

**DANIEL VILELA**

**APLICAÇÃO DE MÉTODOS NUMÉRICOS DE OTIMIZAÇÃO AO  
PROBLEMA CONJUNTO DA DIRIGIBILIDADE E CONFORTO  
VEICULAR**

São Paulo

2010

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.



**DANIEL VILELA**

**APLICAÇÃO DE MÉTODOS NUMÉRICOS DE  
OTIMIZAÇÃO AO PROBLEMA CONJUNTO DA  
DIRIGIBILIDADE E CONFORTO VEICULAR**

Tese apresentada à Escola Politécnica da  
Universidade de São Paulo para obtenção  
do Título de Doutor em Engenharia.

Área de Concentração:

Engenharia Mecânica

Orientador:

Prof. Dr. Roberto Spinola Barbosa

São Paulo

2010

## FICHA CATALOGRÁFICA

**Vilela, Daniel**

**Aplicação de métodos numéricos de otimização ao problema conjunto da dirigibilidade e conforto veicular / D. Vilela. -- São Paulo, 2010.**

**320 p.**

**Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos.**

**1. Conforto veicular 2. Métodos numéricos (Otimização; Aplicações) I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos II. t.**

# Agradecimentos

À minha esposa Simone pelo suporte e incentivo em todas as situações e à minha filha Clara que, recém-chegada, me enche de alegria e esperança para continuar progredindo no trabalho, nos estudos e como pessoa.

A meus pais, minha família e amigos pelo suporte sempre recebido.

Ao Prof. Dr. Roberto Spinola Barbosa pela orientação na execução da tese e aos demais professores da Escola Politécnica da USP que me ajudaram a chegar até aqui através de orientação e compartilhamento dos seus conhecimentos.

Um agradecimento especial ao Prof. Dr. Edilson Tamai, que me orientou durante o meu mestrado e que sempre foi um dos grandes incentivadores durante minha trajetória acadêmica desde 1996 quando ingressei no PET da Capes.

À General Motors do Brasil e a todos aqueles que contribuíram de uma forma ou de outra propiciando as ferramentas para a conclusão deste trabalho.

Um agradecimento especial a todos integrantes e ex-integrantes do time de Análise e Simulação da General Motors do Brasil com os quais tive o privilégio de trabalhar e que vem me auxiliando, suportando e incentivando durante todo o período no qual temos trabalhado juntos.

Ao grupo de Engenharia Matemática da Pirelli do Brasil, especialmente ao Dr. Argemiro Costa, pelo pronto suporte sempre oferecido no decorrer dos últimos anos.

Acima de tudo e todos a Deus, que sempre é a Luz que ilumina meus caminhos e me guia por onde quer que eu siga.

# Mensagem

*“Aquele que somente segue os outros estará sempre atrás”*

*(anônimo)*

# Sumário

<b>SUMÁRIO .....</b>	<b>IV</b>
<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>IX</b>
<b>LISTA DE TABELAS .....</b>	<b>XX</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS.....</b>	<b>XXIV</b>
<b>LISTA DE SÍMBOLOS.....</b>	<b>XXV</b>
<b>RESUMO .....</b>	<b>XXXIV</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>XXXV</b>
<b>CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO.....</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO 2 - REVISÃO DA LITERATURA.....</b>	<b>10</b>
2.1. MODELOS PARA SIMULAÇÃO DINÂMICA DO VEÍCULO .....	10
2.2. AVALIAÇÃO OBJETIVA DE CONFORTO .....	14
2.3. AVALIAÇÃO OBJETIVA DE DIRIGIBILIDADE .....	21
2.4. METODOLOGIAS DE OTIMIZAÇÃO .....	24
<b>CAPÍTULO 3 – A DINÂMICA VERTICAL DO VEÍCULO.....</b>	<b>31</b>
3.1. DESCRIÇÃO DA FERRAMENTA DE SIMULAÇÃO DA DINÂMICA VERTICAL.....	31
3.2. OBTENÇÃO DAS EQUAÇÕES DINÂMICAS .....	42
3.3. CORRELAÇÃO COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....	48
3.4. CORRELAÇÃO DAS MÉTRICAS DE CONFORTO .....	51
3.5. VARIAÇÃO NAS AVALIAÇÕES SUBJETIVAS E PRECISÃO DOS RESULTADOS.....	61

3.6. CONCLUSÕES SOBRE A FERRAMENTA DE SIMULAÇÃO DO CONFORTO VIBRACIONAL .....	66
<b>CAPÍTULO 4 – A DINÂMICA LATERAL DO VEÍCULO .....</b>	<b>68</b>
4.1. EQUACIONAMENTO BÁSICO DA DINÂMICA LATERAL .....	68
4.1.1. Teorema do Movimento do Baricentro (TMB).....	70
4.1.2. Teorema do Momento Angular (TMA).....	73
4.1.3. Caso Particular 1: Regime Quase-Estático com Raio Constante.....	76
4.1.4. Caso Particular 2: Velocidade Constante e Raio Variável .....	79
4.2. MÉTRICA DE GRADIENTE DE ROLAGEM ( <i>ROLL GRADIENT</i> ).....	82
4.2.1. Rigidez de Rolagem .....	85
4.2.2. Centro de Rolagem.....	88
4.2.3. Gradiente de Rolagem.....	91
4.2.4. Medições Experimentais de Gradiente de Rolagem.....	92
4.2.5. Cálculo de Gradiente de Rolagem com Modelo Multicorpos Detalhado.....	100
4.2.6. Comparativos de Resultados de Gradiente de Rolagem.....	103
4.3. MÉTRICA DE GRADIENTE DE ESTERÇAMENTO ( <i>UNDERSTEER GRADIENT</i> ) .....	106
4.3.1. Geometria de Esterçamento em Curva.....	110
4.3.2. Dinâmica Lateral do Pneu .....	111
4.3.3. Modelo de Bicicleta.....	123
4.3.4. Variação do Gradiente de Esterçamento com o Momento Auto-Alinhante .....	128
4.3.5. Variação da Carga Vertical por Roda devida à Aceleração Radial .....	129
4.3.6. Influência da Rigidez dos Sistema de Suspensão e Direção do Veículo no Gradiente de Esterçamento .....	131

4.3.7. <i>Variação de Esterçamento das Rodas com o Curso da Suspensão</i> .....	136
4.3.8. <i>Efeitos Combinados no Gradiente de Esterçamento</i> .....	146
4.3.9. <i>Medições Experimentais de Gradiente de Esterçamento</i> .....	147
4.3.10. <i>Cálculo de Gradiente de Esterçamento com Modelo Multicorpos</i> <i>Detalhado</i> .....	153
4.3.11. <i>Comparativos de Resultados de Gradiente de Esterçamento</i> .....	155
4.4. MÉTRICA DE SENSIBILIDADE DE ESTERÇAMENTO ( <i>STEERING SENSITIVITY</i> ).....	158
4.4.1. <i>Relação de Direção</i> .....	161
4.4.2. <i>Sensibilidade de Esterçamento</i> .....	162
4.4.3. <i>Medições Experimentais de Sensibilidade de Esterçamento</i> .....	162
4.4.4. <i>Comparativos de Resultados de Sensibilidade de Esterçamento</i> .....	163
4.5. MÉTRICA DE PICO DE GRADIENTE DE ROLAGEM ( <i>PEAK ROLL GRADIENT</i> ).....	166
4.5.1. <i>Resposta Harmônica de um Sistema Massa-Mola-Amortecedor</i> .....	168
4.5.2. <i>Resposta de Rolagem do Veículo para Excitação Periódica</i> .....	171
4.5.3. <i>Cálculo de Resposta de Rolagem em Frequência com Modelo Multicorpos</i> <i>Detalhado</i> .....	175
4.5.4. <i>Comparativos de Resultados de Resposta de Rolagem em Frequência..</i>	177
4.6. MÉTRICA DE RESPOSTA DE ACELERAÇÃO LATERAL DO VEÍCULO PARA EXCITAÇÃO PERIÓDICA .....	180
4.6.1. <i>Formulação da Resposta de Aceleração Lateral do Veículo para</i> <i>Excitação Periódica</i> .....	181
4.6.2. <i>Limite de Resposta Plana de Aceleração Lateral (Lateral Acceleration</i> <i>Bandwidth)</i> .....	190

4.6.3. Cálculo de Resposta de Aceleração Lateral em Frequência com Modelo Multicorpos Detalhado.....	194
4.6.4. Comparativos de Resultados de Resposta de Aceleração Lateral em Frequência.....	196
4.6.5. Sensibilidade da Resposta de Aceleração Lateral em Frequência para a Velocidade Longitudinal .....	198
4.6.6. Comparação de Resposta Modal dos Modelos Analíticos com Modelo Multicorpos Detalhado.....	201
4.7. CONCLUSÕES SOBRE OS MODELOS DE CÁLCULO DAS MÉTRICAS DE DIRIGIBILIDADE .....	203
<b>CAPÍTULO 5 – MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO .....</b>	<b>205</b>
5.1. MÉTRICA PARA OTIMIZAÇÃO CONJUNTA .....	206
5.2. MÉTODO SIMPLEX DESCENDENTE ( <i>DOWNHILL SIMPLEX METHOD</i> ) .....	216
5.2.1. Exemplo de Aplicação .....	220
5.3. MÉTODO DA ENGENHARIA ROBUSTA (MÉTODO DE TAGUCHI) .....	227
5.3.1. Definição do Parâmetro de Ruído.....	231
5.3.2. Matriz de Experimentos.....	232
5.3.3. Estimacão do Efeito dos Parâmetros de Controle .....	237
5.3.4. Consideração dos Parâmetros de Ruído.....	239
5.3.5. Exemplo de Aplicação .....	240
5.4. METODOLOGIA DE SUPERFÍCIE DE RESPOSTA (RSM – RESPONSE SURFACE METHOD).....	244
5.4.1. Definição da Estratégia de Exploração do Espaço das Variáveis de Otimização.....	246

5.4.2. <i>Construção do Modelo Empírico</i> .....	250
5.4.3. <i>Exemplo de Aplicação</i> .....	256
<b>CAPÍTULO 6 – MODELO, SIMULAÇÃO, RESULTADOS E ANÁLISE.....</b>	<b>263</b>
6.1. MODELO ESTUDADO .....	263
6.2. SIMULAÇÃO, RESULTADOS E ANÁLISE.....	280
6.2.1. <i>Método Simplex Descendente</i> .....	280
6.2.2. <i>Método da Engenharia Robusta (Taguchi)</i> .....	284
6.2.3. <i>Metodologia da Superfície de Resposta (RSM)</i> .....	290
6.3. ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO .....	297
<b>CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES.....</b>	<b>307</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>311</b>

# Lista de Figuras

Figura 3.1 – Estados de uma Massa e um Momento de Inércia.....	32
Figura 3.2 – Sistema com Dois Graus de Liberdade e Matriz de Influência Correspondente.....	35
Figura 3.3 – Sistema com Quatro Graus de Liberdade Incluindo Rotações .....	37
Figura 3.4 – Sistema Simplificado de um Veículo .....	38
Figura 3.5 – Fluxograma Geral da Simulação Dinâmica do Veículo .....	41
Figura 3.6 – Sistema Linear com Excitação e Matriz de Influência Respectiva.....	43
Figura 3.7 – Sistema Linear + Rotacional e Matriz de Influência Respectiva.....	46
Figura 3.8 – Forças Medidas na Torre do Amortecedor Dianteiro .....	49
(Azul – medido / Vermelho – simulado).....	49
Figura 3.9 - Espectro de Frequência das Forças Medidas na Torre do Amortecedor Dianteiro (Azul – medido / Vermelho – simulado).....	50
Figura 3.10 – Acelerações Verticais Medidas na Junta Esférica do Braço de Controle (Azul – medido / Vermelho – simulado).....	50
Figura 3.11 – Espectro de Frequência das Acelerações Verticais Medidas na Junta Esférica do Braço de Controle (Azul – medido / Vermelho – simulado) .....	51
Figura 3.12 – Trecho de Pista de Paralelepípedos (Simulação de Aspereza) .....	53
Figura 3.13 – Trecho de Pista com Olhos de Gato (Simulação de Capacidade de Absorção) .....	54

Figura 3.14 – Trechos de Pista com Buracos de Maior Amplitude (Simulação de Entrada de Batente) .....	54
Figura 3.15 – Trecho de Pista com Vala de Chuva (Simulação de Balanço) .....	55
Figura 3.16 – Esquema Geral de Funcionamento - Virtual Ride.....	57
Figura 3.17 – Correlação Entre os Resultados do Virtual Ride e os Resultados Avaliados em Campo de Provas Para Aspereza.....	58
Figura 3.18 – Correlação Entre os Resultados do Virtual Ride e os Resultados Avaliados em Campo de Provas Para Capacidade de Absorção.....	59
Figura 3.19 – Correlação Entre os Resultados do Virtual Ride e os Resultados Avaliados em Campo de Provas Para Entrada de Batente .....	59
Figura 3.20 – Correlação Entre os Resultados do Virtual Ride e os Resultados Avaliados em Campo de Provas Para Balanço .....	60
Figura 3.21 – Correlação Geral de Conforto Entre os Resultados do Virtual Ride e os Resultados Avaliados em Campo de Provas .....	61
Figura 3.22 – Correlação Entre os Resultados do Virtual Ride e os Resultados Avaliados em Campo de Provas Para Aspereza.....	63
Figura 3.23 – Correlação Entre os Resultados do Virtual Ride e os Resultados Avaliados em Campo de Provas Para Capacidade de Absorção.....	63
Figura 3.24 – Correlação Entre os Resultados do Virtual Ride e os Resultados Avaliados em Campo de Provas Para Entrada de Batente .....	64
Figura 3.25 – Correlação Entre os Resultados do Virtual Ride e os Resultados Avaliados em Campo de Provas Para Balanço .....	64
Figura 3.26 – Correlação Geral de Conforto Entre os Resultados do Virtual Ride e os Resultados Avaliados em Campo de Provas .....	65

Figura 4.1 – Vista de Topo (Plano Global XY) do Veículo em Trajetória Curvilínea ...	69
Figura 4.2 – Vista Frontal (Plano Global YZ) do Veículo em Trajetória Curvilínea .....	69
Figura 4.3 – z em Função de $\theta$ para Pista sem Irregularidades.....	79
Figura 4.4 – Ângulo de Rolagem do Veículo em Curva em Regime Permanente.....	84
Figura 4.5 – Definição do Gradiente de Rolagem ( <i>Roll Gradient</i> ).....	84
Figura 4.6 – Elementos Principais para o Cálculo da Rigidez Torcional do Veículo.....	86
Figura 4.7 – Altura do Centro de Rolagem Dianteiro (Suspensão McPherson) no Plano $y'z'$ .....	89
Figura 4.8 – Altura do Centro de Rolagem Traseiro (Suspensão Eixo Torçor) no Plano $y'z'$ (referência Milliken 1995).....	90
Figura 4.9 – Eixo de Rolagem e Definição do Braço Efetivo de Rolagem .....	91
Figura 4.10 – Esquema da Condição de Teste em Raio Constante.....	93
Figura 4.11 – Veículo em Manobra de Raio Constante .....	93
Figura 4.12 – Veículo 1 – 1ª Medição de Ângulo de Rolagem x Aceleração Lateral ...	94
Figura 4.13 – Veículo 1 – 2ª Medição de Ângulo de Rolagem x Aceleração Lateral ...	94
Figura 4.14 – Veículo 1 – 3ª Medição de Ângulo de Rolagem x Aceleração Lateral ...	95
Figura 4.15 – Veículo 1 – 1ª Medição – Aceleração Lateral e Ângulo de Rolagem Amostrados no Tempo .....	96
Figura 4.16 – Veículo 1 – 1ª Medição – Aceleração Lateral e Velocidade Longitudinal Amostrados no Tempo.....	97
Figura 4.17 – Veículo 2 – 1ª Medição de Ângulo de Rolagem x Aceleração Lateral ...	97
Figura 4.18 – Veículo 2 – 2ª Medição de Ângulo de Rolagem x Aceleração Lateral ....	98
Figura 4.19 – Veículo 2 – 1ª Medição – Aceleração Lateral e Ângulo de Rolagem Amostrados no Tempo .....	99

Figura 4.20 – Veículo 2 – 1a Medição – Aceleração Lateral e Velocidade Longitudinal Amostrados no Tempo.....	99
Figura 4.21 – Representação Gráfica do Modelo Multicorpos Detalhado em ADAMS® .....	101
Figura 4.22 – Veículo 1 – Comparativo de Curvas de Ângulo de Rolagem x Aceleração Lateral calculados com o Modelo Multicorpos Detalhado e Medições Experimentais .....	102
Figura 4.23 – Veículo 2 – Comparativo de Curvas de Ângulo de Rolagem x Aceleração Lateral calculados com o Modelo Multicorpos Detalhado e Medições Experimentais .....	103
Figura 4.24 – Comparativo de Resultados de Gradiente de Rolagem do Veículo 1.....	104
Figura 4.25 – Comparativo de Resultados de Gradiente de Rolagem do Veículo 2.....	105
Figura 4.26 – Definição do Gradiente de Esterçamento ( <i>Understeer Gradient</i> ) .....	106
Figura 4.27 – Definição dos Conceitos de Veículo Sub-Esterçante, Sobre-Esterçante e Neutro .....	107
Figura 4.28 – Definição do Ângulo de Esterçamento de Ackerman.....	110
(figura adaptada de Gillespie – 1992) .....	110
Figura 4.29 – Escorregamento e Mecanismo de Produção de Força Lateral em Pneus (figura adaptada de Gillespie – 1992) .....	112
Figura 4.30 – Relação entre Força Lateral e Escorregamento Aplicado ao Pneu.....	113
Figura 4.31 – Relação entre Força Lateral, Ângulo de Escorregamento e Carga Vertical (Normal) Aplicados ao Pneu P195/60 R15 .....	115
Figura 4.32 – Relação entre Força Lateral e Ângulo de Cambagem para o Pneu P165/70 R13 .....	116

Figura 4.33 – Comparação entre os Efeitos do Ângulo de Cambagem e Ângulo de Escorregamento na Geração de Força Lateral para o Pneu P165/70 R13.....	117
Figura 4.34 – Relação entre Momento Auto-Alinhante e Escorregamento Aplicado ao Pneu .....	118
Figura 4.35 – Determinação da Faixa Linear na Relação entre Força Lateral e Ângulo de Escorregamento para o Pneu P195/60 R15 sob Carga Vertical de 4022 N.....	120
Figura 4.36 – Determinação da Faixa Linear na Relação entre Força Lateral e Ângulo de Escorregamento para o Pneu P195/60 R15 sob Carga Vertical de 2516 N.....	120
Figura 4.37 – Determinação da Faixa Linear na Relação entre Força Lateral e Ângulo de Escorregamento para o Pneu P165/70 R13 sob Carga Vertical de 3468 N.....	121
Figura 4.38 – Determinação da Faixa Linear na Relação entre Força Lateral e Ângulo de Escorregamento para o Pneu P165/70 R13 sob Carga Vertical de 2139 N.....	122
Figura 4.39 – Esquema do Modelo de Bicicleta .....	124
Figura 4.40 – Esquema de Cálculo das Forças Laterais por Eixo Dianteira e Traseira	125
Figura 4.41– Variação da Carga Vertical por Roda devida à Aceleração Radial no Eixo Dianteiro .....	129
Figura 4.42 – Variação da Carga Vertical por Roda devida à Aceleração Radial no Eixo Traseiro .....	130
Figura 4.43 – Ilustração do Efeito da Rigidez dos Sistemas de Suspensão e Direção no Ângulo Final na Roda.....	132
Figura 4.44 – Efeito da Altura Incorreta do Centro de Giro da Caixa de Direção nas Trajetórias da Suspensão e do Braço de Direção .....	138
Figura 4.45 – Variação do Ângulo de Esterçamento devido à Altura Incorreta do Centro de Giro da Caixa de Direção .....	138

Figura 4.46 – Efeito do Comprimento Incorreto do Braço da Caixa de Direção nas Trajetórias da Suspensão e do Braço de Direção .....	139
Figura 4.47 – Variação do Ângulo de Esterçamento devido ao Comprimento Incorreto do Braço da Caixa de Direção .....	139
Figura 4.48 – Esquema do Carro Rolando para a Esquerda .....	140
Figura 4.49 – Esterçamento das Rodas Dianteiras com Curso da Suspensão para Veículo 1 – Determinação Cinemática com Modelo Multicorpos Detalhado .....	143
Figura 4.50 – Esterçamento das Rodas Dianteiras com Curso da Suspensão para Veículo 2 – Determinação Cinemática com Modelo Multicorpos Detalhado e Comparação com Valores Medidos Experimentalmente .....	143
Figura 4.51 – Esterçamento das Rodas Traseiras com Curso da Suspensão para Veículo 1 – Determinação Elasto-Cinemática com Modelo Multicorpos Detalhado.....	144
Figura 4.52 – Esterçamento das Rodas Traseiras com Curso da Suspensão para Veículo 2 – Determinação Elasto-Cinemática com Modelo Multicorpos Detalhado.....	145
Figura 4.53 – Veículo 1 – 1ª Medição de Ângulo Médio de Esterçamento dos Pneus x Aceleração Lateral para Manobra de Raio Constante = 25 m.....	147
Figura 4.54 – Veículo 1 – 2ª Medição de Ângulo Médio de Esterçamento dos Pneus x Aceleração Lateral para Manobra de Raio Constante = 25 m.....	148
Figura 4.55 – Veículo 1 – 3ª Medição de Ângulo Médio de Esterçamento dos Pneus x Aceleração Lateral para Manobra de Raio Constante = 25 m.....	148
Figura 4.56 – Veículo 1 – 1ª Medição – Aceleração Lateral e Ângulo Médio de Esterçamento dos Pneus Amostrados no Tempo .....	150

Figura 4.57 – Veículo 2 – 1ª Medição de Ângulo Médio de Esterçamento dos Pneus x Aceleração Lateral para Manobra de Raio Constante = 25 m.....	150
Figura 4.58 – Veículo 2 – 2ª Medição de Ângulo Médio de Esterçamento dos Pneus x Aceleração Lateral para Manobra de Raio Constante = 25 m.....	151
Figura 4.59 – Veículo 2 – 1ª Medição – Aceleração Lateral e Ângulo Médio de Esterçamento dos Pneus Amostrados no Tempo .....	152
Figura 4.60 – Veículo 1 – Comparativo de Curvas de Ângulo Médio de Esterçamento dos Pneus x Aceleração Lateral calculados com Modelo Multicorpos Detalhado e Medições Experimentais.....	154
Figura 4.61 – Veículo 2 – Comparativo de Curvas de Ângulo Médio de Esterçamento dos Pneus x Aceleração Lateral calculados com Modelo Multicorpos Detalhado e Medições Experimentais.....	154
Figura 4.62 – Comparativo de Resultados de Gradiente de Esterçamento – Veículo 1	156
Figura 4.63 – Comparativo de Resultados de Gradiente de Esterçamento – Veículo 2	157
Figura 4.64 – Definição da Sensibilidade de Esterçamento ( <i>Steering Sensitivity</i> ) .....	158
Figura 4.65 – Variação Típica da Relação de Direção.....	161
Figura 4.66 – Comparativo de Resultados de Sensibilidade de Esterçamento – Veículo 1 .....	164
Figura 4.67 – Comparativo de Resultados de Sensibilidade de Esterçamento – Veículo 2 .....	165
Figura 4.68 – Definição do Pico do Gradiente de Rolagem ( <i>Peak Roll Gradient</i> ).....	167
Figura 4.69 – Sistema Massa-Mola-Amortecedor Simples sem Excitação Externa e Sistema Torcional Equivalente.....	169

Figura 4.70 – Sistema Massa-Mola-Amortecedor Simples com Excitação Externa e Sistema Torcional Equivalente.....	170
Figura 4.71 – Forças atuando na Rolagem do Veículo .....	172
Figura 4.72 – Veículo 1 – Resposta de Gradiente de Rolagem em Frequência calculada com Modelo Multicorpos Detalhado.....	176
Figura 4.73 – Veículo 2 – Resposta de Gradiente de Rolagem em Frequência calculada com Modelo Multicorpos Detalhado.....	177
Figura 4.74 – Comparativo de Resultados de Resposta de Rolagem em Frequência – Veículo 1 .....	178
Figura 4.75 – Comparativo de Resultados de Resposta de Rolagem em Frequência – Veículo 2 .....	179
Figura 4.76 – Definição do Limite de Resposta Plana de Aceleração Lateral ( <i>Lateral Acceleration Bandwidth</i> ).....	191
Figura 4.77 – Veículo 1 – Resposta de Gradiente de Aceleração Lateral em Frequência calculada com Modelo Multicorpos Detalhado.....	195
Figura 4.78 – Veículo 2 – Resposta de Gradiente de Rolagem em Frequência calculada com Modelo Multicorpos Detalhado.....	195
Figura 4.79 – Comparativo de Resultados de Resposta de Aceleração Lateral (dB) em Frequência – Veículo 1.....	196
Figura 4.80 – Comparativo de Resultados de Resposta de Aceleração Lateral (linear) em Frequência – Veículo 1.....	197
Figura 4.81 – Comparativo de Resultados de Resposta de Aceleração Lateral (dB) em Frequência – Veículo 2.....	197

Figura 4.82 – Comparativo de Resultados de Resposta de Aceleração Lateral (linear) em Frequência – Veículo 2.....	198
Figura 4.83 – Comparativo de Resultados de Resposta de Aceleração Lateral em Frequência do Veículo 1 variando-se a Velocidade Longitudinal .....	199
Figura 4.84 – Análise do Local das Raízes da Resposta de Aceleração Lateral em Frequência do Veículo 1 variando-se a Velocidade Longitudinal .....	200
Figura 5.1 – Função de Avaliação da Métrica de Gradiente de Rolagem.....	210
Figura 5.2 – Função de Avaliação da Métrica de Gradiente de Esterçamento .....	210
Figura 5.3 – Função de Avaliação da Métrica de Sensibilidade de Esterçamento .....	211
Figura 5.4 – Função de Avaliação da Métrica de Razão Pico/Estático de Gradiente de Rolagem em Frequência.....	211
Figura 5.5 – Função de Avaliação da Métrica de Limite de Resposta Plana de Aceleração Lateral em Frequência .....	212
Figura 5.6 – Função de Ponderação Proposta .....	215
Figura 5.7 – Movimentos possíveis para um simplex (PRESS, 1992) .....	219
Figura 5.8 – Função usada para estudo do método de simplex descendente .....	223
Figura 5.9 – Ampliação da função usada para estudo do método de simplex descendente na área de mínimo global.....	224
Figura 5.10 – Convergência do Método Simplex Descendente para o Exemplo Criado .....	225
Figura 5.11 – Detalhe do Gráfico de Convergência do Método Simplex Descendente para o Exemplo Criado.....	225
Figura 5.12 – Gráfico de Influência dos Diversos Parâmetros de Controle nos Níveis Considerados para a Otimização .....	238

Figura 5.13 – Representação Gráfica da Relação S/R dos Parâmetros de Controle .....	242
Figura 5.14 – Exemplo de Superfície de Resposta .....	244
Figura 6.1 – Suspensão Dianteira do Tipo <i>Mc Pherson</i> com Componentes Dinâmicos Modelados .....	266
Figura 6.2 – Perna da Suspensão Dianteira do Tipo <i>Mc Pherson</i> com Pontos de Articulação e Aplicação de Forças Modelados .....	266
Figura 6.3 – Braço de Controle da Suspensão Dianteira do Tipo <i>Mc Pherson</i> com Pontos de Articulação e Aplicação de Forças Modelados.....	267
Figura 6.4 – Batente da Suspensão Dianteira do Tipo <i>Mc Pherson</i> com Pontos de Articulação e Aplicação de Forças Modelados .....	267
Figura 6.5 – Barra Estabilizadora da Suspensão Dianteira do Tipo <i>Mc Pherson</i> com Pontos de Articulação e Aplicação de Forças Modelados.....	268
Figura 6.6 – Gráfico de Força (N) x Deflexão (mm) da Mola Dianteira Base do Estudo.....	270
Figura 6.7 – Gráfico de Força (N) x Deflexão (mm) do Batente Dianteiro Base do Estudo.....	270
Figura 6.8 – Gráfico de Força (N) x Velocidade (m/s) do Amortecedor Dianteiro Base do Estudo .....	271
Figura 6.9 – Suspensão Traseira do Tipo Semi-Independente com Barra de Torção com Componentes Dinâmicos Modelados .....	272
Figura 6.10 – Vista Lateral da Suspensão Traseira do Tipo Semi-Independente com Barra de Torção com Pontos de Articulação e Aplicação de Forças Modelados...	273

Figura 6.11 – Vista Longitudinal da Suspensão Traseira do Tipo Semi-Independente com Barra de Torção com Pontos de Articulação e Aplicação de Forças Modelados .....	273
Figura 6.12 – Gráfico de Força (N) x Deflexão (mm) da Mola Traseira Base do Estudo .....	275
Figura 6.13 – Gráfico de Força (N) x Deflexão (mm) do Batente Traseiro Base do Estudo .....	275
Figura 6.14 – Gráfico de Força (N) x Velocidade (m/s) do Amortecedor Traseiro Base do Estudo .....	276
Figura 6.15 – Evolução da Métrica de Otimização no Método Simplex Descendente.	281
Figura 6.16 – Evolução das Métricas de Conforto e Dirigibilidade por Carregamento no Método Simplex Descendente .....	282
Figura 6.17 – Evolução das Métricas de Conforto e Dirigibilidade por Carregamento no Método Simplex Descendente Normalizada .....	282
Figura 6.18 – Resultados em Termos de Relação S/R da Engenharia Robusta para os Parâmetros de Otimização .....	287
Figura 6.19 – Resultados Individuais de Relação S/R da Engenharia Robusta para os Parâmetros de Otimização .....	288
Figura 6.20 – Resultados da Métrica Global Conjunta de Dirigibilidade e Conforto para Cada Método de Otimização Estudado .....	301
Figura 6.21 – Resultados Individuais das Métricas de Dirigibilidade e Conforto para Cada Método de Otimização Estudado .....	305
Figura 6.22 – Comparação Qualitativa entre os Métodos de Otimização Estudados ...	306

# Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Organização da Matriz de Influência .....	34
Tabela 3.2 – Matriz de Influência do Sistema com Dois Graus de Liberdade com Coluna de Excitação Preenchida .....	36
Tabela 3.3 – Matriz de Influência do Sistema com Dois Graus de Liberdade com Coluna de Excitação e Linha do Sistema de Ligação 2 Preenchidas .....	36
Tabela 3.4 – Matriz de Influência Completa do Sistema com Dois Graus de Liberdade.....	37
Tabela 3.5 – Matriz de Influência Completa do Sistema com Quatro Graus de Liberdade Incluindo Rotações .....	37
Tabela 3.6 – Matriz de Influência Completa do Sistema Simplificado de um Veículo..	38
Tabela 3.7 – Variação Observada nas Avaliações Subjetivas.....	62
Tabela 4.1 – Gradiente de Rolagem do Veículo 1 – Medições Experimentais.....	96
Tabela 4.2 – Gradiente de Rolagem do Veículo 2 – Medições Experimentais.....	98
Tabela 4.3 – Comparativo de Resultados de Gradiente de Rolagem do Veículo 1 .....	104
Tabela 4.4 – Comparativo de Resultados de Gradiente de Rolagem do Veículo 2 .....	105
Tabela 4.5 – Dados do Pneu P195/60 R15 utilizado no Veículo 1 para Validade da Hipótese de Linearidade .....	119
Tabela 4.6 – Dados do Pneu P165/70 R13 utilizado no Veículo 2 para Validade da Hipótese de Linearidade .....	121
Tabela 4.7 – Gradiente de Esterçamento do Veículo 1 – Medições Experimentais .....	149

Tabela 4.8 – Gradiente de Esterçamento do Veículo 2 – Medições Experimentais .....	151
Tabela 4.9 – Comparativo de Resultados de Gradiente de Esterçamento – Veículo 1 .	156
Tabela 4.10 – Comparativo de Resultados de Gradiente de Esterçamento – Veículo 2	157
Tabela 4.11 – Sensibilidade de Esterçamento do Veículo 1 – Med. Experimentais.....	163
Tabela 4.12 – Sensibilidade de Esterçamento do Veículo 2 – Med. Experimentais.....	163
Tabela 4.13 – Comparativo de Resultados de Sensibilidade de Esterçamento – Veículo 1 .....	164
Tabela 4.14 – Comparativo de Resultados de Sensibilidade de Esterçamento – Veículo 2 .....	165
Tabela 4.15 – Comparativo de Resultados de Resposta de Rolagem em Frequência – Veículo 1 .....	178
Tabela 4.16 – Comparativo de Resultados de Resposta de Rolagem em Frequência – Veículo 2 .....	179
Tabela 4.17 – Comparativo de Resultados de Resposta de Aceleração Lateral em Frequência – Veículo 1.....	196
Tabela 4.18 – Comparativo de Resultados de Resposta de Aceleração Lateral em Frequência – Veículo 2.....	197
Tabela 4.19 – Comparativo de Resultados de Resposta Modal do Modelo Multicorpos Detalhado com Modelos Analíticos – Veículo 1 .....	201
ponto mais baixo .....	219
Tabela 5.1 – Matriz ortogonal para uma otimização de 4 parâmetros a 3 níveis cada .	234
Tabela 5.2 – Arranjo Ortogonal $L_4(2^3)$ .....	240
Tabela 5.3 – Matriz de experimentos do $L_4$ com 1 fator de ruído de 2 níveis distintos	241
Tabela 5.4 – Resultados das simulações .....	241

Tabela 5.5 – S/R dos parâmetros de controle.....	241
Tabela 5.6 – Identificação do Resultado Ótimo.....	243
Tabela 5.7 – Variáveis Regressoras Mais Significativas .....	259
Tabela 5.8 – Resultados do Estudo de Variabilidade em Função da Carga.....	262
Tabela 6.1 – Dados Gerais do Veículo Modelado .....	264
Tabela 6.2 – Dados do Conjunto Motor/Transmissão .....	265
Tabela 6.3 – Modelagem dos Pontos Geométricos da Suspensão Dianteira do Tipo <i>Mc Pherson</i> .....	269
Tabela 6.4 – Modelagem dos Pontos Geométricos da Suspensão Traseira do Tipo Semi-Independente com Barra de Torção .....	274
Tabela 6.5 – Propriedades do Pneu P195/60 R15 com Pressão de Enchimento igual a 30 psi (Pneu Base do Estudo).....	277
Tabela 6.6 – Parâmetros de Otimização Estudados e Limites Empregados .....	277
Tabela 6.7 – Variação da Rigidez Radial do Pneu P195/60 R15 Estudado em Função da Pressão de Enchimento .....	278
Tabela 6.8 – Variação da Rigidez Lateral do Pneu P195/60 R15 Estudado em Função da Pressão de Enchimento .....	278
Tabela 6.9 – Variação da Rigidez Auto-Alinhante do Pneu P195/60 R15 Estudado em Função da Pressão de Enchimento .....	278
Tabela 6.10 – Variação do Braço Pneumático do Pneu P195/60 R15 Estudado em Função da Pressão de Enchimento .....	278
Tabela 6.11 – Critérios (Objetivos) a serem perseguidos para Métricas Objetivas de Dirigibilidade.....	279

Tabela 6.12 – Níveis Adotados para os Parâmetros de Otimização para Estudo de Engenharia Robusta (Taguchi) .....	285
Tabela 6.13 – Matriz Ortogonal para Estudo de Engenharia Robusta (Taguchi) .....	285
Tabela 6.14 – Resultados dos Experimentos de Engenharia Robusta (Taguchi).....	286
Tabela 6.15 – Resultados de Otimização por Engenharia Robusta (Taguchi).....	289
Tabela 6.16 – Resultados de Conforto e Dirigibilidade por Carregamento na Engenharia Robusta (Taguchi) .....	289
Tabela 6.17 – Variáveis Regressoras Mais Significativas do Modelo Inicial.....	291
Tabela 6.18 – Variáveis Regressoras Mais Significativas do Modelo com $x_7 = -1$ .....	293
Tabela 6.19 – Comparativo de Precisão dos Modelos Analíticos da RSM .....	293
Tabela 6.20 – Resultados do Estudo de Variabilidade em Função da Carga para Modelo com $x_7 = -1$ .....	296
Tabela 6.21 – Variação dos Resultados de Cada Método de Otimização Empregado em Função do Carregamento do Veículo .....	302
Tabela 6.22 – Valores Ótimos das Variáveis de Otimização Estudadas.....	303
Tabela 6.23 – Comparação entre os Valores de Sinal/Ruído da Engenharia Robusta e Coeficientes de Regressão Parcial da RSM.....	304

# Lista de Abreviaturas e Siglas

ADAMS<sup>®</sup> – *Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems*, ou Análise

Dinâmica Automática para Sistemas Mecânicos

CPCA – Campo de Provas de Cruz Alta

GMB – General Motors do Brasil

GPS – *Global Positioning System*, ou Sistema de Posicionamento Global

RMS – *Root Mean Square*, ou Média Quadrática

RSM – *Response Surface Methodology*, ou Metodologia de Superfície de Resposta

SUV – *Sport Utility Vehicle*, ou Veículo Utilitário Esportivo

TMA – Teorema do Momento Angular

TMB – Teorema do Movimento do Baricentro

VPG – *Virtual Proving Ground*, ou Campo de Provas Virtual

## Lista de Símbolos

$a_L$  – aceleração lateral do veículo

$\vec{a}_o$  – aceleração relativa neste ponto O

$\vec{a}_r$  – aceleração no referencial acelerado fixo ao CG do veículo

$A_1$  até  $A_{11}$  – variáveis auxiliares na formulação da resposta de aceleração lateral do veículo para excitação periódica

$b$  – distância do CG do veículo até o eixo dianteiro

$b'$  – distância do CG do veículo até o ponto de aplicação da resultante de força lateral gerada pelo pneu dianteiro

$\hat{b}$  – estimador de mínimos quadrados para a matriz de coeficientes de regressão parcial  $\beta$  da RSM

$B_f$  – parâmetro de correção do ângulo de esterçamento pela rigidez da suspensão no eixo dianteiro

$B_r$  – parâmetro de correção do ângulo de esterçamento pela rigidez da suspensão no eixo traseiro

$c$  – amortecimento linear da massa do sistema massa-mola-amortecedor

$c$  – distância do CG do veículo até o eixo traseiro

$C_\alpha$  – rigidez lateral ou rigidez de deriva do pneu

$C_{\alpha f}$  – coeficiente de rigidez lateral dianteiro

$C_{\alpha r}$  – coeficiente de rigidez lateral traseiro

$c'$  – distância do CG do veículo até o ponto de aplicação da resultante de força lateral gerada pelo pneu traseiro

$C'_{af}$  – coeficiente de rigidez lateral dianteiro corrigido

$C'_{ar}$  – coeficiente de rigidez lateral traseiro corrigido

CG – centro de gravidade

$C_{mz\alpha}$  – rigidez de momento auto-alinhante do pneu

$C_T$  – amortecimento de rolagem total do veículo

$e$  – vetor de resíduos da RSM

exc – excitação

$F$  – força

$\vec{F}$  – somatória das forças externas atuantes ao veículo

$F(t)$  – força de excitação do sistema massa-mola-amortecedor

$F_0$  – amplitude da força de excitação periódica do sistema massa-mola-amortecedor

$F_0$  – valor de teste da função  $F$  do modelo ajustado da RSM

$\vec{F}_a$  – força fictícia de arrastamento

$F_{AMORT}$  – força de amortecimento

$\vec{F}_c$  – força fictícia de Coriolis

$f_{conforto}$  – métrica global de conforto

$f_{dirigibilidade}$  – métrica global de dirigibilidade

$F_{ext,yf}$  – força lateral externa gerada pelos pneus dianteiros

$F_{ext,yr}$  – força lateral externa gerada pelos pneus traseiros

$F_{MOLA}$  – força de mola

$f_{otimização}$  – métrica global conjunta de dirigibilidade e conforto

$ftol$  – tolerância de valor mínimo do simplex

$F_y$  – força lateral desenvolvida pelo pneu

$F_{yf}$  – força lateral centrípeta dianteira

$F_{yi}$  – força lateral gerada pelos pneus do lado interno da curva

$F_{yo}$  – força lateral gerada pelos pneus do lado externo da curva

$F_{yr}$  – força lateral centrípeta traseira

$F_{zi}$  – força vertical transmitida pela suspensão do lado interno da curva

$F_{zo}$  – força vertical transmitida pela suspensão do lado externo da curva

$F_{\alpha,k, n-k-1}$  – distribuição Fisher-Snedecor com confiança  $\alpha$ ,  $k$  graus de liberdade no numerador e  $(n-k-1)$  graus de liberdade no denominador

$G$  – polo para o cálculo dos momentos

$G_{roll}(\omega)$  – ganho de gradiente de rolagem em frequência

$G_s(\omega)$  – ganho de sensibilidade de esterçamento em frequência

$H_{cg}$  – altura do centro de gravidade em relação ao solo

$H_{cg}$  – altura do centro de gravidade em relação ao solo

$H_r$  – braço efetivo de rolagem do veículo

$H_{rcg}$  – altura do centro de rolagem na linha do CG

$H_{rcg}$  – altura do centro de rolagem na linha do CG

$H_{rf}$  – altura do centro de rolagem dianteiro

$H_{rr}$  – altura do centro de rolagem traseiro

$I$  – momento de inércia

$J$  – matriz de inércia do veículo

$J$  – momento de inércia rotativo do sistema massa-mola-amortecedor torcional

$J_G$  – matriz de inércia do veículo com relação ao polo  $G$

$K$  – gradiente de esterçamento

$K$  – rigidez do sistema de ligação

$k$  – rigidez linear da massa do sistema massa-mola-amortecedor

$K_{bf}$  – rigidez equivalente da barra estabilizadora dianteira (linear vertical na linha do eixo dianteiro)

$K_{br}$  – rigidez equivalente da barra estabilizadora (ou eixo) traseira (linear vertical na linha do eixo traseiro)

$K_{fyf}$  – rigidez de ângulo de esterçamento gerado por força lateral no eixo dianteiro

$K_{fyr}$  – rigidez de ângulo de esterçamento gerado por força lateral no eixo traseiro

$K_{mzf}$  – rigidez de ângulo de esterçamento gerado por momento auto-alinhante no eixo dianteiro

$K_{mzr}$  – rigidez de ângulo de esterçamento gerado por momento auto-alinhante no eixo traseiro

$K_{obj}$  – critério objetivo para otimização da métrica de gradiente de esterçamento

$K_{roll}$  – gradiente de rolagem do veículo

$K_{roll, pico}$  – ganho máximo de gradiente de rolagem em frequência

$K_{roll,obj}$  – critério objetivo para otimização da métrica de gradiente de rolagem

$K_s$  – sensibilidade de esterçamento

$K_{s,obj}$  – critério objetivo para otimização da métrica de sensibilidade de esterçamento

$K_{sbf}$  – rigidez linear das duas molas e da barra estabilizadora dianteiras em conjunto

$K_{sbr}$  – rigidez linear das duas molas e da barra estabilizadora traseiras em conjunto

$K_{sf}$  – rigidez equivalente da suspensão dianteira

$K_{sr}$  – rigidez equivalente da suspensão traseira

$K_T$  – rigidez de rolagem total do veículo

$K_{tf}$  – rigidez de rolagem dianteira total

$K_{tirf}$  – rigidez radial do pneu dianteiro

$K_{tirr}$  – rigidez radial do pneu traseiro

$K_{tr}$  – rigidez de rolagem traseira total

$K_{tsbf}$  – rigidez de rolagem dianteira devida somente à barra estabilizadora e as molas

$K_{tsbr}$  – rigidez de rolagem traseira devida somente à barra estabilizadora e as molas

$K_{tif}$  – rigidez de rolagem dianteira devida aos pneus

$K_{tir}$  – rigidez de rolagem traseira devida aos pneus

$L$  – braço

$L$  – distância entre-eixos do veículo

$L$  – soma balanceada dos resultados dos experimentos da matriz ortogonal

$m$  – massa

$m$  – massa do sistema massa-mola-amortecedor

$M$  – massa total do veículo

$M_{ext,zf}$  – momento auto-alinhante externo gerado pelos pneus dianteiros

$M_{ext,zr}$  – momento auto-alinhante externo gerado pelos pneus traseiros

$\vec{M}_G^{ext}$  – somatória dos momentos externos aplicados no corpo com relação ao polo G

$MS_E$  – média quadrática da estimativa do modelo ajustado da RSM

$MS_R$  – média quadrática residual da RSM

$M_z$  – momento auto-alinhante desenvolvido pelo pneu

$N$  – número de dimensões do simplex

$n$  – número de experimentos da matriz ortogonal

$n$  – número de experimentos da RSM

$N_{EX}$  – número de excitações externas do sistema de ligação

$N_I$  – número de momentos de inércia do sistema de ligação

$N_M$  – número de massas do sistema de ligação

O – centro da curva

O – ponto de referência

p – número de coeficientes de regressão parcial da RSM

P – ponto da extremidade do simplex

$p_1$  até  $p_5$  – fatores de ponderação das métricas individuais de dirigibilidade

$p_{\text{conforto}}$  – fator de ponderação da métrica global de conforto

$p_{\text{dirigibilidade}}$  – fator de ponderação da métrica global de dirigibilidade

R – raio da curva

r – relação entre frequência de excitação e frequência natural não-amortecida do sistema massa-mola-amortecedor

$R^2$  – coeficiente de correlação de regressão linear

$r_{\text{dir}}$  – relação de direção

$r_{\text{pico}}$  – relação entre frequência de excitação com ganho máximo de gradiente de rolagem em frequência e frequência natural não-amortecida do sistema

$R_{\text{roll}}$  – razão entre pico de gradiente de rolagem em frequência e gradiente de rolagem quase-estático

$R_{\text{roll,obj}}$  – critério objetivo para otimização da métrica de razão pico/estático de gradiente de rolagem em frequência

S/R – relação sinal/ruído

SL – sistema de ligação

$SS_E$  – soma dos quadrados dos resíduos do modelo ajustado da RSM

$SS_R$  – parcela residual de erro do modelo de regressão adotado pela RSM

$SS_T$  – erro total do modelo de regressão adotado pela RSM

$t$  – bitola média do veículo

$t$  – braço pneumático do pneu

$t$  – tempo

$T(t)$  – momento de excitação do sistema massa-mola-amortecedor torcional

$T_f$  – bitola dianteira

$t_f$  – braço pneumático dos pneus dianteiros

$tol$  – tolerância de convergência do simplex

$T_r$  – bitola traseira

$t_r$  – braço pneumático dos pneus traseiros

$T_{roll}$  – momento de rolagem aplicado ao veículo

$V_f$  – vetor de velocidade do pneu dianteiro

$V_r$  – vetor de velocidade do pneu traseiro

$V_x$  – velocidade longitudinal do veículo

$w$  – peso de balanceamento da matriz ortogonal

$x$  – deslocamento linear da massa do sistema massa-mola-amortecedor

$x$  – posição linear

$\dot{x}$  – velocidade linear

$\ddot{x}$  – aceleração linear

$X(\omega)$  – ganho de resposta em frequência do sistema massa-mola-amortecedor

$X, Y, Z$  – sistema de coordenadas absoluto (inercial)

$x', y', z'$  – sistema de coordenadas do veículo (não-inercial)

$x_i$  – variáveis de entrada ou regressores da RSM

$y$  – resposta da função da RSM

$\hat{y}$  – estimador da resposta da RSM

$Z_i$  – curso vertical da suspensão no lado interno à curva

$Z_o$  – curso vertical da suspensão no lado externo à curva

$Z_{roll}$  – braço do momento de rolagem

$\alpha$  – ângulo de escorregamento do pneu

$\alpha_f$  – ângulo de escorregamento do pneu dianteiro

$\alpha_r$  – ângulo de escorregamento do pneu traseiro

$\beta$  – ângulo de escorregamento lateral

$\beta$  – posição angular

$\dot{\beta}$  – velocidade angular

$\beta_i$  – coeficientes de regressão parcial da RSM

$\delta$  – ângulo de esterçamento médio dos pneus

$\delta'$  – ângulo de esterçamento médio dos pneus corrigido pelo esterçamento por rolagem

$\delta_i$  – ângulo do esterçamento do pneu interno à curva

$\delta_o$  – ângulo do esterçamento do pneu externo à curva

$\delta_{RS}$  – ângulo de esterçamento por movimentação vertical médio dos pneus

$\delta_{RSi}$  – ângulo de esterçamento por movimentação vertical do pneu interno à curva

$\delta_{RSo}$  – ângulo de esterçamento por movimentação vertical do pneu externo à curva

$\delta_{vol}$  – ângulo de esterçamento do volante

$\Delta_{vol}$  – amplitude de excitação periódica no volante

$\Delta W_f$  – transferência de carga vertical devido à aceleração lateral no eixo dianteiro

$\Delta W_r$  – transferência de carga vertical devido à aceleração lateral no eixo traseiro

$\Delta z$  – altura relativa entre lado direito e lado esquerdo do veículo

$\varepsilon$  – erro do modelo de regressão linear da RSM em relação à função  $y$  real

$\zeta$  – fator de amortecimento do sistema massa-mola-amortecedor

$\eta$  – resultado individual de experimento da matriz ortogonal

$\theta$  – deslocamento angular da massa do sistema massa-mola-amortecedor torcional

$\theta(\omega)$  – ganho de ângulo de rolagem em frequência

$\lambda$  – constante característica do simplex

$\mu\mathcal{E}$  – micro-deformação (*micro-strain*)

$V$  – resultado logarítmico de um experimento individual da matriz ortogonal

$V_m$  – resultado logarítmico médio de uma matriz ortogonal

$\hat{\sigma}^2$  – estimativa do erro quadrático do modelo ajustado da RSM

$\phi(\omega)$  – fase de resposta em frequência do sistema massa-mola-amortecedor

$\vec{\omega}$  – velocidade angular

$\omega_d$  – frequência natural amortecida do sistema massa-mola-amortecedor

$\omega_n$  – frequência natural não-amortecida do sistema massa-mola-amortecedor

$\omega_{\text{nulo}}$  – frequência de excitação onde o ganho de sensibilidade de esterçamento é nulo

$\omega_{\text{pico}}$  – frequência de excitação com ganho máximo de gradiente de rolagem

$\omega_{\text{plana}}$  – faixa de resposta plana de aceleração lateral

$\omega_{\text{plana,obj}}$  – critério objetivo para otimização da métrica de faixa de resposta plana de aceleração lateral

$\Omega$  – velocidade angular de giro

# Resumo

O trabalho desenvolvido tem como objetivo aplicar metodologias de otimização de suspensão para veículos de passageiro e comerciais leves, baseando-se em parâmetros de dirigibilidade e conforto veicular, através do uso de simulação numérica computacional. São apresentadas métricas objetivas utilizadas para a avaliação de um veículo com relação ao seu desempenho em termos de dirigibilidade e conforto e é proposta uma nova métrica global conjunta. São desenvolvidos no trabalho modelos analíticos para quantificar as métricas de dirigibilidade. Os resultados obtidos foram comparados com medições experimentais e resultados de modelos multicorpos mais complexos, atingindo o nível de correlação necessário para os propósitos deste trabalho. Alguns dos modelos analíticos desenvolvidos são contribuições inovadoras deste trabalho, não tendo correspondente anterior na literatura. É apresentada a modelagem dinâmica vertical que possibilita avaliar as métricas de conforto, cuja aplicação foi feita em conjunto com os modelos analíticos de dirigibilidade desenvolvidos, obtendo-se uma avaliação global conjunta. Três ferramentas de otimização são apresentadas e avaliadas na aplicação ao problema de otimização global. A análise comparativa dos resultados dos métodos de otimização permite identificar qual método mais adequado com relação ao desempenho computacional, praticidade de uso e disponibilidade de informação. Finalmente, demonstra-se que a aplicação da otimização numérica proporciona resultados efetivos para melhoria do produto, trazendo ganhos de tempo e custo no desenvolvimento de um novo projeto.

# Abstract

This work is intended to apply suspension set-up optimization methodologies to passenger vehicles and pick-up trucks based on their ride and handling parameters through the use of numerical computational simulation. Metrics used to evaluate a vehicle regarding its performance in terms of ride and handling are shown and a new global single metric for ride and handling is proposed. Analytical models are developed to quantify the vehicle handling metrics. The results obtained were compared with experimental measurements and the results of more complex multibody models, achieving the correlation level required for the purposes of this work. Some of the analytical models herein developed are new contributions from this work and were not previously available in the literature. The vertical dynamic model that allows the computation of the ride comfort metrics is shown, and its application simultaneously with the analytical handling models developed allows the calculation of the proposed global single ride and handling metric. Three different optimization techniques are presented and studied in order to compare their performance for the proposed problem. The comparative analysis among the optimization results allows determining where each method is more adequate with respect to computational performance, usage friendliness and information availability. Finally, it is shown that the application of numerical optimization is effective to improve the product performance, with gains in terms of development time and cost for a new project.

# Capítulo 1 – Introdução

As características de dirigibilidade e conforto de um veículo são fatores importantes para a avaliação do potencial consumidor de um novo produto e, mais que isto, fatores extremamente importantes para a fidelização de um consumidor a um determinado produto ou marca. Por se tratarem de propriedades de caráter subjetivo em sua natureza, o desenvolvimento de um veículo com relação a estas características de conforto e dirigibilidade é um trabalho que ainda hoje demanda muito tempo e recursos durante o desenvolvimento de um novo produto, especialmente por este trabalho ainda se basear muito em verificações em protótipos físicos.

Um desenvolvimento baseado em protótipos físicos implica em altos custos para as empresas. Some-se a isto o fato de que uma avaliação correta demanda a construção de veículos representativos do produto idealizado, geralmente disponíveis apenas nos ciclos finais de um projeto, limitando bastante o tempo necessário para a otimização do conforto e dirigibilidade do veículo. Deve-se ter em mente que o próprio processo iterativo inerente a qualquer tipo de otimização é neste caso penalizado com os atrasos gerados pelos prazos necessários à obtenção de componentes protótipos que possam ser avaliados. Este processo experimental acaba então por demandar muitos recursos durante o desenvolvimento e pode acabar deixando mais longo o próprio ciclo de lançamento de um novo produto, o que não é desejável nos dias de hoje,

onde existe uma alta demanda por novidades no setor por parte dos consumidores e todas empresas competem entre si para chegar mais cedo com novos produtos ao mercado.

Por outro lado, existem hoje disponíveis diversas técnicas de simulação computacional que permitem a obtenção das grandezas dinâmicas de um veículo quando submetido a alguma determinada condição de excitação (excitação esta que pode se tratar do perfil que a pista impõe ao veículo para avaliações de conforto e da atuação do condutor no volante do veículo para avaliações de dirigibilidade). Estas ferramentas utilizam-se para isto de um modelo matemático que seja adequado e representativo para a obtenção destas grandezas dinâmicas, sendo que estas variáveis são passíveis de serem confrontadas com medições num veículo real instrumentado para tal. Da confrontação entre os valores calculados e experimentais, é possível se escolher a ferramenta mais adequada para um determinado problema através da precisão demonstrada nos seus resultados e outros fatores, tais como velocidade de processamento e facilidade de uso.

Uma dificuldade inicial que se impõe à simulação de conforto e dirigibilidade de um veículo é a natureza subjetiva destas características, o que implica na necessidade de ferramentas que consigam estabelecer uma boa correlação entre as percepções subjetivas do usuário e variáveis objetivas que possam ser medidas e posteriormente calculadas através de ferramentas computacionais. Muitos dos trabalhos de otimização numérica existentes, mais focados no tratamento dos algoritmos de otimização em si, acabam por adotar algumas variáveis objetivas sem a preocupação

de verificar a correlação entre estas variáveis e a percepção subjetiva dos usuários e avaliadores, o que acaba comprometendo a qualidade do trabalho final, além de dificultar a implementação efetiva da utilização destas ferramentas em ambientes onde já exista uma tradição na utilização de avaliações subjetivas durante o desenvolvimento.

Ainda neste ponto, uma parte considerável dos trabalhos disponíveis na literatura tenta tratar os modelos de conforto e dirigibilidade de uma forma única, encontrando funções descritivas que possibilitem a obtenção mais fácil de gradientes, que por sua vez facilitam a aplicação de rotinas de otimização numérica. O grande problema neste enfoque é que, de maneira geral, existe uma perda na qualidade da correlação entre os modelos e as avaliações subjetivas dos usuários ao tentar linearizar e unificar os modelos utilizados, também levando a uma deterioração da qualidade geral do resultado obtido com a otimização desta maneira.

No outro extremo, existe hoje a possibilidade de se utilizar modelagens bastante complexas, que primam por uma representatividade dos modelos matemáticos em faixas bem amplas de aplicação, como exemplo típico os modelos com centenas de graus de liberdade utilizados com o software ADAMS<sup>®</sup> (sigla em inglês para “*Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems*”, ou Análise Dinâmica Automática para Sistemas Mecânicos). Se por um lado estes modelos são bastante representativos do veículo, podendo levar em consideração uma vasta gama de parâmetros que acabam sendo desprezados nos modelos mais simplificados, por outro eles acabam demandando muito mais dados para a montagem dos modelos

iniciais e por vezes tiram a percepção do analista dos parâmetros que realmente são importantes para um determinado fenômeno estudado. Ainda com relação a estes modelos com alto grau de complexidade, mesmo com os recentes avanços de capacidade computacional, eles ainda são bastante pesados para trabalhar com rotinas de otimização, degradando significativamente o desempenho das mesmas ou limitando uma aplicação mais extensiva destas ferramentas numéricas de otimização.

Por definição adotada para este trabalho, será denominada como métrica cada um dos atributos ou variáveis objetivas que estará sendo avaliado pela ferramenta de simulação. O resultado numérico (valor quantitativo) que se persegue para cada uma das métricas será denominado valor ou critério objetivo para esta mesma métrica. Os valores calculados foram normalizados individualmente, de forma que os resultados variem em uma faixa de 0 a 10, sendo que o maior valor é o objetivo.

O modelo para obtenção das métricas de conforto que será utilizado neste trabalho é o mesmo que foi estudado por Vilela (2003) na dissertação de mestrado na aplicação de métodos numéricos para otimização de conforto. As vantagens relativas à aplicação de tal modelo são:

- Técnica de modelagem por sistemas de ligação que permite trabalhar bem a não-linearidade dos componentes de suspensão;
- Boa correlação entre resultados das métricas da ferramenta de simulação e avaliações subjetivas dos usuários. Esta correlação tem sido comprovada por

diversas aplicações na General Motors do Brasil (GMB) ao longo dos últimos anos e os resultados mais importantes serão apresentados neste trabalho.

Com relação às avaliações de dirigibilidade, a intenção é trabalhar com o modelo matemático mais simples possível que consiga obter uma boa correlação entre os resultados objetivos calculados e os subjetivos avaliados pelo usuário. Para isto, será utilizado inicialmente um modelo de bicicleta com a representação do veículo para manobras em regime permanente, adicionando características e detalhes neste modelo até o ponto em que seja possível obter uma boa correlação entre as métricas calculadas e as mesmas grandezas medidas fisicamente em pista, sendo que este desenvolvimento está detalhado neste trabalho. As métricas propostas se baseiam na identificação dos parâmetros objetivos que melhor se correlacionam com as avaliações subjetivas dos usuários, possibilitando assim a utilização desta ferramenta de avaliação para finalidades de otimização numérica simultânea de conforto e dirigibilidade.

Vencidas as etapas iniciais, segue-se o fato de que a otimização de conforto e dirigibilidade é usualmente conflitante no tocante à configuração de suspensão ótima para cada caso: por exemplo, uma suspensão menos rígida é em geral melhor no isolamento das irregularidades da pista, otimizando assim o conforto vibracional dos ocupantes. Por outro lado, a otimização da dirigibilidade em geral demanda suspensões mais rígidas para garantir boa aderência e minimizar a rolagem do veículo. Desta forma, é importante a escolha da ferramenta adequada de otimização que possa lidar com a natureza conflitante deste problema. Também é importante

lembrar que a maioria dos métodos de otimização existentes tenta abordar o problema através do estudo dos gradientes das funções a serem estudadas. Como não é possível obter uma formulação analítica relativamente simples para tratar os problemas de conforto e dirigibilidade simultaneamente, existe um problema complexo ao se tentar utilizar rotinas de otimização que dependam diretamente dos gradientes das funções de avaliação. No atual estágio de desenvolvimento destas técnicas, a avaliação dos gradientes das funções em torno de um ponto passaria necessariamente pela necessidade de um mapeamento destas mesmas funções em torno deste ponto com uma resolução adequada – este mapeamento seria então muito oneroso do ponto de vista numérico, uma vez que cada ponto utilizado para este mapeamento demandaria uma rodada completa de simulações de conforto e dirigibilidade.

A respeito das vantagens apresentadas pela utilização dos métodos aqui propostos, podem ser citadas:

- Dispensa a necessidade do veículo protótipo, deixando a construção deste apenas para o final do projeto, com o único intuito de confirmação dos resultados previstos através da simulação e realização de ajustes finos;
- Reduz drasticamente o tempo necessário à execução das iterações durante o processo de otimização, pois além de dispensar a construção de componentes físicos durante este processo, deve-se levar em consideração de modo geral que

as ferramentas de simulação hoje disponíveis são extremamente mais rápidas que a avaliação em campo de um protótipo;

- Permite uma avaliação objetiva tanto do conforto quanto da dirigibilidade de um veículo, ajudando a entender e direcionar a resolução de eventuais conflitos de otimização entre estas duas características e eliminando o fator de subjetividade que pode deturpar um processo mais refinado de otimização;
- Leva os engenheiros e técnicos envolvidos no desenvolvimento a um conhecimento mais profundo do funcionamento e influência dos diversos componentes do veículo, considerando-se que os mesmos deverão desenvolver modelos que sejam capazes de representar fielmente o comportamento do veículo em campo.

Com relação aos argumentos que podem ser considerados como desvantagens na utilização de um processo de otimização através de simulação neste caso, poderiam ser citados:

- Torna-se necessária a aquisição inicial de um hardware (no caso computadores, periféricos e infra-estrutura para o funcionamento dos mesmos) que seja compatível com as ferramentas de simulação a serem utilizadas, tendo-se em mente que quanto maior a demanda computacional das ferramentas de simulação escolhidas, mais oneroso se torna o equipamento necessário;

- Desenvolvimento e/ou aquisição de ferramentas de simulação que permitam um satisfatório nível de correlação com os testes de campo para que se torne possível a utilização da mesma no processo de desenvolvimento de um veículo. Deve-se levar em conta que, numa primeira etapa, isto envolve a utilização de veículos instrumentados que permitam a realização de correlações entre os resultados obtidos em campo com os obtidos através dos modelos computacionais;
- Treinamento de pessoal para a utilização destas ferramentas, bem como a construção dos modelos matemáticos para representação dos veículos de interesse;
- Não observação de fenômenos e variáveis que não foram consideradas para a otimização numérica. Torna-se importante ter em mente que, ao aplicar extensivamente métodos de otimização numérica, os maiores ganhos são obtidos ao abrir o espaço de avaliação das variáveis de entrada (aqui se subentenda por abrir os limites de especificação dos componentes de suspensão a serem utilizados nos estudos). Quando se faz isto, existe uma possibilidade de que a solução encontrada, apesar de ser ótima para todas aquelas características observadas no tocante a conforto e dirigibilidade, possa encontrar barreiras outras como: acomodação física dos componentes no veículo (“packaging” em inglês), problemas com manufaturabilidade dos componentes especificados, entre outros.

Levando-se em consideração os prós e contras, fica evidente que as vantagens apresentadas na utilização da simulação são suficientes para justificar um estudo mais aprofundado em favor desta. Este trabalho se propõe então a explorar uma maneira eficiente de utilizar estas ferramentas numéricas no processo de otimização de parâmetros de componentes de suspensão para a melhoria do conforto e dirigibilidade veicular como um todo.

## Capítulo 2 - Revisão da Literatura

### 2.1. Modelos para Simulação Dinâmica do Veículo

Todo corpo sob ação de forças externas pode ser descrito pelas equações básicas da dinâmica clássica, como descrito por França e Matsumura (2001). Através dos Teoremas do Movimento do Baricentro (TMB) e Teorema do Momento Angular (TMA) é possível fazer o equacionamento básico necessário para a obtenção das equações dinâmicas que governam o movimento deste corpo.

O desenvolvimento dos modelos de dinâmica lateral utilizados para a obtenção das respostas de dirigibilidade neste trabalho é baseado nestas técnicas e o desenvolvimento dos mesmos será demonstrado adiante.

A modelagem através do método de multicorpos também é amplamente utilizada para a avaliação dinâmica de veículos terrestres. Conforme relatado por Prado (2003), a dinâmica de sistemas multicorpos é baseada na mecânica clássica, sendo que o elemento mais simples de um sistema multicorpos é a partícula livre das equações de Newton, cuja publicação inicial data de 1684. O conceito de corpo rígido foi introduzido por Euler em 1775, sendo que este utilizou o princípio do corpo livre com forças resultantes para modelar os vínculos entre os corpos rígidos. As equações obtidas por Euler são conhecidas como equações de Newton-Euler.

Um sistema de corpos rígidos vinculados foi trabalhado por D'Alembert em 1743, onde ele distingue as forças de aplicação e reação. Coube a Lagrange a fundamentação da formulação matemática de D'Alembert utilizando o princípio do trabalho virtual, obtendo um conjunto de equações diferenciais ordinárias de segunda ordem.

Durante a década de 60, devido basicamente às características dos projetos espaciais e do aumento da complexidade necessária ao desenvolvimento destes projetos, teve início o desenvolvimento de uma nova área da mecânica: a dinâmica de sistemas multicorpos (Costa Neto, 1991 apud Prado, 2003). Vários formalismos foram então desenvolvidos para a modelagem de mecanismos com um número grande de corpos rígidos interconectados entre si e a década de 70 presenciou o surgimento de programas de simulação numérica baseados nesta abordagem de multicorpos – um exemplo bastante conhecido é o ADAMS<sup>®</sup> (sigla em inglês para “Automatic Dynamic Analysis of Mechanical Systems”, ou Análise Dinâmica Automática para Sistemas Mecânicos). O ADAMS<sup>®</sup> é um programa de simulação de sistemas tridimensionais que utiliza técnicas de matrizes esparsas para a resolução de equações algébricas lineares e o método de Gear para a integração das equações diferenciais. O ADAMS<sup>®</sup> descreve as equações dinâmicas do sistema como equações de Lagrange e os vínculos são descritos por multiplicadores de Lagrange.

Existem vários trabalhos que exploram a correlação entre grandezas dinâmicas simuladas através da modelagem por multicorpos com o software ADAMS<sup>®</sup>, como

em Vilela (2001), Prado et al (2001) e Fernandes/Okano (2003). De forma geral, os resultados são bastante satisfatórios em termos de uma representação fidedigna destes modelos matemáticos em ADAMS<sup>®</sup> com relação às grandezas dinâmicas estudadas.

A técnica abordada neste trabalho para os modelos de conforto, da descrição dos sistemas multicorpos através de matrizes de influência, é utilizada por Gueler (1992) na modelagem de sistemas de suspensão automotiva. De construção bastante similar com aquela empregada na modelagem por elementos finitos, esta abordagem, apesar de ser menos genérica que a utilização das equações de Lagrange (o que a princípio dificulta a construção de programas comerciais para mecanismos genéricos baseados nesta metodologia, como acontece com o ADAMS<sup>®</sup>), torna bem mais simples o equacionamento de mecanismos definidos, como é o caso das suspensões utilizadas em veículos comerciais e de passageiros.

A técnica de multicorpos por matrizes de influência foi empregada dentro da GMB (General Motors do Brasil) na elaboração dos programas VPG (sigla em inglês para *Virtual Proving Ground*, ou Campo de Provas Virtual), utilizado para determinação de carregamentos dinâmicos em componentes para cálculos de durabilidade em fadiga, e do Virtual Ride, que é o software utilizado para avaliação de conforto, cuja modelagem dinâmica do veículo é idêntica àquela utilizada pelo VPG.

Outras abordagens de modelagem para avaliação de conforto são encontradas na literatura, como o desenvolvimento de um modelo de veículo completo com 10 graus

de liberdade mostrado por Greco, Barcellos e Rosa Neto (2001), onde o equacionamento do modelo é trabalhado no ambiente de programação Matlab<sup>®</sup>/Simulink<sup>®</sup>. Soliman et all (2008) trabalham um modelo de meio veículo para estudar a resposta de conforto vibracional do mesmo. Özcan et all (2008) estudam modelos simplificados de um quarto e meio veículo para avaliar métricas de conforto vibracional e dirigibilidade, aplicando programação quadrática sequencial para otimizar uma métrica composta proposta escalando curvas de molas e amortecedores, posteriormente confirmando os resultados desta otimização em um modelo mais complexo desenvolvido no software comercial Carmaker<sup>®</sup>.

Indo mais a fundo na questão do detalhamento da modelagem, Persegum (2005) demonstra em sua tese o efeito de adição de complexidade no modelo de avaliação de conforto, avaliando a influência de cada parâmetro adicionado ao modelo.

No que se refere aos modelos de dinâmica lateral, uma abordagem largamente utilizada é a simplificação da representação do veículo através dos “modelos de bicicleta”, onde as rodas esquerda e direita do veículo são agrupadas numa só entidade na linha central do carro, agrupando as características de massa, propriedades de pneu e de suspensão pertinentes. Praticamente toda literatura básica trata o problema através desta abordagem, como Gillespie (1992), Milliken (1995) e Wong (2001). Esta abordagem também será empregada neste trabalho, levando-se em consideração os ganhos na simplificação dos modelos matemáticos utilizados e a boa precisão desta aproximação para os objetivos de otimização aqui considerados. Em trabalhos mais recentes disponíveis na literatura, vários autores utilizam esta

mesma simplificação, como Data et al (2002) no seu trabalho de avaliação objetiva de dirigibilidade e Miano et al (2004) no seu trabalho de otimização de dirigibilidade voltado à seleção de parâmetros de pneus.

Quando se trata o problema da dinâmica lateral, um fator de influência fundamental é o pneu. Pacejka (2002) trabalha modelos paramétricos de pneu como o *Magic Formula*, que consegue capturar a não linearidade nas relações entre força lateral e momento auto-alinhante com os ângulos de escorregamento e cambagem do pneu para amplas faixas de variação de carga vertical no mesmo. Também para efeitos de simplificação dos modelos e aproveitando-se do fato de que os parâmetros de dinâmica lateral aqui trabalhados são focados em faixas de trabalho de aceleração lateral mais baixas (valores de aceleração lateral inferiores à 0,4 g), o presente trabalho tem como objetivo utilizar somente o trecho linear dos modelos de pneu, mantendo todavia a consideração da influência da carga vertical no comportamento da dinâmica lateral do mesmo.

## **2.2. Avaliação Objetiva de Conforto**

A avaliação de conforto em termos vibracionais é em geral estudada para frequências de excitação até aproximadamente 25 Hz (Gillespie, 1992). Existem na literatura as mais diversas abordagens para a parte relacionada à avaliação objetiva de conforto. Apesar das diferenças encontradas em termos de implementação, todas têm alguns objetivos em comum, sendo entre eles os mais importantes:

- Eliminar e/ou reduzir sensivelmente a subjetividade do processo de desenvolvimento de um veículo em termos de conforto vibracional, deixando as avaliações subjetivas apenas como auxiliar durante a fase de refino final de componentes de suspensão;
- Utilização de técnicas de avaliação objetiva em conjunto com técnicas de simulação, objetivando uma otimização do processo de desenvolvimento tanto em termos de tempo, como de recursos financeiros (através da eliminação de protótipos físicos).

Amódio (1995) mostra na sua dissertação de mestrado o desenvolvimento de parâmetros objetivos de conforto baseados na norma ISO 2631, que é uma norma genérica para conforto vibracional e analisa frequências de excitação até 80 Hz, tendo um escopo mais amplo do que somente a área automotiva. Esta norma considera o aspecto de como o corpo humano reage a vibrações verticais e longitudinais em diferentes frequências, sendo baseada numa pesquisa onde foram avaliados vários tipos de pessoas aptas a suportarem um trabalho normal diário de oito horas. Ela define para a avaliação diferentes limites, variáveis com a frequência de excitação, sendo estes limites:

- Preservação de conforto: limite de conforto (permite aos passageiros comer, beber, ler, etc);
- Preservação da eficiência do trabalho: limite de fadiga associado à eficiência com que uma pessoa consegue efetuar tarefas e trabalhos;
- Preservação da saúde: limites de exposição.

