

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE**  
**PRODUÇÃO**

**OTIMIZAÇÃO DE MÚLTIPLOS DUAIS**  
**CORRELACIONADOS NO PROCESSO DE**  
**TORNEAMENTO DO AÇO DE CORTE FÁCIL**  
**ABNT 12L14**

**Aluizio Ramos Salgado Júnior**

**Itajubá, maio de 2010.**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE**  
**PRODUÇÃO**

**Aluizio Ramos Salgado Júnior**

**OTIMIZAÇÃO DE MÚLTIPLOS DUAIS**  
**CORRELACIONADOS NO PROCESSO DE**  
**TORNEAMENTO DO AÇO DE CORTE FÁCIL**  
**ABNT 12L14**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção como parte dos requisitos para obtenção do Título de *Mestre em Ciências em Engenharia de Produção*.

**Área de Concentração:** Produção e Tecnologia

**Orientador:** Prof. Anderson Paulo de Paiva, Dr.

**Co-orientador:** Prof. João Roberto Ferreira, Dr.

**Maio de 2010**

**Itajubá – MG**

S164o

Salgado Júnior, Aluizio Ramos

Otimização de múltiplos duais correlacionados no processo de  
torneamento do aço de corte fácil ABNT12L14 / Aluizio Ramos

Salgado Júnior. -- Itajubá, (MG) : [s.n.], 2010.

126 p. : il.

Orientador: Prof. Dr. Anderson Paulo de Paiva.

Coorientador: Prof. Dr. João Roberto Ferreira.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Itajubá.

1. Otimização de múltiplas respostas duais. 2. Análise de com\_ponentes principais. 3. Erro quadrático médio multivariado. 4. Pro\_eto robusto. I. Paiva, Anderson Paulo de, orient. II. Ferreira, João Roberto, coorient. III. Universidade Federal de Itajubá. IV. Título.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE ITAJUBÁ**

**Aluizio Ramos Salgado Júnior**

**OTIMIZAÇÃO DE MÚLTIPLOS DUAIS  
CORRELACIONADOS NO PROCESSO DE  
TORNEAMENTO DO AÇO DE CORTE FÁCIL  
ABNT 12L14**

Dissertação aprovada por banca examinadora em 04 de maio de 2010, conferindo ao  
autor o título de *Mestre em Engenharia de Produção*

**Banca Examinadora:**

Prof. Anselmo Eduardo Diniz, Dr.

Prof. Pedro Paulo Balestrassi, Dr.

Prof. João Roberto Ferreira, Dr.

Prof. Anderson Paulo de Paiva, Dr.

**Maio de 2010**

**Itajubá – MG**

## **Dedicatória**

Dedico este trabalho aos meus pais Aluizio e Beatriz,  
ao meu irmão Eduardo e à minha esposa Camila que  
me incentivaram integralmente por todo longo percurso  
de desenvolvimento deste trabalho.

# Agradecimentos

Agradeço primeiramente a DEUS, pai bondoso e misericordioso, que me alimentou o espírito nos momentos de angústia e fraqueza.

Aos meus pais Aluizio e Beatriz, exemplo de amor, fé e perseverança. Foi por eles que tudo começou.

Ao meu irmão Eduardo, grande incentivador deste trabalho, pela amizade e apoio incondicional.

À minha esposa Camila, companheira inseparável, pelo amor e dedicação. Seu apoio irrestrito foi extremamente valioso para a realização deste sonho.

À minha vovó Lina, à minha madrinha Tia Nely e ao meu padrinho Tio Zé Alfredo, por acreditarem no meu potencial e me apoiarem durante toda formação acadêmica. E a todos os meus familiares que de algum modo me incentivaram com palavras de apoio.

Aos meus grandes amigos, Prof. Dr. Anderson Paulo de Paiva e Prof. Dr. João Roberto Ferreira, orientadores deste trabalho, pelos dias de dedicação, paciência e pelos conselhos sempre diretos e valiosos.

Aos professores do IEPG, Prof. Dr. Pedro Paulo, Prof. Dr. Carlos Henrique, Prof. Dr. Carlos Eduardo e Prof. Dr. Luiz Gonzaga, pelo apoio nos momentos difíceis.

Ao Prof. Dr. João Turrioni, coordenador do curso de pós-graduação em Engenharia de Produção, pela compreensão e incentivo durante todo o curso.

Aos meus grandes amigos de infância, Daniel, Jéferson, Alexandre e Juliano, pela compreensão nos momentos de ausência. Aos amigos de Jundiaí e em especial ao meu amigo Márcio Ormenese, que me apoiou e orientou nos momentos de dificuldade, acreditando na realização de um sonho.

Aos amigos da República Thamo-Athoa, que me receberam sempre de braços abertos. E aos integrantes do grupo de pesquisa de otimização de manufatura, do qual tenho grande orgulho em pertencer.

*A grandeza não consiste em receber honras, mas em merecê-las.*

*Aristóteles*



## Resumo

*A busca pela otimização de processos e produtos é cada vez maior tendo em vista a crescente concorrência entre as organizações, tornando mais freqüente e importante o controle de qualidade e a busca contínua por melhorias. Diversos métodos de otimização que levam em consideração uma única resposta foram desenvolvidos e são amplamente aceitos pela comunidade acadêmica. No entanto, deve-se considerar que os modernos e complexos processos de manufatura sempre possuem mais de uma variável de resposta. Desta forma, vem se mostrando cada vez mais necessário o desenvolvimento de um método para a otimização simultânea de múltiplas respostas. Alguns esforços já foram empreendidos neste sentido, porém a maioria dos métodos apresentados não leva em consideração a estrutura de correlação entre as variáveis de resposta. O método proposto por Paiva (2008), denominado Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM), observa a estrutura de correlação entre as variáveis de resposta para a determinação do projeto robusto de um processo ou produto. O projeto robusto é a determinação de variáveis de controle que imponham maior estabilidade ao processo ou produto em análise, deixando-o insensível às variações externas. Neste sentido, o presente trabalho propõe um método para a otimização de múltiplas respostas duais correlacionadas, denominada Erro Quadrático Médio Multivariado Dual (EQMM Dual), que utiliza um arranjo cruzado e a análise de componentes principais na determinação de uma solução de compromisso entre as variáveis de resposta, caracterizando um projeto robusto. Para sua aplicação foi escolhido o processo de torneamento do aço de corte fácil ABNT 12L14 e buscou-se a otimização de múltiplas características de qualidade que caracterizam o acabamento superficial da peça, bem como a produtividade do processo. Um projeto de experimento foi devidamente desenvolvido, envolvendo 3 variáveis de controle (x), 6 variáveis de resposta (y) e 3 variáveis de ruído (z). Experimentos de confirmação foram executados para demonstrar a aplicabilidade e precisão do método de otimização proposto. Os resultados obtidos em dois grupos de análise distintos foram satisfatórios, demonstrando a viabilidade do método proposto.*

**Palavras-chave:** *Otimização de múltiplas respostas duais, análise de componentes principais, erro quadrático médio multivariado, projeto robusto.*

## Abstract

*The search for process and product optimization is increasing due to the huge competition between organizations, becoming more frequent and important the quality control and the continuous search for improvements. Many optimization methods that consider a single response were developed and they are widely accepted by the academic community. However, modern and complex manufacturing processes always have more than one variable. Thus, it is necessary to develop a method for simultaneous multiple response optimization. Some efforts have already been made in this area, but most of these methods do not take the correlation structure between response variables into consideration. The approach proposed by Paiva (2008), called Multivariate Mean Square Error (MMSE), considers the correlation structure among response variables in order to determine the robust design of a process or product. The robust design is to define which control variables causes greater stability to the process or product, let it insensitive to external variations. This paper proposes an approach for correlated multivariate dual responses, called Dual Multivariate Mean Square Error (Dual MMSE), using crossed array and principal component analysis to determine a solution among the response variables, featuring a robust design. As example, it was chosen the turning easy steel cutting ABNT 12L14 process and aimed multiple quality characteristics optimization representing the surface finishing of the piece, and the process productivity. A design of experiment was properly developed, involving 3 control variables (x), 6 response variables (y) and 3 noise variables (z). New experiments were performed to demonstrate the applicability and accuracy of the optimization method proposed. The results obtained in two different analysis groups were satisfactory, demonstrating the feasibility of the proposed method.*

**Keywords:** *Multivariate dual responses optimization, principal component analysis, multivariate mean square error, robust design.*

## Lista de Figuras

Figura 2.1 – Superfície de resposta	07
Figura 2.2 – Tipos de <i>CCD</i>	09
Figura 2.3 – Fluxograma para aplicação do EQMM	21
Figura 2.4 – Representação processo de torneamento do aço de corte fácil ABNT 12L14	27
Figura 2.5 – Representação das variáveis de controle selecionadas	28
Figura 2.6 – Regra para definição da linha média	30
Figura 2.7 – Representação do cálculo de $R_a$	31
Figura 2.8 – Representação do cálculo de $R_q$	32
Figura 2.9 – Representação do cálculo de $R_y$ e $R_z$	32
Figura 2.10 – Representação do cálculo de $R_t$	34
Figura 2.11 – Influência da velocidade de corte sobre o desgaste da ferramenta	38
Figura 2.12 – Rugosidade superficial e velocidade de corte (torneamento do aço 4340)	38
Figura 2.13 – Perfil teórico de rugosidade de uma peça torneada	39
Figura 2.14 – Rugosidade superficial e avanço (torneamento do aço ABNT 4340)	40
Figura 3.1 – Distribuição dos pontos de medição em cada peça ensaiada	47
Figura 3.2 – Torno CNC Nardini utilizado no experimento	48
Figura 3.3 – Rugosímetro utilizado no experimento	49
Figura 4.1 – Exemplo da existência de <i>outliers</i> no banco de dados	51
Figura 4.2 – Influência dos fatores de ruído sobre a variável de resposta $R_a$	52
Figura 4.3 – Modelo quadrático gerado pelo <i>OLS</i> para a variável $R_a$	53
Figura 4.4 – Superfície de resposta para o modelo quadrático reduzido da variável $R_a$	54
Figura 4.5 – Gráfico de contorno para o modelo quadrático reduzido da variável $R_a$	55
Figura 4.6 – Teste de normalidade para os resíduos da variável $R_a$	55
Figura 4.7 – Gráfico resíduo padronizado versus valor ajustado para a variável $R_a$	57
Figura 4.8 – Superfície de resposta para $s^2 R_a$	59
Figura 4.9 – Gráfico de contorno para $s^2 R_a$	59
Figura 4.10 – Teste de normalidade para os resíduos de $s^2 R_a$	60
Figura 4.11 – Gráfico resíduo padronizado versus valor ajustado para a variável $s^2 R_a$	61
Figura 4.12 – Superfície de resposta para $\ln s^2 R_a$	63

Figura 4.13 – Gráfico de contorno para $\ln s^2 R_a$	64
Figura 4.14 – Teste de normalidade para os resíduos da variável $\ln s^2 R_a$	64
Figura 4.15 – Gráfico resíduo padronizado versus valor ajustado para a variável $\ln s^2 R_a$	65
Figura 4.16 – Teste de aderência para a variável $s^2 R_a$ nas distribuições normal, weibull, gama e lognormal	67
Figura 4.17 – Teste de normalidade para os resíduos da variável $s^2 R_a$	69
Figura 4.18 – Gráfico resíduo padronizado versus valor <i>fit</i> para a variável $s^2 R_a$	70
Figura 4.19 – Planilha Excel desenvolvida para aplicação do método <i>Desirability</i>	77
Figura 4.20 – Análise de correlação entre as variáveis de resposta	78
Figura 4.21 – Superfície de resposta do primeiro componente principal	81
Figura 4.22 – Gráfico de contorno do primeiro componente principal	81
Figura 4.23 – Superfície de resposta do segundo componente principal	82
Figura 4.24 – Gráfico de contorno do segundo componente principal	82
Figura 4.25 – Planilha Excel desenvolvida para aplicação do método EQMM	83
Figura 4.26 – Análise de correlação entre as variáveis de resposta do bloco de médias	84
Figura 4.27 – Análise de correlação entre variáveis de resposta do bloco de variâncias	85
Figura 4.28 – Superfície de resposta do primeiro componente principal bloco de médias	88
Figura 4.29 – Gráfico de contorno primeiro componente principal do bloco de médias	88
Figura 4.30 – Superfície de resposta do primeiro componente principal do bloco de variâncias	89
Figura 4.31 – Gráfico de contorno do primeiro componente principal do bloco de variâncias	89
Figura 4.32 – Planilha Excel desenvolvida para aplicação do método EQMM Dual	91
Figura 4.33 – Gráfico de contorno para a variável $R_a$	93
Figura 4.34 – Planilha Excel desenvolvida para aplicação do método <i>Desirability</i>	95
Figura 4.35 – Planilha Excel desenvolvida para aplicação do método EQMM	97
Figura 4.36 – Planilha Excel desenvolvida para aplicação do método EQMM Dual	100
Figura 4.37 – Gráfico de contorno para a variável $R_a$	102
Figura 4.38 – Distribuição dos pontos de medição em cada peça ensaiada	103
Figura 4.39 – Comportamento esperado para variável $R_a$ no ponto central e ponto ótimo	110
Figura 4.40 – Comportamento esperado para variável $R_y$ no ponto central e ponto ótimo	110
Figura 4.41 – Comportamento esperado para variável $R_z$ no ponto central e ponto ótimo	111

Figura 4.42 – Comportamento esperado para variável  $R_q$  no ponto central e ponto ótimo 111

Figura 4.43 – Comportamento esperado para variável  $R_t$  no ponto central e ponto ótimo 112

## Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Objetivos de otimização do Método <i>Desirability</i>	15
Tabela 2.2 – Arranjo cruzado	23
Tabela 2.3 – Comportamento esperado das variáveis devido aos parâmetros de corte	42
Tabela 3.1 – Variáveis de controle	45
Tabela 3.2 – Variáveis de ruído selecionadas	45
Tabela 3.3 – Planejamento experimento para uma resposta utilizando arranjo cruzado	46
Tabela 3.4 – Composição química do aço ABNT 12L14	48
Tabela 4.1 – Valores obtidos no experimento para a variável $R_a$	51
Tabela 4.2 – Resumo valores obtidos para todas as variáveis de resposta consideradas	53
Tabela 4.3 – Diversos modelos gerados para a variável $R_a$	54
Tabela 4.4 – Quadro resumo modelos adotados para o grupo de variáveis de média	58
Tabela 4.5 – Modelos gerados para $s^2 R_a$	58
Tabela 4.6 – Quadro resumo dos modelos adotados para o grupo de variâncias	61
Tabela 4.7 – Variáveis de resposta após transformação $\ln y$	62
Tabela 4.8 – Modelos gerados para $\ln s^2 R_a$	63
Tabela 4.9 – Quadro resumo dos modelos adotados para o grupo de variâncias	66
Tabela 4.10 – Resultado teste de aderência para as variáveis do grupo de variâncias	67
Tabela 4.11 – Cálculo peso para variável $s^2 R_a$ mediante o modelo quadrático reduzido	68
Tabela 4.12 – Comparação entre modelos obtidos por <i>OLS</i> e <i>WLS</i>	69
Tabela 4.13 – Quadro resumo dos modelos adotados para o grupo de variâncias	71
Tabela 4.14 – Quadro resumo dos modelos adotados	71
Tabela 4.15 – Pontos de partida utilizados na etapa de otimização	73
Tabela 4.16 – Resultado a otimização individual para todas as respostas	74
Tabela 4.17 – Faixa de valores indicada para as variáveis de controle considerando a otimização individual das variáveis de resposta	75
Tabela 4.18 – Valores do índice global D obtido para os diversos pontos de partida	77
Tabela 4.19 – Resultado do método <i>Desirability</i> para o grupo de análise com 10 variáveis de resposta	77
Tabela 4.20 – Cálculo dos alvos padronizados	78
Tabela 4.21 – Autovetores e autovalores dos três componentes principais	79
Tabela 4.22 – Escores dos três componentes principais	79
Tabela 4.23 – Modelos quadráticos reduzidos dos componentes principais selecionados	80

Tabela 4.24 – Valores do índice EQMM obtido para os diversos pontos de partida	83
Tabela 4.25 – Resultado do método EQMM para o grupo de análise com 10 variáveis de resposta	84
Tabela 4.26 – Escores dos três componentes principais para variáveis de resposta do bloco de médias	85
Tabela 4.27 – Autovetores e autovalores dos três componentes principais para as variáveis de resposta do bloco de médias	86
Tabela 4.28 – Escores dos três componentes principais para variáveis de resposta do bloco de variâncias	86
Tabela 4.29 – Autovetores e autovalores dos três componentes principais para variáveis de resposta do bloco de variâncias	87
Tabela 4.30 – Modelos quadráticos reduzidos para os componentes principais dos blocos de média e variância	87
Tabela 4.31 – Valores do índice $EQMM_{s^2}$ obtido para os diversos pontos de partida	91
Tabela 4.32 – Resultado do método EQMM Dual para o grupo de análise com 10 variáveis de resposta	92
Tabela 4.33 – Comparação dos resultados dos diferentes métodos de otimização	92
Tabela 4.34 – Valores do índice global D obtido para os diversos pontos de partida	96
Tabela 4.35 – Resultado do método <i>Desirability</i> para o grupo de análise com 10 variáveis de resposta e restrição de produtividade	96
Tabela 4.36 – Valores do índice EQMM obtido para os diversos pontos de partida	98
Tabela 4.37 – Resultado do método EQMM para o grupo de análise com 10 variáveis de resposta e restrição de produtividade	98
Tabela 4.38 – Valores do índice $EQMM_{s^2}$ obtido para os diversos pontos de partida	100
Tabela 4.39 – Resultado do método EQMM Dual para o grupo de análise com 10 variáveis de resposta e restrição de produtividade	101
Tabela 4.40 – Comparação dos resultados dos diferentes métodos de otimização	101
Tabela 4.41 – Planejamento do experimento de confirmação	104
Tabela 4.42 – Arredondamento das variáveis de controle	105
Tabela 4.43 – Correção dos valores esperados para as variáveis de resposta devido ao arredondamento das variáveis de controle	105
Tabela 4.44 (A) – Ensaio 1 e 2 do experimento de confirmação	106
Tabela 4.44 (B) – Ensaio 3 e 4 do experimento de confirmação e cálculo do valor médio de cada condição de ruído	107

Tabela 4.45 – Valores calculados de $\mu_i$ e $s_i^2$ para cada variável de resposta nas diversas condições de ruído	108
Tabela 4.46 – Comparação dos resultados obtidos com os valores esperados	108
Tabela 4.47 – Arredondamento das variáveis de controle	112
Tabela 4.48 – Correção dos valores esperados para as variáveis de resposta devido ao arredondamento das variáveis de controle	113
Tabela 4.49 (A) – Ensaio 1 e 2 do experimento de confirmação	114
Tabela 4.49 (B) – Ensaio 3 e 4 do experimento de confirmação e cálculo do valor médio de cada condição de ruído	115
Tabela 4.50 – Valores calculados de $\mu_i$ e $s_i^2$ para cada variável de resposta nas diversas condições de ruído	116
Tabela 4.51 – Comparação dos resultados obtidos com os valores esperados	116



## Lista de Abreviaturas e Siglas

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
APC	Aresta postiça de corte
ACP	Análise de Componentes Principais ou <i>Principal Component Analysis (PCA)</i>
AG	Algoritmo Genético ou <i>Genetic Algorithm (GA)</i>
AF	Análise Fatorial
CA	Região Próxima às Castanhas
CCC	Arranjo Composto Circunscrito
CCD	Arranjo Composto Central ou <i>Box-Wilson Central Composite Design</i>
CCF	Arranjo de Face Centrada
CCI	Arranjo Composto Inscrito
CE	Região Central
CNC	Comando Numérico Central
CP	Componente Principal ou <i>Principal Component (PC)</i> Região Próxima ao Contra-Ponto
DOE	Projetos de Experimentos ou <i>Design of Experiments</i>
EQM	Erro Quadrático Médio ou <i>Mean Square Error (MSE)</i>
EQMM	Erro Quadrático Médio Multivariado
EQMM Dual	Erro Quadrático Médio Multivariado Dual
GRG	Gradiente Reduzido Generalizado ou <i>Generalized Reduced Gradient</i>
LOF	<i>Lack of Fit</i>
LTB	Maior é Melhor ou <i>Larger-The-Better</i>
MRR	<i>Material Removal Rate</i> ou Taxa de Remoção de Material (TRM)
MSR	Metodologia de Superfície de Resposta
NBR	Norma Brasileira
NLP	Problema Não-Linear ou <i>Nonlinear Problem</i>
NTB	Nominal é Melhor ou <i>Nominal-The-Best</i>
OLS	Mínimos Quadrados Ordinários ou <i>Ordinary Least Square</i>
S/N	Relação Sinal/Ruído
STB	Menor é Melhor ou <i>Smaller-The-Better</i>
WLS	Mínimos Quadrados Ponderados (MQP) ou <i>Weighted Least Square</i>

## Lista de Símbolos

$\alpha$	Nível de significância
$\beta$	Regressores do modelo polinomial
$\hat{\beta}$	Vetor de regressores do modelo polinomial
$\varepsilon$	Erro
$\Phi$	Diâmetro
$\lambda_i$	Autovalores
$\mu$	Média
$\rho$	Espaço experimental
$\mathbf{\rho}$	Matriz de correlação
$\Omega$	Conjunto multivariado
$\chi^2_{\nu, \alpha}$	Valor crítico de uma distribuição Qui-Quadrado com grau de liberdade $\nu$ e nível de significância $\alpha$
$\Pi$	Produtório
$\Sigma$	Somatório
$\mathbf{\Sigma}$	Matriz de variância-covariância
$a_p$	Profundidade de corte
$d_i$	Índice <i>Desirability</i> individual
$D$	Índice <i>Desirability</i> global
$e_i$	Variância dos resíduos
$e_{ij}$	Autovetores
$E$	Esbeltez
$f_n$	Avanço da ferramenta
$H_i$	Limite de especificação superior da função <i>Desirability</i>
$K_s$	Pressão específica de corte
$l_e$	Comprimento de amostragem
$l_m$	Comprimento de medição
$L_i$	Limite de especificação inferior da função <i>Desirability</i>
$MRR$	Taxa de remoção de material
$n$	Número de observações realizadas

$P$	Posição de medição
$PC_i$	Componente principal
$r_\varepsilon$	Raio de ponta da ferramenta
$R$	Peso de cada função <i>Desirability</i>
$R^2$	Coeficiente de determinação do modelo de regressão
$\mathbf{R}$	Matriz de correlação amostral
$R_a$	Rugosidade média aritmética
$R_q$	Rugosidade média quadrática
$R_t$	Rugosidade total
$R_y$	Rugosidade máxima
$R_z$	Rugosidade média
$\mathbf{S}$	Matriz de variância-covariância amostral
$s^2$	Variância
$T$	Valor alvo
$T(PC_i)$	Valor alvo em termos de componentes principais
$VB$	Desgaste de ferramenta
$V_c$	Velocidade de corte
$V_{cmax}$	Velocidade de corte de máxima produção
$V_{co}$	Velocidade de corte de mínimo custo
$w_i$	Graus de importância individuais dos índices <i>Desirability</i>
$W$	Soma dos graus de importância individuais dos índices <i>Desirability</i>
$\mathbf{W}$	Matriz de ponderação
$x_i$	Variáveis de controle
$\mathbf{X}$	Vetor de variáveis de controle
$\mathbf{X}^T$	Vetor transposto de variáveis de controle
$y_i$	Variáveis de resposta
$\hat{Y}_i$	Valor ajustado da variável de resposta
$\mathbf{Y}$	Vetor de variáveis de resposta
$Z$	Rugosidade parcial
$\mathbf{Z}$	Matriz de variáveis padronizadas
$Z_p$	Valor alvo padronizado

# Sumário

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>01</b>
1.1 Considerações iniciais	01
1.2 Objetivo	03
1.3 Justificativa	03
1.4 Limitações	04
1.5 Estrutura do trabalho	04
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>06</b>
2.1 Metodologia de superfície de resposta	06
2.2 Otimização dual	10
2.3 Múltiplas respostas	12
2.3.1 Método <i>Desirability</i>	14
2.3.2 Método EQMM	16
2.3.3 Método EQMM Dual	22
2.4 Torneamento do aço de corte fácil ABNT 12L14	27
2.4.1 Variáveis de controle	27
2.4.2 Variáveis de resposta	29
2.4.3 Variáveis de ruído	34
2.4.4 Influência dos parâmetros de corte	36
2.4.5 Aço de corte fácil ABNT 12L14	42
<b>3. MÉTODO DE PESQUISA E MATERIAIS</b>	<b>44</b>
3.1 Procedimento experimental	44
3.2 Planejamento do experimento	45
3.3 Materiais, máquinas e ferramentas	48
<b>4. ANÁLISE DOS RESULTADOS</b>	<b>50</b>
4.1 Modelagem	50
4.2 Otimização	72
4.2.1 Otimização individual	73
4.2.2 Otimização simultânea média e variância de $R_a$ , $R_y$ , $R_z$ , $R_q$ e $R_t$	75
4.2.2.1 Método <i>Desirability</i>	76
4.2.2.2 Método EQMM	78
4.2.2.3 Método EQMM Dual	84

4.2.2.4 Comparação dos resultados	92
4.2.3 Otimização simultânea de média e variância de $R_a$ , $R_y$ , $R_z$ , $R_q$ e $R_t$ tendo a $MRR$ como restrição	93
4.2.3.1 Método <i>Desirability</i>	94
4.2.3.2 Método EQMM	96
4.2.3.3 Método EQMM Dual	98
4.2.3.4 Comparação dos resultados	101
4.3 Experimento de confirmação	102
4.3.1 Otimização simultânea média e variância de $R_a$ , $R_y$ , $R_z$ , $R_q$ e $R_t$	105
4.3.2 Otimização simultânea de média e variância de $R_a$ , $R_y$ , $R_z$ , $R_q$ e $R_t$ tendo a $MRR$ como restrição	112
<b>5. CONCLUSÕES</b>	<b>117</b>
5.1 Sugestões para trabalhos futuros	119
<b>APÊNDICES</b>	<b>121</b>
Apêndice 1 – Orientação aos gestores	121
<b>6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>122</b>

# 1. Introdução

## 1.1 Considerações iniciais

Atualmente, a grande maioria dos produtos passa por algum tipo de processo de manufatura. Entenda-se processo de manufatura como todo e qualquer processo de transformação de matéria-prima. É difícil apontar um produto que não tenha passado por algum tipo de processo de manufatura ou transformação antes de seu consumo final. Tanto os produtos como os processos de manufatura, bem como as instituições que os promovem vêm se tornando cada vez mais complexos. Além disso, a crescente concorrência e a busca incessante por melhorias nos produtos e nos processos produtivos, devido principalmente ao aumento da exigência por parte do consumidor final, impõem aos gestores a necessidade de tomadas de decisões acertadas no que tange às características de qualidade do produto. Cabe aos gestores a definição de quais são as características de qualidade prioritárias de seus produtos ou processos, em atendimento a um mercado consumidor específico, visando sempre à busca pela excelência.

Um primeiro esforço neste sentido foi a tentativa de se estabelecer métodos de otimização de processos e produtos relativos a uma única característica de qualidade. Diversos pesquisadores desenvolveram métodos de otimização que utilizavam grande rigor matemático para determinar o conjunto de variáveis que, se adotado, melhoraria uma determinada característica de qualidade. Estas atividades de otimização foram facilitadas pelo crescente acesso aos recursos de informática e pelo desenvolvimento de softwares específicos que auxiliam os gestores na tomada de decisão.

O Seis Sigma, encarado como filosofia de melhoria de produtos ou processos, utiliza o *DOE (Design of Experiments)* para a otimização de uma determinada característica de qualidade (BREYFOGLE, 1999). A Metodologia de Superfície de Resposta (MSR) também vem sendo amplamente aplicada principalmente na otimização de uma única característica de qualidade. Desta forma, inúmeros benefícios foram obtidos na prática pelas organizações que buscaram a otimização de seus processos e produtos.

No entanto, vale ressaltar que um produto ou processo geralmente possui mais de uma característica de qualidade e que se mais de uma for apontada como objeto de otimização, uma enorme dificuldade pode ser encontrada. Isto porque diferentes características de

qualidade podem ser conflitantes para determinadas variáveis de controle, levando o gestor a uma difícil tomada de decisão. É nesse sentido que se percebe a necessidade dos gestores em ter disponível um método quantitativo de fácil acesso que os auxilie na tomada de decisão de processos com múltiplas características de qualidade exigíveis ou desejáveis.

Desta forma, um segundo esforço pode ser percebido na comunidade acadêmica em se estabelecer métodos de otimização de processos ou produtos para múltiplas características de qualidade. Diversos métodos foram propostos e muitos deles podem ser considerados como adaptações de métodos de otimização de resposta simples para o caso de múltiplas respostas. Este é o caso do Método *Desirability* proposto por Derringer e Suich (1980) e do Método de Otimização de Múltiplas Respostas baseado no Erro Quadrático Médio (EQM) proposto por Köksoy (2007). Os Métodos Duais, como o proposto por Vining e Myers (1990), assim como o EQM citado anteriormente, também são considerados métodos de múltiplas respostas, pois buscam a otimização simultânea da média e da variância de uma única característica de qualidade.

Para sua aplicação, a maioria destes métodos de otimização proposta assume que as variáveis de respostas estudadas são independentes e não correlacionadas. Esta consideração é a grande crítica que vem sendo imposta aos atuais métodos de otimização multi-objetivo, uma vez que processos com características de qualidade independentes e não correlacionadas são raros. Khuri e Conlon (1981) e Bratchell (1989) postulam que caso seja negligenciada a estrutura de correlação entre as respostas ou caso seja utilizada um método de otimização que não a considere, ótimos inapropriados podem ser obtidos, invalidando o esforço do processo de otimização. Em resposta a esta crítica, alguns pesquisadores têm proposto métodos de otimização multi-objetivo que consideram tal estrutura de correlação. Paiva (2008) e Paiva *et al.* (2009) propõem a utilização do método denominado Erro Quadrático Médio Multivariado (EQMM) que busca uma solução de compromisso entre as variáveis de resposta estudadas.

No entanto, ainda existe uma lacuna importante neste campo da ciência que é a consideração das variáveis aleatórias de ruído presentes nos sistemas. Esta consideração é extremamente importante, pois os processos reais estão sujeitos a estas variáveis aleatórias e suas ações interferem diretamente nos processos menos robustos. Neste contexto, este trabalho apresenta uma alternativa de otimização para múltiplas respostas duais denominado EQMM Dual. Este método é capaz de determinar o ponto ótimo global que conduz as variáveis de resposta a valores próximos de seus valores alvos, com mínima variação,

independente da condição de ruído a que o processo com múltiplas características correlacionadas possa estar sendo submetido. Este método é uma extensão do método EQMM para o caso de múltiplos duais.

## 1.2 Objetivo

O objetivo principal deste trabalho é propor um novo algoritmo de otimização de múltiplas respostas duais que, através de um arranjo cruzado, considere a presença de variáveis aleatórias de ruído na determinação de um projeto de parâmetro robusto multivariado, gerando uma solução de compromisso entre as variáveis de resposta. Ou seja, encontrar um conjunto de variáveis de controle que levem todas as variáveis de resposta próximas de seus valores alvos e com mínima variação.

Podem também ser relacionados como objetivos deste trabalho:

- Analisar o comportamento do método proposto na otimização de variáveis conflitantes;
- Comparar seus resultados aos obtidos pelos métodos tradicionais *Desirability* e EQMM;
- Aplicar a proposta ao processo de usinagem em aços de corte fácil ABNT 12L14 utilizando ferramentas de metal duro;
- Analisar a influência das variáveis aleatórias de ruído sobre o processo de torneamento.

## 1.3 Justificativa

São inúmeras as justificativas para o desenvolvimento deste trabalho abordando o tema da otimização simultânea de múltiplas características de qualidade em processos de usinagem. Entre elas, pode-se destacar:

- A total compreensão dos processos de manufatura é essencial para o correto gerenciamento dos recursos necessários;
- O constante desenvolvimento de novos processos e materiais exige dos gestores uma rápida adequação para a obtenção dos resultados esperados;
- A exigência por parte das empresas em produzir mais e melhor, com menos recursos é uma tarefa árdua e cabe ao gestor encontrar uma solução de compromisso entre qualidade e produtividade.



- Existe uma necessidade por parte dos gestores de um método quantitativo que os auxiliem na tomada de decisão de processos com múltiplas características de qualidade.
- A compreensão por parte dos gestores dos métodos de otimização disponíveis não é satisfatória, levando muitas vezes a resultados deficientes ou enganosos.
- Frequentemente, durante o processo de otimização simultânea, pode ser percebido o conflito entre as características de qualidade desejadas ou exigidas pelos clientes.

## 1.4 Limitações

Alguns pressupostos foram assumidos para o desenvolvimento deste trabalho.

- O único tipo de arranjo experimental utilizado será o arranjo cruzado, conforme será discutido posteriormente. Outros tipos de arranjo não serão utilizados.
- O único algoritmo de solução será o Gradiente Reduzido Generalizado (GRG). Outros algoritmos não serão utilizados.
- Não serão desenvolvidos softwares especiais para a solução dos problemas de otimização. Apenas serão utilizados softwares comerciais e com facilidade de acesso aos gestores.
- A análise de componentes principais (ACP) não envolverá métodos de rotação, tais como descritos pela análise fatorial (AF) (JONHSON e WICHERN, 2002).
- Serão utilizados métodos de aglutinação no decorrer deste trabalho. Métodos de priorização não serão utilizados.
- Os resultados obtidos com a presente abordagem não podem ser extrapolados para diferentes materiais, ferramentas ou máquinas e são válidos apenas para a faixa de níveis adotados. Variações no processo devem ser tratadas à parte.

## 1.5 Estrutura do trabalho

A estrutura do presente trabalho pode ser resumida como segue.

O capítulo 2 apresentará a revisão bibliográfica pertinente aos temas utilizados no desenvolvimento deste trabalho, considerando alguns trabalhos já publicados no meio científico. Também será apresentado o método proposto para a otimização de múltiplas respostas duais, tema principal deste trabalho.

O capítulo 3 abordará o processo de manufatura escolhido para aplicação do método proposto, apresentando algumas de suas características. Posteriormente, o planejamento do experimento será discutido, detalhando as variáveis de controle, resposta e ruído consideradas

e, em seguida, apresentando a máquina, ferramentas e instrumentos utilizados para sua execução.

O capítulo 4 demonstrará a análise dos resultados dos experimentos realizados. Esta análise será dividida em três etapas: (i) modelagem das variáveis de resposta; (ii) otimização do sistema de equações utilizando os diversos métodos considerados no trabalho e (iii) experimento de confirmação do ponto ótimo indicado pelo método EQMM Dual.

O capítulo 5 apresentará as conclusões deste trabalho baseadas nos resultados obtidos e sugestões para trabalhos futuros. O capítulo 6 apresentará as referências bibliográficas.

## 2. Revisão bibliográfica

Para a adequada compreensão dos métodos matemáticos e estatísticos aplicados ao presente trabalho, apresenta-se, neste capítulo a fundamentação teórica relativa a estes conceitos. Inicialmente, apresenta-se uma visão geral sobre a metodologia de superfície de resposta e em seguida, são discutidos alguns conceitos de otimização de duais e otimização de múltiplas respostas. Neste momento, os métodos tradicionais denominados *Desirability* e EQMM são apresentados e posteriormente é proposto um novo método de otimização de múltiplos duais, denominado EQMM Dual.

### 2.1 Metodologia de superfície de resposta

Projeto de Experimentos, ou simplesmente *DOE* (do inglês, *Design of Experiments*) é um método relativamente antigo, desenvolvido entre 1920 e 1930 por Sir Ronald A. Fisher, sendo posteriormente aperfeiçoado por outros importantes pesquisadores como Box, Hunter, Taguchi e outros. Atualmente, o *DOE* é utilizado em vários segmentos do setor industrial para investigar sistematicamente as variáveis de processos que afetem a qualidade de seus produtos finais. Diversas estratégias foram sugeridas ao longo do tempo e as mais conhecidas são os arranjos fatoriais completos e fracionados, a metodologia de superfície de resposta, as misturas e os arranjos ortogonais de Taguchi.

De acordo com Montgomery (2001), a Metodologia de Superfície de Resposta (MSR) é uma coleção de ferramentas matemáticas e estatísticas utilizadas para modelar e analisar problemas para os quais desejamos respostas influenciadas por algumas variáveis. Este método funciona muito bem quando se assume a homogeneidade da variância dos dados, entretanto, tal consideração pode não ser válida para todos os casos de aplicações reais (DING *et al.*, 2004).

Por exemplo, com o intuito de se descobrir quais os níveis de temperatura ( $x_1$ ) e pressão ( $x_2$ ) que maximizam o rendimento ( $y$ ) de um processo, pode-se escrever o rendimento como função dos níveis de temperatura e pressão, tal que:

$$\hat{y} = f(x_1, x_2) + \varepsilon \quad (1)$$

Na **equação 1**  $\varepsilon$  representa o erro observado na resposta. Todas as variáveis de controle ( $x_i$ ) devem ser contínuas. A superfície representada pela **equação 1** é denominada de Superfície de Resposta (**figura 2.1**).

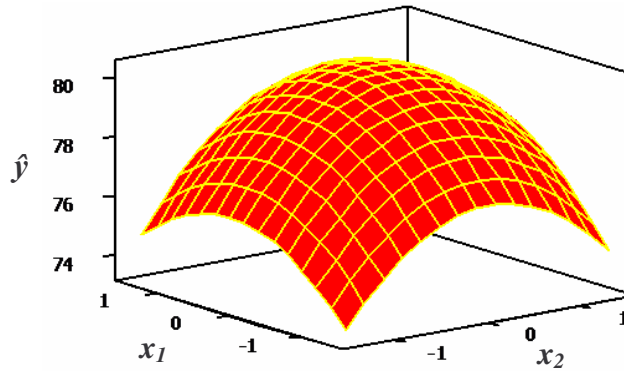


Figura 2.1 – Superfície de resposta

A superfície de resposta é uma estratégia adequada quando se tem um bom conhecimento do processo que se deseja otimizar, sendo indicado para um número reduzido de fatores (2 ou 3). A análise de uma superfície de resposta é feita em termos de uma superfície ajustada. Se tal superfície é adequada, sua análise será aproximadamente equivalente à análise da superfície real. Evidentemente, usando-se um projeto de experimentos adequado para coletar os dados da resposta  $y$ , os parâmetros do modelo serão estimados eficazmente.

De acordo com Montgomery (2001) geralmente, o relacionamento entre as variáveis dependentes e independentes é desconhecido. Portanto, a primeira etapa do método é encontrar uma razoável aproximação do relacionamento real entre as respostas ( $y_i$ ) e o conjunto de variáveis independentes ( $x_i$ ). Usualmente, um polinômio de baixa ordem para qualquer região de interesse é empregado. Se a resposta for bem modelada por uma função linear das variáveis independentes, então a função de aproximação será o modelo de primeira ordem, conforme a **equação 2** abaixo.

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (2)$$

Sendo  $\beta$  é o coeficiente polinomial,  $k = p$  (número de parâmetros) e  $\varepsilon$  é o erro.

Entretanto, se existir curvatura no sistema, então a função de aproximação mais usada é um polinômio de ordem superior, como o modelo de segunda ordem representado pela **equação 3**.

$$\hat{y} = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (3)$$

Segundo Box e Draper (1987) os dois modelos referidos, de primeira ordem, para sistemas sem curvatura, e de segunda ordem, para sistemas com curvatura, conseguem

representar quase todos os problemas relacionados à superfície de respostas. Montgomery (2001) considera improvável que um modelo polinomial seja uma boa aproximação de um modelo real para todo o espaço experimental coberto para as variáveis independentes. Para uma região específica, entretanto, esta aproximação pode ser considerada adequada.

O método dos mínimos quadrados ordinários (*Ordinary Least Squares – OLS*) é usado para estimar os regressores  $\beta$  do modelo polinomial que, em forma matricial, podem ser representados como:

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y} \quad (4)$$

Sendo  $\mathbf{X}$  é a matriz de fatores codificados e  $\mathbf{Y}$  é a resposta.

Para casos em que a variância não é constante, pode-se utilizar o método dos mínimos quadrados ponderados (*Weighted Least Squares – WLS*) no qual uma matriz de ponderação  $\mathbf{W}$  pode ser representada pelo inverso do quadrado dos resíduos do modelo ajustado, pelo inverso da incerteza de medição ou pela variância calculada com experimentos replicados (CHO e PARK, 2005). Os regressores  $\beta$  podem ser estimados como:

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{Y} \quad (5)$$

Geralmente, quando se está num ponto do espaço experimental distante do ótimo, a curvatura tende a se apresentar pequena, evidenciando que um modelo de primeira ordem é apropriado para representar o sistema. O objetivo experimental, nesse caso, é caminhar em direção à região do ponto de ótimo, quando um modelo mais elaborado, como o modelo polinomial de segunda ordem (modelo quadrático) deve ser empregado.

A MSR tem como finalidade principal determinar as condições operacionais ótimas para o sistema ou determinar uma região do espaço fatorial, em que as especificações operacionais sejam satisfeitas. O termo “ótimo” no método é empregado em sentido especial. Os procedimentos de “subida” do método garantem convergência para somente um ótimo local. A validação da presença da curvatura no modelo é baseada na análise dos pontos centrais para os fatores codificados. Devem-se considerar pelo menos tantos pontos centrais quanto forem os  $k$  fatores do experimento.

Montgomery (2001) cita alguns arranjos utilizados para a aplicação da superfície de resposta, tais como o arranjo composto central, o arranjo de Box-Behnken, o equiradial, o pequeno arranjo composto e o híbrido. O arranjo composto central (*Box-Wilson Central Composite Design*, ou simplesmente, *Central Composite Design – CCD*) é um arranjo

amplamente utilizado na prática para ajustar um modelo de superfície de resposta de segunda ordem devido à sua relativa eficiência com respeito ao número de corridas requeridas.

O *CCD* é uma matriz formada por três conjuntos distintos de elementos experimentais: um conjunto de pontos fatoriais seguindo um arranjo fatorial completo ou fracionado; um conjunto de pontos centrais e, adicionalmente, um conjunto de níveis extras denominados pontos axiais. O número de pontos axiais em um *CCD* é igual ao dobro do número de fatores e representam seus valores extremos. A distância entre o centro do arranjo (pontos centrais) e um ponto fatorial axial, comumente representada por  $\rho$ , depende de certas propriedades desejadas para o experimento e do número de fatores envolvidos (MONTGOMERY, 2001). Em função da localização dos pontos axiais, os arranjos podem ser classificados como circunscritos (*CCC*), inscritos (*CCI*) ou de face centrada (*CCF*). A **figura 2.2** representa os diferentes tipos de um *CCD*.

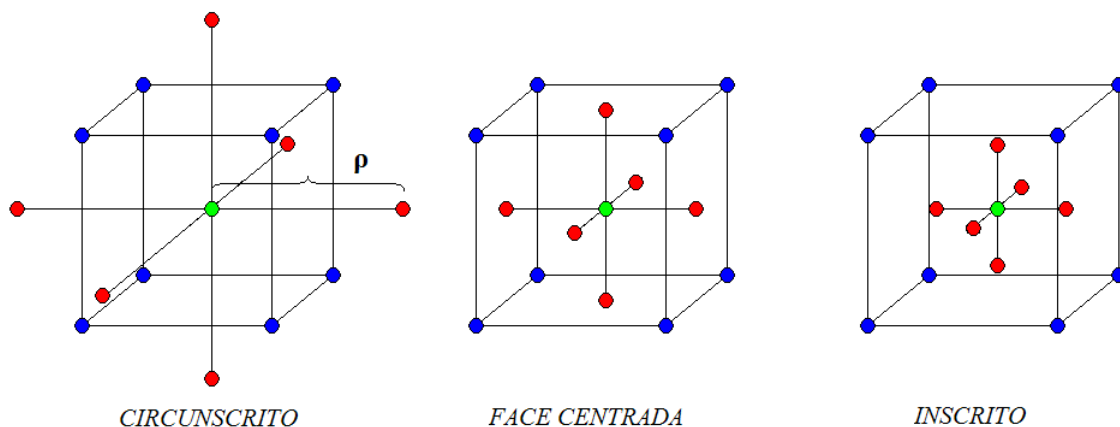


Figura 2.2 – Tipos de *CCD*

Geralmente, um *CCD* com  $k$  fatores requer  $2^k$  corridas fatoriais,  $2k$  corridas axiais e, no mínimo, um ponto central, utilizando de três a cinco pontos centrais. A ortogonalidade do arranjo é requisito para a avaliação de quais efeitos (linear, quadrático ou de interação) são significativos. Isso significa que os efeitos de diferentes variáveis podem ser estimados de maneira independente. Um *CCD* rotacionável é aproximadamente ortogonal se forem adotados em torno de 5 pontos centrais. Dessa forma, pode-se esperar uma boa estimativa do erro experimental. Rotacionalidade refere-se à propriedade da variância da resposta predita se manter constante para qualquer ponto experimental ao longo da circunferência de raio ( $\rho$ ). Segundo Box e Drapper (1987):

$$\rho = (\text{número de experimentos})^{1/4} = (2^k)^{1/4} \quad (6)$$

O *CCD* ajusta-se bem a um modelo polinomial de segunda ordem (MONTGOMERY, 2001). Este modelo é adequado uma vez que muitas funções podem ser aproximadas por uma expansão em série de Taylor, truncada em um termo quadrático.

## 2.2 Otimização dual

Da própria natureza dos processos de manufatura, dois objetivos principais devem ser avaliados quando se busca sua melhoria: a distância entre o valor real e o valor desejado para uma dada característica de qualidade, e a redução de sua variância. Destes objetivos tão claros vem o fundamento básico da Metodologia *Six Sigma* que salienta que um bom processo é aquele que está “no alvo, com a mínima variação” (HARRY e SCHROEDER, 2000).

Taguchi, através de suas idéias a respeito de projeto robusto, propôs uma estratégia que determinava os parâmetros do processo que minimizavam ou pelo menos reduziam sua variação. Esta estratégia utilizava a relação Sinal/Ruído (*S/N*) como medida de desempenho. Taguchi utilizava fatores incontroláveis dispostos em arranjos externos para criar variação nas variáveis de resposta e identificar os fatores controláveis mais sensíveis. A estratégia proposta por Taguchi foi amplamente aplicada. Porém, em contrapartida, recebeu grande quantidade de críticas, principalmente porque a questão da interação entre os fatores (controláveis / incontroláveis) é deixada de lado e o uso universal da relação Sinal/Ruído não é convincente (KIM e RHEE, 2003).

Acerca dessa circunstância, Vining e Myers (1990) afirmaram que atingir a otimização das médias e das variâncias simultaneamente pode ser realizado via metodologia de superfície de resposta dual. Supondo a variável de resposta como sendo  $Y$  e as variáveis experimentais controladas como sendo  $x_1, x_2, \dots, x_k$ ; Vining e Myers (1990), primeiramente, propuseram o ajuste do modelo polinomial de segunda ordem para média ( $\omega_\mu$ ) e para desvio padrão ( $\omega_\sigma$ ).

$$\omega_\mu = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j}^k \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon_\mu \quad (7)$$

$$\omega_\sigma = \gamma_0 + \sum_{i=1}^k \gamma_i x_i + \sum_{i=1}^k \gamma_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j}^k \gamma_{ij} x_i x_j + \varepsilon_\sigma \quad (8)$$

Em seguida, um determinado sistema de equações é escolhido, dependendo do objetivo desejado para o problema, sendo  $T$  é o alvo para a característica abordada.

Caso 1 – Minimização (STB – *Smaller the better*) – Minimizar a média ( $\omega_\mu$ ), mantendo o desvio padrão ( $\omega_\sigma$ ) em um valor desejado.

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } \hat{\omega}_\mu \\ & \text{Sujeito a: } \hat{\omega}_\sigma = T \end{aligned} \quad (9)$$

Caso 2 – Normalização (NTB – *Nominal the best*) – Minimizar o desvio padrão ( $\omega_\sigma$ ), mantendo a média ( $\omega_\mu$ ) em um valor específico.

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } \hat{\omega}_\sigma \\ & \text{Sujeito a: } \hat{\omega}_\mu = T \end{aligned} \quad (10)$$

Caso 3 – Maximização (LTB – *Larger the better*) – Maximizar a média ( $\omega_\mu$ ), mantendo o desvio padrão ( $\omega_\sigma$ ) em um valor desejado.

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } \hat{\omega}_\mu \\ & \text{Sujeito a: } \hat{\omega}_\sigma = T \end{aligned} \quad (11)$$

Ocorre então a determinação do ponto ótimo para o problema através de um algoritmo de otimização qualquer. Este procedimento de otimização proposto utiliza multiplicadores de Lagrange. Vining e Myers (1990) notaram que seu procedimento era melhor ajustado para o caso de normalização. Para os casos de minimização e maximização, um valor aceitável para a resposta secundária (restrição) é normalmente desconhecido. A superfície de resposta para o desvio padrão pode ser obtida utilizando várias estratégias, tais como replicação pura ou a teoria de propagação de erro. (KÖKSOY, 2006).

Alternativamente, Lin e Tu (1995), Kim e Rhee (2003) e Köksoy e Yalcinoz (2006), propuseram uma alteração na **equação 9**, considerando o erro quadrático médio (EQM), tal que:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } EQM = (\hat{\omega}_\mu - T)^2 + \hat{\omega}_\sigma^2 \\ & \text{Sujeito a: } \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2 \end{aligned} \quad (12)$$

Tang e Xu (2002), Köksoy e Doganaksoy (2003), Ding *et al.* (2004) e Kazemzadeh *et al.* (2007) apresentaram aplicações envolvendo o problema de otimização dual utilizando arranjos combinados, discutindo alguns conceitos do assunto. Já Dhavlikar *et al.* (2003) demonstram uma clara e simples utilização da otimização dual utilizando os arranjos cruzados sugeridos por Taguchi.



Köksoy e Yalcinoz (2008) apresentam um método iterativo para a otimização dual que busca uma solução de compromisso entre média e variância de uma característica. Neste método, são apresentadas diversas soluções possíveis, cabendo ao gestor a decisão de qual é a mais interessante. A otimização dual vem sendo amplamente explorada e tem demonstrado bons resultados em aplicações práticas.

## 2.3 Múltiplas respostas

Em grande parte dos produtos e processos conhecidos, a qualidade não pode ser avaliada por apenas uma característica funcional (MYERS e MONTGOMERY, 1995). Em se tratando de processos ou produtos que possuam múltiplos atributos de qualidade (características desejáveis ou exigíveis), é sempre difícil se encontrar um conjunto de parâmetros ótimos para todas as características de interesse, a partir da otimização individual de cada função de transferência pré-estabelecida. Além deste tipo de otimização ser de eficácia improvável, as inter-relações entre as várias características podem levar a análise univariada a conclusões equivocadas e sem sentido (WU, 2005; KHURI e CORNELL, 1996).

O desafio dos métodos de otimização é proporcionar um equacionamento matemático capaz de gerar soluções que atendam a todas, ou à maioria, dessas características. Com esse objetivo, duas proposições são tradicionalmente aceitas: (a) a aglutinação de funções objetivo e (b) a priorização de funções objetivo (BUSACCA *et al.*, 2001; OZEL e KARPAT, 2005).

