

Comparação de Cartas de Controle Multivariadas
usadas no Monitoramento de
Processos Univariados Autocorrelacionados

por

Glaucia Mara Rocon

Orientadora: Prof. Sueli Aparecida Mingoti

-Belo Horizonte, Junho de 2005-

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Aos meus pais, José Rocon Neto e
Cenira Degen Rocon, e a minha irmã
Andressa Rocon.

Agradecimentos

Agradeço a Deus a vida e a oportunidade de estar hoje aqui,
aos meus pais e a minha irmã, pelo apoio na busca dos meus ideais e pela compreensão de meses longe de casa,
a minha orientadora Sueli Aparecida Mingoti, pela excelente orientação e compreensão das dificuldades em estudar e trabalhar ao mesmo tempo,
ao meu namorado Evandro Fernandes Marques da Silva pela paciência em muitos finais de semana,
a minha amiga Josenete Cavalcante Costa (Netinha) pelo consolo e grande ajuda durante as simulações,
a minha amiga Meirivane Vieira da Costa, pelo acolhimento nesta cidade e consolo nos momentos difíceis,
ao amigo Marcus Vinícius Soares de Brito pela super ajuda na programação em S-plus,
aos amigos que fiz durante o curso de mestrado em Estatística, pela ajuda e conselhos recebidos e pela amizade sincera e verdadeira,
ao professor Mario de Castro Andrade Filho (USP) pelo incentivo a ingressar no mestrado e pela iniciação no LATEX,
ao INDG S/A,
e a todas as pessoas que me incentivaram e ajudaram a chegar até aqui.

“Meu filho, faze o que fazes com doçura, e mais do que a estima dos homens, ganhará o afeto deles. Quanto mais fores elevado, mais te humilharás em tudo, e perante Deus acharás misericórdia, porque só a Deus pertence a onipotência e é pelos humildes que ele é (verdadeiramente) honrado.”
(Eclesiástico 3, 19-21)

Resumo

Com o avanço tecnológico, os períodos entre as amostragens se tornaram mais curtos devido a produção em série nas indústrias, desencadeando um problema no Controle Estatístico de Processos: a autocorrelação. Assim, a suposição de independência entre as unidades amostrais do processo, no que se refere à característica de qualidade avaliada, já não pode ser satisfeita quando as cartas de controle tradicionais são utilizadas. Como consequência, há um aumento na ocorrência de “alarmes falsos” quando a autocorrelação é desprezada. É de grande interesse que existam cartas de controle eficientes em detectar rapidamente a falta de controle do processo, assim como ter uma baixa frequência de “alarmes falsos”.

Com esse intuito, existem vários estudos que incorporam a autocorrelação no cálculo dos limites de controle. Dentre esses estudos, alguns utilizam cartas de controle multivariadas, como a T^2 Autorregressiva (Apley e Tsung, 2002) por exemplo, para monitorar processos univariados autocorrelacionados. Nesta dissertação comparamos, através do ARL (Average Run Length), a carta T^2 Autorregressiva, a metodologia de Shewhart e uma carta para monitorar processos univariados autocorrelacionados que é proposta nesta dissertação, por nós denominada de carta CRalfa Autorregressiva. Esta carta está sendo proposta nesta dissertação unindo as idéias descritas em Apley e Tsung (2002) com as descritas em Hayter e Tsui (1994), sendo que estes últimos propõem o uso de uma constante chamada CRalfa como ponto crítico para as cartas de controle multivariadas. Essa carta proposta pode ser uma alternativa quando se deseja uma carta com baixa frequência de “alarmes falsos” e uma rápida detecção de alarmes verdadeiros.

Palavras-Chave: Autocorrelação, ARL (Average Run Length), T^2 de Hotelling, Cartas Multivariadas.

Abstract

With the technological evolution, period among samplings became shorter due to the great amount of articles produced by the industries. This can generate a problem in the Statistical Process Control: the autocorrelation. Thus, the supposition of independence, required when we consider traditional control charts, may not be satisfied anymore. As a consequence, the probability of “false alarm” occurrence would become greater.

It is always desirable to work with control charts that present low probability of “false alarms”. Bearing it on mind, there are many studies that incorporate the autocorrelation in the control chart limits calculation. Some of them use multivariate control charts, as the Autoregressive T^2 (Apley & Tsung, 2002), to monitor autocorrelated process with just one variable. By means of ARL (Average Run Length), this thesis compares the Autoregressive T^2 Chart, the Shewhart’s methodology and a new chart to monitor autocorrelated processes with one variable. This new chart, called Autoregressive CRalfa, is the proposal of this thesis and is based on the ideas described in Apley & Tsung (2002) and in Hayter & Tsui (1994), being an alternative tool for the cases when the supposition of independence is not satisfied.

Key Words: Autocorrelation, ARL (Average Run Length), Hotelling’s T^2 , Multivariate Charts.

Sumário

Lista de Tabelas	v
Lista de Figuras	vi
1 Introdução	1
1.1 Histórico e Revisão Bibliográfica	1
1.2 Objetivos e Organização da Dissertação	4
2 Gráficos ou Cartas de Controle	6
2.1 Cartas de Controle para Processos Não Correlacionados	9
2.1.1 Cartas de Shewhart para Valores Individuais e Amplitude Móvel para Processos Univariados (\bar{X} , AM)	11
2.1.2 ARL - Average Run Length	13
2.2 Cartas de Controle para Processos Autocorrelacionados	14
2.2.1 Controle de Processos via T^2 e metodologia de Hayter e Tsui	20
3 Cartas T^2 Autorregressiva e CRalfa Autorregressiva (Hayter e Tsui)	30
3.1 Controle de Processos Univariados Autocorrelacionados via T^2 Autorregressiva .	30
3.2 Controle de Processos Univariados Autocorrelacionados via CRalfa Autorregres- siva (Hayter e Tsui Autorregressiva)	35
4 Estratégia de Execução	39
4.1 Procedimento de Simulação	39
5 Resultados e Discussão	47
5.1 Análise para Processos Não Autocorrelacionados	48
5.2 Análise para Processos Autocorrelacionados	53
5.3 Estimação do Nível de Significância α de uma Carta de Controle	70
6 Considerações Finais	76

A Anexo	78
A.1 Poder do Teste para Processos Não Autocorrelacionados	78
A.2 ARL para Processos Autocorrelacionados	81
Referências Bibliográficas	87

Lista de Tabelas

4.1	Modelos Simulados	40
5.1	ARL para $\phi = 0, \theta = 0, m = 50$	49
5.2	ARL para $\phi = 0, \theta = 0, m = 100$	50
5.3	ARL para $\phi = 0, \theta = 0, m = 200$	51
5.4	Poder do Teste: $\phi = 0, \theta = 0, m = 50$	52
5.5	ARL para $\phi = 0,5, \theta = 0, m = 50$	55
5.6	ARL para $\phi = 0,9, \theta = 0, m = 50$	56
5.7	ARL para $\phi = 0,9, \theta = -0,9, m = 50$	57
5.8	ARL para $\phi = 0,9, \theta = -0,5, m = 50$	58
5.9	ARL para $\phi = 0,5, \theta = -0,5, m = 50$	59
5.10	ARL para $\phi = 0,5, \theta = 0, m = 100$	60
5.11	ARL para $\phi = 0,9, \theta = 0, m = 100$	61
5.12	ARL para $\phi = 0,9, \theta = -0,9, m = 100$	62
5.13	ARL para $\phi = 0,9, \theta = -0,5, m = 100$	63
5.14	ARL para $\phi = 0,5, \theta = -0,5, m = 100$	64
5.15	Poder do Teste: $\phi = 0,5, \theta = 0, m = 50$	65
5.16	Poder do Teste: $\phi = 0,9, \theta = 0, m = 50$	66
5.17	Poder do Teste: $\phi = 0,9, \theta = -0,9, m = 50$	67
5.18	Poder do Teste: $\phi = 0,9, \theta = -0,5, m = 50$	68
5.19	Poder do Teste: $\phi = 0,5, \theta = -0,5, m = 50$	69
5.20	Erro do Tipo I para $m=50$	72
5.21	Erro do Tipo I Aparado para $m=50$	75
A.1	Poder do Teste: $\phi = 0, \theta = 0, m = 100$	79
A.2	Poder do Teste: $\phi = 0, \theta = 0, m = 200$	80
A.3	ARL para $\phi = 0,5, \theta = 0, m = 200$	82
A.4	ARL para $\phi = 0,9, \theta = 0, m = 200$	83

A.5	ARL para $\phi = 0,9, \theta = -0,9, m = 200$	84
A.6	ARL para $\phi = 0,9, \theta = -0,5, m = 200$	85
A.7	ARL para $\phi = 0,5, \theta = -0,5, m = 200$	86

Lista de Figuras

2.1	Forma Geral de Gráfico de Controle para a Média.	7
2.2	Gráfico de Controle para a Média com um ponto fora dos limites.	9
2.3	Forma Geral de Gráfico de Controle CUSUM.	11
2.4	Carta de Controle de Shewhart para Média via Amplitude Móvel.	18
2.5	Carta de Controle de Shewhart para Média via Desvio Padrão Amostral.	19
2.6	Região de controle conjunta para X_1 e X_2 com limites de controle calculados separadamente.	21
2.7	Região de controle conjunta de X_1 e X_2	22
2.8	Algoritmo usado para encontrar a constante $C_{R,\alpha}$ - caso normal multivariado.	28
2.9	Programa Cralfa em S-Plus para a determinação de $C_{R,\alpha}$	29
3.1	Região crítica das estatísticas T^2 e M^*	37
3.2	Carta de Controle para Média via T^2 Autorregressiva.	38
3.3	Carta de Controle para Média via CRalfa Autorregressiva via séries temporais.	38
4.1	Ilustração da formação de observações multivariadas.	45
5.1	Distribuição do $ARL_{in\ control}$ para carta CRalfa Autorregressiva via Séries Temporais - modelo não autocorrelacionado, $m=50$ e $p=2$	47
5.2	$ARL_{in\ control}$ para CRalfa Autorregressiva via Séries Temporais $m=50$, $p=2$	54
5.3	Distribuição de $\hat{\alpha}$ para a Amplitude Móvel com $m=50$ e $p=2$	73
5.4	Distribuição de $\hat{\alpha}$ para a CRalfa Autorregressiva via séries temporais com $m=50$ e $p=2$	73

Capítulo 1

Introdução

1.1 Histórico e Revisão Bibliográfica

A preocupação com a qualidade é uma característica intrínseca do ser humano. Tudo aquilo que fazemos, procuramos fazer com um certo nível de qualidade. Por outro lado, sempre fazemos avaliações de qualidade quando compramos um produto, quando julgamos os serviços que nos são prestados.

Qualidade de um bem ou serviço não significa a melhor qualidade que pode ser atingida, mas sim a qualidade que atende aos anseios dos consumidores, de acordo com o preço do bem ou do serviço considerado. Dessa forma, o nível de qualidade que é aceitável em um produto está relacionado não somente ao que é possível de ser atingido, mas também às circunstâncias econômicas envolvidas na produção e venda do mesmo.

Na JIS (Japanese Industrial Standards), controle de qualidade é definido como (Ishikawa, 1994): “Um sistema de métodos para a provisão de custo efetivo de mercadorias ou serviços, cuja qualidade é ajustada aos requerimentos do comprador...”. Quando controle de qualidade utiliza métodos estatísticos, às vezes é referido como Controle Estatístico de Qualidade. Quando estendemos controle de qualidade a todos os setores da empresa estamos falando de Controle da Qualidade Total/Companywide Quality Control (TQC/CWQC). Campos (1992) define TQC como “controle exercido por todas as pessoas para a satisfação de todas as pessoas”.

O Controle Estatístico de Qualidade tem uma história recente. A ciência estatística iniciou-se dois ou três séculos atrás e seu maior desenvolvimento foi a partir do século 20. Foi a partir de 1924 que a teoria estatística foi efetivamente aplicada ao Controle de Qualidade, quando Walter A. Shewhart, da Bell Telephone Laboratories, desenvolveu o conceito estatístico de carta de controle. Em 1931 lançou o clássico “*Economic Control of Quality of Manufactured Product*”. O uso das técnicas aumentou quando a Segunda Guerra Mundial estava iminente.

A indústria de munição adotou alguns gráficos de controle bem simples que já tinham dado bons resultados em outras indústrias dos Estados Unidos da América (EUA). Estes foram padronizados em 1941 e 1942 como *American War Standards*. Após o término da Segunda Guerra, em fevereiro de 1946, foi fundada a *American Society for Quality Control* (ASQC) tendo Walter A. Shewhart como primeiro membro honorário. A ASQC foi a força para promover o uso do controle estatístico de qualidade nos Estados Unidos. Ishikawa (1994) cita que, em sua primeira visita aos EUA em 1958, pôde observar o quão difundidos estavam os gráficos de controle. Na Inglaterra, o progresso do controle estatístico de qualidade foi mais veloz que nos Estados Unidos: já em 1935 foi estabelecido o padrão *British Standard BS 600*. A partir de 1953, outros países da Europa começaram a utilizar métodos de Controle Estatístico de Qualidade. A *European Organization for Quality Control* (EOQC) foi estabelecida em 1965. Os Padrões Britânicos foram levados ao Japão antes da Segunda Guerra. Em 1946 surgiu a *Union of Japanese Scientists and Engineers* (JUSE) como organização sem fins lucrativos. Já em 1950 foi instituído o *Japanese Industrial Standards* (JIS). As indústrias tinham de implementar controle estatístico de qualidade e garantia da qualidade para estamparem a marca “JIS” em seus produtos. Nesse mesmo ano, a JUSE convidou Dr. W. Edwards Deming (Ishikawa, 1994) para conduzir um seminário de controle de qualidade para gerentes e engenheiros. No ano seguinte foi inaugurado o Prêmio Deming de Controle de Qualidade. Porém o controle de qualidade japonês sofreu vários problemas: os gerentes não tinham muito entusiasmo em relação ao controle de qualidade, as ferramentas estatísticas foram super enfatizadas e isso causou a impressão de que o controle estatístico de qualidade fosse difícil. Para resolver esses problemas Dr. Joseph M. Juran (Ishikawa, 1994) foi enviado ao Japão em 1954. Foi o início da transição de controle de qualidade para controle da qualidade total.

Depois do TQC surgiu o Programa “Seis Sigma” (Harry e Schroeder, 2000 e Werkema, 2002) que nasceu na Motorola em 1987 com o objetivo de tornar a empresa capaz de enfrentar os concorrentes estrangeiros, que estavam fabricando produtos de melhor qualidade a um custo mais baixo. O “Seis Sigma” é uma estratégia gerencial disciplinada e altamente quantitativa, que visa aumentar a lucratividade das empresas através da otimização de produtos e processos, com o consequente incremento da satisfação de clientes e consumidores. As decisões devem ser baseadas em dados, daí a necessidade de ferramentas estatísticas, e de uma metodologia de resolução de problemas, como por exemplo o PDCA (Plan - Planejar, Do - Executar, Check - Verificar e Action - Agir), além do comprometimento da alta administração da organização. Depois que a Motorola recebeu o Prêmio Nacional de Qualidade Malcolm Baldrige, em 1988, o “Seis Sigma” passou a ser conhecido como o responsável pelo sucesso alcançado pela organização e considerado a “metodologia da qualidade para o século 21”. Entre o final da década de 80 e o

início da década de 90, a Motorola obteve ganhos de 2,2 milhões de dólares com o programa. A partir da divulgação do sucesso da Motorola, outras empresas como Asea Brown Boveri, Allied Signal, General Eletric e Sony passaram a utilizar o “Seis Sigma”. No Brasil, o interesse pelo “Seis Sigma” também vem crescendo. Há alguns anos, as empresas, cujas unidades de negócio no exterior estavam implementando o programa, trouxeram para suas unidades no Brasil o Seis Sigma. A pioneira na implementação do “Seis Sigma” com tecnologia nacional foi o Grupo Brasmotor, que em 1999, obteve mais de 20 milhões de reais de retorno, a partir dos projetos “Seis Sigma”. Em seguida outras empresas passaram a adotar o programa como Ambev, Belgo Mineira, Gerdau, Sadia, Telemar, etc.

A utilização de ferramentas estatísticas em muito se deve ao avanço tecnológico, que facilitou a resolução dos cálculos, dando maior rapidez e refinamento às análises, além de possibilitar o uso de técnicas mais sofisticadas e complexas.

O principal dispositivo para o controle da produção são os gráficos de controle que são procedimentos adotados com o objetivo de indicar, de forma simples e eficiente, a falta de controle no funcionamento do processo. Para que o gráfico de controle tenha validade, algumas suposições devem ser satisfeitas: as observações devem ser independentes e identicamente distribuídas, sendo que no Controle de Qualidade tradicional a suposição de distribuição Normal também é necessária. Baseada na suposição de independência muitas cartas foram criadas: a (X, AM) é usada para monitorar a média e o desvio padrão do processo quando coletamos uma unidade amostral por vez, já a (\bar{X}, R) é usada quando coletamos mais de uma unidade amostral por vez e a (\bar{X}, S) difere da (\bar{X}, R) pela estimação do desvio padrão (Montgomery, 2004). Porém na maioria dos processos produtivos, a correlação está presente devido ao sistema de produção que é em escala contínua ou mesmo pela natureza dos processos (Krieger, Champ e Alwan, 1992). Assim essas cartas já não são mais confiáveis, fazendo-se necessárias outras que capturem a correlação presente no processo. Na literatura encontramos vários estudos nesta direção. Uma forma de contornar o problema seria ajustar modelos ARIMA de séries temporais (Box e Jenkins, 1976) e monitorar os resíduos do modelo através das cartas de controle de Shewhart que, teoricamente, atendem às suposições da teoria das cartas de controle tradicionais. Podemos encontrar essa abordagem em Runger e Willemain (1995), Box e Luceno (1997), Hunter (1998), Alwan e Roberts (1995). Cartas como a CUSUM (Carta de somas acumuladas) e EWMA (Exponentially Weighted Moving Average) também são aplicáveis para este caso e podem ser encontradas em Montgomery (2004), Montgomery e Mastrangelo (1991), Hunter (1986), Epprecht, Ninio e Souza (1998). Existe ainda a metodologia de Geoestatística, na qual são utilizadas medidas de variabilidade espacial como Variograma e Semivariograma para estimação da variabilidade do processo (Mingoti e Neves, 2005 e Mingoti e Fidelis, 2001).

Também tem sido objeto de estudo o uso da estatística T^2 de Hotelling (1947) usada em Estatística Multivariada para monitorar processos autocorrelacionados multivariados e univariados. Em Mason, Chou e Young (2001) é ilustrada a aplicação da estatística T^2 de Hotelling a processos produtivos que utilizam bateladas, com as adaptações necessárias às estimações dos parâmetros e à distribuição de probabilidade da estatística usada para monitoramento do processo. Reynolds e Kim (2005) investigam o uso da Carta MEWMA (Multivariate Exponentially Weighted Moving Average) para processos multivariados autocorrelacionados com amostragem sequencial. Vargas (2003) propõe a utilização de estimadores robustos para o vetor de médias e a matriz de covariâncias, propostos inicialmente por Rousseeuw (1984), para a estatística T^2 , com objetivo de detectar *outliers* nos dados utilizados para cálculo do limite de controle. Em Hayter e Tsui (1994) é desenvolvido um procedimento para processos multivariados que identifica quais variáveis são responsáveis pela situação de falta de controle do processo, pois através apenas da estatística T^2 isto não é possível. Kalgonda e Kulkarni (2004) utilizaram a técnica de Hayter e Tsui (1994) para um processo multivariado autocorrelacionado. Já Apley e Tsung (2002) utilizaram a estatística T^2 em processos univariados autocorrelacionados, transformando o processo univariado em multivariado. Nesse artigo a T^2 Autorregressiva foi comparada, através do ARL, com a carta CUSUM e a de Shewhart se revelando melhor que essas cartas em alguns casos. Jiang (2004) também faz uso da T^2 como em Apley e Tsung (2002), porém insere um teste da razão de verossimilhança generalizado para melhorar a eficiência da T^2 no monitoramento da média de processos univariados autocorrelacionados.

1.2 Objetivos e Organização da Dissertação

Devido a maior parte dos processos produtivos serem autocorrelacionados, a proposta de trabalho desta dissertação será direcionada para a área de controle de processos autocorrelacionados com foco em processos univariados. Apesar de haver muitas publicações nesta área, esses estudos são mais recentes e o que incentiva o desenvolvimento de pesquisa nessa área é a busca por procedimentos mais eficazes e rápidos na detecção da falta de controle de um processo autocorrelacionado. Pretende-se fazer uma comparação entre as cartas CRalfa Autorregressiva, que está sendo proposta nesta dissertação, oriunda da união das idéias descritas em Apley e Tsung (2002) que transformam um processo autocorrelacionado univariado em multivariado com a aplicação das técnicas multivariadas propostas em Hayter e Tsui (1994) para detecção de falta de controle do processo, a T^2 de Hotelling Autorregressiva proposta por Apley e Tsung (2002), duas modificações das cartas T^2 Autorregressiva e CRalfa Autorregressiva e a metodologia de Shewhart. Essa comparação será realizada através do ARL (Average Run

Length), que mede a eficiência da carta em detectar corretamente tanto a situação de falta de controle quanto a sob controle, identificando-se assim qual seria a melhor estratégia a ser usada no controle de processos univariados autocorrelacionados. As cartas de controle tratadas nesta dissertação são voltadas para detecção de alterações na média do processo (univariado) ou no vetor de médias (caso multivariado). Não serão tratadas nesta dissertação as cartas de controle para variabilidade de processos.

Esta dissertação está organizada da seguinte forma: no Capítulo 2 apresentamos as cartas de controle para processos autocorrelacionados e não correlacionados. Para cada carta exemplificamos seu uso com uma aplicação. No Capítulo 3 definimos cartas multivariadas aplicadas ao caso univariado com sua respectiva aplicação. No Capítulo 4 descrevemos as estratégias de execução, via simulação, da comparação entre as cartas de controle mencionadas nos Capítulos 2 e 3. No Capítulo 5 apresentamos os resultados da comparação das cartas de controle, obtidos por simulação. No Capítulo 6 finalizamos com algumas considerações. Algumas tabelas referentes às simulações realizadas na dissertação estão nos Anexos A.1 e A.2.

Capítulo 2

Gráficos ou Cartas de Controle

Todo processo produtivo apresenta variações na qualidade do produto. As variações podem ser divididas em variações aleatórias e não aleatórias. As variações aleatórias são inevitáveis e são o resultado de muitas causas complexas, denominadas causas comuns, cada uma delas contribuindo com uma parcela insignificante para a variação total. Um processo que está operando na presença apenas de causas comuns é dito estar sob controle estatístico. Em outras palavras, as causas comuns são parte inerente do processo. Variações não aleatórias são variações devido a causas especiais e podem afetar significativamente a qualidade do produto. Algumas fontes deste tipo de variação são: máquinas ajustadas inadequadamente, erros de operadores, matéria-prima defeituosa, etc (Montgomery, 2004). Esta variabilidade é grande quando comparada com aquelas devido a causas comuns e, assim que identificadas, as causas especiais devem ser removidas garantindo-se com isso que apenas variações devido a causas comuns estejam presentes no processo produtivo. Um processo que apresenta causas especiais é dito estar fora de controle estatístico. Contudo é preciso avaliar se é possível eliminar a causa especial. Podem haver processos nos quais os custos com a eliminação da causa especial são altos, como por exemplo, a troca de uma máquina. Assim, faz-se necessário modificar o processo para que o mesmo opere minimizando as perdas geradas devido aquela causa especial. Como exemplo, pode-se citar o envio do produto para um cliente que não seja muito rígido em relação ao controle de qualidade.

O maior objetivo do controle estatístico de processos é detectar rapidamente a ocorrência de causas especiais ou deslocamentos no processo para que a investigação das causas seja feita e ações corretivas sejam tomadas antes que muitos itens defeituosos sejam produzidos. Assim a carta de controle é uma ferramenta estatística amplamente usada para verificar o controle ou a falta de controle do processo. Embora a carta de controle tenha sido primeiramente utilizada na indústria de manufatura, atualmente seu uso é completamente geral: da indústria

de bens de capital ao setor de serviços.

A carta de controle idealizada por Shewhart (1939) consiste simplesmente de três linhas paralelas: uma linha central, que reflete o nível médio de operação do processo, e duas linhas externas denominadas limite superior de controle (LSC) e limite inferior de controle (LIC). Para o monitoramento do processo, selecionam-se m amostras aleatórias (geralmente de tamanho n), do processo produtivo, e marca-se no gráfico, para cada amostra, o valor observado de uma estatística T (função de valores amostrais) como média, amplitude, desvio padrão, etc. Se o processo estiver sob controle, os valores da estatística T oscilarão em torno da linha central do gráfico, com uma certa variabilidade. Esta variabilidade será considerada aceitável se os valores da estatística estiverem todos compreendidos entre os limites de controle, isto porque aqueles limites são estabelecidos de forma que, estando o processo sob controle, é pequena a probabilidade de obter-se um valor da estatística fora dos limites. Uma ilustração da carta de controle é dada na Figura 2.1.

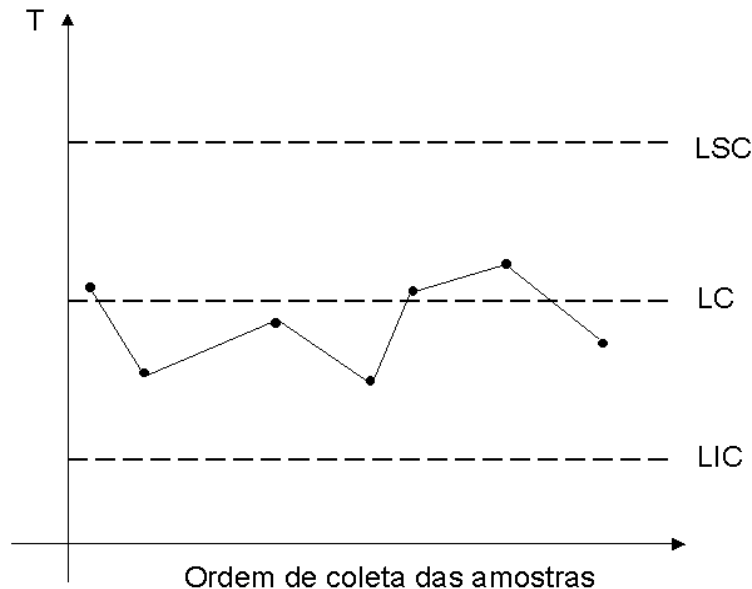


Figura 2.1: Forma Geral de Gráfico de Controle para a Média.

Cartas de controle podem ser classificadas em dois tipos: quando a característica de qualidade não é medida em uma escala contínua podemos julgar cada unidade do produto como não conforme ou conforme em relação a possuir ou não certos atributos. Assim, para cada atributo considerado tem-se o número de itens (unidades do produto) não conformes. Outra forma é contar o número total de defeitos em cada unidade do produto, considerando-se todos os atributos avaliados. Essas cartas são chamadas de *cartas de controle por atributo*. Se a característica de qualidade é medida em escala contínua, a carta é chamada de *carta de controle por variável*. Nesse caso, descreve-se o comportamento da característica de qualidade

através de uma medida de tendência central e uma medida de variabilidade da distribuição de probabilidade geradora de dados do processo. A carta \bar{X} é usada para controlar a tendência central (em geral a média) e as cartas baseadas em amplitude e desvio padrão amostrais são usadas para controlar a variabilidade do processo. Nesta dissertação são abordadas apenas as cartas para variáveis contínuas, especificamente a carta para médias (\bar{X}).

Há uma conexão entre cartas de controle e testes de hipóteses. Essencialmente, a carta de controle é um teste da hipótese de que o processo está sob controle estatístico. Um ponto cair fora dos limites de controle é equivalente a rejeitar a hipótese de controle estatístico e um ponto cair dentro dos limites de controle equivale a não rejeitar a hipótese de controle estatístico. Também podemos calcular a probabilidade do erro do tipo I da carta de controle que é a probabilidade de um ponto cair fora dos limites de controle estando o processo sob controle, ou seja, pontos amostrais situam-se fora dos limites devido a aleatoriedade da distribuição Normal e não devido a ocorrência de alteração nos parâmetros do processo. Quando isto ocorre, dizemos que houve um “alarme falso”, ou seja, a carta de controle indica que o processo está fora de controle quando na verdade não está. Quanto maior a probabilidade do erro do tipo I, com mais frequência ocorrerão “alarmes falsos”. Isto é ruim para a empresa, pois é gasto tempo e dinheiro para investigar a causa da falta de controle quando o processo está controlado. Contudo, este erro não traz prejuízo para o cliente. A probabilidade do erro do tipo II é definida como a probabilidade de um ponto cair dentro dos limites de controle estando o processo fora de controle estatístico. Este tipo de erro chega até o consumidor, pois esse pode adquirir produtos vindos de um processo fora de controle. A Figura 2.2 ilustra o caso no qual ocorre um ponto fora dos limites, porém não sabemos se o processo está ou não sob controle. Na prática, quando isto acontece é necessário uma averiguação para verificar se o ponto é de alarme falso ou verdadeiro.

