

**MARCO AURÉLIO BRIZZOTTI ANDRADE**

**ESTUDO DA FORÇA DE RADIAÇÃO ACÚSTICA EM  
PARTÍCULAS PRODUZIDA POR ONDAS  
PROGRESSIVAS E ESTACIONÁRIAS**

**Tese apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de  
São Paulo para obtenção do título  
de Doutor em Engenharia**

São Paulo  
2010

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**MARCO AURÉLIO BRIZZOTTI ANDRADE**

**ESTUDO DA FORÇA DE RADIAÇÃO ACÚSTICA EM  
PARTÍCULAS PRODUZIDA POR ONDAS  
PROGRESSIVAS E ESTACIONÁRIAS**

**Tese apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de  
São Paulo para obtenção do título  
de Doutor em Engenharia**

**Área de Concentração:  
Engenharia Mecatrônica**

**Orientador:  
Julio Cezar Adamowski**

São Paulo  
2010

**Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.**

**São Paulo,      de fevereiro de 2010.**

**Assinatura do autor** \_\_\_\_\_

**Assinatura do orientador** \_\_\_\_\_

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

**Andrade, Marco Aurélio Brizzotti**

**Estudo da força de radiação acústica em partículas produzida por ondas progressivas e estacionárias / M.A.B. Andrade. -- ed.rev. -- São Paulo, 2010.**

**95 p.**

**Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos.**

**1. Ondas 2. Acústica 3. Método dos elementos finitos I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos II. t.**

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu orientador, Prof. Dr. Julio Cezar Adamowski, que desde a iniciação científica soube indicar os melhores caminhos para conduzir os trabalhos, e por sempre manter o laboratório com equipamentos novos para poder realizar os experimentos necessários.

Aos meus pais, pelo apoio financeiro e não financeiro.

Aos meus irmãos, Maurílio e Mateus, por terem permitido que eu monopolizasse o computador de casa durante alguns finais de semana.

À grande pequena Talita, por sempre me apoiar e pelas interessantes discussões nos mais variados assuntos.

Ao professor Flávio Buiochi, pelas discussões acadêmicas.

Ao professor Newton Maruyama, por ter emprestado a câmera digital que pode ser acessada pelo Matlab.

Aos colegas Ronny, Erick, Koga, César, Timoteo, Nicolas, Sandro, Polastro, Fausto, Andres, Luís, Pedro, Mario, Paulo, Doll, Ramon e Wandão, pelas importantes discussões durante os almoços, cafés e churrascos.

Aos técnicos Gilberto e Adilson pela usinagem de algumas peças utilizadas durante o doutorado.

Ao João B. da Silva e ao Wellington Ramos, por fabricarem algumas peças utilizadas nos experimentos de levitação acústica.

Ao Carlos Fritsch, pela orientação no período em que estive em Madri, Espanha.

À CAPES, pela concessão da bolsa de doutorado.

Às agências de fomento CNPq e Petrobras/ANP.

# RESUMO

O objetivo deste trabalho é estudar o fenômeno da força de radiação acústica produzida por ondas progressivas e estacionárias. Neste trabalho o estudo da força produzida por ondas estacionárias é aplicado na análise de um levitador acústico e o estudo da força de radiação acústica por ondas progressivas é feito visando a futura construção de um separador acústico.

Neste trabalho é utilizado o método dos elementos finitos para simular o comportamento de um levitador acústico. Primeiramente, é feita a simulação de um levitador acústico que consiste de um transdutor de Langevin com uma face de emissão plana que opera na frequência de aproximadamente 20 kHz e um refletor plano. O método dos elementos finitos é utilizado para determinar o deslocamento da face do transdutor e o potencial acústico que atua numa esfera pequena. O deslocamento da face do transdutor obtido numericamente é comparado com o medido experimentalmente por um vibrômetro de fibra ótica e o potencial acústico determinado pelo método dos elementos é verificado experimentalmente colocando pequenas esferas de isopor no levitador. Depois de verificar o modelo numérico, o método dos elementos finitos é utilizado na otimização de um levitador acústico composto de um refletor côncavo e um transdutor com face de emissão côncava. Os resultados numéricos mostram que a força de radiação acústica no novo levitador é aumentada em 604 vezes quando comparada com o levitador composto de um transdutor com face plana e refletor plano.

Este trabalho também apresenta um modelo numérico para determinar a trajetória de partículas esféricas na presença de uma onda de ultra-som progressiva. O modelo assume que as seguintes forças atuam na partícula: gravidade, empuxo, forças viscosas e força de radiação acústica devido a uma onda progressiva. Com o objetivo de não restringir o tamanho das partículas que podem ser utilizadas no modelo é empregada uma equação empírica do coeficiente de arrasto, válida para uma grande faixa de número de Reynolds. O modelo proposto requer a distribuição de pressão gerada pelo transdutor de ultra-som. A distribuição de pressão é medida experimentalmente utilizando um hidrofone calibrado. A verificação do modelo é feita soltando-se pequenas esferas de vidro (com diâmetros da ordem de 500  $\mu\text{m}$ ) em frente a um transdutor de ultra-som de 1 MHz e 35 mm de diâmetro.

# ABSTRACT

The objective of this work is to study the acoustic radiation force produced by progressive and standing waves. In this work, the studies related to the acoustic radiation force generated by ultrasonic standing waves are applied in the analysis of an acoustic levitator and the studies involving the acoustic radiation force generated by progressive waves are conducted aiming the design of acoustic separators.

In this work, the finite element method is used to simulate an acoustic levitator. First, an acoustic levitator consisting of a 20 kHz Langevin ultrasonic transducer with a plane radiating surface and a plane reflector is simulated by the finite element method. The finite element method is used to determine the transducer face displacement and the acoustic radiation potential that acts on a small sphere. The numerical displacement is compared with that obtained by a fiber-optic vibration sensor and the acoustic radiation potential determined by the finite element method is verified experimentally by placing small Styrofoam spheres in the levitator. After verifying the numerical method, the finite element method was used to optimize an acoustic levitator consisting of a concave-faced transducer and a curved reflector. The numerical results show that the acoustic radiation force in the new levitator is enhanced 604 times compared with the levitator consisting of a plane transducer and a plane reflector.

This work also presents a numerical model to determine the trajectory of sphere particles when submitted to ultrasonic progressive waves. This model assumes that the following forces act on the particle: gravity, buoyancy, viscous forces and acoustic radiation force due to the progressive wave. In order not to restrict the model to a small particle size range, the viscous forces that act on the sphere are modeled by an empirical relationship of drag coefficient that is valid for a wide range of Reynolds numbers. The numerical model requires the pressure field radiated by the ultrasonic transducer. The pressure field is obtained experimentally by using a calibrated needle hydrophone. The numerical model validation is done by dropping small glass spheres (on the order of 500  $\mu\text{m}$  diameter) in front of a 1-MHz 35-mm diameter ultrasonic transducer.

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	aceleração
$c$	velocidade de fase da onda
$c_l$	velocidade de fase da onda longitudinal
$c_s$	velocidade de fase da onda de cisalhamento
$c_{ij}$	componente elástica de rigidez
$C_d$	coeficiente de arrasto
$d$	distância
$e_{ij}$	constante piezelétrica
$E$	módulo de Young
$E$ (sobrescrito)	a campo elétrico constante
$F$	força
$g$	aceleração da gravidade
$I$	Intensidade acústica
$I^e$	corrente elétrica
$j$	raiz quadrada de -1
$j_n(x)$	função de Bessel esférica de ordem $n$
$k$	número de onda
$K$	constante elástica
$n_n(x)$	função de Neumann esférica de ordem $n$
$p$	pressão
$Q$	carga elétrica
$Q_0$	amplitude da carga elétrica
$R$	raio
$R$	coeficiente de reflexão
$Re$	número de Reynolds
$S$ (sobrescrito)	a deformação constante
$t$	instante de tempo
$T$	período
$T$	coeficiente de transmissão



$u$	velocidade
$U$	potencial acústico
$V$	tensão elétrica
$x$	coordenada cartesiana $x$
$y$	coordenada cartesiana $y$
$Y_p$	função força de radiação acústica
$z$	coordenada cartesiana $z$
$Z$	impedância acústica específica
$Z^e$	impedância elétrica
$\alpha$	coeficiente de atenuação
$\beta$	amortecimento
$\delta_t$	profundidade de penetração da onda térmica
$\delta_v$	profundidade de penetração da onda viscosa
$\epsilon_0$	permissividade elétrica do vácuo
$\epsilon_{ij}$	permissividade elétrica
$\eta$	viscosidade dinâmica
$\lambda$	comprimento de onda
$\nu$	coeficiente de Poisson
$\rho$	densidade
$\rho_0$	densidade de equilíbrio do fluido
$\rho_p$	densidade da partícula
$\nu$	viscosidade cinemática
$\phi$	potencial de velocidade
$\chi$	difusividade térmica
$\omega$	frequência angular

# SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>2. PROPAGAÇÃO DE ONDAS ACÚSTICAS</b>	<b>5</b>
2.1. Introdução	5
2.2. Teoria linear	5
2.2.1. Fenômenos de transmissão	7
2.2.2. Campo acústico gerado por transdutores de ultra-som	9
<b>3. FORÇA DE RADIAÇÃO ACÚSTICA</b>	<b>13</b>
3.1. Introdução	13
3.2. Teoria de Gor'kov	13
3.2.1. Geometria arbitrária	14
3.3. Teoria de King	16
3.4. Teoria de Hasegawa e Yosioka	17
3.5. Comparação entre as teorias de King e de Hasegawa e Yosioka	18
<b>4. CORRENTEZA ACÚSTICA</b>	<b>23</b>
4.1. Introdução	23
4.2. Correnteza acústica em um tubo cilíndrico fechado	24
4.3. Modelagem numérica da correnteza acústica	25
4.4. Correnteza acústica produzida por um pistão plano circular em um meio aberto	28
<b>5. LEVITAÇÃO ACÚSTICA</b>	<b>35</b>
5.1. Introdução	35
5.2. Modelagem numérica do levitador acústico	37
5.3. Otimização de um refletor côncavo	48
5.4. Otimização paramétrica do levitador acústico	53
<b>6. MANIPULAÇÃO DE PARTÍCULAS POR ONDAS PROGRESSIVAS</b>	<b>58</b>
6.1. Introdução	58
6.2. Modelo numérico	58

<b>6.3. Caracterização das partículas esféricas</b>	<b>64</b>
<b>6.4. Aparato experimental</b>	<b>66</b>
<b>6.5. Resultados</b>	<b>69</b>
<b>7. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>80</b>
<b>7.1. Conclusões</b>	<b>80</b>
<b>7.2. Trabalhos futuros</b>	<b>81</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>82</b>
<b>A. POTENCIAL ACÚSTICO EM CÂMARAS RETANGULAR, CILÍNDRICA E ESFÉRICA</b>	<b>87</b>
<b>A.1. Introdução</b>	<b>87</b>
<b>A.2. Geometria retangular</b>	<b>87</b>
<b>A.3. Geometria cilíndrica</b>	<b>88</b>
<b>A.4. Geometria esférica</b>	<b>90</b>
<b>B. PUBLICAÇÕES</b>	<b>94</b>

## CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO

Assim como em uma onda eletromagnética, as ondas acústicas também podem exercer forças em objetos. A força produzida por ondas acústicas é chamada de força de radiação acústica ou pressão de radiação acústica (BEYER, 1978 e HAMILTON e BLACKSTOCK, 1998). Existem diversas aplicações que utilizam o fenômeno da força de radiação acústica. Entre essas aplicações encontram-se a levitação acústica (BRANDT, 2001 e XIE et al., 2006), separação acústica (PAMME, 2007 e KAPISHNIKOV et al., 2006) e manipulação de partículas por ultra-som (LAURELL et al., 2007). As forças de radiação acústica podem ser geradas por ondas acústicas progressivas ou por ondas estacionárias. No entanto, as aplicações envolvendo o uso de força de radiação acústica utilizam, predominantemente, ondas estacionárias.

Uma das aplicações em que se utiliza onda estacionária é a levitação acústica. Um típico sistema de levitação acústica consiste de um transdutor de ultra-som, que vibra harmonicamente numa determinada frequência e de um refletor, como mostra a Figura 1.1. Considerando o caso onde as paredes são rígidas, as amplitudes de uma onda estacionária são máximas quando a distância entre o transdutor e o refletor é um múltiplo inteiro de meio comprimento de onda. No caso do levitador da Figura 1.1, a distância entre o transdutor e o refletor é igual a um comprimento de onda. Como existem dois nós de pressão no exemplo da Figura 1.1, existem duas posições de levitação. Quando uma partícula é colocada no levitador ela é empurrada para um dos nós de pressão. Aumentando-se a distância entre o transdutor e o refletor é possível posicionar diversas partículas no levitador. No trabalho de Kozuka (KOZUKA et. al, 2008), a distância entre o transdutor e o refletor era suficientemente grande para posicionar sete partículas simultaneamente.

Outra aplicação onde é utilizada onda estacionária é a separação acústica. Um dos sistemas de separação acústica é apresentado na Figura 1.2. Nesse sistema é utilizado um transdutor de ultra-som para gerar uma onda estacionária com direção de propagação perpendicular à direção do escoamento do fluido. Nessa figura há escoamento de fluido juntamente com pequenas partículas sólidas. Quando as partículas passam em frente ao transdutor de ultra-som elas são empurradas para o nó da onda estacionária. Isto faz com

que as partículas fiquem concentradas no centro do canal principal. No final desse canal há uma bifurcação para separar as partículas. Nas aplicações encontradas na literatura, são utilizadas frequências entre 100 kHz e 10 MHz para separar as partículas. Como as dimensões laterais do canal são da ordem do comprimento de onda, os sistemas de separação acústica possuem geralmente canais cuja largura varia entre algumas dezenas de micrometros até alguns milímetros.

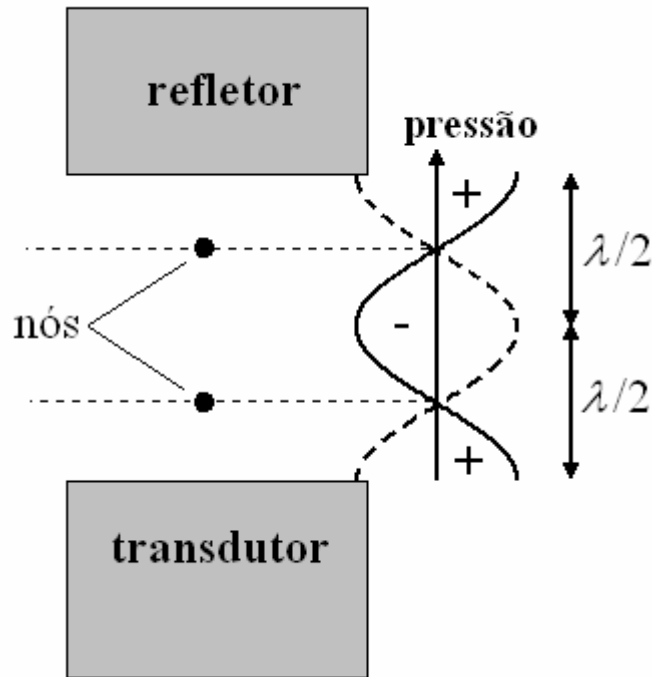


Figura 1.1: Típico sistema de levitação acústica.

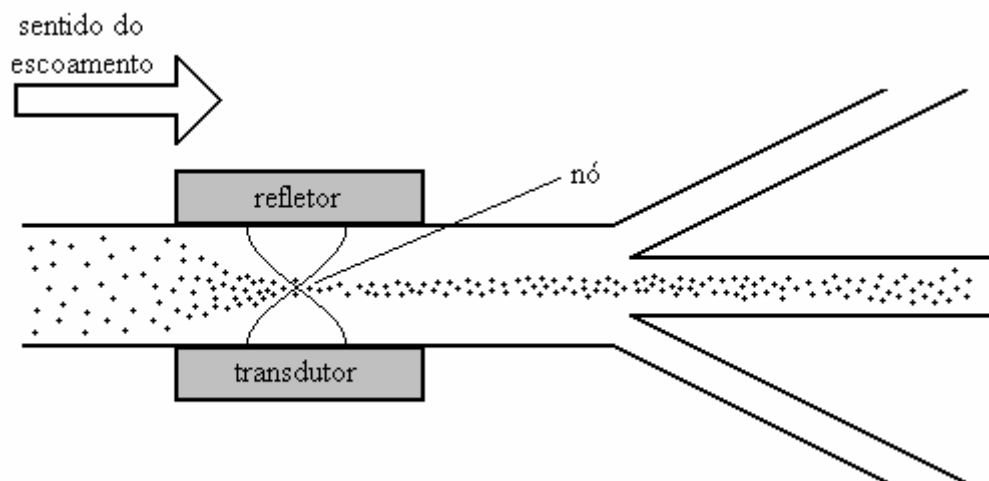


Figura 1.2: Sistema de separação acústica.

A Figura 1.2 mostra a separação de apenas um tipo de partícula no fluido, mas também é possível utilizar o mesmo sistema para separar outros tipos de partícula ao mesmo tempo. Gupta et al. (GUPTA et al., 1995) classificam as partículas no fluido em partículas com contraste positivo e partículas com contraste negativo. O contraste da partícula depende da compressibilidade e da densidade do fluido e das partículas. Como regra geral, as partículas com contraste positivo são empurradas para os nós de uma onda estacionária. Já as partículas com contraste negativo são empurradas para os anti-nós da onda estacionária. A Figura 1.3 mostra o separador acústico separando as partículas com contraste positivo e com contraste negativo. Um exemplo de partículas com contraste negativo são bolhas de ar em água. Sólidos em geral em água possuem contraste positivo e, portanto, são empurrados para os nós da onda estacionária.

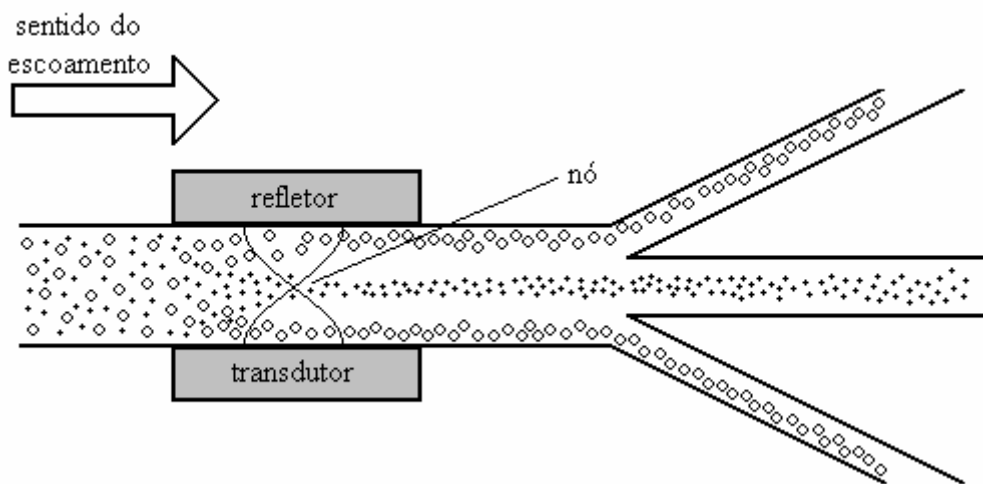


Figura 1.3: Separação acústica de partículas com contraste positivo e negativo.

O objetivo deste trabalho é estudar o fenômeno da força de radiação acústica gerada tanto por ondas estacionárias como por ondas progressivas. O estudo da força de radiação acústica gerada por onda estacionária é aplicado ao estudo de um sistema de levitação acústica, enquanto que a força de radiação acústica gerada por uma onda progressiva será aplicada no futuro no desenvolvimento de um sistema de separação por ultra-som.

Nos estudos envolvendo o uso de ondas estacionárias, é proposta a modelagem por elementos finitos de um levitador acústico piezoeletrico. O levitador acústico utilizado neste trabalho consiste de um transdutor piezoeletrico de aproximadamente 20 kHz e de um refletor plano. O modelo proposto inclui o uso de elementos piezoeletricos e elementos com acoplamento fluido-estrutura para simular o acoplamento entre o transdutor e o ar e o refletor e ar. Existem diversos trabalhos que tratam da modelagem de levitadores acústicos.

Os modelos existentes na literatura só tratam da parte acústica do problema. O modelo proposto neste trabalho permite simular inteiramente um sistema de levitação acústica. Pois o modelo inclui a modelagem do transdutor piezelétrico e da parte acústica ao mesmo tempo. O modelo proposto também é utilizado na otimização de um levitador acústico.

No estudo da força de radiação acústica por onda progressiva é proposto um modelo numérico para determinar a trajetória de partículas esféricas em água. O modelo considera que as seguintes forças atuam na partícula: gravidade, empuxo, força viscosa e força de radiação devido a uma onda progressiva. A verificação do modelo é feita através de ensaios em tanque de imersão. Os resultados obtidos pelo modelo numérico e experimentalmente mostram que é possível utilizar onda progressiva, em vez de ondas estacionárias, para as aplicações de separação acústica e manipulação de partículas por ultra-som.

Este trabalho está dividido em 7 capítulos. O capítulo 2 apresenta uma breve teoria sobre ondas acústicas e a distribuição de pressão gerada por transdutores de ultra-som do tipo pistão circular plano. O capítulo 3 apresenta a teoria sobre a força de radiação acústica gerada tanto por onda progressiva como por onda estacionária. O capítulo 4 apresenta uma descrição do fenômeno da correnteza acústica. Os resultados obtidos neste trabalho são apresentados nos capítulos 5 e 6. No capítulo 5 é descrita a modelagem de um levitador acústico e no capítulo 6 é apresentado o modelo numérico e sua verificação experimental para determinar a trajetória de partículas devido a uma onda acústica progressiva. No capítulo 7 são apresentadas as conclusões e as propostas de trabalhos futuros sobre o tema. No apêndice A é apresentado o cálculo do potencial acústico em cavidades com geometrias retangular, cilíndrica e esférica e no apêndice B é apresentada uma lista de publicações do autor durante o doutorado.

## CAPÍTULO 2: PROPAGAÇÃO DE ONDAS ACÚSTICAS

### 2.1. Introdução

Num meio elástico infinito existem basicamente dois tipos de ondas mecânicas: as ondas longitudinais e as ondas de cisalhamento. Numa onda longitudinal, as partículas do meio se deslocam na direção de propagação da onda, enquanto que numa onda de cisalhamento, as partículas se deslocam perpendicularmente à direção de propagação da onda. Num sólido podem existir esses dois tipos de ondas, já num fluido não viscoso só há propagação de ondas longitudinais. A teoria que descreve a propagação de ondas acústicas pode ser linear ou não linear. Quando as amplitudes das ondas são baixas, pode-se utilizar a teoria linear para explicar o seu comportamento. Quando as amplitudes envolvidas são elevadas, a teoria linear deixa de ser válida e então é necessário utilizar modelos de propagação não lineares. A teoria linear de propagação de ondas longitudinais em fluidos não viscosos é apresentada na seção 2.2. Neste capítulo também são apresentados os modelos utilizados para calcular o campo acústico emitidos por transdutores do tipo pistão circular plano.

### 2.2. Teoria linear

A teoria acústica linear assume que as variações de pressão durante a propagação da onda são pequenas. Quando isso ocorre, a propagação de ondas acústicas em um fluido não viscoso é governada pela equação da onda (KINSLER et al., 1982):

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

onde  $p$  é a pressão acústica,  $t$  é o tempo e  $c$  é a velocidade de fase da onda. Uma das soluções da equação da onda é a propagação de ondas planas. Nesse tipo de onda, a pressão possui mesma distribuição de amplitude e fase ao longo de um plano perpendicular à direção de propagação da onda. Assumindo que a onda plana se propaga na direção  $x$ , a equação (2.1) é reduzida à:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.2)$$



No regime harmônico, a equação (2.2) possui a seguinte solução, sendo  $A$  e  $B$  duas constantes arbitrárias:

$$p = A \exp[j(\omega t - kx)] + B \exp[j(\omega t + kx)] \quad (2.3)$$

onde  $j = \sqrt{-1}$ ,  $\omega$  é a frequência angular e  $k$  é o número de onda, que é dado por:

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.4)$$

onde  $\lambda$  é o comprimento de onda.

As ondas acústicas podem ser divididas em dois grupos: ondas progressivas e ondas estacionárias. O conceito de onda progressiva e de onda estacionária pode ser facilmente entendido reescrevendo a equação (2.3) da seguinte maneira:

$$p = p_+ + p_- \quad (2.5)$$

onde:

$$p_+ = A \exp[j(\omega t - kx)] \quad (2.6)$$

$$p_- = B \exp[j(\omega t + kx)] \quad (2.7)$$

A solução (2.6) corresponde a uma onda plana que se propaga no sentido positivo de  $x$ , enquanto que a solução (2.7) corresponde a uma onda que se propaga no sentido negativo de  $x$ . Como há propagação da onda nesses dois casos, esse tipo de onda é chamado de onda progressiva. A equação da onda também admite solução do tipo:

$$p = A \exp[j(\omega t - kx)] + A \exp[j(\omega t + kx)] \quad (2.8)$$

A equação acima pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$p = A \exp[j\omega t] [\exp(jkx) + \exp(-jkx)] = 2A \exp[j\omega t] \cos(kx) \quad (2.9)$$

Como a solução acima não representa uma onda progressiva, diz-se que ela é estacionária. As posições onde a amplitude da pressão acústica é zero são chamadas de nós e as posições onde a amplitude de pressão é máxima são chamadas de anti-nós. Os nós ocorrem em  $x = \lambda/4, 3\lambda/4, 5\lambda/4 \dots$  e os anti-nós ocorrem em  $x = 0, \lambda/2, \lambda, 3\lambda/2 \dots$ .

Uma onda acústica em um fluido pode ser caracterizada pelas variações de pressão, pelo deslocamento das partículas ou pela velocidade das partículas do meio. Existem casos em que é conveniente expressar a onda em termos da velocidade das partículas. A conversão da pressão acústica para a velocidade das partículas pode ser feita através da equação de Euler linearizada (KINSLER et al., 1982):

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\nabla p \quad (2.10)$$

onde  $\rho_0$  é a densidade de equilíbrio do fluido e  $\vec{u}$  é a velocidade das partículas. Outra maneira de representar as ondas acústicas é através do potencial de velocidade. A representação de uma onda acústica através do potencial de velocidade é possível devido ao fato de que as velocidades das partículas numa onda acústica longitudinal são irrotacionais. Dessa maneira o potencial de velocidade  $\phi$  se relaciona com a velocidade das partículas através da seguinte equação:

$$\vec{u} = \nabla \phi \quad (2.11)$$

Substituindo a equação (2.11) na equação (2.10) obtém-se a pressão em função do potencial de velocidade:

$$p = -\rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.12)$$

Outra maneira bastante utilizada de representar a propagação de uma onda acústica é através da intensidade acústica, que é representada por  $\vec{I}$  e definida por:

$$\vec{I} = \frac{1}{T} \int_0^T \text{Re}(p) \text{Re}(\vec{u}) dt \quad (2.13)$$

sendo que  $T$  é o tempo correspondente a um ciclo completo. No caso de uma onda plana que se propaga no sentido de  $x$  positivo, o ponto de partida para o cálculo da intensidade acústica é determinar a velocidade. A pressão acústica  $p$  para essa onda corresponde ao primeiro termo da equação (2.3), ou seja:

$$p = A \exp[j(\omega t - kx)] \quad (2.14)$$

A velocidade das partículas é determinada através da substituição da equação (2.14) na equação (2.10):

$$\vec{u} = \frac{A}{\rho_0 c} \exp[j(\omega t - kx)] \hat{x} \quad (2.15)$$

sendo  $\hat{x}$  o versor na direção  $x$ . Substituindo as equações (2.14) e (2.15) na equação (2.13) obtém-se a intensidade acústica para uma onda plana:

$$\vec{I} = \frac{A^2}{2\rho_0 c} \hat{x} \quad (2.16)$$

### 2.2.1 Fenômenos de transmissão

Quando uma onda acústica que se propaga em um meio encontra uma interface com um outro meio, uma parte da onda acústica é transmitida e a outra refletida. Para simplificar o problema de determinar a razão entre a pressão acústica das ondas refletidas e

transmitidas com relação à amplitude da onda incidente, considera-se que as ondas acústicas são planas e que incidam perpendicularmente a interface entre os dois fluidos. Um importante parâmetro no estudo dos fenômenos de transmissão e reflexão de ondas acústicas numa interface é a impedância acústica característica  $Z$  de um meio, dada por (KINSLER et al., 1982):

$$Z = \rho c \quad (2.17)$$

Para estudar a incidência normal considera-se uma onda plana que se propaga na direção  $x$  e atinge a interface entre dois fluidos em  $x = 0$ , como mostra a Figura 2.1. A onda acústica incidente é representada por  $p_i$ , a onda transmitida por  $p_t$  e a refletida por  $p_r$ .

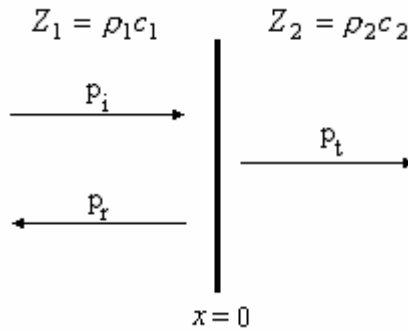


Figura 2.1: Reflexão e transmissão de uma onda acústica numa interface entre dois meios.

Os coeficientes de transmissão  $T$  e reflexão  $R$  são definidos por:

$$T = \frac{P_t}{P_i} \quad (2.18)$$

$$R = \frac{P_r}{P_i} \quad (2.19)$$

onde  $P_i$  é a amplitude da onda incidente,  $P_r$  é a amplitude da onda refletida, e  $P_t$  é a amplitude da onda transmitida. A Figura 2.1 mostra uma onda plana  $p_i$  que se propaga em um meio de impedância acústica  $Z_1$  atingindo a interface com um outro meio com impedância acústica  $Z_2$ . De acordo com a equação (2.14), a onda plana  $p_i$  pode ser representada por:

$$p_i = P_i \exp[j(\omega t - k_1 x)] \quad (2.20)$$

onde  $k_1$  é o número de onda da onda incidente (meio 1). A onda transmitida  $p_t$  para o meio 2 e a onda refletida  $p_r$  são dadas por:

$$p_t = P_t \exp[j(\omega t - k_2 x)] \quad (2.21)$$

$$p_r = P_r \exp[j(\omega t + k_1 x)] \quad (2.22)$$

onde  $k_2$  é o número de onda da onda transmitida (meio 2). Na interface  $x = 0$ , as seguintes condições de contorno devem ser satisfeitas:

$$p_i + p_r = p_t \quad (2.23)$$

$$u_i + u_r = u_t \quad (2.24)$$

onde  $u_i$  é a velocidade das partículas da onda incidente,  $u_r$  é a velocidade das partículas da onda refletida e  $u_t$  é a velocidade das partículas da onda transmitida, e são obtidas a partir da equação de Euler linearizada (2.10):

$$u_i = \frac{P_i}{\rho_1 c_1} \exp[j(\omega t - k_1 x)] \quad (2.25)$$

$$u_r = -\frac{P_r}{\rho_1 c_1} \exp[j(\omega t + k_1 x)] \quad (2.26)$$

$$u_t = \frac{P_t}{\rho_2 c_2} \exp[j(\omega t - k_2 x)] \quad (2.27)$$

Substituindo as equações (2.20), (2.21) e (2.22) na equação (2.23), e (2.25), (2.26) e (2.27) na equação (2.24) obtêm-se:

$$P_i + P_r = P_t \quad (2.28)$$

$$\frac{P_i - P_r}{P_t} = \frac{Z_1}{Z_2} \quad (2.29)$$

Fazendo manipulações algébricas nas equações (2.28) e (2.29) obtêm-se:

$$\mathbf{T} = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (2.30)$$

$$\mathbf{R} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (2.31)$$

As equações (2.30) e (2.31) mostram que quanto maior a diferença de impedâncias acústicas entre os dois meios, maior será a porcentagem da onda refletida. Quando a impedância do meio da onda incidente for igual à impedância do meio em que a onda é transmitida, não ocorre reflexão da onda, ou seja, toda a onda é transmitida.

### 2.2.2. Campo acústico gerado por transdutores de ultra-som

Para determinar as forças que agem sobre as partículas devido ao ultra-som é necessário conhecer o campo acústico gerado pelo transdutor de ultra-som. Como os

transdutores de ultra-som utilizados nesse trabalho são do tipo pistão circular, será dada ênfase nesse tipo de transdutor. Nessa seção, será considerado que as amplitudes das ondas são pequenas e, desta maneira, serão utilizados modelos lineares para prever o campo acústico gerado por um determinado transdutor. Um transdutor de ultra-som pode ser excitado de maneira contínua ou pulsada. Como nesse trabalho os transdutores de ultra-som são excitados com sinais elétricos senoidais, é utilizado um modelo em regime contínuo para determinar o campo acústico.

A modelagem do campo acústico gerado por um transdutor é geralmente feita através do modelo do pistão plano, que considera que a face do transdutor vibra uniformemente ao longo de sua face. A Figura 2.2 apresenta a geometria de um pistão plano circular de raio  $R$ .

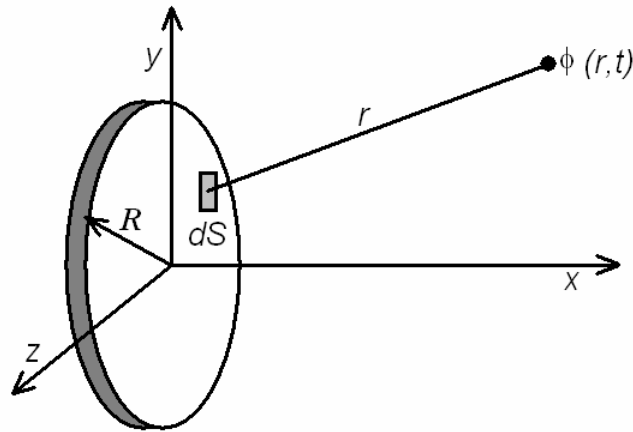


Figura 2.2: Geometria de um pistão plano circular.

O ponto de partida para o cálculo do campo acústico gerado por um pistão plano é o cálculo do potencial de velocidade, dado pela integral de superfície de Rayleigh (HUTCHINS e HAYWARD, 1990 e WEIGHT e HAYMAN, 1978):

$$\phi = \iint_s \frac{u(t - r/c)}{2\pi r} dS \quad (2.32)$$

onde  $u$  é o componente normal da velocidade da face do transdutor,  $dS$  é o elemento de área infinitesimal na face do transdutor e  $r$  é a distância entre o elemento de área  $dS$  e o ponto a ser determinada a pressão acústica.

O campo acústico gerado pelo transdutor é obtido através da substituição da equação (2.32) na equação (2.12). Considerando que o potencial de velocidade é representado por  $\phi = A \exp[j(\omega t - kx)]$ , a pressão acústica é obtida a partir de:

$$p = -j\omega\rho_0\phi \quad (2.33)$$

A integral dupla da equação (2.32) pode ser reduzida a uma integral simples (HUTCHINS e HAYWARD, 1990 e ARCHER-HALL e GEE, 1980). Assumindo que o pistão plano é circundado por um refletor infinito, o potencial de velocidade é dado por:

$$\phi = \frac{Uj}{k} \begin{cases} 1 & \text{se } y < a \\ 1/2 & \text{se } y = a \\ 0 & \text{se } y > a \end{cases} \exp(-j kx) + \frac{Uj}{k\pi} \int_0^\pi \frac{(ay \cos \psi - a^2)}{(a^2 + y^2 - 2ay \cos \psi)} \exp(-jks) d\psi \quad (2.34)$$

onde  $U$  é a amplitude da velocidade na face do transdutor e  $s$  é dado por:

$$s^2 = y^2 + a^2 + x^2 - 2ay \cos \psi \quad (2.35)$$

A distribuição de pressão gerada por um transdutor de ultra-som do tipo pistão circular pode ser interpretada de duas maneiras. A primeira maneira é através da equação (2.32), que diz que a pressão acústica em um determinado ponto pode ser calculada através da adição das contribuições das ondas esféricas emitidas por cada elemento de área  $dS$  da face do transdutor. Outra possível interpretação é através da equação (2.34), que mostra que a onda acústica emitida pelo transdutor é formada por duas partes, uma onda plana que é dada pelo primeiro termo da equação, e uma onda de borda dada pelo segundo termo da equação. Essas ondas podem ser visualizadas na Figura 2.3.

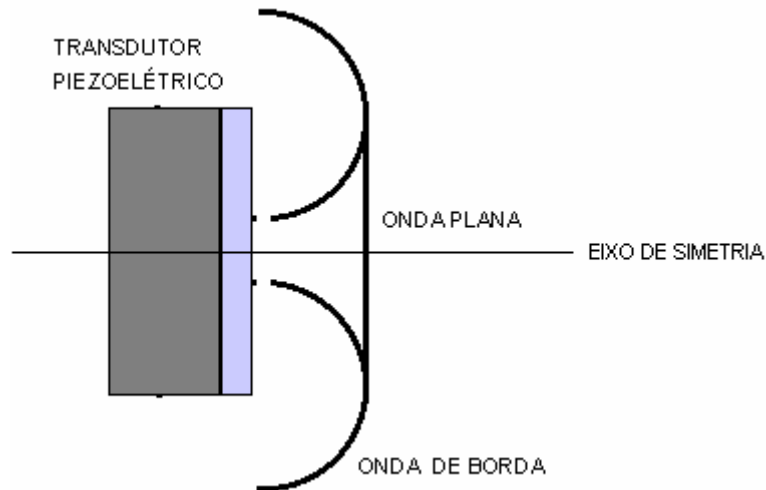


Figura 2.3: Transdutor circular emitindo ondas plana e de borda.

