

Universidade Federal de Uberlândia

Halyne Silva Borges

Controle coerente de estados quânticos em nanoestruturas
semicondutoras

Uberlândia

2010

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Halyne Silva Borges

**Controle coerente de estados quânticos em nanoestruturas
semicondutoras**

Dissertação apresentada no Instituto
de Física da Universidade Federal de
Uberlândia para a obtenção do título
de Mestre em Física.

Orientador:

PROF. DR. AUGUSTO M. ALCALDE MILLA

Uberlândia

2010

Aos meus pais, minhas irmãs e Marcus Vinícius.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus e à minha família por sempre estarem ao meu lado e me apoiarem nesta jornada.

Aos meus pais pelo exemplo e incentivo, fundamentais para que eu nunca desanimasse perante os obstáculos.

Ao Marcus Vinícius pelo carinho e por ter me apoiado em tudo.

Ao Prof. Dr. Augusto Miguel Alcalde Milla pela competência, paciência e excelente orientação.

À Profa. Dra. Liliana Sanz de La Torre pelas discussões e colaboração durante o desenvolvimento desse trabalho.

Ao Prof. Dr. José Maria Villas-Bôas por seus comentários e auxílio a alguns tópicos relacionados a esta dissertação.

Aos meus amigos Erika e Fabrício pela amizade e ótima convivência ao longo desses anos.

Ao Grupo de Óptica e Informação Quântica e todos os meus amigos, professores e funcionários do Instituto de Física, que direta ou indiretamente contribuíram para o desenvolvimento desse trabalho.

Finalmente, agradeço ao Instituto de Física da Universidade Federal de Uberlândia e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, CAPES, pelo apoio financeiro.

Resumo

O sistema quântico de três níveis têm sido extensivamente usado em óptica quântica, física atômica e molecular e recentemente em física do estado sólido. Usando este modelo, analisamos a dinâmica de estados excitônicos em um sistema formado por dois pontos quânticos acoplados, sob influência de excitação óptica. Estudamos o controle coerente do tunelamento entre os estados excitônicos e analisamos sua dependência com a intensidade e frequência do laser. Usamos a equação de Liouville-von Neumann-Lindblad, afim de incluir emissão espontânea como canal de decoerência entre os níveis do sistema. Mostramos que a eficiência do tunelamento, e consequentemente a população do estado de éxciton direto, pode ser controlada manipulando os parâmetros físicos externos. Os resultados obtidos, nos permitem identificar diversos regimes da dinâmica da população, que inclui oscilações de Rabi e estados estacionários. Identificamos um conjunto de parâmetros, onde o estado associado ao éxciton indireto permanece significativamente populado mostrando-se robusto aos canais de decoerência. Além disso, determinamos o intervalo de frequência da radiação aplicada onde o sistema se torna transparente, devido à presença do tunelamento. Enfatizamos assim, a importância dos estudos associados ao controle coerente em sistemas de estado sólido devido às diversas aplicações em optoeletrônica, spintrônica e processamento quântico de informação.

Palavras-chave: pontos quânticos, tunelamento, estados robustos, éxcitons, luz lenta

Abstract

The three-level model is extensively used in quantum optics, atomic and molecular physics and recently in solid state physics. Using this model, we analyze the dynamic of exciton states in a system formed by a double quantum dot, under the influence of optical excitation. We study the coherent control of the tunneling between exciton states and analyze its dependency with the intensity and frequency of incident laser. We solve the Liouville-von Neumann-Lindblad equation, in order to include of spontaneous emission as a decoherence channel between the levels of the system. We show that the efficiency of tunneling coupling, and consequent population of indirect exciton level, can be controlled by tuning the external physical parameters. The results obtained allow us to identify several regimes of population dynamics, which includes Rabi oscillations and stationary states. We identify a set of parameters where the indirect exciton state is significantly populated and remain localized even with decoherence effects. Besides, we determine the frequency range of the applied pulse where the system becomes transparent at incident laser due to the tunneling presence. We emphasize the importance of associated studies at coherent control in solid state system due to several applications in optoelectronics, spintronics and quantum information processing.

Keywords: quantum dots, tunneling, robust states, excitons, slow light

Sumário

Lista de Figuras

1	Introdução	p. 1
2	Fundamentos teóricos	p. 6
2.1	Nanoestruturas Semicondutoras	p. 6
2.1.1	Estruturas de Bandas de Semicondutores	p. 6
2.1.2	Heteroestruturas	p. 7
2.1.3	Pontos Quânticos	p. 8
2.1.3.1	Formação e estrutura dos pontos quânticos	p. 8
2.1.3.2	Éxcitons em pontos quânticos	p. 10
2.1.3.3	Pontos quânticos acoplados	p. 12
2.1.3.4	Pontos quânticos submetidos à um campo elétrico externo	p. 13
2.2	Conceitos Teóricos Fundamentais	p. 16
2.2.1	Evolução temporal	p. 16
2.2.2	Operador Matriz Densidade	p. 17
2.3	Interação radiação-matéria	p. 20
2.3.1	Hamiltoniano de interação	p. 21
2.4	Decoerência	p. 26
2.4.1	Equação mestra	p. 27
2.5	Propriedades ópticas	p. 31
2.5.1	Susceptibilidade óptica linear	p. 32

2.5.2	Absorção e dispersão no meio	p. 36
3	Descrição do Sistema Físico	p. 40
4	Dinâmica do sistema sem decoerência	p. 44
4.1	Formalismo de Schrödinger	p. 44
4.2	Formalismo da matriz densidade	p. 48
5	Dinâmica do sistema com decoerência	p. 55
5.1	Proteção de estados	p. 55
6	Propriedades ópticas de pontos quânticos acoplados	p. 64
6.1	Susceptibilidade óptica linear	p. 64
6.1.1	Aproximação analítica	p. 65
6.1.2	Cálculo numérico da susceptibilidade linear χ	p. 69
6.1.3	Índice de refração e velocidade de grupo	p. 73
7	Conclusões	p. 78
	Apêndice A – Representação de Interação	p. 80
	Apêndice B – Hamiltoniano de interação $A \cdot p$	p. 82
	Referências	p. 85

Lista de Figuras

1	Crescimento de pontos quânticos auto-formados pelo método <i>Stranski-Krastonow</i>	p. 9
2	Potencial de confinamento	p. 9
3	Formação de um éxciton	p. 11
4	Espectro de emissão de um ponto quântico InAs/GaAs	p. 11
5	Pontos quânticos verticalmente acoplados	p. 12
6	Energia excitônica como função da voltagem aplicada	p. 13
7	<i>Anticrossing</i> de energia como função do campo elétrico aplicado.	p. 14
8	Espectro de fotoluminescência em função do campo elétrico aplicado a um par de pontos quânticos verticalmente acoplados	p. 15
9	Parte real e imaginária da susceptibilidade óptica linear como função da dessintonia	p. 35
10	Representação esquemática do sistema	p. 40
11	Esquema de níveis de energia e parâmetros utilizados para modelar o problema.	p. 41
12	Probabilidade de ocupação dos níveis do sistema como função do tempo para o caso ressonante	p. 45
13	Espectro de energia para cada autoestado como de ω_{21} , no caso ressonante	p. 46
14	Espectro de energia para cada autoestado como de ω_{21} , no caso não ressonante	p. 46
15	Probabilidade de ocupação do nível $ i\rangle$ ($i = 0, 1, 2$) como função do tempo e de ω_{21}	p. 47
16	Probabilidade de ocupação do nível $ i\rangle$ ($i = 0, 1, 2$) como função do tempo e de ω_{21} , no caso ressonante	p. 51

17	Probabilidade de ocupação do nível $ i\rangle$ ($i = 0, 1, 2$) como função do tempo e de ω_{21} , no caso não-ressonante	p. 52
18	Probabilidade de ocupação do nível $ i\rangle$ ($i = 0, 1, 2$) como função do tempo, no caso ressonante para $\omega_{21} = 0$ e $\omega_{21} \neq 0$	p. 53
19	Probabilidade de ocupação, P_i , do nível $ i\rangle$ ($i = 0, 1, 2$) como função do tempo para diferentes valores de Γ_0^1	p. 57
20	Média de ocupação do estado $ 2\rangle$ como função das dessintonias δ_1 e ω_{21}	p. 58
21	Média de ocupação do estado $ 2\rangle$, como função dos parâmetros Ω e ω_{21} para a condição ressonante e não-ressonante	p. 60
22	Média de ocupação do estado $ 2\rangle$, como função dos parâmetros Ω e ω_{21} , sob influência de tunelamento e decoerência	p. 60
23	Probabilidade de ocupação do estado de éxciton indireto, P_2 , como função do tempo no regime estacionário	p. 62
24	Partes real e imaginária da função $\chi(\omega_L)$, considerando diferentes valores de T_e	p. 66
25	Diagrama de níveis de um sistema com configuração tipo- Λ , em presença de dois lasers	p. 67
26	Espectro de absorção do laser de prova, para diferentes valores de intensidade do laser de bombeio	p. 68
27	Partes real e imaginária da função $\chi(\omega_L)$, como função da razão δ_1/Γ_0^1 e ω_{21}	p. 70
28	Função $\chi(\omega_L)$ normalizada, como função das razões δ_1/Γ_0^1 e T_e/Γ_0^1	p. 71
29	Função $\chi_{Im}(\omega_L)$ normalizada, como função das razões δ_1/Γ_0^1 e T_e/Γ_0^1 , para $\Omega = 5 \times 10^{-3} \mu\text{eV}$	p. 72
30	Índice de refração e dispersão como função da razão δ_1/Γ_0^1 , considerando diferentes valores de T_e	p. 74
31	Velocidade de grupo, como função da razão T_e/Γ_0^1 , para o caso ressonante.	p. 76
32	Dispersão do índice de refração para diferentes valores de ω_{21} e δ_1	p. 76

1 *Introdução*

Na última década, o crescente progresso na área de computação e informação quântica mobilizou esforços em diversas áreas da física, particularmente em óptica quântica, física atômica e física do estado sólido. Diferentemente da computação clássica, a computação quântica tem como unidade básica de processamento um bit quântico ou *qubit*.¹ Um *qubit* é um sistema microscópico caracterizado por um observável com dois autovalores discretos, ou seja, a implementação deste pode ser realizada utilizando qualquer sistema quântico de dois níveis [1]. Algoritmos quânticos computacionais são baseados em sequências de operações lógicas (portas quânticas) sobre um e dois *qubit*, as quais são representadas por transformações unitárias sobre os estados quânticos. Dois tipos de operações são necessárias para implementar uma porta lógica: rotações controladas sobre um *qubit* e operações condicionais sobre pares de *qubits*.

Juntamente com o avanço na teoria de computação quântica, diversas propostas experimentais têm sido realizadas com o objetivo de encontrar sistemas físicos apropriados, nos quais dispositivos de processamento quântico de informação possam ser implementados. Dentre esses sistemas, podemos mencionar átomos e íons armadilhados, sistemas moleculares controlados por técnicas de ressonância magnética nuclear, íons e átomos em microcavidades e sistemas formados por nanoestruturas semicondutoras controladas por campos externos.

Devido ao crescente progresso na fabricação, caracterização e investigações de técnicas de crescimento de heteroestruturas semicondutoras, os sistemas de estado sólido têm atraído enorme interesse por sua potencial aplicabilidade na implementação de processamento quântico de informação e computação quântica [2]. Dentre essas nanoestruturas, os sistemas constituídos por pontos quânticos (*quantum dots*) oferecem a possibilidade

¹Em geral, um *qubit* é um sistema controlável de dois níveis ($|0\rangle$ e $|1\rangle$), que apresente tempos de coerência longos o suficiente para permitir a execução das operações quânticas desejadas. Um qubit pode existir em um estado de superposição, no qual é representado matematicamente como uma combinação complexa linear dos estados da base $|0\rangle$ e $|1\rangle$. Atualmente, vários esquemas de dispositivos de computação quântica e computadores quânticos baseados em spins em nanoestruturas semicondutoras, já foram propostos e vem sendo intensamente estudados.

de manipular coerentemente estados quânticos de uma maneira similar àsquelas realizadas em átomos, mas com as vantagens tecnológicas de um sistema de estado sólido.

Pontos quânticos baseados em materiais semicondutores são nanoestruturas cujas dimensões espaciais encontram-se na escala nanométrica, na qual é possível observar propriedades físicas e efeitos quânticos que não podem ser observados em materiais com dimensões macroscópicas. O confinamento espacial tridimensional, característico desses sistemas, influenciará diretamente a dependência da densidade de estados com a energia, que nestes sistemas pode ser modelada por uma função delta de Dirac, equivalente aos estados atômicos.

A grande flexibilidade em mudar apropriadamente o espectro de energia e estrutura geométrica, através da incidência de campos elétricos externos ou de manipulação estrutural, faz com que esses sistemas se tornem ambientes ideais para extensos estudos teóricos e experimentais de diversas propriedades físicas, como mecanismos de transporte de carga e spin e controle de propriedades ópticas [3, 4].

A incidência de pulsos eletromagnéticos em sistemas semicondutores do tipo pontos quânticos pode induzir oscilações de Rabi, as quais correspondem a oscilações da população eletrônica entre níveis opticamente acoplados devido a influência do campo eletromagnético externo. A primeira observação de oscilações da Rabi de estados excitônicos confinados em um ponto quântico foi reportada por Stievater *et al.* [5], que por sua vez correspondem a rotações controladas sobre um único *qubit*. As oscilações de Rabi podem ser facilmente controladas, variando a intensidade do pulso incidente [6] e também a dessintonia ²(*detuning*), que são parâmetros de fácil acesso experimental. O controle da dinâmica de portadores confinados nessas nanoestruturas tem sido extensamente explorado para diversas aplicações e realizações de portas quânticas lógicas [7, 8]. Uma implementação óptica de portas quânticas lógicas foi proposta por Troiani *et al.* [9], em único ponto quântico, o esquema proposto consiste em manipular coerentemente através de luz, estados de éxcitons (pares elétron-buraco) e biéxcitons (éxcitons acoplados), que por sua vez, são identificados como graus de liberdade computacional (*qubits*).

Por outro lado, uma característica essencial dos sistemas de processamento quântico de informação é a escalabilidade, isto significa que é necessário um conjunto de *qubits* em estados bem definidos (memória quântica). Este requerimento é satisfeito pelos sistemas de estado sólido, devido à crescente habilidade em controlar o processo de crescimento

²É definida como a diferença entre a frequência do laser incidente e a frequência da transição óptica envolvida.

de múltiplos pontos quânticos e manipular convenientemente o acoplamento entre eles. Neste contexto, tem sido particularmente estudado o controle do tunelamento entre pontos quânticos. Tem se comprovado que a assimetria estrutural devido às flutuações de forma e tamanho permite controlar o tipo de portador que tunela de forma mais eficiente [10].

Loss e DiVincenzo [11] estudaram a dinâmica de spins em dois pontos quânticos lateralmente acoplados contendo um elétron cada ponto. Foi mostrado que é possível controlar o acoplamento de troca (*exchange coupling*) entre os dois spins, por meio da incidência de um campo magnético, de um campo elétrico ou controlando o tunelamento entre os pontos, através da variação da altura da barreira ou da distância entre os mesmos. Também, várias propostas de computação quântica têm sido realizadas utilizando spins eletrônicos em pontos quânticos acoplados, através do modo de uma cavidade de fótons [12, 13].

Pontos quânticos duplos acoplados têm se tornado candidatos promissores para futuras aplicações em tecnologias quânticas [14]. Portanto, a manipulação e controle de acoplamento entre pontos quânticos é de extrema importância. Em particular, pontos quânticos duplos acoplados por tunelamento têm possibilitado que operações quânticas baseadas no princípio de dinâmica condicional possam ser implementadas através da aplicação de campos ópticos externos [15]. O caráter condicional está relacionado com o fato de que, uma transição para um estado opticamente excitado em um dos pontos é controlado pela presença ou ausência de uma excitação óptica no ponto vizinho.

Entretanto, a inevitável interação de sistemas quânticos com o ambiente que o cerca provocará a eventual destruição da superposição dos estados de interesse. Desta forma, o acoplamento com o ambiente externo implicará processos de decoerência, que terão como efeito a aparição de processos de evolução não unitários. Do ponto de vista prático, o controle da decoerência é importante na busca de mecanismos para preservar a superposição quântica por tempos apreciáveis, o que é fundamental para aplicações em criptografia e computação quântica. Vários estudos teóricos e experimentais associados aos mecanismos de perda em nanoestruturas semicondutoras têm sido realizados [16, 17, 18]. Por exemplo, estados excitônicos confinados em pontos quânticos podem em princípio interagir com modos normais de vibração da rede cristalina (fônons) ou recombinar devido a processos de relaxação associados ao decaimento da população. Os mecanismos de perda que implicam o decaimento da correlação de fase entre dois estados, preparados como uma superposição, sem envolver dissipação de energia são chamados na literatura como processos de *dephasing*. Alguns trabalhos experimentais [19] mostraram que é possível

o controle óptico coerente em pontos quânticos, utilizando pulsos numa escala de tempo menor do que o tempo de decoerência.

Diversos estudos têm sido feitos à respeito das propriedades dinâmicas de sistemas formados por dois pontos quânticos acoplados. Por exemplo, em um sistema constituído por dois pontos quânticos assimétricos acoplados sob a influência de um pulso óptico, foi mostrado que controlando as oscilações de Rabi, é possível fazer com que o elétron tunele para o segundo ponto [20]. Foi também descrita teoricamente a dinâmica de um elétron em um sistema de quatro níveis, composto por dois pontos quânticos simétricos, influenciado pela incidência de um pulso óptico ressonante monocromático [21]. Em algumas propostas, dependendo do processo de controle e acoplamento, estados de spin ou éxcitons podem ser usados como *qubits*.

Neste trabalho concentramos nossa atenção em operações sobre estados de éxcitons no estado fundamental, que podem ser indentificados como *qubits* e discutiremos os efeitos do ambiente sobre as oscilações de Rabi, as quais devem sofrer amortecimento ou eventualmente destruição, dependendo dos parâmetros de controle. Descrevemos teoricamente a dinâmica dissipativa de um sistema formado por dois pontos quânticos assimétricos, acoplados verticalmente por tunelamento e submetidos à presença de um campo eletromagnético $\vec{E}(t)$. Nosso problema pode ser mapeado em um sistema quântico de três níveis $|0\rangle$, $|1\rangle$ e $|2\rangle$, amplamente usado em óptica quântica. Dentro do contexto do sistema físico aqui utilizado, o estado $|0\rangle$ corresponde ao estado de vácuo (o sistema sem excitações), o estado $|1\rangle$ corresponde ao estado de éxciton direto (elétron e buraco no mesmo ponto), e o estado $|2\rangle$ é o estado de éxciton indireto (elétron e buraco em pontos diferentes). Analisamos primeiramente a dinâmica excitônica como função de parâmetros experimentalmente controláveis como: a amplitude da radiação incidente, o potencial externo aplicado e a dessintonia do laser em relação à transição óptica associada ao estado de éxciton direto. Por meio da equação de Lindblad, obtemos a evolução temporal da matriz densidade e estudamos a dinâmica dos estados excitônicos sob à influência da interação com o campo da radiação incidente, e incluímos efeitos de perda devido ao decaimento espontâneo da população eletrônica. Devido ao fato do tempo de recombinação do estado de éxciton indireto ser significativamente longo, este estado em princípio, requer uma maior atenção para possíveis aplicações em computação quântica. Observamos que para certas escolhas de parâmetros é possível protegê-lo dos canais de relaxação associados à emissão espontânea da população excitônica.

Nós investigamos ainda, a resposta óptica dos pontos quânticos acoplados à radiação

incidente. Tal informação é contida na função susceptibilidade óptica linear, cuja parte real está relacionada ao índice de refração e a parte imaginária corresponde à absorção do laser incidente. Alguns trabalhos têm identificado um fenômeno no qual sistemas constituídos por poços quânticos [22] e pontos quânticos duplos [23, 24], tornam-se transparentes à radiação incidente quando determinados regimes são considerados. Em sistemas atômicos submetidos à influência de dois lasers, cuja configuração de níveis pode ser modelada como tipo lambda (um estado excitado acoplado opticamente à dois estados de mais baixa energia), são determinados alguns regimes onde a absorção e a refração do laser de prova pode ser cancelada. Tal fenômeno foi denominado como Transparência Eletromagneticamente Induzida (*Electromagnetically Induced Transparency* - EIT) e observado primeiramente por Harris *et al.* [25]. Esta modificação na resposta óptica do meio atômico é observada quando um outro feixe de luz laser (laser de acoplamento) sob certas condições incide sobre a amostra. Analogamente ao fenômeno de EIT, nossos resultados mostram que é possível obter regimes nos quais o sistema quântico aqui descrito torna-se transparente à radiação incidente, devido à presença do tunelamento entre os pontos. Mostramos ainda que nesta mesma região, a curva associada ao índice de refração apresenta uma grande inclinação, acarretando na propagação da radiação incidente com velocidades reduzidas. Deste modo, o sistema investigado neste trabalho pode, em princípio, ser utilizado para várias aplicações interessantes, como armazenamento de luz e redução da velocidade de grupo de pulso incidente no meio.

O trabalho desenvolvido nessa dissertação está exposto da seguinte forma: no Capítulo 2 abordaremos os fundamentos teóricos necessários para a descrição do nosso problema, no Capítulo 3 apresentaremos uma breve descrição do sistema estudado, nos Capítulos 4-6 apresentaremos nossos resultados. Os resultados obtidos neste trabalho podem ser divididos em duas partes: nos Capítulos 4 e 5 investigaremos a dinâmica de estados excitônicos na nanoestrutura semicondutora sob a influência de um campo eletromagnético e analisaremos os efeitos de perda sobre o sistema devido ao processo de emissão espontânea da população de cada nível. No Capítulo 6, estudaremos as propriedades ópticas do sistema e investigaremos as modificações na sua resposta óptica linear devido à presença do tunelamento entre os pontos quânticos. Por fim, seguiremos com as conclusões no Capítulo 7.

2 *Fundamentos teóricos*

2.1 Nanoestruturas Semicondutoras

2.1.1 Estruturas de Bandas de Semicondutores

A população eletrônica de qualquer cristal é agrupada em bandas de energia separadas por regiões proibidas, as quais correspondem a intervalos de energia não permitidos para o elétron. Esta lacuna de energia é conhecida como *gap* de energia. Esta é portanto a energia mínima necessária para que elétrons efetuem transições da banda de valência à banda de condução.

Os semicondutores, quando submetidos à temperaturas muito baixas, se comportam como isolantes, pois, não há nenhum elétron na banda de condução. Esta encontra-se separada da banda de valência, totalmente preenchida, pela energia do *gap*. Entretanto, à medida que a temperatura aumenta, os elétrons são excitados da banda de valência para a banda de condução. Como consequência, surgirão estados não ocupados na banda de valência, os quais são chamados de buracos. Os buracos se comportam como se tivessem uma carga positiva e . Tanto os elétrons ocupados na banda de condução como os buracos deixados na banda de valência são responsáveis pela condutividade elétrica apresentada por esses materiais [26].

Os materiais semicondutores são compostos por elementos da coluna IV, como o silício, e por compostos formados por elementos das colunas III-V e II-IV da tabela periódica. Dentre esses materiais as ligas apresentam maior eficiência óptica, possibilitando assim, um maior controle de propriedades como a energia do *gap*.

O máximo da banda de valência e o mínimo da banda de condução podem ser ou não coincidentes no espaço k . Quando o ponto mais alto da banda de valência e o ponto mais baixo da banda de condução ocorrerem para o mesmo valor de k , teremos um semicondutor de *gap* direto. Se ao invés disso, esses pontos estiverem separados por um vetor de onda $\mathbf{k}$, teremos um semicondutor de *gap* indireto. Ao incidir um fóton em um semicondutor

de *gap* direto, cuja energia mínima ($\hbar\omega$) é igual a energia do *gap* (E_g), o fóton absorvido irá criar um elétron e um buraco. Já em uma transição óptica indireta, a absorção do fóton provocará a formação de um elétron, um buraco e um fônon. O valor da energia do fóton que corresponde ao início da transição óptica indireta é igual à soma da energia do *gap* com a energia do fônon emitido ($\hbar\Omega$), ou seja, $\hbar\omega = E_g + \hbar\Omega$. Neste trabalho, utilizaremos em nosso modelo apenas semicondutores de *gap* direto.

2.1.2 Heteroestruturas

O desenvolvimento do controle de técnicas de crescimento epitaxial de finas camadas de semicondutores possibilitou a construção de sistemas denominados heteroestruturas nas quais pode-se modificar as propriedades eletrônicas utilizando efeitos quânticos [27]. Essas heteroestruturas são formadas por dois ou mais materiais semicondutores distintos e podem ser crescidas, na escala nanométrica, com determinadas características ópticas e eletrônicas desejadas. Dependendo da técnica ou processos de crescimento é possível confinar portadores de carga em diferentes dimensões. Dentre elas estão: poços quânticos (*quantum wells*), fios quânticos (*quantum wires*) e pontos quânticos (*quantum dots*).

Os poços quânticos são estruturas eletrônicas formadas por uma fina camada de um semicondutor colocado entre duas camadas de um outro semicondutor com *gap* maior. Devido à diferença entre as energias do *gap* de cada material, o elétron é confinado na camada com *gap* menor restringindo assim o movimento do elétron em duas dimensões e quantizando fortemente as excitações eletrônicas na direção perpendicular. Estes sistemas bi-dimensionais têm sido produzidos e implementados em numerosos dispositivos opto-eletrônicos. As diversas técnicas de litografia possibilitaram a produção de estruturas onde os elétrons apresentam somente um grau de liberdade. A completa quantização do movimento dos elétrons é implementada através do aprisionamento dos mesmos em sistemas de nanoestruturas, denominados pontos quânticos. Como resultado deste forte confinamento, os portadores de carga têm seu espectro de energias quantizadas em valores discretos, como em um átomo. Por esta razão, são frequentemente chamados de átomos artificiais. A quantização da energia depende diretamente do potencial de confinamento, o qual pode ser controlado através de campos estáticos externos ou por parâmetros estruturais como forma e topologia do ponto quântico. Esta flexibilidade na manipulação de propriedades eletrônicas fazem com que esses sistemas apresentem diversas características favoráveis à implementação de dispositivos de computação quântica [13].

Como foi mencionado, uma consequência das heteroestruturas serem formadas por

camadas semicondutoras de *gaps* diferentes é a formação de um potencial de confinamento cujos diferentes perfis nos permite classificar dois tipos de alinhamento de bandas na interface dos materiais: tipo I e tipo II. Em heteroestruturas com alinhamento de banda tipo I, tanto o elétron como o buraco em seus estados de mais baixa energia, ficam confinados no mesmo material. Dentre essas estruturas com alinhamento de banda tipo I podemos citar os pontos quânticos InAs/InP e InAs/GaAs. Já em heteroestruturas com alinhamento de banda tipo II, o perfil do potencial sentido pelo elétron e pelo buraco, permite o confinamento de somente um dos dois portadores no material de menor *gap*, o outro portador ficará confinado no material de maior *gap*. Estes portadores ficarão ligados somente pela interação coulombiana existente entre eles. Dentre os exemplos de pontos quânticos que possuem alinhamento de banda tipo II estão: GaSb/GaAs e InP/GaAs. Restringiremos nosso estudo a pontos quânticos com alinhamento de bandas tipo I.

2.1.3 Pontos Quânticos

2.1.3.1 Formação e estrutura dos pontos quânticos

Os diferentes tipos de pontos quânticos e suas diferentes propriedades são determinados por seus processos de formação. O avanço de diferentes técnicas como, epitaxia por feixe molecular (*Molecular Beam Epitaxy*-MBE), confinamento de elétrons utilizando eletrodos litografados, manipulação de flutuações da interface entre materiais e a auto-formação de estruturas em sistemas epitaxiais, possibilitou a construção dessas heteroestruturas [28].

Em pontos crescidos pelo método de auto-formação (*Self-assembled dots*-SAD) pelo modo de *Stranski-Krastonow*, a formação ocorre devido à diferença do parâmetro de rede do substrato e do material crescido sobre ele. Um par de compostos extensamente utilizado é o InAs e o GaAs, onde o parâmetro de rede do InAs é aproximadamente 7% maior do que o parâmetro de rede do GaAs. Em pontos quânticos auto-formados constituídos por estes componentes, o composto InAs é depositado sobre uma superfície de GaAs, onde devido ao descasamento dos parâmetros de rede, será criada uma tensão na rede cristalina acumulando energia elástica. Durante esta primeira etapa do processo de formação, uma fina camada epitaxial é formada com o mesmo parâmetro de rede do substrato (essa camada é conhecida como camada molhada, do inglês *wetting layer*-WL). Quando a espessura crítica é excedida, a energia dessa camada relaxa, e então há a criação espontânea de pequenas ilhas distribuídas aleatoriamente sobre a camada de InAs (WL). A camada não-homogênea de InAs é eventualmente coberta com outra camada de GaAs, a fim de

isolar os estados eletrônicos do ponto quântico das flutuações da superfície. As principais etapas deste processo de formação, são ilustradas na Fig. 1.



Figura 1: Crescimento de pontos quânticos auto-formados pelo método *Stranski-Krastanow*.

O resultado desse processo de crescimento são elétrons e buracos confinados no material de menor *gap* (neste caso, o InAs), cujo espaçamento entre os níveis de energia é tipicamente dezenas de meV. As dimensões destes pontos quânticos variam entre 20 à 30 nm de diâmetro e possuem altura de aproximadamente 3 nm. A forma e tamanho dessas pequenas ilhas, depende principalmente de fatores tais como a magnitude da deformação entre as camadas envolvidas, da temperatura na qual o crescimento ocorre e da taxa de crescimento. A redução da dimensionalidade do sistema e consequentemente a discretização do espectro de energia, determina as propriedades físicas dos pontos quânticos. Essas nanoestruturas absorvem e emitem luz em uma estreita faixa espectral, que pode ser controlada, por exemplo, aplicando um campo magnético externo.

