



O EMPREGO DA ANÁLISE MULTI-MODOS NA CLASSIFICAÇÃO DE
CONTATOS SONAR PASSIVO

Rubens Lopes de Oliveira

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil.

Orientadores: Nelson Francisco Favilla Ebecken
Beatriz de Souza Leite Pires de
Lima

Rio de Janeiro
Junho de 2010

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

O EMPREGO DA ANÁLISE MULTI-MODOS NA CLASSIFICAÇÃO DE
CONTATOS SONAR PASSIVO

Rubens Lopes de Oliveira

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Examinada por:

Prof. Nelson Francisco Favilla Ebecken, D.Sc.

Prof^a. Beatriz de Souza Leite Pires de Lima, D.Sc.

Prof. Alexandre Gonçalves Evsukoff, Dr.

Prof. Basílio de Bragança Pereira, D.Sc.

Prof. Carlos Alberto Nunes Cosenza, D.Sc.

Prof. Hélio José Correa Barbosa, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

JUNHO DE 2010

Oliveira, Rubens Lopes de

O Emprego da Análise Multi-modos na Classificação de Contatos Sonar Passivo / Rubens Lopes de Oliveira – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2010.

XVIII, 145 p.: il; 29,7 cm.

Orientadores: Nelson Francisco Favilla Ebecken

Beatriz de Souza Leite Pires de Lima

Tese (doutorado) - UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2010

Referências Bibliográficas: p 134-145

1. Análise Multi-modos. 2. Classificação. 3. Contatos Sonar. I. Ebecken, Nelson Francisco Favilla *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

“A descoberta consiste em ver o que todo mundo viu e pensar o que ninguém pensou.”

Albert Szent

Este trabalho é dedicado aos meus pais Antonio (in memoriam) e Marieta (in memoriam), por tudo que fizeram por mim, sobretudo por seu amor e dedicação, bem como à minha esposa Fátima; meus filhos Mariana e Lucas e, meus cachorros; por me deixarem fazer parte do “nosso time”.

AGRADECIMENTOS

Sempre a Deus em primeiro lugar, valeu meu pai, sou muito grato a ti por mais essa oportunidade de continuar aprendendo.

Ao meu “time” de todo dia, minha Fátima, minha Mariana, meu Lucas e meus amigos de Itaipuaçu, pelo amor, pelo carinho, pela compreensão, pela existência, ...

Aos meus pais (onde quer que estejam), pela constante vigília sobre seus filhos.

Aos meus irmãos, que me acompanham em todas as jornadas de minha vida, mesmo muitas vezes distantes.

Ao meu orientador, professor Nelson Ebecken; pela oportunidade de ingressar no programa há cinco anos atrás, fato que mudou a minha vida; pela sua competência; pela orientação direta e indireta; pela boa vontade; conselhos e incentivo.

A minha orientadora, professora Beatriz Lima (Bia), pela competência, pela orientação, pela compreensão, pela amizade e pelo incentivo.

Ao professor Alexandre Evsukoff, pela competência, pelas trocas de idéias, pelos aconselhamentos e pela análise dos meus dados.

Aos professores da COPPE-Produção: Basílio de Bragança, pela amizade; pela oportunidade da troca de idéias e pela oportunidade da publicação de alguns trabalhos; e Carlos Cosenza, por acreditar no meu trabalho, pela amizade e pelos seus ensinamentos.

A amada mestra “tia Joelha”, lá do pré-primário, que me ensinou a ler e escrever e, a todos os mestres e alunos que sempre viverão na minha história.

A colega Emília da COPPE-Produção, pela sua calma e tranquilidade infinita, além dos *scripts* de R, que auxiliaram na confecção deste trabalho.

A todos os colegas do Instituto de Pesquisas da Marinha (IPqM): Emmanuel, Laila, Gomes (meu irmão espiritual), Jorge Alberto, Luciano, Teotônio, Rogério, Zé Ricardo, Mark entre outros, por fazer parte da minha vida por muitos longos anos.

Aos colegas do Grupo de Sonar do IPqM, Marcos Damas e Cleide, pelos ensinamentos e por disponibilizar a massa de dados utilizada neste trabalho.

A todos os colegas do PEC por seus ensinamentos dentro e fora da sala de aula.

A todos os meus chefes do IPqM, em especial a Cmdte. Teresa Cristina, pela amizade e sem cuja colaboração não seria viável o presente trabalho.

A Marinha do Brasil por me proporcionar essa maravilhosa experiência.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

O EMPREGO DA ANÁLISE MULTI-MODOS NA CLASSIFICAÇÃO DE CONTATOS SONAR PASSIVO

Rubens Lopes de Oliveira

Junho / 2010

Orientadores: Nelson Francisco Favilla Ebecken
Beatriz de Souza Leite Pires de Lima

Programa: Engenharia Civil

Ao navegar, cada navio irradia um ruído único, ocorrendo semelhanças quando as embarcações pertencem a uma mesma classe. A distinção entre classes de navios através da análise desse ruído é uma tarefa não trivial. Este trabalho utiliza-se da Análise Multi-modos como ferramenta para modelar um padrão de assinatura acústica compacto e robusto ao ruído de fundo, dispensando a necessidade de um especialista no processo de classificação dos contatos. O método de decomposição paralela CANDECOMP/PARAFAC é utilizado para garantir uma estrutura mínima representativa das instâncias dos dados, expurgando dos mesmos as informações pouco relevantes ou irrelevantes ao processo de mapeamento navio-classe. O modelo de assinatura acústica produzido mostrou-se ainda imune a um tipo problema presente na base de dados disponibilizada originalmente para este trabalho, e muitas vezes presentes em bases de dados com grande desbalanceamento de classes, provavelmente, correlacionado com o problema de “Pequenos Disjuntos”. A validação do modelo foi realizada com dados reais disponibilizados pela Marinha do Brasil.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

THE USE OF MULTI-WAY ANALISYS IN THE TASK OF CLASSIFICATION OF
PASSIVE SONAR CONTACTS

Rubens Lopes de Oliveira

June / 2010

Advisors: Nelson Francisco Favilla Ebecken
Beatriz de Souza Leite Pires de Lima

Department: Civil Engineering

While navigating, each ship radiates a particular noise but similarities occurs when some of them belongs to the same class. The distinction between classes of ships through the analysis of its particular noise is non-trivial. This work uses Multi-ways Analysis to modeling a compact acoustic signature pattern robust to environment noise, so it is not necessary to have a specialist in the classification process. The CANDECOMP/PARAFAC decomposition parallel method is used to obtain a minimum representative structure of data instances to eliminate irrelevant information for mapping process ship-class. The model of acoustic signature produced has shown imunit to a problem related with databases having great unbalancing of class and probably correlated with a typical problem known as “Small Disjuncts”. The model was validated with real data.

ÍNDICE

RESUMO.....	vii
ABSTRACT.....	viii
ÍNDICE.....	ix
ÍNDICE DE FIGURAS.....	xiii
ÍNDICE DE TABELAS.....	xvi
LISTA DE ACRÔNIMOS E TERMOS OPERATIVOS NAVAIS.....	xviii
1 Introdução.....	1
1.1 Métodos Convencionais para a Classificação de Alvos Sonar	2
1.2 Métodos Alternativos para a Classificação de Alvos	3
1.3 O Problema	5
1.4 Motivação	6
1.5 Objetivos.....	8
1.6 Contribuição do Trabalho	11
2 Sistema SONAR Passivo e os Ruídos Irradiados pelos Navios	12
2.1 SONAR Ativo.....	13
2.1.1 Problemas de Atenuação do Sinal do SONAR Ativo.....	14
2.2 SONAR Passivo.....	17
2.3 Ruídos Irradiados pelos Navios	19
2.4 Características de Geração, Transmissão, Propagação e Recepção das Ondas Acústicas.....	22
2.5 Propagação do Ruído Irrradiado pelos Navios.....	28
2.6 Processo de Medição do Ruído Irrradiado pelos Navios	29
3 O Conjunto de Dados	31
3.1 Limpeza dos Dados.....	35
3.1.1 Análise Espectral	35
3.1.2 Escolha da Faixa e Resolução de Frequência do Sinal para os Espectrogramas.....	37
3.1.3 Correção do Espectro usando uma Estimativa do Ruído de Fundo	40
4 Tensores.....	44
4.1 Introdução	44

4.2	Notação e Preliminares	45
4.2.1	Produto Interno entre Dois Tensores	46
4.2.2	Norma de um Tensor	46
4.2.3	Tensores Posto-1	46
4.2.4	Tensor Cúbico e Tensor Supersimétrico	47
4.2.5	Tensor Diagonal	47
4.2.6	Matriciação (desdobramento)	48
4.2.7	Vetorização de um Tensor	49
4.2.8	Multiplicação de Tensores	49
4.2.9	Produto de matrizes de Kronecker, Khatri-Rao e Hadamard	50
4.2.10	O Posto de um Tensor e a Decomposição CANDECOMP/PARAFAC ..	52
4.2.11	Compressão e Decomposição de Tucker	63
4.2.12	Outros Métodos para Decomposições de Tensores	72
5	Redes Neurais Artificiais	44
5.1	Modelos de Neurônios	81
5.2	Regras de Treinamento	83
5.3	Funções de Ativação	85
5.4	Modelos de Redes	87
5.4.1	Rede de Hopfield	87
5.4.2	O Modelo Perceptron	90
5.4.3	O Treinamento pela Regra da Retro-propagação de Erros	92
5.5	Técnicas de Poda	97
5.5.1	Método de Eliminação de Pesos	99
5.6	Outros Modelos de Redes Neurais	100
5.6.1	Redes com Funções de Bases Radiais	100
5.6.2	Mapas Auto-organizáveis de Kohonen	101
5.7	Aplicações de Redes Neurais	102
6	Metodologia	104

6.1	Caracterização de um Modelo de Assinatura Acústica como um Tensor de Terceira Ordem.....	105
6.2	Filtragem da Base de Dados a partir do Modelo PARAFAC	109
6.3	Recomposição (re-arrumação) do Modelo de Assinatura “filtrado” através do Processo de Matriciação	111
6.4	Classificação dos Alvos a partir do Modelo “filtrado” de Assinatura Acústica.....	111
6.5	Análise de Desempenho de Classificação obtido com o novo Modelo de Assinatura Acústica	112
7	Experimentos, Resultados e Análises Comparativas.....	113
7.1	Análise dos Dados (Pré-processamento)	113
7.1.1	Pré-processamento.....	113
7.1.2	Redução / Compactação de Dados	114
7.1.3	Normalização dos Dados	114
7.2	Geração do Tensor Representativo da Base de Dados.....	115
7.3	Análise da Consistência dos Dados	115
7.4	Filtragem da Base de Dados	117
7.5	Recomposição da Matriz de Dados	118
7.6	Ferramenta de Classificação	119
7.7	Softwares Utilizados	120
7.8	Experimentos	120
7.8.1	Experimento 1	121
7.8.2	Experimento 2	121
7.8.3	Experimento 3	122
7.8.4	Experimento 4	123
7.8.5	Experimento 5	124
7.8.6	Experimento 6	125
7.9	Comparação dos Resultados obtidos nos Experimentos.....	128
7.10	Comparação com os Resultados obtidos empregando-se outros Métodos com a mesma Massa de Dados.....	130
8	Conclusões e Pesquisas Futuras	131

8.1	Análises Conclusivas	131
8.2	Trabalhos Futuros	133
9	Referências Bibliográficas.....	134

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Detecção de um Submarino pelo SONAR Ativo de um Navio de Superfície.....	13
Figura 2.2 – Funcionamento do SONAR Ativo.	14
Figura 2.3 – Refração Negativa.....	15
Figura 2.4 – Comportamento das Ondas Sonoras com Refração Positiva.	15
Figura 2.5 – Detecção de um Submarino com Refração Positiva.	15
Figura 2.6 – O Fenômeno das Termoclinas.....	16
Figura 2.7 – As Termoclinas e a Detecção dos Alvos Posicionados no seu Interior ou abaixo delas.	16
Figura 2.8 – Diagrama Típico de um Sistema SONAR Passivo.	18
Figura 2.9 – Diagrama das Fontes de Ruído de Máquinas de um Navio.	20
Figura 2.10 – Fontes de Ruído e as Bandas de Frequências Relacionadas.	22
Figura 2.11 – Espectro Acústico se estendendo de zero até cerca de 100 KHz.	23
Figura 2.12 – Absorção x Frequência.....	25
Figura 2.13 – Traçado do Feixe Sonoro.	28
Figura 3.1 – Diagrama Esquemático de uma Corrida de um Navio na Raia Acústica... 31	
Figura 3.2 – Exemplo da Leitura do Arquivo tipo <i>wave</i>	33
Figura 3.3 - Diagrama do Processamento para Obtenção do Espectro do Sinal.	37
Figura 3.4 – LOFARGRAMA de uma Corrida cobrindo as Faixas de Frequência de 0 a 5.500 Hz.	38
Figura 3.5 - LOFARGRAMA de uma Corrida cobrindo as Faixas de Frequência de 0 a 2.500 Hz.	39
Figura 3.6 - Detalhe do Corte Transversal do LOFARGRAMA da Figura 3.5 no Tempo.	39
Figura 3.7 – LOFARGRAMA exibindo os Tons nas Frequências de 800 e 1.100 Hz em Detalhe.....	40
Figura 3.8 – Janela usada para Cálculo da Média Local com o Algoritmo TPSW (CLAY, et al., 1998), (NIELSEN, 1991).....	41
Figura 3.9 - Sequência do Algoritmo TPSW para Estimação do Ruído de Fundo 42	
Figura 3.10 - LOFARGRAMAs <i>a)</i> Sem normalização e sem Correção do Ruído de Fundo; <i>b)</i> Somente com Correção do Ruído de Fundo; <i>c)</i> Somente com Normalização;	

d) Com Normalização e Correção de Fundo Características; e, e) Corte Transversal exibindo a Amplitude Espectral em um determinado Instante do Tempo.	43
Figura 4.1 - Representação Simbólica de um Tensor de Ordem 3.	44
Figura 4.2 – (A) Modo 1 (Coluna) Fibras: $x_{:jk}$, (B) Modo 2 (Linha) Fibras $x_{i:k}$, (C) Modo 3 (Tubo) Fibras $x_{ij:}$ de um Tensor de Ordem Três.	45
Figura 4.3 – (A) Camada Horizontal ($X_{i:}$), (b) Camada Lateral ($X_{:j}$) e (C) Camada Frontal ($X_{:k}$) de um Tensor de Ordem Três.	46
Figura 4.4 – Um Tensor Posto-1 de Terceira Ordem $\mathcal{X} = a^\circ b^\circ c$. O Elemento (i, j, k) de \mathcal{X} é dado por $x_{ijk} = a_i b_j c_k$	47
Figura 4.5 – Um Tensor Tridimensional $I \times I \times I$ com Elementos Unitários ao longo da Superdiagonal.	47
Figura 4.6 – Decomposição CP de um Tensor de Terceira Ordem.	53
Figura 4.7 – Ilustração de uma Sequência de Tensores Convergindo para um Posto de Ordem Superior (KRUSCAL, et al., 1993).	59
Figura 4.8 – O algoritmo ALS para calcular a decomposição CP com R componentes para um tensor \mathcal{X} de ordem N de dimensões $I_1 \times I_2 \times I_3 \times \dots \times I_N$	61
Figura 4.9 – Decomposição de Tucker para um Tensor de Terceira Ordem.	64
Figura 4.10 – A Decomposição de Tucker Truncada de um Tensor de Terceira Ordem.	66
Figura 4.11 – O primeiro método proposto por Tucker para calcular a a decomposição de Tucker posto- (R_1, R_2, \dots, R_N) , mais tarde conhecido como HOSVD.	67
Figura 4.12 – Algoritmo ALS para calcular uma Decomposição de Tucker Posto- (R_1, R_2, \dots, R_N) para um Tensor X de Ordem N de Dimensões $I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N$. Também conhecido como Iteração Ortogonal de Ordem Elevada.	69
Figura 4.13 – Base de Dados de Expressões Facias.	71
Figura 4.14 – Ilustração do Modelo PARAFAC2.	74
Figura 4.15 – O Modelo DEDICOM de Terceira Ordem.	76
Figura 4.16 – O Método PARATUCK2.	77
Figura 4.17 – Decomposição de Blocos de um Tensor de Terceira Ordem.	78
Figura 5.1 – O Neurônio Artificial.	82
Figura 5.2 – Não linearidades frequentemente usadas nos modelo de neurônios de uma RNA.	83
Figura 5.3 – Tipos de Função de Ativação mais Comuns.	86
Figura 5.4 - Uma Rede de Hopfield Simples.	88

Figura 5.5 - Os Vários Estados da Rede (Mínimos Locais) de Hopfield podem ser encarados como um Espaço de Busca.	89
Figura 5.6 - Perceptron formado por uma Única Unidade.	91
Figura 5.7 - Rede do Tipo <i>feedforward</i> com Duas Camadas.	92
Figura 5.8 – Demonstração da Capacidade de Mapeamento não Linear das Redes Multicamadas com Retropropagação de Erros.	93
Figura 5.9 - Um Efeito da Generalização Comum em Aprendizagem de Redes Neurais.	98
Figura 5.10 – A Estrutura de uma RNA SOM de Duas Dimensões.	102
Figura 6.1 – LOFARGRAMA Simplificado pela Média das Amplitudes Espectrais por Frequência.	106
Figura 6.2 – LOFARGRAMA Simplificado em Perspectiva.	106
Figura 6.3 – Representação Gráfica de uma Linha Espectral (Corte Transversal do LOFARGRAMA) das Figuras 6.1 e 6.2.	107
Figura 6.4 - Representação Gráfica de uma Instância de Dados (Matriz Bi-dimensional).	108
Figura 6.5 – Representação Ttensorial da Base de Dados.	108
Figura 6.6 - Camadas de um Tensor de Terceira Ordem.	109
Figura 6.7 – O Modelo PARAFAC representa o Somatório de Tensores Posto-1.	110
Figura 6.8 – Matriciação de um Tensor de Ordem Três em uma Matriz Bi-dimensional.	111
Figura 7.1 – Distribuição das Instâncias de Dados pelas Clsses.	113
Figura 7.2 – Dendrograma dos Dados das Corridas utilizados para Classificação de Alvos.	116
Figura 7.3 – Indicadores Clássicos para determinar o Número Provável de Agrupamentos.	116
Figura 7.4 – Índice de Consistência do Núcleo do Tensor e o Erro de Ajuste do Modelo segundo o Número de Componentes considerados na Decomposição.	117
Figura 7.5 – Relevância de cada Componente determinado a partir do Núcleo do Modelo PARAFAC.	118
Figura 7.6 - Índices de Consistências dos Núcleos e os respectivos Erros de Ajuste dos Modelos com os Diversos Números Componentes Considerados.	124

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 – Fontes Irradiadoras de Ruído em um Navio de Propulsão Diesel-elétrica.	19
Tabela 3.1 - Número de Corridas realizadas por Navios com Diferentes Configurações..	34
Tabela 4.1 - Alguns dos muitos Nomes para a Decomposição CP.	52
Tabela 4.2 – Posto Máximo sobre \mathbb{R} para Tensores de Terceira Ordem.....	56
Tabela 4.3 – Posto Típico para Tensores de Terceira Ordem sobre \mathbb{R}	56
Tabela 4.4 – Nomes para a Decomposição de Tucker (Alguns Específicos para Tensores de Terceira Ordem, os demais se aplicam a Tensores de Ordem N).....	63
Tabela 4.5– Outros Métodos de Decomposição de Tensores.....	72
Tabela 7.1 - Desempenho de Classificação com o Modelo de Assinatura Acústica produzido sem a Aplicação do Filtro TPSW e sem a Filtragem obtida a partir da Aplicação da Decomposição PARAFAC.	121
Tabela 7.2 - Desempenho de Classificação com o Modelo de Assinatura Acústica produzido com a Aplicação do Filtro TPSW e sem a Filtragem obtida a partir da Aplicação da Decomposição PARAFAC.	122
Tabela 7.3 - Desempenho de Classificação com o Modelo de Assinatura Acústica produzido sem a Aplicação do Filtro TPSW e com a Filtragem obtida a partir da Aplicação da Decomposição PARAFAC, com 115 Fatores para Decomposição.....	123
Tabela 7.4 - Desempenho de Classificação com o Modelo de Assinatura Acústica produzido com a Aplicação do Filtro TPSW e com a Filtragem obtida a partir da Aplicação da Decomposição PARAFAC com 115 Fatores de Decomposição.....	124
Tabela 7.5 - Desempenho de Classificação com o Modelo de Assinatura Acústica produzido com a Aplicação do Filtro TPSW e com a Filtragem obtida a partir da Aplicação da Decomposição PARAFAC com 125 Fatores de Decomposição.....	125
Tabela 7.6 - Desempenho de Classificação com o Modelo de Assinatura Acústica produzido com a Aplicação do Filtro TPSW e sem a Filtragem obtida a partir da Aplicação da Decomposição PARAFAC e com a Aplicação do Algoritmo de Seleção de Atributos <i>Fast Correlation-Based Filter</i>	126
Tabela 7.7 - Desempenho de Classificação com o Modelo de Assinatura Acústica produzido com a Aplicação do Filtro TPSW e sem a Filtragem obtida a partir da Aplicação da Decomposição PARAFAC e com a Aplicação do Algoritmo de Seleção de Atributos <i>LinearForwardSelection</i>	127

Tabela 7.8 - Desempenho de Classificação com o Padrão de Assinatura Acústica produzido com a Aplicação do Filtro TPSW e sem a Filtragem obtida a partir da Aplicação da Decomposição PARAFAC e com a Aplicação do Algoritmo de Seleção de Atributos <i>RaceResearch</i>	127
Tabela 7.9 - Tabela Comparativa dos Desempenhos de Classificação dos Experimentos Realizados.....	128

LISTA DE ACRÔNIMOS E TERMOS OPERATIVOS NAVAIS

Alvo – O mesmo que navio, podendo ser submersível, de superfície ou aéreo.

bin – Ponto do espectro associado a uma determinada frequência e um instante de tempo em um LOFARGRAMA. Uma linha espectral é formada por um conjunto de bins horizontais sucessivos.

Contato – O mesmo que navio, podendo ser submersível, de superfície ou aéreo.

Corrida - Percurso realizado pelo navio ao longo da raia acústica.

Demograma – Gráfico apresentando características do ruído de cavitação, permitindo o cálculo para obtenção da velocidade de rotação do eixo propulsor do navio, bem como o número de pás do hélice.

EM – Eletromagnética

Espectrograma – Gráfico do espectro sonoro contido em uma determinada faixa de frequência.

MB – Marinha do Brasil.

OS – Operador Sonar.

OTAN – Organizações do Tratado do Atlântico Norte.

PMA – Ponto de Maior Aproximação

PING – Sinal acústico emitido por um SONAR ATIVO.

Ruído irradiado pelo navio – Sinal acústico correspondente a composição dos ruídos proveniente dos vários equipamentos a bordo de um navio.

Setor Operativo – Contexto onde se desenvolvem as operações navais.

1 Introdução

Na superfície do mar, a detecção e a identificação de uma embarcação podem ser feitas, por exemplo, com o auxílio de ondas eletromagnéticas de alta frequência, como as usadas em um radar, ou por meio do calor irradiado pela embarcação, usando infravermelho. Para o emprego em um submarino submerso, o primeiro método é falho, uma vez que as ondas eletromagnéticas são consideravelmente atenuadas no meio oceânico e apenas sinais de alta potência e baixa frequência possuem um alcance útil, requerendo grandes antenas e inviabilizando, desta forma, seu uso nesses meios.

De todas as formas de energia que se conhece, a energia acústica é aquela que melhor se propaga através do mar (URICK, 1983). As ondas acústicas conseguem se propagar a centenas de quilômetros. O som é, por este motivo, a principal forma de energia usada para a obtenção de informação, no meio oceânico, sobre as embarcações submersas ou de superfície. Reciprocamente, o som representa, também, uma das principais formas de energia empregadas para obter-se informações sobre aquelas embarcações.

O SONAR (**SO**und **N**avigation and **R**anging) é o equipamento usado para analisar os sons captados no mar pelos seus sensores. No caso dos navios de superfície anti-submarinos, utiliza-se o sonar passivo. Neste tipo de equipamento, os seus sensores apenas “escutam” o ruído irradiado pelo alvo, capturando os sons gerados pelo contato¹ de interesse.

Ao navegar, cada navio irradia um ruído único, ocorrendo semelhanças quando as embarcações pertencem a uma mesma classe². A distinção entre classes de navios através da análise desse ruído é uma tarefa não trivial. A identificação de navios por um submarino é realizada, basicamente, por seus sistemas de sonar passivo. O ruído irradiado pelo alvo é recebido pelos sensores do sistema de sonar e processado de forma a fornecer informação visual e auditiva a um operador especialmente treinado.

¹ O mesmo que navio, podendo ser submersível ou de superfície.

² Diz-se que os navios pertencem a uma mesma classe quando apresentam as mesmas características básicas de emprego operacional, podendo possuir algumas poucas variações de configuração.

O Operador Sonar (OS) avalia tais informações e identifica o contato. A eficiência deste método está diretamente relacionada à habilidade do operador em isolar e identificar as características relevantes do sinal recebido, tanto em termos de informação auditiva, quanto em termos do conteúdo do espectro de frequências (informação visual). Estas informações, em geral, ocorrem em um contexto onde se emprega uma linguagem natural e expressões com ambiguidade e multiplicidade de sentidos, o que dificulta a criação de sistemas de classificação eficazes, operando com a mesma escala de valores.

Visando aumentar a confiabilidade e acelerar o processo de tomada de decisões, sistemas inteligentes, capazes de extrair características importantes a partir do sinal sonoro irradiado pelos navios, vêm sendo propostos e utilizados. A grande maioria dos trabalhos que se conhece sobre o tema efetua uma análise das características extraídas do espectro sonoro a partir de sua decomposição, seja ao longo do tempo, ou a partir da variação da frequência, desprezando a composição dessas duas dimensões. Um tratamento especialmente interessante para este tipo de problema é o emprego da análise de tensores, devido a sua capacidade de tratar seus diversos componentes de maneira independente ou integrada, extraindo composições segundo aspectos de interesse da base de dados.

1.1 Métodos Convencionais para a Classificação de Alvos Sonar

Os operadores dos primeiros sonares empregavam apenas amplificadores e filtros analógicos para selecionar e enfatizar faixas de frequência de interesse a serem extraídas do ruído. A partir do sinal de áudio, o operador verificava a presença de ruídos que podiam ser associados às máquinas e às situações especiais existentes nos alvos. A contagem de “batidas do hélice” permitia uma estimativa da velocidade do alvo. A classificação era realizada com base nos conhecimentos prévios do operador e com o auxílio de anotações sobre as embarcações que se esperava encontrar em determinadas missões.

A introdução das análises de DEMON (*DEMOdulated Noise*) e LOFAR (*LOW Frequency Analysis and Recording*) permitiu uma compreensão mais completa do ruído recebido pelo sonar. A análise DEMON é um levantamento da envoltória do ruído de cavitação recebido, para obtenção da rotação do eixo propulsor e do número

de pás (LOURENS, et al., 1981). A análise LOFAR corresponde a um perfil espectral do ruído irradiado, permitindo uma visualização simultânea de todas as faixas de frequência de interesse.

O LOFARGRAMA, uma representação das análises LOFAR em função do tempo, acrescentou uma nova dimensão ao estudo do ruído irradiado, permitindo uma visualização das variações do espectro ao longo do tempo. No LOFARGRAMA é possível visualizar linhas correspondentes aos tons presentes no ruído irradiado pela embarcação, que se mantêm presentes ao longo do tempo. Essas linhas podem ser associadas às máquinas no interior do navio. A classificação de alvos, inicialmente, é feita manualmente pelo operador, mas já é possível uma consulta à base de dados, contendo diferentes características das análises LOFAR, DEMON e áudio de diferentes embarcações. Essas bases de dados facilitam bastante a pesquisa.

1.2 Métodos Alternativos para a Classificação de Alvos

Boa parte dos trabalhos realizados em classificação de ruídos irradiados teve sua divulgação restrita às organizações que os financiaram. Ainda hoje, o estado da arte nessa área é tratado com reservas. Dentre os trabalhos dedicados à classificação de alvos empregando o seu ruído irradiado, as Redes Neurais têm sido largamente empregadas. Alguns trabalhos utilizam classificadores estatísticos, como o método dos k-vizinhos mais próximos (KNN) ou sistemas especialistas, usando regras criadas a partir do conhecimento dos operadores de sistemas sonar passivo. A seguir são relacionados os principais trabalhos.

Em (SOARES, 2001) foi apresentada uma série de trabalhos utilizando diversas técnicas, onde o uso das Redes Neurais Artificiais se destaca. Esses trabalhos referenciam, ainda, um estudo de classificação de navios empregando um sistema especialista, com regras obtidas em entrevistas com operadores experientes de sistemas SONAR passivo. Contudo, os resultados não são citados. Outros recursos interessantes, também citados, são a utilização de Análise de Componentes Principais (PCA) e o emprego de Transformada *Wavelet* para a extração de características tonais dos ruídos irradiados pelos navios.

Em (AHA, et al., 1994) foram utilizadas linhas espectrais, com frequências variando entre 5 e 400 Hz, extraídas de LOFARGRAMAs, para classificar submarinos usando uma rede neural *Multilayer Perceptron*, treinada com o algoritmo *BackPropagation*.

Nestes experimentos o desempenho de classificação atingiu 90% de acertos.

Em (QIHU, et al., 2000) foram usadas características extraídas do espectro de potência do ruído irradiado para a classificação empregando um sistema chamado EXPLORE. Na publicação não é identificada a base de dados utilizada. Neste trabalho um índice de acerto de 75% é reportado.

Em (TU, et al., 2000) foi proposto um algoritmo *Fuzzy* para definir variáveis linguísticas na caracterização dos dados extraídos a partir do ruído acústico dos navios, com o objetivo de classificá-los. Baseados nessas variáveis, as funções de pertinência das regras *Fuzzy* são definidas por um especialista. No mesmo trabalho, um algoritmo genético foi utilizado com o propósito de ajustar as funções de pertinência para inferência do conjunto de regras produzidas. Após as fases de redução e poda das regras, obteve-se um desempenho médio de 96% de acertos. Um dos problemas apresentados naquele trabalho refere-se às variáveis e valores linguísticos produzidos, pois, em geral, os mesmos não se assemelham àqueles adotados no setor operativo, dificultando o seu emprego direto.

Em (FARGES, et al., 1995) foram usados modelos auto regressivos (AR) e coeficientes Wavelet para classificar mamíferos marinhos e abalos sísmicos submarinos. O desempenho de classificação não é citado no referido trabalho.

Em (BAILEY, et al., 1998) foram utilizadas tanto Transformadas Wavelet, quanto a Transformada de Fourier para classificar transientes, como sinais de sons de golfinhos, entre outras espécies de animais marinhos, obtendo bons resultados de desempenho de classificação, aproximadamente 80%.

Em seu trabalho (VALENÇA, et al., 2007) propõe uma rede auto-organizável, denominada Rede Composta por Blocos de Regressões Sigmóides não Lineares (*Non Linear Sigmoidal Regression Blocks Network - NSRBN*), para discriminação entre dois tipos de objetos no fundo do mar (um cilindro metálico e uma rocha de forma similar). O maior atrativo para o emprego de tal tipo de rede está na despreocupação em se definir a dimensão exata da rede para aprender seus parâmetros de entrada. Utilizando-se tal rede, o autor obteve 87% de acertos na tarefa de classificação.

Em (MOURA, et al., 2007) foi implementado um classificador neural para sonar passivo, com um desempenho de classificação médio de 89% de acertos. Além da tarefa de classificação de contatos, o sistema desenvolvido permite a detecção do

ruído da própria plataforma quando a mesma se encontra em determinadas condições. Este procedimento proporciona uma melhor filtragem do sinal de retorno do eco sonar, possibilitando melhores condições de classificação de alvos.

Em (DAMAS, et al., 2006) foi apresentado um estudo sobre as características extraídas dos tons. objetivando a classificação de navios, reportando uma taxa de acerto em torno de 85%.

Ressalte-se, nos trabalhos relacionados, as diferentes bases de dados empregadas, o que dificulta uma comparação direta de desempenho entre os diferentes métodos apresentados. Neste trabalho é adotada uma base de dados similar a utilizada por (MOURA, et al., 2007) e (DAMAS, et al., 2006), não somente pela facilidade na obtenção da mesma, mas também pela possibilidade de efetuar uma análise comparativa entre os diferentes métodos. As características extraídas a partir dos dados presentes no LOFARGRAMA, aliadas a informação da velocidade do eixo primário extraída da contagem de “batidas do hélice” no ruído de cavitação, são os parâmetros para a classificação utilizando-se Redes Neurais Artificiais.

1.3 O Problema

No âmbito dos navios da Marinha do Brasil, a detecção e a classificação de contatos são tarefas do OS. A complexa composição de diferentes fontes de ruído, provenientes das embarcações já detectadas, aliada ao ruído do próprio navio e, também, ao ruído da fauna/flora local, conjugados com a baixa probabilidade do surgimento de um sinal que possa ser associado a um contato de interesse (KNIGHT, et al., 1981) tornam a tarefa do operador bastante cansativa.

O emprego de meios automatizados de apoio à detecção e à classificação desses contatos reduz a carga sobre o OS, permitindo que o mesmo volte sua atenção para a análise dos contatos que sejam efetivamente importantes. Neste sentido, as informações obtidas por um sistema automático podem ser usadas para dar início a diferentes atividades quando o contato sinalizado apresentar algum tipo de interesse.

No caso específico da base de dados utilizada neste trabalho, tem-se um desequilíbrio grande entre número de contatos por classe, menos de 10% dos registros pertencem a uma das classes. Embora este desequilíbrio retrate a realidade do setor operativo da MB, este fenômeno pode apresentar-se correlacionado com o problema conhecido

como “Pequenos Disjuntos³” (FREITAS, 2001), de solução não trivial e, portanto, requerendo cuidados especiais na forma de tratar a base de dados que apresenta este tipo de comportamento.

Por outro lado, em todos os trabalhos que se conhece, empregando-se bases de dados com características similares às aquelas citadas no parágrafo anterior, utiliza-se, na maioria das vezes, dados gerados com propósitos gerais, sem a preocupação com o objetivo fim, neste caso, a tarefa de classificação. Esses tipos de dados conduzem informações de naturezas diversas, requerendo do especialista a capacidade de identificar a interação existente entre seus atributos. Em (FREITAS, 2001) é descrito que a compreensão do processo de interação entre os atributos de uma base de dados é um conceito chave em mineração de dados, e essa compreensão pode auxiliar no projeto de novos algoritmos de mineração e métodos especialmente criados para “dissecar” esses tipos de dados e, em algumas vezes, tirar vantagem do alto grau de interação entre atributos encontrados nas bases de dados do mundo real.

1.4 Motivação

Muitos algoritmos de mineração de dados foram desenvolvidos visando os ambientes corporativos, por exemplo, na atividade de gerenciamento do relacionamento com consumidores. Os conjuntos de dados típicos para esse tipo de ambiente, embora possam ser grandes em tamanho, são relativamente simples, no sentido de que a informação de interesse do consumidor pode ser: comprar ou não um determinado produto; ou abandonar ou não a sua operadora de telefonia móvel.

Por outro lado, os conjuntos de dados para aplicações científicas, médicas, de engenharia ou das áreas sociais, frequentemente contêm valores que representam combinações de diferentes propriedades do mundo real. Por exemplo, na observação do ruído de um navio capturado por um sistema SONAR, as fontes geradoras do ruído produzem alguns valores de intensidade de potência espectral para uma determinada frequência, mas o valor observado representa o somatório de, no mínimo, três diferentes componentes: a intensidade real da potência na frequência considerada; as

³ Das muitas formas de se expressar o conhecimento uma delas é através da geração de bases de regras e, uma das formas de se expressar essas regras é a partir da forma normal disjuntiva. Nessa forma de expressão uma regra é denominada de Disjunto, neste contexto um “Pequeno Disjunto” pode ser identificado como uma pequena quantidade de regras ou regras com poucas condições associadas a uma determinada classe alvo.

Em alguns casos o fato de se ter regras com poucas condições pode estar associado a se ter poucos atributos de classe fortemente correlacionados com a classe alvo.

propriedades do meio em que o navio emitiu o ruído, desde a sua geração até o hidrofone do SONAR; e as propriedades do próprio sistema SONAR (como por exemplo, o ruído do navio equipado com o SONAR). Os sistemas para modelagem das propriedades reais do ruído produzido por um navio ao navegar devem remover, ao máximo, as componentes irrelevantes para obtenção do valor real do dado.

A maioria das técnicas de mineração de dados ignora o fato de que os conjuntos de dados do mundo real representam combinações de dados independentes e constroem modelos específicos a partir deles. Se tais conjuntos de dados pudessem ser separados em componentes independentes, poderíamos esperar que a qualidade da mineração melhorasse consideravelmente. Uma forma de prover essa separação é através do emprego de métodos de decomposição de matrizes, capazes de “dissecar” os dados, pois consideram o relacionamento entre grandes coleções de dados e o provável relacionamento existente entre seus componentes para promover sua separação.

Dois propriedades das bases de dados complexas, que tornam as atividades de mineração de dados menos trivial (SKILLICORN, 2007) são:

- Em geral, cada instância de uma base de dados não representa uma única propriedade discreta ou ação direta do objeto com o qual está associado. Em vez disso, representa uma fusão de valores originados de diferentes processos que, combinados, produzem um único valor capturado na base de dados e
- As relações entre os atributos e entre cada atributo e o atributo de classificação são sutis e ainda, para determinadas bases de dados, alguns atributos são mais significativos para algumas instâncias e menos significativos para outras.

Técnicas de análise mais eficazes são necessárias para estes tipos de bases de dados mais complexas. Os métodos de decomposição de matrizes podem, em alguns casos, fornecer uma análise mais eficiente; ou podem fornecer maneiras de tornar os dados mais claros, permitindo que técnicas convencionais possam ser empregadas.

Alguns métodos de decomposição de matrizes são conhecidos por centenas de anos, enquanto outros foram descobertos somente na última década. Em geral, seu custo computacional é elevado e, por isso, somente com a ampliação da capacidade computacional se tornou possível sua aplicação como ferramenta de análise de bases de dados.

1.5 Objetivos

A classificação de navios segundo o seu ruído irradiado ainda permanece uma área pouco divulgada, por motivos variados. Dentre os trabalhos publicados nesta área, a maioria deles se concentra na apresentação do classificador e de seus resultados, sem um estudo mais aprofundado sobre as características do sinal a ser processado e de possíveis métodos de sua decomposição. Um enfoque um pouco diferente é apresentado por (SOARES, 2001), que desenvolveu um estudo sobre a classificação do ruído irradiado, concentrando-se nos aspectos de pré-processamento que pudessem melhorar a discriminação entre as classes de navios, além de propor técnicas para a identificação de possíveis novas classes. No entanto, no tratamento do sinal capturado, não é levado em consideração o fato do sinal não ser estacionário, usando-se artifícios para uma aproximação estacionária; enquanto que nos métodos para seleção de atributos apresentados, não é levado a efeito o fato de que as instâncias de dados da classe minoritária apresentam poucos atributos fortemente correlacionados com a classe alvo, podendo ser eliminados pelo algoritmo de seleção.

Em geral, as bases de dados são tratadas como matrizes, onde as linhas representam instâncias e as colunas os diferentes atributos, neste tipo de estrutura cada instância é descrita através de um vetor de atributos. A aplicação de métodos de decomposição de matrizes na área de mineração de dados tem sido verificada com frequência, quando se tratam deste tipo de representação. No entanto, pouco se conhece sobre trabalhos empregando técnicas de decomposição onde as bases de dados são tratadas como tensores, com suas instâncias descritas através de matrizes.

Dadas às características da base dados disponibilizada para esse trabalho, onde o sinal acústico correspondente ao ruído irradiado pelos navios depende, simultaneamente, do tempo e da frequência, e levando-se em consideração a presença de possíveis efeitos colaterais correlacionados ao problema de “Pequenos Disjuntos”, sugere-se o emprego de métodos de análise tensorial no seu tratamento. Ressalte-se, ainda, que, para a base de dados desta aplicação, desconhece-se qualquer estudo onde empregam-se esses métodos.

Os métodos de análise tensorial agregam dois aspectos particularmente interessantes no processo de análise das bases de dados:

- O primeiro é que eles são capazes de “dissecar” os diferentes processos que foram empregados na fase de captura dos dados. Os efeitos dos processos que são irrelevantes para a tarefa de interesse, possíveis ruídos ou mesmo outros processos inevitáveis que estiverem entrelaçados com o processo de interesse, podem ser separados dos dados. Isto permite que uma modelagem subsequente, empregando um algoritmo trivial de mineração de dados, possa produzir melhores resultados. Este processo pode ser denominado de “Limpeza de Dados” e
- O segundo aspecto, agregado pelo processo de decomposição de matrizes é a segmentação de instâncias (ou atributos) de um conjunto de dados, seja diretamente pela maneira com que são derivados da decomposição da matriz, seja a partir de algum método padrão.

A decomposição tensorial também permite outras formas de análises, por exemplo, verificar qual a importância de uma instância ou atributo crítico, permitindo a representação dos dados em termos de um pequeno número de subestruturas.

O objetivo deste trabalho é apresentar uma proposta de implementação de um classificador de alvos segundo seu ruído irradiado.

Nos seus diferentes estágios de desenvolvimento empregam-se estratégias, tais como:

- A análise dos espectros dos sinais correspondentes aos ruídos irradiados pelos navios, objetivando definir um modelo de assinatura acústica associado ao conceito de tensor (matriz multidimensional), levando em consideração a variação da potência do sinal em função não somente da frequência, mas também em função do tempo.
- A utilização de algoritmos de decomposição de tensores (Análise Paralela de Fatores – PARAFAC (HARSHMAN, et al., 1994)), também conhecida como decomposição Canônica (CANDECOMP), para extração e filtragem de informações significativas e eliminação de possíveis interferências entre elas,

além de ruídos externos como o ruído do meio ambiente, possibilitando uma “limpeza” da base de dados.

- A análise do modelo de dados representativo do sinal característico do navio.
- A classificação utilizando uma rede *Multi Layer Perceptron* (MLP).

1.6 Contribuição do Trabalho

Cita-se a seguir, as contribuições relevantes deste trabalho:

- A análise do comportamento do sinal acústico percebido pelo SONAR passivo, simultaneamente nos domínios do tempo e da frequência.
- A pesquisa pela caracterização e implementação de um modelo de assinatura acústica utilizando a análise multi-modo como alternativa ao enfoque tradicional, que emprega diretamente os coeficientes da transformada de Fourier como atributos do modelo de assinatura acústica, conduzindo, em geral, ao processamento dos dados somente no domínio da frequência ou no domínio do tempo.
- A análise do emprego de técnicas de decomposição tensorial na fatoração do modelo de assinatura acústica produzido. Gerando uma base de dados compacta, eliminando as informações irrelevantes ou pouco relevantes ao processo de mapeamento navio-classe.
- Produção de um modelo de assinatura acústica imune ao “ruído de fundo”, dispensando a necessidade de um especialista para uma análise prévia do sinal e aplicação do filtro mais adequado.
- Um tratamento mais adequado para os problemas de desbalanceamento e possíveis correlacionamentos com o problema “Pequenos Disjuntos”, provavelmente, contidos na base de dados disponibilizada para esse trabalho.
- A implementação de um classificador de alvos SONAR, levando-se em consideração os métodos e análises acima citados aplicados às bases de dados disponíveis e
- A comparação de desempenho de classificação com os demais sistemas referenciados na bibliografia, que adotaram a mesma base de dados de gravação de sinais.

2 Sistema SONAR Passivo e os Ruídos Irrradiados pelos Navios

O SONAR utiliza a propagação do som para auxiliar a navegação ou a comunicação. Esta técnica é usada, normalmente, em meios subaquáticos, embora funcione também no ar. As ondas eletromagnéticas sofrem atenuações nos meios subaquáticos e, por isso, apenas sinais de alta potência e baixa frequência possuem um alcance útil. Já a comunicação óptica sofre com a absorção da luz pelo meio; pela dificuldade de realizar o alinhamento entre o transmissor e o receptor; a baixa eficiência em águas rasas; e a difração em partículas suspensas no meio. Por estes motivos as ondas acústicas são mais empregadas nos SONARES.

Leonardo da Vinci foi o precursor do estudo da propagação das ondas sonoras quando, em 1490, descreveu um instrumento que seria capaz de detectar sons submarinos e aproximações de navios (URICK, 1983). Desde então, o interesse em desenvolver dispositivos capazes de identificar os sons no meio aquático tem sido crescente.

No início do século XIX iniciou-se o estudo científico da acústica submarina e, em 1827, Colladon e Sturm criaram um dispositivo, testado no lago Genebra, na Suíça, que permitiu fazer as primeiras medições da velocidade do som na água (CLAY, et al., 1998).

