



**COPPE/UFRJ**

MODELO MARKOVIANO DE DEGRADAÇÃO COM ESPAÇO DE ESTADOS  
CONTÍNUO APLICADO À AVALIAÇÃO DE ENVELHECIMENTO DE  
COMPONENTES PASSIVOS DE PLANTAS NUCLEARES – APLICAÇÕES A  
TUBULAÇÕES CORROÍDAS

Eliana Nogueira Camacho

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Nuclear, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Nuclear.

Orientador: Paulo Fernando Ferreira Frutuoso e  
Melo

Rio de Janeiro  
Abril de 2010

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

MODELO MARKOVIANO DE DEGRADAÇÃO COM ESPAÇO DE ESTADOS  
CONTÍNUO APLICADO NA AVALIAÇÃO DE ENVELHECIMENTO DE  
COMPONENTES PASSIVOS DE PLANTAS NUCLEARES – APLICAÇÕES A  
TUBULAÇÕES CORROÍDAS

Eliana Nogueira Camacho

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ  
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM  
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA NUCLEAR.

Examinada por:

---

Prof. Paulo Fernando Ferreira Frutuoso e Melo, D.Sc.

---

Prof. Antônio Carlos Marques Alvim, Ph.D.

---

Prof. José Antônio Carlos Canedo Medeiros, D.Sc.

---

Prof. Márcio Nele de Souza, D.Sc.

---

Dr. Cláudio Márcio do Nascimento Abreu Pereira, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL.

ABRIL DE 2010

Camacho, Eliana Nogueira

Modelo Markoviano de Degradação com Espaço de Estados Contínuo Aplicado na Avaliação de Envelhecimento de Componentes Passivos de Plantas Nucleares - Aplicações a Tubulações Corroídas/ Eliana Nogueira Camacho. - Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2010.

XIII, 94 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Paulo Fernando Ferreira Frutuoso e Melo  
Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Nuclear, 2010.

Referencias Bibliográficas: p. 86-94.

1. Modelo de Degradação. 2. Envelhecimento. 3. Fokker Planck. I. Melo, Paulo Fernando Ferreira Frutuoso e. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Nuclear. III. Título.

A Deus, princípio, meio e fim

Ao meu marido “grande amor da minha vida”,  
meu amigo, meu companheiro...

Aos meus filhos Gabriel e Mariana, razão da  
minha vida.

## AGRADECIMENTOS

Ao meu marido, que foi a pessoa que mais colaborou para que esse dia chegasse, com o seu apoio, dedicação, incentivo e ensinamentos acadêmicos, ensinamentos estes, que foram fundamentais no desenvolvimento desta tese.

Ao meu orientador Prof. Paulo Fernando Ferreira Frutuoso e Melo e ao doutor Pedro Luiz da Cruz Saldanha, pela orientação, pelos ensinamentos e dicas, que muito contribuíram para a realização desta tese e crescimento profissional.

Ao Prof. Welles Morgado do Departamento de Física da PUC, pelas valiosas discussões, que contribuíram muito para o fechamento desta tese.

Ao Prof. Antônio Alvim, pelos ensinamentos, pelas oportunidades que me deu e pela paciência que teve comigo ao longo de suas disciplinas.

A todos os membros da banca examinadora pelo aceite e pela valiosa contribuição.

A todos os professores, alunos e funcionários do Programa de Engenharia Nuclear da COPPE.

Aos amigos Newton Ferro e Paulo Adriano com os quais mais troquei conhecimentos, mais troquei angústias, enfim, com quem mais convivi.

Ao meu professor de pintura Paulo Fonseca e meus amigos do curso de pintura a óleo da Caçula.

A minha mãe e meus irmãos pelo incentivo e carinho.

Ao meu pai que não se encontra presente aqui, mas foi a pessoa que mais me incentivou a lutar pelos meus objetivos e que sempre, mesmo de onde ele está, esteve presente em mim, me dando força para lutar e com certeza estaria muito realizado com mais esta conquista.

Para finalizar agradeço a Deus, que é o responsável pela nossa existência (o dom da vida), por estarmos aqui.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

MODELO MARKOVIANO DE DEGRADAÇÃO COM ESPAÇO DE ESTADOS  
CONTÍNUO APLICADO À AVALIAÇÃO DE ENVELHECIMENTO DE  
COMPONENTES PASSIVOS DE PLANTAS NUCLEARES – APLICAÇÕES A  
TUBULAÇÕES CORROÍDAS

Eliana Nogueira Camacho

Março/2010

Orientador: Paulo Fernando Ferreira Frutuoso e Melo

Programa: Engenharia Nuclear

Nesta tese aborda-se a evolução da profundidade de um ponto de corrosão como um processo markoviano, contínuo no tempo e com espaço de estados também contínuo, cujos saltos presentes na equação mestra são infinitesimais. Os coeficientes de arraste e de difusão da equação de Fokker-Planck que deriva daí podem ser obtidos através dos dados de perfil da espessura da parede da tubulação e da respectiva distribuição de frequências de profundidade de corrosão. Este modelo, que possui solução analítica para vários casos de interesse, pode ser empregado no estudo do envelhecimento de sistemas passivos de uma planta de potência nuclear, possibilitando prever o estado de falha considerando a evolução do estado de degradação. Esta abordagem permite tomada de decisão antes que o sistema falhe, visando a segurança da planta.



Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

CONTINUOUS SPACE STATE MARKOVIAN DEGRADATION MODEL APPLIED  
TO THE EVALUATION OF AGING OF PASSIVE COMPONENTS OF A  
NUCLEAR POWER PLANT – AN APPLICATION TO CORRODED PIPELINES

Eliana Nogueira Camacho

March/2010

Advisor: Paulo Fernando Ferreira Frutuoso e Melo

Department: Nuclear Engineering

This thesis proposes a time and space state continuous approach to the evolution of depth of a pit corrosion whose jumps in the Master equation are infinitesimal. The drift and diffusion coefficients of the Fokker-Planck equation that comes from that can be obtained from the data of the thickness profile of the pipeline wall and its related frequency distribution of the maximum depth of corrosion. This model can be solved analytically for many cases of interest, and can be employed in the aging study of passive systems of a nuclear power plant and opens also the possibility to foresee the failure state considering the evolution of the degradation state. This approach, whose focus is on the plant safety, allows for decision making before the system fails.

## ÍNDICE

<b>CAPÍTULO 1</b>	1
1.1.INTRODÇÃO	1
1.2 OBJETIVOS	5
1.3 MOTIVAÇÃO	5
1.4 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA	6
1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	7
<b>CAPÍTULO 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	8
2.1 INTRODUÇÃO	8
2.2 HISTÓRICO SOBRE O TEMA ABORDADO	8
2.3 CRONOGRAMA DO DESENVOLVIMENTO DO ESTUDO DE DEGRADAÇÃO POR ENVELHECIMENTO	9
2.4 O ESTADO DA ARTE DOS MODELOS DE CORROSÃO PARA TUBULAÇÕES	21
2.5 UM PASSO ADIANTE	23
<b>CAPÍTULO 3 EQUAÇÃO DE FOKKER-PLANCK – UM MODELO PARA EVOLUÇÃO TEMPORAL DA PROFUNDIDADE DE UM PONTO DE CORROSÃO</b>	24
3.1 INTRODUÇÃO	24
3.2 PROCESSOS ESTOCÁSTICOS	25
3.3 PROCESSOS DE MARKOV	28
3.4 EQUAÇÃO DE FOKKER-PLANCK	33
<b>CAPÍTULO 4 APLICAÇÃO DA EQUAÇÃO DE FOKKER-PLANCK A UM CASO</b>	51
4.1 INTRODUÇÃO	51
4.2 INSPEÇÃO POR PIG INSTRUMENTADO	52
4.3 CASO A SER MODELADO	54
4.4 CONSTRUÇÃO DO MODELO A SER EMPREGADO	62
4.5 RESULTADOS DO MODELO	68
<b>CAPÍTULO 5 COMPARAÇÃO COM OUTROS MODELOS</b>	73
5.1 INTRODUÇÃO	73
5.2 MODELOS DE MARKOV PARA AVALIAR ESTRATÉGIAS RISI EM TUBULAÇÕES DE PLANTAS DE POTÊNCIA NUCLEAR	73

5.3 MODELAGEM DE CADEIAS DE MARKOV PARA PITES DE CORROSÃO EM TUBULAÇÕES ENTERRADAS	75
5.4 COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS DO MODELO	78
<b>CAPÍTULO 6 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES</b>	82
<b>REFERÊNCIAS</b>	86

## LISTA DE FIGURAS

- Figura 3.1 – Conjunto de funções amostrais ou realizações do processo estocástico.
- Figura 3.2 – Uma trajetória possível do caminho aleatório bidimensional.
- Figura 3.3 – Subconjunto de funções amostrais que definem  $P(y,t)$ .
- Figura 3.4 – Subconjunto de funções amostrais que definem  $P_{111}(y_2,t_2|y_1,t_1)$ .
- Figura 3.5 – Densidade de probabilidades de um processo de Wiener.
- Figura 3.6 – Densidade de probabilidades para vários valores do processo estocástico.
- Figura 3.7 – Densidade de probabilidades para vários instantes de tempo.
- Figura 3.8 – Probabilidade para vários instantes de tempo.
- Figura 3.9 – Densidade de probabilidades de um processo browniano com termo de arraste.
- Figura 3.10 – Densidade de probabilidades para vários valores do processo estocástico.
- Figura 3.11 – Densidade de probabilidades para vários instantes de tempo.
- Figura 3.12 – Probabilidade para vários instantes de tempo
- Figura 3.13 – Densidade de probabilidades de um processo de Ornstein-Uhlenbeck.
- Figura 3.14 – Densidade de probabilidades para vários valores do processo estocástico.
- Figura 3.15 – Densidade de probabilidades para vários instantes de tempo.
- Figura 3.16 – Probabilidades para vários instantes de tempo.
- Figura 4.1 – Perfil da espessura da parede da tubulação.
- Figura 4.2 – Perfis da espessura da parede da tubulação em 4 corridas de PIG
- Figura 4.3 – Distribuição de frequências da profundidade da corrosão.
- Figura 4.4 – Estados possíveis para transição a partir do estado  $y_0$ .
- Figura 4.5 – Estados possíveis para transição a partir do estado  $y_1$ .
- Figura 4.6 – Representação da função  $A(y)$  obtida por interpolação.
- Figura 4.7 – Evolução da profundidade da corrosão para 3 pontos amostrais da Tabela 4.2.

Figura 4.8 – Densidade de probabilidades de um processo browniano com termo de arraste.

Figura 4.9 – Densidade de probabilidades para vários valores da posição.

Figura 4.10 – Distribuição de probabilidades das profundidades de corrosão em vários instantes de tempo.

Figura 4.11 – Evolução temporal da profundidade média da corrosão.

Figura 4.12 – Evolução temporal do desvio padrão.

Figura 5.1 – Diagrama de estados.

Figura 5.2 – Soluções do modelo proposto por FLEMING (2004).

Figura 5.3 – Espaço de estados do modelo.

Figura 5.4 – Densidade de probabilidade do modelo proposto por CALEYO *et al* (2009).

Figura 5.5 – Evolução da densidade de probabilidade do modelo proposto por CALEYO *et al* (2009).

Figura 5.6 – Evolução temporal da profundidade média.

Figura 5.7 – Evolução temporal do desvio padrão.

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1. Resultados típicos de uma corrida de *PIG* instrumentado *MFL*

Tabela 4.2. Resultados hipotéticos para quatro corridas de *PIG* instrumentado *MFL*

## **CAPÍTULO 1**

### **1.1 INTRODUÇÃO**

A energia é indispensável à sobrevivência humana, portanto o desenvolvimento futuro depende indubitavelmente de que se disponha de energia por muito tempo em quantidades cada vez maiores e de fontes seguras, confiáveis e adequadas ao meio ambiente, (BRUNDTLAND *et al*, 1991).

É natural que nos preocupemos com um futuro seguro no tocante à energia, pois ela proporciona “serviços essenciais” à vida humana – calor para aquecimento, para cozinhar, atividades manufatureiras, transporte, etc.

A questão energética é uma preocupação mundial, visto que a energia é fundamental para o desenvolvimento econômico e social de qualquer país. A sua utilização vem crescendo continuamente nas últimas décadas, em função do desenvolvimento industrial, modernização da agricultura, aumento da capacidade de consumo da população, do próprio crescimento populacional e a busca crescente da sociedade por conforto.

O Brasil possui como principais fontes de geração de energia elétrica, as matrizes hidrelétricas, gás, nuclear, carvão e óleo. Todas essas, geram impactos ao meio ambiente e à sociedade, umas mais e outras menos.

A nossa principal fonte de energia hoje é a hidrelétrica, que corresponde a mais de 90% da energia produzida. Esta causa um impacto ambiental grande, visto que desapropria grandes áreas, perdendo florestas, ameaçando espécies nativas, mudando curso de rios, e provocando também um impacto social grande, pois inunda cidades inteiras, onde pessoas perdem sua identidade, suas raízes, etc. Além disto, ainda estão sujeitas a condições hidrológicas sazonais e aleatórias, como por exemplo, períodos longos de seca, que têm como consequência o abaixamento do nível dos reservatórios, diminuindo a produção de energia.

Outras fontes como gás, carvão e óleo também são muito impactantes, pois produzem poluentes atmosféricos, que causam alterações climáticas devido ao efeito estufa, acidificação do meio ambiente e ainda o uso do carvão é responsável por boa parte do desmatamento do planeta. Outro problema que o Brasil está enfrentando também é a crise referente ao gás natural, pelo fato de não dominar a tecnologia de liquefação deste em grande escala, tendo que importá-lo para seu uso nas termoelétricas.

Já a energia produzida por fonte nuclear é responsável por 2,9% do nosso consumo de energia e ambientalmente é mais limpa, não provocando os impactos causados pelas outras fontes, ficando atrás do gás que é responsável por 3,6 %.

Uma grande preocupação com a atividade nuclear é o destino final dos seus resíduos e a ocorrência de um acidente, visto que suas conseqüências podem ser catastróficas. Por isso, quando se projeta um reator nuclear há uma grande preocupação com os fatores de segurança, sendo estes projetados com um alto grau de confiabilidade, construídos, testados, operados e mantidos de acordo com os mais rigorosos padrões de qualidade e de práticas da engenharia.

São de grande interesse hoje os estudos referentes ao envelhecimento de plantas nucleares, pois muitas já se encontram nesta fase. Para uma usina entrar em operação, esta tem que ser licenciada pelo órgão competente e de acordo com o estabelecido no Ato de Energia Atômica de 1954, do Governo dos EUA, esta licença é concedida por um período de 40 anos.

De acordo com o NUREG-1350 (1997), em 1995 cerca de 22% da geração da energia elétrica líquida dos EUA era gerada a partir de 109 reatores nucleares licenciados pela NRC. No ano seguinte, 53 destes reatores já estavam com mais de 20 anos de operação, correspondendo a um percentual de 48% dos reatores de potência licenciados pela NRC (SALDANHA, 2003). Considerando o ano de 2000, estes números sobem para 61 reatores, correspondendo a 56% dos reatores licenciados.

Por volta de 1987, a NRC iniciou um programa de pesquisa sobre o envelhecimento das plantas de potência nuclear nos Estados Unidos, que reuniu informações sobre o envelhecimento destas plantas. Este programa reuniu grande quantidade de informação,



em sua maioria informações qualitativas, sobre o envelhecimento das plantas e os possíveis efeitos sobre a segurança das plantas.

Já com a preocupação de uma queda na capacidade de geração de energia destas usinas nucleares licenciadas pela NRC, esta em 1991 emitiu regras e documentação associada que descrevem como o licenciado deve estar capacitado a demonstrar que a unidade pode continuar operando por 20 anos adicionais após a expiração dos 40 anos de licença.

No Brasil, este é o caso da Usina de Angra I que já se encontra com mais de 25 anos e tem sido objeto de vários estudos na área de envelhecimento visando à extensão de sua vida qualificada.

Desde então, vários autores se dedicaram aos mais variados aspectos do problema. Reconheceu-se a natureza markoviana da degradação por envelhecimento de componentes ativos (EVANS, 2004, WILLIAMS *et al*, 1985) e estudou-se tal degradação destes componentes sob esta ótica.

Entretanto, poucos se dedicaram ao estudo da degradação por envelhecimento de componentes passivos.

Este foi o caso de BRAVERMAN *et al.*(2004), que estudaram os efeitos da degradação relacionada com o envelhecimento de tubulações enterradas de plantas de potência nuclear. O estudo desenvolveu métodos analíticos baseados em análise de tendências, e critérios de tolerabilidade de degradação que podem ser usados para avaliar as condições de tubulações enterradas degradadas. Dessa forma, os efeitos da degradação ao longo do tempo foram incluídos na metodologia. Além disso, os autores desenvolveram procedimentos para determinar o efeito da degradação na fragilidade das tubulações e o respectivo impacto no risco da planta.

Muito poucos, contudo, empregaram uma abordagem markoviana ao estudo do envelhecimento por degradação de componentes passivos. FLEMING (2004), como parte de um projeto de pesquisa patrocinado pelo EPRI, aplicou modelos markovianos e base de dados para prever a confiabilidade do sistema de tubulação, com o objetivo de

auxiliar na tomada de decisão com base na informação do risco em avaliações de inspeção de serviço deste sistema. No modelo proposto por Fleming o estado de degradação é um único estado e o espaço de estados é discreto, tal como NUREG/CR-5612, BNL-NUREG-52252 (1991).

Esta tese visa propor um modelo que permita estudar o envelhecimento de sistemas passivos empregando uma abordagem que possibilite prever o estado de falha considerando a evolução do estado de degradação. Esta abordagem permite a tomada de decisões antes que o sistema falhe, visando a segurança da planta.

Uma questão muito importante nestes estudos sobre envelhecimento é a de possibilitar a extensão da vida qualificada do equipamento ou sistema, levando em consideração os requisitos de segurança e a informação baseado no risco da planta.

Nesta tese, especificamente, aborda-se a evolução da profundidade de um ponto de corrosão como um processo markoviano, contínuo no tempo e com espaço de estados também contínuo, cujos saltos presentes na equação *mestra* (GARDINER, 1983, RISKEN, 1984, VAN KAMPEN, 2007) são infinitesimais.

Esta abordagem do problema é inteiramente nova. É a primeira vez que se propõe uma equação de Fokker-Planck (GARDINER, 1983, RISKEN, 1984, VAN KAMPEN, 2007) para modelar a evolução temporal de um pite de corrosão de uma tubulação que sofre inspeções regulares.

As abordagens markovianas anteriores são aproximações do problema, já que consideram o espaço de estados discreto, agrupando várias condições de degradação num único estado.

Além disso, a abordagem proposta aqui é mais simples, comparativamente ao modelos existentes, porque não se necessita conhecer um número grande de taxas de transição entre os vários estados de um processo markoviano com espaço de estados discreto.

Ao invés disso, ao se modelar o problema através de uma equação de Fokker-Planck, deve-se conhecer apenas duas funções,  $A(y)$  e  $B(y)$ , ou seja, os coeficientes de arraste e

de difusão da equação (GARDINER, 1983, RISKEN, 1984, VAN KAMPEN, 2007), o que é possível através do conhecimento das profundidades dos pontos de corrosão ao longo da tubulação, extraídas a partir dos dados de inspeção e manutenção e algoritmos de interpolação, como será mostrado no Capítulo 4.

Este tese se insere na área de Análise de Segurança de Reatores e faz parte do ramo da ciência denominado Engenharia da Confiabilidade, e é uma área consolidada dentro da Engenharia Nuclear.

## **1.2 OBJETIVO**

O objetivo desta tese é propor um modelo que permita estudar o envelhecimento de sistemas passivos, abordando a evolução da profundidade de um ponto de corrosão através de uma equação de Fokker-Planck, ou seja, como um processo markoviano, contínuo no tempo e com espaço de estados também contínuo, cujos saltos presentes na equação mestra são infinitesimais.

## **1.3 MOTIVAÇÃO**

As plantas nucleares de potência estão repletas de linhas que compreendem linhas de água de serviço e linhas de água do sistema de resfriamento, entre outras. A falha nestas linhas pode desencadear eventos indesejáveis de natureza patrimonial, ambiental e de segurança.

A motivação do tema e da abordagem presente nesta tese é dar uma contribuição mais precisa da determinação a probabilidade de falha de uma tubulação em serviço ocasionada pelo avanço do processo de corrosão e assim, à avaliação da sua confiabilidade estrutural. Desta forma, também se contribui para uma determinação mais precisa da extensão da vida qualificada de plantas nucleares.

## 1.4 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

A natureza estocástica de pontos de corrosão tem sido reconhecida desde os anos 1930. Na referência NUREG/CR-5612, BNL-NUREG-52252 (1991), Vesely e colaboradores propuseram um modelo markoviano para estudar os efeitos do envelhecimento e a abordagem markoviana da degradação por envelhecimento tem sido explorada nos últimos vinte anos.

Nas várias abordagens propostas ao longo destes anos, um estado degradado corresponde ao agrupamento de diferentes condições degradadas num único estado. Modelos refinados consideram vários estados degradados e a possibilidade da transição entre eles.

Entretanto, a profundidade de um ponto de corrosão, num dado instante de tempo, pode assumir qualquer valor entre as extremidades da espessura da parede de uma tubulação. Num instante de tempo imediatamente posterior, a nova profundidade deste ponto de corrosão pode assumir qualquer outro valor compreendido entre o valor atual da profundidade do ponto de corrosão e o fundo da parede da tubulação. Desta forma, a profundidade de um ponto de corrosão é um processo estocástico e como o estado futuro depende apenas do estado atual (EVANS, 2004, WILLIAMS *et al*, 1985), o processo estocástico é markoviano, contínuo no tempo e com espaço de estados também contínuo e não discreto, como vem sendo abordado.

Para uma descrição mais fidedigna da evolução no tempo de um ponto de corrosão, é necessário que se considere um modelo de evolução estocástica contínuo no tempo e com espaço de estados também contínuo.

O modelo baseado na equação de Fokker-Planck que será proposto como modelo de evolução estocástica contínuo no tempo e com espaço de estados também contínuo será aplicado ao caso de uma tubulação.

Nesta abordagem é necessário que se determinem as funções,  $A(y)$  e  $B(y)$ , que estão presentes na equação de Fokker-Planck.

No caso da tubulação a ser analisada, serão considerados dados de profundidades dos pontos de corrosão ao longo da mesma. Estes dados são obtidos através de um procedimento de inspeção muito comum na indústria de óleo e gás denominado de *PIG* instrumentado. Através deste procedimento, são mapeados os pontos de corrosão de uma tubulação e seu uso sistemático pode fornecer informações sobre a evolução da corrosão e o respectivo comprometimento da sua integridade estrutural.

A distribuição de frequências de profundidade de corrosão permitirá obter as funções  $A(y)$  e  $B(y)$  mencionadas acima, após o que a equação de Fokker-Planck particular será resolvida por método analítico disponível na literatura.

## **1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO**

Esta tese é constituída de cinco capítulos organizados da forma descrita a seguir.

O Capítulo 2 apresenta a revisão bibliográfica da literatura onde se faz um resumo em ordem cronológica de vários artigos que se aproximam do tema abordado na tese, e que têm o intuito de ressaltar a originalidade do que está sendo feito.

O Capítulo 3 descreve resumidamente processos estocásticos e particularmente a Equação de Fokker-Planck.

O Capítulo 4 faz a aplicação do modelo proposto a um caso.

No Capítulo 5 são comparados os diversos modelos propostos

E, finalmente, no Capítulo 6 estão apresentadas as conclusões da tese proposta.

## **CAPÍTULO 2**

### **REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

#### **2.1 INTRODUÇÃO**

O objetivo desta revisão bibliográfica é identificar os estudos que vêm sendo realizados na área de envelhecimento de plantas nucleares, mais especificamente os modelos de degradação por envelhecimento, bem como apresentar o estado da arte dos modelos de corrosão propostos para o estudo de tubulações.

#### **2.2 HISTÓRICO SOBRE O TEMA ABORDADO**

Vários estudos abordando este tema vêm sendo realizados desde a década de 1980, uns com o objetivo de elaborar políticas ótimas de manutenção e outros com o objetivo de estender a vida útil das plantas, levando em consideração a informação baseada no risco.

Existem atualmente em operação 109 plantas de potência nuclear nos Estados Unidos produzindo aproximadamente 22% da geração elétrica total do país. Aproximadamente 60% destas plantas receberam a licença para operar há mais de 25 anos e estão em processo de renovação de licença na U. S. Nuclear Regulatory Commission (NRC) para ter estendidas suas licenças de operação por mais vinte ou trinta anos (SALDANHA, 2003).

Assim sendo, torna-se essencial avaliar os efeitos da degradação relacionada com o envelhecimento em estruturas, em sistemas e em componentes dessas plantas.

## 2.3 CRONOLOGIA DO DESENVOLVIMENTO DO ESTUDO DE DEGRADAÇÃO POR ENVELHECIMENTO

Por volta de 1987, a NRC iniciou um programa de pesquisa sobre o envelhecimento das plantas de potência nuclear nos Estados Unidos, o NPAR (*Nuclear Power Plant Aging Research*), que reuniu informações sobre o envelhecimento destas plantas. Este programa reuniu grande quantidade de informações, em sua maioria qualitativas, sobre o envelhecimento das plantas e os possíveis efeitos sobre sua segurança. Os dados do NPAR incluem experiência operacional genérica e específica da planta, documentos da planta, resultados de teste, pesquisa e opinião de especialistas (NUREG 1350, 1997 e NUREG 1377, 1991).

Outra base de dados, de fato a mais completa base de dados usados em análises de riscos associados a envelhecimento é o TIRGALEX (*Technical Integration Review Group for Aging and Life Extension*). Os dados nesta base têm servido para a avaliação da contribuição do envelhecimento do componente ao risco da planta, para compreensão do significado do risco de um componente que está envelhecendo, conhecimento das práticas de manutenção de tais componentes e sua efetividade para manter em níveis aceitáveis os riscos da planta. O objetivo geral do programa TIRGALEX foi estabelecer prioridades para a avaliação dos efeitos do envelhecimento em estruturas e componentes (NUREG/CR-5248, 1988).