As equações (2.33) e (2.34) foram utilizadas para determinar o campo acústico gerado por um transdutor circular de 19 mm de diâmetro e 1 MHz de frequência. A integral da equação (2.34) foi determinada numericamente para determinar a distribuição de pressão gerada pelo transdutor. O campo acústico gerado por esse transdutor em água é apresentado na Figura 2.4 e a amplitude da pressão normalizada no eixo de simetria do transdutor é apresentada na Figura 2.5. Existem regiões, em frente à face do transdutor, em

que são geradas interferências construtivas e destrutivas da onda plana com a de borda. Para os casos em que existe interferência destrutiva pode-se observar nas Figuras 2.4 e 2.5 que a pressão acústica é igual a zero. Já para as posições onde existe interferência construtiva a amplitude da pressão acústica é máxima.

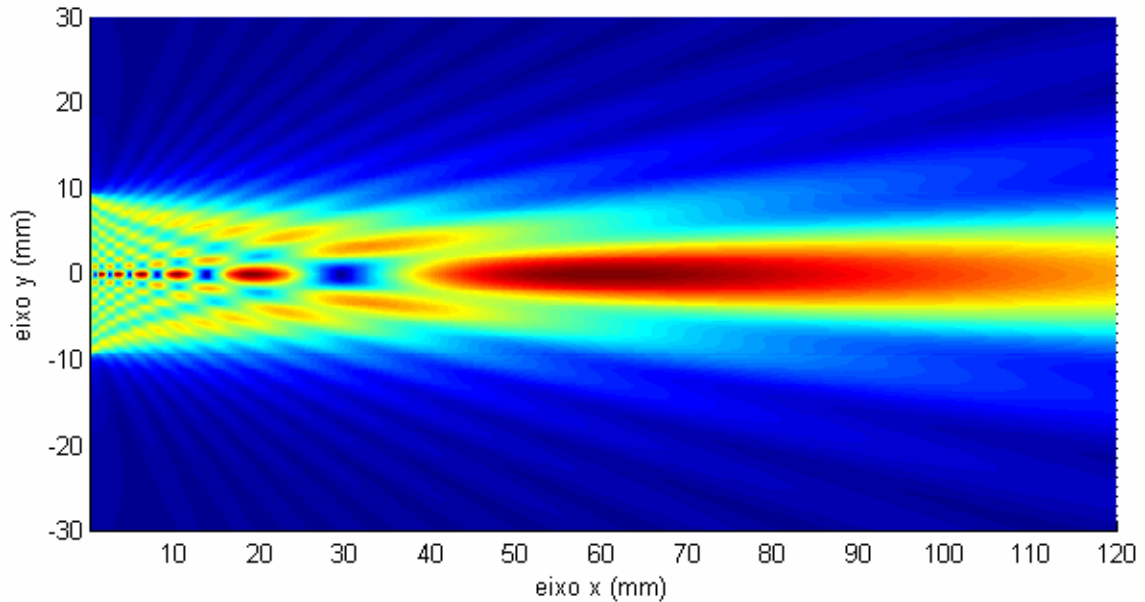


Figura 2.4: Campo acústico gerado por um transdutor de 19 mm de diâmetro e 1 MHz de frequência.

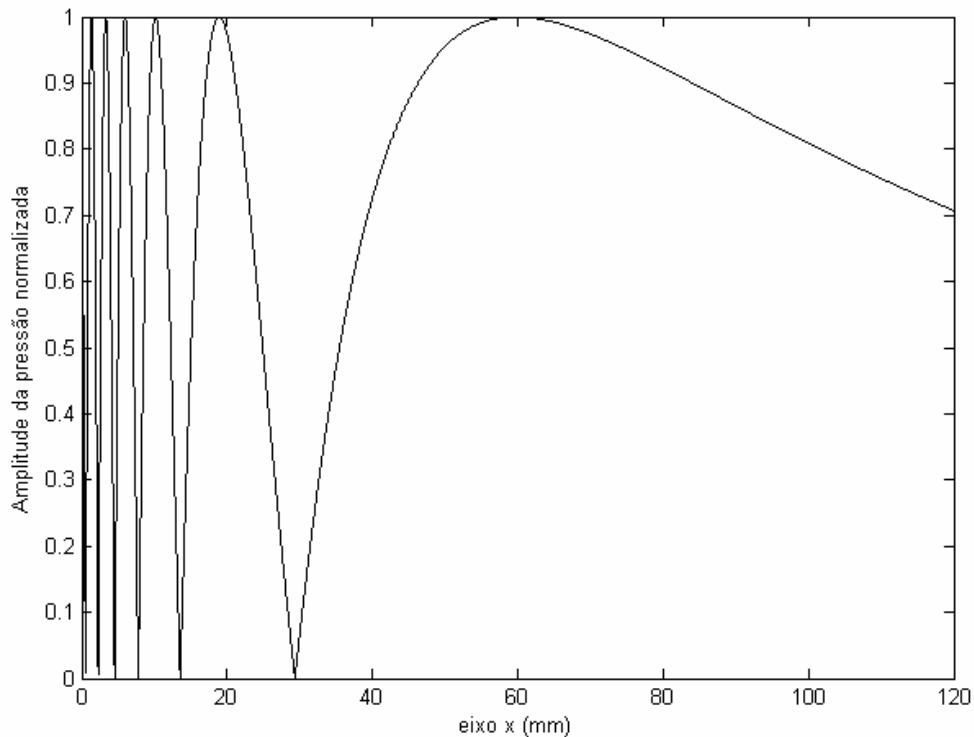


Figura 2.5: Amplitude da pressão em função da posição no eixo de simetria de um transdutor de 1 MHz e 19 mm de diâmetro.

# CAPÍTULO 3: FORÇA DE RADIAÇÃO ACÚSTICA

## 3.1. Introdução

Neste capítulo são apresentados alguns modelos para determinar a força que age em partículas esféricas devido à influência de ondas acústicas progressivas e estacionárias. Primeiramente é apresentada a teoria de Gor'kov (GOR'KOV, 1962) para determinar o potencial acústico gerado por uma onda estacionária que atua em partículas esféricas e em seguida são apresentados alguns modelos para prever a força de radiação acústica em esferas geradas por ondas planas progressivas.

## 3.2. Teoria de Gor'kov

De acordo com a teoria de Gor'kov (GOR'KOV, 1962), o potencial acústico que atua numa partícula esférica de raio  $R$  imerso num fluido de densidade  $\rho$  e com velocidade de fase da onda  $c$  é dado por:

$$U = 2\pi R^3 \left( \frac{\overline{p^2}}{3\rho c^2} f_1 - \frac{\overline{\rho u^2}}{2} f_2 \right) \quad (3.1)$$

onde  $\overline{p^2}$  e  $\overline{u^2}$  são a média quadrática da pressão e da velocidade, respectivamente. A equação de Gor'kov é válida quando o raio da partícula é muito menor do que o comprimento de onda. Os fatores  $f_1$  e  $f_2$  na equação de Gor'kov são dados por:

$$f_1 = 1 - \frac{\rho c^2}{\rho_p c_p^2} \quad (3.2)$$

$$f_2 = \frac{2(\rho_p - \rho)}{(2\rho_p + \rho)} \quad (3.3)$$

onde  $\rho_p$  é a densidade da partícula e  $c_p$  é a velocidade de fase no interior da partícula. A força que atua na partícula é calculada a partir da seguinte expressão:

$$F = -\nabla U \quad (3.4)$$

Neste trabalho, a equação de Gor'kov é utilizada para modelar um sistema de levitação acústica. Como o sistema de levitação é utilizado para levitar partículas no ar e a



densidade da partícula a ser colocada no levitador é muito maior que a densidade do ar, tem-se  $\rho_p \gg \rho$ . Fazendo essa aproximação, obtém-se  $f_1 = f_2 = 1$  e a equação (3.1) torna-se:

$$U = 2\pi R^3 \left( \frac{\overline{p^2}}{3\rho c^2} - \frac{\overline{\rho u^2}}{2} \right) \quad (3.5)$$

Quando uma partícula pequena é colocada na região de potencial acústico representado pela equação (3.5) ela é empurrada para as regiões de mínimo potencial acústico. Isso significa que a partícula é empurrada para as regiões de alta velocidade do fluido e é repelida das regiões de alta pressão. Barmatz e Collas (BARMATZ e COLLAS, 1985) utilizaram a equação de Gor'kov para determinar o potencial acústico que age sobre uma esfera quando ela é colocada em campos estacionários com geometria retangular, cilíndrica e esférica. Com o objetivo de comparar os resultados eles definiram o potencial acústico adimensional:

$$\tilde{U} = \frac{U}{\pi R^3 \rho u_0^2} \quad (3.6)$$

onde  $u_0$  é a máxima velocidade das partículas do fluido. O cálculo do potencial acústico para câmaras com geometria retangular, cilíndrica e esférica é apresentado no apêndice A e o cálculo do potencial acústico para geometrias arbitrárias de campos acústicos estacionários é apresentado na próxima seção.

### 3.2.1. Geometria arbitrária

Na maioria das aplicações, um levitador acústico não possui geometrias como as descritas por Barmatz e Collas (BARMATZ e COLLAS, 1985). Para os casos em que o levitador possui geometrias mais complexas, Xie e Wei (XIE e WEI, 2001 e XIE e WEI, 2002) propuseram utilizar o método dos elementos de contorno (BREBBIA e DOMINGUEZ, 1992) para resolver a equação de Helmholtz e com isso determinar o potencial acústico que atua numa esfera. Resolvendo-se numericamente a equação de Helmholtz obtém-se a distribuição de pressão entre o transdutor e o refletor. Substituindo a pressão acústica na equação de Gor'kov, Xie e Wei obtiveram o potencial acústico gerado pelo levitador. Eles aplicaram esse método em um levitador que consiste de um transdutor magnetostrictivo e um refletor côncavo. A geometria do levitador utilizado por Xie e Wei é apresentada na Figura 3.1.

Neste trabalho utiliza-se uma abordagem muito parecida com a de Xie e Wei para determinar o potencial acústico produzido por um levitador de geometria arbitrária. Mas

em vez de utilizar o método dos elementos de contorno, é utilizado o método dos elementos finitos para determinar a distribuição de pressão entre o transdutor e o refletor. Foi utilizado o software ANSYS 10.0 para fazer as simulações envolvendo o método dos elementos finitos.

Na simulação envolvendo o método dos elementos finitos, o transdutor e o refletor são modelados a partir de elementos estruturais e o ar é modelado utilizando um fluido acústico. Os elementos estruturais possuem apenas graus de liberdade de translação, enquanto que o elemento fluídico possui somente grau de liberdade de pressão. Para fazer o acoplamento entre esses dois tipos de elementos foram utilizados elementos com acoplamento fluido-estrutura para modelar a interface entre o transdutor e o ar e o refletor e o ar. Além disso, como o levitador possui uma geometria circular, foram utilizados elementos axi-simétricos para fazer a modelagem do levitador. O uso desse tipo de elemento permite reduzir um problema tridimensional em bidimensional.

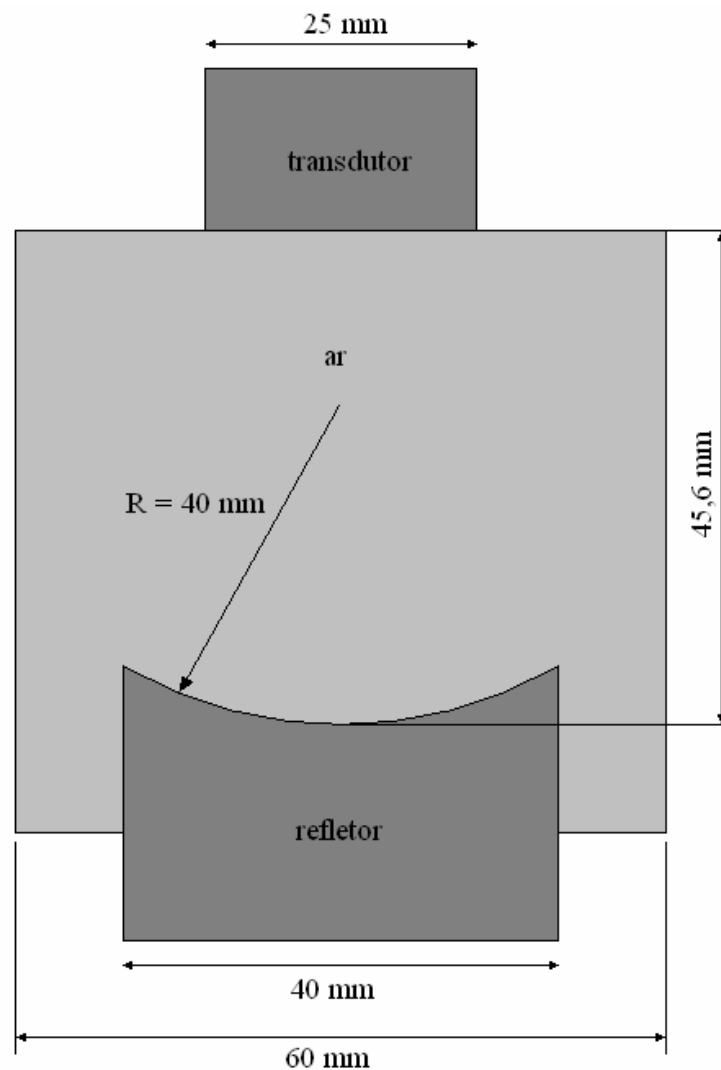


Figura 3.1: Geometria do levitador acústico utilizado por Xie e Wei.

O potencial acústico obtido a partir do método dos elementos finitos é mostrado na Figura 3.2 e apresenta excelente concordância com o obtido por Xie e Wei (XIE e WEI, 2001, XIE e WEI, 2002 e BRANDT, 2001). Na Figura 3.2 as cores azuis indicam baixo potencial acústico e as cores vermelhas indicam valores elevados para o potencial acústico. Para determinar o potencial acústico considerou-se que a face do transdutor vibra uniformemente. A descrição mais detalhada de como utilizar o método dos elementos finitos para obter o potencial acústico é apresentada no capítulo 5.

Para validar os resultados das simulações, Xie e Wei compararam as posições de mínimo potencial acústico determinadas numericamente com as posições de pequenas esferas que foram colocadas no levitador. A comparação entre os resultados numéricos e experimentais apresentou excelente concordância.

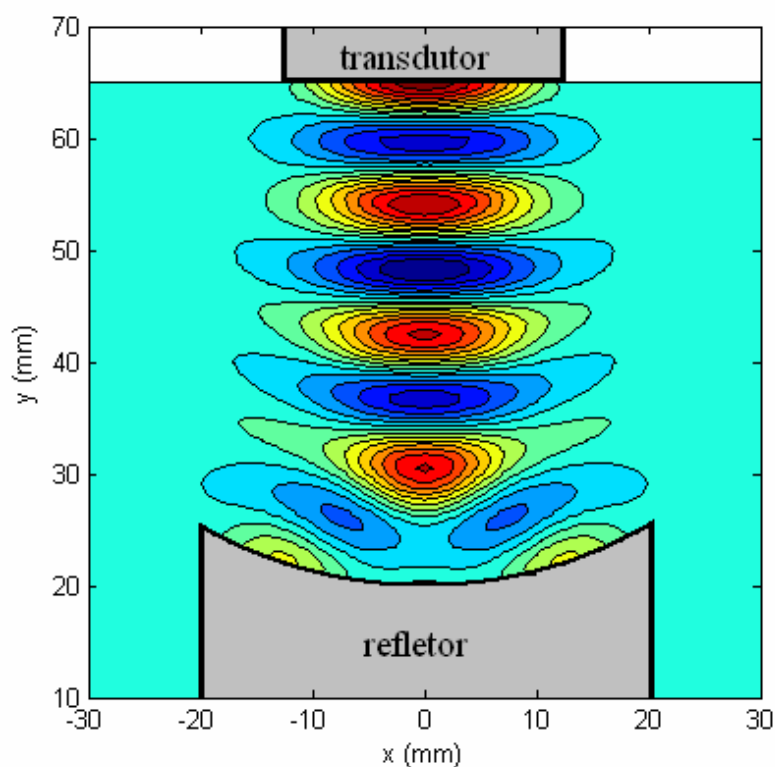


Figura 3.2: Potencial acústico obtido a partir do método dos elementos finitos.

### 3.3. Teoria de King

A teoria de King (KING, 1934) descreve a força que age numa esfera rígida devido a ondas estacionárias e ondas progressivas. Neste trabalho será utilizada a teoria de King somente para determinar a força que age em esferas devido a ondas planas progressivas. Assumindo-se que o produto entre o número de onda  $k$  e o raio da partícula  $R$  é muito menor do que 1, a força que atua numa esfera é dada por (KING, 1934):

$$F = \frac{2\pi A^2 k^4 R^6}{\rho c^2} \frac{1 + \frac{2}{9} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_p}\right)^2}{\left(2 + \frac{\rho}{\rho_p}\right)^2} \quad (3.7)$$

onde  $A$  é a amplitude de pressão da onda plana,  $\rho$  é a densidade do fluido e  $\rho_p$  é a densidade da esfera. No caso em que o produto entre o número de onda  $k$  e o raio  $R$  da partícula é igual a 1, King obteve a seguinte expressão para a força que atua na partícula (KING, 1934):

$$F = \frac{\pi A^2}{\omega^2 \rho} \frac{1}{89} \frac{95 - 48 \left(\frac{\rho}{\rho_p}\right) + 36 \left(\frac{\rho}{\rho_p}\right)^2}{5 + 6 \left(\frac{\rho}{\rho_p}\right) + 2 \left(\frac{\rho}{\rho_p}\right)^2} \quad (3.8)$$

### 3.4. Teoria de Hasegawa e Yosioka

A teoria de Hasegawa e Yosioka (HASEGAWA e YOSIOKA, 1969, HASEGAWA, 1977 e HASEGAWA et al., 1981) para descrever a força que atua numa partícula esférica em uma onda progressiva assume que a onda acústica que atinge a esfera é plana, que o fluido no qual a esfera está imersa é não viscoso e que a esfera é elástica e isotrópica. De acordo com essa teoria, a força de radiação acústica que atua numa esfera de raio  $R$  devido a uma onda plana progressiva é dada por:

$$F = \pi R^2 \left(\frac{I}{c}\right) Y_p \quad (3.9)$$

sendo que  $I$  é a intensidade da onda plana,  $c$  é a velocidade de propagação e  $Y_p$  é chamada de função força de radiação acústica e é dada por (HASEGAWA, 1977):

$$Y_p = -\frac{4}{(kR)^2} \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) (\alpha_n + \alpha_{n+1} + 2\alpha_n \alpha_{n+1} + 2\beta_n \beta_{n+1}) \quad (3.10)$$

sendo  $\alpha_n$  e  $\beta_n$  dados por:

$$\alpha_n = -\frac{G_n^2}{G_n^2 + H_n^2} \quad (3.11)$$

$$\beta_n = -\frac{G_n H_n}{G_n^2 + H_n^2} \quad (3.12)$$

sendo:

$$G_n = (F_n - n)j_n(kR) + kRj_{n+1}(kR) \quad (3.13)$$

$$H_n = (F_n - n)n_n(kR) + kRn_{n+1}(kR) \quad (3.14)$$

Nas equações (3.13) e (3.14),  $j_n(x)$  é a função de Bessel esférica de ordem  $n$  e  $n_n(x)$  é a função de Neumann esférica de ordem  $n$ . Nas equações (3.13) e (3.14), o valor de  $F_n$  para uma esfera elástica sólida é dado por:

$$F_n = \frac{x_2^2(A_n - B_n)}{2\rho_p(D_n - E_n)} \quad (3.15)$$

sendo:

$$A_n = \frac{nj_n(x_1) - x_1j_{n+1}(x_1)}{(n-1)j_n(x_1) - x_1j_{n+1}(x_1)} \quad (3.16)$$

$$B_n = \frac{2n(n+1)j_n(x_2)}{(2n^2 - x_2^2 - 2)j_n(x_2) + 2x_2j_{n+1}(x_2)} \quad (3.17)$$

$$D_n = \frac{\left[\frac{x_2^2}{2} - n(n-1)\right]j_n(x_1) - 2x_1j_{n+1}(x_1)}{(n-1)j_n(x_1) - x_1j_{n+1}(x_1)} \quad (3.18)$$

$$E_n = \frac{2n(n+1)[(1-n)j_n(x_2) + x_2j_{n+1}(x_2)]}{(2n^2 - x_2^2 - 2)j_n(x_2) + 2x_2j_{n+1}(x_2)} \quad (3.19)$$

Nas equações acima,  $x_1$  e  $x_2$  são dados por:

$$x_1 = \frac{ckR}{c_l} \quad (3.20)$$

$$x_2 = \frac{ckR}{c_c} \quad (3.21)$$

onde  $c_l$  é a velocidade de propagação da onda longitudinal na esfera e  $c_c$  é a velocidade de propagação da onda de cisalhamento.

### 3.5. Comparação entre as teorias de King e de Hasegawa e Yosioka

Nesta seção é apresentada a comparação entre as forças de radiação acústicas previstas pelas teorias de King (KING, 1934) e de Hasegawa e Yosioka (HASEGAWA e YOSIOKA, 1969). Ambas as teorias prevêm, numa esfera, a força de radiação acústica produzida por uma onda plana progressiva. Uma das hipóteses da teoria de King é assumir que a esfera rígida. A esfera pode ser considerada rígida ou elástica dependendo do meio em que ela está imersa. Se uma esfera de aço, por exemplo, estiver imersa em ar, pode-se dizer que a esfera é rígida, uma vez que a impedância acústica da esfera é muito maior do

que a do ar. Nesse caso, assume-se que a diferença de impedâncias acústicas entre o ar e a esfera é tão grande que quando uma onda plana atinge a esfera de aço não há transferência de energia para dentro da esfera. Já se a esfera estiver imersa em água, a esfera não pode ser considerada rígida uma vez que a diferença de impedâncias acústicas não é tão elevada. Nesse caso, quando uma onda plana atinge a esfera, esta sofre uma deformação mecânica interna, pois há transferência de energia da onda plana para o interior da esfera.

Primeiramente é feita a comparação da força de radiação acústica para uma esfera de vidro imersa em ar. Considera-se que a densidade da esfera  $\rho_p$  corresponde a 2472 kg/m<sup>3</sup>, que a velocidade de propagação da onda longitudinal na esfera é igual a 4430 m/s e que a velocidade de cisalhamento é 2540 m/s. Para modelar o ar é considerado que a densidade do ar equivale a 1,2 kg/m<sup>3</sup> e que a velocidade de propagação é 340 m/s. De acordo com a teoria de King, quando o produto entre o número de onda  $k$  e o raio da partícula  $R$  é muito menor que 1, a força de radiação acústica é dada pela equação (3.7). Para um raio máximo de 100 mm e frequência correspondente a 100 Hz, o maior valor de  $kR$  corresponde a 0,184 para uma esfera de vidro imersa em ar. Considerando uma onda plana senoidal de frequência 100 Hz e intensidade 3 kW/m<sup>2</sup>, a força que age sobre a esfera de vidro em função do raio da partícula é apresentada na Figura 3.3. Nessa figura, foram utilizadas a equação (3.7) para determinar a força de radiação acústica prevista pelo modelo de King e a equação (3.9) para determinar a força pelo modelo de Hasegawa e Yosioka. Como pode ser observado na Figura 3.3 há excelente concordância entre a força de radiação acústica prevista pelas teorias de King e de Hasegawa e Yosioka. Nesse caso pode-se dizer que as condições necessárias para utilizar o modelo de King foram satisfeitas, uma vez que a impedância acústica da esfera de vidro é muito maior do que a impedância acústica do ar e o produto  $kR$  é sempre menor do que 0,184. Quanto ao modelo de Hasegawa e Yosioka não há restrição para a rigidez da esfera e para o produto  $kR$ .

King também obteve a força de radiação acústica em uma partícula esférica quando o produto  $kR$  é igual a 1. Neste caso a força de radiação acústica é dada pela equação (3.8). Para a esfera de vidro considerada anteriormente, o produto  $kR = 1$  é obtido quando a esfera possui um raio de 541 mm. A Figura 3.4 apresenta o mesmo resultado da Figura 3.3, mas para uma faixa maior de raio da esfera. Também é apresentada na figura a comparação da teoria de Hasegawa e Yosioka com a teoria de King quando  $kR = 1$ . Pode ser observado na Figura 3.4 que quando o raio da partícula é maior do que 300 mm ( $kR = 0,55$ ) começa a ter uma divergência entre as teorias de King ( $kR \ll 1$ ) e de Hasegawa e Yosioka. Quando o raio da partícula é igual a 527 mm, a teoria de King ( $kR = 1$ ) e a teoria de Hasegawa e

Yosioka fornecem o mesmo valor para a força de radiação acústica. O raio ( $R = 527$  mm) para o qual as duas teorias coincidem é bastante parecido com a hipótese de que  $kR = 1$  ( $R = 541$  mm) para a teoria de King.

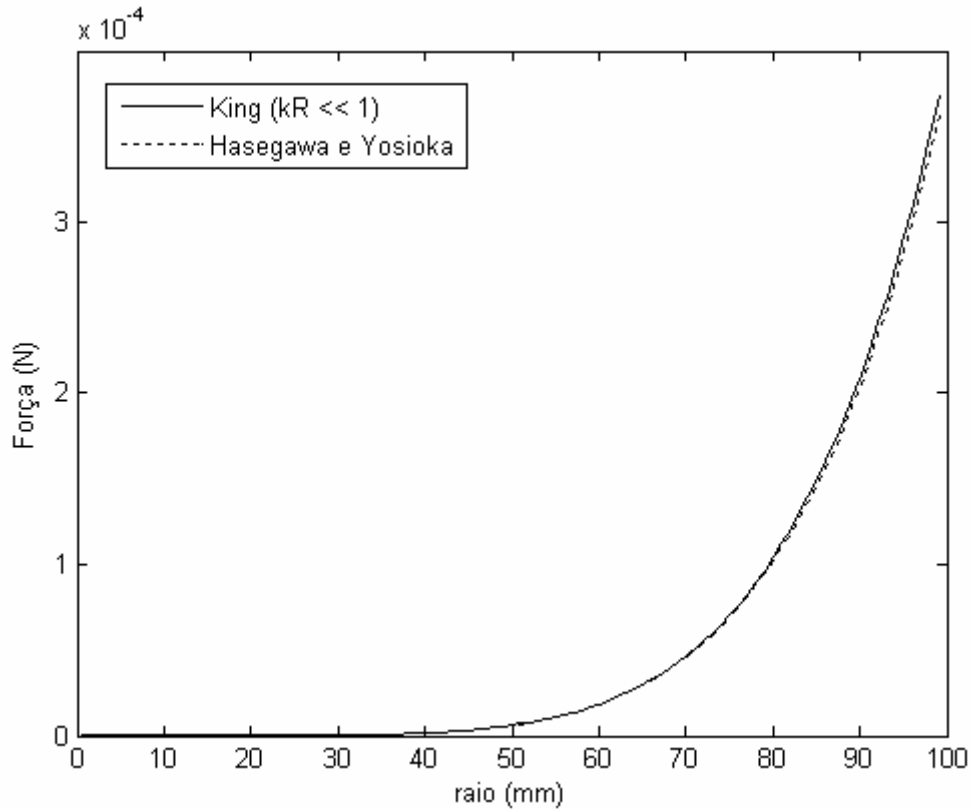


Figura 3.3: Comparação entre as forças de radiação acústica determinadas pela teoria de King ( $kR \ll 1$ ) e de Hasegawa e Yosioka para uma esfera de vidro em ar.

Depois de comparar as forças de radiação acústica previstas pelas teorias de King e de Hasegawa e Yosioka em ar, é feita a comparação das duas teorias para uma esfera de vidro imersa em água. Nesse caso, a hipótese de que a esfera é rígida não é satisfeita. Para comparar as duas teorias considera-se que a densidade da água corresponde a  $1000 \text{ kg/m}^3$  e que a velocidade de propagação é igual a  $1480 \text{ m/s}$ . Para a esfera de vidro imersa em água é considerado que a onda plana que atinge a esfera possui frequência de  $1 \text{ MHz}$  e intensidade de  $3 \text{ kW/m}^2$ . A comparação entre as forças de radiação acústicas previstas pelas duas teorias é apresentada na Figura 3.5 para uma faixa de raio de 0 até  $43 \text{ }\mu\text{m}$ . Quando o raio da esfera é igual a  $43 \text{ }\mu\text{m}$ , o valor de  $kR$  corresponde a  $0,182$  em água. Pode ser observado na Figura 3.5 que há boa concordância entre as duas teorias, mas a concordância não é tão boa quanto a aquela feita em ar. A diferença entre as duas teorias pode ser explicada pela hipótese da partícula não ser rígida para a esfera de vidro em água.

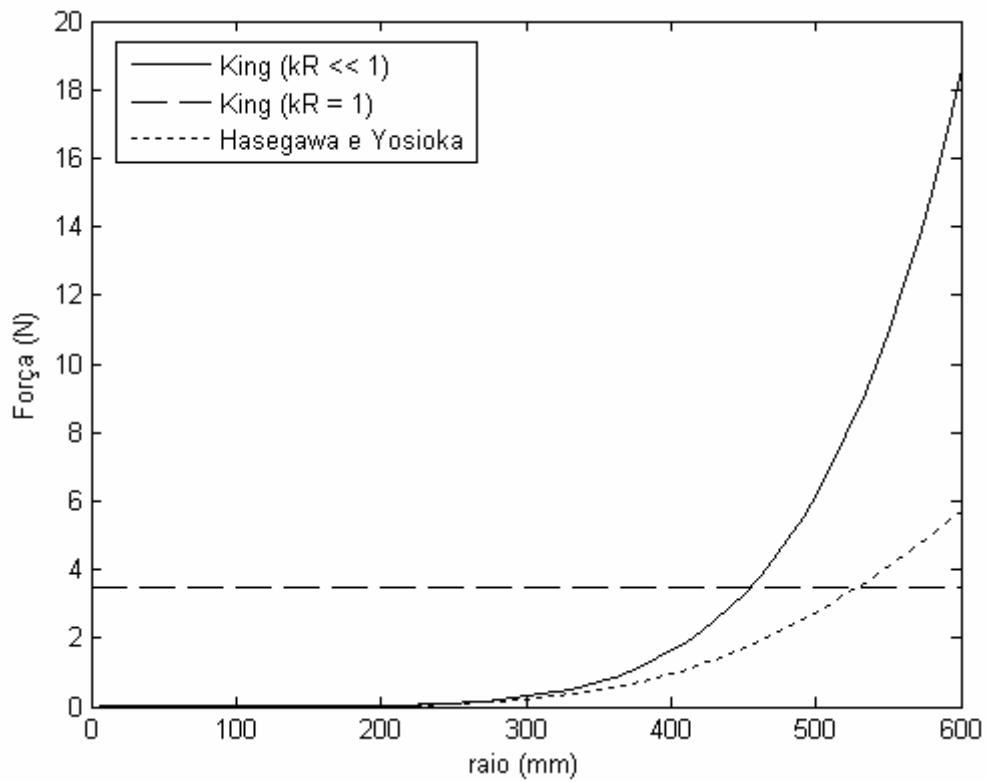


Figura 3.4: Comparação entre as forças de radiação acústica determinadas pela teoria de King ( $kR \ll 1$ ), King ( $kR = 1$ ) e de Hasegawa e Yosioka para uma esfera de vidro em ar.

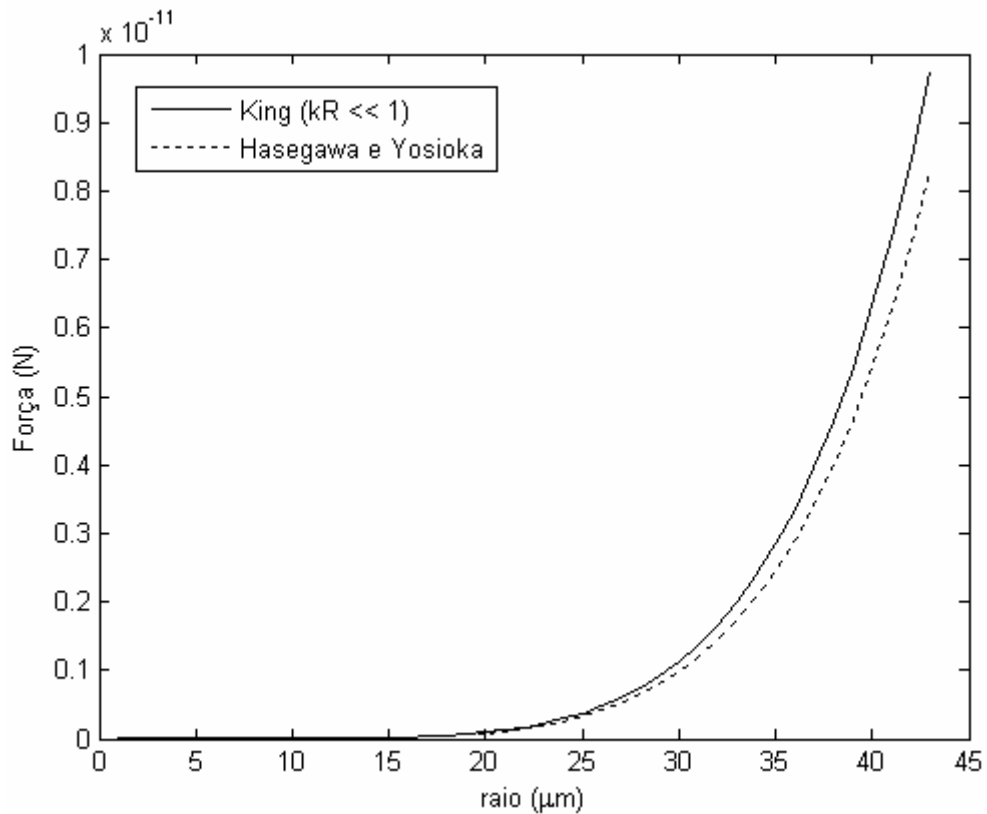


Figura 3.5: Comparação entre as forças de radiação acústica determinadas pela teoria de King ( $kR \ll 1$ ) e de Hasegawa e Yosioka para uma esfera de vidro em água.



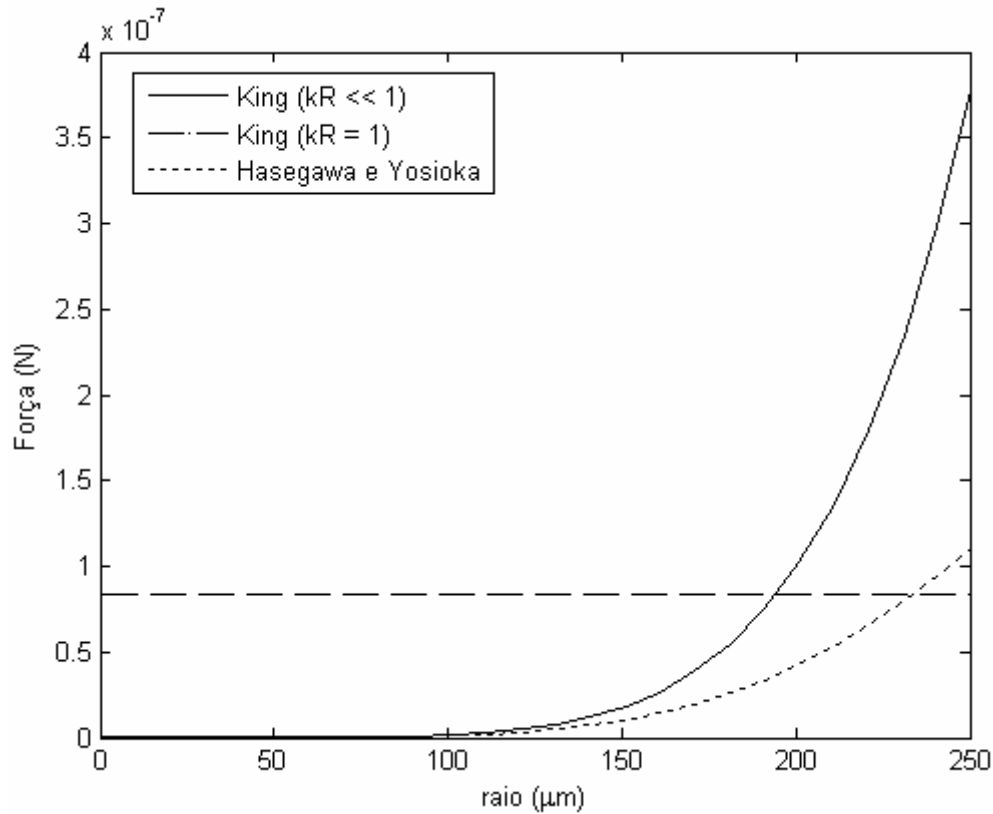


Figura 3.6: Comparação entre as forças de radiação acústica determinadas pela teoria de King ( $kR \ll 1$ ), King ( $kR = 1$ ) e de Hasegawa e Yosioka para uma esfera de vidro em água.

A força de radiação acústica que atua numa esfera de vidro em água para uma faixa maior de raios de partícula é apresentada na Figura 3.6. A comparação entre as teorias de King e de Hasegawa mostra que o comportamento da esfera em água é bastante parecido com o comportamento em ar. Quando o valor de  $kR$  é igual a 1, o valor do raio da partícula equivale a 235  $\mu\text{m}$ . Quando a teoria de King para  $kR = 1$  fornece o mesmo valor para a força de radiação acústica prevista pela teoria de Hasegawa e Yosioka, o raio da partícula equivale a 233  $\mu\text{m}$ . Esse resultado mostra que a teoria de King, apesar de assumir que a partícula é rígida, fornece resultados bastante próximos da teoria de Hasegawa e Yosioka, que assume que a partícula é elástica. Comparando as Figuras 3.3 a 3.6, é possível concluir para o caso considerado, que, ao utilizar a equação (3.7) para determinar a força de radiação acústica produzida por uma onda plana, é mais importante levar em conta a hipótese de que  $kR \ll 1$  do que a hipótese da esfera ser rígida, pois o erro produzido pela hipótese da partícula ser rígida é inferior ao erro produzido ao se aumentar o valor de  $kR$ .