Curiosamente, esta técnica ganhou mais foco após o desastre ocorrido com o navio Titanic, em 1912. Na época, as pesquisas nesta área começaram com o intuito de aumentar a capacidade de encontrar obstáculos à frente do navio e evitar acontecimentos como o do Titanic. A partir daí, dispositivos com a capacidade de detectar obstáculos e se comunicarem em código Morse foram instalados em submarinos. Com a explosão da Primeira Guerra Mundial, esses dispositivos começaram a ser usados para detectar a presença de submarinos inimigos. Já na Segunda Guerra Mundial, esta tecnologia estava bem difundida entre todos os países da que vieram a posterior a fazer parte da OTAN, e ainda em países como a Rússia, na utilização de comunicação subaquática. Na época, dizia-se que era o equivalente ao RADAR para meios subaquáticos. A diferença, no entanto, consiste na utilização de ondas de rádio, no RADAR; e ondas acústicas, no SONAR. Em geral, as ondas de rádio se propagam melhor no ar do que as ondas sonoras se propagam no mar.

Existem, basicamente, dois tipos principais de SONARES: o Ativo e o Passivo.

2.1 SONAR Ativo

Nos SONARES Ativos, um forte sinal sonoro (*tone burst*) é gerado a partir do intervalo de tempo entre a geração e o retorno do sinal refletido e conhecendo-se a velocidade do som na água, obtêm-se a distância até a fonte do eco. A potência do eco nos fornece informações sobre o tamanho do objeto, sua rigidez e outras informações relacionadas. Com estas informações, consegue-se extrair importantes características das embarcações próximas.

A Figura 2.1 mostra a detecção de um submarino por um navio de superfície utilizando o seu sistema de SONAR Ativo.

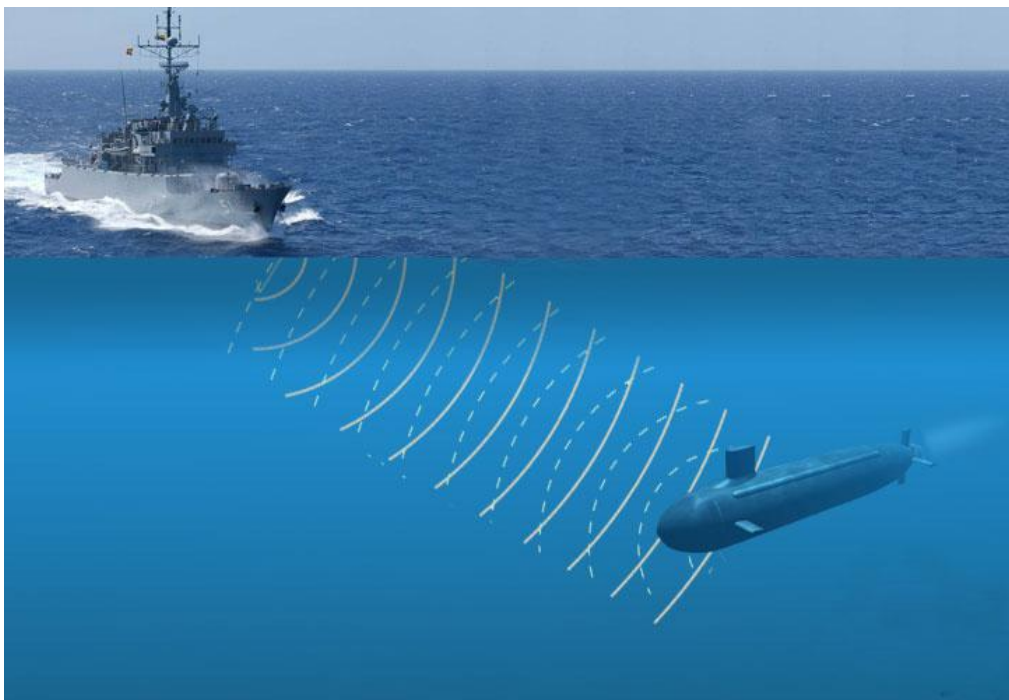


Figura 2.1 – Detecção de um Submarino pelo SONAR Ativo de um Navio de Superfície.

Com o desenvolvimento dos SONARES Ativos, estes passaram a ser usados por embarcações comerciais, principalmente na atividade pesqueira, para se determinar a profundidade da lâmina de água; e nos navios de guerra, para localizar alvos. Mas, em relação aos navios de guerra, existe um grande inconveniente para o seu emprego, principalmente nos submarinos, pois a emissão do sinal sonoro por parte do SONAR Ativo permite revelar a presença e a posição do navio que o está utilizando.

A Figura 2.2 ilustra o princípio de funcionamento do SONAR Ativo.

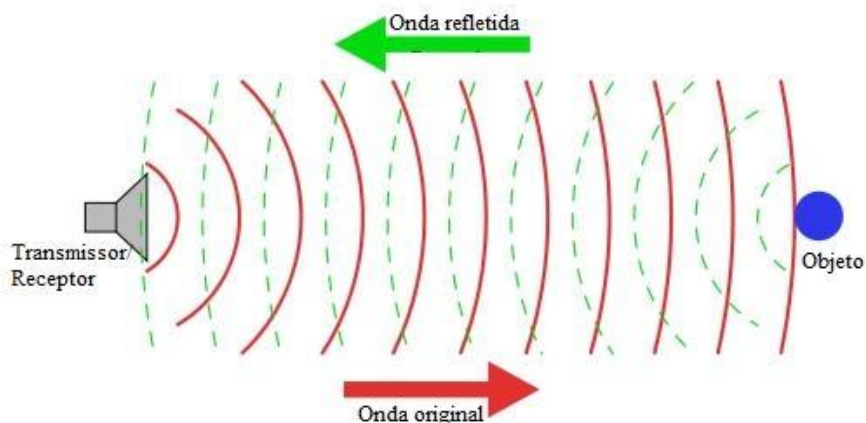


Figura 2.2 – Funcionamento do SONAR Ativo.

2.1.1 Problemas de Atenuação do Sinal do SONAR Ativo

Através da informação do tempo decorrido entre a emissão e o retorno do sinal gerado pelo SONAR Ativo, pode-se calcular a distância do objeto ecoado, com “relativa” precisão, pois os pulsos gerados sofrem diversos tipos de atenuação causados pela variação do meio, que mudam de acordo com as estações do ano, a posição geográfica e as condições atmosféricas. O som é uma ondulação mecânica e sua propagação é possível por causa da conexão elástica entre suas moléculas. As moléculas nos líquidos estão mais próximas umas das outras do que no ar, por isso, a velocidade do som na água é maior que no ar. A velocidade do som na água é de, aproximadamente, 1.500 m/s, quando a temperatura da água é de 8° Celsius. A velocidade e a direção das ondas sonoras dependem da temperatura, da salinidade e da profundidade da água (Poder Naval, 2007).

Por exemplo, o aumento da temperatura da água faz com que a velocidade do som seja maior. Quando o som se propaga através de camadas de água de diferentes temperaturas, ocorre o fenômeno da refração, que é o desvio da onda sonora. A refração pode ser negativa (verão) ou positiva (inverno).

Refração negativa (Figura 2.3) (Poder Naval, 2007): Durante o verão, a temperatura da água diminui com o aumento da profundidade. A onda sonora se desvia para o fundo do mar. Se um submarino estiver em menor profundidade, perto da superfície, o SONAR do navio poderá não detectar o submarino.

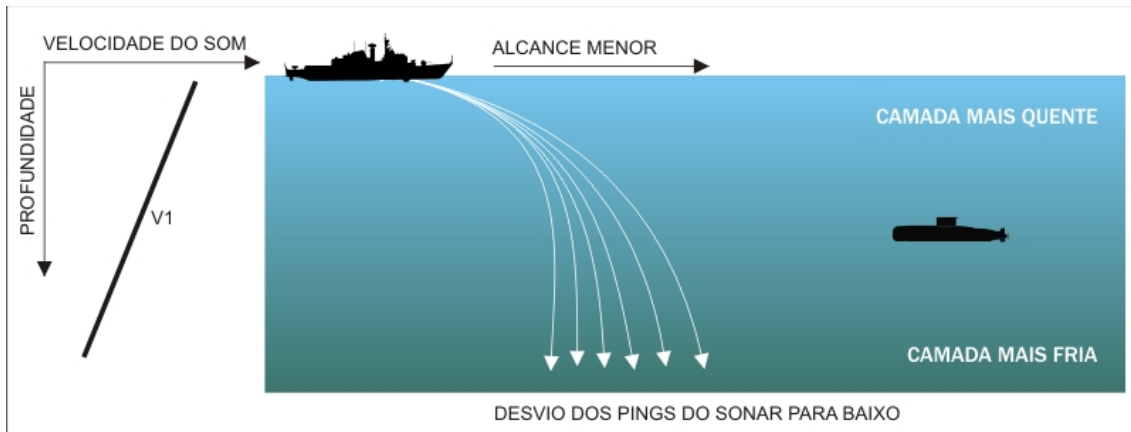


Figura 2.3 – Refração Negativa.

Refração positiva (Figura 2.4 e Figura 2.5) (Poder Naval, 2007): Durante o inverno, a temperatura da água aumenta com a profundidade. As ondas sonoras se curvam para a superfície do mar. Se um submarino estiver junto à superfície do mar, o navio poderá detectá-lo. A refração positiva amplia o alcance do SONAR.



Figura 2.4 – Comportamento das Ondas Sonoras com Refração Positiva.



Figura 2.5 – Detecção de um Submarino com Refração Positiva.

As termoclinas (Figura 2.6 e Figura 2.7) (Poder Naval, 2007): Quando se usa um batitermógrafo, é possível detectar camadas de água onde a temperatura é maior do que a camada mais quente da superfície, e que tem, logo abaixo dela, uma camada de água mais fria. Quando encontra uma camada de temperatura menor, a onda sonora se curva rapidamente para o fundo. A onda sonora vai para o fundo do mar e torna-se inútil. Se um submarino está submerso na termoclina ou abaixo dela, ele não será capturado pela onda sonora e assim permanecerá não detectado.

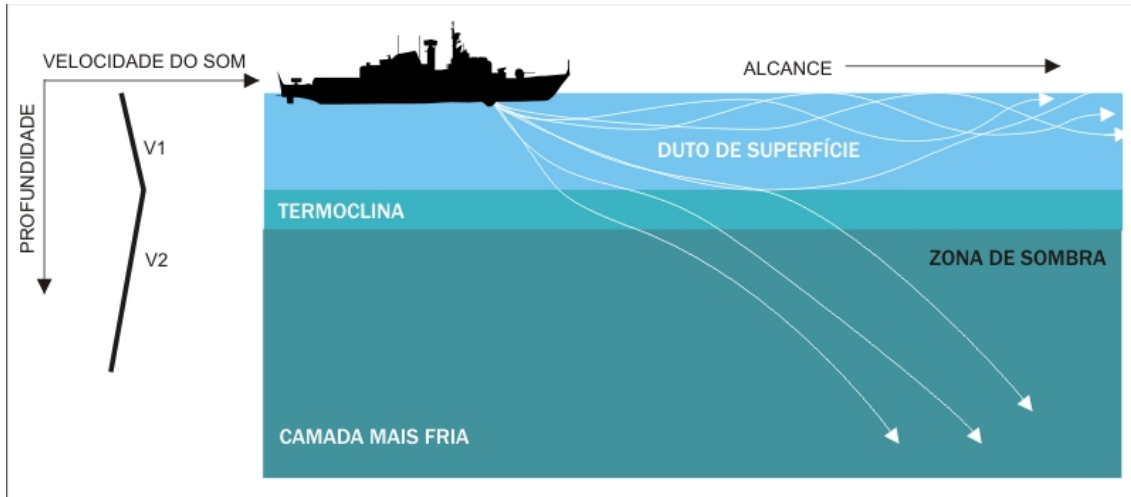


Figura 2.6 – O Fenômeno das Termoclinas.

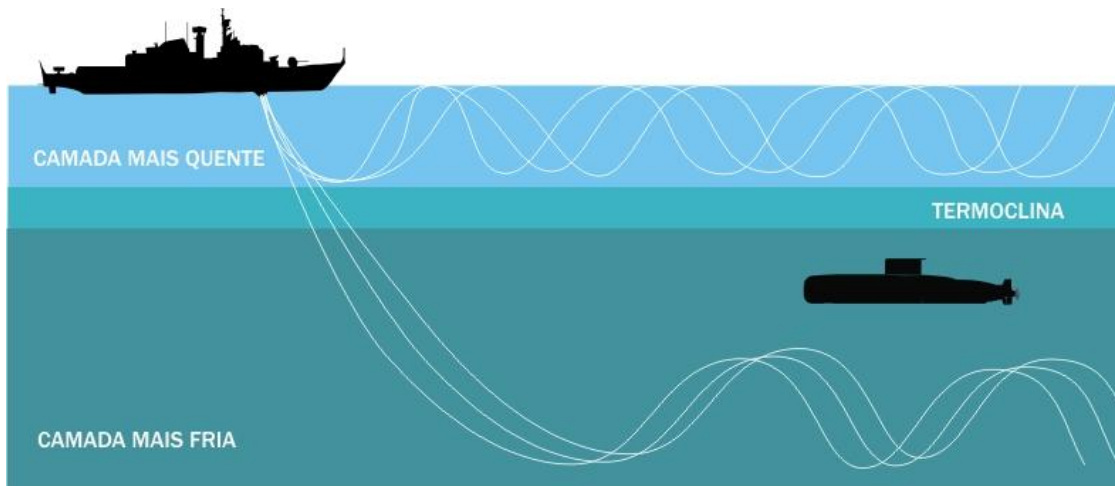


Figura 2.7 – As Termoclinas e a Detecção dos Alvos Posicionados no seu Interior ou abaixo delas.

2.2 SONAR Passivo

No caso dos submarinos e navios anti-submarinos, desenvolveu-se um novo conceito de SONAR, que não emite sinal sonoro, denominado SONAR Passivo.

O SONAR Passivo se utiliza da energia acústica propagada pelos navios para extrair suas características. O ruído captado é uma mistura do ruído do sistema SONAR próprio com o do ambiente e com ruído irradiado por outras embarcações, além do ruído da fauna e da flora locais (URICK, 1983). Um sistema de SONAR Passivo é projetado para retirar do ruído à sua volta o máximo de informações possíveis.

Normalmente, os SONARES Passivos dividem-se, distintamente, em função dos tipos de sinais que buscam detectar (NEVES, 2008):

- **Anomalias Temporais** (sinais transitórios) – são os denominados interceptadores, os quais detectam as emissões voluntárias de um sistema emissor, ou seja, as transmissões dos SONARES Ativos.
- **Anomalias Espaciais do Ruído** (ruídos de banda larga) – chamados comumente de SONARES de banda larga, buscam uma região onde o nível de ruído é notadamente mais elevado dentro de uma ampla gama de frequências (basicamente de 1 a 12 KHz). São ruídos de origem hidrodinâmica e de propulsão, os quais apresentam dados de presença e, eventualmente, de velocidade e
- **Anomalias Freqüenciais do Ruído** (ruídos de banda estreita) – denominados SONARES de banda estreita, visam obter, dentro do espectro do ruído, as frequências nas quais há uma maior concentração de energia. O domínio em que ocorre a presença mais efetiva destes tons dificilmente ultrapassa a freqüência de 1 KHz. São ruídos de origem mecânica ou elétrica, que fornecem informações de classificação do alvo emissor. As anomalias supracitadas podem ser percebidas por sistemas diversos como, por exemplo: SONARES de submarinos, bóias radiofônicas lançadas por aeronaves e SONARES de navios de superfície. Estes últimos são concebidos para a detecção, acompanhamento e posterior fonte de dados, para o ataque à submarinos pelos sistemas de armas de bordo.

No sistema SONAR de banda estreita, um sensor direcional capta os ruídos à sua volta. Este sensor constitui-se de um arranjo de hidrofones, cujas características determinam a direção, a faixa de frequência e a imunidade ao ruído próprio. O SONAR forma feixes em várias direções e constrói um mapa que representa a energia em cada um desses feixes, em função do tempo. Este mapa é denominado Marcação x Tempo e é usado na detecção de contatos, a partir da observação de quando a energia de um feixe aumenta consideravelmente em relação ao ruído de fundo, em feixes adjacentes; ou no mesmo feixe, em instantes anteriores. Outro tipo de mapa, também empregado na detecção de contatos, é o mapa Marcação x Frequência, que representa, em um dado instante, as frequências associadas ao ruído captado, para cada marcação. A Figura 2.8 apresenta um diagrama esquemático para um SONAR Passivo típico (SOARES, 2001).

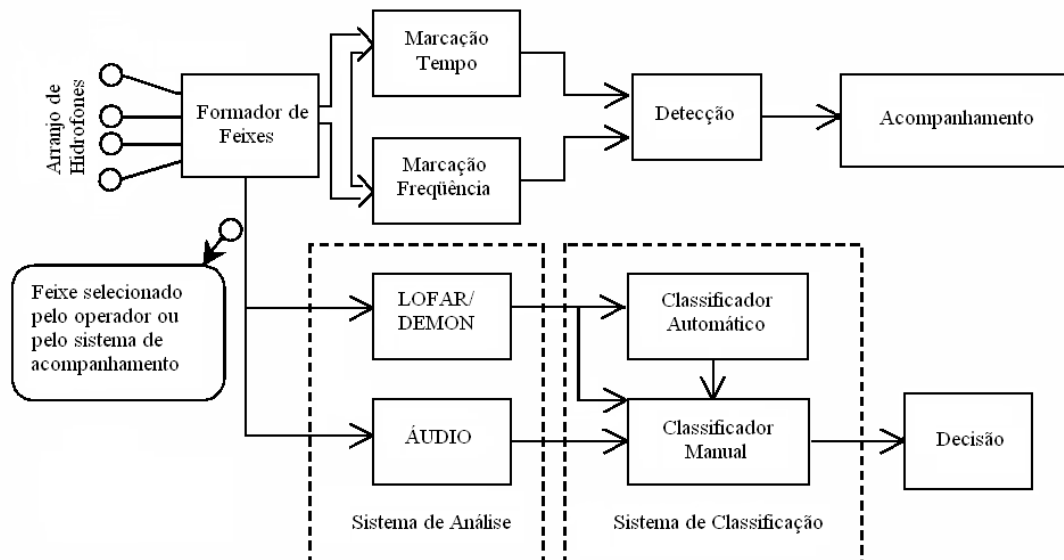


Figura 2.8 – Diagrama Típico de um Sistema SONAR Passivo.

A bordo dos navios de guerra, quando um contato é detectado em uma determinada marcação, este é prontamente designado para o sistema de acompanhamento, que tomará todas as medidas cabíveis sobre este, em função das necessidades operativas. Esse contato pode ser também designado para os módulos de análise e classificação. Neste caso, um feixe direcional, especial para os módulos de análise e classificação, é formado na marcação do contato e fornece o sinal necessário às análises LOFAR e DEMON (Seção 3.1.2), além de um sinal de áudio para o OS. Caso o contato mude de marcação, o sistema de acompanhamento avisa ao formador de feixes que, imediatamente, corrige o feixe de análise e classificação.

Caso o navio possua um sistema de classificação automática de alvos, todo o sinal recebido é classificado e as medidas pertinentes são tomadas. É importante ressaltar que cabe sempre ao operador sonar a última palavra em termos de classificação de contatos, podendo, mesmo, ativar o classificador automático para processar a reclassificação de um alvo previamente identificado.

2.3 Ruídos Irrradiados pelos Navios

Ao se deslocar, um navio ou um torpedo constitui-se em grande fonte emissora de energia acústica, não somente devido ao sistema de propulsão, mas também a outras fontes de energia sonoras envolvidas no processo, que permitem as condições necessárias para mantê-lo em estado operativo. Entre as principais fontes irradiadoras de som destacam-se (URICK, 1983): ruído das máquinas (principais e auxiliares), ruído dos hélices e ruído hidrodinâmico gerado pelo fluxo da água ao passar pelo casco. A Tabela 2.1 apresenta essas fontes para um sistema de propulsão diesel-elétrica e as partes do navio responsáveis pela sua geração (URICK, 1983).

Tabela 2.1 – Fontes Irradiadoras de Ruído em um Navio de Propulsão Diesel-elétrica.

Tipo de ruído	Origem do ruído
Ruído de máquinas:	Máquinas principais de propulsão: motores a diesel, motores principais, engrenagens redutoras e turbinas. Máquinas auxiliares: geradores, bombas e equipamentos de ar condicionado.
Ruído de hélice:	Cavitação no hélice ou próximo dele. Excitação ressonante do casco induzida pelo hélice.
Ruído hidrodinâmico:	Ruído de fluxo irradiado. Excitações ressonantes de cavidades. Cavitação em estruturas e apêndices.

As máquinas existentes nas embarcações podem estar diretamente relacionadas com a propulsão (motores diesel, motores principais, engrenagens redutoras, turbinas), chamadas de máquinas principais; ou podem estar relacionadas com a manutenção das condições necessárias para a navegação, mas sem estar diretamente ligadas à propulsão (geradores, bombas, equipamentos de ar condicionado), chamadas de máquinas auxiliares.

Os motores a diesel têm certo número de cilindros e a taxa de disparo destes determinará a frequência dominante do ruído gerado. Motores elétricos e geradores produzem um ruído na frequência da rotação do eixo e também em múltiplos desta, correspondendo ao número de pólos da armadura multiplicado pela frequência de rotação. No conjunto das máquinas principais, as engrenagens redutoras são também uma fonte de ruído muito significativa. Elas são responsáveis pelo acoplamento entre o eixo do motor de propulsão e o eixo do hélice e, em algumas vezes, podem provocar mais ruído que os motores. Sua frequência fundamental corresponde ao número de dentes contados por segundo. A Figura 2.9 apresenta um diagrama das fontes de ruído de máquinas em uma embarcação com propulsão diesel-elétrica (SOARES, 2001).

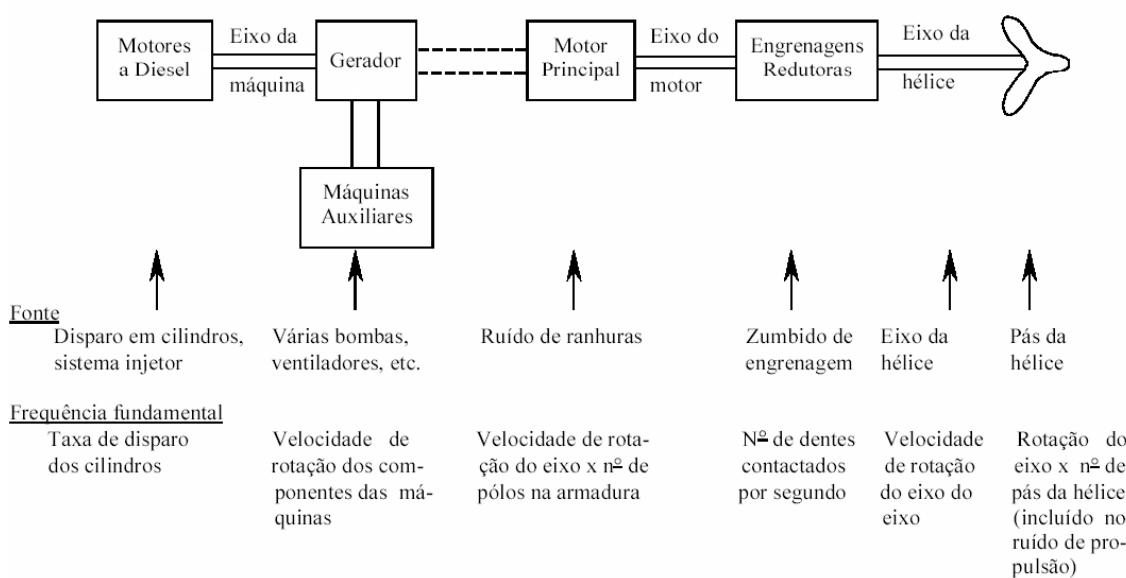


Figura 2.9 – Diagrama das Fontes de Ruído de Máquinas de um Navio.

O ruído produzido por cada máquina é gerado em frequências precisas e em seus harmônicos. Isto é chamado de ruído tonal, ou ruído de banda estreita, e aparece como picos estreitos no espectro da assinatura acústica do navio. Modificações nas condições de operação do navio farão com que as máquinas tenham comportamentos diferentes. Máquinas associadas à propulsão geram ruído em uma frequência maior, à medida que a velocidade do navio aumenta, mas as máquinas auxiliares, como por exemplo, geradores e o sistema de ar condicionado, não se alteram. As frequências em que estas máquinas auxiliares geram som, e a sua estabilidade, podem revelar informações úteis para a identificação da embarcação. Um ponto importante é que o sinal acústico irradiado por um navio se modifica de acordo com o conjunto de máquinas em operação a bordo (DAMAS, et al., 2006).

O ruído gerado pelas máquinas é transmitido ao casco e deste ao oceano. Este processo de transmissão e acoplamento casco/água é muito importante do ponto de vista militar. A transmissão do som através do casco é um ponto de destaque na pesquisa naval e absorvedores de choque são essenciais para diminuir a emissão do ruído. O hélice, embora seja parte integrante das máquinas de propulsão, tem características distintas no que tange ao ruído irradiado e, por isso, é entendido como uma fonte de ruído em separado das máquinas. O ruído das máquinas é produzido no interior das embarcações, sendo transmitido à água através do casco; já o ruído do hélice se origina externamente ao casco, pelo hélice em movimento. Os hélices geram diferentes sons, dependendo se estão cavitando ou não e conforme o nível de cavitação (SOARES, 2001) e (ROSS, 1987).

A principal fonte do ruído do hélice é o ruído de cavitação; o som produzido é um chiado que normalmente domina o extremo de alta frequência do espectro do ruído do navio. Esse ruído é modulado em amplitude, com aumentos periódicos de amplitude ocorrendo na velocidade de rotação do eixo propulsor, ou na frequência das pás dos hélices, correspondendo à frequência do eixo multiplicado pelo número de pás. Esta modulação, chamada de "batidas do hélice", é usada pelo OS para auxiliar na identificação dos contatos e para estimar a sua velocidade. Modificações no formato dos hélices já conseguiram reduzir, drasticamente, o ruído de cavitação. Contudo, a total eliminação é muito difícil. Os submarinos mais modernos possuem grandes hélices com muitas pás, o que diminui a cavitação, mas à medida que a velocidade aumenta ainda aparece o ruído de cavitação (DAMAS, et al., 2006).

O ruído hidrodinâmico se origina no fluxo irregular de líquido passando pela embarcação em movimento. As flutuações de pressão associadas a este fluxo podem ser irradiadas diretamente, como som a certa distância, ou podem excitar partes da embarcação em vibração ressonante. Exemplos desta excitação e irradiação acontecem no caso do "hélice cantante", onde as pás do hélice são excitadas pelo fluxo, em uma vibração ressonante (DAMAS, et al., 2006).

Cada uma dessas fontes de ruído tem uma banda de frequência típica e exibe diferentes comportamentos sob diferentes condições. A maioria da informação está entre 10 e 2.000 Hz, embora existam informações importantes em outras frequências (JESUS, et al., 2007). A Figura 2.10 mostra algumas dessas bandas de frequências e o seu relacionamento com as fontes de ruído irradiado (LOBO, 2002).

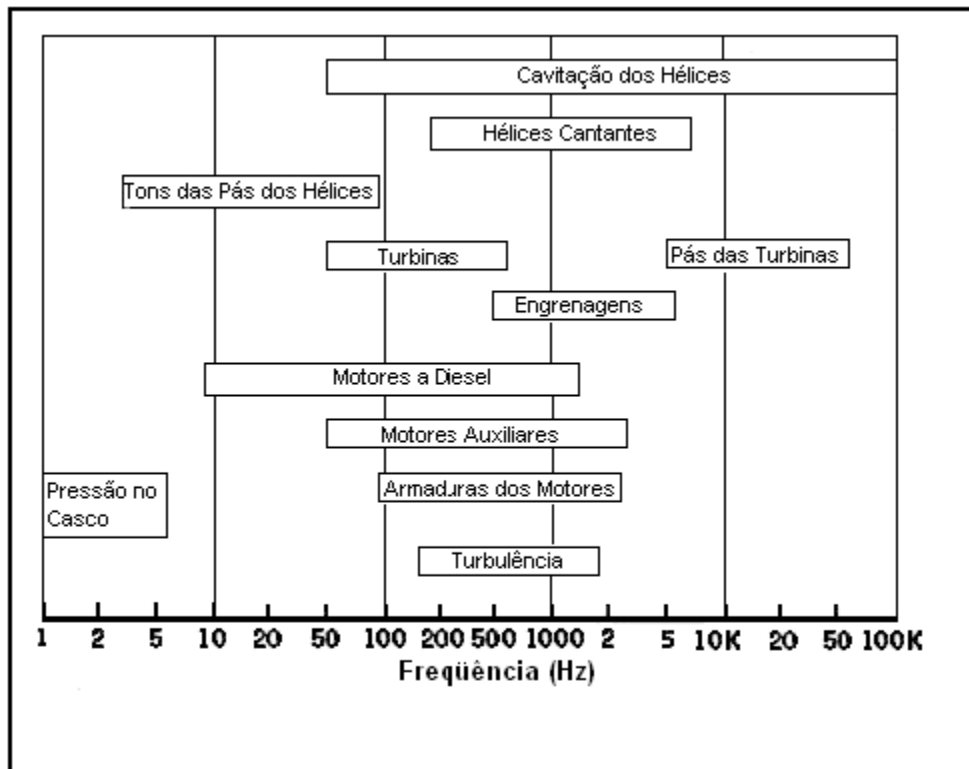


Figura 2.10 – Fontes de Ruído e as Bandas de Frequências Relacionadas.

2.4 Características de Geração, Transmissão, Propagação e Recepção das Ondas Acústicas

Na execução da Navegação Eletrônica e em outras atividades relacionadas à navegação, existem, basicamente, duas maneiras de se operar em diferentes meios, através das ondas eletromagnéticas ou das ondas acústicas. O primeiro caso inclui a radionavegação, o radar e as comunicações. As ondas acústicas compreendem o emprego do som, das ondas sonoras e ultra-sonoras na navegação.

Tanto as ondas eletromagnéticas como as acústicas podem se propagar na atmosfera, embora as primeiras o façam com maiores vantagens. Essas vantagens fazem com que as ondas eletromagnéticas dominem, completamente, o panorama dos sistemas de navegação para uso na atmosfera e no espaço. No oceano a situação se inverte e as ondas acústicas dominam os sistemas desenvolvidos para atuar neste meio.

Pelo fato das ondas eletromagnéticas (EM) não se aplicarem ao escopo deste trabalho, nos limitaremos ao estudo das características das ondas acústicas.

A onda acústica é uma forma de energia mecânica, que se propaga pelo movimento de partículas ou moléculas. Entretanto, uma onda sonora não transporta matéria, mas sim energia. Se imaginarmos um diafragma imerso em um meio no qual se imprima, mecânica ou eletricamente, uma vibração, observar-se-á a formação de regiões de compressão e rarefação, na medida em que o diafragma oscile entre suas posições extremas. As partículas comprimidas, agindo sucessivamente sobre as camadas adjacentes, propagam este efeito, fazendo com que ele se afaste da fonte de perturbação. Uma molécula individual na água quando a primeira perturbação a atinge, ela se move primeiro numa direção e depois em sentido oposto. A molécula, de fato, tende a manter a sua posição média de repouso, vibrando em torno de sua posição inicial, à semelhança das moléculas do diafragma. Evidentemente, outras causas, tais como as correntes, poderão provocar uma variação dessa posição média; as vibrações causadas pelo diafragma, entretanto, não o farão. A vibração molecular ocorre na direção de propagação da onda, motivo pelo qual as ondas acústicas são chamadas de ondas longitudinais (CLAY, et al., 1998).

O comprimento de onda λ de uma onda acústica tem uma relação com a sua frequência f pela Equação 2.1.

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad (2.1)$$

Onde v é a velocidade do som na água.

A Figura 2.11 apresenta o espectro acústico, que se estende de zero até cerca de 100 KHz.

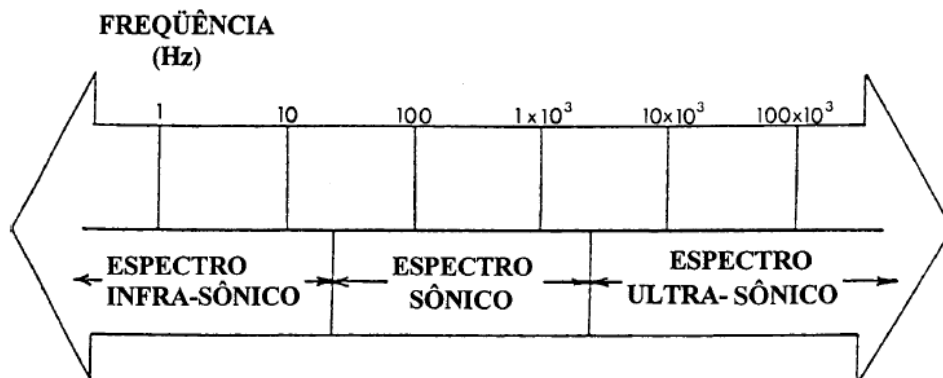


Figura 2.11 – Espectro Acústico se estendendo de zero até cerca de 100 KHz.

Existem três divisões principais dentro dessa faixa: A região de 0–20 Hz é chamada de infra-sônica ou subsônica; de 20–20.000 Hz, tem-se a região sônica; e acima de 20.000 Hz, a região ultra-sônica. As frequências sônicas são aquelas que o ouvido humano pode detectar.

Os SONARES navais, em geral, operam na faixa sônica. Os Passivos na parte inferior (20 – 5.000 Hz) e os Ativos na parte superior (1 – 20 KHz). Existe alguma superposição, uma vez que é possível projetar SONARES que possam operar em ambos os modos e na mesma frequência.

Os efeitos que afetam a propagação das ondas acústicas e influenciam, diretamente, no desempenho dos sistemas e sensores utilizados em navegação são: Dispersão, Absorção, Reflexão e Refração.

As ondas sonoras estão sujeitas a esses efeitos ou fenômenos e, dependendo da natureza, das fronteiras do meio e da frequência da onda, alguns desses fenômenos predominam sobre os outros.

A atenuação da propagação de uma onda se processa de duas formas: por Dispersão e por Absorção.

- **Dispersão:**

A energia disponível para a obtenção de um eco decresce com a distância porque o impulso se dispersa à medida em que se afasta da fonte. A queda de intensidade da energia irradiada é proporcional ao quadrado da distância percorrida. Se considerarmos que a energia refletida que produz um eco percorre a distância nos dois sentidos, vemos que a intensidade do som é rapidamente atenuada na água.

- **Absorção:**

As ondas sonoras perdem uma pequena parcela de energia para cada partícula do meio. Esta energia perdida pode ser considerada como uma dissipação de calor, da qual resultará um crescimento do movimento aleatório das partículas ambientais. Embora vários fatores, como a salinidade e o espalhamento, influenciem na absorção das ondas sonoras ao se propagarem no mar, o fator predominante é a frequência. A Figura 2.12 apresenta uma curva de variação da absorção pelo oceano, em função da frequência. Pode ser identificado na curva o aumento substancial da absorção com o aumento da frequência, razão pela qual as frequências elevadas não são utilizadas em

sistemas de SONAR de longo alcance. Quanto menor a frequência, menor a absorção, portanto, o SONAR que opera em baixa frequência terá maior alcance.

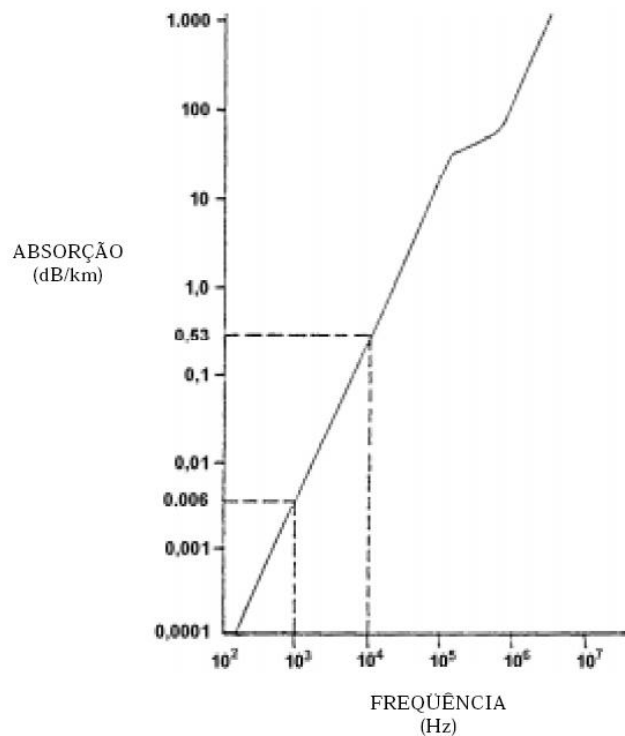


Figura 2.12 – Absorção x Frequência.

- **Reflexão:**

A reflexão das ondas acústicas é um fator indispensável ao funcionamento dos sensores ativos. No estudo da reflexão das ondas sonoras, devem ser consideradas, além do próprio alvo, as superfícies que limitam a sua propagação, no caso, a superfície e o fundo do mar. Dependendo da profundidade, das características do fundo e das potências envolvidas, as ondas sonoras podem sofrer várias reflexões entre a superfície e o fundo.

A presença de corpos estranhos no meio, tais como partículas em suspensão, algas, peixes, bolhas, etc., causam um espalhamento da energia sonora. A quantidade de energia espalhada é função do tamanho, densidade e concentração desses corpos estranhos, bem como da frequência da onda sonora. A parcela da energia sonora espalhada que retorna à fonte toma o nome de reverberação.

A reverberação decorrente da reflexão das ondas sonoras em corpos estranhos ao meio é a chamada reverberação de volume ou de meio. Este tipo ocorre,

principalmente, a distâncias relativamente grandes, pois é causada, na sua maior parte, pelas camadas mais profundas. A reverberação de volume independe das condições de vento, do estado do mar ou de sua estrutura térmica.

O outro tipo a se considerar é a reverberação de limite, as barreiras físicas que confinam a propagação do som na água: o fundo e a superfície do mar. As reverberações de superfície diminuem com a distância e aumentam com o estado do mar, não só pela maior quantidade de bolhas na superfície, como, também, pela reflexão desordenada dos raios sonoros que chegam a ela, fazendo com que grande quantidade deles retorne à fonte (BURDIC, 1991).

A reverberação de fundo sofre influência da natureza, das irregularidades do fundo e, ainda, do próprio comprimento de onda. Além da absorção pelo fundo de uma considerável parcela de energia, dependendo das suas características e do ângulo de incidência da frente de onda, poderá ocorrer, ou não, um deslocamento de fase no fundo. A reverberação de fundo assume importância quando operando em águas rasas (menos de 200 metros). Um fundo de pedra, coral ou conchas é uma fonte potencial de reverberação, ao passo que a areia funciona como um bom refletor, permitindo que a maior parte da energia siga a sua trajetória. Um fundo de lama não causará reverberação significativa, porém atuará como absorvente de energia sonora.

Na reflexão das ondas acústicas no fundo, o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão.

- **Refração:**

Sempre que uma frente de onda, EM ou sonora se propagar por um meio onde ocorre uma variação de densidade, haverá um encurvamento do feixe de ondas. Dos dois meios considerados, atmosfera e oceano, o segundo é o mais variável. Assim, a refração das ondas sonoras assume um papel importante na propagação nesse meio. Em última análise, a causa da refração é a variação da velocidade de propagação. A velocidade do som é função do meio. À medida em que o som se propaga em um determinado meio, sofre encurvamentos na direção das regiões em que a velocidade é menor (Lei de Snell).

Recebe o nome de refração a mudança de direção que uma onda EM ou sonora sofre quando passa de um meio de propagação para outro. Essa alteração de direção é

causada pela variação da velocidade de propagação que a onda sofre. O principal fator que causa a refração da onda sonora no mar é a mudança da temperatura.

As maiores variações de temperatura ocorrem nas profundidades menores, até cerca de 1.000 metros. Nesta faixa, a velocidade do som varia quase proporcionalmente à temperatura. Abaixo dessa profundidade, a temperatura é quase constante, e as variações são causadas, principalmente, pela pressão. A combinação desses efeitos faz, geralmente, com que um raio sonoro seja inicialmente encurvado para baixo, em direção às maiores profundidades, até um ponto em que essa tendência se inverte e o raio começa a se encurvar para cima. Se a profundidade local for suficiente, o raio poderá sofrer refrações sucessivas nas regiões profundas e na superfície, guardando certa semelhança com as reflexões sucessivas entre os limites – fundo e superfície. A grande diferença entre os dois fenômenos é que, no caso da refração, desenvolve-se um efeito de focalização dos raios sonoros, à medida em que eles se aproximam da superfície. Esse efeito, chamado de convergência, cria uma região de forma anular, que circunda a fonte, chamada zona de convergência, onde a intensidade sonora é maior do que nas regiões vizinhas. A trajetória de um feixe sonoro ao se deslocar na massa líquida irá depender das propriedades da área considerada (temperatura, salinidade e pressão) e do seu perfil de velocidade do som. Essa trajetória pode variar desde uma simples linha reta até configurações bastante complexas. Pode-se, para facilidade de raciocínio, imaginar que a massa líquida seja composta de uma série de camadas superpostas, nas quais a temperatura, a pressão, a salinidade e, conseqüentemente, a velocidade do som, são constantes. Tem-se, assim, uma série de pequenas separações que, justapostas, formam o encurvamento final do feixe. Figura 2.13 (CLAY, et al., 1998).

A Figura 2.13 mostra um perfil de temperatura negativo, com o conseqüente encurvamento do feixe para baixo. Caso se tratasse de um perfil positivo, o encurvamento ocorreria em sentido contrário, isto é, para cima. O traçado apresentado é, na realidade, mera aplicação da Lei de Snell, que estabelece uma relação matemática entre a velocidade do som V , nas regiões limítrofes das camadas vizinhas, e o ângulo θ , formado pelo feixe sonoro com aquela linha hipotética.

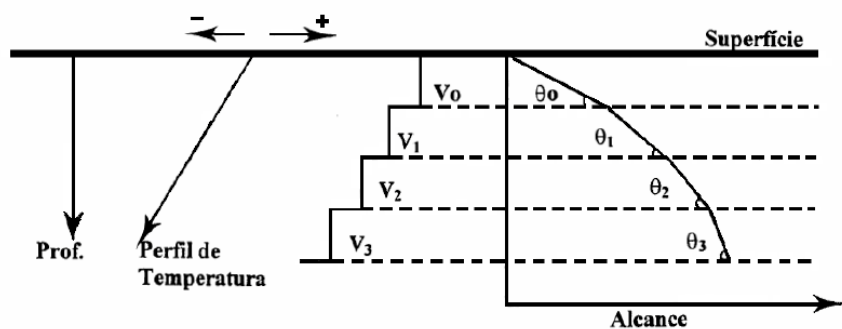


Figura 2.13 – Traçado do Feixe Sonoro.

2.5 Propagação do Ruído Irrradiado pelos Navios

O ruído gerado pelo maquinário de uma embarcação pode ser considerado como um ruído estacionário no sentido amplo, desde que não haja alterações no regime das máquinas, no rumo e/ou na velocidade do navio. Esta situação, em geral, permanece em grande parte do tempo, sendo alterada somente quando o navio efetua alguma manobra ou altera o seu regime de máquinas. Após essas manobras, as máquinas retornam a uma condição estável, embora não retornando, obrigatoriamente, ao regime anterior. O ruído gerado pelo navio representa uma composição de diversos ruídos provenientes de diferentes fontes no interior da embarcação, conforme descrito anteriormente.

No entanto, um fato relevante é que ao se propagar pelo meio aquático, a composição dos ruídos produzidos por um navio sofre alterações, o que faz com que o sinal recebido por um SONAR distante não seja mais um sinal estacionário, seja pela agregação do ruído ambiente, ou seja pelas perdas provocadas durante a propagação do ruído no meio, o que torna latente a necessidade do emprego de métodos que possam melhor tratar o ruído irradiado pela embarcação, de maneira a extrair deste os atributos referentes somente ao ruído gerado pelo navio, quando o interesse for o de melhor caracterizá-lo.

Com relação aos ruídos relacionados com o meio ambiente, pode-se citar alguns exemplos: os ruídos produzidos pela fauna marinha; os ruídos produzidos por atividades sísmicas; os ruídos provocados por variações nas condições atmosféricas, interagindo com a água do oceano e provocando perturbações no meio; além do tráfego marinho e das plataformas de petróleo, que produzem ruídos próprios.

2.6 Processo de Medição do Ruído Irrradiado pelos Navios

Como explicado na seção anterior, ao alcançar, finalmente, o sensor de um SONAR, o ruído irradiado por um navio se apresenta, em geral, de forma bem distinta daquela apresentada na sua origem. Estas alterações variam no tempo, em função do meio, fazendo com que o sinal recebido pelo sensor não mais possa ser considerado estacionário. No entanto, como na maioria dos casos, essas variações se processam muito lentamente quando comparadas aos tempos de análise empregados, com esse ruído costumeiramente considerado como localmente estacionário (PFLUG, et al., 1997), em (SOARES, 2001) foi apresentado um estudo com essas considerações.