No desenvolvimento do seu trabalho, Amódio considera a utilização das técnicas de avaliação objetiva de conforto para veículos militares, sendo que a norma ISO 2631 é bastante interessante para este caso. Para a avaliação de conforto em veículos de passageiros aqui utilizada, a aplicação direta desta norma torna-se mais difícil, pela necessidade de se adaptar a mesma aos diversos critérios de avaliação empregados através da correlação de resultados objetivos com os avaliados subjetivamente em testes de avaliação no campo de provas. Outra dificuldade de implementação dos conceitos da ISO 2631 é que, ao fazer uma avaliação que é função da frequência, ela não se preocupa necessariamente em estabelecer um valor escalar único para conforto, que é de extrema importância quando se cogita utilizar métodos de otimização para o problema – este fator poderia ser contornado pela aplicação de uma integral na resposta em frequência, o que levaria a um valor único escalar para uma determinada faixa de frequências de interesse – novamente porém, existiria a dificuldade de correlacionar estes valores com os as avaliações subjetivas em campo de provas.

Ainda no mesmo trabalho, Amódio demonstra a utilização do conceito de Potência Absorvida (PA). Desenvolvido por Pradko-Lee (1967) para o exército americano, tem a vantagem de resumir a métrica de conforto para um único valor escalar, que a princípio é excelente para a utilização em conjunto com métodos de otimização. Novamente aqui, o problema é que esta métrica foi criada para utilização em faixas mais amplas de conforto – para um veículo militar fora-de-estrada, e é de se esperar que o mesmo seja desenvolvido para atingir uma robustez maior em termos de

durabilidade e que os critérios de conforto vibracional para os ocupantes sejam relegados a um plano um pouco inferior, concentrando-se no problema de preservação de eficiência de trabalho e limites de exposição do que numa faixa mais refinada, como é o que se espera de veículos comerciais e de passageiros. De toda forma, este conceito poderia a princípio ser utilizado, desde que se criassem faixas diferentes de valores que representassem o problema adequadamente.

Arvidson, Schmechtig e Lennartsson (2000) descrevem em seu trabalho uma avaliação objetiva totalmente baseada na movimentação de arfagem do veículo (rotação em torno do eixo lateral do veículo) – a base desta avaliação é bastante semelhante àquela empregada neste trabalho para a avaliação da característica de balanço do veículo (que avalia justamente o comportamento de arfagem do mesmo, quando passando por obstáculos como lombadas ou valetas). Apesar deste fato, o desenvolvimento mostrado neste trabalho não foi em nenhum momento baseado no trabalho de Arvidsson, Schmechtig e Lennartsson.

Alguns trabalhos na área de avaliação objetiva de conforto trabalham diretamente com protótipos físicos e medições experimentais, como é o caso dos trabalhos publicados por Se-Jin Park (1998 e 2001), onde são demonstrados métodos de instrumentação (através de acelerômetros) de pontos específicos do corpo do motorista e passageiro para avaliação dos sinais medidos em um trecho determinado da pista. Este tipo de avaliação tem como característica principal (além do fato óbvio de necessitar de protótipos físicos) o fato de que avalia o conforto vibracional proveniente de fatores não só da suspensão, como também do próprio assento

(banco) no qual o motorista e passageiro estão sentados. Sabe-se que o assento tem um papel importante no conforto vibracional, mas para alguns estudos (como a otimização de parâmetros de suspensão, ao qual este trabalho de dissertação se propõe), torna-se interessante eliminar a variável assento do estudo, porque a princípio pode-se dizer que a vibração que chega ao assento é a variável de entrada de um outro sistema mecânico distinto, e que esta vibração na entrada do assento é o que se deseja minimizar.

Hanada (2002) vai um pouco mais a fundo no aspecto médico e fisiológico do problema de conforto, desenvolvendo experimentalmente um equipamento que, segundo ele, é capaz de reproduzir mecanicamente a estrutura da espinha dorsal, com a vantagem de que neste equipamento é possível realizar uma instrumentação interna, o que refletiria exatamente aquilo que incomoda as pessoas no tocante às vibrações às quais estão submetidas.

Em sua tese de doutoramento, Perseguiim (2005) mostra que o PSD de velocidade vertical das pistas é aproximadamente constante na frequência e baseado nesta propriedade propõe uma métrica que se utiliza dos valores quadráticos da função de transferência de aceleração vertical na massa suspensa sobre o perfil de velocidade vertical da pista. Além disto, o modelamento com complexidade crescente apresentado por ele é bastante útil para a compreensão da influência de cada componente da suspensão no conforto do veículo e a forma do resultado deixa muito clara a influência de cada parâmetro de ajuste da suspensão (rigidez das molas, amortecimento, etc) para cada faixa de frequência de interesse. De toda maneira,

apesar de ser uma métrica bastante interessante para entender o comportamento do veículo continuamente na frequência, ela esbarra na mesma dificuldade de aplicação da norma ISO 2631 que é a questão da correlação quantitativa destas respostas em frequência com as avaliações subjetivas em campo de provas, sendo que um trabalho futuro focado na correlação direta entre esta métrica contínua no domínio da frequência e as avaliações subjetivas de usuários certamente seria de extrema valia neste sentido.

Um outro ponto relevante levantado por Persegum em seu trabalho é o efeito de vibração lateral na cabeça (conhecido como na literatura em inglês como “*head toss*”), que é a resposta de aceleração lateral do veículo na altura da cabeça dos passageiros causada por excitações verticais da pista. Este efeito está acoplado à calibração para dirigibilidade no veículo, sendo que veículos que são desenvolvidos para diminuir a rolagem dinâmica (com maior rigidez de rolagem) tendem a apresentar maior excitação lateral na altura da cabeça, sendo menos confortáveis neste sentido. Desta forma, existe neste aspecto um compromisso entre o desempenho de dirigibilidade e de conforto do veículo que deve ser respeitado. Este acoplamento entre a resposta de rolagem causada pela excitação vertical da pista é estudado em mais detalhes também por Koumura e Ohkita (2008) e Kato et al (2009), que mostram uma boa correlação entre o valor de aceleração angular na posição da cabeça do motorista medido experimentalmente através de um equipamento receptor de GPS e as avaliações subjetivas relacionadas ao fenômeno de *head toss*. Pela falta de um trabalho mais detalhado de simulação deste efeito e posterior correlação entre valores objetivos de vibração lateral na altura da cabeça

com percepções subjetivas dos usuários, este efeito não será desenvolvido neste trabalho, mas certamente trata-se de um aspecto que merece um aprofundamento futuro, de forma a trazer benefícios para o desenvolvimento por simulação computacional voltado para conforto veicular.

A metodologia para avaliação de conforto veicular utilizada no presente trabalho foi desenvolvida pela GMB nos últimos anos e foi demonstrada por Franceschini, Vilela e Mesquita Jr. (2002) e Vilela e Gueler (2005), sendo que ela se adequa aos parâmetros já utilizados para a avaliação subjetiva de conforto vibracional empregados pela GMB. Basicamente ela determina algumas métricas para avaliação e correlaciona algumas variáveis físicas (que podem ser medidas ou simuladas) com o resultado da avaliação subjetiva feita por especialistas, sendo esta correlação quantitativa com avaliações subjetivas o grande diferencial desta ferramenta em comparação com as demais existentes na literatura – os detalhes desta metodologia serão apresentados no capítulo 3.

Na literatura mais recente, encontram-se trabalhos que utilizam este mesmo princípio, como o de Kudritzki (2007), que demonstra o conceito do “confortômetro” (tradução livre do termo original em inglês “*ridemeter*”), que é utilizado para transformar variáveis objetivas medidas em valores que também são correlacionados com as impressões subjetivas feitas pelos especialistas numa escala de 0 a 10 assim como o desenvolvimento aqui utilizado. Cherian et al (2007) também trabalham uma métrica objetiva de conforto (“*vehicle shake metric*” no termo original em inglês, ou “métrica de sacudimento do veículo” numa tradução livre) que combina

valores de aceleração medidos em vários pontos do veículo, demonstrando que esta métrica se correlaciona com a avaliação subjetiva dada também numa escala de 0 a 10 – a diferença neste caso é que esta métrica objetiva é do tipo menor melhor (inverso da nota da avaliação subjetiva, que é do tipo maior melhor) e os autores não apliquem um fator para deixar a métrica objetiva na mesma escala da subjetiva, preferindo trabalhar numa escala diferenciada.

### **2.3. Avaliação Objetiva de Dirigibilidade**

As métricas para avaliação objetiva de dirigibilidade de um veículo têm como objetivo comum básico a diminuição da dependência da subjetividade no processo de desenvolvimento e uma melhor quantificação destas características de dirigibilidade de um veículo.

Em geral, pode-se subdividir as métricas em características de dirigibilidade normal (baixas acelerações laterais) e dirigibilidade limite (altas acelerações laterais). Excetuando-se projetos de veículos de alto desempenho (como os veículos das marcas Corvette, Ferrari, Lamborguini, Porsche, etc), geralmente procura-se otimizar o veículo para condições de dirigibilidade normal, onde se espera que os motoristas passem a maior parte do tempo, e garantir que o mesmo seja seguro em condições limites (ou, colocando de uma outra maneira, evitando que o veículo se torne inseguro nestas condições limite). Por estes motivos, somados ao fato de que avaliações de dirigibilidade limite demandam modelos sensivelmente mais complexos com relação a não-linearidades e computacionalmente mais custosos por

conta disto, este trabalho focará na dirigibilidade normal do veículo em baixas acelerações laterais (em geral, valores inferiores a 0,4 g).

A primeira métrica básica de dirigibilidade tratada na literatura de forma bastante ampla é o gradiente de esterçamento (muito conhecido também pela terminologia em inglês – *understeer gradient*). Tanto Gillespie (1992) quanto Milliken (1995) e Wong (2001) tratam desta métrica, que é uma medida básica da tendência do veículo em “sair de dianteira” numa curva em regime permanente (caso sub-esterçante ou *understeer*) ou “sair de traseira” (caso sobre-esterçante ou *oversteer*), sendo estes termos corriqueiros durante as avaliações subjetivas de veículos. Bundorf e Leffert (1976) trabalham este parâmetro através do conceito de *cornering compliance* (que numa tradução livre, pode ser chamado de “flexibilidade em manobra de curva”), que tem como fundamento básico subdividir o gradiente de esterçamento em componentes dianteiras e traseiras e analisar cada uma destas componentes individualmente. Esta métrica tem uma relação estreita com a chamada sensibilidade de esterçamento (*steering sensitivity* em inglês), que está relacionada ao ganho que os sistemas de direção e suspensão aplicam à entrada do usuário – neste caso ângulo de volante – com relação à aceleração lateral imposta ao veículo.

Outra métrica de alta relevância para a percepção da dirigibilidade do veículo pelo usuário é o gradiente de rolagem (ou *roll gradient* em inglês), que é uma medida que quantifica o quanto o veículo rola em torno do eixo longitudinal do veículo para uma determinada condição de curva em regime permanente. Esta métrica está intimamente relacionada com o conceito de rigidez de rolagem (*roll stiffness*) do

veículo e é também tratada pelas principais referências bibliográficas da área, como Milliken (1995).

Outra classe de parâmetros igualmente importantes para caracterizar a dirigibilidade de um veículo, embora geralmente ignorada ou não aprofundada na literatura clássica sobre dirigibilidade, está relacionada a como as métricas de regime permanente (também ditas estáticas) variam dinamicamente em função da frequência de excitação do volante pelo motorista. Prado et al (2001) fazem estudos de resposta em frequência para análise de dirigibilidade de um ônibus em seu trabalho. Kunkel e Leffert (1988) mostram como esta classe de parâmetros é avaliada na GM através do Teste de Resposta em Frequência (*Frequency Response Test* em inglês) – dentre várias métricas, são avaliadas como variam o gradiente de rolagem e a sensibilidade de esterçamento com a frequência de excitação do volante. Este mesmo trabalho ainda descreve outros testes objetivos de dirigibilidade praticados na GM, como o Teste de Resposta de Controle (*Control Response Test* em inglês), de onde são retiradas métricas como o gradiente de esterçamento, a sensibilidade de esterçamento e o gradiente de rolagem em regime permanente já mencionadas anteriormente.

Ainda sobre classes de parâmetros de dirigibilidade merece ser mencionada a característica de resposta transiente dos veículos. De acordo com Wong (2001), “uma resposta transiente ótima para um veículo é aquela que alia a resposta mais rápida a um mínimo de oscilação no processo de atingir novamente a condição de regime permanente”. Entendendo-se que a oscilação que ocorre durante o evento transiente pode ser analisada através características de resposta em frequência, restaria calcular

o tempo de resposta. Bundorf e Leffert (1976) traçam uma relação interessante entre a sua definição de *cornering compliance* com os tempos de resposta de aceleração lateral e velocidade de guinada (*yaw*) do veículo e Kunkel e Leffert (1988) mostram como estes tempos de resposta são avaliados na GM através do Teste de Resposta de Controle. Vale lembrar neste caso que o tempo de resposta é especialmente crítico para veículos com apelo esportivo, sendo que veículos de passageiros com apelo mais familiar não apresentam uma necessidade de desempenho especialmente elevado nesta métrica.

Existem também na literatura trabalhos que tentam explorar mais a fundo a relação entre as avaliações subjetivas de dirigibilidade com as métricas objetivas descritos anteriormente e outras mais, como fazem Crolla et al (1998) e Data/Friggerio (2002). Finalmente, existem trabalhos como o de Sharp (2000) que explora como estas relações entre percepção subjetiva e parâmetros objetivos afetam e se relacionam com os sistemas de controle aplicados para melhorar o desempenho de dirigibilidade de veículos.

## **2.4. Metodologias de Otimização**

Existem inúmeros métodos de otimização computacional descritos na literatura (PRESS, 1992), porém o grande detalhe que acaba por impedir a implementação da maioria destes mesmos métodos no problema proposto é que eles, em sua grande maioria, utilizam-se do conceito da derivada da função objetivo de otimização. Como estes métodos necessitam de uma função analítica explícita da função objetivo para

que, a partir desta, se possa obter uma expressão explícita da função derivada, eles acabam por não ser aplicáveis ao problema aqui proposto, tendo-se em vista que, com a utilização da técnica de multicorpos aliada ao conceito de matrizes de transferência, não se dispõe de uma função objetivo analítica e explícita já para o modelo dinâmico do veículo – quando se pensa na aplicação do método de correlação de conforto vibracional em cima dos resultados deste modelo dinâmico, percebe-se que fica ainda mais distante a possibilidade de se trabalhar com funções explícitas para a otimização do conforto veicular (cujas variáveis em teoria deveriam ser os próprios parâmetros de otimização: curvas de mola, amortecedores, etc.).

Uma possibilidade de se obter a derivada da função objetivo de otimização neste caso seria mapeá-la (discretizando-se) por todo o intervalo de interesse para os parâmetros de otimização – este processo não se torna viável quando são muitos os parâmetros de otimização e muito refinada a discretização desejada. Além do mais, se fosse necessário mapear a função em todo intervalo de interesse para a otimização, não seria necessária a aplicação de nenhuma metodologia de otimização, bastando armazenar os parâmetros que levam ao mínimo neste intervalo.

O que resta então é trabalhar com métodos de otimização que não necessitem trabalhar o conceito de derivada da função, ou seja, aqueles que buscam o ponto ótimo da função objetivo dentro do intervalo de interesse fazendo avaliações somente dos resultados da função objetivo principal, não importando se a mesma é analiticamente explícita ou não. Existe ainda uma outra categoria de técnicas de otimização que fazem o mapeamento numérico da derivada da função somente na

direção de interesse dentro de um processo iterativo (não exigindo assim o mapeamento da função derivada em todo o intervalo de interesse) e que não foram objeto de estudo deste trabalho devido à maior simplicidade de aplicação das técnicas que não necessitam da derivada.

O método simplex descendente (Press, 1992) consiste de um algoritmo que, baseado num conceito que pode ser explicado em termos geométricos para um problema com duas ou três variáveis de otimização, realiza uma otimização contínua para os parâmetros de otimização utilizando-se apenas da avaliação da função principal que se deseja otimizar. Uma característica deste método é que ele trabalha somente com fatores lineares sobre os parâmetros de otimização (um multiplicador aplicado a uma curva de força x deflexão por exemplo) – estas variáveis porém não tem necessidade alguma de serem lineares (novamente, pode-se utilizar um exemplo de uma curva totalmente não-linear de força x deflexão de um batente de borracha). Outro ponto a ser mencionado é que o método por si só não delimita o espaço de trabalho para os parâmetros de otimização, sendo que algumas técnicas devem ser introduzidas para forçar o método a convergir dentro de limites especificados para estes parâmetros de otimização.

O método simplex descendente foi aplicado por Römer (2000) na otimização de componentes e pontos de articulação de suspensões, tendo em vista minimizar a diferença entre as curvas de geometria de suspensão desejadas (cambagem, caster e convergência) e as obtidas com o auxílio do método para um determinado veículo.

Algumas variações do método simplex aplicadas a problemas variados (não necessariamente de engenharia) também são mostradas por Sousa (2000) na sua dissertação de mestrado.

Outra técnica encontrada na literatura é a da engenharia robusta, ou técnica de Taguchi, em homenagem ao criador da mesma, Genichi Taguchi. Esta técnica, inicialmente criada para abordar problemas de qualidade em manufatura industrial, mostrou-se também adequada à otimização para uma classe razoavelmente abrangente de problemas, que está enquadrada nas considerações e hipóteses da mesma.

Ross (1998) e Padke (1989) mostram aplicações da metodologia e alguns conceitos importantes para o entendimento da mesma, em termos da descrição matemática necessária à compreensão dos conceitos envolvidos, enquanto a maioria dos autores sobre o tema se concentram apenas em trabalhar sobre as aplicações práticas da técnica. Montgomery (1996), apesar de trabalhar a técnica apenas do ponto de vista de projeto e análise de experimentos, faz algumas críticas relevantes a respeito de problemas que violam as hipóteses básicas para aplicação da engenharia robusta.

Em termos práticos, a técnica de Taguchi trabalha os parâmetros de otimização em níveis discretos, o que pode ser particularmente desejável num problema de otimização para a indústria automotiva, onde se deseja otimizar o comportamento de um veículo utilizando-se componentes ditos “de prateleira”, cujo desenvolvimento já foi feito e o volume de produção é maior, possibilitando uma redução significativa

nos futuros custos de produção do veículo como um todo. Esta característica, apesar de não garantir necessariamente uma configuração ótima caso a mesma não se encontre nos valores discretos escolhidos para os parâmetros de otimização, permite o emprego de valores discretos não-lineares, i.e. não existe a princípio nenhuma ligação entre um valor discreto para um parâmetro e outro valor discreto para este mesmo parâmetro (tomando-se a curva de força x deflexão do batente de borracha como exemplo novamente, pode-se trabalhar com curvas completamente distintas para os vários níveis discretos a serem analisados, ao invés de multiplicadores, como no caso do simplex descendente).

Até poucos anos atrás não era encontrada na literatura nenhuma menção à aplicação da metodologia de engenharia robusta no problema do conforto veicular diretamente como nos trabalhos desenvolvidos pelo próprio autor em sua dissertação de mestrado (Vilela, 2003), com Franceschini e Mesquita Jr. (2002) e com Tamai (2005). Mais recentemente, em um trabalho de 2007, Cherian et al (2007) aplicaram os mesmos conceitos de sinal/ruído e matriz de experimentos propostos por Taguchi para uma análise de DFSS (“*Design for Six Sigma*” no termo original em inglês ou “Projeto para Seis Sigma”) objetivando a melhoria de uma métrica objetiva de conforto através de simulação de uma forma análoga aos trabalhos anteriores do autor.

Myers e Montgomery (2002) descrevem uma terceira técnica, conhecida como Metodologia de Superfície de Resposta (também referenciada pela sigla RSM, ou “*Response Surface Methodology*” na nomenclatura original em inglês). Da mesma forma que a metodologia de engenharia robusta proposta por Taguchi, a RSM

trabalha com arranjos de experimentos (ou simulações no caso deste trabalho) que visam reduzir o número de experimentos necessários à compreensão e análise de um determinado fenômeno. Estes experimentos são utilizados para se obter um modelo matemático empírico do processo estudado que permita ao engenheiro estudar mais a fundo o fenômeno de interesse, sendo que neste processo pode se obter um conhecimento bem mais detalhado de como as variáveis de controle influenciam um fenômeno, seja ao determinar aquelas que mais afetam o valor do resultado final ou aquelas que mais afetam a variação do resultado com relação a um determinado fator de ruído. A RSM tem um caráter iterativo que permite a seleção progressiva destas variáveis mais influentes para um dado fenômeno e maior conhecimento do mesmo, sendo esta sua principal vantagem em relação às técnicas anteriormente descritas. Como desvantagem, pode-se mencionar que o processo de otimização neste caso torna-se menos automatizado que nas duas técnicas anteriormente descritas (simplex descendente e engenharia robusta), demandando uma participação mais ativa do engenheiro ou analista durante o processo de otimização em si. Estas características serão exploradas adiante quando da aplicação das diversas metodologias.

Nasser e Jawad (2008) aplicam esta metodologia de superfície de resposta para avaliar o desempenho de um veículo militar guiado em termos de conforto vibracional e dirigibilidade, propondo a utilização dos modelos empíricos obtidos para fins de otimização e análise de engenharia robusta, assim como se pretende empregar esta metodologia neste trabalho.

Zhang et al (2008) propõem a utilização de uma metodologia híbrida que combine os benefícios complementares da engenharia robusta (Taguchi) e da RSM. Neste processo, eles adotam um outro método para projetar a matriz de experimentos conhecido como hipercubo latino, método este que os autores alegam ser especialmente útil para definir os experimentos de varredura da RSM. Wu et al (2009) mostram a aplicação da RSM com experimentos de varredura que também aplicam o hipercubo latino em um processo especial de cascadeamento analítico de objetivos (STAC do termo em inglês “*Special Analytical Target Cascading*”), cujo objetivo é definir objetivos para componentes e sub-sistemas baseando-se nos objetivos globais do veículo e utilizar estes resultados para a otimização de uma métrica global composta de conforto e dirigibilidade proposta. Este método do hipercubo latino não será avaliado neste trabalho e seria uma sugestão para uma investigação futura sobre os modelos aqui desenvolvidos

Existem ainda trabalhos publicados que fazem uma modelagem mais simplificada do veículo, porém chegam a uma função objetivo analítica explícita e permitem a aplicação de métodos por derivada, como no trabalho publicado por Koulucheris, Vrazopoulos e Dertimmanis (2002). Ainda no ramo de modelagens mais simplificadas, Rodi (1991) mostra a aplicação da teoria de controle ótimo para a obtenção de curvas características de amortecimento em tração e compressão que otimizem um índice que faz a composição de parâmetros de conforto e dirigibilidade.

# Capítulo 3 – A Dinâmica Vertical do Veículo

## 3.1. Descrição da Ferramenta de Simulação da Dinâmica Vertical

Este capítulo tem por objetivo descrever o funcionamento básico da simulação da dinâmica vertical do veículo na qual se baseia a ferramenta de simulação de conforto. Maiores detalhes da técnica aplicada são descritos por Gueler (1992).

Trata-se de uma ferramenta que aplica a metodologia de multicorpos, i.e. simulação da dinâmica do veículo através da discretização do mesmo em vários corpos rígidos interligados por componentes elásticos (molas, batentes, etc.) e de amortecimento (amortecedores, amortecimento de componentes de borracha, etc.), sendo que não existe nenhuma restrição que impeça que estes componentes de ligação sejam não-lineares; de fato, a maioria dos componentes de suspensões automotivas atualmente tem um comportamento não-linear que não pode ser desprezado na simulação, como os amortecedores, batentes e molas progressivas. Além disto são aplicadas no modelo as excitações externas (no caso, excitações de pista) para as quais se pretende estudar o comportamento dinâmico do veículo.



O número de graus de liberdade do sistema completo é a soma do número de graus de liberdade que cada corpo rígido tem individualmente – os modelos aqui utilizados para a análise de conforto possuem cerca de 20 graus de liberdade.

As massas e/ou momentos de inércia do sistema dinâmico (neste caso, o veículo) são interligadas entre si por meio de sistemas de ligação que, na metodologia neste caso empregada, são descritos pela chamada **matriz de influência**. A matriz de influência é uma matriz numérica cuja dimensão é:

$n^{\circ}$  linhas =  $n^{\circ}$  sist. de ligação +  $n^{\circ}$  elementos de restrição

$n^{\circ}$  colunas =  $n^{\circ}$  massas +  $n^{\circ}$  momentos de inércia +  $n^{\circ}$  excitações

A organização da matriz é ilustrada na tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Organização da Matriz de Influência

	Massas Valores (kg)	Inércias Valores (kg.m <sup>2</sup> )	Excitações
Sistemas de Ligação			
Elementos de Restrição			

Os valores da matriz de influência nas colunas das massas são os cosenos diretores dos sistemas de coordenadas relativos dos sistemas de ligação e/ou elementos de restrição envolvidos e adquirem valores +1, -1 ou 0 quando se trabalha com o sistema global para todos os componentes. Os valores das colunas dos momentos de inércia estão relacionados aos braços que os sistemas de ligação têm em relação ao CG do corpo rígido em questão para a rotação específica da coluna – esses valores também são multiplicados pelos cosenos diretores dos sistemas de coordenadas relativos dos sistemas de ligação envolvidos quando estes últimos estão definidos fora do sistema global. Por fim, as excitações também refletem apenas os cosenos diretores dos sistemas de coordenadas relativos dos sistemas de ligação excitados.

A convenção de sinais utilizada estabelece que cada sistema de ligação tem um valor negativo numa de suas extremidades e um valor positivo na extremidade oposta, e como não são definidos sistemas de ligação com mais de duas extremidades ou portos, não existe problema algum em se utilizar esta convenção. Estabelece-se também que as extremidades dos sistemas de ligação ligadas às excitações externas

têm valores negativos. A figura 3.2 ilustra um exemplo de como montar uma matriz de influência para um sistema com dois graus de liberdade, onde as siglas  $m_1$  e  $m_2$  referem-se às duas massas do sistema,  $SL_1$  e  $SL_2$  aos dois sistemas de ligação e  $exc_1$  é a excitação do sistema.

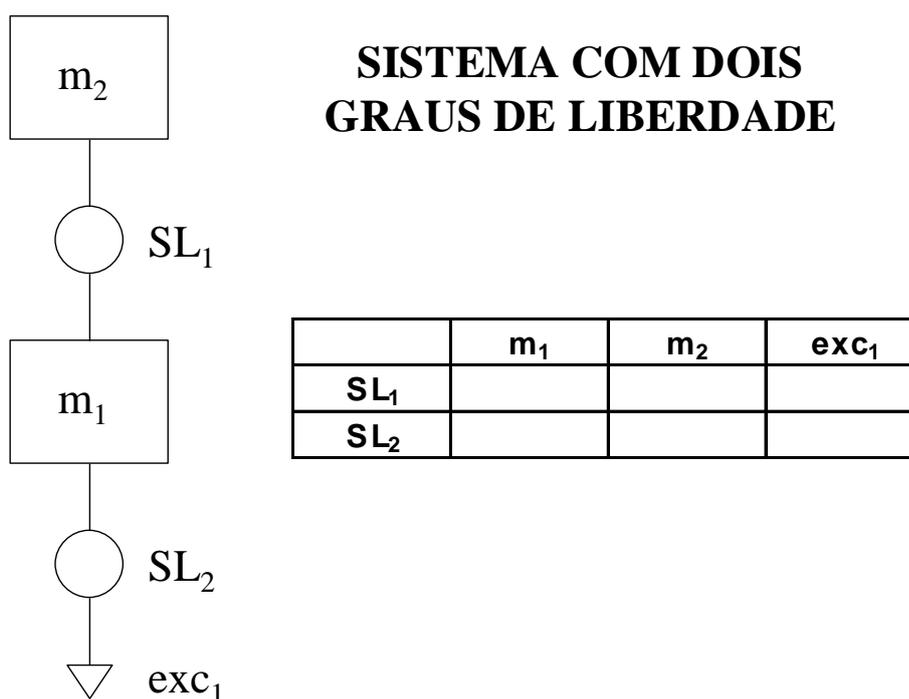


Figura 3.2 – Sistema com Dois Graus de Liberdade e Matriz de Influência Correspondente

Inicia-se a montagem da matriz pelas excitações. Aqui a excitação externa atua no sistema de ligação 2 – como por definição esta extremidade do sistema de ligação ligada à excitação externa tem valor negativo e como os sistemas de ligação estão no sistema global adotado (uniaxial vertical), a posição da matriz referente (coluna da excitação 1 e linha do sistema de ligação 2) fica com valor  $-1$ . A posição referente à coluna da excitação 1 e linha do sistema de ligação 1 fica com valor nulo, tendo-se em vista que a excitação 1 não atua no sistema de ligação 1. Assim obtém-se:

Tabela 3.2 – Matriz de Influência do Sistema com Dois Graus de Liberdade com Coluna de Excitação Preenchida

	$m_1$	$m_2$	$exc_1$
$SL_1$			0
$SL_2$			-1

O próximo passo é seguir a ordem dos sistemas de ligação: a outra extremidade do sistema de ligação 2 (que recebe a excitação externa 1) está ligada na massa 1, desta forma, o valor nesta posição da tabela é +1, e na coluna da massa 2 este valor é nulo, tendo-se em vista que o sistema de ligação 2 não está conectado à massa 2. Tem-se então:

Tabela 3.3 – Matriz de Influência do Sistema com Dois Graus de Liberdade com Coluna de Excitação e Linha do Sistema de Ligação 2 Preenchidas

	$m_1$	$m_2$	$exc_1$
$SL_1$			0
$SL_2$	1	0	-1

Seguindo a mesma convenção de sinais do sistema de ligação 2, tem-se que a linha referente ao sistema de ligação 1 fica com valor  $-1$  na coluna da massa 1 (extremidade inferior) e  $+1$  na coluna da massa 2 (extremidade superior). Assim, a matriz completa fica:

Tabela 3.4 – Matriz de Influência Completa do Sistema com Dois Graus de Liberdade

	$m_1$	$m_2$	$exc_1$
$SL_1$	-1	1	0
$SL_2$	1	0	-1

A figura 3.3 ilustra um sistema que possui modelado o movimento de rotação também.

### SISTEMA COM ROTAÇÃO

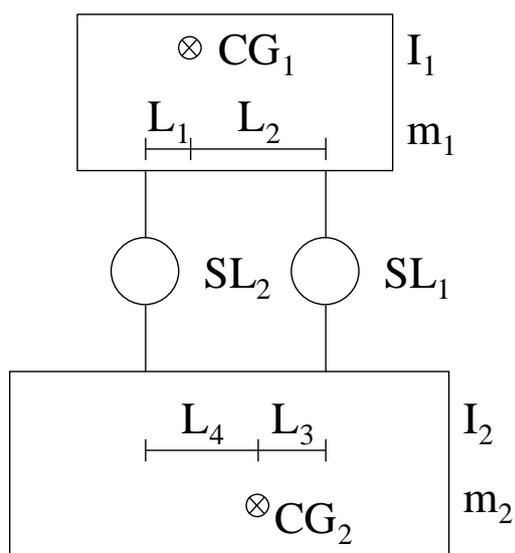


Figura 3.3 – Sistema com Quatro Graus de Liberdade Incluindo Rotações

Tabela 3.5 – Matriz de Influência Completa do Sistema com Quatro Graus de Liberdade Incluindo Rotações

	$m_1$	$m_2$	$I_1$	$I_2$
$SL_1$	1	-1	$L_2$	$-L_3$
$SL_2$	1	-1	$-L_1$	$L_4$

Abaixo se encontra, a título de ilustração, um modelo simplificado de um veículo com 11 graus de liberdade:

## SISTEMA SIMPLIFICADO DE AUTOMÓVEL COM BARRA ESTABILIZADORA DIANTEIRA

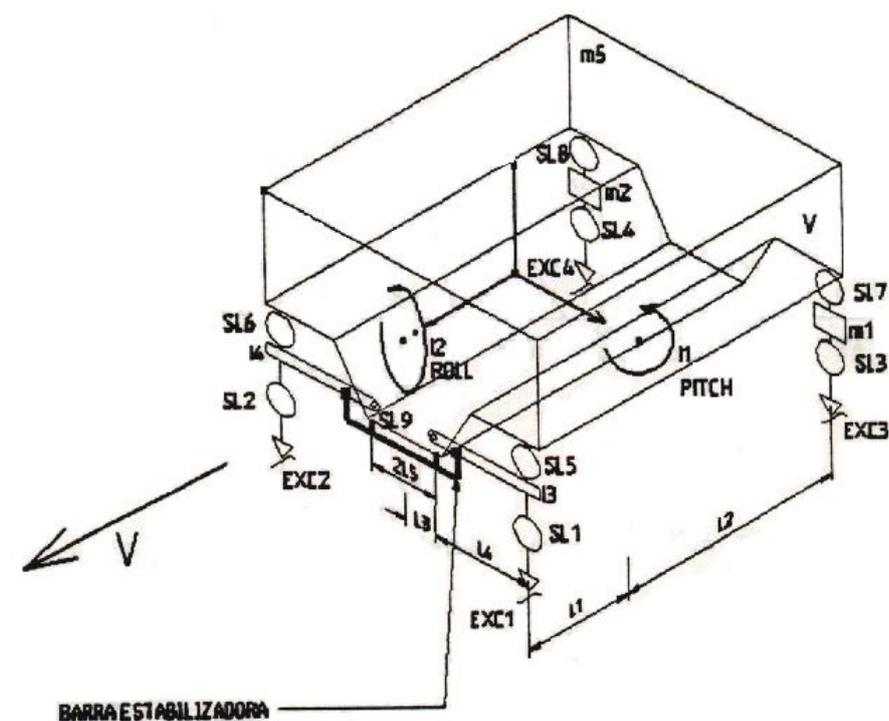


Figura 3.4 – Sistema Simplificado de um Veículo

Tabela 3.6 – Matriz de Influência Completa do Sistema Simplificado de um Veículo

	$m_1$	$m_2$	$m_3$	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$l_4$	$exc_1$	$exc_2$	$exc_3$	$exc_4$
<b>SL<sub>1</sub></b>	0	0	1	$-L_1$	$L_3$	$L_4$	0	-1	0	0	0
<b>SL<sub>2</sub></b>	0	0	1	$-L_1$	$-L_3$	0	$-L_4$	0	-1	0	0
<b>SL<sub>3</sub></b>	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0
<b>SL<sub>4</sub></b>	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1
<b>SL<sub>5</sub></b>	0	0	0	0	0	$L_4$	0	0	0	0	0
<b>SL<sub>6</sub></b>	0	0	0	0	0	0	$L_4$	0	0	0	0
<b>SL<sub>7</sub></b>	-1	0	1	$L_2$	$L_3+L_4$	0	0	0	0	0	0
<b>SL<sub>8</sub></b>	0	-1	1	$L_2$	$-L_3-L_4$	0	0	0	0	0	0
<b>SL<sub>9</sub></b>	0	0	0	0	1	$L_4/L_5$	$-L_4/L_5$	0	0	0	0

Vale lembrar que o modelo base para o estudo neste trabalho é mais detalhado que o modelo mostrado acima, contemplando outros parâmetros como a movimentação dos componentes das suspensões dianteira e traseira, os sistemas de coordenadas locais dos componentes tais como molas, amortecedores e batentes, etc., o que torna o sistema mais complexo e custoso computacionalmente, porém este nível de detalhamento é necessário para se atingir a precisão requerida para a análise. No final deste capítulo serão mostrados exemplos de correlações obtidos com o modelo atualmente empregado.

Como visto anteriormente, cada movimento do veículo contemplado pelo modelo está associado a um grau de liberdade, este último sendo representado pela sua posição  $x(t)$  e pela sua velocidade  $\dot{x}(t)$ .

Para o sistema completo, em um determinado instante  $t$ , são conhecidos o seu estado (estado de todos os graus de liberdade) e também são conhecidas todas excitações aplicadas ao sistema neste mesmo instante  $t$ . Dado o estado do sistema em conjunto com as excitações aplicadas ao mesmo, é possível calcular os deslocamentos relativos nas extremidades de cada sistema de ligação – com estes deslocamentos e velocidades relativas é possível obter os esforços atuantes nos elementos de rigidez e amortecimento de cada sistema de ligação. Por sua vez, de posse destes valores dos esforços atuantes nos sistemas de ligação, podem ser calculados as forças e os momentos resultantes em cada massa e momento de inércia modelados. Levando-se

em consideração o fato de que a Segunda Lei de Newton é válida para cada grau de liberdade:

$$m.\ddot{x}(t) = F(t) \quad (3.1)$$

pode-se então calcular as acelerações  $\ddot{x}(t)$  atuantes nas massas e momentos de inércia (Newton-Euler neste caso, por se tratar de movimento rotacional) através da divisão das forças resultantes em cada grau de liberdade pelo valor de massa ou momento de inércia respectivo.

O estado no instante seguinte ( $t+dt$ ) é obtido então através da integração a partir dos valores de velocidade e aceleração conhecidos no instante  $t$ .

Em cada instante, as variáveis de interesse podem ser armazenadas para análise posterior. O fluxograma geral da simulação dinâmica está mostrado na figura 3.7.

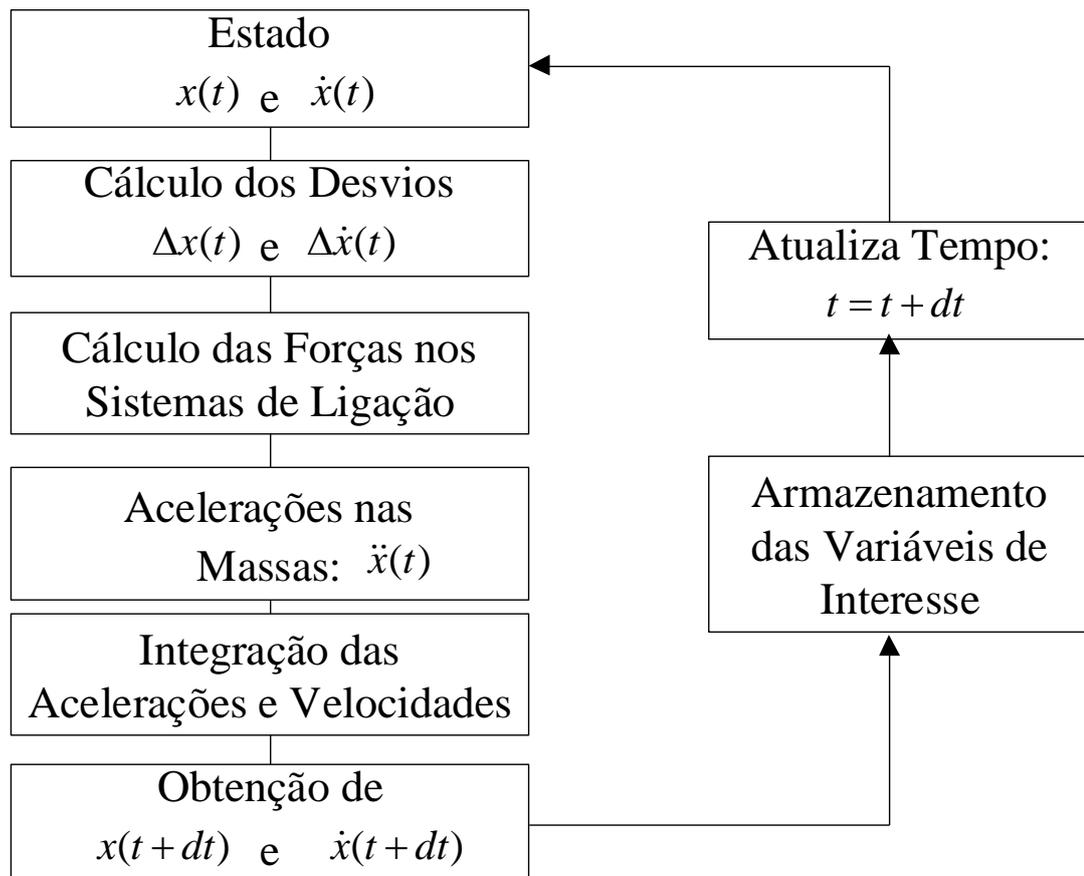


Figura 3.5 – Fluxograma Geral da Simulação Dinâmica do Veículo

A matriz de influência montada da maneira como ela é idealizada facilita a implementação do algoritmo de cálculo dos deslocamentos relativos e esforços nos sistemas de ligação. As equações abaixo mostram como fica o cálculo dos deslocamentos relativos num sistema de ligação de índice  $i$ :

$$\Delta x[i] = \sum_{j=1}^{N_M + N_I + N_{EX}} (Inf[i, j] \cdot x[j]) \quad (3.2)$$

$$\Delta \dot{x}[i] = \sum_{j=1}^{N_M + N_I + N_{EX}} (Inf[i, j] \cdot \dot{x}[j]) \quad (3.3)$$

onde  $Inf$  é a matriz de influência e  $N_M$ ,  $N_I$  e  $N_{EX}$  referem-se ao número de massas, momentos de inércia e excitações externas respectivamente. A equação a seguir mostra como fica o cálculo de força (ou momento) atuando numa massa (ou momento de inércia) de índice  $k$ :

$$F[k] = \sum_{l=1}^{N_{SISTLIG}} [-Inf[l, k](F_{MOLA}[l] + F_{AMORT}[l])] \quad (3.4)$$

onde  $N_{SISTLIG}$  refere-se ao número de sistemas de ligação.

### 3.2. Obtenção das Equações Dinâmicas

A título de demonstração da utilização prática da metodologia de cálculo dinâmico aqui descrita, dois exemplos são apresentados: o primeiro lida com um sistema linear com excitação e o segundo demonstra a obtenção das equações dinâmicas para um sistema com graus de liberdade rotacionais envolvidos.

A figura 3.6 mostra basicamente o mesmo sistema já mostrado na figura 3.2, utilizando-se molas de rigidez constante para os sistemas de ligação.

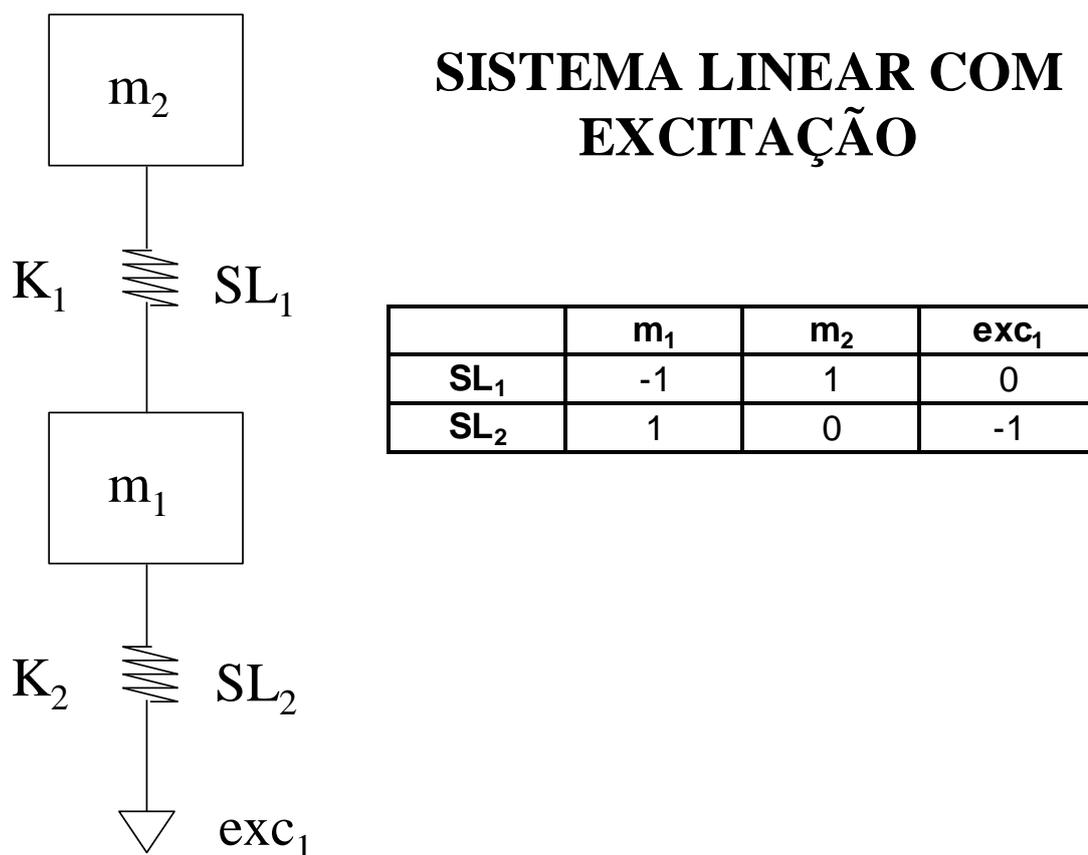


Figura 3.6 – Sistema Linear com Excitação e Matriz de Influência Respectiva

Seguindo-se os passos mostrados na seção 3.1, obtém-se o seguinte para os deslocamentos:

$$\begin{aligned}
 \Delta x[1] &= Inf[1,1].x[1] + Inf[1,2].x[2] + Inf[1,3].exc[1] \\
 \Delta x[1] &= (-1).x[1] + 1.x[2] + 0.exc[1] \\
 \Delta x[1] &= -x[1] + x[2] \\
 \\
 \Delta x[2] &= Inf[2,1].x[1] + Inf[2,2].x[2] + Inf[2,3].exc[1] \\
 \Delta x[2] &= 1.x[1] + 0.x[2] + (-1).exc[1] \\
 \Delta x[2] &= x[1] - exc[1]
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

Da mesma forma, as velocidades resultam em:

$$\begin{aligned}\Delta\dot{x}[1] &= -\dot{x}[1] + \dot{x}[2] \\ \Delta\dot{x}[2] &= \dot{x}[1] - \dot{x}[2]\end{aligned}\quad (3.6)$$

As forças nos sistemas de ligação ficam:

$$\begin{aligned}F_{SL}[1] &= K_1 \cdot \Delta x[1] \\ F_{SL}[2] &= K_2 \cdot \Delta x[2]\end{aligned}\quad (3.7)$$

E as forças nas massas:

$$\begin{aligned}F_M[1] &= -(Inf[1,1] \cdot F_{SL}[1] + Inf[2,1] \cdot F_{SL}[2]) \\ F_M[1] &= -((-1) \cdot F_{SL}[1] + 1 \cdot F_{SL}[2]) \\ F_M[1] &= K_1 \cdot \Delta x[1] - K_2 \cdot \Delta x[2] \\ F_M[2] &= -(Inf[1,2] \cdot F_{SL}[1] + Inf[2,2] \cdot F_{SL}[2]) \\ F_M[2] &= -(1 \cdot F_{SL}[1] + 0 \cdot F_{SL}[2]) \\ F_M[2] &= -K_1 \cdot \Delta x[1]\end{aligned}\quad (3.8)$$

O que leva às seguintes acelerações nas massas:

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}[1] &= \frac{F_M[1]}{m_1} = \frac{K_1 \cdot \Delta x[1] - K_2 \cdot \Delta x[2]}{m_1} \\
 \ddot{x}[1] &= \frac{K_1 \cdot (x[2] - x[1]) - K_2 \cdot (x[1] - exc[1])}{m_1} \\
 \ddot{x}[2] &= \frac{F_M[2]}{m_2} = \frac{-K_1 \cdot \Delta x[1]}{m_2} \\
 \ddot{x}[2] &= \frac{-K_1 \cdot (-x[1] + x[2])}{m_2} = \frac{K_1 \cdot (x[1] - x[2])}{m_2}
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Os resultados obtidos são, como se espera, idênticos àqueles obtidos quando se resolve o sistema analiticamente.

A figura 3.7 mostra novamente o sistema mostrado na figura 3.3 com a sua respectiva matriz de influência, utilizando-se molas de rigidez constante para os sistemas de ligação.

## SISTEMA COM ROTAÇÃO

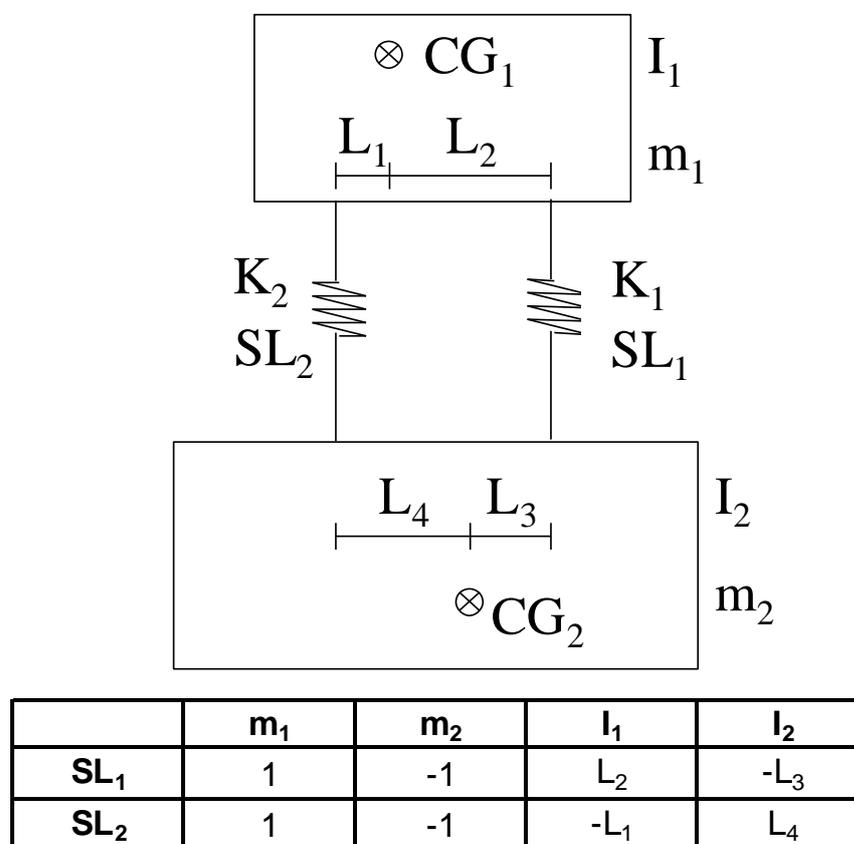


Figura 3.7 – Sistema Linear + Rotacional e Matriz de Influência Respectiva

Novamente, seguindo-se os passos mostrados na seção 3.1, obtém-se os seguintes resultados:

$$\begin{aligned}
 \Delta x[1] &= Inf[1,1].x[1] + Inf[1,2].x[2] + Inf[1,3].\beta[1] + Inf[1,4].\beta[2] \\
 \Delta x[1] &= 1.x[1] + (-1).x[2] + L_2.\beta[1] + (-L_3).\beta[2] \\
 \Delta x[1] &= x[1] - x[2] + L_2.\beta[1] - L_3.\beta[2] \\
 \\
 \Delta x[2] &= Inf[2,1].x[1] + Inf[2,2].x[2] + Inf[2,3].\beta[1] + Inf[2,4].\beta[2] \\
 \Delta x[2] &= 1.x[1] + (-1).x[2] + (-L_1).\beta[1] + L_4.\beta[2] \\
 \Delta x[2] &= x[1] - x[2] - L_1.\beta[1] + L_4.\beta[2]
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned}
\Delta\dot{x}[1] &= \dot{x}[1] - \dot{x}[2] + L_2\dot{\beta}[1] - L_3\dot{\beta}[2] \\
\Delta\dot{x}[2] &= \dot{x}[1] - \dot{x}[2] - L_1\dot{\beta}[1] + L_4\dot{\beta}[2]
\end{aligned} \tag{3.11}$$

$$\begin{aligned}
F_{SL}[1] &= K_1.\Delta x[1] \\
F_{SL}[2] &= K_2.\Delta x[2]
\end{aligned} \tag{3.12}$$

$$\begin{aligned}
F_M[1] &= -(Inf[1,1].F_{SL}[1] + Inf[2,1].F_{SL}[2]) \\
F_M[1] &= -(1.F_{SL}[1] + 1.F_{SL}[2]) \\
F_M[1] &= -K_1.\Delta x[1] - K_2.\Delta x[2]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_M[2] &= -(Inf[1,2].F_{SL}[1] + Inf[2,2].F_{SL}[2]) \\
F_M[2] &= -((-1).F_{SL}[1] + (-1).F_{SL}[2]) \\
F_M[2] &= K_1.\Delta x[1] + K_2.\Delta x[2]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_I[1] &= -(Inf[1,3].F_{SL}[1] + Inf[2,3].F_{SL}[2]) \\
T_I[1] &= -(L_2.F_{SL}[1] + (-L_1).F_{SL}[2]) \\
T_I[1] &= -L_2.K_1.\Delta x[1] + L_1.K_2.\Delta x[2]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_I[2] &= -(Inf[1,4].F_{SL}[1] + Inf[2,4].F_{SL}[2]) \\
T_I[2] &= -((-L_3)L_2.F_{SL}[1] + L_4.F_{SL}[2]) \\
T_I[2] &= L_3.K_1.\Delta x[1] - L_4.K_2.\Delta x[2]
\end{aligned} \tag{3.13}$$

$$\begin{aligned}
\ddot{x}[1] &= \frac{F_M[1]}{m_1} = \frac{-K_1 \cdot \Delta x[1] - K_2 \cdot \Delta x[2]}{m_1} \\
\ddot{x}[1] &= \frac{-K_1 \cdot (x[1] - x[2]) + L_2 \beta[1] - L_3 \cdot \beta[2] - K_2 \cdot (x[1] - x[2]) - L_1 \beta[1] + L_4 \cdot \beta[2]}{m_1} \\
\ddot{x}[2] &= \frac{F_M[2]}{m_2} = \frac{K_1 \cdot \Delta x[1] + K_2 \cdot \Delta x[2]}{m_2} \\
\ddot{x}[2] &= \frac{K_1 \cdot (x[1] - x[2]) + L_2 \beta[1] - L_3 \cdot \beta[2] + K_2 \cdot (x[1] - x[2]) - L_1 \beta[1] + L_4 \cdot \beta[2]}{m_2} \\
\ddot{\beta}[1] &= \frac{T_I[1]}{I_1} = \frac{-L_2 \cdot K_1 \cdot \Delta x[1] + L_1 \cdot K_2 \cdot \Delta x[2]}{I_1} \\
\ddot{\beta}[1] &= \frac{-L_2 \cdot K_1 \cdot (x[1] - x[2]) + L_2 \beta[1] - L_3 \cdot \beta[2] + L_1 \cdot K_2 \cdot (x[1] - x[2]) - L_1 \beta[1] + L_4 \cdot \beta[2]}{I_1} \\
\ddot{\beta}[2] &= \frac{T_I[2]}{I_2} = \frac{L_3 \cdot K_1 \cdot \Delta x[1] - L_4 \cdot K_2 \cdot \Delta x[2]}{I_2} \\
\ddot{\beta}[2] &= \frac{L_3 \cdot K_1 \cdot (x[1] - x[2]) + L_2 \beta[1] - L_3 \cdot \beta[2] - L_4 \cdot K_2 \cdot (x[1] - x[2]) - L_1 \beta[1] + L_4 \cdot \beta[2]}{I_2}
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Novamente os resultados obtidos são os mesmos que se obtém com a solução analítica do problema.

### 3.3. Correlação com Resultados Experimentais

Esta metodologia de simulação multicorpos aqui utilizada, apesar de ser relativamente simples do ponto de vista da teoria envolvida, é bastante poderosa no que se refere à precisão com que podem ser simulados sistemas reais quando corretamente aplicada (precisão necessária para o tipo de aplicação aqui utilizada). Os gráficos das figuras 3.8 a 3.11 mostram um exemplo de correlação de valores

simulados e medidos para grandezas de força e aceleração em um veículo de passageiros. Os valores aqui mostrados são frutos da medição em um equipamento de laboratório (*four-post*) que excita verticalmente cada roda do veículo de maneira independente através da base dos pneus – a utilização de um equipamento de laboratório para esta correlação se deve principalmente ao fato de que este equipamento garante a repetibilidade da excitação introduzida ao veículo, sendo que esta excitação foi medida em uma pista real de testes do Campo de Provas de Cruz Alta, pertencente à General Motors do Brasil Ltda. Os valores mostrados se referem a um veículo de passageiros de pequeno porte.

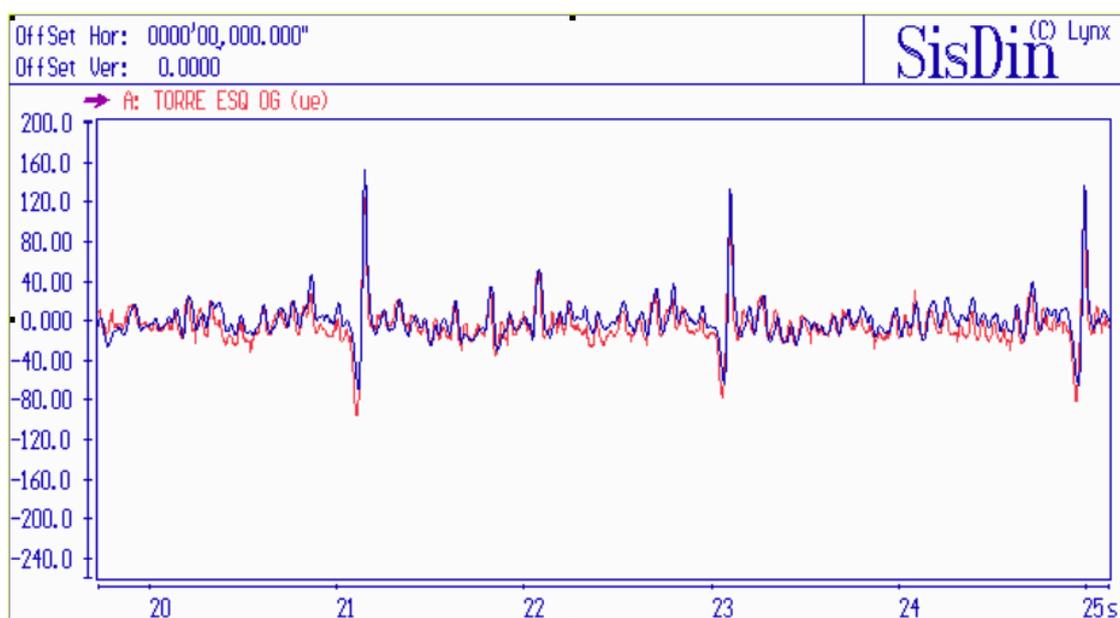


Figura 3.8 – Forças Medidas na Torre do Amortecedor Dianteiro  
(Azul – medido / Vermelho – simulado)

\* A escala do gráfico aqui mostrado está em  $\mu\epsilon$ , pelo fato de que as forças foram medidas indiretamente através de extensômetros na torre do amortecedor.

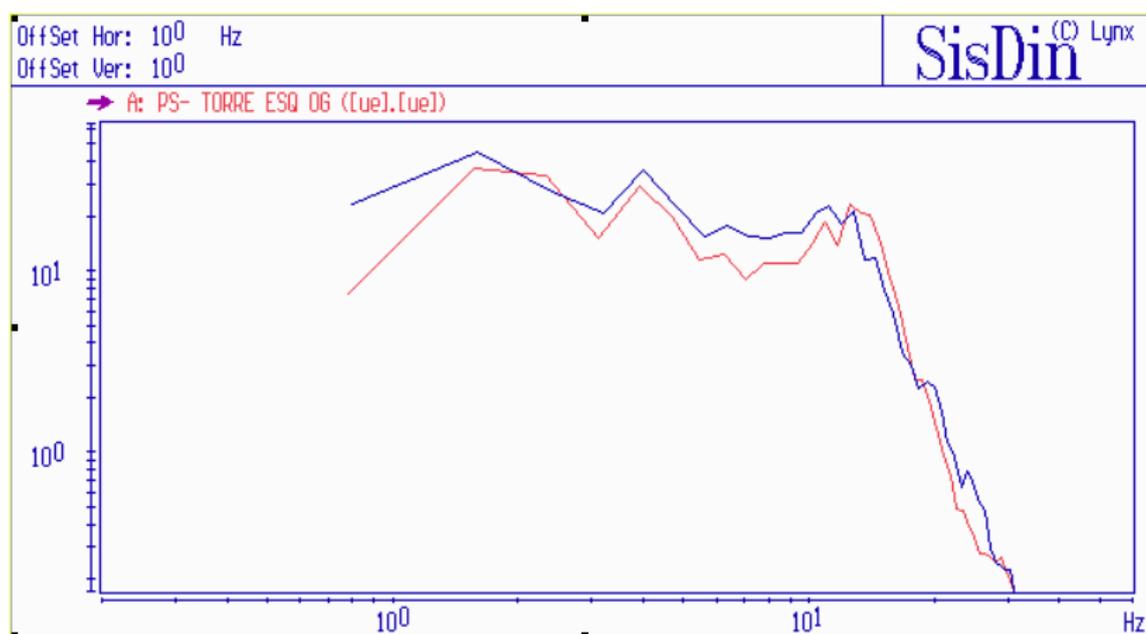


Figura 3.9 - Espectro de Frequência das Forças Medidas na Torre do Amortecedor Dianteiro (Azul – medido / Vermelho – simulado)

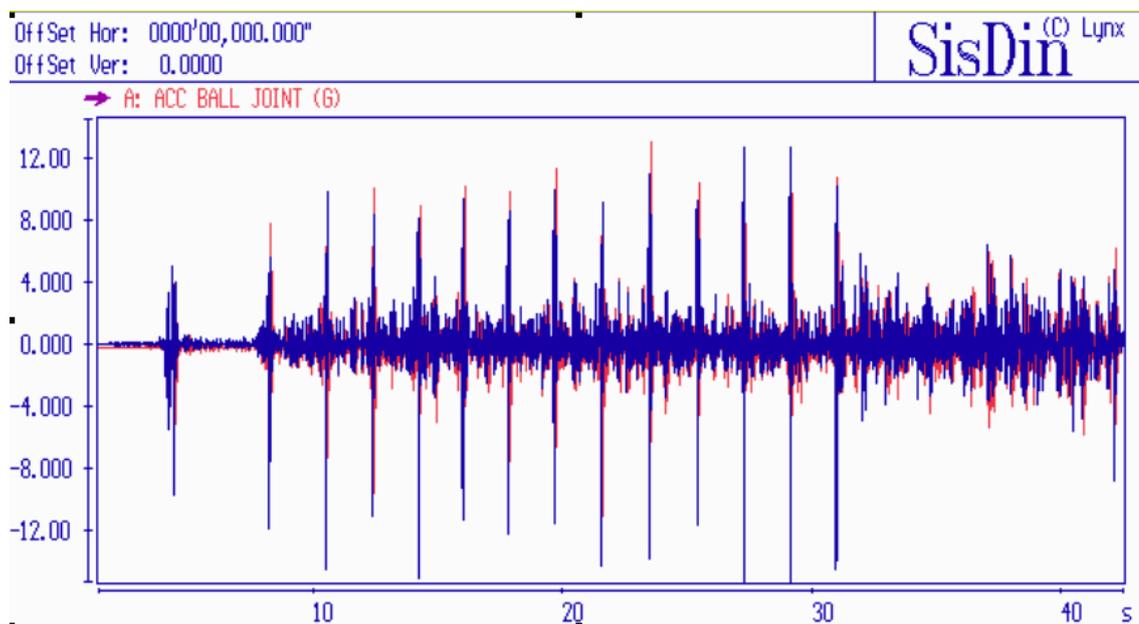


Figura 3.10 – Acelerações Verticais Medidas na Junta Esférica do Braço de Controle (Azul – medido / Vermelho – simulado)

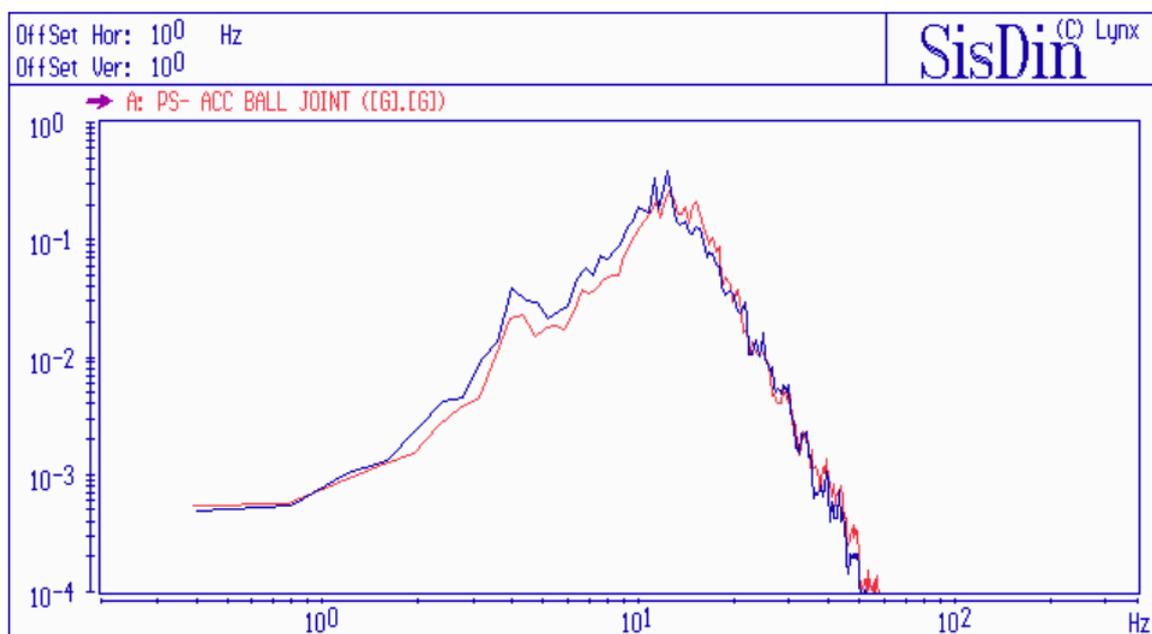


Figura 3.11 – Espectro de Frequência das Acelerações Verticais Medidas na Junta Esférica do Braço de Controle (Azul – medido / Vermelho – simulado)

### 3.4. Correlação das Métricas de Conforto

A correlação entre os resultados das métricas de conforto veicular e as variáveis dinâmicas do veículo é um dos passos mais importantes para garantir que a simulação computacional possa representar fidedignamente a avaliação de conforto realizada em protótipos físicos. Os pontos aqui mostrados já haviam sido mostrados por Franceschini, Vilela e Mesquita Jr. (2002).

O primeiro ponto a ser analisado é a definição de quais métricas de conforto serão considerados na análise. Todo trabalho aqui mostrado baseia-se na avaliação das seguintes métricas de conforto veicular:

- *Aspereza*: capacidade da suspensão do veículo em filtrar as excitações de pista caracterizadas por alta frequência (superior a 10 Hz) e baixa amplitude (inferior a 10 mm).
- *Capacidade de Absorção*: capacidade da suspensão do veículo em absorver impactos provindos de obstáculos de média amplitude da pista (entre 10 mm e 50 mm aproximadamente). Exemplos típicos são os olhos de gatos existentes nas rodovias e pequenas pedras na pista.
- *Entrada de Batente*: reflete o comportamento do veículo quando passando por obstáculos maiores (amplitude superior a 50 mm), como buracos ou valas, no tocante ao impacto do batente de compressão da suspensão que é sentido pelo motorista.
- *Balanço*: avalia o comportamento do veículo em relação à estabilidade rotacional em torno do eixo lateral (eixo Y – movimentação de arfagem ou de *pitch*), quando o mesmo passa por lombadas ou depressões na pista.

Tendo sido definidos quais são as métricas que se pretende representar na simulação, a maneira encontrada para representá-las da melhor maneira possível, evitando-se possíveis conclusões equivocadas a partir dos parâmetros de simulação, parte da definição de quais são os trechos de pista onde estas métricas se tornam mais evidentes. Houve um trabalho dentro da GMB (General Motors do Brasil) aliando-se especialistas das áreas de simulação e análise, desenvolvimento experimental e desenvolvimento de componentes para se chegar à definição destes trechos onde a excitação de pista torna mais evidente cada uma das métricas a serem analisadas (aspereza, capacidade de absorção, entrada de batente e balanço) e, de uma maneira

geral, isole os efeitos para cada uma destas métricas. Desta forma, chegam-se aos seguintes trechos de excitação de pista ideal para avaliação de cada uma das métricas:

- *Aspereza*: pista de paralelepípedos.
- *Capacidade de Absorção*: metade do veículo passando sobre olhos de gato (com 50 mm de altura cada) e a outra metade sobre uma superfície asfaltada lisa.
- *Entrada de Batente*: trecho de pista com uma série de buracos de amplitude variada (entre 50 mm e 100 mm) passando pelos dois lados do carro (i.e., com os pneus de ambos os lados passando por sobre os buracos).
- *Balanço*: passagem por uma vala (de água de chuva) seguida por uma estrada plana asfaltada.

As figuras 3.11 até 3.15 ilustram os trechos considerados.



Figura 3.12 – Trecho de Pista de Paralelepípedos (Simulação de Aspereza)



Figura 3.13 – Trecho de Pista com Olhos de Gato (Simulação de Capacidade de Absorção)

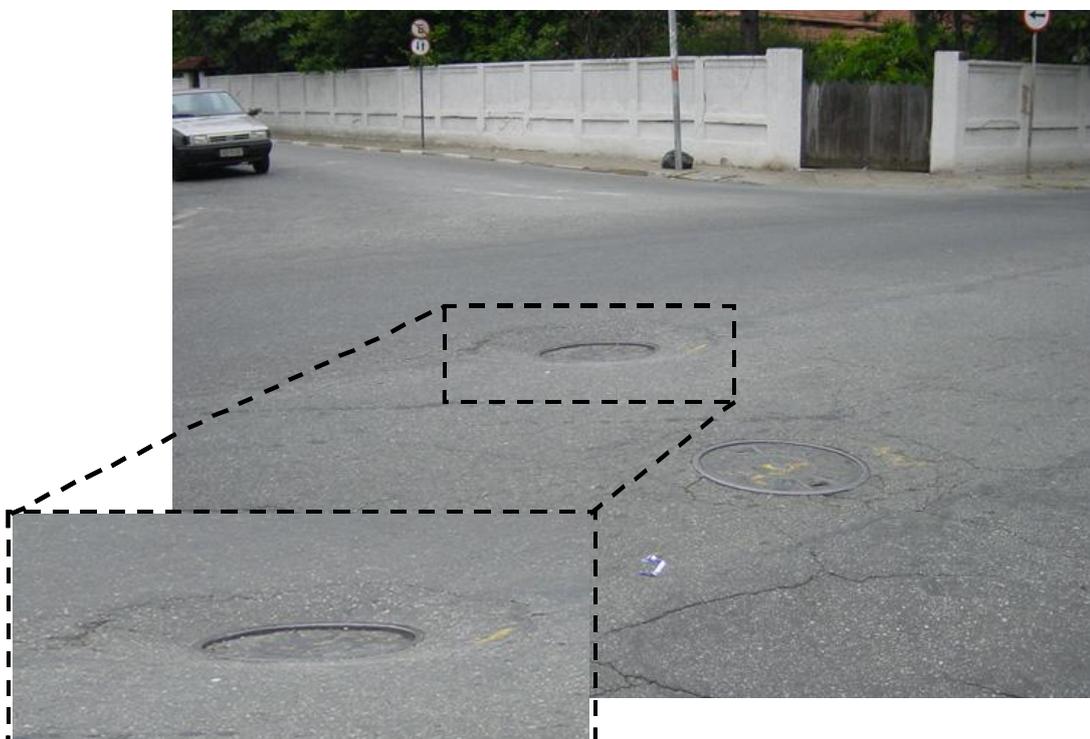


Figura 3.14 – Trechos de Pista com Buracos de Maior Amplitude (Simulação de Entrada de Batente)



Figura 3.15 – Trecho de Pista com Vala de Chuva (Simulação de Balanço)

Tendo-se definidas as excitações de pista a serem utilizadas na simulação, são definidas também as condições de velocidade do veículo para cada um dos trechos, conforme segue:

- *Aspereza*: velocidade constante de 60 km/h.
- *Capacidade de Absorção*: velocidade constante de 60 km/h.
- *Entrada de Batente*: velocidade variável entre 30 km/h e 60 km/h.
- *Balanço*: velocidade constante de 80 km/h.

Finalmente é de fundamental importância a definição das variáveis objetivas geradas pelo modelo de simulação que serão consideradas para a correlação em cada um dos trechos. Baseando-se novamente no trabalho conjunto dos especialistas de cada área dentro da GMB, determinaram-se as seguintes variáveis a serem analisadas:

- Aceleração na posição do motorista.
- Forças atuantes nas molas, amortecedores e batentes de compressão para cada uma das rodas (dianteira e traseira, esquerda e direita).
- Acelerações rotacionais em tornos dos eixos lateral e longitudinal do veículo (eixos Y e X – acelerações de arfagem e rolagem lateral respectivamente).

Na simulação computacional, o que é feito é uma combinação dos valores de pico e média RMS (*root mean square*, ou média quadrática) das variáveis acima através de uma matriz de pesos específica para cada manobra. Esta matriz tem a finalidade de correlacionar os valores objetivos simulados (em termos de aceleração –  $m/s^2$ , força – N e aceleração rotacional –  $rad/s^2$ ) com os valores subjetivos observados pelos pilotos de testes no campo de provas.

