURAKAMI, C. *Fundamentos de Matemática elementar (Conjuntos, funções)*. 6. ed. v. 1. São Paulo: Atual Editora, 1985.

LIMA, E. L. *Curso de Análise*. 3. ed. v. 1. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA, 1982.

LORENZATO, S. Laboratório ensino de Matemática e materiais didáticos manipuláveis. In. LORENZATO, S. (Org.). *O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.* Campinas, SP: Autores Associados, 2006. p. 3-37.

MAGINA, S. et al. *Repensando adição e subtração: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais*. 2. ed. São Paulo: PROEM, 2001.

MAGINA, S.; CAMPOS, T. As estratégias dos alunos na resolução de problemas aditivos: um estudo diagnóstico. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 6, n. 1, p. 53-71, 2004.

MARTINS, G. V.; LIMA, I, B. O desempenho de alunos na resolução de problemas de estrutura aditiva: um estudo diagnóstico. In: 2º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2008, Recife-PE. *Anais do 2º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. Recife-PE: 2008, p. 1-12.

MORO, M. L. F. *Aprendizagem operatória: a interação social da criança*. São Paulo: Cortez: Autores Associados, 1987.

______. Aprender a somar/subtrair: uma construção em parceria. In. PAVANELLO, R. M. (Org). *Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental*. São Paulo: Biblioteca do Educador Matemático. Coleção SBEM, 2004. v. 2. p. 67-98.

NORUSSES, M. J., *SPSS for WINDOWS Base System User's Gued Reliase 6.0*. Chicago, IL: SPSS Inc., 1993.

NUNES, T.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; BRYANT, P. *Educação Matemática: números e operações numéricas*. São Paulo: Cortez, 2005.

PASSONI, J. C. *"(Pré-) Álgebra: introduzindo os números inteiros negativos".* Apresentada como dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo: PUC/SP, 2002.

PASSONI, J. C.; CAMPOS, T. M. M. Revisitando os problemas aditivos de Vergnaud de 1976. In. MACHADO, S. D. A. (org.). *Aprendizagem em matemática: Registro de representação semiótica*. 2. ed. Campinas, São Paulo: Papirus, 2005. p. 49-56.

PEIXOTO, J. L. B.; SANTANA, E. R. S.; CAZORLA, I. M. *Soroban: uma ferramenta para compreensão das quatro operações*. Itabuna: Via Litterarum, 2006.

PESSOA, C. A. S. Interação Social: uma análise do seu papel na superação de dificuldades de resolução de problemas aditivos. In: 25ª Reunião Anual da ANPED, 2002, Caxambu-MG. *Anais 25ª Reunião Anual da ANPED*, 2002. p. 1-15.

PIAGET, J. *A construção do real na criança*. Tradução: Álvaro Cabral. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. *A gênese do número na criança*. Tradução: Christiano Monteiro Oiticica. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

RUDIO, Franz Vitor. *Introdução ao projeto de pesquisa científica*. Petrópolis: Vozes, 1986.

SANTANA, E. R. S.; CAZORLA, I. M. Encontros e desencontros no ensino de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. In: III Congresso Internacional de Ensino da Matemática, 2005, Canoas-RG. *Anais do III Congresso Internacional de Ensino da Matemática.* Canoas-RG, 2005. p. 1-9.

SANTANA, E. R. S.; CAZORLA, I. M.; CAMPOS, T. M. M. Diagnóstico do desempenho de estudantes em diferentes situações no campo conceitual das estruturas aditivas. In: III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Águas de Lindóia, 2006. *Anais do III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. Águas de Lindóia, 2006, p. 1-15.

______. Desempenho de estudantes em diferentes situações no Campo Conceitual das Estruturas Aditivas. In: *Estudos em Avaliação Educacional,* 2007.

SANTANA, E. R. S. Manipulative material and Representational material. In: Joint Meeting of the International Group and the North American Chapter of Psychology of Mathematics Education, 2008, Morelia-México. *Anais do Proceedings of the Joint Meeting of PME 32 and PME-NA XXX*, Morelia-México, 2008, p. 1-4.

SANTOS, M. S. *Estruturas Aditivas: um olhar em livros didáticos do 2º ciclo do ensino fundamental.* Apresentada como monografia na Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus: UESC, 2006.

SANTANA, E. R. S.; CAZORLA, I. M.; CAMPOS, T. M. M.. Desempenho de estudantes em diferentes situações no Campo Conceitual das Estruturas Aditivas. In: *Estudos em Avaliação Educacional*, 2007.

SANTANA, E. R. S. et al. What relations can we make between primary teacher's conceptions and students performance regarding to additive structures? An analysis of two studies in brazilian schools. In: 11^{th} International Congress on Mathematical Education, 2008, Morélia-México. *Anais do* 11^{th} *International Congress on Mathematical Education*, 2008. p. 1-7.

SAS Institute Inc: *SAS/STAT® User's Guide, Version 9.1*. Cary, NC: SAS Institute Inc; 2004.

SELVA, A. C. V. Resolução de problemas de divisão com crianças pequenas: estratégias X recursos utilizados. Disponível em: <http://www.educacaoonline.pro.br/resolucao_de_problemas.asp>. Acesso em: 27 abr. 2005.

SILVA, A. P. B. Resolução de problemas aditivos de ordem inversa: uso do jogo carta misteriosa e diagrama. In: 2º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2008, Recife-PE. *Anais do 2º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*. Recife-PE, 2008, p. 1-12.

SIEGEL, S.; CASTELLAN, N. J. *Estatística Não-Parmétrica para as Ciências do Comportamento*. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.

SILVA, F. L. Q.; CASTRO FILHO, J. A. Resolução de problemas como metodologia para aprender Matemática. In: VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. *Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática*. Recife: SBEM, 2004. p. 1-15.

STRATTON, P.; HAYES, N. Dicionário de Psicologia, 1994. Versão online disponível em<http://books.google.com.br/books?id=dx9LSYgfcacC&pg=PA78&lpg=PA78&dq=psicologia+efeito+de+teto&source=bl&ots>. Acesso em: 22 ago. de 2009.

VASCONCELOS, L. Problemas de adição e subtração: modelos teóricos e práticos de ensino. In. SHLIEMANN, A.; CARRAHER, D. (Orgs.). *A compreensão de conceitos artméticos: ensino e pesquisa*. Campinas, São Paulo: Papirus, 1998. p. 53-72.

VEER, R. V. D.; VALSINER, J. *Vygotsky: uma síntese*. Tradução por Cecilia C. Bartalotti. São Paulo: Loyola, 1996.

VENTURA, L. S.; SELVA, A. C. V. Crianças de 09 anos resolvendo problemas de estrutura aditiva com auxílio de recursos representacionais. In: Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte: SBEM, 2007. *Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática*. Belo Horizonte, 2007. p. 1-13.

VERGNAUD, G. A Classification of Cognitive Tasks and Operations of Thought Involved in Addition and Subtraction Problems. In. *Addition and Subtraction: a cognitive Perspective.* New Jerssey: Lawrense Erlbaun, 1982. p. 39-59.

______. Didactics as a content-oriented approach to research on the learning of physics, mathematics and natural language. In. AERA, New Orleans,1984. p. 01-22.

______. Problem of representation in the teaching and learning of mathematics. In. JANVIER, C. (Ed.). Lawrence Erlbaum Associates, New Jersey, 1987. p.227-232.

______. Multiplicative structures. In. HIEBERT, H. and BEHR, M. (Ed.). *Research Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in the Middle Grades.* Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum, 1988a. p. 141-161.

______. Theoretical Frameworks and empirical facts in the psychology of mathematics education. *ICME VI*, Budapest, 1988b.

______. La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Grenoble, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

______*. El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemáticas em la escuela primária*. México: Trillas, 1991.

______. Multiplicative conceptual field: what and why? In. Guershon, H. e Confrey, J. (Eds.). *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics*. Albany, N. Y.: State University of New York Press, 1994. p. 41-59.

______. A Teoria dos Campos conceituais. In. BRUN, J. *Didáctica das matemáticas*. Tradução por Maria José Figueiredo. Lisboa: Intituto Piaget, 1996. p. 155-191.

______. The nature of mathematical concepts. In. Nunes, T. & Bryant, P. (Ed.) Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective. Hove East Sussex: Psychology Press Ltd, 1997. p. 5-27.

______. A comprehensive theory of representation for mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 1998. p. 167-181.

APÊNDICE A

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC
PRO-REITORIA DE GRADUAÇÃO – PROGRAD
PROGRAMA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES – PROAÇÃO
CURSO DE PEDAGOGIA-HABILITAÇÃO DE PROFESSORES PARA A EDUCAÇÃO INFANTIL E SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL
Disciplina: "Matemática: conteúdo e método". Pesquisa: Análise das estruturas aditivas

Instrumento diagnóstico aplicado no com os estudantes dos professores do PROAÇÃO, e o relatório preenchido pelos professores

NOME:____Idade:______

Sexo: ☐ Masculino ☐ Feminino

Você gosta de Matemática? Não ☐ Pouco ☐ Mais ou menos ☐ Bastante ☐ Muito ☐

Por que?____

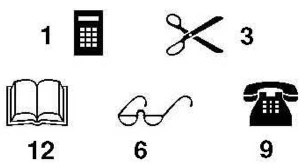
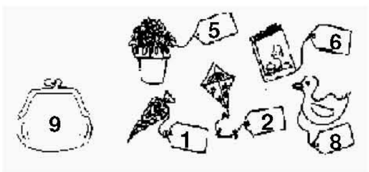
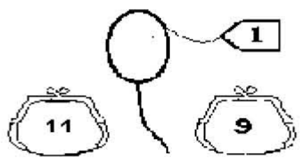
____

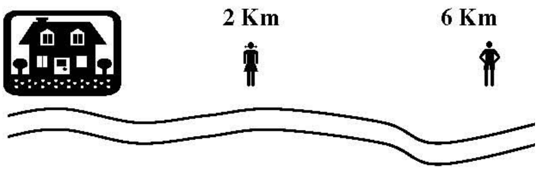
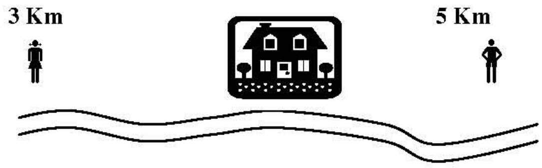
Alguém lhe ajuda a fazer as tarefas de Matemática em casa? Não ☐ Sim ☐

Se sim, quem? ____

Problema 1. Num tanque havia 6 peixes vermelhos e 7 peixes amarelos. Quantos peixes havia no tanque?	Resposta:
Problema 2. Maria tinha 9 figurinhas e ganhou 4 figurinhas de seu pai. Quantas figurinhas Maria tem agora?	Resposta:
Problema 3. Maria tinha 9 figurinhas e deu 4 figurinhas para seu irmão. Quantas figurinhas Maria tem agora?	Resposta:
Problema 4. Carlos tinha 4 bolas de gude. Ganhou algumas e agora ele tem 10 bolas de gude. Quantas bolas ele ganhou?	Resposta:

Problema 5. Carlos tinha 10 bolas de gude. Perdeu algumas e ficou com 4. Quantas bolas ele perdeu?	Resposta:
Problema 6. Um aquário tem 9 peixes de cores amarela e vermelha. Cinco peixes são amarelos. Quantos são os peixes vermelhos?	Resposta:
Problema 7. Ana tem 8 anos e Carlos tem 2 anos a mais que ela. Quantos anos têm Carlos?	Resposta:
Problema 8. Ana tem 8 anos. Carlos tem 12 anos. Quem tem mais anos? Quantos anos a mais?	Resposta:
Problema 9. Ana tem 8 reais. Carlos tem 12 reais. Quem têm menos reais? Quantos reais a menos?	Resposta:
Problema 10. Numa sala de aula havia 9 alunos e 4 cadeiras. Tem mais alunos ou cadeiras? Quantas cadeiras precisamos buscar para que todos possam sentar-se?	Resposta:
Problema 11. Maria tinha alguns biscoitos e ganhou 4 biscoitos de sua avó, ficando com 12 biscoitos. Quantos biscoitos Maria tinha antes?	Resposta:
Problema 12. Maria tinha alguns biscoitos e deu 4 para seu irmão, ficando com 8 biscoitos. Quantos biscoitos Maria tinha antes?	Resposta:

Problema 13	**Problema 14**	**Problema 15**
		 Ana Jane
No quadro de cima, marque com uma cruz duas coisas que você quer comprar. No quadro de baixo, marque quantos reais você vai gastar para comprar essas duas coisas?	Você tem 9 reais na bolsa. Escolha uma coisa que você quer comprar e marque com uma cruz. Marque no quadro de baixo com quantos reais você vai ficar?	Duas meninas têm dinheiro nas bolsas, escrevemos quantos reais tem dentro da sua bolsa. Elas querem comprar balões. Cada balão custa 1 real.
18 1 6 15 8 11 20 **12 9 2 0 22 5** **13 17 23 19 10** **7 4 3 14 21 16**	**9 3 7 5** **4 1 8** **6 2 10 0**	a) Quem pode comprar mais balões? _____________ b) Quantos balões a mais ela pode comprar? _______

Problema 16	Problema 17
	
Dois amigos saíram de casa e andaram para o mesmo lado. A menina caminhou 2 Km e o menino caminhou 6 Km. Qual a distância que um tem que caminhar para chegar no outro?	Dois amigos saíram de casa, cada um foi para um lado. A menina andou 3 Km para um lado e o menino andou 5 Km para o outro lado. Qual é a distância que um teria que caminhar para chegar no outro?

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE SANTA CRUZ – UESC

PRO-REITORIA DE GRADUAÇÃO – PROGRAD

PROGRAMA DE FORMAÇÃO DE PROFESSORES – PROAÇÃO

CURSO DE PEDAGOGIA-HABILITAÇÃO DE PROFESSORES PARA A EDUCAÇÃO INFANTIL E SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Disciplina: "Matemática: conteúdo e método". Pesquisa: Análise das estruturas aditivas

Prezado(a) colaborador(a),

Para que o presente trabalho possa atingir seus objetivos, se faz necessário seguir as instruções abaixo:

1. A pesquisa não pode ser realizada em sua turma;
2. Você deve se apresentar a turma como aluno do curso do PROAÇÃO e solicitar a colaboração das crianças;
3. Você deve explicar que a atividade não é para nota, que está aplicando o instrumento para saber como as crianças pensam para poder ajudar a fazer livros mais legais e contribuir no ensino da Matemática, a fim de deixar as crianças mais a vontade.
4. Você não pode dar dicas de como resolver os problemas;
5. No caso de alguma dúvida, você deve ler as perguntas sem nada mais dizer. Os alunos tendem a fazer perguntas do tipo "ah, não tô entendendo, Mas o que é pra fazer? É pra somar? "quantos a mais como: é pra juntar? Professora, tá certo o que eu fiz? É assim que faz?" E essas perguntas têm a finalidade de obter de você a operação que ela, criança, tem que fazer para responder ao problema. E se você não estiver atento(a) acabará indicando o caminho ou a resposta para a criança.