Sob a suposição de Normalidade da característica de qualidade em investigação, os limites de controle para a média do processo são dados pelas seguintes equações:

$$\mathbf{LSC} = \mu + z \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad \mathbf{LC} = \mu, \quad \mathbf{LIC} = \mu - z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.1)$$

sendo μ a média da característica de qualidade de interesse, σ o desvio padrão do processo e k é a distância dos limites de controle em relação à linha central expressa em unidades de desvio padrão. No sistema de controle de qualidade usual é comum utilizar $z = 3$. Nesse caso, a probabilidade do erro do tipo I é igual a 0,0027 e espera-se a ocorrência de um alarme falso a cada 370 amostras (ver seção 2.1.2).

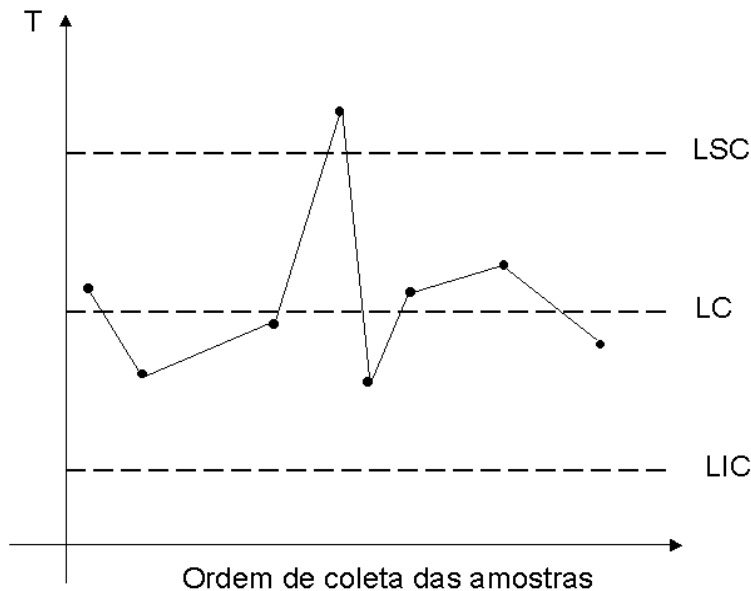


Figura 2.2: Gráfico de Controle para a Média com um ponto fora dos limites.

Na prática os valores de μ e σ são estimados a partir de amostras do processo produtivo, quando este está apenas sob o efeito de “causas comuns” ou “aleatórias”. No procedimento de amostragem para construção das cartas de controle, as unidades amostrais podem ser simples ou subgrupos racionais. Entende-se por unidades amostrais simples aquelas em que apenas um elemento amostral é retirado a cada intervalo de tempo. Os subgrupos racionais são unidades formadas pela junção de vários elementos amostrais ou unidades amostrais simples. Assim, uma amostra é selecionada aleatoriamente a cada intervalo de tempo e cada amostra é composta por n elementos amostrais (subgrupos) ou uma unidade amostral simples. No final do período de amostragem tem-se m amostras do processo. Iremos restringir nosso estudo ao caso em que o subgrupo racional é de tamanho $n = 1$. O processo será considerado fora de controle se um ponto cair fora dos limites de controle. Nesta dissertação não serão consideradas outras formas de verificação da falta de controle do processo, tais como seqüência de 7 pontos acima ou abaixo da média, seqüência crescente, etc. (Costa, Epprecht e Carpinetti, 2004)

2.1 Cartas de Controle para Processos Não Correlacionados

As suposições usadas para justificar o uso de cartas de controle tradicionais são que os dados, quando gerados por um processo sob controle, são independentes e normalmente distribuídos com média μ e desvio padrão σ que são considerados fixos e desconhecidos. Uma condição de fora de controle é uma mudança em μ ou σ ou em ambos. Nesse caso, a característica

de qualidade X_t no tempo t é representada pelo modelo:

$$X_t = \mu + \epsilon_t \quad t = 1, 2, \dots \quad (2.2)$$

onde ϵ_t são independentes e normalmente distribuídos com média zero e desvio padrão σ .

Quando essas suposições são satisfeitas, as cartas de controle convencionais podem ser aplicadas e conclusões podem ser extraídas com respeito ao estado de controle do processo. Assim as propriedades estatísticas das cartas como o número esperado de “alarmes falsos” e de alarmes verdadeiros podem ser facilmente determinados e usadas para interpretar as cartas. Com relação a processos não correlacionados univariados trataremos das cartas para valores individuais com limites de controle estimados via Amplitude Móvel e Desvio Padrão Amostral. Porém existe ainda a carta de somas acumuladas (CUSUM) para a qual faremos uma breve explanação, contudo não será objeto de comparação nesta dissertação. Maiores detalhes podem ser encontrados em Duncan (1986) e Montgomery (2004). A carta CUSUM é utilizada para detectar deslocamentos inferiores a $1,5\sigma$ na média de processos não correlacionados. Para amostras de tamanho 1 ($n=1$), a estatística usada na carta é $S_i = \sum_{j=1}^i (x_j - \mu_0)$, x_j é a observação da característica de qualidade na j -ésima amostra, μ_0 é a média teórica do processo. Para construir os limites de controle da carta CUSUM, um dos procedimentos utilizados é o V-mask. Neste caso, os limites são recalculados a cada amostra observada. Os limites são em forma de V com vértice centrado no ponto E que está a uma distância d horizontalmente da última soma acumulada calculada (S_i) correspondente à i -ésima amostra observada e tem abertura de acordo com o ângulo θ (ver Figura 2.3). Os parâmetros utilizados para cálculo dos limites de controle através do procedimento V-mask são a distância d e o ângulo θ . A distância d é dada por $d = (-2\ln(\alpha)\sigma^2)/\Delta^2$, no qual α é a probabilidade de incorretamente concluir que ocorreu um deslocamento na média do processo, σ é o desvio padrão do processo e Δ é o tamanho do deslocamento na média do processo que se deseja detectar em termos do desvio padrão do processo. O ângulo θ é dado por $\theta = \tan^{-1}(\Delta/4\sigma)$, no qual $\tan^{-1}(\Delta/4\sigma)$ é o arco tangente de $(\Delta/4\sigma)$.

O processo é considerado sob controle se todas as somas acumuladas anteriores até a i -ésima (S_1, S_2, \dots, S_i) estiverem dentro dos braços (limites de controle) do V-mask. Se qualquer uma das somas anteriores até a i -ésima (S_1, S_2, \dots, S_i) estiver fora dos braços do V-mask, o processo é dito estar fora de controle.

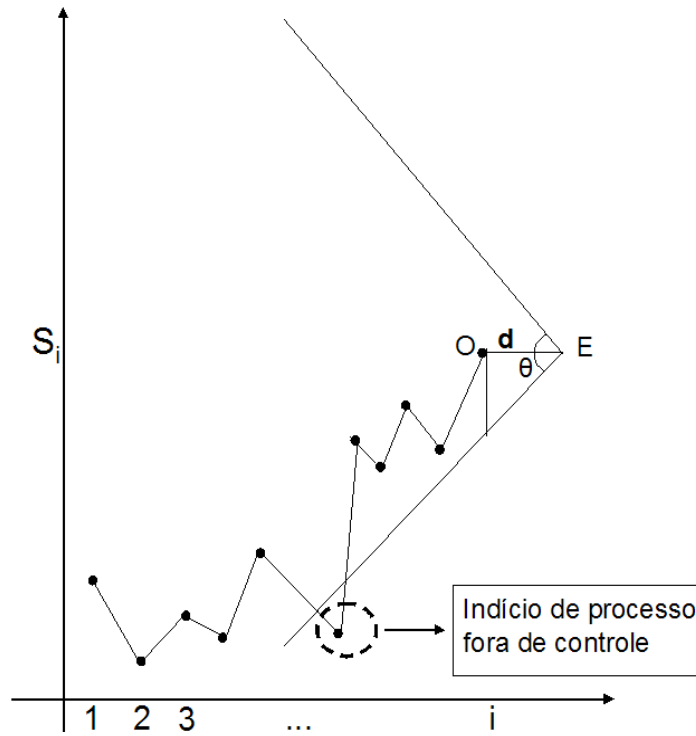


Figura 2.3: Forma Geral de Gráfico de Controle CUSUM.

2.1.1 Cartas de Shewhart para Valores Individuais e Amplitude Móvel para Processos Univariados (\bar{X} , AM)

Seja X_1, X_2, \dots, X_m uma amostra de m unidades amostrais individuais do processo ($n=1$). Para a carta de valores individuais (\bar{X}) estimamos a média do processo através da média aritmética das m unidades amostrais.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^m X_i}{m} \quad (2.3)$$

Os limites de controle para a média do processo seriam dados por $\bar{X} \pm k\sigma$. Uma das formas de estimar o desvio padrão da característica de interesse (σ) é através da amplitude móvel. Assim, o desvio padrão do processo é estimado pela seguinte equação.

$$\hat{\sigma}_{am} = \frac{\overline{AM}}{d_2} \quad (2.4)$$

onde

$$\overline{AM} = \frac{\sum_{i=2}^m AM_i}{m-1}$$

e

$$AM_i = |X_i - X_{i-1}| \quad (2.5)$$

onde AM_i é a amplitude entre a i -ésima observação e a anterior. Sob a suposição de normalidade da característica de qualidade X , a Amplitude Amostral (AM) tem esperança dada por:

$$E(AM) = d_2 \sigma \quad (2.6)$$

no qual d_2 é uma constante que depende do tamanho da amostra observada (Duncan, 1986, Costa, Epprecht e Carpinetti, 2004). Assim, um estimador não viciado para o desvio padrão do processo é:

$$\hat{\sigma} = \frac{AM}{d_2} \quad (2.7)$$

No caso particular de AM_i em (2.5), tem-se $E(AM_i) = d_2 \sigma$, no qual $d_2 = 1,128$, sendo que este valor é para amostras de tamanho 2. Assim sendo, o estimador $\hat{\sigma}_{am}$ é não viciado para σ .

É possível usar-se Amplitudes Móveis com períodos maiores que 2, por exemplo $AM_i = |X_i - X_{i-2}|$ que é uma amplitude móvel de 3 elementos. Contudo, o mais comum é usar-se a amplitude móvel de período 2.

Os limites de controle para a média do processo nesse caso são:

$$\mathbf{LSC} = \bar{X} + z_{\alpha/2} \hat{\sigma}_{am}, \quad \mathbf{LC} = \bar{X}, \quad \mathbf{LIC} = \bar{X} - z_{\alpha/2} \hat{\sigma}_{am} \quad (2.8)$$

no qual α é a probabilidade do erro do tipo I.

Como a amplitude móvel é um estimador para o caso de observações não correlacionadas, quando a correlação é positiva, geralmente a estimativa do desvio padrão ($\hat{\sigma}_{am}$) é menor que o desvio populacional (σ) (Montgomery, 2004).

Uma outra alternativa para estimar σ é obtida através do desvio padrão amostral dado pela equação:

$$\hat{\sigma}_{dp} = \sqrt{\sum_{i=1}^m \frac{(X_i - \bar{X})^2}{m-1}} \quad (2.9)$$

A média do processo é estimada como na equação (2.3). Nesse caso, os limites de controle para a média do processo são:

$$\mathbf{LSC} = \bar{X} + z_{\alpha/2} \hat{\sigma}_{dp}, \quad \mathbf{LC} = \bar{X}, \quad \mathbf{LIC} = \bar{X} - z_{\alpha/2} \hat{\sigma}_{dp} \quad (2.10)$$

O estimador $\hat{\sigma}_{dp}$ é viciado sendo que para amostras grandes, o vício tende a zero. No entanto, mesmo com a correção do vício, para amostras grandes o estimador ($\hat{\sigma}_{am}$) apresenta menor precisão que o estimador $\hat{\sigma}_{dp}$, pois a amplitude é muito influenciada por valores extremos.

2.1.2 ARL - Average Run Length

Uma forma de medir-se a eficiência das cartas de controle em detectar deslocamentos na média do processo é através do ARL (Average Run Length), (Mason e Young, 2002), isto é, o número médio de amostras observadas antes que um ponto amostral esteja fora dos limites da carta de controle. De maneira geral, o ARL é calculado da seguinte forma:

$$\text{ARL} = \frac{1}{p} \quad (2.11)$$

onde p é a probabilidade de um ponto exceder os limites de controle. Quando o processo está sob controle, o número médio de amostras retiradas antes que um ponto amostral esteja fora dos limites da carta de controle é chamado $\text{ARL}_{in \text{ control}}$, isto é, o número médio de amostras retiradas antes que ocorra um “alarme falso”. O $\text{ARL}_{in \text{ control}} = 1/\alpha$, sendo $\alpha = p$ a probabilidade do erro do tipo I. Quando o processo está fora de controle, o número médio de amostras retiradas antes que um ponto caia fora dos limites da carta de controle é chamado $\text{ARL}_{out \text{ control}}$ e é dado por $\text{ARL}_{out \text{ control}} = 1/(1 - \beta)$, neste caso $p = 1 - \beta$, sendo β a probabilidade do erro do tipo II. Espera-se que uma carta de controle tenha o $\text{ARL}_{in \text{ control}}$ elevado e o $\text{ARL}_{out \text{ control}}$ o menor possível. Assim há condições de ajustar o processo antes que muitos itens não conformes sejam produzidos. Como exemplo, suponha que tenhamos uma carta com os limites de controle de Shewhart com $\alpha = 0,0027$ e com a probabilidade do erro do tipo II igual a 0,1. Quando o processo está sob controle estatístico, temos um alarme falso em média a cada 370 amostras. Quando o processo não está sob controle, temos um $\text{ARL}_{out \text{ control}} = 1/(1 - \beta) = 1,11$, ou seja, a cada 1 amostra aproximadamente espera-se que a carta detecte uma mudança no correspondente parâmetro do processo. Essa rapidez em detectar deslocamentos é essencial quando usamos as cartas de controle.

2.2 Cartas de Controle para Processos Autocorrelacionados

Processos autocorrelacionados passaram a ser muito comuns na indústria, devido ao aumento da frequência com que as amostragens são feitas, ou seja, o aumento da frequência faz com que o intervalo de tempo entre as coletas de dados diminua e, conseqüentemente, a correlação entre as unidades amostrais tende a aumentar. Quando a correlação entre as unidades amostrais do processo está presente, no que se refere a variável resposta de interesse, a utilização dos gráficos de controle usuais de Shewhart pode deturpar as estimações feitas para a variabilidade do processo, aumentando assim a ocorrência de “alarmes falsos” se a correlação entre as unidades amostrais for positiva, pois por não considerar as correlações na estimação da variância, os limites de controle calculados serão menores que os reais. Por outro lado, se a correlação for sempre negativa, os limites de controle serão maiores que os reais, o que levaria a não percepção da condição de falta de controle em muitas situações nas quais ela estaria ocorrendo (Alwan e Roberts, 1995). Em problemas industriais é mais comum ter-se autocorrelação positiva (Zhang, 1998).

Existem várias metodologias propostas para o tratamento de processos autocorrelacionados. A carta EWMA (Exponentially Weighted Moving Average) é uma opção, pois a estatística é a média ponderada de valores passados, na qual a ponderação diminui à medida que os dados vão se distanciando do instante atual, ou seja, é dada mais importância às observações mais recentes. Assim, é captada a correlação existente entre observações consecutivas. A estatística EWMA é definida como:

$$Z_t = \lambda X_t + (1 - \lambda)Z_{t-1} \quad (2.12)$$

onde $Z_t = \hat{X}_{t+1}(t)$ é a previsão para X_{t+1} quando se está no instante t , $0 < \lambda \leq 1$ é uma constante, que quanto mais próxima de 1 menos importância é atribuída às observações passadas. O valor inicial (necessário quando $t=1$) é $Z_0 = \bar{X}$, ou seja, a média amostral. Alguns autores propõem o ajuste do modelo (2.12) através da escolha arbitrária da constante λ numa região (Hunter, 1998). Um valor muito comum é $\lambda = 0,2$. No entanto, a melhor solução é aquela escolha de λ que minimiza a soma de quadrados dos resíduos do modelo. A estatística EWMA é o ajuste de um modelo de séries temporais do tipo ARIMA(0,1,1) aos dados (Montgomery e Mastrangelo, 1991), podendo ser escrita da seguinte forma:

$$X_t - X_{t-1} = \varepsilon_t - (1 - \lambda)\varepsilon_{t-1}, \quad \varepsilon_t \text{ iid } N(0, \sigma^2)$$

(2.13)

A estimativa do desvio padrão da estatística EWMA (Z_t) é dada por:

$$\hat{\sigma}_{ewma} = \hat{\sigma} \sqrt{\lambda/(2 - \lambda)} \quad (2.14)$$

na qual $\hat{\sigma}$ é a estimativa do desvio padrão de X_t . Os limites de controle para a média do processo quando X_t são independentes são:

$$\mathbf{LSC} = \bar{X} + z_{\alpha/2} \hat{\sigma}_{ewma}, \quad \mathbf{LC} = \bar{X}, \quad \mathbf{LIC} = \bar{X} - z_{\alpha/2} \hat{\sigma}_{ewma} \quad (2.15)$$

onde \bar{X} é uma estimativa para $E(Z_t)$. Montgomery e Mastrangelo (1991) propuseram utilizar a estatística EWMA como preditora da variável resposta a um passo e controlar os erros de previsão a um passo com gráficos de controle supondo a distribuição normal. Calculando um intervalo de confiança para e_t , ($e_t = X_t - \hat{X}_t(t-1)$), temos:

$$P[-z_{\alpha/2}\sigma \leq e_t \leq z_{\alpha/2}\sigma] = 1 - \alpha, \quad (2.16)$$

ou equivalentemente,

$$P[\hat{X}_t(t-1) - z_{\alpha/2}\hat{\sigma} \leq X_t \leq \hat{X}_t(t-1) + z_{\alpha/2}\hat{\sigma}] = 1 - \alpha \quad (2.17)$$

que é um intervalo de confiança para X_t quando se tem a previsão a um passo para seu valor, podendo ser entendido como uma carta de controle com limites de controle móveis. Neste caso $\hat{\sigma}$ pode ser estimado por máxima verossimilhança. Usando o modelo ARIMA(0,1,1) de séries temporais, quando se está no tempo $t-1$, faz-se o intervalo de confiança (previsão) para o valor de X_t . Observa-se então o valor de X_t e verifica-se se ele está no intervalo de confiança correspondente. Se não estiver, o processo é dito fora de controle. É válido ressaltar que esses limites de controle englobam as correlações existentes entre as observações, enquanto os limites de controle da equação (2.15) não. Uma alternativa equivalente é controlar o processo através da fixação dos limites de controle para os resíduos do modelo. Os limites de controle para os resíduos são:

$$\mathbf{LSC} = z_{\alpha/2}\hat{\sigma}, \quad \mathbf{LC} = 0, \quad \mathbf{LIC} = -z_{\alpha/2}\hat{\sigma} \quad (2.18)$$

Se algum resíduo estiver fora do intervalo de confiança, dizemos que o processo está fora de controle. Algumas referências nesta linha de controle via Séries Temporais são: Montgomery e Mastrangelo (1991), Roberts (1959), Hunter (1986, 1998) e Epprecht, Ninio e Souza (1998). Em Montgomery (2004) é citada a carta CUSUM modificada de modo que a estrutura de autocorrelação seja compensada. Sugere-se usar o dobro do valor de referência que seria usado para dados não correlacionados. Outro método é o ajustamento de um modelo de séries temporais às observações coletadas do processo. Após o ajuste, os resíduos do modelo são obtidos e os gráficos de controle de Shewhart são aplicados à série de resíduos, uma vez que por hipótese estes seriam independentes e identicamente distribuídos com distribuição normal.

Uma alternativa para controle de processos autocorrelacionados é apresentada em Mingoti e Fidelis (2001). Foram propostos estimadores para o desvio padrão do processo através da metodologia de Geoestatística (Cressie, 1993) utilizando medidas de distância como Variograma, Madograma e Rodograma (Mingoti, 1996 e Mingoti e Neves, 2005), que incorporam a correlação existente entre as unidades amostrais do processo. Em Mingoti e Fidelis (2001), Neves (2001), Mingoti e Neves (2005) estes estimadores foram avaliados e apresentaram qualidade superior aos estimadores usuais como o desvio padrão amostral e o de amplitude amostral, nos casos em que a correlação entre unidades amostrais estava presente. Usando estes novos estimadores de Geoestatística o controle de processos para características de qualidade contínuas

pode ser feito através do gráfico de controle de Shewhart (1939) substituindo-se, nos limites de controle, a estimativa clássica de desvio padrão por alguma das estimativas obtidas via metodologia de Geoestatística como mostrado em Mingoti e Fidelis (2001). Deste modo, os novos estimadores corrigem automaticamente o efeito da correlação de um modo mais simples do que as alternativas propostas dentro do contexto de séries temporais, como a modelagem via processos ARIMA ou gráficos do tipo EWMA (Exponentially Weighted Moving Average). Os estimadores do desvio padrão são funções da autocorrelação amostral e do semi-variograma, que é uma estimativa da variabilidade do processo. Definimos a seguir o semi-variograma amostral e a autocorrelação amostral. Dada uma amostra de tamanho m do processo, X_1, X_2, \dots, X_m , o estimador de Matheron (1963) do semi-variograma γ_h de ordem h , teórico do processo, é definido por (Cressie, 1993; Mingoti e Fidelis, 2001):

$$\hat{\gamma}_h = \frac{\sum_{i=1}^{m-h} (X_i - X_{i+h})^2}{2(m-h)}, \quad \forall h \in T \quad (2.19)$$

onde X_i denota o valor da característica de qualidade de interesse medida no i -ésimo item amostrado, $i = 1, 2, \dots, m$, $T = \{1, 2, \dots, m\}$, e $(m-h)$ é o número de pares (X_i, X_{i+h}) que estão a distância de h unidades. A autocorrelação amostral de ordem h ($\hat{\rho}_h$), é o estimador da autocorrelação teórica de ordem h do processo (ρ_h), e é definida por:

$$\hat{\rho}_h = \frac{\sum_{i=1}^{m-h} (X_i - \bar{X})(X_{i+h} - \bar{X})}{\sum_{i=1}^m (X_i - \bar{X})^2} \quad (2.20)$$

onde $\bar{X} = \sum_{i=1}^m X_i/m$ é a média amostral. Neste caso, as funções (γ_h, ρ_h) são estimadas com base na suposição de estacionariedade da série de observações do processo, o que significa dizer que o processo a ser analisado tem média e variância constantes em \mathfrak{R} , ou que o processo está sob “controle estatístico”. A título de ilustração apresentamos um dos estimadores de variabilidade construídos via metodologia de Geoestatística com os seus respectivos limites de controle: $\hat{\sigma}_1 = \sqrt{\frac{\hat{\gamma}_1}{1 - \hat{\rho}_1}}$, onde $\hat{\rho}_1 = \hat{C}orr[X_i, X_{i+1}]$ é uma estimativa da correlação de ordem 1 entre as unidades amostrais. Os limites de controle para a média do processo são dados por:

$$\mathbf{LSC} = \bar{X} + z_{\alpha/2} \hat{\sigma}_1, \quad \mathbf{LC} = \bar{X}, \quad \mathbf{LIC} = \bar{X} - z_{\alpha/2} \hat{\sigma}_1 \quad (2.21)$$

Runger e Willemain (1995) compararam o ARL de três cartas de Shewhart depois de eliminada a autocorrelação. Para o primeiro ARL foram usados os resíduos do ajuste de um

modelo de série temporal. Já para o ARL do WBM (Weighted Batch Means) foi usado o mesmo modelo de série temporal para determinar os pesos que retornam médias não correlacionadas. Por fim, o método UBM (Unweighted Batch Means) não utiliza modelos de séries temporais, mas calcula médias aritméticas de dados consecutivos. O método UBM produziu o melhor ARL, seguido do WBM.

Para exemplificar a aplicação das cartas apresentadas, ilustraremos duas delas a seguir nas Figuras 2.4 e 2.5. O exemplo está descrito em Hunter (1998) e refere-se ao processo de fabricação de um componente eletrônico, no qual foram realizadas 100 medições do desvio em relação ao alvo X_t . Em todos os gráficos de controle usamos $\alpha = 0,05$. Na Figura 2.4 temos a carta de controle para média com o desvio padrão estimado pela amplitude móvel (equação 2.4). A carta mostra vários pontos fora dos limites de controle indicando que o processo estaria fora de controle. Utilizando a estimativa de σ pelo desvio padrão amostral (equação 2.9), temos a carta de controle da Figura 2.5. Esta carta também apresenta pontos fora dos limites, porém em quantidade menor que na carta via Amplitude Móvel. Percebemos que a estimativa de σ pela amplitude móvel foi subestimada em relação ao desvio padrão amostral. Como estamos empregando $\alpha = 0,05$, esperamos encontrar um “alarme falso” a cada 20 amostras nas cartas de Shewhart para média via Desvio Padrão Amostral (equação 2.11).

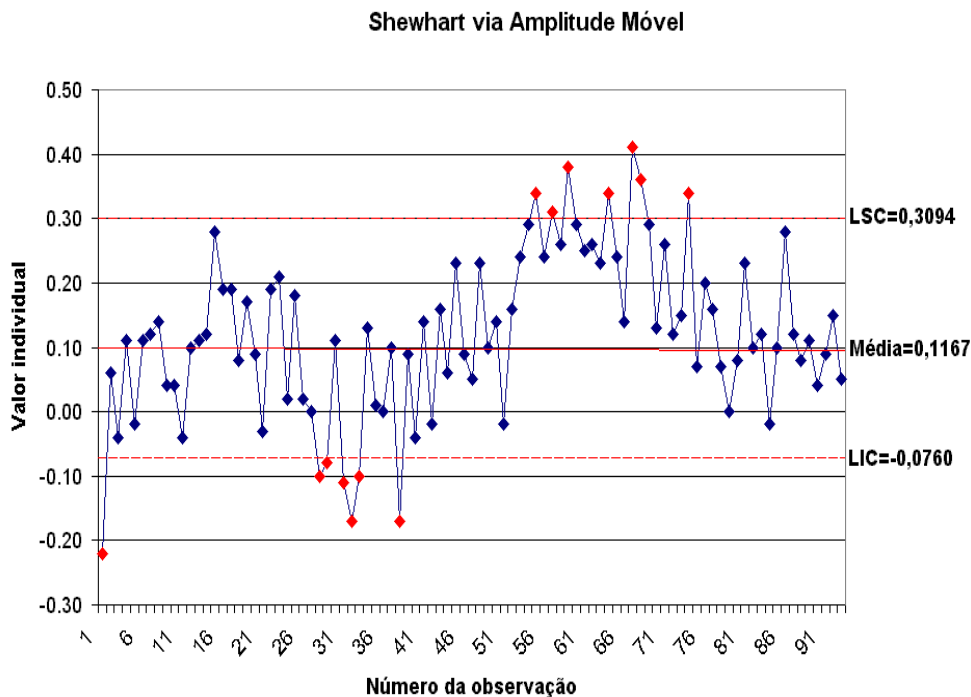


Figura 2.4: Carta de Controle de Shewhart para Média via Amplitude Móvel.

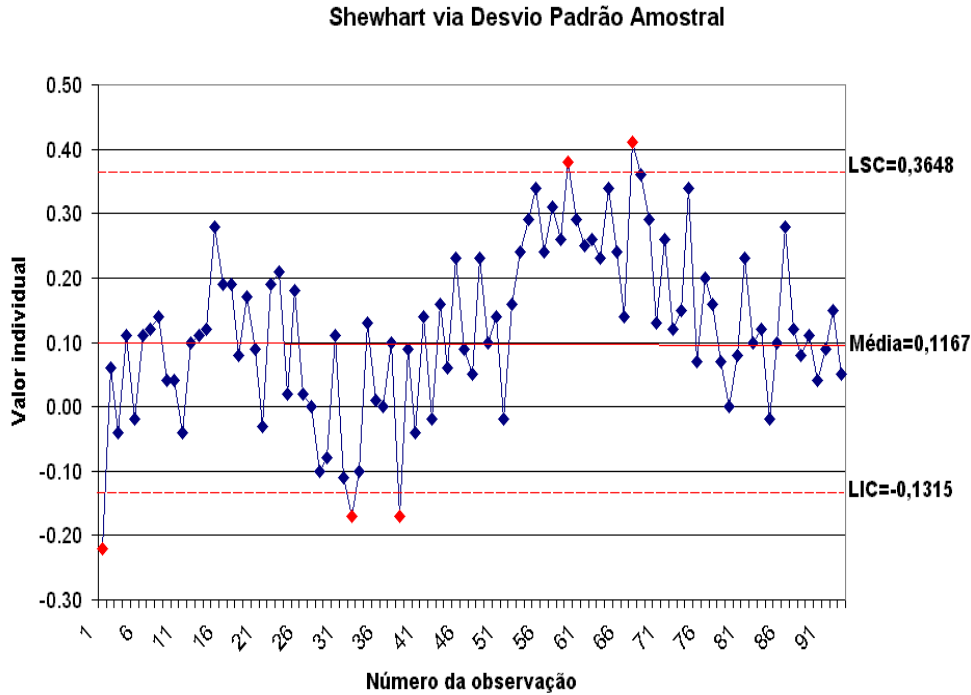


Figura 2.5: Carta de Controle de Shewhart para Média via Desvio Padrão Amostral.