Um software específico para avaliação computacional de conforto foi então desenvolvido (com a participação do autor desta tese de dissertação) e foi batizado de *Virtual Ride*. A figura 3.16 mostra como é o esquema básico de funcionamento deste software para cada um dos parâmetros de conforto estudados.

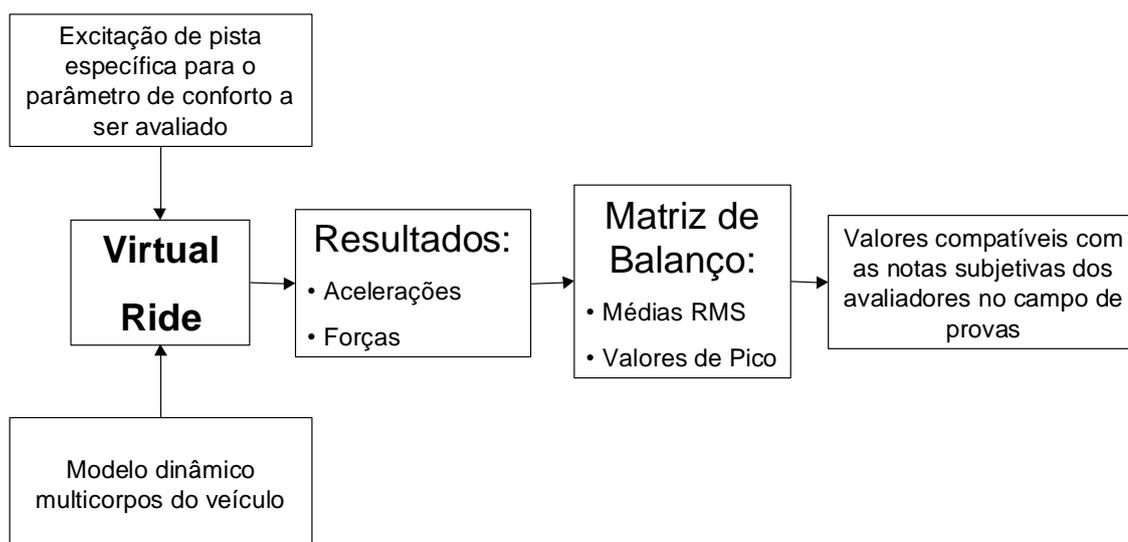


Figura 3.16 – Esquema Geral de Funcionamento - Virtual Ride

Utilizando-se esta metodologia, torna-se possível a obtenção de “notas” compatíveis com as avaliações subjetivas a partir das variáveis objetivas calculadas com o auxílio do modelo multicorpos. Durante o desenvolvimento da ferramenta, existiu uma etapa de “calibração” da matriz de pesos utilizada no software. Foram realizadas avaliações num veículo utilitário esportivo (SUV da sigla em inglês – *Sport Utility Vehicle*) para oito diferentes configurações de suspensão no mesmo veículo. As avaliações em campo de provas foram realizadas por dois avaliadores (percebe-se que existe uma variação da nota subjetiva inerente ao processo de avaliação de cada avaliador – este tópico será coberto em mais detalhes adiante neste mesmo capítulo) e as mesmas configurações foram simuladas utilizando-se o Virtual Ride. O importante nesta etapa é chegar em matrizes de peso tais que minimizem a diferença entre os resultados por simulação e a média dos resultados subjetivos avaliados no campo de provas. As figuras 3.17 até 3.20 mostram os resultados de correlação obtidos para cada uma das variáveis com o auxílio do método dos mínimos

quadrados. Os gráficos mostram os resultados de simulação (Virtual Ride), as notas subjetivas dadas por cada um dos avaliadores no campo de provas (CPCA 1 e CPCA 2 são os dois avaliadores – CPCA aqui denota a sigla do Campo de Provas de Cruz Alta) e a média dos avaliadores no campo de provas (Média CPCA). No eixo horizontal, os números de 1 a 8 denotam cada uma das diferentes configurações de suspensão avaliada e o eixo vertical mostra a nota de cada configuração (numa escala que varia de 0 até 10).

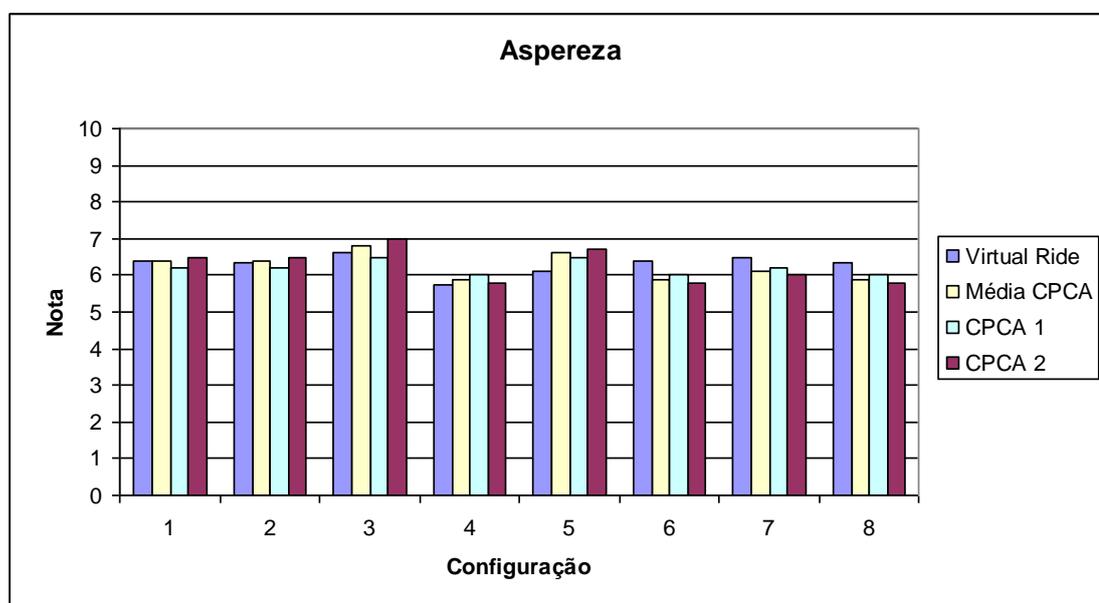


Figura 3.17 – Correlação Entre os Resultados do Virtual Ride e os Resultados Avaliados em Campo de Provas Para Aspereza

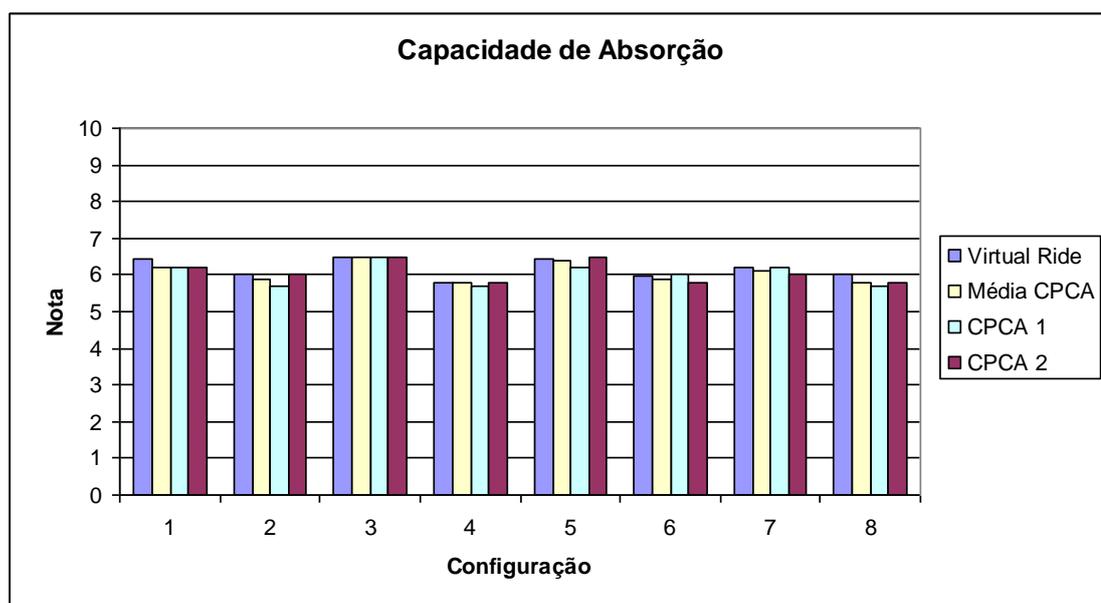


Figura 3.18 – Correlação Entre os Resultados do Virtual Ride e os Resultados Avaliados em Campo de Provas Para Capacidade de Absorção

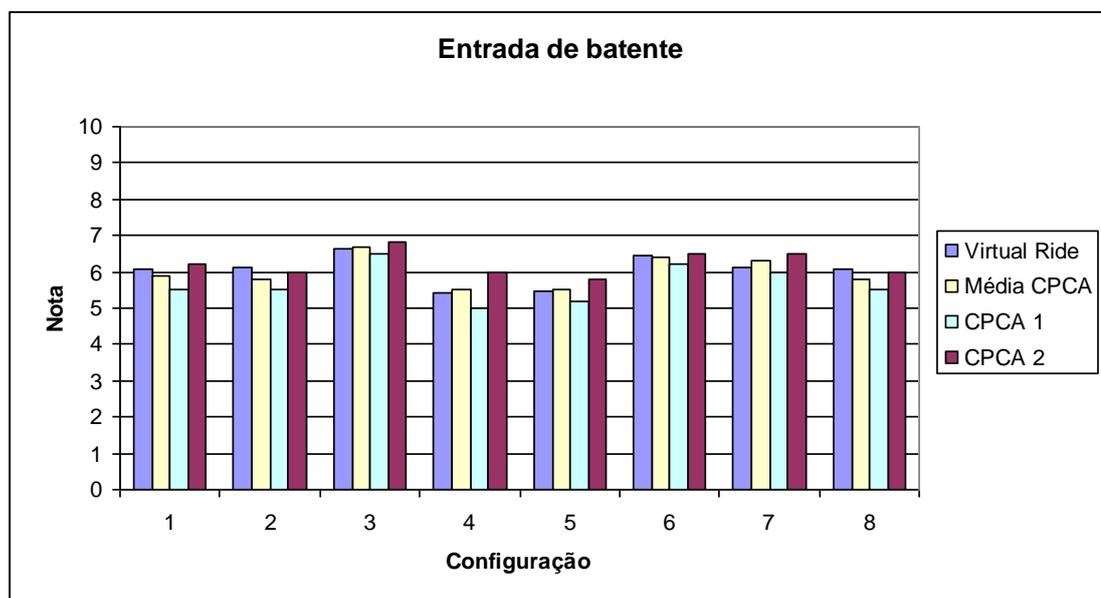


Figura 3.19 – Correlação Entre os Resultados do Virtual Ride e os Resultados Avaliados em Campo de Provas Para Entrada de Batente

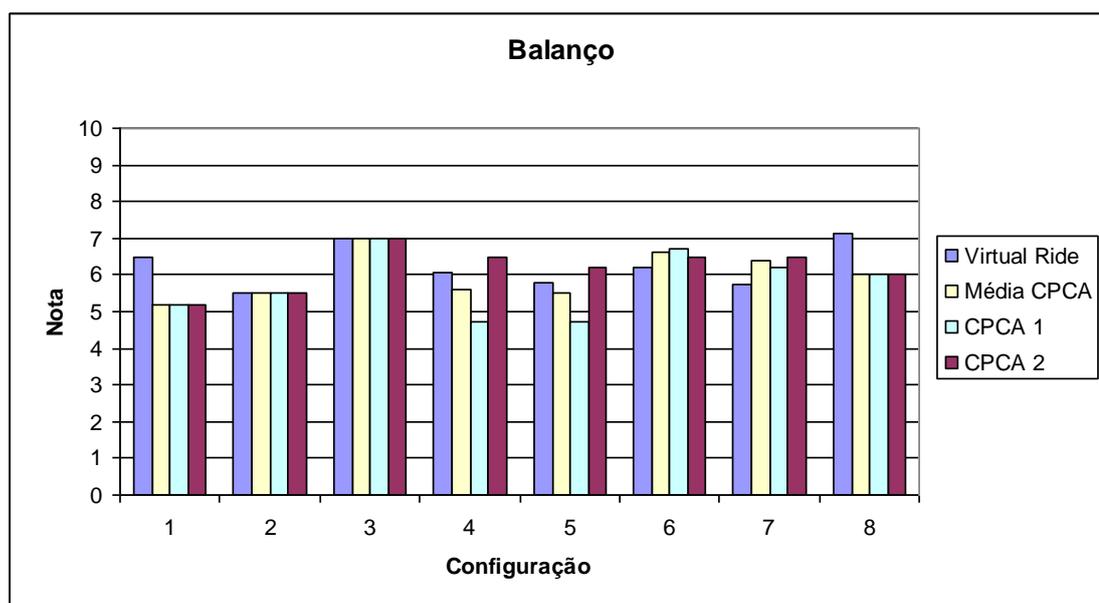


Figura 3.20 – Correlação Entre os Resultados do Virtual Ride e os Resultados Avaliados em Campo de Provas Para Balanço

O último passo a ser tomado em termos de simulação é encontrar o balanço ideal de cada uma das características observadas para se gerar uma nota geral de avaliação de conforto para o veículo. Percebeu-se durante o desenvolvimento do trabalho que, para diferentes categorias de veículo, diferentes balanços deveriam ser utilizados (a entrada de batente num veículo esporte utilitário é mais aceitável para o usuário quando comparada à mesma entrada de batente num sedã de luxo). Desta forma, desenvolvem-se máscaras específicas para cada categoria de veículo para se obter uma avaliação geral de conforto pela simulação (este valor é o que será otimizado posteriormente com as ferramentas de otimização). Esta mesma avaliação global é feita subjetivamente pelos avaliadores no campo de provas, baseando-se no comportamento do veículo nas diversas condições de avaliação, não sendo portanto uma função direta das avaliações para cada parâmetro de conforto feitas individualmente. De toda forma, percebe-se que é possível a determinação de

matrizes de balanço que conduzem a resultados bastante satisfatórios em termos de correlação entre a simulação e as avaliações no campo de provas. A figura 3.21 mostra os resultados obtidos para o caso do veículo esporte utilitário estudado.

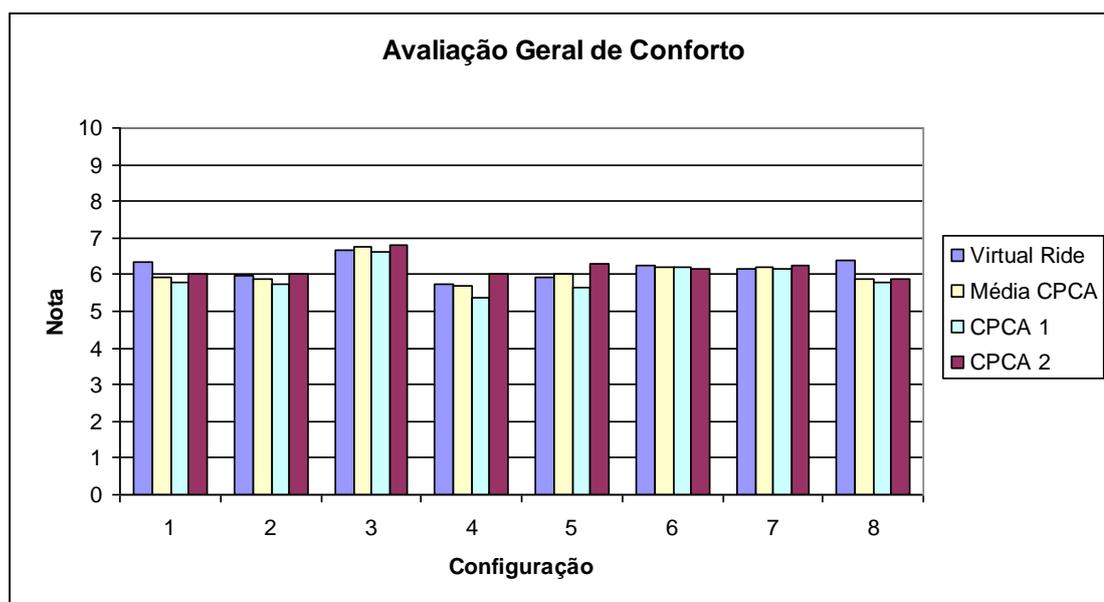


Figura 3.21 – Correlação Geral de Conforto Entre os Resultados do Virtual Ride e os Resultados Avaliados em Campo de Provas

### 3.5. Variação Nas Avaliações Subjetivas e Precisão dos

#### Resultados

Como se pode observar claramente nos resultados mostrados nas figuras 3.17 até 3.21, existem variações nas avaliações subjetivas que devem ser levadas em consideração para a calibração das matrizes de peso utilizadas na simulação e para efeito de comparação dos resultados.

A tabela 3.7 mostra os resultados de um estudo simples de variância nos resultados dos avaliadores, onde se conclui que existe um desvio padrão médio para as

avaliações em torno de 0,25 (razoavelmente pequeno, considerando-se que as notas têm variação possível de 0 até 10). Baseando-se nestes resultados, duas conclusões foram retiradas e serão utilizadas no desenvolvimento dos métodos de otimização:

- As avaliações por simulação que atingirem diferenças iguais ou inferiores a 0,3 com os resultados subjetivos são consideradas iguais para efeito de análise dos resultados (equivalência esta que não existe no algoritmo de otimização, porém é utilizada na interpretação dos resultados).
- Duas configurações distintas (diferentes componentes de suspensão por exemplo) que apresentem diferença menor ou igual a 0,3 na avaliação geral de conforto são consideradas idênticas em termos de performance em conforto.

Tabela 3.7 – Variação Observada nas Avaliações Subjetivas

Config.	Aspereza				Capacidade de Absorção				Entrada de Batente				Balanço				Conforto Global							
	Av.1	Av.2	Média	Desvio Padrão	Av.1	Av.2	Média	Desvio Padrão	Av.1	Av.2	Média	Desvio Padrão	Av.1	Av.2	Média	Desvio Padrão	Av.1	Av.2	Média	Desvio Padrão				
1	6,2	6,5	6,4	0,2	6,2	6,2	6,2	0,0	5,5	6,2	5,9	0,5	5,2	5,2	5,2	0,0	5,8	6,1	5,9	0,2				
2	6,2	6,5	6,4	0,2	5,7	6,0	5,9	0,2	5,5	6,0	5,8	0,4	5,5	5,5	5,5	0,0	5,7	6,1	5,9	0,3				
3	6,5	7,0	6,8	0,4	6,5	6,5	6,5	0,0	6,5	6,8	6,7	0,2	7,0	7,0	7,0	0,0	6,6	6,9	6,8	0,2				
4	6,0	5,8	5,9	0,1	5,7	5,8	5,8	0,1	5,0	6,0	5,5	0,7	4,7	6,5	5,6	1,3	5,4	6,1	5,7	0,5				
5	6,5	6,7	6,6	0,1	6,2	6,5	6,4	0,2	5,2	5,8	5,5	0,4	4,7	6,2	5,5	1,1	5,7	6,4	6,0	0,5				
6	6,0	5,8	5,9	0,1	6,0	5,8	5,9	0,1	6,2	6,5	6,4	0,2	6,7	6,5	6,6	0,1	6,2	6,2	6,2	0,0				
7	6,2	6,0	6,1	0,1	6,2	6,0	6,1	0,1	6,0	6,5	6,3	0,4	6,2	6,5	6,4	0,2	6,2	6,3	6,2	0,1				
8	6,0	5,8	5,9	0,1	5,7	5,8	5,8	0,1	5,5	6,0	5,8	0,4	6,0	6,0	6,0	0,0	5,8	6,0	5,9	0,1				
Geral					0,19				0,11				0,39				0,34				0,25			

As figuras 3.22 a 3.26 mostram um vista ampliada dos mesmos gráficos de correlação mostrados nas figuras 3.17 a 3.21, comparando-se os resultados do Virtual Ride com a média do campo de provas, com uma barra vertical mostrando esta precisão de 0,3 nos resultados.

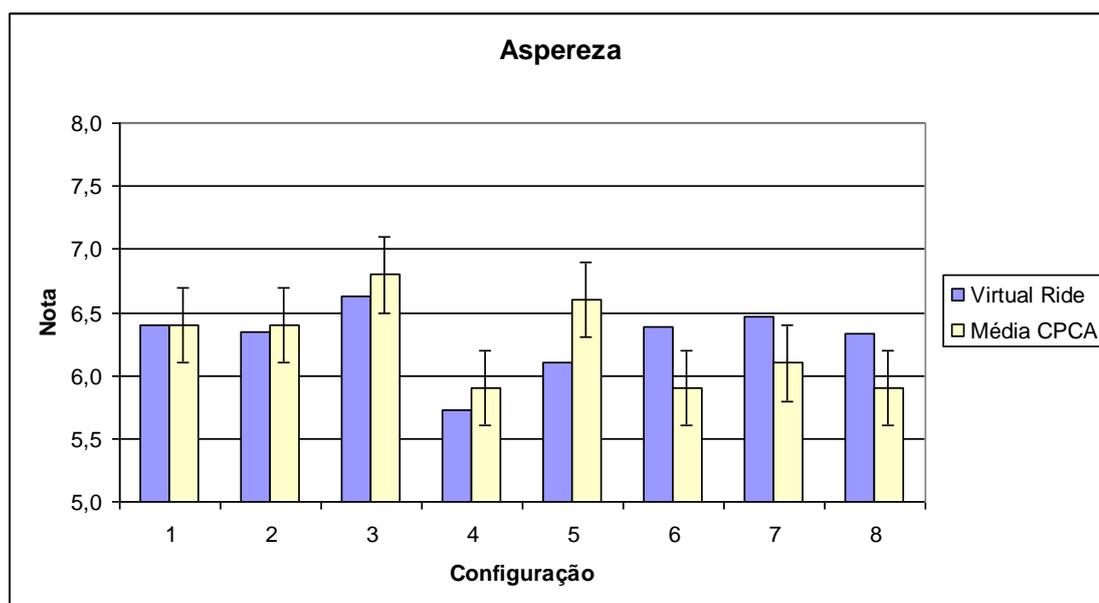


Figura 3.22 – Correlação Entre os Resultados do Virtual Ride e os Resultados Avaliados em Campo de Provas Para Aspereza

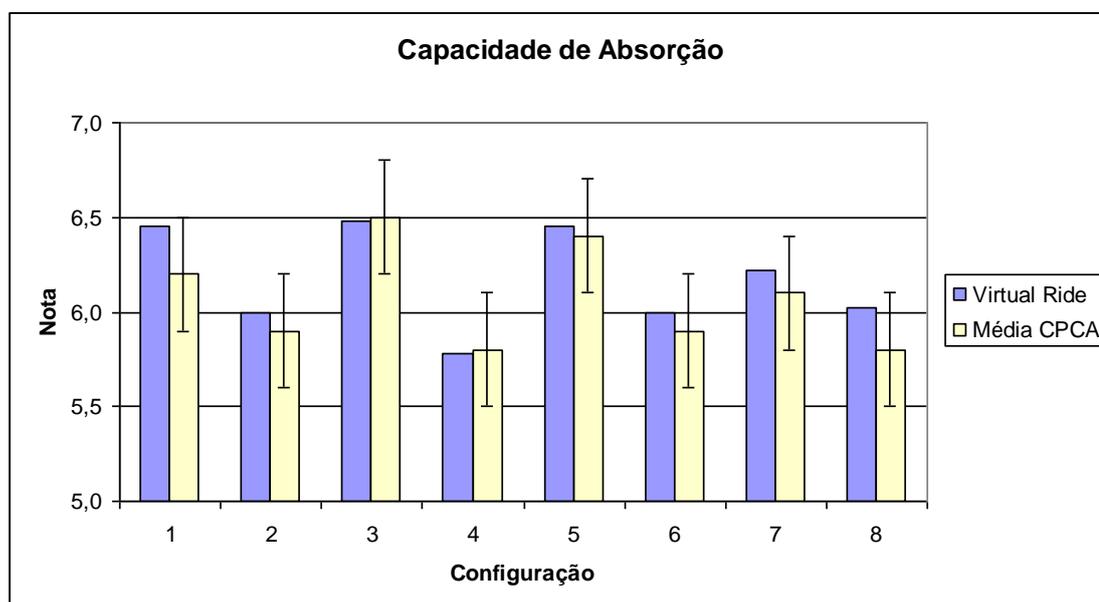


Figura 3.23 – Correlação Entre os Resultados do Virtual Ride e os Resultados Avaliados em Campo de Provas Para Capacidade de Absorção

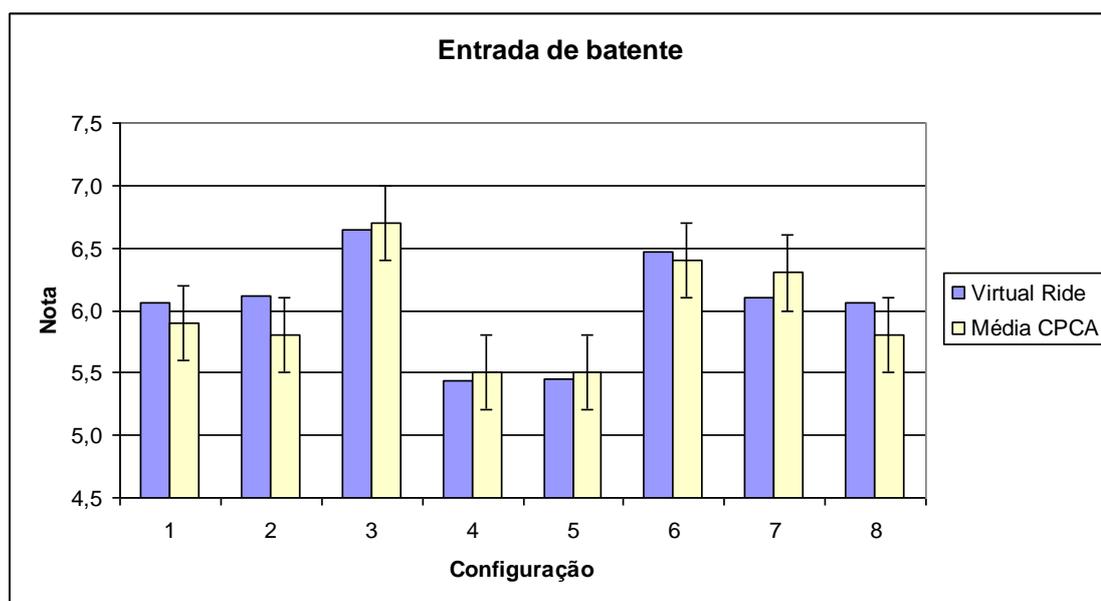


Figura 3.24 – Correlação Entre os Resultados do Virtual Ride e os Resultados Avaliados em Campo de Provas Para Entrada de Batente

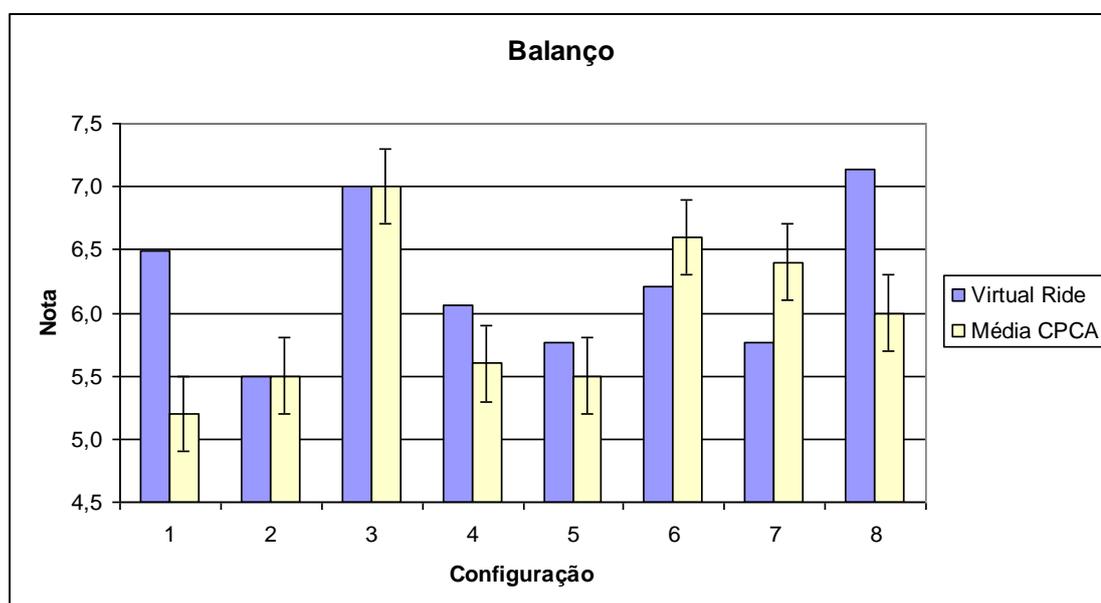


Figura 3.25 – Correlação Entre os Resultados do Virtual Ride e os Resultados Avaliados em Campo de Provas Para Balanço

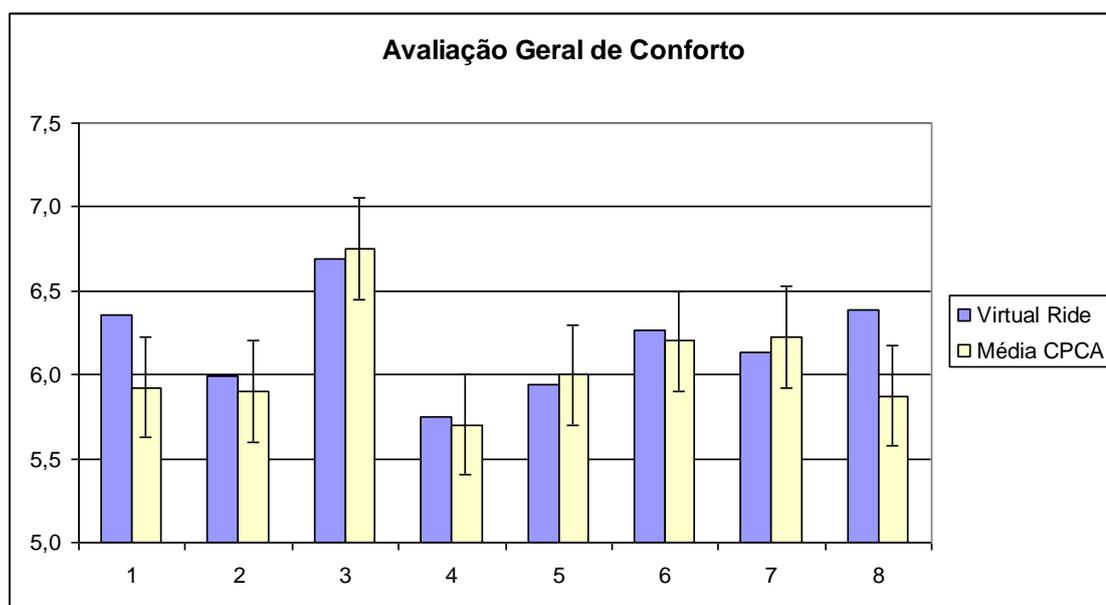


Figura 3.26 – Correlação Geral de Conforto Entre os Resultados do Virtual Ride e os Resultados Avaliados em Campo de Provas

### **3.6. Conclusões Sobre a Ferramenta de Simulação do Conforto Vibracional**

Conforme demonstrado no item 3.3, o modelo de simulação da dinâmica vertical do veículo empregado tem boa correlação com os resultados experimentais, possibilitando sua adoção para o cálculo das métricas de conforto vibracional propostas no item 3.4.

Com relação à correlação dos resultados das métricas de conforto vibracional com as avaliações subjetivas e à análise dos resultados das avaliações subjetivas em campo de provas, tiram-se algumas conclusões importantes:

- Mesmo com as avaliações subjetivas sendo realizadas por avaliadores especialistas em ambiente controlado no campo de provas, existe um nível mínimo de variação no valor da métrica necessário para que se possa perceber uma diferença nesta avaliação subjetiva.
- Através da análise dos resultados das avaliações subjetivas de um mesmo veículo por diferentes avaliadores em condições ambientais idênticas, determinou-se que esta diferença mínima passível de ser notada é da ordem de 0,3 na escala de 0 a 10.

- A comparação dos resultados das métricas de conforto vibracional calculadas com a ferramenta de simulação proposta contra a média das avaliações subjetivas feitas por especialistas em campo de provas (figuras 3.22 até 3.26) mostra que os resultados da ferramenta estão, na maioria dos casos, dentro deste limite de 0,3 verificado, mostrando que estes resultados são virtualmente idênticos.

Desta maneira, considera-se que os modelos para o cálculo das métricas de conforto vibracional desenvolvidos são adequados para o propósito de utilizá-los em conjunto com ferramentas numéricas de otimização, conforme será demonstrado adiante.

# Capítulo 4 – A Dinâmica Lateral do Veículo

## 4.1. Equacionamento Básico da Dinâmica Lateral

Este capítulo tem por objetivo descrever como foi desenvolvido o equacionamento básico da dinâmica lateral do veículo aplicado na obtenção dos parâmetros objetivos de dirigibilidade estudados neste trabalho.

Conforme mencionado no capítulo anterior, o movimento de todo corpo sob ação de forças externas pode ser descrito pelas equações básicas da dinâmica clássica (França e Matsumura – 2001). A aplicação dos Teoremas do Movimento do Baricentro (TMB) e Teorema do Momento Angular (TMA) permite fazer o equacionamento básico necessário para a obtenção das equações dinâmicas que governam o movimento deste corpo desta forma.

Para os estudos de dirigibilidade aqui desenvolvidos, será considerada sempre condição de pista plana (não considerando a condição de aclave/declive ou inclinação lateral da pista) e regular, ou seja, não existem irregularidades verticais excitando a suspensão do veículo (este tipo de irregularidade é o tema básico do estudo da ferramenta de conforto vibracional, descrita mais adiante).

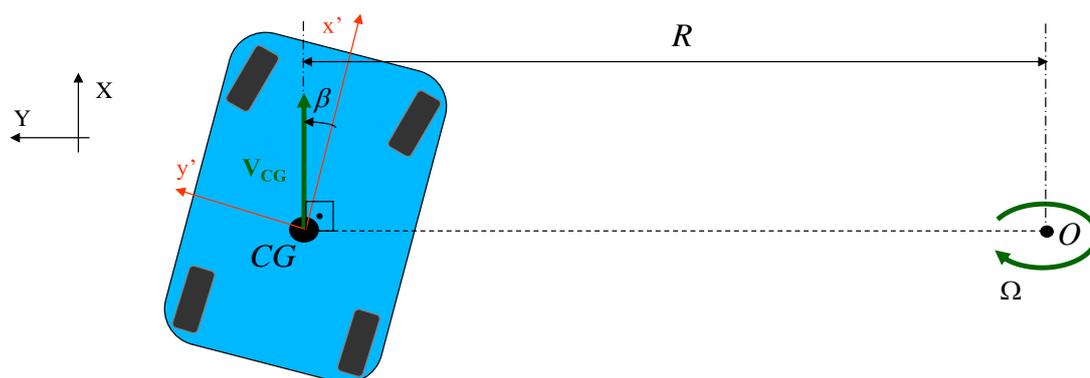


Figura 4.1 – Vista de Topo (Plano Global XY) do Veículo em Trajetória Curvilínea

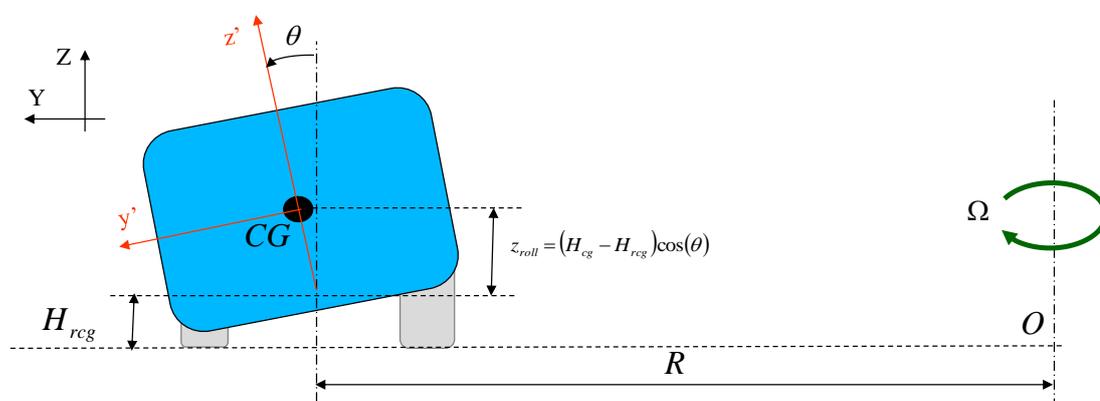


Figura 4.2 – Vista Frontal (Plano Global YZ) do Veículo em Trajetória Curvilínea

As figuras 4.1 e 4.2 descrevem o veículo em trajetória curvilínea nos planos globais XY (vista de topo) e YZ (vista frontal) respectivamente, onde são definidos:

X, Y, Z	→	sistema de coordenadas absoluto (inercial)
x', y', z'	→	sistema de coordenadas do veículo (não-inercial)
CG	→	centro de gravidade do veículo
O	→	centro da curva
R	→	raio da curva
$V_x$	→	velocidade longitudinal do veículo

$\beta$	→	ângulo de escorregamento lateral
$\Omega$	→	velocidade angular de giro
$H_{cg}$	→	altura do centro de gravidade em relação ao solo
$H_{rcg}$	→	altura do centro de rolagem na linha do CG
$\theta$	→	ângulo de rolagem do veículo
$Z_{roll}$	→	braço do momento de rolagem

#### 4.1.1. Teorema do Movimento do Baricentro (TMB)

O Teorema do Movimento do Baricentro (TMB) trata da aplicação da Segunda Lei de Newton para um corpo. Quando se deseja considerar o movimento deste corpo em relação a um referencial não-inercial (ou referencial acelerado), deve-se incluir os termos das forças fictícias de arrastamento e de Coriolis, como mostrado na equação (4.1). No caso aqui trabalhado, o referencial fixo no veículo com origem no centro de gravidade do mesmo é um referencial não-inercial e estas considerações devem ser feitas.

$$M \vec{a}_r = \vec{F} + \vec{F}_a + \vec{F}_c \quad (4.1)$$

Na equação (4.1) acima,  $\vec{a}_r$  é a aceleração no referencial acelerado fixo ao CG do veículo,  $\vec{F}$  é a somatória das forças externas atuantes ao veículo,  $\vec{F}_a$  é a força fictícia de arrastamento e  $\vec{F}_c$  é a força fictícia de Coriolis.

As forças fictícias de arrastamento e de Coriolis são definidas respectivamente nas equações (4.2) e (4.3).

$$\vec{F}_a = -M \left[ \dot{\Omega} R (\cos \beta \vec{i} + \sin \beta \vec{j}) - \Omega^2 R (\cos \theta (-\sin \beta \vec{i} + \cos \beta \vec{j}) + \sin \theta \vec{k}) \right] \quad (4.2)$$

$$\vec{F}_c = -2M \vec{\omega} \wedge \vec{V}_r = -2M \left\{ \begin{array}{l} (\dot{\theta} \cos \beta - \Omega \sin \theta \sin \beta) \vec{i} \\ (\Omega \sin \theta \cos \beta + \dot{\theta} \sin \beta) \vec{j} \\ \Omega \cos \theta \vec{k} \end{array} \right\} \wedge (\dot{x} \vec{i} + \dot{y} \vec{j} + \dot{z} \vec{k}) \quad (4.3)$$

Como os ângulos  $\theta$  e  $\beta$  são pequenos para os fenômenos que se pretende estudar com esta modelagem, pode ser assumido que:

$$\sin \theta \approx \theta \quad (4.4)$$

$$\cos \theta \approx 1 \quad (4.5)$$

$$\sin \beta \approx \beta \quad (4.6)$$

$$\cos \beta \approx 1 \quad (4.7)$$

Desta forma, obtém-se a seguinte expressão para a força fictícia de arrastamento:

$$\vec{F}_a = -M \left[ \dot{\Omega} R \vec{i} + \dot{\Omega} R \beta \vec{j} - \Omega^2 R (-\beta \vec{i} + \vec{j} + \theta \vec{k}) \right]$$

$$\vec{F}_a = -MR \left[ (\dot{\Omega} + \Omega^2 \beta) \vec{i} + (\dot{\Omega} \beta - \Omega^2) \vec{j} - \Omega^2 \theta \vec{k} \right] \quad (4.8)$$

E para a força fictícia de Coriolis:

$$\vec{F}_c = -2M \begin{Bmatrix} (\dot{\theta} - \Omega\theta\beta)\vec{i} \\ (\Omega\theta + \dot{\theta}\beta)\vec{j} \\ \Omega\vec{k} \end{Bmatrix} \wedge (\dot{x}\vec{i} \quad \dot{y}\vec{j} \quad \dot{z}\vec{k})$$

$$\vec{F}_c = -2M \begin{bmatrix} (\dot{\theta} - \Omega\theta\beta)\dot{y}\vec{k} - (\dot{\theta} - \Omega\theta\beta)\dot{z}\vec{j} - (\Omega\theta + \dot{\theta}\beta)\dot{x}\vec{k} + \\ + (\Omega\theta + \dot{\theta}\beta)\dot{z}\vec{i} + \Omega\dot{x}\vec{j} - \Omega\dot{y}\vec{i} \end{bmatrix}$$

$$\vec{F}_c = -2M \begin{bmatrix} (\Omega\theta\dot{z} + \dot{\theta}\beta\dot{z} - \Omega\dot{y})\vec{i} + (\Omega\theta\beta\dot{z} - \dot{\theta}\dot{z} + \Omega\dot{x})\vec{j} + \\ + (\dot{\theta}\dot{y} - \Omega\theta\beta\dot{y} - \Omega\theta\dot{x} - \dot{\theta}\beta\dot{x})\vec{k} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Reorganizando as equações (4.1), (4.8) e (4.9) por direção, obtém-se então:

$$M a_x = \sum F_x - MR(\dot{\Omega} + \Omega^2\beta) - 2M(\Omega\theta\dot{z} + \dot{\theta}\beta\dot{z} - \Omega\dot{y}) \quad (4.10)$$

$$M a_y = \sum F_y - MR(\dot{\Omega}\beta - \Omega^2) - 2M(\Omega\theta\beta\dot{z} - \dot{\theta}\dot{z} + \Omega\dot{x} - \dot{\theta}\beta\dot{x}) \quad (4.11)$$

$$M a_z = \sum F_z + MR\Omega^2\theta - 2M(\dot{\theta}\dot{y} - \Omega\theta\beta\dot{y} - \Omega\theta\dot{x}) \quad (4.12)$$

### 4.1.2. Teorema do Momento Angular (TMA)

Da mesma forma que o Teorema do Movimento do Baricentro (TMB) trata das acelerações e forças lineares atuantes em um corpo, o Teorema do Momento Angular (TMA) trata das acelerações angulares e momentos atuantes no mesmo.

$$\frac{d}{dt}(J \cdot \vec{\omega}) + M(G - O) \wedge \vec{a}_o = \vec{M}_G^{ext} \quad (4.13)$$

A forma geral do TMA está descrita na equação (4.13), onde  $J$  é a matriz de inércia do corpo,  $\vec{\omega}$  é a velocidade angular a que este corpo está submetido,  $G$  é o polo onde são calculados os momentos,  $O$  é um ponto de referência,  $\vec{a}_o$  é a aceleração relativa neste ponto  $O$  e  $\vec{M}_G^{ext}$  é a somatória dos momentos externos aplicados no corpo com relação ao polo  $G$ .

Utilizando-se um referencial auxiliar solidário ao corpo com polo no baricentro do veículo, tem-se que a matriz de inércia não varia no tempo. Com o ponto  $O$  definido no centro da curva, tem-se que  $\vec{a}_o = \vec{0}$ . Desta forma:

$$\frac{d}{dt}(J_G \cdot \vec{\omega}) = \vec{M}_G^{ext} \quad (4.14)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{J} \end{bmatrix}_G \begin{Bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{Bmatrix} = \vec{M}_G^{ext} \quad (4.15)$$

Utilizando-se a mesma consideração de que os ângulos  $\theta$  e  $\beta$  são pequenos, pode-se aplicar os resultados das equações (4.4) a (4.7), obtendo-se:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \dot{\vec{i}} & \dot{\vec{j}} & \dot{\vec{k}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{J} \end{bmatrix}_G \begin{Bmatrix} \dot{\theta} - \Omega\theta\beta \\ \Omega\theta + \dot{\theta}\beta \\ \Omega \end{Bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{J} \end{bmatrix}_G \begin{Bmatrix} \ddot{\theta} - \dot{\Omega}\theta\beta - \Omega\dot{\theta}\beta - \Omega\theta\dot{\beta} \\ \dot{\Omega}\theta + \Omega\dot{\theta} + \ddot{\theta}\beta + \dot{\theta}\dot{\beta} \\ \dot{\Omega} \end{Bmatrix} = \vec{M}_G^{ext} \end{aligned} \quad (4.16)$$

As derivadas dos vetores direcionais do sistema de coordenadas local ao veículo são obtidas através da multiplicação vetorial da velocidade angular à qual o veículo está submetido pelo vetor direcional original, como segue:

$$\dot{\vec{i}} = \vec{\omega} \wedge \vec{i} = \begin{Bmatrix} (\dot{\theta} - \Omega\theta\beta)\vec{i} \\ (\Omega\theta + \dot{\theta}\beta)\vec{j} \\ \Omega\vec{k} \end{Bmatrix} \wedge \vec{i} = \Omega\vec{j} - (\Omega\theta + \dot{\theta}\beta)\vec{k} \quad (4.17)$$

$$\dot{\vec{j}} = \vec{\omega} \wedge \vec{j} = \begin{Bmatrix} (\dot{\theta} - \Omega\theta\beta)\vec{i} \\ (\Omega\theta + \dot{\theta}\beta)\vec{j} \\ \Omega\vec{k} \end{Bmatrix} \wedge \vec{j} = -\Omega\vec{i} + (\dot{\theta} - \Omega\theta\beta)\vec{k} \quad (4.18)$$

$$\dot{\vec{k}} = \vec{\omega} \wedge \vec{k} = \begin{Bmatrix} (\dot{\theta} - \Omega\theta\beta)\vec{i} \\ (\Omega\theta + \dot{\theta}\beta)\vec{j} \\ \Omega\vec{k} \end{Bmatrix} \wedge \vec{k} = (\Omega\theta + \dot{\theta}\beta)\vec{i} - (\dot{\theta} - \Omega\theta\beta)\vec{j} \quad (4.19)$$

O momento de inércia  $J$  em relação ao polo  $G$  é definido na equação (4.20) abaixo:

$$\left[ \mathbf{J} \right]_G = \begin{bmatrix} J_x & J_{xy} & J_{xz} \\ J_{xy} & J_y & J_{yz} \\ J_{xz} & J_{yz} & J_z \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Como os produtos de inércia são muito pequenos em relação aos momentos de inércia, pode-se considerar também a seguinte simplificação:

$$\left[ \mathbf{J} \right]_G = \begin{bmatrix} J_x & 0 & 0 \\ 0 & J_y & 0 \\ 0 & 0 & J_z \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Aplicando-se as equações (4.17), (4.18), (4.19) e (4.21) na equação (4.16), obtém-se:

$$\begin{aligned} & J_x (\dot{\theta} - \Omega\theta\beta) [\Omega\vec{j} - (\Omega\theta + \dot{\theta}\beta)\vec{k}] + J_y (\Omega\theta + \dot{\theta}\beta) [-\Omega\vec{i} + (\dot{\theta} - \Omega\theta\beta)\vec{k}] + \\ & + J_z \Omega [(\Omega\theta + \dot{\theta}\beta)\vec{i} - (\dot{\theta} - \Omega\theta\beta)\vec{j}] + J_x (\ddot{\theta} - \dot{\Omega}\theta\beta - \Omega\dot{\theta}\beta - \Omega\theta\dot{\beta})\vec{i} + \\ & + J_y (\dot{\Omega}\theta + \Omega\dot{\theta} + \ddot{\theta}\beta + \dot{\theta}\dot{\beta})\vec{j} + J_z \dot{\Omega}\vec{k} = \vec{M}_G^{ext} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Reorganizando a equação (4.22):

$$\begin{aligned} & \left[ -J_y (\Omega\theta + \dot{\theta}\beta)\Omega + J_z \Omega(\Omega\theta + \dot{\theta}\beta) + J_x (\ddot{\theta} - \dot{\Omega}\theta\beta - \Omega\dot{\theta}\beta - \Omega\theta\dot{\beta}) \right] \vec{i} + \\ & + \left[ J_x (\dot{\theta} - \Omega\theta\beta)\Omega - J_z \Omega(\dot{\theta} - \Omega\theta\beta) + J_y (\dot{\Omega}\theta + \Omega\dot{\theta} + \ddot{\theta}\beta + \dot{\theta}\dot{\beta}) \right] \vec{j} + \quad (4.23) \\ & + \left[ -J_x (\dot{\theta} - \Omega\theta\beta)(\Omega\theta + \dot{\theta}\beta) + J_y (\Omega\theta + \dot{\theta}\beta)(\dot{\theta} - \Omega\theta\beta) + J_z \dot{\Omega} \right] \vec{k} = \vec{M}_G^{ext} \end{aligned}$$

Desta forma, ao separar a equação (4.23) por direção, obtém-se finalmente:

$$J_x (\ddot{\theta} - \dot{\Omega}\theta\beta - \Omega\dot{\theta}\beta - \Omega\theta\dot{\beta}) + (J_z - J_y)(\Omega^2\theta + \Omega\dot{\theta}\beta) = \sum M_{CG,x}^{ext} \quad (4.24)$$

$$J_y (\dot{\Omega}\theta + \ddot{\theta}\beta + \dot{\theta}\dot{\beta}) + (J_x + J_y - J_z)\Omega\dot{\theta} + (J_z - J_x)\Omega^2\theta\beta = \sum M_{CG,y}^{ext} \quad (4.25)$$

$$(J_y - J_x)(\Omega\dot{\theta}\theta + \dot{\theta}^2\beta - \Omega^2\theta^2\beta - \Omega\dot{\theta}\theta\beta^2) + J_z \dot{\Omega} = \sum M_{CG,z}^{ext} \quad (4.26)$$

### 4.1.3. Caso Particular 1: Regime Quase-Estático com Raio Constante

Muitos parâmetros importantes para a descrição da dirigibilidade de um veículo são obtidos em manobras em regime permanente (ou quase-estático). Nesta condição, o veículo permanece com velocidade longitudinal constante numa trajetória circular de raio também constante. Desta maneira, várias simplificações podem ser aplicadas aos equacionamentos desenvolvidos anteriormente nos itens 4.1.1. e 4.1.2., como segue:

$$\dot{\theta} = 0 \quad (4.27)$$

$$\dot{\beta} = 0 \quad (4.28)$$

$$\ddot{\theta} = 0 \quad (4.29)$$

$$\dot{\Omega} = 0 \quad (4.30)$$

$$\dot{x} = V_x = R\Omega = \text{cte} \quad (4.31)$$

$$\dot{y} = 0 \quad (4.32)$$

$$\dot{z} = 0 \quad (4.33)$$

Resolvendo-se o TMB para a direção  $y'$  (lateral do veículo) com estas considerações, obtém-se:

$$M a_y = \sum F_y + MR\Omega^2 - 2MR\Omega^2 = \sum F_y - MR\Omega^2$$

$$M(a_y + R\Omega^2) = \sum F_y \quad (4.34)$$

Como a aceleração lateral relativa (no referencial do veículo) é nula para este caso particular ( $a_y = 0$ ), tem-se que:

$$M a_L = \sum F_y \quad (4.35)$$

$$\text{onde:} \quad a_L = R\Omega^2 = \frac{V_x^2}{R} \quad (4.36)$$

Resolvendo-se o TMB de maneira análoga para as outras direções, obtém-se também:

$$M a_x = \sum F_x - MR\Omega^2\beta \quad (4.37)$$

$$M a_z = \sum F_z + 3MR\Omega^2\theta \quad (4.38)$$

As mesmas considerações das equações (4.27) a (4.33) podem ser aplicadas na resolução do TMA, obtendo-se:

$$\sum M_{G,x}^{ext} = (J_z - J_y)\Omega^2\theta \quad (4.39)$$

$$\sum M_{G,y}^{ext} = (J_z - J_x)\Omega^2\theta\beta \quad (4.40)$$

$$\sum M_{G,z}^{ext} = (J_x - J_y)\Omega^2\theta^2\beta \quad (4.41)$$

#### 4.1.4. Caso Particular 2: Velocidade Constante e Raio Variável

O caso particular onde a velocidade é constante e apenas o raio de curvatura é variável é também muito importante para caracterizar os parâmetros que variam com a frequência de excitação do volante no tempo. Neste caso específico, ainda é válida a expressão da equação (4.31). Como a consideração básica é de que a pista não possui irregularidades, tem-se que  $z$  é apenas função de  $\theta$ , como mostrado na figura 4.3.

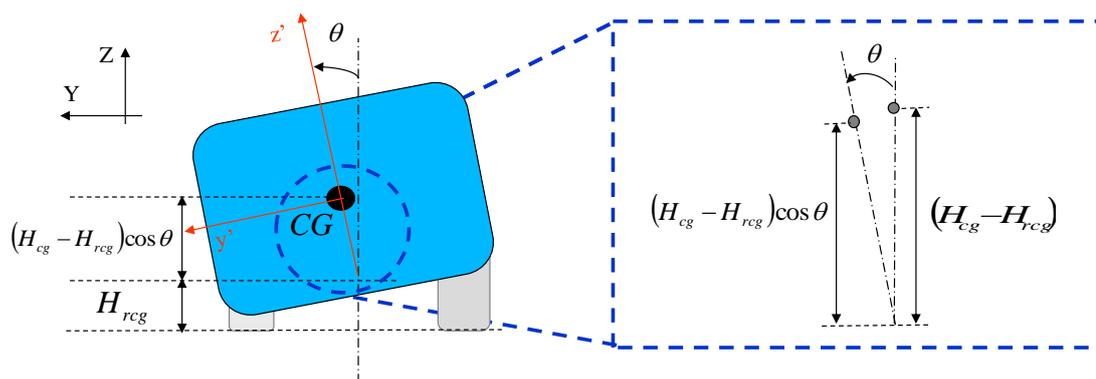


Figura 4.3 –  $z$  em Função de  $\theta$  para Pista sem Irregularidades

Desta forma, tem-se que:

$$z = (H_{cg} - H_{rcg}) (\cos \theta - 1)$$

$$\dot{z} = -(H_{cg} - H_{rcg}) \dot{\theta} \sin \theta$$

$$\ddot{z} = -(H_{cg} - H_{rcg}) (\ddot{\theta} \sin \theta + \dot{\theta}^2 \cos \theta)$$

Aplicando-se novamente a consideração de que o ângulo  $\theta$  é pequeno, obtém-se então:

$$z = 0 \quad (4.42)$$

$$\dot{z} = -(H_{cg} - H_{rcg})\dot{\theta}\theta \quad (4.43)$$

$$\ddot{z} = -(H_{cg} - H_{rcg})(\ddot{\theta}\theta + \dot{\theta}^2) \quad (4.44)$$

Os resultados do TMB originais das equações (4.10) a (4.12) podem ser retrabalhados de forma a se desconsiderar os termos de ordem superior em  $\beta$ ,  $\theta$  e  $\Omega$  – a justificativa para isto é que esta operação facilita muito a obtenção das formulações analíticas que serão trabalhadas posteriormente para este caso particular específico e que, de outra maneira, não seriam possíveis de ser resolvidas com as ferramentas usuais de resolução analítica de equações diferenciais. Além disto, os termos de ordem superior têm uma participação menor no resultado final de maneira geral. Desta forma, espera-se que este tipo de simplificação não chegue a comprometer os resultados dos modelos para os objetivos deste trabalho – estes resultados serão posteriormente checados contra modelos mais complexos (com a utilização do software ADAMS<sup>®</sup>) para verificar sua validade. Os resultados originais do TMB com esta simplificação estão mostrados nas equações (4.45) a (4.47).

$$M a_x = \sum F_x - MR\dot{\Omega} + 2M\Omega \dot{y} \quad (4.45)$$

$$M a_y = \sum F_y + MR\Omega^2 + 2M\dot{\theta}\dot{z} - 2M\Omega\dot{x} \quad (4.46)$$

$$M a_z = \sum F_z - 2M\dot{\theta}\dot{y} \quad (4.47)$$

Realizando o mesmo procedimento de desconsiderar os termos de ordem superior em  $\beta$ ,  $\theta$  e  $\Omega$  nos resultados do TMA originais das equações (4.24) a (4.26), obtém-se:

$$\sum M_{CG,x}^{ext} = J_x \ddot{\theta} \quad (4.48)$$

$$\sum M_{CG,y}^{ext} = 0 \quad (4.49)$$

$$\sum M_{CG,z}^{ext} = J_z \dot{\Omega} \quad (4.50)$$

De maneira similar ao caso particular 1, é possível então resolver o TMB para a direção  $y'$  (lateral do veículo) com estas considerações, obtendo-se:

$$M a_y = \sum F_y + MR\Omega^2 + 2M\dot{\theta}\dot{z} - 2M\Omega\dot{x}$$

$$M a_y = \sum F_y + MR\Omega^2 - 2M\dot{\theta}(H_{cg} - H_{rcg})\dot{\theta} - 2MR\Omega^2 \quad (4.51)$$

Pode-se simplificar a expressão acima desconsiderando-se o termo de ordem superior em  $\dot{\theta}$ , obtendo-se então:

$$\sum F_y = M(a_y + R\Omega^2) \quad (4.52)$$

Assumindo-se novamente que a aceleração lateral relativa (referencial do veículo) é nula para este caso particular ( $a_y = 0$ ), obtém-se:

$$\sum F_y = M a_L \quad (4.53)$$

$$\text{onde:} \quad a_L = R\Omega^2 = \frac{V_x^2}{R} \quad (4.54)$$

## 4.2. Métrica de Gradiente de Rolagem (*Roll Gradient*)

O gradiente de rolagem é definido como a derivada do ângulo de rolagem da carroceria do veículo em relação à aceleração lateral atuante no centro de gravidade do mesmo. Este valor é descrito usualmente em unidades de graus/g de aceleração lateral e é obtido em testes físicos através de uma manobra de curva circular de raio constante com aumento lento e gradual de velocidade longitudinal (e aceleração lateral por consequência), buscando sempre manter uma situação de regime permanente durante a manobra.

Este parâmetro quantifica de uma maneira bastante direta o quanto um veículo rola durante uma manobra de curva, como mostrado na figura 4.4. Em geral, veículos que rolam menos, ou neste caso que tenham menores valores de gradiente de rolagem, têm uma melhor percepção subjetiva de segurança por parte dos usuários. De toda forma, os valores almejados para este parâmetro num determinado projeto sofrem influência de outros aspectos do veículo, como:

- O balanceamento entre este parâmetro e os parâmetros de conforto vibracional desejado, já que menores valores de gradiente de rolagem estão relacionados a valores maiores de rigidez na suspensão, que por sua vez podem contribuir negativamente para estes parâmetros de conforto vibracional;
- O público alvo do projeto: em geral, veículos com apelo mais esportivo ou voltados para um público mais jovem tendem a valorizar veículos com menor gradiente de rolagem;
- Em alguns casos específicos de veículos com altura de CG elevada, como veículos utilitários esportivos (SUV da sigla em inglês – *Sport Utility Vehicle*), onde existe também a preocupação de mitigar acidentes envolvendo o capotamento por rolagem do veículo (eventos de “*rollover*” no termo em inglês), um gradiente de rolagem mais elevado pode ser usado propositadamente para indicar ao usuário, através da própria amplitude da rolagem da carroceria, se o veículo está trabalhando em uma região mais limítrofe, onde o risco de um acidente envolvendo o capotamento por rolagem torna-se mais alto.



Figura 4.4 – Ângulo de Rolagem do Veículo em Curva em Regime Permanente

A definição do gradiente de rolagem é mostrada no gráfico da figura 4.5.

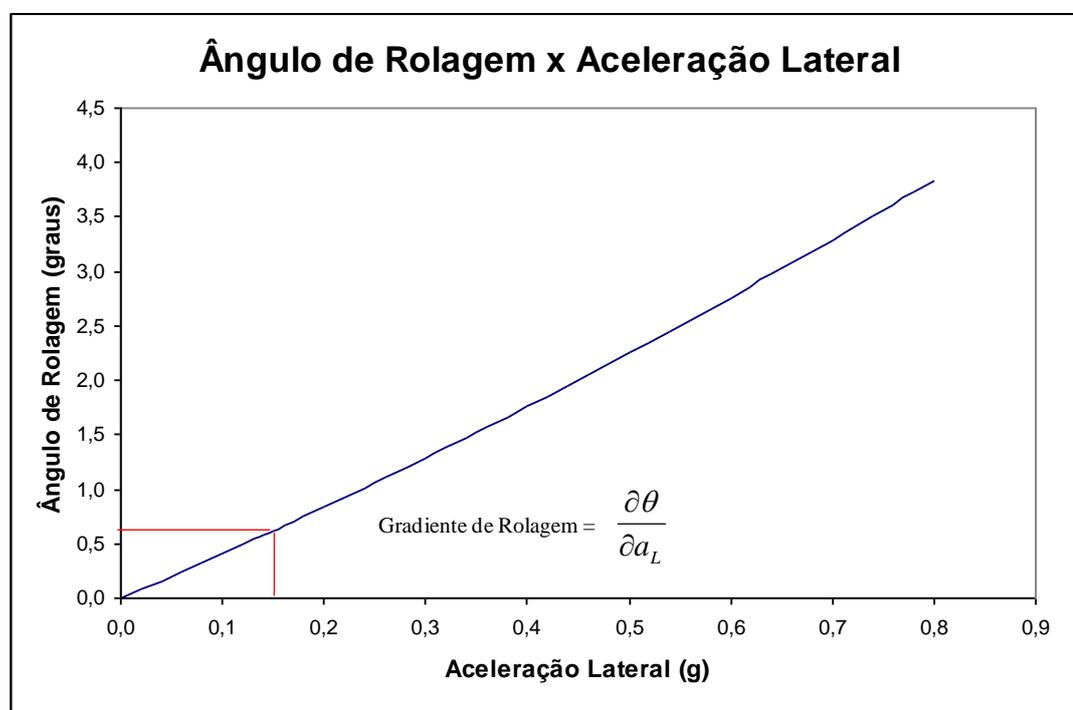


Figura 4.5 – Definição do Gradiente de Rolagem (*Roll Gradient*)

### 4.2.1. Rigidez de Rolagem

O conceito de rigidez de rolagem de um veículo está intimamente relacionado ao cálculo do gradiente de rolagem do mesmo. A figura 4.6 mostra esquematicamente os elementos mais importantes para o cálculo da rigidez de rolagem do veículo como um todo, onde são definidos:

$T_f$	→	bitola dianteira
$K_{t_{irf}}$	→	rigidez radial do pneu dianteiro
$K_{sf}$	→	rigidez equivalente da suspensão dianteira
$K_{bf}$	→	rigidez equivalente da barra estabilizadora dianteira (linear vertical na linha do eixo dianteiro)
$\Delta z$	→	altura relativa entre lado direito e lado esquerdo do veículo
$T_r$	→	bitola traseira
$K_{t_{irr}}$	→	rigidez radial do pneu traseiro
$K_{sr}$	→	rigidez equivalente da suspensão traseira
$K_{br}$	→	rigidez equivalente da barra estabilizadora (ou eixo) traseira (linear vertical na linha do eixo traseiro)

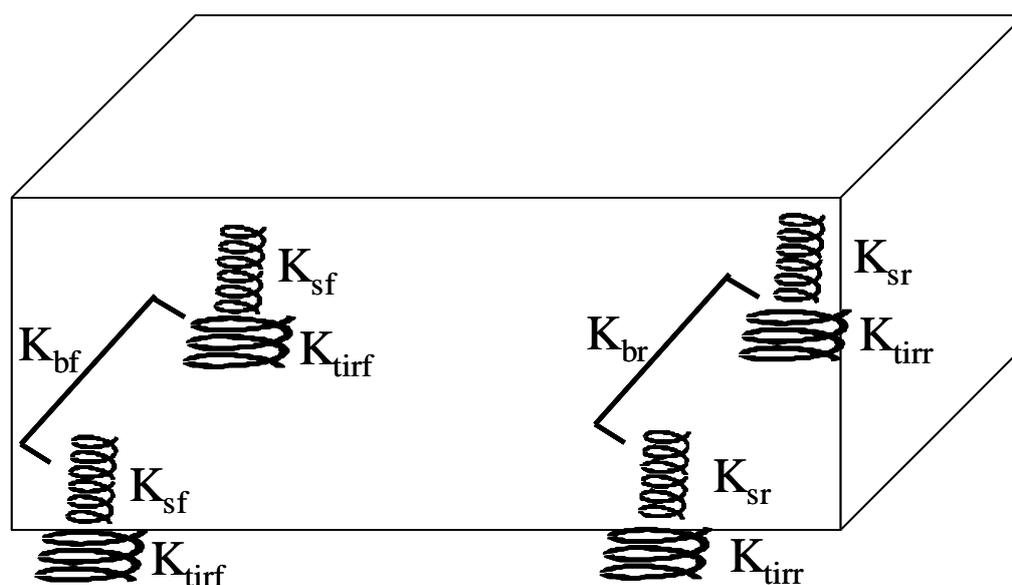


Figura 4.6 – Elementos Principais para o Cálculo da Rigidez Torcional do Veículo

Na definição acima, a carroceria do veículo é tratada como sendo um corpo rígido – esta hipótese é bastante razoável neste caso, levando-se em consideração que a rigidez da carroceria como um todo e das suas conexões com a suspensão é geralmente muito superior à rigidez dos componentes da suspensão.

Para o cálculo da rigidez de rolagem da suspensão dianteira, inicialmente é feita a consideração de molas em paralelo para se estabelecer a rigidez linear (em N/m) das duas molas e da barra estabilizadora em conjunto  $K_{sbf}$ :

$$K_{sbf} = 0,5 K_{sf} + 1 K_{bf} + 0,5 K_{sf} \quad (4.55)$$

Desta forma, a rigidez de rolagem dianteira  $K_{tsbf}$  já em unidade de torque por ângulo (N.m/rad no Sistema Internacional) devida somente à barra estabilizadora e as molas fica:

$$K_{tsbf} = \frac{K_{sbf} \Delta z \frac{T_f}{2}}{\arctan\left(\frac{\Delta z}{T_f}\right)} \quad (4.56)$$

Analogamente é possível calcular a rigidez de rolagem dianteira  $K_{tff}$  devida aos pneus:

$$K_{tff} = \frac{K_{tirf} \Delta z T_f}{\arctan\left(\frac{\Delta z}{T_f}\right)} \quad (4.57)$$

Finalmente, a rigidez de rolagem dianteira total  $K_{tf}$  é calculada com os valores de  $K_{tsbf}$  e  $K_{tff}$  em série:

$$K_{tf} = \frac{K_{tsbf} K_{tff}}{K_{tsbf} + K_{tff}} \quad (4.58)$$

O cálculo da rigidez de rolagem traseira pode ser feito de forma completamente análoga ao cálculo da rigidez de rolagem dianteira, obtendo-se desta forma:

$$K_{sbr} = 0,5 K_{sr} + 1 K_{br} + 0,5 K_{sr} \quad (4.59)$$

$$K_{tsbr} = \frac{K_{sbr} \Delta z \frac{T_r}{2}}{\arctan\left(\frac{\Delta z}{T_r}\right)} \quad (4.60)$$

$$K_{tir} = \frac{K_{tir} \Delta z T_r}{\arctan\left(\frac{\Delta z}{T_r}\right)} \quad (4.61)$$

$$K_{tr} = \frac{K_{tsbr} K_{tir}}{K_{tsbr} + K_{tir}} \quad (4.62)$$

Com os resultados das equações (4.58) e (4.62), é possível calcular a rigidez de rolagem total do veículo  $K_T$ :

$$K_T = K_{tf} + K_{tr} \quad (4.63)$$

#### 4.2.2. Centro de Rolagem

É sempre possível calcular o centro instantâneo de rolagem das suspensões dianteira e traseira e traçar uma linha ligando estes centros instantâneos aos pontos de contato dos pneus com o solo. Adotando-se a simplificação de que estes pontos de contato entre o pneu não se movem no sistema de coordenadas local ao veículo (ou seja, não

há escorregamento dos pneus), pode-se afirmar que os pontos destas linhas que coincidem com o plano  $x'z'$  central do veículo (plano que divide igualmente os lados esquerdo e direito do veículo) definem as alturas dos centros de rolagem das suspensões dianteira e traseira respectivamente. As figuras 4.7 e 4.8 demonstram visualmente como é feito o cálculo dos centros de rolagem para suspensões dianteiras do tipo Mc Pherson e traseiras do tipo Eixo Torçor (ou *Twist Beam* em inglês), que são as suspensões utilizadas nos veículos de estudo deste trabalho e respondem pela totalidade das suspensões de automóveis de passageiros fabricados pela GM no Brasil.

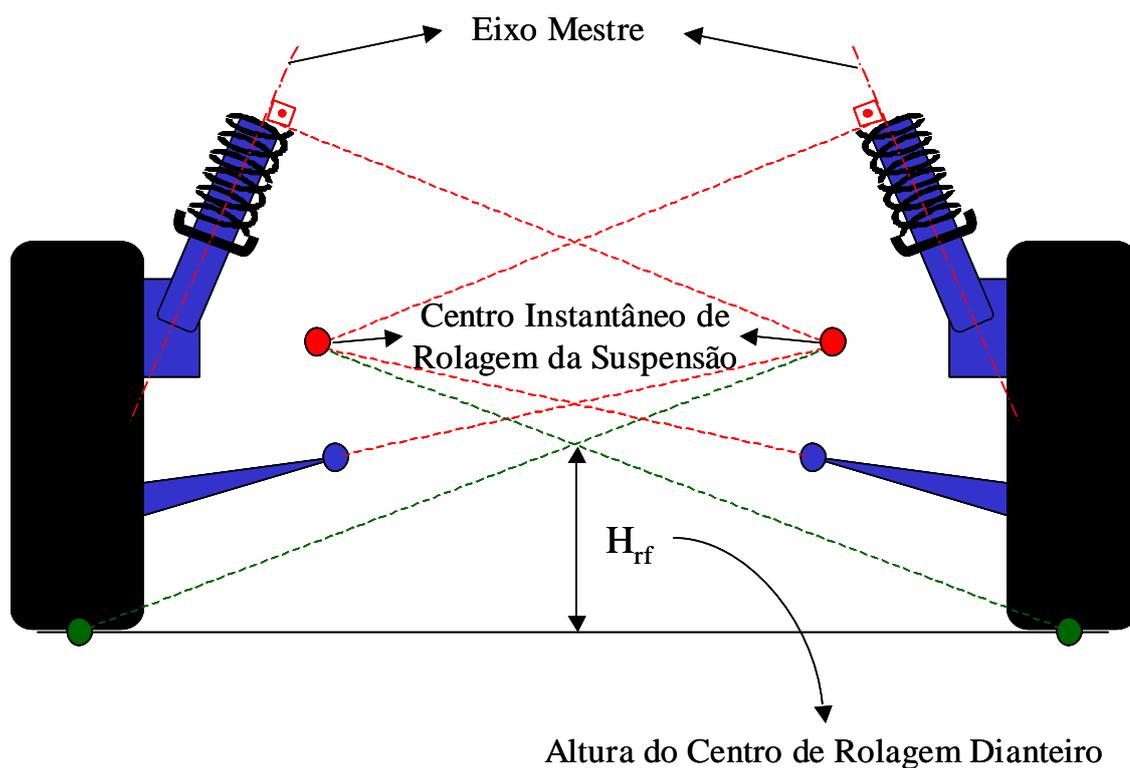


Figura 4.7 – Altura do Centro de Rolagem Dianteiro (Suspensão McPherson) no Plano  $y'z'$

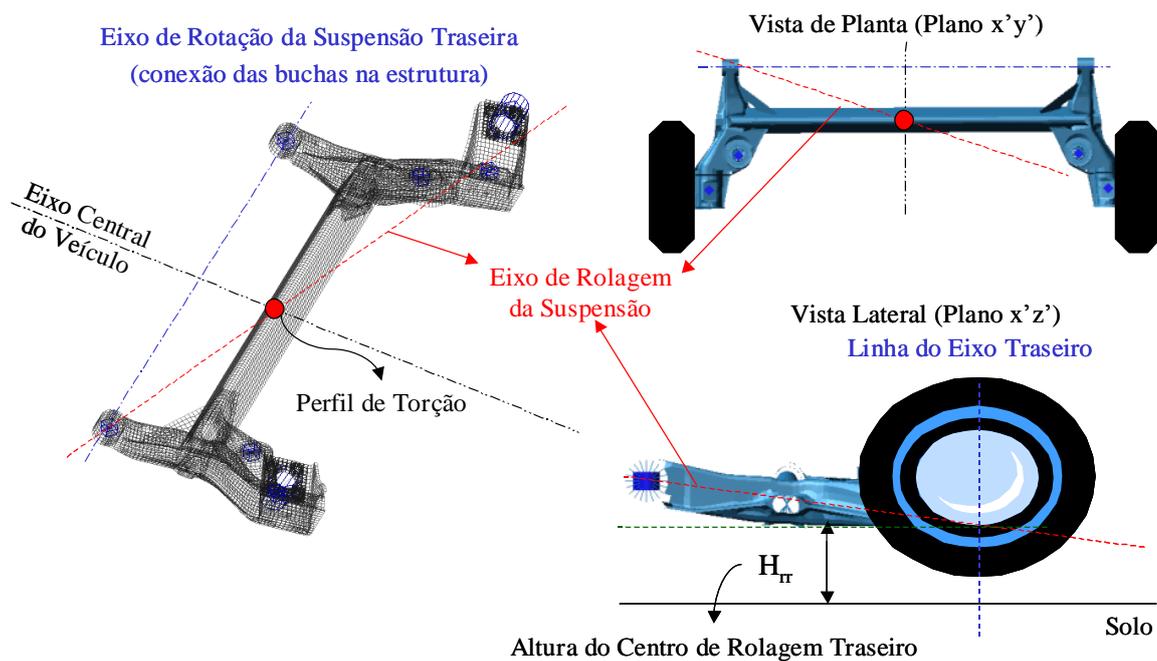


Figura 4.8 – Altura do Centro de Rolagem Traseiro (Suspensão Eixo Torçor) no Plano  $y'z'$  (referência Milliken 1995)

Tendo definidas as alturas dos centros de rolagem dianteiro e traseiro, é possível construir um eixo ligando estes dois pontos, que é o eixo de rolagem do veículo. O braço formado pela distância vertical  $H_r$  entre o ponto do centro de gravidade (CG) do veículo  $H_{cg}$  e a altura do eixo de rolagem no plano do CG do veículo  $H_{rcg}$  é então o braço efetivo de rolagem do veículo. A figura 4.9 a seguir mostra estas definições.