Na priorização, o que ocorre é a eleição de uma resposta mais importante em relação às demais. Desse modo, essa característica é escolhida como função objetivo, enquanto que as demais são alocadas como restrições. Desde que todas as restrições sejam atendidas, a resposta ótima geralmente conduz às soluções que atendam a todos os objetivos. O problema recorrente deste tipo de estratégia é que nem sempre o ponto ótimo determinado para a variável de resposta principal atende satisfatoriamente todas as variáveis de resposta do problema de otimização. Nestes casos, as variáveis secundárias são penalizadas em detrimento da variável principal e não pode ser considerado que houve um processo de otimização completo do sistema.

A estratégia da aglutinação tem encontrado uma maior aceitação entre os pesquisadores (BUSACCA *et al.*, 2001). Nesta estratégia, todas as características de qualidade contribuem para o cálculo de um índice que represente o sistema como um todo. Quanto mais distante o valor ajustado se encontra do valor alvo de uma dada característica de qualidade, para determinado conjunto de variáveis de controle, mais penalizado será o índice do sistema.

Os métodos que utilizam este tipo de estratégia, tais como os métodos *Desirability* e EQMM, normalmente indicam como ponto ótimo uma solução de compromisso entre as diversas variáveis de resposta, não priorizando uma determinada variável de resposta. Caso seja interessante adotar prioridades diferentes para as variáveis de resposta do sistema, pode-se partir para a utilização de diferentes pesos para os índices individuais que compõem o cálculo do índice global.

Diversos autores estudaram problemas de otimização de múltiplas respostas, considerando ambas as estratégias citadas acima, como extensões de problemas de uma única resposta, utilizando, por exemplo, a relação Sinal/Ruído (S/N) de Taguchi, a função perda ou o erro quadrático médio. No entanto, na maioria dos casos, estes trabalhos não consideram adequadamente a estrutura de correlação entre as variáveis de resposta.

A existência de correlações entre as várias respostas de um conjunto exerce forte influência sobre as funções de transferência utilizadas para representar as características de qualidade. Como o modelo matemático é extremamente importante para a determinação do ponto ótimo, a negligência da estrutura de correlação pode conduzir a pontos ótimos inapropriados, fruto de uma inadequação do método dos mínimos quadrados ordinários (KHURI e CONLON, 1981; BRATCHELL, 1989). Ao longo dos últimos anos, vários pesquisadores têm se preocupado em dar um tratamento mais adequado para este tipo de problema. A maioria dos estudos nesse sentido passa pela consideração das estruturas de correlação entre as respostas antes que se construam os modelos dos processos.

Bratchell (1989), Su e Tong (1997) e Tong *et al.* (2005) discutiram a abordagem de múltiplas respostas baseadas na análise direta dos componentes principais. Liao (2006) propôs a otimização de múltiplas respostas utilizando análise de componentes principais ponderados. Neste caso, o peso que cada componente principal recebe depende da variância que por ele é explicada. Romano *et al.* (2004) discutiram a otimização de múltiplas respostas correlacionadas obtidas através de arranjos combinados, utilizando a função perda quadrática. Já Paiva *et al.* (2007), Paiva (2008), Paiva *et al.* (2009) e Paiva *et al.* (2010) utilizaram o erro quadrático médio para o caso de múltiplas respostas, mesclando MSR e a ACP. Os métodos de otimização dual, baseados principalmente nas abordagens de Vining e Myers (1990) e Lin e Tu (1995), são tratados como casos particulares dentre os métodos de otimização de múltiplas respostas.

Devem-se destacar também os métodos de otimização de múltiplos duais. Pesquisadores como Ribeiro *et al.* (2001) e Ch'ng *et al.* (2005), combinaram a abordagem da

superfície de resposta dual com a abordagem de múltiplas respostas. Tal combinação permitiu introduzir o desvio padrão (ou variância) das respostas de  $p$  características de qualidade durante a otimização. Neste caso, uma forma geral do arranjo experimental para uma abordagem de superfície de resposta dual é formada pelas  $n$  replicações de cada condição experimental  $m$ , para cada resposta de interesse  $p$ . A partir das réplicas, pode-se calcular a média e o desvio padrão para cada experimento e, em seguida, levantar as funções de transferência de cada característica (resposta), aplicando-se o método de mínimos quadrados ordinários (*OLS*). Este tipo de abordagem foi adotado para o desenvolvimento deste trabalho e um método de otimização de múltiplos duais que considera a estrutura de correlação entre as respostas de interesse será proposto.

### 2.3.1 Método Desirability

O método *Desirability* foi um dos primeiros métodos propostos de otimização de múltiplas respostas. Talvez por este motivo, e pela grande facilidade na sua aplicação, seja um dos métodos mais aceitos e utilizados tanto pela comunidade acadêmica quanto pelo setor industrial. O método *Desirability* é baseado no algoritmo criado por E. C. Harrington em 1965. Posteriormente, Derringer e Suich (1980) o aprimoraram, propondo o método como é conhecido atualmente. Segundo Murphy *et al.* (2005), a função *Desirability* apresentada por Harrington é um caso especial da função *Desirability* apresentada por Derringer e Suich (1980).

Segundo Van Gyseghem *et al.* (2004), o método *Desirability* é um método multicritério capaz de avaliar um conjunto de respostas simultaneamente e que permite a determinação do conjunto de condições mais desejáveis para as propriedades estudadas. Para a aplicação do método, inicialmente deve-se estabelecer um relacionamento entre as respostas de interesse e as variáveis independentes estudadas. Este relacionamento pode ser determinado utilizando-se o *OLS*.

Então, usando a formulação proposta pelo método descrita na **tabela 2.1**, conforme o sistema de **equações 16, 17 e 18**, cada uma das respostas do conjunto original é transformada, obtendo um valor  $d_i$ , tal que:

$$0 \leq d_i \leq 1 \quad (13)$$

Posteriormente, combinando-se, através de uma média geométrica, os valores  $d_i$  obtidos da transformação das respostas, obtêm-se o índice global  $D$ :

$$D = [d_1(Y_1) \times d_2(Y_2) \times \dots \times d_n(Y_n)]^{\frac{1}{n}} \quad (14)$$

A **equação 14** deve ser empregada caso todas as respostas tenham a mesma importância no processo de otimização. Caso contrário, deve-se utilizar a **equação 15**:

$$D = \left[ \prod_{i=1}^n d_i^{w_i}(Y_i) \right]^{\frac{1}{W}} \quad (15)$$

Sendo  $n$  é o número de respostas,  $w_i$  são os graus de importância individuais de cada resposta e  $W$ , a sua soma.

A **tabela 2.1** resume de maneira simplificada o método *Desirability*.

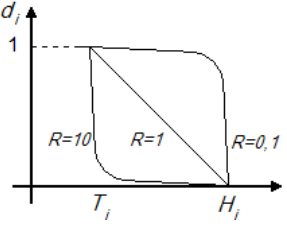
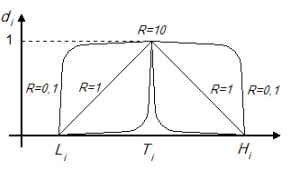
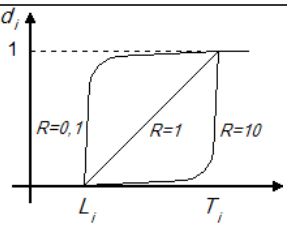
Objetivo	Características	Representação	Equação
Minimização	Acima do limite superior, $d = 0$ . Abaixo do alvo, $d = 1$ .		$d_i = \begin{cases} 0 & \hat{Y}_i > H_i \\ \left[ \frac{H_i - \hat{Y}_i}{H_i - T_i} \right]^R & T_i \leq \hat{Y}_i \leq H_i \\ 1 & \hat{Y}_i < T_i \end{cases} \quad (16)$
Normalização	Acima do limite superior ou abaixo do limite inferior, $d = 0$ . No alvo, $d = 1$ .		$d_i = \begin{cases} \left[ \frac{\hat{Y}_i - L_i}{T_i - L_i} \right]^R & L_i \leq \hat{Y}_i \leq T_i \\ \left[ \frac{\hat{Y}_i - H_i}{T_i - H_i} \right]^R & T_i \leq \hat{Y}_i \leq H_i \\ 0 & \hat{Y}_i < L_i \text{ e } \hat{Y}_i > H_i \end{cases} \quad (17)$
Maximização	Abaixo do limite inferior, $d = 0$ . Acima do alvo, $d = 1$ .		$d_i = \begin{cases} 0 & \hat{Y}_i < L_i \\ \left[ \frac{\hat{Y}_i - L_i}{T_i - L_i} \right]^R & L_i \leq \hat{Y}_i \leq T_i \\ 1 & \hat{Y}_i > T_i \end{cases} \quad (18)$

Tabela 2.1 – Objetivos de otimização do Método *Desirability*

Fonte: Adaptado Paiva (2006)

Sendo  $L_i$  é o limite de especificação inferior,  $H_i$  é o limite de especificação superior,  $T_i$  é o valor alvo,  $\hat{Y}_i$  é o valor ajustado da variável de resposta e  $R$  o seu peso.

O índice global  $D$  pertence ao intervalo  $[0 ; 1]$  e será maximizado quando todas as respostas se aproximarem o máximo possível de suas especificações. Este fato revela que o

método *Desirability* “condensa um problema de otimização multivariada em um problema univariado.” (PAIVA, 2006)

O problema de otimização é então estruturado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \text{Maximizar } D \\ & \text{Sujeito a: } \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2 \end{aligned} \quad (19)$$

O método *Desirability* depende diretamente das seguintes características:

- Tipo de otimização desejada (maximização, normalização ou minimização);
- Limites de especificação para os valores desejados;
- Grau de importância ( $w_i$ ) dada a cada resposta.
- Peso ( $R$ ) dado a cada resposta (comportamento da função *Desirability* entre os limites superiores e inferiores)

Kim e Rhee (2004) apresentam um estudo de caso interessante em que, utilizando o método *Desirability* e Algoritmo Genético (AG), determinou-se um ponto ótimo para o processo de soldagem, considerando a média e a variância de uma dada característica de qualidade (penetração). Apesar de simples e amplamente aceito como método de otimização, inúmeras críticas têm sido feitas ao método *Desirability*. Murphy *et al.* (2005) destacam que o método *Desirability* assume a independência das respostas e não explora a estrutura de correlação entre elas. Esta é a principal crítica ao método. Paiva (2006) comenta que o método depende de uma escolha subjetiva das funções individuais  $d_i$  no que diz respeito aos seus respectivos pesos e graus de importância. Desta forma, a inexperiência do pesquisador pode conduzir a resultados imprecisos. Chiao e Hamada (2001) defendem ainda que é difícil afirmar qual é o valor esperado de  $D$ , exceto que quanto maior ele for, tanto melhor será para o processo.

### 2.3.2 Método EQMM

Paiva (2008), Paiva *et al.* (2009) e Paiva *et al.* (2010) propuseram uma evolução na abordagem empregada por K ksoy e Yalcinoz (2006), Lin e Tu (1995) e Vining e Myers (1990) que utilizaram o Erro Quadrático Médio (EQM) na otimização simultânea de m dia e variância para múltiplas respostas independentes e não correlacionadas. Esta evolução proposta é uma adaptação do EQM, tornando-o capaz de considerar adequadamente a estrutura de correlação existente entre as respostas de interesse.

“A partir de combinações entre o Projeto de Experimentos (*DOE*), Metodologia de Superfície de Resposta (*MSR*) e outros procedimentos como a Análise de Componentes Principais (*ACP*), chega-se a uma superfície de resposta ajustada para os escores dos componentes principais, sobre os quais se aplica o Erro Quadrático Médio Multivariado.” (PAIVA, 2008).

O método EQMM proposto por Paiva (2008) está fortemente fundamentado na utilização da ACP, que é uma técnica estatística multivariada criada por Hotelling (1933) e que se dedica à explicação da estrutura de variância-covariância existente em um conjunto de dados, utilizando-se combinações algébricas lineares das variáveis originais. Geometricamente, estas combinações lineares representam a seleção de um novo sistema de coordenadas obtido através de um sistema original. Segundo Johnson e Wichern (2002) e Rencher (2002), seus objetivos principais são a redução de dimensionalidade e a interpretação de dados.

A idéia geral da ACP é que  $k$  componentes principais podem substituir, sem perda considerável de informação, as  $p$  variáveis de resposta originais. Embora  $p$  componentes sejam necessários para se reproduzir a variabilidade total de um sistema de interesse, geralmente, a maior parte desta variabilidade pode ser representada por um pequeno número  $k$  de componentes principais. Isto quer dizer que existe quase tanta informação em  $k$  componentes principais que nas  $p$  variáveis originais. Após a aplicação da ACP, o conjunto original de dados, consistindo de  $n$  medições das  $p$  variáveis, é reduzido para um conjunto formado por  $n$  medições de  $k$  componentes principais.

O critério mais utilizado para se definir o número de componentes principais que devem ser selecionados é o de Kaiser (JOHNSON e WICHERN, 2002). De acordo com esse critério, o autovalor do componente principal deve ser maior que um para representar o conjunto original. Além disso, a variância acumulada explicada pelos componentes principais deve ser superior a 80%. Estes critérios são adequados quando utilizados com uma matriz de correlação. Caso contrário, a matriz de covariância somente poderá ser utilizada para um conjunto original de repostas escritas na mesma escala.

A ACP tem uma extensa gama de aplicações, podendo-se citar: redes neurais artificiais, biomedicina, análise financeira, análise de confiabilidade e extração de características de sinais ou imagens em ensaios não-destrutivos. Fung e Kang (2005) e Tzeng (2007) são exemplos da aplicação da ACP aliada ao método de Taguchi na otimização de

processos de manufatura. Nestes trabalhos foram alcançados bons resultados, demonstrando as vantagens na utilização da ACP.

Os componentes principais são não correlacionados, dependem somente da matriz de variância-covariância  $\Sigma$  ou da matriz de correlação  $\rho$  das variáveis  $X_1, X_2, \dots, X_p$  e seu desenvolvimento não requer o pressuposto de normalidade multivariada. Por outro lado, os componentes principais derivados de uma população normal multivariada conduzem a interpretações úteis em termos de elipsóides de densidade constante. Adicionalmente, inferências podem ser feitas a partir de componentes amostrais quando a população é multivariada normal.

Seja o vetor aleatório  $\mathbf{X}^T = [X_1, X_2, \dots, X_p]$ , cuja matriz de variância-covariância  $\Sigma$  possua autovalores  $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0$ . Sejam consideradas as seguintes combinações lineares:

$$\begin{aligned} Y_1 &= \ell_1^T \mathbf{X} = \ell_{11}X_1 + \ell_{21}X_2 + \dots + \ell_{p1}X_p \\ Y_2 &= \ell_2^T \mathbf{X} = \ell_{12}X_1 + \ell_{22}X_2 + \dots + \ell_{p2}X_p \\ &\vdots \\ Y_p &= \ell_p^T \mathbf{X} = \ell_{1p}X_1 + \ell_{2p}X_2 + \dots + \ell_{pp}X_p \end{aligned} \quad (20)$$

Os componentes principais serão, portanto, todas as combinações lineares não-correlacionadas  $Y_1, Y_2, \dots, Y_p$ , cujas variâncias sejam tão grandes quanto possível. O primeiro componente principal ( $PC_1$ ), segundo a definição de Johnson e Wichern (2002), é a combinação linear que possuir a máxima variância, isto é, aquela combinação que maximizar a variância. Genericamente, o  $i$ -ésimo componente principal será a combinação linear  $\ell_i^T \mathbf{X}$  que for solução da expressão a seguir:

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar} \quad \text{Var}(\ell_i^T \mathbf{X}) \\ &\text{Sujeito a:} \quad \ell_i^T \ell_i = 1 \\ &\quad \quad \quad \text{Cov}(\ell_i^T \mathbf{X}, \ell_k^T \mathbf{X}) = 0 \quad \text{para } k < i \end{aligned} \quad (21)$$

Na maioria das vezes, não se tem conhecimento dos parâmetros populacionais de variância-covariância e correlação, respectivamente,  $\Sigma$  e  $\rho$ . Neste caso, adota-se a matriz de variância-covariância amostral  $\mathbf{S}$  no lugar de  $\Sigma$  e a matriz de correlação amostral  $\mathbf{R}$  no lugar de  $\rho$ . Assim, tem-se que:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_{1j} - \bar{x}_1)^2 & \cdots & \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_{1j} - \bar{x}_1)(x_{pj} - \bar{x}_p) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_{1j} - \bar{x}_1)(x_{pj} - \bar{x}_p) & \cdots & \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_{pj} - \bar{x}_p)^2 \end{bmatrix} \quad (22)$$

Assim, são escritos os componentes principais amostrais em termos de  $\mathbf{S}$  e  $\mathbf{R}$ , tal que:

$$\sum_{i=1}^p s_{ii} = \hat{\lambda}_1 + \hat{\lambda}_2 + \dots + \hat{\lambda}_p \quad (23)$$

$$r_{(\hat{y}_i, x_k)} = \frac{\text{Cov}(x_k, \hat{y}_i)}{\sqrt{\text{Var}(\hat{y}_i) \cdot \text{Var}(x_k)}} = \frac{\hat{e}_{ki} \sqrt{\hat{\lambda}_i}}{\sqrt{s_{kk}}}, \quad i, k = 1, 2, \dots, p \quad (24)$$

Por vezes, é útil escrever as combinações lineares na forma de escores dos componentes principais. Em muitas aplicações, a matriz de variáveis padronizadas está representada pelas  $p$  colunas das características estudadas, em cada uma das suas  $n$  observações. Assim, na prática é mais comumente empregada a matriz transposta de  $\mathbf{Z}$ .

Para se encontrar uma expressão adequada a esta realidade que represente a mesma informação que  $Y_i = e_i^T \mathbf{Z}$ , sendo  $i = 1, 2, \dots, p$ , utiliza-se a entidade estatística denominada de escore de componentes principais ( $PC_k$ ), representada tal como a expressão abaixo.

$$\mathbf{PC}_p = \mathbf{Z}^T \mathbf{e} = \begin{bmatrix} \left( \frac{x_{11} - \bar{x}_1}{\sqrt{s_{11}}} \right) & \left( \frac{x_{21} - \bar{x}_2}{\sqrt{s_{22}}} \right) & \cdots & \left( \frac{x_{p1} - \bar{x}_p}{\sqrt{s_{pp}}} \right) \\ \left( \frac{x_{12} - \bar{x}_1}{\sqrt{s_{11}}} \right) & \left( \frac{x_{22} - \bar{x}_2}{\sqrt{s_{22}}} \right) & \cdots & \left( \frac{x_{p2} - \bar{x}_p}{\sqrt{s_{pp}}} \right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left( \frac{x_{1n} - \bar{x}_1}{\sqrt{s_{11}}} \right) & \left( \frac{x_{2n} - \bar{x}_2}{\sqrt{s_{22}}} \right) & \cdots & \left( \frac{x_{pn} - \bar{x}_p}{\sqrt{s_{pp}}} \right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & \cdots & e_{1p} \\ e_{21} & e_{22} & \cdots & e_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{1p} & e_{2p} & \cdots & e_{pp} \end{bmatrix} \quad (25)$$

Valores ótimos podem ser obtidos pela localização do ponto estacionário da superfície multivariada ajustada dos componentes principais. O objetivo é encontrar um conjunto de  $x$ 's que possam otimizar a função objetivo multivariada ( $PC_I$ ), sujeito a uma única restrição que define a região de interesse.

Bratchell (1989) alerta que existem dois tipos de dificuldades na otimização de múltiplas respostas baseada em componentes principais. O primeiro tipo de dificuldade está relacionado ao conflito entre mínimo e máximo em um mesmo grupo de variáveis que são



simultaneamente maximizadas ou minimizadas. Esta dificuldade surge quando as variáveis têm autovetores iguais e opostos e a otimização do componente principal privilegia alguma variável em detrimento das outras.

O segundo tipo de dificuldade exposto por Bratchell (1989) surge quando algumas variáveis são pobremente representadas por um componente principal. Otimizar tal componente não leva em consideração sua ineficiente representação da variável e não pode garantir a obtenção de um bom ponto ótimo para estas variáveis. Isto também pode ocorrer quando algumas variáveis dominam o componente principal ou, mais geralmente, quando dois grupos de variáveis são aproximadamente ortogonais e representados por diferentes componentes principais. Estas possíveis dificuldades da ACP levam à conclusão de que quanto mais homogêneos forem os conjuntos de análise, melhor será a representatividade proporcionada pelos componentes principais.

O fluxograma representado pela *figura 2.3* descreve a sequência que deve ser obedecida para a aplicação do método EQMM proposto por Paiva (2008). Inicialmente, a análise da estrutura de correlação das respostas deve ser executada. Caso não seja detectada correlação entre as mesmas, sugere-se a aplicação dos métodos de otimização tradicionais, que geralmente negligenciam a correlação entre as respostas. Caso contrário, detectando-se existência de correlação entre as respostas, deve-se aplicar a ACP.

Inicialmente, são calculados os escores dos componentes principais, bem como os autovetores ( $e_{ij}$ ) e autovalores ( $\lambda_i$ ) de cada componente. Neste momento, é possível definir o número adequado de componentes principais selecionados para representar o conjunto de dados originais, observando o critério de Kaiser. Utilizando os escores calculados dos componentes principais selecionados, deve-se aplicar a MSR com o intuito de determinar o modelo (quadrático) que melhor represente cada componente principal. A partir deste modelo, é possível calcular o valor de  $PC_i$  para um determinado conjunto de variáveis de controle.

O próximo passo do método é a padronização dos alvos em termos de componentes principais, partindo-se dos alvos originais das variáveis de resposta de interesse. Para tanto, utilizando-se os valores medidos durante a realização do experimento, calcula-se a média e o desvio padrão para cada variável de resposta do sistema. Com o valor alvo de cada variável de resposta definido, é possível calcular o valor alvo padronizado ( $Z_p$ ). Aplicando-se estes valores na *equação 26*, é possível obter o valor alvo em termos de componentes principais ( $T(PC_i)$ ), tal que:

$$T(PC_i) = \sum e_{ij} \times Z_{p_j} \quad (26)$$

Sendo,  $i$  = número de componentes principais considerado

$j$  = número de variáveis de resposta

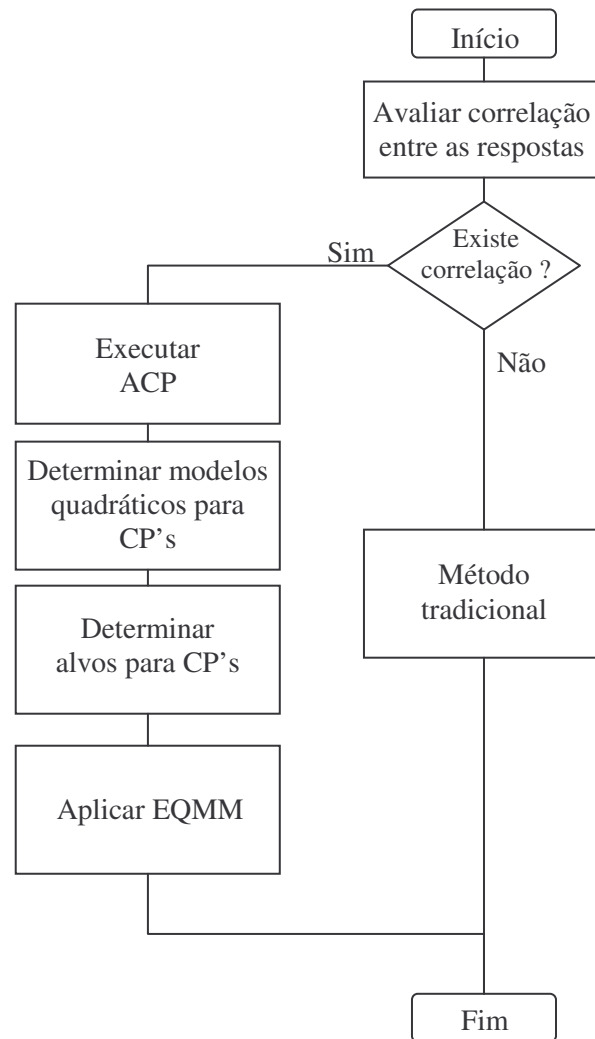


Figura 2.3 – Fluxograma para aplicação do EQMM

Fonte: Paiva (2008)

Quando um componente principal for suficiente para explicar as variáveis de resposta do problema de otimização, o cálculo do EQMM é realizado conforme a *equação 27*.

$$EQMM = (PC_1 - T(PC_1))^2 + \lambda_1 \quad (27)$$

Por outro lado, quando mais de um componente principal for selecionado para explicar as variáveis de resposta, então o cálculo do EQMM deve seguir a *equação 28*.

$$EQMM = \left[ \prod_{i=1}^n EQMM_{PC_i} \mid \lambda_i \geq 1 \right]^{\frac{1}{n}} \quad (28)$$

O problema de otimização é então estruturado da seguinte forma.

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar } EQMM \\ & \text{Sujeito a: } \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2 \end{aligned} \quad (29)$$

O sentido de otimização só pode ser o de minimização, pois a equação está relacionada ao conceito de menor erro quadrático médio multivariado através de respostas obtidas próximas ao alvo e com mínima variância. (PAIVA, 2008)

### 2.3.3 Método EQMM Dual

Uma consequência prática do aumento do número de variáveis de resposta consideradas em um problema de ACP é a diminuição do poder de explicação dos componentes principais, com formação natural de “blocos de respostas”. Em problemas de natureza dual (múltiplas médias e variâncias), verifica-se facilmente a formação destes blocos.

O método do erro quadrático médio multivariado dual (EQMM Dual) é um método de otimização de múltiplas respostas duais que utiliza arranjo cruzado, MSR e ACP. Este método é capaz de determinar o ponto ótimo global do sistema que leve as variáveis de resposta correlacionadas a assumirem valores próximos dos valores alvos, com mínima variação, independente da condição de ruído a que o processo esteja submetido. Este método pode ser entendido como uma adaptação do método EQMM discutido anteriormente para o caso de múltiplos duais.

O projeto de parâmetro robusto é essencialmente um princípio que enfatiza a escolha apropriada dos níveis das variáveis de controle de um sistema (processo ou produto) focada em grande parte na variabilidade acerca de um alvo pré-definido para a variável de resposta. (MYERS e MONTGOMERY, 1995). Seu objetivo é atingir os requerimentos para as características de qualidade através da determinação adequada de valores para as variáveis de controle, minimizando a variabilidade transmitida pelas variáveis de ruído (Chen, 2008).

Em meados dos anos 80, Dr. Genichi Taguchi propôs uma inovadora abordagem para reduzir a variação em produtos ou processos. Nesta abordagem, Taguchi classificou as

variáveis significativas que influenciavam um sistema como “variável de controle” e “variável de ruído”. As variáveis de controle, como o próprio nome diz, exercem forte influência sobre o processo e são aquelas facilmente controladas ou medidas em um processo normal. Já as variáveis de ruído, também influenciam um processo normal de operação, porém, são incontroláveis. No entanto, as variáveis de ruído podem ser identificadas e controladas no âmbito de pesquisa e desenvolvimento. As variáveis de ruído estão relacionadas, por exemplo, às condições ambientais, às condições de utilização dos produtos e às alterações de características físicas de partes integrantes do processo durante sua realização.

Taguchi assumiu que a maior parte da variabilidade da resposta em relação ao alvo era causada pela presença de variáveis de ruído. Desta forma, o objetivo da abordagem proposta por Taguchi era encontrar um conjunto de variáveis de controle (parâmetros do processo) que gerasse uma variável de resposta muito próxima do valor alvo definido e que minimizasse sua variação, tornando assim o sistema insensível à ação das variações incontroláveis (ruído).

Taguchi utilizou um arranjo cruzado entre as variáveis de controle (arranjo interno) e as variáveis de ruído (arranjo externo). Neste tipo de arranjo, cada condição experimental é repetida nas diversas condições de ruído. Então, a razão Sinal-Ruído (S/N – do inglês *signal-to-noise ratio* - *SNR*) é calculada, fornecendo informação a respeito da média e da variância. A **tabela 2.2** exemplifica o formato de um arranjo cruzado composto de um arranjo interno  $2^{4-1}$  e de um arranjo externo  $2^2$ .

					Arranjo Externo				
					E	-1	-1	+1	+1
					F	-1	+1	-1	+1
					D	$y_{i1}$	$y_{i2}$	$y_{i3}$	$y_{i4}$
Arranjo Interno	A	B	C	D	-1	-1	-1	-1	-1
	-1	-1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	-1
	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1
	-1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	-1	-1
	+1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1
	+1	+1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

Tabela 2.2 – Arranjo cruzado

O conjunto de variáveis de entrada definido no processo de otimização impõe uma condição de estabilidade (mínima variação) ao processo, mesmo com a presença de um conjunto de variáveis aleatórias de ruído.

Diversos autores demonstraram interesse em adaptar as idéias de projeto robusto sugerido por Taguchi a um método cuja análise estatística seja mais apurada. Uma ampla variedade de métodos está disponível para modelar e analisar dados, auxiliando na determinação de parâmetros de projeto robusto. A correta escolha do método depende do projeto estudado e da natureza dos dados disponíveis. É insensato forçar um método simples como a análise de Sinal/Ruído de Taguchi para todas as situações (NAIR et al., 2002).

A metodologia de superfície de resposta dual e os arranjos combinados vêm sendo amplamente utilizados na determinação de projetos robustos. Chiao e Hamada (2001) e Quesada e Del Castillo (2004) discutem a aplicação de técnicas como a MSR para o projeto de parâmetro robusto multivariado.

Neste sentido, propõe-se o método denominado EQMM Dual. Para sua aplicação, inicialmente devem ser eleitas as variáveis de resposta de interesse. Um adequado planejamento do experimento deve ser feito de maneira que a medição das variáveis de resposta seja repetida para o mesmo conjunto de variáveis de controle nas diversas condições de ruído. Desta forma, será possível calcular o valor médio das variáveis de resposta nas diversas condições de ruído, bem como suas variâncias.

De posse dos valores de média e variância para cada variável de resposta nas diversas condições de experimentação (variáveis de controle) é possível iniciar a análise utilizando EQMM Dual. A seqüência de atividades é basicamente igual ao método EQMM discutido anteriormente. No entanto, é necessário separar as variáveis de resposta duais em dois conjuntos ou blocos distintos:

- Bloco de variáveis de resposta do tipo médias;
- Bloco de variáveis de resposta do tipo variâncias;

Esta estratégia de tratar separadamente variáveis de resposta do tipo médias e do tipo variâncias é a principal diferença do método proposto. No método EQMM tradicional, estas variáveis poderiam ser analisadas conjuntamente. No entanto, quanto maior o número de variáveis de resposta que se pretende representar através de componentes principais, reduzindo assim a dimensionalidade do problema de otimização, maior seria a quantidade de escores necessários para a adequada representação do conjunto original.

Seguindo com a aplicação do método proposto, verifica-se a existência da estrutura de correlação entre as variáveis de resposta de interesse em cada bloco de variáveis. Com o conhecimento da estrutura de correlação é possível garantir a correta aplicação do método

EQMM Dual. Parte-se para a execução da ACP propriamente dita, quando são gerados os autovalores ( $\lambda_i$ ), os autovetores ( $e_i$ ) e os escores dos componentes principais de cada bloco. Conforme discutido anteriormente, devem ser selecionados para a análise os componentes principais que possuam autovalores maiores ou iguais a 1, de modo que a explicação do sistema seja maior que 80%. Definida a quantidade de componentes principais de cada bloco de variáveis, são gerados seus respectivos modelos quadráticos. Após o cálculo dos alvos padronizados, também é possível determinar quais são os alvos em termos de componentes principais.

Se somente um componente principal for selecionado para o bloco de variâncias, o cálculo de seu respectivo EQMM deve seguir a formulação dada pela *equação 30*:

$$EQMM_{s^2} = [PC_{1s^2} - T(PC_{1s^2})]^2 + \lambda_{1s^2} \quad (30)$$

Caso um maior número de componentes principais seja necessário para explicar a variação dos dados, então o cálculo de EQMM para o bloco de variâncias deve seguir a formulação dada pela *equação 31*:

$$EQMM_{s^2} = \left[ \prod_{j=1}^p EQMM_{PC_{js^2}} \mid \lambda_{js^2} \geq 1 \right]^{\frac{1}{p}} \quad (31)$$

Considerando  $EQMM_{s^2}$  como a função objetivo e fixando os componentes principais do bloco de médias  $PC_{i\mu}$  como restrições de igualdade, o sistema de otimização dual pode ser estruturado como:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar} \quad EQMM_{s^2} \\ & \text{Sujeito a:} \quad PC_{i\mu} = T(PC_{i\mu}) \\ & \quad \quad \quad \mathbf{x}^T \mathbf{x} \leq \rho^2 \end{aligned} \quad (32)$$

Os sistemas de equações anteriormente propostos podem ser resolvidos utilizando-se vários algoritmos. Entre eles podem ser citados o Gradiente Reduzido Generalizado (*Generalized Reduced Gradient - GRG*) e o Algoritmo Genético (*Genetic Algorithm - GA*). De acordo com Köskoy e Doganaksoy (2003), o GRG é o que apresenta maior robustez, visto que é apropriado para resolução de uma vasta variedade de problemas, e com maior eficiência entre os métodos de otimização de restrições não-lineares disponíveis. Este será o método adotado no presente trabalho.

O método GRG é conhecido como um método *primal* (KÖKSOY, 2007), e é freqüentemente chamado de método da direção viável. Segundo Luenberger (1989), o GRG apresenta algumas significantes vantagens sobre outros algoritmos de otimização. Se o processo terminar antes da confirmação do ponto ótimo, o último ponto encontrado é viável devido ao fato de que cada ponto gerado no processo de pesquisa é viável e provavelmente próximo do ponto ótimo. Se o método gera uma seqüência convergente, o ponto limite garante, pelo menos, um mínimo local.

Como característica essencial, o método também apresenta uma adequada convergência global, principalmente quando inicializado suficientemente próximo à solução (LASDON *et al.*, 1978). Desta forma, deve-se atentar para a escolha adequada do ponto de partida, pois diferentes resultados podem ser obtidos principalmente em algumas funções com elevado grau de não-linearidade.

O modelo geral do método GRG é baseado na conversão das restrições do problema para uma irrestrrição, usando substituição direta (LASDON *et al.*, 1978). Neste caso, o vetor da variável de processo  $\mathbf{x}$  pode ser particionado em dois subvetores  $\mathbf{x} = (\mathbf{x}^B, \mathbf{x}^N)^T$ , em que  $\mathbf{x}^B$  é o  $m$  vetor das variáveis básicas (dependentes) e  $\mathbf{x}^N$  é o  $n-m$  vetor das variáveis não-básicas (independentes). Reescrevendo o problema não linear, a maneira reduzida poderia ser descrita como (LASDON *et al.*, 1978):

$$\begin{aligned} \text{Minimizar } \mathbf{F}(\mathbf{x}) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}^B(\mathbf{x}^N), \mathbf{x}^N) \\ \text{Sujeito a: } \mathbf{I}_N &\leq \mathbf{x}^N \leq \mathbf{u}_N \end{aligned} \quad (33)$$

Sendo  $\mathbf{I}_N$  e  $\mathbf{u}_N$  são os vetores dos limites para  $\mathbf{x}^N$ .

Iniciando-se com um ponto viável  $\mathbf{x}^k$ , o algoritmo GRG tenta encontrar uma direção de movimento para otimizar a função objetivo. A direção do movimento pode ser obtida pelo gradiente reduzido através da **equação 34** abaixo.

$$\mathbf{r}^k(\mathbf{x}_N) = \left[ \frac{\partial f^k}{\partial \mathbf{x}_N^k} \right]^T - \left[ \frac{\partial f^k}{\partial \mathbf{x}_B^k} \right]^T \left[ \frac{\partial g^k}{\partial \mathbf{x}_B^k} \right]^{-1} \left[ \frac{\partial g^k}{\partial \mathbf{x}_N^k} \right] \quad (34)$$

De acordo com Lasdon *et al.* (1978), o algoritmo pára quando a magnitude do gradiente reduzido no ponto corrente é tão pequena quanto o desejado. De outro modo, um procedimento de pesquisa é executado para localizar um novo ponto na direção do gradiente reduzido. Este procedimento é executado repetidamente até a identificação de um mínimo local.

## 2.4 Torneamento do aço de corte fácil ABNT 12L14

O processo de torneamento é amplamente difundido no setor industrial, principalmente devido à sua versatilidade, sendo considerado um dos mais importantes processos de usinagem, e, por este motivo, eleito diversas vezes objeto de estudo de trabalhos científicos. A *figura 2.4* representa o processo de torneamento do aço ABNT 12L14 considerado neste trabalho, expondo as variáveis que compõem cada grupo de variáveis, os quais serão detalhados a seguir.

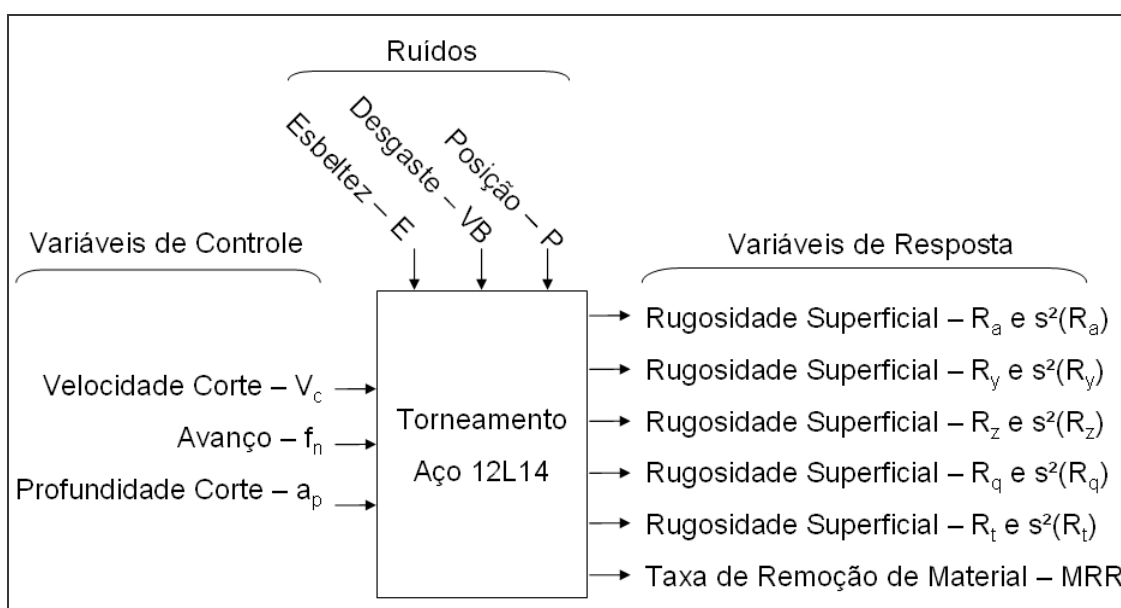


Figura 2.4 – Representação do processo de torneamento do aço de corte fácil ABNT 12L14

### 2.4.1 Variáveis de controle

Diversas são as variáveis envolvidas na determinação das condições ideais do processo de torneamento, tais como, parâmetros de usinagem, geometria da ferramenta, lubrificante utilizado, material a ser usinado, etc. No entanto, a maioria dos estudos que abrangem o processo de torneamento utiliza os parâmetros de usinagem clássicos como variáveis de controle, permitindo a avaliação de seu comportamento em determinada condição.

Os parâmetros de usinagem adotados como variáveis de controle para o processo de torneamento freqüentemente são: velocidade de corte ( $V_c$ ), avanço da ferramenta ( $f_n$ ) e profundidade de corte ( $a_p$ ). Estas variáveis são reconhecidamente as mais importantes, uma vez que influenciam fortemente o comportamento do processo de torneamento de uma



maneira geral, o acabamento superficial do produto, o volume de material retirado e o desgaste de ferramenta.

A velocidade de corte ( $V_c$ ) é a taxa na qual a superfície não cortada da peça passa pela aresta de corte da ferramenta, expressa normalmente em m/min. É entendida como a velocidade instantânea entre um ponto de referência da aresta de corte da ferramenta e a peça, na direção e sentido de corte. O avanço da ferramenta ( $f_n$ ) é a distância percorrida pela ferramenta em relação à peça, em cada movimento de revolução. Esta variável é expressa em mm/rev. A profundidade de corte ( $a_p$ ) expressa em mm, é a largura ou profundidade de penetração da ferramenta em relação à peça, medida perpendicularmente ao plano de trabalho. É entendida como a diferença entre a superfície cortada e a não cortada ou a metade da diferença entre o diâmetro cortado e o não cortado. A **figura 2.5** representa cada um dos parâmetros de usinagem descritos acima e selecionados como variáveis de controle.

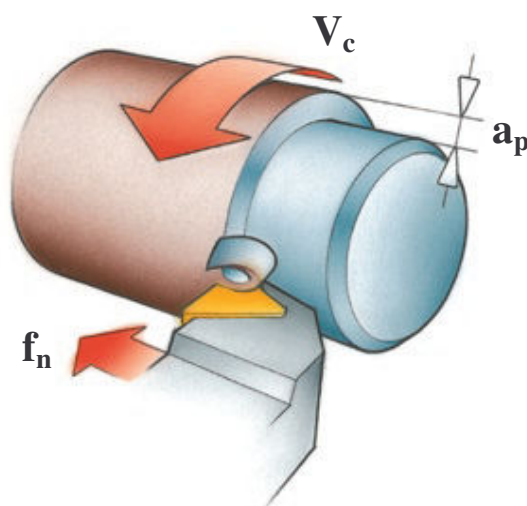


Figura 2.5 – Representação das variáveis de controle selecionadas  
Fonte: Catálogo Sandvik

A escolha da faixa a ser utilizada para os parâmetros de usinagem durante a execução do trabalho depende de diversos fatores, entre eles: o tipo de material que será usinado, a máquina disponível para o trabalho e a ferramenta de corte selecionada. Essas três grandezas do processo de usinagem ( $V_c$ ,  $f_n$  e  $a_p$ ) estão diretamente ligadas ao volume de material retirado por unidade de tempo, como também com a qualidade do produto gerado. Assim, a escolha desses parâmetros é essencial para que os processos de usinagem sejam eficientes (FERRARESI, 1977).

### 2.4.2 Variáveis de resposta

Diversas variáveis poderiam ser adotadas para compor a análise a ser executada neste trabalho. Características como vida de ferramenta, custo do processo, tempo de corte ou tempo total de operação são possíveis variáveis de resposta e representam informações importantes a respeito do processo de manufatura. Apesar da evidente importância destas características de qualidade, optou-se por excluí-las da análise e adotar como variáveis de resposta somente as variáveis que representem o acabamento superficial da peça e a produtividade do processo de manufatura. Esta decisão foi motivada principalmente por duas razões. Primeiramente para expor o conflito que normalmente os gestores se deparam em processos reais - priorizar a qualidade dos produtos ou a produtividade do processo de manufatura. Posteriormente, para se obter um conjunto de variáveis de respostas fortemente correlacionadas de modo a testar adequadamente o método de otimização de múltiplos duais proposto.

Produzir mais e melhor, com menos recursos é o grande desafio enfrentado diariamente no setor industrial. Esta é uma tarefa árdua para a qual o gestor deve encontrar uma solução de compromisso de modo a atender satisfatoriamente a necessidade do cliente, enquanto mantém uma perspectiva lucrativa para a empresa. Neste trabalho, a produtividade do processo de manufatura é expressa pela taxa de remoção de material ( $MRR$ ). Para cada condição de usinagem adotada, a  $MRR$  será calculada através da **equação 35**. Quanto maior o valor calculado, maior será a produtividade alcançada pela condição de usinagem adotada.

$$MRR = V_c \times f_n \times a_p \quad (cm^3/min) \quad (35)$$

No entanto, em condições reais de operação, a  $MRR$  não mede necessariamente a produtividade do processo. Pode ocorrer que ao se maximizar a  $MRR$  seja necessário parar muitas vezes a máquina para se trocar a ferramenta e assim a produtividade pode diminuir consideravelmente com o aumento da  $MRR$  (DINIZ *et al.*, 2008). A maneira correta de medir a produtividade de um processo seria medindo o tempo total de operação e não somente o tempo de corte ou o volume de material retirado. Neste caso, a vida da ferramenta teria que ser calculada para servir de parâmetro no cálculo do tempo total de operação. Porém, devido à configuração do processo escolhido para a aplicação do método de otimização proposto neste trabalho (torneamento de aço de corte fácil utilizando ferramenta de metal duro em ensaios de curta duração), a escolha da  $MRR$  para representar a produtividade do processo pode ser entendida como satisfatória.

Já a característica de qualidade do produto considerada neste trabalho será representada pelo seu acabamento superficial, pois as superfícies das peças apresentam irregularidades quando observadas em detalhes. Estas irregularidades são caracterizadas por sulcos ou marcas deixadas pela ferramenta que atuou sobre a superfície da peça. A importância do estudo do acabamento superficial aumenta à medida que cresce a precisão de ajuste entre as peças a serem acopladas, onde somente a precisão dimensional, de forma e de posição, não é suficiente para garantir a funcionabilidade do par acoplado. O acabamento superficial é fundamental onde houver exigências quanto a desgaste, atrito, corrosão, aparência, resistência à fadiga, transmissão de calor, propriedades óticas, escoamento de fluídos e superfícies de medição tais como blocos-padrão, micrômetros e paquímetros. O acabamento superficial é medido através da rugosidade superficial, a qual é expressa em micrometros ( $\mu\text{m}$ ). A rugosidade superficial descreve o relevo presente em uma superfície e varia diretamente em função do conjunto máquina-ferramenta adotado no processo de fabricação, bem como em função dos parâmetros de usinagem escolhidos.

No Brasil, os conceitos de rugosidade superficial são definidos pela norma ABNT NBR 6405/1985. Existem dois sistemas básicos de medição da rugosidade superficial da peça, a saber: o da linha média e o da envolvente. O sistema adotado pelas normas brasileiras é o sistema de medição da linha média ou sistema M. Neste sistema de medição, todas as grandezas são definidas a partir de uma linha de referência denominada linha média. A linha média é definida como uma linha disposta paralelamente à direção geral do perfil, dentro do percurso de medição, de tal modo que a soma das áreas superiores, compreendida entre ela e o perfil efetivo, seja igual à soma das áreas inferiores. A **figura 2.6** exemplifica a definição da linha média.

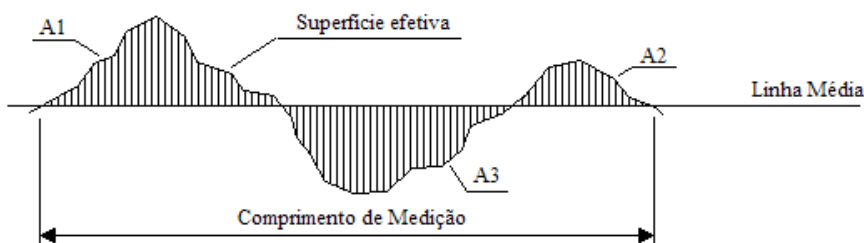


Figura 2.6 – Regra para definição da linha média

$$A_1 + A_2 = A_3 \quad (36)$$

Foram escolhidas as medidas de rugosidade superficial  $R_a$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ ,  $R_q$  e  $R_t$  para também compor a análise deste trabalho. Estas variáveis são diferentes formas de medir a rugosidade de uma superfície e suas principais características serão detalhadas a seguir:

- Rugosidade Média Aritmética ( $R_a$ )

É o valor médio aritmético de todos os desvios do perfil de rugosidade em relação à linha média dentro do comprimento de medição ( $l_m$ ). A **figura 2.7** representa a forma de cálculo da rugosidade média aritmética ( $R_a$ ).

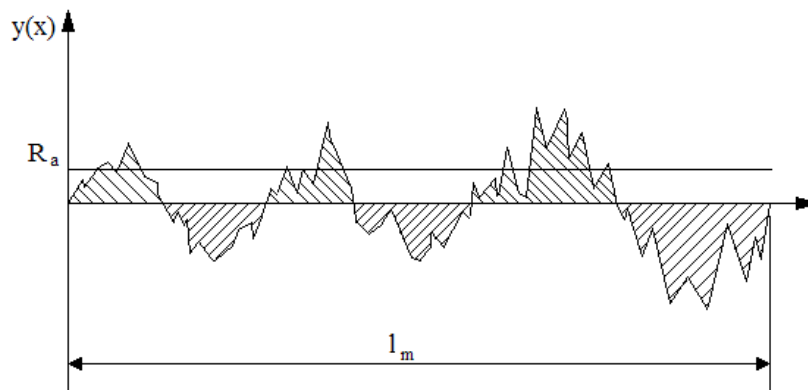


Figura 2.7 – Representação do cálculo de  $R_a$

O cálculo de  $R_a$  é realizado através da **equação 37**:

$$R_a = \frac{1}{l_m} \int_0^{l_m} |y_i| dx \quad (37)$$

O parâmetro  $R_a$  é amplamente utilizado, sendo aplicável na maioria dos processos de fabricação. Porém, somente o parâmetro  $R_a$  não é capaz de descrever totalmente uma superfície. Sua desvantagem é evidenciada quando um vale ou pico não típico é detectado na superfície, porém, não interfere no cálculo do valor médio, mantendo praticamente oculto o defeito.

- Rugosidade Média Quadrática ( $R_q$ )

É o valor médio quadrático de todos os desvios do perfil de rugosidade em relação à linha média, dentro do comprimento de medição  $l_m$ . É um parâmetro muito similar ao  $R_a$ . A **figura 2.8** representa a forma de cálculo de  $R_q$ .

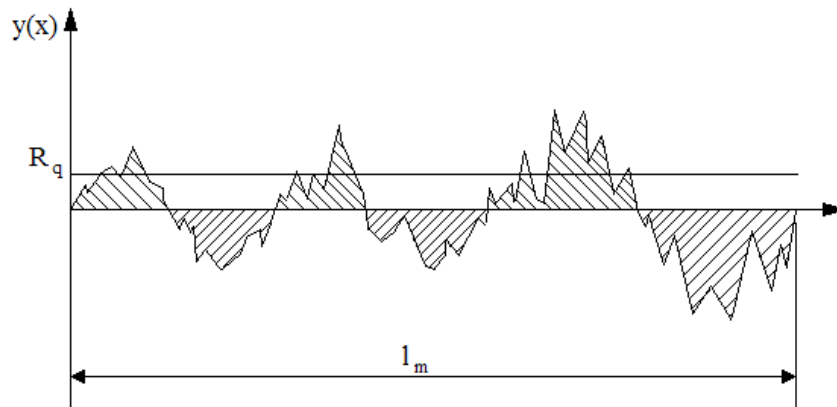


Figura 2.8 – Representação do cálculo de  $R_q$

A rugosidade média quadrática ( $R_q$ ) pode ser definida pela *equação 38*:

$$R_q = \sqrt{\frac{1}{l_m} \int_0^{l_m} y_i^2 dx} \quad (38)$$

Ou, aproximadamente pode ser considerada como:

$$R_q \approx 1,11 \text{ a } 1,25 R_a \quad (39)$$

- Rugosidade Máxima ( $R_y$ )

É o maior valor das rugosidades parciais ( $Z_i$ ) dentre as obtidas nos diversos comprimentos de amostragem ( $l_e$ ) que se apresentam no comprimento de medição ( $l_m$ ). Como exemplo, considere a *figura 2.9*. Entre cinco comprimentos de amostragem consecutivos, o maior valor da rugosidade parcial  $Z_i$  ocorre no segundo *cut-off*. Neste caso,  $R_y = Z_2$ .