Uma alternativa proposta recentemente para o controle de processos univariados autocorrelacionados é transformá-los em multivariados de modo a utilizar-se as cartas de controle multivariadas para monitoramento do processo (Apley e Tsung, 2002). Esses autores propuseram uma modificação da metodologia de Alwan e Alwan (1994), na qual um vetor multivariado é criado a partir das observações de um processo univariado autocorrelacionado com a finalidade de se utilizar técnicas de Estatística Multivariada para monitorar o processo. De um processo autorregressivo de primeira ordem, Alwan e Alwan (1994) criaram vetores multivariados X_t , de dimensão $(p \times 1)$ onde $t = p, 2p, 3p, \dots$, formado de observações sucessivas do processo. O próximo vetor seria X_{t+p} formado de uma amostra de observações que não coincide com aquelas usadas no vetor anterior. Foi proposto também que houvesse defasagens entre as observações de dois vetores consecutivos para que diminuísse a correlação entre os vetores. O processo é então monitorado através da estatística T^2 de Hotelling. Assim as estatísticas T_t^2 são próximas de serem independentes. Já Apley e Tsung (2002) consideraram as observações do processo sendo geradas por um modelo ARMA(r,q). Formaram vetores multivariados de dimensão $(p \times 1)$ da forma X_t , onde $t = p, p + 1, p + 2, p + 3, \dots$, ou seja, uma observação é repetida em p vetores consecutivos e não há defasagens entre as amostras de dois vetores consecutivos. A estatística T^2 de Hotelling também é utilizada para monitorar o processo, sendo que foi verificada a superioridade do método T^2 autorregressivo sobre a carta CUSUM e a de Shewhart, as duas últimas calculadas sobre os resíduos do ajuste do modelo ARMA, quando

utilizado o ARL para comparar os métodos.

Kalgonda e Kulkarni (2004) adaptaram a técnica desenvolvida por Hayter e Tsui (1994), que monitora a média de um processo multivariado, no qual os vetores de observações são independentes, para o caso em que há dependência entre os vetores de observações, especificamente para o modelo estacionário Vetor Autorregressivo de Primeira Ordem - VAR(1). Assim como em Hayter e Tsui (1994), esta carta também indica quais variáveis geraram situação de fora de controle. Na seção a seguir apresentamos as estatísticas T^2 de Hotelling e a metodologia de Hayter e Tsui (1994).

2.2.1 Controle de Processos via T^2 e metodologia de Hayter e Tsui

É um fato da vida que a maior parte dos dados são naturalmente multivariados. Geralmente queremos medir mais de uma característica numa mesma unidade amostral. Harold Hotelling em 1947 introduziu a estatística chamada T^2 de Hotelling que reúne a dispersão, a correlação e a média de várias variáveis num escalar. A carta T^2 seria a versão multivariada das cartas de Shewhart para valores individuais (X).

Suponhamos, por exemplo, que estamos monitorando duas características de qualidade em um mesmo produto, X_1 e X_2 , com distribuição Normal Bivariada. Se utilizamos as cartas de Shewhart para controlar as duas variáveis isoladamente, considerando apenas que cada uma possui distribuição Normal, dizemos que o processo está fora de controle se pelo menos uma das cartas apresentar um ponto fora dos seus limites de controle respectivos. Isto é equivalente ao par de pontos (X_1, X_2) estar dentro do retângulo da Figura 2.6, considerando-se um nível α de significância para cada carta.

Controlando essas duas variáveis independentemente, a probabilidade de que X_1 ou X_2 individualmente excedam os limites de controle de 3σ é 0,0027. Porém a probabilidade conjunta de que ambas as variáveis excedam simultaneamente os limites de controle é $1 - [(0,9973) \cdot (0,9973)] = 0,0054$. Portanto o uso de uma carta para cada variável separadamente, construída com o mesmo nível de significância α , aumenta as probabilidades do erro do tipo I (α) e do tipo II (β) e quanto maior o número de variáveis, maior é esse aumento. Se tivermos p variáveis para monitorar e para cada uma delas mantivermos a probabilidade do erro do tipo I = α , a verdadeira probabilidade do erro do tipo I para o controle conjunto das variáveis é (Montgomery, 2004):

$$\alpha' = 1 - (1 - \alpha)^p \quad (2.22)$$

e a probabilidade de que simultaneamente os p pontos caiam dentro dos limites de controle é

$(1 - \alpha)^p$. No entanto, se considerarmos a distribuição conjunta Normal Bivariada de (X_1, X_2) , a região de confiança de tamanho $(1-\alpha)$ não é o retângulo mas sim uma elipse, como mostrado na Figura 2.7. O uso de gráficos de região de confiança não é muito comum, pois sua construção para monitorar mais de 3 variáveis é praticamente impossível, apesar de matematicamente, a região de confiança poder ser estabelecida.

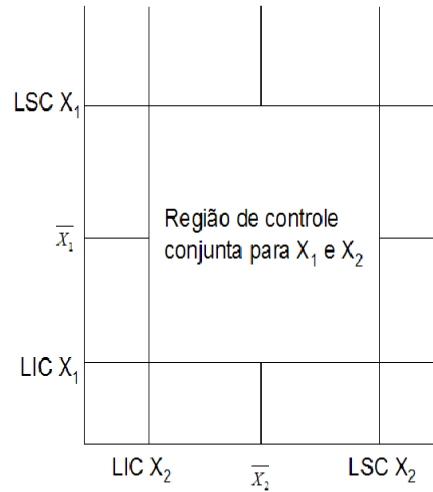


Figura 2.6: Região de controle conjunta para X_1 e X_2 com limites de controle calculados separadamente.

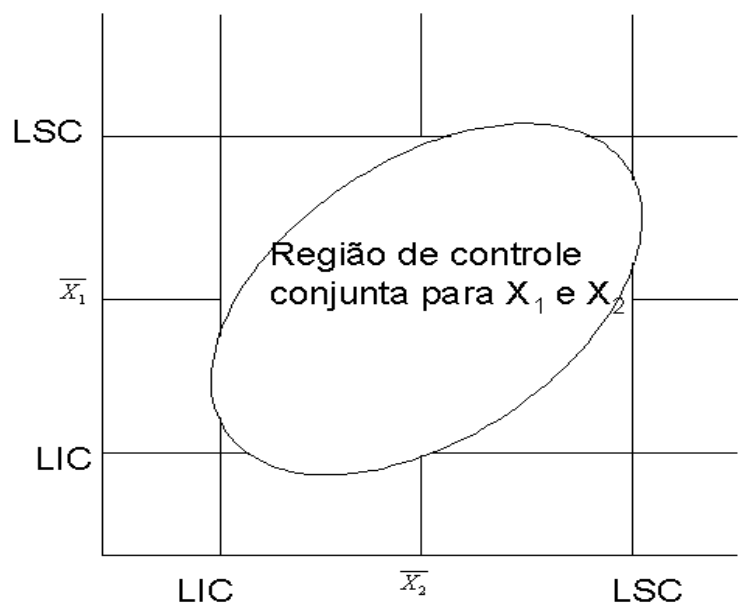


Figura 2.7: Região de controle conjunta de X_1 e X_2 .

Uma alternativa é utilizarmos a estatística T^2 de Hotelling (Hotelling, 1947) definida a seguir.

Seja \mathbf{X}_t um vetor com p características de interesse medidas na t -ésima amostra do processo, isto é, $\mathbf{X}_t = [X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{pt}]'$, $t = 1, 2, \dots, N$, N é o número de amostras do processo, $\mathbf{X}_t \sim N_p(\mu^0, \Sigma)$, sendo a matriz de covariâncias de \mathbf{X}_t igual a:

$$\Sigma_{p \times p} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1p} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \sigma_{(p-1)p} \\ \sigma_{p1} & \dots & \sigma_{p(p-1)} & \sigma_{pp} \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

onde σ_{ii} denota a variância de X_{it} e σ_{ij} denota a covariância entre X_{it} e X_{jt} , $i \neq j$. Quando o processo está sob controle o vetor de médias é dado por

$$\mu^0 = [\mu_1^0, \mu_2^0, \dots, \mu_p^0]'. \quad (2.24)$$

Se Σ e μ^0 são conhecidos, a estatística T_t^2

$$T_t^2 = [\mathbf{X}_t - \mu^0]' \Sigma^{-1} [\mathbf{X}_t - \mu^0] \quad (2.25)$$

segue a distribuição χ^2 com p graus de liberdade (Mason e Young, 2002 e Montgomery, 2004). A probabilidade de ocorrência de um alarme falso é definida como α . Seja $(1 - \alpha)$ o percentil da distribuição χ^2 com p graus de liberdade, denotado por $\chi_{(1-\alpha, p)}^2$. Assim, uma carta de controle é construída considerando-se o limite superior de controle dado por:

$$LSC = \chi_{(1-\alpha, p)}^2 \quad (2.26)$$

Após ter sido calculada a estatística T_t^2 para as N unidades amostrais, esta é comparada com o limite superior de controle da equação (2.26). Se $T_t^2 > LSC$ para algum t , diremos que o processo está fora de controle. Se Σ é desconhecida, estimamos através de $\hat{\Sigma}_{p \times p} = \mathbf{S}_{p \times p}$, onde \mathbf{S} é (Montgomery, 2004):

$$\mathbf{S}_{p \times p} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1p} \\ S_{21} & S_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & S_{(p-1)p} \\ S_{p1} & \dots & S_{p(p-1)} & S_{pp} \end{pmatrix} \quad (2.27)$$

$\mathbf{S}_{p \times p}$ é o estimador não viciado de $\Sigma_{p \times p}$, sendo

$$S_{ii} = \frac{\sum_{j=1}^N (x_{ij} - \bar{x}_i)^2}{(N-1)}, \quad i = 1, \dots, p$$

$$S_{il} = \frac{\sum_{j=1}^N (x_{ij} - \bar{x}_i)(x_{lj} - \bar{x}_l)}{(N-1)}, \quad \forall i \neq l, \quad l = 1, \dots, p. \quad (2.28)$$

Assim, se μ^0 for conhecido, a estatística T_t^2 é dada por:

$$\mathbf{T}_t^2 = [\mathbf{X}_t - \mu^0]' \mathbf{S}^{-1} [\mathbf{X}_t - \mu^0] \quad (2.29)$$

e tem distribuição aproximada pela distribuição F:

$$T_t^2 \sim \frac{(N-1)p}{(N-p)} F_{(p, N-p)} \quad (2.30)$$

Assim, o limite superior de controle passa a ser (Mason e Young, 2002):

$$LSC = \frac{(N-1)p}{(N-p)} F_{(p, N-p, \alpha)} \quad (2.31)$$

onde $F_{(p, N-p, \alpha)}$ denota o percentil α da distribuição F, p são os graus de liberdade do numerador, $N-p$ são os graus de liberdade do denominador e N é o número de vetores da Normal p-variada (tamanho da amostra).

Após ter sido calculada a estatística T_t^2 , esta é comparada com o limite superior de controle da equação (2.31). Se $T_t^2 > LSC$, diremos que o processo está fora de controle.

Se μ^0 e Σ não são conhecidos, estimamos através de $\hat{\mu}^0 = \bar{X}$ e $\hat{\Sigma} = \mathbf{S}$, onde \mathbf{S} é dada pela matriz (2.27) e \bar{X} é:

$$\bar{X} = [\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_p]'. \quad (2.32)$$

o vetor de médias amostrais transposto. Assim, a estatística T_t^2 é dada por:

$$\mathbf{T}_t^2 = [\mathbf{X}_t - \bar{X}]' \mathbf{S}^{-1} [\mathbf{X}_t - \bar{X}] \quad (2.33)$$

e tem distribuição aproximada pela distribuição F (Johnson e Wichern, 2002):

$$T_t^2 \sim \frac{(N+1)(N-1)p}{N(N-p)} F_{(p, N-p)}$$

(2.34)

O limite superior de controle será:

$$LSC = \frac{(N+1)(N-1)p}{N(N-p)} F_{(p, N-p, \alpha)} \quad (2.35)$$

Existe uma relação entre a distribuição F e a distribuição Beta. Por exemplo, a distribuição da estatística T_t^2 da equação (2.33) pode ser aproximada por: $\frac{(N-1)^2}{N} Beta(\frac{p}{2}, \frac{N-p-1}{2})$ (Johnson, Kotz e Balakrishnan, 1995). Deste modo, é possível construir o gráfico de controle utilizando a distribuição Beta.

Quando a carta T^2 aponta o processo como fora de controle não sabemos diretamente qual das variáveis originou a falta de controle do processo. É necessário utilizar-se um outro procedimento no qual para cada T_t^2 que tenha excedido o limite de controle são calculados os valores da variável $d_i = T_t^2 - T_{t(-i)}^2$ no qual $T_{t(-i)}^2$ é o valor da estatística T^2 sem a variável i . As variáveis que mais impactam no valor da T^2 são então identificadas. Sob a suposição de normalidade p-variada da estatística d_i tem distribuição χ_1^2 . Neste caso a significância de d_i pode ser então verificada. Para contornar esse problema Alt (1985) e Doganaksoy et al. (1991) propuseram calcular probabilidades de significância para cada uma das p variáveis separadamente e comparar com o erro de Bonferroni α/p . Isto é equivalente a usar p cartas de Shewhart, cada uma com erro α/p . Como na metodologia de Bonferroni é ignorada a correlação existente entre as variáveis, muitas vezes as estatísticas χ^2 ou F apontam que o processo está fora de controle, porém nenhuma carta de Bonferroni consegue captar a situação de falta de controle. Os intervalos de Bonferroni baseiam-se na Desigualdade de Bonferroni (Casella e Berger, 2002), que pode ser caracterizada da seguinte forma. Sejam A_1, A_2, \dots, A_n eventos quaisquer:

$$P(\cap_{i=1}^n A_i) \geq \sum_{i=1}^n P(A_i) - n + 1 \quad (2.36)$$

Os intervalos são construídos desprezando a correlação entre as variáveis de forma que:

$$P[\bar{X}_i \pm t_{m-1}(\alpha/2p)\sqrt{S_{ii}/m} \supset \mu_i] = 1 - (\alpha/p), \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (2.37)$$

ou

$$P[\bar{X}_i \pm t_{m-1}(\alpha/2p)\sqrt{S_{ii}/m} \supset \mu_i, \forall i] \geq 1 - \alpha \quad (2.38)$$

onde $t_{m-1}(\alpha/2p)$ é o valor referente ao percentil $(\alpha/2p)$ da distribuição t de Student com $m-1$ graus de liberdade. Assim o erro do tipo I em cada intervalo é α/p e o nível de confiança dos intervalos simultâneos é maior ou igual a $1 - \alpha$, ou equivalentemente, o erro do tipo I é menor ou igual a α . Quando utilizamos o percentil α/p da distribuição ao invés de α , os limites de controle se tornam mais amplos, fazendo com que a carta seja ineficiente na detecção da falta de controle do processo. No artigo de Hayter e Tsui (1994) há uma alternativa mais interessante para identificar as possíveis variáveis causadoras da situação de falta de controle do processo e estimar a quantidade de deslocamento do parâmetro da distribuição da variável em relação ao estabelecido inicialmente para o processo. O procedimento de Hayter e Tsui (1994) calcula intervalos de confiança simultâneos para cada média μ_i , $i = 1, \dots, p$, de um processo multivariado no qual a probabilidade do erro do tipo I é mantida igual a α . O processo é considerado fora de controle se qualquer um dos p intervalos não contiver sua respectiva média μ_i^0 , $i = 1, \dots, p$. Assim, automaticamente a variável que está causando a falta de controle do processo é identificada. Apenas uma carta de controle é construída para monitoramento do processo multivariado. Se a carta indicar a falta de controle do mesmo, as cartas para as variáveis separadamente devem ser construídas a fim de descobrir-se qual foi a variável geradora da situação de fora de controle. No entanto, as cartas construídas separadamente nessa metodologia são mais eficientes que as de Bonferroni, pois a constante que dá abertura ao intervalo de confiança para cada variável tem o mesmo valor e é obtida usando-se a distribuição conjunta Normal Multivariada das p variáveis. O procedimento engloba o cálculo de uma constante chamada $C_{R,\alpha}$ e é descrito a seguir.

Seja $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_p)'$ o vetor contendo as características de qualidade de interesse com distribuição Normal p -variada com vetor de médias

$$\mu^0 = [\mu_1^0, \mu_2^0, \dots, \mu_p^0]'$$

e matriz de covariâncias $\Sigma_{p \times p}$, ou seja, $X \sim N_p(\mu^0, \Sigma_{p \times p})$. Seja $P_{p \times p}$ a matriz de correlação de \mathbf{X} . O ponto crítico $C_{R,\alpha}$ é definido como:

$$Prob\left[\frac{|X_i - \mu_i^0|}{\sigma_i} \leq C_{R,\alpha}, \forall i = 1, 2, \dots, p\right] = 1 - \alpha \quad (2.39)$$

A equação (2.39) pode ser escrita como

$$Prob([X_i - \sigma_i C_{R,\alpha}, X_i + \sigma_i C_{R,\alpha}] \supset \mu_i^0, \forall i = 1, 2, \dots, p) = 1 - \alpha \quad (2.40)$$

o que significa dizer que a probabilidade de que o intervalo $[X_i - \sigma_i C_{R,\alpha}; X_i + \sigma_i C_{R,\alpha}]$ contenha o valor verdadeiro μ_i^0 para todo i , $i = 1, 2, \dots, p$, é igual a $(1 - \alpha)$. A escolha do valor crítico $C_{R,\alpha}$

depende da matriz de correlação $P_{p \times p}$ teórica do vetor aleatório \mathbf{X} , logo a estrutura de correlação de \mathbf{X} afeta todos os intervalos simultaneamente, ao contrário dos intervalos simultâneos de Bonferroni que não considera a correlação entre as p variáveis. O valor de $C_{R,\alpha}$ é obtido através de um algoritmo que envolve simulação de amostras de uma população Normal p -variada com vetor de médias zero e matriz de covariâncias $P_{p \times p}$, que na prática é estimada pela matriz de correlação amostral das variáveis denotada por $R_{p \times p}$ (Johnson & Wichern, 2002), isto é, $R_{ij} = \frac{S_{ij}}{\sqrt{S_{ii}S_{jj}}}$ estima a correlação teórica entre X_i e X_j . Os passos deste algoritmo são mostrados na Figura 2.8. Sugere-se gerar $N^*=100000$ observações de uma normal p -variada, pois assim temos uma boa estimativa para $C_{R,\alpha}$ (Hayter e Tsui, 1994). O programa em S-plus que calcula a constante $C_{R,\alpha}$ é mostrado na Figura 2.9 (Mingoti e Glória, 2003), no qual me é o número de observações multivariadas geradas, $média1$ é o vetor de médias usado para gerar as observações e $corr$ é a matriz de correlação amostral usada para gerar as observações.

Para verificarmos se o processo está fora de controle, dado um vetor de observações $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_p)'$ construímos intervalos de confiança da forma:

$$[X_i - \sigma_i C_{R,\alpha}; X_i + \sigma_i C_{R,\alpha}], \quad i = 1, \dots, p \quad (2.41)$$

Se a média μ_i^0 de qualquer variável não se encontrar dentro do seu respectivo intervalo, diremos que o processo está fora de controle. Para facilitar o monitoramento do processo, ao invés de avaliarmos se todos os intervalos contêm sua respectiva média, podemos utilizar a estatística M^* definida como:

$$M^* = \max\left\{\frac{|X_i - \mu_i^0|}{\sigma_i}, i = 1, 2, \dots, p\right\} \quad (2.42)$$

A estatística M^* é comparada com o valor crítico $C_{R,\alpha}$ que é o limite superior de controle proposto por Hayter e Tsui (1994):

$$LSC = C_{R,\alpha} \quad (2.43)$$

Se o módulo da maior observação padronizada $\left(\frac{|X_i - \mu_i^0|}{\sigma_i}\right)$ for menor que $C_{R,\alpha}$ ($M^* \leq C_{R,\alpha}$), dizemos que o processo está sob controle. Se $M^* > C_{R,\alpha}$ o processo é dito estar fora de controle. Porém não é necessária outra metodologia para sabermos qual(ais) variável(eis) são as responsáveis pela falta de controle. Bastará observar para quais variáveis o módulo $\frac{|X_i - \mu_i^0|}{\sigma_i}$ foi maior que o valor de $C_{R,\alpha}$, o que é equivalente a verificar se μ_i está no intervalo de confiança correspondente. As variáveis para as quais μ_i não está contida no intervalo de confiança são as

responsáveis pela falta de controle do processo. No capítulo 3 a seguir a carta T^2 Autorregressiva será apresentada bem como as propostas avaliadas nesta dissertação.

1. Gerar um grande número N^* de vetores de observações de uma normal p -variada com vetor de médias zero e matriz de correlação $P_{p \times p}$, denotados por: Z^1, Z^2, \dots, Z^{N^*} .

2. Calcular a estatística M_a para cada um dos vetores $Z^i = (Z^i_1, Z^i_2, \dots, Z^i_p)$ gerados no passo 1, isto é, para todo $i=1, 2, \dots, N^*$, calcular:

$$M_a^i = \max\{|Z^i_j|, j=1, 2, \dots, p\}$$

3. Encontrar o percentil de ordem $(1-\alpha)$ da amostra $(M_a^1, M_a^2, \dots, M_a^{N^*})$ e usar o valor encontrado como sendo o valor crítico $C_{R,\omega}$.

Figura 2.8: Algoritmo usado para encontrar a constante $C_{R,\alpha}$ - caso normal multivariado.

```
Cralfa<-function(me, medial, corr, alfa = 0.05)
{
  f<- rmvnorm(me, medial, corr)
  g <- abs(f)
  h <- apply(g, 1, max)
  i <- sort(h)
  conf <- round(me * (1 - alfa))
  Cralfa <- i[conf]
  return(conf,Cralfa)
}
```

Figura 2.9: Programa Cralfa em S-Plus para a determinação de $C_{R,\alpha}$.

Capítulo 3

Cartas T^2 Autorregressiva e CRalfa Autorregressiva (Hayter e Tsui)

Nas duas seções seguintes apresentamos dois tipos de cartas: a T^2 Autorregressiva e a CRalfa Autorregressiva. Para cada tipo de carta temos três variantes, devido ao fato de modificarmos a estimação do vetor de médias e da matriz de covariâncias. A carta T^2 Autorregressiva foi proposta por Apley e Tsung(2002), enquanto que a CRalfa Autorregressiva é uma proposta nova que será avaliada nesta dissertação. O grande motivador da junção das propostas dos artigos de Hayter e Tsui (1994) e de Apley e Tsung (2002) foi o artigo de Kalgonda e Kulkarni (2004) que utiliza as idéias de Hayter e Tsui para o caso no qual há dependência entre as observações (autocorrelação), porém para o caso multivariado. Nesta dissertação estamos aplicando as idéias de Hayter e Tsui para o caso univariado em conjunto com a transformação de um processo univariado em multivariado descrita em Apley e Tsung (2002). Portanto, as seis cartas que serão definidas a seguir juntamente com as duas cartas univariadas de Shewhart serão objeto de um estudo comparativo. Desejamos verificar o comportamento de cada uma delas frente a vários graus de autocorrelação inseridos nos modelos ARMA(r,q), alguns tamanhos de amostra e alguns tamanhos (p) de vetor formado após a transformação para o caso multivariado.

3.1 Controle de Processos Univariados Autocorrelacionados via T^2 Autorregressiva

A carta T^2 Autorregressiva proposta em Apley e Tsung é uma modificação das apresentadas por Krieger, Champ e Alwan (1992) e Alwan e Alwan (1994). Esses autores propuseram representar as observações de um processo univariado autocorrelacionado como vetores multivariados e em seguida aplicar cartas de controle multivariadas para controlar o processo.

Krieger et al.(1992) aplicaram a carta CUSUM multivariada e Alwan e Alwan (1994) aplicaram a T^2 de Hotelling para os vetores construídos. Apley e Tsung também aplicaram a carta T^2 de Hotelling, porém o método de construção dos vetores multivariados foi modificado em relação a Alwan e Alwan (1994). A seguir definiremos a estatística T^2 Autorregressiva e o respectivo limite de controle.

Seja X_t uma variável medida em um processo univariado autocorrelacionado no instante t . O processo segue a distribuição Normal com média μ e função de autocovariância $\gamma_k = E[(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)]$. Assumimos que μ_0 é a média quando o processo está sob controle e é considerada conhecida. Considere a seqüência de vetores p -dimensionais formados com as observações do processo univariado, $\mathbf{X}_t = [X_{t-p+1}, X_{t-p+2}, \dots, X_t]'$, $t = p, p+1, p+2, p+3, \dots$. Supondo que \mathbf{X}_t tem distribuição Normal p -variada, a matriz de covariâncias de \mathbf{X}_t é dada por:

$$\Sigma_{p \times p} = \begin{pmatrix} \gamma_0 & \gamma_1 & \cdots & \gamma_{p-1} \\ \gamma_1 & \gamma_0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \gamma_1 \\ \gamma_{p-1} & \cdots & \gamma_1 & \gamma_0 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

e quando o processo está sob controle o vetor de médias é dado por

$$\mu_0 = [\mu_0, \mu_0, \dots, \mu_0]' \quad (3.2)$$

sendo μ_0 a média populacional do processo univariado. Usando as idéias descritas no Capítulo 2, se Σ é conhecida, a estatística T_t^2

$$T_t^2 = [\mathbf{X}_t - \mu_0]' \Sigma^{-1} [\mathbf{X}_t - \mu_0] \quad (3.3)$$

segue a distribuição χ^2 com p graus de liberdade. A probabilidade de ocorrência de um alarme falso é definida como α . Seja $\chi_{(1-\alpha, p)}^2$ o percentil da distribuição χ^2 com p graus de liberdade. Teremos então o limite superior de controle dado por:

$$LSC = \chi_{(1-\alpha, p)}^2 \quad (3.4)$$

que será usado no monitoramento do processo.

De acordo com Apley e Tsung (2002), uma forma de estimar a matriz de variâncias e covariâncias (Σ) é ajustar um modelo ARMA(r, q) aos dados. Em seguida, calcula-se a função de autocovariância através dos parâmetros estimados do modelo. Definiremos o modelo

ARMA(r,q) (Box e Jenkins, 1976), que é a combinação do modelo AR (modelo autorregressivo) e o MA (modelo de médias móveis), a seguir.

Seja X_t um processo univariado autocorrelacionado dado por:

$$X_t = \delta + \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_r X_{t-r} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (3.5)$$

sendo que δ é uma constante função do parâmetro ϕ , ε_t são independentes e identicamente distribuídos cuja distribuição é $N(0, \sigma_a^2)$. No caso particular do ARMA(1,1), $|\phi_1| < 1$ e $|\theta_1| < 1$, o que faz com que as propriedades de estacionariedade e invertibilidade sejam satisfeitas.

Para o modelo ARMA(1,1), a forma analítica de cálculo da função de autocovariância é (Pandit e Wu, 1990):

$$\gamma_k = \begin{cases} \frac{\sigma_a^2(\phi_1 - \theta_1)(1 - \theta_1\phi_1)}{(1 - \phi_1^2)} \phi_1^{k-1} & k \geq 1 \\ \frac{\sigma_a^2(1 - 2\theta_1\phi_1 + \theta_1^2)}{(1 - \phi_1^2)} & k = 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

Os parâmetros ϕ_1 , θ_1 e σ_a^2 são estimados pelo método de máxima verossimilhança (Box e Jenkins, 1976) quando ajustamos o modelo ARMA(r,q) aos dados e de posse dessas estimativas estimamos a matriz $\Sigma_{p \times p}$, ($\hat{\Sigma}_{p \times p} = G_{p \times p}$), usando-se a equação (3.6), colocando-se no lugar dos parâmetros as correspondentes estimativas. Se μ_0 não for conhecida, estimamos μ_0 por \bar{X} , no qual \bar{X} é a média da amostra univariada.

$$\bar{X} = [\bar{X}, \bar{X}, \dots, \bar{X}]'. \quad (3.7)$$

Deste modo, a estatística para a carta T^2 Autorregressiva é da forma:

$$T_t^2 = [\mathbf{X}_t - \bar{X}]' G^{-1} [\mathbf{X}_t - \bar{X}] \quad (3.8)$$

Podemos utilizar os mesmos procedimentos de aproximação pela distribuição F ou Beta para cálculo dos limites de controle. Utilizando a distribuição F, o limite superior de controle é dado por:

$$LSC = \frac{(N+1)(N-1)p}{N(N-p)} F_{(p, N-p, \alpha)} \quad (3.9)$$

Em Alwan e Alwan (1994) os vetores multivariados são compostos de modo que nenhuma observação univariada seja utilizada mais de uma vez, ao contrário do proposto por Apley e Tsung (2002). A seguir apresentamos um exemplo para ilustrar a composição de vetores.

Suponhamos que temos a seguinte série de observações de um processo univariado: (3, 7, 9, 2, 1, 10, 4, 6, 7, 5) e queremos formar vetores de dimensão $(p \times 1)$ com $p = 2$.