## CAPÍTULO 4: CORRENTEZA ACÚSTICA

### 4.1. Introdução

De acordo com a teoria acústica linear, durante a propagação de uma onda mecânica longitudinal em um fluido, as partículas do meio se movem para trás e para frente em torno da posição de equilíbrio. Resultados experimentais mostram que isso ocorre para ondas acústicas de baixa intensidade. Quando a amplitude da onda é aumentada, as partículas deixam de apresentar somente comportamento ondulatório, e começa a ocorrer escoamento do fluido. O escoamento de um fluido gerado pela passagem de uma onda acústica é chamado de correnteza acústica (Acoustic Streaming) (NYBORG, 1965 e LIGHTHILL, 1978). O comportamento da correnteza acústica é descrito pela equação da continuidade e pela equação de Navier-Stokes para um fluido viscoso incompressível (KAMAKURA, 1995). Para uma onda plana, a força por unidade de volume  $F$ , que induz o escoamento de fluido é dada pela seguinte expressão (NYBORG, 1965):

$$F = \frac{2\alpha I}{c} \quad (4.1)$$

sendo que  $\alpha$  é o coeficiente de atenuação do fluido,  $I$  é a intensidade da onda e  $c$  é a velocidade de fase da onda. A equação (4.1) poder ser utilizada para calcular a velocidade de escoamento de um fluido induzido por uma onda acústica.

Nesse trabalho, a modelagem do fenômeno da correnteza acústica é feita utilizando o modelo proposto por Shi et al. (SHI et al., 2002). No modelo proposto por Shi et al., a distribuição de velocidades produzida por um transdutor é determinada numericamente a partir da distribuição de pressão acústica em frente ao transdutor. A distribuição de pressão acústica pode ser obtida experimentalmente através de medições utilizando um hidrofone calibrado. A validação do modelo foi feita comparando-se seus resultados com o obtido a partir da solução analítica em um tubo cilíndrico fechado (ECKART, 1948 e SHI et al., 2002).

Primeiramente é apresentada neste capítulo a solução analítica para a correnteza acústica em um tubo cilíndrico fechado (ECKART, 1948) e em seguida é apresentado o

modelo proposto por Shi et al. (SHI et al., 2002). Em seguida é feita a comparação das distribuições de velocidades obtidas pelos dois modelos. Por último é apresentada a solução numérica da correnteza acústica gerada por um transdutor de ultra-som para diferentes valores de pressão acústica.

## 4.2. Correnteza acústica em um tubo cilíndrico fechado

A distribuição de velocidades da correnteza acústica gerada por um transdutor circular em um tubo cilíndrico fechado foi obtida analiticamente por Eckart (ECKART, 1948). A geometria do cilindro é apresentada na Figura 4.1. Nessa figura, é considerado que o transdutor de ultra-som gera uma distribuição de pressão uniforme na região cinza da figura e que a onda acústica é totalmente absorvida pelo absorvedor acústico na parte superior do tubo. Além disso, o modelo também assume que o comprimento do tubo é muito maior que o raio. Essa hipótese é importante para que não haja influência das bordas no escoamento na parte central do tubo.

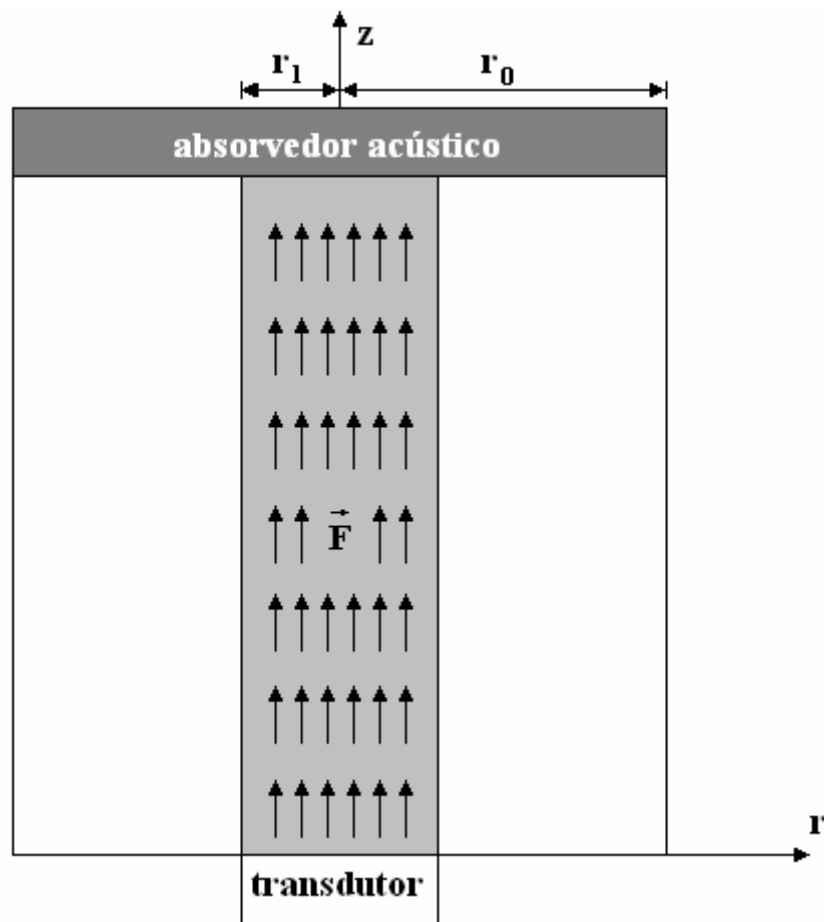


Figura 4.1: Geometria do tubo onde ocorre correnteza acústica devido à onda acústica gerada pelo transdutor de ultra-som.

Considerando que o transdutor emite uma onda na região cinza da Figura 4.1 com intensidade  $I$  num meio líquido com viscosidade dinâmica  $\eta$ , velocidade de propagação  $c$  e coeficiente de atenuação  $\alpha$ , a distribuição de velocidades na região central do tubo é dada por (ECKART, 1948 e SHI et al., 2002):

$$u = \frac{\alpha I}{\eta c} G \quad (4.2)$$

onde  $G$  é um fator geométrico dado por:

$$G = r_1^2 \left[ \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{r^2}{r_1^2} \right) - \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{r_1^2}{r_0^2} \right) \left( 1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right) - \ln \left( \frac{r_1}{r_0} \right) \right] \quad (4.3)$$

para a região definida por  $0 \leq r < r_1$  e:

$$G = r_1^2 \left[ - \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{r_1^2}{r_0^2} \right) \left( 1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right) - \ln \left( \frac{r}{r_0} \right) \right] \quad (4.4)$$

para a região  $r_1 \leq r < r_0$ , onde  $r_0$  é o raio do tubo cilíndrico,  $r_1$  é o raio do transdutor e  $r$  é o raio. A distribuição de velocidades dada pela equação (4.2) é válida para a região central do tubo.

### 4.3. Modelagem numérica da correnteza acústica

Neste trabalho, a modelagem numérica da correnteza acústica é feita utilizando a parte de CFD (Computational Fluid Dynamics) do software ANSYS 10.0, que também foi utilizada por Shi et al. (SHI et al., 2002). A modelagem da correnteza acústica é feita utilizando-se o elemento fluídico FLUID141. Para determinar a distribuição de velocidades produzida por uma onda acústica é necessário converter a intensidade da onda para forças por unidade de volume. Isso é feito utilizando-se a equação (4.1).

A validação do modelo é feita comparando-se os resultados obtidos no ANSYS com os obtidos por Shi et al. (SHI et al., 2002) e através do modelo analítico de Eckart (ECKART, 1948) para um tubo cilíndrico fechado. A Figura 4.2 apresenta o modelo axisimético utilizado no software ANSYS para determinar a distribuição de velocidades no fluido gerada pela força por unidade de volume  $F$ . Como condição de contorno considera-se que a velocidade radial é igual a zero no centro do tubo e que a velocidade na direção axial e radial é zero nas paredes do tubo. A simulação é feita considerando que o fluido no interior do tubo é o sangue que possui viscosidade  $\eta = 3 \times 10^{-3}$  Pa.s, velocidade de propagação  $c = 1570$  m/s e coeficiente de atenuação  $\alpha = 10$  Np/m a 5 MHz. É considerado que o transdutor de ultra-som emite uma onda com intensidade constante  $I = 240$  kW/m<sup>2</sup>.

Utilizando-se a equação (4.1) obtém-se uma força por unidade de volume de  $F = 3057 \text{ N/m}^3$ . Essa força é aplicada na região em cor cinza da Figura 4.2. A simulação é feita para 4 diferentes raios do tubo  $r_0$  (2,5 mm, 4 mm, 7 mm e 10.5 mm). O comprimento do tubo é mantido fixo em 20 mm e o raio do transdutor corresponde a 0,5 mm e possui frequência de 5 MHz.

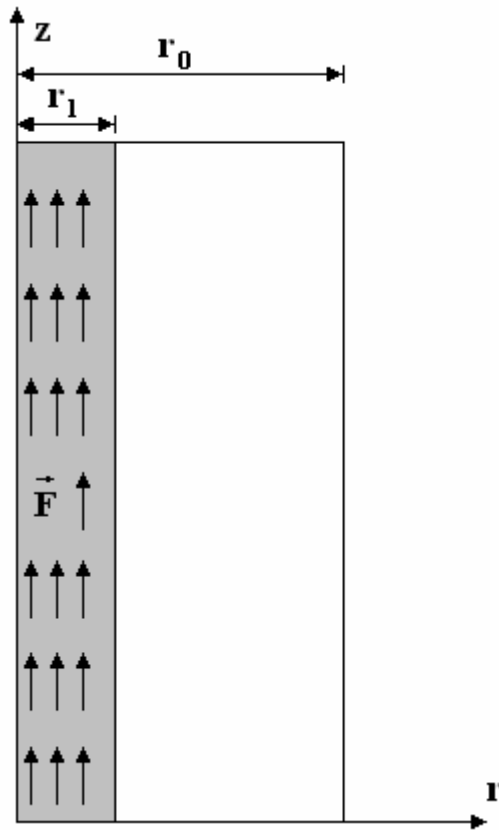


Figura 4.2: Modelo axisimétrico utilizado para determinar o campo de velocidades no fluido.

A Figura 4.3 apresenta a comparação entre o campo de velocidades obtido com o software ANSYS e com a equação analítica de Eckart. O campo de velocidades foi determinado na região central do tubo para 4 diferentes diâmetros do tubo. Como pode ser observado na Figura 4.3(a), há boa concordância entre a distribuição de velocidades obtidas com o software ANSYS e com a equação de Eckart quando o raio do tubo é 2,5 mm. Entretanto quando se aumenta o diâmetro do tubo, aumenta a diferença entre a distribuição de velocidades obtidas com o ANSYS e com o modelo de Eckart. Esse aumento da diferença foi observado por SHI et al. (SHI et al., 2002) e para verificar qual dos resultados estava correto eles realizaram alguns experimentos para mostrar que o método dos elementos finitos fornece melhores resultados para valores elevados de  $r_0$ .

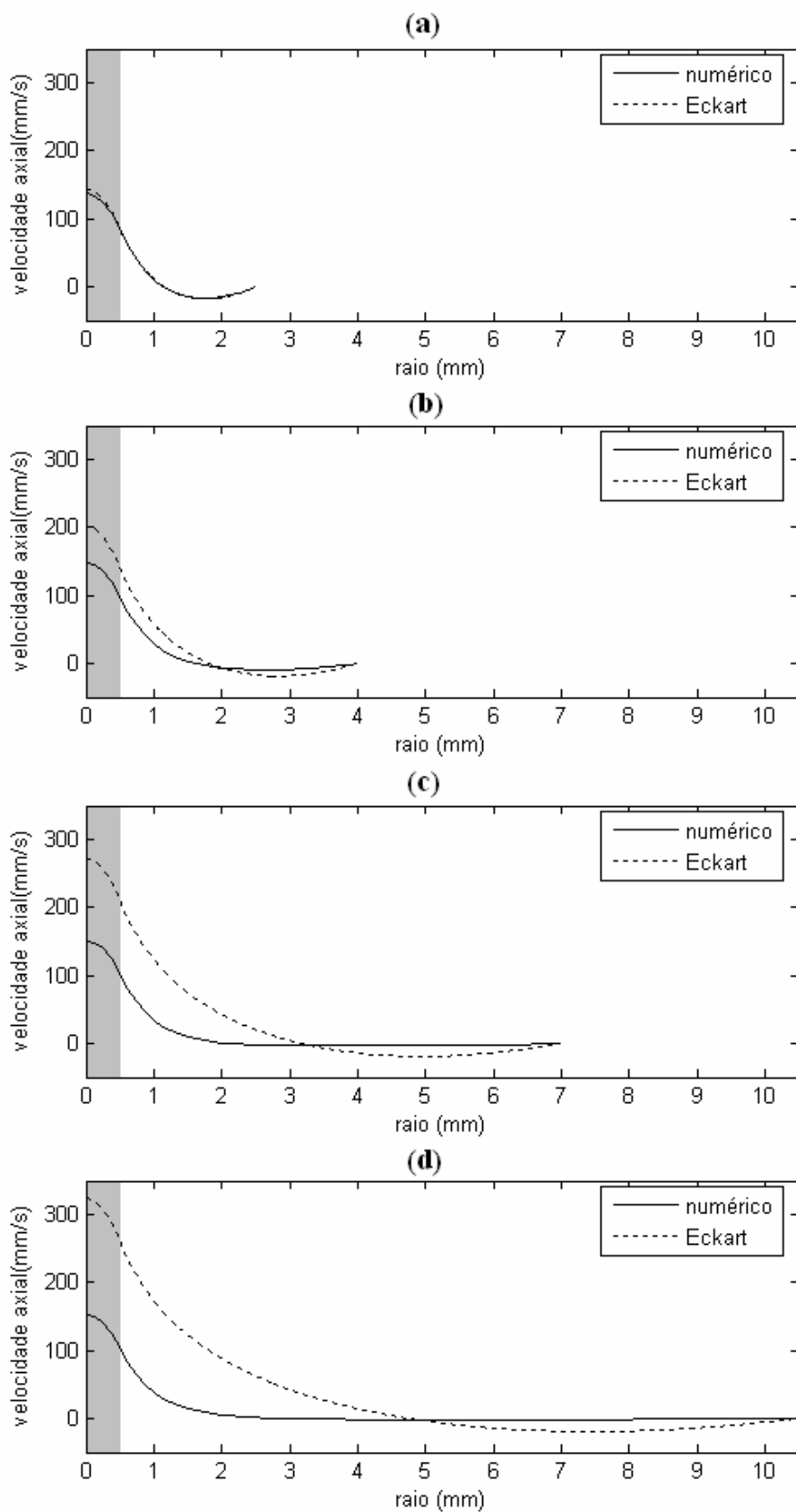


Figura 4.3: Comparação entre a distribuição de velocidades da correnteza acústica no centro do tubo obtida numericamente e pela equação analítica de Eckart: (a)  $r_0 = 2,5$  mm; (b)  $r_0 = 4$  mm; (c)  $r_0 = 7$  mm; (d)  $r_0 = 10.5$  mm.

#### **4.4. Correnteza acústica produzida por um pistão plano circular em um meio aberto**

Na seção 4.2 foi apresentado um modelo para determinar a correnteza acústica produzida por um transdutor circular no interior de um cilindro fechado. Foi considerado que o campo acústico gerado pelo transdutor é uniforme na região em frente à face do transdutor. Entretanto, o campo acústico gerado por um transdutor plano circular não é constante em frente à face do transdutor, conforme mostrado na seção 2.2.2. Nesta seção é feita a modelagem numérica da correnteza acústica produzida por um transdutor circular plano assumindo que o campo acústico em frente ao transdutor é calculado através da integral de Rayleigh. Também é considerado que o transdutor está imerso em um meio infinito. A modelagem da correnteza acústica em um meio infinito é feita assumindo-se que o transdutor está imerso em um cilindro fechado com diâmetro e comprimento muito elevados. Portanto, é necessário determinar os valores de diâmetro e comprimento do cilindro para os quais pode ser considerado que o transdutor esteja imerso num meio infinito. Para isso são feitas diversas simulações para diferentes valores de diâmetro e comprimento do cilindro.

O fluxograma do cálculo da correnteza acústica é apresentado na Figura 4.4. De acordo com o fluxograma, o primeiro passo na obtenção da distribuição de velocidades no fluido consiste em determinar o campo acústico gerado por um determinado transdutor. O cálculo da distribuição de pressão é feito através da integral de Rayleigh, dada pela eq. (2.32). Neste trabalho não é considerada a atenuação da onda no cálculo do campo acústico. Assumindo que o campo acústico é gerado por um transdutor de ultra-som de 19 mm de diâmetro e 1 MHz de frequência, a distribuição de pressão gerada pelo transdutor é apresentada na Figura 4.5. Foi considerado que a pressão acústica máxima gerada pelo transdutor corresponde a 200 kPa. A Figura 4.6 apresenta a distribuição de pressão ao longo do eixo de simetria do feixe acústico.

Depois de determinar a distribuição de pressão gerada pelo transdutor, a equação (2.16) é utilizada para determinar a intensidade da onda e em seguida a equação (4.1) é utilizada na determinação da distribuição de forças por unidade de volume que a onda acústica aplica ao fluido. Foi considerado que a atenuação da onda a 1 MHz corresponde a 0,024 Np/m, que a densidade da água é  $1000 \text{ kg/m}^3$  e que a velocidade de propagação na água equivale a 1480 m/s.

A distribuição de forças por unidade de volume foi utilizada no módulo de CFD do software ANSYS para determinar a distribuição de velocidades da correnteza acústica. Foi considerado no ANSYS que a viscosidade dinâmica da água é igual a  $8,9 \times 10^{-4}$  Pa.s.

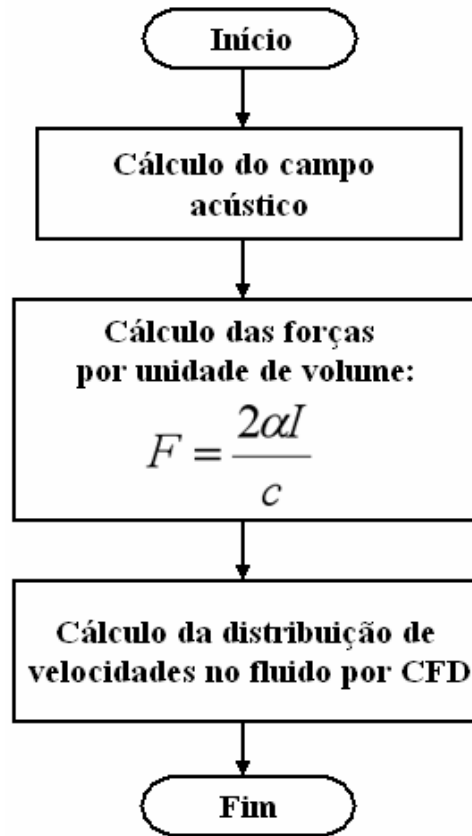


Figura 4.4: Fluxograma da modelagem da correnteza acústica.

O módulo de CFD do software ANSYS foi utilizado para determinar a distribuição de velocidades da correnteza acústica para 4 diferentes configurações de cilindro onde o transdutor está imerso. Em todos os casos foi considerado que o transdutor possui diâmetro de 19 mm e 1 MHz de frequência. A Tabela 4.1 apresenta as dimensões dos diferentes cilindros no qual o transdutor está imerso. Da mesma maneira que na seção 4.2, foi considerado que a face superior do cilindro apresenta um absorvedor acústico.

Tabela 4.1: Dimensões do cilindro no qual o transdutor está imerso.

cilindro	raio (mm)	comprimento (mm)
1	50	150
2	100	150
3	100	200
4	150	300

A velocidade do escoamento do fluido na direção  $z$  no eixo de simetria do transdutor é apresentada na Figura 4.7 para diferentes geometrias do cilindro. A velocidade



do fluido na direção  $z$  em função do raio para  $z = 100$  mm é apresentada na Figura 4.8. O resultado da Figura 4.7 mostra que a velocidade na direção  $z$  é pouco influenciada pelo aumento de tamanho do cilindro no qual o transdutor está imerso. A maior diferença entre as velocidades ocorre na extremidade superior do cilindro, onde o fluido atinge o absorvedor e é desviado para os lados. O desvio do fluido pode ser observado na Figura 4.9.

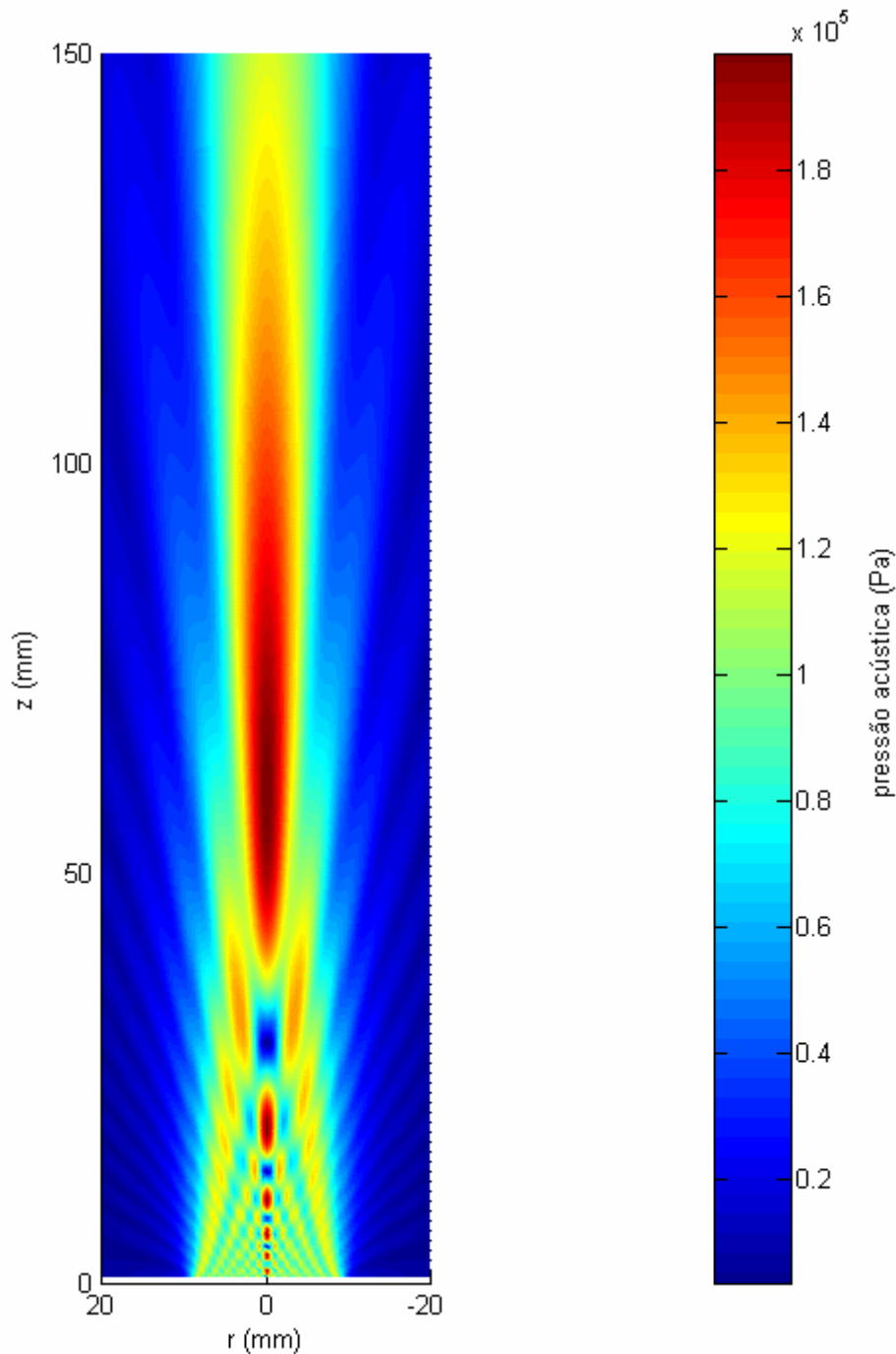


Figura 4.5: Distribuição de pressão gerada por um transdutor circular de 19 mm de diâmetro e 1 MHz de frequência.

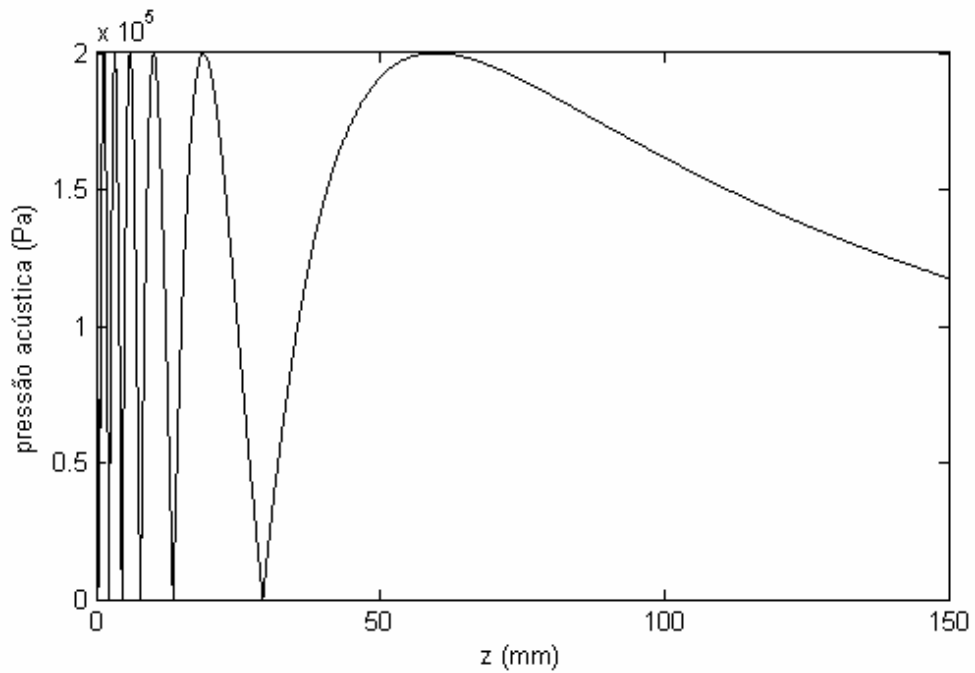


Figura 4.6: Distribuição de pressão gerada por um transdutor circular de 19 mm de diâmetro e 1 MHz de frequência ao longo do eixo de simetria do feixe acústico.

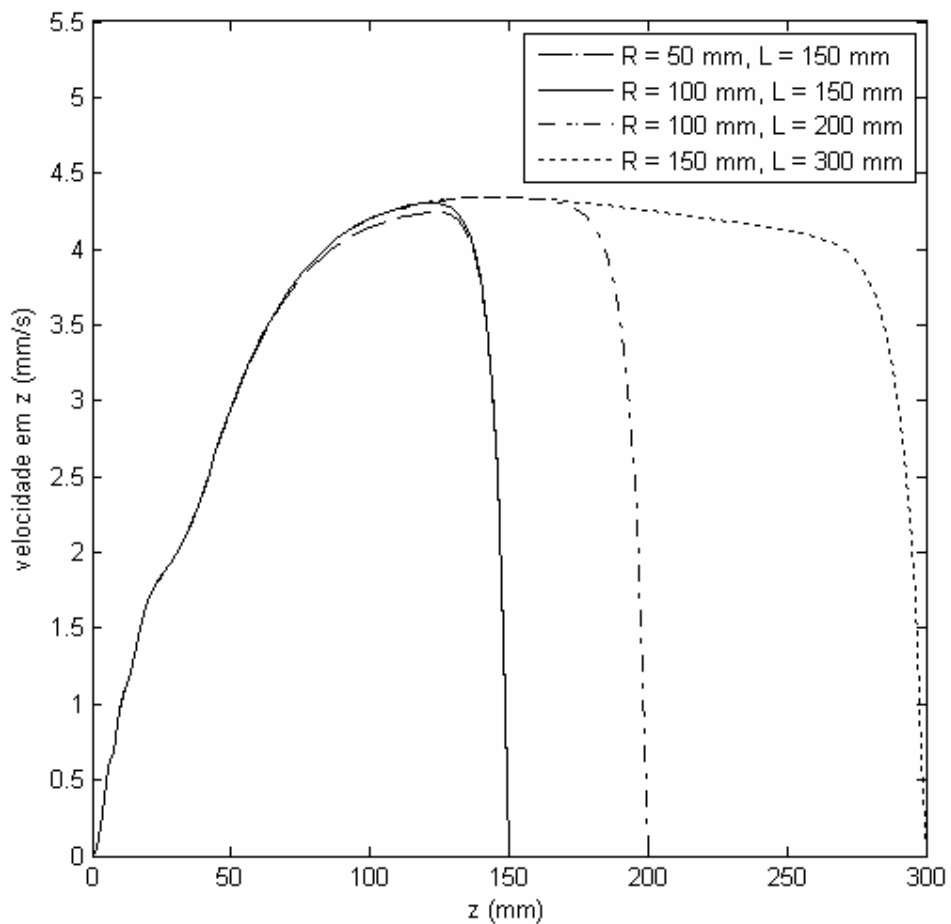


Figura 4.7: Velocidade na direção  $z$  ao longo do eixo de simetria do feixe acústico para diferentes valores de raio e comprimento do cilindro no qual o transdutor está imerso.

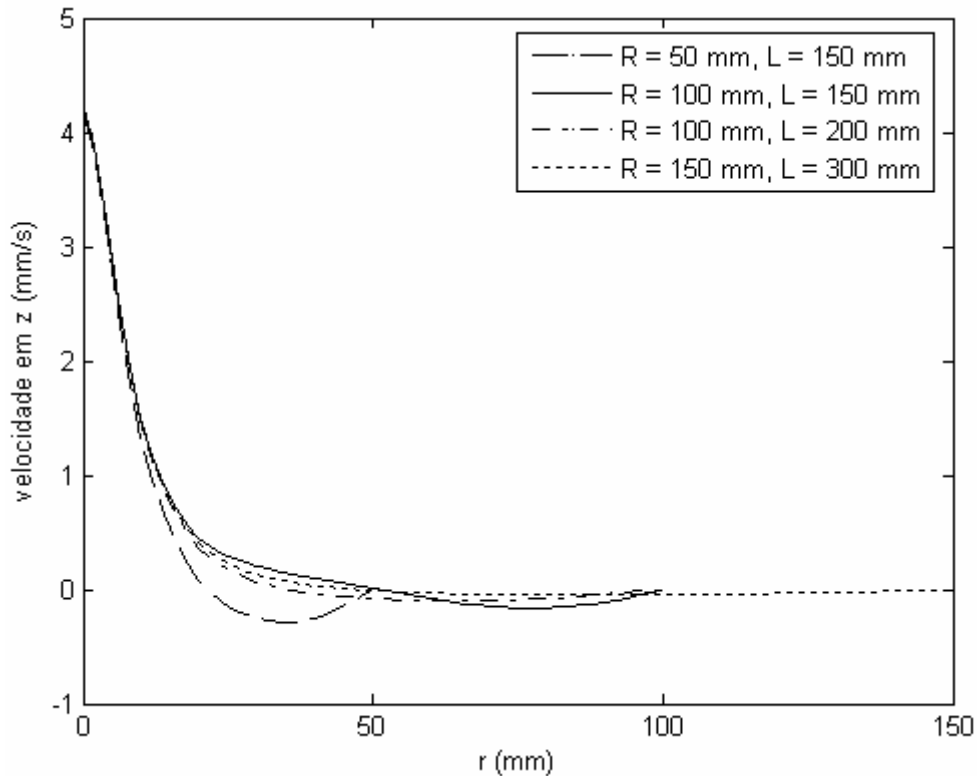


Figura 4.8: Velocidade em função do raio na direção  $z$  para  $z = 100$  mm e diferentes valores de raio e comprimento do cilindro no qual o transdutor está imerso.

Considerando um transdutor de 19 mm de diâmetro e 1 MHz de frequência, um cilindro com dimensões de 100 mm de raio e 200 mm de comprimento já é grande o suficiente para simular a correnteza acústica em meio aberto, uma vez que a alteração do campo de velocidades no fluido é pouco influenciada pelo acréscimo do valor do raio e do comprimento do cilindro. Quando o raio do cilindro é aumentado, há pouca variação da distribuição de velocidades no eixo de simetria do cilindro. As principais diferenças na velocidade ocorrem na região onde o raio é maior do que 25 mm, como pode ser observado na Figura 4.8.

A Figura 4.10 apresenta a comparação entre o campo acústico gerado pelo transdutor e a distribuição de velocidades no fluido gerada pelo transdutor. Pode ser observado nessa figura, que para uma pressão máxima de 200 kPa, a velocidade do fluido na direção  $z$  atinge um máximo de 4,3 mm/s.

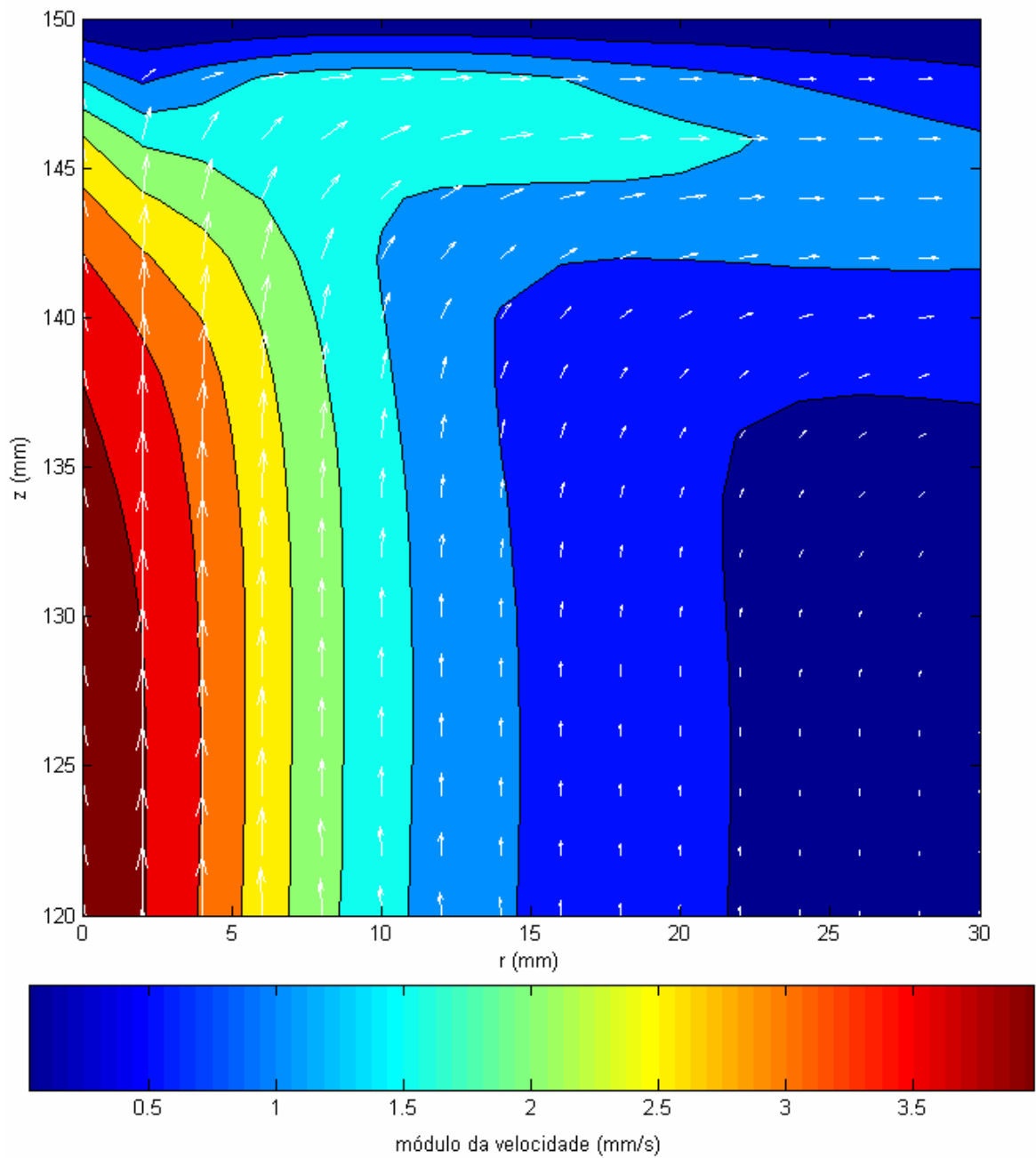


Figura 4.9: Campo de velocidade da correnteza acústica gerada por um transdutor de ultra-som de 19 mm de diâmetro e 1 MHz de frequência no interior de um cilindro de 100 mm de raio e 150 mm de comprimento

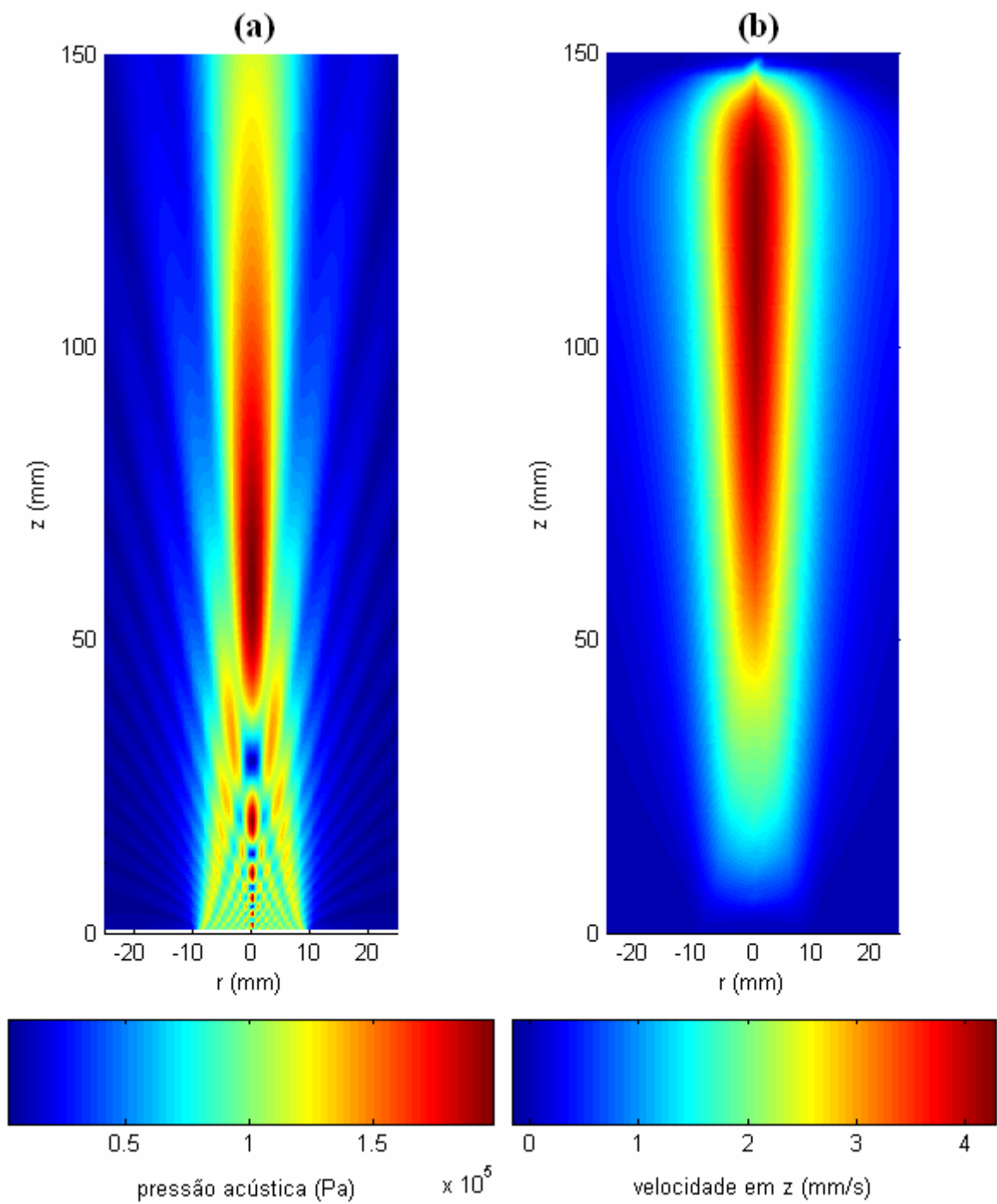


Figura 4.10: Comparação entre o campo acústico e a correnteza acústica gerada por um transdutor de ultra-som de 19 mm de diâmetro e 1 MHz de frequência no interior de um cilindro de 100 mm de raio e 150 mm de comprimento: (a) campo acústico; (b) componente na direção  $z$  da velocidade do fluido.