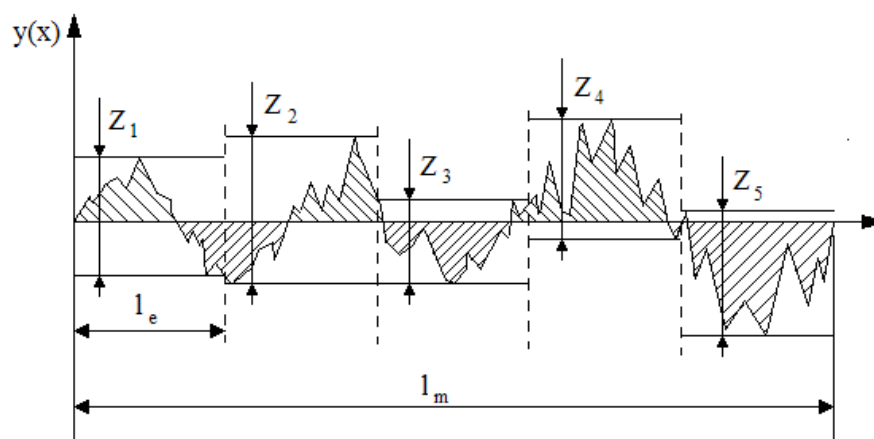


Figura 2.9 – Representação do cálculo de  $R_y$  e  $R_z$

O parâmetro  $R_y$  tem grande aceitação uma vez que informa sobre a máxima deterioração da superfície vertical da peça e fornece informações complementares ao parâmetro  $R_a$ . Individualmente, o parâmetro  $R_y$  também não apresenta informação suficiente a respeito da superfície, uma vez que diversas formas de rugosidade podem apresentar o mesmo valor de  $R_y$ .

- Rugosidade Média ( $R_z$ )

Corresponde à média aritmética dos cinco valores de rugosidade superficial. Considerando a **figura 2.9** acima como exemplo, o cálculo do parâmetro  $R_z$  é realizado utilizando a equação abaixo. Este parâmetro informa a distribuição média da superfície vertical e define muito bem a superfície em perfis periódicos.

$$R_z = \frac{Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 + Z_5}{5} \quad (40)$$

Os parâmetros  $R_y$  e  $R_z$  juntos permitem um melhor monitoramento da superfície. Valores semelhantes de  $R_y$  e  $R_z$  indicam superfícies regulares e valores diferenciados representam superfícies irregulares ao longo do comprimento medido. Enquanto  $R_y$  é obtida pela soma das alturas dos picos mais altos e vales mais baixos do comprimento medido,  $R_z$  é obtida pela média da soma dos 5 picos mais altos e dos 5 vales mais baixos. Essa variação permite perceber a existência de um pico ou de um vale incoerente com os demais, resultando em valores diferentes de  $R_y$  e  $R_z$  (FACCIO, 2005).

- Rugosidade Total ( $R_t$ )

Corresponde à distância vertical entre o pico mais alto e o vale mais profundo no comprimento de medição ( $l_m$ ), independentemente dos valores de rugosidade parcial ( $Z_i$ ). A **figura 2.10** representa o cálculo da variável  $R_t$ . O parâmetro  $R_t$  tem o mesmo emprego do parâmetro  $R_y$ , porém, com maior rigidez, uma vez que considera o comprimento de amostragem igual ao comprimento de medição.

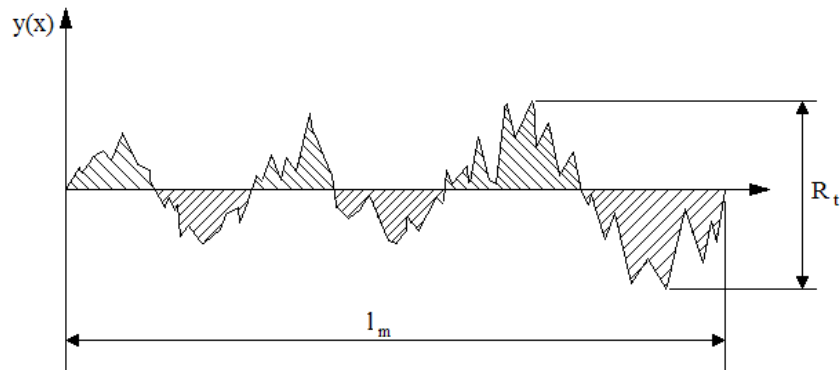


Figura 2.10 – Representação do cálculo de  $R_t$

Este conjunto de variáveis de resposta descrito acima foi escolhido entre as diversas possibilidades de modo a formar um conjunto de variáveis de respostas correlacionadas. Assim, os métodos escolhidos poderão ser aplicados integralmente, destacando suas respectivas vantagens e desvantagens na otimização de um conjunto de resposta correlacionadas.

### 2.4.3 Variáveis de ruído

Como dito anteriormente, a essência do projeto de parâmetro robusto é minimizar a variabilidade transmitida pelas variáveis de ruído ao sistema como um todo. Desta forma, algumas variáveis de ruído devem ser selecionadas adequadamente de modo a proporcionar variação nas variáveis de resposta do sistema. Apesar da existência de outras inúmeras variáveis de ruído no processo de torneamento, somente a esbeltez da peça ( $E$ ), o desgaste da ferramenta ( $VB$ ) e a posição da medição ( $P$ ) foram selecionadas e são responsáveis por gerar parte da variação nas diversas condições de ensaio. As demais possíveis variáveis de ruído para o processo de torneamento foram desconsideradas.

A esbeltez da peça ( $E$ ) é uma característica que relaciona o diâmetro ( $D$ ) do corpo de prova e seu comprimento ( $L$ ), segundo a relação  $E = L/D$ . Como o comprimento das peças será constante para todos os corpos de prova durante a realização deste trabalho, a esbeltez será influenciada diretamente pelo diâmetro das peças. Nos limites deste trabalho, a esbeltez da peça foi tomada como uma variável discreta em dois níveis, a saber, peça esbelta e peça não esbelta. Desta forma, foram classificadas como peças esbeltas, ou peças finas, aquelas que possuem diâmetro inicial igual a 30 mm e como peças não esbeltas, ou peças grossas, aquelas que possuem diâmetro inicial igual a 50 mm. A adoção desta variável de ruído se baseia na hipótese de que corpos de prova mais esbeltos sofram maior influência da vibração durante o

processo de usinagem e, conseqüentemente, apresentem valores maiores de rugosidade superficial.

A posição de medição ( $P$ ) é uma variável de ruído (variável discreta) que tenta avaliar indiretamente o efeito da vibração sobre a rugosidade superficial da peça durante o processo de torneamento. Segundo esta hipótese, espera-se que a vibração próxima ao ponto de fixação do corpo de prova na máquina (engastamento) seja baixa e, conseqüentemente, a rugosidade superficial nesta região também assuma valores baixos. Quanto maior o afastamento do ponto de fixação do corpo de prova, maior será o efeito da vibração e conseqüentemente maior será a rugosidade superficial. Para tentar demonstrar esta hipótese, foram adotadas três regiões para medição da rugosidade, a saber: (i) região próxima ao contraponto ( $CP$ ), onde há apenas apoio simples; (ii) região central ( $CE$ ); (iii) região próxima às castanhas ( $CA$ ), onde ocorre o engastamento. Considerando que diferentes peças serão utilizadas nos ensaios para o levantamento de dados, alguns pontos de referência devem ser adotados de modo a reduzir a variação do ponto de medição efetivo dentro de cada região de medição citada anteriormente.

O desgaste de ferramenta ( $VB$ ) é a perda contínua, progressiva e microscópica de partículas da ferramenta devido à ação do corte (DINIZ *et al.*, 2008). A medição desta variável determina o tempo de vida da ferramenta. Neste trabalho, o desgaste é uma variável que tenta demonstrar o efeito da deterioração da ferramenta de corte sobre o acabamento superficial.

Novamente, dentro dos limites deste trabalho, o desgaste de ferramenta foi tomado como uma variável discreta em dois níveis, classificando as ferramentas de corte como ferramentas novas ou ferramentas usadas. As ferramentas novas são aquelas com arestas de corte sem qualquer desgaste e que nunca haviam sido utilizadas. Já as ferramentas usadas são aquelas cujo desgaste medido na aresta de corte tenha sido de aproximadamente 0,3 mm. A adoção desta variável de ruído se baseia na hipótese de que o desgaste da ferramenta, devido à variação na forma da aresta de corte, interfere no acabamento superficial da peça.

Esta variável é um pouco diferente das demais variáveis de ruído por dois motivos. Primeiramente, porque em situações reais, o desgaste de ferramenta é uma variável contínua, pois dentro do intervalo  $[0,0 ; 0,3]$  existem infinitas possibilidades de medições. O resultado obtido depende exclusivamente dos recursos disponíveis para a execução da medição. Em segundo lugar, porque não é possível garantir a completa similaridade entre as ferramentas



consideradas desgastadas. No entanto, dentro de certos limites, as ferramentas podem ser entendidas e classificadas como ferramentas novas ou ferramentas usadas.

“Nas ferramentas de metal duro, o desgaste frontal é geralmente maior que o desgaste de cratera. Os desgastes aumentam progressivamente até a quebra da cunha cortante, que deve ser evitada devido às suas conseqüências danosas. Em operações de acabamento, a ferramenta deve ser retirada muito antes de o desgaste atingir valores que ponham em risco a aresta de corte, a fim de não comprometer a precisão da peça e seu acabamento superficial. Nessas operações, o valor de VB não deve exceder 0,2 mm para uma qualidade IT7 e 0,3 para uma qualidade IT8 em operações de torneamento. Quando se utiliza ferramentas de metal duro com cobertura, o desgaste de flanco cresce muito lentamente, decorrente da alta resistência ao desgaste das camadas de cobertura da ferramenta, até atingir valores de VB da ordem de 0,3 a 0,4 mm” (DINIZ *et al.*, 2008).

Apesar de serem variáveis não controláveis no processo de usinagem real, as características esbeltez da peça ( $E$ ), desgaste da ferramenta ( $VB$ ) e posição da medição ( $P$ ) passam a ser consideradas variáveis controláveis no ambiente laboratorial, permitindo ao pesquisador maior controle sobre a condição de usinagem corrente.

#### **2.4.4 Influência dos parâmetros de corte**

As operações de torneamento podem ser classificadas quanto à sua finalidade em operações de desbaste e operações de acabamento. Entende-se por operações de acabamento aquelas destinadas a obter na peça as dimensões finais, ou um acabamento superficial especificado, ou ambos (FERRARESI, 1977). Frequentemente são caracterizadas por possuírem alta velocidade de corte, pequena profundidade de corte e pequeno avanço, exigindo ferramentas mais resistentes ao desgaste. Neste tipo de operação, o acabamento superficial é priorizado, comprometendo muitas vezes a produtividade do processo.

As operações de desbaste são aquelas anteriores às operações de acabamento, visando obter na peça forma e dimensões próximas das finais (FERRARESI, 1977). Neste tipo de operação, ocorre retirada da maior quantidade de material, frequentemente utilizando baixa velocidade de corte, grande profundidade de corte e grande avanço, favorecendo a produtividade do processo produtivo em detrimento do acabamento superficial da peça. Este tipo de operação normalmente exige ferramentas com maior tenacidade, deixando a resistência ao desgaste em segundo plano.

O raciocínio acima discutido demonstra a influência direta dos parâmetros de corte adotados nas características do processo de usinagem, tais como o acabamento superficial da peça usinada e a produtividade do processo de manufatura.

A velocidade de corte é um parâmetro extremamente importante para o processo de usinagem. O relacionamento entre a velocidade de corte, o desgaste da ferramenta e rugosidade superficial é amplamente conhecido. Processos de usinagem que adotam velocidades de corte muito baixas apresentam desgaste de ferramenta elevado devido, principalmente, à formação da aresta postiça de corte. A *figura 2.11* demonstra esta relação entre velocidade de corte e desgaste de ferramenta. Como consequência do desgaste da ferramenta acentuado, ocorre também o aumento da rugosidade superficial, piorando o acabamento da peça. Este comportamento é identificado quando a velocidade de corte é inferior à velocidade crítica. A adoção de baixos valores de velocidade de corte também implica diretamente em baixo volume de material retirado na operação de usinagem, conforme descrito pela *equação 35*.

Adotando-se velocidades de corte superiores, porém ainda próximas da velocidade crítica, o desgaste da ferramenta tende a diminuir, aumentando a vida da ferramenta, diminuindo assim os custos relacionados a este item. Porém, os custos totais do processo ainda tendem a ser grandes, pois o tempo de corte por peça será alto se comparado ao que seria possível obter e, conseqüentemente, o processo terá baixa produção horária e altos custos com utilização de máquinas e mão-de-obra. O raciocínio é o mesmo quando se analisa o volume de material retirado, pois a adoção deste nível de velocidade de corte representa uma melhor produtividade no processo, porém ainda é inferior ao que poderia ser obtido na condição ótima.

Adotando-se velocidades de corte muito superiores à velocidade crítica, o tempo de corte por peça será baixo, aumentando a produção horária e reduzindo os custos de máquinas e mão-de-obra. O volume de material retirado é muito superior, porém o desgaste da ferramenta aumentará, reduzindo a vida da ferramenta e aumentando o número de paradas de máquina para sua troca. Neste momento, o custo direto com ferramenta aumenta.

Como citado anteriormente, a rugosidade superficial é alta quando se trabalha com baixas velocidades de corte devido à APC. O valor da rugosidade tende a diminuir quando se aumenta a velocidade de corte, porque a APC desaparece. Além disso, a elevação da temperatura provoca a redução da resistência ao cisalhamento do material da peça, promovendo a redução das forças de usinagem e, conseqüentemente, a melhoria do

acabamento. Porém, o aumento da velocidade de corte é obtido por meio da elevação da rotação do eixo-árvore, que pode atingir valores nos quais as vibrações prejudicam o acabamento superficial (MACHADO *et al.*, 2009). A **figura 2.12** demonstra que é possível detectar a variação da rugosidade em função da velocidade de corte devido às diferentes condições de vibração a que o sistema máquina-peça-ferramenta-dispositivo de fixação possa estar submetido.

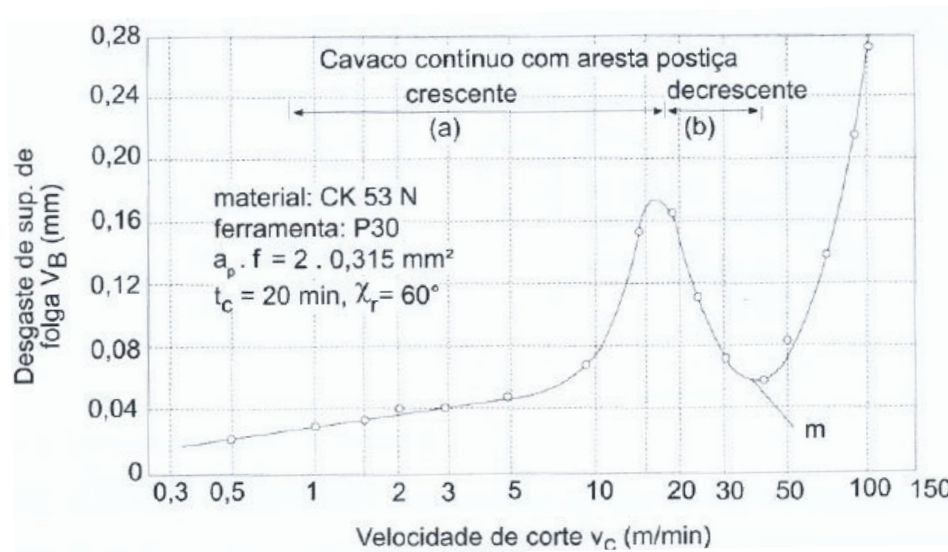


Figura 2.11 – Influência da velocidade de corte sobre o desgaste da ferramenta  
Fonte: Diniz *et al.* (2008)

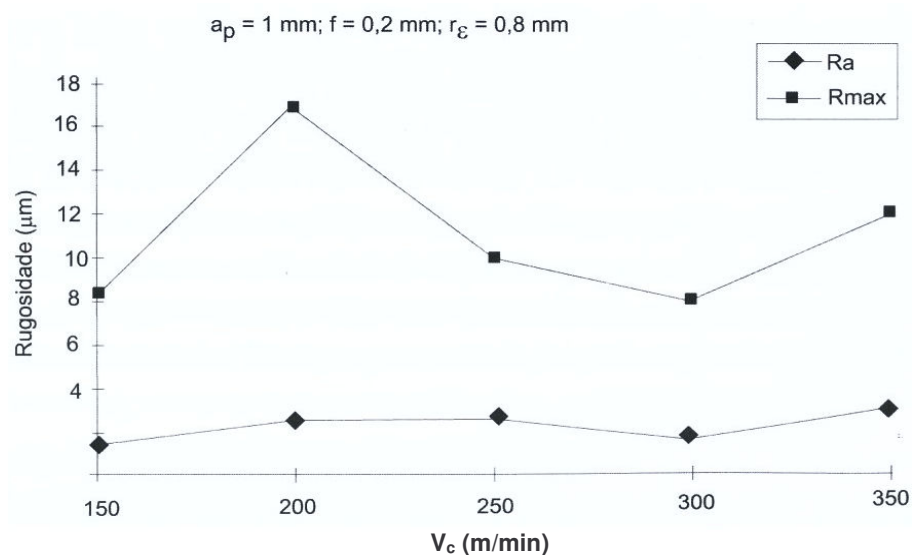


Figura 2.12 – Rugosidade superficial e velocidade de corte (torneamento do aço ABNT 4340)  
Fonte: Diniz *et al.* (2008)

Desta forma, nota-se que é necessária a determinação de uma velocidade de corte ideal, maior que a velocidade crítica, que possibilite uma solução de compromisso entre baixo

custo de produção, alta produtividade no processo de usinagem (considerando tempo de ciclo e volume de material retirado) e acabamento superficial conforme especificação do cliente.

O parâmetro de usinagem com maior influência sobre a rugosidade superficial é o avanço. “Em uma operação de usinagem na qual a ferramenta é nova, existe pouco contato entre as superfícies, não ocorre vibração e não há formação de aresta postiça de corte, então, a rugosidade será, teoricamente, formada pelas marcas de avanço deixadas na peça pela ferramenta” (MACHADO, *et al.*, 2009). A **figura 2.13** ilustra esta condição ideal.

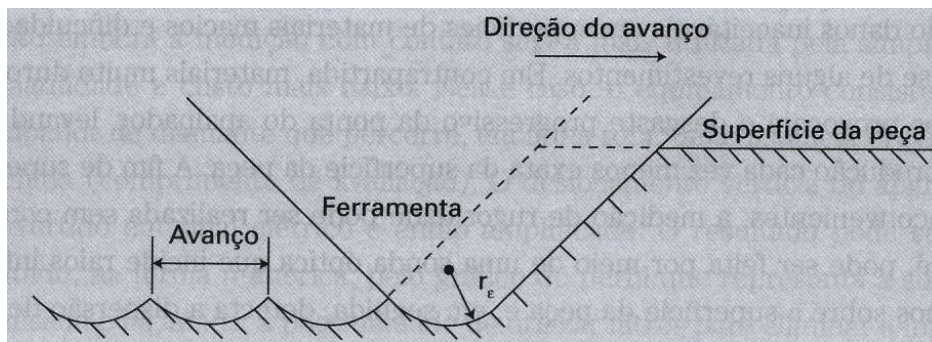


Figura 2.13 – Perfil teórico de rugosidade de uma peça torneada  
Fonte: Machado *et al.* (2009)

“O aumento do raio de ponta ( $r_e$ ) torna a ponta da ferramenta mais resistente, mas também aumenta a vibração da ferramenta devido ao aumento do atrito causado pela maior área de contato entre a ferramenta e a peça. O acabamento superficial depende muito da relação entre avanço e raio de ponta” (DINIZ *et al.*, 2008). As **equações 41 e 42** representam esta relação, se o avanço é menor que o raio de ponta da ferramenta. Porém, a rugosidade real normalmente é maior que a rugosidade teórica devido a fatores como vibração, deformação do cavaco e fluxo lateral do cavaco.

$$R_a = \frac{f_n^2}{31,2 \cdot r_e} \quad (41)$$

$$R_t = \frac{f_n^2}{8 \cdot r_e} \quad (42)$$

Portanto, a rugosidade cresce com o avanço. Quando o avanço cresce, a pressão específica de corte diminui, a formação de cavaco é facilitada e a rugosidade superficial da peça se aproxima da ideal, que é a rugosidade teórica (DINIZ *et al.*, 2008). A **figura 2.14** demonstra esta relação.

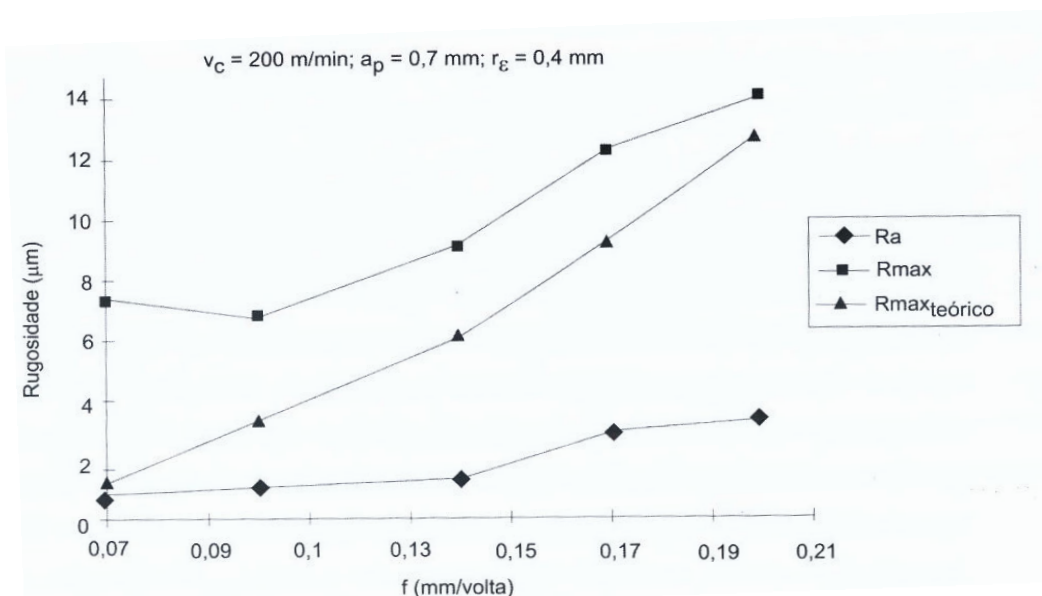


Figura 2.14 – Rugosidade superficial e avanço (torneamento do aço ABNT 4340)  
Fonte: Diniz *et al.* (2008)

Segundo Diniz *et al.* (2008) a profundidade de corte não possui influência marcante sobre a rugosidade superficial, pelo menos para valores menores que 1 mm. Para Machado *et al.* (2009), a profundidade de usinagem aumenta as forças e, portanto, as possibilidades de flexões. As alturas das ondulações também são aumentadas com a profundidade de corte.

De maneira geral, a rugosidade é influenciada por vários parâmetros de usinagem. Além da influência devido às condições de corte discutidas acima, a rugosidade superficial também é influenciada pela geometria da ferramenta, pelo material da ferramenta, pela geometria da peça, pelo material da peça e pela rigidez da máquina-ferramenta (NAKAYAMA *et al.*, 1966; SHOUCKRY, 1982 *apud* MACHADO *et al.*, 2009). Segundo Machado *et al.* (2009), em geral, a rugosidade superficial é menor (ou o acabamento é melhor) quando:

- As flexões geradas por esforços de usinagem ou vibrações são pequenas;
- A ponta da ferramenta possui raio de arredondamento;
- A ferramenta e a peça estão corretamente posicionadas e centradas (evitando desvios);
- O material da peça é inerentemente puro, livre de defeitos (trincas, bolhas e inclusões);
- O eixo principal da máquina-ferramenta está corretamente alinhado e as guias estão sem desgastes;

- A aresta de corte está sem desgastes ou quebras;
- O corte ocorre sem aresta postiça de corte.

As condições de usinagem selecionadas para uma determinada operação também influenciam na definição da ferramenta de corte mais adequada. Por exemplo, em operações de desbaste com ferramentas de metal duro, caracterizado por avanço e profundidade de corte pequeno, indica-se o emprego de ferramentas com maior tenacidade. Já em operações de acabamento com ferramentas de metal duro, onde a velocidade de corte é mais elevada, indica-se o emprego de ferramentas com maior resistência ao calor e à abrasão (DINIZ *et al.*, 2008).

Para aumentar a produtividade do processo de usinagem, deve-se intensificar a velocidade de corte, o avanço ou a profundidade de usinagem, como pode ser percebido pela **equação 35**. No entanto, este incremento aumenta a quantidade de calor gerada na usinagem e, conseqüentemente, a temperatura de trabalho, acelerando o desgaste da ferramenta, dando início a um ciclo vicioso. Para evitar ou atenuar este problema, sem perda de produtividade, deve-se utilizar fluidos de corte com efeito refrigerante e lubrificante, utilizar materiais de usinabilidade melhorada ou utilizar ferramentas com maior resistência ao calor (dureza a quente).

A **tabela 2.3** resume de maneira simplificada o comportamento esperado da rugosidade superficial da peça e do volume de material retirado durante a operação de usinagem em virtude da alteração dos parâmetros de corte.

Condição de Usinagem	Rugosidade Superficial	Volume de Material
$V_c$	↑	↓
	↓	↑
$f_n$	↑	↑
	↓	↓
$a_p$	↑	↑
	↓	↓

Tabela 2.3 – Comportamento esperado para as variáveis de resposta em virtude dos parâmetros de corte

### **2.4.5 Aço de corte fácil ABNT 12L14**

Aços de corte fácil podem ser definidos como sendo aqueles especialmente desenvolvidos para oferecer os melhores resultados mediante operações com arranque de cavacos. As demais características mecânicas como ductilidade, resistência à tração, resposta ao tratamento térmico e outras são consideradas como secundárias para este tipo de aço. Os aços de corte fácil têm grande aplicação nas indústrias de linhas brancas, tais como os fabricantes de eletrodomésticos, nos quais a sua função não apresenta responsabilidade estrutural. Também são utilizados na fabricação de componentes para bombas, buchas e conexões.

Esse tipo de aço possui baixo teor de carbono e alto teor de enxofre, além de um teor de manganês que garanta uma relação manganês-enxofre propício para a formação de sulfetos de manganês, em vez de sulfetos de ferro. Os aços de corte fácil são caracterizados por boa usinabilidade e por gerarem cavacos facilmente quebráveis (KLUJSZO e SOARES, 2003; MACHADO, 2004).

Importantes pesquisas metalúrgicas nos últimos anos estão sendo realizadas com o objetivo de aumentar o desempenho da usinagem dos aços devido às razões econômicas (BERTRAND, 1998). Através dessas pesquisas surgiram os aços de usinabilidade melhorada que tem como objetivo cumprir as características mecânicas de emprego e também aumentar sua aptidão à usinagem por razões econômicas. As técnicas no desenvolvimento dos aços de usinabilidade melhorada variam desde um controle apurado do processo de fabricação / transformação do aço, passando pela adição de elementos químicos que promovam a fragilização do cavaco e/ou lubrificação da ferramenta de corte e até mesmo a engenharia ou modificação das inclusões de óxidos resultantes do processo de desoxidação (KLUJSZO e SOARES, 2003).

Nos aços de corte fácil, também existe uma investigação e desenvolvimento para incrementar a sua resposta à usinagem. Além das soluções citadas anteriormente, para melhorar a usinabilidade dos aços, existem as soluções clássicas que se utilizam de enxofre ou do chumbo. Outras soluções são apresentadas através de metalurgia secundária, como adição de Te e Se para controle das inclusões de sulfetos de manganês, bem como o tratamento ao cálcio ou controle de alumínio para se ter um total controle da morfologia de inclusões (MACHADO, 2004).



Os aços de corte fácil são amplamente aplicados na produção de peças em tornos automáticos multifusos. Para esta aplicação utilizam-se normalmente barras de aço trefiladas com diâmetros iguais ou menores que 50 mm, de forma que as velocidades de corte raramente ultrapassam 200 m/min (MACHADO, 2004). Entre os tipos de aços de corte fácil, o aço ABNT/SAE 12L14 destaca-se por possuir uma maior demanda de produção nas siderúrgicas.



### 3. Método de pesquisa e materiais

Este capítulo é dedicado ao detalhamento do método de pesquisa adotado, bem como à apresentação dos conceitos e materiais utilizados para o levantamento dos dados e o experimento de confirmação. Desta forma, inicia-se o capítulo com uma breve discussão a respeito do procedimento experimental adotado. Em seguida, apresenta-se a máquina, as ferramentas e os instrumentos utilizados para a realização dos experimentos propriamente ditos e levantamento dos dados.

#### 3.1 Procedimento experimental

O método de pesquisa científico adotado neste trabalho foi a pesquisa experimental. A pesquisa experimental é um método quantitativo e deve ser utilizado quando o pesquisador, que possui total controle sobre o experimento (característica essencial deste método de pesquisa), quer demonstrar as relações de causa e efeito entre as variáveis independentes e dependentes utilizando técnicas de análise estatística (BRYMAN, 1989).

Mais especificamente, trata-se de uma pesquisa experimental com delineamento fatorial, uma vez que mais de uma variável independente será utilizada. Neste tipo de pesquisa busca-se identificar os efeitos principais e os efeitos das interações, bem como identificar uma função de transferência do tipo  $Y = f(x)$ .

Desta forma, o método de pesquisa científico adotado neste trabalho foi composto pelas seguintes etapas:

- Definição de hipótese;
- Planejamento do experimento;
- Execução do experimento;
- Análise dos resultados;
- Experimento de confirmação.

A etapa de definição de hipótese é extremamente importante, uma vez que afeta todo o trabalho futuro. No caso deste trabalho, a hipótese central a ser discutida é: Considerando um conjunto de variáveis de respostas correlacionadas, o método de otimização de múltiplos duais proposto é capaz de indicar uma solução de compromisso adequada para o projeto de parâmetro robusto?

Posteriormente, um processo de manufatura específico foi escolhido para a aplicação do método de otimização proposto no trabalho, em virtude de sua grande aplicação no setor industrial. Trata-se do processo de torneamento do aço de corte fácil ABNT 12L14, cuja representação foi feita através da *figura 2.4*.

### 3.2 Planejamento do experimento

O levantamento dos dados propriamente dito é uma atividade muito importante na execução do trabalho. Um banco de dados mal elaborado pode conduzir a resultados insatisfatórios ou deficientes. Desta forma, é extremamente importante o planejamento detalhado do experimento, bem como sua adequada execução e registro.

Inicialmente, foram definidos quais valores seriam adotados para cada nível das variáveis de controle e de ruído consideradas neste trabalho. Esta definição é importante para que não sejam adotados valores que inviabilizem a execução do experimento ou que resultem em condições inseguras para sua execução. Para tanto, são consideradas algumas informações de catálogo da máquina, da ferramenta e do material que será usinado. Os valores arbitrados para cada nível das variáveis de controle consideradas neste trabalho estão descritos na *tabela 3.1*:

Variáveis de Controle	Níveis		
	-1	0	+1
Velocidade de corte ( $V_c$ )	220	280	340
Avanço de ferramenta ( $f_n$ )	0,08	0,10	0,12
Profundidade de corte ( $a_p$ )	0,70	0,95	1,20

Tabela 3.1 – Variáveis de controle

A *tabela 3.2* indica as variáveis de ruído selecionadas para o trabalho, bem como os seus níveis adotados.

Variáveis de Ruído	Níveis		
	-1	0	+1
Esbeltez ( $E$ )	Grossa ( $\phi 50\text{ mm}$ )	-	Fina ( $\phi 30\text{ mm}$ )
Desgaste ( $VB$ )	Nova ( $0\text{ mm}$ )	-	Usada ( $0,3\text{ mm}$ )
Posição ( $P$ )	Contra Ponto ( $CP$ )	Centro ( $CE$ )	Castanha ( $CA$ )

Tabela 3.2 – Variáveis de ruído selecionadas

Posteriormente, um tipo de experimento é escolhido para a execução dos ensaios e coleta de dados. Neste caso, o experimento planejado foi uma adaptação à estratégia sugerida por Taguchi para projeto de parâmetro robusto. Trata-se de um arranjo cruzado composto por

um arranjo interno, utilizando as variáveis de controle, e outro arranjo externo, utilizando as variáveis de ruído. O detalhe é que foi utilizado um arranjo do tipo *CCD* como arranjo interno, ao invés de um arranjo ortogonal de Taguchi. Este *CCD* é composto por 8 pontos fatoriais, 6 pontos axiais e 3 pontos centrais. Portanto, considerando a *equação 6* e  $k = 3$  (variáveis de controle), obtêm-se  $\rho = 1,682$ . Não foi calculada a razão Sinal/Ruído porque este arranjo não é ortogonal. Somente foram calculados os valores de média e variância para cada variável de resposta conforme será discutido adiante. O arranjo externo é um fatorial completo com níveis mistos  $2^2 \times 3$ . Este arranjo particular foi adotado porque não era possível medir um nível intermediário para  $E$  e  $VB$ , enquanto que se desejava avaliar a rugosidade também na região central das peças usinadas. A *tabela 3.3* exemplifica o arranjo cruzado proposto, baseado no planejamento discutido acima.

$y_j$				Arranjo Externo												Resumo		
				k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11			12
				Esbeltez	Grossa	Grossa	Grossa	Grossa	Grossa	Grossa	Fina	Fina	Fina	Fina	Fina			Fina
				Desgaste	Nova	Nova	Nova	Usada	Usada	Usada	Nova	Nova	Nova	Usada	Usada			Usada
Posição				CP	CE	CA	CP	CE	CA	CP	CE	CA	CP	CE	CA			
Arranjo Interno (CCD)	i	$V_\epsilon$	$f_n$	$a_p$	$\bar{y}_{ij1}$	$\bar{y}_{ij2}$	$\bar{y}_{ij3}$	$\bar{y}_{ij4}$	$\bar{y}_{ij5}$	$\bar{y}_{ij6}$	$\bar{y}_{ij7}$	$\bar{y}_{ij8}$	$\bar{y}_{ij9}$	$\bar{y}_{ij10}$	$\bar{y}_{ij11}$	$\bar{y}_{ij12}$	$\mu_{ij}$	$s_{ij}^2$
	1	220	0,08	0,70	$\bar{y}_{1j1}$	$\bar{y}_{1j2}$	$\bar{y}_{1j3}$									$\bar{y}_{1j12}$	$\mu_{1j}$	$s_{1j}^2$
	2	340	0,08	0,70														
	3	220	0,12	0,70														
	4	340	0,12	0,70														
	5	220	0,08	1,20														
	6	340	0,08	1,20														
	7	220	0,12	1,20														
	8	340	0,12	1,20														
	9	180	0,10	0,95														
	10	380	0,10	0,95														
	11	280	0,07	0,95														
	12	280	0,13	0,95														
	13	280	0,10	0,53														
	14	280	0,10	1,37														
	15	280	0,10	0,95														
	16	280	0,10	0,95														
17	280	0,10	0,95	$\bar{y}_{17j1}$											$\bar{y}_{17j12}$	$\mu_{17j}$	$s_{17j}^2$	

Tabela 3.3 – Planejamento do experimento para uma resposta utilizando arranjo cruzado

Sendo,  $i$  = Cada um dos 17 experimentos executados ( $i = 1, 2, \dots, n$ ).

$j$  = Cada uma das variáveis de resposta ( $j = 1, 2, \dots, p$ ).

$k$  = Cada uma das réplicas nas 12 condições de ruído ( $k = 1, 2, \dots, r$ ).

Foram usinados ao todo 68 corpos de prova. Cada corpo de prova possui 12 pontos de medição, sendo 4 pontos de medição distantes  $90^\circ$  entre si em relação à seção transversal, em cada uma das 3 regiões de medição (contraponto, centro e castanha). A *figura 3.1* exemplifica a estratégia de medição adotada para os corpos de prova.

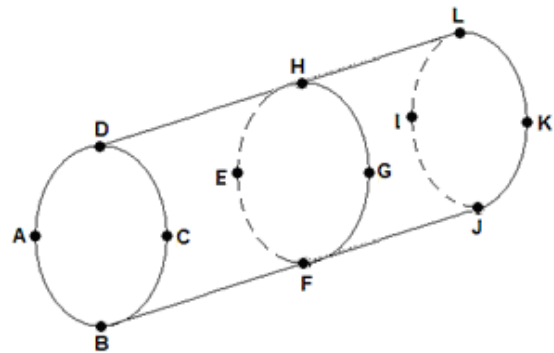
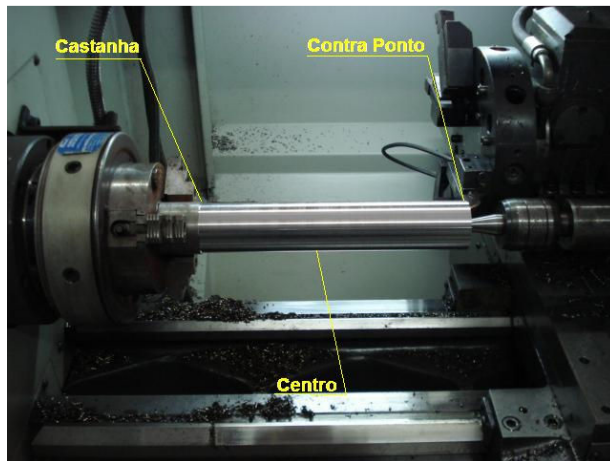


Figura 3.1 – Distribuição dos pontos de medição em cada peça ensaiada

Em cada um dos 12 pontos de medição de cada corpo de prova foram tomadas 3 medidas. Desta forma, cada combinação de ruído (esbeltez, desgaste e posição) fornece um valor médio calculado conforme exemplificado pela **equação 43** a seguir:

$$\bar{y}_{ijk} = \frac{y_{a1} + y_{a2} + y_{a3} + y_{b1} + y_{b2} + y_{b3} + y_{c1} + y_{c2} + y_{c3} + y_{d1} + y_{d2} + y_{d3}}{12} \quad (43)$$

De posse do valor médio de cada condição de ruído (**equação 43**), para uma determinada condição de usinagem, foi possível calcular os valores de média (**equação 44**) e variância (**equação 45**) das variáveis de resposta:

$$\mu_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^{12} \bar{y}_{ijk}}{12} \quad (44)$$

$$s_{ij}^2 = \frac{\sum_{k=1}^{12} (y_{ijk} - \bar{y}_{ijk})^2}{11} \quad (45)$$

Seguindo este procedimento, foram necessárias 144 medições para se obter os valores de  $\mu_{ij}$  e  $s_{ij}^2$  para cada condição de usinagem. Conseqüentemente, foram executadas 2448 medições para cada variável de resposta, totalizando 12240 medições, considerando as cinco variáveis de respostas presentes no trabalho. De posse destes valores de média e variância para cada variável de resposta, foi possível determinar seus respectivos modelos matemáticos e buscar o ponto ótimo para os múltiplos duais correlacionados.

### 3.3 Materiais, máquina e ferramentas

O material dos corpos de provas utilizados nos ensaios foi o aço de corte fácil especificação ABNT 12L14 fornecido pela Empresa Aços Villares S.A. Este material foi fornecido com a composição química apresentada na *tabela 3.4*.

Corrida	% C	% Si	% Mn	% P	% S	% Cr	% Ni	% Cu	% Al	% Mo	% Pb	% N2
A	0,090	0,030	1,240	0,046	0,273	0,150	0,080	0,260	0,001	0,020	0,280	0,0079

Tabela 3.4 – Composição química do aço ABNT 12L14

Os corpos de prova utilizados na realização dos ensaios tinham as dimensões  $\Phi$  50 x 295 mm (peças grossas),  $\Phi$  30 x 295 mm (peças finas), rigorosamente identificados de acordo com sua origem para que não ocorressem trocas durante a execução dos ensaios, alterando os resultados.

Os experimentos foram realizados em um torno CNC da marca NARDINI, modelo LOGIC 175, com as seguintes características: comando numérico CNC MCS Série 500, potência de 7,5 CV, rotação máxima do eixo árvore de 4000 rpm, torre porta-ferramenta com 8 posições, diâmetro máximo 100 mm e comprimento máximo torneável de 300 mm, entre pontas.



Figura 3.2 – Torno CNC Nardini utilizado no experimento

As ferramentas de corte utilizadas neste trabalho foram metal duro classe ISO P35 revestido com três coberturas (Ti(C,N),  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , TiN), (GC 4035 Sandvik) na geometria ISO SNMG 09 03 04 – PM e o suporte designação ISO DSBNL 1616H 09.

Seria comum a utilização de uma ferramenta de aço rápido no torneamento do aço de corte fácil 12L14, com velocidade de corte em torno de 100 m/min. Este tipo de usinagem proporcionaria baixa vida de ferramenta e baixa produtividade do processo devido às perdas para *setup* e *pre-set* das ferramentas. Desta forma, podem ser citadas como vantagens da utilização da ferramenta de metal duro no torneamento do aço de corte fácil 12L14 proposto neste trabalho:

- Aumento da velocidade de corte;
- Aumento da vida de ferramenta;
- Aumento de produtividade do processo;
- Maior estabilidade e controle do processo propiciando maior controle de rugosidade.

Para a determinação dos valores de rugosidade de cada corpo de prova, após o torneamento e resfriamento dos mesmos, foi utilizado um rugosímetro MITUTOYO *Surftest* SJ-201P. Os valores medidos para as variáveis de resposta  $R_a$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ ,  $R_q$  e  $R_t$  foram obtidos simultaneamente, durante o percurso da unidade de avanço e posteriormente registrados em planilha eletrônica. Este rugosímetro é periodicamente calibrado pelo laboratório de metrologia da Universidade Federal de Itajubá.



Figura 3.3 – Rugosímetro utilizado no experimento

## 4. Análise de resultados

Através do planejamento experimental discutido anteriormente e dos valores medidos para as variáveis de resposta escolhidas, inicia-se a análise dos resultados em busca do projeto robusto para múltiplas variáveis duais.

A análise dos resultados foi dividida em três etapas consecutivas e independentes. A primeira etapa trata do processo de modelagem de todas as variáveis de resposta medidas ou calculadas neste trabalho. Nesta etapa, ocorre a tentativa de se representar matematicamente uma variável de resposta. Para tanto, foram utilizadas a metodologia de superfície de resposta (MSR) e o método de mínimos quadrados ordinários (*OLS*) e ponderados (*WLS*). A segunda etapa trata do processo de otimização das variáveis de resposta visando um projeto de parâmetro robusto do processo em questão. Nesta etapa, o método proposto (EQMM Dual) foi aplicado e seus resultados comparados aos obtidos pelos métodos tradicionais escolhidos (EQMM e *Desirability*). A terceira e última etapa trata do experimento de confirmação que foi executado para verificar se o ponto ótimo indicado pelo método de otimização dual proposto realmente conduz aos valores esperados para as variáveis de resposta conforme previsto pelos modelos adotados.

### 4.1 Modelagem

Conforme o planejamento anteriormente discutido, a execução dos experimentos gerou o banco de dados para o desenvolvimento do trabalho. Inicialmente foi executado o processamento dos valores medidos para as variáveis de rugosidade superficial dos corpos de prova. Esta atividade de processamento de dados tinha como objetivo evitar que possíveis erros de medição e transcrição dos dados prejudicassem sua análise. Montgomery e Runger (2003) definem *outliers* como observações que não são típicas em uma amostra. São classificados como *outliers* extremos as observações que ultrapassam 3 intervalos interquartis de distância em relação às extremidades de um diagrama de caixa (primeiro e terceiro quartil). Desta forma, os *outliers* extremos foram identificados e apenas estes foram excluídos do banco de dados. Os demais *outliers* foram mantidos uma vez que contribuem com informações importantes para análise dos dados. A **figura 4.1** demonstra a ocorrência dos *outliers* durante a atividade de levantamento de dados. Considerando a variável  $R_a$ , nas diversas condições de usinagem adotadas, percebe-se a existência de medições de diferem consideravelmente das demais. Estes *outliers* estão representados pelo símbolo “\*”.

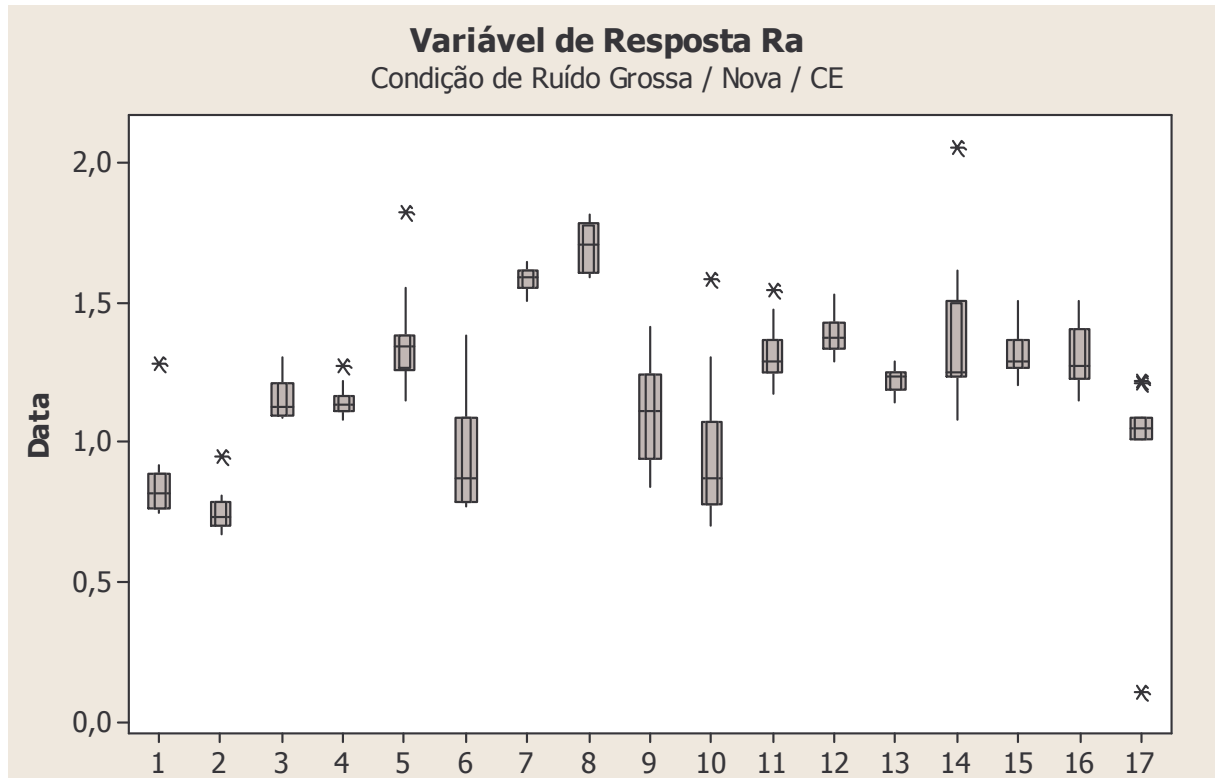


Figura 4.1 – Exemplo da existência de *outliers* no banco de dados

Os resultados de média e variância dos experimentos para a variável  $R_a$  estão apresentados na **tabela 4.1**:

$R_a$				Arranjo Externo												Resumo		
				k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11			12
				Esbeltez	-1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1			+1
				Desgaste	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1			+1
Posição	-1	0	+1		-1	0	+1	-1	0	+1	-1	0	+1					
Arranjo Interno (CCD)	i	$V_e$	$f_n$	$a_f$	$R_{ai1}$	$R_{ai2}$	$R_{ai3}$	$R_{ai4}$	$R_{ai5}$	$R_{ai6}$	$R_{ai7}$	$R_{ai8}$	$R_{ai9}$	$R_{ai10}$	$R_{ai11}$	$R_{ai12}$	$R_{ai}$	$s^2 R_{ai}$
	1	-1	-1	-1	0,747	0,816	0,831	1,528	1,776	2,320	3,829	0,984	1,046	0,869	0,748	0,781	1,356	0,851
	2	+1	-1	-1	0,733	0,752	0,801	1,364	2,059	2,249	3,970	0,974	1,021	3,136	1,869	0,847	1,648	1,101
	3	-1	+1	-1	1,093	1,155	1,168	1,844	2,296	2,153	3,505	1,413	1,483	1,796	1,736	1,744	1,782	0,441
	4	+1	+1	-1	1,163	1,146	1,260	1,865	2,557	2,431	1,574	1,498	1,485	3,280	1,832	1,981	1,839	0,413
	5	-1	-1	+1	1,139	1,320	1,258	1,304	1,593	2,111	9,694	1,471	1,693	2,235	1,380	1,449	2,220	5,649
	6	+1	-1	+1	1,169	0,950	0,856	1,472	1,359	1,803	4,177	1,438	1,600	7,148	3,151	1,263	2,199	3,358
	7	-1	+1	+1	1,553	1,583	1,589	1,686	1,677	1,729	1,949	1,538	1,576	3,100	1,952	1,873	1,817	0,186
	8	+1	+1	+1	1,557	1,693	1,623	1,542	1,637	1,649	3,450	1,574	1,617	5,533	3,132	1,813	2,235	1,497
	9	-1,68	0	0	1,300	1,109	1,129	1,399	1,707	1,531	4,797	1,309	1,368	3,627	1,842	1,649	1,897	1,279
	10	+1,68	0	0	1,009	0,850	1,044	1,962	1,866	1,735	5,441	1,526	1,413	4,353	2,387	1,363	2,079	1,976
	11	0	-1,68	0	1,471	1,271	1,323	2,158	2,005	1,868	4,129	2,083	1,263	2,828	1,094	0,661	1,846	0,855
	12	0	+1,68	0	1,363	1,387	1,460	2,329	1,998	1,918	3,409	1,554	1,524	1,783	1,709	1,733	1,847	0,320
	13	0	0	-1,68	1,160	1,218	1,273	2,226	2,345	2,486	1,265	1,065	1,102	2,602	1,667	1,758	1,680	0,344
	14	0	0	+1,68	1,470	1,363	1,403	2,088	2,464	2,493	5,220	1,322	1,262	3,368	2,658	2,508	2,301	1,305
	15	0	0	0	1,255	1,313	1,420	2,418	2,176	2,197	6,688	1,214	1,201	3,101	2,783	2,061	2,319	2,314
	16	0	0	0	1,143	1,304	1,323	2,191	2,234	2,286	6,275	1,145	1,136	2,789	3,013	1,960	2,233	2,055
17	0	0	0	0,917	1,075	1,148	2,533	2,366	2,371	6,064	1,152	1,165	3,196	2,993	2,106	2,257	2,080	

Tabela 4.1 – Valores obtidos no experimento para a variável  $R_a$



Tentou-se verificar inicialmente a influência dos fatores de ruído sobre cada variável de resposta e se os níveis escolhidos para as variáveis de ruído eram capazes de gerar a variação esperada. Foi possível identificar um padrão de comportamento para todas as variáveis de resposta nas diversas condições de ruído experimentadas. As condições de ruído 7 (peça fina, ferramenta nova e medição no contraponto) e 10 (peça fina, ferramenta usada e medição no contraponto) são as que geralmente provocam uma alteração significativa na variável de resposta estudada. A **figura 4.2** exemplifica a influência dos fatores de ruído sobre a variável de resposta  $R_a$ .