Em relação ao bom gerenciamento do ciclo de vida de uma instalação industrial e tendo em vista uma possível extensão da sua vida de serviço, é necessário poder prever os efeitos do envelhecimento. Em geral, para cumprir este objetivo, devem-se analisar falhas potenciais que podem ocorrer e desta forma propor soluções para evitá-las ou reduzir a severidade dos seus efeitos (BOUZAIENE *et al*, 2003).

É apresentada a seguir a revisão bibliográfica dos trabalhos pesquisados mais relevantes, isto é, os que mais se assemelham ao tema abordado nesta tese.

O NUREG/CR-5612, BNL-NUREG-52252 (1991) descreve um modelo para abordar a análise de degradação de componentes e dados de falha para entender o processo de

envelhecimento e discutir a efetividade da manutenção no controle dos efeitos do envelhecimento. O objetivo deste modelo é quantificar e caracterizar a frequência de degradação, avaliar seus efeitos no envelhecimento do componente e estabelecer uma relação entre degradação e falha do componente, de modo que a frequência de falha possa ser obtida através de frequência da degradação. O modelo foi desenvolvido para componentes ativos, através de uma abordagem de processo de Markov utilizando 4 estados (operacional, degradado, em manutenção e falho).

O NUREG/CR-6415 (1996) estende o modelo desenvolvido no NUREG/CR-5612 e apresenta aplicações para a análise da degradação na confiabilidade, também de componentes ativos só que considerando multi-estados degradados, através desta abordagem markoviana.

YEH (1996) utilizou uma abordagem que derivou numa proposta de inspeção ótima e política de substituição para um sistema semi-markoviano em deterioração. Usou uma aproximação em que este modelo de manutenção semi-markoviano pode ser transformado em um modelo de manutenção markoviano tal que analiticamente a rastreabilidade do modelo markoviano pode ser preservada. Baseado no modelo markoviano, algoritmos são providos para obter uma política ótima de inspeção e substituição dependente da idade e do estado em que o sistema se encontra, minimizando o custo a longo prazo. Além disto, procedimentos são desenvolvidos para implantar a política ótima em sistemas semi-markovianos em deterioração.

PHAM *et al* (1997) apresentam um modelo com uma abordagem markoviana, onde são obtidas as equações de Chapman-Kolmogorov e transformadas de Laplace para prever a confiabilidade, disponibilidade, tempo médio de vida e tempo médio para a primeira falha do sistema de multi-estados degradados com reparo parcial. Em alguns ambientes, componentes podem nem sempre falhar totalmente, mas podem degradar-se e estas podem ser degradações de múltiplos estados. Após um determinado estado de degradação, a eficiência do sistema pode decrescer para um limite inaceitável e pode ser considerada uma falha total. Contudo, o sistema pode falhar aleatoriamente para qualquer estado e pode ser reparado. Adicionalmente, a ação de reparo pode não trazê-lo para um estado bom, mas poderá torná-lo operacional e a taxa de falha do sistema será a mesma que antes da falha.



ZHANG E LOVE (2000) consideraram que um sistema reparável (mecânico) está sujeito a falha, e que em cada época de falha um reparo geral é realizado. Tal reparo retorna o sistema para uma condição de trabalho entre tão bom quanto novo (reparo perfeito) e tão ruim quanto velho (reparo mínimo). Uma questão importante para tal sistema é que o tempo de inspeção deve ser maior para conduzir a unidade para um estado tão bom quanto novo. Para a solução destas questões os autores investigaram duas políticas de manutenção que se baseiam na revisão em intervalos fixados e variáveis, conduzida após a primeira falha, e mostraram que ambas as políticas podem ser analisadas utilizando um simples modelo de Markov.

CHIANG e YUAN (2001), propuseram uma política de manutenção dependente do estado em que o sistema se encontra  $R_{i;j}(T;N;\alpha)$ , onde  $i$  é o limite para reparo,  $j$  é o limite para substituição,  $T$ , período para inspeção,  $N$ , número de reparos e  $\alpha$  a probabilidade de reparo de um estado para outro. Esta política se caracteriza a partir do desenvolvimento de um modelo markoviano de multi-estados contínuos no tempo para um sistema sujeito a deterioração por envelhecimento ou falha súbita por choques fatais, considerando o estado 0 (estado novo)  $<1<2<...<L$  (estado falho). Sob esta política  $R_{i;j}(T;N;\alpha)$ , o sistema é inspecionado no final de cada período de tempo para definir os estados correntes e decidir se faz imediatamente ou não o reparo ou substituição de acordo como os resultados do modelo, mantendo um bom funcionamento e minimizando a taxa de custo a longo prazo. Adicionalmente, a substituição é realizada sempre que  $L$  ocorre devido a choque fatal. Este modelo markoviano considera múltiplos estados degradados e serve para testar e determinar o  $i^*$  ótimo (limiar para reparo),  $j^*$  (limiar para substituição) e  $T^*$  (período de inspeção para identificar os estados correntes) tais que a longo prazo a taxa de custo seja minimizada.

BLOCH-MERCIER (2001) considerou que sistemas reparáveis com graus diferentes de perfeição são possíveis para o reparo (ou manutenção corretiva) e que vão de um mínimo até um completo reparo. A questão é saber até onde o sistema deve ser reparado em caso de falha para um longo prazo de disponibilidade ser ótimo. Para esta avaliação, a autora usou um processo de Markov e concluiu que o sistema evolui no tempo de acordo com este processo enquanto ele estiver funcionando, considerando que a duração do reparo segue uma distribuição geral. Após o reparo, o sistema inicia novamente no

estado de funcionamento com uma determinada probabilidade. Observou que para exemplos numéricos a distribuição ótima de reinício (tal que o longo tempo de disponibilidade é ótimo), é geralmente aleatória e não corresponde para um novo início no estado de funcionamento fixado. A ótima distribuição de reinício é também provida para duas estruturas clássicas da confiabilidade, isto é, para os sistemas de votação e os componentes redundantes em reserva.

BARATA *et al* (2002), modelaram continuamente o monitoramento de um sistema em degradação pelo uso de simulação de Monte Carlo e incorporando resultados do modelo com condições de otimização de manutenção planejada que objetiva a minimização do custo total esperado do sistema para uma dada missão de tempo. Fizeram primeiro um modelo de simulação considerando um simples componente não reparável sujeito a degradação estocástica, depois então, generalizaram esta modelagem para sistemas de multicomponentes reparáveis. Para encontrar o limite de degradação ótimo para a intervenção de manutenção, o procedimento empregado de otimização de custo é uma simples pesquisa no espaço dos limites de manutenção.

VINOD *et al* (2003) desenvolveram uma inspeção de serviço baseada em risco objetivando priorizar os componentes para inspeção com nível de risco aceitável, evitando inspeções desnecessárias. Os dois principais fatores que vão para a priorização dos componentes são a frequência de falha e a consequência da falha destes componentes. Este estudo foca em componentes de tubulação, onde a frequência de falha é altamente influenciada pelos mecanismos ativos de degradação. Estas frequências são modificadas quando a manutenção/ISI (inspeção em serviço) é retomada. A fim de incorporar os mecanismos de efeito de degradação e de atividades de manutenção, modelos de Markov são sugeridos como um eficiente método de análise realista. Ênfase tem sido dada a mecanismos de erosão/corrosão, que são dominantes em reatores pressurizados a água pesada. Este artigo destaca um modelo analítico para estimar a taxa de corrosão e também para encontrar a taxa de falha de tubulação, o qual pode ser usado em RI-ISI (inspeção em serviço com informação do risco)

MOUSTAFA *et al* (2004) apresentaram um modelo de manutenção semi- markoviano para um sistema de multi-estados degradados. Este modelo permite considerar três decisões de manutenção (não fazer manutenção, fazer manutenção mínima ou fazer

substituição) a serem tomadas em cada estado do sistema. Eles usaram uma política de limite de controle e desenvolveram um algoritmo para encontrar uma política ótima de manutenção que minimizasse o longo prazo esperado da taxa de custo do sistema.

FLEMING (2004), como parte de um projeto de pesquisa patrocinado pelo EPRI (*Electric Power Research Institute*), desenvolveu tecnologias, tais como modelos markovianos e base de dados para prever a confiabilidade do sistema de tubulação, com o objetivo de auxiliar a tomada de decisão com base na informação do risco em avaliações de inspeção de serviço deste sistema. Neste artigo, o autor desenvolve 3 modelos markovianos, onde o primeiro é um modelo genérico de 4 estados onde aborda todos os mecanismos de falha (corrosão acelerada por fluxo, danos provocados por solda, fadiga térmica, afinamento de parede, propagação de trinca, martelo hidráulico, sobrepressão) e combinação destes vários mecanismos. No segundo modelo, o autor mantém os mesmos 4 estados, mas simplifica-o abordando somente falhas referentes ao mecanismo de propagação de trinca, diminuindo neste caso o número de transições. Já o terceiro modelo, possui 3 estados e avalia os mecanismos de afinamento de parede. Em todos estes modelos, o estado de degradação está sendo modelado como um único estado. Os dados para alimentar estes modelos são extraídos de inspeções de serviço em mais de 2 dezenas de plantas nucleares, bem como uma avaliação genérica de todos os BWR existentes.

BRAVERMAN. *et al.*(2004) desenvolveram bases técnicas para a validação e melhoria dos métodos analíticos e critérios de aceitação que podem ser usados para a tomada de decisões com informações do risco. Os autores também abordaram questões técnicas relacionadas à degradação de estruturas e componentes passivos. Foram realizadas análises de fragilidade para elementos de concreto reforçado degradados e sub-degradados e os resultados das soluções analíticas foram verificados numericamente empregando-se o método de elementos finitos.

CLAROTTI *et al.*(2004) estudaram a questão da detecção do envelhecimento de equipamentos e da determinação da eficiência das medidas corretivas. Quando ocorrem muitas falhas numa parte de um equipamento, necessita-se decidir se elas são atribuíveis a erros de projeto ou se são devidas ao fenômeno do envelhecimento. Se o envelhecimento for confirmado, a questão é decidir quando o processo começou e que

medida corretiva é mais conveniente para atrasar a ocorrência de falhas. Desta forma, a medida torna possível estender o tempo de vida do equipamento. Os autores propuseram um método baseado na hipótese simples de um modelo de passo de envelhecimento e em técnicas bayesianas. Segundo os autores, o principal benefício do método proposto é a determinação do tempo para o qual começa o envelhecimento, a evolução na taxa de falha do componente no seu estado inicial e uma vez modificada, a probabilidade de sucesso da medida corretiva. Os autores desenvolveram também um software IBTV (*Inférence Bayésienne pour le Traitement du Vieillissement*— Inferência bayesiana para o tratamento do envelhecimento) para implantar a metodologia.

BRAVERMAN *et al* (2005) estudaram os efeitos da degradação relacionada com o envelhecimento de tubulações enterradas de plantas de potência nuclear. O estudo foi realizado com o objeto de desenvolver métodos analíticos e critérios de tolerabilidade de degradação que possam ser usados para avaliar as condições de tubulações enterradas degradadas. A pesquisa focalizou a abordagem com informação do risco para avaliar os efeitos mais comuns de envelhecimento em tubulações enterradas que consiste de um afinamento geral das paredes da tubulação, bem como perda de material/pontos de corrosão localizadas. Os efeitos da degradação ao longo do tempo foram incluídos na metodologia desenvolvida para avaliar a tubulação enterrada.

Os autores desenvolveram procedimentos para a modelagem de fragilidade para as tubulações enterradas degradadas, bem como determinaram o efeito da degradação na fragilidade das tubulações e o respectivo impacto no risco da planta. O critério usado para avaliar o risco da planta foi baseado na mudança da frequência de dano ao núcleo devido a eventos internos durante a operação da planta a plena potência. A abordagem analítica fornece a base técnica para avaliar a adequação estrutural da tubulação enterrada degradada, bem como para desenvolver guias de procedimento para avaliar os efeitos da condição degradada sobre o risco da planta.

O NUREG/CR-6920 (2006) integra os resultados de uma análise estrutural com os modelos de risco, de forma a obter uma perspectiva com informação do risco considerando-se a degradação da contenção. Os modelos de risco necessitam de uma descrição probabilística da capacidade da contenção em resistir a vários modos de falha diferentes. São realizadas análises, baseadas no método dos elementos finitos, em

condições originais e em condições degradadas. Descrições probabilísticas da capacidade de contenção são obtidas a partir dos resultados dos modelos de análise estrutural e, então, usados como dados de entrada no modelo de risco. Através desta abordagem os autores conseguem calcular tanto o risco quanto sua variação associada com a degradação.

MYÖTYRI *et al.* (2006) introduziram a abordagem de filtragem na modelagem estocástica para prever o restante do tempo de vida do componente baseado na informação de processo de degradação estocástico e mensurar condições de incerteza no monitoramento. Este modelo é ilustrado por um estudo de caso onde a degradação é assumida para o crescimento de trinca como sendo um processo simplificado de fadiga. O modelo considera incertezas tanto nos processos de degradação quanto nas condições de medição. Se fosse preenchido com informações sobre custos de monitoramento, de falha e de substituição, tal modelo deveria ser usado para otimizar ambas as condições de intervalo de monitoramento e tempo de substituição para o componente.

PERES *et al.* (2007) examinaram a possibilidade de antecipação de falhas por envelhecimento usando dados retroalimentados e julgamento de especialista. A antecipação das falhas por envelhecimento é, pela sua própria natureza, baseada em retroalimentação. Contudo, os dados disponíveis não são completos ou então suficientes para conduzir a análise desejada. Para complementar e enriquecer os dados, eles recomendam explorar a informação disponível em equipamento análogo, dados de terceiros de outras companhias e julgamento de especialista. Em resumo, eles desenvolveram uma metodologia onde é possível antecipar potenciais falhas devido a envelhecimento usando tanto retroalimentação (*feedback*) quanto a opinião de especialista. O método consiste de quatro fases: definição do contexto e objetivos, identificação e coleta de informações necessárias à antecipação, entrevistas com especialistas, síntese e exploração dos resultados. Cabe ressaltar que a metodologia foi desenvolvida no contexto específico da indústria nuclear, embora possa ser aplicada a setores onde as instalações e seus componentes possuam tempos de vida longos ou então usem tecnologias que estão sujeitas a fortes restrições de segurança, como acontece nas indústrias aeroespacial e química.

BURGAZZI (2007) apresenta uma discussão sobre o estado da arte em confiabilidade de sistemas passivos termohidráulicos de centrais nucleares. Nos últimos anos, o tema da confiabilidade de sistemas passivos tem sido de grande interesse por parte da indústria, fornecedores e organizações de pesquisa em sistemas passivos enfocando tanto sua avaliação quanto o seu desenvolvimento, objetivando melhorar a segurança das plantas bem como uma simplificação substancial na sua implantação. A inclusão de modos de falha e indisponibilidade de componentes passivos para todos os sistemas é recomendada em análises probabilísticas de segurança.

Em resumo, Burgazzi apresenta o estado da arte e conclusões oriundas de discussão internacional nas questões técnicas associadas com a avaliação de confiabilidade de sistemas passivos no contexto da segurança nuclear, práticas reguladoras e análises probabilísticas de segurança. Neste trabalho, a ênfase especial é dada aos chamados sistemas passivos termohidráulicos para os quais não há abordagem consolidada de avaliação de sua confiabilidade.

LISNIANSKI (2007) apresenta um método para a avaliação de confiabilidade de sistemas com múltiplos estados que é uma extensão da técnica de diagrama de blocos. O método apresentado estende o método de diagrama de bloco clássico da confiabilidade para um sistema reparável com múltiplos estados. O método clássico de diagrama de blocos não possibilita a avaliação de confiabilidade para sistemas reparáveis com muitos estados. O método sugerido aqui é baseado em processos aleatórios combinados e na técnica de função geradora universal. Este método tem a vantagem de reduzir o número de estados no modelo de múltiplos estados.

Devido ao envelhecimento existente em escala mundial e da carência de códigos para um gerenciamento seguro contínuo de estruturas durante seus tempos de vida, é necessário desenvolver ferramentas matemáticas para avaliar suas confiabilidades estruturais ao longo do intervalo de tempo levando-se em consideração a redução em suas capacidades estruturais.

TORRES e RUIZ (2007) propuseram uma abordagem para avaliar a confiabilidade estrutural que leva em conta a degradação da capacidade com o tempo, através de expressões matemáticas usadas como ferramenta numa análise probabilística simples.

A estrutura de confiabilidade neste estudo é desenvolvida com base no conceito de taxa de falha estrutural anual, onde a representação da probabilidade conjunta é desenvolvida para 3 elementos (carga, demanda estrutural e limite de capacidade). Estes conceitos são estendidos em ordem para se obter o número esperado de falhas durante um dado intervalo de tempo, fazendo uma variação no tempo e no estado da capacidade limite. Para encontrar este tempo esperado de falha sobre o intervalo de tempo, os autores desenvolveram expressões simplificadas para esta análise, usando conceitos de probabilidade condicional, função densidade de probabilidade, teorema da probabilidade total, processo estocástico de Poisson não-homogêneo e distribuição lognormal.

VALOR *et al* (2007) desenvolveram e validaram um modelo estocástico capaz de simular pites de corrosão. Os pontos de corrosão são modelados pela combinação de dois processos estocásticos: um para o surgimento do ponto de corrosão e outro para o seu crescimento. O surgimento do ponto de corrosão é modelado pelos autores através de um processo de Poisson não homogêneo. O crescimento do ponto de corrosão, por outro lado, é modelado através de um processo de Markov não-homogêneo.

DO VAN *et al* (2008) propõem um estudo de confiabilidade para a análise de sensibilidade de sistemas dinâmicos incluindo componentes interligados e dependência de falhas (carga compartilhada, recursos compartilhados, etc) no estado estacionário, utilizando modelos markovianos ou mais genericamente, modelos de sistemas dinâmicos de eventos discretos. Neste artigo, um método de perturbação é usado para estimar um fator importante, chamado de mensuração de sensibilidade multi-direcional (MDSM) numa estrutura de sistema markoviano. O MDSM significa uma perturbação em um ou mais parâmetros de um processo de Markov, o que é equivalente a dizer uma perturbação nas taxas de transição da matriz (de taxas de transição). Este método oferece uma promissora ferramenta para a análise de sensibilidade no estado estacionário. A análise de sensibilidade dos resultados de um estudo de confiabilidade de um sistema é muito importante, pois ajuda a identificar qual componente mais contribui para o desempenho do sistema.

TAN e RAGHAVAN (2008) desenvolveram uma estrutura prática simples para manutenção preditiva (PdM) baseada na programação de sistemas de múltiplos estados

(MSS). As manutenções programadas são derivadas a partir de perspectivas utilizando os tempos de falha do desempenho de diversos sistemas estimados a partir de tendências de degradação. O sistema analisado neste trabalho é o sistema de tubulação de transmissão de vazão de água, onde os autores o dividem em 3 elementos. Os dois primeiros estão em paralelo e em série com o terceiro. Os vários fatores que influenciam nesta manutenção programada são identificados e seus impactos na confiabilidade do sistema e no desempenho são estudados quantitativamente. A estimativa dos tempos de substituição do MSS pode também ser derivada a partir do modelo desenvolvido. Esta política de manutenção foi desenvolvida a partir da combinação de modelos estatísticos, que combinou teoria de análise de cadeias de Markov com a metodologia função geradora universal (UGF), que é uma excelente ferramenta para a avaliação de confiabilidade de sistemas complexos (MSS), reduzindo a complexidade do problema e o esforço computacional (diminuindo o número de estados e conseqüentemente o número de equações).

Outros fatores importantes também foram obtidos quantitativamente neste artigo, tais como o RF (fator de restauração), que indica a qualidade da manutenção e foi considerado como uma variável aleatória, sendo obtido pela distribuição normal e o W, que indica o tempo de demanda do sistema (tempo de uso). Quanto maior este tempo, menor o tempo de falha e de substituição. Os resultados da simulação do modelo demonstram o significativo impacto da qualidade da manutenção e critérios para a chamada manutenção na confiabilidade do sistema e características do desempenho médio. Uma ligeira melhoria na qualidade da manutenção é encontrada para adiar o tempo do sistema de substituição do componente. Este estudo também revela em que ordem reduz a freqüência de ações de manutenção, para diminuir ao mínimo a demanda de uso do sistema e assegura que ao mesmo tempo o sistema ainda realiza suas funções com eficiência.

CHIQUET *et al* (2008) desenvolveram uma metodologia geral para modelar a dinâmica de processos em degradação através de sistemas estocásticos dinâmicos pelo processo markoviano de saltos. Uma atenção particular é dada à estimativa do processo de saltos, o qual não é observado. Este modelo foi aplicado a um conjunto de dados com mecanismo de degradação muito bem conhecido na engenharia, ou seja, o problema do crescimento de trinca. A estimativa para os parâmetros do modelo foi feita com um



conjunto de dados reais de crescimento de trinca. Os autores compararam este modelo a modelos de difusão da literatura existente e obtiveram ótimos resultados.

BARKER e NEWBY (2009) determinaram estratégias de manutenção e inspeção não periódica nas quais o estado é descrito por processos estocásticos com múltiplas variáveis aleatórias. O objetivo do trabalho é obter uma ótima relação custo-inspeção e de políticas de manutenção para um complexo sistema de multicomponentes, cujo estado de degradação é modelado com a utilização de um processo de Markov. O modelo específico utilizado é baseado na suposição de que o processo subjacente é um processo de Wiener de multivariáveis. Eles atenuaram e ampliaram a abordagem usual. O estado do sistema é um processo estocástico multivariável, decisões são tomadas na medida do desempenho definida pelas variáveis funcionais do processo e decisões de substituição são baseadas nos atravessamentos (extrapolação) dos níveis considerados críticos. Os níveis críticos são definidos pela medida do desempenho do sistema e também da probabilidade dele nunca retornar a um nível desempenho satisfatório. Os tempos de inspeção são determinados pela função determinística do estado do sistema. A política de inspeção não-periódica é desenvolvida e avaliada pela expectativa do custo do tempo de vida, é uma política ótima, escolhida por uma função de inspeção. O modelo deste modo dá uma garantia completa da confiabilidade para o tempo de vida do projeto.

CALEYO *et al* (2009) usaram processos de Markov não-homogêneos, contínuos no tempo e com crescimento linear (nascimento puro) para modelar pontos de corrosão externa de tubulações subterrâneas. As soluções deste processo de Markov são usadas pelos autores para descrever as probabilidades de transição entre os diferentes estados degradados, isto é, diferentes profundidades do ponto de corrosão. Simulações de Monte Carlo foram usadas para prever a evolução no tempo do valor médio da distribuição da profundidade do ponto de corrosão nas diferentes classes de textura do solo. A distribuição simulada foi usada para criar um modelo estocástico empírico baseado em cadeia de Markov para prever a evolução da profundidade do ponto de corrosão e a distribuição das taxas a partir das propriedades do solo.

VALOR *et al* (2009) melhoraram um modelo estocástico anteriormente desenvolvido por CALEYO *et al* (2009) usando cadeia de Markov, à luz das novas evidências

experimentais. O novo modelo tem sido aplicado com sucesso para reproduzir a evolução temporal das profundidades extremas de pites de corrosão em aço de baixo carbono.

É importante salientar que o modelo acima mencionado é focado na simulação da profundidade do pite de corrosão. Contudo, o modelo anteriormente desenvolvido, baseado em cadeia de Markov, provou ser eficaz na modelagem da evolução temporal da população de toda a profundidade do ponto de corrosão, mas não conseguiu descrever corretamente a evolução dos extremos da profundidade destes pontos.

Como no modelo anterior, o crescimento do ponto de corrosão foi modelado utilizando um processo de Markov não-homogêneo. Nesta solução, o tempo da cadeia de Markov foi deslocado, por meio de uma mudança de variável, ao limite de valor da profundidade do ponto, onde na cauda exponencial do pite começa a distribuição de profundidade. O limiar foi determinado utilizando o valor da profundidade do pite a partir do qual a distribuição empírica de Gumbel para a profundidade máxima do ponto torna-se significativa.

Valores estatísticos extremos foram usados para mostrar a precisão do modelo que descreve as observações experimentais. O modelo renovado é capaz de prever a correta distribuição de Gumbel para valores máximos de corrosão por pite em aço de baixo carbono.

SORO *et al* (2010) desenvolveram um modelo markoviano contínuo no tempo (considerando demanda de custo constante) para avaliar a disponibilidade, taxa de produção e a função confiabilidade de sistemas de vários estados degradados sujeitos a reparo mínimo e manutenção preventiva ineficaz. É assumido que o sistema pode se degradar consecutivamente dentro de diversos estados discretos, que são caracterizados pela diferente taxa de desempenho, variando de funcionalmente perfeito para completamente falho. É observado que o nível de degradação atinge certamente um limite crítico tal que a eficiência pode decrescer para um limite inaceitável. Além disso, o sistema pode falhar aleatoriamente a partir de algum estado operacional ou aceitável e pode ser reparável. Esta ação de reparo traz o sistema ao seu estado operacional anterior sem afetar sua taxa de falha (ou seja, reparo mínimo). O uso de política de manutenção

preventiva sugere que se o sistema atingir o último estado degradado aceitável, ele pode ser trazido de volta para um estado com alta eficiência. Com isso, este modelo pode dizer até que nível (estado) a degradação é aceitável, podendo utilizar vários tipos de manutenção preventiva, isto é, pode escolher restaurar o sistema para um estado degradado operacional anterior ou um estado tão bom quanto novo.

## **2.4 O ESTADO-DA-ARTE DOS MODELOS DE CORROSÃO PARA TUBULAÇÕES**

Uma das causas principais de falhas estruturais em tubulações de metais e ligas é a corrosão por pite (ANTAKI, 1999, NUREG/CR-6876, 2005, NUREG-1801, 2001, NUREG-1522, 1995, EGIG, 2008).

Um estudo detalhado da corrosão por pite é bastante complexo tendo em vista o grande número de variáveis que podem estar envolvidas na interação entre o metal e ambiente que o cerca como, por exemplo, sua composição e microestrutura e ainda a composição e temperatura do ambiente em que está imerso (FRANKEL, 1998).

Muitos autores têm se dedicado ao estudo dos mecanismos físico-químicos fundamentais ao desenvolvimento da corrosão por pite. Estes estudos são baseados na termodinâmica e na cinética da reação de corrosão (FRANKEL, 1998).