Além de sofrer os efeitos de espalhamento e atenuação em função do meio, o ruído irradiado recebido pelo sensor SONAR também se encontra impregnado com os denominados ruídos de fundo: ruídos provenientes do meio em que está inserido; ruídos oriundos de outras embarcações; e, os ruídos originados pelo próprio sistema SONAR.

Os diversos tipos de SONARES empregam diferentes tipos de arranjos de sensores para capturar o ruído irradiado, em função de suas características operacionais, variando desde a configuração mais simples, composta de um simples hidrofone omnidirecional, até arranjos complexos de hidrofones.

Quando o principal propósito é a aquisição de um conjunto de dados, visando o processo de classificação de navios a partir do seu ruído irradiado capturado pelo SONAR passivo, têm-se outros obstáculos a serem transpostos, entre eles podemos citar, como principal, o número de classes de navios existentes. Cada uma dessas classes, em geral, se subdivide em outras classes que englobam navios com características acústicas que, muitas vezes, são muito diferentes entre si. Neste caso, a solução mais simples parece a de se obter gravações dos ruídos gerados por todos os navios, solução essa inviável, pois, por questões estratégicas, não seria interessante para as marinhas de outros países que seus navios fossem facilmente identificáveis. Ainda que fosse do interesse das marinhas tal procedimento, esbarrar-se-ia na dificuldade de fazê-lo, pois, em função das necessidades operacionais, pode tornar-se necessária a alteração da configuração de máquinas do navio em função da missão a ser executada.

Quando se dispõe das condições necessárias para a medição do ruído irradiado, o procedimento consiste em registrar esse ruído em várias velocidades e com diferentes configurações de máquinas do navio. Este procedimento, em geral, é efetuado em um ambiente controlado, onde a profundidade é invariável e conhecida. A temperatura da água e o ruído de fundo também fazem parte do conjunto de variáveis controladas.

Ressalta-se, ainda, que muito pouco se conhece sobre medições e estudos efetuados em ambientes onde não se possui um mínimo de controle sobre as variáveis envolvidas no processo de captura do ruído irradiado pelo navio.

3 O Conjunto de Dados

O conjunto de dados utilizados neste trabalho foi disponibilizado pelo Grupo Sonar do Instituto de Pesquisas da Marinha (IPqM), por ocasião do V Encontro de Tecnologia em Acústica Submarina (V ETAS). As gravações correspondem a ruídos irradiados por navios, adquiridos em diversas corridas⁴ realizadas na raia acústica do Instituto de Estudos do Mar Almirante Paulo Moreira (IEAPM), da Marinha do Brasil, em Arraial do Cabo, RJ. Cada corrida corresponde à passagem de um navio sobre um hidrofone não direcional, posicionado próximo ao fundo, em um local com profundidade em torno de 45 metros. A Figura 3.1 mostra o diagrama de uma corrida na raia. Para cada corrida, o navio manteve rumo, velocidade e configuração de máquinas constantes. O navio iniciou sua corrida a cerca de 1000 metros antes do hidrofone e a encerrou a cerca de 500 metros depois de passar pelo Ponto de Maior Aproximação (PMA) do hidrofone. O sinal recebido pelo hidrofone foi gravado e digitalizado utilizando-se uma frequência de amostragem de 22050 Hz, com 16 bits de resolução de amplitude. Para cada corrida, foram selecionados trechos que apresentassem características significativas dos navios que pudessem ser importantes para a discriminação entre as classes.

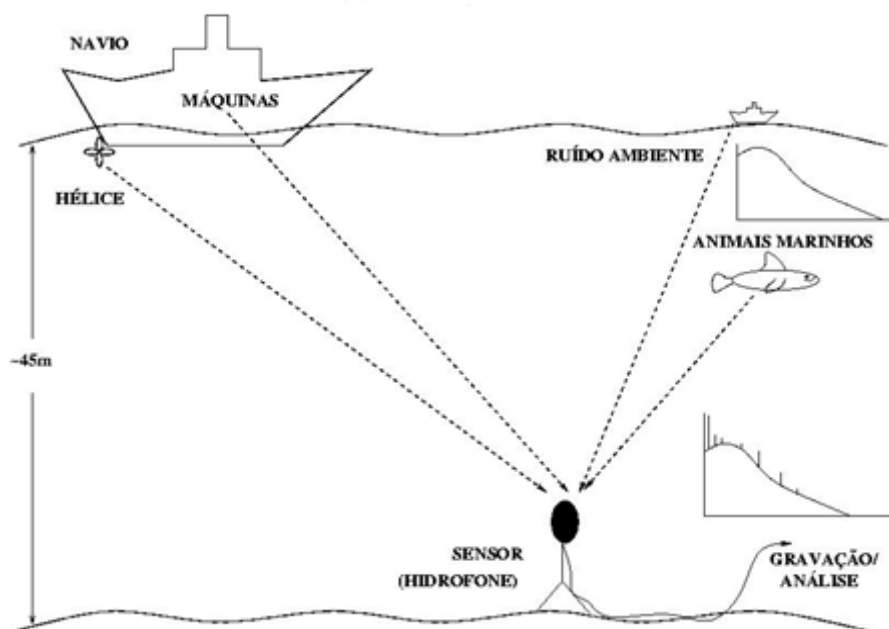


Figura 3.1 – Diagrama Esquemático de uma Corrida de um Navio na Raia Acústica.

⁴ Percurso realizado pelo navio ao longo da raia acústica.

Foram escolhidos navios pertencentes a quatro diferentes classes (mínimo de dois navios por classe). As classes foram identificadas por letras (A, B, C e D) e cada navio foi identificado pela letra de sua classe, seguida de um número sequencial, começando em 1 (A1, A2, B1, B2, ...).

Para cada corrida realizada por um navio com uma determinada configuração de máquinas, foram obtidos seus respectivos espectrogramas e demogramas. De cada espectrograma, foram extraídas as informações relacionadas com os tons (amplitude espectral em função da frequência e do tempo) presentes no ruído irradiado e, do demograma correspondente, foi obtida a velocidade de rotação do eixo principal do navio (RPM).

Para cada corrida, estão disponíveis um arquivo de áudio, no formato "Windows *.WAV", e um arquivo com um mapa espectral do áudio. Os nomes dos arquivos contêm sete ou oito letras no formato: **nnCaaccc**. Onde **nn** é o código do navio (A1, B1, ...), **C** corresponde apenas a um separador de códigos, **aa** é o ano da gravação (97, 98, ...) e **ccc** é a identificação da corrida, podendo ser usados dois algarismos e uma letra opcional (01, 01A, 05, 05F,...). Assim, o arquivo A1C9701 corresponde à corrida 01 realizada em 1997 com o navio 1, da classe A.

A Figura 3.2 apresenta o exemplo de um sinal (correspondente a corrida G2C9011) no domínio do tempo.

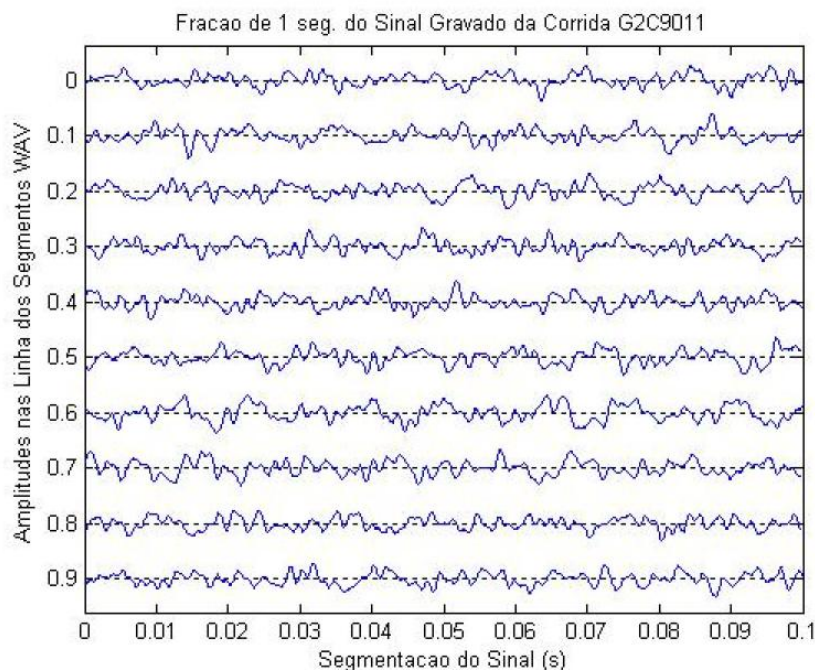


Figura 3.2 – Exemplo da Leitura do Arquivo tipo *wave*.

Os arquivos de áudio podem ser acessados usando-se qualquer aplicativo de reprodução de áudio no ambiente Windows, já os arquivos com o mapa espectral não têm extensão e estão gravados em um formato especial, que pode ser lido, por exemplo, no MATLAB. Em (SOARES, et al., 2001), (SEIXAS, et al., 1999) e (SOARES, et al., 2001) foram apresentados trabalhos com tipos de dados semelhantes.

Os dados utilizados na classificação são compostos, então, pelas informações extraídas dos tons e pela RPM obtida em cada corrida. A Tabela 3.1 apresenta, para cada classe, o número de corridas realizadas por cada navio, com diferentes configurações. Devido ao fato dos navios serem navios de guerra, pertencentes à MB, os nomes dos navios e suas classes não são aqui identificados.

Tabela 3.1 - Número de Corridas realizadas por Navios com Diferentes Configurações.

CONJUNTO DE CORRIDAS							
						TOTAL	%
CLASSE A						89	35,2
NAVIO	A1	A2	A3	A4	A5		
# de corridas	16	12	24	37	--		
CLASSE C						82	32,4
NAVIO	B1	B2	B3	B4	b5		
# de corridas	15	39	06	08	14		
CLASSE F						58	22,9
NAVIO	C1	C2	C3	C4	C5		
# de corridas	16	14	07	21	--		
CLASSE J						24	9,5
NAVIO	D1	D2	D3	D4	D5		
# de corridas	12	--	--	12	--		
TOTAL DE CORRIDAS						253	100

3.1 Limpeza dos Dados

Concluídas as etapas de aquisição e conversão analógica/digital dos dados, segue-se à etapa de pré-processamento dos dados. Como fase inicial dessa etapa se processará a “Limpeza dos dados”. O sinal sofrerá transformações que visam enfatizar detalhes úteis e, ao mesmo tempo, remover informações redundantes, ou mesmo completar informações faltantes, cuja presença/ausência possam atrapalhar o processo de classificação. Um exemplo de transformação linear para uma nova base, sem perda de informação, é a transformada discreta de Fourier (*Discrete Fourier Transform (DFT)*). Outra operação linear muito útil é a aplicação de filtros digitais que servem, por exemplo, para enfatizar ou atenuar faixas de frequência do sinal, aumentando o poder de discriminação para a tarefa de classificação.

Algumas fases da etapa de pré-processamento de um sinal são peculiares à classificação pretendida. Operações como o ajuste da faixa dinâmica do sinal ou a normalização da distribuição das amplitudes são empregadas em uma vasta gama de aplicações (SOARES, 2001). Outras transformações, no entanto, são estritamente dependentes do sinal analisado. Neste caso, é extremamente importante o conhecimento do sinal, de forma a ser possível aplicar as operações corretas para extrair informações úteis. É nessa fase do pré-processamento que se preocupa com a extração de características do sinal que sejam importantes para a discriminação das classes. A decisão sobre essas operações pode ser feita experimentalmente, mas o conhecimento de um especialista do sinal, envolvendo características da forma de geração, propagação e aquisição, assim como dos ruídos que se agregam a ele durante a aquisição permitirão uma escolha mais acertada das operações, além de facilitar os ajustes dos parâmetros envolvidos na aplicação das transformações.

3.1.1 Análise Espectral

O sinal recebido pelo sensor do SONAR passivo é uma composição dos ruídos gerados pelas máquinas dos navios, que corresponde aos tons nas frequências de rotação das máquinas dos sistemas principal e auxiliares, em seus harmônicos, misturados a um ruído de banda larga, devido ao ruído do hélice do navio e ao ruído ambiente (SOARES, 2001). A esses ruídos podem se somar outras componentes de banda estreita e de banda larga, geradas pelo próprio navio que contém o SONAR (URICK, 1983). A análise espectral deste sinal, que pode ser modelado como um conjunto de senóides, misturadas a um ruído de banda larga, oferece uma boa

representação do sinal para posterior classificação (OPPENHEIM, et al., 1975), sendo utilizada, neste trabalho, para a obtenção de espectros de potência.

Boa parte das informações que servem para discriminar uma classe de navios das outras são os tons gerados pelas máquinas no interior do navio, se concentrando em baixas frequências do espectro (URICK, 1983). Variações de velocidade do navio podem alterar, significativamente, as frequências dos tons das máquinas associadas ao sistema de propulsão, enquanto que as frequências dos tons das máquinas dos sistemas auxiliares do navio, como geradores de energia elétrica, aparelhos de ar condicionado e algumas bombas, não variam, na maioria das vezes, com a variação da velocidade (URICK, 1983). Uma escolha razoável da faixa de frequência de análise é aquela que engloba os tons das máquinas dos sistemas auxiliares.

Um aspecto importante relacionado ao processamento da análise espectral é a sua resolução, que deve levar em conta a estabilidade das frequências dos tons gerados pelas máquinas do navio detectado. Devido às flutuações em frequências desses tons, a resolução dos espectros pode influenciar na classificação (SOARES, 2001). Uma melhor resolução permite uma melhor separação entre tons próximos, no entanto, fará com que as flutuações de frequência, inerentes às máquinas de um navio, apareçam em *bins* diferentes, em espectros sucessivos. Uma redução de resolução irá dificultar a separação entre tons próximos em frequência, mas por outro lado, pode permitir que um mesmo *bin* do espectro acomode flutuações de um mesmo tom. Uma resolução de frequência ótima é aquela que equilibra os requisitos conflitantes de uma resolução alta, a qual produz uma boa separação dos tons das máquinas, com uma baixa resolução, permitindo que as flutuações de frequência fiquem restritas a poucos *bins*.

O estudo da estabilidade em frequência de um determinado tom deve levar em conta, também, a existência do efeito Doppler devido ao movimento da fonte geradora do ruído, relativo à posição do sensor do SONAR. Um tom com frequência f_0 , gerado em um navio se aproximando do sensor de um SONAR com velocidade de v , terá sua frequência alterada de acordo com a Equação 3.1 (URICK, 1983).

$$\Delta f_0 = \left(\frac{v}{c}\right) f_0 \quad (3.1)$$

Onde c representa a velocidade do som no mar.

3.1.2 Escolha da Faixa e Resolução de Frequência do Sinal para os Espectrogramas

Neste trabalho não se deu foco aos métodos de seleção ótima da faixa e resolução da frequência do sinal a ser analisado, limitando-se à análise dos espectros dos sinais, visando: definir um modelo de assinatura acústica associado ao conceito de tensor; a utilização de algoritmos de decomposição de tensores para extração e filtragem de informações significativas que possibilitem uma “limpeza” da base de dados; além de permitir uma análise comparativa com trabalhos desenvolvidos nesta área, empregando bases de dados similares. Em (SOARES, 2001) foi apresentado um estudo detalhado sugerindo vários procedimentos experimentais para a seleção mais adequada desses métodos/parâmetros. Há de se ressaltar que o conhecimento de um especialista é fundamental para uma escolha mais adequada desses parâmetros.

À semelhança dos procedimentos seguidos em (DAMAS, et al., 2006), a análise se processou baseada em espectrogramas extraídos na faixa entre 0 e 5.500 Hz. Em (SOARES, 2001) foi observado que a maioria das linhas espectrais se concentram nessa faixa de frequência. Os arquivos digitalizados das corridas apresentavam uma taxa de amostragem de 22.050 Hz e foram processados para gerar os espectrogramas.

A Figura 3.3 (DAMAS, et al., 2006) apresenta o diagrama do processamento efetuado sobre o sinal para a extração do espectrograma correspondente.

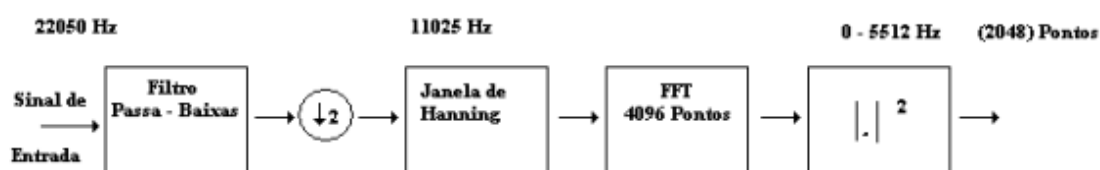


Figura 3.3 - Diagrama do Processamento para Obtenção do Espectro do Sinal.

O sinal gravado de cada corrida foi filtrado e decimado por um fator de 2 a partir de um filtro passa-baixa Chebyshev, Tipo1, de oitava ordem com: uma frequência de corte de 4.400 Hz; com ripple de banda de passagem de 0,5 dB; e atenuação de cerca de 55 dB na frequência de 11.025 Hz, evitando o aliasing (MITRA, 2003) e (OPPENHEIM, et al., 1975). Com a nova taxa de amostragem de 11.025 Hz, obtida após a decimação, blocos consecutivos de 4096 pontos foram multiplicados por uma janela de Hanning e,

a partir deles, obtidos os espectros de potência usando-se a Transformada Rápida de Fourier (FFT). A faixa de frequência resultante, após os ajustes finais, ficou entre 0 e 5512 Hz, com uma resolução de frequência (Δf) igual a 2,69 Hz e tempo de duração por espectro (Δt) igual a 0,37 s.

A Figura 3.4 apresenta um LOFARGRAMA de uma corrida com as características acima descritas. Observe-se que os pontos correspondentes aos tons de maior amplitude se apresentam com a coloração mais clara e encontram-se compreendidos nas faixas de frequências mais baixas.

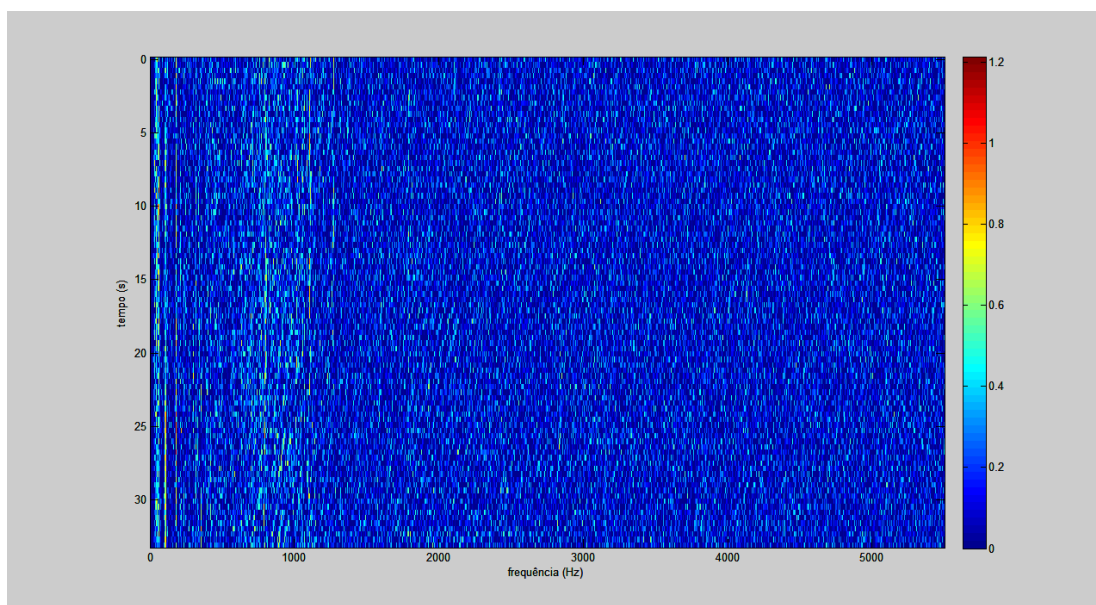


Figura 3.4 – LOFARGRAMA de uma Corrida cobrindo as Faixas de Frequência de 0 a 5.500 Hz.

Devida a grande maioria dos sinais analisados (LOFARGRAMAs) se apresentarem de forma semelhante à exposta acima, ou seja, apresentarem ruídos aparentemente mais significativos (altas amplitudes) somente na faixa de frequência compreendida entre 0 e 2.500 Hz, nesta seção apresentar-se-á os LOFARGRAMAs restritos a esta faixa visando evidenciar um maior detalhamento do comportamento dos ruídos neles expressos.

A Figura 3.5 apresenta o mesmo LOFARGRAMA da Figura 3.4 restrito à faixa de frequência de 0 a 2500 Hz.

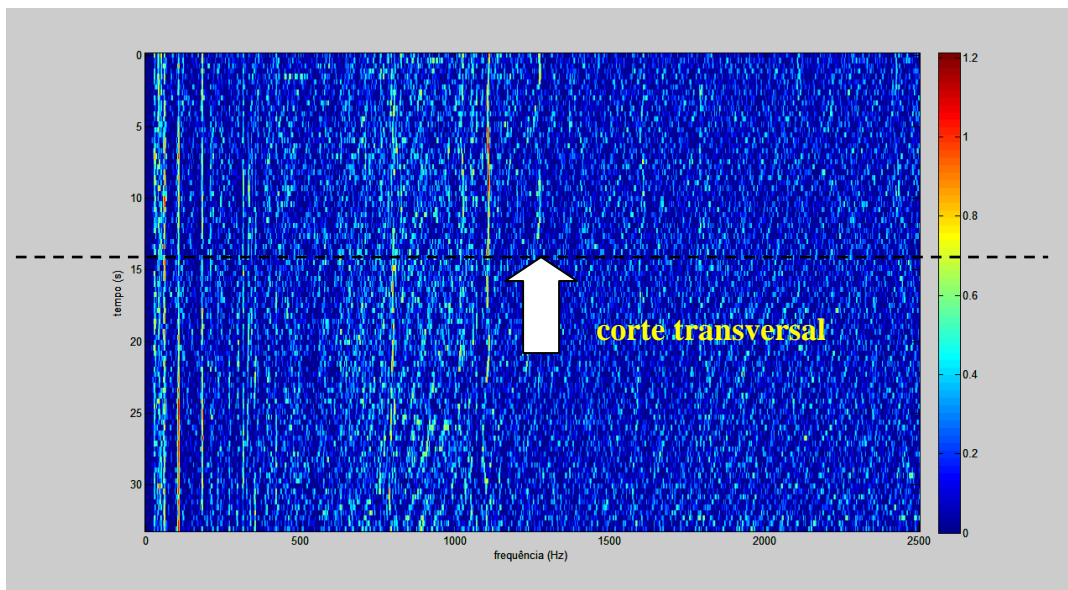


Figura 3.5 - LOFARGRAMA de uma Corrida cobrindo as Faixas de Frequência de 0 a 2.500 Hz.

A Figura 3.6 apresenta um detalhe do corte transversal do LOFARGRAMA da Figura 3.5 no tempo. Observe-se os picos de amplitude associados aos tons nas frequências 800 Hz e 1100 Hz.

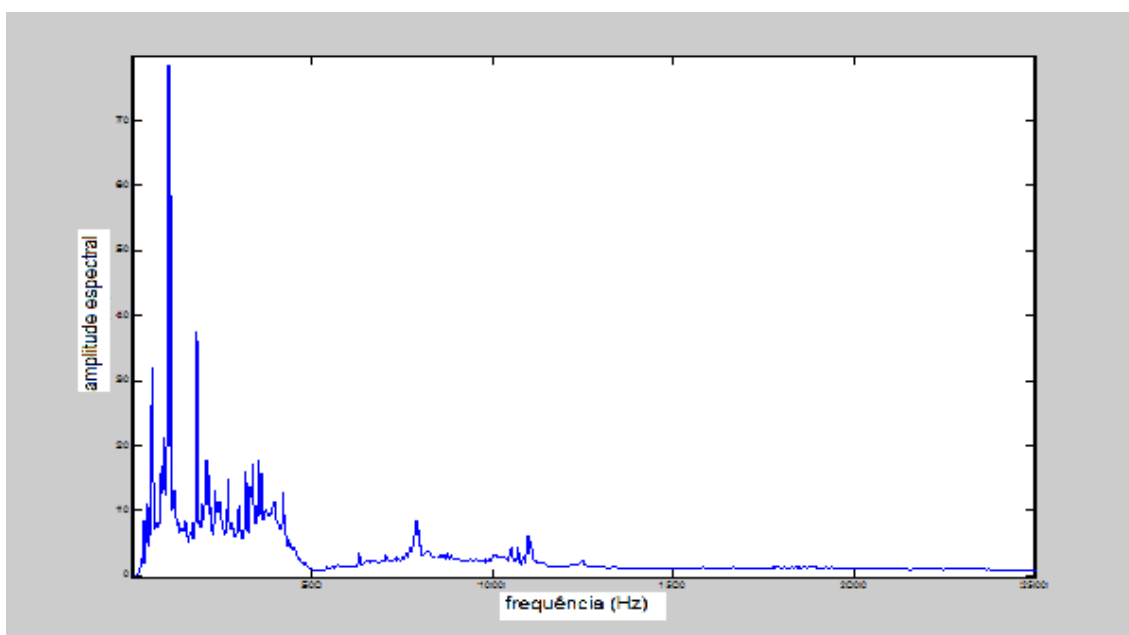


Figura 3.6 - Detalhe do Corte Transversal do LOFARGRAMA da Figura 3.5 no Tempo.

A Figura 3.7 apresenta os detalhes de dois tons extraídos do LOFARGRAMA da Figura 3.5, nas faixas de 800 Hz e 1100 Hz. Observe-se que enquanto o primeiro tom

se apresenta de maneira aproximadamente linear, com pouca variação de frequência ao longo do tempo; o segundo se apresenta de forma sinusoidal, esta característica esta ligada ao tipo de equipamento gerador do sinal acústico a bordo do navio.

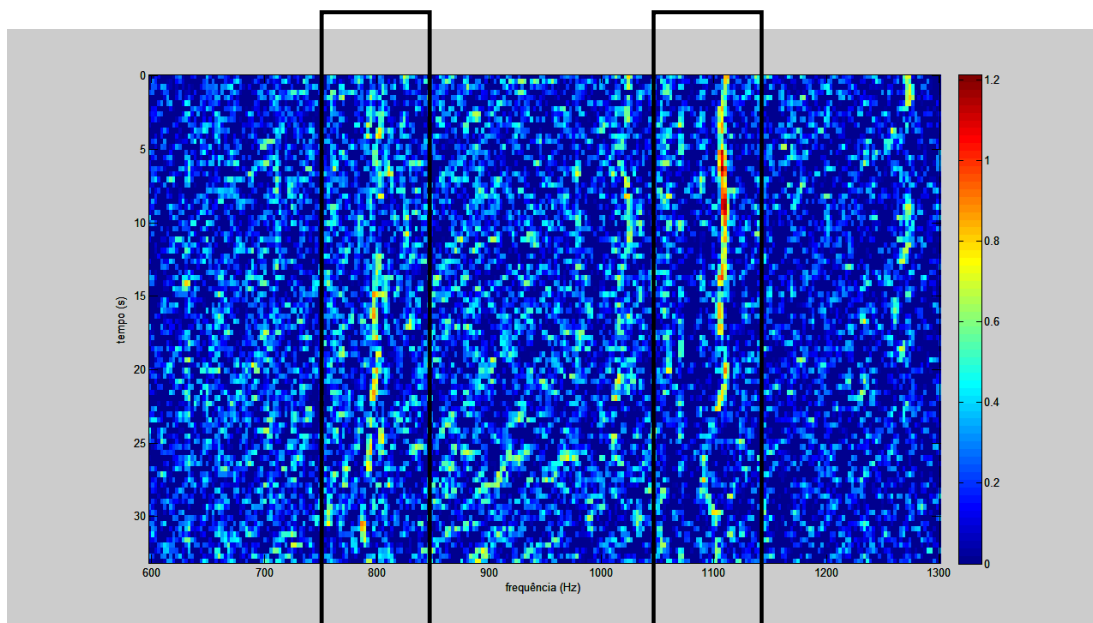


Figura 3.7 – LOFARGRAMA exibindo os Tons nas Frequências de 800 e 1.100 Hz em Detalhe.

3.1.3 Correção do Espectro usando uma Estimativa do Ruído de Fundo

O espectro do ruído irradiado é composto por tons geralmente associados às máquinas em funcionamento no interior do navio. Os sensores de um SONAR passivo capturam esses tons sobrepostos a um ruído de espectro contínuo, ocasionado pelo ruído de fundo no local da medição. Em muitos estudos é empregado o ruído estimado do fundo para cada espectro recebido para corrigir o próprio espectro, enfatizando a informação sobre os picos de maior amplitude espectral (SOARES, 2001).

Em geral, o ruído de fundo é estimado usando-se o algoritmo *Two-Pass Split Window* (TPSW) (CLAY, et al., 1998), (NIELSEN, 1991). Esse algoritmo estima um valor médio local em duas etapas, utilizando uma janela de largura n , $H(w)$, com uma fenda central de largura p , como mostrado na Figura 3.8.

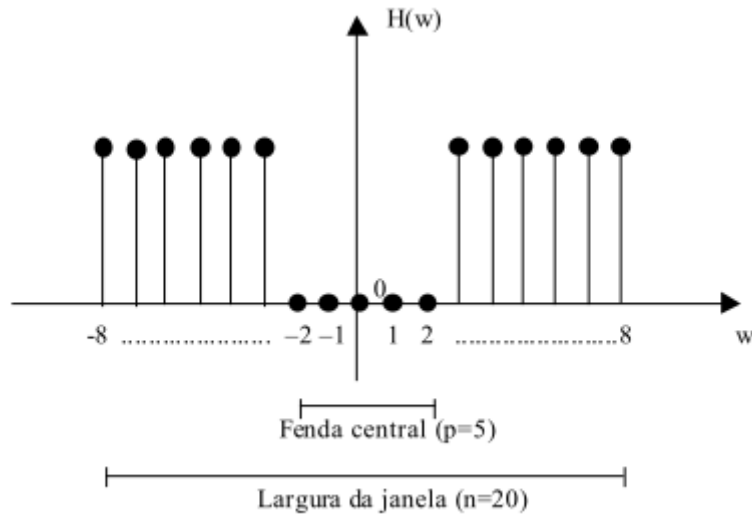


Figura 3.8 – Janela usada para Cálculo da Média Local com o Algoritmo TPSW (CLAY, et al., 1998), (NIELSEN, 1991).

A Figura 3.9 ilustra a sequência do processamento (SANTOS, 2005). Uma primeira convolução da janela $H(w)$ com o espectro estima uma média local inicial, que corresponde, para cada ponto do espectro, à média dos vizinhos a ele. Um pico existente no interior da fenda central da janela não contribui para a média, levando a um resultado mais próximo do ruído de fundo real. Essa média local inicial é multiplicada por um fator, definindo um limiar de detecção (Figura 3.9a). Os pontos do espectro que excedem o limiar são substituídos pela média local naqueles pontos (Figura 3.9b). Uma segunda convolução desse espectro modificado, com uma janela $H(w)$, produz uma estimativa final da média local (Figura 3.9c). Essa média local estimada corresponde à estimativa do ruído de fundo do espectro. Na Figura 3.9d é mostrado o espectro após a subtração do ruído de fundo estimado (SOARES, 2001).

Os parâmetros largura de janela ($n = 20$), largura da fenda central ($p = 5$) e o fator para cálculo do limiar ($a = 2,0$) foram escolhidos experimentalmente.

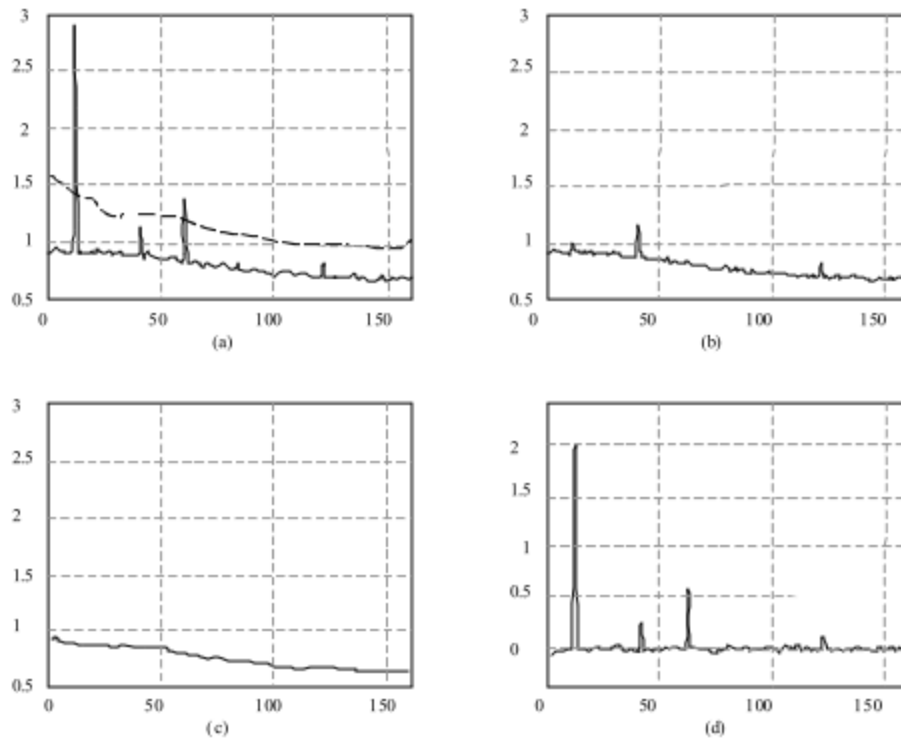


Figura 3.9 - Sequência do Algoritmo TPSW para Estimação do Ruído de Fundo (SOARES, 2001).

Uma das formas de correção do espectro pelo ruído de fundo se faz empregando-se a Equação 3.2.

$$y^k(n) = \log(x^k(n)) - TPSW(\log(x^k(n))) \quad (3.2)$$

Onde, $x^k(n)$ representa o n-ésimo espectro da classe k e $y^k(n)$ o espectro corrigido.

A Equação 3.2 permite, além da correção do espectro, a sua normalização (SOARES, 2001). Neste caso, a correção é feita de maneira a enfatizar a informação sobre os picos em cada espectro, sendo que a aplicação do logaritmo tem o efeito de comprimir a faixa dinâmica das amplitudes dos picos presentes no espectro, de forma que sinais de baixas amplitudes fiquem com amplitudes mais próximas dos sinais de mais altas amplitudes.

A Figura 3.10 apresenta os LOFARGRAMAS correspondentes a um mesmo sinal com diferentes tipos de “Limpeza de Dados”: Sem normalização e sem correção do ruído de fundo; Somente com correção do ruído de fundo; Somente com normalização; Com

normalização e correção do ruído de fundo; e, um corte transversal exibindo a amplitude espectral em um determinado tempo.

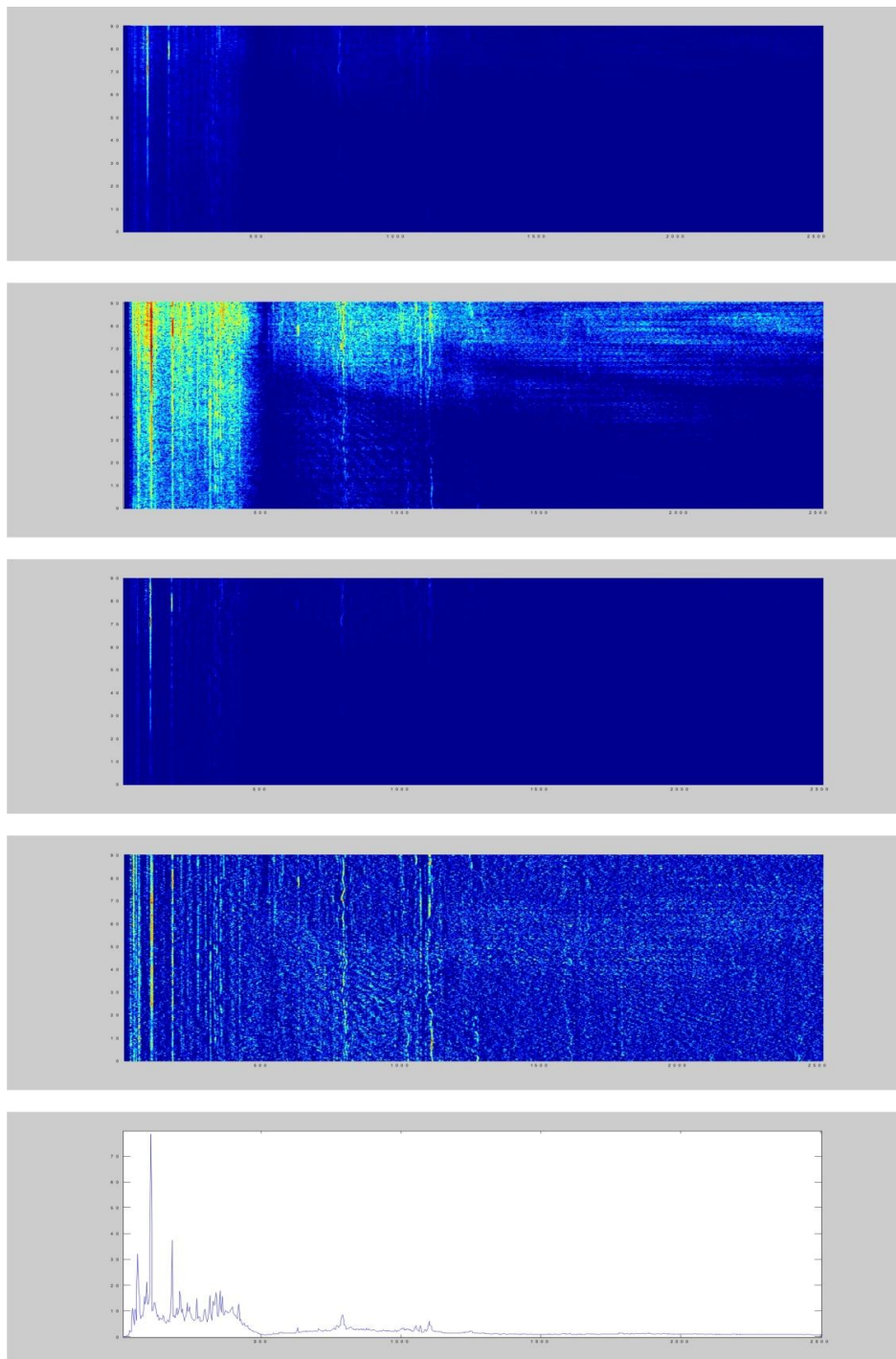


Figura 3.10 - LOFARGRAMs a) Sem normalização e sem Correção do Ruído de Fundo; b) Somente com Correção do Ruído de Fundo; c) Somente com Normalização; d) Com Normalização e Correção de Fundo Características; e, e) Corte Transversal exibindo a Amplitude Espectral em um determinado Instante do Tempo.

4 Tensores

O objetivo deste capítulo é fornecer uma idéia geral sobre tensores, alguns métodos para sua decomposição em estruturas de dimensões menores e alguns exemplos de aplicações.

4.1 Introdução

Em muitas aplicações os dados podem ser organizados de acordo com duas ou mais categorias. Em Matemática os objetos correspondentes a estes tipos de dados são referenciados como tensores e a área relacionada ao seu estudo é a Álgebra Multilinear. De uma forma geral, um tensor é um arranjo multidimensional. Neste contexto, por simplicidade, restringiu-se ao estudo dos Tensores do tipo $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{i \times j \times k}$, que são arranjos de dados com três subscritos. No entanto, todas as considerações aqui apresentadas são aplicáveis aos tensores de dimensões maiores. O tensor de dimensão três pode ser simbolicamente ilustrado como na Figura 4.1.

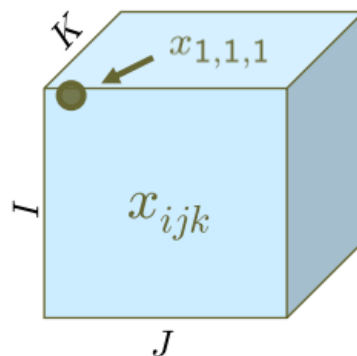


Figura 4.1 - Representação Simbólica de um Tensor de Ordem 3.

Neste texto empregou-se a terminologia adotada em (DE LATHAUWER, et al., 2000), e refere-se a um tensor $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{i \times j \times k}$ como um tensor de terceira ordem, arranjo modo-3, ou tensor modo-3, isto é, cada diferente dimensão do arranjo é referenciada como um modo distinto. As dimensões do tensor $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{i \times j \times k}$ são i , j e k . Segundo essa terminologia, um escalar é um tensor modo-0, um vetor é um tensor modo-1 e uma matriz é um tensor modo-2.

4.2 Notação e Preliminares

A Ordem de um tensor é o seu número de dimensões, também conhecido como modo.

O i -ésimo elemento de um vetor \mathbf{x} é denotado como x_i , o elemento da i -ésima linha e da j -ésima coluna de uma matriz \mathbf{X} é denotado por x_{ij} e o elemento (i, j, k) de um tensor de terceira ordem \mathcal{X} é denotado por x_{ijk} .

Sub-arranjos de tensores são formados quando um subconjunto de índices é fixado. Para o caso das matrizes, esses sub-arranjos representam as linhas e as colunas. O sinal de dois pontos (:) pode ser utilizado para indicar todos os elementos do modo, dessa forma os elementos da j -ésima coluna são denotados por $\mathbf{a}_{:j}$ e os elementos da i -ésima linha por $\mathbf{a}_{i:}$. Alternativamente, a j -ésima coluna de uma matriz pode ser denotada na forma compacta \mathbf{a}_j .

As fibras representam o análogo de ordem superior das linhas e colunas. Uma fibra é definida pela fixação de todos os índices de um tensor a menos de um. Assim, uma matriz coluna é uma fibra modo 1, enquanto uma matriz linha é uma fibra modo 2. Um tensor de terceira ordem possui como fibras: colunas, linhas e tubos, denotados por $x_{:jk}$, $x_{i:k}$ e $x_{ij:}$, respectivamente, como apresentado na Figura 4.2. Quando extraídas de um tensor as fibras são assumidas como orientadas a vetores coluna.

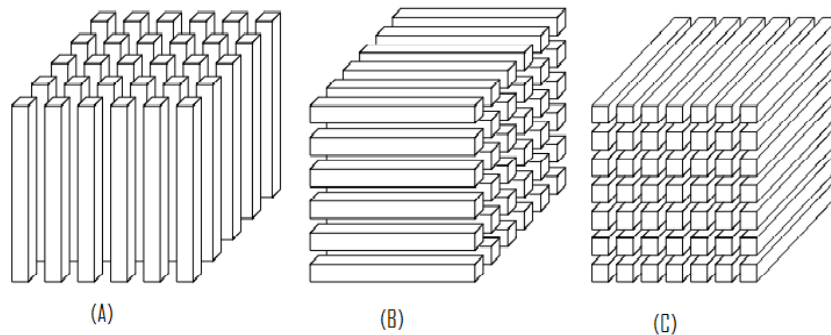


Figura 4.2 – (A) Modo 1 (Coluna) Fibras: $x_{:jk}$, (B) Modo 2 (Linha) Fibras $x_{i:k}$, (C) Modo 3 (Tubo) Fibras $x_{ij:}$ de um Tensor de Ordem Três.

As camadas de um tensor são seções bidimensionais definidas por todos os índices a menos de dois deles. A Figura 4.3 apresenta as visões das camadas horizontal, lateral e frontal de um tensor \mathcal{X} de terceira ordem, denotados por $\mathbf{X}_{i:}$, $\mathbf{X}_{:j}$ e $\mathbf{X}_{::k}$ respectivamente. Alternativamente, a k -ésima camada frontal $\mathbf{X}_{::k}$ de um tensor de terceira ordem pode ser denotada de forma compactada como \mathbf{X}_k .

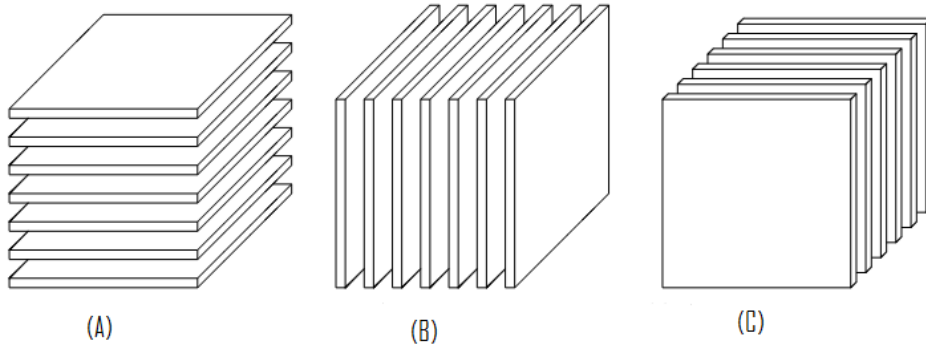


Figura 4.3 – (A) Camada Horizontal ($X_{i,:}$), (b) Camada Lateral ($X_{:,j}$) e (C) Camada Frontal ($X_{::k}$) de um Tensor de Ordem Três.