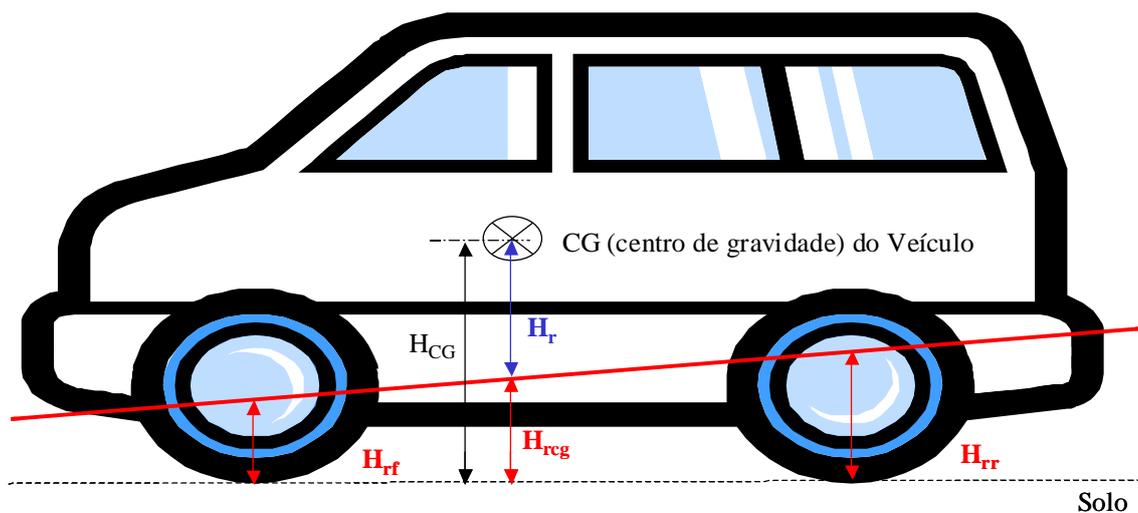


Figura 4.9 – Eixo de Rolagem e Definição do Braço Efetivo de Rolagem

### 4.2.3. Gradiente de Rolagem

Com o braço efetivo de rolagem do veículo  $H_r$  definido, pode-se calcular o momento de rolagem  $T_{roll}$  aplicado ao veículo devido à aceleração lateral imposta ao mesmo:

$$T_{roll} = M a_L H_r \quad (4.64)$$

O gradiente de rolagem  $K_{roll}$  é calculado então pela razão entre o momento de rolagem  $T_{roll}$  e a rigidez de rolagem total do veículo  $K_T$ , como segue abaixo:

$$K_{roll} = \frac{T_{roll}}{K_T} \quad (4.65)$$

Utilizando-se  $K_T$  em N.m/graus e normalizando o valor para 1g de aceleração lateral, de forma a ficar compatível com unidade usualmente empregada para o parâmetro de gradiente de rolagem, obtém-se finalmente:

$$K_{roll} = \frac{\partial \theta}{\partial a_L} = \frac{M g H_r}{K_T} \quad (4.66)$$

#### 4.2.4. Medições Experimentais de Gradiente de Rolagem

Para efeitos de comparação com os resultados dos modelos matemáticos, foram realizadas medições de gradientes de rolagem em dois veículos de passageiros de categorias distintas, que serão referenciados neste trabalho como veículo 1 e veículo 2. Para o veículo 1 foram realizadas 3 medições de gradiente de rolagem, enquanto para o veículo 2 foram realizadas 2 medições. Em ambos os casos os veículos foram instrumentados com sensores de ângulo de volante, velocidade longitudinal, acelerações laterais e longitudinais na altura do CG do veículo e ângulo de rolagem em relação ao solo. Para as medições de gradiente de rolagem, foram realizadas manobras de curva de raio constante igual a 25 m com pequenos e suaves incrementos de velocidade longitudinal (e conseqüentemente aceleração lateral), de forma a manter na medida do possível para este tipo de avaliação a condição de regime permanente, tanto nos sentidos horário como anti-horário. As figuras 4.10 e 4.11 ilustram esta condição de teste.

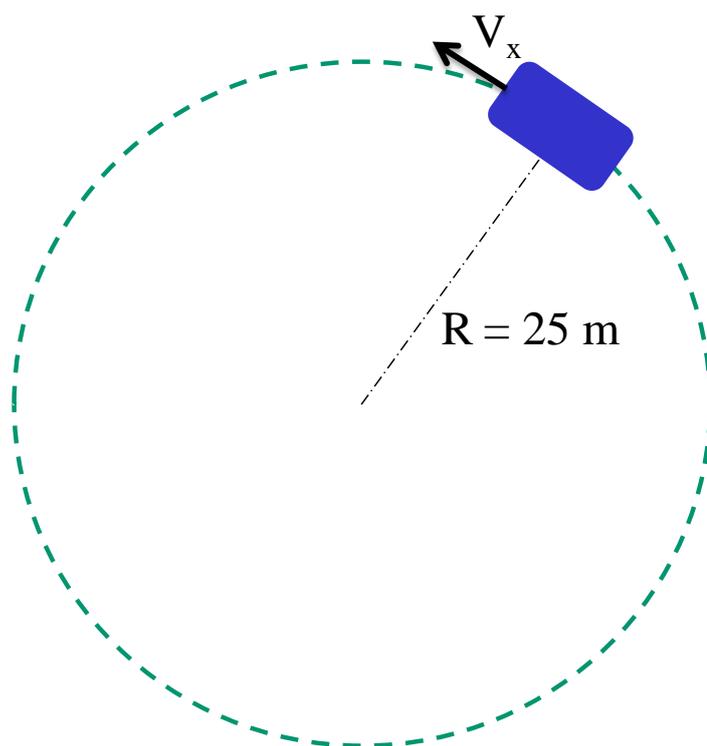


Figura 4.10 – Esquema da Condição de Teste em Raio Constante



Figura 4.11 – Veículo em Manobra de Raio Constante

Os resultados dos ângulos de rolagem versus aceleração lateral para o veículo 1 estão mostrados nas figuras 4.12 a 4.14.

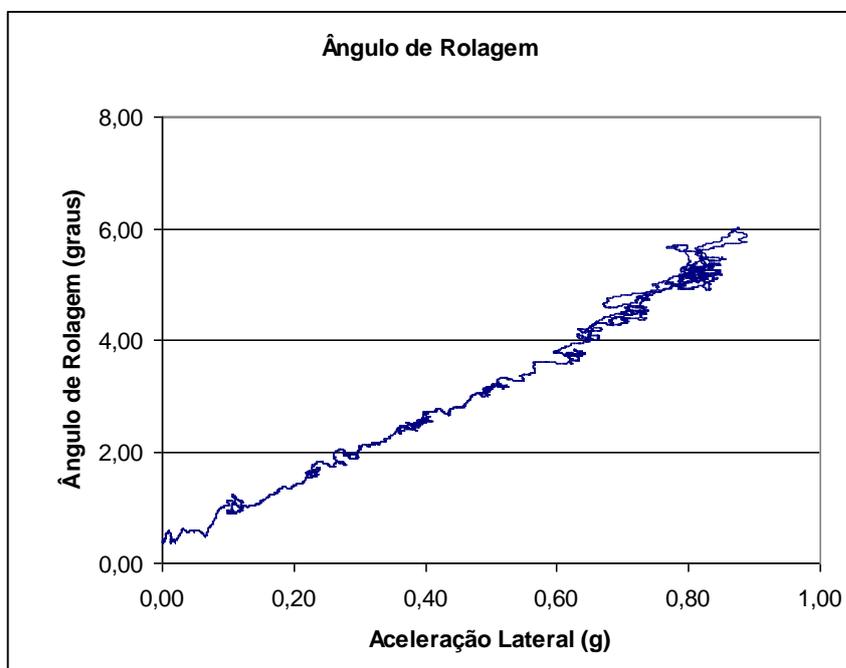


Figura 4.12 – Veículo 1 – 1ª Medição de Ângulo de Rolagem x Aceleração Lateral

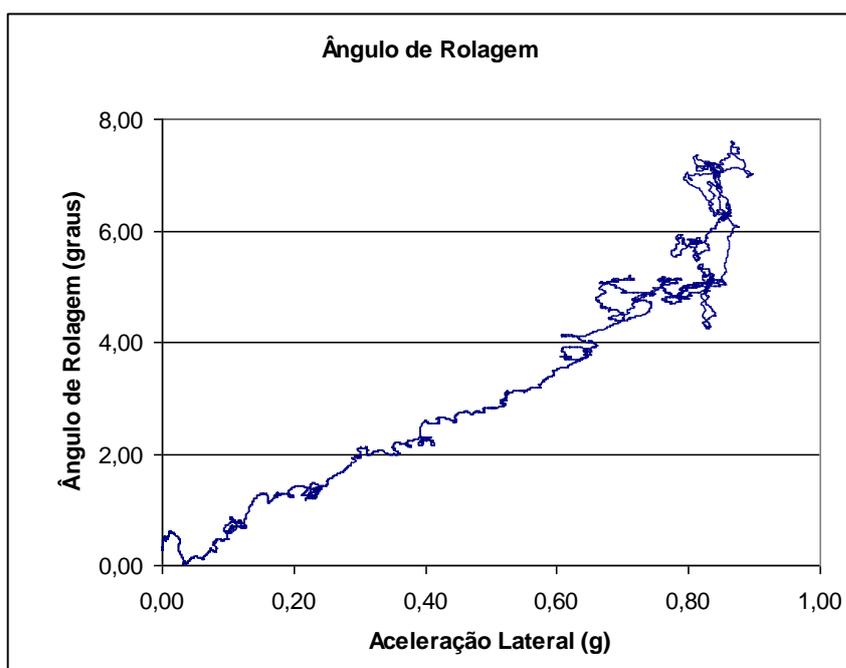


Figura 4.13 – Veículo 1 – 2ª Medição de Ângulo de Rolagem x Aceleração Lateral

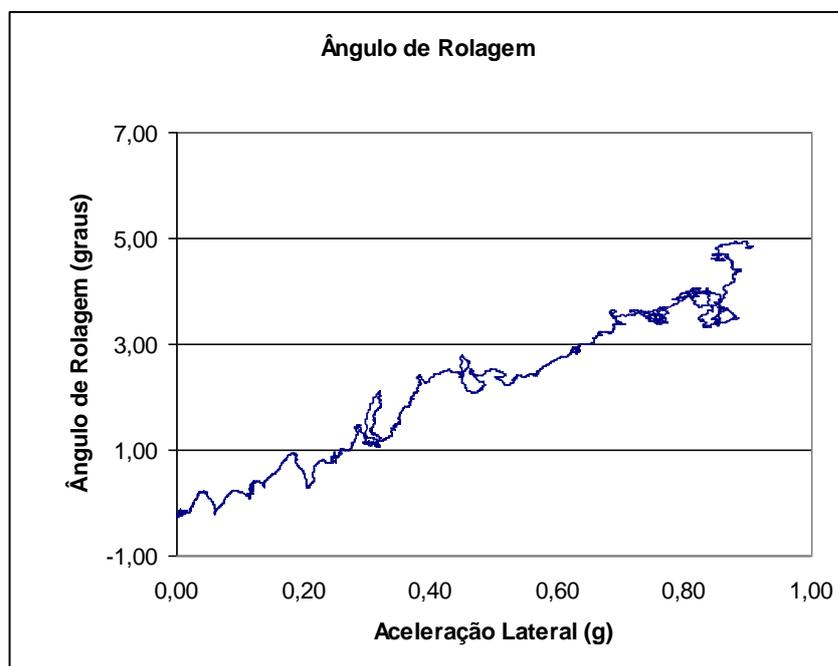


Figura 4.14 – Veículo 1 – 3ª Medição de Ângulo de Rolagem x Aceleração Lateral

A tabela 4.1 mostra o cálculo do gradiente de rolagem em graus/g e rad/(m/s<sup>2</sup>) para os dados medidos no veículo 1, aplicando uma regressão linear na faixa entre 0,0 g e 0,4 g de aceleração lateral imposta, onde pode-se assumir com boa precisão a linearidade na relação entre o ângulo de rolagem e a aceleração lateral imposta ao veículo (ou seja,  $K_{roll}$  constante nesta faixa). Os valores dos coeficientes de correlação  $R^2$  obtidos para cada regressão linear também são mostrados na tabela como medida da linearidade suposta nesta faixa assim como da qualidade do dado medido, onde coeficientes  $R^2 \rightarrow 1$  denotam uma maior linearidade na faixa estudada e coeficientes  $R^2 \rightarrow 0$  denotam falta de linearidade. A definição estatística de  $R^2$  para uma amostra de  $n$  pontos  $X_i$  e  $Y_i$  e um coeficiente linear calculado  $b$  está mostrada na equação (4.67).

$$R^2 = \frac{\left( \sum_{i=1}^n (Y_i - b X_i)^2 \right)}{n-1} \quad (4.67)$$

Tabela 4.1 – Gradiente de Rolagem do Veículo 1 – Medições Experimentais

	$K_{\text{roll}}$ (graus/g)	$K_{\text{roll}}$ (rad/(m/s <sup>2</sup> ))	$R^2$
Medição Experimental 1	5.51	32.2	0.99
Medição Experimental 2	5.08	29.7	0.90
Medição Experimental 3	4.20	24.5	0.88
<b>Média Experimental</b>	<b>4.93</b>	<b>28.8</b>	-
<b>Desvio Padrão Experimental</b>	<b>0.67</b>	<b>3.92</b>	-

Os gráficos das figuras 4.15 e 4.16 mostram em mais detalhes os dados de aceleração lateral, ângulo de rolagem e velocidade longitudinal amostrados no tempo para a 1<sup>a</sup> medição do veículo 1.

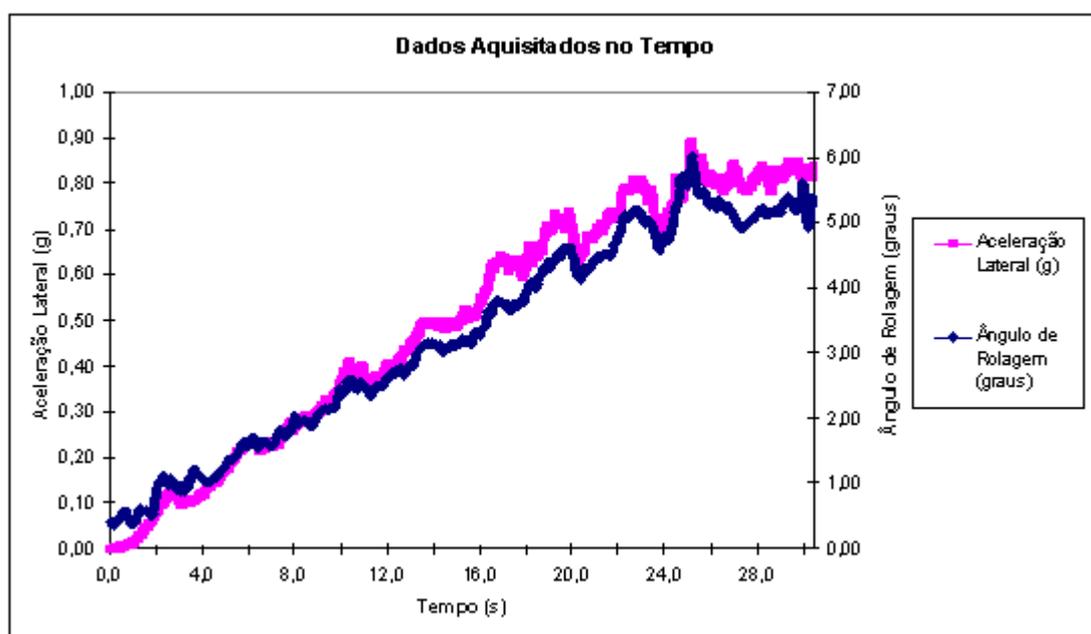


Figura 4.15 – Veículo 1 – 1<sup>a</sup> Medição – Aceleração Lateral e Ângulo de Rolagem Amostrados no Tempo

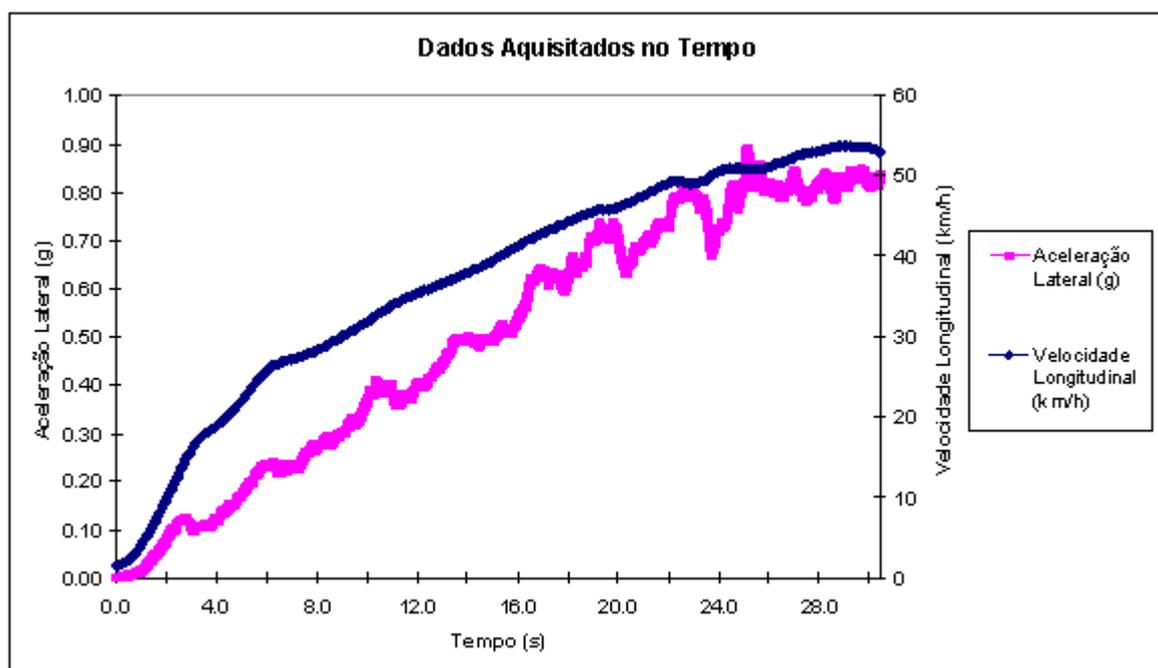


Figura 4.16 – Veículo 1 – 1ª Medição – Aceleração Lateral e Velocidade Longitudinal Amostrados no Tempo

Os resultados dos ângulos de rolagem versus aceleração lateral para o veículo 2 estão mostrados nas figuras 4.17 e 4.18.

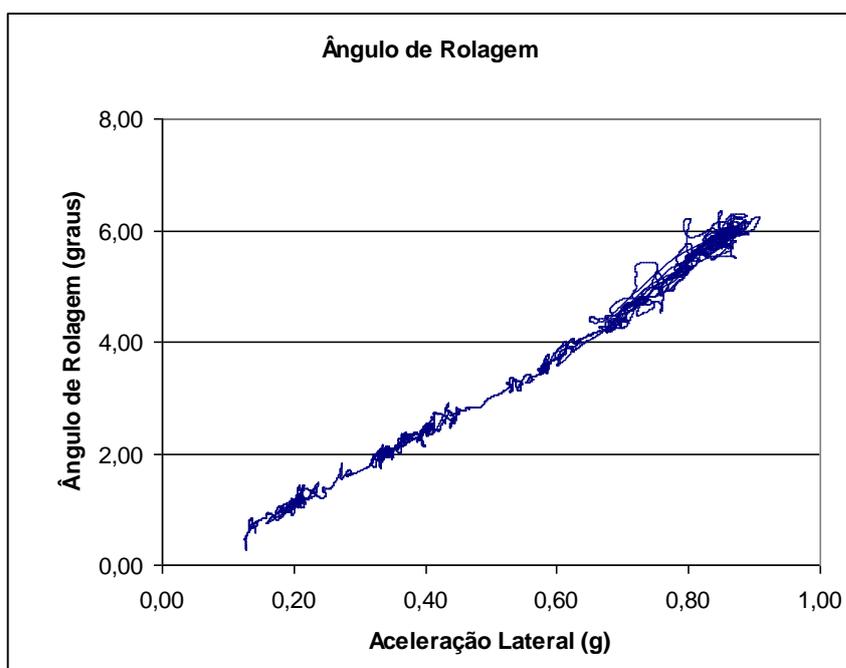


Figura 4.17 – Veículo 2 – 1ª Medição de Ângulo de Rolagem x Aceleração Lateral

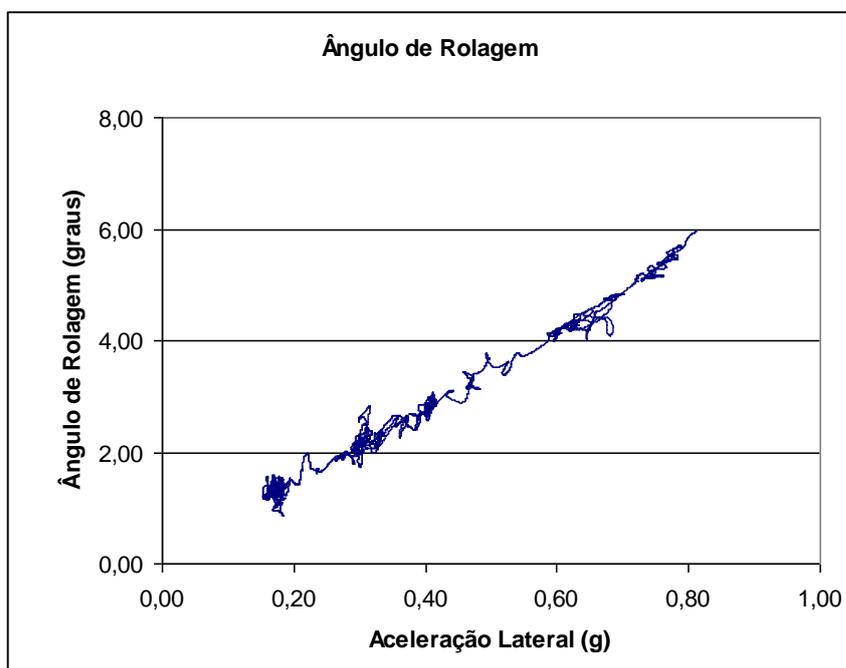


Figura 4.18 – Veículo 2 – 2ª Medição de Ângulo de Rolagem x Aceleração Lateral

De forma análoga ao procedido com os resultados do veículo 1, a tabela 4.2 mostra o cálculo do gradiente de rolagem em graus/g e rad/(m/s<sup>2</sup>) e os coeficientes de correlação R<sup>2</sup> obtidos para os dados medidos no veículo 2, aplicando uma regressão linear na faixa entre 0,0 g e 0,4 g de aceleração lateral imposta.

Tabela 4.2 – Gradiente de Rolagem do Veículo 2 – Medições Experimentais

	K <sub>roll</sub> (graus/g)	K <sub>roll</sub> (rad/(m/s <sup>2</sup> ))	R <sup>2</sup>
Medição Experimental 1	6.53	38.1	0.98
Medição Experimental 2	6.62	38.7	0.98
<b>Média Experimental</b>	<b>6.58</b>	<b>38.4</b>	-
<b>Desvio Padrão Experimental</b>	<b>0.07</b>	<b>0.39</b>	-

Os gráficos das figuras 4.19 e 4.20 mostram em mais detalhes os dados de aceleração lateral, ângulo de rolagem e velocidade longitudinal amostrados no tempo para a 1ª medição do veículo 2.

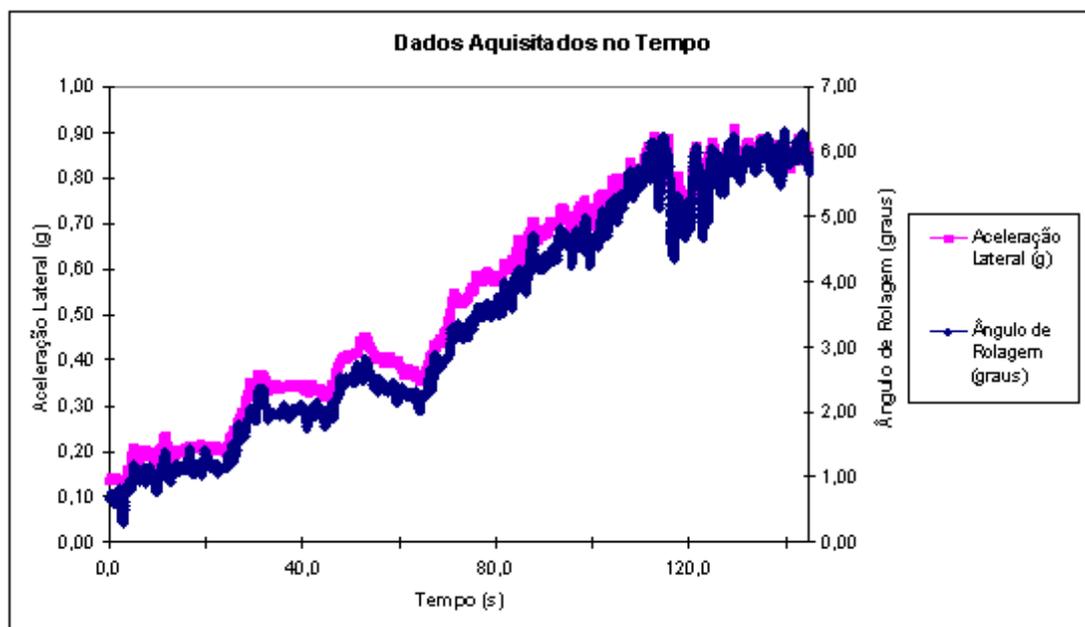


Figura 4.19 – Veículo 2 – 1ª Medição – Aceleração Lateral e Ângulo de Rolagem Amostrados no Tempo

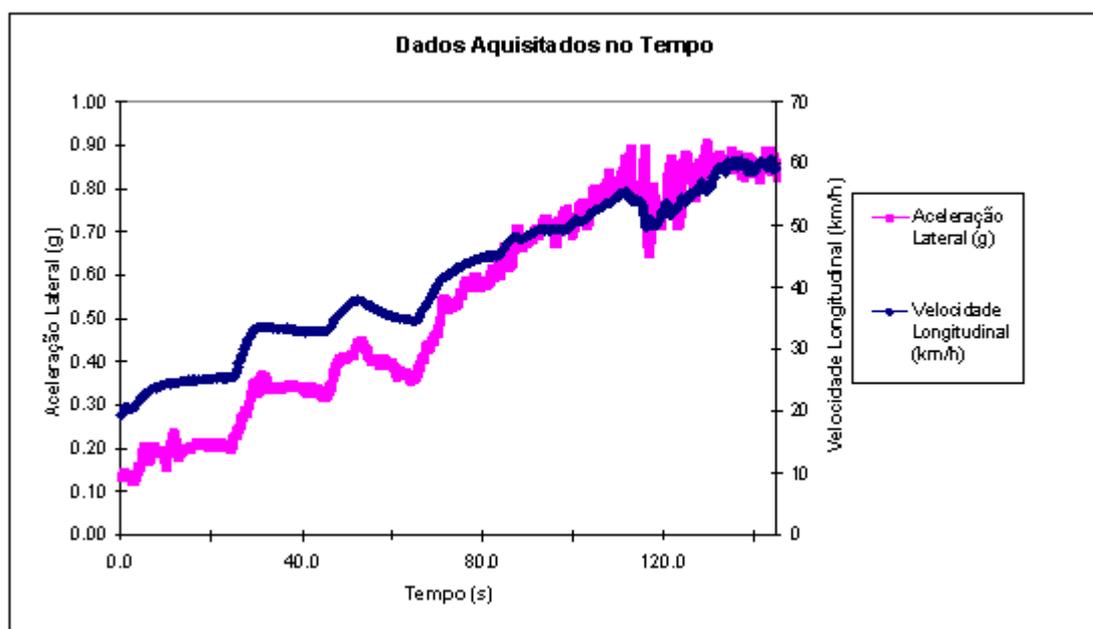


Figura 4.20 – Veículo 2 – 1ª Medição – Aceleração Lateral e Velocidade Longitudinal Amostrados no Tempo

## **4.2.5. Cálculo de Gradiente de Rolagem com Modelo Multicorpos**

### **Detalhado**

Para efeitos de comparação com os resultados dos modelos matemáticos mais simplificados desenvolvidos neste trabalho e os dados de medição experimental, foram realizadas simulações de gradiente de rolagem dos dois veículos testados experimentalmente com o software ADAMS<sup>®</sup>, que trabalha com o conceito de multicorpos e contém um detalhamento muito maior dos veículos estudados. As características principais deste modelo multicorpos detalhado, cuja representação visual está na mostrada na figura 4.21, são:

- 256 graus de liberdade empregados;
- Modelo dividido em subsistemas de:
  - Suspensão dianteira
  - Suspensão traseira
  - Sistema de direção
  - Barra estabilizadora dianteira
  - Pneus
  - Carroceria
  - Motor
  - Freios
- Todas as massas, inércias rotacionais e elementos de junção dos subsistemas acima devidamente detalhados;

- Representação não-linear das molas, amortecedores e batentes de compressão;
- Todas buchas dos sistemas de suspensão representadas por suas curvas de rigidez em todas direções;
- Pneus modelados em Magic Formula 5.2;
- Eixo traseiro modelado como corpo flexível e demais componentes como corpos rígidos.

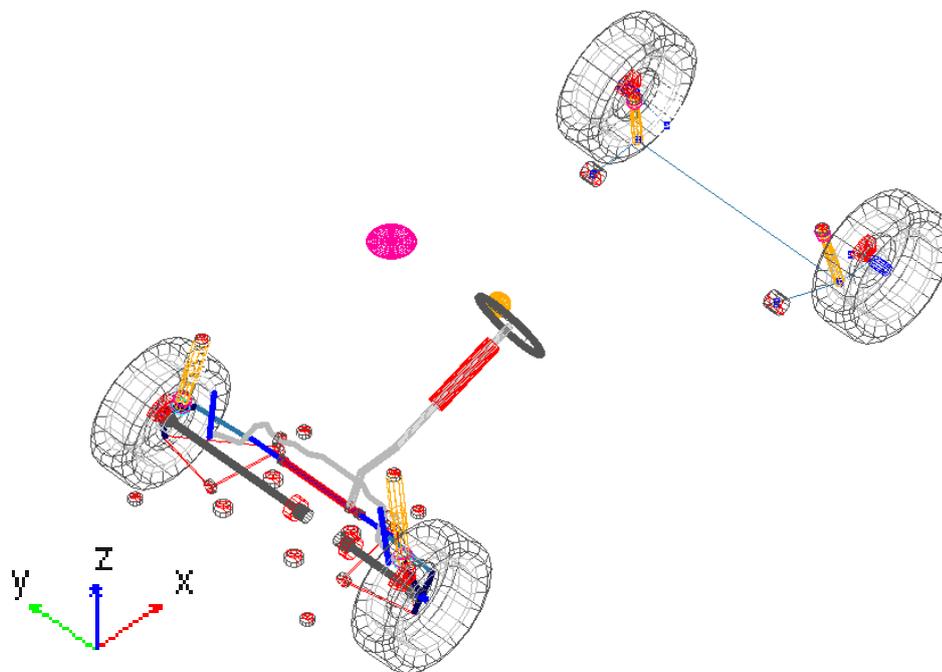


Figura 4.21 – Representação Gráfica do Modelo Multicorpos Detalhado em  
ADAMS®

Com o modelo neste nível de detalhamento, foi realizada uma simulação quase-estática (regime permanente) em pista circular de raio constante, como feito no teste em veículo, sendo que o gradiente de rolagem foi posteriormente calculado através

da curva de ângulo de rolagem do veículo versus aceleração lateral imposta ao mesmo de maneira análoga ao que foi feito nas medições experimentais.

As figuras 4.22 e 4.23 mostra a correlação entre os resultados dos modelos multicorpos detalhado e os resultados experimentais para os veículos 1 e 2 respectivamente.

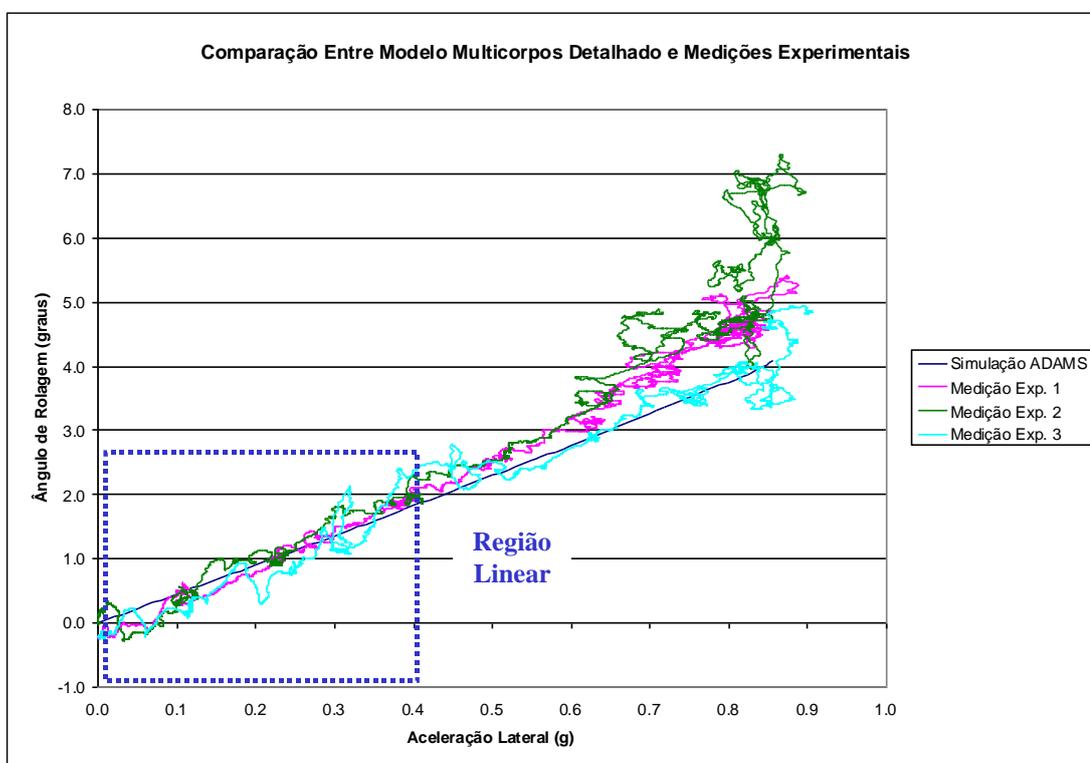


Figura 4.22 – Veículo 1 – Comparativo de Curvas de Ângulo de Rolagem x Aceleração Lateral calculados com o Modelo Multicorpos Detalhado e Medições Experimentais

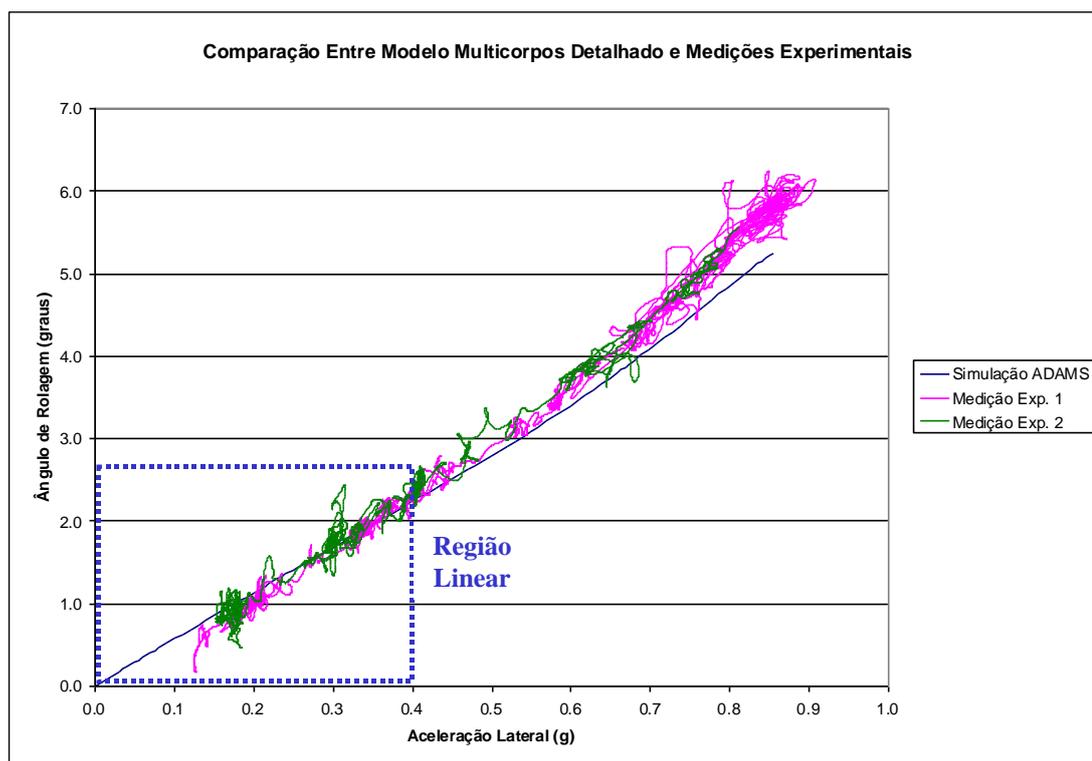


Figura 4.23 – Veículo 2 – Comparativo de Curvas de Ângulo de Rolagem x Aceleração Lateral calculados com o Modelo Multicorpos Detalhado e Medições Experimentais

#### 4.2.6. Comparativos de Resultados de Gradiente de Rolagem

Os gradientes de rolagem para os veículos 1 e 2 foram calculados utilizando-se o modelamento analítico aqui desenvolvido nos itens 4.2.1 até 4.2.3 e o comparativo entre os resultados experimental, modelo multicorpos detalhado e modelo analítico estão mostrados nas tabelas 4.3 e 4.4 e figuras 4.24 e 4.25.

Tabela 4.3 – Comparativo de Resultados de Gradiente de Rolagem do Veículo 1

	$K_{roll}$ (graus/g)	$K_{roll}$ (rad/(m/s <sup>2</sup> ))	Dif. % de $K_{roll}$ c/ Média Exp.
<b>Média Experimental</b>	<b>4.93</b>	<b>28.8</b>	<b>-</b>
Simulação Modelo Analítico	4.56	26.6	-8.2%
Simulação Modelo Multicorpos Detalhado	4.59	26.8	-7.4%

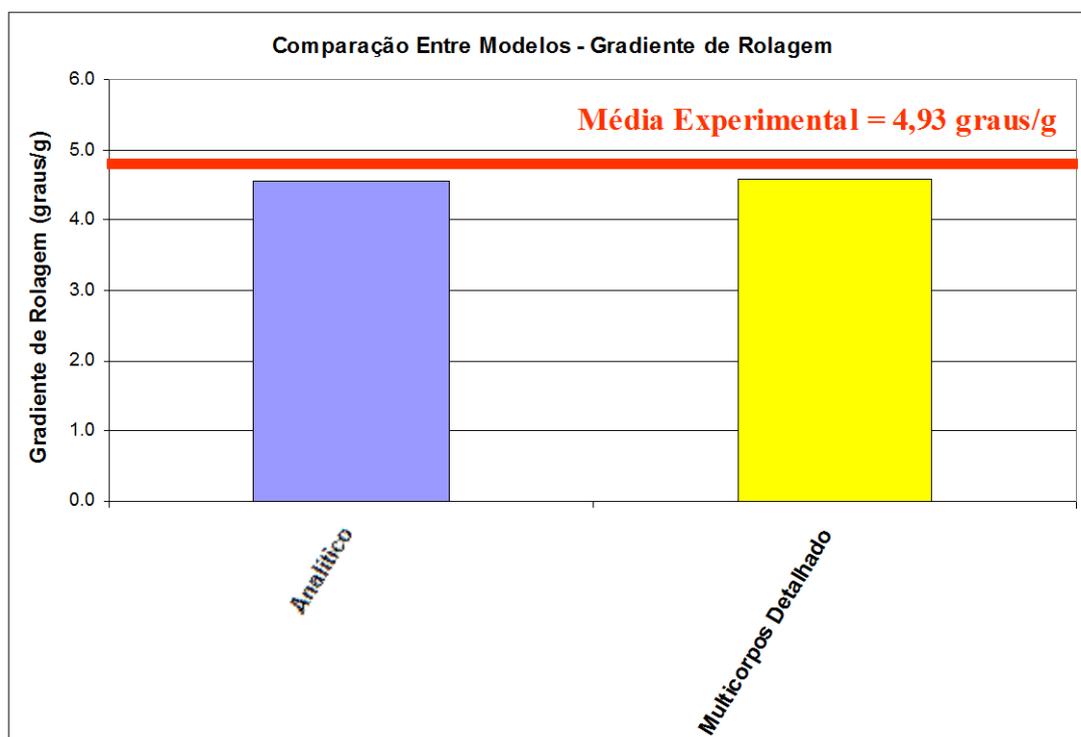


Figura 4.24 – Comparativo de Resultados de Gradiente de Rolagem do Veículo 1

Tabela 4.4 – Comparativo de Resultados de Gradiente de Rolagem do Veículo 2

	$K_{roll}$ (graus/g)	$K_{roll}$ (rad/(m/s <sup>2</sup> ))	Dif. % de $K_{roll}$ c/ Média Exp.
<b>Média Experimental</b>	<b>6.62</b>	<b>38.7</b>	-
Simulação Modelo Analítico	6.67	38.9	1.4%
Simulação Modelo Multicorpos Detalhado	5.99	35.0	-9.8%

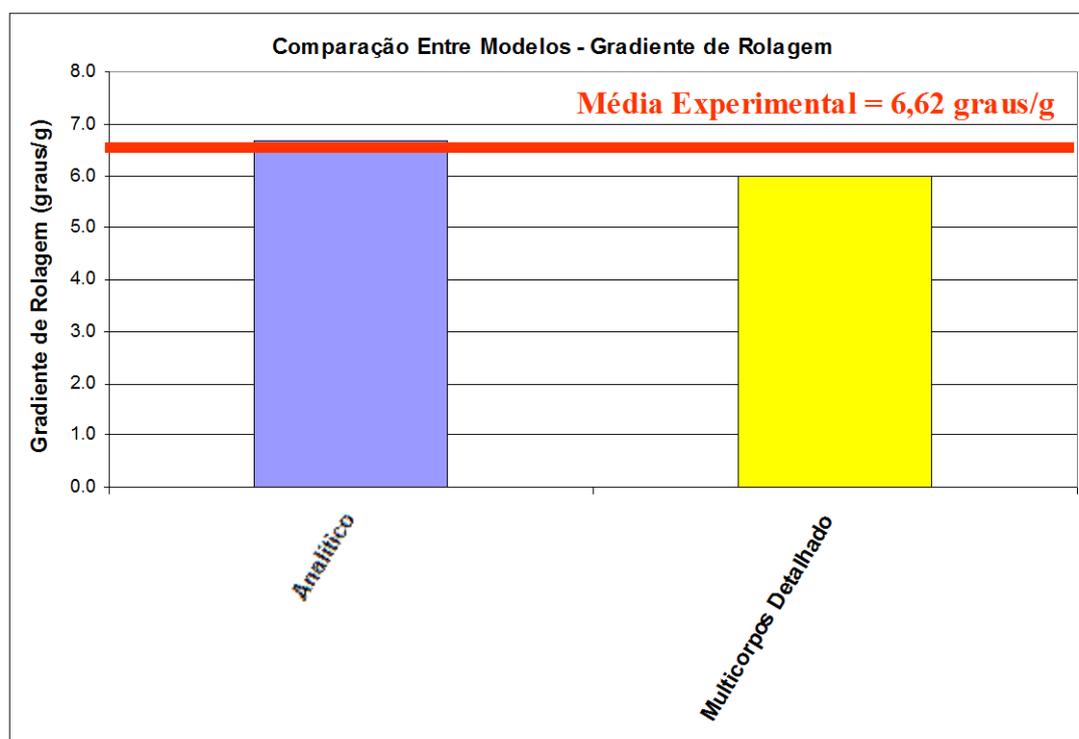


Figura 4.25 – Comparativo de Resultados de Gradiente de Rolagem do Veículo 2

### 4.3. Métrica de Gradiente de Esterçamento (*Understeer Gradient*)

O gradiente de esterçamento é definido como a derivada do ângulo de esterçamento médio dos pneus dianteiros do veículo em relação à aceleração lateral atuante no centro de gravidade do mesmo. Este valor é avaliado usualmente em unidades de graus/g de aceleração lateral e é obtido em testes físicos através de uma manobra de curva circular de raio constante com aumento lento e gradual de velocidade longitudinal (e aceleração lateral por consequência), buscando sempre manter uma situação de regime permanente durante a manobra. A definição do gradiente de esterçamento está mostrada na figura 4.26.

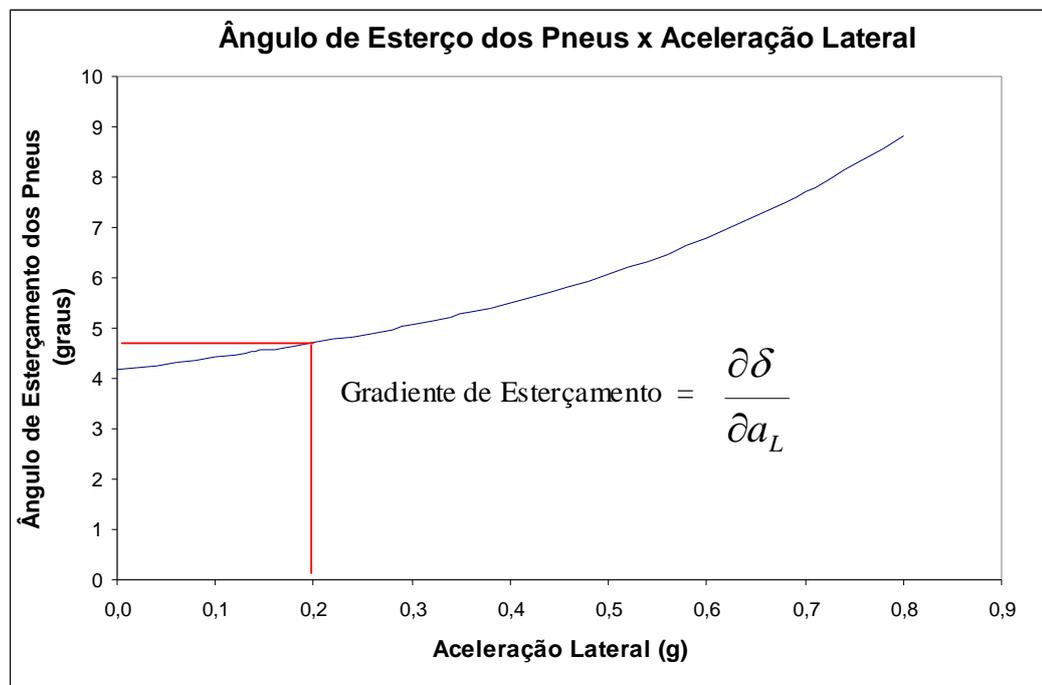


Figura 4.26 – Definição do Gradiente de Esterçamento (*Understeer Gradient*)

Este parâmetro é uma medida básica da tendência do veículo, quando em manobra de curva, em ser sub-esterçante (em inglês *understeer*, ou no termo mais popularmente conhecido: “sair de dianteira”), caso onde o veículo demanda um maior esterçamento dos pneus dianteiros, e por consequência maior ângulo do volante, para manter a trajetória numa mesma curva com uma velocidade maior (e consequentemente aceleração lateral maior), ou então ser sobre-esterçante (em inglês *oversteer*, ou no termo mais popularmente conhecido: “sair de traseira”), quando o veículo demanda um menor esterçamento do volante para manter a trajetória numa mesma curva com uma velocidade maior. Diz-se que um veículo é neutro, caso ele não seja sobre-esterçante nem sub-esterçante, ou seja, o ângulo de volante requerido para manter a trajetória numa curva depende somente do raio de curvatura da mesma e não da velocidade longitudinal do veículo. A figura 4.27 mostra esquematicamente o que seria cada um destes casos.

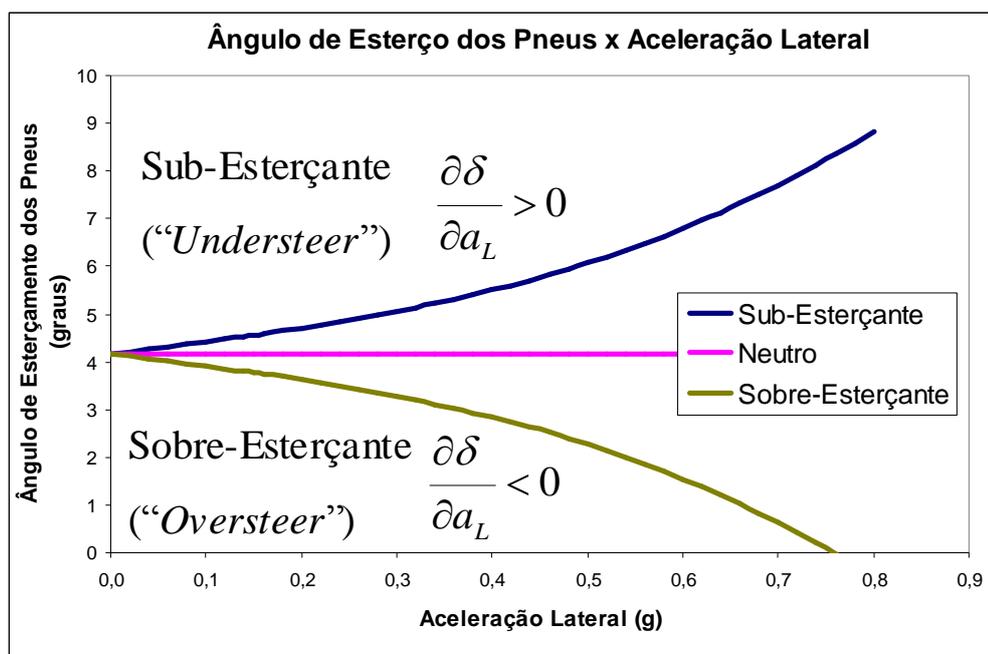


Figura 4.27 – Definição dos Conceitos de Veículo Sub-Esterçante, Sobre-Esterçante e Neutro

Usualmente, a característica sobre-esterçante não é desejada para veículos comuns, tendo em vista que o fato de que ter que se reduzir o ângulo de volante para manter a trajetória numa curva ao aumentar a velocidade do veículo é contra-intuitivo e passa uma percepção subjetiva de insegurança para a maioria dos usuários, podendo até mesmo causar acidentes em casos onde o usuário não consiga compreender a dinâmica do veículo. Por outro lado, apesar do veículo sub-esterçante ser intuitivo para a maioria dos usuários, valores muito positivos do gradiente de esterçamento demandam uma ação muito grande por parte do usuário ao volante para manter a trajetória em curva quando existe variação de velocidade, transmitindo uma sensação de não-linearidade também indesejada de maneira geral. Assim, valores positivos, porém próximos da neutralidade são mais buscados de maneira geral. De toda forma, os valores almejados para este parâmetro num determinado projeto sofrem influência dos seguintes aspectos do veículo:

- Como será demonstrado mais adiante, um parâmetro básico fundamental para definir o gradiente de esterçamento é a distribuição de massa nos eixos dianteiros e traseiro do veículo. De maneira geral, um veículo com maior distribuição de massa no eixo dianteiro tem uma tendência maior de ser sub-esterçante, enquanto uma distribuição maior no eixo traseiro tende a trazer o veículo para a condição sobre-esterçante. O principal ponto a ser observado aqui é que o veículo precisa ser projetado para operar numa determinada faixa de condições de carregamento por parte dos usuários: enquanto carros de passageiro conseguem manter uma distribuição de massa entre os eixos dianteiro e traseiro razoavelmente constante entre o veículo vazio e o veículo no limite máximo de carga, isto não é verdade

para veículos como caminhonetes ou SUV's, ou outros que tenham alguma condição de projeto que faça com que o veículo concentre mais carga no eixo traseiro ao se utilizar mais do limite de carga estabelecido para o mesmo. Desta forma, existe uma tendência nestes casos do veículo ficar numa condição sobre-esterçante quando se carrega o eixo traseiro, o que pode ser inseguro para o usuário final. Assim, apesar de existirem diversas possibilidades de se administrar alguns dos efeitos da variação na distribuição de massa através de outros parâmetros (a diferenciação na pressão de enchimento dos pneus entre as condições de veículo vazio e carregado é muito utilizada por exemplo), existe em alguns casos a necessidade de um balanceamento entre o valor do gradiente de esterçamento na condição vazio e na condição carregado, de forma a garantir valores positivos para toda faixa de operação do veículo;

- Este parâmetro está intimamente ligado ao parâmetro de sensibilidade de esterçamento (*steering sensitivity*), que será trabalhado mais adiante. Em geral, veículos com um valor alto de gradiente de esterçamento tendem a ter uma menor sensibilidade de esterçamento, o que em conjunto com outras características de direção do veículo, pode trazer uma sensação subjetiva de uma resposta “lenta” do mesmo. Da mesma forma, valores baixos de gradiente de esterçamento podem deixar o veículo com uma sensação subjetiva de uma resposta muito “rápida”, e a definição do público alvo de cada veículo é fundamental para se fazer este balanceamento corretamente.

### 4.3.1. Geometria de Esterçamento em Curva

Um primeiro parâmetro importante para o cálculo do gradiente de esterçamento é a definição do ângulo de esterçamento geométrico necessário para que um veículo mantenha a trajetória numa curva de raio determinado. Conhecido como ângulo de Ackerman, trata-se de um modelamento puramente geométrico, onde o escorregamento do pneu é desconsiderado (ou seja, há rolagem pura).

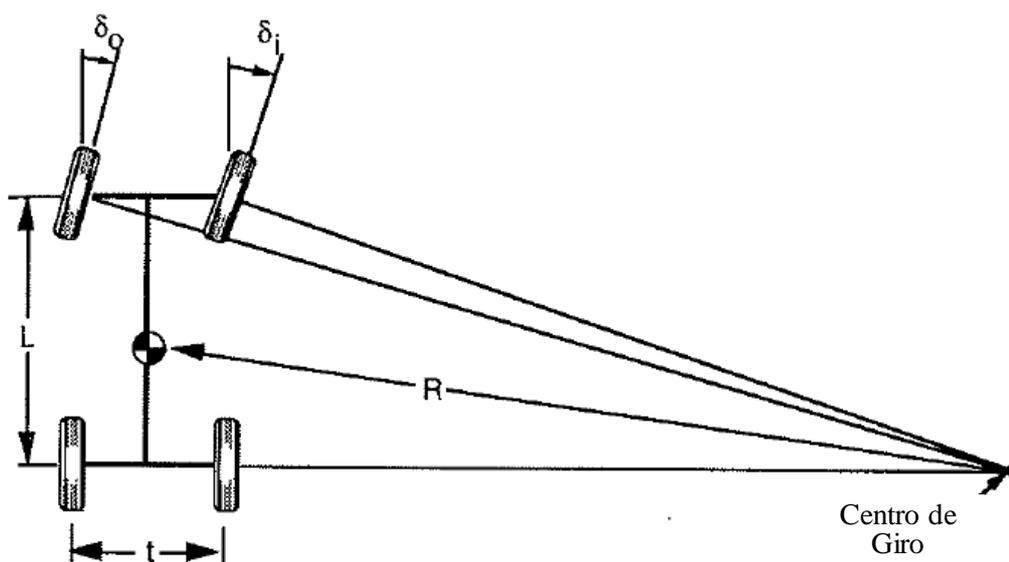


Figura 4.28 – Definição do Ângulo de Esterçamento de Ackerman (figura adaptada de Gillespie – 1992)

A figura 4.28 mostra este conceito, onde  $t$  é a bitola média do veículo,  $L$  é a distância entre-eixos deste,  $\delta_i$  é o ângulo do esterçamento do pneu interno à curva,  $\delta_o$  é o ângulo do esterçamento do pneu externo à curva e  $R$  é o raio desta curva. Adotando a hipótese de que os ângulos envolvidos são pequenos (bastante razoável para manobras dinâmicas), temos que o valor das tangentes dos ângulos estudados é

aproximadamente o valor dos próprios ângulos (em radianos) e o ângulo de esterçamento médio dos pneus  $\delta$  pode ser calculado da seguinte forma:

$$\delta_i = \frac{L}{\left(R - \frac{t}{2}\right)} \quad (4.68)$$

$$\delta_o = \frac{L}{\left(R + \frac{t}{2}\right)} \quad (4.69)$$

$$\delta = \frac{L}{R} \quad (4.70)$$

### 4.3.2. Dinâmica Lateral do Pneu

O correto entendimento da dinâmica lateral dos pneus é fundamental para que se possa desenvolver uma ferramenta de cálculo para o gradiente de esterçamento. Inicialmente é preciso entender que o mecanismo básico de produção de força lateral nos pneus radiais de carros de passageiros é através do escorregamento lateral do mesmo. O ângulo de escorregamento  $\alpha$  formado entre a direção do eixo longitudinal do pneu e a direção do vetor de velocidade do veículo provoca deformação elástica nos elementos do pneu em contato com o solo, o que leva ao surgimento da força lateral de reação no pneu, como mostrado na figura 4.29 a seguir.

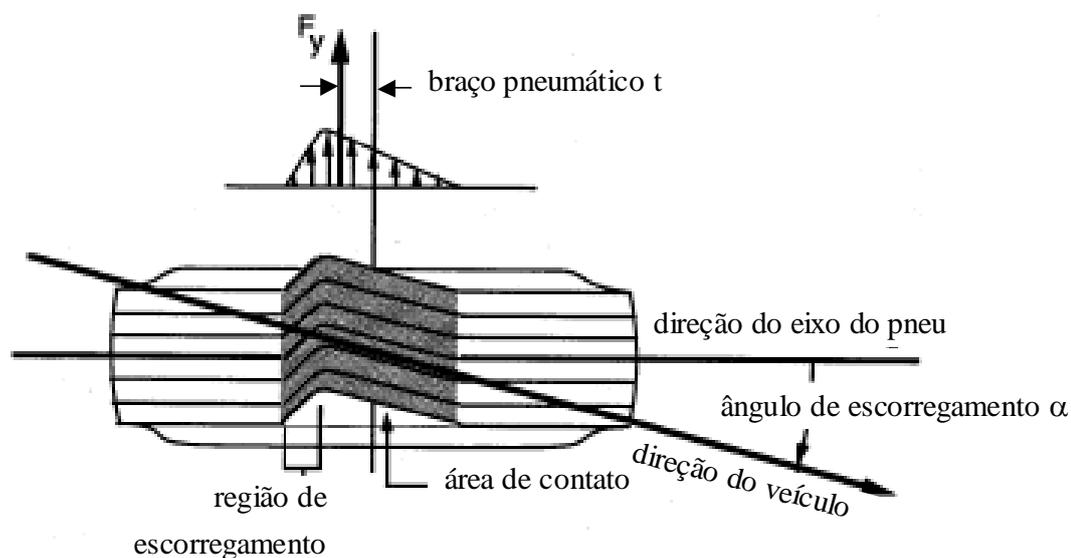


Figura 4.29 – Escorregamento e Mecanismo de Produção de Força Lateral em Pneus (figura adaptada de Gillespie – 1992)

Conforme pode ser observado na figura 4.29, existe uma área de contato entre o pneu e o solo, onde a geração de força lateral no pneu é por conta do mecanismo de deformação elástica linear dos elementos do pneu em contato com o solo, assim como uma área de escorregamento entre os elementos do pneu com o solo, onde o mecanismo de geração de força lateral se deve basicamente ao atrito de escorregamento entre os elementos do pneu e o solo. Para valores baixos de ângulos de escorregamento, o mecanismo preponderante é o de deformação elástica, e a relação entre a força lateral desenvolvida pelo pneu e o ângulo de escorregamento aplicado ao mesmo é linear. A partir de um certo valor de ângulo de escorregamento aplicado, o mecanismo de escorregamento entre os elementos do pneu e o solo passa a ter uma maior participação e o pneu chega num limite máximo de força lateral, a partir do qual o mecanismo preponderante passa a ser o de escorregamento, e a força lateral não mais varia com o ângulo de escorregamento aplicado ao pneu. A figura

4.30 mostra estas regiões no gráfico de força lateral versus ângulo de escorregamento aplicado ao pneu.

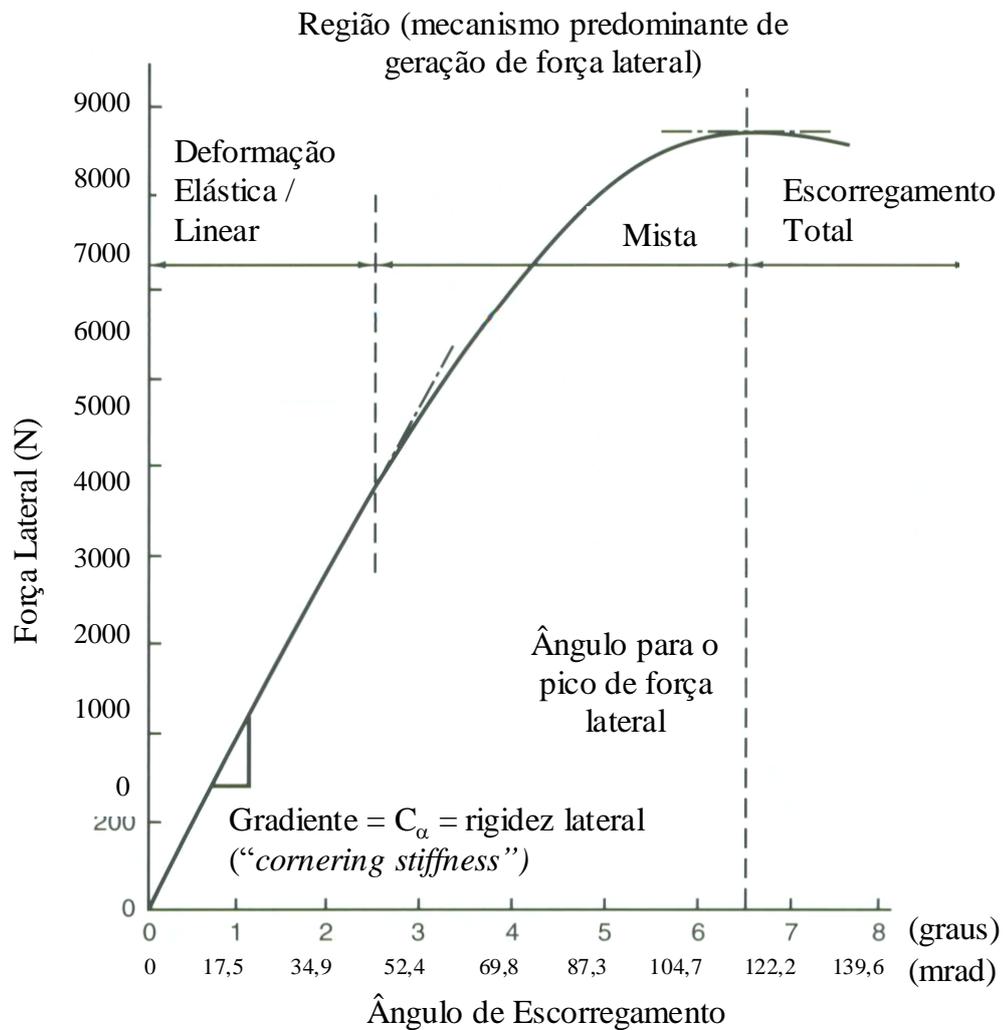


Figura 4.30 – Relação entre Força Lateral e Escorregamento Aplicado ao Pneu

Para a região linear da curva, é definido o coeficiente  $C_{\alpha}$ , que é conhecido como rigidez lateral do pneu, ou ainda rigidez de deriva ou *cornering stiffness* no termo em inglês. Ele é basicamente a derivada da curva de força lateral versus ângulo de escorregamento imposto e, para a região linear da curva, podem ser definidas as seguintes relações:

$$C_{\alpha} = \frac{d F_{y\alpha}}{d\alpha} \quad (4.71)$$

$$F_y = C_{\alpha} \alpha \quad (4.72)$$

Onde  $F_y$  é a força lateral gerada pelo pneu.

A curva que relaciona a força lateral com o ângulo de escorregamento é influenciada pelo coeficiente de atrito entre o pneu e o solo, especialmente na região onde o mecanismo de escorregamento é predominante. Desta forma, este torna-se um fator importante a ser considerado, caso se deseje avaliar o comportamento do veículo em condições de pista molhada, gelo sobre a pista ou pista de terra, condições estas que não serão exploradas neste trabalho.

Outro parâmetro que influencia esta relação é a pressão de enchimento dos pneus. Dentro de certos limites de carga vertical, pressões de enchimento maiores aumentam o valor da rigidez lateral do pneu. Desta forma, a variação da pressão de enchimento do pneu é uma variável interessante a ser trabalhada caso se deseje trabalhar diferentes valores de rigidez lateral do pneu para os eixos dianteiro e traseiro e condições de carregamento vazio e carregado.

Também de grande influência na relação entre força lateral e ângulo de escorregamento aplicado é a carga normal radial (vertical) à qual o pneu está submetido. Novamente dentro de certos limites, cargas verticais maiores tendem a

aumentar o valor da rigidez lateral do pneu e também a aumentar o limite de força máxima onde o mecanismo de escorregamento entre o pneu e o solo torna-se preponderante. O efeito desta variação de carga vertical para o pneu P195/60 R15 utilizado nas medições experimentais do veículo 1 está mostrado no gráfico da figura 4.31.

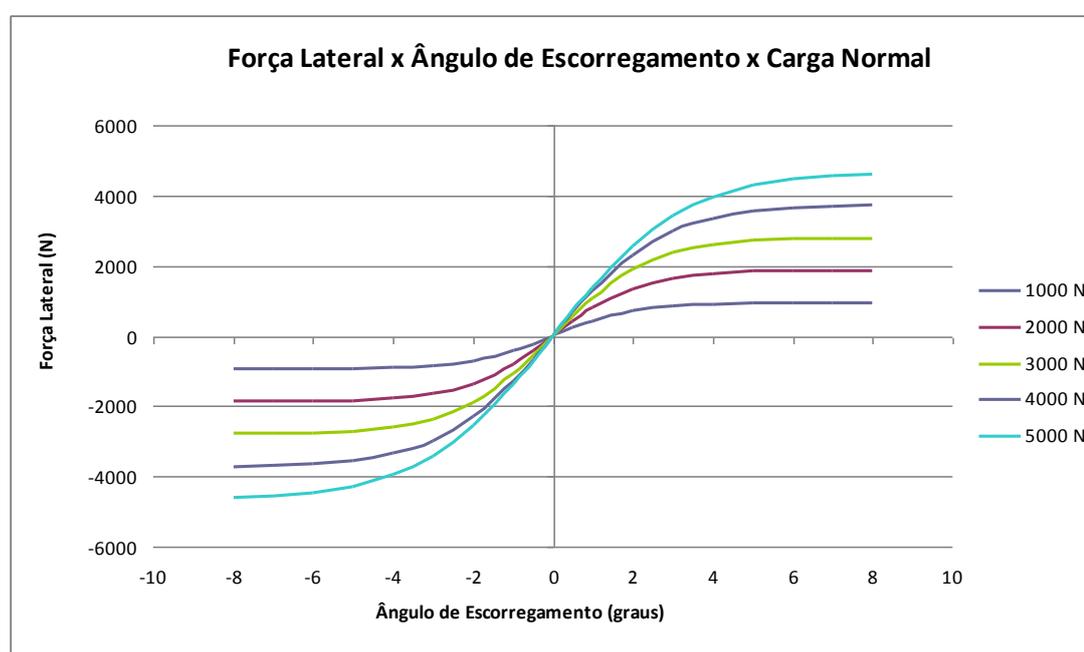


Figura 4.31 – Relação entre Força Lateral, Ângulo de Escorregamento e Carga Vertical (Normal) Aplicados ao Pneu P195/60 R15

Outros mecanismos levam à geração de forças laterais no pneu, como o ângulo de cambagem do mesmo em relação ao solo. Em alguns tipos de pneu, como os utilizados para motocicletas, este mecanismo é tão importante quanto ou até mais importante que o de escorregamento lateral, porém para pneus radiais normalmente utilizados em carros de passageiros e caminhonetes, este efeito é normalmente bem pequeno. As figuras 4.32 e 4.33 mostram este efeito para o pneu P165/70 R13, utilizado nas medições experimentais do veículo 2, mostrando que um determinado

ângulo de cambagem gera apenas cerca de 3% do valor de força lateral do que o mesmo valor de ângulo de escorregamento aplicado ao pneu. Se adicionalmente for levado em consideração que os ângulos de escorregamento aplicados ao pneu são em geral muito mais altos do que os ângulos de cambagem, especialmente para o eixo dianteiro do veículo, que é em geral o eixo esterçável do mesmo, tem-se que este efeito pode ser desconsiderado numa primeira aproximação de cálculo.