Utilizando o método de Alwan e Alwan(1994), as observações multivariadas são da seguinte forma: $\mathbf{X}_1 = [3, 7]'$, $\mathbf{X}_2 = [9, 2]'$, $\mathbf{X}_3 = [1, 10]'$, $\mathbf{X}_4 = [4, 6]'$ e $\mathbf{X}_5 = [7, 5]'$, assim cada observação univariada só participa da formação de um único vetor. Utilizando o método proposto por Apley e Tsung (2002) as observações multivariadas passam a ser: $\mathbf{X}_1 = [3, 7]'$, $\mathbf{X}_2 = [7, 9]'$, $\mathbf{X}_3 = [9, 2]'$, $\mathbf{X}_4 = [2, 1]'$, $\mathbf{X}_5 = [1, 10]'$, $\mathbf{X}_6 = [10, 4]'$, $\mathbf{X}_7 = [4, 6]'$, $\mathbf{X}_8 = [6, 7]'$ e $\mathbf{X}_9 = [7, 5]'$. Neste exemplo cada observação univariada está em $p = 2$ vetores consecutivos. Se estivéssemos formando vetores de dimensão $(p \times 1)$ com $p = 5$, teríamos pelo método de Alwan e Alwan (1994): $\mathbf{X}_1 = [3, 7, 9, 2, 1]'$ e $\mathbf{X}_2 = [10, 4, 6, 7, 5]'$ e pelo método de Apley e Tsung (2002) teríamos: $\mathbf{X}_1 = [3, 7, 9, 2, 1]'$, $\mathbf{X}_2 = [7, 9, 2, 1, 10]'$, $\mathbf{X}_3 = [9, 2, 1, 10, 4]'$, $\mathbf{X}_4 = [2, 1, 10, 4, 6]'$, $\mathbf{X}_5 = [1, 10, 4, 6, 7]'$ e $\mathbf{X}_6 = [10, 4, 6, 7, 5]'$. Faremos uso da composição de vetores proposta em Apley e Tsung (2002), pois neste artigo já foi visto que este método não influencia nos resultados das cartas de controle.

Uma alternativa à T^2 Autorregressiva é a T^2 Autorregressiva via matriz de covariâncias amostrais. A diferença entre esta carta e a T^2 Autorregressiva reside na composição do vetor de médias e na matriz de covariâncias utilizada. Para esta carta usamos como componentes, a média amostral de cada variável criada na transformação do processo univariado em multivariado. Então, o vetor de médias estimado possui a seguinte forma:

$$\bar{\mathbf{X}}_a = [\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_p]'. \quad (3.10)$$

A matriz de covariâncias utilizada é a de covariâncias amostral definida como na equação (2.27). A estatística T_t^2 é da forma:

$$T_t^2 = [\mathbf{X}_t - \bar{\mathbf{X}}_a]' S^{-1} [\mathbf{X}_t - \bar{\mathbf{X}}_a] \quad (3.11)$$

com limite superior de controle igual ao da equação (3.9).

Uma outra modificação da carta T^2 Autorregressiva é a T^2 Autorregressiva via covariâncias amostral modificada. O vetor de médias para esta carta é o mesmo mostrado na equação (3.7). A modificação é na forma de estimar a matriz de covariâncias que será representada por $V_{p \times p}$:

$$\mathbf{V}_{p \times p} = \begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} & \dots & V_{1p} \\ V_{21} & V_{22} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & V_{(p-1)p} \\ V_{p1} & \dots & V_{p(p-1)} & V_{pp} \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

onde

$$V_{ii} = \frac{\sum_{j=1}^N (x_{ij} - \bar{X})^2}{(N - 1)}, \quad i = 1, \dots, p$$

$$V_{il} = \frac{\sum_{j=1}^N (x_{ij} - \bar{X})(x_{lj} - \bar{X})}{(N-1)}, \quad \forall i \neq l, \quad l = 1, \dots, p. \quad (3.13)$$

onde \bar{X} é a média da amostra univariada. Assim a estatística T_t^2 passa a ser:

$$T_t^2 = [\mathbf{X}_t - \bar{X}]' \mathbf{V}^{-1} [\mathbf{X}_t - \bar{X}] \quad (3.14)$$

com limite superior de controle igual ao da equação (3.9).

É importante salientar que as duas modificações na estimação da matriz de covariâncias, que geram as estatísticas T_t^2 em 3.11 e 3.14 estão sendo propostas nesta dissertação, pois não foram avaliadas anteriormente por Apley e Tsung (2002).

3.2 Controle de Processos Univariados Autocorrelacionados via CRalfa Autorregressiva (Hayter e Tsui Autorregressiva)

A carta CRalfa Autorregressiva é a reunião da sugestão de Apley e Tsung (2002), de dispor dados de um processo univariado autocorrelacionado em vetores, com as idéias propostas em Hayter e Tsui (1994) para correção dos limites de controle para processos multivariados e de Kalgonda e Kulkarni (2004) para processos multivariados autocorrelacionados. Para a construção dos vetores é utilizada a mesma metodologia vista na seção 3.1. A regra de decisão é através da constante $C_{R,\alpha}$ como descrito na subseção 2.2.1 do Capítulo 2.

Portanto, o processo univariado é transformado em multivariado desdobrando-se o vetor univariado em N vetores de tamanho p . Cada vetor, por analogia com Hayter e Tsui, corresponderia a uma observação das características de qualidade no caso multivariado. É calculada a estatística M^* que é definida a seguir:

$$M^* = \max\left\{\frac{|X_i - \mu_i^0|}{\sigma_i}, i = 1, 2, \dots, p\right\} \quad (3.15)$$

A estatística M^* é comparada com o valor crítico $C_{R,\alpha}$ que é o limite superior de controle da carta:

$$LSC = C_{R,\alpha} \quad (3.16)$$

Na realidade os limites de controle para a média de X_i são $LIC = X_i - \sigma_i C_{R,\alpha}$ e $LSC = X_i + \sigma_i C_{R,\alpha}$ (Hayter & Tsui, 1994). Porém na estatística M^* iremos trabalhar com o máximo de $\frac{|X_i - \mu_i^0|}{\sigma_i}$, $i = 1, 2, \dots, p$, assim dizemos que o processo está fora de controle se o maior valor de $\frac{|X_i - \mu_i^0|}{\sigma_i}$, $i = 1, 2, \dots, p$, ultrapassar $C_{R,\alpha}$. A implementação da combinação das metodologias de Apley e Tsung (2002) e Hayter e Tsui (1994) pode ser feita estimando-se a matriz Σ via modelos de séries temporais (\mathbf{G}_{pxp}) como visto na seção (3.1), ou usando-se a matriz de covariâncias amostral (\mathbf{S}_{pxp}) definida em (2.27) ou através da matriz de covariâncias modificada (\mathbf{V}_{pxp}) definida em (3.12). Quando utilizamos a matriz \mathbf{G} temos a carta CRalfa Autorregressiva via séries temporais. Nesta carta, o vetor de médias utilizado é o mesmo da equação (3.7) e cada elemento da diagonal da matriz \mathbf{G} é a estimativa de σ para cálculo da estatística M^* . A constante $C_{R,\alpha}$ é calculada através da matriz de correlação oriunda da matriz \mathbf{G} . Outra carta é a CRalfa Autorregressiva via covariâncias amostral. Para cálculo da estatística M^* são utilizados cada componente do vetor de médias da equação (3.10). Para estimar o desvio padrão, cada componente da diagonal de \mathbf{S} é utilizada. A constante $C_{R,\alpha}$ é calculada com a matriz de correlação amostral. Uma terceira opção é a carta CRalfa Autorregressiva via covariâncias modificada. A estatística M^* é construída com o vetor de médias da equação (3.7) e o estimador do desvio padrão é cada uma das componentes da diagonal da matriz \mathbf{V} . A matriz de correlação advinda da matriz de covariâncias modificada \mathbf{V} é usada para cálculo de $C_{R,\alpha}$. O algoritmo para encontrar $C_{R,\alpha}$ é o mesmo descrito na Figura 2.8 na seção 2.2.1 do Capítulo 2. A carta CRalfa Autorregressiva com as 3 formas diferentes de se estimar a matriz de covariâncias é uma idéia nova proposta nesta dissertação e que será avaliada.

A estatística M^* é uma tentativa de melhorar a estatística T^2 . A carta T^2 aponta o processo como fora de controle se (conhecidos os parâmetros) $T^2 > \chi_{(1-\alpha,p)}^2$ ou se (estimados os parâmetros) $T^2 > \frac{(N+1)(N-1)p}{N(N-p)} F_{(p,N-p,\alpha)}$. A probabilidade do erro do tipo I da estatística M^* quanto da T^2 é igual a α . Porém uma carta pode apontar que o processo está fora de controle enquanto a outra não. Uma estatística pode ser melhor que outra quando a média difere de μ_0 para alguns valores de deslocamentos e pior que a outra para outros deslocamentos (ver Woodall (1986) para uma discussão similar). Exemplificando: consideremos o caso bivariado com $\mu_1^0 = \mu_2^0 = 0$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$, $\rho_{12} = 0,6$. A Figura 3.1 mostra as regiões críticas das duas estatísticas para $\alpha = 0,05$. A região fora da elipse é a região crítica para a estatística T^2 e a região fora do quadrado é a região crítica da estatística M^* . Para qualquer observação dentro do quadrado, mas fora da elipse (região A na Figura 3.1), a carta T^2 apontaria descontrole do processo enquanto a estatística M^* não. Assim, a estatística T^2 seria mais poderosa em torno dessa região. Também para qualquer observação fora do quadrado, mas dentro da elipse (região hachurada) a estatística M^* apontaria a falta de controle do processo, porém a estatística T^2

não. Assim, a T^2 seria menos poderosa quando o deslocamento da média está em torno dessa região. A vantagem da estatística M^* sobre a T^2 é que depois de ter apontado a falta de controle do processo é possível saber qual variável (no caso multivariado) está causando a falta de controle, sem que se tenha que fazer cálculos adicionais como é o caso da estatística T^2 .

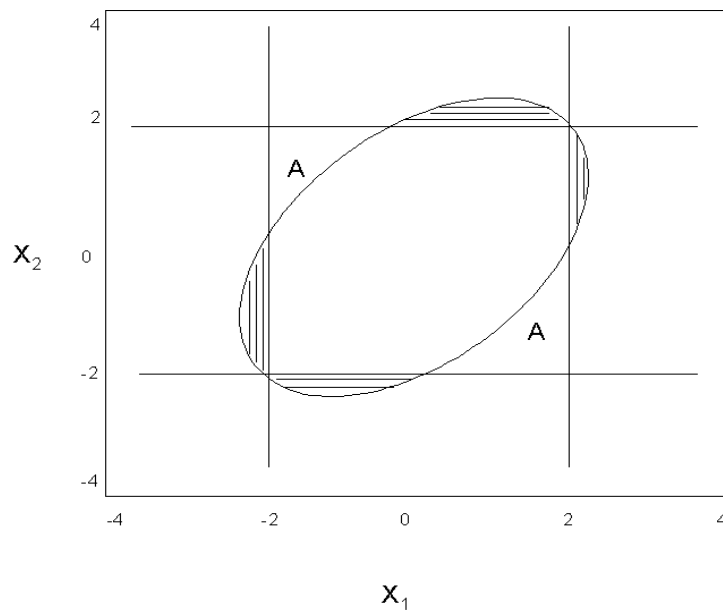


Figura 3.1: Região crítica das estatísticas T^2 e M^* .

A título de ilustração, apresentamos a carta T^2 Autorregressiva e a CRalfa Autorregressiva construídas utilizando o exemplo apresentado na seção 2.2 do Capítulo 2. Para a carta T^2 Autorregressiva apresentada na Figura 3.2 foi utilizada a distribuição F para estabelecer o limite de controle, cujo valor é 6,3071. Esta apresentou um único ponto acima do limite de controle, enquanto a carta CRalfa Autorregressiva mostrada na Figura 3.3 não apresentou nenhum ponto acima do limite de controle, cujo valor é 2,1719.

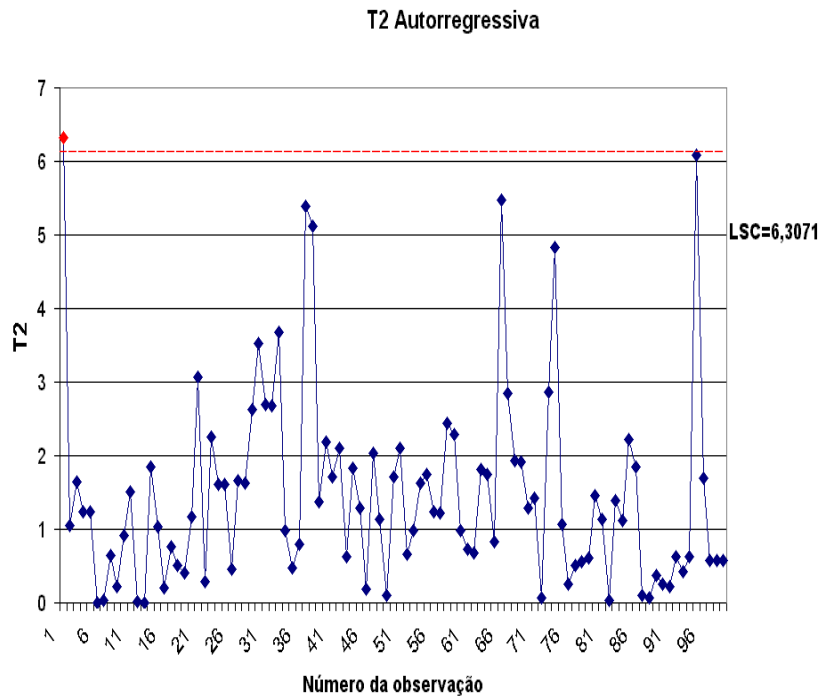


Figura 3.2: Carta de Controle para Média via T^2 Autorregressiva.

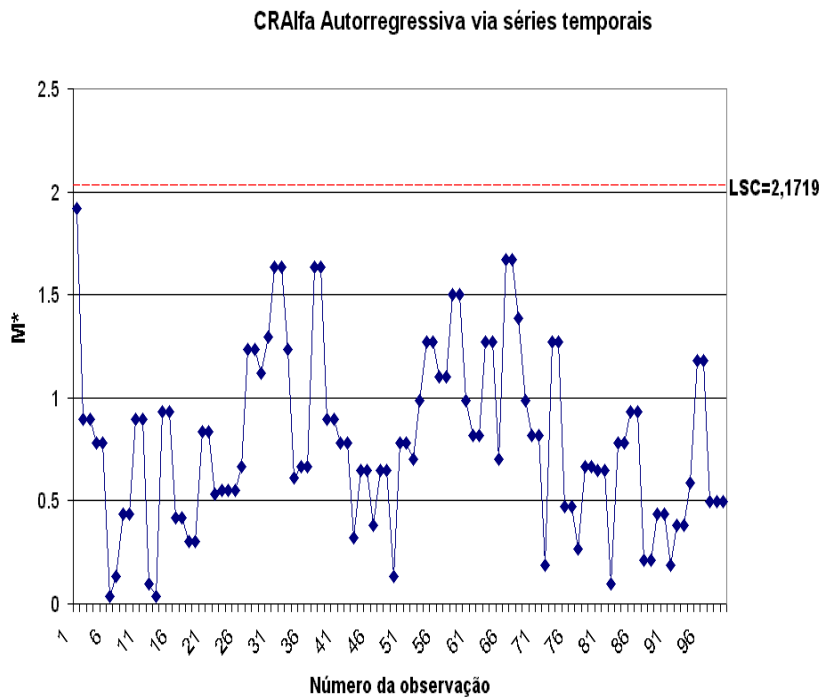


Figura 3.3: Carta de Controle para Média via CRAlfa Autorregressiva via séries temporais.

Capítulo 4

Estratégia de Execução

4.1 Procedimento de Simulação

Nesta dissertação foram comparadas as cartas de controle para valores individuais de Shewhart via Amplitude Móvel, Shewhart via Desvio Padrão Amostral, T^2 Autorregressiva via séries temporais (Apley e Tsung (2002)), T^2 Autorregressiva via covariâncias amostral, T^2 Autorregressiva via covariâncias amostral modificada, CRalfa Autorregressiva via covariâncias amostral, CRalfa Autorregressiva via séries temporais e CRalfa Autorregressiva via covariâncias amostral modificada apresentadas anteriormente, no intuito de identificar qual se aplicaria melhor a processos univariados autocorrelacionados em termos de ARL, ou seja, aquela que identifica mais rapidamente a mudança na média do processo e que seja menos propensa a gerar alarmes falsos, quando o processo está estável. Para tal simulamos amostras de populações que seguem o modelo ARMA(r,q) para séries estacionárias (Box e Jenkins, 1976) com média zero, incluindo o modelo não autocorrelacionado. Os modelos simulados foram:

1) Modelo Autorregressivo de ordem 1 - AR(1):

$$X_t = \delta + \phi X_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \mu_0 = \frac{\delta}{1 - \phi}$$

$$\rho_h = \phi^h, \quad |\phi| < 1, \quad h > 0, \quad h \in \{1, 2, \dots\}$$

$$\sigma_s^2 = Var(X_t) = \frac{\sigma_a^2}{(1 - \phi^2)} \quad (4.1)$$

2) Modelo Autorregressivo - Média Móvel de ordem 1 - ARMA(1,1):

$$X_t = \delta + \phi X_{t-1} - \theta \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t,$$

$$\mu_0 = \frac{\delta}{1-\phi}, \quad |\phi| < 1, \quad |\theta| < 1$$

$$\rho_h = \begin{cases} \frac{(\phi - \theta)(1 - \theta\phi)}{(1 + \theta^2 - 2\theta\phi)}, & h = 1 \\ \phi\rho_{h-1}, & h = 2, 3, \dots \end{cases}$$

$$\sigma_s^2 = Var(X_t) = \frac{\sigma_a^2(1 - 2\theta\phi + \theta^2)}{(1 - \phi^2)} \quad (4.2)$$

no qual X_t é a característica de qualidade de interesse medida no tempo t , ϕ e θ são os parâmetros do modelo dentro da região de estacionariedade e invertibilidade, ε_t é o erro aleatório, com distribuição normal com média zero e variância σ_a^2 igual a 1, e δ é uma constante. Cinco modelos foram avaliados entre os processos AR(1) e ARMA(1,1) com estruturas de correlação diferentes e o modelo sem correlação, juntamente com diversos deslocamentos na média do processo (k). O valor de k igual a zero significa que o processo continua sob controle estatístico, ou seja, não houve deslocamento na média do processo. Já os valores de k diferentes de zero são os novos valores médios para os quais a média do processo se deslocou, representando a situação de descontrole do processo. Os modelos avaliados são semelhantes àqueles discutidos no artigo de Apley e Tsung (2002) e estão apresentados na Tabela 4.1. Como as cartas univariadas de Shewhart são mais afetadas pela presença de correlação alta, é de interesse simular processos que tinham função de autocorrelação nessa faixa (correlações altas ou moderadas).

Tabela 4.1: Modelos Simulados

<i>Modelos</i> ($\phi; \theta$)	ρ_1	σ_s	k
(0; 0)	0	1	0, 1, 2, 3, 4
(0, 5; 0)	0, 5	1, 155	0, 1, 2, 3, 4
(0, 9; 0)	0, 9	2, 294	0, 2, 3, 4, 5
(0, 9; -0, 9)	0, 949854	4, 249	0, 2, 3, 4, 5
(0, 9; -0, 5)	0, 944186	3, 364	0, 3, 4, 5, 6
(0, 5; -0, 5)	0, 714286	1, 528	0, 2, 3, 4, 5

Durante a primeira fase da simulação para cálculo dos limites de controle, isto

é, quando o processo foi considerado estável, foi feito o controle de modo a assegurar que as séries geradas não continham valores fora da região correspondente a $(1 - \alpha)100\%$, com $\alpha = 0,05$, da área sob a curva da distribuição normal. Após gerada cada série, a autocorrelação amostral de ordem 1 foi comparada com a autocorrelação teórica de ordem 1 do respectivo modelo simulado. A série foi aceita se o módulo da diferença entre a autocorrelação amostral e a teórica não ultrapassasse 0,05. Assim, com este procedimento, assegurava-se que as séries obtidas indicavam que o processo estava sob controle estatístico, além de estarem realmente representando séries providas dos valores teóricos escolhidos para os parâmetros do modelo.

Para a estimação das cartas CRalfa Autorregressiva via séries temporais e T^2 Autorregressiva via séries temporais, os parâmetros do modelo foram estimados via método de máxima verossimilhança. Para cada modelo, foram simuladas R=500 séries de tamanho m=50, 100, 200, de acordo com os parâmetros dos processos apresentados na Tabela 4.1.

Em seguida foram calculados os limites de controle para as oito cartas de controle considerando o erro do tipo I igual a 0,05. Para as cartas que utilizam técnicas de Estatística Multivariada transformamos o processo univariado em multivariado de dimensão p , de acordo com o procedimento explicado na seção 3.1, que é equivalente a avaliarmos p características de qualidade conjuntamente. Portanto, a primeira observação multivariada foi formada pelas primeiras p observações univariadas. A segunda observação multivariada foi composta da segunda observação univariada até a $(p + 1)$ -ésima observação univariada. A j -ésima observação multivariada foi composta da j -ésima observação univariada até a $(p + j - 1)$ -ésima observação univariada. Este é o método de composição de vetores utilizado por Apley e Tsung (2002) na carta T^2 Autorregressiva. Assim teremos $N = m + p - 1$ vetores de dimensão $(p \times 1)$, sendo m o tamanho da amostra univariada original. Simulamos processos univariados transformados em processos multivariados de dimensão 2 ($p = 2$) e de dimensão 5 ($p = 5$). Dependendo da grandeza da correlação existente nos dados, não é vantajoso usar valores de p muito altos, pois a correlação entre as observações vai diminuindo à medida que elas vão se distanciando no tempo.

Implementamos a carta multivariada T^2 Autorregressiva proposta por Apley e Tsung (2002). A proposta é que mesmo transformando o processo univariado em multivariado, a estimativa do vetor de médias é a média da amostra original do processo univariado. Já a matriz de covariâncias foi estimada através de técnicas de séries temporais, como em Apley e Tsung (2002), isto é, foi ajustado um modelo de séries temporais (AR(1) ou ARMA(1,1)) e através das estimativas dos parâmetros, a matriz de covariâncias foi estimada. Uma modificação da carta T^2 Autorregressiva, a T^2 Autorregressiva via matriz de covariâncias amostral, foi implementada. Nesta carta, o vetor de médias é estimado pelas médias das p variáveis obtidas na

transformação do processo univariado em multivariado e a matriz de covariâncias é estimada pela matriz de covariâncias amostral dessas p variáveis. Também foi implementada T^2 Autorregressiva via matriz de covariâncias amostral modificada. Esta difere da T^2 Autorregressiva pela forma de construção da matriz de covariâncias amostral. Na fórmula da covariância, a média de cada variável é substituída pela média da amostra original. As três cartas CRalfa Autorregressiva combinam a composição de vetores proposta em Apley e Tsung (2002) com a utilização da constante $C_{R,\alpha}$ (Hayter e Tsui, 1994) como limite superior de controle. A estatística de teste é o máximo das p variáveis padronizadas. Este máximo é comparado com o $C_{R,\alpha}$ que é o percentil $(1 - \alpha)100\%$ da distribuição do máximo das coordenadas de uma normal multivariada obtida por simulação com matriz de correlação calculada a partir da amostra original usada para cálculo dos limites de controle. A diferença entre as três cartas é a estimação da matriz de correlação utilizada para o cálculo de $C_{R,\alpha}$: a CRalfa Autorregressiva via séries temporais utiliza a matriz de correlação estimada via séries temporais, a CRalfa Autorregressiva via covariâncias amostral utiliza a matriz de correlação estimada via covariâncias amostral e a CRalfa Autorregressiva via covariâncias amostral modificada utiliza a matriz de correlação estimada pela matriz de covariâncias amostral modificada. A carta CRalfa Autorregressiva é uma proposta nova que está sendo avaliada nesta dissertação.

Após terem sido calculados os limites de controle para as cartas citadas, inicia-se a segunda fase da simulação na qual comparamos a eficiência de cada uma em detectar a mudança na média de um processo autocorrelacionado e não autocorrelacionado. Para cada modelo simulamos o procedimento no qual o processo autocorrelacionado, antes controlado com média μ_0 na primeira fase passa a operar numa média $\mu = \mu_0 + k$ na segunda fase, sendo que utilizamos diferentes valores de k para um mesmo modelo (ver Tabela 4.1), no intuito de verificar qual carta de controle indicaria que o processo estava com a média deslocada com mais rapidez. Também simulamos o caso no qual a média do processo continua igual a μ_0 , ($k = 0$), ou seja, o processo continua sob controle. Assim nosso objetivo foi verificar qual das cartas de controle era a menos propensa a gerar alarmes falsos. Também reproduzimos o procedimento anterior quando o processo não é autocorrelacionado com o objetivo de verificar qual carta de controle mais se adequaria a este processo em vista de detectar o deslocamento da média mais rapidamente e não gerar alarmes falsos com muita frequência.

Nesta segunda fase, a simulação foi realizada da seguinte maneira: geramos uma observação vinda de um processo autocorrelacionado de acordo com os modelos descritos na Tabela 4.1, com seu respectivo deslocamento k na média. Para as cartas de Shewhart via Amplitude Móvel e Desvio Padrão Amostral, verificamos se a observação originada estava entre os limites de controle. Para as cartas de controle via Estatística Multivariada foi necessário

construir o vetor de observações de dimensão $(p \times 1)$ para cálculo da estatística de teste. Quando geramos a primeira observação na segunda fase, não possuíamos observações suficientes desta fase para compor o vetor de observações. Assim, utilizamos $(p-1)$ valores da amostra original da primeira fase e a primeira observação gerada na segunda fase para compor o vetor de observações. Em seguida procedemos com os cálculos das estatísticas de teste para verificar se o processo estava ou não com a média deslocada, após a geração da primeira observação. Quando foi gerada a segunda observação da segunda fase, utilizamos as duas observações geradas nesta fase e $(p - 2)$ observações da amostra original da primeira fase e assim até que foram geradas p observações. Quando geramos a p -ésima observação da segunda fase, o vetor foi formado pelas p observações geradas na segunda fase, não necessitando mais de observações da amostra original. Na Figura 4.1 ilustramos o caso no qual geramos uma amostra de tamanho $m=100$ na primeira fase da simulação e para a formação de observações multivariadas usamos $p = 5$. Na segunda fase iniciamos a geração de novas observações. Para a formação da primeira observação multivariada utilizamos a 97^a, 98^a, 99^a e a 100^a observações da amostra original e a 1^a observação gerada na segunda fase. Para a segunda observação multivariada utilizamos a 98^a, 99^a e a 100^a observações da amostra original e a 1^a e a 2^a observações geradas na segunda fase. Para a terceira observação multivariada utilizamos a 99^a e 100^a observações da amostra original e a 1^a, 2^a e a 3^a observações geradas na segunda fase. Para a quarta observação multivariada utilizamos a 100^a observação da amostra original e a 1^a, 2^a, 3^a e a 4^a observações geradas na segunda fase. Quando geramos a 5^a observação da segunda fase já não necessitamos das observações da amostra original para construir a observação multivariada. Formamos o vetor com a 1^a, 2^a, 3^a, 4^a e a 5^a observações geradas na segunda fase e assim por diante. Se alguma carta de controle apontasse que o processo estava fora de controle, interromperíamos a verificação para aquela carta, porém continuaríamos gerando um ponto e verificando nas cartas restantes. Repetimos este procedimento até que todas as cartas apresentaram um ponto fora dos limites de controle.

Para cada valor de k foi observado o número de observações necessárias (n_k) até se obter o primeiro ponto fora dos limites de controle estabelecidos para cada carta de acordo com o método de construção de cartas de controle avaliados nesta dissertação.

Para k igual a zero, um ponto fora dos limites de controle representa um “alarme falso”. Assim, obtivemos um valor de n_0 para cada uma das R vezes que o procedimento foi repetido (n_{0i}) resultando na taxa de alarme falso estimada pela relação:

$$\hat{\alpha}_i = \frac{1}{n_{0i}}, \quad i = 1, \dots, R \quad (4.3)$$

Ao final obtivemos o valor médio dos $\hat{\alpha}_i$ ($\hat{\alpha}$) que é uma estimativa para o erro do tipo I. Quanto menor o valor de $\hat{\alpha}$ melhor é a carta de controle. Para estimar o $ARL_{in\ control}$ utilizamos a seguinte equação:

$$ARL_{in\ control} = n_0 = \frac{\sum_{i=1}^R n_{0i}}{R} \quad (4.4)$$

Quanto maior o valor de $ARL_{in\ control}$ melhor é a carta de controle.