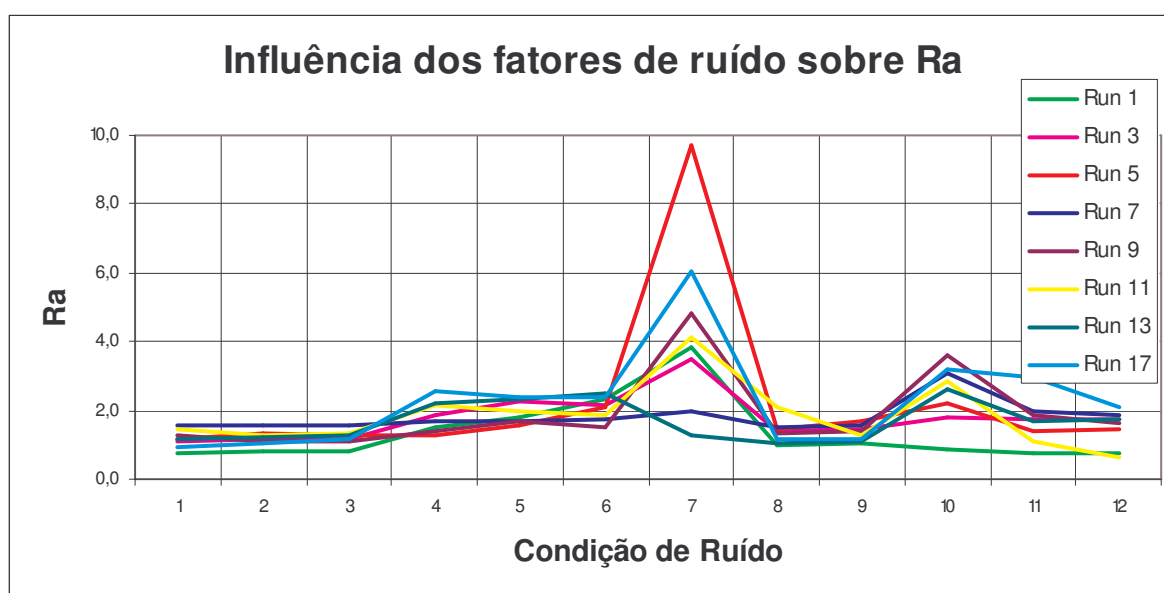


Figura 4.2 – Influência dos fatores de ruído sobre a variável de resposta  $R_a$

Uma vez verificada a eficiência do arranjo experimental proposto, foram conduzidos os cálculos para todas as respostas. A **tabela 4.2** resume os valores calculados para média e variância das variáveis  $R_a$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ ,  $R_q$  e  $R_t$ , além do valor da taxa de remoção de material ( $MRR$ ), calculada segundo a **equação 35** apresentada anteriormente, para cada condição de experimentação.

Com os dados agrupados, inicia-se a identificação dos melhores modelos matemáticos para representar cada variável de resposta através do software Minitab® 14. A análise dos dados foi dividida em dois diferentes grupos, sendo o primeiro grupo formado apenas pelas médias das variáveis de resposta e o segundo grupo formado por suas variâncias. Para evitar a repetição excessiva do procedimento de análise de todas as variáveis de resposta, cada grupo será evidenciado por apenas uma variável de resposta. A variável de resposta  $R_a$  representará

o grupo de médias e a variável de resposta  $s^2 R_a$  representará o grupo de variâncias. No entanto, ao fim da análise do grupo, uma tabela resumo indicará o resultado completo.

i	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$R_a$	$R_y$	$R_z$	$R_q$	$R_t$	MRR	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$
1	-1	-1	-1	1,356	9,174	7,007	1,666	9,487	12,32	0,851	26,837	18,506	1,205	27,607
2	+1	-1	-1	1,648	10,539	8,278	2,010	10,704	19,04	1,101	35,055	21,875	1,565	35,814
3	-1	+1	-1	1,782	9,892	8,458	2,130	10,078	18,48	0,441	9,217	7,577	0,583	9,240
4	+1	+1	-1	1,839	10,090	8,692	2,208	10,405	28,56	0,413	9,636	8,129	0,573	10,497
5	-1	-1	+1	2,220	13,952	11,190	2,724	14,708	21,12	5,649	85,833	85,225	7,724	86,223
6	+1	-1	+1	2,199	13,259	11,125	2,684	13,471	32,64	3,358	78,784	76,305	4,792	83,062
7	-1	+1	+1	1,817	10,865	8,935	2,207	11,132	31,68	0,186	17,359	7,931	0,294	17,820
8	+1	+1	+1	2,235	12,862	10,711	2,716	13,197	48,96	1,497	70,551	39,160	2,271	75,217
9	-1,68	0	0	1,897	12,077	9,897	2,328	12,507	17,10	1,279	27,602	23,862	1,734	32,076
10	+1,68	0	0	2,079	12,332	10,127	2,505	12,491	36,10	1,976	28,473	28,971	2,496	29,100
11	0	-1,68	0	1,846	10,472	8,761	2,215	10,729	18,62	0,855	20,047	16,003	1,171	20,482
12	0	+1,68	0	1,847	10,507	8,961	2,237	10,782	34,58	0,320	9,427	6,544	0,403	9,176
13	0	0	-1,68	1,680	8,722	7,461	1,978	8,894	14,84	0,344	10,014	5,663	0,439	10,323
14	0	0	+1,68	2,301	13,098	10,826	2,755	13,367	38,36	1,305	41,583	28,916	1,839	43,120
15	0	0	0	2,319	12,519	10,333	2,743	12,566	26,60	2,314	53,328	44,619	3,174	55,444
16	0	0	0	2,233	12,553	10,245	2,652	12,835	26,60	2,055	60,034	41,835	2,892	60,195
17	0	0	0	2,257	12,729	10,433	2,695	12,920	26,60	2,080	56,353	40,035	2,936	58,150

Tabela 4.2 – Resumo de valores obtidos para todas as variáveis de resposta consideradas

Iniciando-se a análise do grupo de médias e utilizando-se o *OLS*, foram gerados alguns modelos para a variável  $R_a$ . O melhor ajuste entre os modelos padrões é o obtido pelo modelo quadrático completo expresso na *figura 4.3*, que possui explicação de 85,5%.

#### Response Surface Regression: Ra versus A; B; C

The analysis was done using coded units.

Estimated Regression Coefficients for Ra

Term	Coef	SE Coef	T	P
Constant	2,27198	0,06155	36,910	0,000
A	0,07693	0,02891	2,661	0,032
B	0,01844	0,02891	0,638	0,544
C	0,21162	0,02891	7,321	0,000
A*A	-0,10733	0,03182	-3,374	0,012
B*B	-0,15732	0,03182	-4,945	0,002
C*C	-0,10634	0,03182	-3,342	0,012
A*B	0,02567	0,03777	0,680	0,519
A*C	0,00596	0,03777	0,158	0,879
B*C	-0,12306	0,03777	-3,258	0,014

S = 0,1068 R-Sq = 93,6% R-Sq(adj) = 85,5%

Analysis of Variance for Ra

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Regression	9	1,17606	1,176057	0,130673	11,45	0,002
Linear	3	0,69704	0,697037	0,232346	20,36	0,001
Square	3	0,35232	0,352318	0,117439	10,29	0,006
Interaction	3	0,12670	0,126702	0,042234	3,70	0,070
Residual Error	7	0,07988	0,079879	0,011411		
Lack-of-Fit	5	0,07598	0,075978	0,015196	7,79	0,118
Pure Error	2	0,00390	0,003901	0,001950		
Total	16	1,25594				

Figura 4.3 – Modelo quadrático gerado pelo *OLS* para a variável  $R_a$

No entanto, o modelo quadrático pode ser melhorado se forem excluídos alguns termos não significativos, com  $P\text{-Value} \geq 0,05$ . Desta forma, outros possíveis modelos foram analisados e aquele que conduziu ao melhor resultado para a variável  $R_a$  foi denominado modelo quadrático reduzido. A **tabela 4.3** resume os modelos gerados para a variável  $R_a$ .

$R_a$	Linear	Linear Interações	Linear Quadrático	Quadrático Completo	Quadrático Reduzido
$b_0$	<b>1,974</b> <sup>1</sup>	<b>1,974</b>	<b>2,272</b>	<b>2,272</b>	<b>2,272</b>
$b_1$	0,077	0,077	0,077	<b>0,077</b>	<b>0,077</b>
$b_2$	0,018	0,018	0,018	0,018	0,018
$b_3$	<b>0,212</b>	<b>0,212</b>	<b>0,212</b>	<b>0,212</b>	<b>0,212</b>
$b_{11}$	-	-	<b>-0,107</b>	<b>-0,107</b>	<b>-0,107</b>
$b_{22}$	-	-	<b>-0,157</b>	<b>-0,157</b>	<b>-0,157</b>
$b_{33}$	-	-	<b>-0,106</b>	<b>-0,106</b>	<b>-0,106</b>
$b_{12}$	-	0,026	-	0,026	-
$b_{13}$	-	0,006	-	0,006	-
$b_{23}$	-	-0,123	-	<b>-0,123</b>	<b>-0,123</b>
$R^2$	55,5%	65,6%	83,6%	93,6%	93,2%
$R^2$ ajustado	45,2%	44,9%	73,7%	85,5%	87,9%
P-Value LOF	0,038	0,036	0,073	0,118	0,151

Tabela 4.3 – Diversos modelos gerados para a variável  $R_a$

<sup>1</sup> Valores em negrito representam os termos significativos do modelo matemático

O modelo quadrático reduzido obtido para a variável  $R_a$  é considerado um bom modelo matemático uma vez que possui coeficiente de determinação ajustado superior a 85% e a análise de  $LOF$  indica que o modelo é adequado ( $P\text{-Value} \geq 0,05$ ). As **figuras 4.4 e 4.5** representam as superfícies de resposta para a variável  $R_a$ .

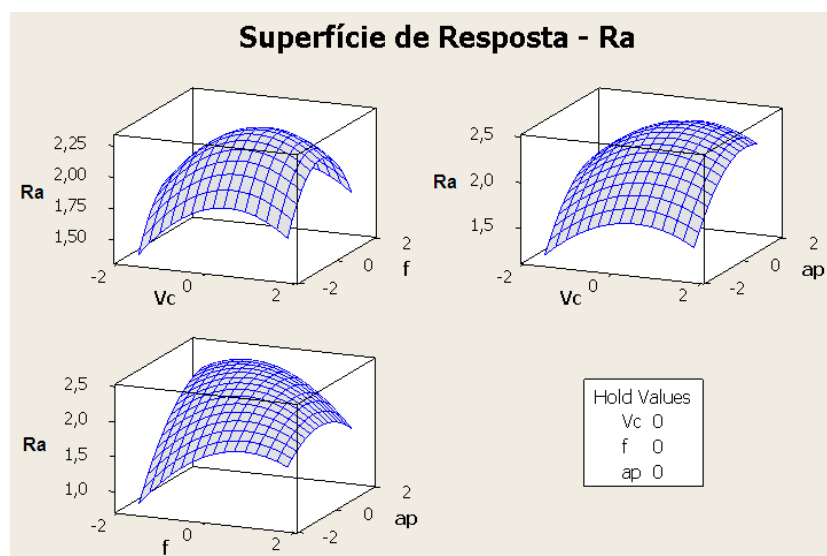


Figura 4.4 – Superfície de resposta gerada para o modelo quadrático reduzido da variável  $R_a$

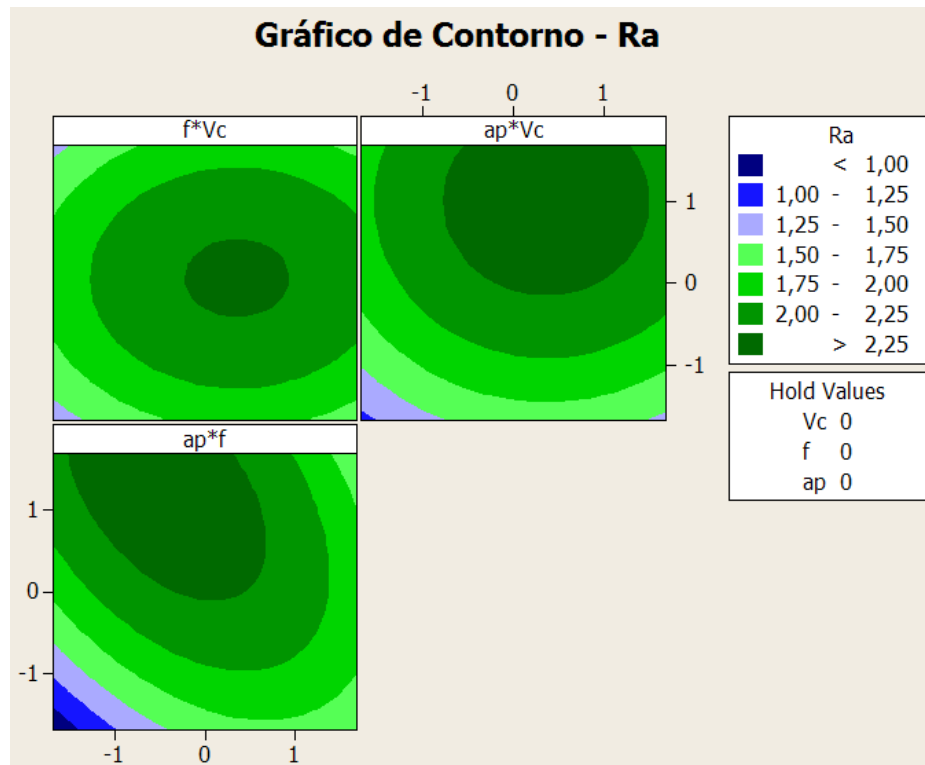


Figura 4.5 – Gráfico de contorno gerado para o modelo quadrático reduzido da variável  $R_a$

O teste de normalidade dos resíduos do modelo quadrático reduzido indica que os mesmos seguem uma distribuição normal ( $P\text{-Value} \geq 0,05$ ). O resultado do teste está representado na *figura 4.6*.

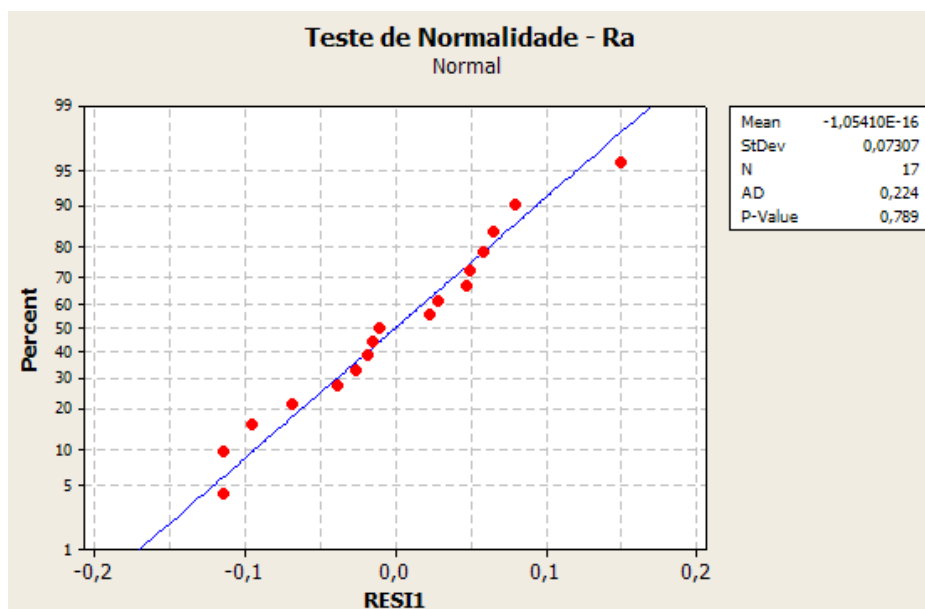


Figura 4.6 – Teste de normalidade para os resíduos da variável  $R_a$

Foi executado o teste de heteroscedasticidade para o modelo escolhido. Um modelo é dito heteroscedástico quando a variância dos resíduos ( $e_i$ ) não é constante para todos os valores ajustados ( $\hat{y}_i$ ). Considerando os resíduos como:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \quad (46)$$

O seguinte teste de hipótese é proposto:

$H_0$  : Os resíduos são homoscedásticos (variância dos resíduos é constante)

$H_a$  : Os resíduos são heteroscedásticos (variância dos resíduos não é constante)

Newbold *et al.* (2002) discutem a heteroscedasticidade e demonstram um procedimento formal para sua detecção. “Este procedimento pode ser utilizado para detectar heteroscedasticidade quando a variância do resíduo tem um relacionamento linear com o valor previsto.” (NEWBOLD *et al.*, 2002). Para tanto, um modelo de regressão simples é gerado conforme a **equação 47**:

$$e_i^2 = a_0 + a_1 \hat{y}_i \quad (47)$$

O teste de hipótese pode ser reescrito da seguinte forma:

$$H_0 : nR^2 \leq \chi_{1,\alpha}^2 \quad (48)$$

$$H_a : nR^2 > \chi_{1,\alpha}^2$$

Sendo:  $n$  – número de observações realizadas

$R^2$  – Coeficiente de determinação do modelo de regressão simples sugerido

$\chi_{1,\alpha}^2$  – Valor crítico de uma distribuição Qui-Quadrado com 1 grau de liberdade e nível de significância  $\alpha$ .

Para a aplicação do teste de heteroscedasticidade, foi adotado:  $n = 17$ ;  $\alpha = 0,05$ ;  $\chi_{1;0,05}^2 = 3,84146$ . O modelo de regressão simples gerado para os resíduos da variável  $R_a$  é:

$$e_1^2 = 0,00899 - 0,002009 \hat{y}_1 \quad (49)$$

O ajuste para a **equação 49** é  $R^2 = 0,8\%$ . Assim, tem-se:

$$nR^2 = 17 \times 0,008 \quad (50)$$

$$nR^2 = 0,136$$

Desta forma, para os resíduos da variável  $R_a$ , a hipótese nula não pode ser rejeitada e conclui-se que os resíduos são homoscedásticos, ou seja, não existe uma tendência de alteração da variância do resíduo devido ao valor previsto pelo modelo. A **figura 4.7** ilustra o resultado obtido no teste descrito anteriormente, uma vez que não é possível identificar nenhum padrão de variação para os resíduos em relação aos diferentes valores ajustados.

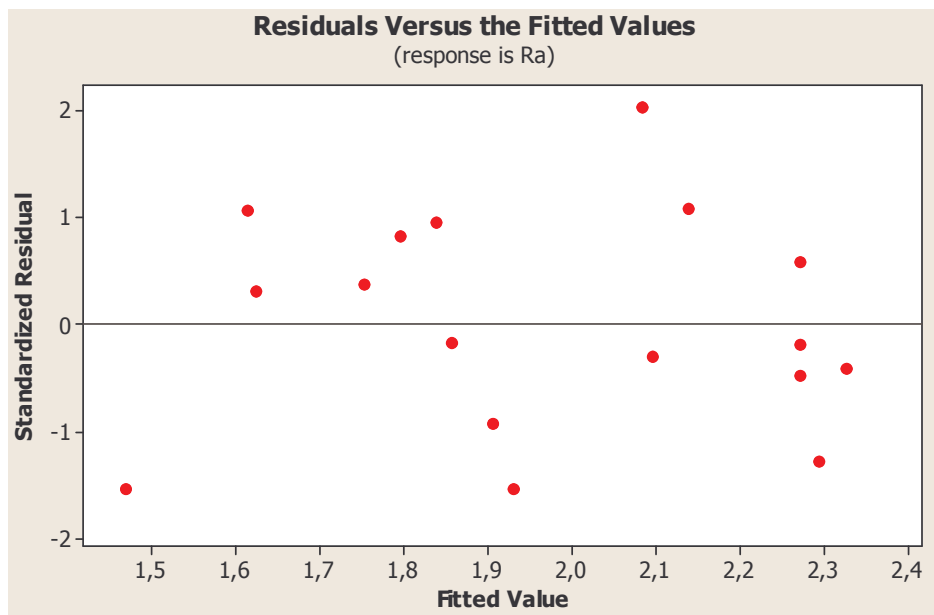


Figura 4.7 – Gráfico resíduo padronizado versus valor ajustado para a variável  $R_a$

Este mesmo procedimento de obtenção e análise de modelos foi aplicado para todas as médias das variáveis de resposta e a **tabela 4.4** resume os resultados encontrados. Todas as variáveis de resposta possuem bons modelos matemáticos, resíduos normais e homoscedásticos. A única exceção é a equação da variável  $MRR$  que possui resíduos não normais. Porém, este fato não impede a adoção destes modelos matemáticos para o bloco de médias.

Parte-se então para a análise do grupo de variâncias. Os modelos padrões e o modelo quadrático reduzido foram gerados para  $s^2 R_a$  e estão representados na **tabela 4.5**. Vale destacar que o maior ajuste foi novamente obtido pelo modelo quadrático reduzido. No entanto, este ajuste é ainda considerado baixo. Além disso, a análise de  $LOF$  indica que o modelo não é adequado. Este resultado se deve à própria natureza da variável. A modelagem da variância de uma variável qualquer é sempre uma tarefa complexa.

	$R_a$	$R_y$	$R_z$	$R_q$	$R_t$	$MRR$
$b_0$	<b>2,272</b> <sup>1</sup>	<b>12,468</b>	<b>10,195</b>	<b>2,698</b>	<b>12,708</b>	<b>26,600</b>
$b_1$	<b>0,077</b>	0,241	<b>0,264</b>	<b>0,087</b>	0,172	<b>5,679</b>
$b_2$	0,018	-0,231	-0,034	0,016	-0,254	<b>5,082</b>
$b_3$	<b>0,212</b>	<b>1,362</b>	<b>1,112</b>	<b>0,265</b>	<b>1,418</b>	<b>6,997</b>
$b_{11}$	<b>-0,107</b>	-	-	<b>-0,104</b>	-	-
$b_{22}$	<b>-0,157</b>	<b>-0,672</b>	<b>-0,485</b>	<b>-0,171</b>	<b>-0,643</b>	-
$b_{33}$	<b>-0,106</b>	<b>-0,523</b>	<b>-0,385</b>	<b>-0,122</b>	<b>-0,511</b>	-
$b_{12}$	-	-	-	-	0,302	<b>1,140</b>
$b_{13}$	-	-	-	-	-	<b>1,500</b>
$b_{23}$	<b>-0,123</b>	<b>-0,469</b>	<b>-0,567</b>	<b>-0,143</b>	<b>-0,518</b>	<b>1,400</b>
$R^2$	93,2%	91,6%	92,9%	93,1%	91,3%	99,9%
$R^2$ ajustado	87,9%	86,6%	88,7%	87,6%	84,6%	99,8%
P-Value LOF	0,151	0,03	0,038	0,114	0,064	-
Normalidade	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Não
$R^2 (e^2 \times \hat{y})$	0,008	0,044	0,006	0,000	0,010	0,007
$n \times R^2$	0,136	0,748	0,102	0,000	0,170	0,119
Heteroscedástico	Não	Não	Não	Não	Não	Não

Tabela 4.4 – Quadro resumo dos modelos adotados para o grupo de variáveis de média

<sup>1</sup> Valores em negrito representam os termos significativos do modelo matemático

$s^2 R_a$	Linear	Linear Interações	Linear Quadrático	Quadrático Completo	Quadrático Reduzido
$b_0$	<b>1,531</b> <sup>1</sup>	<b>1,531</b>	<b>2,102</b>	<b>2,102</b>	<b>2,077</b>
$b_1$	0,030	0,030	0,030	0,030	0,030
$b_2$	<b>-0,683</b>	<b>-0,683</b>	-0,683	-0,683	<b>-0,683</b>
$b_3$	<b>0,696</b>	<b>0,696</b>	0,696	<b>0,696</b>	<b>0,696</b>
$b_{11}$	-	-	-0,020	-0,020	-
$b_{22}$	-	-	-0,387	-0,387	-0,381
$b_{33}$	-	-	-0,304	-0,304	-0,298
$b_{12}$	-	0,416	-	0,416	0,416
$b_{13}$	-	-0,150	-	-0,150	-
$b_{23}$	-	-0,778	-	-0,778	<b>-0,778</b>
$R^2$	43,2%	64,6%	51,2%	72,5%	71,9%
$R^2$ ajustado	30,2%	43,3%	21,9%	37,2%	50,0%
P-Value LOF	0,013	0,015	0,011	0,012	0,017

Tabela 4.5 – Modelos gerados para  $s^2 R_a$ <sup>1</sup> Valores em negrito representam os termos significativos do modelo matemático

As *figuras 4.8 e 4.9* representam a superfície de resposta para  $s^2 R_a$ .

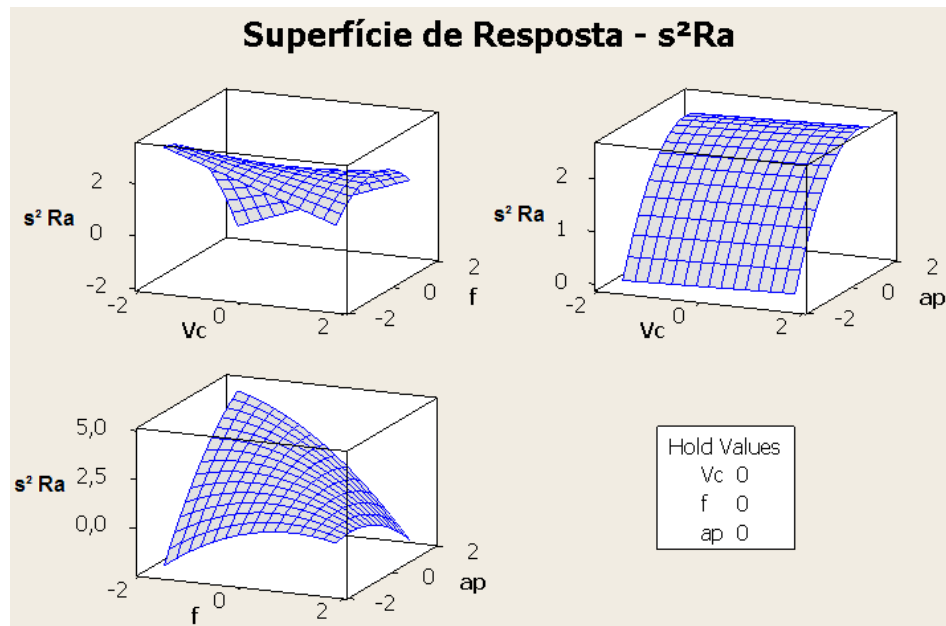


Figura 4.8 – Superfície de resposta para  $s^2 R_a$

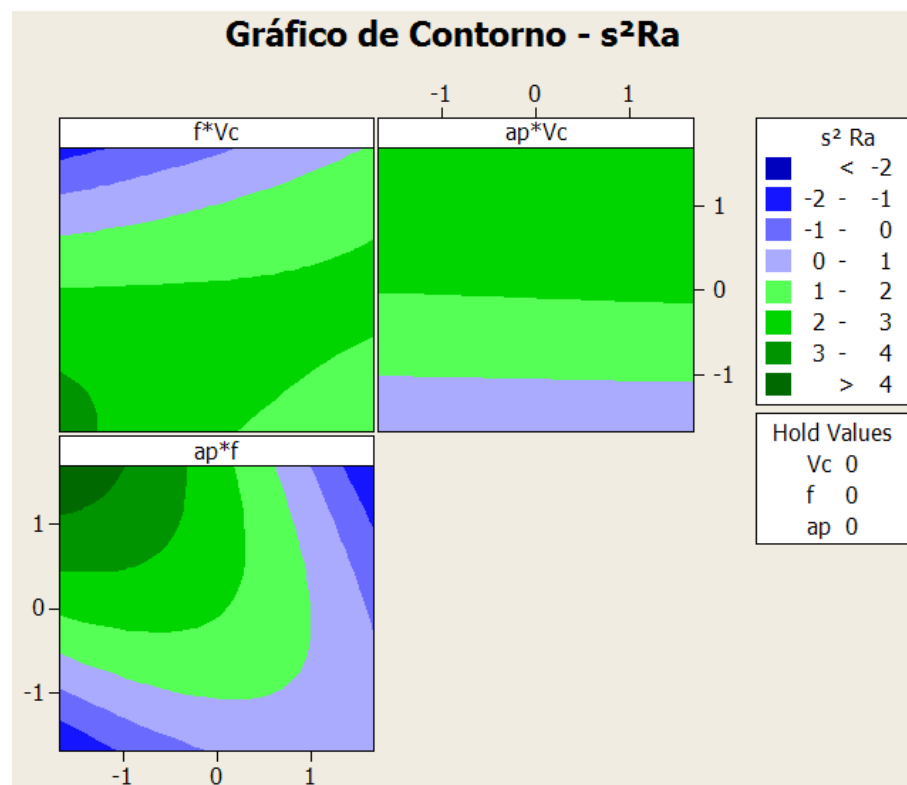


Figura 4.9 – Gráfico de contorno para  $s^2 R_a$

O teste de normalidade dos resíduos do modelo quadrático reduzido de  $s^2 R_a$  indica que os resíduos gerados pelo modelo seguem uma distribuição normal ( $P\text{-Value} \geq 0,05$ ). O resultado do teste está representado na *figura 4.10*.



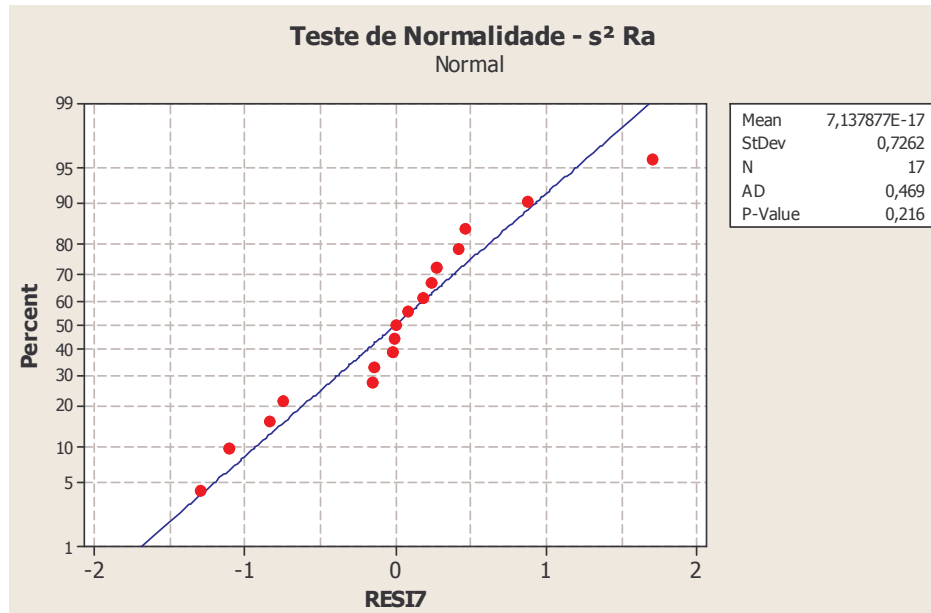


Figura 4.10 – Teste de normalidade para os resíduos de  $s^2 R_a$

Executou-se, então, o teste de heteroscedasticidade para o modelo escolhido, seguindo o teste de hipótese discutido anteriormente. O modelo de regressão simples gerado para os resíduos da variável  $s^2 R_a$  é:

$$e_7^2 = -0,0497 + 0,3567 \hat{y}_7 \quad (51)$$

O ajuste para a **equação 51** é  $R^2 = 27,3\%$ . Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} nR^2 &= 17 \times 0,273 \\ nR^2 &= 4,641 \end{aligned} \quad (52)$$

Desta forma, para a variável  $s^2 R_a$ , a hipótese nula foi rejeitada e conclui-se que seus resíduos são heteroscedásticos, ou seja, a variância dos resíduos não é constante em relação ao valor ajustado. A **figura 4.11** ilustra o resultado obtido no teste descrito anteriormente, uma vez que é possível identificar um padrão de variação para os resíduos nos diferentes valores ajustados.

Este mesmo procedimento de obtenção e análise de modelos foi aplicado para todas as variáveis de resposta que compõem o bloco de variâncias e a **tabela 4.6** resume os resultados encontrados. Todas as variáveis de resposta possuem modelos matemáticos razoáveis, porém não adequados, além de resíduos normais e heteroscedásticos.

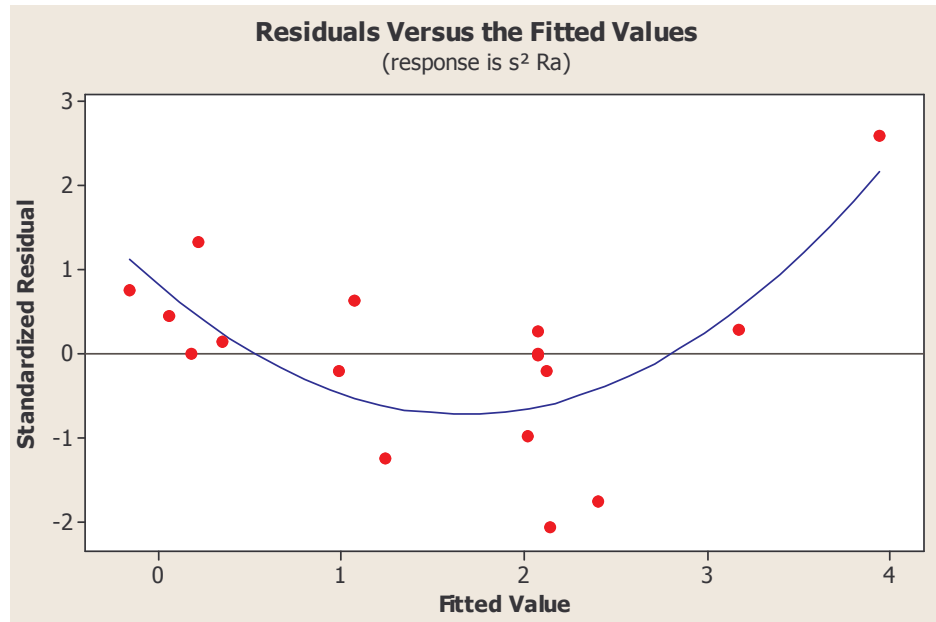


Figura 4.11 – Gráfico resíduo padronizado versus valor ajustado para a variável  $s^2 R_a$

	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$
<b>b<sub>0</sub></b>	<b>2,077<sup>1</sup></b>	<b>43,673</b>	<b>38,602</b>	<b>2,848</b>	<b>45,426</b>
<b>b<sub>1</sub></b>	0,030	4,119	2,550	0,050	4,298
<b>b<sub>2</sub></b>	<b>-0,683</b>	-10,076	<b>-11,351</b>	<b>-0,942</b>	-10,174
<b>b<sub>3</sub></b>	<b>0,696</b>	<b>16,466</b>	<b>14,033</b>	<b>0,989</b>	<b>17,158</b>
<b>b<sub>11</sub></b>	-	-	-	-	-
<b>b<sub>22</sub></b>	-0,381	-7,492	-6,7412	-0,513	-7,9584
<b>b<sub>33</sub></b>	-0,298	-	-4,614	-0,389	-
<b>b<sub>12</sub></b>	0,416	-	-	0,567	-
<b>b<sub>13</sub></b>	-	-	-	-	-
<b>b<sub>23</sub></b>	<b>-0,778</b>	-	-11,221	-1,042	-
<b>R<sup>2</sup></b>	71,9%	58,2%	71,0%	71,6%	58,8%
<b>R<sup>2</sup> ajustado</b>	50,0%	44,3%	53,6%	49,6%	45,1%
<b>P-Value LOF</b>	0,017	0,026	0,017	0,010	0,012
<b>Normalidade</b>	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
<b>R<sup>2</sup> (<math>e^2 \times \hat{y}</math>)</b>	0,273	0,518	0,271	0,286	0,519
<b><math>n \times R^2</math></b>	4,641	8,806	4,607	4,862	8,823
<b>Heteroscedástico</b>	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim

Tabela 4.6 – Quadro resumo dos modelos adotados para o grupo de variâncias

<sup>1</sup> Valores em negrito representam os termos significativos do modelo matemático

A adoção dos modelos matemáticos obtidos diretamente pelo *OLS* para o grupo de variâncias não é indicada, uma vez que os testes de heteroscedasticidade são positivos. Montgomery e Runger (2003) sugerem a transformação de dados para eliminar a falta de

constância na variância de uma variável qualquer  $y$ . “As transformações largamente usadas para estabilizar a variância incluem o uso de  $\sqrt{y}$ ,  $\ln y$  ou  $1/y$  como resposta.” (MONTGOMERY E RUNGER, 2003).

Partiu-se, então, para a transformação dos dados de variância com o objetivo de obter um modelo matemático com maior ajuste e mais adequado. Optou-se pela aplicação da transformação das variáveis de resposta pelo tipo  $\ln y$ . Esta transformação é freqüentemente utilizada para a transformação de variância, tendendo a normalizá-la e torná-la constante. A **tabela 4.7** resume o resultado da transformação das variáveis de resposta. A variável  $\ln s^2 R_a$  exemplificará a análise feita para o grupo de variâncias após transformação.

i	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$\ln s^2 R_a$	$\ln s^2 R_y$	$\ln s^2 R_z$	$\ln s^2 R_q$	$\ln s^2 R_t$
1	-1	-1	-1	-0,161	3,290	2,918	0,186	3,318
2	+1	-1	-1	0,097	3,557	3,085	0,448	3,578
3	-1	+1	-1	-0,819	2,221	2,025	-0,540	2,224
4	+1	+1	-1	-0,883	2,265	2,095	-0,557	2,351
5	-1	-1	+1	1,732	4,452	4,445	2,044	4,457
6	+1	-1	+1	1,211	4,367	4,335	1,567	4,420
7	-1	+1	+1	-1,684	2,854	2,071	-1,223	2,880
8	+1	+1	+1	0,403	4,256	3,668	0,820	4,320
9	-1,68	0	0	0,246	3,318	3,172	0,550	3,468
10	+1,68	0	0	0,681	3,349	3,366	0,915	3,371
11	0	-1,68	0	-0,156	2,998	2,773	0,158	3,020
12	0	+1,68	0	-1,139	2,244	1,879	-0,910	2,217
13	0	0	-1,68	-1,068	2,304	1,734	-0,823	2,334
14	0	0	+1,68	0,266	3,728	3,364	0,609	3,764
15	0	0	0	0,839	3,976	3,798	1,155	4,015
16	0	0	0	0,720	4,095	3,734	1,062	4,098
17	0	0	0	0,732	4,032	3,690	1,077	4,063

Tabela 4.7 – Variáveis de resposta após transformação  $\ln y$

Os modelos padrões e o modelo quadrático reduzido foram gerados para  $\ln s^2 R_a$  e estão representados na **tabela 4.8**. Novamente, o modelo quadrático reduzido apresenta o maior ajuste e pode ser considerado um bom modelo matemático. No entanto, a análise de *LOF* ainda indica que o modelo não é adequado.

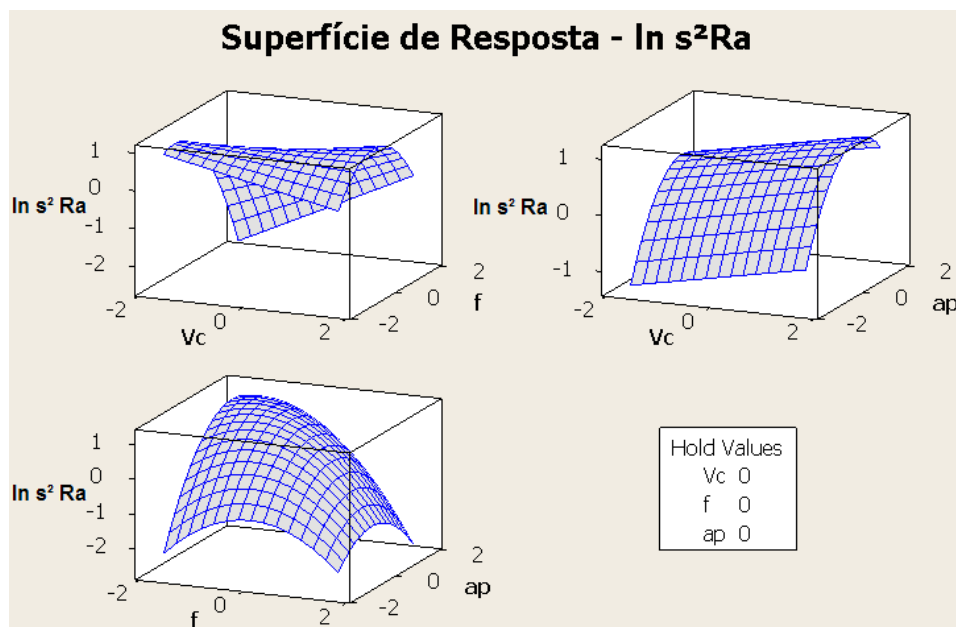
$\ln s^2 R_a$	Linear	Linear Interações	Linear Quadrático	Quadrático Completo	Quadrático Reduzido
$b_0$	0,060	0,060	0,748	<b>0,748<sup>1</sup></b>	<b>0,681</b>
$b_1$	0,182	0,182	0,182	0,182	0,182
$b_2$	<b>-0,550</b>	<b>-0,550</b>	<b>-0,550</b>	<b>-0,550</b>	<b>-0,550</b>
$b_3$	0,415	0,415	<b>0,415</b>	<b>0,415</b>	<b>0,415</b>
$b_{11}$	-	-	-0,053	-0,053	-
$b_{22}$	-	-	<b>-0,446</b>	<b>-0,446</b>	<b>-0,430</b>
$b_{33}$	-	-	-0,358	-0,358	<b>-0,343</b>
$b_{12}$	-	0,286	-	0,286	0,286
$b_{13}$	-	0,172	-	0,172	-
$b_{23}$	-	-0,323	-	-0,323	-0,323
$R^2$	50,7%	63,3%	73,3%	85,9%	83,9%
$R^2$ ajustado	39,3%	41,2%	57,2%	67,7%	71,4%
P-Value LOF	0,007	0,007	0,009	0,011	0,014

Tabela 4.8 – Modelos gerados para  $\ln s^2 R_a$ 

<sup>1</sup> Valores em negrito representam os termos significativos do modelo matemático

As *figuras 4.12 e 4.13* representam a superfície de resposta para a variável  $\ln s^2 R_a$ .

Como esperado, esta superfície de resposta muito se assemelha à apresentada pela *figura 4.8*.

Figura 4.12 – Superfície de resposta para  $\ln s^2 R_a$

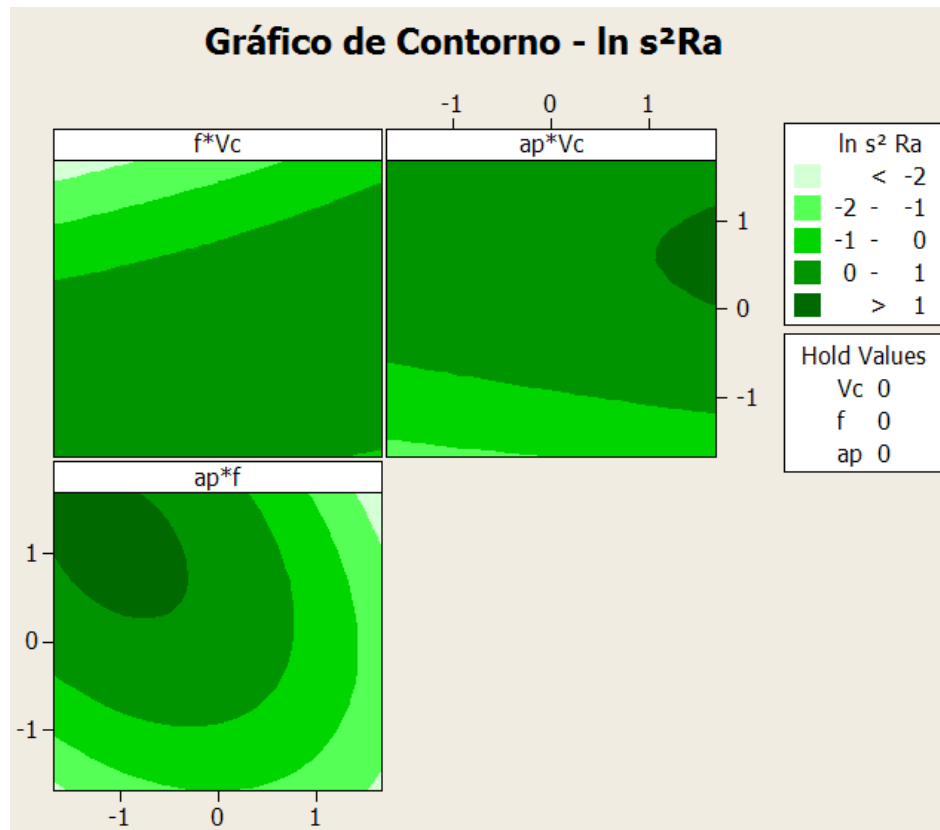


Figura 4.13 – Gráfico de contorno para  $\ln s^2 R_a$

O teste de normalidade dos resíduos do modelo quadrático reduzido de  $\ln s^2 R_a$  indica que os resíduos gerados pelo modelo seguem uma distribuição normal ( $P\text{-Value} \geq 0,05$ ). O resultado do teste está representado na *figura 4.14*.

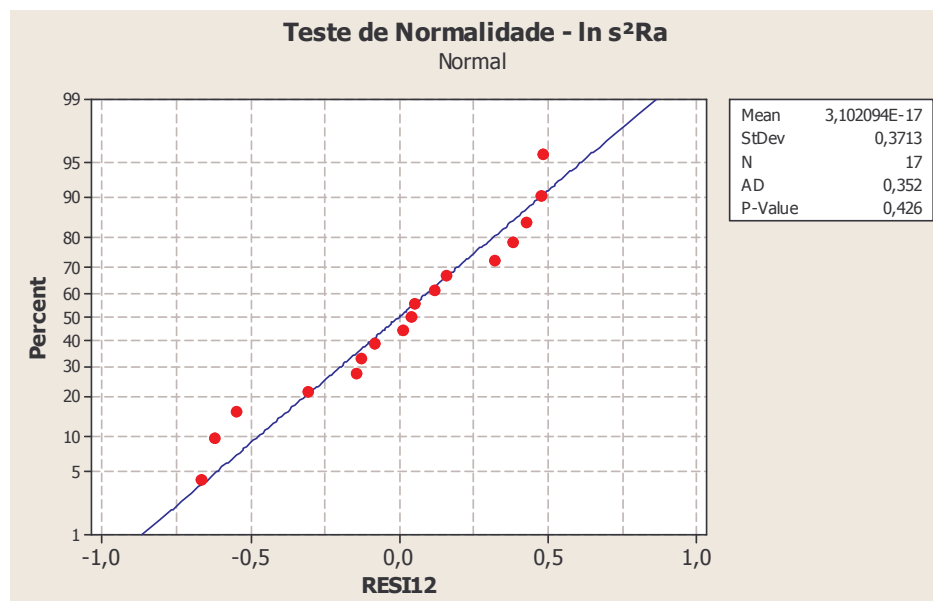


Figura 4.14 – Teste de normalidade para os resíduos da variável  $\ln s^2 R_a$

Executou-se, então, o teste de heteroscedasticidade para o modelo escolhido seguindo o mesmo teste de hipótese discutido anteriormente. O modelo de regressão simples gerado para os resíduos da variável  $\ln s^2 R_a$  é:

$$e_{12}^2 = 0,13304 - 0,05452 \hat{y}_{12} \quad (53)$$

O ajuste para a **equação 53** é  $R^2 = 10,4\%$ . Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} nR^2 &= 17 \times 0,104 \\ nR^2 &= 1,768 \end{aligned} \quad (54)$$

Desta forma, para a variável  $\ln s^2 R_a$ , a hipótese nula não pode ser rejeitada e pode-se concluir que os resíduos são homoscedásticos, ou seja, a variância do resíduo é constante em relação ao valor ajustado. A **figura 4.15** ilustra o resultado obtido no teste de heteroscedasticidade, uma vez que não é possível identificar nenhum padrão de variação para os resíduos nos diferentes valores ajustados.

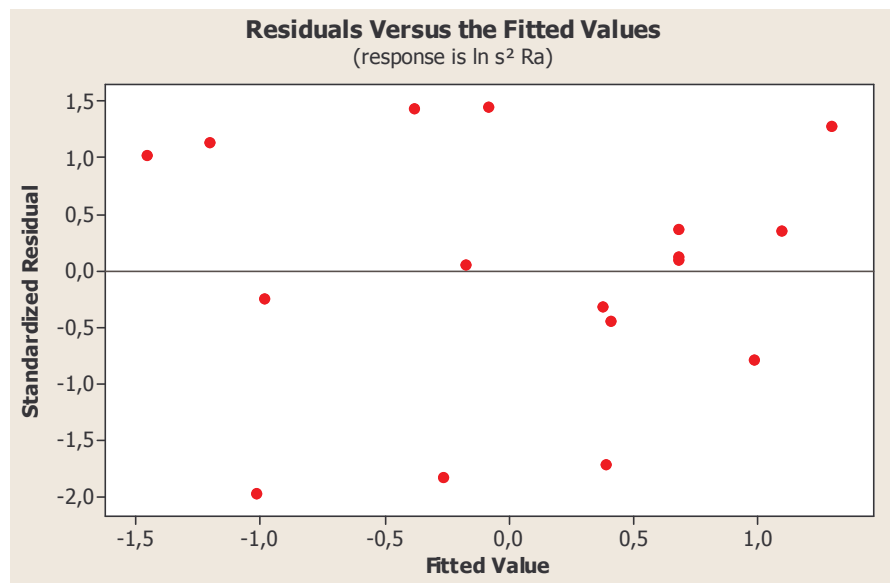


Figura 4.15 – Gráfico resíduo padronizado versus valor ajustado para a variável  $\ln s^2 R_a$

Este mesmo procedimento de obtenção e análise de modelos foi aplicado para todas as variáveis de resposta que compõem o bloco de variâncias após a transformação do tipo  $\ln y$ , e a **tabela 4.9** resume os resultados encontrados. Todas as variáveis de resposta possuem bons modelos matemáticos, além de resíduos normais e homoscedásticos.

	$\ln s^2 R_a$	$\ln s^2 R_y$	$\ln s^2 R_z$	$\ln s^2 R_q$	$\ln s^2 R_t$
<b>b<sub>0</sub></b>	<b>0,681<sup>1</sup></b>	<b>4,003</b>	<b>3,621</b>	<b>1,003</b>	<b>3,874</b>
<b>b<sub>1</sub></b>	0,182	0,123	0,150	0,177	0,119
<b>b<sub>2</sub></b>	<b>-0,550</b>	<b>-0,391</b>	<b>-0,471</b>	<b>-0,552</b>	<b>-0,392</b>
<b>b<sub>3</sub></b>	<b>0,415</b>	<b>0,512</b>	<b>0,523</b>	<b>0,445</b>	<b>0,513</b>
<b>b<sub>11</sub></b>	-	-0,141	-	-	-
<b>b<sub>22</sub></b>	<b>-0,430</b>	<b>-0,393</b>	<b>-0,384</b>	<b>-0,433</b>	<b>-0,368</b>
<b>b<sub>33</sub></b>	<b>-0,343</b>	-0,253	<b>-0,305</b>	<b>-0,338</b>	-0,216
<b>b<sub>12</sub></b>	0,286	0,158	0,201	0,280	0,168
<b>b<sub>13</sub></b>	-	-	0,156	-	-
<b>b<sub>23</sub></b>	-0,323	-	-	-0,285	-
<b>R<sup>2</sup></b>	83,9%	82,1%	85,3%	84,4%	80,8%
<b>R<sup>2</sup> ajustado</b>	71,4%	68,1%	73,9%	72,3%	69,2%
<b>P-Value LOF</b>	0,014	0,014	0,012	0,008	0,007
<b>Normalidade</b>	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
$R^2 (e^2 \times \hat{y})$	0,104	0,039	0,09	0,054	0,111
$n \times R^2$	1,768	0,663	1,53	0,918	1,887
<b>Heteroscedástico</b>	Não	Não	Não	Não	Não

Tabela 4.9 – Quadro resumo dos modelos adotados para o grupo de variâncias

<sup>1</sup> Valores em negrito representam os termos significativos do modelo matemático

O objetivo da transformação do tipo  $\ln y$  era normalizar as variáveis de resposta de variância tornando seus resíduos razoavelmente constantes em relação aos valores  $\hat{y}$ . Este objetivo foi alcançado com facilidade. Além disso, o ajuste do modelo matemático aumentou consideravelmente. No entanto, a análise de *LOF* ainda indica que o modelo não é adequado.