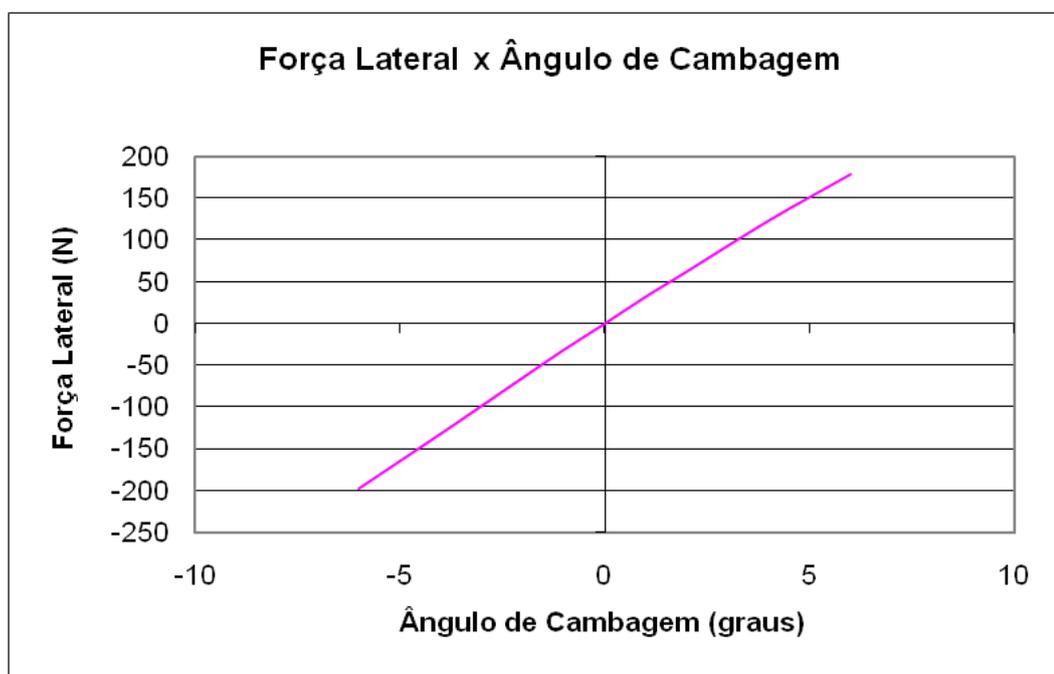


Figura 4.32 – Relação entre Força Lateral e Ângulo de Cambagem para o Pneu P165/70 R13

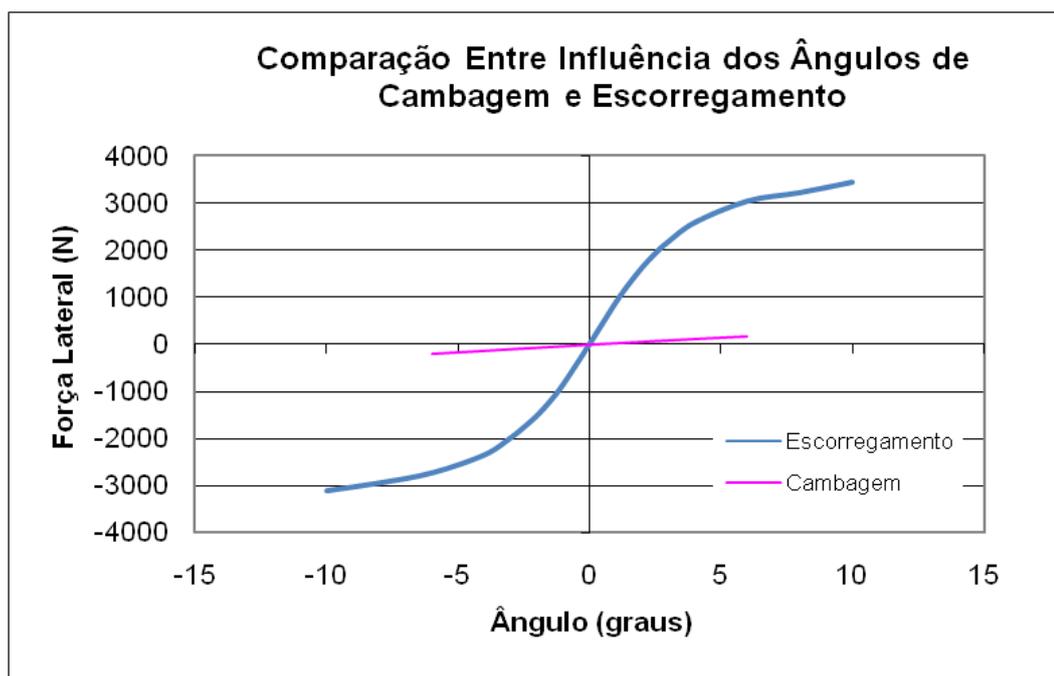


Figura 4.33 – Comparação entre os Efeitos do Ângulo de Cambagem e Ângulo de Escorregamento na Geração de Força Lateral para o Pneu P165/70 R13

Como pode ser observado na figura 4.29, a resultante de força lateral gerada pelo pneu não está alinhada com o seu centro geométrico, gerando por consequência um momento em torno do eixo vertical do mesmo proporcional ao braço  $t$ , também conhecido como braço pneumático (*“pneumatic trail”* no termo em inglês). Este momento  $M_z$  é conhecido como momento auto-alinhante pelo fato de ter normalmente uma tendência de alinhar o eixo longitudinal do pneu com o vetor de velocidade do mesmo. A variação típica do momento auto-alinhante com o ângulo de escorregamento do pneu é mostrada na figura 4.34.

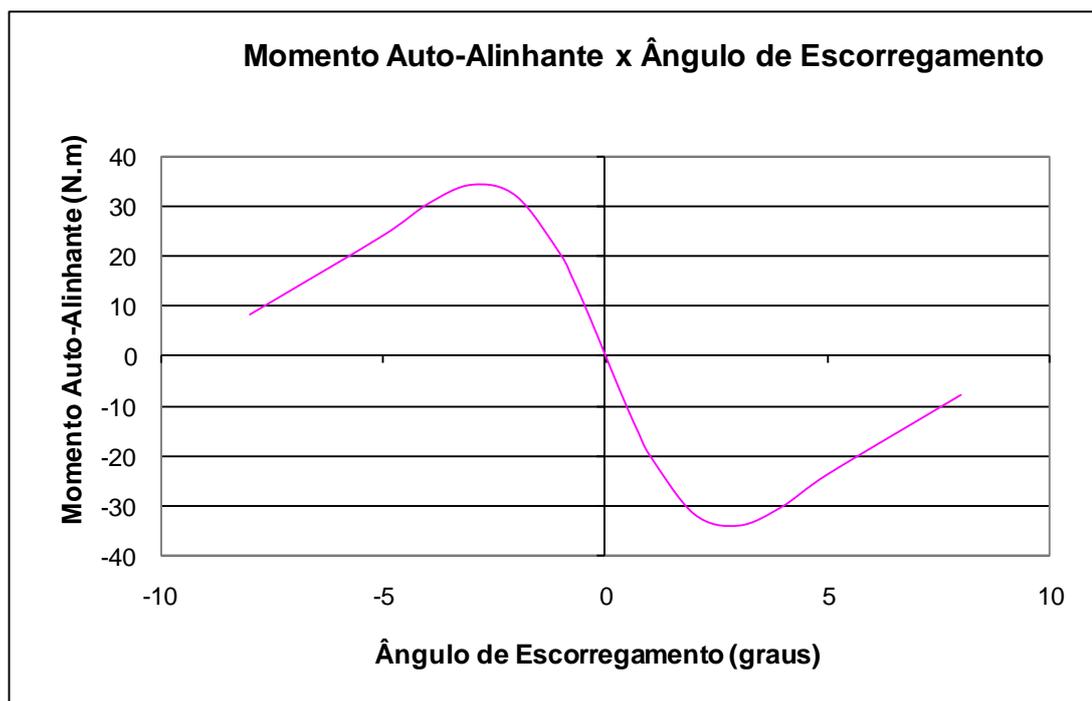


Figura 4.34 – Relação entre Momento Auto-Alinhante e Escorregamento Aplicado ao Pneu

De forma análoga ao caso da força lateral, pode-se dizer que o momento auto-alinhante é linearmente proporcional ao ângulo de escorregamento  $\alpha$  dentro de uma faixa, obtendo-se:

$$M_z = C_{mz\alpha} \alpha \quad (4.73)$$

Existem hoje disponíveis vários tipos de modelagem para pneus, como o modelo paramétrico Magic Formula proposto por Pacejka (2002), que consegue capturar com bastante precisão a não linearidade nas relações entre força lateral com os ângulos de escorregamento e cambagem do pneu para amplas faixas de variação de carga

vertical no mesmo, assim como a quantificação adequada dos momentos auto-alinhantes gerados pelo pneu.

Para efeito de simplificação dos modelos e aproveitando-se do fato de que os parâmetros de dinâmica lateral aqui trabalhados são focados em faixas de trabalho de aceleração lateral mais baixas, será adotado nos cálculos aqui propostos somente o trecho linear dos modelos de pneu através da relação entre a força lateral e o ângulo de escorregamento obtida através do coeficiente  $C_{\alpha}$  de rigidez lateral do pneu. Foram checados para os veículos 1 e 2 testados experimentalmente a faixa linear de trabalho dos pneus para os eixos dianteiro e traseiro nas respectivas cargas verticais de teste, de forma a confirmar a faixa de validade desta hipótese de linearidade do pneu. Estes resultados comprovam que a hipótese de linearidade do pneu é válida para até cerca de 0,4 g de aceleração lateral nos casos estudados, sendo que estes resultados estão sumarizados nas tabelas 4.5 e 4.6 e figuras 4.35 a 4.38.

Tabela 4.5 – Dados do Pneu P195/60 R15 utilizado no Veículo 1 para Validade da Hipótese de Linearidade

<b>Eixo</b>	<b>Massa por Eixo (kg)</b>	<b>Força Vertical no Pneu (N)</b>	<b>Limite Linear do Pneu (N)</b>	<b>Limite de Aceleração Lateral Para Validade da Hipótese Linear (g)</b>
Dianteiro	820	4022	~2000	~0,5
Traseiro	513	2516	~1000	~0,4

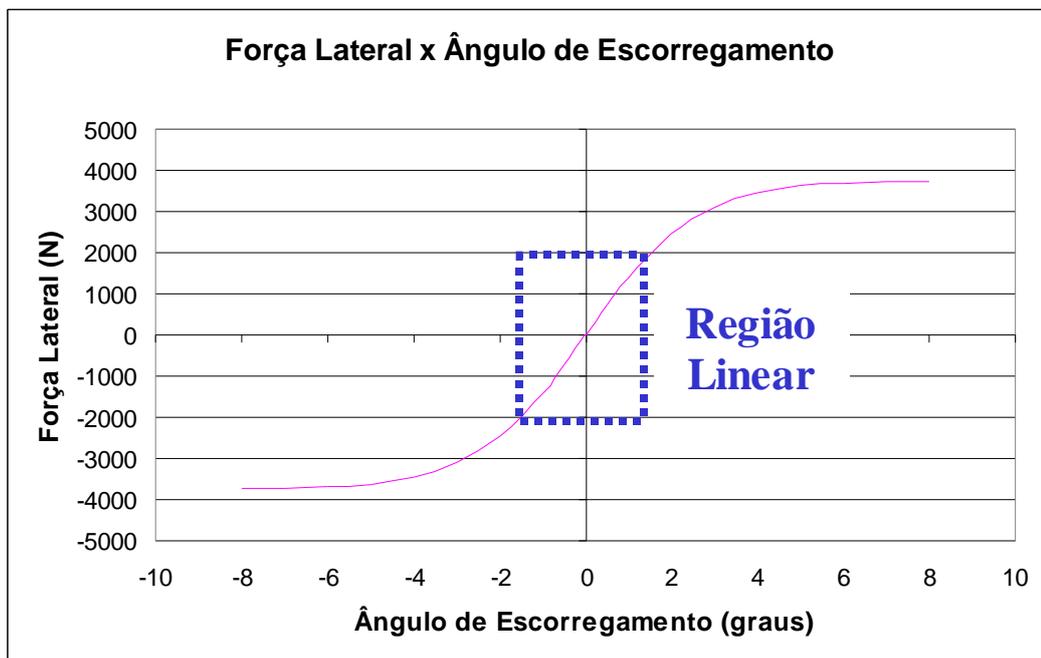


Figura 4.35 – Determinação da Faixa Linear na Relação entre Força Lateral e Ângulo de Escorregamento para o Pneu P195/60 R15 sob Carga Vertical de 4022 N

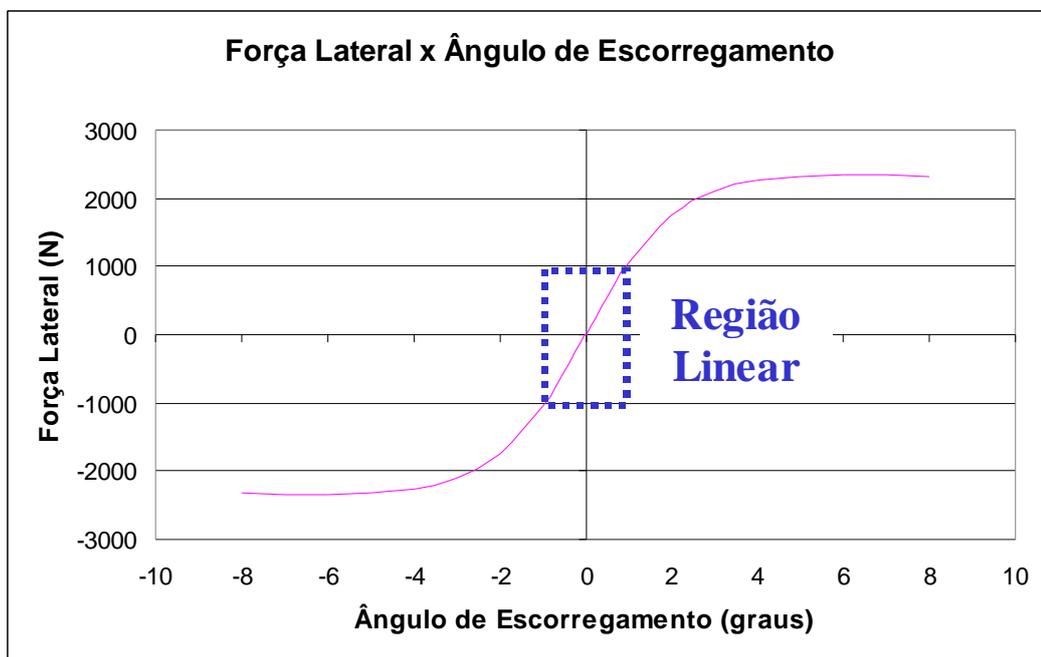


Figura 4.36 – Determinação da Faixa Linear na Relação entre Força Lateral e Ângulo de Escorregamento para o Pneu P195/60 R15 sob Carga Vertical de 2516 N

Tabela 4.6 – Dados do Pneu P165/70 R13 utilizado no Veículo 2 para Validade da Hipótese de Linearidade

<b>Eixo</b>	<b>Massa por Eixo (kg)</b>	<b>Força Vertical no Pneu (N)</b>	<b>Limite Linear do Pneu (N)</b>	<b>Limite de Aceleração Lateral Para Validade da Hipótese Linear (g)</b>
Dianteiro	707	3468	~1500	~0,4
Traseiro	436	2139	~1000	~0,5

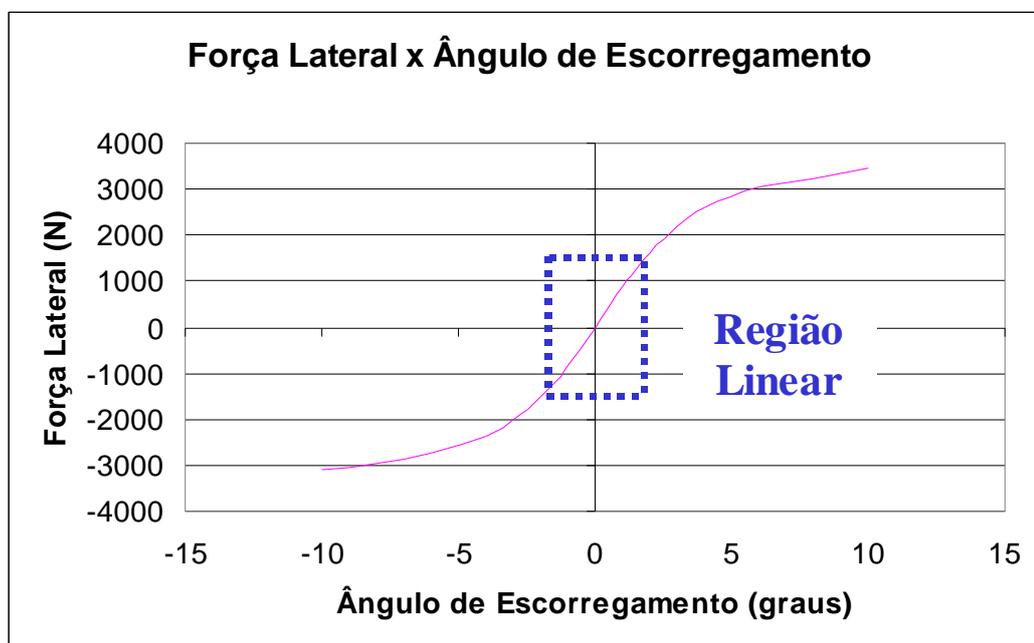


Figura 4.37 – Determinação da Faixa Linear na Relação entre Força Lateral e Ângulo de Escorregamento para o Pneu P165/70 R13 sob Carga Vertical de 3468 N

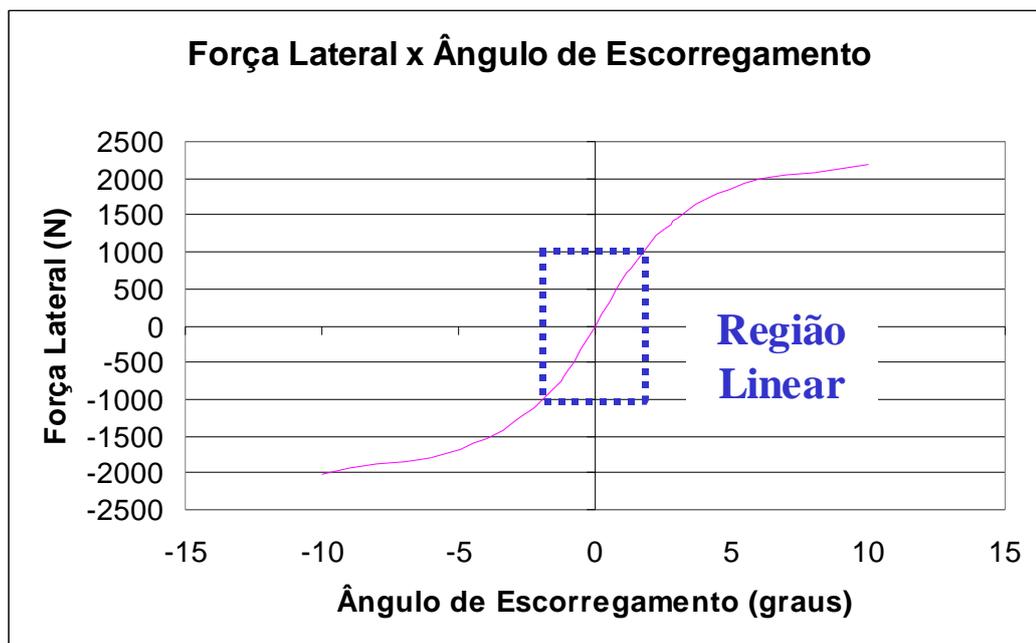


Figura 4.38 – Determinação da Faixa Linear na Relação entre Força Lateral e Ângulo de Escorregamento para o Pneu P165/70 R13 sob Carga Vertical de 2139 N

### 4.3.3. Modelo de Bicicleta

Uma simplificação amplamente utilizada na literatura quando se estuda a dirigibilidade dos veículos é a utilização de modelos de bicicleta, onde as rodas esquerda e direita do veículo são agrupadas numa só entidade na linha central do carro, agrupando as características de massa, propriedades de pneu e de suspensão pertinentes. Os ganhos do ponto de vista de simplificação dos modelos matemáticos empregados são bastante interessantes, especialmente quando se deseja utilizar os modelos para otimização numérica, como é a proposta deste trabalho, sendo que a precisão desta aproximação é suficiente para os objetivos desejados, como será demonstrado ainda neste capítulo.

A relação da equação (4.74) é retirada do modelo de bicicleta inicial, mostrado na figura 4.39, onde  $\delta$  é o ângulo de esterçamento médio dos pneus,  $L$  é o entre-eixos do veículo,  $R$  o raio da curva e  $\alpha_f$  e  $\alpha_r$  são os ângulos de escorregamento dos pneus dianteiro e traseiro respectivamente.

$$\delta = \frac{L}{R} + (\alpha_f - \alpha_r) \quad (4.74)$$

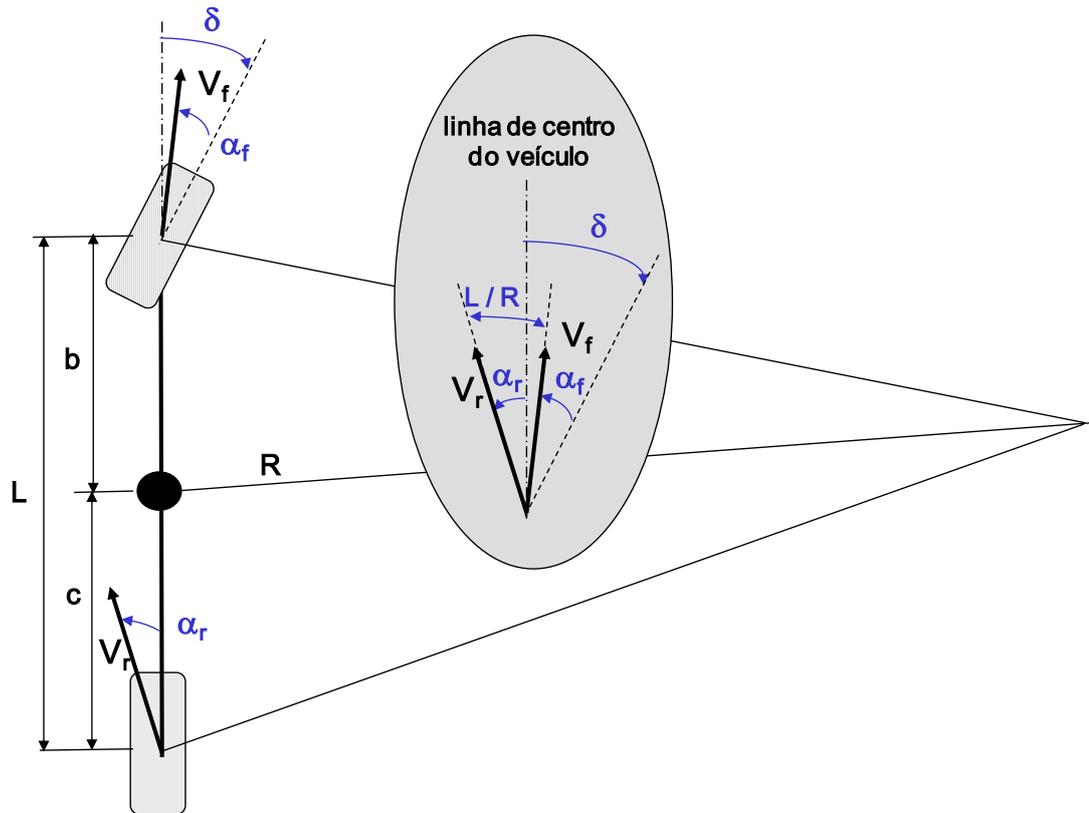


Figura 4.39 – Esquema do Modelo de Bicicleta

Ainda na figura 4.39 são definidos os vetores de velocidade  $V_f$  e  $V_r$  dos pneus dianteiro e traseiro respectivamente e as distâncias  $b$  e  $c$  do CG do veículo até os eixos dianteiro e traseiro. O ângulo de escorregamento  $\beta$ , embora existente na situação real, está omitido na figura 4.39 para simplificar a representação: como o valor dele é igual para os eixos dianteiro e traseiro do veículo, seu efeito final no cálculo do ângulo de esterçamento médio dos pneus  $\delta$  se anula, ou seja, a relação entre  $\delta$ ,  $\alpha_f$  e  $\alpha_r$  mostrada na equação (4.74) não é afetada pelo ângulo de escorregamento  $\beta$ .

As forças laterais centrípetas por eixo  $F_{yf}$  e  $F_{yr}$  podem ser calculadas através da aplicação do TMA e do TMB no diagrama de corpo livre do veículo sob aceleração lateral  $a_1$ , seguindo o esquema da figura 4.40.

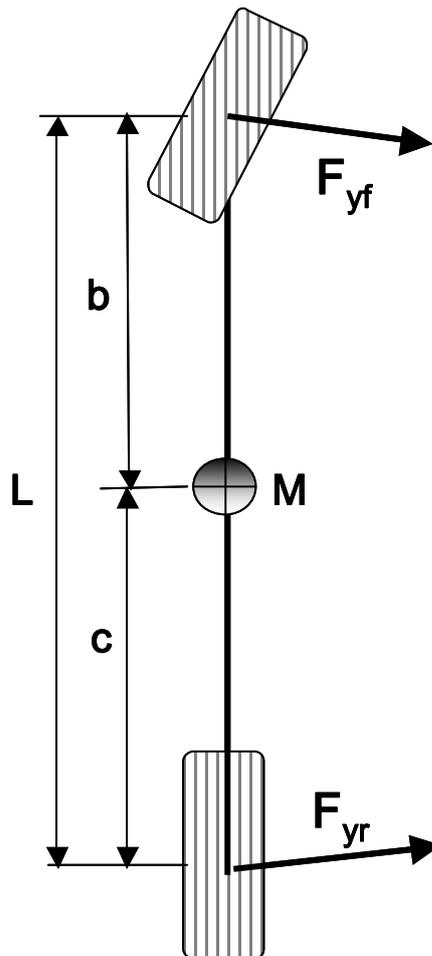


Figura 4.40 – Esquema de Cálculo das Forças Laterais por Eixo Dianteira e Traseira

Entendendo que o raio de curvatura é grande em relação ao entre-eixos  $L$  do veículo (hipótese muito razoável para condições normais de direção), pode-se assumir que todas as forças explicitadas na figura 4.40 são paralelas entre si. Uma exceção neste caso deveria ser feita às manobras de estacionamento, onde porém a dinâmica do

evento não é tão importante por usualmente ocorrerem em velocidades muito baixas.

Obtém-se desta forma então:

$$F_{yf} = \frac{c}{L} M a_L \quad (4.75)$$

$$F_{yr} = \frac{b}{L} M a_L \quad (4.76)$$

As forças externas geradas pelos pneus podem ser calculadas pelos respectivos coeficientes de rigidez lateral dianteiro e traseiro  $C_{af}$  e  $C_{ar}$ , levando-se em consideração que, na simplificação do modelo de bicicleta adotada, existem 2 pneus por eixo para se considerar, obtendo-se então:

$$F_{ext,yf} = 2C_{af} \alpha_f \quad (4.77)$$

$$F_{ext,yr} = 2C_{ar} \alpha_r \quad (4.78)$$

Aplicando-se os resultados das equações (4.75) a (4.78) no resultado do TMB do caso particular de curva com raio constante e velocidade constante em regime permanente obtido através da equação (4.35), obtém-se:

$$\alpha_f = \frac{F_{yf}}{2C_{af}} = \frac{M c a_L}{2L C_{af}} \quad (4.79)$$

$$\alpha_r = \frac{F_{yr}}{2C_{ar}} = \frac{M b a_L}{2L C_{ar}} \quad (4.80)$$

Finalmente, fazendo-se a substituição dos resultados das equações (4.79) e (4.80) na equação (4.74), obtém-se:

$$\delta = \frac{L}{R} + \left( \frac{c}{C_{af}} - \frac{b}{C_{ar}} \right) \frac{M}{2L} a_L \quad (4.81)$$

De onde se pode perceber o termo geométrico  $\frac{L}{R}$ , que é o mesmo ângulo de Ackerman demonstrado anteriormente e o outro termo seria o próprio gradiente de esterçamento  $K$  multiplicado pela aceleração lateral imposta  $a_L$ . Pela definição de  $K$ , tem-se então:

$$K = \frac{\partial \delta}{\partial a_L} = \left( \frac{c}{C_{af}} - \frac{b}{C_{ar}} \right) \frac{M}{2L} \quad (4.82)$$

#### 4.3.4. Variação do Gradiente de Esterçamento com o Momento

##### Auto-Alinhante

Como mostrado anteriormente, o momento auto-alinhante gerado pelos pneus é fruto do fato de que a força lateral resultante gerada não coincide com o centro geométrico dos mesmos, estando defasada em relação a este pelo braço pneumático  $t$  (figura 4.29). Isto altera o resultado da equação (4.82) por efetivamente modificar os braços  $b$  e  $c$  entre os pontos de aplicação das forças laterais e o centro de gravidade do veículo mostrados na figura 4.40.

Para se levar este efeito em consideração, pode-se fazer a correção das dimensões  $b$  e  $c$  através dos braços pneumáticos  $t_f$  e  $t_r$  dos pneus dianteiros e traseiros respectivamente, da seguinte forma:

$$b' = b + t_f \quad (4.83)$$

$$c' = c + t_r \quad (4.84)$$

$$K = \frac{\partial \delta}{\partial a_L} = \left( \frac{c'}{C_{\alpha f}} - \frac{b'}{C_{\alpha r}} \right) \frac{M}{2L} \quad (4.85)$$

### 4.3.5. Variação da Carga Vertical por Roda devida à Aceleração

#### Radial

Também conhecida na literatura como transferência de carga lateral (*lateral load transfer* na terminologia em inglês), a transferência de carga vertical devida à aceleração radial é um fenômeno da dinâmica da carroceria do veículo agindo como corpo rígido submetido a uma aceleração lateral. A transferência de carga ocorre da roda interna para a roda externa à curva e é proporcional à aceleração lateral à qual o veículo está submetido.

A variação da carga vertical afeta gradiente de esterçamento pelo fato da curva de força lateral versus ângulo de escorregamento (e conseqüentemente o coeficiente de rigidez lateral) do pneu ser dependente da carga vertical do mesmo. As figuras 4.41 e 4.42 mostram este efeito para os eixos dianteiro e traseiro respectivamente.

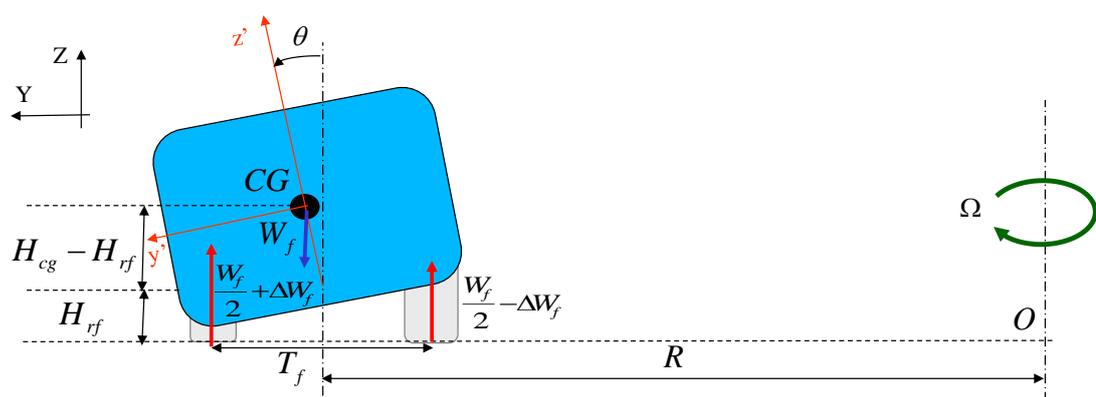


Figura 4.41– Variação da Carga Vertical por Roda devida à Aceleração Radial no Eixo Dianteiro

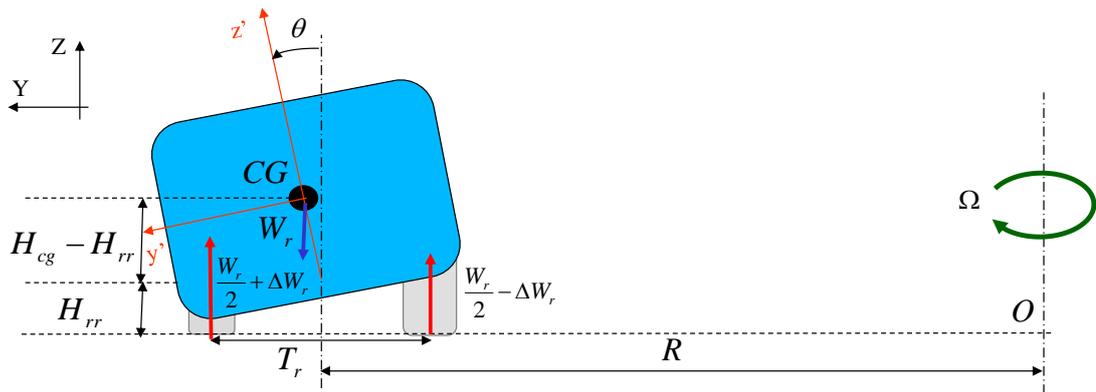


Figura 4.42 – Variação da Carga Vertical por Roda devida à Aceleração Radial no Eixo Traseiro

A deflexão angular  $\theta$  mostrada nas figuras 4.41 e 4.42 é devida ao modo acoplado de movimento lateral e angular em fase (*lower sway* em inglês) – considerando-se uma rigidez lateral suficientemente elevada, pode-se considerar somente a rolagem associada a este modo.

O efeito de transferência de carga vertical devido à aceleração lateral aqui considerado é um efeito da dinâmica do corpo rígido e independe do valor deste ângulo de rolagem  $\theta$  (e por consequência do gradiente de rolagem do veículo). Os valores de transferência de carga por eixo podem então ser calculados através das expressões (4.86) e (4.87).

$$\Delta W_f = \frac{M_f a_L (H_{cg} - H_{rf})}{T_f} \quad (4.86)$$

$$\Delta W_r = \frac{M_r a_L (H_{cg} - H_{rr})}{T_r} \quad (4.87)$$

### **4.3.6. Influência da Rigidez dos Sistema de Suspensão e Direção do Veículo no Gradiente de Esterçamento**

Todo equacionamento desenvolvido até agora leva em consideração que os componentes dos sistemas de suspensão e direção do veículo são rígidos ou, em outras palavras, não existe nenhum tipo de deformação no sistema, independentemente da amplitude das forças e momentos às quais os componentes estão submetidos.

De maneira geral, as forças e momentos gerados pelos pneus causam deformações nos sistemas de suspensão e direção, gerando ângulos adicionais aos considerados na equação (4.74) conforme ilustrado na figura 4.43. Estes ângulos adicionais afetam o resultado do gradiente de esterçamento, devendo ser adicionados aos já ilustrados anteriormente na figura 4.39. Na prática, o que acontece é que alguns dos componentes da suspensão e direção, em especial as buchas que conectam os braços e demais componentes à estrutura são desenvolvidos especificamente de forma a deixar a rigidez do sistema como um todo num determinado nível desejado, ajudando a atingir o valor desejado de gradiente de esterçamento.

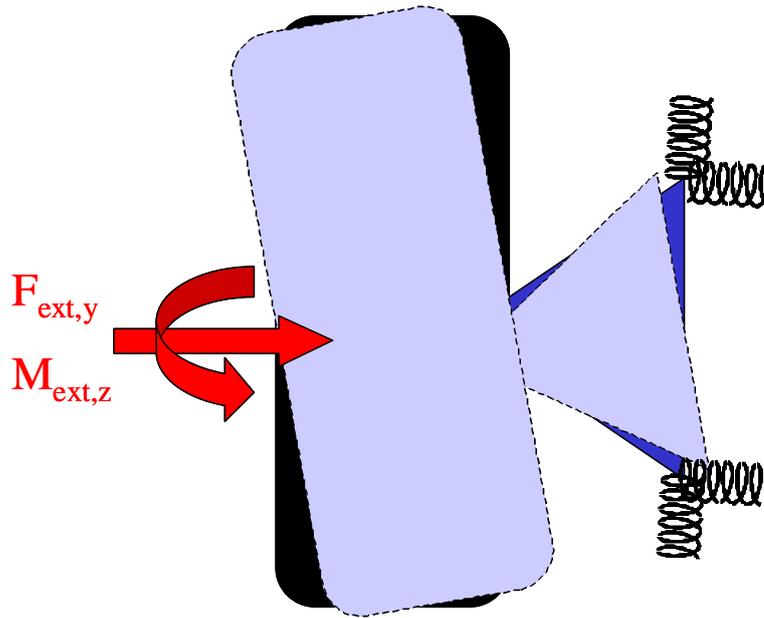


Figura 4.43 – Ilustração do Efeito da Rigidez dos Sistemas de Suspensão e Direção no Ângulo Final na Roda

Assumindo uma relação de rigidez linear entre as forças laterais e momentos auto-alinhantes gerados pelos pneus e os respectivos ângulos nas rodas gerados nos eixos dianteiro e traseiro, pode-se introduzir estes ângulos adicionais na formulação:

$$\alpha_f = -\beta + \delta - \frac{b}{R} - F_{ext,yf} K_{fyf} - M_{ext,zf} K_{mzf} \quad (4.88)$$

$$\alpha_r = -\beta + \frac{c}{R} - F_{ext,yr} K_{fyr} - M_{ext,zr} K_{mzr} \quad (4.89)$$

onde  $K_{fyf}$  e  $K_{fyr}$  são os valores de rigidez que relacionam as forças laterais com os ângulos de esterçamento gerados nos eixos dianteiro e traseiro respectivamente e  $K_{mzf}$  e  $K_{mzr}$  são os valores de rigidez que relacionam os momentos auto-alinhantes

com os ângulos de esterçamento gerados nos eixos dianteiro e traseiro respectivamente.

As equações (4.77) e (4.78) mostram a relação linear entre as forças laterais geradas pelos pneus e os ângulos de escorregamento dos mesmos. Da mesma forma, pode-se definir a relação entre os momentos auto-alinhantes gerados pelos pneus com os respectivos ângulos de escorregamento:

$$M_{ext,zf} = 2C_{mz\alpha f} \alpha_f \quad (4.90)$$

$$M_{ext,zr} = 2C_{mz\alpha r} \alpha_r \quad (4.91)$$

Substituindo as equações (4.77), (4.78), (4.90) e (4.91) nas equações (4.88) e (4.89), obtém-se:

$$\alpha_f = -\beta + \delta - \frac{b}{R} - 2C_{\alpha f} K_{fyf} \alpha_f - 2C_{mz\alpha f} K_{mzf} \alpha_f$$

$$\left(1 + 2C_{\alpha f} K_{fyf} + 2C_{mz\alpha f} K_{mzf}\right) \alpha_f = -\beta + \delta - \frac{b}{R} \quad (4.92)$$

$$\alpha_r = -\beta + \frac{c}{R} - 2C_{\alpha r} K_{fyr} \alpha_r - 2C_{mz\alpha r} K_{mzr} \alpha_r$$

$$\left(1 + 2C_{\alpha r} K_{fyr} + 2C_{mz\alpha r} K_{mzr}\right) \alpha_r = -\beta + \frac{c}{R} \quad (4.93)$$

Definindo-se os parâmetros  $B_f$  e  $B_r$ , as equações (4.92) e (4.93) podem então ser re-escritas:

$$B_f = 1 + 2C_{af} K_{fjf} + 2C_{mzaf} K_{mzf} \quad (4.94)$$

$$B_r = 1 + 2C_{ar} K_{fyr} + 2C_{mzar} K_{mzr} \quad (4.95)$$

$$B_f \alpha_f = -\beta + \delta - \frac{b}{R} \quad (4.96)$$

$$B_r \alpha_r = -\beta + \frac{c}{R} \quad (4.97)$$

Agrupando-se as equações (4.96) e (4.97), obtém-se:

$$\begin{aligned} B_f \alpha_f &= B_r \alpha_r - \frac{c}{R} + \delta - \frac{b}{R} \\ \delta &= \frac{b+c}{R} + B_f \alpha_f - B_r \alpha_r \\ \delta &= \frac{L}{R} + B_f \alpha_f - B_r \alpha_r \end{aligned} \quad (4.98)$$

Aplicando a relação entre os ângulos de escorregamento  $\alpha_f$  e  $\alpha_r$  com a aceleração lateral imposta ao veículo das equações (4.79) e (4.80) na equação (4.98), obtém-se:

$$\delta = \frac{L}{R} + B_f \frac{M c a_L}{2 L C_{af}} - B_r \frac{M b a_L}{2 L C_{ar}}$$

$$\delta = \frac{L}{R} + \left( \frac{B_f c}{C_{\alpha f}} - \frac{B_r b}{C_{\alpha r}} \right) \frac{M a_L}{2L} \quad (4.99)$$

Finalmente, o gradiente de esterçamento considerando a influência da rigidez dos sistema de suspensão e direção do veículo pode ser obtida através do termo proporcional à aceleração lateral  $a_L$  na equação (4.99):

$$K = \left( \frac{B_f c}{C_{\alpha f}} - \frac{B_r b}{C_{\alpha r}} \right) \frac{M}{2L} \quad (4.100)$$

### 4.3.7. Variação de Esterçamento das Rodas com o Curso da Suspensão

Além dos fatores já considerados até aqui, as rodas também sofrem esterçamento por conta do curso vertical da suspensão, sendo esta variação uma função da geometria de suspensão específica do veículo. Esta variação pode ser intencional no projeto para afetar o gradiente de esterçamento ou resultado de limitações de montagem (*packaging* em inglês) da suspensão do veículo.

Para quase todas suspensões de carros de passageiros, a variação é muito mais significativa para o eixo dianteiro (eixo esterçante) do que para o eixo traseiro (em geral, não esterçante). Apesar desta variação poder ser utilizada para se atingir uma meta específica de gradiente de esterçamento, trata-se de um efeito não desejado em pistas irregulares por conta do esterçamento involuntário do carro causado pelas irregularidades do piso. Desta forma, este efeito, que é conhecido como esterçamento por movimentação vertical (*ride steer* em inglês, sendo que algumas referências utilizam o termo esterçamento por rolagem – *roll steer* em inglês, quando a movimentação vertical para cima e para baixo de cada lado da suspensão é associada à rolagem do veículo), é um recurso que deve ser tratado com cautela durante o projeto, de maneira a não prejudicar outras características do veículo.

A ideia aqui é quantificar o efeito deste esterçamento por movimentação vertical no gradiente de esterçamento do veículo e entender como ele afeta a correlação dos resultados dos modelos matemáticos desenvolvidos.

Conforme mostrado por Milliken (1995), existem duas causas básicas para a variação de esterçamento das rodas dianteiras (eixo esterçante) com o curso vertical da suspensão. Uma delas é a altura incorreta do centro de giro da caixa de direção, cujo esquema é mostrado na figura 4.44 e o efeito é uma variação linear do ângulo de esterçamento com o curso vertical da suspensão, mostrado no gráfico da figura 4.45. Outra causa para a variação do esterçamento das rodas neste caso é o comprimento incorreto do braço da caixa de direção, cujo esquema é mostrado na figura 4.46 e o efeito é uma variação parabólica no ângulo de esterçamento com o curso vertical da suspensão, como mostrado na figura 4.47. De maneira geral, quase todas suspensões apresentam uma combinação dos dois efeitos, em níveis maiores ou menores dependendo dos objetivos e limitações de cada projeto.

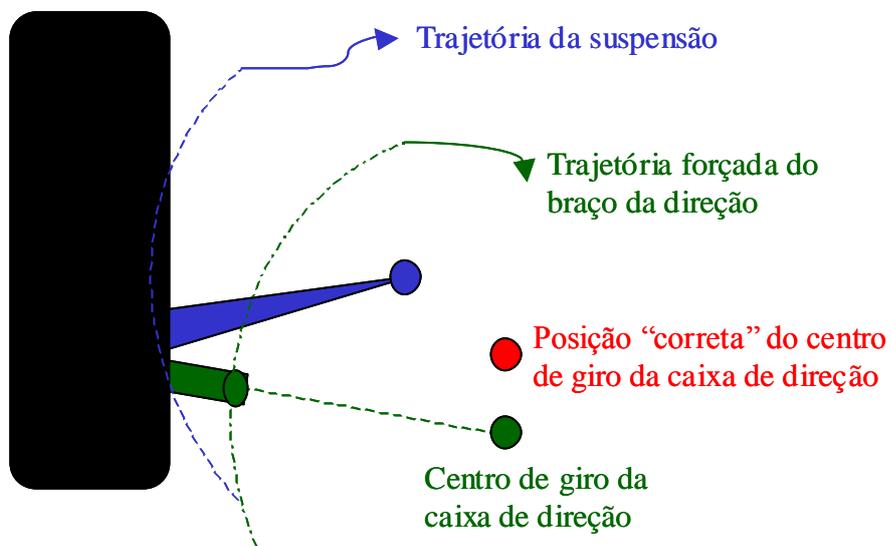


Figura 4.44 – Efeito da Altura Incorreta do Centro de Giro da Caixa de Direção nas Trajetórias da Suspensão e do Braço de Direção

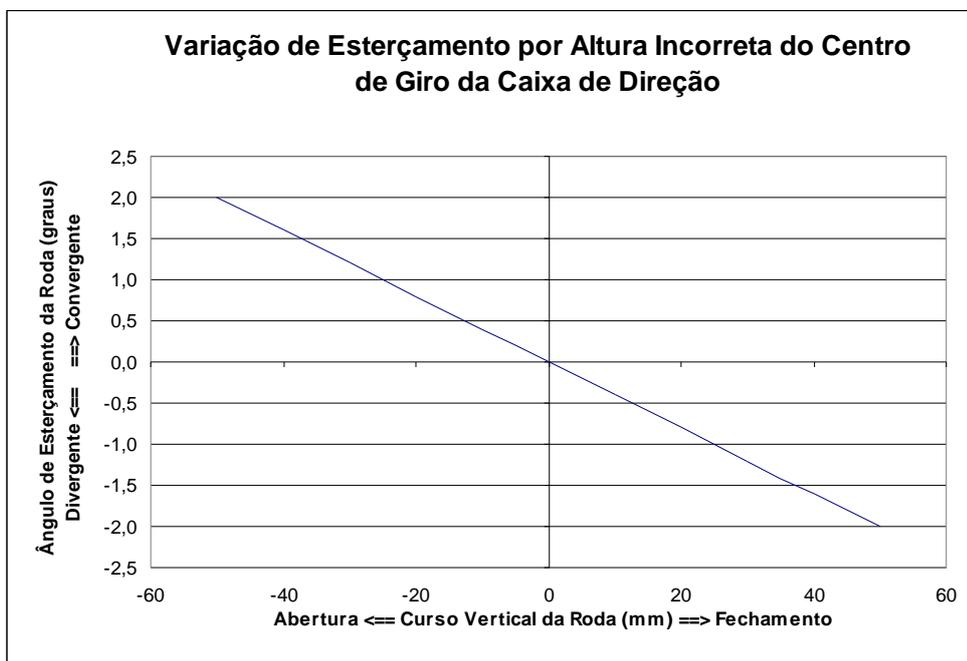


Figura 4.45 – Variação do Ângulo de Esterçamento devido à Altura Incorreta do Centro de Giro da Caixa de Direção

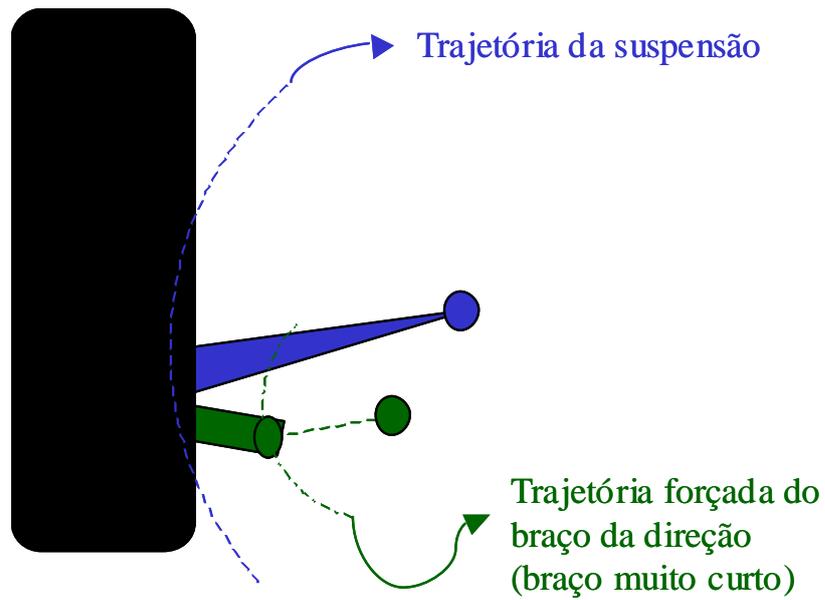


Figura 4.46 – Efeito do Comprimento Incorreto do Braço da Caixa de Direção nas Trajetórias da Suspensão e do Braço de Direção

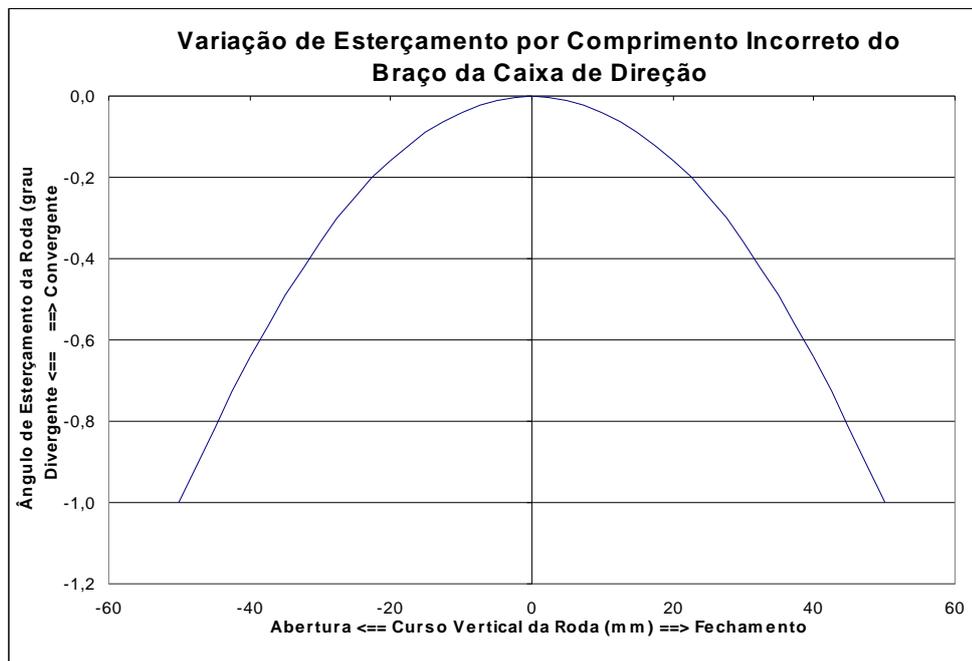


Figura 4.47 – Variação do Ângulo de Esterçamento devido ao Comprimento Incorreto do Braço da Caixa de Direção

Para se levar em consideração este efeito, pode-se introduzir o ângulo  $\delta_{RS}$ , que é o ângulo de esterçamento por movimentação vertical médio dos pneus nas formulações anteriores, obtendo desta forma o ângulo final de esterçamento médio dos pneus corrigido pelo esterçamento por rolagem  $\delta'$ , conforme mostrado na equação (4.101).

$$\delta' = \delta + \delta_{RS} \quad (4.101)$$

Unindo os resultados de (4.101) em (4.82), obtém-se então:

$$\frac{\partial \delta'}{\partial a_L} = \frac{\partial \delta}{\partial a_L} + \frac{\partial \delta_{RS}}{\partial a_L} = \left( \frac{c}{C_{cf}} - \frac{b}{C_{cr}} \right) \frac{M}{2L} + \frac{\partial \delta_{RS}}{\partial a_L} \quad (4.102)$$

Para a obtenção do termo  $\frac{\partial \delta_{RS}}{\partial a_L}$ , é necessário recorrer ao gradiente de rolagem,

segundo o esquema mostrado na figura 4.48.

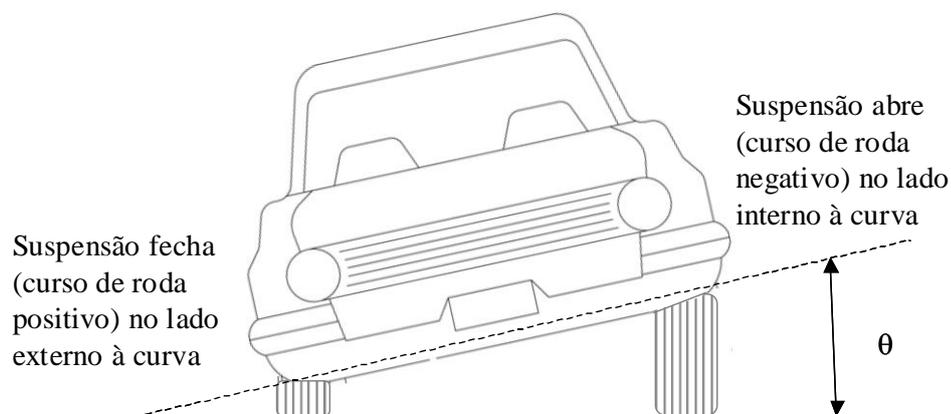


Figura 4.48 – Esquema do Carro Rolando para a Esquerda

Definindo-se  $Z_i$  como o curso vertical da suspensão no lado interno à curva e  $Z_o$  como o curso vertical da suspensão no lado externo à curva, tem-se que:

$$Z_i = \frac{t}{2} [\tan(\theta)] \quad (4.103)$$

$$Z_o = \frac{t}{2} [-\tan(\theta)] \quad (4.104)$$

Onde  $t$  é a bitola do veículo no eixo considerado. Considerando-se que o gradiente do ângulo de esterçamento médio é igual à média dos gradientes individuais, obtém-se as seguintes relações:

$$\frac{\partial \delta_{RSi}}{\partial a_L} = \frac{\partial \delta_{RSi}}{\partial Z_i} \frac{\partial Z_i}{\partial a_L} = \frac{\partial \delta_{RSi}}{\partial Z_i} \frac{\partial}{\partial a_L} \left( + \frac{t}{2} \tan(\theta) \right) = + \frac{\partial \delta_{RSi}}{\partial Z_i} \frac{t}{2} \frac{1}{\cos^2(\theta)} \frac{\partial \theta}{\partial a_L} \quad (4.105)$$

$$\frac{\partial \delta_{RSo}}{\partial a_L} = \frac{\partial \delta_{RSo}}{\partial Z_o} \frac{\partial Z_o}{\partial a_L} = \frac{\partial \delta_{RSo}}{\partial Z_o} \frac{\partial}{\partial a_L} \left( - \frac{t}{2} \tan(\theta) \right) = - \frac{\partial \delta_{RSo}}{\partial Z_o} \frac{t}{2} \frac{1}{\cos^2(\theta)} \frac{\partial \theta}{\partial a_L} \quad (4.106)$$

$$\frac{\partial \delta_{RS}}{\partial a_L} = \frac{\frac{\partial \delta_{RSi}}{\partial a_L} + \frac{\partial \delta_{RSo}}{\partial a_L}}{2} \quad (4.107)$$

De acordo com a equação (4.66) desenvolvida anteriormente, tem-se que o gradiente

de rolagem  $K_{roll}$  é o próprio termo  $\frac{\partial \theta}{\partial a_L}$  obtido nas equações (4.105) e (4.106). Desta

forma, fazendo-se as devidas substituições, obtém-se então:

$$\frac{\partial \delta_{RS}}{\partial a_L} = \frac{\frac{\partial \delta_{RSi}}{\partial a_L} + \frac{\partial \delta_{RSo}}{\partial a_L}}{2} = \left( \frac{\partial \delta_{RSi}}{\partial Z_i} - \frac{\partial \delta_{RSo}}{\partial Z_o} \right) \frac{t}{4 \cos^2(\theta_x)} K_{roll} \quad (4.108)$$

Utilizando a expressão de (4.108) em (4.102), obtém-se finalmente:

$$\frac{\partial \delta'}{\partial a_L} = \left( \frac{c}{C_{of}} - \frac{b}{C_{ar}} \right) \frac{M}{2L} + \left( \frac{\partial \delta_{RSi}}{\partial Z_i} - \frac{\partial \delta_{RSo}}{\partial Z_o} \right) \frac{t}{4 \cos^2(\theta_x)} K_{roll} \quad (4.109)$$

$\frac{\partial \delta_{RSi}}{\partial Z_i}$  e  $\frac{\partial \delta_{RSo}}{\partial Z_o}$  são valores obtidos diretamente das curvas de variação de esterçamento das rodas com o curso vertical da suspensão. Como estes valores não são lineares com o curso, este efeito da variação de esterçamento das rodas com o curso da suspensão no gradiente de esterçamento varia de acordo com o valor de aceleração lateral imposto ao veículo (até então, pelas hipóteses adotadas, o gradiente de esterçamento era constante para qualquer valor de aceleração lateral imposto).

As curvas de variação de esterçamento das rodas com o curso vertical da suspensão podem ser obtidas analiticamente através da movimentação cinemática do conjunto de suspensão e direção. Para os veículos 1 e 2, estas curvas foram calculadas

cinematicamente no modelo multicorpos detalhado descrito anteriormente com o software ADAMS<sup>®</sup> (resultados nas figuras 4.49 e 4.50), sendo que o veículo 2 possui medições experimentais desta variação para efeitos de comparação e validação destes resultados analíticos.

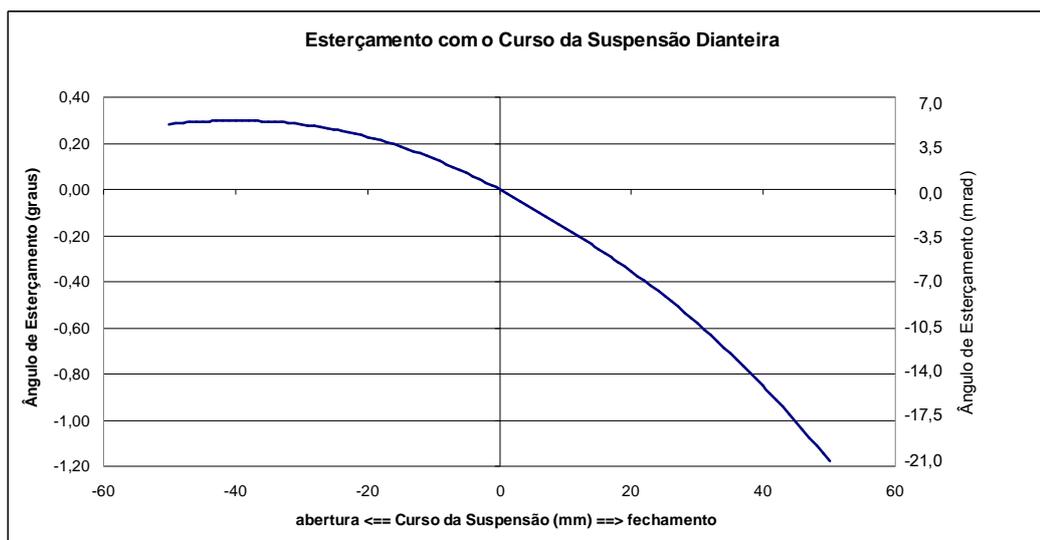


Figura 4.49 – Esterçamento das Rodas Dianteiras com Curso da Suspensão para Veículo 1 – Determinação Cinemática com Modelo Multicorpos Detalhado

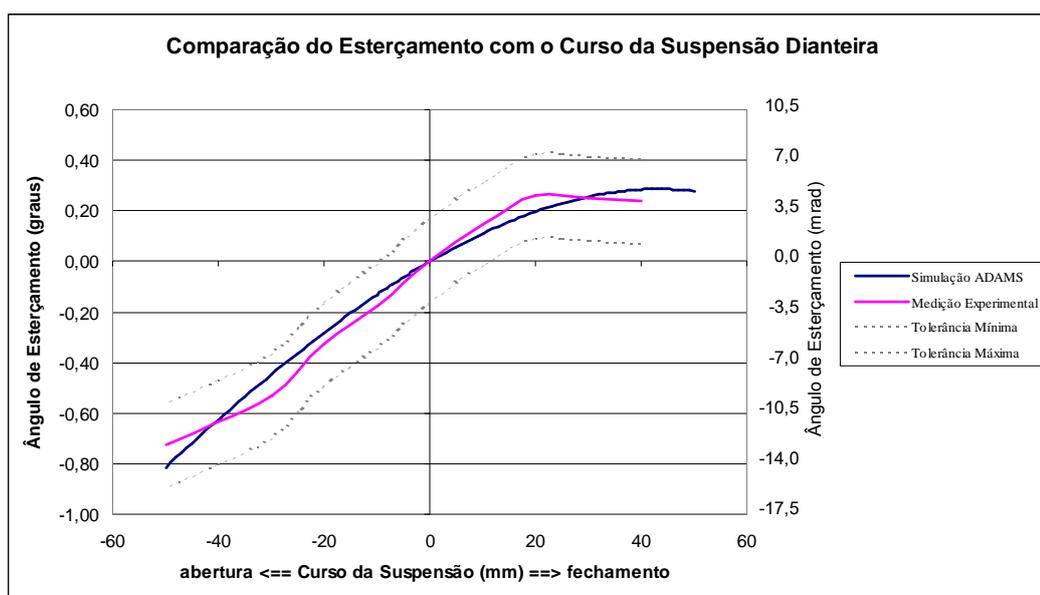


Figura 4.50 – Esterçamento das Rodas Dianteiras com Curso da Suspensão para Veículo 2 – Determinação Cinemática com Modelo Multicorpos Detalhado e Comparação com Valores Medidos Experimentalmente

Da mesma forma que na suspensão dianteira, a suspensão traseira também apresenta algum nível de esterçamento das rodas com o curso vertical, embora este esterçamento seja em geral de menor amplitude e devido basicamente à deformação elástica dos componentes da suspensão (perfil do eixo e buchas). Por estas razões, não se torna numa variável de otimização interessante para as considerações posteriores deste trabalho. De qualquer maneira, os valores obtidos têm influência no resultado final do cálculo de gradiente de esterçamento através do modelo analítico aqui desenvolvido e é importante quantificar esta influência. Assim, foram calculadas para os veículos 1 e 2 as curvas de variação de esterçamento das rodas com o curso vertical da suspensão traseira através de análise elasto-cinemática com o modelo multicorpos detalhado e os resultados estão mostrados nas figuras 4.51 e 4.52.

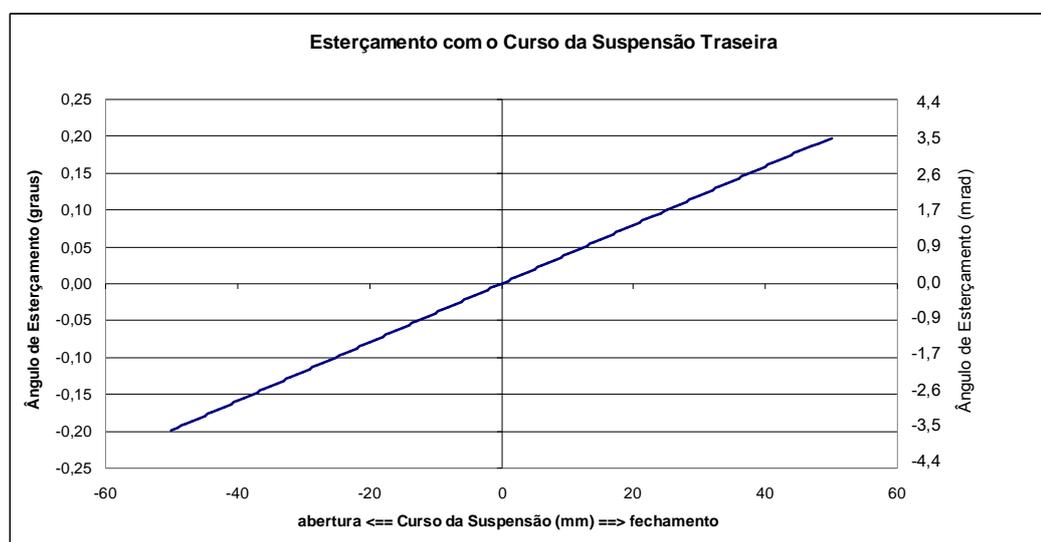


Figura 4.51 – Esterçamento das Rodas Traseiras com Curso da Suspensão para Veículo 1 – Determinação Elasto-Cinemática com Modelo Multicorpos Detalhado

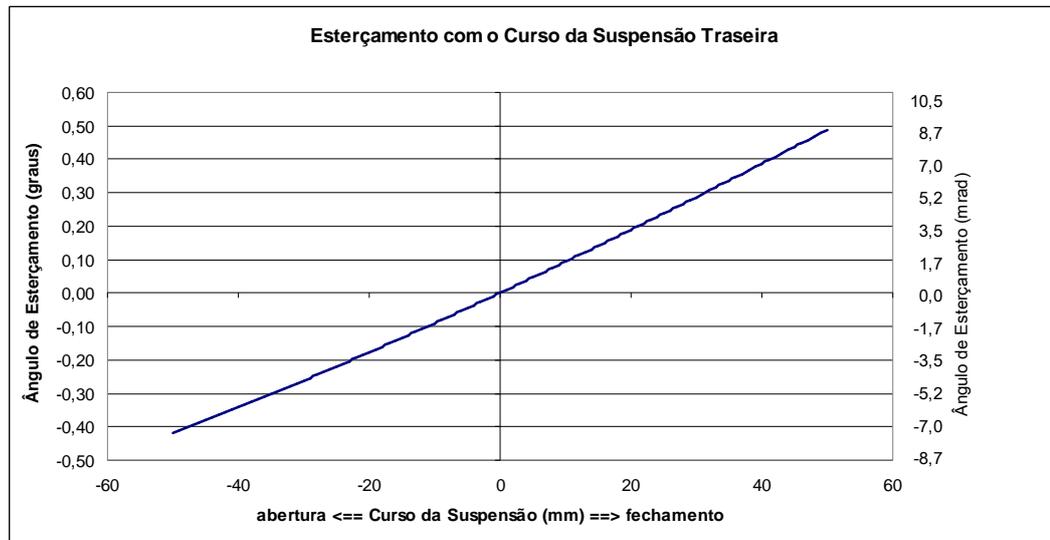


Figura 4.52 – Esterçamento das Rodas Traseiras com Curso da Suspensão para Veículo 2 – Determinação Elasto-Cinemática com Modelo Multicorpos Detalhado

### 4.3.8. Efeitos Combinados no Gradiente de Esterçamento

Entendendo-se que, apesar de certamente ainda não se tratar uma descrição completa e com vários efeitos secundários não discutidos neste trabalho ainda a serem considerados, a combinação de todos os pontos detalhados nos itens 4.3.3 a 4.3.7 leva a uma estimativa do valor final de gradiente de esterçamento que contém uma precisão suficiente para objetivos de desenvolvimento, pode-se combinar as equações (4.82), (4.85), (4.100) e (4.109), obtendo-se:

$$K = \left( \frac{B_f c'}{C_{cf}} - \frac{B_r b'}{C_{cr}} \right) \frac{M}{2L} + \left( \frac{\partial \delta_{RSi}}{\partial Z_i} - \frac{\partial \delta_{RSO}}{\partial Z_o} \right) \frac{t}{4 \cos^2(\theta_x)} K_{roll}$$

$$K = \left( \frac{c}{C'_{cf}} - \frac{b}{C'_{cr}} \right) \frac{M}{2L} + \left( \frac{\partial \delta_{RSi}}{\partial Z_i} - \frac{\partial \delta_{RSO}}{\partial Z_o} \right) \frac{t}{4 \cos^2(\theta_x)} K_{roll} \quad (4.110)$$

onde, na equação (4.110),  $C'_{cf} = \frac{C_{cf} c}{B_f c'}$  e  $C'_{cr} = \frac{C_{cr} b}{B_r b'}$  (já com a correta consideração de  $C_\alpha$  para a transferência de carga lateral), reduzem para somente dois os parâmetros necessários para se considerar os efeitos de variação do gradiente de esterçamento com o momento auto-alinhante, a influência da rigidez dos sistemas de suspensão e direção do veículo no gradiente de esterçamento e a variação da carga vertical por roda devida à aceleração radial.

### 4.3.9. Medições Experimentais de Gradiente de Esterçamento

Para efeitos de comparação com os resultados dos modelos matemáticos, foram realizadas medições de gradientes de esterçamento nos mesmos veículos descritos no item 4.2.4. As mesmas medições utilizadas para o cálculo do gradiente de rolagem (raio constante = 25 m) foram utilizadas para o cálculo do gradiente de esterçamento, sendo que os ângulos médios de esterçamento dos pneus foram calculados através do ângulo de volante medido dividido pelo valor da razão de direção de cada veículo.

Os resultados dos ângulos médios de esterçamento dos pneus de rolagem versus aceleração lateral para o veículo 1 estão mostrados nas figuras 4.53 a 4.55.

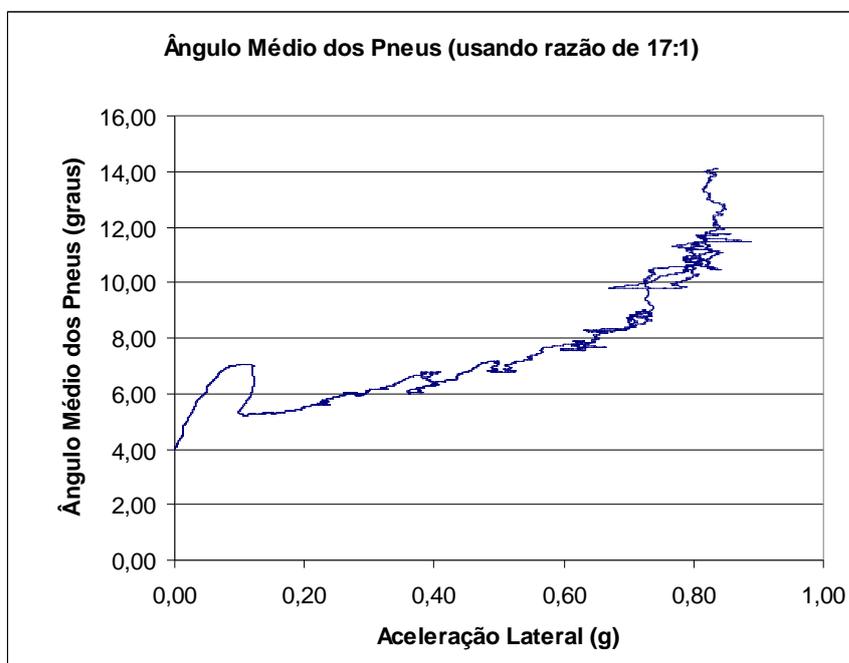


Figura 4.53 – Veículo 1 – 1ª Medição de Ângulo Médio de Esterçamento dos Pneus x Aceleração Lateral para Manobra de Raio Constante = 25 m

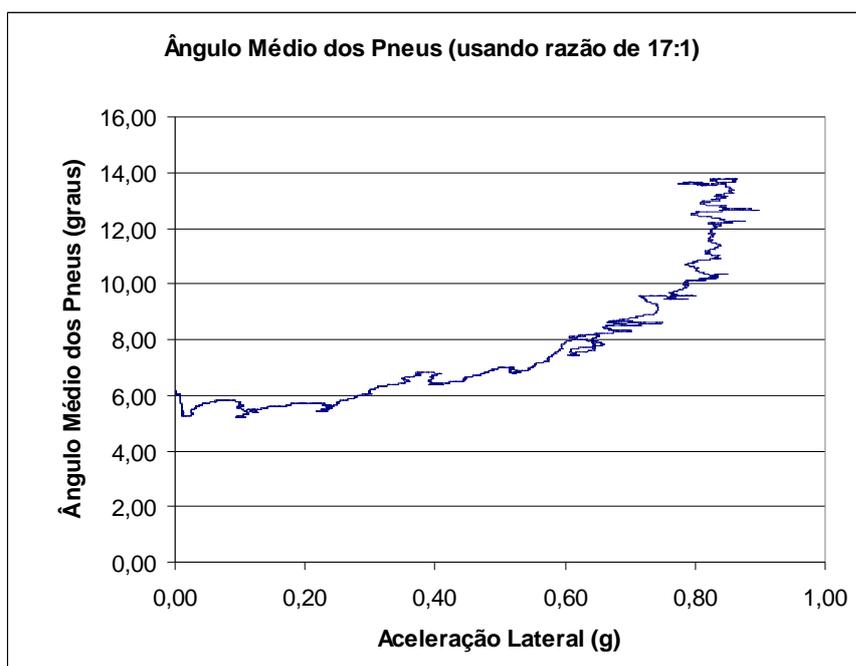


Figura 4.54 – Veículo 1 – 2ª Medição de Ângulo Médio de Esterçamento dos Pneus x Aceleração Lateral para Manobra de Raio Constante = 25 m

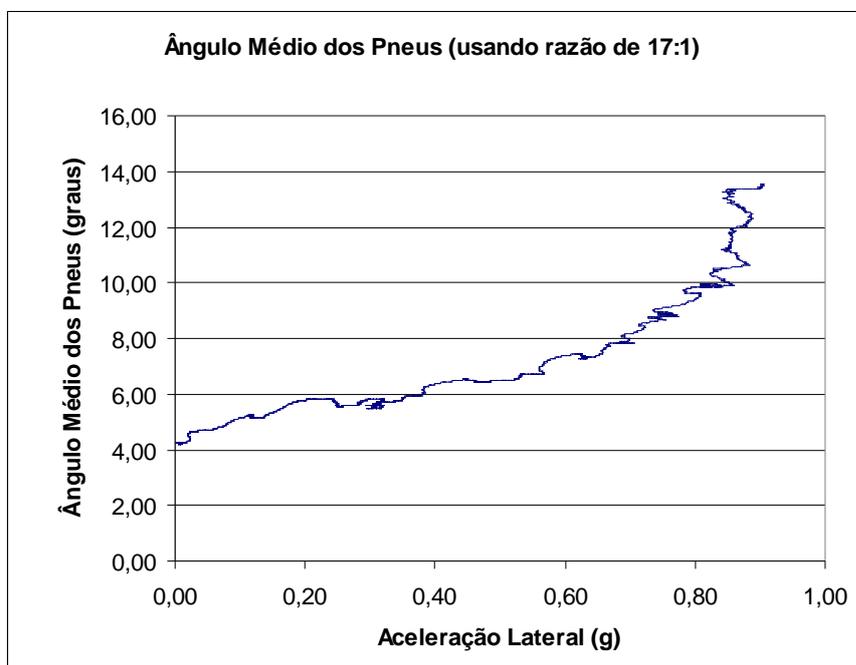


Figura 4.55 – Veículo 1 – 3ª Medição de Ângulo Médio de Esterçamento dos Pneus x Aceleração Lateral para Manobra de Raio Constante = 25 m

A tabela 4.7 mostra os cálculos do componente geométrico  $\frac{L}{R}$  da curva em graus e do gradiente de esterçamento em graus/g para os dados medidos no veículo 1, aplicando uma regressão linear na faixa entre 0,0 g e 0,4 g de aceleração lateral imposta, onde, da mesma forma que para o gradiente de rolagem, pode-se assumir com boa precisão a linearidade na relação entre o ângulo de rolagem e a aceleração lateral imposta ao veículo (ou seja, K constante nesta faixa). Os valores dos coeficientes de correlação  $R^2$  obtidos para cada regressão linear também são mostrados na tabela, sendo a definição estatística de  $R^2$  para uma amostra de n pontos  $X_i$  e  $Y_i$  e um coeficiente linear calculado b está mostrada na equação (4.67).