4.2.1 Produto Interno entre Dois Tensores

Define-se o Produto Interno entre dois tensores \mathbf{A} e $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{i \times j \times k}$ de mesma ordem e dimensões, como na Equação 4.1.

$$\langle A, B \rangle = \sum_{ijk} a_{ijk} b_{ijk} \quad (4.1)$$

4.2.2 Norma de um Tensor

A Norma de um tensor pode ser calculada com a Equação 4.2.

$$\|A\|_F = \langle A, A \rangle^{1/2} = \left(\sum_{ijk} a_{ijk}^2 \right)^{1/2} \quad (4.2)$$

Se especializarmos o caso acima para matrizes, isto é, para tensores de segunda ordem, observa-se que a Equação 4.2 trata-se do cálculo da norma matricial de Frobenius.

4.2.3 Tensores Posto-1

Um tensor de ordem N , $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ é dito posto-1 se puder ser escrito como o produto externo de N vetores, *i.e.*,

$$X = a^{(1)} \circ a^{(2)} \circ \dots \circ a^{(N)}$$

O símbolo “ \circ ” representa o produto externo, isto significa que cada elemento do tensor é o produto dos elementos dos vetores correspondentes.

$$x_{i_1 i_2 \dots i_N} = a_{i_1}^{(1)} a_{i_2}^{(2)} \dots a_{i_N}^{(N)}, \text{ para qualquer } 1 \leq i_n \leq I_n$$

A Figura 4.4 ilustra $\mathcal{X} = \mathbf{a} \circ \mathbf{b} \circ \mathbf{c}$, como um tensor posto-1 de terceira ordem.

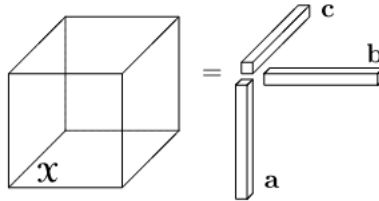


Figura 4.4 – Um Tensor Posto-1 de Terceira Ordem $\mathcal{X} = \mathbf{a} \circ \mathbf{b} \circ \mathbf{c}$. O Elemento (i, j, k) de \mathcal{X} é dado por $x_{ijk} = a_i b_j c_k$.

4.2.4 Tensor Cúbico e Tensor Supersimétrico

Um tensor é denominado Cúbico se cada modo tem o mesmo tamanho, i.e, $\mathcal{X}^{I \times I \times \dots \times I}$.

Um tensor Cúbico é denominado Supersimétrico se seus elementos não se alteram quando seus índices são permutados. Por exemplo, um tensor de terceira ordem $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I \times I \times I}$ é supersimétrico se:

$$x_{ijk} = x_{ikj} = x_{jik} = x_{jki} = x_{kij} = x_{kji}, \quad \text{para qualquer } i, j, k$$

4.2.5 Tensor Diagonal

Um tensor $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ é dito Diagonal se $x_{i_1 i_2 \dots i_N} \neq 0$ somente se $i_1 = i_2 = \dots = i_N$.

A Figura 4.5 ilustra um tensor cúbico unitário de terceira ordem.

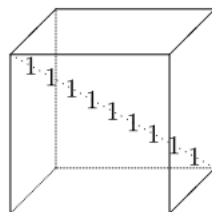


Figura 4.5 – Um Tensor Tridimensional $I \times I \times I$ com Elementos Unitários ao longo da Superdiagonal.

4.2.6 Matriciação (desdobramento)

A Matriciação (transformação de um tensor em matriz), também conhecida como desdobramento, é o processo de reordenação dos elementos de um tensor de N -ésima ordem em uma matriz. Por exemplo, um tensor $2 \times 3 \times 4$ pode ser rearranjado em uma matriz 3×8 ou 6×4 ou 2×12 . Neste trabalho considerar-se-á apenas o caso especial do procedimento de matriciação modo- n por ser o único caso relevante para o propósito do mesmo. Um tratamento mais generalizado pode ser encontrado em (KOLDA, 2006). A matriciação modo- n de um tensor $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$, denotado por $X_{(n)}$, re-arruma as fibras modo- n como colunas da matriz resultante. Os elementos (i_1, i_2, \dots, i_N) do tensor são mapeados como elementos (i_n, j) da matriz resultante, onde:

$$j = 1 + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq n}}^N (i_k - 1) J_k, \quad \text{com } J_k = \prod_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^{k-1} I_m$$

Tomando o Exemplo 4.1 para o tensor $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{3 \times 4 \times 2}$ com suas camadas frontais:

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 10 \\ 2 & 5 & 8 & 11 \\ 3 & 6 & 9 & 12 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} 13 & 16 & 19 & 22 \\ 14 & 17 & 20 & 23 \\ 15 & 18 & 21 & 24 \end{bmatrix}$$

Exemplo 4.1

Tem-se os seguintes desdobramentos modo- n :

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{(1)} &= \begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 10 & 13 & 16 & 19 & 22 \\ 2 & 5 & 8 & 11 & 14 & 17 & 20 & 23 \\ 3 & 6 & 9 & 12 & 15 & 18 & 21 & 24 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{X}_{(2)} &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 13 & 14 & 15 \\ 4 & 5 & 6 & 16 & 17 & 18 \\ 7 & 8 & 9 & 19 & 20 & 21 \\ 10 & 11 & 12 & 22 & 23 & 24 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{X}_{(3)} &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \dots & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & \dots & 21 & 22 & 23 & 24 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Diferentes autores utilizam diferentes ordenações no desdobramento das colunas na matriciação modo- n (DE LATHAUWER, et al., 2000) e (KIERS, 2000). Em geral, a ordenação específica das colunas não é tão relevante, desde que sejam consistentes com os cálculos relacionados (KOLDA, 2006).

4.2.7 Vetorização de um Tensor

Uma vez que a ordenação dos elementos não é tão importante, desde que sejam consistentes com os cálculos relacionados, ressalta-se a possibilidade de se vetorizar um tensor. Para o tensor do Exemplo 4.1 obter-se-ia a versão vetorizada.

$$\text{vec}(X) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ \cdot \\ 24 \end{bmatrix}$$

4.2.8 Multiplicação de Tensores

Neste trabalho considerar-se-á apenas o produto de tensores modo-n, isto é, a multiplicação de um tensor por uma matriz (ou um vetor) em modo-n. Em (BADER, et al., 2006) apresenta-se um tratamento mais amplo para o assunto.

4.2.8.1 Multiplicação Tensor x Matriz

O produto modo-n de um tensor $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ com uma matriz $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{J \times I_n}$ é denotado por $\mathcal{X} \times_n \mathbf{U}$ e possui dimensões $I_1 \times I_2 \times \dots \times I_{n-1} \times J \times I_{n+1} \times \dots \times I_N$. Desta forma, tem-se cada elemento:

$$(\mathcal{X} \times_n \mathbf{U})_{i_1 \dots i_{n-1} j i_{n+1} \dots i_N} = \sum_{i_n=1}^{I_n} x_{i_1 i_2 \dots i_N} u_{j i_n}$$

Cada fibra no modo-n é multiplicada (produto externo) pela matriz \mathbf{U} . A idéia pode ser expressa também em termos de tensores desdobrados:

$$\mathcal{Y} = \mathcal{X} \times_n \mathbf{U} \Leftrightarrow Y_{(n)} = \mathbf{U} X_{(n)}$$

Seja o tensor $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{3 \times 4 \times 2}$, apresentado no Exemplo 4.1, e a matriz $\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 6 \end{bmatrix}$.

Então, o produto $\mathbf{Y} = \mathcal{X} \times_1 \mathbf{U} \in \mathbb{R}^{2 \times 4 \times 2}$ origina o tensor:

$$\mathbf{Y}_1 = \begin{bmatrix} 22 & 49 & 76 & 103 \\ 28 & 64 & 100 & 136 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y}_2 = \begin{bmatrix} 130 & 157 & 184 & 211 \\ 172 & 208 & 244 & 280 \end{bmatrix}.$$

Para modos distintos em uma série de multiplicações, a ordem das multiplicações é irrelevante, *i.e.*:

$$\mathcal{X} \times_m \mathbf{A} \times_n \mathbf{B} = \mathcal{X} \times_n \mathbf{B} \times_m \mathbf{A} \quad (m \neq n)$$

Se os modos são idênticos, então, tem-se:

$$\mathcal{X} \times_n \mathbf{A} \times_n \mathbf{B} = \mathcal{X} \times_n (\mathbf{BA})$$

4.2.8.2 Multiplicação de Tensor x Vetor

O produto modo- n de um tensor $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ com um vetor $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{I_n}$ é denotado por $\mathcal{X} \bar{\times}_n \mathbf{v}$, e o resultado é da ordem de $N - 1$, *i.e.*, $I_1 \times \dots \times I_{n-1} \times I_{n+1} \times \dots \times I_N$, com elementos:

$$(\mathcal{X} \bar{\times}_n \mathbf{v})_{i_1 \dots i_{n-1} j i_{n+1} \dots i_N} = \sum_{i_n=1}^{I_n} x_{i_1 i_2 \dots i_N} v_{i_n}$$

A idéia é calcular o produto interno de cada fibra no modo- n com o vetor \mathbf{v} . Por exemplo, seja o tensor $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{3 \times 4 \times 2}$, dado no Exemplo 4.1, e o vetor $\mathbf{v} = [1 \ 2 \ 3 \ 4]$, então:

$$\mathcal{X} \bar{\times}_2 \mathbf{v} = \begin{bmatrix} 70 & 190 \\ 80 & 200 \\ 90 & 210 \end{bmatrix}.$$

Para maior aprofundamento sugere-se a leitura de (BADER, et al., 2006), para o escopo deste trabalho considera-se suficiente esta definição.

4.2.9 Produto de matrizes de Kronecker, Khatri-Rao e Hadamard

Vários produtos de matrizes são importantes para aplicações em tensores. Nesta seção se definem, brevemente, os mais importantes para esse trabalho.

O Produto de Kronecker entre duas matrizes $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I \times J}$ e $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{K \times L}$ é denotado por $\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$ e tem como resultado uma matriz de tamanho $(IK) \times (JL)$, definida por:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \otimes \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} a_{11}\mathbf{B} & a_{12}\mathbf{B} & \cdots & a_{1J}\mathbf{B} \\ a_{21}\mathbf{B} & a_{22}\mathbf{B} & \cdots & a_{2J}\mathbf{B} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{I1}\mathbf{B} & a_{I2}\mathbf{B} & \cdots & a_{IJ}\mathbf{B} \end{bmatrix} \\ &= [\mathbf{a}_1 \otimes \mathbf{b}_1 \quad \mathbf{a}_1 \otimes \mathbf{b}_2 \quad \mathbf{a}_1 \otimes \mathbf{b}_3 \quad \cdots \quad \mathbf{a}_J \otimes \mathbf{b}_{L-1} \quad \mathbf{a}_J \otimes \mathbf{b}_L]. \end{aligned}$$

O Produto de Khatri-Rao (SMILDE, et al., 2004) é obtido a partir de uma restrição do Produto de Kronecker. Esta restrição implica em tomar-se apenas o produto entre as colunas casadas das matrizes. Sejam as matrizes $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I \times K}$ e $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{J \times K}$, o produto de Khatri-Rao é denotado por $\mathbf{A} \odot \mathbf{B}$ e apresenta como resultado uma matriz de tamanho $(IJ) \times (K)$, que é definida por:

$$\mathbf{A} \odot \mathbf{B} = [\mathbf{a}_1 \otimes \mathbf{b}_1 \quad \mathbf{a}_2 \otimes \mathbf{b}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{a}_K \otimes \mathbf{b}_K].$$

Se \mathbf{a} e \mathbf{b} são vetores, então, os Produtos de Kronecker e Khatri-Rao são idênticos, isto é, $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b} = \mathbf{a} \odot \mathbf{b}$.

O Produto de Hadamard calcula o produto elemento a elemento das matrizes. Dadas as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} , ambas $I \times J$, o Produto de Hadamard é denotado por $\mathbf{A} * \mathbf{B}$ e também possui tamanho $I \times J$ definido por:

$$\mathbf{A} * \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{12}b_{12} & \cdots & a_{1J}b_{1J} \\ a_{21}b_{21} & a_{22}b_{22} & \cdots & a_{2J}b_{2J} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{I1}b_{I1} & a_{I2}b_{I2} & \cdots & a_{IJ}b_{IJ} \end{bmatrix}.$$

Os produtos dessas matrizes apresentam propriedades (VAN LOAN, 2000) e (SMILDE, et al., 2004) que são úteis para este trabalho, apresentadas na Equação 4.3.

$$\begin{aligned} (\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})(\mathbf{C} \otimes \mathbf{D}) &= \mathbf{AC} \otimes \mathbf{BD}, \\ (\mathbf{A} \otimes \mathbf{B})^\dagger &= \mathbf{A}^\dagger \otimes \mathbf{B}^\dagger, \\ \mathbf{A} \odot \mathbf{B} \odot \mathbf{C} &= (\mathbf{A} \odot \mathbf{B}) \odot \mathbf{C} = \mathbf{A} \odot (\mathbf{B} \odot \mathbf{C}), \\ (\mathbf{A} \odot \mathbf{B})^\top (\mathbf{A} \odot \mathbf{B}) &= \mathbf{A}^\top \mathbf{A} * \mathbf{B}^\top \mathbf{B}, \\ (\mathbf{A} \odot \mathbf{B})^\dagger &= ((\mathbf{A}^\top \mathbf{A}) * (\mathbf{B}^\top \mathbf{B}))^\dagger (\mathbf{A} \odot \mathbf{B})^\top. \end{aligned} \tag{4.3}$$

\mathbf{A}^\dagger denota a matriz pseudo-inversa de Moore-Penrose da matriz \mathbf{A} (GOLUB, et al., 1996).

Como um exemplo da utilidade do Produto de Kronecker, considere o seguinte caso: Seja $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ e $\mathbf{A}^{(n)} \in \mathbb{R}^{J_n \times I_n}$ para todo $n \in \{1, \dots, N\}$. Então, para qualquer $n \in \{1, \dots, N\}$, tem-se:

$$\mathbf{y} = \mathcal{X} \times_1 \mathbf{A}^{(1)} \times_2 \mathbf{A}^{(2)} \dots \times_N \mathbf{A}^{(N)} \Leftrightarrow \mathbf{Y}^{(n)} = \mathbf{A}^{(n)} \mathbf{X}_{(n)} \left(\mathbf{A}^{(N)} \otimes \dots \otimes \mathbf{A}^{(n+1)} \otimes \mathbf{A}^{(n-1)} \otimes \dots \otimes \mathbf{A}^{(1)} \right)^T.$$

A prova desta propriedade pode ser vista em (KOLDA, 2006).

4.2.10 O Posto de um Tensor e a Decomposição CANDECOMP/PARAFAC

Em 1927 Hitchcock (HITCHCOCK, 1927) propôs pela primeira vez a idéia de se expressar um tensor como um somatório de uma quantidade finita de tensores posto-1. O conceito de posto somente tornou-se popular em 1970, em meio à comunidade de psicometria, juntamente com as idéias de CANDECOMP (Decomposição Canônica) (CARROL, et al., 1970) e PARAFAC (Fatores PARALELOS) (HARSHMAN, 1970). Aqui, referir-se-á à decomposição CANDECOMP / PARAFAC como decomposição CP (KIERS, 2000) e (MOCKS, 1988). A Tabela 4.1 apresenta diferentes nomenclaturas para a decomposição CP.

Tabela 4.1 - Alguns dos muitos Nomes para a Decomposição CP.

Nome:	Proposto por:
Polyadic Form of a Tensor	Hitchcock, 1927
PARAFAC (Parallel Factors)	Harshman, 1970
CANDECOMP (Canonical Decomposition)	Carrol and Chang, 1970
Topographic Components Model	Mocks, 1988
CP (CANDECOMP/PARAFAC)	Kiers, 2000

A decomposição CP fatora um tensor como uma soma de componentes de tensores posto-1. Por exemplo, dado um tensor $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$, neste caso, deseja-se escrever \mathcal{X} como, apresentado na Equação 4.4.

$$X \approx \sum_{r=1}^R a_r \circ b_r \circ c_r \quad (4.4)$$

Onde R é um inteiro positivo, $\mathbf{a}_r \in \mathbb{R}^I$, $\mathbf{b}_r \in \mathbb{R}^J$ e $\mathbf{c}_r \in \mathbb{R}^K$ para $r = 1, \dots, R$.

Cada elemento pode ser escrito como:

$$x_{ijk} \approx \sum_{r=1}^R a_{ir} b_{jr} c_{kr}, \text{ para } i = 1 \dots I, j = 1 \dots J, k = 1 \dots K$$

A Figura 4.6 ilustra a decomposição CP de um tensor de terceira ordem.

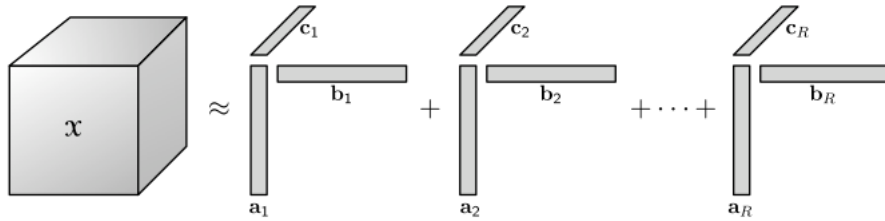


Figura 4.6 – Decomposição CP de um Tensor de Terceira Ordem.

As matrizes fator referem-se à combinação de vetores de componentes posto-1, *i. e.* $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1 \ \mathbf{a}_2 \ \dots \ \mathbf{a}_R]$, e de forma semelhante para \mathbf{B} e \mathbf{C} . Utilizando-se essas definições, a Equação 4.4 pode ser reescrita na forma matricial (um por modo), como apresentado na Equação 4.5.

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{(1)} &\approx \mathbf{A}(\mathbf{C} \odot \mathbf{B})^T, \\ \mathbf{X}_{(2)} &\approx \mathbf{B}(\mathbf{C} \odot \mathbf{A})^T, \\ \mathbf{X}_{(3)} &\approx \mathbf{C}(\mathbf{B} \odot \mathbf{A})^T. \end{aligned} \quad (4.5)$$

O modelo tridimensional é algumas vezes escrito em termos das camadas frontais de \mathcal{X} (ver Figura 4.3):

$$X_k \approx \mathbf{A} D^{(k)} \mathbf{B}^T, \text{ onde } D^{(k)} \equiv \text{diag}(c_{k\cdot}) \text{ para } k = 1 \dots K$$

Equações análogas podem ser escritas para as camadas horizontal e lateral. Em geral, expressões orientadas a camadas não são facilmente estendidas além de três dimensões. Seguindo (KOLDA, 2006) e (KRUSKAL, 1977), o modelo CP pode ser expresso como:

Em geral, é útil assumir que as colunas de **A**, **B** e **C** são normalizadas para apresentarem comprimento unitário e com os pesos contidos no vetor $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^R$, de maneira que:

$$X \approx \llbracket \boldsymbol{\lambda}; A, B, C \rrbracket \approx \sum_{r=1}^R \lambda_r a_r \circ b_r \circ c_r$$

Até o momento, deu-se foco a tensores tridimensionais por seu emprego ser mais comum e por serem suficientes à maioria dos casos, contudo, para um tensor genérico $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$ de ordem N , a decomposição CP fica:

$$X \approx \llbracket \boldsymbol{\lambda}; A^{(1)}, A^{(2)}, \dots, A^{(N)} \rrbracket \approx \sum_{r=1}^R \lambda_r a_r^{(1)} \circ a_r^{(2)} \circ \dots \circ a_r^{(N)}$$

Onde $\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^R$ e $\mathbf{A}^{(n)} \in \mathbb{R}^{I_n \times R}$. Nesse caso, a versão matricial modo- n é dada por:

$$\mathbf{X}_{(n)} \approx \mathbf{A}^{(n)} \boldsymbol{\Lambda} (\mathbf{A}^{(N)} \odot \dots \odot \mathbf{A}^{(n+1)} \odot \mathbf{A}^{(n-1)} \odot \dots \odot \mathbf{A}^{(1)})^T,$$

Onde $\boldsymbol{\Lambda} = \text{diag}(\boldsymbol{\lambda})$.

4.2.10.1 Posto de um Tensor

O posto de um tensor \mathcal{X} , denotado por $\text{posto}(\mathcal{X})$, é definido como o menor número de tensores posto-1 capazes de gerar \mathcal{X} com sua soma (HITCHCOCK, 1927) e (KRUSKAL, 1977). Em outras palavras, é o menor número de componentes em uma decomposição CP exata, onde exata significa que a igualdade da Equação 4.4 é alcançada. Para uma perspectiva de posto de tensores do ponto de vista da complexidade algébrica ver (HOWEL, 1978), (BSHOUTY, 1990), (KNUT, 1997) e (BINI, 2007). Uma decomposição CP exata com $[R = \text{posto}(\mathcal{X})]$ componentes é denominada decomposição posto.

A definição de posto de um tensor corresponde ao análogo exato da definição de posto de uma matriz, mas as propriedades dos postos de matrizes e tensores são muito diferentes. Uma diferença significativa é que o posto de um tensor composto de elementos reais, tomado sobre o conjunto dos números reais (\mathbb{R}), pode ser diferente do posto obtido sobre o conjunto dos números complexos (\mathbb{C}). Por exemplo, seja \mathcal{X} um tensor no qual as camadas são definidas por:

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{e} \quad \mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Este é um tensor de posto-3 sobre \mathbb{R} e um tensor de posto-2 sobre \mathbb{C} . A decomposição sobre \mathbb{R} é $\mathcal{X} = [\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}]$, onde:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Enquanto a decomposição sobre \mathbb{C} apresenta os seguintes fatores:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -i & i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{bmatrix}.$$

Este exemplo foi apresentado por (MURRAY, 2005).

Outras peculiaridades dos tensores são a determinação do posto máximo e do posto típico. O posto máximo é definido como o maior posto possível para um tensor, enquanto o posto típico é qualquer posto que puder ocorrer com probabilidade maior que zero. Em geral, para um tensor de terceira ordem $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$ a única restrição de limite para seu posto máximo é dada por (KRUSKAL, 1989):

$$\text{rank}(\mathcal{X}) \leq \min\{IJ, IK, JK\}.$$

A Tabela 4.2 apresenta os postos máximos para tensores de tamanhos conhecidos. O resultado mais geral é para tensores de terceira ordem com apenas duas camadas:

Tabela 4.2 – Posto Máximo sobre \mathbb{R} para Tensores de Terceira Ordem.

Tamanho do tensor	Posto máximo	Bibliografia
$I \times J \times 2$	$\min\{I, J\} + \min\{I, J, \lceil \max\{I, J\}/2 \rceil\}$	(JÁJÁ, 1979) (KRUSKAL, 1989)
$3 \times 3 \times 3$	5	(KRUSKAL, 1989)

A Tabela 4.3 apresenta algumas fórmulas típicas para postos de certos tensores de terceira ordem sobre \mathbb{R} .

Tabela 4.3 – Posto Típico para Tensores de Terceira Ordem sobre \mathbb{R} .

Tamanho do tensor	Posto típico	Bibliografia
$2 \times 2 \times 2$	$\{2, 3\}$	(KRUSKAL, 1989)
$3 \times 3 \times 2$	$\{3, 4\}$	(MURRAY, 2005) e (TEN BERGE, 1991)
$5 \times 3 \times 3$	$\{5, 6\}$	(2004)
$I \times J \times 2$, com $I \geq 2J$ (muito alto)	$2J$	(TEN BERGE, et al., 1999)
$I \times J \times 2$, com $J < I < 2J$ (alto)	I	(TEN BERGE, et al., 1999)
$I \times I \times 2$ (compacto)	$\{I, I + 1\}$	(TEN BERGE, 1991) e (TEN BERGE, et al., 1999)
$I \times J \times K$, com $I \geq JK$ (muito alto)	JK	(TEN BERGE, 2000)
$I \times J \times K$, com $JK - J < I < JK$ (alto)	I	(TEN BERGE, 2000)
$I \times J \times K$, com $I = JK - J$ (compacto)	$\{I, I + 1\}$	(TEN BERGE, 2000)

4.2.10.2 Unicidade

Uma propriedade interessante dos tensores de ordem superior é que a sua decomposição de postos, em geral, é única, diferentemente das decomposições de matrizes. Em (SIDIROPOULOS, et al., 2000) e (TEN BERGE, 2000) são apresentados resultados que provam a unicidade da decomposição CP.

4.2.10.3 Aproximações do menor posto e do posto-limite

Para matrizes, (ECKART, et al., 1936) mostrou que a melhor aproximação posto- k é dada pelos k principais fatores de sua decomposição de valores singulares (SVD). Em outras palavras, seja R o posto de uma matriz \mathbf{A} , e assumindo que a sua decomposição em valores singulares seja dada por:

$$A = \sum_{r=1}^R \sigma_r u_r \circ v_r, \quad \text{com } \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_R > 0$$

Então, uma aproximação posto- k que minimiza $\|A - B\|$ é dada por:

$$B = \sum_{r=1}^k \sigma_r u_r \circ v_r$$

Este tipo de resultado não é válido para tensores de ordens superiores.

Por exemplo, considere um tensor de ordem três com posto R e com a seguinte decomposição CP:

$$X \approx \sum_{r=1}^R a_r \circ b_r \circ c_r$$

Idealmente, a soma dos k fatores produziria a melhor aproximação do posto- k , mas isto não é verdade. Em (KOLDA, 2001) foi apresentado um exemplo onde a melhor aproximação do posto-1 de um tensor cúbico não é um fator na melhor aproximação do posto-2. Um corolário desse fato é que os componentes do melhor modelo posto- k não podem ser resolvidos sequencialmente. Neste caso, todos os fatores devem ser encontrados simultaneamente.

Em geral, o problema é mais complexo, pois é possível que a melhor aproximação posto- k não exista. Este tipo de problema é visto como um tipo de degeneração. Um tensor é dito degenerado se puder ser aproximado, arbitrariamente por uma fatoração do menor posto. Por exemplo, seja um tensor de terceira ordem $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$ definido por:

$$\mathbf{X} = \mathbf{a}_1 \circ \mathbf{b}_1 \circ \mathbf{c}_2 + \mathbf{a}_1 \circ \mathbf{b}_2 \circ \mathbf{c}_1 + \mathbf{a}_2 \circ \mathbf{b}_1 \circ \mathbf{c}_1,$$

Onde $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I \times 2}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{J \times 2}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{K \times 2}$ e com cada componente apresentando colunas linearmente independentes. Este tensor pode ser arbitrariamente aproximado por um tensor de posto-2 da seguinte forma:

$$\mathbf{y} = \alpha \left(\mathbf{a}_1 + \frac{1}{\alpha} \mathbf{a}_2 \right) \circ \left(\mathbf{b}_1 + \frac{1}{\alpha} \mathbf{b}_2 \right) \circ \left(\mathbf{c}_1 + \frac{1}{\alpha} \mathbf{c}_2 \right) - \alpha \mathbf{a}_1 \circ \mathbf{b}_1 \circ \mathbf{c}_1.$$

Especificamente,

$$\|\mathbf{X} - \mathbf{y}\| = \frac{1}{\alpha} \left\| \mathbf{a}_2 \circ \mathbf{b}_2 \circ \mathbf{c}_1 + \mathbf{a}_2 \circ \mathbf{b}_1 \circ \mathbf{c}_2 + \mathbf{a}_1 \circ \mathbf{b}_2 \circ \mathbf{c}_2 + \frac{1}{\alpha} \mathbf{a}_2 \circ \mathbf{b}_2 \circ \mathbf{c}_2 \right\|,$$

que pode ser tornado arbitrariamente pequeno. Como esse exemplo ilustra, isto é típico de uma degeneração, onde os fatores tornam-se aproximadamente proporcionais e as magnitudes de alguns termos na decomposição tendem para infinito, com sinais opostos.

Em (PAATERO, 2000) foram apresentados outros exemplos de degeneração. A Figura 4.7 apresenta o problema de estimação de um tensor \mathbf{y} posto-3 por um tensor posto-2 (KRUSCAL, et al., 1993). Aqui, uma sequência $\{\mathbf{X}_k\}$ de tensores rank-2 fornece estimações crescentemente melhores para estimar \mathbf{y} . Necessariamente, a melhor aproximação esta no limite da fronteira do espaço dos tensores do posto-2 e posto-3. Contudo, uma vez que o espaço dos tensores posto-2 não é fechado, a sequência pode convergir para um tensor \mathbf{X}^* de rank diferente de dois. O exemplo anterior apresentou uma sequência de posto-2 convergindo para posto-3.

(LUNDY, et al.) propôs um modelo numérico alternativo combinando as decomposições CP e de Tucker na tentativa de evitar o problema de degeneração.

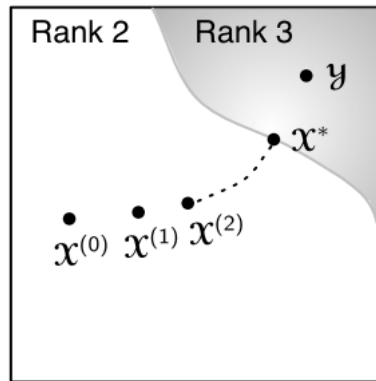


Figura 4.7 – Ilustração de uma Sequência de Tensores Convergingo para um Posto de Ordem Superior (KRUSCAL, et al., 1993).

Na situação onde a melhor aproximação do posto mínimo não existe, é útil considerar o conceito de posto limite (BINI, et al., 1979) e (BINI, 2007), que é definido como o número mínimo de tensores posto-1 que são suficientes para aproximar um dado tensor com um erro arbitrariamente pequeno, não nulo. Este conceito foi introduzido em 1979 e matematicamente, o posto limite é definido como apresentado na Equação 4.6.

$$\widetilde{\text{posto}}(\mathcal{X}) = \min \{r \mid \text{para qualquer } \epsilon > 0, \exists \text{ um tensor } \epsilon, \text{ tal que } \|\epsilon\| < \epsilon,$$

$$\text{e o posto } (\mathcal{X} + \epsilon) = r\} \quad (4.6)$$

Uma condição óbvia é que:

$$\widetilde{\text{posto}}(\mathcal{X}) \leq \text{posto}(\mathcal{X})$$

A grande maioria dos trabalhos com posto limite foram desenvolvidos no contexto de formas bi-lineares e multiplicação de matrizes.

4.2.10.4 Cálculo da Decomposição CP

Como mencionado antes, não existe um algoritmo finito para determinar o posto de um tensor (KRUSKAL, 1989). Consequentemente, a primeira dúvida que surge no cálculo de uma decomposição CP é como escolher o número de componentes posto-1. A grande maioria dos procedimentos ajusta múltiplas decomposições CP, com diferentes números de componentes, até alcançar um “número aceitável”. Idealmente, se os

dados estiverem livres de ruídos e se tivermos um procedimento para calcular CP com um determinado número de componentes, então pode-se efetuar o cálculo para $R = 1, 2, 3, \dots$, número de componentes e interromper o processo quando um valor de R proporcionar um ajuste de 100 %. Contudo, existem muitos problemas com o emprego desse procedimento, pois, como veremos mais adiante, não existe um procedimento exato para encontrar CP, dado um número de componentes. Além disso, como mencionado anteriormente (4.2.10.3), alguns tensores podem ter aproximações de um posto menor, que são arbitrariamente próximos em termos de ajuste, o que provoca problemas na prática (MITCHELL, et al., 1994) e (PAATERO, 2000). Quando os dados possuem ruídos (o que ocorre na grande maioria dos casos práticos), torna-se quase impossível determinar o posto. Em (BRO, et al., 2003) foi proposto um método de diagnóstico consistente chamado CORCONDIA para comparar diferentes números de componentes.

Assumindo que o número de componentes seja fixado, existem muitos algoritmos para calcular sua decomposição CP. Neste trabalho optou-se pelo algoritmo de *Alternating Least Squares* (ALS), proposto originalmente em (CARROL, et al., 1970) e (HARSHMAN, 1970), por sua simplicidade e pela disponibilidade de software.

Por simplicidade, apenas, derivar-se-á o método para o caso de um tensor de terceira ordem, porém o algoritmo é apresentado para tensores de ordem N na Figura 4.8.

Seja um tensor de terceira ordem $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$, o objetivo é o cálculo da decomposição CP com R componentes que melhor se aproxima de \mathcal{X} , isto é, encontrar a Equação 4.7.

$$\min_{\hat{\mathcal{X}}} \|\mathcal{X} - \hat{\mathcal{X}}\|, \quad \text{com } \hat{\mathcal{X}} = \sum_{r=1}^R \lambda_r \circ a_r \circ b_r \circ c_r \quad (4.7)$$

O procedimento ALS fixa \mathbf{B} e \mathbf{C} para calcular \mathbf{A} então fixa \mathbf{A} e \mathbf{C} para calcular \mathbf{B} ; e em seguida, fixa \mathbf{A} e \mathbf{B} para calcular \mathbf{C} e segue repetindo esse procedimento até que algum critério de convergência seja alcançado. Fixando-se todas as matrizes, a menos de uma delas, o problema reduz-se a um problema de mínimos quadrados. Por exemplo, suponha que \mathbf{B} e \mathbf{C} sejam fixados, então a partir da Equação 4.5 pode-se escrever o problema de minimização da Equação 4.7 na forma de matriz como:

$$\min_{\hat{\mathbf{A}}} \|\mathbf{X}_{(1)} - \hat{\mathbf{A}}(\mathbf{C} \odot \mathbf{B})^T\|_F,$$

Onde $\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} \cdot \text{diag}(\boldsymbol{\lambda})$ e a solução ótima é dada por:

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{X}_{(1)} [(\mathbf{C} \odot \mathbf{B})^T]^\dagger.$$

Devido ao produto de Khatri-Rao, a pseudo-inversa toma a forma especial da Equação 4.3, portanto pode-se reescrever a solução como:

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{X}_{(1)} (\mathbf{C} \odot \mathbf{B}) (\mathbf{C}^T \mathbf{C} * \mathbf{B}^T \mathbf{B})^\dagger.$$

A vantagem desta versão de equação é que necessita-se apenas de calcular a pseudo-inversa de uma matriz $R \times R$, em vez de ter de calcular a matriz $JK \times R$. Contudo, esta versão nem sempre é aconselhável devido ao potencial mau condicionamento numérico. Ao final, normaliza-se as colunas de $\hat{\mathbf{A}}$ para obter-se \mathbf{A} .

O procedimento ALS completo para o cálculo de um tensor de ordem N é apresentado na Figura 4.8. Este assume que o número de componentes R para a decomposição é especificado.

```

procedimento CP_ALS( $\mathcal{X}$ ,  $R$ )
  inicialize  $\mathbf{A}^{(n)} \in \mathbb{R}^{I_n \times R}$ , para  $n = 1, \dots, N$ 
  repita
    para  $n = 1, \dots, N$  faça
       $\mathbf{V} \leftarrow \mathbf{A}^{(1)T} \mathbf{A}^{(1)} * \dots * \mathbf{A}^{(n-1)T} \mathbf{A}^{(n-1)} * \mathbf{A}^{(n+1)T} \mathbf{A}^{(n+1)} * \dots * \mathbf{A}^{(M)T} \mathbf{A}^{(M)}$ 
       $\mathbf{A}^{(n)} \leftarrow \mathbf{X}^{(n)} (\mathbf{A}^{(N)} \odot \dots \odot \mathbf{A}^{(n+1)} \odot \mathbf{A}^{(n-1)} \odot \dots \odot \mathbf{A}^{(1)}) \mathbf{V}^\dagger$ 
      normalize as colunas de  $\mathbf{A}^{(n)}$  (armazenando as normas como  $\boldsymbol{\lambda}$ )
    fim para
  até que o ajuste não melhore mais ou o # máximo de iterações seja alcançado
  retorne  $\boldsymbol{\lambda}$ ,  $\mathbf{A}^{(1)}$ ,  $\mathbf{A}^{(2)}$ , ...,  $\mathbf{A}^{(M)}$ 
fim procedimento

```

Figura 4.8 – O algoritmo ALS para calcular a decomposição CP com R componentes para um tensor \mathcal{X} de ordem N de dimensões $I_1 \times I_2 \times I_3 \times \dots \times I_N$.

As matrizes fator podem ser iniciadas aleatoriamente ou através de restrições do tipo:

$$\mathbf{A}^{(n)} = R \text{ principais vetores singulares a esquerda de } \mathbf{X}_{(n)}, \text{ para } n = 1, \dots, N.$$

Veja (SMILDE, et al., 2004) para maiores detalhes sobre métodos de iniciação. Em cada iteração mais interna a pseudo-inversa da matriz \mathbf{V} (ver Figura 4.8) deve ser calculada, mas apenas para a dimensão $R \times R$. As iterações repetem-se até que alguma combinação de condições de parada seja satisfeita. Possíveis condições de parada incluem: pequeno ou nenhum ajuste na função objetivo, pouca ou nenhuma alteração nas matrizes fator, o valor esteja em ou próximo de zero e o número máximo de iterações tenha sido alcançado.

O método ALS é simples de compreender e implementar, mas pode levar muitas iterações até convergir. Além disso, a convergência para um mínimo global não é garantida, nem para um ponto estacionário, apenas para uma solução onde a função objetivo cesse de decrescer. A solução final pode ser fortemente dependente das condições iniciais estabelecidas. Algumas técnicas para aperfeiçoar a eficiência do algoritmo ALS são discutidas em (TOMASI, 2005). Vários pesquisadores propuseram melhorias baseadas em pesquisas lineares (RAJIH, et al., 2005). Em (FABER, et al., 1991) o algoritmo ALS foi comparado com seis diferentes métodos. No entanto, nenhum deles provou ser melhor que o ALS em termos de qualidade da solução.

4.2.10.5 Aplicações da Decomposição CP

As primeiras aplicações de CP foram na área de Psicometria, por volta de 1970. Em (CARROL, et al., 1970) introduziu-se o CANDECOMP no contexto da análise de múltiplas matrizes de similaridade ou dissimilaridade de uma variedade de objetos. Em (HARSHMAN, 1970) foi utilizado o modelo PARAFAC para eliminar a ambiguidade associada com a análise de componentes principais em dados bi-dimensionais e, desta forma, extrair as propriedades mais significativas. Em (CATTELL, 1944) foi aplicado o modelo de decomposição PARAFAC sobre os dados de sons de vogais, onde diferentes indivíduos (modo 1) falavam diferentes vogais (modo 2) e os fonemas (*i. e.*, o sons percebidos) eram registrados (modo 3).

(APPELOF, et al., 1981) foram os pioneiros na aplicação de CP em Quimiometria (1981). Eles aplicaram o modelo em dados de excitação-emissão fluorescente. Vários autores utilizaram a decomposição CP em neurociência, como exemplo cita-se (MIWAKEICHI, et al., 2004), que aplicou a decomposição CP ao arranjo tridimensional do espectro de um EEG, com os modos correspondendo ao tempo, frequência e canal variante no tempo, e (DE VOS, et al., 2007) e (DE VOS, et al., 2007), que utilizaram o modelo CP para a análise de convulsões epiléticas.

4.2.11 Compressão e Decomposição de Tucker

A decomposição de Tucker foi introduzida por Tucker em 1963 em (TUCKER, 1963). Semelhante à decomposição CP, a decomposição de Tucker também apresenta muitas denominações. A Tabela 4.4 apresenta os vários nomes atribuídos à decomposição de Tucker.

Tabela 4.4 – Nomes para a Decomposição de Tucker (Alguns Específicos para Tensores de Terceira Ordem, os demais se aplicam a Tensores de Ordem N).

Nome:	Proposto por:
Three-mode factor analysis (3MFA/Tucker3)	Tucker, 1966
Three-mode component analysis (3MPCA)	Kroonenberg and De Leeuw, 1980
N-mode principal components analysis	Kapteyn et al., 1986
Higher-order SVD (HOSVD)	De Lathauwer et AL., 2000
N-mode SVD	Vasilescu and Terzopoulos, 2002

A decomposição de Tucker é uma forma de análise de componentes principais de ordem elevada. Ela decompõe um tensor em um tensor núcleo multiplicado (ou transformado) por uma matriz ao longo de cada modo. Desta forma, no caso de um tensor de ordem três, $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$, tem-se a Equação 4.8.

$$X \approx \mathcal{G}x_1Ax_2Bx_3C = \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \sum_{r=1}^R g_{pqr} a_p \circ b_q \circ c_r = \llbracket \mathcal{G}; A, B, C \rrbracket \quad (4.8)$$

Aqui, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I \times P}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{J \times Q}$ e $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{K \times R}$ são matrizes fator (usualmente ortogonais) e, desta forma podem ser pensadas como as componentes principais em cada modo. O tensor $\mathcal{G} \in \mathbb{R}^{P \times Q \times R}$ é denominado tensor núcleo e suas entradas mostram os níveis de interação entre seus diferentes componentes. A última igualdade utiliza a forma abreviada $\llbracket \mathcal{G}; \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C} \rrbracket$, introduzida por (KOLDA, 2006).

Cada elemento da decomposição de Tucker tem a forma:

$$x_{ijk} = \sum_{p=1}^P \sum_{q=1}^Q \sum_{r=1}^R g_{pqr} a_{ip} b_{jq} c_{kr}$$

Para $i = 1, \dots, I$; $j = 1, \dots, J$ e $k = 1, \dots, K$.

Aqui, P , Q e R referem-se ao número de componentes (isto é, colunas) nas matrizes fator \mathbf{A} , \mathbf{B} e \mathbf{C} , respectivamente. Se P , Q e R forem menores que I , J e K , o tensor núcleo \mathcal{G} pode ser pensado como uma versão compactada de \mathcal{X} . Em alguns casos, o espaço para armazenamento da versão decomposta do tensor pode ser significativamente menor que o espaço para armazenar o tensor original. A Figura 4.9 ilustra a decomposição de Tucker.

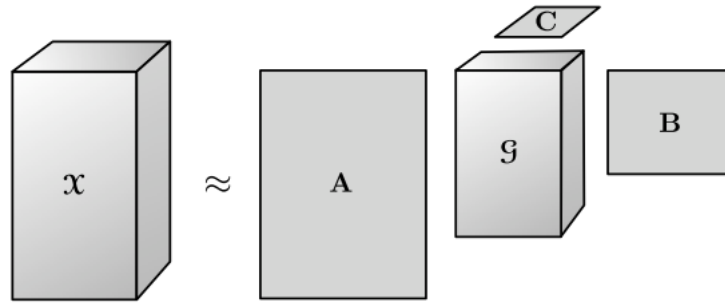


Figura 4.9 – Decomposição de Tucker para um Tensor de Terceira Ordem.

As formas matriciais (uma por modo) da Figura 4.9 são:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{(1)} &\approx \mathbf{A} \mathbf{G}_{(1)} (\mathbf{C} \otimes \mathbf{B})^T, \\ \mathbf{X}_{(2)} &\approx \mathbf{B} \mathbf{G}_{(2)} (\mathbf{C} \otimes \mathbf{A})^T, \\ \mathbf{X}_{(3)} &\approx \mathbf{C} \mathbf{G}_{(3)} (\mathbf{B} \otimes \mathbf{A})^T. \end{aligned}$$

Embora esse raciocínio tenha sido introduzido para um tensor de terceira ordem, o modelo de Tucker pode ser estendido para o caso de um tensor de ordem N , conforme a Equação 4.9.

$$\mathcal{X} = \mathcal{G} \times_1 \mathbf{A}^{(1)} \times_2 \mathbf{A}^{(2)} \dots \times_N \mathbf{A}^{(N)} = \llbracket \mathcal{G}; \mathbf{A}^{(1)}, \mathbf{A}^{(2)}, \dots, \mathbf{A}^{(N)} \rrbracket, \quad (4.9)$$

Ou por elemento, como:

$$x_{i_1 i_2 \dots i_N} = \sum_{r_1=1}^{R_1} \sum_{r_2=1}^{R_2} \dots \sum_{r_N=1}^{R_N} g_{r_1 r_2 \dots r_N} a_{i_1 r_1}^{(1)} a_{i_2 r_2}^{(2)} \dots a_{i_N r_N}^{(N)}$$

Para $i_n = 1, \dots, I_n; n = 1, \dots, N$.

A versão matricial da Equação 4.9 tem a forma:

$$\mathbf{X}_{(n)} = \mathbf{A}^{(n)} \mathbf{G}_{(n)} (\mathbf{A}^{(N)} \otimes \dots \otimes \mathbf{A}^{(n+1)} \otimes \mathbf{A}^{(n-1)} \otimes \dots \otimes \mathbf{A}^{(1)})^T.$$

Existem duas variações importantes da decomposição de Tucker:

- A decomposição de Tucker2 de um arranjo de terceira ordem atribui a uma das matrizes fator a identidade. Por exemplo, a decomposição de Tucker2 é

$$\mathbf{X} = \mathcal{G} \times_1 \mathbf{A} \times_2 \mathbf{B} = \llbracket \mathcal{G} ; \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{I} \rrbracket.$$

Isto é o mesmo que a Equação 4.8, exceto que $\mathcal{G} \in \mathbb{R}^{P \times Q \times R}$, com $R = K$ e $\mathbf{C} =$ desde que, a matriz identidade $K \times K$.

