



**COPPE/UFRJ**

APLICAÇÃO DA TRANSFORMADA DE HILBERT-HUANG PARA O ESTUDO  
DE ONDAS MEDIDAS POR PUV

Theo Garcia Rolim de Moura

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador(es): José Claudio de Faria Telles  
Claudio Freitas Neves

Rio de Janeiro  
Março de 2010

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

APLICAÇÃO DA TRANSFORMADA DE HILBERT-HUANG PARA O  
ESTUDO DE ONDAS MEDIDAS POR PUV

Theo Garcia Rolim de Moura

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO  
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE  
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE  
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A  
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA  
CIVIL.

Aprovada por:

---

Prof. José Claudio de Faria Telles, Ph.D.

---

Prof. Claudio Freitas Neves, Ph.D

---

Prof. Roberto de Oliveira Fernandes, D.Sc

---

Prof. Ada Cristina Scudelari, D.Sc

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

MARÇO DE 2010

Moura, Theo Garcia Rolim de

Aplicação da Transformada de Hilbert-Huang para o  
Estudo de Ondas Medidas por PUV/Theo Garcia Rolim  
de Moura. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2010.

XVI, 119 p.: il.; 29, 7cm.

Orientadores: José Claudio de Faria Telles

Claudio Freitas Neves

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de  
Engenharia Civil, 2010.

Referências Bibliográficas: p. 116 – 119.

1. Ondas de gravidade. 2. Análise de dados. 3.  
Transformada de Hilbert-Huang. I. Telles, José Claudio  
de Faria *et al.*. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro,  
COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

*Dedico a todas as pessoas que, de  
alguma forma, ajudaram no  
desenvolvimento dessa  
dissertação.*

# Agradecimentos

Gostaria de agradecer primeiramente à minha família, em especial minha mãe e meu pai, por todo o apoio, compreensão e paciência concedida, não apenas durante o desenvolvimento desse trabalho, mas sim ao longo dos meus 26 anos.

Ao meu co-orientador professor Cláudio Freitas Neves, grande professor e pesquisador, com quem tive o privilégio de desenvolver não apenas um trabalho de pesquisa como também uma grande amizade. Muito obrigado pelos seus ensinamentos, até mesmo pelas discussões matinais aos sábados, as vezes até aos domingos!!!!

Agradeço também ao meu orientador José Cláudio de Faria Telles pelo apoio e confiança depositada em minha pessoa para desenvolver esse trabalho.

A todos meus amigos e colegas da COPPE.

À FAPERJ por ter concedido minha bolsa de estudos.

Finalmente agradeço à mãe natureza e sua perfeição!!! As ondas, minha paixão, meu foco de estudo e lazer. Minha filosofia de vida!!!

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

APLICAÇÃO DA TRANSFORMADA DE HILBERT-HUANG PARA O  
ESTUDO DE ONDAS MEDIDAS POR PUV

Theo Garcia Rolim de Moura

Março/2010

Orientadores: José Claudio de Faria Telles

Claudio Freitas Neves

Programa: Engenharia Civil

Este trabalho apresenta uma técnica para análise de séries temporais não lineares e não estacionárias, a transformada de Hilbert-Huang (HHT), método que consiste na decomposição da série temporal em funções intrínsecas (IMF) seguida da obtenção de amplitudes e frequências instantâneas. É proposto aqui a aplicação da HHT para o estudo de ondas geradas por vento. Discutem-se as características não lineares e não estacionárias de ondas de gravidade, abordando-se aspectos teóricos sobre interações onda-onda, especialmente as velocidades horizontais. Compara-se esta técnica com a análise espectral de Fourier, discutindo-se as limitações de ambas. Em termos direcionais, a discussão enfatiza os padrões de velocidades horizontais gerados pela presença de ondas, não lineares, com diferentes direções de propagação. Para demonstrar a aplicação da HHT, foi realizada uma série de experimentos, incluindo séries temporais sintéticas e séries reais, medidas por um PUV. Tais experimentos indicam que a HHT pode ser uma alternativa a contornar problemas associados às limitações da transformada de Fourier.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

APPLICATION OF HILBERT-HUANG TRANSFORM TO STUDY WAVES  
MEASURED BY PUV.

Theo Garcia Rolim de Moura

March/2010

Advisors: José Claudio de Faria Telles

Claudio Freitas Neves

Department: Civil Engineering

This work presents a technique for analysing non-linear, non-stationary time series, called Hilbert-Huang transform, method based on the decomposition of the time series into intrinsic mode functions (IMF), and obtains the respective instantaneous amplitudes and frequencies. The HHT is applied to study wind waves. The non-linear and non-stationary properties of gravity waves are discussed, treating the theoretical aspects of wave-wave interactions, mainly the horizontal velocities. This technique is compared to the Fourier spectral analysis, discussing the limitations of both ones. Regarding directional analysis, the discussion emphasizes the patterns of horizontal velocities which result from non-linear, multidirectional waves. In order to demonstrate the application of HHT, a series of experiments was conducted, including both synthetic and observed time series measured by PUV. These experiments indicate that HHT can be a good alternative to Fourier analysis.

# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>x</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xvi</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Ondas de gravidade</b>	<b>3</b>
2.1 Formulação do problema . . . . .	3
2.2 Aspectos não lineares de ondas de gravidade . . . . .	7
2.2.1 Mecanismo de ressonância . . . . .	15
<b>3 Análise de séries temporais</b>	<b>22</b>
3.1 Análise direcional de ondas de gravidade . . . . .	23
<b>4 Transformada de Hilbert-Huang</b>	<b>32</b>
4.1 Metodologia da HHT . . . . .	32
4.2 Decomposição Empírica Complexa - EMD complexa . . . . .	38
4.3 Decomposição Empírica Bivariada - EMDB . . . . .	39
4.4 Transformada de Hilbert Huang Vetorial - VHHT . . . . .	40
4.5 Aplicação da HHT para ondas de gravidade geradas por vento . . . . .	41
<b>5 Aplicação da HHT para séries sintéticas</b>	<b>48</b>
5.1 Resultados para Análise Univariada . . . . .	50
5.1.1 Discussão . . . . .	73
5.2 Resultados para Análise Bivariada . . . . .	77
5.2.1 Discussão . . . . .	101

<b>6</b>	<b>Aplicação da HHT para análise de séries medidas</b>	<b>103</b>
6.1	Resultados - Análise de ondas geradas por vento . . . . .	103
6.2	Discussão . . . . .	111
<b>7</b>	<b>Conclusão</b>	<b>113</b>
	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>116</b>

# Lista de Figuras

2.1	Representação gráfica dos vetores $k^{\pm}$ s resultantes da soma e diferença entre 2 vetores $k$ s (tabelas 2.1 e 2.2). A: vetores soma, B: vetores diferença. Os dois gráficos possuem a mesma escala. . . . .	9
2.2	Ondas lineares. A - onda $a_1$ , B - onda $a_2$ , C - onda $a_3$ . . . . .	11
2.3	Ondas da interação subtrativa em segunda ordem. D - onda $a_1 - a_2$ , E - onda $a_1 - a_3$ , F - onda $a_2 - a_3$ . . . . .	12
2.4	Ondas da interação aditiva em segunda ordem. G - onda $a_1 + a_2$ , H - onda $a_1 + a_3$ , I - onda $a_2 + a_3$ . . . . .	13
2.5	Superposição de todas as componentes de segunda ordem. . . . .	14
2.6	Comparação entre superposição linear (L) e superposição das componentes lineares e não lineares (M). . . . .	14
2.7	Diagrama de Phillips. As curvas definidas no plano indicam as condições ressonantes. Nesse exemplo AC, CB, AC', CB', formam um quarteto ressonante. Fonte: Phillips [1] . . . . .	16
3.1	Espectro direcional para duas ondas com períodos de 10 e 10,2 s e direções de $0^\circ$ e $60^\circ$ , respectivamente. . . . .	25
3.2	Hodógrafa $U \times V$ para uma onda com ângulo de incidência de $30^\circ$ . . . . .	26
3.3	Velocidades horizontais para duas ondas. A: onda 1, B: onda 2, C: superposição onda 1 + onda 2, D: superposição onda 1 + onda 2 no plano $U \times V$ . . . . .	27
3.4	Velocidades horizontais para duas ondas. A: onda 1, B: onda 2, C: superposição onda 1 + onda 2, D: superposição onda 1 + onda 2 no plano $U \times V$ . . . . .	28

3.5	Espectro direcional para duas ondas com períodos de 8 e 10 s e direções de 80° e 30°, respectivamente. . . . .	29
3.6	Hodógrafa UxV para a superposição linear das componentes de primeira e segunda ordem das três ondas criadas no experimento 8 (capítulo 5), com as respectivas amplitudes de 1 m, 1,5 m e 1,2 m , direções de 0°, 60° e 130°, períodos de 5 s, 8 s e 15s. . . . .	30
3.7	Velocidades horizontais medidas (unidades em cm/s). . . . .	31
4.1	Linha azul é a série temporal, linhas verdes são as interpolações feitas para os extremos, linha vermelha é a média feita entre as duas linhas interpoladas. Fonte: Huang et al [2] . . . . .	33
4.2	Decomposição de uma série temporal de elevação em IMFs. Fonte: Huang et al [2] . . . . .	34
4.3	Exemplo da representação do espectro de Hilbert para uma série temporal com a presença de grupos de ondas. A - Série de elevação da superfície livre, B - Variação da amplitude da IMF, C - Espectro de Hilbert. . . . .	36
4.4	Exemplo da representação do espectro de Hilbert para uma série temporal de uma onda de Stokes de segunda ordem. A - Série de elevação da superfície livre, B - Espectro de Hilbert. . . . .	37
4.5	Princípio da extensão da EMD unidimensional para a EMDB. Fonte: Rilling et al. [3] . . . . .	40
4.6	Fase da onda em radianos observadas a diferentes distâncias da região de geração. A linha com menor oscilação é a estação mais próxima à região de geração e a linha com maior oscilação está a uma maior distância. As setas vermelhas indicam os tempos onde ocorrem os pulsos de fase. Fonte: Huang et al. [4] . . . . .	43
4.7	Diagrama da fase-amplitude para diferentes distâncias da região de geração. A) estação próxima ao local de geração, pulsos de fase indicados pelas setas vermelhas. B) estação distante da região de geração. Fonte: Huang et al. [4] . . . . .	44
4.8	Espectro de Hilbert. A) estação próxima ao local de geração. B) estação distante da região de geração. Fonte: Huang et al. [4] . . . . .	45

4.9	Classificação de estado de mar quanto a altura significativa e período médio. Fonte: Veltcheva [5]	46
4.10	Espectro de Fourier das IMFs para diferentes classificações de agitação marítima. A - Estado de mar - calmaria, B - Estado de mar - pós-tempestade. Fonte: Veltcheva [5]	47
5.1	A- Onda de Stokes 2ª ordem - série temporal, B - espectro de Hilbert.	51
5.2	Espectro de Fourier.	51
5.3	A- Série temporal, B- Espectro de Hilbert.	52
5.4	Espectro de Fourier para o experimento 2.	53
5.5	A- Série temporal, B- Espectro de Hilbert.	54
5.6	Espectro de Fourier para o experimento 3.	54
5.7	Série temporal de elevação da superfície livre para o experimento 4.	56
5.8	Série temporal de elevação da superfície livre para superposição de duas ondas com diferentes ângulos de incidência. Ângulos de incidência: A- 0° e 0°, B- 0° e 60°, C- 0° e 120° e D- 0° e 180°.	57
5.9	Variação espacial da elevação da superfície livre para superposição de duas ondas com diferentes ângulos de incidência. Ângulos de incidência: A- 0° e 0°, B- 0° e 60°, C- 0° e 120° e D- 0° e 180°.	58
5.10	A - Variação de Amplitude da IMF. B - Espectro de Hilbert.	59
5.11	Espectro de Fourier para o experimento 4.	60
5.12	Variação da superfície livre ao longo do tempo para as ondas do experimento 7.	61
5.13	Variação da superfície livre ao longo do tempo para as ondas do experimento 8.	62
5.14	Variação da amplitude da IMF 1 do experimento 7. Os pontos verdes indicam os picos de máximo.	63
5.15	Série temporal de elevação da superfície livre para o experimento 5.	64
5.16	Variação da amplitude da IMF 1 do experimento 5. Os pontos verdes indicam os picos de máximo.	64
5.17	Espectro de Hilbert para o experimento 5.	65
5.18	Espectro de Fourier para o experimento 5.	65
5.19	Série temporal de elevação da superfície livre para o experimento 6.	66

5.20	Variação da amplitude da IMF 1 do experimento 6. Os pontos verdes indicam os picos de máximo. . . . .	66
5.21	Espectro de Hilbert para o experimento 6. . . . .	67
5.22	Espectro de Fourier para o experimento 6. . . . .	67
5.23	Espectro de Hilbert para o experimento 7. . . . .	68
5.24	Espectro de Fourier para o experimento 7. . . . .	68
5.25	Espectro de Hilbert para o experimento 8. . . . .	69
5.26	Espectro de Fourier para o experimento 8. . . . .	69
5.27	Série temporal da elevação da superfície livre. . . . .	70
5.28	Espectro de Hilbert para o experimento 9. . . . .	71
5.29	Espectro de Fourier. Preto- série temporal, Vermelho - IMF1, Azul- IMF2, Verde - IMF 3, Azul Claro- IMF 4, Magenta - IMF 8 . . . . .	72
5.30	Linha preta - Correlação entre IMF e o grupo de onda. Linha azul e linha vermelha - correlação entre IMF e as ondas primárias. . . . .	74
5.31	Linha preta - RMS da diferença entre IMF e o grupo de onda. Linha azul e linha vermelha - RMS da diferença entre IMF e as ondas primárias. . . . .	75
5.32	Comparação entre IMF (curva vermelha) e componente da interação subtrativa entre ondas de 10 e 10,2 s (curva azul). . . . .	76
5.33	IMF complexa extraída da série temporal de U e V do experimento 4. . . . .	78
5.34	Ângulo de incidência obtido pela VHHT, experimento 4. . . . .	78
5.35	Espectro direcional, experimento 4. . . . .	79
5.36	Ângulo de incidência obtido pela VHHT, experimento 7 . . . . .	80
5.37	Espectro direcional, experimento 7. . . . .	80
5.38	Velocidades U e V ao longo do tempo, experimento 9. . . . .	81
5.39	Espectro direcional, experimento 9. . . . .	82
5.40	Espectro de Hilbert para a velocidade U, experimento 9. . . . .	83
5.41	Espectro de Hilbert para a velocidade V, experimento 9. . . . .	84
5.42	Espectro direcional para a IMF 1, experimento 9. . . . .	84
5.43	Espectro direcional para a IMF 2, experimento 9. . . . .	85
5.44	Velocidades U e V ao longo do tempo, experimento 10. . . . .	86
5.45	Espectro direcional, experimento 10. . . . .	87

5.46	Espectro de Hilbert para a velocidade U, experimento 10. . . . .	88
5.47	Espectro de Hilbert para a velocidade V, experimento 10. . . . .	88
5.48	Espectro direcional para a IMF1, experimento 10. . . . .	89
5.49	Espectro direcional para a IMF2, experimento 10. . . . .	90
5.50	Velocidades U e V ao longo do tempo, experimento 11. . . . .	91
5.51	Espectro direcional, experimento 11. . . . .	92
5.52	Velocidades U e V das 3 primeiras IMFs extraídas do experimento 11, as setas vermelhas indicam a direção das ondas de primeira ordem. A - IMF 1, B - IMF 2, C - IMF 3 . . . . .	93
5.53	Espectro de Hilbert para as IMFs da velocidade U, experimento 11. . .	93
5.54	Espectro de Hilbert para as IMFs da velocidade V, experimento 11. . .	94
5.55	Espectro direcional para a IMF1, experimento 11. . . . .	94
5.56	Espectro direcional para a IMF2, experimento 11. . . . .	95
5.57	Espectro direcional para a IMF3, experimento 11. . . . .	95
5.58	Velocidades U e V ao longo do tempo, experimento 12. . . . .	96
5.59	Espectro direcional, experimento 12. . . . .	97
5.60	Espectro direcional para a velocidade U, experimento 12. . . . .	97
5.61	Espectro direcional para a velocidade V, experimento 12. . . . .	98
5.62	Velocidades U e V das 3 primeiras IMFs extraídas do experimento 12, as setas vermelhas indicam a direção das ondas de primeira ordem. A - IMF 1, B - IMF 2, C - IMF 3 . . . . .	98
5.63	Espectro direcional para a IMF1, experimento 12. . . . .	99
5.64	Espectro direcional para a IMF2, experimento 12. . . . .	100
5.65	Espectro direcional para a IMF3, experimento 12. . . . .	100
6.1	Espectro de Fourier. Azul - pressão, vermelho - velocidade U, verde - velocidade V . . . . .	104
6.2	Espectro direcional. . . . .	105
6.3	Espectro de Hilbert para as IMFs da pressão. . . . .	106
6.4	Espectro de Hilbert para as IMFs da velocidade U. . . . .	106
6.5	Espectro de Hilbert para as IMFs da velocidade V. . . . .	107

6.6	Comparação entre os espectros das IMFs extraídas das séries de pressão (A), velocidade U (B) e velocidade V (C). Em azul apresenta a primeira IMF extraída, em vermelho a segunda IMF e em verde a terceira IMF. . . . .	108
6.7	Hodógrafa das IMFs complexas. A - IMF frequência aproximada de 0,11 Hz, B - IMF frequência aproximada de 0,07 Hz, C - IMF frequência aproximada de 0,02 Hz. . . . .	109
6.8	Espectro de Fourier destacando o pico de energia próximo a 0,02 Hz.	110
6.9	Espectro de direcional para a IMF com frequência próxima a 0,11 Hz.	110
6.10	Espectro de direcional para a IMF com frequência próxima a 0,07 Hz.	111
6.11	IMFs de baixa frequência. . . . .	112

# Lista de Tabelas

2.1 Ondas em primeira ordem. . . . .	10
2.2 Componentes de segunda ordem das interações subtrativas e aditivas.	10
5.1 Descrição dos experimentos realizados . . . . .	49

# Capítulo 1

## Introdução

A compreensão do comportamento de ondas de gravidade é extremamente importante para diversas áreas de ciência. Ao longo dos últimos 70 anos, ondas geradas por vento receberam a atenção de diversos pesquisadores, gerando muitos conhecimentos a respeito de seu comportamento. Nesse desenvolvimento científico foram desenvolvidas técnicas de observação, análise e experimentação, servindo como ferramentas para a compreensão de diversos processos associados a essa forçante como por exemplo: geração, propagação, interações, entre outras.

Como em qualquer área da ciência, os mecanismos e técnicas utilizadas para estudar determinados processos e fenômenos de interesse sofrem adaptações, correções e frequentemente caem em desuso, devido à substituição por novas tecnologias. Dentro do tema de ondas de gravidade, diversos exemplos podem ser citados, como a evolução dos equipamentos de amostragem, dos modelos numéricos e de técnicas para análise de dados.

Algumas das razões pelas quais as ondas de gravidade despertam tanto interesse deve-se às suas características não lineares e não estacionárias. Até hoje inúmeros autores vem abordando esses temas a partir de diferentes teorias e técnicas. Uma linha muito forte dentro do estudo de ondas geradas por vento está em buscar a caracterização de um estado de mar, através de determinados parâmetros, como altura significativa, período de pico, período médio e direção principal. Esses parâmetros apresentam grande aplicação para a engenharia, a oceanografia, entre outras áreas do conhecimento. Nos últimos 50 anos, o foco da análise de ondas esteve na busca e interpretação desses parâmetros ou similares.

A análise espectral veio como uma grande ferramenta para auxiliar na compreensão e observação do comportamento das ondas geradas por vento. De uma forma geral essa técnica é baseada no espectro de Fourier, de onde pode-se retirar informações que são diretamente relacionadas aos parâmetros citados anteriormente. Nas últimas décadas, no entanto, teve início uma série de questionamentos sobre o verdadeiro poder de representação desses. Além disso pode-se questionar o significado físico da transformada de Fourier, quando aplicado a ondas geradas por vento, as quais possuem características não lineares e não estacionárias. Sendo assim surgem algumas questões como: através dos parâmetros citados acima é possível caracterizar qualquer tipo de estado de mar? A não estacionariedade e a não linearidade podem ser desconsideradas? Quais são as implicações causadas pela limitação da transformada de Fourier em representar processos que são não estacionários e não lineares?

Essas são algumas das perguntas que serão discutidas ao longo desta dissertação, bem como a apresentação de um método alternativo que venha a suprir as limitações das técnicas envolvendo transformadas de Fourier.

O método proposto é o da transformada de Hilbert-Huang (HHT), uma técnica relativamente nova que vem sendo utilizada para estudar processos não estacionários e não lineares. O presente estudo está direcionado também à análise direcional de ondas e à utilização dessa nova técnica para tal.

O trabalho está dividido em 7 capítulos. O primeiro é uma introdução ao problema a ser abordado no trabalho. No segundo capítulo é apresentada uma revisão sobre teoria de ondas de gravidade e aspectos não lineares. O terceiro capítulo aborda técnicas de análise de dados, destacando a análise direcional de ondas. No quarto capítulo é introduzida a técnica da transformada de Hilbert-Huang, incluindo técnicas de decomposição de series bivariadas ou complexa. Nos capítulos quinto e sexto é aplicada a HHT para séries sintéticas e séries reais, respectivamente. No último capítulo é apresentada a conclusão.

# Capítulo 2

## Ondas de gravidade

A não linearidade em ondas de gravidade surge das condições de contorno na superfície livre (equações 2.3 e 2.4). Além dessas equações apresentarem termos algebricamente não lineares, existe ainda uma não linearidade intrínseca ao sistema, uma vez que as equações são aplicadas a uma posição desconhecida a priori,  $\eta(x, y, t)$ , que é a superfície livre.

Para um melhor entendimento, na seção seguinte, será apresentada a formulação completa do problema matemático.

### 2.1 Formulação do problema

A abordagem proposta por Stokes [6] para resolver os termos não lineares é a utilização de séries de potências; dessa forma, as incógnitas do problema são representadas através de uma série de perturbações, onde  $\epsilon = (\frac{H}{L})$  é a esbeltez da onda.

Admitindo a água como incompressível, desprezando o atrito e considerando o escoamento como irrotacional, a equação da continuidade transforma-se na equação de Laplace (equação 2.1), onde  $\phi$  é o potencial de velocidade. As equações (2.2, 2.3, 2.4) são as condições de contorno, cinemática de fundo, dinâmica e cinemática de superfície, respectivamente.

$$\nabla^2 \phi' = 0, \quad em \quad z < \eta, \quad (2.1)$$

$$\phi'_z = 0, \quad em \quad z = -h, \quad (2.2)$$

$$\phi'_t + \eta'g + \frac{1}{2}(\nabla\phi'\nabla\phi') = 0, \quad em \quad z = \eta', \quad (2.3)$$

$$\eta'_t + \eta'_x\phi'_x + \eta'_y\phi'_y = \phi'_z, \quad em \quad z = \eta'. \quad (2.4)$$

Os termos que apresentam  $()'$  são as variáveis dimensionais e os índices  $()_x$ ,  $()_y$ ,  $()_z$  e  $()_t$  representam, respectivamente, as derivadas parciais no espaço  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e no tempo  $t$ ,  $h$  representa a profundidade. Para facilitar a análise do problema serão introduzidas a seguir as variáveis adimensionais,

$$(x, y, z) = k(x', y', z'); \quad t = \sqrt{gk}t'; \quad \phi = \frac{k}{a\sqrt{gk}}\phi'; \quad \eta = \frac{\eta'}{a}, \quad (2.5)$$

onde  $x$ ,  $y$  e  $z$  são os termos espaciais adimensionalizados por  $k$ , o número de onda.  $t$  é o tempo adimensionalizado pelo número de onda e pela gravidade  $g$ .  $\phi$  é o potencial de velocidade adimensionalizado por  $k$ ,  $g$  e a amplitude da onda  $a$ .  $\eta$  é a superfície livre adimensionalizada pela amplitude da onda,  $a$ .

Nessas variáveis o problema fica da forma,

$$\phi_{xx} + \phi_{yy} + \phi_{zz} = 0, \quad (2.6)$$

$$\phi_z = 0, \quad z = -kh, \quad (2.7)$$

$$(ka)\phi_t + \frac{1}{2}(ka)^2(\phi_x^2 + \phi_y^2 + \phi_z^2) + z = c(t), \quad z = (ka)\eta, \quad (2.8)$$

$$\eta_t + (ka)(\eta_x\phi_x + \eta_y\phi_y) = \phi_z \quad z = (ka)\eta. \quad (2.9)$$

Tomando a derivada em relação ao tempo da equação (2.8), subtraindo da equação (2.9) e considerando  $\epsilon = ka$ , obtém-se,

$$\epsilon\phi_{tt} + \epsilon^2(\phi_{x_m}\phi_{x_mt}) + \epsilon\eta_t [\epsilon\phi_{tz} + \epsilon^2(\phi_{x_m}\phi_{x_mz}) + 1] = c' \quad (2.10)$$

$$\epsilon\phi_{xt} + \epsilon^2(\phi_{x_m}\phi_{x_mx}) + \epsilon\eta_x [\epsilon\phi_{tz} + \epsilon^2(\phi_{x_m}\phi_{x_mz}) + 1] = 0, \quad (2.11)$$

$$\epsilon\phi_{yt} + \epsilon^2(\phi_{x_m}\phi_{x_my}) + \epsilon\eta_y [\epsilon\phi_{tz} + \epsilon^2(\phi_{x_m}\phi_{x_mz}) + 1] = 0, \quad (2.12)$$

onde  $c'$  é uma função que depende apenas do tempo. Nesse ponto é adotada uma notação indicial onde  $()_{x_m}$  ou  $()_{x_n}$  representam o somatório em relação a  $x$ ,  $y$  e  $z$ ,

ou seja,  $x_1 = x$ ,  $x_2 = y$ ,  $x_3 = z$ . Operando com as equações da forma:

$$(2.10) + \epsilon\phi_x(2.11) + \epsilon\phi_y(2.12) = \\ \epsilon(\phi_{tt}) + \epsilon^2(\phi_x\phi_{xt} + \phi_y\phi_{yt} + \phi_{x_m}\phi_{x_mt}) + \epsilon^3(\phi_x\phi_{x_m}\phi_{x_mx} + \phi_y\phi_{x_m}\phi_{x_my}) + \\ (\epsilon\eta_t + \epsilon^2\phi_x\eta_x + \epsilon^2\phi_y\eta_y)(\epsilon\phi_{zt} + \epsilon^2\phi_{x_m}\phi_{x_mz} + 1) = c' \quad (2.13)$$

Finalmente, a condição de contorno combinada fica:

$$\epsilon(\phi_{tt} + \phi_z) + \epsilon^2[2(\phi_x\phi_{xt} + \phi_y\phi_{yt} + \phi_z\phi_{zt})] + \epsilon^3(\phi_{x_m}\phi_{x_n}\phi_{x_mx_n}) = c' \quad , \quad z = \epsilon\eta \quad (2.14)$$

Os termos cúbicos da condição de contorno combinada indicam que uma melhor aproximação para ondas de gravidade deve incluir ao menos estes termos.

Como a condição de contorno está aplicada à superfície livre  $\eta$ , expande-se o potencial de velocidade em série de Taylor em torno de um ponto correspondente ao nível médio, no caso  $z = 0$ . A equação (2.14) fica:

$$c' = \epsilon(\phi_{tt} + \phi_z) + \epsilon^2[(\phi_{ttz} + \phi_{zz})\eta + 2(\phi_{x_m}\phi_{x_mt})] + \\ + \epsilon^3[(\phi_{ttzz} + \phi_{zzz})\frac{1}{2}\eta^2 + 2\frac{\partial}{\partial z}(\phi_{x_m}\phi_{x_nt})\eta + \phi_{x_m}\phi_{x_n}\phi_{x_mx_n}], \quad em \quad z = 0. \quad (2.15)$$

Expandem-se as incógnitas do problema  $\phi$ ,  $\eta$ ,  $c$ , em séries de potências do parâmetro de perturbação ,

$$\phi = \phi^{(1)} + \epsilon\phi^{(2)} + \epsilon^2\phi^{(3)} + \dots, \quad (2.16)$$

$$\eta = \eta^{(1)} + \epsilon\eta^{(2)} + \epsilon^2\eta^{(3)} + \dots, \quad (2.17)$$

$$c(t) = \epsilon c_1(t) + \epsilon^2 c_2(t) + \epsilon^3 c_3(t) + \dots, \quad (2.18)$$

onde os expoentes entre parêntesis indicam a ordem das incógnitas. Substituindo estas expansões nas equações (2.6, 2.7 e 2.15), obtêm-se

$$\phi_{x_mx_m}^{(1)} + \epsilon\phi_{x_mx_m}^{(2)} + \epsilon^2\phi_{x_mx_m}^{(3)} + \dots = 0, \quad (2.19)$$

$$\phi_z^{(1)} + \epsilon\phi_z^{(2)} + \epsilon^2\phi_z^{(3)} + \dots = 0, \quad z = -kh, \quad (2.20)$$

$$\epsilon(\phi_{tt}^{(1)} + \phi_z^{(1)}) + \\ + \epsilon^2[\phi_{tt}^{(2)} + \phi_z^{(2)} - c'_2 + (\phi_{ttz}^{(1)} + \phi_{zz}^{(1)})\eta^{(1)} + 2\phi_{x_m}^{(1)}\phi_{x_mt}^{(1)}] + \\ + \epsilon^3[\phi_{tt}^{(3)} + \phi_z^{(3)} - c'_3 + (\phi_{ttz}^{(1)} + \phi_{zz}^{(1)})\eta^{(2)} + (\phi_{ttz}^{(2)} + \phi_{zz}^{(2)})\eta^{(1)} + 2\phi_{x_m}^{(1)}\phi_{x_mt}^{(2)} \\ + 2\phi_{x_m}^{(2)}\phi_{x_mt}^{(1)} + \frac{1}{2}(\eta^{(1)})^2(\phi_{ttzz}^{(1)} + \phi_{zzz}^{(1)}) + 2\eta^{(1)}\frac{\partial}{\partial z}(\phi_{x_m}^{(1)}\phi_{x_mt}^{(1)}) + \phi_{x_m}^{(1)}\phi_{x_n}^{(1)}\phi_{x_mx_n}^{(1)}] \\ + O(\epsilon^4) = 0, \quad z = 0. \quad (2.21)$$

Pela teoria de Stokes, tanto na equação de Laplace como nas condições de contorno, os termos devem ser agrupados em potências de  $\epsilon$ . À medida que a ordem da equação aumenta, surgem termos similares aos de menor ordem somados a termos novos. Para o problema de ondas de gravidade o surgimento de elementos com características diferentes acontece até a terceira ordem, indicando também que, para uma boa aproximação do problema, é necessário considerar os termos cúbicos, os quais são obtidos da condição de contorno combinada na superfície livre em terceira ordem.

Para cada ordem, a teoria de Stokes possui limites de validade. Uma análise desses limites pode ser obtida observando o comportamento dado pela equação (2.22) de  $\eta$  em segunda ordem, no limite de águas profundas e rasas, onde  $\psi$  é a fase da onda:

$$\eta^{(2)} = a \cos \psi - \frac{ka^2}{4} \frac{\cosh kh}{\sinh^3(kh)} (3 + 2\sinh^2 kh) \cos 2\psi - \frac{ka^2}{2\sinh 2kh}. \quad (2.22)$$

Nesta equação o último termo representa o efeito de rebaixamento no nível médio chamado de “*set down*”. Para a análise proposta aqui pode-se considerar esse termo como zero. À medida que a não linearidade aumenta, o formato da onda fica cada vez mais alterado, o cavado da onda fica mais achatado enquanto a crista fica mais estreita. Além do limite de águas rasas, a onda de Stokes, em segunda ordem, começa a apresentar uma crista secundária no cavado, indicando que a teoria não é mais válida. Portanto, para que não apareça tal efeito, o sinal da segunda derivada não pode trocar ao longo do cavado, ou seja:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial \psi^2} = -\cos \psi - ka \frac{\cosh kh}{\sinh^3 kh} (3 + 2\sinh^2 kh) \cos 2\psi \geq 0, \quad \text{para } \psi = \pi, \quad \frac{\partial^2 \eta}{\partial \psi^2} \geq 0, \quad (2.23)$$

dessa forma,

$$ka \frac{\cosh kh}{\sinh^3 kh} (3 + 2\sinh^2 kh) \leq 1. \quad (2.24)$$

Tomando o limite para águas profundas pode-se observar que a teoria é sempre válida para essa condição (equação 2.25):

$$ka \frac{e^{kh}}{e^{3kh}} (3 + 2e^{kh}) \leq 1 \iff ka \leq \frac{1}{2} \iff \frac{H}{L} \leq \frac{1}{7} \quad (2.25)$$

Tomando o limite para águas rasas, surge um parâmetro que limita a aplicação da teoria. Esse é conhecido como número de Ursell (Ursell, 1953) que é uma relação

entre a altura ( $H$ ), o comprimento de onda ( $L$ ) e a profundidade ( $h$ ), dada pela equação (2.26):

$$\frac{ka}{(kh)^3} - 3 \leq 1 \iff Ur = \frac{HL^2}{h^3} \leq \frac{8\pi^2}{3} \sim 24 \quad (2.26)$$

Na seção seguinte serão discutidos aspectos não lineares das ondas de gravidade.

## 2.2 Aspectos não lineares de ondas de gravidade

Ondas de gravidade possuem diversos aspectos não lineares; nesse trabalho alguns deles serão apresentados. Com o objetivo de estudar interações em segunda ordem que ocorrem espacialmente, ou seja, por ondas que se propagam em diferentes direções, será considerada uma variação de fase ( $\psi$ ) no espaço ( $x, y$ ) e no tempo ( $t$ ), (equação 2.27). Interações em segunda geradas por ondas com diferentes ângulos de propagação foram estudadas por Sharma e Dean [7] onde foi destacada o efeito das componentes de segunda ordem nas alturas de onda e nas forças geradas por elas sobre estruturas.

Observando a solução do problema para uma soma de ondas, em segunda ordem, surgem ondas cujas fases são ( $\psi_i \pm \psi_j$ ), número de onda ( $|\mathbf{k}_i \pm \mathbf{k}_j|$ ) e frequências ( $\sigma_i \pm \sigma_j$ ), (equações 2.28, 2.29), onde  $i$  e  $j$  são índices que indicam as ondas primárias (em primeira ordem). A direção dessas novas ondas estão associadas aos ângulos dos vetores ( $k^\pm$ ) formados da adição e subtração vetorial das ondas em primeira ordem:

$$\psi_i = k_i x \cos \theta_i + k_i y \sin \theta_i - \sigma_i t + \varepsilon_i \quad (2.27)$$

$$\psi^\pm = \psi_i \pm \psi_j = (k_i x \cos(\theta_i) \pm k_j x \cos(\theta_j)) + (k_i y \sin(\theta_i) \pm k_j y \sin(\theta_j)) - \sigma^\pm t + \varepsilon^\pm \quad (2.28)$$

$$k^\pm = |\mathbf{k}_i \pm \mathbf{k}_j| = \sqrt{(k_i x \cos(\theta_i) \pm k_j x \cos(\theta_j))^2 + (k_i y \sin(\theta_i) \pm k_j y \sin(\theta_j))^2} \quad (2.29)$$

$$\sigma^\pm = \sigma_i \pm \sigma_j, \quad \sigma^* = \sigma_i \sigma_j, \quad \varepsilon^\pm = \varepsilon_i \pm \varepsilon_j. \quad (2.30)$$

As equações ( 2.31 e 2.32 ) são as soluções para  $\eta$  e  $\phi$  em segunda ordem, para duas ondas

$$\begin{aligned} \phi^{(2)} = & -\frac{3}{8}a_1^2\sigma_1 \frac{[\cosh 2k_1(z+h)]}{\sinh^4(k_1h)} \text{sen}(2\psi_1) - \frac{3}{8}a_2^2\sigma_2 \frac{[\cosh 2k_2(z+h)]}{\sinh^4(k_2h)} \text{sen}(2\psi_2) \\ & + A^+ \cosh [k^+(z+h)] \text{sen} \psi^+ + A^- \cosh [k^-(z+h)] \text{sen} \psi^-, \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} \eta^{(2)} = & \frac{a_1^2}{4g}(\sigma_1^2 - \frac{k_1^2 g^2}{\sigma_1^2}) + \frac{a_1^2}{4g} \left\{ 3\sigma_1^2 \left[ \frac{\cosh(2k_1h)}{\sinh(k_1h)} + 1 \right] \right\} \cos(2\psi_1) \\ & + \frac{a_2^2}{4g}(\sigma_2^2 - \frac{k_2^2 g^2}{\sigma_2^2}) + \frac{a_2^2}{4g} \left\{ 3\sigma_2^2 \left[ \frac{\cosh(2k_2h)}{\sinh(k_2h)} + 1 \right] \right\} \cos(2\psi_2) \\ - & \left\{ \frac{\sigma^+ A^+}{g} \cosh [k^+h] + \frac{a_1 a_2}{2g} \left[ \frac{\sigma^* \cos \Delta\theta}{\tanh(k_1h) \tanh(k_2h)} - \sigma^* - (\sigma_1^2 + \sigma_2^2) \right] \right\} \cos(\psi^+) \\ - & \left\{ \frac{\sigma^- A^-}{g} \cosh [k^-h] + \frac{a_1 a_2}{2g} \left[ \frac{\sigma^* \cos \Delta\theta}{\tanh(k_1h) \tanh(k_2h)} + \sigma^* - (\sigma_1^2 + \sigma_2^2) \right] \right\} \cos(\psi^-). \end{aligned} \quad (2.32)$$

onde

$$A^\pm = a_1 a_2 \frac{\frac{gk_1\sigma_1}{\sinh(2k_1h)} \pm \frac{gk_2\sigma_2}{\sinh(2k_2h)} + \sigma^* \sigma^\pm \left[ \frac{\cos \Delta\theta}{\tanh(k_1h) \tanh(k_2h)} \mp 1 \right]}{gk^\pm \sinh(k^\pm h) - \sigma^{\pm 2} \cosh(k^\pm h)}. \quad (2.33)$$

Como foi demonstrado por Philips [8], os efeitos não lineares em segunda ordem aparecem apenas como distorções na forma da onda. As ondas resultantes da interação em segunda ordem dos termos de soma e diferença de fase não são ondas de gravidade livres, ou seja, são ondas forçadas e só existem enquanto as ondas em primeira ordem também existem.

Uma forma de demonstrar essa afirmação é analisar as celeridades dessas ondas forçadas, que são função da soma ou diferença de frequência e também do módulo da soma ou da diferença dos  $ks$  (equação 2.29) como indicado na equação (2.34), onde  $c$  é a celeridade da onda. Devido a essa dependência de  $c$  para com os ângulos de incidência, ondas de segunda ordem com mesmo período podem ter celeridades e conseqüentemente comprimentos diferentes:

$$c^\pm = \frac{\sigma_i \pm \sigma_j}{|\mathbf{k}_i \pm \mathbf{k}_j|} \quad (2.34)$$

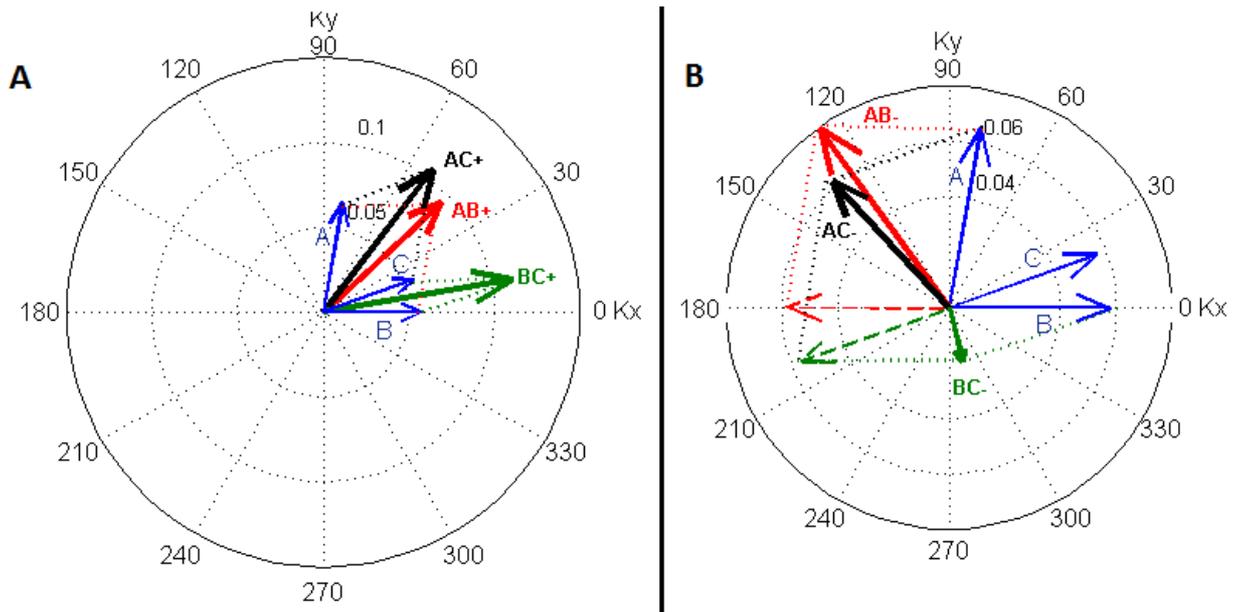


Figura 2.1: Representação gráfica dos vetores  $k^{\pm}$ s resultantes da soma e diferença entre 2 vetores  $k_s$  (tabelas 2.1 e 2.2). A: vetores soma, B: vetores diferença. Os dois gráficos possuem a mesma escala.