# CAPÍTULO 5: LEVITAÇÃO ACÚSTICA

## 5.1. Introdução

A levitação acústica vem sendo utilizada em diversas atividades de pesquisa, como na medição de tensão superficial de líquidos (TIAN et al., 1995), no aprisionamento de gases com alta densidade (TUCKERMANN et al., 2002), na formação de partículas de gelo em campos acústicos estacionários (BAUERECKER e NEIDHART, 1998a e BAUERECKER e NEIDHART, 1998b) e também nas áreas de química analítica e de química bioanalítica (SANTESSON e NILSSON, 2004). Muitas vezes, as substâncias utilizadas na análise química possuem custos elevados e, portanto, é conveniente realizar experimentos utilizando pequenas quantidades dessas substâncias. Um dos problemas de experimentos envolvendo baixas concentrações é a contaminação das amostras devido ao contato com as paredes do recipiente (WELTER e NEIDHART, 1997). Uma das maneiras de se evitar essa contaminação é através da técnica de levitação, onde não há contato entre a substância e a parede do recipiente.

Existem diversas técnicas de levitação, que incluem levitação magnética (GEIM et al., 1999), levitação ótica (ASHKIN e DZIEDZIC, 1971) e levitação eletrostática (RHIM et al., 1993 e RULISON et al., 1997). A principal vantagem da técnica de levitação acústica em relação a outras técnicas está no fato de não haver nenhum tipo de restrição sobre a partícula a ser levitada, como a exigência da partícula ser metálica ou de estar eletrizada. Por esse motivo a técnica de levitação acústica vem sendo utilizada em áreas como química ou biologia. A técnica de levitação acústica também não exige que a partícula fique confinada em uma região limitada, o que permite instalar diversos equipamentos de medição e detecção ao redor da partícula, como equipamentos de espectroscopia Raman e equipamentos de difração de raio X (SANTESSON e NILSSON, 2004).

O tipo mais simples de levitador acústico consiste de um transdutor de ultra-som e um refletor. Grande parte dos levitadores acústicos utiliza um transdutor do tipo Langevin (GALLEGO-JUÁREZ, 1989 e FIELD e SCHEELINE, 2007) para gerar uma onda estacionária entre o transdutor e o refletor. Um transdutor do tipo Langevin consiste

basicamente de pares de cerâmicas piezelétricas prensadas entre duas massas metálicas e pré-tensionadas por um parafuso central.

Para desenvolver e projetar levitadores acústicos é importante conhecer a força de radiação acústica que atua na partícula levitada. Um dos primeiros trabalhos sobre a força de radiação acústica que atua numa esfera devido a uma onda estacionária foi feito por King (KING, 1934). Algumas décadas depois, Gor'kov (GOR'KOV, 1962) desenvolveu um método para determinar o potencial acústico que atua numa pequena esfera em um campo acústico estacionário arbitrário. Barmatz e Collas (BARMATZ e COLLAS, 1985) utilizaram o método de Gor'kov para determinar o potencial acústico que atua numa esfera em campos estacionários com geometria retangular, cilíndrica e esférica. Como as geometrias utilizadas por Barmatz e Collas são simples, o potencial acústico obtido é representado por soluções analíticas. Mais recentemente, Xie e Wei utilizaram o método dos elementos de contorno (Brebbia e Dominguez, 1992) e o método de Gor'kov para estudar como a geometria do levitador influencia na força de radiação acústica que atua numa esfera (XIE e WEI, 2001 e XIE e WEI, 2002). Com esse estudo eles conseguiram desenvolver um levitador capaz de levitar pequenos insetos, como formigas e joaninhas, pequenos peixes (XIE et al., 2006) e pequenas esferas de tungstênio e irídio (BRANDT, 2001 e XIE et al., 2002), que possuem densidade elevada. Recentemente, Kozuka et al. (KOZUKA et al., 2008) desenvolveram um método interessante para simular um levitador acústico que consiste de um transdutor com face circular e um refletor circular que pode ser plano ou côncavo. Kozuka et al. utilizaram a integral de Rayleigh, levando em conta as múltiplas reflexões que ocorrem entre o transdutor e o refletor, para determinar o campo acústico estacionário gerado no levitador.

Os modelos geralmente utilizados na análise de levitadores acústicos requerem o conhecimento da distribuição de amplitudes de velocidade da face do transdutor. Dessa maneira, a modelagem completa do sistema de levitação acústica requer primeiramente a modelagem do transdutor para obter a distribuição de velocidades da face do transdutor e então essa distribuição é utilizada em outro modelo para determinar o potencial acústico que atua no objeto. Outra abordagem bastante utilizada é assumir que a face do transdutor vibra uniformemente. Neste capítulo será apresentada a modelagem pelo método dos elementos finitos de um levitador acústico, que consiste de um transdutor do tipo Langevin e um refletor. O método dos elementos finitos é utilizado para simular três configurações de levitador: transdutor com face plana e refletor plano, transdutor com face plana e refletor côncavo e transdutor com face côncava e refletor côncavo. Nesse trabalho a

modelagem por elementos finitos inclui elementos piezelétricos, que simulam o acoplamento entre as variáveis elétricas e mecânicas do material piezelétrico e também utiliza elementos com acoplamento fluido-estrutura. O elemento com acoplamento fluido-estrutura é utilizado para acoplar os graus de liberdade de deslocamento da face do transdutor com o grau de liberdade de pressão do ar que está entre o transdutor e o refletor. A metodologia proposta permite simular completamente o sistema de levitação acústica utilizando apenas um modelo numérico. A validação do modelo é feita através de verificações experimentais.

## 5.2. Modelagem numérica do levitador acústico

Nesta seção é apresentada a modelagem de um levitador acústico que consiste de um refletor plano e de um transdutor de Langevin, que possui frequência de ressonância de 19.9 kHz. O transdutor de Langevin consiste de 4 cerâmicas piezelétricas de material titanato zirconato de chumbo (PZT-8) que são prensadas entre duas massas metálicas de alumínio e um amplificador mecânico de aço inoxidável. As cerâmicas piezelétricas utilizadas possuem geometria em forma de anel com um diâmetro interno de 15 mm, diâmetro externo de 50 mm e espessura correspondente a 5 mm. O diagrama esquemático do sistema de levitação acústica é apresentado na Figura 5.1. Nessa figura, o parâmetro  $d$  corresponde à distância que separa a face do transdutor do refletor. Os triângulos na figura representam o ponto de fixação do transdutor, no qual os deslocamentos nas direções  $x$  e  $z$  devem ser iguais a zero. Essa condição é importante para evitar que seja transmitida vibração do transdutor para a estrutura onde o transdutor é fixado. Como o transdutor possui geometria circular, o diagrama mostra o sistema de levitação acústica em coordenadas axisimétricas com rotação ao redor do eixo  $z$ . As propriedades dos materiais utilizados na simulação do levitador acústico são apresentadas na Tabela 5.1. Nessa tabela,  $c_{ij}^E$  corresponde ao tensor de rigidez a campo elétrico constante,  $e_{ij}$  são os componentes do tensor piezelétrico,  $\varepsilon_{ij}^S$  corresponde ao tensor de permissividade elétrica a deformação constante,  $E$  é o módulo de Young,  $\nu$  é o coeficiente de Poisson e  $\beta$  é o amortecimento. Na Tabela 5.1,  $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$  F/m é a permissividade elétrica do vácuo.

Neste trabalho, a modelagem por elementos finitos é feita no software comercial ANSYS 10.0. No ANSYS, foram utilizados os elementos PLANE13 para modelar o material piezelétrico, PLANE42 para simular as partes estruturais e FLUID29 para simular o fluido. Nas extremidades do fluido foram aplicadas condições de contorno que simulam



um meio infinito. Desta maneira, quando uma onda atinge a borda do fluido, não há reflexão da onda. No ANSYS isso é feito aplicando-se deslocamento igual a zero nas direções  $x$  e  $z$  e impedância acústica igual a um nos elementos da borda do fluido. A discretização do levitador acústico em elementos finitos é mostrada na Figura 5.2. Foi utilizada uma discretização de 0,5 mm para simular o transdutor. Tipicamente uma discretização correspondente a 20 elementos por comprimento de onda é suficiente para que haja convergência dos resultados. Portanto a discretização de 0,5 mm é suficiente para que haja convergência, uma vez que o menor comprimento de onda ocorre no ar e  $1/20$  do comprimento de onda corresponde a 0,83 mm.

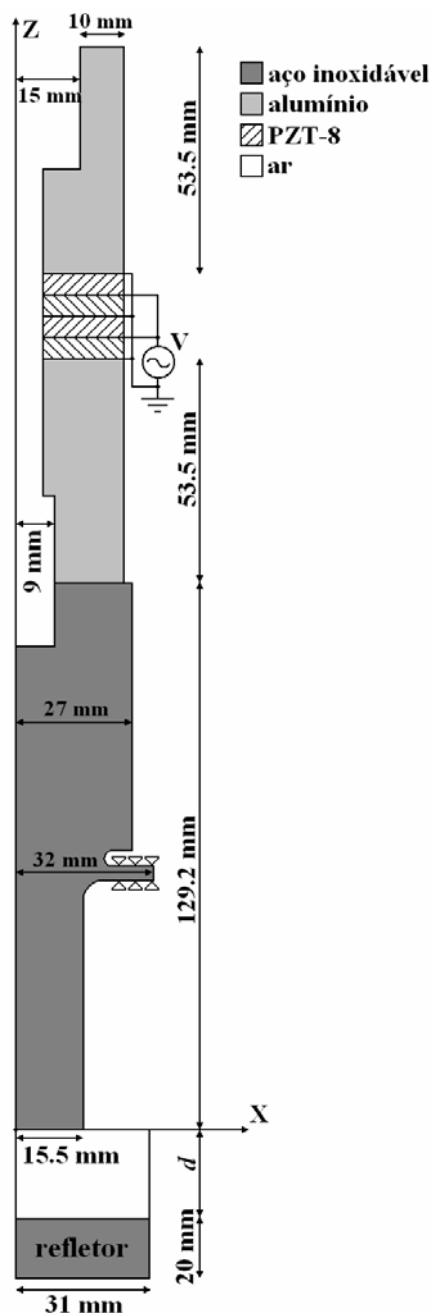


Figura 5.1: Representação esquemática do transdutor de Langevin utilizada nesse trabalho.

Tabela 5.1: Propriedades dos materiais.

PZT-8	
$c_{11}^E$ ( $10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	13,7
$c_{12}^E$ ( $10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	6,97
$c_{13}^E$ ( $10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	7,16
$c_{33}^E$ ( $10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	12,4
$c_{44}^E$ ( $10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	3,14
$e_{31}$ (C/m <sup>2</sup> )	-4
$e_{33}$ (C/m <sup>2</sup> )	13,8
$e_{15}$ (C/m <sup>2</sup> )	10,4
$\epsilon_{11}^s / \epsilon_0$	898
$\epsilon_{33}^s / \epsilon_0$	582
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	7600
$\beta$ ( $10^{-10}$ s)	30
alumínio	
$E$ ( $10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	7,43
$\nu$	0,33
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	2900
$\beta$ ( $10^{-10}$ s)	40
aço inoxidável	
$E$ ( $10^{10}$ N/m <sup>2</sup> )	20,8
$\nu$	0,29
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	7850
$\beta$ ( $10^{-10}$ s)	40
ar	
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1.2
$c$ (m/s)	340

O software ANSYS é utilizado para determinar a impedância elétrica do transdutor, o deslocamento da face do transdutor e a distribuição de pressão entre a face do transdutor e o refletor. Como a excitação elétrica aplicada no transdutor é senoidal, é utilizada a análise harmônica para estudar o comportamento do transdutor.

O software ANSYS não fornece diretamente a impedância elétrica de um material piezelétrico. A impedância elétrica é obtida a partir da carga elétrica, que é fornecida pelo programa e representada pela seguinte equação:

$$Q(t) = Q_0 e^{-j\omega t} \quad (5.1)$$

onde  $Q_0$  é a amplitude da carga elétrica. Na equação (5.1) há um sinal negativo em frente ao termo  $j\omega t$ . No software ANSYS é adotada uma convenção diferente da utilizada no capítulo 2 e por isso é utilizado um sinal negativo na equação (5.1) em vez de positivo. A partir da carga elétrica, a corrente elétrica  $I^e$  é obtida através de:

$$I^e(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = -j\omega Q_0 e^{-j\omega t} = -j\omega Q(t) \quad (5.2)$$

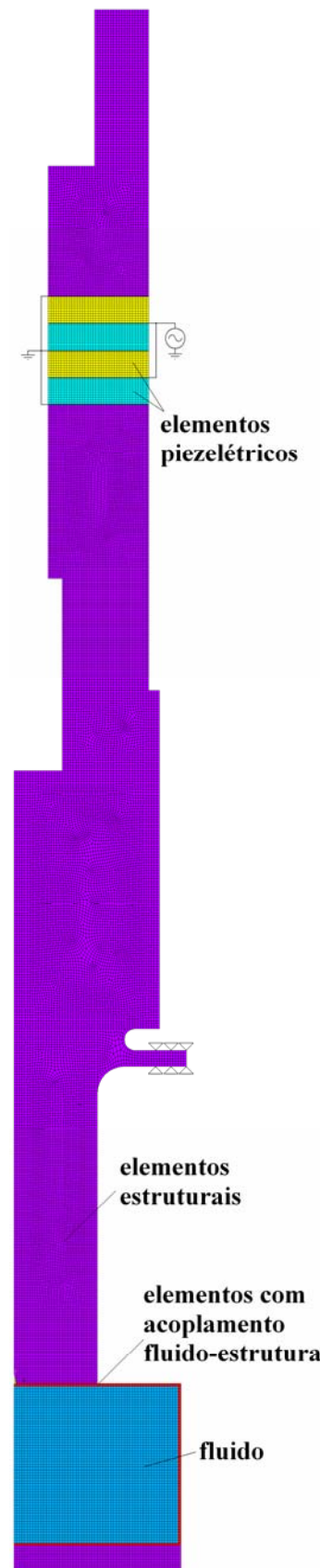


Figura 5.2: Discretização do levitador acústico em elementos finitos.

Finalmente, a impedância elétrica  $Z^e$  é dada por:

$$Z^e = \frac{V}{I^e} \quad (5.3)$$

sendo  $V$  a tensão elétrica aplicada aos eletrodos das cerâmicas piezelétricas na simulação. Como o modelo utilizado no software ANSYS é linear, foi aplicada uma tensão elétrica de apenas 1 V nos eletrodos das cerâmicas piezelétricas. Para determinar numericamente a impedância elétrica do transdutor, foi feita uma varredura em frequência de 19,7 kHz até 20,3 kHz utilizando a análise harmônica no ANSYS. A curva de impedância elétrica foi comparada com a obtida experimentalmente através de um analisador de impedância (HP4194A). A comparação entre o módulo da impedância elétrica obtido pelo método dos elementos finitos (MEF) e obtido experimentalmente é apresentada na Figura 5.3, enquanto que a comparação entre a fase é mostrada na Figura 5.4.

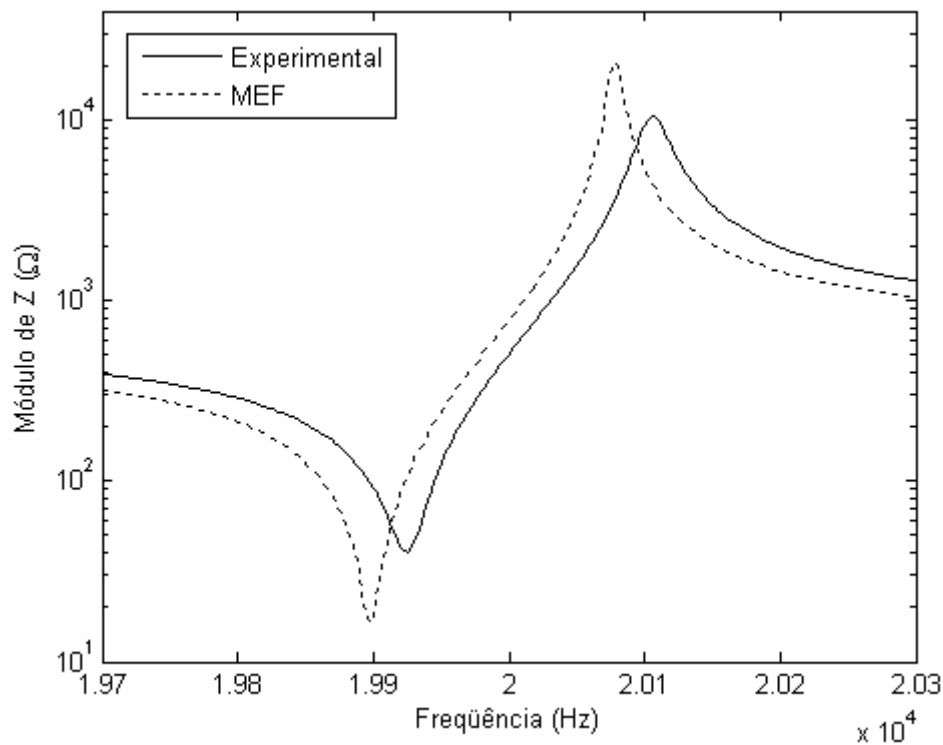


Figura 5.3: Comparação entre o módulo da impedância elétrica obtido numericamente e experimentalmente.

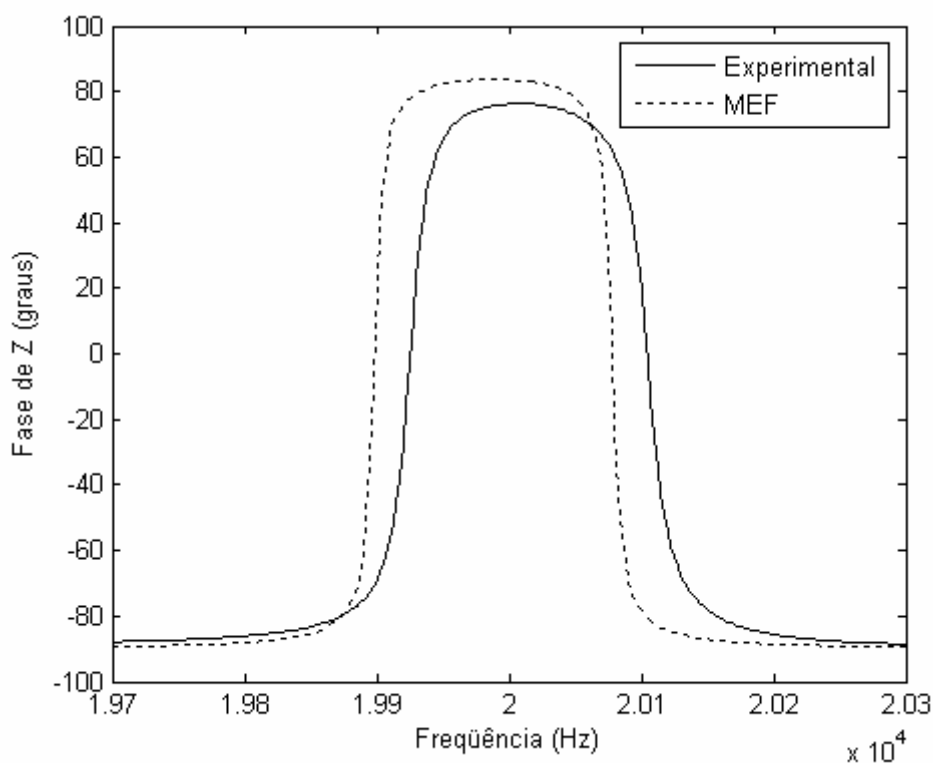


Figura 5.4: Comparação entre a fase da impedância elétrica obtida numericamente e experimentalmente.

Observando as Figuras 5.3 e 5.4 é possível notar que a frequência de ressonância obtida através do método dos elementos finitos corresponde a 19,90 kHz e a obtida experimentalmente através do analisador de impedância corresponde a 19,92 kHz.

Depois de determinar a impedância elétrica, o método dos elementos finitos foi utilizado para determinar o deslocamento no centro da face do transdutor em função da frequência. Para validar o resultado, foi utilizado um vibrômetro de fibra ótica (MTI-2100) para medir o deslocamento da face do transdutor. A comparação entre o deslocamento obtido numericamente e experimentalmente é apresentada na Figura 5.5. Pode-se observar nas Figuras 5.3 a 5.5 que há excelente concordância entre os resultados obtidos numericamente e experimentalmente. Para produzir a máxima força na partícula levitada é necessário que o transdutor opere em sua frequência de ressonância. Como o transdutor utilizado neste trabalho possui banda estreita, uma pequena variação na frequência de excitação altera significativamente a amplitude do deslocamento da face do transdutor. Observou-se através do método dos elementos finitos, que a distribuição de amplitudes de deslocamentos na face do transdutor pode ser considerada uniforme, uma vez que a

máxima amplitude de deslocamento equivale a 0,45  $\mu\text{m}$  no centro do transdutor e a mínima amplitude ocorre na borda da face do transdutor e equivale a 0,44  $\mu\text{m}$ .

Para determinar o potencial acústico que age numa esfera é necessário conhecer o campo de pressão quadrático e o campo de velocidades quadrático. A distribuição de pressão é determinada diretamente no ANSYS. A pressão acústica obtida pelo método dos elementos finitos é então substituída nas seguintes equações para obter o campo de velocidades.

$$\phi = -\frac{P}{j\omega\rho} \quad (5.4)$$

$$u = \nabla\phi \quad (5.5)$$

Finalmente, a pressão acústica e o campo de velocidades são substituídos na equação de Gor'kov para obter o potencial acústico que age numa esfera.

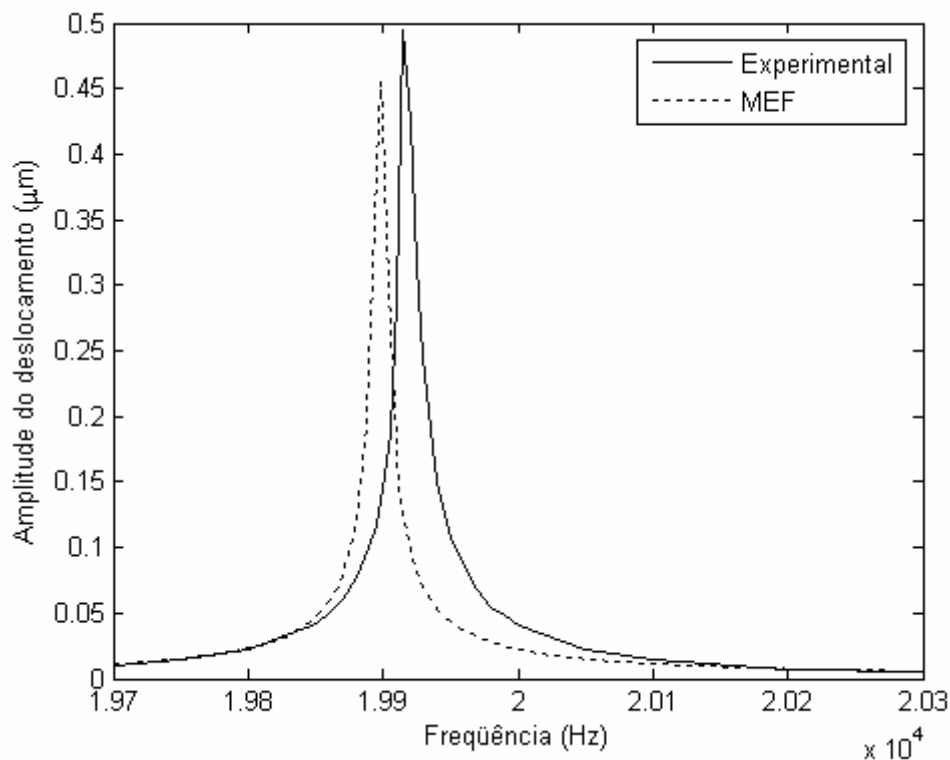


Figura 5.5: Comparação entre o deslocamento da face do transdutor obtido pelo método dos elementos finitos e experimentalmente quando o transdutor é excitado com 1 V de amplitude.

Em vez de determinar o potencial acústico absoluto, optou-se por utilizar uma abordagem parecida com a de Barmatz e Collas (BARMATZ e COLLAS, 1985) e definir um potencial acústico adimensional  $\tilde{U}$  :

$$\tilde{U} = \frac{U}{2\pi R^3} \quad (5.6)$$

A vantagem de se definir o potencial acima é que o potencial acústico adimensional não depende do raio da partícula a ser colocada no levitador. Da mesma maneira pode-se definir a força de radiação acústica adimensional:

$$\tilde{F} = -\nabla\tilde{U} \quad (5.7)$$

Com o objetivo de mostrar a relação entre o potencial acústico e a força de radiação acústica, foi feita uma simulação do levitador acústico mantendo-se a distância entre o transdutor e o refletor em 25 mm. O potencial acústico relativo obtido é apresentado na Figura 5.6. Nessa figura, os pontos de mínimo potencial acústico são indicados por uma cruz branca. Dois mínimos de potencial ocorrem no centro do transdutor nas posições  $z = -20,25$  mm e  $z = -10,75$  mm. O outro mínimo de potencial tem forma de anel e ocorre na posição  $x = 8,00$  mm e  $z = -2,75$  mm.

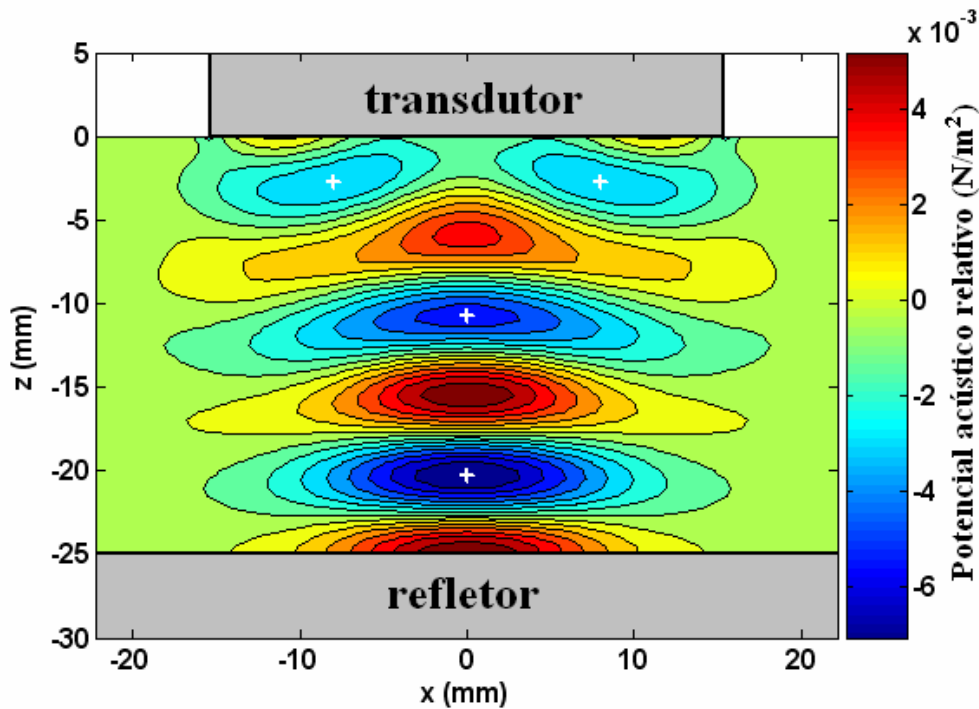


Figura 5.6: Potencial acústico relativo obtido para uma distância entre o transdutor e refletor de 25 mm e frequência de excitação igual a 19.9 kHz.

A relação entre o potencial acústico relativo e a força de radiação acústica relativa é apresentada na Figura 5.7. De acordo com essa figura, existem 5 pontos onde a força de radiação acústica é igual a zero. Dois desses pontos correspondem a um máximo de potencial acústico e três correspondem a um mínimo de potencial acústico. Somente nos pontos onde o potencial acústico é mínimo pode ocorrer a levitação acústica. Nesse caso,

se a partícula levitada sair da região de mínimo potencial, a força de radiação acústica aumenta e empurra a partícula novamente para a posição de equilíbrio. A posição  $x = 0$  mm e  $z = -1,2$  mm corresponde a um mínimo de potencial na direção  $z$ , entretanto, como pode ser observado na Figura 5.6, essa posição corresponde a um ponto de sela. Nesse caso, esse ponto também não é um ponto de levitação, pois se uma partícula for colocada nessa posição ela é empurrada para o mínimo de potencial que possui forma de anel situado em  $x = 8,00$  mm e  $z = -2,75$  mm.

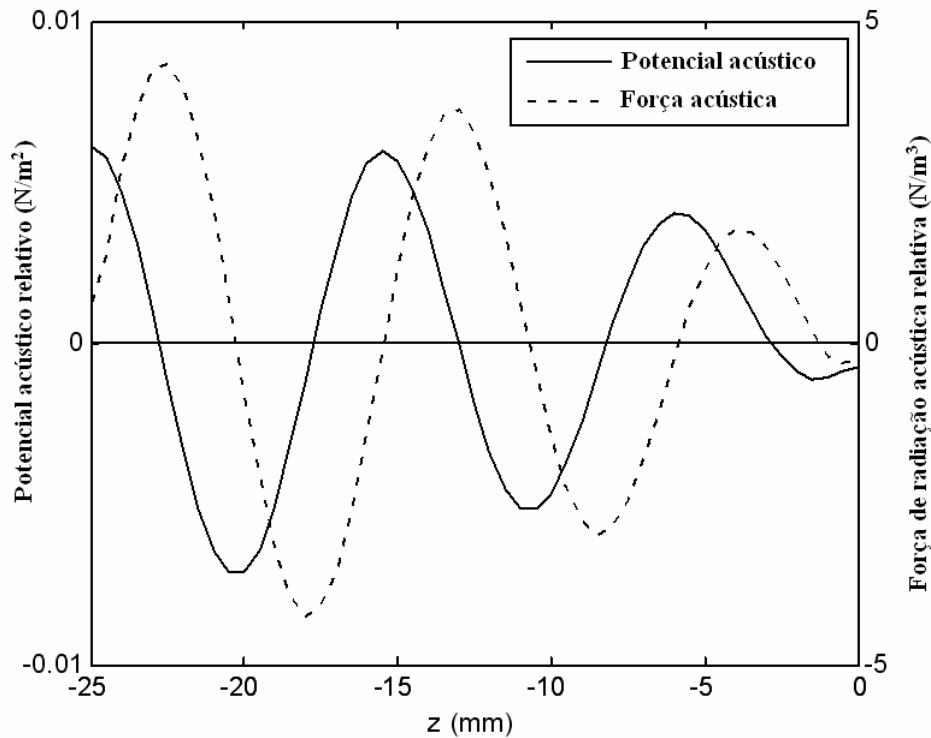


Figura 5.7: Relação entre o potencial acústico relativo e a força de radiação acústica relativa quando a distância entre o transdutor e refletor é 25 mm.

O comportamento de uma partícula na vizinhança de um ponto de mínimo potencial acústico é semelhante ao comportamento de uma massa num sistema massa mola. Em um sistema massa mola, a derivada segunda do potencial em relação à posição é igual a constante elástica da mola. Da mesma maneira pode-se definir uma constante elástica ao redor de cada mínimo de potencial. A constante elástica  $K$  é então definida por:

$$K = \frac{\partial^2 \tilde{U}}{\partial z^2} \quad (5.8)$$

A constante elástica é um parâmetro útil para determinar a capacidade de um levitador em manter as esferas presas em cada nó. Dessa maneira, quanto maior a constante elástica, maior a densidade da esfera que pode ser colocada no nó do levitador. Com o



objetivo de determinar quais são as distâncias de separação entre o transdutor e o refletor que produzem os maiores valores para a constante elástica foi utilizado o método dos elementos finitos para determinar a constante elástica em função da distância de separação  $d$ . A constante elástica em função da distância  $d$  é apresentada na Figura 5.8. Pode-se observar na Figura 5.8 que quando a distância entre o transdutor e o refletor é pequena, só existe um ponto onde pode ocorrer a levitação e conforme se aumenta a distância, começam a surgir outros pontos de levitação. De acordo com a figura, as melhores distâncias entre o transdutor e o refletor para ocorrer a levitação são 9 mm, 18 mm e 26,5 mm. Na Figura 5.8, o nó 1 corresponde ao ponto de levitação inferior, situado próximo ao refletor, o nó 2 corresponde ao ponto de levitação situado acima do nó 1 e da mesma maneira o nó 3 está situado acima do nó 2.

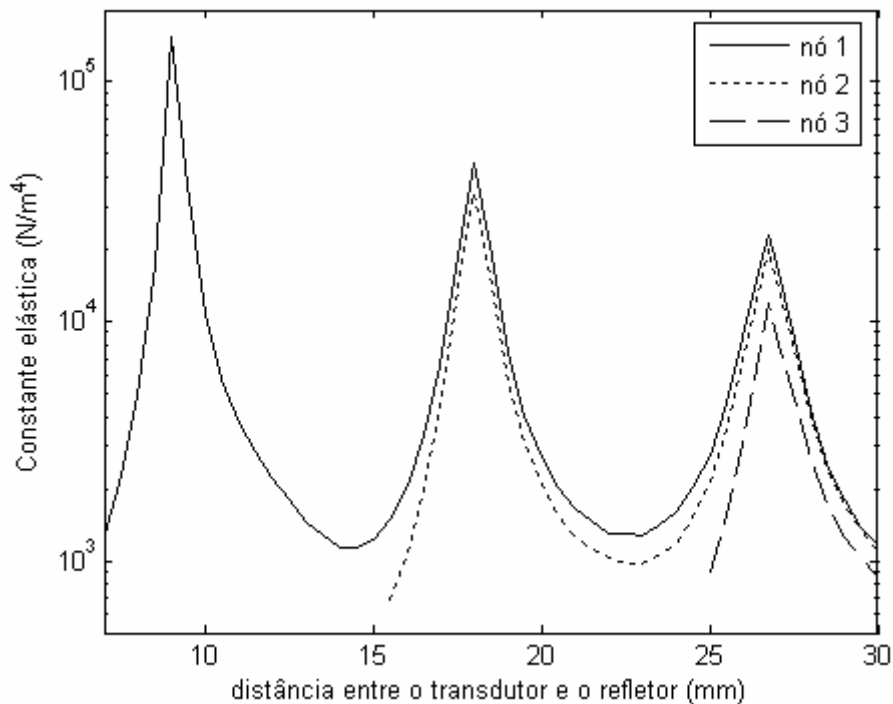


Figura 5.8: Constante elástica em função da distância entre a face do transdutor e o refletor plano.