A seguir preencha as seguintes informações:

1. Nome da escola:____

2. Cidade: Arataca ☐ Camacan ☐ Jussari ☐ Mascote ☐ Pau Brasil ☐ Sta Luzia ☐

3. Localização da escola: ☐ zona urbana ☐ zona rural

4. Série que aplicou o instrumento: ☐ 1ª ☐ 2ª ☐ 3ª ☐ 4ª

5. Turno que aplicou o instrumento: ☐ Matutino ☐ Vespertino ☐ Noturno

6. Nome do professor da turma: ____________________________________

Espaço para relatório caso necessário:______________________________

____

____

____

____

Nome do colaborador:____

Data de aplicação: _____/05/2005

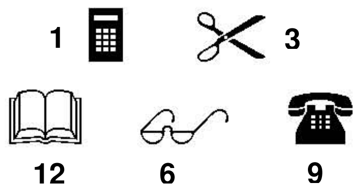
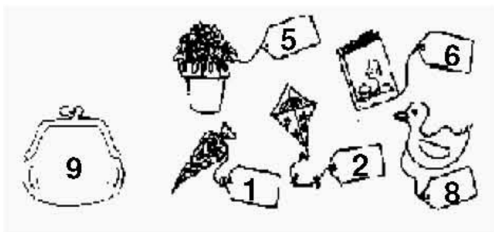
APÊNDICE B

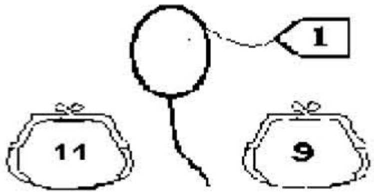
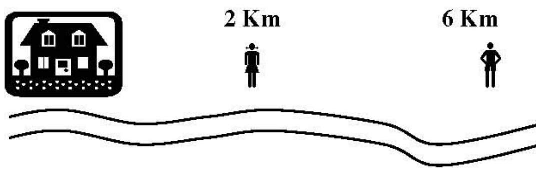
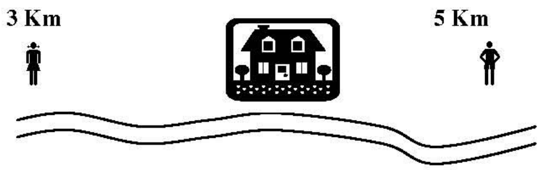
Quadro com a classificação das situações-problema do instrumento diagnóstico na forma dada por Magina et al. (2001) e Magina e Campos (2004).

Tabela do apêndice B. Classificação dos problemas do instrumento diagnóstico do Estudo Inicial.

Nº	Tipo	Enunciado
P1	Composição Protótipo	Num tanque havia 6 peixes vermelhos e 7 peixes amarelos. Quantos peixes havia no tanque?
P2	Transformação (adição) Protótipo	Maria tinha 9 figurinhas e ganhou 4 figurinhas de seu pai. Quantas figurinhas Maria têm agora?
P3	Transformação (subtração) Protótipo	Maria tinha 9 figurinhas e deu 4 figurinhas para seu irmão. Quantas figurinhas Maria têm agora?
P4	Transformação (adição F > I) 1ª extensão	Carlos tinha 4 bolas de gude. Ganhou algumas e agora ele tem 10 bolas de gude. Quantas bolas ele ganhou?
P5	Transformação (subtração F < I) 1ª extensão	Carlos tinha 10 bolas de gude. Perdeu algumas e ficou com 4. Quantas bolas ele perdeu?
P6	Composição (parte desconhecida) 1ª extensão	Um aquário tem 9 peixes de cores amarela e vermelha. Cinco peixes são amarelos, quantos são os peixes vermelhos?
P7	Comparação (referido desconhecido) 2ª extensão	Ana tem 8 anos e Carlos tem 2 anos a mais que ela. Quantos anos têm Carlos?
P8	Comparação (relação positiva desconhecida) 3ª extensão	Ana tem 8 anos. Carlos tem 12 anos. Quem tem mais anos? Quantos anos a mais?
P9	Comparação (relação negativa desconhecida) 3ª extensão	Ana tem 8 reais. Carlos tem 12 reais. Quem tem menos reais? Quantos reais a menos?

P10	Comparação (relação positiva desconhecida) 3ª extensão sem a palavra 'dica'	Numa sala de aula havia 9 estudantes e 4 cadeiras. Tem mais estudantes ou cadeiras? Quantas cadeiras precisamos buscar para que todos possam sentar-se?
P11	Transformação (Adição) 4ª extensão	Maria tinha alguns biscoitos e ganhou 4 biscoitos de sua avó, ficando com 12 biscoitos. Quantos biscoitos Maria tinha antes?
P12	Transformação (Subtração) 4ª extensão	Maria tinha alguns biscoitos e deu 4 para seu irmão, ficando com 8 biscoitos. Quantos biscoitos Maria tinha antes?

Nº	Tipo	Enunciado
P13	Composição Protótipo	
		No quadro de cima, marque com uma cruz duas coisas que você quer comprar. No quadro de baixo, marque quantos reais você vai gastar para comprar essas duas coisas?
		18 1 6 15 8 11 20 12 9 2 0 22 5 13 17 23 19 10 7 4 3 14 21 16
P14	Transformação Protótipo (Subtração)	
		Você tem 9 reais na bolsa. Escolha uma coisa que você quer comprar e marque com uma cruz. Marque no quadro de baixo com quantos reais você vai ficar?
		9 3 7 5 4 1 8 6 2 10 0

P15	Comparação 3ª extensão	 Ana Jane
		Duas meninas têm dinheiro nas bolsas, escrevemos quantos reais tem dentro da sua bolsa. Elas querem comprar balões. Cada balão custa 1 real.
		c) Quem pode comprar mais balões?_____ d) Quantos balões a mais ela pode comprar?______
P16	Transformação 1ª extensão	 Dois amigos saíram de casa e andaram para o mesmo lado. A menina caminhou 2 km e o menino caminhou 6 km Qual a distância que um tem que caminhar para chegar no outro?
P17	Composição Protótipo	 Dois amigos saíram de casa, cada um foi para um lado. A menina andou 3 Km para um lado e o menino andou 5 Km para o outro lado. Qual é a distância que um teria que caminhar para chegar no outro?

APÊNDICE C

Instrumento diagnóstico do pré-teste do estudo principal

NOME:____Idade:____Menino ☐ Menina ☐

Você gosta de Matemática? Não ☐ Pouco ☐ Mais ou menos ☐ Muito ☐

Por quê?____

____

Alguém lhe ajuda a fazer as tarefas de Matemática em casa? Não ☐ Sim ☐

Se sim, quem? ____

Resolução	Resposta

Problema 1. Num tanque havia 6 peixes vermelhos e 7 peixes amarelos. Quantos peixes havia no tanque?

Problema 2. Fátima tem lápis de cor no seu estojo, deu alguns para sua colega, e ficou com 13 lápis. Veja o desenho dos lápis que Fátima deu.

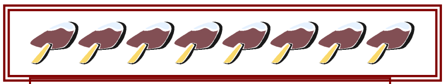
Os lápis que Fátima deu

Quantos lápis Fátima tinha antes?

Resolução	Resposta

Problema 3. Carine tinha sorvetes em seu isopor. Sua prima tomou alguns dos sorvestes de Carine.

Veja o desenho.


Sorvetes que Carine tinha.


Sorvetes que Carine tem agora.

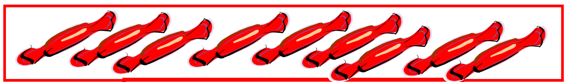
Carine quer saber quantos sorvetes dela sua prima tomou.

Resolução	Resposta

Problema 4. Um aquário tem 13 peixes de cor dourada e cinza. Cinco peixes são dourados. Quantos são os peixes cinza?

Resolução	Resposta

Problema 5. Carmem e Regis têm bombons. Veja o desenho abaixo.


Os bombons de Carmem.

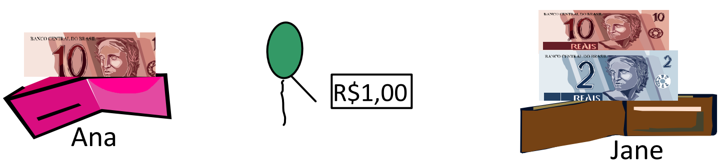
Regis tem 4 bombons a mais que ela. Quantos bombons tem Regis?

Resolução	Resposta

Problema 6. Arlete tem dinheiro para comprar chocolate e Rita tem R$ 7,00 a menos que Arlete. Sabendo que Rita tem R$ 13,00, quantos reais tem Arlete?

Resolução	Resposta

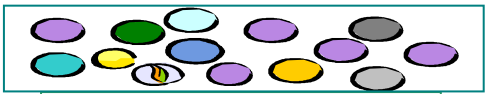
Problema 7. Duas meninas têm dinheiro nas carteiras, o desenho abaixo mostra quantos reais tem dentro da carteira de cada uma delas. Elas querem comprar balões. Cada balão custa R$1,00.



a) Quem pode comprar mais balões? b) Quantos balões a mais ela pode comprar?

Resolução	Resposta

Problema 8. Artur e Everton participaram de um jogo de gudes. No final do jogo, Artur ficou com as gudes que estão desenhadas abaixo.



As gudes que ficaram com Artur.

Sabendo que Artur tem 6 gudes a mais que Everton. Com quantas gudes ficou Everton?

Resolução	Resposta

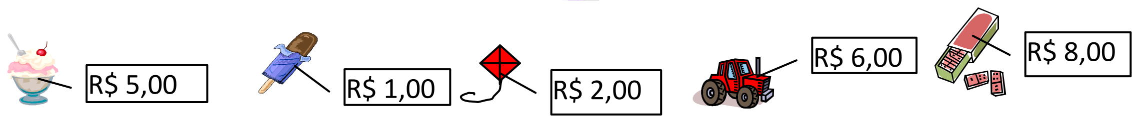
Problema 9. Beatriz devia R$ 12,00 a Cris. Ela pagou R$ 8,00. Quanto Beatriz ficou devendo a Cris?

Resolução	Resposta

Problema 10. No final do jogo de gude, Paulo ficou com 14 gudes. Sabendo que Paulo tem 6 gudes a mais que Jonas. Com quantas gudes ficou Jonas?

Resolução	Resposta

Problema 11. Você tem 9 reais na bolsa.
Escolha uma coisa que você quer comprar e marque com uma cruz.

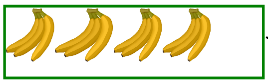


Marque no quadro de baixo com quantos reais você vai ficar.

9	3		7		5	4		1
8		6		2		10	0	

Resolução	Resposta

Problema 12. Alberto foi a feira para comprar bananas e laranjas. Ele gastou R$ 17,00 ao todo. Sua mãe quer saber quanto custou cada quantidade de fruta. Veja a abaixo quanto ele pagou pelas laranjas.



R$ 8,00

Quanto ele pagou pelas bananas?

Resolução	Resposta

Problema 13. Leila tem R$ 9,00. Cláudio tem R$ 13,00. Quem têm menos reais? Quantos reais a menos?

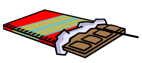
Resolução	Resposta

Problema 14. Eduardo tem 16 carrinhos de brinquedo e Ramon tem 7 a menos do que ele. Quantos carrinhos de brinquedo tem Ramon?

Resolução	Resposta

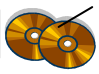
Problema 15. Circule duas coisas que você quer comprar.

R$ 12,00



R$ 3,00

R$ 1,00



R$ 9,00

R$ 6,00

No quadro de baixo, marque quantos reais você vai gastar para comprar essas duas coisas.

18	1	6	15	8	11	20	12	9
2	0	22	5	13	17	23		
19	10	7	4	3	14	21	16	

Resolução	Resposta

Problema 16. José tem livros de histórias infantis. Ele ganhou 3 livros de seu pai, 2 livros de sua professora e 4 livros de sua tia. José resolveu dar 3 dos seus livros mais velhos para seu amigo Jonas e 2 para seu amigo Rogério. Descontando os livros que José deu, em quanto aumentou os livros de José?

Resolução	Resposta

Problema 17. Ana tinha 10 figurinhas e ganhou 4 figurinhas de seu irmão. Quantas figurinhas Ana tem agora?

Resolução	Resposta

Problema 18. Carlos tinha 4 bolas de gude. Ganhou algumas e agora ele tem 10 bolas de gude. Quantas bolas ele ganhou?

Resolução	Resposta

Instrumento diagnóstico do pós-teste do estudo principal

NOME:_______________________________________Idade:______ Menino ☐ Menina ☐

Você gosta de Matemática? Não ☐ Pouco ☐ Mais ou menos ☐ Muito ☐

Por quê?____

____

Alguém lhe ajuda a fazer as tarefas de Matemática em casa? Não ☐ Sim ☐

Se sim, quem? ____

Problema 1. Numa cesta de frutas havia 6 laranjas e 7 maçãs. Quantas frutas havia na cesta?

Resolução	Resposta

Problema 2. Laura tem pirulito, deu alguns para sua colega, e ficou com 13. Veja o desenho dos pirulitos que Laura deu.

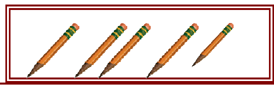
Os pirulitos que Laura deu

Quantos pirulitos Laura tinha antes?

Resolução	Resposta

Problema 3. Carlos tinha lápis. Sua prima tomou alguns de seus lápis. Veja o desenho.

Lápis que Carlos tinha.



Lápis que Carlos tem agora.

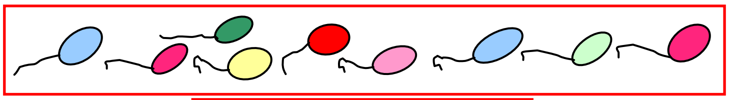
Carlos quer saber quantos lápis dele sua prima tomou.

Resolução	Resposta

Problema 4. Na escola tem 13 baldes, para colocar lixo, na cor verde e na cor vermelha. Cinco são verdes. Quantas são os vermelhos?

Resolução	**Resposta**

Problema 5. Bruna e Igor têm balões. Veja o desenho abaixo.



Os balões de Bruna

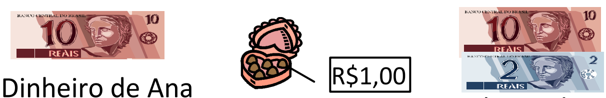
Igor tem 4 balões a mais que ela. Quantos balões tem Igor?

Resolução	Resposta

Problema 6. Daniel tem dinheiro para comprar um livro e Vinícius tem R$ 7,00 a menos que Daniel. Sabendo que Vinícius tem R$ 13,00, quantos reais tem Daniel?

Resolução	Resposta

Problema 7. Ana e Tânia têm dinheiro para comprar caixinhas de doces para dar a seus amigos. O desenho abaixo mostra quantos reais cada uma tem. Cada caixinha de doce custa R$1,00.

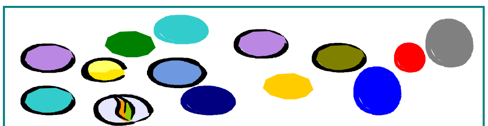


Dinheiro de Ana Dinheiro de Tânia

a) Quem pode comprar mais caixinhas de doce? b) Quantas caixinhas de doce a mais ela pode comprar?

Resolução	Resposta

Problema 8. Manoel e Pedro participaram de um jogo de gudes. No final do jogo, Manoel ficou com as gudes que estão desenhadas abaixo.



As gudes que ficaram com Manoel.

Sabendo que Manoel tem 6 gudes a mais que Pedro. Com quantas gudes ficou Pedro?

Resolução	Resposta

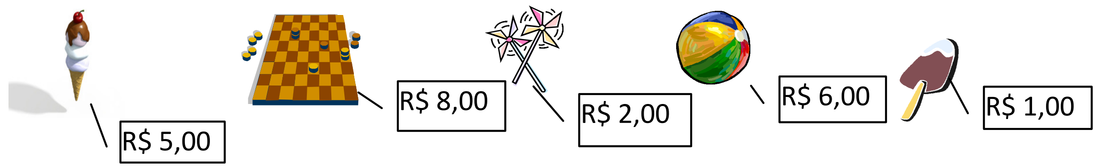
Problema 9. Taís devia R$ 12,00 a Leia. Ela pagou R$ 8,00. Quanto Taís ficou devendo a Leia?

Resolução	Resposta

Problema 10. Paulo tem 14 gibis. Sabendo que Paulo tem 6 gibis a mais que Jonata. Quantos gibis tem Jonata?