A figura (2.1) mostra a representação gráfica dos vetores  $k_s$  (azuis) das ondas primárias indicadas na tabela (2.1) e os respectivos vetores  $k^{\pm}$  representando as interações aditivas e subtrativas. Para esse exemplo é considerada uma profundidade de 15 metros. Os vetores indicados pelas letras A, B e C se referem as ondas  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ , respectivamente. Na mesma figura, na porção A, está o resultado do vetor soma para as diferentes ondas incidentes, onde  $AB+$  é o vetor soma entre vetores A e B,  $AC+$  é o vetor soma entre vetores A e C,  $BC+$  é o vetor soma entre vetores B e C. Na porção B da figura (2.1) está o resultado para os vetores resultantes da subtração vetorial, onde  $AB-$  é o vetor subtrativo entre os vetores A e B, o vetor  $AC-$  é o vetor subtrativo entre os vetores A e C e o vetor  $BC-$  é o vetor subtrativo entre os vetores B e C. Cabe aqui destacar ampla variação dos vetores resultantes tanto em amplitude como em direção. As figuras (2.2, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6) apresentam a variação espacial da superfície livre para as diferentes ondas de primeira e segunda ordem como suas superposições lineares. É importante destacar a grande variação de escala entre as figuras.

Onda	Amplitude (m)	Período (s)	Ângulo (°)	Comprimento (m)
a1	1,0	9,0	80,0	95,6
a2	1,2	10,0	0,0	109,0
a3	1,5	10,2	20,0	111,7

Tabela 2.1: Ondas em primeira ordem.

Interação	Fase	Período (s)	Ângulo (°)	Comprimento (m)
a1-a2	$\psi_1 - \psi_2$	90,0	125,5	79,0
a1-a3	$\psi_1 - \psi_3$	76,5	132,32	102,1
a2-a3	$\psi_2 - \psi_3$	510,0	-76,1	317,0
a1+a2	$\psi_1 + \psi_2$	4,74	43,16	66,4
a1+a3	$\psi_1 + \psi_3$	4,78	52,5	59,4
a2+a3	$\psi_2 + \psi_3$	5,05	9,9	56,0

Tabela 2.2: Componentes de segunda ordem das interações subtrativas e aditivas.

O objetivo de apresentar esse exemplo é no intuito de demonstrar a influência dos ângulos de incidência das ondas de primeira ordem na formação das ondas de interação aditiva e subtrativa e destacar suas características em termos de amplitudes, períodos e direções.

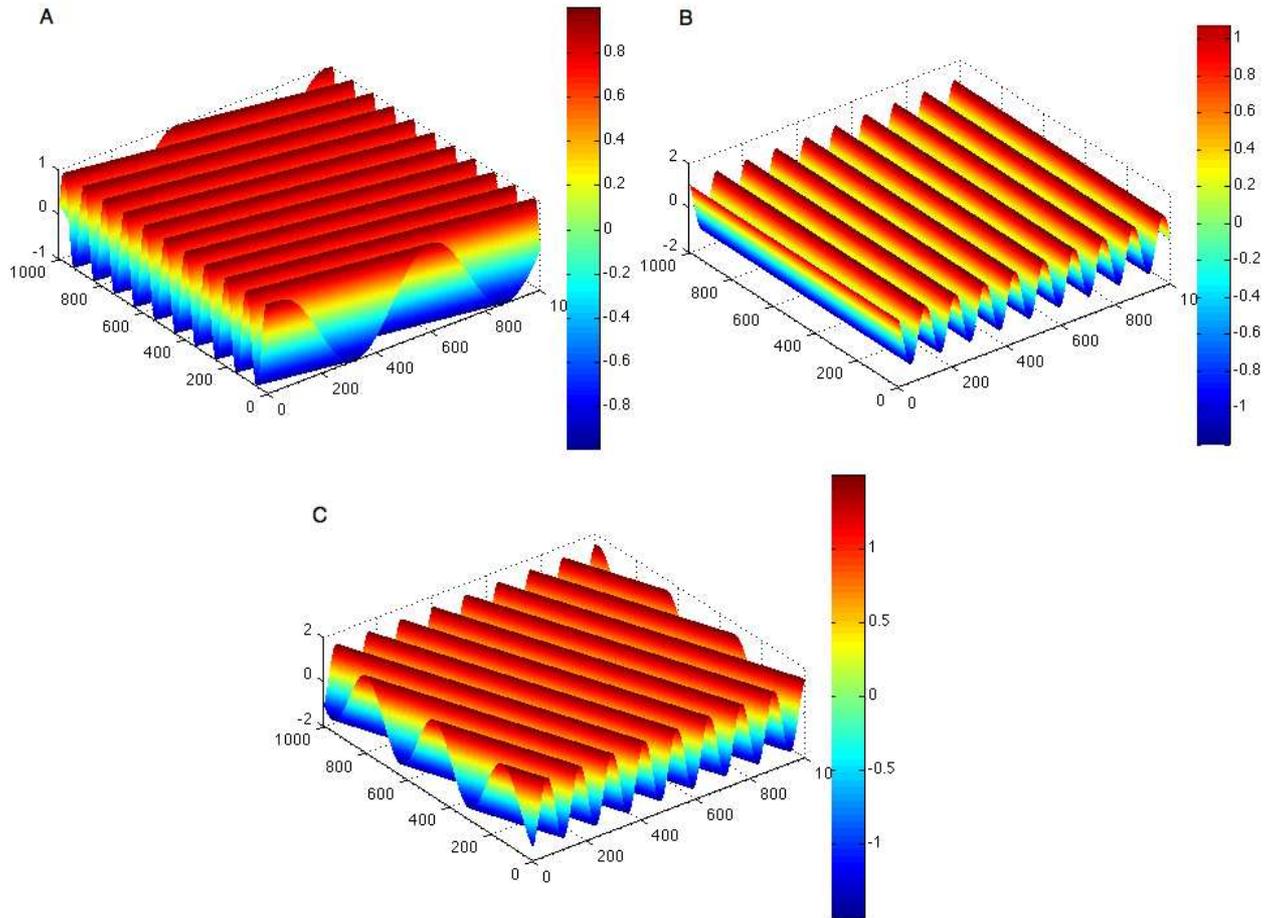


Figura 2.2: Ondas lineares. A - onda  $a_1$ , B - onda  $a_2$ , C - onda  $a_3$ .

Com esse caso é possível demonstrar distintas ondas de interação, como por exemplo a formação de uma onda longa com grande período (figura (2.3F) que é a interação subtrativa entre  $a_2$  e  $a_3$  ou a formação de uma onda relativamente curta e com longo período (figura 2.3D) que é a interação subtrativa entre  $a_1$  e  $a_2$ . Na tabela (2.2) é possível observar que a onda da interação subtrativa entre  $a_1$  e  $a_3$  (D) apresenta um período menor que a onda da interação subtrativa entre  $a_1$  e  $a_2$ , no entanto ela é tem um maior comprimento. Para esse caso as ondas citadas anteriormente apresentam períodos maiores que as ondas formadas das interações aditivas (figura 2.4).

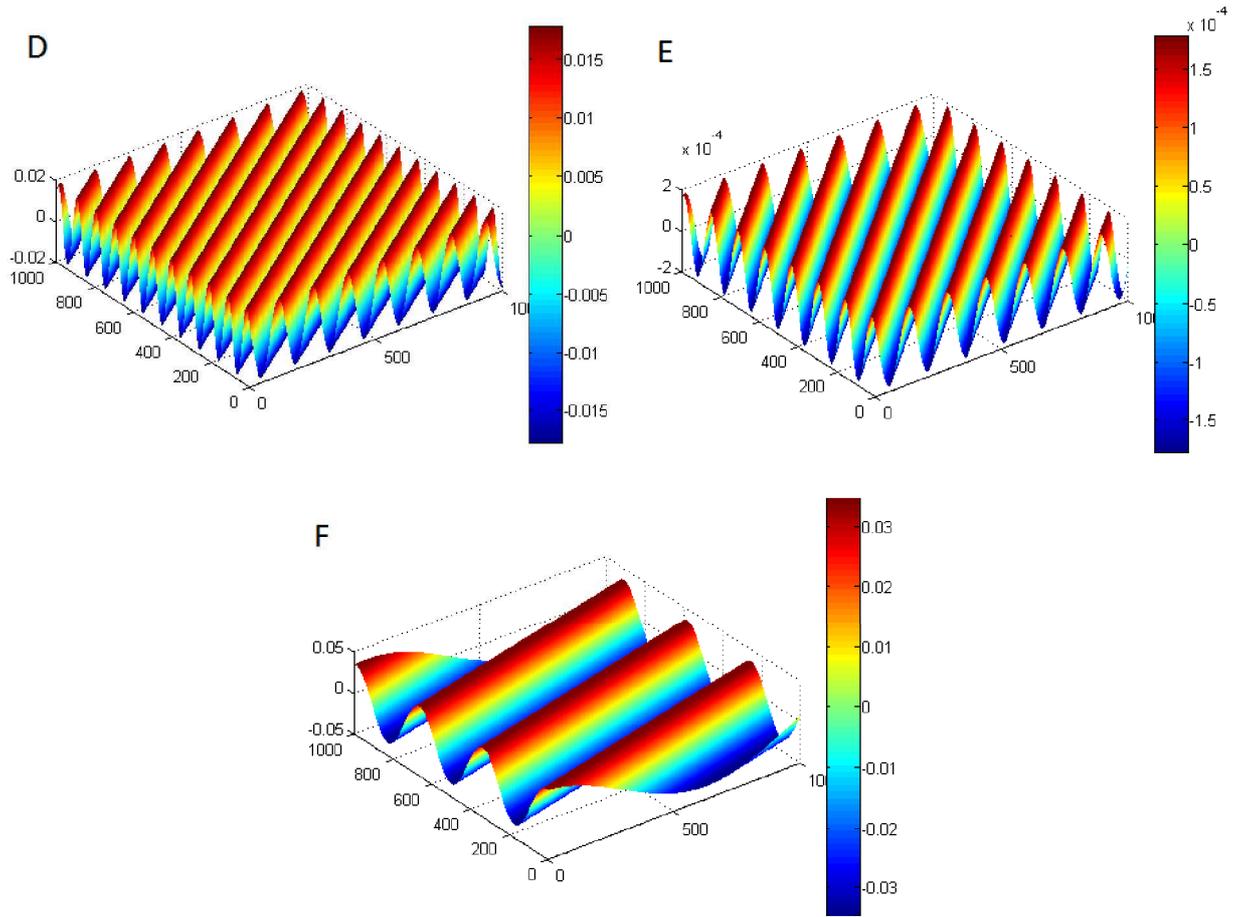


Figura 2.3: Ondas da interação subtrativa em segunda ordem. D - onda  $a_1 - a_2$ , E - onda  $a_1 - a_3$ , F - onda  $a_2 - a_3$ .

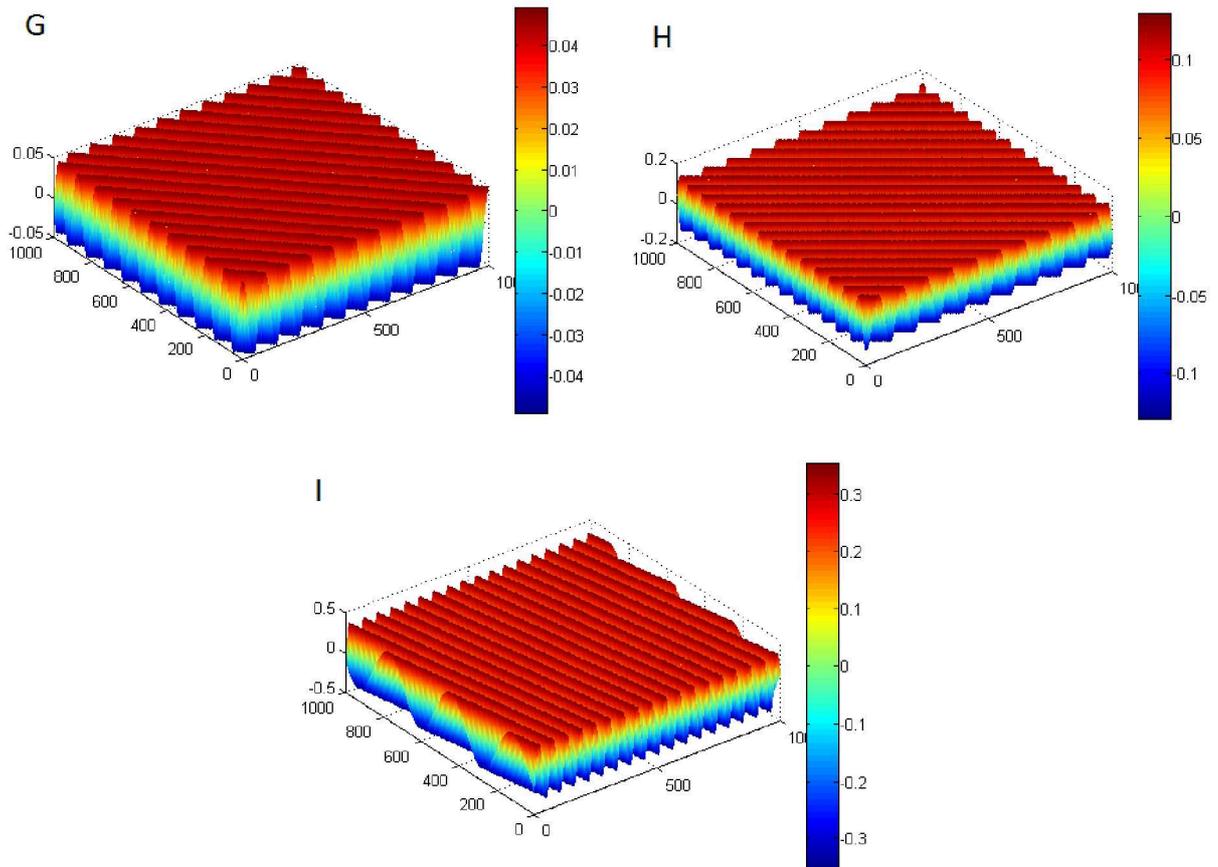


Figura 2.4: Ondas da interação aditiva em segunda ordem. G - onda  $a_1 + a_2$ , H - onda  $a_1 + a_3$ , I - onda  $a_2 + a_3$ .

A figura (2.5) apresenta a superposição linear de todas as componentes de segunda ordem, incluindo as componentes de auto-interação. Essa figura destaca também a considerável escala de grandeza das componentes de segunda ordem na profundidade de 15 metros. A importância das componentes de segunda ordem fica ainda mais destacada na figura (2.6) onde em L está a superposição linear das componentes de primeira ordem e em M está a superposição linear de todas as componentes. Nesse caso a amplitude das componentes de segunda ordem alteram significativamente o padrão espacial da elevação da superfície livre, da mesma forma é esperada uma significativa alteração nas componentes de velocidades.

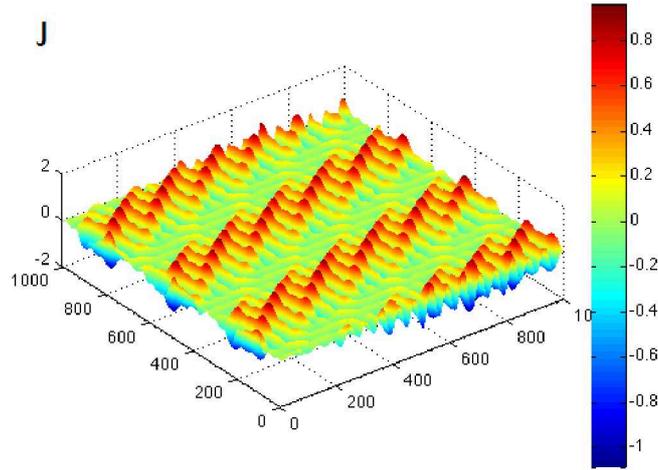


Figura 2.5: Superposição de todas as componentes de segunda ordem.

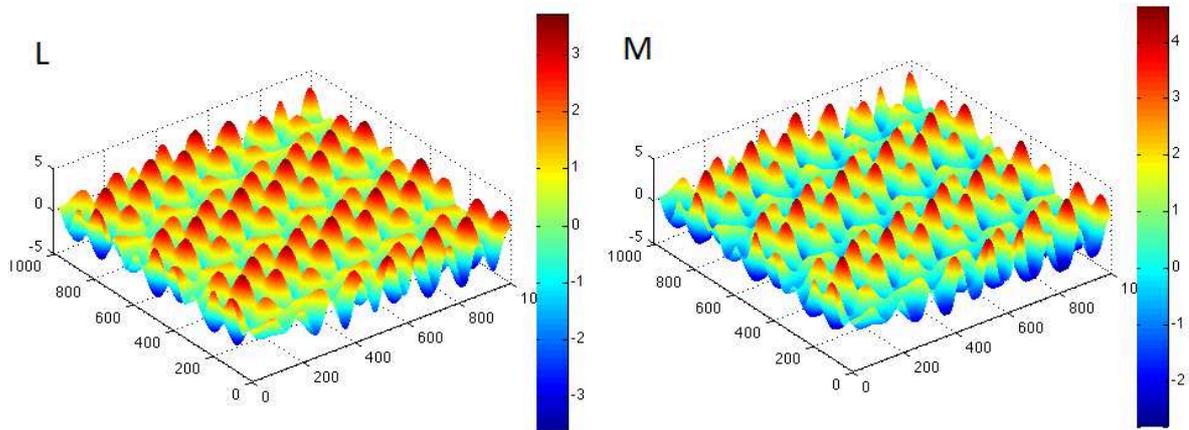


Figura 2.6: Comparação entre superposição linear (L) e superposição das componentes lineares e não lineares (M).

Outra característica peculiar é quanto ao decaimento vertical das propriedades das ondas. Ao observar a equação do potencial em segunda ordem (2.31) nota-se que o decaimento vertical dos termos que envolvem a soma e diferença de fase é dado pelo  $\cosh(k^\pm h)$ . Indica também que ondas de mesmo período podem ter decaimentos verticais diferentes, dependendo do ângulo entre as ondas incidentes, podendo existir eventos onde ondas de curto período tenham um decaimento muito lento.

Essa característica das componentes de segunda ordem é um problema para diversos equipamentos utilizados para medição de ondas. Muitos desses equipamentos são dispostos sob uma lâmina de água, a uma determinada elevação do fundo. Por causa do decaimento do sinal com a profundidade é necessária uma correção, com objetivo de obter as amplitudes corretas na superfície. Esses equipamentos, de uma forma geral, utilizam uma função de transferência baseada na teoria linear. Portanto as componentes de segunda ordem, identificadas, são tratadas como ondas de gravidade livre e tem seu decaimento corrigido através da teoria linear, o que não é correto, inserindo aí um erro no sinal coletado.

Como exemplificação podemos indicar um caso no qual um sensor de pressão instalado em uma profundidade considerável, onde ondas de gravidade livre de alta frequência não seriam detectadas e imaginando, também a presença de ondas em segunda ordem com período curto e com decaimento vertical muito lento. Nesse caso essa onda seria identificada pelo equipamento. Após o processamento de conversão do sinal para superfície livre, seriam inseridas ondas inexistentes, gerando conseqüentemente erros em todas as futuras análises feitas sobre esses dados, como por exemplo, cálculos de alturas e períodos significativos, alturas e períodos médios, entre outras.

Buscando explicar outros processos físicos que ocorrem entre ondas de gravidade, Philips [8], [1] ao incluir termos de terceira ordem e considerando três ondas primárias, demonstrou a ocorrência do mecanismo de ressonância.

### **2.2.1 Mecanismo de ressonância**

A ressonância é o processo dominante na geração e evolução das ondas geradas por vento. Em uma série de três artigos Hasselmann [9], [10], [11] mostrou, em termos espectrais, que a ressonância é o principal mecanismo de transferência de energia entre frequências, responsável pela evolução do espectro de energia (fluxo de energia das altas para as baixas frequências). A formulação proposta por Hasselmann foi de extrema importância para a compreensão da geração e evolução de ondas geradas por vento, tornando possível o desenvolvimento de modelos numéricos de previsão de ondas mais sofisticados e precisos.

Analisando os termos em terceira ordem na equação (2.21) observa-se que surgem

diferentes combinações entre os  $k_i \pm k_j \pm k_m, \sigma_i \pm \sigma_j \pm \sigma_m$  e as fases  $\psi_i \pm \psi_j \pm \psi_m$ . Phillips [8] demonstrou que determinadas combinações satisfazem à relação de dispersão de ondas de gravidade livre, gerando assim uma quarta onda, produto da ressonância entre as três ondas primárias. Essas determinadas combinações podem ser representadas através de um diagrama, chamado de diagrama de Phillips, o qual apresenta a trajetória dos números de ondas  $ks$  ressonantes formados da combinação de outros 3 números de onda, figura (2.7).

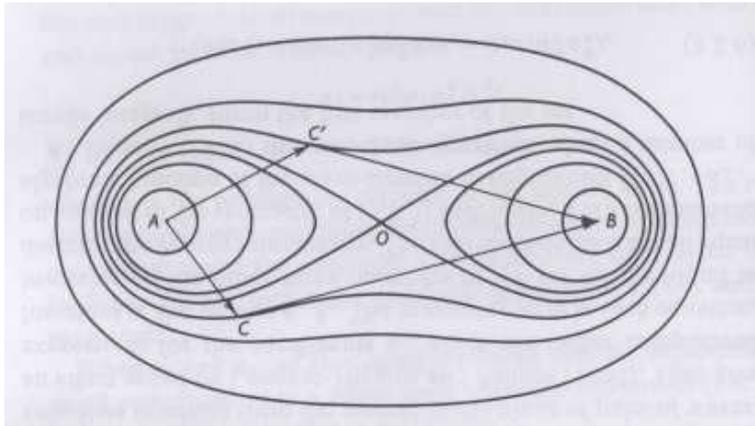


Figura 2.7: Diagrama de Phillips. As curvas definidas no plano indicam as condições ressonantes. Nesse exemplo AC, CB, AC', CB', formam um quarteto ressonante. Fonte: Phillips [1]

Longuet-Higgins [12] demonstrou matematicamente que, à medida que o mecanismo de ressonância evolui ao longo do tempo, a amplitude da onda ressonante aumenta. O mecanismo de ressonância inclui outra característica das ondas de gravidade, a não estacionariedade, uma vez que ao longo do tempo e do espaço ocorre transferência de energia entre ondas.

A seguir será apresentado o desenvolvimento do mecanismo de ressonância para a situação mais simples, quando duas das três ondas primárias são iguais. O desenvolvimento completo foi apresentado por Longuet-Higgins [12].

## Mecanismo de ressonância para dois trens de onda

Inicialmente é feita uma combinação das condições de contorno de superfície. Após aplicar a derivada total da equação (2.3) e subtrair da equação (2.4) multiplicada

pela gravidade, obtém-se a seguinte equação:

$$\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z}\right) + \frac{\partial(u^2)}{\partial t} + u \cdot \nabla \left(\frac{1}{2}u^2\right) = 0 \quad \text{em } z = \eta. \quad (2.35)$$

Nessa seção as equações são apresentadas na forma dimensional, para simplificar a notação “as linhas” sobrescritas ( $'$ ) foram abandonadas. Expandindo as equações (2.4, 2.3 e 2.35) em série de Taylor em torno de  $z = 0$ :

$$\eta g + \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \eta \frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial t} + \frac{1}{2} \eta^2 \frac{\partial^3 \phi}{\partial z^2 \partial t} + \dots\right) + \left(\frac{1}{2}(u^2) + \eta \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z}(u^2) \dots\right) = 0 \quad \text{em } z = 0, \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \eta}{\partial t} - \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} + \eta \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} + \frac{1}{2} \eta^2 \frac{\partial^3 \phi}{\partial z^2 \partial t} + \dots\right) \\ & + \left[\left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial \phi}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial y}\right) \dots\right] = 0 \quad \text{em } z = 0, \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} & \left[\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z}\right) + \eta \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z}\right) + \frac{1}{2} \eta^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z}\right) + \dots\right] \\ & + \left[\frac{\partial}{\partial t}(u^2) + \eta \frac{\partial^2}{\partial z \partial t}(u^2) + \dots\right] + \left[u \cdot \nabla \left(\frac{1}{2}u^2\right) + \dots\right] = 0 \quad \text{em } z = 0. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Nessas equações as expressões podem ser substituídas por

$$\begin{aligned} \phi &= (\lambda \phi_{10} + \gamma \phi_{01}) + (\lambda^2 \phi_{20} + \lambda \gamma \phi_{11} + \gamma^2 \phi_{02}) + \dots, \\ u &= (\lambda u_{10} + \gamma u_{01}) + (\lambda^2 u_{20} + \lambda \gamma u_{11} + \gamma^2 u_{02}) + \dots, \\ \eta &= (\lambda \eta_{10} + \gamma \eta_{01}) + (\lambda^2 \eta_{20} + \lambda \gamma \eta_{11} + \gamma^2 \eta_{02}) + \dots, \end{aligned} \quad (2.39)$$

onde  $\phi_{10}$  e  $\phi_{01}$  representam os potenciais de velocidade dos dois diferentes trens de onda,  $\lambda$  e  $\gamma$  são parâmetros adimensionais para ordenarem os termos não lineares. Nesse caso os termos  $\lambda^i \gamma^j$  representam interações não lineares entre ondas, em ordem  $(i + j)$ .

As equações anteriores podem ser separadas em função dos termos  $\lambda$  e  $\gamma$  e suas combinações. Dessa forma, as equações (2.36, 2.37, 2.38), reduzem-se às relações a seguir, para os termos em  $\lambda$  (primeira ordem):

$$\frac{\partial \phi_{10}}{\partial t} + g \eta_{10} = 0, \quad \frac{\partial \eta_{10}}{\partial t} - \frac{\partial \phi_{10}}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial^2 \phi_{10}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_{10}}{\partial z} = 0. \quad (2.40)$$

Relação análoga se aplica também para os termos de primeira ordem em  $\gamma$ . Na equação (2.38), os termos relacionados a  $\lambda^2$  e  $\lambda\gamma$  são respectivamente

$$\left(\frac{\partial^2 \phi_{20}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_{20}}{\partial z}\right) + \eta_{10} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \phi_{10}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_{10}}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial t} (u_{10}^2) = 0, \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial^2 \phi_{11}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_{11}}{\partial z}\right) + \eta_{10} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \phi_{01}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_{01}}{\partial z}\right) \\ & + \eta_{01} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \phi_{10}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_{10}}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial t} (2u_{10} \cdot u_{01}) = 0, \end{aligned} \quad (2.42)$$

sabendo que  $\phi_{ij}$  devem satisfazer a solução da equação de Laplace (2.1).

Com as relações apresentadas em (2.40) alguns termos podem ser simplificados para se obter  $\phi_{21}$ . Dessa forma, como foi demonstrado por Longuet-Higgins [12], a equação (2.38) para os termos em  $\lambda^2\gamma$  é

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial^2 \phi_{21}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_{21}}{\partial z}\right) + \eta_{20} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \phi_{01}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_{01}}{\partial z}\right) + \eta_{01} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \phi_{20}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_{20}}{\partial z}\right) \\ & + \eta_{11} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \phi_{10}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_{10}}{\partial z}\right) + \eta_{10} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \phi_{11}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_{11}}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial t} (2u_{20} \cdot u_{01} + 2u_{11} \cdot u_{10}) + \\ & \eta_{10} \frac{\partial^2}{\partial z \partial t} (2u_{10} \cdot u_{01}) + \eta_{10} \frac{\partial^2}{\partial z \partial t} (u_{10}^2) + u_{10} \cdot \nabla (u_{10} \cdot u_{01}) + u_{01} \cdot \nabla \left(\frac{1}{2} u_{10}^2\right) = 0. \end{aligned} \quad (2.43)$$

## Solução para água profunda

Supondo que as ondas sejam de água profunda, tanto para primeira quanto para segunda ordem e  $k_1 = |\mathbf{k}_1|$ ,  $k_2 = |\mathbf{k}_2|$  e  $k' = |\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2|$ . De acordo com Longuet-Higgins, a equação (2.44) mostra que a velocidade  $u^2$  em primeira ordem são independente de  $x$ ,  $y$  e  $t$ .

$$u_{10}^2 = a_1^2 \sigma_1^2 e^{2k_1 z} \quad (2.44)$$

Dessa forma a primeira equação (2.41) é satisfeita da mesma forma por  $\phi_{20} = \phi_{20}(t)$ , uma vez que as velocidades em segunda ordem desaparecem, para uma onda em água profunda, equação (2.45). Todas essas considerações feitas acima para obter as equações para  $\phi_{10}$  e  $\phi_{20}$  também se aplicam para obter as equações para  $\phi_{01}$  e  $\phi_{02}$ .

$$u_{20} = \nabla \phi_{20} = 0 \quad (2.45)$$

Resolvendo o produto entre  $u_{10}$  e  $u_{01}$ , e considerando os índices  $( )_1$  e  $( )_2$  indicativos da onda 1 e onda 2, respectivamente, obtém-se

$$u_{10} \cdot u_{01} = a_1 a_2 \sigma_1 \sigma_2 e^{(k_1+k_2)z} \left[ \cos^2 \frac{1}{2} \theta \cos(\psi_1 - \psi_2) - \text{sen} \frac{1}{2} \theta \cos(\psi_1 + \psi_2) \right] \quad (2.46)$$

onde  $\theta$  é o ângulo entre as ondas 1 e 2,  $k_1, k_2, a_1, a_2, \psi_1, \psi_2$  são as respectivos números de onda, amplitudes e fases. Então a equação (2.42) é simplificada restando apenas

$$\begin{aligned} -\left(\frac{\partial^2 \phi_{11}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_{11}}{\partial z}\right) &= 2a_1 a_2 \sigma_1 \sigma_2 e^{(k_1+k_2)z} \\ \left[ (\sigma_1 - \sigma_2) \cos \frac{1}{2} \theta \text{sen}(\psi_1 - \psi_2) - (\sigma_1 + \sigma_2) \text{sen} \frac{1}{2} \theta \text{sen}(\psi_1 + \psi_2) \right] &. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Essa condição é satisfeita por

$$\phi_{11} = A e^{|\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2|z} \text{sen}(\psi_1 - \psi_2) - B e^{|\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2|z} \text{sen}(\psi_1 + \psi_2), \quad (2.48)$$

onde

$$A = \frac{2a_1 a_2 \sigma_1 \sigma_2 (\sigma_1 - \sigma_2) \cos \frac{1}{2} \theta}{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 - g|\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2|}, \quad B = \frac{2a_1 a_2 \sigma_1 \sigma_2 (\sigma_1 + \sigma_2) \text{sen} \frac{1}{2} \theta}{(\sigma_1 + \sigma_2)^2 - g|\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2|}. \quad (2.49)$$

Na equação (2.43) os termos que são iguais a zero podem ser omitidos, restando:

$$\begin{aligned} -\left(\frac{\partial^2 \phi_{21}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_{21}}{\partial z}\right) &= \eta_{10} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \phi_{11}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_{11}}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial t} (2u_{11} \cdot u_{10}) \\ + \eta_{10} \frac{\partial^2}{\partial z \partial t} (2u_{10} \cdot u_{01}) &+ u_{10} \cdot \nabla (u_{10} \cdot u_{01}) + u_{01} \cdot \nabla \left(\frac{1}{2} u_{10}^2\right), \quad \text{em } z = 0. \end{aligned} \quad (2.50)$$

Os termos da direita dessa equação envolvem senos e cossenos de somas e diferenças das três fases de onda ( $\psi_1 \pm \psi_2 \pm \psi_1$ ). Esses termos quando avaliados em  $z = 0$  reduzem-se a

$$\begin{aligned} \eta_{10} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial^2 \phi_{11}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_{11}}{\partial z} \right) = & -2a_1^2 a_2 \sigma_1 \sigma_2 [(\sigma_1 - \sigma_2) |\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2| \\ & \cos \frac{1}{2} \theta \text{sen}(\psi_1 - \psi_2) \cos(\psi_1) \\ & - (\sigma_1 + \sigma_2) |\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2| \text{sen} \frac{1}{2} \theta \text{sen}(\psi_1 + \psi_2) \cos(\psi_1)], \end{aligned} \quad (2.51)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (2u_{11} \cdot u_{10}) = & 2Aa_1 \sigma_1 |\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2| \left[ \sigma_2 \text{sen} \frac{1}{2} \alpha \text{sen}(\psi_2) - (2\sigma_1 - \sigma_2) \cos \frac{1}{2} \alpha \text{sen}(2\psi_1 - \psi_2) \right] \\ & - 2Ba_1 \sigma_1 |\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2| \left[ \sigma_2 \text{sen} \frac{1}{2} \beta \text{sen}(\psi_2) - (2\sigma_1 + \sigma_2) \cos \frac{1}{2} \beta \text{sen}(2\psi_1 + \psi_2) \right], \end{aligned} \quad (2.52)$$

$$\begin{aligned} u_{10} \cdot \nabla (u_{10} \cdot u_{01}) = & a_1^2 a_2 \sigma_1^2 \sigma_2 \left[ (k_1 + k_2 \cos^2 \frac{1}{2} \theta) \text{sen} \frac{1}{2} \theta \text{sen}(\psi_2) \right. \\ & \left. + k_2 \cos^4 \frac{1}{2} \theta \text{sen}(2\psi_1 - \psi_2) - k_2 \text{sen}^4 \frac{1}{2} \theta \text{sen}(2\psi_1 + \psi_2) \right], \end{aligned} \quad (2.53)$$

$$u_{01} \cdot \nabla \left( \frac{1}{2} u_{10}^2 \right) = a_1^2 a_2 \sigma_1^2 \sigma_2 k_1 \text{sen}(\psi_2), \quad (2.54)$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são os ângulos entre  $(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1)$  e  $\mathbf{k}_1$ , e entre  $(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)$  e  $-\mathbf{k}_1$ , respectivamente.

Com o objetivo de demonstrar uma situação típica (nesse caso a mais simples) onde ocorre ressonância, serão obtidos da equação (2.50) termos proporcionais a  $\text{sen}(2\psi_1 - \psi_2)$ , omitindo os outros, como demonstrado por Longuet-Higgins [12], a equação fica da forma

$$-\left( \frac{\partial^2 \phi_{21}}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi_{21}}{\partial z} \right) = K \text{sen}(2\psi_1 - \psi_2), \quad (2.55)$$

onde

$$\begin{aligned} K = & a_1^2 a_2 \sigma_1 \sigma_2 \cos^2 \frac{1}{2} \theta [(\sigma_1 - \sigma_2) \{ (k_1 + k_2) - |\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2| \} \\ & + \sigma_1 k_2 \cos^2 \frac{1}{2} \theta - \frac{4\sigma_1 (\sigma_1 - \sigma_2) (2\sigma_1 - \sigma_2) |\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2| \cos^2 \frac{1}{2} \alpha}{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 - g |\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2|}]. \end{aligned} \quad (2.56)$$

Considerando  $(2\sigma_1 - \sigma_2)^2 = g |\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2|$ , a solução para a equação de Laplace fica

$$-\phi_{21} = \frac{Kt}{2(2\sigma_1 - \sigma_2)^2} e^{|\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2|z} \cos(2\psi_1 - \psi_2), \quad (2.57)$$

assumindo que  $e^{|2\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2|h} \ll 1$ , ou seja, considerando um  $\phi_{21}$  para água profunda. A equação (2.57) é a solução do potencial para uma onda que possui uma amplitude que cresce com o tempo, onde

$$\frac{\partial \phi_{21}}{\partial t} + \eta_{21}g = f(\phi_{01}\phi_{10}\phi_{11}, \phi_{21}), \quad (2.58)$$

$$\eta_{21} \simeq -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi_{21}}{\partial t} \simeq \frac{Kt}{2g} \text{sen}(2\psi_1 - \psi_2), \quad (2.59)$$

de forma que a amplitude da onda ressonante é  $Kt/2g$ .

# Capítulo 3

## Análise de séries temporais

A análise espectral de Fourier vem sendo utilizada para diversos tipos de dados em diferentes análises. Ao longo dos últimos 50 anos esse tem sido o método mais comum para analisar o estudo de clima de ondas geradas por vento. Através dessa técnica diversas informações podem ser obtidas, como por exemplo, a distribuição de energia na superfície de oceanos e lagos. Muitos parâmetros frequentemente utilizados, como período de pico e altura significativa, estão relacionados a momentos do espectro de energia. O conceito de espectro de energia vem contribuindo muito para o progresso da modelagem de geração de ondas.

Apesar da sua ampla utilização e de ser válida para diversas situações, a transformada de Fourier tem algumas restrições. Uma hipótese básica é que o sistema seja linear e estacionário (ergódico). Por ser um método que trata das características globais das séries (decomposição da série em senos e cossenos com fases constantes ao longo de toda a série), fica impossível obter informações relacionadas a não estacionariedade de um determinado processo.

Nos últimos 10 anos pesquisadores têm aplicado outros métodos para o estudo de ondas geradas pelo vento. Liu [13, 14] utilizou o método de “*wavelet*” para o estudo de grupo de ondas. A técnica é baseada também na transformada de Fourier, onde ela é aplicada à série de dados através de uma janela ajustável, gerando informações discretas no tempo. Apesar de possibilitar a análise da não-estacionariedade, o método ainda pressupõe o processo como sendo linear. Ribeiro [15] desenvolveu um método espectral para análise direcional de ondas (DAAT), através desse método é possível observar a evolução do espectro direcional das ondas e a evolução da

intensidade e direção do vento, ao longo do tempo, em uma mesma representação gráfica.

Outra técnica recentemente desenvolvida é a transformada de Hilbert-Huang, a qual possibilita uma análise de processos não lineares e não estacionários.

Como foi mencionado anteriormente, para diversas situações como, regiões de geração de ondas, regiões de águas rasas, locais com a presença de estruturas, entre outras, os processos não-lineares e não-estacionários precisam ser considerados. Portanto seria interessante desenvolver técnicas de análise de ondas que utilizassem esta ferramenta.

### 3.1 Análise direcional de ondas de gravidade

Quando se fala em análise direcional em ondas de gravidade, o método padrão consiste de técnicas que envolvem a transformada de Fourier, tanto para instrumentos que medem elevação e duas acelerações, como para PUVs. Duas classes de métodos podem ser aplicadas para obter informações da direcionalidade das ondas. A primeira classe busca reconstruir a distribuição direcional de energia, para cada frequência. Na segunda classe, informações direcionais são obtidas através de modelos paramétricos onde a forma da distribuição direcional de energia é predefinida.

Seguindo a idéia de reconstruir a distribuição direcional de energia, Longuet-Higgins et al. [16] utilizaram a expansão em séries de Fourier para representar a função do espalhamento direcional de energia  $D(\theta)$ . Os autores propuseram uma série truncada de Fourier, onde os 5 primeiros coeficientes  $(a_0, a_1, a_2, b_1, b_2)$  da equação (3.1) são obtidos através de relações entre auto-correlação e correlações cruzadas dos espectros de Fourier de três componentes estatisticamente independentes. De uma forma geral as componentes são ou duas velocidades horizontais e pressão (PUVs) ou elevação  $\eta$  e duas acelerações (bóias ondógrafas):

$$D(\theta) = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^2 [a_n \cos(n\theta) + b_n \sin(n\theta)] \right\}. \quad (3.1)$$

A partir desses coeficientes são obtidos parâmetros direcionais básicos como: a direção média  $\theta_m(f)$ , direção principal  $\theta_p(f)$  e o espalhamento direcional  $s(f)$ , para cada frequência  $f$ . A obtenção de apenas 5 coeficientes faz com que o espalhamento

direcional não seja bem representado. Uma melhor aproximação é feita através da imposição da forma do espalhamento direcional. Existem diferentes opções geralmente baseadas em informações empíricas de climas de ondas, sendo que algumas das formas mais utilizadas podem ser obtidas em Mitsuyasu et al. [17], Hasselmann et al. [18]. Uma vez obtido  $D(\theta)$  e sabendo o espectro de energia uni-direcional ( $S(f)$ ) calcula-se o espectro direcional  $S(f, \theta)$ , que é o produto dos dois primeiros termos (equação 3.2). A função de  $D(\theta)$  tem que respeitar a relação (equação 3.3), ou seja, a energia do espectro uni-direcional tem de ser igual à energia do espectro direcional:

$$S(f, \theta) = S(f).D(\theta) \quad (3.2)$$

$$\int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi S(f, \theta) d\theta df = \int_0^\infty S(f) df \quad (3.3)$$

Segundo Hughes [19] esse tipo de método pode representar efetivamente um clima de ondas simples, com uma direção bem definida, porém em casos mais complicados o método já não se mostra tão efetivo. No entanto, esse tipo de técnica é amplamente utilizado e geralmente incluída na parte de processamento de dados dos equipamentos de coleta como PUVs (Trageser e Elwany [20]) e bóias ondógrafas.

As limitações ocorrem devido a diferentes características do método. A utilização da transformada de Fourier (supondo condições estacionárias e lineares) e o fato de pré-determinar a forma do espalhamento direcional, são características que tornam impossível a representação de determinadas condições. Isso ocorre, por exemplo, em regiões de geração onde há diferentes ondas propagando-se em diferentes direções ou em regiões de águas rasas, onde ocorrem processos de refração, difração e reflexão, associados a diferença de profundidade, correntes, estruturas entre outras.

Um simples exemplo da deficiência da técnica é aplicá-la a duas ondas com frequências próximas e direções diferentes: nesse caso, qual seria a direção principal? A figura (3.1) mostra exatamente essa questão: foram propostas duas ondas com 10 e 10,2 s e direção de  $0^\circ$  e  $60^\circ$ , respectivamente. Para este exemplo, a direção principal é de  $30^\circ$ , o que não tem sentido físico.

