



**COPPE/UFRJ**

**INVERSÃO GEOACÚSTICA E LOCALIZAÇÃO PASSIVA DE FONTES EM  
ÁGUAS RASAS**

Lussac Prestes Maia

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Oceânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Oceânica.

Orientador: Carlos Eduardo Parente Ribeiro  
Jean-Pierre Hermand

Rio de Janeiro  
Março de 2010

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

INVERSÃO GEOACÚSTICA E LOCALIZAÇÃO PASSIVA DE FONTES EM  
ÁGUAS RASAS

Lussac Prestes Maia

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO  
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA  
(COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE  
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE  
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA OCEÂNICA.

Examinada por:

---

Prof. Carlos Eduardo Parente Ribeiro, D.Sc.

---

Prof. Jean-Pierre Hermand, Ph.D.

---

Prof. Luiz Gallisa Guimarães, D.Sc.

---

Prof. Webe João Mansur, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO DE 2010

Maia, Lussac Prestes

Inversão geoacústica e localização passiva de fontes em águas rasas/ Lussac Prestes Maia – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2010.

X, 102 p.; 29,7 cm.

Orientadores: Carlos Eduardo Parente Ribeiro

Jean-Pierre Hermand

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Oceânica, 2010.

Referências Bibliográficas: p. 99-102.

1. Acústica submarina. 2. Inversão geoacústica. 3. Localização passiva. 4. Processamento de campo casado. 5. Algoritmos genéticos. I. Ribeiro, Carlos Eduardo Parente; Hermand, Jean-Pierre. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Oceânica. III. Título.

## **Dedicatória**

*À minha esposa Jórgia e ao meu filho Theo, pela compreensão, amor e apoio, preenchendo minha vida de felicidade e força para superar as dificuldades.*

*Aos meus pais, Décio e Terezinha, pelo amor, educação e orientação que me possibilitaram chegar até aqui.*

*Aos meus irmãos, Lavoisier e Desireé, pelo apoio e incentivo em minhas decisões, mesmo estando à distância.*

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por tornar possível esse feliz desafio em minha vida.

À minha esposa e ao meu filho, Jórgia e Theo, pelo amor, companheirismo e compreensão pelo tempo que lhes neguei para dedicar-me a este trabalho.

Ao meu orientador, prof. D.Sc. Carlos E. Parente R., pela amizade, importante auxílio no aprendizado, incentivo e crença na minha capacidade para o trabalho científico, em especial através da participação no projeto Ocean Acoustic Exploration (OAEx), o qual muito auxiliou nos resultados desta dissertação.

Ao meu coorientador, prof. Ph.D. Jean-Pierre Hermand, pela confiança e orientação no esforço de pesquisa e experimentação com dados acústicos reais.

Ao prof. D.Sc. Luiz Galliza, pela amizade e apoio no entendimento da física envolvida no problema da acústica submarina.

À Marinha do Brasil pela oportunidade e confiança para a realização deste curso destinado ao Centro de Apoio a Sistemas Operativos.

Aos participantes do projeto OAEx com os quais tive oportunidade de trabalhar em intercâmbio na Universidade do Algarve – prof. D.Sc. Sérgio Jesus, prof. D.Sc. Paulo Felisberto, prof. D.Sc. Paulo Santos, D.Sc. Cristiano Soares, aluno D.Sc. Nelson Martins – e na Universidade de Bruxelas – prof. Ph.D. Hermand e aluno Ph.D. Olivier Carrière – bem como aos Oficiais do Instituto de Estudos do Mar Almirante Paulo Moreira pelo companheirismo e espírito de parceria científica.

À Comissão Europeia pelo fomento à pesquisa fornecido pelo seu financiamento ao projeto OAEx, através do programa FP7-230855 Marie Curie.

Por fim, às pessoas que, perto ou longe, me deram apoio para a conclusão de desta fase importante de minha vida profissional.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## INVERSÃO GEOACÚSTICA E LOCALIZAÇÃO PASSIVA DE FONTES EM ÁGUAS RASAS

Lussac Prestes Maia

Março/2010

Orientadores: Carlos Eduardo Parente Ribeiro

Jean-Pierre Hermand

Programa: Engenharia Oceânica

Este trabalho analisa os aspectos teóricos e a modelagem computacional envolvidos nos problemas de caracterização geoacústica e localização passiva de fontes em águas rasas. A técnica de inversão para caracterização do fundo marinho visa estimar os valores de seus parâmetros físicos que influenciam significativamente na propagação do som no mar, em profundidades correspondentes àquelas encontradas nas plataformas continentais. De modo bem semelhante, a inversão para localização passiva visa estimar os parâmetros físicos geométricos referentes ao posicionamento de uma fonte sonora no duto oceânico, considerando-se que as propriedades do fundo sejam suficientemente conhecidas. A inversão geoacústica apresenta a vantagem de não ser destrutiva ao meio e a localização passiva de fontes a de, por natureza, fornecer discricção. Como requisitos ao entendimento do problema, serão abordados a teoria de propagação de ondas aplicada ao meio oceânico, os ruídos e perdas característicos nesse ambiente, as transmissões em guias de ondas formados por águas rasas, o modelo dos modos normais, o processamento de campo casado e a otimização global. Ao final da dissertação serão apresentados dois experimentos com dados acústicos reais.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

GEOACOUSTIC INVERSION AND SOURCE PASSIVE LOCALIZATION IN  
SHALLOW WATER

Lussac Prestes Maia

March/2010

Advisors: Carlos Eduardo Parente Ribeiro  
Jean-Pierre Hermand

Department: Oceanic Engineering

This paper analyzes the theoretical and computational modeling involved in the problems of geoacoustic characterization and passive source localization in shallow water. The inversion technique for the characterization of the seabed aims to estimate the values of the physical parameters in the bottom which have influence on the propagation of sound at sea, for depths generally corresponding to those found on continental shelves. In similar way, you can use the inversion technique for passive source localization, considering that the bottom properties are sufficiently known. The geoacoustic characterization has the advantage of working in a non-destructive way for the environment, and the passive source localization has the advantage of being, by nature, discrete. As a requirement to understanding the problem, it will be addressed the theory of wave propagation applied to the oceanic environment, the ambient noise and losses, transmissions in shallow water waveguides, the normal modes model, the matched field processing and the global optimization. At the end of the dissertation, it will be presented two experiments with real acoustic data.

## ÍNDICE

<b>CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1 Aspectos gerais .....	1
1.2 Histórico.....	3
1.3 Objetivos.....	4
1.4 Sumário .....	5
<b>CAPÍTULO 2 TEORIA DA PROPAGAÇÃO DE ONDAS .....</b>	<b>7</b>
2.1 Definições .....	7
2.1.1 Equação de conservação da massa .....	7
2.1.2 Equação de conservação da quantidade de movimento.....	9
2.1.3 Relação entre densidade da partícula e pressão na partícula .....	9
2.2 Equação da onda .....	10
2.3 Propagação unidimensional - onda plana .....	11
2.4 Propagação tridimensional onidirecional - onda esférica .....	12
2.5 Considerações sobre linearidade.....	14
2.6 Análise no domínio da frequência .....	15
2.6.1 Onda plana .....	16
2.6.2 Fonte em forma de linha infinita homogênea .....	17
2.6.3 Fonte pontual onidirecional .....	18
2.6.4 Fonte esférica pulsante no meio infinito.....	19
2.6.5 Fonte esférica pulsante no meio de contorno genérico.....	21
<b>CAPÍTULO 3 PROPAGAÇÃO DO SOM NO MEIO-ESPAÇO.....</b>	<b>23</b>
3.1 Meio-espaço fluido e vizinhança com o vácuo.....	23
3.1.1 Solução pelo teorema de Green .....	24
3.1.2 Solução pela técnica de transformada integral .....	25
3.2 Dois meio-espaços fluidos: água do mar - fundo marinho .....	30
3.3 Coeficientes de reflexão e transmissão .....	32

<b>CAPÍTULO 4 PROPAGAÇÃO EM GUIA DE ONDAS DE ÁGUAS RASAS ....</b>	<b>38</b>
4.1 Guia de ondas ideal para fluidos.....	38
4.1.1 Modos normais no guia ideal de superfícies livres - Técnica de integração de número de onda horizontal.....	43
4.1.2 Dispersão modal .....	46
4.1.3 Modos normais no guia ideal de fundo rígido - Expansão de autofunções por técnica de separação de variáveis.....	49
4.2 Guia de ondas de Pekeris .....	51
4.2.1 Dispersão modal .....	55
4.2.2 Múltiplas reflexões no guia de Pekeris e a expansão de Debye .....	56
<b>CAPÍTULO 5 PERDAS E ATENUAÇÕES.....</b>	<b>59</b>
5.1 Perdas de transmissão .....	59
5.2 Atenuação de volume.....	60
5.3 Perdas por interação com o fundo marinho em águas rasas .....	61
<b>CAPÍTULO 6 PROCESSAMENTO DE CAMPO CASADO .....</b>	<b>65</b>
6.1 Campo casado com processador linear multifrequências .....	66
<b>CAPÍTULO 7 A INVERSÃO ACÚSTICA E A OTIMIZAÇÃO GLOBAL .....</b>	<b>69</b>
7.1 Inversão geoacústica e localização passiva com MFP e MBMF no domínio da frequência .....	70
7.2 Otimização global .....	73
7.2.1 Simulated annealing.....	73
7.2.2 Algoritmos genéticos .....	74
<b>CAPÍTULO 8 EXPERIMENTOS.....</b>	<b>77</b>
8.1 Campanha MREA / BP'07 - Coleta de dados .....	78
8.2 Processamento de dados acústicos.....	80
8.2.1 Experimento 1 - MFP com processador linear de banda larga, sinal de múltiplos tons CW e algoritmos genéticos .....	81

8.2.2 Experimento 2 - MBMF no domínio da frequência com sinal LFM e algoritmos genéticos .....	86
<b>CAPÍTULO 9 CONCLUSÕES E ESTUDOS FUTUROS.....</b>	<b>97</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>99</b>

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 Aspectos Gerais

A propagação do som abaixo d'água, diferentemente das ondas eletromagnéticas, pode ocorrer por uma distância de várias centenas de quilômetros. Essa capacidade única das ondas acústicas é razão para o interesse prático nas propriedades da propagação do som no oceano. Em um ambiente marinho, a propagação destas ondas mecânicas mostra-se um tanto complexa, devido à grande diversidade de fenômenos e de propriedades que ocorre nas diferentes regiões do oceano. Em geral, tal complexidade pode mostrar-se ainda maior nas zonas de plataformas continentais, onde as propriedades de propagação são associadas com interações com o fundo do mar. Neste cenário ocorre a propagação acústica de águas rasas.

Certas propriedades dos sedimentos e do subfundo marinho, tais como as velocidades de propagação e as atenuações compressionais, a velocidade e atenuação da onda de cisalhamento no subfundo e as densidades, contribuem para as condições de propagação em águas rasas de forma significativa, tornando interessante realizar a estimativa quantitativa de seus valores. A inversão geoacústica é uma das poucas abordagens disponíveis para se obter resultados quantitativos confiáveis sem ser destrutivo ao meio. Já se as propriedades do fundo forem suficientemente conhecidas, pode-se estimar a localização passiva de uma fonte sonora por processo similar ao da inversão geoacústica.

Este trabalho irá descrever, a partir da teoria de propagação de ondas, o processo envolvido na técnica de inversão para caracterização geoacústica do fundo marinho e localização passiva de fontes.

Os métodos de inversão geoacústica têm que amostrar a diversidade de frequência ou a diversidade espacial do canal acústico para serem bem sucedidos. Os métodos de inversão mais desenvolvidos são baseados em frequências múltiplas com Matched Field Processing (MFP), conforme analisado por GERSTOFT e HERMAND (1996), ou com Model-Based Matched Filter (MBMF), de HERMAND (1999). No

primeiro geralmente são usadas frequências discretas esparsas na fonte, tais como tons de ondas contínuas (CW), e array de receptores um tanto denso para amostrar uma parte significativa da coluna d'água, no caso de um array vertical. Já no segundo, procura-se privilegiar a diversidade de frequências, explorando-se as características de dispersão no tempo das ondas de banda larga que se propagam para um array esperso, com muito pouco hidrofones. O MPF multifrequência e o MBMF no domínio da frequência (uma variante do temporal MBMF) serão usados neste trabalho para obter uma estimativa de parâmetros físicos referentes a um ambiente marinho de águas rasas. Fazendo uso de inferência Bayesiana, serão estimados resultados *a posteriori* a partir de um conhecimento *a priori*. Modelagem numérica da propagação acústica no mar e algoritmo de otimização global são utilizados no processo.

Por fim, dados reais gravados em uma antena de hidrofones durante campanha ocorrida em abril de 2007 serão processados com a uso de modelos numéricos. Para a propagação direta será utilizado o modelo de modos normais “SACLANTCEN Normal-mode Acoustic Propagation” (SNAP), de JENSEN e FERLA (1979), produzido durante trabalho realizado no então “SACLANT ASW Research Centre”, atualmente denominado “NATO Underwater Research Centre” (NURC). O processamento de campo casado e a busca global é realizada com o modelo numérico “Seismo Acoustic inversion using Genetic Algorithms” (SAGA), de GERSTOFT (1997). A sintonia dos dados para aplicação nos modelos e a coleta adequada de dados acústicos são essenciais para se obter resultados conclusivos. Uma boa modelagem exige o bom conhecimento da física do problema, do processamento dos sinais acústicos estocásticos e da abordagem estatística envolvida na inferência de Bayes, assim como uma boa coleta de dados exige a aplicação de diversos equipamentos de apoio para medição acurada de parâmetros físicos considerados bem conhecidos ao início da modelagem.

Os dados a serem utilizados nos dois experimentos desta pesquisa são provenientes da campanha “Maritime Rapid Environmental Assessment/ Blue Planet 2007” (MREA/ BP'07), ocorrida à sudeste da Ilha de Elba, na costa da Itália. Eles foram cedidos pelo pesquisador HERMAND, do Laboratório de Hidroacústica Ambiental da Université Libre de Bruxelles (ULB), por ocasião do projeto de intercâmbio científico “Ocean Acoustic Exploration” (OAEx), iniciado em 2009 através de parceria entre a COPPE/ UFRJ e a Universidade do Algarve (UAlg – POR), a ULB, e o Instituto de Estudos do Mar Almirante Paulo Moreira (IEAPM), da Marinha do Brasil, e a

University of Victoria (UVic – CAN). A campanha MREA / BP'07 foi promovida pelo “Joint Research Project” (JRP), produzindo à época documento oficial da OTAN. Basicamente, os dados a serem analisados são sinais de banda larga de baixa e média frequência, dentro da faixa de 260Hz até 1570Hz. Verifica-se no local um ambiente que pode ser considerado “range-independent”, isto é, cujos parâmetros físicos não variam com a distância horizontal. A energia propagada pela fonte é captada em um array vertical de quatro hidrofones igualmente espaçados, situados a pouco mais de um quilômetro da fonte. Esta conhecida área de testes da NURC já foi palco para a realização de campanhas anteriores, como é o caso da Yellow Shark'94 (GERSTOFT e HERMAND, 1996). Foram também realizados experimentos anteriores com dados da MREA / BP'07, como o de HERMAND e LE GAC (2008), que usa processamento coerente na frequência e otimização com metropolis-hasting na busca por caracterizar porção do fundo marinho.

O processo de inversão é bastante sensível a erros de modelagem e, portanto, dados de entrada tais como as posições dos sensores, da fonte, o perfil de velocidade na coluna d'água e a geometria dos contornos devem ser declarados com boa aproximação da realidade, sob pena de, do contrário, gerar resultados inconclusivos. Esta sensibilidade exige que, para se coletar dados de qualidade para aplicação em problemas de inversão, sejam empregados equipamentos sofisticados durante coleta, como perfiladores CTD, sensores de pressão, medidores de inclinação do conjunto linear de hidrofones, GPS, sistema sincronizado de aquisição de dados, entre outros. Por esse motivo, aliado à oportunidade de acessar dados de boa qualidade durante o projeto OAEx, o autor optou por realizar experimento com os dados da campanha MREA/ BP'07, ao invés de coletar de forma não adequada os dados acústicos em experimento próprio que não dispusesse de equipamentos de apoio para medições requeridas para a resolução do problema de inversão acústica.

## **1.2 Histórico**

A acústica oceânica é a ciência do som no mar e abrange não somente o estudo da propagação do som, mas também o seu mascaramento pelos fenômenos acústicos de interferência (JENSEN, KUPERMAN *et al.*, 1994). Quando Leonardo da Vinci notou

em seus experimentos que o som viaja a grandes distâncias no mar, ele iniciou o estudo desta ciência. Já naquela época ele citou o fenômeno de interferência do ruído próprio, sugerindo que a embarcação que fosse usada para realizar escuta através do seu invento deveria estar parada. Isaac Newton descreveu teoricamente a propagação do som em um fluido algum tempo depois. Colladen e Sturm aperfeiçoaram o tubo acústico de Leonardo da Vinci e fizeram boa medição da velocidade do som no lago de Genebra no século XIX. Mais tarde, após a fatalidade da colisão do navio Titanic com um iceberg, ocorreu um aumento no uso da acústica como meio de sensoriamento no mar. O físico Langevin utilizou em 1916 o material piezoelétrico como fonte sonora submarina. Seu invento produzia intensidade suficiente para atingir alcances de até 8 Km. Com a Primeira Guerra Mundial a acústica submarina teve grande impulso, devido à necessidade urgente na Europa de um sistema para detectar submarinos. Nas décadas de 20 e 30, desenvolveu-se a exploração comercial do uso do som no mar, sendo, por exemplo, comercializados os ecobatímetros. Com o início da Segunda Guerra Mundial tornou-se massivo o uso de fontes sonoras para detecção de submarinos, através do equipamento “Sound navigation and ranging” (SONAR). Diversos progressos ocorreram desde então, alimentados pelo desenvolvimento da eletrônica e pelo aumento do conhecimento em técnicas de processamento de sinais.

O ambiente acústico submarino é complexo por causa de suas características não-homogêneas e suas condições de contorno não-triviais. Foi só com o advento dos computadores e o desenvolvimento de métodos numéricos avançados que se alcançou um grande aprofundamento na capacidade e na exatidão dos cálculos envolvidos na teoria de propagação de ondas sonoras no mar. Com a criação de modelos de propagação capazes de calcular soluções acuradas, surgiram diversas técnicas de processamento de sinais acústicos. Entre elas, estão as que se destinam a estimar parâmetros físicos do meio através de inversão geoacústica e localização passiva de fontes.

### **1.3 Objetivos**

Os principais objetivos deste trabalho são:

- apresentar inicialmente a teoria da propagação do som, seu comportamento em águas rasas e as características acústicas deste tipo de ambiente;
- analisar técnicas de processamento de sinais acústicos no oceano, necessários para a estimação de parâmetros geoacústicos do fundo marinho e localização passiva de fontes;
- realizar experimento com processamento computacional de sinais acústicos reais visando estimar os parâmetros físicos que mais influenciam na propagação do som em um canal de águas rasas.

## **1.4 Sumário**

Serão apresentadas no capítulo 2 as bases da teoria de propagação de ondas, com aplicação ao meio oceânico em geral.

No capítulo 3, será abordado o processo de propagação com condições de contorno do tipo meio-espaço.

O capítulo 4 analisará o problema da propagação do som em guias de ondas, tal como os que são formados em ambientes de águas rasas.

Será apresentado então no capítulo 5 o assunto perdas e atenuações de energia sonora em um meio marinho.

No capítulo 6, será abordado o processamento de campo casado aplicado a sinais acústicos de banda larga com uso do processador Bartlett.

No capítulo 7 serão apresentadas técnicas de inversão geoacústica e localização passiva de fontes, com uso de modelo de modos normais, de processamento de campo casado e de ferramentas de otimização global.

O capítulo 8 será dedicado a dois experimentos de inversão acústica, o primeiro fazendo uso de processador MFP Bartlett multifrequências com sinais de múltiplos tons CW e o segundo usando processador MBMF no domínio da frequência com sinais LFM, ambos coletados em uma antena de hidrofones durante a campanha MREA / BP'07.

No capítulo 9, por fim, serão apresentadas as conclusões da pesquisa e sugestões para estudos futuros.

## Capítulo 2

### TEORIA DA PROPAGAÇÃO DE ONDAS

A apresentação da teoria da propagação de ondas pode ter uma abordagem fenomenológica ou uma abordagem físico-descritiva, conforme expresso por CLAY e MEDWIN (1976). A primeira refere-se a uma análise da expansão em frentes de onda com o uso do princípio de Huygen. Já a segunda analisa a relação entre as propriedades do meio e as ondas, através da equação da onda.

Seguindo uma descrição física para equacionar e solucionar problemas de propagação de ondas acústicas, será apresentado neste capítulo o desenvolvimento da equação linear da onda. Será visto primeiramente o caso mais básico: o da onda unidimensional no meio homogêneo sem contornos. Posteriormente, neste e nos dois próximos capítulos, a equação da onda será exposta de forma mais específica através da consideração de vários aspectos adicionais, tais como as demais dimensões espaciais, as não-linearidades, a transformação para o domínio da frequência e o acréscimo de determinadas condições de contorno.

#### 2.1 Definições

A equação da onda pode ser deduzida a partir dos princípios da mecânica dos fluidos de conservação da massa e de conservação da quantidade de movimento, e também da relação existente entre a pressão ( $p$ ) e a densidade ( $\rho$ ), conforme o exposto abaixo.

##### 2.1.1 Equação de conservação da massa

Dentro da abordagem Euleriana, a variação de massa em relação ao tempo em um dado volume de controle é nula, isto é,  $\frac{DM}{Dt} = 0$ , onde  $\frac{D}{Dt}$  é o derivativo de Stokes, composto de uma variação local mais uma variação convectiva.

De acordo com a equação de balanço da propriedade geral (GRANGER, 1995), dada uma propriedade  $\varepsilon$  de um fluido, sabe-se que  $\frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial\varepsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\varepsilon\vec{v})$ , onde  $\nabla \cdot$  representa o operador divergente e  $\vec{v}$  é o vetor velocidade. Portanto, o princípio de conservação da massa pode ser representado pela equação  $\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{v}) = 0$ . Ainda, em um meio homogêneo, onde as propriedades do meio não variam espacialmente, a equação pode assumir a forma:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \rho\nabla \cdot \vec{v} = 0$$

Os distúrbios de uma onda acústica podem ser observados como perturbações de pequena amplitude no estado do ambiente. Para um fluido, o estado do ambiente é caracterizado pelos valores de pressão, densidade e velocidade do fluido quando a perturbação está ausente (PIERCE, 1981). Logo, é razoável considerar tais grandezas como uma soma de duas parcelas, uma contendo o valor médio no ambiente e outra contendo o valor oscilatório produzido pelo som em torno daquele valor médio. Desta forma, a densidade  $\rho$ , por exemplo, será composta pela soma do seu valor médio  $\rho_0$  mais o valor da pequena oscilação  $\rho'$ . Substituindo-se em  $\frac{\partial\rho}{\partial t} + \rho\nabla \cdot \vec{v} = 0$ , obtém-se, para um meio em repouso ( $\vec{v}_0 = 0$ ), a equação:

$$\frac{\partial\rho'}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \vec{v}' + \rho' \nabla \cdot \vec{v}' = 0$$

Como o termo com oscilações de segunda ordem, isto é, contendo o produto de pequenas oscilações, é muito pequeno em relação aos demais, é interessante desprezá-lo para se obter, enfim, a equação em sua versão linearizada:

$$\frac{\partial\rho'}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \vec{v}' = 0$$

### 2.1.2 Equação de conservação da quantidade de movimento

Partindo-se da segunda Lei de Newton,  $\sum F_{ext} = ma$ , e usando-se a abordagem Euleriana, pode ser obtida a Equação de Navier-Stokes, dada a densidade constante,  $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) v_i = g - \frac{1}{\rho} \nabla p + \eta \nabla^2 \vec{v}$ . Nesta equação,  $v_i$  representa as componentes cartesianas do vetor velocidade,  $g$  é a aceleração da gravidade,  $p$  é a pressão,  $\eta$  é a viscosidade cinemática e  $\nabla^2$  é o operador de Laplace, definido como o divergente do gradiente. As demais variáveis ou operadores já foram nominados anteriormente. Esta equação pode ser apresentada na forma de Gromeka-Lamb, onde a vorticidade  $\zeta$  é igual ao rotacional do vetor velocidade:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \zeta \times \vec{v} = g - \nabla \left( \frac{p}{\rho} + \frac{|\vec{v}|^2}{2} \right) - \eta (\nabla \times \zeta).$$

Dado que a força de corpo gravitacional não exerce influência direta significativa na propagação do som e, ainda, que seja o fluido homogêneo, de viscosidade desprezível e sem vorticidade, a equação assumirá então a forma:

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\nabla p - \frac{\rho}{2} \nabla |\vec{v}|^2.$$

Como as grandezas densidade, velocidade e pressão podem ser decompostas, como antes, em uma soma de um valor médio e um valor oscilante, isto é,

$$(\rho_0 + \rho') \frac{\partial (\vec{v}_0 + \vec{v}')}{\partial t} + \nabla (p_0 + p') + \frac{\rho}{2} \nabla |\vec{v}_0 + \vec{v}'|^2 = 0, \text{ então, para um meio em repouso, a}$$

equação linearizada será enfim:

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}'}{\partial t} + \nabla p' = 0$$

### 2.1.3 Relação entre densidade da partícula e pressão na partícula

O modelo clássico de fluido compressível presume a existência de alguma relação  $p = p(\rho)$  entre densidade e pressão. A hipótese de Laplace interpretada em termos de entropia permite declarar que a entropia  $s$  permanece constante para uma

dada partícula de fluido, isto é,  $\frac{Ds}{Dt} = 0$ . Da termodinâmica, tem-se que a entropia específica pode ser considerada uma função  $s(u, \frac{1}{\rho})$  da energia específica interna  $u$  e do volume específico  $\frac{1}{\rho}$ , cujo diferencial total satisfaz a equação  $T ds = du + p d\rho^{-1}$ .

Então, a temperatura  $T$  e a pressão  $p$  podem ser vistas como funções de  $u$  e  $\frac{1}{\rho}$ .

Conseqüentemente,  $s$  pode ser vista como função de qualquer par dentre as variáveis  $T$ ,  $p$ ,  $\rho$  e  $u$ , e em particular pode-se escrever  $p = p(\rho, s)$  para um meio homogêneo, conforme exposto por PIERCE (1981). Considerando-se que  $p = p_0 + p'$  e  $\rho = \rho_0 + \rho'$  e que a função  $p = p(\rho, s)$  pode ser expandida em uma série de Taylor de  $\rho'$ , então, dada uma troca adiabática de entropia  $s_0$ , obtém-se de  $p_0 + p' = p(\rho_0 + \rho', s_0)$  a seguinte relação:

$$p' = \rho' \frac{\partial p}{\partial \rho} + \frac{1}{2} \rho'^2 \frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} + \dots$$

A velocidade do som aumenta com a resistência à deformação do material elástico por uma força a ele aplicada e diminui com a densidade. Por definição, pode ser equacionada, considerando-se uma troca adiabática, como  $c^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho}$ . Portanto, substituindo-a na versão linear da equação acima, obtém-se:

$$\rho' = \frac{1}{c^2} p'$$

## 2.2 Equação da onda

As seguintes equações, em resumo, representam respectivamente o princípio de conservação da massa, o princípio de conservação da quantidade de movimento e a relação adiabática entre pressão da partícula e velocidade da partícula:

$$(1) \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \vec{v}' = 0;$$

$$(2) \rho_0 \frac{\partial \vec{v}'}{\partial t} + \nabla p' = 0; \text{ e}$$

$$(3) \rho' = \frac{1}{c^2} p'.$$

Pode-se substituir a equação (3) na equação (1) e derivar os termos em relação ao tempo para se obter (4)  $\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} + \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \vec{v}' = 0$ . Ainda, se for aplicado o operador divergente aos termos da equação (2), obtém-se (5)  $\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \nabla \cdot \vec{v}' + \nabla^2 p' = 0$ . Por fim, subtraindo-se termo a termo a equação de número (4) da de número (5), obtém-se como resultado a Equação da Onda linearizada para um meio homogêneo em repouso sem contornos e sem fontes externas:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla^2 p = 0$$

Observa-se que a pressão da partícula foi expressa por  $p$  ao invés de  $p'$ . Esta notação será adotada daqui em diante, no intuito de facilitar a visualização de cálculos posteriores.

### 2.3 Propagação unidimensional – onda plana

Seja considerada a hipótese de uma superfície plana infinita situada em um meio homogêneo estar realizando pequenos movimentos oscilatórios. Neste caso hipotético, seriam geradas ondas planas que se propagariam no meio.

Utilizando-se o sistema de coordenadas cartesianas, a propagação unidimensional ao longo do eixo  $x$  será expressa por  $\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0$ .

Sua solução será do tipo  $p = f(x - ct) + g(x + ct)$ , onde  $f$  e  $g$  representam funções genéricas. A parcela  $f(x - ct)$  corresponde a uma onda deslocando-se para o

sentido positivo do eixo de deslocamento  $x$  e a parcela  $g(x+ct)$  ao deslocamento no sentido negativo. Desta forma, caso se considere apenas a onda que se desloca afastando-se da fonte que a gerou, esta poderia ser representada por  $p = f(x-ct)$ . Possíveis reflexões ou reverberações no sentido contrário seriam representadas pela parcela  $g(x+ct)$ .

Da equação  $\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = 0$ , versão unidimensional da anterior  $\rho \frac{\partial \bar{v}'}{\partial t} + \nabla p' = 0$ ,

deduz-se que a velocidade da partícula terá solução da forma  $v = \frac{f(x-ct) + g(x+ct)}{\rho c}$ .

O termo  $\rho c$  é definido como Impedância Acústica  $Z_0$  do meio, ou Impedância Característica. Pode, portanto, ser expressa por  $Z_0 = \frac{p}{v}$ .

## 2.4 Propagação tridimensional onidirecional – onda esférica

Foi descrito no item anterior o desenvolvimento da equação da onda e a sua aplicação na propagação unidimensional no meio homogêneo em repouso, visando assim apresentar o caso mais básico. No entanto, considerações mais realísticas devem ser tomadas. A propagação tridimensional onidirecional é a que mais naturalmente se espera ocorrer de uma fonte pontual em um meio hipoteticamente sem condições de contorno.

Seja a hipótese de uma fonte pontual em campo livre. As frentes de onda geradas por ela se distribuirão nas três dimensões espaciais, sendo então adequado empregar a equação da onda linearizada homogênea tridimensional:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla^2 p = 0$$

Em sua solução, usa-se o sistema de coordenadas esféricas. A variável pressão será uma função do tipo  $p(r, \theta, \varphi, t)$ , sendo estabelecidas as relações  $x_1 = r \cos \theta$ ,  $x_2 = r \sin \theta \cos \varphi$ ,  $x_3 = r \sin \theta \sin \varphi$  e  $r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$ , dado que vetor deslocamento é  $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ .

Neste caso, utiliza-se o operador Laplaciano em coordenadas esféricas

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} .$$

Como na propagação onidirecional tem-se que  $\frac{\partial p}{\partial \theta} = 0$  e  $\frac{\partial p}{\partial \phi} = 0$ , o operador aplicado à variável pressão

poderá ser simplificado para  $\nabla^2 p = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial p}{\partial r} \right)$ . Conforme exposto por DOWLING

e WILLIAMS (1983), esta expressão pode ser manipulada algebricamente e colocada na

forma  $\nabla^2 p = \frac{1}{r} \frac{\partial^2(rp)}{\partial r^2}$ . Sua substituição na equação da onda gera

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2(rp)}{\partial t^2} - \frac{\partial^2(rp)}{\partial r^2} = 0 .$$

De forma análoga ao caso unidimensional, as soluções serão do tipo

$rp = f(r-ct) + g(r+ct)$ , isto é,  $p = \frac{f(r-ct) + g(r+ct)}{r}$ . Para o caso da onda que

diverge da fonte pontual em campo livre, a solução será da forma  $p = \frac{f(r-ct)}{r}$ .

Da equação  $\rho \frac{\partial v_r}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial r} = 0$ , versão onidirecional obtida de  $\rho \frac{\partial \vec{v}'}{\partial t} + \nabla p' = 0$

sendo  $(v_r, 0, 0)$  as coordenadas esféricas de  $\vec{v}$ , deduz-se que a velocidade da partícula em uma onda divergente terá solução da forma:

$$v_r = \frac{f(r-ct)}{r} \frac{1}{\rho c} + \frac{\int f(r-ct) dt}{r^2} \frac{1}{\rho}$$

Nota-se na expressão de  $v_r$  que a segunda parcela diminui com o quadrado de  $r$ , tornando-se pouco importante para  $r$  muito grande, sendo mais significativa no campo próximo. Assim, no campo afastado, a velocidade da partícula poderá ser

expressa assintoticamente por  $v_r = \frac{f(r-ct)}{r} \frac{1}{\rho c} = \frac{p}{\rho c}$ , ou seja, terá comportamento

semelhante a uma onda plana.