Resolução	Resposta

Problema 11. Você tem 9 reais.
Escolha uma coisa que você quer comprar e marque com uma cruz.



Marque no quadro de baixo com quantos reais você vai ficar.

9	**3**		**7**		**5**	**4**		**1**		
8		**6**		**2**		**10**		**0**		

Resolução	Resposta

Problema 12. Alberto comprou um livro e um caderno. Ele gastou R$ 17,00 ao todo. Sua mãe quer saber quanto custou cada objeto. Veja no desenho abaixo quanto ele pagou pelo caderno.

Quanto ele pagou pelo livro?

Resolução	Resposta

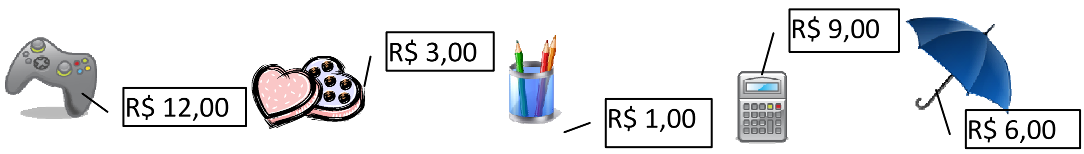
Problema 13. Roger tem R$ 9,00. Everton tem R$ 13,00. Quem têm menos reais? Quantos reais a menos?

Resolução	Resposta

Problema 14. Marcos tem 16 figurinhas e Fernando tem 7 a menos do que ele. Quantas figurinhas tem Fernando?

Resolução	Resposta

Problema 15. Circule duas coisas que você quer comprar.



No quadro de baixo, marque quantos reais você vai gastar para comprar essas duas coisas.

18	1	6	15	8	11	20	12	9
2	0	22	5	13	17	23		
19	10	7	4	3	14	21	16	

Problema 16. Renata tem uma coleção de cartões. Ela ganhou 3 cartões de sua mãe, 2 de sua amiga e 4 cartões de sua prima. Renata resolveu dar 3 dos seus cartões repetidos para sua colega Camila e 2 para seu tio Eduardo. Descontando os cartões que Renata deu, em quanto aumentou os cartões de Renata?

Resolução	Resposta

Problema 17. Juliana tinha 10 maçãs e ganhou 4 maçãs de sua prima. Quantas maçãs Juliana têm agora?

Resolução	Resposta

Problema 18. Gabriel tinha 4 livros infantis. Ganhou alguns e agora ele tem 10 livros infantis. Quantos livros infantis ele ganhou?

Resolução	Resposta

Instrumento diagnóstico do estudo piloto

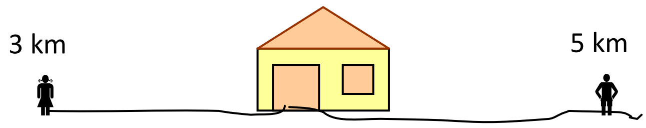
NOME:_________________________________ Idade: _____ Menino ☐ Menina ☐
Você gosta de Matemática? Não ☐ Pouco ☐ Mais ou menos ☐ Muito ☐
Por quê?____

____

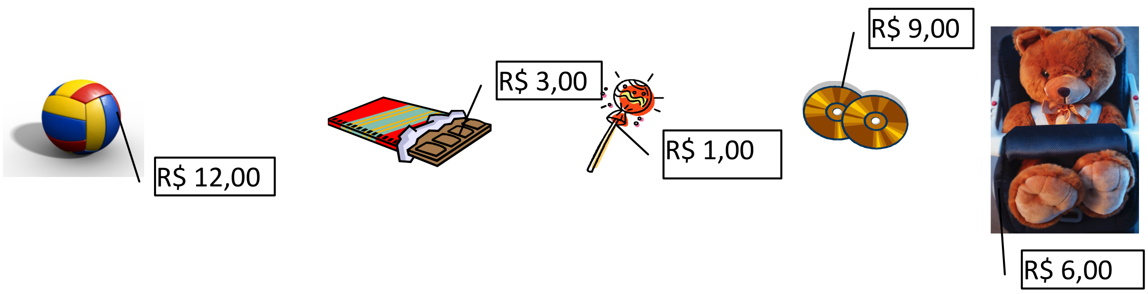
Alguém lhe ajuda a fazer as tarefas de Matemática em casa? Não ☐ Sim ☐
Se sim, quem? ____

Problema 1. Num tanque havia 6 peixes vermelhos e 7 peixes amarelos. Quantos peixes havia no tanque?

Problema 2. Dois amigos saíram de casa, cada um foi para um lado. A menina andou 3 km para um lado e o menino andou 5 km para o outro lado. Qual é a distância que um teria que caminhar para chegar no outro?



Problema 3. Circule duas coisas que você quer comprar.



No quadro de baixo, marque quantos reais você vai gastar para comprar essas duas coisas?

18	1	6	15	8	11	20	12	9	
2	0	22	5	13	17	23			
19	10	7	4	3	14	21	16		

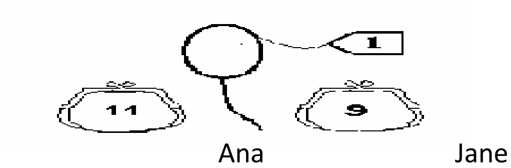
Problema 4. Carlos tinha 4 bolas de gude. Ganhou algumas e agora ele tem 10 bolas de gude. Quantas bolas ele ganhou?

Problema 5. Leila tem 8 anos e Regis tem 2 anos a mais que ela. Quantos anos têm Regis?

Problema 6. Um aquário tem 13 peixes de cor dourada e cinza. Cinco peixes são dourados. Quantos são os peixes cinza?

Problema 7. José tem livros de histórias infantis. Ele ganhou 3 livros de seu pai, 2 livros de sua professora e 4 livros de sua tia. José resolveu dar 3 dos seus livros mais velhos para seu amigo Jonas e 2 para seu amigo Rogério. Descontando os livros que José deu, em quanto aumentou os livros de José?

Problema 8. Duas meninas têm dinheiro nas bolsas, escrevemos quantos reais tem dentro da sua bolsa.
Elas querem comprar balões. Cada balão custa 1 real.



a) Quem pode comprar mais balões? b) Quantos balões a mais ela pode comprar?

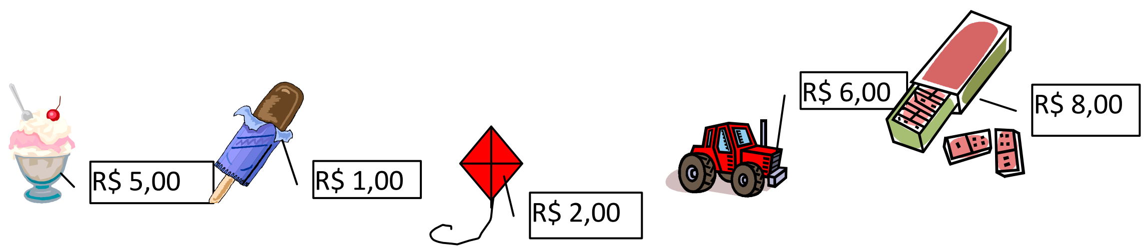
Problema 9. Dois amigos saíram de casa e andaram para o mesmo lado. A menina caminhou 2 km e o menino caminhou 6 km. Qual a distância que um tem que caminhar para chegar no outro?

Problema 10. Leila tem 9 reais. Cláudio tem 13 reais. Quem têm menos reais? Quantos reais a menos?

Problema 11. Ângela tem 8 anos. Carmem tem 12 anos. Quem tem mais anos? Quantos anos a mais?

Problema 12. Você tem 9 reais na bolsa.

Escolha uma coisa que você quer comprar e marque com uma cruz.



Marque no quadro de baixo com quantos reais você vai ficar?

9	3	7	5	4	1
8	6	2	10	0	

Problema 13. Arlete tem algumas bonecas e Carmem tem 7 bonecas a menos que Arlete. Sabendo que Carmem tem 13 bonecas, quantas bonecas têm Arlete?

Problema 14. Maria tinha 9 figurinhas e ganhou 3 figurinhas de seu pai. Quantas figurinhas Maria tem agora?

Problema 15. No final do jogo de gude, Artur ficou com 14 gudes. Sabendo que Artur tem 6 gudes a mais que Everton. Com quantas gudes ficou Everton?

Problema 16. Bete tinha alguns biscoitos e ganhou 4 biscoitos de sua avó, ficando com 12 biscoitos. Quantos biscoitos Bete tinha antes?

Problema 17. José tinha 12 bolas de gude. Perdeu algumas e ficou com 4. Quantas bolas ele perdeu?

Problema 18. Numa sala de aula havia 10 alunos e 4 cadeiras. Tem mais alunos ou cadeiras? Quantas cadeiras precisamos buscar para que todos possam sentar-se?

Problema 19. Sandra tinha alguns pirulitos e deu 4 para seu irmão, ficando com 8 pirulitos. Quantos pirulitos Sandra tinha antes?

Problema 20. Ana tinha 10 figurinhas e deu 4 figurinhas para seu irmão. Quantas figurinhas Ana tem agora?

APÊNDICE E

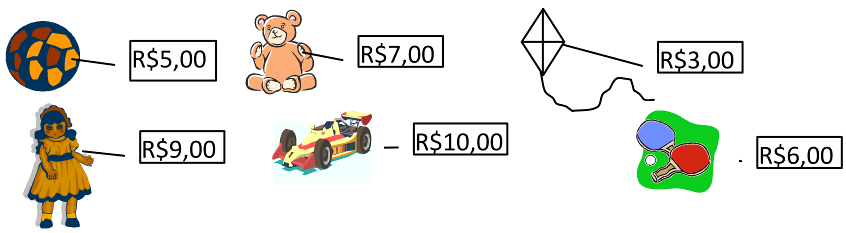
Sequência de ensino aplicada na intervenção de ensino S1 do estudo piloto

S1: INTERVENÇÃO DE ENSINO COM OS DIAGRAMAS DE VERGNAUD.

Problemas de composição protótipo e 1ª extensão

1º) Célia tem 6 figurinhas da Branca de Neve e 8 figurinhas da Cinderela.
Quantas figurinhas Célia têm no total?
(Composição protótipo com o uso apenas da linguagem natural com objetos)

2º) Sua tia vai comprar dois brinquedos para você.
Escolha dois dos brinquedos que estão colocados abaixo e circule eles.



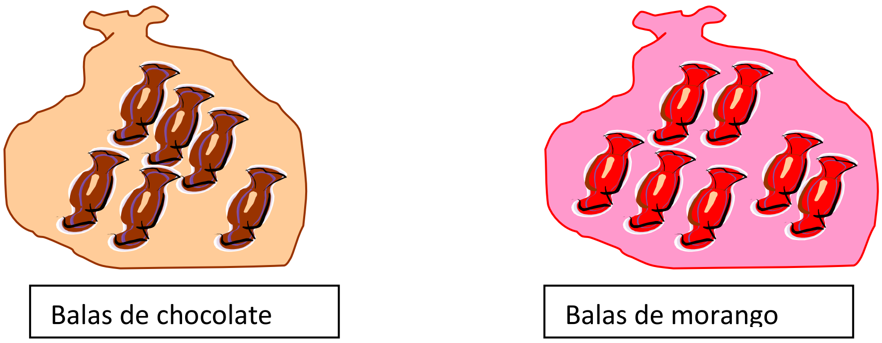
Quanto sua tia vai gastar comprando esses dois brinquedos?
(Composição protótipo com o uso da linguagem natural e figural com R$)

3º) Houve um bingo na escola de Jorge.
Ganhava uma bicicleta, a criança que marcasse primeiro todos os pontos da linha que tivesse a maior soma de sua cartela.
Jorge foi o vencedor e o desenho abaixo é de sua cartela.

J	O	G	O
O	10	2	3
G	4	6	4
O	7	8	2

Em qual das linhas Jorge fez o maior número de pontos? Quantos pontos tem nessa linha?
(Composição protótipo com o uso da linguagem natural e figural, com tabela)
4º) Viviane tem R$ 7,00 na carteira e R$ 5,00 no cofrinho.
Quantos reais ela tem ao todo?
(Composição protótipo com o uso da linguagem natural, com R$)

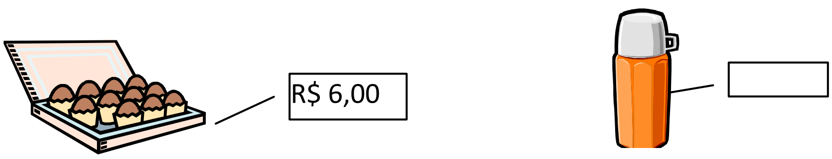
5º) Ana tem um saquinho com balas de chocolate e outro com balas de morango. Veja o desenho dos saquinhos de balas da Ana.



Quantas balas Ana têm ao todo?
(Composição protótipo com o uso da linguagem natural e figural, com objetos)

6º) Helen tem 13 brinquedos de pelúcia sendo gatos e ursos.
Sete são ursos.
Quantos são os gatos?
(Composição 1ª extensão com o uso da linguagem natural, com objetos)

7º) Maria foi ao supermercado e comprou uma caixa de bombom e uma garrafa térmica.
Ela pagou R$14,00 ao todo.
Sua mãe quer saber quanto custou cada objeto, mas ela só lembra o preço da caixa de bombom que é R$6,00.



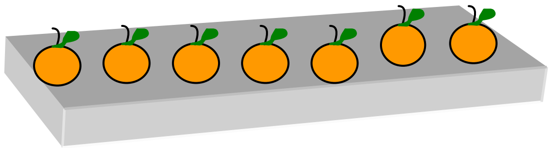
Qual é o preço da garrafa térmica?
(Composição 1ª extensão com o uso da linguagem natural e figural, com R$)

8º) André gastou R$ 10,00 para comprar um caderno e um livro.
O caderno custou R$ 6,00. Quanto custou o livro?
(Composição 1ª extensão com o uso da linguagem natural, com R$)

9º) Poliana participou de um jogo de dados.
A tabela abaixo mostra os pontos que Poliana teve no jogo de dados.

Jogadora	1ª partida	2ª partida	Total
Poliana	12		18

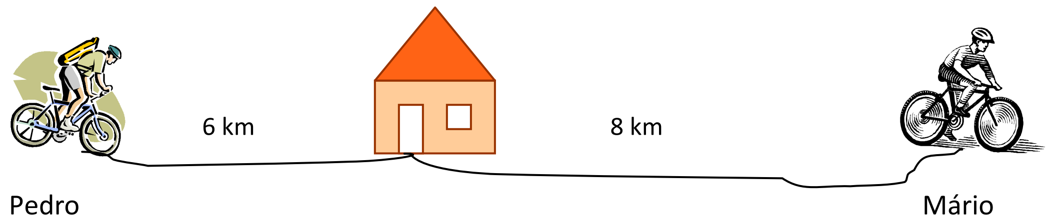
Quantos pontos Poliana fez na segunda partida?
(Composição 1ª extensão com o uso da linguagem natural e figural, com tabela)
10º) O desenho abaixo mostra uma caixa de laranja.
O agricultor quer completar essa caixa de laranja para vender na feira.
Uma caixa completa tem que ter 12 laranjas.



Quantas laranjas faltam para o agricultor completar a caixa?
(Composição 1ª extensão com o uso da linguagem natural e figural, com objeto)

ATIVIDADE PARA CASA DO 1º ENCONTRO

Pedro e Mário saíram de casa para passear de bicicletas.
Pedro andou 6 km para a esquerda e Mário andou 8 km indo para a direita. E pararam.Veja no desenho.