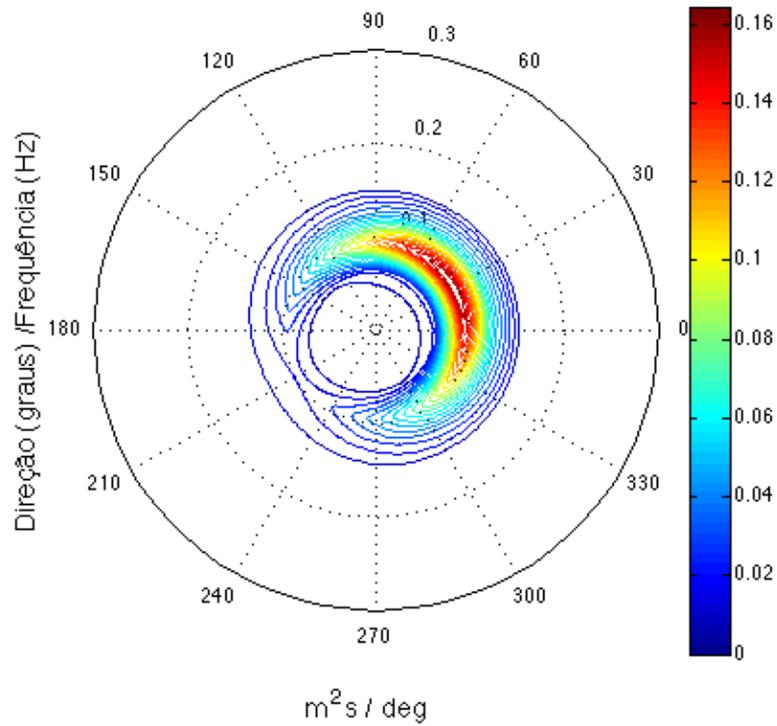


Figura 3.1: Espectro direcional para duas ondas com períodos de 10 e 10,2 s e direções de  $0^\circ$  e  $60^\circ$ , respectivamente.

Os argumentos expostos acima vêm a colaborar com a idéia de que se faz necessário desenvolver novos métodos que venham a suprir as limitações, ao menos em parte, das técnicas usuais de análise direcional.

Um ponto importante é a análise do comportamento das velocidades horizontais. Para uma onda de gravidade livre as componentes U (leste) e V (norte) estão em fase, pois as duas componentes são função do  $\cos(\psi)$ , ou seja, quando U é máximo, V também será. Portanto seria possível obter a direção de uma onda apenas observando o comportamento de suas velocidades, como o exemplo da figura (3.2):

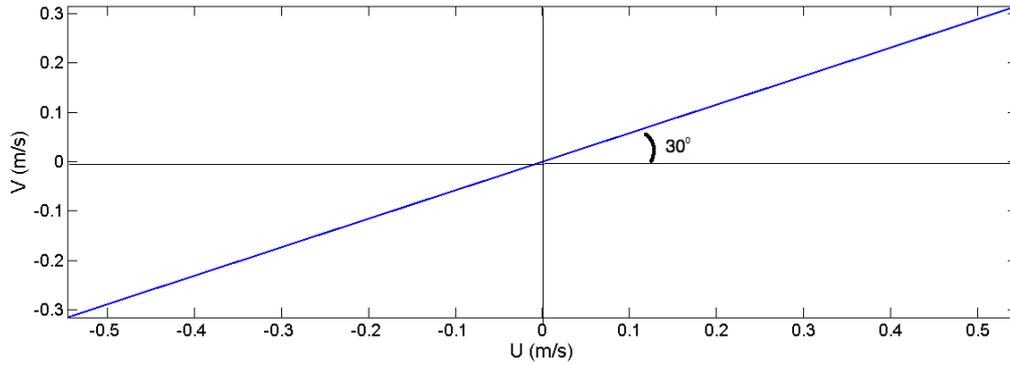


Figura 3.2: Hodógrafa U x V para uma onda com ângulo de incidência de  $30^\circ$ .

Quando existe a presença de mais de uma onda com direção e fase distintas, o padrão observado na figura anterior se altera, pois nesse caso as velocidades não estão mais em fase. A simples soma de velocidades de ondas em fases diferentes gera padrões totalmente diferentes com uma ampla variação, aparentemente caóticos.

A figura (3.3) mostra a superposição das velocidades horizontais para as mesmas duas ondas apresentadas no exemplo onde foi demonstrada a representação do espectro direcional (figura 3.1). Em A está a representação de U e V ao longo do tempo para a onda 1 com 1 m de amplitude, 10 s e  $0^\circ$  de direção. Em B está a representação da onda 2 com 1 m, 10,2 s e  $60^\circ$ . Em C e D observa-se que o padrão formado pela soma de duas simples oscilações torna-se complexo:

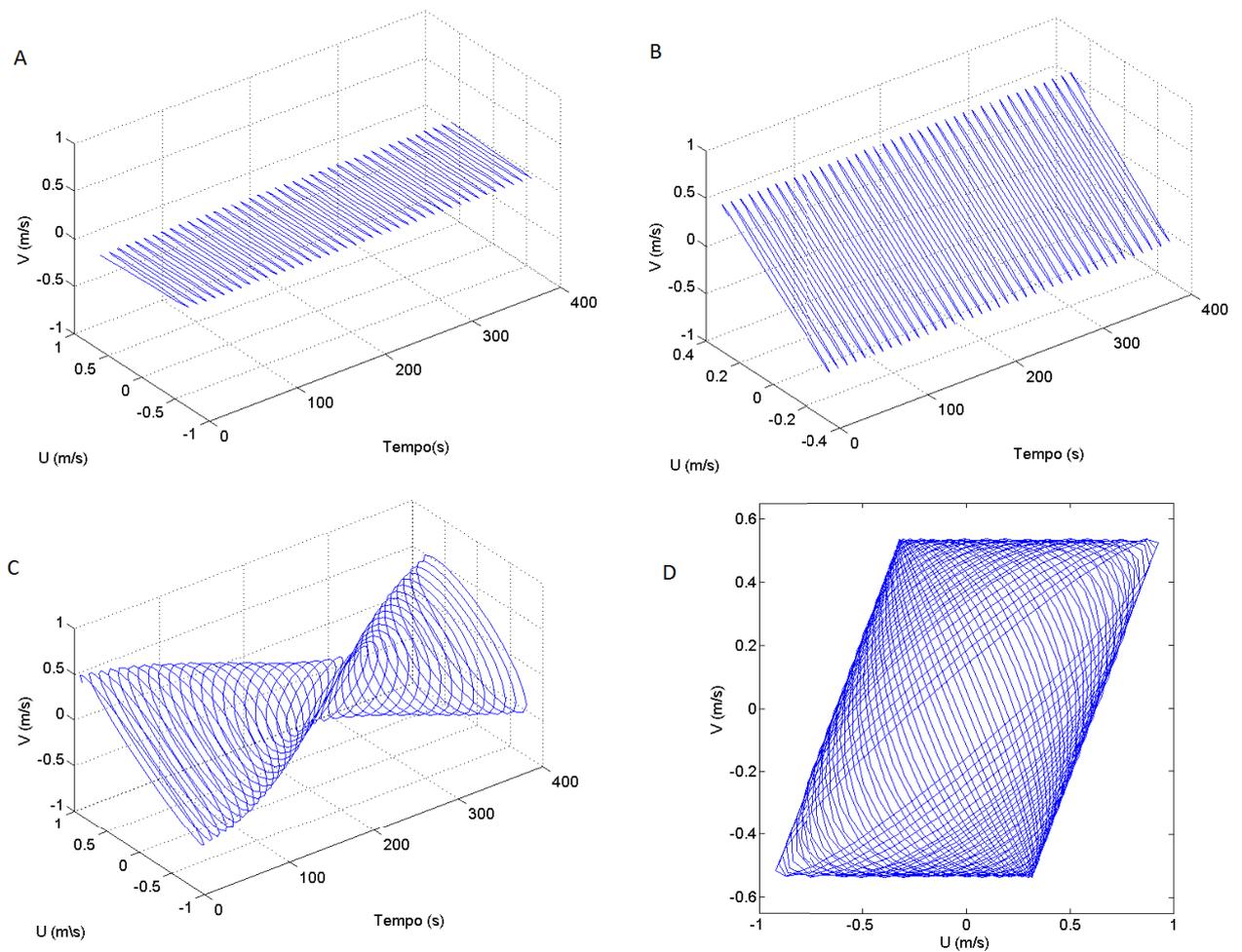


Figura 3.3: Velocidades horizontais para duas ondas. A: onda 1, B: onda 2, C: superposição onda 1 + onda 2, D: superposição onda 1 + onda 2 no plano  $UxV$ .

O padrão apresentado acima pode ser totalmente alterado de acordo com as ondas incidentes. A figura (3.4) apresenta o padrão das velocidades horizontais gerado pela superposição de duas ondas com frequências muito próximas, propiciando a formação de grupos de onda. Em A está a representação das velocidades  $U$  e  $V$  ao longo do tempo da onda 1 com 1m, 8 s e  $80^\circ$ . Em B apresenta-se as velocidades  $U$  e  $V$  ao longo do tempo da onda 2 com 1m, 10 s e  $30^\circ$ . Pode-se observar em C e D que o padrão formado é totalmente diferente do apresentado acima, sendo fortemente influenciado pelo grupo de onda. Nos dois casos o sentido de rotação das velocidades se altera em horários e anti-horários e o eixo de rotação não permanece constante, o que torna ainda mais complexa a interpretação desses padrões. Em uma situação

real existe a soma de inúmeras ondas potencializando esse padrão caótico.

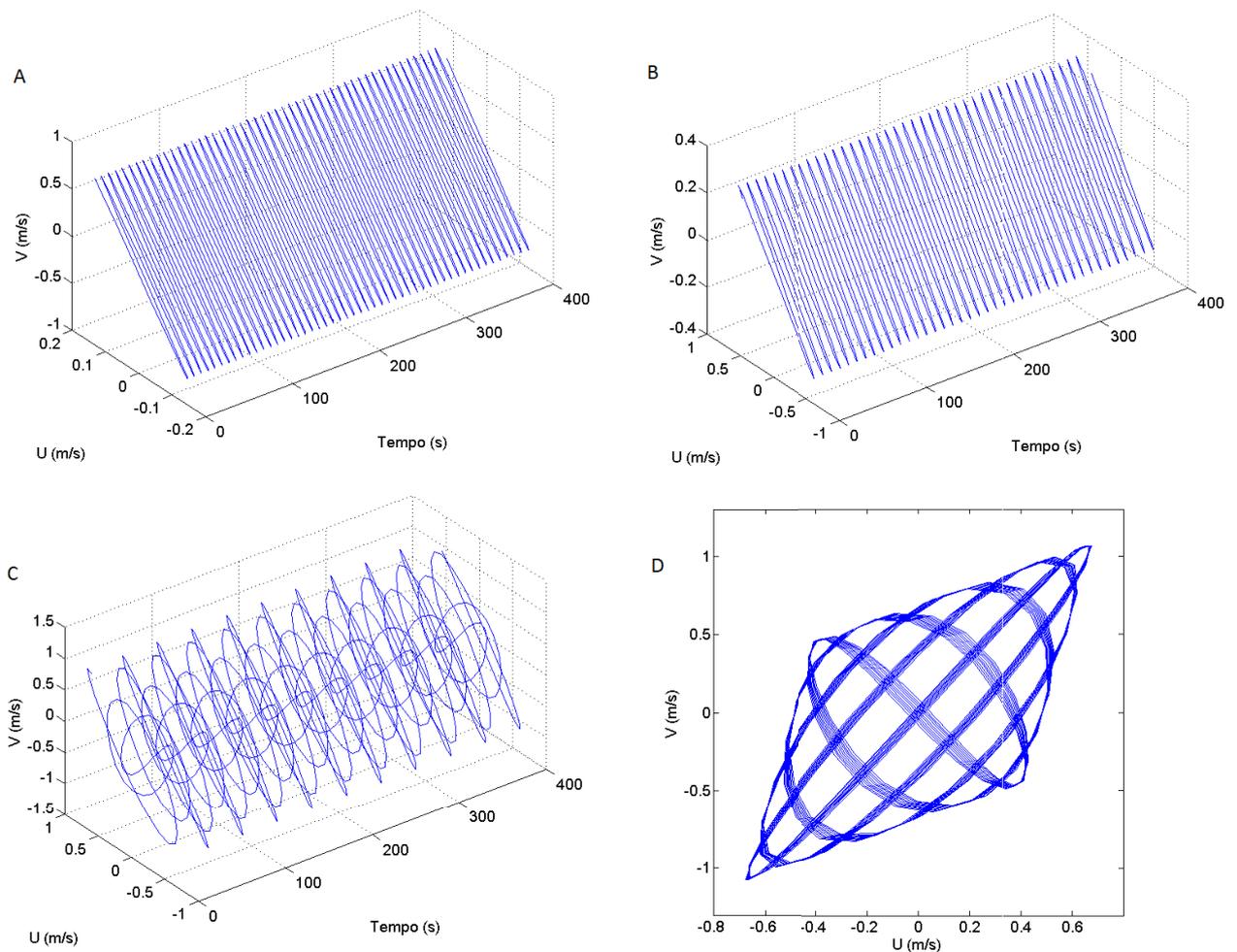


Figura 3.4: Velocidades horizontais para duas ondas. A: onda 1, B: onda 2, C: superposição onda 1 + onda 2, D: superposição onda 1 + onda 2 no plano  $UxV$ .

Os argumentos citados acima colaboram ainda mais para a idéia de que, dada a complexidade dos padrões gerados pelas ondas e por sua grande importância como forçante, é improvável que seja possível explicar seu comportamento e seus efeitos considerando apenas aspectos como direção principal, direção média, espalhamento direcional, etc.

Esses dois exemplos foram apresentados com o objetivo de demonstrar diferentes padrões de velocidade horizontal geradas pela superposição linear de ondas e também para destacar as limitações da análise direcional. Para os dois exemplos a direção principal é de aproximadamente  $30^\circ$ , com período de pico próximo aos 10 s, até

mesmo os espectros direcionais possuem uma forma semelhante (figuras 3.1 e 3.5) . No entanto, como foi demonstrado nas figuras (3.3 e 3.4) o padrão gerado pelas velocidades horizontais são diferentes.

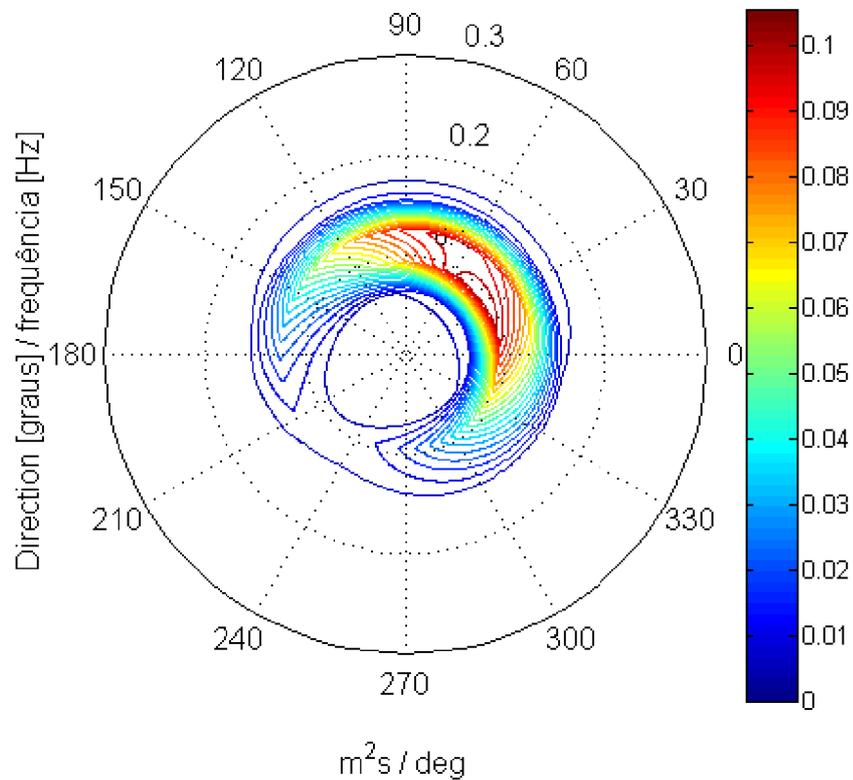


Figura 3.5: Espectro direcional para duas ondas com períodos de 8 e 10 s e direções de  $80^\circ$  e  $30^\circ$ , respectivamente.

À medida que vão se superpondo mais ondas, somadas ainda as componentes não lineares, os padrões gerados são ainda mais complexos, como por exemplo na figura (3.6) onde é apresentada a superposição linear das velocidades horizontais das componentes de primeira e segunda ordem para as ondas criadas no experimento 8 (capítulo 5).

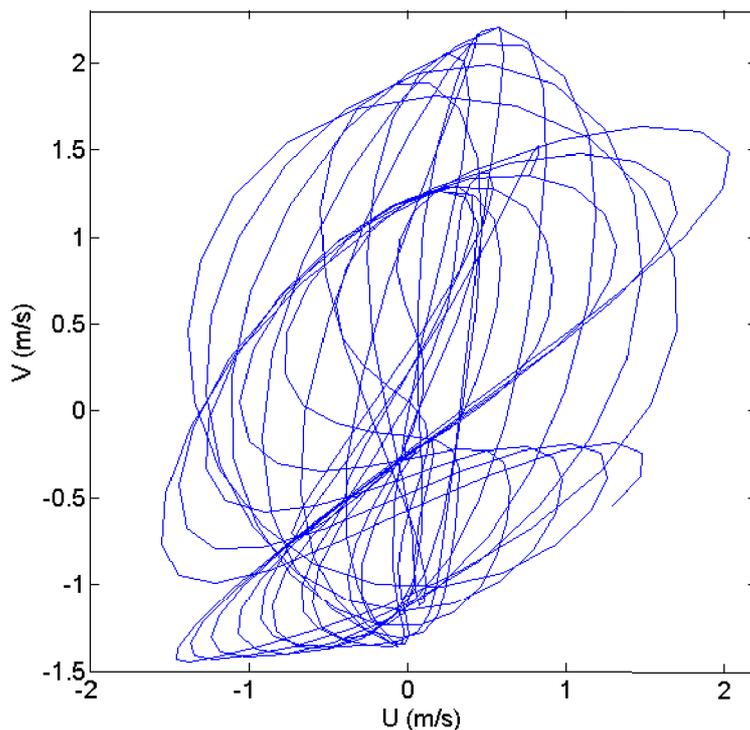


Figura 3.6: Hodógrafa  $U \times V$  para a superposição linear das componentes de primeira e segunda ordem das três ondas criadas no experimento 8 (capítulo 5), com as respectivas amplitudes de 1 m, 1,5 m e 1,2 m, direções de  $0^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $130^\circ$ , períodos de 5 s, 8 s e 15s.

Como mencionado acima, em uma situação real existe a presença de inúmeras ondas com fase, direções e amplitudes e componentes não lineares diferentes, gerando padrões extremamente complexos e dificultando a identificação direcional. A figura (3.7) apresenta uma hodógrafa das velocidades horizontais de um registro de 500 segundos medidos por sensores de velocidades colocados em uma profundidade de 12 metros. Os dados foram coletados durante a “Nearshore Canion Experiment” uma grande campanha realiza na costa da Califórnia, mais informações sobre a campanha de coleta é apresentada na seção (6.1).

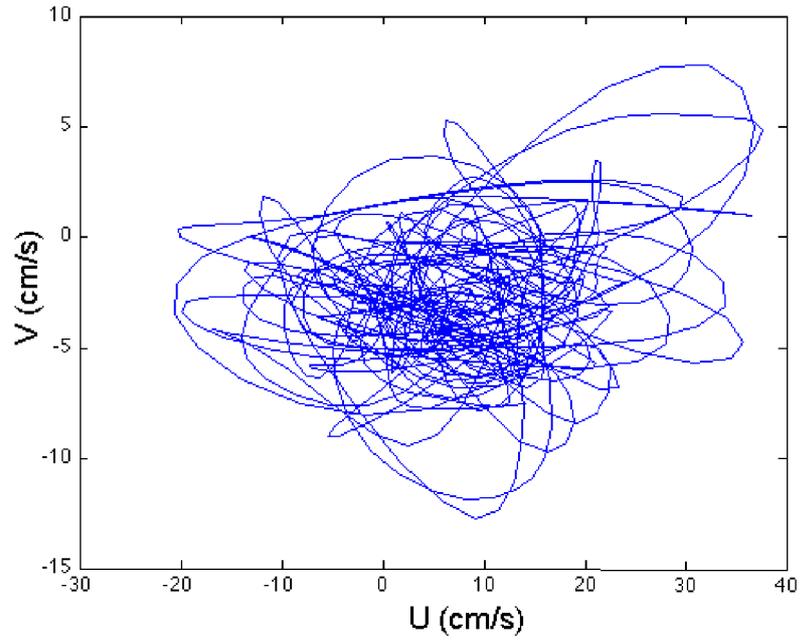


Figura 3.7: Velocidades horizontais medidas (unidades em cm/s).

Devido à complexidade dos diversos padrões que se manifestam nas velocidades horizontais, é necessário aprimorar e buscar novas formas de investigar seu comportamento. Por esse motivo na seção seguinte é apresentada uma alternativa às técnicas usuais de análise de dados e sua aplicação para ondas de gravidade, incluindo a análise das velocidades.

# Capítulo 4

## Transformada de Hilbert-Huang

Primeiramente apresentada por Huang et al [4, 2, 21], a Transformada de Hilbert-Huang (HHT) consiste em uma decomposição (EMD- “*empirical mode decomposition*”) em modos oscilatórios empíricos do registro temporal, ou seja, funções intrínsecas ao sistema (IMF- “*intrinsic mode function*”), seguido da aplicação da transformada de Hilbert sobre estas funções. Através dessa técnica obtêm-se informações sobre as frequências e amplitudes instantâneas, de cada IMF, ao longo do tempo. O conjunto dessas frequências e amplitudes instantâneas para todas as IMF geram o espectro de Hilbert.

Através das informações do comportamento das frequências e amplitudes ao longo do tempo é possível observar processos não estacionários e não lineares.

### 4.1 Metodologia da HHT

A EMD supõe que qualquer conjunto de dados possa ser separado em um conjunto finito de funções intrínsecas simples (IMFs). Uma IMF possui duas características básicas:

- ser uma simples oscilação com o mesmo número de extremos e cruzamentos de zero (pode existir uma diferença de um, entre extremos e cruzamento de zeros).
- a média entre um valor de máximo e seu respectivo valor de mínimo deve ser zero.

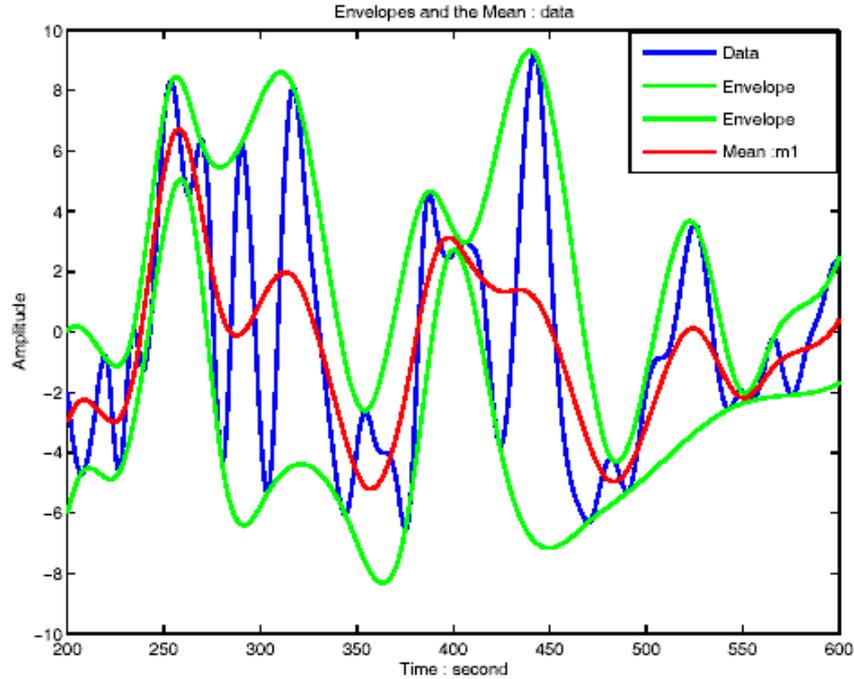


Figura 4.1: Linha azul é a série temporal, linhas verdes são as interpolações feitas para os extremos, linha vermelha é a média feita entre as duas linhas interpoladas. Fonte: Huang et al [2]

O método de decomposição consiste em localizar os máximos e mínimos da série e determinar uma envoltória através de uma interpolação por um spline cúbico entre os valores máximos e outra interpolação entre os valores mínimos (figura 4.1). A seguir é determinada a média ponto a ponto entre as duas envoltórias. Caso essa série média tenha as características de uma IMF, ela é armazenada e posteriormente subtraída do registro (equação 4.1) e o processo de obtenção da IMF se inicia novamente nesse novo registro ( $h_i$ ). Se as características básicas de uma IMF não forem atendidas, o método é repetido até obter-se a IMF (equação 4.2).

$$h_1 = X(t) - m_1 \quad (4.1)$$

$$h_{1k} = h_{1(k-1)} - m_{1k} \quad (4.2)$$

onde  $X(t)$  é a série temporal,  $m$  é a série média e  $h$  é a série restante. O índice  $k$  é um contador que está representando a repetição do processo até se obter uma IMF. Essa repetição do processo até se obter uma IMF é chamado de peneiramento.

A determinação de IMFs está associada a um critério de convergência. Em algum momento o processo de peneiramento é interrompido e o resultado é um conjunto de IMFs, mais algum resíduo (tendência) (figura 4.2).

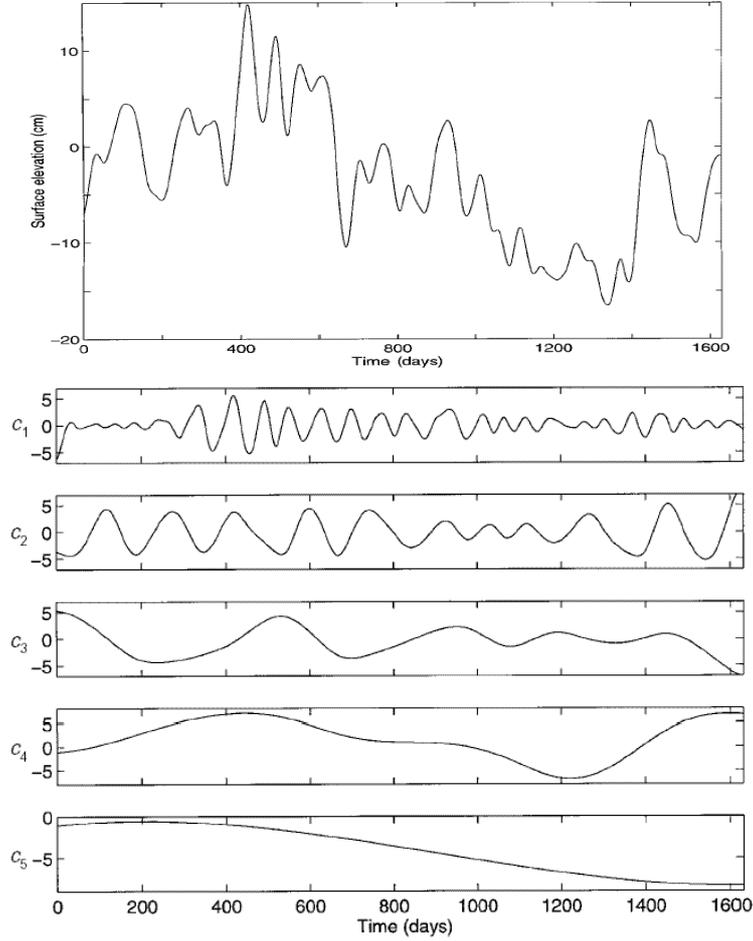


Figura 4.2: Decomposição de uma série temporal de elevação em IMFs. Fonte: Huang et al [2]

A decomposição da série em IMFs facilita a aplicação e principalmente a interpretação do resultado obtido da transformada de Hilbert que é descrita pela equação 4.3, onde  $Y(t)$  é a transformada de Hilbert de uma série temporal  $X(t)$ ,  $P$  indica o valor principal de Cauchy. A transformada é válida para todas as funções da classe  $L^p$ . Define-se um sinal analítico  $Z(t)$  como:

$$Y(t) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{X(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (4.3)$$

$$Z(t) = X(t) + iY(t) = a(t)e^{i\theta(t)} \quad (4.4)$$

$$a(t) = \sqrt{X^2(t) + Y^2(t)}, \theta(t) = \arctan\left(\frac{Y(t)}{X(t)}\right) \quad (4.5)$$

onde  $a(t)$  é a amplitude e  $\theta(t)$  é a fase. Os valores de frequência instantânea podem ser obtidos através da equação (4.6):

$$w = \frac{d\theta}{dt}. \quad (4.6)$$

O conjunto de frequências e amplitudes instantâneas gera o espectro de Hilbert. A figura (4.3 C) apresenta um exemplo do espectro de Hilbert calculado para uma série temporal formada por duas ondas com 10 e 10,2 segundos, em uma profundidade de 80 metros. Em A está a série temporal onde pode-se observar a formação de grupos de ondas. Para esse caso é obtida, através de EMD, apenas uma IMF idêntica à série temporal. Em B está a variação de amplitude do sinal que está representado no espectro de Hilbert (C) pelas cores. A linha indica a frequência de 0,1 Hz (período de 10 segundos), a variação na tonalidade da linha está relacionado à variação de amplitude do sinal onde as cores avermelhadas indicam grandes amplitudes e as cores azuladas pequenas amplitudes, o azul escuro indica zero de energia.

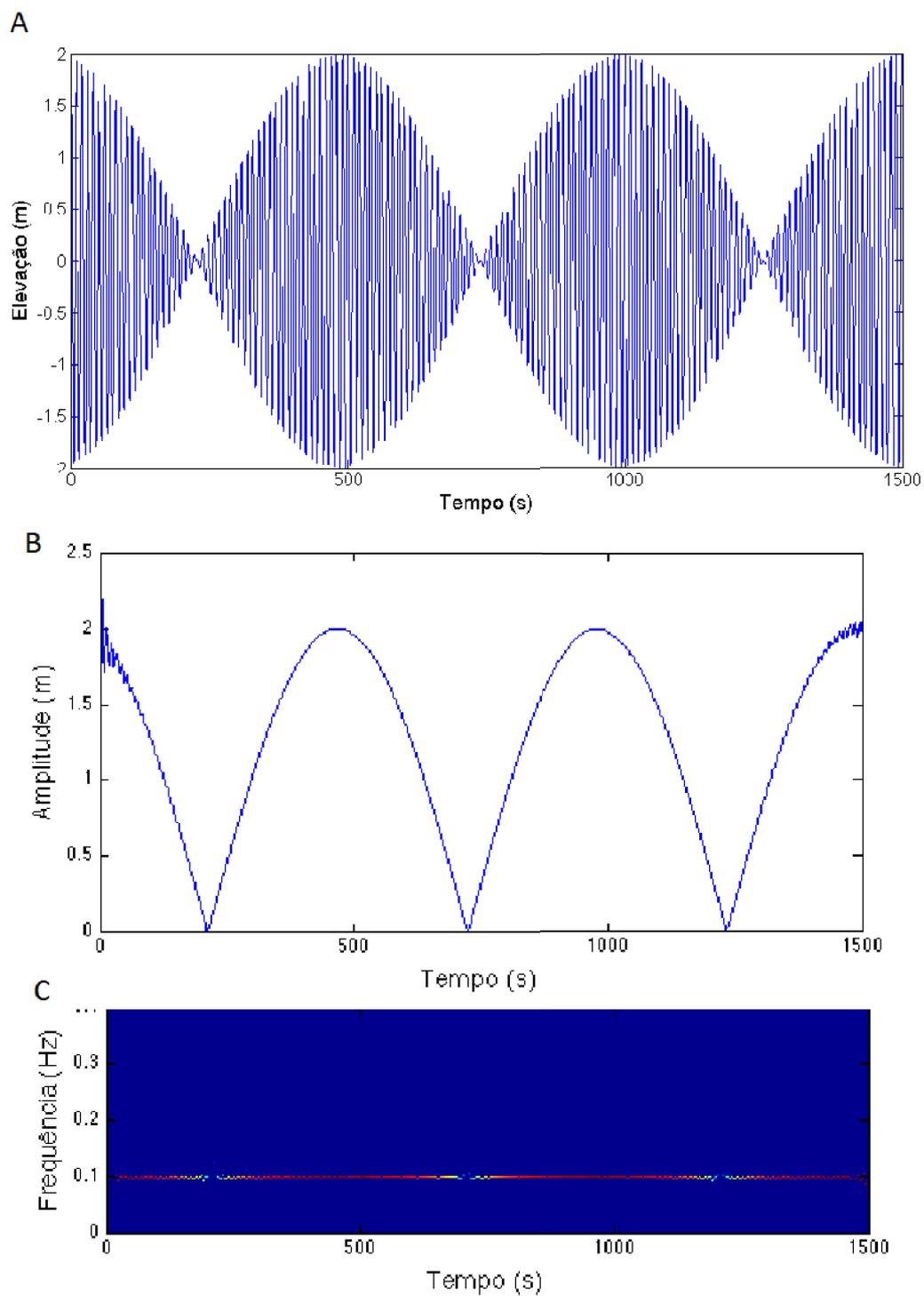


Figura 4.3: Exemplo da representação do espectro de Hilbert para uma série temporal com a presença de grupos de ondas. A - Série de elevação da superfície livre, B - Variação da amplitude da IMF, C - Espectro de Hilbert.

Através desse espectro é possível identificar não apenas a frequência ao longo do tempo da IMF, mas também a variação de amplitude do sinal.

A figura (4.4) apresenta outro exemplo simples do espectro de Hilbert, uma onda de Stokes de segunda ordem, com amplitude de 2 m e 10 s de período, em uma profundidade de 15 metros. O resultado do espectro de Hilbert para esse caso é o de uma onda de frequência, com amplitude constante (não existe variação de cor ao longo da linha - figura 4.4 B). Esse resultado indica uma onda não linear, representado pela modulação de frequência que existe ao longo de sua fase.

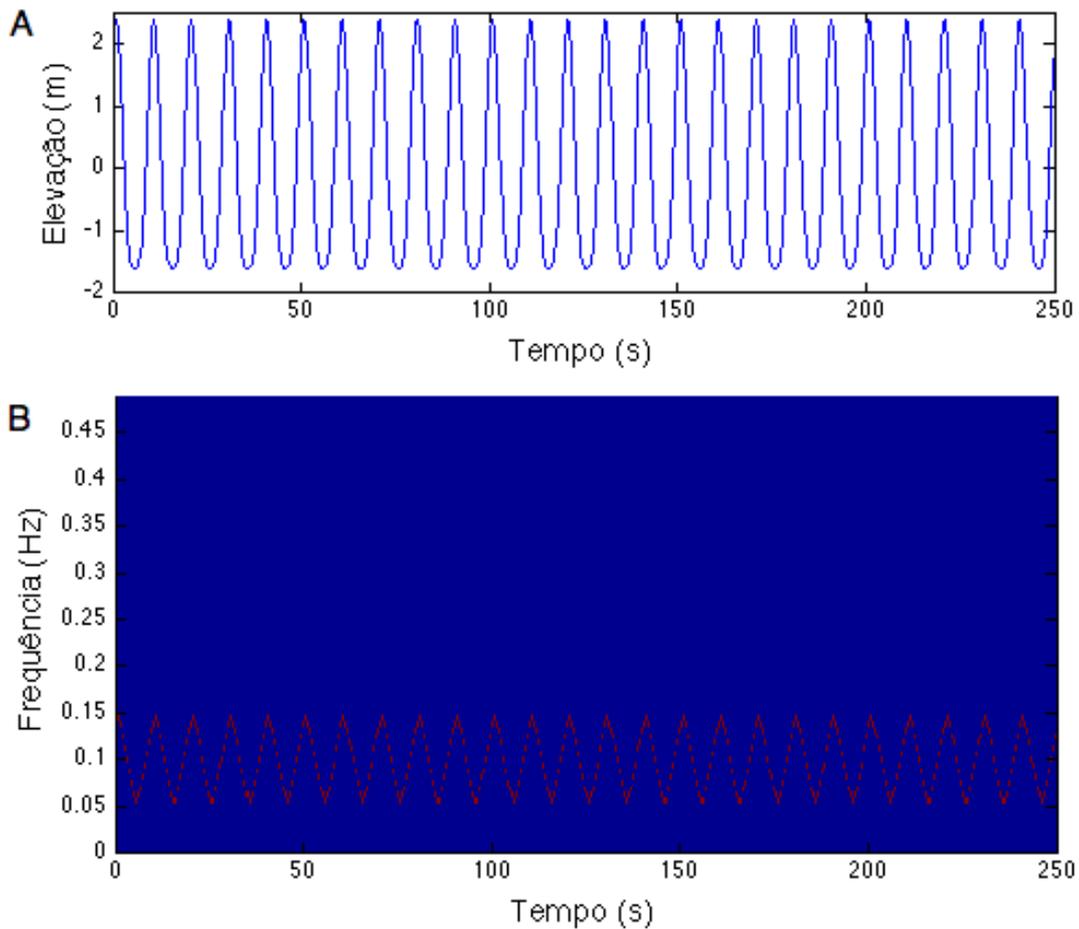


Figura 4.4: Exemplo da representação do espectro de Hilbert para uma série temporal de uma onda de Stokes de segunda ordem. A - Série de elevação da superfície livre, B - Espectro de Hilbert.

A EMD apresentada nessa seção se aplica apenas a séries de dados unidimensionais. Tendo em vista a importância em se estudar grandezas bidimensionais, pesquisadores buscaram expandir a idéia da EMD univariada para séries bivariadas. No entanto, em se tratando de dados que variam em duas dimensões espaciais e no tempo, aspectos fundamentais para a EMD como identificação de máximos e mínimos e interpolação não fazem sentido. Como seria possível identificar máximos e mínimos em uma variação tridimensional? Como seria feita a interpolação? Alguns autores propuseram formas diferentes de contornar essas questões. Nas duas próximas seções serão apresentadas duas técnicas desenvolvidas para aplicar a EMD em séries representadas por números complexos.

## 4.2 Decomposição Empírica Complexa - EMD complexa

Com a intenção de identificar e separar componentes com frequências de rotação positivas e negativas, Tanaka and Mandic [22] propuseram uma decomposição do sinal complexo em dois sinais analíticos, um com frequências positivas e outro frequências negativas, cada qual associada a diferentes sentidos de rotação. Inicialmente o método segue a mesma idéia do Espectro Rotatório (Gonella [23]) onde as velocidades decompostas em série de Fourier (equações 4.7, 4.8),  $a_{n_u}, b_{n_u}, a_{n_v}, b_{n_v}$  são os coeficientes de Fourier de U e V, respectivamente:

$$U = a_{n_u} \cos(n_u t) + b_{n_u} \sin(n_u t) \quad (4.7)$$

$$V = a_{n_v} \cos(n_v t) + b_{n_v} \sin(n_v t) \quad (4.8)$$

As velocidades U e V podem ser representadas na forma complexa, supondo que a série possa ser decomposta em uma soma de componentes com frequências angulares positivas  $+\sigma$  e negativas  $-\sigma$  (equação 4.9):

$$U + iV = u_{+\sigma} e^{+i\sigma t} + u_{-\sigma} e^{-i\sigma t} \quad (4.9)$$

A partir dessa relação é possível dividir as componentes positivas e negativas (equações 4.10, 4.11):

$$u_{+\sigma} = \frac{1}{2}(a_{n_u} + b_{n_v}) + i(a_{n_v} - b_{n_u}) \quad (4.10)$$

$$u_{-\sigma} = \frac{1}{2}(a_{n_u} - b_{n_v}) + i(a_{n_v} + b_{n_u}) \quad (4.11)$$

Aplicando a transformada inversa de Fourier em  $u_{+\sigma}$  e  $u_{-\sigma}$  é possível recompor duas séries temporais com as frequências positivas e negativas separadas. Com as séries recompostas é aplicada a EMD univariada individualmente e para cada IMF pode ser aplicada a transformada de Hilbert.

A possibilidade de obter os sentidos de rotação de diferentes frequências ao longo do tempo é uma grande ferramenta para identificar diferentes fenômenos físicos, como por exemplo: correntes oceânicas, vórtices, ondas de plataforma, ondas internas, entre outras.

Ondas longas de plataforma, ou seja, que sofrem influência da rotação da Terra, diferentemente das ondas curtas geradas por vento, apresentam um movimento horizontal elíptico, pois sua dinâmica é afetada pela força de Coriolis. Dessa forma, identificando as frequências e os sentidos de rotação é possível distinguir diferentes ondas.

No caso de ondas curtas geradas por vento, como foi apresentado na seção 3.1, o padrão gerado por uma onda não é elíptico, pois as velocidades U e V estão em fase e, devida sua escala, não sofrem influência da rotação da Terra. Além disso, os padrões que surgem da interação de diferentes ondas varia de acordo com as características das ondas incidentes. Mesmo em situações onde ocorre a formação de elipses, como por exemplo em grupo de ondas, ao longo do tempo os sentidos de rotação se alternam (figura 3.4). Sendo assim, para esse caso, identificar sentidos de rotação não propicia obter informações direcionais. Por esse motivo essa técnica não será aplicada aos casos investigados nesse trabalho.

### 4.3 Decomposição Empírica Bivariada - EMDB

Rilling et al. [3] propuseram um método baseado na idéia de separar uma série de dados complexa em rotações mais rápidas e mais lentas. O método consiste em projetar o sinal complexo em diferentes direções e, em cada projeção, é aplicada a

EMD básica. Somando as envoltórias geradas pela interpolação spline forma-se uma envoltória tridimensional, onde a linha central é uma IMF a qual possui parte real e imaginária, como no exemplo da figura (4.5).