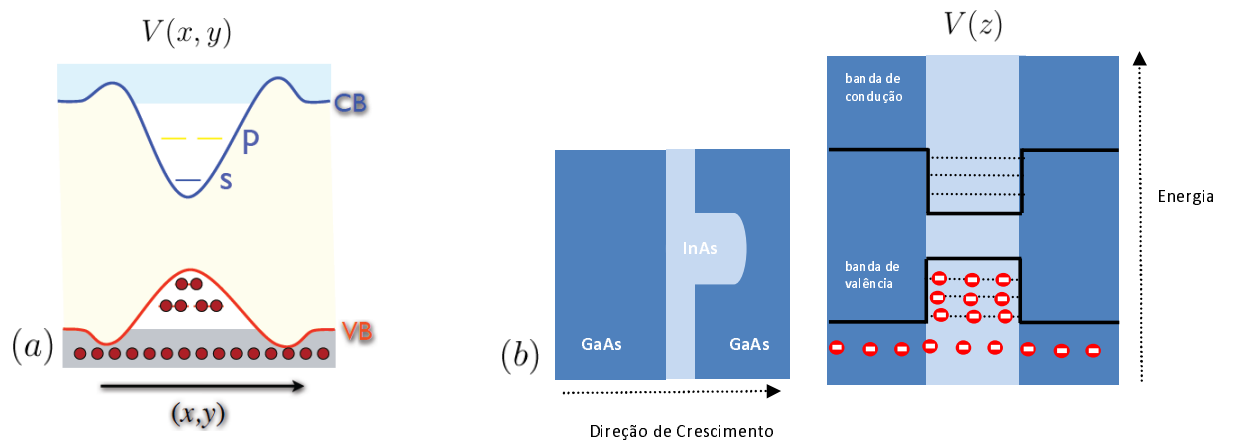


Figura 2: Potencial de confinamento lateral (a) e na direção vertical (b) de um ponto quântico InAs/GaAs auto-formado.

Teoricamente, o confinamento dos portadores pode ser modelado por um potencial

lateral $V(x, y)$ que restringe o movimento dos portadores inicialmente confinados ao longo da direção de crescimento num potencial do tipo poço quântico $V(z)$. Do ponto de vista experimental, estes pontos possuem usualmente a forma de discos, cujas dimensões laterais excedem consideravelmente sua altura, o que faz com que a quantização da energia na direção vertical seja bem maior do que na direção lateral. Devido à essas características dimensionais, o nível de energia de um elétron no estado fundamental na direção z é aproximadamente uma ordem de grandeza maior do que no plano xy . Nós assumiremos aqui que as componentes lateral e vertical do potencial de confinamento estão desacopladas, de tal forma que $V(\mathbf{r}) = V(z) + V(x, y)$. Na Fig. 2(a) e (b) representamos esquematicamente o potencial de confinamento na direção lateral e vertical, respectivamente. Particularmente, para pontos crescidos por SAD, o potencial lateral pode ser aproximado para um potencial parabólico [29].

A capacidade de manipulação da estrutura eletrônica e o pequeno número de portadores confinados em sistemas formados por pontos quânticos, facilita a investigação da dinâmica dos portadores aí confinados, fazendo com que estes se tornem ambientes ideais para extensos estudos teóricos e experimentais em áreas como computação quântica e spintrônica.

2.1.3.2 Éxcitons em pontos quânticos

Ao submeter heteroestruturas tais como pontos quânticos à uma radiação eletromagnética com energia quase-ressonante à energia do gap, um éxciton poderá ser criado. O éxciton é um estado ligado de um par elétron-buraco mantido pela interação coulombiana existente entre eles [30]. A formação de um estado excitônico em um ponto quântico é ilustrado na Fig. 3.

Em pontos quânticos típicos, quando a potência de excitação do laser incidente é consideravelmente baixa ($P_{exc} \sim 2.5 \text{ Wcm}^{-2}$) [31], o número de éxcitons criados é tão pequeno que podemos considerar que um único par elétron-buraco é confinado no ponto. Este par elétron-buraco tem seu movimento restrito devido ao confinamento espacial, transportando energia sem transportar carga pois, é um estado eletricamente neutro. As massas efetivas dos portadores que formam o éxciton é menor do que massa de repouso de cada um. Como resultado disso, a interação eletrostática existente entre as partículas do éxciton é menor do que a interação coulombiana.

O éxciton tem um tempo de vida médio pois, o elétron tende a retornar à banda de valência recombinando com o buraco através da emissão de um fóton. Esse tempo

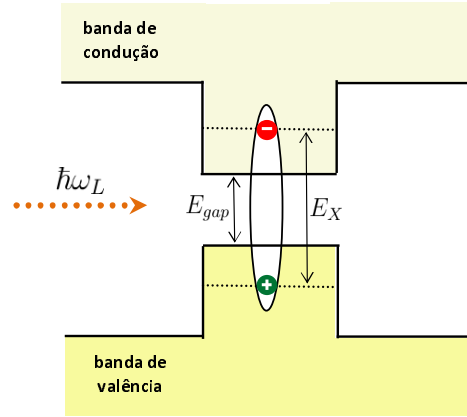


Figura 3: Formação de um estado de éxciton em um ponto quântico devido à uma radiação incidente.

corresponde ao tempo de recombinação dos portadores e depende da superposição das funções de onda do par elétron-buraco. A energia emitida pelo elétron ao retornar da banda de condução para a banda de valência é denominada energia de emissão do éxciton. Esta medida pode, em princípio, ser obtida através de experimentos de fotoluminescência, os quais constituem uma ferramenta fundamental que permite a investigação das propriedades eletrônicas de pontos quânticos.

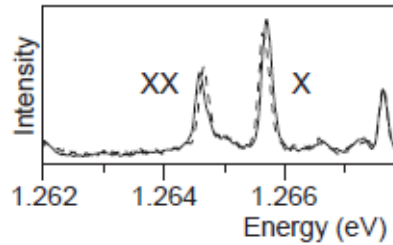


Figura 4: Espectro de emissão de um ponto quântico InAs/GaAs como função da intensidade da radiação incidente. Os picos de energia X e XX estão associados aos estados de éxciton e biéxciton, respectivamente. Esta figura foi retirada da Ref.[32]

Em um sistema formado por dois pontos quânticos opticamente acoplados, pode-se distinguir duas espécies de éxcitons: os éxcitons diretos, em que o elétron e o buraco estão localizados no mesmo ponto, e os éxcitons indiretos, em que o elétron e o buraco estão em pontos diferentes. É possível ainda que dois éxcitons sejam excitados na nanoestrutura semicondutora, e um biéxciton seja formado. Devido à forte interação de Coulomb presente entre os pares de éxciton, a energia de ligação do estado de biéxciton não é igual à soma das energias de dois éxcitons considerados separadamente. A recombinação de um estado de biéxciton pode ser dividida em duas etapas. Primeiramente o biéxciton recombina emitindo um fóton formando um estado de éxciton. Na segunda etapa, o estado

excitônico recombina radiativamente. É importante mencionar que os dois fótons possuem energia diferentes, onde o primeiro fóton tem energia menor devido o acoplamento éxciton-éxciton [33], como pode ser visto na Fig.4. A possibilidade de controle coerente de estados de éxcitons em pontos quânticos tem propiciado a realização de diversos experimentos em óptica-quântica para aplicação em dispositivos de processamento quântico de informação [9].

2.1.3.3 Pontos quânticos acoplados

Pontos quânticos acoplados por tunelamento têm se tornado um sistema eficaz para desempenhar operações quânticas baseadas na implementação de dois *qubits*. Neste contexto, um dos desafios é a investigação de sistemas onde o acoplamento entre os pontos possa ser apropriadamente manipulado.

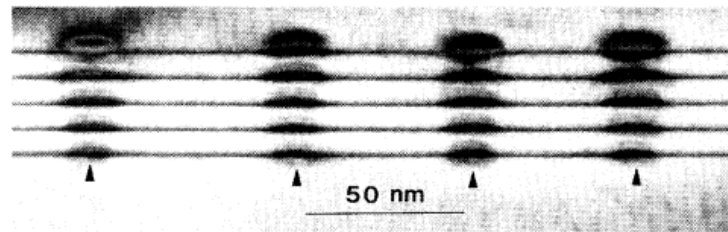


Figura 5: Amostra de cinco camadas de pontos quânticos de InAs separadas por 46 monocamadas de GaAs, crescidas epitaxialmente por feixe molecular. Esta figura foi retirada de Ref. [34].

Do ponto de vista estrutural, a taxa de tunelamento de portadores quânticos entre os pontos apresenta uma forte dependência com a espessura da barreira entre os mesmos [35]. Devido à dificuldade em controlar a distância entre pontos quânticos laterais crescidos pelo modo de *Stranski-Krastonow*, estudaremos aqui neste trabalho pontos quânticos auto-formados verticalmente acoplados (também conhecidos na literatura como pontos quânticos empilhados, no inglês *stacked quantum dots*). Concentraremos nossa atenção em sistemas compostos apenas por duas camadas onde pontos quânticos de diferentes tamanhos foram formados. Assim, consideraremos que duas camadas de pontos InAs/GaAs sejam crescidas separadas por uma camada (barreira) de GaAs. Experimentalmente, é possível controlar a espessura das diversas camadas na escala nanométrica. Como visto anteriormente, a tensão ocasionada devido à diferença de parâmetro de rede entre o substrato e a camada epitaxial resulta na formação de pequenas ilhas. Essas ilhas na primeira camada produzirão uma tensão na camada espaçadora, que neste caso é constituída por

GaAs, na região logo acima dos pontos quânticos da primeira camada. Essa tensão propagará para as camadas seguintes, favorecendo a nucleação dos pontos quânticos na segunda camada preferencialmente no topo dos pontos da primeira camada. Como pode ser visto na Fig. 5, amostras constituídas por pontos quânticos verticalmente acoplados apresentam um alinhamento vertical mesmo quando várias camadas são crescidas. Além disso, observa-se que os pontos quânticos da camada superior apresentam usualmente tamanhos maiores e uniformes. A assimetria entre os pontos das duas camadas, ocasionadas principalmente pelo controle impreciso no crescimento do cristal, pode ser apropriadamente utilizada como uma maneira de selecionar o tunelamento do elétron ou do buraco, dependendo do tipo de assimetria e do campo elétrico aplicado sobre a nanoestrutura.

2.1.3.4 Pontos quânticos submetidos à um campo elétrico externo

Sob a influência de um campo elétrico, que pode ser controlado diretamente por uma tensão aplicada externamente, a energia de transição excitônica em pontos quânticos é modificada. Este efeito que ocasiona o deslocamento nos níveis eletrônicos de energia em nanoestruturas semicondutoras é conhecido como efeito Stark quântico confinado (do inglês, *quantum confined Stark effect*, QCSE). A variação da energia ressonante à transição excitônica E_X de um ponto auto-formado de InGaAs, como função de uma tensão externa V_B na qual o sistema é submetido, foi demonstrado por Zrenner *et al.* [3], como pode ser visto na Fig. 6.

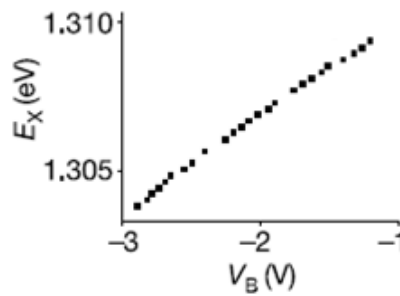


Figura 6: Energia excitônica como função da voltagem aplicada, para $E_L = 1.31\text{eV}$. Esta figura foi retirada da Ref. [3]

Em pontos quânticos simples ou duplos acoplados, o deslocamento dos níveis de energia, devido à incidência externa de um campo elétrico aplicado na direção de crescimento, permite a manipulação da injeção de portadores originados em substratos dopados para dentro dos pontos. Em geral, as amostras constituídas por essas nanoestruturas são colo-

camadas em contato com camadas formadas por materiais altamente dopados e posicionadas entre as superfícies de um eletrodo. Desta forma, aplicando uma voltagem na amostra, a energia do ponto quântico correspondente à transição excitônica é deslocada e a energia eletrostática dos estados eletrônicos dos pontos é ainda modificada em relação ao nível de energia de Fermi da camada dopada. Variando apropriadamente o campo elétrico aplicado através da barreira de potencial é possível deslocar o estado eletrônico do ponto de tal forma que ele fique ressonante com a energia de Fermi, possibilitando o tunelamento do elétron para dentro ou fora do ponto quântico [36]. Desta forma, o ponto quântico pode ser carregado com cargas extras, confinando estados de éxciton positivamente ou negativamente carregados. É importante mencionar que neste trabalho estamos interessados na dinâmica de éxcitons eletricamente neutros, contudo, pontos quânticos carregados é um assunto no qual temos muito interesse como perspectiva para futuros trabalhos.

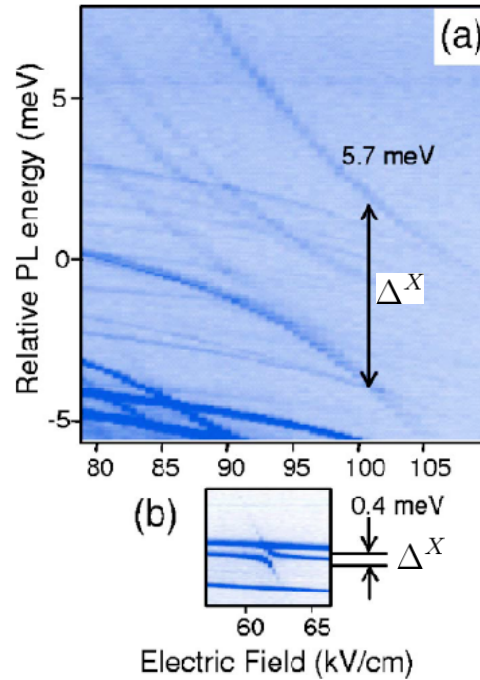


Figura 7: *Anticrossing* de energia Δ^X , entre a transição associada ao éxciton indireto e ao éxciton direto, devido ao tunelamento de um elétron (a) e de um buraco (b). O eixo vertical está associado à energia excitônica e o eixo horizontal está associado ao campo elétrico aplicado a um par de pontos quânticos verticalmente acoplados. Esta figura foi retirada da Ref. [10].

Pontos quânticos duplos acoplados permitem dois tipos de transições: transições ópticas em que apenas um ponto é envolvido e transições entre dois pontos, onde elétrons e buracos ocupam pontos quânticos diferentes. Experimentalmente, os dois tipos de transições ópticas são distinguíveis por suas respostas ao campo elétrico [14]. A diferença da

energia excitônica ΔE_X , ocasionada pela variação do campo elétrico ΔE aplicado está relacionada com o momento de dipolo do estado excitônico através da seguinte relação: $\Delta E_X = \Delta E \cdot p$, onde $p = ed$, sendo e é a carga do elétron e d a separação entre o elétron e o buraco. Deste modo, devido ao grande momento de dipolo estático de um estado de éxciton indireto, cuja distância média entre as cargas depende da separação entre os pontos, o nível de energia associado às transições ocorridas entre dois pontos varia muito mais fortemente com o campo elétrico do que as transições associadas ao éxciton direto. Quando os níveis de energia de pontos quânticos acoplados associados às transições ópti-

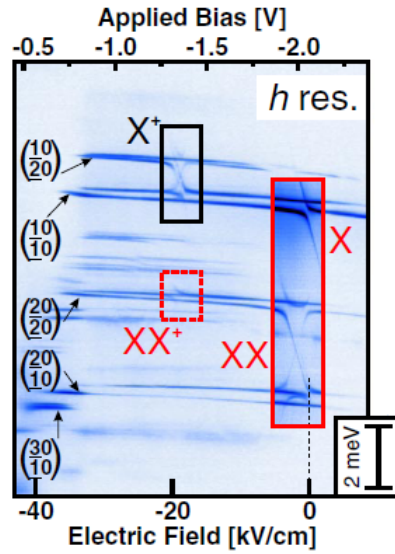


Figura 8: Espectro de fotoluminescência em função do campo elétrico aplicado a um par de pontos quânticos verticalmente acoplados, onde os níveis do buraco são ressonantes. Os estados excitônicos são rotulados por quatro números onde: os dois números superiores (inferiores) fornecem o número de elétrons (buracos) confinados nos pontos da primeira e da segunda camada respectivamente. Nesta figura X e X^+ correspondem aos estados de éxciton neutro e carregado, respectivamente e XX e XX^+ correspondem aos estados de biéxciton neutro e carregado respectivamente. Esta figura foi retirada da Ref. [37].

cas de éxcitons diretos e indiretos se aproximam um do outro, os níveis do elétron ou do buraco nos dois pontos tornam-se ressonantes. Desta forma, a função de onda do portador se torna delocalizada sobre ambos os pontos, possibilitando o tunelamento do portador de um ponto para o outro. Este efeito é caracterizado pela observação de anti-cruzamentos (*anticrossings*) no espectro de fotoluminescência, dependente do campo elétrico aplicado à nanoestrutura, como pode ser visto na Fig. 7. A abertura do *anticrossing* Δ^X , depende da taxa de tunelamento, que por sua vez, depende principalmente da espessura da barreira entre os pontos, da altura da barreira e da massa do portador.

Em pontos quânticos assimétricos, onde esta assimetria é controlada principalmente

variando a altura de um ponto em relação ao outro, os níveis de energia de elétrons e buracos dos dois pontos, tornam-se ressonantes entre si para valores de campo diferentes. A dependência do tunelamento de elétrons e buracos com o campo elétrico aplicado e com o tipo de assimetria entre pontos de InAs/GaAs verticalmente crescidos foi investigada por Bracker *et al* [10]. Na amostra em que o ponto da segunda camada é maior do que o ponto da primeira camada, um campo elétrico positivo faz com que os níveis do elétron se tornem ressonantes, possibilitando assim, o tunelamento do elétron caracterizado por um largo *anticrossing*. O tunelamento do buraco ocorre quando a assimetria é invertida, porém a abertura do *anticrossing* é aproximadamente uma ordem de grandeza menor do que a abertura do *anticrossing* associado ao tunelamento do elétron, como pode ser visto na Fig. 7.

Diversos trabalhos mostraram que o espectro de energia, como função do campo elétrico externo, se torna mais complexo quando são formados estados de éxcitons carregados [14, 37, 38]. Uma característica bastante particular observada em tais espectros é a aparição de uma forma tipo-X constituída por um conjunto de quatro *anticrossings*, resultantes da ressonância entre os níveis de transições ópticas para valores de campo similares, como pode ser visto na Fig.8.

2.2 Conceitos Teóricos Fundamentais

2.2.1 Evolução Temporal de um Vetor de Estado

Para um dado potencial $V(\mathbf{r})$, o estado quântico $|\psi(t)\rangle$ do sistema no tempo t pode ser determinado pela equação de Schrödinger:

$$\hat{H}|\psi(t)\rangle = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle, \quad (2.1)$$

onde, $\hat{H}$ é o operador Hamiltoniano definido como: $\hat{H} = \hat{K} + \hat{V}$, sendo $\hat{K}$ o operador de energia cinética associada a uma partícula da massa m , e $\hat{V}$ o operador de energia potencial na qual a partícula é submetida.

A equação de Schrödinger dada pela equação (2.1), apresenta como solução um vetor de estado $|\psi(t)\rangle$ dado por:

$$|\psi(t)\rangle = \hat{U}(t, t_0)|\psi(0)\rangle,$$

onde, $|\psi(0)\rangle$ é o vetor de estado no qual o sistema se encontra inicialmente ($t = 0$) e $\hat{U}(t, t_0)$ é chamado de operador de evolução temporal e depende da forma do Hamiltoniano [39]. Desta forma, se o estado inicial do sistema é conhecido, é possível determinar a evolução dinâmica de $|\psi(t)\rangle$ para qualquer tempo posterior. É importante salientar que o operador de evolução temporal é unitário, ou seja, $\hat{U}\hat{U}^\dagger = 1$.

2.2.2 Operador Matriz Densidade

O comportamento de um sistema quântico realístico é fortemente influenciado pela inevitável interação com o ambiente que o cerca. Quando este acoplamento com o meio é considerado, dizemos que este sistema é aberto. Esta interação implicará, em princípio, processos de perda de energia e perda de informação sobre a fase relativa entre os estados do sistema. Em contrapartida, sistemas quânticos fechados, nos quais qualquer tipo de interação com o seu meio externo é negligenciada, podem ser descritos por um estado puro como uma superposição linear de estados $|\psi_k\rangle$, ou seja:

$$|\psi(t)\rangle = \sum_k c_k(t) |\psi_k\rangle, \quad (2.2)$$

onde, $|\psi_k\rangle$ forma um conjunto completo de funções ortonormais do espaço de Hilbert (base) e os coeficientes $c_k(t)$ satisfazem a seguinte relação: $\sum_k |c_k(t)|^2 = 1$. Para um estado puro, o vetor de estado $|\psi(t)\rangle$ fornece toda informação para caracterizar o estado do sistema e $|c_k(t)|^2$ corresponde à amplitude de probabilidade de encontrar o sistema no estado $|\psi_k\rangle$ no tempo t .

Dado um certo sistema descrito por um vetor de estado $|\psi(t)\rangle$, o valor médio do observável $\hat{A}$, quando o estado $|\psi(t)\rangle$ é conhecido, é dado por:

$$\langle \hat{A} \rangle = \langle \psi(t) | \hat{A} | \psi(t) \rangle = \sum_{i,j} c_i(t) c_j^*(t) A_{ji}, \quad (2.3)$$

onde, $A_{ji} = \langle \psi_j | \hat{A} | \psi_i \rangle$ são os elementos de matriz do observável $\hat{A}$.

Porém, em sistemas físicos realísticos não possuímos informação completa para caracterizar seu estado quântico. Tais sistemas se encontram em um estado misto. Assim, em uma mistura estatística, apenas as probabilidades do sistema ocupar cada estado são bem determinadas, onde tem uma probabilidade estatística p_1 do sistema se encontrar no estado puro $|\Psi_1\rangle$, uma probabilidade p_2 de estar num outro estado puro $|\Psi_2\rangle$, e assim por diante. Os sistemas evoluem para uma mistura estatística de estados puros $|\Psi_k\rangle$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) com probabilidade p_k associada a cada estado.

O formalismo do operador densidade é a maneira mais apropriada para se descrever um estado quântico cujo estado não é completamente conhecido e apresenta a vantagem de descrever convenientemente tanto estados puros como estados mistos. Para um determinado instante de tempo t , o operador densidade pode ser escrito como [40]:

$$\hat{\rho}(t) = \sum_k p_k |\Psi_k(t)\rangle \langle \Psi_k(t)|, \quad (2.4)$$

com $\sum_k p_k = 1$ e $p_k \geq 0$.

Podemos ainda representar o operador densidade de um estado geral na seguinte forma:

$$\hat{\rho}(t) = \sum_{ij} \langle \psi_i | \hat{\rho}(t) | \psi_j \rangle | \psi_i \rangle \langle \psi_j | = \sum_{ij} \rho_{ij}(t) | \psi_i \rangle \langle \psi_j |, \quad (2.5)$$

onde, $\rho_{ij}(t) = \langle \psi_i | \hat{\rho}(t) | \psi_j \rangle$ são os elementos de matriz do operador densidade. Têm se ainda que este operador é hermitiano, ou seja: $\rho_{ij} = \rho_{ji}^*$.

Em um sistema descrito por um estado puro, é importante observar que $p_k = 1$ para algum estado $|\Psi_k(t)\rangle$, e $p_k = 0$ para todos os outros estados. Assim, o operador densidade correspondente a este caso é escrito como um operador projetor, dado por:

$$\hat{\rho}(t) = |\Psi_k(t)\rangle \langle \Psi_k(t)|. \quad (2.6)$$

Como consequência das propriedades de p_k e da condição de normalização do vetor de estado $|\psi(t)\rangle$, temos que o operador densidade para um estado puro ou misto, cumpre a seguinte relação:

$$\text{Tr} \hat{\rho}(t) = \sum_i \rho_{ii}(t) = 1, \quad (2.7)$$

onde, $\text{Tr} \hat{\rho}(t)$ é denotado como o traço de $\hat{\rho}(t)$, que é a soma dos elementos diagonais da matriz densidade.

É importante salientar que um estado puro descrito pela combinação linear (2.2), exhibe efeitos de interferência que existem devido à presença de termos cruzados do tipo $c_i^* c_j$, que por sua vez aparecem nos elementos fora da diagonal da matriz densidade. No estado totalmente misto, somente os elementos diagonais da matriz densidade são diferentes de zero. O elemento diagonal ρ_{ii} corresponde a probabilidade de encontrar o sistema no estado $|\psi_i\rangle$. Por esta razão, ρ_{ii} é chamado de população do estado $|\psi_i\rangle$. Os elementos

não-diagonais ρ_{ij} , expressam os efeitos de interferência entre os estados $|\psi_i\rangle$ e $|\psi_j\rangle$, e são chamados de coerências. Desta forma, o operador densidade nos permite extrair toda a informação sobre o sistema, esteja ele num estado puro ou misto.

Usando a notação matricial de $\hat{\rho}$, expressa através da equação (2.5), o valor médio de um observável $\hat{A}$ pode ser expresso por:

$$\langle \hat{A} \rangle = \text{Tr}[\hat{\rho}(t)\hat{A}]. \quad (2.8)$$

Desta forma, temos que utilizando a equação (2.6), o valor médio de $\hat{A}$ sobre um estado puro é dado por:

$$\langle \hat{A} \rangle_{\text{puro}} = \sum_{ij} c_i c_j^* A_{ji}. \quad (2.9)$$

É importante notar que esta última equação é idêntica à equação (2.3).

No caso de uma mistura estatística total, temos que o valor esperado do operador $\hat{A}$ é da seguinte forma:

$$\langle \hat{A} \rangle_{\text{misto}} = \sum_i p_i A_{ii}. \quad (2.10)$$

É possível calcular também, o traço do quadrado do operador densidade. Esta medida será importante para verificar se o sistema se encontra em um estado puro ou em um estado misto. Para um estado puro no qual o operador densidade é um operador projetor, temos que:

$$\hat{\rho}^2(t) = |\Psi_k(t)\rangle \langle \Psi_k(t)| \Psi_k(t)\rangle \langle \Psi_k(t)| = \hat{\rho}(t). \quad (2.11)$$

Da equação acima podemos então concluir que $\text{Tr}\hat{\rho}^2(t) = \text{Tr}\hat{\rho}(t) = 1$. Já em uma mistura estatística, temos que $\text{Tr}\hat{\rho}^2(t) = \sum_i p_i^2 < 1$. Desta forma, temos que esta magnitude pode ser utilizada como um critério para identificar o estado como puro ou misto.

Como mencionado anteriormente na Seção (2.2.1), a dinâmica do vetor de estado do sistema em um estado puro é descrita através da equação de Schrödinger. É possível ainda, determinar a evolução temporal do operador densidade associado a este estado descrito pela equação (2.6). A partir da equação de Schrödinger (2.1), a equação de Liouville-von Neumann é dada por:

$$\frac{d\hat{\rho}(t)}{dt} = \left(\frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle \right) \langle \psi(t)| + |\psi(t)\rangle \left(\frac{d}{dt} \langle \psi(t)| \right)$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{i}{\hbar}\hat{H}(t)|\psi(t)\rangle\langle\psi(t)| + \frac{i}{\hbar}|\psi(t)\rangle\langle\psi(t)|\hat{H}(t) \\
&= -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}(t), \hat{\rho}(t)],
\end{aligned} \tag{2.12}$$

onde, $[\hat{H}(t), \hat{\rho}(t)]$ é o comutador¹ de $\hat{H}$ e $\hat{\rho}$. É importante mencionar que, a evolução temporal de um estado puro é descrita de forma equivalente tanto pela equação de Liouville-von Neumann (2.12), quanto pela equação de Schrödinger (2.1).

Em uma mistura estatística, a evolução temporal do operador densidade é descrita por uma equação diferencial composta de duas partes: uma parte unitária que é dada pelo comutador usual expresso na equação de Liouville-von Neumann (2.12) e uma outra parte não-unitária associada aos processos dissipativos decorrentes do acoplamento do sistema com o seu meio externo. A evolução temporal do operador densidade $\hat{\rho}(t)$ associado a um sistema aberto poderá ser vista com mais detalhes no Seção 2.4.

Consideremos agora um sistema composto formado por dois ou mais subsistemas físicos distintos. No caso de um sistema quântico aberto, o sistema total é composto pelo sistema de interesse e pelo ambiente ao seu redor. Dentre as principais aplicações do operador densidade está a utilização desse formalismo na descrição de uma das partes do sistema composto, através do operador densidade reduzido. Seja um estado arbitrário de um sistema quântico bipartite (um sistema dividido em duas partes), cujo operador densidade é $\hat{\rho}_{AB}$. O operador densidade $\hat{\rho}_A$ do subsistema A somente é obtido por meio da operação de traço parcial sobre o subsistema B da matriz densidade do sistema total AB . Assim, temos que:

$$\hat{\rho}_A = \text{Tr}_B (\hat{\rho}_{AB}) \tag{2.13}$$

Portanto, o operador densidade reduzido fornece a estatística correta para as medidas realizadas sobre o subsistema A se o operador densidade do sistema global $\hat{\rho}_{AB}$ for conhecido.

2.3 Interação radiação-matéria

Discutiremos agora a interação da radiação eletromagnética com um sistema quântico. Utilizaremos a teoria semiclássica na qual o sistema quântico está acoplado a um campo eletromagnético clássico, e obteremos o Hamiltoniano de interação que descreve transições

¹O comutador de dois operadores $\hat{A}$ e $\hat{B}$, é definido por: $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$.

eletrônicas entre os níveis do sistema quântico, promovidas por um laser incidente com frequência ω_L .

2.3.1 Hamiltoniano de interação

Consideremos um elétron de massa m_0 e carga e , interagindo com um único modo do campo eletromagnético incidente. Para analisarmos esta interação consideraremos aqui um ponto quântico de dois níveis $|0\rangle$ e $|1\rangle$ acoplado a uma onda eletromagnética monocromática, com energia ressonante, ou quase ressonante, à transição eletrônica entre os dois níveis considerados ($\omega_L \sim (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)/\hbar$). Este sistema de dois níveis é análogo ao sistema de $spin - 1/2$ e desta forma pode ser descrito também em termos das matrizes de *Pauli* ($\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$).

Na ausência da radiação incidente, a equação de Schrödinger estacionária de um elétron submetido a um potencial de confinamento $V(\hat{r})$ é dada por:

$$\hat{H}_0 \phi_i = \varepsilon_i \phi_i, \quad (2.14)$$

onde o autovalor ε_i é a energia associada à autofunção ϕ_i e o Hamiltoniano $\hat{H}_0$ do elétron é da seguinte forma:

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{p}^2}{2m_0} + V(\hat{r}),$$

sendo $\hat{p}$ e $\hat{r}$ os operadores momento linear e posição do elétron, respectivamente.

Ao incidir um campo eletromagnético sobre o sistema quântico, o Hamiltoniano total é dado por: $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1$. Neste caso, o Hamiltoniano $\hat{H}_1$ que descreve a interação entre os dois níveis e o campo incidente $\mathbf{E}(\hat{r}, t)$, pode ser escrito como:

$$\hat{H}_1 = -e\hat{r} \cdot \mathbf{E}(\hat{r}, t) = -\hat{\mu} \cdot \mathbf{E}(\hat{r}, t) \quad (2.15)$$

onde $\hat{\mu}$ é o operador de dipolo. É importante mencionarmos que o Hamiltoniano que descreve a interação radiação-matéria pode também ser expresso em termos do momento canônico $\mathbf{p}$ do elétron e do potencial vetor $\mathbf{A}$ associado à radiação eletromagnética, da seguinte forma:

$$\hat{H}_1' = -\frac{e}{m_0} \mathbf{A}(\hat{r}, t) \cdot \mathbf{p}. \quad (2.16)$$

Uma abordagem mais completa sobre o Hamiltoniano descrito pela equação (2.16) e a equivalência entre os dois Hamiltonianos usados para descrever a interação entre o sistema quântico e uma onda eletromagnética pode ser visto no apêndice B.