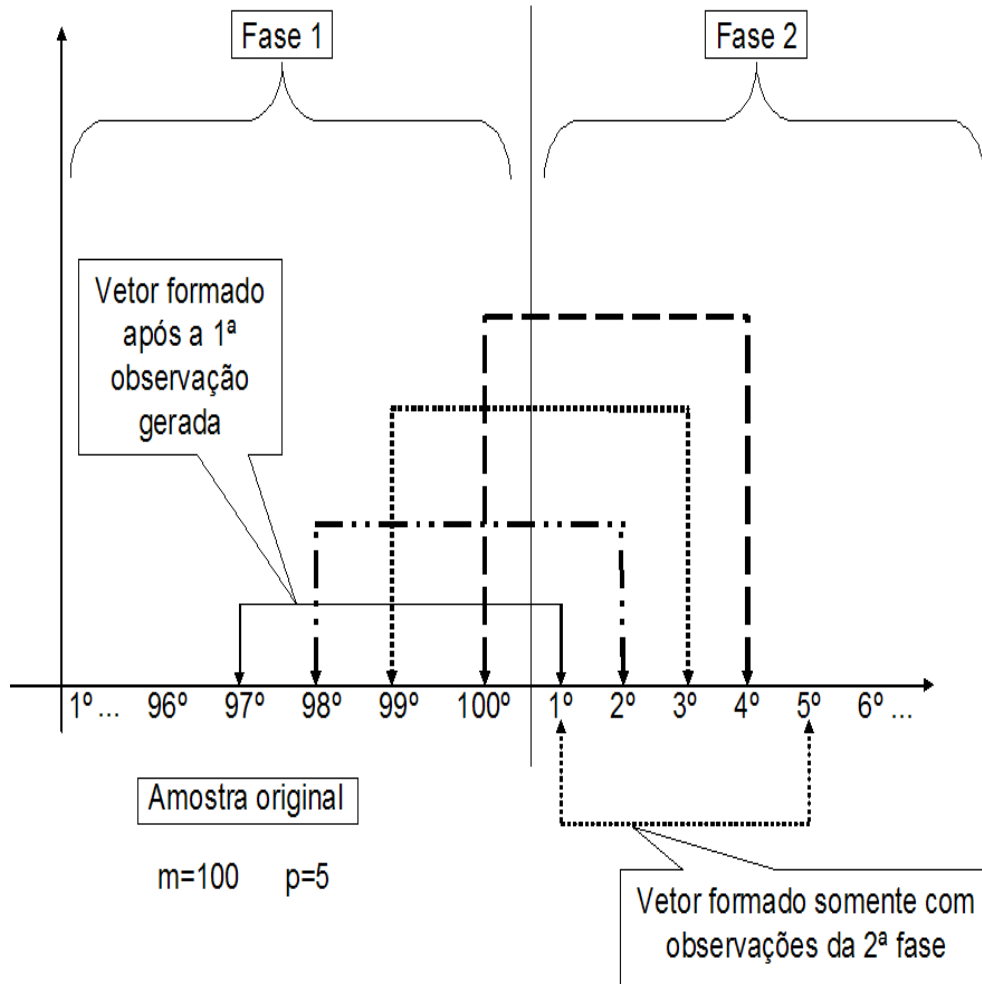


Figura 4.1: Ilustração da formação de observações multivariadas.

Para $k \neq 0$, um ponto fora dos limites de controle está associado a uma alteração nos parâmetros do processo de produção, ou seja, a situação real de “falta de controle”. Neste caso foi observado o momento no qual ocorreu o primeiro sinal de fora de controle (n_k). Assim, obtivemos um valor de n_k para cada uma das R vezes que o procedimento foi repetido (n_{ki}), $k \neq 0$, resultando na taxa de alarme verdadeiro estimada pela relação:

$$P\hat{o}der_i = \frac{1}{n_{ki}}, \quad i = 1, \dots, R \quad (4.5)$$

Ao final obtivemos o valor médio dos $P\hat{o}der_i$'s ($P\hat{o}der$), que é uma estimativa para o poder do teste. Quanto maior o valor de $P\hat{o}der$ melhor é a carta de controle. Para estimar o $ARL_{out\ control}$ utilizamos a seguinte equação:

$$ARL_{out\ control} = n_k = \frac{\sum_{i=1}^R n_{ki}}{R} \quad (4.6)$$

Quanto menor o valor de $ARL_{out\ control}$ ou n_k , $k \neq 0$, melhor é a carta de controle. Assim, ao final da simulação comparamos os valores de $ARL_{in\ control}$ e $ARL_{out\ control}$ para todas as cartas de controle estudadas nesta dissertação tentando-se identificar a mais apropriada para processos autocorrelacionados e não autocorrelacionados. A programação foi feita no *software* S-plus, por atender às necessidades de simulação desta dissertação.

Capítulo 5

Resultados e Discussão

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados, obtidos por simulação, do $ARL_{in\ control}$, $ARL_{out\ control}$ e poder do teste para cada uma das oito cartas de controle apresentadas, para processos não autocorrelacionados na seção 5.1 e para processos autocorrelacionados, na seção 5.2. Na seção 5.3 apresentam-se duas formas de estimar o erro do tipo I (α) discutindo-se uma delas através da apresentação dos resultados advindos dessa forma de estimação. Apresentamos juntamente com cada estimativa de ARL, o poder do teste e erro do tipo I, a mediana e o desvio padrão, que geralmente não são apresentados em trabalhos na literatura, porém são importantes para caracterizar essas distribuições que são assimétricas. A Figura 5.1 exemplifica a distribuição do ARL.

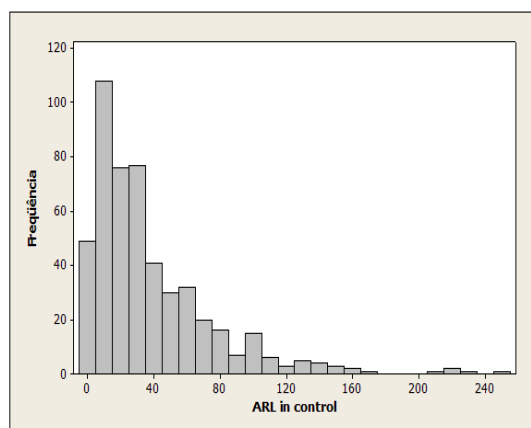


Figura 5.1: Distribuição do $ARL_{in\ control}$ para carta CRalfa Autorregressiva via Séries Temporais - modelo não autocorrelacionado, $m=50$ e $p=2$.

5.1 Análise para Processos Não Autocorrelacionados

Os resultados de $ARL_{in\ control}$ e $ARL_{out\ control}$ estão apresentados nas Tabelas 5.1, 5.2 e 5.3 para o caso não autocorrelacionado divididos por tamanho de amostra ($m=50$, $m=100$ e $m=200$) para $p = 2$ e $p = 5$. É importante salientar que nas simulações com $p = 2$ foram utilizadas amostras diferentes daquelas utilizadas para $p = 5$, isto é, as simulações para $p = 2$ e para $p = 5$ foram feitas separadamente.

Quando são analisados os $ARL's_{in\ control}$ dos modelos não autocorrelacionados, as cartas multivariadas se mostram melhores que as de Shewhart, sendo que independente do valor de p , as cartas CRalfa Autorregressiva via séries temporais, via covariâncias amostral e via covariâncias modificada se mostram melhores para tamanhos de amostra maiores ($m=100$ e $m=200$) (Tabelas 5.2 e 5.3). Já quando se tem a amostra de tamanho menor ($m=50$) (Tabela 5.1), a carta T^2 Autorregressiva via séries temporais se apresenta com $ARL_{in\ control}$ maior. Assim, para o modelo não autocorrelacionado, pode ser utilizada a carta CRalfa Autorregressiva via covariâncias amostral, pois ela se mostrou tão adequada quanto a CRalfa Autorregressiva via séries temporais ou a CRalfa Autorregressiva via covariâncias modificada, não havendo necessidade de ajuste de modelo de séries temporais ou de estimação da matriz de covariâncias modificada, isso para grandes amostras. É válido ressaltar que quando utilizamos $p = 5$, os valores de $ARL_{in\ control}$ são ainda melhores, sem alteração no comportamento das cartas. Porém as cartas multivariadas com $p = 5$ geram desvios padrões maiores para $ARL_{in\ control}$ e $ARL_{out\ control}$ em relação a $p = 2$ (Tabelas 5.1 a 5.3).

Quando são analisados os $ARL's_{out\ control}$, as cartas de Shewhart têm uma ligeira vantagem sobre as cartas multivariadas. Há pouca diferença entre as cartas multivariadas em termos de mediana. Em relação a média, há uma pequena vantagem da T^2 Autorregressiva via covariâncias amostral para todos os tamanhos de amostra. Em relação ao valor de p , utilizar $p = 2$ gera melhores resultados de $ARL_{out\ control}$. Quando o processo sofre um deslocamento mais acentuado na média, todas as cartas captam rapidamente este deslocamento.

Como o poder do teste está ligado ao $ARL_{out\ control}$, as conclusões são similares às do $ARL_{out\ control}$. Cartas de controle que utilizam $p = 2$ são as que têm poder do teste mais elevado quando μ é igual a 1 ou 2, sendo que a T^2 Autorregressiva via covariância amostral possui maior poder, à exceção da carta univariada de Shewhart via Desvio Padrão Amostral (Tabela 5.4). A partir de μ igual a 3, todas as cartas têm alto poder (mínimo de 0,85 e máximo de 0,99) analisando todas as cartas conjuntamente. Como as conclusões são as mesmas para tamanhos de amostra igual a 50, 100 e 200, as tabelas para $m=100$ e $m=200$ encontram-se no Anexo A.1.

Modelo: $\phi = 0, \theta = 0, \rho_1 = 0, \sigma_s = 1, k = (0, 1, 2, 3, 4), m = 50$																	
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRAI α		CRAI α		T^2		T^2		CRAI α	
		via amplitude		via desvio padrão amostral		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via covariância modificada		autorregressiva via covariância modificada	
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$
ARL in control	média	22,67	25,21	20,44	20,47	42,34	133,56	38,86	80,90	37,71	93,26	41,88	79,42	41,52	78,70	38,96	87,47
	mediana	16,00	15,00	15,00	13,50	29,00	95,00	26,50	61,50	26,00	70,00	28,00	51,50	28,50	52,00	27,00	66,00
	des.pad.	23,08	28,06	19,95	20,33	40,75	129,80	40,00	77,74	38,24	90,34	41,68	89,78	40,31	87,85	39,46	84,72
ARL out control	média	5,19	5,48	4,79	5,02	6,44	11,27	6,95	12,76	6,98	13,24	6,31	9,07	6,30	9,31	7,04	12,95
	mediana	3,00	4,00	3,00	3,50	4,00	8,00	5,00	8,00	5,00	9,00	4,00	6,00	4,00	6,00	5,00	8,00
	des.pad.	5,49	5,40	4,51	4,79	6,41	11,09	6,94	13,73	6,81	13,67	6,25	9,52	6,23	9,80	7,00	14,11
ARL out control	média	1,58	1,63	1,55	1,57	1,82	2,51	1,85	2,54	1,83	2,56	1,86	2,25	1,86	2,28	1,85	2,56
	mediana	1,00	1,00	1,00	1,00	2,00	2,00	1,00	2,00	1,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	1,00	2,00
	des.pad.	1,03	1,07	0,96	0,96	1,17	1,45	1,29	2,11	1,27	2,08	1,31	1,36	1,31	1,39	1,31	2,05
ARL out control	média	1,10	1,11	1,08	1,10	1,17	1,43	1,14	1,27	1,14	1,27	1,17	1,35	1,17	1,36	1,14	1,26
	mediana	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	des.pad.	0,32	0,38	0,30	0,36	0,39	0,64	0,41	0,62	0,42	0,66	0,40	0,62	0,40	0,63	0,41	0,61
ARL out control	média	1,01	1,01	1,01	1,00	1,03	1,08	1,02	1,02	1,02	1,02	1,03	1,05	1,03	1,06	1,02	1,02
	mediana	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	des.pad.	0,11	0,08	0,11	0,06	0,18	0,28	0,17	0,14	0,16	0,13	0,18	0,22	0,18	0,23	0,16	0,14

Tabela 5.1: ARL para $\phi = 0, \theta = 0, m = 50$

Modelo: $\phi = 0, \theta = 0, \rho_1 = 0, \sigma_s = 1, k = (0, 1, 2, 3, 4), m = 100$																	
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRAIfa		CRAIfa		T^2		T^2		CRAIfa	
		via amplitude		via desvio padrão amostral		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via covariância modificada		autorregressiva via covariância modificada	
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$
ARL in control	média	24,04	22,43	19,64	18,79	34,89	73,64	39,01	84,92	39,17	91,20	36,20	60,01	36,11	60,60	39,09	88,98
	mediana	16,00	15,00	14,00	14,00	26,00	48,00	28,00	59,00	28,00	63,00	25,50	38,00	25,50	39,00	28,00	61,00
	des.pad.	24,17	25,73	18,40	18,00	32,73	73,74	40,17	84,05	40,46	90,93	36,70	64,82	36,54	65,49	40,21	90,51
ARL out control	média	5,20	5,11	4,81	4,66	6,23	8,01	7,41	11,94	7,28	12,21	5,94	7,44	5,99	7,46	7,37	12,07
	mediana	3,00	3,00	3,00	3,00	4,00	6,00	5,00	8,00	5,00	8,00	4,00	5,00	4,00	5,00	5,00	8,00
	des.pad.	4,65	4,96	4,15	4,04	5,44	7,48	6,61	12,49	6,41	12,68	5,19	7,26	5,23	7,29	6,48	12,64
ARL out control	média	1,65	1,64	1,60	1,64	1,79	2,23	1,89	2,54	1,89	2,54	1,80	2,18	1,81	2,19	1,90	2,54
	mediana	1,00	1,00	1,00	1,00	2,00	2,00	1,00	2,00	1,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	1,00	2,00
	des.pad.	1,08	1,11	1,02	1,10	1,05	1,26	1,33	2,19	1,33	2,09	1,08	1,32	1,10	1,30	1,34	2,07
ARL out control	média	1,09	1,08	1,08	1,07	1,16	1,30	1,15	1,21	1,14	1,21	1,15	1,29	1,15	1,29	1,15	1,21
	mediana	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	des.pad.	0,33	0,32	0,30	0,30	0,39	0,54	0,42	0,53	0,41	0,53	0,38	0,51	0,38	0,51	0,42	0,53
ARL out control	média	1,01	1,01	1,01	1,00	1,01	1,06	1,02	1,03	1,02	1,03	1,01	1,05	1,02	1,05	1,02	1,03
	mediana	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	des.pad.	0,10	0,09	0,08	0,06	0,12	0,23	0,13	0,19	0,13	0,19	0,12	0,21	0,13	0,21	0,13	0,19

Tabela 5.2: ARL para $\phi = 0, \theta = 0, m = 100$

Modelo: $\phi = 0, \theta = 0, \rho_1 = 0, \sigma_s = 1, k = (0, 1, 2, 3, 4), m = 200$																	
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRAI α		CRAI α		T^2		T^2		CRAI α	
		via amplitude		via desvio padrão amostral		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via covariância modificada		autorregressiva via covariância modificada	
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$
ARL in control	média	20,84	20,95	18,77	19,13	32,54	60,62	36,97	88,45	37,53	89,79	33,32	55,62	33,14	55,79	37,53	89,12
	mediana	15,00	14,00	13,00	14,00	23,00	39,00	25,50	59,00	26,00	59,00	23,00	34,00	23,00	34,00	26,00	59,00
	des.pad.	20,54	22,27	18,24	18,14	33,25	59,58	37,33	91,62	37,48	91,68	34,17	58,11	33,91	58,89	37,48	92,60
ARL out control	média	4,98	5,49	4,73	5,26	5,94	8,12	7,06	13,10	7,05	13,23	5,94	8,16	5,96	8,15	7,06	13,11
	mediana	3,00	4,00	3,00	4,00	4,00	6,00	5,00	9,50	5,00	10,00	4,00	6,00	4,00	6,00	5,00	9,00
	des.pad.	4,79	5,04	4,55	4,66	5,55	6,88	6,39	12,13	6,36	12,48	5,61	7,31	5,60	7,24	6,33	12,13
ARL out control	média	1,63	1,56	1,60	1,53	1,74	2,10	1,88	2,45	1,87	2,44	1,74	2,05	1,74	2,05	1,87	2,44
	mediana	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	2,00	1,00	2,00	1,00	2,00	1,00	2,00	1,00	2,00	1,00	2,00
	des.pad.	1,03	0,95	0,98	0,90	1,00	1,11	1,24	1,84	1,22	1,86	0,98	1,12	0,97	1,11	1,22	1,84
ARL out control	média	1,07	1,08	1,07	1,07	1,11	1,29	1,11	1,25	1,11	1,25	1,11	1,29	1,11	1,29	1,11	1,25
	mediana	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	des.pad.	0,27	0,30	0,27	0,27	0,33	0,50	0,38	0,56	0,38	0,55	0,33	0,50	0,33	0,51	0,38	0,55
ARL out control	média	1,00	1,01	1,00	1,01	1,01	1,03	1,01	1,02	1,01	1,02	1,01	1,03	1,01	1,03	1,01	1,02
	mediana	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
	des.pad.	0,06	0,08	0,06	0,08	0,11	0,16	0,09	0,13	0,09	0,13	0,11	0,17	0,11	0,17	0,09	0,13

Tabela 5.3: ARL para $\phi = 0, \theta = 0, m = 200$

Modelo: $\phi = 0, \theta = 0, \rho_1 = 0, \sigma_s = 1, k = (1, 2, 3, 4), m = 50$																		
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRAI α		CRAI α		T^2		T^2		CRAI α		
		via amplitude		via desvio padrão amostral		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via covariância modificada		autorregressiva via covariância modificada		
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	
$\mu = 1$	Poder	média	0,424	0,398	0,424	0,413	0,338	0,200	0,340	0,242	0,337	0,230	0,352	0,263	0,348	0,252	0,335	0,237
	Teste	mediana	0,333	0,250	0,333	0,292	0,250	0,125	0,200	0,125	0,200	0,111	0,250	0,167	0,250	0,167	0,200	0,125
		des.pad.	0,341	0,329	0,335	0,330	0,296	0,222	0,317	0,288	0,317	0,280	0,310	0,272	0,304	0,258	0,315	0,283
$\mu = 2$	Poder	média	0,790	0,780	0,800	0,794	0,707	0,542	0,728	0,619	0,729	0,616	0,705	0,603	0,707	0,598	0,730	0,614
	Teste	mediana	1,000	1,000	1,000	1,000	0,500	0,500	1,000	0,500	1,000	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	1,000	0,500
		des.pad.	0,284	0,290	0,280	0,285	0,295	0,296	0,311	0,339	0,309	0,340	0,300	0,307	0,301	0,307	0,311	0,339
$\mu = 3$	Poder	média	0,954	0,951	0,962	0,958	0,916	0,813	0,935	0,893	0,935	0,896	0,919	0,846	0,918	0,845	0,935	0,896
	Teste	mediana	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
		des.pad.	0,146	0,156	0,135	0,145	0,189	0,258	0,173	0,223	0,174	0,222	0,187	0,245	0,188	0,246	0,173	0,220
$\mu = 4$	Poder	média	0,997	0,997	0,997	0,998	0,987	0,958	0,989	0,990	0,990	0,991	0,986	0,975	0,987	0,972	0,990	0,990
	Teste	mediana	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
		des.pad.	0,043	0,039	0,043	0,032	0,082	0,139	0,076	0,070	0,073	0,067	0,085	0,109	0,082	0,115	0,073	0,070

Tabela 5.4: Poder do Teste: $\phi = 0, \theta = 0, m = 50$

5.2 Análise para Processos Autocorrelacionados

Nas Tabelas 5.5 a 5.14 são apresentados os resultados de ARL para processos autocorrelacionados divididos por tamanhos de amostra iguais a 50 e 100, pelos parâmetros ϕ e θ de cada um dos modelos ARMA(r,q), apresentados na Tabela 4.1 do Capítulo 4, e para $p = 2$ e $p = 5$. Os resultados para $m=200$ (Tabelas A.3 a A.7) estão no Anexo A.2, pois as conclusões são semelhantes às aquelas obtidas para $m=50$ e $m=100$.

Analisando o $ARL_{in\ control}$, este é mais elevado quando se utiliza $p = 5$, sendo que a carta multivariada CRalfa Autorregressiva via séries temporais teve melhor desempenho para todos os tamanhos de amostra, inclusive em relação às cartas univariadas de Shewhart. Apenas para tamanho de amostra igual a 50 e autocorrelação intermediária ($\rho_1 = 0,5$) (Tabela 5.5), a carta T^2 Autorregressiva via séries temporais foi melhor que a CRalfa Autorregressiva via séries temporais. As cartas multivariadas com $p = 5$ geram desvios padrões maiores (Tabelas 5.5 a 5.14) para $ARL_{in\ control}$ e $ARL_{out\ control}$ que para $p = 2$. É importante ressaltar que há uma tendência de aumento do $ARL_{in\ control}$ para tamanhos de amostra menores ($m=50$) e para as cartas que utilizam ajuste de modelos de séries temporais. Deste modo, torna-se importante o ajuste de um modelo de séries temporais para obter-se uma carta com bom valor de $ARL_{in\ control}$ principalmente para pequenas amostras. Em relação às cartas que utilizam a matriz de covariâncias modificada, pode ser visto que os valores de $ARL_{in\ control}$ são próximos dos $ARL's_{in\ control}$ das cartas que utilizam a matriz de covariâncias amostral. Assim, não há vantagem em usar cartas que utilizam a matriz de covariâncias modificada.

Em relação ao $ARL_{out\ control}$, melhores resultados são obtidos quando é utilizado $p = 2$. A carta de Shewhart via Amplitude Móvel dá bons resultados, porém o alto índice de alarmes falsos compromete a eficácia da carta. De modo geral, as cartas multivariadas tiveram resultados semelhantes. Assim, a carta CRalfa Autorregressiva via séries temporais seria uma boa opção, pois é a carta com melhor $ARL_{in\ control}$ e seu $ARL_{out\ control}$ é próximo ao das outras cartas multivariadas. Em relação à carta T^2 Autorregressiva via séries temporais de Apley e Tsung (2002), ela não é tão vantajosa quanto a CRalfa Autorregressiva via séries temporais em termos de $ARL_{in\ control}$ e quando analisada sob o ponto de vista do $ARL_{out\ control}$, as cartas T^2 Autorregressiva via covariâncias amostral e via covariâncias modificada se apresentam tão boas quanto a proposta de Apley e Tsung (2002). Porém na presença de autocorrelação intermediária e amostras menores, a carta T^2 Autorregressiva via séries temporais é mais vantajosa.

Em Apley e Tsung (2002), foram comparadas as cartas T^2 Autorregressiva via séries temporais, a carta CUSUM e a de Shewhart via Desvio Padrão Amostral baseadas em resíduos do ajuste do modelo de séries temporais. Em termos de $ARL_{out\ control}$, a carta T^2 se

mostrou melhor que a CUSUM, porém em relação à de Shewhart foi melhor somente em alguns casos com autocorrelação alta utilizando elevado valor de p , ($p = 20$). De modo geral, a carta de Shewhart teve valores de $ARL_{out\ control}$ próximos ou melhores que a T^2 Autorregressiva via séries temporais. Considerando $p = 2$, a mesma foi igualmente eficiente em comparação com a de Shewhart, enquanto que para $p = 5$, a carta de Shewhart teve melhor desempenho.

Observando o poder do teste para processos autocorrelacionados (Tabelas 5.15 a 5.19), este se mostra menor quando comparado ao poder do teste para processos não autocorrelacionados (Tabela 5.4). Há uma tendência no aumento do poder do teste quando a autocorrelação diminui para a carta de Shewhart via Desvio Padrão Amostral e para as cartas multivariadas, enquanto que para a carta de Shewhart por Amplitude Móvel, o poder aumenta quando aumenta a autocorrelação, não apresentando discrepância para tamanhos de amostra diferentes em nenhum dos dois casos. Assim foram omitidas da dissertação as tabelas do poder do teste referentes aos tamanhos de amostra igual a 100 e 200.

Observando a Figura 5.2, notamos que à medida que aumenta o grau de autocorrelação no processo, a forma da distribuição do ARL se modifica.

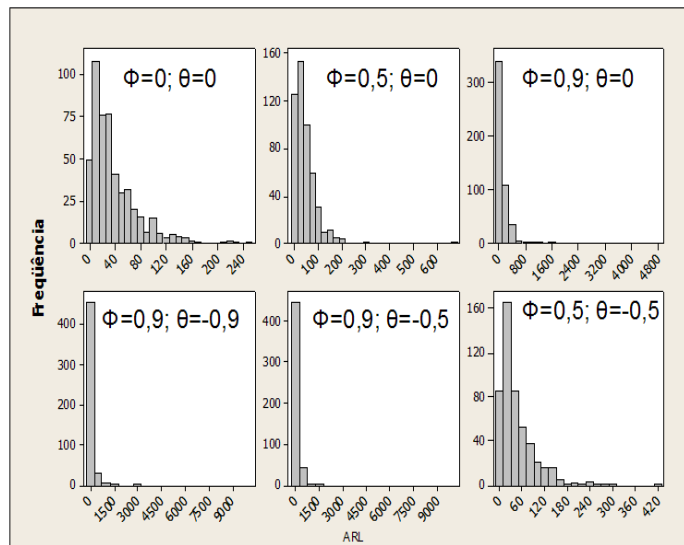


Figura 5.2: $ARL_{in\ control}$ para CRalfa Autorregressiva via Séries Temporais $m=50$, $p=2$.