Pedro quis falar com Mário uma coisa muito importante. Quanto teve que andar Pedro para encontrar Mário?
(Composição protótipo com o uso da linguagem natural, figural e com o número no contexto espacial)

Situações-problema de transformação protótipo e 1ª extensão

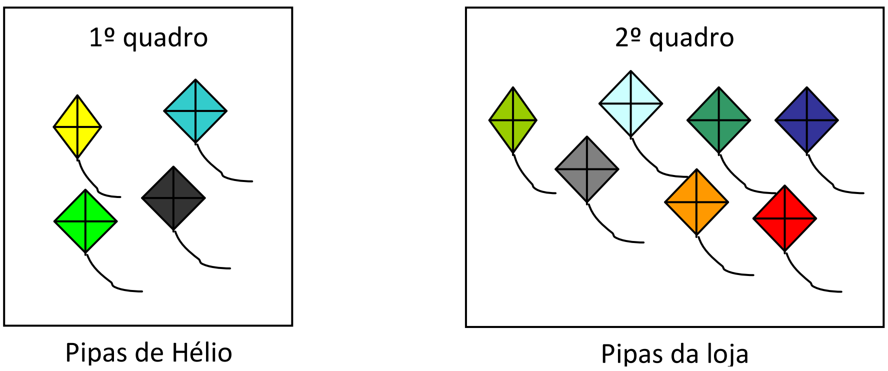
1º) Cida tinha 12 lápis de cor. Ela ganhou 6 lápis de cor de sua professora.
Quantos lápis de cor Cida têm agora?
(Transformação protótipo, T+ com o uso da linguagem natural)

2º) Francisco tinha 15 carrinhos em sua coleção. Ele resolveu dar 4 desses carrinhos para o seu melhor amigo. Com quantos carrinhos Francisco ficou em sua coleção?
(Transformação protótipo, T- com o uso da linguagem natural)

3º) Imagine que você tem R$ 15,00 para gastar no lanche da escola.
E que na cantina da escola tem os lanches que estão abaixo.
Escolha um dos lanches que você gostaria de comprar e faça um círculo nele.

Com quantos reais você ficaria depois que pagasse o lanche que você escolheu?
(Transformação protótipo, T- com o uso da linguagem natural, e figural)

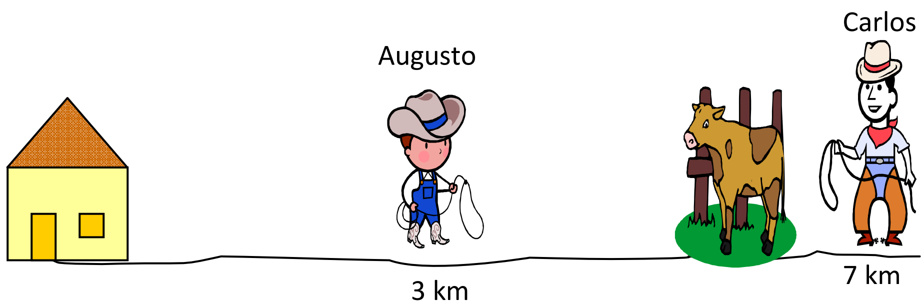
4º) No primeiro quadro estão as pipas que Hélio tem. No segundo quadro estão as pipas que tem numa loja. O padrinho de Hélio vai comprar na loja pipas para ele.



Escolha as pipas para o padrinho dar para Hélio. E faça um círculo em volta delas.
Com quantas pipas Hélio vai ficar?
(Transformação protótipo, T + com o uso da linguagem natural e figural)

5º) Deise tinha 5 vestidos. Em seu aniversário ela ganhou alguns vestidos de seus parentes. Agora Deise tem 11 vestidos. Quantos vestidos Deise ganhou dos parentes?
(Transformação 1ª extensão, T+ com o uso da linguagem natural)

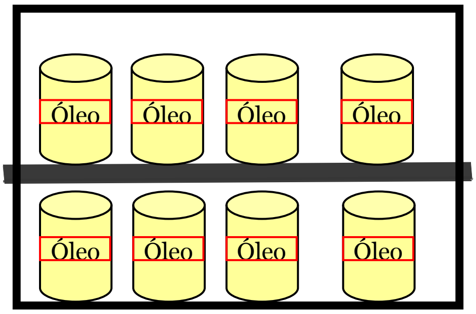
6º) Augusto e Carlos saíram da sede da fazenda procurando um bezerro que tinha se perdido. Eles andaram para um mesmo lado. Augusto andou 3 km.
Carlos andou 7 km e encontrou o bezerro.



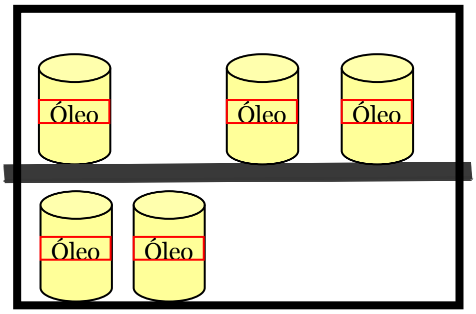
Qual a distância que Carlos tem que percorrer para avisar a Augusto que já encontrou o bezerro?
(Transformação 1ª extensão, T+ com o uso da linguagem natural e figural e o número no contexto espacial)

7º) João tinha R$ 15,00 no sábado. No domingo gastou uma quantidade desse dinheiro no parque de diversões. Na segunda ele verificou e tinha R$ 8,00.
Quantos reais ele gastou no parque?
(Transformação 1ª extensão, T- com o uso da linguagem natural)

8º) Na prateleira da venda de José tinha uma quantidade de latas de óleo no começo da manhã. No fim da tarde, ele viu a quantidade de latas que sobraram na prateleira.
Veja a ilustração.



Começo da manhã

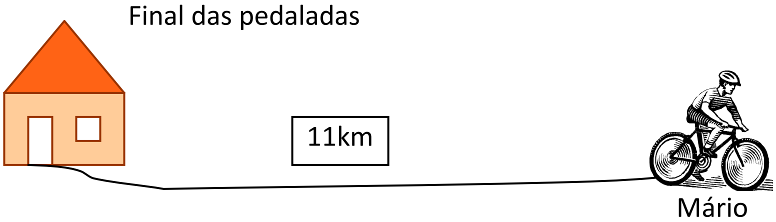


Fim da tarde

Quantas latas de óleo o José vendeu nesse dia?
(Transformação 1ª extensão, T- com o uso da linguagem natural e figural.)

ATIVIDADE PARA CASA DO 2º ENCONTRO

Mário pedalava certa distância todos os dias. Na sexta-feira ele resolveu aumentar suas pedaladas em 3 km. No final Mário viu que tinha pedalado 11 km.



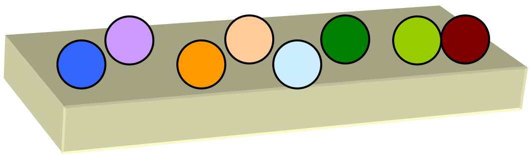
Quantos quilômetros Mário pedalava todos os dias.
(Transformação 4ª extensão, T+ com o uso da linguagem natural, figural e com o número no contexto espacial)

Situações-problema de comparação 2ª e 3ª extensão

1º) Cláudio tem 9 figurinhas e Vinícius tem 5 figurinhas a mais que ele.
Quantas figuras têm Vinícius?
(Comparação 2ª extensão, relação positiva com o uso da linguagem natural)

2º) Carol tem 18 bonecas e Lilia tem 5 a menos do que ela. Quantas bonecas têm Lilia?
(Comparação 2ª extensão, relação negativa com o uso da linguagem natural)

3º) Marta tem 6 bolas de ping-pong. E Vera tem algumas bolas a mais que Marta.
As bolas que Vera tem a mais estão mostradas no desenho abaixo.



Bolas que Vera tem a mais que Marta

Quantas bolas tem Vera?
(Comparação 2ª extensão, relação positiva com o uso da linguagem natural e figural)

4º) Paulo e Ricardo participaram do campeonato de futebol da escola.
Ricardo fez 3 gols a menos que Paulo. Veja no quadro quantos gols fez Paulo.

	Total de gols
Paulo	14
Ricardo	

Quantos gols fez Ricardo?
(Comparação 2ª extensão, relação negativa com o uso da linguagem natural e figural)

5º) Antonio vai convidar seus amigos para fazer um lanche comemorando o seu aniversário. Ele está escolhendo a lanchonete que tem mais mesas disponíveis. A Lanchonete Kipão tem 8 mesas e a Lanchonete Uil tem 14 mesas. Onde Antonio vai comemorar o seu aniversário? Quantas mesas tem a mais nesta lanchonete?
(Comparação 3ª extensão, relação positiva, com o uso da linguagem natural)

6º) A professora da 1ª série tem 12 livros de Matemática. E a professora da 3ª série tem 21 livros de Matemática. Qual a professora que tem menos livros? Quantos livros a menos ela tem?
(Comparação 3ª extensão, relação negativa, com o uso da linguagem natural)

7º) Veja o desenho abaixo:

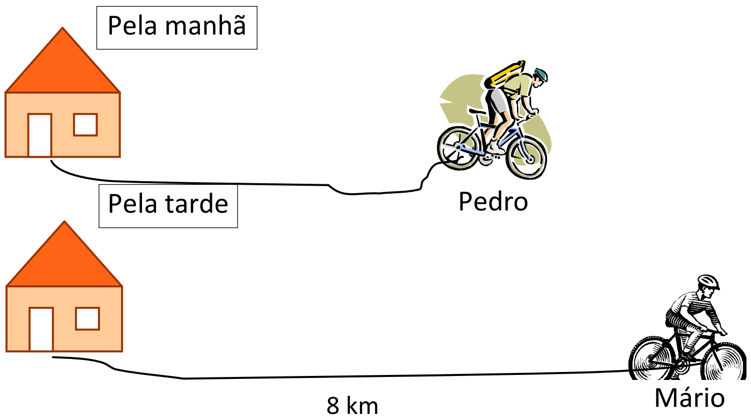
Qual o nome da garota que tem mais bolas? Quantas bolas a mais ela tem?
(Comparação 3ª extensão, relação positiva, com o uso da linguagem natural e figural)

8º) A figura mostra quantas flores Ana e Rita, têm.

Quem tem menos flores? Quantas flores a menos ela tem?
(Comparação 3ª extensão, relação negativa, com o uso da linguagem natural e figural)

ATIVIDADE PARA CASA DO 3º ENCONTRO

No domingo Pedro andou de bicicleta pela manhã. E Mário andou 8km na sua bicicleta pela tarde. Veja o desenho.



Mário andou 5km a mais que Pedro. Quantos quilômetros Pedro andou pela manhã?
(Comparação de 4ª extensão, relação positiva, com o uso da linguagem natural, figural e com o número no contexto espacial)

ATIVIDADES DO 4º ENCONTRO.

AS ÚLTIMAS CATEGORIAS

1º) Lílian tem uma coleção de figurinhas. Ganhou 6 figurinhas de seu irmão.
Deu a sua amiga 3 figurinhas. Em quantas figurinhas aumentou a coleção de Lílian?
(Composição de várias transformações T+ e T-)

2º) Joana tinha uma coleção de selo. No seu aniversário ela ganhou 8 selos da madrinha, 5 selos de sua avó e outros 10 de seu pai. Como ela ganhou selos repetidos ela resolveu dar 3 selos que estavam repetidos para seu primo Zé e 4 selos repetidos para sua irmã Ana. Descontando os selos repetidos que Joana deu, em quantos selos Joana aumentou a sua coleção?
(Composição de várias transformações T+ e T-)

3º) Lorena tinha 8 cadeiras. E Ana tinha 4 cadeiras a mais que Lorena.
Ana comprou mais 6 cadeiras. Com quantas cadeiras ficou Ana?
(Transformação de uma relação)

4º) Marcos deve 8 figurinhas a Antônio e 6 a Flávio. Ontem ele pagou 3 figurinhas a Antônio e 2 a Flávio. Quantas figurinhas Marcos ainda deve no total?
(Transformação de uma relação)

APÊNDICE F

Sequência de situações aplicada na estratégia de ensino S2 do estudo piloto

S2: ESTRATÉGIA DE ENSINO COM MATERIAL MANIPULATIVO.

Situações-problema de composição protótipo e 1ª extensão

1º) Marcos gosta de ler revistas em quadrinhos.
Ele tem 11 revistas da turma da Mônica e 7 do Pica-pau.
Quantas revistas em quadrinhos Marcos têm no total?
(Composição protótipo com o uso da linguagem natural. Com Objetos. Quadro de valor e lugar)

2º) Sua professora vai comprar dois objetos para dar de presente aos vencedores da gincana do dia das crianças.
Ajude ela a escolher os presentes.
Marque com um X dois dos objetos que estão colocados abaixo.

Quando sua professora vai gastar na compra dos dois objetos?
(Composição protótipo com o uso da linguagem natural e figural. Com R$. Quadro de valor e lugar)

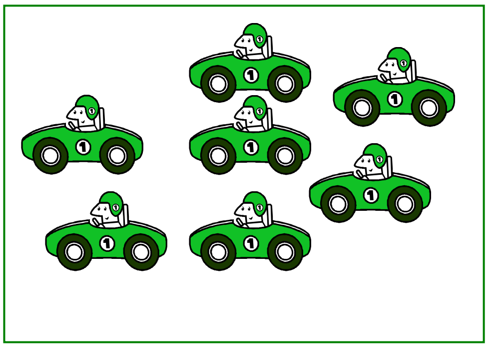
3º) A Escola Luiza Vargens realizou um campeonato de futebol e agora vai premiar os três alunos que fizeram o maior número de gols.
Veja o quadro abaixo e verifique a classificação final.

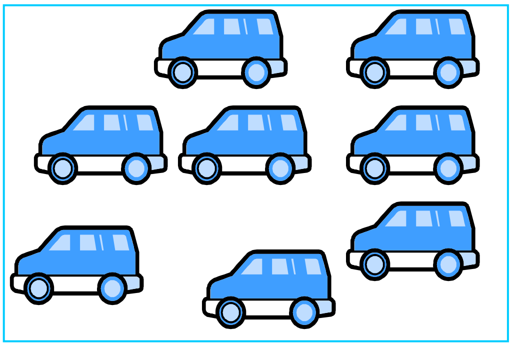
	Número de gols na 1ª rodada	Número de gols na 2ª rodada	Número de gols na 3ª rodada
Carlos	10	2	3
Roberto	4	6	4
Sérgio	7	8	2

Qual foi o aluno que fez mais gols? Quantos gols ele fez?
(Composição protótipo com o uso da linguagem natural e figural. Com tabela. Quadro de valor e lugar)

4º) Bete ganhou R$5,00 de sua mãe e R$ 6,00 de seu pai, para ir brincar no parque.
Com quantos reais Bete foi brincar no parque?
(Composição protótipo com o uso da linguagem natural. Com R$. Quadro de valor e lugar).

5º) Reginaldo tem carrinhos verde e azul.
Veja na ilustração abaixo os carrinhos de Reginaldo.





Quantos carrinhos Reginaldo têm ao todo?
(Composição protótipo com o uso da linguagem natural e figural. Com objetos. Quadro de valor e lugar).

6º) Marcio tem 16 figurinhas do Flamengo e do Vasco.
Ele tem sete figurinhas do Vasco.
Quantas figurinhas do Flamengo ele tem?
(Composição 1ª extensão com o uso da linguagem natural. Com objetos. Quadro de valor e lugar.)

7º) Alberto foi a feira para comprar bananas e laranjas.
Ele gastou R$ 17,00 ao todo.
Sua mãe quer saber quanto custou cada quantidade de fruta.
Veja a abaixo quanto ele pagou pelas laranjas.

R$ 8,00

Quanto ele pagou pelas bananas?

(Composição 1ª extensão com o uso da linguagem natural e figural. Com R$. Quadro de valor e lugar.)