O campo de radiação por nós considerado pode ser escrito como uma onda plana monocromática da seguinte forma:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega_L t), \quad (2.17)$$

sendo: $\mathbf{k} \equiv (k_x, k_y, k_z)$ o vetor de onda e $\mathbf{E}_0 = E_0 \mathbf{e}$, onde $\mathbf{e}$ é o vetor unitário de polarização e E_0 é a amplitude do campo incidente.

De acordo com o formalismo da teoria de campos, uma função de onda $\psi(\mathbf{r})$ é representada por um operador campo ² $\hat{\psi}(\mathbf{r})$, que por sua vez satisfaz relações de comutação e anti-comutação³, para bósons e férmions, respectivamente. Este processo é chamado de segunda quantização. No processo de quantização do campo, os operadores $\hat{\psi}(\mathbf{r})$ e $\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r})$ pertencem a um espaço abstrato definido pelos autoestados da equação de Schrödinger estacionária (2.14). Desta forma, é possível escrever:

$$\begin{aligned} \hat{\psi}(\mathbf{r}) &= \sum_i \hat{a}_i \phi_i(\mathbf{r}), \\ \hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r}) &= \sum_i \hat{a}_i^\dagger \phi_i^*(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (2.18)$$

Os operadores $\hat{a}_i$ e $\hat{a}_i^\dagger$ são operadores de aniquilação e criação de partículas, respectivamente. As funções complexas $\phi_i(\mathbf{r})$, formam uma base completa e ortonormal, ou seja:

$$\begin{aligned} \sum_i \phi_i^\dagger(\mathbf{r}) \phi_i(\mathbf{r}') &= \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \\ \int d^3\mathbf{r} \phi_i^\dagger(\mathbf{r}) \phi_{i'}(\mathbf{r}) &= \delta_{i,i'}, \end{aligned}$$

onde, $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ ⁴ é denominada função de delta Dirac e $\delta_{i,i'}$ ⁵ é conhecido como delta de

²Os campos quantizados são conjuntos infinitos de operadores de campo $\hat{\psi}(\mathbf{r})$, onde $\mathbf{r}$ se refere ao vetor posição. O operador de campo $\hat{\psi}(\mathbf{r})$ ($\hat{\psi}^\dagger(\mathbf{r})$) decreve a aniquilação (criação) de uma partícula na posição $\mathbf{r}$.

³O anti-comutador de dois operadores $\hat{A}$ e $\hat{B}$, é definido por: $\{\hat{A}, \hat{B}\} = \hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A}$.

⁴ $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ é igual a zero se $\mathbf{r} \neq \mathbf{r}'$ e infinito se $\mathbf{r} = \mathbf{r}'$.

⁵ $\delta_{ii'}$ é igual a 1 se $i = i'$ e zero se $i \neq i'$.

Kronecker, que por sua vez é análogo à função de delta de Dirac no domínio discreto.

Através do formalismo dos operadores de campo, o Hamiltoniano do elétron $\hat{H}_0$, pode ser escrito da seguinte forma:

$$\hat{H}_{el\acute{e}tron} = \int d^3\mathbf{r} \psi^\dagger(\mathbf{r}) \hat{H}_0 \psi(\mathbf{r}).$$

Utilizando a equação (2.18) e a relação de completeza obedecida pelo conjunto de autofunções de $\hat{H}_0$, temos que para um sistema de dois níveis, o Hamiltoniano do elétron, livre da perturbação é dado por:

$$\hat{H}_{el\acute{e}tron} = \varepsilon_0 \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 + \varepsilon_1 \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1, \quad (2.19)$$

onde o operador $\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i$ fornece a medida do número de partículas no estado $|i\rangle$. Reescreveremos agora, o Hamiltoniano de interação (2.15) utilizando o processo de segunda quantização. Analogamente temos que:

$$\hat{H}_{int} = \int d^3\mathbf{r} \psi^\dagger(\mathbf{r}) \hat{H}_1(\mathbf{r}, t) \psi(\mathbf{r}), \quad (2.20)$$

onde, $\hat{H}_1$ é dado pela equação (2.15).

Para átomos e pontos quânticos é importante ressaltar que o comprimento de onda λ do fóton incidente é tipicamente muito maior do que a extensão espacial associada à densidade de probabilidade eletrônica. A amplitude de deslocamento do elétron ($\mathbf{r}$), é da ordem das dimensões espaciais características dos pontos no qual estamos interessados. O tamanho típico dessas nanoestruturas são algumas dezenas de nanômetros, que por sua vez, é efetivamente menor do que o comprimento de onda associado à transição óptica ressonante entre os níveis de mais baixa energia. Neste limite onde, $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} \ll 1$, a interação entre o sistema de dois níveis com o campo de radiação pode ser descrita utilizando a aproximação de dipolo. Segundo esta aproximação $e^{\pm i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \approx 1$ e desta forma, a variação espacial do campo eletromagnético não é relevante para a interação. Assim, o campo elétrico pode ser escrito como:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega_L t) \quad (2.21)$$

Desta maneira, o Hamiltoniano de interação (2.20) descrito em termos de operadores de campo, é dado por:

$$\hat{H}_{int} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega_L t) \sum_{ii'} \int d^3\mathbf{r} \phi_{i'}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\mu} \phi_i(\mathbf{r}) \hat{a}_{i'}^\dagger \hat{a}_i = \mathbf{E}_0 \cos(\omega_L t) \sum_{ii'} \mu_{i'i} \hat{a}_{i'}^\dagger \hat{a}_i$$

onde,

$$\mu_{i'i} = \int d^3\mathbf{r} \phi_{i'}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\mu} \phi_i(\mathbf{r}) = \langle \phi_{i'} | \hat{\mu} | \phi_i \rangle. \quad (2.22)$$

Este termo corresponde ao elemento de matriz do dipolo elétrico, que aqui é considerado real. Os termos não-nulos da matriz de dipolo elétrico são os elementos fora da diagonal associados à transição entre os níveis. Deste modo, temos que o Hamiltoniano de interação para um sistema de dois níveis é dado por:

$$\hat{H}_{int} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega_L t) \left(\mu_{10} \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_0 + \mu_{01} \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_1 \right), \quad (2.23)$$

onde o operador $\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j$ cria uma partícula no estado $|i\rangle$ e destrói uma partícula no estado $|j\rangle$.

Neste trabalho estamos interessados na formação de um éxciton devido ao acoplamento óptico entre dois níveis eletrônicos de um ponto quântico. Os dois níveis envolvidos são: o estado fundamental $|0\rangle$, na ausência de excitações e o estado excitado $|1\rangle$, associado à presença do éxciton. Podemos definir os operadores: $\hat{\sigma}_+ = |1\rangle\langle 0|$, $\hat{\sigma}_- = |0\rangle\langle 1|$, $\hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_- = |1\rangle\langle 1|$ e $\hat{\sigma}_- \hat{\sigma}_+ = |0\rangle\langle 0|$, que por sua vez podem ser escritos em termos das matrizes de *Pauli* através das relações:

$$\hat{\sigma}_\pm = \frac{\hat{\sigma}_x \pm i\hat{\sigma}_y}{2},$$

e desta forma, o estado excitado pode ser escrito como $|1\rangle = \hat{\sigma}_+ |0\rangle$.

Estes operadores satisfazem as seguintes regras de comutação:

$$\begin{aligned} [\hat{\sigma}_+, \hat{\sigma}_-] &= \hat{\sigma}_z; \\ [\hat{\sigma}_z, \hat{\sigma}_\pm] &= \pm 2\hat{\sigma}_\pm. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Podemos portanto relacionar os operadores $\hat{\sigma}_+$, $\hat{\sigma}_-$ e $\hat{\sigma}_z$ com os operadores de criação e aniquilação de partículas nos estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$, de tal modo que:

$$\hat{\sigma}_+ \rightarrow \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_0,$$

$$\hat{\sigma}_- \rightarrow \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_1,$$

$$\hat{\sigma}_z \rightarrow \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 - \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0.$$

É importante salientar que os operadores $\hat{\sigma}_\pm$ e $\hat{\sigma}_z$ escritos como função dos operadores $\hat{a}_0^\dagger$, $\hat{a}_0$, $\hat{a}_1^\dagger$ e $\hat{a}_1$ satisfazem as regras de comutação expressas pela equação (2.24).

Por fim, usando as equações (2.19) e (2.23) podemos escrever o Hamiltoniano que descreve o acoplamento óptico entre os níveis eletrônicos ($|0\rangle$ e $|1\rangle$) da seguinte forma:

$$\hat{H} = \hat{H}_{el\acute{e}tron} + \hat{H}_{int} = \sum_{i=0,1} \varepsilon_i |i\rangle\langle i| + \mathbf{E}_0 \cos(\omega_L t) (\mu_{10}|1\rangle\langle 0| + \mu_{01}|0\rangle\langle 1|). \quad (2.25)$$

Com o intuito de simplificarmos o Hamiltoniano $\hat{H}_{int}$, iremos reescrevê-lo na representação de interação. De acordo com a equação (A.4) temos que:

$$\hat{H}_{int}^{(I)} = U_0^\dagger \hat{H}_{int} U_0,$$

onde: $U_0 = e^{-\frac{it}{\hbar}(\varepsilon_0|0\rangle\langle 0| + \varepsilon_1|1\rangle\langle 1|)}$ e $\hat{H}_{int}$ está escrito na representação de Schrödinger (2.23).

Esta mudança de representação pode ser feita utilizando o Lema de *Baker-Hausdorff* [39]:

$$\begin{aligned} \exp(i\hat{G}\lambda)\hat{H}\exp(-i\hat{G}\lambda) &= \hat{H} + i\lambda[\hat{G}, \hat{H}] + \left(\frac{i^2\lambda^2}{2!}\right)[\hat{G}, [\hat{G}, \hat{H}]] + \dots \\ &+ \left(\frac{i^n\lambda^n}{n!}\right)[\hat{G}, [\hat{G}, [\hat{G}, \dots[\hat{G}, \hat{H}]]\dots]] + \dots \end{aligned} \quad (2.26)$$

onde, $\hat{G}$ e $\hat{H}$ são operadores hermitianos e λ um número em geral complexo. Considerando $\hat{G} = (\varepsilon_0|0\rangle\langle 0| + \varepsilon_1|1\rangle\langle 1|)$, $\hat{H} = \hat{H}_{int}$ e $\lambda = t/\hbar$ obtemos:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{int}^{(I)} &= \hbar\Omega_{10}|1\rangle\langle 0|e^{-i(\omega_L - \omega_{10})t} + \hbar\Omega_{01}|0\rangle\langle 1|e^{i(\omega_L - \omega_{10})t} \\ &+ \hbar\Omega_{10}|1\rangle\langle 0|e^{i(\omega_L + \omega_{10})t} + \hbar\Omega_{01}|0\rangle\langle 1|e^{-i(\omega_L + \omega_{10})t}, \end{aligned} \quad (2.27)$$

onde $\omega_{10} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_0)/\hbar$ é frequência de transição entre os níveis $|0\rangle$ e $|1\rangle$ e $\Omega_{ii'} = \mathbf{E}_0\langle\phi_{i'}|\hat{\mu}|\phi_i\rangle/2\hbar$ é conhecida como frequência de oscilação de Rabi.

Quando a frequência de Rabi é muito menor do que a frequência ω_{01} associada à transição $|0\rangle \rightarrow |1\rangle$, os termos do Hamiltoniano de interação, conhecidos na literatura como termos contra-girantes [41] podem ser desprezados. Esta aproximação, chamada de aproximação de onda-girante (RWA do inglês, *Rotating wave approximation*) consiste em desprezar os termos de $\hat{H}_{int}^{(I)}$ multiplicados pelos fatores $e^{\pm i(\omega_L + \omega_{10})t}$, que por sua vez oscilam muito rapidamente e por isso, não contribuirão em média, significativamente na evolução do sistema. Deste modo, mantemos somente no Hamiltoniano de interação, os termos

que oscilam lentamente com frequência $|\omega_L - \omega_{10}|$, os quais apresentam uma contribuição apreciável na média temporal no período óptico associado ao sistema ($T = 2\pi/\Omega_{10}$). Portanto, desprezando os termos contra-girantes, o Hamiltoniano de interação já escrito na representação de Schrödinger é dado por:

$$\hat{H}_{int} = (\hbar\Omega_{10}|1\rangle\langle 0|e^{-i\omega_L t} + \hbar\Omega_{01}|0\rangle\langle 1|e^{i\omega_L t}). \quad (2.28)$$

De uma maneira geral o Hamiltoniano (2.28) nos permite portanto analisar satisfatoriamente a influência de uma onda eletromagnética incidente sobre o sistema quântico de interesse.

2.4 Decoerência

Em um sistema físico realístico, a interação com o meio que o cerca implicará mecanismos dissipativos que provocarão em princípio, a perda de coerência. Um *qubit* por exemplo, pode ser representado por uma combinação linear de estados ou dito de outra forma, uma superposição coerente de estados distintos. No entanto, se o sistema quântico representado por essa combinação linear de estados for um sistema aberto, o acoplamento deste com o ambiente externo implicará processos de decoerência que influenciarão de maneira irreversível a evolução do sistema. Devido aos processos de decoerência, os elementos fora da diagonal do operador densidade do sistema perdem a coerência, destruindo assim processos de interferências entre os estados. Desta forma, tais mecanismos implicarão a evolução de um estado puro em que o sistema se encontra inicialmente para uma mistura estatística de estados.

Em sistemas de estado sólido, o acoplamento com o ambiente ao seu redor como por exemplo, a interação com fônons presentes na rede da nanoestrutura pode, em princípio, resultar no decaimento da coerência quântica opticamente induzida através de processos de *dephasing*. Os processos de *dephasing* podem ser devido à relaxação de energia associado ao decaimento espontâneo da população (também conhecidos como *dephasing* inelástico), e a processos de *dephasing* puro. Estes por sua vez são mecanismos que induzem a perda da correlação de fase entre estados preparados como uma superposição coerente, sem envolver mudança de população ou relaxação de energia. Desta forma, temos que a taxa de *dephasing* total é resultado da soma da taxa associada a processos de *dephasing* puro e da contribuição de $\Gamma/2$ correspondente à taxa de decaimento de população (Γ). Devido à ausência de interações de éxcitons confinados em pontos quânticos submetidos à baixas

temperaturas, com fônons ou outros portadores, o processo de *dephasing* é causado principalmente pela recombinação radiativa do par elétron-buraco [42]. Especificadamente, em pontos quânticos auto-formados do tipo III-V no qual estamos interessados, estados excitônicos apresentam um tempo de recombinação radiativo de aproximadamente 1,0 ns [43].

Em geral, a presença da constante de amortecimento presente na evolução de um sistema físico é descrito por sua interação com um número grande de graus de liberdade do ambiente externo, que por sua vez, pode ser usualmente considerado como um grande reservatório térmico. Contudo, estamos interessados na evolução do sistema e para isso é necessário obter uma equação que governe a dinâmica do sistema analisado e inclua o efeito do reservatório sobre ele. Com este intuito, na seguinte seção discutiremos aspectos básicos da equação mestra na forma de Lindblad que, por sua vez fornece a evolução temporal da matriz densidade associada ao sistema de interesse.

2.4.1 Equação mestra

Ao incidir uma radiação eletromagnética ressonante à um sistema de dois níveis será criada uma população eletrônica no estado excitado e conseqüentemente uma polarização óptica induzida. Nós consideramos aqui, que a dinâmica desta excitação óptica é caracterizada pela relaxação da população através de processos de emissão espontânea, devido ao acoplamento do sistema com os modos do campo de radiação no vácuo, em equilíbrio térmico à uma temperatura T . Assim, o campo eletromagnético age como um reservatório de j osciladores harmônicos com frequências iguais a ω_j .

Consideremos assim, que o Hamiltoniano total, correspondente ao sistema acoplado ao reservatório, é dado por:

$$\hat{H}_T = \hat{H}_S + \hat{H}_R + \hat{H}_{SR}, \quad (2.29)$$

onde: $\hat{H}_S$ é o Hamiltoniano associado ao sistema de interesse, $\hat{H}_R$ é o Hamiltoniano do reservatório e $\hat{H}_{SR}$ corresponde à interação entre o reservatório e o sistema.

Temos que a evolução temporal do operador densidade do *sistema+reservatório* ($\hat{\rho}_T^{(I)}(t)$), na representação de interação, é descrita de acordo com a equação (A.8), onde $\hat{H}_1 = \hat{H}_{SR}$ e $\hat{H}_0 = \hat{H}_S + \hat{H}_R$. Contudo, como mostrado na Seção 2.2.2, é possível obter o operador densidade reduzido do sistema a partir do $\hat{\rho}_T^{(I)}(t)$, tomando o traço parcial Tr_R sobre todas

as variáveis do reservatório, ou seja:

$$\hat{\rho}_S^{(I)}(t) = \text{Tr}_R \hat{\rho}_T^{(I)}(t), \quad (2.30)$$

onde $\hat{\rho}_S^{(I)}(t)$ é o operador densidade apenas do sistema de interesse, escrito na representação de interação.

Da equação (A.8), temos que:

$$\hat{\rho}_T^{(I)}(t) = \hat{\rho}_T^{(I)}(0) - \frac{i}{\hbar} \int_0^t dt' [\hat{H}_{SR}^{(I)}(t'), \hat{\rho}_T^{(I)}(t')], \quad (2.31)$$

Assim, substituindo a equação (2.31) na equação (A.8), temos que através da operação de traço parcial sobre as variáveis do reservatório, esta equação diferencial pode ser escrita como:

$$\frac{d}{dt} \hat{\rho}_S^{(I)}(t) = -\frac{i}{\hbar} \text{Tr}_R [\hat{H}_{SR}^{(I)}(t), \hat{\rho}_S^{(I)}(0)] - \frac{1}{\hbar^2} \int_0^t dt' \text{Tr}_R [\hat{H}_{SR}^{(I)}(t), [\hat{H}_{SR}^{(I)}(t'), \hat{\rho}_T^{(I)}(t')]], \quad (2.32)$$

onde podemos assumir que $\text{Tr}_R [\hat{H}_{SR}^{(I)}(t), \hat{\rho}_S^{(I)}(0)] = 0$, sem nenhuma perda de generalidade.

Para obtermos a equação mestra de um sistema acoplado a um reservatório, serão necessárias algumas hipóteses e aproximações. Nós assumiremos que no instante inicial ($t = 0$), o sistema e o reservatório são independentes, não estando correlacionados. Assim temos que $\hat{\rho}_T$ pode ser escrito como o seguinte produto tensorial [44]:

$$\hat{\rho}_T(0) = \hat{\rho}_S(0) \otimes \hat{\rho}_R. \quad (2.33)$$

Além disso, assumiremos que o acoplamento entre o sistema e o ambiente que o cerca é suficientemente fraco, e que o ambiente (que pode ser considerado como um reservatório com muitos graus de liberdade) é muito grande em comparação com o tamanho do sistema. Esta aproximação, conhecida como aproximação de Born [45], assume que o operador densidade do ambiente $\hat{\rho}_R$ não muda significativamente como consequência de sua fraca interação com o sistema. Desta forma, o estado do *sistema+reservatório* permanece aproximadamente como um estado separável para todo tempo ($t \geq 0$), ou seja: $\hat{\rho}_T(t) \approx \hat{\rho}_S(t) \otimes \hat{\rho}_R$. Além disso, o Hamiltoniano de interação pode ser escrito na seguinte forma:

$$\hat{H}_{RS}(t) = \hbar \sum_i \hat{S}_i(t) \otimes \hat{R}_i(t), \quad (2.34)$$

onde $\hat{S}_i$ e $\hat{R}_i$ são operadores do espaço de Hilbert do sistema e do reservatório respectivamente. É importante salientar que esta relação é válida também para estes operadores escritos na representação de interação.

Desta forma, temos que a equação mestra (2.32) na representação de interação é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\hat{\rho}_S^{(I)}(t) &= -\sum_{ij}\int_0^t dt' \left(\hat{S}_i^{(I)}(t)\hat{S}_j^{(I)}(t')\hat{\rho}_S^{(I)}(t') - \hat{S}_j^{(I)}(t')\hat{\rho}_S^{(I)}(t')\hat{S}_i^{(I)}(t) \right) \langle \hat{R}_i^{(I)}(t)\hat{R}_j^{(I)}(t') \rangle_R \\ &+ \left(\hat{\rho}_S^{(I)}(t')\hat{S}_j^{(I)}(t')\hat{S}_i^{(I)}(t) - \hat{S}_i^{(I)}(t)\hat{\rho}_S^{(I)}(t')\hat{S}_j^{(I)}(t) \right) \langle \hat{R}_j^{(I)}(t')\hat{R}_i^{(I)}(t) \rangle_R, \end{aligned} \quad (2.35)$$

onde $\langle \hat{R}_i^{(I)}(t)\hat{R}_j^{(I)}(t') \rangle_R = \text{Tr}_R \left(\hat{\rho}_R \hat{R}_i^{(I)}(t)\hat{R}_j^{(I)}(t') \right)$ são as funções de auto-correlação do reservatório. As funções de auto-correlação nos informa a correlação entre o resultado de uma medida feita de um particular observável $\hat{R}_i$ e o resultado de uma medida do mesmo observável realizada em um tempo posterior. Desta forma, estas funções quantificam o grau de informação que o ambiente retém devido sua interação com o sistema.

Assumiremos aqui que qualquer correlação quântica dinamicamente estabelecida entre as variáveis internas do reservatório são destruídas em uma escala de tempo τ_{corr} muito menor do que a escala de tempo τ_S , associada à evolução do estado do sistema. Esta hipótese, $\tau_{corr} \ll \tau_S$, constitui a aproximação de Markov. De acordo com esta aproximação, existem duas escalas de tempo distintas: uma escala lenta de tempo correspondente à evolução do sistema S que quantifica a taxa de mudança do operador $\rho_S^{(I)}(t)$ e uma escala de tempo rápida associada ao rápido decaimento das funções de auto-correlação do ambiente. Esta aproximação implicará que as mudanças do operador $\rho_S^{(I)}(t)$ do sistema serão negligenciáveis durante o intervalo de tempo τ_{corr} , no qual as funções $\langle \hat{R}_j^{(I)}(t')\hat{R}_i^{(I)}(t) \rangle_R \propto \delta(t-t')$. Portanto, podemos simplificar a equação (2.32), substituindo $\rho_S^{(I)}(t')$ por $\rho_S^{(I)}(t)$ e deste modo cada passo do processo de evolução do sistema acoplado ao reservatório é independente de todos os eventos ocorridos em tempos anteriores.

Como uma aplicação do exposto anteriormente, consideremos um sistema de dois níveis acoplado a um reservatório térmico constituído por um conjunto de osciladores harmônicos, em um estado de equilíbrio térmico à temperatura T . O Hamiltoniano total que descreve esta interação é dado pela equação (2.29), e para este caso particular temos que:

$$\hat{H}_S = \varepsilon_1 \hat{\sigma}_- \hat{\sigma}_+ + \varepsilon_2 \hat{\sigma}_+ \hat{\sigma}_-,$$

$$\hat{H}_R = \hbar \sum_j \omega_j \hat{b}_j^\dagger \hat{b}_j,$$

$$\hat{H}_{SR} = \hbar \sum_j \left(g_j \hat{\sigma}_+ \hat{b}_j + g_j^* \hat{\sigma}_- \hat{b}_j^\dagger \right), \quad (2.36)$$

onde, g_j é a constante de acoplamento entre o sistema e o reservatório e os operadores $\hat{b}_j^\dagger$ e $\hat{b}_j$ são os operadores de criação e aniquilação de um oscilador harmônico de frequência ω_j , respectivamente.

Comparando o Hamiltoniano de interação $\hat{H}_{SR}$, (2.36), com o Hamiltoniano descrito pela equação (2.34), temos que:

$$\hat{R}_1 = \sum_j g_j \hat{b}_j, \quad \hat{R}_2 = \sum_j g_j^* \hat{b}_j^\dagger;$$

e

$$\hat{S}_1 = \hat{\sigma}_+, \quad \hat{S}_2 = \hat{\sigma}_-.$$

Além disso, o banho de osciladores pode ser descrito pelo operador densidade:

$$\hat{\rho}_R = \prod_j \left(1 - e^{-\hbar\beta\omega_j} \right) e^{-\hbar\beta\omega_j \hat{b}_j^\dagger \hat{b}_j}, \quad (2.37)$$

onde $\beta = 1/k_B T$, sendo k_B a constante de Boltzmann.

Calculando os valores das funções de auto-correlação referente ao reservatório na representação de interação, obtemos:

$$\begin{aligned} \langle \hat{R}_1^{(I)}(t) \hat{R}_2^{(I)}(t') \rangle &= \sum_j |g_j|^2 e^{-i\omega_j(t-t')} [\bar{n}(T) + 1]; \\ \langle \hat{R}_2^{(I)}(t) \hat{R}_1^{(I)}(t') \rangle &= \sum_j |g_j|^2 e^{-i\omega_j(t-t')} [\bar{n}(T)]; \\ \langle \hat{R}_1^{(I)}(t) \hat{R}_1^{(I)}(t') \rangle &= \langle \hat{R}_2^{(I)}(t) \hat{R}_2^{(I)}(t') \rangle = 0, \end{aligned} \quad (2.38)$$

onde, $\bar{n}_j(T)$ é o número médio de fótons no estado térmico $\hat{\rho}_R$ à uma temperatura de equilíbrio térmico T .

Assim, substituindo as funções de correlação expressa pela equação (2.38) na equação mestra (2.35), temos que na aproximação *Markoviana*, a evolução temporal do operador

densidade do sistema na representação de interação é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\hat{\rho}_S^{(I)}(t) = & \frac{\Gamma}{2} (\bar{n}_j(T) + 1) \left(2\sigma_- \hat{\rho}_S^{(I)} \sigma_+ - \sigma_+ \sigma_- \hat{\rho}_S^{(I)} - \hat{\rho}_S^{(I)} \sigma_+ \sigma_- \right) + \\ & \frac{\Gamma}{2} \bar{n}_j(T) \left(2\sigma_+ \hat{\rho}_S^{(I)} \sigma_- - \sigma_- \sigma_+ \hat{\rho}_S^{(I)} - \hat{\rho}_S^{(I)} \sigma_- \sigma_+ \right), \end{aligned} \quad (2.39)$$

onde Γ corresponde à taxa de decaimento espontâneo de população eletrônica.

Por fim, utilizando a equação (A.6), temos que a equação mestra na forma de *Lindblad* escrita na representação de Schrödinger, é dada por [45]:

$$\frac{d}{dt}\hat{\rho}_S(t) = -\frac{i}{\hbar}[\hat{H}_S, \hat{\rho}_S(t)] + \hat{L}(\hat{\rho}_S), \quad (2.40)$$

onde o operador de Liouville $\hat{L}(\hat{\rho}_S)$, pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \hat{L}(\hat{\rho}_S) = & \frac{\Gamma}{2} (\bar{n}_j(T) + 1) (2\sigma_- \hat{\rho}_S \sigma_+ - \sigma_+ \sigma_- \hat{\rho}_S - \hat{\rho}_S \sigma_+ \sigma_-) + \\ & \frac{\Gamma}{2} \bar{n}_j(T) (2\sigma_+ \hat{\rho}_S \sigma_- - \sigma_- \sigma_+ \hat{\rho}_S - \hat{\rho}_S \sigma_- \sigma_+). \end{aligned} \quad (2.41)$$

Portanto, a equação (2.40) é composta de duas partes: uma envolvendo o comutador $\hat{H}_S$, que descreve a evolução livre do sistema sem a influência do reservatório e outra associada ao operador de Liouville, que descreve o movimento irreversível devido ao acoplamento com o ambiente.

2.5 Propriedades ópticas de um sistema quântico de dois níveis

Nesta seção discutiremos os aspectos fundamentais da resposta óptica de um sistema quântico sob a influência de um campo eletromagnético incidente. Como uma ilustração, aplicaremos os conceitos mais importantes em um sistema de dois níveis. Utilizaremos o operador densidade associado a um sistema de dois níveis, afim de investigarmos sua resposta óptica à influência da radiação, através da função susceptibilidade linear. Descreveremos também, a interpretação física desta função, por meio da qual o coeficiente de absorção e índice de refração do meio podem ser obtidos.

2.5.1 Susceptibilidade óptica linear

A polarização induzida é a resposta do meio, devido sua interação com a radiação eletromagnética e é definida como a resultante macroscópica da soma de todos os momentos de dipolos induzidos no meio. A polarização do meio na direção do vetor de polarização $\mathbf{e}$, é dada por:

$$P = \sum_i \langle \hat{\mu} \cdot \mathbf{e} \rangle / V, \quad (2.42)$$

onde, V é volume que limita a região de interação e $\hat{\mu}$ é o operador associado aos momentos de dipolo elétrico induzidos nesta região.

De acordo com o formalismo de matriz densidade temos que o valor médio do momento de dipolo é dado por $\langle \hat{\mu} \rangle = \text{Tr}[\hat{\rho}\hat{\mu}]$. Deste modo, temos que a polarização induzida no meio, pode ser escrita como:

$$P(t) = \eta \text{Tr}[\hat{\rho}(t)\hat{\mu}], \quad (2.43)$$

ou ainda,

$$P(t) = \eta \sum_i \langle i | \hat{\rho} \hat{\mu} | i \rangle = \eta \sum_{i,j} \rho_{ij}(t) \mu_{ji}, \quad (2.44)$$

onde, $\eta = N/V$ é densidade de portadores no meio.

No sistema quântico de dois níveis, escrito na base de estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$, temos que:

$$P(t) = \eta (\rho_{01}(t) \mu_{10} + \rho_{10}(t) \mu_{01}), \quad (2.45)$$

onde é importante lembrar que somente os elementos fora da diagonal da matriz do momento de dipolo, associados à transição óptica $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$, são diferentes de zero.

Em geral, a polarização é escrita como um expansão em séries de potência do campo elétrico, onde aparecem termos não lineares. Contudo, estamos interessados aqui na incidência de campos eletromagnéticos pouco intensos em um meio isotrópico, no qual a polarização pode ser escrita como uma função linear do campo,

$$P(\omega_L) = \varepsilon_0 \chi(\omega_L) E(\omega_L), \quad (2.46)$$

onde ε_0 é a constante dielétrica do vácuo e $\chi = \chi_{Re}(\omega_L) + i\chi_{Im}(\omega_L)$, é uma função complexa denominada susceptibilidade óptica linear. A parte imaginária desta função

$\chi_{Im}(\omega_L)$, descreve a absorção ocorrente no meio, enquanto a parte real $\chi_{Re}(\omega_L)$ está associada ao índice de refração, $n(\omega_L)$. Portanto, a susceptibilidade é a função na qual estamos interessados a fim de obtermos informações à respeito da interação do sistema com a radiação incidente.