Embora de grande importância à compreensão dos detalhes microscópicos da corrosão por pite, esta abordagem determinística é limitada pela extraordinária complexidade e aleatoriedade, características do processo de corrosão.

Parâmetros mensuráveis associados à corrosão por pite como, por exemplo, a taxa de corrosão, a profundidade máxima do pite e o tempo de perfuração, podem apresentar valores muito diferentes para cada metal e ambiente corrosivo. Esses fatos sugerem que a aleatoriedade é uma característica inerente e inevitável da corrosão por pite ao longo do tempo (AZIZ, 1956, WILLIAMS *et al*, 1985, SHIBATA, 1996, EVANS, 2004). Assim, os modelos estocásticos são mais convenientes à descrição destes processos do que os modelos determinísticos.

Por outro lado, VALOR *et al.* (2007) sugerem que o fato da corrosão por pite estar presente num amplo espectro de metais e ambientes confere a este fenômeno um caráter de universalidade e faz pensar, segundo os autores, que seus aspectos gerais não devam depender dos detalhes dos mecanismos da corrosão. Assim, de acordo com esses autores, é possível modelar adequadamente os aspectos gerais da corrosão por pite através de modelos simples que capturam a essência do comportamento da corrosão por pite. De fato tal crença já havia sido manifestada desde o início dos anos 1990 por Vesely e colaboradores (NUREG/CR-5612, BNL-NUREG-52252, 1991) e, em seguida nos anos 2000, por FLEMING (2004).

Um dos principais objetivos da análise de confiabilidade estrutural de componentes passivos, como tubulações (ou mesmo de componentes ativos) é a estimativa do risco de perfuração do componente em serviço. Neste sentido, é de interesse a estimativa da evolução temporal da profundidade do mais profundo pite de corrosão, de forma que se possa prever a probabilidade de falha associada a este componente em serviço.

Os autores citados ao longo desta revisão bibliográfica consideram conveniente o uso de modelos estocásticos na descrição da corrosão por pite e assim, no estudo da evolução temporal da sua profundidade máxima.

Vesely e colaboradores (NUREG/CR-5612, BNL-NUREG-52252, 1991), FLEMING (2004), VALOR *et al.* (2007) e depois CALEYO *et al* (2009) e em seguida VALOR *et al* (2009) desenvolveram modelos markovianos para a descrição destes processos. Entretanto, apesar de reconhecerem que a corrosão por pite é um processo cuja evolução no espaço de estados é contínua, todos os autores consideraram apenas modelos onde o espaço de estados é discreto.

Os modelos que consideram o espaço de estado como discreto são de fato uma aproximação, onde um dado intervalo de valores de degradação (intervalo de valores de profundidade do ponto de corrosão ou intervalo de valores para a perda relativa de espessura de uma parede) é considerado um estado de degradação. Estes modelos aproximados são mais simples tanto na sua formulação quanto na sua solução.

## 2.5 UM PASSO ADIANTE

Inicialmente Vesely e colaboradores (NUREG/CR-5612, BNL-NUREG-52252, 1991) propuseram modelos markovianos de dois estados para estudar componentes passivos e sugeriram sua aplicação ao estudo de componentes passivos, especialmente para tubulações. FLEMING (2004) propôs um modelos markovianos de três e quatro estados para estudar confiabilidade estrutural de tubulações. VALOR *et al.* (2007) e depois CALEYO *et al* (2009) e em seguida VALOR *et al* (2009) propuseram modelos markovianos com números crescentes de estados, até 150, para estudar a evolução temporal da profundidade de pites de corrosão.

Percebe-se assim uma tendência clara de se aumentar o número de estados e assim tornar os modelos markovianos empregados no estudo de confiabilidade estrutural menos aproximados. Entretanto, pode-se afirmar que até a presente data nunca foi proposto um modelo estocástico markoviano contínuo no tempo e com espaço de estados contínuo, para descrever a evolução temporal da profundidade máxima de pites de corrosão.

Um modelo desta natureza deve permitir prever de maneira mais realista a evolução temporal da profundidade do mais profundo pite de corrosão e assim, a probabilidade de perfuração do componente e a probabilidade de falha associada a este componente em serviço.

Este é o objetivo desta tese. Assim, a abordagem nela proposta é inédita e não aproximada, pois considera que a evolução de um ponto de corrosão deve ser tratada como um processo markoviano com espaço de estados contínuo e contínuo também no tempo.

## **CAPÍTULO 3**

### **EQUAÇÃO DE FOKKER-PLANCK – UM MODELO PARA EVOLUÇÃO TEMPORAL DA PROFUNDIDADE DE UM PONTO DE CORROSÃO**

#### **3.1 INTRODUÇÃO**

O objetivo deste capítulo é apresentar algumas definições sobre processos estocásticos, bem como definições, conceitos e resultados sobre processos markovianos. O propósito central é apresentar as equações de Fokker-Planck, suas propriedades gerais e algumas soluções analíticas importantes aos objetivos desta tese, isto é, de que maneira elas podem ser usadas para modelar a evolução temporal da profundidade de pontos de corrosão em tubulações que sofrem inspeções regulares.

A natureza estocástica de pontos de corrosão tem sido reconhecida desde os anos 1930 (SHIBATA, 1996 e AZIZ, 1956). Em 1991, Vesely e colaboradores (NUREG/CR-5612, BNL-NUREG-52252, 1991) propuseram um modelo markoviano para estudar os efeitos do envelhecimento e, como se pode observar na revisão bibliográfica apresentada no Capítulo 2, a abordagem markoviana da degradação por envelhecimento tem sido explorada nos últimos quase vinte anos. Nas várias abordagens propostas ao longo destes anos, um estado degradado corresponde ao agrupamento de diferentes condições degradadas num único estado. Modelos refinados consideram vários estados degradados e a possibilidade da transição entre eles.

A profundidade de um ponto de corrosão, num dado instante de tempo, pode assumir qualquer valor entre as extremidades da espessura da parede de uma tubulação. Num instante de tempo imediatamente posterior, a nova profundidade deste ponto de corrosão pode assumir qualquer outro valor compreendido entre o valor atual da profundidade do ponto de corrosão e o fundo da parede da tubulação. Desta forma, a profundidade de um ponto de corrosão é um processo estocástico e como o estado futuro depende apenas do estado atual, o processo estocástico é markoviano, contínuo no tempo e com espaço de estados também contínuo. Neste capítulo será apresentada uma abordagem que permite descrever tal processo estocástico.

### 3.2 PROCESSOS ESTOCÁSTICOS

Uma variável estocástica ou aleatória é uma regra que atribui um número a cada resultado de uma experiência aleatória (FELLER, 1957 e 1967, PAPOULIS, 1985). Um processo estocástico é uma regra que atribui uma função do tempo a cada resultado de uma experiência aleatória. Assim, um processo estocástico é simplesmente uma função de duas variáveis, uma das quais é o tempo e a outra uma variável estocástica (FELLER, 1957 e 1967, GARDINER, 1983, PAPOULIS, 1985 e VAN KAMPEN, 2007).

Uma notação comumente empregada para um processo estocástico é  $Y(y,t)$ . A letra maiúscula  $Y$  designa o processo estocástico e a letra minúscula  $y$ , um valor possível de  $Y$  no instante  $t$ . Para um valor particular de  $y$ ,  $Y(y,t) \equiv f(y,t)$  é uma função amostral ou realização do processo. Pode-se pensar num processo estocástico como um conjunto de tais funções amostrais. A Figura 3.1 ilustra um conjunto de funções.

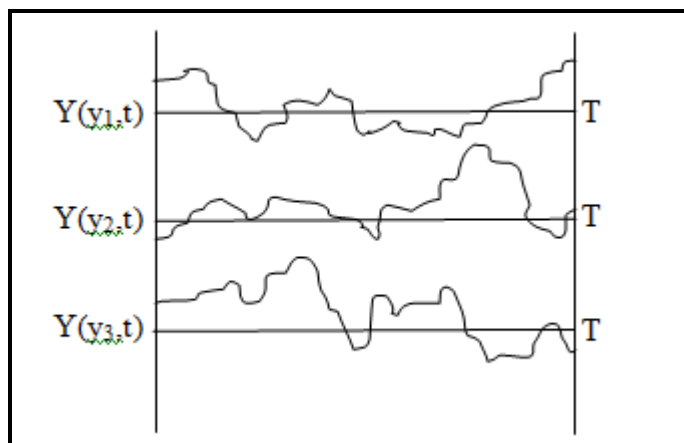


Figura 3.1 – Conjunto de funções amostrais ou realizações do processo estocástico

Na natureza encontram-se muitos fenômenos para os quais há uma grandeza que varia com o tempo de forma muito complicada e irregular. Na abordagem estocástica, uma única função que varia irregularmente com o tempo é substituída por um conjunto de funções. A escolha do conjunto particular apropriado depende da natureza da grandeza observada e dos processos naturais subjacentes. Um processo estocástico é o conjunto de tais funções irregulares.

Um exemplo de processo estocástico e que tem relevância para esta tese é o denominado "passeio aleatório". Em uma dimensão, o caminho aleatório (*random walk*) consiste numa sequência de passos, todos de mesmo tamanho, a partir de uma origem, para um lado ou outro determinado como resultado de um sorteio.

O processo começa em  $t=0$  e a localização no tempo  $t$  é uma função do tempo do tipo degrau. O processo estocástico  $Y(y,t)$  depende da sequência particular de caras e coroas designada por  $y$ . A Figura 3.2 ilustra uma trajetória possível e,  $h$  e  $t$  se referem a cara e coroa, respectivamente.

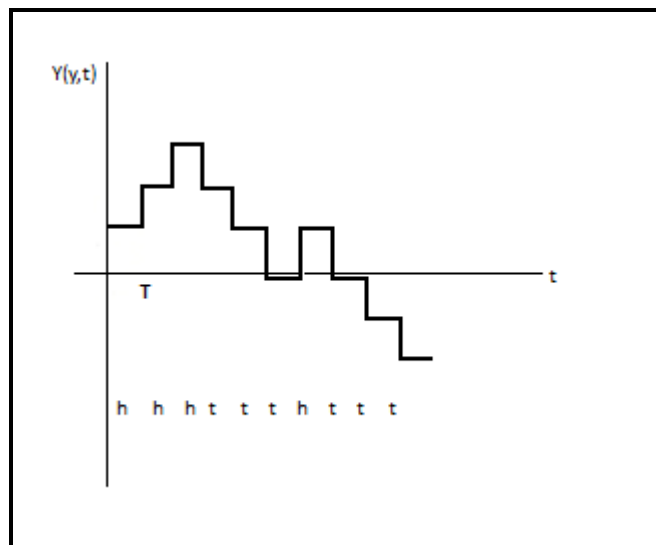


Figura 3.2 – Uma trajetória possível do caminho aleatório bidimensional

Matematicamente, um processo estocástico é determinado pelo conjunto de densidades de probabilidades  $P_1(y_1,t_1)$ ,  $P_2(y_1,t_1;y_2,t_2)$ , ...,  $P_n(y_1,t_1;y_2,t_2;\dots; y_n,t_n)$ .  $P_1(y_1,t_1)$  é a densidade de probabilidade do processo estocástico  $Y$  assumir o valor  $y$  no intervalo entre  $y$  e  $y+dy$  no tempo  $t$ ;  $P_2(y_1,t_1;y_2,t_2)$  é a densidade de probabilidade conjunta do processo estocástico  $Y$  assumir o valor  $y_1$  no intervalo entre  $y_1$  e  $y_1+d y_1$  no tempo  $t_1$  e o valor  $y_2$  no intervalo entre  $y_2$  e  $y_2+d y_2$  no tempo  $t_2$ , e assim sucessivamente.

Este conjunto de densidades de probabilidade permite calcular todos os momentos do processo estocástico, que é toda a informação que se pode ter de um processo desta natureza.



Pode-se interpretar  $P(y,t)$  como a fração relativa entre o número total de funções amostrais e o número daquelas que no instante  $t$  apresentam valor que não excede  $y$ . Este procedimento está ilustrado na Figura 3.3. Vê-se que dentre as funções que definem o conjunto, somente  $Y(y_2,t)$ ,  $Y(y_3,t)$  e  $Y(y_4,t)$  satisfazem a condição de que no instante de tempo  $t$  o valor da variável estocástica não exceda a  $y$ .

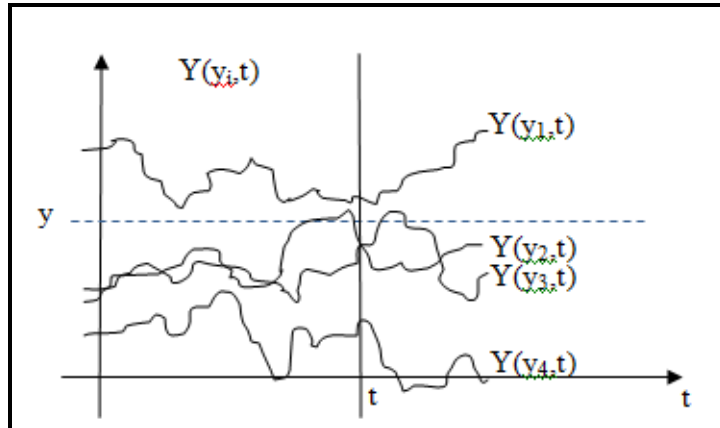


Figura 3.3 – Subconjunto de funções amostrais que definem  $P(y,t)$

Uma grandeza muito empregada na descrição de um processo estocástico é a probabilidade condicional  $P_{111}(y_2, t_2 | y_1, t_1)$  que significa a probabilidade de  $Y$  assumir o valor  $y_2$  no instante  $t_2$ , dado que seu valor no instante  $t_1$  era  $y_1$ . Em outras palavras, dentre todas as funções amostrais  $Y(y,t)$  do conjunto de funções amostrais, seleciona-se aquelas que passam pelo ponto  $y_1$  no instante  $t_1$ ; a fração deste subconjunto cujos valores de  $Y$ , no instante  $t_2$  estão contidos no intervalo  $y_2, y_2+dy_2$  é  $P_{111}(y_2, t_2 | y_1, t_1) dy_2$ . A Figura 3.4 ilustra este procedimento. Vê-se que dentre as funções que definem o subconjunto daquelas que em  $t_1$  passam no ponto  $y_1$ , somente  $Y(y_2,t)$ , satisfaz a condição de que no instante de tempo  $t_2$  o valor da variável aleatória está compreendido entre  $y_2$  e  $y_2+dy_2$ .

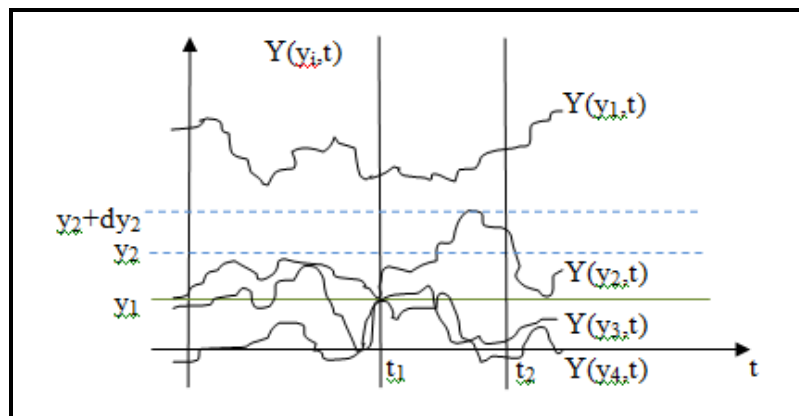


Figura 3.4 – Subconjunto de funções amostrais que definem  $P_{111}(y_2, t_2 | y_1, t_1)$

Uma observação importante é que, a partir daqui, por questão de economia na redação, diremos “densidade de probabilidade para Y assumir o valor y no instante t”, ao passo que o certo seria dizer “densidade de probabilidade para Y assumir um valor y no intervalo entre y e y+dy no instante t.”

De uma maneira geral, define-se a probabilidade condicional  $P_{llk}$  da seguinte forma:

$$P_{llk}(y_{k+1}, t_{k+1}; \dots; y_{k+l}, t_{k+l} | y_1, t_1; \dots; y_k, t_k) = \frac{P_{k+l}(y_1, t_1; \dots; y_k, t_k; y_{k+1}, t_{k+1}; \dots; y_{k+l}, t_{k+l})}{P_k(y_1, t_1; \dots; y_k, t_k)} \quad (3.1)$$

### 3.3 PROCESSOS DE MARKOV

Um processo de Markov é definido como um processo estocástico que satisfaz a seguinte propriedade:

$$P_{|l|n-1}(y_n, t_n | y_1, t_1; \dots; y_{n-1}, t_{n-1}) = P_{|l|1}(y_n, t_n | y_{n-1}, t_{n-1}). \quad (3.2)$$

Ou seja, a probabilidade condicional no instante  $t_n$  é determinada unicamente pelo valor  $y_{n-1}$  no tempo  $t_{n-1}$ , não sendo afetada pelos valores assumidos pela variável estocástica nos tempos sucessivos anteriores, isto é,  $t_1 < t_2 < \dots < t_{n-2}$ .

Um processo markoviano é determinado por duas funções, a saber:  $P_1(y, t)$ , também conhecida como função de um tempo, que fornece a probabilidade do processo estocástico assumir o valor y no instante de tempo t e a função de dois tempos,  $P_{lll}(y_2, t_2 | y_1, t_1)$ , que é a probabilidade condicional e é também denominada de probabilidade de transição entre dois estados. A hierarquia completa de funções de três tempos, quatro tempos e assim por diante, pode ser construída, no caso de um processo de Markov, a partir delas. Assim, por exemplo:

$$\begin{aligned} P_3(y_1, t_1; y_2, t_2; y_3, t_3) &= P_2(y_1, t_1; y_2, t_2) P_{ll2}(y_3, t_3 | y_1, t_1; y_2, t_2) \\ &= P_1(y_1, t_1) P_{lll}(y_2, t_2 | y_1, t_1) P_{lll}(y_3, t_3 | y_2, t_2). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Desta forma, todos os demais  $P_n$  podem ser escritos como função de  $P_1$  e  $P_{111}$ .

As probabilidades de transição de qualquer processo de Markov obedecem a uma equação muito importante, conhecida como equação de Chapman-Kolmogorov (FELLER, 1957, PAPOULIS, 1985 ). Ela é obtida a partir da Eq. (3.3) integrando-se sobre  $y_2$  (considerando-se  $t_1 < t_2 < t_3$ ) e depois dividindo ambos os lados por  $P_1(y_1, t_1)$ .

$$P_{111}(y_3, t_3 | y_1, t_1) = \int P_{111}(y_3, t_3 | y_2, t_2) P_{111}(y_2, t_2 | y_1, t_1) dy_2. \quad (3.4)$$

A equação de Chapman-Kolmogorov pode ser interpretada da seguinte forma: a probabilidade de transição do estado  $y_1$  no instante  $t_1$  ao estado  $y_3$  no instante  $t_3$  é igual à probabilidade de transição do estado  $y_1$  no instante  $t_1$  ao estado  $y_2$  no instante  $t_2$  multiplicada pela probabilidade de transição do estado  $y_2$  no instante  $t_2$  ao estado  $y_3$  no instante  $t_3$ , somado para todos os possíveis valores do estado  $y_2$ .

As duas funções que determinam o processo de Markov,  $P_1$  e  $P_{111}$  não são arbitrárias, mas ao invés disso, devem obedecer à equação de Chapman-Kolmogorov e à relação geral da teoria de probabilidades (teorema da probabilidade total, FELLER, 1957 e 1967 e PAPOULIS, 1985 ):

$$P_1(y_2, t_2) = \int P_{111}(y_2, t_2 | y_1, t_1) P_1(y_1, t_1) dy_1. \quad (3.5)$$

Em resumo, quaisquer duas funções não negativas  $P_1$  e  $P_{111}$  que obedecem a estas condições de consistência definem de maneira única um processo de Markov e vice-versa.

Cabe ressaltar aqui a diferença entre a equação de Chapman-Kolmogorov, Eq. (3.4), e a relação geral da teoria de probabilidades, Eq.(3.5). Uma diferença evidente é que a Eq. (3.5) é para probabilidades não condicionadas enquanto que a Eq. (3.4) é para probabilidades condicionais. Uma diferença mais profunda, entretanto, é que a equação de Chapman-Kolmogorov, Eq. (3.4), é uma equação não-linear que relaciona todas as probabilidades condicionais, umas com as outras, enquanto que a relação geral da teoria de probabilidades, Eq. (3.5), simplesmente constrói as probabilidades de um instante no

futuro ( $t_2$ ), dada a probabilidade de transição do estado  $y_1$  no instante  $t_1$  ao estado  $y_2$  no instante  $t_2$ .

A equação de Chapman-Kolmogorov pode ser reescrita numa forma que é ao mesmo tempo mais simples e também mais diretamente relacionada aos conceitos físicos e químicos subjacentes (VAN KAMPEN, 2007). Esta forma é conhecida como equação mestra. A equação mestra é a equação de Chapman-Kolmogorov escrita na forma diferencial. A equação mestra é escrita como:

$$\frac{\partial P(y, t)}{\partial t} = \int \{W(y | y')\}P(y', t) - \{W(y' | y)\}P(y, t) dy'. \quad (3.6)$$

$W(y_2|y_1)$  é a probabilidade de transição por unidade de tempo, isto é, a taxa de transição do estado  $y_1$  para o estado  $y_2$ .

Para se compreender como a equação mestra provém da equação de Chapman-Kolmogorov, considera-se um processo homogêneo ou estacionário, isto é, um processo markoviano em que a probabilidade de transição depende apenas do intervalo de tempo entre dois estados. A Eq (3.4) se escreve, para este processo, como:

$$T_{\tau+\tau'}(y_3 | y_1) = \int T_{\tau'}(y_3 | y_2) T_{\tau}(y_2 | y_1) dy_2. \quad (3.7)$$

É comum o uso da notação acima, para as probabilidades de transição, quando se trata de um processo homogêneo (VAN KAMPEN 2007). Para intervalos de tempo pequenos pode-se expandir  $T_{\tau}(y_2|y_1)$  em série de Taylor em  $\tau$  e o comportamento de  $T_{\tau}(y_2|y_1)$  é dado por:

$$T_{\tau}(y_2 | y_1) = (1 - a_0 \tau) \delta(y_2 - y_1) + \tau W(y_2 | y_1) + o(\tau^2) \quad (3.8)$$

$W(y_2|y_1)$  é a probabilidade de transição por unidade de tempo, isto é, a taxa de transição do estado  $y_1$  para o estado  $y_2$ . Inserindo a Eq (3.8) na Eq. (3.7) resulta:

$$T_{\tau+\tau'}(y_3 | y_1) = [1 - a_0(y_3) \tau'] T_{\tau}(y_3 | y_1) + \tau' \int W(y_3 | y_2) T_{\tau}(y_2 | y_1) dy_2 \quad (3.9)$$

Onde,

$$a_0(y_3) = \int W(y_2 | y_3) dy_2 \quad (3.10)$$

Dividindo-se a Eq. (3.9) por  $\tau'$  e tomando-se o limite  $\tau' \rightarrow 0$  resulta:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} T_\tau(y_3 | y_1) = \int \{W(y_3 | y_2) T_\tau(y_2 | y_1) - W(y_2 | y_3) T_\tau(y_3 | y_1)\} dy_2. \quad (3.11)$$

Esta forma diferencial da equação de Chapman-Kolmogorov é que é denominada equação mestra.

O nome "equação mestra" apareceu pela primeira vez no trabalho de NORDSIECK *et al.* (1940), onde ela desempenhava um papel fundamental. Neste trabalho, todos os resultados podiam ser deduzidos a partir dela.

Na forma da Eq. (3.6), a equação mestra fornece a taxa de mudança da densidade de probabilidade  $P(y,t)$  devido a transições que ocorrem para o estado  $y$ , a partir de todos os outros estados  $y'$  (primeiro termo do membro direito da equação) e transições que ocorrem para fora do estado  $y'$  indo para qualquer outro estado  $y$  (segundo termo do membro direito da equação).

Se o espaço de estado é discreto, a equação mestra se escreve como:

$$\frac{dp_n(t)}{dt} = \sum_n \{W_{nn'} p_{n'}(t) - W_{n'n} p_n(t)\}. \quad (3.12)$$

Nesta forma, a interpretação da equação mestra como uma equação de balanço para as probabilidades, é ainda mais evidente.

A Eq. (3.12) pode ser escrita na forma:

$$\dot{p}_n(t) = \sum_{n'} \mathbb{W}_{nn'} p_{n'}(t), \quad (3.13)$$

onde a matriz  $\mathbb{W}$  é definida da seguinte forma:

$$\mathbb{W}_{nn'} = W_{nn'} - \left( \sum_n W_{n'n} \right) \delta_{nn'}. \quad (3.14)$$

Na Eq. (3.14)  $\delta_{nn'}$  é o delta de Kroenecker, isto é, tem o valor um quando  $n$  é igual a  $n'$  e zero em caso contrário.

Assim, de forma ainda mais compacta, pode-se escrever a equação mestra como:

$$\dot{\vec{p}}(t) = \mathbb{W}\vec{p}(t), \quad (3.15)$$

onde os  $p_n$  são as componentes do vetor probabilidade.

Formalmente, a solução da Equação (3.15), com condições iniciais  $p_n(0)$  pode ser escrita como:

$$\vec{p}(t) = e^{t\mathbb{W}} \vec{p}(0). \quad (3.16)$$

Embora seja conveniente, esta expressão não ajuda a encontrar a evolução temporal explícita das probabilidades. Os métodos usuais de resolução de equações do tipo da Eq. (3.15), através do uso de autovalores e autovetores da matriz  $\mathbb{W}$ , não podem ser usados como um método geral, pois aqui não há garantia de que  $\mathbb{W}$  seja simétrica e, assim, não se pode garantir que as soluções gerais sejam construídas a partir de superposição de autovetores.

A matriz  $\mathbb{W}$  possui as seguintes propriedades gerais:

$$\begin{aligned} \mathbb{W}_{nn'} &\geq 0 \quad \text{para } n \neq n'; \\ \sum_{n'} \mathbb{W}_{nn'} &= 0 \quad \text{para cada } n'. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Uma matriz  $w$ , que satisfaz as condições (3.12) é chamada Matriz  $w$  (VAN KAMPEN, 2007). Há uma série de conseqüências importantes das propriedades expressas em (3.17) e todas elas se aplicam igualmente bem para sistemas com espaço de estados contínuo.