Usando-se a relação  $v_r = \frac{p}{\rho c}$ , percebe-se que equação da onda para a pressão,

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla^2 p = 0, \text{ também será válida para a variável velocidade } \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial t^2} - \nabla^2 \vec{v} = 0 .$$

É interessante introduzir os conceitos de velocidade potencial e deslocamento potencial, os quais podem ser usados como variável na equação da onda. Como a velocidade  $\vec{v}$  é um vetor, ela pode ser representada como o gradiente de um escalar  $\phi$ , este definido como velocidade potencial. Assim,  $\vec{v} = \nabla\phi$ . Da mesma forma, o deslocamento  $\vec{s}$  pode ser expresso por  $\vec{s} = \nabla\psi$ , onde o escalar  $\psi$  é o deslocamento potencial. Logo, em um meio de densidade constante, em repouso, sem contornos e sem fontes externas, a equação da onda para o deslocamento potencial assumirá a forma

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \nabla^2 \psi = 0.$$

Do uso conjunto da equação de conservação da massa, da relação adiabática entre pressão e densidade e da definição de deslocamento potencial, é deduzida a relação entre a pressão e o deslocamento potencial:  $p = -\rho \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$ .

Por fim, convém citar que a equação da onda pode ser apresentada na forma não-homogênea, onde o termo da direita da igualdade que antes era nulo devido ao princípio da conservação de massa, agora será igual a uma função que representará a injeção forçada de massa realizada pela fonte sonora externa, isto é,

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \nabla^2 \psi = f(r, t).$$

O termo  $f(r, t)$  representa as forças de corpo acústicas geradas por fontes artificiais ou de forma natural através de ruídos gerados, por exemplo, pela superfície do mar ou por animais. Como estas forças costumam ser locais na natureza, vários ambientes oceânicos podem ser considerados sem fontes, com o campo satisfazendo a equação da onda homogênea.

## 2.5 Considerações sobre linearidade

Será apresentada neste item uma breve explanação sobre como se tratar o equacionamento não-linear referente à propagação de ondas, a fim de mostrar superficialmente as complicações envolvidas. Cabe expor, no entanto, que os modelos de propagação acústica submarina em águas rasas costumam utilizar, com boa aproximação, a equação linear da onda.

No caso não-linear, conserva-se o termo quadrático da equação de estado adiabática  $p = p_0 + \rho' \frac{\partial p}{\partial \rho} + \frac{1}{2} \rho'^2 \frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} + \dots$ . Substituindo nesta expressão a relação que define a velocidade do som, isto é,  $\frac{\partial p}{\partial \rho} = c^2$ , obtém-se  $p = p_0 + \rho' c^2 + \rho'^2 c \frac{\partial c(\rho_0)}{\partial \rho}$ . A aplicação do operador de Laplace aos dois termos da igualdade gera  $\nabla^2 p = \nabla^2 c^2 \left[ \rho' + \frac{1}{c} \frac{\partial c(\rho_0)}{\partial \rho} \rho'^2 \right]$ .

Pelo mesmo processo usado anteriormente no caso linear, obtém-se a equação  $\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla^2 p - \partial_i \partial_j (\rho v_i v_j) = 0$ , onde a notação indicial representa as três componentes cartesianas.

Sem expor dedução, pode-se resumir que a equação da onda não-linear pode assumir a forma apresentada por JENSEN *et al.* (1994):

$$\frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} = \nabla^2 c^2 (\chi + \beta \chi) + o(\theta \chi^2, \chi^3) + \dots$$

Nesta expressão não-linear considera-se que  $\chi = \frac{\rho'}{\rho_0}$ ,  $\beta = 1 + \frac{\rho}{c} \frac{\partial c(\rho_0)}{\partial \rho}$  e  $\theta$  são os pequenos ângulos de propagação em relação à direção principal de propagação

## 2.6 Análise no domínio da frequência

É conveniente utilizar a equação da onda no domínio da frequência, pois assim a equação original que tinha a princípio quatro dimensões – três espaciais e uma temporal – passará a ter apenas três dimensões espaciais, dada uma frequência fundamental genérica  $\omega$ . Tal procedimento mostra-se adequado porque, com uso da teoria de Fourier, qualquer sinal acústico pode ser decomposto em frequências fundamentais.

Aplicando-se a transformada de Fourier,  $f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{i\omega t} dt$ , na equação da onda no domínio do tempo,  $\frac{1}{c^2(r)} \frac{\partial^2 \psi(r,t)}{\partial t^2} - \nabla^2 \psi(r,t) = 0$ , e considerando que o número de onda  $k$  é definido por  $k(r) = \frac{\omega}{c(r)}$ , obtém-se a denominada Equação de Helmholtz:

$$k^2(r) \psi(r, \omega) + \nabla^2 \psi(r, \omega) = 0$$

O custo de se reduzir a dimensão da equação da onda original para facilitar sua resolução é ter que avaliar a transformada inversa de Fourier,  $f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(\omega) e^{-i\omega t} d\omega$ , para retornar ao domínio do tempo.

Os subitens a seguir apresentarão, em ordem gradativa de complexidade, situações abordando a equação da onda no domínio da frequência, as quais servem de base para posterior apresentação da propagação em guias de ondas de águas rasas.

### 2.6.1 Onda Plana

A fonte e a geometria dos contornos impõem a escolha do sistema de coordenadas a ser utilizado para resolver a equação de Helmholtz. Se o sistema adotado for o de coordenadas cartesianas, o de coordenadas cilíndricas ou o de coordenadas esféricas, o operador de Laplace assumirá respectivamente as formas abaixo, conforme o caso:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$$

Para a onda plana usa-se o sistema cartesiano e então, considerando-se  $k$  constante, a equação de Helmholtz homogênea assumirá a forma

$(\vec{k} \cdot \vec{k})\psi + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0$  . Sua solução será do tipo  $\psi(x, y, z) = Ae^{i(\vec{k} \cdot \vec{r})} + Be^{-i(\vec{k} \cdot \vec{r})}$ , onde A e B são amplitudes arbitrárias e  $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$  é o vetor número de onda.

No caso de apenas uma componente singela da onda plana, pode-se alinhá-la com a direção de propagação, de modo a  $\frac{\partial \psi}{\partial y}$  e  $\frac{\partial \psi}{\partial z}$  tornarem-se nulos e então a equação será expressa por  $k_x^2 \psi + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 0$  . Sua solução então será do tipo  $\psi(x) = Ae^{i(kx)} + Be^{-i(kx)}$  , onde a notação  $k_x$  foi mudada para  $k$  . Nota-se a correspondência com aquela expressão obtida na análise inicial do caso unidimensional. Basta colocar  $f(x - ct) + g(x + ct)$  na forma  $f(kx - \omega t) + g(kx + \omega t)$  , dado que  $c = \frac{\omega}{k}$  , e considerar as funções genéricas  $f$  e  $g$  como funções sinusoidais complexas, obtendo-se assim  $C_1 e^{i(kx - \omega t)} + C_2 e^{-i(kx + \omega t)}$  no domínio do tempo e  $Ae^{i(kx)} + Be^{-i(kx)}$  no domínio da frequência.

Se for considerada a dependência no tempo do tipo  $e^{-i\omega t}$  , a primeira parcela representará o campo que se afasta da fonte e a segunda, o que se aproxima da fonte.

## 2.6.2 Fonte em forma de linha infinita homogênea

A análise do campo cilíndrico gerado por uma fonte hipotética em forma de linha infinita homogênea é interessante do ponto de vista da propagação de ondas em águas rasas, pois, como será visto, as condições de contorno que são impostas pela superfície do mar e pelo fundo geram reflexões múltiplas, produzindo um efeito de espalhamento cilíndrico com eixo vertical passando sobre a fonte.

Utilizando-se o sistema de coordenadas cilíndricas, tem-se que devido à homogeneidade  $\frac{\partial \psi}{\partial \varphi}$  e  $\frac{\partial \psi}{\partial z}$  serão nulos, ocorrendo variação do campo somente ao longo do eixo radial  $r$  . Portanto, a equação de Helmholtz terá a forma

$k^2\psi(r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \psi(r)}{\partial r} \right) = 0$ . A resolução da derivada do produto  $r \frac{\partial \psi(r)}{\partial r}$  produzirá
 
$$r \frac{\partial^2 \psi(r)}{\partial r^2} + \frac{\partial \psi(r)}{\partial r} + k^2 r \psi(r) = 0$$
, cuja forma é a de uma equação de Bessel. Sua solução será do tipo  $\psi(r) = A J_0(kr) + B Y_0(kr)$ , onde  $J_0(kr)$  é a função de Bessel de primeira espécie de ordem zero e  $Y_0(kr)$  é a função de Neumann de ordem zero (KREYSZIG, 1973). Utilizando-se as funções de Hankel de ordem zero, definidas por  $H_0^{(1)}(x) = J_0(x) + iY_0(x)$  e  $H_0^{(2)}(x) = J_0(x) - iY_0(x)$ , obtém-se então a solução:

$$\psi(r) = CH_0^{(1)}(kr) + DH_0^{(2)}(kr)$$

Para  $kr$  muito grande, podem ser usadas as formas assintóticas das funções de Hankel, de modo que a solução será enfim ser expressa por:

$$\psi(r) = C \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{i\left(kr - \frac{\pi}{4}\right)} + D \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{-i\left(kr - \frac{\pi}{4}\right)}$$

A primeira parcela representa o campo que diverge da fonte e a segunda, o que converge, para uma dependência no tempo do tipo  $e^{-i\omega t}$ .

Nota-se que a pressão, calculada por  $p(r, t) = -\rho \frac{\partial^2 \psi(r, t)}{\partial t^2}$ , diminuirá proporcionalmente a  $\frac{1}{\sqrt{r}}$ . Conseqüentemente, a intensidade no campo afastado diminuirá com  $\frac{1}{r}$ . Nota-se a semelhança com o inverso da área das bases de um cilindro, isto é,  $\frac{1}{2\pi r}$ . Esta característica da intensidade diminuir com o inverso da distância  $r$  chama-se espalhamento cilíndrico.

### 2.6.3 Fonte Pontual Onidirecional

Para uma fonte hipotética pontual onidirecional, a equação de Helmholtz no sistema de coordenadas esféricas será expressa por  $k^2\psi + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = 0$ , dado que a onidirecionalidade faz com que os termos do operador de Laplace dependentes de  $\varphi$  e

$\theta$  tornem-se nulos. Sua solução será do tipo  $\psi(r) = \frac{Ae^{(ikr)} + Be^{(-ikr)}}{r}$ , notando-se aí a correspondência com a solução genérica anterior  $p = \frac{f(r-ct)}{r}$ .

Calcula-se a intensidade acústica por  $\vec{I} = p\vec{v}$ , sendo que, para a onda onidirecional, o vetor  $\vec{I}$  terá coordenadas esféricas expressas por  $(I_r, 0, 0)$ . Em campo afastado, tem-se que  $I_r = \frac{p^2}{\rho c} = \frac{[f(r-ct)]^2}{\rho c r^2}$ . Nota-se a redução da intensidade com  $\frac{1}{r^2}$ , semelhantemente ao inverso da superfície da esfera  $\frac{1}{4\pi r^2}$ . Esta característica, de que a intensidade diminui com o inverso do quadrado da distância radial  $r$ , é conhecida como lei de espalhamento esférico (PIERCE, 1981).

#### 2.6.4 Fonte esférica pulsante no meio infinito

Seja agora uma esfera de raio  $a$  cuja superfície realiza um pequeno movimento oscilatório radial. Pode-se fixar a origem do sistema de coordenadas esféricas no centro da esfera pulsante. Em um meio infinito homogêneo, o deslocamento  $\vec{u}(r, t)$  no campo acústico gerado pela esfera será onidirecional e, portanto, poderá ser expresso pela componente radial  $u_r(r, t)$ , dado que  $\vec{u} = (u_r, 0, 0)$ .

Na superfície da esfera de raio  $a$  tem-se que  $u_r(a, t) = U(t)$ .

Usando-se o conceito de deslocamento potencial, onde  $\vec{u}(r, t) = \nabla\psi(r, t)$ , obtém-se  $u_r(r, t) = \frac{\partial\psi(r, t)}{\partial r}$  devido à onidirecionalidade, sendo que a sua transformação para o domínio da frequência produz em  $r = a$  a expressão

$$u_r(a, \omega) = \frac{\partial\psi(a, \omega)}{\partial r} = U(\omega)$$

Da condição de radiação, na qual consideram-se apenas as ondas divergentes, a solução da equação de Helmholtz homogênea será dada por  $\psi(r) = \frac{Ae^{(ikr)}}{r}$ . Assim,

tem-se que  $u_r(r, \omega) = \frac{\partial}{\partial r} \frac{Ae^{(ikr)}}{r} = Ae^{(ikr)} \left( \frac{ik}{r} - \frac{1}{r^2} \right) = Ae^{(ikr)} \left( \frac{ikr-1}{r^2} \right)$  e, em  $r = a$ ,  
obtém-se que  $u_r(a, \omega) = Ae^{(ika)} \left( \frac{ika-1}{a^2} \right)$ .

Se a esfera for pequena em relação ao comprimento de onda, isto é,  $a \ll \lambda = \frac{2\pi}{k}$ , então  $ka \ll 1$  e torna-se válida a aproximação  $u_r(a, \omega) \cong A \left( \frac{-1}{a^2} \right)$ . Logo,

$A = -a^2 U(\omega)$  e, conseqüentemente, obtém-se  $\psi(r) = -a^2 U(\omega) \frac{e^{(ikr)}}{r}$ . Esta solução para

o deslocamento potencial pode ser colocada ainda na forma  $\psi(r) = -(a^2 U(\omega) 4\pi) \frac{e^{(ikr)}}{4\pi r}$ ,

onde o fator  $a^2 U(\omega) 4\pi$  é definido como potência  $P_\omega$  da fonte e o fator  $\frac{e^{(ikr)}}{4\pi r}$  é a denominada função de Green  $g_\omega(\vec{r}, 0)$ .

Deste modo, tem-se que  $\psi(r, \omega) = -P_\omega g_\omega(\vec{r}, 0)$ , onde o termo nulo representa que a fonte está localizada na origem do sistema de coordenadas (seu vetor posição é portanto nulo).

A função de Green pode ser expressa para uma fonte situada em local que não seja a origem do sistema de coordenadas. Então, no caso de uma fonte na posição  $\vec{r}_0$ , faz-se  $R = |\vec{r} - \vec{r}_0|$  de modo que a função de Green assumirá a forma  $g_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) = \frac{e^{(ikR)}}{4\pi R}$  e a solução será  $\psi(r, \omega) = -P_\omega g_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0)$ .

Enfim, a equação de Helmholtz não-homogênea para forças de corpo geradas por uma fonte de potência  $P_\omega$  situada no ponto  $\vec{r}_0$  será expressa por  $k^2 \psi(r, \omega) + \nabla^2 \psi(r, \omega) = -P_\omega \delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$ . Pode-se dividir os termos por  $P_\omega$  e verificar que a função de Green satisfaz a equação de Helmholtz não-homogênea  $k^2 g_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) + \nabla^2 g_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) = -\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$ .

## 2.6.5 Fonte esférica pulsante no meio com contorno genérico

No caso anterior, foi visto que a função  $g_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0)$  pode ser obtida a partir da condição de radiação  $B=0$  na solução geral  $\psi(r) = \frac{Ae^{(ikr)} + Be^{(-ikr)}}{r}$  da equação homogênea num meio sem contornos. Foi visto ainda que  $g_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0)$  é uma solução particular da equação de Helmholtz.

Seja uma fonte esférica pulsante situada no ponto cujo vetor deslocamento é  $\vec{r}_0$ , pertencente à superfície  $S$  de um volume  $V$ , dentro do qual um campo acústico é produzido pela distribuição das forças de corpo  $f(\vec{r})$ , conforme ilustrado na figura 1.

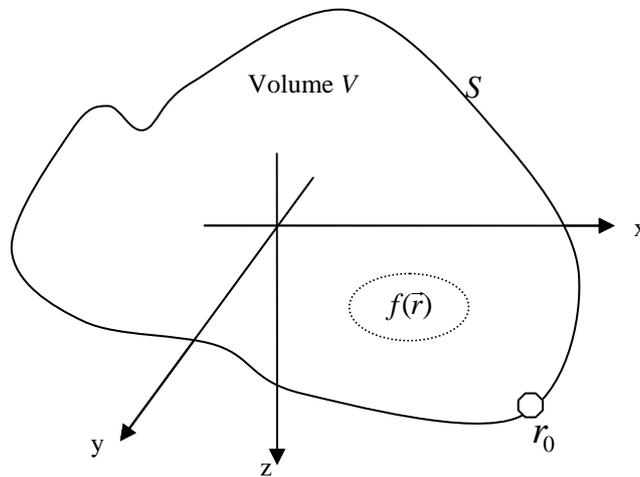


Fig. 1 – Fonte esférica em um meio de contornos genéricos

A equação de Helmholtz não-homogênea  $k^2\psi(r, \omega) + \nabla^2\psi(r, \omega) = f(\vec{r})$  fornecerá, o campo de deslocamento potencial. Sua solução será a soma de uma solução particular com uma solução homogênea. Pode-se escolher a primeira como sendo  $g_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0)$  e a segunda como qualquer  $h_\omega(r)$  que satisfaça  $k^2h_\omega(r) + \nabla^2h_\omega(r) = 0$ . Tem-se então a função geral de Green, expressa por  $G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) = g_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) + h_\omega(r)$ . Do mesmo modo que  $g_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0)$ , esta função satisfaz a equação de Helmholtz  $k^2G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) + \nabla^2G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) = -\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$ . Então, tem-se que  $\psi(r, \omega) = -P_\omega G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0)$ .

Usando-se o princípio da reciprocidade da função de Green, isto é,  $G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) = G_\omega(\vec{r}_0, \vec{r})$ , é possível, com alguma manipulação algébrica, obter a solução  $\psi(r)$  através do teorema de Green para fontes em meios com contorno, conforme exposto em JENSEN *et al.* (1994):

$$\psi(\vec{r}) = \int_S \left[ G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) \frac{\partial \psi(\vec{r}_0)}{\partial \vec{n}_0} - \psi(\vec{r}_0) \frac{\partial G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0)}{\partial \vec{n}_0} \right] dS_0 - \int_V f(\vec{r}_0) G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) dV_0$$

Na solução acima,  $f(\vec{r}_0)$  é a força de corpo na posição  $\vec{r}_0$ . Após a aplicação da reciprocidade o volume é representado por  $V_0$ , a superfície é representada por  $S_0$  e  $\vec{n}_0$  é o vetor normal nesta superfície saindo do volume. Convém realçar que não é necessário o volume  $V_0$  coincidir com o contorno físico do meio. O teorema é válido para qualquer volume contendo a fonte.

Se o volume  $V_0$  for uma esfera centrada no receptor situado em  $\vec{r}$ , sendo que  $V_0$  contém todas as fontes presentes e considerarmos o meio como infinito, então a primeira integral será nula e a solução será como esperado:

$$\psi(\vec{r}) = - \int_V f(\vec{r}_0) g_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) dV_0 = -P_\omega g_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0)$$

O teorema de Green fornece a formulação mais geral para um problema acústico com contornos. Porém, normalmente uma solução analítica não é facilmente obtida, sendo fator crítico a obtenção uma função de Green que satisfaça as mesmas condições de contorno que o deslocamento potencial no contorno, de modo a tornar nula a integral de superfície. Sua aplicação é adequada a problemas com condições de contorno de geometria simples, muito embora em contornos com geometria complexa ele possa ser usado para formular uma integral que possa ser resolvida numericamente, como é o caso do método de elementos de contorno (JENSEN *et al.*, 1994).

## Capítulo 3

### PROPAGAÇÃO DO SOM NO MEIO-ESPAÇO

O capítulo anterior apresentou soluções para propagação em um meio infinito e para propagação em um meio com contornos genéricos, através do teorema de Green. No mar, porém, são encontrados tipos específicos de contornos, os quais devem ser considerados adequadamente e aplicados na equação de Helmholtz para uma correta predição do campo de pressão sonora. Assim, serão abordados a partir de agora cenários para a propagação do som que levem gradativamente a uma apresentação mais realística do que ocorre no mar, em especial em águas rasas, onde há interação da energia sonora com o fundo.

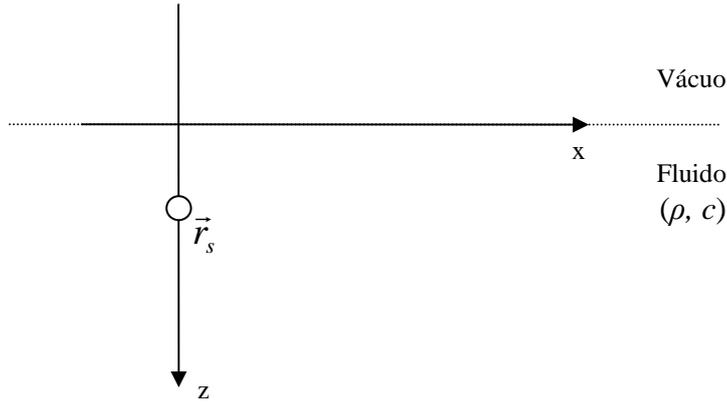
Serão analisados neste capítulo, na ordem de apresentação, os seguintes tópicos referentes a uma fonte pontual:

- Meio-espaço fluido cujo contorno horizontal faz vizinhança com o vácuo;
- Dois meio-espacos fluidos onde o superior representa a água do mar e o inferior o fundo marinho;
- Considerações sobre reflexão e transmissão nos contornos;

Posteriormente, no próximo capítulo, serão analisados os ambientes mais especificamente relacionados a águas rasas, com a formação de guias de ondas limitados pela superfície livre do mar e pelo fundo marinho.

#### 3.1 Meio-espaço fluido em vizinhança com o vácuo

Seja uma fonte pontual inserida em um meio-espaço fluido homogêneo na vizinhança do vácuo, conforme o cenário da figura 2.



**Fig. 2 – Fonte esférica no meio-espaco fluido vizinho ao vácuo**

A condição de contorno será a de pressão nula na superfície livre ( $z = 0$ ). Em coordenadas cartesianas, a posição da fonte será representada por  $\vec{r}_s = (x_s, y_s, z_s)$ .

De  $p(\vec{r}, t) = -\rho \frac{\partial^2 \psi(\vec{r}, t)}{\partial t^2}$  deduz-se que o cálculo da pressão no domínio da frequência será feito por  $p(\omega, \vec{r}) = \rho \omega^2 \psi(\omega, \vec{r})$ . Então, a condição de contorno citada pode ser expressa em função do deslocamento potencial por:  $\psi(\vec{r}_0) = 0$  em  $\vec{r}_0 = (x, y, 0)$ .

Neste caso simples ainda é viável apresentar a solução analítica pelo teorema de Green. Em seguida a mesma solução será desenvolvida pela técnica de transformada integral. Porém, nos próximos casos a serem vistos as soluções analíticas pelo teorema de Green deixarão de ser abordadas.

### 3.1.1 Solução pelo teorema de Green

O teorema de Green possibilita o cálculo do deslocamento potencial,

$$\psi(\vec{r}) = \int_S \left[ G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) \frac{\partial \psi(\vec{r}_0)}{\partial \vec{n}_0} - \psi(\vec{r}_0) \frac{\partial G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0)}{\partial \vec{n}_0} \right] dS_0 - \int_V f(\vec{r}_0) G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) dV_0 \quad , \quad \text{expressão}$$

esta que com a condição de contorno  $\psi(\vec{r}_0) = 0$  se torna

$$\psi(\vec{r}) = \int_S G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) \frac{\partial \psi(\vec{r}_0)}{\partial \vec{n}_0} dS_0 - \int_V f(\vec{r}_0) G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) dV_0 .$$

Ainda, escolhendo-se  $G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) \equiv 0$  em  $\vec{r}_0 = (x, y, 0)$  e considerando-se que na fonte pontual em  $\vec{r}_s$  tem-se  $f(\vec{r}_0) = P_\omega \delta(\vec{r}_0 - \vec{r}_s)$ , então a expressão do teorema será finalmente  $\psi(\vec{r}) = -P_\omega G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_s) = -P_\omega [g_\omega(\vec{r}, \vec{r}_s) + h_\omega(\vec{r})]$ .

Considerando-se a condição  $G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) \equiv 0$  e que  $g_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) = \frac{e^{(ikR)}}{4\pi R}$ , onde

$R = |\vec{r} - \vec{r}_0|$ , pode-se obter  $h_\omega(\vec{r}) = -\frac{e^{(ikR)}}{4\pi R}$ , de modo que

$$G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) = g_\omega(\vec{r}, \vec{r}_0) + h_\omega(\vec{r}) = \frac{e^{(ikR)}}{4\pi R} - \frac{e^{(ikR)}}{4\pi R}.$$

Assim, dada a simetria em relação à superfície  $(x, y, 0)$ , pode-se obter

$$G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_s) = \frac{e^{(ikR)}}{4\pi R} - \frac{e^{(ikR')}}{4\pi R'}, \quad \text{onde} \quad R = \sqrt{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2 + (z-z_s)^2} \quad \text{e}$$

$R' = \sqrt{(x-x_s)^2 + (y-y_s)^2 + (z+z_s)^2}$ . Portanto, a solução do campo de pressão será

$$p(\vec{r}) = \rho\omega^2\psi(\vec{r}) = -\rho\omega^2 P_\omega \left( \frac{e^{(ikR)}}{4\pi R} - \frac{e^{(ikR')}}{4\pi R'} \right)$$

### 3.1.2 Solução pela Técnica de Transformada Integral

A resolução da mesma questão será agora feita através da técnica de transformada integral. Esta é uma abordagem clássica para problemas de valor de contorno quando os coeficientes da equação de Helmholtz e as condições de contorno são independentes de uma ou mais coordenadas do espaço.

A idéia geral é utilizar uma transformada específica para o domínio do número de onda horizontal  $k_r$ , de modo a diminuir a quantidade de dimensões da equação de Helmholtz e também das condições de contorno, no caso do meio estratificado horizontalmente.

Considera-se nesta abordagem o sistema de coordenadas cilíndricas. A equação de Helmholtz então será expressa por

$$\left[ k^2 + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \psi(r, z) = P_\omega \frac{\delta(r) \delta(z - z_s)}{2\pi r}.$$

Dado o par de transformadas de Hankel expresso abaixo, pode-se aplicá-los à equação de Helmholtz para se obter então a equação da onda separada por profundidades.

Transformadas de Hankel:

$$f(r, z) = \int_0^{\infty} f(k_r, z) J_0(k_r r) k_r dk_r$$

$$f(k_r, z) = \int_0^{\infty} f(r, z) J_0(k_r r) r dr$$

$$\text{onde } J_0(k_r r) = \frac{1}{2} [H_0^{(1)}(k_r r) + H_0^{(2)}(k_r r)] \quad \text{e} \quad H_0^{(1,2)} \cong \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} e^{\pm i \left( k r - \frac{\pi}{4} \right)}$$

Equação da onda separada por profundidades:

$$\left[ \frac{d^2}{dz^2} + k^2 - k_r^2 \right] \psi(k_r, z) = P_\omega \frac{\delta(z - z_s)}{2\pi}$$

Assim, da mesma forma que antes foi utilizada a transformada de Fourier para reduzir as quatro dimensões da onda para a tridimensional equação de Helmholtz, agora foi obtida a unidimensional equação da onda separada por profundidades. Há o custo de se realizar a transformação inversa com integral infinita posteriormente, porém o comportamento assintótico do núcleo da integral (função de Hankel) torna possível truncar o intervalo de integração com erro muito pequeno no resultado, podendo sua resolução ser feita então por esquemas numéricos.

O resultado da aplicação da transformada de Hankel a  $\psi(\vec{r}) = -P_\omega G_\omega(\vec{r}, \vec{r}_s) = -P_\omega [g_\omega(\vec{r}, \vec{r}_s) + h_\omega(\vec{r})]$  gerará a expressão  $\psi(k_r, z) = -P_\omega G_\omega(k_r, z, z_s) = -P_\omega [g_\omega(k_r, z, z_s) + h_\omega(k_r, z)]$ . A solução da equação homogênea  $h_\omega(k_r, z)$  é da forma  $C_1(k_r) e^{ik_z z} + C_2(k_r) e^{-ik_z z}$ , onde o número de onda vertical é dado por  $k_z = \sqrt{k^2 - k_r^2}$ . Pode-se convenientemente mudar a representação das constantes de integração de acordo com o sentido de propagação no eixo  $z$ , obtendo-se  $h_\omega(k_r, z) = A^+(k_r) e^{ik_z z} + A^-(k_r) e^{-ik_z z}$ .

Devido à raiz quadrada envolvida no cálculo do número de onda vertical, observa-se que se  $k_r \leq k$  então  $k_z = \sqrt{k^2 - k_r^2}$  e se  $k_r > k$  então  $k_z = i\sqrt{k_r^2 - k^2}$ .

O termo  $A^+(k_r)e^{ik_z z}$  corresponde às ondas propagando-se para baixo para  $k_r < k$  e decaindo exponencialmente para  $k_r > k$ . De forma similar, o termo  $A^-(k_r)e^{-ik_z z}$  corresponde às ondas propagando-se para cima para  $k_r < k$  e decaindo exponencialmente para  $k_r > k$ .

A equação da onda separada por profundidades pode ser dividida por  $-P_\omega$  para se obter  $\left[ \frac{d^2}{dz^2} + k^2 - k_r^2 \right] G_\omega(k_r, z, z_s) = -\frac{\delta(z - z_s)}{2\pi}$ . Percebe-se ainda que a solução de campo livre também satisfaz essa equação, isto é,  $\left[ \frac{d^2}{dz^2} + k^2 - k_r^2 \right] g_\omega(k_r, z, z_s) = -\frac{\delta(z - z_s)}{2\pi}$ . A solução particular  $g_\omega(k_r, z, z_s)$ , portanto, será do tipo  $D_1(k_r)e^{ik_z(z-z_s)} + D_2(k_r)e^{-ik_z(z-z_s)}$ ,  $z \neq z_s$ .

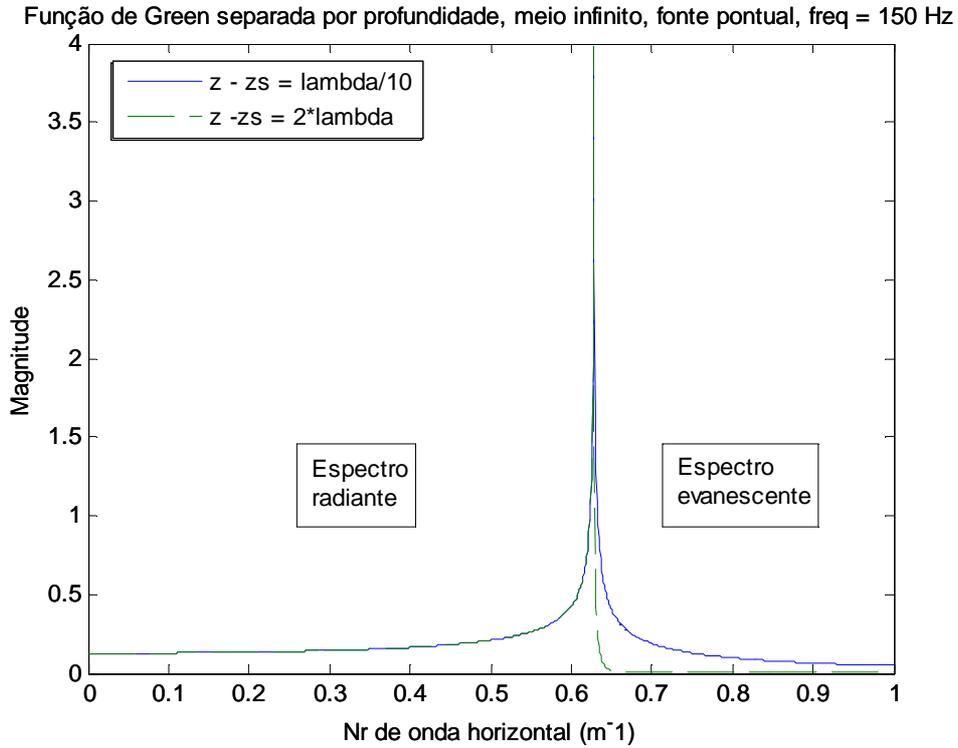
Considerando-se a condição de radiação e a simetria do campo em relação ao plano  $z = z_s$ , tem-se que  $g_\omega(k_r, z, z_s)$  será igual a  $D_1(k_r)e^{ik_z(z-z_s)}$  para  $z \geq z_s$  e  $D_2(k_r)e^{-ik_z(z-z_s)}$  para  $z \leq z_s$ . Estas podem ser expressas conjuntamente como  $g_\omega(k_r, z, z_s) = C_3(k_r)e^{ik_z|z-z_s|}$ .

Integrando  $\left[ \frac{d^2}{dz^2} + k^2 - k_r^2 \right] g_\omega(k_r, z, z_s) = -\frac{\delta(z - z_s)}{2\pi}$  no pequeno intervalo de  $z_s - \varepsilon$  a  $z_s + \varepsilon$  obtém-se  $\left[ \frac{dg_\omega(k_r, z, z_s)}{dz} \right]_{z_s - \varepsilon}^{z_s + \varepsilon} + \Omega(\varepsilon) = -\frac{1}{2\pi}$ . Fazendo-se então a substituição na função de Green e deixando  $\varepsilon$  tender a zero, obtém-se  $C_3(k_r) = -\frac{1}{4\pi ik_z}$ . Portanto, a solução particular de campo livre separada por profundidades será  $g_\omega(k_r, z, z_s) = -\frac{e^{ik_z|z-z_s|}}{4\pi ik_z}$ .