Modelo: $\phi = 0,5, \theta = 0, \rho_1 = 0,5, \sigma_s = 1,155, k = (0,1,2,3,4), m = 50$																	
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRalfa		CRalfa		T^2		T^2		CRalfa	
		via amplitude		via desvio padrão		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via covariância modificada		autorregressiva via covariância modificada	
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$
ARL in control	média	6,99	6,71	24,19	24,44	43,36	139,91	38,55	79,63	44,24	101,40	43,63	83,85	44,13	88,69	39,27	83,00
	mediana	5,00	5,00	15,00	16,00	31,00	90,50	26,00	56,00	33,00	69,00	29,50	53,00	30,00	54,50	28,00	57,00
	des.pad.	7,00	6,25	24,54	26,03	43,30	148,61	45,56	83,47	49,37	102,16	46,81	95,08	46,72	108,24	46,08	84,55
ARL out control	média	4,47	4,23	9,50	9,46	18,44	45,76	14,21	20,75	16,79	25,80	17,30	29,83	17,38	29,73	14,60	21,57
	mediana	3,00	3,00	7,00	6,00	12,00	26,00	9,00	13,00	10,00	16,00	11,00	17,00	11,00	17,50	9,00	14,00
	des.pad.	4,08	3,45	8,78	9,18	18,94	63,13	14,44	20,88	22,99	33,44	17,10	36,69	17,00	35,40	14,97	21,72
ARL out control	média	2,54	2,38	4,14	3,76	6,28	10,74	5,16	6,42	5,56	7,01	6,06	8,07	6,10	8,11	5,20	6,34
	mediana	2,00	2,00	3,00	3,00	5,00	8,00	4,00	5,00	4,00	5,00	5,00	6,00	5,00	6,00	4,00	5,00
	des.pad.	1,79	1,69	3,12	2,74	5,13	9,66	4,21	5,11	4,91	5,93	5,07	7,86	5,04	7,25	4,22	4,90
ARL out control	média	1,67	1,66	2,27	2,31	2,92	4,70	2,58	3,39	2,68	3,49	2,80	4,01	2,83	4,07	2,58	3,43
	mediana	1,00	1,00	2,00	2,00	2,00	4,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00
	des.pad.	0,88	0,92	1,37	1,38	2,06	3,24	1,59	2,48	1,69	2,53	1,91	2,83	1,93	2,80	1,58	2,47
ARL out control	média	1,30	1,32	1,62	1,65	1,88	2,69	1,80	2,13	1,85	2,15	1,86	2,42	1,86	2,46	1,81	2,12
	mediana	1,00	1,00	1,00	1,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	1,00	2,00	1,00	2,00	2,00	2,00
	des.pad.	0,56	0,62	0,80	0,82	1,20	1,51	0,97	1,16	1,02	1,14	1,23	1,37	1,21	1,38	0,97	1,10

Tabela 5.5: ARL para $\phi = 0,5, \theta = 0, m = 50$

Modelo: $\phi = 0,9, \theta = 0, \rho_1 = 0,9, \sigma_s = 2,294, k = (0,2,3,4,5), m = 50$																	
Carta de Controle		Shewhart via amplitude Móvel		Shewhart via desvio padrão amostral		T^2 autorregressiva via séries temporais		CRalfa autorregressiva via covariância amostral		CRalfa autorregressiva via séries temporais		T^2 autorregressiva via covariância amostral		T^2 autorregressiva via covariância modificada		CRalfa autorregressiva via covariância modificada	
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$
ARL in	média	3,11	2,91	51,35	52,46	49,64	139,13	74,03	111,27	140,44	237,75	43,16	78,44	44,31	87,54	77,72	127,73
control	mediana	1,00	1,00	32,00	33,00	33,50	90,00	42,00	56,50	59,50	96,50	30,50	50,50	31,00	56,00	43,00	62,00
$\mu = 0$	des.pad.	3,35	3,04	68,78	66,51	48,74	146,66	103,19	215,74	343,10	643,02	43,20	84,56	43,61	94,37	109,73	272,01
ARL out	média	2,76	3,14	30,87	34,55	37,18	102,31	39,09	60,50	90,93	112,03	31,74	61,95	32,82	64,22	40,21	66,00
control	mediana	1,00	1,00	19,00	25,00	27,00	65,00	24,50	38,50	34,00	52,00	22,00	38,00	24,00	39,50	25,00	40,00
$\mu = 2$	des.pad.	2,80	3,29	35,08	36,60	36,12	113,69	44,02	71,53	276,36	211,73	30,83	68,07	31,93	71,26	51,32	79,69
ARL out	média	2,81	3,01	23,70	23,33	27,78	72,04	28,31	33,84	39,08	65,33	23,93	46,33	24,05	47,64	28,45	36,42
control	mediana	1,00	2,00	17,00	15,00	20,00	49,00	20,00	22,00	25,00	30,00	17,00	30,00	18,00	31,00	20,50	25,00
$\mu = 3$	des.pad.	2,93	3,25	22,81	23,92	27,45	80,67	29,31	35,47	50,49	183,23	23,20	58,27	22,91	60,38	29,15	38,02
ARL out	média	2,68	2,65	17,42	17,54	21,35	48,79	19,93	23,17	25,94	32,98	18,31	30,30	18,89	31,51	19,88	24,01
control	mediana	1,00	1,00	12,00	13,00	14,00	31,00	14,00	17,00	16,00	22,00	13,00	22,00	13,00	23,00	14,00	18,50
$\mu = 4$	des.pad.	2,69	2,39	17,70	16,20	22,68	66,96	19,25	23,17	32,88	38,96	17,69	29,48	18,55	30,37	19,07	21,78
ARL out	média	2,54	2,77	12,44	12,59	16,45	34,04	14,12	16,81	17,28	21,92	14,69	24,14	14,95	25,17	14,08	17,67
control	mediana	1,00	1,00	10,00	10,00	12,00	25,00	11,00	13,00	13,00	16,00	11,00	19,00	11,00	20,00	11,00	14,00
$\mu = 5$	des.pad.	2,34	2,67	10,03	9,72	13,75	36,61	11,93	13,43	15,62	20,03	12,63	21,79	12,70	21,93	11,59	13,84

Tabela 5.6: ARL para $\phi = 0,9, \theta = 0, m = 50$

Modelo: $\phi = 0,9$, $\theta = -0,9$, $\rho_1 = 0,9499$, $\sigma_s = 4,249$, $k = (0,2,3,4,5)$, $m = 50$																	
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRalfa		CRalfa		T^2		T^2		CRalfa	
		via amplitude		via desvio padrão		via séries temporais		via covariância amostral		via séries temporais		via covariância amostral		via covariância modificada		via covariância modificada	
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$
ARL in control	média	2,21	2,40	53,97	52,92	51,05	135,99	68,86	89,68	158,68	251,24	45,74	81,70	48,34	85,70	70,95	100,74
	mediana	1,00	1,00	29,00	31,00	34,50	92,50	36,50	49,00	58,00	98,00	29,00	47,00	30,00	50,50	37,00	57,00
	des.pad.	2,37	2,64	83,96	68,18	50,77	136,00	107,83	146,28	567,27	790,25	61,67	103,04	66,24	118,62	109,89	156,44
ARL out control	média	2,39	2,37	42,24	45,57	46,98	123,60	52,03	74,48	118,97	189,39	40,21	65,07	41,75	68,59	51,99	81,09
	mediana	1,00	1,00	24,00	29,00	30,00	83,00	29,00	40,00	46,50	71,50	24,00	39,00	26,00	42,00	29,00	45,00
	des.pad.	2,75	2,56	55,60	57,04	50,56	126,56	71,66	118,86	297,53	555,09	47,37	75,92	46,61	79,10	70,64	121,05
ARL out control	média	2,16	2,18	37,04	37,26	45,36	107,33	46,45	60,63	109,43	165,49	38,31	65,39	38,12	67,92	46,29	65,38
	mediana	1,00	1,00	23,50	25,00	28,00	67,50	29,00	36,00	43,00	59,00	23,00	41,00	23,50	42,00	29,50	38,00
	des.pad.	2,33	2,37	40,86	41,46	53,79	127,68	68,11	81,10	413,20	550,11	41,70	82,48	40,42	82,61	61,10	82,49
ARL out control	média	2,30	2,18	33,68	31,28	39,49	101,88	39,68	41,20	95,61	117,00	34,22	51,81	35,10	53,95	39,40	44,63
	mediana	1,00	1,00	22,00	20,00	28,50	60,00	25,00	26,00	32,00	43,00	24,00	31,00	24,00	34,00	25,00	29,00
	des.pad.	2,48	2,16	38,39	36,40	44,03	160,07	45,74	47,44	390,33	493,60	37,70	57,85	38,29	58,53	44,02	49,01
ARL out control	média	2,19	2,25	28,03	26,85	35,11	80,54	31,90	37,98	56,89	92,88	28,40	45,90	29,88	48,06	32,05	39,21
	mediana	1,00	1,00	18,50	17,00	22,00	53,00	21,00	23,00	28,00	37,50	19,00	28,00	20,00	29,00	21,00	25,00
	des.pad.	2,34	2,24	31,81	28,50	40,94	102,26	35,47	43,59	136,40	460,21	31,45	53,74	34,17	54,20	35,45	42,67

Tabela 5.7: ARL para $\phi = 0,9$, $\theta = -0,9$, $m = 50$

Modelo: $\phi = 0,9$, $\theta = -0,5$, $\rho_1 = 0,9441$, $\sigma_s = 3,364$, $k = (0,3,4,5,6)$, $m = 50$																	
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRalfa		CRalfa		T^2		T^2		CRalfa	
		via amplitude		via desvio padrão		via séries temporais		via covariância amostral		via séries temporais		via covariância amostral		via covariância modificada		via covariância modificada	
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$
ARL in control	$\mu = 0$ média	2,31	2,32	47,17	53,29	50,20	113,01	60,33	80,15	145,82	214,02	42,09	67,38	43,35	75,65	60,11	90,07
	mediana	1,00	1,00	30,00	30,00	33,00	79,50	36,00	40,50	56,00	83,00	29,00	42,00	29,00	49,00	36,00	47,00
	des.pad.	2,32	2,23	54,75	92,45	50,04	122,52	74,68	125,80	542,12	706,02	43,42	80,28	45,94	90,46	73,46	131,09
ARL out control	$\mu = 3$ média	2,34	2,63	31,58	32,71	38,84	88,60	37,23	51,36	101,62	132,68	32,04	53,93	32,79	56,80	37,79	54,13
	mediana	1,00	1,00	21,00	20,00	27,00	58,00	24,00	29,00	33,50	45,50	23,00	33,00	24,00	35,00	24,50	33,00
	des.pad.	2,59	2,77	39,20	37,99	39,85	96,30	46,27	67,22	545,75	671,43	31,50	66,10	31,41	67,70	46,83	71,25
ARL out control	$\mu = 4$ média	2,23	2,41	25,44	26,26	32,41	69,31	28,72	34,85	79,11	71,41	26,63	41,56	27,90	43,64	29,29	36,93
	mediana	1,00	1,00	17,00	17,00	22,00	45,00	18,50	21,00	25,00	28,50	18,00	26,50	18,00	29,00	19,50	23,00
	des.pad.	2,20	2,39	26,04	29,07	35,70	72,08	28,66	48,16	510,96	199,13	28,14	43,98	33,14	43,14	29,47	44,04
ARL out control	$\mu = 5$ média	2,25	2,22	19,98	20,22	26,28	55,24	23,15	26,38	50,28	46,36	22,84	38,96	23,10	39,01	23,12	27,67
	mediana	1,00	1,00	14,00	15,00	19,00	38,00	16,00	19,00	20,00	26,50	16,00	25,00	16,50	26,00	16,00	21,00
	des.pad.	2,20	2,09	19,24	18,55	26,03	61,58	24,13	27,65	447,19	111,11	22,76	49,30	22,01	47,64	23,94	28,13
ARL out control	$\mu = 6$ média	2,34	2,30	16,53	16,95	21,39	42,49	18,83	21,63	27,35	32,15	17,70	27,42	18,15	28,45	18,89	22,36
	mediana	1,00	1,00	12,00	12,00	14,00	29,50	13,00	14,00	16,00	20,00	13,00	19,00	13,00	20,00	13,00	15,50
	des.pad.	2,42	2,21	16,28	15,53	21,91	53,98	18,11	22,13	43,21	41,54	16,70	33,61	16,75	33,54	18,16	21,58

Tabela 5.8: ARL para $\phi = 0,9$, $\theta = -0,5$, $m = 50$

Modelo: $\phi = 0,5$, $\theta = -0,5$, $\rho_1 = 0,7143$, $\sigma_s = 1,528$, $k = (0, 2, 3, 4, 5)$, $m = 50$																	
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRalfa		CRalfa		T^2		T^2		CRalfa	
		via amplitude		via desvio padrão		via séries temporais		via covariância amostral		via séries temporais		via covariância amostral		via covariância modificada		via covariância modificada	
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$
ARL in control	média	4,59	4,60	26,75	26,22	46,17	115,59	40,03	77,55	46,60	106,42	41,88	87,73	42,60	87,63	39,69	82,68
	mediana	3,00	3,00	19,00	19,00	30,50	73,00	26,00	45,00	29,00	65,00	28,00	53,00	28,50	52,50	26,00	48,50
	des.pad.	4,37	4,43	26,49	24,82	49,62	128,13	44,37	91,13	50,35	120,72	44,77	104,75	45,47	103,62	44,19	95,18
ARL out control	média	2,57	2,74	7,38	7,63	12,06	27,76	9,50	14,40	10,91	17,92	11,49	19,30	11,32	19,52	9,45	14,47
	mediana	2,00	2,00	6,00	5,00	8,00	18,00	7,00	10,00	7,00	11,00	8,00	14,00	8,00	14,00	7,00	10,00
	des.pad.	2,17	2,22	6,97	7,00	11,94	32,50	8,86	14,70	13,25	29,43	11,19	19,36	10,99	19,46	8,86	15,05
ARL out control	média	1,90	1,91	3,90	3,85	6,40	10,52	4,85	6,13	5,20	6,74	5,93	7,80	5,96	7,88	4,90	6,19
	mediana	1,00	1,00	3,00	3,00	5,00	7,00	4,00	5,00	4,00	5,00	4,00	6,00	4,00	6,00	4,00	5,00
	des.pad.	1,33	1,41	3,31	3,16	6,11	13,48	4,52	5,06	5,00	5,60	5,74	7,61	5,77	7,53	4,56	4,99
ARL out control	média	1,50	1,50	2,49	2,57	3,04	4,95	2,84	3,66	2,94	4,01	2,91	4,16	2,93	4,27	2,85	3,69
	mediana	1,00	1,00	2,00	2,00	2,00	4,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00
	des.pad.	0,90	0,88	1,69	1,77	2,60	4,05	1,97	2,73	2,03	2,97	2,44	3,28	2,44	3,40	1,99	2,74
ARL out control	média	1,31	1,28	1,97	1,88	2,05	2,95	2,18	2,51	2,25	2,61	2,03	2,61	2,04	2,64	2,17	2,55
	mediana	1,00	1,00	2,00	2,00	1,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	1,00	2,00	1,00	2,00	2,00	2,00
	des.pad.	0,68	0,63	1,25	1,10	1,60	2,58	1,39	1,63	1,49	1,72	1,57	2,14	1,58	2,14	1,39	1,62

Tabela 5.9: ARL para $\phi = 0,5$, $\theta = -0,5$, $m = 50$

Modelo: $\phi = 0,5$, $\theta = 0$, $\rho_1 = 0,5$, $\sigma_s = 1,155$, $k = (0,1,2,3,4)$, $m = 100$																	
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRalfa		CRalfa		T^2		T^2		CRalfa	
		via amplitude		via desvio padrão		via séries temporais		via covariância amostral		via séries temporais		via covariância amostral		via covariância modificada		via covariância modificada	
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$
ARL in control	média	6,78	6,93	22,16	22,26	34,86	85,82	40,13	85,39	42,69	101,09	35,14	72,38	34,68	73,25	40,36	90,11
	mediana	4,00	5,00	16,00	15,00	25,00	56,00	29,00	61,00	31,00	69,00	25,00	50,50	25,00	51,00	29,00	64,00
	des.pad.	6,69	6,39	21,13	23,05	35,37	86,97	37,29	87,43	39,75	106,04	36,46	72,40	34,92	72,50	36,83	92,68
ARL out $\mu = 1$	média	4,09	4,35	9,52	9,96	14,92	29,39	13,83	23,44	14,24	25,09	14,93	24,41	15,03	24,85	13,97	23,47
	mediana	3,00	3,00	7,00	7,00	11,00	20,00	10,00	16,00	10,00	17,00	11,00	16,00	11,00	17,00	10,00	17,00
	des.pad.	3,29	3,63	8,59	9,43	14,28	30,31	12,58	22,92	13,54	26,01	14,53	25,15	14,78	25,18	12,76	22,94
ARL out $\mu = 2$	média	2,50	2,38	4,04	3,83	5,44	8,06	4,96	6,74	5,04	7,13	5,38	7,52	5,38	7,47	4,96	6,75
	mediana	2,00	2,00	3,00	3,00	4,00	6,00	4,00	5,00	4,00	5,00	4,00	6,00	4,00	6,00	4,00	5,00
	des.pad.	1,76	1,57	2,95	2,70	4,29	7,37	3,84	5,69	3,92	6,25	4,30	6,96	4,30	6,79	3,84	5,65
ARL out $\mu = 3$	média	1,71	1,67	2,36	2,29	2,77	3,82	2,72	3,25	2,74	3,32	2,75	3,56	2,76	3,57	2,71	3,26
	mediana	1,00	1,00	2,00	2,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00
	des.pad.	1,03	0,87	1,47	1,27	1,78	2,26	1,67	1,91	1,68	2,03	1,77	2,09	1,77	2,09	1,67	1,91
ARL out $\mu = 4$	média	1,33	1,36	1,67	1,70	1,81	2,39	1,87	2,19	1,90	2,21	1,79	2,29	1,80	2,31	1,88	2,19
	mediana	1,00	1,00	1,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
	des.pad.	0,60	0,60	0,86	0,84	1,04	1,27	1,01	1,11	1,04	1,12	1,02	1,26	1,03	1,25	1,02	1,12

Tabela 5.10: ARL para $\phi = 0,5$, $\theta = 0$, $m = 100$

Modelo: $\phi = 0,9$, $\theta = 0$, $\rho_1 = 0,9$, $\sigma_s = 2,294$, $k = (0, 2, 3, 4, 5)$, $m = 100$																	
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRalfa		CRalfa		T^2		T^2		CRalfa	
		via amplitude		via desvio padrão		via séries temporais		via covariância amostral		via séries temporais		via covariância amostral		via covariância modificada		via covariância modificada	
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$
ARL in control	média	2,99	2,85	47,15	44,22	41,32	82,24	64,66	91,66	79,84	129,63	39,34	65,15	39,12	65,14	62,95	93,27
	mediana	1,00	1,00	31,00	29,00	29,00	55,50	41,00	60,50	51,00	83,00	28,00	42,00	28,00	43,50	40,00	61,00
	des.pad.	3,25	3,05	58,85	52,67	41,01	80,69	76,28	111,14	99,98	147,51	41,09	70,13	39,55	67,63	74,05	112,09
ARL out control	média	2,72	2,76	29,38	29,31	31,45	55,81	36,49	49,99	45,67	67,30	28,01	44,35	28,06	43,95	37,38	50,61
	mediana	1,00	1,00	22,00	19,50	23,00	42,00	25,00	34,00	31,00	46,00	20,50	33,00	21,00	33,00	25,00	34,00
	des.pad.	2,84	3,04	27,33	30,14	31,66	51,04	37,82	51,33	54,27	82,64	26,56	43,10	25,41	41,54	39,37	50,94
ARL out control	média	2,80	2,75	20,83	21,43	22,97	42,32	24,85	32,99	29,35	42,41	20,75	34,39	20,90	34,81	24,98	33,69
	mediana	2,00	1,00	15,00	15,00	17,00	29,00	19,00	22,00	21,00	26,00	15,50	23,00	16,00	24,00	19,00	23,00
	des.pad.	2,68	2,91	20,61	21,60	23,48	44,21	23,27	36,80	29,01	58,23	20,42	35,05	20,12	34,68	23,34	36,87
ARL out control	média	2,46	2,47	15,04	15,24	17,11	29,42	17,66	23,09	20,10	27,54	16,28	24,56	16,16	24,30	17,68	23,38
	mediana	1,00	1,00	11,00	12,00	13,00	23,00	13,00	17,00	15,00	20,00	13,00	18,00	13,00	19,00	13,00	17,50
	des.pad.	2,55	2,37	12,60	14,30	13,39	26,73	15,35	22,95	20,70	31,46	13,33	23,40	12,70	21,79	15,35	22,29
ARL out control	média	2,46	2,51	12,60	12,00	14,64	22,23	14,32	16,01	15,52	19,05	14,08	18,43	14,12	18,50	14,31	16,17
	mediana	1,00	1,00	10,00	10,00	12,00	18,00	11,00	13,00	12,00	15,00	11,00	15,00	11,00	15,00	11,00	13,00
	des.pad.	2,47	2,24	9,78	9,17	11,31	20,82	11,15	11,65	11,83	17,42	10,93	16,45	10,97	16,38	11,27	11,83

Tabela 5.11: ARL para $\phi = 0,9$, $\theta = 0$, $m = 100$

Modelo: $\phi = 0,9$, $\theta = -0,9$, $\rho_1 = 0,9499$, $\sigma_s = 4,249$, $k = (0,2,3,4,5)$, $m = 100$																	
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRalfa		CRalfa		T^2		T^2		CRalfa	
		via amplitude		via desvio padrão		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via covariância modificada		autorregressiva via covariância modificada	
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$
ARL in control	média	2,30	2,35	42,50	47,31	37,02	80,69	50,62	82,09	72,76	120,46	32,52	58,34	32,67	58,61	50,92	86,01
	mediana	1,00	1,00	25,00	33,00	24,00	51,00	32,00	51,00	43,00	80,50	20,50	39,00	21,00	39,50	32,00	54,00
	des.pad.	2,52	2,46	51,72	52,28	40,23	83,58	61,56	95,38	91,41	141,55	37,13	60,82	37,44	59,26	62,19	100,84
ARL out control	média	2,22	2,37	38,03	36,97	36,77	67,56	45,20	69,79	62,82	99,03	34,09	53,92	34,21	54,02	45,27	71,77
	mediana	1,00	1,00	24,00	23,00	28,00	48,00	29,00	46,00	38,00	62,00	25,00	35,00	25,50	36,00	29,50	46,50
	des.pad.	2,40	2,60	55,57	39,04	34,10	65,29	61,51	106,04	82,12	153,40	33,53	56,49	33,00	56,25	60,84	125,98
ARL out control	média	2,29	2,11	34,68	33,62	37,15	60,29	41,36	56,45	56,05	78,66	29,75	46,10	30,75	46,99	41,43	57,23
	mediana	1,00	1,00	22,00	20,50	25,00	39,50	26,00	32,50	33,00	46,00	20,00	30,00	20,00	31,00	26,00	34,00
	des.pad.	2,36	2,16	40,54	36,51	36,67	61,82	47,09	66,08	74,05	101,13	29,84	50,10	30,32	50,65	47,22	65,14
ARL out control	média	2,32	2,24	28,15	29,82	30,59	53,43	32,33	46,99	43,69	63,69	25,66	41,29	25,99	41,45	32,58	47,85
	mediana	1,00	1,00	18,00	20,00	20,00	38,00	20,00	30,00	26,00	40,00	18,00	27,50	19,00	27,50	21,00	29,50
	des.pad.	2,48	2,59	30,03	34,24	33,57	54,11	35,97	52,24	59,53	80,29	25,06	41,80	25,16	42,52	35,90	52,52
ARL out control	média	2,20	2,25	22,39	23,21	25,19	45,08	25,79	35,07	34,70	47,97	21,23	34,62	21,70	35,49	26,07	35,14
	mediana	1,00	1,00	16,50	15,00	18,00	31,00	19,00	22,00	23,00	29,50	16,00	23,50	16,00	24,00	20,00	22,00
	des.pad.	2,18	2,67	21,26	23,67	26,11	45,99	23,76	42,63	52,06	62,52	20,06	35,80	20,71	36,56	23,82	40,84

Tabela 5.12: ARL para $\phi = 0,9$, $\theta = -0,9$, $m = 100$

Modelo: $\phi = 0,9$, $\theta = -0,5$, $\rho_1 = 0,9441$, $\sigma_s = 3,364$, $k = (0, 3, 4, 5, 6)$, $m = 100$																	
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRalfa		CRalfa		T^2		T^2		CRalfa	
		via amplitude		via desvio padrão		via séries temporais		via covariância amostral		via séries temporais		via covariância amostral		via covariância modificada		via covariância modificada	
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$
ARL in control	média	2,58	2,48	45,25	41,11	35,56	75,68	55,50	82,67	71,48	114,54	32,29	60,90	33,02	62,04	55,71	84,66
	mediana	1,00	1,00	27,00	28,00	23,00	54,50	32,00	50,00	41,00	69,00	20,50	37,00	22,00	38,00	33,50	52,00
	des.pad.	2,93	2,62	57,44	41,18	37,15	74,97	69,02	108,39	89,65	141,51	34,37	67,75	33,88	68,18	68,80	107,23
ARL out control	média	2,44	2,36	28,49	29,43	28,82	54,69	34,81	43,01	46,32	62,53	26,35	44,39	26,60	45,51	34,73	44,88
	mediana	1,00	1,00	19,00	19,50	21,00	35,00	23,00	27,00	28,00	38,00	20,00	27,00	20,00	27,50	23,00	29,00
	des.pad.	2,63	2,55	30,95	30,65	26,34	59,20	37,72	43,90	60,20	91,26	24,34	50,93	24,44	54,15	37,56	46,71
ARL out control	média	2,37	2,26	24,20	22,64	24,64	40,21	27,59	33,72	35,35	49,12	22,72	32,94	22,95	33,87	27,70	34,37
	mediana	1,00	1,00	15,00	17,50	16,00	31,00	17,00	24,00	20,00	28,00	15,00	25,00	15,00	25,00	17,00	24,00
	des.pad.	2,31	2,44	27,71	21,05	25,36	34,95	32,87	37,62	46,50	84,99	23,42	31,11	23,14	31,65	32,90	37,68
ARL out control	média	2,19	2,16	18,80	19,31	21,83	34,26	21,93	27,00	25,65	35,94	20,15	27,31	20,27	27,93	22,08	27,49
	mediana	1,00	1,00	13,00	14,00	14,50	26,00	15,00	19,50	17,00	24,00	14,00	21,00	14,00	21,00	15,00	20,00
	des.pad.	2,35	2,23	17,76	17,67	24,78	30,93	22,40	26,97	27,51	53,11	21,42	25,44	21,28	25,49	22,54	27,16
ARL out control	média	2,22	2,20	15,15	15,69	16,40	27,55	16,81	20,51	20,24	25,56	15,51	22,41	15,63	22,70	16,99	20,70
	mediana	1,00	1,00	12,00	12,00	13,00	20,00	13,00	15,00	16,00	18,00	12,00	17,00	12,00	17,00	14,00	15,00
	des.pad.	2,08	2,18	12,40	14,86	14,56	24,40	14,91	18,45	19,11	25,96	13,94	20,63	13,94	20,42	14,98	17,98

Tabela 5.13: ARL para $\phi = 0,9$, $\theta = -0,5$, $m = 100$

Modelo: $\phi = 0, 5$, $\theta = -0, 5$, $\rho_1 = 0, 7143$, $\sigma_s = 1, 528$, $k = (0, 2, 3, 4, 5)$, $m = 100$																	
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRalfa		CRalfa		T^2		T^2		CRalfa	
		via amplitude		via desvio padrão		via séries temporais		via covariância amostral		via séries temporais		via covariância amostral		via covariância modificada		via covariância modificada	
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$
ARL in control	média	4,46	4,75	23,82	25,43	35,05	73,97	38,12	81,78	42,27	95,34	34,21	63,55	33,91	63,41	38,99	85,69
	mediana	3,00	3,00	18,00	17,00	25,00	49,50	26,50	52,00	29,00	62,00	24,00	43,00	24,00	43,00	26,00	54,00
	des.pad.	4,68	4,68	21,35	25,70	32,78	75,28	36,69	92,27	40,34	107,01	32,67	63,88	32,41	63,46	38,62	95,26
ARL out $\mu = 0$	média	2,47	2,63	6,60	7,36	10,05	16,36	8,57	13,08	8,83	13,67	9,75	14,89	9,78	15,00	8,57	13,22
	mediana	2,00	2,00	4,00	5,00	7,00	11,00	6,00	10,00	6,00	10,00	7,00	10,00	7,00	10,00	6,00	10,00
	des.pad.	2,11	2,30	6,79	6,93	9,56	16,35	8,73	11,41	9,16	11,54	9,44	14,85	9,44	14,76	8,69	11,61
ARL out $\mu = 2$	média	1,86	1,93	3,59	3,74	4,87	7,22	4,28	6,06	4,49	6,18	4,75	6,64	4,75	6,82	4,29	6,04
	mediana	1,00	2,00	3,00	3,00	3,00	6,00	3,00	5,00	3,00	5,00	3,00	5,00	3,00	5,00	3,00	5,00
	des.pad.	1,34	1,23	2,84	2,88	4,73	7,05	3,34	5,14	3,71	5,30	4,60	6,60	4,60	6,74	3,33	5,15
ARL out $\mu = 3$	média	1,48	1,48	2,42	2,50	2,72	4,02	2,76	3,51	2,83	3,67	2,68	3,64	2,68	3,71	2,77	3,54
	mediana	1,00	1,00	2,00	2,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00
	des.pad.	0,84	0,78	1,65	1,62	2,23	3,17	1,90	2,32	1,97	2,54	2,15	2,83	2,17	2,86	1,92	2,38
ARL out $\mu = 4$	média	1,26	1,30	1,84	1,84	1,90	2,43	2,08	2,50	2,10	2,53	1,87	2,32	1,89	2,32	2,08	2,49
	mediana	1,00	1,00	2,00	2,00	1,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	1,00	2,00	1,00	2,00	2,00	2,00
	des.pad.	0,52	0,62	1,00	1,06	1,38	1,75	1,25	1,48	1,23	1,50	1,35	1,68	1,36	1,68	1,20	1,47

Tabela 5.14: ARL para $\phi = 0, 5$, $\theta = -0, 5$, $m = 100$

Modelo: $\phi = 0,5, \theta = 0, \rho_1 = 0,5, \sigma_s = 1,155, k = (1,2,3,4), m = 50$																		
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRalfa		CRalfa		T^2		T^2		CRalfa		
		via amplitude	Móvel	via desvio padrão amostral	via desvio padrão amostral	via séries temporais	via séries temporais	via covariância amostral	via covariância amostral	via séries temporais	via séries temporais	via covariância amostral	via covariância amostral	via covariância modificada	via covariância modificada	via covariância modificada	via covariância modificada	
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	
$\mu = 1$	Poder	média	0,433	0,434	0,257	0,242	0,160	0,071	0,197	0,140	0,172	0,116	0,175	0,116	0,171	0,111	0,195	0,132
	Teste	mediana	0,333	0,333	0,143	0,167	0,083	0,038	0,111	0,077	0,100	0,063	0,091	0,059	0,091	0,057	0,111	0,071
		des.pad.	0,329	0,326	0,277	0,251	0,214	0,104	0,245	0,196	0,215	0,156	0,236	0,178	0,230	0,169	0,243	0,186
$\mu = 2$	Poder	média	0,583	0,613	0,402	0,428	0,303	0,184	0,345	0,287	0,322	0,265	0,317	0,251	0,315	0,238	0,344	0,285
	Teste	mediana	0,500	0,500	0,333	0,333	0,200	0,125	0,250	0,200	0,250	0,200	0,200	0,167	0,200	0,167	0,250	0,200
		des.pad.	0,327	0,325	0,299	0,299	0,273	0,186	0,280	0,255	0,264	0,234	0,284	0,246	0,283	0,229	0,281	0,250
$\mu = 3$	Poder	média	0,738	0,748	0,595	0,577	0,522	0,330	0,538	0,441	0,518	0,428	0,533	0,398	0,528	0,384	0,538	0,435
	Teste	mediana	1,000	1,000	0,500	0,500	0,500	0,250	0,500	0,333	0,500	0,333	0,500	0,333	0,500	0,333	0,500	0,333
		des.pad.	0,290	0,290	0,304	0,292	0,321	0,244	0,298	0,281	0,292	0,274	0,319	0,289	0,318	0,278	0,299	0,277
$\mu = 4$	Poder	média	0,868	0,860	0,745	0,734	0,701	0,508	0,696	0,608	0,682	0,600	0,708	0,560	0,707	0,554	0,693	0,603
	Teste	mediana	1,000	1,000	1,000	1,000	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	1,000	0,500	1,000	0,500	0,500	0,500
		des.pad.	0,232	0,236	0,281	0,282	0,306	0,290	0,290	0,293	0,292	0,291	0,305	0,302	0,305	0,303	0,291	0,291