Tabela 4.7 – Gradiente de Esterçamento do Veículo 1 – Medições Experimentais

	L/R (graus)	K (graus/g)	$R^2$
Medição Experimental 1	4.66	4.54	0.82
Medição Experimental 2	4.94	3.73	0.65
Medição Experimental 3	4.76	3.29	0.79
<b>Média Experimental</b>	<b>4.79</b>	<b>3.85</b>	-
<b>Desvio Padrão Experimental</b>	<b>0.14</b>	<b>0.64</b>	-

O gráfico da figura 4.56 mostra em mais detalhes os dados de aceleração lateral e ângulo médio de esterçamento dos pneus amostrados no tempo para a 1ª medição do veículo 1 (os dados de aceleração lateral e velocidade longitudinal medidos no tempo da mesma medição estão mostrados na figura 4.16).

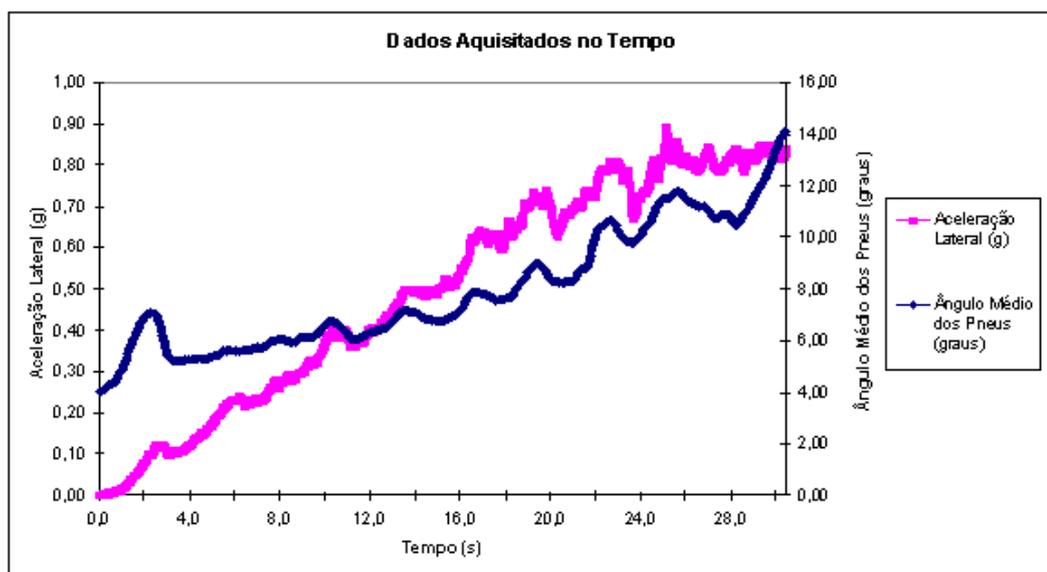


Figura 4.56 – Veículo 1 – 1ª Medição – Aceleração Lateral e Ângulo Médio de Esterçamento dos Pneus Amostrados no Tempo

Os resultados dos ângulos médios de esterçamento dos pneus de rolagem versus aceleração lateral para o veículo 2 estão mostrados nas figuras 4.57 e 4.60.

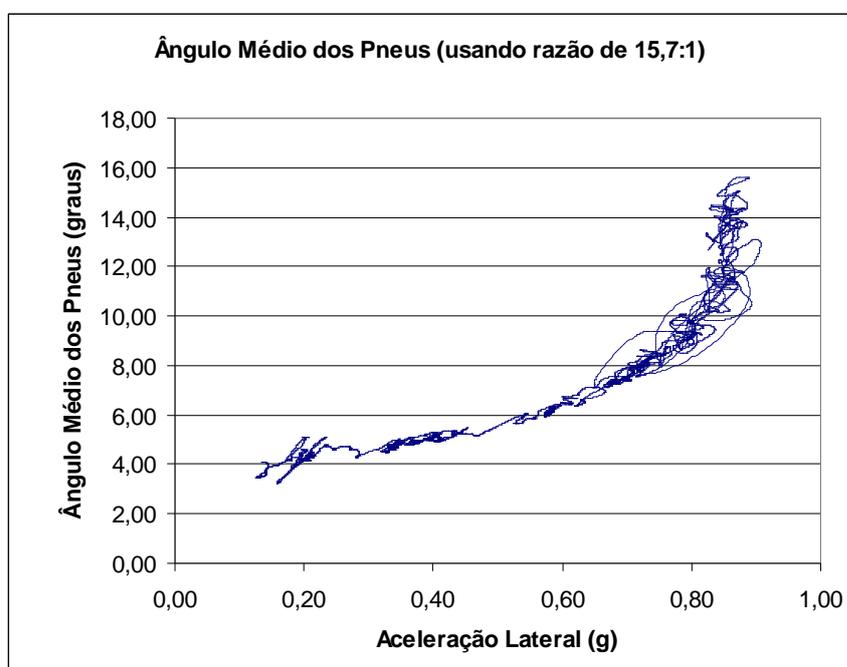


Figura 4.57 – Veículo 2 – 1ª Medição de Ângulo Médio de Esterçamento dos Pneus x Aceleração Lateral para Manobra de Raio Constante = 25 m

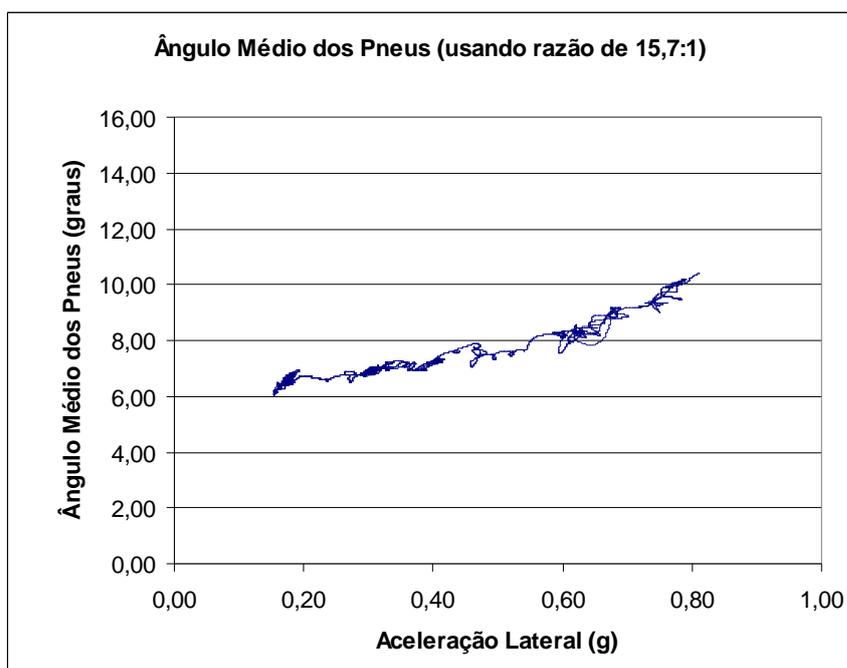


Figura 4.58 – Veículo 2 – 2ª Medição de Ângulo Médio de Esterçamento dos Pneus x Aceleração Lateral para Manobra de Raio Constante = 25 m

De forma análoga ao procedido com os resultados do veículo 1, a tabela 4.8 mostra os cálculos do componente geométrico  $\frac{L}{R}$  da curva em graus e do gradiente de esterçamento em graus/g, assim como os coeficientes de correlação  $R^2$  obtidos para os dados medidos no veículo 2, aplicando uma regressão linear na faixa entre 0,0 g e 0,4 g de aceleração lateral imposta.

Tabela 4.8 – Gradiente de Esterçamento do Veículo 2 – Medições Experimentais

	L/R (graus)	K (graus/g)	$R^2$
Medição Experimental 1	3.34	4.41	0.68
Medição Experimental 2	5.83	3.65	0.91
<b>Média Experimental</b>	<b>4.58</b>	<b>4.03</b>	-
<b>Desvio Padrão Experimental</b>	<b>1.76</b>	<b>0.54</b>	-

O gráfico da figura 4.59 mostra em mais detalhes os dados de aceleração lateral e ângulo médio de esterçamento dos pneus amostrados no tempo para a 1ª medição do veículo 2 (os dados de aceleração lateral e velocidade longitudinal medidos no tempo da mesma medição estão mostrados na figura 6.17).

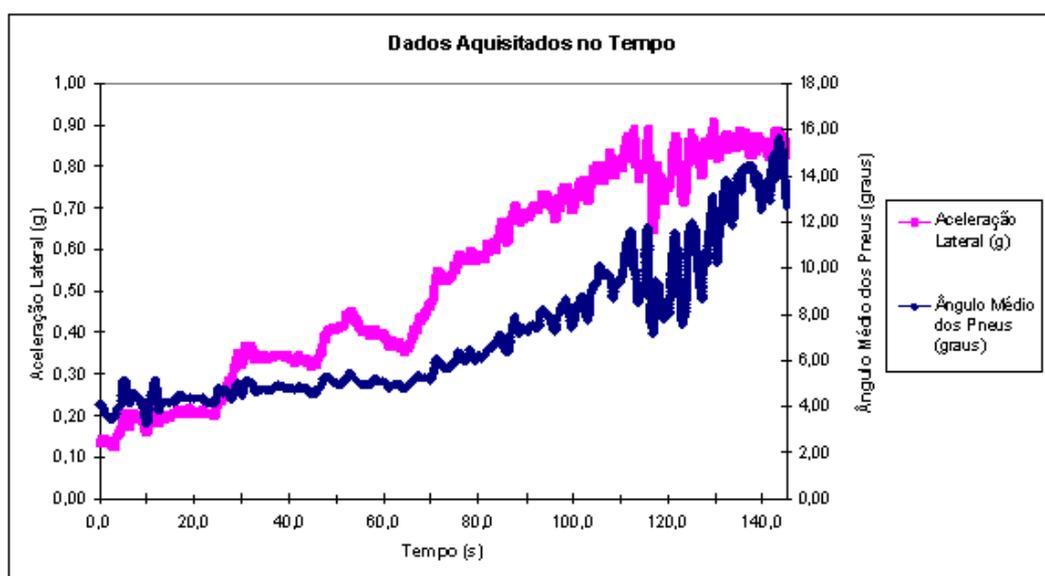


Figura 4.59 – Veículo 2 – 1ª Medição – Aceleração Lateral e Ângulo Médio de Esterçamento dos Pneus Amostrados no Tempo

### **4.3.10. Cálculo de Gradiente de Esterçamento com Modelo**

#### **Multicorpos Detalhado**

Da mesma forma como foi procedido com o gradiente de rolagem no item 4.2.5, foram realizadas simulações de gradiente de esterçamento dos dois veículos testados experimentalmente com o modelo multicorpos detalhado para efeitos de comparação com os resultados dos modelos matemáticos mais simplificados desenvolvidos neste trabalho e os dados de medição experimental. As características do modelo e a manobra simulada são os mesmos descritos no item 4.2.5, e o resultado do gradiente de esterçamento foi então calculado através da curva de ângulo médio de esterçamento dos pneus versus aceleração lateral imposta ao mesmo de maneira análoga ao que foi feito nas medições experimentais.

As figuras 4.60 e 4.61 mostram a correlação entre os resultados dos modelos multicorpos detalhados e os resultados experimentais para os veículos 1 e 2 respectivamente.

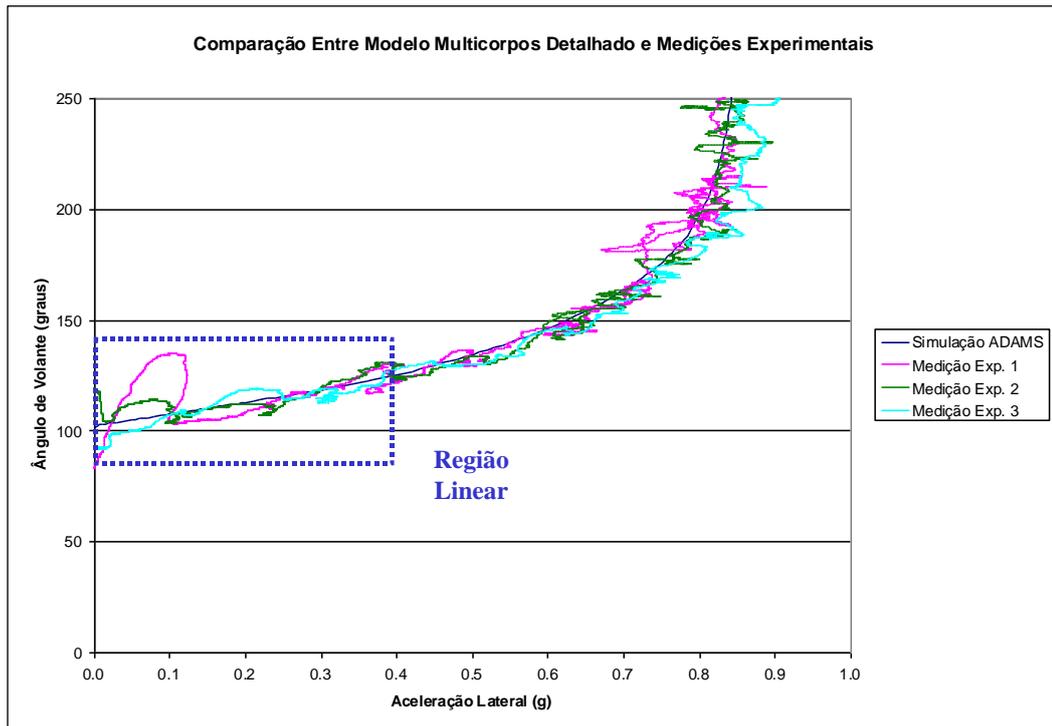


Figura 4.60 – Veículo 1 – Comparativo de Curvas de Ângulo Médio de Esterçamento dos Pneus x Aceleração Lateral calculados com Modelo Multicorpos Detalhado e Medições Experimentais

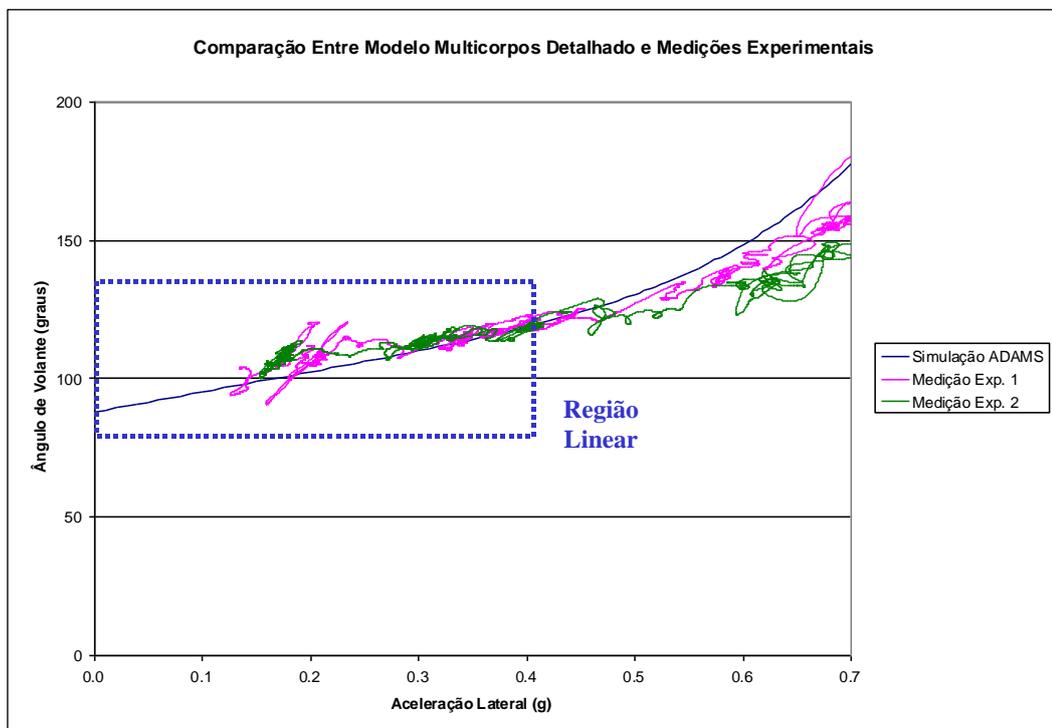


Figura 4.61 – Veículo 2 – Comparativo de Curvas de Ângulo Médio de Esterçamento dos Pneus x Aceleração Lateral calculados com Modelo Multicorpos Detalhado e Medições Experimentais

#### **4.3.11. Comparativos de Resultados de Gradiente de Esterçamento**

Os gradientes de esterçamento para os veículos 1 e 2 foram inicialmente calculados utilizando-se o modelamento analítico simplificado desenvolvido nos itens 4.3.1 até 4.3.3, denominado modelo A nas comparações a seguir. Na sequência, foram acrescentados os efeitos da consideração do braço pneumático (item 4.3.4 – denominado efeito B nas comparações a seguir), consideração da variação de carga vertical devida à aceleração radial (item 4.3.5 – denominado efeito C nas comparações a seguir), consideração da rigidez dos sistemas de suspensão e direção (item 4.3.6 – denominado efeito D nas comparações a seguir) e consideração da variação de esterçamento das rodas com o curso da suspensão (item 4.3.7 – denominado efeito E nas comparações a seguir). Estes efeitos foram acrescentados ao modelo básico um de cada vez, de forma a poder quantificar e entender melhor o efeito isolado de cada um destes fenômenos no resultado final de gradiente de esterçamento do modelo analítico. O comparativo entre os resultados experimental, modelo multicorpos detalhado e modelo analítico estão mostrados nas tabelas 4.9 e 4.10 e figuras 4.62 e 4.63.

Tabela 4.9 – Comparativo de Resultados de Gradiente de Esterçamento – Veículo 1

		K (graus/g)
	<b>Média Experimental</b>	<b>3.85</b>
A	Simulação Modelo Analítico	0.53
A+B	Simulação Modelo Analítico + Efeito do Braço Pneumático	0.66
A+B+C	Anterior + Variação de Carga Vertical Devida à Aceleração Radial	0.76
A+B+C+D	Anterior + Rigidez da Suspensão	2.71
A+B+C+D+E	Anterior + Var. de Esterç. Dianteira/Traseira	3.92
Multicorpos	Modelo Multicorpos Detalhado	3.54

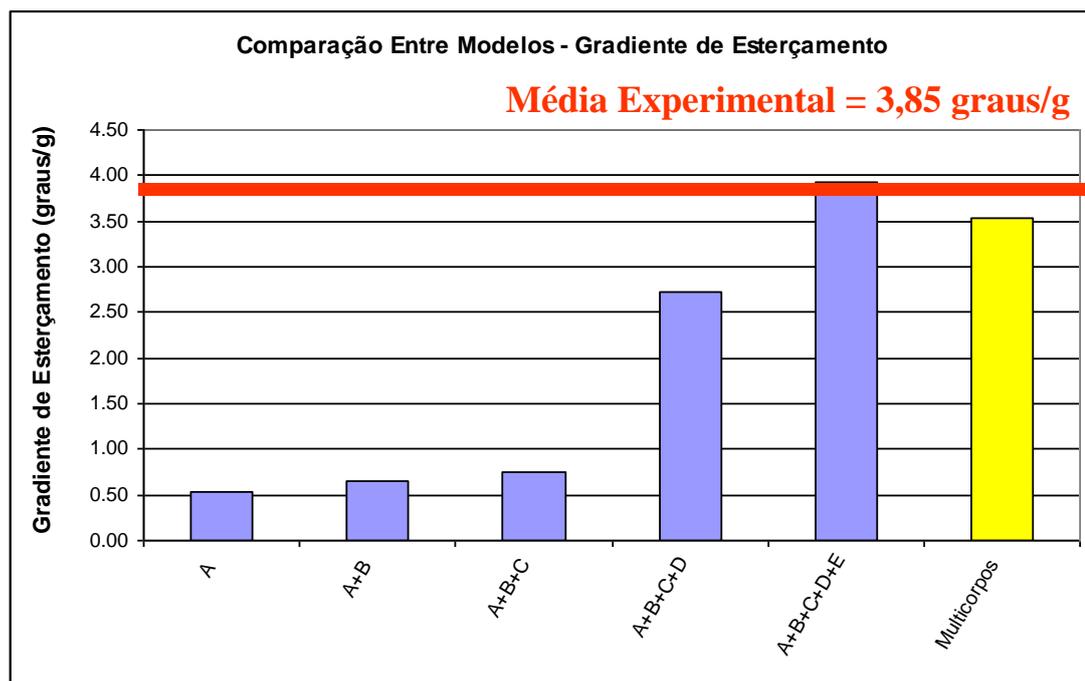


Figura 4.62 – Comparativo de Resultados de Gradiente de Esterçamento – Veículo 1

Tabela 4.10 – Comparativo de Resultados de Gradiente de Esterçamento – Veículo 2

		K (graus/g)
	<b>Média Experimental</b>	<b>4.03</b>
A	Simulação Modelo Analítico	1.16
A+B	Simulação Modelo Analítico + Efeito do Braço Pneumático	1.37
A+B+C	Anterior + Variação de Carga Vertical Devida à Aceleração Radial	1.49
A+B+C+D	Anterior + Rigidez da Suspensão	3.73
A+B+C+D+E	Anterior + Var. de Esterç. Dianteira/Traseira	4.04
<b>Multicorpos</b>	<b>Modelo Multicorpos Detalhado</b>	<b>3.63</b>

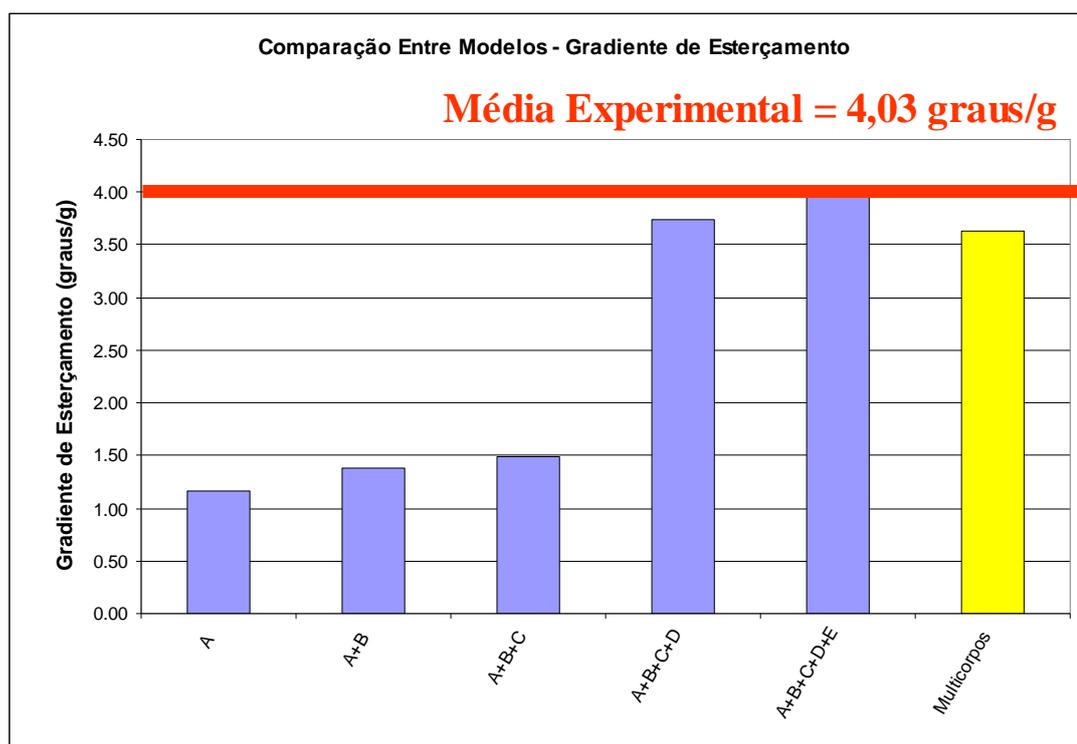


Figura 4.63 – Comparativo de Resultados de Gradiente de Esterçamento – Veículo 2

#### 4.4. Métrica de Sensibilidade de Esterçamento (*Steering Sensitivity*)

A sensibilidade de esterçamento é definida como a derivada da aceleração lateral atuante no centro de gravidade do veículo em relação ao ângulo de esterçamento de volante imposto ao mesmo. Este valor é avaliado usualmente em unidades de g/100 graus de ângulo de volante (a multiplicação por 100 tem o intuito de obter valores numéricos próximos de 1.0, mais fáceis de se trabalhar) e é obtido em testes físicos através de uma manobra de curva circular de raio constante com aumento lento e gradual de velocidade longitudinal (e aceleração lateral por consequência), buscando sempre manter uma situação de regime permanente durante a manobra. A definição da sensibilidade de esterçamento está mostrada na figura 4.64.

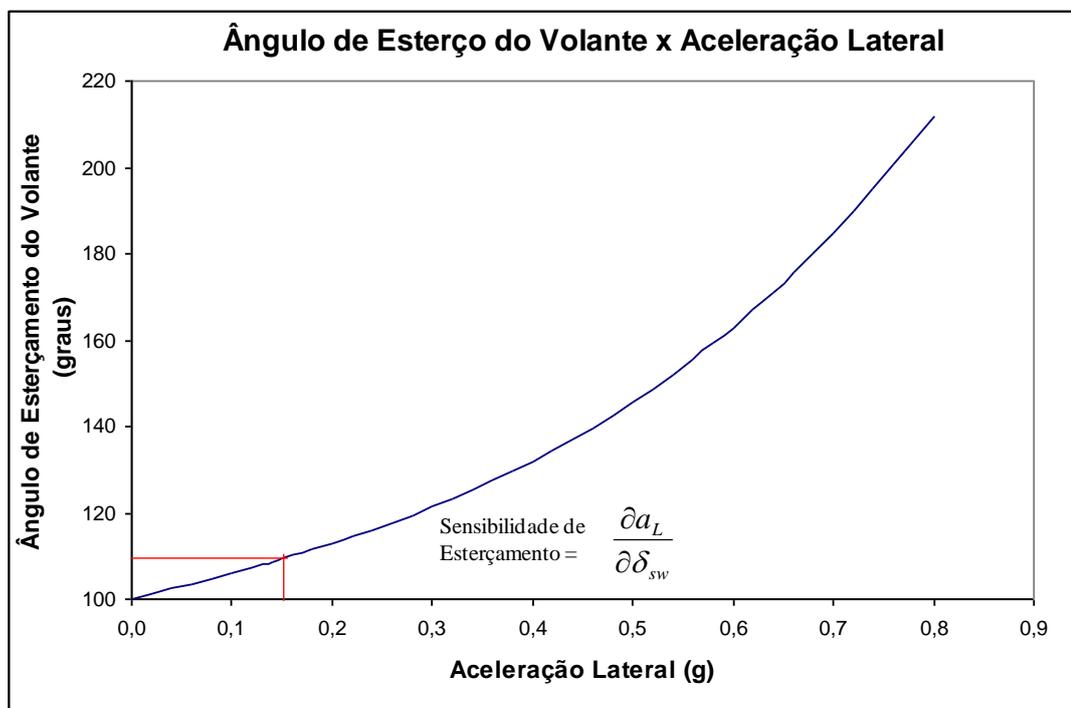


Figura 4.64 – Definição da Sensibilidade de Esterçamento (*Steering Sensitivity*)

Este parâmetro é uma medida do quanto o veículo responde a um ângulo de entrada no volante, sendo que valores maiores representam veículos mais sensíveis a excitações no volante, ou seja, um determinado valor de ângulo excitando o sistema proporciona maior aceleração lateral ao veículo. Valores baixos podem trazer uma sensação subjetiva de uma resposta “lenta” ou falta de resposta do veículo. Da mesma forma, valores muito altos de sensibilidade de esterçamento podem deixar o veículo com uma sensação subjetiva de uma resposta muito “rápida” ou difícil de controlar, pois pequenas perturbações no ângulo de volante já podem causar acelerações laterais no veículo, alterando sua trajetória. Assim sendo, o valor de sensibilidade de esterçamento objetivado para um determinado projeto depende muito da definição do público alvo do veículo e do tipo de sensação que se deseja proporcionar: um veículo mais rápido/agressivo ou um veículo mais lento/facilmente controlável.

Como foi mencionado anteriormente, esta característica está fortemente ligada ao gradiente de esterçamento, já que o valor da sensibilidade de esterçamento é basicamente o inverso do gradiente de esterçamento dividido pela relação entre os ângulos de esterçamento do volante e dos pneus, também conhecida como relação de direção. Em um primeiro momento, pode ser questionável o porquê da consideração de ambos parâmetros isoladamente, tendo em vista esta ligação tão forte entre os mesmos. Entre os motivos que demandam a avaliação desta característica isoladamente, podem ser citados:

- Apesar do fato de que a sensibilidade de esterçamento possa teoricamente sempre ser ajustada pela relação de direção para um dado ajuste de gradiente de esterçamento, isto nem sempre é possível devido a limitações de projeto, onde o mesmo sistema de direção tem de ser usado para uma vasta gama de variantes de um veículo sem modificações (é razoavelmente comum o mesmo sistema de direção ter de ser utilizado para variantes de veículos do tipo 3 portas, 5 portas, sedan e caminhonete de carga);
- Da mesma forma, caso se opte por trabalhar sempre na relação de direção para ajustar a sensibilidade de esterçamento, pode-se esbarrar em problemas com esforço de direção, em especial quando se trata de direções manuais (não-assistidas), onde o esforço em manobras de estacionamento torna-se especialmente crítico;
- Como quase sempre deverá existir um certo nível de compromisso entre os valores finais obtidos para o gradiente de esterçamento e a sensibilidade de esterçamento, é interessante colocar os dois objetivos nas rotinas de otimização numérica que serão propostas adiante no trabalho, de forma que estas rotinas sempre levem em consideração ambas características simultânea e independentemente.

#### 4.4.1. Relação de Direção

A relação de direção é a razão entre o ângulo aplicado pelo motorista no volante e o ângulo médio obtido nas rodas, conforme mostrado na expressão (4.111). Trata-se de uma função cinemática do sistema conjunto de suspensão e direção. Para veículos com suspensão tipo Mc Pherson e direção tipo pinhão-cremalheira, a relação de direção tende a cair com o curso do volante. De toda forma, este efeito de variação na relação de direção somente se torna importante para grandes ângulos de esterçamento (em geral maiores que 90 graus no volante), ou seja, fora da faixa de interesse para manobras dinâmicas – a figura 4.65 mostra como é a variação típica na relação de direção para um veículo com suspensão Mc Pherson e direção pinhão-cremalheira.

$$r_{dir} = \frac{\partial \delta_{vol}}{\partial \delta} \quad (4.111)$$

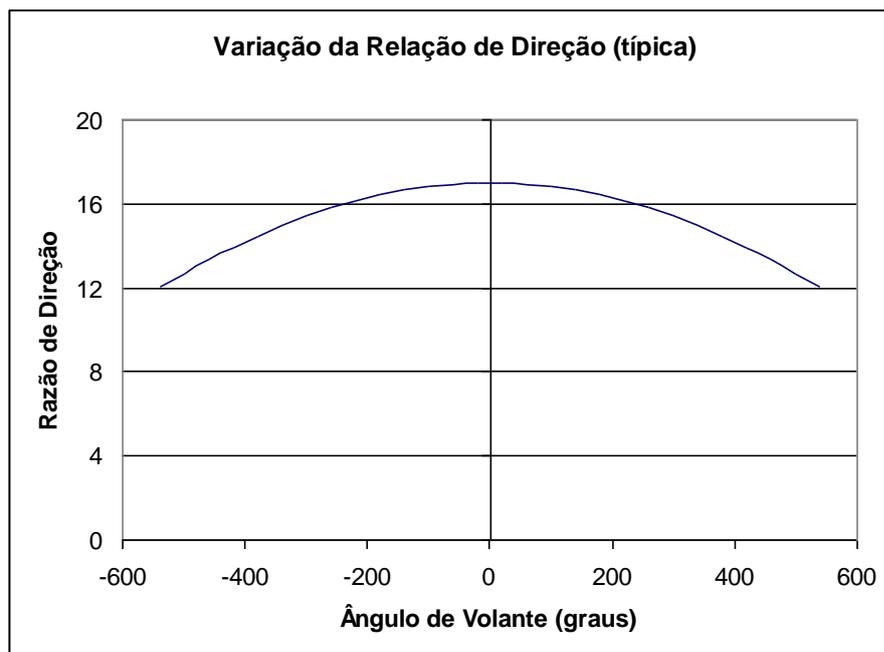


Figura 4.65 – Variação Típica da Relação de Direção

Com estas considerações, torna-se bastante razoável para os objetivos deste trabalho considerar a relação de direção como sendo constante e igual ao valor em torno do ângulo de volante 0 graus.

#### 4.4.2. Sensibilidade de Esterçamento

Utilizando a consideração de relação de direção  $r_{dir}$  constante, a expressão para se obter a sensibilidade de esterçamento fica em função do inverso do gradiente de esterçamento, conforme a equação (4.112), sendo que o resultado é dado em unidade de  $[(m/s^2)/rad]$ .

$$K_s = \frac{\partial a_L}{\partial \delta_{vol}} = \frac{\partial a_L}{\partial \delta} \frac{\partial \delta}{\partial \delta_{vol}} = \frac{1}{K} \frac{1}{r_{dir}} \quad (4.112)$$

#### 4.4.3. Medições Experimentais de Sensibilidade de Esterçamento

Para a obtenção dos resultados de experimentais de sensibilidade de esterçamento, foram utilizadas as mesmas medições de gradiente de esterçamento descritas no item 4.3.6, aplicando-se a equação (4.112). Para o veículo 1, a relação de direção  $r_{dir}$  é igual a 17,0 e para o veículo 2,  $r_{dir} = 15,5.6$ .

As tabelas 4.11 e 4.12 mostram os resultados experimentais para os veículos 1 e 2 respectivamente, já utilizando a unidade usual em g's de aceleração lateral por 100 graus de ângulo de volante.

Tabela 4.11 – Sensibilidade de Esterçamento do Veículo 1 – Med. Experimentais

	Ks (g/100 graus vol)	R <sup>2</sup>
Medição Experimental 1	1.30	0.82
Medição Experimental 2	1.58	0.65
Medição Experimental 3	1.79	0.79
<b>Média Experimental</b>	<b>1.55</b>	-
<b>Desvio Padrão Experimental</b>	<b>0.25</b>	-

Tabela 4.12 – Sensibilidade de Esterçamento do Veículo 2 – Med. Experimentais

	Ks (g/100 graus vol)	R <sup>2</sup>
Medição Experimental 1	1.44	0.68
Medição Experimental 2	1.75	0.91
<b>Média Experimental</b>	<b>1.59</b>	-
<b>Desvio Padrão Experimental</b>	<b>0.21</b>	-

#### 4.4.4. Comparativos de Resultados de Sensibilidade de Esterçamento

Assim como procedido com as medições experimentais, os resultados de gradiente de esterçamento calculados com o modelo multicorpos detalhado no item 4.3.7 foram convertidos em sensibilidade de esterçamento através da aplicação da equação (4.112). O comparativo entre os resultados experimental, modelo multicorpos detalhado e modelo analítico, seguindo os mesmos passos de refinamento trabalhados para o gradiente de esterçamento no item 4.3.8, estão mostrados nas tabelas 4.13 e 4.14 e figuras 4.66 e 4.67 para os veículos 1 e 2 respectivamente.

Tabela 4.13 – Comparativo de Resultados de Sensibilidade de Esterçamento – Veículo 1

		Sensibilidade Esterçamento (g/100° Vol)
	<b>Média Experimental</b>	<b>1.55</b>
A	Simulação Modelo Analítico	11.17
A+B	Simulação Modelo Analítico + Efeito do Braço Pneumático	8.95
A+B+C	Anterior + Variação de Carga Vertical Devida à Aceleração Radial	7.75
A+B+C+D	Anterior + Rigidez da Suspensão	2.17
A+B+C+D+E	Anterior + Var. de Esterç. Dianteira/Traseira	1.50
Multicorpos	<b>Modelo Multicorpos Detalhado</b>	<b>1.66</b>

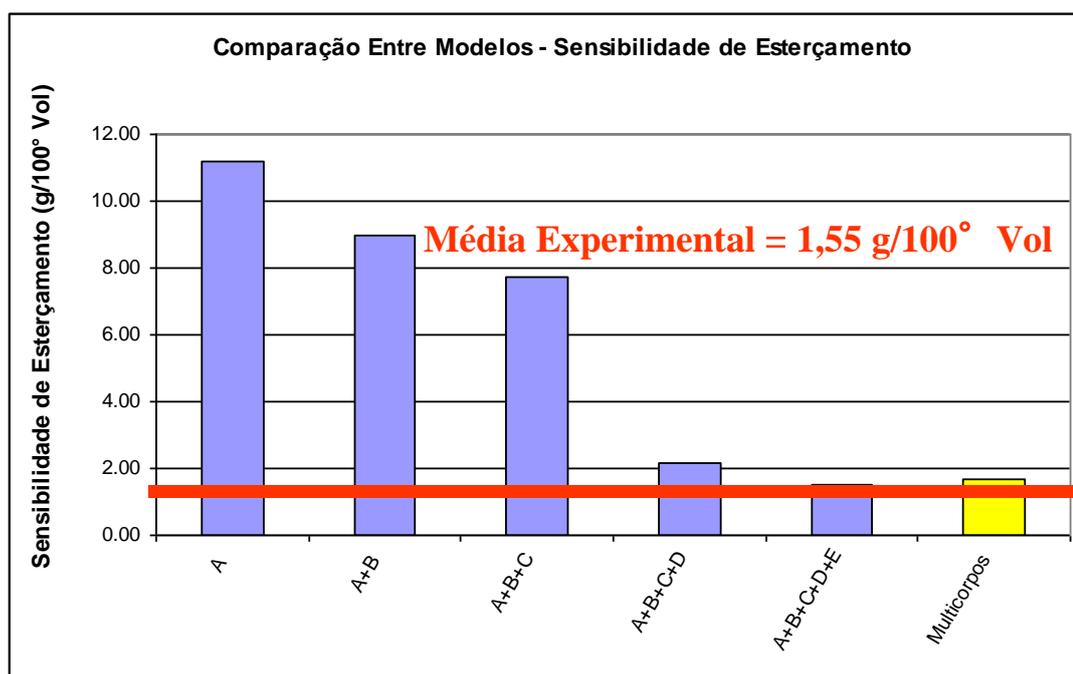


Figura 4.66 – Comparativo de Resultados de Sensibilidade de Esterçamento – Veículo 1

Tabela 4.14 – Comparativo de Resultados de Sensibilidade de Esterçamento – Veículo 2

		Sensibilidade Esterçamento (g/100° Vol)
	<b>Média Experimental</b>	<b>1.59</b>
A	Simulação Modelo Analítico	5.49
A+B	Simulação Modelo Analítico + Efeito do Braço Pneumático	4.63
A+B+C	Anterior + Variação de Carga Vertical Devida à Aceleração Radial	4.26
A+B+C+D	Anterior + Rigidez da Suspensão	1.71
A+B+C+D+E	Anterior + Var. de Esterç. Dianteira/Traseira	1.58
<b>Multicorpos</b>	<b>Modelo Multicorpos Detalhado</b>	<b>1.76</b>

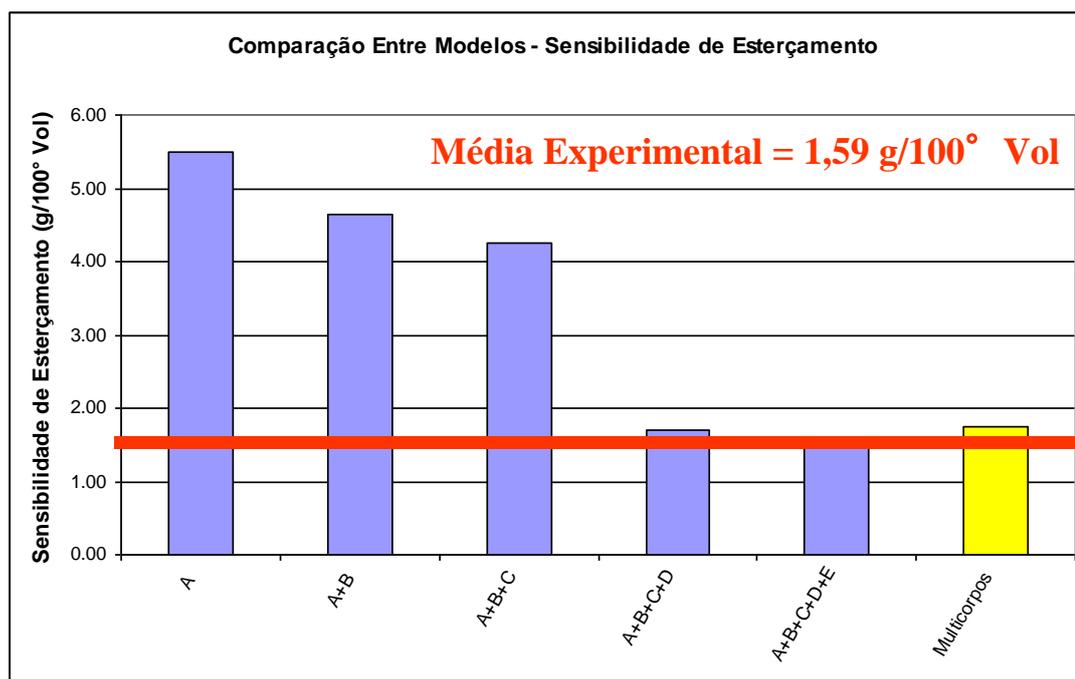


Figura 4.67 – Comparativo de Resultados de Sensibilidade de Esterçamento – Veículo 2

## 4.5. Métrica de Pico de Gradiente de Rolagem (*Peak Roll Gradient*)

Quando se avalia a dinâmica da resposta do gradiente de rolagem do veículo variando-se a frequência de excitação do volante (resposta harmônica para uma excitação tipo senoidal no volante), percebe-se que o mesmo se comporta como um sistema de segunda ordem, atingindo um pico máximo de resposta de rolagem numa dada frequência de excitação. A razão entre este valor de pico dinâmico de gradiente de rolagem e o valor em condição de regime permanente ou quase-estático é uma grandeza adimensional, que é obtida em testes físicos através de uma manobra de excitação senoidal do ângulo de volante com velocidade longitudinal constante, variando-se a frequência de excitação do volante de forma a cobrir a faixa de frequências onde o motorista consegue trabalhar – uma faixa partindo da condição quase-estática (ou  $\omega = 0$ ) até uma frequência de excitação de volante em torno de 4 Hz já cobre a faixa possível de excitação por um motorista humano. A definição do pico de gradiente de rolagem está mostrada na figura 4.68.

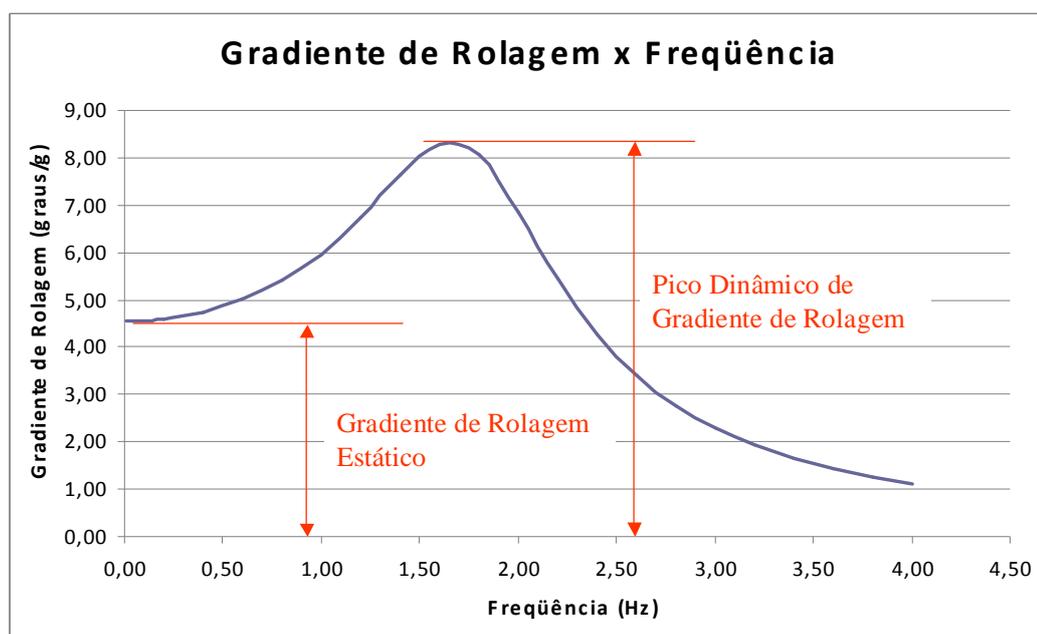


Figura 4.68 – Definição do Pico do Gradiente de Rolagem (*Peak Roll Gradient*)

A razão adimensional entre este valor de pico dinâmico de gradiente de rolagem e o valor em condição de regime permanente ou quase-estático, conforme mostrado na figura 4.68, é uma medida do quanto o veículo varia a sua resposta de rolagem em função da frequência de excitação aplicada ao volante. Valores mais baixos (mais próximos de 1,0) são melhores percebidos subjetivamente pelos usuários, por proporcionarem uma resposta mais homogênea, independentemente da frequência de excitação aplicada ao volante. Por outro lado, valores muito altos podem causar uma sensação de não-linearidade (veículo responde de maneira diferente a uma mesma excitação, dependendo da frequência aplicada) e, dependendo do caso, podem até mesmo afetar a segurança do veículo ou a sensação de segurança do mesmo, por conta da resposta de rolagem do veículo ultrapassar um patamar onde o veículo seja controlável pelo usuário ou traga a sensação subjetiva de estar saindo fora de controle. Neste último caso, veículos com valores de gradiente de rolagem quase-

estático mais elevados têm uma limitação maior para o valor desta razão dinâmica de pico, de forma a evitar situações que possam comprometer a segurança do usuário.

Esta característica está fortemente ligada, como será visto adiante no equacionamento da resposta em frequência, à calibração da rigidez e amortecimento das suspensões dianteira e traseira. Na grande maioria dos casos, existe um conflito entre o conforto vibracional desejado e o pico dinâmico do gradiente de rolagem que deve ser balanceado para um determinado veículo, tornando a aplicação de otimização conjunta dos dois parâmetros bastante interessante do ponto de vista de projeto.

#### **4.5.1. Resposta Harmônica de um Sistema Massa-Mola-Amortecedor**

A resposta de rolagem do veículo para uma excitação periódica no volante se assemelha muito à resposta de um sistema de segunda ordem do tipo massa-mola-amortecedor. Desta forma, a aplicação dos conceitos desenvolvidos neste tipo de modelo bastante conhecido é bastante interessante para a obtenção da resposta de rolagem do veículo.

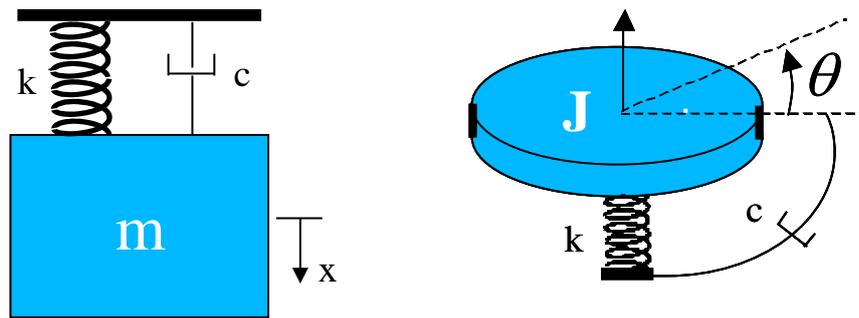


Figura 4.69 – Sistema Massa-Mola-Amortecedor Simples sem Excitação Externa e Sistema Torcional Equivalente

A figura 4.69 mostra um sistema do tipo massa-mola-amortecedor sem excitação externa, sendo que a sua equação característica é definida na equação (4.113) abaixo, onde  $x$  é o deslocamento linear da massa.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (4.113)$$

Para este sistema, podem ser definidos a frequência natural não-amortecida  $\omega_n$ , o fator de amortecimento  $\zeta$  e a frequência natural amortecida  $\omega_d$ , conforme mostrado nas equações (4.114) a (4.116).

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (4.114)$$

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{k.m}} \quad (4.115)$$

$$\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2} . \omega_n \quad (4.116)$$

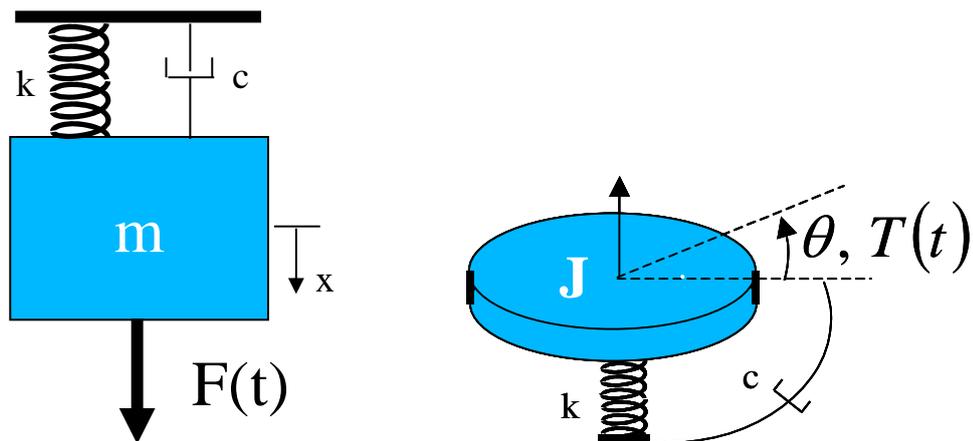


Figura 4.70 – Sistema Massa-Mola-Amortecedor Simples com Excitação Externa e Sistema Torcional Equivalente

A figura 4.70 mostra o mesmo sistema, agora sob a ação de uma excitação externa  $F(t)$ . No caso em que  $F(t)$  é uma excitação periódica do tipo  $F(t) = F_0 \cos(\omega t)$ , a resposta do sistema em termos de ganho  $X(\omega)$  e fase  $\phi$  pode ser descrita conforme mostrado nas equações (4.117) a (4.122).

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (4.117)$$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \cos(\omega t) \quad (4.118)$$

$$x(t) = X(\omega) \cos(\omega t - \phi) \quad (4.119)$$

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} \quad (4.120)$$

$$X(\omega) = \left| \frac{F_0}{k} \right| \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (4.121)$$

$$\phi(\omega) = \arctan\left(\frac{2\zeta r}{1-r^2}\right) \quad (4.122)$$

#### 4.5.2. Resposta de Rolagem do Veículo para Excitação Periódica

A condição de avaliação da resposta de rolagem do veículo para excitação periódica corresponde ao caso particular desenvolvido anteriormente no item 4.1.4, onde as equações (4.48) e (4.53) descreviam os resultados simplificados do TMA para a rotação em torno do eixo local ao veículo  $x'$  e do TMB para a translação no eixo local  $y'$ , como segue:

$$\sum M_{CG,x}^{ext} = J_x \ddot{\theta} \quad (4.48)$$

$$\sum F_y = M a_L \quad (4.53)$$

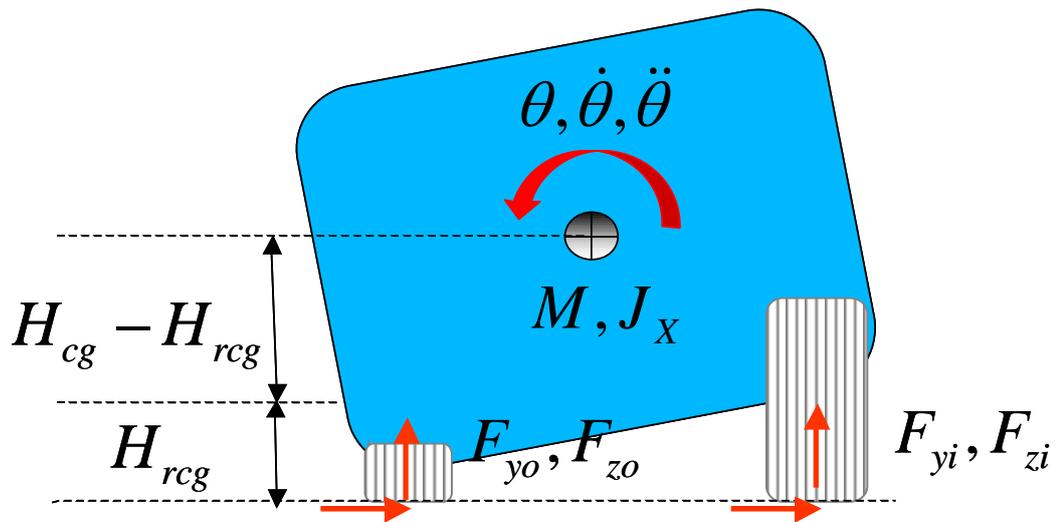


Figura 4.71 – Forças atuando na Rolagem do Veículo

A figura 4.71 mostra os parâmetros envolvidos na rolagem do veículo, onde  $F_{yi}$  e  $F_{yo}$  são as forças laterais geradas pelos pneus do lado interno e externo da curva respectivamente e  $F_{zi}$  e  $F_{zo}$  as forças verticais (rigidez e amortecimento) transmitidas pelas suspensões do lado interno e externo da curva respectivamente.

Os momentos externos em torno do eixo  $x'$  são devidos a estas forças verticais de rigidez e amortecimento das suspensões dianteira e traseira e às forças laterais provenientes dos pneus. A rigidez e amortecimento das suspensões podem ser explicitados em termos de momentos em função de  $\theta$  através dos termos  $K_T$  e  $C_T$  em função dos parâmetros das suspensões dianteira e traseira, enquanto a somatória das forças laterais da equação (4.53) entra no cálculo como um momento de braço ( $H_{cg} - H_{rcg}$ ). Desta forma, aplicando-se estes valores na equação (4.48) obtém-se uma equação diferencial de segunda ordem em  $\theta$  com termos constantes completamente análoga à da resposta forçada do sistema massa-mola-amortecedor da equação (4.117) aplicada a um sistema do tipo massa-mola-amortecedor torcional (ilustrado

no lado direito da figura 4.69). Considerando-se uma excitação externa do tipo

$a_L = A_{L0} \cos(\omega t)$ , obtém-se então:

$$J_x \ddot{\theta} - C_T \dot{\theta} - K_T \theta = -M(H_{cg} - H_{rcg})a_L \quad (4.123)$$

Utilizando então esta analogia e o equacionamento básico desenvolvido no item 4.5.1, obtém-se:

$$\theta(t) = \theta(\omega) \cos(\omega t - \phi) \quad (4.124)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_T}{J_x}} \quad (4.125)$$

$$\zeta = \frac{C_T}{2\sqrt{K_T \cdot J_x}} \quad (4.126)$$

$$\theta(\omega) = \frac{M(H_{cg} - H_{rcg})a_L(\omega)}{K_T} \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (4.127)$$

Aplicando-se a definição de resposta em frequência de um sistema em relação a uma

entrada como sendo  $G(\omega) = \frac{\text{saída}(\omega)}{\text{entrada}(\omega)}$  em conjunto com a definição do gradiente

de rolagem na condição quase-estática (4.66), pode-se tirar o seguinte resultado para o gradiente de rolagem na resposta em frequência:

$$G_{roll}(\omega) = \frac{\theta(\omega)}{a_L(\omega)} = \frac{M(H_{cg} - H_{rcg})}{K_T} \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (4.128)$$

A frequência de pico de resposta de gradiente de rolagem é obtida minimizando-se o denominador  $\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}$ . Pode-se obter os valores de  $r_{pico}$  e  $\omega_{pico}$  para o pico de resposta de rolagem em frequência então ao igualar a zero derivada desta expressão em  $r$ , como segue:

$$r_{pico} : \left( \sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2} \right)' = 0 \rightarrow (1 - 2r^2 + r^4 + 4\zeta^2 r^2)' = 0$$

$$(4\zeta^2 - 2)2r_{pico} + 4r_{pico}^3 = 0$$

$$r_{pico} = \sqrt{1 - 2\zeta^2} \quad (4.129)$$

$$r_{pico} = \frac{\omega_{pico}}{\omega_n} \rightarrow \omega_{pico} = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} \quad (4.130)$$

Substituindo-se o resultado de (4.129) na expressão (4.128), obtém-se então o resultado do pico de gradiente de rolagem  $K_{roll,pico}$ :

$$K_{roll,pico} = \frac{M(H_{cg} - H_{rcg})}{K_T} \frac{1}{2\sqrt{\zeta^2 - \zeta^4}} \quad (4.131)$$

Finalmente, a razão entre os valores de pico de gradiente de rolagem em frequência e gradiente de rolagem em frequência quase-estático  $R_{roll}$  pode então ser calculada como:

$$R_{roll} = \frac{1}{2\sqrt{\zeta^2 - \zeta^4}} \quad (4.132)$$

### 4.5.3. Cálculo de Resposta de Rolagem em Frequência com Modelo Multicorpos Detalhado

Para a correta caracterização experimental da resposta em frequência do veículo experimentalmente são necessários equipamentos que garantam uma excitação senoidal no ângulo de volante (usualmente um robô ou outro tipo de atuador acoplado ao volante), de forma a evitar perturbações que prejudiquem a análise dos dados amostrados ou deturpem a qualidade dos mesmos. Como estes equipamentos não estavam disponíveis quando da ocasião da aquisição dos dados dos veículos 1 e 2, optou-se neste trabalho por fazer o comparativo dos resultados dos modelos analíticos propostos com os resultados do modelo multicorpos detalhado para efeitos de comparação e validação das hipóteses adotadas no modelamento analítico. As características do modelo multicorpos detalhado são as mesmas descritas no item

4.2.5, e o resultado da resposta de rolagem em frequência foi obtido através de uma manobra com excitação harmônica de aceleração lateral no centro de gravidade do veículo com amplitude constante e frequência variando de 0,2 Hz até 4,0 Hz, mantendo velocidade longitudinal constante de 100 km/h. As figuras 4.72 e 4.73 mostram os resultados obtidos com os modelos multicorpos detalhados para os veículos 1 e 2 respectivamente.

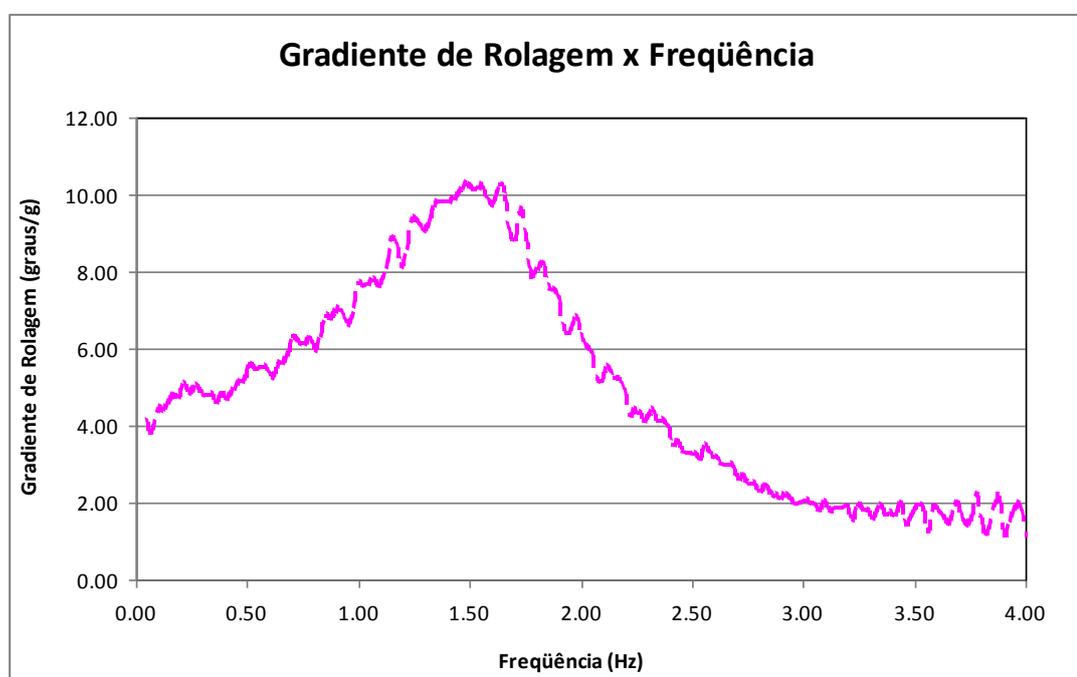


Figura 4.72 – Veículo 1 – Resposta de Gradiente de Rolagem em Frequência calculada com Modelo Multicorpos Detalhado

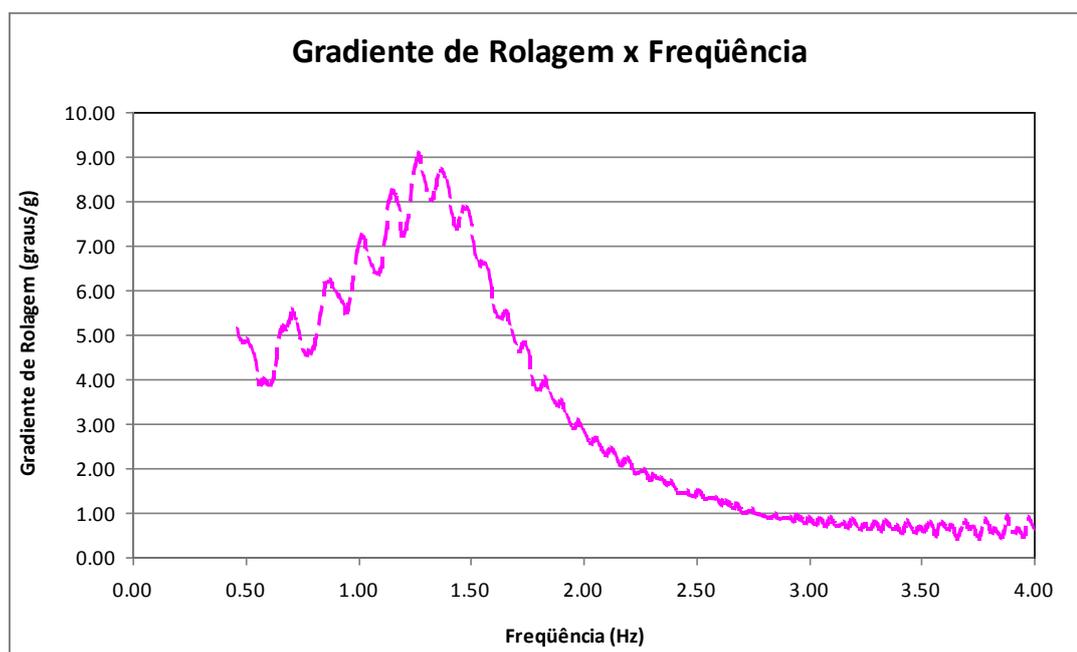


Figura 4.73 – Veículo 2 – Resposta de Gradiente de Rolagem em Frequência calculada com Modelo Multicorpos Detalhado

Percebe-se no caso do veículo 2 uma resposta mais ruidosa do modelo multicorpos detalhado, sendo que o resultado do mesmo divergiu para frequências inferiores a 0,5 Hz – por este motivo, neste caso será considerada apenas a faixa de resposta entre 0,5 Hz e 4,0 Hz.

#### 4.5.4. Comparativos de Resultados de Resposta de Rolagem em Frequência

Os resultados de resposta de gradiente rolagem em frequência para os veículos 1 e 2 foram calculados utilizando-se o modelamento analítico desenvolvido no item 4.5.2. O comparativo os resultados deste modelo analítico para o pico de gradiente de

rolagem  $K_{roll,pico}$  e a razão  $R_{roll}$  entre os valores de pico de gradiente de rolagem em frequência e gradiente de rolagem em frequência quase-estático estão mostrados nas tabelas 4.15 e 4.16, sendo que as figuras 4.74 e 4.75 mostram a comparação dos valores de variação de  $K_{roll}$  na frequência.

Tabela 4.15 – Comparativo de Resultados de Resposta de Rolagem em Frequência – Veículo 1

	Modelo Analítico	Multicorpos Detalhado	Diferença %
Pico de Gradiente de Rolagem (graus/g)	10.21	10.27	-0.6%
Razão Pico/Estático de Gradiente de Rolagem	2.24	2.24	0.1%
Frequência de Pico de Resposta (Hz)	1.71	1.49	15.1%

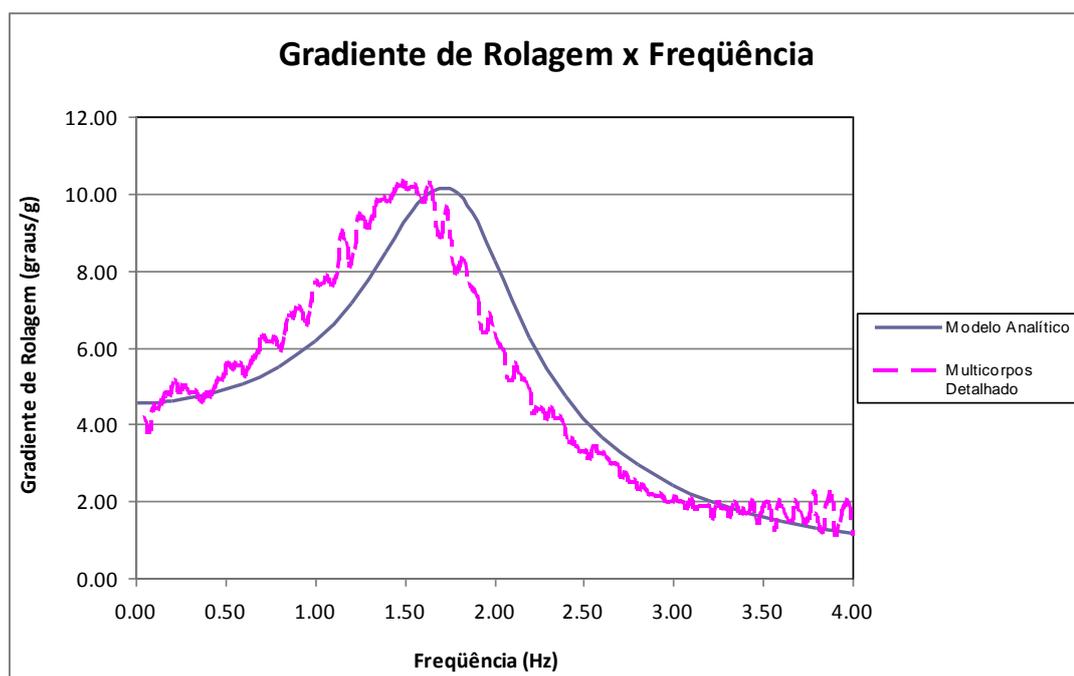


Figura 4.74 – Comparativo de Resultados de Resposta de Rolagem em Frequência – Veículo 1

Tabela 4.16 – Comparativo de Resultados de Resposta de Rolagem em Frequência – Veículo 2

	Modelo Analítico	Multicorpos Detalhado	Diferença %
Pico de Gradiente de Rolagem (graus/g)	8.99	9.08	-1.0%
Razão Pico/Estático de Gradiente de Rolagem	1.35	1.52	-11.1%
Frequência de Pico de Resposta (Hz)	1.19	1.27	-6.7%

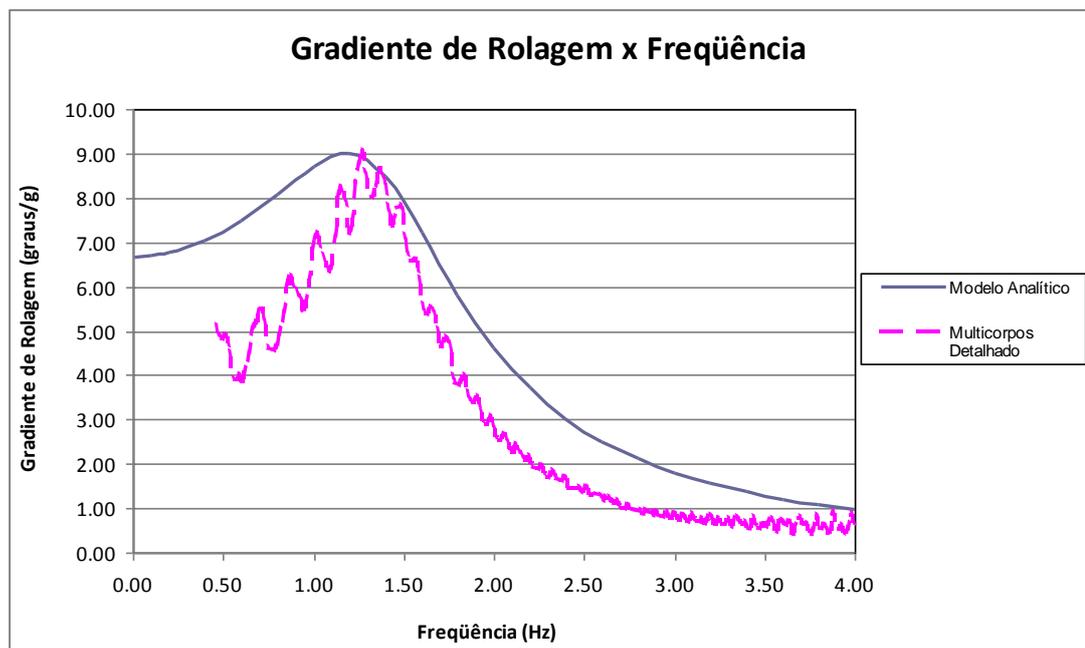


Figura 4.75 – Comparativo de Resultados de Resposta de Rolagem em Frequência – Veículo 2

## **4.6. Métrica de Resposta de Aceleração Lateral do Veículo para Excitação Periódica**

Quando se avalia a resposta dinâmica de aceleração lateral do veículo variando-se a frequência de excitação do volante (resposta harmônica para uma excitação tipo senoidal no volante), percebe-se que o mesmo exibe um comportamento de redução da magnitude de resposta de aceleração lateral gerada pela excitação no ângulo de volante. Com o aumento da frequência desta excitação, ocorrerá um valor mínimo, após o que ela volta a crescer. O limite de resposta plana de aceleração lateral é definido como sendo o valor em frequência onde existe uma redução da sensibilidade de esterçamento que é notado pela maioria dos motoristas. Esta variação é verificada em testes físicos através de uma manobra de excitação senoidal do ângulo de volante com velocidade longitudinal constante. A faixa de frequência de interesse para a excitação do volante precisa varrer as frequências onde o motorista consegue trabalhar – partindo-se da condição quase-estática (ou  $\omega = 0$ ) até uma frequência de excitação de volante em torno de 4 Hz já é possível cobrir a faixa de excitação atingível por um motorista humano.