Utilizando a transformada de Fourier, podemos escrever a polarização induzida $P(t)$ definida na equação (2.45) como função da polarização escrita no domínio de frequência ω_L , da seguinte forma:

$$P(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{2\pi} \varepsilon_0 \chi(\omega) E(\omega) e^{-i\omega t}, \quad (2.47)$$

onde, $E(\omega)$ é a transformada de Fourier de $E(t)$.

Assim, calculando a transformada de Fourier do campo, temos:

$$E(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt E(t) e^{i\omega t} = \frac{\pi E_0}{2} [\delta(\omega - \omega_L) + \delta(\omega + \omega_L)]. \quad (2.48)$$

Por fim, substituindo a equação (2.48) na equação (2.47), temos que a polarização induzida pelo feixe incidente é:

$$P(t) = \varepsilon_0 \chi(\omega_L) \frac{E_0}{2} e^{i\omega_L t} + c.c \quad (2.49)$$

Comparando as equações (2.49) e (2.45), temos que a função $\chi(\omega_L)$ é diretamente proporcional ao elemento de matriz ρ_{01} , ou seja:

$$\chi = 2 \frac{\mu_{10}}{\varepsilon_0 E_0} \rho_{01}(t) e^{-i\omega_L t}. \quad (2.50)$$

Como pode ser observado na equação (2.50), a função χ está escrita em função de uma expressão dependente do tempo. Contudo, queremos obter a função susceptibilidade como função da frequência ω_L , quando o sistema de interesse alcança o estado de equilíbrio.

Investigaremos agora a evolução temporal do operador densidade do sistema quântico de dois níveis. Consideremos que sua dinâmica é influenciada pelo acoplamento com os modos de radiação do vácuo, implicando no decaimento espontâneo da população do nível de maior energia. Desta forma, o operador densidade associado ao sistema evolui de acordo com a equação mestra (2.40), onde: $\hat{H}_S = \hat{H}_{el\acute{e}tron} + \hat{H}_{int}$ é descrito na Seção 2.3. Quando consideramos o limite $k_B T \ll \hbar\omega_{10}$, o número médio de fótons térmicos associado ao reservatório tende a zero, $\bar{n}_j(T) \rightarrow 0$. Desta forma, temos que o operador de Liouville

que descreve o processo dissipativo é dado por:

$$\hat{L}(\hat{\rho}) = \frac{\Gamma_0^1}{2} (2|0\rangle\langle 1|\hat{\rho}|1\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|\hat{\rho} - \hat{\rho}|1\rangle\langle 1|),$$

onde Γ_0^1 é taxa de decaimento espontâneo do estado excitado $|1\rangle$ para o estado $|0\rangle$.

Podemos agora escrever um sistema de equações diferenciais que fornece a evolução temporal de cada um dos elementos da matriz densidade na base $|0\rangle$ e $|1\rangle$:

$$\begin{aligned}\dot{\rho}_{00} &= i \left(\Omega_{10} e^{-i\omega_L t} \rho_{01} - \Omega_{01} e^{i\omega_L t} \rho_{10} \right) + \Gamma_0^1 \rho_{11}, \\ \dot{\rho}_{01} &= (\dot{\rho}_{10})^* = i \left(\omega_{10} \rho_{01} - \Omega_{01} e^{i\omega_L t} (\rho_{11} - \rho_{00}) \right) + \frac{\Gamma_0^1}{2} \rho_{01}, \\ \dot{\rho}_{11} &= i \left(\Omega_{01} e^{i\omega_L t} \rho_{10} - \Omega_{10} e^{-i\omega_L t} \rho_{01} \right) - \Gamma_0^1 \rho_{11}.\end{aligned}\tag{2.51}$$

É conveniente escrevermos os elementos da matriz densidade em um referencial girante, de tal forma que as equações anteriores (2.51) não dependam explicitamente do tempo. Deste modo, faremos agora:

$$\begin{aligned}\rho_{01} &= \rho_{10}^* = \tilde{\rho}_{01} e^{i\omega_L t}, \\ \rho_{ii} &= \tilde{\rho}_{ii},\end{aligned}\tag{2.52}$$

onde $\tilde{\rho}$ tem a mesma interpretação física de ρ e, $\tilde{\rho}_{ij}$ variam lentamente no tempo. Escrevendo o sistema de equações (2.51) em função das novas variáveis (2.52), temos que:

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\rho}}_{00} &= i (\Omega_{10} \tilde{\rho}_{01} - \Omega_{01} \tilde{\rho}_{01}) + \Gamma_0^1 \tilde{\rho}_{11}, \\ \dot{\tilde{\rho}}_{01} &= i\delta \tilde{\rho}_{01} + i\Omega_{01} (\tilde{\rho}_{00} - \tilde{\rho}_{11}) - \frac{\Gamma_0^1}{2} \tilde{\rho}_{01}, \\ \dot{\tilde{\rho}}_{11} &= i (\Omega_{01} \tilde{\rho}_{10} - \Omega_{10} \tilde{\rho}_{01}) - \Gamma_0^1 \tilde{\rho}_{11},\end{aligned}\tag{2.53}$$

onde $\delta = \omega_{10} - \omega_L$.

Utilizando ainda as variáveis definidas na equação (2.52), temos que a susceptibilidade óptica pode ser escrita como:

$$\chi = 2 \frac{\mu_{10}}{\varepsilon_0 E_0} \tilde{\rho}_{01}. \quad (2.54)$$

Consideremos que antes da incidência do laser, o sistema apresenta as seguintes condições iniciais: $\rho_{00}(0) = 1$ e $\rho_{11}(0) = 0$. Assim, quando os estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$ são acoplados opticamente pelo feixe de laser incidente, para tempos curtos, observamos um dependência tipo oscilações de Rabi entre a população dos níveis. Devido à presença da taxa de decaimento Γ_0^1 , as populações de cada nível, assim como as coerências $\tilde{\rho}_{01}$ e $\tilde{\rho}_{10}$, alcançam valores estacionários.

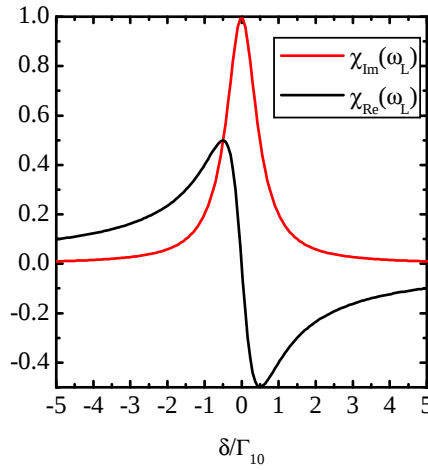


Figura 9: Parte real e imaginária da função $\chi(\omega_L)$ como função da razão δ/Γ_0^1 , onde utilizamos neste caso, $\Gamma_0^1 = 5 \mu\text{eV}$.

Devido ao fato do elemento $\tilde{\rho}_{01}$ estar diretamente relacionado com a absorção e dispersão do feixe incidente no meio, queremos determiná-lo após o sistema alcançar o regime estacionário, ou seja, $\dot{\tilde{\rho}}_{ij} \approx 0$. Neste regime, temos:

$$\tilde{\rho}_{01}(\delta) = \frac{\Omega_{01}\Delta N}{\delta + i(\Gamma_0^1/2)}, \quad (2.55)$$

onde $\Delta N = \tilde{\rho}_{11} - \tilde{\rho}_{00}$ é diferença de população entre os níveis, após o sistema atingir seu estado estacionário.

Portanto, a partir da equação (2.54) obtemos para a susceptibilidade óptica associada à radiação eletromagnética incidente, a seguinte expressão:

$$\chi(\omega_L) = 2 \frac{\mu_{10}}{\varepsilon_0 E_0} \left(\frac{\Omega_{01}\Delta N}{\delta + i(\Gamma_0^1/2)} \right)$$

$$= \frac{|\mu_{10}|^2}{\hbar\varepsilon_0} \left(\frac{\Delta N}{\delta + i(\Gamma_0^1/2)} \right), \quad (2.56)$$

a qual nos permite determinar a absorção e dispersão no meio, como função da frequência do feixe incidente.

Na Fig. 9, representamos graficamente a parte real e imaginária de χ normalizada como função da razão δ/Γ_0^1 .

Observamos na Fig. 9, que a parte imaginária de $\chi_{Im}(\omega_L)$ apresenta um perfil Lorentziano, cuja largura é proporcional à taxa de decaimento Γ_0^1 . Verificamos também, que a parte real $\chi_{Re}(\omega_L)$, cai abruptamente ao mesmo tempo que a parte real torna-se apreciável. É importante ressaltar, que essas duas grandezas estão conectadas através da relação de *Kramers-Kronig* [46].

2.5.2 Absorção e dispersão no meio

Nesta seção, iremos descrever a dispersão e absorção de um meio isotrópico, submetido à incidência de um campo eletromagnético, a partir da função susceptibilidade $\chi(\omega_L)$. É importante salientar que, como mencionado anteriormente, estamos interessados na resposta óptica linear do meio quando o sistema alcança seu estado de equilíbrio.

No contexto físico de pontos quânticos semicondutores, consideremos um fóton incidente com energia $\hbar\omega_L$ quase ressonante à energia associada ao estado de éxciton fundamental. Desta forma, utilizaremos então um campo eletromagnético cujo vetor de onda é paralelo à direção z ,

$$\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}_0 e^{ikz - i\omega_L t} + c.c., \quad (2.57)$$

onde, $k = \frac{\omega_L}{c}$ e c a velocidade da luz no vácuo. Para um meio homogêneo, na ausência de cargas ou corrente elétrica, temos através das equações da Maxwell, a seguinte equação de onda eletromagnética:

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{\varepsilon_0 c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = 0. \quad (2.58)$$

Calculando a transformada de Fourier da equação (2.58), obtemos a seguinte relação:

$$\nabla^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega_L) + \frac{\omega_L^2}{c^2 \varepsilon_0} \mathbf{D}(\mathbf{r}, \omega_L) = 0, \quad (2.59)$$

sendo $\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega_L)$ a transformada de Fourier do campo incidente e $\mathbf{D}(\mathbf{r}, \omega_L)$, o vetor de deslocamento elétrico.

O vetor de deslocamento elétrico pode ser expresso em termos da polarização induzida e do campo elétrico da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\mathbf{D}(\mathbf{r}, \omega_L) &= \varepsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega_L) + P(\mathbf{r}, \omega_L) \\ &= \varepsilon_0 (1 + \chi(\omega_L)) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega_L) \\ &= \varepsilon(\omega_L) \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega_L),\end{aligned}\tag{2.60}$$

onde, $\varepsilon(\omega_L) = \varepsilon_{Re}(\omega_L) + i\varepsilon_{Im}(\omega_L)$ é a função dielétrica no meio.

É importante salientar que, como mencionado na Seção 2.3, a aproximação de dipolo é válida para sistemas constituídos por pontos quânticos. Desta forma, a resposta óptica linear no sistema no qual estamos interessados (dada pela susceptibilidade $\chi(\omega_L)$), pode ser descrita independentemente do número de onda da radiação eletromagnética.

Assumindo que o campo eletromagnético apresenta-se na forma descrita pela equação (2.57), temos que a solução da equação de onda (2.59) é:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega_L) = \mathbf{E}_0 e^{i(k(\omega_L) + i\kappa(\omega_L))z},\tag{2.61}$$

onde o número de onda $k(\omega_L)$ descreve a dispersão da radiação no meio, enquanto o coeficiente de extinção $\kappa(\omega_L)$ descreve o decaimento exponencial da amplitude do campo incidente.

O índice de refração $n(\omega_L)$ é definido como a razão entre o número de onda dependente da frequência de excitação e o número de onda no vácuo, ou seja:

$$n(\omega_L) = \frac{ck(\omega_L)}{\omega_L},\tag{2.62}$$

e o coeficiente de absorção $\alpha(\omega_L)$ é dado por:

$$\alpha(\omega_L) = 2\kappa(\omega_L).\tag{2.63}$$

O coeficiente de absorção determina o decaimento da intensidade da luz incidente, como pode ser verificado pela relação

$$I \propto |\mathbf{E}(z)|^2 = |\mathbf{E}_0|^2 e^{-\alpha(\omega_L)z}.$$

Inserindo agora as equações (2.60) e (2.61) na equação de onda (2.59), nós obtemos para as partes real e imaginária o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} k^2(\omega_L) - \kappa^2(\omega_L) &= \left(\frac{\omega_L}{c}\right)^2 \frac{\varepsilon_{Re}(\omega_L)}{\varepsilon_0}, \\ 2k(\omega_L)\kappa(\omega_L) &= \left(\frac{\omega_L}{c}\right)^2 \frac{\varepsilon_{Im}(\omega_L)}{\varepsilon_0}. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Desta forma, o coeficiente de absorção é dado por:

$$\alpha(\omega_L) = \frac{\omega_L \varepsilon_{Im}(\omega_L)}{\varepsilon_0 n(\omega_L) c} = \frac{\omega_L \chi_{Im}(\omega_L)}{n(\omega_L) c} \quad (2.65)$$

Em pontos quânticos InAs/GaAs, a frequência da onda incidente associada às transições ópticas fundamentais se encontra na região do infra-vermelho. Contudo, na maioria das vezes o índice de refração $n(\omega_L)$ é expressivo numa região energeticamente mais alta do que a energia do *gap* (E_g). Desta forma, para transições ópticas próximas da energia E_g , o índice de refração pode ser considerado independente da frequência da radiação ω_L .

Do sistema de equações (2.64), nós obtemos o índice de refração:

$$n(\omega_L) = \sqrt{\frac{1}{2} \left[\left(\frac{\varepsilon_{Re}(\omega_L)}{\varepsilon_0} \right) + \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{Re}(\omega_L)}{\varepsilon_0} \right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_{Im}(\omega_L)}{\varepsilon_0} \right)^2} \right]}, \quad (2.66)$$

onde as partes reais de $\varepsilon(\omega_L)$ e $\chi(\omega_L)$ estão relacionadas por:

$$\varepsilon_{Re}(\omega_L) = \varepsilon_0 (1 + \chi_{Re}(\omega_L))$$

A velocidade de grupo do pulso de luz propagante no meio pode ser obtida através do índice de refração da seguinte forma:

$$v_{gr} \equiv \left(\frac{d\omega_L}{dk} \right) = \frac{c}{n + \omega_L (dn/d\omega_L)}. \quad (2.67)$$

Notemos então, através da equação (2.67), que quanto maior a variação da curva de dispersão com a frequência do campo incidente, menor será a velocidade da luz no meio.

Como pode ser visto através das equações (2.65) e (2.66), a função susceptibilidade óptica linear nos permite então caracterizar completamente as propriedades ópticas do

sistema devido à influência de um campo eletromagnético.

No Capítulo 6 investigaremos a resposta óptica do sistema quântico de três níveis estudado neste trabalho, analisando o comportamento das partes real e imaginária da função susceptibilidade linear como função da frequência do laser incidente, no qual o sistema é submetido.

3 *Descrição do Sistema Físico*

O sistema físico que utilizamos neste trabalho é formado por dois pontos quânticos assimétricos, verticalmente acoplados em presença de um campo eletromagnético externo, tal como é mostrado esquematicamente na Fig. 10(a). Consideramos aqui pontos quânticos formados em heteroestruturas constituídas por materiais semicondutores do tipo III-V, crescidos sob o método de auto-formação.

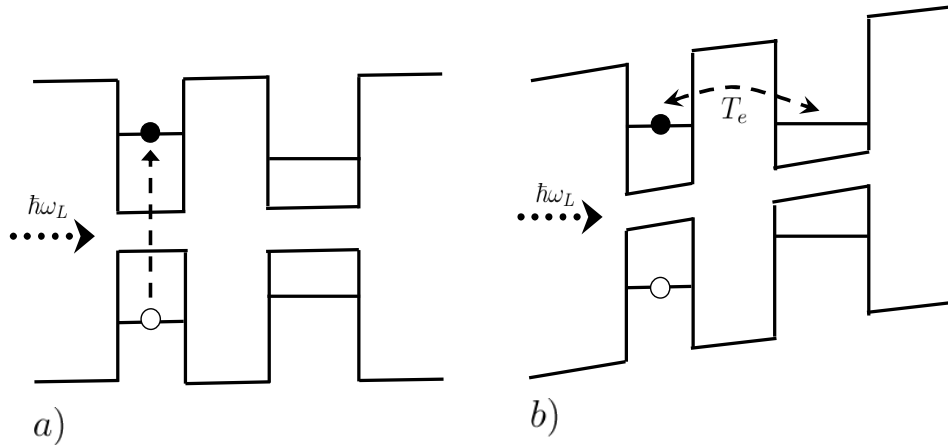


Figura 10: (a) Esquema de um sistema definido por dois pontos quânticos assimétricos acoplados sob a influência de um pulso óptico com frequência ω_L . (b) Ao aplicar o pulso próximo da ressonância o elétron é excitado para a banda de condução. Com os níveis da banda de condução em ressonância, o elétron encontra condições propícias para tunelar para o ponto da direita.

Aplicando radiação eletromagnética ressonante com frequência ω_L em um ponto quântico, um elétron é excitado da banda de valência para a banda de condução deixando para trás um buraco na banda de valência, formando assim, um estado de éxciton no ponto da esquerda. O elétron por sua vez, pode tunelar para segundo ponto. Pelo fato dos pontos serem assimétricos, os níveis de banda de condução e da banda de valência estão fora da ressonância, desfavorecendo deste modo o tunelamento dos portadores entre os pontos. Como mencionado anteriormente, a assimetria apresentada pela nanoestrutura favorece o tunelamento do elétron ou do buraco [10]. Se o ponto da direita possui uma altura maior

do que o ponto da esquerda, um campo elétrico positivo aplicado na direção de crescimento da nanoestrutura faz com que os níveis do elétron que antes estavam fora de ressonância, entrem em ressonância como mostrado esquematicamente na Fig. 10(b). Isso irá facilitar o tunelamento do elétron para o outro ponto. Nesta situação, ao incidirmos o campo elétrico sobre os pontos quânticos, os níveis da banda de condução entram em ressonância, enquanto os níveis da banda de valência ficam mais fora da ressonância. Desta forma, podemos negligenciar o tunelamento do buraco. Considerando essas hipóteses, o processo de tunelamento é ilustrado esquematicamente na Fig. 10(b).

A dinâmica deste sistema pode ser modelada por um sistema de três níveis. Nesta configuração, o estado fundamental $|0\rangle$ corresponde ao sistema sem excitações, o estado $|1\rangle$ está associado ao estado de éxciton direto formado no ponto da esquerda, por meio da incidência de um pulso de laser, e o estado $|2\rangle$ é o estado de éxciton indireto, no qual o buraco permanece no ponto da esquerda enquanto o elétron se encontra no ponto da direita, após encontrar condições propícias para tunelar.

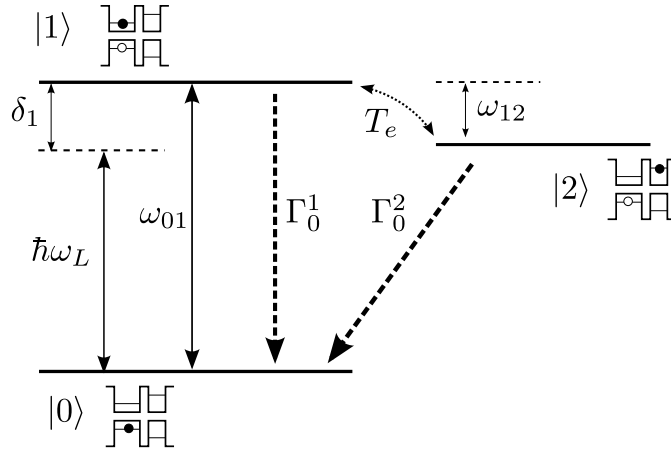


Figura 11: Esquema de níveis de energia e parâmetros utilizados para modelar o problema.

Em nosso modelo, incluímos efeitos de perda, causados pelo acoplamento do sistema de interesse com o reservatório. Consideramos os canais de decoerência, associados à emissão espontânea dos estados excitônicos (Γ_0^1 , Γ_0^2).

A configuração esquemática dos níveis e parâmetros na qual o sistema foi modelado, pode ser visto na Fig. 11.

Usando a aproximação de onda girante (RWA) e a aproximação de dipolo, descritas na Seção 2.3, o Hamiltoniano do sistema pode ser escrito como:

$$\hat{H} = \sum_{j=0}^2 \hbar\omega_j |j\rangle\langle j| + T_e(|1\rangle\langle 2| + |2\rangle\langle 1|) + \hbar\Omega(e^{i\omega_L t}|0\rangle\langle 1| + e^{-i\omega_L t}|1\rangle\langle 0|), \quad (3.1)$$

onde $\hbar\omega_j$ é a energia do estado $|j\rangle$ ($j=0,1,2$), T_e é o elemento da matriz correspondente ao tunelamento do elétron, ω_L é a frequência do pulso de laser aplicado e Ω é o elemento de matriz que relaciona a transição eletrônica entre dois níveis com o campo de radiação incidente sobre os mesmos. Assim, para cada acoplamento entre dois níveis através de um campo incidente, haverá um Ω correspondente. Em nosso problema, consideramos que somente os estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$ são acoplados opticamente. Deste modo, a frequência de Rabi Ω pode ser escrita da forma $\Omega \approx \langle 0|\mu \cdot \mathbf{E}_0|1\rangle/2\hbar$, onde μ é o momento dipolar elétrico e $\mathbf{E}_0$ é a amplitude do pulso eletromagnético incidente. É importante salientar, que somente os estados $|1\rangle$ e $|2\rangle$ participam do processo de tunelamento.

A intensidade do campo da radiação incidente pode ser facilmente controlada, de forma a fornecer condições propícias para o controle coerente dos estados quânticos do sistema. Assumiremos aqui um laser incidente de baixa intensidade tal que a frequência de Rabi seja significativamente menor do que a energia de transição intrabanda ($\Omega \ll \omega_{10} = \omega_1 - \omega_0$), e quase ressonante com a transição excitônica ($\omega_L \approx \omega_{10}$). Sob estas hipóteses, podemos considerar que a probabilidade de promover um elétron da banda de valência para estados excitados da banda de condução é pequena e portanto podemos desconsiderar os efeitos de éxcitons excitados.

Convenientemente, iremos aplicar uma transformação unitária sobre o Hamiltoniano (3.1), representada pelo operador [20]:

$$\hat{U} = \exp \left[\frac{i\omega_L t}{2} (|1\rangle\langle 1| - |0\rangle\langle 0| + |2\rangle\langle 2|) \right]. \quad (3.2)$$

A nova versão do Hamiltoniano (3.1) é obtido através da transformação unitária, da seguinte forma:

$$\hat{H}' = \hat{U}\hat{H}\hat{U}^{-1} + i\hbar\hat{U}^{-1}\frac{d\hat{U}}{dt}, \quad (3.3)$$

onde $\hat{H}'$ é o Hamiltoniano já transformado. Esta transformação é obtida utilizando o Lema de *Baker-Hausdorff* (2.26). Deste modo, o Hamiltoniano (3.3) escrito na base $|0\rangle$, $|1\rangle$ e $|2\rangle$ é dado por:

$$\hat{H}' = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\delta_1 & 2\hbar\Omega & 0 \\ 2\hbar\Omega & \delta_1 & 2Te \\ 0 & 2Te & \delta_2 \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

onde, $\delta_1 = \hbar(\omega_{10} - \omega_L)$, $\delta_2 = \delta_1 + 2\hbar\omega_{21}$ e ω_{ij} é a diferença entre as energias do estado i e do estado j . Notemos que o Hamiltoniano é agora independente do tempo.

As escolhas dos parâmetros físicos utilizados para realização de nossos cálculos foram baseadas em valores típicos de pontos quânticos InAs/GaAs, extensamente estudados em diversos trabalhos experimentais presentes na literatura. Deste modo, em nossos cálculos, nós consideramos os seguintes valores de parâmetros físicos: $\hbar\omega_{10} \simeq 1.6$ eV [47, 19], $\Omega \simeq 0.05 - 1.0$ meV [7, 48], $\Gamma_0^1 \simeq 0.33 - 6.6$ meV [7, 49] e $\Gamma_0^2 \simeq 10^{-4}\Gamma_0^1$ [50]. O tunelamento T_e , que depende fortemente da largura da barreira que separa os dois pontos e do campo elétrico externo, pode assumir os seguintes valores: $T_e \simeq 0.01 - 0.1$ meV ou $T_e \simeq 1 - 10$ meV, associados aos regimes de tunelamento fraco e forte, respectivamente. A dinâmica do sistema depende ainda, das dessintonias δ_1 e δ_2 . Experimentalmente, δ_1 é controlado variando a frequência ω_L do laser incidente. O valor de δ_2 é modificado, variando a frequência de transição ω_{21} que, por sua vez, pode ser controlada através de um campo elétrico estático externo aplicado na direção de crescimento dos pontos quânticos [31, 38]. Deste modo, com este conjunto de parâmetros, somos capazes de controlar coerentemente a função de onda do estado quântico confinado na nanoestrutura.

Utilizando o Hamiltoniano independente do tempo (3.4), iremos agora analisar a evolução do sistema aqui descrito. Inicialmente consideraremos o sistema sem acoplamento com o ambiente e posteriormente consideraremos os efeitos de emissão espontânea sobre os estados excitônicos. Para o primeiro caso, descreveremos a dinâmica utilizando a equação de Schrödinger (2.1) e através do formalismo do operador matriz densidade, cuja variação temporal obedece a equação (2.12). Já para o segundo caso, utilizaremos a equação mestra da matriz densidade do sistema definida pela equação (2.40).

4 *Dinâmica do sistema sem decoerência*

4.1 Resultados utilizando o formalismo de Schrödinger

A dinâmica do sistema sem decoerência ($\Gamma_0^1 = \Gamma_0^2 = 0$), em presença do campo eletromagnético, pode ser descrita pela equação de Schrödinger não estacionária (2.1). Esta equação descreve a evolução do auto-estado $|\Psi(t)\rangle$ e apresenta solução analítica para o caso ressonante: $\delta_1 = 0$ e $\omega_{21} = 0$. A função de onda do ponto quântico duplo acoplado por tunelamento pode ser escrita como uma combinação linear dos estados $|0\rangle$, $|1\rangle$ e $|2\rangle$. Assim, a autofunção que caracteriza cada estado i pode ser escrita como: $|\Psi_i\rangle = \sum_{j=0,1,2} c_{ij}|j\rangle$, onde os c_{ij} são constantes. A dependência temporal de cada estado do sistema é obtida através da diagonalização do Hamiltoniano (3.4), cujos autovalores E_i e autovetores $|\Psi_i\rangle$, são relacionados pela seguinte equação:

$$H'|\Psi_i\rangle = \varepsilon_i|\Psi_i\rangle. \quad (4.1)$$

Resolvemos este problema através de diagonalização numérica e analítica e obtivemos os autovalores e autovetores correspondentes a cada estado i para o caso ressonante e não ressonante.

Assim, para o caso ressonante os autovalores e os correspondentes autovetores, podem ser escritos como:

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= 0; \quad |\Psi_0\rangle = \cos\theta|0\rangle - \sin\theta|2\rangle, \\ \varepsilon_1 &= +\sqrt{\Omega^2 + T_e^2}; \quad |\Psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin\theta|0\rangle + |1\rangle + \cos\theta|2\rangle), \\ \varepsilon_2 &= -\sqrt{\Omega^2 + T_e^2}; \quad |\Psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin\theta|0\rangle - |1\rangle + \cos\theta|2\rangle), \end{aligned} \quad (4.2)$$

onde $\cos \theta = \frac{T_e}{\sqrt{T_e^2 + \Omega^2}}$ e $\sin \theta = \frac{\Omega}{\sqrt{T_e^2 + \Omega^2}}$.

Para o caso ressonante calculamos também a probabilidade de ocupação para os estados do Hamiltoniano ao longo do tempo. Considerando que o elétron se encontra inicialmente ($t=0$) no estado fundamental $|0\rangle$ do ponto quântico da esquerda ($|\Psi(0)\rangle = |0\rangle$), a probabilidade de ocupação para cada estado i é dada por:

$$P_i = |\langle i | \Psi(t) \rangle|^2. \quad (4.3)$$

Utilizando a equação (4.3) obtemos os seguintes valores para a probabilidade de ocupação para cada um dos estados do Hamiltoniano (3.4):

$$P_0(t) = \left| \cos^2 \theta + \sin^2 \theta \cos(\Theta t / \hbar) \right|^2,$$

$$P_1(t) = \sin^2 \theta \sin^2(\Theta t / \hbar),$$

$$P_2(t) = \sin^2 \theta \cos^2 \theta |\cos(\Theta t / \hbar) - 1|^2, \quad (4.4)$$

onde, $\Theta = \sqrt{\Omega^2 + T_e^2}$.

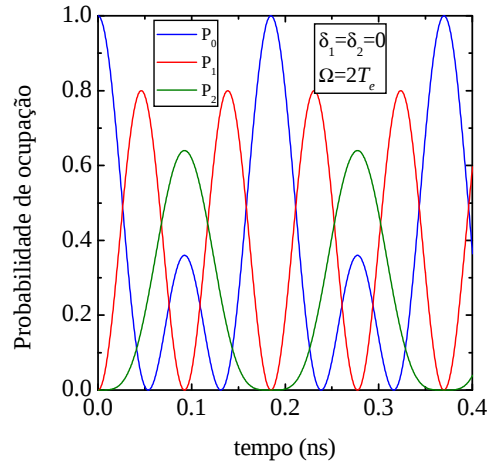


Figura 12: Probabilidade de ocupação dos níveis do sistema como função do tempo para o caso ressonante, onde $\delta_1 = \delta_2 = 0$. O resultado mostrado é para $\Omega = 2T_e$, onde $T_e = 10 \mu\text{eV}$.

A probabilidade de ocupação do sistema na ressonância em função do tempo, utilizando $\Omega = 2T_e$, pode ser vista na Fig. 12.

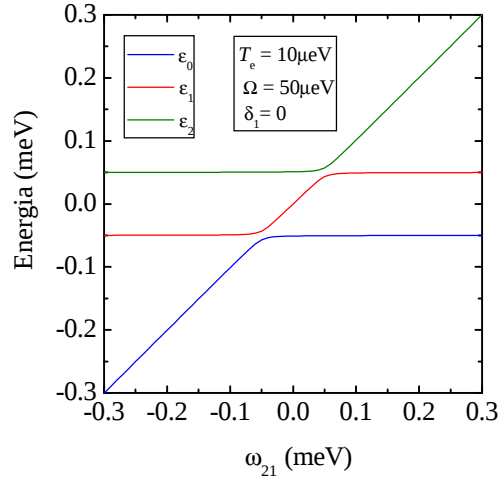


Figura 13: Espectro de energia para cada autoestado como função do parâmetro ω_{21} , no caso ressonante com os parâmetros $T_e = 10 \mu\text{eV}$ e $\Omega = 50 \mu\text{eV}$.