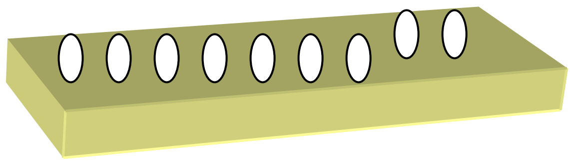
8º) Cris gastou R$12,00 na padaria para comprar pães e biscoitos.
Os pães custaram R$ 5,00.
Quanto custou os biscoitos?
(Composição 1ª extensão com o uso da linguagem natural. Com R$. Quadro de valor e lugar.)

9º) Pedro tem um mercadinho.
Ele anota na caderneta o valor das vendas que faz para Ana.
Veja a tabela abaixo.

Cliente	12/01	25/01	Total
Ana		15,00	20,00

Qual o valor das compras de Ana no dia 12/01?
(Composição 1ª extensão com o uso da linguagem natural e figural. Com tabela. Quadro de valor e lugar.)

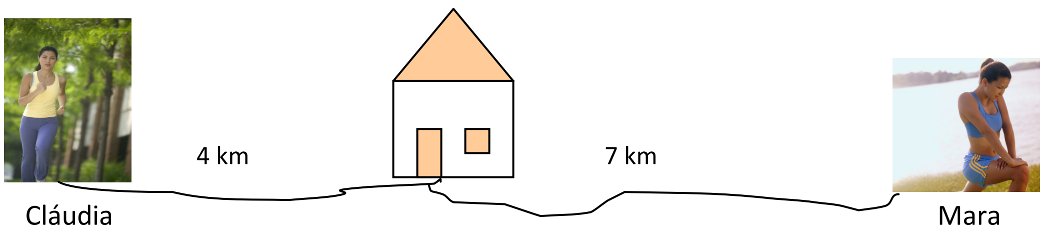
10º) O desenho abaixo é de uma caixa de ovos.
O vendedor quer completar a caixa de ovos para vender para Marta.
A caixa completa tem que ter18 ovos.



Quantos ovos faltam para completar a caixa?
(Composição 1ª extensão com o uso da linguagem natural e figural, com objeto)

ATIVIDADE PARA CASA DO 1º ENCONTRO

Cláudia e Mara são irmãs.
Elas fazem caminhada todos os dias.
Elas saem de casa na mesma hora para andar.
Ontem Cláudia quis caminhar 4 km para um lado.
E Mara quis caminhar 7 km para o outro lado.
Veja no desenho abaixo para que lado cada uma caminhou.



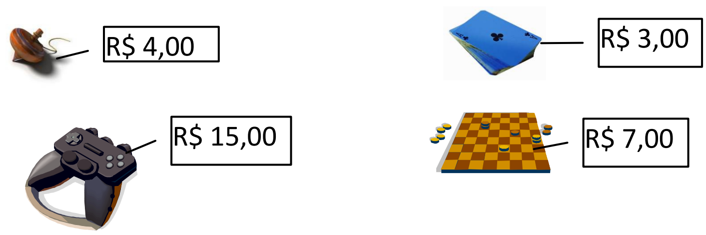
Ao final de sua caminhada Cláudia quis encontrar com Mara.
Quanto Cláudia teve que andar para encontrar Mara?
(Composição protótipo com o uso da linguagem natural e figural e o número no contexto espacial.)

Situações-problema de transformação protótipo e 1ª extensão

1º) Felipe tinha 16 figurinhas.
Ele ganhou 8 figurinhas de seu pai.
Quantas figurinhas Felipe têm agora?
(Transformação protótipo, T+ com o uso da linguagem natural. Ábaco de copinho.)

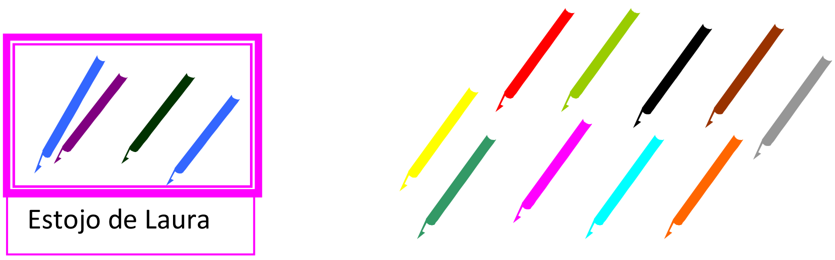
2º) Carmem tinha 15 pirulitos.
Deu 3 desses pirulitos para o seu primo.
Com quantos pirulitos Carmem ficou?
(Transformação protótipo, T- com o uso da linguagem natural. Ábaco de copinho)

3º) Imagine que você tem R$ 20,00 para comprar um novo brinquedo.
Escolha um dos brinquedos abaixo que você quer comprar e faça um círculo nele.



Com quantos reais você vai ficar depois que pagar o brinquedo que você escolheu?
(Transformação protótipo, T- com o uso da linguagem natural, e figural. Ábaco de copinho)

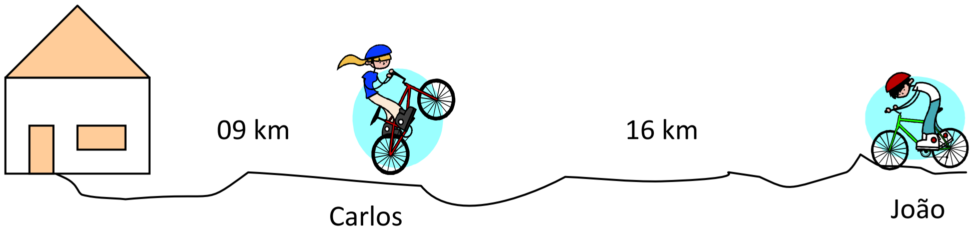
4º) Laura tem alguns lápis no seu estojo.
A tia de Laura vai dar alguns lápis para ela.
Escolha os lápis para a tia dar a Laura.
Faça um círculo em volta deles.



Com quantos lápis Laura vai ficar?
(Transformação protótipo, T+ com o uso da linguagem natural, e figural. Ábaco de copinho)

5º) Roberto comprou 6 pacotes de figurinhas.
E seu tio também lhe deu alguns pacotes de figurinhas.
Agora ele tem 13 pacotes de figurinhas.
Quantos pacotes de figurinhas ele ganhou de seu tio?
(Transformação 1ª extensão, T+ com o uso da linguagem natural. Ábaco de copinho)

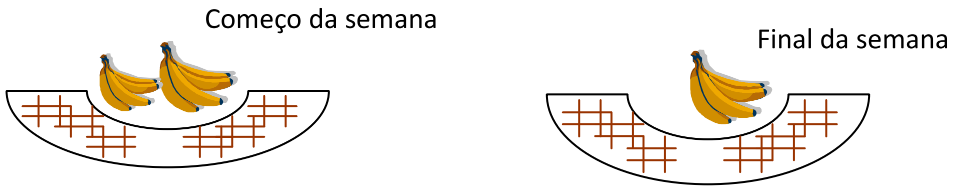
6º) Carlos e João saíram de casa para passear de bicicletas.
Eles andaram para um mesmo lado.
Carlos pedalou 9 km e parou, porque sua bicicleta quebrou.
João pedalou 16 km e parou, para procurar Carlos.



Qual a distância que João tem que percorrer para encontrar Carlos e ajudar a consertar a bicicleta?
(Transformação 1ª extensão, T- com o uso da linguagem natural e figural e o número no contexto espacial. Ábaco de copinho.)

7º) Rita tinha 15 livros de histórias infantis em seu armário.
Ela resolveu dar alguns para a sua prima.
Depois ela contou seus livros e viu que ficou apenas com 8.
Quantos livros ela deu para prima dela?
(Transformação 1ª extensão, T- com o uso da linguagem natural. Ábaco de copinho)

8º) Beatriz gosta de comer banana.
Ela tinha uma quantidade de bananas em sua cesta no começo da semana.
No final da semana ela viu a quantidade de bananas que sobraram em sua cesta.
Veja o desenho da cesta de fruta de Beatriz no começo e no final da semana.



Quantas bananas Beatriz comeu durante a semana?
(Transformação 1ª extensão, T- com o uso da linguagem natural e figural.)

ATIVIDADE PARA CASA DO 2º ENCONTRO

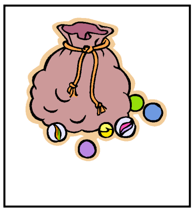
Cláudia caminhava uma quantidade de quilômetros todos os dias.
No domingo ela resolveu aumentar sua caminhada em 4 km.
Cláudia caminhou 9 km no domingo.

Quantos quilômetros Cláudia caminhava todos os dias?
(Transformação 4ª extensão, T+ com o uso da linguagem natural, figural e com o número no contexto espacial)

Situações-problema de comparação 2ª e 3ª extensão

1º) Ana tem 9 vestidos e Jane tem 5 vestidos a mais que ela.
Quantos vestidos têm Jane?
(Comparação 2ª extensão, relação positiva com o uso da linguagem natural. Material dourado)

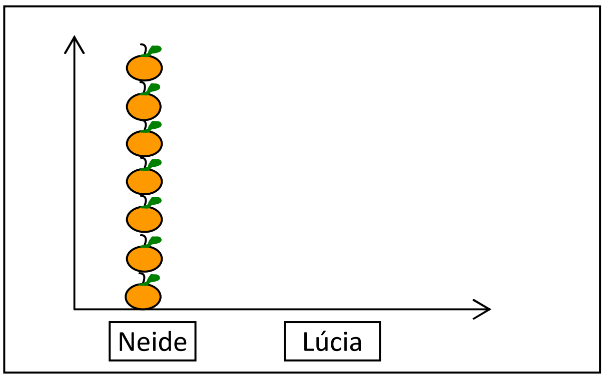
2º) Tiago tem 12 bolas de gude que estão dentro do saco.
E Marcos tem algumas bolas a mais que Tiago.
As bolas que Marcos tem a mais estão junto do saco de bolas de Tiago.
Veja no desenho o saco de bolas de Tiago e as bolas que Marcos tem a mais que ele.



Quantas bolas têm Marcos?
(Comparação 2ª extensão, relação positiva com o uso da linguagem natural e figural. Material dourado.)

3º) Carlos tem 16 carrinhos de brinquedos e Ramon tem 7 a menos do que ele.
Quantos carrinhos de brinquedo têm Ramon?
(Comparação 2ª extensão, relação negativa com o uso da linguagem natural. Material dourado.)

4º) Neide e Lúcia tem laranjas.
A professora está fazendo um gráfico desenhando a quantidade de laranjas de Neide e a quantidade de Lúcia.
A professora já desenhou as laranjas de Neide.
Veja o gráfico abaixo.

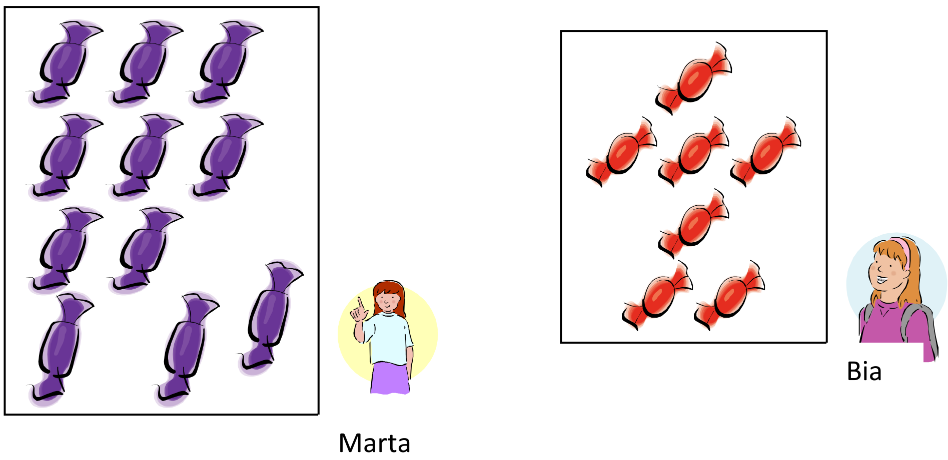


Lúcia tem 3 laranjas a menos que Neide.
Quantas laranjas tem Lúcia?
Desenhe no gráfico essa quantidade.
(Comparação 2ª extensão, relação negativa com o uso da linguagem natural e figural. Material dourado.)

5º) Talita vai dar saquinhos surpresa em sua festa de aniversário.
Ela está na loja escolhendo saquinho surpresa que tem mais brinquedos dentro.
O saquinho amarelo tem 9 brinquedos e o saquinho rosa tem 17 brinquedos.
Qual saquinho tem mais brinquedos?
Quantos brinquedos a mais têm neste saquinho?
(Comparação 3ª extensão, relação positiva, com o uso da linguagem natural. Material dourado.)

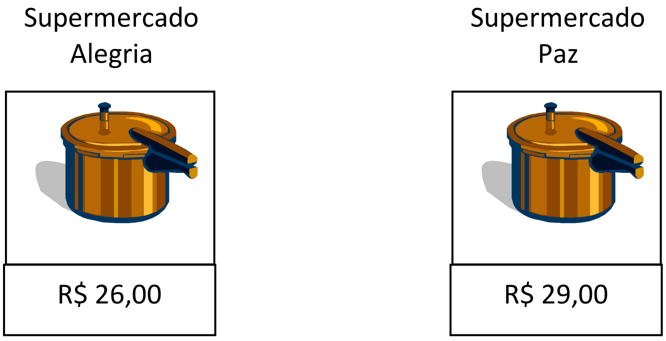
6º) Heitor e José ganharam dinheiro de seus padrinhos.
Heitor ganhou R$ 14,00 e o José ganhou R$ 23,00.
Quem ganhou menos reais?
Quantos reais a menos?
(Comparação 3ª extensão, relação negativa, com o uso da linguagem natural. Material dourado.)

7º) Veja as balas que cada uma das crianças tem.



Qual o nome da criança que tem mais balas?
Quantas balas a mais ela tem?
(Comparação 3ª extensão, relação positiva, com o uso da linguagem natural e figural. Material dourado.)

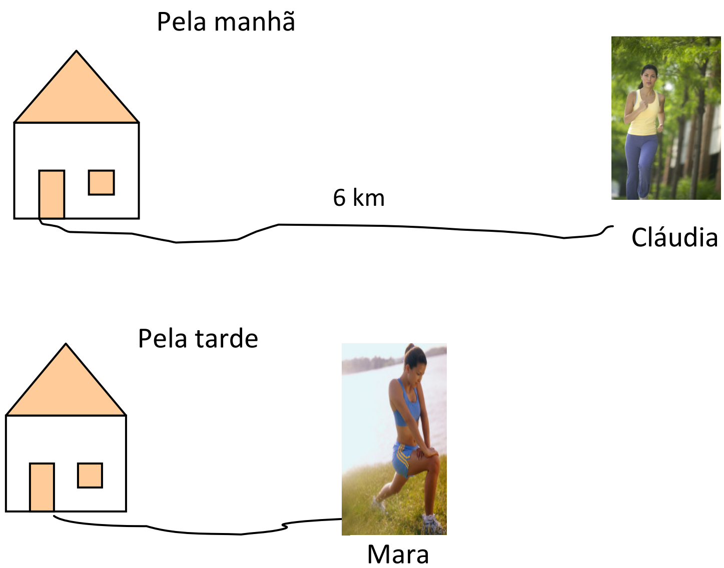
8º) Mamãe vai comprar uma panela.
Ela está procurando o supermercado onde ela pague menos.
Veja os preços dos supermercados e ajude a mamãe escolher o menor preço.



Em qual supermercado ela vai pagar menos?
Quantos reais a menos ela vai pagar?
(Comparação 3ª extensão, relação negativa com o uso da linguagem natural e figural. Material dourado.)

ATIVIDADE PARA CASA DO 3º ENCONTRO

Na segunda-feira Cláudia caminhou 6 km pela manhã.
E Mara caminhou pela tarde.
Veja o desenho.