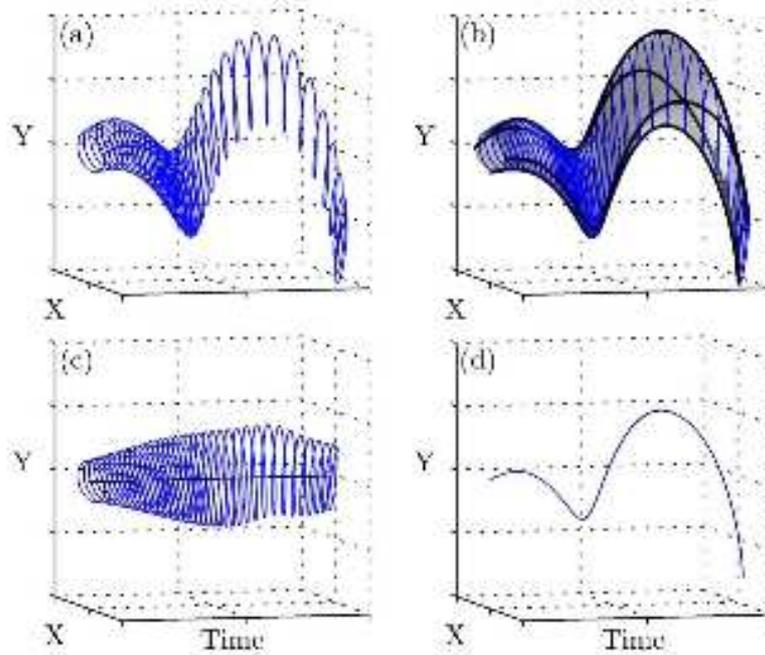


Figura 4.5: Princípio da extensão da EMD unidimensional para a EMDB. Fonte: Rilling et al. [3]

## 4.4 Transformada de Hilbert Huang Vetorial - VHHT

Yunchao et al. [24] sugeriram uma forma de estimar a direção de propagação de um sinal, através de operações entre as transformadas de Hilbert de três séries ortogonais, decompostas em IMFs. O autor utiliza como exemplo uma série temporal sintética de P, U e V representando a soma de duas ondas senoidais propagando-se em diferentes direções.

A decomposição da série de pressão é feita através de EMD univariada. Para as velocidades é sugerido pelo autor utilizar a EMD bivariada. Através das equações (4.12 e 4.13) calcula-se o “fluxo instantâneo de energia”, onde  $IMF_{p_j}$  são as compo-

mentes decompostas de pressão, a  $IMFu_j$  e a  $IMFv_j$  são as componentes decompostas das velocidade U e V respectivamente. Ainda nas mesmas equações  $H$  indica a transformada de Hilbert, e  $()^*$  é o complexo conjugado:

$$S(pU, t) = H[IMFp_j] \times H^*[IMFu_j], \quad (4.12)$$

$$S(pV, t) = H[IMFp_j] \times H^*[IMFv_j]. \quad (4.13)$$

Através da equação 4.14 é calculado o ângulo de incidência de cada componente ao longo do tempo:

$$\theta_j(t) = \tan^{-1} \left\{ \frac{Re[S(pU, t)]}{Re[S(pV, t)]} \right\} \quad (4.14)$$

Para esse caso simples os autores demonstram que a técnica tem uma boa resposta, no entanto foi observado, ao longo do desenvolvimento de alguns testes, ligeiramente mais complexos, que os resultados não apresentam um significado claro. Com o objetivo de demonstrar o tipo de resultado obtido pela VHHT é apresentada sua aplicação para dois experimentos (4 e 7 - seção 5.2) onde é feita a aplicação da EMD bivariada para séries sintéticas.

Nesse trabalho será apresentada uma outra forma de analisar a direcionalidade das ondas,

## 4.5 Aplicação da HHT para ondas de gravidade geradas por vento

Alguns autores aplicaram a HHT para o estudo de ondas geradas por vento. Huang et al [4] utilizaram a técnica para estudar a evolução do espectro de energia, especificamente a migração de energia de frequências mais altas para as mais baixas. Os autores ressaltam a importância da formulação proposta por Hasselmann [9], [10], [11], mas apontam que detalhes sobre o mecanismo ainda continuam desconhecidos, levantando questionamentos como : “Quando o processo de fluxo de energia se inicia? O processo é gradual e contínuo? Nesse processo todas as ondas crescem com o aumento da energia nas mais baixas frequências? Ou algumas ondas crescem mais que outras e a aparência de que toda a parte de baixas frequências está crescendo,

é meramente uma consequência do método da transformada de Fourier?” (Huang et al [4]).

Outros trabalhos também questionaram o processo gradual e contínuo. No estudo desenvolvido por Lake e Yuen [25], foi destacada a perda de picos que ocorre na modulação não linear, em ondas geradas mecanicamente. Foram apontadas duas possibilidades que justificariam essa perda de picos. A primeira seria devido a um aumento na esbeltez, causado pela modulação da amplitude da onda, até um ponto onde esta se tornaria instável e arrebatada. Dessa forma a transferência para as frequências mais altas se daria por quebra da onda. Uma segunda possibilidade seria quando a amplitude é modulada até ser reduzida a zero, que estaria associada à limitação de um trem de onda.

Ramamonjiarisoa e Mollo-Christensen [26] observaram a união de duas cristas de onda gerando, momentaneamente, uma onda com duas vezes o período da onda dominante. Esse processo foi associado a um instantâneo aumento na velocidade de grupo e uma instantânea diminuição na densidade de energia, as duas ocorrendo localmente. Foi ainda destacado pelos autores que este fenômeno só poderia ocorrer em situações onde as ondas estivessem muito próximas de quebrar; sendo assim, tanto a teoria linear como a não linear não poderiam representar tal mecanismo.

Os trabalhos mencionados até agora são baseados em observações qualitativas. Como os processos citados ocorrem localmente, o estudo quantitativo desse mecanismo seria impossível através de técnicas tradicionais que envolvem a transformada de Fourier, uma vez que essa utiliza uma distribuição uniforme das frequências ao longo do tempo.

Huang et al [4] através de um estudo com ondas geradas em laboratório identificaram o mecanismo de fusão de ondas, através da HHT. Os autores observaram que o processo de modulação de amplitudes se intensificava à medida que as ondas se afastavam da região geradora. A figura (4.6) apresenta valores da fase da onda obtidos a diferentes distâncias da região de geração, mostrando que os saltos de frequência têm início a uma determinada distância e ocorrem localmente.

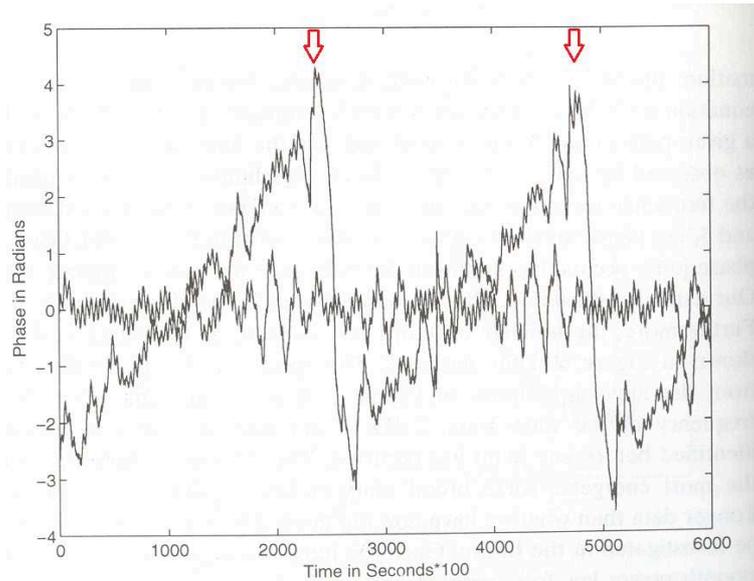


Figura 4.6: Fase da onda em radianos observadas a diferentes distâncias da região de geração. A linha com menor oscilação é a estação mais próxima à região de geração e a linha com maior oscilação está a uma maior distância. As setas vermelhas indicam os tempos onde ocorrem os pulsos de fase. Fonte: Huang et al. [4]

Através das informações sobre a fase e amplitude da onda ao longo do tempo, pode-se observar que as alterações na fase (pulos de fase de  $2\pi$ ) ocorrem localmente quando a modulação de amplitude atinge uma determinada amplitude extrema (figura 4.5). Esse processo vai se intensificando à medida que as ondas se afastam do local de geração.

A identificação temporal do comportamento da fase (consequentemente das frequências) e amplitudes de cada componente (IMF) demonstra as vantagens da aplicação da HHT para o estudo de processos não lineares e não estacionários.

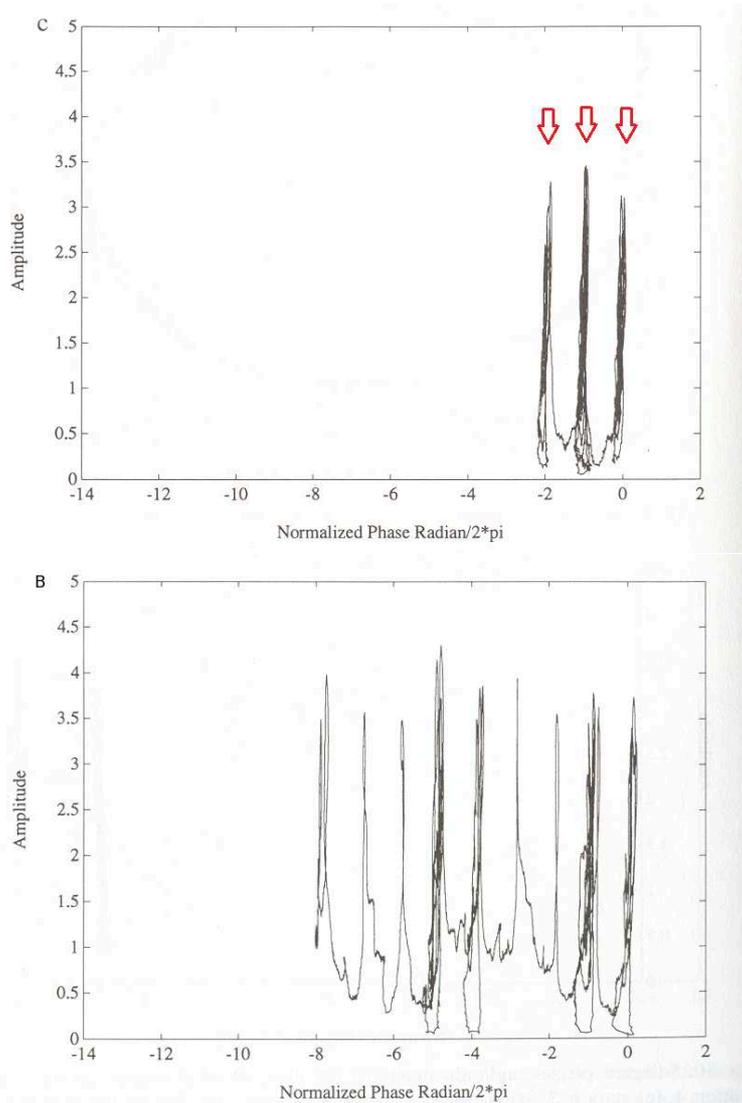


Figura 4.7: Diagrama da fase-amplitude para diferentes distâncias da região de geração. A) estação próxima ao local de geração, pulsos de fase indicados pelas setas vermelhas. B) estação distante da região de geração. Fonte: Huang et al. [4]

Através do espectro de Hilbert pode-se observar claramente a mudança nas amplitudes de variação das frequências. A figura (4.8 A) apresenta o resultado do espectro de Hilbert para um ponto próximo a região de geração, é possível observar que a variação da frequência ao longo do tempo é menor quando comparada à porção B da mesma figura, onde se trata de um ponto distante da região de geração. A distância da região de geração possibilitou uma maior ocorrência dos pulsos de fase, o que foi indicado por Huang et al [4] como sendo o responsável pelo fluxo de energia das altas para as baixas frequências. Na figura (4.8 B) pode-se observar a maior

amplitude de variação da frequência ao longo do tempo, destacando a presença de energia nas menores frequências.

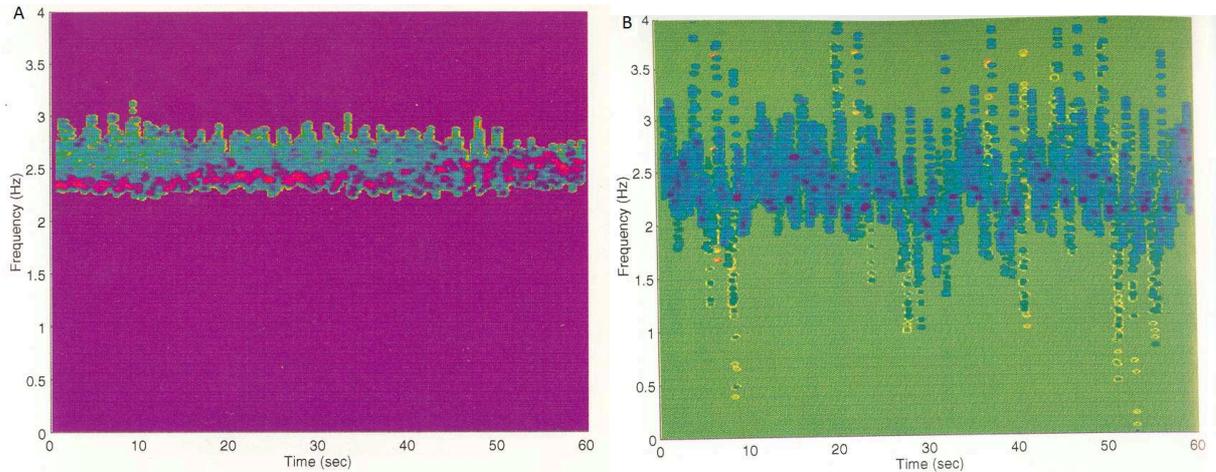


Figura 4.8: Espectro de Hilbert. A) estação próxima ao local de geração. B) estação distante da região de geração. Fonte: Huang et al. [4]

Veltcheva [5] aplicou a HHT para estudar diferentes estados de mar. Os resultados das análises mostraram que através da HHT é possível diferenciar estados de mar. No artigo, são classificados quatro tipos, associados a períodos anterior, durante e posterior à passagem de uma tempestade (figura 4.9) :

- Calmaria - a altura significativa ( $H_s$ ) e o período de pico ( $T_p$ ) são baixos;
- Ondas em desenvolvimento - a  $H_s$  é alta e o  $T_p$  baixo;
- Ondas em decaimento - a  $H_s$  diminuindo e  $T_p$  aumentando;
- Pós-tempestade - a  $H_s$  e  $T_p$  estão decaindo.

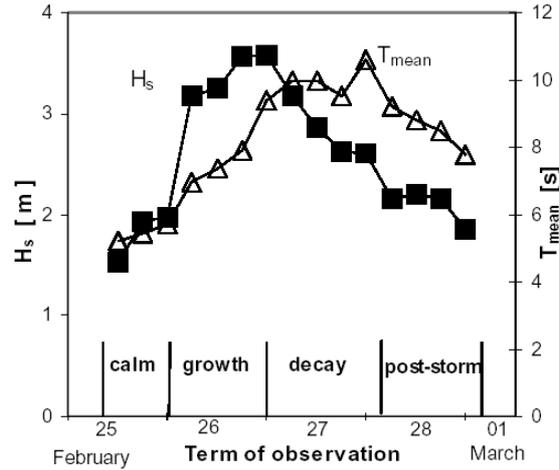


Figura 4.9: Classificação de estado de mar quanto a altura significativa e período médio. Fonte: Veltcheva [5]

Ao analisar os espectros de Fourier de cada IMF gerada, foi feita uma associação entre a diferença de frequência das IMFs e a formação de grupos de ondas. Dessa forma, foi identificado no artigo, que os estados de mar apresentam tendências diferentes de formarem os grupos de ondas.

A figura (4.10 A) apresenta os espectros de Fourier para as IMFs decompostas para uma agitação marítima classificada como Calmaria. A maior diferença entre os períodos das IMFs indicam uma tendência menor para formar grupos de ondas. A figura (4.10 B) apresenta os espectros de Fourier para uma agitação marítima classificada como pós-tempestade. É possível observar a menor diferença entre as frequências das IMFs o que indica uma tendência maior para formar grupos de ondas. Essa conclusão é coerente, uma vez que a formação de grupos de ondas está associada à pequenas diferenças entre frequências. Devido ao caráter dispersivo de ondas de gravidade (em água profunda) é provável que no período de pós-tempestade as ondas de frequências próximas estejam espacialmente agrupadas, facilitando dessa forma a formação de grupos de ondas.

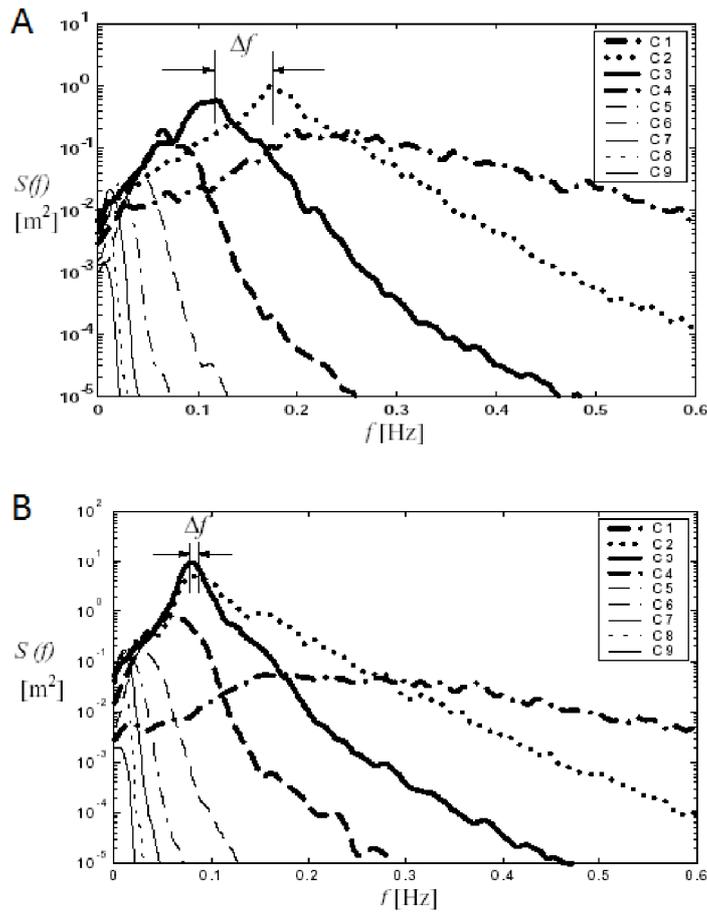


Figura 4.10: Espectro de Fourier das IMFs para diferentes classificações de agitação marítima. A - Estado de mar - calma, B - Estado de mar - pós-tempestade. Fonte: Veltcheva [5]

Apesar de diferentes autores terem utilizado a HHT para o estudo de ondas geradas por vento, muito pouca informação sobre a aplicação da HHT para o estudo da direcionalidade das ondas. Os trabalhos têm se detido, em sua grande maioria, ao estudo de grandezas escalares. No presente estudo busca-se uma forma de utilizar a HHT para estudar ondas incluindo a variável direção. Com essa idéia será desenvolvida uma técnica, envolvendo a EMD e a HHT, a ser aplicada às componentes horizontais U e V da velocidade medida por um aparelho PUV. Nesse caso a decomposição será feita considerando duas variáveis, ou seja, será utilizada uma EMD bivariada.

# Capítulo 5

## Aplicação da HHT para séries sintéticas

Aqui será apresentada uma série de testes com o objetivo de explorar os recursos da HHT. As séries sintéticas foram obtidas através do desenvolvimento de um algoritmo em MATLAB o qual simula a evolução temporal e espacial de três ondas, calculando séries de elevação e velocidades horizontais. As condições iniciais são: altura, período, direção, fase, para as três ondas e profundidade. O algoritmo considera interações não lineares de segunda ordem. Os experimentos foram selecionados no intuito demonstrar a aplicação da HHT para:

- Demonstrar a representação de aspectos não lineares em segunda ordem, incluindo a identificação de ondas geradas por interação entre ondas;
- Demonstrar a representação de processos não estacionários;
- Introduzir uma nova forma de identificar grupos de ondas e estimar a diferença de frequência das ondas incidentes;
- Explorar as características das velocidades horizontais através da aplicação da EMDB e a HHT;
- Aplicar a análise direcional baseada em espectros de Fourier sobre as séries de elevação, U e V, decompostas em IMFs.

A tabela (5.1) apresenta a sequência e as características dos testes.

Experimentos	Num. Ondas	Características			Prof (m)	Comp. 2 <sup>o</sup> Ordem	Técnica
		H (m)	T (s)	Dir (°)			
1- Onda de Stokes	1	2	10	0	15	sim	EMD
2- Não estacionariedade	1	1	10→40 (inst.)	0		não	EMD
3- Não estacionariedade	1	1	10→30 (gradual)	0		não	EMD
4- Grupo de ondas	2	1	10	0	80	não	EMD/ EMDB
		1	10,2	60			
5- Grupo de ondas	3	0,5	8	0	80	não	EMD
		1	8,2	30			
		1,2	8,4	60			
6- Grupos de ondas	3	0,5	8	0	80	não	EMD
		1	8,1	30			
		1,2	8,2	60			
7- Grupo de ondas	6	0,5	8	0	80	não	EMD/ EMDB
		1	8,2	30			
		1,2	8,4	60			
		0,7	8,6	45			
		1	8,8	80			
		1,5	9	20			
8- Grupo de ondas	6	0,5	8	0			
		1	8,1	30			
		1,2	8,2	60			
		0,7	8,3	45			
		1	8,4	80			
		1,5	8,5	20			
9- Interações não lineares entre trens de onda	3	1	10	0	15	sim	EMD/ EMDB
		1,2	10,2	30			
		1,5	15	80			
10- Interações não lineares entre trens de onda	3	1	10	45	15	sim	EMDB
		1,2	10,2	60			
		1,5	15	50			
11- Interações não lineares entre trens de onda	3	1	5	0	15	sim	EMD/ EMDB
		1,5	8	60			
		1,2	15	130			
12- Interações Não Lineares entre trens de onda	3	1	5	45	15	sim	EMDB
		1,5	8	60			
		1,2	15	50			

Tabela 5.1: Descrição dos experimentos realizados

## 5.1 Resultados para Análise Univariada

### Experimento 1 - Onda de Stokes

Esse experimento demonstra a informação obtida através da utilização da HHT para uma onda de Stokes com 2 m de amplitude, 10 s de período em uma profundidade de 15 metros. A figura(5.1 A) apresenta a elevação da superfície ao longo do tempo, sendo possível observar a influência da componente de segunda ordem, responsável pela assimetria horizontal da onda.

Comparando o resultado do espectro de Hilbert (figura 5.1 B) com o resultado do espectro de Fourier (figura 5.2 ), observa-se claramente a diferença na representação de um mesmo processo. O espectro de Fourier indica a presença de dois picos de energia, onde o mais energético está associado à componente de primeira ordem e o pico menos energético à componente de segunda ordem. Esse tipo de resultado pode levar a uma interpretação errada do processo físico em questão. Pode-se imaginar nesse caso que há a presença de duas ondas livres uma com 10 s e outra com 5 s.

O resultado da HHT tem um significado físico mais claro, identifica-se a presença de uma onda apenas com uma oscilação de frequência, ou seja , uma onda com uma modulação de frequência (onda de frequência) ao longo do tempo.

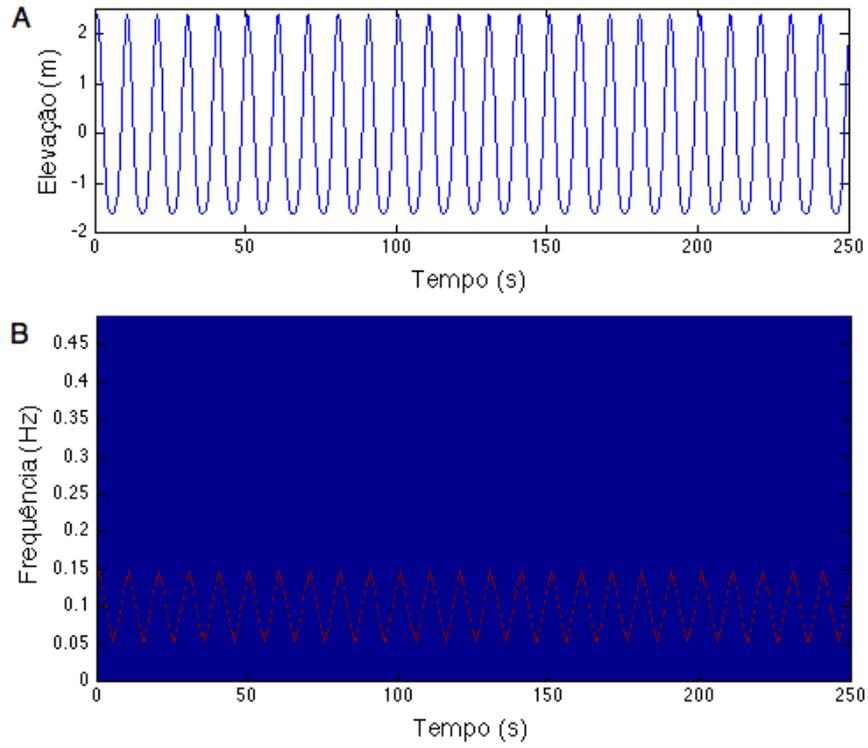


Figura 5.1: A- Onda de Stokes 2ª ordem - série temporal, B - espectro de Hilbert.

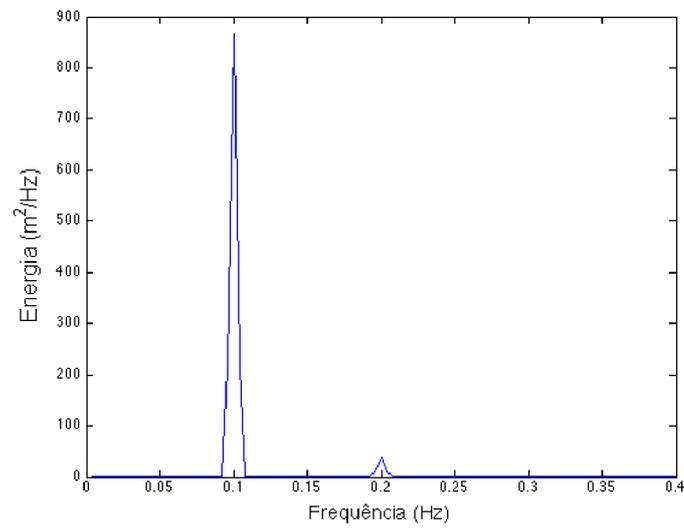


Figura 5.2: Espectro de Fourier.

## Experimento 2 e 3 - Não Estacionariedade

Foram desenvolvidos dois experimentos simples: o primeiro com uma onda de frequência 0,1 Hz (10 s) constante que, no passo de tempo de 200 s, a frequência é alterada para 0,025 Hz (40 s) e permanece constante a seguir (figura 5.3 A); o segundo com uma frequência com variação constante ao longo do tempo, variando entre 0,1 Hz até 0,033 Hz.

A figura (5.4) apresenta o espectro de Fourier aplicado ao experimento 2. É possível identificar os dois picos de energia nas frequências corretas, no entanto devido à integração no domínio do tempo, não é possível obter a variação temporal dificultando a interpretação e a correta caracterização do processo. No caso da HHT como se obtém a frequência ao longo do tempo, é possível identificar processos que sejam não estacionários, como na figura (5.3 B).

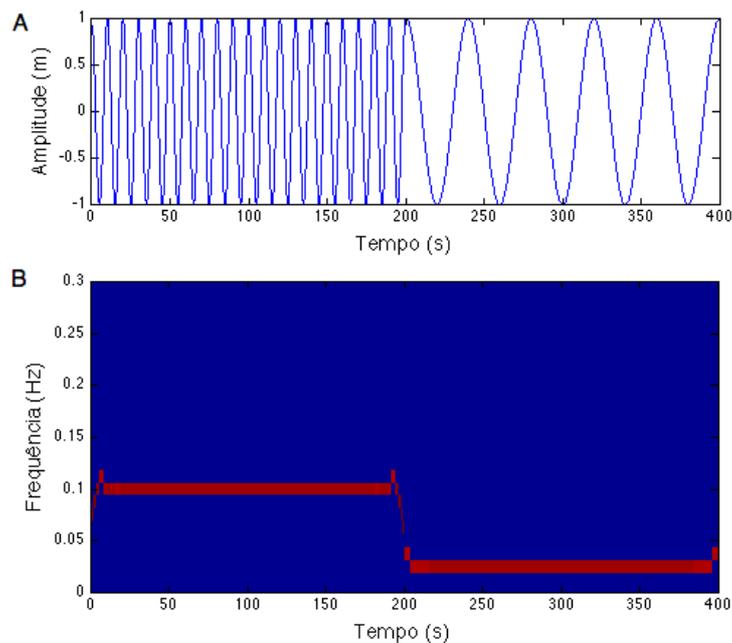


Figura 5.3: A- Série temporal, B- Espectro de Hilbert.

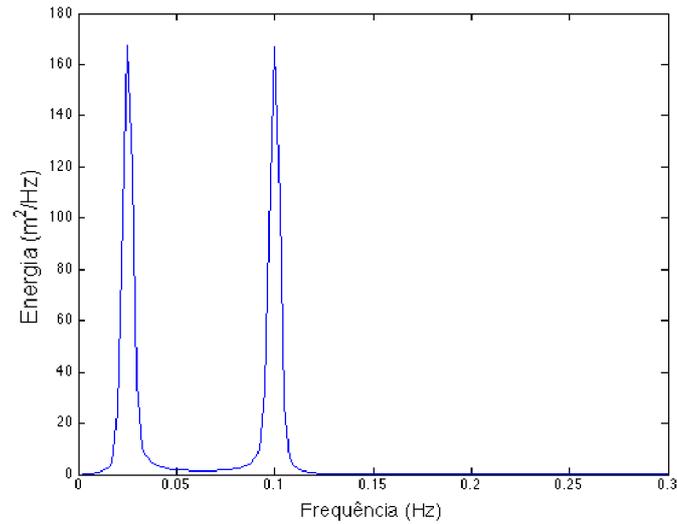


Figura 5.4: Espectro de Fourier para o experimento 2.

Para o experimento 3, o espectro de Fourier não consegue representar o processo figura (5.6), pois não é possível distinguir picos de energia. O resultado da HHT é mais coerente, onde a variação de frequência ao longo do tempo é bem definida figura (5.5 B). A cor vermelha, no espectro de Hilbert, com a tonalidade constante ao longo do tempo indica que a amplitude da IMF permaneceu constante.

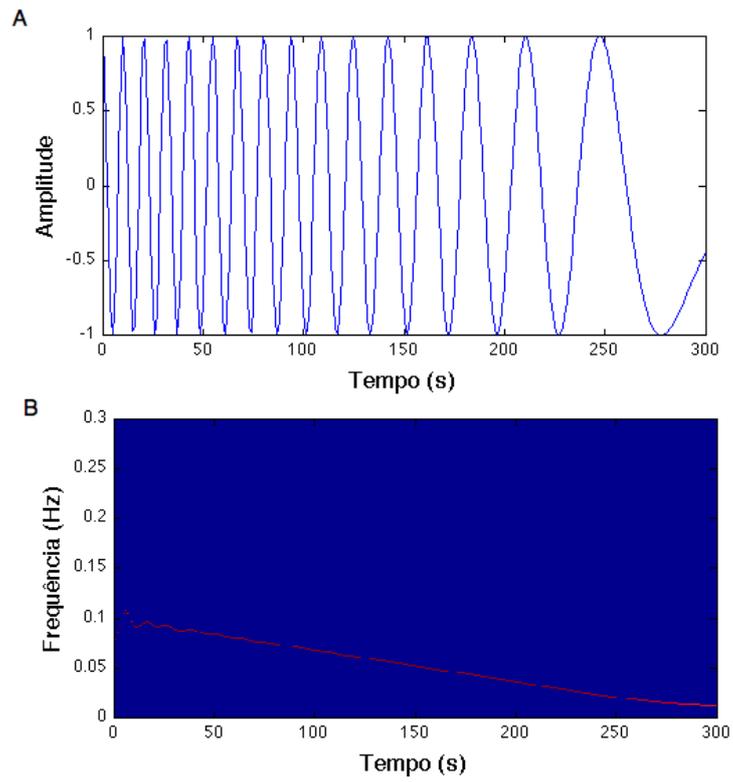


Figura 5.5: A- Série temporal, B- Espectro de Hilbert.

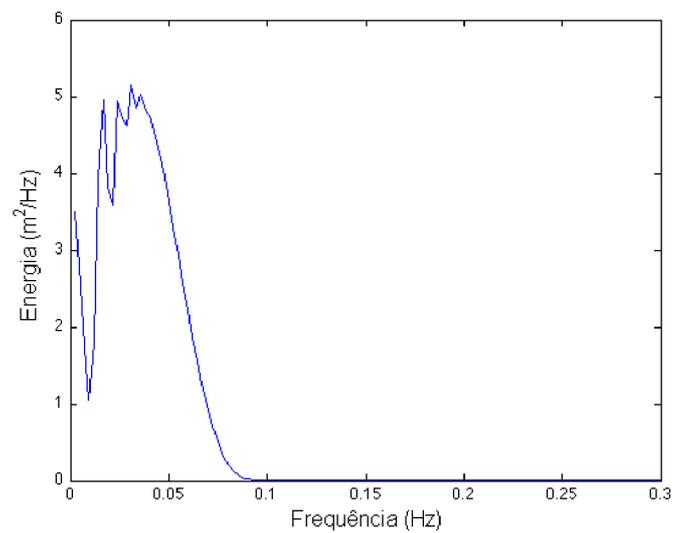


Figura 5.6: Espectro de Fourier para o experimento 3.

## Experimentos 4, 5, 6, 7 e 8 - Identificação de Grupos de ondas

A HHT é uma boa ferramenta na identificação de grupos de ondas. Nessa seção será apresentado o resultado das simulações e também uma forma de fazer inferências sobre as frequências das ondas primárias que formam o grupo de ondas.

Partindo da idéia que a elevação da superfície para a superposição de duas ondas, colineares e de mesma amplitude, pode ser descrita pela equação (5.1)

$$\eta = H \cos(kx - \sigma t) \cos\left[\frac{1}{2}\Delta k(x - \frac{\Delta\sigma}{\Delta k}t)\right], \quad (5.1)$$

assumindo

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma - \frac{\Delta\sigma}{2}, \quad k_1 = k - \frac{\Delta k}{2} \\ \sigma_2 &= \sigma + \frac{\Delta\sigma}{2}, \quad k_2 = k + \frac{\Delta k}{2} \\ T_1 &= T + \frac{\Delta T}{2}, \quad T_2 = T - \frac{\Delta T}{2} \end{aligned} \quad (5.2)$$

onde  $\Delta\sigma$ ,  $\Delta k$  e  $\Delta T$  são, respectivamente, a diferença entre duas frequências ( $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ ), dois números de ondas ( $k_1$  e  $k_2$ ) e a diferença entre os períodos de onda  $T_1$  e  $T_2$ . Nas mesmas equações  $\sigma$ ,  $k$  e  $T$  são as respectivas frequência, número de onda e período característicos. A equação (5.1) representa a formação de um grupo de onda, ou seja, uma onda que possui sua amplitude modulada por uma envoltória que se propaga com velocidade  $\Delta\sigma/\Delta k$ . Dessa forma, quanto menor a diferença entre as ondas incidentes, mais longa será a envoltória do grupo de onda. Trabalhando com as propriedades de  $\Delta\sigma$  é possível determinar a seguinte relação:

$$\Delta\sigma = \frac{2\pi}{T_1} - \frac{2\pi}{T_2} \iff \frac{2\pi}{T_g} = \frac{2\pi(T_2 - T_1)}{T_1 T_2} \iff \Delta T \approx \frac{T^2}{T_g}. \quad (5.3)$$

Sendo assim, sabendo o período do grupo de onda  $T_g$  e o período característico  $T$ , pode-se estimar a diferença de período das duas ondas incidentes.

Na seção (4.1) foi demonstrada a capacidade de HHT em identificar grupos de ondas, através da observação do comportamento da frequência da IMF e sua variação de amplitude ao longo do tempo. Sendo assim é proposto aqui utilizar o período médio da IMF como sendo o período característico e através da variação da amplitude, da IMF, obter o período do grupo de onda. Com essas informações pode-se calcular o  $\Delta T$  utilizando a equação (5.3).

A seguir são apresentados os resultados para um exemplo simples (experimento 4), onde ocorre a formação de grupo de onda com apenas duas ondas iniciais, ambas com 1 metro de amplitude, 10 s e 10,2 s de período e as respectivas direções de propagação de  $0^\circ$  e  $60^\circ$ . A figura (5.7) apresenta a série temporal de elevação da superfície livre analisada.

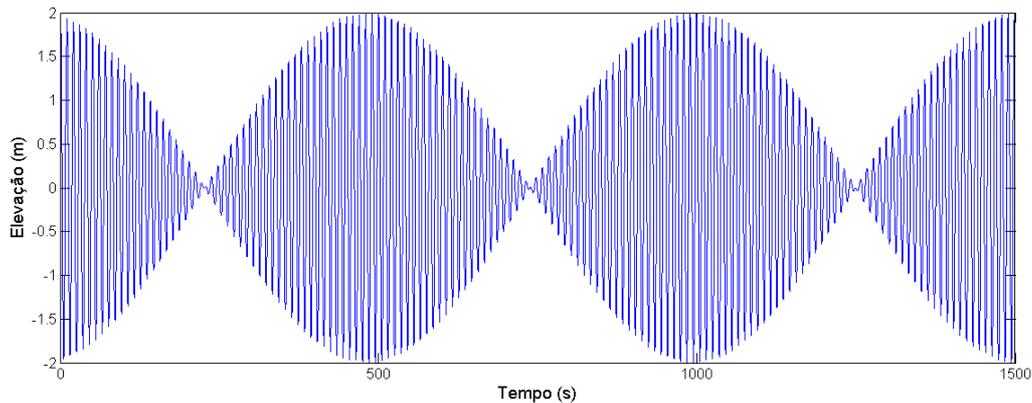


Figura 5.7: Série temporal de elevação da superfície livre para o experimento 4.

As equações demonstradas acima foram formuladas para duas ondas colineares, no entanto é apresentado outros exemplos da aplicação dessa mesma técnica para grupos de ondas formados por mais de duas ondas e os resultados são aparentemente satisfatórios.

Nesse estudo foi observado que o ângulo de incidência das ondas não gera grandes alterações na série temporal de elevação da superfície coletada em um ponto do espaço. O exemplo apresentado na figura (5.8) mostra que para diferentes ângulos de incidência das ondas ocorre a formação dos mesmos grupos de onda, em termos de período, no entanto com defasagem entre as diferentes combinações de direção. Para os quatro exemplos a seguir foram consideradas duas ondas com 10 s e 10,2 s em uma profundidade de 80 metros.

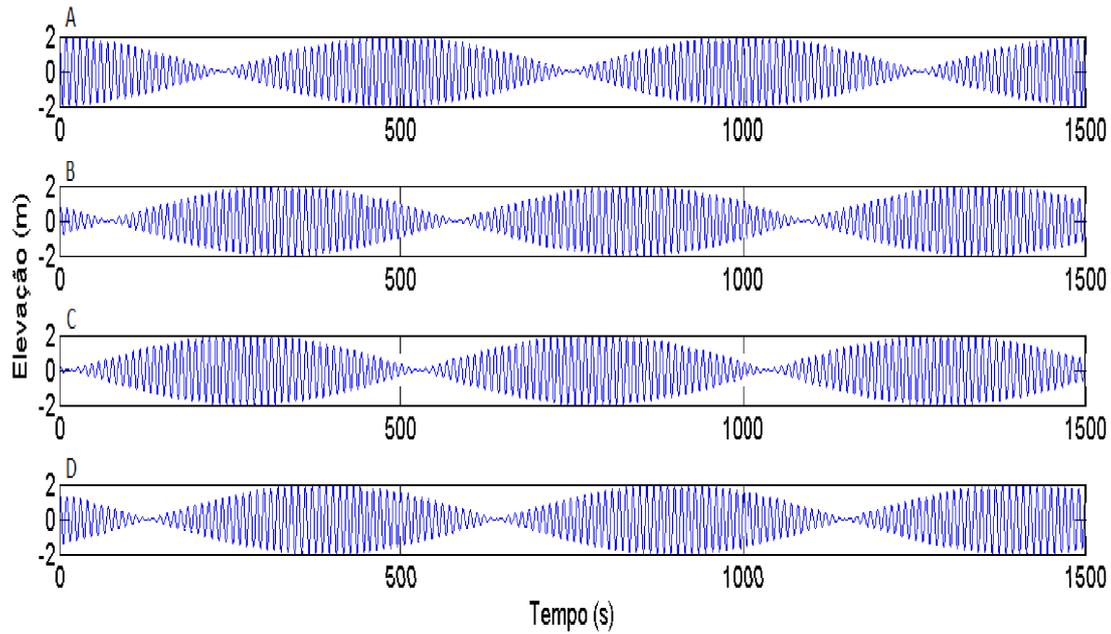


Figura 5.8: Série temporal de elevação da superfície livre para superposição de duas ondas com diferentes ângulos de incidência. Ângulos de incidência: A-  $0^\circ$  e  $0^\circ$ , B-  $0^\circ$  e  $60^\circ$ , C-  $0^\circ$  e  $120^\circ$  e D-  $0^\circ$  e  $180^\circ$ .

Cabe aqui lembrar que os padrões de velocidades horizontais são diferentes, para as diferentes combinações de ondas incidentes, ressaltando ainda mais a importância da análise das velocidades. Além disso, especialmente existe grandes diferenças na superposição espacial de ondas com diferentes direções de propagação como indicado na figura (5.9).