Uma dependência tipo oscilações de Rabi é claramente observada ao representarmos graficamente a probabilidade de ocupação eletrônica dos estados acoplados como função tempo, quando o sistema está sob a influência externa de um campo eletromagnético. Notemos também que o estado $|2\rangle$ é ocupado toda vez que $t \neq \frac{2n\pi}{\sqrt{\Omega^2 + T_e^2}}$ (onde, n é um número inteiro), o que significa que há uma transferência parcial da população eletrônica para o segundo ponto, o que corresponde ao processo de tunelamento do elétron. Investigando ainda o comportamento do sistema para o caso em que a frequência do laser

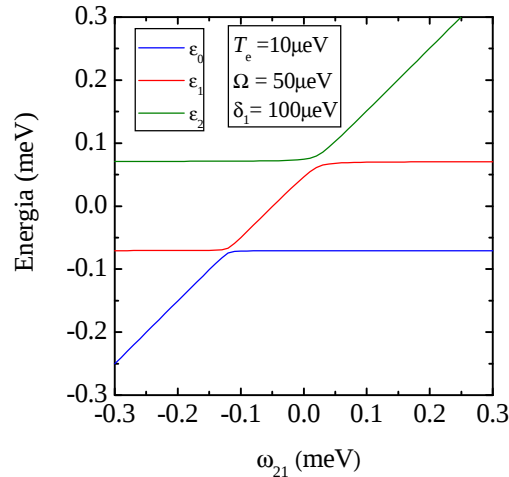


Figura 14: Espectro de energia para cada autovetor como função de ω_{21} . Parâmetros utilizados: $T_e = 10 \mu\text{eV}$, $\Omega = 50 \text{ eV}$ e $\delta_1 = 100 \mu\text{eV}$.

está em ressonância com a energia do estado de éxciton direto, ou seja $\delta_1 = 0$, representamos graficamente na Fig. 13 o espectro de energia dos estados envolvidos, como função da diferença de energia entre os níveis $|1\rangle$ e $|2\rangle$, $\omega_{21} = \omega_2 - \omega_1$. É importante salientar

que os autovalores (ε_0 , ε_1 e ε_2) foram obtidos por meio da diagonalização numérica do Hamiltoniano do sistema (3.4).

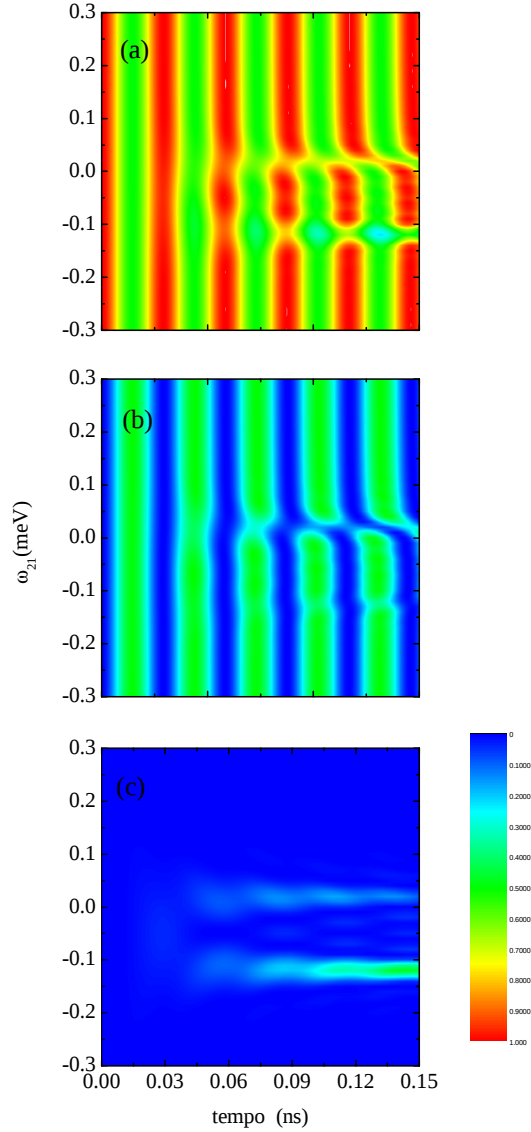


Figura 15: Probabilidade de ocupação do nível $|i\rangle$ ($i = 0, 1, 2$) como função do tempo e de ω_{21} . Parâmetros utilizados: $T_e = 10 \mu\text{eV}$, $\Omega = 50 \mu\text{eV}$ e $\delta_1 = 100 \mu\text{eV}$. (a) Probabilidade de ocupação do estado $|0\rangle$, que foi considerado como o estado inicial, $|\Psi(0)\rangle = |0\rangle$; (b) probabilidade de ocupação do estado $|1\rangle$; (c) probabilidade de ocupação do estado $|2\rangle$.

É observado na Fig. 13, que para os valores de $\omega_{12} \approx -0.5 \text{ meV}$ e $\omega_{12} \approx 0.5 \text{ meV}$; há um anticruzamento (*anti-crossing*) das energias dos autoestados $|\Psi_0\rangle$ e $|\Psi_1\rangle$; e também entre os autoestados $|\Psi_1\rangle$ e $|\Psi_2\rangle$, respectivamente. Estes anticruzamentos são uma assinatura do acoplamento entre os respectivos autoestados, devido à incidência da luz e à presença da constante de tunelamento T_e .

Obtivemos também através de uma diagonalização numérica os autovetores e autovalores para o caso do sistema estar fora de ressonância, ou seja quando $\delta_1 \neq 0$ e $\delta_2 \neq 0$.

Assim, para analisarmos a dinâmica deste sistema, construímos um gráfico do espectro de energia para cada autoestado como função de ω_{21} considerando a situação não ressonante. Representamos também graficamente na Fig. 15, as probabilidades de ocupação para cada um dos níveis como função do tempo e da diferença de energia ω_{21} .

Na Fig. 14, observamos a presença de um descruzamento entre as energias dos autoestados. Os *anti-crossings* são observados neste caso para valores de $\omega_{12} \approx -0.1$ meV e $\omega_{12} \approx 0.5$ meV onde, diferentemente da Fig. 13, estes apresentam aberturas diferentes. Notemos nas Figs. 15(a) e 15(b), a quebra de periodicidade das oscilações de Rabi para tempos suficientemente longos nos estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$, respectivamente. Observamos ainda através da Fig. 15 que justamente nas regiões de *anti-crossing* com menor abertura ($\omega_{12} \approx -0.1$ meV), em que os estados estão mais fortemente acoplados, a população do estado $|2\rangle$ apresenta valores de máximo (≈ 0.48), evidenciando portanto, uma melhor transferência da população eletrônica entre os pontos.

4.2 Resultados utilizando o operador matriz densidade

O sistema sem os canais de decoerência se encontra em um estado puro. Portanto, sua dinâmica pôde ser descrita pela equação de Schrödinger. Iremos agora utilizar o formalismo da matriz densidade, para calcular as probabilidades de ocupação para cada estado: $|0\rangle$, $|1\rangle$ e $|2\rangle$. Em um estado puro a evolução temporal do operador densidade obedece a equação de Von Neumann (2.12). Utilizando esta equação na forma matricial representada na base $|0\rangle$, $|1\rangle$, $|2\rangle$, contruímos um sistema de nove equações diferenciais lineares acopladas:

$$\dot{\rho}_{00} = -i\Omega(\rho_{10} - \rho_{01}),$$

$$\dot{\rho}_{01} = \frac{i}{\hbar} [\delta_1 \rho_{01} + \hbar\Omega(\rho_{00} - \rho_{11}) + Te\rho_{02}],$$

$$\dot{\rho}_{02} = \frac{i}{\hbar} \left[\frac{\rho_{02}}{2} (\delta_1 + \delta_2) - \hbar\Omega\rho_{12} + Te\rho_{01} \right],$$

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{10} &= \frac{i}{\hbar} [-\delta_1 \rho_{10} + \hbar \Omega (\rho_{11} - \rho_{00}) - Te \rho_{20}], \\
\dot{\rho}_{11} &= \frac{i}{\hbar} [\hbar \Omega (\rho_{10} - \rho_{01}) + Te (\rho_{12} - \rho_{21})], \\
\dot{\rho}_{12} &= \frac{i}{\hbar} \left[\frac{\rho_{12}}{2} (\delta_2 - \delta_1) - \hbar \Omega \rho_{02} + Te (\rho_{11} - \rho_{22}) \right], \\
\dot{\rho}_{20} &= \frac{i}{\hbar} \left[-\frac{\rho_{20}}{2} (\delta_2 + \delta_1) + \hbar \Omega \rho_{21} - Te \rho_{10} \right], \\
\dot{\rho}_{21} &= \frac{i}{\hbar} \left[\frac{\rho_{21}}{2} (\delta_1 - \delta_2) + \hbar \Omega \rho_{20} + Te (\rho_{22} - \rho_{11}) \right], \\
\dot{\rho}_{22} &= \frac{i}{\hbar} Te (\rho_{21} - \rho_{12}), \tag{4.5}
\end{aligned}$$

onde ρ_{ij} corresponde aos elementos da matriz densidade associada ao sistema, representada na base dada pela sequência $|0\rangle$, $|1\rangle$ e $|2\rangle$. Esse sistema de equações pode ser expresso na forma matricial dada por:

$$\dot{\rho} = A\rho,$$

onde A é uma matriz quadrada de ordem nove que contém somente constantes e ρ é a matriz densidade escrita como um vetor coluna.

Resolvemos então esse sistema de equações diferenciais acopladas através da diagonalização numérica da matriz A e obtivemos os autovalores e seus correspondentes autovetores. Desta forma, o sistema de equações diferenciais já desacopladas tem como solução:

$$\rho_{ij}(t) = \sum_{k=0}^8 S_{ik} e^{\lambda_k t} (S_{ik}^{-1} \rho_{ik}(0)), \tag{4.6}$$

onde: λ_k são os autovalores obtidos mediante a diagonalização da matriz A ; S_{ik} são os elementos da matriz quadrada S de ordem nove, formada pelos autovetores e $\rho_{ij}(0)$ são os elementos da matriz densidade no estado inicial do sistema ($t = 0$).

A probabilidade de ocupação para cada estado i do sistema pode ser calculada pela equação (4.3). Utilizando esta equação temos que:

$$P_i = \langle i | \hat{\rho}(t) | i \rangle = \rho_{ii}. \quad (4.7)$$

Portanto, da equação (4.7) concluímos que a probabilidade de ocupação de cada estado i é igual ao elemento diagonal ρ_{ii} da matriz densidade, cujos elementos foram calculados através da equação (4.6). Desta forma, temos que:

$$P_0 = \rho_{00},$$

$$P_1 = \rho_{11},$$

$$P_2 = \rho_{22}.$$

Por isso, como mencionado na Seção 2.2.2 os elementos diagonais são frequentemente chamados de populações. Considerando a condição inicial do problema, na qual o elétron se encontra em um determinado estado $|k\rangle$ do sistema, temos que os elementos fora da diagonal da matriz densidade, em $t = 0$, são nulos; enquanto que os elementos diagonais são iguais a:

$$\rho_{ii}(0) = \delta_{ik},$$

onde δ_{ik} é igual a 1 se $i = k$ e zero se $i \neq k$.

Em nosso problema consideramos inicialmente o elétron no estado $|0\rangle$. Desta forma, a matriz densidade associada ao sistema de interesse no instante $t = 0$ é:

$$\rho(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

Representamos graficamente as probabilidades de ocupação para cada um dos níveis do sistema como função do tempo e do parâmetro ω_{21} , utilizando agora o formalismo do operador matriz densidade. Na Fig. 16 investigamos o comportamento do sistema para o caso em que a frequência do laser está em ressonância com a energia do estado de éxciton direto ($\delta_1 = 0$). Na Fig. 17 representamos as probabilidades de ocupação para o caso em que o laser está fora de ressonância, ou seja, $\delta_1 \neq 0$.

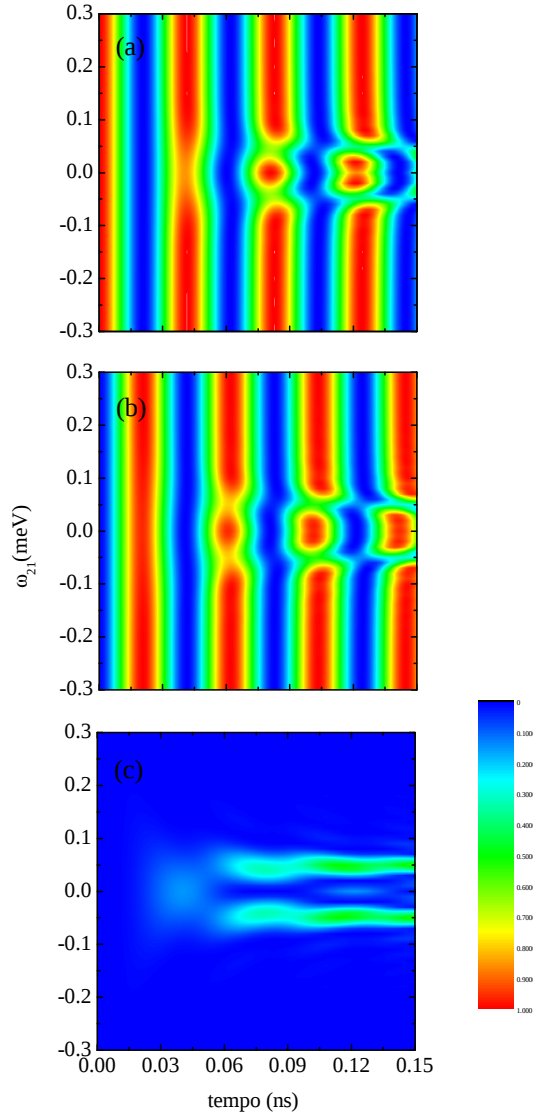


Figura 16: Probabilidade de ocupação do nível $|i\rangle$ ($i = 0, 1, 2$) como função do tempo e de ω_{21} . Parâmetros utilizados: $T_e = 10 \mu\text{eV}$, $\Omega = 50 \mu\text{eV}$ e $\delta_1 = 0$. (a) Probabilidade de ocupação do estado $|0\rangle$; (b) probabilidade de ocupação do estado $|1\rangle$; (c) probabilidade de ocupação do estado $|2\rangle$.

Tanto como no caso ressonante e não-ressonante observamos que a população eletrônica oscila coerentemente entre os níveis do sistema. Notemos através das Figs. 16(c) e 17(c), que com o decorrer do tempo o estado $|2\rangle$ é populado para certos valores de ω_{21} . Observamos ainda nas Figs. 16 e 17 que a medida que o estado $|2\rangle$ é significativamente populado, há uma quebra na periodicidade das oscilações de Rabi nos estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$ como observado nas Figs. 15(a) e 15(b) calculados a partir do formalismo de Schrödinger.

Com o intuito de analisar melhor o comportamento efetivo da população, representamos graficamente na Fig. 18 a probabilidade de ocupação de cada nível do sistema como função do tempo, utilizando o mesmo conjunto de parâmetros físicos usados na Fig. 16. Na Fig. 18(a), consideramos a condição onde os níveis $|1\rangle$ e $|2\rangle$ estão em ressonância, ou seja, $\omega_{21} = 0$. Neste regime, observamos a presença de oscilações de Rabi incompletas entre os níveis $|0\rangle$ e $|1\rangle$, enquanto o estado $|2\rangle$ é pouco populado apresentando uma probabilidade de ocupação máxima de aproximadamente 0.14. Fora deste regime de ressonância completa, graficamos na Fig. 18(b) a probabilidade de ocupação dos estados $|0\rangle$, $|1\rangle$ e $|2\rangle$ como função do tempo para $\omega_{21} = 0.05$ meV. Para este valor de ω_{21} assim como para

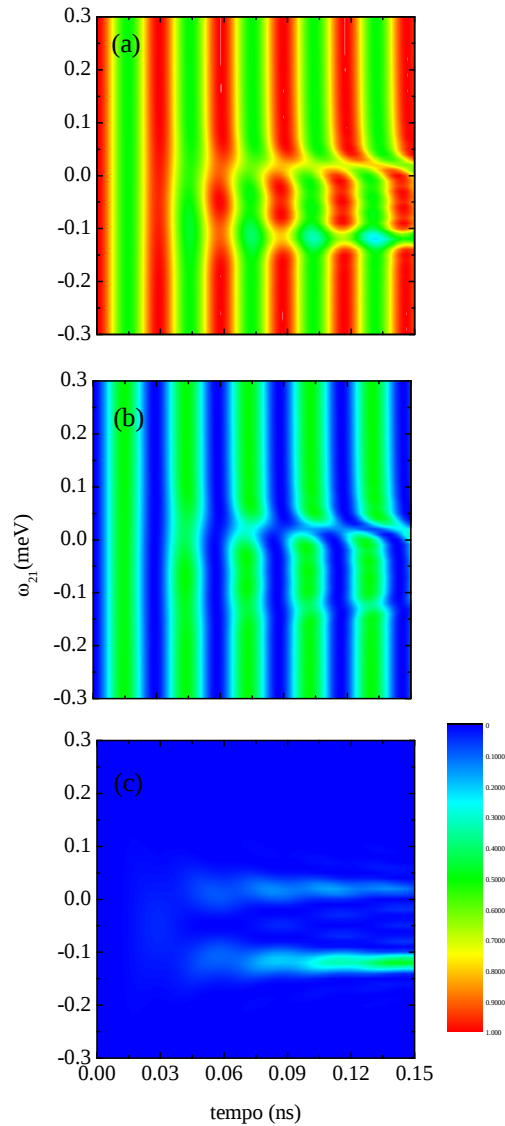


Figura 17: Probabilidade de ocupação do nível $|i\rangle$ ($i = 0, 1, 2$) como função do tempo e de ω_{21} . Parâmetros utilizados: $T_e = 10 \mu\text{eV}$, $\Omega = 50 \mu\text{eV}$ e $\delta_1 = 100 \mu\text{eV}$. (a) Probabilidade de ocupação do estado $|0\rangle$; (b) probabilidade de ocupação do estado $|1\rangle$; (c) probabilidade de ocupação do estado $|2\rangle$.

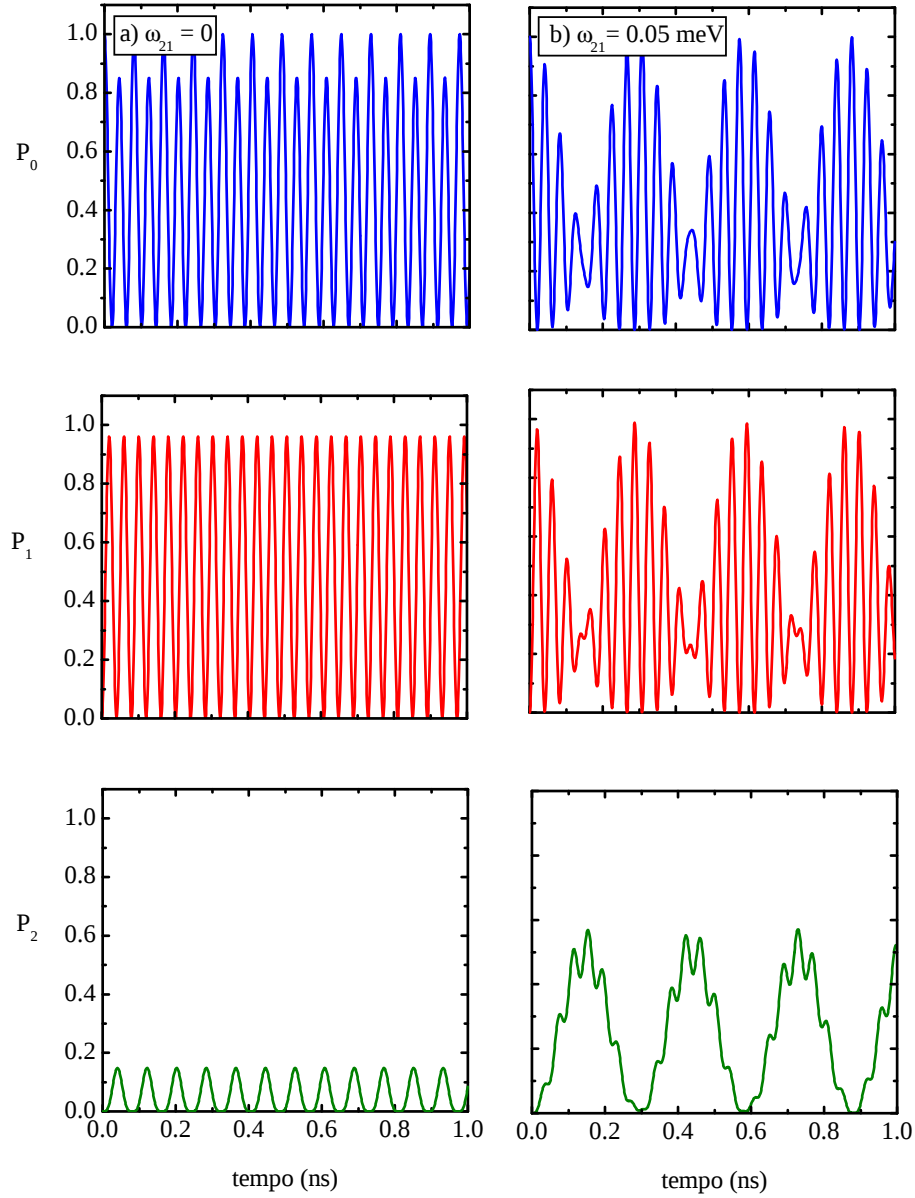


Figura 18: Probabilidade de ocupação do nível $|i\rangle$ ($i = 0, 1, 2$) como função do tempo. Parâmetros utilizados: $T_e = 10 \mu\text{eV}$, $\Omega = 50 \mu\text{eV}$, $\delta_1 = 0$. (a) $\omega_{21} = 0$ e; (b) $\omega_{21} = 0.05 \text{ meV}$.

$\omega_{21} = -0.05 \text{ meV}$, observamos através da Fig. 16(c) que o estado $|2\rangle$ é consideravelmente populado com o decorrer do tempo ($P_2 \approx 0.6$). Ao analisar P_0 e P_1 na Fig. 18(b), notamos um comportamento que difere das oscilações de Rabi observadas nas Figs. 18(a). No regime onde $\omega_{21} = 0.05 \text{ meV}$, observamos um comportamento análogo a um fenômeno conhecido na literatura como batimento quântico (do inglês, *quantum beat*). Este fenômeno tem um análogo clássico e ocorre devido a um processo de interferência entre duas ondas cujas frequências são levemente diferentes.

No regime ressonante, verificamos através da Fig. 13 que para os valores onde $|\omega_{21}| = 0.05$ meV, o tunelamento é evidenciado pela presença dos *anticrossing* nessas regiões. Neste caso, as oscilações da população eletrônica entre os níveis do sistema são fortemente influenciadas pelos parâmetros T_e e Ω . Verificamos então, que a probabilidade de ocupação dos estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$ apresenta uma dependência entre duas frequências: a frequência de Rabi devido à incidência da luz, que provoca por sua vez uma oscilação mais rápida, e uma frequência envoltória que aparece devido à diferença entre as frequências de Rabi associadas às oscilações da população eletrônica entre os estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$ e entre os estados $|1\rangle$ e $|2\rangle$. Fazendo uma analogia com o fenômeno de batimento quântico, esta pode ser representada como a frequência de batimento. É importante observar na Fig. 18(b) que esta frequência fornece intervalos de tempo onde a população do estado $|2\rangle$ apresenta valores mais altos.

É interessante observar ainda que as probabilidades de ocupação dos estados do sistema calculadas mediante o formalismo de Schrödinger (calculadas somente para o caso onde $\delta_1 \neq 0$), são exatamente iguais aos resultados encontrados para este mesmo caso, quando utilizamos a matriz densidade. Portanto, quando o sistema se encontra em um estado puro, ambos formalismos nos permitem descrever satisfatoriamente a dinâmica do sistema de interesse.

5 *Dinâmica do sistema com decoerência*

Neste capítulo investigaremos a evolução do sistema considerando a acoplamento com o reservatório. Incluiremos os efeitos de decoerência, através de taxas dissipativas dentro do modelo de Liouville-von Neumann-Lindblad (2.40). No modelo descrito neste trabalho, estudaremos os efeitos de um processo específico de decoerência, a emissão espontânea dos estados excitônicos (Γ_0^1, Γ_0^2).

5.1 Proteção de estados

No regime de baixas temperaturas $T \simeq 0$, o número médio de fótons térmicos $\bar{n}(T = 0) = 0$. Desta forma, o operador de Liouville (2.41) que descreve o processo dissipativo, que neste caso é devido à recombinação radiativa do par elétron-buraco, pode ser escrito como:

$$\hat{L}(\hat{\rho}) = \frac{1}{2} \sum_i \Gamma_j^i (2|j\rangle\langle i|\hat{\rho}|i\rangle\langle j| - \hat{\rho}|i\rangle\langle i| - |i\rangle\langle i|\hat{\rho}), \quad (5.1)$$

onde Γ_j^i corresponde às taxas de decoerência devido ao decaimento espontâneo do estado $|i\rangle$ ($i = 1, 2$) para o estado $|j\rangle$ ($j = 0$).

Devido à decoerência, o sistema evolui para uma mistura estatística de estados. Sua dinâmica será descrita através do formalismo matriz densidade, cuja evolução temporal é governada pela equação (2.40), onde $\hat{L}(\hat{\rho})$ é assumido ser da forma (5.1). Destas equações portanto, obtemos o seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\dot{\rho}_{00} = -i\Omega(\rho_{10} - \rho_{01}) + \Gamma_0^1\rho_{11} + \Gamma_0^2\rho_{22},$$

$$\dot{\rho}_{01} = \frac{i}{\hbar} [\delta_1\rho_{01} + \hbar\Omega(\rho_{00} - \rho_{11}) + Te\rho_{02}] - \frac{1}{2}\Gamma_0^1\rho_{01},$$

$$\begin{aligned}
\dot{\rho}_{02} &= \frac{i}{\hbar} \left[\frac{\rho_{02}}{2} (\delta_1 + \delta_2) - \hbar\Omega\rho_{12} + Te\rho_{01} \right] - \frac{1}{2}\Gamma_0^2\rho_{02}, \\
\dot{\rho}_{10} &= \frac{i}{\hbar} [-\delta_1\rho_{10} + \hbar\Omega(\rho_{11} - \rho_{00}) - Te\rho_{20}] - \frac{1}{2}\Gamma_0^1\rho_{10}, \\
\dot{\rho}_{11} &= \frac{i}{\hbar} [\hbar\Omega(\rho_{10} - \rho_{01}) + Te(\rho_{12} - \rho_{21})] - \Gamma_0^1\rho_{11}, \\
\dot{\rho}_{12} &= \frac{i}{\hbar} \left[\frac{\rho_{12}}{2} (\delta_2 - \delta_1) - \hbar\Omega\rho_{02} + Te(\rho_{11} - \rho_{22}) \right] - \frac{1}{2}(\Gamma_0^1 + \Gamma_0^2)\rho_{12}, \\
\dot{\rho}_{20} &= \frac{i}{\hbar} \left[-\frac{\rho_{20}}{2} (\delta_2 + \delta_1) + \hbar\Omega\rho_{21} - Te\rho_{10} \right] - \frac{1}{2}\Gamma_0^2\rho_{20}, \\
\dot{\rho}_{21} &= \frac{i}{\hbar} \left[\frac{\rho_{21}}{2} (\delta_1 - \delta_2) + \hbar\Omega\rho_{20} + Te(\rho_{22} - \rho_{11}) \right] - \frac{1}{2}(\Gamma_0^1 + \Gamma_0^2)\rho_{21}, \\
\dot{\rho}_{22} &= \frac{i}{\hbar} Te(\rho_{21} - \rho_{12}) - \Gamma_0^2\rho_{22}.
\end{aligned} \tag{5.2}$$

Assim como as equações diferenciais obtidas na Seção 4.2, estas nove equações diferenciais lineares são acopladas e suas respectivas soluções são também calculadas a partir da equação (4.6). Os elementos da matriz densidade nos fornece a evolução da probabilidade de ocupação de cada um dos estados do sistema, permitindo-nos investigar os efeitos do processo de decoerência associado à emissão espontânea do éxciton direto sobre a dinâmica da população eletrônica de cada nível.

Representamos graficamente a probabilidade de ocupação de cada um dos três níveis considerando diferentes valores da taxa de decaimento Γ_0^1 . É importante salientar que para todos os resultados obtidos nós consideramos $|\Psi(0)\rangle = |0\rangle$ como condição inicial. Na Fig. 19(a), observamos as oscilações de Rabi entre os três níveis do sistema, quando a dinâmica não-dissipativa ($\Gamma_0^1 = 0$) é considerada. A população do estado de éxciton indireto ($|2\rangle$), depende diretamente do parâmetro T_e , embora os valores do acoplamento Ω e das dessintonias δ_1 e ω_{21} , tenham efeitos importantes sobre sua dinâmica. Quando os efeitos do processo de emissão espontânea são considerados, nós notamos que as oscilações

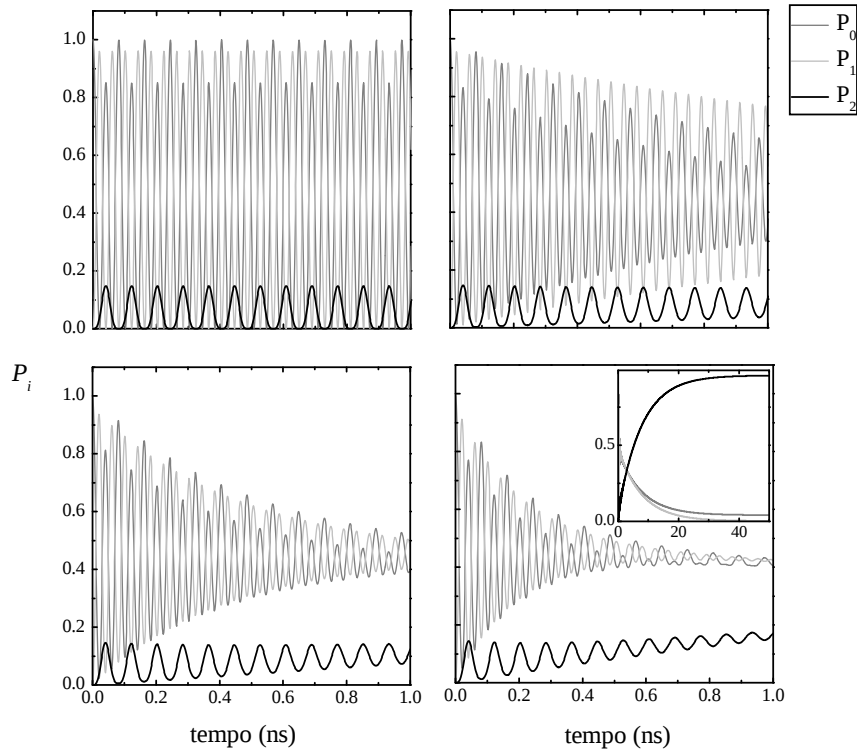


Figura 19: Probabilidade de ocupação, P_i , do nível $|i\rangle$ ($i = 0, 1, 2$) como função do tempo para diferentes valores de Γ_0^1 . Parâmetros utilizados: $\delta_1 = 0$, $\omega_{21} = 0$, $T_e = 10 \mu\text{eV}$, $\Omega = 50 \mu\text{eV}$ e $\Gamma_0^2 = 10^{-4}\Gamma_0^1$. A linha cinza para P_0 , a linha cinza claro para P_1 e a linha preta para P_2 . (a) Dinâmica não-dissipativa ($\Gamma_0^1 = 0$); (b) $\Gamma_0^1 = 1.0 \mu\text{eV}$; (c) $\Gamma_0^1 = 2.0 \mu\text{eV}$; e (d) $\Gamma_0^1 = 4.4 \mu\text{eV}$.

de Rabi são suprimidas pela ação deste particular efeito de decoerência. Isto pode ser visto, ao compararmos a Fig. 19(a) com as Figs. 19(b)- 19(d). Para altos valores de Γ_0^1 ($\Gamma_0^1 = 4.4\mu\text{eV}$), as oscilações de Rabi são rapidamente amortecidas e para tempos longos observamos que a função de onda do elétron tende a um estado assintótico. Isto é ilustrado na Fig. 19(d).