Cláudia caminhou 2 km a mais que Mara.
Quantos quilômetros Mara caminhou à tarde?
(Comparação de 4ª extensão, relação positiva, com o uso da linguagem natural, figural e com o número no contexto espacial)

ATIVIDADES DO 4º ENCONTRO

Categorias: Composição de várias transformações e transformação de uma relação.
1º) Clara tem CDs.
E ganhou 5 CDs de seu amigo.
Clara resolveu dar 3 CDs que estavam repetidos para a sua prima.
Em quantos CDs aumentou a coleção de Clara?
(Composição de várias transformações T+ e T-)

2º) Emerson tem uma coleção de carrinhos de corrida.
No natal ele ganhou 7 carrinhos do padrinho, 4 carrinhos de sua tia e outros 6 de seus pais.
Ele resolveu dar 3 carrinhos que estavam repetidos para seu primo Paulo e 4 carrinhos para seu amigo Zeca.
Descontando os carrinhos que Emerson deu, em quantos carrinhos Emerson aumentou a sua coleção?
(Composição de várias transformações T+ e T-)

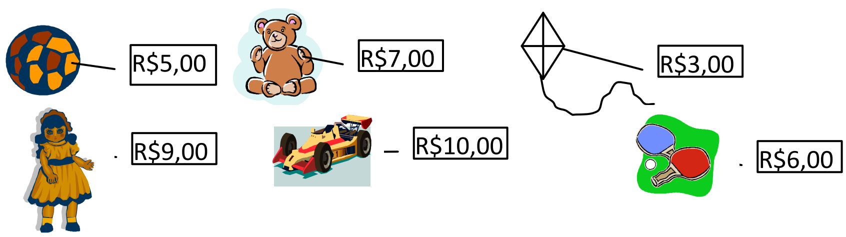
3º) Bruno tinha 6 canetas.
E Julia tinha 4 canetas a mais que Bruno.
Julia comprou mais 5 canetas.
Com quantas canetas ficou Julia?
(Transformação de uma relação)

4º) Rafael deve 7 gudes a Pedro e 5 a João.
Segunda-feira ele pagou 4 gudes a Pedro e 2 a João.
Quantas gudes Rafael ainda deve no total?
(Transformação de uma relação)

Sequência de ensino para o estudo principal

1º ENCONTRO: SITUAÇÕES PARA A SALA DE AULA
Situações-problema protótipos de composição e de transformação

1º) Sua tia vai comprar dois brinquedos para você. Escolha dois dos brinquedos que estão colocados abaixo e circule eles.



Quanto sua tia vai gastar comprando esses dois brinquedos?
(COMPOSIÇÃO PROTÓTIPO PICTÓRICA).

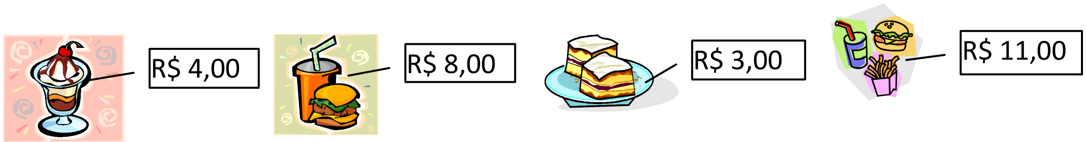
2º) Ana tem um saquinho com balas de chocolate e outro com balas de morango. Veja o desenho dos saquinhos de balas da Ana.

Quantas balas Ana têm ao todo?
(COMPOSIÇÃO PROTÓTIPO PICTÓRICA).

3º) Viviane tem R$ 7,00 na bolsa e R$ 5,00 no cofrinho. Quantos reais ela tem ao todo?
(COMPOSIÇÃO PROTÓTIPO NÃO PICTÓRICA).

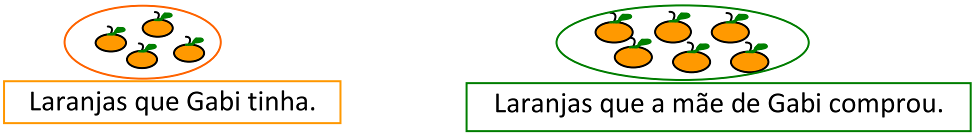
4º) Célia tem 6 figurinhas da Branca de Neve e 8 figurinhas da Cinderela.Quantas figurinhas Célia têm no total?
(COMPOSIÇÃO PROTÓTIPO NÃO PICTÓRICA).

5º) Imagine que você tem R$ 15,00 para gastar no lanche da escola. E que na cantina da escola tem os lanches que estão abaixo. Escolha um dos lanches que você gostaria de comprar e faça um círculo nele.



Com quantos reais você ficaria depois que pagasse o lanche que você escolheu?
(TRANSFORMAÇÃO PROTÓTIPO, TRANSFORMAÇÃO NEGATIVA, PICTÓRICA).

6º) Gabi vai para um piquenique. Ela tinha laranjas que estão desenhadas abaixo.
A mãe de Gabi comprou mais laranjas para ela levar ao piquenique.



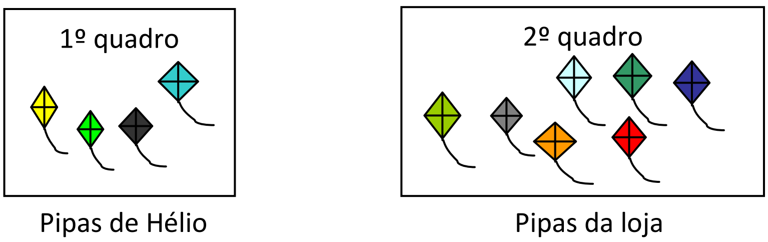
Quantas laranjas Gabi vai levar para o piquenique?
(TRANSFORMAÇÃO PROTÓTIPO, TRANSFORMAÇÃO POSITIVA, PICTÓRICA).

7º) Breno tinha R$ 4,00. Ele ganhou R$ 7,00 de seu avô. Com quantos reais Breno ficou?
(TRANSFORMAÇÃO PROTÓTIPO, TRANSFORMAÇÃO POSITIVA, NÃO PICTÓRICA).

8º) Francisco tinha 15 carrinhos em sua coleção. Ele resolveu dar 4 desses carrinhos para o seu melhor amigo. Com quantos carrinhos Francisco ficou em sua coleção?
(TRANSFORMAÇÃO PROTÓTIPO, TRANSFORMAÇÃO NEGATIVA, NÃO PICTÓRICA).

ATIVIDADE PARA CASA DO 1º ENCONTRO

1º) No primeiro quadro estão as pipas que Hélio tem. No segundo quadro estão as pipas que tem numa loja. O padrinho de Hélio vai comprar na loja pipas para ele.



Escolha as pipas para o padrinho dar para Hélio. E faça um círculo em volta delas.
Com quantas pipas Hélio vai ficar?
(TRANSFORMAÇÃO PROTÓTIPO, TRANSFORMAÇÃO POSITIVA, PICTÓRICA).

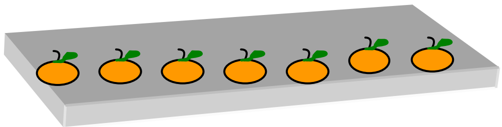
2º) Neta tem 7 CDs de samba e 5 CDs de forró. Quantos CDs Neta tem ao todo?
(COMPOSIÇÃO PROTÓTIPO, NÃO PICTÓRICA).

2º ENCONTRO: SITUAÇÕES PARA A SALA DE AULA Situações-problema de 1 ª extensão de composição e de transformação

1º) Maria foi ao supermercado e comprou uma caixa de bombom e uma garrafa térmica. Ela pagou R$14,00 ao todo. Sua mãe quer saber quanto custou cada objeto, mas ela só lembra o preço da caixa de bombom que é R$6,00.

Qual é o preço da garrafa térmica?
(COMPOSIÇÃO 1ª EXTENSÃO PICTÓRICA).

2º) O desenho abaixo mostra uma caixa de frutas, que está com laranjas. O agricultor está colocando as laranjas. Uma caixa completa tem que ter 12 laranjas no total.

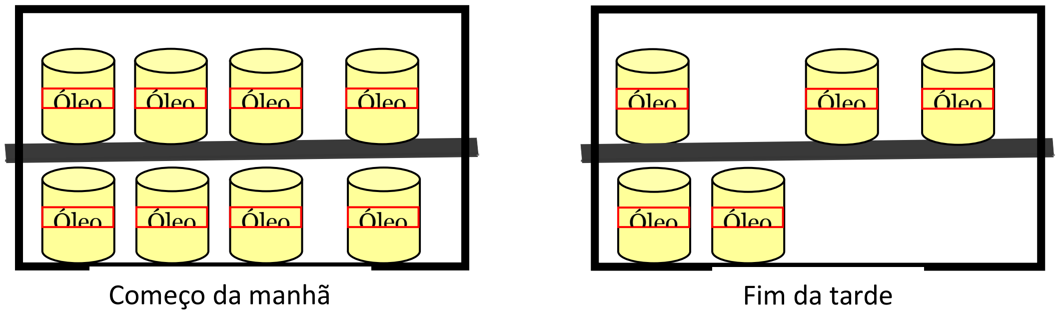


Quantas laranjas, dessa caixa, ainda estão do lado de fora?
(COMPOSIÇÃO 1ª EXTENSÃO, PICTÓRICA).

3º) André gastou R$ 10,00 para comprar um caderno e um livro. O caderno custou R$ 6,00. Quanto custou o livro?
(COMPOSIÇÃO 1ª EXTENSÃO, NÃO PICTÓRICA).

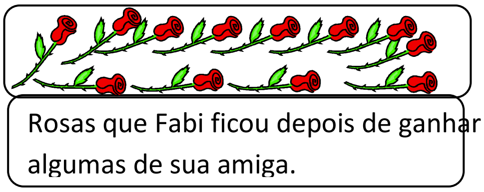
4º) Helen tem 13 brinquedos de pelúcia sendo gatos e ursos. Sete são ursos. Quantos são os gatos?
(COMPOSIÇÃO 1ª EXTENSÃO, NÃO PICTÓRICA).

5º) Na prateleira da venda de José tinha uma quantidade de latas de óleo no começo da manhã. No fim da tarde, ele viu a quantidade de latas que sobraram na prateleira.Veja a ilustração.



Quantas latas de óleo o José vendeu nesse dia?
(TRANSFORMAÇÃO 1ª EXTENSÃO, TRANSFORMAÇÃO NEGATIVA, PICTÓRICA).

6º) Fabi tinha rosas. E ela ganhou algumas rosas de sua amiga. Veja a ilustração abaixo. Quantas rosas Fabi ganhou de sua amiga?



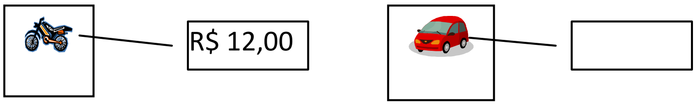
(TRANSFORMAÇÃO 1ª EXTENSÃO, TRANSFORMAÇÃO POSITIVA, PICTÓRICA).

7º) João tinha R$ 15,00 no sábado. No domingo gastou uma quantidade desse dinheiro no parque de diversões. Na segunda ele verificou e tinha R$ 8,00. Quantos reais ele gastou no parque?
(TRANSFORMAÇÃO 1ª EXTENSÃO, TRANSFORMAÇÃO NEGATIVA, NÃO PICTÓRICA).

8º) Deise tinha 5 vestidos. Em seu aniversário ela ganhou alguns vestidos de seus parentes. Agora Deise tem 11 vestidos. Quantos vestidos Deise ganhou dos parentes?
(TRANSFORMAÇÃO 1ª EXTENSÃO, TRANSFORMAÇÃO POSITIVA, NÃO PICTÓRICA).

ATIVIDADE PARA CASA DO 2º ENCONTRO

1º) Renato pagou R$ 19,00 na compra de uma moto e um carrinho de brinquedo. Veja a ilustração abaixo, com o preço da moto.
Quanto custou o carrinho?

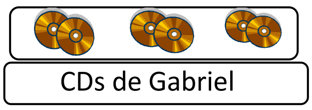


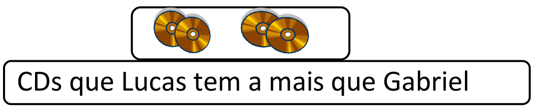
(COMPOSIÇÃO 1ª EXTENSÃO, PICTÓRICA).

2º) Larisa tinha 8 quebra-cabeças em seus brinquedos. Ela ganhou outros quebra-cabeças no Natal. Agora ela tem 13 quebra-cabeças. Quantos quebra-cabeças Larisa ganhou no Natal?
(TRANSFORMAÇÃO 1ª EXTENSÃO, TRANSFORMAÇÃO POSITIVA, NÃO PICTÓRICA).

3º ENCONTRO: SITUAÇÕES PARA A SALA DE AULA
Situações-problema de comparação 2ª extensão

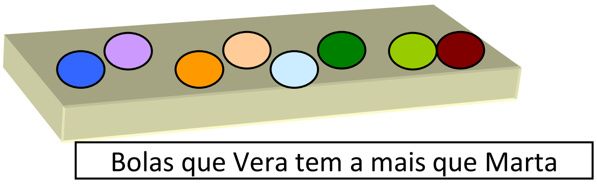
1º) Gabriel e Lucas têm CDs, veja o desenho abaixo.





Quantos CDs Lucas tem?
(COMPARAÇÃO 2ª EXTENSÃO, RELAÇÃO NEGATIVA, PICTÓRICA).

2º) Marta tem 6 bolas de ping-pong. E Vera tem algumas bolas a mais que Marta.
As bolas que Vera tem a mais estão mostradas no desenho abaixo.



Quantas bolas tem Vera?
(COMPARAÇÃO 2ª EXTENSÃO, RELAÇÃO POSITIVA, PICTÓRICA).

3º) Cláudio tem R$ 9,00 e Vinícius tem R$ 5,00 a mais que ele. Quantas figuras têm Vinícius?
(COMPARAÇÃO 2ª EXTENSÃO, RELAÇÃO POSITIVA, NÃO PICTÓRICA).

4º) Carol tem 18 bonecas e Lilia tem 5 a menos do que ela. Quantas bonecas têm Lilia?
(COMPARAÇÃO 2ª EXTENSÃO, RELAÇÃO NEGATIVA, NÃO PICTÓRICA).

ATIVIDADE PARA CASA DO 3º ENCONTRO

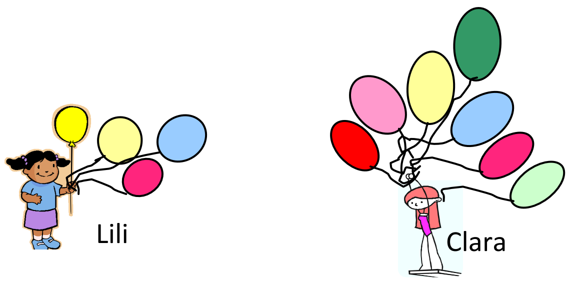
1º) Uma loja tem 13 peças de tecido. São peças coloridas e peças brancas. Seis são peças brancas. Quantas são as coloridas?
(COMPOSIÇÃO 1ª EXTENSÃO, NÃO ICÔNICA).

2º) Rafaela tinha R$ 16,00 quando foi para a bomboniere. Ela gastou uma quantidade desse dinheiro na bomboniere. Quando chegou em casa ela verificou e tinha R$ 7,00. Quantos reais ela gastou na bomboniere?
(TRANSFORMAÇÃO 1ª EXTENSÃO, TRANSFORMAÇÃO NEGATIVA, NÃO ICÔNICA).

3º) Silvia e Mário são irmãos. Silvia tem 21 anos. E Mário tem 8 anos a mais que Silvia. Quantos anos têm Mário?
(COMPARAÇÃO 2ª EXTENSÃO, RELAÇÃO POSITIVA, NÃO ICÔNICA).