### 3.4 EQUAÇÃO DE FOKKER-PLANCK

A equação de Fokker-Planck é um tipo especial de equação mestra que é usada freqüentemente como uma aproximação a uma equação real ou então como um modelo para um processo de Markov mais geral.

Será mostrado nesta seção que a equação de Fokker-Planck pode ser deduzida a partir da equação mestra. Para tal, devem ser considerados transições entre estados próximos ou "pequenos saltos", como são chamados (VAN KAMPEN, 2007, RISKEN, 1984, GARDINER, 1983).

Para alguns problemas físicos, o tamanho do salto mínimo é determinado por um parâmetro discreto finito que é característico do sistema. Para esses casos, a equação de Fokker-Planck, que é obtida tomando-se o limite do salto tendendo à zero ( $|y-y'| \rightarrow 0$ ), é uma aproximação ao problema real para o qual existe um valor mínimo finito para o salto. Para outros casos, em que não haja tal comprimento característico, ela não representa nenhuma aproximação e assim pode ser entendida como um processo de Markov mais geral.

A equação de Fokker-Planck é conhecida também como equação de Smoluchowski, ou então como Equação de Difusão Generalizada, ou ainda como Segunda Equação de Kolmogorov.

No início, seu uso principal estava associado com uma descrição aproximada de alguns processos de Markov discretos cujos saltos individuais entre estados eram considerados pequenos. Neste sentido a equação de Fokker-Planck foi utilizada por RAYLEIGH (1891, 1902), EINSTEIN (1905, 1906), VON SMOLUCHOWSKI (1906, 1916) e FOKKER (1914). Em seguida, PLANCK (1917) formulou uma equação de Fokker-

Planck geral para pequenos saltos. Finalmente, KOLMOGOROV (1931) apresentou uma dedução matemática na qual considerava o limite infinitesimal de saltos entre estados.

A equação de Fokker-Planck é uma equação mestra cuja Matriz –  $\mathbb{W}$  é um operador diferencial de segunda ordem. Embora possa ser escrita de forma ainda mais geral, ao que vai interessar aqui, ela é escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial P(y,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial y} A(y)P + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} B(y)P. \quad (3.18)$$

As funções  $A(y)$  e  $B(y)$  são funções reais, diferenciáveis, e cuja única restrição é  $B(y) > 0$ . O primeiro termo no membro direito da equação é chamado “termo de transporte”, “termo de convecção” ou “termo de arraste” e a função  $A(y)$  é denominada coeficiente de arraste. O segundo termo no lado direito é conhecido como “termo de difusão” ou “termo de flutuação” e a função  $B(y)$  é denominada coeficiente de difusão.

A equação de Fokker-Planck é, por definição, uma equação linear na sua incógnita  $P$ . Entretanto, é comum encontrar em alguns textos o adjetivo “linear” associado com a equação, porém com outro significado, isto é, em muitos textos encontra-se a designação equação linear de Fokker-Planck se referindo ao fato de que  $A(y)$  é uma função linear de  $y$  e  $B$  é uma constante. Neste caso sua forma fica:

$$\frac{\partial P(y,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial y} (A_0 + A_1 y)P + \frac{1}{2} B_0 \frac{\partial^2}{\partial y^2} P. \quad (3.19)$$

Ao resolver-se uma equação de Fokker-Planck, obtêm-se funções de distribuições, a partir das quais quaisquer valores médios de variáveis macroscópicas podem ser determinados por integração. Deve-se observar que o uso da equação de Fokker-Planck não está restrito a sistemas em equilíbrio e nem mesmo próximo a ele. Desta forma, esta equação descreve não apenas as propriedades estacionárias dos sistemas, mas também a dinâmica do próprio sistema, através da sua solução dependente do tempo.



A equação de Fokker-Planck também é satisfeita pela probabilidade de transição  $P_{III}(y, t | y_0, t_0)$  sujeita à condição inicial,

$$P_{III}(y, t_0 | y_0, t_0) = \delta(y - y_0). \quad (3.20)$$

Isto provém da teoria das equações diferenciais parciais. É sabido que a solução de uma equação diferencial parcial sujeita a uma condição inicial do tipo função delta de Dirac, como em (3.15), é a função de Green do problema (BUTKOV, 1988). Assim, a probabilidade de transição,  $P_{III}(y, t | y_0, t_0)$ , se comporta como uma função de Green para a equação de Fokker-Planck, com condição inicial dada pela Eq. (3.20).

Portanto, a solução da equação de Fokker-Planck, para uma condição inicial qualquer, é obtida combinando-se a solução com a condição inicial (3.20), isto é, a função de Green  $P_{III}(y, t | y_0, t_0)$  com a condição inicial geral, através da expressão (BUTKOV, 1988):

$$P(y, t) = \int P(y, t | y_0, t_0) P(y_0, t_0) dy_0. \quad (3.21)$$

A equação de Fokker-Planck pode ser colocada na forma de uma equação de continuidade que expressa uma lei de conservação para a probabilidade. Se se definir uma grandeza  $J(y, t)$  como:

$$J(y, t) = A(y)P - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} B(y)P, \quad (3.22)$$

vê-se que a equação de Fokker-Planck tem a forma de uma equação de continuidade, isto é,

$$\frac{\partial P(y, t)}{\partial t} = - \frac{\partial J(y, t)}{\partial y}. \quad (3.23)$$

Assim, se numa dada região a probabilidade aumenta de um certo valor, numa unidade de tempo, isto não quer dizer que foi criada probabilidade, mas sim que houve fluxos

através da superfície que delimita a região, em quantidade tal que o que entrou e o que saiu através dela, é numericamente igual ao aumento no valor da probabilidade.

O fluxo total de probabilidades, através dos contornos da superfície (aqui a superfície é um segmento de reta, pois se considerou apenas uma única variável aleatória), deve obedecer a certas condições, normalmente impostas pelas condições a priori do problema que se está modelando. Estas condições são as denominadas condições de contorno. Assim, a equação de Fokker-Planck deve ser resolvida para uma condição inicial e condições de contorno apropriadas ao problema que se deseja modelar.

Algumas condições de contorno que são usualmente empregadas na solução da equação de Fokker-Planck são:

a) Barreiras refletoras

Se o que quer que tenha um comportamento irregular numa região R, não puder ultrapassar seus limites, então o fluxo total de corrente através da superfície S, fronteira de R, é zero. Esta condição é escrita, em símbolos, como:

$$\hat{n} \cdot \vec{J}(\vec{z}, t) = 0, \quad \text{para } z \in S, \hat{n} \perp S. \quad (3.24)$$

b) Barreiras absorventes

Se for assumido que no momento em que a partícula alcança S ela é imediatamente retirada do sistema, pode-se interpretar como se a fronteira (barreira) a esteja absorvendo. Conseqüentemente a probabilidade de estar na fronteira é zero, isto é,

$$p(\vec{z}, t) = 0 \quad \text{para } \vec{z} \in S. \quad (3.25)$$

c) Condições de contorno numa descontinuidade

Estas condições indicam que a probabilidade e a componente normal da corrente devem ser contínuas na superfície S, isto é,

$$\begin{aligned}\hat{n} \cdot \vec{J}(\vec{z})|_{S_+} &= \hat{n} \cdot \vec{J}(\vec{z})|_{S_-} \\ p(\vec{z})|_{S_+} &= p(\vec{z})|_{S_-}\end{aligned}\tag{3.26}$$

d) Condição de contorno periódica

Assume-se que o processo ocorre no intervalo  $[a,b]$  onde as extremidades do intervalo são identificadas entre si. Neste caso, as condições de contorno têm a forma:

$$\lim_{y \rightarrow b^-} P(y,t) = \lim_{y \rightarrow a^+} P(y,t)$$

(3.27)

$$\lim_{y \rightarrow b^-} J(y,t) = \lim_{y \rightarrow a^+} J(y,t)$$

e) Condições de contorno no infinito

Neste caso, se  $P$  é uma função bem comportada, definida no intervalo entre zero e infinito, então assume-se que:

$$\lim_{y \rightarrow \infty} P(y,t) = 0\tag{3.28}$$

Da mesma forma, se a derivada da função distribuição for bem comportada, isto é, não oscilar rápida e infinitamente à medida que  $x$  tende a infinito, então assume-se também que:

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \left[ \frac{\partial P(y,t)}{\partial y} \right] = 0.\tag{3.29}$$

Ainda no contexto de condições de contorno no infinito, as condições para barreiras refletoras e condições de contorno periódicas são escritas respectivamente como:

$$\begin{aligned}J(\pm \infty, t) &= 0 \quad e \\ J(+ \infty, t) &= J(- \infty, t).\end{aligned}\tag{3.30}$$

Um solução estacionária da equação de Fokker-Planck é aquela para a qual  $P$  não muda explicitamente com o tempo. Assim sendo, a derivada parcial em relação ao tempo é zero e tal solução deve obedecer à equação:

$$\frac{d}{dy} A(y)P_s - \frac{1}{2} \frac{d^2}{dy^2} B(y)P_s = 0. \quad (3.31)$$

Ou ainda, à equação de continuidade na forma:

$$\frac{dJ(y)}{dy} = 0, \quad (3.32)$$

e, portanto, a solução procurada, em termos de corrente de probabilidade, é  $J(y) =$  constante.

A equação de Fokker-Planck tem duas características marcantes. Em primeiro lugar, ela é uma equação diferencial ao invés de uma equação integro-diferencial e, embora não possa ser resolvida explicitamente, exceto em alguns casos particulares, ela é mais fácil de trabalhar. Entretanto, a segunda característica é ainda mais importante. Deve-se observar que não é necessário que se conheça  $W(y|y')$  completamente, o que seria equivalente a conhecer as taxas de transição entre todos os estados no caso de um processo de Markov com espaço de estados discreto. Ao invés disso, é suficiente apenas que se conheçam as funções  $A(y)$  e  $B(y)$ . E ocorre que tais funções podem ser determinadas, para quaisquer processos estocásticos, a partir de uma quantidade mínima de informação sobre os mecanismos estocásticos subjacentes.

A dificuldade mencionada no parágrafo anterior em relação à determinação completa de  $W(y|y')$  deve-se ao fato de que a evolução temporal daquele processo é governada pela equação diferencial de Markov, Eq. (3.13), onde esta é uma equação matricial cujos elementos da matriz dos coeficientes são as taxas de transição entre os vários estados possíveis, como é usual nos processos markovianos com espaço de estados discretos (RAMAKUMAR, 1993).

Assim, para um modelo onde seja possível a transição entre muitos estados, será necessário conhecer as taxas de transição entre todos eles, o que nem sempre é uma tarefa simples (NUREG/CR-6415, 1996, FLEMING, 2004).

Outro ponto que é de extrema relevância a esta tese, é a interpretação das funções  $A(y)$  e  $B(y)$  da equação de Fokker-Planck como momentos de uma distribuição de probabilidades, os chamados “momentos de saltos”. O termo salto, aqui, deve ser entendido como transição entre estados.

Esta relação pode ser obtida ao se deduzir a equação de Fokker-Planck a partir da equação mestra. Com esta finalidade se expressa a probabilidade de transição  $W(y|y')$  como função do tamanho do salto e do ponto inicial, isto é,

$$W(y | y') = W(y'; r) \quad (3.33)$$

Onde  $r = y - y'$  é o tamanho do salto e  $y'$  é o ponto inicial.

Com essas novas variáveis, a equação mestra se escreve como:

$$\frac{\partial P(y, t)}{\partial t} = \int W(y - r; r) P(y - r, t) dr - P(y, t) \int W(y; -r) dr \quad (3.34)$$

A hipótese fundamental na dedução da equação de Fokker-Planck a partir da equação mestra é que só ocorrem saltos pequenos, isto é, a taxa de transição decai rapidamente com o aumento de  $|y - y'|$ . Assim, expandindo-se o produto  $W(y - r; r) P(y - r, t)$  em série de Taylor e considerando-se termos até a segunda ordem a Eq. (3.34) torna-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(y, t)}{\partial t} = & \int W(y; r) P(y, t) dr - \int r \frac{\partial}{\partial y} \{W(y; r) P(y, t)\} dr \\ & + \frac{1}{2} \int r^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} \{W(y; r) P(y, t)\} dr - P(y, t) \int W(y; -r) dr \end{aligned} \quad (3.35)$$

O primeiro e o quarto termo do lado direito da Eq. (35) se anulam. Desta forma, ela pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial P(y,t)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial y}\{a_1(y)P\} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\{a_2(y)P\} \quad (3.36)$$

Onde as funções  $a_1(y)$  e  $a_2(y)$  são os momentos de saltos definidos através da expressão:

$$a_\nu(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} r^\nu W(y;r) dr \quad (3.37)$$

Portanto,  $A(y)$  e  $B(y)$  podem ser interpretados respectivamente como média e variância de saltos de tamanho  $r$  partindo do estado  $y$ . Em outras palavras, para se conhecer  $A(y)$  e  $B(y)$ , é necessário apenas determinar as probabilidades de transição para saltos de todos os tamanhos, a partir do estado  $y$ .

Esta interpretação das funções  $A(y)$  e  $B(y)$  será amplamente explorada no próximo capítulo de forma a permitir a determinação dessas funções e, assim, o estabelecimento do modelo a ser empregado nesta tese como modelo estocástico de evolução temporal da profundidade de um ponto de corrosão.

Em relação à determinação da solução da equação de Fokker-Planck, esta pode ser obtida através do método da expansão em autofunções, a exemplo do que ocorre com as equações de difusão ou de onda (VAN KAMPEN, 2007, RISKEN, 1984, GARDINER, 1983).

Assim, baseado no fato de que a solução pode ser encontrada através do método da expansão em autofunções, a solução procurada  $P$  pode se expandir numa base de autofunções, por exemplo, seno, cosseno ou seno e cosseno. Esta base pode ser ainda discreta ou contínua, dependendo se o intervalo de definição dos possíveis valores do processo estocástico  $Y$  for finito ou não.

A equação de Fokker-Planck também pode ser resolvida através do uso de métodos de integração numérica (FORSYTHE e WASOW, 1967; SMITH, 1965).

Neste caso, devem-se usar variáveis discretas  $\{n\}$ , ao invés de variáveis contínuas  $\{y\}$ , definidas pela expressão  $y_i = (\Delta y_i)n_i$ . A variável tempo também deve ser discretizada, por exemplo, através da relação  $t_m = (\Delta t)m$ .

Dessa forma, a solução da equação de Fokker-Planck é obtida através da iteração das equações de diferenças que resultam do processo de discretização. Tais equações devem ser estáveis, ou seja, o erro no cálculo da probabilidade não deve aumentar mais rapidamente do que a própria probabilidade, de outra forma, não seria possível obter-se soluções aproximadas da equação de Fokker-Planck contínua.

Como é sabido (FORSYTHE, 1967, SMITH, 1965), é crucial para a estabilidade das soluções que as diferenciais sejam aproximadas por diferenças apropriadas. Outro problema associado com as soluções numéricas da equação de Fokker-Planck surge quando estão presentes as condições de contorno naturais para as quais as variáveis se estendem até o infinito. Tais problemas que envolvem regiões infinitas devem ser aproximados por outros para os quais a região é finita.

A seguir, apresentam-se três processos estocásticos de interesse específico para esta tese e suas respectivas soluções analíticas, a saber: o processo de Wiener com fronteiras absorventes, o movimento browniano com termo de arraste e o processo de Ornstein-Uhlenbeck com fronteiras absorventes.

O movimento browniano é um tipo particular de processo de Markov, muito utilizado na física para descrever o movimento de uma partícula, denominada partícula browniana, que está sujeita a um grande número de pequenos choques moleculares. No movimento browniano, deseja-se determinar o comportamento estocástico da posição de uma partícula sujeita a tais choques.

O processo de Wiener é uma generalização do movimento browniano, para o qual a equação de Fokker-Planck não representa uma aproximação no sentido explicado no início desta seção. Ele é um processo estocástico em tempo contínuo com três propriedades importantes (VAN KAMPEN, 2007, RISKEN 1984, GARDINER, 1983):

1. É um processo de Markov de tempo contínuo. Assim, tudo que se precisa para fazer uma previsão do valor futuro da variável é a sua distribuição de probabilidade e o seu valor atual;
2. Possui incrementos independentes;
3. Mudanças no processo sobre qualquer intervalo de tempo são normalmente distribuídas, com uma variância que aumenta linearmente com o intervalo de tempo.

Formalmente, o processo de Wiener é definido através da

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{1}{2} D \frac{\partial^2 P}{\partial y^2}; \quad (3.38)$$

Onde  $P$  é a densidade de probabilidades do processo estocástico  $Y$ ,  $y$  são os valores possíveis de  $Y$  e  $t$  são os instantes em que  $Y$  assume o valor  $y$ . Dessa forma, qualquer processo estocástico cujas funções de um tempo e de dois tempos obedeam a Eq. (3.32) é denominado processo de Wiener. Este é o caso específico de um movimento browniano. Neste caso,  $y$  representa as possíveis posições da partícula no tempo  $t$ .

A solução da Eq. (3.38) é encontrada em BUTKOV (1988).

$$P(y, t | 0, 0) = \frac{1}{\sqrt{4\pi Bt}} \exp\left(-\frac{y^2}{4Bt}\right). \quad (3.39)$$

Observa-se que para valores fixos de  $t$ , a densidade acima é uma gaussiana de média zero e desvio padrão  $(2Bt)^{1/2}$ . A Figura 3.5 ilustra o comportamento da densidade de probabilidade de transição, Eq. (3.39), para o valor particular de  $B=1$ .



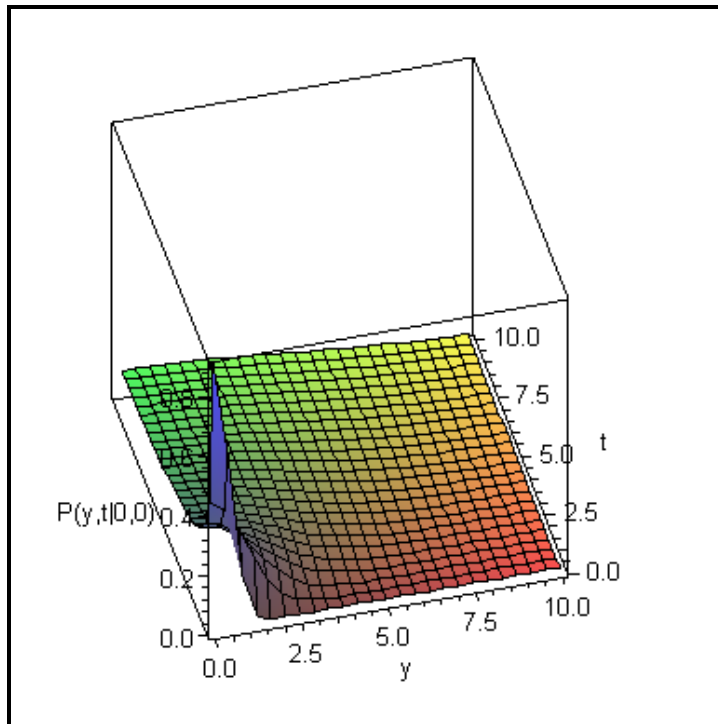


Figura 3.5 – Densidade de probabilidades de um processo de Wiener.

A Figura 3.6 ilustra a evolução no tempo da densidade de probabilidade para vários valores da posição.

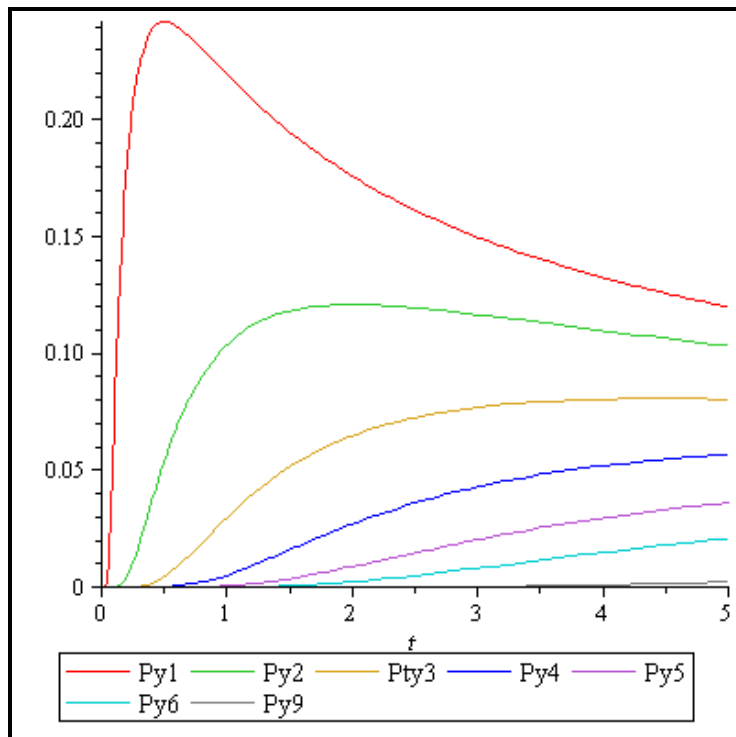


Figura 3.6 – Densidade de probabilidades para vários valores de  $y$ .

A Figura 3.7 ilustra o comportamento da densidade de probabilidade como função da posição, para vários instantes de tempo.

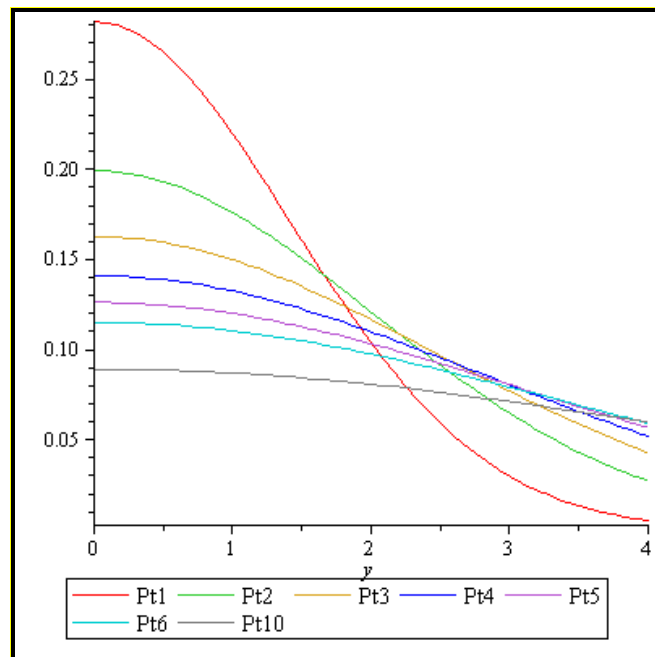


Figura 3.7 – Densidade de probabilidades para vários instantes de tempo.

A figura 3.8 ilustra o comportamento probabilidade como função da posição, para vários instantes de tempo.

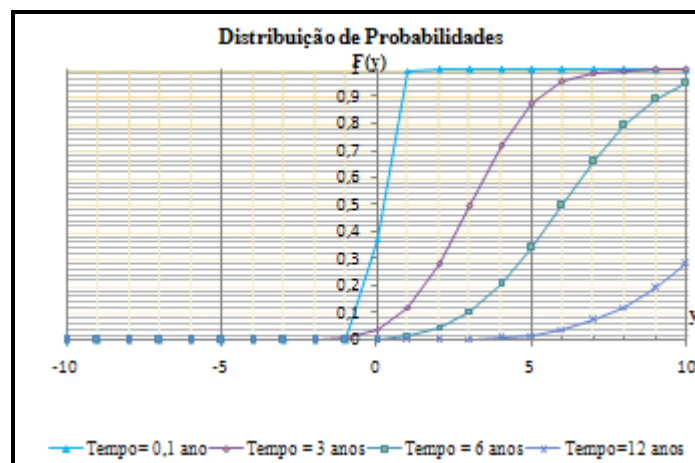


Figura 3.8 – Probabilidades para vários instantes de tempo.

O processo de Wiener definido pela Eq. (3.38) e cuja solução é dada pela Eq. (3.39) serve para estudar o movimento browniano, admitindo-se que o tempo entre as colisões da partícula (que executa o movimento browniano) com as moléculas do meio em que ela se encontra são tão pequenos ao ponto de serem considerados contínuos.

Se considerar-se que a partícula se encontra sob a ação do campo gravitacional da Terra, a Eq. (3.38) se modifica e passa a ser denominada movimento browniano com termo de arraste e é definida pela Eq. (3.40).

$$\frac{\partial P}{\partial t} = A \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{1}{2} B \frac{\partial^2 P}{\partial y^2}; \quad (3.40)$$

Da mesma forma que  $P$ , no processo de Wiener, descreve a distribuição de probabilidades de um processo estocástico geral que satisfaz a Eq. (3.38), e não apenas posições da partícula browniana num fluido, o processo estocástico descrito pela Eq. (3.40) deve ser compreendido como geral no sentido descrito acima, isto é, como uma equação de Fokker-Planck para o processo estocástico  $Y$ , onde os coeficientes de arraste e de difusão são constantes.

A solução deste processo é encontrada em VAN KAMPEN (2007), RISKEN (1984) e GARDINER (1983):

$$P(y, t | 0, 0) = \frac{1}{\sqrt{4\pi Bt}} \exp\left(-\frac{y^2}{4Bt} + \frac{A}{2B} y - \frac{A^2}{4B} t\right). \quad (3.41)$$

Observa-se que para valores fixos de  $t$ , a densidade acima é também uma gaussiana. A Figura 3.9 ilustra o comportamento da distribuição de probabilidade de transição acima.