Se nesta solução for aplicada a transformada inversa de Hankel, obtém-se a função de Green para fonte pontual em campo livre  $g_\omega(r, z, z_s)$ , que é conhecida como

a Integral de Sommerfeld-Weil:  $g_\omega(r, z, z_s) = \frac{i}{4\pi} \int_0^\infty \frac{e^{ik_z|z-z_s|}}{k_z} J_0(k_r r) k_r dk_r$ .

A figura 3 ilustra o comportamento da função de Green separada por profundidade em função do número de onda horizontal no espaço infinito.



**Fig. 3 – Função de Green separada por profundidade no espaço infinito**

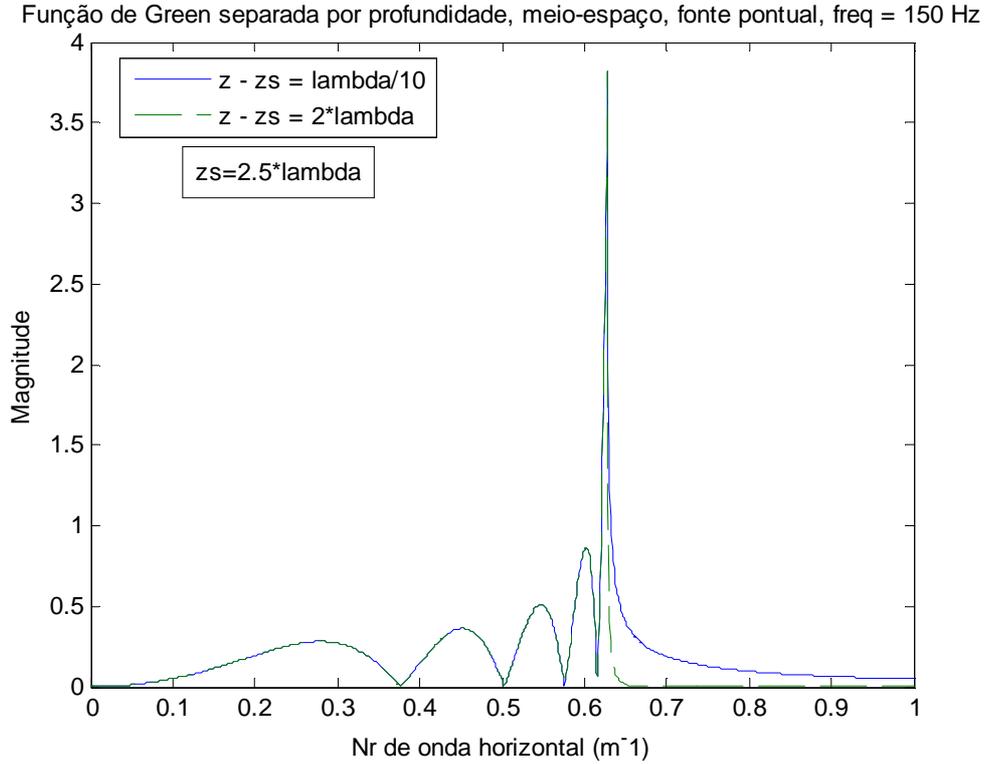
Nota-se que quando  $k_r = k$ , a função tende a infinito. Quando  $k_r < k$ , o argumento da exponencial é complexo e portanto as ondas se propagam, caracterizando a parte radiante do espectro. Quando  $k_r > k$ , o argumento torna-se real e a função decai exponencialmente, caracterizando o espectro evanescente. Ainda, quanto maior o valor de  $z - z_s$ , mais acentuado é o decaimento.

Para a solução homogênea, o cálculo é efetuado aplicando-se a condição de radiação  $h_\omega(k_r, z) = C_1(k_r)e^{ik_z z}$  e a condição de contorno na superfície livre  $\psi(k_r, 0) = 0$  em  $\psi(k_r, z) = -P_\omega [g_\omega(k_r, z, z_s) + h_\omega(k_r, z)]$ . Assim, obtém-se

$C_1(k_r) = -\frac{e^{ik_z z_s}}{4\pi i k_z}$  e, portanto, a solução total separada por profundidade será:

$$\psi(k_r, z) = -P_\omega \left[ \frac{e^{ik_z |z - z_s|}}{4\pi i k_z} - \frac{e^{ik_z (z + z_s)}}{4\pi i k_z} \right]$$

Apresenta-se na figura 4 a magnitude da função de Green separada por profundidade em função do número de onda horizontal em um ambiente de meio-espaço fluido na vizinhança do vácuo. O comportamento oscilatório do espectro radiante observado no gráfico gerará para  $z > z_s$  um campo cujo comportamento é conhecido como “Lloyd-mirror”.



Para retornar ao domínio espacial, aplica-se a  $\psi(k_r, z)$  a transformada inversa

$$\text{de Hankel, obtendo-se } \psi(r, z) = -P_\omega \frac{i}{4\pi} \left[ \int_0^\infty \left( \frac{e^{ik_z|z-z_s|}}{k_z} - \frac{e^{ik_z(z+z_s)}}{k_z} \right) J_0(k_r r) k_r dk_r \right].$$

Como  $\psi(k_r, z)$  é uma superposição de funções de Green separadas por profundidade para o campo livre, então sua transformada inversa produz a superposição de dois campos esféricos, o de uma fonte em  $z = z_s$  e o de uma fonte virtual em  $z = -z_s$ . O resultado será equivalente ao obtido na abordagem anterior

$$p(\vec{r}) = p(r, z) = \rho\omega^2 \psi(r, z) = -\rho\omega^2 P_\omega \left( \frac{e^{(ikR)}}{4\pi R} - \frac{e^{(ikR')}}{4\pi R'} \right).$$

### 3.2 Dois meio-espacos fluidos: água do mar – fundo marinho

Seja o cenário de uma fonte pontual inserida em um meio-espaco superior fluido homogêneo sobre outro meio-espaco inferior fluido homogêneo, estes representando respectivamente a água do mar e o fundo marinho, conforme exposto na figura 5.

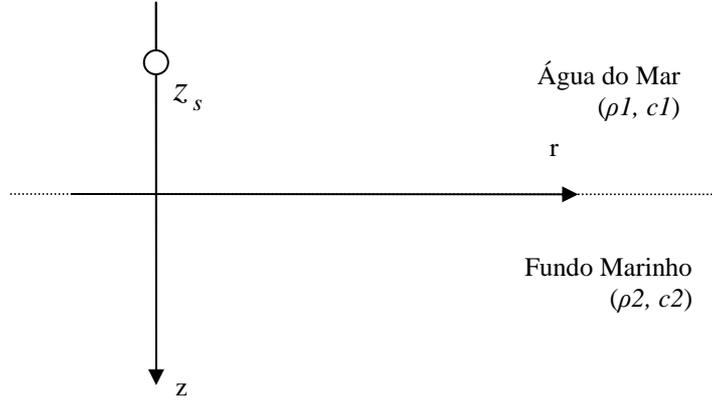


Fig. 5 – Fonte esférica no meio-espaco fluido vizinho a outro meio-espaco fluido

Usa-se o sistema de coordenadas cilíndricas para que, seguindo o mesmo procedimento do item anterior, seja calculado o campo em termos de  $\psi(k_r, z) = -P_\omega G_\omega(k_r, z, z_s)$ , onde  $G_\omega(k_r, z, z_s) = g_\omega(k_r, z, z_s) + h_\omega(k_r, z)$ , satisfazendo as condições de contorno.

A solução homogênea é da forma  $h_\omega(k_r, z) = A^+(k_r)e^{ik_z z} + A^-(k_r)e^{-ik_z z}$ , e da condição de radiação tem-se que no meio superior  $h_{\omega,1}(k_r, z) = A_1^-(k_r)e^{-ik_{z,1}z}$  e no meio inferior  $h_{\omega,2}(k_r, z) = A_2^+(k_r)e^{ik_{z,2}z}$ , onde  $k_{z,1}$  e  $k_{z,2}$  são os números de onda verticais nos meios superior e inferior, respectivamente. Como a solução particular para fonte pontual em um campo livre é  $g_\omega(k_r, z, z_s) = -\frac{e^{ik_z|z-z_s|}}{4\pi i k_z}$ , então o campo no meio superior será  $\psi_1(k_r, z) = -P_\omega \left[ g_\omega(k_r, z, z_s) + A_1^-(k_r)e^{-ik_{z,1}z} \right]$  e o campo no meio inferior será  $\psi_2(k_r, z) = -P_\omega A_2^+(k_r)e^{ik_{z,2}z}$ .

As condições de contorno são expressas pela continuidade de pressão para  $z = 0$  e pela continuidade do deslocamento vertical, isto é,  $\frac{\partial \psi_1(k_r, 0)}{\partial z} = \frac{\partial \psi_2(k_r, 0)}{\partial z}$  e  $\rho_1 \psi_1(k_r, 0) = \rho_2 \psi_2(k_r, 0)$ . Aplicando-as aos campos, obtém-se o sistema de equações matricial abaixo:

$$\begin{bmatrix} k_{z,1} & k_{z,2} \\ -\rho_1 & \rho_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1^- \\ A_2^+ \end{Bmatrix} = \frac{e^{ik_{z,1}|0-z_s|}}{4\pi i k_{z,1}} \begin{Bmatrix} k_{z,1} \\ \rho_1 \end{Bmatrix}$$

Usando-se o teorema de Cramer para resolver o sistema de equações lineares, obtém-se:

$$A_1^- = \frac{\rho_2 k_{z,1} - \rho_1 k_{z,2}}{\rho_2 k_{z,1} + \rho_1 k_{z,2}} \left( -\frac{e^{ik_{z,1}|0-z_s|}}{4\pi i k_{z,1}} \right)$$

$$A_2^+ = \frac{2\rho_1 k_{z,1}}{\rho_2 k_{z,1} + \rho_1 k_{z,2}} \left( -\frac{e^{ik_{z,1}|0-z_s|}}{4\pi i k_{z,1}} \right)$$

A solução  $\psi(k_r, z)$  do campo de deslocamento potencial separado por profundidades será então:

Meio superior ( $z < 0$ )

$$\psi_1(k_r, z) = -P_\omega \left[ g_{\omega,1}(k_r, z, z_s) + A_1^-(k_r) e^{-ik_{z,1}z} \right] = P_\omega \left[ \frac{e^{ik_{z,1}|z-z_s|}}{4\pi i k_{z,1}} + \frac{\rho_2 k_{z,1} - \rho_1 k_{z,2}}{\rho_2 k_{z,1} + \rho_1 k_{z,2}} \left( \frac{e^{ik_{z,1}(z_s-z)}}{4\pi i k_{z,1}} \right) \right]$$

Meio inferior ( $z > 0$ )

$$\psi_2(k_r, z) = -P_\omega A_2^+(k_r) e^{ik_{z,2}z} = P_\omega \frac{2\rho_1 k_{z,1}}{\rho_2 k_{z,1} + \rho_1 k_{z,2}} \left( \frac{e^{ik_{z,1}z_s}}{4\pi i k_{z,1}} \right) e^{ik_{z,2}z}$$

Enfim, a solução do campo no domínio do espaço para o deslocamento espacial é obtida através da aplicação da transformada inversa de Hankel a  $\psi(k_r, z)$ .

Portanto, do uso de  $\psi(r, z) = \int_0^\infty \psi(k_r, z) J_0(k_r r) k_r dk_r = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^\infty \psi(k_r, z) H_0^{(1)}(k_r r) k_r dk_r$ ,

obtém-se como solução:

Meio superior ( $z < 0$ ):

$$\psi_1(r, z) = -P_\omega \left[ \frac{1}{2} \int_{-\infty}^\infty g_{\omega,1}(k_r, z, z_s) H_0^{(1)}(k_r r) k_r dk_r + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^\infty A_1^-(k_r) e^{-ik_{z,1}z} H_0^{(1)}(k_r r) k_r dk_r \right]$$

Meio inferior ( $z > 0$ ):

$$\psi_2(r, z) = -P_\omega \frac{1}{2} \int_{-\infty}^\infty A_2^+(k_r) e^{ik_{z,2}z} H_0^{(1)}(k_r r) k_r dk_r$$

### 3.3 Coeficientes de Reflexão e de Transmissão

Estão representados na figura 6 os fenômenos de reflexão e transmissão em uma interface do tipo fluido-fluido (os sedimentos do fundo do oceano são frequentemente modelados como fluidos, suportando apenas ondas compressoriais).

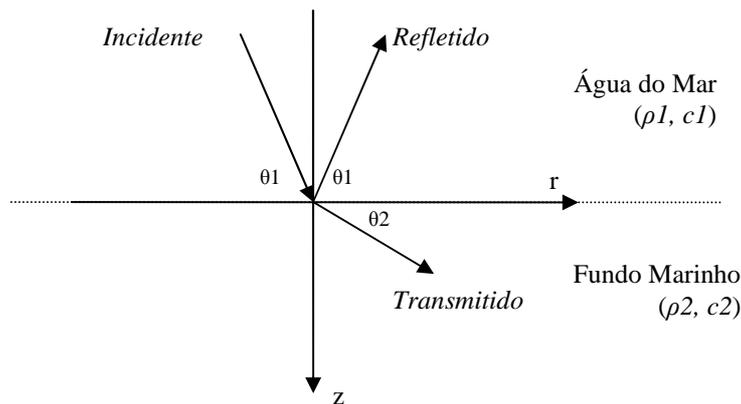


Fig. 6 – Reflexão e transmissão no meio-espaço fluido vizinho a outro meio-espaço fluido

A refletividade é a razão entre as amplitudes de uma onda plana refletida e da respectiva onda incidente em uma interface separando dois meios. Ela pode ser utilizada como uma importante medição do efeito do fundo marinho na propagação do som.

Como a representação em número de ondas em um sistema cartesiano representa a decomposição em soluções de ondas planas, observa-se que  $g_{\omega,1}(k_r, 0, z_s) = -\frac{e^{ik_{z,1}z_s}}{4\pi ik_{z,1}}$

representa a amplitude complexa de ondas planas incidentes em  $z = 0$  e os coeficientes

das soluções homogêneas obtidos no subitem anterior,  $A_1^- = \frac{\rho_2 k_{z,1} - \rho_1 k_{z,2}}{\rho_2 k_{z,1} + \rho_1 k_{z,2}} \left( -\frac{e^{ik_{z,1}z_s}}{4\pi ik_{z,1}} \right)$

e  $A_2^+ = \frac{2\rho_1 k_{z,1}}{\rho_2 k_{z,1} + \rho_1 k_{z,2}} \left( -\frac{e^{ik_{z,1}z_s}}{4\pi ik_{z,1}} \right)$ , representam respectivamente as amplitudes das

ondas refletidas e transmitidas. Logo, do conceito de refletividade, obtém-se a expressão do coeficiente de reflexão:

$$R = \frac{\rho_2 k_{z,1} - \rho_1 k_{z,2}}{\rho_2 k_{z,1} + \rho_1 k_{z,2}}$$

De forma análoga, obtém-se o coeficiente de transmissão através da razão entre as amplitudes de uma onda plana transmitida e da respectiva onda incidente:

$$T = \frac{2\rho_1 k_{z,1}}{\rho_2 k_{z,1} + \rho_1 k_{z,2}}$$

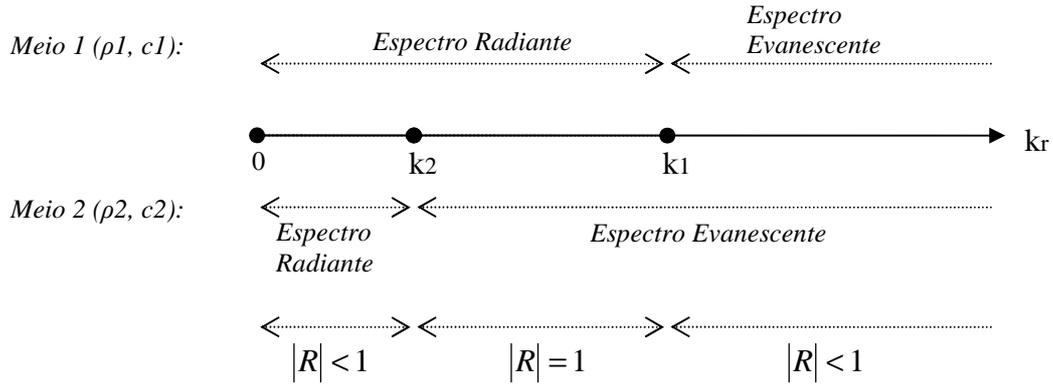
Nota-se que no caso trivial de dois meios idênticos tem-se  $R = 0$  e  $T = 1$ . Já se o meio inferior for o vácuo ( $\rho_2 = 0$  e  $k_{z,2} = \frac{\omega}{c_2} \rightarrow \infty$ ), obtém-se os coeficientes de uma superfície livre  $R = -1$  e  $T = 0$ .

Se  $c_2 > c_1$  o fundo é denominado duro e no caso oposto tem-se o fundo macio. Como  $k_z = \sqrt{k^2 - k_r^2}$ , se  $k_r \leq k$ , e  $k_z = i\sqrt{k_r^2 - k^2}$ , se  $k_r > k$ , pode-se

substituir estes em  $R = \frac{\rho_2 k_{z,1} - \rho_1 k_{z,2}}{\rho_2 k_{z,1} + \rho_1 k_{z,2}}$  para então apresentar o domínio espectral de

número de onda horizontal para um fundo duro, conforme ilustrado na figura 7.

$$c_2 > c_1 (\because k_2 < k_1)$$



**Fig. 7 – Domínio espectral em fundo duro**

Em uma abordagem com ângulos de incidência e de refração, considera-se que  $k_{z,i} = k_i \cos \theta_i$ , sendo  $i = 1, 2$ , para então os coeficientes serem expressos como

$$R = \frac{\rho_2 c_2 / \text{sen} \theta_2 - \rho_1 c_1 / \text{sen} \theta_1}{\rho_2 c_2 / \text{sen} \theta_2 + \rho_1 c_1 / \text{sen} \theta_1} \quad \text{e} \quad T = \frac{2 \rho_2 c_2 / \text{sen} \theta_2}{\rho_2 c_2 / \text{sen} \theta_2 + \rho_1 c_1 / \text{sen} \theta_1}.$$

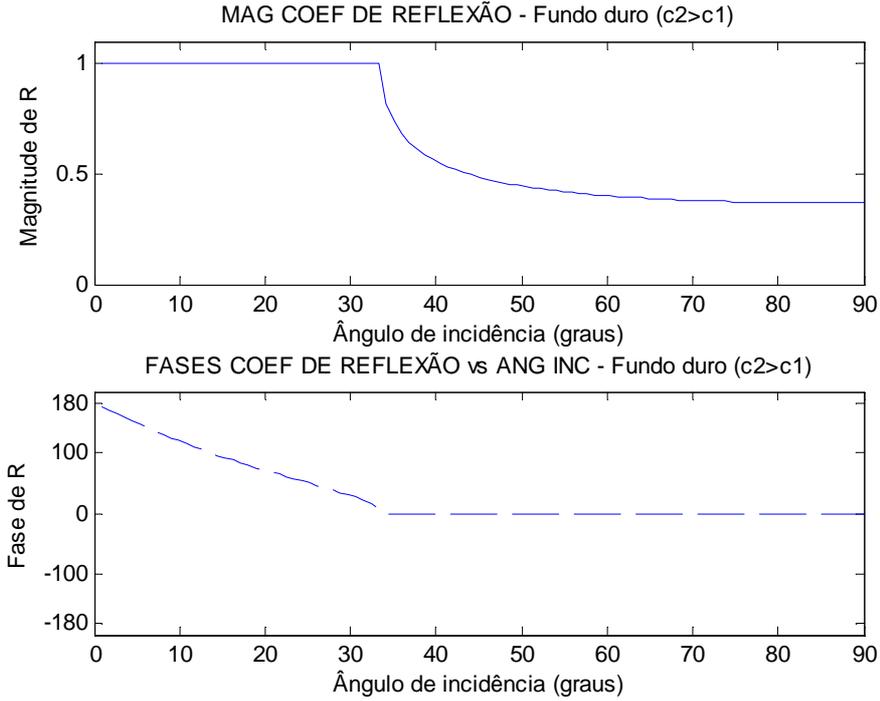
O coeficiente de reflexão terá magnitude unitária, significando uma perfeita reflexão, quando o numerador e o denominador forem conjugados complexos. Isso só ocorre quando  $\text{sen} \theta_2$  for puramente imaginário, ou seja quando  $\cos \theta_2 > 1$ . Da lei de

Snell,  $\frac{\cos \theta_1}{c_1} = \frac{\cos \theta_2}{c_2}$ , observa-se que para  $c_2 > c_1$  existirá um ângulo a partir do qual

$R$  terá magnitude unitária, muito embora sua fase varie, denominado ângulo crítico

$$\theta_c = \arccos \left( \frac{c_1}{c_2} \right).$$

A figura 8 mostra o comportamento da magnitude e da fase de  $R = |R(\theta)| e^{-i\phi(\theta)}$  em função dos ângulos de incidência, considerando-se a velocidade do som na água de 1500 m/s, a velocidade do som no fundo de 1800 m/s, a densidade da água de 1 g/cm<sup>3</sup> e a densidade do fundo de 1.8 g/cm<sup>3</sup>:



**Fig. 8 – Coeficiente de reflexão - magnitude e fase vs ângulos de incidência**

Foi visto no item anterior que o campo refletido da fonte pontual pode ser representado por  $\psi_R(k_r, z) = -P_\omega A_1^-(k_r) e^{-ik_{z,1}z} = P_\omega \frac{\rho_2 k_{z,1} - \rho_1 k_{z,2}}{\rho_2 k_{z,1} + \rho_1 k_{z,2}} \left( \frac{e^{ik_{z,1}(z_s - z)}}{4\pi i k_{z,1}} \right)$  no domínio do número de onda horizontal. No domínio da frequência, a expressão do campo refletido então será

$$\psi_R(r, z) = -P_\omega \int_0^\infty A_1^-(k_r) e^{-ik_{z,1}z} J_0(k_r r) k_r dk_r = -\frac{P_\omega}{2} \int_{-\infty}^\infty A_1^-(k_r) e^{-ik_{z,1}z} H_0^{(1)}(k_r r) k_r dk_r.$$

Esse campo, normalmente avaliado numericamente, pode ser analisado pelo método da fase estacionária através do uso da forma assintótica da função de Hankel,

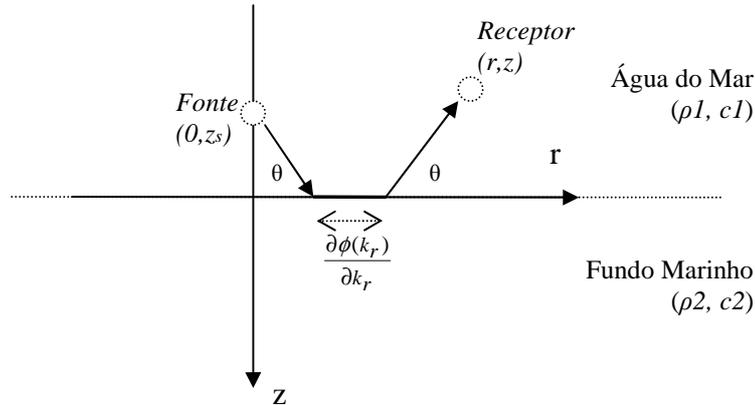
$$H_0^{(1)}(k_r r) \cong \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} e^{i(kr - \pi/4)}, \quad k_r r \gg 1, \quad \text{e das relações } R = |R(\theta)| e^{-i\phi(\theta)} \quad \text{e}$$

$$g_\omega(k_r, z, z_s) = \frac{e^{ik_z|z - z_s|}}{4\pi i k_z}, \quad \text{de modo a, sem expor dedução, se obter a expressão abaixo}$$

(JENSEN *et al.*, 1994):

$$\psi_R(r, z) = -\frac{P_\omega e^{-\pi/4}}{4\pi \sqrt{2\pi r}} \int_{-\infty}^\infty |R(k_r)| \frac{\sqrt{k_r}}{ik_{z,1}} e^{-i[\phi(k_r) + k_{z,1}(z + z_s) - k_r r]} dk_r$$

Se o receptor estiver longe da interface, de forma que  $k_{z,1}(z+z_s) \gg 1$ , a integral acima será dominada pelas contribuições de pontos onde o termo de fase em seu interior é estacionário  $\frac{\partial}{\partial k_r} [\phi(k_r) + k_{z,1}(z+z_s) - k_r r] = 0$ , e assim obtém-se que  $r = \frac{\partial \phi(k_r)}{\partial k_r} - \frac{k_r(z+z_s)}{k_{z,1}}$ . Inserindo-se o ângulo de incidência  $\theta$  através da relação  $\cot \theta = \left( \frac{k_r}{k_{z,1}} \right)$ , dado que  $k_r = k \cos \theta$  e  $k_{z,1} = k \sin \theta$ , obtém-se então  $r = \frac{\partial \phi(k_r)}{\partial k_r} - (z+z_s) \cot \theta$ . A interpretação para essa expressão é a de raios incidindo em uma interface em ângulos de incidência  $\theta$  e propagando-se ao longo da interface em uma distância igual a  $\frac{\partial \phi(k_r)}{\partial k_r}$  antes de ser lançada de volta ao receptor novamente com um ângulo  $\theta$  em relação à horizontal, conforme ilustrado na figura 9.



**Fig. 9 – Deslocamento de raios na reflexão**

Dado que  $k_r = k \cos \theta$ , o deslocamento  $\frac{\partial \phi(k_r)}{\partial k_r}$  então será dependente do ângulo de incidência.

No caso do fundo duro, se  $\theta$  for menor que o ângulo crítico, havendo energia transmitida para o segundo meio, o deslocamento  $\frac{\partial \phi(k_r)}{\partial k_r}$  será nulo. Já se  $\theta$  for maior

que o ângulo crítico, ocorrerá deslocamento de raios,  $\frac{\partial\phi(k_r)}{\partial k_r} > 0$ . Assim, pode-se definir uma distância crítica, dada por  $r_c = -(z + z_s) \cot \theta_c$ , a partir da qual o deslocamento de raios não desvanece. Acima desta distância, um raio com ângulo  $\theta = \theta_c$  sempre ocorre, correspondendo ao que se chama de “head wave”.

O deslocamento de raios é explicado fisicamente pela existência de um campo evanescente propagando-se horizontalmente no fundo para ângulos de incidência menores que o ângulo crítico, no caso do fundo duro, representando a chamada “lateral wave”. Isso mostra que embora o espectro evanescente seja proveniente de abstração matemática, ele possui significância física. Em casos de frequências altas com a abordagem da teoria de raios o espectro evanescente é geralmente ignorado, valendo-se de que a fase  $\phi$  do coeficiente de reflexão  $R = |R(\theta)| e^{-i\phi(\theta)}$  não depende da frequência e que o deslocamento  $\frac{\partial\phi(\theta)}{\partial k_r}$  é inversamente proporcional à frequência no problema de dois meio-espacos. No entanto, conforme exposto por JENSEN *et al.* (1994), convém ele não ser desprezado em frequências baixas ou intermediárias.

## Capítulo 4

### PROPAGAÇÃO EM GUIAS DE ONDAS DE ÁGUAS RASAS

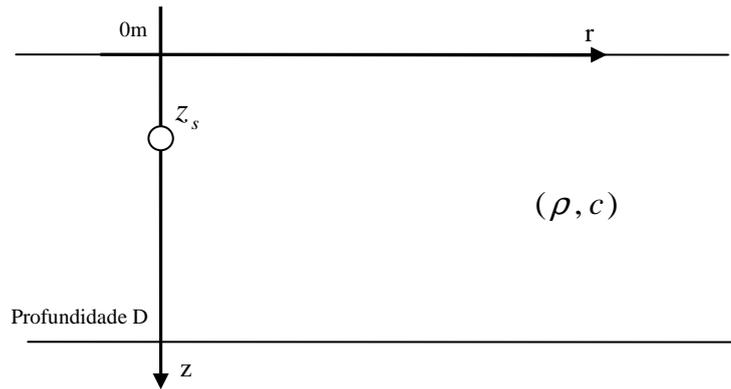
Nos os ambientes de águas rasas, a partir de certa distância, a propagação da energia sonora sofre um confinamento em consequência de reflexões múltiplas na superfície livre do mar e no fundo, gerando um efeito de guia de ondas. Tal distância pode ser estimada, conforme exposto por CLAY e MEDWIN (1976), pela expressão  $10h \tan \theta_c$ , onde  $h$  e  $\theta_c$  são respectivamente a profundidade e o ângulo crítico.

Diversos tipos de guia de ondas de águas rasas podem ocorrer, em função principalmente das características geoacústicas do fundo, da profundidade e do perfil de velocidade do som na coluna d'água. Neste capítulo serão analisados o guia de ondas ideal para fluidos e o guia de ondas de Pekeris, incluindo neste último uma breve abordagem por séries de Debye.

#### 4.1 Guia de ondas ideal para fluidos

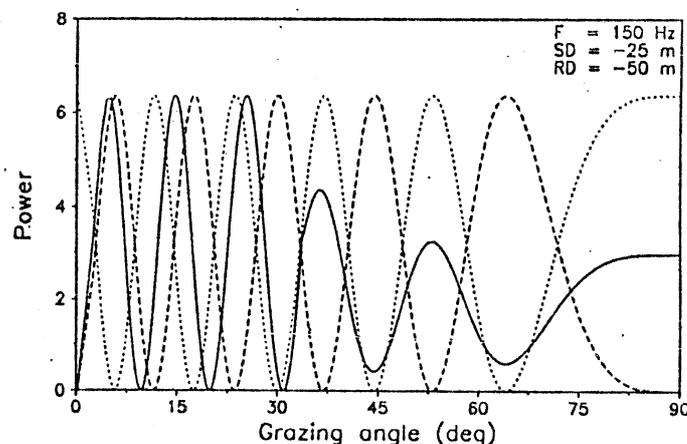
O guia de ondas ideal une as características vistas no capítulo anterior, representando um cenário geral para a propagação acústico-oceânica envolvendo a interação da energia sonora com o fundo e com a superfície livre.

As seguintes premissas são assumidas neste modelo de guia de ondas ideal: os parâmetros geoacústicos e geométricos não variam ao longo do eixo de distâncias  $r$ , característica conhecida como “range-independent”; a coluna d'água tem perfil de isovelocidade, isto é, a velocidade do som é a mesma qualquer que seja a profundidade; e os contornos propiciam reflexão perfeita, onde  $|R|=1$ . A figura 10 ilustra este ambiente.



**Fig.10 – Guia de ondas ideal com contornos de superfície livre**

A superfície e o fundo foram considerados contornos de pressão-livre, ocorrendo  $|R|=1$  e inversão de fase. Pode-se questionar o porquê do fundo não ter sido considerado como perfeitamente rígido. A justificativa para a escolha adotada se dá pelo fato de que, à longa distância, um fundo penetrável qualquer se comporta de maneira mais parecida com uma superfície livre, com a defasagem da reflexão aproximando-se de  $180^\circ$ , do que com um fundo rígido, no qual a defasagem é nula. A figura 11, de autoria de JENSEN *et al.* (1994), ilustra esse comportamento, apresentando o espectro angular do campo total em um meio-espaço homogêneo para um receptor a 50 metros acima do fundo, com uma fonte de 150 hertz na profundidade de 25 metros abaixo da profundidade do receptor. O ângulo crítico é de  $33,5^\circ$ . A linha cheia refere-se a um fundo penetrável, a linha tracejada refere-se a uma superfície livre e a linha pontilhada a um fundo rígido.



**Fig. 11 – Espectro angular para reflexão de um meio-espaço homogêneo**

Nota-se que para ângulos de incidência maiores que o ângulo crítico, o fundo duro penetrável (linha cheia) tem fase similar ao fundo perfeitamente rígido (linha pontilhada), além de haver absorção de energia pelo fundo. Já para ângulos em relação à horizontal menores que o ângulo crítico, o fundo penetrável é mais similar à superfície livre (linha tracejada).