Desta forma, partiu-se para outra abordagem na qual a modelagem da variância foi realizada através do método de mínimos quadrados ponderados (*WLS*). Como apontado por Myers *et al.* (2002), a variância tende a ser não normal, com bons ajustes pela distribuição gama, weibull ou lognormal, como se verifica no teste de aderência representado pela **figura 4.16** para a variável  $s^2 R_a$  nas distribuições anteriormente citadas. Este fato indica a possibilidade de aplicação do método de mínimos quadrados ponderados (*WLS*). A **tabela 4.10** resume o teste de aderência feito para todas as variáveis do tipo “variância”.

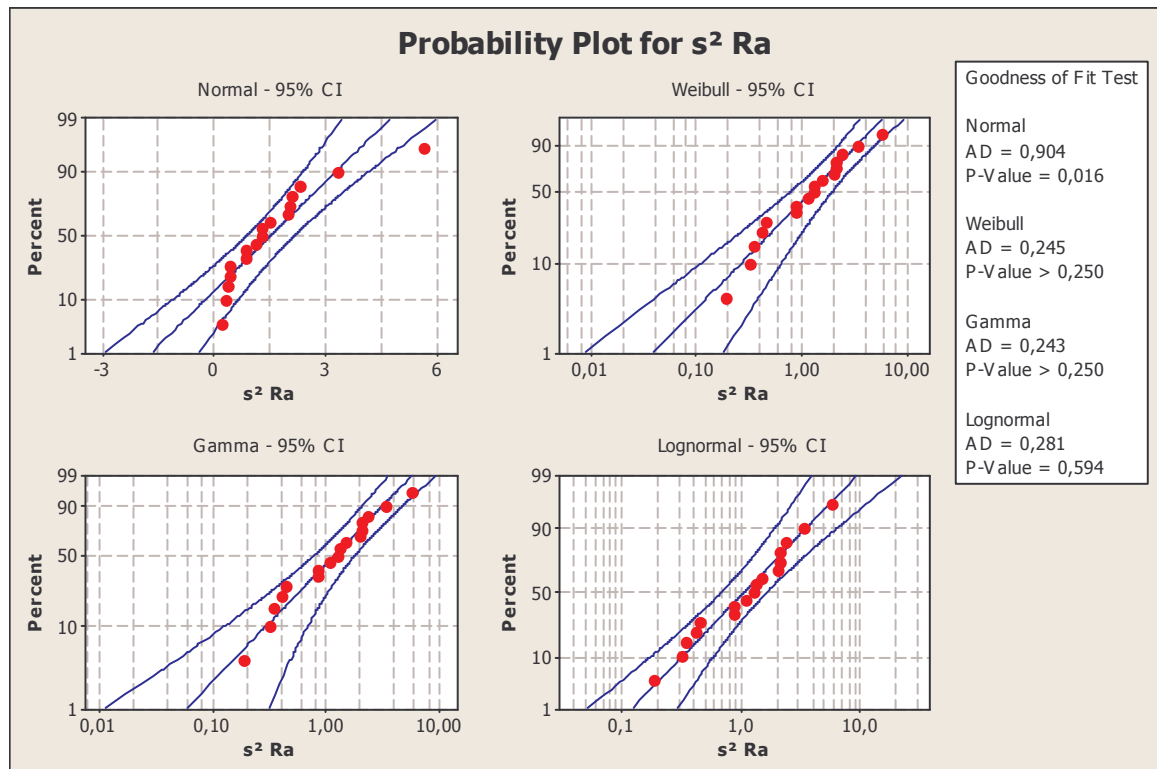


Figura 4.16 – Teste de aderência para a variável  $s^2 R_a$  nas distribuições normal, weibull, gama e lognormal

		$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$
<b>Normal</b>	AD	0,904	0,529	0,768	0,874	0,518
	P-Value	0,016	0,151	0,037	0,019	0,161
<b>Weibull</b>	AD	0,245	0,391	0,353	0,252	0,376
	P-Value	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250
<b>Gama</b>	AD	0,243	0,409	0,368	0,257	0,390
	P-Value	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250
<b>Lognormal</b>	AD	0,281	0,464	0,418	0,316	0,447
	P-Value	0,594	0,223	0,292	0,511	0,246

Tabela 4.10 – Resultado do teste de aderência para todas as variáveis do grupo de variâncias

A variável  $s^2 R_a$  novamente será utilizada para demonstrar a utilização do método *WLS* no grupo de variâncias. O procedimento para aplicação do método inicia-se com a obtenção do melhor modelo matemático que represente a variável através do *OLS*. Como demonstrado anteriormente, o modelo denominado quadrático reduzido representa de maneira adequada a variável  $s^2 R_a$ . Posteriormente, executa-se o cálculo do peso relacionado a cada resultado experimental. Este peso está baseado no resíduo gerado pelo melhor modelo matemático obtido pelo *OLS* e foi calculado para cada condição experimental através da relação:



$$Peso(y_{ik}) = \frac{1}{e_{ik}^2} \quad (55)$$

A **tabela 4.11** exemplifica o cálculo do peso mediante a adoção do modelo quadrático reduzido.

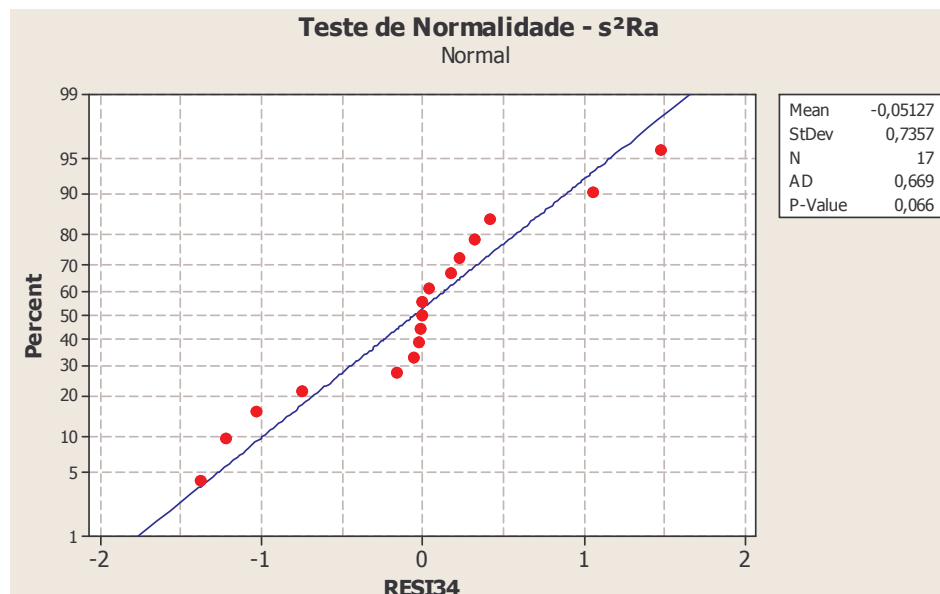
i	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$y_7$	$\hat{y}_7$	$e_7$	$Peso(y_7)$
1	-1	-1	-1	0,851	0,991	-0,140	51,0
2	+1	-1	-1	1,101	0,221	0,881	1,0
3	-1	+1	-1	0,441	0,352	0,089	125,0
4	+1	+1	-1	0,413	1,243	-0,830	1,0
5	-1	-1	+1	5,649	3,939	1,710	0,0
6	+1	-1	+1	3,358	3,169	0,190	28,0
7	-1	+1	+1	0,186	0,183	0,003	91827,4
8	+1	+1	+1	1,497	1,078	0,419	6,0
9	-1,68	0	0	1,279	2,026	-0,746	2,0
10	+1,68	0	0	1,976	2,127	-0,152	43,0
11	0	-1,68	0	0,855	2,146	-1,290	1,0
12	0	+1,68	0	0,320	-0,150	0,471	5,0
13	0	0	-1,68	0,344	0,064	0,279	13,0
14	0	0	+1,68	1,305	2,404	-1,099	1,0
15	0	0	0	2,314	2,077	0,237	18,0
16	0	0	0	2,055	2,077	-0,022	2071,0
17	0	0	0	2,080	2,077	0,003	87051,0

Tabela 4.11 – Cálculo do peso para a variável  $s^2R_a$  mediante o modelo quadrático reduzido

Após o cálculo do peso, executa-se a regressão considerando os mesmos termos adotados para o modelo quadrático reduzido. A **tabela 4.12** compara o modelo quadrático reduzido com o modelo obtido através do método de mínimos quadrados ponderados. Apesar dos modelos serem similares, uma vez que os coeficientes calculados estão relativamente próximos, os índices alcançados pelos modelos são muito diferentes. O modelo obtido por mínimos quadrados ponderados (WLS) possui um ajuste muito superior ao modelo quadrático reduzido obtido por mínimos quadrados ordinários (OLS) e análise de *LOF* indica que o modelo é adequado.

O teste de normalidade dos resíduos do modelo gerado por mínimos quadrados ponderados para  $s^2R_a$  também indica que estes seguem uma distribuição normal ( $P\text{-Value} \geq 0,05$ ). O resultado do teste está representado na **figura 4.17**.

$s^2 R_a$	Quadrático Reduzido	Mínimos Quadrados Ponderados
$b_0$	2,077 <sup>1</sup>	2,079
$b_1$	0,030	0,032
$b_2$	<b>-0,683</b>	<b>-0,647</b>
$b_3$	<b>0,696</b>	<b>0,750</b>
$b_{11}$	-	-
$b_{22}$	-0,381	<b>-0,387</b>
$b_{33}$	-0,298	-0,232
$b_{12}$	0,416	<b>0,460</b>
$b_{13}$	-	-
$b_{23}$	<b>-0,778</b>	<b>-0,885</b>
$R^2$	71,9%	100,0%
$R^2$ ajustado	50,0%	100,0%
P-Value LOF	0,017	0,503

Tabela 4.12 – Comparação entre modelos obtidos por *OLS* e *WLS*<sup>1</sup> Valores em negrito representam os termos significativos do modelo matemáticoFigura 4.17 – Teste de normalidade para os resíduos da variável  $s^2 R_a$ 

Novamente, executou-se o teste de heteroscedasticidade, seguindo o teste de hipótese discutido anteriormente, para o modelo gerado por mínimos quadrados ponderados. O modelo de regressão simples gerado para os resíduos da variável  $s^2 R_a$  é:

$$e_7^2 = 0,073 + 0,2775 \hat{y}_7 \quad (56)$$

O ajuste para a *equação 56* é  $R^2 = 20,4\%$ . Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} nR^2 &= 17 \times 0,204 \\ nR^2 &= 3,468 \end{aligned} \quad (57)$$

Desta forma, para a variável  $s^2R_a$  e utilizando o modelo gerado por mínimos quadrados ponderados, a hipótese nula não pode ser rejeitada e conclui-se que os resíduos são homoscedásticos, ou seja, a variância do resíduo é constante em relação ao valor ajustado. A *figura 4.18* ilustra o resultado obtido no teste de heteroscedasticidade, uma vez que não é possível identificar nenhum padrão de variação para os resíduos nos diferentes valores ajustados.

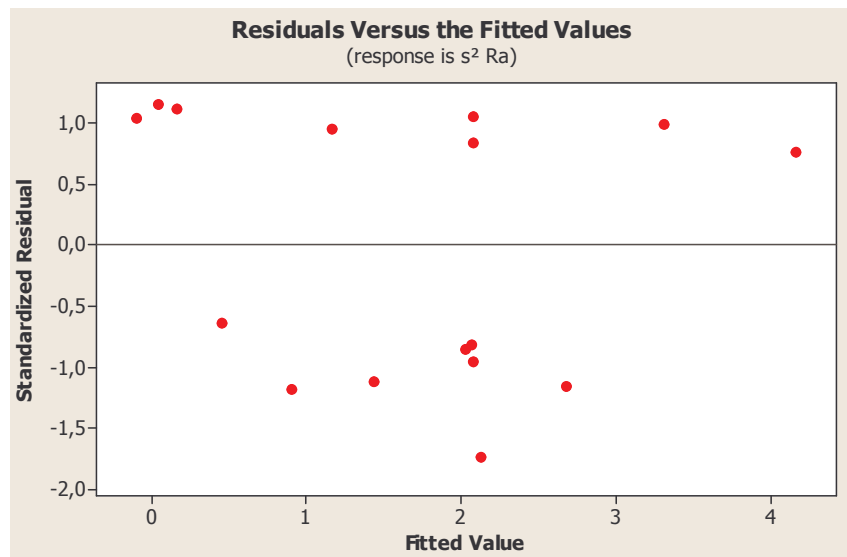


Figura 4.18 – Gráfico resíduo padronizado versus valor *fit* para a variável  $s^2R_a$

Este mesmo procedimento de obtenção e análise dos modelos gerados por mínimos quadrados ponderados foi aplicado para todas as variáveis de resposta do grupo e a *tabela 4.13* resume os resultados encontrados. Todas as variáveis de resposta possuem excelentes modelos matemáticos e resíduos normais. Porém, somente dois modelos ( $s^2R_a$  e  $s^2R_z$ ) geram resíduos homoscedásticos.

Apesar do método de mínimos quadrados ponderados gerar alguns modelos que apresentam resíduos heteroscedásticos ( $s^2R_y, s^2R_q, s^2R_t$ ) e a análise de *LOF* indicar que alguns modelos não são adequados ( $s^2R_y, s^2R_t$ ), estes ainda são considerados os melhores modelos matemáticos para o grupo de variâncias, uma vez que seus ajustes são excelentes. A *tabela 4.14* resume os modelos matemáticos adotados para cada variável de resposta.

	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$
$b_0$	<b>2,079</b> <sup>1</sup>	<b>45,592</b>	<b>40,124</b>	<b>2,897</b>	<b>46,242</b>
$b_1$	0,032	<b>3,948</b>	3,975	0,161	<b>4,008</b>
$b_2$	<b>-0,647</b>	<b>-10,756</b>	<b>-13,732</b>	<b>-0,904</b>	<b>-10,962</b>
$b_3$	<b>0,750</b>	<b>19,052</b>	<b>13,280</b>	<b>0,977</b>	<b>18,993</b>
$b_{11}$	-	-	-	-	-
$b_{22}$	<b>-0,387</b>	<b>-6,403</b>	<b>-5,5494</b>	<b>-0,492</b>	<b>-6,528</b>
$b_{33}$	-0,232	-	-4,904	-0,347	-
$b_{12}$	<b>0,460</b>	-	-	0,544	-
$b_{13}$	-	-	-	-	-
$b_{23}$	<b>-0,885</b>	-	<b>-9,517</b>	<b>-1,128</b>	-
$R^2$	100,0%	91,6%	95,0%	99,5%	92,6%
$R^2$ ajustado	100,0%	88,8%	92,0%	99,1%	90,2%
P-Value LOF	0,503	0,049	0,234	0,250	0,028
Normalidade	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
$R^2 (e^2 \times \hat{y})$	0,204	0,392	0,217	0,290	0,419
$n \times R^2$	3,468	6,664	3,689	4,93	7,123
Heteroscedástico	Não	Sim	Não	Sim	Sim

Tabela 4.13 – Quadro resumo dos modelos adotados para o grupo de variâncias

<sup>1</sup> Valores em negrito representam os termos significativos do modelo matemático

	$R_a$	$R_y$	$R_z$	$R_q$	$R_t$	$MRR$	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$
$b_0$	<b>2,272</b> <sup>1</sup>	<b>12,468</b>	<b>10,195</b>	<b>2,698</b>	<b>12,708</b>	<b>26,600</b>	<b>2,079</b>	<b>45,592</b>	<b>40,124</b>	<b>2,897</b>	<b>46,242</b>
$b_1$	<b>0,077</b>	0,241	<b>0,264</b>	<b>0,087</b>	0,172	<b>5,679</b>	0,032	<b>3,948</b>	3,975	0,161	<b>4,008</b>
$b_2$	0,018	-0,231	-0,034	0,016	-0,254	<b>5,082</b>	<b>-0,647</b>	<b>-10,756</b>	<b>-13,732</b>	<b>-0,904</b>	<b>-10,962</b>
$b_3$	<b>0,212</b>	<b>1,362</b>	<b>1,112</b>	<b>0,265</b>	<b>1,418</b>	<b>6,997</b>	<b>0,750</b>	<b>19,052</b>	<b>13,280</b>	<b>0,977</b>	<b>18,993</b>
$b_{11}$	<b>-0,107</b>	-	-	<b>-0,104</b>	-	-	-	-	-	-	-
$b_{22}$	<b>-0,157</b>	<b>-0,672</b>	<b>-0,485</b>	<b>-0,171</b>	<b>-0,643</b>	-	<b>-0,387</b>	<b>-6,403</b>	<b>-5,5494</b>	<b>-0,492</b>	<b>-6,528</b>
$b_{33}$	<b>-0,106</b>	<b>-0,523</b>	<b>-0,385</b>	<b>-0,122</b>	<b>-0,511</b>	-	-0,232	-	-4,904	-0,347	-
$b_{12}$	-	-	-	-	0,302	<b>1,140</b>	<b>0,460</b>	-	-	0,544	-
$b_{13}$	-	-	-	-	-	<b>1,500</b>	-	-	-	-	-
$b_{23}$	<b>-0,123</b>	<b>-0,469</b>	<b>-0,567</b>	<b>-0,143</b>	<b>-0,518</b>	<b>1,400</b>	<b>-0,885</b>	-	<b>-9,517</b>	<b>-1,128</b>	-
$R^2$	93,2%	91,6%	92,9%	93,1%	91,3%	99,9%	100,0%	91,6%	95,0%	99,5%	92,6%
$R^2$ ajustado	87,9%	86,6%	88,7%	87,6%	84,6%	99,8%	100,0%	88,8%	92,0%	99,1%	90,2%
P-Value LOF	0,151	0,03	0,038	0,114	0,064	-	0,503	0,049	0,234	0,250	0,028
Normalidade	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal	Não	Normal	Normal	Normal	Normal	Normal
$R^2 (e^2 \times \hat{y})$	0,008	0,044	0,006	0,000	0,010	0,007	0,204	0,392	0,217	0,290	0,419
$n \times R^2$	0,136	0,748	0,102	0,000	0,170	0,119	3,468	6,664	3,689	4,93	7,123
Heteroscedástico	Não	Não	Não	Não	Não	Não	Não	Sim	Não	Sim	Sim

Tabela 4.14 – Quadro resumo dos modelos adotados

<sup>1</sup> Valores em negrito representam os termos significativos do modelo matemático

## 4.2 Otimização

Após a definição dos modelos matemáticos que representam as variáveis de resposta do processo, inicia-se a etapa de otimização. Esta etapa tem como objetivo determinar quais são os valores que as variáveis de controle devem assumir de modo que os valores alvos das variáveis de resposta sejam atingidos, com mínima variação, independente da condição de ruído a que o processo é submetido.

A primeira atividade da etapa de otimização foi denominada otimização individual das variáveis de resposta. Nesta atividade, buscou-se para cada modelo matemático seu respectivo ponto ótimo, dentro dos limites de espaço experimental, porém, sem influência das demais variáveis de resposta. Os valores obtidos como pontos ótimos para cada modelo matemático foram utilizados como alvos das variáveis de resposta durante a atividade seguinte, na qual se executa a otimização simultânea mediante um método escolhido. O resultado obtido com esta atividade demonstra claramente os conflitos existentes entre as variáveis de resposta na determinação do ponto ótimo comum do sistema.

Conforme discutido no capítulo 3, qualidade e produtividade são características desejadas em todo processo de manufatura. O processo de torneamento não é diferente e, neste trabalho, foram consideradas variáveis de resposta que representam estas características do processo. As cinco formas de medição de rugosidade adotadas representam a qualidade do produto, enquanto que a taxa de remoção de material representa a produtividade do processo. Obter baixa rugosidade e alta produtividade no processo de torneamento seria o ideal. No entanto, é de conhecimento que estas características são conflitantes e o ideal seria encontrar uma solução de compromisso para esta relação.

Visando aumentar a complexidade do problema gradativamente, para um melhor entendimento da relação entre as diversas variáveis de resposta e do comportamento do método de otimização proposto, a atividade de otimização simultânea foi desenvolvida considerando dois grupos de análise distintos, a saber:

- Média e variância de  $R_a$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ ,  $R_q$  e  $R_t$  (10 variáveis);
- Média e variância de  $R_a$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ ,  $R_q$  e  $R_t$ , tendo a  $MRR$  como restrição (10 + 1 variáveis).

Sabe-se que em aplicações reais não há utilidade em minimizar rugosidade. Basta deixá-la abaixo de um determinado valor de projeto e a peça pode ser dita de qualidade.

Porém, estes grupos de análise foram escolhidos de forma que um grupo de variáveis de respostas correlacionadas esteja disponível para a análise utilizando os métodos selecionados.

A cada um dos grupos citados acima foram aplicados os métodos de otimização tradicionais escolhidos (*Desirability* e EQMM) e o método proposto (EQMM Dual). Todos os métodos foram aplicados utilizando-se o Microsoft Excel<sup>®</sup> e sua ferramenta Solver<sup>®</sup>, o qual possui o GRG como algoritmo de otimização padrão. Apesar de não ser o algoritmo de otimização mais indicado para um problema com tantas variáveis de resposta não-lineares, além de algumas limitações, como por exemplo, quantidade máxima de restrições possíveis, a decisão pela adoção do GRG neste trabalho está relacionada com a sua robustez e ao amplo acesso que os gestores possuem a este algoritmo através do Microsoft Excel<sup>®</sup>.

Conforme discutido anteriormente, outra limitação do algoritmo de otimização escolhido está relacionada à escolha do ponto inicial para a busca do ponto ótimo. Partindo de um determinado ponto, o algoritmo pode encontrar um mínimo local. Porém, este algoritmo não tem capacidade de verificar se existem outros mínimos locais e, caso existam, se o ponto encontrado é o mínimo global. Para tentar amenizar esta limitação, foi traçada uma estratégia que consiste em repetir o cálculo do ponto ótimo partindo-se de vários pontos distintos. Foram definidos 27 pontos de partida através de um arranjo do tipo  $3^3$  (*tabela 4.15*), e a resposta da função objetivo para cada um destes pontos foi armazenada. Posteriormente, após descartar os pontos que não cumpram com qualquer uma das restrições definidas para o problema, o mínimo global ou ponto ótimo do problema pode ser determinado.

n	$V_c$	$f_n$	$a_p$	n	$V_c$	$f_n$	$a_p$	n	$V_c$	$f_n$	$a_p$
1	-1	-1	-1	10	0	-1	-1	19	+1	-1	-1
2	-1	-1	0	11	0	-1	0	20	+1	-1	0
3	-1	-1	+1	12	0	-1	+1	21	+1	-1	+1
4	-1	0	-1	13	0	0	-1	22	+1	0	-1
5	-1	0	0	14	0	0	0	23	+1	0	0
6	-1	0	+1	15	0	0	+1	24	+1	0	+1
7	-1	+1	-1	16	0	+1	-1	25	+1	+1	-1
8	-1	+1	0	17	0	+1	0	26	+1	+1	0
9	-1	+1	+1	18	0	+1	+1	27	+1	+1	+1

Tabela 4.15 – Pontos de partida utilizados na etapa de otimização

#### 4.2.1 Otimização individual

A otimização individual dos modelos matemáticos visa determinar o ponto ótimo de cada variável, dentro do espaço experimental e sem a influência das demais variáveis de

resposta. Todas as variáveis apresentam respostas do tipo “Menor é Melhor” (STB – *Smaller-The-Better*). A exceção fica por conta da variável *MRR* que apresenta resposta do tipo “Maior é Melhor” (LTB – *Larger-The-Better*). Utilizando-se os modelos adotados para as variáveis na **tabela 4.14**, estrutura-se o problema de otimização individual da seguinte forma:

$$\text{Minimizar } \hat{y}_i \quad (58)$$

$$\text{Sujeito a: } \hat{y}_i \leq \text{Máximo } y_i$$

$$\hat{y}_i \geq \text{Mínimo } y_i$$

$$x^T x \leq \rho^2 \quad \text{sendo } i = \{1, 2, \dots, 11\}$$

A primeira restrição tem como objetivo evitar que os modelos indiquem valores para  $\hat{y}_i$  que não sejam fisicamente possíveis para o espaço experimental sugerido. Por exemplo, rugosidade com valor igual a zero. Apesar de matematicamente viável para o modelo adotado, é fisicamente impossível para um processo real. O mesmo pode ser aplicado à variância. Desta forma, limitou-se o valor de  $\hat{y}_i$  entre o valor mínimo e máximo já alcançado anteriormente durante o levantamento do banco de dados para cada variável de resposta. Através de uma planilha elaborada no software Microsoft Excel®, e tendo como ponto de partida [0; 0; 0], executou-se a ferramenta Solver® para se obter os pontos ótimos individuais dos modelos matemáticos adotados. O resultado da otimização individual para todas as respostas está representado na **tabela 4.16**.

	$R_a$	$R_y$	$R_z$	$R_q$	$R_t$	<i>MRR</i>	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$
<b>b<sub>0</sub></b>	<b>2,272<sup>1</sup></b>	<b>12,468</b>	<b>10,195</b>	<b>2,698</b>	<b>12,708</b>	<b>26,600</b>	<b>2,079</b>	<b>45,592</b>	<b>40,124</b>	<b>2,897</b>	<b>46,242</b>
<b>b<sub>1</sub></b>	<b>0,077</b>	0,241	<b>0,264</b>	<b>0,087</b>	0,172	<b>5,679</b>	0,032	<b>3,948</b>	3,975	0,161	<b>4,008</b>
<b>b<sub>2</sub></b>	0,018	-0,231	-0,034	0,016	-0,254	<b>5,082</b>	<b>-0,647</b>	<b>-10,756</b>	<b>-13,732</b>	<b>-0,904</b>	<b>-10,962</b>
<b>b<sub>3</sub></b>	<b>0,212</b>	<b>1,362</b>	<b>1,112</b>	<b>0,265</b>	<b>1,418</b>	<b>6,997</b>	<b>0,750</b>	<b>19,052</b>	<b>13,280</b>	<b>0,977</b>	<b>18,993</b>
<b>b<sub>11</sub></b>	<b>-0,107</b>	-	-	<b>-0,104</b>	-	-	-	-	-	-	-
<b>b<sub>22</sub></b>	<b>-0,157</b>	<b>-0,672</b>	<b>-0,485</b>	<b>-0,171</b>	<b>-0,643</b>	-	<b>-0,387</b>	<b>-6,403</b>	<b>-5,5494</b>	<b>-0,492</b>	<b>-6,528</b>
<b>b<sub>33</sub></b>	<b>-0,106</b>	<b>-0,523</b>	<b>-0,385</b>	<b>-0,122</b>	<b>-0,511</b>	-	-0,232	-	-4,904	-0,347	-
<b>b<sub>12</sub></b>	-	-	-	-	0,302	<b>1,140</b>	<b>0,460</b>	-	-	0,544	-
<b>b<sub>13</sub></b>	-	-	-	-	-	<b>1,500</b>	-	-	-	-	-
<b>b<sub>23</sub></b>	<b>-0,123</b>	<b>-0,469</b>	<b>-0,567</b>	<b>-0,143</b>	<b>-0,518</b>	<b>1,400</b>	<b>-0,885</b>	-	<b>-9,517</b>	<b>-1,128</b>	-
<b>Máximo</b>	2,319	13,952	11,190	2,755	14,708	48,960	5,649	85,833	85,225	7,724	86,223
<b>Mínimo</b>	1,356	8,722	7,007	1,666	8,894	12,320	0,186	9,217	5,663	0,294	9,176
$\hat{y}_i$	1,437	8,722	7,007	1,725	8,894	47,782	0,186	9,217	5,663	0,294	9,176
$V_c$	-0,289	-0,200	-0,291	-0,254	-0,162	0,941	-0,602	-0,280	-0,316	-0,630	-0,270
$f$	-1,058	0,062	-0,257	-0,996	0,031	0,870	1,429	0,589	1,290	1,419	0,739
$\alpha_p$	-1,275	-1,669	-1,636	-1,331	-1,674	1,090	-0,651	-1,402	-1,032	-0,647	-1,280

Tabela 4.16 – Resultado a otimização individual para todas as respostas

<sup>1</sup> Valores em negrito representam os termos significativos do modelo matemático

O conflito existente entre as diferentes variáveis de resposta na determinação do ponto ótimo comum fica evidenciado na **tabela 4.16** quando considerada a ampla faixa de valores possíveis para as variáveis de controle (**tabela 4.17**). Cada variável de resposta possui um ponto ótimo específico e isto ocorre mesmo entre as variáveis fortemente correlacionadas. Determinar um ponto ótimo comum é uma tarefa árdua e freqüentemente uma variável (ou um conjunto de variáveis) é penalizada em detrimento das demais.

	<i>Menor</i>	<i>Maior</i>
$V_c$	-0,630	0,941
$f$	-1,058	1,429
$a_p$	-1,669	1,090

Tabela 4.17 – Faixa de valores indicada para as variáveis de controle considerando a otimização individual das variáveis de resposta

Os modelos de  $R_a$  e  $R_q$  não atingem o valor mínimo obtido durante os experimentos. Este fato se deve ao erro do modelo. O mesmo ocorre para o modelo de  $MRR$  que não atinge o valor máximo. Os valores obtidos para  $\hat{y}_i$  passaram a ser considerados alvos dos problemas de otimização simultânea.

#### 4.2.2 Otimização simultânea de média e variância de $R_a$ , $R_y$ , $R_z$ , $R_q$ e $R_t$

Este grupo de análise compõe um total de 10 variáveis de resposta. Constam deste grupo as variáveis de média e variância de  $R_a$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ ,  $R_q$  e  $R_t$ . O objetivo deste grupo de análise é indicar um conjunto de variáveis de controle que obtenha baixos valores de rugosidade, com mínima variação, independente da condição de ruído a que o processo possa ser submetido.

Os valores alvos das variáveis de resposta adotados foram aqueles indicados na atividade de otimização individual (item 4.2.1). Este grupo de análise não possui um indicador de produtividade. Também não foram atribuídos pesos diferentes às variáveis de resposta, ou seja, todas são igualmente importantes para a definição da qualidade da peça. Os modelos matemáticos adotados para as variáveis de resposta deste grupo de análise estão representados na **tabela 4.14**.



#### 4.2.2.1 Método *Desirability*

O método *Desirability* está baseado no cálculo do índice global  $D$ . Como o objetivo da otimização deste grupo é minimizar todas as variáveis de resposta, os cálculos de  $d_i$  e  $D$  foram feitos conforme as **equações 59 e 60**. Foi adotado o mesmo peso e grau de importância ( $R$  e  $w = 1$ ) para toda variável de resposta.

$$d_i = \begin{cases} 0 & \hat{Y}_i > H_i \\ \left[ \frac{H_i - \hat{Y}_i}{H_i - T_i} \right]^R & T_i \leq \hat{Y}_i \leq H_i \\ 1 & \hat{Y}_i < T_i \end{cases} \quad (59)$$

$$D = [d_1(Y_1) \times d_2(Y_2) \times \dots \times d_{10}(Y_{10})]^{\frac{1}{10}} \quad (60)$$

A otimização do grupo de análise com 10 variáveis de resposta, utilizando o método *Desirability*, foi estruturada conforme o sistema de **equações 61**:

$$\text{Maximizar } D \quad (61)$$

$$\text{Sujeito a: } \hat{y}_i = T_i$$

$$x^T x \leq \rho^2 \quad \text{sendo } i = \{1, 2, \dots, 10\}$$

A primeira restrição visa proporcionar equilíbrio entre as variáveis de resposta. Não é interessante que alguma variável de resposta (ou grupo de variáveis) seja privilegiada em detrimento das demais. Apesar desta informação já estar contida no cálculo do índice  $D$ , foi necessária a inclusão destas restrições para reduzir a dispersão das variáveis em relação aos alvos. É melhor obter quase todas as variáveis de resposta próximas aos alvos definidos do que algumas muito abaixo, porém, outras muito distantes dos alvos. A planilha do Microsoft Excel<sup>®</sup> representada pela **figura 4.19** foi desenvolvida para a aplicação da otimização de múltiplas respostas baseado no método *Desirability*.

As células D2 a N16 indicam os modelos matemáticos, os valores máximo, mínimo e alvo para cada variável de resposta e a linha 20 seus respectivos pesos. A linha 22 indica o valor calculado para o índice  $d_i$ . Já a célula H25 indica o valor do índice global  $D$ . A linha 18 representa o valor ajustado da variável de resposta ( $\hat{y}_i$ ) para um determinado conjunto de variáveis de controle (D24 a E26). Também é possível identificar se este conjunto de variáveis de controle se encontra dentro do espaço experimental definido (célula H24). Executando-se a ferramenta Solver<sup>®</sup> conforme estrutura de otimização definida acima, e partindo-se de todos os 27 pontos escolhidos, é possível definir qual é o melhor resultado para o problema (**tabela 4.18**).

	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1													
2													
3													
4													
5													
6													
7													
8													
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20													
21													
22													
23													
24													
25													
26													
27													

Figura 4.19 – Planilha Excel desenvolvida para aplicação do método *Desirability*

n	$V_c$	$f_n$	$a_p$	D	n	$V_c$	$f_n$	$a_p$	D	n	$V_c$	$f_n$	$a_p$	D
1	-1	-1	-1	*	10	0	-1	-1	0,938	19	+1	-1	-1	0,927
2	-1	-1	0	0,900	11	0	-1	0	0,952	20	+1	-1	0	0,924
3	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>+1</b>	<b>0,952</b>	12	0	-1	+1	*	21	+1	-1	+1	*
4	-1	0	-1	0,900	13	0	0	-1	0,900	22	+1	0	-1	0,891
5	-1	0	0	0,900	14	0	0	0	0,900	23	+1	0	0	0,891
6	-1	0	+1	0,751	15	0	0	+1	*	24	+1	0	+1	*
7	-1	+1	-1	0,896	16	0	+1	-1	0,900	25	+1	+1	-1	0,900
8	-1	+1	0	0,751	17	0	+1	0	0,751	26	+1	+1	0	0,751
9	-1	+1	+1	0,754	18	0	+1	+1	0,751	27	+1	+1	+1	0,751

Tabela 4.18 – Valores do índice global D obtido para os diversos pontos de partida

\* Valores descartados por não cumprirem a restrição de espaço experimental

A **tabela 4.19** demonstra o resultado indicado pelo método para o problema.

Ponto de Partida			Ponto Ótimo Indicado			Valores ajustados									
$V_c$	$f_n$	$a_p$	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$R_a$	$R_y$	$R_z$	$R_q$	$R_t$	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$
-1	-1	1	-0,654	-0,609	-1,425	1,482	8,792	7,007	1,775	9,126	0,186	20,039	6,697	0,302	20,812

Tabela 4.19 – Resultado do método *Desirability* para grupo de análise com 10 variáveis de resposta

#### 4.2.2.2 Método EQMM

Para aplicação do método EQMM, inicialmente executou-se a análise de correlação entre as respostas. Através do software Minitab®, foi possível observar que existe forte correlação positiva entre a maioria das variáveis de resposta que compõem este grupo de análise (*figura 4.20*). Este resultado comprova que a utilização do método EQMM é indicada para este grupo de variáveis de resposta.

##### Correlations: Ra; Ry; Rz; Rq; Rt; s<sup>2</sup> Ra; s<sup>2</sup> Ry; s<sup>2</sup> Rz; s<sup>2</sup> Rq; s<sup>2</sup> Rt

	Ra	Ry	Rz	Rq	Rt	s <sup>2</sup> Ra	s <sup>2</sup> Ry	s <sup>2</sup> Rz	s <sup>2</sup> Rq	s <sup>2</sup> Rt
Ry	0,899 0,000									
Rz	0,944 0,000	0,980 0,000								
Rq	0,996 0,000	0,931 0,000	0,969 0,000							
Rt	0,876 0,000	0,996 0,000	0,972 0,000	0,912 0,000						
s <sup>2</sup> Ra	0,601 0,011	0,772 0,000	0,711 0,001	0,638 0,006	0,796 0,000					
s <sup>2</sup> Ry	0,711 0,001	0,844 0,000	0,785 0,000	0,744 0,001	0,848 0,000	0,861 0,000				
s <sup>2</sup> Rz	0,664 0,004	0,824 0,000	0,773 0,000	0,703 0,002	0,835 0,000	0,960 0,000	0,947 0,000			
s <sup>2</sup> Rq	0,609 0,009	0,781 0,000	0,719 0,001	0,647 0,005	0,804 0,000	0,999 0,000	0,882 0,000	0,971 0,000		
s <sup>2</sup> Rt	0,712 0,001	0,848 0,000	0,791 0,000	0,747 0,001	0,851 0,000	0,848 0,000	0,999 0,000	0,942 0,000	0,870 0,000	

Cell Contents: Pearson correlation  
P-Value

Figura 4.20 – Análise de correlação entre as variáveis de resposta

Parte-se para a análise de componentes principais iniciando com o cálculo dos alvos padronizados. O resultado está indicado na *tabela 4.20*:

	$R_a$	$R_y$	$R_z$	$R_q$	$R_t$	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$
$\mu_i$	1,974	11,508	9,496	2,380	11,781	1,531	37,655	29,480	2,123	39,032
$s_i$	0,280	1,567	1,279	0,332	1,622	1,370	25,485	23,415	1,891	26,308
<i>Máximo</i>	2,319	13,952	11,190	2,755	14,708	5,649	85,833	85,225	7,724	86,223
$T_i$	1,437	8,722	7,007	1,725	8,894	0,186	9,217	5,663	0,294	9,176
<i>Mínimo</i>	1,356	8,722	7,007	1,666	8,894	0,186	9,217	5,663	0,294	9,176
$Z_i$	-1,918	-1,779	-1,947	-1,970	-1,780	-0,982	-1,116	-1,017	-0,967	-1,135

Tabela 4.20 – Cálculo dos alvos padronizados

Posteriormente, ainda utilizando-se o software Minitab®, os autovetores, os autovalores e os escores dos três primeiros componentes principais foram gerados. Estas informações estão apresentadas nas **tabelas 4.21 e 4.22**. O cálculo dos alvos dos componentes principais [ $T(PC_i)$ ] está representado na **tabela 4.21**.

<i>Autovetor</i>	<b>PC<sub>1</sub></b>	<b>PC<sub>2</sub></b>	<b>PC<sub>3</sub></b>
$R_a$	-0,298	0,438	0,008
$R_y$	-0,330	0,198	0,065
$R_z$	-0,321	0,310	0,118
$R_q$	-0,308	0,405	0,017
$R_t$	-0,331	0,157	0,121
$s^2 R_a$	-0,304	-0,382	0,454
$s^2 R_y$	-0,321	-0,218	-0,541
$s^2 R_z$	-0,320	-0,322	0,001
$s^2 R_q$	-0,308	-0,382	0,368
$s^2 R_t$	-0,320	-0,204	-0,578
$T(PC_i)$	4,622	-1,327	-0,152
<i>Autovalor</i> ( $\lambda_i$ )	8,512	1,082	0,246
<i>Proporção</i>	0,851	0,108	0,025
<i>Acumulado</i>	0,851	0,959	0,984

Tabela 4.21 – Autovetores e autovalores dos três componentes principais

<b>k</b>	<b>PC<sub>1</sub></b>	<b>PC<sub>2</sub></b>	<b>PC<sub>3</sub></b>
1	3,629	-2,250	-0,475
2	1,781	-1,098	-0,386
3	2,896	0,165	0,288
4	2,576	0,451	0,300
5	-5,887	-2,015	0,897
6	-4,178	-0,882	-0,342
7	2,140	0,643	-0,046
8	-2,471	0,706	-1,177
9	0,168	0,423	0,317
10	-0,621	0,606	0,787
11	1,842	0,048	0,170
12	2,396	0,748	0,342
13	3,932	-0,616	-0,052
14	-1,683	1,709	0,032
15	-2,236	0,489	-0,023
16	-2,101	0,327	-0,404
17	-2,184	0,548	-0,230

Tabela 4.22 – Escores dos três componentes principais

Nota-se que são necessários 2 componentes principais para explicar 95,9% dos dados. A adoção do segundo componente principal se deve ao fato de seu autovalor ser maior do que 1. Utilizando-se o *OLS* e os escores do primeiro e segundo componente principal, foram gerados seus respectivos modelos matemáticos (*tabela 4.23*). As superfícies de respostas geradas para ambos os componentes principais estão representadas nas *figuras 4.21, 4.22, 4.23 e 4.24*. O melhor ajuste obtido para o primeiro componente principal é bom, no entanto, o ajuste do segundo componente é baixo. Além disso, a análise de *LOF* de ambos os modelos indica que estes não são adequados. Mesmo com este resultado, os modelos foram aceitos uma vez que substituem satisfatoriamente as 10 equações das variáveis de resposta, reduzindo drasticamente a dimensionalidade do problema.

	PC <sub>1</sub>	PC <sub>2</sub>
<b>b<sub>0</sub></b>	<b>-1,543<sup>1</sup></b>	-
<b>b<sub>1</sub></b>	-0,468	0,215
<b>b<sub>2</sub></b>	0,786	<b>0,687</b>
<b>b<sub>3</sub></b>	<b>-2,250</b>	0,373
<b>b<sub>11</sub></b>	-	-
<b>b<sub>22</sub></b>	<b>1,136</b>	-
<b>b<sub>33</sub></b>	0,785	-
<b>b<sub>12</sub></b>	-0,599	-
<b>b<sub>13</sub></b>	-	-
<b>b<sub>23</sub></b>	1,209	-
<b>R<sup>2</sup></b>	84,2%	51,9%
<b>R<sup>2</sup> ajustado</b>	71,9%	40,8%
<b>P-Value LOF</b>	0,002	0,017

Tabela 4.23 – Modelos quadráticos reduzidos dos componentes principais selecionados

<sup>1</sup> Valores em negrito representam os termos significativos do modelo matemático

É possível então, estabelecer o cálculo do EQMM da seguinte maneira:

$$EQMM = \left\{ \left[ (PC_1 - T(PC_1))^2 + \lambda_1 \right] \times \left[ (PC_2 - T(PC_2))^2 + \lambda_2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (62)$$

Assim, a otimização do grupo de análise com 10 variáveis de resposta utilizando o método EQMM foi estruturada conforme o sistema de *equações 63*:

$$\text{Minimizar } EQMM \quad (63)$$

$$\text{Sujeito a: } \hat{y}_i = T_i$$

$$x^T x \leq \rho^2 \quad \text{sendo } i = \{1, 2, \dots, 10\}$$

Assim como no método *Desirability*, a primeira restrição visa proporcionar equilíbrio entre as variáveis de resposta.

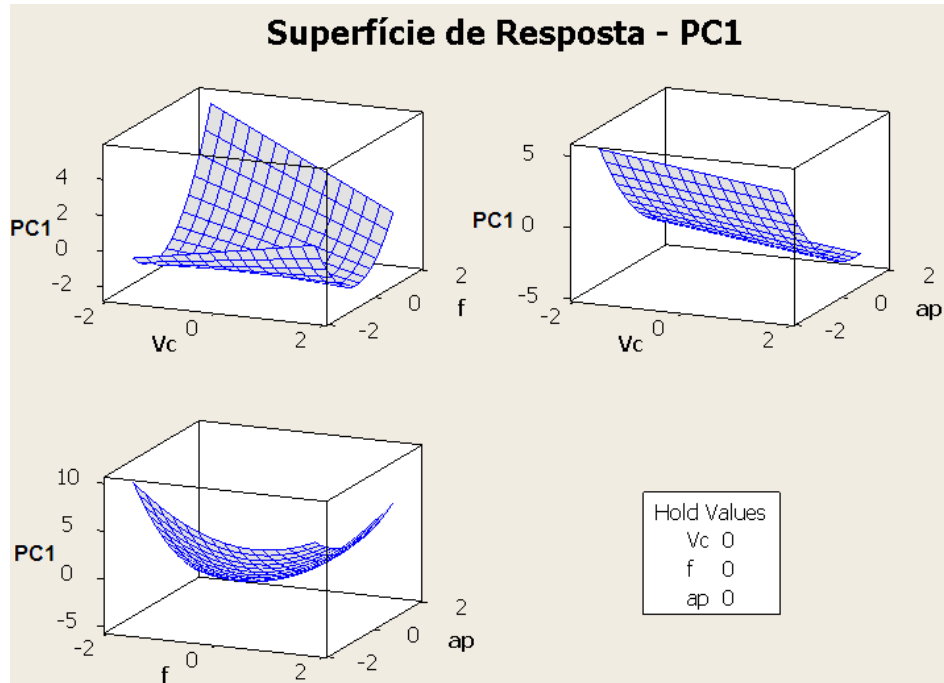


Figura 4.21 – Superfície de resposta do primeiro componente principal

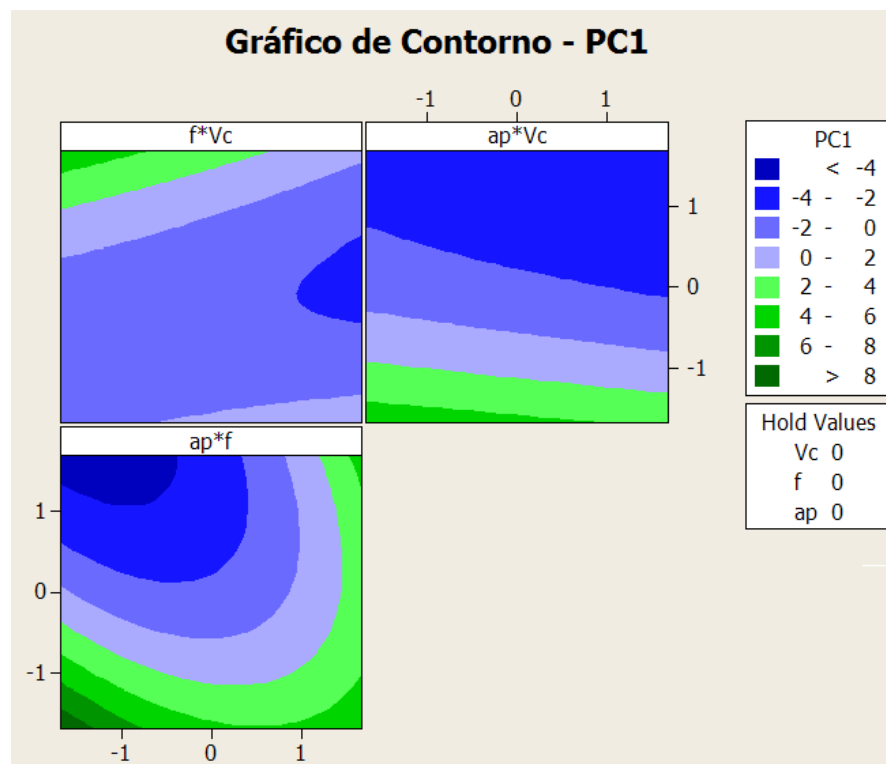


Figura 4.22 – Gráfico de contorno do primeiro componente principal

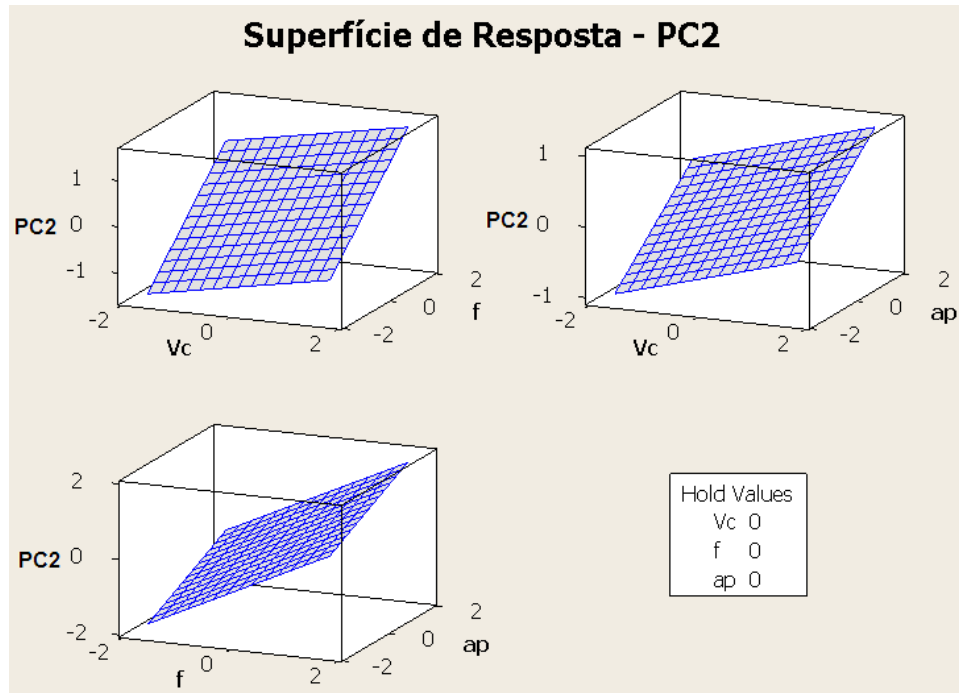


Figura 4.23 – Superfície de resposta do segundo componente principal

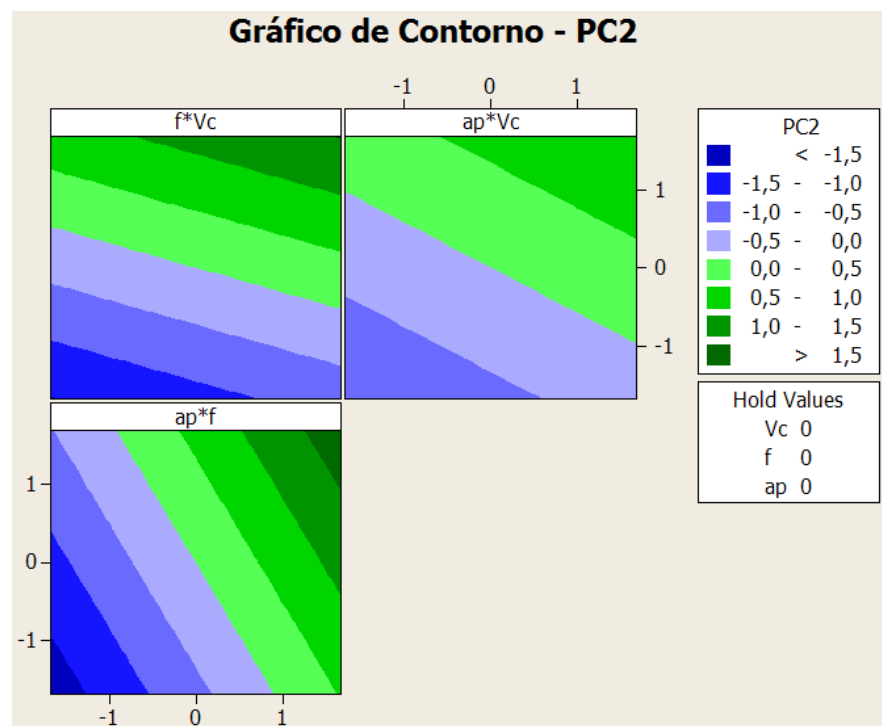


Figura 4.24 – Gráfico de contorno do segundo componente principal

A planilha Excel<sup>®</sup> representada pela **figura 4.25** foi desenvolvida para a aplicação da otimização de múltiplas respostas baseado no método EQMM.