Tabela 5.15: Poder do Teste: $\phi = 0,5, \theta = 0, m = 50$

Modelo: $\phi = 0,9, \theta = 0, \rho_1 = 0,9, \sigma_s = 2,294, k = (2,3,4,5), m = 50$																	
Carta de Controle	Shewhart via amplitude Móvel	Shewhart via desvio padrão amostral		T^2 autorregressiva via séries temporais		CRalfa autorregressiva via covariância amostral		CRalfa autorregressiva via séries temporais		T^2 autorregressiva via covariância amostral		T^2 autorregressiva via covariância modificada		CRalfa autorregressiva via covariância modificada			
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$		
$\mu = 2$	Poder média	0,664	0,638	0,119	0,103	0,084	0,045	0,101	0,092	0,058	0,040	0,101	0,083	0,093	0,079	0,097	0,074
	Teste mediana	1,000	1,000	0,053	0,040	0,037	0,015	0,041	0,026	0,029	0,019	0,045	0,026	0,042	0,025	0,040	0,025
	des.pad.	0,367	0,382	0,192	0,175	0,146	0,116	0,184	0,205	0,101	0,080	0,171	0,187	0,158	0,185	0,175	0,172
$\mu = 3$	Poder média	0,657	0,638	0,124	0,122	0,103	0,054	0,111	0,109	0,073	0,054	0,126	0,104	0,123	0,087	0,107	0,089
	Teste mediana	1,000	0,500	0,059	0,067	0,050	0,020	0,050	0,045	0,040	0,033	0,059	0,033	0,056	0,032	0,049	0,040
	des.pad.	0,368	0,373	0,202	0,189	0,161	0,124	0,190	0,202	0,110	0,067	0,192	0,209	0,187	0,177	0,182	0,171
$\mu = 4$	Poder média	0,673	0,652	0,148	0,135	0,127	0,063	0,131	0,123	0,091	0,069	0,140	0,112	0,137	0,102	0,130	0,103
	Teste mediana	1,000	1,000	0,083	0,077	0,071	0,032	0,071	0,059	0,063	0,045	0,077	0,045	0,077	0,043	0,071	0,054
	des.pad.	0,366	0,367	0,194	0,175	0,172	0,122	0,187	0,196	0,104	0,072	0,184	0,208	0,184	0,191	0,183	0,165
$\mu = 5$	Poder média	0,664	0,652	0,165	0,161	0,140	0,074	0,149	0,135	0,115	0,080	0,154	0,129	0,152	0,111	0,148	0,116
	Teste mediana	1,000	1,000	0,100	0,100	0,083	0,040	0,091	0,077	0,077	0,063	0,091	0,053	0,091	0,050	0,091	0,071
	des.pad.	0,358	0,371	0,198	0,186	0,185	0,126	0,180	0,191	0,130	0,066	0,193	0,220	0,193	0,192	0,179	0,160

Tabela 5.16: Poder do Teste: $\phi = 0,9, \theta = 0, m = 50$

Modelo: $\phi = 0,9$, $\theta = -0,9$, $\rho_1 = 0,9499$, $\sigma_s = 4,249$, $k = (2,3,4,5)$																		
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRalfa		CRalfa		T^2		T^2		CRalfa		
		via amplitude	Móvel	via desvio padrão amostral	via desvio padrão amostral	via séries temporais	via séries temporais	via covariância amostral	via covariância amostral	via séries temporais	via séries temporais	via covariância amostral	via covariância amostral	via covariância modificada	via covariância modificada	via covariância modificada	via covariância modificada	
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	
$\mu = 2$	Poder	média	0,735	0,726	0,102	0,082	0,079	0,046	0,079	0,099	0,044	0,032	0,100	0,093	0,094	0,082	0,077	0,069
	Teste	mediana	1,000	1,000	0,042	0,034	0,033	0,012	0,034	0,025	0,022	0,014	0,042	0,026	0,038	0,024	0,034	0,022
		des.pad.	0,351	0,351	0,178	0,135	0,142	0,128	0,136	0,218	0,065	0,053	0,173	0,205	0,166	0,186	0,134	0,158
$\mu = 3$	Poder	média	0,763	0,761	0,100	0,083	0,081	0,041	0,084	0,099	0,056	0,035	0,094	0,082	0,087	0,070	0,083	0,071
	Teste	mediana	1,000	1,000	0,043	0,040	0,036	0,015	0,034	0,028	0,023	0,017	0,043	0,024	0,043	0,024	0,034	0,026
		des.pad.	0,337	0,341	0,163	0,126	0,142	0,118	0,134	0,216	0,085	0,050	0,152	0,187	0,138	0,162	0,132	0,157
$\mu = 4$	Poder	média	0,742	0,755	0,102	0,092	0,075	0,045	0,085	0,112	0,050	0,042	0,095	0,108	0,091	0,090	0,083	0,084
	Teste	mediana	1,000	1,000	0,045	0,050	0,035	0,017	0,040	0,038	0,031	0,023	0,042	0,032	0,042	0,029	0,040	0,034
		des.pad.	0,350	0,345	0,165	0,126	0,139	0,107	0,139	0,217	0,064	0,059	0,167	0,223	0,164	0,188	0,135	0,165
$\mu = 5$	Poder	média	0,745	0,736	0,103	0,097	0,086	0,055	0,094	0,111	0,066	0,046	0,103	0,094	0,095	0,081	0,091	0,084
	Teste	mediana	1,000	1,000	0,054	0,059	0,045	0,019	0,048	0,043	0,036	0,027	0,053	0,036	0,050	0,034	0,048	0,040
		des.pad.	0,341	0,346	0,141	0,123	0,139	0,136	0,131	0,214	0,090	0,054	0,154	0,188	0,140	0,168	0,128	0,156

Tabela 5.17: Poder do Teste: $\phi = 0,9$, $\theta = -0,9$, $m = 50$

Modelo: $\phi = 0,9$, $\theta = -0,5$, $\rho_1 = 0,9441$, $\sigma_s = 3,364$, $k = (3,4,5,6)$, $m = 50$																		
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRalfa		CRalfa		T^2		T^2		CRalfa		
		via amplitude		via desvio padrão amostral		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via covariância modificada		autorregressiva via covariância modificada		
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	
$\mu = 3$	Poder	média	0,739	0,689	0,106	0,101	0,086	0,042	0,087	0,123	0,053	0,049	0,110	0,102	0,102	0,087	0,085	0,093
	Teste	mediana	1,000	1,000	0,048	0,050	0,037	0,017	0,042	0,034	0,030	0,022	0,043	0,030	0,042	0,029	0,041	0,030
		des.pad.	0,350	0,363	0,184	0,166	0,163	0,094	0,155	0,245	0,079	0,099	0,197	0,209	0,187	0,186	0,150	0,189
$\mu = 4$	Poder	média	0,733	0,716	0,116	0,110	0,108	0,046	0,101	0,129	0,070	0,055	0,129	0,090	0,119	0,081	0,097	0,098
	Teste	mediana	1,000	1,000	0,059	0,059	0,045	0,022	0,054	0,048	0,040	0,035	0,056	0,038	0,056	0,034	0,051	0,043
		des.pad.	0,345	0,359	0,166	0,167	0,186	0,101	0,145	0,238	0,088	0,084	0,203	0,179	0,191	0,172	0,142	0,183
$\mu = 5$	Poder	média	0,732	0,730	0,130	0,130	0,120	0,055	0,113	0,142	0,080	0,067	0,139	0,111	0,132	0,102	0,111	0,114
	Teste	mediana	1,000	1,000	0,071	0,067	0,053	0,026	0,063	0,053	0,050	0,038	0,063	0,040	0,061	0,038	0,063	0,048
		des.pad.	0,349	0,348	0,183	0,186	0,192	0,124	0,155	0,242	0,096	0,097	0,212	0,213	0,203	0,202	0,149	0,192
$\mu = 6$	Poder	média	0,719	0,712	0,140	0,136	0,141	0,070	0,120	0,151	0,089	0,076	0,159	0,137	0,152	0,121	0,119	0,122
	Teste	mediana	1,000	1,000	0,083	0,083	0,071	0,034	0,077	0,071	0,063	0,050	0,077	0,053	0,077	0,050	0,077	0,065
		des.pad.	0,351	0,349	0,175	0,170	0,214	0,130	0,144	0,240	0,094	0,092	0,221	0,233	0,217	0,212	0,140	0,188

Tabela 5.18: Poder do Teste: $\phi = 0,9$, $\theta = -0,5$, $m = 50$

Modelo: $\phi = 0,5$, $\theta = -0,5$, $\rho_1 = 0,7143$, $\sigma_s = 1,528$, $k = (2,3,4,5)$, $m = 50$																	
Carta de Controle	Shewhart via amplitude Móvel	Shewhart via desvio padrão amostral		T^2 autorregressiva via séries temporais		CRalfa autorregressiva via covariância amostral		CRalfa autorregressiva via séries temporais		T^2 autorregressiva via covariância amostral		T^2 autorregressiva via covariância modificada		CRalfa autorregressiva via covariância modificada			
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$		
$\mu = 2$	Poder média	0,610	0,597	0,288	0,300	0,242	0,129	0,242	0,191	0,221	0,154	0,252	0,180	0,250	0,173	0,243	0,180
	Teste mediana	0,500	0,500	0,167	0,200	0,125	0,056	0,143	0,100	0,143	0,091	0,125	0,071	0,125	0,071	0,143	0,100
	des.pad.	0,342	0,349	0,272	0,296	0,292	0,218	0,256	0,237	0,234	0,188	0,297	0,267	0,294	0,259	0,255	0,217
$\mu = 3$	Poder média	0,715	0,721	0,438	0,435	0,368	0,257	0,375	0,306	0,361	0,272	0,384	0,312	0,382	0,301	0,374	0,297
	Teste mediana	1,000	1,000	0,333	0,333	0,200	0,143	0,250	0,200	0,250	0,200	0,250	0,167	0,250	0,167	0,250	0,200
	des.pad.	0,314	0,317	0,310	0,305	0,342	0,289	0,293	0,266	0,287	0,233	0,341	0,320	0,341	0,312	0,293	0,255
$\mu = 4$	Poder média	0,814	0,811	0,577	0,552	0,570	0,388	0,518	0,423	0,502	0,388	0,584	0,444	0,581	0,434	0,518	0,418
	Teste mediana	1,000	1,000	0,500	0,500	0,500	0,250	0,500	0,333	0,500	0,333	0,500	0,333	0,500	0,333	0,500	0,333
	des.pad.	0,273	0,274	0,315	0,301	0,356	0,326	0,304	0,276	0,300	0,258	0,355	0,342	0,355	0,337	0,305	0,271
$\mu = 5$	Poder média	0,877	0,885	0,675	0,686	0,718	0,576	0,626	0,542	0,616	0,522	0,720	0,620	0,720	0,612	0,629	0,531
	Teste mediana	1,000	1,000	0,500	0,500	1,000	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	1,000	0,500	1,000	0,500	0,500	0,500
	des.pad.	0,233	0,225	0,307	0,300	0,336	0,353	0,308	0,288	0,312	0,280	0,333	0,355	0,334	0,355	0,309	0,283

Tabela 5.19: Poder do Teste: $\phi = 0,5$, $\theta = -0,5$, $m = 50$

5.3 Estimação do Nível de Significância α de uma Carta de Controle

Existem dois métodos usados na literatura para a estimação do nível de significância α de uma carta de controle a partir das observações amostrais. Na primeira opção, dado um grande número de observações w do processo e dados os limites da carta de controle fixos, verifica-se quantas observações caíram fora dos limites de controle e se constituíram em alarmes falsos (ou seja, para cada ponto fora dos limites é necessário ter-se a informação que este é um alarme falso). Neste caso, uma estimativa de α é dada por:

$$\hat{\alpha} = \frac{f}{w} \quad (5.1)$$

que é a estimativa de máxima verossimilhança do parâmetro da Binomial Negativa, f é o número de alarmes falsos observados dentre as w observações do processo. Na segunda alternativa, α é estimado a partir do $ARL_{in\ control}$. Suponha que o processo esteja sendo monitorado sequencialmente a partir de um determinado ponto de referência (origem de monitoramento). Suponha que na amostra k tenhamos observado o primeiro alarme falso. Então uma estimativa de α será dada por:

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{k} \quad (5.2)$$

ou seja, k representa o número de amostras observadas até que se detecte o primeiro alarme falso.

Nesta dissertação usamos a segunda opção para estimar α tentando verificar quais os problemas que poderiam advir dessa opção. Primeiramente, como a distribuição do $ARL_{in\ control}$ é assimétrica, assim como a distribuição de $\hat{\alpha}$, a mediana da distribuição seria uma melhor quantidade para caracterizar a distribuição em termos de medida de posição central. A título de ilustração apresentamos na Tabela 5.20 os resultados das estimativas de $\hat{\alpha}$ obtidas para cada modelo e nas Figuras 5.3 e 5.4 os gráficos das distribuições de $\hat{\alpha}$, para $m=50$ e $p = 2$ para cada modelo utilizando a carta de Shewhart por Amplitude Móvel e a carta CRalfa Autorregressiva, respectivamente. Pode ser visto nas Figuras 5.3 e 5.4 a assimetria da distribuição, sendo que na carta de Shewhart via Amplitude Móvel a frequência de valores de α próximos a 1 é alta, principalmente para modelos autocorrelacionados. Enquanto que para a carta CRalfa Autorregressiva via séries temporais, a distribuição de α praticamente não se altera em relação a modelos autocorrelacionados e não correlacionados, com baixa frequência

de valores α próximos a 1, um ponto favorável ao uso da carta CRalfa Autorregressiva via séries temporais.

		Erro do Tipo I para m=50																
Modelo	Carta de Controle	Shewhart via amplitude Móvel		Shewhart via desvio padrão amostral		T^2 autorregressiva via séries temporais		CRAlfa autorregressiva via covariância amostral		CRAlfa autorregressiva via séries temporais		T^2 autorregressiva via covariância amostral		T^2 autorregressiva via covariância modificada		CRAlfa autorregressiva via covariância modificada		
ϕ	θ	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	
0	0	média	0,154	0,151	0,158	0,158	0,092	0,036	0,112	0,057	0,105	0,046	0,096	0,075	0,096	0,075	0,107	0,051
		mediana	0,063	0,067	0,067	0,074	0,034	0,011	0,038	0,016	0,038	0,014	0,036	0,019	0,035	0,019	0,037	0,015
		des.pad.	0,235	0,226	0,235	0,226	0,180	0,097	0,211	0,139	0,194	0,115	0,187	0,177	0,187	0,177	0,202	0,124
0,5	0	média	0,324	0,349	0,148	0,157	0,087	0,031	0,119	0,073	0,094	0,049	0,093	0,072	0,090	0,062	0,115	0,066
		mediana	0,200	0,200	0,067	0,063	0,032	0,011	0,038	0,018	0,030	0,014	0,034	0,019	0,033	0,018	0,036	0,018
		des.pad.	0,309	0,325	0,220	0,239	0,159	0,069	0,213	0,176	0,173	0,121	0,171	0,179	0,165	0,152	0,209	0,164
0,9	0	média	0,641	0,649	0,098	0,082	0,067	0,040	0,080	0,078	0,046	0,026	0,081	0,086	0,078	0,074	0,074	0,058
		mediana	1,000	1,000	0,031	0,030	0,030	0,011	0,024	0,018	0,017	0,010	0,033	0,020	0,032	0,018	0,023	0,016
		des.pad.	0,378	0,370	0,189	0,149	0,120	0,127	0,172	0,196	0,099	0,048	0,138	0,208	0,134	0,189	0,161	0,160
0,9	-0,9	média	0,753	0,731	0,077	0,089	0,063	0,040	0,063	0,097	0,036	0,028	0,090	0,085	0,078	0,073	0,061	0,070
		mediana	1,000	1,000	0,034	0,032	0,029	0,011	0,027	0,020	0,017	0,010	0,034	0,021	0,033	0,020	0,027	0,018
		des.pad.	0,342	0,356	0,134	0,167	0,117	0,121	0,119	0,221	0,058	0,053	0,172	0,204	0,140	0,184	0,117	0,168
0,9	-0,5	média	0,732	0,708	0,091	0,094	0,077	0,042	0,073	0,113	0,045	0,034	0,093	0,090	0,092	0,075	0,073	0,078
		mediana	1,000	1,000	0,033	0,033	0,030	0,013	0,028	0,025	0,018	0,012	0,034	0,024	0,034	0,020	0,028	0,021
		des.pad.	0,354	0,351	0,164	0,166	0,152	0,100	0,134	0,244	0,089	0,080	0,160	0,195	0,165	0,173	0,134	0,184
0,5	-0,5	média	0,471	0,464	0,136	0,125	0,092	0,042	0,100	0,079	0,087	0,038	0,097	0,081	0,096	0,072	0,100	0,065
		mediana	0,333	0,333	0,053	0,053	0,033	0,014	0,038	0,022	0,034	0,015	0,036	0,019	0,035	0,019	0,038	0,021
		des.pad.	0,365	0,356	0,223	0,199	0,185	0,106	0,183	0,182	0,167	0,074	0,187	0,198	0,187	0,175	0,185	0,154

Tabela 5.20: Erro do Tipo I para m=50

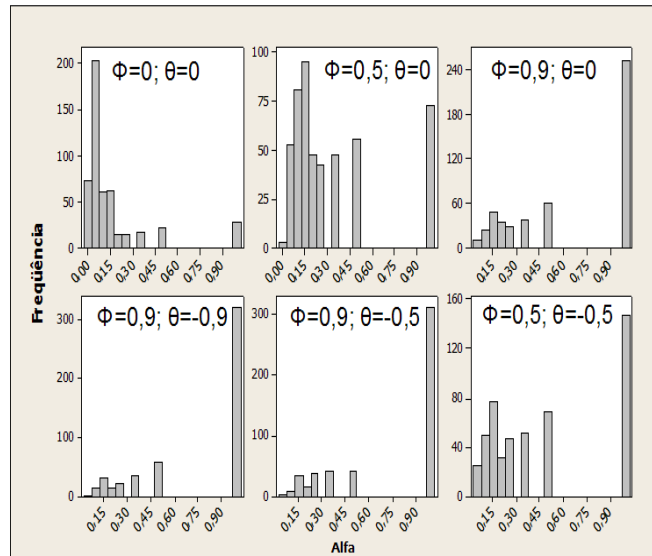


Figura 5.3: Distribuição de $\hat{\alpha}$ para a Amplitude Móvel com $m=50$ e $p = 2$.

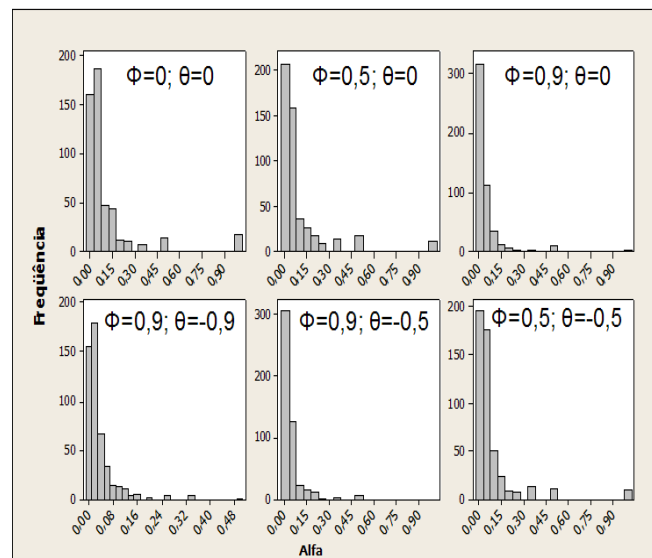


Figura 5.4: Distribuição de $\hat{\alpha}$ para a CRAlfa Autorregressiva via séries temporais com $m=50$ e $p = 2$.

Para evitar que os valores extremos influenciassem em demasia na estimação de α , já que num processo de simulação sequencial, gerando-se valores de um processo sob controle, é possível ter-se um valor da distribuição Normal (0,1) fora dos limites de 95% de confiança muito rapidamente devido a qualidade do gerador aleatório e a própria aleatoriedade da distribuição Normal, optou-se por fazer uma aparação na distribuição original de $\hat{\alpha}$. Dentre as $R=500$ observações geradas de $\hat{\alpha}_i$ para cada processo excluiu-se aqueles iguais a 0,5 ou 1, pois estavam ligados aos casos nos quais o $ARL_{in\ control}$ era igual a 2 ou 1. Para processos não autocorrelacionados, em média 15% dos $\hat{\alpha}_i$'s foram excluídos, não havendo diferenças significativas entre as cartas univariadas e multivariadas. Enquanto que para processos autocorrelacionados, aproximadamente 70% foram descartados na carta univariada de Shewhart por Amplitude Móvel. Para a carta univariada de Shewhart por Desvio Padrão Amostral e para as cartas multivariadas esse percentual permaneceu próximo a 15%. Os resultados para $m=50$ estão apresentados na Tabela 5.21. Tomando-se as cartas de controle de Shewhart como referência, percebe-se que a distribuição aparada tem a média e a mediana mais próximas de 5% (valor de referência original da carta). Portanto, a aparação quando se usa a opção 2 como método de estimação de α é necessária. Os resultados para $m=100$ e $m=200$ não serão apresentados nesta dissertação, pois foram semelhantes aqueles observados para $m=50$.

É importante observar o efeito da autocorrelação nas cartas de controle. Para as cartas de Shewhart o valor médio e mediano de $\hat{\alpha}$ aumentam na presença de autocorrelação. Para as cartas multivariadas, os valores médio e mediano de $\hat{\alpha}$ permanecem estáveis com ou sem autocorrelação. Em relação ao método de estimar α , a forma de estimação (5.2) embora mais rápida não é a melhor para estimação de α , especialmente para o caso das cartas de Shewhart. A forma (5.1) deveria ser preferida.

Erro do Tipo I Aparado para m=50																		
Modelo	Carta de Controle	Shewhart via amplitude Móvel		Shewhart via desvio padrão amostral		T^2 autorregressiva via séries temporais		CRAlfa autorregressiva via covariância amostral		CRAlfa autorregressiva via séries temporais		T^2 autorregressiva via covariância amostral		T^2 autorregressiva via covariância modificada		CRAlfa autorregressiva via covariância modificada		
ϕ	θ	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	
0	0	média	0,062	0,060	0,065	0,065	0,042	0,020	0,047	0,027	0,048	0,025	0,042	0,030	0,042	0,030	0,046	0,026
		mediana	0,048	0,048	0,050	0,053	0,029	0,010	0,032	0,015	0,033	0,014	0,030	0,018	0,030	0,017	0,032	0,014
		des.pad.	0,044	0,044	0,043	0,044	0,037	0,028	0,040	0,031	0,041	0,029	0,036	0,033	0,036	0,033	0,040	0,030
0,5	0	média	0,106	0,103	0,060	0,059	0,042	0,023	0,044	0,031	0,040	0,027	0,043	0,033	0,042	0,033	0,044	0,030
		mediana	0,100	0,100	0,048	0,045	0,028	0,011	0,029	0,017	0,026	0,013	0,028	0,017	0,028	0,016	0,029	0,016
		des.pad.	0,041	0,040	0,043	0,042	0,038	0,031	0,039	0,035	0,037	0,033	0,039	0,037	0,038	0,037	0,039	0,034
0,9	0	média	0,121	0,124	0,040	0,042	0,038	0,019	0,033	0,028	0,028	0,021	0,040	0,031	0,040	0,029	0,032	0,026
		mediana	0,125	0,125	0,026	0,026	0,026	0,011	0,020	0,015	0,016	0,010	0,029	0,018	0,029	0,016	0,020	0,015
		des.pad.	0,035	0,034	0,037	0,040	0,034	0,023	0,034	0,034	0,032	0,028	0,034	0,034	0,034	0,033	0,033	0,032
0,9	-0,9	média	0,129	0,131	0,043	0,040	0,039	0,020	0,038	0,031	0,029	0,021	0,043	0,029	0,042	0,029	0,037	0,030
		mediana	0,125	0,143	0,029	0,026	0,026	0,010	0,025	0,016	0,016	0,010	0,029	0,018	0,029	0,017	0,024	0,015
		des.pad.	0,032	0,031	0,039	0,037	0,036	0,027	0,037	0,036	0,032	0,028	0,038	0,032	0,037	0,032	0,036	0,036
0,9	-0,5	média	0,134	0,130	0,043	0,043	0,040	0,026	0,038	0,036	0,028	0,023	0,044	0,034	0,044	0,033	0,038	0,032
		mediana	0,143	0,125	0,028	0,026	0,026	0,012	0,024	0,019	0,016	0,011	0,029	0,020	0,029	0,019	0,024	0,018
		des.pad.	0,031	0,033	0,040	0,042	0,038	0,032	0,039	0,040	0,032	0,030	0,040	0,037	0,040	0,037	0,038	0,035
0,5	-0,5	média	0,117	0,111	0,055	0,057	0,041	0,024	0,046	0,033	0,041	0,027	0,043	0,028	0,042	0,028	0,047	0,031
		mediana	0,125	0,111	0,043	0,043	0,029	0,013	0,033	0,018	0,029	0,015	0,030	0,017	0,030	0,017	0,034	0,018
		des.pad.	0,038	0,038	0,040	0,042	0,035	0,029	0,039	0,036	0,037	0,032	0,036	0,031	0,036	0,032	0,039	0,035

Tabela 5.21: Erro do Tipo I Aparado para m=50

Capítulo 6

Considerações Finais

Como, em geral, não se obtém uma carta que possui ao mesmo tempo $ARL_{in\ control}$ elevado e $ARL_{out\ control}$ baixo, seria razoável utilizar uma carta com $ARL_{in\ control}$ elevado e $ARL_{out\ control}$ um pouco mais alto, pois assim teríamos melhores condições de diferenciar um alarme falso de um alarme verdadeiro. A carta de Shewhart via Amplitude Móvel tem resultados próximos à carta de Shewhart via Desvio Padrão Amostral para o caso sem correlação, porém é muito influenciada pela autocorrelação gerando alarmes falsos muito rapidamente. Deste modo, é inviável sua utilização, pois com a mesma frequência gera alarmes falsos e verdadeiros, sendo difícil distinguir o alarme verdadeiro do falso. Em relação à carta de Shewhart via Desvio Padrão Amostral, a mesma é menos influenciada pela autocorrelação, em relação à carta de Shewhart via Amplitude Móvel, porém a influência da autocorrelação ainda é grande para amostras pequenas. À medida que o tamanho da amostra aumenta, a autocorrelação já não influencia tão significativamente no vício do estimador da variância. Para o caso não autocorrelacionado, também gera mais alarmes falsos que as cartas multivariadas. Assim, mesmo sem autocorrelação é vantajoso usar cartas multivariadas. Uma opção seria a CRalfa Autorregressiva via covariância amostral, pois o $ARL_{in\ control}$ é alto em relação às cartas de Shewhart e o $ARL_{out\ control}$ não difere muito do $ARL_{out\ control}$ dessas mesmas cartas. Para processos não autocorrelacionados não há necessidade de ajuste de um modelo de séries temporais, pois as estimativas dos parâmetros do processo seriam próximas a zero. Enquanto que no caso de processos autocorrelacionados o ajuste do modelo de séries temporais se faz necessário. A carta de controle CRalfa Autorregressiva via séries temporais teve melhor desempenho no $ARL_{in\ control}$, sendo que no $ARL_{out\ control}$ as cartas multivariadas tiveram comportamento semelhante. A carta T^2 Autorregressiva via séries temporais também teve bons resultados de $ARL_{in\ control}$, porém para amostras pequenas ($m=50$). Assim, uma opção seria adotar a CRalfa Autorregressiva via séries temporais para processos autocorrelacionados. Desta forma, um ponto fora do

limite de controle seria considerado, provavelmente, um alarme verdadeiro, dada a frequência com que a carta gera alarmes falsos e verdadeiros. Em relação ao valor de p a ser utilizado, para $p = 5$ tem-se bons valores de $ARL_{in\ control}$ e $p = 2$ produz bons valores de $ARL_{out\ control}$. Deste modo, uma boa opção seria combinar a carta CRalfa Autorregressiva via séries temporais, que possui $ARL_{in\ control}$ alto, e $p = 2$, que produz $ARL_{out\ control}$ baixo. Pôde ser observado que há uma tendência de aumento do $ARL_{in\ control}$ para amostras menores, destacando-se a melhor qualidade das cartas que utilizam modelo de séries temporais para cálculo dos limites de controle. Para amostras grandes é natural que não se necessite tanto do ajuste do modelo de séries temporais, pois à medida que o tamanho da amostra aumenta, o vício do estimador da variância (variância amostral) diminui, fazendo com que a autocorrelação não influencie na abertura dos limites de controle do gráfico de Shewhart via Desvio Padrão Amostral. Apesar das cartas CRalfa Autorregressiva via séries temporais e T^2 Autorregressiva via séries temporais serem melhores que a CRalfa Autorregressiva e T^2 Autorregressiva via covariância amostral e via covariância modificada, na prática estas levam uma certa vantagem sobre as via séries temporais, pois não necessitam da estimação da matriz via séries temporais, o que quer dizer que não é necessário ajuste do modelo.