Limites maiores de resposta plana têm avaliação subjetiva mais positiva por parte dos usuários, por proporcionarem uma resposta mais homogênea, independentemente da frequência de excitação aplicada ao volante. Por outro lado, valores muito baixos podem causar uma sensação de não-linearidade acentuada por conta do veículo responder menos em termos de aceleração lateral ao ser excitado no volante em

frequências mais elevadas. A situação onde o motorista excite o volante na região próxima à frequência onde o ganho de sensibilidade de esterçamento é próximo de nulo não é desejável, pois nesta região o veículo responde muito menos aos comandos do usuário (gera muito menos aceleração lateral por ângulo de volante) e, por conseguinte, pode não conseguir seguir o trajeto desejado pelo motorista. Com estas considerações, é sempre objetivado maximizar o limite de resposta plana de aceleração lateral, de forma a afastar esta faixa de ganhos reduzidos da faixa habitual de excitação do volante pelos usuários.

#### **4.6.1. Formulação da Resposta de Aceleração Lateral do Veículo para Excitação Periódica**

Assim como no caso da resposta de rolagem do veículo, a resposta de aceleração lateral para excitação periódica corresponde ao caso particular desenvolvido anteriormente no item 4.1.4. As equações (4.46) e (4.50) descreviam os resultados simplificados do TMB para a translação no eixo local ao veículo  $y'$  e do TMA para a rotação em torno do eixo local  $z'$  ao se desconsiderar dos termos de ordem superior, como segue:

$$M a_y = \sum F_y + MR\Omega^2 + 2M\dot{\theta}\dot{z} - 2M\Omega\dot{x} \quad (4.46)$$

$$\sum M_{CG,z}^{ext} = J_z \dot{\Omega} \quad (4.50)$$

Repassando o que foi demonstrado no item 4.1.4, tem-se que  $\dot{z}$  é apenas função do ângulo de rolagem  $\theta$  por conta de não haver irregularidades de pista neste caso particular, obtendo-se então:

$$M a_y = \sum F_y + MR\Omega^2 - 2M\dot{\theta}(H_{cg} - H_{rcg})\dot{\theta} - 2MR\Omega^2 \quad (4.51)$$

Simplificando novamente a expressão acima desconsiderando-se o termo de ordem superior em  $\dot{\theta}$ , obtém-se então:

$$\sum F_y = M(a_y + R\Omega^2) \quad (4.52)$$

Com a consideração de que a aceleração lateral relativa (referencial do veículo) é nula para este caso particular ( $a_y = 0$ ), obtém-se:

$$\sum F_y = M a_L \quad (4.53)$$

$$\text{onde:} \quad a_L = R\Omega^2 = \frac{V_x^2}{R} \quad (4.54)$$

Neste caso porém, diferentemente do caso particular de regime quase-estático, tem-se que a derivada do ângulo de escorregamento  $\beta$  no tempo não é nula. Desta forma, é necessário incluir este termo na relação entre o raio de curvatura e a velocidade longitudinal do veículo, como segue:

$$\frac{1}{R} = \frac{d(\beta + \int \Omega)}{dS} \quad \text{e} \quad V_x = \frac{dS}{dt}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{(\dot{\beta} + \Omega)}{V_x} \quad (4.133)$$

Aplicando o resultado da equação (4.133) na equação (4.36) desenvolvida no item 4.1.3, obtém-se então:

$$a_L = \frac{V_x^2}{R} = V_x^2 \frac{(\dot{\beta} + \Omega)}{V_x} = V_x (\dot{\beta} + \Omega) \quad (4.134)$$

O resultado de (4.134) pode ser usado na determinação dos ângulos de escorregamento  $\alpha_f$  e  $\alpha_r$ . Desta forma, obtém-se:

$$\alpha_f = -\beta + \delta - \frac{b}{R} \quad \rightarrow \quad \alpha_f = -\beta + \delta - \frac{b}{V_x^2} a_L \quad (4.135)$$

$$\alpha_r = -\beta + \frac{c}{R} \quad \rightarrow \quad \alpha_r = -\beta + \frac{c}{V_x^2} a_L \quad (4.136)$$

Utilizando-se estes resultados em conjunto com a equação (4.53) e as equações (4.79) e (4.80), que relacionam a força lateral externa gerada pelo pneu com o ângulo de escorregamento  $\alpha$  e o coeficiente de rigidez lateral do pneu  $C_\alpha$ , obtém-se:

$$F_{ext,yf} = 2C_{\alpha f} \alpha_f = 2C_{\alpha f} \left( -\beta + \delta - \frac{b}{V_x^2} a_L \right) \quad (4.137)$$

$$F_{ext,yr} = 2C_{\alpha r} \alpha_r = 2C_{\alpha r} \left( -\beta + \frac{c}{V_x^2} a_L \right) \quad (4.138)$$

$$M a_L = 2C_{\alpha f} \left( -\beta + \delta - \frac{b}{V_x^2} a_L \right) + 2C_{\alpha r} \left( -\beta + \frac{c}{V_x^2} a_L \right) \quad (4.139)$$

Pode-se então reagrupar a equação (4.139) com a definição dos termos auxiliares  $A_1$  e  $A_2$ , isolando  $\beta$  na sequência, como segue:

$$A_1 = M + \frac{2}{V_x^2} (C_{\alpha f} b - C_{\alpha r} c) \quad (4.140)$$

$$A_2 = 2(C_{\alpha f} + C_{\alpha r}) \quad (4.141)$$

$$A_1 a_L + A_2 \beta = 2C_{\alpha f} \delta \quad (4.142)$$

$$\beta = \frac{2C_{af}\delta - A_1 a_L}{A_2} \quad (4.143)$$

A velocidade angular  $\Omega$  pode ser isolada na equação (4.134). Derivando o resultado no tempo, obtém-se:

$$a_L = V_x(\dot{\beta} + \Omega) \rightarrow \Omega = \frac{a_L}{V_x} - \dot{\beta} \rightarrow \dot{\Omega} = \frac{\dot{a}_L}{V_x} - \ddot{\beta} \quad (4.144)$$

Aplicando (4.144) em (4.50), obtém-se então:

$$J_z \dot{\Omega} = \sum M_{CG,z}^{ext} \rightarrow J_z \left( \frac{\dot{a}_L}{V_x} - \ddot{\beta} \right) = b F_{yf} - c F_{yr} \quad (4.145)$$

Aplicando os resultados de (4.137) e (4.138) em (4.145):

$$J_z \left( \frac{\dot{a}_L}{V_x} - \ddot{\beta} \right) = 2(c C_{ar} - b C_{af})\beta - \frac{2}{V_x^2} (b^2 C_{af} + c^2 C_{ar}) a_L + 2b C_{af} \delta \quad (4.146)$$

Pode-se então definir termos auxiliares  $A_3$  e  $A_4$  e reagrupar a equação (4.146):

$$A_3 = \frac{2}{V_x^2} (b^2 C_{af} + c^2 C_{ar}) \quad (4.147)$$

$$A_4 = 2(bC_{cf} - cC_{cr}) \quad (4.148)$$

$$\frac{J_z}{V_x} \dot{a}_L + A_3 a_L - J_z \ddot{\beta} + A_4 \beta = 2bC_{cf} \delta \quad (4.149)$$

A equação (4.143) pode ser derivada no tempo também, obtendo-se:

$$\beta = \frac{2C_{cf}\delta - A_1 a_L}{A_2} \rightarrow \dot{\beta} = \frac{2C_{cf}\dot{\delta} - A_1 \dot{a}_L}{A_2} \rightarrow \ddot{\beta} = \frac{2C_{cf}\ddot{\delta} - A_1 \ddot{a}_L}{A_2} \quad (4.150)$$

Fazendo-se a substituição de (4.143) e (4.150) em (4.149):

$$\frac{J_z}{V_x} \dot{a}_L + A_3 a_L - J_z \left( \frac{2C_{cf}\ddot{\delta} - A_1 \ddot{a}_L}{A_2} \right) + A_4 \left( \frac{2C_{cf}\delta - A_1 a_L}{A_2} \right) = 2bC_{cf} \delta$$

$$\frac{A_1}{A_2} J_z \ddot{a}_L + \frac{J_z}{V_x} \dot{a}_L + \left( A_3 - \frac{A_1 A_4}{A_2} \right) a_L = 2C_{cf} \left( b - \frac{A_4}{A_2} \right) \delta + \frac{2C_{cf} J_z}{A_2} \ddot{\delta} \quad (4.151)$$

Lembrando que a excitação no volante é periódica neste caso, ela pode ser definida como uma amplitude  $\Delta_{vol}$  multiplicada por um co-seno em uma frequência  $\omega$ . O ângulo de esterçamento médio dos pneus pode ser relacionado com o ângulo de volante através da relação de direção  $r_{dir}$ :

$$\delta = \frac{\delta_{vol}}{r_{dir}} = \frac{\Delta_{vol}}{r_{dir}} \cos(\omega t) \quad (4.152)$$

Derivando-se duas vezes no tempo a equação (4.152), obtém-se:

$$\dot{\delta} = -\omega \frac{\Delta_{vol}}{r_{dir}} \text{sen}(\omega t) \rightarrow \ddot{\delta} = -\omega^2 \frac{\Delta_{vol}}{r_{dir}} \cos(\omega t) \rightarrow \ddot{\delta} = -\omega^2 \delta \quad (4.153)$$

Pode-se então substituir (4.153) em (4.151):

$$\frac{A_1}{A_2} J_z \ddot{a}_L + \frac{J_z}{V_x} \dot{a}_L + \left( A_3 - \frac{A_1 A_4}{A_2} \right) a_L = 2 C_{of} \left( b - \frac{A_4}{A_2} \right) \delta - \frac{2 C_{of} J_z}{A_2} \omega^2 \delta$$

$$\frac{A_1}{A_2} J_z \ddot{a}_L + \frac{J_z}{V_x} \dot{a}_L + \left( A_3 - \frac{A_1 A_4}{A_2} \right) a_L = 2 C_{of} \left( b - \frac{(A_4 + J_z \omega^2)}{A_2} \right) \delta \quad (4.154)$$

A equação (4.154) obtida é uma equação diferencial de segunda ordem em  $a_L$  e é também análoga à da resposta forçada do sistema massa-mola-amortecedor da equação (4.117) desenvolvida no item 4.5.1, com os seguintes pontos em destaque:

- A variável básica  $a_L$  desta equação (4.154) tem grandeza aceleração e não grandeza de deslocamento como no caso da resposta do sistema massa-mola-amortecedor simples. Desta forma, este sistema também poderia ser entendido como uma resposta de 4ª ordem de deslocamento. Como porém o deslocamento

não é importante para o que se deseja obter de resultado aqui, o sistema da equação (4.154) será trabalhado de forma análoga ao sistema massa-mola-amortecedor para a resolução de  $a_L$ , levando em consideração que as grandezas dos termos que multiplicam as derivadas de  $a_L$ , apesar de continuarem constantes em função dos parâmetros do veículo e velocidade longitudinal do mesmo, neste caso não são mais representadas em termos de massa, amortecimento e rigidez;

- O multiplicador obtido para o ângulo médio de excitação dos pneus  $\delta$  neste caso não é constante, mas uma função da frequência de excitação.

Desta forma, pode-se definir novas variáveis auxiliar  $A_5$  até  $A_8$ , obtendo-se então:

$$A_5 = \frac{A_1}{A_2} J_z \quad (4.155)$$

$$A_6 = \frac{1}{V_x} J_z \quad (4.156)$$

$$A_7 = A_3 - \frac{A_1 A_4}{A_2} \quad (4.157)$$

$$A_8 = 2C_{\alpha f} \left( b - \frac{(A_4 + J_z \omega^2)}{A_2} \right) \quad (4.158)$$

$$A_5 \ddot{a}_L + A_6 \dot{a}_L + A_7 a_L = A_8 \delta \quad (4.159)$$

Assim, o termo  $A_5$  tem unidade de  $[\text{kg.m.s}^2]$ ,  $A_6$  tem unidade de  $[\text{kg.m.s}]$ ,  $A_7$  tem unidade de  $[\text{kg.m}]$  e  $A_8$  unidade de  $[\text{N.m}]$ . Seguindo a analogia do sistema massa-mola-amortecedor simples para resolução deste sistema, ainda podem ser definidos:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{A_7}{A_5}} \quad (4.160)$$

$$\zeta = \frac{A_6}{2\sqrt{A_7 A_5}} \quad (4.161)$$

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} \quad (4.162)$$

Da definição de resposta em frequência de um sistema, tem-se que

$G(\omega) = \frac{\text{saída}(\omega)}{\text{entrada}(\omega)}$ . Desta forma, utilizando-se o ângulo de esterçamento como

entrada e a aceleração lateral no CG do veículo como saída, a sensibilidade de

esterçamento na frequência fica então determinada como sendo:

$$G_s(\omega) = \left| \frac{A_8}{A_7} \right| \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} \quad (4.163)$$

O resultado da equação (4.163) em unidade de  $[(m/s^2)/rad]$  tem o comportamento mostrado na figura 4.76 quando se varia a frequência de excitação do ângulo de volante. Pela formulação aqui desenvolvida, existe um valor de frequência de excitação onde o ganho de sensibilidade de esterçamento é nulo, ou seja, excitações do volante nesta frequência não causam aceleração lateral no veículo. Este valor de frequência é o que anula o termo  $A_5$ , como segue:

$$b - \frac{(A_4 + J_z \omega_{nulo}^2)}{A_2} = 0 \rightarrow \omega_{nulo} = \sqrt{\frac{bA_2 - A_4}{J_z}} \quad (4.164)$$

Finalmente, pode-se substituir no equacionamento prévio de (4.133) até (4.164) os termos  $C_{cf}$  e  $C_{cr}$  pelos termos  $C'_{cf}$  e  $C'_{cr}$  definidos em (4.110) para se considerar os efeitos de variação do gradiente de esterçamento com o momento auto-alinhante, a influência da rigidez dos sistema de suspensão e direção do veículo no gradiente de esterçamento e a variação da carga vertical por roda devida à aceleração radial.

#### **4.6.2. Limite de Resposta Plana de Aceleração Lateral (*Lateral Acceleration Bandwidth*)**

O limite de resposta plana de aceleração lateral, ou *lateral acceleration bandwidth* como é conhecido o termo em inglês, é definido como sendo o valor em frequência onde existe uma redução da sensibilidade de esterçamento que é notada pela maioria

dos motoristas – neste trabalho será adotado o valor proposto por Kunkel e Leffert (1988) de 3 dB de redução para definir este limite. A definição do limite de resposta plana de aceleração lateral está mostrada na figura 4.76.

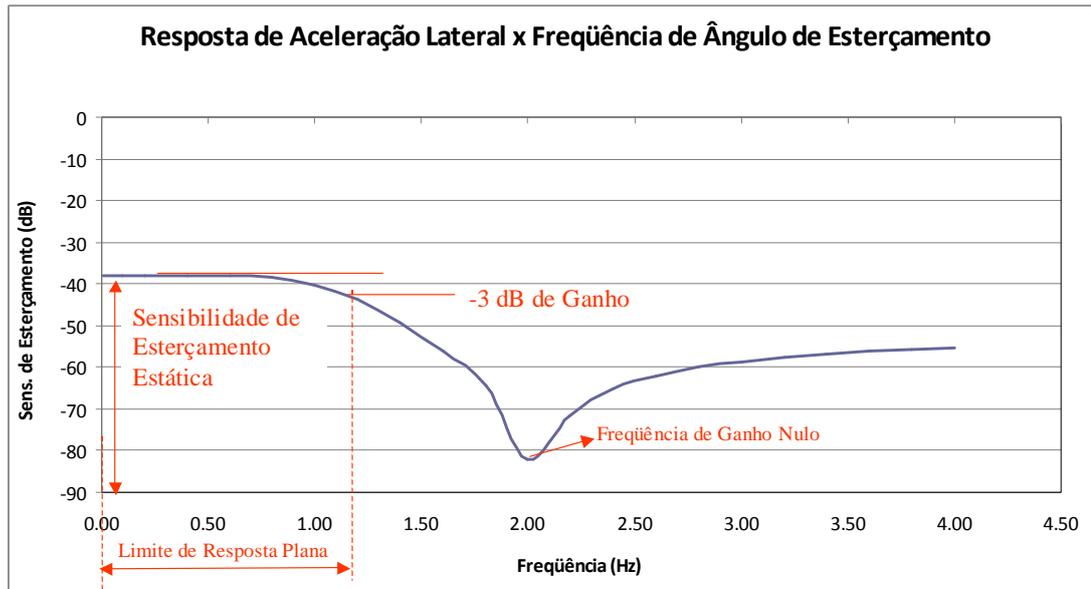


Figura 4.76 – Definição do Limite de Resposta Plana de Aceleração Lateral (*Lateral Acceleration Bandwidth*)

Pela definição de ganho dB, tem-se que:

$$-3dB = 20\log_{10}\left(\frac{G_s}{G_s|_{\omega=0}}\right) \quad (4.165)$$

Desta forma:

$$10^{-0,15} = \frac{G_s}{G_s|_{\omega=0}} \rightarrow G_s = 10^{-0,15} G_s|_{\omega=0} \quad (4.166)$$

Substituindo o resultado da equação (4.163) na equação (4.166), obtém-se:

$$\frac{2C_{cf} \left( b - \frac{(A_4 + J_z \omega^2)}{A_2} \right)}{A_7} \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} = 10^{-0,15} \frac{2C_{cf} \left( b - \frac{A_4}{A_2} \right)}{A_7}$$

$$\left[ b - \frac{(A_4 + J_z \omega^2)}{A_2} \right] = 10^{-0,15} \left( b - \frac{A_4}{A_2} \right) \sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}$$

$$\left[ \left( b - \frac{A_4}{A_2} \right) - \frac{J_z \omega^2}{A_2} \right] = 10^{-0,15} \left( b - \frac{A_4}{A_2} \right) \sqrt{\left( 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right)^2 + \left( 2\zeta \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right) \right)^2}$$

$$10^{0,15} \left[ 1 - \frac{J_z \omega^2}{A_2 \left( b - \frac{A_4}{A_2} \right)} \right] = \sqrt{\left( 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right)^2 + \left( 2\zeta \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right) \right)^2}$$

$$10^{0,3} \left[ 1 - \frac{J_z \omega^2}{(A_2 b - A_4)} \right]^2 = \left( 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right)^2 + \left( 2\zeta \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right) \right)^2$$

$$10^{0,3} \left[ 1 - \frac{2J_z \omega^2}{(A_2 b - A_4)} + \frac{J_z^2 \omega^4}{(A_2 b - A_4)^2} \right] = 1 - \frac{2\omega^2}{\omega_n^2} + \frac{\omega^4}{\omega_n^4} + 4\zeta^2 \frac{\omega^2}{\omega_n^2}$$

$$\left[ \frac{10^{0,3} J_z^2}{(A_2 b - A_4)^2} - \frac{1}{\omega_n^4} \right] \omega^4 + \left[ \frac{(2 - 4\zeta^2)}{\omega_n^2} - \frac{2 \cdot 10^{0,3} J_z}{(A_2 b - A_4)} \right] \omega^2 + (10^{0,3} - 1) = 0 \quad (4.167)$$

A equação (4.167) pode ser resolvida como uma equação de segundo grau em  $\omega^2$ , sendo que a sua raiz positiva é o limite de resposta plana  $\omega_{plana}$ . Pode-se definir mais três variáveis auxiliares  $A_9$ ,  $A_{10}$  e  $A_{11}$  para auxiliar a formulação neste caso:

$$A_9 = \left[ \frac{10^{0,3} J_z^2}{(A_2 b - A_4)^2} - \frac{1}{\omega_n^4} \right] \quad (4.168)$$

$$A_{10} = \left[ \frac{(2 - 4\zeta^2)}{\omega_n^2} - \frac{2 \cdot 10^{0,3} J_z}{(A_2 b - A_4)} \right] \quad (4.169)$$

$$A_{11} = 10^{0,3} - 1 \quad (4.170)$$

$$\omega_{plana}^2 = \frac{-A_{10} - \sqrt{A_{10}^2 - 4A_9 A_{11}}}{2A_9} \quad (4.171)$$

Como pode ser visualizado na figura 4.76, o valor do limite de resposta plana é dependente do valor da frequência de ganho nulo  $\omega_{nulo}$  (sendo que valores maiores deste parâmetro aumentam o limite de resposta plana) e também da atenuação da curva de ganho de aceleração lateral (uma menor atenuação aumenta o limite de

reposta plana), sendo que o valor de  $\omega_{plana}$  leva estes dois fenômenos em consideração simultaneamente.

### **4.6.3. Cálculo de Resposta de Aceleração Lateral em Frequência com Modelo Multicorpos Detalhado**

Para a correta caracterização experimental da resposta em frequência do veículo experimentalmente são necessários equipamentos que garantam uma excitação senoidal no ângulo de volante (usualmente um robô ou outro tipo de atuador acoplado ao volante), de forma a evitar perturbações que prejudiquem a análise dos dados amostrados ou deturpem a qualidade dos mesmos. Como estes equipamentos não estavam disponíveis quando da ocasião da aquisição dos dados dos veículos 1 e 2, optou-se neste trabalho por fazer o comparativo dos resultados dos modelos analíticos propostos com os resultados do modelo multicorpos detalhado para efeitos de comparação e validação das hipóteses adotadas no modelamento analítico. As características do modelo multicorpos detalhado são as mesmas descritas no item 4.2.5, e o resultado da resposta de aceleração lateral em frequência foi obtido através de uma manobra de excitação harmônica do volante com amplitude constante e frequência variando de 0,2 Hz até 4,0 Hz, mantendo velocidade longitudinal constante de 100 km/h. As figuras 4.77 e 4.78 mostram os resultados obtidos com os modelos multicorpos detalhados para os veículos 1 e 2 respectivamente.

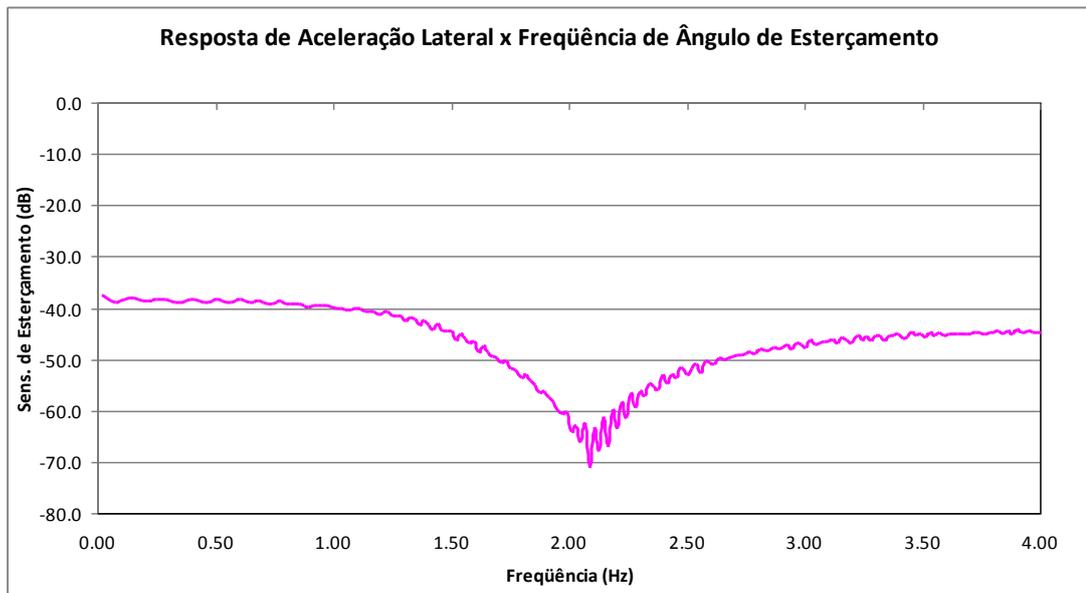


Figura 4.77 – Veículo 1 – Resposta de Gradiente de Aceleração Lateral em Frequência calculada com Modelo Multicorpos Detalhado

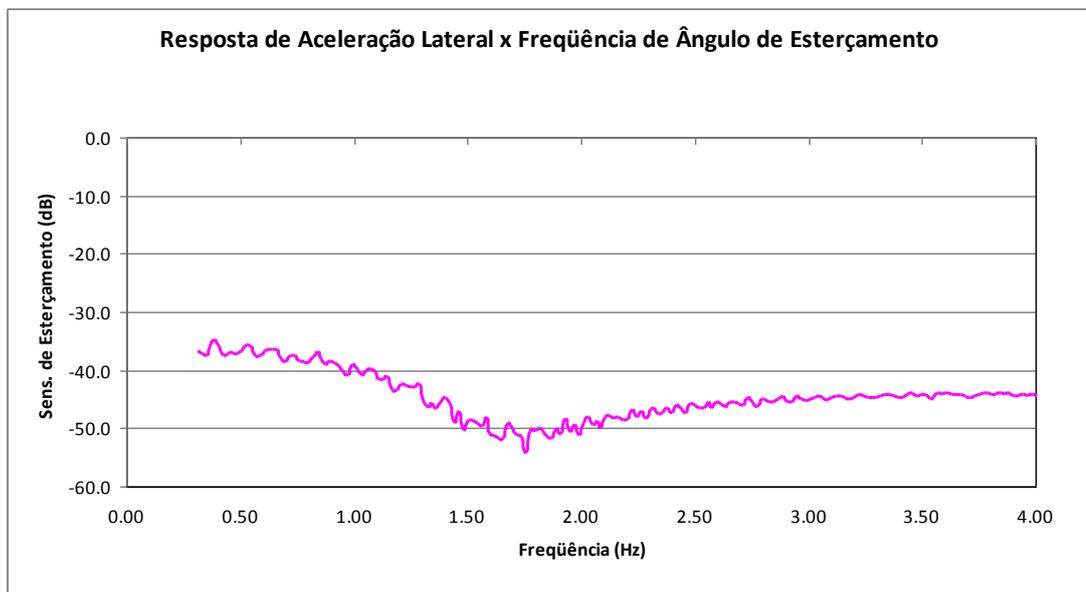


Figura 4.78 – Veículo 2 – Resposta de Gradiente de Rolagem em Frequência calculada com Modelo Multicorpos Detalhado

#### 4.6.4. Comparativos de Resultados de Resposta de Aceleração

##### Lateral em Frequência

Os resultados de resposta de aceleração lateral em frequência para os veículos 1 e 2 foram calculados utilizando-se o modelamento analítico desenvolvido nos itens 4.6.1 e 4.6.2. O comparativo entre os resultados do modelo multicorpos detalhado e modelo analítico para os valores de limite de resposta plana de aceleração lateral  $\omega_{plana}$  estão mostrados nas tabelas 4.17 e 4.18, sendo que as figuras 4.79 a 4.82 mostram a variação de  $K_s$  na frequência.

Tabela 4.17 – Comparativo de Resultados de Resposta de Aceleração Lateral em Frequência – Veículo 1

	Modelo Analítico	Multicorpos Detalhado	Diferença Absoluta	Diferença %
Limite de Resposta Plana (-3 dB) de Aceleração Lateral (Hz)	1.53	1.35	0.18	13.5%
Frequência de Ganho Nulo (Hz)	2.04	2.09	-0.05	-2.4%

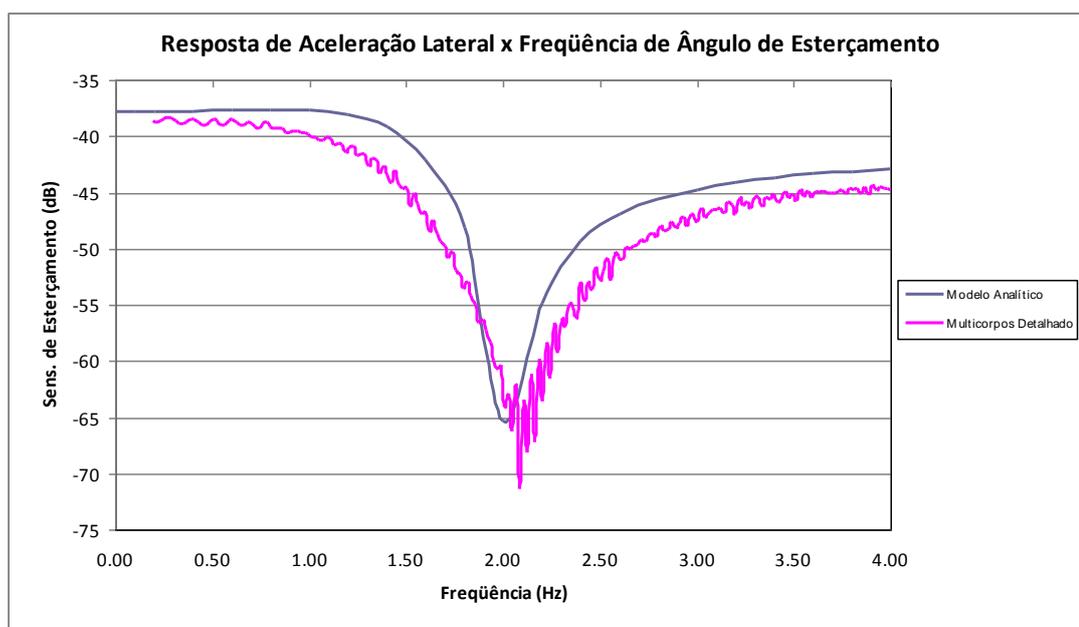


Figura 4.79 – Comparativo de Resultados de Resposta de Aceleração Lateral (dB) em Frequência – Veículo 1

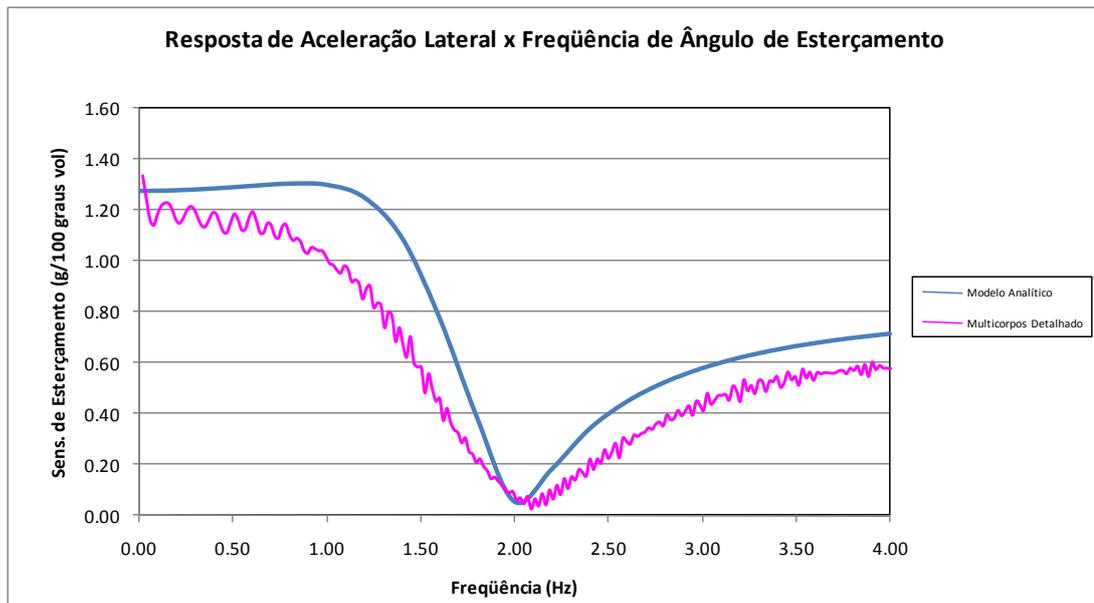


Figura 4.80 – Comparativo de Resultados de Resposta de Aceleração Lateral (linear) em Frequência – Veículo 1

Tabela 4.18 – Comparativo de Resultados de Resposta de Aceleração Lateral em Frequência – Veículo 2

	Modelo Analítico	Multicorpos Detalhado	Diferença Absoluta	Diferença %
Limite de Resposta Plana (-3 dB) de Aceleração Lateral (Hz)	1.38	1.17	0.21	17.6%
Frequência de Ganho Nulo (Hz)	1.81	1.76	0.05	2.9%

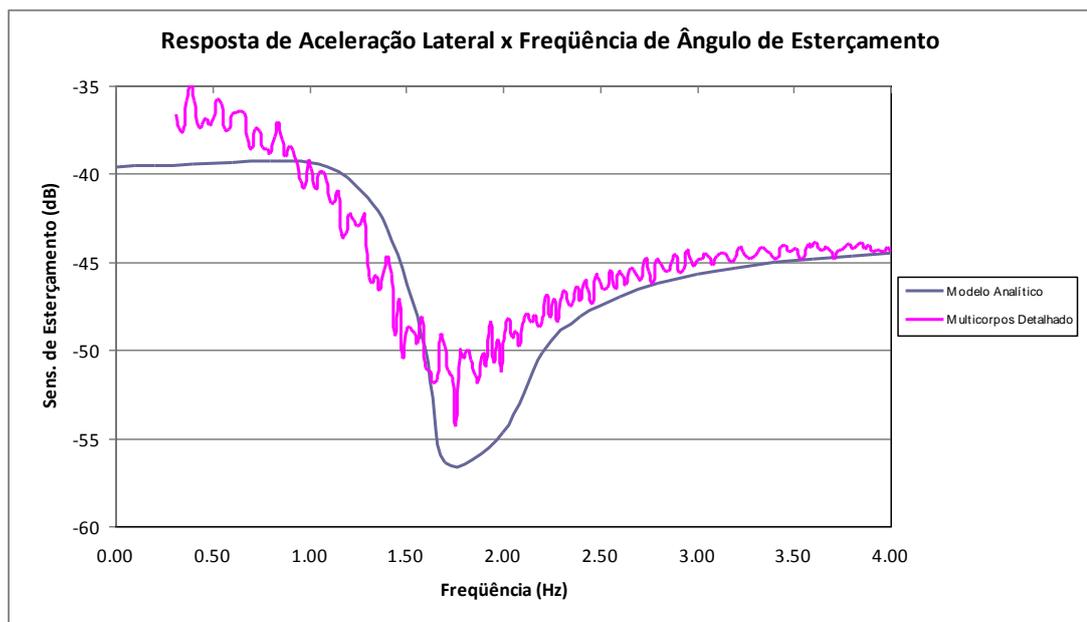


Figura 4.81 – Comparativo de Resultados de Resposta de Aceleração Lateral (dB) em Frequência – Veículo 2

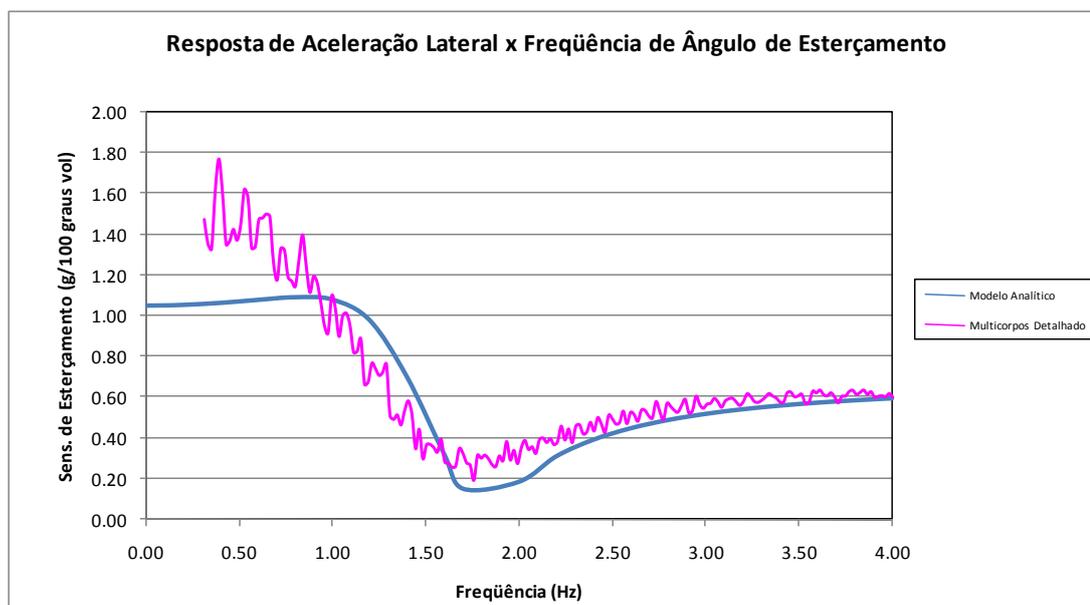


Figura 4.82 – Comparativo de Resultados de Resposta de Aceleração Lateral (linear) em Frequência – Veículo 2

#### 4.6.5. Sensibilidade da Resposta de Aceleração Lateral em Frequência para a Velocidade Longitudinal

O modelo aqui desenvolvido deixa explícita a dependência da resposta de aceleração lateral do veículo em frequência em termos de sensibilidade de esterçamento com relação à velocidade longitudinal do veículo. Para entender um pouco melhor esta dependência, o comportamento do veículo 1 foi estudado variando-se a velocidade longitudinal de 10 m/s (36 km/h) até 50 m/s (180 km/h) e a figura 4.83 mostra os resultados deste estudo.

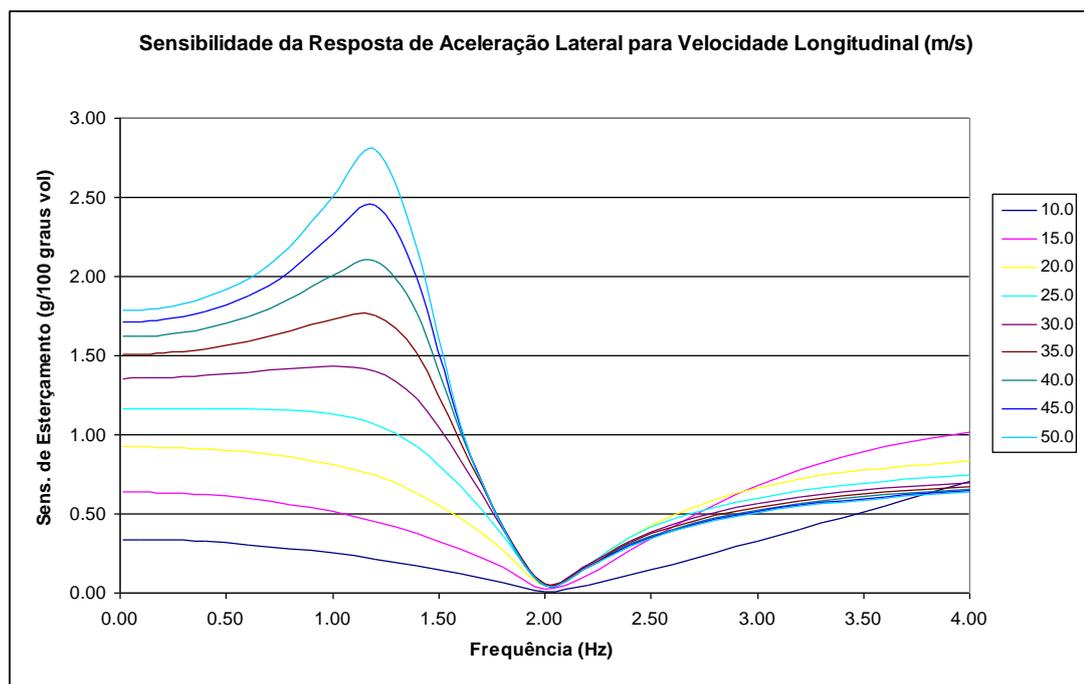


Figura 4.83 – Comparativo de Resultados de Resposta de Aceleração Lateral em Frequência do Veículo 1 variando-se a Velocidade Longitudinal

Percebe-se dois efeitos principais nestes resultados:

- A sensibilidade de esterçamento estática tende a ficar mais alta para velocidades longitudinais maiores – isto se deve ao fato de que o parâmetro  $A_1$  definido na equação (4.140) tem um dos seus termos com uma dependência quadrática em relação à velocidade longitudinal  $V_x$  do veículo.
- Em adição a este efeito, para velocidades longitudinais maiores, o pico de ressonância da resposta em torno de  $\omega_n$  definido na equação (4.160) é amplificado, pois o amortecimento da resposta que é oriundo do termo  $A_6$

definido pela equação (4.156) é inversamente proporcional à velocidade longitudinal  $V_x$  do veículo.

Uma análise de local das raízes (“*root locus*” na terminologia em inglês) da resposta de aceleração lateral em frequência mostra estes mesmos efeitos na figura 4.84.

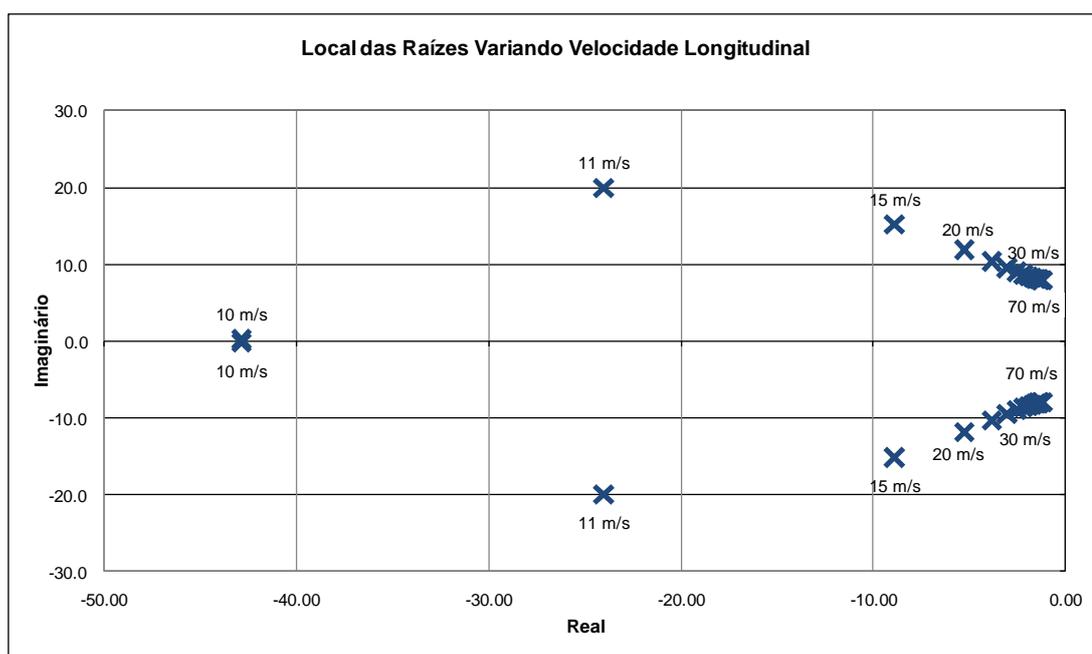


Figura 4.84 – Análise do Local das Raízes da Resposta de Aceleração Lateral em Frequência do Veículo 1 variando-se a Velocidade Longitudinal

Para o motorista, o efeito perceptível é um aumento da sensibilidade de esterçamento do veículo em velocidades longitudinais mais altas, deixando o veículo mais “nervoso”, além de uma não-linearidade maior com relação à frequência de excitação do volante (aumento do pico de ressonância em torno de  $\omega_n$ ), tornando o veículo mais difícil de controlar por este motivo. Para veículos com apelo mais esportivo e/ou que possam desenvolver velocidades longitudinais mais altas torna-se importante por este motivo uma verificação desta resposta de aceleração lateral no limite de velocidade longitudinal atingível pelo mesmo.

#### 4.6.6. Comparação de Resposta Modal dos Modelos Analíticos com Modelo Multicorpos Detalhado

Uma maneira alternativa de se verificar a validade das comparações entre modelo analítico lateral e modelo analítico de rolagem com a varredura em frequência mostradas nos itens 4.6.4 e 4.5.4 é comparar as frequências modais obtidas através do modelo multicorpos detalhado. O software ADAMS<sup>®</sup>, empregado neste trabalho para as análises dos modelos multicorpos detalhados, permite ao usuário obter uma resposta modal do modelo em qualquer instante de tempo. Esta ferramenta discrimina somente os modos que estão sendo excitados no instante em que é solicitada a solução modal. Foi utilizada uma excitação do tipo pulso no volante, onde se espera excitar os modos de interesse. Os resultados de distribuição percentual de energia cinética em cada direção da carroceria do veículo são mostrados na tabela 4.19.

Tabela 4.19 – Comparativo de Resultados de Resposta Modal do Modelo Multicorpos Detalhado com Modelos Analíticos – Veículo 1

Modelo Analítico	Freq. Modelo Analítico (Hz)	Varredura em Freq. ADAMS (Hz)	Freq. Modal ADAMS (Hz)	Distribuição Percentual de Energia Cinética no Modo por Direção (ADAMS)								
				X	Y	Z	RXX	RYY	RZZ	RXY	RXZ	RYZ
Rolagem	1.71	1.49	1.50	0.5	14.6	2.4	68.9	0.8	9.1	0.2	3.4	0.0
Lateral	1.66	não identificado	1.80	0.0	42.6	0.9	50.1	0.0	4.2	0.0	2.0	0.0

A resposta da resolução modal do modelo multicorpos detalhado confirma a frequência apontada na varredura em frequência. A comparação da frequência do modelo analítico de rolagem conforme mostrado nas figuras 4.72 e 4.74 resulta numa diferença de 15% como já mostrado anteriormente na tabela 4.15.

Dentre os modos identificados na resolução modal com o modelo multicorpos detalhado, o que apresenta maior contribuição na direção lateral (1,80 Hz) se compara com a frequência natural da resolução analítica (1,66 Hz), resultando em uma diferença relativa de 8%. Estes resultados em conjunto com a comparação das curvas de resposta (figuras 4.79 e 4.80) mostra uma boa correlação do modelo analítico desenvolvido com relação ao modelo multicorpos mais detalhado.

## **4.7. Conclusões Sobre os Modelos de Cálculo das Métricas de Dirigibilidade**

Os modelos analíticos desenvolvidos nos itens 4.2 a 4.6, apesar de serem bastante simplificados, mostraram-se capazes de atingir um nível de precisão compatível com aquilo que é necessário para viabilizar sua aplicação para fins de otimização.

No caso das métricas de gradiente de rolagem (item 4.2), gradiente de esterçamento (item 4.3) e sensibilidade de esterçamento (item 4.4), estão disponíveis resultados de diferentes medições experimentais feitas no mesmo veículo em mesmas condições ambientais, sendo que dois veículos distintos foram avaliados desta forma. Neste caso, percebe-se que os resultados das métricas objetivas calculadas através dos modelos analíticos propostos tem resultados compatíveis com o nível de precisão obtido através da medição experimental, precisão esta que pode ser relacionada ao desvio padrão experimental em cada um dos casos (tabelas 4.1, 4.2, 4.7, 4.8, 4.11 e 4.12).

Ainda no caso das métricas de gradiente de esterçamento e sensibilidade de esterçamento, nota-se claramente a influência de cada passo realizado no sentido de refinar o modelo analítico inicialmente proposto através da inclusão de diferentes efeitos que afetam o resultado destas métricas.

Para as métricas de resposta em frequência de rolagem (item 4.5) e aceleração lateral (item 4.6), apesar da indisponibilidade de dados experimentais passíveis de comparação direta contra os modelos analíticos, percebe-se que a comparação entre os resultados dos modelos analíticos simplificados desenvolvidos e os modelos multicorpos contendo um detalhamento muito maior está na mesma ordem de grandeza da variação entre medições das métricas de regime permanente, levando à conclusão de que o nível de precisão das formulações analíticas desenvolvidas é adequado para os propósitos deste trabalho.

Ainda no que tange ao cálculo da resposta de aceleração lateral em frequência, é válido mencionar que o modelo simplificado aqui desenvolvido é inovador, não sendo encontrado equivalente na literatura um modelo analítico que proporcione o mesmo nível de correlação contra resultados obtidos através de modelos multicorpos mais complexos, conforme mostrado no item 4.6.4.

Desta forma, considera-se que os modelos analíticos desenvolvidos para o cálculo das métricas de dirigibilidade são adequados para o propósito de utilizá-los em conjunto com ferramentas numéricas de otimização descritas a seguir.

## Capítulo 5 – Métodos de Otimização

Este capítulo trata inicialmente da adaptação às métricas objetivas de dirigibilidade desenvolvidas no capítulo 4 para um formato com característica de maior melhor numa faixa de resultado entre 0 e 10, de forma a torná-las compatíveis com as métricas de conforto descritas no capítulo 3 e tornar possível a integração destas métricas de conforto e dirigibilidade numa métrica global única que poderá ser utilizada para fins de otimização.

Na sequência são descritos os métodos de otimização numérica simplex descendente, engenharia robusta (também conhecida por método de Taguchi) e metodologia de superfície de resposta (RSM, ou “*Response Surface Method*”), sendo demonstrados o funcionamento de cada um destes métodos através de exemplos de aplicação dos mesmos.

## 5.1. Métrica para Otimização Conjunta

A aplicação das rotinas de otimização numérica descritas adiante neste capítulo demanda uma função única a ser otimizada. Como este trabalho se propõe a otimizar conforto e dirigibilidade conjuntamente, a proposta aqui é compor uma métrica única que agregue ambas características.

As métricas de conforto obtidas através do método descrito no capítulo 3 já nos dão um resultado global de conforto que tem uma característica de maior melhor (ou seja, resultados maiores implicam num veículo com melhor característica para a métrica de conforto global) com uma faixa de resultado entre 0 e 10.

Para as métricas objetivas de dirigibilidade descritas no capítulo 4 também é possível criar funções que traduzam os resultados destas para valores compatíveis com esta característica de maior melhor com faixa de resultado entre 0 e 10, de forma a tornar possível compor uma métrica global de dirigibilidade compatível com a métrica global de conforto e, por conseguinte, uma métrica global de otimização que pondere os resultados globais de conforto e dirigibilidade.

Para um projeto de um veículo específico, podem ser definidos critérios objetivos específicos para cada uma das métricas de dirigibilidade descritas no capítulo 4. Esta definição geralmente é baseada no nível de desempenho esperado daquele veículo pelo seu público alvo e também em comparações com os competidores deste mesmo segmento. Na ocasião da definição destes critérios objetivos devem ser levadas em

conta também as limitações impostas ao projeto em termos de prazo de execução, modificações sobre veículos já em produção e custos associados ao atendimento destes critérios.

Partindo-se do princípio que existam critérios objetivos claramente definidos para o projeto que se deseja trabalhar a otimização (identificados a seguir pelo subscrito *obj*) para cada uma das métricas de dirigibilidade propostas neste trabalho, pode-se definir funções para cada um deles como mostrado nas equações (5.1) até (5.5).

- Gradiente de Rolagem

$$f(K_{roll}) = \begin{cases} 10 & , K_{roll} < K_{roll,obj} \\ 20 - \frac{10 K_{roll}}{K_{roll,obj}} & , K_{roll,obj} \leq K_{roll} \leq 2 K_{roll,obj} \\ 0 & , K_{roll} > 2 K_{roll,obj} \end{cases} \quad (5.1)$$

- Gradiente de Esterçamento

$$f(K) = \begin{cases} 0 & , K \leq 0,5 K_{obj} \\ \frac{25(K - 0,5 K_{obj})}{K_{obj}} & , 0,5 K_{obj} < K \leq 0,9 K_{obj} \\ 10 & , 0,9 K_{obj} < K \leq 1,1 K_{obj} \\ 10 - \frac{100(K - 1,1 K_{obj})}{9 K_{obj}} & , 1,1 K_{obj} < K \leq 2 K_{obj} \\ 0 & , K > 2 K_{obj} \end{cases} \quad (5.2)$$

- Sensibilidade de Esterçamento

$$f(K_s) = \begin{cases} 0 & , K_s \leq 0,5 K_{s,obj} \\ \frac{25(K_s - 0,5 K_{s,obj})}{K_{s,obj}} & , 0,5 K_{s,obj} < K_s \leq 0,9 K_{s,obj} \\ 10 & , 0,9 K_{s,obj} < K_s \leq 1,1 K_{s,obj} \\ 10 - \frac{100(K_s - 1,1 K_{s,obj})}{9 K_{s,obj}} & , 1,1 K_{s,obj} < K_s \leq 2 K_{s,obj} \\ 0 & , K_s > 2 K_{s,obj} \end{cases} \quad (5.3)$$

- Razão Pico/Estático de Gradiente de Rolagem em Frequência

$$f(R_{roll}) = \begin{cases} 10 & , R_{roll} < R_{roll,obj} \\ 20 - \frac{10R_{roll}}{R_{roll,obj}} & , R_{roll,obj} \leq R_{roll} \leq 2R_{roll,obj} \\ 0 & , R_{roll} > 2R_{roll,obj} \end{cases} \quad (5.4)$$

- Limite de Resposta Plana de Aceleração Lateral em Frequência

$$f(\omega_{plana}) = \begin{cases} 0 & , \omega_{plana} < 0,5 \omega_{plana,obj} \\ 20 \frac{\omega_{plana}}{\omega_{plana,obj}} - 10 & , 0,5 \omega_{plana,obj} \leq \omega_{plana} \leq \omega_{plana,obj} \\ 10 & , \omega_{plana} > \omega_{plana,obj} \end{cases} \quad (5.5)$$

As figuras 5.1 a 5.5 mostram graficamente as funções descritas nas equações (5.1) a (5.5).

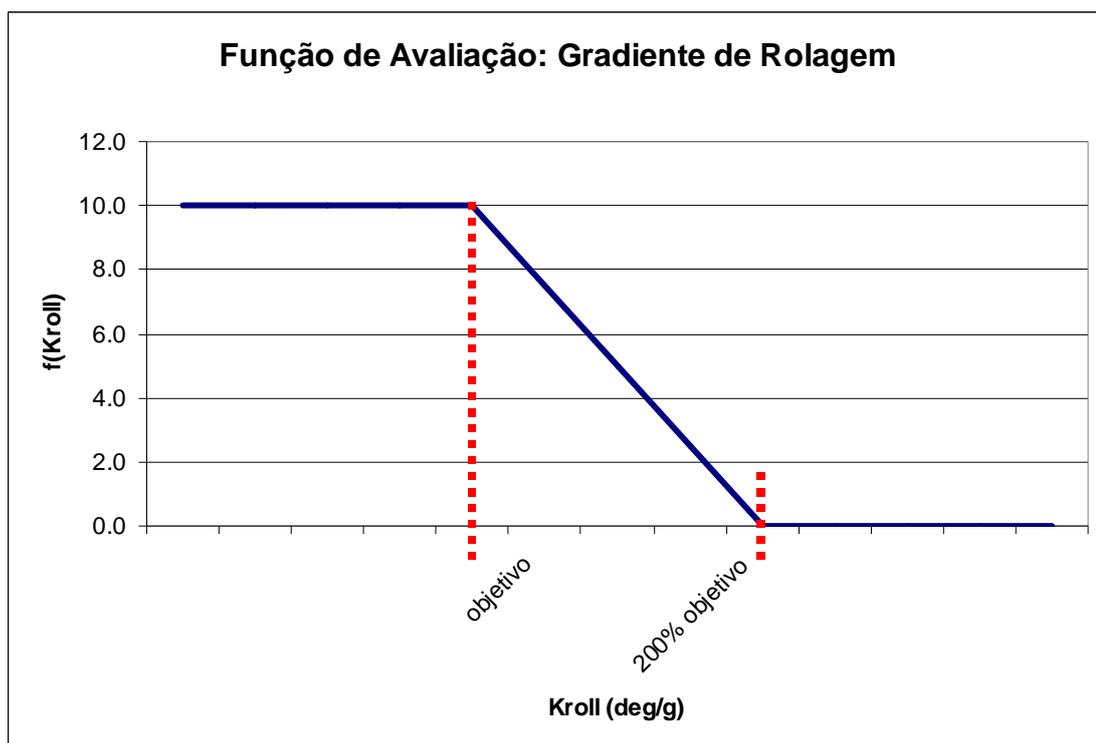


Figura 5.1 – Função de Avaliação da Métrica de Gradiente de Rolagem

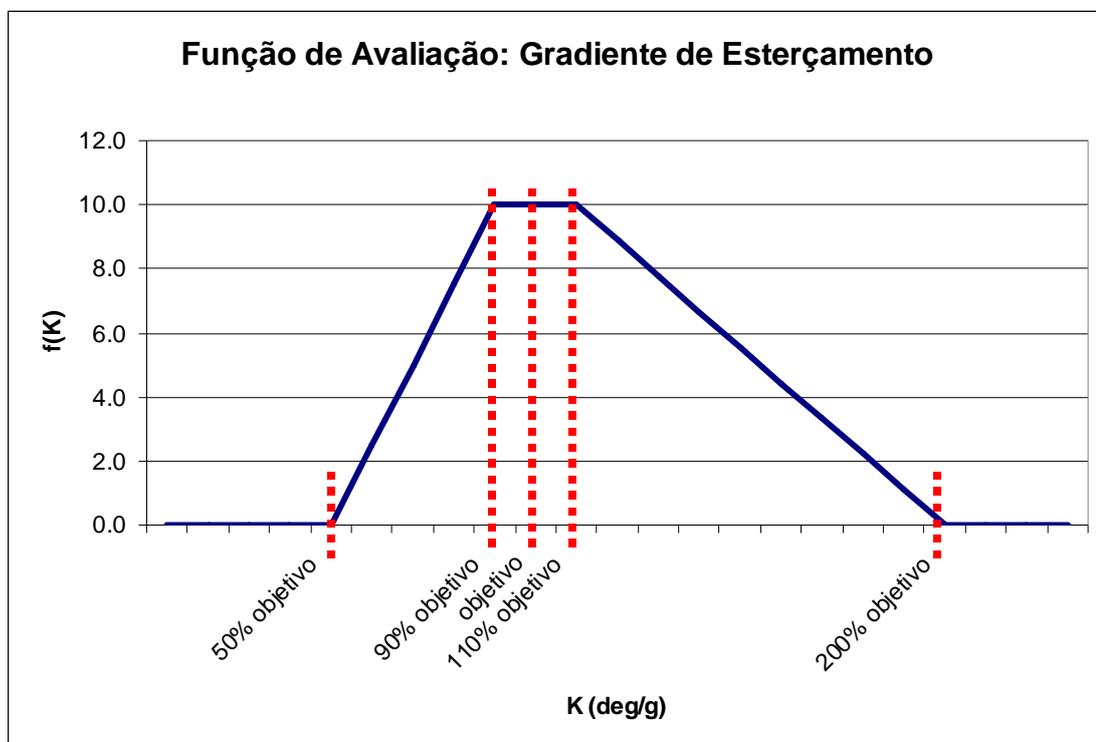


Figura 5.2 – Função de Avaliação da Métrica de Gradiente de Esterçamento

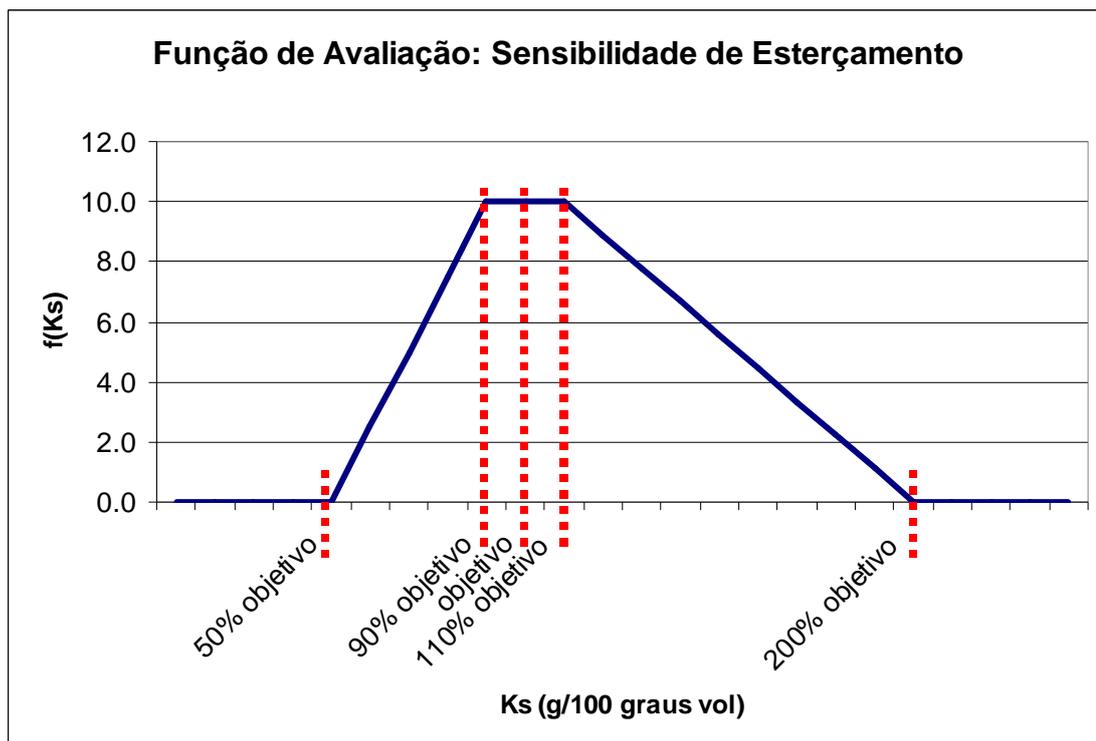


Figura 5.3 – Função de Avaliação da Métrica de Sensibilidade de Esterçamento

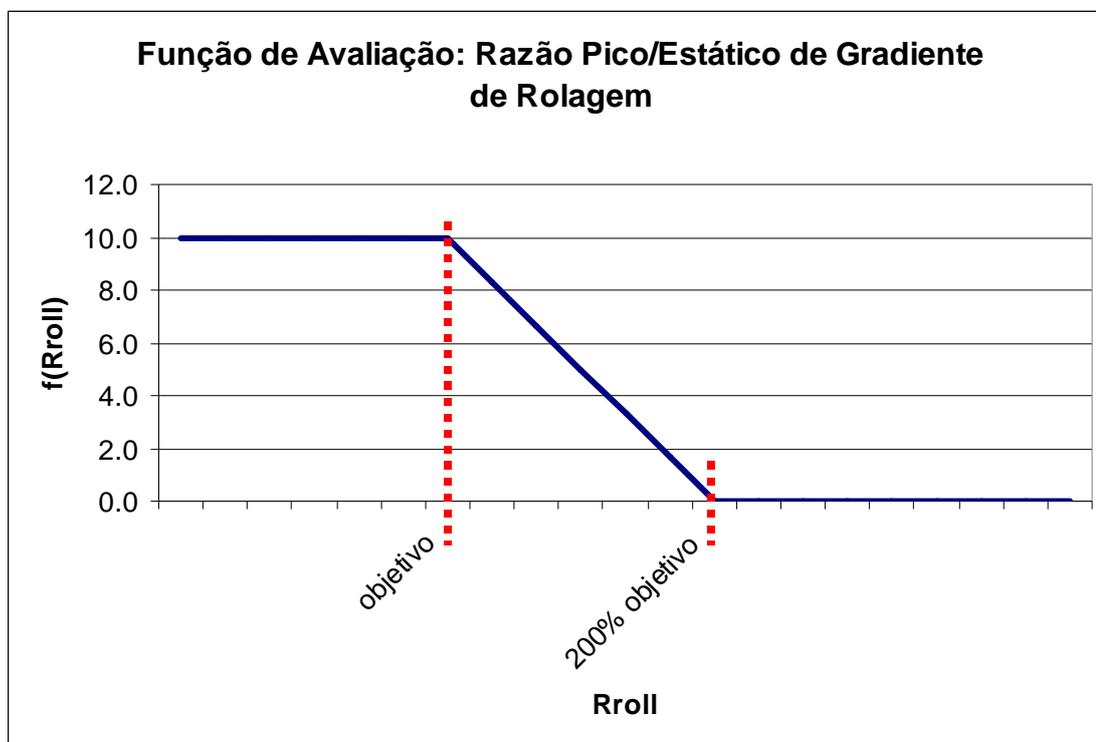


Figura 5.4 – Função de Avaliação da Métrica de Razão Pico/Estático de Gradiente de Rolagem em Frequência

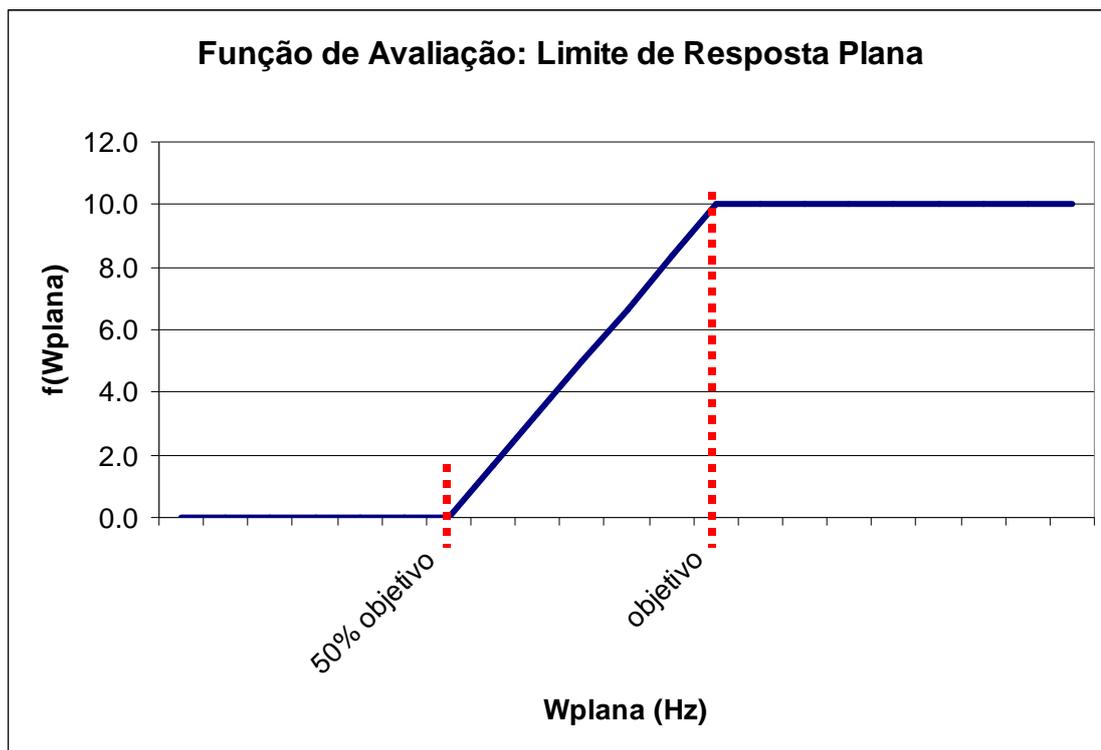


Figura 5.5 – Função de Avaliação da Métrica de Limite de Resposta Plana de Aceleração Lateral em Frequência

A resposta global de dirigibilidade pode então ser definida como uma média ponderada entre cada uma das funções definidas nas equações (5.1) a (5.5), sendo que o peso para cada uma das métricas individuais pode variar em função dos objetivos desejados para o projeto específico em que se está trabalhando. Definindo-se fatores de ponderação  $p_1$  até  $p_5$  neste caso, obtém-se:

$$f(\text{dirigibilidade}) = \frac{p_1 f(K_{roll}) + p_2 f(K) + p_3 f(K_s) + p_4 f(R_{roll}) + p_5 f(\omega_{plana})}{\sum_{i=1}^5 p_i} \quad (5.6)$$

Finalmente, a função a ser utilizada para a otimização conjunta de conforto e dirigibilidade pode ser definida também como uma média ponderada entre o resultado global de conforto definido no capítulo 3, aqui referenciado como  $f(\text{conforto})$ , e a resposta global de dirigibilidade definida na equação (5.6). Mais uma vez esta ponderação deve ser feita em função dos objetivos e do público alvo de cada projeto específico e está aqui definida pelos escalares  $p_{\text{conforto}}$  e  $p_{\text{dirigibilidade}}$ .

$$f(\text{otimização}) = \frac{p_{\text{conforto}} f(\text{conforto}) + p_{\text{dirigibilidade}} f(\text{dirigibilidade})}{p_{\text{conforto}} + p_{\text{dirigibilidade}}} \quad (5.7)$$

A métrica definida na função da equação (5.7) também é uma função do tipo maior melhor com variação entre 0 e 10 e será utilizada adiante no trabalho para a implementação das rotinas de otimização numérica.

Além das características já expostas, uma propriedade conveniente de ser agregada à função de otimização é fazer com que a mesma não busque uma solução que privilegie demais algumas das métricas, deixando-as com uma avaliação muito alta, em detrimento de outras que possam ficar com um resultado não tão interessante. Exemplificando com a equação (5.7): casos os fatores de ponderação  $p_{\text{conforto}}$  e  $p_{\text{dirigibilidade}}$  sejam iguais (ou seja, se busca uma solução equilibrada, que dê a mesma ênfase ao conforto e à dirigibilidade), uma rotina de otimização que busque maximizar a função  $f$  vai concluir que uma solução que produza  $f_{\text{conforto}} = 5.0$  e  $f_{\text{dirigibilidade}} = 9.0$  ( $f_{\text{otimização}} = 7.0$ ) é melhor que uma solução que produza  $f_{\text{conforto}} = 6.9$  e  $f_{\text{dirigibilidade}} = 6.9$  ( $f_{\text{otimização}} = 6.9$ ). Na prática, um veículo que tenha uma avaliação

geral de conforto 5.0 e uma avaliação geral de dirigibilidade 9.0 não é um veículo equilibrado como se gostaria ao definir  $p_{conforto} = p_{dirigibilidade}$  e é, em um número significativo das vezes, percebido pelos usuários mais como um veículo com conforto ruim do que um veículo com dirigibilidade boa. Da mesma maneira, uma métrica individual de conforto ou dirigibilidade pode ser mantida com uma avaliação ruim numa rotina de otimização que busque otimizar somente a média das métricas, o que também não é interessante na maioria das vezes.

Uma maneira de se contornar este problema é embutir nos fatores de ponderação uma consideração que force a rotina numérica de otimização a dar mais ênfase na otimização das métricas que tem avaliação pior. Pode-se propor o seguinte fator de ponderação para cada métrica individual de conforto e dirigibilidade  $f$  e também às métricas compostas  $f_{conforto}$  e  $f_{dirigibilidade}$ :

$$p = 0,8[ArcTan(5,5 - f) + 1,34] + 1 \quad (5.8)$$

Este fator de ponderação proposto tem a característica mostrada na figura 5.6, com  $p \rightarrow 1.0$  quando  $f \rightarrow 10$  e  $p \rightarrow 3.2$  quando  $f \rightarrow 0$ . Desta forma, uma métrica com avaliação mais baixa tem um peso até 3.2 vezes maior para a rotina de otimização do que uma métrica com valor alto, fazendo com que ela busque por soluções que priorizem otimizar mais estas métricas que tem valor mais baixo.

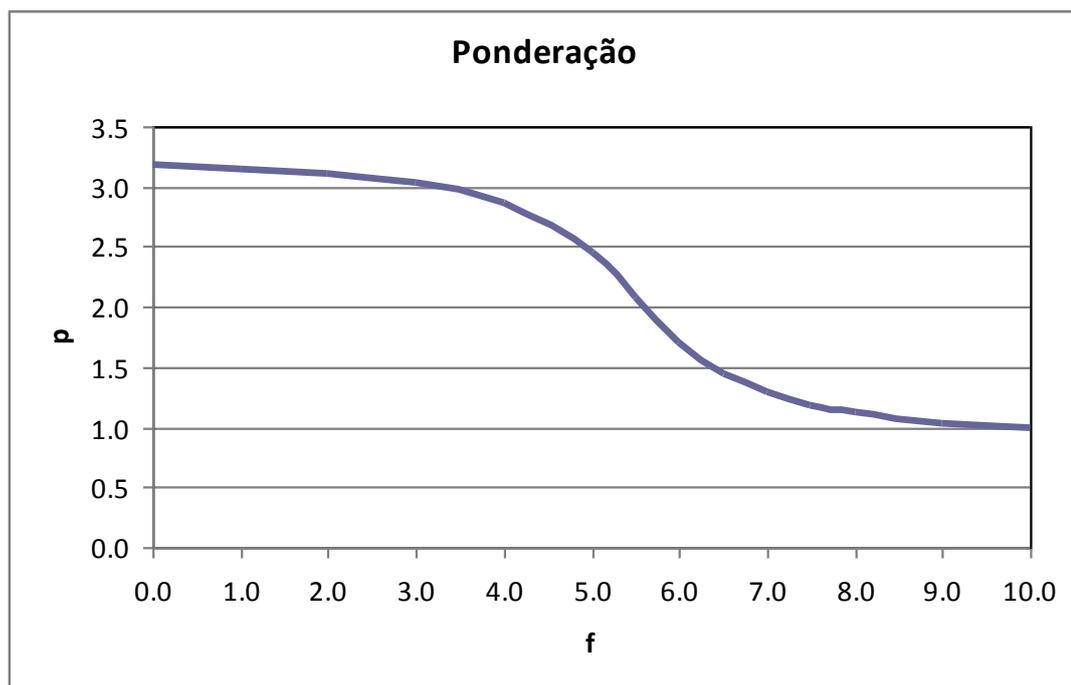


Figura 5.6 – Função de Ponderação Proposta

Este fator de ponderação proposto na equação (5.8) será então aplicado nas rotinas de otimização numérica estudadas neste trabalho e a questão de variabilidade no resultado ainda será discutida adiante na avaliação dos resultados de cada método de otimização.