- De forma semelhante, a decomposição de Tucker1 atribui a duas matrizes fator a identidade, Por exemplo, se a segunda e a terceira matrizes fator são matrizes identidade, então, tem-se:

$$\mathbf{X} = \mathcal{G} \times_1 \mathbf{A} = \llbracket \mathcal{G} ; \mathbf{A}, \mathbf{I}, \mathbf{I} \rrbracket.$$

Isto é equivalente ao PCA padrão para duas dimensões desde que:

$$\mathbf{X}_{(1)} = \mathbf{A} \mathbf{G}_{(1)}.$$

Estes conceitos se estendem facilmente para o caso de tensores de ordem N . Pode-se estabelecer qualquer subconjunto de matrizes fator como matriz identidade.

Existem muitas escolhas para a decomposição de tensores, o que pode causar dúvida sobre qual modelo adotar em uma aplicação particular. Em (CEULEMANS, et al., 2006) foram discutidos diferentes modelos de Tucker para o caso de tensores de ordem três.

4.2.11.1 O Posto-n

Seja \mathcal{X} um tensor de N -ésima ordem de tamanho $I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N$, então, o N -ésimo posto de \mathcal{X} , denotado por $\text{posto}_n(\mathcal{X})$, é o posto da coluna de $\mathbf{X}_{(n)}$. Em outras palavras, o posto- n é a dimensão do espaço vetor ocupado pelas fibras de modo- n (ver Figura 4.2). Se colocar-se $R_n = \text{posto}_n(\mathcal{X})$, para $n = 1, \dots, N$, então pode-se dizer que \mathcal{X} é um tensor posto- (R_1, R_2, \dots, R_N) . O conceito de posto modo- n não deve ser confundido com a idéia de posto (i.e, o número mínimo de componentes posto-1). De uma forma trivial, $R_N \leq I_N$ para qualquer $n = 1, \dots, N$.

Kruskal (KRUSKAL, 1989) introduziu a idéia de posto- n e que, mais tarde, foi popularizada por (DE LATHAUWER, et al., 2000). O conceito mais geral de posto múltiplo foi introduzido muito antes por (HITCHCOCK, 1927), sendo que a diferença é que o posto modo- n usa apenas o desdobramento posto- n de um tensor \mathcal{X} , ao passo que o posto múltiplo pode corresponder a qualquer matriciação arbitrária.

Para um determinado tensor \mathcal{X} pode-se facilmente encontrar uma decomposição de Tucker exata de posto (R_1, R_2, \dots, R_N) , onde $R_n = \text{posto}_n(\mathcal{X})$. Se, contudo, calcular-se a decomposição de Tucker posto (R_1, R_2, \dots, R_N) , onde $R_n < \text{posto}_n(\mathcal{X})$, para um ou mais n , então, esta será necessariamente inexata e mais difícil de calcular. A Figura 4.10 apresenta a decomposição de Tucker truncada (não necessariamente obtida pelo truncamento em uma decomposição exata) que não necessariamente reproduz \mathcal{X} .

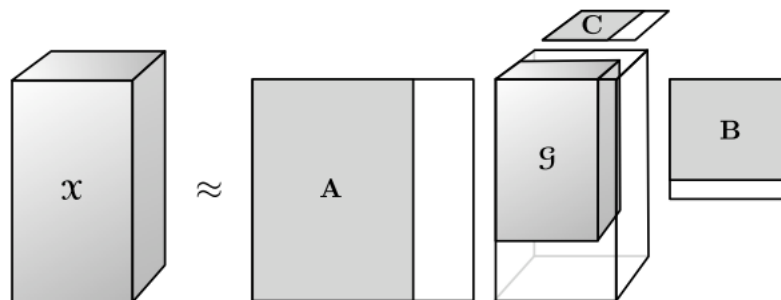


Figura 4.10 – A Decomposição de Tucker Truncada de um Tensor de Terceira Ordem.

4.2.11.2 Cálculo de Decomposição de Tucker

O primeiro método de decomposição de Tucker (TUCKER, 1966) é apresentado na Figura 4.11. A idéia básica é encontrar aqueles componentes que melhor capturam a variabilidade em modo- n , independente de outros modos. O método apresentado é exclusivo para tensores de ordem três, mas a generalização para tensores de ordem N é direta.

```
procedimento HOSVD( $\mathcal{X}, R_1, R_2, \dots, R_N$ )  
  para  $n = 1, \dots, N$  faça  
     $A^{(n)} \leftarrow R_n$  principais vetores singulares à esquerda de  $X_{(n)}$   
  fim para  
   $\mathcal{G} \leftarrow \mathcal{X} x_1 A^{(1)T} x_2 A^{(2)T} \dots x_N A^{(N)T}$   
  retorne  $\mathcal{G}, A^{(1)}, A^{(2)}, \dots, A^{(N)}$   
fim procedimento
```

Figura 4.11 – O primeiro método proposto por Tucker para calcular a decomposição de Tucker posto- (R_1, R_2, \dots, R_N) , mais tarde conhecido como HOSVD.

Este método foi algumas vezes referenciado como método Tucker1, atualmente é mais conhecido como Decomposição de Valores Singulares de Ordem Elevada (*higher-order SVD* ou *HOSVD*). Em (DE LATHAUWER, et al., 2000) mostrou-se que o HOSVD é uma generalização convincente da SVD de matrizes e, também, apresenta-se maneiras mais eficientes de se calcular os vetores singulares principais a esquerda de $\mathbf{X}_{(n)}$. Quando $R_n < \text{posto}_n(\mathcal{X})$, para um ou mais n , a decomposição é chamada HOSVD truncada. De fato, o tensor núcleo da HOSVD é todo ortogonal, que tem relevância na truncagem da decomposição (DE LATHAUWER, et al., 2000).

O HOSVD truncado não é ótimo em termos da obtenção do melhor ajuste, mas é um bom ponto de partida para o algoritmo ALS. Em 1980, (KROONEBERG, et al., 1980) desenvolveu-se um algoritmo ALS para calcular a decomposição de Tucker em tensores de ordem três chamado TUCKSALS3. Mais tarde, (KAPTEYN, et al., 1986) estendeu-se o TUCKSALS3 para tensores de ordem superior a três. Em (DE LATHAUWER, et al., 2000) foram propostas técnicas mais eficientes para calcular matrizes fator em um algoritmo chamado de Iteração Ortogonal de Ordem Elevada (*Higher-order Orthogonal Iteration*) - HOOI. A Figura 4.12 apresenta o algoritmo. Tomando-se \mathcal{X} como um tensor de dimensões $I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N$, então o problema de otimização a ser resolvido tem a forma:

$$\min_{\mathcal{G}, \mathbf{A}^{(1)}, \dots, \mathbf{A}^{(N)}} \left\| \mathcal{X} - \llbracket \mathcal{G} ; \mathbf{A}^{(1)}, \mathbf{A}^{(2)}, \dots, \mathbf{A}^{(N)} \rrbracket \right\| \quad (4.10)$$

sujeito a $\mathcal{G} \in \mathbb{R}^{R_1 \times R_2 \times \dots \times R_N}$, $\mathbf{A}^{(n)} \in \mathbb{R}^{I_n \times R_n}$ com colunas ortogonais entre si para $n = 1, \dots, N$.

Re-escrevendo a função objetivo acima em uma forma vetorizada, tem-se:

$$\left\| \text{vec}(\mathcal{X}) - (\mathbf{A}^{(N)} \otimes \mathbf{A}^{(N-1)} \otimes \dots \otimes \mathbf{A}^{(1)}) \text{vec}(\mathcal{G}) \right\|,$$

É simples mostrar que o tensor núcleo \mathcal{G} deve satisfazer:

$$\mathcal{G} = \mathcal{X} \times_1 \mathbf{A}^{(1)\top} \times_2 \mathbf{A}^{(2)\top} \dots \times_N \mathbf{A}^{(N)\top}.$$

Pode-se re-escrever o quadrado da função objetivo como:

$$\begin{aligned} & \left\| \mathcal{X} - \llbracket \mathcal{G} ; \mathbf{A}^{(1)}, \mathbf{A}^{(2)}, \dots, \mathbf{A}^{(N)} \rrbracket \right\|^2 \\ &= \|\mathcal{X}\|^2 - 2\langle \mathcal{X}, \llbracket \mathcal{G} ; \mathbf{A}^{(1)}, \mathbf{A}^{(2)}, \dots, \mathbf{A}^{(N)} \rrbracket \rangle + \|\llbracket \mathcal{G} ; \mathbf{A}^{(1)}, \mathbf{A}^{(2)}, \dots, \mathbf{A}^{(N)} \rrbracket\|^2 \\ &= \|\mathcal{X}\|^2 - 2\langle \mathcal{X} \times_1 \mathbf{A}^{(1)\top} \dots \times_N \mathbf{A}^{(N)\top}, \mathcal{G} \rangle + \|\mathcal{G}\|^2 \\ &= \|\mathcal{X}\|^2 - 2\langle \mathcal{G}, \mathcal{G} \rangle + \|\mathcal{G}\|^2 \\ &= \|\mathcal{X}\|^2 - \|\mathcal{G}\|^2 \\ &= \|\mathcal{X}\|^2 - \|\mathcal{X} \times_1 \mathbf{A}^{(1)\top} \times_2 \dots \times_N \mathbf{A}^{(N)\top}\|^2. \end{aligned}$$

Os detalhes dessa transformação estão em (ANDERSSON, et al., 1998), (DE LATHAUWER, et al., 2000) e (KOLDA, 2006). Mais uma vez, pode-se utilizar o algoritmo ALS para resolver a Equação 4.10. Devido a $\|\mathcal{X}\|^2$ ser constante, a Equação 4.10 pode ser re-arrumada como uma série de subproblemas envolvendo o problema de maximização da Equação 4.11, que resolve para o n-ésimo componente da matriz:

$$\max_{\mathbf{A}^{(n)}} \left\| \mathcal{X} \times_1 \mathbf{A}^{(1)\top} \times_2 \mathbf{A}^{(2)\top} \dots \times_N \mathbf{A}^{(N)\top} \right\| \quad (4.11)$$

sujeito a $\mathbf{A}^{(n)} \in \mathbb{R}^{I_n \times R_n}$ e com colunas ortogonais, para $n = 1, \dots, N$.

A função objetivo da Equação 4.11 pode ser re-escrita na forma de matriz como:

$$\|A^{(n)T}W\| \text{ com } W = X_{(n)}(A^{(N)} \otimes \dots \otimes A^{(n+1)} \otimes A^{(n-1)} \otimes \dots \otimes A^{(1)})$$

A solução pode ser determinada utilizando-se a SVD, simplesmente fazendo $A^{(n)}$ igual a R_n , os vetores singulares principais à esquerda de W . Este método convergirá para uma solução onde a função objetivo da Equação 4.10 deixa de decrescer, mas não existe a garantia de convergência para um mínimo global ótimo ou mesmo para um ponto estacionário desta equação.

```

procedimento HOOI( $\mathcal{X}, R_1, R_2, \dots, R_N$ )
  inicialize  $A^{(n)} \in \mathbb{R}^{I_n \times R}$ , para  $n = 1, \dots, N$  utilizando HOSVD
  repita
    para  $n = 1, \dots, N$  faça
       $\mathcal{Y} \leftarrow \mathcal{X} x_1 A^{(1)T} \dots x_{(n-1)} A^{(n-1)T} x_{(n+1)} A^{(n+1)T} \dots x_N A^{(N)T}$ 
       $A^{(n)} \leftarrow R_n$  principais vetores singulares à esquerda de  $Y_{(n)}$ 
    fim para
  até que o ajuste não melhore mais ou o # máximo de iterações seja alcançado
   $\mathcal{G} \leftarrow \mathcal{X} x_1 A^{(1)T} x_2 A^{(2)T} \dots x_N A^{(N)T}$ 
  retorne  $\mathcal{G}, A^{(1)}, A^{(2)}, \dots, A^{(N)}$ 
fim procedimento

```

Figura 4.12 – Algoritmo ALS para calcular uma Decomposição de Tucker Posto- (R_1, R_2, \dots, R_N) para um Tensor \mathcal{X} de Ordem N de Dimensões $I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N$. Também conhecido como Iteração Ortogonal de Ordem Elevada.

Recentemente, (ELDÉN, et al., 2007) propôs um algoritmo de otimização Newton-Grassman para calcular a decomposição de Tucker de um tensor de ordem três. O problema é re-escrito como um programa não linear com as matrizes fator restritas às variações de Grassman, que definem uma classe de equivalência de matrizes com colunas ortogonais. O algoritmo de Newton-Grassman tem menos iterações que o método HOOI e demonstra uma convergência numérica quadrática, embora cada iteração seja mais custosa em termos de cálculos matemáticos, devido à necessidade do cálculo do Hessiano. Este método converge para um ponto estacionário da Equação 4.10.

O problema de como escolher o posto de um tensor é discutido em (KIERS, et al., 2003), que apresentou um procedimento direto (CORCONDIA) para a escolha do posto apropriado de um modelo de Tucker, baseado no cálculo do HOSVD.

4.2.11.3 Falta de Unicidade e Métodos para Contornar o Problema

As decomposições de Tucker não são únicas. Considere a decomposição do tensor de terceira ordem da Figura 4.10 e sejam $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{P \times P}$, $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{Q \times Q}$, e $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{R \times R}$ matrizes não singulares, então:

$$[[\mathcal{G} ; \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}]] = [[\mathcal{G} \times_1 \mathbf{U} \times_2 \mathbf{V} \times_3 \mathbf{W} ; \mathbf{A}\mathbf{U}^{-1}, \mathbf{B}\mathbf{V}^{-1}, \mathbf{C}\mathbf{W}^{-1}]].$$

Em outras palavras, pode-se modificar o núcleo \mathcal{G} sem afetar o ajuste, desde de que se aplique as modificações inversas às matrizes fator. Esta liberdade permite transformações que simplifiquem a estrutura do núcleo, de maneira que a maioria de seus elementos possam ser tornados iguais a zero, eliminando, assim, as interações entre os componentes correspondentes e aperfeiçoando a unicidade. A superdiagonalização do núcleo é impossível, mas é possível tornar muitos elementos iguais a zero ou muito próximos de zero. Uma possibilidade é aplicar um conjunto de rotações ortogonais que otimize uma função que meça a “simplicidade” do núcleo como medida para algum objetivo (SONG, 1998). Outra possibilidade é utilizar um algoritmo tipo Jacobi para maximizar a magnitude dos elementos da diagonal (DE LATHAUWER, et al., 2001) e (MARTIN, et al., 2006). Finalmente, o HOSVD gera um núcleo todo ortogonal, como mencionado previamente, que é outro tipo de estrutura de núcleo especial que pode ser útil.

4.2.11.4 Exemplos de Aplicações de Tucker

Vários exemplos de aplicações utilizando a decomposição de Tucker em análise químicas são fornecidos em (HENRION, 1994) como parte de um tutorial em PCA multidimensional. Exemplos em psicometria são apresentados em (KIERS, et al., 2001), com uma visão geral de técnicas de análise de componentes tridimensionais. Este material é uma boa introdução em métodos tridimensionais, exemplificando quando utilizar estruturas tridimensionais em vez de bidimensionais; como pré-processar os dados; orientação de como escolher o posto para decomposição e uma rotação apropriada; além de métodos para representar os resultados.

(VASILESCU, et al., 2002) foram os pioneiros na utilização da decomposição de Tucker em visão computacional no reconhecimento de faces. Foram considerados dados de imagens faciais de múltiplos objetos, onde cada objeto possuía múltiplas imagens sobre várias condições. Por exemplo, se a variação era na luminosidade, o

dado seria re-arranjado em três modos: pessoa, condições de luminosidade e pixels. Modos adicionais como expressão e ângulo da câmera, entre outros, podem ser incorporados. O reconhecimento de faces utilizando tensores mostrou-se significativamente mais eficiente que as técnicas de PCA padrão (ICPR, 2002). A Figura 4.13 apresenta o tipo de base de dados utilizada. O reconhecimento de faces por tensores mostrou-se eficiente também pela sua capacidade de compressão, além da possibilidade de eliminar efeitos irrelevantes como luminosidade, enquanto retém características faciais básicas. (CVPR, 2003) e (ICPR, 2004) utilizaram a decomposição de Tucker para modelar expressões faciais e compressão de imagens.

Em Mineração de Dados, (SAVAS, 2003) e (SAVAS, et al., 2007) aplicaram HOSVD a problemas de identificação de dígitos manuscritos. Em (LIU, et al., ICDM 2005) foi aplicada a decomposição de Tucker para criar o modelo de espaço de tensores, análogo ao conhecido modelo de espaço de vetores em análise de textos.



Figura 4.13 – Base de Dados de Expressões Faciais⁵.

⁵ (28 Objetos x 45 Imagens por Objetos). (a) Os 28 Objetos se mostram em Expressão (2), Ponto de Vista (3) e Iluminação (2). (b) O Total de Imagens para o Objeto 1, da Esquerda para Direita os Três Painéis

4.2.12 Outros Métodos para Decomposições de Tensores

Existem vários métodos de decomposição de tensores, quase todos baseados nos métodos de decomposição CP e de Tucker. Esses métodos foram originados em meio às comunidades de Psicometria e Estatística e somente recentemente ganharam visibilidade em outras áreas como Quimiometria e Análise de redes sociais.

A Tabela 4.5 apresenta alguns métodos de decomposição em ordem cronológica de criação, citando para cada uma delas, sua denominação mais aceita e seu criador.

Tabela 4.5– Outros Métodos de Decomposição de Tensores.

<i>Nome:</i>	<i>Proposto por:</i>
Diferenças Individuais em Escala (INDSCAL)	(CARROL, et al., 1970)
Fatores Paralelos para Produto Cruzado (PARAFAC2)	(HARSHMAN, 1978)
CANDECOMP com restrições Lineares (CANDELINC)	(CARROL, et al., 1970)
Decomposição em Componentes Direcionais (DEDICOM)	(HARSHMAN, 1978)
PARAFAC e Tucker2 (PARATUCK2)	(HARSHMAN, et al., 1996)

4.2.12.1 O Método INDISCAL

O método de Diferenças Individuais em Escala (INDISCAL) é um caso especial do método de decomposição CP para tensores de terceira ordem que sejam simétricos em dois modos. Esse método foi proposto no mesmo artigo onde foi introduzido o método CADECOMP.

Para o método INDISCAL as duas primeiras matrizes fator na decomposição são restritas a serem iguais, pelo menos na solução final. Sem perda de generalidade, assume-se que os dois primeiros modos sejam simétricos. Desta forma, para um tensor de terceira ordem $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$, com $x_{ijk} = x_{jik}$, para qualquer i, j e k , o modelo INDISCAL é dado pela Equação 4.12.

mostram Imagens capturadas sob Diferentes Condições de Iluminação (1, 2 e 3). Em cada Painel Imagens com Variações de Expressões (1,2 e 3) são Apresentadas na Horizontal, enquanto Imagens Apresentadas sobre Diferentes Pontos de Vista são Apresentadas Verticalmente. A Imagem do Primeiro Objeto em (a) é a Imagem Situada no Centro de (b).

$$X \approx \llbracket A, A, C \rrbracket = \sum_{r=1}^R a_r \circ a_r \circ c_r \quad (4.12)$$

Aplicações envolvendo camadas simétricas são comuns, especialmente quando relacionados a problemas de medidas de similaridade ou dissimilaridade, distância ou matrizes de covariância.

4.2.12.2 O Método PARAFAC2

O método PARAFAC2 não é estritamente um método para decomposição de tensores, mas uma variante do método de decomposição CP que pode ser aplicado a uma coleção de matrizes, onde cada uma delas apresenta o mesmo número de colunas e diferentes números de linhas. Aplica-se o método PARAFAC2 a um conjunto de matrizes X_k , para $k = 1, \dots, K$, tal que cada X_k tenha dimensão $I_k \times J$, onde I_k é permitido variar com k .

Essencialmente, o método relaxa algumas restrições do método de decomposição CP, enquanto o método CP aplica os mesmos fatores através de um conjunto paralelo de matrizes, e o método PARAFAC2, em vez disso, aplica o mesmo fator ao longo de um modo e permite que a outra matriz fator varie. Uma vantagem do método PARAFAC2 é que, além de aproximar os dados em um tensor regular de terceira ordem com menos restrições que o método CP, pode ser aplicado a uma coleção de matrizes de tamanhos variados em um modo, isto é, com o mesmo número de colunas, mas com diferentes números de linhas.

Seja R o número de dimensões da decomposição. Então o modelo PARAFAC2 para uma coleção de matrizes tem a seguinte forma da Equação 4.13.

$$\mathbf{X}_k \approx \mathbf{U}_k \mathbf{S}_k \mathbf{V}^T, \quad k = 1, \dots, K. \quad (4.13)$$

Onde \mathbf{U}_k é uma matriz $I_k \times R$, \mathbf{S}_k é uma matriz diagonal $R \times R$ para $k = 1, \dots, K$ e \mathbf{V} é uma matriz fator $J \times R$ que não varia com k . O modelo PARAFAC2 geral para uma coleção de matrizes com tamanhos variados é apresentado na Figura 4.14.

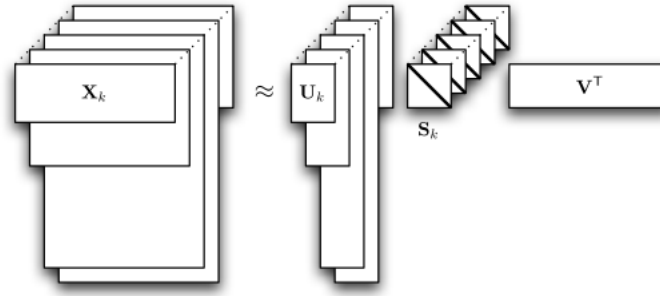


Figura 4.14 – Ilustração do Modelo PARAFAC2.

Em (BRO, et al., 1999) foi utilizado o método PARAFAC2 para resolver problemas de cromatografia com detecção espectral. Em (WISE, et al., 2001) foi aplicado o método para detecção de falhas no processo de gravação de semicondutores. (CHEW, et al., 2007) utilizaram o método PARAFAC2 para agrupar documentos provenientes de linguagens diferentes.

4.2.12.3 O Método CANDELINC

Um dos principais problemas em análise multidimensional é a interpretação das matrizes fator em uma decomposição tensorial, conseqüentemente, o conhecimento do domínio da aplicação por parte do usuário é desejável e pode ser feito através da imposição de restrições. O método CANDELINC (decomposição canônica com restrições lineares) é uma especialização do método CP com restrições lineares em uma ou mais matrizes fator. Embora um modelo com restrições possa não ser capaz de explicar o máximo da variância nos dados (os dados podem apresentar um grande erro residual), sua decomposição é, geralmente, mais significativa e interpretável.

Por exemplo, no caso de um tensor de ordem três, o método CADELINC requer que as matrizes fator da Equação 4.14 satisfaçam a Equação 4.15.

$$\mathcal{X} = \sum_{r=1}^R \mathbf{a}_r \circ \mathbf{b}_r \circ \mathbf{c}_r = \llbracket \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C} \rrbracket. \quad (4.14)$$

$$\mathbf{A} = \Phi_A \hat{\mathbf{A}}, \quad \mathbf{B} = \Phi_B \hat{\mathbf{B}}, \quad \mathbf{C} = \Phi_C \hat{\mathbf{C}}. \quad (4.15)$$

Onde $\Phi_A \in \mathbb{R}^{I \times M}$, $\Phi_B \in \mathbb{R}^{J \times N}$ e $\Phi_C \in \mathbb{R}^{K \times P}$. definem o espaço de colunas para cada matriz fator e $\hat{\mathbf{A}}$, $\hat{\mathbf{B}}$ e $\hat{\mathbf{C}}$ são soluções restritivas como definidas abaixo. Desta forma, o modelo CADELINC, que é a Equação 4.14 acoplada à Equação 4.15 é dado pela Equação 4.16.

$$\mathbf{X} \approx [\Phi_A \hat{\mathbf{A}}, \Phi_B \hat{\mathbf{B}}, \Phi_C \hat{\mathbf{C}}]. \quad (4.16)$$

Sem perda de generalidade, as matrizes restrições Φ_A , Φ_B e Φ_C são assumidas como sendo ortonormais. Pode-se assumir esta premissa porque qualquer matriz que não satisfaça este requisito pode ser substituída por outra que gere o mesmo espaço coluna e tenha suas colunas ortogonais.

A aplicação mais comum do método CADELINC é para o cálculo do método CP em dados em larga-escala, através da técnica de compressão de Tucker (KIERS, et al., 1997) e (BRO, et al., 1998). Em (KIERS, 1998) foi apresentado um exemplo de aplicação envolvendo a compressão e a regularização para tratar da multicolinearidade de dados quimiométricos.

4.2.12.4 A Decomposição DEDICOM

O método DEDICOM (decomposição em componentes direcionais) pertence a uma família de métodos de decomposição introduzida por Harshman (HARSHMAN, 1978). Sua idéia é a seguinte: suponha que se tem I objetos e uma matriz $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{I \times I}$ que descreve um relacionamento assimétrico entre eles. Por exemplo, os objetos podem representar as regiões e x_{ij} representam os valores para exportar da cidade i para a cidade j . Técnicas de análise de fatores típicas ou não levam em consideração o fato de que os dois modos de uma matriz possam corresponder às mesmas entidades ou que possam existir interações diretas entre elas. O modelo DEDICOM tenta agrupar os I objetos em R grandes componentes (ou grupos) e descreve seus padrões de interação pelo cálculo de $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I \times R}$ e $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{R \times R}$ conforme a Equação 4.17.

$$\mathbf{X} \approx \mathbf{A} \mathbf{R} \mathbf{A}^T. \quad (4.17)$$

Cada componente em \mathbf{A} corresponde a um componente latente tal que a_{ir} indique a participação do objeto i no grupo r . A matriz \mathbf{R} indica a interação entre os diferentes componentes, por exemplo, r_{ij} representa as exportações do grupo i para o grupo j .

Existem duas indeterminações, de escala e de rotação, que precisam ser solucionadas. Primeiramente, as colunas de \mathbf{A} devem ser escalonadas de forma a não afetar a solução. Uma escolha é determinar comprimento unitário na norma-2, outras escolhas fornecem diferentes benefícios na interpretação dos resultados (HARSHMAN, 1978). Segundo, a matriz \mathbf{A} pode ser transformada em qualquer matriz

não singular \mathbf{T} sem perda de precisão dos dados, porque $\mathbf{ARA}^T = (\mathbf{AT}) (\mathbf{T}^{-1}\mathbf{RT}^{-T}) (\mathbf{AT})^T$. Desta forma, a solução obtida em \mathbf{A} não é única. Entretanto, um procedimento padrão é o de se aplicar alguma rotação aceitável para encontrar \mathbf{A} . Uma escolha comum é adotar a rotação VARIMAX (KAISER, 1958) tal que as variâncias entre as colunas de \mathbf{A} sejam maximizadas.

Uma prática em alguns problemas é a de se ignorar as entradas da diagonal de \mathbf{X} no cálculo residual (HARSHMAN, 1978). Para muitos casos isto faz sentido porque é comum ignorar-se os laços internos (por exemplo, uma região não exporta para si mesma). Isto, em geral é feito estimando-se os valores da diagonal da aproximação corrente \mathbf{ARA}^T e incluindo-a em \mathbf{X} .

O modelo DEDICOM de terceira ordem é uma extensão de ordem superior do modelo DEDICOM, que incorpora um terceiro modo de dados. Como com o modelo CP, a inclusão de uma terceira dimensão fornece a esta decomposição recursos adicionais únicos (HARSHMAN, et al., 1996). Assumindo-se que $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$ a decomposição fica conforme a Equação 4.18.

$$\mathbf{X}_k \approx \mathbf{A} \mathbf{D}_k \mathbf{R} \mathbf{D}_k \mathbf{A}^T \quad \text{for } k = 1, \dots, K. \quad (4.18)$$

Aqui \mathbf{A} e \mathbf{B} são como na (4., exceto que: \mathbf{A} não é necessariamente ortogonal; as matrizes $\mathbf{D}_k \in \mathbb{R}^{R \times R}$ são diagonais; e a entrada $(\mathbf{D}_k)_{rr}$ indica a participação do r -ésimo componente latente no tempo k . Pode-se montar as matrizes \mathbf{D}_k em um tensor $\mathcal{D} \in \mathbb{R}^{R \times R \times K}$, mas, infelizmente, tem-se restrições de falta de notação apropriada (isto é, camada por camada) para expressar o modelo porque o método DEDICOM não pode ser expresso, facilmente, utilizando-se uma notação mais geral. O modelo DEDICOM de terceira ordem é ilustrado na Figura 4.15.

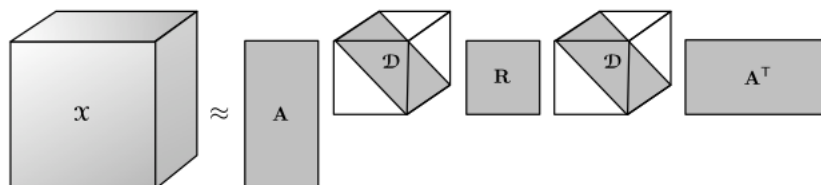


Figura 4.15 – O Modelo DEDICOM de Terceira Ordem.

A maioria das aplicações com o modelo DEDICOM foca estruturas de dados de duas dimensões (matrizes), mas também existem aplicações em dados tridimensionais.

(HARSHMAN, et al., 1992) analisaram uma aplicação de medidas assimétricas de comércio (importação-exportação) entre um conjunto de países, em um período de dez anos. Em (BADER, et al., 2007) aplicou-se o método DEDICOM em gráficos de comunicações via *e-mail*. Neste tipo de problema, x_{ijk} correspondia ao número de *e-mails* enviados por uma pessoa i para uma pessoa j no mês k .

4.2.12.5 O Método PARATUCK2

O método PARATUCK2 foi introduzido por (HARSHMAN, et al., 1996) e constitui-se em uma generalização do método DEDICOM que considera interações entre dois tipos possíveis de conjuntos de objetos diferentes. O nome deriva do fato de que esta decomposição pode ser considerada como uma combinação dos métodos de decomposição CP e TUCKER2.

Dado um tensor de terceira ordem $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$, o objetivo é agrupar os objetos modo-1 em P componentes latentes e, no modo-2, grupos em Q componentes latentes. Desta forma, a decomposição PARATUCK2 é dada pela Equação 4.19.

$$\mathbf{X}_k \approx \mathbf{A} \mathbf{D}_k^{\mathbf{A}} \mathbf{R} \mathbf{D}_k^{\mathbf{B}} \mathbf{B}^{\mathbf{T}}, \quad \text{for } k = 1, \dots, K. \quad (4.19)$$

Onde, $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{I \times P}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{J \times Q}$, $\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{P \times Q}$, $\mathbf{D}_k^{\mathbf{A}} \in \mathbb{R}^{P \times P}$ e $\mathbf{D}_k^{\mathbf{B}} \in \mathbb{R}^{Q \times Q}$ são matrizes diagonais. Como no método DEDICOM, as colunas de \mathbf{A} e \mathbf{B} correspondem aos fatores latentes. Desta forma, b_{jq} corresponde à associação do objeto j com o componente latente q . As entradas das matrizes diagonais \mathbf{D}_k indicam o grau de participação de cada componente latente com relação à terceira dimensão. Finalmente, a matriz retangular \mathbf{R} representa a interação entre os P componentes latentes em \mathbf{A} e os Q componentes latentes em \mathbf{B} . As matrizes $\mathbf{D}_k^{\mathbf{A}}$ e $\mathbf{D}_k^{\mathbf{B}}$ podem ser empilhadas para formar os tensores \mathcal{D}_A e \mathcal{D}_B , respectivamente. A Figura 4.16 ilustra o método PARATUCK2.

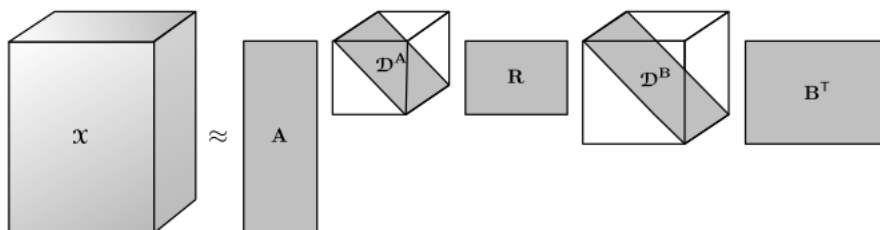


Figura 4.16 – O Método PARATUCK2.

Em (YOUNGBLOD, 1998) é sugerido o método PARATUCK2 para problemas que envolvem a interação entre fatores, ou quando um método mais flexível que o método CP, porém menos flexível que o método de Tucker, seja aconselhável.

4.2.12.6 Outros Métodos de Decomposição

Recentemente vários grupos de pesquisadores têm apresentado métodos que combinam aspectos dos métodos CP e de Tucker. Relembrando que o método CP expressa um tensor como uma soma de tensores posto-1, nesses novos métodos um tensor é expresso como uma soma de tensores de posto mínimo. Em outras palavras, para um tensor $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I \times J \times K}$ de terceira ordem, tem-se a Equação 4.20.

$$\mathcal{X} \approx \sum_{r=1}^R [\mathcal{G}_r ; \mathbf{A}_r, \mathbf{B}_r, \mathbf{C}_r]. \quad (4.20)$$

Onde é assumido que \mathcal{G}_r tem as dimensões: $M_r \times N_r \times P_r$, \mathbf{A}_r , dimensões: $I \times M_r$, \mathbf{B}_r , dimensões: $J \times N_r$ e \mathbf{C}_r , dimensões $K \times P_r$, para $r = 1, \dots, R$. A Figura 4.17 mostra um exemplo desses métodos de decomposição.

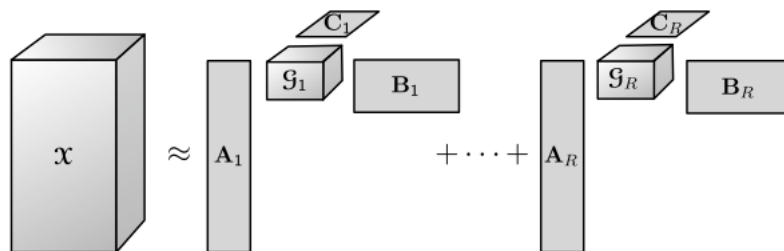


Figura 4.17 – Decomposição de Blocos de um Tensor de Terceira Ordem.

Em (BRO, et al., 2005) e (ACAR, et al., 2007) foi apresentada uma versão denominada PARALIND e em (DE LATHAUWER, et al., 2007) é explorada uma classe geral de métodos de decomposição da forma do modelo apresentado na Figura 4.17.

Em (VASILESCU, et al., 2004) foram exploradas versões de ordem elevada de Análise de Componentes Independentes (ICA), uma variação de PCA, que de alguma forma imprime uma rotação aos componentes principais de maneira que se tornem estatisticamente independentes.

5 Redes Neurais Artificiais

As redes neurais artificiais são sistemas de processamento paralelo e distribuído, construídas à semelhança dos sistemas nervosos e formadas pela interconexão de vários elementos processadores simples, denominados neurônios artificiais. Os neurônios artificiais com que são formadas as redes neurais artificiais são dispositivos ou estruturas lógicas cujos modelos são livremente inspirados nos modelos biológicos.

As redes neurais artificiais, que comumente são chamadas apenas de redes neurais, podem ser tanto destinadas a emular um sistema nervoso, de origem biológica, como podem ser matematicamente projetadas para a execução de um processamento específico desejado. Em qualquer dos dois casos (até o presente momento), a implementação da rede é sempre não biológica, podendo constituir-se desde circuitos eletrônicos analógicos, até circuitos eletro-ópticos. A teoria das redes neurais artificiais pode até ser útil sem que haja, propriamente, uma implementação em *hardware*. Mesmo um programa simulando uma rede neural e executando em uma máquina seqüencial pode resolver, satisfatoriamente, alguns tipos de problemas computacionais associados a aplicações de baixa velocidade.

A partir de agora, tratar-se-á o termo redes neurais artificiais por somente redes neurais quando não houver dúvidas sobre seu contexto.

Para que se conheça as características de uma rede neural é preciso que se estude as propriedades do modelo. O modelo de uma rede neural, por sua vez, engloba uma topologia de conexão entre seus neurônios; os modelos individuais de cada um de seus neurônios; e uma regra de aprendizagem, através da qual a rede é levada de um estágio de conhecimento a outro, por meio da alteração das suas conexões sinápticas.

Para uma rede neural não se aplicam conceitos como área de dados e área de código, nem mesmo faz sentido o termo unidade central de processamento. O que uma rede faz é pré-determinado pela sua estrutura, pela regra de aprendizagem que para ela tenha sido adotada, e por sua experiência adquirida, ou seja, pela seqüência de excitações a que tenham sido submetidas suas entradas, desde a sua criação. Assim, os dados a serem processados não são propriamente armazenados na rede, mas

excitam suas entradas. Também não existe programação explícita, devendo a rede ser treinada para executar o processamento desejado. Adicionalmente, não se pode esperar que uma rede possa executar um processamento arbitrário. O que uma rede neural pode aprender também é limitado por sua estrutura. Se nos dispusermos a estender o conceito de programação para aplicá-lo a redes neurais, podemos dizer que parte da programação de uma rede neural está no seu treinamento, e parte na escolha (ou construção) da própria rede.

Em uma rede neural todo processamento é efetuado através da interação de elementos simples (neurônios), também chamados de unidades de processamento ou simplesmente unidades (RUMELHART, 1986), que são, em sua maioria, baseados no modelo proposto por McCulloch & Pitts para o neurônio humano. De uma forma geral, um conjunto de entradas é aplicado a uma unidade que, baseada nestas entradas, responde com uma saída. Cada entrada tem sua própria influência na saída da unidade. Em outras palavras, cada entrada tem seu próprio peso na saída. A conexão de diversas unidades, organizadas em uma ou mais camadas, constitui uma rede neural artificial.

As camadas de uma rede neural podem ser classificadas como entrada, saída ou oculta. A camada de entrada, mais comumente chamada camada zero, recebe sua entrada do meio ambiente. Esta camada apenas propaga as entradas para as camadas seguintes, sem nenhuma transformação. A camada de saída transmite a saída para o mundo externo, isto é, a resposta da rede neural à entrada aplicada na camada zero. As camadas ocultas são aquelas que não dispõem de nenhum contato com o meio ambiente, suas entradas são saídas de outras unidades da rede, enquanto suas saídas são entradas para outras unidades da rede neural. Algumas redes não possuem camadas ocultas e, por isso, são denominadas redes de camadas simples.

As redes neurais podem ser classificadas quanto ao tipo de conexão existente entre suas unidades. Estas conexões, comumente chamadas de pesos, são ligações unidirecionais entre uma ou duas unidades da mesma ou de diferentes camadas. Os tipos de conexões podem ser classificados da seguinte maneira:

- i. **Laterais:** representam ligações entre unidades de uma mesma camada;
- ii. **Inter-camadas:** representam ligações entre unidades de diferentes camadas;
e
- iii. **Auto-excitatórias:** onde as conexões partem e servem de entrada a própria unidade.

Existem, ainda, dois tipos básicos de redes neurais quando classificadas quanto ao tipo de conexão empregada, são eles:

- **Feedforward:** as unidades de uma camada somente influenciam as atividades das unidades das camadas de mais alto nível, isto é, mais próximas da camada de saída. Num sistema puro, o conjunto das saídas das unidades de uma camada apenas influenciam nas unidades de uma única camada de nível mais alto.
- **Recorrente:** qualquer unidade pode estar conectada a quaisquer unidades da rede. Nenhuma restrição é imposta quanto ao conjunto de entrada de uma determinada camada. O conjunto de entradas pode incluir saídas de mais de uma camada ou conexões do tipo *feedback*, onde a saída de uma unidade de uma camada superior é utilizada como entrada de uma unidade de nível inferior.

5.1 Modelos de Neurônios

O primeiro modelo de neurônio formalmente proposto, e que efetivamente pôde ser usado na construção de redes neurais artificiais, foi o modelo de McCulloch e Pitts, em 1943. O modelo do neurônio de McCulloch e Pitts admite as seguintes hipóteses:

- A saída do neurônio e suas entradas (dendritos) são binárias (podendo assumir dois estados, estado excitado e estado inibido).

- Para que a saída do neurônio esteja em estado excitado é necessário que o número de dendritos excitados supere um número fixo, pré-estabelecido para o mesmo.
- Eventualmente, alguns dendritos podem ser ativados através de sinapses inibitórias. Se qualquer destes dendritos for excitado, o axônio do neurônio será inibido.
- McCulloch e Pitts em seu trabalho, além de apresentar este modelo de neurônio, ainda acrescentaram hipóteses para a formação de redes com neurônios deste tipo:
 - a. Todo atraso significativo no processamento da rede esta associado à propagação de sinal através das sinapses (e este atraso pode ser tomado como unitário, por simplicidade).
 - b. A estrutura (topologia) da rede neural não muda com o tempo.

O modelo geral de neurônio é mostrado na Figura 5.1, sendo uma generalização do modelo de McCulloch e Pitts. Neste modelo as entradas $w_i u_i$ são combinadas, usando uma função Φ , para produzir um estado de ativação do neurônio que, através da função η , vai produzir a saída do neurônio (correspondente à frequência de descarga do neurônio biológico). Um valor auxiliar θ é geralmente usado para representar uma polarização, valor abaixo do qual a saída é nula.

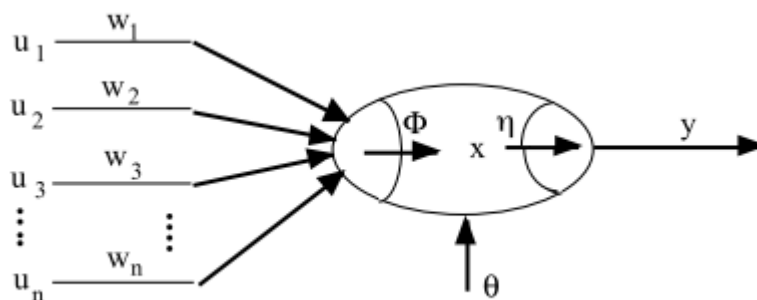


Figura 5.1 – O Neurônio Artificial.

Geralmente Φ é a soma das entradas. A não linearidade do neurônio frequentemente é introduzida na função tangente hiperbólica, em degraus. A Figura 5.2 mostra algumas funções comumente usadas.

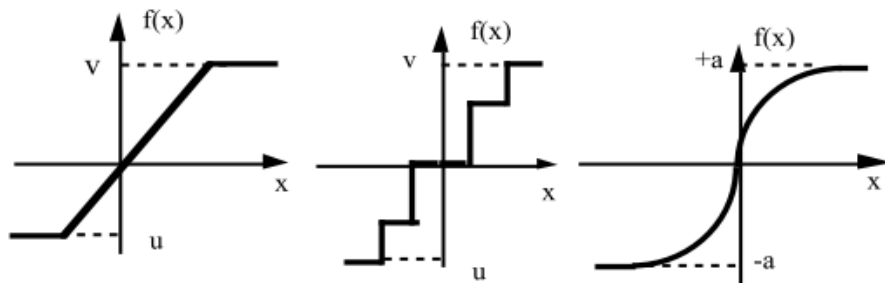


Figura 5.2 – Não linearidades frequentemente usadas nos modelo de neurônios de uma RNA.

O neurônio formal é um sistema dinâmico por ter memória materializada pelo retardo (ou equação diferencial). Um neurônio é estático quando os valores de x e y referem-se ao mesmo instante em que as excitações, ou seja, o retardo é nulo. O neurônio é dito dinâmico se para o cálculo de x em um determinado instante é necessário o conhecimento de x em um instante anterior, no caso do neurônio ser a tempo discreto. Por esta definição nota-se que o modelo de neurônio proposto por McCulloch e Pitts é um sistema dinâmico se o retardo D não for nulo.

5.2 Regras de Treinamento

Regras de treinamento são esquemas de atualização dos valores do pesos sinápticos de uma rede neural, de forma a obter da rede um padrão de processamento desejado.

O processamento desejado para a rede neural pode ser, por exemplo, especificado através de um conjunto de pares ordenados formados por algumas entradas para a rede e as respectivas saídas desejadas. Neste caso, diz-se que a regra de treinamento é do tipo supervisionado, e o conjunto destes pares ordenados é chamado de conjunto de treinamento.

Alguns modelos de redes neurais possuem a capacidade de auto-organização e conseguem produzir saídas satisfatórias a partir dos dados de entrada somente, sem que, explicitamente, sejam fornecidas as saídas desejadas para estes dados de entrada. As regras de treinamento que são empregadas nestes casos são denominadas não supervisionadas. O conjunto de vetores de entrada para a rede que

servem de base para o processo de treinamento, em analogia ao caso de treinamento supervisionado, também é chamado de conjunto de treinamento.