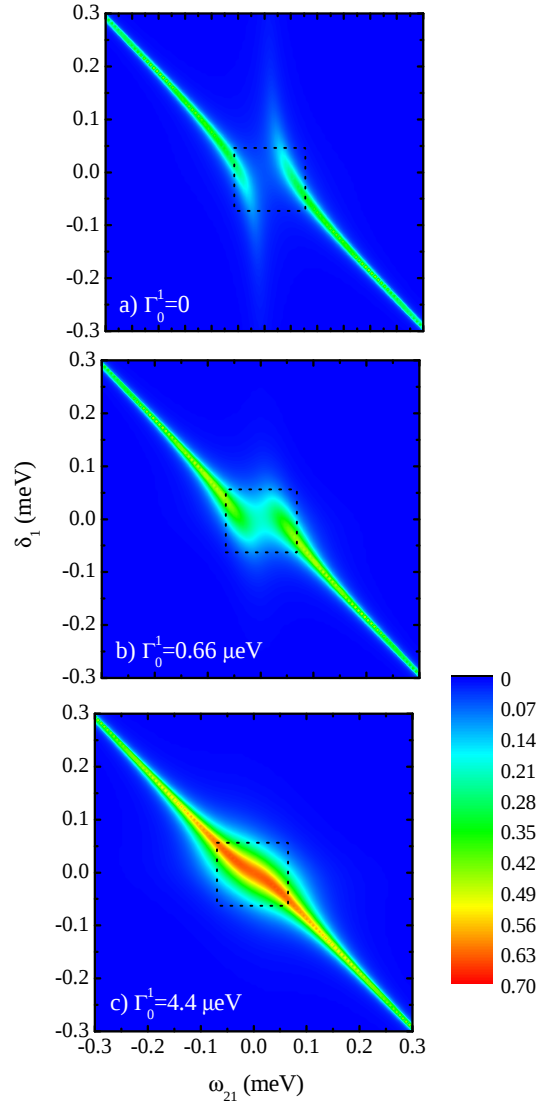


Figura 20: Média de ocupação do estado $|2\rangle$ como função das dessintonias δ_1 e ω_{21} . Parâmetros utilizados: $T_e = 10 \mu\text{eV}$, $\Omega = 50 \mu\text{eV}$ e $\Gamma_0^2 = 10^{-4}\Gamma_0^1$. (a) $\Gamma_0^1 = 0$; (b) $\Gamma_0^1 = 0.66 \mu\text{eV}$; e (c) $\Gamma_0^1 = 4.4 \mu\text{eV}$.

A partir de agora, investigaremos principalmente a formação de um estado estacionário, no qual o estado de éxciton indireto $|2\rangle$ é altamente populado. Este estado, possui um tempo de vida significativamente longo (cerca de 10^4 vezes maior do que o tempo de vida associado ao estado $|1\rangle$), e portanto, apresenta maior aplicabilidade para processamento de computação quântica do que o estado de éxciton direto. No intuito de

estudar os efeitos dos parâmetros físicos do sistema do Hamiltoniano (3.4) e do decaimento espontâneo sobre a população excitônica, iremos analisar o comportamento da média de ocupação do estado $|2\rangle$, que é definida como:

$$\bar{P}_2 = \frac{1}{t_\infty} \int_0^\infty P_2(t) dt, \quad (5.3)$$

com $t_\infty \gg t_{Rabi}$ onde $t_{Rabi} = 1/\sqrt{\Omega^2 + T_e^2}$ é o período de oscilação de Rabi associado à evolução do sistema.

Na Fig. 20 representamos graficamente a população média do estado $|2\rangle$ como função da dessintonia do laser δ_1 e da diferença de energia $\hbar\omega_{21}$, considerando diferentes valores de Γ_0^1 . Notamos que em todos os casos somos capazes de popular significativamente o estado de éxciton indireto. Esta transferência eficiente do primeiro para o segundo ponto, é evidenciado pelas áreas mais brilhantes, que indicam altos valores de $\bar{P}_2$. Através das Figs. 20(b) e 20(c), concluímos que uma significativa probabilidade de ocupação do estado $|2\rangle$, ou seja um alto valor de $\bar{P}_2$, é obtido se a dessintonia do laser for balanceada com o campo elétrico externo de tal forma que, $\delta_1 + \omega_{21} \sim 0$. Denominaremos essa condição de *dessintonia balanceada*. Analisando ainda os efeitos dissipativos sobre os estados do sistema, concentraremos nossa atenção numa região da Fig. 20, definida pela condição: $|\delta_1|, |\omega_{21}| \leq 50 \mu\text{eV}$. Quando os processos de decoerência não são considerados ($\Gamma_0^1 = \Gamma_0^2 = 0$), como mostrado na Ref. [20] e na Fig. 20(a), a condição de ressonância completa entre os níveis, ou seja, $\delta_1 \simeq \omega_{21} \simeq 0$, não é uma escolha experimental adequada para otimizar a criação do estado $|2\rangle$, cuja média de população é muito baixa ($\bar{P}_2 \approx 0.05$). Considerando a taxa de emissão espontânea Γ_0^1 , nós podemos observar nas Figs. 20(b) e 20(c) que o valor de $\bar{P}_2$ no ponto $(\delta_1, \omega_{21}) = (0, 0)$, aumenta de $\simeq 0.2$ para $\simeq 0.6$, para $\Gamma_0^1 = 0.66 \mu\text{eV}$ e $\Gamma_0^1 = 4.4 \mu\text{eV}$, respectivamente. Esses resultados mostram que para éxcitons diretos realísticos, ou seja, com um tempo de vida associado à taxa de decaimento espontâneo, na condição de ressonância completa, a transferência de elétrons entre os pontos é bastante eficiente.

Na Fig. 21 é mostrada a população média do estado de éxciton indireto, como função de ω_{21} e do acoplamento Ω . Nossos resultados foram calculados para o caso ressonante ($\delta_1 = 0$) e para o caso não ressonante ($\delta_1 \neq 0$), ilustrados nas Figs. 21(a), 21(c), 21(e) e nas Figs. 21(b), 21(d) e 21(f), respectivamente. Em todos os casos, observamos que foi possível popular o estado $|2\rangle$. Tal fato, é evidenciado pelas áreas brilhantes da Fig. 21 com valores de $\bar{P}_2$ maiores de 0.2. Na condição ressonante, esta área brilhante apresenta uma forma de “V”, onde valores máximos de $\bar{P}_2$ estão concentrados numa pequena área

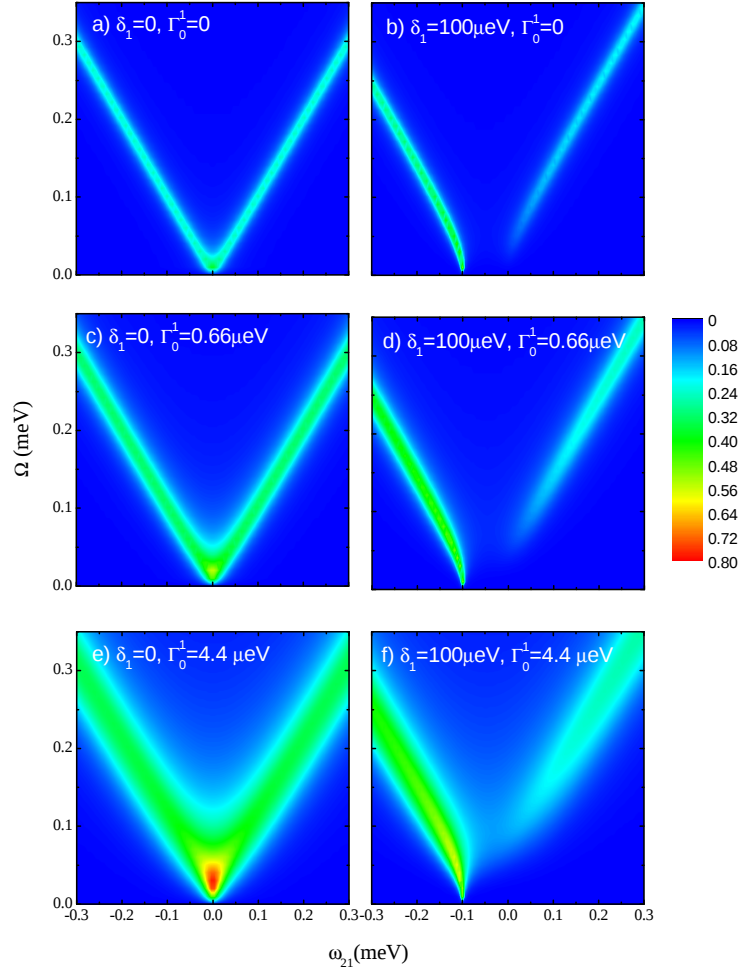


Figura 21: Média de ocupação do estado $|2\rangle$, $\bar{P}_2$, como função dos parâmetros Ω e ω_{21} para a condição ressonante ($\delta_1 = 0$) e não-ressonante ($\delta_1 = 100 \mu\text{eV}$). (a) $\Gamma_0^1 = 0$ e $\delta_1 = 0$; (b) $\Gamma_0^1 = 0$ e $\delta_1 = 100 \mu\text{eV}$; (c) $\Gamma_0^1 = 0.66 \mu\text{eV}$ e $\delta_1 = 0$; (d) $\Gamma_0^1 = 0.66 \mu\text{eV}$ e $\delta_1 = 100 \mu\text{eV}$; (e) $\Gamma_0^1 = 4.4 \mu\text{eV}$ e $\delta_1 = 0$; e (f) $\Gamma_0^1 = 4.4 \mu\text{eV}$ e $\delta_1 = 100 \mu\text{eV}$. Em todos os casos, $T_e = 10 \mu\text{eV}$ e $\Gamma_0^2 = 10^{-4}\Gamma_0^1$.

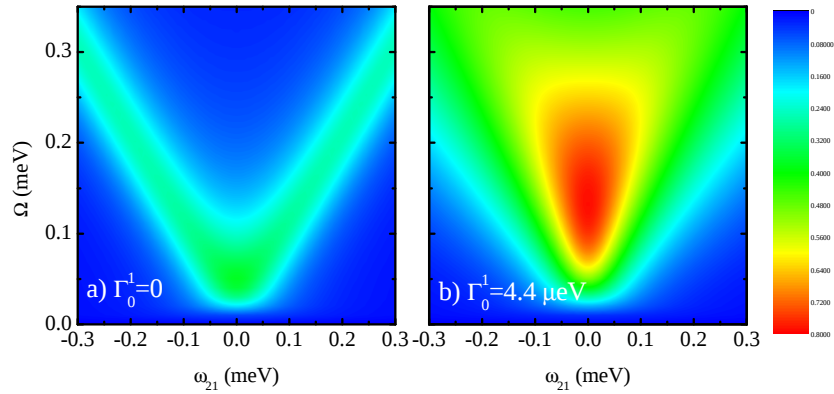


Figura 22: Média de ocupação do estado $|2\rangle$, como função dos parâmetros Ω e ω_{21} para a condição ressonante ($\delta_1 = 0$) (a) $\Gamma_0^1 = 0$ e $\delta_1 = 0$; e (b) $\Gamma_0^1 = 4.4 \mu\text{eV}$. Em ambos os casos, $T_e = 50 \mu\text{eV}$ e $\Gamma_0^2 = 10^{-4}\Gamma_0^1$.

associada à valores pequenos de Ω e ω_{21} , como pode ser visto nas Figs. 21(b), 21(d) e 21(f). Em contrapartida, para a condição não ressonante a simetria entre os valores negativos e positivos de ω_{21} é quebrada e, como pode ser observado nas Figs. 21(b), 21(d) e 21(f), os valores máximos de $\bar{P}_2$ estão associados a valores negativos de ω_{21} . Além disso, a região onde podemos encontrar uma maior média ocupacional do éxciton indireto é obtida quando a condição de dessintonia balanceada é garantida, ou seja, $\delta_1 + \omega_{21} \sim 0$. Nossos resultados permitem analisar a ação dos efeitos de emissão espontânea sobre o estado $|2\rangle$, considerando diferentes valores de Γ_0^1 nas situações onde, $\delta = 0$ e $\delta_1 = 100 \mu\text{eV}$. Verificamos que os altos valores da população média $\bar{P}_2$, estão conectados com altos valores de Γ_0^1 . Por exemplo, considerando a condição ressonante, da Fig. 21(a) é $\bar{P}_2^{max} \approx 0.36$ quando $\Gamma_0^1 = 0$; incluindo a decoerência, o valor máximo $\bar{P}_2^{max}$ vai de $\simeq 0.6$ quando $\Gamma_0^1 = 0.66 \mu\text{eV}$ [21(c)], para $\simeq 0.8$ quando $\Gamma_0^1 = 4.4 \mu\text{eV}$ [21(d)]. Na condição não-ressonante observamos o mesmo comportamento, porém os valores máximos de $\bar{P}_2$ são obtidos nas situações onde o laser está ressonante com a transição excitônica. Devido ao efeito da decoerência, observamos na condição de ressonância que quanto maior o valor da taxa Γ_0^1 maior a área total da forma “V”, na qual o estado $|2\rangle$ se encontra significativamente populado. Nas Figs. 21(c) e 21(e) verificamos também, que a área associada aos maiores valores de $\bar{P}_2$ (≥ 0.6) é maior quando o valor de Γ_0^1 aumenta.

Devido ao fato da probabilidade da ocupação do estado $|2\rangle$ estar diretamente ligada ao tunelamento T_e , é importante combinarmos ambos efeitos: tunelamento e decoerência. É intuitivo pensar que uma melhor transferência de população para esse estado está relacionada com o aumento de T_e . Nas Figs. 22(a) e 22(b) graficamos $\bar{P}_2$ na condição ressonante, como função dos parâmetros Ω e ω_{21} , considerando o $T_e = 50 \mu\text{eV}$.

Na Fig. 22 observamos novamente que o valor máximo de $\bar{P}_2$ aumenta quando os efeitos de emissão espontânea são considerados. O valor máximo da média de ocupação do estado $|2\rangle$ vai de $\simeq 0.4$ (para $\Gamma_0^1 = 0$) na Fig. 22(a), para $\simeq 0.8$ (para $\Gamma_0^1 = 4.4 \mu\text{eV}$) na Fig. 22(b). Verificamos também, que a área total tipo “V” observada nas Fig. 22(a) e 22(b), associada à região na qual o estado $|2\rangle$ é significativamente populado, é maior do que nas Figs. 21(a) e 21(e) respectivamente. Notemos ainda que é possível obter altos valores de $\bar{P}_2$ variando Ω em um amplo intervalo de valores.

Depois de analisarmos o efeito dos processos de decoerência, assim como a dependência dos parâmetros físicos do sistema sobre a média ocupacional do nível $|2\rangle$, é necessário examinarmos o comportamento efetivo da população P_2 deste nível. Na Fig. 23, graficamos a probabilidade de ocupação do estado $|2\rangle$ considerando algumas escolhas de parâmetros

na qual a população média deste estado é mais alta. Tais configurações de parâmetros físicos foram apropriadamente escolhidas, a partir dos precedentes resultados ilustrados nas Figs. 20-22. Em todos os casos, consideramos o regime de ressonância completa ($\delta_1 = \omega_{21} = 0$). Na Fig. 23(a) representamos graficamente a evolução temporal de P_2 para $\Omega = 50 \mu\text{eV}$ e $T_e = 10 \mu\text{eV}$, considerando diversos valores de Γ_0^1 . Podemos observar que em todos os casos e para tempos suficientemente longos, P_2 atinge um regime estacionário. Desta forma, o comportamento de P_2 é governado por dois parâmetros: P_2^{est} , o valor de P_2 máximo na situação estacionária e o tempo t^{est} necessário para alcançar este valor máximo. Da figura podemos concluir também que, quanto maior o valor da taxa de emissão espontânea do éxciton direto Γ_0^1 , mais rápida é a evolução para o valor assintótico de P_2 , observando-se uma dependência do tipo $t^{est} \propto \frac{1}{\Gamma_0^1}$. Assim, o estado de éxciton direto com um curto tempo de vida otimiza a criação do estado assintótico. Por exemplo, para o caso $\Gamma_0^1 = 4.4 \mu\text{eV}$, o tempo necessário para atingir o valor estacionário de P_2 é de 13 ns. É importante salientar também que o valor máximo de P_2 no regime estacionário não depende da taxa Γ_0^1 , dependendo da razão Ω/T_e .

Verificaremos agora que o valor máximo da população do estado de éxciton indireto está relacionado com os acoplamentos Ω e T_e , e como analisado anteriormente, depende das dessintonias δ_1 e ω_{21} , de tal forma que P_2 atingirá valores máximos quando: $\delta_1 + \omega_{21} \simeq 0$. Esta situação é representada na Fig. 23(b) onde ilustramos a evolução da população P_2 , para um conjunto de parâmetros físicos que maximiza a média ocupacional do nível $|2\rangle$ considerando dois diferentes valores de Γ_0^1 : $\Gamma_0^1 = 0.66 \mu\text{eV}$ (linhas azuis) e $\Gamma_0^1 = 4.4 \mu\text{eV}$ (linhas vermelhas). Como mostrado na Fig. 23(a) o tempo característico t^{est} depende

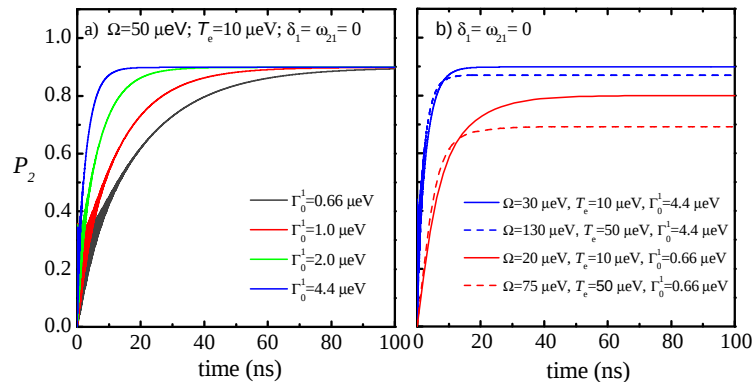


Figura 23: Probabilidade de ocupação do estado de éxciton indireto, P_2 , até o regime estacionário. (a) P_2 para diferentes valores de Γ_0^1 no regime ressonante ($\delta_1 = \omega_{21} = 0$), considerando os parâmetros: $\Omega = 50 \mu\text{eV}$ e $T_e = 10 \mu\text{eV}$; e (b) P_2 associada com um conjunto de parâmetros físicos para os mais altos valores de $\bar{P}_2$ encontrados nas Figs. 21 e 22.

diretamente da taxa de decaimento Γ_0^1 , o que nos permite distinguir dois regimes dinâmicos: (1) para tempos longos, $t \gg t^{est}$, a população é essencialmente independente do tempo e, seu valor máximo depende diretamente da razão $\frac{\Omega}{T_e}$. Notemos que quanto maior for essa razão, mais alto será o valor assintótico da população P_2 . (2) para $t < t^{est}$, verificamos que a dinâmica da população excitônica P_2 não depende da razão entre Ω e T_e , mas depende essencialmente do valor da taxa Γ_0^1 . Ao compararmos os quatros casos correspondentes à evolução temporal de P_2 para cada configuração de parâmetros físicos, ilustrados na Fig. 23(b), podemos concluir que para obtermos um estado assintótico caracterizado por altos valores de ocupação do estado $|2\rangle$ com curto tempo característico, t^{est} , é necessário escolhermos um conjunto apropriado de valores que obedecem a seguinte relação: $\frac{\Omega}{T_e} \simeq \frac{T_e}{\Gamma_0^1}$. Experimentalmente, é possível atingir este regime ajustando apropriadamente o acoplamento Ω através do controle da intensidade do laser, T_e e Γ_0^1 .

Os resultados apresentados nesta seção foram publicados na Ref.[51].

6 *Propriedades ópticas de pontos quânticos acoplados*

Neste capítulo investigaremos as propriedades ópticas do sistema composto por dois pontos quânticos assimétricos acoplados. Calcularemos a polarização óptica devido à incidência do campo eletromagnético, que depende diretamente do elemento ρ_{01} do operador densidade do sistema. Finalmente calcularemos algumas propriedades ópticas de interesse como a absorção e o índice de refração e discutiremos a aparição do fenômeno de luz lenta.

6.1 Susceptibilidade óptica linear

O sistema estudado neste trabalho é constituído por três níveis com configuração tipo- Λ , onde o estado de éxciton direto $|1\rangle$ está acoplado opticamente ao estado fundamental $|0\rangle$, e ao estado de éxciton indireto $|2\rangle$ por meio do tunelamento T_e , como pode ser visto na Fig. 11. Assim, investigaremos a resposta óptica linear deste sistema devido à sua interação com a radiação incidente, em presença ou não do tunelamento.

Como mencionado anteriormente, somente os estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$ são acoplados opticamente. Assim, o operador de dipolo $\hat{\mu}$ associado à esta transição excitônica, escrito na base do sistema ($|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle$), apresenta a seguinte forma:

$$\hat{\mu} = \mu_{01}|0\rangle\langle 1| + \mu_{10}|1\rangle\langle 0|. \quad (6.1)$$

O elemento da matriz de dipolo μ_{10} , descreve a criação do dipolo elétrico induzido devido à interação com o campo eletromagnético incidente. O valor típico de momento de dipolo intrabanda para pontos quânticos InAs/GaAs é de aproximadamente $21e\text{\AA}$ (onde e é a carga do elétron) [52].

Deste modo, de acordo com a equação (2.50) temos que a susceptibilidade elétrica

linear, assim como no sistema de dois níveis descrito na Seção 2.5, é dada pela equação:

$$\chi(\omega_L) = \eta \frac{|\mu_{10}|^2}{\varepsilon_0 \hbar \Omega} \rho_{01}(\omega_L). \quad (6.2)$$

Como pode ser visto através desta equação, a resposta óptica do sistema relacionada ao processo de absorção do fóton incidente é diretamente proporcional ao elemento de matriz ρ_{01} , associado à coerência entre os estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$.

Afim de determinarmos a susceptibilidade óptica linear χ , como função da frequência ω_L , iremos calcular o elemento ρ_{01} quando o sistema atingir o regime estacionário. Este elemento pode ser calculado de forma numérica (assim como foi realizado no Capítulo 5), ou de forma analítica onde utilizamos algumas aproximações que serão descritas na próxima seção.

6.1.1 Aproximação analítica

Consideremos que os níveis do sistema estão acoplados através do campo eletromagnético e do acoplamento T_e , de acordo com a configuração descrita anteriormente. Após um certo tempo t , consideremos que o laser é desligado, ou seja, $\Omega = 0$. Neste contexto, temos que de acordo com o sistema de equações (5.2), as populações de cada estado do sistema e o elemento ρ_{12} , no regime estacionário ($\dot{\rho}_{ij} = 0$), são aproximadamente:

$$\rho_{00} \approx 1;$$

$$\rho_{11} = \rho_{22} = \rho_{12} \approx 0. \quad (6.3)$$

Assumindo agora que o laser incidente é ligado novamente e considerando o regime $\Omega \ll T_e$, podemos considerar que as populações dos estados $|0\rangle$, $|1\rangle$ e $|2\rangle$ não são afetadas de forma significativa. Assim, substituindo as condições (6.3), no sistema de equações (5.2) e considerando que o sistema se encontra no regime estacionário, obtemos as seguintes relações:

$$\frac{1}{2} \left[\frac{i}{\hbar} (\delta_1 + \delta_2) - \Gamma_0^2 \right] \rho_{02} + i \frac{T_e}{\hbar} \rho_{01} = 0,$$

$$\left[\frac{i}{\hbar} \delta_1 - \frac{\Gamma_0^2}{2} \right] \rho_{01} + i \Omega + i \frac{T_e}{\hbar} \rho_{02} = 0.$$

Resolvendo este sistema, obtemos a seguinte expressão para a coerência ρ_{01} :

$$\rho_{01}(\omega_L) = \frac{2\hbar\Omega(\delta_1 + \delta_2 + i\hbar\Gamma_0^2)}{(2i\delta_1 - \hbar\Gamma_0^1)[i(\delta_1 + \delta_2) - \hbar\Gamma_0^2] + 4T_e^2}. \quad (6.4)$$

Assim, de acordo com a equação (6.2), a função susceptibilidade elétrica linear é dada pela seguinte expressão:

$$\chi(\omega_L) = \eta \frac{|\mu_{10}|^2}{\varepsilon_0} \frac{2(\delta_1 + \delta_2 + i\hbar\Gamma_0^2)}{(2i\delta_1 - \hbar\Gamma_0^1)[i(\delta_1 + \delta_2) - \hbar\Gamma_0^2] + 4T_e^2}. \quad (6.5)$$

Podemos extrair a resposta óptica linear do sistema, através das partes real e imaginária da função $\chi(\omega_L)$ que, por sua vez, estão associadas ao coeficiente de absorção e ao índice de refração. Na Fig. 24, graficamos as partes real e imaginária da função da susceptibilidade em unidades arbitrárias (u.a.), como função da dessintonia do feixe incidente em relação à transição excitônica, para valores diferentes do acoplamento T_e .

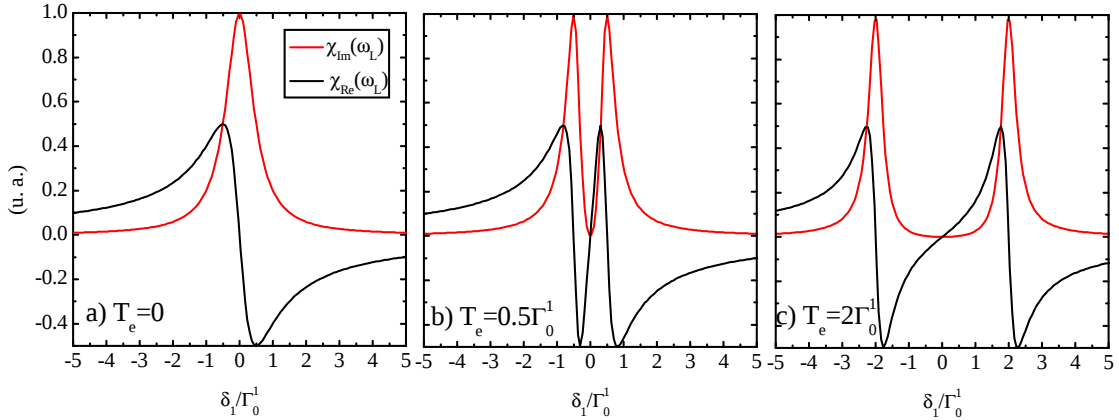


Figura 24: Partes real e imaginária da função $\chi(\omega_L)$ em unidades arbitrárias, como função da razão δ_1/Γ_0^1 . (a) $T_e = 0$; (b) $T_e = 0.5\Gamma_0^1$ e; (c) $T_e = 2\Gamma_0^1$. Em todos os casos, consideramos os seguintes parâmetros: $\omega_{21} = 0$, $\Omega = 0.1 \mu\text{eV}$, $\Gamma_0^1 = 5 \mu\text{eV}$, $\Gamma_0^2 = 10^{-4}\Gamma_0^1$.

Na Fig. 24(a), observamos que na ausência do tunelamento ($T_e = 0$), a função susceptibilidade elétrica apresenta um perfil correspondente à transição excitônica, associado a um sistema de dois níveis (como pode ser visto na Fig. 9). Neste regime, onde somente os níveis $|0\rangle$ e $|1\rangle$ participam da dinâmica do sistema, temos que a parte real e imaginária da expressão de $\chi(\omega_L)$ são dadas pelas respectivas equações:

$$\chi_{Re}(\omega_L) = \frac{-4\delta_1}{(\hbar\Gamma_0^1)^2 + (2\delta_1)^2}; \chi_{Im}(\omega_L) = \frac{2\hbar\Gamma_0^1}{(\hbar\Gamma_0^1)^2 + (2\delta_1)^2}.$$

Desta forma, notemos que $\chi_{Im}(\omega_L)$, assim como esperávamos, apresenta a forma de uma

Lorentziana cuja largura total à meia altura é dada por $2\Gamma_0^1$.

Quando o acoplamento T_e é considerado, verificamos através das Figs. 24(b)-(c), que a resposta óptica linear é apreciavelmente modificada. Para $T_e = 0.5\Gamma_0^1$, podemos notar que a absorção e refração (susceptibilidade linear), são eliminadas na região onde a frequência do laser incidente é ressonante com a transição óptica envolvida, ou seja, $\omega_L = \omega_{10}$. Este comportamento é também verificado em sistemas de três níveis com o mesmo tipo de configuração do sistema aqui descrito, devido a um processo de interferência quântica, que dá origem ao fenômeno de transparência eletromagneticamente induzida (EIT). Porém, no fenômeno de EIT, o cancelamento da absorção do laser de prova (que em nosso sistema corresponde ao laser incidente), é induzido pela presença de outro laser (laser de acoplamento).