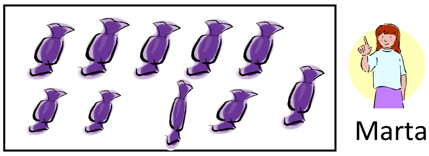
4º ENCONTRO: SITUAÇÕES PARA A SALA DE AULA Situações-problema de comparação 3ª extensão

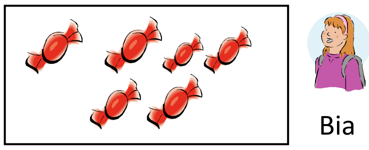
1º) Veja o desenho abaixo:



Qual o nome da garota que tem menos bolas? Quantas bolas a menos ela tem?
(COMPARAÇÃO 3ª EXTENSÃO, RELAÇÃO NEGATIVA, PICTÓRICA).

2º) Veja as balas que cada uma das crianças tem.





Qual o nome da criança que tem mais balas? Quantas balas a mais ela tem?
(COMPARAÇÃO 3ª EXTENSÃO, RELAÇÃO POSITIVA, PICTÓRICA).

3º) Heitor e José ganharam dinheiro de seus padrinhos. Heitor ganhou R$ 14,00 e o José ganhou R$ 23,00. Quem ganhou menos reais? Quantos reais a menos?
(COMPARAÇÃO 3ª EXTENSÃO, RELAÇÃO NEGATIVA, NÃO PICTÓRICA).

4º) Antonio vai convidar seus amigos para fazer um lanche comemorando o seu aniversário. Ele está escolhendo a lanchonete que tem mais mesas disponíveis. A Lanchonete Kipão tem 8 mesas e a Lanchonete Uil tem 14 mesas. Onde Antonio vai comemorar o seu aniversário? Quantas mesas têm a mais nesta lanchonete?
(COMPARAÇÃO 3ª EXTENSÃO, RELAÇÃO POSITIVA, NÃO PICTÓRICA).

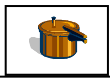
ATIVIDADE PARA CASA DO 4º ENCONTRO

1º) Cris gastou R$12,00 na padaria para comprar pães e biscoitos. Os pães custaram R$ 5,00. Quanto custou os biscoitos?
(COMPOSIÇÃO 1ª EXTENSÃO, NÃO PICTÓRICA).

2º) Cláudio tem 9 figurinhas e Vinícius tem 5 figurinhas a mais que ele. Quantas figuras têm Vinícius?
(COMPARAÇÃO 2ª EXTENSÃO, NÃO PICTÓRICA).

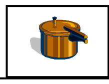
3º) Mamãe vai comprar uma panela. Ela está procurando o supermercado onde ela pague menos. Veja os preços dos supermercados e ajude a mamãe escolher o menor preço.

Supermercado Alegria



R$ 26,00

Supermercado Paz



R$ 29,00

Em qual supermercado ela vai pagar menos? Quantos reais a menos ela vai pagar?
(COMPARAÇÃO 3ª EXTENSÃO, RELAÇÃO NEGATIVA, PICTÓRICA).

5º ENCONTRO: SITUAÇÕES PARA A SALA DE AULA Situações-problema de transformação e de comparação de 4ª extensão

1º) Luciana foi à livraria para comprar um livro. Veja o livro que ela comprou e o seu preço.

—— R$ 17,00

Depois da compra Luciana ficou com R$ 5,00 na carteira. Quanto ela tinha na carteira antes de comprar?
(TRANSFORMAÇÃO 4ª EXTENSÃO, TRANSFORMAÇÃO NEGATIVA, PICTÓRICA).

2º) Maria tinha algumas revistas em quadrinho. Sua madrinha deu 6 revistas para ela. Ela ficou com 19 revistas em quadrinho. Quantas revistas em quadrinho Maria tinha antes?
(TRANSFORMAÇÃO 4ª EXTENSÃO, TRANSFORMAÇÃO POSITIVA, NÃO PICTÓRICA).

3º) Julia tem pirulitos que estão desenhados abaixo. Carlos tem 4 pirulitos a menos que Julia.

Quantos pirulitos têm Carlos?
(COMPARAÇÃO 4ª EXTENSÃO, RELAÇÃO NEGATIVA, PICTÓRICA).

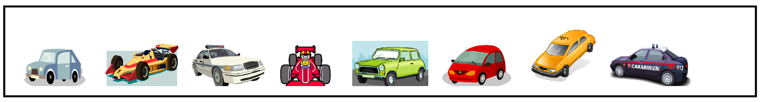
4º) Taís tem dinheiro para comprar seu lanche. E Vera tem R$ 4,00 a mais que Taís. Sabendo que Vera tem R$ 9,00. Quantos reais têm Taís?
(COMPARAÇÃO 4ª EXTENSÃO, RELAÇÃO POSITIVA, NÃO PICTÓRICA).

ATIVIDADE PARA CASA DO 5º ENCONTRO

1º) Marcio tem 16 figurinhas do Flamengo e do Vasco. Ele tem sete figurinhas do Vasco. Quantas figurinhas do Flamengo ele tem?
(COMPOSIÇÃO 1ª EXTENSÃO, NÃO PICTÓRICA).

2º) Roberto comprou 6 pacotes de figurinhas. E seu tio também lhe deu alguns pacotes de figurinhas. Agora ele tem 13 pacotes de figurinhas. Quantos pacotes de figurinhas ele ganhou de seu tio?
(TRANSFORMAÇÃO 1ª EXTENSÃO, TRANSFORMAÇÃO POSITIVA, NÃO PICTÓRICA).

3º) Mário e Pedro têm carrinhos de brinquedo.Veja na ilustração os carrinhos de Mário.

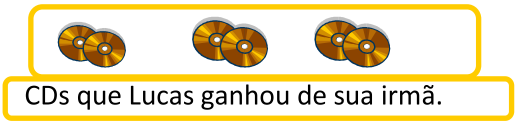


Carrinhos de Mário

Mário tem 5 carrinhos a mais que Pedro. Quantos carrinhos têm Pedro?
(COMPARAÇÃO DE 4ª EXTENSÃO, RELAÇÃO POSITIVA, PICTÓRICA).

6º ENCONTRO: SITUAÇÕES PARA A SALA DE AULA Situações-problema de transformação e de comparação de 4ª extensão

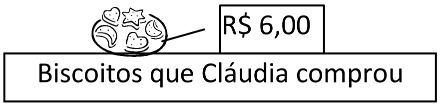
1º) Lucas tem CDs infantis. Ele ganhou CDs de sua irmã. Veja a ilustração.



Agora Lucas tem 15 CDs. Quantos CDs Lucas tinha antes?
(TRANSFORMAÇÃO 4ª EXTENSÃO, TRANSFORMAÇÃO POSITIVA, PICTÓRICA).

2º) Bruno tinha dinheiro em seu cofrinho. Ele comprou R$ 8,00 de doces.
Bruno ficou com R$ 5,00 em seu cofrinho. Quantos reais Bruno tinha antes de comprar os doces?
(TRANSFORMAÇÃO 4ª EXTENSÃO, TRANSFORMAÇÃO NEGATIVA, NÃO PICTÓRICA).

3º) Cláudia e Mara compraram biscoitos. Veja a ilustração abaixo.



Cláudia comprou R$ 2,00 a mais que Mara. Quantos reais de biscoito Mara Comprou?
(COMPARAÇÃO DE 4ª EXTENSÃO, RELAÇÃO POSITIVA, PICTÓRICA).

4º) Erica tem 13 bonecos de pano. Marta tem 5 bonecos de pano a menos que Erica.
Quantos bonecos de pano têm Marta?
(COMPARAÇÃO 4ª EXTENSÃO, RELAÇÃO NEGATIVA, NÃO PICTÓRICA).

ATIVIDADE PARA CASA DO 6º ENCONTRO

1º) Ana tem 9 vestidos e Jane tem 5 vestidos a mais que ela. Quantos vestidos têm Jane?
(COMPARAÇÃO 2ª EXTENSÃO, RELAÇÃO POSITIVA, NÃO PICTÓRICA).

2º) A professora da 1ª série tem 12 livros de Matemática. E a professora da 3ª série tem 21 livros de Matemática. Qual a professora que tem menos livros? Quantos livros a menos ela tem?
(COMPARAÇÃO 3ª EXTENSÃO, RELAÇÃO NEGATIVA, NÃO PICTÓRICA).

3º) A tia de Mário deu 3 canetas para ele. Veja a ilustração.

Quantas canetas Mário tinha antes?
(TRANSFORMAÇÃO 4ª EXTENSÃO, TRANSFORMAÇÃO POSITIVA, PICTÓRICA).

7º ENCONTRO: SITUAÇÕES PARA A SALA DE AULA
Situações-problemas das outras categorias

1º) Lílian tem uma coleção de figurinhas. Ganhou 6 figurinhas de seu irmão. Deu a sua amiga 3 figurinhas. Em quantas figurinhas aumentou a coleção de Lílian?
(COMPOSIÇÃO DE VÁRIAS TRANSFORMAÇÕES, TRANSFORMAÇÃO POSITIVA E TRANSFORMAÇÃO NEGATIVA, NÃO PICTÓRICA).

2º) Joana tinha uma coleção de selo. No seu aniversário ela ganhou 8 selos da madrinha, 5 selos de sua avó e outros 10 de seu pai. Como ela ganhou selos repetidos ela resolveu dar 3 selos que estavam repetidos para seu primo Zé e 4 selos repetidos para sua irmã Ana. Descontando os selos repetidos que Joana deu, em quantos selos Joana aumentou a sua coleção?
(COMPOSIÇÃO DE VÁRIAS TRANSFORMAÇÕES, TRANSFORMAÇÃO POSITIVA E TRANSFORMAÇÃO NEGATIVA, NÃO PICTÓRICA).

3º) Lorena devia R$ 15,00 a Ana. Ela pagou R$ 7,00 a Ana. Quantas reais Lorena ficou devendo a Ana?
(TRANSFORMAÇÃO DE UMA RELAÇÃO, NÃO PICTÓRICA).

ATIVIDADE PARA CASA DO 7º ENCONTRO

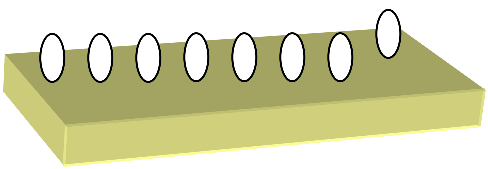
1º) Marcos deve 8 figurinhas a Antônio e 6 a Flávio. Ontem ele pagou 3 figurinhas a Antônio e 2 a Flávio. Quantas figurinhas Marcos ainda deve no total?
(COMPOSIÇÃO DE VÁRIAS TRANSFORMAÇÕES, NÃO PICTÓRICA).

2º) Artur quebrou os carrinhos de brinquedo de Saulo e ficou lhe devendo 12 carrinhos. Artur comprou 7 carrinhos para pagar a Saulo. Quantos carrinhos ele ficou devendo a Artur?
(TRANSFORMAÇÃO DE UMA RELAÇÃO, NÃO PICTÓRICA).

3º) Júlio e Marcos são amigos e cada um vai comprar uma bola. Júlio tem R$ 19,00 para comprar a bola dele. E Marcos tem R$ 5,00 a menos que Júlio. Quantos reais Marcos tem para comprar a bola?
(COMPARAÇÃO 4ª EXTENSÃO, RELAÇÃO NEGATIVA, NÃO PICTÓRICA).

8º ENCONTRO: SITUAÇÕES PARA A SALA DE AULA Situações-problemas para revisão

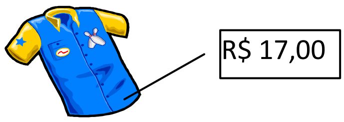
1º) Tatiane está limpando a caixa de ovos. A caixa tem 12 ovos no total. Até agora ela colocou uma parte dos ovos dentro da caixa. Veja o desenho da caixa com os ovos que Tatiane já colocou:



Alguns dos ovos ainda estão do lado de fora. Quantos ovos faltam para Tatiane deixar a caixa completa?
(COMPOSIÇÃO 1ª EXTENSÃO, PICTÓRICA)

2º) Cida tinha 12 lápis de cor. Ela ganhou alguns lápis de cor de sua professora. Cida tem agora 18 lápis de cor. Quantos lápis Cida ganhou de sua professora?
(TRANSFORMAÇÃO 1ª EXTENSÃO, TRANSFORMAÇÃO POSITIVA, NÃO PICTÓRICA)

3º) Geraldo comprou uma camisa. Veja o desenho abaixo.



Geraldo ficou com R$ 8,00 depois que comprou a camisa. Quantos reais Geraldo tinha antes de fazer essa compra?
(TRANSFORMAÇÃO 4ª EXTENSÃO, TRANSFORMAÇÃO POSITIVA, PICTÓRICA).

4º) Bruna e Talisa têm dinheiro para brincar no parque. Bruna tem R$ 19,00 e Talisa tem R$ 15,00. Quem tem mais reais? Quantos reais a mais?
(COMPARAÇÃO 3ª EXTENSÃO, RELAÇÃO POSITIVA, NÃO PICTÓRICA).

APÊNDICE H

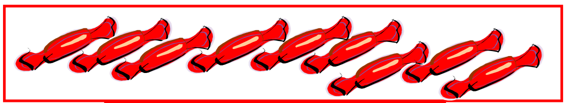
Atividades da entrevista

Situações-problema para a entrevista do MD

NOME:____

1º) Num tanque havia 6 peixes vermelhos e 7 peixes amarelos. Quantos peixes havia no tanque?

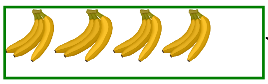
2º) Carmem e Regis têm bombons. Veja o desenho abaixo.



Os bombons de Carmem.

Regis tem 4 bombons a mais que ela. Quantos bombons têm Regis?

3º) Alberto foi a feira para comprar bananas e laranjas. Ele gastou R$ 17,00 ao todo. Sua mãe quer saber quanto custou cada quantidade de fruta. Veja a abaixo quanto ele pagou pelas laranjas.



R$ 8,00

Quanto ele pagou pelas bananas?

4º) Carlos tinha 4 bolas de gude. Ganhou algumas e agora ele tem 10 bolas de gude. Quantas bolas ele ganhou?

5º) Marcio tem 175 figurinhas do Flamengo e do Vasco. Ele tem 83 figurinhas do Vasco. Quantas figurinhas do Flamengo ele tem?

6º) Roberto tinha 42 pacotes de figurinhas. E seu tio lhe deu alguns pacotes de figurinhas. Agora ele tem 106 pacotes de figurinhas. Quantos pacotes de figurinhas ele ganhou de seu tio?

7º) Mário e Pedro têm carrinhos de brinquedo. Veja na ilustração os carrinhos de Mário.

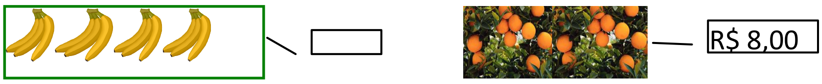
Carrinhos de Mário

Mário tem 8 carrinhos a mais que Pedro. Quantos carrinhos têm Pedro?

Situações-problema para a entrevista do DV

NOME:____

1º) Alberto foi a feira para comprar bananas e laranjas. Ele gastou R$ 17,00 ao todo. Sua mãe quer saber quanto custou cada quantidade de fruta. Veja a abaixo quanto ele pagou pelas laranjas.



Quanto ele pagou pelas bananas?

2º) No final do jogo de gude, Paulo ficou com 14 gudes. Sabendo que Paulo tem 6 gudes a mais que Jonas. Com quantas gudes ficou Jonas?

ANEXO

Atividades aplicada pela professora do Grupo de Controle Visto

1º Encontro: atividade de casa da aula anterior

1-) Paulinho colheu 30 laranjas, 36 bananas e 6 dezenas de abacate. Quantas frutas Paulinho colheu?