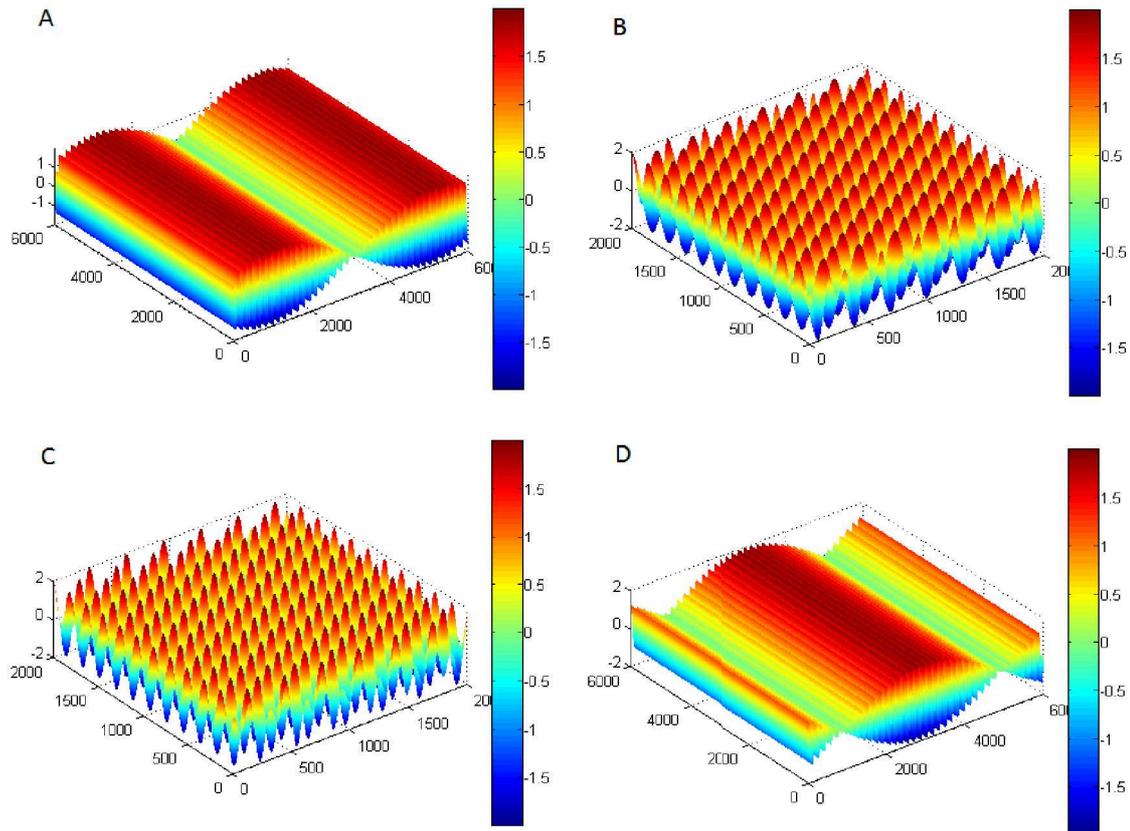


Figura 5.9: Variação espacial da elevação da superfície livre para superposição de duas ondas com diferentes ângulos de incidência. Ângulos de incidência: A-  $0^\circ$  e  $0^\circ$ , B-  $0^\circ$  e  $60^\circ$ , C-  $0^\circ$  e  $120^\circ$  e D-  $0^\circ$  e  $180^\circ$ .

Através da análise das amplitudes das IMFs pode-se observar o comportamento de grupos de ondas. A figura (5.10 A) mostra a variação de amplitude do grupo de onda formado pela superposição linear de duas ondas lineares. Através da periodicidade da variação da amplitude de uma IMF pode-se subentender a presença de um grupo de ondas. Os picos, igualmente espaçados ao longo do tempo, indicam a presença de apenas duas frequências diferentes. Através do espectro de Hilbert (figura 5.10 B) obtém-se a variação de frequência onde é possível estimar uma frequência média para a IMF. Nesse caso a frequência se mantém praticamente constante (como era esperado), variando apenas sua amplitude (indicada pela variação de cor ao longo do tempo).

Utilizando a relação apresentada na equação (5.3) é possível estimar a diferença

entre as duas frequências envolvidas. Nesse caso o  $T_g=510$  s e o período característico (médio)  $T=10$  s estima-se que  $\Delta T \approx 0,2$ .

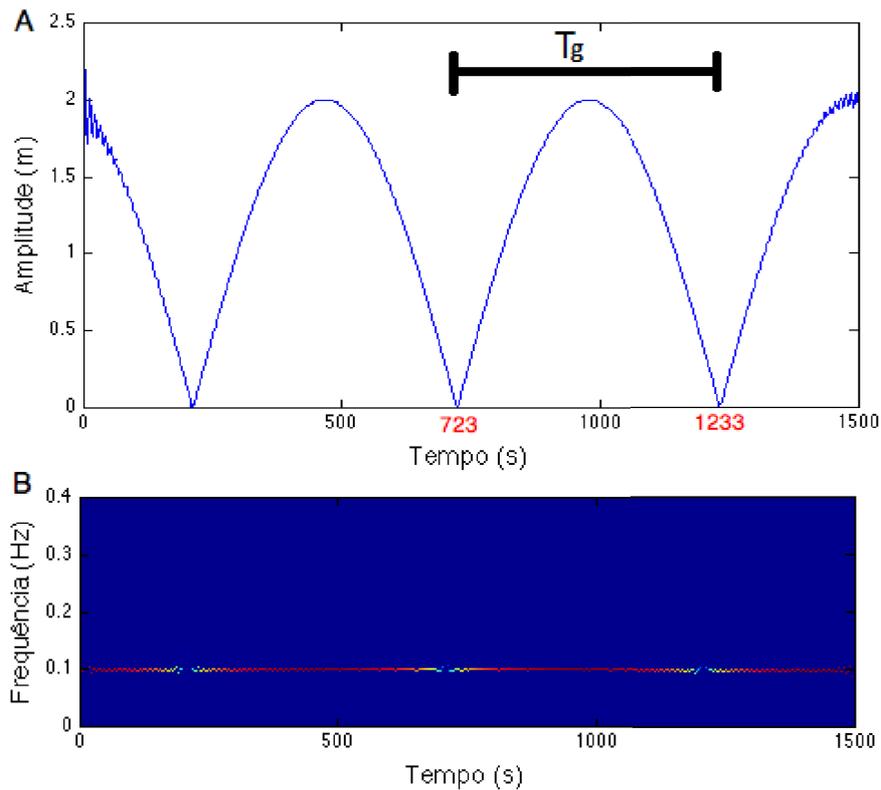


Figura 5.10: A - Variação de Amplitude da IMF. B - Espectro de Hilbert.

Esse tipo de informação obtida da aplicação da HHT é impossível de se obter através do espectro de Fourier (figura 5.11), onde é possível apenas estimar a quantidade de energia para determinada frequência, no entanto a variação temporal de amplitude do sinal é perdida devido à integração no domínio do tempo.

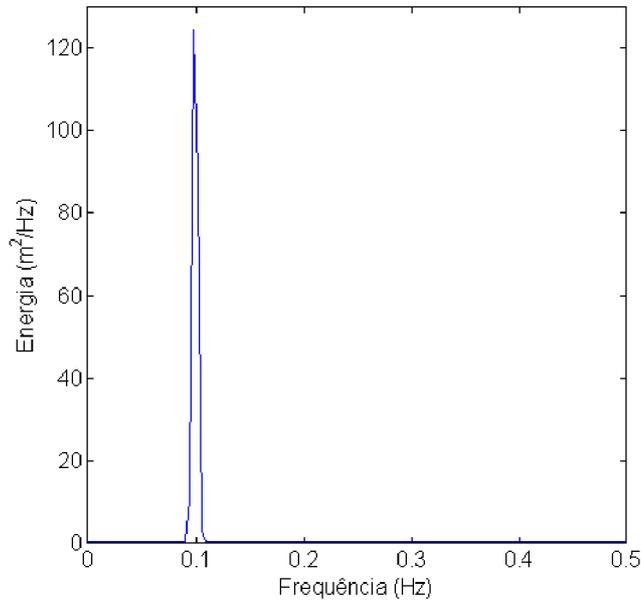


Figura 5.11: Espectro de Fourier para o experimento 4.

Nos experimentos 5, 6, 7 e 8, foi desenvolvida a mesma metodologia do experimento 4, no entanto tratam-se de casos mais complexos, onde os grupos de ondas envolve um maior número de ondas com diferentes períodos e direções. Como nos casos a seguir será apresentada apenas uma a análise da elevação, não serão feitas considerações sobre a direcionalidade das ondas, a qual será discutida apenas na análise da EMD bivariada (seção 5.2).

Em se tratando de uma superposição com mais de duas ondas formando um grupo, o resultado é um conjunto de envoltórias com comprimentos de modulação variáveis. Essa variação de intervalos de tempo está associada à combinação de diferentes períodos. É esperado que ondas com menor diferença de período apresentem pacotes de ondas mais longos quando comparados aos pacotes formados por ondas com maior diferença de período. A figura (5.12) mostra claramente que os pacotes de ondas não são mais igualmente espaçados, indicando a presença de mais de duas ondas na formação dos grupos de onda.

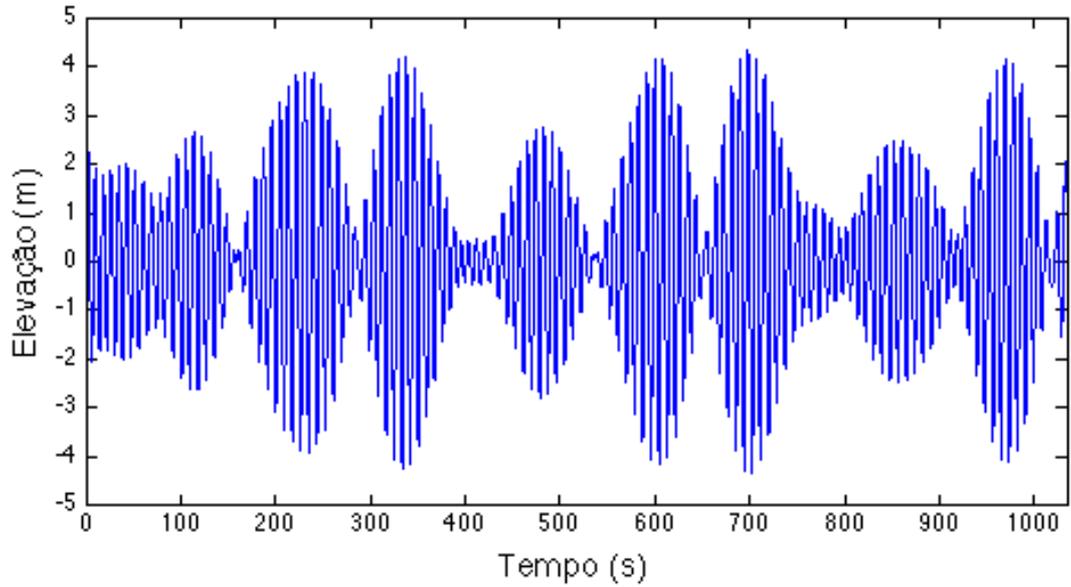


Figura 5.12: Variação da superfície livre ao longo do tempo para as ondas do experimento 7.

Uma comparação entre as figuras (5.12 , 5.13) mostra claramente que para o caso do experimento 7, onde a série temporal é formada por um conjunto de 6 ondas com uma maior diferença de frequência (tabela 5.1), os grupos de ondas formados possuem um menor período em média quando comparado ao experimento 8. Para esse último, a série temporal é formada por um conjunto de ondas com uma menor diferença de períodos, o que proporciona a geração de grupos de ondas mais longos.

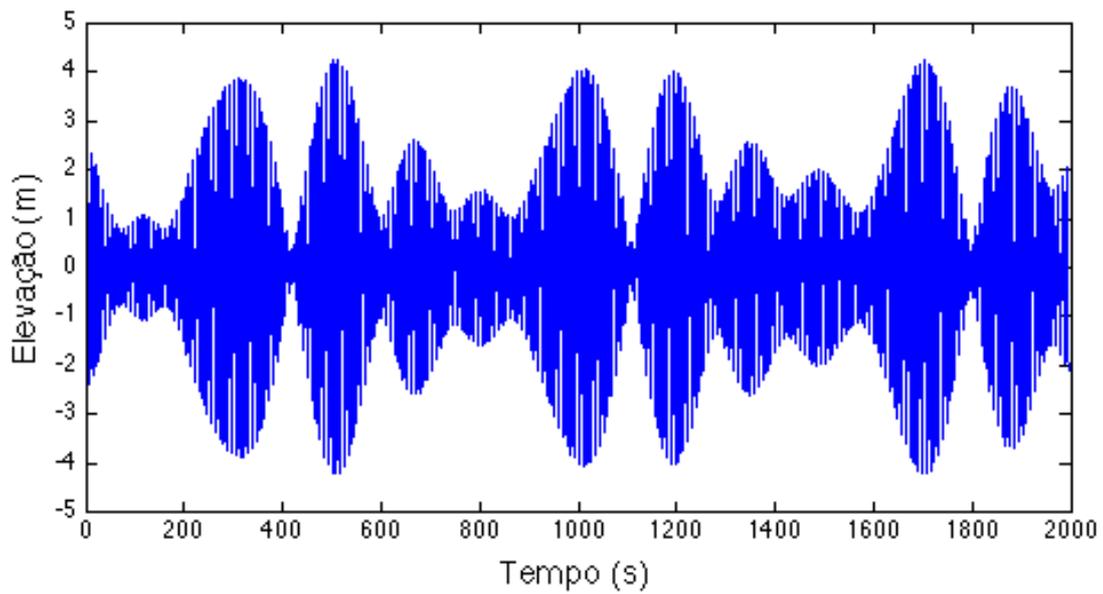


Figura 5.13: Variação da superfície livre ao longo do tempo para as ondas do experimento 8.

Baseado nessa idéia e na capacidade de observar a variação de amplitude de uma IMF, é proposta aqui uma forma de estimar a diferença de frequência das ondas que formam o grupo. Com o objetivo de melhor demonstrar a aplicação dessa técnica, ela será aplicada inicialmente para dois casos de superposição linear de três ondas (experimentos 5 e 6) e posteriormente para dois casos de superposição linear de 6 ondas (experimentos 7 e 8).

A técnica é baseada em obter a amplitude da IMF e selecionar os pontos de máxima amplitude (figura 5.14), visando identificar o intervalo de tempo entre esses máximos e através do valor médio dos intervalos estimar um  $(T_g)$ , assumindo o período característico como sendo a média de frequência da IMF é aplicada a equação (5.3).

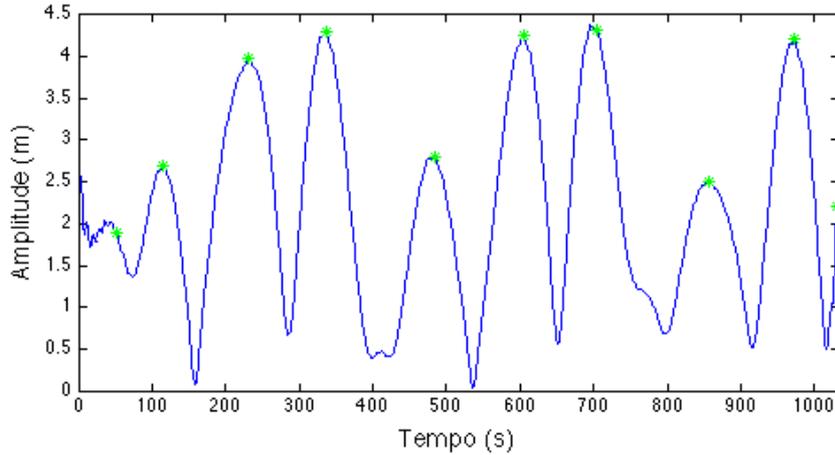


Figura 5.14: Variação da amplitude da IMF 1 do experimento 7. Os pontos verdes indicam os picos de máximo.

Cabe salientar que a amplitude das ondas não influencia na característica do período do grupo de ondas, mas sim na amplitude, portanto para a identificação de diferenças de períodos é esperado que as diferentes amplitudes não terão influência no resultado.

O intervalo de tempo dos experimentos não é o mesmo pois optou-se por fixar a série temporal em cinco vezes o maior período de grupo formado por duas ondas, ou seja os experimentos 6 e 8 por terem grupos que envolvem ondas com  $\Delta T = 0,1$  segundos possuem uma série temporal mais longa.

O experimento 5 envolve três ondas em primeira ordem com as seguintes características: 0,5 m e 8 s, 1 m e 8,2 s, 1,2 m e 8,4 s, cuja a série temporal é apresentada na figura (5.15). Através do método apresentado acima foi possível obter um período de grupo médio com aproximadamente 167 s (figura 5.16). Com o período médio (considerado como sendo o período característico) de aproximadamente 8,1 s, obtido do espectro de Hilbert (5.17), foi possível calcular, através da relação apresentada na equação (5.3), um  $\Delta T = 0,403$  s.

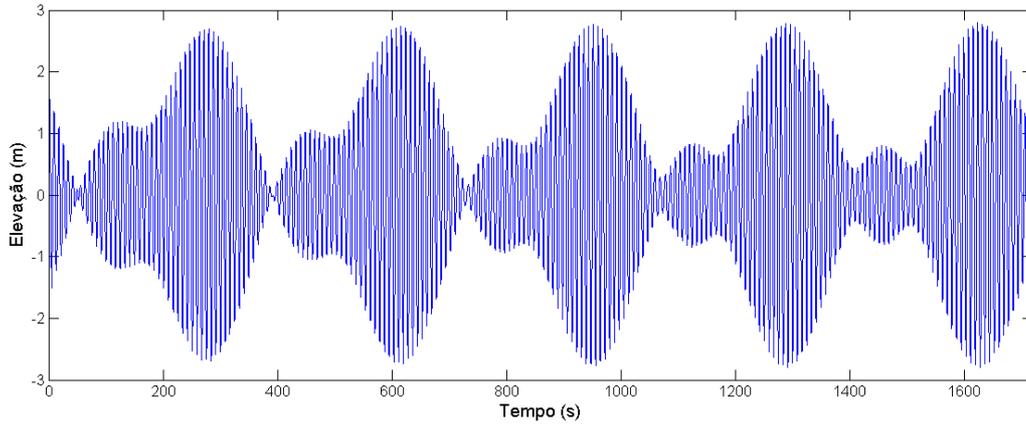


Figura 5.15: Série temporal de elevação da superfície livre para o experimento 5.

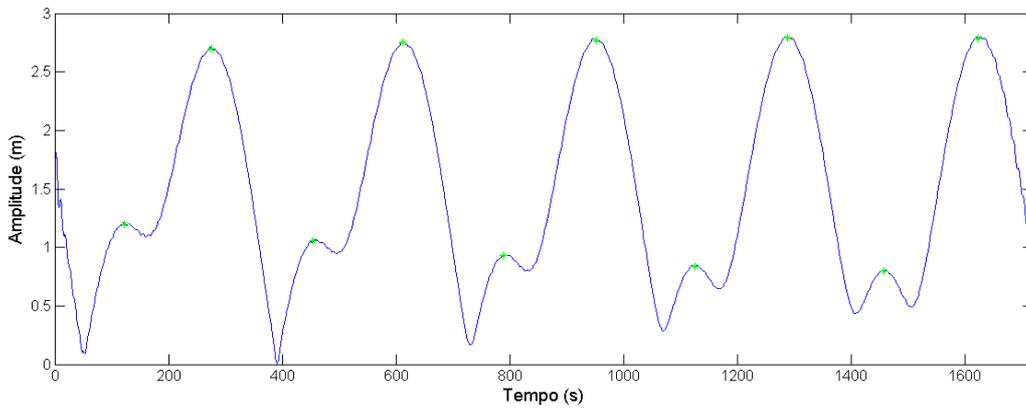


Figura 5.16: Variação da amplitude da IMF 1 do experimento 5. Os pontos verdes indicam os picos de máximo.

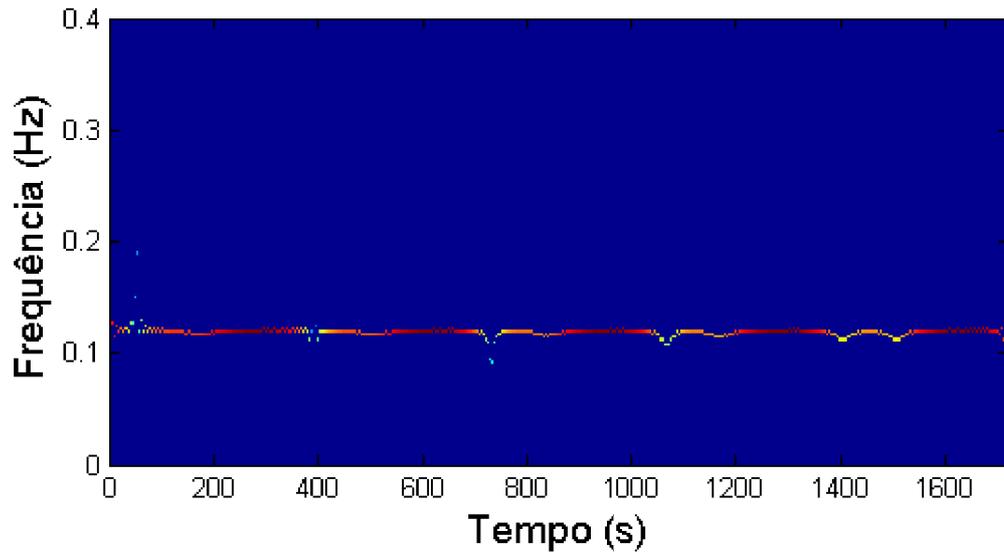


Figura 5.17: Espectro de Hilbert para o experimento 5.

A figura (5.18) apresenta o espectro de Fourier para o mesmo experimento; pode-se observar que as informações presentes nessa análise são mais limitadas e o processo identificado pela HHT não é representado no espectro de Fourier.

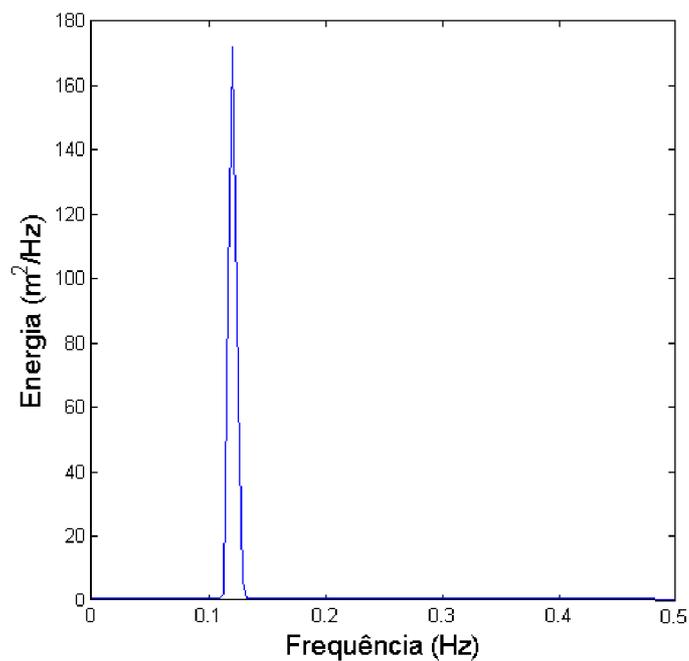


Figura 5.18: Espectro de Fourier para o experimento 5.

O experimento 6 envolve três ondas em primeira ordem com as seguintes características: 0,5 m e 8 s, 1 m e 8,1 s, 1,2 m e 8,2 s, a figura (5.19) apresenta a série temporal. A única diferença entre os experimentos 5 e 6 são os períodos das ondas incidentes. Através da análise das amplitudes da IMF foi calculado um período de grupo com aproximadamente 325 s (figura 5.20). O período médio, obtido da HHT, foi de aproximadamente 8,2 s, obtido do espectro de Hilbert (5.21), dessa forma foi calculado um  $\Delta T = 0,403$  s.

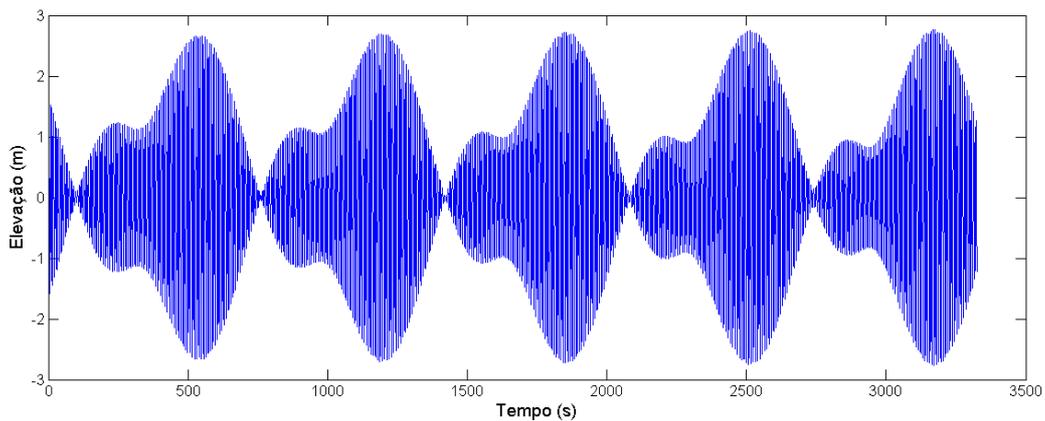


Figura 5.19: Série temporal de elevação da superfície livre para o experimento 6.

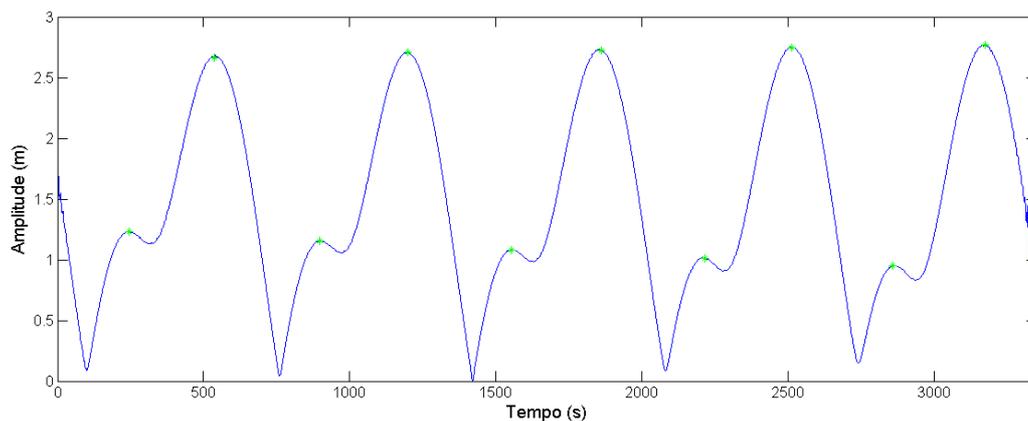


Figura 5.20: Variação da amplitude da IMF 1 do experimento 6. Os pontos verdes indicam os picos de máximo.

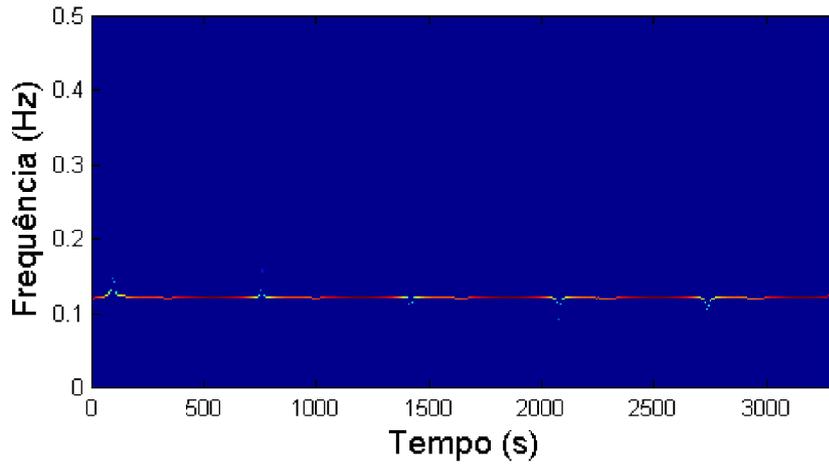


Figura 5.21: Espectro de Hilbert para o experimento 6.

A figura (5.22) apresenta o espectro de Fourier, uma comparação entre os espectros de Fourier do experimento 5 (figura 5.22) mostram que eles são praticamente idênticos, sugerindo que as séries temporais são similares, no entanto, a análise através da HHT é capaz de identificar as diferenças presentes nas duas séries temporais.

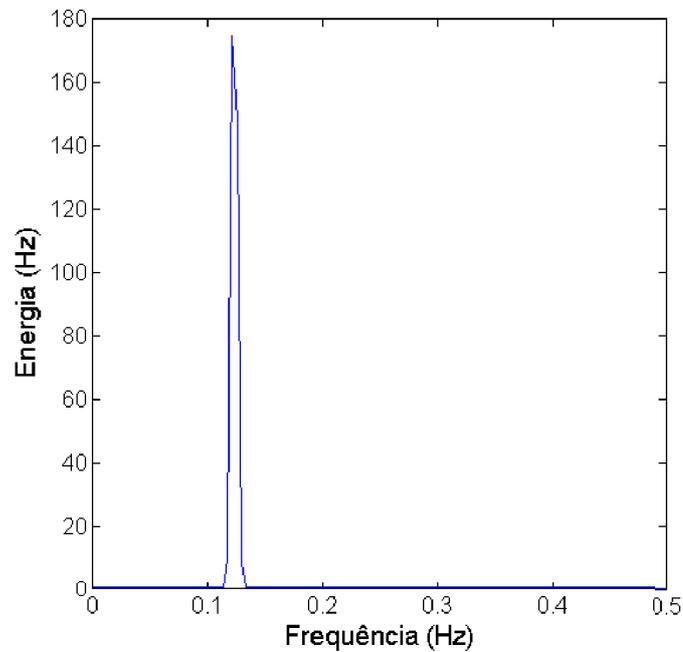


Figura 5.22: Espectro de Fourier para o experimento 6.

Para o experimento 7 foi proposta a superposição linear de 6 ondas com as seguintes características: 0,5 m e 8 s, 1 m e 8,2 s, 1,2 m e 8,4 s, 0,7 m e 8,6 s, 1 m e 8,8s, 1,5 m e 9s, a figura(5.12) apresenta a série temporal. Obteve-se da HHT o período médio de aproximadamente 8,6 s (figura 5.23) e o  $T_g$  médio de 95 s, dessa forma obteve-se o  $\Delta T \approx 0,78$  s.

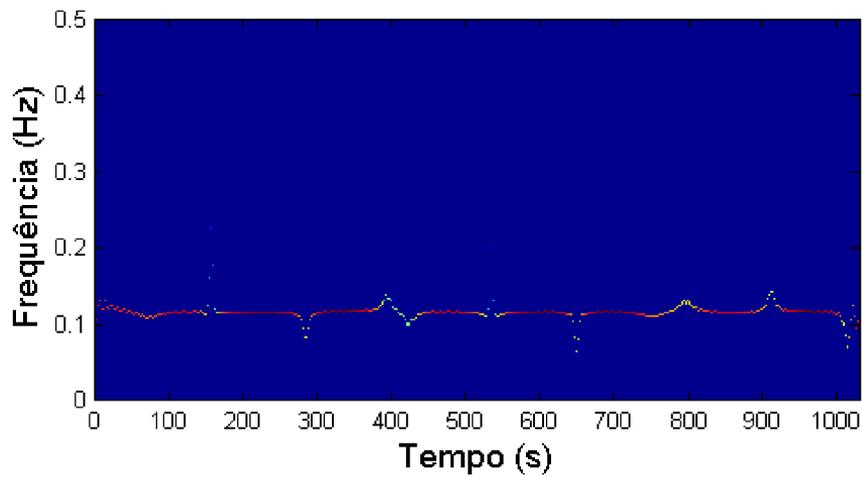


Figura 5.23: Espectro de Hilbert para o experimento 7.

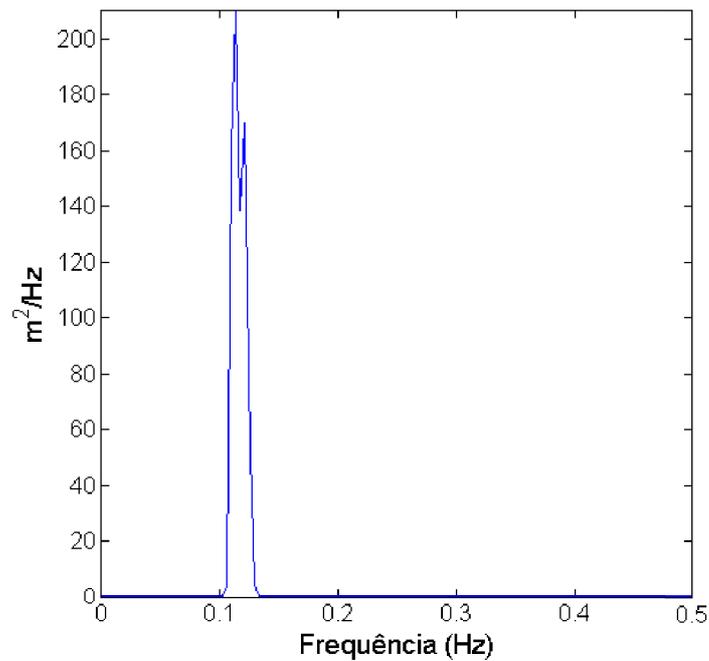


Figura 5.24: Espectro de Fourier para o experimento 7.

Para o experimento 8 foi proposta a superposição linear de 6 ondas com as seguintes características: 0,5 m e 8 s, 1 m e 8,1 s, 1,2 m e 8,2 s, 0,7 m e 8,3 s, 1 m e 8,4 s, 1,5 m e 8,5 s, a figura(5.13) apresenta a série temporal. Obteve-se da HHT o período médio de aproximadamente 8,3 s (figura 5.25) e o  $T_g$  médio de 164 s, dessa forma obteve-se o  $\Delta T \approx 0,42$  s.

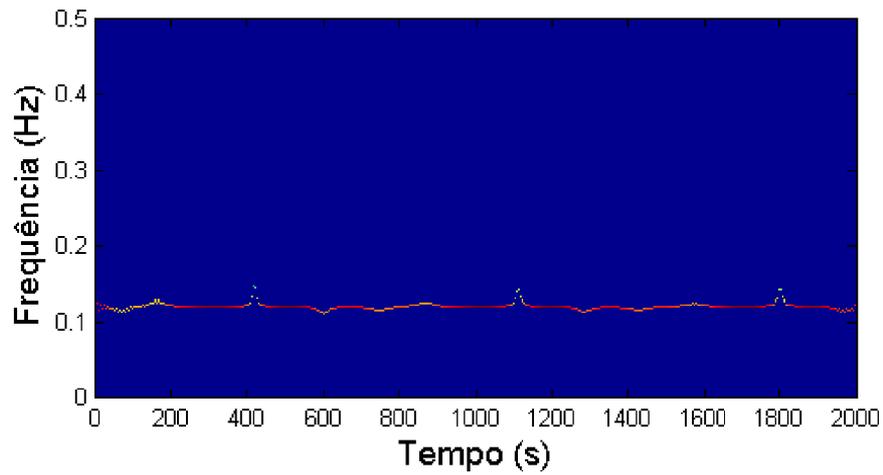


Figura 5.25: Espectro de Hilbert para o experimento 8.

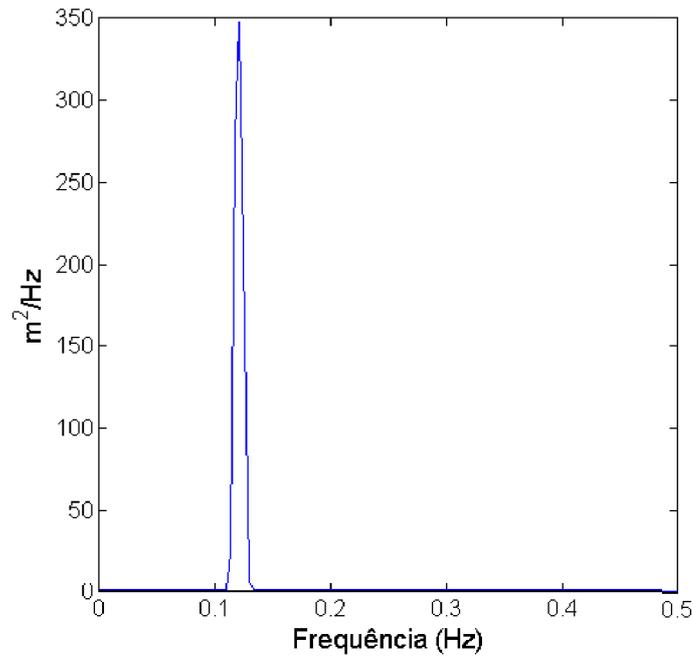


Figura 5.26: Espectro de Fourier para o experimento 8.

## Experimento 9 - Identificação de Interações Não Lineares entre ondas

Como foi discutido na seção sobre ondas de gravidade, diferentes processos ocorrem associados à interação entre ondas, como a formação de ondas longas com amplitude muito pequena, ressonância, entre outros. Aqui é apresentado um experimento incluindo a primeira e segunda ordem de 3 ondas fundamentais, ou seja, as ondas primárias que possuem as seguintes respectivas características: 1m, 1,2m e 1,5 m de amplitude, 10 s, 10,2 s e 15 s de período,  $0^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $80^\circ$  de direção de propagação (tabela 5.1). A figura (5.27) apresenta o resultado da superposição das ondas lineares (primeira ordem) e suas componentes não lineares (segunda ordem). Esse experimento tem o objetivo de exemplificar a aplicação da HHT para o estudo de processos não lineares de interação entre ondas. Como forma de comparação é apresentada a análise espectral de Fourier para a mesma série temporal.

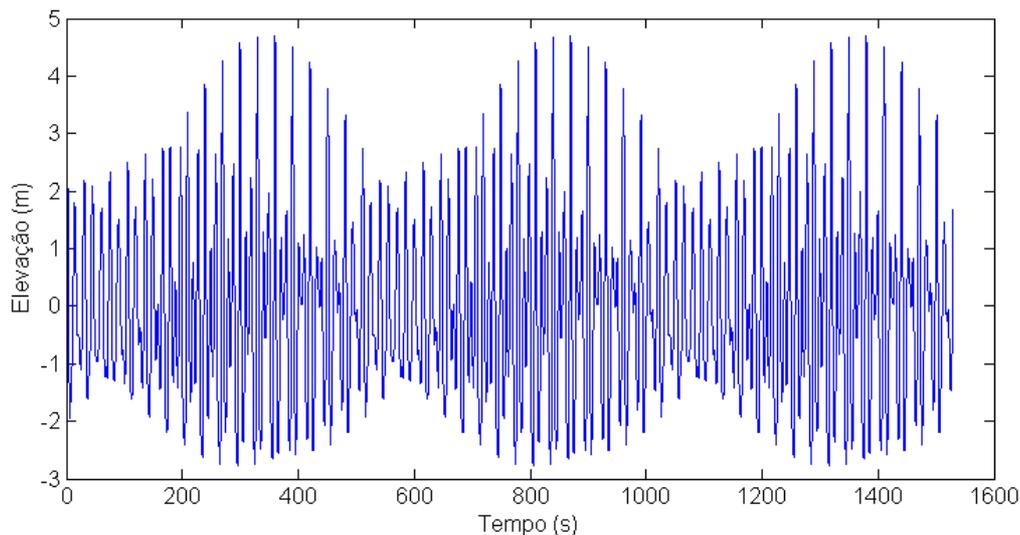


Figura 5.27: Série temporal da elevação da superfície livre.

Os resultados obtidos do experimento mostram que, de uma forma geral, a EMD separa as componentes de diferentes frequências. A figura (5.29) mostra uma comparação entre os espectros de Fourier da série original e das IMFs extraídas. Os picos em baixa frequência (setas verdes) na figura, podem ser associados às interações subtrativas e os três picos em alta frequência (setas vermelhas), as interações aditivas.

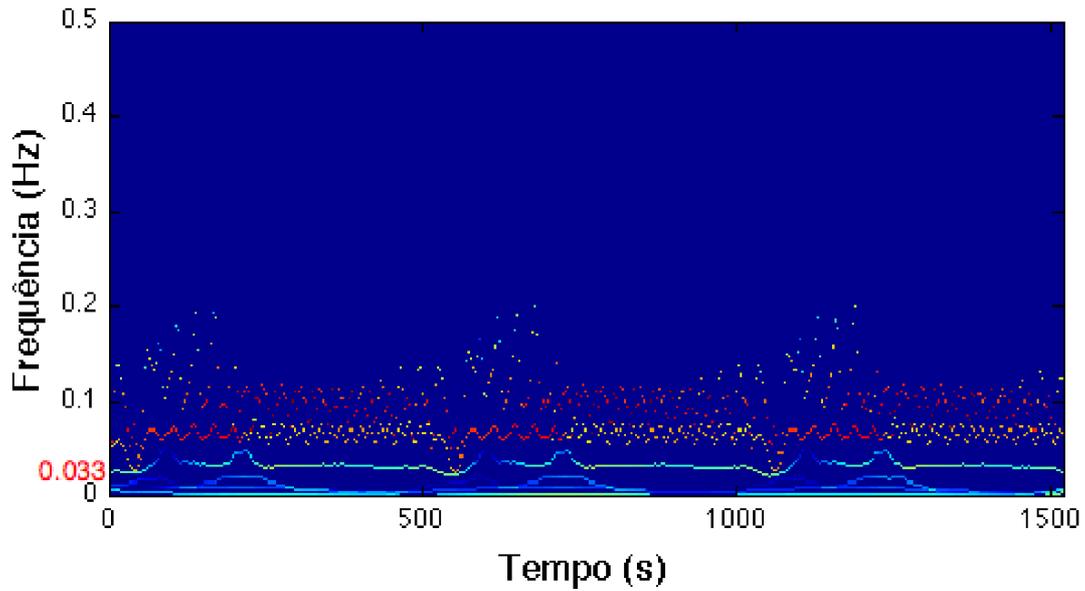


Figura 5.28: Espectro de Hilbert para o experimento 9.

A figura (5.28) mostra o espectro de Hilbert para as IMFs. As oscilações de frequência em cada IMF podem ser associadas às componentes de segunda ordem. A componente superior do gráfico (com maior frequência), apresenta uma maior oscilação. Pode-se observar no espectro de Fourier da figura (5.29, linha vermelha) que grande parte da energia das componentes de alta frequência estão nessa IMF. Provavelmente a energia dessas componentes está associada às ondas geradas pelas interações aditivas entre as ondas e também a própria auto interação de segunda ordem.