	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
1																	
2																	
3																	
4																	
5																	
6																	
7																	
8																	
9																	
10																	
11																	
12																	
13																	
14																	
15																	
16																	
17																	
18																	
19																	
20																	
21																	
22																	
23																	

Figura 4.25 – Planilha Excel desenvolvida para aplicação do método EQMM

As células D2 a N16 indicam os modelos matemáticos, os valores máximo, mínimo e alvo para cada variável de resposta. Os modelos matemáticos dos componentes principais selecionados estão nas células Q2 a R12. A linha 18 representa o valor ajustado da variável de resposta ( $\hat{y}_i$ ) e dos componentes principais ( $PC_i$ ) para um determinado conjunto de variáveis de controle (D20 a E22). A célula Q20 indica o valor do índice EQMM. Também é possível identificar se este conjunto de variáveis de controle se encontra dentro do espaço experimental definido (célula H20). Executando-se a ferramenta Solver<sup>®</sup> conforme estrutura definida acima, e partindo-se de todos os 27 pontos escolhidos, é possível definir qual é o melhor resultado para o problema (*tabela 4.24*).

n	$V_c$	$f_n$	$a_p$	EQMM	n	$V_c$	$f_n$	$a_p$	EQMM	n	$V_c$	$f_n$	$a_p$	EQMM
1	-1	-1	-1	*	10	0	-1	-1	3,347	19	+1	-1	-1	3,719
2	-1	-1	0	4,120	11	0	-1	0	3,129	20	+1	-1	0	3,777
3	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>+1</b>	<b>3,129</b>	12	0	-1	+1	3,347	21	+1	-1	+1	3,777
4	-1	0	-1	4,120	13	0	0	-1	4,120	22	+1	0	-1	4,430
5	-1	0	0	4,120	14	0	0	0	4,120	23	+1	0	0	4,430
6	-1	0	+1	8,656	15	0	0	+1	8,656	24	+1	0	+1	8,656
7	-1	+1	-1	4,209	16	0	+1	-1	4,120	25	+1	+1	-1	4,120
8	-1	+1	0	8,656	17	0	+1	0	8,656	26	+1	+1	0	8,656
9	-1	+1	+1	8,486	18	0	+1	+1	8,656	27	+1	+1	+1	8,656

Tabela 4.24 – Valores do índice EQMM obtido para os diversos pontos de partida

\* Valores descartados por não cumprirem a restrição de espaço experimental



A *tabela 4.25* demonstra o resultado indicado pelo método para o problema.

Ponto de Partida			Ponto Ótimo Indicado			Valores ajustados									
$V_c$	$f_n$	$a_p$	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$R_a$	$R_y$	$R_z$	$R_q$	$R_t$	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$
-1	-1	1	-0,654	-0,609	-1,425	1,482	8,792	7,007	1,775	9,126	0,186	20,039	6,697	0,302	20,812

Tabela 4.25 – Resultado do método EQMM para o grupo de análise com 10 variáveis de resposta

#### 4.2.2.3 Método EQMM Dual

Um diferencial do método EQMM Dual é que as variáveis de média e variância são analisadas separadamente. No entanto, o procedimento é idêntico ao utilizado no método EQMM. Somente no momento de aplicar o algoritmo de otimização é que estas duas análises são concatenadas. Desta forma, iniciando a análise das variáveis de média e variância, executou-se a análise de correlação entre estes blocos separadamente. A extração dos componentes principais necessários para a implementação do EQMM Dual baseia-se agora em duas matrizes de correlação distintas, com os elementos secundários identificados pelas *figuras 4.26 e 4.27*. Os resultados obtidos através do software Minitab® ilustram que existe forte correlação positiva entre as variáveis de resposta que compõem cada bloco de análise. Este resultado demonstra que o método EQMM Dual é indicado para a determinação do ponto ótimo para ambos os blocos de variáveis de resposta.

#### Correlations: Ra; Ry; Rz; Rq; Rt

	Ra	Ry	Rz	Rq
Ry	0,899 0,000			
Rz	0,944 0,000	0,980 0,000		
Rq	0,996 0,000	0,931 0,000	0,969 0,000	
Rt	0,876 0,000	0,996 0,000	0,972 0,000	0,912 0,000

Cell Contents: Pearson correlation  
P-Value

Figura 4.26 – Análise de correlação entre as variáveis de resposta do bloco de médias

**Correlations: s<sup>2</sup> Ra; s<sup>2</sup> Ry; s<sup>2</sup> Rz; s<sup>2</sup> Rq; s<sup>2</sup> Rt**

	s <sup>2</sup> Ra	s <sup>2</sup> Ry	s <sup>2</sup> Rz	s <sup>2</sup> Rq
s <sup>2</sup> Ry	0,861 0,000			
s <sup>2</sup> Rz	0,960 0,000	0,947 0,000		
s <sup>2</sup> Rq	0,999 0,000	0,882 0,000	0,971 0,000	
s <sup>2</sup> Rt	0,848 0,000	0,999 0,000	0,942 0,000	0,870 0,000

Cell Contents: Pearson correlation  
P-Value

Figura 4.27 – Análise de correlação entre as variáveis de resposta do bloco de variâncias

Parte-se para a análise de componentes principais iniciando com o cálculo dos alvos padronizados, cujo procedimento já foi discutido no item anterior e indicado na **tabela 4.20**. Posteriormente, utilizando-se o software Minitab®, os autovetores, autovalores e os escores dos três primeiros componentes principais foram gerados. As **tabelas 4.27 e 4.29** também indicam o cálculo dos alvos dos componentes principais [ $T(PC_i)$ ] para os blocos de média e variância.

$k$	$PC_{1\mu}$	$PC_{2\mu}$	$PC_{3\mu}$
1	4,116	-0,724	-0,163
2	2,017	-0,492	-0,093
3	1,936	0,312	0,106
4	1,513	0,361	0,107
5	-2,956	-0,731	-0,089
6	-2,308	-0,243	0,233
7	1,041	-0,143	0,027
8	-2,071	0,098	0,032
9	-0,314	-0,644	0,127
10	-0,989	-0,102	0,034
11	1,269	0,176	0,020
12	1,141	0,167	0,137
13	3,315	0,657	-0,032
14	-2,383	0,166	-0,035
15	-1,835	0,635	-0,143
16	-1,629	0,243	-0,158
17	-1,865	0,263	-0,106

Tabela 4.26 – Escores dos três componentes principais para variáveis de resposta do bloco de médias

<i>Autovetor</i>	$PC_{1\mu}$	$PC_{2\mu}$	$PC_{3\mu}$
$R_a$	-0,440	0,606	-0,294
$R_y$	-0,449	-0,411	-0,293
$R_z$	-0,454	-0,088	0,867
$R_q$	-0,449	0,425	-0,024
$R_t$	-0,444	-0,525	-0,275
$T(PC_i)$	4,202	-0,163	-0,066
<i>Autovalor</i> ( $\lambda_i$ )	4,790	0,193	0,014
<i>Proporção</i>	0,958	0,039	0,003
<i>Acumulado</i>	0,958	0,997	0,999

Tabela 4.27 – Autovetores e autovalores dos três componentes principais para as variáveis de resposta do bloco de médias

$k$	$PC_{1s^2}$	$PC_{2s^2}$	$PC_{3s^2}$
1	1,033	-0,059	0,008
2	0,519	-0,198	-0,085
3	2,143	0,327	0,027
4	2,115	0,282	0,044
5	-5,383	1,123	-0,175
6	-3,597	-0,252	0,421
7	2,000	-0,169	0,005
8	-1,395	-1,328	-0,154
9	0,576	0,135	0,026
10	0,105	0,635	-0,018
11	1,326	0,205	0,020
12	2,242	0,234	0,033
13	2,214	0,214	-0,021
14	0,014	-0,313	0,002
15	-1,348	-0,055	0,038
16	-1,339	-0,454	-0,070
17	-1,224	-0,326	-0,100

Tabela 4.28 – Escores dos três componentes principais para variáveis de resposta do bloco de variâncias

<i>Autovetor</i>	$PC_{1s^2}$	$PC_{2s^2}$	$PC_{3s^2}$
$s^2 R_a$	-0,443	0,519	-0,296
$s^2 R_y$	-0,445	-0,492	-0,269
$s^2 R_z$	-0,457	0,065	0,881
$s^2 R_q$	-0,448	0,440	-0,225
$s^2 R_t$	-0,442	-0,539	-0,117
$T(PC_i)$	2,332	0,159	0,044
<i>Autovalor</i> ( $\lambda_i$ )	4,713	0,270	0,016
<i>Proporção</i>	0,942	0,054	0,003
<i>Acumulado</i>	0,942	0,997	1,000

Tabela 4.29 – Autovetores e autovalores dos três componentes principais para variáveis de resposta do bloco de variâncias

Para as variáveis do bloco de médias, apenas um componente principal foi suficiente para explicar 95,8% dos dados. Analogamente, apenas um componente principal foi suficiente para explicar 94,2% das variáveis do bloco de variâncias. Estes resultados são bons e demonstram que ambos os blocos foram bem representados pelos seus respectivos componentes principais. Utilizando-se o *OLS* e os escores do componente principal para os blocos de médias e variâncias, foram gerados seus respectivos modelos matemáticos. A **tabela 4.30** indica os modelos quadráticos reduzidos escolhidos para cada componente principal selecionado. As **figuras 4.28 e 4.29** representam a superfície de resposta para o componente principal do bloco de médias e as **figuras 4.30 e 4.31** representam a superfície de resposta para o componente principal do bloco de variâncias.

	$PC_{1\mu}$	$PC_{1s^2}$
$b_0$	<b>-1,773</b> <sup>1</sup>	-0,464
$b_1$	-0,448	-0,215
$b_2$	0,098	<b>1,013</b>
$b_3$	<b>-1,864</b>	<b>-1,309</b>
$b_{11}$	0,385	
$b_{22}$	<b>1,041</b>	0,578
$b_{33}$	<b>0,780</b>	
$b_{12}$		-0,587
$b_{13}$		
$b_{23}$	<b>0,865</b>	0,860
$R^2$	93,0%	67,7%
$R^2$ ajustado	87,6%	48,4%
P-Value LOF	0,021	0,002

Tabela 4.30 – Modelos quadráticos reduzidos para os componentes principais dos blocos de média e variância

<sup>1</sup> Valores em negrito representam os termos significativos do modelo matemático

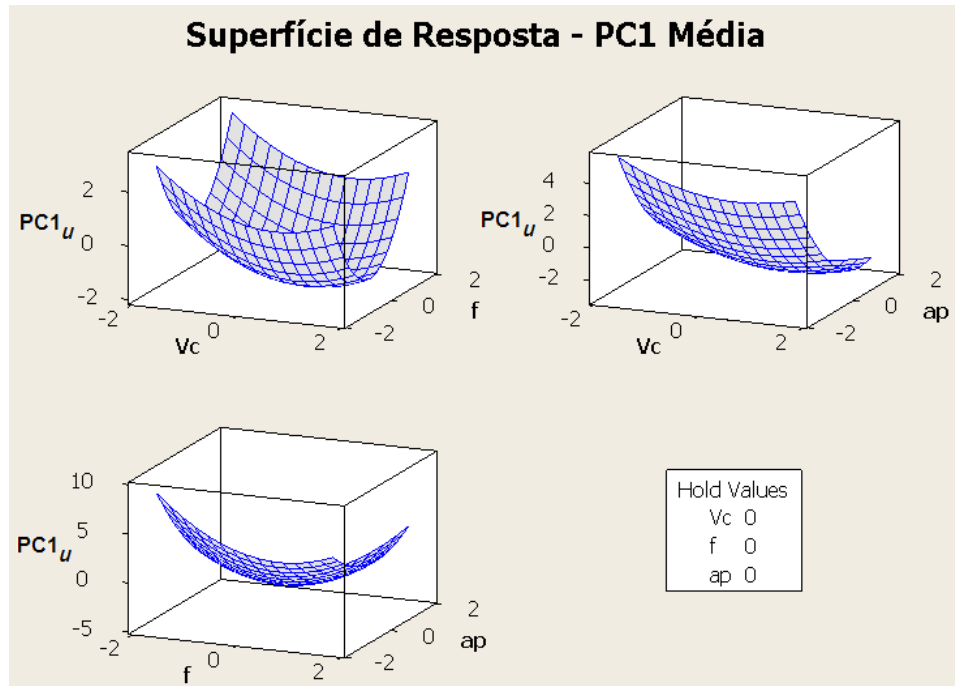


Figura 4.28 – Superfície de resposta do primeiro componente principal do bloco de médias

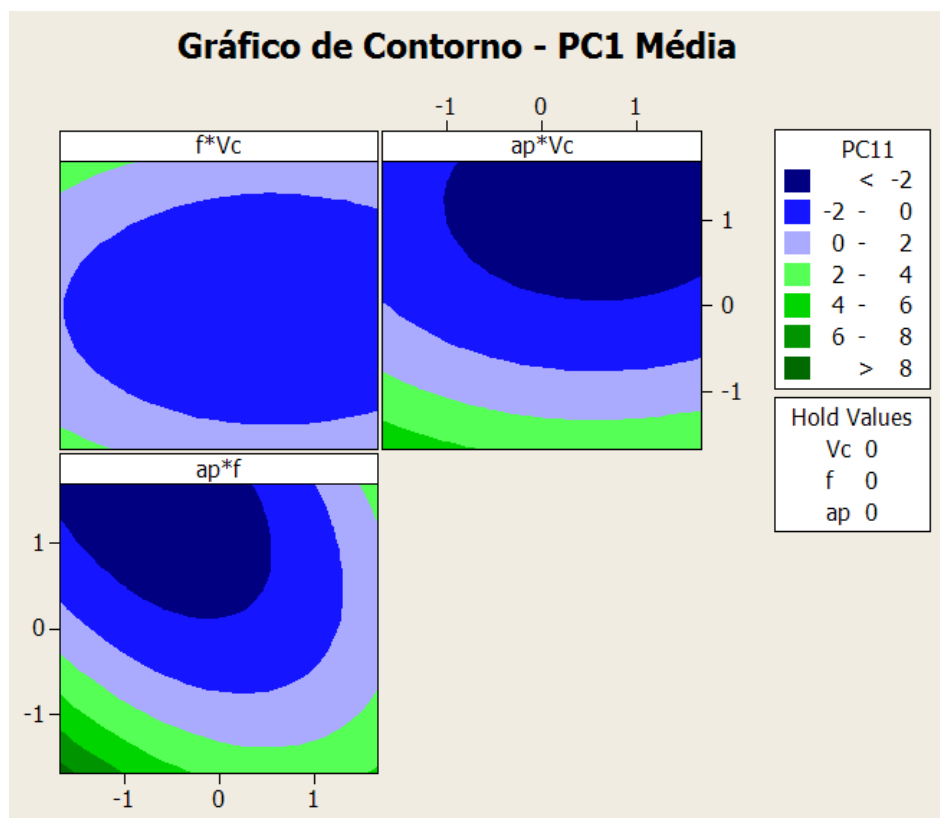


Figura 4.29 – Gráfico de contorno do primeiro componente principal do bloco de médias

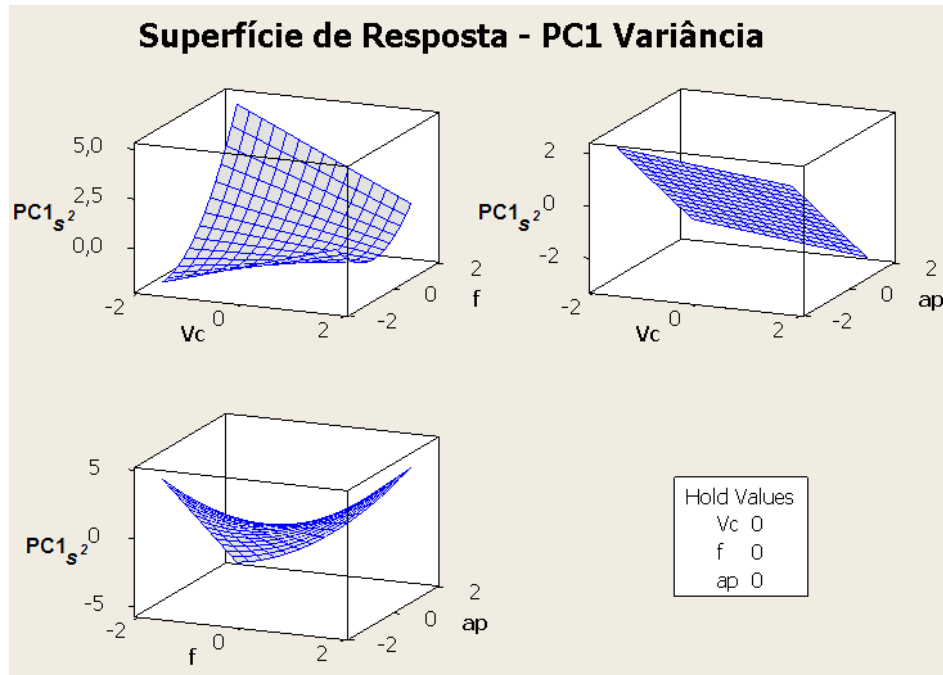


Figura 4.30 – Superfície de resposta do primeiro componente principal do bloco de variâncias

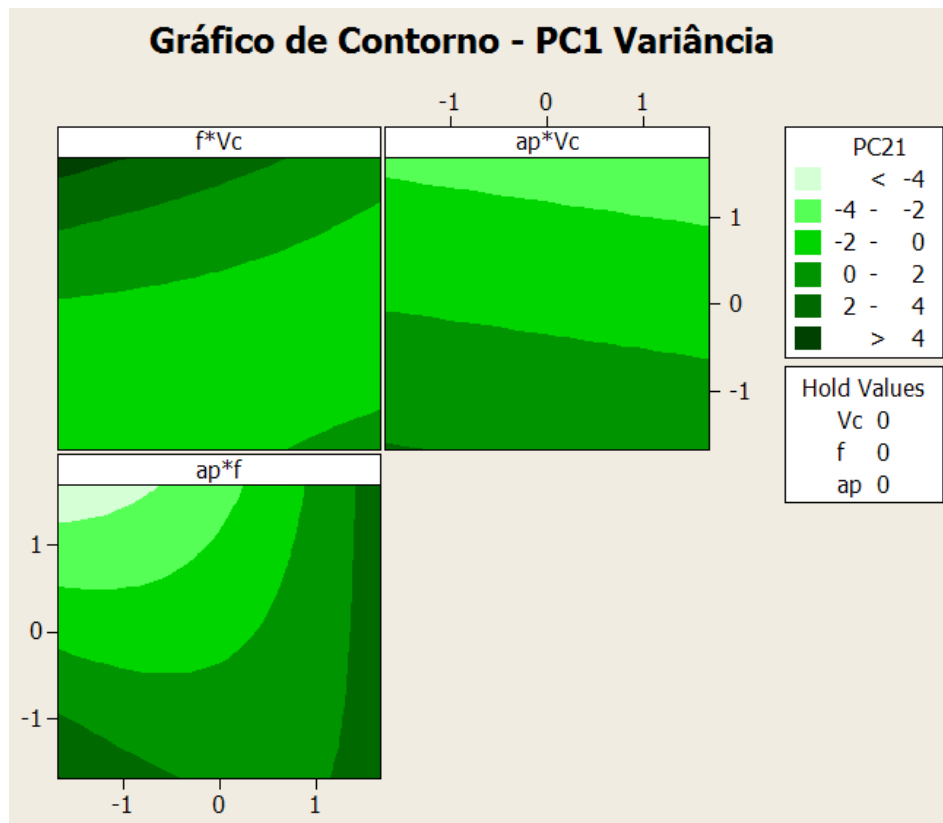


Figura 4.31 – Gráfico de contorno do primeiro componente principal do bloco de variâncias

É possível, então, estabelecer o cálculo do EQMM para o bloco das variâncias conforme a *equação 64*:

$$EQMM_{s^2} = [PC_{1s^2} - T(PC_{1s^2})]^2 + \lambda_{1s^2} \quad (64)$$

Assim, a otimização do grupo de análise com 10 variáveis de resposta utilizando o método EQMM Dual foi estruturada conforme abaixo:

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizar } EQMM_{s_2} \\
 & \text{Sujeito a: } PC_{1\mu} = T(PC_{1\mu}) \\
 & \left| \frac{\hat{y}_i - T_i}{T_i} \right| \leq 0,1 \quad \text{para } i = \{1, 2, \dots, 5\} \\
 & \hat{y}_i \geq 0,01 \quad \text{para } i = \{6, 7, \dots, 10\} \\
 & x^T x \leq \rho^2
 \end{aligned} \tag{65}$$

A segunda restrição visa garantir que as variáveis do bloco de médias possuam desvio máximo em relação aos alvos de 10%. Desta forma, evita-se que o método priorize o bloco de variâncias em detrimento do bloco de médias. Este tipo de restrição não foi incluída na análise pelos métodos *Desirability* e EQMM, pois estes resultaram naturalmente em respostas que respeitavam esta faixa de desvio máximo tolerado para o bloco de médias. Já a terceira restrição, visa garantir que o método não indique valores negativos de variância. A planilha Excel<sup>®</sup> representada na **figura 4.32** foi desenvolvida para a aplicação da otimização de múltiplas respostas baseado no método EQMM Dual.

As células C2 a N16 indicam os modelos matemáticos, os valores máximo, mínimo e alvo para cada variável de resposta. O modelo matemático do componente principal para o bloco de médias está indicado nas células C24 a D34 e para o bloco de variâncias está indicado nas células J24 a J34. A linha 18 representa o valor ajustado da variável de resposta ( $\hat{y}_i$ ) para um determinado conjunto de variáveis de controle (J20 a K22). Os valores ajustados dos componentes principais selecionados estão nas células G24 e M24 e os seus valores alvos nas células G26 e M26. A célula M28 indica o valor do índice  $EQMM_{s_2}$ . Também é possível identificar que este conjunto de variáveis de controle se encontra dentro do espaço experimental definido (célula N20). Executando-se a ferramenta Solver<sup>®</sup> conforme estrutura definida pelo sistema de **equação 65**, e partindo-se de todos os 27 pontos escolhidos, é possível definir qual é o melhor resultado para o problema (**tabela 4.31**). A diferença entre os valores de  $EQMM_{s_2}$  calculados pelo método proposto, considerando os diversos pontos de partida, é mínima ( $1 \times 10^{-6}$ ). Pode-se considerar que o mesmo ponto ótimo é indicado, independente do ponto de partida, caracterizando assim um mínimo global do sistema.

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1														
2			$R_x$	$R_y$	$R_z$	$R_u$	$R_t$		$s^2 R_x$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_u$	$s^2 R_t$	
3		$b_0$	2,272	12,468	10,195	2,698	12,708		2,079	45,592	40,124	2,897	46,242	
4		$b_1$	0,077	0,241	0,264	0,087	0,172		0,032	3,948	3,975	0,161	4,008	
5		$b_2$	0,018	-0,231	-0,034	0,016	-0,254		-0,647	-10,756	-13,732	-0,904	-10,962	
6		$b_3$	0,212	1,362	1,112	0,265	1,418		0,750	19,052	13,280	0,977	18,993	
7		$b_{11}$	-0,107				-0,104							
8		$b_{22}$	-0,157	-0,672	-0,485	-0,171	-0,643		-0,387	-6,403	-5,549	-0,492	-6,528	
9		$b_{33}$	-0,106	-0,523	-0,385	-0,122	-0,511		-0,232		-4,904	-0,347		
10		$b_{12}$					0,302		0,460			0,544		
11		$b_{13}$												
12		$b_{23}$	-0,123	-0,469	-0,567	-0,143	-0,518		-0,885		-9,517	-1,128		
13														
14		Máx.	2,319	13,952	11,190	2,755	14,708		5,649	85,833	85,225	7,724	86,223	
15		T <sub>i</sub>	1,437	8,722	7,007	1,725	8,894		0,186	9,217	5,663	0,294	9,176	
16		Mín.	1,356	8,722	7,007	1,666	8,894		0,186	9,217	5,663	0,294	9,176	
17														
18		$\hat{y}_i$	1,463	8,632	6,855	1,750	8,936		0,010	20,513	5,912	0,105	21,302	
19														
20		Desv.	0,019	0,010	0,022	0,014	0,005		$V_\epsilon$	-0,485		$x^T x$	2,828	
21									$f$	-0,707				
22									$a_p$	-1,447				
23														
24			$PC_{1\mu}$		$PC_{1\mu}$	4,202			$PC_{1s^2}$		$PC_{1s^2}$	1,786		
25		$b_0$	-1,773						-0,464					
26		$b_1$	-0,448		$T(PC_{1\mu})$	4,202			-0,215		$T(PC_{1s^2})$	2,332		
27		$b_2$	0,098						1,013					
28		$b_3$	-1,864						-1,309		$EQMM_{s^2}$	5,010		
29		$b_{11}$	0,385											
30		$b_{22}$	1,041						0,578					
31		$b_{33}$	0,780											
32		$b_{12}$							-0,587					
33		$b_{13}$												
34		$b_{23}$	0,865						0,860					
35														

Figura 4.32 – Planilha Excel desenvolvida para aplicação do método EQMM Dual

n	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$EQMM_{s^2}$	n	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$EQMM_{s^2}$	n	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$EQMM_{s^2}$
1	-1	-1	-1	*	10	0	-1	-1	5,010	19	+1	-1	-1	5,010
2	-1	-1	0	5,010	11	0	-1	0	5,010	20	+1	-1	0	5,010
3	-1	-1	+1	5,010	12	0	-1	+1	5,010	21	+1	-1	+1	5,010
4	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>-1</b>	<b>5,010</b>	13	0	0	-1	5,010	22	+1	0	-1	5,010
5	-1	0	0	5,010	14	0	0	0	5,010	23	+1	0	0	5,010
6	-1	0	+1	5,010	15	0	0	+1	5,010	24	+1	0	+1	*
7	-1	+1	-1	5,010	16	0	+1	-1	5,010	25	+1	+1	-1	5,010
8	-1	+1	0	5,010	17	0	+1	0	5,010	26	+1	+1	0	*
9	-1	+1	+1	5,010	18	0	+1	+1	5,010	27	+1	+1	+1	5,010

Tabela 4.31 - Valores do índice  $EQMM_{s^2}$  obtido para os diversos pontos de partida

\* Valores descartados por não cumprirem a restrição de espaço experimental

A **tabela 4.32** demonstra o resultado indicado pelo método para o problema.



Ponto de Partida			Ponto Ótimo Indicado			Valores ajustados									
$V_c$	$f_n$	$a_p$	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$R_a$	$R_y$	$R_z$	$R_q$	$R_t$	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$
-1	0	-1	-0,485	-0,707	-1,447	1,463	8,632	6,855	1,750	8,936	0,010	20,513	5,912	0,105	21,302

Tabela 4.32 – Resultado do método EQMM Dual para o grupo de análise com 10 variáveis de resposta

#### 4.2.2.4 Comparação dos resultados

A *tabela 4.33* resume os resultados encontrados pelos diferentes métodos para a otimização simultânea de média e variância de  $R_a$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ ,  $R_q$  e  $R_t$ .

	$X_i$			$Y_i$									
	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$R_a$	$R_y$	$R_z$	$R_q$	$R_t$	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$
$T_i$				1,437	8,722	7,007	1,725	8,894	0,186	9,217	5,663	0,294	9,176
Desirability	240,747	0,088	0,594	1,482	8,792	7,007	1,775	9,126	0,186	20,039	6,697	0,302	20,812
$\Delta$				3,2%	0,8%	0,0%	2,9%	2,6%	0,0%	117,4%	18,3%	2,5%	126,8%
EQMM	240,747	0,088	0,594	1,482	8,792	7,007	1,775	9,126	0,186	20,039	6,697	0,302	20,812
$\Delta$				3,2%	0,8%	0,0%	2,9%	2,6%	0,0%	117,4%	18,3%	2,5%	126,8%
EQMM Dual	250,910	0,086	0,588	1,463	8,632	6,855	1,750	8,936	0,010	20,513	5,912	0,105	21,302
$\Delta$				1,9%	-1,0%	-2,2%	1,4%	0,5%	-94,6%	122,6%	4,4%	-64,4%	132,1%

Tabela 4.33 – Comparação dos resultados dos diferentes métodos de otimização

O método *Desirability* e o método EQMM indicam exatamente o mesmo ponto ótimo. Este resultado só foi possível devido à adoção das restrições adicionais ( $\hat{y}_i = T_i$ ) citadas nos itens anteriores. Caso estas restrições tivessem sido desconsideradas, pontos ótimos distintos para ambos os métodos teriam sido obtidos. É importante destacar que este resultado demonstra que os métodos *Desirability* e EQMM indicam um excelente ponto ótimo, uma vez que todas as variáveis de resposta obtêm valores ajustados muito próximos dos valores alvos definidos. As únicas exceções ficam por conta das variáveis  $s^2 R_y$  e  $s^2 R_t$ .

O método EQMM Dual indica um ponto ótimo muito próximo ao sugerido pelos demais métodos, porém este ponto aparentemente resulta em valores ajustados para as variáveis de resposta menores que os valores desejados (alvos) tanto para o bloco de médias quanto para o bloco de variâncias. Assim como nos métodos tradicionais, as únicas exceções ainda ficam por conta das variáveis  $s^2 R_y$  e  $s^2 R_t$ . A *figura 4.33* demonstra a proximidade dos pontos indicados pelos diferentes métodos de otimização para este grupo de análise. No entanto, mesmo considerando esta proximidade, deve-se salientar que no ponto ótimo indicado pelo EQMM Dual houve aumento da  $V_c$  e da  $MRR$  e diminuição geral da variância.

Assim, o resultado obtido para a otimização simultânea de média e variância de  $R_a$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ ,  $R_q$  e  $R_t$  utilizando o método EQMM Dual é considerado excelente, uma vez que há a indicação de um ponto ótimo que proporcione robustez ao processo, ou seja, variáveis de média próximas aos alvos, com mínima variação.

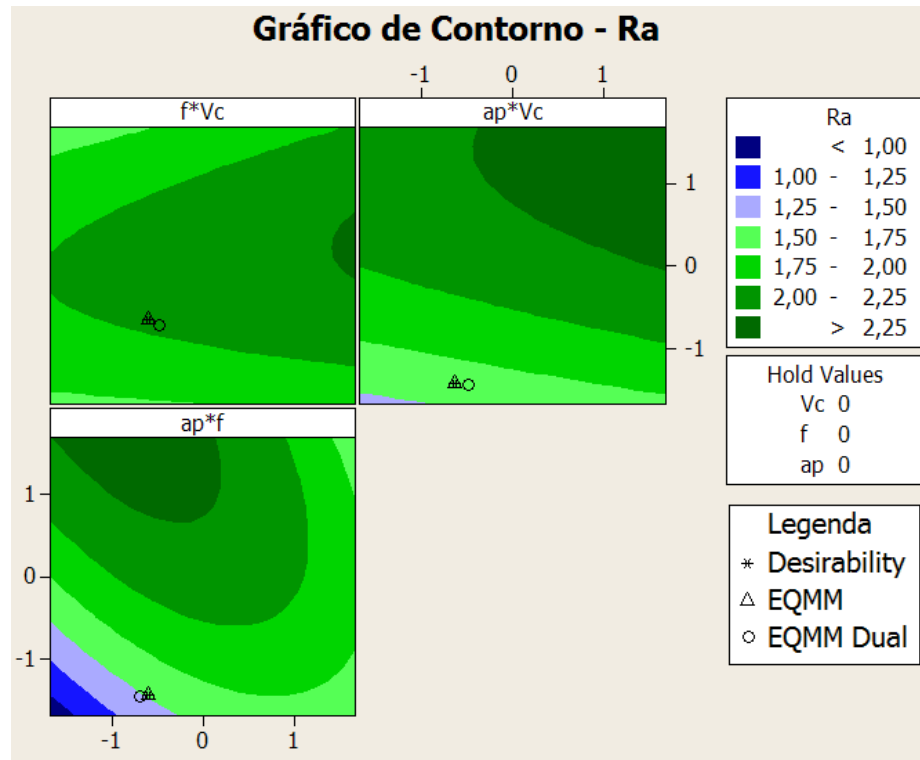


Figura 4.33 – Gráfico de contorno para a variável  $R_a$

#### 4.2.3 Otimização simultânea de média e variância de $R_a$ , $R_y$ , $R_z$ , $R_q$ e $R_t$ tendo a $MRR$ como restrição

Este grupo de análise também é composto por 10 variáveis de resposta diretas. Constan deste grupo as variáveis de média e variância de  $R_a$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ ,  $R_q$  e  $R_t$ . Porém, a variável de resposta  $MRR$  foi introduzida na análise de maneira indireta. Esta característica de produtividade do processo passou a ser uma restrição do problema de otimização dual. Desta forma, o objetivo deste grupo de análise é indicar um conjunto de variáveis de controle que obtenha baixos valores de rugosidade, com mínima variação, independente da condição de ruído a que o processo possa ser submetido, porém com uma produtividade mínima desejada.

Os valores alvos das variáveis de resposta adotados foram aqueles indicados na atividade de otimização individual (item 4.2.1). Já o valor mínimo desejado para a variável de produtividade ( $MRR$ ) neste grupo de análise foi 20 cm<sup>3</sup>/min. Não foi considerada prioritária

nenhuma variável de resposta. Todas as variáveis possuem a mesma importância na definição da qualidade da peça. Os modelos matemáticos adotados para as variáveis de resposta deste grupo de análise estão representados na **tabela 4.14**.

#### 4.2.3.1 Método *Desirability*

O método *Desirability* está baseado no cálculo do índice global  $D$ . Como o objetivo da otimização deste grupo também é minimizar todas as variáveis de resposta, o cálculo de  $d_i$  e  $D$  é idêntico ao discutido no item 4.2.2.1, **equações 59 e 60**. Utilizando o método *Desirability*, a otimização do grupo de análise com 10 variáveis de resposta, tendo  $MRR$  como restrição do problema, foi estruturada conforme o sistema de **equações 66**:

$$\begin{aligned}
 & \text{Maximizar } D & (66) \\
 & \text{Sujeito a: } MRR \geq 20 \\
 & \hat{y}_i = T_i \\
 & \left| \frac{\hat{y}_i - T_i}{T_i} \right| \leq 0,2 & \text{para } i = \{1, 2, \dots, 5\} \\
 & x^T x \leq \rho^2 & \text{sendo } i = \{1, 2, \dots, 10\}
 \end{aligned}$$

A primeira restrição visa estabelecer um valor mínimo de produtividade desejada. Já a segunda restrição visa proporcionar equilíbrio entre as variáveis de resposta. Como discutido anteriormente, não é interessante que alguma variável de resposta (ou grupo de variáveis) seja privilegiada em detrimento das demais. Foi necessária a inclusão de uma terceira restrição que trata do desvio máximo tolerado (20% em relação ao valor alvo) para as variáveis do tipo médias. Caso um desvio menor fosse adotado como restrição para o bloco de médias, todas as respostas seriam descartadas por não atenderem alguma das restrições (espaço experimental, produtividade ou desvio máximo tolerado para o bloco de médias). Esta é a explicação para a elevação do desvio máximo tolerado para as variáveis do bloco de médias em relação ao grupo de análise anterior. A planilha do Microsoft Excel®, representada pela **figura 4.34**, foi desenvolvida para a aplicação da otimização de múltiplas respostas baseado no método *Desirability*.

	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1															
2			$R_x$	$R_y$	$R_z$	$R_q$	$R_t$	$s^2 R_x$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$			
3		$b_0$	2,272	12,468	10,195	2,698	12,708	2,079	45,592	40,124	2,897	46,242			MRR
4		$b_1$	0,077	0,241	0,264	0,087	0,172	0,032	3,948	3,975	0,161	4,008			5,679
5		$b_2$	0,018	-0,231	-0,034	0,016	-0,254	-0,647	-10,756	-13,732	-0,904	-10,962			5,082
6		$b_3$	0,212	1,362	1,112	0,265	1,418	0,750	19,052	13,280	0,977	18,993			6,997
7		$b_{11}$	-0,107			-0,104									
8		$b_{22}$	-0,157	-0,672	-0,485	-0,171	-0,643	-0,387	-6,403	-5,549	-0,492	-6,528			
9		$b_{33}$	-0,106	-0,523	-0,385	-0,122	-0,511	-0,232		-4,904	-0,347				
10		$b_{12}$					0,302	0,460			0,544				1,140
11		$b_{13}$													1,500
12		$b_{23}$	-0,123	-0,469	-0,567	-0,143	-0,518	-0,885		-9,517	-1,128				1,400
13															
14		Máx.	2,319	13,952	11,190	2,755	14,708	5,649	85,833	85,225	7,724	86,223			48,960
15		$T_i$	1,437	8,722	7,007	1,725	8,894	0,186	9,217	5,663	0,294	9,176			20,000
16		Mín.	1,356	8,722	7,007	1,666	8,894	0,186	9,217	5,663	0,294	9,176			12,320
17															
18		$\hat{y}_i$	1,724	9,838	8,110	2,059	9,887	0,471	25,965	17,491	0,871	26,790			20,000
19															
20		Desv.	0,200	0,128	0,157	0,193	0,112								
21															
22		Peso	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1			
23															
24		$d_i$	0,674	0,787	0,736	0,676	0,829	0,948	0,781	0,851	0,922	0,771			
25															
26		$V_c$	0,997												
27		$f$	-0,206												
28		$a_p$	-1,339												
29															

Figura 4.34 – Planilha Excel desenvolvida para aplicação do método *Desirability*

As células D2 a N16 indicam os modelos matemáticos, os valores máximo, mínimo e alvo para cada variável de resposta e a linha 22 seus respectivos pesos. A linha 24 indica o valor calculado para o índice  $d_i$ . Já a célula H27 indica o valor do índice global  $D$ . A linha 18 representa o valor ajustado da variável de resposta ( $\hat{y}_i$ ) para um determinado conjunto de variáveis de controle (D26 a E28) e a linha 20 o desvio dos valores ajustados em relação aos valores alvos. Também é possível identificar se este conjunto de variáveis de controle se encontra dentro do espaço experimental definido (célula H26). Já a coluna P, indica o modelo matemático, os valores máximo, mínimo e alvo da variável de produtividade ( $MRR$ ), utilizada como restrição do problema de otimização. Executando-se a ferramenta Solver<sup>®</sup> conforme estrutura definida acima, e partindo-se de todos os 27 pontos escolhidos, é possível definir qual é o melhor resultado para o problema (*tabela 4.34*).

n	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$D$	n	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$D$	n	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$D$
1	-1	-1	-1	*	10	0	-1	-1	**	19	+1	-1	-1	**
2	-1	-1	0	**	11	0	-1	0	***	20	<b>+1</b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>0,793</b>
3	-1	-1	+1	***	12	0	-1	+1	*	21	+1	-1	+1	*
4	-1	0	-1	**	13	0	0	-1	**	22	+1	0	-1	***
5	-1	0	0	***	14	0	0	0	***	23	+1	0	0	***
6	-1	0	+1	***	15	0	0	+1	*	24	+1	0	+1	*
7	-1	+1	-1	***	16	0	+1	-1	***	25	+1	+1	-1	*
8	-1	+1	0	***	17	0	+1	0	***	26	+1	+1	0	***
9	-1	+1	+1	***	18	0	+1	+1	***	27	+1	+1	+1	***

Tabela 4.34 - Valores do índice global D obtido para os diversos pontos de partida

\* Valores descartados por não cumprirem a restrição de espaço experimental

\*\* Valores descartados por não cumprirem a restrição de produtividade ( $MRR \geq 20$ )

\*\*\* Valor descartado por não cumprir a restrição de desvio máximo tolerado para o bloco de médias

A **tabela 4.35** demonstra o resultado indicado pelo método para o problema.

Ponto de Partida	Ponto Ótimo Indicado			Valores ajustados										
$V_c$ $f_n$ $a_p$	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$R_a$	$R_y$	$R_z$	$R_q$	$R_t$	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$	$MRR$
1 -1 0	0,997	-0,206	-1,339	1,724	9,838	8,110	2,059	9,887	0,471	25,965	17,491	0,871	26,790	20,000

Tabela 4.35 – Resultado do método *Desirability* para o grupo de análise com 10 variáveis de resposta e restrição de produtividade

#### 4.2.3.2 Método EQMM

Conforme discutido anteriormente, este grupo de análise possui as mesmas variáveis de resposta e os mesmos valores alvos que o grupo anterior. A diferença está na inclusão de uma variável de resposta com característica de produtividade como restrição do problema, o que não altera a parte inicial da análise do método EQMM. Desta forma, a análise de correlação entre as respostas, o cálculo dos alvos padronizados, dos autovetores, dos autovalores e dos escores dos componentes principais e dos alvos em termos de componentes principais também não são alterados. A seleção dos componentes principais e a obtenção de seus respectivos modelos matemáticos também não se alteram. Portanto, estes procedimentos de análise, cálculos e definições já foram discutidos no item 4.2.2.2. É possível, então, estabelecer o cálculo do EQMM conforme a **equação 67**:

$$EQMM = \left\{ \left[ (PC_1 - T(PC_1))^2 + \lambda_1 \right] \times \left[ (PC_2 - T(PC_2))^2 + \lambda_2 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (67)$$

Utilizando o método EQMM, a otimização do grupo de análise com 10 variáveis de resposta, tendo  $MRR$  como restrição do problema, foi estruturada conforme o sistema de equações 68:

$$\text{Minimizar } EQMM \quad (68)$$

$$\text{Sujeito a: } MRR \geq 20$$

$$\hat{y}_i = T_i$$

$$\left| \frac{\hat{y}_i - T_i}{T_i} \right| \leq 0,2 \quad \text{para } i = \{1, 2, \dots, 5\}$$

$$x^T x \leq \rho^2 \quad \text{sendo } i = \{1, 2, \dots, 10\}$$

As restrições apresentadas acima têm a mesma finalidade do exposto no item 4.2.3.1. A planilha Excel<sup>®</sup> representada pela **figura 4.35** foi desenvolvida para a aplicação da otimização de múltiplas respostas baseado no método EQMM.

	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
1																			
2																			
3																			
4																			
5																			
6																			
7																			
8																			
9																			
10																			
11																			
12																			
13																			
14																			
15																			
16																			
17																			
18																			
19																			
20																			
21																			
22																			
23																			
24																			
25																			

Figura 4.35 – Planilha Excel desenvolvida para aplicação do método EQMM

As células D2 a N16 indicam os modelos matemáticos, os valores máximo, mínimo e alvo para cada variável de resposta. Os modelos matemáticos dos componentes principais selecionados estão nas células S2 a T12. A linha 18 representa o valor ajustado da variável de resposta ( $\hat{y}_i$ ) e dos componentes principais ( $PC_i$ ) para um determinado conjunto de variáveis de controle (D22 a E24). A linha 20 indica o desvio dos valores ajustados em relação aos

valores alvos. A célula S22 indica o valor do índice EQMM. Também é possível identificar se este conjunto de variáveis de controle se encontra dentro do espaço experimental definido (célula H22). Já a coluna P, indica o modelo matemático, os valores máximo, mínimo e alvo da *MRR*, utilizada como restrição do problema de otimização. Executando-se a ferramenta Solver<sup>®</sup> conforme estrutura definida acima, e partindo-se de todos os 27 pontos escolhidos, é possível definir o melhor resultado para o problema (*tabela 4.36*).

n	$V_c$	$f_n$	$a_p$	EQMM	n	$V_c$	$f_n$	$a_p$	EQMM	n	$V_c$	$f_n$	$a_p$	EQMM
1	-1	-1	-1	*	10	0	-1	-1	**	19	+1	-1	-1	**
2	-1	-1	0	**	11	0	-1	0	***	20	<b>+1</b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>4,77</b>
3	-1	-1	+1	***	12	0	-1	+1	***	21	+1	-1	+1	***
4	-1	0	-1	**	13	0	0	-1	**	22	+1	0	-1	***
5	-1	0	0	***	14	0	0	0	***	23	+1	0	0	***
6	-1	0	+1	***	15	0	0	+1	***	24	+1	0	+1	***
7	-1	+1	-1	***	16	0	+1	-1	***	25	+1	+1	-1	*
8	-1	+1	0	***	17	0	+1	0	***	26	+1	+1	0	***
9	-1	+1	+1	***	18	0	+1	+1	***	27	+1	+1	+1	***

Tabela 4.36 - Valores do índice EQMM obtido para os diversos pontos de partida

\* Valores descartados por não cumprirem a restrição de espaço experimental

\*\* Valores descartados por não cumprirem a restrição de produtividade ( $MRR \geq 20$ )

\*\*\* Valor descartado por não cumprir a restrição de desvio máximo tolerado para o bloco de médias

A *tabela 4.37* demonstra o resultado indicado pelo método para o problema.

Ponto de Partida			Ponto Ótimo Indicado			Valores ajustados										
$V_c$	$f_n$	$a_p$	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$R_a$	$R_y$	$R_z$	$R_q$	$R_t$	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$	$MRR$
1	-1	0	0,997	-0,206	-1,339	1,724	9,838	8,110	2,059	9,887	0,471	25,965	17,491	0,871	26,790	20,000

Tabela 4.37 – Resultado do método EQMM para o grupo de análise com 10 variáveis de resposta e restrição de produtividade

#### 4.2.3.3 Método EQMM Dual

A mesma situação do item anterior ocorre novamente. A análise de correlação entre as variáveis de resposta dos blocos de médias e variâncias, o cálculo de seus alvos padronizados, dos autovetores, dos autovalores e dos escores dos componentes principais e dos alvos em termos de componentes principais também não são alterados. A seleção dos componentes principais e a obtenção de seus respectivos modelos matemáticos também se mantêm. Portanto, estes procedimentos de análise, cálculos e definições já foram discutidos no item 4.2.2.3. É possível então estabelecer o cálculo do EQMM para o bloco das variâncias conforme a *equação 69*:

$$EQMM_{s^2} = [PC_{1s^2} - T(PC_{1s^2})]^2 + \lambda_{1s^2} \quad (69)$$

Utilizando o método EQMM Dual, a otimização do grupo de análise com 10 variáveis de resposta, tendo *MRR* como restrição do problema, foi estruturada conforme o sistema de equações 70:

$$\text{Minimizar } EQMM_{s^2} \quad (70)$$

$$\text{Sujeito a: } PC_{1\mu} = T(PC_{1\mu})$$

$$MRR \geq 20$$

$$\left| \frac{\hat{y}_i - T_i}{T_i} \right| \leq 0,2 \quad \text{para } i = \{1, 2, \dots, 5\}$$

$$\hat{y}_i \geq 0,01 \quad \text{para } i = \{6, 7, \dots, 10\}$$

$$x^T x \leq \rho^2$$

A segunda restrição visa estabelecer um valor mínimo de produtividade desejada. Já a terceira restrição visa garantir que as variáveis do bloco de médias possuam desvio máximo em relação aos alvos de 20%. Desta forma, evita-se que o método priorize o bloco de variâncias em detrimento do bloco de médias. A quarta restrição pretende garantir que o método não indique valores negativos de variância. A planilha Excel<sup>®</sup> representada pela **figura 4.36** foi desenvolvida para a aplicação da otimização de múltiplas respostas baseado no método EQMM Dual.

As células C2 a P16 indicam os modelos matemáticos, os valores máximo, mínimo e alvo para cada variável de resposta e da restrição *MRR*. O modelo matemático do componente principal para o bloco de médias está indicado nas células C24 a D34 e para o bloco de variâncias está indicado nas células L24 a L34. A linha 18 representa o valor ajustado da variável de resposta ( $\hat{y}_i$ ) para um determinado conjunto de variáveis de controle (L20 a M22). Os valores ajustados dos componentes principais selecionados estão nas células G24 e O24 e os seus valores alvos nas células G26 e O26. A célula O28 indica o valor do índice  $EQMM_{s^2}$ . Também é possível identificar se este conjunto de variáveis de controle se encontra dentro do espaço experimental definido (célula P20). Executando-se a ferramenta Solver<sup>®</sup> conforme estrutura definida acima, e partindo-se de todos os 27 pontos escolhidos, é possível definir qual é o melhor resultado para o problema (**tabela 4.38**).



	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
1																
2			$R_x$	$R_y$	$R_z$	$R_q$	$R_t$			MRR		$s^2 R_x$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$
3		$b_0$	2,272	12,468	10,195	2,698	12,708			26,600		2,079	45,592	40,124	2,897	46,242
4		$b_1$	0,077	0,241	0,264	0,087	0,172			5,679		0,032	3,948	3,975	0,161	4,008
5		$b_2$	0,018	-0,231	-0,034	0,016	-0,254			5,082		-0,647	-10,756	-13,732	-0,904	-10,962
6		$b_3$	0,212	1,362	1,112	0,265	1,418			6,997		0,750	19,052	13,280	0,977	18,993
7		$b_{11}$	-0,107			-0,104										
8		$b_{22}$	-0,157	-0,672	-0,485	-0,171	-0,643					-0,387	-6,403	-5,549	-0,492	-6,528
9		$b_{33}$	-0,106	-0,523	-0,385	-0,122	-0,511					-0,232		-4,904	-0,347	
10		$b_{12}$					0,302			1,140		0,460			0,544	
11		$b_{13}$								1,500						
12		$b_{23}$	-0,123	-0,469	-0,567	-0,143	-0,518			1,400		-0,885		-9,517	-1,128	
13																
14		Máx.	2,319	13,952	11,190	2,755	14,708			48,960		5,649	85,833	85,225	7,724	86,223
15		$T_i$	1,437	8,722	7,007	1,725	8,894			20,000		0,186	9,217	5,663	0,294	9,176
16		Mín.	1,356	8,722	7,007	1,666	8,894			12,320		0,186	9,217	5,663	0,294	9,176
17																
18		$\hat{y}_i$	1,692	10,096	8,168	2,036	9,986			20,000		0,271	33,317	23,604	0,723	34,178
19																
20		Desv.	0,178	0,158	0,166	0,180	0,123					$V_e$	1,076		$x^T x$	2,828
21												$f$	-0,685			
22												$a_p$	-1,096			
23																
24			$PC_{1\mu}$			$PC_{1\mu}$	2,243					$PC_{1s^2}$		$PC_{1s^2}$	1,395	
25		$b_0$	-1,773									-0,464				
26		$b_1$	-0,448			$T(PC_{1\mu})$	4,202					-0,215		$T(PC_{1s^2})$	2,332	
27		$b_2$	0,098									1,013				
28		$b_3$	-1,864									-1,309		$EQMM_{s^2}$	5,590	
29		$b_{11}$	0,385													
30		$b_{22}$	1,041									0,578				
31		$b_{33}$	0,780													
32		$b_{12}$										-0,587				
33		$b_{13}$														
34		$b_{23}$	0,865									0,860				
35																

Figura 4.36 – Planilha Excel desenvolvida para aplicação do método EQMM Dual

n	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$EQMM_{s^2}$	n	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$EQMM_{s^2}$	n	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$EQMM_{s^2}$
1	-1	-1	-1	5,889	10	0	-1	-1	5,889	19	+1	-1	-1	5,889
2	-1	-1	0	5,889	11	0	-1	0	5,889	20	+1	-1	0	5,889
3	<b>-1</b>	<b>-1</b>	<b>+1</b>	<b>5,590</b>	12	0	-1	+1	5,889	21	+1	-1	+1	5,889
4	-1	0	-1	5,889	13	0	0	-1	5,889	22	+1	0	-1	5,889
5	-1	0	0	5,889	14	0	0	0	5,889	23	+1	0	0	5,889
6	-1	0	+1	***	15	0	0	+1	5,889	24	+1	0	+1	5,889
7	-1	+1	-1	5,889	16	0	+1	-1	5,889	25	+1	+1	-1	5,889
8	-1	+1	0	5,889	17	0	+1	0	5,889	26	+1	+1	0	5,889
9	-1	+1	+1	5,889	18	0	+1	+1	5,889	27	+1	+1	+1	***

Tabela 4.38 – Valores do índice  $EQMM_{s^2}$  obtido para os diversos pontos de partida

\*\*\* Valor descartado por não cumprir a restrição de desvio máximo tolerado para o bloco de médias

A **tabela 4.39** demonstra o resultado indicado pelo método para o problema.