A solução do campo para o guia de ondas é obtida com procedimento análogo ao utilizado no caso do problema de meio-espaço. Utilizando-se o princípio da superposição, o campo total será composto pela soma da solução particular produzida por uma fonte pontual situada em  $(0, z_s)$  na ausência de contornos e pelo campo da solução homogênea da equação de Helmholtz. Pela técnica de transformada integral, o campo total de deslocamento potencial pode ser estratificado horizontalmente através do uso da transformada de Hankel, sendo que o campo separado por profundidade será a soma das respectivas função de Green e solução homogênea da equação de Helmholtz separada por profundidade:

$$\psi(r, z) = \int_0^\infty \psi(k_r, z) J_0(k_r r) k_r dk_r = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^\infty \psi(k_r, z) H_0^{(1)}(k_r r) k_r dk_r$$

$$\psi(k_r, z) = -P_\omega [g_\omega(k_r, z, z_s) + h_\omega(k_r, z)]$$

$$g_\omega(k_r, z, z_s) = -\frac{e^{ik_z|z-z_s|}}{4\pi i k_z}$$

$$h_\omega(k_r, z) = A^+(k_r) e^{ik_z z} + A^-(k_r) e^{-ik_z z}$$

As amplitudes  $A^+(k_r)$  e  $A^-(k_r)$  são obtidas pela aplicação da condição de contorno de superfície livre, na qual a pressão é nula em  $z=0$  e em  $z=D$ . Como  $p(\vec{r}) = \rho\omega^2\psi(\omega, \vec{r})$ , também será nulo o deslocamento potencial. Assim, a partir de  $g_\omega(k_r, 0, z_s) + h_\omega(k_r, 0) = 0$  e  $g_\omega(k_r, D, z_s) + h_\omega(k_r, D) = 0$ , monta-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ e^{ik_z D} & e^{-ik_z D} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A^+(k_r) \\ A^-(k_r) \end{Bmatrix} = \frac{1}{4\pi i k_z} \begin{Bmatrix} e^{ik_z z_s} \\ e^{ik_z(D-z_s)} \end{Bmatrix}$$

As soluções do sistema pelo teorema de Cramer serão

$$A^+(k_r) = \frac{e^{ik_z(D-z_s)} - e^{-ik_z(D-z_s)}}{4\pi i k_z (e^{ik_z D} - e^{-ik_z D})} \text{ e } A^-(k_r) = \frac{e^{ik_z(D+z_s)} - e^{ik_z(D-z_s)}}{4\pi i k_z (e^{ik_z D} - e^{-ik_z D})}, \text{ e então pode-se}$$

obter a solução do deslocamento potencial separado por profundidade:

$$\psi(k_r, z) = -\frac{P_\omega}{4\pi} \left[ \frac{\sin k_z z \sin k_z (D - z_s)}{k_z \sin k_z D} \right], \text{ para } z < z_s$$

$$\psi(k_r, z) = -\frac{P_\omega}{4\pi} \left[ \frac{\sin k_z z_s \sin k_z (D - z)}{k_z \sin k_z D} \right], \text{ para } z > z_s$$

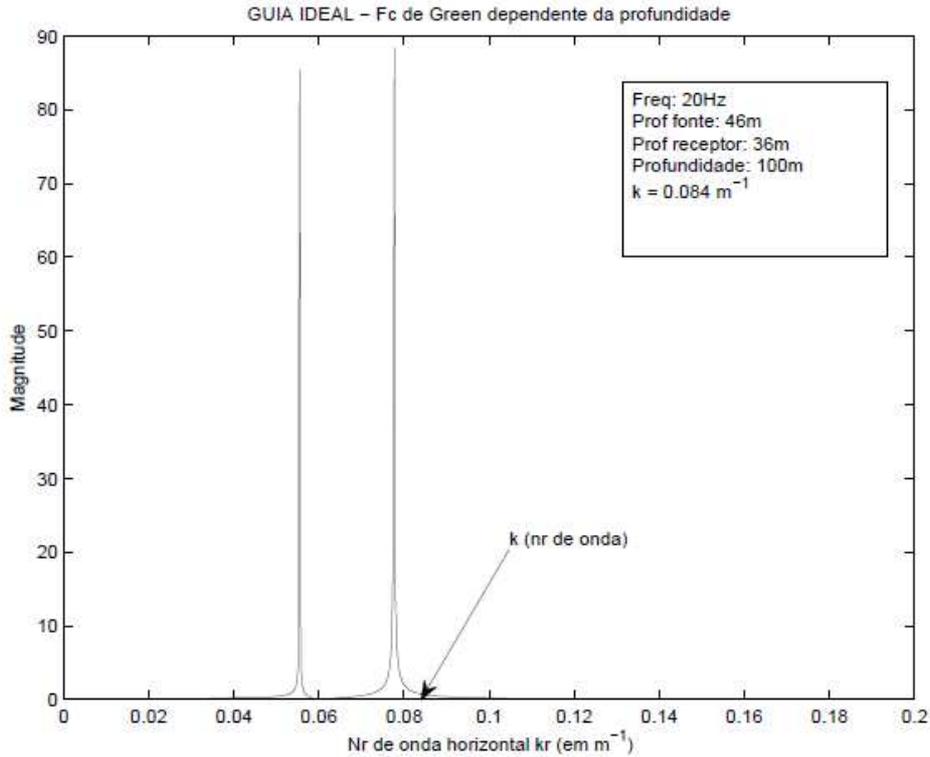
O termo no denominador faz com que a solução tenha pólos para valores discretos de número de onda sempre que  $\sin k_z D = 0$ , e, portanto, sempre que  $k_z D = m\pi$ , sendo  $m = 1, 2, \dots$ . Como  $k_r = \sqrt{k^2 - k_z^2}$ , pode-se então expressar os valores discretos de  $k_r$  para os quais a solução do deslocamento potencial tenha pólos

$$k_{rm} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{D}\right)^2}, \quad m = 1, 2, \dots \text{ Estes valores de } k_r \text{ serão reais se } \left(\frac{m\pi}{D}\right)^2, m = 1, 2, \dots$$

forem menores que  $k^2$  e serão imaginários no caso contrário.

A figura 12 exemplifica o comportamento da solução dependente da profundidade em função do número de onda horizontal para um guia de ondas ideal de 100m de profundidade com uma fonte de frequência 20 Hz colocada a 46m de profundidade e um receptor a 36m. Fica explícito na figura a existência de dois modos normais ressonantes, notando-se que estes ocorrem quando  $k_r < k = \frac{\omega}{c}$ , de tal forma

que  $k_z = \sqrt{k^2 - k_r^2}$  seja real.



**Fig. 12 – Função de Green dependente da profundidade em um guia de ondas ideal**

Para o cálculo da solução  $\psi(r, z) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(k_r, z) H_0^{(1)}(k_r r) k_r dk_r$ , a integral pode ser avaliada usando-se o teorema de Cauchy da análise complexa para deformar o contorno de integração  $C$ , obedecendo a condição de radiação. Como a função de Hankel tem comportamento assintótico, pode-se fechar o contorno da integração no meio-espaço imaginário superior e então calcular a integral como uma soma de resíduos para os pólos dentro do contorno. A figura 13 ilustra esta situação. Nota-se que os pólos selecionados pela condição de radiação são aqueles contidos nos semi-eixos positivos.

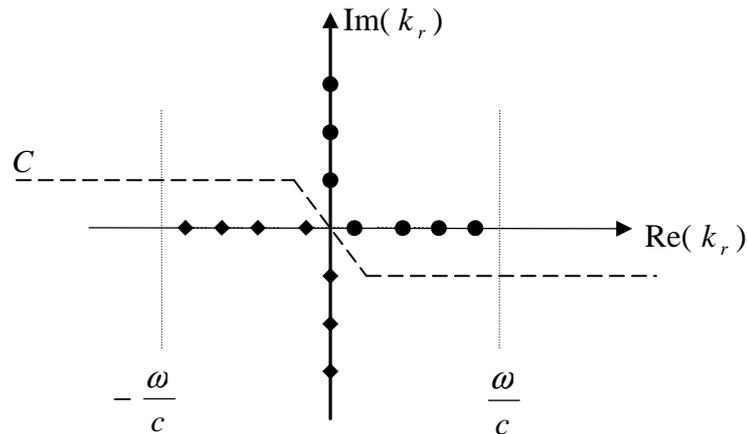


Fig. 13 – Plano complexo do número de onda horizontal  $k_r$

Essa avaliação do campo de deslocamento potencial como uma soma de resíduos para os pólos situados dentro do contorno de integração equivale à abordagem do Método dos Modos Normais.

Convém citar que se a referida integral fosse avaliada assintoticamente pela abordagem de fase estacionária, a qual produz uma expansão em termos de autoraios, denominação dada para uma série de raios que liga a fonte ao receptor, incluindo as reflexões múltiplas, seria obtida uma avaliação equivalente ao Método de Traçado de Raios. Já se a solução da integral fosse realizada por avaliação direta usando quadratura numérica, a abordagem seria equivalente ao Método de Integração de Número de Onda, também conhecido como “Fast Field Program” (FFP). O estudo detalhado da aplicação destes dois métodos a guias de ondas estão fora do escopo desta dissertação.

#### 4.1.1 Modos Normais no Guia Ideal de Superfícies Livres – Técnica de Integração de Número de Onda Horizontal

O método dos modos normais fornece adequadamente uma solução do campo para o guia de ondas ideal. A técnica de integração de número de onda horizontal abordada pelo teorema dos resíduos para pólos dentro de um contorno fechado leva a uma solução equivalente àquela encontrada pela conhecida técnica de separação de variáveis.

O teorema dos resíduos da análise complexa declara que para uma função complexa do tipo  $f(z) = \frac{p(z)}{q(z)}$ , a sua integral de linha dentro de um contorno fechado

$C$  pode ser calculada por  $\oint_C f(z)dz = 2\pi i \sum_{j=1}^n \left[ \text{Res}_{z=z_j} f(z) \right]$ , onde tem-se que

$\text{Res}_{z=z_0} f(z) = \frac{p(z_0)}{q'(z_0)}$  para pólos de primeira ordem (KREYZIG, 2006).

A aplicação desse teorema ao campo  $\psi(r, z)$ , formado pela integral da já obtida  $\psi(k_r, z)$ , permite obter, por meio de álgebra apenas, a solução do campo de deslocamento potencial (JENSEN *et al.* 1994):

$$\psi(r, z) = -\frac{iP_\omega}{2D} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \sin(k_{zm} z) \sin(k_{zm} z_s) H_0^{(1)}(k_{rm} r) \right]$$

O campo de pressão no domínio da frequência é calculado usando-se

$p(\vec{r}) = \rho\omega^2\psi(\vec{r})$  e  $H_0^{(1)}(k_{rm} r) \cong \sqrt{\frac{2}{\pi k_{rm} r}} e^{i\left(k_{rm} r - \frac{\pi}{4}\right)}$  na solução acima, de modo a se

obter enfim  $p(r, z) = \rho\omega^2 \frac{iP_\omega}{2D} e^{-i\frac{\pi}{4}} \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \sqrt{\frac{2}{\pi k_{rm} r}} \sin(k_{zm} z) \sin(k_{zm} z_s) e^{i k_{rm} r} \right]$ .

Cada valor de  $m$  significa um modo normal de propagação, sendo que o campo total é formado pela soma de todos eles. Nota-se que neste caso do guia de ondas ideal o número de modos é infinito. Fica também evidente a simetria entre fonte e receptor dentro da dependência de profundidade nas duas funções seno, o que corrobora o princípio de reciprocidade da função de Green. Em termos práticos, isto quer dizer que se forem invertidas entre si as posições da fonte e do receptor, o campo permanecerá o mesmo.

A figura 14 expõe a dependência trigonométrica de profundidade constante na forma  $\sin(k_{zm} z)$ , onde o número de onda vertical modal é dado por  $k_{zm} = \frac{m\pi}{D}$ . Considera-se nesta figura os modos 1 a 4 em um guia de ondas ideal de 100 metros de profundidade.

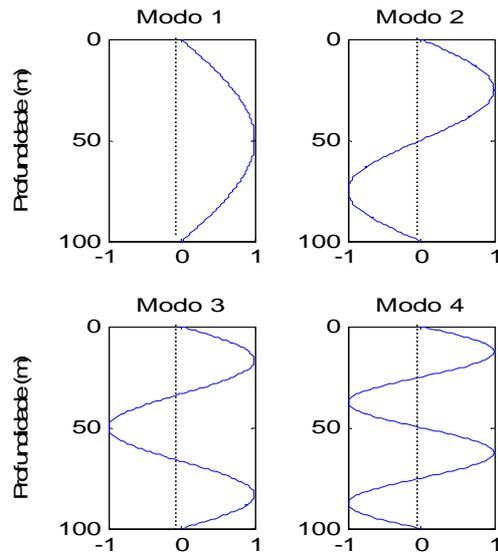


Fig. 14 – Dependência da profundidade para os quatro primeiros modos

A figura 15 mostra a previsão da “transmission loss” (TL) para o modo 3 em um guia de ondas de 100 metros de profundidade com características próximas às do guia ideal, considerando-se uma fonte de 800 Hz situada a 50 metros de profundidade. Tal gráfico foi gerado pelo modelo de modos normais SNAP.

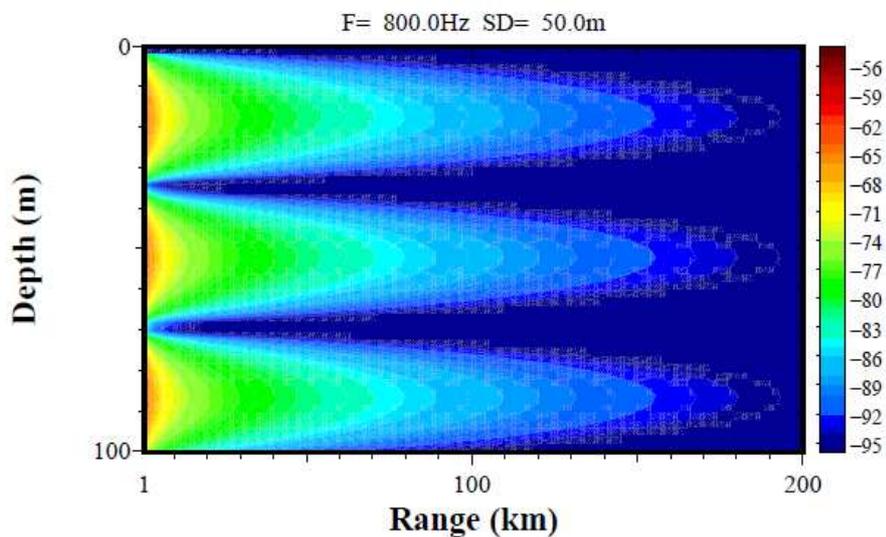


Fig. 15 – TL predita para um guia ideal no terceiro modo

Vê-se acima que, como a  $TL$  é calculada por  $-20 \log \frac{|p|}{|p_{ref}|}$  em  $dB$  ref  $1m$ , a dependência da profundidade mostra-se proporcional ao módulo da função trigonométrica  $\sin(k_{zm} z)$ , presente na solução do campo de pressão  $p$ . Assim, onde no

gráfico anterior tinham-se valores negativos resultantes da função seno, na figura da TL tem-se um comportamento em profundidade correspondente aos respectivos módulos destes valores.

A dependência horizontal é determinada pelo número de onda horizontal  $k_{rm}$ . Quando este é real ( $m < \frac{kD}{\pi}$ ) os modos são propagantes, pois os mesmos ocorrem na propagação horizontal radiante, conforme pode se ver na expressão assintótica da função de Hankel  $H_0^{(1)} \cong \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{-i\left(kr - \frac{\pi}{4}\right)}$ . Já quando  $k_{rm}$  é imaginário positivo ( $m > \frac{kD}{\pi}$ ), os modos são evanescentes.

A relação  $\sin(k_{zm}z) = \frac{e^{ik_{zm}z} - e^{-ik_{zm}z}}{2i}$  torna explícito que um modo normal é uma superposição de ondas planas de mesma amplitude para baixo e para cima e com número de onda vertical  $k_{zm}$ .

#### 4.1.2 Dispersão Modal

Da relação  $k_{rm} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{D}\right)^2}$ , calculada em um guia de ondas ideal de superfícies livres, pode-se perceber que o número de modos propagantes é dependente da frequência. Assim, não existirá nenhum modo se  $k < \frac{\pi}{D}$  ou  $\omega < \frac{\pi c}{D}$ . Por outro lado, nas frequências altas existirão muitos modos.

A dependência de frequência dos modos normais é expressa pela relação de dispersão, deduzida a partir de  $\omega = c \sqrt{k_{rm}^2 + \left(\frac{m\pi}{D}\right)^2}$ . Um dado modo  $m$  só terá número de onda horizontal real, sendo caracterizado assim como modo propagante, se o valor da frequência for maior que o da frequência de corte, calculada por  $\omega_{corte} < \frac{m\pi c}{D}$  ou

$f_{corte} < \frac{mc}{2D}$ . Em frequências altas, todos os modos  $k_{rm}$  se aproximam assintoticamente

do número de onda do meio  $k = \frac{\omega}{c}$ .

A velocidade de fase horizontal de um modo é calculada pela expressão  $v_m = \frac{\omega}{k_{rm}}$ . Ela representa a velocidade horizontal de uma dada fase em uma representação de onda plana de um modo. Em ângulos íngremes com a horizontal,  $v_m$  tende ao infinito e em pequenos ângulos, tais como ocorre na propagação em águas rasas a longa distância, a velocidade de fase tende a  $c$ . Como  $k_{rm}$  real é sempre menor do que  $k$ , pois por definição é sua componente, então a  $v_m$  será sempre maior do que  $c$ , muito embora a diferença entre elas diminua ao se aumentar a frequência.

A figura 16 ilustra o comportamento da velocidade de fase em função da frequência para os três primeiros modos em um guia ideal de superfícies livres.

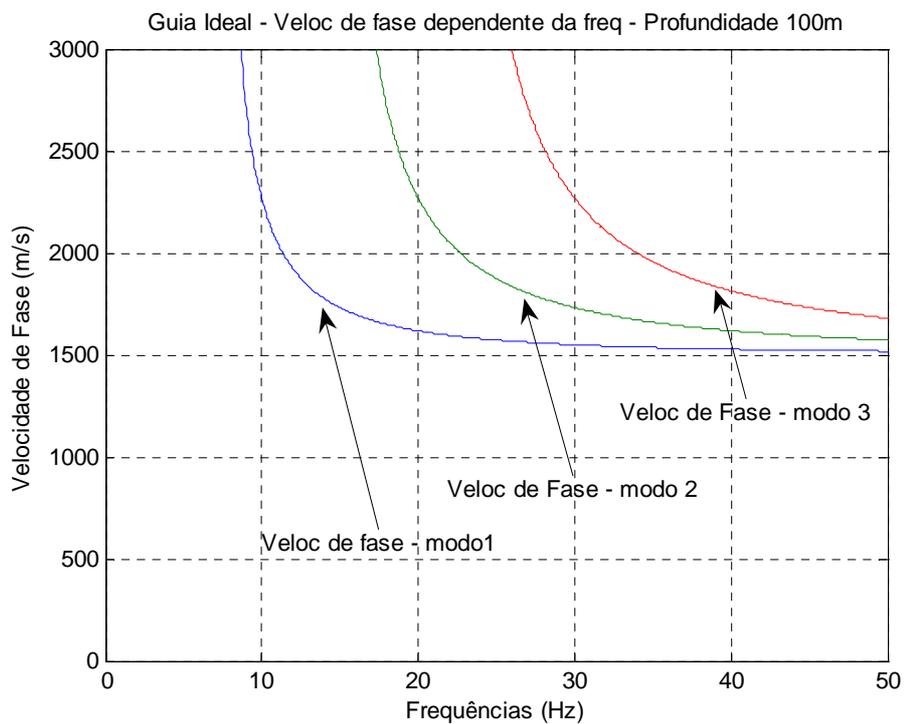
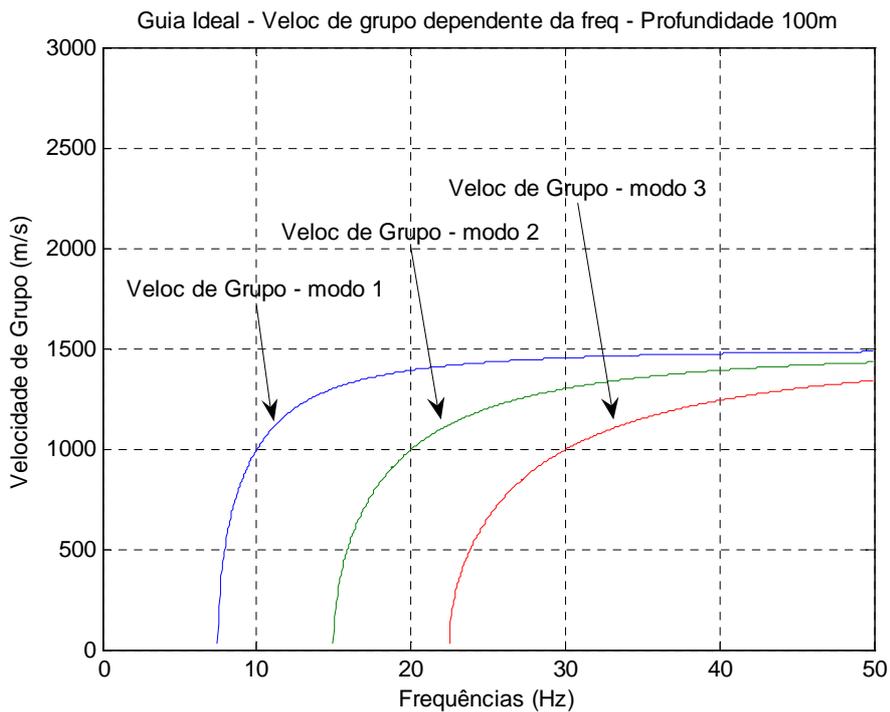


Fig. 16 – Velocidades de fase para os três primeiros modos em um guia ideal

A velocidade de grupo  $u_m$  expressa a velocidade do transporte de energia de um dado modo no guia de ondas. Para um pequeno intervalo de tempo  $dt$ , um sinal de banda estreita percorre a distância  $dr$ , de modo que  $u_m = \frac{dr}{dt}$ .

O sinal no domínio do tempo pode ser representado por  $\psi(r,t) = \int_{\omega-\varepsilon}^{\omega+\varepsilon} \psi(r,\omega) e^{-i(\omega t - k_{rm}r)} d\omega$ . A mudança de fase decorrente será dada por  $\omega dt - k_{rm} dr$ . Para que o sinal não mude de aspecto no intervalo de tempo  $dt$ , todas as componentes da integral têm que estar em fase e, portanto, é necessário que  $d\omega dt - dk_{rm} dr = 0$ . Assim, a velocidade de grupo horizontal de um modo  $m$  de um sinal será calculada por  $u_m = \frac{d\omega}{dk_{rm}}$ . Ela será sempre menor que a velocidade do som, embora se aproxime dela para altas frequências. A figura 17 mostra o comportamento da velocidade de grupo em função da frequência, num guia com as mesmas condições.



**Fig. 17 – Velocidades de grupo para os três primeiros modos em um guia ideal**

### 4.1.3 Modos normais no guia ideal de fundo rígido – Expansão de autofunções por técnica de separação de variáveis

Seja uma fonte pontual situada em um guia ideal de fundo rígido. A equação de Helmholtz será expressa então por:

$$\left[ \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] p(r, z) = - \frac{\delta(r) \delta(z - z_s)}{2\pi r}$$

Na técnica de separação de variáveis procura-se uma solução do tipo  $p(r, z) = \varphi(r) \zeta(z)$  para a equação homogênea  $\left[ k^2 + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] p(r, z) = 0$ .

Substituindo na equação e então dividindo por  $\varphi(r) \zeta(z)$ , obtém-se:

$$\frac{1}{\varphi} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) \right] + \frac{1}{\zeta} \left[ \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \zeta \right] = 0$$

Montou-se assim uma soma onde a primeira parcela depende apenas de  $r$  e a segunda apenas de  $z$ . A única maneira desta soma ser nula, satisfazendo a equação, é se cada parcela for uma constante. Representando-se esta constante como  $k_{rm}^2$  obtém-se a equação modal  $\frac{\partial^2 \zeta_m(z)}{\partial z^2} + \left[ \frac{\omega^2}{c^2} + k_{rm}^2 \right] \zeta_m(z) = 0$ .

As condições de contorno consideradas neste método são a de superfície livre e a de fundo perfeitamente rígido, isto é,  $\zeta(0) = 0$  e  $\frac{d\zeta(D)}{dz} = 0$ , representando a continuidade de pressão no contorno superior, e a continuidade de deslocamento de partícula e pressão no contorno inferior.

Explica-se a escolha da constante como  $k_{rm}^2$  pelo fato de que a equação no domínio do tempo  $\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$  pode ser posta na forma

$\frac{1}{\zeta} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} + \frac{1}{\varphi r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) = \frac{1}{T c^2} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2}$ , ao se fazer  $\psi(r, z, t) = \varphi(r) \zeta(z) T(t)$ . Em uma fonte

harmônica com dependência no tempo  $e^{-i\omega t}$ , o segundo termo da equação se reduzirá a

$$\frac{\omega^2}{c^2} = k_{zm}^2 + k_{rm}^2, \text{ e podendo-se então obter a expressão } \frac{1}{\varphi r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) = k_{rm}^2.$$

A equação modal é um problema clássico de autovalores de Sturm-Liouville e, portanto, possui as seguintes propriedades:

- Tem um número infinito de modos, os quais são comparáveis aos modos de uma corda vibrante;
- os modos são caracterizados por uma função modal  $\zeta_m(z)$  e uma constante de propagação horizontal  $k_{rm}$ ;
- as constantes de propagação horizontal  $k_{rm}$  são todas distintas e têm analogia a uma frequência de vibração em corda vibrante;
- a função  $\zeta_m(z)$  é uma autofunção e  $k_{rm}$ , ou  $k_{rm}^2$ , é um autovalor;
- o  $m$ -ésimo modo tem  $m$  zeros dentro do intervalo  $[0, D]$  e os correspondentes autovalores são todos reais e ordenados como  $k_{r1} > k_{r2} > \dots$
- os modos são ortogonais, isto é,  $\int_0^D \frac{\zeta_m(z)\zeta_n(z)}{\rho} dz = 0$  para  $m \neq n$ ;
- considerando-se os modos como normalizados, visando simplificar certos resultados, tem-se  $\int_0^D \frac{\zeta_m^2(z)}{\rho} dz = 1$ .

Como os modos formam uma série completa, uma função arbitrária pode ser representada como uma soma de modos normais. Logo, pode-se expressar

$$p(r, z) = \sum_{m=1}^{\infty} \varphi_m(r) \zeta_m(z). \text{ Substituindo na equação de Helmholtz de duas dimensões,}$$

$$\text{inicialmente citada } \sum_{m=1}^{\infty} \left[ \frac{\omega^2}{c^2} \zeta_m \varphi_m + \zeta_m \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \varphi_m}{\partial r} \right) + \varphi_m \frac{\partial^2 \zeta_m}{\partial z^2} \right] = - \frac{\delta(r)\delta(z-z_s)}{2\pi r} \Rightarrow$$

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \zeta_m \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \varphi_m}{\partial r} \right) + \varphi_m \left[ \frac{\partial^2 \zeta_m}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \zeta_m \right] \right\} = - \frac{\delta(r)\delta(z-z_s)}{2\pi r}. \text{ Simplificando-se então}$$

através do uso da equação modal obtém-se:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left[ \zeta_m \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \varphi_m}{\partial r} \right) + \varphi_m \zeta_m k_{rm}^2 \right] = - \frac{\delta(r)\delta(z-z_s)}{2\pi r}$$

Pode-se agora aplicar o operador  $\int_0^D (x) \frac{\zeta_n(z)}{\rho} dz$  na equação acima e então, devido à ortogonalidade, apenas os  $m$ -ésimos termos se manterão, obtendo-se  $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \varphi_m}{\partial r} \right) + \varphi_m k_{rm}^2 = -\frac{\delta(r) \zeta_m(z_s)}{2\pi r \rho}$ . A solução desta equação padrão é dada em termos da função de Hankel como  $\varphi_m(r) = \frac{i}{4\rho} \zeta_m(z_s) H_0^{(1,2)}(k_{rm} r)$ .

Considerando-se a dependência no tempo da forma  $e^{-i\omega t}$  e a condição de radiação, a função de Hankel do primeiro tipo é selecionada. Assim, a solução do campo de pressão será  $p(r, z) = \frac{i}{4\rho} \sum_{m=1}^{\infty} \zeta_m(z_s) \zeta_m(z) H_0^{(1)}(k_{rm} r)$ . Enfim, usando-se a forma assintótica da função de Hankel, a solução será expressa por  $p(r, z) = \frac{i}{2\rho\sqrt{2\pi}} \frac{e^{-i\pi/4}}{\sqrt{r}} \sum_{m=1}^{\infty} \zeta_m(z_s) \zeta_m(z) \frac{e^{ik_{rm}r}}{\sqrt{k_{rm}}}$ .

Convém deduzir o cálculo da “transmission loss” para a solução acima. Como  $TL = -20 \log \left| \frac{p(r, z)}{p_{ref}(r=1)} \right|$  e considerando a pressão de referência da fonte no campo aberto como  $p_{ref}(r) = \frac{e^{ik_{ref}r}}{4\pi r}$ , obtém-se  $TL = -20 \log \left| \frac{i\sqrt{2\pi}}{\rho\sqrt{r}} \sum_{m=1}^{\infty} \zeta_m(z_s) \zeta_m(z) \frac{e^{ik_{rm}r}}{\sqrt{k_{rm}}} \right|$ .

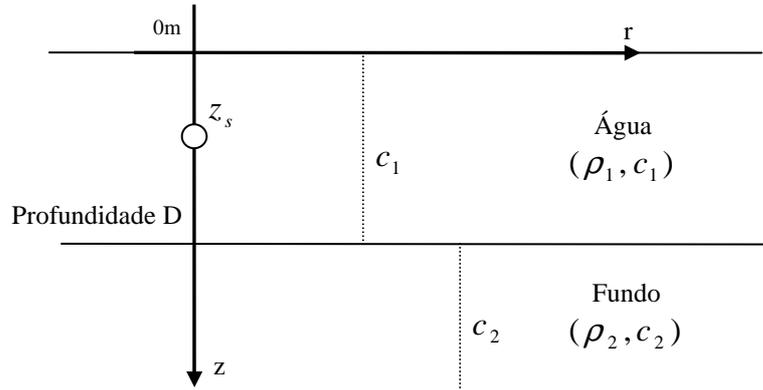
Esta expressão é a solução coerente da TL. De acordo com JENSEN *et al.* (1994), uma solução de TL incoerente pode ser expressa por

$$TL_{incoerente} = -20 \log \frac{i\sqrt{2\pi}}{\rho\sqrt{r}} \sqrt{\sum_{m=1}^{\infty} \left| \zeta_m(z_s) \zeta_m(z) \frac{e^{ik_{rm}r}}{\sqrt{k_{rm}}} \right|^2}$$

sensível e por vezes pode expor de maneira mais clara o significado físico do resultado.

## 4.2 Guia de ondas de Pekeris

Buscando-se apresentar um ambiente mais realista, pode-se adotar o modelo de meio-ambiente acústico oceânico do guia de ondas de Pekeris com superfície livre e fundo fluido penetrável, conforme ilustrado na figura 18.



**Fig. 18 – Guia de ondas de Pekeris**

O fundo é representado por um meio-espaço fluido infinito, permitindo assim que a energia ultrapasse a interface água-fundo, havendo aí um mecanismo de perda adicional ao guia de ondas. Observa-se que a superfície livre e o fundo são planos e paralelos e que as velocidades do som na água e no fundo são constantes.

De forma semelhante à análise no guia ideal, pela técnica de integração de número de ondas tem-se que para o meio 1 o campo de deslocamento potencial é

$$\psi_1(r, z) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1(k_r, z) H_0^{(1)}(k_r r) k_r dk_r .$$

Já o campo separado por profundidades é dado por  $\psi_1(k_r, z) = P_\omega \frac{e^{ik_{z,1}|z-z_s|}}{4\pi i k_{z,1}} + A_1^+(k_r) e^{ik_{z,1}z} + A_1^-(k_r) e^{-ik_{z,1}z}$ . Nota-se que o número

de onda vertical no meio 1 é dado por  $k_{z,1} = \sqrt{k_1^2 - k_r^2}$ .

Já para o meio 2, a onda propagante para cima ( $A_2^-$ ) desvanece devido à condição de radiação, de modo que o campo no domínio do número de onda horizontal será  $\psi_2(k_r, z) = A_2^+(k_r) e^{ik_{z,2}z}$ . O número de onda vertical no meio dois será definido de forma a atender a condição de radiação para  $z \rightarrow \infty$ , isto é,  $k_{z,2} = \sqrt{k_2^2 - k_r^2}$  se  $k_r \leq k_2$  e  $k_{z,2} = i\sqrt{k_r^2 - k_2^2}$  se  $k_r > k_2$ .

As condições de contorno são então aplicadas às equações acima, de modo a se resolver as três amplitudes desconhecidas. As condições de contorno são as seguintes:

1. A pressão é nula na superfície livre;

2. O deslocamento vertical da partícula é contínuo na interface com o fundo;
3. A pressão é contínua na interface com o fundo.

Fazendo as substituições correspondentes, essas condições podem ser representadas pelas equações abaixo, respectivamente:

1.  $A_1^+(k_r) + A_1^-(k_r) = P_\omega \frac{e^{ik_{z,1}z_s}}{4\pi k_{z,1}}$
2.  $k_{z,1}e^{ik_{z,1}D} A_1^+(k_r) - k_{z,1}e^{-ik_{z,1}D} A_1^-(k_r) - k_{z,2}A_2^+(k_r) = k_{z,1}P_\omega \frac{ie^{ik_{z,1}(D-z_s)}}{4\pi k_{z,1}}$
3.  $\rho_1e^{ik_{z,1}D} A_1^+(k_r) + \rho_1e^{-ik_{z,1}D} A_1^-(k_r) - \rho_2A_2^+(k_r) = \rho_1P_\omega \frac{ie^{ik_{z,1}(D-z_s)}}{4\pi k_{z,1}}$

Desta forma, é possível montar o seguinte sistema matricial de equações para

as amplitudes: 
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ k_{z,1}e^{ik_{z,1}D} & -k_{z,1}e^{-ik_{z,1}D} & -k_{z,2} \\ \rho_1e^{ik_{z,1}D} & \rho_1e^{-ik_{z,1}D} & \rho_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A_1^+ \\ A_1^- \\ A_2^+ \end{Bmatrix} = \frac{P_\omega}{4\pi k_{z,1}} \begin{Bmatrix} e^{ik_{z,1}z_s} \\ k_{z,1}e^{ik_{z,1}(D-z_s)} \\ \rho_1e^{ik_{z,1}(D-z_s)} \end{Bmatrix}.$$

A solução desse sistema tem pólos para os valores de  $k_r$ , onde o determinante da matriz de coeficientes é nulo, isto é, quando  $-2[\rho_1k_{z,2} \sin(k_{z,1}D) + i\rho_2k_{z,1} \cos(k_{z,1}D)] = 0$ . Desta forma, obtém-se a equação característica para os pólos da solução  $\tan(k_{z,1}D) = -\frac{i\rho_2k_{z,1}}{\rho_1k_{z,2}}$ .