Dada uma rede neural formada por um conjunto de unidades de processamento, cada um com seu modelo, e uma disposição de interconexão entre as unidades, nem sempre é possível encontrar uma regra de treinamento que leve a rede a um estado de conhecimento (conjunto de valores dos pesos sinápticos de todas as unidades) com o qual se obtenha um processo preconizado dos dados de entrada. De fato, pode até inexistir um conjunto de pesos sinápticos que, para os demais parâmetros fixados, faça a rede operar segundo desejado. Esta limitação pode ser decorrência da dimensão insuficiente da rede (número de unidades), da modelagem insatisfatória das suas unidades de processamento, ou de sua baixa interconectividade. Até o presente momento existem, contudo, poucos teoremas e procedimentos teóricos que ajudem a antever as limitações de uma rede neural, estes são normalmente exclusivamente aplicáveis a modelos específicos de redes neurais. Assim, a escolha de regras de aprendizagem está estreitamente relacionada à própria escolha do modelo, ambos sendo favorecidas pela sensibilidade do projetista.

Mesmo escolhendo-se um modelo apropriado, a condução do processo de aprendizagem, em geral, não assegura, para todos os modelos, que a rede neural passe a exibir erro nulo sobre o conjunto de treinamento, isto é, não garante que sejam obtidas exatamente as saídas desejadas para as entradas especificadas. Entretanto, em certas circunstâncias, este erro pode ser tornado arbitrariamente baixo pelo treinamento. Além disso, as redes neurais, depois de submetidas ao treinamento, exibem tipicamente uma capacidade de interpolação sobre as associações contidas no conjunto de treinamento, que lhes confere um certo sentido intuitivo para o empreendimento de associações inéditas.

Das regras de aprendizagem existentes, muitas são biologicamente implausíveis, pelo menos no estado atual de conhecimento do sistema nervoso. Outras, ao contrário, foram justamente propostas com inspiração ou como hipótese de modelos biológicos. Este é o caso da *regra de Hebb*, a primeira a ser proposta e hoje aplicada em alguns modelos de redes neurais. A regra de Hebb, em sua forma original, enuncia que *“quando o axônio de uma célula **A** está próximo o suficiente para excitar uma célula **B** e, repetidamente ou persistentemente, participa de seu processo de ativação, algum processo de crescimento ou alteração metabólica ocorre em uma ou ambas as células, tal que a eficiência de **A**, como uma das células a disparar **B**, é aumentada”*. A

formulação matemática de como a regra de Hebb é usada hoje nos modelos de redes neurais artificiais é, em consequência da simplicidade da regra e de sua localidade em relação aos neurônios envolvidos, também bastante simples: os pesos sinápticos entre dois neurônios são atualizados pelo incremento de uma quantidade proporcional ao produto das ativações dos axônios dos neurônios que interconectam.

5.3 Funções de Ativação

De uma forma geral, um conjunto de entradas é aplicado a uma unidade que, baseada nestas, gera uma saída. Este procedimento de geração de uma saída pode ser subdividido em duas operações distintas. A Figura 5.1 representa os dois estágios deste processo.

O primeiro estágio do processo agrega todas as entradas da unidade, através da função líquida (Φ), produzindo um valor denominado entrada líquida. O tipo mais comum de agregação das diversas entradas consiste no somatório da multiplicação de cada uma das entradas pelo seu respectivo peso, que pode ser representado matematicamente pela Equação 5.1.

$$h(x_i, w_i) = x_1w_1 + x_2w_2 + x_3w_3 + \dots + x_nw_n \quad (5.1)$$

O segundo estágio é chamado de processo de ativação. Neste, a entrada líquida produzida na primeira etapa é transformada por uma função de ativação (η) e uma saída é produzida. Diversos tipos de função de ativação têm sido utilizados em redes neurais, as mais comuns são apresentadas na Figura 5.3.

Função	Equação com Polarização	Sem polarização	Com polarização
Degrau	$y = \begin{cases} 1, & x > -b \\ 0, & x < -b \end{cases}$		
Degrau Simétrico	$y = \begin{cases} 1, & x > -b \\ 0, & x < -b \end{cases}$		
Linear	$y = x + b$		
Logística Sigmoidal	$y = \frac{1}{1 + e^{-(x+b)}}$		
Tangente Sigmoidal	$y = \frac{e^{(x+b)} - e^{-(x+b)}}{e^{(x+b)} + e^{-(x+b)}}$		

Figura 5.3 – Tipos de Função de Ativação mais Comuns.

5.4 Modelos de Redes

Numa abordagem tradicional dos modelos de redes neurais mais básicos, tem-se:

5.4.1 Rede de Hopfield

A descrição “cinza, grande e mamífero” sugere, automaticamente, os elefantes e as características a eles associadas. Neste caso, acessa-se a memória pelo conteúdo. Nas implementações tradicionais, o acesso pelo conteúdo envolve procedimentos caros de *busca e casamento*. As redes neurais sugerem um método mais eficiente.

Em (HOPFIELD, 1982) foi apresentada uma rede neural proposta como uma teoria da memória. A rede de Hopfield tem as seguintes características interessantes:

- **Representação Distribuída** - Uma memória é armazenada como um padrão de ativação de um conjunto de elementos de processamento. Além disso, as memórias podem ser superpostas umas às outras. Memórias diferentes são representadas por padrões diferentes no mesmo conjunto de elementos de processamento.
- **Controle Distribuído Assíncrono** - Cada unidade de processamento toma decisões baseadas apenas em sua própria situação local. Todas essas ações locais formam uma solução global.
- **Memória Acessível pelo Conteúdo** - Vários padrões podem ser armazenados em uma rede. Para recuperar um padrão, precisa-se apenas especificar uma parte dele. A rede, automaticamente, encontra o casamento mais apropriado.
- **Tolerância a Falhas** - Se algumas unidades de processamento se comportarem mal ou falharem totalmente, a rede ainda funciona de modo adequado.

Como obter todas essas características? A Figura 5.4 apresenta uma rede simples de Hopfield. As unidades de processamento sempre se encontram em um dos dois estados, ativo ou inativo. Nesta figura, as unidades de cor preta estão ativas, enquanto as brancas estão inativas. As unidades são ligadas entre si através de conexões simétricas e ponderadas. Uma conexão com peso positivo indica que as duas

unidades tendem a ativar uma a outra. Uma conexão negativa permite que uma unidade ativa desative uma unidade vizinha.

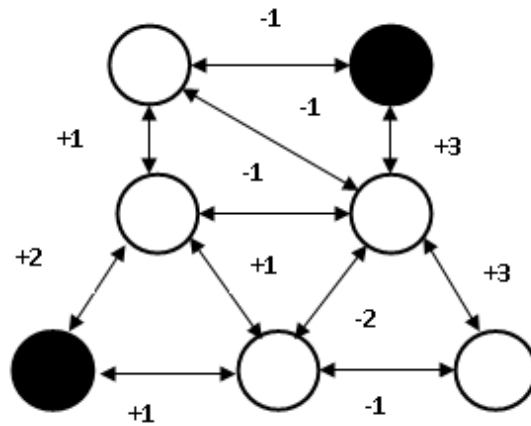


Figura 5.4 - Uma Rede de Hopfield Simples.

A rede opera da seguinte maneira: uma unidade aleatória é escolhida. Se qualquer um dos vizinhos estiver ativo, a unidade computará a soma dos pesos das conexões com os vizinhos ativos. Se a soma for positiva, a unidade fica ativa, caso contrário, fica inativa. Outra unidade aleatória é escolhida e o processo se repete até que toda a rede atinja um estado estável, isto é, até que nenhuma unidade possa mudar de estado. Este processo é chamado relaxamento paralelo.

A rede pode ser usada como memória acessível pelo conteúdo se as atividades das unidades forem ajustadas para corresponder a um padrão parcial. Para recuperar um padrão, só se precisa fornecer uma parte dele e a rede, então, irá para o estado estável que mais se aproximar do padrão parcial.

O relaxamento paralelo não é nada além de uma busca. É útil pensar-se nos vários estados de uma rede como se eles formassem um espaço de busca, conforme mostra a Figura 5.5. Um estado escolhido aleatoriamente será transformado um dos mínimos locais, especificamente o estado estável mais próximo. É assim que se obtém o comportamento de acesso pelo conteúdo⁶. Obtém-se também o comportamento de correção de erros. Suponha a seguinte descrição: “cinza, grande, peixe, come plâncton“. Neste caso, imagina-se uma baleia, apesar de se saber que a baleia é um

⁶ Na Figura 5.5 o estado B é ilustrado como sendo mais abaixo que o estado A, porque menos restrições são violadas. Uma restrição é violada, por exemplo, quando duas unidades ativas são interligadas por uma conexão com peso negativo.

mamífero, e não um peixe. Mesmo que o estado inicial contenha inconsistências, a rede de Hopfield irá fixar-se na solução que viole o menor número de restrições impostas pelas informações de entrada.

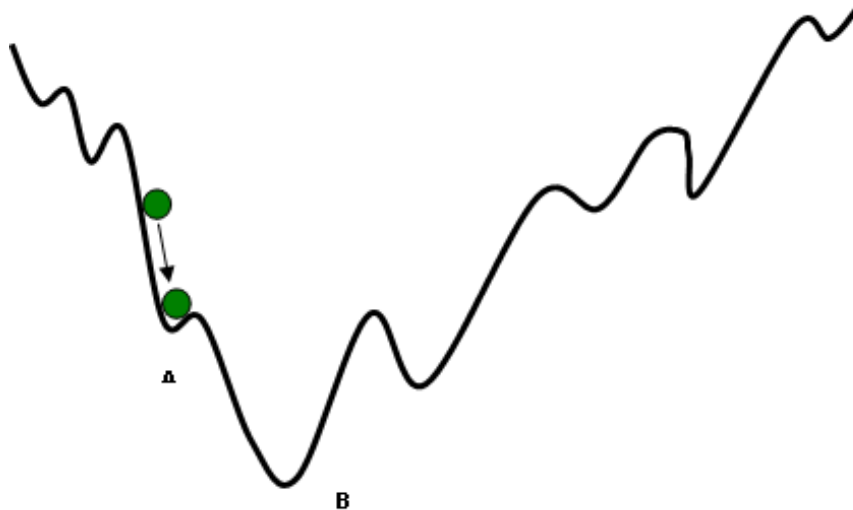


Figura 5.5 - Os Vários Estados da Rede (Mínimos Locais) de Hopfield podem ser encarados como um Espaço de Busca.

Agora, suponha que uma unidade ocasionalmente falhe, por exemplo, tornando-se ativa ou inativa, quando este não deveria ser o caso. Isto não causa grandes problemas: as unidades vizinhas reajustam-na rapidamente para o estado correto. Seria necessário o esforço conjunto de muitas unidades falhas para conduzir a rede a um estado errado. Em redes com milhares de unidades mais altamente conectadas, esta tolerância a falhas fica mais evidente, sem afetar adversamente o comportamento global da rede.

Portanto, as redes paralelas de elementos simples podem computar informações interessantes. A próxima pergunta importante é: qual é o relacionamento entre os pesos das conexões da rede e o mínimo local no qual ela se fixa? Em outras palavras, se os pesos codificam o conhecimento de uma rede em particular, então, como é que esse conhecimento é adquirido? Uma característica das arquiteturas conexionistas é o seu método de representação (a saber, pesos de conexões com valores reais) presta-se muito bem ao treinamento automático. Nas próximas seções examina-se mais de perto o treinamento dos modelos Perceptrons e Retro-propagação de Erros.

5.4.2 O Modelo Perceptron

A rede chamada Perceptron foi a primeira rede neural artificial concebida (ROSENBLATT, 1958), é também uma das mais simples. Muitas outras propostas se sucederam, tais como as redes Adaline (*Adaptive Linear Neuron*) (WIDROW, et al., 1960), Madaline (*Multiple Adaline*) e as redes de Retro-propagação de Erros que podem ser consideradas variantes ou extensões da versão original proposta por Rosenblatt.

Esta é uma classe de redes neurais não realimentadas, que admite entrada e saída com variação contínua ou binária. Sua linha de desenvolvimento foi abandonada após a publicação de um trabalho (MINSK, et al., 1969) que revelava as fortes limitações do Perceptron de Rosenblatt, com relação a sua habilidade para a classificação de padrões. Posteriormente, com a introdução da aprendizagem por Retro-propagação de Erros (RUMELHART, 1986), e a conseqüente possibilidade de treinamento de redes mais complexas com maior número de camadas e maiores habilidades computacionais, foi retomado o interesse por esta classe de redes, sendo, atualmente, a rede de Retro-propagação um dos modelos de rede neural de aplicação mais difundida.

Examine-se um exemplo simples do Perceptron de uma única camada que contém somente uma unidade de processamento (Figura 5.6), cuja função de ativação é a função *sgn* (1 para argumento positivo e zero para argumento negativo) e que possui aplicação como classificador de padrões. O processamento que esta unidade executa é matematicamente descrito pela Equação 5.2.

$$y = \text{sgn}(\sum_{i=1}^n w_i \cdot x_i - U), (y \in \{-1, +1\}) \quad (5.2)$$

Onde:

- n - número de entradas da única unidade da rede;
 - x_i - valor da i -ésima entrada;
 - w_i - peso sináptico da única unidade da rede em relação à entrada i ;
 - U - um valor de limiar, constante; e
- $\text{sgn}(x) = +1$, $x \geq 0$
 $\text{sgn}(x) = -1$, $x < 0$

O Perceptron calcula a saída y atribuindo ao vetor x uma classe **A**, se $y = +1$, e uma classe **B**, se $y = -1$. Como $\sum w_i \cdot x_i - U = 0$ é uma equação de um hiperplano no espaço \mathbb{R}^n , esta será a melhor definição de contorno de regiões de decisão que pode-se querer impor a este Perceptron.

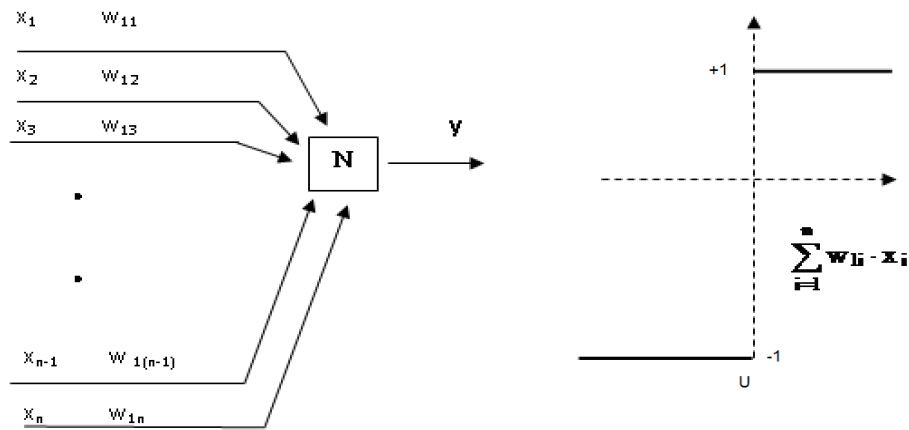


Figura 5.6 - Perceptron formado por uma Única Unidade.

Por exemplo, no caso bi-dimensional ($n = 2$) o espaço amostral pode ser separado por uma reta, sendo definidas duas regiões que são semi-planos.

Assim, uma rede Perceptron de uma única camada, com N unidades iguais às representadas acima, está limitada a fornecer um resultado constando de N classificações dicotômicas, o que não permite resolver muitos problemas práticos. No entanto, redes com maior número de camadas, ligadas de tal forma que as entradas das unidades das camadas mais elevadas conectam-se com as saídas das unidades da camada imediatamente inferior (Figura 5.7), e com unidades com funções de ativação mais variadas, podem contornar esta limitação, exibindo regiões de decisão com contornos mais gerais (MINSK, et al., 1969). Contudo, o potencial para a formação de uma rede de regiões de decisões mais complexas é somente um dos fatores necessários ao “sucesso” de uma rede neural. É necessário dispor-se de uma regra de treinamento, ou seja, um procedimento que, a partir dos exemplos de ocorrência do tipo (entrada, saída desejada), permita calcular os pesos sinápticos adequados à rede neural. A mencionada retomada de interesse pelos Perceptrons está diretamente associada à proposta de métodos de treinamento para Perceptrons multicamada, tais como o método de Retro-propagação de Erros (RUMELHART, 1986).

De fato, com Perceptrons multi-camadas convenientemente treinados pode-se obter discriminação para classes de padrões mais elaborados, desde que o número de unidades, em cada camada da rede, seja suficientemente grande.

5.4.3 O Treinamento pela Regra da Retro-propagação de Erros

Este método baseia-se na utilização do processo de otimização do Gradiente Decrescente. Para a formulação desta regra empregar-se-á as convenções utilizadas na Figura 5.7. Ainda para esta formulação, será empregada uma rede com três camadas (entrada, oculta e saída). Contudo, todos os resultados podem ser extrapolados para um número maior do que três camadas.

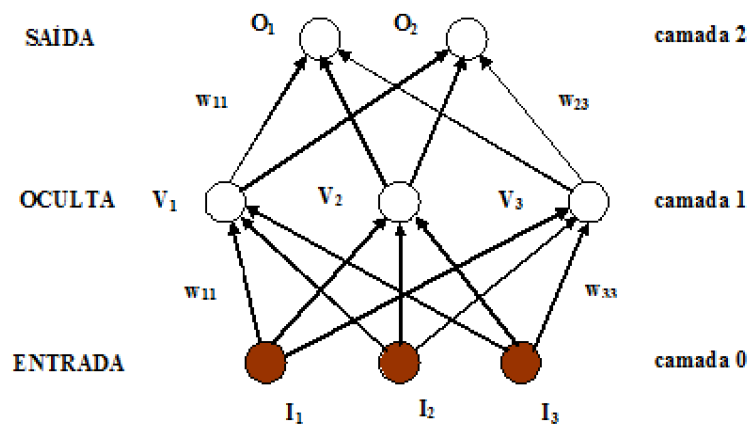


Figura 5.7 - Rede do Tipo *feedforward* com Duas Camadas.

Onde:

- O_i – Saída da unidade i da camada 2 (camada de saída);
- D_i – Saída desejada da unidade i da camada 2;
- V_j – Valor computado na saída da unidade j na camada 1 (oculta);
- I_k – Entrada (mesmo que saída) da unidade k da camada 0 (camada de entrada);
- w_{jk} – Peso que interliga a unidade k da camada 0 à unidade j da camada 1;
- w_{ij} – Peso que interliga a unidade j da camada 1 à unidade i da camada 2; e
- p – índice que identifica cada um dos padrões de treinamento.

Considerando-se a utilização da uma mesma função de ativação g para todos os elementos de processamento das camadas oculta e de saída, pode-se expressar a função de erro a ser minimizada pela Equação 5.3.

$$E(w) = \frac{1}{2} \sum_{ip} [D_i^p - O_i^p]^2 = \frac{1}{2} \sum_{ip} [D_i^p - g(\sum_j w_{ij} \cdot g(\sum_k w_{jk} \cdot I_k^p))]^2 \quad (5.3)$$

O método do Gradiente Decrescente sugere que a modificação dos pesos que interligam uma unidade de processamento j da camada oculta, a uma unidade i da camada de saída deve ser expressa pela Equação 5.4.

$$\Delta w_{ij} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \eta \sum_p [D_i^p - g(h_i^p)] g'(h_i^p) v_j^p = \eta \sum_p \delta_i^p v_j^p, \quad (5.4)$$

$$\text{Onde } \delta_i^p = [D_i^p - O_i^p] g'(h_i^p)$$

O método do Gradiente Decrescente sugere, ainda, que a modificação dos pesos que interligam uma unidade de processamento k , da camada de entrada, à uma unidade j , da camada oculta, deve ser expressa pela Equação 5.5.

$$\Delta w_{jk} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{jk}} = -\eta \sum_p \left[\frac{\partial E}{\partial v_j^p} \cdot \frac{\partial v_j^p}{\partial w_{jk}} \right] = \eta \sum_{ip} \delta_i^p w_{ij} g'(h_j^p) I_k^p = \eta \sum_p \delta_j^p I_k^p, \quad (5.5)$$

$$\text{Onde } \delta_j^p = g'(h_j^p) \sum_i w_{ij} \delta_i^p$$

Este resultado pode ser generalizado para qualquer tipo de rede multicamada pela simples aplicação da regra da cadeia.

A Figura 5.8 apresenta a capacidade de mapeamento não linear das redes multicamadas com Retro-propagação de Erros.

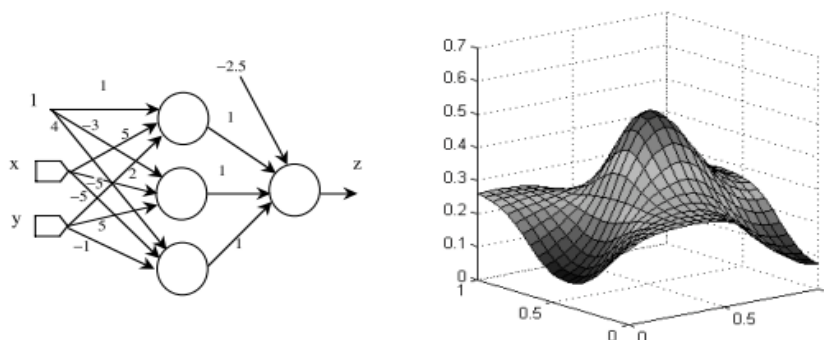


Figura 5.8 – Demonstração da Capacidade de Mapeamento não Linear das Redes Multicamadas com Retropropagação de Erros.

Duas filosofias básicas podem ser empregadas na implementação, em computadores, da atualização do conjunto dos pesos da rede, o modo de lote e o modo incremental (SIMAS, 1995). A eficiência de cada método é dependente do problema a ser tratado (HERTZ, et al., 1991).

Ao utilizar-se o algoritmo de Retro-propagação alguns cuidados devem ser tomados a fim de se evitar os problemas já conhecidos. Nos próximos parágrafos descreve-se alguns destes problemas, bem como as respectivas soluções sugeridas na literatura.

- **Quebra de Simetria**

Como discutido por (RUMELHART, 1986), se todos os pesos de uma rede do tipo *Feedforward* forem iniciados utilizando-se um mesmo valor, e se a solução do problema necessitar de valores diferentes de pesos, a rede pode nunca aprender, uma vez que todos os pesos seriam alterados de uma mesma maneira. Este problema sugere que o processo de treinamento deve ser iniciado utilizando-se valores de pesos de pequena amplitude, e que devem ser aleatoriamente gerados a partir de uma distribuição uniforme. (WEIGEND, 1990) sugere tomar-se todos os valores iniciais gerados de uma distribuição uniforme no intervalo [-0.25;0.25].

- **Mínimos Locais**

Algumas vezes as rotinas de otimização do tipo Gradiente Decrescente encontram mínimos locais que não satisfazem a solução do problema. Este problema deve estar ligado à amplitude do valor inicial dos pesos, bem como ao fator de normalização empregado. Se os valores estiverem concentrados nos extremos da função sigmóide (perto de 0 ou 1, no caso da função logística, e -1 ou 1, no caso da função tangente hiperbólica), o processo pode ficar parado ou, virtualmente, em um mínimo local.

Uma maneira prática de se lidar com este problema consiste em se estabelecer uma tolerância satisfatória para a solução do problema. O processo de treinamento deve ser interrompido quando a tolerância escolhida for atingida. Neste caso, o problema de atingir o mínimo local não é relevante, visto que uma solução parcial pode ser satisfatória.

- **Velocidade do Processo**

Um dos principais problemas dos algoritmos de Retro-propagação é a sua velocidade de convergência em redes multicamadas. Isto deve-se principalmente à elevada quantidade de cálculos que devem ser realizados em cada iteração do processo. Além

disso, o número de ciclos necessários para que uma solução satisfatória seja alcançada é desconhecido do processo. Por estas razões, uma série de extensões e alterações no algoritmo original foram propostas na literatura. Entre elas, pode-se citar:

a) **Adição de *Bias* às Unidades de Processamento:** Como sugerido por (RUMELHART, 1986), estes termos podem ser considerados como sendo pseudo unidades que apresentam o valor de ativação (saída do neurônio) sempre igual à unidade. Isto pode ser encarado, ainda, como um deslocamento do centro da função sigmóide ao longo do eixo das abcissas por uma constante. Isto facilita o treinamento, agilizando o processo.

b) **Termo de Momento:** Esta alteração consiste na utilização da última parcela de atualização dos pesos (Δw) no processo de atualização dos pesos (RUMELHART, 1986), (JACOBS, 1988). A Equação 5.6 descreve matematicamente, o processo de atualização dos pesos proposto por (RUMELHART, 1986).

$$\Delta w_{ij}(n + 1) = \eta_j \delta_j^p O_j^p + \mu \Delta w_{ij}(n) \quad (5.6)$$

onde n representa o índice (número) do ciclo que se encontra em processamento e μ a *taxa de momento*. O efeito geral desta alteração é a aceleração do processo de treinamento por um fator de $1/(1 - \mu)$ (HERTZ, et al., 1991). Este processo pode ser utilizado tanto no modo em lote, quanto no modo incremental.

c) **Alteração da Função de Ativação:** Alguns autores sugerem a aplicação de outras funções de ativação como alternativa para agilizar o processo do treinamento (STORNETA, et al., 1987). Esses autores empregaram a função logística simétrica em relação ao valor zero das ordenadas (intervalo de -0.5 a $+0.5$) em vez de 0 e 1. Esta função pode ser representada pela Equação 5.7.

$$g(h) = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{1+e^{-h}} \right) \quad (5.7)$$

d) **Alteração da Função de Erro:** Alguns autores sugerem a alteração da função de erro a ser minimizada como forma de agilização do processo de

treinamento da rede. (JESUS, et al., 2007), por exemplo, afirmam que a utilização da função de erro descrita na Equação 5.8 agiliza o processo em 50%, contra a tradicional função de erro Equação 5.3 (erro médio quadrático).

$$E(w) = -\sum_p \sum_i \ln(1 - (D_i^p - O_i^p)^2) \quad (5.8)$$

e) **Algoritmo de Minimização:** Alguns autores propõem a substituição do algoritmo de minimização como forma de agilização do processo. (WATROUS, 1987) e (WHITE, 1990), dentre outros, utilizaram o algoritmo de Newton, enquanto (NOWLAND, 1992) utilizou o algoritmo de gradiente conjugado. O problema na utilização do primeiro método é que o algoritmo requer o cálculo da inversa da matriz Hessiana, o que torna impossível seu emprego em redes de grandes dimensões, enquanto o segundo método apresenta algumas vantagens em relação ao modelo do Gradiente Decrescente.

f) **Atualização Dinâmica dos Parâmetros da Rede:** Existem autores que sugerem regras empíricas para a atualização dos valores da taxa de treinamento e da taxa de momento. (JACOBS, 1988) sugere a utilização de uma taxa de treinamento por peso, enquanto outros sugerem a utilização de uma taxa única de treinamento. A vantagem da adoção da segunda técnica está no fato de não aumentar muito o esforço computacional em relação ao método original, e comprovadamente, aumentar a velocidade de treinamento, na maioria dos casos. Nenhuma destas técnicas se mostrou superior às demais, visto que o desempenho de todas estas implementações está relacionado ao problema estudado.

- **Capacidade de Generalização**

Duas características importantes relacionadas à estrutura de uma rede são as propriedades de capacidade e de generalização. A capacidade de uma rede neural representa o número máximo de diferentes padrões que essa rede pode aprender. Entretanto, não existe, até o presente momento, nenhum método para a determinação da capacidade de uma rede. A capacidade não é apenas importante por si só, ela está relacionada com a habilidade da rede em aprender, isto é, com a propriedade de generalizar a partir dos exemplos empregados no treinamento. (BAUM, et al., 1989) estabelecem limites inferior e superior para o número de padrões necessários para que uma rede com uma camada oculta, usando unidades do tipo degrau, generalize

de uma forma esperada. Eles esperam que limites similares também possam ser estabelecidos quando as unidades utilizem a função logística como função de ativação. Em geral, eles sugerem que, a fim de garantir uma boa característica de generalização, o número de padrões utilizados no treinamento da rede deve ser consideravelmente maior que o número de pesos independentes. (WANG, 1991) concluiu que uma grande coleção de padrões de treinamento não garante uma boa performance, visto que muitos destes padrões podem refletir as mesmas características do problema.

Em muitos problemas práticos, apenas um pequeno conjunto de informações se encontram disponíveis para o treinamento das redes neurais. Isto cria uma série de problemas para muitas das implementações apresentadas na literatura, as quais requerem uma estrutura grande e homogênea. (WEIGEND, 1990) e (WEIGEND, 1991) sugerem, ainda, que o problema de sobreparametrização (rede com muitas unidades de processamento) se torna mais significativo quando os valores são reais, onde ruídos estão presentes, e são utilizados em conjunto com redes de grande estrutura. Como resultado destes problemas, um grande interesse tem surgido em técnicas com as quais as redes possam ser treinadas, com um pequeno conjunto de informações (NOWLAND, 1992).

Na procura da topologia ótima de uma rede que elimine os problemas de subparametrização/sobreparametrização, surgem os métodos de poda que serão apresentados na seção que se segue.

5.5 Técnicas de Poda

Se todos os pares de entrada/saída possíveis forem apresentados a uma rede de Retro-propagação esta, possivelmente, encontrará um conjunto de pesos que mapeie as entradas nas saídas correspondentes. Contudo, na maioria dos casos, é impossível fornecer todas as entradas possíveis. Considere a tarefa de reconhecimento de rostos. Existe um número infinito de expressões de um rosto. Ainda assim, os seres humanos aprendem a classificá-los, facilmente, com apenas alguns exemplos de entrada. Seria de se esperar que as redes neurais artificiais pudessem fazer o mesmo. Na verdade, a Retro-propagação de Erros tem se mostrado promissora como mecanismo de generalização. Tome-se um domínio (por exemplo, os domínios de classificação de caracteres) em que as entradas semelhantes são mapeadas para saídas semelhantes, a rede interpolará quando receber entradas que nunca tenha visto antes. Por exemplo,

depois de aprender a distinguir alguns **A**'s, de tamanhos diferentes, de alguns **B**'s também de tamanhos diferentes, uma rede, em geral, é capaz de discernir um **A**, de qualquer tamanho, de um **B**, de tamanho variado. A generalização também auxilia a superar ruídos indesejáveis nas entradas.

Todavia, existem algumas armadilhas. A Figura 5.9 mostra o efeito da generalização, comum durante um longo período de treinamento. Durante a primeira parte do treinamento, o desempenho do conjunto de treinamento melhora quando a rede ajusta seus pesos através da retro-propagação. O desempenho do Conjunto de Validação (exemplos que a rede não tem permissão para aprender) também melhora, embora não alcance o desempenho do Conjunto de Treinamento. Depois de certo tempo, o desempenho da rede atinge um platô, à procura de um caminho que a leve a uma melhoria ainda maior. Finalmente, esse percurso é encontrado e o desempenho do Conjunto de Treinamento volta a melhorar, mas o desempenho do Conjunto de Validação piora. Por quê? A rede começa a se especializar nos pares de entrada/saída de treinamento em vez de procurar pesos que descrevam, de modo geral, o mapeamento de todos os casos. Com milhares de pesos de valores reais, a Retro-propagação é, teoricamente, capaz de armazenar todo o conjunto de treinamento com suficientes unidades ocultas.

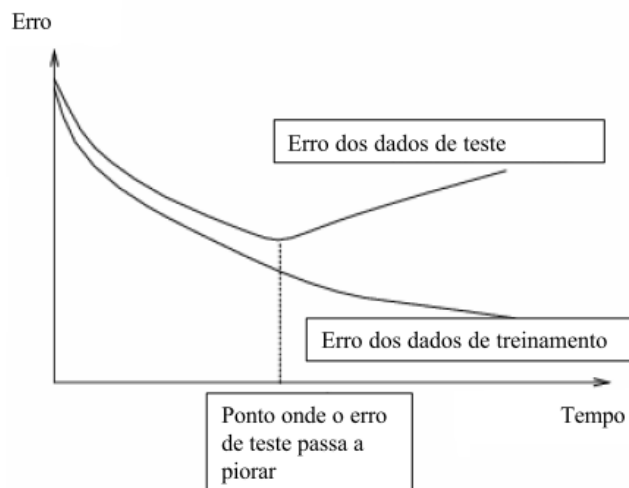


Figura 5.9 - Um Efeito da Generalização Comum em Aprendizagem de Redes Neurais.

Na prática, existem várias maneiras de se impedir a especialização da rede. Uma delas é interromper o treinamento quando o platô for atingido (Método da Validação Interna), com base na suposição de que qualquer melhoria represente uma especialização naquele conjunto de entrada/saída. Outra maneira é acrescentar,

deliberadamente, um pequeno ruído às entradas do conjunto de treinamento; o ruído deve ser suficiente para impedir a memorização, mas não pode ser muito grande para não interferir na classificação. E um terceiro método, o de Eliminação de Pesos (Algoritmos de Poda), é descrito a seguir.

5.5.1 Método de Eliminação de Pesos

Uma regra prática para obter-se uma boa generalização, é a utilização da menor rede que memorize os seus exemplos de entrada. Infelizmente, na maioria dos casos, não é tão óbvio qual deve ser esta dimensão.

As redes menores apresentam outras vantagens, além da melhor capacidade de generalização. Elas, frequentemente, são mais rápidas e menos onerosas de serem implementadas. Seu funcionamento pode ser mais fácil de ser compreendido, uma vez que existe menor possibilidade da rede propagar funções sobre muitas unidades. Isto pode ser muito importante em aplicações críticas, onde o usuário necessite conhecer o funcionamento do sistema.

Teorias formais de treinamento (BLUMER, 1989), (ERENFEUTCH, 1988) e (WANG, 1991) têm sido utilizadas para estimar o tamanho ótimo das redes neurais. Elas relacionam a complexidade de um sistema de treinamento com o número de padrões necessário para aprender uma função particular, dentre uma classe de funções. Se o número de padrões for muito pequeno, relativamente à complexidade do sistema, é esperado que o erro de generalização seja elevado. Essas teorias têm sido utilizadas para determinar os limites apropriados de redes de elementos de tendência (*threshold*) linear (BAUM, 1990), (BAUM, et al., 1989). Esses limites, contudo, não se aplicam a redes com múltiplas saídas contínuas e, também, não são capazes de determinar qual a melhor rede para um determinado conjunto de padrões a ser treinado. Desta forma, a escolha apropriada da arquitetura de uma rede parece uma arte.

A maioria dos algoritmos de poda podem ser classificados em duas grandes categorias:

- Um grupo que avalia a sensibilidade da função erro para a remoção de um elemento; onde os elementos que menos influenciam a saída podem ser eliminados; e
- O grupo que adiciona termos à função de ativação que “recompensam” a rede para a escolha de soluções eficientes, ou um termo proporcional à soma das

magnitudes de todos os pesos, por exemplo, favorece soluções com pequenos pesos; aqueles que são aproximadamente iguais a zero não exercem influência significativa na saída da rede e, por isso, podem ser eliminados. Existem algumas variações destes grupos, uma vez que a função objetivo pode ser acrescida de termos de sensibilidade.

Em geral, os métodos de sensibilidade modificam a rede a ser treinada, *i.e.*, a rede é treinada, as sensibilidades são estimadas e, então, as conexões ou unidades são removidas. Os métodos baseados no termo de penalização, de outra forma, alteram a função de ativação de maneira que a retro-propagação baseada na função de ativação force as conexões para zero. Desta forma, se as conexões não puderem ser mais removidas, a rede age como um sistema mínimo.

5.6 Outros Modelos de Redes Neurais

Além das redes Perceptron Mono/Multicamadas, *Feedforward* Multicamadas, Rede de Hopfield e Rede Competitiva, dentre outras, duas redes merecem destaque por sua versatilidade e desempenho:

5.6.1 Redes com Funções de Bases Radiais

Redes com funções de bases radiais (RBF) com duas camadas constituem uma classe especial de redes *feedforward* multicamadas. Cada unidade de processamento da camada oculta adota como função de ativação uma função de base radial, como um núcleo Gaussiano. As funções de bases radiais (ou funções núcleo) são centradas em pontos específicos pelos vetores de conexões sinápticas associados a cada unidade. Tanto as posições quanto a extensão desses núcleos devem ser aprendidos com o treinamento da rede. Geralmente, em uma rede RBF existem menos núcleos do que padrões de treinamento. Cada unidade da camada de saída implementa uma combinação linear dessas funções de bases radiais. Do ponto de vista de aproximação de função, as unidades ocultas fornecem um conjunto de funções que constituem um conjunto base para a representação dos padrões de entrada no espaço delimitado pelas unidades ocultas.

Existe uma grande variedade de algoritmos de treinamento para as redes RBF. Os mais básicos adotam uma estratégia de treinamento de dois passos ou treinamento

híbrido. Este estima as posições e dimensões dos núcleos empregando um algoritmo de classificação não supervisionado, seguido de um algoritmo de busca do menor valor dentre os erros médios quadráticos (LMS), para determinar os pesos das conexões sinápticas entre as unidades das camadas ocultas e de saída. Devido ao fato das unidades da camada de saída serem lineares, um algoritmo não iterativo pode ser empregado. Depois que esta solução inicial for obtida, um algoritmo supervisionado, baseado no gradiente, pode ser empregado para refinar os parâmetros da rede.

Este algoritmo híbrido para treinamento de redes RBF converge mais rapidamente que o algoritmo de Retro-propagação de Erros para treinamento de Perceptrons multicamadas. Contudo, para muitos problemas, as redes RBF envolvem uma grande quantidade de camadas ocultas, o que implica que o tempo de execução (depois da fase de treinamento) da rede RBF seja maior que o do Perceptron multicamada. A eficiência (erro x tamanho da rede) da rede RBF e do Perceptron multicamada são dependentes do problema em estudo. Mostra-se, ainda, que a rede RBF apresenta a mesma capacidade de aproximação assintótica que o Perceptron multicamada.

5.6.2 Mapas Auto-organizáveis de Kohonen

Os mapas auto-organizáveis (SOM) apresentam a propriedade interessante da preservação da topologia, que captura um importante aspecto de mapeamento de características notáveis no cortex do cérebro de animais mais desenvolvidos. Em um mapeamento de topologia preservável, dados com características próximas às dos padrões de entrada ativam unidades de saída próximas no mapa. A Figura 5.10 apresenta a arquitetura básica de um mapa auto-organizável de Kohonen (SOM). Este, basicamente, consiste de um arranjo bi-dimensional de unidades de processamento, cada uma delas conectadas a todas as n unidades de entrada. Seja w_{ij} o vetor n -dimensional associado à unidade na posição (i, j) do arranjo bi-dimensional. Cada unidade computa a distância Euclidiana entre o vetor de entrada x e o vetor armazenado w_{ij} de conexões sinápticas.

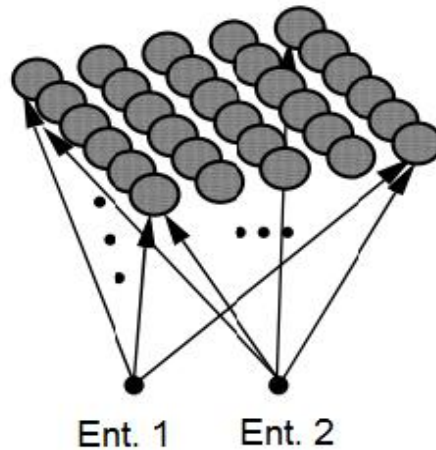


Figura 5.10 – A Estrutura de uma RNA SOM de Duas Dimensões.

Os Mapas Auto-organizáveis de Kohonen apresentam um tipo especial de treinamento competitivo que define uma vizinhança espacial para cada unidade de saída. A forma da vizinhança local pode ser quadrada, retangular ou circular. O tamanho da vizinhança local inicial é, geralmente, estabelecido entre metade e dois terços do tamanho da rede e é reduzido de acordo com uma programação prévia (por exemplo, uma função com decaimento exponencial). Durante o treinamento competitivo, todos os vetores de conexões sinápticas associados ao vencedor e suas unidades vizinhas próximas são atualizados.

O SOM pode ser utilizado para a projeção de dados multi-variados, a aproximação de densidade e a classificação, e tem sido empregado com sucesso nas áreas de classificação de ruídos, processamento de imagem, robótica e controle de processos. Os parâmetros incluem a dimensão de um arranjo de unidades de processamento, o número de unidades em cada dimensão, a forma da vizinhança, o procedimento de redução da área da vizinhança e a taxa de treinamento.

5.7 Aplicações de Redes Neurais

A cada dia surgem diversas aplicações, inclusive a nível comercial, para sistemas neurais ou sistemas apoiados por redes neurais. Entre estas, pode-se citar: a Análise financeira efetuada através de redes neurais; no setor de serviços financeiros, sistemas de suporte à decisão, incluindo: projeção de autorização de crédito, avaliação de risco de falência, e previsão econômica e financeira, dentre outras; implementações de leitores de caracteres óticos (OCR, do inglês *Optical Character*

Reader); sistemas de reconhecimento de voz em tempo real; sistemas de controle adaptativo de processos; recomposição de Sistemas Elétricos de Potência utilizando redes neurais; aplicações nos Sistemas Elétricos de Potência; sistemas Classificadores de Padrões; otimização; memória Endereçável por Conteúdo; aproximação de Funções, etc. Mas, existem muitos outros campos que também encontram inspiração nos sistemas neurais. Pode-se citar o desenvolvimento de sistemas de conhecimento neurais competitivos, comparáveis, em desempenho, aos sistemas especialistas de processamento simbólico, baseados em regras (MACHADO, 1989).

Em (PEREIRA, et al., 2009) apresenta-se as Redes Neurais Artificiais com um enfoque estatístico, enquanto em (PEREIRA, et al., 1986) são apresentadas aplicações nas áreas de Engenharia, Economia e Estatística.

Uma aplicação interessante pode ser vista em (PEREIRA, et al., 2010), onde utilizam-se Redes Neurais Artificiais combinadas (supervisionadas e não supervisionadas) para determinar a importância das variáveis de entrada.

A capacidade de aprendizagem e programação não explícita das redes neurais as tornam muito atraentes em sistemas que apresentam interface homem-máquina, assim como podem imprimir a essas máquinas uma sensibilidade e um poder de adaptação, até o momento, difíceis de se alcançar com outras técnicas conhecidas. É esperada, portanto, uma utilização de sistemas neurais em escala cada vez maior, na medida em que o *hardware* de apoio à sua implementação se torne disponível.

6 Metodologia

Neste capítulo apresenta-se a metodologia adotada para a caracterização de um modelo de assinatura acústica; a eliminação de ruídos sobre o modelo caracterizado; a compactação da base de dados, a classificação empregando o modelo caracterizado e uma análise comparativa com modelos similares disponíveis.

O trabalho proposto apresenta os seguintes estágios de desenvolvimento:

1. Caracterização de um modelo de assinatura acústica utilizando o conceito de tensor.
2. Utilização do método de decomposição CP sobre o modelo de assinatura acústica caracterizado na eliminação dos ruídos (efeitos de espalhamento e atenuação em função do meio; ruídos provenientes do meio em que esteja inserido; ruídos oriundos de outras embarcações; além dos ruídos provenientes do próprio sistema SONAR). A escolha pelo método de decomposição CP deve-se a unicidade dos fatores decompostos, uma vez que na maioria dos outros métodos a unicidade de decomposição não é garantida, como por exemplo, na decomposição de Tucker.
3. Compactação do modelo de assinatura acústica “filtrada” através do processo de matriciação e da utilização dos operadores aplicáveis aos tensores, selecionando as características mais relevantes para o processo de classificação dos alvos.
4. Classificação dos alvos a partir do modelo de assinatura acústica “filtrada” utilizando-se uma RNA. A escolha desse classificador deve-se não somente a boa capacidade de aprendizado da ferramenta, mas principalmente porque os trabalhos de comparação utilizaram o mesmo classificador.
5. Comparação do desempenho de classificação com os métodos disponíveis.

6.1 Caracterização de um Modelo de Assinatura Acústica como um Tensor de Terceira Ordem

Como primeiro estágio deste trabalho, a partir dos dados disponibilizados procura-se pela definição de um modelo de assinatura acústica (base de dados) que seja capaz de “melhorar” o processo de associação de cada instância de dados ao navio correspondente.

Nos trabalhos pesquisados (DAMAS, et al., 2006) (MOURA, et al., 2007) (SANTOS, 2005) (SEIXAS, et al., 1999) (SOARES, 2001) assumiu-se que o ruído captado de cada navio apresenta um comportamento estacionário, ou seja, as frequências que compõem os tons do sinal não variam ao longo do tempo. Assim sendo, a representação de cada instância de dados se dá através de um vetor de potências espectrais, onde a amplitude é função somente da própria frequência. Na Figura 3.5 é apresentado um LOFARGRAMA correspondente à corrida de um navio. Trata-se de uma figura tridimensional onde os pontos correspondem à potência espectral de cada par frequência x tempo. Na Figura 3.6 é apresentada uma linha espectral correspondendo a um vetor com as potências espectrais de cada frequência em um determinado tempo. Observe-se que esta representação gráfica corresponde a um corte transversal do LOFARGRAMA da Figura 3.5, onde podem ser observados os picos de potência espectral (tons avermelhados).