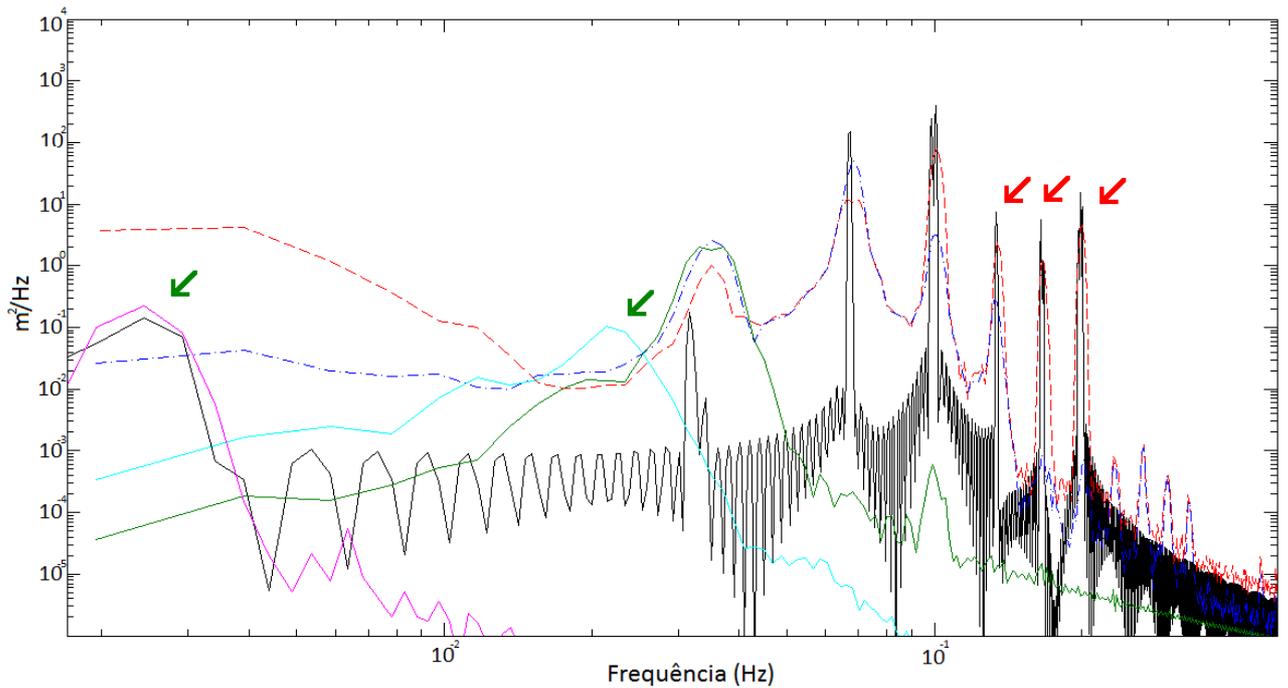


Figura 5.29: Espectro de Fourier. Preto- série temporal, Vermelho - IMF1, Azul- IMF2, Verde - IMF 3, Azul Claro- IMF 4, Magenta - IMF 8

Um ponto interessante está no fato da energia relacionada à componente de segunda ordem da onda de 15 segundos ter permanecido na mesma IMF (indicado na figura 5.28 como a segunda linha de cima para baixo). O caráter ondulatório da frequência indica a ocorrência de uma onda de Stokes, como visto no experimento 1. Ainda destacado na mesma figura estão as IMFs de frequências mais baixas, como por exemplo a IMF com frequência próxima a 0,033 Hz podendo ser associada às interações subtrativas entre as duas ondas próximas de 10 s com a onda de 15 s.

Na componente de mais alta frequência é possível observar a ocorrência de grupos de ondas (representados pela variação de coloração, onde a cor vermelha indica valores altos de amplitude e as cores verde-azuladas indicam baixos valores de amplitude). Esse resultado era esperado uma vez que essa componente representa a soma das duas ondas com 10 s e 10,2 s. Na componente próxima de 15 s, ou seja, a segunda componente de mais alta frequência é possível observar também uma leve variação da amplitude ao longo do tempo.

Como foi comentado anteriormente, essas duas componentes de mais alta frequência incorporam as componentes de auto-interação o que gera esse caráter os-

cilatório da frequência ao longo do tempo. As componentes de mais baixa frequência, como por exemplo a componente próxima aos 30 s (0,033 Hz), possuem uma pequena oscilação de frequência ao longo do tempo, o que é interessante pois essas componentes realmente devem apresentar uma frequência constante. Por algum motivo as maiores variações de frequência nessa componente ocorrem próximas às regiões de baixa amplitude dos grupos de onda formados pela componente de mais alta frequência.

### 5.1.1 Discussão

Os resultados obtidos pela HHT para séries sintéticas não lineares e não estacionárias possibilitam uma interpretação física mais rica quando comparados aos da análise espectral usual (Fourier), proporcionando a observação de processos que não são passíveis de serem analisados com a técnica usual. Nessa seção foi apresentada uma nova forma de interpretar grupos de ondas e uma forma de fazer inferência ao grau de dispersão das ondas.

Como foi apresentado na seção (4.5), Veltcheva [5] também aplicou a HHT para o estudo de grupos de ondas. Alguns questionamentos são passíveis de serem feitos sobre a técnica aplicada e seus resultados: Seria possível extrair em diferentes IMFs componentes de frequências muito próximas, a um ponto de fazer inferência sobre a formação de grupo de ondas?

Foi observado nesse trabalho e também por outros autores (Flandrin [27], Yunchao [24]) que existe um limite onde o método de decomposição empírica não consegue distinguir diferentes frequências. Esses autores classificaram a EMD como um filtro passa banda, com um caráter adaptativo, indicando a ineficiência em separar componentes com frequências muito próximas.

Essa limitação em determinados casos é positiva. Para razões de frequência muito próximas, a EMD identifica o grupo de ondas como uma IMF, o que facilita a interpretação e a identificação de grupos de onda. Porém existe uma faixa de razões entre frequências onde existe uma transição entre identificar uma IMF com um grupo de onda apenas e identificar duas IMFs com as duas ondas primárias. Os resultados obtidos dentro dessa faixa podem não ter um significado físico muito claro.

Para exemplificar e demonstrar o caso citado acima foram simuladas séries temporais com duas ondas com diferentes razões de frequência. Foram feitas correlações e calculados os erro médios quadráticos entre as IMFs, o grupo de ondas e as ondas iniciais. Esses dois parâmetros foram calculados da seguinte forma:

- comparação entre a primeira IMF e o grupo de ondas;
- comparação entre a primeira IMF e onda primária com maior frequência;
- comparação entre a segunda IMF e a onda primária de menor frequência.

A figura (5.30) apresenta a correlação das IMFs com o grupo e as duas ondas primárias. A figura (5.31) apresenta o erro médio quadrático da diferença das respectivas IMFs com o grupo de onda e as ondas primárias. Observa-se que a EMD separa perfeitamente as ondas quando elas possuem frequências bem diferentes e identifica um grupo de onda quando as frequências são muito próximas. As linhas verdes, no eixo das razões na figura (5.31), indicam as razões de frequência onde a EMD apresenta problemas.

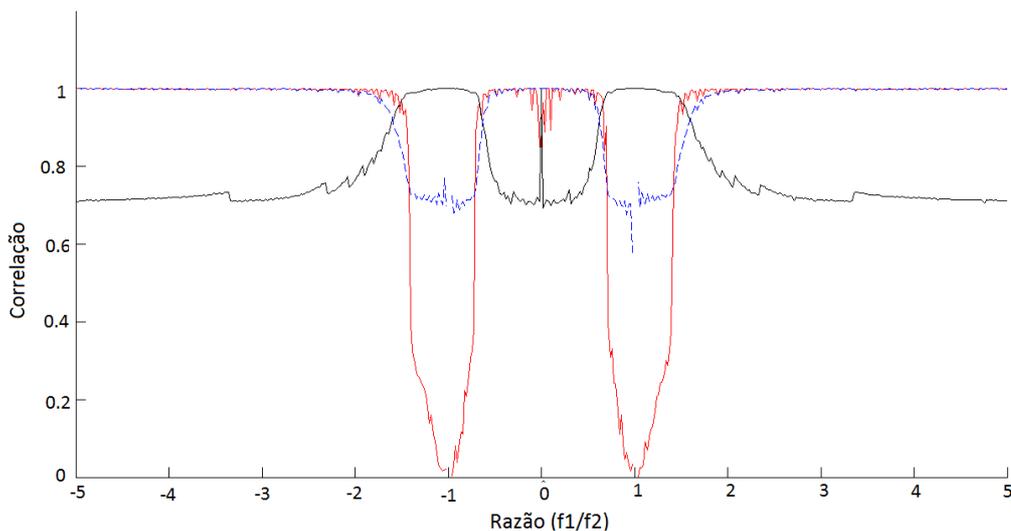


Figura 5.30: Linha preta - Correlação entre IMF e o grupo de onda. Linha azul e linha vermelha - correlação entre IMF e as ondas primárias.

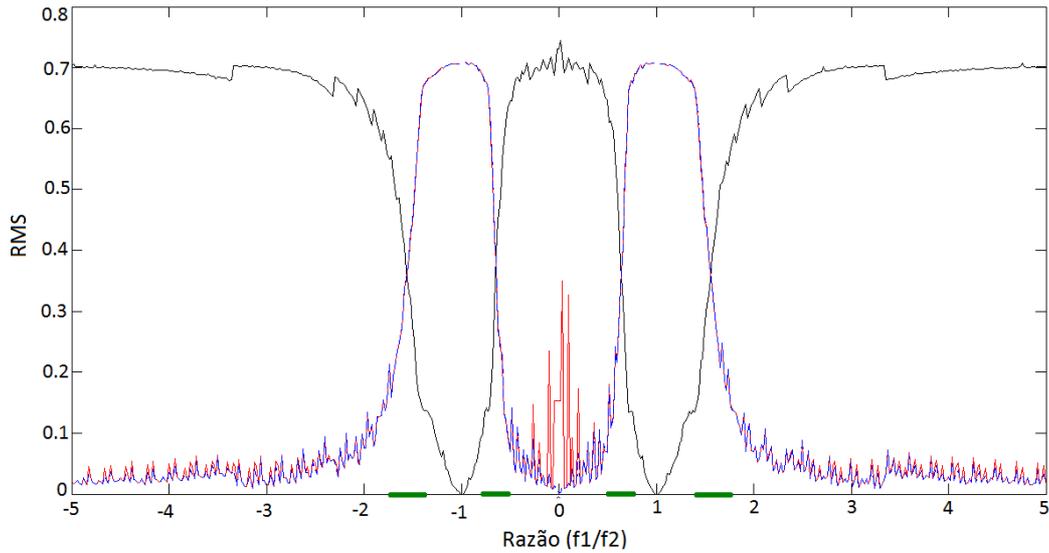


Figura 5.31: Linha preta - RMS da diferença entre IMF e o grupo de onda. Linha azul e linha vermelha - RMS da diferença entre IMF e as ondas primárias.

Voltando aos resultados obtidos por Veltcheva [5], como indicado na figura (4.10 B), a autora encontrou períodos, classificados como pós-tempestade, em que seria possível identificar IMFs com frequências muito próximas. No entanto foi demonstrado que o método da EMD é incapaz de separar frequências muito próximas, extraíndo, em uma IMF, todas as ondas que estejam em uma determinada banda de frequência, ou seja, os grupos de ondas. Outro ponto é a dificuldade de estudar grupos de onda através do espectro de Fourier. É provável que as IMFs extraídas pela autora contivessem ondas agrupadas, porém com a aplicação da FFT essa informação foi perdida.

A técnica apresentada aqui, para estudar grupos de ondas, pode ser aplicada para cada IMF extraída, através de informações de variação de frequência e o comportamento oscilatório da amplitude da IMF, pode indicar a presença de grupos de ondas, o que talvez seja o principal benefício. Como foi demonstrado nos experimentos 4, 5, 6, 7 e 8 é possível, através da relação (equação 5.3), retirar informação sobre a diferença de frequência das ondas incidentes que formam o grupo. Os resultados obtidos nesses experimentos indicam que a técnica pode ser aplicada para o seu propósito. Aqui foi proposta apenas uma análise sobre os valores médios dos períodos da onda e do grupo, no entanto é provável que uma análise estatística mais

detalhada possa produzir informações também mais detalhadas das características das ondas incidentes.

A HHT se mostrou eficiente para estudar as interações não lineares em segunda ordem. A EMD separa as diferentes frequências em diferentes IMFs. No entanto algumas IMFs englobam diferentes frequências. Esse resultado deve ser analisado com cuidado, pois existe a possibilidade de, por alguma limitação da EMD, os modos empíricos não serem corretamente extraídos.

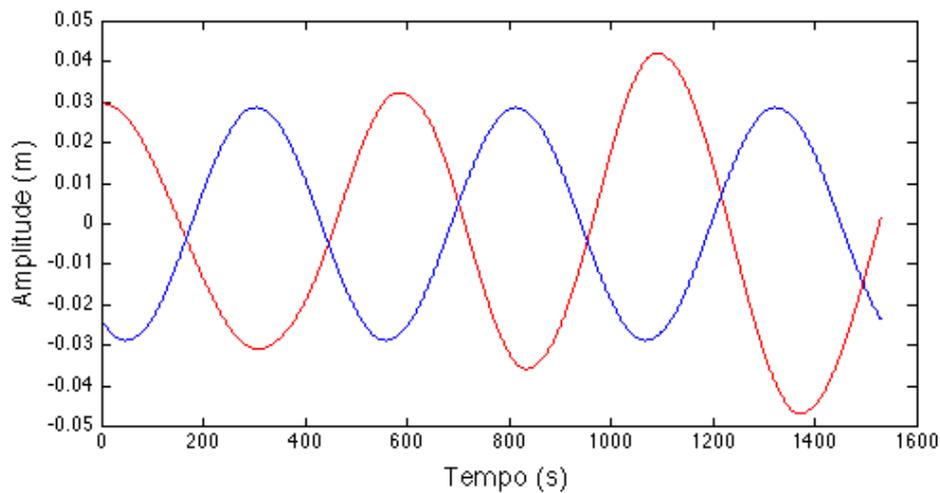


Figura 5.32: Comparação entre IMF (curva vermelha) e componente da interação subtrativa entre ondas de 10 e 10,2 s (curva azul).

Para o estudo das ondas longas, formadas da interação subtrativa entre duas ondas, os resultados foram satisfatórios. A figura (5.32) mostra a comparação entre a componente de baixa frequência e baixa amplitude extraída da série temporal do experimento 9. Apesar da IMF ter a amplitude similar à componente, ela está defasada em aproximadamente  $90^\circ$ . É necessário desenvolver estudos específicos com o intuito de responder essa questão.

Apesar da EMD extrair as componentes, o método introduz oscilações de baixa frequência que aparentemente não deveriam aparecer. Esse erro surgiu em alguns experimentos, no entanto eram IMFs com energia muito baixa.

## 5.2 Resultados para Análise Bivariada

Nessa seção são apresentados os resultados obtidos da aplicação da EMD Bivariada, para as séries sintéticas (experimentos 4, 7, 9, 10, 11 e 12). Pretende-se aqui introduzir uma técnica nova, ainda não totalmente desenvolvida, nem tampouco aplicada a ondas de gravidade de superfície.

A questão é que, em se tratando de ondas de gravidade, as velocidades horizontais  $U$  e  $V$  são pouco investigadas em relação à elevação ou à declividade da superfície livre, à pressão dinâmica e outras grandezas. Existe um esforço grande em entender e formular os deslocamentos gerados pela assimetria de velocidades e acelerações de movimentos verticais e no sentido de propagação das ondas, buscando explicar, por exemplo, padrões no transporte de sedimento. No entanto, como foi discutido na seção (3.1), o comportamento das velocidades horizontais é complexo e influencia diretamente a hidrodinâmica local e o transporte de sedimento em águas rasas. Dessa forma seria interessante através da interpretação das velocidades  $U$  e  $V$  gerar mais informações do que apenas uma estimativa de um espectro direcional de energia.

Os espectros direcionais calculados para esse estudo foram feitos através do “Directional WAve SPectra Toolbox (DIWASP)” [28]

### Experimentos 4 e 7

O resultado para o experimento 4 (duas ondas com 1 m e 10 s, 1 m e 10,2 s) é similar, em termos de números de IMFs extraídas, ao obtido da EMD Univariada, aplicada ao mesmo caso. Cabe aqui salientar que as IMFs extraídas da EMDB são representadas por números complexos, onde a componente de velocidade  $U$  é a parte real e a componente de velocidade  $V$  a parte imaginária. Para esse caso a única IMF representa as velocidades geradas pelo grupo de ondas formado pela superposição das duas ondas ambas com 1m de amplitude e respectivamente, 10 s, 10,2 s de período com  $0^\circ$  e  $60^\circ$  de direção de propagação (figura 5.33).

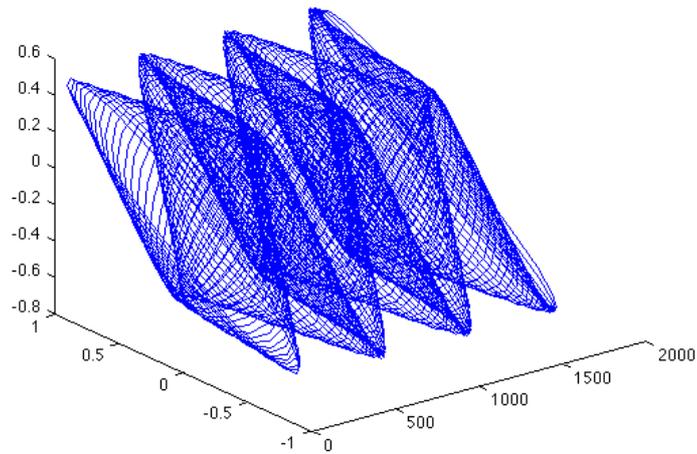


Figura 5.33: IMF complexa extraída da série temporal de U e V do experimento 4.

O resultado obtido da VHHT indica que a direção de propagação do grupo de ondas é de  $60^\circ$ , permanecendo praticamente constante ao longo do tempo (figura (5.34)).

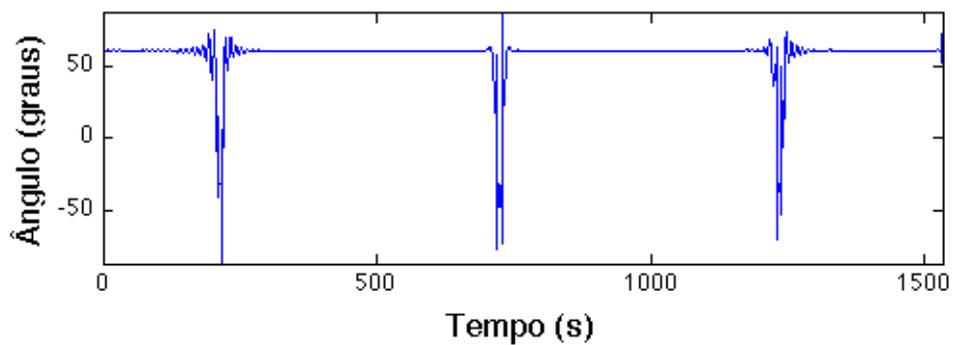


Figura 5.34: Ângulo de incidência obtido pela VHHT, experimento 4.

O resultado do espectro direcional indica uma distribuição de energia entre  $0^\circ$  e  $60^\circ$ , ou seja, entre os ângulos das ondas incidentes. A direção principal calculada é de  $30^\circ$  figura (5.35).

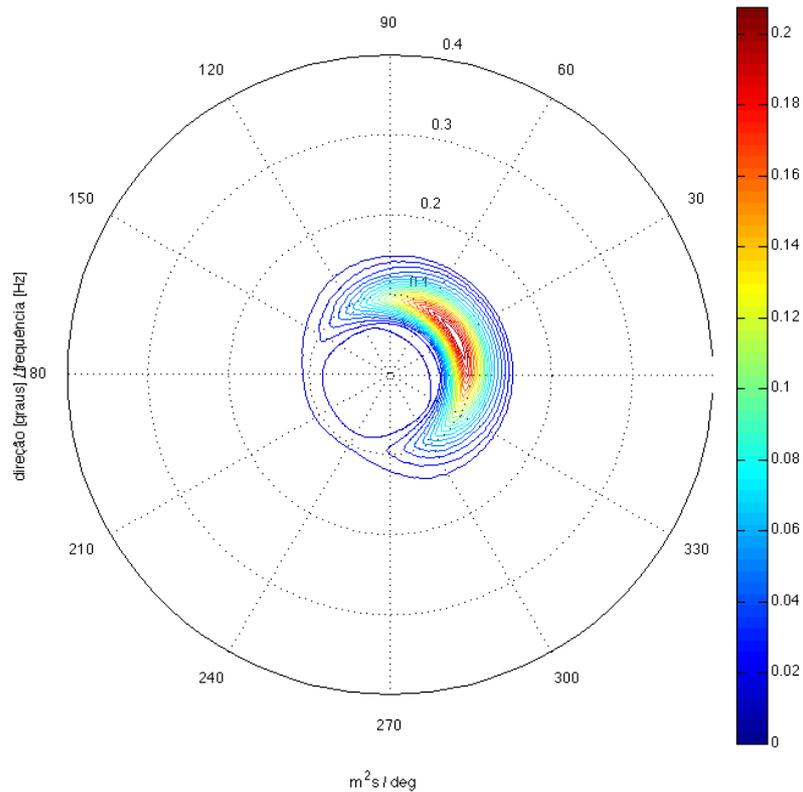


Figura 5.35: Espectro direcional, experimento 4.

Inserindo 6 ondas com frequências próximas em diferentes direções, como no experimento 7 (tabela 5.1), fica mais difícil definir as direções das ondas incidentes.

A resposta da VHHT mostra uma variação do ângulo instantâneo ao longo do tempo entre as direções incidentes (figura 5.36). Os exemplos de aplicação da VHHT se restringem a esses dois experimentos apresentados acima. Para os próximos experimentos serão apresentados os resultados da análise direcional e aplicação da HHT sobre as velocidades  $U$  e  $V$ .

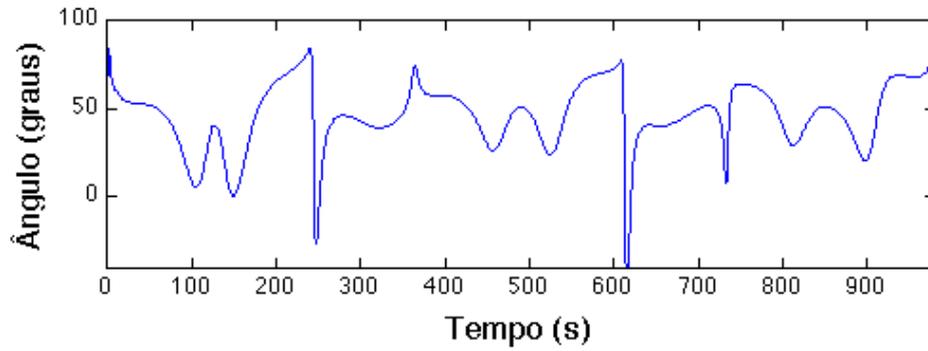


Figura 5.36: Ângulo de incidência obtido pela VHHT, experimento 7 .

O resultado do espectro direcional não é muito diferente do experimento anterior, para esse caso apenas a energia está mais espalhada ao longo das direções incidentes, com uma direção principal de aproximadamente  $40^\circ$  (figura 5.37).

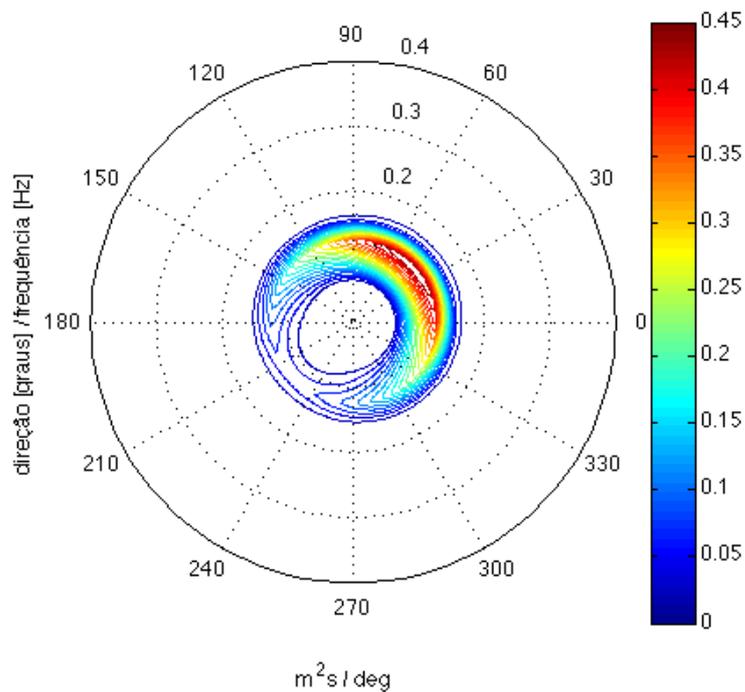


Figura 5.37: Espectro direcional, experimento 7.

## Experimentos 9, 10, 11 e 12

Para o experimento 9 é considerada a superposição de três ondas lineares e suas componentes de segunda ordem, as ondas possuem as seguintes respectivas características: 1 m, 1,2 e 1,5 m de amplitude, 10 s, 10,2 s e 15 s de período e  $0^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $60^\circ$  de direção. A figura (5.38) apresenta as velocidades U e V ao longo do tempo.

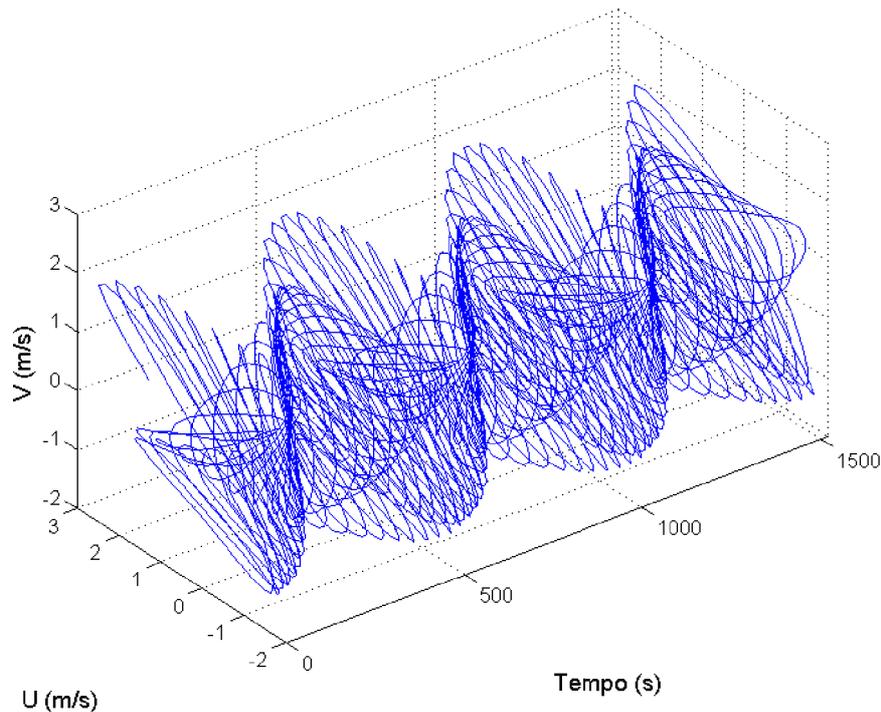


Figura 5.38: Velocidades U e V ao longo do tempo, experimento 9.

O espectro direcional calculado para a série de ondas (figura 5.39), indica uma ampla distribuição direcional de energia, é possível identificar uma componente de menor frequência entre os ângulos de  $60^\circ$  e  $90^\circ$  (frequência próxima 0,066 Hz - período 15 s).

Através da análise direcional foi obtida uma direção principal de aproximadamente  $25^\circ$  associada às duas ondas com frequências próximas de 0,1 Hz, tendo em vista que o grupo de onda formado por essas duas ondas faz com que essa componente de frequência seja considerada no espectro de Fourier como sendo a mais energética. Essa questão foi discutida na seção (5.1), um espectro de Fourier de uma série temporal formada por grupos de onda indica apenas um pico de frequência de

energia (figuras 5.11, 5.18, 5.22 e 5.24), sendo assim, a informação da variação temporal da amplitude do sinal, de onde seria possível identificar a presença de mais ondas, é perdida.

Voltando ao experimento 9, mesmo sendo individualmente a onda com 1,5 m de amplitude e 15 s de período a mais energética, a sua direção ( $80^\circ$ ) não é identificada como sendo a direção principal.

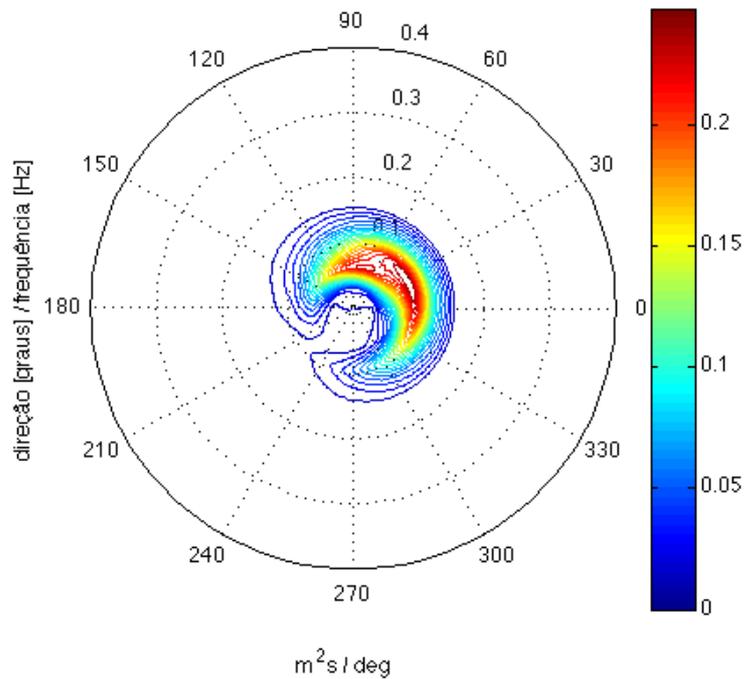


Figura 5.39: Espectro direcional, experimento 9.

Os espectros de Hilbert calculados para as velocidades  $U$  e  $V$  (utilizando a EMDB) são apresentados nas figuras (5.40, 5.41). A direção de propagação influencia diretamente a amplitude das velocidades horizontais, como pode-se observar através da tonalidade dos pontos: as ondas com 10 s e 10,2 s tem uma maior componente de velocidade  $U$ , pois suas respectivas direções são  $0^\circ$  e  $30^\circ$ ; a onda com 15 s, devido a sua direção de propagação de  $80^\circ$ , tem uma componente de velocidade  $V$  maior.

O conjunto de IMFs extraídas representa as ondas de primeira ordem e interações não lineares. Em determinados casos, a representação de todas as componentes (IMFs) no espectro de Hilbert torna difícil a identificação e interpretação dos re-

sultados. Analisando algumas componentes em separado pode-se identificar IMFs com as mesmas características de frequência observadas no espectro de Hilbert tanto para as velocidades horizontais (figuras 5.40 e 5.41) como para a série de elevação (figura 5.28), para esse mesmo experimento. Essa identificação gerou um questionamento: uma vez que tanto a EMD univariada como a EMD bivariada separam as frequências em diferentes IMFs, e devido a similaridade dos dois métodos a separação de frequência ocorre de forma semelhante, qual seria o resultado da aplicação da análise direcional sobre as IMFs de elevação, U e V? Buscando responder essa pergunta foi desenvolvida a seguinte metodologia para fazer a análise direcional sobre as séries decompostas de elevação e velocidades.

1. Selecionar as séries temporais de elevação e velocidades U e V;
2. Aplicar a HHT sobre as séries, onde para a série de elevação a decomposição é feita através da EMD univariada e para as velocidades a decomposição é feita através de EMD bivariada;
3. Nas três séries decompostas em IMFs, identificar as componentes com frequências similares e sobre essas componentes aplicar a análise direcional.

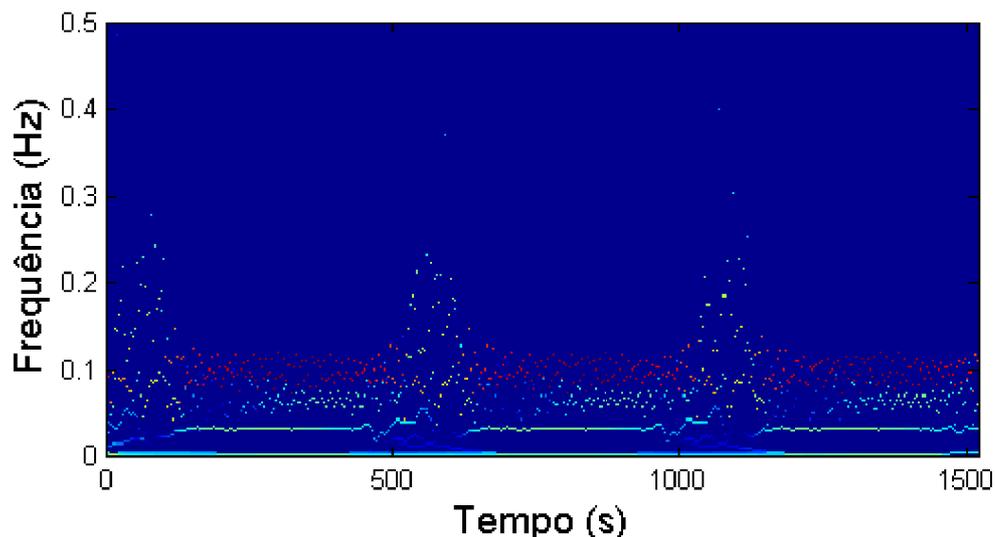


Figura 5.40: Espectro de Hilbert para a velocidade U, experimento 9.

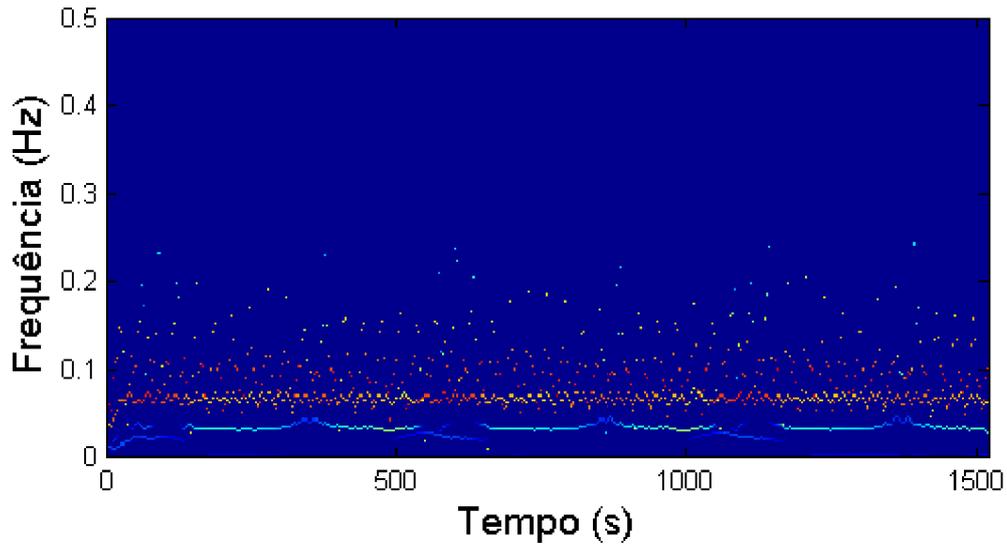


Figura 5.41: Espectro de Hilbert para a velocidade  $V$ , experimento 9.

Os resultados dessa técnica para o experimento 9 são apresentados nas figuras (5.42 e 5.43), através da análise direcional das séries decompostas é mais clara a identificação direcional das ondas presentes.

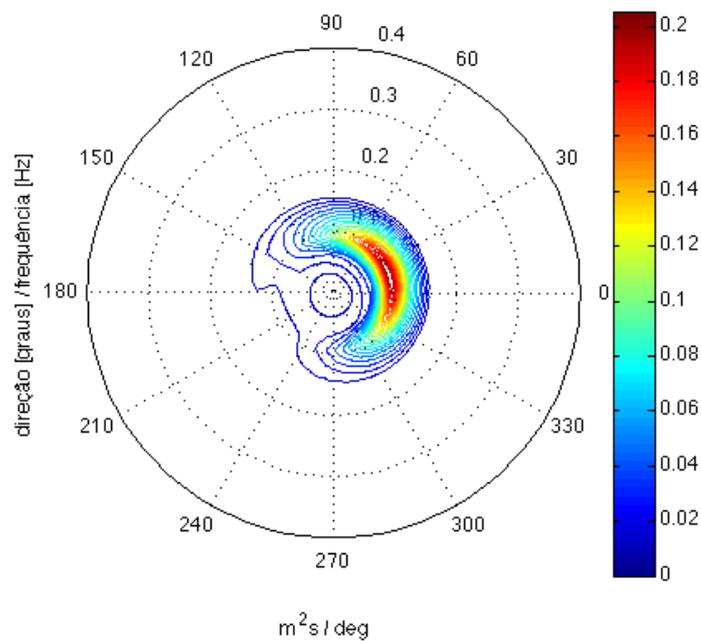


Figura 5.42: Espectro direcional para a IMF 1, experimento 9.

Na figura (5.42) o espectro direcional está representando o grupo de ondas formado pela duas ondas com períodos próximos (10 s e 10,2 s). Apesar de persistir a dificuldade em identificar as direções das ondas que formam o grupo, a aplicação dessa técnica possibilita uma melhor identificação das ondas presentes. A figura (5.43) apresenta o espectro direcional calculado para o conjunto de IMFs que representa a onda com período de 15 s, dessa forma é possível obter uma direção principal de aproximadamente  $80^\circ$  o que é muito próximo da real direção de propagação dessa onda.

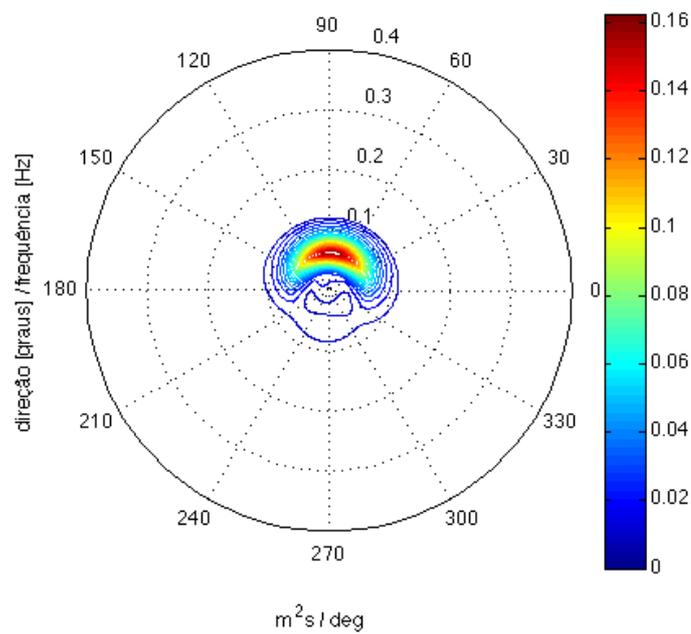


Figura 5.43: Espectro direcional para a IMF 2, experimento 9.

A mesma técnica é aplicada para o experimento 10 onde as ondas têm as mesmas características das ondas do experimento 9, em termos de amplitude e períodos, porém com direções diferentes. Para esse caso as ondas possuem respectivamente, 1m, 1,2 m e 1,5 m de amplitude, 10 s, 10,2 s e 15 s de período,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $50^\circ$  de direção. A figura (5.44) apresenta as velocidades U e V ao longo do tempo.

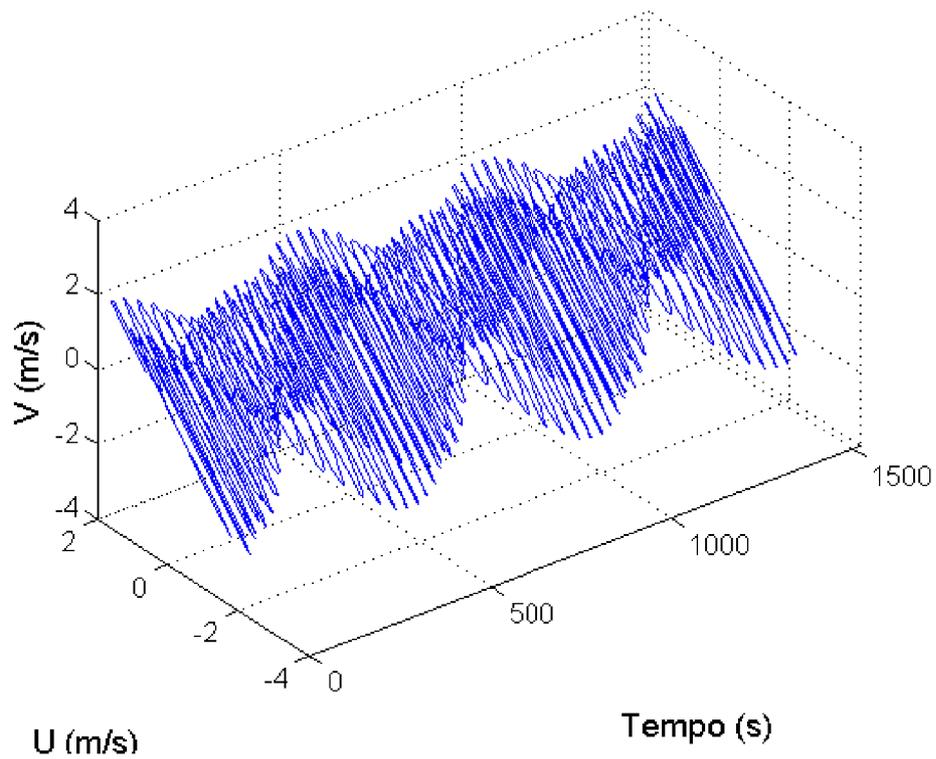


Figura 5.44: Velocidades U e V ao longo do tempo, experimento 10.