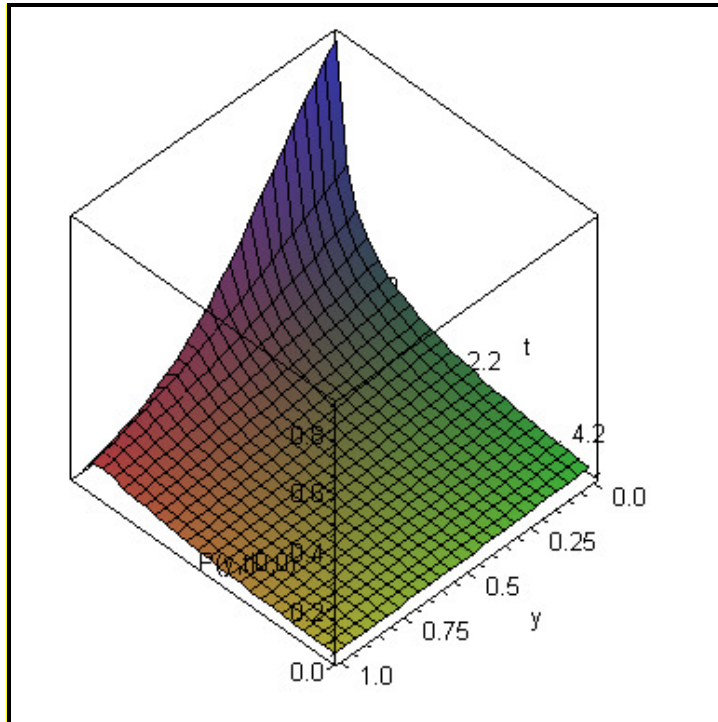


Figura 3.9 – Densidade de probabilidades de um movimento browniano com termo de arraste.

A Figura 3.10 ilustra a evolução no tempo da densidade de probabilidade para vários valores da posição.

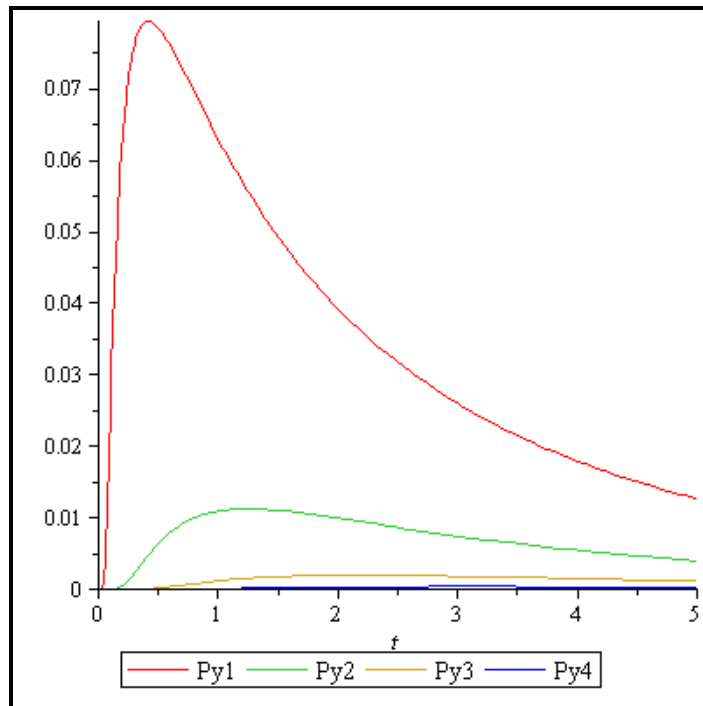


Figura 3.10 – Densidade de probabilidades para vários valores do processo estocástico.

A Figura 3.11 ilustra o comportamento da densidade de probabilidade como função da posição, para vários instantes de tempo.

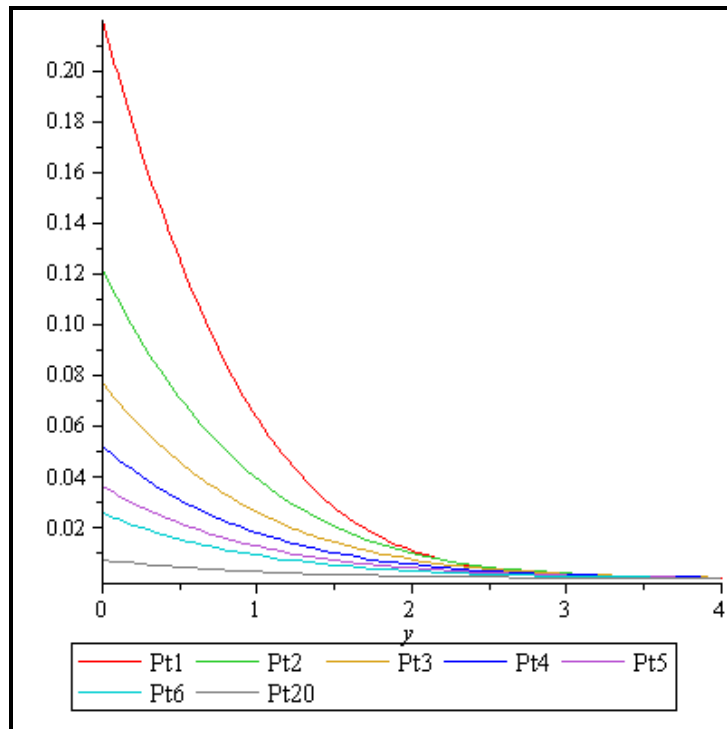


Figura 3.11 – Densidade de probabilidades para vários instantes de tempo.

A Figura 3.12 ilustra o comportamento da probabilidade como função da posição, para vários instantes de tempo.

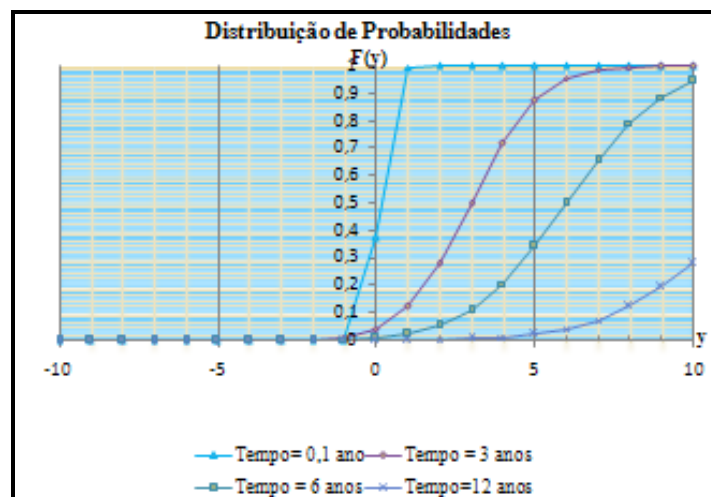


Figura 3.12 – Probabilidades para vários instantes de tempo.

Outro processo estocástico importante é o processo de Ornstein-Uhlenbeck. Este processo foi concebido originalmente para descrever o comportamento estocástico da velocidade de uma partícula browniana. Formalmente ele é definido pela equação de Fokker-Planck.

$$\frac{\partial P}{\partial t} = k \frac{\partial}{\partial y} yP + \frac{1}{2} B \frac{\partial^2 P}{\partial y^2}; \quad (3.42)$$

Neste caso, vê-se que o coeficiente de difusão é uma função linear de  $y$  e  $k$  é uma constante.

A solução é encontrada em RISKEN (1984):

$$P(y, t | 0, 0) = \sqrt{\frac{k}{\pi B(1 - \exp(-2kt))}} \exp\left(-\frac{ky^2}{B(1 - \exp(-2kt))}\right). \quad (3.43)$$

Também aqui, para valores fixos de  $t$ , a densidade acima é uma gaussiana. A Figura 3.13 ilustra o comportamento da distribuição de probabilidade de transição acima.

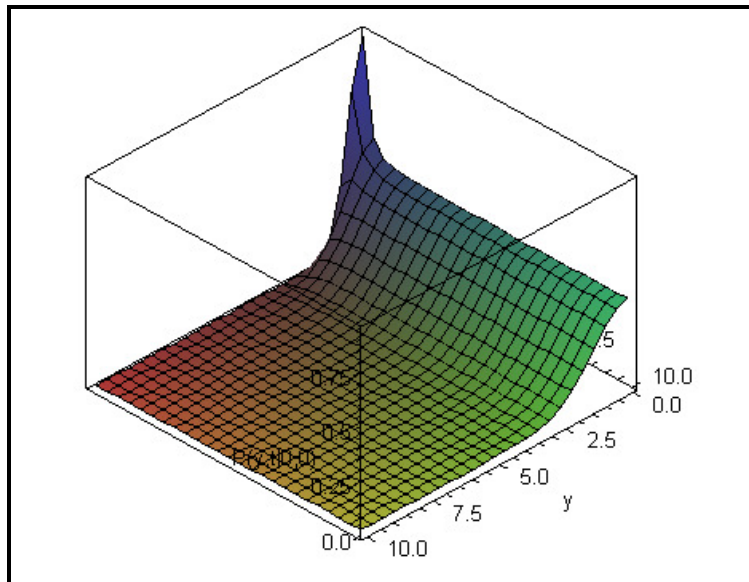


Figura 3.13 – Densidade de probabilidades de um processo de Ornstein-Uhlenbeck.

A Figura 3.14 ilustra a evolução no tempo da densidade de probabilidade para vários valores da posição.

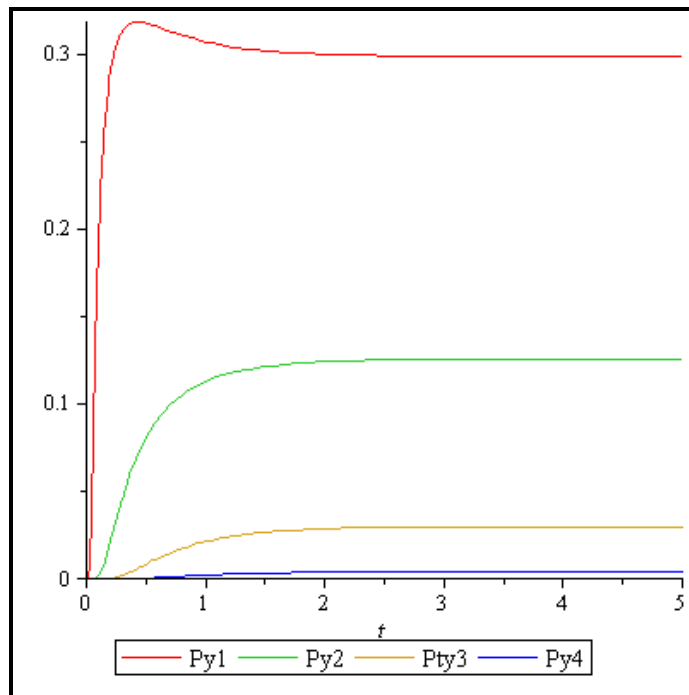


Figura 3.14 – Densidade de probabilidades para vários valores do processo estocástico.

A Figura 3.15 ilustra o comportamento da densidade de probabilidade como função da posição, para vários instantes de tempo.

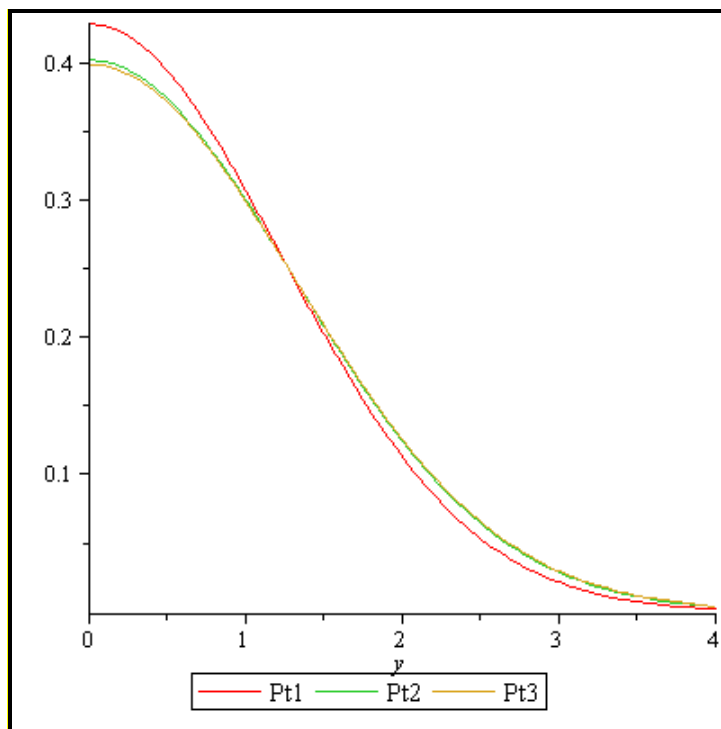


Figura 3.15 – Densidade de probabilidades para vários instantes de tempo.

A Figura 3.16 ilustra o comportamento da probabilidade como função da posição, para vários instantes de tempo.

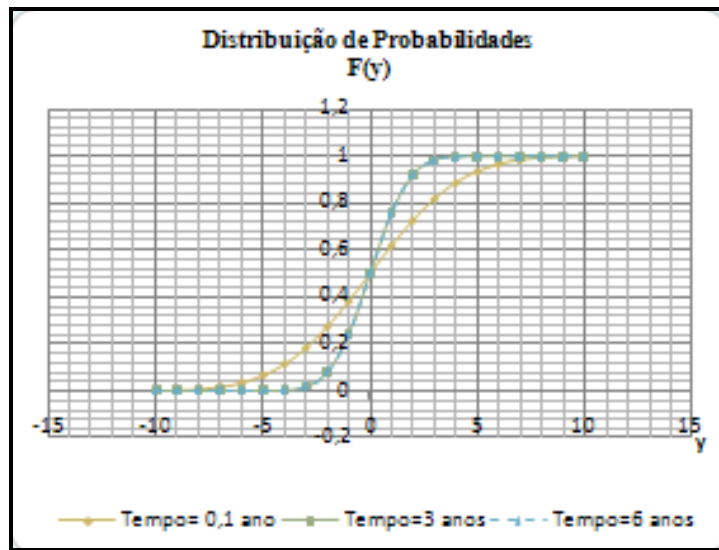


Figura 3.16 – Probabilidades para vários instantes de tempo.



## CAPÍTULO 4

### APLICAÇÃO DA EQUAÇÃO DE FOKKER-PLANCK A UM CASO

#### 4.1 INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo é apresentar a modelagem da evolução temporal de um pite de corrosão, de uma tubulação que sofre inspeções regulares, para a determinação da evolução temporal da sua profundidade, através de uma equação de Fokker-Planck.

Da mesma forma que Veseley e colaboradores foram os primeiros a aplicar as equações discretas de Markov ao estudo da degradação de componentes ativos de uma planta nuclear (NUREG/CR-5612, BNL-NUREG-52252, 1991) e que Fleming foi o primeiro a aplicar tais equações ao estudo da degradação de tubulações de uma planta nuclear (FLEMING, 2004), esta é a primeira vez que se aplica a equação de Fokker-Planck à evolução temporal da profundidade de um pite de corrosão.

Assim, nesta tese aborda-se a evolução da profundidade de um ponto de corrosão como um processo markoviano, contínuo no tempo e com espaço de estados também contínuo, cujos saltos presentes na equação mestra são infinitesimais.

Esta abordagem ao problema é inédita. Além disso, as abordagens markovianas anteriores são aproximações do problema, já que consideram o espaço de estados discreto e desta forma agrupam várias condições de degradação num único estado.

A modelagem da evolução temporal da profundidade de um pite de corrosão através de uma equação de Fokker-Planck é mais simples do que as modelagens discretas existentes, porque não se necessita conhecer as taxas de transição entre os vários estados, o que nem sempre é uma tarefa simples, como já se explicou no Capítulo 3.

Apenas as funções  $A(y)$  e  $B(y)$  que definem a equação de Fokker-Planck específica do problema precisam ser conhecidas, o que é possível através de uma quantidade mínima de informações sobre os mecanismos estocásticos subjacentes, que podem ser extraídas a partir dos dados de inspeção e manutenção de tubulações.

Um procedimento de inspeção muito comum na indústria de óleo e gás é o que faz uso de *PIG* instrumentado. Através deste procedimento, são mapeados os pontos de corrosão de uma tubulação e seu uso sistemático pode fornecer informações sobre a evolução da corrosão e o respectivo comprometimento da sua integridade estrutural.

Não é imperativo para o método que se apresenta aqui que o procedimento de inspeção seja o *PIG* instrumentado. Apenas, este é o procedimento que se escolheu para apresentá-lo no caso em questão para o qual se conhecem o perfil da espessura da parede da tubulação ao longo dela e a respectiva distribuição de frequências da profundidade da corrosão.

#### **4.2 INSPEÇÃO POR PIG INSTRUMENTADO**

Uma tubulação, como qualquer equipamento, sofre degradação. A degradação pode ocorrer pela ação de condições de operação, de fatores ambientais e de fatores geológicos, dentre outros.

No início, uma tubulação tem sua espessura de parede adequadamente dimensionada para as condições deste momento (ASME B.31.8, 1991). Portanto, os valores dos parâmetros de operação e processo podem variar num certo intervalo e ainda assim a tubulação irá operar numa condição segura. O tamanho destes intervalos caracteriza os fatores de segurança de engenharia.

Entretanto, na medida em que o tempo passa, a degradação avança e, mesmo nos casos onde os programas de manutenção são rigorosos, as margens de segurança diminuem com o tempo, o que significa que os valores dos parâmetros de processo podem não ser mais seguros.

Avaliações de integridade servem para determinar se na data da inspeção os valores dos parâmetros se mantêm no interior de margens de segurança (ASME B31G, 2003 e Recommended Practice, DNV-RP-F101, 1999). Além disso, seus resultados podem ser

usados para apontar uma data máxima para uma operação segura baseada numa análise de tendência (BRAVERMAN *et. al.*, 2005).

Ferramentas amplamente empregadas em avaliações de integridade de tubulações são o ultrassom manual e os vários tipos de *PIG* instrumentados. Dentre os tipos de *PIG* instrumentados mais comuns e que se aplicam à determinação e evolução da corrosão, estão o *PIG* Magnético para Detecção de Defeitos Volumétricos (MFL), o *PIG* Ultrassônico para Detecção de Defeitos Volumétricos (UT) e o *PIG* Umbilical.

O *PIG* Magnético para Detecção de Defeitos Volumétricos (MFL) utiliza a medição de fuga de campo magnético com a finalidade de adquirir informações de variações de espessura, especialmente aquelas devido ao desgaste por corrosão. Há dois tipos do *PIG* *MFL*: o de alta resolução e o de baixa resolução. Os de alta resolução são tecnologia mais avançada e, por isso, conseguem distinguir defeitos internos e externos. Esta modalidade, além de determinar a profundidade e ser mais precisa que o de baixa resolução, consegue determinar também comprimento, largura e posição horária do defeito. O de baixa resolução não distingue defeitos internos e externos: fornece como resultados o comprimento, a posição horária e a profundidade por faixa (leve, moderada e severa) e opera com uma quantidade menor de sensores.

O *PIG* Ultrassônico para Detecção de Defeitos Volumétricos (UT) faz uso do ultrassom para adquirir informações de variações de espessura, especialmente aquelas devido ao desgaste por corrosão. A chance de detecção de defeitos é determinada pela quantidade de sensores e pela taxa de amostragem axial.

O *PIG* Umbilical é uma ferramenta utilizada em tubulações especiais, as quais não conseguem ser inspecionadas por outros tipos de *PIG*. É empregado normalmente em tubulações de píer e de monobóia; normalmente é bidirecional, podendo ser autopropelido com resultados que podem estar disponíveis em tempo real. Os métodos de avaliação e medição podem ser ultrassom, que é o mais usual, ou magnético.

Os resultados de uma corrida de *PIG* se referem as características dos defeitos nas paredes da tubulação tais como: tipo do defeito, sua dimensão e sua localização. Estes dados podem ser organizados numa tabela tal como a apresentada a seguir:

Tabela 4.1. Resultados de uma corrida de *PIG* instrumentado *MFL*

Distância (pig) (m)	Largura do Defeito (mm)	Anomalias/Comentários					Espessura Nominal da Parede (mm)	Profundidade Máxima do Defeito (mm)	Comprimento do Defeito (mm)
		Tipo	Causa	Posição Horária	Comentários	Internos			
51096,9200	23	perda de metal	trinca	00:00		não aplicável	5,15	0,67	132
67886,8350	50	perda de metal	trinca	00:40	Indicado em 06/04/12	não aplicável	5,15	0,52	66
67889,1530	22	perda de metal	trinca	00:20	Indicado em 06/04/12	não aplicável	5,15	0,57	62
122588,1710	14	perda de metal	corrosão	00:00	Outras indicações	não	5,15	3,24	13
135178,8690	30	perda de metal	corrosão	11:50	Outras indicações	não	5,15	2,16	60
144816,9890	45	perda de metal	trinca	03:40	Outras indicações	não aplicável	5,15	1,29	50
150271,8810	20	perda de metal	defeito de fabricação	09:30		não aplicável	5,15	1,96	10
166112,3790	183	perda de metal	corrosão	07:30	Outras indicações	sim	5,15	0,52	355
168119,3600	20	perda de metal	corrosão	07:00		não	5,15	0,77	52
182869,6830	30	perda de metal	defeito de fabricação	02:00		não aplicável	5,15	2,28	20
213940,8200	30	perda de metal	defeito de fabricação	02:00		não aplicável	5,15	1,55	12

### 4.3 CASO A SER MODELADO

O NUREG/CR-6876 (2005) apresenta os resultados dos estudos da avaliação com base na informação do risco para tubulações enterradas de sistemas de usinas nucleares de usinas dos Estados Unidos. Os dados das aplicações do *PIG* para a montagem das tabelas do NUREG/CR6876 (2005) foram retirados de documentos dos EPRI Report GC-109054 (1997), EPRI Report GC-108827 (1998). O documento EPRI Final Report (2005) apresenta entre outros métodos de gerenciamento do ciclo de vida, alguns exemplos de aplicação destes métodos.

O caso a ser modelado é definido pelos dados provenientes das linhas de água de serviço de uma usina nuclear típica PWR. A aplicação dos dados são referentes a um dos exemplos descritos no EPRI Final Report (2005), decorrentes de quatro corridas de *PIG MFL*, realizadas ao longo de doze anos, em intervalos regulares de três anos

A Tabela 4.2 apresenta os dados de profundidade máxima dos pontos de corrosão obtidos nas quatro corridas de *PIG*, para 150 metros de tubulação de 6 milímetros de espessura de parede.

Tabela 4.2. Resultados para quatro corridas de *PIG* instrumentado *MFL*

Distância até o ponto de corrosão (m)	Profundidade do ponto de corrosão após 3 anos (mm)	Profundidade do ponto de corrosão após 6 anos (mm)	Profundidade do ponto de corrosão após 9 anos (mm)	Profundidade do ponto de corrosão após 12 anos (mm)
0	1,03	2,25	3,41	4,57
0	1,08	2,33	3,49	4,65
1	1,03	2,28	3,44	4,60
1	1,08	2,33	3,49	4,65
2	1,29	2,49	3,65	4,81
4	1,08	2,28	3,44	4,60
4	1,34	2,59	3,75	4,91
6	1,13	2,30	3,46	4,62
6	1,08	2,24	3,40	4,56
6	1,03	2,27	3,43	4,59
6	1,03	2,26	3,42	4,58
6	1,13	2,33	3,49	4,65
7	1,13	2,36	3,52	4,68
14	1,39	2,55	3,71	4,87
14	1,34	2,58	3,74	4,90
14	1,03	2,25	3,41	4,57
16	1,03	2,21	3,37	4,53
18	1,13	2,33	3,49	4,65
18	1,44	2,63	3,79	4,95
18	1,08	2,27	3,43	4,59
18	1,18	2,44	3,60	4,76
18	1,03	2,26	3,42	4,58
18	1,29	2,54	3,70	4,86
19	1,03	2,23	3,39	4,55
19	1,18	2,36	3,52	4,68
21	1,03	2,22	3,38	4,54
21	1,03	2,21	3,37	4,53
22	1,08	2,33	3,49	4,65
23	1,24	2,49	3,65	4,81
24	1,03	2,24	3,40	4,56
24	1,03	2,28	3,44	4,60
27	1,03	2,24	3,40	4,56
28	1,08	2,26	3,42	4,58
28	1,13	2,32	3,48	4,64
28	1,65	2,90	4,06	5,22
30	1,18	2,39	3,55	4,71
30	1,03	2,28	3,44	4,60
30	1,18	2,44	3,60	4,76
31	1,18	2,37	3,53	4,69
32	1,08	2,31	3,47	4,63
34	1,18	2,35	3,51	4,67

Distância até o ponto de corrosão (m)	Profundidade do ponto de corrosão após 3 anos (mm)	Profundidade do ponto de corrosão após 6 anos (mm)	Profundidade do ponto de corrosão após 9 anos (mm)	Profundidade do ponto de corrosão após 12 anos (mm)
35	1,03	2,25	3,41	4,57
35	1,03	2,29	3,45	4,61
35	1,39	2,57	3,73	4,89
35	1,08	2,25	3,41	4,57
36	1,03	2,22	3,38	4,54
36	1,13	2,34	3,50	4,66
40	1,08	2,25	3,41	4,57
40	1,18	2,43	3,59	4,75
40	1,08	2,25	3,41	4,57
40	1,13	2,33	3,49	4,65
40	1,13	2,33	3,49	4,65
42	1,03	2,28	3,44	4,60
43	1,03	2,21	3,37	4,53
43	1,13	2,34	3,50	4,66
44	1,08	2,31	3,47	4,63
44	1,80	3,01	4,17	5,33
47	1,03	2,22	3,38	4,54
47	1,24	2,44	3,60	4,76
47	1,03	2,22	3,38	4,54
47	1,03	2,22	3,38	4,54
47	1,03	2,19	3,35	4,51
51	1,03	2,25	3,41	4,57
51	1,13	2,35	3,51	4,67
52	1,29	2,49	3,65	4,81
53	1,18	2,41	3,57	4,73
53	1,03	2,23	3,39	4,55
54	1,08	2,31	3,47	4,63
54	1,03	2,28	3,44	4,60
55	1,03	2,22	3,38	4,54
56	1,08	2,24	3,40	4,56
56	1,03	2,21	3,37	4,53
56	1,18	2,39	3,55	4,71
58	1,18	2,39	3,55	4,71
59	1,13	2,38	3,54	4,70
59	1,13	2,31	3,47	4,63
60	1,03	2,25	3,41	4,57
60	1,03	2,20	3,36	4,52
60	1,24	2,43	3,59	4,75
60	1,03	2,25	3,41	4,57
60	1,03	2,22	3,38	4,54
61	1,18	2,36	3,52	4,68
61	1,08	2,30	3,46	4,62