2-) Ana tinha 1 centena de limas. Deu três dezenas e meia para André. Quantas limas ficaram com Ana?

3-) Complete: a) 12-5 = b) 8-3 = c) 15-7 = d) 34-14 = e) 18-9 = f) 25-21 =
g) 48-19 = h) 37-10 = i) 16-8 =

4-) Calcule: a) 4+8+10 = b) 6+3+9 = c) 16+4+5 = d) 9+9+12 = e) 13+7+11 =

5-) Arme e efetue:

a) 649+837+254
b) 95+469+369
c) 8934-5267
d) 7102-6534

1º Encontro: atividade copiada no quadro para ser feita em sala de aula

1-) Resolva os problemas:

a) Numa loja foram vendidos 108 fogões, 97 liquidificadores e 85 ventiladores. Quantos eletrodomésticos foram vendidos?

Cálculo	Resposta

b) Na fazenda do Sr. José há 44 cavalos, 58 bois e 160 vacas. Quantos animais há na fazenda?

Cálculo	Resposta

c) Paulo tem 16 anos. João tem 9 anos. Quantos anos Paulo é mais velho que João?

Cálculo	Resposta

d) Numa estante havia 9 dezenas de livros. Foram retirados 64 livros. Quantos livros ficaram na estante?

2-) Resolva:

a) 4 para 12 faltam ________________ b) 5 para 10 faltam ________________
c) 3 para 9 faltam _________________ d) 6 para 11 faltam ________________
e) 8 para 16 faltam ________________ f) 9 para 18 faltam ________________
g) 7 para 15 faltam ________________

3-) Arme, efetue e dê nome aos termos:

a)2364+579+83 b) 3748+6981+1745
c) 6987-3148 d) 4600-2426

2º Encontro: **atividade copiada no quadro para ser feita em sala de aula**

1-) Observe o numeral 5359 e responda:

a) Quantas ordens ele tem? b) Quantas classes? c) Que algarismo ocupa a 1ª ordem? d) Qual algarismo ocupa a ordem das centenas? e) Qual algarismo ocupa a ordem das unidades? f) Escreva esse número por extenso.

2-) Decomponha os numerais abaixo.
Observe: 247→ 2 centenas, 4 dezenas e 7 unidades.

a) 158 b) 395 c) 36 d)1649
b)

3-) Resolva os problemas:

a) Um granjeiro recolheu 80 ovos e quebraram-se 13. Quantos restaram?

Cálculo	Resposta

b) Papai vendeu 67 relógios e ainda ficou com 25. Quantos relógios tinha papai?

Cálculo	Resposta

4-) Arme, efetue e dê nome aos termos:

a) 2999-1999 b) 3500-1205 c) 528+309+26 d) 365+68+146

2º Encontro: **atividade do livro didático Editora Moderna (2005, p.50-53) para casa**

1 **Calcule, em seu caderno, o resultado das adições.**

a) 15 + 13 c) 37 + 22 e) 43 + 25

b) 13 + 15 d) 22 + 37 f) 25 + 43

- Discuta esta questão com um colega e registre a conclusão da dupla: Se trocarmos a ordem das parcelas, a soma será a mesma?

1 **Calcule o resultado das adições em seu caderno.**

a) 2 153 + 432 c) 1 284 + 346 e) 720 + 1 979

b) 157 + 2 021 d) 458 + 2 423 f) 623 + 4 726

1 **Leia os problemas e resolva-os em seu caderno.**

a) Na classe em que Lili estuda há 48 alunos e na classe em que Carlos estuda há 32 alunos. As duas classes irão ao teatro. Quantos lugares a professora deverá reservar, para os alunos assistirem a peça?

b) Observe o mapa do tesouro e responda à questão em seu caderno:

Ande 57 passos para a frente, encontre uma árvore e, depois, ande mais 26 passos para a frente.

Quantos passos serão dados no total?

3 **Veja como Ana e Gustavo começaram a fazer a adição 425 + 1 342.**

Adição de Ana	Adição de Gustavo
425	1 342
+ 1 342	+ 425

4 **Observe o problema e escreva um texto em seu caderno.**

Lili tinha de fazer a seguinte operação:

1924 + 1743

M	C	D	U
1	9	2	4
+ 1	7	4	3
			7

Ela pensou em começar somando as unidades:
4 unidades mais 3 unidades são 7 unidades.

- Continue a escrever, em seu caderno, quais são os passos que Lili deve seguir para terminar a operação.

5 **Resolva as operações, em seu caderno.**

a) 2 924 + 1 743 d) 4 792 + 2 543 g) 6 253 + 3 256

b) 1 625 + 4 532 e) 7 541 + 1 699 h) 7 532 + 1 896

c) 3 472 + 5 825 f) 8 876 + 1 028 i) 3 731 + 2 476

6 **Leia o texto e responda à questão em seu caderno.**

Meu avô nasceu em 1938 e minha avó em 1934.
Eles se conheceram, casaram e tiveram 2 filhos. Para comemorar os 50 anos de casamento dos meus avós, minha mãe e meu tio prepararam uma festa de bodas de ouro para o casal. Meu avô estava, na época, com 68 anos de idade e minha avó, com 72 anos.

- Descubra em que ano foi a comemoração das bodas de ouro do casal.

3º Encontro: atividade avaliativa

Atividade avaliativa de Matemática

① Observe o numeral 3576 e responda:
a) Quantas ordens ele tem? ____________
b) Quantas classes? ____________
c) Que algarismo ocupa a 2ª ordem? ____________
d) Qual é o algarismo que ocupa a ordem unidades de milhar? ____________
e) Escreva esse numero por extenso.
____

② Componha estes numerais:
a) 4 dezenas e 8 unidades ____________
b) 3 centenas, 4 dezenas e 7 unidades ____________
c) 1 unidade de milhar, 2 centenas, 8 dezenas e 5 unidades ____________
d) 4 unidades de milhar, 7 centenas, 6 dezenas e 1 unidade ____________

③ Leia e escreva estes numerais:
a) quinhentos e vinte e dois ____________
b) oitocentos e um ____________
c) duzentos e sessenta e sete ____________
d) dois mil, setecentos e quarenta e dois ____________
e) nove mil, seiscentos e noventa e três ____________

④ Marque a resposta certa:
a) Uma dezena e meia é igual
( ) 15 ( ) 45 ( ) 35
b) três centenas é igual
( ) 3000 ( ) 300 ( ) 250

⑤ Calcule as operações:
a) 15+6+4= ______ d) 24+3+26= ______
b) 12+8+10= ______ e) 20+10+5= ______
c) 9+4+16= ______

⑥ Márcia ganhou 3 dezenas de figurinhas, Marcelo ganhou 75 e Marcos ganhou 83. Quantas figurinhas os três ganharam?

Cálculo	Resposta

⑦ Papai tinha 520 reais. Emprestou 365 reais ao titio. Com quanto papai ficou?

Cálculo	Resposta

⑧ Arme, efetue e dê nome aos termos:
a) 86 + 945 + 136
b) 6253 + 3256 + 532
c) 7451 − 1690
d) 6372 − 4865

3º Encontro: atividade copiada no quadro para ser feita em casa

1-) Vovô tem 82 anos e vovó tem 68. Quantos anos vovô é mais velho que vovó?

Cálculo	Resposta

2-) Um padeiro fez 830 pães e já vendeu 248. Quantos pães ainda tem para vender?

Cálculo	Resposta

3-) Numa livraria havia 9 dezenas de livros. Foram vendidos 64 livros. Quantos livros foram vendidos?

Cálculo	Resposta

4-) Miguel tem um álbum que cabem 246 fotos. Ele já colou 128. Quantas fotos faltam para completar o álbum?

Cálculo	Resposta

5-) Titio tem 35 chaveiros. Quantos chaveiros faltam para completar uma centena?

Cálculo	Resposta

6-) Arme e efetue:
a) 6834-3682 b) 7102-5764 c) 9643-4068

7-) Efetue e tire a prova real:
a) 86+29+36 b) 58+423+735 c) 229+383+497 d) 357+2385+9765

4º Encontro: atividade copiada no quadro para ser feita em sala de aula

1-) Calcule a diferença:
a) 97-6 = b) 38-9= c) 46-7= d) 93-43= e) 68-49= f) 97-87=
g) 16-5= h) 27-8= i) 68-57= j) 37-31=

2-) Em uma cesta havia 368 ovos. Mamãe colocou mais 98. 120 quebraram. Quantos ovos ficaram inteiros?

Cálculo	Resposta

3-) O minuendo de uma subtração é 896. O subtraendo é 593. Calcule a diferença.

Cálculo	Resposta

4-) De uma caixa de 347 chocolates, dei 12 a Vera e 56 a titia. Com quantos chocolates fiquei?

Cálculo	Resposta

5-) Arme e efetue:
a) 678-398 b) 403-187 c) 4192-962 d) 7931-2874

4º Encontro: atividade copiada no quadro para ser feita em casa

1-) Tinha 187 figurinhas, ganhei 68. Dei 126 a João. Com quantas figurinhas fiquei?

Cálculo	Resposta

2-) Arme e efetue:
a) 6802-761 b) 9871-2705 c) 347+124+75 d) 184+36+128

5º Encontro: atividade copiada no quadro para ser feita em sala de aula

1-) Leia e escreva os numerais:
a) cento e nove b) duzentos e noventa c) quatrocentos e sessenta e oito
d) quinhentos e setenta e) dois mil oitocentos e dois
f) três mil, setecentos e vinte g) cinco mil, trezentos e setenta

2-) Escreva por extenso:
a) 614 b) 132 c) 396 d) 841 e) 1765 f) 8 409

3-) Complete a tabela:

-	8	9	7	10	5
10					
15					
18					
20					
23					
27					

4-) Numa escola havia 436 meninos e 328 meninas. No final do ano 87 alunos saíram da escola entraram 59 alunos. Quantos alunos há na escola?

Cálculo	Resposta

5-) Arme e efetue:

a) 8976+4532+601 b) 308+574+742 c) 7023-4675 d) 9645-6934

6º Encontro: atividade copiada no quadro para ser feita em sala de aula

1-) Represente em numeral:

a) Trigésimo terceiro b) vigésimo quarto c) sexagésimo sétimo
d) quadragésimo sexto e) nonagésimo primeiro f) octogésimo segundo

2-) Escreva por extenso os ordinais.

a) 98º b) 42º c) 75º d) 67º e) 55º

3-) Escreva o antecessor e o sucessor dos ordinais.

___ 26º ___; ___ 19º ___; ___ 75º ___; ___ 72º ___; ___ 11º ___;
___ 2º ____; ___ 59º ___; ___ 48º ___; ___ 39º ___; ___ 60º ___;
___ 99º ___; ___33º ___.

4-) Arme, efetue e tire a prova real.

a) 469+367+74 b) 8536+920+463 c) 8346-3647 d) 9752-6973

7º Encontro: atividade copiada no quadro para ser feita em sala de aula

1-) Num depósito de bebidas há 2475 garrafas de suco, 1 milhar e 6 centenas de guaraná e 8 centenas de fanta. Quantas garrafas há ao todo?

Cálculo	Resposta

2-) Em um estádio de futebol cabem 5 500 pessoas entraram apenas 3880. Quantas pessoas ainda faltam para lotar o estádio?

Cálculo	Resposta

3-) Para o aniversário de Didi foram feitas 150 empadas, 145 coxinhas e 150 canudinhos. Mamãe guardou 236 salgados. Quantos salgados dobraram?

Cálculo	Resposta

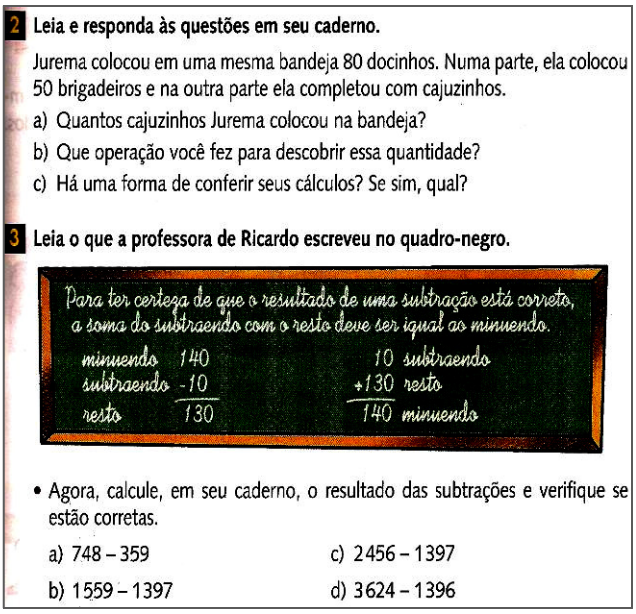
4-) Leia e escreva os numerais ordinais:

a) oitavo b) décimo sexto c) vigésimo nono d) trigésimo quinto
e) quadragésimo terceiro f) qüinquagésimo g) sexagésimo segundo
h) octogésimo quarto i) centésimo j) nonagésimo

5-) Arme, efetue e tire a prova real.

a) 4623-2543 b) 9106-6423 c) 8967+4638+2067

7º Encontro: a**tividade do livro didático Editora Moderna (2005, p.71-72) para casa**



2 **Leia e responda às questões em seu caderno.**

Jurema colocou em uma mesma bandeja 80 docinhos. Numa parte, ela colocou 50 brigadeiros e na outra parte ela completou com cajuzinhos.

a) Quantos cajuzinhos Jurema colocou na bandeja?

b) Que operação você fez para descobrir essa quantidade?

c) Há uma forma de conferir seus cálculos? Se sim, qual?

3 **Leia o que a professora de Ricardo escreveu no quadro-negro.**

Para ter certeza de que o resultado de uma subtração está correto, a soma do subtraendo com o resto deve ser igual ao minuendo.

minuendo	140	10	subtraendo
subtraendo	-10	+130	resto
resto	130	140	minuendo

• Agora, calcule, em seu caderno, o resultado das subtrações e verifique se estão corretas.

a) 748 – 359

b) 1559 – 1397

c) 2456 – 1397

d) 3624 – 1396

ATIVIDADES

1 **Resolva os problemas em seu caderno.**

a) Mariana e Pedro brincavam de figurinhas. Mariana ganhou 1 dezena de figurinhas e ficou com 6 dezenas. Quantas figurinhas Mariana tinha antes de brincar com Pedro?

b) Pedro colecionava miniaturas de carro. Vendeu 16 e ficou com 47. Quantas miniaturas Pedro tinha inicialmente?

c) Na festa de casamento de Luana havia 234 convidados. Alguns foram embora mais cedo. Na hora de cortar o bolo estavam presentes 187 convidados. Quantas pessoas saíram da festa antes de cortar o bolo?

d) Dinorá fez salgados para a festa de aniversário de sua filha. Pela manhã ela preparou 157 salgados. Na hora do almoço seus filhos comeram 18 desses salgados. À tarde, Dinorá fez mais salgados. Se Dinorá serviu 400 salgados na festa, quantos salgados ela fez no período da tarde?

8º Encontro: atividade copiada no quadro para ser feita em casa

1-) Carla comprou 352 laranjas. Duas centenas estavam estragadas. Quantas laranjas estavam boas?

2-) Em uma escola há 350 alunos, sendo que 186 são meninas. Calcule quantos são os meninos.

Cálculo	Resposta

3-) Daniela tinha 58 reais. Gastou 25 reais em cadernos e 18 reais em revistas. Com que quantia Daniela ficou?

Cálculo	Resposta

4-) José vendeu 156 picolés, Marcos vendeu 267 e André 302. Quantos picolés os três venderam juntos?

Cálculo	Resposta

5-) Rodrigo tinha 318 bolinhas de gude. Comprou 157 e ganhou mais 68 do seu primo. Quantas bolinhas de gude Rodrigo tem agora?

Cálculo	Resposta