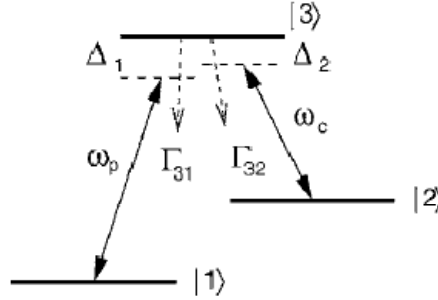


Figura 25: Diagrama de níveis de um sistema com configuração tipo- Λ , em presença de um laser de prova com frequência ω_p , e um laser de acoplamento com frequência ω_c . Δ_1 e Δ_2 são as dessintonias associadas às transições ópticas envolvidas, e as taxas de decaimento correspondente ao nível de maior energia são representadas pelas taxas Γ_{31} e Γ_{32} . Esta Fig. foi retirada da Ref.[53].

A configuração esquemática de um sistema, no qual o fenômeno de EIT pode ser observado, é ilustrado na Fig. 25. O regime de transparência é observada quando o sistema está submetido às seguintes condições: o laser de acoplamento é muito intenso em relação ao laser de prova ($\Omega_c \gg \Omega_p$) e $\Omega_c < \Gamma_0^1$. No modelo que estudamos aqui, verificamos na Fig. 24(b) que tanto a absorção e dispersão no meio são eliminadas na região de ressonância, de modo análogo a um sistema no regime de EIT. Porém, no sistema descrito neste trabalho, esta mudança na resposta óptica linear do sistema foi induzida por tunelamento.

Além disso, é importante notar que, nesta mesma região em que o sistema é transparente ao feixe incidente, a parte real da função χ_{Re} associada ao índice de refração, experimenta uma mudança abrupta, implicando em uma grande inclinação na curva associada à dispersão no meio. De acordo com a equação (2.67) descrita na Seção 2.5,

esta inclinação na curva de dispersão, está inversamente relacionada com a velocidade de grupo do pulso incidido. Desta forma, assim como no regime de EIT, esta modificação na resposta óptica do sistema permitirá a propagação de pulsos de luz no meio com baixas velocidades (produção de luz lenta), e cancelamento na absorção do feixe incidente.

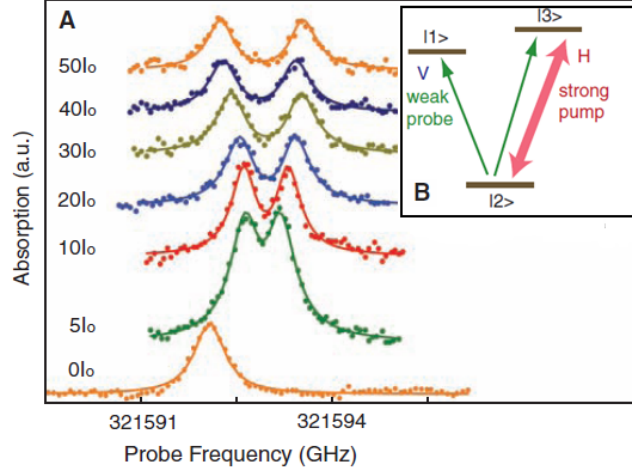


Figura 26: (A) Espectro de absorção do laser de prova, para diferentes valores de intensidade do laser de bombeio, onde I_0 é a intensidade do laser de bombeio na ressonância. (B) Diagrama de níveis de sistema com configuração tipo-V, em presença de um laser de prova, e um laser de bombeio com polarizações vertical (V) e horizontal (H), respectivamente. Esta Fig. foi retirada da Ref.[54].

Na Fig. 24(c) a parte imaginária de $\chi_{Im}(\omega_L)$ associada à absorção da radiação apresenta dois picos de absorção bem definidos, cujo perfil exibe um comportamento semelhante ao dos dubletos de *Autler-Townes*. A observação experimental dos *Dubletos de Autler-Townes* em um sistema constituído por um único ponto quântico neutro, foi reportado Xu *et al* [54]. Neste trabalho, o sistema de três níveis utilizado, apresenta um configuração tipo-V (dois níveis de maior energia acoplados a um nível fundamental), em presença de um laser fraco (laser de prova) com polarização vertical e um laser forte de bombeio com polarização horizontal. Utilizando este sistema, os autores obtiveram experimentalmente o espectro de absorção do laser de prova para diferentes valores de intensidade do laser de bombeio, como pode ser visto na Fig. 26. O espectro de absorção do laser de prova é desdobrado em dois picos, onde a frequência de separação entre eles depende fortemente da intensidade do laser de controle.

Em sistemas utilizados para a observação do fenômeno de EIT, o limite que difere o regime de transparência dos *Dubletos de Autler-Townes* é quando a largura da janela de transmissão (associado à abertura dos picos), é menor do que a largura de linha correspondente à Γ_0^1 . Afim de determinarmos o valor da razão T_e/Γ_0^1 que difere o limite entre esses

dois regimes, dentro do contexto físico do sistema aqui descrito, consideramos $\delta_2 = 0$ e $\Gamma_0^2 \approx 0$. Para este caso, obtemos analiticamente que a condição necessária para que o sistema apresente o fenômeno de transparência, é: $T_e/\Gamma_0^1 < 0.5$.

6.1.2 Cálculo numérico da susceptibilidade linear χ

Nesta seção iremos investigar as propriedades ópticas do meio (susceptibilidade óptica linear) através do elemento ρ_{01} obtido numericamente. De acordo com os procedimentos utilizados para obtermos $\chi(\omega_L)$ no sistema de dois níveis, utilizamos a transformação (2.52), de tal forma que a evolução temporal do operador densidade do sistema não dependa mais explicitamente do tempo. É importante ressaltar que no modelo descrito neste trabalho, cuja dinâmica é governada pelo sistema de equações (5.2), esta condição é garantida através da aplicação do operador unitário (3.2) sobre o Hamiltoniano do sistema. Desta forma, o elemento de matriz ρ_{01} , calculado numericamente quando o estado do sistema alcança o regime estacionário, nos fornece a função $\chi(\omega_L)$, por meio da qual o coeficiente de absorção e índice de refração podem ser obtidos.

Para analisar o efeito do campo elétrico externo sobre o espectro óptico do sistema representamos graficamente na Fig. 27 as partes real e imaginária de $\chi(\omega_L)$ normalizada como função de ω_{21} e da razão δ_1/T_e . Nas Figs. 27(a) e (b) graficamos $\chi_{Im}(\omega_L)$ e $\chi_{Re}(\omega_L)$ respectivamente, quando $T_e = 0$. Neste caso, visto que o estado $|2\rangle$ não influencia na dinâmica do sistema, observamos que a absorção e dispersão independe da diferença de energia ω_{21} . Em contrapartida, nas Figs. 27(c) e (d), onde consideramos $T_e = 0.5\Gamma_0^1$, é possível indentificar uma região na qual a condição $\omega_{21} \approx -\delta_1$ é satisfeita, em que a parte real e imaginária de $\chi(\omega_L)$, são iguais à zero. Desta forma, é possível controlar apropriadamente o regime de transparência para vários valores de ω_L , através do campo elétrico aplicado.

Na seção anterior verificamos através da Fig. 24, que o tunelamento modifica apreciavelmente as propriedades ópticas do sistema. Desta forma, com o intuito de investigarmos melhor a influência do tunelamento sobre a função $\chi(\omega_L)$, esboçamos nas Figs. 28(a) e (b) as partes imaginária e real da susceptibilidade como função do acoplamento T_e , respectivamente. Afim de analisarmos os diferentes perfis do espectro de absorção observados na Fig. 28(a), foquemos nossa atenção na região $0 \leq T_e/\Gamma_0^1 \leq 0.4$. Na Fig. 28(c)-(e), representamos graficamente a parte imaginária de $\chi(\omega_L)$ como função da dessintonia δ_1 , para diferentes valores da razão T_e/Γ_0^1 dentro do intervalo de interesse.

Na Fig. 28(c), onde consideramos $T_e = 0$, observamos um perfil de absorção Lo-

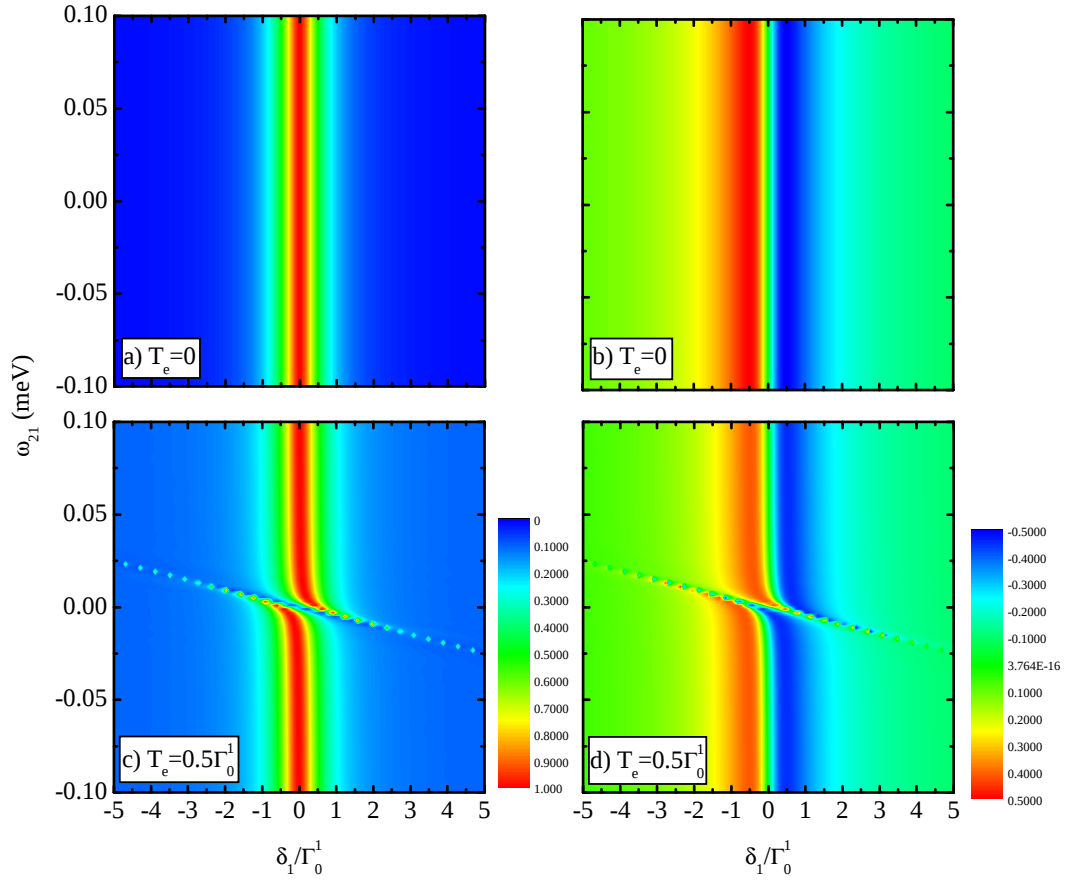


Figura 27: Parte imaginária [(a) e (c)] e parte real [(b) e (d)] da função $\chi(\omega_L)$ normalizada, como função da razão δ_1/Γ_0^1 e ω_{21} . (a) e (b) $T_e = 0$ e; (c) e (d) $T_e = 0.5\Gamma_0^1$. Em todos os casos consideramos os seguintes parâmetros: $\Omega = 0.1 \mu\text{eV}$, $\omega_{21} = 0$, $\Gamma_0^1 = 5 \mu\text{eV}$, $\Gamma_0^2 = 10^{-4}\Gamma_0^1$.

rentziano análogo ao da Fig. 24(a). Verificamos portanto, que o resultado encontrado analiticamente, é igual ao resultado esboçado na Fig. 28(c), onde em ambas figuras foi usado a mesma configuração de parâmetros físicos. Desta forma, notamos que no regime onde $T_e \gg \Omega$, o resultado obtido numericamente está em completo acordo com o resultado calculado de forma analítica e que as aproximações utilizadas para este cálculo são válidas.

Na Fig. 28(d) e (e), consideramos $T_e \neq 0$, onde a razão T_e/Γ_0^1 é igual a 0.15 e 0.4 respectivamente. Em ambas as figuras observamos uma modificação expressiva no espectro óptico do sistema, verificando que o valor do coeficiente de absorção apresenta uma queda na região de ressonância. Na Fig. 28(d), a absorção é aproximadamente 0.2, enquanto na Fig. 28(e) verificamos que a absorção é cancelada nessa região. Desta forma, analogamente ao resultado ilustrado na Fig. 26(a), verificamos que o espectro óptico é fortemente influenciado pela presença do tunelamento. Através da Fig. 28(a) podemos então identificar

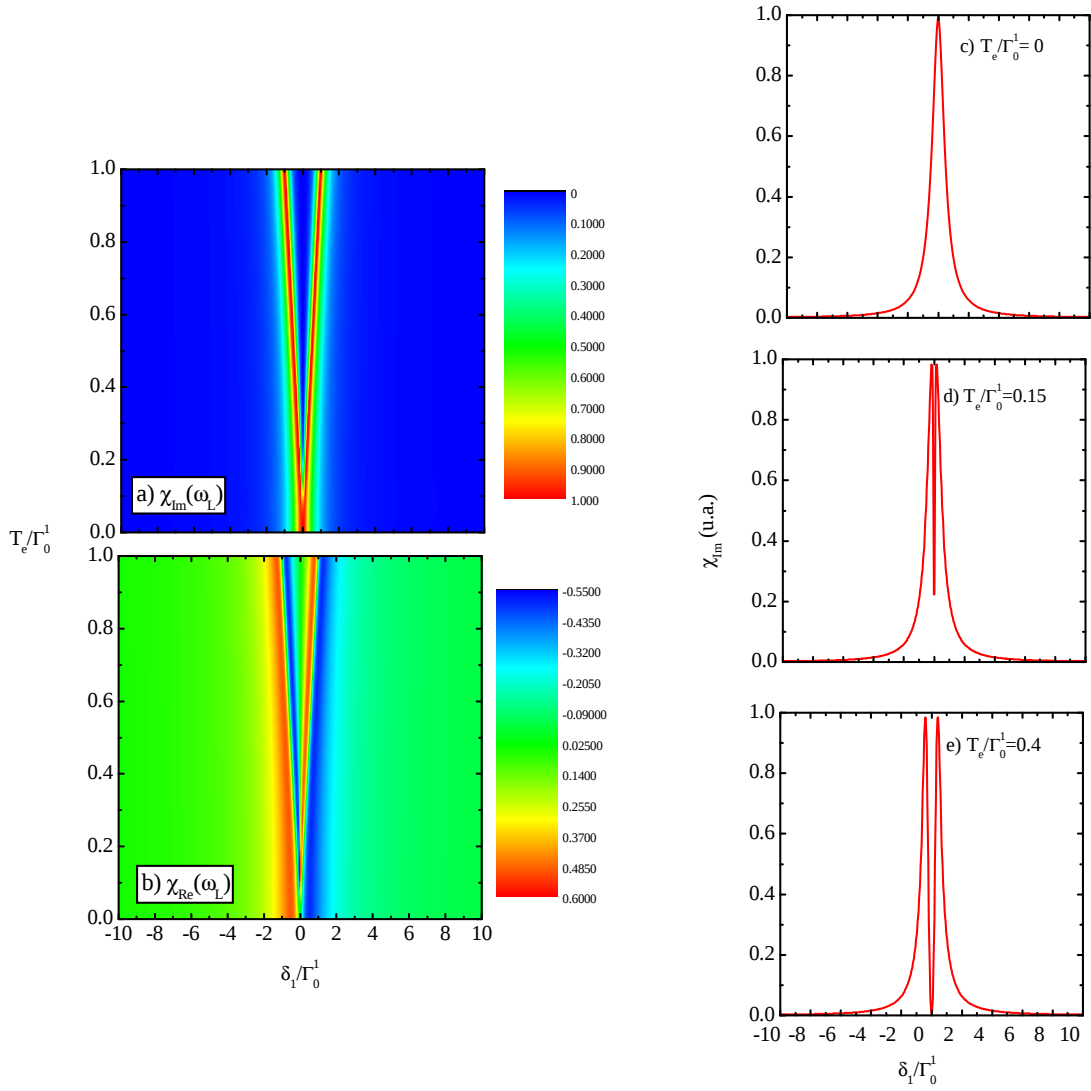


Figura 28: (a) $\chi_{Im}(\omega_L)$ e (b) $\chi_{Re}(\omega_L)$ como função de T_e/Γ_0^1 . Parte imaginária de $\chi(\omega_L)$ para: (c) $T_e/\Gamma_0^1 = 0$; (d) $T_e/\Gamma_0^1 = 0.15$ e; (e) $T_e/\Gamma_0^1 = 0.4$. Em todos os casos consideramos os seguintes parâmetros: $\Omega = 0.1 \mu\text{eV}$, $\omega_{21} = 0$, $\Gamma_0^1 = 5 \mu\text{eV}$, $\Gamma_0^2 = 10^{-4}\Gamma_0^1$.

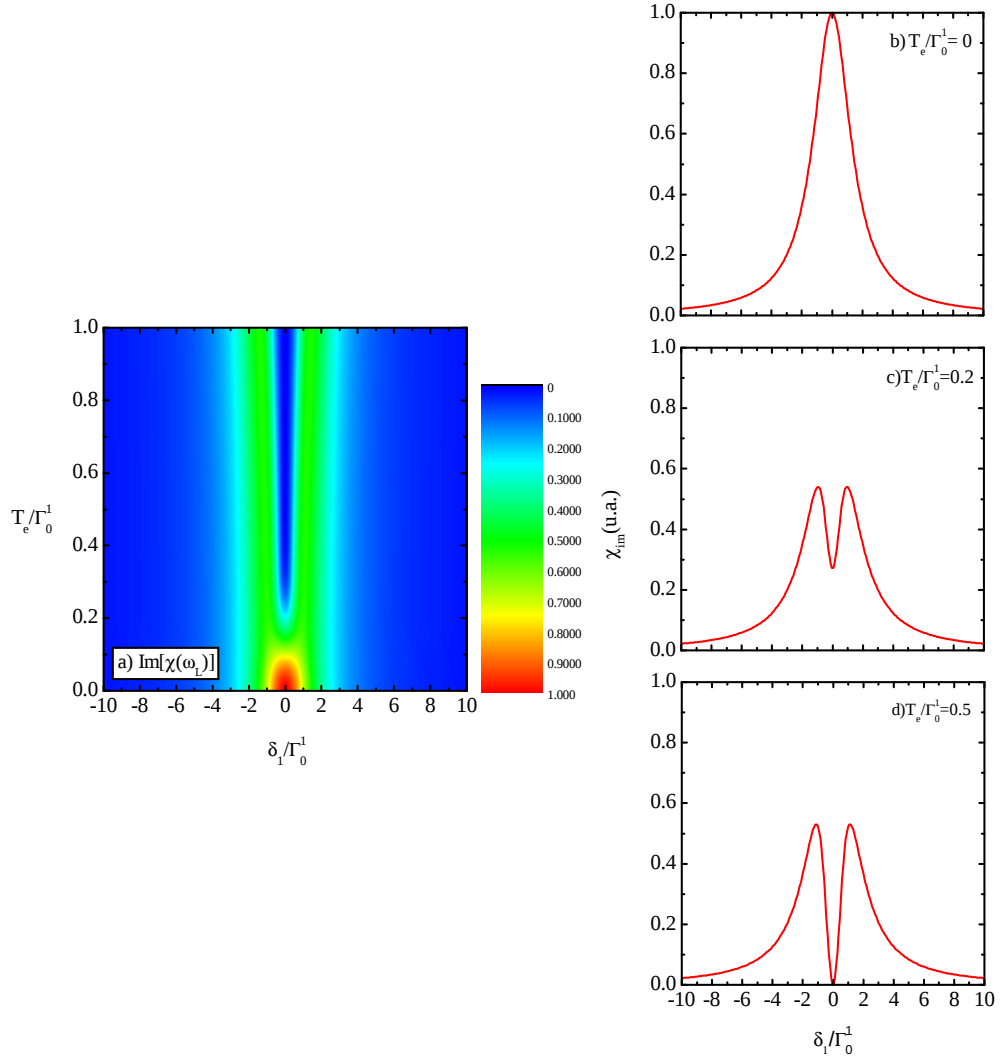


Figura 29: Função $\chi_{Im}(\omega_L)$ normalizada, como função da razão δ_1/Γ_0^1 . (a) $\chi_{Im}(\omega_L)$ normalizada como função da razão T_e/Γ_0^1 ; (b) $T_e/\Gamma_{10} = 0$; (c) $T_e/\Gamma_{10} = 0.2$ e; (d) $T_e/\Gamma_{10} = 0.5$. Em todos os casos, consideramos os seguintes parâmetros: $\Omega = 5 \mu\text{eV}$, $\omega_{21} = 0$ $\Gamma_0^1 = 5 \mu\text{eV}$, $\Gamma_0^2 = 10^{-4}\Gamma_0^1$.

regimes onde o coeficiente de absorção apresenta diferentes perfis. Quando $(T_e/\Gamma_0^1) < 0.1$, o espectro de absorção associado ao feixe de laser incidente apresenta somente um pico, cujo valor máximo é alcançado em $\delta_1 = 0$, como podemos ver na Fig. 28(c). A medida que essa razão aumenta, verificamos que a absorção do feixe incidente é acentuadamente reduzida na região de ressonância, onde no limite $(T_e/\Gamma_0^1) > 0.2$ observamos que o sistema se torna transparente ao campo eletromagnético.

Na Fig. 29(a) representamos graficamente a parte imaginária de $\chi(\omega_L)$, como função das razões δ_1/Γ_0^1 e T_e/Γ_0^1 para $\Omega = 5 \mu\text{eV}$. Comparando-a com a Fig. 28(a) verificamos que o comportamento de $\chi_{Im}(\omega_L)$ muda significativamente quando aumentamos a intensidade do laser Ω . Para uma análise mais detalhada, graficamos nas Figs. 29(b)-(c) a parte imaginária da função de susceptibilidade como função da taxa δ_1/Γ_0^1 , para os diferentes valores da razão T_e/Γ_0^1 . Assim como na Fig. 28(c)-(e), verificamos que $\chi_{Im}(\omega_L)$ é reduzido na região de ressonância à medida que a razão T_e/Γ_0^1 é aumentada. Notamos também, que quando $T_e/\Gamma_0^1 > 0.04$ o valor máximo do coeficiente de absorção é reduzido para aproximadamente à metade.

Observamos portanto que as propriedades ópticas do sistema pode ser convenientemente modificadas, manipulando de maneira apropriada os parâmetros físicos do sistema, tais como frequência do laser, o potencial de confinamento e a distância entre os pontos.

6.1.3 Índice de refração e velocidade de grupo

Nesta seção iremos analisar com mais detalhes as propriedades dispersivas do sistema, que por sua vez, são determinadas através da parte real da função de susceptibilidade elétrica linear ($\chi_{Re}(\omega_L)$).

Nós estamos interessados principalmente no comportamento do índice de refração $n(\omega_L)$, nas regiões de frequência ω_L onde a absorção do laser incidente é cancelada devido à presença do acoplamento T_e . Estas regiões se tornam bastante interessantes devido ao fato de que a transparência é acompanhada por uma rápida variação do índice de refração com a frequência da luz propagante. A variação do índice de refração com a frequência ω_L , nos fornece a dispersão do índice de refração, que por sua vez é inversamente proporcional à velocidade de grupo. Estamos interessados na região de ressonância $\delta_1 = 0$ onde a dispersão atinge valores altos, o que acarretará na redução da velocidade de grupo do pulso de luz propagante em um meio transparente à radiação.

Como mencionado na Seção 2.5.2, a velocidade de grupo é dada por:

$$v_{gr}/c = \frac{1}{n + \omega_L (dn/d\omega_L)}, \quad (6.6)$$

onde: n é o índice de refração e $\frac{dn}{d\omega_L}$ é a sua dispersão. Para materiais semicondutores pode ser mostrado que o índice de refração é da seguinte forma [55]:

$$n(\omega_L) = \sqrt{1 + \chi_{Re}(\omega_L)}. \quad (6.7)$$

Através da equação (6.6), verificamos que a velocidade de grupo em um meio pode ser significativamente reduzida quando o valor do índice de refração é alto ou quando a dispersão do índice de refração é grande e positiva.

Como visto nas Seções 6.1.1 e 6.1.2, a resposta óptica do sistema de três níveis é acen- tuadamente modificada na região de ressonância ($\delta_1 = 0$) devido à presença do tunela- mento. Nas Figs. 24(b) e (c), verificamos que quando $T_e \neq 0$, a parte real da função susceptibilidade elétrica $\chi_{Re}(\omega_L)$ experimenta uma mudança abrupta na região próxima da ressonância. Este comportamento, implicará em uma alta e positiva dispersão do índice de refração na região centrada em $\omega_L \approx \omega_{10}$.

Com o intuito de analisarmos as propriedades dispersivas do sistema, graficamos nas Figs. 30(a) e (b) o índice de refração e sua dispersão como função da razão δ_1/Γ_0^1 respec- tivamente, para $T_e = 0$ e $T_e = 0.5\Gamma_0^1$.

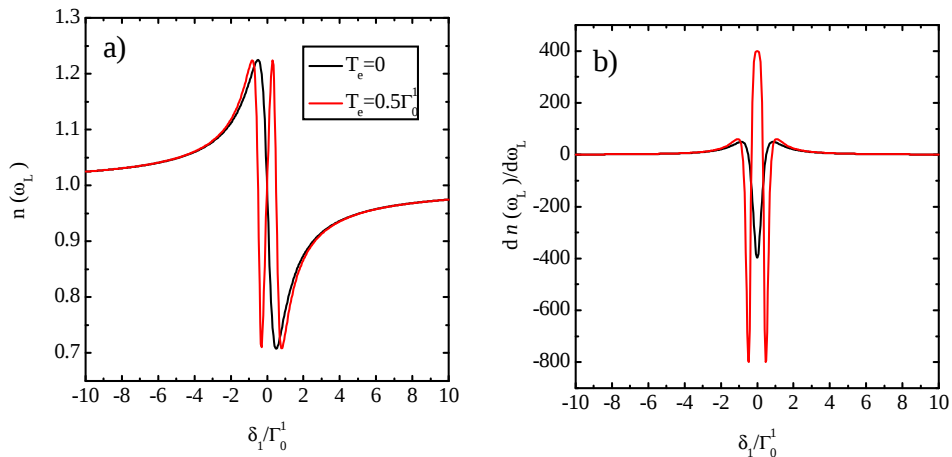


Figura 30: (a) Índice de refração e (b) dispersão do índice de refração como função da razão δ_1/Γ_0^1 , para $T_e = 0$ e $T_e = 0.5\Gamma_0^1$. Em todos os casos, consideramos os seguintes parâmetros: $\omega_{21} = 0$, $\Omega = 0.1 \mu\text{eV}$, $\Gamma_0^1 = 5 \mu\text{eV}$, $\Gamma_0^2 = 10^{-4}\Gamma_0^1$.

Na Fig. 30(a) verificamos que quando $T_e \neq 0$, o índice de refração experimenta uma

mudança acentuada na região próxima da ressonância. Como consequência deste comportamento, notemos que nesta região o valor da dispersão do índice de refração é alto e positivo, para $\omega_L \approx \omega_{10}$ como pode ser comprovado na Fig. 30(b). Deste modo, analisando a Fig. 30 e os resultados obtidos das subseções 6.1.1 e 6.1.2 observamos que na região de ressonância $\delta_1 = 0$ e na condição $T_e = 0.5\Gamma_0^1$, a radiação eletromagnética incidente se propaga em um meio transparente, com índice de refração aproximadamente 1 e velocidade de grupo reduzida.

Iremos agora calcular a velocidade de grupo do feixe de luz propagante quando $\delta_1 = 0$ e $\omega_{21} = 0$, utilizando a expressão da função de susceptibilidade óptica linear (6.5) obtida analiticamente na Seção 6.1.1. Da equação (6.7), temos que o coeficiente de refração pode ser calculado a partir de χ_{Re} , cuja expressão é dada por:

$$\chi_{Re} = -4\eta \frac{|\mu_{10}|^2}{\varepsilon_0} \frac{\delta_1 (\Gamma_0^2)^2 - (\delta_1 + \omega_{21}) [(2T_e)^2 - 4(\omega_{21} + \delta_1)]}{[\Gamma_0^1 \Gamma_0^2 - (2\delta_1)^2 - 4\delta_1 \omega_{21} + (2T_e)^2]^2 + [2\delta_1 \Gamma_0^2 + 2\Gamma_0^1 (\delta_1 + \omega_{21})]^2} \quad (6.8)$$

Notemos através da Fig. 30(a) e da equação (6.8), que na região de ressonância completa ($\delta_1 = \omega_{12} = 0$), o índice de refração permanece próximo de 1, ou seja, $\chi_{Re} = 0$. Neste regime, a dispersão do índice de refração pode ser escrita como:

$$\left(\frac{dn}{d\omega_L} \right) \Big|_{\omega=\omega_{10}} = \left(2\eta \frac{|\mu_{10}|^2}{\varepsilon_0} \right) \frac{(2T_e)^2 - (\Gamma_0^2)^2}{[\Gamma_0^1 \Gamma_0^2 + (2T_e)^2]^2}. \quad (6.9)$$

Substituindo a equação (6.9), na expressão (6.6), temos que a velocidade de grupo é dada por:

$$v_{gr}/c = \frac{1}{n + \omega_{10} \left[\left(2\eta \frac{|\mu_{10}|^2}{\varepsilon_0} \right) \frac{(2T_e)^2 - (\Gamma_0^2)^2}{(\Gamma_0^1 \Gamma_0^2 + (2T_e)^2)^2} \right]}. \quad (6.10)$$

Desta forma, através da equação (6.10), notemos que a velocidade de grupo v_{gr} é reduzida a medida que o parâmetro T_e diminui.

Este comportamento pode ainda ser verificado na Fig. 31, onde representamos graficamente a velocidade de grupo em relação à velocidade da luz no vácuo (v_{gr}/c) como função da razão T_e/Γ_0^1 . Observamos também que v_{gr} é significativamente reduzida para $T_e/\Gamma_0^1 < 0.1$.

Através das Figs. 27(b) e (c) da Seção 6.1.2, verificamos que na região de dessintonia balanceada, definida pela reta $\delta_1 + \omega_{21} \sim 0$ as partes real e imaginária da função suscep-

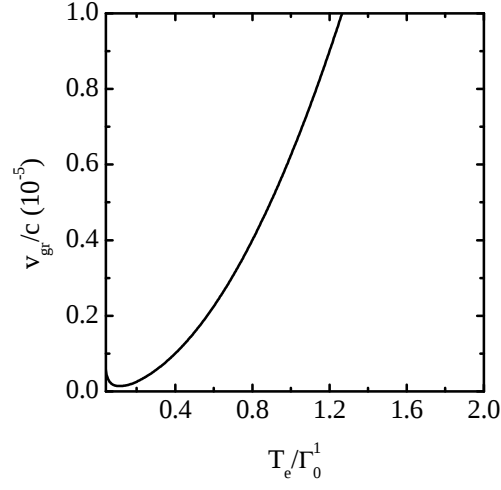


Figura 31: Velocidade de grupo (v_{gr}) em relação a velocidade da luz no vácuo (c) como função da razão T_e/Γ_0^1 , na condição de ressonância completa ($\delta_1 = \omega_{21} = 0$). Parâmetros utilizados: $\Omega = 0.1 \mu\text{eV}$, $\Gamma_0^1 = 5 \mu\text{eV}$ e $\Gamma_0^2 = 10^{-4}\Gamma_0^1$.