Nesta dissertação foram comparadas cartas multivariadas T^2 Autorregressiva aplicadas ao caso univariado autocorrelacionado com as cartas de Shewhart. Além disso, a carta CRalfa Autorregressiva foi proposta e avaliada em comparação com as outras duas cartas. Porém existem outras cartas univariadas que poderão ser comparadas como a CUSUM, a EWMA, as cartas que utilizam a metodologia de Geoestatística, sendo que estas já incorporam a autocorrelação na estimativa do desvio padrão, dando continuidade a este trabalho.

Foram estudados modelos com estrutura de correlação média a alta para processos do tipo AR(1) e ARMA(1,1). É interessante avaliar o comportamento das cartas na presença de modelos como o AR(2), ARMA(2,2), etc. Outra questão seria averiguar a necessidade de formar vetores de tamanho maior para melhorar o desempenho das cartas de controle.

Avaliou-se o comportamento das cartas de controle sob o efeito da autocorrelação para o caso no qual temos observações individuais do processo. Entretanto, julga-se necessário o estudo desses processos para subgrupos racionais.

Apêndice A

Anexo

A.1 Poder do Teste para Processos Não Autocorrelacionados

Modelo: $\phi = 0, \theta = 0, k = (0, 1, 2, 3, 4), m = 100$																		
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRAI α		CRAI α		T^2		T^2		CRAI α		
		via amplitude móvel	via amplitude móvel	via desvio padrão amostral	via desvio padrão amostral	via séries temporais	via séries temporais	via covariância amostral	via covariância amostral	via séries temporais	via séries temporais	via covariância amostral	via covariância amostral	via covariância modificada	via covariância modificada	via covariância modificada	via covariância modificada	
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	
$\mu = 1$	Poder	média	0,392	0,426	0,405	0,437	0,329	0,260	0,301	0,244	0,302	0,241	0,342	0,285	0,341	0,281	0,301	0,244
	Teste	mediana	0,333	0,333	0,333	0,333	0,250	0,167	0,200	0,125	0,200	0,125	0,250	0,200	0,250	0,200	0,200	0,125
		des.pad.	0,322	0,347	0,323	0,346	0,288	0,255	0,290	0,287	0,290	0,286	0,295	0,270	0,296	0,265	0,290	0,290
$\mu = 2$	Poder	média	0,771	0,782	0,783	0,779	0,708	0,597	0,713	0,613	0,714	0,613	0,705	0,616	0,705	0,613	0,713	0,609
	Teste	mediana	1,000	1,000	1,000	1,000	0,500	0,500	1,000	0,500	1,000	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	1,000	0,500
		des.pad.	0,291	0,293	0,286	0,291	0,293	0,302	0,310	0,336	0,310	0,338	0,293	0,307	0,293	0,307	0,311	0,336
$\mu = 3$	Poder	média	0,957	0,965	0,962	0,970	0,923	0,862	0,935	0,913	0,936	0,913	0,930	0,865	0,929	0,862	0,935	0,911
	Teste	mediana	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
		des.pad.	0,145	0,132	0,136	0,124	0,183	0,232	0,176	0,202	0,175	0,202	0,177	0,228	0,178	0,230	0,176	0,203
$\mu = 4$	Poder	média	0,995	0,996	0,997	0,998	0,993	0,971	0,992	0,984	0,991	0,984	0,993	0,976	0,992	0,976	0,991	0,984
	Teste	mediana	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
		des.pad.	0,050	0,045	0,039	0,032	0,059	0,117	0,063	0,090	0,067	0,090	0,059	0,107	0,063	0,107	0,067	0,090

Tabela A.1: Poder do Teste: $\phi = 0, \theta = 0, m = 100$

Modelo: $\phi = 0, \theta = 0, k = (0, 1, 2, 3, 4), m = 200$																		
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRAI α		CRAI α		T^2		T^2		CRAI α		
		via amplitude móvel	via amplitude móvel	via desvio padrão amostral	via desvio padrão amostral	autorregressiva via séries temporais	autorregressiva via séries temporais	autorregressiva via covariância amostral	autorregressiva via covariância amostral	autorregressiva via séries temporais	autorregressiva via séries temporais	autorregressiva via covariância amostral	autorregressiva via covariância amostral	autorregressiva via covariância modificada	autorregressiva via covariância modificada	autorregressiva via covariância modificada	autorregressiva via covariância modificada	
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	
$\mu = 1$	Poder	média	0,419	0,390	0,428	0,395	0,355	0,259	0,335	0,212	0,335	0,213	0,359	0,266	0,357	0,263	0,335	0,211
	Teste	mediana	0,333	0,250	0,333	0,250	0,250	0,167	0,200	0,106	0,200	0,100	0,250	0,167	0,250	0,167	0,200	0,111
		des.pad.	0,334	0,328	0,333	0,329	0,303	0,256	0,317	0,259	0,318	0,261	0,307	0,262	0,306	0,257	0,318	0,258
$\mu = 2$	Poder	média	0,775	0,790	0,783	0,798	0,723	0,617	0,715	0,613	0,715	0,618	0,721	0,633	0,720	0,634	0,715	0,615
	Teste	mediana	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,500	1,000	0,500	1,000	0,500	1,000	0,500	1,000	0,500	1,000	0,500
		des.pad.	0,290	0,279	0,287	0,277	0,292	0,298	0,314	0,331	0,312	0,332	0,291	0,302	0,290	0,301	0,313	0,330
$\mu = 3$	Poder	média	0,965	0,960	0,965	0,964	0,945	0,859	0,948	0,890	0,948	0,891	0,945	0,865	0,945	0,862	0,948	0,891
	Teste	mediana	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
		des.pad.	0,129	0,138	0,129	0,131	0,158	0,229	0,157	0,219	0,157	0,218	0,158	0,228	0,158	0,229	0,157	0,218
$\mu = 4$	Poder	média	0,998	0,997	0,998	0,997	0,994	0,987	0,996	0,991	0,996	0,991	0,994	0,986	0,994	0,986	0,996	0,991
	Teste	mediana	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
		des.pad.	0,032	0,039	0,032	0,039	0,054	0,080	0,045	0,067	0,045	0,067	0,054	0,083	0,054	0,083	0,045	0,067

Tabela A.2: Poder do Teste: $\phi = 0, \theta = 0, m = 200$

A.2 ARL para Processos Autocorrelacionados

Modelo: $\phi = 0,5, \theta = 0, \rho_1 = 0,5, \sigma_s = 1,155, k = (0,1,2,3,4), m = 200$																	
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRalfa		CRalfa		T^2		T^2		CRalfa	
		via amplitude		via desvio padrão		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via covariância modificada		autorregressiva via covariância modificada	
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$
ARL in control	média	7,37	6,94	23,77	21,54	32,99	61,59	41,04	89,51	42,37	92,73	33,20	58,70	32,89	58,46	40,67	89,52
	mediana	5,00	5,00	17,00	16,00	25,00	44,00	29,00	61,00	29,00	63,00	25,00	42,00	25,00	41,00	29,00	62,00
	des.pad.	7,02	6,63	22,94	22,10	31,13	60,76	41,24	94,00	42,38	99,61	31,32	59,93	31,06	59,94	40,92	91,53
ARL out $\mu = 1$	média	4,56	4,47	9,51	9,42	14,68	24,75	13,83	22,93	13,90	24,45	14,46	22,95	14,48	22,92	13,80	23,66
	mediana	4,00	3,00	7,00	7,00	10,00	17,50	9,00	17,00	9,00	17,00	10,00	15,00	10,00	15,00	9,00	17,00
	des.pad.	3,93	3,82	8,74	8,57	14,42	23,51	12,93	20,64	12,99	23,11	14,16	22,30	14,15	22,32	12,89	21,84
ARL out $\mu = 2$	média	2,42	2,50	3,85	3,85	4,93	7,09	4,92	6,59	4,97	6,68	4,87	6,78	4,89	6,85	4,94	6,57
	mediana	2,00	2,00	3,00	3,00	4,00	5,00	4,00	5,00	4,00	5,00	4,00	5,00	4,00	5,00	4,00	5,00
	des.pad.	1,61	1,86	2,53	2,87	3,48	5,94	3,33	5,41	3,35	5,65	3,46	5,62	3,47	5,69	3,32	5,41
ARL out $\mu = 3$	média	1,66	1,67	2,28	2,23	2,66	3,41	2,63	3,33	2,64	3,35	2,63	3,34	2,66	3,34	2,63	3,33
	mediana	1,00	1,00	2,00	2,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00
	des.pad.	0,85	0,95	1,42	1,31	1,77	2,17	1,63	2,04	1,63	2,05	1,74	2,20	1,75	2,20	1,62	2,07
ARL out $\mu = 4$	média	1,29	1,34	1,66	1,67	1,71	2,16	1,85	2,13	1,85	2,14	1,72	2,09	1,72	2,11	1,85	2,13
	mediana	1,00	1,00	1,00	1,50	1,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	1,00	2,00	1,00	2,00	2,00	2,00
	des.pad.	0,54	0,59	0,85	0,83	0,95	1,13	0,93	1,07	0,93	1,07	0,95	1,11	0,95	1,11	0,93	1,07

Tabela A.3: ARL para $\phi = 0,5, \theta = 0, m = 200$

Modelo: $\phi = 0,9, \theta = 0, \rho_1 = 0,9, \sigma_s = 2,294, k = (0,2,3,4,5), m = 200$																	
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRalfa		CRalfa		T^2		T^2		CRalfa	
		via amplitude		via desvio padrão		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via covariância modificada		autorregressiva via covariância modificada	
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$
ARL in control	média	3,42	3,16	43,21	39,58	37,10	61,74	58,16	91,66	65,96	109,16	35,33	55,43	35,33	55,85	58,21	92,75
	mediana	2,00	2,00	30,00	25,00	24,00	41,00	42,50	59,00	50,00	72,00	23,00	37,00	23,00	37,00	43,00	59,00
	des.pad.	3,67	3,43	45,20	41,57	37,68	63,40	59,68	105,09	63,79	124,02	36,64	56,45	36,62	57,51	59,22	106,64
ARL out control	média	2,87	2,93	27,80	27,57	27,52	46,26	35,70	47,87	38,20	53,08	26,23	42,11	26,35	42,38	35,69	48,26
	mediana	1,00	2,00	21,00	19,00	20,00	30,50	26,00	34,50	28,00	38,00	19,00	29,00	19,00	29,00	26,00	35,00
	des.pad.	3,05	3,00	27,64	26,98	27,39	47,21	34,77	47,57	37,24	54,23	26,45	43,74	26,44	44,91	34,76	48,34
ARL out control	média	2,67	2,63	19,55	20,18	20,56	31,76	23,96	33,32	27,24	35,77	19,82	29,05	19,82	29,13	24,21	33,70
	mediana	1,00	2,00	15,00	16,00	15,00	23,00	17,50	25,00	19,00	27,00	14,00	22,00	14,00	22,00	17,50	26,00
	des.pad.	2,62	2,44	17,90	17,35	19,58	30,38	22,50	31,58	26,42	34,39	18,98	25,07	19,03	25,02	22,60	31,74
ARL out control	média	2,54	2,82	14,62	14,31	16,09	26,49	17,03	22,62	18,36	23,87	15,09	23,53	15,04	23,44	17,09	22,68
	mediana	1,00	2,00	11,00	11,00	12,00	19,00	12,00	17,00	13,00	18,00	11,00	18,00	11,00	18,00	12,00	17,00
	des.pad.	2,39	2,72	12,53	11,61	14,20	25,69	14,55	18,86	15,45	19,99	13,65	21,58	13,47	21,46	14,56	18,83
ARL out control	média	2,64	2,58	11,78	12,30	12,97	20,06	13,38	16,73	14,12	17,78	12,39	19,06	12,43	19,20	13,44	16,80
	mediana	2,00	2,00	10,00	11,00	10,00	16,50	11,00	14,00	12,00	15,00	10,00	16,00	10,00	16,00	11,00	14,00
	des.pad.	2,53	2,32	9,27	8,71	9,97	15,29	11,27	11,97	11,39	12,79	9,63	14,82	9,61	14,81	11,31	11,99

Tabela A.4: ARL para $\phi = 0,9, \theta = 0, m = 200$

Modelo: $\phi = 0,9, \theta = -0,9, \rho_1 = 0,9499, \sigma_s = 4,249, k = (0,2,3,4,5), m = 200$																	
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRalfa		CRalfa		T^2		T^2		CRalfa	
		via amplitude		via desvio padrão		via séries temporais		via covariância amostral		via séries temporais		via covariância amostral		via covariância modificada		via covariância modificada	
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$
ARL in	média	2,48	2,32	41,76	45,18	34,86	62,08	52,33	86,26	63,05	100,64	32,90	53,63	33,12	54,06	52,77	88,23
control	mediana	1,00	1,00	27,00	28,50	24,00	41,00	33,00	50,50	43,00	60,00	21,00	35,00	21,00	35,00	35,00	51,00
$\mu = 0$	des.pad.	2,92	2,47	44,26	51,38	32,83	66,27	55,63	108,89	68,71	120,96	32,34	57,91	32,08	57,32	55,25	110,19
ARL out	média	2,25	2,26	35,59	35,28	33,38	54,67	42,90	61,23	51,67	78,75	29,69	47,53	29,76	48,14	44,48	62,15
control	mediana	1,00	1,00	22,00	22,00	24,00	39,00	27,00	40,00	34,00	46,50	21,00	35,00	21,00	35,00	28,00	41,00
$\mu = 2$	des.pad.	2,36	2,56	39,05	38,21	32,16	55,26	48,02	70,11	56,88	95,72	29,94	47,07	29,64	47,45	51,07	71,19
ARL out	média	2,38	2,06	31,94	31,96	30,69	50,25	37,63	52,90	43,60	62,64	27,98	42,96	28,05	42,97	38,05	53,93
control	mediana	1,00	1,00	20,50	23,00	22,00	36,00	24,00	38,50	28,00	46,00	20,00	31,00	20,00	32,00	24,00	40,00
$\mu = 3$	des.pad.	2,60	2,22	34,76	31,14	32,64	51,04	40,78	51,98	45,01	61,14	29,17	42,98	29,33	41,38	41,38	52,34
ARL out	média	2,25	2,00	26,94	25,03	27,01	41,93	31,90	39,43	37,23	46,07	25,08	35,85	25,24	36,04	32,56	39,86
control	mediana	1,00	1,00	19,00	18,00	20,00	31,00	21,00	28,00	24,00	31,00	19,00	26,00	19,00	26,00	22,00	28,50
$\mu = 4$	des.pad.	2,20	1,96	26,72	26,08	25,65	39,32	39,58	41,13	44,37	52,15	23,96	33,95	24,04	34,03	39,44	40,87
ARL out	média	2,16	2,00	20,64	22,88	23,16	35,02	23,96	31,72	27,04	37,97	21,15	30,16	21,01	30,68	24,01	31,93
control	mediana	1,00	1,00	16,00	17,00	17,00	25,00	18,00	23,00	20,00	26,00	16,50	23,00	16,00	23,00	18,00	23,00
$\mu = 5$	des.pad.	2,14	1,91	18,79	21,47	21,40	33,79	22,38	30,62	24,95	41,02	19,27	27,79	19,11	27,87	22,38	30,90

Tabela A.5: ARL para $\phi = 0,9, \theta = -0,9, m = 200$

Modelo: $\phi = 0,9$, $\theta = -0,5$, $\rho_1 = 0,9441$, $\sigma_s = 3,364$, $k = (0, 3, 4, 5, 6)$, $m = 200$																		
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRalfa		CRalfa		T^2		T^2		CRalfa		
		via amplitude		via desvio padrão		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via covariância modificada		autorregressiva via covariância modificada		
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	
ARL in control	$\mu = 0$	média	2,49	2,44	44,33	43,94	36,83	62,18	57,58	85,81	67,72	103,25	34,74	55,02	34,78	54,79	58,64	86,77
		mediana	1,00	1,00	27,00	27,00	25,00	44,50	36,00	54,00	43,00	69,50	23,00	39,00	23,00	39,00	36,50	56,00
		des.pad.	2,67	2,63	57,99	52,23	35,97	64,02	71,34	94,86	77,25	109,76	35,24	58,01	35,14	56,90	72,41	94,73
ARL out control	$\mu = 3$	média	2,24	2,40	28,31	27,38	27,82	41,97	33,32	43,94	38,72	52,20	26,42	37,27	26,57	37,82	33,53	44,54
		mediana	1,00	1,00	21,00	18,00	18,50	29,00	23,00	28,00	27,00	34,50	16,50	26,00	17,00	26,00	23,00	29,00
		des.pad.	2,37	2,49	28,39	27,24	29,75	42,71	35,00	45,69	40,73	54,97	28,87	38,09	29,30	38,50	35,18	46,31
ARL out control	$\mu = 4$	média	2,17	2,28	22,44	24,26	22,96	37,98	25,90	36,19	30,28	41,29	21,93	34,81	22,05	35,02	26,31	36,18
		mediana	1,00	1,00	16,00	17,00	17,00	26,50	18,00	24,00	21,00	28,00	16,00	24,00	16,00	24,00	19,00	25,00
		des.pad.	2,11	2,64	22,33	24,14	22,08	36,80	25,21	36,44	31,82	41,49	20,56	34,12	20,78	33,98	25,35	36,19
ARL out control	$\mu = 5$	média	2,18	2,21	18,06	17,11	18,78	29,21	20,62	24,88	23,83	27,75	17,57	25,87	17,42	26,01	20,64	25,16
		mediana	1,00	1,00	14,00	13,00	14,00	21,50	16,00	18,00	17,00	20,00	13,00	19,00	13,00	19,00	16,00	18,00
		des.pad.	2,10	2,10	16,29	15,94	18,30	25,94	18,59	22,55	24,84	24,65	16,21	22,96	15,97	23,15	18,59	23,27
ARL out control	$\mu = 6$	média	2,13	2,17	14,49	15,14	16,31	24,02	16,12	20,06	18,06	21,82	15,21	22,32	15,34	22,22	16,16	20,17
		mediana	1,00	1,00	11,00	12,00	12,00	19,00	12,50	16,00	14,00	17,00	11,50	18,00	12,00	18,00	12,00	16,00
		des.pad.	1,97	2,19	12,09	12,79	14,05	20,78	13,31	16,35	17,44	17,67	12,73	19,23	12,76	19,07	13,28	16,41

Tabela A.6: ARL para $\phi = 0,9$, $\theta = -0,5$, $m = 200$

Modelo: $\phi = 0, 5$, $\theta = -0, 5$, $\rho_1 = 0, 7143$, $\sigma_s = 1, 528$, $k = (0, 2, 3, 4, 5)$, $m = 200$																	
Carta de Controle		Shewhart		Shewhart		T^2		CRalfa		CRalfa		T^2		T^2		CRalfa	
		via amplitude		via desvio padrão		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via séries temporais		autorregressiva via covariância amostral		autorregressiva via covariância modificada		autorregressiva via covariância modificada	
		$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$	$p = 2$	$p = 5$
ARL in control	média	4,62	4,34	23,51	21,72	33,53	65,23	37,86	77,58	39,82	85,88	32,88	57,87	33,08	58,26	38,14	77,84
	mediana	3,00	3,00	15,00	15,00	25,00	42,00	27,00	52,00	28,00	55,00	25,00	38,00	25,00	38,00	27,00	53,00
	des.pad.	4,31	4,25	25,42	22,25	33,40	70,42	36,41	78,29	38,62	95,73	31,78	62,03	31,91	60,97	36,71	78,84
ARL out control	média	2,65	2,66	6,41	6,65	8,86	13,48	8,30	12,52	8,48	12,93	8,68	13,00	8,70	13,16	8,36	12,63
	mediana	2,00	2,00	5,00	5,00	6,00	10,00	6,00	9,00	6,00	9,00	6,00	10,00	6,00	10,00	6,00	9,00
	des.pad.	2,27	2,21	5,71	5,86	7,98	11,52	7,51	11,54	7,58	11,88	7,74	11,21	7,75	11,62	7,57	11,72
ARL out control	média	1,97	1,83	3,54	3,70	4,57	6,27	4,49	5,64	4,57	5,85	4,48	6,02	4,48	6,05	4,50	5,66
	mediana	1,00	1,00	3,00	3,00	3,00	5,00	3,00	4,00	3,00	4,00	3,00	4,00	3,00	4,00	3,00	4,00
	des.pad.	1,40	1,26	2,75	3,04	4,37	5,36	4,13	4,47	4,16	4,76	4,33	5,35	4,33	5,35	4,13	4,48
ARL out control	média	1,48	1,48	2,47	2,59	2,63	3,71	2,83	3,69	2,86	3,69	2,61	3,54	2,61	3,57	2,83	3,69
	mediana	1,00	1,00	2,00	2,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00	2,00	3,00
	des.pad.	0,88	0,90	1,77	1,83	2,17	2,85	2,11	2,55	2,13	2,53	2,17	2,73	2,17	2,74	2,11	2,52
ARL out control	média	1,29	1,29	1,81	1,83	1,84	2,31	2,04	2,45	2,06	2,47	1,82	2,24	1,82	2,25	2,04	2,45
	mediana	1,00	1,00	2,00	2,00	1,00	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00	1,00	2,00	1,00	2,00	2,00	2,00
	des.pad.	0,62	0,62	1,01	1,03	1,33	1,67	1,21	1,40	1,21	1,40	1,31	1,63	1,31	1,64	1,21	1,39

Tabela A.7: ARL para $\phi = 0, 5$, $\theta = -0, 5$, $m = 200$

Referências Bibliográficas

- [1] Alt, F. B. (1985). *Multivariate Quality Control*. Encyclopedia of Statistical Sciences 6, editado por S.Kotz e N.L.Johnson, New York: John Wiley & Sons.
- [2] Alwan, A. J. e Alwan, L. C. (1994). Monitoring Autocorrelated Processes Using Multivariate Quality Control Charts. *Proceedings of the Decision Sciences Institute Annual Meeting*, n.3, 2106-2108.
- [3] Alwan, L. C. e Roberts, H. V. (1995). The Problem of Misplaced Control Limits , *Applied Statistics*, vol, 44, n.3, 269-278.
- [4] Apley, D. W. e Tsung, F.. (2002). The Autorregressive T^2 Chart for Monitoring Univariate Autocorrelated Processes. *Journal of Quality Technology*. vol.34, n.1, 80-96.
- [5] Box, G. P. e Luceno, A. (1997). *Statistical Control by Monitoring and Feedback Adjustment*, New York: John Wiley & Sons.
- [6] Box, G. E. P. e Jenkins, G. M.. (1976). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, Prentice Hall, N.J.
- [7] Campos, V.F. (1992). *TQC: Controle da Qualidade Total (no estilo japonês)*, Fundação Cristiano Ottoni, Ed.Bloch, Rio de Janeiro.
- [8] Casella, G. e Berger, R. L. (2002). *Statistical Inference*. 2^a Ed. Australia: Duxbury.
- [9] Costa, A. F. B, Epprecht, E. K. e Carpinetti, L. C. R. (2004). *Controle Estatístico de Qualidade* . Editora Atlas, São Paulo.
- [10] Cressie, N. (1993). *Statistics for Spatial Data*. New York: John Wiley & Sons.
- [11] Doganaksoy, N. Faltin, F. W. and Tucker, W. T.. (1991) Identification of Out Control Quality Characteristics in a Multivariate Manufacturing Environment. *Communications in Statistics- Theory and Methods* n.20, 2775-2790.
- [12] Duncan, A. J. (1986). *Quality Control and Industrial Statistics*. 5^a Ed. Homewood,III: Irwin.

- [13] Epprecht, A. L. , Ninio, A. L. e Souza M. O. (1998) Projeto Ótimo de Gráficos de Médias Móveis Ponderados Exponencialmente (EWMA) para Controle Estatístico de Processos. *Pesquisa Operacional*, v. 18, n. 2, 109-130.
- [14] Hayter, A. J. e Tsui, K-L. (1994). Identification and Quantification in Multivariate Quality Control Problems. *Journal of Quality Technology*, vol.26, n.3, 197-228 .
- [15] Harry, M., e Schroeder, R. (2000). Six Sigma: The Breakthrough Management Strategy Revolutionizing the World´s Top Corporations. *Random House Inc.*, NY.
- [16] Hotelling, H. (1947). Multivariate Quality Control.In *Techniques of Statistical Analysis*, edited by Eisenhart, Hastay, and Wallis, MacGraw-Hill, New York.
- [17] Hunter, J. S. (1986). The Exponentially Weighted Moving Average. *Journal of Quality Technology*, 18, 202-209.
- [18] Hunter, J. S. (1998). The Box-Jenkins Bounded Manual Adjustment Chart: a Graphical Tool Designed for Use on the Production Floor. *Quality Progress*, 129-137.
- [19] Ishikawa, K. (1994). *Introduction to Quality Control* , 3A Corporation, Tokio, Japan, 3ª edição.
- [20] Jiang, W. (2004). Multivariate Control Charts for Monitoring Autocorrelated Processes. *Journal of Quality Technology*. vol.36, n.4, 367-379.
- [21] Johnson, R. A. e Wichern, D. W (2002). *Applied Multivariate Statistical Analysis*, , Prentice Hall, N.J.
- [22] Johnson, N. L., Kotz, S. e Balakrishnan, N. (1995). *Continuous Univariate Distributions*, vol. 2,2ª ed., John Wiley & Sons.
- [23] Kalgonda, A. A. e Kulkarni, S.,R. (2004). Multivariate Quality Control Chart for Auto-correlated Processes. *Journal of Applied Statistics*. vol.31, n.3, 317-327.
- [24] Krieger, C. A., Champ, C. W. e Alwan, L. C. (1992). *Monitoring an Autocorrelated Processes*. Presented at the Pittsburgh Conference on Modeling and Simulation, Pittsburgh, PA.
- [25] Mason, R. L., Chou,Y-M. e Young, J. C. (2001). Applying Hotelling´s T^2 Statistic to Batch Processes. *Journal of Quality Technology*. vol 33, n.4, 466-479.

- [26] Mason, R. L. e Young, J. C. (2002). *Multivariate Statistical Process Control with Industrial Applications*, ASA-SIAM.
- [27] Matheron, G. (1963) Principles of Geostatistics. *Economic Geology*, 58, 1246-1266.
- [28] Mingoti, S. A. (1996). As Funções de Madograma e Rodograma como Alternativas para Descrever a Variabilidade Espacial dos Dados. *Revista Escola de Minas*, 50, 2, 71-74, (disponível para download).
- [29] Mingoti, S. A. e Fidelis, M.,T. (2001). Aplicando a Geoestatística no Controle Estatístico de Processos. *Produto & Produção*. vol.5, n.2, 55-70.
- [30] Mingoti, S. A. e Neves, O.,F. (2005). Using Geostatistics to Estimate the Variability of Autocorrelated Processes. *Brazilian Journal of Operations Product Management*(no prelo).
- [31] Mingoti, S. A. e Glória, F.A.A. (2003). *Proposta de Modificação do Índice de Capacidade Multivariado de Chen*. Anais do XXIII ENEGEP, Ouro Preto, MG (em cd room).
- [32] Montgomery, D. C. (2004). *Introdução ao Controle Estatístico de Qualidade*, Rio de Janeiro: Livros Técnicos Científicos.
- [33] Montgomery, D. C. e Mastrangelo, C. M (1991). Some Statistical Process Control Methods for Autocorrelated Data. *Journal of Quality Technology*, vol.23, n.3, 179-193.
- [34] Neves, O. F. (2001). *Estudo de Novos Estimadores para a Variabilidade de Processos*. Departamento de Estatística: UFMG.(Dissertação de Mestrado).
- [35] Pandit, S. M. e Wu, S.M. (1990). *Time Series and System Analysis with Applications*. Krieger Publishing Company, Malabar, FL.
- [36] Reynolds JR, M. R. e Kim, K. (2005). Multivariate Monitoring of the Process Mean Vector with Sequential Sampling. *Journal of Quality Technology*, vol.37, n.2, 149-162.
- [37] Roberts, S. W. (1959). Control Chart Tests Based on Geometric Moving Averages. *Technometrics*, 1, 239-251.
- [38] Rousseeuw, P. J. (1984). Least Median of Squares Regression. *Journal of American Statistical Association*, vol.79, 871-880.
- [39] Runger, G. C. e Willemain, T. R. (1995). Model-Based and Model-Free Control of Auto-correlated Processes. *Journal of Quality Technology*, vol.27, n.4, 283-292.

- [40] Shewhart, W.A. (1939) Application of statistical method in mass production. In: Proceedings of the Industrial Statistics Conference, Massachusetts Institute of Technology, september 8-9, 1938. New York: Pitman Publishing.
- [41] Vargas N, J. A. (2003). Robust Estimation in Multivariate Control Charts for Individual Observations. *Journal of Quality Technology*, vol.35, n.4, 367-376.
- [42] Werkema, M. C. (2002). *Criando a Cultura Seis Sigma*. Editora Qualitymark, vol. 1, Rio de Janeiro.
- [43] Woodall, W. H. (1986). The Use of Multivariate Control Charts. *Paper presented at the International Research Conference on Reliability and Quality*, University of Missouri-Columbia, Columbia, MO.
- [44] Zhang, N. F. (1998). Estimating process capability indexes for autocorrelated data. *Journal of Applied Statistics*, vol.25, n.4, 559-574.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)