Distância até o ponto de corrosão (m)	Profundidade do ponto de corrosão após 3 anos (mm)	Profundidade do ponto de corrosão após 6 anos (mm)	Profundidade do ponto de corrosão após 9 anos (mm)	Profundidade do ponto de corrosão após 12 anos (mm)
61	1,03	2,28	3,44	4,60
61	1,03	2,29	3,45	4,61
61	1,39	2,59	3,75	4,91
61	1,13	2,31	3,47	4,63
62	1,08	2,27	3,43	4,59
63	1,13	2,38	3,54	4,70
63	1,03	2,29	3,45	4,61
63	1,08	2,25	3,41	4,57
63	1,03	2,25	3,41	4,57
63	1,24	2,43	3,59	4,75
65	1,08	2,25	3,41	4,57
66	1,13	2,31	3,47	4,63
67	1,49	2,71	3,87	5,03
67	1,18	2,43	3,59	4,75
67	1,03	2,25	3,41	4,57
67	1,03	2,25	3,41	4,57
67	1,13	2,37	3,53	4,69
67	1,08	2,26	3,42	4,58
67	1,13	2,32	3,48	4,64
68	1,08	2,31	3,47	4,63
69	1,03	2,26	3,42	4,58
70	1,13	2,32	3,48	4,64
70	1,03	2,21	3,37	4,53
71	1,08	2,27	3,43	4,59
72	1,03	2,25	3,41	4,57
72	1,44	2,65	3,81	4,97
72	1,44	2,70	3,86	5,02
74	1,29	2,46	3,62	4,78
74	1,13	2,32	3,48	4,64
76	1,18	2,37	3,53	4,69
77	1,24	2,45	3,61	4,77
78	1,13	2,36	3,52	4,68
79	2,44	3,66	4,82	5,98
80	1,13	2,30	3,46	4,62
81	1,13	2,37	3,53	4,69
83	1,08	2,31	3,47	4,63
84	1,03	2,22	3,38	4,54
84	1,08	2,27	3,43	4,59
85	1,13	2,36	3,52	4,68
85	1,03	2,28	3,44	4,60
85	1,24	2,41	3,57	4,73
87	1,08	2,34	3,50	4,66

Distância até o ponto de corrosão (m)	Profundidade do ponto de corrosão após 3 anos (mm)	Profundidade do ponto de corrosão após 6 anos (mm)	Profundidade do ponto de corrosão após 9 anos (mm)	Profundidade do ponto de corrosão após 12 anos (mm)
87	1,08	2,30	3,46	4,62
87	1,03	2,23	3,39	4,55
88	1,08	2,30	3,46	4,62
90	1,03	2,25	3,41	4,57
93	1,03	2,20	3,36	4,52
93	1,03	2,20	3,36	4,52
94	1,03	2,20	3,36	4,52
95	1,08	2,31	3,47	4,63
96	1,29	2,47	3,63	4,79
97	1,03	2,22	3,38	4,54
97	1,34	2,50	3,66	4,82
97	1,13	2,35	3,51	4,67
98	1,03	2,23	3,39	4,55
98	1,08	2,28	3,44	4,60
99	1,03	2,20	3,36	4,52
102	1,03	2,26	3,42	4,58
102	1,13	2,34	3,50	4,66
103	1,13	2,37	3,53	4,69
104	1,03	2,26	3,42	4,58
105	1,18	2,39	3,55	4,71
106	1,08	2,24	3,40	4,56
107	1,13	2,33	3,49	4,65
107	1,13	2,38	3,54	4,70
107	1,13	2,31	3,47	4,63
107	1,03	2,24	3,40	4,56
108	1,08	2,33	3,49	4,65
108	1,65	2,90	4,06	5,22
109	1,08	2,27	3,43	4,59
111	1,08	2,32	3,48	4,64
112	1,24	2,48	3,64	4,80
114	1,08	2,25	3,41	4,57
115	1,03	2,22	3,38	4,54
115	1,03	2,26	3,42	4,58
116	1,03	2,22	3,38	4,54
116	1,13	2,35	3,51	4,67
117	1,44	2,61	3,77	4,93
117	1,34	2,54	3,70	4,86
118	1,03	2,20	3,36	4,52
119	1,13	2,34	3,50	4,66
119	1,03	2,22	3,38	4,54
120	1,08	2,27	3,43	4,59
120	1,03	2,26	3,42	4,58



Distância até o ponto de corrosão (m)	Profundidade do ponto de corrosão após 3 anos (mm)	Profundidade do ponto de corrosão após 6 anos (mm)	Profundidade do ponto de corrosão após 9 anos (mm)	Profundidade do ponto de corrosão após 12 anos (mm)
120	1,08	2,33	3,49	4,65
120	1,03	2,22	3,38	4,54
120	1,24	2,46	3,62	4,78
120	1,03	2,27	3,43	4,59
120	1,03	2,21	3,37	4,53
120	1,03	2,20	3,36	4,52
120	1,08	2,28	3,44	4,60
121	1,08	2,31	3,47	4,63
121	1,08	2,26	3,42	4,58
121	1,08	2,27	3,43	4,59
122	1,03	2,21	3,37	4,53
122	1,24	2,43	3,59	4,75
122	1,03	2,24	3,40	4,56
122	1,03	2,24	3,40	4,56
123	1,08	2,34	3,50	4,66
125	1,03	2,27	3,43	4,59
125	1,03	2,24	3,40	4,56
126	1,03	2,20	3,36	4,52
127	1,03	2,29	3,45	4,61
127	1,03	2,27	3,43	4,59
127	1,03	2,21	3,37	4,53
128	1,08	2,31	3,47	4,63
128	1,03	2,28	3,44	4,60
129	1,18	2,41	3,57	4,73
129	1,29	2,54	3,70	4,86
129	1,03	2,28	3,44	4,60
129	1,08	2,26	3,42	4,58
130	1,03	2,21	3,37	4,53
130	1,03	2,24	3,40	4,56
130	1,13	2,34	3,50	4,66
132	1,03	2,24	3,40	4,56
133	1,03	2,25	3,41	4,57
135	1,91	3,08	4,24	5,40
135	1,08	2,31	3,47	4,63
136	1,03	2,27	3,43	4,59
136	1,03	2,21	3,37	4,53
137	1,08	2,32	3,48	4,64
137	1,44	2,63	3,79	4,95
138	1,03	2,25	3,41	4,57
138	1,03	2,20	3,36	4,52
138	1,03	2,20	3,36	4,52
138	1,18	2,44	3,60	4,76

Distância até o ponto de corrosão (m)	Profundidade do ponto de corrosão após 3 anos (mm)	Profundidade do ponto de corrosão após 6 anos (mm)	Profundidade do ponto de corrosão após 9 anos (mm)	Profundidade do ponto de corrosão após 12 anos (mm)
138	1,24	2,47	3,63	4,79
138	1,18	2,44	3,60	4,76
138	1,29	2,46	3,62	4,78
138	1,18	2,35	3,51	4,67
138	1,03	2,21	3,37	4,53
138	1,08	2,29	3,45	4,61
138	1,03	2,23	3,39	4,55
138	1,29	2,45	3,61	4,77
138	1,03	2,24	3,40	4,56
138	1,03	2,28	3,44	4,60
138	1,08	2,34	3,50	4,66
138	1,03	2,23	3,39	4,55
138	1,03	2,28	3,44	4,60
138	1,18	2,43	3,59	4,75
138	1,49	2,66	3,82	4,98
139	1,13	2,33	3,49	4,65
139	1,18	2,39	3,55	4,71
140	1,18	2,42	3,58	4,74
140	1,24	2,49	3,65	4,81
140	1,13	2,31	3,47	4,63
141	1,08	2,32	3,48	4,64
141	1,18	2,35	3,51	4,67
141	1,03	2,23	3,39	4,55
143	1,08	2,30	3,46	4,62
143	1,03	2,29	3,45	4,61
144	1,13	2,30	3,46	4,62
144	1,03	2,23	3,39	4,55
144	1,03	2,22	3,38	4,54
144	1,44	2,67	3,83	4,99
144	1,18	2,37	3,53	4,69
145	1,18	2,36	3,52	4,68
145	2,24	3,45	4,61	5,77
145	1,08	2,28	3,44	4,60
146	1,08	2,29	3,45	4,61
148	1,13	2,37	3,53	4,69
148	1,03	2,25	3,41	4,57
150	1,13	2,35	3,51	4,67

Os resultados acima revelam o perfil da espessura da parede da tubulação e a distribuição de frequências da profundidade da corrosão que dele decorre. Estes resultados estão apresentados graficamente nas Figuras 4.1, 4.2 e 4.3.

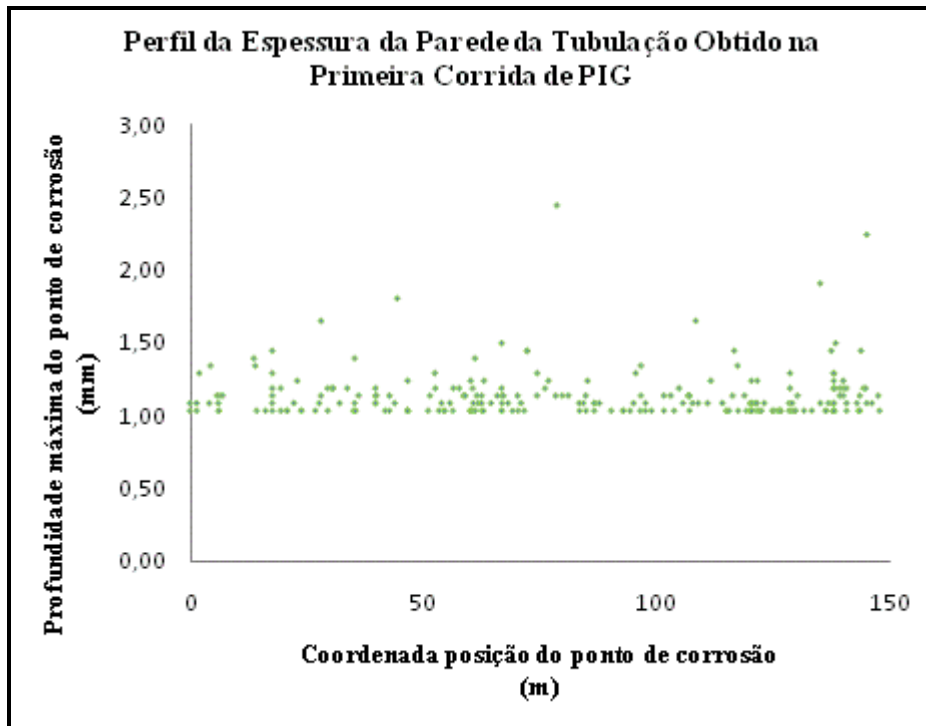


Figura 4.1 – Perfil da espessura da parede da tubulação.

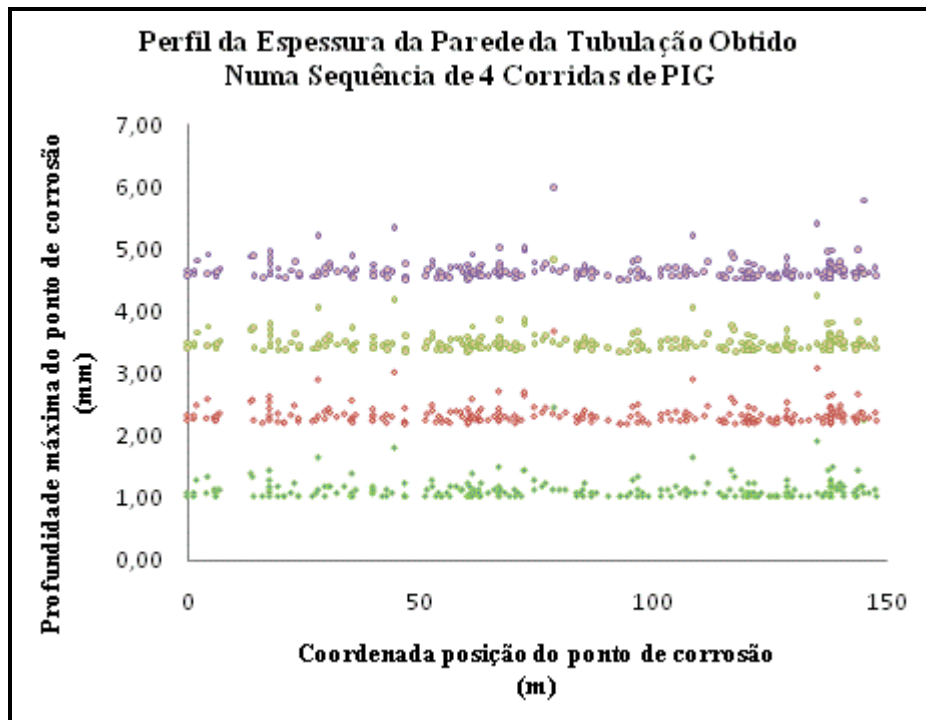


Figura 4.2 – Perfis da espessura da parede da tubulação em 4 corridas de PIG

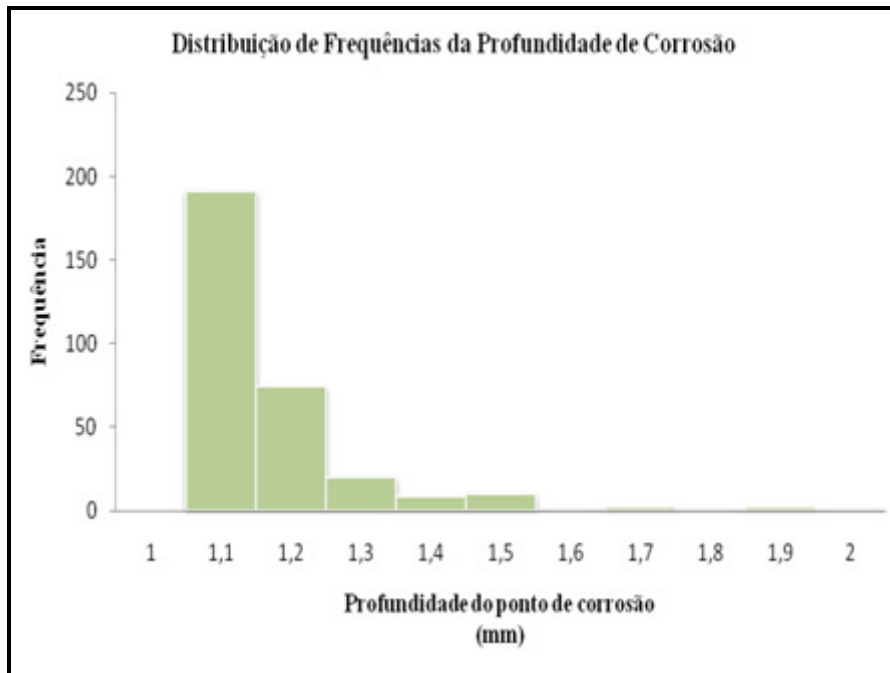


Figura 4.3 – Distribuição de frequências da profundidade da corrosão.

Na figura 4.1 estão apresentados os valores da profundidade máxima de cada pite de corrosão ao longo da tubulação que foi registrado pelo *PIG* na campanha ocorrida após 3 anos de operação.

Já a figura 4.2 apresenta os valores das profundidades máximas de cada pite de corrosão ao longo da tubulação registrado pelo *PIG* durante 4 campanhas sucessivas ocorridas em intervalos regulares de 3 anos.

A distribuição de frequência das profundidades de corrosão relativa a primeira corrida, referente a um período de 3 anos é apresentada na figura 4.3.

#### 4.4 CONSTRUÇÃO DO MODELO A SER EMPREGADO

A construção de um modelo para a evolução de um ponto de corrosão que se baseia na equação de Fokker-Planck requer a determinação das funções  $A(y)$  e  $B(y)$ , que são específicas do caso que se pretende modelar.

Como já foi observado na Seção 3.4, tais funções podem ser determinadas, para quaisquer processos estocásticos, a partir de uma quantidade mínima de informação sobre os mecanismos estocásticos subjacentes.

Demonstra-se que se as flutuações de um processo estocástico puderem ser desprezadas então (VAN KAMPEN, 2007),

$$A(\langle y \rangle) = \frac{\partial \langle y \rangle}{\partial t}. \quad (4.1)$$

Esta equação é a equação macroscópica de movimento e se supõe conhecida. Em geral, para uma grandeza física  $Y$ , de caráter markoviano, a equação mestra determina a distribuição de probabilidades em qualquer tempo. Por outro lado, é bem conhecido também que a descrição física macroscópica, isto é a descrição termodinâmica, ignora as flutuações (REICHL, 1980) e, dessa forma,  $Y$  é tratada como se fosse uma grandeza não estocástica “ $\mathbf{h}$ ”. A evolução de  $\mathbf{h}(t)$  é descrita por uma equação diferencial determinística para  $\mathbf{h}(t)$ , conhecida como equação macroscópica ou fenomenológica e alguns exemplos de tais equações são a lei de Ohm e as equações para as taxas na cinética química (VAN KAMPEN, 2007).

Assim, a função  $A(y)$  pode ser obtida a partir do conhecimento do comportamento macroscópico. Por outro lado, a função  $B(y)$  pode ser obtida a partir da identificação da solução estacionária da equação de Fokker-Planck com a distribuição de probabilidades de equilíbrio do sistema que se está modelando e esta se conhece a partir da física estatística (VAN KAMPEN, 2007).

Há, entretanto, outro procedimento que permite a determinação das funções  $A(y)$  e  $B(y)$  e que, neste caso, é mais apropriado.

Como se viu no Capítulo 3,  $A(y_0)$  e  $B(y_0)$  podem ser interpretados respectivamente como média e variância de saltos de todos os tamanhos possíveis  $r$ , partindo do estado  $y_0$ .

De outra forma, se considerar a probabilidade de transição,  $P(y,t|y_0,t_0)$ , com  $t = t_0 + \Delta t$  e  $\Delta t$  muito pequeno, então (VAN KAMPEN, 2007),

$$\frac{\langle \Delta y \rangle}{\Delta t} = A(y_0), \quad (4.2)$$

e

$$\frac{\langle (\Delta y)^2 \rangle}{\Delta t} = B(y_0), \quad (4.3)$$

Em outras palavras, no intervalo de tempo  $\Delta t$  a partir de  $t_0$ , o estado do sistema, isto é, a profundidade do ponto de corrosão, pode transitar para um novo estado cuja profundidade tem o valor  $y$  com uma dada probabilidade, ou qualquer outro valor com respectiva probabilidade. A Figura 4.1 ilustra estas possibilidades.

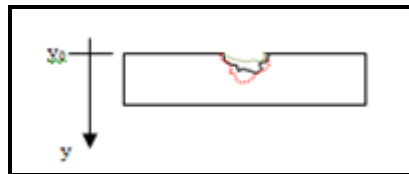


Figura 4.4 – Estados possíveis para transição a partir do estado  $y_0$ .

Assim, a Equação (4.2) significa que a função  $A(y)$  no ponto  $y_0$  é o valor médio das flutuações ( $\Delta y = y - y_0$ ), em torno de  $y_0$ , dividido pelo intervalo de tempo. O mesmo ocorre para  $B(y)$  no ponto  $y_0$ , sendo que este é o valor médio do quadrado das flutuações, dividido pelo intervalo de tempo.

Este procedimento pode ser repetido e assim, a função  $A(y)$  no ponto  $y_1$  é o valor médio das flutuações, em torno de  $y_1$ , dividido pelo novo intervalo de tempo considerado. O mesmo ocorre para  $B(y)$  no novo estado  $y_1$ .

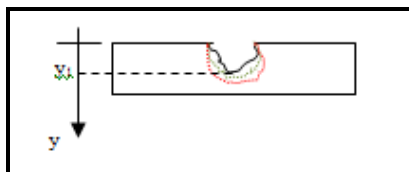


Figura 4.5 – Estados possíveis para transição a partir do estado  $y_1$ .

Desta forma, as funções  $A(y)$  e  $B(y)$  são construídas ponto a ponto, aos quais se ajusta uma curva por regressão, como ilustra a Figura 4.6.

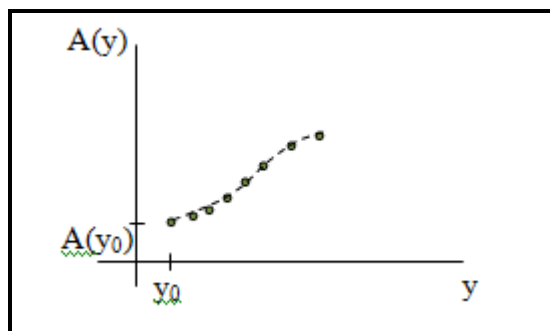


Figura 4.6 – Representação da função  $A(y)$  obtida por interpolação.

Neste procedimento, cada ponto é um estado do processo estocástico e corresponde a um valor da profundidade da corrosão num instante de tempo.

Para se determinar  $\langle y - y_0 \rangle$ , e assim  $A(y_0)$ , é necessário determinar a distribuição de probabilidades de transição por unidade de tempo, ou taxa de transição dos saltos de todos os tamanhos possíveis a partir de  $y_0$ . Da mesma forma, para se determinar  $\langle y - y_1 \rangle$ , e assim  $A(y_1)$ , é necessário determinar a distribuição de probabilidades de transição por unidade de tempo, ou taxa de transição dos saltos de todos os tamanhos possíveis a partir de  $y_1$  e assim sucessivamente.

Nesta tese propõe-se a utilização do conceito de *ensemble* (conjunto estatístico) desenvolvido por GIBBS (1876) como forma de determinação das distribuições de probabilidades mencionadas no parágrafo anterior.

No conceito de conjunto estatístico proposto por GIBBS (1876) ao invés de se pensar no sistema de interesse cuja evolução temporal das propriedades estatísticas pretende-se determinar, considera-se um conjunto estatístico composto por um número muito grande de réplicas do sistema original, onde cada um dos quais se encontra num estado possível do sistema original.

Tendo em vista esse conjunto, no limite onde o número de seus sistemas tende para o infinito, a probabilidade de se encontrar o sistema original num determinado estado é

dada pela fração relativa de sistemas no conjunto estatístico que se encontram neste estado.

Dessa forma, GIBBS (1876) sugeriu que sejam realizadas médias neste conjunto estatístico composto por sistemas estatisticamente representativos, ao invés de média temporal. Em outras palavras, para um intervalo de tempo se constrói um conjunto estatístico representativo.

Como o interesse nesta tese é avaliar a evolução de um único ponto de corrosão, assim, em termos do conceito de *ensemble*, deve-se construir o conjunto estatístico necessário a esta abordagem.

Já se afirmou acima que a profundidade de um ponto de corrosão num dado instante de tempo pode assumir qualquer valor entres as extremidades da parede da tubulação.

Um conjunto estatístico representativo, para o caso que está sendo modelado, pode ser fornecido pelos dados da corrida de *PIG*.

Os dados de uma corrida de *PIG* se referem aos diversos defeitos encontrados ao longo da tubulação e, portanto, não apenas a um único ponto. Entretanto, num trecho da tubulação onde as propriedades do fluido, da operação, do processo e da própria tubulação não flutuem significativamente de um ponto a outro, as várias profundidades neste trecho podem ser pensadas como estatisticamente equivalentes à distribuição das várias profundidades de um único ponto (FRANKEL, 1998 e SHIBATA e TAKEYAMA,1976).

Assim, a distribuição de profundidades do vários pontos de corrosão ao longo de uma tubulação, obtidos numa corrida de *PIG* podem ser usados como o conjunto estatístico de profundidades do único ponto de corrosão cuja evolução temporal se está modelando.

Desta forma, os dados das corridas de *PIG* podem ser usados na determinação das médias nas Equações (4.2) e (4.3) e o intervalo entre as corridas de *PIG*, como sendo o intervalo de tempo,  $\Delta t$ , presente nestas equações.



A determinação das funções  $A(y)$  e  $B(y)$ , em princípio, necessita de dados de múltiplas inspeções em linha (múltiplas corridas de *PIG*), como aqueles apresentados na Figura 4.2.

A periodicidade para tais inspeções, normalmente é ditada por normas técnicas ou padrões corporativos e por se tratar de um procedimento caro, não é incomum que tubulações que operam por dez anos tenham sido inspecionados por este método somente uma vez.

Entretanto, os dados de uma única corrida de *PIG* podem ser suficientes para a obtenção de resultados satisfatórios, desde que possua muitos pontos e muitas profundidades para que se constitua num conjunto estatístico representativo.

Uma observação importante em relação à Eq. (4.2) é que  $\langle \Delta y / \Delta t \rangle$  é o valor médio do salto dado pela profundidade de corrosão no intervalo de tempo entre as inspeções. Assim, este valor informa a perda de espessura de parede na unidade de tempo e, desta forma, pode ser interpretado como a taxa de corrosão.

Considerando-se que a taxa de corrosão é dada pela Eq. (4.2), pode-se construir, para cada um dos pontos de corrosão, um gráfico que fornece sua evolução com o tempo. O coeficiente angular de cada reta, dado pela Eq. (4.2) é a taxa de corrosão.

#### 4.5 RESULTADOS DO MODELO

A primeira coluna da Tabela (4.2) apresenta as distâncias dos diversos pontos de corrosão da tubulação medidas pelo *PIG* em relação à origem (laçador de *PIG*).

Para cada linha desta tabela, a segunda, a terceira, a quarta e a quinta colunas apresentam as profundidades medidas pelo *PIG* a cada três anos, respectivamente.

Para cada uma destas linhas construiu-se um gráfico onde no eixo das ordenadas foram colocadas as profundidades da corrosão do ponto e no eixo das abscissas foram colocadas os instantes de tempo em que foram realizadas as corridas de *PIG*.

A Figura 4.7, apresenta-se a evolução da profundidade da corrosão para três pontos da Tabela (4.2).