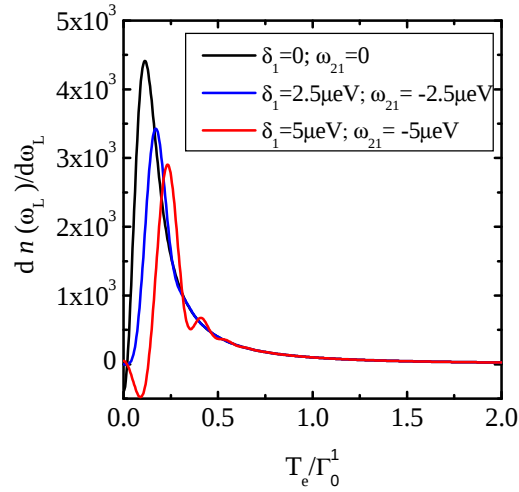


Figura 32: Dispersão do índice de refração para diferentes valores de ω_{21} e δ_1 como função da razão T_e/Γ_0^1 . Parâmetros utilizados: $\Omega = 0.1 \mu\text{eV}$, $\Gamma_0^1 = 5 \mu\text{eV}$ e $\Gamma_0^2 = 10^{-4}\Gamma_0^1$.

tibilidade elétrica linear $\chi(\omega_L)$, são iguais a zero. Em relação às propriedades dispersivas do meio, observamos que $\chi_{Re}(\omega_L)$ experimenta uma mudança abrupta na região onde $|\omega_{21}| < 0.25\text{meV}$, para diferentes valores de δ_1 que satisfazem a relação de dessintonia balanceada. Dessa forma, é interessante verificarmos o comportamento da dispersão do índice de refração para determinados valores dos parâmetros ω_{21} e δ_1 onde esta condição é obedecida.

Na Fig. 32 graficamos a dispersão de $n(\omega_L)$ como função da razão T_e/Γ_0^1 , considerando diferentes regimes. Verificamos que a dispersão do índice de refração apresenta valores altos e positivos no regime de tunelamento fraco. No caso analisado, a dispersão atinge valores significativos quando $T_e/\Gamma_0^1 < 0.5$. Observamos também que a condição de completa ressonância, ou seja, $\delta_1 = \omega_{21} = 0$ é a melhor escolha experimental para obter o valor máximo na dispersão de $n(\omega_L)$.

Notemos portanto que, ao escolhermos apropriadamente uma configuração na qual os parâmetros físicos δ_1 e ω_{21} satisfazem a condição de ressonância completa, é possível reduzir a velocidade de grupo sem que o laser esteja fora da ressonância com a transição excitônica.

7 Conclusões

Neste trabalho utilizamos o modelo de três níveis para estudar a dinâmica de um elétron em um sistema de dois pontos quânticos assimétricos acoplados sob a influência de radiação coerente. Verificamos que ao aplicar um pulso óptico o elétron no primeiro ponto quântico pode tunelar para segundo ponto. Como resultado da interação de estados excitônicos com o campo eletromagnético, observamos a aparição das oscilações de Rabi que correspondem às rotações dos *qubits*. Nosso sistema proposto é um promissor candidato para implementação de um *qubit*.

Analizamos teoricamente a dinâmica do sistema sem decoerência e com decoerência. Para o primeiro caso calculamos a probabilidade de ocupação para cada estado que constitui o sistema, utilizando a equação de Schrödinger e o posteriormente via formalismo da matriz densidade. Estudamos a dinâmica dissipativa mediante a equação de Liouville-von Neumann-Lindblad, cujas soluções nos fornecem a evolução da probabilidade de ocupação dos estados do sistema.

Afim de analisarmos os efeitos das taxas de decaimento (Γ_0^1, Γ_0^2) sobre a dinâmica da população de cada nível, focamos nossa atenção na evolução temporal do estado de éxciton indireto $|2\rangle$, visto que este estado em particular apresenta, uma maior aplicabilidade em processamento quântico de informação do que o estado éxciton direto $|1\rangle$, devido ao seu longo tempo de vida. Nossos resultados mostram que, a medida que a taxa de decaimento associado ao éxciton direto aumenta, é possível escolher configurações apropriadas de parâmetros do Hamiltoniano, onde as oscilações da Rabi entre a população de cada nível são suprimidas; de tal modo, que o estado assintótico do sistema tende ao estado $|2\rangle$. Verificamos portanto, que a população deste estado é fortemente influenciada pela taxa dissipativa Γ_0^1 , e que manipulando de forma conveniente os parâmetros experimentalmente controláveis como a barreira de potencial aplicada, a frequência e a intensidade do laser, é possível obter altos valores de probabilidade de ocupação do estado $|2\rangle$ ($P_2 \simeq 0.9$). Desta forma, nós demonstramos que é possível otimizar a criação de um estado, com tempo de vida longo, que se apresenta robusto ao efeito de decoerência associado à taxa de decaimento

espontâneo do estado de éxciton direto.

Na segunda parte do nosso trabalho, investigamos as propriedades ópticas do nosso sistema, devido à incidência do campo eletromagnético que acopla os estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$. Obtivemos a função de susceptibilidade óptica linear, através da qual o coeficiente de absorção e o índice de refração no meio podem ser extraídos, através do elemento da matriz densidade ρ_{01} . Calculamos numericamente este elemento quando o sistema alcança o regime estacionário e mostramos que no limite onde $\Omega \ll T_e$, a expressão de $\chi(\omega_L)$ obtida analiticamente fornece resultados equivalentes aos resultados numéricos. Mostramos também que a configuração do nosso sistema permite que sua resposta óptica seja modificada de tal modo que ele não absorva a radiação incidente mesmo na condição de ressonância. Diferentemente do fenômeno de EIT, em nosso modelo esta transparência é induzida pela presença do tunelamento, que dependendo do seu valor em relação à largura de linha Γ_0^1 , ocorre devido a um processo de interferência destrutiva entre os dois caminhos possíveis de excitação. Verificamos também na região de transparência, que a curva associada ao índice de refração varia muito rapidamente com a frequência, implicando na propagação de pulsos de luz com baixa velocidade. Portanto, considerando regimes de campo e frequência do laser em intervalos de fácil acesso experimental, mostramos que variando a barreira de potencial aplicada, a frequência e a intensidade do laser é possível obter um regime em que o sistema se torne transparente à radiação incidente e ao mesmo tempo apresente um caráter altamente dispersivo.

O controle coerente de transições eletrônicas em pontos quânticos abre assim, novas possibilidades em manipulação de estados quânticos e experimentos de óptica-quântica em física da matéria condensada. Esta capacidade de manipulação propicia aplicações de grande potencial na implementação de dispositivos optos-eletrônicos, processamento quântico de informação e spintrônica.

APÊNDICE A – Representação de Interação

Consideremos um sistema descrito pelo vetor de estado $|\psi(t)\rangle$, submetido à influência de uma perturbação externa dependente do tempo. Desta forma, o Hamiltoniano total pode ser escrito como uma soma de dois termos, dado por:

$$\hat{H}(t) = \hat{H}_0 + \hat{V}(t), \quad (\text{A.1})$$

onde $\hat{H}_0$ corresponde ao Hamiltoniano do sistema livre da perturbação e $\hat{V}(t)$ é o operador associado à energia de interação do sistema e depende em princípio, explicitamente do tempo. Assim, é importante investigarmos o efeito da energia de interação sobre a dinâmica do sistema na representação de interação.

O vetor de estado do sistema na representação de interação $|\psi(t)\rangle_I$, é definido à partir do estado quântico na representação de Schrödinger ($|\psi(t)\rangle$) por meio de uma transformação unitária, da seguinte maneira:

$$|\psi(t)\rangle_I = \hat{U}_0^\dagger(t) |\psi(t)\rangle, \quad (\text{A.2})$$

onde $\hat{U}_0(t) = \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \hat{H}_0 t\right)$.

Derivando, com relação ao tempo a equação (A.2) e utilizando o Hamiltoniano total do sistema $\left(\hat{H}(t)\right)$, obtemos a seguinte equação que descreve a evolução do vetor de estado na representação de interação:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle_I = \hat{V}^{(I)} |\psi(t)\rangle, \quad (\text{A.3})$$

onde:

$$\hat{V}^{(I)} = e^{i\hat{H}_0 t/\hbar} \hat{V} e^{-i\hat{H}_0 t/\hbar}. \quad (\text{A.4})$$

Através da equação (A.3), notemos que a evolução do estado $|\psi(t)\rangle_I$ é determinada pelo Hamiltoniano de interação. É importante mencionar ainda, que um operador qualquer $\hat{A}^{(I)}$ escrito na representação de interação, poderá sempre ser escrito como:

$$\hat{A}^{(I)} = \hat{U}_0^\dagger \hat{A}^{(S)} \hat{U}_0, \quad (\text{A.5})$$

onde $\hat{A}^{(S)}$ corresponde à um operador qualquer, escrito na representação de Schrödinger.

De acordo com a equação (A.5), temos que o operador densidade na representação de Schrödinger $(\hat{\rho}^{(S)})$ pode ser escrito da seguinte forma:

$$\hat{\rho}^{(S)} = e^{-i\hat{H}_0 t/\hbar} \hat{\rho}^{(I)} e^{i\hat{H}_0 t/\hbar},$$

onde $\hat{\rho}^{(I)}$ é o operador densidade escrito na representação de interação. Derivando o operador densidade $\hat{\rho}^{(S)}$ em função do tempo temos:

$$\frac{d}{dt} \hat{\rho}^{(S)} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_0, \hat{\rho}^{(S)}] + e^{-i\hat{H}_0 t/\hbar} \frac{d\hat{\rho}^{(I)}}{dt} e^{i\hat{H}_0 t/\hbar}. \quad (\text{A.6})$$

Utilizando a equação de Liouville-von Neumann descrita na Seção (2.2.2) e a equação (A.1) temos a seguinte equação:

$$\frac{d}{dt} \hat{\rho}^{(S)} = -\frac{i}{\hbar} \left([\hat{H}_0, \hat{\rho}^{(S)}] + [\hat{V}, \hat{\rho}^{(S)}] \right). \quad (\text{A.7})$$

Comparando agora as equações (A.6) e (A.7) temos que a evolução do operador densidade $\hat{\rho}^{(I)}$, obedece a equação de movimento dada por:

$$\frac{d}{dt} \hat{\rho}^{(I)} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{V}^{(I)}, \hat{\rho}^{(I)}]. \quad (\text{A.8})$$

Na representação de interação portanto, a evolução temporal do operador densidade dada pela equação A.8, é de certa forma mais simples, visto que não depende do Hamiltoniano independente do tempo $\hat{H}_0$.

APÊNDICE B – Hamiltoniano de interação $\mathbf{A} \cdot \mathbf{p}$

Descreveremos agora a interação entre um sistema quântico de dois níveis e um campo eletromagnético clássico, como função de potencial vetor do campo $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$, e do momento linear do elétron $\mathbf{p}$. O Hamiltoniano que descreve o acoplamento (sem considerar o spin), entre um elétron de carga elétrica e e massa m_0 e uma onda eletromagnética, é o seguinte:

$$\hat{H}' = \frac{1}{2m_0} [\mathbf{p} - e\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)]^2 + V(\mathbf{r}, t), \quad (\text{B.1})$$

onde $V(\mathbf{r}, t)$ é um potencial escalar externo. Iremos considerar o potencial $V(\mathbf{r}, t) = V(\mathbf{r})$, ou seja, independente do tempo. Escolhemos ainda, utilizar o gauge (calibre) de Coulomb em que $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$. Neste contexto, é importante mencionar que a condição $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, implica que $[\mathbf{p}, \mathbf{A}] = 0$. Nesta condição, temos que o Hamiltoniano de interação $\hat{H}'$, pode ser escrito da seguinte forma

$$\hat{H}'_1 = -\frac{e}{m_0} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{p} + \frac{e^2}{2m_0 c} \mathbf{A}^2(\mathbf{r}, t)$$

Para um campo de radiação contido em um volume cúbico de lado L , tal que L é muito maior do que o comprimento de onda λ do fóton; o potencial vetor $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ pode então, ser expandido em série de Fourier. Desta forma, o potencial vetor pode ser escrito como:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 L^3}} \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{A}_{\mathbf{k}}(t) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}}, \quad (\text{B.2})$$

onde ϵ_0 é a constante dielétrica do vácuo, as componentes do vetor onda $\mathbf{k}$ são discretizadas e assumem os valores: $k_\alpha = \frac{2\pi n_\alpha}{L}$, com $\alpha = x, y, z$.

Nós introduziremos agora dois vetores unitários de polarização, paralelos ao vetor do campo elétrico, $\mathbf{e}_{\mathbf{k}s}$ ($s = 1, 2$), que satisfazem as relações de transversalidade e ortonormalidade. Utilizando esses vetores o potencial vetor pode ser escrito como:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 L^3}} \sum_{\mathbf{k}, s} c_{\mathbf{k}s} \mathbf{e}_{\mathbf{k}s} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} + c_{\mathbf{k}s}^* \mathbf{e}_{\mathbf{k}s}^* e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}. \quad (\text{B.3})$$

Iremos agora, quantizar o campo eletromagnético introduzindo um par de variáveis canônicas ($q_{\mathbf{k}_s}(t)$ e $p_{\mathbf{k}_s}(t)$), de tal forma que o Hamiltoniano do campo eletromagnético, H_{campo} escrito em termos dessas variáveis seja:

$$H_{campo} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k},s} \left(p_{\mathbf{k}_s}^2 + \omega_k^2 q_{\mathbf{k}_s}^2 \right),$$

este é o Hamiltoniano de um sistema de osciladores harmônicos independentes. Desta forma cada fóton de modo k e polarização s contribue com uma energia igual ao de um oscilador harmônico para o campo de radiação. Descrevendo o campo eletromagnético no formalismo quântico, substituiremos as variáveis canônicas por operadores ($\hat{q}_{\mathbf{k}_s}(t)$ e $\hat{p}_{\mathbf{k}_s}(t)$) escritos em termos dos operadores não-hermitianos $\hat{a}$ e $\hat{a}^\dagger$, que podem ser escritos da seguinte forma:

$$\hat{a}_{\mathbf{k}_s}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_k}} \left(\omega_k \hat{q}_{\mathbf{k}_s}(t) + i\hat{p}_{\mathbf{k}_s}(t) \right) = \hat{a}_{\mathbf{k}_s}(0) e^{-i\omega_k t},$$

$$\hat{a}_{\mathbf{k}_s}^\dagger(t) = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_k}} \left(\omega_k \hat{q}_{\mathbf{k}_s}(t) - i\hat{p}_{\mathbf{k}_s}(t) \right) = \hat{a}_{\mathbf{k}_s}^\dagger(0) e^{i\omega_k t}.$$

Negligenciando o termo proporcional a $\mathbf{A}^2(\mathbf{r}, t)$ do Hamiltoniano de interação, que é muito menor do que o termo proporcional a $\mathbf{A}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{p}$; temos que o Hamiltoniano total do elétron interagindo com um campo quantizado é da forma:

$$\hat{H}' = \hat{H}_0 + \hat{H}_{campo} + \hat{H}'_1; \quad (\text{B.4})$$

onde:

$$\hat{H}_0 = \frac{\mathbf{p}^2}{2m_0} + V(\mathbf{r}),$$

$$\hat{H}_{campo} = \sum_{\mathbf{k},s} \left(\hat{a}_{\mathbf{k}_s}^\dagger(t) \hat{a}_{\mathbf{k}_s}(t) + \frac{1}{2} \right),$$

$$\hat{H}'_1 = -\frac{e}{m_0} \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{p}.$$

Utilizando a aproximação de dipolo descrita na Seção 2.3 o Hamiltoniano de interação $\hat{H}'_1$, pode ser escrito como escrito como:

$$\hat{H}'_1 = -\frac{e}{m_0 c} \sum_{\mathbf{k},s} \mathbf{A}_{\mathbf{k}} \left(\hat{a}_{\mathbf{k}_s}(t) \mathbf{e}_{\mathbf{k}_s} \cdot \mathbf{p} + \hat{a}_{\mathbf{k}_s}^\dagger(t) \mathbf{e}_{\mathbf{k}_s}^* \cdot \mathbf{p} \right).$$

Considerando agora o acoplamento óptico entre os estados $|0\rangle$ e $|1\rangle$, com um único modo de uma polarização linear, temos que $\hat{H}'_1$ escrito na base desses dois estados, é da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \hat{H}'_1 = -\frac{e}{m_0 c} \mathbf{A}_{\mathbf{k}} \left[\hat{a}_{\mathbf{k}_s}(t) \left(|1\rangle\langle 0| \langle 1| \mathbf{e}_{\mathbf{k}_s} \cdot \mathbf{p} |0\rangle + |0\rangle\langle 1| \langle 0| \mathbf{e}_{\mathbf{k}_s} \cdot \mathbf{p} |1\rangle \right) \right. \\ \left. + \hat{a}_{\mathbf{k}_s}^\dagger(t) \left(|1\rangle\langle 0| \langle 1| \mathbf{e}_{\mathbf{k}_s}^* \cdot \mathbf{p} |0\rangle + |0\rangle\langle 1| \langle 0| \mathbf{e}_{\mathbf{k}_s}^* \cdot \mathbf{p} |1\rangle \right) \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

Por fim, utilizando a aproximação de onda girante, que consiste em desprezar os termos em que a energia não se conserva do Hamiltoniano de interação, temos que:

$$\hat{H}'_1 = \hbar \Omega_{\mathbf{k}_s} \left(\hat{a} |1\rangle\langle 0| e^{-i\omega t} + \hat{a}^\dagger |0\rangle\langle 1| e^{+i\omega t} \right), \quad (\text{B.6})$$

onde $\hbar \Omega_{\mathbf{k}_s} = -\frac{e}{m_0 c} \sqrt{\frac{\hbar}{2V \epsilon_0 \omega_k}} \langle 1| \mathbf{e}_{\mathbf{k}_s} \cdot \mathbf{p} |0\rangle$ é conhecida como frequência de oscilação de Rabi.

Comparando as equações (2.28) e (B.6) verificamos que, sob certas aproximações, ambos Hamiltonianos (2.15) e (2.16) podem ser usados para descrever a interação entre um sistema quântico de dois níveis e um onda eletromagnética. A equivalência entre essas duas descrições pode ser claramente observada através da seguinte relação:

$$\langle 1| \hat{\mathbf{p}} |0\rangle = -m_0 \frac{i}{\hbar} \langle 1| [\mathbf{r}, \hat{H}_0] |0\rangle,$$

onde $\hat{H}_0|i\rangle = \hbar \omega_i$ ($i = 0, 1$). Desta forma, temos que:

$$\langle 1| \hat{\mathbf{p}} |0\rangle = -m_0 i (\omega_1 - \omega_2) \langle 1| \mathbf{r} |0\rangle.$$

Sabemos que o campo elétrico e o potencial vetor no gauge de Coulomb, obedecem a seguinte relação:

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}.$$

Desta forma, verificamos que na aproximação dipolar, os termos de acoplamento $\mathbf{A} \cdot \mathbf{p}$ e $\mu \cdot \mathbf{E}$ são completamente equivalentes.

Referências

- [1] C. Emary and L. J. Sham. Optically controlled logic gates for two spin qubits in vertically-coupled quantum dots. *Phys. Rev. B*, 75:125317, 2006.
- [2] Daniel Loss and P. DiVincenzo. Quantum computation with quantum dots. *Phys. Rev. A*, 57:120–126, 1998.
- [3] A. Zrenner, E. Beham, S. Stufliker, F. Findeis, M. Bichler, and G. Abstreiter. Coherent properties of a two-level system based on a quantum-dot photodiode. *Nature*, 418:612, 2002.
- [4] G. Ortner, M. Bayer, Y. Lyanda-Geller, T. L. Reinecke, A. Kress, J. P. Reithmaier, and A. Forche. Control of vertically coupled InAs/GaAs quantum dots with electric fields. *Phys. Rev. Lett.*, 94:157401, 2005.
- [5] T.H. Stievater, Xiaoqin Li, D.G. Steel, D. Gammon, D. S. Katzer, D. Park, C. Piermarocchi, and L. J. Sham. Rabi oscillations of excitons in single quantum dots. *Phys. Rev. Lett.*, 87:133603–1–133603–4, 2001.
- [6] P. Borri, W. Langbein, S. Schneider, U. Woggon, and D. Ouyang R. L. Sellin, and D. Bimberg. Rabi oscillations in the excitonic ground-state transition of InGaAs quantum dots. *Phys. Rev. B*, 66:081306, 2002.
- [7] Pochung Chen, C. Piermarocchi, L.J. Sham, and D. Gammon. Control of exciton dynamics in nanodots for quantum operations. *Phys. Rev. Lett.*, 87:067401–1, 2001.
- [8] Xiaoqin Li, Yanwen Wu, Duncan Steel, D. Gammon, T. H. Stievater, D. S. Katzer, D. Park, C. Piermarocchi, and L. J. Sham. An all-optical quantum gate in a semiconductor quantum dot. *Science*, 301:809, 2003.
- [9] Filippo Troiani, Ulrich Hohenester, and Elisa Molinari. Exploiting exciton-exciton interactions in semiconductor quantum dots for quantum-information processing. *Phys. Rev. B*, 62:R2263, 1998.
- [10] A. S. Bracker, M. Scheibner, M. F. Doty, E. A. Stinaff, I. V. Ponomarev, J. C. Kim, L. J. Whitman, T. L. Reinecke, and D. Gammon. Engineering electron and hole tunneling with asymmetric inas quantum dot molecules. *Appl. Phys. Lett.*, 89:233110, 2006.
- [11] Daniel Loss and David P. DiVincenzo. Quantum computation with quantum dots. *Phys. Rev. A*, 57:120–126, 1998.
- [12] A. Imamoglu, D. D. Awschalom, G. Burkard, D. P. DiVincenzo, D. Loss, M. Sherwin, and A. Small. Quantum information processing using quantum dot spins and cavity QED. *Phys. Rev. Lett.*, 83:4204–4207, 1999.

- [13] A. Imamoglu. Quantum computation using quantum dot spins and microcavities. *Fortschr. Phys.*, 48:987–997, 2000.
- [14] Michael Scheibner, Allan S. Bracker, Danny Kim, and Daniel Gammon. Essential concepts in the optical properties of quantum dot molecules. *Solid State Communications*, 149:1427–1435, 2009.
- [15] Lucio Robledo, Jeroen Elzerman, Gregor Jundt, Mete Atatüre, Alexander Högele, Stefan Fält, and Atac Imamoglu. Conditional dynamics of interacting quantum dots. *Science*, 320:772, 2008.
- [16] L. Jacak, J. Krasnyj, W. Jacak, R. Gonczarek, and P. Machnikowski. Unavoidable decoherence in semiconductor quantum dots. *Phys. Rev. B*, 72:245309, 2005.
- [17] J. M. Villas-Bôas, Sergio E. Ulloa, and A. O. Govorov. Decoherence of Rabi oscillations in a single quantum dot. *Phys. Rev. Lett.*, 94:057404, 2005.
- [18] P. Borri, W. Langbein, U. Woggon, M. Schwab, M. Bayer, S. Fafard, Z. Wasilewski, and P. Hawrylak. Exciton dephasing in quantum dot molecules. *Phys. Rev. Lett.*, 91:267401, 2003.
- [19] N. H. Bonadeo, J. Erland, D. Gammon, D. Park, D. S. Katzer, and D. G. Steel. Coherent optical control of the quantum state of a single quantum dot. *Science*, 282:1473, 1998.
- [20] J. M. Villas-Bôas, A. O. Govorov, and Sergio E. Ulloa. Coherent control of tunneling in a quantum dot molecule. *Phys. Rev. B*, 69:125342, 2004.
- [21] Alexander V. Tsukanov. Rabi oscillations in the four-level double-dot structure under the influence of the resonant pulse. *Phys. Rev. B*, 73:085308, 2006.
- [22] H. Schmidt, K. L. Campman, A. C. Gossard, and A. Imamoglu. Tunneling induced transparency: Fano interference in intersubband transitions. *Appl. Phys. Lett.*, 70:3455, 1997.
- [23] Chun-Hua Yuan and Ka-Di Zhu. Voltage-controlled slow light in asymmetric double quantum dots. *Appl. Phys. Lett.*, 89:052115, 2006.
- [24] Chun-Hua Yuan, Ka-Di Zhu, and Yi-Wen Jiang. Slow light control with electric fields in vertically coupled InGaS/GaAs quantum dots. *J. Appl. Phys.*, 102:023109, 2007.
- [25] S. E. Harris, J. E. Field, and A. Imamoglu. Nonlinear optical process using electromagnetically induced. *Phys. Rev. Lett.*, 64:1107, 1990.
- [26] Charles Kittel. *Introdução à Física do Estado Sólido*. Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1978.
- [27] Jaspreet Singh. *Physics of Semiconductors and Their Heterostructures*. McGraw-Hill, New York, 1993.
- [28] L. Jacak, P. Hawrylak, and A. Wojs. *Quantum Dots*. Springer-Verlag, Berlin, 1998.
- [29] J. Tulki and A. Heinämäki. Confinement effect in a quantum well dot induced by InP stressor. *Phys. Rev. B*, 60:2661–2668, 1999.

- [30] A. Forchel S. V. Zaitsev, M. K. Welsch and G. Bacher. Excitons in artificial quantum dots in the weak spatial confinement regime. *Journal of experimental and theoretical physics*, 105:1241–1258, 2007.
- [31] H. J. Krenner, M. Sabathil, E. C. Clark, A. Kress, D. Schuh, M. Bichler, G. Abstreiter, and J. J. Finley. Direct observation of controlled coupling in an individual quantum dot molecule. *Phys. Rev. Lett.*, 94:057402, 2005.
- [32] S. Rodt, R. Heitz, R.L. Sellin, A. Schliwa, K. Pötschke, and D. Bimberg. Biexcitons in self-organized InAs/GaAs quantum dots: an optical probe for structural properties. *Physica E*, 21:1065–1069, 2004.
- [33] T. Takagahara. *Quantum Coherence, Correlation and Decoherence in Semiconductor Nanostructures*. Elsevier Science, 2003.
- [34] Qianghua Xie, Anupam Madhukar, Ping Chen, and Nobuhiko P. Kobayashi. Vertically self-organized InAs quantum box islands on GaAs(100). *Phys. Rev. Lett.*, 75:2542, 1995.
- [35] Atsushi Tackeuchi, Takamasa Kuroda, Kazuo Mase, Yoshiaki Nakata, and Naoki Yokoyama. Dynamics of carrier tunneling between vertically aligned double quantum dots. *Phys. Rev. B*, 62:1568, 2000.
- [36] R. J. Warburton, C. Schäfflein, D. Haft, F. Bickel, A. Lorke, K. Karrai, J. M. Garcia, W. Schoenfeld, and P. M. Petroff. Optical emission from a charge-tunable quantum ring. *Nature*, 405:926–929, 2000.
- [37] M. Scheibner, I.V. Ponomarev, E. A. Stinaff, M. F. Doty, A. S. Bracker, C. S. Hellberg, T. L. Reinecke, and D. Gammon. Photoluminescence spectroscopy of the molecular biexciton in vertically stacked InAs-GaAs quantum dot pairs. *Phys. Rev. Lett.*, 99:197402, 2007.
- [38] M. Scheibner E. A. Stinaff, A. S. Bracker, I. V. Ponomarev and V. L. Korenev, M. E. Ware, M. F. Doty, T. L. Reinecke, and D. Gammon. Optical signatures of coupled quantum dots. *Science*, 311:636, 2003.
- [39] J. J. Sakurai. *Modern Quantum Mechanics*. Addison Wesley, 1994.
- [40] Cohen-Tannoudji C., Diu B., and Laloe F. *Quantum Mechanics Vol.1*. John Wiley, 1978.
- [41] R.R.Puri. *Mathematical Methods of Quantum Optics*. Springer, Berlin, 2001.
- [42] T. Takagahara. Theory of exciton dephasing in semiconductor quantum dots. *Phys. Rev. B*, 60:2638, 1999.
- [43] R. Heitz, A. Kalburge, Q. Xie, M. Grundmann, P. Chen, A. Hoffmann, A. Madhukar, and D. Bimberg. Theory of exciton dephasing in semiconductor quantum dots. *Phys. Rev. B*, 57:9050, 1998.
- [44] C. W. Gardiner and P. Zoller. *Quantum Noise*. Springer-Verlag, Berlin, 1993.

- [45] Howard Carmichael. *An Open Systems Approach to Quantum Optics*. Springer-Verlag, Berlin, 1991.
- [46] Amnon Yariv. *Quantum Electronics*. John Wiley, 1988.
- [47] H. Kamada, H. Gotoh, J. Temmyo, T. Takagahara, and H. Ando. Exciton rabi oscillation in a single quantum dot. *Phys. Rev. Lett.*, 87:246401, 2001.
- [48] T. Calarco, A. Datta, P. Fedichev, E. Pazy, and P. Zoller. Spin-based all-optical quantum computation with quantum dots: Understanding and suppressing decoherence. *Phys. Rev. A*, 68:012310–1–012310–21, 2003.
- [49] T. Takagahara. Theory of exciton coherence and decoherence in semiconductor quantum dots. 234:115–129, 2002.
- [50] V. Negoita, D. W. Snoke, and K. Eberl. Harmonic-potential traps for indirect excitons in coupled quantum wells. *Phys. Rev. B*, 60:2661–2668, 1999.
- [51] H. S. Borges, L. Sanz, J. M. Villas-Bôas, and A. M. Alcalde. Robust states in semiconductor quantum dot molecules. *Phys. Rev. B*, 81:075322, 2010.
- [52] J. Kim, S. L. Chuang, P. CKu, and C. J. Chang-Hasnain. Slow light using semiconductor quantum dots. *J. Phys.: Condens. Matter*, 16:S3727–S3735, 2004.
- [53] M. Fleischhauer, A. Imamoglu, and J. P. Marangos. Electromagnetically induced transparency: Optics in coherent media. *Rev. Mod. Phys.*, 77:633, 2005.
- [54] Xiaodong Xu, Bo Sun, Paul R. Berman, Duncan G. Steel, Allan S. Bracker, Dan Gammon, and L. J. Sham. Coherent optical spectroscopy of a strongly driven quantum dot. *Science*, 317:929, 2007.
- [55] T. Meier, P. Thomas, , and S.W. Koch. *Coherent Semiconductor Optics*. Springer-Verlag, Berlin, 2007.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)