Após determinar as melhores distâncias para a levitação, foram posicionadas pequenas bolas de isopor nos mínimos de potencial para as três diferentes distâncias entre o transdutor e o refletor. A comparação entre a posição de equilíbrio das esferas e as posições onde ocorre o mínimo de potencial é apresentada na Figura 5.9. De acordo com os resultados obtidos através do método dos elementos finitos, a maior constante elástica é obtida quando a distância entre o transdutor e o refletor é 9 mm. Nesse caso a constante elástica é igual a  $1,5 \times 10^5 \text{ N/m}^4$ . Quando a distância  $d$  é igual a 18 mm, há dois pontos de

levitação acústica e as constantes elásticas obtidas são  $4,6 \times 10^4 \text{ N/m}^4$  e  $3,4 \times 10^4 \text{ N/m}^4$  para os nós inferior e superior, respectivamente. Para uma distância de separação de 26,5 mm, as constantes elásticas dos nós são  $2,3 \times 10^4 \text{ N/m}^4$ ,  $2,0 \times 10^4 \text{ N/m}^4$  e  $1,2 \times 10^4 \text{ N/m}^4$  para os nós inferior, central e superior, respectivamente. Esse resultado está de acordo com os resultados obtidos por Xie e Wei (XIE e WEI, 2002), onde eles verificaram que a força de radiação acústica que atua numa esfera diminui quando se aumenta a distância de separação entre o transdutor e o refletor para criar mais pontos de levitação acústica.

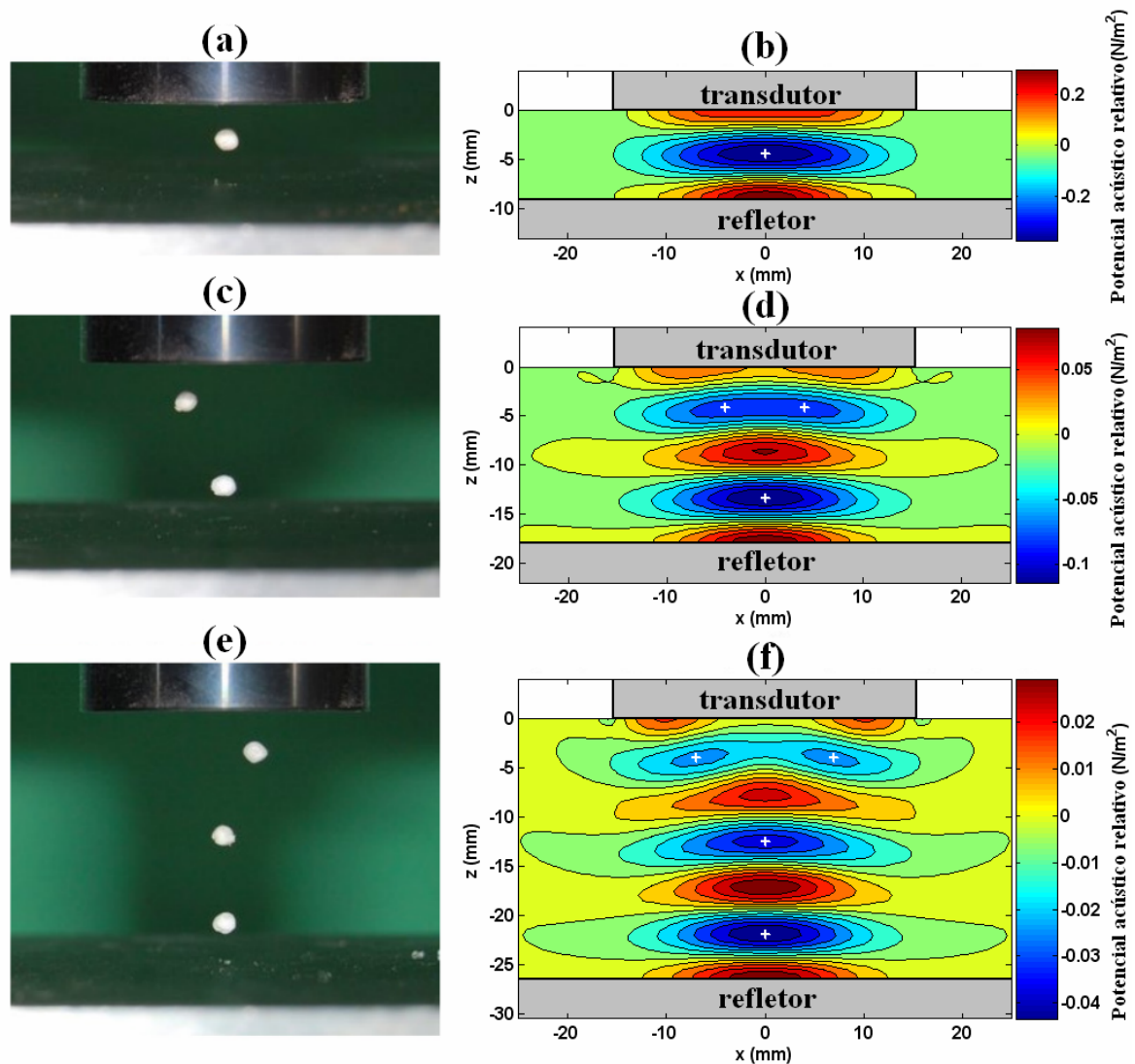


Figura 5.9: Comparação entre o potencial acústico determinado pelo método dos elementos finitos e a posição de levitação de pequenas esferas de isopor: (a) experimental (9 mm); (b) numérico (9 mm); (c) experimental (18 mm); (d) numérico (18 mm); (e) experimental (26,5 mm); (f) numérico (26,5 mm).

Como pode ser observado na Figura 5.9, as posições de levitação obtidas experimentalmente apresentam excelente concordância com os mínimos de potencial

obtido através do método dos elementos finitos. Isso mostra que a metodologia proposta para simular um levitador acústico pode ser utilizada para desenvolver levitadores acústicos com geometria mais complexas. A grande vantagem dessa metodologia é que ela permite simular inteiramente o comportamento de um levitador utilizando-se apenas um único modelo.

### **5.3. Otimização de um refletor côncavo**

Existem diversos trabalhos em que se utiliza um refletor côncavo para aumentar a força de radiação acústica que atua na partícula levitada (FIELD e SCHEELINE, 2007, XIE e WEI, 2001, XIE e WEI, 2002 e TRINH, 1985). Nessa seção é utilizado o método dos elementos finitos para desenvolver um refletor côncavo que maximiza a força de radiação acústica na partícula levitada.

Foi mostrado na seção anterior, que a distribuição de deslocamentos da face do transdutor de Langevin pode ser considerada uniforme, uma vez que o máximo de deslocamento é igual a  $0,45 \mu\text{m}$  no centro do transdutor e o mínimo deslocamento é igual a  $0,44 \mu\text{m}$  na borda da face do transdutor. Com o objetivo de reduzir o tempo computacional, o modelo utilizado nesta seção não inclui o transdutor de Langevin. Para isso é considerado que a face do transdutor vibra uniformemente com amplitude de  $0,45 \mu\text{m}$  e frequência de  $19,9 \text{ kHz}$ . O modelo axisimétrico do levitador que consiste de um transdutor plano e um refletor esférico côncavo é mostrado na Figura 5.10. Nesta figura,  $d$  é a distância entre a face do transdutor e o refletor,  $R$  é o raio de curvatura do refletor e os triângulos representam o deslocamento da face do transdutor.

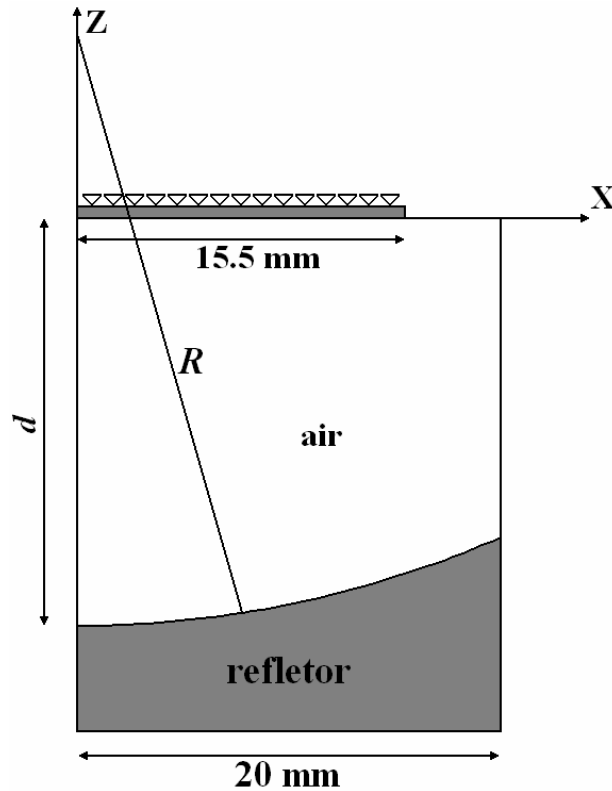


Figura 5.10: Modelo axisimétrico de um levitador acústico que consiste de um transdutor de face plana e um refletor côncavo esférico.

Para maximizar a força de radiação acústica é utilizado o método dos elementos finitos para determinar os parâmetros  $d$  e  $R$  que maximizam a constante elástica produzida pelo levitador. Para isso são feitas diversas simulações no software ANSYS para determinar a constante elástica em função de  $d$  e  $R$ . A constante elástica é calculada no domínio  $18 \text{ mm} \leq d \leq 20,5 \text{ mm}$ ,  $25 \text{ mm} \leq R \leq 90 \text{ mm}$ . Esse domínio foi escolhido de tal forma a gerar dois pontos de levitação entre o transdutor e o refletor. Xie e Wei verificaram que a força de radiação acústica aumenta quando se aumenta a profundidade do refletor, entretanto o aumento da profundidade pode fazer com que a partícula fique confinada no interior do levitador, dificultando o acesso à partícula (XIE e WEI, 2002). Para permitir o livre acesso à partícula, o diâmetro externo do refletor foi mantido fixo em 40 mm. Para determinar a constante elástica em função de  $d$  e  $R$  foi feito um programa em Matlab que gera um programa em formato de arquivo de texto para ser executado no software ANSYS. Esse programa faz uma varredura no domínio definido anteriormente e calcula automaticamente a constante elástica gerada pelo levitador para cada valor de  $d$  e  $R$ . O fluxograma do programa feito em Matlab é apresentado na Figura 5.11.

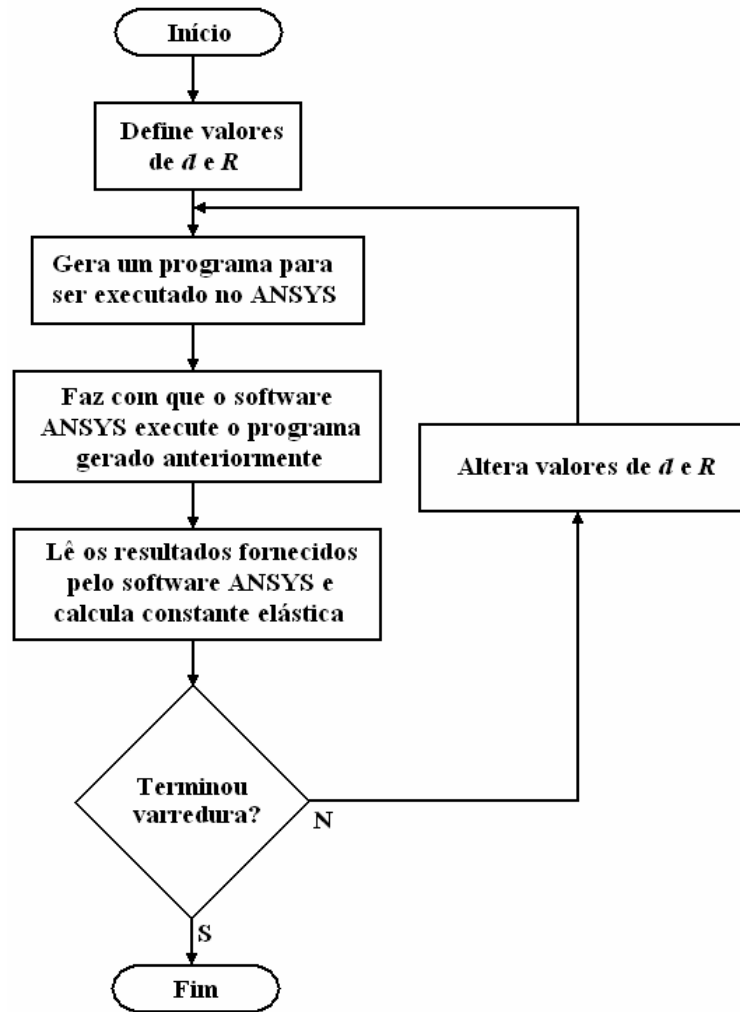


Figura 5.11: Fluxograma do programa utilizado para determinar a constante elástica em função de  $d$  e  $R$ .

Como o domínio escolhido faz com que o levitador apresente dois nós onde pode ocorrer a levitação, foi escolhido arbitrariamente um dos nós para maximizar a constante elástica. A Figura 5.12 apresenta a constante elástica do nó inferior do levitador em função de  $d$  e  $R$ . De acordo com essa figura, a máxima constante elástica ocorre quando o refletor possui um raio de curvatura de aproximadamente 30 mm e a distância de separação entre o transdutor e o refletor é igual a 19,5 mm. Também é possível observar na Figura 5.12 que a distância entre o transdutor e o refletor não pode ser calculada assumindo que esta distância é igual a meio comprimento de onda. De acordo com a figura, é necessário calcular qual distância  $d$  produz a máxima constante elástica para um dado raio de curvatura do refletor.

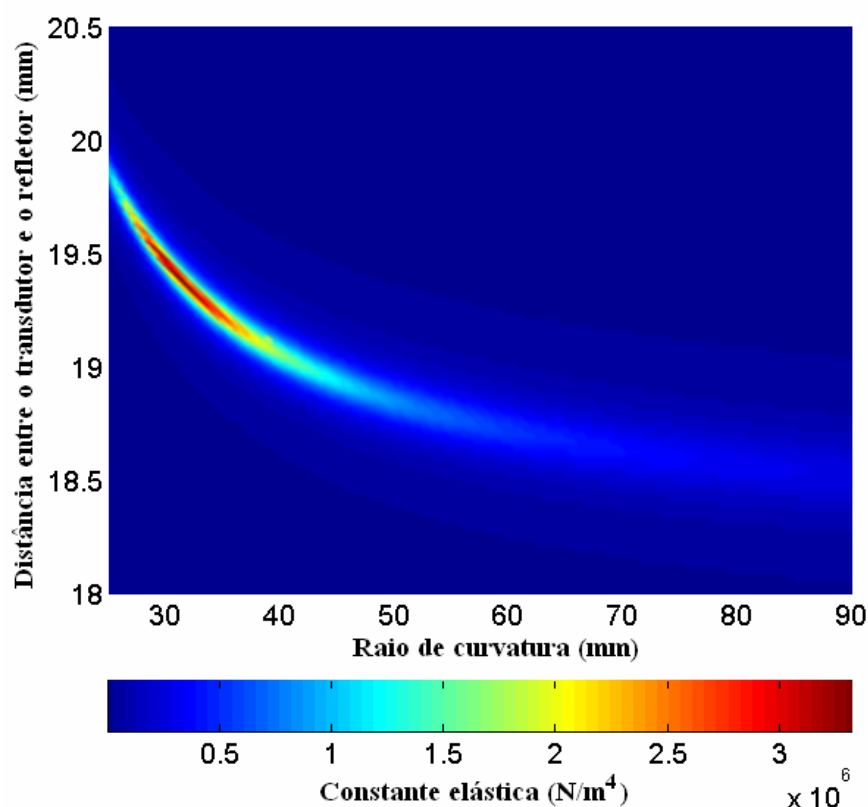


Figura 5.12: Constante elástica em função da distância  $d$  e do raio de curvatura  $R$  para o nó situado próximo ao refletor côncavo.

Depois de determinar o raio de curvatura e a distância de separação que produz a máxima constante elástica, o refletor plano utilizado anteriormente foi substituído por um refletor côncavo de latão com 30 mm de raio de curvatura. Apesar de considerar na simulação por elementos finitos que o refletor é feito de aço inoxidável, a substituição do aço por latão não deve alterar o resultado de forma significativa, já que ambos os materiais possuem uma impedância acústica característica muito maior do que a do ar. Após substituir o refletor plano pelo refletor côncavo, a distância de separação entre o transdutor e o refletor foi ajustada para aproximadamente 19,5 mm e duas pequenas esferas de isopor foram colocadas no levitador, como mostra a Figura 5.13. De acordo com a figura, há boa concordância entre as posições de levitação das esferas e as posições de mínimo potencial acústico determinadas através do método dos elementos finitos. De acordo com a simulação, a constante elástica do nó inferior corresponde a  $1,8 \times 10^6 \text{ N/m}^4$  e do nó superior corresponde a  $2,7 \times 10^6 \text{ N/m}^4$ , quando é aplicado uma tensão elétrica senoidal de 1 V de amplitude e 19,9 kHz. De acordo com esse resultado, a força de radiação acústica que atua nas esferas é aumentada significativamente quando é utilizado um refletor côncavo em vez de um refletor plano. O levitador com refletor côncavo produz uma constante elástica

18 vezes maior do que aquela obtida com um refletor plano com apenas um ponto de levitação ( $d = 9$  mm). Se for considerado que o levitador com refletor plano opera com dois pontos de levitação ( $d = 18$  mm), a razão entre a constante elástica obtida com o refletor côncavo e com o refletor plano aumenta para 58.

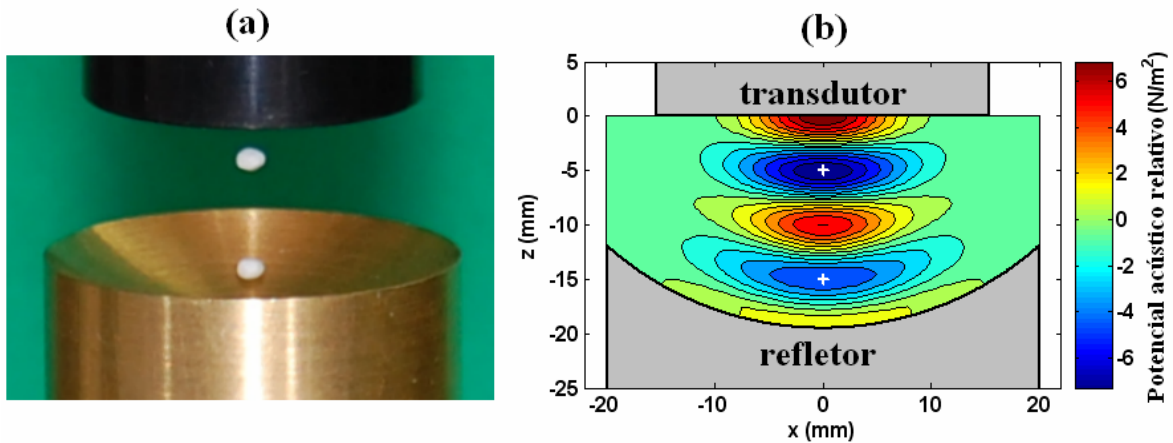


Figura 5.13: Comparação entre o potencial acústico relativo e a posição de levitação de pequenas esferas de isopor: (a) experimental; (b) numérico.

Para mostrar o aumento da força de radiação acústica no levitador com refletor côncavo, as esferas de isopor foram substituídas por duas esferas de aço com diâmetro de 2,5 mm, como é mostrado na Figura 5.14. Pode-se observar que a posição de equilíbrio das esferas de aço não coincide exatamente com as posições de equilíbrio das bolas de isopor. Na Figura 5.14 as esferas de aço estão localizadas numa posição levemente abaixo das posições das esferas de isopor. Essa alteração da posição de equilíbrio ocorre devido à força gravitacional.

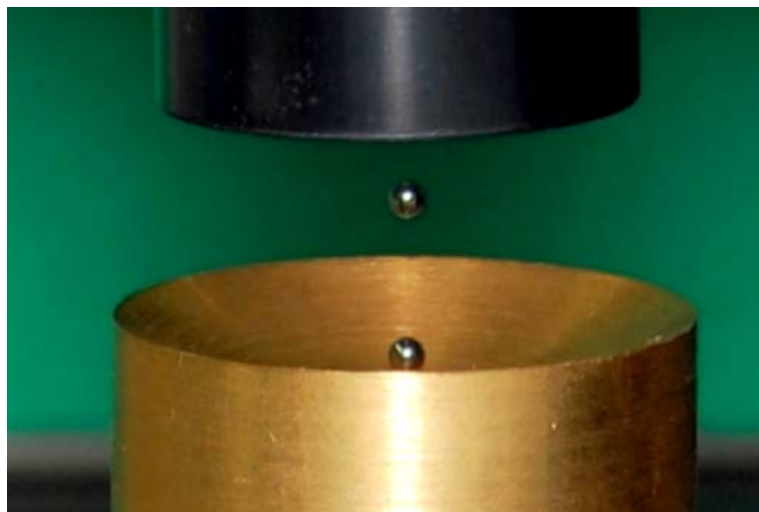


Figura 5.14: Levitação acústica de duas esferas de aço.

## 5.4. Otimização paramétrica do levitador acústico

Com o objetivo de aumentar ainda mais a força de radiação acústica gerada pelo levitador acústico, é apresentada nessa seção a otimização do levitador, que inclui tanto a otimização do transdutor como a do refletor. Nessa seção o amplificador mecânico de aço com face plana, que faz parte do transdutor, é substituído por um amplificador mecânico de alumínio, que possui face côncava. O conjunto que consiste de duas massas de alumínio e 4 cerâmicas piezelétricas não é alterado. Os parâmetros do levitador a serem otimizados são apresentados na Figura 5.15. Esses parâmetros ( $L_1$ ,  $L_2$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  e  $d$ ) são otimizados de tal forma que o levitador possua três pontos de mínimo potencial acústico. Este número de pontos de levitação foi escolhido de tal forma a permitir um fácil acesso à partícula central.

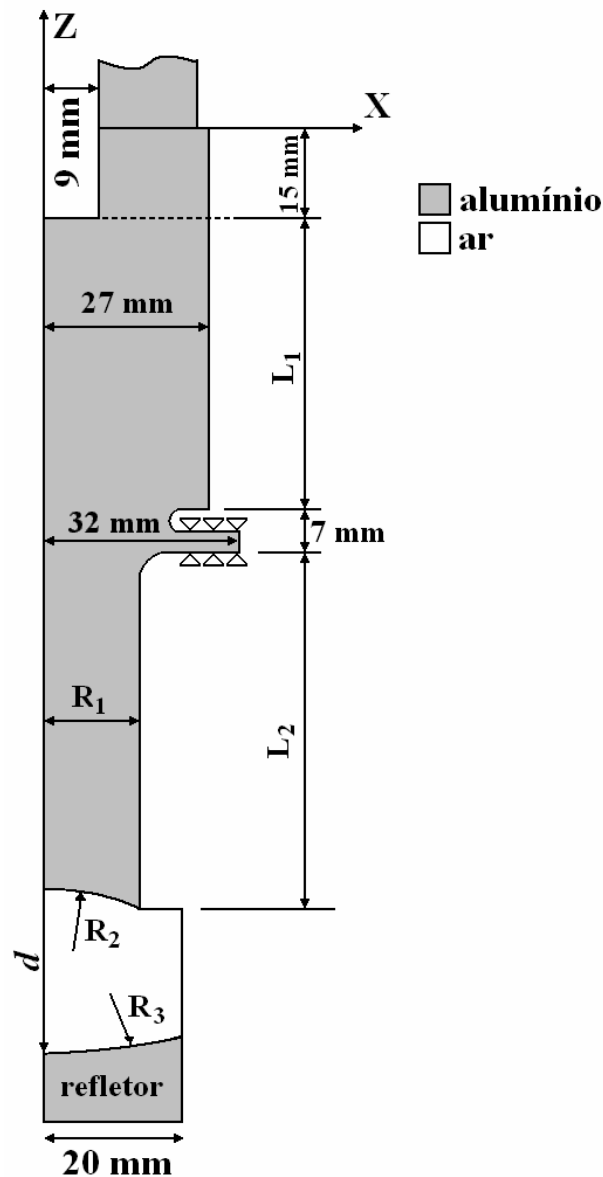


Figura 5.15: Parâmetros do levitador a serem otimizados.



Uma técnica comum no desenvolvimento de transdutores de Langevin assume que cada parte individual do transdutor vibra como um ressonador de meio comprimento de onda. De acordo com essa técnica, quando as partes individuais do transdutor são unidas para formar um transdutor, o transdutor deve possuir a mesma frequência de ressonância das partes individuais. Geralmente, a frequência de ressonância de todo o conjunto não é exatamente a mesma das partes individuais, entretanto a frequência resultante é razoavelmente próxima, o que torna esta técnica útil no desenvolvimento de transdutores do tipo Langevin. O transdutor utilizado neste trabalho é composto de duas partes: 4 discos de material piezelétrico prensados entre duas massas metálicas e de um amplificador mecânico. De acordo com a técnica tradicional, cada uma dessas partes deve vibrar com ressonador de meio comprimento de onda. Portanto o primeiro passo no desenvolvimento do transdutor é determinar a frequência de ressonância do conjunto contendo duas massas de alumínio e 4 discos de material piezelétrico. Esse conjunto é apresentado na parte superior da Figura 5.1. Para determinar a frequência de ressonância desse conjunto, foi feita uma análise harmônica no software ANSYS. Através da simulação foi obtida uma frequência de ressonância de 20387 Hz.

Os parâmetros ( $L_1$ ,  $L_2$ ,  $R_1$  e  $R_2$ ) do amplificador mecânico, que é mostrado na Figura 5.15 devem ser otimizados de tal forma que sua frequência de ressonância fique próxima a 20387 Hz. Outra condição que deve ser satisfeita é manter as amplitudes dos deslocamentos do ponto de fixação do amplificador mecânico próximas à zero. Essa condição é importante para que não haja transmissão da vibração do transdutor para a estrutura onde o transdutor é fixado. Os pontos de fixação do amplificador mecânico são representados por triângulos na Figura 5.15. Para obter a frequência de ressonância do amplificador mecânico é utilizada a análise modal no software ANSYS. No software ANSYS foram feitas diversas simulações de amplificadores mecânicos. A Tabela 5.2 apresenta uma lista de amplificadores mecânicos que possuem frequência de ressonância próxima a 20387 Hz e baixa amplitude de deslocamentos no ponto de fixação.

Tabela 5.2: Lista de amplificadores mecânicos e sua respectiva frequência de ressonância.

Amplificador mecânico	$L_1$ (mm)	$L_2$ (mm)	$R_1$ (mm)	$R_2$ (mm)	Frequência de ressonância (Hz)
1	48,5	59,5	10,0	100,0	20403
2	48,5	55,5	15,0	100,0	20466
3	48,5	56,0	15,0	50,0	20433
4	42,5	58,0	18,0	50,0	20385
5	42,7	58,2	18,0	40,0	20410
6	43,0	58,5	18,0	35,0	20410

Depois de determinar a frequência individual dos amplificadores mecânicos, cada um dos amplificadores mecânicos listados na Tabela 5.2 é acoplado ao conjunto de 4 discos de material piezelétrico e duas massas de alumínio e é feita uma análise harmônica no ANSYS para determinar a frequência de ressonância do transdutor. A frequência de ressonância resultante para cada transdutor e a amplitude de deslocamento no centro da face do transdutor é apresentada na Tabela 5.3. A comparação entre as frequências de ressonância das Tabelas 5.2 e 5.3 mostra que há um pequeno desvio da frequência de ressonância quando o amplificador mecânico é acoplado ao conjunto contendo duas massas de alumínio e 4 discos de material piezelétrico.

Tabela 5.3: Frequência de ressonância do transdutor e amplitude do deslocamento em sua face.

Transdutor	Frequência de ressonância (Hz)	Amplitude do deslocamento ( $\mu\text{m}$ )
1	20435	1,02
2	20466	0,97
3	20484	0,82
4	20471	0,80
5	20490	0,64
6	20479	0,52

Para determinar qual transdutor produz a maior força de radiação acústica sobre a partícula levitada é utilizado um programa de otimização para determinar os valores de  $R_3$  e  $d$  que produzem a máxima constante elástica no nó central do levitador. A otimização é feita para cada um dos transdutores da Tabela 5.3. O fluxograma utilizado para determinar os valores de  $R_3$  e  $d$  é apresentado na Figura 5.16. Nessa otimização é utilizado o método de Nelder-Mead para determinar os valores de  $R_3$  e  $d$  que minimizam a função objetivo, que é definida como o inverso da constante elástica do ponto de levitação central. O método de Nelder-Mead é utilizado através da função “fminsearch” do Matlab. Para cada iteração é feita uma chamada ao software ANSYS para determinar o potencial acústico entre o transdutor e o refletor e conseqüentemente o inverso da constante elástica do ponto de levitação central. Em todas as otimizações foram utilizados os valores  $R_3 = 30$  mm e  $d =$

28,5 mm como condição inicial. Os valores de  $R_3$  e  $d$  que maximizam a constante elástica do nó central são apresentados na Tabela 5.4. De acordo com essa tabela, o transdutor número 6 produz a máxima constante elástica, para o qual o raio de curvatura  $R_3$  é igual a 33,06 mm e a distância entre o transdutor e o refletor corresponde a 28,39 mm.

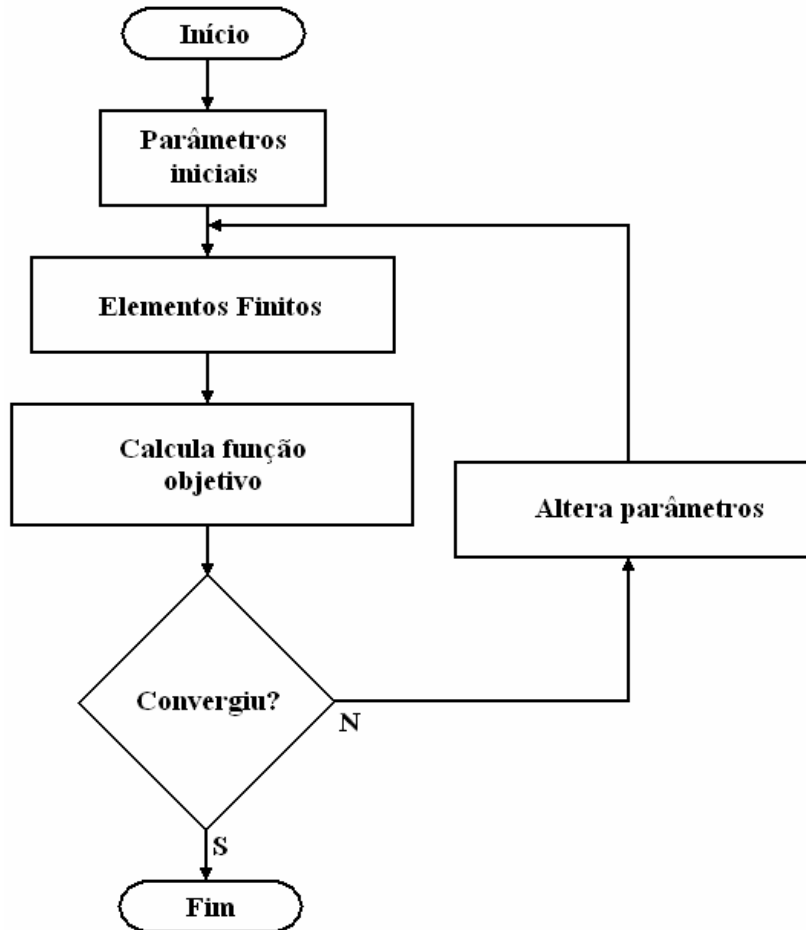


Figura 5.16: Fluxograma do programa utilizado para determinar a constante elástica em função de  $d$  e  $R_3$ .

Tabela 5.4: Parâmetros que maximizam a constante elástica  $K$  do ponto central de levitação.

Transdutor	$R_3$ (mm)	$d$ (mm)	$K$ (N/m <sup>4</sup> )
1	29,98	28,49	$2,19 \times 10^5$
2	37,89	27,82	$1,27 \times 10^6$
3	32,86	28,25	$2,51 \times 10^6$
4	38,05	28,03	$4,38 \times 10^6$
5	34,55	28,27	$8,62 \times 10^6$
6	33,06	28,39	$13,9 \times 10^6$

Com o objetivo de verificar a nova geometria do levitador, foram fabricados um amplificador mecânico de alumínio cujas dimensões são apresentadas no item 6 da Tabela 5.2 e um refletor côncavo com um raio de curvatura de 33 mm. Ambas as peças foram feitas de alumínio. O amplificador mecânico foi acoplado ao conjunto de 4 cerâmicas

piezelétricas e duas massas de alumínio e a distância entre o transdutor e o refletor foi ajustada para aproximadamente 28,4 mm. Três esferas de aço com um diâmetro de 2,5 mm foram colocadas nos nós do levitador. A comparação entre o potencial acústico determinado numericamente e as posições de levitação das esferas de aço são apresentadas na Figura 5.17. Devido à superfície côncava da face do transdutor não é possível visualizar por este ângulo a esfera situada no nó superior do levitador. Como pode ser observado pela Figura 5.17 há boa concordância entre as posições de levitação das esferas com as posições de mínimo potencial acústico. A constante elástica obtida com o novo levitador é 92 vezes maior do que a obtida com o refletor plano para o caso de apenas um ponto de levitação. Se for feita a comparação para o caso onde o levitador opera com três pontos de levitação, a constante elástica obtida com o transdutor com face côncava e refletor côncavo é 604 vezes maior do que a obtida com o levitador com transdutor de face plana e refletor plano. Com o propósito de determinar a mínima potência elétrica necessária para levitar as esferas de aço, a tensão elétrica aplicada ao transdutor foi reduzida até que uma das esferas caísse sobre o refletor. A mínima potência elétrica necessária para levitar as esferas de aço corresponde a 0,9 W. Como se observa na Figura 5.17, a partícula central é bastante acessível nesse novo levitador, o que permite realizar alguns experimentos na área de química, em que é necessário utilizar equipamentos de espectroscopia Raman e aparelhos de difração de raio-x.

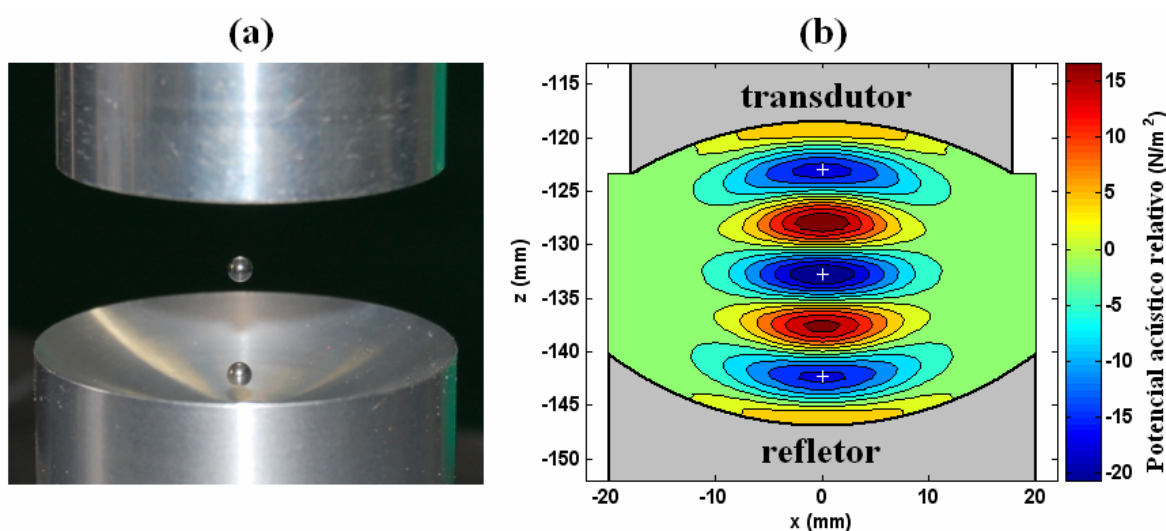


Figura 5.17: Comparação entre as posições de levitação de esferas de aço com o potencial acústico determinado numericamente: (a) experimento; (b) resultado numérico.

# CAPÍTULO 6: MANIPULAÇÃO DE PARTÍCULAS POR ONDAS PROGRESSIVAS

## 6.1. Introdução

Neste capítulo é apresentado um modelo numérico para prever a trajetória de partículas esféricas na presença de uma onda acústica progressiva. O modelo considera que as seguintes forças atuam na partícula: forças viscosas, gravidade, empuxo e força de radiação acústica devido a uma onda progressiva. Após apresentar o modelo numérico, é descrito o aparato experimental utilizado para verificar o modelo numérico.

## 6.2. Modelo numérico

Nesta seção é apresentado um modelo numérico para prever a trajetória de partículas esféricas quando soltas em frente a um transdutor de ultra-som, que emite uma onda progressiva. De acordo com esse modelo, as forças que atuam na partícula são apresentadas na Figura 6.1. Nessa figura,  $F_b$  é a força devido ao empuxo,  $F_g$  é a força devido à gravidade,  $F_{vx}$  é a força viscosa na direção  $x$ ,  $F_{vy}$  é a força viscosa na direção  $y$  e  $F_w$  é a força que a onda progressiva exerce na partícula. De acordo com o capítulo 4, a onda gerada pelo transdutor gera uma correnteza acústica no fluido. Num primeiro momento é desconsiderada a influência da correnteza acústica na movimentação da partícula.

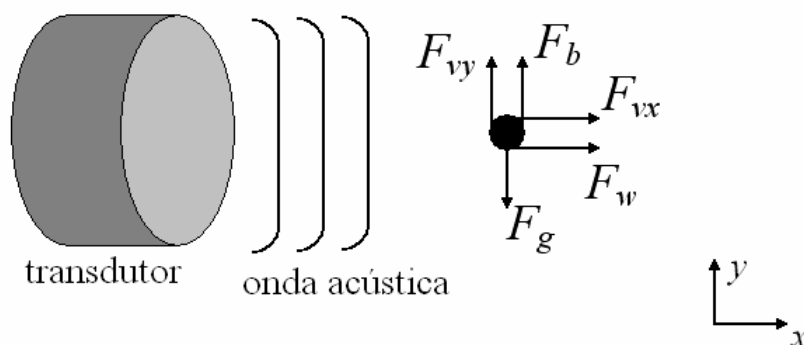


Figura 6.1: Forças que atuam numa esfera.