Como nestes a frequência é considerada invariante no tempo, dois enfoques são possíveis:

1. Cada linha espectral (corte transversal no eixo do tempo) compõe um vetor de potências com seus valores correspondendo às potências espectrais associadas a cada ponto da frequência considerada, cada vetor correspondendo a uma instância dos dados. Neste caso, para um mesmo navio têm-se várias instâncias na base de dados. Cada uma correspondendo a uma unidade de tempo.
2. Para cada ponto no eixo das frequências é tomada a média dos valores das potências espectrais ao longo tempo, obtendo-se um vetor de potências médias para cada ponto de frequência. Com este enfoque atribui-se uma única instância de dados para cada navio. A Figura 6.1 apresenta um

LOFARGRAMA modificado (pela média das potências espectrais por unidade de frequência) representando esta simplificação.

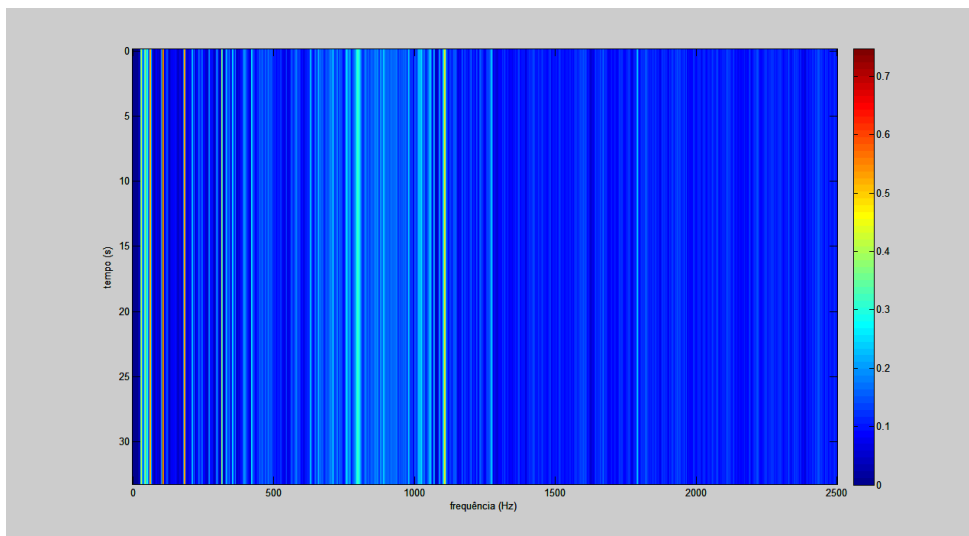


Figura 6.1 – LOFARGRAMA Simplificado pela Média das Amplitudes Espectrais por Frequência.

A Figura 6.2 apresenta o mesmo LOFARGRAMA da Figura 6.1 em perspectiva. Observe-se que agora as potências espectrais (médias das amplitudes espectrais) correspondentes a cada frequência são invariantes ao longo do eixo do tempo.

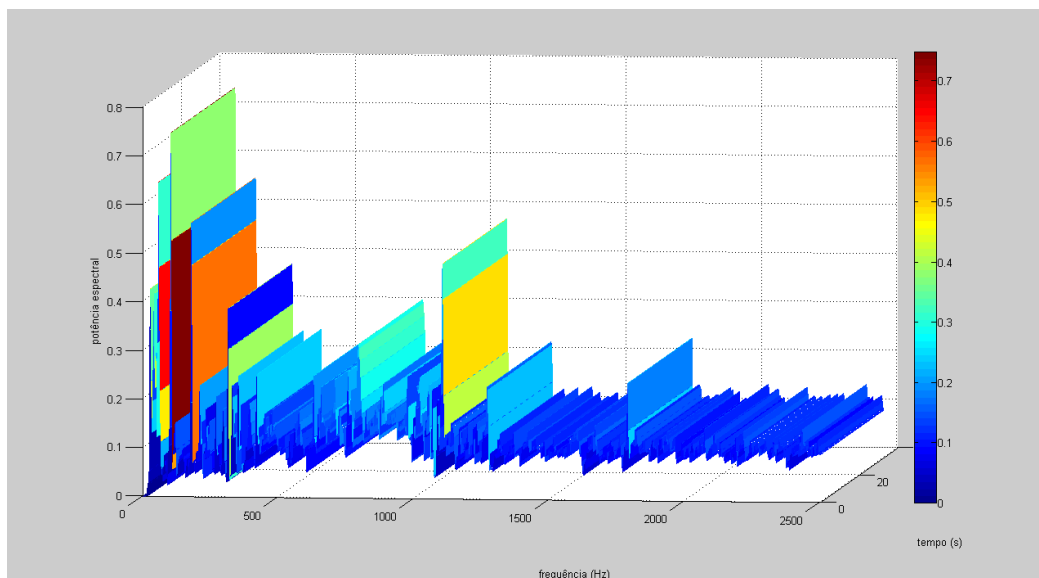


Figura 6.2 – LOFARGRAMA Simplificado em Perspectiva.

A Figura 6.3 apresenta um corte transversal do LOFARGRAMA simplificado das Figuras 6.1 e 6.2.

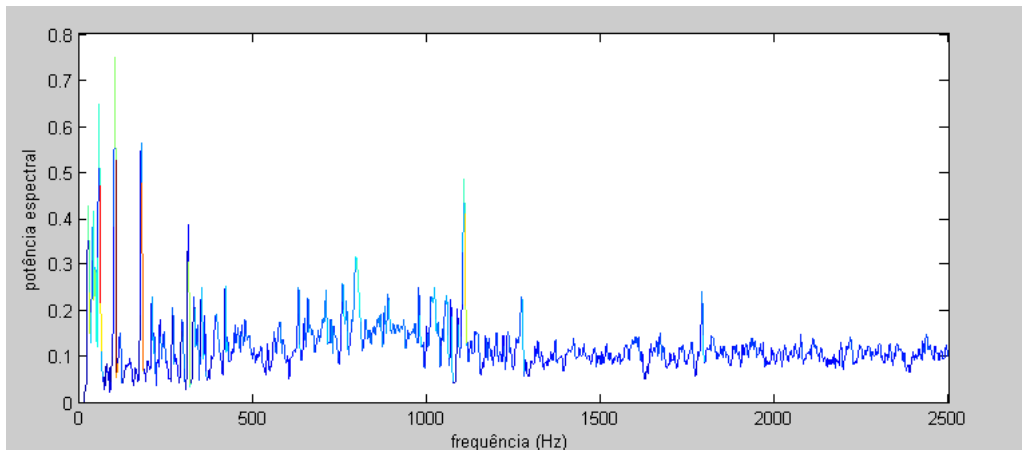


Figura 6.3 – Representação Gráfica de uma Linha Espectral (Corte Transversal do LOFARGRAMA) das Figuras 6.1 e 6.2.

Como vantagens observáveis do segundo enfoque sobre o primeiro, tem-se que:

- Cada instância é representada por uma média de potências espectrais, o que torna o modelo menos sensível aos possíveis ruídos presentes no sinal adquirido.
- A compactação dos dados permite uma redução no tempo de processamento.
- Com o primeiro enfoque, devido à presença de ruídos no sinal adquirido, algumas instâncias, provavelmente, não são representativas do navio associado.

A despeito dos bons resultados apresentados em (DAMAS, et al., 2006) (MOURA, et al., 2007) (SANTOS, 2005) (SEIXAS, et al., 1999) (SOARES, 2001) com os enfoques supracitados, observa-se que no tratamento das bases de dados não é levado a efeito o possível inter-relacionamento entre as variáveis: tempo, frequência e potência espectral.

Objetivando dar um tratamento mais compacto e integrado à representação de cada instância de dados, decidiu-se adotar uma estrutura capaz de encapsular as características de variação de frequência, tempo e potência espectral, para cada corrida de um navio. Agora, cada instância da base de dados é tratada como uma matriz bi-dimensional, onde a potência espectral é função da frequência e do tempo.

A Figura 6.4 apresenta uma representação gráfica de uma instância de dados (correspondendo a matriz com as potências espectrais de cada par frequência x tempo).

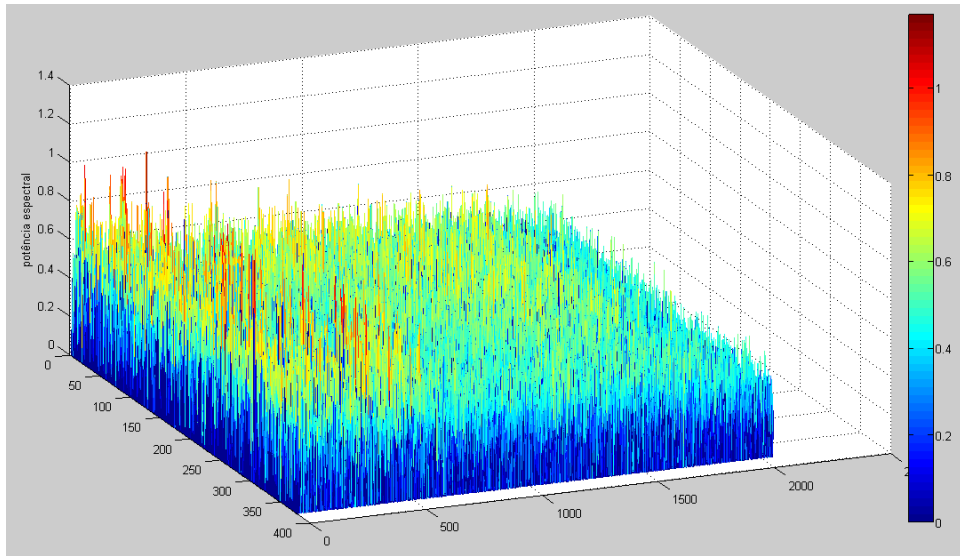


Figura 6.4 - Representação Gráfica de uma Instância de Dados (Matriz Bi-dimensional).

Observe-se que essa representação gráfica da instância corresponde ao próprio LOFARGRAMA extraído do ruído do navio. Com essa filosofia, o conjunto das instâncias representativas da base de dados se faz através de um tensor tridimensional, onde cada plano horizontal representa uma matriz de potências espectrais de cada corrida (em função da frequência e do tempo).

A Figura 6.5 apresenta a representação tensorial da base de dados. A dimensão i_1 refere-se às instâncias, a dimensão i_2 referencia o eixo das frequências, enquanto a dimensão i_3 está relacionada ao eixo dos tempos.

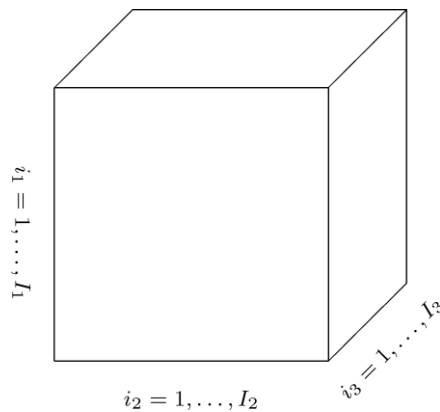


Figura 6.5 – Representação Ttensorial da Base de Dados.

A Figura 6.6 apresenta as diferentes camadas do tensor de ordem três. Observe-se que cada camada horizontal ($\mathcal{A}(i_1, :, :)$) corresponde a uma instância da base de dados, enquanto as camadas lateral e frontal ($\mathcal{A}(:, i_1, :)$ e $\mathcal{A}(:, :, i_1)$) referem-se ao conjunto de atributos.

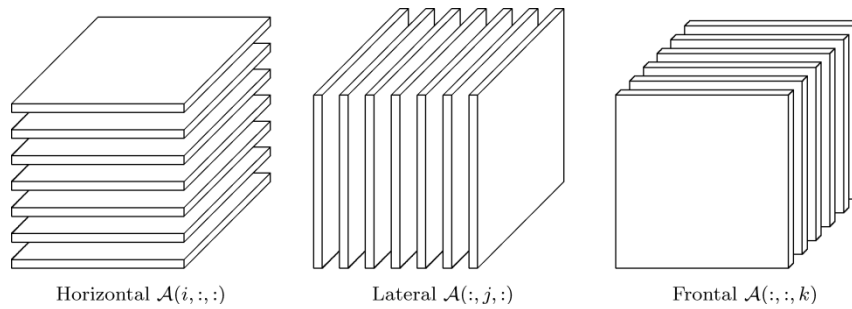


Figura 6.6 - Camadas de um Tensor de Terceira Ordem.

Assim, definiu-se um modelo de assinatura acústica como um tensor de terceira ordem com dimensões: $253(\mathcal{A}(i, :, :)) \times 929(\mathcal{A}(:, j, :)) \times 90(\mathcal{A}(:, :, k))$. Onde:

- A primeira dimensão refere-se ao total de instâncias da base de dados, cada instância correspondendo à corrida de um navio na raia acústica;
- A segunda dimensão corresponde às faixas de frequências, variando entre os limites de zero a 2500Hz; e
- A terceira dimensão está associada ao tempo de registro dos sinais variando de zero a 33s. Com uma resolução de frequência de 2,69 Hz e com uma resolução de tempo de 0,37s compõem-se uma matriz bidimensional 929 x 90.

6.2 Filtragem da Base de Dados a partir do Modelo PARAFAC

No segundo estágio, objetiva-se a “filtragem” do modelo da assinatura acústica caracterizada no estágio anterior. Para tal empregar-se-á o modelo PARAFAC. Neste processo a determinação do número de componentes (tensores posto-1) para a obtenção dos melhores fatores de decomposição tem importância primordial. Nesta tarefa utilizou-se do método CORCONDIA (**COR**e **CON**sistency **DI**agnostics), proposto por (BRO, et al., 2003). O diagnóstico de consistência do núcleo mostrou-se eficiente por seu desempenho apresentado naquele trabalho.

Em linhas gerais, o método CORCONDIA funciona da seguinte forma: para um determinado número de componentes, ajuste o modelo PARAFAC aos dados. Use a solução encontrada para o cálculo da chamada consistência do núcleo. Se o modelo PARAFAC for validado, então, a coerência do núcleo estará próxima de 100%. Se os dados não puderem ser aproximadamente descritos por um modelo de terceira ordem ou muitos componentes forem necessários, a consistência do núcleo estará próxima de zero (ou mesmo negativa). Se a consistência estiver próxima de 50%, o modelo é

considerado instável. Neste caso, a imposição de restrições poderá ajudar na estabilização do modelo. Na prática, o índice de consistência do núcleo cresce lentamente até alcançar o número ótimo de componentes, em seguida decresce acentuadamente. O número de componentes correspondentes ao valor de maior consistência deve ser escolhido.

Como pode ser visto na Figura 6.7, a determinação do número de componentes no modelo PARAFAC está diretamente ligada à determinação do número de colunas das matrizes fatores.

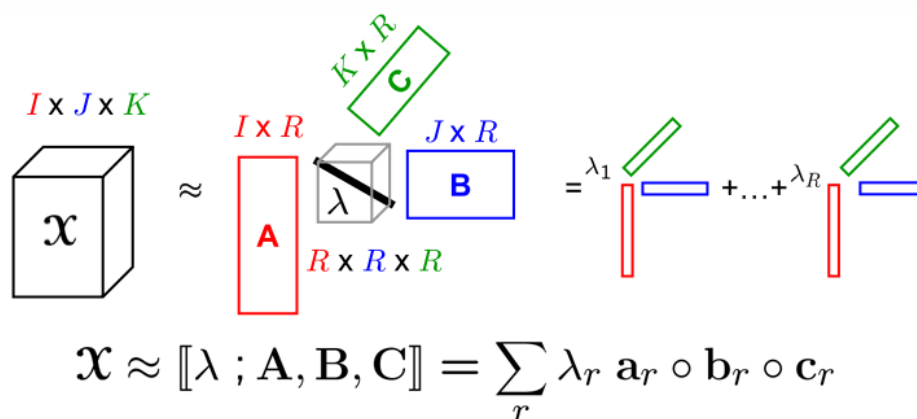


Figura 6.7 – O Modelo PARAFAC representa o Somatório de Tensores Posto-1.

Na prática, a determinação do posto de um tensor implica na determinação do tamanho da dimensão de R, do núcleo (λ) do modelo PARAFAC (Figura 6.7). Quanto menor for a dimensão, menor será o número de colunas das matrizes fatores (A, B e C), implicando numa maior redução da dimensão do tensor \mathcal{X}' , obtido da recomposição $\mathcal{X}' \approx \|\lambda'; \mathbf{A}', \mathbf{B}', \mathbf{C}'\|$, onde: λ' , \mathbf{A}' , \mathbf{B}' e \mathbf{C}' representam, respectivamente, os elementos: λ , A, B e C, da decomposição do tensor original \mathcal{X} , já com suas dimensões reduzidas em função da eliminação dos elementos “menos significativos” da super-diagonal de R (posto do tensor original \mathcal{X}).

A aplicação da decomposição PARAFAC proporciona a identificação dos componentes (colunas dos fatores obtidos da decomposição) mais relevantes ao processo de caracterização dos navios, permitindo a eliminação daqueles menos relevantes e, conseqüentemente, eliminando informações espúrias (provavelmente, o ruído de fundo), além de permitir a redução da dimensionalidade dos dados originais.

6.3 Recomposição (re-arrumação) do Modelo de Assinatura “filtrado” através do Processo de Matriciação

No terceiro estágio os fatores (matrizes) decompostos no estágio anterior são reorganizados através da aplicação dos operadores próprios dos tensores e do processo de matriciação, dando origem a uma estrutura matricial compacta. Nesta fase busca-se a obtenção de uma estrutura bi-dimensional (já livre do ruído de fundo) que permita seu emprego em classificadores clássicos.

Primeiramente, recompõem-se o tensor tridimensional (reduzido) a partir da multiplicação do núcleo pelos primeiro, segundo e terceiro fatores (obtidos no estágio anterior com o modelo PARAFAC). Em seguida, estende-se (matriciação) o tensor obtido ao longo do primeiro modo, obtendo-se uma matriz bi-dimensional com a primeira dimensão correspondendo às instâncias de dados e a segunda aos atributos (valores de potências espectrais associados, simultaneamente, à frequência e ao tempo). A Figura 6.8 apresenta o processo de re-arrumação do tensor de terceira ordem em uma matriz bi-dimensional.

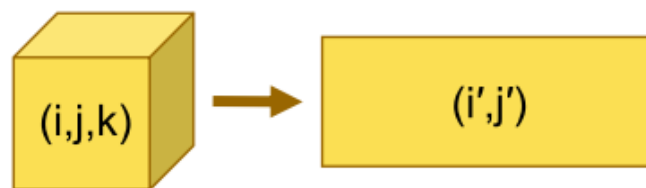


Figura 6.8 – Matriciação de um Tensor de Ordem Três em uma Matriz Bi-dimensional.

6.4 Classificação dos Alvos a partir do Modelo “filtrado” de Assinatura Acústica

Neste estágio, procede-se à tarefa de classificação empregando como ferramenta as Redes Neurais Artificiais. Aqui, o objetivo principal é o de validar o modelo obtido, além de fornecer subsídios para que o estágio seguinte efetue uma análise qualitativa do modelo de assinatura acústica produzido, objetivando a classificação de navios a partir do seu ruído irradiado.

6.5 Análise de Desempenho de Classificação obtido com o novo Modelo de Assinatura Acústica

A análise do desempenho far-se-á contra trabalhos que tenham a mesma finalidade, ou seja, a classificação de navios a partir do seu ruído irradiado, e que tenham empregado pelo menos o mesmo tipo de base de dados, ou seja, LOFARGRAMAS produzidos a partir de gravações de ruídos irradiados pelos navios, nas mesmas condições que aquelas apresentadas pelas gravações utilizadas neste trabalho.

Em (SOARES, 2001) foi utilizada uma base de dados semelhante, porém, com uma quantidade de registros e de classe de navios maior. Neste trabalho, foi empregada uma abordagem híbrida, com técnicas não neurais de pré-processamento baseada no conhecimento especialista sobre características específicas do sinal analisado, bem como o conhecimento, *à priori* sobre as fontes geradoras de ruído e suas características de propagação no meio oceânico; seguindo-se de uma etapa de classificação utilizando uma rede neural artificial.

Em (DAMAS, et al., 2006) foi utilizada a mesma base de dados empregada nesse trabalho. Aqui, procurou-se, no espectro do ruído gerado pelo navio, por características extraídas dos tons, visando sua utilização na identificação da classe de navios. Essas características, juntamente com a informação da velocidade de rotação dos eixos propulsores, formaram as variáveis de entrada para uma rede neural que realizou a classificação. Os tons empregados foram os que, na prática, demonstraram maior relevância para a identificação de um contato, na opinião de um especialista em SONAR.

É importante enfatizar que em ambos os trabalhos citados, e também em (MOURA, et al., 2007) e (SEIXAS, et al., 1999), da necessidade, com maior ou menor participação, do conhecimento de um especialista para determinar os parâmetros adequados à eliminação do ruído de fundo.

7 Experimentos, Resultados e Análises Comparativas

Este capítulo descreve uma série de experimentos realizados sobre o modelo de assinatura acústica proposto com metodologia descrita no capítulo anterior. Os resultados de cada experimento são sumarizados e comparados entre si, e com modelos similares apresentados em trabalhos empregando bases de dados similares.

Neste trabalho, cada instância de dados (navio) é representada por um LOFARGRAMA e tem-se a distribuição das instâncias por classe, conforme apresentado na Figura 7.1.

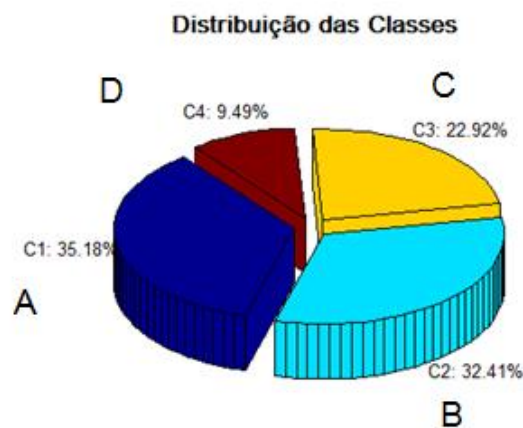


Figura 7.1 – Distribuição das Instâncias de Dados pelas Classes.

7.1 Análise dos Dados (Pré-processamento)

Nesta seção, procede-se a uma análise dos dados a serem processados, identificando a entidade (função) a ser aprendida, as instâncias dos dados (registros) e os atributos (variáveis) de cada instância, além da compactação e normalização dos dados.

7.1.1 Pré-processamento

A função a ser aprendida deve mapear o espectro do ruído sonoro irradiado por um navio (obtido a partir de gravações) com a sua classe correspondente. Assim, cada instância de dados representa o espectro do ruído irradiado por um navio (LOFARGRAMA) e os atributos correspondem aos valores das amplitudes espectrais

associadas a cada ponto do LOFARGRAMA (interseção frequência x tempo), compreendidos em uma faixa considerada. Cada atributo é representado por um valor real associado à devida amplitude espectral.

Procedendo-se a uma inspeção na base de dados, verificou-se que a mesma não apresenta problemas de dados faltantes, nem, aparentemente, de dados aberrantes.

7.1.2 Redução / Compactação de Dados

Conforme discutido na Seção 3.1.2, a grande maioria dos LOFARGRAMAS analisados apresentam ruídos aparentemente mais significativos (altas amplitudes) somente na faixa de frequência compreendida entre 0 e 2500 Hz e, visando uma redução dos dados, decidiu-se concentrar a atenção para esta faixa de frequência, com uma resolução de frequência de 2,69 Hz; e para uma faixa de tempo compreendida entre 0 e 33s, com uma resolução de 0,37s.

A partir das determinações das faixas de frequência e de tempo consideradas, e de suas respectivas resoluções, chegou-se a uma representação de LOFARGRAMA como uma matriz bi-dimensional 929 x 90 pontos, onde cada ponto representa uma amplitude espectral no domínio frequência x tempo.

Visando uma redução da carga de processamento dos programas de aprendizagem e a conseqüente redução no tempo de processamento, aplicou-se um processo de compressão de dados. Este procedimento deve permitir a obtenção de uma representação reduzida da massa de dados original (redução de volume). Contudo, produzindo os mesmos (ou quase os mesmos) resultados analíticos. Outra vantagem considerável da aplicação da compressão de dados é a interpretação mais fácil dos conceitos aprendidos. Assim, decidiu-se considerar a média das amplitudes espectrais tomadas a cada três pontos do eixo das frequências e não alterar o eixo dos tempos, o que, na prática, pode ser visto como uma redução na resolução da frequência para 8,1 Hz, obtendo-se uma nova matriz bi-dimensional 309 x 90 como representação de cada LOFARGRAMA.

7.1.3 Normalização dos Dados

Objetivando a remoção de possíveis distorções de valores aberrantes e a obtenção de simetria e ajuste em uma escala para representação gráfica, permitindo a inspeção

visual dos LOFARGRAMAs, aplicou-se aos mesmos uma normalização distribucional ($\log(x)$).

7.2 Geração do Tensor Representativo da Base de Dados

O objetivo desta fase é a caracterização de um modelo de assinatura acústica como um tensor de terceira ordem. Como cada LOFARGRAMA é tratado como uma matriz bi-dimensional 309 x 90, e tem-se 253 instâncias de dados (LOFARGRAMAS), gerou-se um tensor de terceira ordem de dimensões 253 x 309 x 90 pontos. Para maiores detalhes, ver a Seção 6.1

7.3 Análise da Consistência dos Dados

Empregando-se o modelo de assinatura acústica produzido, optou-se por efetuar uma análise na consistência dos dados⁷, a fim de verificar a distribuição das instâncias em suas classes. No processo de agrupamento dos dados empregou-se o Dendrograma e os indicadores clássicos para determinação do número provável de agrupamentos em uma distribuição.

Através da análise de agrupamentos obtida do Dendrograma da Figura 7.2, pode-se concluir que o número mais provável de agrupamentos é três. Como sabemos, *a priori*, tratar-se de um problema com quatro classes distintas de navios, tem-se, provavelmente, três classes bem separadas, sendo que uma delas apresenta dois subgrupos de navios com características bem próximas entre si.

⁷ A matriz correspondente aos dados analisados foi obtida a partir da matriciação do tensor 253 x 929 x 90, originando uma matriz 253 x 83520.

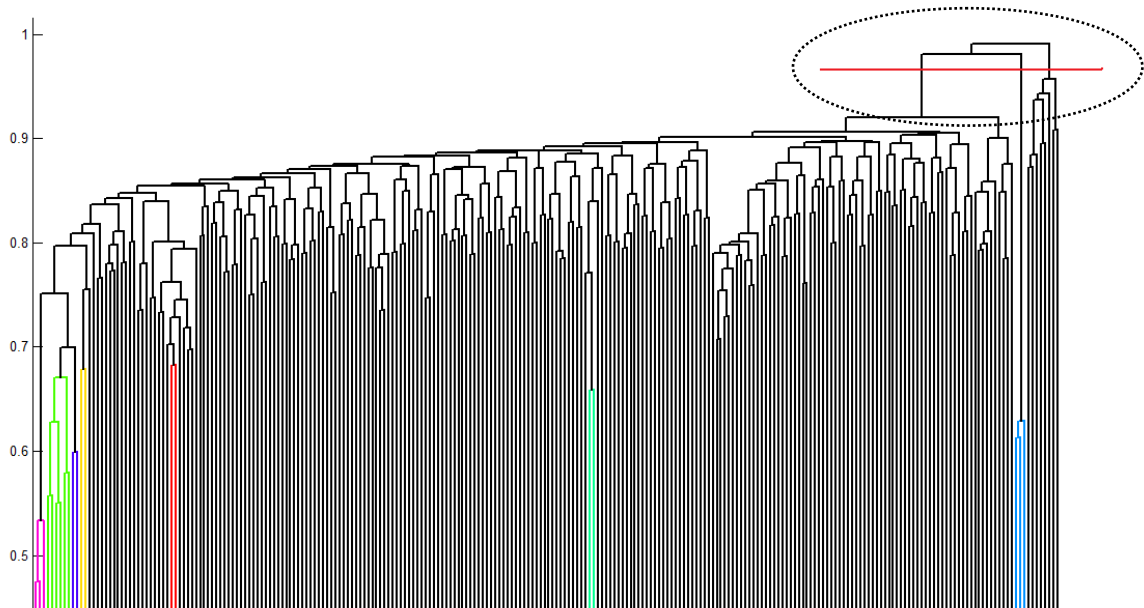


Figura 7.2 – Dendrograma dos Dados das Corridas utilizados para Classificação de Alvos.

Através do emprego de indicadores clássicos (Calinski-Harabaz, Índice de Fisher, Xie-Beni Modificado e Índice de Particionamento) para determinar o número de *clusters* (Figura 7.3), conclui-se que o número mais provável de agrupamentos se encontra entre três ou quatro (o mais provável), concordando com a análise do Dendrograma e com a informação obtida sobre o número de classes, as quais pertencem a navios investigados.

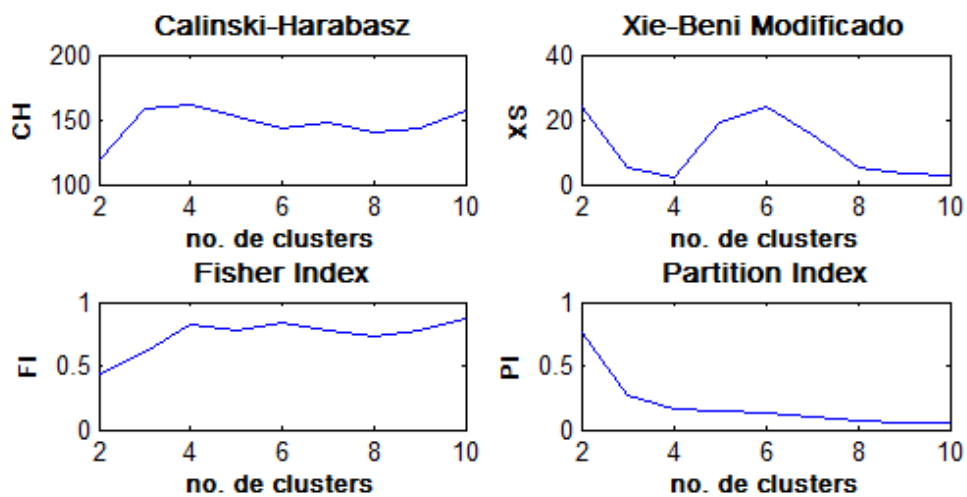


Figura 7.3 – Indicadores Clássicos para determinar o Número Provável de Agrupamentos.

Da análise dos resultados obtidos, conclui-se que o modelo de assinatura acústica produzido é consistente com os dados originais, ou seja, o modelo de dados gerado é capaz de reproduzir os dados originais, extraídos a partir dos ruídos irradiados pelos navios e estes distribuídos em quatro classes distintas.

7.4 Filtragem da Base de Dados

No processo de “filtragem” da base de dados emprega-se o modelo de decomposição PARAFAC. Neste processo, a determinação do número de componentes (tensores posto-1) para a obtenção dos melhores fatores de decomposição tem importância primordial. Nesta tarefa utilizou-se do método CORCONDIA (ver a Seção 6.2).

O diagnóstico de consistência do núcleo (Figura 7.4) indica que o número mais adequado de fatores para uma decomposição “enxuta” é 115. A Figura 7.5 apresenta um gráfico associando a relevância de cada componente, determinada a partir do núcleo obtido com a decomposição PARAFAC. Observe-se que a partir do 116º componente a relevância dos fatores cai muito abruptamente, indicando que os demais componentes podem representar possíveis ruídos agregados ao sinal característico do navio emissor, durante o processo de aquisição do sinal. Com essa decomposição, os tensores posto-1 (fruto da decomposição do tensor original) devem compor uma base (auto-matrizes) capaz de representar o tensor original expurgado de interferências provocadas por fatores que não componham o sinal original irradiado pelos navios (ruído de fundo).

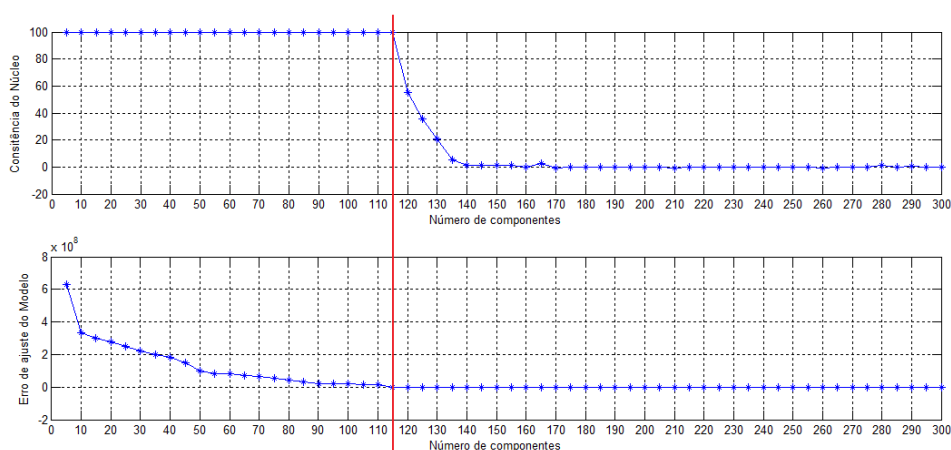


Figura 7.4 – Índice de Consistência do Núcleo do Tensor e o Erro de Ajuste do Modelo segundo o Número de Componentes considerados na Decomposição.

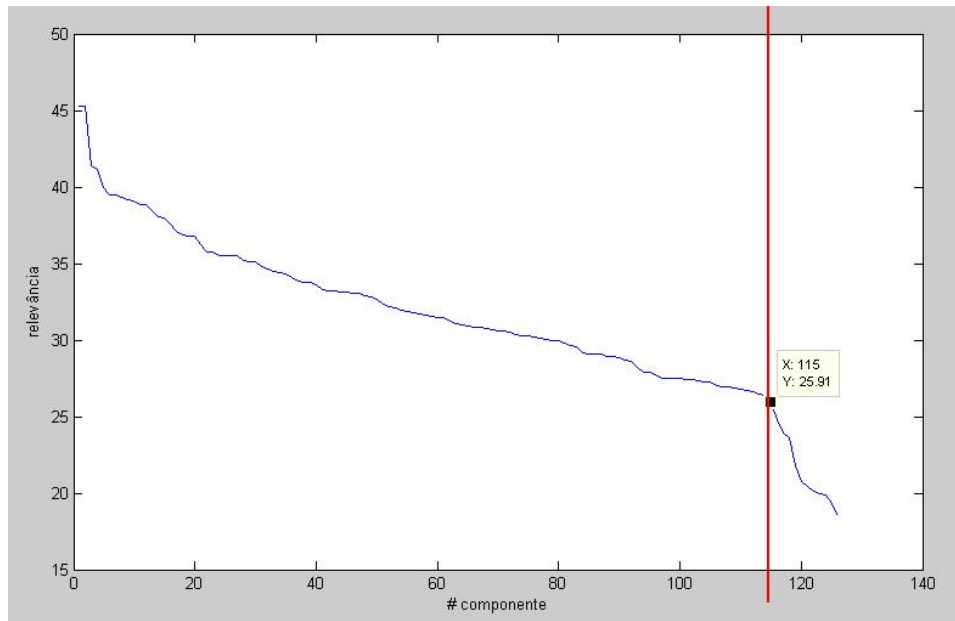


Figura 7.5 – Relevância de cada Componente determinado a partir do Núcleo do Modelo PARAFAC.

7.5 Recomposição da Matriz de Dados

O modelo de assinatura acústica produzido originalmente é representado por um tensor de terceira ordem (Seção 7.2). A partir da aplicação da decomposição PARAFAC com 115 fatores⁸ obteve-se um novo tensor $\mathcal{X}' \approx \|\lambda'; A', B', C'\|$, onde:

- λ' = supercubo (115 x 115 x 115);
- A' = matriz (253 x 115);
- B' = matriz (309 x 115); e
- C' = matriz (90 x 115).

representando, respectivamente, os elementos: λ , A, B e C, da decomposição do tensor original \mathcal{X} .

No processo de recomposição da matriz de dados seguiu-se os seguintes passos:

- i. Primeiramente recompôs-se o tensor tridimensional (reduzido) a partir da multiplicação do núcleo (λ') pelos primeiro (A), segundo (B) e terceiro (C) fatores (obtidos no estágio anterior com o modelo PARAFAC), obtendo-se um tensor 253 x 309 x 90;

⁸ O número de fatores obtido determina diretamente as dimensões da matriz super-diagonal λ' (ponderando os termos decompostos em ordem decrescente de relevância).

- ii. Estendeu-se (operação de matriciação) o tensor obtido ao longo do primeiro modo obtendo-se uma matriz bi-dimensional (253 x 27810), com a primeira dimensão correspondendo às instâncias de dados e a segunda, aos atributos (valores de potências espectrais associados, simultaneamente, à frequência e ao tempo);
- iii. Expurgou-se da matriz obtida no passo acima todas as colunas além da 115ª (somente as 115 primeiras são ponderadas pela matriz λ'), obtendo-se uma nova matriz 253 x 115;
- iv. Acrescentou-se como 116ª coluna da matriz obtida no passo iii as informações referentes à velocidade de rotação do eixo principal do navio, obtendo-se uma matriz 253 x 116.
- v. Normalizou-se as colunas utilizando o método *z-score*, a fim de obter os dados centrados em torno de uma média igual a zero e uma variância em torno de 1. Tal tratamento permite que se utilize como critério de similaridade, por exemplo, a distância Euclidiana.

7.6 Ferramenta de Classificação

Neste trabalho, optou-se pelo emprego de uma Rede Neural Artificial *Multilayer Perceptron* (MLP) como ferramenta para treinamento e classificação dos navios a partir do modelo de assinatura acústica produzido.

A escolha dessa ferramenta deu-se em função da relação custo-benefício entre seu tempo de processamento, sua capacidade de aprendizado, e classificação (ver a Seção 4); e da facilidade de disponibilidade de implementação de código (ver a Seção 7.7).

No processo de treinamento e classificação empregou-se os seguintes parâmetros:

- lidação cruzada com 10 sub-grupamentos;
- Taxa de treinamento = 0,3;
- Momento = 0,2;
- Função de ativação dos nós = sigmóide; e
- # épocas de treinamento = 500.

7.7 Softwares Utilizados

No desenvolvimento deste trabalho utilizou-se os seguintes *softwares*:

- MATLAB - versão R2008a {Tratamento dos dados: Leitura dos arquivos “*.wav”, conversão em LOFARGRAMAs, Obtenção dos dados numéricos, Normalização, Estruturação e Apresentação dos Dados};
- Implementação do código do algoritmo CORCONDIA (BRO) {determinação do número ótimo de fatores de representação do modelo PARAFAC};
- Implementação da *Toolbox* para Tensores em MATLAB (KOLDA) {Operações de manipulação de Tensores} e
- Weka 3.6 (Treinamento e classificação dos dados utilizando uma Rede Neural Artificial *Multilayer Perceptron*) (Weka).

7.8 Experimentos

Nesta seção, apresenta-se os resultados de cinco experimentos:

1. Desempenho de classificação com o modelo de assinatura acústica produzido, sem a aplicação do filtro TPSW⁹ e sem a filtragem obtida a partir da aplicação da decomposição PARAFAC;
2. Desempenho de classificação com o modelo de assinatura acústica produzido, com a aplicação do filtro TPSW e sem a filtragem obtida a partir da aplicação da decomposição PARAFAC;
3. Desempenho de classificação com o modelo de assinatura acústica produzido, sem a aplicação do filtro TPSW e com a filtragem obtida a partir da aplicação da decomposição PARAFAC com 115 fatores de decomposição;
4. Desempenho de classificação com o modelo de assinatura acústica produzido, com a aplicação do filtro TPSW e com a filtragem obtida a partir da aplicação da decomposição PARAFAC com 115 fatores de decomposição; e
5. Desempenho de classificação com o modelo de assinatura acústica produzido, com a aplicação do filtro TPSW e com a filtragem obtida a partir da aplicação da decomposição PARAFAC com 125 fatores de decomposição.

⁹ Os parâmetros do filtro TPSW foram determinados a partir do conhecimento de um especialista.

7.8.1 Experimento 1

A Tabela 7.1 apresenta o desempenho de classificação com o modelo de assinatura acústica produzido, sem a aplicação do filtro TPSW e sem a filtragem obtida a partir da aplicação da decomposição PARAFAC.

Na prática, este experimento é equivalente a não aplicação do filtro TPSW e à aplicação da decomposição PARAFAC com um número arbitrariamente grande de fatores (1000).

Adotando-se um procedimento semelhante àquele exposto na Seção 7.5, com um número de fatores de decomposição igual a 1000, obteve-se como estrutura de dados para treinamento e classificação uma matriz bi-dimensional 253 x 1001.

Adotando-se o procedimento descrito na Seção 7.6, obteve-se o seguinte desempenho de classificação:

Instâncias corretamente classificadas: 179 70.75 %
Instâncias incorretamente classificadas: 74 29.25 %

Tabela 7.1 - Desempenho de Classificação com o Modelo de Assinatura Acústica produzido sem a Aplicação do Filtro TPSW e sem a Filtragem obtida a partir da Aplicação da Decomposição PARAFAC.

Matriz de Confusão				
A	B	C	D	Classificada como:
75	0	15	1	A
0	79	0	3	B
43	0	15	0	C
0	12	0	12	D

7.8.2 Experimento 2

A Tabela 7.2 apresenta o desempenho de classificação com o modelo de assinatura acústica produzido com a aplicação do filtro TPSW e sem a filtragem obtida a partir da aplicação da decomposição PARAFAC.

Na prática, este experimento é equivalente à aplicação do filtro TPSW e à aplicação da decomposição PARAFAC com um número arbitrariamente grande de fatores (1000).

Adotando-se um procedimento semelhante àquele exposto na Seção 7.5, com um número de fatores de decomposição igual a 1000, obteve-se como estrutura de dados para treinamento e classificação uma matriz bi-dimensional 253 x 1001.

Adotando-se o procedimento descrito na Seção 7.6, obteve-se o seguinte desempenho de classificação:

Instâncias corretamente classificadas: 216 85,38 %
 Instâncias incorretamente classificadas: 37 14,62 %

Tabela 7.2 - Desempenho de Classificação com o Modelo de Assinatura Acústica produzido com a Aplicação do Filtro TPSW e sem a Filtragem obtida a partir da Aplicação da Decomposição PARAFAC.

Matriz de Confusão				
A	B	C	D	Classificada como:
80	0	8	1	A
0	79	0	3	B
14	0	43	1	C
0	6	4	14	D

7.8.3 Experimento 3

A Tabela 7.3 apresenta o desempenho de classificação com o modelo de assinatura acústica produzido sem a aplicação do filtro TPSW e com a filtragem obtida a partir da aplicação da decomposição PARAFAC, com 115 fatores para decomposição.

O número ótimo de fatores (115 componentes) para a decomposição PARAFAC foi obtido conforme descrito na Seção 7.4.

Para o número de fatores de decomposição adotado, obteve-se como estrutura de dados para treinamento e classificação uma matriz bi-dimensional 253 x 116 (ver Seção 7.5).

Adotando-se o procedimento descrito na Seção 7.6, obteve-se o seguinte desempenho de classificação:

Instâncias corretamente classificadas: 243 96,05 %
 Instâncias incorretamente classificadas: 10 3,95 %



Observe-se a Matriz de Confusão descrita na Tabela 7.3, as linhas e colunas ressaltadas por elipses. Os contatos da classe um quando são mal classificados são classificados como sendo da classe três, enquanto os contatos da classe três, quando são mal classificados são classificados como classe um. Tal fato ocorre, provavelmente, devido à similaridade entre essas duas classes

Tabela 7.3 - Desempenho de Classificação com o Modelo de Assinatura Acústica produzido sem a Aplicação do Filtro TPSW e com a Filtragem obtida a partir da Aplicação da Decomposição PARAFAC, com 115 Fatores para Decomposição.

Matriz de Confusão				
A	B	C	D	Classificada como:
86	0	3	0	A
0	81	0	1	B
4	0	54	0	C
1	1	0	22	D

7.8.4 Experimento 4

A Tabela 7.4 apresenta o desempenho de classificação com o modelo de assinatura acústica produzido com a aplicação do filtro TPSW e com a filtragem obtida a partir da aplicação da decomposição PARAFAC com 115 fatores de decomposição.

Para o número de fatores de decomposição adotado, obteve-se como estrutura de dados para treinamento e classificação uma matriz bi-dimensional 253 x 116 (ver Seção 7.5).