Esse experimento mostra a dificuldade em identificar as diferentes ondas através da aplicação da análise direcional sobre as séries temporais de elevação, U e V. A figura (5.45) apresenta o espectro direcional, onde a direção principal obtida é de  $51^\circ$ .

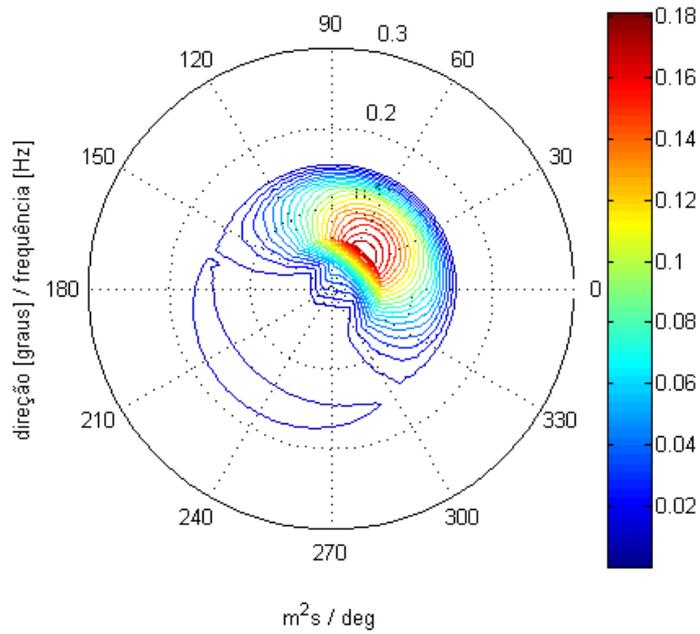


Figura 5.45: Espectro direcional, experimento 10.

A análise direcional aplicada para as séries temporais decompostas em IMFs, nesse caso, demonstra claramente a vantagem na visualização das ondas presentes no registro. As figuras (5.46, 5.47) apresentam os espectros de Hilbert para U e V respectivamente, pode-se observar que a separação das componentes de diferentes frequências não é afetada pela direção das ondas incidentes.

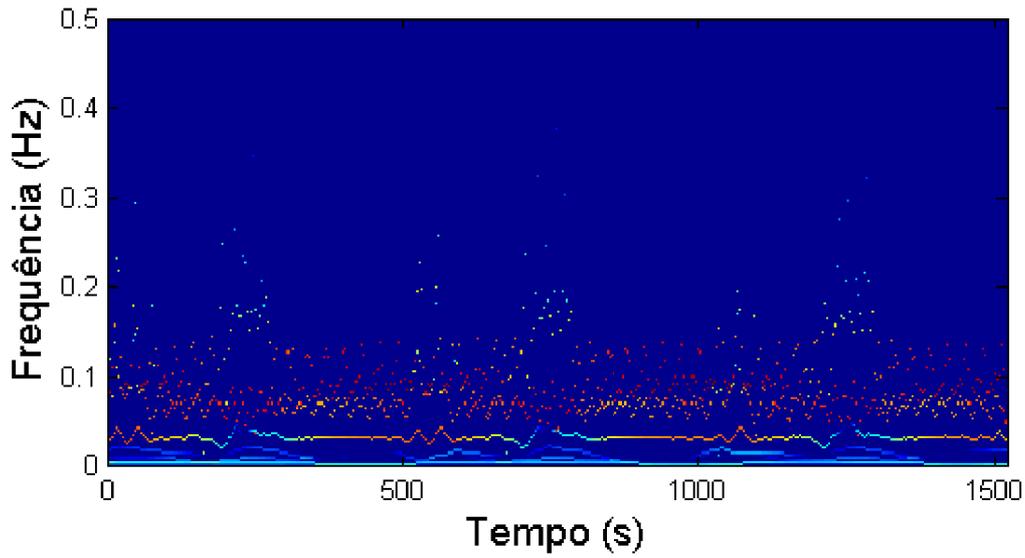


Figura 5.46: Espectro de Hilbert para a velocidade U, experimento 10.

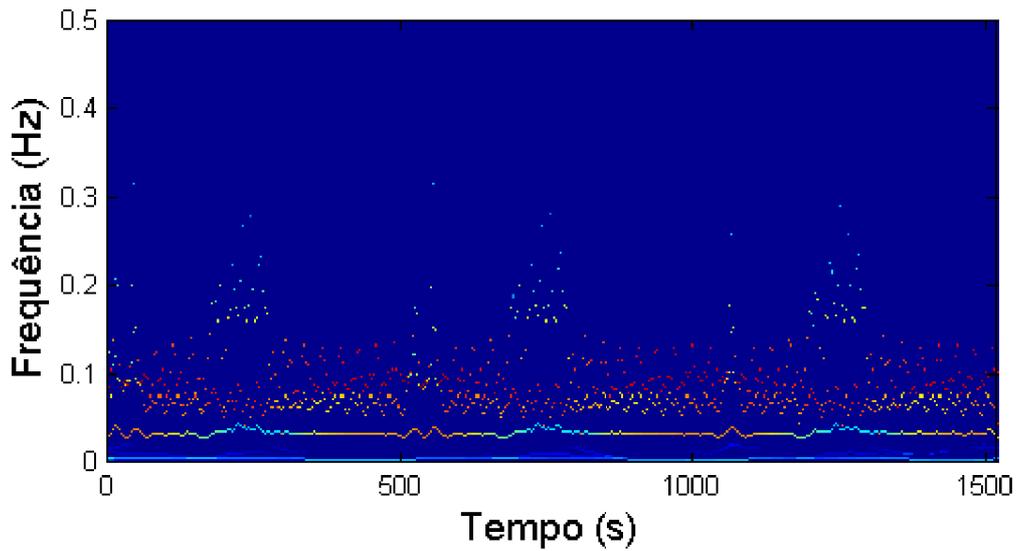


Figura 5.47: Espectro de Hilbert para a velocidade V, experimento 10.

A figura (5.48) apresenta o espectro direcional para a primeira IMF da elevação, U e V, que representa as duas ondas com frequências próximas a 0,1 Hz. Similar ao caso anterior nessas IMFs estão representados os grupos de onda formados pelas duas ondas. A direção principal é de  $55^\circ$ , nesse caso a direção principal está mais próxima da onda com maior amplitude 1,2 m, ou seja a onda com maior energia (a

maior amplitude considerando apenas as duas ondas que formam o grupo de ondas).

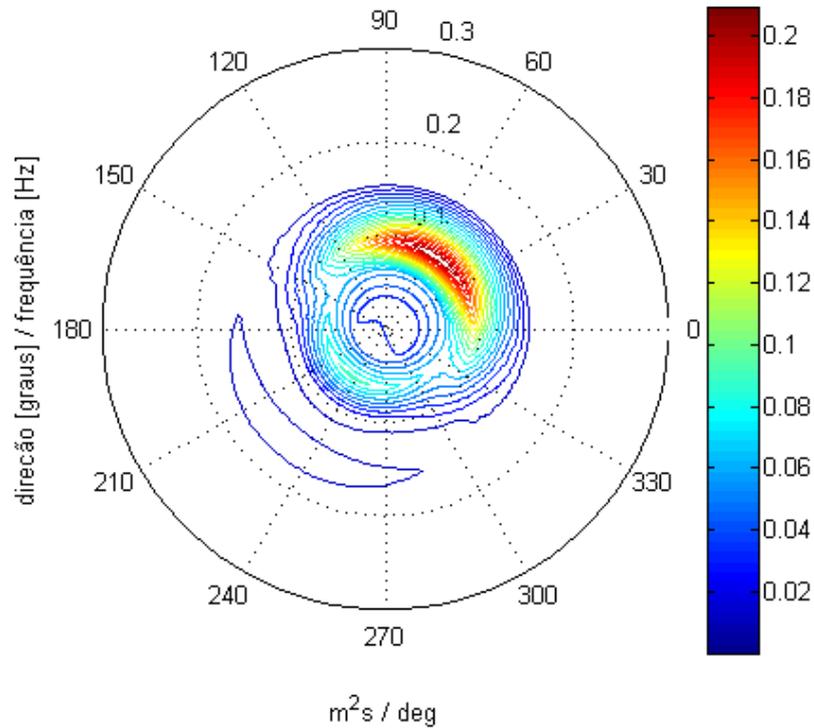


Figura 5.48: Espectro direcional para a IMF1, experimento 10.

A decomposição mostra claramente a presença de outra componente de frequência (0,066 Hz - 15 s de período). O espectro direcional da segunda IMF da elevação, U e V possibilita a visualização direcional dessa onda (figura 5.49), a mesma é dificilmente identificada no espectro direcional das séries de elevação, U e V (figura 5.45). A direção principal de  $48^\circ$  é muito próxima da direção de propagação de  $50^\circ$  da onda com 15 s, o que ressalta a eficiência da técnica proposta.

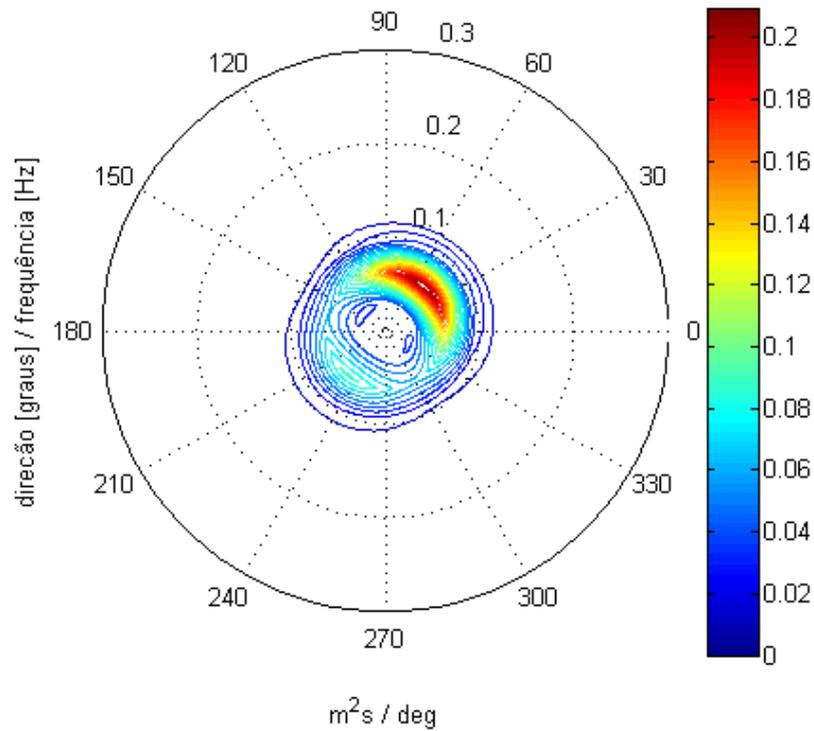


Figura 5.49: Espectro direcional para a IMF2, experimento 10.

Os dois experimentos a seguir apresentam situações diferentes das proposta nos dois casos anteriores. Para os dois próximos casos foram geradas a superposição de ondas em primeira e segunda ordem para três ondas com uma grande diferença de períodos, ou seja, não existe a formação de grupos de onda. Para o experimento 11 foram geradas as ondas com as respectivas características: 1 m, 1,5 m e 1,2 m de amplitude, 5 s, 8 s e 15 s de período, 0°, 60° e 130° de direção. A figura (5.50) apresenta as velocidades U e V para esse experimento. Nos experimentos 11 e 12 as ondas diferem apenas na direção de propagação.

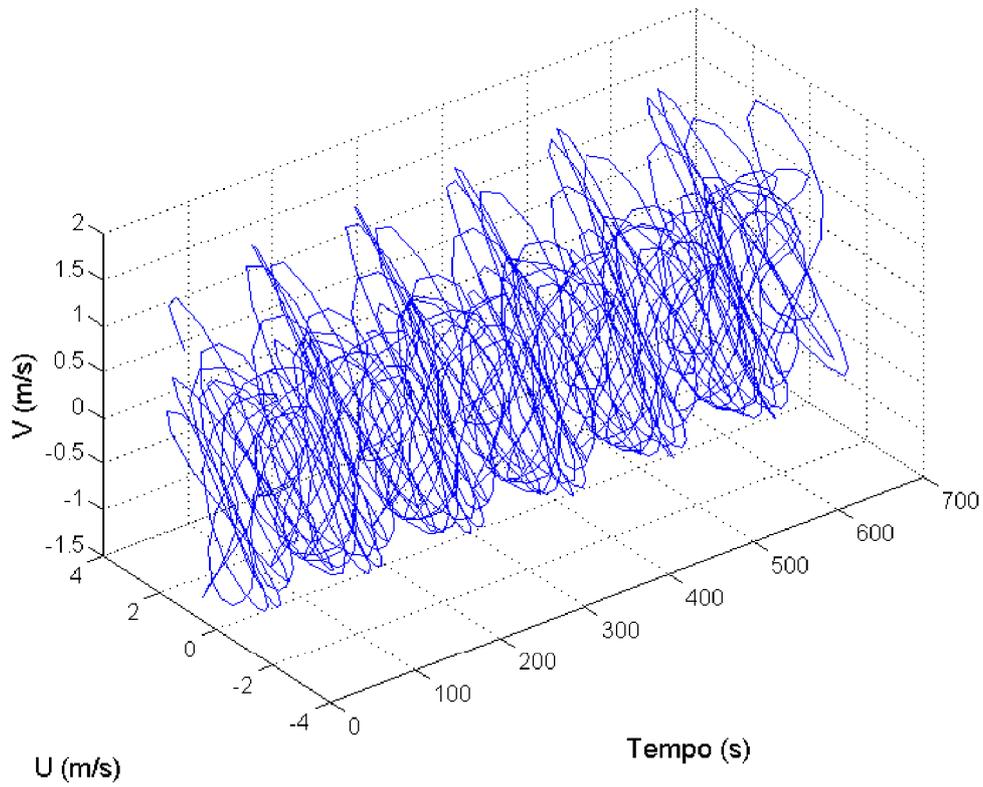


Figura 5.50: Velocidades U e V ao longo do tempo, experimento 11.

A figura (5.51) apresenta o espectro direcional para as ondas geradas no experimento 11. Para esse caso, o espectro direcional consegue representar bem a distribuição de energia entre frequências e direções. Isso se deve à ampla diferença de frequência e direções entre as 3 ondas.

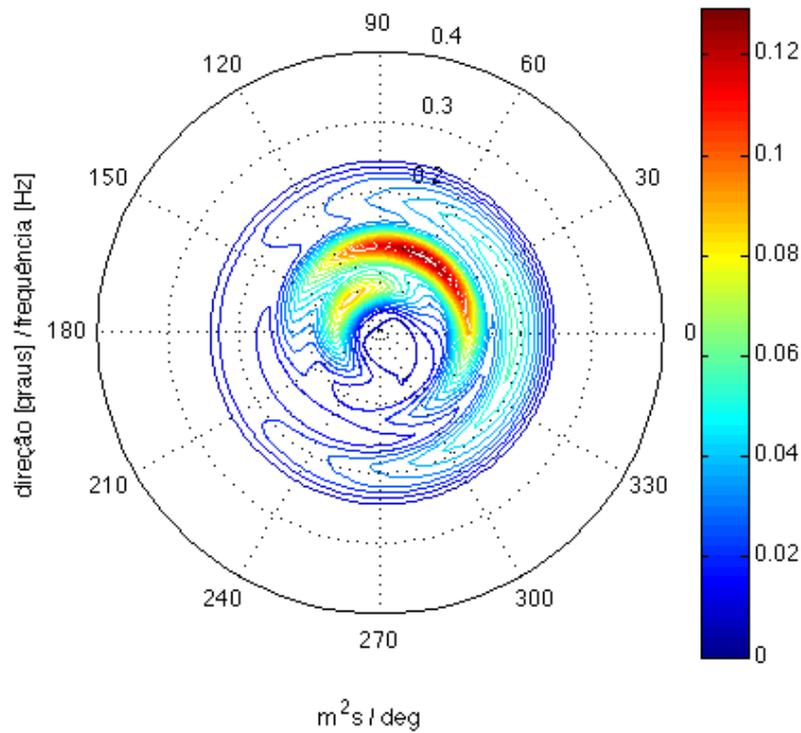


Figura 5.51: Espectro direcional, experimento 11.

A EMD Bivariada consegue separar muito bem as 3 ondas; sendo assim, apenas observando o comportamento das velocidades horizontais de cada IMF é possível determinar as respectivas direções (figura 5.52). As figuras (5.53 e 5.54) mostram os espectros de Hilbert das velocidades U e V para as três componentes do trem de ondas. De uma forma geral, as respostas para U e V são similares, a primeira IMF (período  $\approx 5$  s) não é bem representada na componente V pois o ângulo de incidência da onda de 5 s é de  $0^\circ$ .

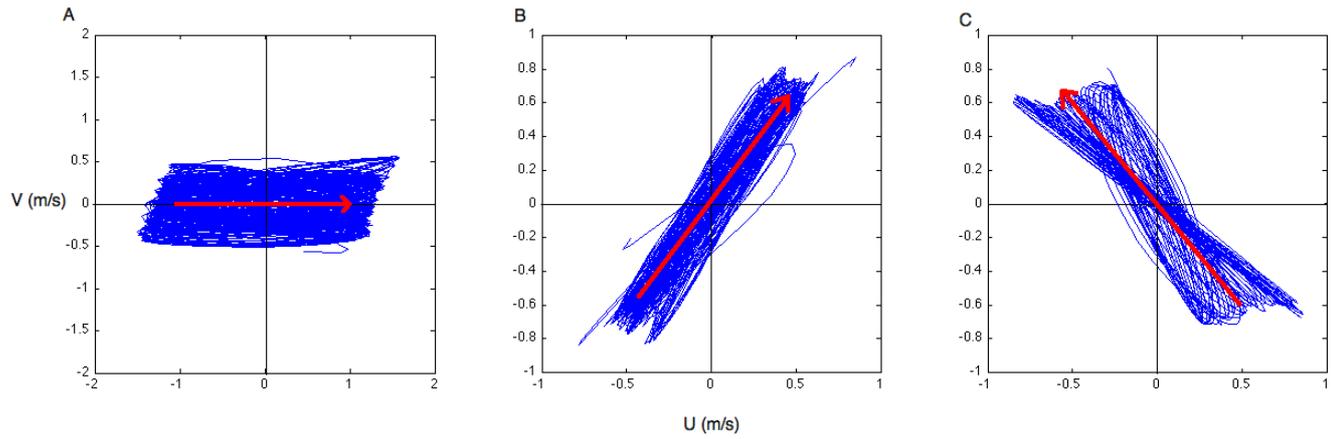


Figura 5.52: Velocidades U e V das 3 primeiras IMFs extraídas do experimento 11, as setas vermelhas indicam a direção das ondas de primeira ordem. A - IMF 1, B - IMF 2, C - IMF 3 .

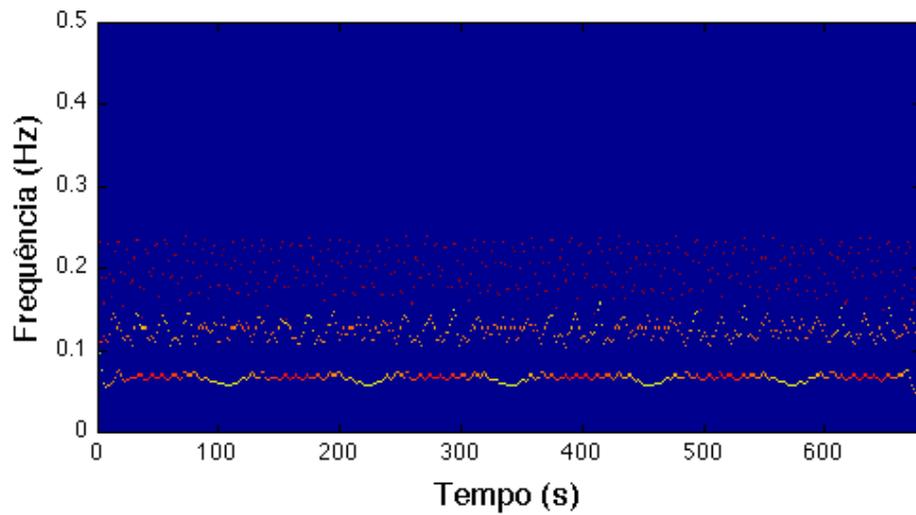


Figura 5.53: Espectro de Hilbert para as IMFs da velocidade U, experimento 11.

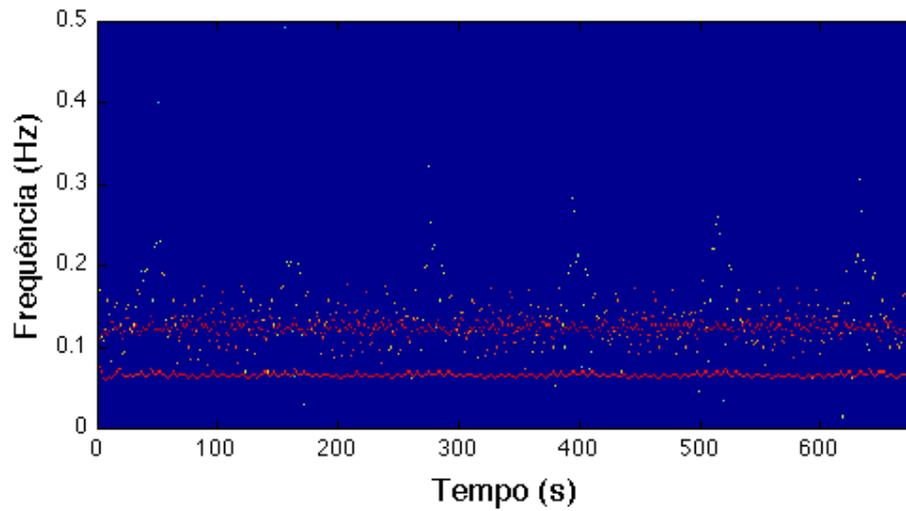


Figura 5.54: Espectro de Hilbert para as IMFs da velocidade  $V$ , experimento 11.

A análise dos espectros direcionais das séries decompostas são apresentados nas figuras (5.55, 5.56, 5.57), para os três espectros foram calculadas as respectivas direções principais de  $5^\circ$ ,  $48^\circ$  e  $130^\circ$ . As direções principais são muito próximas das direções de propagação das ondas propostas no experimento, o que indica a eficiência da EMD na separação das componentes do trem de ondas.

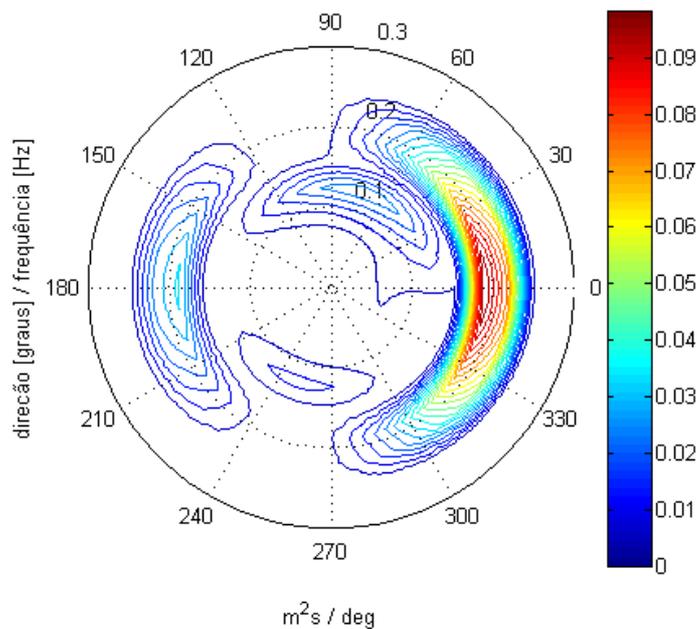


Figura 5.55: Espectro direcional para a IMF1, experimento 11.

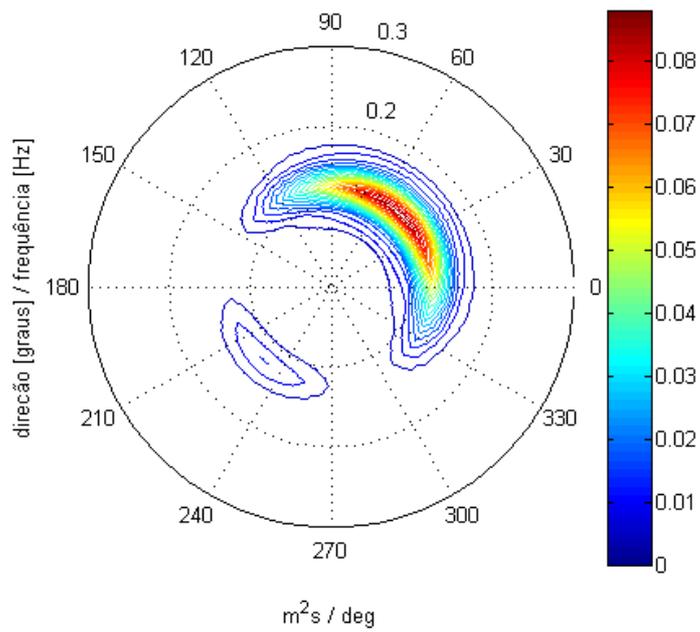


Figura 5.56: Espectro direcional para a IMF2, experimento 11.

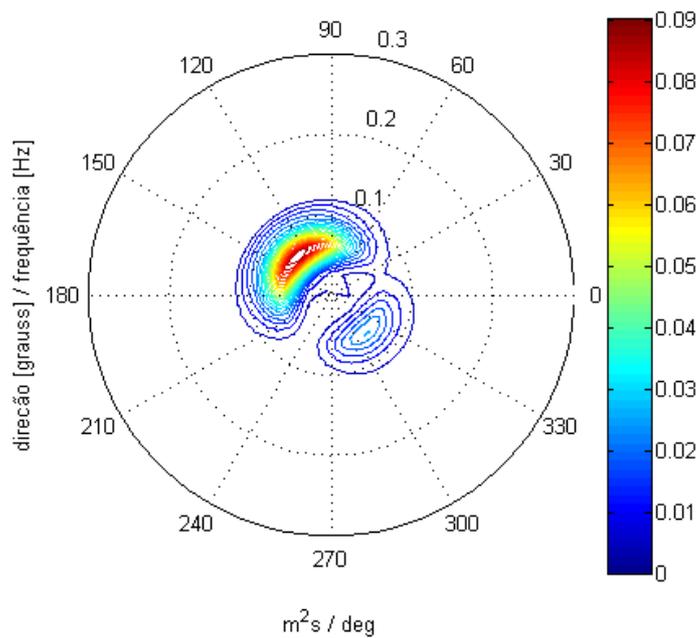


Figura 5.57: Espectro direcional para a IMF3, experimento 11.

Como foi comentado anteriormente, para o experimento 11, o espectro direcional da série temporal de elevação e velocidades representa bem a distribuição de energia

entre as direções e frequências, devido à grande diferença de direção e frequência entre as ondas. No entanto, é demonstrado no experimento 12 que quando as ondas possuem direções próximas fica mais difícil fazer a identificação das componentes. O experimento envolve as mesmas ondas do caso anterior, onde apenas a direção é diferente, sendo elas  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $50^\circ$  (tabela 5.1). A série temporal das velocidades U e V é a apresentada na figura (5.58).

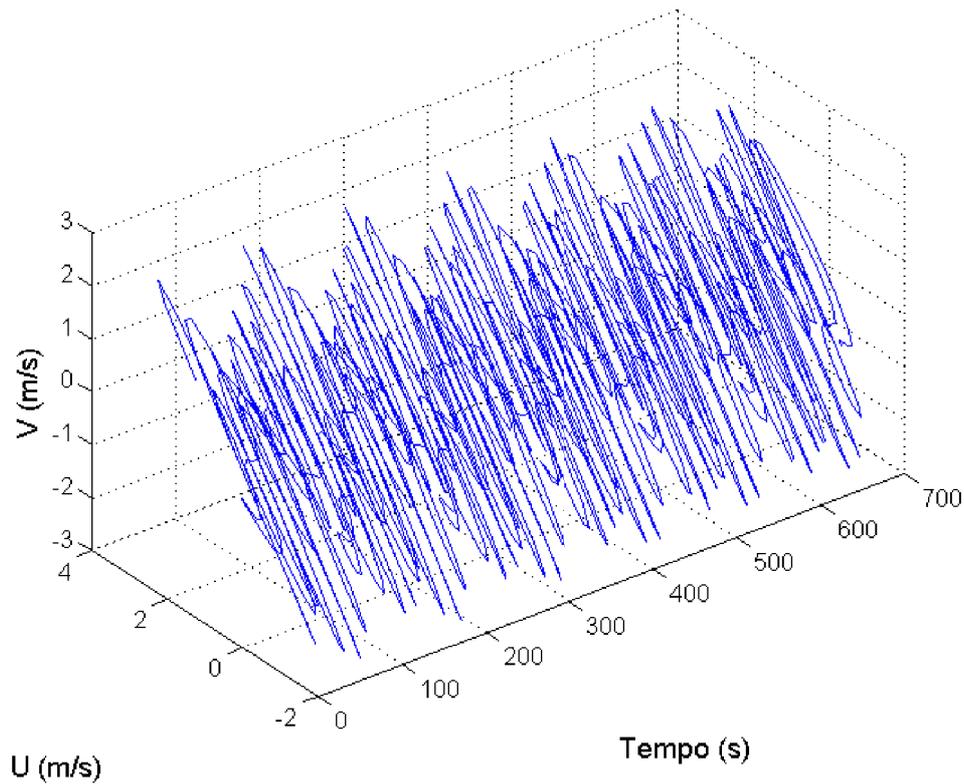


Figura 5.58: Velocidades U e V ao longo do tempo, experimento 12.

A figura (5.59) apresenta o espectro direcional para o experimento 12, devido à grande diferença de frequência entre as ondas ainda é possível identificar as diferentes componentes, no entanto a proximidade das direções torna a visualização das componentes mais confusa. Foi calculada uma direção principal de  $55^\circ$ .

As figuras (5.60, 5.61) apresentam os espectros de Hilbert para o experimento 12.

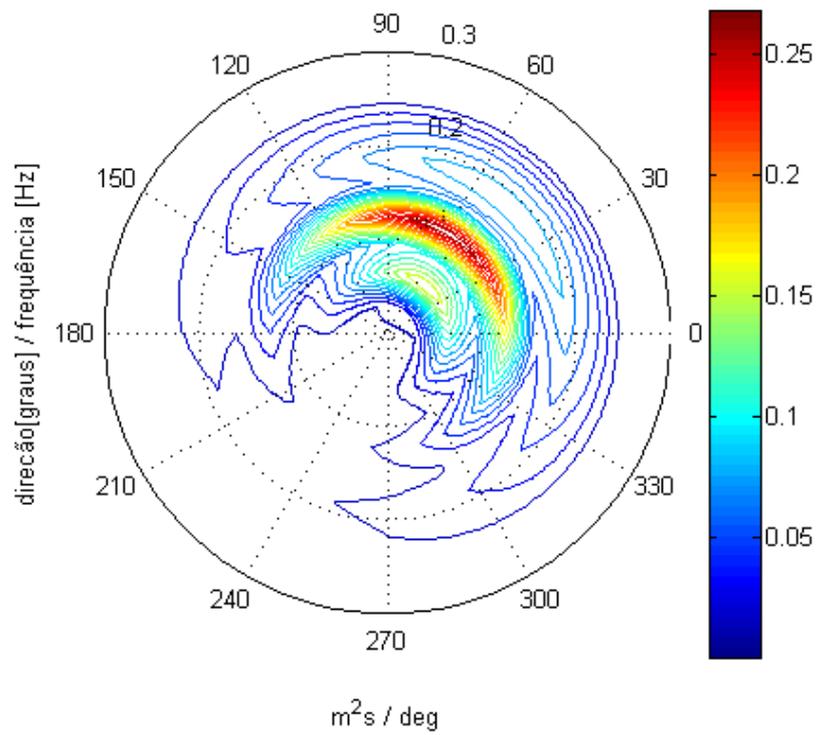


Figura 5.59: Espectro direcional, experimento 12.

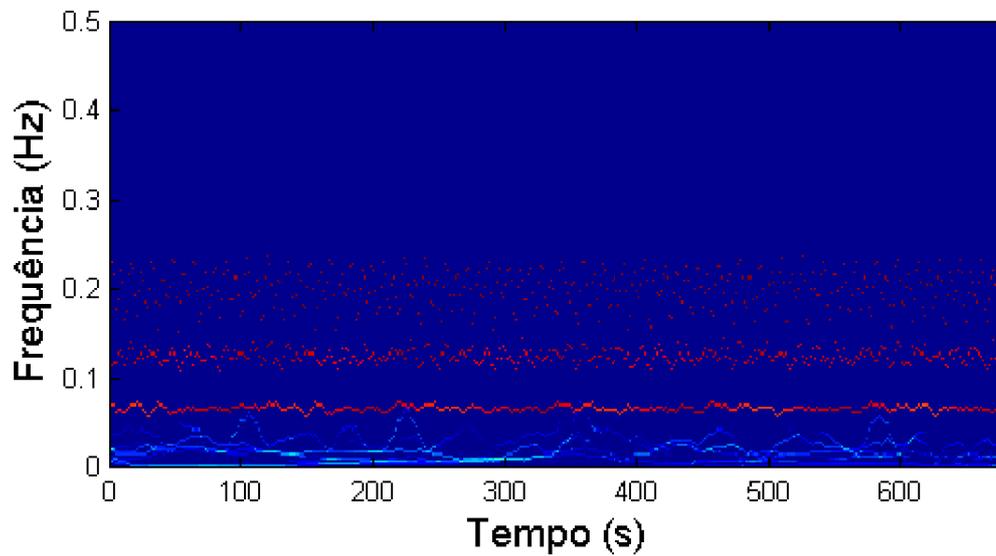


Figura 5.60: Espectro direcional para a velocidade U, experimento 12.

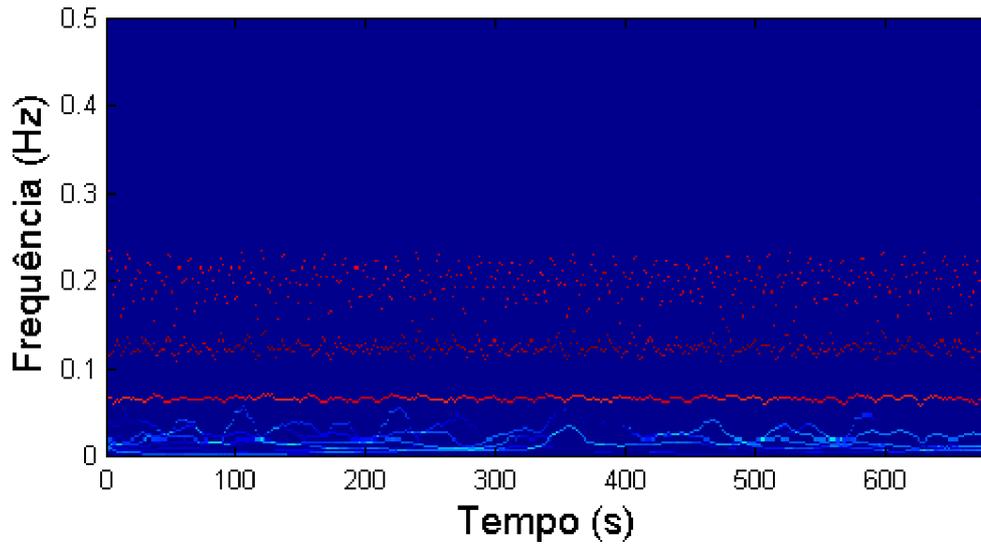


Figura 5.61: Espectro direcional para a velocidade  $V$ , experimento 12.

Similar ao caso anterior, devido à grande diferença de frequência entre as ondas incidentes, a EMD bivariada conseguiu separar as três ondas superpostas na série temporal. A visualização da velocidades decompostas possibilita a identificação da direção de propagação dessas ondas (figura 5.62).

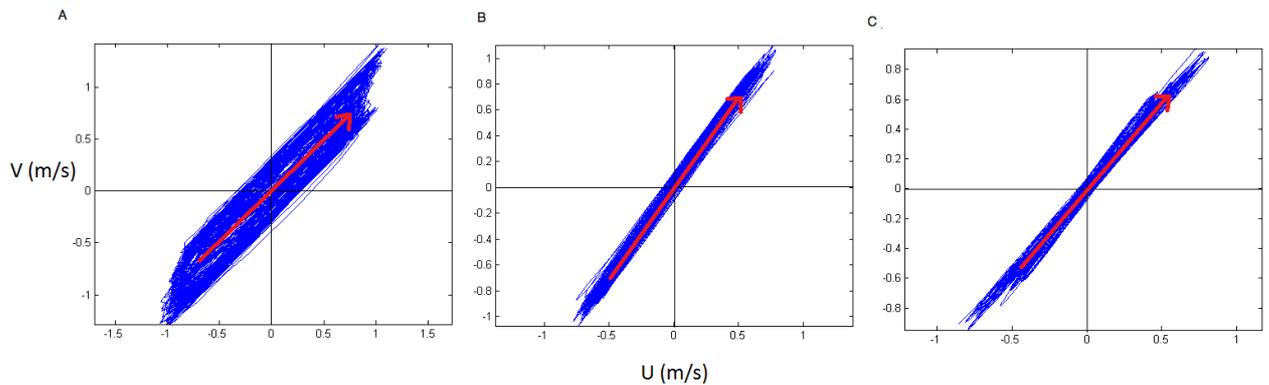


Figura 5.62: Velocidades  $U$  e  $V$  das 3 primeiras IMFs extraídas do experimento 12, as setas vermelhas indicam a direção das ondas de primeira ordem. A - IMF 1, B - IMF 2, C - IMF 3 .

O espectro direcional para as séries decompostas é apresentado nas figuras (5.63, 5.64 e 5.65). Para os mesmos foram obtidas as respectivas direções principais de

45°, 57° e 51°. Apesar de o espectro direcional sobre as séries de elevação apresentar uma boa representação da distribuição de energia, a aplicação da análise direcional sobre as séries decompostas torna ainda mais clara a identificação das componentes do trem de ondas.

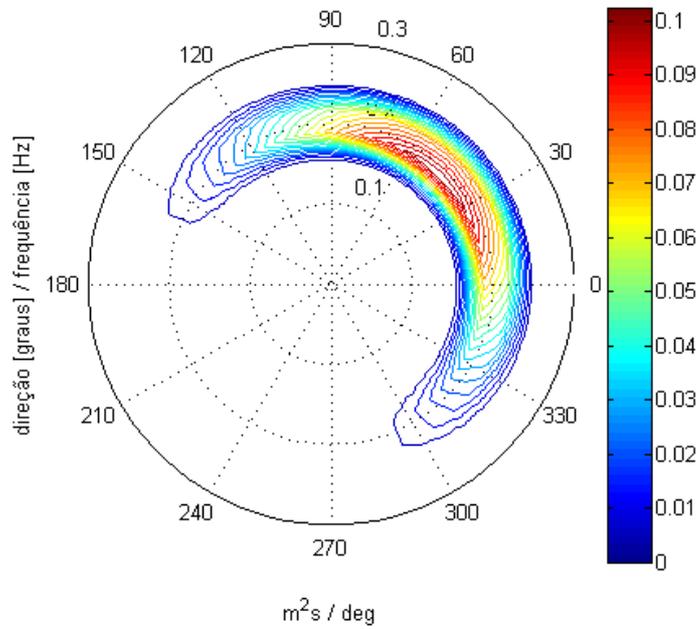


Figura 5.63: Espectro direcional para a IMF1, experimento 12.

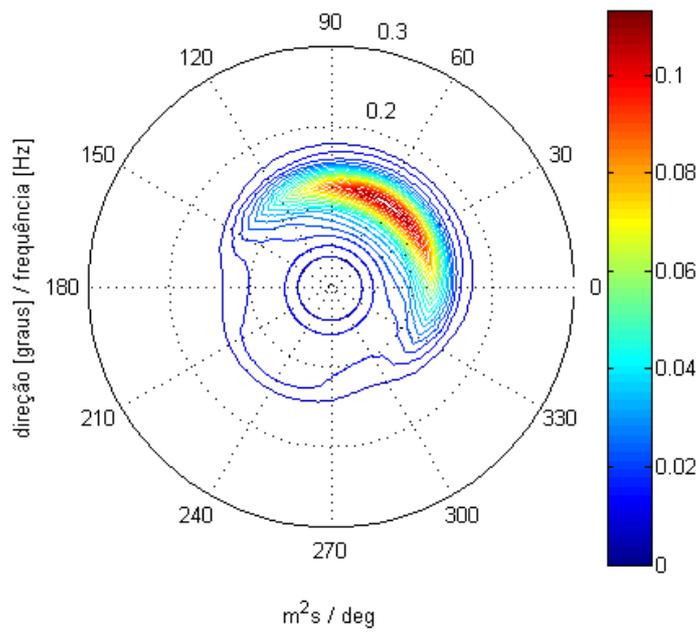


Figura 5.64: Espectro direcional para a IMF2, experimento 12.

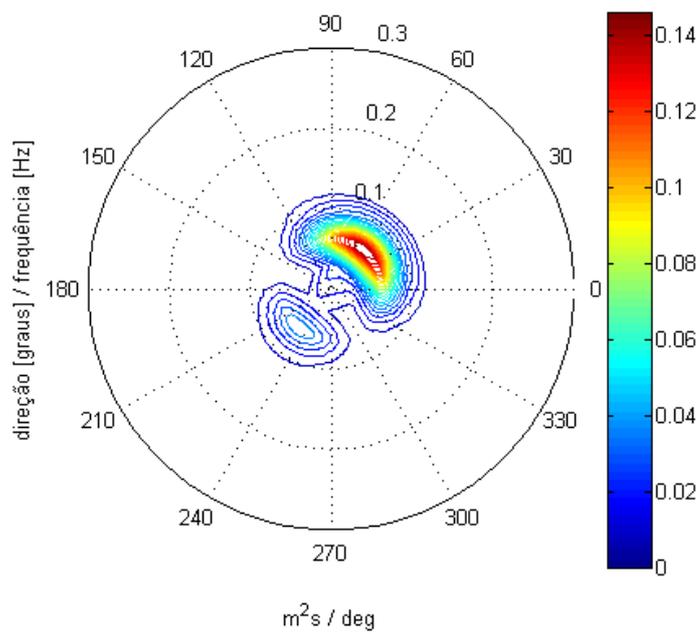


Figura 5.65: Espectro direcional para a IMF3, experimento 12.