As forças devido à gravidade  $F_g$  e ao empuxo  $F_b$  são dadas, respectivamente, por:

$$F_g = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_p g \quad (6.1)$$

$$F_b = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho g \quad (6.2)$$

onde  $R$  é o raio da partícula,  $\rho_p$  é a densidade da partícula,  $\rho$  é a densidade do fluido e  $g$  é a aceleração da gravidade.

Uma das maneiras mais simples de modelar as forças viscosas que atuam numa esfera é através da lei de Stokes. Assumindo-se que o fluido está em repouso, a força viscosa que atua numa esfera de raio  $R$  é dada por (CATTANI, 1990):

$$F = -6\pi\eta Ru \quad (6.3)$$

onde  $\eta$  é a viscosidade dinâmica do fluido e  $u$  é a velocidade da partícula. A lei de Stokes também pode ser expressa em termos do coeficiente de arrasto e do número de Reynolds.

O coeficiente de arrasto  $C_d$  é definido por:

$$C_d = -\frac{2F}{\rho u^2 \pi R^2} \quad (6.4)$$

Para uma esfera, o número de Reynolds  $Re$  é dado por:

$$Re = \frac{2Ru\rho}{\eta} \quad (6.5)$$

Combinando as equações (6.3), (6.4) e (6.5) obtém-se o coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds:

$$C_d = \frac{24}{Re} \quad (6.6)$$

As equações (6.3) e (6.6) são válidas para baixos valores de número de Reynolds. Essa restrição faz com que as equações só sejam válidas quando o raio das partículas é bem pequeno. Com o objetivo de não restringir o modelo para uma pequena faixa de número de Reynolds, a modelagem das forças viscosas é feita através de uma equação empírica que é válida para uma grande faixa de número de Reynolds. Essa equação foi obtida por Almedeij (ALMEDEIJ, 2008). As forças que atuam numa esfera de raio  $R$  são dadas por:

$$F_{vx} = -\frac{1}{2} \rho \pi C_d (uR)^2 \frac{u_x}{u} \quad (6.7)$$

$$F_{vy} = -\frac{1}{2} \rho \pi C_d (uR)^2 \frac{u_y}{u} \quad (6.8)$$

Nas equações acima,  $u_x$  é a velocidade da partícula na direção  $x$ ,  $u_y$  é a velocidade da partícula na direção  $y$ ,  $u$  é o módulo da velocidade da partícula. De acordo com Almedeij (ALMEDEIJ, 2008), o coeficiente de arrasto  $C_d$  é dado por:

$$C_d = \left[ \frac{1}{(\varphi_1 + \varphi_2)^{-1} + (\varphi_3)^{-1}} + \varphi_4 \right]^{1/10} \quad (6.9)$$

Na equação acima, as funções  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$  e  $\varphi_4$  são dadas por:

$$\varphi_1 = \left( \frac{24}{\text{Re}} \right)^{10} + \left( \frac{21}{\text{Re}^{-0.67}} \right)^{10} + \left( \frac{4}{\text{Re}^{-0.33}} \right)^{10} + 0.4^{10} \quad (6.10)$$

$$\varphi_2 = \frac{1}{(0.148 \text{Re}^{0.11})^{-10} + (0.5)^{-10}} \quad (6.11)$$

$$\varphi_3 = (0.157 \times 10^8 \text{Re}^{-1.625})^{10} \quad (6.12)$$

$$\varphi_4 = \frac{1}{(6 \times 10^{-17} \text{Re}^{2.63})^{-10} + (0.2)^{-10}} \quad (6.13)$$

A Figura 6.2 apresenta a comparação entre o coeficiente de arrasto obtido pela lei de Stokes e pela equação empírica de Almedeij. Como pode se observar, há boa concordância entre as duas curvas quando o número de Reynolds é inferior a 1.

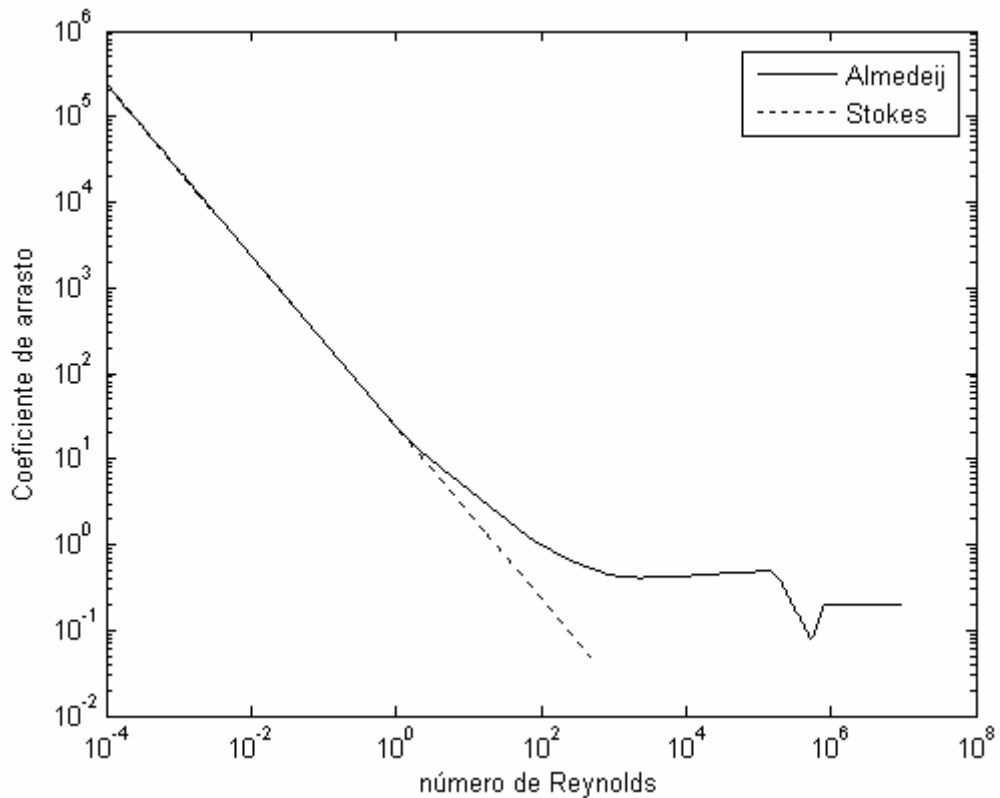


Figura 6.2: Coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds.

Neste trabalho, utilizam-se pequenas esferas de vidro para validar o modelo proposto nesta seção. Tipicamente, as esferas de vidro possuem uma densidade próxima a  $2500 \text{ kg/m}^3$ . Para determinar o raio máximo da esfera de vidro para que a lei de Stokes ainda seja válida, a curva da Figura 6.3 apresenta a velocidade de queda de uma esfera de vidro em água em função do raio. Nos resultados dessa figura, foi considerado que a densidade da esfera é igual a  $2500 \text{ kg/m}^3$  e que a viscosidade dinâmica da água é  $8,9 \times 10^{-4} \text{ Pa.s}$ . Pelo resultado da Figura 6.3, a lei de Stokes não pode ser utilizada quando o raio da partícula excede  $50 \mu\text{m}$ . Como as partículas utilizadas nesse trabalho possuem raios superiores a  $50 \mu\text{m}$ , é utilizada a equação empírica de Almedej para calcular as forças viscosas que atuam na partícula.

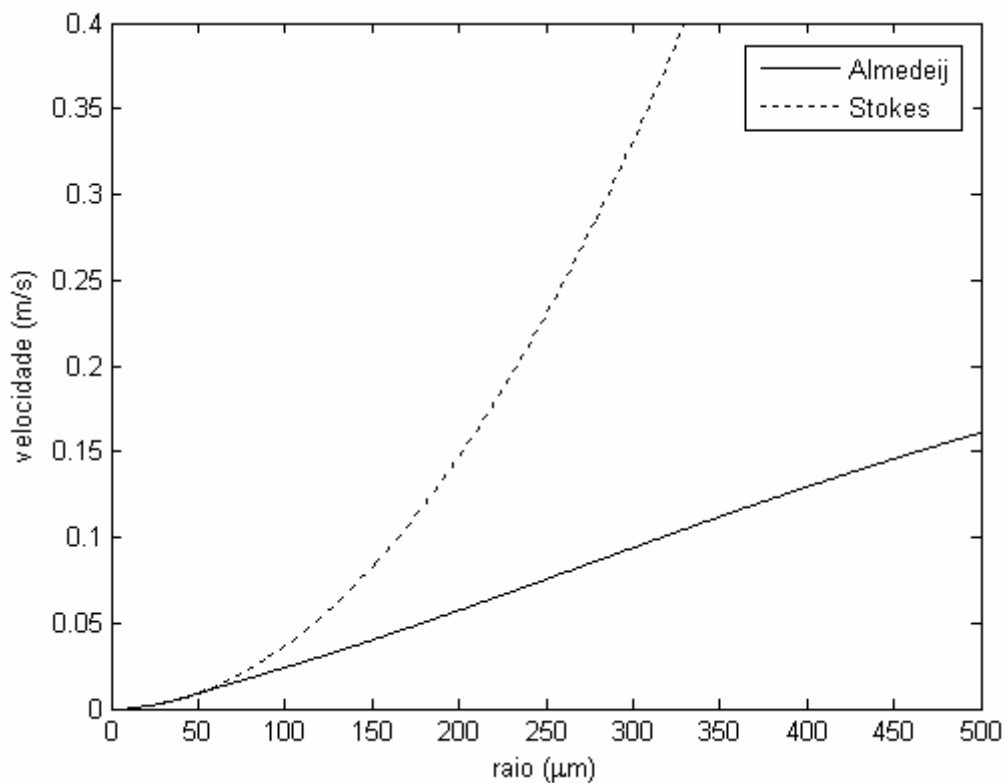


Figura 6.3: Velocidade de queda de uma esfera com densidade de  $2500 \text{ kg/m}^3$  em água em função do raio.

Neste trabalho, a modelagem da força de radiação acústica pode ser feita através das teorias de King e de Hasegawa e Yosioka. De acordo com a teoria de King, a força de radiação acústica é determinada através das equações (3.7) e (3.8). A equação (3.7) pode ser utilizada quando o produto entre o número de onda e o raio da partícula é muito menor do que 1 e a equação (3.8) deve ser utilizada quando esse produto equivale a 1. O modelo de King assume também que a partícula é rígida. A força de radiação acústica determinada



pela teoria de Hasegawa e Yosioka é dada pela equação (3.9). Ao contrário da teoria de King, a teoria de Hasegawa e Yosioka assume que a partícula é elástica.

As duas teorias assumem que a onda que atinge a partícula é plana. Entretanto, foi mostrado no capítulo 2 que a onda acústica gerada por um transdutor circular não é exatamente plana, e que a distribuição de amplitude de pressão em frente ao transdutor não é constante em função da posição. Para determinar corretamente a força de radiação acústica é necessário conhecer a distribuição de pressão gerada pelo transdutor de ultrassom. Nesse trabalho, é utilizado um transdutor de 35 mm de diâmetro e 1 MHz de frequência. É utilizado um hidrofone calibrado de 0,5 mm de diâmetro (modelo HPM05/3 da Precision Acoustics Ltd.) para medir a distribuição de pressão gerada pelo transdutor. O hidrofone utilizado possui uma incerteza da ordem de 16% para medir a pressão acústica a 1 MHz. Com o objetivo de diminuir a incerteza na medição de pressão acústica é utilizada uma balança acústica (RFB-2000 da Onda Corp.) para medir a potência da onda emitida pelo transdutor. A utilização da balança acústica permite reduzir a incerteza de 16% para menos de 5%. Primeiramente é utilizada a balança acústica para medir a potência total da onda quando o transdutor é excitado com um sinal senoidal de 40 Vpp de amplitude. Em seguida é utilizado o hidrofone calibrado para medir a distribuição de pressão gerada pelo transdutor em um plano paralelo a face do transdutor. A distribuição de pressão medida a uma distância de 100 mm da face do transdutor é apresentada na Figura 6.4. A distribuição de pressão mostrada na figura foi corrigida utilizando o valor de potência obtido com a balança acústica. A correção é feita considerando-se que a integral da intensidade no plano  $x = 100$  mm deve ser igual a potência total da onda acústica. A potência medida com a balança acústica corresponde a 2,04 W quando o transdutor é excitado com um sinal senoidal de 40 Vpp. A medição de potência acústica foi feita seguindo o procedimento da norma IEC61161 (IEC61161).

Após medir a potência acústica e corrigir o valor de pressão medido pelo hidrofone, foi medida a distribuição de pressão gerada pelo transdutor num plano perpendicular a face do transdutor. A distribuição de pressão é apresentada na Figura 6.5. Essa distribuição de pressão é utilizada nas teorias de King ou de Hasegawa e Yosioka para determinar a força de radiação acústica sobre a partícula.

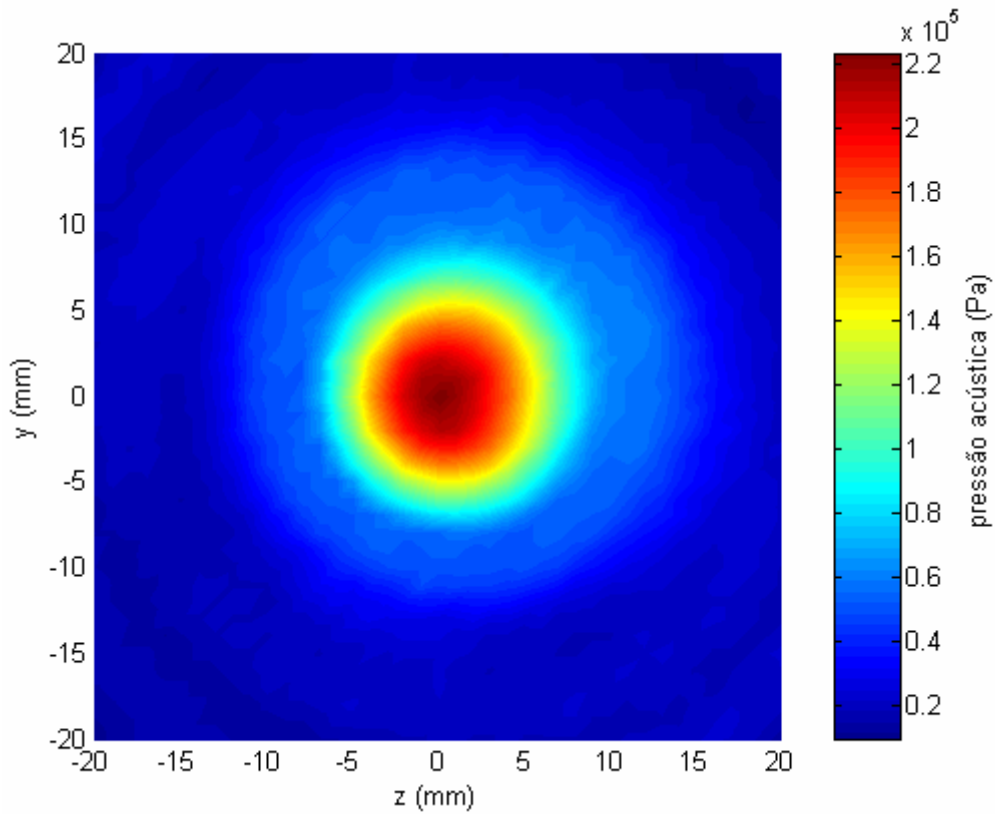


Figura 6.4: Distribuição de pressão no plano  $yz$  para  $x = 100$  mm quando o transdutor é excitado com um sinal senoidal de 40 Vpp (correspondente a 2,04 W) de amplitude e 1 MHz de frequência.

Conhecendo-se as forças que agem na partícula esférica, sua trajetória é determinada através do método das diferenças finitas. Discretizando o tempo em intervalos de tempo  $\Delta t$ , a posição da partícula em função do tempo é obtida através das seguintes equações:

$$x(t + \Delta t) = x(t) + u_x(t)\Delta t + \frac{a_x}{2}(\Delta t)^2 \quad (6.14)$$

$$y(t + \Delta t) = y(t) + u_y(t)\Delta t + \frac{a_y}{2}(\Delta t)^2 \quad (6.15)$$

$$u_x(t + \Delta t) = u_x(t) + a_x\Delta t \quad (6.16)$$

$$u_y(t + \Delta t) = u_y(t) + a_y\Delta t \quad (6.17)$$

Nas equações acima, as acelerações  $a_x$  e  $a_y$  são dadas por:

$$a_x = \frac{(F_{vx} + F_w)}{\left(\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_p\right)} \quad (6.18)$$

$$a_y = \frac{(F_{vy} + F_b - F_g)}{\left(\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_p\right)} \quad (6.19)$$

As acelerações  $a_x$  e  $a_y$  devem ser calculadas a cada iteração. Num primeiro momento não é considerado o fenômeno da correnteza acústica no cálculo da trajetória das partículas.

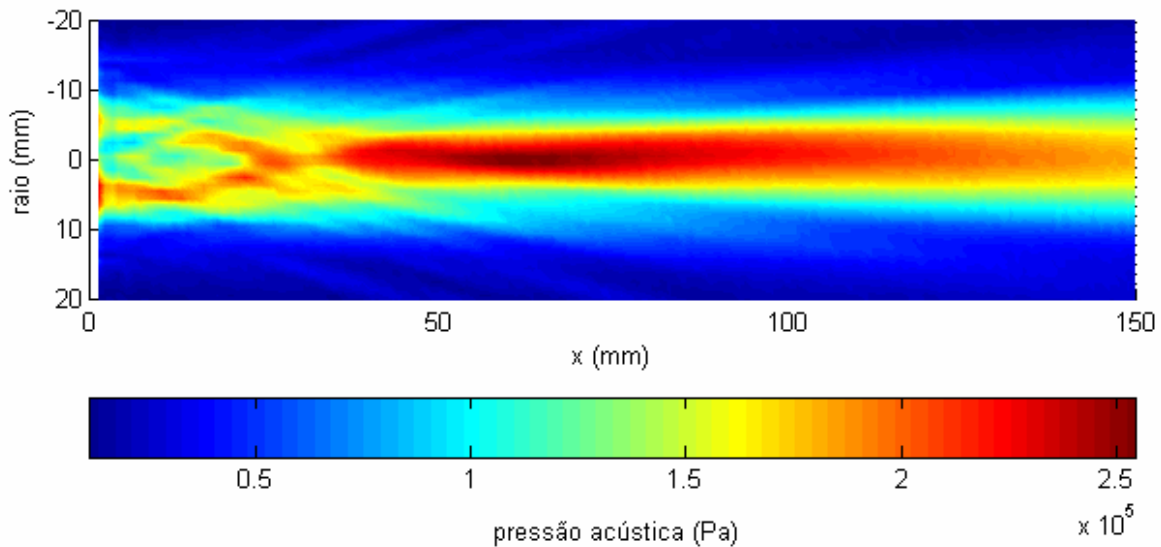


Figura 6.5: Distribuição de pressão quando o transdutor é excitado com um sinal senoidal de 40 Vpp de amplitude e 1 MHz de frequência.

### 6.3. Caracterização das partículas esféricas

Para verificar o modelo proposto na seção anterior são utilizadas pequenas esferas de vidro, com diâmetro inferior a 1 mm. Para utilizar o modelo é necessário conhecer o diâmetro e a densidade das esferas de vidro, sendo que as esferas utilizadas nesse trabalho não possuem exatamente o mesmo diâmetro. Como as partículas de vidro possuem diâmetros diferentes é necessário conhecer a distribuição de diâmetros. A determinação dos diâmetros é feita a partir das fotografias das partículas obtidas com um microscópio ótico. A Figura 6.6 apresenta a fotografia das partículas de vidro obtidas com o microscópio ótico. A partir de diversas fotografias das esferas foram determinadas as distribuições dos diâmetros das esferas, que é apresentada na Figura 6.7. No total foram utilizadas 467 partículas na obtenção da distribuição dos diâmetros. Nas Figura 6.7 é também apresentada uma gaussiana que foi obtida a partir da média e do desvio padrão. A média dos diâmetros, o desvio padrão e a densidade das partículas são apresentados na

Tabela 6.1. A densidade das partículas foi obtida a partir das medições com um picnômetro.

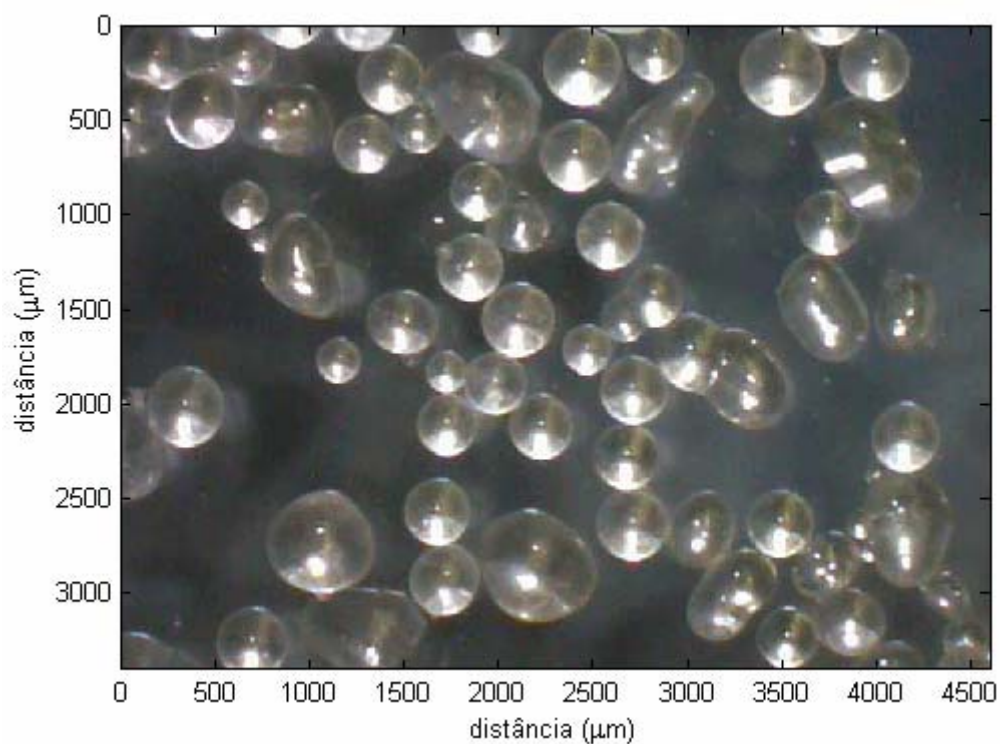


Figura 6.6: Fotografia das partículas de vidro.

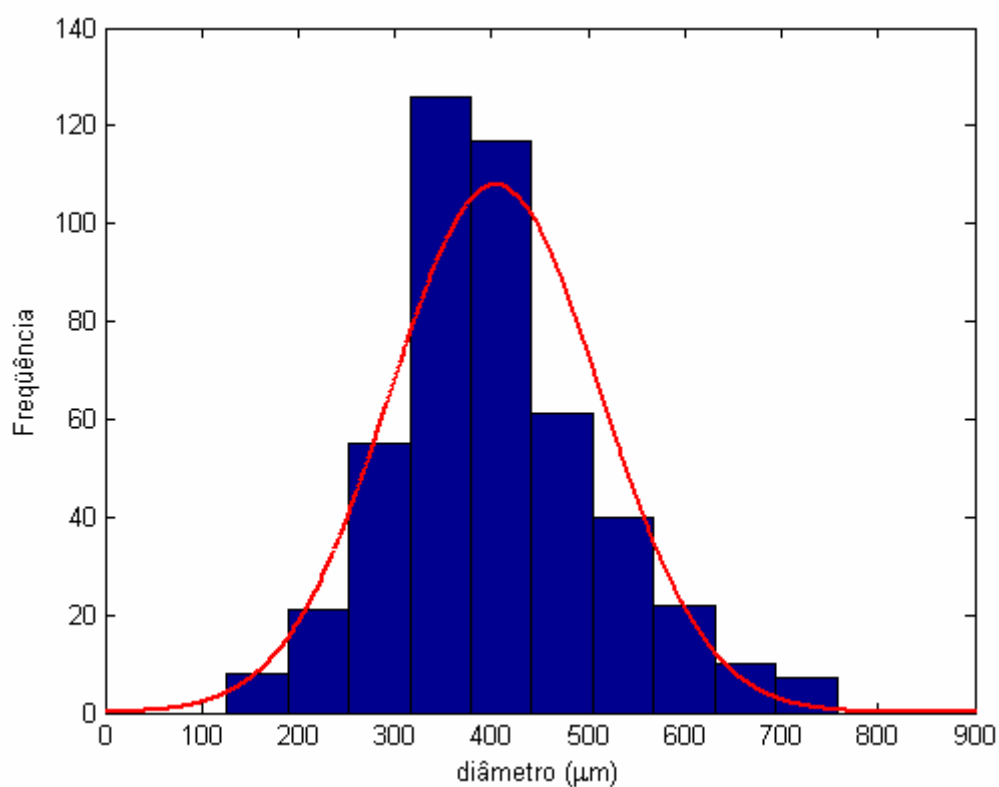


Figura 6.7: Distribuição do diâmetro das partículas de vidro.

Tabela 6.1: Propriedades das partículas de vidro.

propriedade	valores
diâmetro médio ( $\mu\text{m}$ )	404
desvio padrão ( $\mu\text{m}$ )	108
densidade ( $\text{kg/m}^3$ )	2472

#### 6.4. Aparato experimental

A verificação do modelo proposto na seção 6.2 é feita utilizando o aparato experimental da Figura 6.8. No experimento realizado, pequenas esferas de vidro são soltas em frente a um transdutor de ultra-som de 35 mm de diâmetro e 1 MHz de frequência. No experimento o transdutor é excitado com um sinal senoidal de 40 Vpp de amplitude. A amplitude de 40 Vpp não é alta o suficiente para causar uma propagação não linear da onda acústica, uma vez que não foi possível observar nas medições com hidrofone, a geração de harmônicos da frequência fundamental. No experimento foi utilizada uma câmera CCD para determinar a trajetória das partículas. A câmera utilizada pode ser controlada pelo software Matlab e ela foi configurada para tirar diversas fotografias com tempo de exposição de 1 segundo. Durante o experimento, as luzes do laboratório foram mantidas apagadas e foi utilizada uma lâmpada estroboscópica para iluminar as partículas de vidro. A lâmpada estroboscópica foi ajustada para emitir flashes de luz com uma frequência de 20 Hz. Através desse experimento é possível conhecer não somente a trajetória das partículas, mas também a velocidade com que as esferas caem na água. Uma das fotografias obtidas com o experimento é mostrada na Figura 6.9(a). Na Figura 6.9(b) é apresentada a trajetória da partícula de vidro obtida a partir da fotografia da Figura 6.9(a).

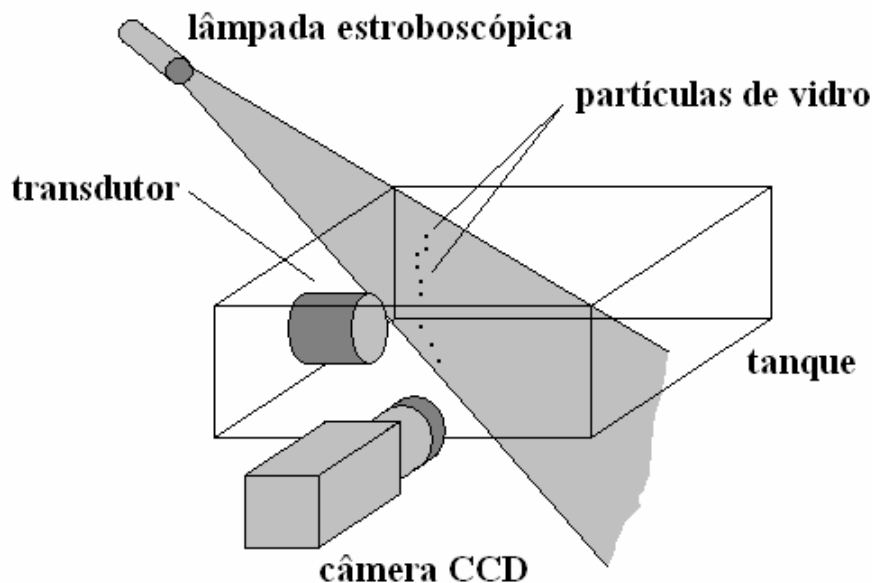


Figura 6.8: Aparato experimental utilizado para medir a trajetória das partículas.

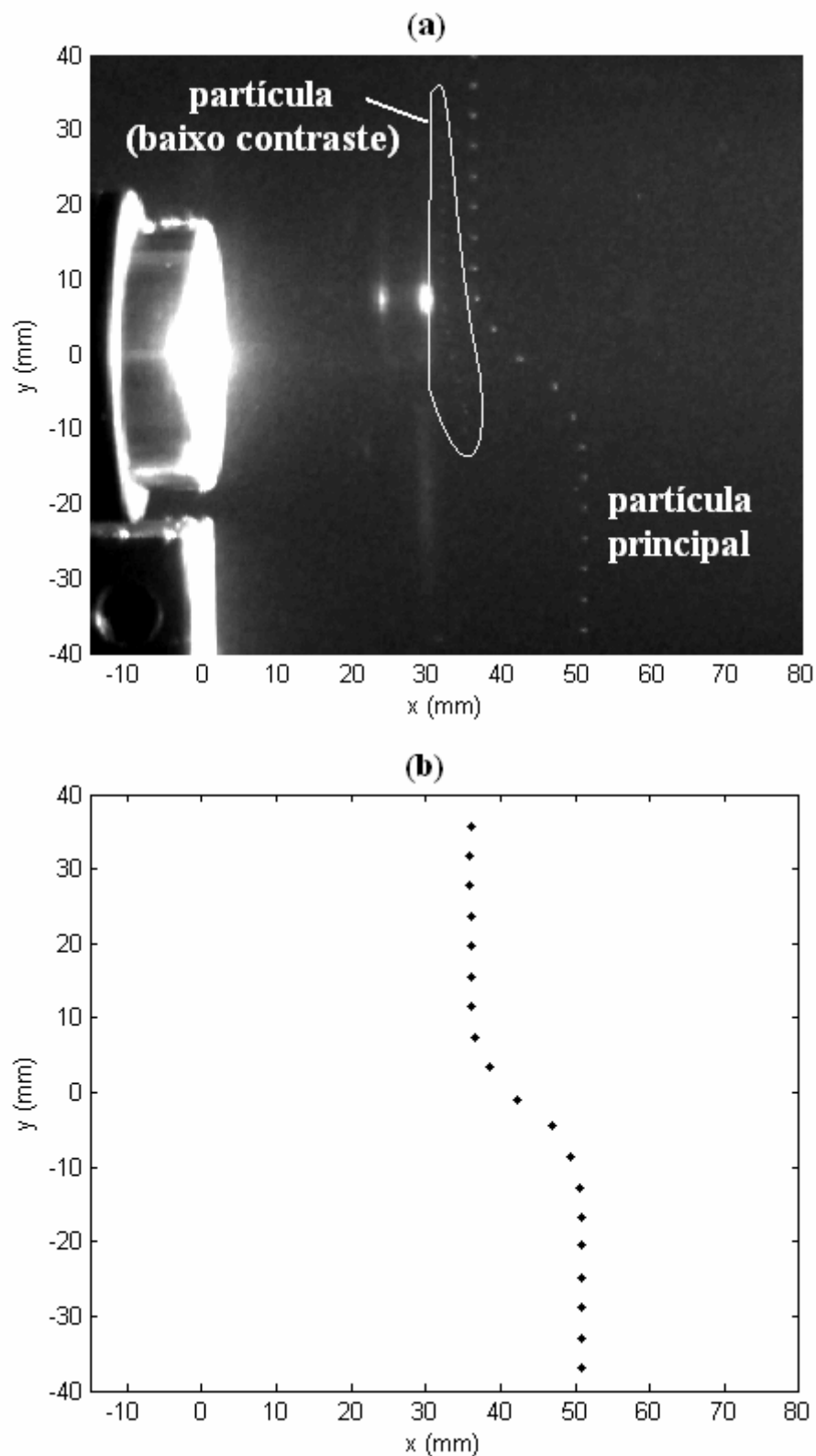


Figura 6.9: Trajetória da partícula de vidro que cai em frente ao transdutor de ultra-som: (a) fotografia com tempo de exposição de 1 segundo; (b) trajetória obtida a partir da fotografia.

Através das posições da partícula onde ocorreram os flashes de luz é possível determinar a velocidade de queda das partículas que, quando conhecida possibilita a

determinação do raio das partículas de vidro que caem em frente ao transdutor. O cálculo do raio da partícula é feito utilizando-se a equação empírica de Almedeij (ALMEDEIJ, 2008). Considerando que a densidade das partículas de vidro é igual a  $2472 \text{ kg/m}^3$ , que a viscosidade dinâmica da água é  $8,9 \times 10^{-4} \text{ Pa.s}$  e que a aceleração da gravidade corresponde a  $9,81 \text{ m/s}^2$ , o gráfico do raio da partícula em função da velocidade de queda é apresentado na Figura 6.10. Para o caso da partícula de vidro apresentada na Figura 6.9, a velocidade de queda corresponde a  $80,1 \text{ mm/s}$  e o raio da partícula é igual a  $267 \mu\text{m}$ .

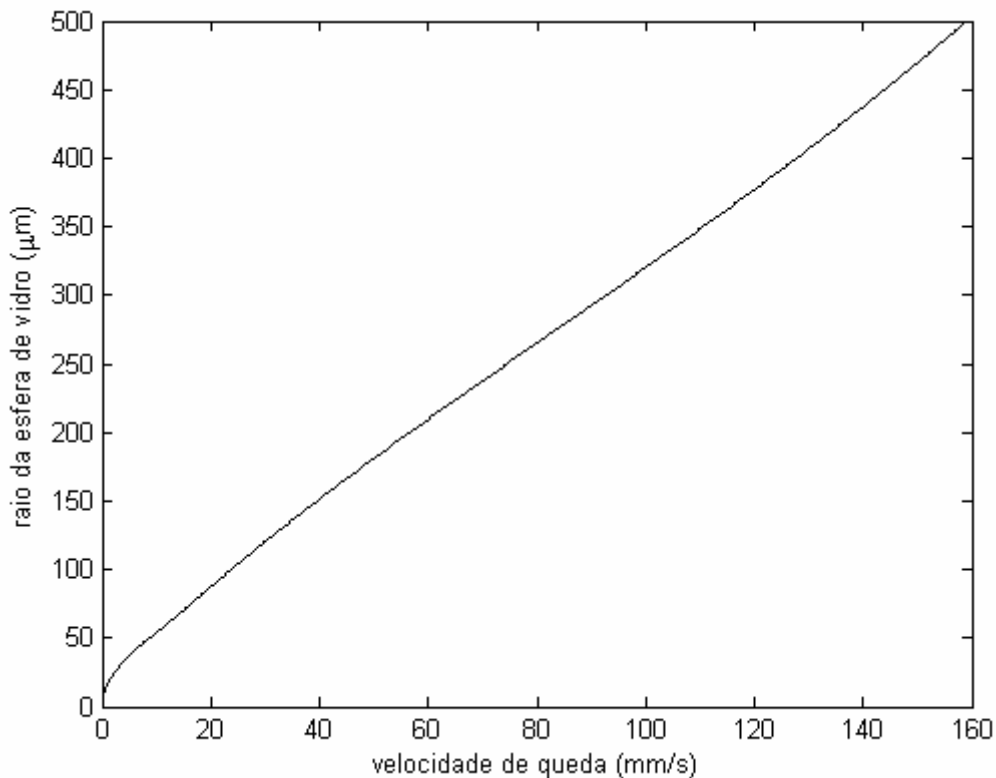


Figura 6.10: Raio da esfera de vidro em função da velocidade de queda em água.

Utilizando o aparato experimental da Figura 6.8 foram obtidas as trajetórias de 112 partículas de vidro. Para cada uma das partículas foi determinada a velocidade de queda e então foi utilizada a equação empírica de Almedeij para determinar o raio de cada uma das partículas. A distribuição dos diâmetros da partícula de vidro é apresentada no histograma da Figura 6.11. A média dos diâmetros corresponde a  $473 \mu\text{m}$  e o desvio padrão do diâmetro é igual a  $52 \mu\text{m}$ . Comparando-se os resultados da Figura 6.7 com os da Figura 6.11 e os valores da média e desvio padrão da Tabela 6.1 com os valores obtidos a partir da velocidade de queda verifica-se que há uma diferença significativa entre as distribuições de diâmetro obtidas a partir do microscópio óptico e a partir da velocidade de queda das partículas. Uma das hipóteses para explicar essa diferença é que a quantidade de luz

espalhada pelas partículas menores pode ser inferior à luz espalhada pelas partículas maiores, causando uma diminuição no contraste entre a imagem da partícula e o fundo nas fotografias utilizadas para determinar a trajetória. Somente as fotografias onde havia um contraste suficiente para distinguir claramente a trajetória da partícula da luminosidade do fundo foram aproveitadas na determinação da trajetória. Por exemplo, na Figura 6.9(a) pode-se observar que há uma partícula caindo do lado direito da partícula considerada, porém, o contraste entre a trajetória e a luminosidade do fundo é tão pequeno que não permite que seja determinada com precisão a trajetória dessa partícula.