Então, da mesma forma em que ocorre no caso do guia ideal, as soluções desta equação característica nas quais  $k_r$  é real correspondem à propagação por modos normais. Convém observar que aqui não são consideradas perdas, com exceção às decorrentes do espalhamento geométrico.

Novamente, no cálculo da solução  $\psi(r, z) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(k_r, z) H_0^{(1)}(k_r r) k_r dk_r$ , a integral deve ser avaliada ao longo do eixo de números de onda reais, passando acima dos pólos no eixo positivo e abaixo dos pólos no eixo negativo. Utilizando-se a abordagem dos modos normais, fecha-se o contorno de integração  $C$  no meio-plano



### 4.2.1 Dispersão modal

A solução de modos normais obtida no item anterior é truncada para  $M$  modos na propagação com números de onda reais. Do mesmo modo que no guia ideal, quando aumenta a frequência, o número de modos também aumenta. Quando a frequência diminui, a propagação do número de onda para um modo particular diminui,

obedecendo a equação característica  $\tan(k_{z,1}D) = \frac{i\rho_2 k_{z,1}}{\rho_1 k_{z,2}}$ . Esta define a dispersão

modal, mostrando a ocorrência dos polos da solução dependente da profundidade.

Tem-se que  $k_{z,2} = \sqrt{k_2^2 - k_r^2}$ . A frequência e a velocidade do som no meio 2 definem o limite inferior dado por  $k_2$ , e quando  $k_r$  atinge este limite, isto é,  $k_r = k_2$ , então  $k_{z,2}$  será nulo e a equação característica produzirá

$$k_{z,1}D = \sqrt{\frac{\omega^2}{c_1^2} - k_r^2} \quad D = \sqrt{\frac{\omega^2}{c_1^2} - \frac{\omega^2}{c_2^2}} \quad D = \omega\sqrt{c_1^{-2} - c_2^{-2}} \quad D = \arctan(\infty) = \frac{\pi}{2} + (m-1)\pi, \quad m = 1,2,3,\dots$$

. Portanto, existirá a frequência de corte modal  $\omega_{m\text{-corte}} = \frac{(m-0.5)\pi c_1 c_2}{D\sqrt{c_2^2 - c_1^2}}$ .

Quando a frequência aumenta muito, tende a se ter a relação  $k_r = k_1$ , de modo que  $k_{z,1} = \sqrt{k_1^2 - k_r^2} = 0$  e então a equação característica produzirá  $k_{z,1}D = \arctan(0) = m\pi$ ,  $m = 1,2,3,\dots$ . Obtém-se neste caso a mesma equação característica do guia ideal.

Por fim, expõe-se a seguir os regimes espectrais que ocorrem no campo para um guia de ondas de Pekeris. O espectro de número de onda horizontal pode ser dividido e classificado em três partes distintas, sejam elas, o espectro contínuo, o espectro discreto e o espectro evanescente. Basicamente, as características que os definem são:

**Espectro contínuo:** ocorre quando  $0 < k_r < k_2$ , sendo que as ondas se irradiam para o fundo, havendo fuga de energia do guia de ondas.

**Espectro discreto:** ocorre na faixa  $k_2 < k_r < k_1$ , onde o campo se propaga verticalmente na água e decai exponencialmente no fundo. Nesta parte do

espectro estão polos da solução do campo, correspondentes aos modos normais.

**Espectro evanescente:** ocorre quando  $k_r > k_1$ , onde tanto as componentes na água como no fundo decaem exponencialmente na vertical.

#### 4.2.2 Múltiplas reflexões no guia de Pekeris e a expansão de Debye

Com o intuito de apresentar uma forma mais explícita quanto à interpretação física para as amplitudes complexas  $A_1^+$ ,  $A_1^-$  e  $A_2^+$  da equação matricial do item anterior, pode-se usar a expansão de Debye para se obter a solução no campo no guia de Pekeris, conforme exposto por GUIMARÃES *et al.* (2006).

Dada uma fonte pontual de amplitude  $P_\omega$  localizada em um guia de Pekeris na profundidade  $z = z_s$  ( $0 < z_s < D$ ) e emitindo na frequência  $f = k \frac{c}{2\pi}$ , o campo sonoro gerado poderá ser expresso pela solução separada por profundidade da equação de

$$\text{Helmholtz: } \psi(k_r, z) = \frac{P_\omega}{4i\pi k_{z1}} \begin{cases} 0 & z \leq 0 \\ e^{(ik_{z1}|z-z_s|)} + A_1^+ e^{(ik_{z1}z)} + A_1^- e^{(-ik_{z1}z)} & 0 < z \leq D \\ A_2^+ e^{(ik_{z2}(z-D))} & z \geq 0 \end{cases}, \text{ onde a}$$

cada número de onda radial  $k_r$  está associado um número de onda vertical  $k_{zi} = \sqrt{k_i^2 - k_r^2}$ .

Considerando-se as condições de contorno de pressão nula na superfície livre e de continuidade de pressão e deslocamento vertical da partícula em  $z = D$ , obtém-se:

$$A_1^- = -e^{(ik_{z1}z_s)} - A_1^+;$$

$$A_1^+ = -\frac{1}{2\Delta} \left[ \frac{k_{z2}}{k_{z1}} \sin(k_{z1}(D-z_s)) + \frac{\rho_2}{\rho_1} \cos(k_{z1}(D-z_s)) \right]; \text{ e}$$

$$A_2^+ = \frac{1}{\Delta} \sin(k_{z1}z_s);$$

$$\text{onde } \Delta = -\frac{1}{2} \left[ \frac{k_{z2}}{k_{z1}} \sin(k_{z1}D) + i \frac{\rho_2}{\rho_1} \cos(k_{z1}D) \right].$$

A equação transcendental  $\Delta = 0$  fornece em sua solução os valores de  $k$ , onde ocorrem as ressonâncias dos modos normais, com propagação eficiente de energia. Convém perceber que a equação  $\Delta = 0$  é a mesma que aquela apresentada no item anterior

$$\tan(k_{z,1}D) = -\frac{i\rho_2 k_{z,1}}{\rho_1 k_{z,2}}.$$

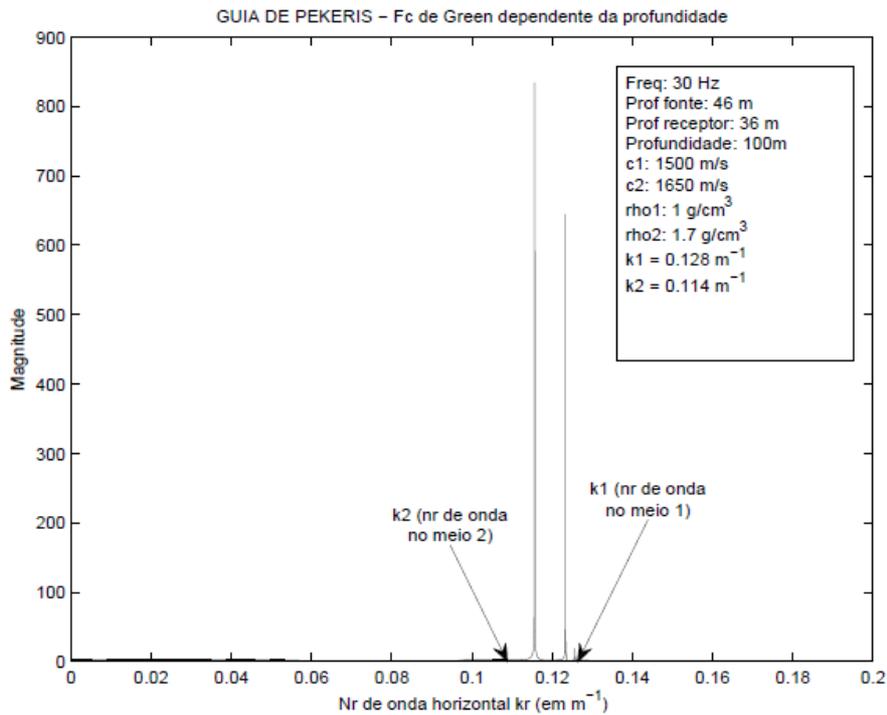
Para se abordar a questão através do uso da expansão de Debye (GUIMARÃES, 1993; BAMBINO *et al.*, 2003), refaz-se o equacionamento a fim de se obter a solução da equação da onda seja expressa em função dos coeficientes de reflexão ( $R$ ) e de transmissão ( $T$ ) na interface  $z = D$ . Deste modo, os seguintes resultados são obtidos:

$$\begin{bmatrix} A_1^- \\ A_1^+ \\ A_2^+ \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 2iR e^{(2ik_{z1}D)} \sin(k_{z1}z_s) \\ e^{(ik_{z1}z_s)} + R e^{(2ik_{z1}(D-z_s))} \\ 2iT e^{(ik_{z1}D)} \sin(k_{z1}z_s) \end{bmatrix} \times S_D$$

Na expressão acima, o fator  $S_D$  é a expansão de Debye para as amplitudes e é

$$\text{definido por } S_D(M) = \sum_{p=1}^M \left[ -e^{(2ik_{z1}D)} R \right]^{p-1} + \frac{\left[ -e^{(2ik_{z1}D)} R \right]^M}{1 + e^{(2ik_{z1}D)} R}.$$

A figura 20 mostra o comportamento da solução de campo separado por profundidade para uma fonte de 30 Hz situada a 46 m de profundidade em um guia de Pekeris de profundidade 100 m, densidade da água 1 g/cm<sup>3</sup>, densidade do fundo 1,8 g/cm<sup>3</sup>, velocidade do som na água 1500 m/s e velocidade do som na fundo 1650 m/s.



**Fig. 20 – Função de Green dependente da profundidade em um guia de ondas de Pekeris**

A equação característica transcendental só tem soluções com  $k_r$  real quando o número de onda horizontal está no intervalo  $|k_2| < |k_r| < |k_1|$ . Assim, não há modos normais quando  $k_r$  é menor que o número de onda no fundo, correspondendo à região limitada pelo ângulo crítico onde a energia das ondas planas penetram no fundo, escapando ao duto. Na figura está explícita a existência de dois modos normais, ocorrendo quando  $k_r$  está dentro do intervalo citado.

## Capítulo 5

### PERDAS E ATENUAÇÕES

#### 5.1 Perdas de transmissão

O campo de pressão pode ser expresso em termos de perdas de transmissão TL (do inglês, “transmission loss”), e normalmente assim o é feito em acústica submarina.

A definição de perdas de transmissão é dada por  $TL(\vec{r}) = -20 \log_{10} \left| \frac{p(\vec{r})}{p_0} \right|$ , medida na unidade decibel (dB), onde  $p_0$  é o campo produzido a um metro da posição da fonte em um meio infinito homogêneo.

Dado que  $p(\vec{r}) = \rho \omega^2 \psi(\omega, \vec{r})$ , e portanto  $p(\vec{r}) = -\rho \omega^2 P_\omega \frac{e^{(ikR)}}{4\pi R}$  no meio infinito, pode-se normalizar a fonte para produzir uma pressão  $p(\vec{r})$  de amplitude 1 Pa na distância de 1m, assumindo-se a potência da fonte como sendo  $P_\omega = -\frac{4\pi}{\rho \omega^2}$ . Nota-se daí que para produzir uma certa pressão, frequências altas precisam de muito menos injeção de volume do que frequências baixas.

A fim de ilustrar um exemplo de gráfico de perdas de transmissão, apresenta-se a figura 21, gerada pelo modelo de modos normais SNAP, contendo a TL em dB para uma fonte a 43 m de profundidade em um ambiente cuja coluna d’água é de 86m:

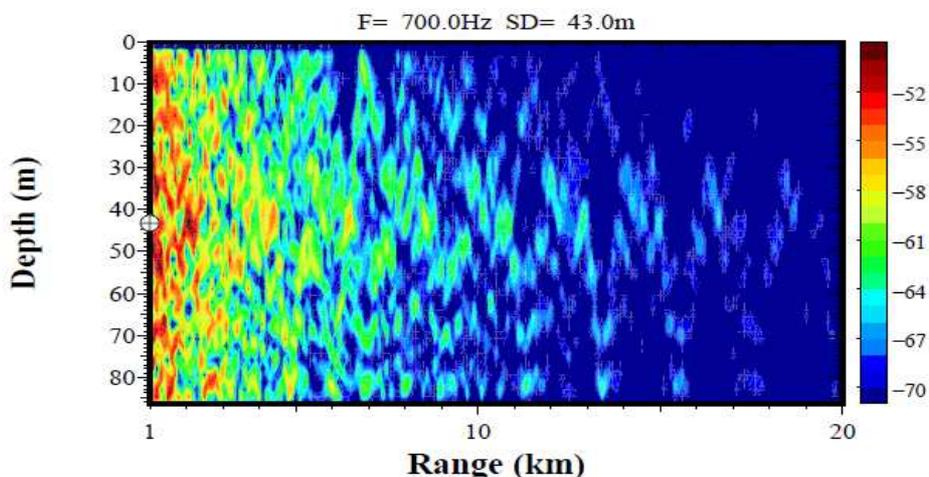


Fig. 21 – Perdas de transmissão TL modelada para ambiente de águas rasas

## 5.2 Atenuação de volume

Na propagação do som no mar, parte da energia é continuamente absorvida, sendo transformada em calor. Além disso, ocorre espalhamento causado por diversos tipos de não-homogeneidades. Como é muito difícil distinguir entre os efeitos da absorção e do espalhamento, ambos são tratados como partes do fenômeno físico atenuação.

A atenuação é definida por uma lei de decaimento dada por  $\frac{dA}{dx} = -\alpha A \Rightarrow \ln(A) = -\alpha x \Rightarrow A = A_0 e^{-\alpha x}$ , onde  $A_0$  é proveniente da constante de integração da resolução da equação diferencial e equivale ao valor de  $A$  quando a distância  $x$  é nula. A quantidade  $\alpha$  representa a atenuação de onda plana e é o valor utilizado nas equações da acústica. Assim, uma onda plana em campo livre representada por  $p(x,t) = e^{i(kx-\omega t)}$ , com a atenuação será representada por  $p(x,t) = e^{i(kx-\omega t-\alpha x)}$ .

A unidade de  $\alpha$  é o *neper/m*. Para representá-la em *dB/m* faz-se  $\alpha_{(dB/m)} x = -20 \log \frac{A}{A_0} = -20 \log(e^{-\alpha x}) = \alpha x 20 \log(e) = 8,686 \alpha x \Rightarrow \alpha_{(dB/m)} = 8,686 \alpha$  e para representá-la em *dB/λ* faz-se  $\alpha_{(dB/\lambda)} = -20 \log \frac{A_0 e^{-\alpha(x+\lambda)}}{A_0 e^{-\alpha x}} = -20 \log(e^{-\alpha \lambda}) \Rightarrow \alpha_{(dB/\lambda)} = \alpha \lambda 20 \log(e) = 8,686 \alpha \lambda$ .

Ainda, a atenuação pode ser representada em  $p(x,t) = e^{i(kx-\omega t)}$  através da inclusão de um termo imaginário na velocidade do som, isto é,  $c = c_{re} - ic_{im}$ . Deste

modo obtém-se  $p(x,t) = e^{\left[ i \frac{\omega}{(c_{re} - ic_{im})} x - i\omega t \right]} = e^{\left[ i \omega x \left( \frac{c_{re} + ic_{im}}{c_{re}^2 + c_{im}^2} \right) - i\omega t \right]}$ , sendo que atenuação

em *neper/m* será equivalente a  $\alpha = \frac{\omega c_{im}}{c_{re}^2 + c_{im}^2}$ . Considerando-se  $c_{im}^2 \ll c_{re}^2$ , tem-se que

$c_{im} = \frac{\alpha}{\omega} c_{re}^2$ , mostrando uma relação linear com a frequência nesta abordagem. A atenuação pode ser representada em função da frequência, com a unidade

$dB/(mkHz)$ , através da relação  $\alpha \left( \frac{dB}{mkHz} \right) = 8,686 \frac{\alpha}{f}$ .

A dependência da frequência existente na atenuação pode ser representada pela expressão simplificada para atenuação em  $dB/km$ , sendo a frequência dada em  $kHz$ :

$$\alpha_{(dB/km)} \cong 3.3 \cdot 10^{-3} + \frac{0.11f^2}{1+f^2} + \frac{44f^2}{4100+f^2} + 3 \cdot 10^{-4} f^2$$

(1979), ilustra o comportamento desta equação:

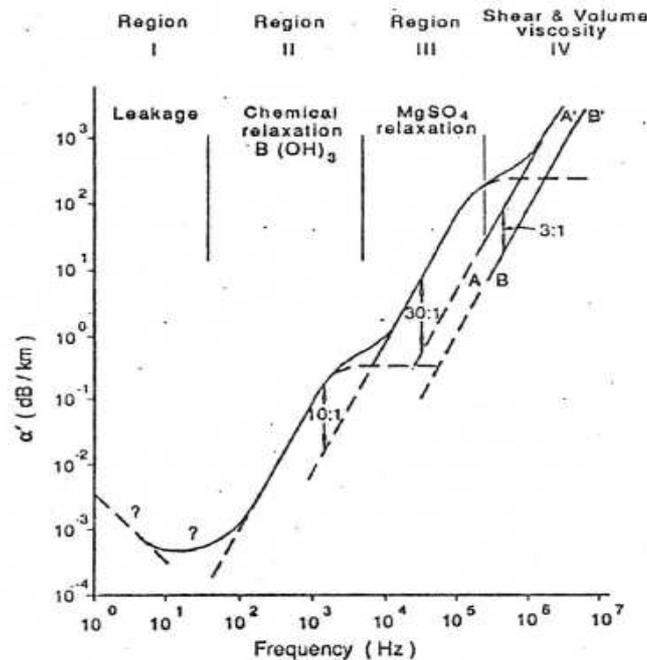


Fig. 22 – Atenuação em função da frequência

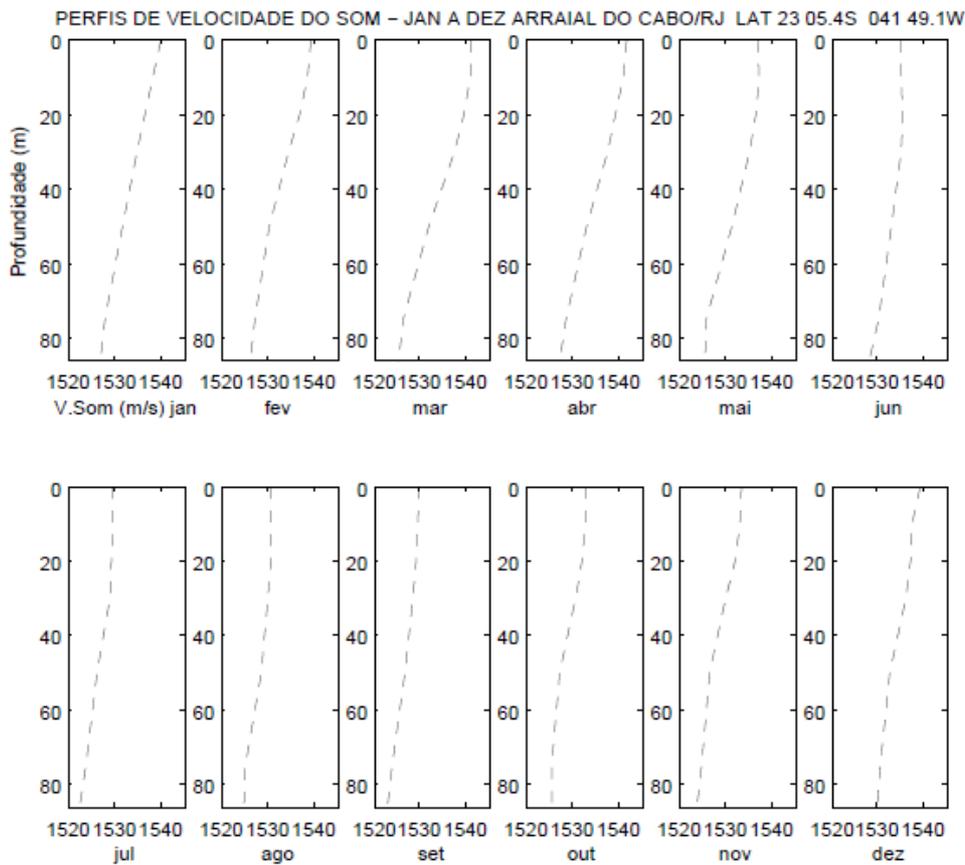
A atenuação está classificada nas regiões de I a IV, relacionadas respectivamente com a fuga de energia devido a frequências abaixo da frequência de corte, com a relaxação química do ácido bórico existente nos oceanos, com a relaxação química do sulfato de magnésio e com a viscosidade associada à água salgada.

### 5.3 Perdas por interação com o fundo marinho em águas rasas

Uma característica marcante na propagação em águas rasas é que os perfis de velocidade do som típicos dessas áreas refratam os raios sonoros para baixo, fazendo com que a energia tenha grande interação com o fundo marinho. Assim, os raios sonoros ou se refletem no fundo e na superfície livre sucessivamente ou se refratam antes de atingir a superfície livre e se refletem apenas no fundo sucessivamente. Nesses perfis típicos normalmente a velocidade decai com a profundidade ou se mantém

constante ao longo da mesma, dependendo do local e da estação do ano. Devido a essa estrutura, a propagação é dominada por perdas por reflexão no fundo em frequências baixas e intermediárias (abaixo de 1000Hz). Para altas frequências serão dominantes as perdas por retroespalhamento.

Como exemplo de perfis de velocidade do som que refratam os raios sonoros para baixo, a figura 23 apresenta a plotagem de perfis mensais medidos na posição de latitude 23° 05,4'S e longitude 041° 49,1' W, no litoral de Arraial do Cabo – RJ.



**Fig. 23 – Perfis de velocidade do som coletados em Arraial do Cabo - RJ**

Outra característica comum nos dutos acústicos formados em águas rasas é a existência de uma frequência mínima de corte. Abaixo dela, o duto de águas rasas deixa de aprisionar a energia radiada, permitindo sua transmissão no fundo. No caso de um ambiente de coluna d'água homogênea, de profundidade  $D$  e velocidade do som  $c_1$  sobre um fundo homogêneo de velocidade  $c_2$ , a frequência de corte é calculada por

$$f_{corte} = \frac{c_1}{4D\sqrt{1-(c_1/c_2)^2}}, \text{ conforme exposto em JENSEN } et \text{ al. (1994). Em um fundo}$$

perfeitamente rígido ( $c_2 \rightarrow \infty$ ), esta expressão produz  $\lambda = 4D$ , sendo  $\lambda$  o comprimento de onda. Assim, quando a frequência for tal que o comprimento de onda seja o quádruplo da profundidade, haverá o corte. Se for considerada, por exemplo, a uma profundidade de 50 m e uma velocidade do som na água de 1500 m/s, então a frequência de corte será de 7,5Hz. Já para um fundo de areia (1650 m/s), mantendo-se as demais condições, produzirá uma frequência de corte de cerca de 18 Hz. Isto indica que fundos fisicamente mais realísticos têm frequências de corte maiores que o fundo perfeitamente rígido.

Quanto à estrutura, os modelos geoacústicos buscam determinar as propriedades dos materiais no fundo marinho que sejam importantes para modelar a transmissão do som. Em geral, os sedimentos do subfundo são modelados como fluidos, não suportando ondas de cisalhamento, e sim ondas compressoriais apenas. Normalmente esta é uma boa aproximação, uma vez que os sedimentos possuem baixa rigidez em comparação com sólidos, tais como rochas.

Uma modelagem geoacústica completa do fundo inclui os parâmetros físicos velocidade de onda compressional ( $c_p$ ), atenuação de onda compressional ( $\alpha_p$ ), densidade ( $\rho$ ), velocidade de onda de cisalhamento ( $c_s$ ) e atenuação de onda de cisalhamento ( $\alpha_s$ ). No caso da camada de sedimentos, os parâmetros são os três primeiros apenas. Deve-se ter informação sobre as variações desses parâmetros com a posição geográfica. A construção bem detalhada de um modelo geoacústico é bastante trabalhosa, sendo que as aproximações assumidas são um primeiro fator de limitação na acurácia do modelo. A figura 24 mostra os valores típicos das propriedades geoacústicas de materiais encontrados no fundo e subfundo das plataformas continentais, conforme pesquisa realizada por HAMILTON (1987).

Tipo de fundo	$\rho$ ( $g/cm^3$ )	$c_p$ (m/s)	$\alpha_p$ (dB/ $\lambda_p$ )	$c_s$ (m/s)	$\alpha_s$ (dB/ $\lambda_s$ )
Argila ( <i>clay</i> )	1.5	1500	0.2	< 100	1.0
Lama ( <i>silt</i> )	1.7	1575	1.0	$80\bar{z}^{0.3}$	1.5
Areia ( <i>sand</i> )	1.9	1650	0.8	$110\bar{z}^{0.3}$	2.5
Cascalho ( <i>gravel</i> )	2.0	1800	0.6	$180\bar{z}^{0.3}$	1.5
Calcário ( <i>limestone</i> )	2.4	3000	0.1	1500	0.2
Basalto ( <i>basalt</i> )	2.7	5250	0.1	2500	0.2

**Fig. 24 – Propriedades geoacústicas de sedimentos marinhos**

Nota-se na tabela que as velocidades das ondas de cisalhamento nos sedimentos não consolidados (argila, lama, areia e cascalho) são bastante baixas, porém, para estes três últimos, aumentam rapidamente em função da profundidade abaixo da interface entre a água e o fundo marinho.

## Capítulo 6

### PROCESSAMENTO DE CAMPO CASADO

A técnica de processamento de sinais conhecida como “matched field processing” (MFP), cuja tradução é processamento de campo casado, tem aplicação em uma grande gama de problemas, entre eles a estimação de distância e profundidade de fontes sonoras passivas e a estimação de parâmetros ambientais necessários para predições acuradas de propagação acústica. O sucesso da técnica depende da modelagem acurada nas predições de campos sonoros abaixo d’água. De acordo com o exposto por TOLSTOY (1993), quando frequências ou nível de ruído são muito altos, ou ainda se o ambiente for muito complicado ou de difícil previsão, a técnica pode vir a falhar. As técnicas de processamento de sinais em acústica submarina têm como grande restrição a variabilidade dos oceanos.

A idéia principal do MFP é, a partir de correlações cruzadas entre o campo sonoro coletado em um conjunto de hidrofones em dado ambiente com uma fonte emissora e os diversos modelos de campos sonoros candidatos a representar a propagação naquele ambiente, estimar os parâmetros físicos não conhecidos. Estes parâmetros serão determinados a partir do campo modelado que tiver a correlação mais alta com aquele observado na antena de hidrofones. Os campos candidatos devem ser preditos por um modelo adequado para o referido ambiente. Por exemplo, para um ambiente de águas rasas “range-independent” pode-se usar o modelo dos modos normais, já em um ambiente do tipo “range-dependent”, poderia ser mais adequado utilizar outro modelo, como o de equações parabólicas, por exemplo.

Muito simplificada, pode-se dizer que o MFP é o resultado da comparação de campos modelados com o observado. Porém, tal comparação e a modelagem envolvida compõem um processo um tanto complexo envolvendo sinais estocásticos e a teoria de propagação abordada nos capítulos anteriores. Diversos processadores podem ser aplicados, desde o bastante usado processador linear até outros não-lineares com resolução mais alta. São exemplos de processadores de campo casado: processador Bartlett ou linear, processador Capon ou de mínima variância, processador de modos casados, processador de autovetores, processador de máxima entropia, entre

outros. Será apresentado a seguir o desenvolvimento dos cálculos referentes ao MFP com processador Bartlett.

## 6.1 Campo casado com processador linear multifreqüências

Seja um ambiente de águas rasas que possa ser razoavelmente representado por um guia de ondas paralelo estratificado horizontalmente, linear e invariante no tempo, no qual estão situados um conjunto vertical de hidrofones e uma fonte emitindo um sinal  $s(t)$  de duração  $T$ . Os sinais recebidos em cada sensor podem ser representados em um vetor  $\vec{x}(t)$ . Sendo a resposta impulsiva do canal representada por  $\vec{h}(t)$ , então o vetor de sinais recebidos será expresso pela equação contendo a integral de convolução da resposta impulsiva com o sinal emitido e com a adição do ruído  $\vec{u}(t)$ :

$$\vec{x}(t) = \int_0^{\infty} \vec{h}(t - \tau) s(\tau) d\tau + \vec{u}(t).$$

Convém perceber que a resposta impulsiva é dependente de um determinado conjunto de parâmetros físicos  $m$ , característicos do canal em questão, os quais podem ser inseridos em um vetor  $\vec{\theta}(m)$  e, portanto, tem-se que  $\vec{h}(t) = \vec{h}(t, \vec{\theta})$ .

Através da aplicação das transformadas de Fourier, a convolução torna-se um produto e então obtém-se a relação  $\vec{X}(\omega) = \vec{H}(\omega, \vec{\theta})S(\omega) + \vec{U}(\omega)$ , onde  $\vec{X}$ ,  $\vec{H}$ ,  $S$  e  $\vec{U}$  representam as transformadas do vetor de sinais recebidos, do vetor resposta impulsiva, do sinal emitido e do vetor de ruídos em cada hidrofone, respectivamente. A transformada da resposta impulsiva define o vetor função de transferência do canal, que pode ser expresso por  $\vec{H}(\omega, \vec{\theta}) = [G(\omega, \vec{\theta}, \vec{r}_1), G(\omega, \vec{\theta}, \vec{r}_2), \dots, G(\omega, \vec{\theta}, \vec{r}_n)]$ , onde  $G(\omega, \vec{\theta}, \vec{r}_n)$  representa a função de Green na posição  $\vec{r}_n$  do  $n$ -ésimo hidrofone.

Observa-se que  $S(\omega)$  é um escalar determinístico e que  $\vec{U}(\omega)$ , em consequência do teorema do limite central, tem a distribuição normal  $N(\vec{0}, \sigma_v^2 \vec{I})$ .

Considerando-se que o sinal e o ruído são descorrelacionados, que o ruído é descorrelacionado de sensor para sensor e que  $\vec{X}(\omega)$  tem média zero e distribuição

gaussiana, a matriz de covariância será escrita pela esperança do produto interno do vetor de sinais recebidos pelo seu vetor hermítico, cuja representação matricial é:

$$\vec{C} = E[\vec{X}(\omega)\vec{X}^H(\omega)]$$

Ainda, com o intuito de modelar pequenas não-homogeneidades do oceano, pode-se introduzir o fator estocástico complexo  $p(\omega)$ , o qual pode ser representado por  $p(\omega) = e^{i\xi_H(\omega)}$ , onde  $\xi_H(\omega)$  é uma variável randômica cuja distribuição estabelece a distribuição de  $p(\omega)$ . As propriedades estatísticas de  $p(\omega)$  podem ser vistas com detalhes no trabalho de SOARES (2001). Deste modo, pode-se escrever a matriz de correlação da forma abaixo:

$$\vec{C} = |S(\omega)|^2 \vec{H}(\omega)\vec{H}^H(\omega)E[|p(\omega)|^2] + \sigma_v^2 \vec{I}$$

O processador Bartlett incoerente irá então medir a correlação entre o campo medido e o campo modelado, representada por  $Y(\omega, \vec{\theta})$ , fazendo uma combinação linear entre o campo acústico recebido em cada hidrofone, expresso pelo vetor  $\vec{X}(\omega)$ , e o campo modelado dado pelo vetor  $\vec{w}^H(\omega, \vec{\theta})$ :

$$Y(\omega, \vec{\theta}) = \vec{w}^H(\omega, \vec{\theta}) \vec{X}(\omega)$$

A energia do processador  $P(\omega)$  será estimada pela esperança da potência média de sua saída  $P(\omega, \vec{\theta}) = E[|Y(\omega, \vec{\theta})|^2] = \vec{w}^H(\omega, \vec{\theta})E[\vec{X}(\omega)\vec{X}^H(\omega)]\vec{w}(\omega, \vec{\theta})$ . Utilizando-se a definição de matriz de correlação, a energia do processador será  $P(\omega, \vec{\theta}) = \vec{w}^H(\omega, \vec{\theta}) \vec{C} \vec{w}(\omega, \vec{\theta})$ . O estimador de  $\vec{w}$  que maximiza essa expressão, considerando aqui a sua normalização de modo que seu valor máximo seja restrito à unidade, será  $\vec{w} = \frac{\vec{H}}{\sqrt{\vec{H}^H \vec{H}}}$ . A energia do processador Bartlett será expressa então por:

$$P(\omega, \vec{\theta}) = \frac{\vec{H}^H(\omega, \vec{\theta}) \vec{C} \vec{H}(\omega, \vec{\theta})}{\vec{H}^H(\omega, \vec{\theta}) \vec{H}(\omega, \vec{\theta})}$$

Foi considerado que a fonte emite um sinal com uma frequência apenas. Para o caso de uma fonte emitindo sinal com várias frequências, é comum aplicar o processador linear incoerente de banda larga (BAGGEROER *et al.*, 1988), onde  $K$  representa o número de frequências e  $\omega_i$  é a  $i$ -ésima frequência:

$$P(\omega_i, \vec{\theta}) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \frac{\vec{H}^H(\omega_i, \vec{\theta}) \vec{C} \vec{H}(\omega_i, \vec{\theta})}{\vec{H}^H(\omega_i, \vec{\theta}) \vec{H}(\omega_i, \vec{\theta})}$$

Utilizando-se notação indicial, pode-se representar o vetor de pressões observadas para uma frequência  $i$  no hidrofone  $j$  de uma antena vertical com  $N_{hd}$  hidrofones como  $p_{ij}$ , onde  $i = 1, \dots, N_{freq}$  e  $j = 1, \dots, N_{hd}$ . Assim, a matriz de correlação de dados observados para uma dada frequência será  $R_{jl,i} = E[p_{ij} p_{il}^H]$ . De forma análoga aos dados observados, os vetores modelados podem ser representados por  $q_{ij}$ . Representa-se então a função de custo  $P(\omega_k, \vec{\theta})$ , simbolizada agora por  $\phi$ , em uma versão sem a normalização de seus vetores componentes, através da expressão  $\phi = \sum_{i=1}^{N_{freq}} \sum_{j=1}^{N_{hd}} \left[ q_{ij}^* \sum_{l=1}^{N_{hd}} R_{jl,i} q_{il} \right]$ . O sinal “\*” aplicado aos dados modelados representa o operador conjugado complexo.