Ponto de Partida			Ponto Ótimo Indicado			Valores ajustados										
$V_c$	$f_n$	$a_p$	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$R_a$	$R_y$	$R_z$	$R_q$	$R_t$	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$	$MRR$
-1	-1	1	1,076	-0,685	-1,096	1,692	10,096	8,168	2,036	9,986	0,271	33,317	23,604	0,723	34,178	20,000

Tabela 4.39 – Resultado do método EQMM Dual para o grupo de análise com 10 variáveis de resposta e restrição de produtividade

#### 4.2.3.4 Comparação dos resultados

A **tabela 4.40** resume os resultados encontrados pelos diferentes métodos para a otimização simultânea de média e variância de  $R_a$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ ,  $R_q$  e  $R_t$ , tendo a  $MRR$  como restrição.

	$X_i$			$Y_i$											
	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$R_a$	$R_y$	$R_z$	$R_q$	$R_t$	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$	$MRR$	
$T_i$				1,437	8,722	7,007	1,725	8,894	0,186	9,217	5,663	0,294	9,176	20,000	
Desirability	339,822	0,096	0,615	1,724	9,838	8,110	2,059	9,887	0,471	25,965	17,491	0,871	26,790	20,000	
$\Delta$				20,0%	12,8%	15,7%	19,3%	11,2%	153,6%	181,7%	208,9%	195,7%	191,9%	0,0%	
EQMM	339,822	0,096	0,615	1,724	9,838	8,110	2,059	9,887	0,471	25,965	17,491	0,871	26,790	20,000	
$\Delta$				20,0%	12,8%	15,7%	19,3%	11,2%	153,6%	181,7%	208,9%	195,7%	191,9%	0,0%	
EQMM Dual	344,549	0,086	0,676	1,692	10,096	8,168	2,036	9,986	0,271	33,317	23,604	0,723	34,178	20,000	
$\Delta$				17,8%	15,8%	16,6%	18,0%	12,3%	46,2%	261,5%	316,8%	145,4%	272,4%	0,0%	

Tabela 4.40 – Comparação dos resultados dos diferentes métodos de otimização

Novamente, o método *Desirability* e o método EQMM indicam exatamente o mesmo ponto ótimo. Este resultado foi possível devido à adoção das restrições adicionais ( $\hat{y}_i = T_i$ ) citadas nos itens anteriores. Caso estas restrições tivessem sido desconsideradas, pontos ótimos distintos para ambos os métodos teriam sido obtidos. É importante destacar que este resultado demonstra que os métodos *Desirability* e EQMM indicam um bom ponto ótimo, uma vez que todas as variáveis de resposta do bloco de médias obtêm valores ajustados próximos aos valores alvos definidos. As variáveis de resposta do bloco de variâncias proporcionaram resultados mais distantes dos valores alvos, com desvio superior a 100%.

O método EQMM Dual indica um ponto ótimo semelhante aos indicados pelos demais métodos. Através do gráfico de contorno para a variável  $R_a$  (**figura 4.37**) esta similaridade pode ser verificada. Este ponto ótimo indicado pelo método EQMM Dual resulta em quatro variáveis de resposta com mais de 100% de variação entre seus valores ajustados e valores desejados (alvos). É possível verificar que o ponto ótimo indicado prioriza o bloco de médias cumprindo assim com as restrições que foram impostas. Conseqüentemente, o bloco de variâncias foi penalizado. Se um desvio maior entre valores ajustados e valores alvos das variáveis do bloco de médias fosse aceito, com certeza seriam obtidos valores ajustados mais

próximos dos valores alvos para o bloco das variâncias. Mesmo assim, este ponto ótimo indicado pelo método EQMM Dual pode ser considerado bom, pois os valores ajustados das variáveis do bloco de médias estão próximos aos seus valores alvos, além de cumprir com a restrição de produtividade.

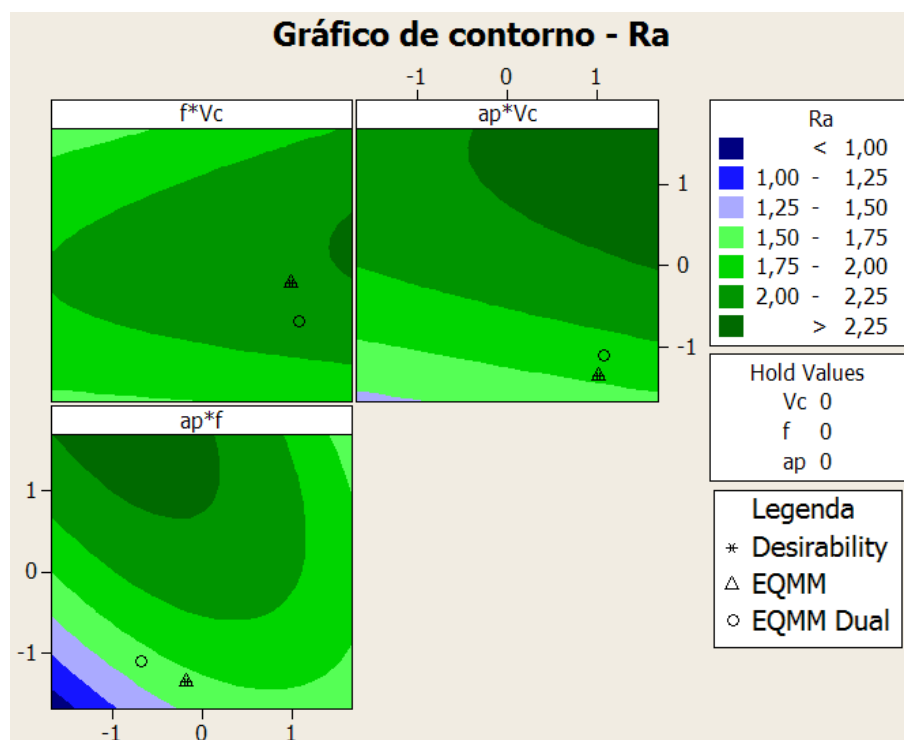


Figura 4.37 – Gráfico de contorno para a variável  $R_a$

Assim, o resultado obtido para a otimização simultânea de média e variância de  $R_a$ ,  $R_y$ ,  $R_z$ ,  $R_q$  e  $R_t$ , tendo a  $MRR$  como restrição, utilizando o método EQMM Dual, é considerado bom e cumpre com as restrições impostas ao problema.

### 4.3 Experimentos de confirmação

Conforme discutido no capítulo 3, o experimento de confirmação tem como objetivo verificar se os modelos matemáticos adotados são adequados e se o ponto ótimo indicado pelo método de otimização dual proposto resulta nos valores esperados para as variáveis de resposta. Desta forma, os ensaios foram repetidos para uma determinada condição ótima, cujos valores das variáveis de controle foram identificados pelo método de otimização dual proposto.

As condições de ruído adotadas durante o processo de usinagem do experimento de confirmação foram idênticas às adotadas durante o levantamento dos dados:

- Peça grossa com diâmetro inicial de 50 mm;
- Peça fina com diâmetro inicial de 30 mm;
- Foi considerada ferramenta nova aquela sem desgaste na aresta de corte;
- Foi considerada ferramenta usada aquela cujo desgaste medido na aresta de corte tenha sido de aproximadamente 0,3 mm;
- Regiões de medição na peça: Contraponto (CP); Centro (CE); Castanha (CA).

Em cada peça ensaiada em determinada condição de esbeltez e desgaste de ferramenta ocorreram medições em 9 pontos distintos, distribuídos entre as regiões de medição adotadas (CP, CE e CA), com alinhamentos distantes  $120^\circ$  entre si. Em cada ponto ocorreram 3 repetições na medição. A **figura 4.38** e a **tabela 4.41** representam o sistema de medição adotado para os experimentos de confirmação.

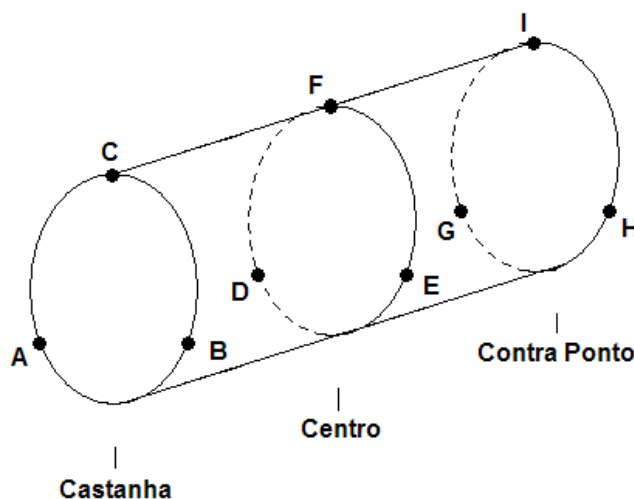


Figura 4.38 – Distribuição dos pontos de medição em cada peça ensaiada

Para cada grupo de análise, foram usinadas 16 peças, sendo 4 peças para cada condição de ruído específica (4 repetições). Assim como ocorreu para o banco de dados original, houve a atividade de processamento de dados com o objetivo de se evitar possíveis erros de medição. Novamente os *outliers* extremos foram identificados e excluídos da análise.

Na seqüência, foi calculada a média de uma determinada variável de resposta em uma condição de ruído específica e posteriormente a média e a variância desta variável considerando todas as condições de ruído estudadas. Estes valores de média e variância foram comparados aos valores esperados das variáveis de resposta indicados pelo método de otimização dual proposto.

Ensaio <sub>i</sub>											
Ruido		Y <sub>i</sub>	Alinhamento 1			Alinhamento 2			Alinhamento 3		
			M1	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3
Grossa	Grossa	Nova	CP	Ra	A	B	C				
				Ry							
				Rz							
				Rq							
				Rt							
		CE		Ra	D	E	F				
				Ry							
				Rz							
				Rq							
				Rt							
		CA		Ra	G	H	I				
				Ry							
				Rz							
				Rq							
				Rt							
	Grossa	Usada	CP	Ra	A	B	C				
				Ry							
				Rz							
				Rq							
				Rt							
		CE		Ra	D	E	F				
				Ry							
				Rz							
				Rq							
				Rt							
		CA		Ra	G	H	I				
				Ry							
				Rz							
				Rq							
				Rt							
Fina	Fina	Nova	CP	Ra	A	B	C				
				Ry							
				Rz							
				Rq							
				Rt							
		CE		Ra	D	E	F				
				Ry							
				Rz							
				Rq							
				Rt							
		CA		Ra	G	H	I				
				Ry							
				Rz							
				Rq							
				Rt							
	Fina	Usada	CP	Ra	A	B	C				
				Ry							
				Rz							
				Rq							
				Rt							
		CE		Ra	D	E	F				
				Ry							
				Rz							
				Rq							
				Rt							
		CA		Ra	G	H	I				
				Ry							
				Rz							
				Rq							
				Rt							

Tabela 4.41 – Planejamento do experimento de confirmação

### 4.3.1 Otimização simultânea de média e variância de $R_a$ , $R_y$ , $R_z$ , $R_q$ e $R_t$

O método de otimização dual proposto indica um determinado ponto ótimo, conforme discutido anteriormente. Este ponto teoricamente torna o processo robusto, ou seja, menos sensível às variações das condições de ruído a que o processo está submetido. No entanto, por se tratar de um cálculo matemático, os valores das variáveis de controle indicados possuem um maior número de casas decimais que o possível para o torno CNC Nardini utilizado nos experimentos. Desta forma, se faz necessária uma adequação do ponto ótimo a ser considerado na análise. A **tabela 4.42** demonstra esta alteração das variáveis de controle.

Indicados			Adotados		
$V_c$	$f_n$	$a_p$	$V_c$	$f_n$	$a_p$
250,910	0,086	0,588	251,000	0,086	0,600

Tabela 4.42 – Arredondamento das variáveis de controle

É importante destacar que, com esta alteração, os valores esperados das variáveis de resposta também devem ser corrigidos, conforme apresentado na **tabela 4.43**, uma vez que os modelos matemáticos sugeridos são os mesmos.

	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$R_a$	$R_y$	$R_z$	$R_q$	$R_t$	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$
<b>Indicado</b>	250,910	0,086	0,588	1,463	8,632	6,855	1,750	8,936	0,010	20,513	5,912	0,105	21,302
<b>Adotado</b>	251,000	0,086	0,600	1,494	8,792	6,988	1,787	9,096	0,111	21,404	7,566	0,242	41,312

Tabela 4.43 – Correção dos valores esperados para as variáveis de resposta devido ao arredondamento das variáveis de controle

Desta forma, iniciou-se o experimento de confirmação conforme seu planejamento discutido anteriormente e seu resultado está representado na **tabela 4.44** que foi dividida em duas partes (A e B) para melhor visualização. O valor médio das 36 medições de cada condição de ruído está representado na **tabela 4.44 (B)**.

				Ensaio 1									Ensaio 2									
				Alinhamento 1			Alinhamento 2			Alinhamento 3			Alinhamento 1			Alinhamento 2			Alinhamento 3			
				M1	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3	
Grossa	Nova	CP	Ra	0,97	0,97	0,96	0,92	0,90	0,89	0,93	0,95	0,95	0,86	0,89	0,89	0,94	0,94	0,95	0,89	0,89	0,93	
			Ry	4,21	4,25	4,22	4,40	4,43	4,43	4,88	4,77	4,86	3,79	4,02	4,01	4,37	4,28	4,30	4,01	3,84	4,51	
			Rz	4,05	4,08	4,07	3,99	3,96	3,97	4,09	4,18	4,19	3,61	3,79	3,77	3,95	3,92	3,93	3,77	3,76	4,03	
		Rq	1,14	1,13	1,13	1,09	1,07	1,06	1,09	1,13	1,12	1,00	1,05	1,04	1,11	1,11	1,11	1,05	1,05	1,09		
		Rt	4,49	4,41	4,42	4,40	4,43	4,43	4,88	4,80	4,92	3,98	4,02	4,02	4,37	4,28	4,30	4,06	4,12	4,54		
		Ra	1,05	1,04	1,03	1,06	1,07	1,07	1,05	1,11	1,10	1,09	1,05	1,05	1,10	1,07	1,09	1,06	1,06	1,06		
	CE	Ry	5,09	5,08	5,05	4,48	4,51	4,49	4,62	5,27	5,27	4,70	4,71	4,74	4,76	4,72	4,68	4,84	4,76	4,78		
		Rz	4,54	4,53	4,52	4,39	4,40	4,40	4,46	4,66	4,66	4,51	4,49	4,50	4,52	4,39	4,42	4,46	4,43	4,42		
		Rq	1,24	1,23	1,22	1,26	1,26	1,26	1,25	1,30	1,29	1,28	1,24	1,24	1,29	1,25	1,28	1,26	1,25	1,25		
	CA	Rt	5,09	5,08	5,05	4,50	4,54	4,51	4,67	5,27	5,27	4,70	4,71	4,74	4,82	4,81	4,81	4,84	4,78	4,78		
		Ra	1,12	1,12	1,12	1,12	1,12	1,12	1,13	1,13	1,13	1,12	1,11	1,10	1,11	1,12	1,12	1,12	1,10	1,09		
		Ry	5,02	5,02	5,06	4,99	4,99	4,98	5,09	5,03	5,00	4,97	4,99	4,92	4,97	5,04	5,00	4,90	4,85	4,85		
Grossa	Usada	CP	Rz	4,85	4,86	4,86	4,82	4,80	4,80	4,88	4,89	4,84	4,88	4,86	4,85	4,86	4,87	4,89	4,79	4,78	4,75	
			Rq	1,34	1,34	1,34	1,34	1,34	1,33	1,35	1,35	1,35	1,33	1,33	1,32	1,33	1,35	1,35	1,33	1,31	1,30	
			Rt	5,08	5,09	5,11	5,03	4,99	5,01	5,12	5,06	5,02	5,18	5,11	5,02	5,05	5,09	5,06	5,03	5,08	5,06	
		CE	Ra	1,99	1,98	1,98	2,25	2,23	2,24	2,09	2,09	2,09	2,08	2,10	2,08	2,04	2,06	2,06	2,12	2,14	2,18	
			Ry	8,95	8,95	9,00	9,78	9,73	9,62	8,86	8,89	8,92	8,85	9,00	8,92	9,37	9,35	9,38	10,11	9,46	9,67	
			Rz	8,56	8,50	8,48	8,80	8,88	8,85	8,58	8,51	8,50	8,53	8,48	8,47	8,64	8,68	8,70	8,73	8,88	8,90	
	CA	Rq	2,31	2,31	2,31	2,58	2,58	2,58	2,40	2,39	2,39	2,41	2,42	2,40	2,36	2,38	2,38	2,47	2,46	2,50		
		Rt	9,43	9,41	9,39	10,43	10,43	10,35	9,60	9,42	9,34	9,34	9,17	9,14	9,99	10,10	10,10	10,20	10,28	10,40		
		Ra	2,68	2,66	2,65	2,62	2,62	2,61	2,73	2,74	2,73	2,74	2,73	2,84	2,80	2,80	2,78	2,72	2,71	2,71		
	Fina	Nova	CP	Ry	9,86	10,59	10,88	11,13	11,17	11,12	10,22	10,63	10,27	10,51	10,64	11,52	11,05	10,91	10,98	12,00	11,60	11,50
				Rz	9,69	9,89	9,94	10,13	10,11	10,03	9,85	9,99	9,84	9,85	10,07	10,37	10,26	10,14	10,14	10,71	10,50	10,55
				Rq	2,99	2,99	2,99	2,97	2,96	2,95	3,05	3,07	3,05	3,07	3,06	3,17	3,13	3,12	3,11	3,11	3,07	3,06
CA			Rt	10,57	10,81	11,05	11,44	11,33	11,34	10,28	11,18	10,57	10,65	11,10	11,56	11,45	11,24	11,28	12,50	11,90	11,55	
			Ra	2,83	2,91	2,91	2,88	2,86	2,87	2,70	2,71	2,71	2,74	2,73	2,73	2,62	2,62	2,62	2,70	2,70	2,71	
			Ry	10,76	11,28	11,26	10,48	10,46	10,37	10,01	10,17	10,30	9,94	10,02	10,05	10,13	10,19	10,21	10,17	10,16	10,09	
Fina	Usada	CP	Rz	10,26	10,23	10,21	10,01	10,03	9,98	9,48	9,45	9,60	9,58	9,57	9,62	9,15	9,12	9,12	9,69	9,74	9,68	
			Rq	3,26	3,24	3,24	3,21	3,19	3,20	2,99	3,01	3,00	3,03	3,02	3,02	2,88	2,88	2,87	3,00	3,00	3,01	
			Rt	11,17	11,28	11,26	10,67	10,82	10,71	10,21	10,30	10,80	10,32	10,28	10,31	10,13	10,19	10,21	10,25	10,22	10,15	
		CE	Ra	0,79	0,79	0,80	0,81	0,82	0,82	0,74	0,75	0,75	0,78	0,79	0,78	0,81	0,79	0,80	0,76	0,76	0,76	
			Ry	5,51	5,57	5,50	5,03	5,31	5,35	4,14	4,11	4,25	5,12	5,13	5,08	5,29	5,25	5,23	5,66	5,62	5,68	
			Rz	4,20	4,21	4,18	4,05	4,08	4,13	3,73	3,79	3,80	4,09	4,01	4,03	4,28	4,18	4,16	3,94	3,96	3,93	
	CA	Rq	1,00	1,00	1,00	0,99	1,01	1,01	0,92	0,94	0,93	0,99	0,99	0,99	1,01	0,98	1,00	0,94	0,95	0,94		
		Rt	5,51	5,57	5,50	5,03	5,31	5,35	4,29	4,26	4,42	5,29	5,29	5,31	5,29	5,25	5,23	5,66	5,62	5,68		
		Ra	0,79	0,81	0,80	0,77	0,77	0,77	0,74	0,74	0,74	0,72	0,72	0,72	0,69	0,71	0,70	0,78	0,80	0,74		
		Ry	4,66	4,72	4,74	4,11	4,10	4,10	3,99	3,99	4,02	3,99	3,98	4,17	3,70	3,71	3,67	4,24	4,24	4,28		
		Rz	3,93	4,08	3,98	3,87	3,85	3,86	3,69	3,64	3,66	3,67	3,66	3,70	3,43	3,47	3,49	3,81	3,88	3,68		
		Rq	0,98	1,01	0,99	0,96	0,97	0,97	0,91	0,91	0,92	0,90	0,90	0,90	0,86	0,88	0,88	0,97	1,00	0,93		
Fina	Usada	CP	Rt	4,66	4,72	4,74	4,11	4,14	4,15	4,15	4,17	4,18	4,01	4,03	4,17	3,70	3,77	3,75	4,24	4,24	4,28	
			Ra	0,80	0,79	0,79	0,80	0,79	0,81	0,77	0,77	0,77	0,79	0,79	0,79	0,74	0,73	0,72	0,75	0,77	0,77	
			Ry	4,03	4,02	4,03	4,17	4,14	4,23	3,88	3,86	3,86	4,14	4,17	4,13	4,14	4,16	4,12	3,88	3,98	3,91	
		CE	Rz	3,82	3,81	3,81	3,61	3,59	3,62	3,71	3,71	3,70	3,71	3,69	3,71	3,55	3,56	3,52	3,63	3,79	3,79	
			Rq	0,98	0,96	0,96	0,98	0,97	0,99	0,94	0,94	0,94	0,98	0,98	0,98	0,91	0,89	0,89	0,94	0,97	0,97	
			Rt	4,06	4,10	4,07	4,17	4,14	4,23	3,95	3,91	3,91	4,18	4,19	4,14	4,16	4,16	4,12	3,90	4,05	4,02	
	CA	Ra	1,68	1,66	1,69	1,59	1,59	1,59	1,57	1,57	1,57	1,48	1,51	1,50	1,73	1,71	1,70	1,56	1,56	1,56		
		Ry	7,83	8,30	7,90	8,96	8,92	8,94	7,99	7,93	7,99	8,09	8,04	8,19	8,81	8,69	8,62	7,29	7,36	7,35		
		Rz	6,82	6,97	6,83	7,85	7,80	7,81	6,74	6,75	6,78	6,55	6,91	6,72	6,93	6,67	6,54	6,78	6,77	6,82		
		Rq	2,00	2,00	2,01	1,99	1,99	1,99	1,84	1,85	1,85	1,76	1,80	1,78	2,00	1,97	1,95	1,85	1,85	1,85		
		Rt	9,14	9,21	9,03	9,79	9,83	9,82	9,08	9,13	9,13	8,17	8,11	8,19	9,54	9,37	9,23	7,73	7,70	7,74		
		Ra	1,34	1,31	1,32	1,52	1,52	1,52	1,45	1,43	1,43	1,55	1,55	1,55	1,53	1,53	1,53	1,37	1,34	1,33		
CA	Ry	5,82	5,90	5,80	6,82	6,82	6,82	6,31	6,25	6,28	5,79	5,66	5,68	6,32	6,38	6,30	5,87	5,84	5,87			
	Rz	5,58	5,60	5,59	6,01	5,98	6,01	5,60	5,55	5,53	5,52	5,45	5,44	5,64	5,77	5,63	5,32	5,32	5,31			
	Rq	1,55	1,54	1,54	1,72	1,72	1,72	1,63	1,61	1,61	1,74	1,73	1,73	1,72	1,72	1,71	1,56	1,54	1,54			
	Rt	6,09	6,20	6,17	6,84	6,82	6,82	6,71	6,69	6,74	5,97	5,94	5,95	6,41	6,77	6,36	6,22	6,26	6,22			
	Ra	1,77	1,77	1,78	1,68	1,68	1,68	1,74	1,73	1,73	1,56	1,56	1,56	1,60	1,60	1,59	1,71	1,72	1,72			
	Ry	6,96	6,99	7,00	6,08	6,03	6,03	6,92	6,88	6,91	6,60	6,64	6,62	7,88	7,83	7,86	6,98	6,97	6,95			



			Ensaio 3									Ensaio 4									Média	
			Alinhamento 1			Alinhamento 2			Alinhamento 3			Alinhamento 1			Alinhamento 2			Alinhamento 3				
			M1	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3		
Grossa	Nova	CP	Ra	0,85	0,87	0,87	0,89	0,89	0,89	0,90	0,88	0,88	0,87	0,87	0,86	0,91	0,92	0,92	0,90	0,90	0,90	0,905
			Ry	4,24	4,29	4,32	4,11	4,02	4,18	4,00	4,12	4,14	4,57	4,51	4,50	4,42	4,47	4,40	4,22	4,20	4,22	4,292
			Rz	3,80	3,81	3,81	3,84	3,82	3,92	3,61	3,68	3,69	3,92	3,91	3,93	3,96	4,05	3,94	3,82	3,88	3,91	3,900
			Rq	1,00	1,02	1,02	1,05	1,05	1,05	1,05	1,04	1,03	1,03	1,02	1,02	1,08	1,09	1,08	1,05	1,06	1,06	1,066
		CE	Rt	4,24	4,29	4,32	4,25	4,25	4,29	4,07	4,12	4,14	4,96	4,92	4,88	4,45	4,62	4,40	4,22	4,38	4,43	4,392
			Ra	1,06	1,08	1,07	1,01	1,01	1,02	1,05	1,04	1,04	1,03	1,03	1,02	1,04	1,04	1,03	1,03	1,06	1,05	1,053
			Ry	5,01	5,02	4,99	4,60	4,51	4,75	4,50	4,49	4,52	4,60	4,65	4,66	4,65	4,80	4,68	4,70	4,78	4,80	4,757
			Rz	4,44	4,46	4,45	4,37	4,29	4,35	4,40	4,40	4,38	4,46	4,46	4,44	4,52	4,55	4,48	4,46	4,51	4,52	4,462
		CA	Rq	1,26	1,27	1,27	1,19	1,18	1,19	1,25	1,24	1,24	1,22	1,23	1,21	1,23	1,23	1,22	1,22	1,25	1,25	1,244
			Rt	5,01	5,02	4,99	4,72	4,51	4,75	4,52	4,49	4,52	4,66	4,65	4,66	4,72	4,86	4,70	4,75	4,87	4,86	4,784
			Ra	1,12	1,12	1,12	1,12	1,11	1,13	1,10	1,11	1,11	1,11	1,11	1,11				1,10	1,09		1,114
			Ry	5,41	5,38	5,41	4,79	4,87	4,89	5,01	5,08	5,00	5,03	4,87	4,82	4,71	4,83	4,80	5,05	5,00	5,06	4,991
Grossa	Usada	CP	Rz	4,97	4,98	4,98	4,67	4,69	4,71	4,78	4,79	4,75	4,84	4,70	4,70	4,47	4,50	4,54	4,81	4,80	4,80	4,795
			Rq	1,35	1,35	1,35	1,33	1,35	1,36	1,33	1,34	1,33	1,34	1,32	1,32				1,32	1,30	1,29	1,334
			Rt				4,87	4,96	4,99	5,03	5,08	5,03	5,04	4,95	4,94		4,83	4,80	5,06	5,00	5,06	5,026
			Ra	2,16	2,13	2,15	2,18	2,18	2,19	2,12	2,07	2,07	1,98	1,96	1,97	2,07	2,09	2,08	2,17	2,16	2,16	2,103
		CE	Ry	9,25	9,27	9,05	9,90	9,80	9,79	10,56	10,59	10,52	9,06	9,08	9,09	10,06	9,77	9,90	10,68	10,64	10,60	9,567
			Rz	8,42	8,17	8,31	9,15	9,12	9,09	9,00	8,98	8,97	8,48	8,51	8,53	8,82	9,33	9,10	9,07	9,17	9,18	8,752
			Rq	2,45	2,41	2,44	2,49	2,49	2,49	2,44	2,43	2,33	2,31	2,32	2,41	2,51	2,45	2,49	2,49	2,49	2,49	2,432
			Rt	9,71	9,27	9,20	10,83	10,86	10,75	10,56	10,59	10,52	9,65	9,67	9,69	10,39	10,75	10,50	11,77	11,91	11,92	10,141
		CA	Ra	2,70	2,70	2,71	2,76	2,75	2,77	2,62	2,61	2,61	2,53	2,54	2,60	2,51	2,58	2,58	2,60	2,60	2,59	2,673
			Ry	11,48	11,69	11,70	10,61	10,60	10,56	10,92	10,68	10,63	10,15	10,10	10,39	10,03	10,77	10,85	10,45	10,41	10,31	10,803
			Rz	10,30	10,40	10,50	9,79	9,80	9,92	9,57	9,42	9,48	9,73	9,67	9,62	9,39	9,81	9,82	9,18	9,18	9,14	9,911
			Rq	3,07	3,10	3,10	3,10	3,09	3,12	2,91	2,91	2,91	2,83	2,85	2,89	2,81	2,89	2,89	2,88	2,88	2,87	3,001
Fina	Nova	CP	Rt	11,40	11,69	11,70	10,98	10,83	10,89	10,85	10,73	10,70	10,57	10,51	10,83	10,80	11,10	11,10	10,45	10,41	10,31	11,046
			Ra	2,76	2,83	2,83	2,84	2,90	2,90	2,83	2,84	2,83	2,72	2,72	2,72	2,76	2,76	2,76	2,73	2,74	2,73	2,771
			Ry	10,70	10,45	10,40	10,62	10,70	11,16	10,66	10,23	10,47	10,32	10,29	10,29	10,12	10,13	10,09	10,30	10,47	11,03	10,402
			Rz	10,04	10,09	10,11	9,88	10,10	10,21	10,01	9,90	9,93	9,92	9,90	9,90	9,75	9,77	9,76	9,51	9,62	9,75	9,796
		CE	Rq	3,06	3,16	3,13	3,14	3,19	3,20	3,17	3,17	3,17	3,05	3,05	3,05	3,08	3,07	3,07	3,02	3,03	3,03	3,080
			Rt	10,88	10,56	10,46	10,88	10,93	11,36	10,66	10,23	10,47	10,65	10,59	10,53	10,59	10,48	10,49	10,80	11,10	11,20	10,615
			Ra	0,83	0,83	0,83	0,77	0,77	0,76	0,74	0,76	0,77	0,78	0,78	0,78	0,79	0,79	0,81	0,79	0,81	0,80	0,786
			Ry	5,59	5,60	5,59	5,83	5,88	5,79	4,48	5,38	5,95	4,34	4,33	4,37	4,37	4,66	4,72	4,50	4,58	4,52	5,092
		CA	Rz	4,21	4,21	4,22	4,31	4,29	4,34	3,92	4,21	4,28	3,92	3,88	3,87	4,15	4,10	4,13	3,79	3,92	3,84	4,065
			Rq	1,02	1,02	1,02	0,98	0,98	0,98	0,93	0,97	0,99	0,96	0,97	0,96	0,98	0,98	1,01	0,97	0,98	0,97	0,979
			Rt	5,59	5,60	5,59	5,83	5,88	5,79	4,52	5,52	5,95	4,34	4,33	4,37	4,68	4,66	4,72	4,50	4,58	4,52	5,134
			Ra	0,78	0,82	0,80	0,73	0,74	0,74	0,77	0,77	0,78	0,81	0,81	0,80	0,74	0,73	0,73	0,75	0,75	0,75	0,759
Fina	Usada	CP	Ry	3,97	4,18	4,00	3,86	3,84	3,89	5,05	5,03	5,06	4,55	4,63	4,26	3,93	4,05	4,01	4,05	4,07	4,10	4,193
			Rz	3,76	3,87	3,83	3,54	3,59	3,59	4,22	4,09	4,13	4,04	4,07	3,89	3,71	3,71	3,71	3,80	3,79	3,78	3,791
			Rq	0,96	1,01	0,99	0,90	0,91	0,92	0,98	0,97	0,98	1,01	1,00	0,99	0,94	0,92	0,92	0,94	0,94	0,94	0,946
			Rt	3,97	4,18	4,00	3,86	3,84	3,89	5,27	5,24	5,26	4,70	4,82	4,74	4,05	4,09	4,06	4,18	4,23	4,18	4,271
		CE	Ra	0,80	0,81	0,81	0,83	0,80	0,80	0,78	0,79	0,79	0,79	0,79	0,79	0,79	0,79	0,79	0,74	0,76	0,75	0,782
			Ry	4,20	4,17	4,16	4,69	4,21	4,19	4,16	4,24	4,21	4,26	4,05	3,99	4,11	4,19	4,22	3,73	3,82	3,80	4,090
			Rz	3,74	3,74	3,73	3,90	3,92	3,91	3,79	3,82	3,80	3,71	3,70	3,65	3,77	3,79	3,78	3,64	3,72	3,67	3,725
			Rq	0,99	1,00	1,00	1,02	0,98	0,99	0,97	0,97	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,98	0,92	0,95	0,93	0,967
		CA	Rt	4,20	4,17	4,16	4,69	4,32	4,29	4,46	4,34	4,32	4,46	4,40	4,30	4,16	4,19	4,22	3,84	3,98	3,86	4,162
			Ra	1,67	1,66	1,67	1,77	1,78	1,78	1,62	1,62	1,62	1,51	1,52	1,52	1,61	1,62	1,61	1,51	1,52	1,51	1,609
			Ry	9,23	9,13	9,27	9,64	9,70	9,69	9,33	9,21	9,20	8,39	8,38	8,52	8,57	8,63	8,69	7,96	7,97	8,01	8,520
			Rz	7,09	7,09	7,12	7,50	7,64	7,66	7,38	7,27	7,32	6,56	6,57	6,63	6,82	6,80	6,83	7,19	7,28	7,24	7,029



	$\mu_i$	$s_i^2$
$R_a$	1,475	0,516
$R_y$	6,638	6,424
$R_z$	6,008	5,513
$R_q$	1,712	0,600
$R_t$	6,829	7,134

Tabela 4.45 – Valores calculados de  $\mu_i$  e  $s_i^2$  para cada variável de resposta nas diversas condições de ruído

Estes valores de  $\mu_i$  e  $s_i^2$  calculados para cada variável de resposta devem ser comparados aos valores esperados para o ponto ótimo indicado pelo método de otimização dual proposto (*tabela 4.46*). No entanto, esta comparação deve levar em consideração o efeito do arredondamento das variáveis de controle discutido anteriormente.

	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$R_a$	$R_y$	$R_z$	$R_q$	$R_t$	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$
<b>Indicado</b>	250,910	0,086	0,588	1,463	8,632	6,855	1,750	8,936	0,010	20,513	5,912	0,105	21,302
<b>Adotado</b>	251,000	0,086	0,600	1,494	8,792	6,988	1,787	9,096	0,111	21,404	7,566	0,242	41,312
<b>Resultados Obtidos</b>				1,475	6,638	6,008	1,712	6,829	0,516	6,424	5,513	0,600	7,134
$\Delta$				-1,3%	-24,5%	-14,0%	-4,2%	-24,9%	363,0%	-70,0%	-27,1%	148,0%	-82,7%

Tabela 4.46 – Comparação dos resultados obtidos com os valores esperados

É possível verificar que os resultados obtidos no experimento de confirmação são satisfatórios para este grupo de análise. Os modelos matemáticos adotados se mostraram muito adequados, uma vez que o comportamento das variáveis de resposta foi previsto com sucesso. Somente as variáveis de resposta  $s^2 R_a$  e  $s^2 R_q$  apresentaram valores maiores que o previsto pelo método, porém as demais variáveis de resposta apresentaram valores menores. No entanto, deve-se destacar que estas são variáveis de variância e sua modelagem é uma atividade complexa. De maneira geral, o método de otimização EQMM Dual indicou com sucesso um ponto ótimo robusto.

Pode-se também comparar o comportamento das variáveis de resposta mediante a adoção de diferentes conjuntos de variáveis de controle. Considere, então, dois conjuntos multivariados, tal que:

$$\Omega_1 = MVN(\mu_1 ; \Sigma_1) \quad (71)$$

$$\Omega_2 = MVN(\mu_2 ; \Sigma_2) \quad (72)$$

Para  $\Omega_1$ , adota-se o ponto central  $\mathbf{x}' = [280; 0,10; 0,95]$  e seu respectivo resultado para as variáveis de resposta consideradas (condição de usinagem 15 da atividade de levantamento de dados, item 4.1, **tabela 4.2**). Pode-se, então, definir o conjunto  $\Omega_1$  sujeito a uma distribuição multivariada normal, tal que:

$$\boldsymbol{\mu}_1 = \begin{bmatrix} 2,319 \\ 12,512 \\ 10,333 \\ 2,743 \\ 12,566 \end{bmatrix} \quad (73)$$

Considerando adicionalmente a análise de correlação para o bloco de variâncias, bem com a **equação 74**, é possível calcular  $\Sigma_1$ , tal que:

$$\sigma_{ij}^2 = \rho_{ij} \times \sqrt{\sigma_{ii}^2} \times \sqrt{\sigma_{jj}^2} \quad (74)$$

$$\Sigma_1 = \begin{bmatrix} 2,314 & 10,000 & 9,605 & 2,701 & 9,935 \\ 10,000 & 53,328 & 47,805 & 12,105 & 54,157 \\ 9,605 & 47,805 & 44,619 & 11,524 & 48,344 \\ 2,701 & 12,105 & 11,524 & 3,174 & 12,090 \\ 9,935 & 54,157 & 48,344 & 12,090 & 55,444 \end{bmatrix} \quad (75)$$

Para  $\Omega_2$ , adota-se o ponto ótimo utilizado no experimento de confirmação,  $\mathbf{x}'' = [251; 0,086; 0,60]$ , e seu respectivo resultado para as variáveis de resposta consideradas (**tabela 4.46**). Pode-se, então, definir o conjunto  $\Omega_2$  sujeito a uma distribuição multivariada normal, tal que:

$$\boldsymbol{\mu}_2 = \begin{bmatrix} 1,475 \\ 6,638 \\ 6,008 \\ 1,712 \\ 6,829 \end{bmatrix} \quad (76)$$

$$\Sigma_2 = \begin{bmatrix} 0,516 & 1,637 & 1,592 & 0,554 & 1,681 \\ 1,637 & 6,424 & 5,832 & 1,828 & 6,743 \\ 1,592 & 5,832 & 5,513 & 1,762 & 6,069 \\ 0,554 & 1,828 & 1,762 & 0,600 & 1,887 \\ 1,681 & 6,743 & 6,069 & 1,887 & 7,134 \end{bmatrix} \quad (77)$$

Gerando 125 dados aleatórios, agrupados em subgrupos de 5 elementos e sujeitos a uma distribuição multivariada normal conforme citada acima, tem-se:

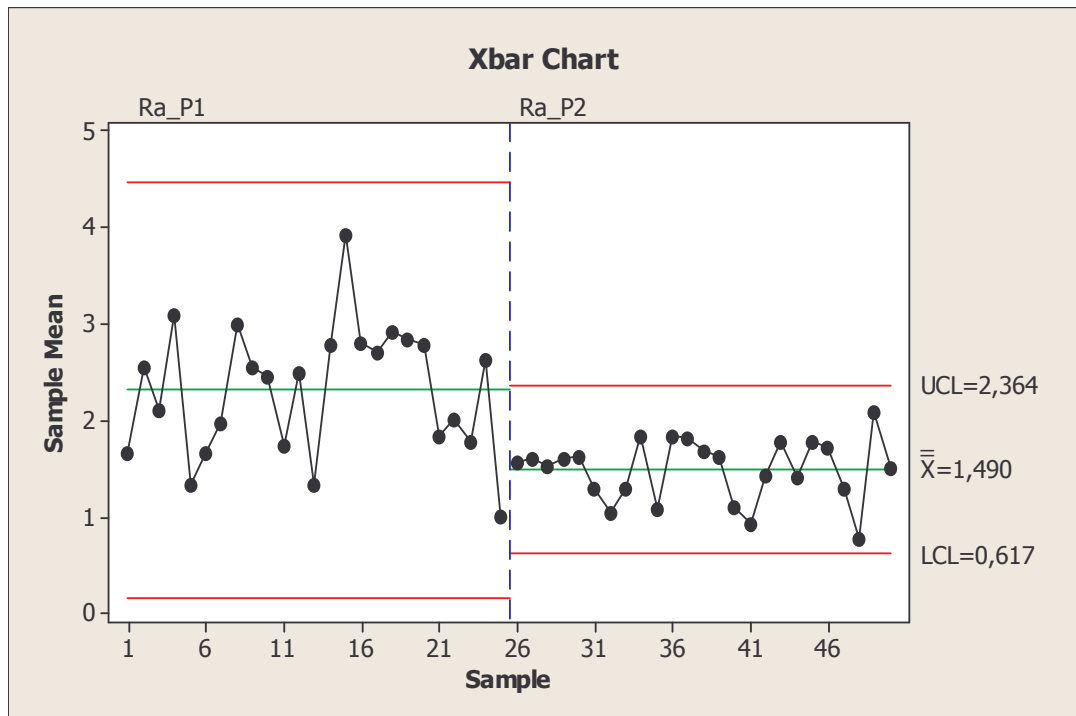


Figura 4.39 – Comportamento esperado para variável  $R_a$  no ponto central (P1) e ponto ótimo (P2)

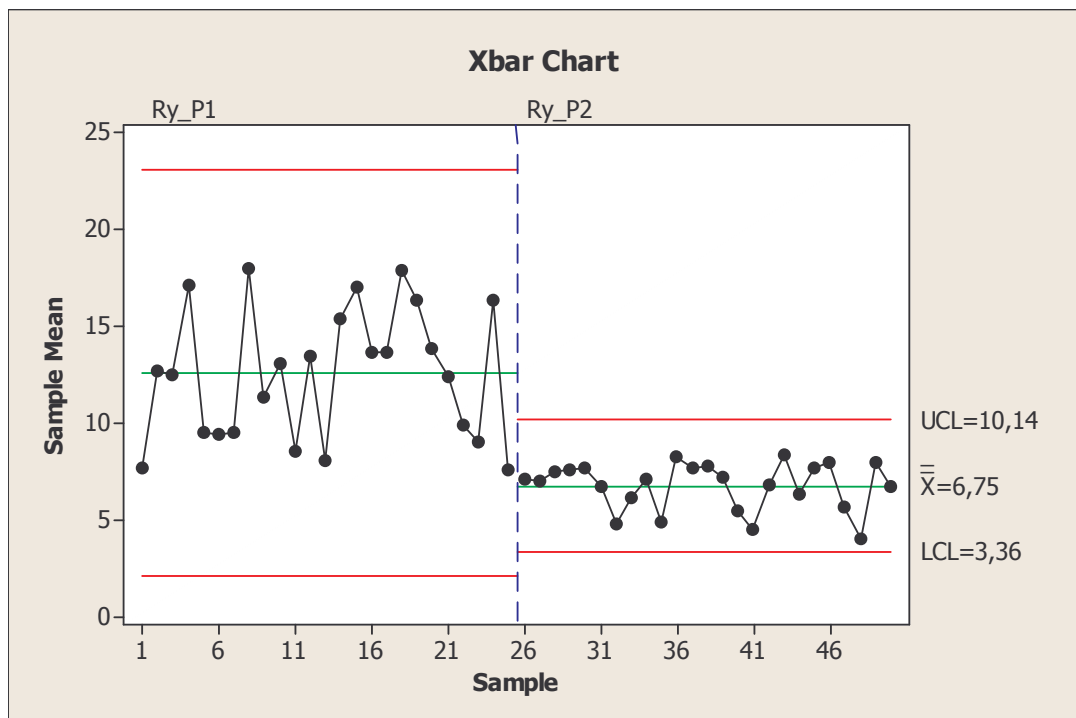


Figura 4.40 – Comportamento esperado para variável  $R_y$  no ponto central (P1) e ponto ótimo (P2)

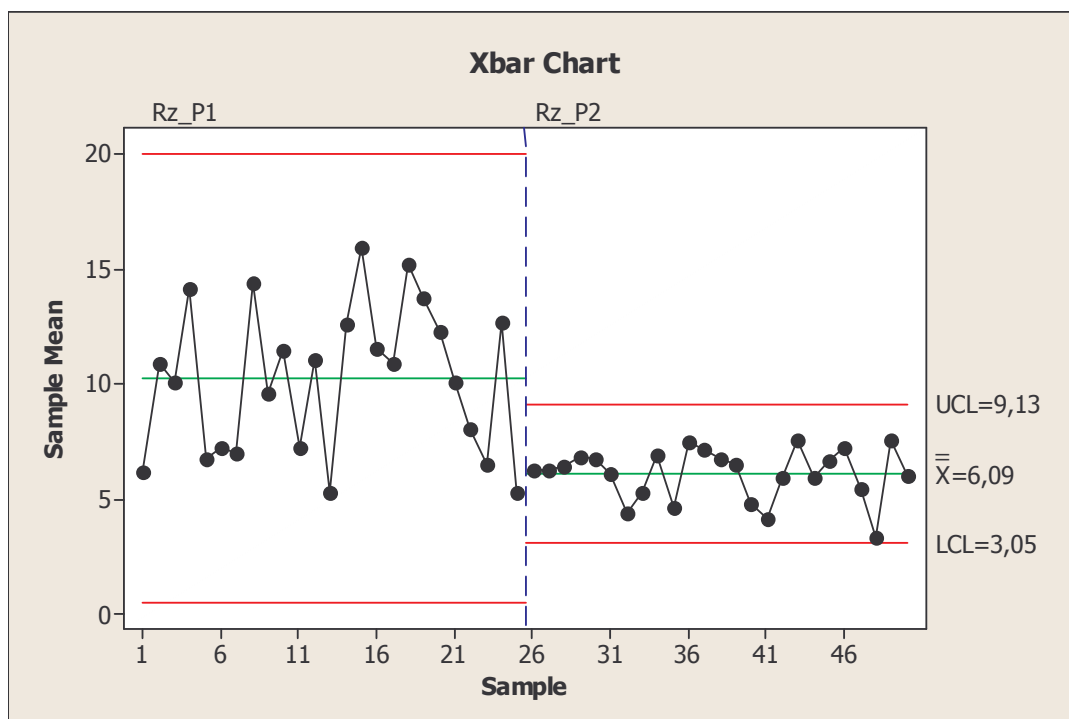


Figura 4.41 – Comportamento esperado para variável  $R_z$  no ponto central (P1) e ponto ótimo (P2)

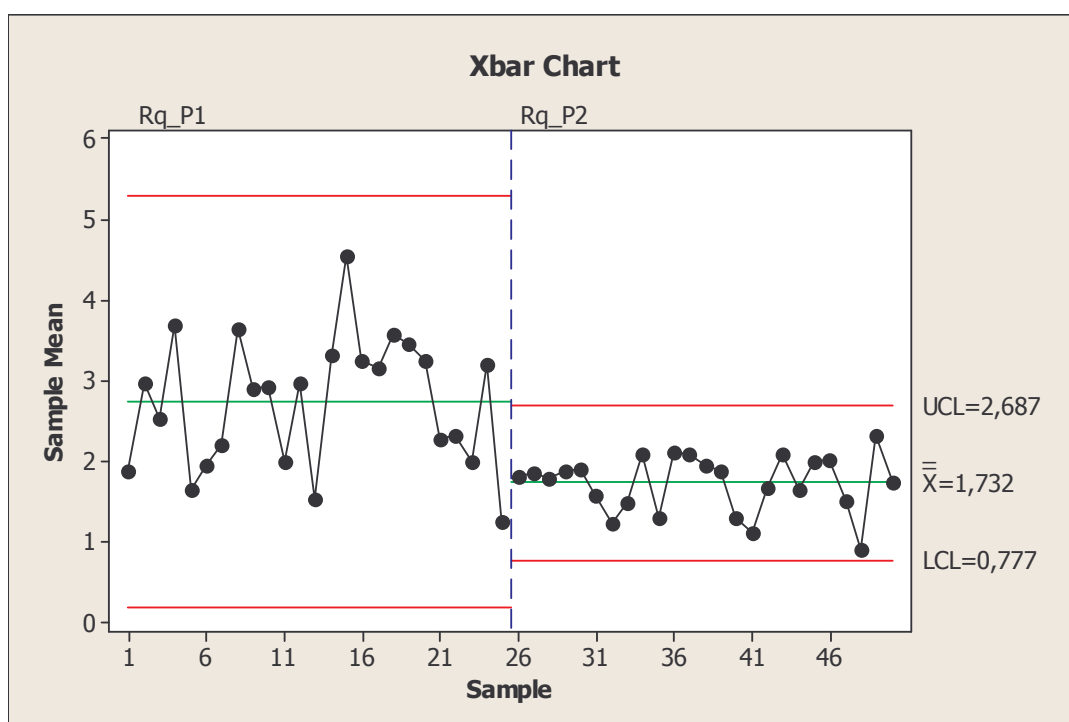


Figura 4.42 – Comportamento esperado para variável  $R_q$  no ponto central (P1) e ponto ótimo (P2)

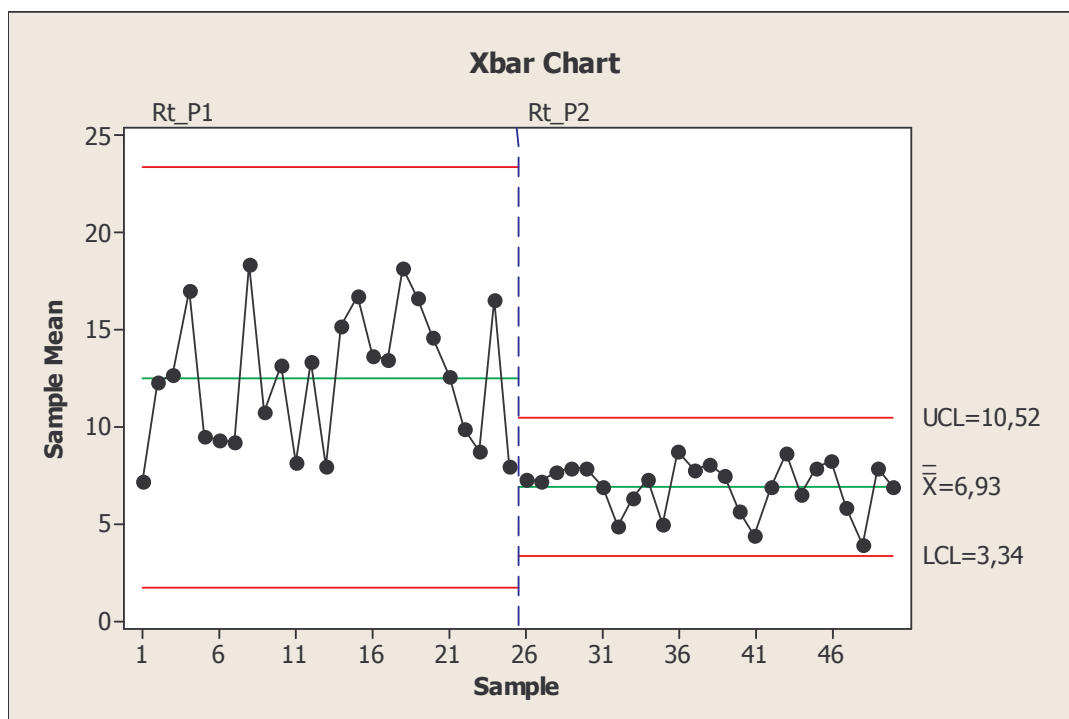


Figura 4.43 – Comportamento esperado para variável  $R_t$  no ponto central (P1) e ponto ótimo (P2)

Os gráficos acima demonstram que o ponto ótimo indicado pelo método de otimização, se comparado ao ponto central, proporciona a redução do valor da média e da variância das variáveis de resposta consideradas, caracterizando um processo robusto.