Adotando-se o procedimento descrito na Seção 7.6, obteve-se o seguinte desempenho de classificação:

Instâncias corretamente classificadas:	226	89,33 %
Instâncias incorretamente classificadas:	27	10,67 %

Tabela 7.4 - Desempenho de Classificação com o Modelo de Assinatura Acústica produzido com a Aplicação do Filtro TPSW e com a Filtragem obtida a partir da Aplicação da Decomposição PARAFAC com 115 Fatores de Decomposição.

Matriz de Confusão				
A	B	C	D	Classificada como:
82	0	7	0	A
0	82	0	0	B
13	0	45	0	C
0	2	5	17	D

7.8.5 Experimento 5

Neste experimento, em função de ter-se aplicado o algoritmo de filtragem TPSW ao modelo de dados original, decidiu-se por uma nova avaliação da quantidade ótima de componentes para a aplicação da decomposição PARAFAC. Para tal, procedeu-se conforme descrito na Seção 7.4.

Na Figura 7.6 são apresentados os gráficos com os índices de consistências dos núcleos e os respectivos erros de ajuste dos modelos com os diversos números componentes considerados. A partir da análise desses gráficos, chega-se ao número ótimo de fatores igual a 125.

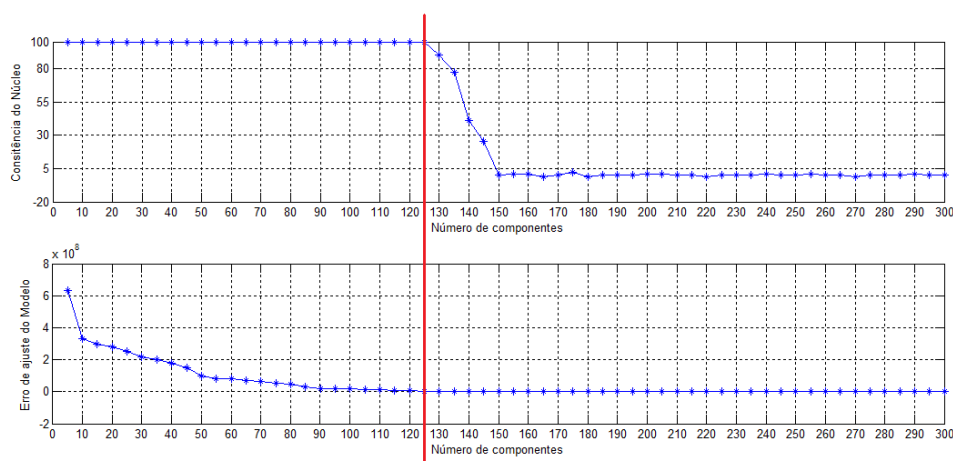


Figura 7.6 - Índices de Consistências dos Núcleos e os respectivos Erros de Ajuste dos Modelos com os Diversos Números Componentes Considerados.

A Tabela 7.5 apresenta o desempenho de classificação com o modelo de assinatura acústica produzido com a aplicação do filtro TPSW e com a filtragem obtida a partir da aplicação da decomposição PARAFAC com 125 fatores de decomposição.

Adotando-se um procedimento semelhante àquele exposto na Seção 7.5, com um número de fatores de decomposição igual a 125 obteve-se como estrutura de dados para treinamento e classificação uma matriz bi-dimensional 253 x 126.

Adotando-se o procedimento descrito na Seção 7.6, obteve-se o seguinte desempenho de classificação:

Instâncias corretamente classificadas: 233 92,10 %
 Instâncias incorretamente classificadas: 20 7,90 %

Tabela 7.5 - Desempenho de Classificação com o Modelo de Assinatura Acústica produzido com a Aplicação do Filtro TPSW e com a Filtragem obtida a partir da Aplicação da Decomposição PARAFAC com 125 Fatores de Decomposição.

Matriz de Confusão				
A	B	C	D	Classificada como:
82	0	7	0	A
0	81	1	0	B
8	0	50	0	C
2	1	1	20	D

7.8.6 Experimento 6

A fim de verificar-se a sensibilidade do modelo de assinatura acústica produzido ao problema de desbalanceamento da base de dados originalmente adotada e a sua correlação com o problema de “Pequenos Disjuntos”, procedeu-se o seguinte experimento:

Repetindo-se o mesmo procedimento adotado no experimento dois, para geração de uma estrutura de dados para treinamento e classificação, obteve-se a matriz bi-dimensional 253 x 1001.

À estrutura de dados obtida aplicou-se os algoritmos supervisionados de seleção de atributos:

1. *FCBF -Fast Correlation-Based Filter* (LEI, et al., 2003);
2. *LinearForwardSelection* (GUETLEIN, 2009); e
3. *RaceSearch* (MOORE, et al., 1994)

Após a aplicação dos algoritmos de redução de atributos, aplicou-se o mesmo tratamento de treinamento e classificação dos experimentos anteriores, obtendo-se os seguintes desempenhos de classificação:

1. Experimento 6.1 (Fast Correlation-Based Filter)

de atributos selecionados: 29

Instâncias corretamente classificadas: 223 88,15 %

Instâncias incorretamente classificadas: 30 11,85 %

A Tabela 7.6 apresenta a matriz de confusão correspondente ao desempenho de classificação do Experimento 6.1.

Tabela 7.6 - Desempenho de Classificação com o Modelo de Assinatura Acústica produzido com a Aplicação do Filtro TPSW e sem a Filtragem obtida a partir da Aplicação da Decomposição PARAFAC e com a Aplicação do Algoritmo de Seleção de Atributos *Fast Correlation-Based Filter*.

Matriz de Confusão				
A	B	C	D	<= Classificada como:
85	0	4	0	A
0	81	0	1	B
10	0	47	1	C
1	9	4	10	D

2. Experimento 6.2 (LinearForwardSelection)

de atributos selecionados: 33

Instâncias corretamente classificadas: 226 89,33 %

Instâncias incorretamente classificadas: 27 10,67 %

A Tabela 7.7 apresenta a matriz de confusão correspondente ao desempenho de classificação do Experimento 6.2.

Tabela 7.7 - Desempenho de Classificação com o Modelo de Assinatura Acústica produzido com a Aplicação do Filtro TPSW e sem a Filtragem obtida a partir da Aplicação da Decomposição PARAFAC e com a Aplicação do Algoritmo de Seleção de Atributos *LinearForwardSelection*.

Matriz de Confusão				
A	B	C	D	<= Classificada como:
88	0	1	0	A
0	81	0	1	B
7	0	51	0	C
2	9	7	6	D

3. Experimento 6.3 (RaceSearch)

de atributos selecionados: 33

Instâncias corretamente classificadas: 221 87,35 %

Instâncias incorretamente classificadas: 32 12,64 %

A Tabela 7.8 apresenta a matriz de confusão correspondente ao desempenho de classificação do Experimento 6.3.

Tabela 7.8 - Desempenho de Classificação com o Padrão de Assinatura Acústica produzido com a Aplicação do Filtro TPSW e sem a Filtragem obtida a partir da Aplicação da Decomposição PARAFAC e com a Aplicação do Algoritmo de Seleção de Atributos *RaceResearch*.

Matriz de Confusão				
A	B	C	D	<= Classificada como:
86	0	3	0	A
0	80	0	2	B
10	0	47	1	C
1	10	5	8	D

7.9 Comparação dos Resultados obtidos nos Experimentos

A Tabela 7.9 apresenta um quadro comparativo com os desempenhos de classificação obtidos em cada um dos experimentos da Seção 7.8.

Tabela 7.9 - Tabela Comparativa dos Desempenhos de Classificação dos Experimentos Realizados.

# Experimento	Desempenho de Classificação (%)
1	70,75
2	85,38
3	96,05
4	89,33
5	92,10



O melhor desempenho de classificação foi obtido no experimento três, quando empregou-se o modelo de assinatura acústica produzido e a filtragem do ruído de fundo foi efetuada a partir da decomposição PARAFAC com 115 fatores. Observe-se que na matriz de confusão deste experimento (Tabela 7.3) os navios da classe A são identificados como classes C e os navios da classe C identificados como classe A. Tal fenômeno pode estar relacionado com a observação feita a partir da análise da Figura 7.2, onde tem-se, notadamente, duas classes distintas (a segunda e a quarta mais frequentes) e uma terceira classe sub-dividida em outras duas (a primeira e a terceira mais frequentes). A dificuldade de diferenciação dessas duas últimas classes pode estar relacionada com as semelhanças dos navios a elas pertencentes.

O segundo melhor resultado foi alcançado no experimento cinco, com a filtragem do ruído de fundo empregando tanto o algoritmo TPSW, quanto com a decomposição PARAFAC com 125 fatores. Observe-se que o desempenho de classificação inferior ao obtido no experimento três pode estar associado a uma parametrização não ótima do algoritmo TPSW, por parte do especialista. Outro aspecto interessante está no aumento do número ótimo de fatores para a decomposição PARAFAC (passou de 115, no experimento três, para 125, neste experimento). Tal fato, provavelmente, esteja relacionado com o aumento da complexidade do modelo de dados original em função do mesmo problema, relacionado à parametrização na filtragem do ruído de fundo introduzido pelo especialista.

O melhor desempenho de classificação, alcançado no experimento três, certamente está relacionado ao fato de ter-se reescrito a base de dados original utilizando-se um

modelo de representação mínimo das instâncias de dados, proporcionado pela indicação do número mínimo de fatores para a decomposição PARAFAC, através do algoritmo CORCONDIA. Este enfoque permite uma redução tanto dos problemas de sub-parametrização, garantindo que o modelo de assinatura acústica produzido seja capaz de representar o conjunto das instâncias associadas, quanto o problema de super-parametrização, impedindo que o modelo armazene informações não relacionadas ao processo em questão (como por exemplo, o ruído de fundo).

Outro fator, certamente relacionado com o melhor desempenho de classificação obtido no experimento três, está associado à redução do problema associado ao desbalanceamento entre as classes e aos poucos atributos fortemente correlacionados com a classe alvo nas instâncias da classe minoritária. Aqui, tem-se quatro classes de navios, sendo que a classe *D* é representada por menos de 10% do total de navios (Figura 7.1). O modelo de assinatura acústica produzido dispensa a necessidade da aplicação de algoritmos para seleção de atributos, tanto para a redução de sua dimensão, quanto para a eliminação de atributos descorrelacionados com as classes alvo. Observe-se que nos experimentos da Seção 7.8.6 (experimentos: 6.1, 6.2 e 6.3), após a aplicação dos algoritmos de redução de atributos, tem-se, notadamente, uma redução considerável no número de atributos. Fato este, que reduz o tempo de processamento. Contudo, o desempenho de classificação desses experimentos (aproximadamente, 89,33 %) é significativamente inferior ao desempenho alcançado no experimento três (96,05 %). O desempenho inferior observado nos três primeiros experimentos pode estar associado à elevada taxa de erro na classificação dos navios pertencentes à classe minoritária (classe *D*). Tal fato, possivelmente, ocorra devido à eliminação dos atributos fortemente correlacionados à classe *D* serem descartados durante o processo de seleção de atributos, por ser uma classe significativamente minoritária.

7.10 Comparação com os Resultados obtidos empregando-se outros Métodos com a mesma Massa de Dados

Em (MOURA, et al., 2007) foi implementado um classificador neural para SONAR passivo utilizando uma base de dados similar à empregada nesse trabalho. O desempenho médio de classificação alcançado foi de 89% de acertos. Além da tarefa de classificação de contatos, o sistema desenvolvido permite, a partir da informação de especialista, a detecção do ruído da própria plataforma quando a mesma se encontra em determinadas condições. Este procedimento proporciona uma melhor filtragem do sinal de retorno do eco sonar, possibilitando melhores condições de classificação de alvos.

Em (DAMAS, et al., 2006) com a mesma base de dados empregada neste trabalho, foi apresentado um estudo sobre as características extraídas dos tons, objetivando a classificação de navios. Nesse trabalho, várias características extraídas dos tons gerados a partir dos navios em deslocamento foram consideradas. Ressalta-se aqui a relevada importância do especialista, tanto na indicação das faixas de frequências associadas aos tons de interesse, quanto na identificação das características a serem consideradas em cada tom selecionado (frequência média dos tons, tendência, diferença entre a maior e a menor frequência formadora do tom, curtosi, etc). Com este enfoque, obteve-se uma taxa de acerto em torno de 85%.

A despeito das gravações dos sinais acústicos irradiados pelos navios terem sido efetuadas em um ambiente controlado, em ambos os sistemas citados acima fica clara a necessidade de um especialista, seja sobre o ambiente por onde se propaga o sinal, seja sobre o navio que contém o equipamento SONAR, ou mesmo sobre o tipo de navio que se busca. O modelo de assinatura acústica proposto neste trabalho, além de dispensar o conhecimento do especialista, o que reduz o tempo de preparação dos dados, permite um grau considerável de compactação dos mesmos, em função da própria complexidade dos dados, possibilitando a redução do tempo de treinamento.

Em termos de desempenho de classificação, com a adoção do modelo de assinatura acústica proposto obteve-se, notadamente, melhor resultado do que aquele apresentado em (DAMAS, et al., 2006) utilizando-se da mesma base de dados (96% contra 85%).

8 Conclusões e Pesquisas Futuras

A partir dos experimentos e análises efetuados na Seção 7.8, a seguir procede-se a algumas conclusões, bem como apresenta-se algumas sugestões de trabalhos que possam ser motivados a partir deste estudo.

8.1 Análises Conclusivas

Em um ambiente controlado, como onde foram realizadas as medições dos sinais acústicos utilizados neste trabalho, as condições externas permanecem quase inalteradas, diferentemente do meio real, além de não haver a presença de um sistema SONAR passivo influenciando nas medições (as gravações foram efetuadas a partir de um hidrofone omnidimensional). Tal fato pode ser constatado a partir do desempenho de classificação apresentado, pelos experimentos, mesmo quando nenhum filtro tenha sido utilizado sobre o sinal adquirido (70,75%), o que dificulta uma melhor avaliação e comparação com outros métodos de identificação de navios a partir do sinal acústico emitido. No entanto, o desempenho de classificação obtido quando empregou-se o modelo de assinatura acústica proposto neste trabalho (96,05%), mesmo em um ambiente controlado, como o aqui utilizado, apresentou-se consideravelmente superior, não somente no desempenho alcançado quando nenhum filtro tenha sido aplicado (70,75%), mas também quando aplicou-se somente o filtro TPSW (85,38%).

Outro aspecto digno de observação reside no fato de que o enfoque aqui proposto dispensa o conhecimento, *a priori*, do especialista sobre o ambiente e sobre o cenário tático onde se encontra o navio. As condições de propagação do sinal acústico irradiadas por um navio (Seção 2.5) variam em função do ambiente em que navega e, por sua vez, o ambiente varia segundo vários aspectos (Seção 2.4), o que torna praticamente impossível a um operador o conhecimento completo sobre este domínio.

Pode-se inferir que a necessidade do conhecimento do especialista sobre um cenário heterogêneo aumentaria, consideravelmente, o tempo de pré-processamento dos dados, pois as suas considerações são essenciais ao processo de parametrização dos filtros. Com o modelo de assinatura acústica proposto neste trabalho, não somente esta etapa da fase de pré-processamento pode ser suprimida, como também é

proporcionada uma representação mais compacta dos dados, permitindo a redução dos tempos de préprocessamento e de treinamento dos dados.

O bom desempenho de classificação apresentado, com a adoção do modelo de assinatura acústica proposto, pode ser atribuído à robustez do próprio modelo de dados, garantido por uma estrutura mínima representativa das instâncias dos dados, expurgando dos mesmos as informações pouco relevantes ou irrelevantes ao processo de mapeamento navio-classe.

O modelo de assinatura acústica produzido mostrou-se imune aos problemas de desbalanceamento de classes e de efeitos colaterais que podem estar correlacionados com o problema de “Pequenos Disjuntos”.

O ineditismo no emprego de análise multi-modos nesse tipo de aplicação, certamente se constituiu em um fator motivacional para este trabalho. Pode-se pensar que a partir deste, não somente possa-se aprofundar o emprego desta ferramenta na Marinha do Brasil, mais especificamente na área de tratamento de sinais acústicos, como também na possibilidade do surgimento de interesse de aplicabilidade em outras áreas, uma vez que no estágio atual esta ferramenta encontra-se quase que exclusivamente restrita às áreas de Quimiometria e Psicometria, com raros trabalhos publicados em outras áreas.

A partir dos resultados obtidos sugere-se a aplicação em massas de dados similares, objetivando verificar-se o desempenho de classificação proporcionado pelo modelo de assinatura acústica produzido, bem como em massas de dados diversas a fim de testar a robustez, a capacidade de compactação dos dados e a imunidade ao problema dos “Pequenos Disjuntos”.

8.2 Trabalhos Futuros

- Testar o modelo de assinatura acústica produzido contra outras massas de dados semelhantes, extraídas de ambientes mais ruidosos (menos controlados) e, portanto mais próximos das situações reais.
- Desenvolvimento de um classificador de alvos *on line* capaz de processar o modelo de assinatura acústica apresentado.
- Implementação de um modelo de assinatura acústica seguindo a mesma metodologia utilizada neste trabalho, porém baseado no modelo de Tucker.
- Comparação de desempenho de classificação entre os modelos de assinatura acústica produzidos a partir dos modelos PARAFAC e de Tucker.
- Desenvolvimento de um classificador capaz de identificar classes para as quais não tenha sido treinado.
- Utilização de métodos *wrapper* no treinamento e classificação empregando o modelo de assinatura acústica produzido, aproveitando o conhecimento sobre as tendências do classificador.
- Investir mais esforços na verificação das potencialidades do modelo na redução do problema de “Pequenos Disjuntos”.
- Emprego e avaliação da metodologia utilizada na geração do modelo de assinatura acústica produzida em outros tipos de base de dados.
- Implementação de um método de busca pelo número ótimo de fatores para decomposição de um tensor mais robusto que o CORCONDIA, com a função de aptidão associada ao erro de ajuste do modelo e do menor número de fatores de decomposição (tensores posto-1).
- Implementação de algoritmos para modelos de decomposição de tensores para estruturas de ordem superiores a três.

9 Referências Bibliográficas

- **ACAR, E. e YENER, B. 2007.** Unsupervised multiway data analysis: a literature survey. 2007. available in <http://www.cs.rpi.edu/research/pdf/07-06.pdf>.
- **AHA, D. e HARRISON, P. 1994.** *Case-based sonogram classification*. 31 de Jan de 1994. Naval Research Lab Washington DC. CiteSeerX.
- **ANDERSSON, A.C. e BRO, R. 1998.** Improving the speed of multi-way algorithms: Part I. Tucker 3. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*. 24 de August de 1998, Vols. 42, Issues 1-2, pp. 93-103.
- **APPELOF, J. C. e DAVIDSON, R. E. 1981.** Strategies for analysing data from video fluorometric monitoring of liquid chromatographic effluents. *Analytical Chemistry*. 1981, Vol. 53, pp. 2053-2055.
- **BADER, B. W. e KOLDA, T. G. 2006.** MATLAB Tensors classes for fast algorithm prototyping. *ACM Transactions on Mathematical Software*. 2006, Vol. 32, pp. 635-653.
- **BADER, W. B., HARSHMAN, A. R. e KOLDA, T. G. 2007.** Temporal analysis of semantic graphs using ASALSAN. *Proceedings of the 7th IEEE International Conference on Data Mining*. October de 2007, pp. 33-42.
- **BAILEY, C. T., SAPATINAS, T. e POWELL, J. K. 1998.** Signal Detection In Underwater Sound using Wavelets. *Journal of American Statistical Association*. 1998, Vol. 93, 441, pp. 73-85.
- **BAUM, E. B e HAUSSELER. 1989.** What size net gives valid generalization? *Neural Computation*. 1989, Vol. 1, pp. 151-160.
- **BAUM, E. B., 1990.** When are k-nearest neighbor and back propagation accurate for feasible sized sets of examples? *Neural Networks, Proc. EURASIP Workshop*. 1990, pp. 2-25.
- **BINI, D. 2007.** *The role of tensor rank in the complexity analysis of bilinear forms*. Presentation at ICIAM07 Zurich, Switzerland : s.n., 2007.
- **BINI, D., et al. 1979.** Complexity for $n \times n$ approximate matrix multiplication. *Information Processing Letters*. 1979, Vol. 8, pp. 234-235.

- **BLUMER, A., EHRENFUCHT, A., HAUSSLER, D., WARMUTH, M. 1989.** Learnability and the Vapnik – Chervonenkis dimension. *J. Ass. Comput. Mach.* 1989, Vol. 36, pp. 929-965.
- **BRO, R. e ANDERSON, A. C. 1998.** Improving the speed of multi-way algorithms: Part II. Compression. *Chemometric and Intelligent Laboratory Systems.* 1998, Vol. 42, pp. 295-309.
- **BRO, R. e KIERS, L. H. A. 2003.** A new efficient method for determining the number of components in PARAFAC models. *Journal of Chemometrics.* 2003, Vol. 17, pp. 274-286.
- **BRO, R.** N-Way Toolbox for MATLAB. [Online] [Citado em: 15 de Novembro de 2009.] Implementação do código do algoritmo CORCONDIA em MATLAB (determinação do número de fatores para decomposição PARAFAC) . <http://www.models.kvl.dk>.
- **BRO, R., ANDERSON, A. C. e KERS, A. H. 1999.** PARAFAC2-Part. II. Modeling chromatographic data with retention time shifts. *J. Chemometrics.* 1999, Vol. 13, pp. 295-309.
- **BRO, R., HARSHMAN, A. R. e SIDIROPOULOS, D. N. 2005.** *Modeling multi-way data with linearly dependent loadings.* 2005. available in http://www.telecom.tuc.gr/~nikos/paralind_KVLTechnicalReport2005-176.pdf.
- **BRO, R., HENK, A. e KIERS, L. 2003.** A new efficient method for determining the number of components in PARAFAC models. *Journal of Chemometrics.* 2003, Vol. 17, pp. 274-286. published online in Wiley InterScience (www.interscience.wiley.com).
- **BSHOUTY, N. 1990.** Maximal rank of $m \times n \times (mn - k)$ tensors. *SIAM Journal Computing.* 1990, Vol. 19, pp. 467-471.
- **BURDIC, S. W. 1991.** *Underwater Acoustic System Analysis.* 2^a . New Jersey : Prentice-Hall, 1991.
- **CARROL, D. J. e CHANG, J. J. 1970.** Analysis of individual differences in multidimensional scaling via N-way generalization of 'Eckart-Young'. [ed.] Springer. *Psychometrika.* September de 1970, Vol. 35, pp. 283-319.
- **CATTELL, B. R. 1944.** Paralel proportional profiles and other principles for determining the choice of factors by rotation. *Psycometrika.* 1944, Vol. 9, pp. 267-283.

- **CEULEMANS, E. e KIERS, A. H. 2006.** Selection among three-mode principal component models of different types and complexities: A numerical convex hull based method. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*. 2006, Vol. 59, pp. 133-155.
- **CHEW, P. A., et al. 2007.** Cross-language information retrieval using PARAFAC2 in KDD'07. [ed.] ACM Press. *Proceedings of 13th ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*. 2007, pp. 143-152.
- **CLAY, S. C. e MEDWIN, H. 1998.** *Fundamentals of Acoustic Oceanography*. New York : Academic Press, 1998.
- **CVPR. 2003.** Multilinear subspace analysis of image ensembles. *Proceedings of 2003 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition , IEE Computer Society*. 2003, pp. 93-99.
- **DAMAS, M. D. e CALÔBA, P. L. 2006.** Estudo de Tons e suas Características para utilização em um Classificador de Navios baseado em Redes Neurais. *Universidade Federal do Rio de Janeiro - COPPE-PEE*. 2006. dissertação de mestrado.
- **DE LATHAUWER, L. e NION, D. 2007.** Decomposition of higher-order tensor in block terms - Part III: Alternating least square algorithms. *SIAM J. Matrix Anal. Appl*, 2008. 2007, Vol. 30, 3, pp. 1067-1083. submitted for publication in 2007..
- **DE LATHAUWER, L., DE MOOR, B. e VANDEWALLE, J. 2000.** A multilinear singular. *SIAM J. Matrix Anal. Appl*. 2000, Vol. 21, pp. 1253–1278.
- **DE LATHAUWER, L., DE MOOR, B. e VENSEWALLE, J. 2000.** A multilinear singular value decomposition. 2000, Vol. 21, pp. 1253-1278.
- **DE LATHAUWER, L., DEMOOR, B. e VANDELLWALE, J. 2000.** On the best rank-1 and rank (R1, R2, ...,RN) approximation of higher-order tensors. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*. 2000, Vol. 21, pp. 1324-1342.
- **DE VOS, M., et al. 2007.** Canonical decomposition of ictal EEG reliably detects the seizure onset zone. *NeuroImage*. 2007, pp. 844-854.
- **DE VOS, M., et al. 2007.** Canonical decomposition of ictal escalp EEG and accurate source localisation: Principles and simulation study. *Computational Intelligence and Neurocience*. 2007, pp. 1-8.

- **ECKART, G. e YOUNG, G. 1936.** The approximation of one matrix by another of lower rank. *Psychometrika*. 1936, Vol. 1, pp. 211-218.
- **ELDÉN, L. e SAVAS, B. 2007.** *A Newton-Grassmann method for computing the best multi-linear rank (r1, r2, r3) approximation of a tensor*. Department of Mathematics, Linkopings Universitet. 2007. Tech Report. LITH-MAT-R-2007-6-SE .
- **ERENFEUTCH, A., HAUSSLER D., KEARNS, M., VALIANT, L. 1988.** A general lower bound on the number of examples needed for learnig. *Proceedings Workshop Computational Learning Theory*. 1988.
- **FABER, K. N., BRO, R. e HOPKE, K. P. 1991.** Recent development in CANDECOMP/PARAFAC algorithms: Acritical review. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*. 1991, Vol. 3, pp. 119-137.
- **FARGES, P. M. e BENNET, R. 1995.** Comparing Wavelet Transform and AR Modeling as Feature Extraction tools for Underwater Signal Classification. 29 *Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*. 1995, pp. 915-919.
- **FREITAS, A. A. 2001.** Understanding the Crucial Role of Attribute Interaction in Data Mining. *Artificial Intelligence Review*. 2001, Vol. 16, pp. 177-199.
- **GOLUB, H. G. e F., VAN LOAN C. 1996.** Matrix Computations. 1996.
- **GUETLEIN, M. 2009.** Large Scale Attribute Selection Using Wrappers. *In Proceedings of IEEE Symposium on Computational Intelligence and Data Mining*. 30 de March de 2009. Freiburg, Germany.
- **H., GOLUB G. e F., VAN LOAN C. 1996.** Matrix Computations. 1996.
- **HARSHMAN, A. R. e LUNDY, E. M. 1994.** Parallel Factor Analysis. *Computational Statistics & Data Analysis*. Ago de 1994, Vol. 18, pp. 39-72.
- **HARSHMAN, A. R. 1970.** *Foundations of PARAFAC procedure: Models and conditions of an "explanatory" multi-modal facor analysis*. UCLA, Working papers in phonetics. 1970. pp. 1-84. <http://publish.uwo.ca/~harshman/wpppfac0.pdf>.
- **HARSHMAN, R. A. 1978.** Models for analysis for assymetrical relationship among N objects or stimuli. 1978. available on <http://publish/uwo.ca/~harshman/asym1978.pdf>.
- **HENRION, R. 1994.** N-way principal component analysis theory, algorithms and applicaions. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*. September de 1994, Vol. 25, pp. 1-23.

- **HERTZ, J., et al. 1991.** Introduction to the Teory of Neural Computation. [ed.] J. Hertz, et al. *Hertz, John, Krogh, Anders, Palmer, Richard G.,*. Don Mills : Addison-Wesley Publishing Co., 1991, pp. pp 1-8 and 89-156.
- **HITCHCOCK, L. F. 1927.** The Expression of a tensor or a polyadic as sum of products. *Journal of Mathematics and Phisicsl.* 1927, Vol. 6, pp. 164-189.
- **HOPFIELD, J. J. 1982.** Neural Networks and physical systems with emergent collective computational abilities. *Proc. NatL Acad. Sci. Biophysics.* April de 1982, Vol. 79, pp. 2254-2258.
- **HOWEL, D., T. 1978.** *Global properties of tensor rank, Linear Algebra and its applications.* s.l. : Elsevier, 1978. pp. 9-23. Vol. 22.
- **ICPR. 2004.** Compact representation of multidimensional data using tensor rank-one decomposition. *Proceedings of 17th International Conference on Pattern Recognition.* 2004, Vol. 1, pp. 44-47.
- **JACOBS, A. R. 1988.** Increased rates of convergence through learning rate adaptation. *Neural Networks.* 1988, Vol. 1, pp. 295-307.
- **JÁJÁ, J. 1979.** Optimal evaluations of pairs of bilinear forms. *SIAM Journal on Computing.* 1979, Vol. 8, pp. 443-462.
- **JESUS, M. S., SILVA, A. e RODRGUEZ, O. 2007.** *Acústica Submarina em Alta Freqüência: Teoria, Simulação e Resultados Experimentais.* Instituto de Sistemas e Robótica , Universidade do Algarve Campus de Gambelas, 8005-139 . Faro, Portugal : s.n., 2007.
- **KAISER, H. 1958.** The varimax criterion for analytic rotation in factor analysis. *Psychometrika.* 1958, Vol. 23, pp. 187-200.
- **KAPTEYN, Y., NEUDECKER, H. e WANSBEEK, T. 1986.** An approach to n-mode components and analysis. 1986, Vol. 51, pp. 269-275.
- **KIERS, A. H. e DER KINDEREN, A. 2003.** A fast method for choosing the numbers of components in Tucker 3 analysis. *Britsh Journal of Mathematical and Statistical Psychology.* 2003, Vol. 53, pp. 119-125.
- **KIERS, A. H. e VAN MECHELEN, I. 2001.** Three-way component analysis: Principles and ilustrative applications. *Psychological Methods* . 2001, Vol. 6, pp. 84-110.
- **KIERS, H. A. e HARSHMAN, A. R. 1997.** Relating two proposed methods for speedup of algorithms for fitting two- and three-way principal component and

- related multilinear models. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*. 1997, pp. 31-40.
- **KIERS, H. A. L. 1998.** A three-step algorithm for CANDECOMP/PARAFAC analysis for large datasets with multicollinearity. *Journal of Chemometrics*. 1998, Vol. 12, pp. 155-171.
 - **KIERS, H. A. 2000.** Towards a standardized notation and terminology in multiway analysis. *Journal of Chemometrics*. 2000, Vol. 14, pp. 105-122.
 - **KNIGHT, W., PRIDHAM, R. e KAY, S. 1981.** Digital Signal Processing for Sonar. *Proceedings of IEEE*. 1981, Vol. 69(11), pp. 1451-1506.
 - **KNUT, E. D. 1997.** *The Art of Computer Programming: Seminumerical Algorithms*. 3. s.l. : Addison-Wesley, 1997. Vol. 2.
 - **KOLDA, T. G. 2006.** Multilinear operator for higher-order decompositions. *Technical Report -r SAND2006-2081, Sandia National Laboratories*. April de 2006, pp. 2006-2081. <http://www.prod.sandia.gov/cgi-bin/techlib/access-control.pl/2006/062081.pdf> [PDF] [BibTeX] .
 - **KOLDA, T.** Sandia National Laboratories. [Online] [Citado em: 7 de Setembro de 2009.] Aplicação de operadores sobre tensores e do modelo PARAFAC. . <http://csmr.ca.sandia.gov/~tgkolda/TensorToolbox/>.
 - **KROONEBERG, M. P. e DE LEEUW, J. 1980.** Principal component analysis of three-mode data by means of alternating least squares algorithms. *Psychometrika*. March de 1980, Vol. 45, 1, pp. 69-97.
 - **KRUSCAL, B. J., HARSHMAN, A. R. e LUNDY, E. M. 1993.** How 3-MFA can cause degenerate PARAFAC solutions, among other relationships. in *Coppi and Bolasco*. 1993, Vol. 52, pp. 115-121.
 - **KRUSKAL, B. J. 1989.** Rank decomposition, and uniqueness for 3-way and N-arrays. *Multiway data analysis*. 1989, Vol. 52, pp. 7-18.
 - **LEI, Y. e HUAN, L. 2003.** or High-Dimensional Data: A Fast Correlation-Based Filter Solution. *Proceedings of the Twentieth International Conference on Machine Learning*. 2003, pp. 853-863. Lei Yu, Huan Liu: Feature Selection f. In:.
 - **LIU, N., et al. ICDM 2005.** Text representation: From vector to tensor. *proceedings od 5th International Conference on Data Mining, IEEE Computer Society*. ICDM 2005, pp. 725-728.

- **LOBO, S. A. 2002.** Ship Noise Classification a Contribution to Prototype Based Classifier Design. *Nova Universidade de Lisboa*. s.l. : Lisboa, Portugal, 2002. tese de doutorado.
- **LOURENS, J. e PREEZ, J. D. 1981.** Passive Sonar ML Estimator for Ship Propeller Speed. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*. 4, 1981, Vol. 23, pp. 448-453.
- **LUNDY, E. M., HARSHMAN, A. R. e KRUSKA, B. J.** A two-stage procedure incorporating good features of both trilinear and quadrilinear methods. *in Coppi and Bolasco*. Vol. 52, pp. 123-130.
- **MACHADO, R. J, ARMANDO, F. R. 1989.** Redes Neurais Combinatórias – Um Modelo Conexionalista para Sistemas Baseados em Conhecimentos. *Anais do 6 Simpósio Brasileiro em Inteligência Artificial*. 1989, pp. 344-358. , ,
- **MARTIN, D., C. e VAN LOAN F., C. 2006.** A Jacobi-type method for computing orthogonal tensor decompositions. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*. 2006. http://www.cam.cornell.edu/~carlam/academic/JACOBI3way_paper.pdf..
- **MINSK, M. e PAPERT, S. 1969.** An Introduction to Computational Geometry. [ed.] MIT Press. 1969. , Perceptrons: , MIT Press, Cambridge, 1969..
- **MITCHELL, C. B. e BURDICK, S. C. 1994.** Slowly converging PARAFAC sequences: Swamps and two-factor degeneracies. *Journal of Chemometrics*. 1994, Vol. 8, pp. 155-168.
- **MITRA, S. K. 2003.** *Digital Signal Processing A Computer-Based Approach*. Second Edition. s.l. : McGraw-Hill Higher Education, 2003.
- **MIWAKEICHI, F., et al. 2004.** Decomposition EEG data into space-time-frequency components using parallel factors analysis. *NeuroImage*. 2004, Vol. 22, pp. 1035-1045.
- **MOCKS, J. 1988.** Topographic components model for event-related potentials and some biophysical considerations. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. 1988, Vol. 35, pp. 482-484.
- **MOORE, A. e MARY, S. 1994.** Efficient Algorithms for Minimizing Cross Validation Error. *Eleventh International Conference on Machine Learning*. 1994, pp. 190-198.

- **MOURA, N. N., GRAEL, F. F. e SEIXAS, J. M. 2007.** *Deteccção e Classificação de Sinais de Sonar Passivo usando redes Neurais*. Rio de Janeiro : s.n., 2007. VII Encontro de Tecnologia em Acústica Submarina.
- **MURRAY, H. 2005.** Statement of some current results about three-way arrays. [Online] AT&T Bell Laboratories, 2005. [Citado em: 17 de December de 2009.] Unpublished manuscripts. <http://three-mode.leidenuniv.nl/pdf/k/kruskal1983.pdf>.
- **NEVES, C. L. 2008.** [Online] 2008. [Citado em: 21 de 10 de 2009.] www.mar.mil.br/caaml/Revista/2008/Portugues/14-Pag48.pdf.
- **NIELSEN, R. O. 1991.** *Sonar Signal Processing*. s.l. : Artech House, 1991.
- **NOWLAND, S. J., HINTON, G. E. 1992.** Simplifying neural networks by soft weight-sharing. *Neural Computation*. 1992, Vol. 4, pp. 473-493.
- **OPPENHEIM, A. e SCHAFER, R. 1975.** *Digital Signal Processing*. [ed.] Englewood Cliffs. s.l. : Prentice Hall, 1975.
- **PAATERO, P. 2000.** Construction and analysis of degenerate PARAFAC models. *Journal of Chemometrics*. 2000, Vol. 14, pp. 285-299.
- **2004.** Partial uniqueness in CANDECOMP/PARAFAC . *Journal of Chemometrics* . 2004, Vol. 18, pp. 12-16.
- **PEREIRA, B. B. e RAO, C. R. 2009.** *Data Minig Using Neural Networks: A Guide for Statisticians. TextBook Revolution*. 2009. free download from <http://textbookrevolution.org/index.php/Book:Lists/Subjects/Mathematics>.
- **PEREIRA, B.B., et al. 2010.** Combining Unsupervised and Supervised Neural Networks in Cluster Analysis of Gamma-Ray Burst. *Journal of Data Science*. April de 2010, Vol. 8, pp. 323-336.
- **PEREIRA, B.B., PAIS, M. B. Z. e SALES, P. R. H. 1986.** *Análise Espectral de Séries Temporais: Uma Introdução para Engenharia, Economia e Estatística. Arte Final e Eletrobrás*. 1986. free download from http://www.po.ufrj.br/basilio/publicacoes/livro/1986_Analise_Espectral_de_Series_Temporais.pdf.
- **PFLUG, A. L., et al. 1997.** Variability in higher order statistics of measured shallow-water shipping noise. *IEEE Signal Processing Workshop on Higher-Order Statistics*. 1997, pp. 400-404.

- **Poder Naval. 2007.** *Poder Naval*. [Online] 2007. [Citado em: 15 de Outubro de 2009.] <http://www.naval.com.br/blog/2009/01/25/um-pouco-sobre-sonar-parte-1/>.
- **QIHU, L., JINLIN, W. e WEI, W. 2000.** An Application of Expert System in Recognition of radiated noise of Underwater Target. 2000, pp. 404-408. Available at: <http://ieeexplore.ieee.org/lpdocs/epic03/wrapper.htm?arnumber=526801>.
- **RAJIH, M. e COMON, P. 2005.** Enhanced line search: A novel method to accelerate PARAFAC in EUSIPCO-05. *Proceedings of the 13th European Signal Processing Conference*. 2005.
- **ROSENBLATT, F. 1958.** The Perceptron, a probabilistic model for information storage and organization in the brain. *Psychological review*. 1958.
- **ROSS, D. 1987.** *Mechanics of Underwater Noise*. s.l. : Península Publishing, 1987.
- **RUMELHART, D. E., McCLELLAND, J. L. 1986.** *Parallel Distributed Processing: Exploration in the Microstructure of Cognition*. [ed.] The PDP Research Group. Cambridge : MIT Press, 1986. Vol. 1.
- **SANTOS, F. L. 2005.** Auxílio a Classificação SONAR Passiva por Tons Característicos. *Universidade Federal do Rio de Janeiro - COPPE-PEO*. 2005. dissertação de mestrado.
- **SAVAS, B. 2003.** Analysis and tests of handwritten digit recognition algorithms. 2003.
- **SAVAS, B. e ELDÉN, L. 2007.** Handwritten digit classification using higher order singular value decomposition. *Pattern Recognition*. March de 2007, Vol. 40, pp. 993-1003.
- **SEIXAS, M. J., et al. 1999.** A compact online neural system for classifying passive sonar signals. *International Conference on Signal Processing Application and Technology*. 1999.
- **SIDIROPOULOS, D.N. e BRO, R. 2000.** On the uniqueness of multilinear decomposition of N-way arrays. *Journal of Chemometrics*. 2000, Vol. 14, pp. 229-239.
- **SIMAS, G. P. 1995.** *Sistemas de Pevisão de Séries Temporais Utilizando Redes Neurais*. 1995. Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal Fluminense.

- **SKILLICORN, D. B. 2007.** Understanding Complex Datasets. s.l. : CRC Press, 2007, pp. 17-18.
- **SMILDE, A., BRO, R. e GELADI, P. 2004.** *Multi_Way Analysis: Applications in the Chemical Sciences.* West Succex, England : Wiley, 2004.
- **SOARES, W. F. 2001.** Classificação do Ruído Irrradiado por Navios Usando redes Neurais. *Universidade Federal do Rio de Janeiro - COPPE-PEE.* 2001. tese de doutorado.
- **SOARES, W. F. e SEIXAS, M. J. 2001.** *Classificação de sinais de sonar passivo com filtros casados.* V Encontro Técnico em Acústica Submarina, Rio de Janeiro : s.n., 2001.
- **SOARES, W. F., SEIXAS, M. J. e CALÔBA, L. P. 2001.** Detecção de novas classes em uma rede neural multicamadas. V Encontro Técnico em Acústica Submarina, Rio de Janeiro : s.n., 2001.
- **SONG, X. 1998.** Joint ortomax rotation of core and component matrices resulting from three-mode principal components analysis. *Journal of Classification.* 1998, Vol. 15, pp. 245-263.
- **STORNETA, W. F. e HUBERMAN, B. A. 1987.** An Improved Three-Layer, Backpropagation Algorithm. *Proceedings of the IEEE/International Conference on Neural Networks.* 1987, Vol. 2, pp. 637-642. Stornetta, W. S., .
- **TEN BERGE, J. M. F. 2000.** The typical rank of tall three-way arrays. *Psychometrika.* 2000, Vol. 65, pp. 525-532.
- **TEN BERGE, M. J. e KIERS, L. A. 1999.** Simplicity of core arrays in three-way principal component analysis and the typical rank of $p \times q \times 2$ arrays. *Linear Algebra and its Application.* 1999, Vol. 294, pp. 169-179.
- **TEN BERGE, M. J. 1991.** Kruskal's polynomial for $2 \times 2 \times 2$ arrays and a generalization to $2 \times n \times n$ arrays. *Psychometrika.* 1991, Vol. 56, pp. 631-636.
- **TOMASI, G. 2005.** *Use of properties of Katri-Rao product for the computation of Jacobian, Hensian and Gradient of the PARAFAC model under MATLAB.* s.l. : Private communication, 2005.
- **TU, C. e LIN, T. 2000.** Applying Genetic Algorithms on Fuzzy Logic System for Underwater Acoustic Signal Recognition. *Underwater Technology. Proceedings of International Symposium on IEEE.* 2000, pp. 405-410.
- **TUCKER, R. L. 1963.** Implication of factor analysis of three-way matrices for measurement of change. 1963, pp. 122-137.

- **URICK, R. J. 1983.** Principles of Underwater Sound. 1983.
- **VALENÇA, M. J. e VALENÇA, A. B. 2007.** *Uma Eficiente Rede Neural Construtiva de fácil uso para Classificar Alvos de um Sonar.* Rio de Janeiro : s.n., 2007. VII Encontro de Tecnologia em Acústica Submarina.
- **VAN LOAN, F. C. 2000.** The Ubiquitous Kronecker product. *Journal of Computational and Applied Mathematics.* 2000, Vol. 123, pp. 85-100.
- **VASILESCU, A. M. e TERZOPOULOS, D. 2002.** Multilinear analysis of image ensembles: Tensor Faces. *Proceedings of 7th European Conference on Computer Vision.* 2002, Vol. 2350, pp. 447-460. Springer .
- **WANG, J. H., KRILE, T. F., WALKUP, J. F. 1991.** Reduction of interconnection weights in higher order associative theory networks. *Proceedings in Joint Conference in neural Networks.* 1991, Vol. 2, pp. 177-182.
- **WATROUS, R. L. 1987.** Learnig algorithms for connectionist networks: applied gradient methods of nonlinear optimization. *Proceedings of IEEE/First International Conference on Neural Networks.* 1987, Vol. 2, pp. 619-627.
- **WEIGEND, A. S., RUMELHAR, D. E., HUBERMAN, B. A. 1990.** Backpropagation, weight-elimination and time series prediction, in Connectionist Models. [ed.] J. L. Elman, T. J. Sejnowski, G. E. Hinton, Morgan Kaufmann Publishersr D. S. Touretzky. *Proceedings of the 1990, Summer School.* 1990.
- **WEIGEND, A. S., RUMELHART, D. E., HUBERMAN, B. A. 1991.** Generalization by weight-elimination applied to currency exchange rate prediction. *Proceedings of the IEEE/International Joint Conference of neural Networks.* 1991, Vol. 1, pp. 837-841.
- **Weka.** Weka The University of Waikato. [Online] 3.6. [Citado em: 1 de Janeiro de 2008.] <http://www.cs.waikato.ac.nz/ml/weka/>.
- **WHITE, R. H. 1990.** The learning rate in back propagation systems: an application of Newton's method. *Proceedings of the IEEE/International Joint Conference of neural networks.* 1990, Vol. 1, pp. 679-702.
- **WIDROW, B. e HOHH, M. E. 1960.** Wescon Convention Record. *Adaptative Switching Circuits.* 1960, Vol. 4, pp. 96-104. , , vol. 4, pp. 96 - 104, 1960..
- **WISE, B. M., GALLAGHER, B. N. e MARTIN, M. B. 2001.** Applications of PARAFAC2 to a fault detection and diagnosis in semiconductor etch. *Journal of Chemometrics.* 2001, Vol. 15, pp. 285-298.

- **YOUNGBLOD, A. F. 1998.** Multi-way analysis in the food industry: Models, algorithms and applications. 1998. available in <http://models.kvl.dk/research/theses>.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)