### 5.2.1 Discussão

Os resultados obtidos pela VHHT são aparentemente confusos quando aplicada a séries mais complexas. Para uma melhor interpretação dos resultados gerados por essa técnica é necessário um estudo mais aprofundado, buscando identificar os padrões gerados por esse método. A parte direcional nesse trabalho foi baseada na interpretação das velocidades horizontais geradas pelas ondas, através da aplicação da HHT e análise direcional, através do espectro de Fourier, aplicados tanto para as séries bruta de elevação, U e V como também para as mesmas séries decompostas através da EMD .

A aplicação da análise direcional sobre as séries de elevação e velocidades decompostas facilita a identificação das ondas presentes no registro temporal. O fato da EMD univariada como a EMD bivariada partirem do mesmo princípio para extrair as IMFs faz com que os dois métodos, de uma forma geral, separem modos empíricos com características de frequência similares, essa característica foi observada ao longo dos experimentos desenvolvidos. A observação feita sobre as características das IMFs extraídas motivou a idéia de aplicar a análise direcional sobre as séries decompostas.

Os experimentos 9, 10, 11 e 12 demonstraram que as direções das ondas incidentes não afetam a separação das IMFs em termos de frequência. No entanto, foi observado que as diferentes direções alteram os resultados das IMFs em termos de amplitude das componentes U e V decompostas.

Como foi discutido na subseção (5.1.1) a EMD é incapaz de separar ondas com frequências muito próximas, ou seja, o método de decomposição extraí o grupo de onda em uma determinada IMF. Essa característica é positiva no sentido de se interpretar os grupos de onda, no entanto os mesmos grupos de ondas, quando formados por ondas em diferentes direções de propagação, dificultam a identificação direcional das ondas incidentes.

Nos experimentos 11 e 12 a EMD separou as 3 ondas de primeira ordem, e analisando apenas as velocidades U e V, para esses casos, foi possível identificar claros padrões direcionais. A capacidade da EMD em separar as 3 ondas está associada à grande diferença de frequência entre as ondas. As componentes das interações entre ondas não estão muito bem representas na decomposição. Talvez essas componentes estejam inseridas nas IMFs apresentadas aqui, uma vez que essas ondas têm

períodos similares. Isso pode explicar parte das oscilações de frequências das IMFs. Nos experimentos 9, 10, 11 e 12 para cada componente em primeira ordem do trem de ondas é esperada uma modulação de frequência, associada às auto interações de segunda ordem. No entanto as oscilações de frequência não apresentam um padrão idêntico ao de uma onda de Stokes de segunda ordem, como a da figura (5.2). É possível que a justificativa para essas oscilações esteja na presença de perturbações de pequena amplitude e curtos períodos associados às interações aditivas de segunda ordem.

No experimento 9 e 10 as componentes das ondas longas das interações subtrativas foram identificadas na decomposição das velocidades. No entanto como visto na decomposição da série de elevação para o experimento 9, existe uma defasagem entre a onda e a IMF extraída (subseção 5.1.1). Essa defasagem dificulta muito a interpretação direcional dessas ondas. Uma vez justificado o porquê da ocorrência dessa defasagem será mais fácil analisar direcionalidade das componentes de longo período.

## Capítulo 6

# Aplicação da HHT para análise de séries medidas

Com o objetivo de demonstrar a utilização da HHT para uma análise de ondas, é apresentada aqui uma aplicação a séries temporais reais, de pressão e velocidades horizontais U (componente perpendicular à linha de costa) e V (componente paralela à linha de costa) com 3072 segundos, coletadas por um aparelho PUV, posicionado a uma profundidade de 12 metros, com uma frequência de aquisição de 2 Hz. Na região onde foi feita a coleta de dados a linha de costa está orientada na direção Sul-Norte. Os dados foram obtidos do “Nearshore Canyon Experiment”, uma grande campanha realizada na costa da Califórnia em conjunto com diversas instituições de pesquisa americanas, durante a qual foram coletadas diversas informações em diferentes pontos da costa. Todos os dados coletados estão disponíveis na página “<http://science.whoi.edu/users/elgar/NCEX/ncex.html>”.

### 6.1 Resultados - Análise de ondas geradas por vento

Os espectros de Fourier das 3 séries apresentam picos de energia similares, principalmente os espectros de pressão e velocidade U. A figura (6.1) apresenta os espectros de Fourier para as séries de pressão, U e V. Como o objetivo dessa figura é simplesmente indicar a semelhança nos picos de energia dos espectros, os três tiveram seus valores de energia divididos pelo valor máximo de cada espectro, sendo assim todos

os espectros apresentam uma abrangência no valor de energia entre 0 e 1.

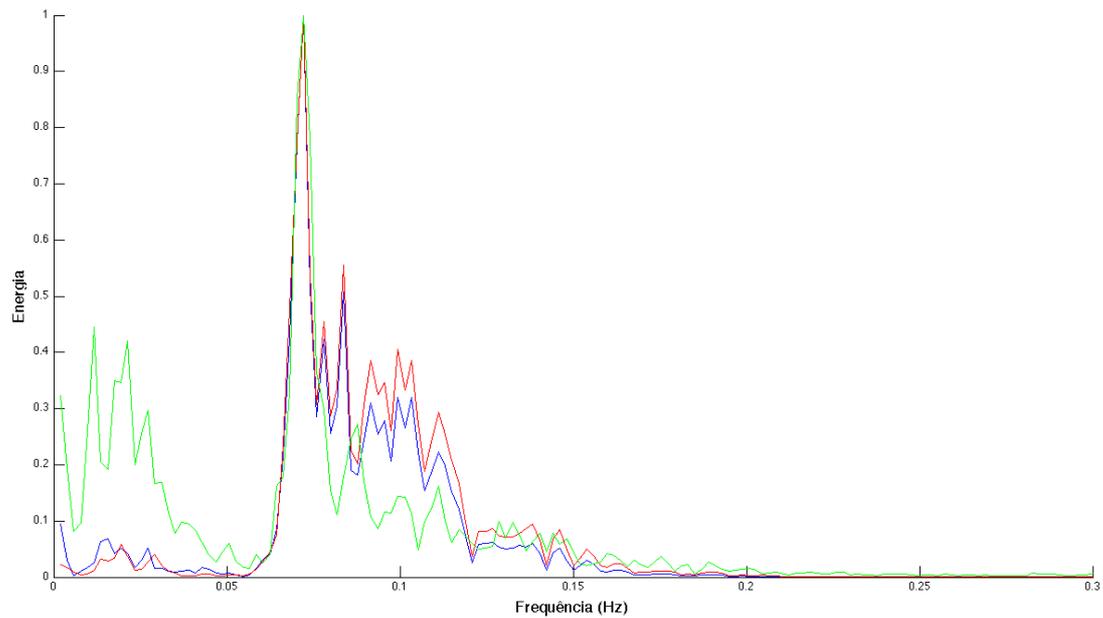


Figura 6.1: Espectro de Fourier. Azul - pressão, vermelho - velocidade U, verde - velocidade V

O resultado da análise direcional para a série bruta é limitado em informação, como pode ser observado na figura (6.2). O gráfico indica apenas a presença de ondas em frequências entre 0,07 e 0,1 Hz, com direção de propagação perpendicular à linha de costa (direção principal próxima a  $0^0$ ).

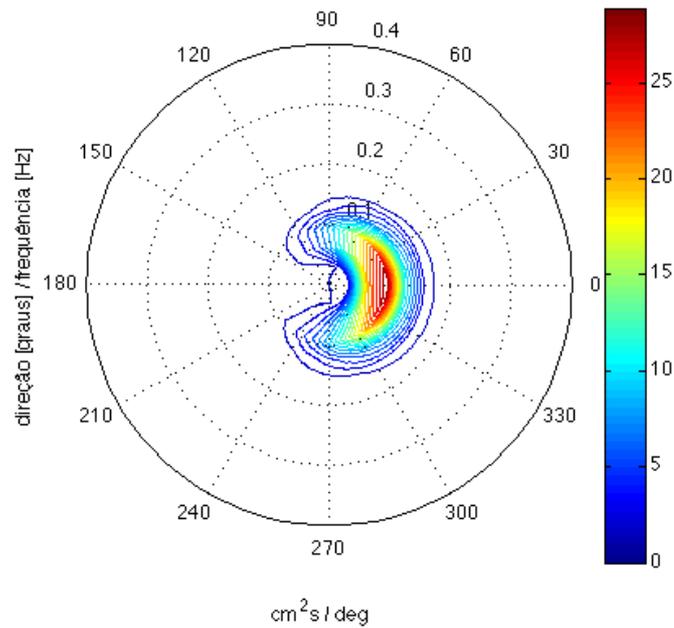


Figura 6.2: Espectro direcional.

Como se trata de águas relativamente rasas, a tendência das ondas é refratar atingindo uma direção de propagação aproximadamente perpendicular à linha de costa. Através dos resultados da análise direcional fica difícil identificar a presença de diferentes frequências. Provavelmente a proximidade na direção de propagação das diferentes ondas dificulta a representação adequada no espectro direcional.

Ao analisar a HHT para os valores de pressão,  $U$  e  $V$  é possível identificar a semelhança quanto às frequências das IMFs. As figuras (6.3, 6.4 e 6.5) apresentam, respectivamente, os espectros de Hilbert para a pressão,  $U$  e  $V$ . Pode-se observar que, para as três séries temporais, a faixa de frequência mais energética está, aproximadamente, entre 0,1 Hz e 0,07 Hz (região com alta energia indicada pelos pontos vermelhos). A figura (6.6) apresenta os espectros das IMFs mais energéticas para as respectivas séries de pressão,  $U$  e  $V$ , onde pode ser destacada a quantidade de energia presente em cada IMF.

Comparando os espectros de Hilbert para as velocidades  $U$  e  $V$  pode-se identificar que as componentes de frequência entre 0,1 Hz e 0,07 Hz estão melhor representadas na componente  $U$ , isso se deve à maior magnitude da mesma componente. A comparação entre a figura (6.6 B e C) mostra claramente a maior quantidade de

energia da velocidade U.

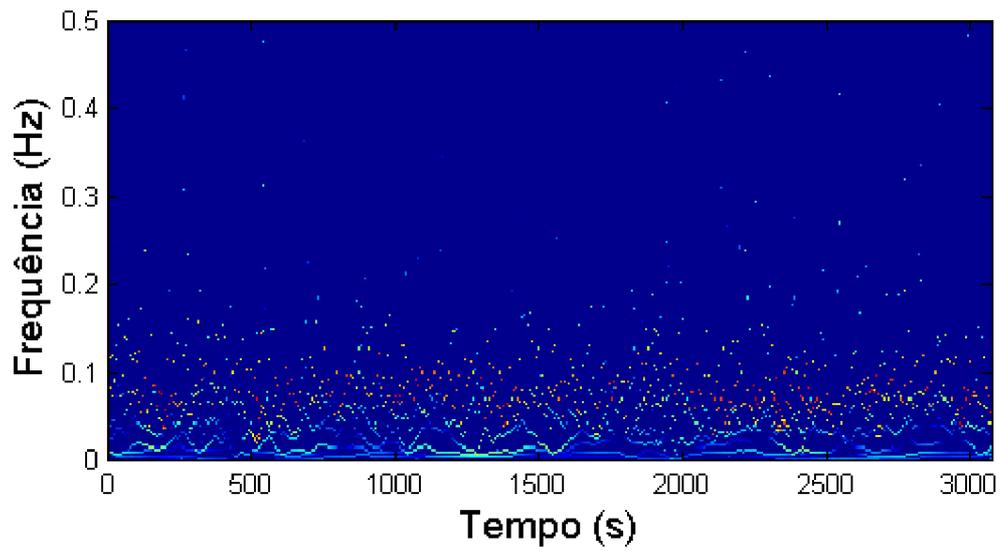


Figura 6.3: Espectro de Hilbert para as IMFs da pressão.

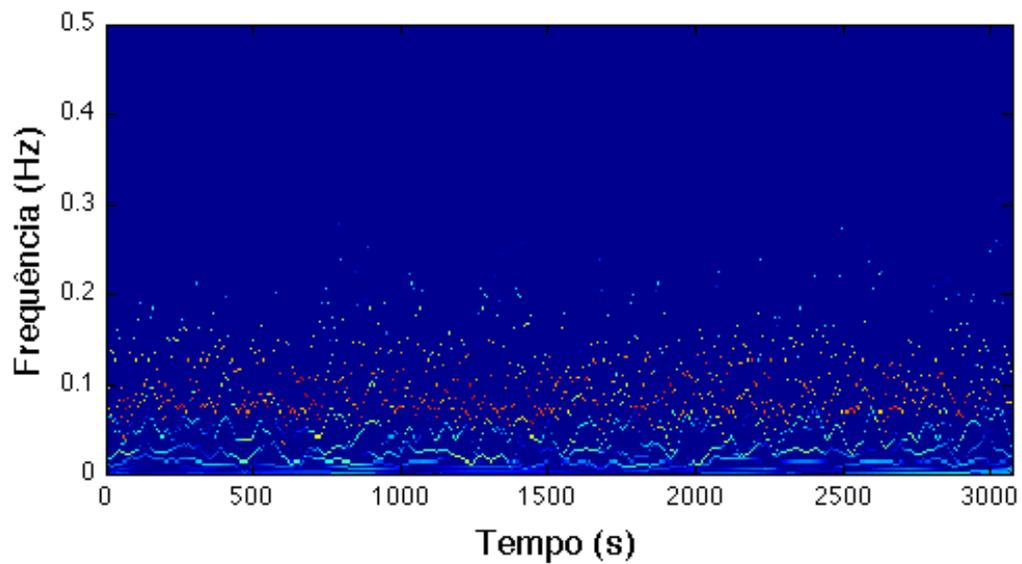


Figura 6.4: Espectro de Hilbert para as IMFs da velocidade U.

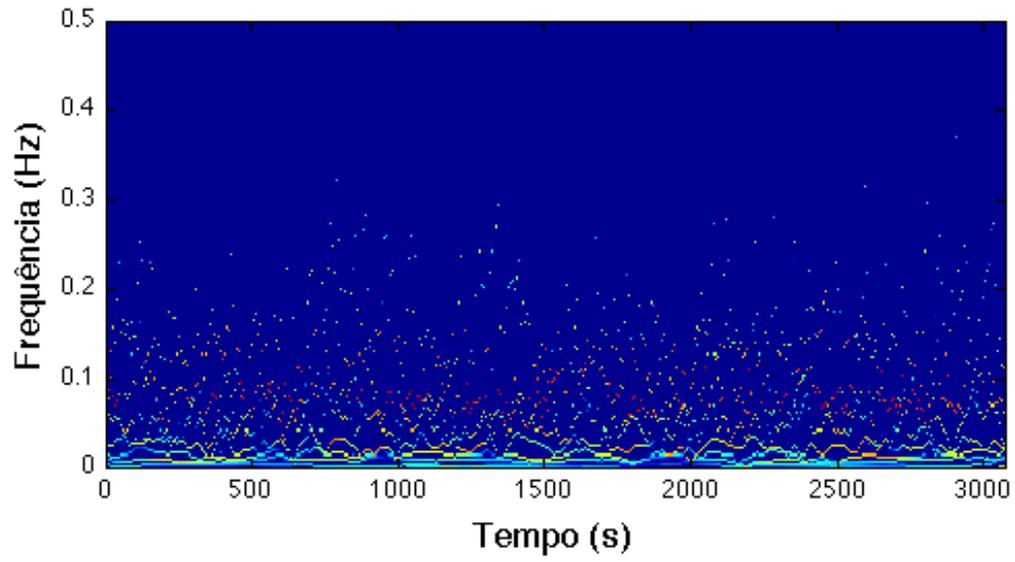


Figura 6.5: Espectro de Hilbert para as IMFs da velocidade V.

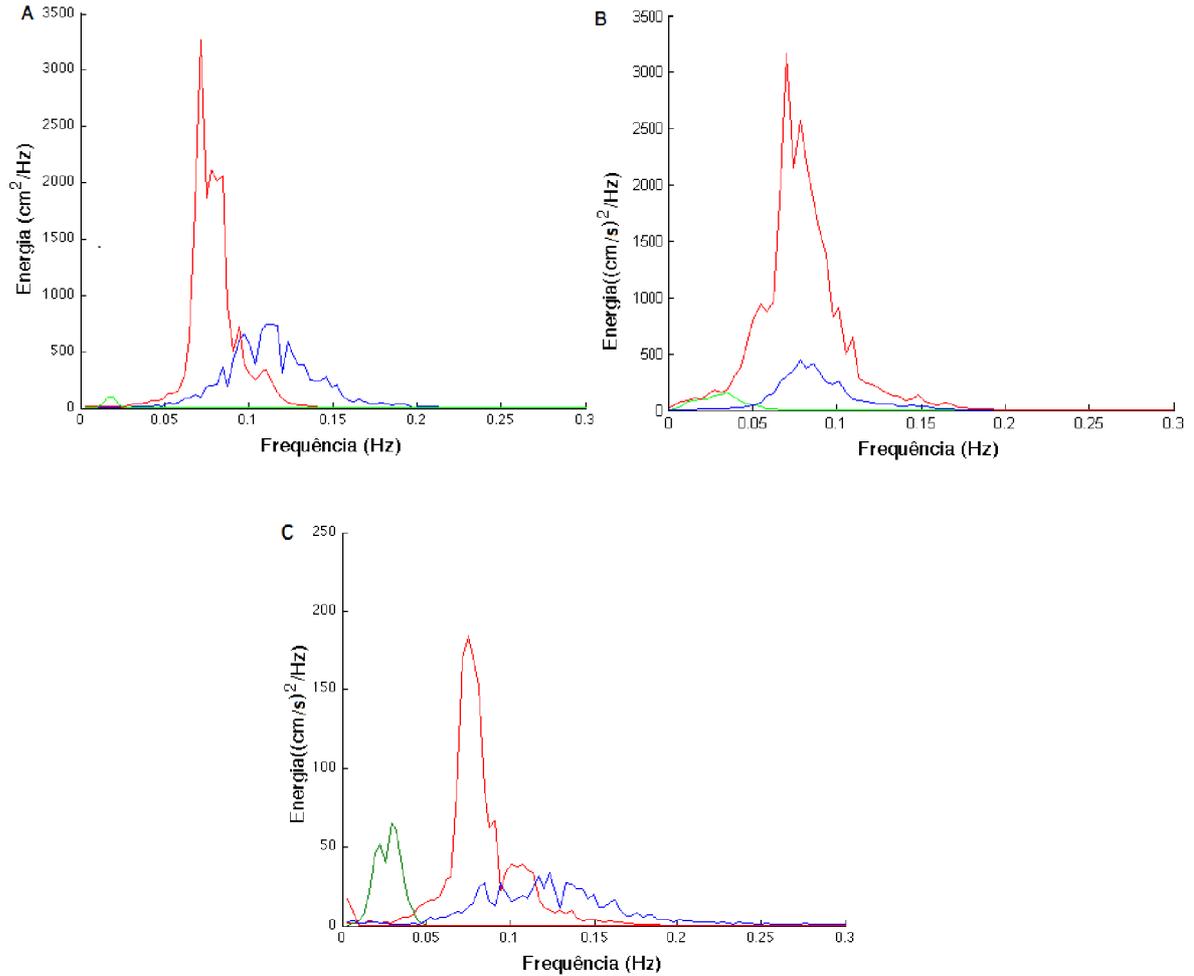


Figura 6.6: Comparação entre os espectros das IMFs extraídas das séries de pressão (A), velocidade U (B) e velocidade V (C). Em azul apresenta a primeira IMF extraída, em vermelho a segunda IMF e em verde a terceira IMF.

Para as três componentes P, U e V, as IMFs mais energéticas possuem frequências de pico próximas de 50 s (0,02 Hz), 14 s (0,07 Hz) e 9 s (0,11 Hz). Entre essas três frequências, a IMF com frequência próxima a 0,07 Hz é a que concentra mais energia (figura 6.6). Nessa mesma componente é possível observar uma maior contribuição da velocidade V, quando comparada a IMF com frequência próxima a 9s. O fato dessas duas funções intrínsecas apresentarem muito baixa energia na componente V indica que estas se propagam praticamente perpendicular à costa. Já para a componente próxima dos 50 s, as velocidades U e V possuem escalas similares e fases diferentes, gerando um padrão bem diferente, quando comparado com as duas

anteriormente apresentadas. Uma comparação das velocidades obtidas para as três IMFs é apresentada na figura (6.7), onde as mesmas observações feitas acima podem ser visualizadas. Na figura (6.8) está destacada a energia dos espectros de U e V próximo as baixas frequências, onde observa-se a mesma escala de grandeza entre U e V.

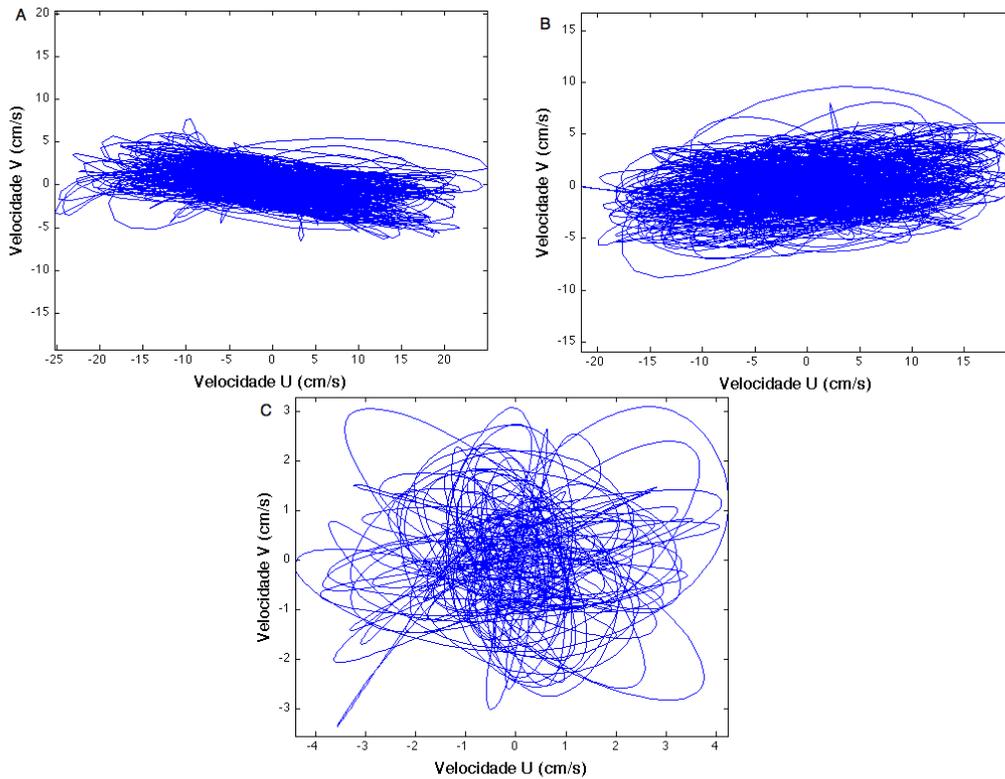


Figura 6.7: Hodógrafa das IMFs complexas. A - IMF frequência aproximada de 0,11 Hz, B - IMF frequência aproximada de 0,07 Hz, C - IMF frequência aproximada de 0,02 Hz.

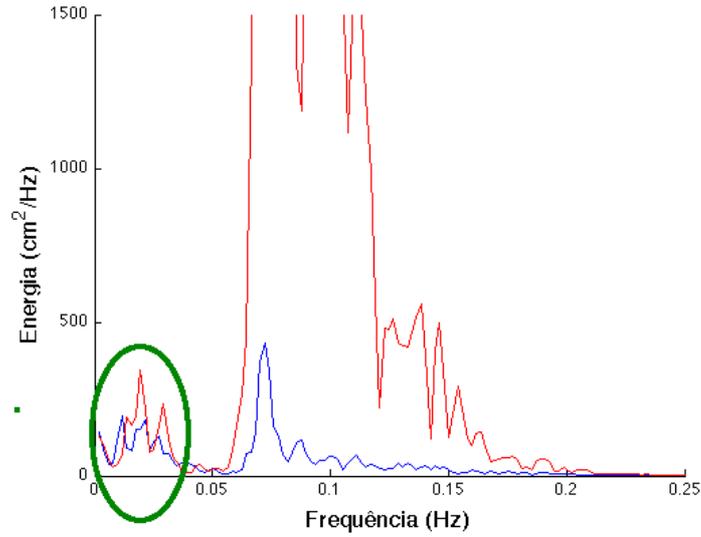


Figura 6.8: Espectro de Fourier destacando o pico de energia próximo a 0,02 Hz.

A aplicação da análise direcional sobre as séries de pressão, U e V decompostas em IMFs é apresentada nas figuras (6.9, 6.10). Para os dois espectros a direção principal calculada foi próxima de  $0^\circ$ .

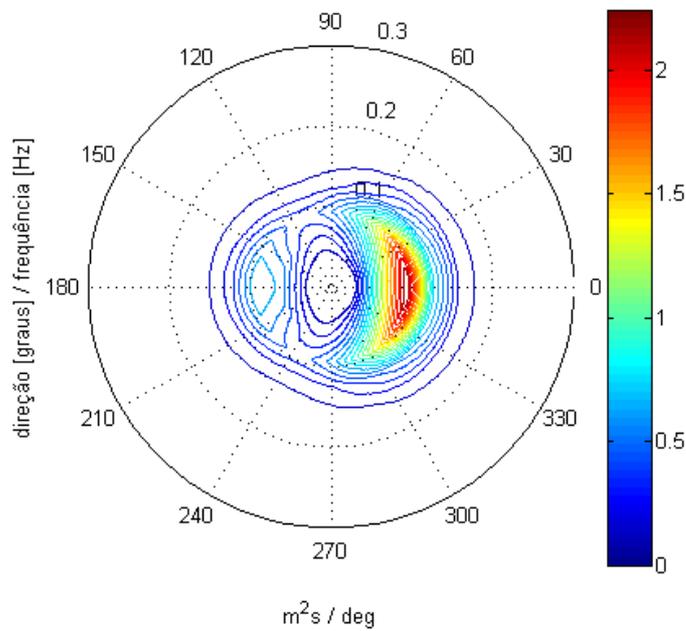


Figura 6.9: Espectro de direcional para a IMF com frequência próxima a 0,11 Hz.

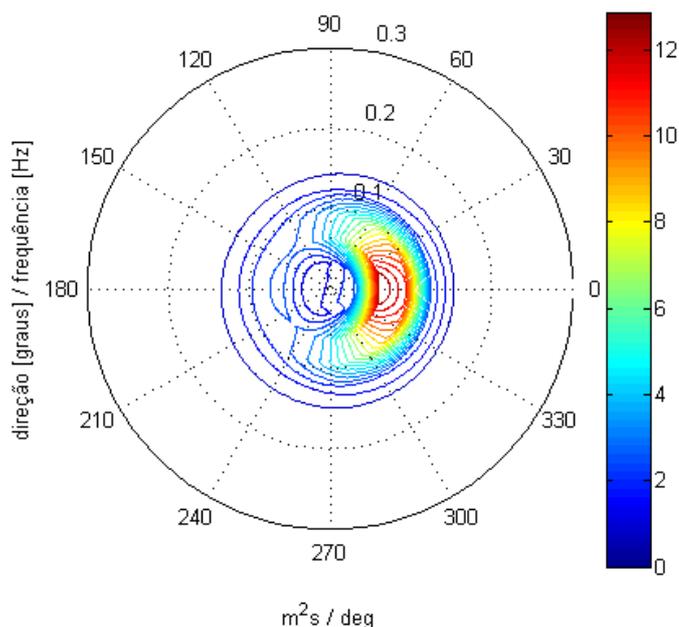


Figura 6.10: Espectro de direcional para a IMF com frequência próxima a 0,07 Hz.

## 6.2 Discussão

A aplicação da HHT para essa série de dados, coletada por um PUV, foi uma forma de demonstrar a capacidade dessa ferramenta em identificar as ondas geradas por vento presentes nesse registro, assim como oscilações de longo período. A direção de propagação perpendicular à costa identificada tanto na análise direcional da série bruta como da série decomposta em IMFs pode ser associada ao fato do PUV estar posicionado em águas rasas (12 metros), próximo à costa. Mesmo assim, a análise das IMFs proporciona mais informações, como por exemplo, é possível identificar claramente que a componente com frequência próxima de 0,07 Hz possui uma componente Norte-Sul mais energética, quando comparada à IMF com frequência próxima de 0,1 Hz.

Outra questão interessante é a grande alteração nos padrões de velocidades que ocorre nas IMFs de mais baixa frequência. Nos resultados apresentados acima (figura 6.7) observa-se que, na componente com frequência próxima a 0,02 Hz, as velocidades horizontais apresentam um padrão circular (ou elíptico), totalmente diferente dos padrões das primeiras duas IMFs, onde a componente de velocidade U é muito

mais energética que a componente de velocidade  $V$ . Apesar das outras componentes identificadas na decomposição bivariada serem de muito baixa energia, esse padrão elíptico é observado em todas as IMFs de baixa frequência, como indicado na figura (6.11).

A análise dessas componentes de longo período é de extrema importância, especialmente em águas rasas, pois podem influenciar diretamente na morfodinâmica local, no transporte de sedimento, na fadiga de estruturas, entre outras aplicações.

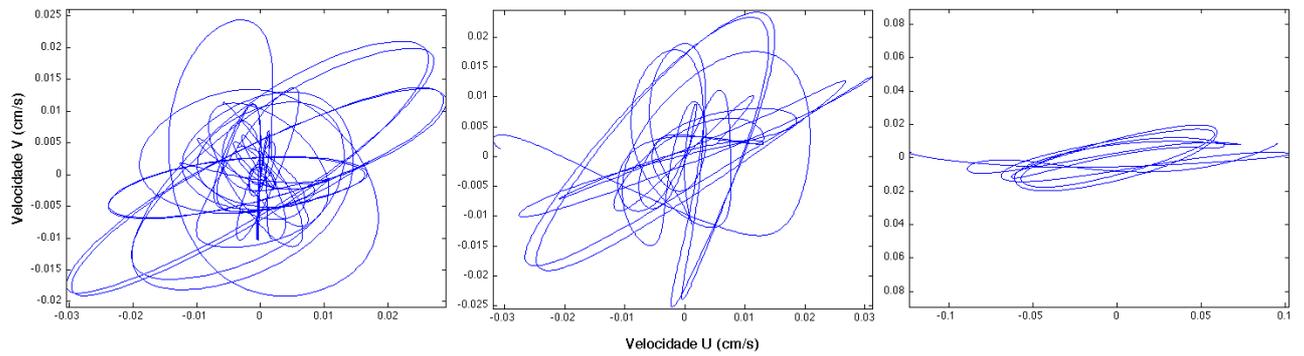


Figura 6.11: IMFs de baixa frequência.

# Capítulo 7

## Conclusão

Ao longo desse trabalho foram apresentadas e discutidas algumas características das ondas de gravidade geradas por vento, com o objetivo de destacar a ocorrência de processos não lineares e não estacionários e suas respectivas importâncias na interpretação dos padrões formados. Em contrapartida, foi discutida também a dificuldade de representação desses padrões através de técnicas convencionais de análise de dados, como por exemplo análise através do espectro de Fourier. A identificação e discussão sobre as limitações do espectro de Fourier motivaram a busca por um novo método de análise, surgindo, então, a idéia de aplicar a HHT. Para investigar a eficiência do método foram utilizados diferentes registros temporais de elevação, pressão e velocidades horizontais, incluindo séries sintéticas e reais.

Os resultados obtidos mostraram as vantagens da aplicação de um método adaptativo, capaz de extrair informações de amplitude e frequência ao longo do tempo. Nos experimentos sintéticos realizados, tanto os processos não estacionários como os não lineares, foram melhor representados pela HHT em comparação com a análise através do espectro de Fourier.

Ao longo do trabalho também foi destacada a importância das velocidades horizontais geradas pelas ondas e a sua direta relação com a direcionalidade das ondas. No entanto foi observado que as velocidades em presença de ondas com diferentes direções apresentam padrões extremamente complexos e de difícil interpretação. Por esse motivo foi proposta a aplicação da EMD bivariada sobre as séries temporais de velocidades, com o objetivo de analisar separadamente as IMFs decompostas através do espectro de Hilbert. Os resultados dos experimentos propostos mostram a capa-

cidade da EMD bivariada em separar as ondas e, através do espectro de Hilbert, foi possível identificar os padrões de variações de frequência e amplitude das IMFs.

Além da análise dos espectros de Hilbert, foi proposta a aplicação do espectro direcional de elevação para as séries temporais de U, V e elevação ou pressão decompostas em IMFs. Os resultados mostraram que o método facilita a identificação direcional das ondas presentes no trem de ondas.

Ao longo da pesquisa bibliográfica e do desenvolvimento dos diversos testes, tanto com a EMD como com a EMDB, surgiram diversos questionamentos sobre o comportamento das IMFs. Por exemplo, como saber se as IMFs obtidas da decomposição empírica realmente representam as oscilações contidas em uma série temporal? Como diferenciar ruídos de reais oscilações?

Na seção (4.1) foi apresentada a definição de uma IMF, porém nem sempre é possível atingir tais condições. Em alguns casos, forçar a obtenção dessas condições, como por exemplo efetuar um peneiramento excessivo, pode ocasionar a perda do significado físico de uma IMF (Huang [29]).

Diferentes critérios para parar o processo iterativo de peneiramento foram apresentados. Huang [2] propôs a utilização do critério de convergência de Cauchy. Após diversas pesquisas o autor concluiu que, apesar de ser matematicamente rigoroso, o critério é de difícil implementação e não garante a igualdade entre extremos e cruzamentos de zeros.

Huang [21], [30] propôs um segundo critério de parada do processo iterativo, no qual se fixa um número (S) de iterações. Uma vez que seja satisfeito o critério de igualdade entre extremos e cruzamentos de zeros, o processo iterativo se repete um número (S) vezes; caso o critério acima se mantenha o processo de peneiramento para e se obtém uma IMF.

A simples seleção de algum critério de parada do processo iterativo aparentemente não responde as perguntas feitas no início dessa seção. É necessário ter uma forma de analisar a significância estatística das IMFs. Em uma análise espectral de Fourier, a divisão da série temporal em  $N$  partes propicia  $2N$  graus de liberdade, garante a relevância estatística do resultado. Essa divisão só tem significado se aplicada a uma série ergódica, o que é um pré-requisito para a aplicação da transformada de Fourier. Dessa forma, através da média dos espectros obtidos das  $N$

séries é calculado um espectro médio no qual os picos de energia apresentam uma maior representatividade devido a sua ocorrência nas  $N$  séries. Além de pressupor a série como sendo ergódica, a divisão em  $N$  partes ocasiona em perda de resolução espectral. Como na decomposição empírica não se faz consideração quanto às características da série, a divisão em  $N$  partes não tem significado. No entanto ainda não existe uma forma bem definida de como se obter a significância estatística de uma IMF. Faz-se necessário um grande esforço na determinação de uma técnica capaz de gerar tal resultado, pois isso representará um grande avanço no método da HHT.

Alguns autores (Huang [29], Wu e Huang [31]) apontaram um problema associado à intermitência de séries temporais que pode causar a mistura de modos oscilatórios, nesse caso uma IMF pode conter oscilações de escalas totalmente diferentes, comprometendo seu significado físico. Problemas associados à geração da envoltória (interpolação de máximos e mínimos) geram IMFs totalmente distorcidas, sendo impossível a identificação dos sinais superpostos.

Esses problemas devem ser considerados na hora de se utilizar a HHT. Portanto, para a aplicação dessa técnica, é necessário um bom conhecimento do método, a fim de que os resultados possam ser interpretados da forma mais correta possível.

As técnicas apresentadas nesse trabalho para identificação de grupos de ondas e direções são idéias iniciais de como utilizar a HHT para obter tais informações. Estudos mais aprofundados sobre a aplicação dessa técnica, para cada um desses casos, proporcionarão informações ainda mais detalhadas e precisas sobre esses processos.

# Referências Bibliográficas

- [1] PHILLIPS, O. M., “The dynamics of the upper ocean, 2nd edition.” 1980.
- [2] HUANG N. E., Z. S., LONG, S. R., WU, M. C., et al., “The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis.” *Proc. R. Soc. London*, v. Ser. A, 454, pp. 903–995, 1998.
- [3] RILLING, G., FLANDRIN, P., GONÇALVES, P., “Bivariate Empirical Mode Decomposition”, *IEEE Signal Processing Letters*, 2007.
- [4] HUANG, N. E., LONG, S. R., SHEN, Z., “The mechanism for frequency downshift in nonlinear wave evolution.” *Adv. Appl. Mech.*, v. 32, pp. 59–111, 1996.
- [5] VELTCHEVA, A. D., “Wave and group transformation by a Hilbert spectrum”, *Coastal Engineering Journal*, pp. 283–300, 2002.
- [6] STOKES, G. G., “On the theory of oscillatory waves”, *Trans. Cambridge Phil. Soc.*, v. 8, n. 441-455, 1847.
- [7] SHARMA, J. N., DEAN, R., “Second-order directional seas and associated wave forces”, *Proc. Offshore Technology Conf*, v. vol. 4, pp. 2505–2514, 1979.
- [8] PHILLIPS, O. M., “On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude Part 1. The elementary interactions”, *Jour. Fluid Mech.*, v. 9:2, pp. 193–217, 1960.
- [9] HASSELMANN, K., “On the non-linear energy transfer in a gravity wave spectrum. Part 1: General theory”, *J. Fluid Mech.*, v. 12, pp. 481–500, 1962.

- [10] HASSELMANN, K., “On the non-linear energy transfer in a gravity wave spectrum. Part 2”, *J. Fluid Mech.*, v. 15, pp. 273–81, 1963.
- [11] HASSELMANN, K., “On the non-linear energy transfer in a gravity wave spectrum. Part 3”, *J. Fluid Mech.*, v. 15, pp. 385–98, 1963.
- [12] LONGUET-HIGGINS, M. S., “Resonant interactions between two trains of gravity waves”, *Jour. Fluid Mechanics*, v. 12, n. 321-332, 1961.
- [13] LIU, P. C., “Wave grouping characteristics in nearshore Great Lakes I”, *Ocean Engineering*, v. 20, pp. 1221–1230, 2000.
- [14] LIU, P. C., “Wave grouping characteristics in nearshore Great Lakes II”, *Ocean Engineering*, v. 29, pp. 1415–1425, 2001.
- [15] RIBEIRO, C. E. P., *Uma Nova Técnica Espectral para Análise Direcional de Ondas*, Ph.D. Thesis, Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ, Brasil., 1999.
- [16] LONGUET-HIGGINS, M. S., CARTWRIGHT, D. E., SMITH, N. D., “Observations of the Directional Spectrum of Sea Waves Using the Motions of a Floating Buoy”, *Ocean Wave Spectra, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J.*, v. 12, n. 111-136, 1963.
- [17] MITSUYASU, H. E. A., “Observations of the Directional Spectrum of Ocean Waves Using a Cloverleaf Buoy”, *Journal of Physical Oceanography*, v. 5, pp. 750–760, 1975.
- [18] HASSELMANN, D. E., DUNCKEL, M., EWING, J. A., “Directional Spectra Observed During JONSWAP 1973”, *Journal of Physical Oceanography*, v. 10, pp. 1264–1280, 1980.
- [19] HUGHES, A. H., “Directional wave spectra using cosine-squared and cosine 2s spreading functions”, *Coastal Engineering technical Note*, pp. 1–6, 1985.
- [20] TRAGESER, J. H., ELWANY, H., “The S4DW an integrated solution to directional wave measurements”, *IEEE*, pp. 154–168, 1990.

- [21] HUANG, N. E., SHEN, Z., LONG, S. R., “A new view of nonlinear water waves. The Hilbert spectrum”, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, v. 31, pp. 417–457, 1999.
- [22] TANAKA, T., MANDIC, D. P., “Complex Empirical Mode Decomposition”, *IEEE Signal Processing Letters*, v. 14(2), pp. 101–104, 2006.
- [23] GONELLA, J., “A rotary-component method for analysing meteorological and oceanographic vector time series”, *Deep-Sea Research*, v. 19, pp. 833–846, 1972.
- [24] YUNCHAO, G., ENFANG, S., ZHENGYAN, S., “Comparison of EMD and Complex EMD in Signal Processing”, *Congress on Image and Signal Processing*, v. IEEE, pp. 141–145, 2008.
- [25] LAKE, B. M., YUEN, H. C., “A new model for nonlinear gravity waves. Part 1. Physical model and experimental evidence”, *Jour. Fluid Mech.*, v. 88, pp. 33–62, 1978.
- [26] RAMAMONJIARISOA, A., MOLLO-CHRISTENSEN, E., “Modulation characteristics of sea surface waves”, *Jour. Geophys. Res.*, v. 84, pp. 7769–7775, 1979.
- [27] FLANDRIN, P., RILLING, G., GONÇALVES, P., “Empirical mode decomposition as a filter bank”, *IEEE Signal Process. Lett.*, v. 11, pp. 112–114, 2004.
- [28] “DIWASP, a directional wave spectra toolbox for MATLAB®: User Manual. Research Report WP-1601-DJ)(V1.1). Centre for Water Research, University of Western Australia.” .
- [29] HUANG, N. E., ZHAOHUA, W., “A review on Hilbert-Huang transform: Method and its applications to geophysical studies”, *Reviews of Geophysics*, v. 46, pp. 1–23, 2008.
- [30] HUANG, N. E., WU, M. L., LONG, S. R., et al., “A confidence limit for the Empirical Mode Decomposition and Hilbert Spectral Analysis.” *Proceedings Royal Society of London*, v. A459, pp. 2317–2345, 2003.

- [31] WU, Z., HUANG, N. E., “Ensemble empirical mode decomposition: A noised-assisted data analysis method”, *COLA Tech. Rep, Cent for Ocean-Land-Atmos. Stud. Calverton, Md.*, v. 193, 2005.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)