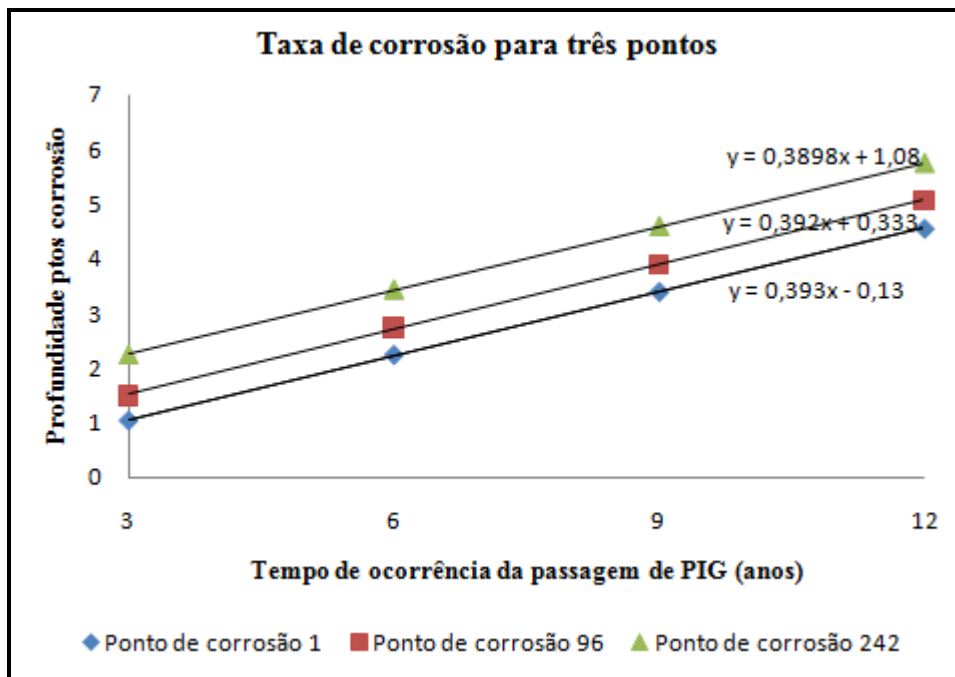


Figura 4.7 – Evolução da profundidade da corrosão para 3 pontos da Tabela 4.2.

Da Figura 4.7 observa-se que cada ponto de corrosão apresenta um crescimento linear da sua profundidade de corrosão. Além disso, nota-se também que, com dois algarismos significativos, os coeficientes angulares ( $\langle \Delta y \rangle / \Delta t$ ) de cada uma das retas apresentam os mesmos valores.

Assim sendo, constata-se que o conjunto de dados do presente caso estudado apresenta um coeficiente de arraste  $A(y)$  constante e aproximadamente igual a 0,39 mm/ano. Este resultado também é verificado pela aplicação direta das Eqs (3.36) e (4.2). Analogamente obtém-se que o coeficiente de difusão também apresenta um comportamento constante para o conjunto de dados do presente caso e seu valor numérico é aproximadamente 0,02 mm<sup>2</sup>/ano.

Desta forma, conclui-se que a evolução temporal da profundidade do ponto de corrosão para o presente caso estudado pode ser descrita por uma equação de Fokker-Planck do tipo movimento browniano com termo de arraste.

A solução apresentada na Seção 3.4, agora para os dados referentes ao caso em questão fica:

$$P(y, t | 0, 0) = \frac{1}{\sqrt{0,08\pi t}} \exp\left(-12,5 \frac{y^2}{t} + 9,75y - 1,9t\right) \quad (4.4)$$

Completando-se o quadrado na Eq. (4.4) vê-se que se trata de uma densidade gaussiana de média  $(0,39)t$  e desvio padrão  $(0,02t)^{1/2}$ .

A Figura 4.8 ilustra o comportamento da densidade de probabilidade de transição acima para vários valores de profundidade de corrosão e vários instantes de tempo.

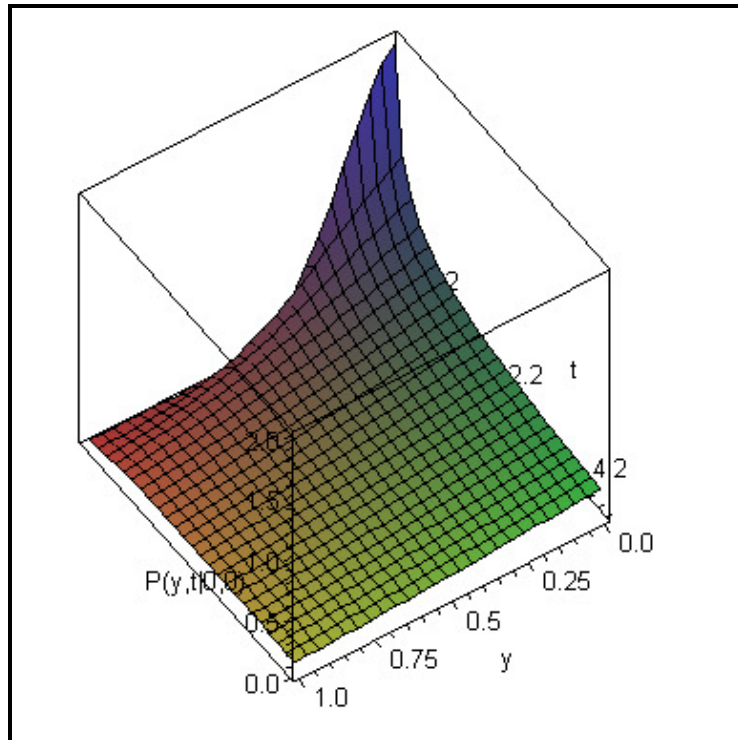


Figura 4.8 – Densidade de probabilidades de um processo browniano com termo de arraste.

A Figura 4.9, por sua vez ilustra o comportamento da densidade de probabilidade como função da posição, para vários instantes de tempo.

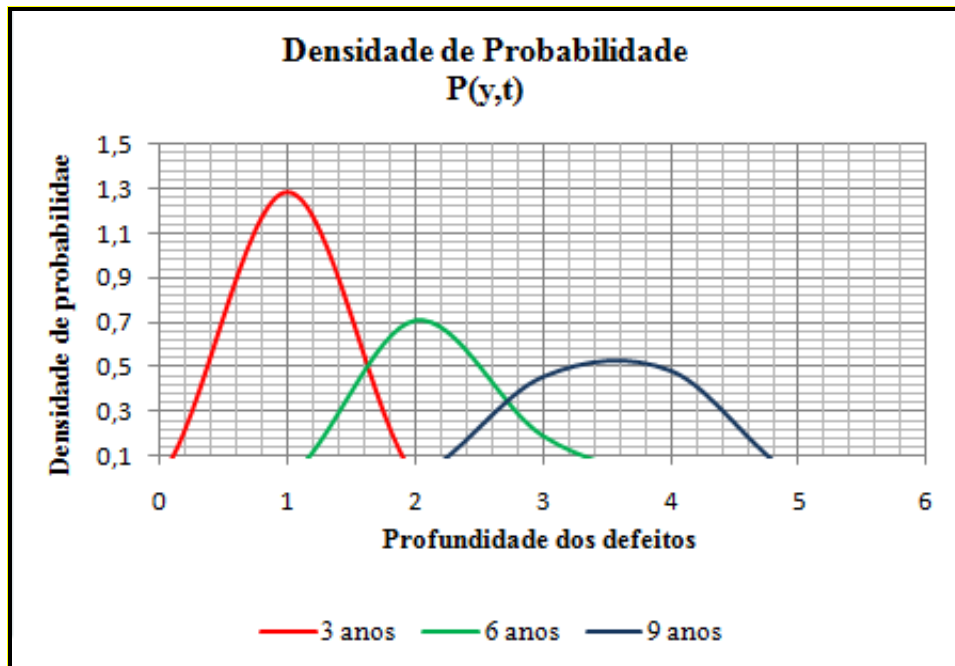


Figura 4.9 – Densidade de probabilidades para vários valores da posição.

A distribuição acumulada de probabilidades associada à densidade de probabilidades dada pela Eq. (4.4) é obtida integrando-se esta última (FELLER, 1957, PAPOULIS, 1985).

A Figura 4.10 ilustra o comportamento da distribuição de probabilidade como função da profundidade de corrosão, para vários instantes de tempo.

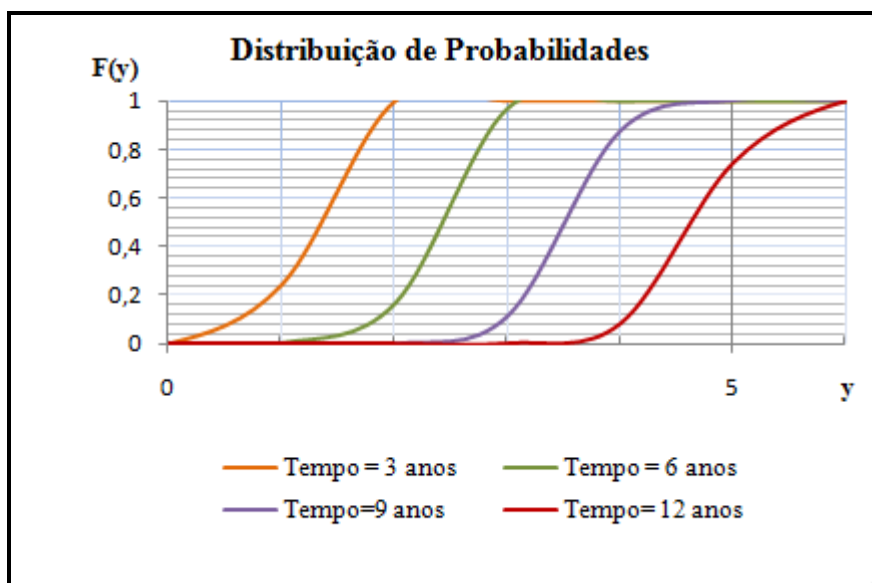


Figura 4.10 – Distribuição de probabilidades das profundidades de corrosão em vários instantes de tempo.

A Figura 4.10 mostra que a probabilidade de encontrar corrosão com uma profundidade no intervalo entre 4 mm e 6 mm doze anos após o início das operações é de aproximadamente 92%. Da mesma forma, a probabilidade de encontrar corrosão com uma profundidade no mesmo intervalo nove anos após o início das operações é de aproximadamente 10% e a respectiva probabilidade para os anos anteriores é de aproximadamente zero.

Resultados semelhantes são verificados para outros intervalos de profundidade de corrosão, a partir da Figura 4.10. Esses valores estão em razoável acordo com os dados do caso em estudo apresentados na Tabela (4.2).

A razão para algumas pequenas discrepâncias é que Eq. (4.4) não representa a solução exata do modelo, visto que ela é baseada na Eq. (3.35) que tem barreiras no infinito

como condições de contorno da equação de Fokker-Planck. A Eq. (4.4) é a aproximação a um domínio finito, de uma solução para um domínio infinito.

Na Figura 4.9 observa-se um aumento no valor médio das profundidades da corrosão assim como no desvio padrão.

A Figura 4.11 apresenta a evolução temporal da profundidade média dos pontos de corrosão.

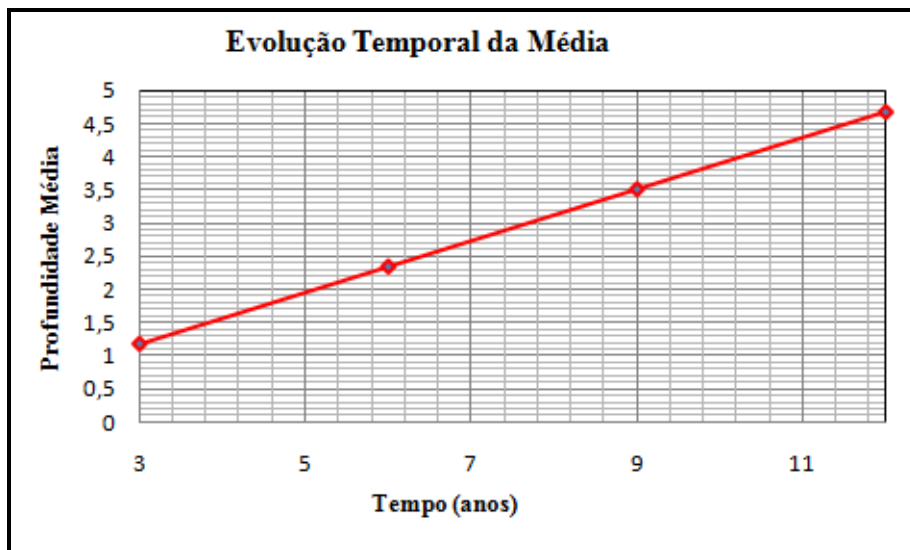


Figura 4.11 – Evolução temporal da profundidade média da corrosão.

A Figura 4.12 apresenta a evolução temporal do desvio padrão.

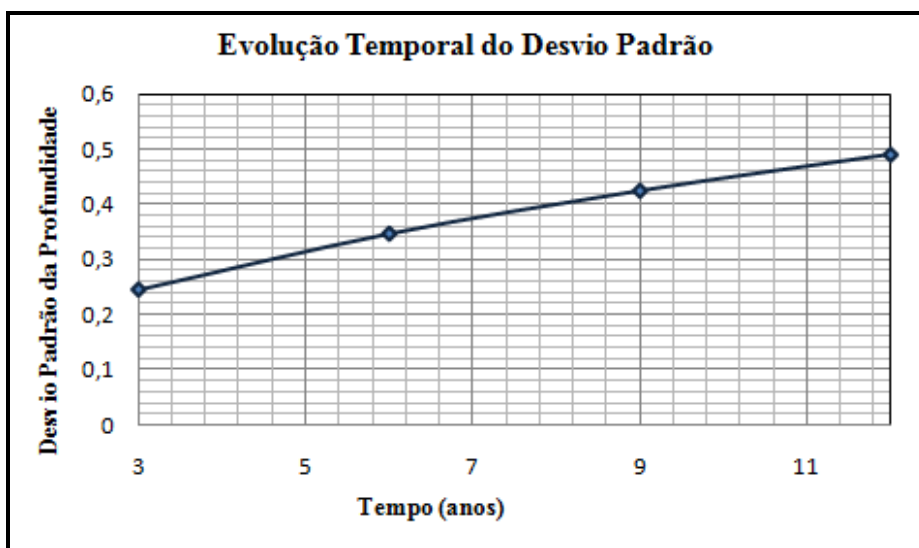


Figura 4.12 – Evolução temporal do desvio padrão.

## CAPÍTULO 5 COMPARAÇÃO COM OUTROS MODELOS

### 5.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo tem por objetivo a apresentação dos resultados de outros modelos aplicados ao estudo de sistemas semelhantes, isto é tubulações de plantas de potências nucleares, bem como a comparação entre tais resultados e aqueles obtidos pela aplicação do modelo propostos nesta tese.

### 5.2 MODELOS DE MARKOV PARA AVALIAR ESTRATÉGIAS RISI EM TUBULAÇÕES DE PLANTAS DE POTÊNCIA NUCLEAR - FLEMING, 2004

O modelo de Fleming para avaliar confiabilidade de tubulações é um modelo de Makov de estados discretos baseado no diagrama de estados da Figura 5.1.

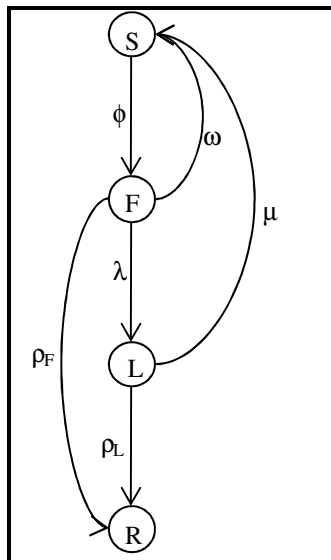


Figura 5.1 – Diagrama de estados.

Neste diagrama "S" representa um estado de sucesso para o qual nenhum dano foi detectado, "F" representa o estado para o qual foi detectada uma falha, "L" representa o estado para o qual foi detectado um vazamento e R representa aquele para o qual foi detectada uma ruptura.

A Figura 5.1 apresenta também as transições possíveis entre os vários estados e suas respectivas taxas. No diagrama,  $\phi$  representa a taxa de ocorrência de falhas,  $\lambda$  a taxa de vazamento,  $\rho_F$  a taxa de ruptura dado que tenha ocorrido a falha,  $\rho_L$  a taxa de ruptura dado que tenha ocorrido o vazamento,  $\omega$  taxa de reparo via "Inspeção em Serviço" - ISI e  $\mu$  taxa de reparo via detecção de vazamento.

Este diagrama deu origem ao sistema de equações diferenciais ordinárias abaixo.

$$\frac{dX}{dt} = AX \quad (5.1)$$

onde  $X$  é o vetor de estado dado por:

$$X(t) = \begin{bmatrix} S(t) \\ F(t) \\ L(t) \\ R(t) \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

e  $A$  é a matriz dos coeficientes da equação diferencial de Markov do modelo, isto é,

$$A = \begin{bmatrix} -\phi & \omega & \mu & 0 \\ \phi & -(\lambda_F + \rho_F + \omega) & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_F & -(\rho_L + \mu) & 0 \\ 0 & \rho_F & \rho_L & 0 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

a solução do modelo é apresentada na forma gráfica na Figura 5.2.



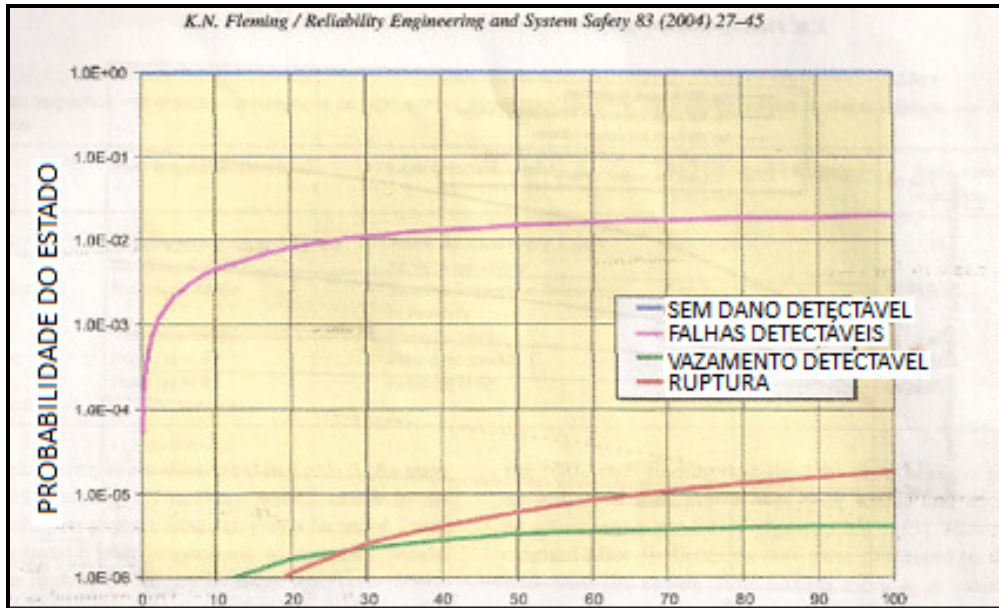


Figura 5.2 – Soluções do modelo proposto por FLEMING, (2004)

### 5.3 MODELAGEM DE CADEIAS DE MARKOV PARA PITES DE CORROSÃO EM TUBULAÇÕES ENTERRADAS. - CALEYO ET AL, 2009

O modelo de Caleyó e colaboradores para avaliar confiabilidade de tubulações também é um modelo de Markov de estados discretos.

Neste modelo assume-se que a espessura da parede da tubulação é dividida em  $N$  estados discretos e que a profundidade do pite de corrosão, em qualquer instante de tempo  $t$ , pode ser representada por uma variável aleatória discreta  $D(t)$  com  $P\{D(t)=i\} = p_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, N$ . A Figura 5.3 ilustra este espaço de estados.



Figura 5.3 – Espaço de estado do modelo.

O presente modelo também assume um crescimento linear expresso pela seguinte relação na taxa de transição:

$$\lambda_i(t) = i\lambda(t) \quad (5.4)$$

Este modelo é descrito pelo conjunto de equações diferenciais de Markov dado por:

$$\frac{dp_{ij}}{dt} = \begin{cases} \lambda_{j-1}(t)p_{ij-1}(t) - \lambda_j(t)p_{ij}(t), & j \geq i+1 \\ -\lambda_i(t)p_{ij}(t) \end{cases} \quad (5.5)$$

e os autores determinaram que sua solução é dada por:

$$p_{mn}(t_0, t) = \binom{n-1}{n-m} e^{-[\rho(t)-\rho(t_0)]^m} \{1 - e^{-[\rho(t)-\rho(t_0)]}\}^{n-m} \quad (5.6)$$

A partir da Eq. (5.6), os autores determinaram para o seu modelo o comportamento da densidade de probabilidades e a sua evolução temporal.

A Figura 5.4 apresenta seus resultados para a densidade de probabilidades para a profundidade dos pites de corrosão.

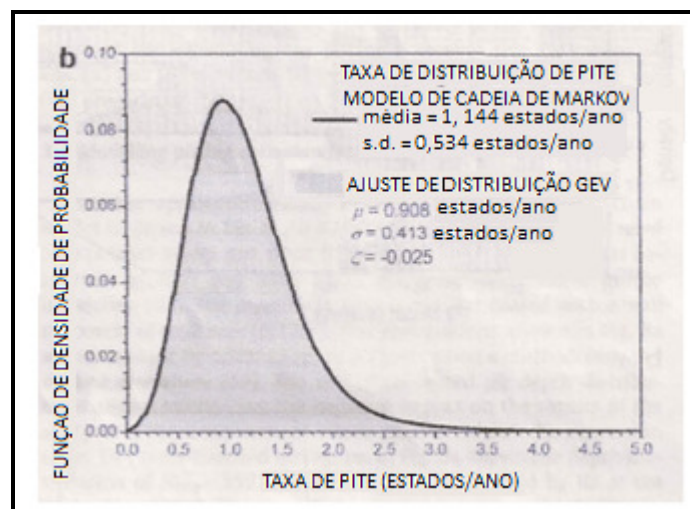


Figura 5.4 – Densidade de probabilidades do modelo proposto por CALEYO et al, (2009).

A Figura 5.5 apresenta a evolução temporal da densidade de probabilidades para a profundidade dos pites de corrosão.

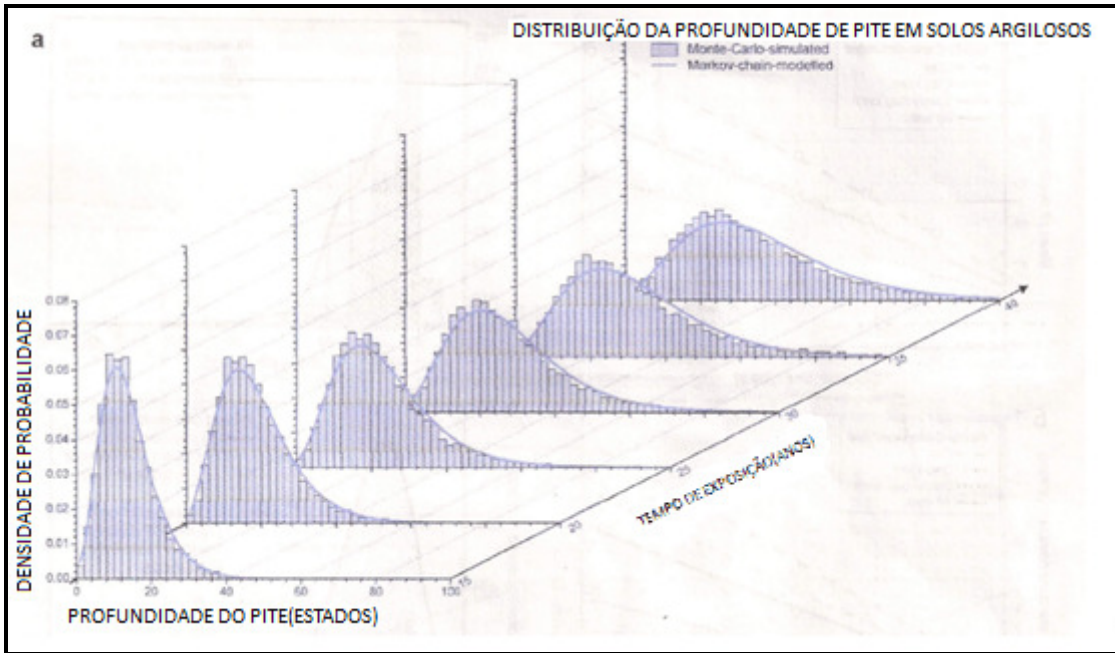


Figura 5.5 – Evolução da densidade de probabilidades do modelo proposto por CALEYO et al, (2009).

Caleyó e colaboradores determinaram ainda a evolução temporal da profundidade média e o desvio padrão das profundidades do pite de corrosão.

Os resultados para a evolução temporal da profundidade média estão apresentados na Figuras 5.6.

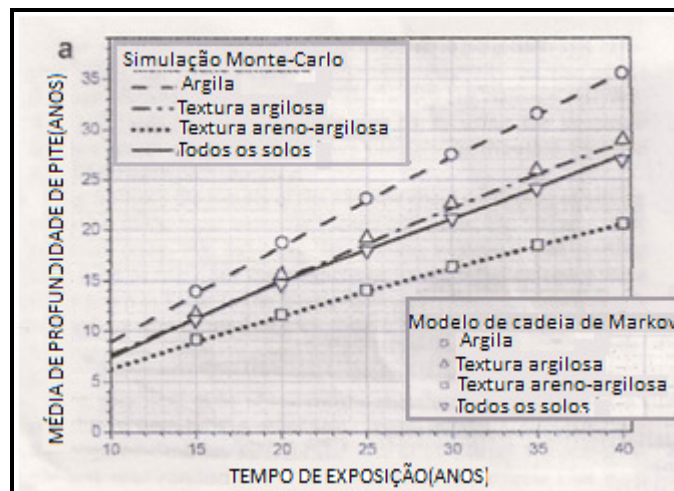


Figura 5.6 – Evolução da temporal da profundidade média CALEYO et al, (2009).

A Figura 5.7 apresenta os resultados para a evolução temporal do desvio padrão.