Quando maximizada, essa equação apresenta a maior similaridade entre os campos modelados e o observado, entretanto, pode-se apresentar uma outra versão desta função de custo que gere o resultado desejado quando minimizada (GERSTOFT, 2007):

$$\phi = \sum_{i=1}^{N_{freq}} \sum_{j=1}^{N_{hd}} \left[ R_{jj,i} - q_{ij}^* \sum_{l=1}^{N_{hd}} R_{jl,i} q_{il} \right]$$

Por fim, convém observar que o processador linear para uma frequência é composto por produtos que resultam em um escalar real e, portanto, sem informação de fase. A expressão matemática do processador de banda larga utiliza um somatório de escalares reais. Desta forma, pode-se classificar o processador Bartlett de banda larga apresentado como incoerente na frequência e coerente no espaço.

## Capítulo 7

### A INVERSÃO ACÚSTICA E A OTIMIZAÇÃO GLOBAL

Inicialmente, convém expor a diferença entre um problema direto e um problema de inversão no contexto da acústica submarina. Seja uma fonte emitindo energia sonora em um ambiente particular com condições de contorno. No caso do problema direto, busca-se estimar o campo sonoro baseando-se no conhecimento das características desse ambiente e da física envolvida na propagação de onda, através da aplicação de um modelo adequado. Já no problema de inversão, o objetivo é estimar parâmetros físicos do ambiente ou geométricos, tais como as características geoacústicas, a localização da fonte ou mesmo a tomografia acústica da coluna d'água, baseando-se no conhecimento da energia sonora captada em uma antena de hidrofone(s).

A resolução do problema de inversão a ser apresentado neste trabalho será abordado inicialmente com uso do MFP, conforme será visto no primeiro experimento do capítulo 8. Parâmetros físicos pouco conhecidos serão estimados através da verificação do casamento entre um campo acústico observado e um conjunto de campos acústicos preditos, medindo-se a energia de um processador, também denominado função objetiva ou função de custo. Posteriormente, será abordado o MBMF (HERMAND e RODERICK, 1993) – modelo no domínio do tempo que explora características de dispersão de um sinal de banda larga e usa a resposta impulsiva estimada do canal – adotando-se, porém, uma versão de processamento no domínio da frequência. Ambos os processamentos serão aplicados aos dados de pressão coletados em uma antena vertical de hidrofones curta e exposta a sinais emitidos por uma fonte situada a uma distância da ordem de um quilômetro. Outras técnicas podem ser empregadas para resolver o problema de inversão. Embora não sejam foco deste estudo, cita-se apenas a título de exemplo o “matched equivalent-space signal processing” (MESS), de PARVULESCU (1961), e o “time reversal active phase conjugation” (TR-ACP), de JACKSON e DOWNLING (1991).

Ao fim do capítulo serão apresentados os métodos de otimização global simulated annealing e algoritmo genético, os quais podem ser aplicados para otimizar o grande espaço de busca gerado pela multidimensional função objetiva durante a

inversão. Será dada ênfase ao método dos algoritmo genético, tendo em vista a sua utilização futura na fase de experimentação.

## **7.1 Inversão geoacústica e localização passiva com MFP e MBMF no domínio da frequência**

Os métodos de inversão acústica amostram a diversidade de frequência ou a diversidade espacial do canal acústico na busca por bons resultados. Normalmente são usadas múltiplas frequências com MFP. Entretanto, pode-se utilizar outras técnicas, como a modelagem baseada em filtros casados MBMF. No primeiro, é característica marcante o uso de múltiplos tons esparsos e de conjunto de receptores um tanto denso, a fim de amostrar adequadamente o canal acústico de águas rasas, usando um processador coerente no espaço. Já no MBMF busca-se privilegiar a diversidade de frequências, explorando-se as características de dispersão no tempo das ondas de banda larga que se propagam para uma antena com poucos hidrofones. O sinal da fonte no MBMF é normalmente de banda de frequências larga e com grande largura de banda temporal, como ocorre no sinal “linear frequency modulated” (LFM). Já no MFP multifrequência, o sinal de banda larga é normalmente composto por tons de ondas contínuas (CW).

O MBMF é uma técnica para uso no domínio do tempo baseada em matched-filter (MF). O MF correlaciona o sinal recebido com uma referência do canal que é o sinal de transmitido, ao passo que o MBMF correlaciona o sinal com uma referência do canal que é o sinal transmitido convolucionado com a resposta impulsiva do meio (MEYER *et al*, 2006). Através de um processo coerente na frequência sobre um sinal banda larga busca-se obter resultados que diminuam os efeitos de dispersão no tempo e de multicaminhos dos raios sonoros no canal de águas rasas. Um estudo detalhado sobre MBMF pode ser verificado no trabalho publicado por HERMAND (1999).

No processo de inversão a ser realizado nesta pesquisa, a escolha do MFP ou do MBMF refletirá principalmente na mudança da função objetiva – que é o processador propriamente dito – e do tipo de sinal da fonte empregado. O modelo direto e a ferramenta de busca global serão os mesmos nos dois casos, isto é, serão adotados para os dois experimentos o modelo de modos normais e os algoritmo genético.

A função objetiva para o MFP Bartlett pode ser expressa pela já apresentada

$$\phi = \sum_{i=1}^{N_{freq}} \sum_{j=1}^{N_{hd}} \left[ R_{jj,i} - q_{ij}^* \sum_{l=1}^{N_{hd}} R_{jl,i} q_{il} \right], \text{ que é uma equação incoerente na frequência e}$$

coerente no espaço. Já no caso do processamento no domínio da frequência análogo ao

$$\text{MBMF será utilizada a função objetiva } \phi_Y = \left( \prod_{j=1}^{N_{hd}} 1 - \frac{\left| \sum_{i=1}^{N_{freq}} p_{ij}^* q_{ij} \right|^2}{\sum_{i=1}^{N_{freq}} |p_{ij}|^2 \sum_{i=1}^{N_{freq}} |q_{ij}|^2} \right)^{\frac{1}{N_{hd}}}, \text{ de}$$

GERSTOFT (2007), a qual é coerente na frequência. Uma vez minimizadas, estas equações irão fornecer o campo predito mais similar ao observado na antena de hidrofones.

Para o modelo direto de propagação, ou “forward model”, será empregado o modelo numérico SNAP (JENSEN e FERLA, 1979) . Já para calcular as correlações entre dados acústicos observados e preditos e para otimização por algoritmo genético será empregado o modelo numérico SAGA (GERSTOFT, 2007). Convém citar diferenças significantes entre o MFP e o MBMF em pontos particulares: o MFP normalmente utiliza processador coerente no espaço e incoerente na frequência aplicado a sinais CW em antenas longas, enquanto que o processador análogo ao MBMF usa processador coerente na frequência aplicado a sinais LFM densamente amostrados e antenas muito curtas. Este tamanho curto da antena de hidrofones é uma vantagem operacional, dado que o emprego e monitoramento de posição de longos conjuntos de hidrofones no oceano não é uma tarefa pequena.

Uma vez obtida a função objetiva, deseja-se então determinar qual vetor dentre aqueles  $\vec{w}(\omega_k, \vec{\theta})$  apresentados no capítulo 6 irá minimizar a função. Em verdade, pode-se modificar a função de custo escolhida para que ela seja maximizada ou minimizada, conservando-se no entanto o objetivo de determinar dentre os campos modelados o que mais se assemelha ao observado. Então, obtém-se o vetor  $\vec{\theta}(m)$  mais adequado, contendo os  $m$  parâmetros resultantes do processo de inversão. O valor ótimo da função objetiva é aquele que apresenta a maior similaridade entre os campos comparados.

O processo estatístico da inversão usa a inferência de Bayes, considerando que as informações dos modelos antes do experimento refletem na distribuição *a priori*

$\rho(\vec{m})$ , as informações após o experimento refletem na distribuição *a posteriori*  $\sigma(\vec{m})$  e a relação entre essas distribuições é dada pela função de verossimilhança  $\Lambda(\vec{m})$  através da equação  $\sigma(\vec{m}) = \Lambda(\vec{m})\rho(\vec{m})$ . Para o cálculo estimado do valor ótimo, pode-se buscar maximizar  $\sigma(\vec{m})$  para se obter o resultado chamado “maximum a posteriori” ou “best fit”. Alternativamente, se for feita a estimação do máximo de  $\Lambda(\vec{m})$ , obtém-se o resultado “maximum likelihood” ou “most likely”. Ainda, pode-se calcular a média de distribuições marginais nos parâmetros para se obter o resultado “mean”. Estes três valores, assim como as densidades de probabilidade *a posteriori* (ppd) marginais dos parâmetros físicos estimados, serão expostos por meio de pós-processamento dos resultados da inversão, com a geração de gráficos de distribuição de probabilidade e de evolução de resultados para várias emissões sequenciais.

A quantidade de parâmetros ( $M$ ) incutidos no vetor  $\vec{m}$  é normalmente superior a uma dezena em um problema de inversão acústica. Esta multidimensionalidade impede que a resultante distribuição *a posteriori*  $\sigma(\vec{m})$  seja diretamente plotada em um gráfico. Busca-se, então, apresentar propriedades estatísticas de interesse referentes à distribuição. Conforme exposto por GERSTOFT (2007), para um espaço amostral de  $\Omega$  vetores de parâmetros físicos, a estimativa “best fit” de  $\sigma(\vec{m})$  é dada por  $E_{\sigma}[\vec{m}] \cong \int_{\Omega} \vec{m} \sigma(\vec{m}) d\vec{m}$ , onde  $d\vec{m} = dm^1, \dots, dm^M$ . Já uma ppd marginal de uma dimensão é calculada por  $\sigma^i(m^i) \cong \int \sigma(\vec{m}) dm^1 \dots dm^{i-1} dm^{i+1} \dots dm^M$ .

Pode-se considerar que a função de verossimilhança está relacionada com a função objetiva através da equação  $\Lambda = e^{-\phi(\vec{m})/\hat{\nu}}$ , apresentada por TARANTOLA (1987), onde  $\hat{\nu}$  representa a potência estimada do ruído. Será utilizada neste trabalho a versão empírica  $\Lambda_{emp}(\vec{m}) = e^{-[\phi(\vec{m}) - \phi(\vec{m}_0)]/T}$  (GERSTOFT, 2007), onde  $\phi(\vec{m})$  é a função objetiva,  $\vec{m}_0$  é o vetor de parâmetros estimado correspondendo ao valor ótimo da função objetiva e  $T$  é um valor empírico. Fruto de diversos experimentos, considera-se um bom valor para  $T$  o calculado pela média das 50 melhores funções objetivas obtidas no decorrer da otimização menos o melhor valor da função objetiva.

O extremo da função de custo pode ser encontrado por busca enumerativa em problemas de poucas dimensões. Porém os casos mais realísticos exigem realizar a inversão considerando várias dimensões, o que torna esse processo extremamente

custoso ou mesmo inviável. Para se ter uma idéia geral da dimensão do espaço de busca envolvido na questão, pode-se exemplificar que um problema de inversão com algoritmo genético para sete parâmetros físicos discretizados em 32 pontos, utilizando oito populações, teria oito espaços de busca com tamanho de  $32^7$ , o que equivale a aproximadamente 34 bilhões de pontos para cada população, totalizando 272 bilhões de pontos. Portanto, torna-se interessante utilizar um algoritmo que realize busca global inteligente dentro deste imenso espaço de busca, ao invés de realizar busca exaustiva em todos os pontos. Convém citar que o problema de inversão de parâmetros ambientais oceânicos (ou de localização passiva de fonte) é não-linear, não-analítico, mal-condicionado e, uma vez que o campo recebido é contaminado por ruído, não há garantia de unicidade, conforme classificado por SOARES (2001).

## 7.2 Otimização global

Os métodos de otimização global na inversão de campo casado são importantes para se construir esquemas eficientes de busca do extremo de uma função objetiva, no problema da propagação acústica submarina. Dentre os métodos normalmente empregados, destacam-se o “simulated annealing” (SA), a sua variante “very fast simulated annealing” (VFSA) e o “genetic algorithms” (GA), ou algoritmo genético. Dentre estes métodos citados, será utilizado no próximo capítulo o método dos algoritmo genético, o qual baseia-se em princípios de evolução biológica de indivíduos (HOLLAND, 1975).

### 7.2.1 Simulated annealing

O método SA, analisado por COLLINS *et al.* (1992) e por DOSSO *et al.* (1993), começa a partir da escolha aleatória um modelo inicial de parâmetros  $m$ , cuja energia é  $E(m)$ . É escolhido então um vizinho  $m'$ , de energia  $E(m')$ , dentro de um espaço de busca adequado. Baseado na diferença de energia entre o modelo inicial e seu vizinho, isto é,  $\Delta E = E(m') - E(m)$ , o novo estado do modelo é aceito ou rejeitado. Se a variação de energia for negativa,  $\Delta E < 0$ , o novo estado é aceito. Já se  $\Delta E \geq 0$ , o

novo estado do modelo é aceito com probabilidade  $P = e^{-\frac{\Delta E}{T}}$ , sendo  $T$  o parâmetro temperatura. Depois da aceitação ou rejeição do novo estado, a temperatura é abaixada.

A performance do algoritmo é principalmente influenciada por três fatores: o “cooling rate” ou taxa de resfriamento, que determina o modo como a temperatura é abaixada; o “move class”, que determina o tamanho da mudança em cada iteração; e a direção das perturbações do parâmetro. De acordo com GEMAN e GEMAN (1984), para uma “move class” de distribuição uniforme, pode-se obter convergência com a taxa de resfriamento logarítmica dada por  $T_k = \frac{T_0}{\ln(k)}$ , onde  $T_k$  é a temperatura na iteração  $k$ , e  $T_0$  é uma temperatura inicial suficientemente alta.

No caso do VFSA, o processo no geral é o mesmo do SA, exceto pelo uso de um esquema de resfriamento mais rápido, sem degradar as propriedades de convergência. Segundo INGBER (1989), o mínimo global da função objetiva pode ser estimado utilizando-se  $T_i^k = T_{0i} e^{-c_i \sqrt[k]{k}}$ , onde as temperaturas iniciais  $T_{0i}$  e as constantes  $c_i$  precisam ser especificadas. Assim, cada parâmetro tem sua própria temperatura, e estas são utilizadas para aceitar ou rejeitar um novo estado.

Por fim, o “move class” deve ser adequadamente selecionado, pois se este for muito estreito, o processo de otimização pode nunca explorar certas regiões da função objetiva e se, por outro lado, for excessivamente grande, o processo pode oscilar entre pontos muito distantes da função objetiva e não explorar espaços entre estes pontos.

### 7.2.2 Algoritmo genético

Os algoritmo genético fazem analogia à evolução biológica. Vários trabalhos científicos têm aplicado este método de otimização global, tais como, por exemplo, os de STOFFA e SEN (1991) e de SCALES *et al.* (1992) em sísmica ou os de GERSTOFT (1994) e MICHALOPOULOU (1996) em acústica oceânica. O processo de cálculo começa com a seleção de uma população de  $q$  indivíduos, dentre todos aqueles do espaço de busca. Um indivíduo é composto por uma coleção de cadeias de bits correspondendo aos parâmetros físicos desconhecidos ou pouco conhecidos. O “fitness”

de cada indivíduo é o valor da função objetiva para o modelo particular. Baseado no “fitness” de cada indivíduo, são selecionados os que servirão como “pais” e então, através de randomização, são produzidos “filhos”. Estes substituirão os indivíduos de menor “fitness” da população inicial em uma próxima geração. Desta forma, em um processo iterativo será desenvolvida uma população cada vez melhor. O máximo da função objetiva para esta população será o resultado “best fit” do processo.

A randomização para gerar os “filhos” utiliza operadores probabilísticos aplicados aos “pais”. O primeiro operador é o “crossover”, que troca um certo número de bits entre as cadeias que compõem um par de indivíduos selecionados como “pais”. O processo é aplicado a todos os vetores de parâmetros, resultando em uma perturbação de parâmetros em todas as direções. O segundo é o “mutation”, que muda bits aleatoriamente com uma dada probabilidade, geralmente baixa. Estas pequenas mudanças impostas às novas gerações ajuda o processo de otimização a escapar dos extremos locais.

A inversão discretizara em  $M$  parâmetros o ambiente e/ou os as características de localização da fonte, formando o vetor de parâmetros físicos  $\vec{\theta}(m) = \vec{m} = m_1, \dots, m_j, \dots, m_M$ . Cada parâmetro  $m_j$  pode ser discretizado em  $2^{N_j}$  valores, sendo  $N$  escolhido de acordo com a resolução desejada para o espaço de busca. A distribuição *a priori* poderá ser retangular, gaussiana ou, caso se tenha informações a respeito, poderá ser uma distribuição baseada nestas informações.

Em uma distribuição retangular *a priori* de um parâmetro  $m_j$  cujas fronteiras escolhidas sejam  $m_j^{\min}$  e  $m_j^{\max}$ , cada valor discretizado nesse intervalo será então calculado por  $m_j = m_j^{\min} + i_j \left( \frac{m_j^{\max} - m_j^{\min}}{2^{N_j} - 1} \right)$ , onde  $i_j = 0, \dots, 2^{N_j} - 1$ . Os  $2^{N_j}$  valores discretizados do intervalo escolhido são armazenados em código binário.

Em suma, o algoritmo usa  $q$  indivíduos de uma população ao mesmo tempo, cada indivíduo sendo representado por um vetor de parâmetros, onde cada parâmetro físico distinto  $m_j$  é distribuído em uma gama de valores candidatos, escolhidos segundo o conhecimento *a priori* que se tem do meio e das posições da fonte e do conjunto de receptores. O fato de utilizar  $q$  indivíduos por vez é uma das principais diferenças em relação ao simulated annealing, que analisa um vetor por vez.

Normalmente, visando melhorar a estatística dos resultados, a busca é feita com várias populações, em paralelo ou não, de acordo com a força computacional disponível. Um computador “dual-core” é capaz de realizar busca com duas populações por vez apenas, já um computador com oito núcleos, por exemplo, possibilitaria a busca simultânea em oito populações. Ou seja, cada núcleo executa sequencialmente o processamento de uma população por vez, até que todas as populações requisitadas na entrada de dados completem suas tarefas para determinada otimização.

Como citado antes, cada indivíduo passa por um processo de seleção através de um critério de probabilidade proporcional ao “fitness” do mesmo, selecionando-se assim os que servirão como “pais”. Essa probabilidade para um indivíduo  $k$  integrante de um conjunto de  $q$  indivíduos, o primeiro sendo representado pelo vetor de

parâmetros  $\vec{m}_k$ , é calculada por  $p_k = \frac{1 - \phi(\vec{m}_k)}{\sum_{l=1}^q [1 - \phi(\vec{m}_l)]}$ , onde  $k = 1, \dots, q$ . A função de

custo  $\phi(\vec{m}_k)$  apresenta o “fitness” do indivíduo. De acordo com STOFFA e SEN (1991), é possível a melhorar a performance do algoritmo usando-se uma equação para a probabilidade de seleção que considera um valor de “temperatura”  $T$ , a exemplo do

que ocorre com o simulated annealing:  $p_k = \frac{e^{-\phi(\vec{m}^k)/T}}{\sum_{l=1}^q e^{-\phi(\vec{m}^l)/T}}$  onde  $k = 1, \dots, q$ . Após

essa seleção, através randomização com os operadores “crossover” e “mutation”, são produzidos os “filhos” e assim, em um processo sistemático, são obtidos os resultados.

## Capítulo 8

### EXPERIMENTOS

O processamento dos dados de pressão acústica no problema da inversão geralmente é feito com o conhecido Matched Field Processing (MFP), método de abordagem pelo domínio da frequência utilizado normalmente com amostras esparsas de um sinal emitido de banda larga e recebido em uma antena de hidrofones. Alternativamente, pode-se usar o temporal Model Based Matched Filter (MBMF), que explora as características de dispersão de uma onda de banda larga densamente amostrada propagando-se em um canal de águas rasas e recebido em uma antena curta. Este capítulo apresentará dois experimentos de inversão distintos: o primeiro com processamento MFP aplicado a sinais CW em vários tons e o segundo como processamento análogo ao MBMF aplicado a sinais LFM. Ambos utilizam os dados de pressão acústica coletados em uma antena vertical de quatro hidrofones igualmente espaçados de cinco metros, denominada Ocean Acoustic Array (OAA). Tais dados foram gravados durante a campanha Maritime Rapid Environment Assessment / Blue Planet'07 ( MREA / BP '07), realizada pelo Joint Research Project (JRP) na costa da Itália.

Sinais CW de múltiplos tons e sinais LFM foram emitidos pela fonte, cuja distância da antena de receptores muda bem lentamente em um canal do tipo “range-independent”. Em ambos os experimentos, o processamento de inversão correspondente será realizado 32 vezes, aplicados respectivamente a 32 emissões transmitidas em intervalos de um minuto.

No mesmo local da gravação dos dados acústicos usados nos dois experimentos deste trabalho, foi realizado em 1994 o experimento Yellow Shark'94, que utilizou MFP de banda larga com distâncias fonte-receptores entre 4.5 Km e 15 Km, para uma antena longa de hidrofones. Os dados e resultados do Yellow Shark'94 podem servir de base de comparação para os experimentos deste trabalho, uma vez que para ambos foi utilizado o mesmo ambiente.

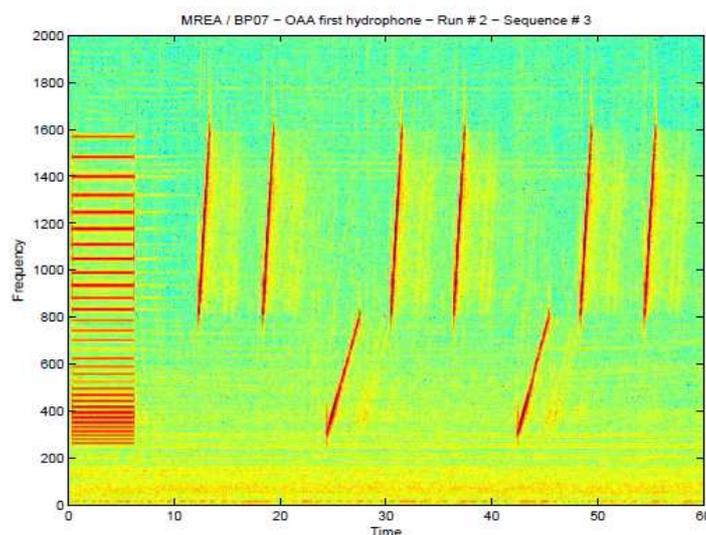
O item 8.1 a seguir apresenta a campanha que realizou a coleta de dados reais, as características do ambiente e o material empregado no experimento. O item 8.2

resume o processamento adotado em cada experimento para resolução do problema de inversão. O item 8.3 apresenta e discute os resultados do experimentos.

## 8.1 Campanha MREA / BP'07 – Coleta de dados

Em abril de 2007 foram coletados dados acústicos na antena de hidrofones OAA, durante a campanha MREA / BP'07, ocorrida no Mar Mediterrâneo, na área marítima a sudeste da ilha de Elba. Essa campanha promovida JRP do NURC, produziu posterior documento oficial daquele centro. Os dados de pressão analisados foram cedidos pela ULB por ocasião do projeto de intercâmbio científico da Comissão Européia “Ocean Acoustic Exploration” (OAEx), iniciado em 2009 e do qual a COPPE / UFRJ e a Marinha do Brasil, esta através do Instituto de Estudos do Mar Almirante Paulo Moreira, são participantes.

Uma fonte composta por dois projetores separados de 0,61 m, um de baixa frequência e um de alta frequência, foi empregada e setada para uma posição na profundidade de aproximadamente 89 metros, emitindo sinais em uma sequência repetida a cada minuto. Tal sequência é constituída, na ordem de apresentação, por: um sinal CW multi-tons, dois LFM de média frequência e duas subséries de um LFM de baixa frequência e de dois LFM de média frequência. A figura 25 ilustra o espectrograma correspondente.

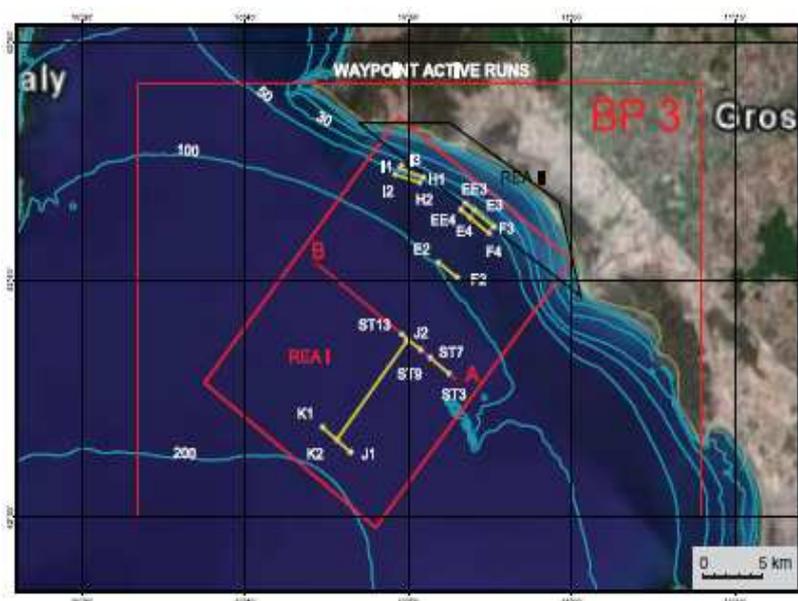


**Fig. 25 – Espectrograma da sequência de sinais emitidos no MREA / BP'07 durante a corrida nr 2. Plotagem referente ao ping nr 3.**

A OAA, constituída de quatro hidrofones igualmente espaçados de cinco metros, foi posicionada de forma que o hidrofone superior ficasse a aproximadamente 20,5 metros. Ela foi equipada com sensores de temperatura e pressão de alta resolução visando monitorar o posicionamento dos receptores.

O trajeto entre a fonte e a OAA passa por um ambiente modelado de forma que os parâmetros físicos não variam ao longo da distância entre a fonte e os receptores. O tipo de ambiente da área experimental possibilita tal modelagem e o emprego adequado do modelo de modos normais SNAP.

A figura 26, extraída de artigo de HERMAND e LE GAC (2008), ilustra a área marítima onde ocorreu a coleta de dados acústicos. Em tal artigo, foi realizado experimento de inversão com dados da MREA/BP'07 fazendo uso de teoria de raios e busca global com método Metropolis-Hastings.



**Fig. 26 – Área de realização do MREA/BP'07. A linha formada pelos pontos ST3 a ST7 demarcam o local da corrida nr 2.**

O ponto ST3 é o local onde a fonte foi posicionada pelo navio NRC Leonardo e o ponto ST7 é onde a OAA foi empregada pela embarcação de borracha de casco reforçado (RHIB), durante a segunda corrida da MREA / BP'07. A linha AB, que passa por ambos os pontos e cuja profundidade considerada a princípio é de 110 m, foi utilizada no experimento anterior Yellow Shark'94. A campanha MREA/ BP'07 contou diversos recursos para coleta de dados gerais, tais como CTD, imagens de satélite, ecobatímetros multifeixe, entre outros.

A figura 27 (HERMAND e GERSTOFT, 1996) ilustra os dados utilizados no experimento Yellow Shark'94, cujos valores dos parâmetros físicos do fundo e subfundo foram aplicados como conhecimento *a priori* nos dois experimentos deste trabalho.

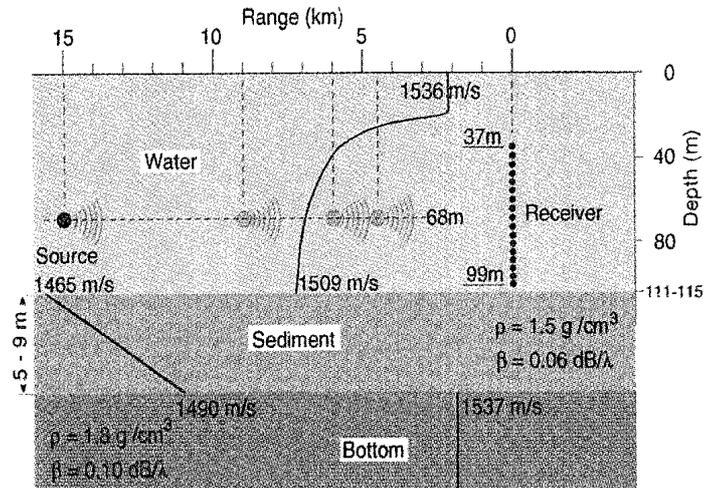


Fig. 27 – Dados do experimento Yellow Shark realizado na linha AB.

O fundo é modelado em duas camadas: a camada de sedimentos composta por lama e argila, com densidade  $1.5 \text{ g/cm}^3$ , e o fundo de densidade  $1.8 \text{ g/cm}^3$ . Porém, o modelo ambiental acima está exposto de forma aproximada, pois não está plotada na figura uma fina camada de areia, de cerca de um metro de espessura, detetada na área através de coleta de sedimentos com testemunho. A informação deste testemunho é extrapolada para a linha AB. A velocidade compressional nesta camada de areia, que na vizinhança tinha o valor de aproximadamente  $1490 \text{ m/s}$ , aumenta rapidamente para cerca de  $1690 \text{ m/s}$ , decaído ao término da mesma. Pode-se consultar a tabela de propriedades geoacústicas do capítulo 5 para notar que a densidade da areia, de  $1.9 \text{ g/cm}^3$  em média, é superior às das vizinhas lama e argila, o que pode influenciar nos resultados geoacústicos da inversão.

## 8.2 Processamento dos dados acústicos

Cosiderando que os dados acústicos foram coletados de sinais emitidos CW multi-tons e LFM contidos nas mesmas sequências e coletados na mesma antena OAA, ambos os experimentos ocorrem consequentemente em um mesmo ambiente. A

diferença fundamental entre os experimentos se dará pelo tipo sinal empregado e o tipo de processamento aplicado aos dados coletados na OAA. Cada sinal CW, que ocorre em cada sequência, tem período de seis segundos. Cada sinal LFM de baixa frequência tem período de três segundos, e os de média frequência, um segundo. No caso do experimento 2, serão empregados os primeiros LFM de cada sequência. Serão processados os dados de 32 transmissões CW no experimento 1 e de 32 transmissões LFM de baixa frequência no experimento 2, sendo que, em ambos os casos os sinais utilizados estão separados em intervalos de minuto. Tais dados são referentes à corrida número dois da MREA / BP07, equivalendo a 32 minutos de gravação nos hidrofones.

A distância entre a fonte e o conjunto de receptores varia lentamente de cerca de 1610 metros a 1160 metros, no intervalo de tempo das 32 emissões. A figura 28 (MAIA *et al.*, 2009) resume a configuração geométrica utilizada na coleta de dados dos experimentos. A distância fonte-receptor de 1161 metros refere-se à trigésima-segunda sequência de sinais emitidos.