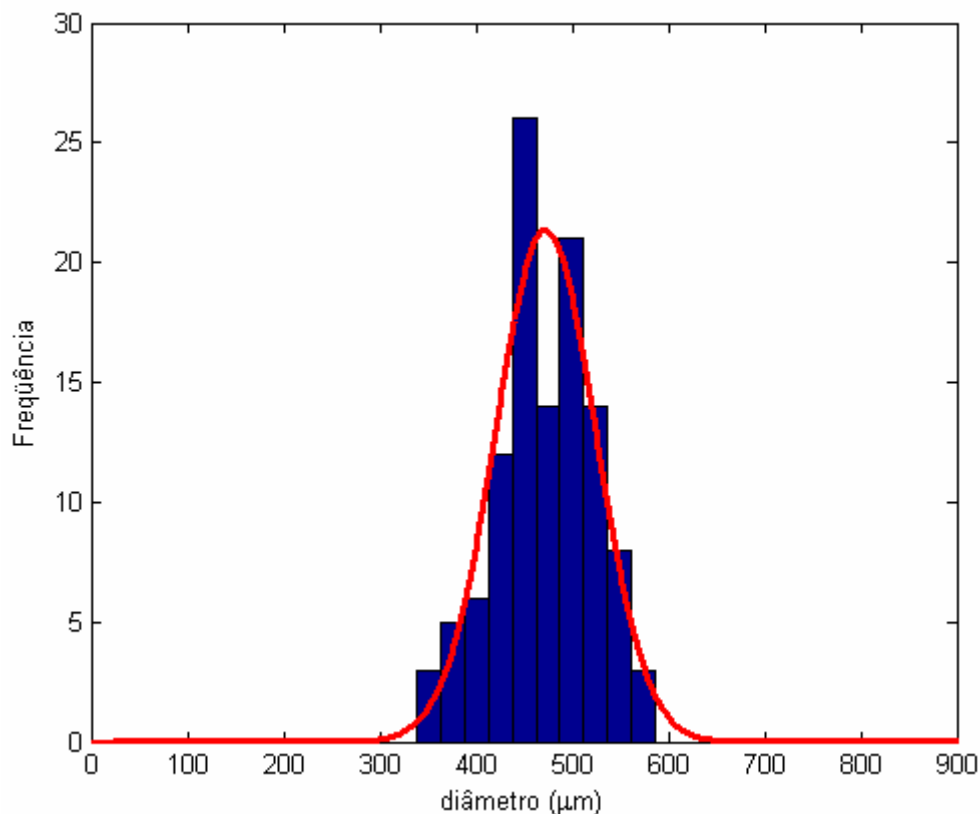


Figura 6.11: Distribuição do diâmetro das partículas de vidro obtido a partir da velocidade de queda.

## 6.5. Resultados

Para comparar a trajetória da partícula obtida experimentalmente com o resultado do modelo numérico é necessário conhecer o raio da partícula e sua posição inicial. Tomando como exemplo a trajetória da partícula apresentada na Figura 6.9, observa-se que sua posição inicial na direção  $x$  corresponde a 36 mm e que o seu diâmetro equivale a 267  $\mu\text{m}$ . Esse diâmetro foi determinado a partir da velocidade de queda da partícula e do gráfico da Figura 6.10. Utilizando esses valores no modelo obtém-se a trajetória numérica.



No modelo numérico, considerou-se que a força de radiação acústica é dada pela teoria de Hasegawa e Yosioka. A teoria de Hasegawa e Yosioka requer o conhecimento da velocidade de propagação da onda longitudinal e de cisalhamento na partícula esférica. Foi considerado que a velocidade da onda longitudinal do vidro corresponde a 4430 m/s e que a velocidade da onda de cisalhamento corresponde a 2540 m/s. Esses valores de velocidade podem variar um pouco dependendo do tipo de vidro que é utilizado. Entretanto, foi observado que os valores de velocidade do vidro têm pouca influência na trajetória da partícula. A comparação entre a trajetória obtida experimentalmente e a trajetória obtida numericamente é apresentada na Figura 6.12. O modelo numérico utilizado para determinar a trajetória da partícula de vidro não considera o efeito da correnteza acústica gerada pela onda. Apesar de o comportamento da trajetória da partícula obtido experimentalmente ser semelhante ao obtido numericamente, observa-se que a deflexão experimental é muito maior que a deflexão obtida numericamente. Neste trabalho a deflexão é definida como a diferença entre a posição final em  $x$  e a posição inicial em  $x$  da partícula. No caso da Figura 6.12 a deflexão experimental corresponde a 14,9 mm e a deflexão obtida numericamente é igual a 6,7 mm. O modelo utilizado considera que a posição do centro da face do transdutor corresponde a  $(x, y, z) = (0, 0, 0)$  e que as partículas de vidro caem exatamente no plano  $z = 0$ . Nos experimentos foi verificado que as partículas de vidro não caem exatamente no plano  $z = 0$ . Quando isso ocorre, a deflexão da partícula é inferior ao que ocorre quando  $z = 0$ , uma vez que o campo acústico para um plano diferente de  $z = 0$  apresenta sempre valores menores de pressão quando comparado com o campo para  $z = 0$ . Assim sendo, somente as partículas que caem exatamente no plano  $z = 0$  devem possuir a máxima deflexão.

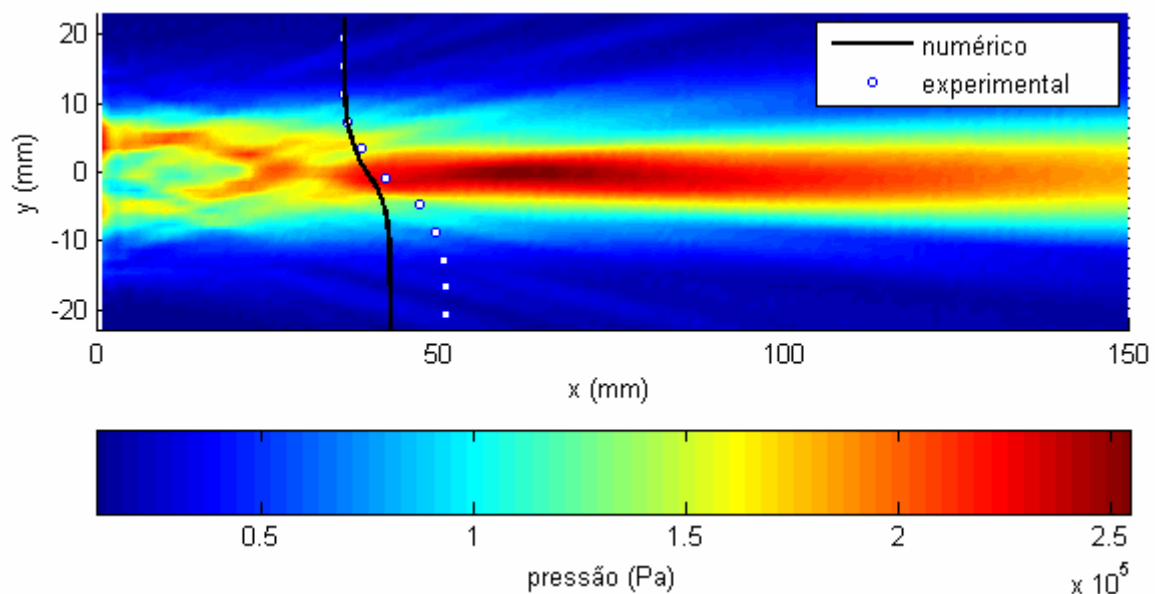


Figura 6.12: Comparação entre a trajetória obtida experimentalmente e numericamente para uma partícula de vidro de raio 267  $\mu\text{m}$  e posição inicial em  $x$  igual a 36 mm.

O resultado apresentado na Figura 6.12 corresponde à trajetória de uma única partícula e no total foram medidas as trajetórias de 112 partículas de vidro. As Figuras 6.13 e 6.14 apresentam a comparação entre a deflexão das partículas obtidas experimentalmente e as obtidas pelo modelo. Na Figura 6.13 é apresentada a deflexão em função da posição inicial em  $x$  e na Figura 6.14 é apresentada a deflexão em função do raio da partícula. Como pode ser observado nas duas figuras há uma grande dispersão dos valores de deflexão obtidos experimentalmente. Essa dispersão ocorre por que apenas uma pequena fração das partículas cai exatamente no plano  $z = 0$ . Se o modelo utilizado fornecesse corretamente os valores de deflexão era de se esperar que a deflexão obtida pelo modelo coincidissem com os valores mais altos de deflexão experimental, uma vez que o modelo considera que as partículas caem no plano  $z = 0$  mm. No entanto, pode-se observar nas duas figuras que os valores de deflexão obtidos pelo modelo são bem inferiores às deflexões máximas obtidas experimentalmente. Uma das hipóteses para explicar essa diferença é o fenômeno da correnteza acústica. A correnteza acústica gerada pela onda produzida pelo transdutor empurra o fluido para no sentido de  $x$  positivo, fazendo com que a deflexão aumente. Como a correnteza acústica não foi considerada no modelo, a deflexão obtida numericamente é menor do que a que deveria acontecer nos experimentos. No intuito de estudar a influência da correnteza acústica no cálculo da deflexão, será acrescentado no modelo o fenômeno da correnteza acústica.

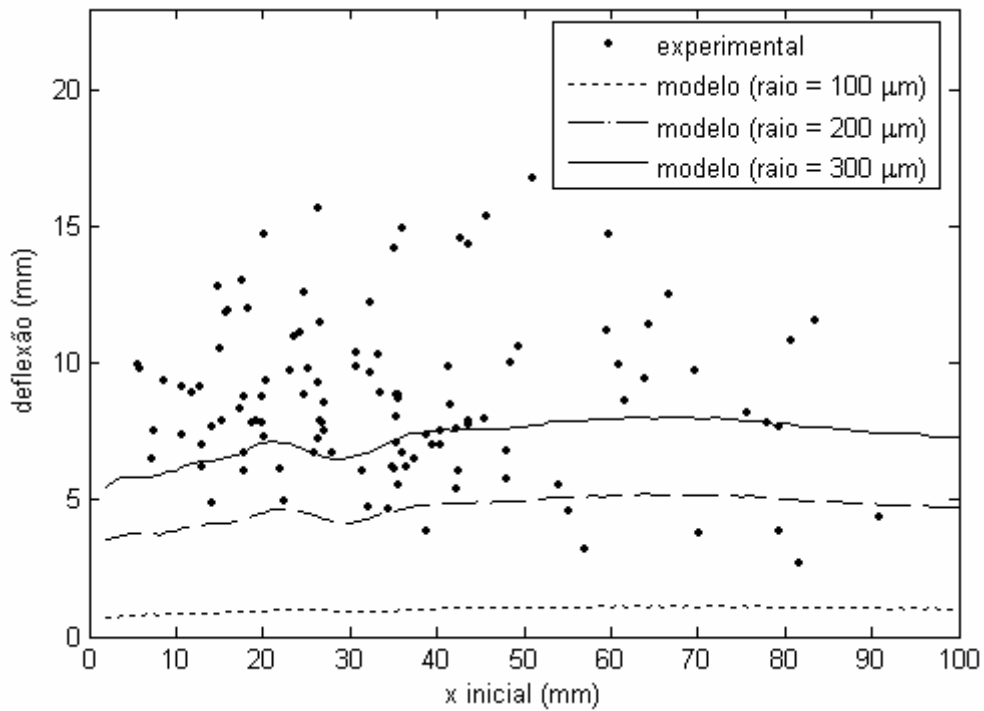


Figura 6.13: Deflexão em função da posição inicial da partícula.

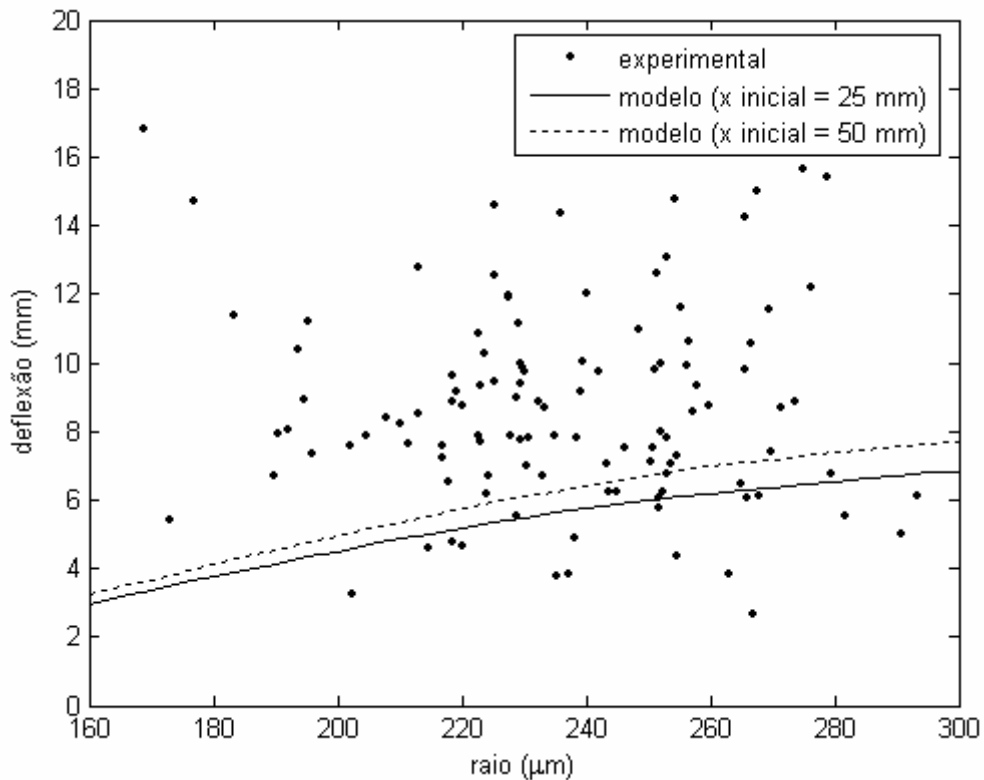


Figura 6.14: Deflexão em função do raio da partícula.

O primeiro passo para incluir o efeito da correnteza acústica no modelo consiste em determinar a distribuição de velocidades no fluido gerada pela propagação da onda de

ultra-som que é emitida pelo transdutor. A determinação da distribuição de velocidades é feita de maneira análoga à adotada no capítulo 4. Para determinar a distribuição de velocidades da correnteza acústica é utilizado o campo acústico medido experimentalmente a partir de um hidrofone. A distribuição de pressão é apresentada na Figura 6.15(a). A determinação do campo de velocidades é feita utilizando elementos axisimétricos no software ANSYS. O campo acústico apresentado na Figura 6.15 foi obtido a partir do campo acústico da Figura 6.12, considerando somente o campo para  $y > 0$ . Como foram utilizados elementos axisimétricos, a simulação do campo acústico foi feita no domínio  $0 \leq y \leq 100$  mm,  $0 \leq x \leq 200$  mm, onde o eixo  $y$  corresponde a direção radial e o eixo  $x$  ao eixo axial. A distribuição de velocidades obtidas no ANSYS é apresentada na Figura 6.15(b). Nessa figura é apresentada somente a distribuição de velocidade na direção  $x$ . A velocidade na direção  $x$  no eixo de simetria do transdutor é apresentada na Figura 6.16.

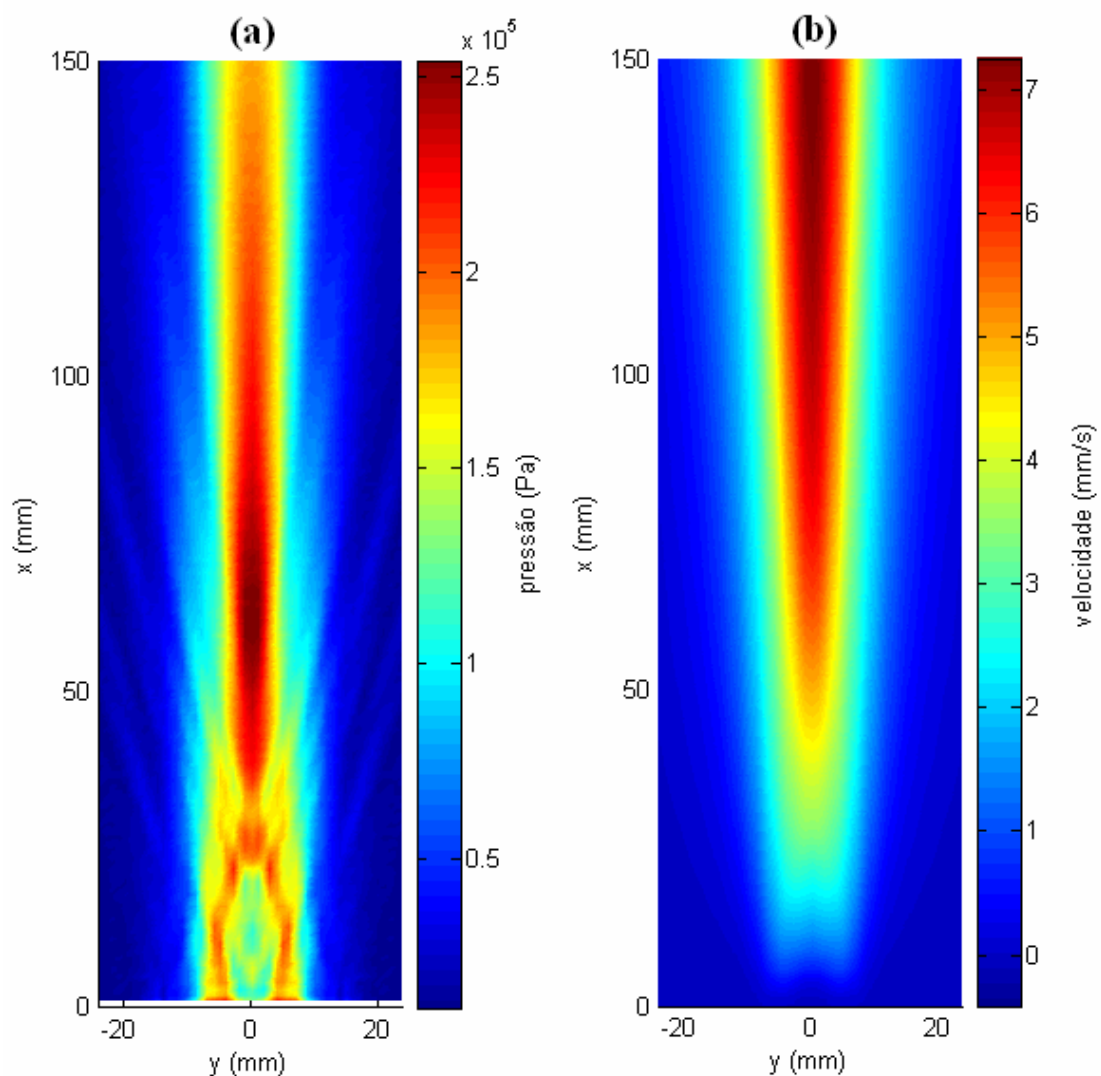


Figura 6.15: Comparação entre o campo acústico experimental e a correnteza acústica gerada pelo transdutor: (a) campo acústico; (b) velocidade na direção  $x$  da correnteza acústica.

Para considerar o fenômeno da correnteza acústica no modelo numérico é necessário alterar as equações (6.7) e (6.8), uma vez que essas duas equações assumem que o fluido está em repouso. Para levar em consideração a correnteza acústica, as equações (6.7) e (6.8) devem ser substituídas por:

$$F_{vx} = -\frac{1}{2} \rho \pi C_d (uR)^2 \frac{(u_x - u_{fx})}{u} \quad (6.20)$$

$$F_{vy} = -\frac{1}{2} \rho \pi C_d (uR)^2 \frac{(u_y - u_{fy})}{u} \quad (6.21)$$

onde  $u_{fx}$  é a velocidade do fluido na direção  $x$ ,  $u_{fy}$  é a velocidade do fluido na direção  $y$  e  $u$  nesse caso é dado por:

$$u = \sqrt{(u_x - u_{fx})^2 + (u_y - u_{fy})^2} \quad (6.22)$$

As equações (6.20) e (6.21) correspondem às forças viscosas que atuam na partícula esférica. No modelo é considerado que a correnteza acústica não altera os valores das forças devido à gravidade, ao empuxo e à força de radiação acústica que atuam na partícula. Os valores de  $u_{fx}$  e  $u_{fy}$  são obtidos a partir da simulação por CFD no software ANSYS.

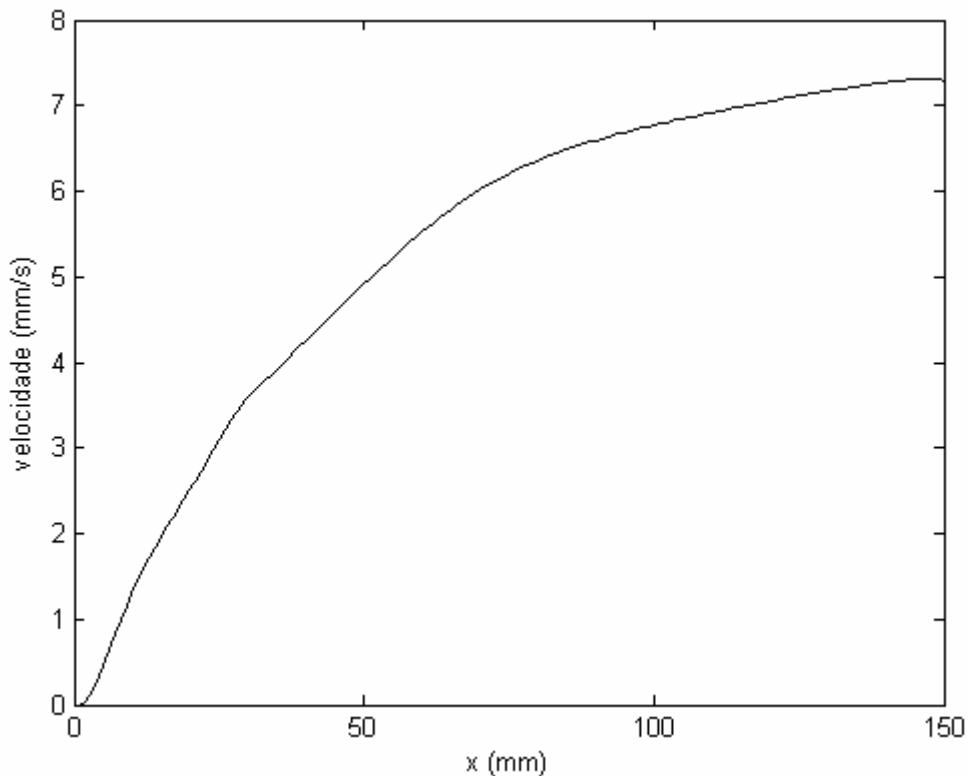


Figura 6.16: Velocidade na direção  $x$  da correnteza acústica ao longo do eixo  $x$ .

Tomando como exemplo a trajetória da partícula de vidro com diâmetro de  $267 \mu\text{m}$  apresentada na Figura 6.12, a nova trajetória obtida pelo modelo considerando o fenômeno da correnteza acústica é apresentada na Figura 6.17. A deflexão obtida experimentalmente corresponde a  $14,9 \text{ mm}$  enquanto que a deflexão obtida a partir do modelo que não considera o efeito da correnteza acústica é igual a  $6,7 \text{ mm}$ . Quando o fenômeno da correnteza acústica é acrescentado ao modelo, a deflexão obtida numericamente sobe para  $7,7 \text{ mm}$ . Para o caso considerado, pode-se observar que o fenômeno da correnteza acústica tem pouca influência na trajetória da partícula de vidro. Para a região ao redor de  $x = 40 \text{ mm}$ , a velocidade do fluido na direção  $x$  possui um valor próximo a  $4 \text{ mm/s}$ . Quando a posição inicial da partícula na direção  $x$  é aumentada, espera-se que a correnteza acústica tenha uma maior influência na deflexão da partícula, uma vez que a velocidade do escoamento do fluido aumenta com o valor de  $x$ , como é mostrado na Figura 6.16.

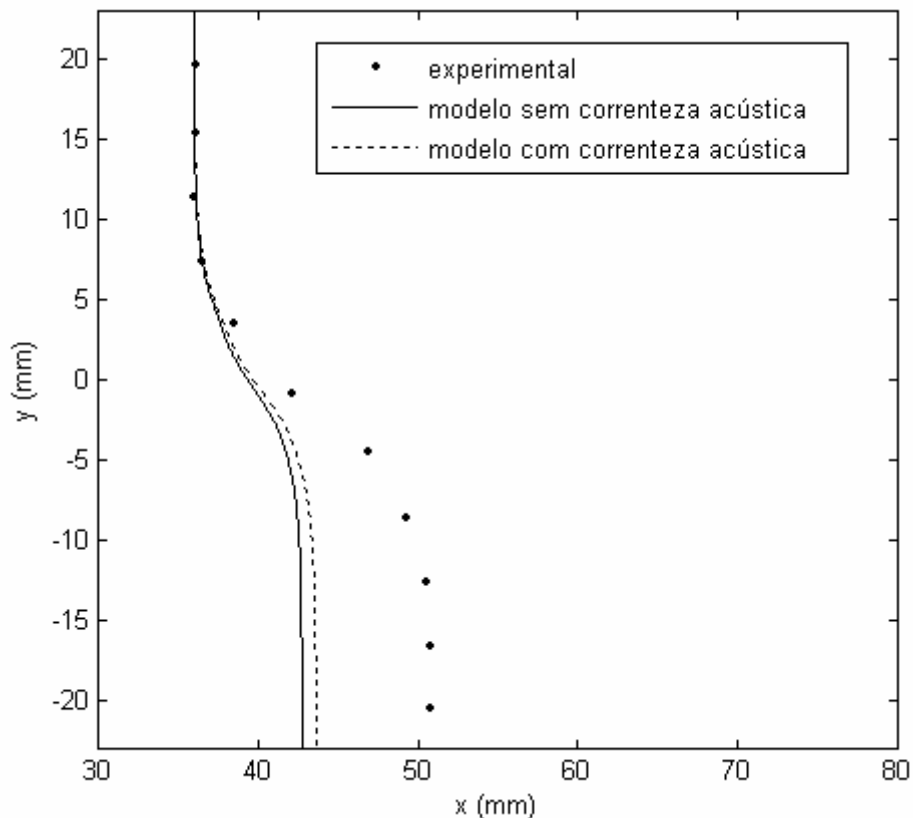


Figura 6.17: Comparação entre a trajetória da partícula de vidro obtida experimentalmente e através do modelo numérico.

Para estudar como o fenômeno da correnteza acústica afeta a deflexão das partículas quando se aumenta a posição inicial em  $x$  foram feitas diversas simulações alterando a posição inicial da partícula. As simulações foram feitas para três diferentes

raios de partículas (100  $\mu\text{m}$ , 200  $\mu\text{m}$ , 300  $\mu\text{m}$ ). A deflexão em função da posição inicial é apresentada na Figura 6.18. De acordo com essa figura, quanto maior é o valor de  $x$  inicial, maior é a influência da correnteza acústica na deflexão da partícula. Isso ocorre por que a velocidade do escoamento do fluido aumenta com o valor de  $x$ . Também é possível observar na Figura 6.18 que a correnteza acústica tem uma influência maior nas partículas de raio menor. Considerando uma partícula de raio 100  $\mu\text{m}$  e posição inicial  $x = 100 \text{ mm}$ , a correnteza acústica tem uma influência maior do que a força de radiação acústica na deflexão da partícula. Isso já não ocorre quando a posição inicial em  $x$  é muito próxima de zero, uma vez que a velocidade do escoamento do fluido para baixos valores de  $x$  é muito pequena.

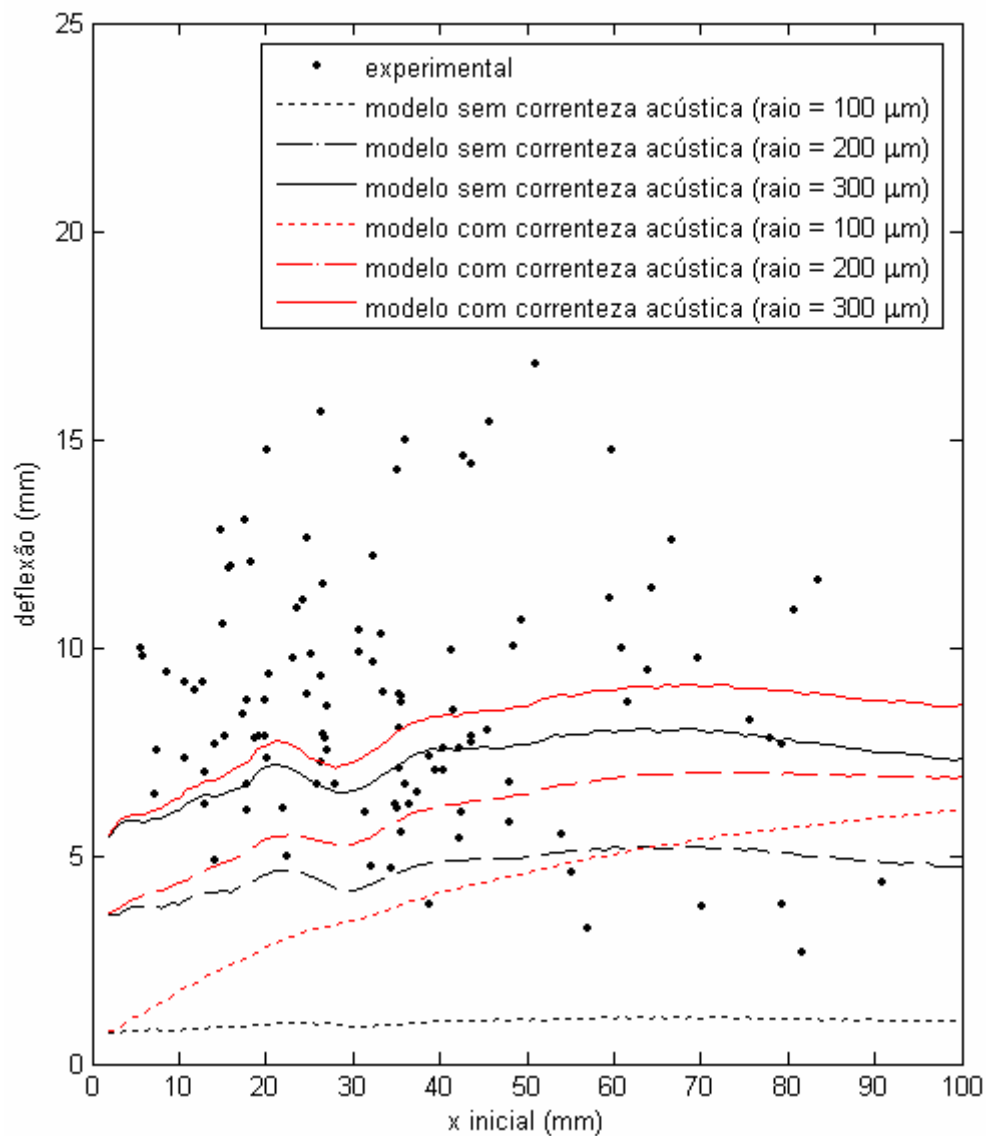


Figura 6.18: Deflexão em função da posição inicial da partícula.

Na Figura 6.19 é feita a comparação entre a deflexão obtida experimentalmente e através do modelo numérico, que leva em consideração a influência da correnteza acústica. Da mesma maneira que o observado na Figura 6.18, a Figura 6.19 mostra que a correnteza acústica tem uma influência maior nas partículas de raios menores.

Como pode ser observado nas Figuras 6.17, 6.18 e 6.19, a introdução do fenômeno da correnteza acústica no modelo faz com que a deflexão da partícula aumente, todavia, ela não é suficiente para que a deflexão numérica alcance os valores de deflexão obtidos experimentalmente. O modelo numérico proposto considera que 4 tipos de forças atuam na partícula esférica: gravidade, empuxo, forças viscosas e força de radiação acústica. Como o modelo não está prevendo corretamente a trajetória da partícula, pelo menos uma das forças que atua na partícula não está sendo determinada corretamente. As forças devido à gravidade e ao empuxo são amplamente estabelecidas e, portanto, está descartada a possibilidade de o erro na deflexão ser causado por uma dessas duas forças. A força viscosa que atua na partícula pode ser uma das responsáveis pela diferença entre os resultados do modelo e do experimento. Quando uma esfera cai em um fluido, a esfera faz com que o fluido se movimente. No modelo numérico que não leva em conta a correnteza acústica é considerado que o fluido permanece em repouso. Essa hipótese não é exatamente verdadeira, mas como as partículas de vidro são pequenas e a concentração de partículas é baixa, pode-se dizer que essa hipótese não é violada. Dependendo da concentração de partículas, cada partícula que cai afeta a distribuição de velocidades do fluido ao redor dela, fazendo com que a trajetória das partículas vizinhas também seja afetada. Como as partículas que caem no fluido estão praticamente isoladas uma das outras é considerado que o fluido esteja em repouso. Além disso, a modelagem da força viscosa que atua na esfera é feita por meio de uma equação empírica, que já foi testada e validada para uma grande faixa de número de Reynolds. Quando o modelo considera o fenômeno da correnteza acústica, as únicas forças que dependem da distribuição de velocidades no fluido são as forças viscosas. Nesse caso, se a distribuição de velocidades da correnteza acústica for determinada de forma incorreta, isso poderia causar um erro nas forças viscosas. Entretanto, o modelo utilizado neste trabalho para simular a correnteza acústica já foi validado experimentalmente (SHI et al., 2002).

A única força restante para explicar a diferença entre os resultados numéricos e experimentais é a força de radiação acústica. Os resultados numéricos foram obtidos a partir da força de radiação acústica dada por Hasegawa e Yosioka (HASEGAWA e YOSIOKA, 1969, HASEGAWA, 1977 e HASEGAWA et al., 1981). Esse modelo já foi



verificado experimentalmente para valores de  $kR$  maiores que 2, onde  $k$  é o número de onda e  $R$  o raio da partícula. Nesse trabalho, o modelo numérico foi verificado para valores de raio inferiores a 300  $\mu\text{m}$ , que resulta num produto  $kR$  igual ou menor que 1,25. A teoria de Hasegawa e Yosioka não leva em consideração a viscosidade do fluido e a condução de calor na esfera e no líquido. Segundo Doinikov (DOINIKOV, 1997a, DOINIKOV, 1997b e DOINIKOV, 1996), quando o raio da partícula é reduzido é necessário considerar o efeito da viscosidade e a condução de calor na obtenção da força de radiação acústica. Doinikov desenvolveu um modelo de força de radiação acústica que leva em consideração esses dois efeitos. Doinikov mostrou que os efeitos da viscosidade e condução de calor começam a ficar importantes quando o raio da esfera é pequeno quando comparada com a profundidade de penetração de uma onda viscosa  $\delta_v$  e com a profundidade de penetração da onda térmica  $\delta_t$ , que são definidas por:

$$\delta_v = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}} \quad (6.23)$$

$$\delta_t = \sqrt{\frac{2\chi}{\omega}} \quad (6.24)$$

sendo que  $\nu$  é viscosidade cinemática do fluido e  $\chi$  é a difusividade térmica do fluido. Para uma onda plana, os efeitos da viscosidade e condução térmica já começam a ser importantes até mesmo quando a razão entre o raio da partícula e a profundidade de penetração da onda térmica é maior do que 1, mas mantendo esta razão até um valor não muito alto. Nos experimentos feitos por Hasegawa e Yosioka os valores de  $R/\delta_v$  e  $R/\delta_t$  excediam 2000 e 5000, respectivamente (DOINIKOV, 1997b). Doinikov simplificou seu modelo para algumas condições bem específicas, como  $kR \ll 1$ , por exemplo. No modelo simplificado, Doinikov mostrou que os efeitos da viscosidade e condução térmica fazem com que a força de radiação acústica aumente significativamente quando comparada com o modelo que não considera esses dois efeitos. Por outro lado, as condições utilizadas no modelo simplificado não são atendidas nos experimentos realizados nesse trabalho, então não é possível dizer no momento se é necessário acrescentar os efeitos da viscosidade e condução térmica no cálculo da radiação acústica. Além disso, nos trabalhos publicados por Doinikov não são apresentados validações experimentais. Como trabalho futuro deverá ser utilizado o modelo proposto por Doinikov para determinar a força de radiação acústica. Com esse novo modelo será possível determinar se as diferenças entre as deflexões das partículas obtidas experimentalmente e numericamente podem ser explicadas pela

introdução dos termos viscosos e de condução térmica no cálculo da força de radiação acústica.