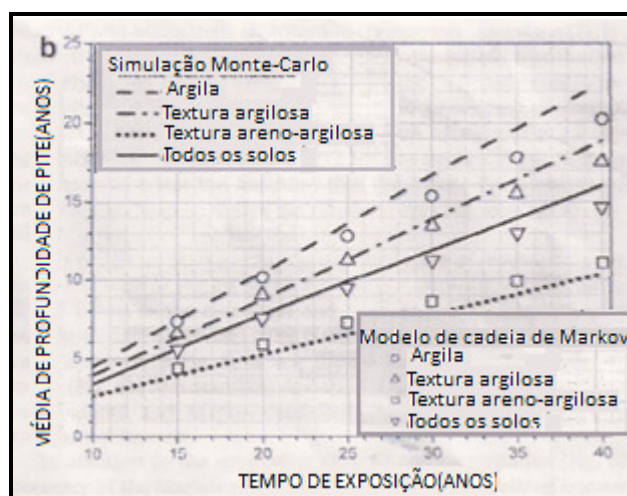


Figura 5.7 – Evolução temporal do desvio padrão CALEYO et al, (2009).

#### 5.4 COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS DOS MODELOS

O modelo proposto por Fleming é um modelo de Markov homogêneo de espaço de estados discreto composto por quatro estados. Neste modelo, um pite de corrosão é representado pelo estado "F". Entretanto, nesta abordagem uma infinidade de diferentes estados degradados, isto é, diferentes perdas de espessura de parede, são caracterizados por um único estado.

O modelo desenvolvido por Caley e colaboradores é também um modelo de Markov de espaço de estados discretos, porém não homogêneo. Este modelo permite que sejam considerados um número finito N qualquer de estados discretos correspondendo a diferentes estados de degradação, ou seja, profundidades de corrosão.

A possibilidade de poder modelar a degradação com um número finito qualquer de estados representa um avanço importante na modelagem markoviana destes fenômenos e assim sendo, o modelo de Caley e colaboradores é superior ao proposto por Fleming.

Entretanto, no trabalho de Caley e colaboradores deve ser ressaltado que, ainda que possam ser consideradas várias profundidades de corrosão, as possibilidades que se

referem aos estados intermediários entre dois inteiros consecutivos não estão acessíveis, a priori, neste modelo.

O modelo proposto nesta tese é um modelo de Markov não homogêneo de espaço de estados contínuo. Este caráter do modelo proposto representa um avanço em relação ao modelo de Caley e colaboradores pois, sendo o espaço de estados contínuo, pode-se avaliar a probabilidade de transição entre quaisquer duas profundidades de corrosão, e não apenas entre profundidades determinadas por valores inteiros de N.

Uma outra questão importante refere-se à dificuldade de obtenção de informações relativas às taxas de transição requeridas tanto no modelo de Fleming quanto de Caley e colaboradores.

No modelo de Fleming foi desenvolvida uma estratégia para obtenção dos parâmetros que alimentam as equações diferenciais de Markov. Esta estratégia está resumida na Tabela 1 da referência FLEMING, 2004 que contém uma lista de 14 parâmetros a serem considerados na obtenção das taxas de transição necessárias à alimentação do modelo. Aliado ao elevado número de parâmetros necessários, soma-se a este inconveniente a escassez de dados de manutenção e inspeção em tubulações, sobretudo enterradas.

Esta fragilidade do modelo de Fleming é contornada, em parte, no modelo de Caley e colaboradores. Neste modelo, os autores propõem que a função  $\rho(t)$ , que comparece na Eq. (5.6) e que é diretamente ligada à matriz das taxas de transição, seja obtida pela relação aproximada:

$$\rho(t) = \ln[k(t - t_{sd})^v] \quad (5.7)$$

Entretanto, o parâmetro k é o resultado da soma de sete outros parâmetros e v, é o resultado da soma de outros cinco. As informações necessárias à determinação desses parâmetros, que envolve entre outros, o conhecimento de características físico-químicas do solo, está resumido na Tabela 1 da referência CALEYO et al., (2009).

Portanto, tanto no modelo de Fleming quanto no de Caley e colaboradores, é necessário o conhecimento de um grande número de informações e procedimentos para se determinar os dados que alimentam os respectivos modelos.

O modelo proposto nesta tese requer apenas o conhecimento dos coeficientes de arraste e de difusão representados pelas funções  $A(y)$  e  $B(y)$ .

Funções contínuas, como é o caso, necessitam de um número infinito e não enumerável de pontos para sua determinação. Entretanto, mostrou-se nesta tese que dados de inspeção instrumentada, por exemplo utilizando *PIG* de fluxo magnético, e algoritmos de ajuste de curvas por regressão são suficientes para a determinação destes coeficientes e assim caracterizar univocamente modelo.

Desta forma, o grande número de informações de inspeção e manutenção necessárias à alimentação do modelo de Fleming e, por outro lado, o grande número de informações constitutivas da tubulação e físico-químicas do solo, necessárias à alimentação do modelo de Caley e colaboradores, estão embutidas nos únicos dados necessários à alimentação do modelo proposto nesta tese, isto é, os dados de profundidade de corrosão dos pites ao longo da tubulação.

Estas informações globais necessárias à definição do modelo proposto aqui, de certa forma têm uma analogia com a definição termodinâmica do sistema, onde para tal são necessárias apenas poucas informações e ainda assim, de natureza geral.

Esta característica do modelo proposto nesta tese representa uma importante superioridade em relação aos demais.

Ainda, mas nem por isso menos importante, destaca-se que o modelo proposto nesta tese aplica-se a quaisquer modelos de crescimento, e não apenas aos lineares como é o caso do modelo proposto por Caley e colaboradores.

Finalmente, observa-se que não é possível uma comparação quantitativa direta entre os resultados obtidos pelos modelos discutidos aqui, pois que cada um, inclusive o

proposto nesta tese, requer procedimentos bem como dados de natureza diferente, para sua alimentação.

Entretanto, observa-se uma concordância qualitativa entre os modelos de Caley e colaboradores e o proposto nesta tese. Tais semelhanças nos comportamentos qualitativos se observam nas Figuras (4.9) e (5.5), (4.11) e (5.6), (4.12) e (5.7).

## **CAPÍTULO 6**

### **CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES**

As plantas nucleares de potência estão repletas de linhas que compreendem linhas de água de serviço, linhas de água do sistema de resfriamento, entre outras.

A falha nestas linhas pode desencadear eventos indesejáveis de natureza patrimonial, ambiental e de segurança.

Em geral, a instalação e a manutenção de uma tubulação é regida pelas normas técnicas de projeto e de segurança da Sociedade Americana de Engenharia Mecânica como por exemplo, as normas ASME B31.8 (1991), ASME B31.1 (2007) e ASME B31.G (2003).

No que diz respeito à instalação, as normas recomendam valores para a espessuras de parede da tubulação de acordo com condições de projeto e operação. Tais valores também recomendam fatores de segurança que levam em consideração o potencial de dano do fluido transportado e a distribuição populacional ao longo da tubulação.

Entretanto, estas normas não provêm informação sobre a probabilidade de falha e nem como se determina a evolução temporal de pites de corrosão.

A estimativa da probabilidade de falha de uma tubulação em serviço, quer seja por perfuração quer seja por ruptura, ocasionada pelo avanço do processo de corrosão é, portanto, assunto de grande interesse e é um dos principais objetivos da avaliação da sua confiabilidade estrutural.

Nesta tese foi proposto pela primeira vez um modelo estocástico markoviano não homogêneo, com tempo contínuo e espaço de estados também contínuo, para se descrever a evolução temporal da profundidade de um pite de corrosão.

Como foi discutido no Capítulo 5, modelos recentes propõem uma abordagem markoviana com espaço de estados discretos a este problema (FLEMING, 2004, CALEYO *et al*, 2009).



O modelo de Fleming é homogêneo e considera apenas quatro estados, sendo um único para a profundidade da corrosão. O modelo de Caley e colaboradores é não homogêneo e além disso considera a possibilidade de vários estados intermediários como evolução temporal da corrosão até a perfuração, o que representa um avanço significativo em relação ao modelo de Fleming.

Entretanto, no modelo de Fleming, a inacessibilidade de um estado cuja profundidade esteja entre dois inteiros consecutivos, as dificuldades operacionais relacionadas ao cálculo combinatório, o elevado número de parâmetros necessários à alimentação do modelo aliados à limitação da sua utilização a modelos de crescimento linear revelam a vantagem comparativa do modelo proposto nesta tese, já que este não apresenta tais dificuldades.

Além disso, o modelo proposto nesta tese recai na Eq. de Fokker-Planck requer apenas o conhecimento dos coeficientes de arraste e de difusão que são expressos pelas funções  $A(y)$  e  $B(y)$ , onde a determinação dessas funções é possível através de dados de inspeção instrumentada, por exemplo utilizando *PIG* de fluxo magnético, e o subsequente ajuste de curvas por regressão.

Observa-se, contudo, que soluções não estacionárias da equação de Fokker-Planck não são sempre simples de serem obtidas analiticamente. De fato, uma expressão geral para a solução não estacionária só pode ser encontrada para coeficientes de arraste e de difusão particulares.

Como se viu no Capítulo 4, os dados referentes ao caso estudado nesta tese revelaram que os respectivos coeficientes de arraste e de difusão são funções constantes e assim puderam ser modelados através de um processo estocástico do tipo movimento browniano com termo de arraste.

Se, por outro lado, os dados revelassem que  $A(y)$  é uma função linear de  $y$ , o modelo particular agora será aquele descrito por um processo de Ornstein-Uhlenbeck.

O movimento browniano com termo de arraste e o processo de Ornstein-Uhlenbeck, como se viu no Capítulo 3, são exemplos de equações de Fokker-Planck para as quais é possível encontrar solução analítica.

Entretanto, a equação de Fokker-Planck também pode ser resolvida através do uso de métodos de integração numérica. Neste caso, podem surgir questões de estabilidade das soluções e outros associados a condições de contorno no infinito (RISKEN, 1984).

O principal inconveniente do modelo proposto é a necessidade da existência de dados de inspeção, específicos de plantas nucleares de potência, que informem a profundidade dos pontos de corrosão ao de tubulações.

Procedimentos de inspeção e manutenção são rotineiros na indústria de óleo e gás e desde que seja economicamente interessante, pode haver uma mudança de comportamento no que se refere à inspeção e manutenção de tubulações nas plantas nucleares, de tal forma que os dados provenientes daí possam ajudar a prever a probabilidade de falha futura desses componentes passivos.

Como recomendações para a continuação deste trabalho de pesquisa podem ser destacados os seguintes pontos:

- Para a construção de modelos que possam ser utilizados pelos tomadores de decisão no caso das usinas nucleares brasileiras, é fundamental que se conheça os dados das tubulações corroídas de cada uma dessas plantas. A partir de tais dados, pode-se construir um modelo realista para o caso da Usinas Nucleares Brasileiras.
- Como se mencionou no Capítulo 4, a solução empregada para a Eq. (4.4) usou a condição de contorno de barreiras no infinito. Desta forma, isto representa uma aproximação a um domínio finito, de uma solução para um domínio infinito. Recomenda-se assim, a obtenção de soluções da Eq. (4.4) para condições de contorno em domínios finitos que são mais apropriadas ao caso estudado.
- É recomendável a realização de um estudo para a determinação de todas as técnicas possíveis, para obtenção de dados de degradação que sejam aplicáveis a tubulações corroídas de plantas nucleares

- Deve-se fazer um estudo de custo-benefício, para cada uma das técnicas possíveis para a determinação dos dados de degradação.
- O modelo empregado nesta tese foi explorado no contexto de componentes passivos, especialmente tubulações que sofrem inspeções regulares. Recomenda-se a aplicação deste modelo a componentes ativos reparáveis, para os quais estejam disponíveis dados de profundidade de corrosão.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANTAKI, G. A., 1999, *Design and Repair of Buried Piping*, WRC Bulletin 446, Welding Research Council, New York, USA.

ASME B31.1, 2007 *Power Piping Design & Fabrication*, ASME – American Society of Mechanical Engineers, New York, USA.

ASME B.31.8, 1991, *Gas Transmission and Distribution Piping System*, ASME – American Society of Mechanical Engineers, New York, USA.

ASME B31G, 2003, *Manual for Determining the Remaining Strength of Corroded Pipelines*, ASME – American Society of Mechanical Engineers, New York, USA.

AZIZ, P. M., 1956, “Application of the Statistical Theory of Extreme Value to the Analysis of Maximum Pit Depth Data for Aluminum”, *Corrosion* v.13, pp. 495-506.

BARKER, C. T., NEWBY M. J., 2009, “Optimal Non-Periodic Inspection for a Multivariate Degradation Model”, *Reliability Engineering & System Safety*, 94, pp.33-43.

BARATA, J., GUEDES, S.C., MARSEGUERA, M., ZIO, E., 2002, “Simulation modelling of Repairable Multi-Componentes Deteriorating Systems for ‘on Condition’ Maintenance Optimisation” *Reliability Engineering & System Safety*, 76, pp.255-264.

BLOCH-MERCIER, S., 2001, “Optimal Restarting Distribution After Repair for Markov Deteriorating System”, *Reliability Engineering & System Safety*, 74, pp.181-191.

- BOUZAIENE, L., BILLY, F., BOUCQUET, J-C, HAIK, P, LANNOY, A., PERES, F, 2003, “Expert Judgment Methodology for Failure Anticipation in Nuclear Power Plants”, in Bedford and Van Gelder (editors), *Safety and Reliability, Lisse: Swets & Zeitlinger*, pp.195-200.
- BRAVERMAN, J. I., MILLER, C. A., HOFMAYER, C. H., ELLINGWOOD, B. R., NAUS, D. J., CHANG, T. Y., 2004, “Degradation Assessment of Structures and Passive Components at Nuclear Power Plants”, *Nuclear Engineering and Design*, 228, pp.283-304.
- BRUNDTLAND, G.H., 1991, *Comissão Mundial Sobre Meio Ambiente e Desenvolvimento, Nosso Futuro Comum*, 2ª edição, Rio de Janeiro, RJ, Editora Fundação Getúlio Vargas.
- BURGAZZI, L., 2007, “State of the Art in Reliability of Thermal-Hydraulic Passive Systems”, *Reliability Engineering & System Safety*, 92, 671-675.
- BUTKOV, E., 1988, *Física Matemática*, 2º ed., Rio de Janeiro, Editora LTC S.A.
- CALEYO, F., VELÁZQUEZ, J. C., VALOR, A., HALLEN, J. M., 2009, “Markov Chain Modelling of Pitting Corrosion in Underground Pipelines”, *Corrosion Science*, 51, 2197-2207.
- CHIANG, J. H, YUAN, J., 2001, “Optimal Maintenance Policy for a Markovian System Under Periodic Inspection”, *Reliability Engineering & System Safety*, 71, 165-172.
- CHIQUET, J., EID, M., LIMNIOS, N., 2008, “Modelling and Estimating the Reliability of Stochastic Dynamical Systems With Markovian Switching”, *Reliability Engineering & System Safety*, 93, pp.1801-1808.
- CLAROTTI, C., LANNOY, A., ODIN, S., PROCACCIA, H. 2004, “Detection of Equipment Aging and Determination of the Efficiency of Corrective Measure”, *Reliability Engineering & System Safety*, 84, pp.57-64.

- CORNELL, C. A., JALAYER, F., HAMBURGER, H. O.E FOUTCH, D. A. 2002, “The probabilistic basis for the 2000 SAC/FEMA steel moment frame guidelines”, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 128(4), pp.526-33.
- CROSSETTI, P. G., 2006, *Um Modelo de Confiabilidade do Sistema Elétrico de Angra 1 pelo Método dos Estágios Otimizados por Algoritmos Genéticos*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- DNV-RF-F101, 1999, *Recommended Practice Corroded Pipelines*, Norway. Det Norske Veritas.
- DO VAN, P., BARROS, A., BÉRENGUER C., 2008, “Reliability Importance Analysis of Markovian System at Steady State Using Perturbation Analysis”, *Reliability Engineering & System Safety*, 93, pp.1605-1615.
- EINSTEIN, A., 1905, “On the Molecular-Kinetic Theory of Heat Required by the Motion of Particles Suspended in Stationary Liquids”, *Annalen der Physik* (4), 17, pp.549–560.
- EINSTEIN, A., 1906, “On The Theory of Brownian Motion” *Annalen der Physik* 19, pp 371 – 381.
- EGIG 7<sup>th</sup> Report 1970-2007, 2008, *Gas Pipeline Incidents*, European Gas Pipeline Incident Data Group, Doc. No. EGIG08.
- EPRI Final Report (2005), “Life Cycle Management Sourcebook for Nuclear Plant Service Water Plants”, Electric Power Research Institute, Palo Alto, California.
- EPRI (1997). Report GC-109054, “NDE of Buried Pipes, Information Obtained at Pipe Line Week”, Houston Texas, Electric Power Research Institute, Inc., EPRI Nondestructive Evaluation Center, Charlotte, North Carolina.

- EPRI (1998). Report GC-108827, "NDE Technology for In-line Inspection of Buried Service Water Piping", Electric Power Research Institute, Inc., EPRI Nondestructive Evaluation Center, Charlotte, North Carolina.
- EVANS, U. R., STAEHLE R. W. (Ed.), 2004, *Localized Corrosion*, 1 ed. Houston, TX, NACE.
- FELLER, W., 1957(vol. I) e 1967 (vol. II), *An Introduction to Probability Theory and Its Applications*, 2 ed. New York, John Wiley & Sons.
- FLEMING, N. K., 2004, "Markov Models for Evaluating Risk-Informed In-Service Inspection Strategies for Nuclear Power Plant Piping Systems" *Reliability Engineering & System Safety*, 83, pp.27-45.
- FOKKER A. D. "Die Mittlere Energie Rotierender Elektrischer Dipole im Strahlungsfeld", *Annalen der Physik* 43 pp. 810-820 (1914).
- FORSYTHE, G. E., WASOW, W. R., 1967, *Finite-Difference Methods for Partial Differential Equations*, New York, Wiley.
- FRANKEL, G. S., 1998, "Pitting Corrosion of Metals", *Journal of the Electrochemical Society*, vol. 145, pp. 2186-2198.
- GARDINER , C. W., 1983, *Handbook of Stochastic Methods for Physics, Chemistry and the Natural Sciences*, Springer-Verlag, Spring Series in Synergetics vol.13.
- GIBBS, J. W., 1876, *On the Equilibrium of Heterogeneous Substances*, 1 ed. Connecticut, Transactions of the Connecticut Academy, vol. III.
- KOLMOGOROV, A. N., 1931, "Relating to analytical methods in probability theory" *Mathem. Annalen* 104, pp.415-458.

- LEVITIN, G., 2004, "A Universal Generating Function Approach for the Analysis of Multi-State Systems With Dependent Elements", *Reliability Engineering & System Safety*, 84, pp.285-292.
- LISNIANSKI, A., 2007, "Extended block diagram method for a multi-state system reliability assessment", *Reliability Engineering & System Safety*, 92, pp.1601-1607.
- MORSE, P. M, FESHBACH, H., 1953, "Methods of Theoretical Physics", New York, USA, Mc Graw-Hill.
- MOUSTAFA, M. S., MAKSOUD, E. Y. A., SADEK, S., 2004, "Optimal Major and Minimal Maintenance Policies for Deteriorating Systems", *Reliability Engineering & System Safety*, 83, pp.363-368.
- MYÖTYRI, E., PULKKINEN, U., SIMOLA, K., 2006, "Application of Stochastic Filtering for Lifetime Prediction" *Reliability Engineering & System Safety*, 91, pp.200-208.
- NORDSIECK, A., LAMB, W. E., UHLENBECK, G. E., 1940, "On the Theory of Cosmic Ray Showers" *Physica* 7, pp 344-360.
- NUREG-1350, 1997, "Information Digest, Volume 9", NUREG-1350, USA Nuclear Regulatory Commission- NRC, Washington, DC.
- NUREG-1377, 1991, "NRC Research Program on Plant Aging: Listing and Summaries of Reports Issue Trough June 1991", USA Nuclear Regulatory Commission- NRC, Washington, DC.
- NUREG-1522 (1995), "Assessment of Inservice Conditions of Safety-Related Nuclear Power Plant Structures", USA Nuclear Regulatory Commission, Washington, D. C.



NUREG-1801 (2001), “Generic aging lessons learned (GALL) report”, USA Nuclear Regulatory Commission, Washington, D. C.

NUREG/CR-5248, 1988, LEVY, I. S., WREATHAL, J., DEMOSS, G, WOLFORD, A., COLLINS, E. P., and JARREL, D. B., “Prioritization of TIRGALEX-Recommended Components for Further Aging Research”, USA Nuclear Regulatory Commission - NRC, Washington, DC

NUREG/CR-5967, 1994, STOCK, D., VESELY, W., SAMANTA, P. K., E. AGGARWAL, S. K. “Development and Application of the Degradation Modeling to Define Maintenance Practices”, USA Nuclear Regulatory Commission - NRC, Washington, DC.

NUREG/CR-5612, BNL-NUREG-52252 1991., SAMANTA, P. K, VESELY, W. E., HSU, F. *at al*, “Degradation Modeling with Application to Aging and Maintenance Effectiveness Evaluations”. USA Nuclear Regulatory Commission - NRC, Washington, DC.

NUREG/CR-6415, 1996, VESELY, W., SAMANTA, P. K. “Applications of Reliability Degradation Analysis”, USA Nuclear Regulatory Commission - NRC, Washington, DC.

NUREG/CR-6876, 2005, BRAVERMAN, J. I. DEGRASSI, G, MARTINEZ-GURIDI, G., MORANTE, R. J, HOFMAYER, C. H. “Risk-Informed Assessment of Degraded Buried Piping Systems in Nuclear Power Plants” USA Nuclear Regulatory Commission - NRC, Washington, DC.

NUREG/CR-6920, 2006, SPENCER, B. W., PETTI, J. P, KUNSMAN D. N. “Risk-Informed Assessment of Degraded Containment Vessels”, USA Nuclear Regulatory Commission - NRC, Washington, DC.

OLIVEIRA, E. A., 2001, *Uso de Variáveis Suplementares e Inversão de Transformada de Laplace no Cálculo de Confiabilidade de Sistemas Sujeitos a*

- Envelhecimento e Sob Reparo Mínimo*. Tese\* de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- PAPOULIS, A., 1985, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, 2 ed. New York, Mc Graw Hill.
- PERES, F., BOUZAIENE, L, BOUCQUET, J-C., BILLY, F, *et al*, 2007, “Anticipating Aging Failure Feedback Data and Expert Judgment”, , *Reliability Engineering & System Safety* , 92, 200-210.
- PHAM, H., SUPRASAS, A., MISRA, R.B, 1997, “ Availability and Mean Life Time Prediction of Multistage Degraded System With Partial Repairs” *Reliability Engineering & System Safety*, 56, 169-173.
- PLANCK, M.,1917., *Sitzungsber. Preuss. Akad, Wissens Phys. Math. Kl.*
- RAMAKUMAR, R.,1993, *Engineering Reliability: Fundamentals and Applications*, New Jersey, Prentice Hall International.
- RAYLEIGH, L, 1891, “Dynamical Problems IX Illustration of The Theory of Gases” *Philos. Mag.* 32, pp.424-445; *Scientific Papers III*, University Press, Cambridge, 1902.
- REICHL, L. E., 1980, *A Modern Course in Statistical Physics*, University of Texas Press, Austin.
- RISKEN, H., 1984, *The Fokker-Planck Equation, Methods of Solution and Applications*, Berlin, Springer-Verlag.
- SALDANHA, P. L. C., 2003, *Uma Aplicação de Processos Pontuais Modulados à Avaliação do Envelhecimento Para a Extensão da Vida Qualificada de Equipamentos de Centrais Nucleares*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

- SHIBATA, T., 1996, “ Statistical and Stochastic Approaches to Localized Corrosion”, *Corrosion* v. 52, pp. 813-830
- SMITH, G. D, 1965, *Numerical Solution of Partial Differential Equations*, 1 ed. London, Oxford University Press.
- SORO, W. I., NORELFATH, M., AÏT-KADI, D., 2010, “Performance Evaluation of Multi-State Degraded Systems With Minimal Repairs and Imperfect Preventive Maintenance”, *Reliability Engineering & System Safety*, 95, pp.65-69.
- TAN, C.M., RAGHAVAN, N., 2008, “A Framework to Practical Predictive Maintenance Modeling for Multi-State Systems”, *Reliability Engineering & System Safety*, 93, pp.1138-1150.
- TIMASHEV, S. A., 2009, Corrosion Rate – Key Element in Integrity Management Plan and Pipeline Predictive Maintenance, Lecture in Rio Pipeline Conference, Rio de Janeiro.
- TORRES, M. A., RUIZ, S. E., 2007, “Structural Reliability Evaluation Considering Capacity Degradation Over Time”, *Engineering Structures*, 29, pp.2183-2192.
- VALOR, A., CALEYO, F., RIVAS, D., *et al*, 2009, “Stochastic Approach to Pitting-Corrosion-Extreme Modeling in Low Carbon Steel”, *Corrosion Science*, 52, pp.910-915.
- VALOR, A., CALEYO, F., ALFONSO, L., *et al*, 2007, “Stochastic Modeling of Pitting Corrosion: A New Model for Initiation and Growth of Multiple Corrosion Pits”, *Corrosion Science*, 49, pp.559-579.
- VAN KAMPEN, N. G., 2007, *Stochastic Process in Physics and Chemistry*, 3 ed. Amsterdam, Elsevier Science & Technology Books.
- VINOD, G., BIDHAR, S. K., KUSHWAHA, H. S., *et al*, 2003, “ A Comprehensive Framework for Evaluation of Piping Reliability Due to Erosion-Corrosion for

Risk-Informed In-service Inspection” *Reliability Engineering & System Safety*, 82, pp.187-193.

VON SMOLUKOWSKI, M., *Ann. Physik* (4) 21, 756, (1906); *Physik. Zeits.* 17, 557 and 585, (1916).

WILLIAMS, D. E., WESTCOTT, C., FLEISHMANN, M, 1985, *Journal of the Electrochemical Society*, vol. 132, pp. 1804.

YEH, R. H., 1996, “Optimal Inspection and Replacement Policies for Multi-State Deteriorating Systems” *European Journal of Operational Research*, 96, pp.248-259.

ZHANG, Z. G., LOVE, C. E., 2000 “A Simple Recursive Markov Chain Model to Determine the Optimal Replacement Policies Under General Repairs” *Computers & Operations Research*, 27, pp.321-333.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)