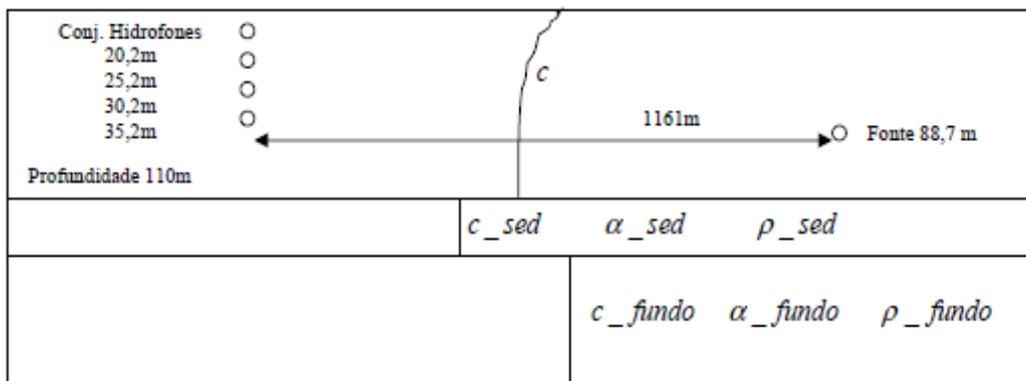


Fig. 28 – Valores de parâmetros geométricos para inversão acústica com dados MREA / BP'07.

### 8.2.1 Experimento 1 – MFP com processador linear de banda larga, sinal de múltiplos tons CW e algoritmo genético

O experimento com MFP Bartlett aplicará a função de custo

$$\phi = \sum_{i=1}^{N_{freq}} \sum_{n=1}^{N_{hd}} \left[ R_{jj,i} - q_{ij}^* \sum_{l=1}^{N_{hd}} R_{jl,i} q_{il} \right]$$

do capítulo 6 aos sinais preditos pelo modelo de modos normais SNAP (JENSEN e FERLA, 1979) provenientes das emissões em tons CW. O grande espaço de busca gerado pela correlação de campos será otimizado com algoritmo genético no modelo SAGA (GERSTOFT, 2007).

A composição do sinal CW contém os seguintes tons em Hertz:

- Baixa frequência: 261.63, 277.18, 293.66, 311.13, 329.63, 349.23, 369.99, 392, 415.30, 440, 466.16, 493.88, 523.25, 554.37, 587.33, 622.25, 659.26, 698.46, 739.99 e 783.99.
- Média frequência: 830.61, 880, 932.33, 987.77, 1046.5, 1108.7, 1174.7, 1244.5, 1318.5, 1396.9, 1480 e 1568.

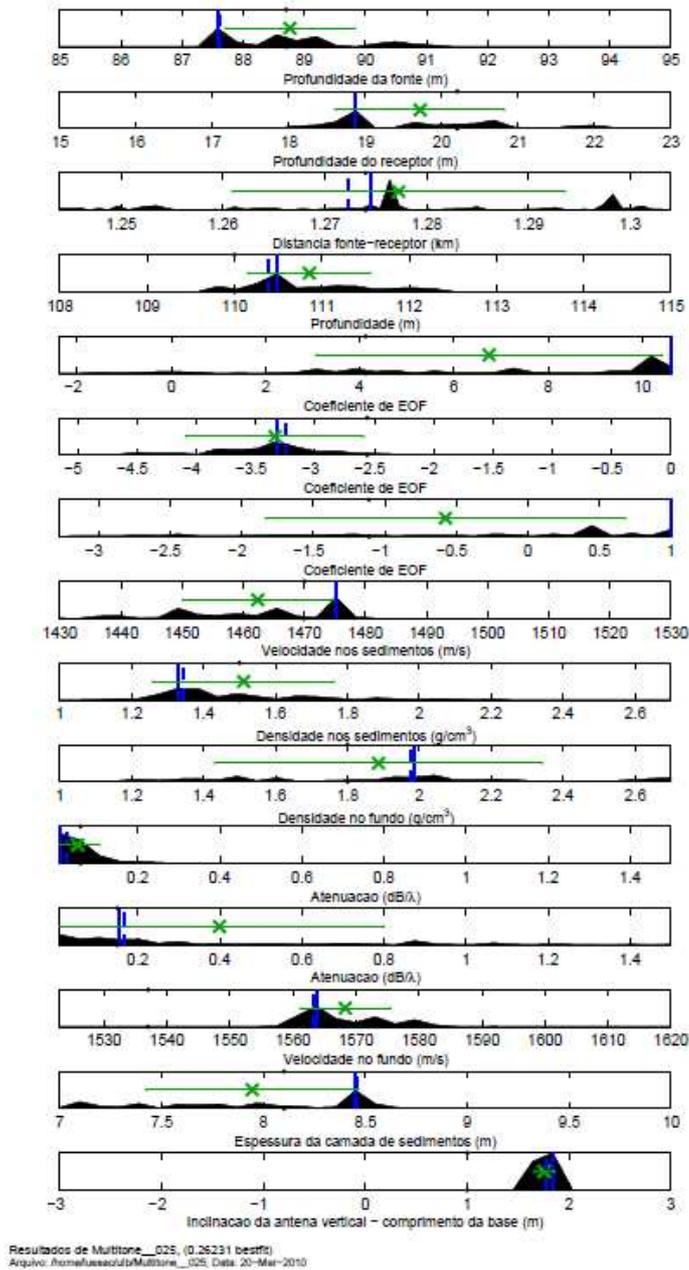
Estas frequências foram selecionadas seguindo como regra as oitavas musicais começando por 27.5 Hz e separadas por 1/12 da oitava, de modo a se obter 20 frequências na banda baixa entre 250 Hz e 800 Hz e 12 frequências na banda média entre 800 Hz e 1500 Hz.

O sinal CW de 6 segundos foi dividido em 6 partes, às quais foram aplicadas janelas Tukey, e então usando 50 por cento de sobreposição, ou “overlap”, foram utilizados 11 porções para construir matrizes de correlação. Das média destas, obteve-se a esperança da matriz de correlação utilizada no processamento MFP Bartlett.

Para a construção dos campos preditos foram considerados espaços de busca sobre 15 parâmetros físicos a serem estimados no processo de inversão acústica, quais sejam: a profundidade da fonte (SD), a profundidade do receptor superior da antena vertical (RD), a distância fonte-receptor (SR-Range), a profundidade do canal (Depth), os coeficientes das três primeiras funções ortogonais empíricas (EOF) de um banco de dados de perfis de velocidade do som coletados na área do experimento, a velocidade compressional (C-sed), atenuação compressional (Att-sed) e densidade (Rho-sed) na camada de sedimentos e a velocidade compressional (C-bottom), atenuação compressional (Att-bottom) e densidade (Rho-bottom) no subfundo, a espessura da camada de sedimentos (Thickness) e a inclinação do antena de hidrofones (Tilt). A camada de sedimentos e o subfundo tiveram abordagem de meio líquido ao invés de meio elástico, de modo que ondas de cisalhamento foram desconsideradas.

Dado o uso da inferência de Bayes, os resultados para uma transmissão são obtidos na forma de distribuição de probabilidade *a posteriori* (PPD). A multidimensionalidade da função objetiva – 15 dimensões no caso do presente experimento – impede sua apresentação gráfica direta e, portanto, os resultados do processo de inversão serão apresentados na forma de distribuição unidimensional (PPD marginal 1-D) de cada parâmetro físico que compõe o vetor predito  $\vec{m}$  referente ao melhor campo escolhido com uso da otimização. Adicionalmente, serão apresentados os valores ótimos dentro dessas distribuições, segundo os critérios “maximum a

posteriori”, “maximum likelihood” e “mean marginal PPD”. A figura 29 ilustra o resultado obtido referente ao processamento do sinal emitido na sequência número 25 da segunda corrida do MREA / BP’07.

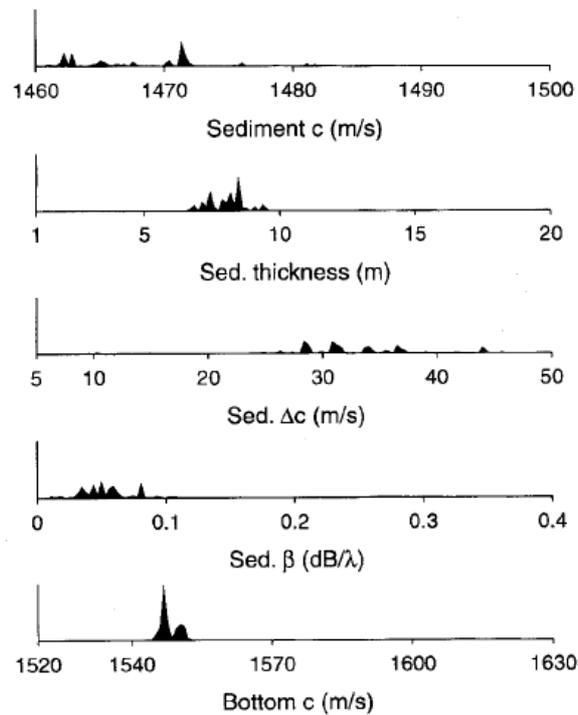


**Fig. 29 – PPD marginais de cada parâmetro físico estimado por inversão acústica com MFP.**

O sinal azul contínuo na figura mostra o valor “maximum a posteriori”, o azul tracejado refere-se ao valor “maximum likelihood” e o verde mostra o resultado “mean marginal PPD” para o parâmetro junto com a respectiva variância.

Para fins de comparação, está exposto na figura 30 – extraída do trabalho de HERMAND e GERSTOFT (1996) – a distribuição *a posteriori* resultante da inversão realizada no experimento Yellow Shark’94 para uma distância fonte receptor de 4.5Km.

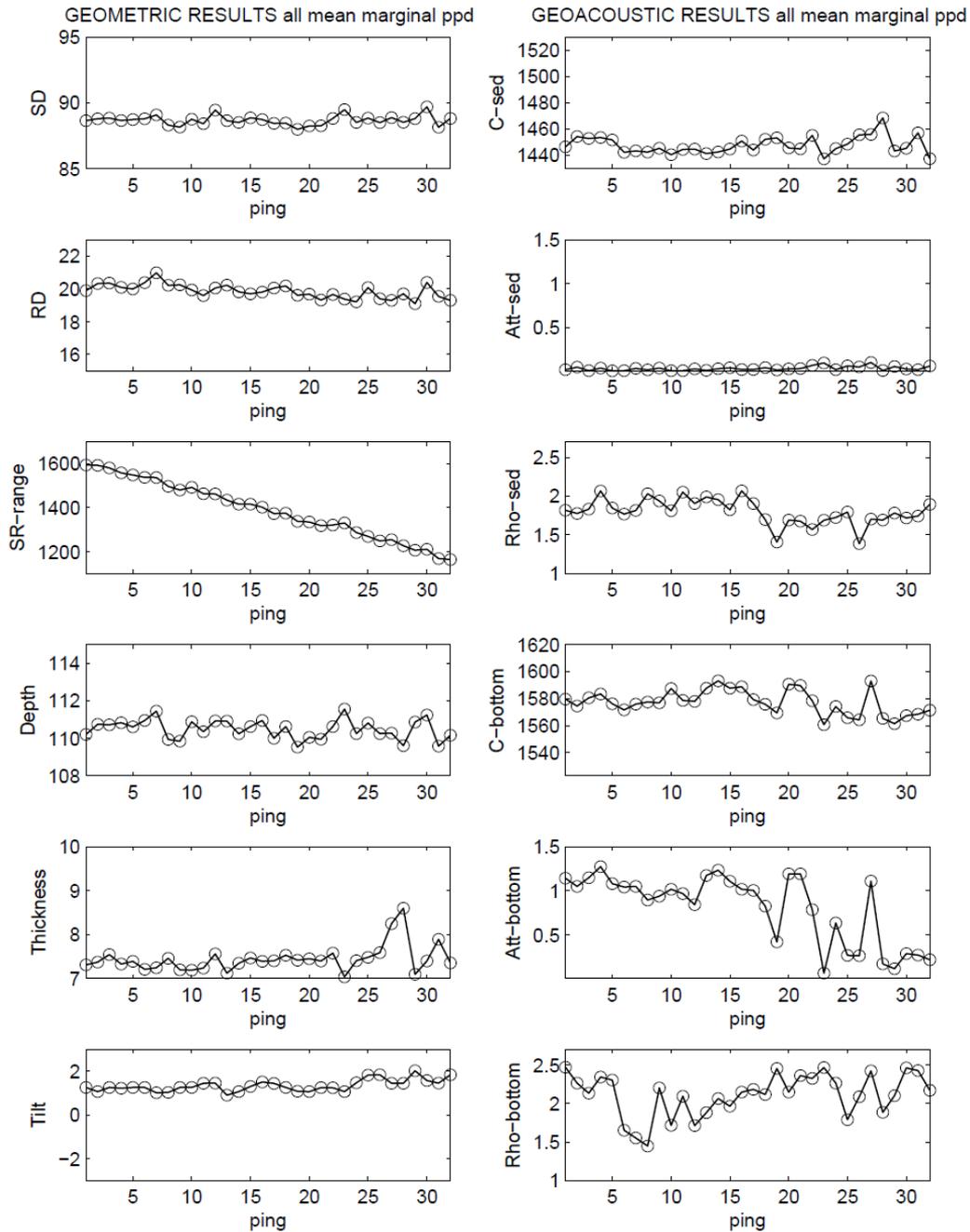
Embora a corrida 2 do MREA / BP'07 use uma distância fonte-receptor menor, pode-se esperar alguma semelhança nos resultados geoacústicos, tendo em vista que ambos os experimentos foram feitos em ambiente bastante próximos.



**Fig. 30 – PPD marginais obtidas por inversão acústica durante o Yellow Shark'94 para a corrida com distância fonte-receptor de 4,5 Km.**

Nos resultados acima, os valores de pico aproximados da velocidade compressional nos sedimentos (1472 m/s), da espessura dos sedimentos (8.5 m), da atenuação nos sedimentos (0.06 dB/λ) e da velocidade compressional no fundo (1547 m/s) são comparáveis aos respectivos parâmetros da figura 29: 1475 m/s, 8.4 m, 0.04 dB/λ e 1568 m/s. Os resultados destes parâmetros físicos para o presente experimento e para o Yellow Shark'94 não diferem muito, levando à conclusão que os resultados obtidos são aceitáveis.

A fim de testar a estabilidade dos resultados, foi elaborado um gráfico com os resultados “mean marginal PPD” de 32 inversões com sinais emitidos sequencialmente em intervalos de um minuto, conforme ilustra a figura 31.



**Fig. 31 – Evolução dos resultados “mean marginal PPD” de cada parâmetro físico ao longo de 32 emissões multitone CW realizadas em intervalos de um minuto.**

A primeira coluna apresenta os parâmetros geométricos (SD, RD, SR-range, depth e thickness) e a segunda os parâmetros geoacústicos (C-sed, Att-sed, Rho-sed, C-bottom, Att-bottom e Rho-bottom). Há uma maior estabilidade nos parâmetros pouco dependentes das condições do fundo, tais como os geométricos com exceção do thickness, que é relacionado com a profundidade. Os parâmetros geoacústicos apresentam distribuições de probabilidade mais planas na figura 29, denotando maior dificuldade em manter a estabilidade dos resultados. Há que se considerar que este

experimento com MFP, com processador coerente no espaço, foi realizado com uma antena curta de quatro hidrofones, o que tende a enfraquecer estatisticamente os resultados neste tipo de processador. No entanto, ainda assim pode-se obter resultados razoavelmente conclusivos.

Convém citar que, dado o bom conhecimento fornecido pelo monitoramento com GPS da distância fonte-receptor, o parâmetro SR-range utilizou um espaço de busca reduzido de 30 metros de raio centrado na posição monitorada pelo equipamento. Portanto, as plotagens dos SR-range resultantes das inversões estão contidas em um espaço de 60 metros com centro em cada valor de distância monitorado em cada respectiva emissão. Nota-se a lenta deriva aproximando a fonte e a antena de receptores ao longo do tempo.

### **8.2.2 Experimento 2 – MBMF no domínio da frequência com sinal LFM e algoritmo genético**

O segundo experimento será realizado com a mesma configuração geométrica do caso anterior, utilizando também os modelos de modos normais e de algoritmo genético. Embora o processamento não seja exatamente o MBMF, busca-se manter a correspondência com ele através do uso de um sinal emitido com espectro densamente amostrado e através da aplicação de uma função objetiva coerente na frequência. É desejada uma densa amostragem em frequência do sinal emitido, porém deve-se considerar que isto gera um aumento da carga computacional. O espaçamento entre as amostras discretas de frequência pode ser escolhido de modo a minimizar a carga computacional, sem desobedecer, no entanto, a regra de amostragem  $f \leq 1/\Delta T$ , onde  $\Delta T$  representa a duração da resposta impulsiva. Assim, se fosse escolhida a relação mínima  $f = 1/\Delta T$ , calcula-se que seriam utilizadas 72 amostras de frequência igualmente espaçadas do sinal LFM. Dependendo do poder computacional disponível, deve-se pesar uma relação de custo e benefício para uma escolha adequada do número de amostras de frequência a serem empregadas no processamento. No experimento atual, foram utilizadas 502 amostras, visando obter uma boa estatística nos resultados, dada a disponibilidade computacional de um cluster com componentes de até 8 núcleos.

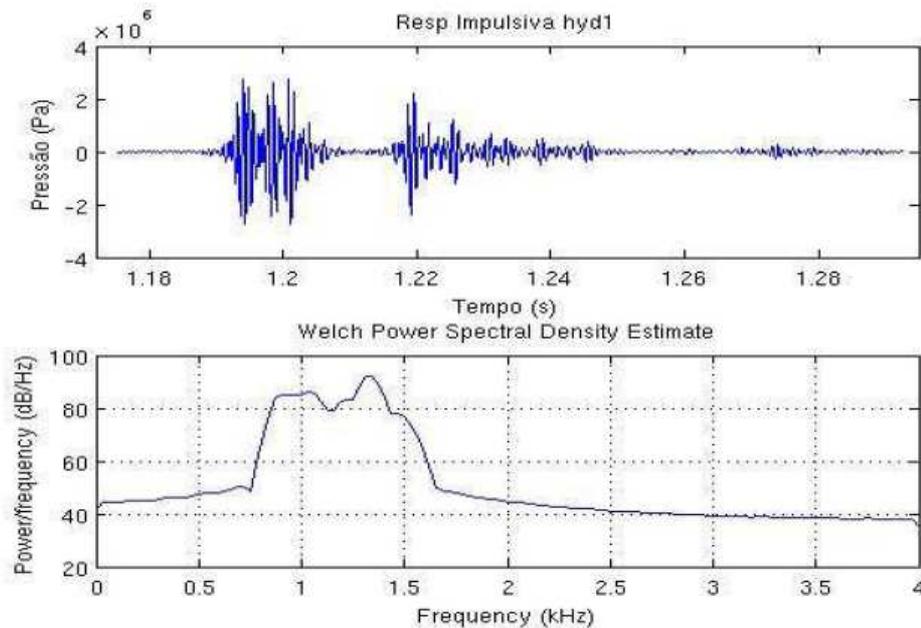
O sinal emitido passa por transformação de Fourier e então é discretizado no número de frequências escolhido, igualmente espaçadas, para aplicação no modelo de

modos normais. O sinal predito é então construído através do produto do sinal emitido, densamente discretizado, com a função de transferência do canal, correspondendo à convolução do sinal emitido com a resposta impulsiva modelada do canal, no caso da abordagem no domínio do tempo. Será utilizada a função objetiva coerente na

$$\text{frequência } \phi_Y = \left( \prod_{j=1}^{N_{hd}} 1 - \frac{\left| \sum_{i=1}^{N_{freq}} p_{ij}^* q_{ij} \right|^2}{\sum_{i=1}^{N_{freq}} |p_{ij}|^2 \sum_{i=1}^{N_{freq}} |q_{ij}|^2} \right)^{\frac{1}{N_{hd}}}, \text{ apresentada no capítulo 7, de}$$

modo que sua minimização fornecerá o campo predito mais similar ao observado na antena de hidrofones.

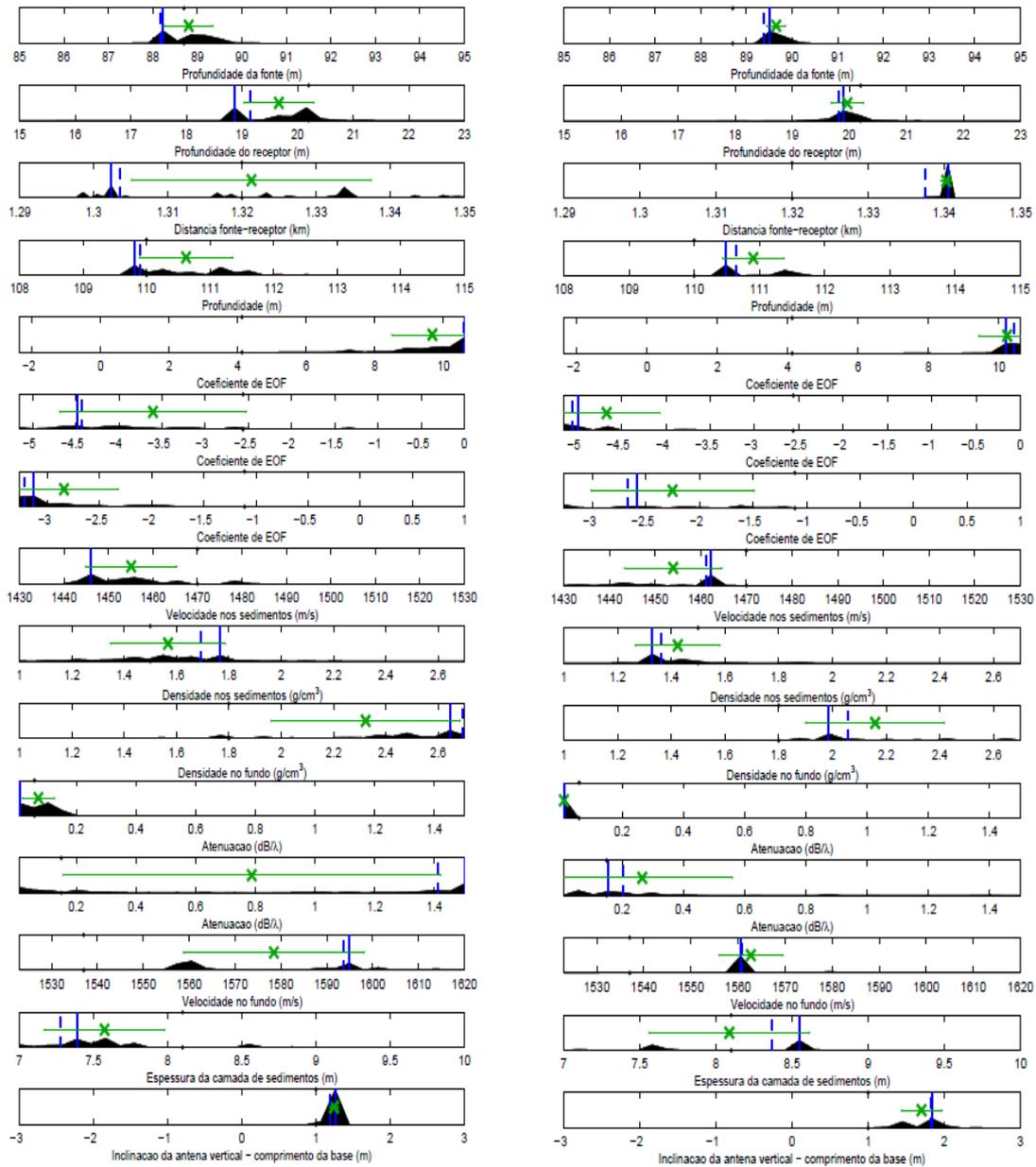
A fim de ilustrar uma modelagem da resposta impulsiva do canal, apresenta-se a figura 32 (MAIA *et al.*, 2009). Para o cálculo utilizou-se a informação coletada no hidrofone superior (20.5 m) e proveniente do sinal emitido LFM de média frequência (800 a 1600Hz).



**Fig. 32 –Resposta impulsiva e densidade de potencia espectral do sinal chirp de média frequência**

Os parâmetros geométricos podem ser invertidos dentro de um espaço de busca mais específico, para ambos os experimentos, fruto do conhecimento fornecido pelos equipamentos de precisão aplicados no monitoramento das geometrias e do perfil de velocidade na coluna d'água. As inversões realizadas para os parâmetros geométricos visam assim uma focalização, a qual fornece um menor descasamento entre os campos modelados e o campo observado.

A figura 33 apresenta os resultados do MFP Bartlett e do MBMF no domínio da frequência com o primeiro sinal LFM de baixa frequência da sequência 22.



**Fig. 33 – PPD marginais dos parâmetros físicos estimados na inversão da emissão número 22 com MFP Bartlett multifrequências (esquerda) e com MBMF no domínio da frequência (direita)**

Pode-se comparar os resultados numéricos nesta sequência para os processamentos empregados nos dois experimentos. O quadro da figura 34 apresenta esta comparação para os parâmetros físicos em seus valores “mean marginal PPD” (grifados em verde na figura 33) e seus respectivos desvios padrão, com exceção das EOF relativas ao perfil de velocidade do som na água.

<b>Parâmetro físico</b>	<b>MFP Bartlett - p22</b>	<b>MBMF dom freq - p22</b>
<b>SD</b>	88.8m (+- 0.05)	89.7m (+-0.02)
<b>RD</b>	19.7m (+-0.08)	19.9m (+-0.04)
<b>SR-range</b>	1321.3m (+-0.03)	1340.3m (+-0.01)
<b>Depth</b>	110.6m (+-0.1)	110.9m (+-0.07)
<b>C-sed</b>	1455.1m/s (+-0.1)	1453.9m/s (+-0.1)
<b>Rho-sed</b>	1.57g/cm <sup>3</sup> (+-0.13)	1.42g/cm <sup>3</sup> (+-0.1)
<b>Rho-bottom</b>	2.32g/cm <sup>3</sup> (+-0.21)	2.15g/cm <sup>3</sup> (+-0.15)
<b>Att-sed</b>	0.07dB/λ (+-0.036)	0.01dB/λ(+0.003m)
<b>Att-bottom</b>	0.79dB/λ (+-0.4)	0.27dB/λ (+-0.2)
<b>C-bottom</b>	1578.47m/s (+-0.2)	1562.8m/s (+-0.1)
<b>Thickness</b>	7.57 m (+-0.14m)	8.08 m (+-0.2m)
<b>Tilt</b>	1.24m (+-0.01m)	1.70m (+-0.04m)

**Fig. 34 –Parâmetros físicos estimados por inversão acústica com MFP Bartlett e sinal multitone CW e com MBMF no domínio da frequência e sinal LFM de baixa frequência**

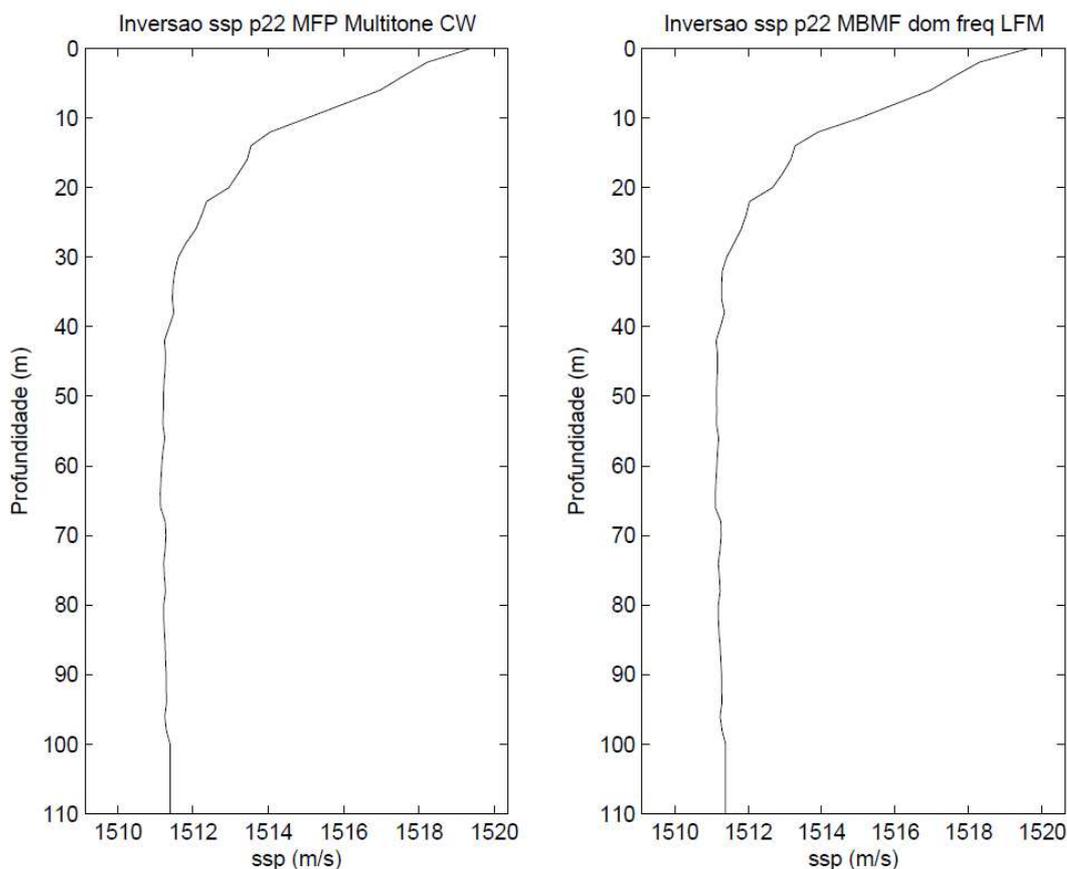
A velocidade do som na água também foi alvo da inversão – por meio das três primeiras EOF do banco de dados da área de experimentos – com o objetivo de focalização, para se alcançar um menor descasamento na função de custo. Embora este procedimento reduza o descasamento, o processo ocorrerá com maior grau de liberdade, o que pode permitir divergência de resultados entre os dois tipos diferentes de processamento. Observa-se na tabela acima, no entanto, que os resultados obtidos nos dois experimentos têm razoável semelhança em vários parâmetros.

A figura 35 mostra os valores “mean marginal PPD” dos coeficientes de EOF obtidos das inversões nos dois tipos de processamento, referentes à sequência 22.

Parâmetro físico	MFP Bartlett - p22	MBMF dom freq - p22
Coefficiente da 1ª EOF ssp	9.676 (+0.091)	10.233 (+0.061)
Coefficiente da 2ª EOF ssp	-3.604 (+0.209)	-4.668 (+0.117)
Coefficiente da 3ª EOF ssp	-2.843 (+0.121)	-2.253 (+0.178)

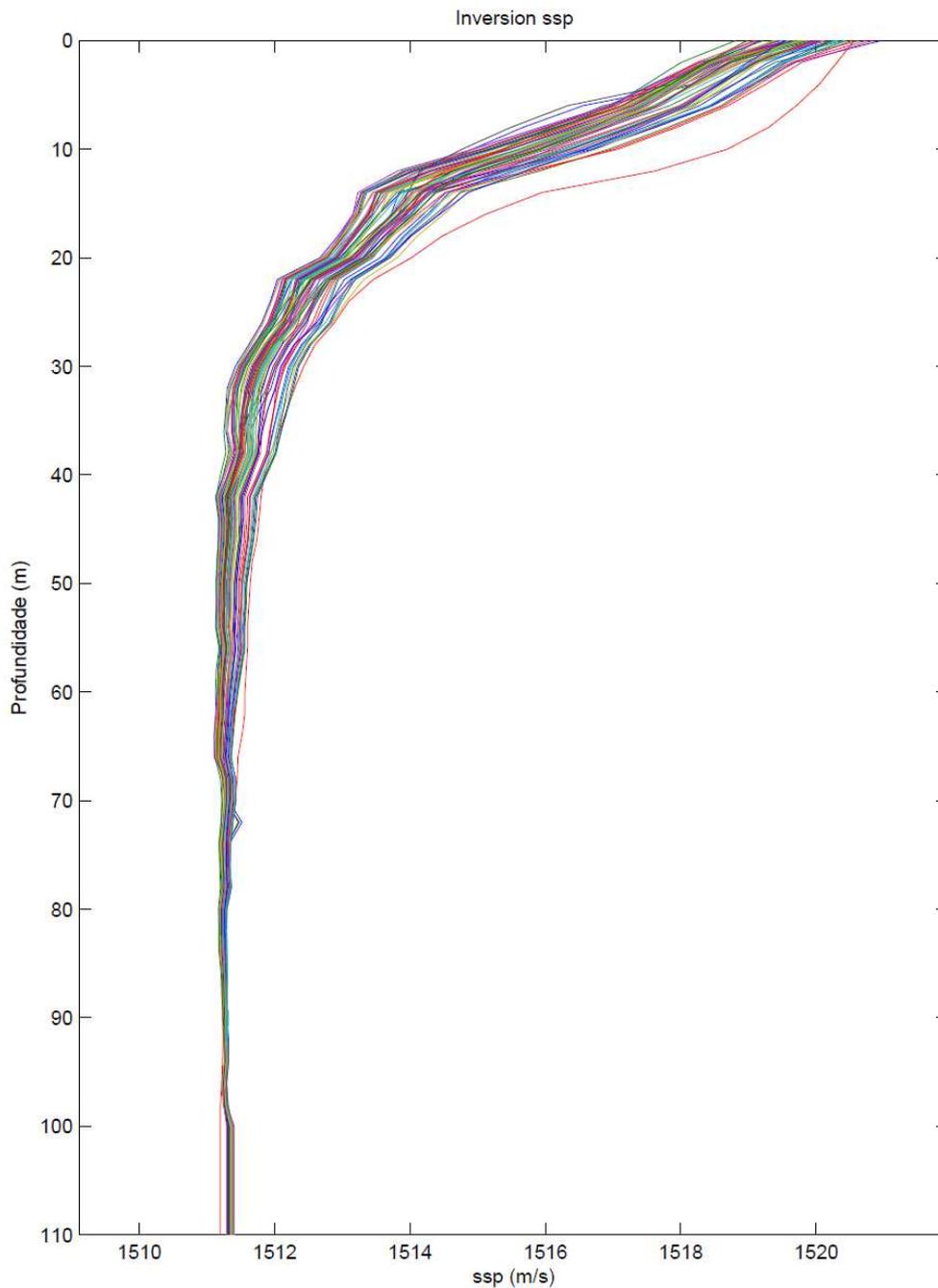
**Fig. 35 – Coeficientes de EOF estimados por inversão acústica com MFP Bartlett e sinal multitone CW e com MBMF no domínio da frequência e sinal LFM de baixa frequência**

Estes coeficientes resultantes da inversão e referentes às três primeiras EOF do banco de dados de perfis na área dos experimentos são a seguir convertidos para os perfis de velocidade. Estão plotados na figura 36 os perfis de velocidade obtidos da inversão com a vigésima-segunda sequência de sinais emitidos nos dois tipos de processamento.