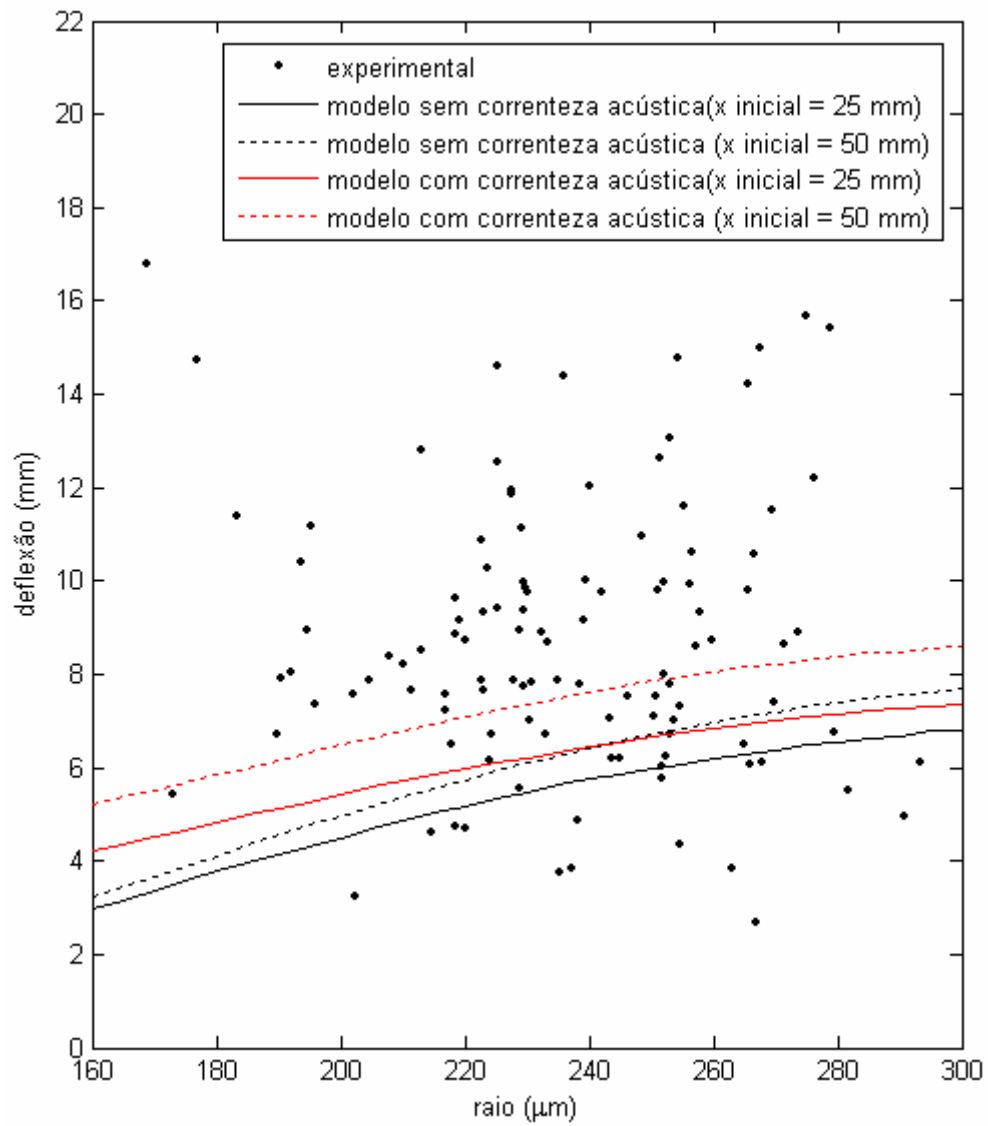


Figura 6.19: Deflexão em função do raio da partícula.

## CAPÍTULO 7: CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

### 7.1. Conclusões

Primeiramente foi proposto um modelo por elementos finitos para simular um levitador acústico, que consiste de um transdutor do tipo Langevin e um refletor. O modelo utilizado inclui elementos piezelétricos, elementos estruturais e elementos fluido-acústicos. Também foram utilizados elementos com interação fluido-estrutura para simular a transmissão da vibração mecânica do transdutor para o meio de propagação. Diferentemente dos modelos presentes na literatura, o modelo proposto permite simular completamente o levitador, incluindo o transdutor e a parte acústica do problema. O modelo foi utilizado na modelagem e otimização de três configurações diferentes de levitador: transdutor com face plana e refletor plano, transdutor com face plana e refletor côncavo e transdutor com face côncava e refletor côncavo. Foi mostrado, a partir das simulações e de verificações experimentais, que a maior força de radiação acústica é obtida quando o levitador acústico consiste de um transdutor com face côncava e de um refletor côncavo. Nesse caso, foi mostrado que a força de radiação acústica gerada nesse levitador é 604 vezes maior do que aquela obtida com um levitador de face plana e refletor plano. Em ambos os casos é considerado que há três pontos de levitação entre o transdutor e o refletor. Apesar da geometria do levitador utilizado neste trabalho ser razoavelmente simples, o modelo pode ser aplicado no desenvolvimento de levitadores com geometrias mais complexas.

Foi feito também, um estudo da força de radiação acústica produzida por ondas progressivas. Inicialmente foi feito um estudo comparativo entre as forças de radiação acústicas dadas pelos modelos de King e de Hasegawa e Yosioka. O modelo de King assume que a partícula é rígida e o modelo de Hasegawa e Yosioka considera que a partícula é elástica. O modelo de Hasegawa e Yosioka considera que não há restrição para o produto entre o número de onda e o raio da partícula. Já no modelo de King existem duas equações, sendo uma delas válida quando o produto entre o número de onda e o raio é muito menor do que 1 e a outra válida quando esse produto é igual a 1. Foi verificado que quando o produto  $kR$  é muito menor do que 1, as teorias de Hasegawa e Yosioka e de King

praticamente coincidem, mesmo que uma delas considere que a partícula é elástica e a outra rígida. Também foi verificado que ao utilizar o modelo de King, válido quando  $kR \ll 1$ , é mais importante levar em consideração o valor do produto  $kR$  do que a hipótese de a partícula ser rígida ou elástica. No estudo envolvendo a força de radiação acústica gerada por ondas progressivas foi proposto um modelo para prever a trajetória de partículas esféricas quando submetidas a ondas acústicas progressivas. Foram feitos experimentos para verificar o modelo proposto. A comparação entre os resultados experimentais e os obtidos com o modelo mostram que o comportamento da trajetória da partícula é semelhante nos dois casos, entretanto a deflexão da partícula obtida a partir dos experimentos é significativamente maior do que a obtida a partir do modelo. A principal hipótese para tentar explicar essa diferença é que a força de radiação acústica prevista pelo modelo pode ser inferior à que ocorre no experimento. De acordo com os resultados presentes na literatura, a equação que descreve a força de radiação acústica em uma partícula esférica já foi verificada experimentalmente para tamanhos de partículas maiores do que os utilizados nesse trabalho. Entretanto, ainda não existem na literatura resultados experimentais para partículas do tamanho daquelas utilizadas nesse trabalho. Doinikov desenvolveu um modelo de força de radiação acústica que leva em consideração os efeitos da viscosidade e condução de calor na esfera e no fluido. Em alguns casos bem específicos Doinikov mostrou que a força de radiação acústica é significativamente aumentada quando são considerados esses dois efeitos no modelo, porém não foram apresentadas verificações experimentais nos trabalhos de Doinikov. De acordo com os resultados obtidos verifica-se que os modelos que já foram validados experimentalmente não são adequados para as condições de tamanho de partículas e comprimento de onda utilizados nesse trabalho.

## **7.2. Trabalhos futuros**

Deverá ser implementado, no futuro, o modelo de força de radiação acústica proposto por Doinikov. Como esse modelo leva em consideração a viscosidade do fluido e a condução de calor na esfera e no fluido, espera-se que a força de radiação acústica fornecida por esse modelo seja maior do que a prevista pelo modelo de Hasegawa e Yosioka. Também deverão ser realizados experimentos mais bem controlados para validar o modelo. Além disso, o modelo proposto deverá ser utilizado no desenvolvimento de separadores acústicos que utilizem ondas progressivas em vez de ondas estacionárias.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Almedeij, J., “*Drag coefficient of flow around a sphere: Matching asymptotically the wide trend*”, Powder Technology, p. 218-223, 2008.
- Archer-Hall, J. A., Gee, D., “*A single integral computer method for axisymmetric transducers with various boundary conditions*”, NDT International, vol. 13, p. 95-101, 1980.
- Ashkin, A., e Dziedzic, J. M., “*Optical Levitation by Radiation Pressure*”, Applied Physics Letters, vol. 19(8), p. 283-285, 1971.
- Barmatz, M., Collas, P., “*Acoustic radiation potential on a sphere in plane, cylindrical, and spherical standing wave fields*”, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 77(3), p. 928-945, 1985.
- Bauerecker, S., e Neidhart, B., “*Formation and growth of ice particles in stationary ultrasonic fields*”, Journal of Chemical Physics, vol. 109(10), p. 3709-3712, 1998a.
- Bauerecker, S., e Neidhart, B., “*Cold Gas Traps for Ice Particle Formation*”, Science, vol. 282(5397), p. 2211-2212, 1998b.
- Beyer, R. T., “*Radiation pressure – the history of a mislabeled tensor*”, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 63(4), p. 1025-1030, 1978.
- Brandt, E. H., “*Suspended by sound*”, Nature, vol. 413, p. 474-475, 2001.
- Brebbia, C. A., Dominguez, J., “*Boundary Elements: An Introductory Course*”, McGraw-Hill, 1992.
- Cattani, M. S. D., “*Elementos de Mecânica dos fluidos*”, Edgard Blücher, 1990.
- Doinikov, A. A., “*Theory of acoustic radiation pressure for actual fluids*”, Physical Review E, vol. 54(6), p. 6297-6303, 1996.

- Doinikov, A. A., “*Acoustic radiation force on a spherical particle in a viscous heat-conducting fluid. I. General formula*”, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 101(2), p. 713-721, 1997a.
- Doinikov, A. A., “*Acoustic radiation force on a spherical particle in a viscous heat-conducting fluid. II. Force on a rigid sphere*”, Journal of the Acoustical Society of America, vol. 101(2), p. 722-730, 1997b.
- Eckart, C., “*Vortices and Streams Caused by Sound Waves*”, Physical Review, vol. 73(1), p.68-76, 1948.
- Field, C. R., e Scheeline, A. “*Design and implementation of an efficient acoustically levitated drop reactor for in stillo measurements*”, Review of Scientific Instruments, vol. 78(12), 125102, 2007.
- Gallego-Juárez, J. A., “*Piezoelectric ceramics and ultrasonic transducers*”, Journal of Physics E – Scientific Instruments, vol. 22(10), p. 804-816, 1989.
- Geim, A. K., Simon, M. D., Boamfa, M. I., e Heflinger, L. O., “*Magnet levitation at your fingertips*”, Nature, vol. 400(6742), p. 323-324, 1999.
- Gor’kov, L. P., “*On the forces acting on a small particle in an acoustical field in an ideal fluid*”, Soviet Physics - Doklady, vol. 6, p. 773-775, 1962.
- Gupta, S., Feke, D. L., Zloczower, I. M., “*Fractionation of mixed particulate solids according to compressibility using ultrasonic standing wave fields*”, Chemical Engineering Science, vol. 50, p. 3275-3284, 1995.
- Hamilton, M. F., Blackstock, D. T., “*Nonlinear Acoustics*”, Academic Press, 1998.
- Hatano, H., Kanai, Y., Ikegami, Y., Fujii, T., Saito, K., “*Ultrasonic levitation and positioning of samples*”, Japanese Journal of Applied Physics, vol. 21 – Supp. 21-3, p. 202-204, 1982.
- Hatano, H., “*Axisymmetric Analysis of a Tube-Type Acoustic Levitator by a Finite Element Method*”, IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, vol. 41, p. 772-777, 1994.

- Hutchins, D. A., Hayward, G., “*Radiated Fields of Ultrasonic Transducers*”, *Physical Acoustics*, vol. 19, p. 1-80, 1990.
- Hasegawa, T., Yosioka, K., “*Acoustic-radiation force on a solid elastic sphere*”, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 46(5), p. 1139-1143, 1969.
- Hasegawa, T., “*Comparison of two solutions for acoustic radiation pressure on a sphere*”, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 61(6), p. 1445-1448, 1977.
- Hasegawa, T., Masayuki, O., Matsuzawa, K., “*Acoustic radiation force on a solid elastic sphere in a spherical wave field*”, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 69(4), p. 937-942, 1981.
- IEC61161, “*Ultrasonic power measurement in liquids in the frequency range 0.5 MHz to 25 MHz*”, 1995.
- Kamakura, T., Matsuda, K., Kumamoto, Y., “*Acoustic Streaming Induced in Focused Gaussian Beams*”, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 97(5), p. 2740-2746, 1995.
- Kapishnikov, S., Kantsler, V., Steinberg, V. “*Continuous particle size separation and size sorting using ultrasound in a microchannel*”, *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2006.
- King, L. V., “*On the Acoustic Radiation Pressure on Spheres*”, *Proceedings of the Royal Society of London Series A*, p. 212-240, 1934.
- Kinsler, L. E., Frey, A. R., Coppers, A. B., Sanders, J. V., “*Fundamentals of Acoustics*”, New York - EUA, John Wiley & Sons, 3<sup>a</sup> ed., 1982.
- Kozuka, T., Yasui, K., Tuziuti, T., Towata, A., Iida, Y., “*Acoustic standing-wave field for manipulation in air*”, *Japanese Journal of Applied Physics*, vol. 47(5), p. 4336-4338, 2008.
- Laurell, T., Petersson, F., Nilsson, A., “*Chip integrated strategies for acoustic separation and manipulation of cells and particles*”, *Chemical Society Reviews*, vol. 36, p. 492-506, 2007.

- Lighthill, S. J., “*Acoustic Streaming*”, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 61(3), p. 391-418, 1978.
- Nyborg, W. L. M., “*Acoustic Streaming*”, *Physical Acoustics*, vol. 2B, p. 265-331, 1965.
- Pamme, N., “*Continuous flow separations in microfluidic devices*”, *Lab on a Chip*, vol. 7, p. 1644-1659, 2007.
- Rhim, W. K., Chung, S. K., Barber, D., Man, K. F., Gutt, G., Rulison, A., e Spjut, R. E., “*An electrostatic levitator for high-temperature containerless materials processing in 1-g*”, *Review of Scientific Instruments*, vol. 64(10), p. 2961-2970, 1993.
- Rulison, A. J., Watkins, J. L., e Zambrano, B., “*Electrostatic containerless processing system*”, *Review of Scientific Instruments*, vol. 69(7), p. 2856-2863, 1997.
- Santesson, S., e Nilsson, S., “*Airborne chemistry: acoustic levitation in chemical analysis*”, *Analytical and Bioanalytical Chemistry*, vol. 378(7), p. 1704-1709, 2004.
- Shi, X., Martin, R. W., Vaezy, S., Crum, L. A., “*Quantitative Investigation of Acoustic Streaming in Blood*”, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 111(2), p. 1110-1121, 2002.
- Tian, Y., Holt, R. G., e Apfel, R. E., “*A new method for measuring liquid surface tension with acoustic levitation*”, *Review of Scientific Instruments*, vol. 66(5), p. 3349-3354, 1995.
- Trinh, E. H., “*Compact acoustic levitation device for studies in fluid dynamics and material science in the laboratory and microgravity*”, *Review of Scientific Instruments*, vol. 66(11), p. 2059-2065, 1985.
- Tuckermann, R., Neidhart, B., Lierke, E. G., e Baurecker, S., “*Trapping of heavy gases in stationary ultrasonic fields*”, *Chemical Physics Letters*, vol. 363, p. 349-354, 2002.
- Weight, J. P., Hayman, A. J., “*Observations of the Propagation of Very Short Ultrasonic and Their Reflection by Small Targets*”, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 63(2), p. 396-404, 1978.



- Welter, E., e Neidhart, B., “*Acoustically levitated droplets – A new tool for micro and trace analysis*”, Fresenius Journal of Analytical Chemistry, vol. 357(3), p. 345-350, 1997.
- Xie, W. J., Wei, B. “*Parametric study of single-axis acoustic levitation*”, Applied Physics Letters, vol. 79, p. 881-883, 2001.
- Xie, W. J., Wei, B. “*Dependence of acoustic levitation capabilities on geometric parameters*”, Physical Review E, vol. 66, 026605, 2002.
- Xie, W. J., Cao, C. D., Lü, Y. J., e Wei, B. “*Levitation of Iridium and Liquid Mercury by Ultrasound*”, Physical Review Letters, vol. 89(10), 104304, 2002.
- Xie, W. J., Cao, C. D., Lü, Y. J., Hong, Z. Y., Wei, B. “*Acoustic method for levitation of small living animals*”, Applied Physics Letters, vol. 89, 214102, 2006.

# APÊNDICE A: POTENCIAL ACÚSTICO EM CÂMARAS RETANGULAR, CILÍNDRICA E ESFÉRICA

## A.1. Introdução

Este apêndice apresenta o potencial acústico gerado por ondas estacionárias que atua em esferas muito menores que o comprimento de onda. Os potenciais acústicos apresentados neste apêndice foram obtidos analiticamente por Barmatz e Collas (BARMATZ e COLLAS, 1985).

## A.2. Geometria retangular

O potencial acústico que atua numa esfera em um campo acústico estacionário de geometria retangular pode ser obtido a partir do potencial de velocidade. O potencial de velocidades para uma câmara retangular, cujas paredes são rígidas, é dado por (BARMATZ e COLLAS, 1985):

$$\phi = -\left(\frac{u_0}{k}\right) \cos(k_x x) \cos(k_y y) \cos(k_z z) \text{sen}(\omega t) \quad (\text{A.1})$$

onde  $k_x$ ,  $k_y$  e  $k_z$  são os números de onda nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ , respectivamente. Esses números de onda podem ser reescritos da seguinte maneira:

$$k_x = \frac{\pi n_x}{l_x} \quad (\text{A.2})$$

$$k_y = \frac{\pi n_y}{l_y} \quad (\text{A.3})$$

$$k_z = \frac{\pi n_z}{l_z} \quad (\text{A.4})$$

Nas equações acima,  $l_x$ ,  $l_y$  e  $l_z$  são as dimensões laterais da câmara retangular e  $n_x$ ,  $n_y$  e  $n_z$  são números naturais que representam o modo da onda estacionária no interior da câmara. A equação de Gor'kov requer a pressão média quadrática e a velocidade média quadrática. Esses dois parâmetros são obtidos através da substituição do potencial de

velocidade  $\phi$  nas equações (2.11) e (2.12). Fazendo essa substituição e utilizando a equação de Gor'kov obtém-se o seguinte potencial acústico adimensional:

$$\begin{aligned} \tilde{U} = & \left( \frac{f_1}{3} \right) \cos^2(k_x x) \cos^2(k_y y) \cos^2(k_z z) - \\ & - \left( \frac{f_2}{2} \right) \left[ \left( \frac{k_x}{k} \right)^2 \text{sen}^2(k_x x) \cos^2(k_y y) \cos^2(k_z z) + \right. \\ & + \left( \frac{k_y}{k} \right)^2 \cos^2(k_x x) \text{sen}^2(k_y y) \cos^2(k_z z) + \\ & \left. + \left( \frac{k_z}{k} \right)^2 \cos^2(k_x x) \cos^2(k_y y) \text{sen}^2(k_z z) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

onde  $k$  é dado por:

$$k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} \quad (\text{A.6})$$

A equação (A.5) foi utilizada para determinar o potencial acústico adimensional para diferentes modos. Os modos são representados por  $(n_x, n_y, n_z)$ . O potencial acústico adimensional para diferentes modos é apresentado na Figura A.1. Nessa figura o potencial acústico foi calculado no plano  $xy$  para  $z = l_z/2$ . Na Figura A.1 as cores vermelhas representam alto potencial acústico enquanto que as cores azuis representam os potenciais acústicos mais baixos. Os pontos onde pode ocorrer a levitação acústica correspondem aos pontos de mínimo potencial acústico. A Figura A.1 foi obtida considerando que  $f_1 = f_2 = 1$ .

### A.3. Geometria cilíndrica

O potencial de velocidade para uma câmara com formato cilíndrico de raio  $R$  e comprimento  $l_z$  é dado por (BARMATZ e COLLAS, 1985):

$$\phi = - \left( \frac{u_0}{k} \right) J_m(k_r r) \cos(m\varphi + \varphi_0) \cos(k_z z) \text{sen}(\omega t) \quad (\text{A.7})$$

Na equação (A.7) foi utilizada coordenada cilíndrica em vez de coordenada retangular. Dessa maneira a posição no interior da câmara é indicada pelas coordenadas  $\varphi$ ,  $r$  e  $z$ . Os modos da onda estacionária no interior da câmara são indicados pelos números naturais  $m$ ,  $n$  e  $n_z$ . Na equação (A.7),  $J_m$  é a função de Bessel do primeiro tipo de ordem  $m$  e  $k$  é dado por:

$$k = \sqrt{k_r^2 + k_z^2} \quad (\text{A.8})$$

onde:

$$k_r = \frac{\pi \alpha_{mn}}{R} \quad (\text{A.9})$$

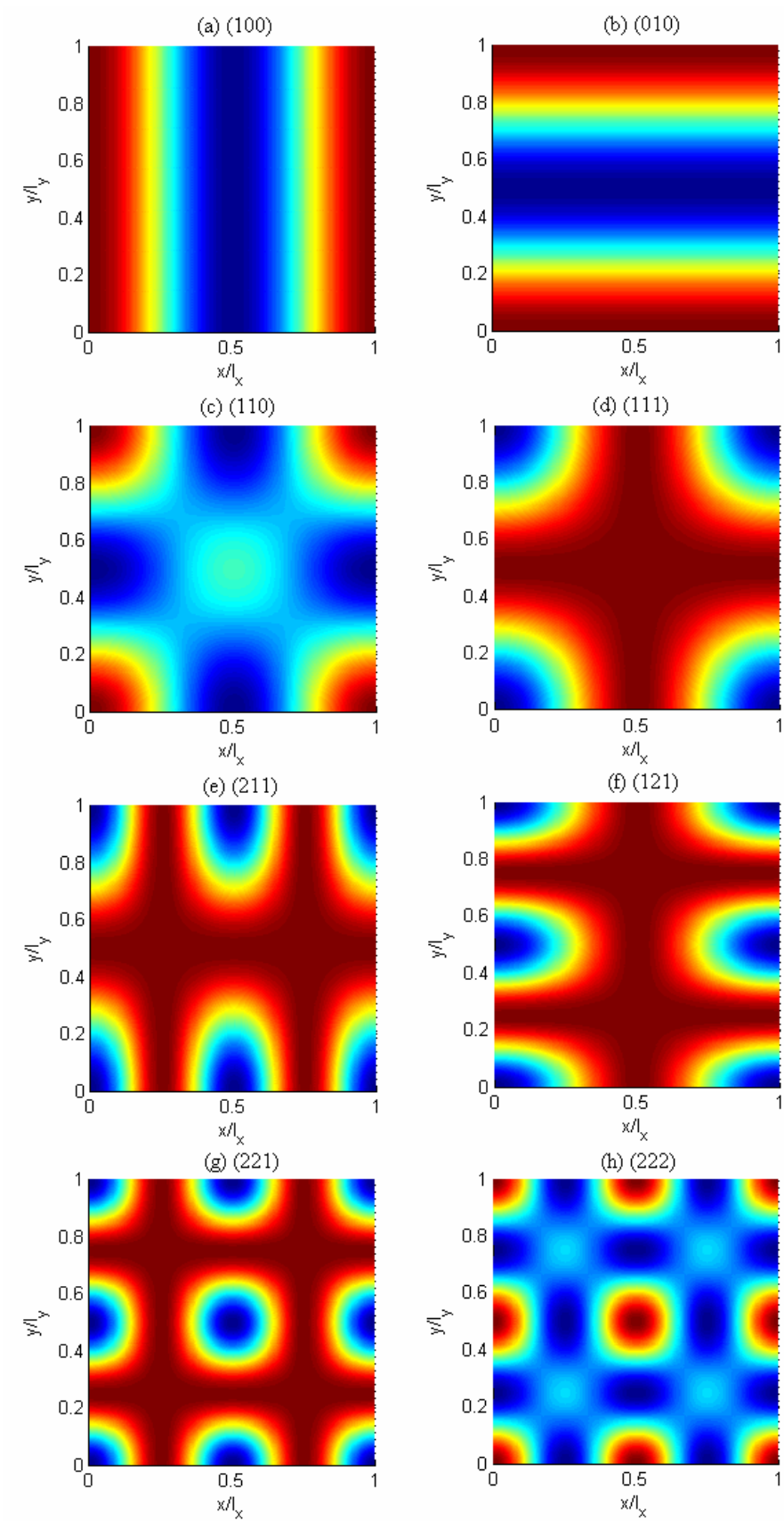


Figura A.1: Potencial acústico dimensional em uma câmara retangular.

$$k_z = \frac{\pi n_z}{l_z} \quad (\text{A.10})$$

Na equação (A.9),  $\alpha_{mn}$  é a solução da seguinte equação:

$$\frac{dJ_m(\pi\alpha)}{d\alpha} = 0 \quad (\text{A.11})$$

O potencial acústico adimensional calculado a partir do potencial de velocidades dado pela equação (A.7) é dado por (BARMATZ e COLLAS, 1985):

$$\begin{aligned} \tilde{U} = & \left( \frac{f_1}{3} \right) J_m^2(\chi) \cos^2(m\varphi) \cos^2(k_z z) - \left( \frac{f_2}{2} \right) \left\{ \left( \frac{k_r}{k} \right)^2 \left[ \left( \frac{mJ_m(\chi)}{\chi} \right)^2 - \right. \right. \\ & \left. \left. - J_{m+1}(\chi) \left( \frac{2mJ_m(\chi)}{\chi} - J_{m+1}(\chi) \right) \cos^2(m\varphi) \cos^2(k_z z) \right] + \right. \\ & \left. + \left( \frac{k_z}{k} \right)^2 \cos^2(m\varphi) \text{sen}^2(k_z z) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

onde  $\chi = k_r r$ .

A equação (A.12) foi utilizada para determinar o potencial acústico adimensional no interior de um cilindro. Alguns dos modos existentes no cilindro são apresentados na Figura A.2. Em todos os casos, o potencial acústico foi calculado em  $z = l_z/2$ . Os modos apresentados na figura são representados por  $(m \ n \ n_z)$ .

A análise de um levitador acústico com geometria cilíndrica foi feita por Hatano et al. (HATANO et al., 1982). A análise dos modos de propagação no interior do cilindro feita por Barmatz e Collas (BARMATZ e COLLAS, 1985) é válida quando o raio da esfera a ser colocada no levitador é muito pequeno. Quando o raio da esfera é aumentado, a frequência de ressonância do levitador é alterada. Para fazer a análise da frequência de ressonância em função do raio da esfera em um levitador com geometria cilíndrica, Hatano (HATANO, 1994) utilizou o método dos elementos finitos.

#### A.4. Geometria esférica

O potencial de velocidade para uma câmara com formato esférico de raio  $R$  é dado por (BARMATZ e COLLAS, 1985):

$$\phi = - \left( \frac{u_0}{k_{in}} \right) j_l(\xi) P_l^m(\mu) \cos(m\varphi) \text{sen}(\omega t) \quad (\text{A.13})$$

onde  $j_l(\xi)$  é a função de Bessel esférica de ordem  $l$  e  $P_l^m(\mu)$  é o polinômio de Legendre.

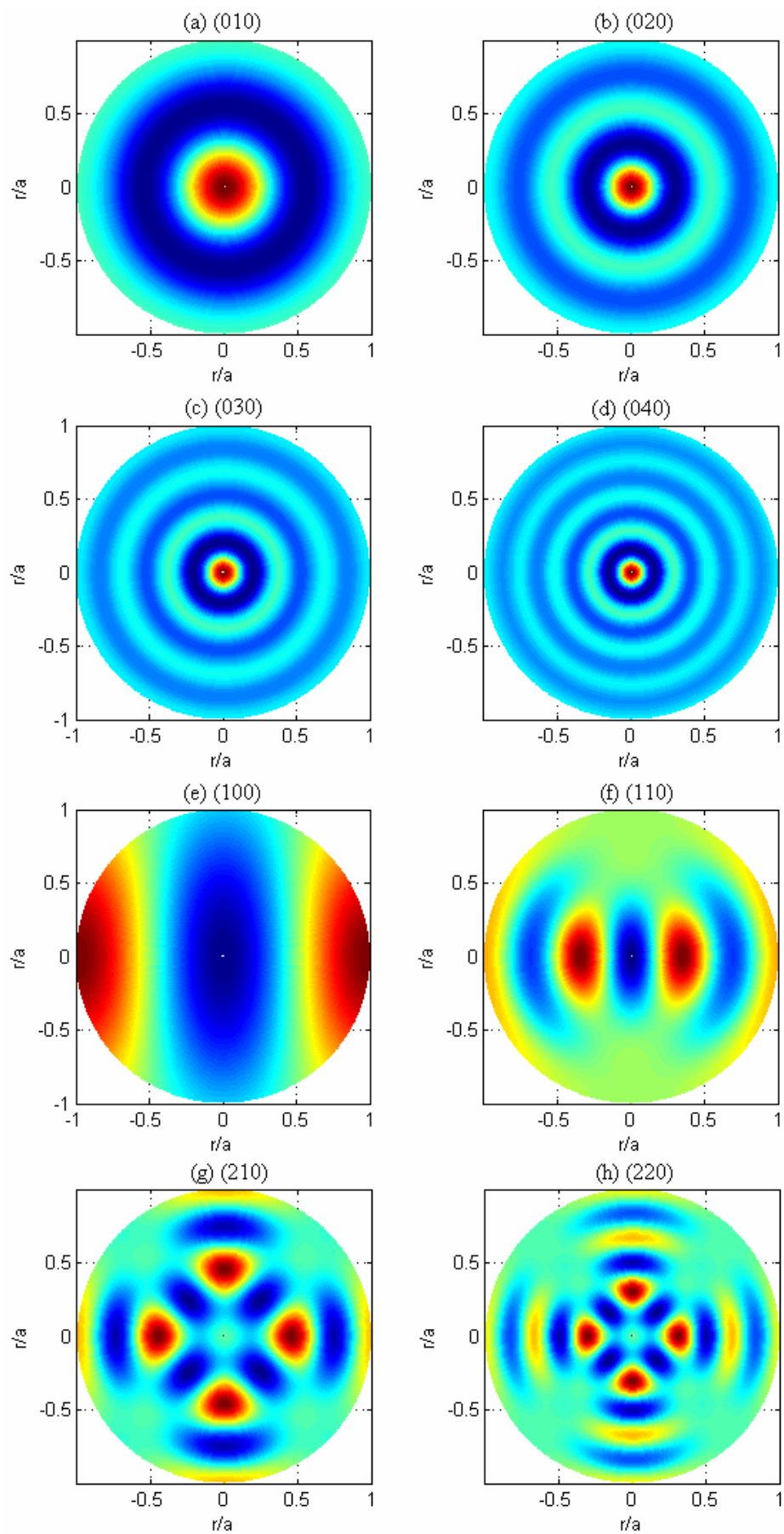


Figura A.2: Potencial acústico adimensional em uma câmara cilíndrica.

Na equação (A.13),  $\mu = \cos(\theta)$  e  $\xi$  é dado por:

$$\xi = k_{ln} r \quad (\text{A.14})$$

onde:

$$k_{ln} = \frac{\pi \gamma_{ln}}{R} \quad (\text{A.15})$$

onde  $R$  é o raio da esfera e  $\gamma_{ln}$  é a solução da seguinte equação:

$$\frac{dj_l(\pi\gamma)}{d\gamma} = 0 \quad (\text{A.16})$$

O potencial acústico adimensional em uma cavidade esférica é dado por (BARMATZ e COLLAS, 1985):

$$\begin{aligned} \tilde{U} = & \left( \frac{f_1}{3} \right) j_l^2(\xi) [P_l^m(\mu)]^2 \cos^2(m\varphi) - \\ & - \left( \frac{f_2}{2} \right) \left\{ \left[ \frac{lj_l(\xi)}{\xi} - j_{l+1}(\xi) \right]^2 [P_l^m(\mu)]^2 \cos^2(m\varphi) + \right. \\ & + \left. \frac{\left[ \frac{j_l(\xi)}{\xi} \right]^2}{(1-\mu^2)} \left\{ [(l+1)\mu P_l^m(\mu) - (l-m+1)P_{l+1}^m(\mu)]^2 \cos^2(m\varphi) + \right. \right. \\ & \left. \left. + [mP_l^m(\mu)]^2 \sin^2(m\varphi) \right\} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Alguns dos modos da cavidade esférica são apresentados na Figura A.3. Os modos apresentados na figura são representados por  $(l n m)$ .

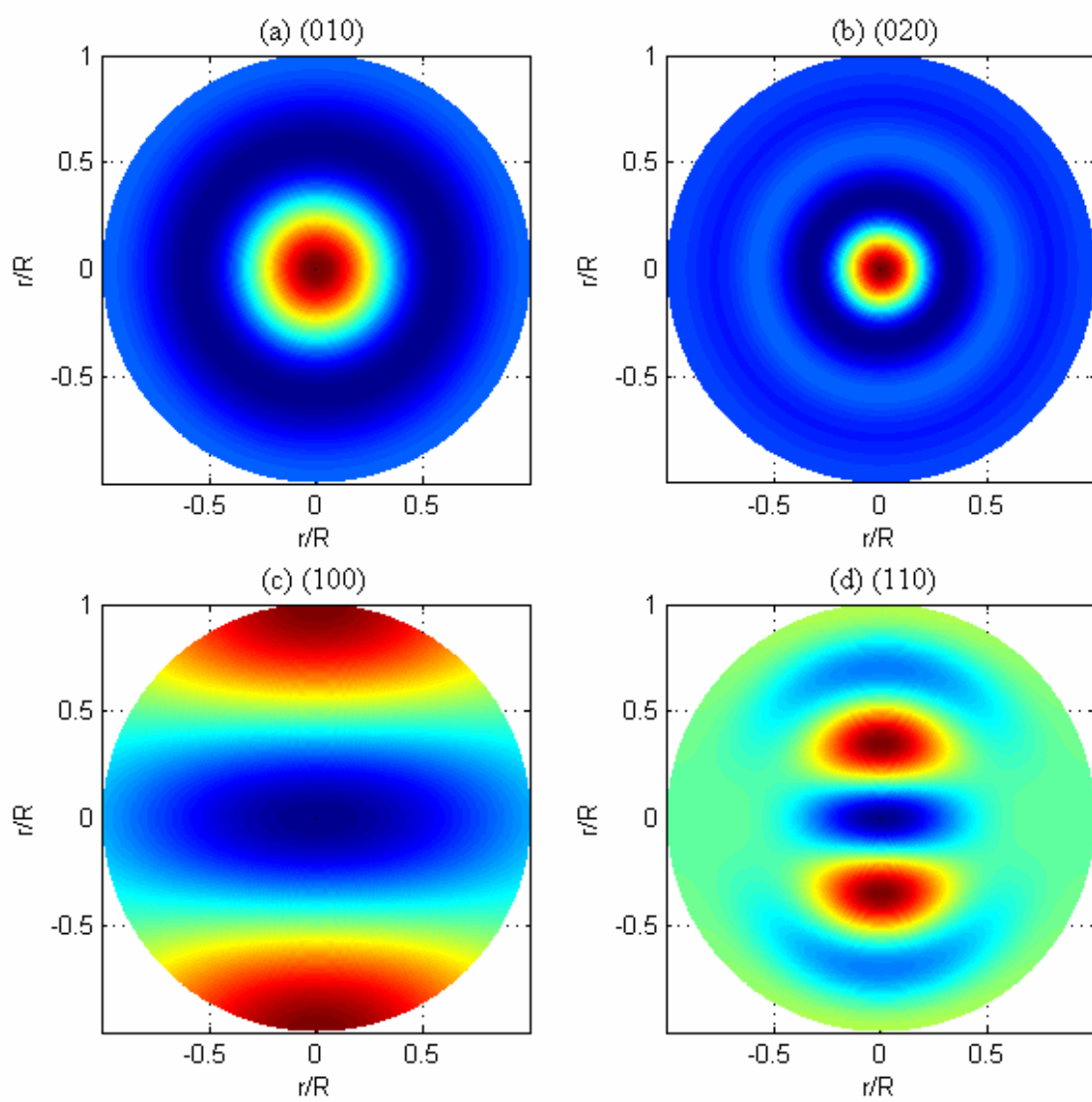


Figura A.3: Potencial acústico adimensional em uma cavidade esférica.



## APÊNDICE B: PUBLICAÇÕES

Durante o período do doutorado foram publicados os seguintes artigos em congressos e periódicos:

Andrade, M. A. B., Buiochi, F., Adamowski, J. C., “*Simulação de Imagens de Transdutores de Ultra-som Matriciais*”, In: Congresso Brasileiro de Engenharia Biomédica, São Pedro, SP, Proceedings do Congresso Brasileiro de Engenharia Biomédica, p. 748-751, 2006.

Andrade, M. A. B., Buiochi, F., Adamowski, J. C., “*Numerical analysis of an acoustic levitator*”, In: International Congress on Ultrasonics, Viena, ICU Proceedings, 2007.

Andrade, M. A. B., Silva, E. C. N., Buiochi, F., Adamowski, J. C., “*Characterization of piezoelectric materials by using an optimization algorithm*”, In: International Congress on Ultrasonics, Viena, ICU Proceedings, 2007.

Adamowski, J. C., Andrade, M. A. B., Franco, E. E., Buiochi, F., “*Ultrasonic through-transmission characterization of fiber reinforced composites using a large aperture receiver*”, In: International Congress on Ultrasonics, Viena, ICU Proceedings, 2007.

Andrade, M. A. B., Buiochi, F., Adamowski, J. C., “*Finite Element Analysis of a Piezoelectric Acoustic Levitator*”, In: IEEE International Ultrasonics Symposium, Pequim, 2008 IEEE International Symposium Proceedings, p. 1413-1416, 2008.

Adamowski, J. C., Andrade, M. A. B., Perez, N., Buiochi, F., “*A Large Aperture Ultrasonic Receiver for Through-Transmission Determination of Elastic Constants of Composite Materials*”, In: IEEE International Ultrasonics Symposium, Pequim, 2008 IEEE International Symposium Proceedings, p. 1524-1527, 2008.

- Andrade, M. A. B., Buiochi, F., Adamowski, J. C., “*Particle Manipulation by ultrasonic progressive waves*”, In: International Congress on Ultrasonics, Santiago do Chile, ICU Proceedings, 2009.
- Alvarez, N. P., Andrade, M. A. B., Buiochi, F., Adamowski, J. C., “*Identification of Piezoelectric Material Properties by Global Sensitivity Analysis*”, In: International Congress on Ultrasonics, Santiago do Chile, ICU Proceedings, 2009.
- Andrade, M. A. B., Ibáñez, A., Parrila, M., Adamowski, J. C., Fritsch, C., “*Optimization of Complex Shape Part Inspections with Phased Arrays*”, In: IEEE International Ultrasonics Symposium, Roma, 2009 IEEE International Symposium Proceedings, 2009.
- Andrade, M. A. B., Alvarez, N. P., Buiochi, F., Negreira, C., Adamowski, J. C., “*Analysis of 1-3 Piezocomposite and Homogeneous Piezoelectric Rings for Power Ultrasonic Transducers*”, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2009, Aceito para publicação.
- Andrade, M. A. B., Buiochi, F., Adamowski, J. C., “*Finite Element Analysis and Optimization of a Single-Axis Acoustic Levitator*”, IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, 2010, Aceito para publicação.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)