#### 4.3.2 Otimização simultânea de média e variância de $R_a$ , $R_y$ , $R_z$ , $R_q$ e $R_t$ tendo a $MRR$ como restrição

O experimento de confirmação deste grupo de análise se inicia com a adequação do ponto ótimo indicado pelo método proposto devido ao arredondamento necessário das variáveis de controle, conforme discutido anteriormente. A **tabela 4.47** demonstra esta alteração no ponto ótimo a ser adotado na análise.

Indicados			Adotados		
$V_c$	$f_n$	$a_p$	$V_c$	$f_n$	$a_p$
344,549	0,086	0,676	345,000	0,086	0,680

Tabela 4.47 – Arredondamento das variáveis de controle

Da mesma forma, destaca-se que, com esta alteração, os valores esperados das variáveis de resposta também devem ser corrigidos, conforme destacado na **tabela 4.48**, uma vez que os modelos matemáticos sugeridos são os mesmos.

	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$R_a$	$R_y$	$R_z$	$R_q$	$R_t$	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$	$MRR$
<b>Indicado</b>	344,549	0,086	0,676	1,692	10,096	8,168	2,036	9,986	0,387	33,439	16,602	0,553	34,178	20,000
<b>Adotado</b>	345,000	0,086	0,680	1,694	10,126	8,189	2,039	10,010	0,398	33,734	16,987	0,569	34,547	20,077

Tabela 4.48 – Correção dos valores esperados para as variáveis de resposta devido ao arredondamento das variáveis de controle

Desta forma, iniciou-se o experimento de confirmação e seu resultado está representado na **tabela 4.49** que foi dividida em duas partes (A e B) para melhor visualização. O valor médio das 36 medições de cada condição de ruído está representado na **tabela 4.49 (B)**.

				Ensaio 1									Ensaio 2									
				Alinhamento 1			Alinhamento 2			Alinhamento 3			Alinhamento 1			Alinhamento 2			Alinhamento 3			
				M1	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3	
Grossa	Nova	CP	Ra	1,67	1,68	1,68	1,41	1,40	1,41	1,39	1,38	1,38	1,31	1,33	1,31	1,50	1,55	1,56	1,52	1,52	1,52	
			Ry	9,48	9,53	9,50	8,65	8,67	8,66	7,73	8,29	8,38	8,16	8,13	8,13	8,97	8,89	8,45	7,56	7,57	7,58	
			Rz	7,51	7,66	7,59	7,14	7,28	7,38	6,34	6,37	6,39	5,75	5,81	5,73	7,55	7,55	7,46	6,63	6,64	6,63	
			Rq	2,01	2,02	2,01	1,76	1,76	1,76	1,67	1,67	1,67	1,55	1,57	1,55	1,82	1,87	1,88	1,80	1,80	1,80	
		Rt	9,46	9,53	9,50	8,86	8,91	8,89	8,81	9,25	9,25	8,16	8,13	8,13	9,19	8,95	8,90	7,79	7,78	7,74		
		Ra	1,23	1,22	1,24	1,42	1,41	1,42	1,54	1,53	1,53	1,51	1,55	1,55	1,30	1,31	1,30	1,20	1,17	1,17		
	CE	Ry	8,84	9,05	9,19	10,05	10,04	10,08	9,19	9,17	9,18	8,73	10,57	10,60	9,11	9,12	9,10	8,75	9,55	9,30		
		Rz	6,45	6,41	6,48	7,13	7,20	7,21	7,61	7,57	7,60	7,23	8,02	8,29	6,69	6,69	6,73	6,46	6,03	5,96		
		Rq	1,54	1,52	1,56	1,74	1,74	1,75	1,85	1,84	1,84	1,83	1,90	1,92	1,66	1,67	1,66	1,58	1,47	1,46		
		Rt	8,84	9,05	9,19	10,05	10,19	10,85	9,46	9,43	9,41	9,00	10,58	11,30	9,49	9,51	9,56	8,85	9,55	9,30		
		CA	Ra	1,22	1,26	1,25	1,42	1,43	1,43	1,23	1,27	1,23	1,32	1,30	1,31	1,51	1,51	1,51	1,29	1,19	1,24	
			Ry	7,73	7,57	7,63	9,47	9,56	9,31	7,67	7,78	7,69	7,98	7,98	7,96	8,89	8,87	8,96	8,27	7,85	8,13	
Rz	6,11		6,12	6,26	7,47	7,54	7,45	6,43	6,11	6,44	6,66	6,48	6,61	7,42	7,40	7,48	6,81	6,72	6,86			
Rq	1,48		1,51	1,50	1,76	1,76	1,76	1,50	1,55	1,50	1,58	1,54	1,56	1,88	1,88	1,88	1,65	1,56	1,61			
Grossa	Usada	CP	Ra	2,02	2,03	2,03	1,81	1,84	1,84	1,84	1,84	1,84	1,92	1,91	1,91	1,77	1,78	1,78	1,75	1,76		
			Ry	9,82	9,91	9,93	9,74	10,47	10,29	9,01	8,86	9,03	9,35	9,32	9,33	9,51	9,37	9,37	9,71	9,78	9,70	
			Rz	8,54	8,55	8,57	7,66	8,09	8,13	7,52	7,53	7,54	7,73	7,74	7,72	7,92	7,97	7,99	8,02	8,10	8,05	
			Rq	2,34	2,35	2,34	2,08	2,14	2,14	2,10	2,10	2,17	2,16	2,16	2,07	2,07	2,07	2,04	2,05	2,05		
		Rt	10,61	10,60	10,60	9,74	10,80	10,65	9,01	8,94	9,03	10,57	10,38	10,40	10,06	9,99	10,01	10,12	10,26	10,22		
		CE	Ra	2,08	2,08	2,08	2,06	2,06	2,06	2,07	2,05	2,05	2,08	2,07	2,07	2,06	2,06	2,06	2,08	2,08	2,08	
	Ry		7,38	7,32	7,34	7,40	7,24	7,40	7,77	7,84	7,84	7,45	7,38	7,45	7,26	7,31	7,29	7,43	7,40	7,42		
	Rz		7,10	7,10	7,12	7,03	7,01	7,05	7,28	7,26	7,26	7,19	7,14	7,14	6,96	6,97	6,98	7,00	7,00	7,01		
	Rq		2,30	2,30	2,29	2,28	2,27	2,28	2,30	2,27	2,27	2,31	2,30	2,30	2,26	2,27	2,27	2,29	2,29	2,29		
	CA	Rt	7,80	7,70	7,75	7,58	7,43	7,59	8,04	8,02	8,02	7,81	7,41	7,45	7,56	7,53	7,59	7,58	7,61	7,63		
		Ra	2,20	2,20	2,20	2,20	2,20	2,19	2,12	2,14	2,14	2,17	2,18	2,17	2,17	2,17	2,16	2,15	2,18	2,16		
		Ry	7,60	7,68	7,66	7,81	7,76	7,81	7,92	7,92	7,94	7,62	7,64	7,66	7,85	7,82	7,78	7,82	7,78	7,81		
Rz		7,29	7,29	7,27	7,46	7,43	7,47	7,34	7,33	7,32	7,23	7,21	7,21	7,34	7,33	7,32	7,31	7,32	7,34			
Fina	Nova	CP	Rq	2,42	2,43	2,42	2,41	2,41	2,41	2,35	2,37	2,37	2,39	2,39	2,38	2,39	2,39	2,39	2,38	2,40	2,38	
			Rt	7,60	7,86	7,81	7,92	7,95	8,05	7,94	7,95	7,96	7,73	7,70	7,74	7,85	7,82	7,78	7,82	7,92	7,96	
			Ra	1,74	1,76	1,74	1,75	1,75	1,75	1,93	1,92	1,91	1,76	1,75	1,74	1,97	1,97	1,97	1,85	1,89	1,82	
			Ry	8,47	8,47	8,48	8,44	8,42	8,41	10,55	10,55	10,54	8,41	8,35	8,36	10,30	10,00	9,97	10,26	9,43	9,64	
		CE	Rz	8,04	8,04	8,04	8,38	8,34	8,34	9,24	9,27	9,22	8,22	8,20	8,21	9,73	9,62	9,66	8,80	8,72	8,67	
			Rq	2,10	2,11	2,11	2,12	2,12	2,12	2,39	2,39	2,38	2,13	2,12	2,11	2,53	2,53	2,53	2,31	2,34	2,28	
	Rt		8,47	8,47	8,48	8,89	8,89	8,86	10,55	10,55	10,54	8,66	8,58	8,59	10,31	10,07	10,04	10,26	9,63	9,85		
	Ra		0,80	0,78	0,78	0,81	0,82	0,82	0,75	0,77	0,78	0,79	0,79	0,79	0,79	0,76	0,77	0,82	0,83	0,81		
	CA	Ry	4,28	4,51	4,49	5,36	5,51	5,68	4,04	4,32	4,32	4,27	4,19	4,21	4,29	4,28	4,14	4,77	4,58	4,27		
		Rz	3,91	3,82	3,88	4,33	4,34	4,41	3,74	3,95	3,88	4,02	4,01	3,99	3,91	3,91	3,81	4,02	4,07	3,91		
		Rq	1,00	0,96	0,96	1,01	1,02	1,03	0,93	0,96	0,97	0,99	0,98	0,98	0,98	0,96	0,96	1,02	1,02	1,00		
		Rt	4,37	4,59	4,67	5,36	5,51	5,68	4,04	4,32	4,32	4,39	4,34	4,30	4,30	4,28	4,14	4,77	4,58	4,54		
Usada	CP	Ra	0,86	0,89	0,88	0,77	0,78	0,77	0,79	0,81	0,79	0,82	0,80	0,80	0,79	0,79	0,79	0,80	0,80	0,80		
		Ry	6,27	6,24	6,24	4,41	4,39	4,55	4,84	4,87	4,89	5,04	4,93	4,85	5,14	4,40	4,34	4,26	4,26	4,24		
		Rz	4,33	4,36	4,39	3,91	3,96	4,01	4,17	4,27	4,24	4,24	4,17	4,13	4,18	4,05	4,02	3,92	3,89	3,90		
		Rq	1,09	1,10	1,10	0,96	0,98	0,97	0,98	1,02	0,99	1,02	1,01	1,00	1,00	0,99	1,00	0,99	0,99	0,99		
	CA	Rt	6,27	6,24	6,24	4,55	4,39	4,55	5,02	5,02	5,05	5,20	4,95	4,85	5,15	4,57	4,58	4,53	4,51	4,49		
		Ra	1,68	1,68	1,67	1,83	1,84	1,83	1,70	1,76	1,76	1,80	1,84	1,84	1,62	1,62	1,62	1,72	1,73	1,72		
Fina	Usada	CP	Ry	8,67	8,72	8,68	9,29	9,32	9,29	8,62	8,67	8,66	8,25	8,50	8,53	8,47	8,62	8,29	9,24	9,22	9,23	
			Rz	7,12	7,16	7,13	8,36	8,36	8,38	7,70	7,83	7,79	7,61	7,73	7,63	7,11	7,10	7,06	7,75	7,79	7,78	
			Rq	1,98	1,99	1,98	2,20	2,21	2,20	2,04	2,10	2,10	2,10	2,14	2,14	1,92	1,92	1,92	2,06	2,07	2,07	
			Rt	9,38	9,54	9,45	9,72	9,74	9,67	9,25	9,16	9,11	8,91	8,78	8,81	9,08	9,16	8,85	9,91	9,93	9,91	
		CE	Ra	1,70	1,70	1,70	1,73	1,74	1,74	1,73	1,72	1,72	1,72	1,72	1,73	1,72	1,72	1,72	1,73	1,74	1,73	
			Ry	7,09	7,11	7,09	7,17	7,11	7,14	7,51	7,49	7,46	7,73	8,12	8,12	7,61	7,69	7,63	7,23	7,20	7,19	
Fina	Usada	CP	Rz	6,61	6,63	6,63	6,50	6,49	6,51	6,85	6,83	6,83	6,74	6,80	6,79	6,69	6,69	6,67	6,65	6,64	6,64	
			Rq	1,97	1,98	1,97	2,00	2,00	2,00	2,01	2,00	2,00	2,00	2,00	2,01	1,99	2,00	1,99	2,01	2,01	2,01	
			Rt	7,09	7,11	7,11	7,17	7,11	7,14	7,51	7,53	7,54	7,73	8,12	8,12	7,63	7,69	7,65	7,29	7,39	7,30	
			Ra	1,92	1,93	1,93	2,00	2,00	2,00	1,95	1,95	1,94	2,04	2,03	2,04	1,83	1,84	1,84	1,88	1,89	1,88	
		CA	Ry	8,01	8,00	8,00	8,31	8,30	8,26	8,29	8,24	8,22	8,07	8,05	8,09	7,80	7,81	7,83	8,48	8,47	8,21	
			Rz	7,36	7,34	7,32	7,72	7,67	7,68	7,45	7,47	7,46	7,50	7,50	7,52	7,24	7,25	7,25	7,53	7,46	7,45	
Fina	Usada	CP	Rq	2,20	2,21	2,21	2,28	2,28	2,28	2,21	2,21	2,21	2,30	2,30	2,30	2,11	2,11	2,11	2,17	2,17	2,17	
			Rt	8,01	8,00	8,00	8,65	8,59	8,63	8,29	8,24	8,22	8,17	8,11	8,11	7,83	7,83	7,86	8,48	8,47	8,25	
			CE	Ra	1,68	1,68	1,67	1,83	1,84	1,83	1,70	1,76	1,76	1,80	1,84	1,84	1,62	1,62	1,62	1,72	1,73	1,72
				Ry	8,67	8,72	8,68	9,29	9,32	9,29	8,62	8,67	8,66	8,25	8,50	8,53	8,47	8,62	8,29	9,24	9,22	9,23
		CA	Rz	7,12	7,16	7,13	8,36	8,36	8,38	7,70	7,83	7,79	7,61	7,73	7,63	7,11	7,10	7,06	7,75	7,79	7,78	
			Rq	1,98	1,99	1,98	2,20	2,21	2,20	2,04	2,10	2,10	2,10	2,14	2,14	1,92	1,92	1,92	2,06	2,07	2,07	



				Ensaio 3									Ensaio 4									Média
				Alinhamento 1			Alinhamento 2			Alinhamento 3			Alinhamento 1			Alinhamento 2			Alinhamento 3			
				M1	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3	M1	M2	M3	
Grossa	Nova	CP	Ra	1,10	1,13	1,13	1,53	1,52	1,52	1,26	1,26	1,26	1,58	1,62	1,62	1,46	1,44	1,43	1,35	1,34	1,35	1,428
			Ry	5,92	5,74	5,78	8,06	8,68	8,40	7,03	7,10	7,00	7,79	8,05	8,05	7,08	6,94	7,02	7,47	7,47	7,49	7,872
			Rz	5,16	5,11	5,12	6,73	6,72	6,72	6,05	6,06	6,05	7,29	7,45	7,43	6,47	6,39	6,40	6,39	6,32	6,34	6,600
			Rq	1,32	1,34	1,34	1,77	1,85	1,80	1,52	1,51	1,51	1,88	1,93	1,94	1,72	1,70	1,70	1,64	1,63	1,64	1,714
			Rt	5,96	5,77	5,78	8,06	8,68	8,40	7,07	7,10	7,12	8,72	8,67	8,69	8,28	7,90	7,96	7,55	7,47	7,49	8,164
		CE	Ra	1,29	1,29	1,29	1,35	1,36	1,48	1,11	1,12	1,10	1,31	1,33	1,30	1,39	1,41	1,66	1,50	1,49	1,49	1,358
			Ry	8,21	8,14	8,20	8,64	9,13	8,40	7,60	7,51	7,56	7,92	8,02	7,93	9,47	10,00	9,42	9,40	9,47	9,70	9,009
			Rz	6,00	5,97	5,98	7,44	6,88	7,10	5,70	5,67	5,67	6,60	6,68	6,61	7,07	6,71	7,65	7,86	7,85	7,93	6,865
			Rq	1,54	1,53	1,53	1,67	1,66	1,78	1,37	1,39	1,37	1,62	1,64	1,61	1,69	1,68	1,96	1,86	1,86	1,86	1,671
			Rt	8,21	8,14	8,20	9,05	9,37	9,70	7,60	7,51	7,56	8,26	8,26	8,22	9,47	10,60	9,42	9,77	9,83	10,16	9,248
		CA	Ra	1,43	1,42	1,42	1,22	1,18	1,22	1,37	1,03	1,43	1,40	1,56	1,51	1,40	1,44	1,44	1,42	1,42	1,42	1,351
			Ry	8,97	9,00	8,92	7,19	7,10	7,54	8,46	9,18	8,94	10,05	8,67	8,70	9,01	9,00	9,01	8,79	8,81	8,60	8,479
			Rz	7,05	6,98	6,90	6,40	6,31	6,54	6,51	5,57	6,41	6,87	6,87	6,60	7,23	7,70	7,68	7,00	7,06	6,94	6,805
			Rq	1,74	1,73	1,73	1,50	1,47	1,53	1,65	1,33	1,70	1,73	1,86	1,81	1,77	1,84	1,84	1,75	1,76	1,75	1,665
			Rt	9,61	9,70	9,65	7,48	7,70	8,29	8,58	9,18	8,94	10,05	8,73	8,70	9,46	9,46	9,35	8,79	8,92	8,85	8,804
Grossa	Usada	CP	Ra	1,83	1,83	1,83	1,72	1,70	1,70	1,71	1,73	1,72	1,90	1,89	1,91	1,92	1,93	1,94	1,89	1,89	1,90	1,844
			Ry	8,40	8,62	8,48	7,28	7,34	7,37	9,62	10,07	9,86	10,00	9,54	9,94	10,67	9,93	10,66	10,18	9,49	9,49	9,429
			Rz	7,66	7,68	7,64	6,63	6,68	6,67	7,59	7,65	7,66	8,32	8,08	8,32	8,22	8,22	8,51	8,07	8,04	8,03	7,862
			Rq	2,10	2,10	2,10	1,95	1,94	1,94	2,00	2,03	2,02	2,20	2,17	2,20	2,23	2,24	2,26	2,18	2,18	2,19	2,127
			Rt	9,18	9,17	9,17	7,48	7,57	7,59	9,62	10,07	9,86	10,72	9,93	10,92	11,07	11,41	11,65	10,18	9,49	9,56	9,906
		CE	Ra	2,05	2,04	2,04	2,08	2,08	2,08	2,04	2,04	2,03	2,03	2,03	2,02	2,03	2,07	2,08	2,07	2,07	2,07	2,061
			Ry	7,62	7,62	7,64	7,10	7,09	7,11	7,45	7,43	7,46	7,75	7,69	7,66	7,38	7,38	7,37	7,16	7,28	7,29	7,428
			Rz	7,12	7,09	7,12	6,97	7,00	6,98	7,07	7,09	7,09	7,21	7,13	7,11	7,04	7,21	7,18	6,96	6,97	6,98	7,081
			Rq	2,27	2,25	2,25	2,30	2,30	2,30	2,26	2,26	2,26	2,26	2,26	2,25	2,26	2,30	2,30	2,28	2,28	2,28	2,279
			Rt	7,89	7,95	7,94	7,22	7,29	7,31	7,65	7,65	7,68	7,91	7,93	7,84	7,43	7,70	7,59	7,30	7,38	7,40	7,643
		CA	Ra	2,19	2,19	2,17	2,19	2,19	2,19	2,17	2,16	2,16	2,17	2,16	2,15	2,15	2,14	2,15	2,12	2,12	2,13	2,167
			Ry	7,44	7,91	7,54	7,49	7,48	7,50	7,89	7,86	7,76	7,65	7,58	7,56	8,06	8,02	7,99	7,56	7,49	7,41	7,724
			Rz	7,30	7,41	7,36	7,28	7,28	7,25	7,19	7,18	7,15	7,26	7,22	7,22	7,38	7,41	7,40	7,24	7,25	7,25	7,301
			Rq	2,40	2,41	2,39	2,41	2,41	2,41	2,39	2,37	2,37	2,38	2,37	2,36	2,38	2,37	2,38	2,35	2,35	2,36	2,387
			Rt	7,94	8,13	7,94	7,77	7,83	7,83	7,89	7,86	7,76	7,75	7,68	7,67	8,06	8,02	7,99	7,74	7,75	7,70	7,852
Fina	Nova	CP	Ra	1,79	1,80	1,80	1,72	1,72	1,72	1,96	1,97	1,96	1,80	1,80	1,80	2,07	2,06	2,06	1,78	1,78	1,77	1,843
			Ry	8,85	8,82	8,84	8,31	8,44	8,40	10,16	10,42	10,36	9,16	9,15	9,06	9,85	9,78	9,84	8,56	8,59	8,54	9,227
			Rz	8,56	8,54	8,50	7,77	7,84	7,83	9,46	9,54	9,53	8,44	8,45	8,38	9,65	9,64	9,67	8,10	8,11	8,10	8,690
			Rq	2,25	2,27	2,27	2,06	2,07	2,07	2,43	2,44	2,44	2,21	2,21	2,20	2,56	2,56	2,55	2,18	2,18	2,17	2,273
			Rt	9,05	9,04	8,98	8,58	8,69	8,74	10,23	10,46	10,40	9,64	9,64	9,61	9,96	9,94	10,00	8,73	8,76	8,69	9,412
		CE	Ra	0,77	0,77	0,78	0,84	0,85	0,85	0,81	0,78	0,77	0,75	0,75	0,77	0,79	0,78	0,77	0,88	0,85	0,83	0,796
			Ry	4,12	4,11	4,23	5,54	5,17	5,15	3,92	3,96	3,92	4,02	3,95	4,23	4,54	4,57	4,59	5,36	5,08	5,14	4,531
			Rz	3,84	3,79	3,84	4,12	4,19	4,16	3,80	3,79	3,75	3,83	3,75	3,84	4,04	4,09	4,05	4,34	4,15	4,07	3,982
			Rq	0,95	0,95	0,96	1,03	1,05	1,05	1,00	0,96	0,95	0,94	0,93	0,95	1,00	0,99	0,98	1,09	1,06	1,03	0,989
			Rt	4,18	4,11	4,24	5,54	5,19	5,15	4,04	4,06	4,00	4,24	4,15	4,30	4,61	4,67	4,74	5,36	5,14	5,21	4,595
		CA	Ra	0,84	0,83	0,84	0,84	0,84	0,83	0,83	0,80	0,79	0,87	0,82	0,82				0,90	0,94	0,94	0,826
			Ry	5,44	5,36	5,41	4,42	4,41	4,31	4,00	3,89	3,95	4,78	4,74	4,84	5,58	5,55	5,63	4,74	5,90	6,73	4,940
			Rz	4,41	4,42	4,50	3,95	4,00	3,97	3,90	3,81	3,78	4,26	4,12	4,10	4,76	4,71	4,75	4,49	4,83	4,78	4,213
			Rq	1,05	1,04	1,05	1,04	1,03	1,03	1,04	1,01	0,99	1,08	1,02	1,02	1,31	1,30	1,30	1,12	1,17	1,18	1,054
			Rt	5,57	5,58	5,60	4,42	4,59	4,40	4,06	4,03	4,03	4,78	4,74	4,84	5,89	5,77	5,88	5,11	6,42	6,78	5,074
Fina	Usada	CP	Ra	1,74	1,73	1,74	1,84	1,83	1,82	1,71	1,72	1,72	1,95	1,95	1,95	1,96	1,96	1,95	1,68	1,68	1,68	1,774
			Ry	9,26	9,40	9,10	8,91	8,83	8,79	10,08	10,06	10,22	9,30	9,36	9,34	9,78	9,34	9,31	8,54	8,71	8,76	9,038
			Rz	7,59	7,63	7,56	7,80	7,76	7,78	8,35	8,49	8,71	8,17	8,15	8,13	8,00	7,94	7,88	7,36	7,39	7,40	7,763
			Rq	2,05	2,05	2,05	2,16	2,16	2,16	2,10	2,11	2,13	2,30	2,31	2,31	2,26	2,26	2,25	1,98	1,99	1,99	2,104
			Rt	9,26	9,40	9,10	9,26	9,13	9,19	11,38	11,47	11,82	10,94	10,92	10,90	10,60	10,22	10,24	8,99	9,03	9,06	9,702
		CE	Ra	1,77	1,78	1,77	1,75	1,74	1,73	1,76	1,75	1,75	1,70	1,70	1,70	1,71	1,71	1,70	1,73	1,72	1,71	1,728
			Ry	7,34	7,50	7,44	7,61	7,48	7,42	7,10	7,19	7,15	7,15	7,44	7,43	7,08	7,08	7,11	7,13	7,08	7,07	7,347
			Rz	6,82	6,84	6,83	6,75	6,76	6,69	6,77	6,76	6,76	6,62	6,68	6,66	6,50	6,52	6,54	6,73	6,69	6,68	6,689
			Rq	2,05	2,05	2,05	2,02	2,01	2,00	2,04	2,03	2,03	1,98	1,98	1,97	1,98	1,98	1,98	2,01	2,00	1,99	2,003
			Rt	7,38	7,50	7,44	7,61	7,53	7,55	7,22	7,23	7,21	7,20	7,44	7,43	7,38	7,40	7,37	7,28	7,23	7,20	7,412
		CA	Ra	1,95	1,94	1,94	1,86	1,89	1,89	1,93	1,94	1,94	1,94	1,93	1,93	1,89	1,90	1,90	1,79	1,80	1,81	1,918
			Ry	8,11	8,07	8,08	7,98	7,94	7,85	8,02	8,01	8,02	8,38	8,35	8,35	8,06	8,11	8,10	8,09	8,12	8,17	8,118
			Rz	7,35	7,29	7,29	7,33	7,42	7,42	7,70	7,69	7,70	7,59	7,55	7,54	7,48	7,49	7,50	7,54	7,58	7,56	7,478
			Rq	2,24	2,23	2,23	2,15	2,18	2,18	2,22	2,23	2,23	2,23	2,22	2,22	2,17	2,17	2,18	2,08	2,09	2,11	2,200
			Rt	8,11	8,07	8,08	8,19	8,34	8,23	8,42	8,40	8,40	8,55	8,48	8,44	8,34	8,35	8,37	8,43	8,29	8,29	8,264



Utilizando o valor médio de cada condição de ruído, é possível calcular o valor de média e variância de cada variável de resposta nas diversas condições de ruído. Este resultado está representado na **tabela 4.50**.

	$\mu_i$	$s_i^2$
$R_a$	1,591	0,199
$R_y$	7,762	2,496
$R_z$	6,777	1,918
$R_q$	1,872	0,217
$R_t$	8,006	2,861

Tabela 4.50 – Valores calculados de  $\mu_i$  e  $s_i^2$  para cada variável de resposta nas diversas condições de ruído

Estes valores de  $\mu_i$  e  $s_i^2$  calculados para cada variável de resposta devem ser comparados aos valores esperados para o ponto ótimo indicado pelo método de otimização dual proposto. No entanto, conforme discutido anteriormente, esta comparação deve levar em consideração o efeito do arredondamento das variáveis de controle. A **tabela 4.51** apresenta o resultado obtido para o experimento de confirmação.

	$V_c$	$f_n$	$a_p$	$R_a$	$R_y$	$R_z$	$R_q$	$R_t$	$s^2 R_a$	$s^2 R_y$	$s^2 R_z$	$s^2 R_q$	$s^2 R_t$	$MRR$
<b>Indicado</b>	344,549	0,086	0,676	1,692	10,096	8,168	2,036	9,986	0,387	33,439	16,602	0,553	34,178	20,000
<b>Adotado</b>	345,000	0,086	0,680	1,694	10,126	8,189	2,039	10,010	0,398	33,734	16,987	0,569	34,547	20,077
<b>Resultados Obtidos</b>				1,591	7,762	6,777	1,872	8,006	0,199	2,496	1,918	0,217	2,861	20,176
$\Delta$				-6,1%	-23,3%	-17,2%	-8,2%	-20,0%	-49,9%	-92,6%	-88,7%	-61,8%	-91,7%	0,5%

Tabela 4.51 – Comparação dos resultados obtidos com os valores esperados

É possível verificar que os resultados obtidos no experimento de confirmação são satisfatórios para este grupo de análise. Novamente, os modelos matemáticos adotados se mostraram adequados, uma vez que o comportamento das variáveis de resposta foi previsto com sucesso. O método de otimização também se mostrou capaz de indicar um ponto ótimo robusto (no alvo com mínima variação), com a produtividade mínima desejada sendo alcançada. Todas as variáveis de resposta consideradas atingiram valores próximos ou abaixo dos seus respectivos alvos.

## 5. Conclusões

Devido à crescente exigência por parte dos consumidores finais, além das necessidades das próprias instituições responsáveis pelos processos de manufatura, um número cada vez maior de características de qualidade deve ser considerado nos produtos ou processos de manufatura. Desta forma, a necessidade de um método quantitativo que auxilie o gestor na otimização simultânea de múltiplas características de qualidade dos processos e produtos é cada vez mais evidente e, até o momento, não completamente satisfeita.

O método *Desirability* proposto por Derringer e Suich (1980) é tradicionalmente aceito tanto pela comunidade acadêmica quanto pelo setor industrial. Sua facilidade de aplicação é singular. O grande problema do método *Desirability* é que este assume a independência das variáveis de resposta e não explora a estrutura de correlação entre elas. Além disso, a escolha subjetiva dos pesos das funções  $d_i$  individuais por parte do gestor pode acarretar em falhas na obtenção do ponto ótimo. Também é difícil afirmar qual é o valor esperado de  $D$ , exceto que quanto maior ele for, tanto melhor será para o processo.

No entanto, a negligência ou o desconhecimento da estrutura de correlação entre as variáveis de resposta, ou ainda, a incapacidade dos métodos de otimização de múltiplas respostas em considerarem a existência desta correlação, pode conduzir à determinação de ótimos inapropriados (Khuri e Conlon, 1981; Bratchell, 1989). Assim, Paiva (2008), Paiva *et al.* (2009) e Paiva *et al.* (2010) propuseram o método EQMM para a otimização simultânea de múltiplas respostas correlacionadas. Este método aglutina as múltiplas funções objetivo utilizando *DOE*, *MSR* e *ACP*, reduzindo drasticamente a dimensionalidade do problema de otimização e determinando uma solução de compromisso entre as resposta de interesse. É um método não trivial, porém, vem sendo aplicado na otimização de alguns processos de manufatura, sempre se mostrando bastante eficiente.

Esta pesquisa apresentou um novo método de otimização de múltiplas respostas duais. Este método pode ser entendido como uma adaptação do método EQMM para a otimização simultânea de múltiplas variáveis duais e foi denominado EQMM Dual. Nele, busca-se determinar um conjunto de variáveis de controle que minimizem o erro quadrático médio das variáveis de resposta que compõem o bloco de variâncias e que levem as variáveis do bloco de médias a assumirem valores iguais aos alvos pré-determinados, tornando o processo insensível a variações incontroláveis (variáveis de ruído). Este método, assim com o EQMM,

também considera em sua análise a estrutura de correlação existente entre as variáveis de interesse.

Com relação ao método EQMM Dual proposto neste trabalho, alguns pontos devem ser destacados:

- A atividade de otimização individual das variáveis de resposta demonstra claramente o conflito existente entre estas variáveis na determinação de um ponto ótimo comum. Cada variável de resposta possui um ponto ótimo específico e isto ocorre mesmo entre as variáveis fortemente correlacionadas. Determinar um ponto ótimo comum é uma tarefa árdua e freqüentemente uma variável (ou um conjunto de variáveis) é penalizada em detrimento das demais.
- Os resultados da etapa de otimização simultânea utilizando o método EQMM Dual se mostraram bastante satisfatórios, uma vez que para os dois grupos de análise foram obtidos valores para as variáveis do bloco de médias próximas aos valores alvos definidos anteriormente, além de baixos valores para as variáveis do bloco de variâncias.
- Ainda durante a etapa de otimização simultânea, pode-se notar a proximidade significativa existente entre o ponto ótimo indicado pelo método EQMM Dual e aqueles indicados pelos métodos EQMM e *Desirability*. No entanto, mesmo considerando esta proximidade entre os pontos ótimos indicados pelos diferentes métodos de otimização, deve-se salientar que, para o primeiro grupo de análise, o EQMM Dual proporcionou aumento da *MRR* e diminuição geral da variância e, para ambos os grupos de análise, proporcionou aumento da  $V_c$ .
- Os experimentos de confirmação demonstraram que o método EQMM Dual possui boa previsibilidade para o comportamento das variáveis de resposta, apesar da influência das variáveis de ruído. O método foi capaz de indicar um ponto ótimo que proporcione uma solução de compromisso entre as diversas variáveis de resposta.
- A limitação do método apresentado é que devido ao arranjo experimental adotado, a influência das variáveis de ruído não está evidente através dos modelos matemáticos gerados para as variáveis de resposta. A sua influência somente é percebida através do erro de previsão dos modelos.
- Outra limitação do método apresentado é que, assim como o método EQMM, o

EQMM Dual é um método complexo e não trivial.

- A correta escolha do ponto de partida durante a etapa de otimização é atividade importante para o algoritmo GRG utilizado, pois diferentes resultados podem ser obtidos caso sejam escolhidas diferentes origens. Este fato é comum quando se aplica este algoritmo a algumas funções com elevado grau de não-linearidade. O algoritmo pode indicar como ponto ótimo um mínimo local, porém, não garante que este ponto seja o mínimo global do sistema. Outro algoritmo, como por exemplo, o algoritmo genético, poderia ser utilizado para suprir esta deficiência.
- Devido à facilidade de acesso dos gestores ao algoritmo GRG, optou-se por estabelecer a estratégia de múltiplos pontos iniciais. Nesta estratégia, o método calcula o ponto ótimo partindo de vários pontos iniciais. Os resultados são armazenados e comparados, adotando-se o melhor resultado como ponto ótimo do problema.

É necessário considerar, entretanto, que a qualidade dos resultados obtidos com a presente abordagem não pode ser extrapolada para diferentes materiais, ferramentas ou máquinas e são válidos para a faixa de níveis adotados. Pode-se, todavia, em virtude dos resultados obtidos neste trabalho, recomendá-lo na otimização de quaisquer processos de manufatura.

## 5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Este trabalho está focado no entendimento, dentro de certos limites, de um processo de manufatura particular, o torneamento do aço de corte fácil ABNT 12L14 em operações de acabamento, utilizando ferramenta de metal duro, através de estratégias e algoritmos de otimização específicos. A escolha destas particularidades tem o intuito de estudar o método de otimização de múltiplas respostas correlacionadas proposto neste trabalho, utilizando os recursos disponíveis. No entanto, outros aspectos poderiam ser considerados em trabalhos futuros na tentativa de aperfeiçoar o método ou verificar suas limitações, tais como:

- Outros processos de manufatura, tais como, fresamento, retificação, furação, alargamento ou ainda aquecimento, soldagem, estampagem e forjamento poderiam ser estudados, ampliando o histórico de aplicação do método.
- Adotar e discutir um processo que inclua respostas com sentidos diferentes de otimização, avaliando o comportamento do método frente a esta nova situação, através da análise de sensibilidade.

- Outras combinações com diferentes materiais, equipamentos ou ferramentas também caracterizam novos trabalhos e aumento do conhecimento a respeito do método proposto.
- Simular diferentes sistemas com variáveis de resposta geradas via software (com correlação forte, moderada, média ou mista) e aplicar o método, analisando seu comportamento nas diversas situações sem a necessidade de utilizar recursos físicos. Assim, pode haver redução de custo para a execução da análise.
- Considerar arranjos combinados, evidenciando-se possíveis interações entre fatores de controle e ruído.
- Outros algoritmos de otimização, tais como, algoritmos genéticos, programação quadrática seqüencial, *simulated annealing* e outros poderiam ser avaliados, buscando a localização eficaz do ponto ótimo global.
- Considerar a incerteza de medição na análise do banco de dados e na determinação dos modelos matemáticos que representem adequadamente as variáveis de respostas.
- Considerar a possibilidade de inclusão da ponderação das respostas originais, capacitando o método a diferenciar a importância relativa de cada resposta.
- Utilizar métodos de extração de componentes rotacionados (Varimax), com o intuito de reduzir o erro de previsão.
- O desenvolvimento de um software computacional específico para a solução dos problemas de otimização de múltiplas respostas, com uma interface mais amigável, poderia ser considerado, abrangendo o método proposto e contemplando todo o referencial teórico envolvido nesta pesquisa.

Outro tipo de trabalho também poderia ser proposto considerando uma possível aplicação prática do método de otimização para o processo de torneamento de acabamento. Para tanto, talvez fosse interessante simplificar o sistema e considerar uma estratégia alternativa. Em outras palavras, poderia ser proposto um sistema de otimização que considere apenas duas variáveis de controle, a saber,  $V_c$  e  $f$ , pois estas são as variáveis que realmente influenciam a operação de torneamento de acabamento. Neste caso, poderia ser determinado qual é o valor de  $V_c$  e  $f$  que obtenha máxima produtividade, considerando o tempo de operação total, e não simplesmente a  $MRR$ , além de obedecer às restrições de qualidade da peça, ou seja, rugosidade abaixo da especificação do cliente para o produto.

## Apêndices

### Apêndice 1 – Orientação aos Gestores

Como orientação aos gestores, os seguintes passos devem ser adotados na tentativa de otimização de um sistema:

- Identificar as variáveis que representam satisfatoriamente o sistema que se pretende otimizar e verificar a possível existência de correlação entre suas variáveis de resposta;
- Caso não seja detectada a estrutura de correlação entre as respostas, métodos tradicionais como o *Desirability*, podem ser adotados. Caso seja detectada a estrutura de correlação entre as respostas, métodos como o EQMM e o EQMM Dual podem ser adotados;
- A escolha do algoritmo para a busca de solução do problema deve levar em consideração a complexidade do problema, a não linearidade das variáveis e as ferramentas disponíveis. A adoção do GRG é mais comum em virtude de sua disponibilidade em softwares amplamente difundidos, como é o caso do Excel<sup>®</sup>. Em caso de adoção do GRG, a estratégia dos múltiplos pontos iniciais supre sua limitação na determinação do ponto ótimo global do sistema.
- Após a determinação do ponto ótimo do sistema, deve-se executar o experimento de confirmação para a verificação dos resultados.

## 6. Referências Bibliográficas

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6405: Rugosidade das superfícies. Rio de Janeiro, 1985.
- BAPTÍSTA, A. L. B. et al. Melhoria das propriedades mecânicas e usinabilidade de ligas de alumínio centrifugadas. Projeto EEIMVR/ETPC, Volta Redonda - RJ.
- BERTRAND, C., DEL SOLAR, M. Can we survive without Leaded Steels? 4<sup>th</sup> International Conference on Behavior of Materials in Machining: Opportunities and Prospects for Improved Operations. IOM Communications Ltd. ISBN 1-86125-086-X. London, pp. 123-132, 1998.
- BOX, G. E. P., DRAPER, N. R. Empirical Model-Building and Response Surfaces. John Wiley & Sons, 1 ed., p. 650, 1987.
- BRATCHELL, N. Multivariate Response Surface Modeling by Principal Components Analysis. Journal of Chemometrics, v 3, pp. 579-588, 1989.
- BREYFOGLE III, F. W. Implementing six Sigma: Smarter Solution Using Statistical Methods. John Wiley & Sons, Inc., Nova York, 790 p, 1999.
- BRYMAN, A. Research methods and organization studies (contemporary social research), Routledge, 1<sup>st</sup> edition, London, 1989.
- BUSACCA, G. P., MARSEGUERRA, M., ZIO, E. Multiobjective optimization by genetic algorithms: application to safety systems. Reliab. Eng. Syst. Safety, n. 72, pp. 59-74, 2001.
- CH'NG, C. K., QUAH, S. H., LOW, H. C. Index Cpm in Multiple Response Optimization. Quality Engineering, n. 17, p. 165-171, 2005.
- CHEN, L. Integrated robust design using response surface methodology and constrained optimization. Waterloo, Ontario, Canada, 129p. Master of Applied Science in Systems Design Engineering. University of Waterloo, 2008.
- CHIAO, C. H., HAMADA, M. Analyzing experiments with correlated multiple responses. Journal of Quality Technology, v. 33, n. 4, pp. 451-465, 2001.
- CHO, B. R., PARK, C. Robust design modeling and optimization with unbalanced data. Computers & Industrial Engineering, v. 48, pp. 173-180, 2005.
- DERRINGER, G., SUICH, R. Simultaneous Optimization of Several Response Variables. Journal of Quality Technology, v 12, n 4, pp.214-219, 1980.
- DHAVLIKAR, M. N., KULKARNI, M. S., MARIAPPAN, V. Combined Taguchi and dual response method for optimization of a centerless grinding operation. Journal of Materials Processing Technology, n. 132, pp. 90-94, 2003.
- DING, R., LIN, D. K. J., WEI, D. Dual-response surface optimization: A weighted MSE approach. Quality Engineering, v. 16, n. 3, pp. 377-385, 2004.
- DINIZ, A. E., MARCONDES, F. C., COPPINI, N. L. Tecnologia da usinagem dos materiais, Editora Artliber, p. 262, 2008.

FACCIO, I. Investigação sobre o acabamento superficial de usinagens com altíssimas velocidades de corte. Dissertação de Mestrado – Escola Politécnica, USP, São Paulo, 2003.

FERRARESI, D. Fundamentos da Usinagem dos Materiais, Editora Edgard Blücher Ltda, São Paulo, p. 751, 1977.

FUNG, C. P., KANG, P. C. Multi-response optimization in friction properties of PBT composites using Taguchi method and principle component analysis. *Journal of Materials Processing Technology*, doi: 10.1016/j.jmatprotec.2005.06.040, 2005.

HARRY, M., SCHROEDER, R. Six Sigma: the breakthrough management strategy revolutionizing the World's Top Corporations. 2nd ed., Randon House, New York, 2000.

HOTELLING, H. Analysis of a complex of statistical variables into principal components. *Journal of Educational Psychology*, v. 24, pp. 417-441, 1933.

JOHNSON, R. A., WICHERN, D. W. Applied multivariate statistical analysis, New Jersey: Prentice-Hall Inc., 5 ed., p. 797, 2002.

KAZEMZADEH, R. B., BASHIRI, M., ATKINSON, A. C., NOOROSSANA, R. A general framework for multiresponse optimization problems based on goal programming. *European Journal of Operational Research*, doi: 10.1016/j.ejor.2007.05.030, 2007.

KHURI, A. I., CONLON, M. Simultaneous optimization of multiple responses represented by polynomial regression functions. *Technometrics*, v 23, n 4, pp. 363-375, 1981.

KHURI, A. I., CORNELL, J. A. Response surfaces: designs and analyse. Marcel Dekker Inc, 2 ed, New York, USA, 510p., 1996.

KIM, D., RHEE, S. Optimization of GMA welding process using the dual response approach. *International Journal of Production Research*, v. 41, n. 18, pp. 4505-4515, 2003.

KIM, D., RHEE, S. Optimization of a gas metal arc welding process using the desirability function and the genetic algorithm. *Journal Engineering Manufacture*, v. 218, part B, 2004.

KLUJSZO, L. A. C., SOARES, R. B. Novos desenvolvimentos de aços de usinabilidade melhorada. *Revista máquinas e metais*, abril 2003.

KÖKSOY, O. Multiresponse robust design: Mean square error (MSE) criterion. *Applied Mathematics and Computation*, n.175, pp. 1716-1729, 2006.

KÖKSOY, O. A nonlinear programming solution to robust multi-response quality problem. *Applied Mathematics and Computation*. doi: 10.1016/j.amc.2007/06.023, 2007.

KÖKSOY, O., DOGANAKSOY, N. Joint Optimization of Mean and Standard Deviation Using Response Surface Methods. *Journal of Quality Technology*, v. 35, n. 3, pp. 237-334, 2003

KÖKSOY, O., YALCINOZ, T. Mean square error criteria to multiresponse process optimization by a new genetic algorithm. *Applied Mathematics and Computation*., n. 175, pp. 1657-1674, 2006.



- KÖKSOY, O., YALCINOZ, T. Robust design using Pareto type optimization: A genetic algorithm with arithmetic crossover. *Computers & Industrial Engineering*, n. 55, pp. 208-218, 2008.
- LASDON, L. S., JAIN, A. D. A., RATNER, M. Design and testing of a Generalized Reduced Gradient Code for nonlinear programming. *ACM Trans. Math. Soft.*, 4 (1) 34-50, 1978.
- LIAO, H. C. Multi-response optimization using weighted principal componente. *International Journal Adv. Manuf. Technol*, n. 27, pp. 720-725, 2006.
- LIN, D. K. J., TU, W. Dual response surface optimization. *Journal of Quality Technology* n. 27, pp. 34-39, 1995.
- LUENBERGER, D. G. Linear and nonlinear programming. Second Ed., Addison-Wesley, Rading, MA, 1989.
- MACHADO, A. R. Investigação com vistas ao desenvolvimento de aços de corte livre alternativos sem adição de chumbo. Rede de Pesquisa de Materiais Avançados de Usinabilidade Melhorada – Sub-Projeto Tema 1, 2004.
- MACHADO, A. R., ABRÃO, A. M., COELHO, R. T., SILVA, M. B. Teoria da usinagem dos materiais. Editora Blucher, p. 371, 2009.
- MONTGOMERY, D. C. Design and analysis of experiments. Fourth ed., Wiley, New York, 2001.
- MONTGOMERY, D. C., RUNGER, G. C. Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros. LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2 ed., p. 570, 2003.
- MURPHY, T. E., TSUI, K. L., ALLEN, J. K. A review of robust design methods for multiple responses. *Research in Engineering Design*, v 15, pp. 201-215, 2005.
- MYERS, R. H., MONTGOMERY, D. C. Response Surface Methodology: process and product optimization using design of experiments. 2 ed, Wiley – Interscience, New York, USA, 700p., 1995.
- MYERS, R. H., MONTGOMERY, D. C., VINNING, G. G. Generalized Linear Models, New York, Wiley, 2002.
- NAIR, V. N., TAAM, W., YE, K. Q. Analysis of functional responses from robust design studies. *Journal of Quality Technology*, v. 34, n. 4, pp. 355-370, 2002.
- NAKAYAMA, K. *et al.* Relationship between cutting forces, temperature, built-up edge and surface finish. *Annals of CIRP*, v. 14, p. 211-223, 1966.
- NEWBOLD, P. CARLSON, W. L., THORNE, B. Statistics for business and economics, 5<sup>th</sup> Edition, Prentice Hall, 2002.
- OZEL, T., KARPAT, Y. Predictive modeling of surface roughness and tool wear in hard turning using regression and neural networks. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, v. 45, issues 4-5, pp. 467-479, 2005.

PAIVA, A. P. Metodologia de Superfície de Resposta e Análise de Componentes Principais em otimização de processos de manufatura com múltiplas respostas correlacionadas. Tese de Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UNIFEI, Itajubá, 2006.

PAIVA, A. P., FERREIRA, J. R., BALESTRASSI, P. P. A multivariate hybrid approach applied to AISI 52100 hardened steel turning optimization. *Journal of Material Processing Technology*, n. 189, pp. 26-35, 2007.

PAIVA, A. P., PAIVA, E. J., FERREIRA, J. R., BALESTRASSI, P. P., COSTA, S. C. A multivariate mean square error optimization of AISI 52100 hardened steel turning. *International Journal Adv. Manuf. Technol*, DOI 10.1007/s00170-008-1745-5, 2009.

PAIVA, A. P., COSTA, S. C., PAIVA, E. J., BALESTRASSI, P. P., FERREIRA, J. R. Multi-objective optimization of pulsed gas metal arc welding process based on weighted principal component scores. *International Journal Adv. Manuf. Technol*, DOI 10.1007/s00170-009-2504-y, 2010.

PAIVA, E. J. Otimização de processos de manufatura com múltiplas respostas baseada em índices de capacidade. Itajubá, 119p. Dissertação de Mestrado – UNIFEI, Itajubá, 2008.

QUESADA, G. M., DEL CASTILLO, E. A dual-response approach to the multivariate robust parameter design problem. *Technometrics*, v. 46, n. 2, pp. 176-187, 2004.

RENCHE, A.C. *Methods of Multivariate Analysis*. John Wiley and Sons, 2 ed., 740p., 2002.

RIBEIRO, J. L. D., FOGLIATTO, F. S., CATEN, C. S. Minimizing manufacturing and quality costs in multiresponse optimization. *Quality Engineering* n.13, pp. 191-201, 2001.

ROMANO, D., VARETTO, M., VICARIO, G. Multiresponse robust design: A general framework based on combined array. *Journal of Quality Technology*, v. 36, n. 1, pp. 27-37, 2004.

SHOUCKRY, A. S. The effect of cutting conditions on dimensional accuracy. *Wear*, v. 80, p. 197-205, 1982.

SU, C. T., TONG, L. I. Multi-response robust design by principal component analysis. *Total Quality Management*, v. 8, n. 6, pp. 409-416, 1997.

TANG, L. C., XU, K. A unified approach for dual response surface optimization. *Journal of Quality Technology*, v. 34, n. 4, pp. 437-447, 2002.

TONG, L. I., WANG, C. H., CHEN, H. C. Optimization of multiple response using principal component analysis and technique for order preference by similarity to ideal solution. *International Journal Adv. Manuf. Technol*, n. 27, pp. 407-414, 2005.

TZENG, Y. A hybrid approach to optimise multiple performance characteristics of high-speed computerised numerical control milling tool steels. *Materials and Design*, v. 28, pp. 36-46, 2007.

VAN GYSEGHEM, E., JIMIDAR, M., SNEYERS, R., REDLICH, D., VERHOEVEN, E., MASSART, D. L., VANDER HEYDEN, Y. Selection of Reversed-Phase Liquid

Chromatographic Columns with Diverse Selectivity Towards the Potential Separation of Impurities in Drugs. *Journal of Chromatography A*, n 1042, pp. 69-80, 2004.

VINING, G. G., MYERS, R. H. Combining Taguchi and response surface philosophies: a dual response approach. *Journal of Quality Technology* 22:38-45, 1990.

WU, F. C. Optimization of correlated multiple quality characteristics using desirability function. *Quality Engineering*, v. 17, n. 1, pp. 119-126, 2005.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)