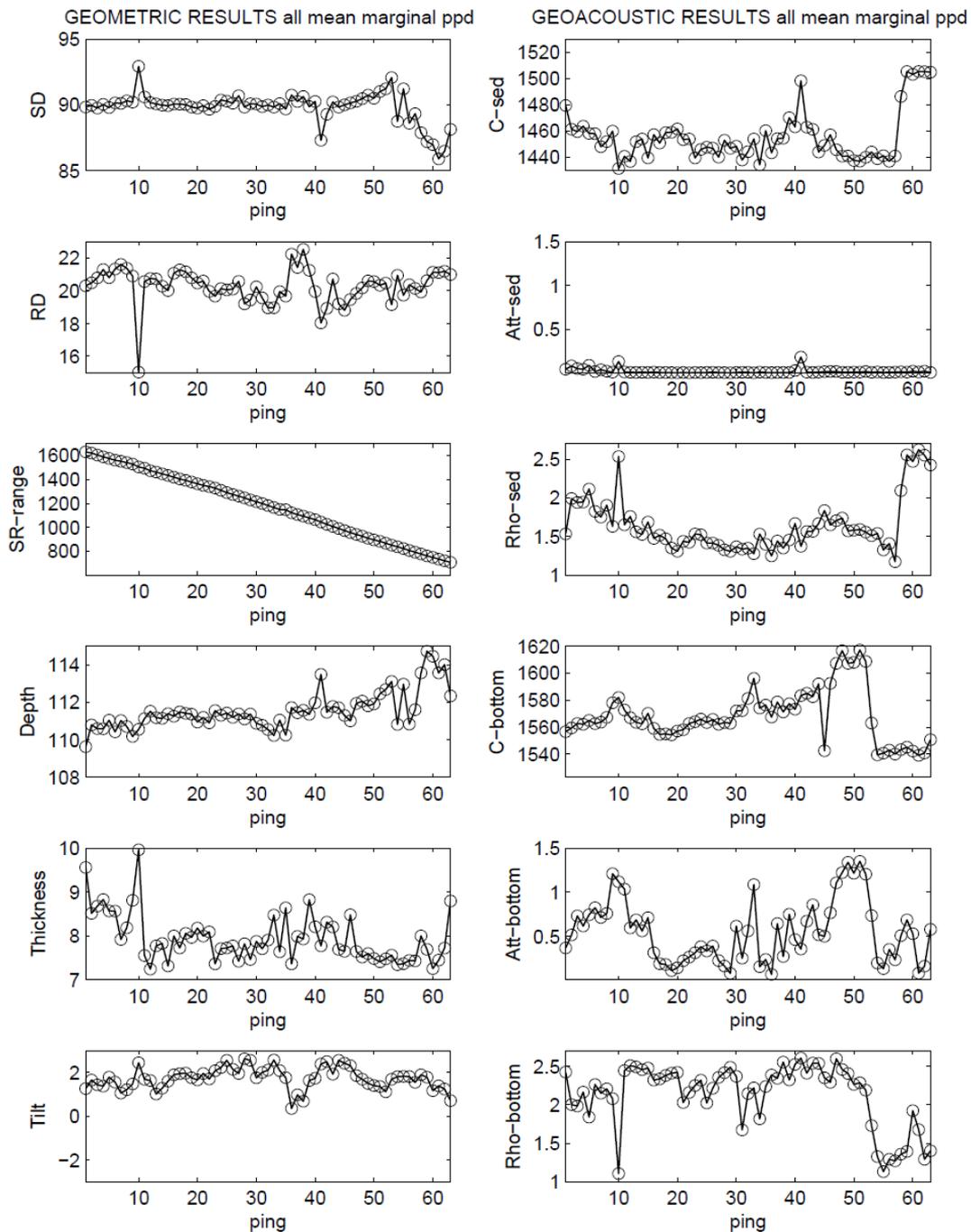
**Fig. 36 – Inversão para os perfis de velocidade do som na coluna d'água**

Estas plotagens são pontuais para a emissão da sequência 22. A fim de verificar a estabilidade dos perfis de velocidade obtidos das inversões para os sinais LFM de baixa frequência em intervalos 1 minuto, a figura 37 plota evolução dos 32 resultados.



**Fig. 37 – Resultados de 32 inversões para perfis de velocidade do som na coluna d’água com LFM**

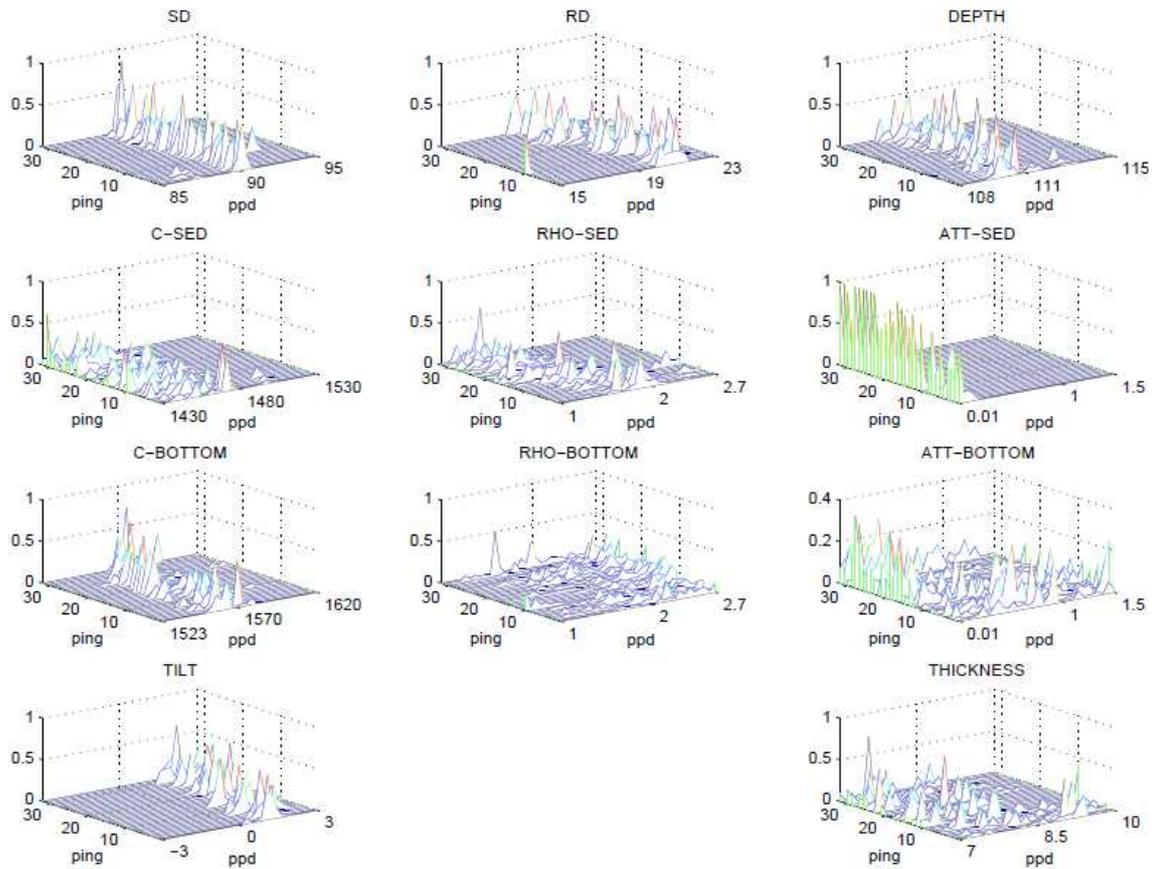
A figura 38 a seguir mostra a evolução dos resultados “mean marginal PPD” das inversões com MBMF no domínio da frequência ao longo dos 32 minutos de sinais emitidos.



**Fig. 38 – Evolução dos resultados “mean marginal PPD” de cada parâmetro físico ao longo de 32 emissões LFM em intervalos de um minuto**

Nota-se que o sinal emitido de número 10 apresenta grande diferença em relação aos sinais vizinhos, denotando a existência de alguma forte interferência no momento desta emissão. Na figura 36 nota-se ainda que um dentre os 32 perfis de velocidade plotados está destoante. Verificou-se em testes que este perfil que distoa naquela figura refere-se também à décima emissão.

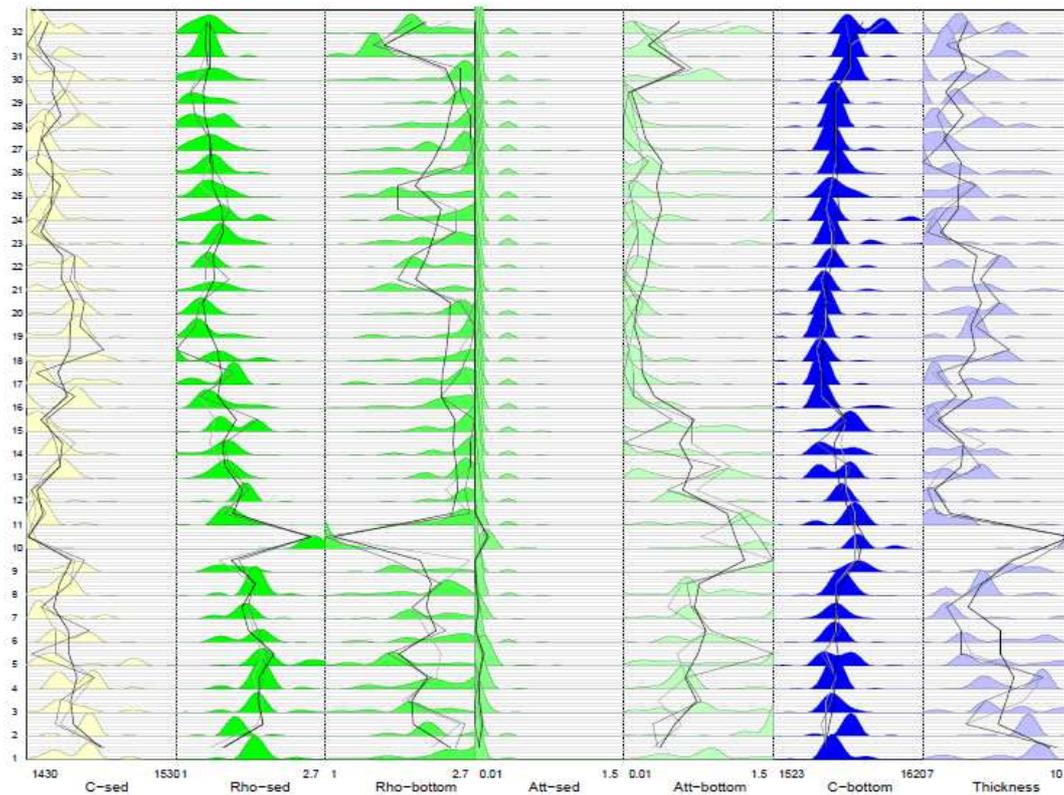
A fim de expor a evolução dos resultados de distribuição de probabilidade como um todo, e não apenas os valores mean marginal PPD, a figura 39 ilustra as distribuições resultantes em gráficos no padrão waterfall.



**Fig. 39 – Evolução das PPD de cada parâmetro em 32 emissões LFM em intervalos de um minuto**

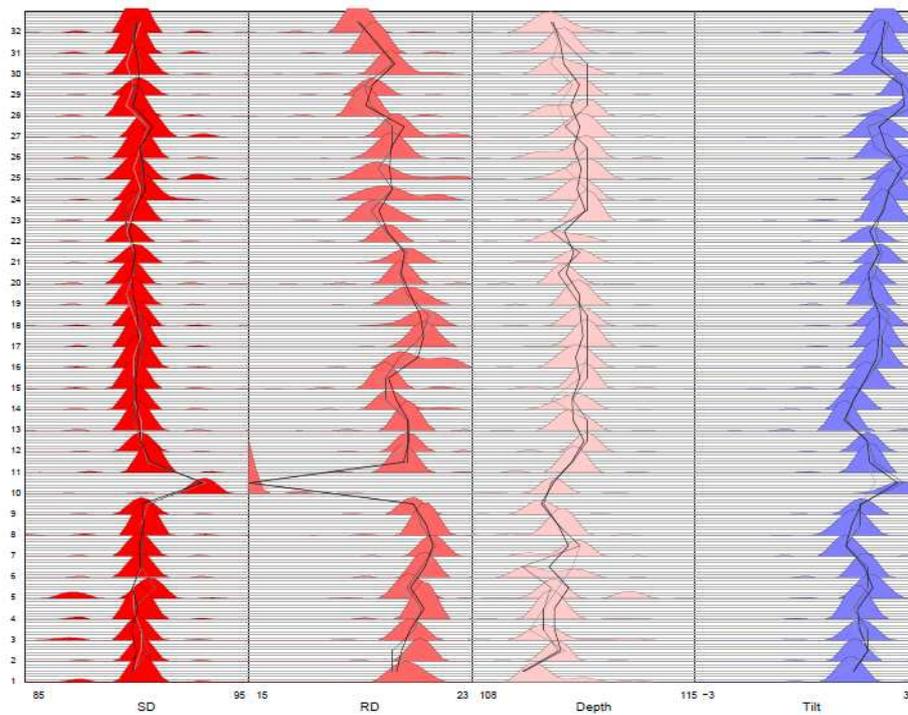
Nota-se uma boa estabilidade em vários dos parâmetros plotados. Porém as PPD mostram maior dificuldade em estimar a densidade no fundo, a atenuação no fundo e a espessura da camada de sedimentos. A localização da fonte ficou bem definida pela PPD da profundidade da fonte conjugado com o bom conhecimento da distância fonte-receptor. O mesmo ocorre para a profundidade do primeiro receptor e para a inclinação da antena de hidrofones.

A figura 40 apresenta as distribuições de probabilidade resultantes das inversões MBMF no domínio da frequência, com filtro butterworth aplicado, juntamente com os valores ótimos, referentes aos parâmetros geoacústicos.



**Fig. 40 – Evolução das PPD e valores ótimos ao longo de 32 minutos para parâmetros geocústicos**

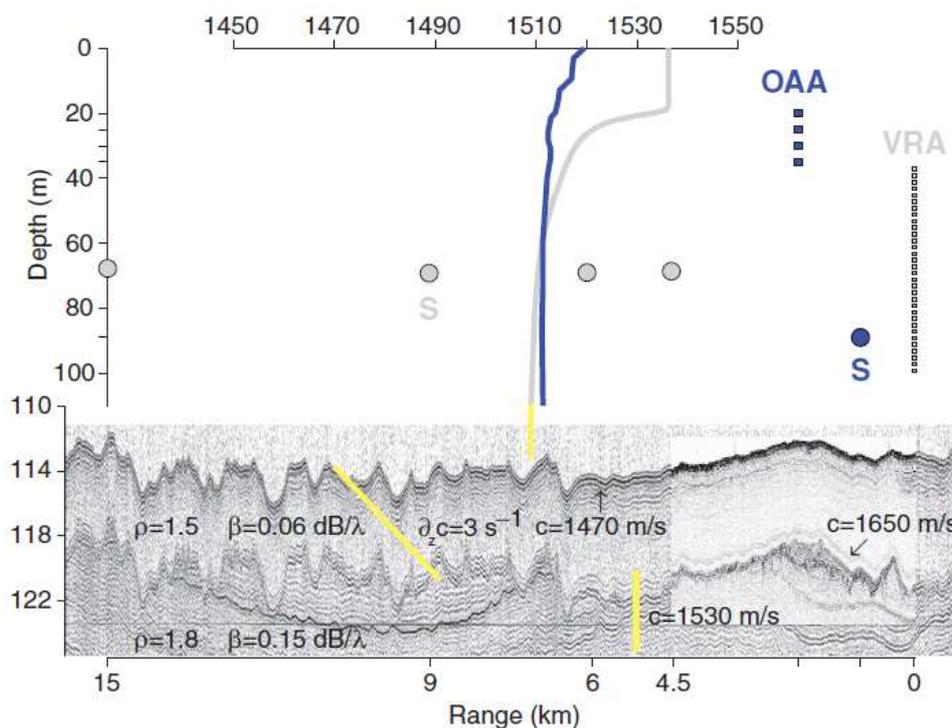
A figura 41, enfim, apresenta as distribuições de probabilidade e os valores ótimos referentes aos parâmetros geométricos.



**Fig. 41 – Evolução das PPD e valores ótimos ao longo de 32 minutos para parâmetros geométricos**

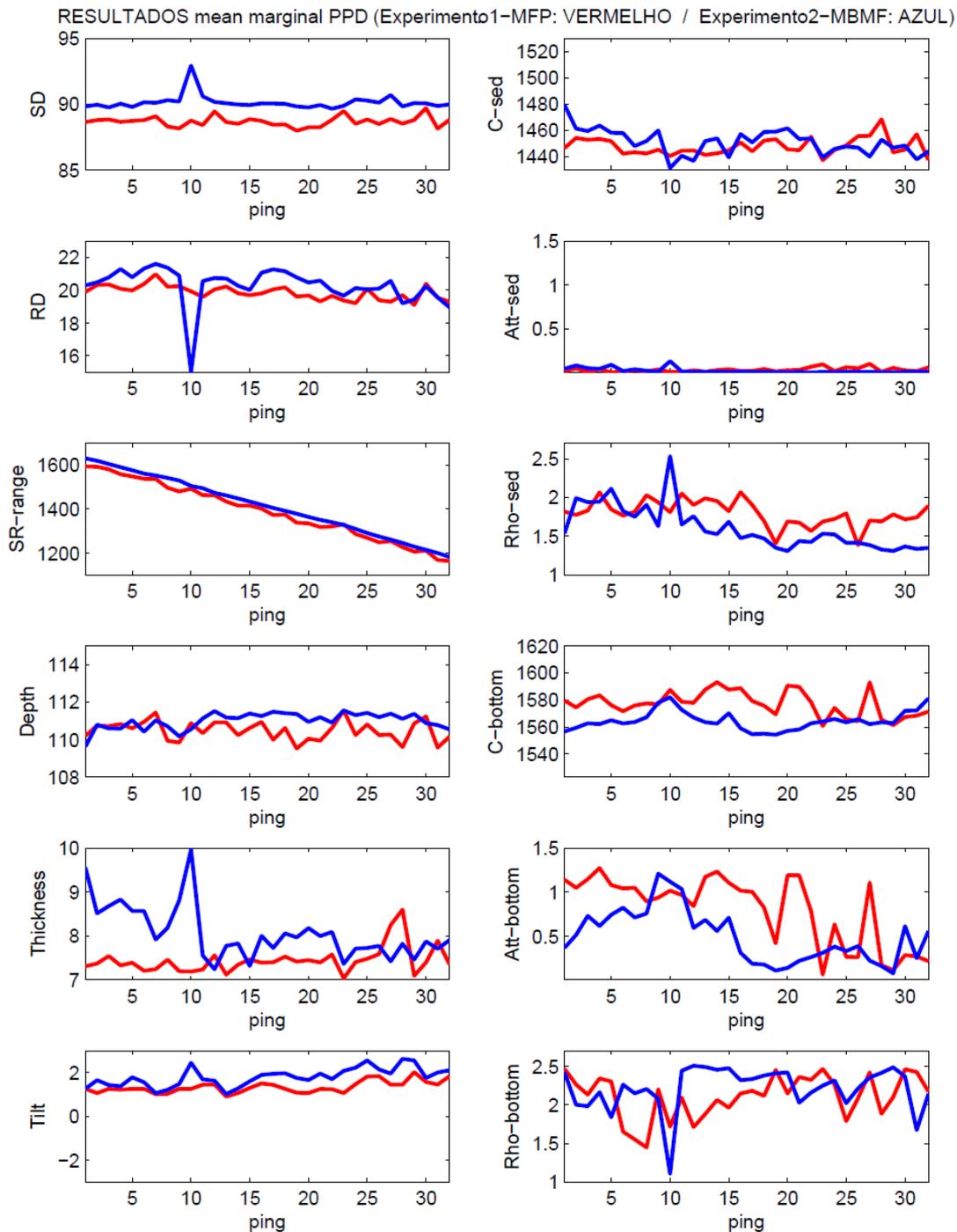
Nota-se nitidamente nestas duas figuras a discrepância do resultado da emissão número 10 em relação às demais, tendo algum fator provocado interferência na coleta dos dados daquele sinal específico. A atenuação no subfundo e a espessura dos sedimentos mostram alguma variação maior nos primeiros 12 minutos. Quanto aos demais, observa-se boa estabilidade.

A existência de uma camada de aproximadamente 1 metro de areia entre os sedimentos e o subfundo verificada em testemunho é causa de certa discrepância na modelagem, limitada a duas camadas no SNAP. A menor estabilidade nos resultados geoaústicos pode ser em parte proveniente da influência desta discrepância. Ilustra-se na figura 42, de autoria de LE GAC e HERMAND (2008), a existência desta camada, onde a velocidade de propagação do som está indicada como 1650 m/s. Tal figura mostra o ambiente de cerca de 1,5 Km do MREA/BP'07, onde SD, RD e SSP estão marcados em azul, em superposição ao levantamento sísmico de 15 Km realizado experimento Yellow Shark'94.



**Fig. 42 – Ambiente dos experimentos Yellow Shark'94 e MREA/BP'07**

A figura 43 apresenta a sobreposição dos resultados mean marginal PPD obtidos nos dois experimentos de inversão acústica deste trabalho, ilustrando a concordância dos parâmetros físicos obtidos com MFP Bartlett e com MBMF em versão no domínio da frequência.



**Fig. 43 – Sobreposição dos resultados ginal PPD dos experimentos 1 e 2**

A despeito da influência da fina camada de areia não-modelada, foram obtidos resultados que apresentam boa concordância com medições anteriores e com o experimento MFP Bartllet , indicando satisfatoriedade para o experimento com MBMF no domínio da frequência, sinal LFM e array curto de rápido emprego operacional.

## Capítulo 9

### CONCLUSÕES E ESTUDOS FUTUROS

A análise dos diversos aspectos teóricos e computacionais apresentados leva, em resumo, aos seguintes pontos:

- A propagação de ondas sonoras no oceano é um processo um tanto complexo, em especial quando ocorrem interações múltiplas com o fundo marinho, o qual frequentemente é de difícil modelagem. A teoria de propagação de ondas é a base para o estudo físico-descritivo da acústica submarina, sendo que neste trabalho considerou-se que o bom domínio da teoria em ambientes simples é fundamental para o adequado entendimento na resolução de problemas mais realísticos de propagação do som em águas rasas;
- A inversão acústica é bastante sensível a erros de modelagem, sendo requisito básico a aplicação de modelo direto que corresponda adequadamente ao ambiente real considerado na análise.
- A medição de casamento entre campos é a base do processamento para resolução dos problemas de inversão acústica e, ainda, a otimização global é muito frequentemente necessária, dado que o número de parâmetros físicos a serem resolvidos é geralmente da ordem de uma dezena.
- O processamento MBMF no domínio da frequência mostrou-se uma alternativa viável ao MFP Bartlett, com a vantagem de utilizar antenas de hidrofones bastante curtas e, por isso, de fácil emprego operacional. O MFP Bartlett multifrequências, por ser um processador coerente no espaço e incoerente na frequência, utiliza normalmente antenas mais longas para se obter uma boa resolução espacial.
- A realização de experimentos acurados de inversão acústica exigem a coleta de dados de qualidade, com bom conhecimento a priori dos fatores geométricos para o caso da caracterização geoacústica, ou dos fatores geoacústicos para o caso da localização passiva de fontes. Este conhecimento a priori pode ser

obtido através da utilização de equipamentos de medição precisos em apoio ao experimento. Os parâmetros mais conhecidos, ao invés de serem declarados como valores fixos, podem ser focalizados em um pequeno espaço de busca, visando atingir um menor descasamento entre o o melhor campo modelado e o campo observado na antena de hidrofones, buscando-se gerar melhores resultados.

Pelo exposto, constata-se que as técnicas de inversão, seja com MFP aplicado a sinais CW multi-tons ou com MBMF no domínio da frequência aplicado a sinais LFM densamente amostrados, podem produzir resultados aceitáveis para a estimação de parâmetros geoacústicos ou localização passiva de fonte em um ambiente adequadamente modelado.

A caracterização geoacústica possibilita a obtenção de conhecimento das condições de contorno de um canal em grandes áreas. A localização passiva, por sua discricção, tem aplicação tática, proporcionada pela potencialidade em fornecer efeito surpresa. No entanto, esta estimação exige a posse de conhecimentos sobre os contornos físicos que muitas vezes são trabalhosos para se obter. Neste contexto, a inversão geoacústica pode auxiliar nesta lacuna, fornecendo valores iniciais de parâmetros físicos do fundo para serem aplicados em um processo de localização passiva. Isto reduziria o espaço de busca, aumentando a rapidez na obtenção de resultados.

Por fim, como sugestão para estudos futuros, propõe-se a análise de técnicas de inversão geoacústica para ambientes range-dependent, isto é, onde haja variação de parâmetros físicos ao longo da distância fonte-receptor, situação em que outras abordagens de modelagem seriam mais adequadas do que o modelo de modos normais SNAP para uma representação do ambiente. Sugere-se ainda o uso comparativo de outros métodos de otimização global, tais como o simulated annealing ou o metropolis-hasting, a fim de explorar a melhor eficiência na busca pelos resultados.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAGGEROER, A. B., KUPERMAN, W. A., SCHIMIDT, H., 1988, “Matched field processing: source localization in correlated noise as an optimum parameter estimation problem”, *Journal of Acoustical Society of America*, v.80, pp. 571-587.

BAMBINO, T. M., BREITSCHAFT, A. M. S., BARBOSA, V. C., GUIMARÃES, L. G., 2003, “Application of semiclassical and geometrical optics theories to resonant modes of a coated sphere”, *Journal of Optical Society of America*, v. A20, pp. 317.

CLAY, C. S., MEDWIN, H., 1977, *Acoustical Oceanography: Principles and Applications*. 1ed. New York, John Wiley & Sons Inc.

COLLINS, M. D., KUPERMAN, W. A., SCHIMIDT, H., 1992, “Nonlinear inversion for ocean-bottom properties”, *Journal of Acoustical Society of America*, v. 92, pp. 2770-2783.

DOSSO, S. E., YEREMY J. M., OZARD, J.M., CHAPMAN, N. R., 1993, “Estimation of ocean bottom properties by matched field inversion of acoustic field data”, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 18, pp. 232-239.

DOWLING, A. P., WILLIAMS, J. E. F., 1982, *Sound and sources of sound*. 1 ed. Chichester, West Sussex, U.K., Halsted Press John Wiley & Sons Inc.

EWING, W. M.; JARDETZKY, W. S., PRESS, F., 1957, *Elastic waves in layered media*, 1 ed. New York, McGraw-Hill.

GEMAN, S., GEMAN, D., 1984, “Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images”, *IEEE Trans. Pattern Machine Intell.*, v.PAMI-6, pp. 721-741.

GERSTOFT, P., 1994, “Inversion of seismoacoustic data using genetic algorithms and a posteriori probability distributions”, *Journal of Acoustical Society of America*, v. 95, pp. 770-782.

GERSTOFT, P., 2007, *SAGA user manual 5.4: An inversion software package* In: SACLANTCEN and Marine Physical Laboratory report, San Diego, CA, U.S.A.

- GRANGER, R. A., 1995, *Fluid mechanics*. 2 ed. Mineola, N.Y., Dover Publications.
- GUIMARÃES, L. G., 1993, “Theory of Mie Caustics”, *Optics Communications*, v.103, p. 339.
- GUIMARÃES, L. G., BARREIRA, L. M., PARENTE, C. E., SANTIAGO, R. B., 2006, “Theory to multiple reflection contributions to sound propagation on Pekeris waveguide”. In: *Proceedings of the 8<sup>th</sup> European Conference on Underwater Acoustics*, v. 1, pp. 137-142, Carvoeiro, Portugal.
- HAMILTON, E. L., 1987, “Acoustic properties of sediments”, *Acoustic ocean bottom - C.S.I.C.*, pp. 3-58.
- HERMAND, J-P., 1999, “Broad-band geoacoustic inversion in shallow water from waveguide impulse response measurements on a single hydrophone: theory and experimental results”, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 24, n.1, pp. 41-66.
- HERMAND, J. P., GERSTOFT, P., 1996, “Inversion of broad-band multitone acoustic data from the Yellow Shark Summer Experiments”, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 21, n. 4, pp. 324-346.
- HERMAND, J-P., LE GAC J-C., 2008, “Subseafloor geoacoustic characterization in the kilohertz regime with a broadband source and a 4-element receiver array”. In: *Oceans 08 MTS/IEEE Quebec Conference*, Quebec, Canadá.
- HERMAND, J-P., RODERICK, W. I., 1993 “Acoustic model-based matched filter processing for fading dispersive ocean channels: theory and experiment”, *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, v. 18, pp. 447-465.
- HOLLAND, J., 1975, “Adaptation in natural and artificial systems”. In: *University of Michigan Conference*, Ann Arbor, Michigan, U.S.A.
- INGBER, L., 1989, “Very fast simulated reannealing”, *Mathematical Computer Modelling*, v. 12, pp. 967-973.
- JACKSON, D. R., DOWLING, D. R., 1991, “Phase conjugation in underwater acoustics”, *Journal of Acoustical Society of America*, v. 89, pp. 171-181.

JENSEN, F. B., FERLA, M. C., 1979, “SNAP : The SACLANTCEN normal-mode acoustical propagation model”. In: *SM-121 report of SACLANT Undersea Research Centre*, La Spezia, Itália.

JENSEN, F. B., KUPERMAN, A. W., PORTER, M. B., SCHIMIDT, H., 1994, *Computational Ocean Acoustics*. 1 ed. New York, American Institute of Physics Press.

KREYSZIG, E., 2006, *Advanced Engeneering Mathematics*, 9 ed. New York, John Wiley & Sons Inc.

MAIA, L. P. , HERMAND, J-P. , PARENTE, C. E. P., 2008, “Inversão geoacústica e localização passiva com array curto e fonte de banda larga”. In: *VIII Encontro de tecnologia em acústica submarina*, Instituto de Pesquisas da Marinha, Rio de Janeiro.

MEYER, M., HERMAND, J-P., 2006, “Backpropagation techniques in ocean acoustic inversion: time-reversal, retrogation and adjoint modeling – a review”. In: *Acoustic sensing techniques for the shallow water environment*, Ed. A. Caiti, N.R. Chapman, J-P. Hermand, S. M. Jesus, Springer.

MICHALOPOULOU, Z. H., PORTER, M. B., 1996, “Focalization on the Gulf of Mexico”, *Proceedings of ICASSP-96*, v. 6, pp. 3086-3089.

PARVULESCU A., 1961, “Signal detection in a multipath medium by M.E.S.S. processing”, *Journal of Acoustical Society of America*, v. 33, p. 1674.

PIERCE, A. D., 1989, *Acoustics: An Introduction to Its Physical Principles and Applications*. 1 ed. Melville, N.Y., Acoustical Society of America and American Institute of Physics.

SCALES, J. A., SMITH, M. L., FISHER, T.L., 1992, “Global optimization methods for highly nonlinear inverse problems”, *Journal of Computational Physics*, v.103, pp. 258-268.

SOARES, C., 2001, *Matched-Field Processing: Acoustic focalization with data taken in a shallow water area of the Strait of Sicily*. Dissertação de M.Sc., Programa de Engenharia Elétrica e Ciências de Computação, Laboratório de Processamento de Sinais, Universidade do Algarve, Faro, Portugal.

STOFFA, P. L., SEN, M. K., 1991, "Multiparameter optimization using genetic algorithms: inversion of plane wave seismograms", *Geophysics*, v.56, pp. 1974-1810.

TARANTOLA, A., 1987, "Inverse problem theory: methods for data fitting and model parameter estimation". In: *Elsevier Conference*, New York, U.S.A.

TOLSTOY, A., 1993, *Matched Field Processing for Underwater Acoustic*. 1 ed. Danvers, MA, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

URICK, R. J., 1979, "Sound propagation in the sea". In: *Defense Advanced Research Projects Agency report*, Washington, D.C, U.S.A.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)