## 5.2. Método Simplex Descendente (*Downhill Simplex*

### *Method*)

Este método, assim como a maioria dos outros utilizados para otimização de funções, realiza através de uma minimização de uma função adequada, derivada da função que se deseja otimizar. Ele possui como vantagem básica para a aplicação proposta o fato de que se utiliza apenas da avaliação da função a ser otimizada e não das suas derivadas, o que não seria viável através do método utilizado para o cálculo das avaliações de conforto.

Pelo próprio fato de não se utilizar de derivadas durante o processo de convergência para a solução ótima, este método não é muito eficiente com relação ao número de avaliações da função requeridas durante o processo quando comparado aos métodos que se utilizam do gradiente da função – de toda forma, como frisado anteriormente, não existe um método para se analisar as derivadas das funções de avaliação de conforto, tendo-se em vista que não existe uma descrição explícita (algébrica) das mesmas.

O método simplex descendente pode ser melhor visualizado ao aplicar-se uma analogia geométrica ao mesmo. Um simplex consiste basicamente de uma figura geométrica de  $N+1$  vértices num espaço geométrico de  $N$  dimensões. Desta forma o simplex é um triângulo num espaço de bidimensional e um tetraedro (não necessariamente regular) num espaço tridimensional. O método simplex de

programação linear também se utiliza do conceito geométrico do simplex, embora não exista nenhuma relação entre este e o método aqui descrito além desta.

Trabalha-se aqui com simplexes não-degenerativos, ou seja, que englobem um volume finito num espaço com N componentes. Desta forma, ao se escolher qualquer ponto de um simplex não-degenerativo como sendo a origem, os outros N pontos podem ser descritos como vetores que percorrem o espaço vetorial de N componentes.

Em uma minimização (ou otimização) unidimensional é sempre possível isolar um mínimo, garantindo o sucesso de um isolamento subsequente. No espaço multidimensional não existe porém nenhuma metodologia análoga e o melhor que se pode realizar é inserir uma estimativa inicial de solução ótima para o algoritmo, na forma de um vetor contendo N componentes de variáveis. A partir desta estimativa inicial o algoritmo deve então seguir seu próprio caminho descendente pela topografia inimaginavelmente complexa de um espaço de N componentes até que encontre um mínimo (ponto ótimo) para a função, mesmo que este seja apenas local.

Como mencionado anteriormente, o método simplex descendente precisa ser inicializado não apenas com um ponto, mas com N+1 pontos, definindo-se um simplex inicial. Ao se determinar um destes pontos como sendo o ponto inicial  $P_0$ , então os N demais pontos podem ser descritos como:

$$P_i = P_0 + \lambda \cdot e_i \quad (5.9)$$

onde os  $e_i$ 's são  $N$  vetores unitários e  $\lambda$  é uma constante relativa à estimativa da escala característica do problema, podendo também ser utilizados diferentes  $\lambda_i$ 's para cada direção do vetor.

O método simplex descendente realiza então uma série de iterações, a maioria sendo “passos” que simplesmente movem o ponto do simplex onde a função é máxima (pior avaliação) através da face oposta do simplex para um ponto inferior (melhor avaliação). Esses passos são denominados reflexões e são construídos de maneira tal que se conserve o volume do simplex, mantendo assim sua não-degeneratividade. Quando possível, o método expande o simplex em uma ou outra direção de forma a realizar passos maiores. Assim que ele atinge a parte inferior de um vale, o método se contrai na direção transversal e tenta comprimir-se em direção ao fundo do vale. Se existe uma situação na qual o simplex tenta passar por uma região muito estreita dentro do espaço (das variáveis de otimização), ele se contrai em todas as direções, forçando-se a atingir o menor ponto (melhor resultado). Os movimentos básicos que podem ser realizados pelo simplex estão sumarizados na figura 5.7.

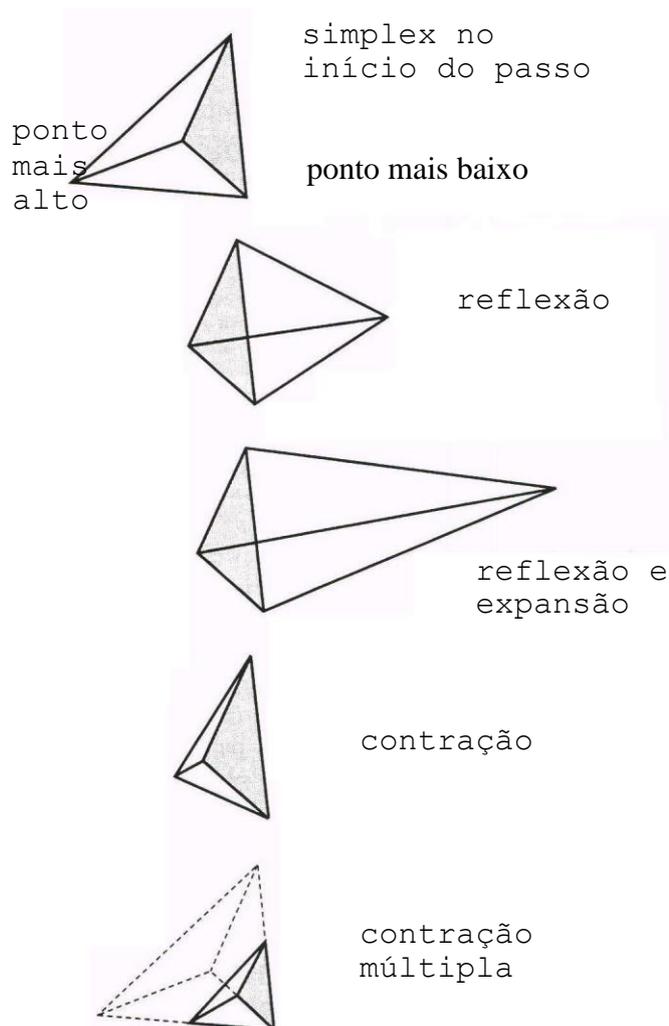


Figura 5.7 – Movimentos possíveis para um simplex (PRESS, 1992)

O critério de parada pode ser uma rotina delicada numa otimização multidimensional. Com mais de uma variável independente, não existe aqui a opção de se definir uma tolerância para uma única variável independente. Tipicamente pode-se identificar um ciclo (ou passo) do algoritmo multidimensional, sendo então possível determinar a parada do algoritmo quando o vetor de distância movido em um determinado passo for menor em magnitude que uma tolerância *tol*. Outra maneira seria determinar que a variação na função em um dado passo seja menor que um determinado valor *ftol*.

Deve-se lembrar que qualquer dos critérios acima descritos pode falhar no caso de um único passo anômalo que por alguma razão não chega em lugar algum. Por este motivo, torna-se interessante reiniciar o algoritmo do ponto em que ele parou indicando um mínimo – no caso do método simplex descendente, deve-se reinicializar  $N$  dos  $N+1$  vértices do simplex novamente através da equação (5.9), com  $P_0$  sendo um dos vértices do ponto mínimo detectado. Essas reinicializações não devem ser necessariamente custosas do ponto de vista de utilização de máquina, tendo-se em vista que o algoritmo já havia indicado que um ponto de mínimo existia exatamente onde você está reiniciando a rotina.

### 5.2.1. Exemplo de Aplicação

O exemplo a seguir tem o intuito de exemplificar a aplicação do método simplex descendente em um problema bidimensional simples, onde fiquem mais facilmente visíveis a convergência e robustez desta técnica.

Como exemplo, será utilizada uma função bidimensional  $f(x,y)$ :

$$f(x, y) = \sin(x) + \sin(y) + \left(\frac{x}{5}\right)^2 + \left(\frac{y}{5}\right)^2 \quad (5.10)$$

A esta função  $f(x,y)$ , determina-se  $(x,y)$  limitados entre  $[-10, +10]$  cada um. Esta limitação (ou *bracketing* como o termo é conhecido em inglês) deriva do fato de que

em uma aplicação real, quase sempre o espaço onde os parâmetros de otimização podem ser trabalhados é limitado por motivos técnicos e/ou econômicos. A técnica aqui utilizada para limitar estes parâmetros leva em conta que os limites para cada parâmetro de otimização (variáveis da função, através das quais se deseja minimizar a mesma) são conhecidos e determinados. Neste exemplo, os dois parâmetros estão limitados no intervalo  $[-10, +10]$ . Desta forma, pode-se definir então:

$$x_{\min} = -10 \quad (5.11)$$

$$x_{\max} = +10 \quad (5.12)$$

$$y_{\min} = -10 \quad (5.13)$$

$$y_{\max} = +10 \quad (5.14)$$

A proposta aqui é fazer uma penalização na função objetivo da otimização, de forma a conter o algoritmo dentro dos limites estabelecidos para os parâmetros de otimização. Pode-se propor então uma função de penalização exponencial, da forma:

$$f_{pen}(x, y) = f'_{pen}(x) \cdot f'_{pen}(y), \quad \text{onde} \quad \left\{ \begin{array}{l} f'_{pen}(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in [x_{\min}, x_{\max}] \\ \left(\frac{x}{x_{\max}}\right)^4, & \text{se } x > x_{\max} \\ \left(\frac{x_{\min}}{x}\right)^4, & \text{se } x < x_{\min} \end{cases} \\ f'_{pen}(y) = \begin{cases} 1, & \text{se } y \in [y_{\min}, y_{\max}] \\ \left(\frac{y}{y_{\max}}\right)^4, & \text{se } y > y_{\max} \\ \left(\frac{y_{\min}}{y}\right)^4, & \text{se } y < y_{\min} \end{cases} \end{array} \right. \quad (5.15)$$

Para uma função de otimização genérica com N variáveis de otimização, a penalização fica da seguinte forma:

$$f_{pen} = \prod_{i=1}^N f'_{pen}(x_i), \quad \text{onde } f'_{pen}(x_i) = \begin{cases} 1, & \text{se } x_i \in [x_{i,\min}, x_{i,\max}] \\ \left(\frac{x_i}{x_{i,\max}}\right)^4, & \text{se } x_i > x_{i,\max} \\ \left(\frac{x_{i,\min}}{x_i}\right)^4, & \text{se } x_i < x_{i,\min} \end{cases} \quad (5.16)$$

A função de otimização fica então da seguinte forma:

$$f'(x, y) = f_{pen}(x, y) \cdot f(x, y) \quad (5.17)$$

onde  $f(x, y)$  é a função de otimização original mostrada na equação (5.10). Desta maneira, impede-se que a rotina de otimização tenda a sair fora do intervalo de interesse para os parâmetros de otimização. Uma outra maneira de se contornar este problema seria restringir o simplex dentro do espaço definido para os parâmetros de otimização (ao invés de penalizar a função, como explicado anteriormente), porém esta alternativa não foi aplicada neste trabalho pelo fato de que ela implica em mudanças mais profundas no algoritmo de otimização e principalmente pelo fato de que a técnica aqui empregada (de penalização da função) mostrou bons resultados.

A função mostrada possui uma grande quantidade de mínimos locais no intervalo de interesse, como mostra a figura 5.8. Por verificação, observa-se que o mínimo global da função neste intervalo é atingido com o par de variáveis  $(x,y) = (-1.45, -1.45)$  – a figura 5.8 mostra uma ampliação local da função em torno do mínimo.

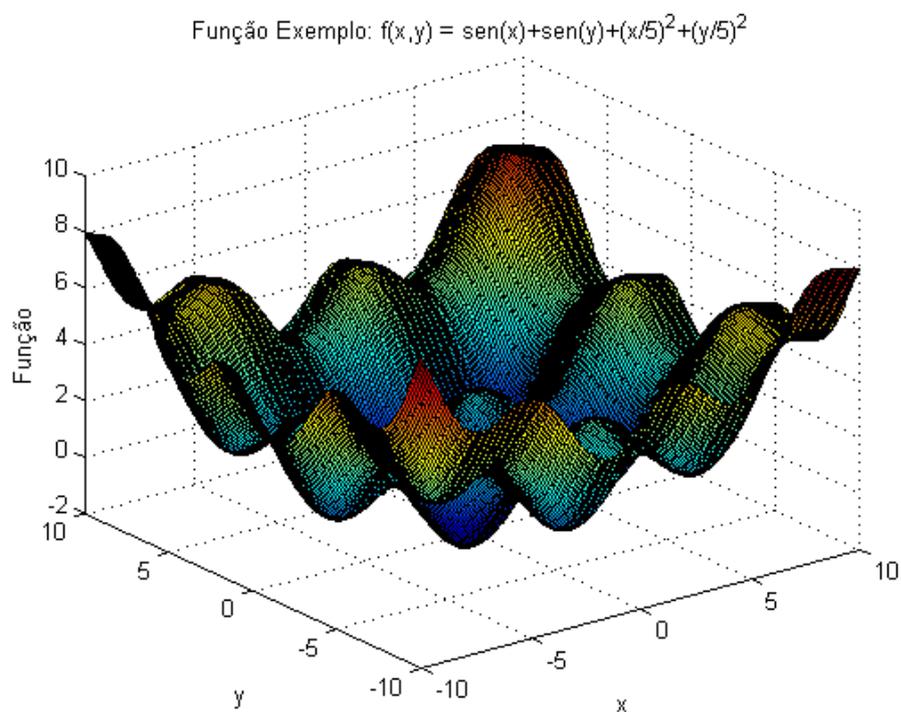


Figura 5.8 – Função usada para estudo do método de simplex descendente

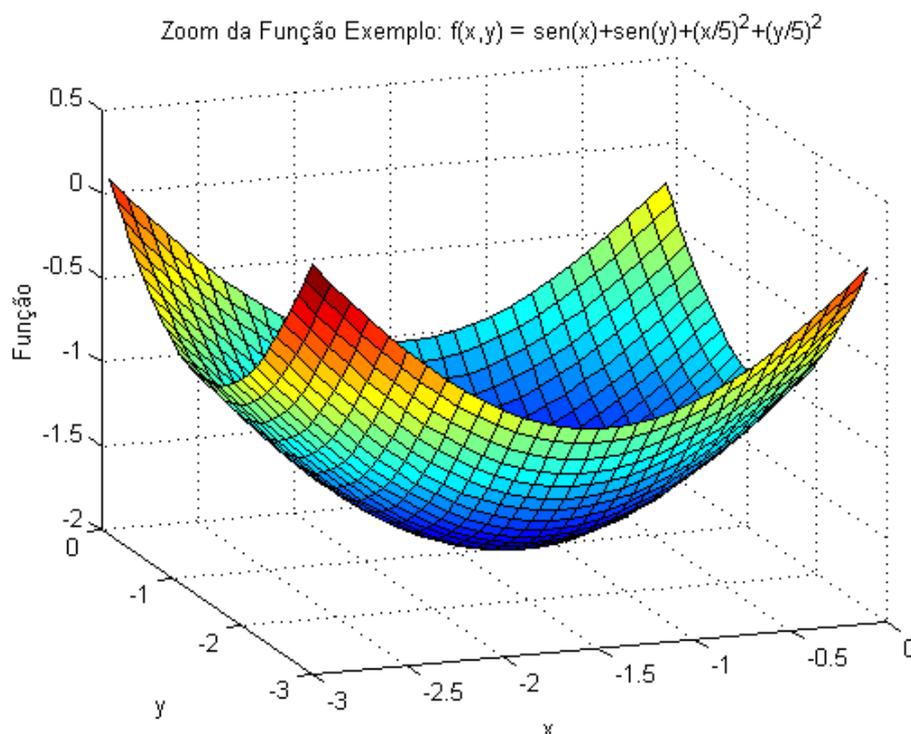


Figura 5.9 – Ampliação da função usada para estudo do método de simplex descendente na área de mínimo global

Definindo-se a tolerância  $\text{tol} = 0,001$ , o método simplex descendente converge de acordo com as figuras 5.10 e 5.11. Percebe-se que logo na segunda iteração, o método tenta sair fora da limitação imposta às variáveis de otimização, porém a manipulação feita na função através da equação (5.17) faz com que a rotina encontre os valores mínimos dentro dos limites especificados (neste exemplo simples aqui mostrado, nem seria necessária a aplicação desta limitação para garantir a convergência do método, já que a função é crescente e praticamente quadrática fora do intervalo em questão).

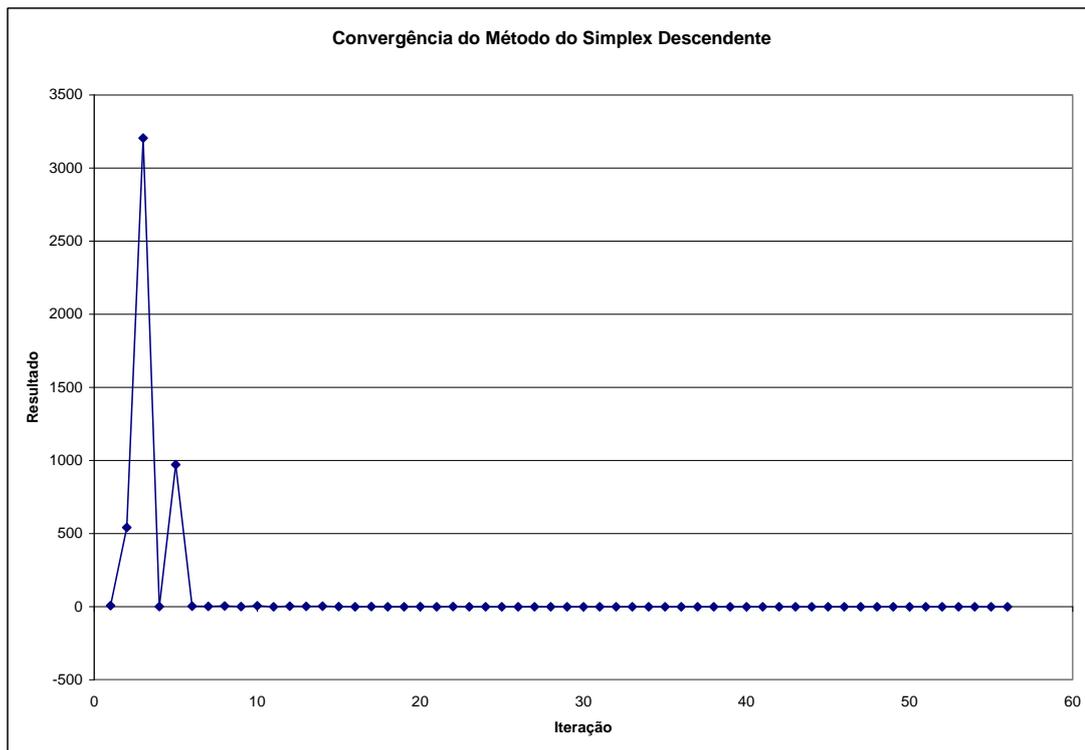


Figura 5.10 – Convergência do Método Simplex Descendente para o Exemplo Criado

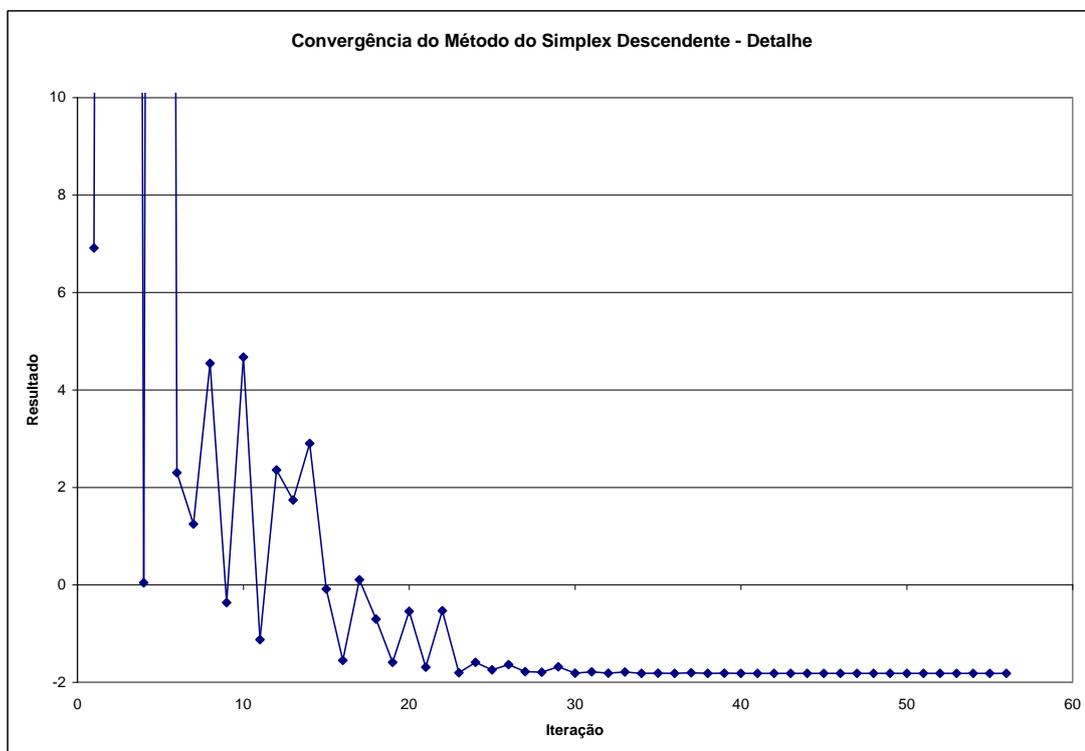


Figura 5.11 – Detalhe do Gráfico de Convergência do Método Simplex Descendente para o Exemplo Criado

Importante também é notar que os saltos que vão contra a convergência da função (inclinação positiva nas curvas mostradas nas figuras 5.10 e 5.11) são exatamente os pontos nos quais o algoritmo se deparou com um mínimo local (a figura 5.8 deixa claro que o exemplo é cheio de mínimos locais) e que, utilizando as propriedades de expansão do simplex, conseguiu localizar uma saída deste mínimo local.

Finalmente, é evidente que o método, apesar de não ser apontado pela literatura como sendo o mais eficiente em termos de convergência, consegue chegar numa tolerância de 0,001 em menos de 60 iterações. Como o custo computacional dos modelos alvo deste trabalho não é o maior gargalo do processo, esta taxa de convergência é bastante aceitável.

### **5.3. Método da Engenharia Robusta (Método de Taguchi)**

Este método, inicialmente desenvolvido pelo Prof. Genichi Taguchi para melhoria de qualidade em sistemas de manufatura, pode ser adaptado para a otimização aqui proposta.

Basicamente, ele aborda o problema de otimização através do conceito de robustez do resultado, i.e. a configuração ótima deve continuar sendo adequada sob uma gama de fatores externos não controláveis (ruídos agindo sobre o sistema). Para atingir este objetivo, o método propõe a avaliação do sistema não apenas pelo resultado da função que se deseja otimizar, mas pela relação sinal/ruído (S/R) obtida para cada configuração. Desta forma, definem-se além dos parâmetros de controle (variáveis as quais se deseja otimizar), os parâmetros de ruído (em geral, variáveis sobre as quais não se tem controle). Com os parâmetros de ruído definidos, estuda-se o comportamento de uma determinada configuração sob as diversas condições de ruído e a avaliação para a determinação da configuração ótima é feita com base na relação S/R geral de cada configuração.

Outro ponto relevante em relação ao método da engenharia robusta é que ele trata o problema de otimização de uma forma discreta, i.e., os parâmetros de otimização são definidos em níveis discretos. Por exemplo, se um dos parâmetros for a rigidez de uma mola e deseja-se estudar o comportamento de molas variando de 20 N/mm a 24 N/mm, devem ser definidos valores discretos dentro desta faixa, como  $A = 20$  N/mm,  $B = 22$  N/mm e  $C = 24$  N/mm (considerando-se três níveis distintos para o estudo). A

quantidade desses níveis, assim como o número de parâmetros a serem avaliados são definidos para cada problema específico, sendo que muitas vezes estes valores são determinados por restrições de ordem prática (como por exemplo a quantidade de componentes produzidos comercialmente dentro de uma determinada faixa de especificação). Apesar deste aspecto inicialmente parecer uma desvantagem do método, pelo fato dele não trabalhar com valores intermediários entre aqueles definidos, deve-se considerar que na área automotiva é sempre desejável trabalhar-se com valores de componentes padronizados, tendo-se em vista considerações de custo e manufatura. Por este motivo, a discretização acaba se tornando mais um argumento a favor da utilização da técnica de engenharia robusta.

Um outro ponto que não pode passar despercebido (e na verdade é uma fonte de críticas para a utilização da técnica de engenharia robusta em problemas genéricos) é o fato de que todo o desenvolvimento da engenharia robusta se baseia no fato de que os parâmetros de otimização não são interdependentes entre si, i.e. a variação de um parâmetro de otimização não deve interferir com as características de outro parâmetro de otimização. Este fato acaba por impedir a aplicação da técnica de engenharia robusta para uma série de problemas: por exemplo, em um problema no qual se deseja ter como parâmetros de controle pressão e temperatura de um recipiente de volume constante, a técnica de engenharia robusta não é recomendada, pois estas variáveis são interdependentes (ao se variar a pressão, modifica-se a temperatura e vice-versa). Para a proposta deste trabalho porém, esta limitação não é um impedimento de maneira geral, já que os componentes de suspensão não são em geral interdependentes (por exemplo, modificar a rigidez de uma mola não afeta a

viscosidade do amortecedor) – de toda forma é importante ter-se em mente tal limitação para não se aplicar erroneamente a técnica em casos específicos onde ela pode não ser a mais apropriada.

Para a utilização da engenharia robusta na otimização aqui proposta, devem se seguir os seguintes passos:

- Definição dos parâmetros de controle (variáveis a serem otimizadas) e do nível de discretização que se deseja de cada uma;
- Definição dos parâmetros de ruído e dos níveis nos quais estes podem atuar no sistema;
- Definição da matriz de experimentos (matriz ortogonal) mais adequada para o problema em estudo;
- Análise dos resultados através da relação sinal/ruído adequada;
- Definição da configuração ótima e verificação dos resultados desta.

Após o primeiro passo de definição das variáveis de controle e seus respectivos níveis para o estudo, deve-se seguir os outros passos, descritos com mais detalhes nos tópicos a seguir.

Algumas das críticas que se colocam em relação à aplicação da metodologia de engenharia robusta como proposta por Taguchi são descritas por Myers e Montgomery (2002). Embora eles destaquem o fato de que a metodologia de

engenharia robusta venha sendo aplicada com sucesso em muitos casos, são destacados os seguintes pontos fracos:

- A noção de sinal/ruído proposta por Taguchi, como será detalhada posteriormente no item 5.3.4, não é na verdade um fator adimensional como seria de se esperar neste caso, ou seja, a própria nomenclatura poderia ser posta em questionamento. Porém a principal crítica em relação aos fatores de sinal/ruído utilizados na engenharia robusta é que, na tentativa de acoplar os efeitos de valor da média e a variação desta em relação ao ruído em um só parâmetro, estes acabam por mascarar os efeitos individuais de cada variável de controle sobre a média e sobre a variação em relação ao ruído, não permitindo ao engenheiro um entendimento separado (ou desacoplado) destes dois aspectos durante o processo de análise;
- As matrizes de experimentos propostas para utilização na engenharia robusta são desenhadas de maneira a capturar os efeitos de cada variável de controle individualmente e os efeitos cruzados destas variáveis em relação aos parâmetros de ruído considerados no estudo, sendo que as interações entre as diversas variáveis de controle são desprezadas: conforme mencionado anteriormente, assume-se que os parâmetros de otimização são interdependentes entre si (ou seja, uma variável de controle não afeta a outra). Myers e Montgomery questionam o fato destas matrizes de experimentos terem um excesso de interações entre variáveis de controle x ruído, não sendo necessariamente econômicas no número final de experimentos necessários

por este motivo e, ao mesmo tempo, entendem que seria possível criar matrizes de experimentos tão econômicas quanto às propostas por Taguchi, que contivessem iterações entre as variáveis de controle, de forma a poder confirmar a hipótese de interdependência assumida na engenharia robusta, evitando assim o emprego desta hipótese onde ela não se mostrasse adequada.

### **5.3.1. Definição do Parâmetro de Ruído**

A definição do parâmetro de ruído agindo no sistema é fundamental na técnica de engenharia robusta e uma de suas melhores características, tendo-se em vista que leva a um sistema não só otimizado, como insensível (ou o menos sensível possível) a fatores que não podem ser controlados por projeto.

Na utilização da engenharia robusta com experimentos físicos, em geral um dos ruídos definidos está relacionado aos erros de medição existentes no processo experimental. Pelo fato da abordagem aqui apresentada tratar o problema de conforto veicular através de simulação computacional, fica sem sentido esta definição de ruído. Outra possível definição de ruído seria a diferente avaliação subjetiva de uma mesma configuração quando avaliada por diferentes pessoas – novamente, esta definição não entra no mérito deste trabalho.

Finalmente, a definição de ruído mais abrangente e da qual se pode tirar o melhor proveito aqui é aquela dos fatores externos ao sistema que não são passíveis de controle. Um bom exemplo, o qual será trabalhado mais intensivamente neste

trabalho, é o carregamento ao qual o veículo estará sujeito durante o seu uso. Teoricamente o usuário poderá utilizar seu veículo desde a condição de completamente vazio até o limite máximo de carregamento. Obviamente que cada avaliação objetiva de conforto só pode ser feita em uma condição de carregamento específica por vez. Desta forma é bastante conveniente definir-se o carregamento do veículo como um parâmetro externo de ruído sobre o qual não existe controle passível (ao menos dentro dos limites estabelecidos como máximos para o veículo em questão).

Uma vez definidos os parâmetros de ruído, a matriz de experimentos conveniente levará os mesmos em consideração e as diversas configurações serão avaliadas em condições de ruídos distintas para a construção dos resultados em termos de sinal/ruído para cada configuração.

Vale lembrar que os parâmetros de ruído, assim como os parâmetros de controle, são definidos discretamente na metodologia de engenharia robusta, o que não chega a prejudicar o desempenho do método, já que podem ser escolhidos os extremos possíveis de cada ruído específico para a análise.

### **5.3.2. Matriz de Experimentos**

Uma matriz de experimentos consiste de um número determinado de experimentos (no caso deste trabalho, entenda-se experimento como sendo simulação) onde se variam os valores dos parâmetros que se deseja estudar de um experimento para

outro. Após a execução dos experimentos definidos na matriz, os dados obtidos são utilizados para se avaliar a influência de cada parâmetro de otimização. A utilização de matrizes de experimento especiais, chamadas **matrizes ortogonais**, permite uma avaliação eficiente dos efeitos de cada parâmetro e é uma técnica importante na metodologia de engenharia robusta.

Uma matriz é definida tendo como base o número de parâmetros de controle, assim como o número de níveis para cada fator (discretização). Estas matrizes de experimentos não são fatoriais, já que os experimentos fatoriais aqui são aqueles que analisam os resultados de todas as combinações possíveis de parâmetros: caso o problema permitisse uma abordagem deste tipo, não seria necessário nenhum método de otimização, bastando escolher a configuração com o melhor resultado. De toda forma, experimentos fatoriais somente são viáveis para um número muito limitado de problemas. Desta forma, o que a metodologia de engenharia robusta propõe é a utilização das matrizes ortogonais, nas quais as colunas são mutuamente ortogonais, como no exemplo abaixo, onde se consideram quatro parâmetros de otimização com três níveis cada um.

Tabela 5.1 – Matriz ortogonal para uma otimização de 4 parâmetros a 3 níveis cada

Experimento	Parâmetros de Otimização (níveis)				Resultado
	Mola	Amortecedor	Batente	Pressão do Pneu	
1	1	1	1	1	
2	1	2	2	2	
3	1	3	3	3	
4	2	1	2	3	
5	2	2	3	1	
6	2	3	1	2	
7	3	1	3	2	
8	3	2	1	3	
9	3	3	2	1	

A ortogonalidade neste caso deve ser interpretada num sentido combinatório, i.e., para qualquer par de colunas, todas combinações de níveis de parâmetros ocorrem e estas ocorrem num igual número de vezes. Antes de se definir a ortogonalidade de uma matriz de experimentos, deve-se recorrer às definições de álgebra linear e estatística. Definindo-se  $\eta_1, \dots, \eta_9$  como sendo os resultados de cada experimento (linhas da matriz) e considerando a forma linear  $L_i$ , dada por:

$$L_i = w_{i1}\eta_1 + w_{i2}\eta_2 + \dots + w_{i9}\eta_9 \quad (5.18)$$

sendo esta a soma balanceada dos nove resultados (ou observações, como descrito na literatura). A forma linear  $L_i$  é chamada de **contraste** se os pesos tem soma nula, isto é:

$$w_{i1} + w_{i2} + \dots + w_{i9} = 0 \quad (5.19)$$

Dois contrastes  $L_1$  e  $L_2$  são ditos ortogonais se o produto interno dos vetores correspondente aos seus pesos é nulo, desta forma:

$$w_{11}w_{21} + w_{12}w_{22} + \cdots + w_{19}w_{29} = 0 \quad (5.20)$$

Considerando-se três pesos  $w_{11}$ ,  $w_{12}$  e  $w_{13}$  correspondentes aos três níveis da primeira coluna da matriz de experimentos (mola), então pode-se dizer que a forma linear  $L_1$  é o contraste correspondente à coluna 1:

$$\begin{aligned} L_1 = & w_{11}\eta_1 + w_{11}\eta_2 + w_{11}\eta_3 + w_{12}\eta_4 + w_{12}\eta_5 + w_{12}\eta_6 \\ & + w_{13}\eta_7 + w_{13}\eta_8 + w_{13}\eta_9 \end{aligned} \quad (5.21)$$

desde que a soma de todos os pesos seja nula:

$$w_{11} + w_{12} + w_{13} = 0 \quad (5.22)$$

Perceba-se que a equação (5.21) usa o peso  $w_{11}$  onde quer que o nível seja 1,  $w_{12}$  para o nível 2 e  $w_{13}$  para o nível 3.

Um arranjo utilizado numa matriz de experimentos é dito ortogonal caso os contrastes correspondentes a todas as colunas sejam mutuamente ortogonais. Considerando-se as colunas 1 e 2 (mola e amortecedor) do exemplo dado, tem-se o contraste mostrado em (5.21) como sendo correspondente à coluna 1 e o contraste correspondente à coluna 2 fica:

$$\begin{aligned}
L_2 = & w_{21}\eta_1 + w_{22}\eta_2 + w_{23}\eta_3 + w_{21}\eta_4 + w_{22}\eta_5 + w_{23}\eta_6 \\
& + w_{21}\eta_7 + w_{22}\eta_8 + w_{23}\eta_9
\end{aligned} \tag{5.23}$$

Novamente a soma destes pesos deve ser nula:

$$w_{21} + w_{22} + w_{23} = 0 \tag{5.24}$$

O produto interno dos vetores correspondentes aos pesos dos dois contrastes  $L_1$  e  $L_2$  é dado por:

$$\begin{aligned}
& w_{11}w_{21} + w_{11}w_{22} + w_{11}w_{23} + w_{12}w_{21} + w_{12}w_{22} + w_{12}w_{23} \\
& + w_{13}w_{21} + w_{13}w_{22} + w_{13}w_{23} \\
& = (w_{11} + w_{12} + w_{13})(w_{21} + w_{22} + w_{23}) \\
& = 0
\end{aligned} \tag{5.25}$$

Desta forma, as colunas 1 e 2 são mutuamente ortogonais. A ortogonalidade de todos os pares de colunas da tabela 5.1 pode ser testada de maneira similar.

Dentre os três pesos correspondentes à coluna 1, pode-se determinar 2 deles independentemente e o terceiro fica determinado pela equação (5.22). Desta forma, a coluna 1 é dita como tendo 2 graus de liberdade. Em geral, uma coluna com  $n$  níveis tem  $n-1$  graus de liberdade.

### 5.3.3. Estimação do Efeito dos Parâmetros de Controle

Supondo um experimento onde se deseja otimizar um parâmetro cujo resultado tenha a característica de “quanto maior melhor”, pode-se definir a seguinte formulação para avaliar o resultado de cada rodada da matriz de experimentos:

$$v_i = 10 \cdot \log[\eta_i] \quad (5.26)$$

onde  $\eta_i$  denota o resultado de cada experimento.

Pode-se definir também a média geral dos valores de  $v$  para o experimento:

$$v_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i \quad (5.27)$$

onde  $n$  aqui denota o número de experimentos da matriz.

O efeito de cada nível dos parâmetros de controle é definido então como sendo a variação que o mesmo causa em torno da média geral dos experimentos. Por exemplo, para se avaliar o efeito do nível 1 do amortecedor da matriz de experimentos mostrada na tabela 5.1, toma-se a média dos valores de  $v$  dos experimentos onde o amortecedor foi avaliado com o nível 1, assim tem-se:

$$v_{P2,1} = \frac{1}{3} (v_1 + v_4 + v_7) \quad (5.28)$$

com o índice (P2,1) referenciando o parâmetro de número 2 (amortecedor) no nível 1.

Finalmente o que se obtém é um gráfico representando a influência de cada nível de cada parâmetro em termos do parâmetro  $v$  (cuja unidade é dB), como o gráfico da figura 5.12.

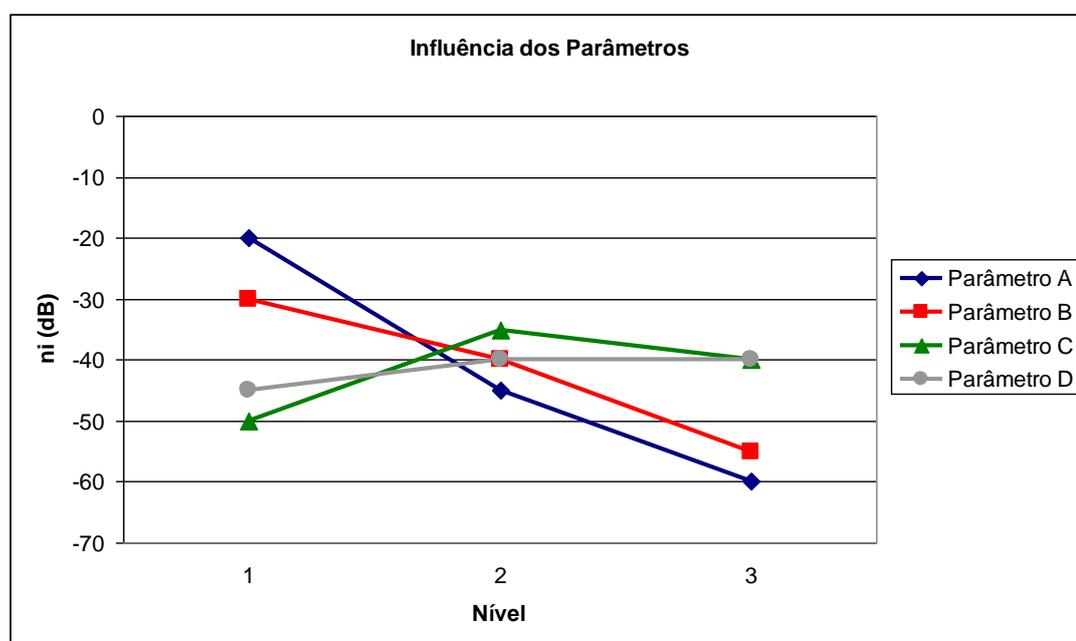


Figura 5.12 – Gráfico de Influência dos Diversos Parâmetros de Controle nos Níveis Considerados para a Otimização

Pela própria definição de  $v$ , o que se conclui é que o nível que apresenta o melhor resultado entre os considerados para cada parâmetro (i.e., o que mais otimiza o resultado) é aquele cujo valor em dB é o maior entre os estudados. A configuração ótima dos parâmetros de controle é então aquela cujos níveis de cada parâmetro individual são aqueles que maximizam o resultado de  $v$  em dB. Existem métodos

para se estimar o valor de  $v$  para esta configuração ótima (PADKE, 1989), que são bastante úteis quando o método é empregado em problemas onde são realizados experimentos caros e/ou demorados. Como neste caso está sendo empregada simulação computacional, torna-se mais prático avaliar o resultado desta configuração ótima diretamente através de uma outra avaliação por simulação.

#### 5.3.4. Consideração dos Parâmetros de Ruído

Para se levar em conta os parâmetros de ruído introduzidos no problema, basta introduzir os resultados das avaliações em cada nível de ruído na definição de  $v$ , e proceder a avaliação da mesma forma. Assim, caso queira se considerar dois níveis distintos de um determinado ruído (duas condições distintas de carregamento por exemplo), utiliza-se:

$$\left(\frac{S}{R}\right)_i = 10 \cdot \log[\eta_{i,1} + \eta_{i,2}] \quad (5.29)$$

onde o segundo índice de  $\eta$  denota o nível de ruído considerado na avaliação. A mesma fórmula é ainda utilizada no cálculo da S/R para um determinado nível de parâmetro de otimização, bastando colocar os resultados de todos os experimentos (em todos os níveis de ruído) onde o nível do parâmetro de interesse aparece dentro do logaritmo.

### 5.3.5. Exemplo de Aplicação

O exemplo a seguir tem o intuito de exemplificar a aplicação da metodologia de engenharia robusta em um problema relacionado à otimização de parâmetros visando a melhoria do conforto isoladamente. Este é o mesmo exemplo que foi utilizado pelo autor (Vilela, 2003) para ilustrar a aplicação desta metodologia na sua dissertação.

Considerando-se como parâmetros de controle a rigidez da mola, a curva de amortecimento do amortecedor e a pressão do pneu com dois níveis distintos para cada parâmetro na otimização, pode-se utilizar o arranjo ortogonal  $L_4(2^3)$ , onde 4 é o número de experimentos (simulações) a serem realizados, e  $2^3$  representa os 3 parâmetros com 2 níveis cada. Desta forma, obtém-se:

Tabela 5.2 – Arranjo Ortogonal  $L_4(2^3)$

	<b>Mola</b>	<b>Amortecedor</b>	<b>Pressão dos Pneus</b>
nível 1	22 N/mm	atual	28 psi
nível 2	20 N/mm	20% + solto	32 psi

Tomando-se como fator de ruído o carregamento no qual o comportamento do veículo será estudado (dois níveis distintos: somente com motorista – *vazio* e carregado com a capacidade total de carga – *carregado*), obtém-se a seguinte matriz de experimentos:

Tabela 5.3 – Matriz de experimentos do  $L_4$  com 1 fator de ruído de 2 níveis distintos

Experimento	Parâmetros de Otimização (níveis)			Resultado Vazio	Resultado Carregado
	Mola	Amortecedor	Pressão dos Pneus		
1	22 N/mm	atual	28 psi		
2	22 N/mm	20% + solto	32 psi		
3	20 N/mm	atual	32 psi		
4	20 N/mm	20% + solto	28 psi		

A partir do estabelecimento da matriz de experimentos, procede-se então com a simulação de cada um dos experimentos e os resultados podem ser observados na tabela a seguir, onde os valores de S/R são calculados conforme a fórmula (5.29).

Tabela 5.4 – Resultados das simulações

Experimento	Parâmetros de Otimização (níveis)			Resultado Vazio	Resultado Carregado	Resultado Médio	S/R
	Mola	Amortecedor	Pressão dos Pneus				
1	22 N/mm	atual	28 psi	6,69	5,66	6,18	10,92
2	22 N/mm	20% + solto	32 psi	6,99	5,76	6,38	11,06
3	20 N/mm	atual	32 psi	6,27	4,50	5,39	10,32
4	20 N/mm	20% + solto	28 psi	6,59	4,73	5,66	10,54

Utilizando-se ainda (5.29), pode-se calcular o S/R para cada nível dos parâmetros de controle, obtendo-se:

Tabela 5.5 – S/R dos parâmetros de controle

	Mola	Amortecedor	Pressão dos Pneus
nível 1	14.00	13.64	13.74
nível 2	13.44	13.81	13.71

Colocando-se os dados da tabela 5.5 num formato gráfico, fica mais fácil a visualização de quais são os melhores níveis para cada parâmetro (maior S/R) e qual a importância relativa de cada parâmetro (quanto maior a diferença entre a relação S/R de cada nível, mais influente é o parâmetro para a otimização), e a figura 5.13 ilustra este fato.

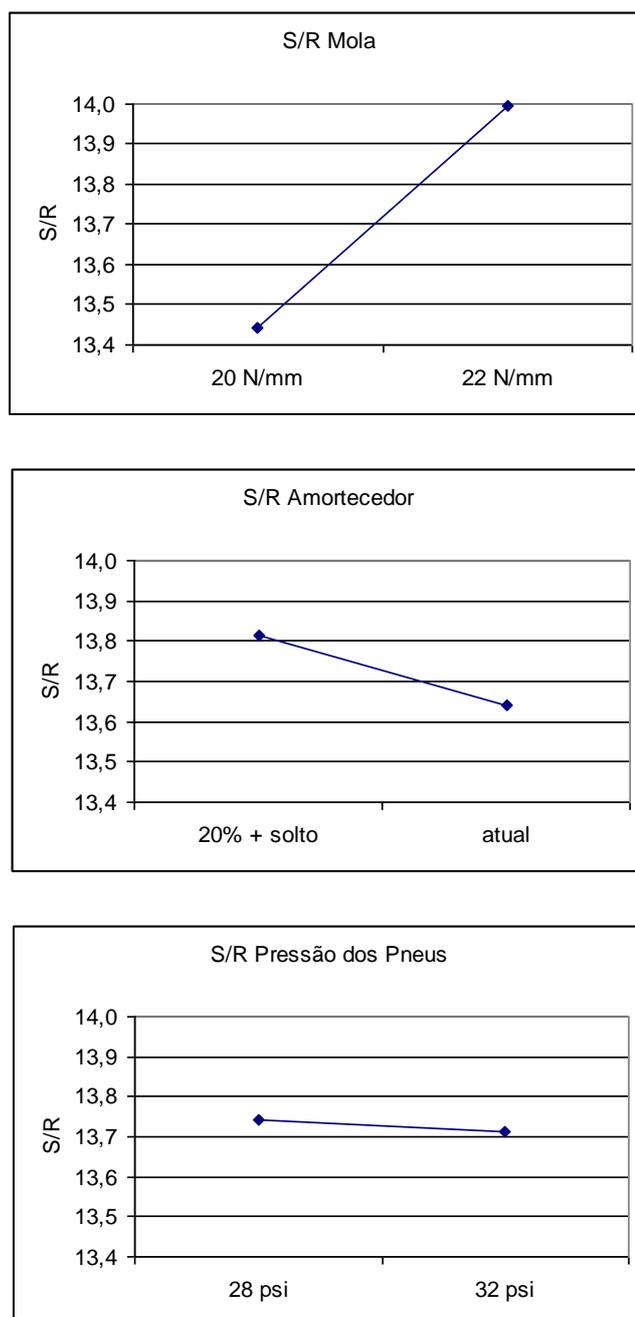


Figura 5.13 – Representação Gráfica da Relação S/R dos Parâmetros de Controle

Percebe-se claramente através da visualização do gráfico que a importância relativa da pressão dos pneus é menor que a da mola e a do amortecedor neste caso.

A última etapa do método é preparar uma rodada utilizando os níveis da cada parâmetro que apresentaram a melhor relação S/R e confirmar o resultado final contra a matriz de resultados – em geral a configuração ótima tem uma relação S/R maior (portanto melhor) que qualquer uma das rodadas da matriz de experimentos.

Tabela 5.6 – Identificação do Resultado Ótimo

Experimento	Parâmetros de Otimização (níveis)			Resultado Vazio	Resultado Carregado	Resultado Médio	S/R
	Mola	Amortecedor	Pressão dos Pneus				
1	22 N/mm	atual	28 psi	6,69	5,66	6,18	10,92
2	22 N/mm	20% + solto	32 psi	6,99	5,76	6,38	11,06
3	20 N/mm	atual	32 psi	6,27	4,50	5,39	10,32
4	20 N/mm	20% + solto	28 psi	6,59	4,73	5,66	10,54
<b>Ótimo</b>	<b>22 N/mm</b>	<b>20% + solto</b>	<b>28 psi</b>	<b>7,10</b>	<b>5,87</b>	<b>6,49</b>	<b>11,13</b>

## 5.4. Metodologia de Superfície de Resposta (RSM – Response Surface Method)

A metodologia da superfície de resposta ou RSM é definida por Myers e Montgomery (2002) como sendo “uma coletânea de técnicas estatísticas e matemáticas úteis ao desenvolvimento, melhoria e otimização de processos e produtos”. A perspectiva gráfica da aplicação desta metodologia é que deu origem ao termo “superfície de resposta”. No exemplo dado na figura 5.14, onde existe uma função  $f$  que tem como variáveis  $x_1$  e  $x_2$ , a aplicação da metodologia se baseia no estudo desta superfície de resposta de  $f$ .

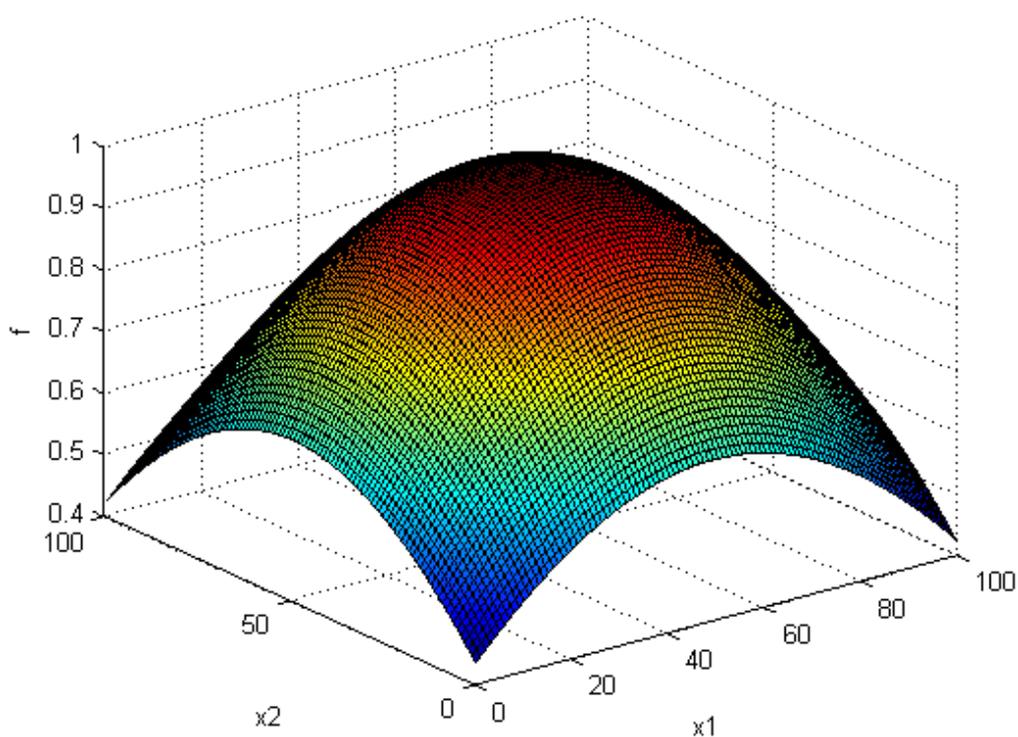


Figura 5.14 – Exemplo de Superfície de Resposta

Obviamente que, nos casos onde é factível construir um gráfico de resposta como o mostrado na figura 5.14, o processo de otimização torna-se muito simples: neste exemplo, verifica-se por inspeção que o valor máximo da função  $f$  ocorre quando  $x_1 = 50$  e  $x_2 = 50$ . Na prática, a função  $f$  é em geral desconhecida (não existe uma formulação analítica da mesma) e a quantidade de variáveis de controle envolvidas é maior, impossibilitando uma análise visual tão simples como neste exemplo. Desta maneira, a aplicação da metodologia de superfície de resposta envolve de maneira geral os seguintes passos:

- Definição das estratégias de como explorar o espaço das variáveis de otimização ( $x_1$  e  $x_2$  no exemplo mostrado). Uma das maneiras comumente utilizadas é a definição de experimentos fatoriais fracionados em dois níveis como será mostrado adiante;
- Utilização de modelagem estatística empírica para definir uma aproximação adequada da relação entre as variáveis de controle e a resposta de interesse. Nesta etapa, são aplicadas técnicas de regressão linear aliadas a conceitos estatísticos de verificação de significância dos modelos analíticos empíricos obtidos. Uma característica importante da RSM é sua natureza sequencial, sendo que nesta etapa ela fica evidente no momento em que o engenheiro pode analisar como varia a significância dos modelos ao incluir ou remover parâmetros nos mesmos e decidir qual o modelo mais apropriado a se utilizar;

- Finalmente, utilizando métodos de otimização sobre estas funções empíricas obtidas, o engenheiro ou analista pode obter quais seriam os valores ótimos destas variáveis de controle para se atingir um resultado desejado.

Na sequência, são descritos mais detalhadamente cada um destes passos.

#### **5.4.1. Definição da Estratégia de Exploração do Espaço das Variáveis de Otimização**

A definição da estratégia de exploração do espaço das variáveis de otimização é de fundamental importância para o sucesso da aplicação da RSM. Em geral, a primeira coisa que se vem à cabeça quando se pensa em desenhar uma estratégia de experimentos (que podem ser experimentos físicos ou simulações como no caso deste trabalho) é varrer toda a gama de possíveis combinações entre as variáveis de controle, no que se denomina experimento fatorial completo. Caso isto fosse sempre possível, não seria necessária a aplicação de nenhuma técnica muito sofisticada de análise numa primeira instância, bastando uma varredura dos resultados no espaço das variáveis, porém a dificuldade neste caso é devida ao elevado número de experimentos envolvidos: por exemplo, num estudo onde se deseje avaliar 8 variáveis de controle em três níveis (valores) distintos e uma variável de ruído em dois valores distintos, já seriam necessários  $3^8 \times 2 = 13.122$  experimentos, o que é impraticável na maioria dos casos, mesmo quando os resultados dos experimentos são obtidos através de simulação computacional – neste exemplo, mesmo que cada experimento demorasse apenas 10 minutos, seriam necessárias 2.187 horas para

completar a matriz fatorial completa (ou mais que 91 dias rodando experimentos 24 horas por dia!).

Desta maneira, torna-se necessária a aplicação de estratégias mais otimizadas na definição da matriz de experimentos. No seu livro, Myers e Montgomery (2002) dedicam um capítulo (capítulo 4) exclusivamente à construção de um tipo muito especial de matriz de experimentos: a matriz de experimentos fatorial fracionada de dois níveis. Neste tipo de matriz, todas variáveis, sejam de controle ou de ruído, são estudadas a dois níveis distintos, um denominado como nível “superior” (ou limite máximo de uma variável de controle ou ruído) e outro denominado “inferior” (ou limite mínimo de uma variável de controle ou ruído). Assim, uma versão fatorial completa deste tipo de matriz de experimentos teria  $2^k$  experimentos, onde  $k$  é o número de variáveis de controle + variáveis de ruído a serem estudadas.

O raciocínio básico da aplicação de projetos fracionados é que a grande maioria dos experimentos numa matriz fatorial completa é utilizada para avaliar graus de liberdade associados a iterações de ordem superior entre as variáveis. Num exemplo com 6 variáveis, dos  $2^6 = 64$  experimentos requeridos para um estudo fatorial completo, apenas 6 dos 63 graus de liberdade existentes estão relacionados aos efeitos principais das variáveis e outros 15 seriam utilizados para estimar as iterações de dois níveis, sendo que os 42 graus de liberdade restantes desta matriz fatorial completa estão associados a iterações de três ou mais fatores. Se o engenheiro puder assumir que estas associações de ordem superior entre as variáveis tem efeito desprezível sobre o fenômeno em estudo (o que é razoável na grande maioria dos

casos), então pode-se obter o mesmo nível de informação sobre os efeitos principais e interações de mais baixa ordem com apenas uma fração dos experimentos de uma matriz fatorial completa.

Myers e Montgomery também defendem que os experimentos fracionados são ideais para se iniciar um estudo específico, no que eles denominam “experimentos de varredura” (“*screening experiments*” na nomenclatura em inglês), após o que podem ser utilizadas matrizes mais detalhadas, até mesmo matrizes fatoriais completas, que porém envolvam somente as variáveis mais importantes para o fenômeno estudado detectadas através destes experimentos de varredura.

Na concepção das matrizes de experimentos fracionadas em dois níveis o nível inferior de cada variável é definido como  $-1$  e o nível superior como  $+1$ , o que pode ser obtido através de uma transformação das variáveis originais. Também são definidos os “geradores” de cada fração particular, que com a definição das variáveis como  $-1$  ou  $+1$ , tornam-se simplesmente uma multiplicação destes fatores. Os geradores por sua vez estão relacionados ao que se denomina “resolução” da matriz de experimentos (o número de letras num gerador é igual à resolução da matriz, geralmente identificada por um número em algarismos romanos), sendo que quanto maior a resolução, menos restritivas são as hipóteses adotadas. Por exemplo: numa matriz de resolução III, os efeitos principais não são misturados entre si (“*aliased*” no termo original em inglês), porém estes efeitos principais já são misturados com interações entre dois fatores e estas interações entre dois fatores já podem ser misturadas entre si. Numa matriz com resolução IV, os efeitos principais já não são

misturados nem entre si nem com nenhuma iteração entre dois fatores – ou seja, trata-se de uma matriz menos restritiva que uma com resolução III.

Os detalhes construtivos destas matrizes fracionadas estão descritos no capítulo 4 do livro de Myers e Montgomery (2002). Neste trabalho, será adotada uma matriz de 9 parâmetros (8 variáveis de controle e 1 para representar ruído) com resolução VI, cuja nomenclatura é  $2_{VI}^{9-2}$  e tem geradores  $H = ACDFG$  e  $J = BCEFG$ , totalizando 128 experimentos (uma matriz fatorial completa teria  $2^9 = 512$  experimentos). A organização desta matriz está mostrada na equação (5.30).

$$2_{VI}^{9-2} = \begin{array}{cccccccccc} A & B & C & D & E & F & G & H = ACDFG & J = BCEFG & \\ \left[ \begin{array}{cccccccccc} -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 & \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 & +1 & \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & \\ -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & \\ -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 & +1 & -1 & \\ -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & +1 & -1 & \\ -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 & -1 & +1 & \\ -1 & -1 & -1 & +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & -1 & \\ -1 & -1 & -1 & +1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 & \\ -1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 & -1 & +1 & \\ -1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 & +1 & +1 & -1 & \\ \vdots & \\ +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & \end{array} \right. \end{array} \quad (5.30)$$

### 5.4.2. Construção do Modelo Empírico

Para a aplicação prática da RSM, é necessário o desenvolvimento de um modelo aproximado para a verdadeira superfície de resposta, levando-se em consideração que na grande maioria dos casos não existe um modelo analítico que represente a verdadeira superfície de resposta. A regressão múltipla é uma coletânea de técnicas estatísticas que são úteis para se construir os tipos de modelos empíricos necessários para a RSM.

Numa resposta geral, pode-se construir um modelo do tipo:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_i x_i + \cdots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (5.31)$$

Este modelo é chamado de modelo de regressão linear múltipla, onde  $y$  é a resposta a ser estudada e  $x_i$  ( $i = 0, 1, \dots, k$ ) são as variáveis de entrada (também denominadas como “regressores” na RSM).  $\beta_i$  ( $i = 0, 1, \dots, k$ ) são parâmetros lineares denominados “coeficientes de regressão parcial” pelo fato de que cada um destes coeficientes  $\beta_i$  mede como a resposta varia em função de  $x_i$  quando os outros regressores  $x$  são mantidos constantes. Finalmente, o parâmetro  $\varepsilon$  se refere ao erro deste modelo de regressão linear em relação à função  $y$  real.

O ajuste dos coeficientes  $\beta_i$  é o que se denomina como ajuste do modelo (“*model fitting*” no termo original em inglês), onde tipicamente se utiliza o método dos mínimos quadrados para se obter um conjunto de coeficientes  $\beta_i$  que minimizem a

soma dos erros  $\varepsilon$  para o conjunto de medidas  $y$  disponíveis para este ajuste – estas medidas por sua vez provém da matriz de experimentos que foi discutida no item anterior. Para um número  $n$  de experimentos, pode-se definir as seguintes relações:

$$y = X \beta + \varepsilon \quad (5.32)$$

onde

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

$\beta_0$  é também conhecido como interseção e é o valor da função  $y$  quando todas as variáveis regressoras  $x_i$  são nulas. O estimador de mínimos quadrados para a matriz de coeficientes  $\beta$  fica então:

$$\hat{b} = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (5.33)$$

O modelo de regressão ajustado fica então:

$$\hat{y} = X \hat{b} \quad (5.34)$$

Com o vetor de resíduos  $e$  definido como:

$$e = y - \hat{y} \quad (5.35)$$

A estimativa do erro quadrático do modelo ajustado é baseada na soma dos quadrados dos resíduos  $SS_E$ , no número de experimentos  $n$  e no número  $p$  de coeficientes de regressão parcial ( $p = k + 1$ ), da seguinte forma:

$$SS_E = \sum_{j=1}^n (y_j - \hat{y}_j)^2 = \sum_{j=1}^n e^2 = e^T e \quad (5.36)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SS_E}{n - p} \quad (5.37)$$

A estimativa do erro quadrático do modelo ajustado nos dá uma ideia da qualidade deste modelo para representar a superfície de resposta estudada. Além deste teste, a verificação de algumas hipóteses sobre os parâmetros do modelo obtido são importantes na mensuração da utilidade deste modelo, tendo em mente que um modelo que tenha pouca aderência à superfície de resposta real não trará resultados úteis ao engenheiro ou analista. O teste para confirmar a significância de uma regressão é feito para se determinar se existe uma relação linear entre a resposta  $y$  e as variáveis regressoras  $x_1, x_2, \dots, x_k$ . Assumindo-se que os erros  $\varepsilon_j$  do modelo tem uma distribuição normal e independente com média nula e variância  $\sigma^2$ , as seguintes hipóteses podem ser levadas a confirmação:

$$\begin{aligned}
 H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_k = 0 \\
 H_1 : \beta_i \neq 0 \text{ para pelo menos algum } i
 \end{aligned}
 \tag{5.38}$$

A rejeição de  $H_0$  significa que ao menos uma das variáveis regressoras  $x_1, x_2, \dots, x_k$  contribui significativamente para o modelo. O procedimento envolve dividir o erro total  $SS_T$  em uma parcela devida ao modelo de regressão adotado –  $SS_E$  descrita na equação (5.36) e outra parcela residual  $SS_R$ . Para confirmar a rejeição de  $H_0$ , pode ser calculado o valor de  $F_0$  do modelo obtido em função de  $SS_E$  e  $SS_R$  e comparado com a distribuição estatística  $F$  para  $F_{\alpha, k, n-k-1}$  (também conhecida como distribuição Fisher-Snedecor) – caso o valor de  $F_0$  seja superior à  $F_{\alpha, k, n-k-1}$ , a hipótese  $H_0$  está rejeitada e o modelo é adequado, ou seja, o valor da função da depende de ao menos uma das variáveis regressoras adotadas. Este procedimento é também chamado de análise de variância, pois ele decompõe a variância total da resposta  $y$  nos termos de variância residual e variância provocada pelo modelo. O procedimento de cálculo é mostrado na sequência e maiores detalhes sobre como proceder com testes de validade dos modelos empíricos adotados para a aplicação da RSM são descritos no capítulo 2 do livro de Myers e Montgomery (2002).

$$SS_T = SS_R + SS_E \rightarrow SS_R = SS_T - SS_E \tag{5.39}$$

$$SS_T = y^T y - \frac{\left( \sum_{j=1}^n y_j \right)^2}{n} \tag{5.40}$$

$$F_0 = \frac{\frac{SS_R}{k}}{\frac{SS_E}{(n-k-1)}} = \frac{MS_R}{MS_E} \quad (5.41)$$

onde  $MS_R$  é o que se denomina média quadrática residual e  $MS_E$  média quadrática da estimativa do modelo ajustado.

Este mesmo tipo de teste é usado para a seleção das variáveis que serão mantidas no modelo empírico a ser estudado, partindo do princípio de que o engenheiro ou analista vai manter neste modelo empírico apenas aquelas variáveis que realmente estejam correlacionadas com a resposta de interesse – em adição a isto, Myers e Montgomery (2002) demonstram que a inclusão de variáveis regressoras nem sempre contribui positivamente para a qualidade do modelo obtido. Pode-se citar três enfoques principais neste caso:

- **Estudo de Todas Possíveis Regressões:** neste caso, são estudadas todas as possíveis combinações de variáveis regressoras e é adotado o modelo que mostra a melhor resposta estatística para representar a superfície de resposta ou aquele que apresente o melhor custo-benefício na relação variáveis regressoras incluídas versus qualidade da regressão na análise do engenheiro ou analista. Apesar de ser o estudo mais completo, é computacionalmente muito dispendioso e muitas vezes os outros métodos de seleção de variáveis regressoras dão resultados tão bons quanto este;

- **Inclusão Posterior (*Forward Inclusion*):** este procedimento se inicia com a premissa de que não existem variáveis regressoras além da interseção  $\beta_0$ . Ele faz então o cálculo de  $F_0$  para cada variável regressora  $x_i$  possível de ser incluída no modelo e adiciona aquela que mais causa um aumento no valor de  $F_0$  original. O procedimento segue iterativamente até o momento em que não exista mais nenhuma variável que cause um incremento de  $F_0$  mínimo  $F_{IN}$  definido para a rotina ou que todas variáveis tenham sido incluídas ou ainda que um número limite de variáveis desejadas para se trabalhar tenha sido atingido;
- **Eliminação Anterior (*Backward Elimination*):** este procedimento é o oposto do procedimento de inclusão posterior e se inicia com a premissa de que todas possíveis variáveis regressoras são adotadas no modelo. Ele faz então o cálculo de  $F_0$  para a remoção de cada variável regressora  $x_i$  possível de ser removida deste modelo e remove aquela que menos causa diminuição no valor de  $F_0$  original. O procedimento segue iterativamente até o momento em que não exista variável que possa ser removida sem causar um decréscimo de  $F_0$  menor que o parâmetro  $F_{OUT}$  definido para a rotina ou que se atinja um limite mínimo de variáveis desejadas para se trabalhar.

Com a seleção adequada das variáveis regressoras e testes estatísticos confirmando a qualidade do modelo empírico obtido, é possível estudar estes modelos utilizando técnicas conhecidas de análise e otimização, lembrando que o modelo obtido é um modelo linear de simples manipulação.

### 5.4.3. Exemplo de Aplicação

O exemplo mostrado aqui é o mesmo desenvolvido pelo autor juntamente com Tamai (Vilela e Tamai, 2005), onde se fez um estudo aplicando a metodologia da superfície de resposta a um problema de otimização do conforto veicular isoladamente. Neste caso, existiam 8 variáveis de otimização e 1 parâmetro de ruído como segue:

$x_1$  – rigidez da barra estabilizadora da suspensão dianteira;

$x_2$  – curva de rigidez da mola dianteira;

$x_3$  – curva de rigidez da mola traseira;

$x_4$  – curva de força vs velocidade do amortecedor dianteiro;

$x_5$  – curva de força vs velocidade do amortecedor traseiro;

$x_6$  – curva de rigidez do batente dianteiro;

$x_7$  – curva de rigidez do batente traseiro;

$x_8$  – pressão de enchimento do pneu traseiro (refletida na curva de força vs deflexão radial do mesmo);

$z$  – carregamento do veículo (parâmetro de ruído).

Desta maneira, o modelo que representa a métrica de avaliação de conforto foi representado pela função escalar da equação (5.42):

$$y(x, z) = b_0 + b^T x + x^T B x + x^T h z \quad (5.42)$$

Na equação (5.42),  $x$  é o vetor de variáveis de otimização composto pelos elementos  $x_1, x_2, \dots, x_8$ ,  $b_0$  é o valor de interseção que avalia a função com  $x = 0$  e  $z = 0$ ,  $b$  é o vetor com os coeficientes de regressão parcial,  $B$  é a matriz que estabelece as iterações de 2 fatores (também composta por coeficientes de regressão parcial) e  $h$  é o vetor que estabelece a iteração entre as variáveis de otimização e o parâmetro de ruído (também composto por coeficientes de regressão parcial). Aplicando-se o método de mínimos quadrados, obtém-se então a seguinte aproximação:

$$\hat{y}(x, z) = \hat{b}_0 + \hat{b}^T x + x^T \hat{B} x + x^T \hat{h} z + \varepsilon \quad (5.43)$$

Como este modelo não possui termos quadráticos (como  $x_1^2$  ou  $x_5^2$ ), os termos diagonais da matriz  $B$  são nulos. O total de coeficientes de regressão parcial a serem estimados é de 46, já que existem 8 variáveis de otimização e 1 parâmetro de ruído. Foram considerados 2 níveis para cada variável e para o parâmetro de ruído – desta forma, uma matriz de experimentos fatorial completa demandaria  $2^9 = 512$  simulações, e se optou então por aplicar uma matriz fatorial fracionada do tipo  $2^{9-2}_{VI}$  com geradores  $H = ACDFG$  e  $J = BCEFG$  conforme mostrado na equação (5.30), permitindo a redução do número de simulações para um total de 128. Para cada uma destas 128 simulações, o vetor  $y$  de resultado da métrica de conforto fica então:

$$y = X b + \varepsilon \quad (5.44)$$

Como os resultados experimentais são oriundos de um modelo determinístico de simulação neste caso, o vetor de erros randômicos  $\varepsilon$  é nulo. A matriz  $X$ , de dimensão  $128 \times 46$  é composta por uma coluna de “uns” (a coluna de interseção I), as nove colunas da matriz de experimento fatorial fracionado do tipo  $2_{VI}^{9-2}$  da equação (5.30) e mais 36 colunas para as iterações de dois fatores, da seguinte forma:

$$X = \begin{matrix} & z & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & z x_1 & z x_2 & z x_3 & \cdots & x_7 x_8 \\ & I & A & B & C & D & E & F & G & H & J & AB & AC & AD & \cdots & HJ \\ \left[ \begin{array}{l} +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 & \cdots & +1 \\ +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & \cdots & +1 \\ +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & \cdots & +1 \\ +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 & \cdots & +1 \\ +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 & +1 & \cdots & -1 \\ +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 & +1 & -1 & +1 & +1 & +1 & \cdots & -1 \\ +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & +1 & +1 & \cdots & -1 \\ +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 & -1 & +1 & +1 & +1 & +1 & \cdots & -1 \\ +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 & +1 & -1 & \cdots & -1 \\ +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 & +1 & +1 & -1 & \cdots & -1 \\ +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 & -1 & \cdots & -1 \\ +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 & +1 & +1 & -1 & +1 & +1 & -1 & \cdots & -1 \\ +1 & \vdots \\ +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & \cdots & +1 \end{array} \right. \quad (5.45)$$

Utilizando-se o método de eliminação anterior (“*backward elimination*”) descrito anteriormente, chega-se então à lista de variáveis regressoras mais significativas mostrada na tabela 5.7.

Tabela 5.7 – Variáveis Regressoras Mais Significativas

Fator	Coefficiente de Regressão Parcial
Interseção	+5,324
$z$ – carregamento do veículo (parâmetro de ruído)	-0,838
$x_2$ – curva de rigidez da mola dianteira	+0,872
$x_4$ – curva do amortecedor dianteiro	-0,232
$x_6$ – curva de rigidez do batente dianteiro	-0,141
$x_8$ – pressão de enchimento do pneu traseiro	-0,030
$z \cdot x_2$	+0,025
$z \cdot x_4$	+0,104
$z \cdot x_6$	+0,066
$x_2 \cdot x_4$	-0,128
$x_2 \cdot x_6$	+0,074

O modelo empírico que representa a métrica de avaliação de conforto fica então:

$$\hat{y}(x, z) = +5,324 - 0,838z + 0,872x_2 - 0,232x_4 - 0,141x_6 - 0,030x_8 + 0,025z \cdot x_2 + 0,104z \cdot x_4 + 0,066z \cdot x_6 - 0,128x_2 \cdot x_4 + 0,074x_2 \cdot x_6 \quad (5.46)$$

Aplicando-se as equações (5.33) a (5.41), chega-se a um valor de  $F_0 = 1443$ , que é muito superior ao valor da distribuição Fisher-Snedecor correspondente para uma confiança  $\alpha = 0,99$  ( $F_{0,99, 45, 128} \approx 1,7$ ). Desta forma, se conclui que o modelo é adequado, ou seja, o valor da função depende de ao menos uma das variáveis regressoras adotadas. Neste caso, a maximização da métrica de conforto ocorre quando:

$$\begin{aligned} x_2 &= +1 \\ x_4 &= -1 \\ x_6 &= -1 \\ x_8 &= -1 \end{aligned} \quad (5.47)$$

Uma característica importante na aplicação da RSM é a sua natureza sequencial. Neste exemplo, percebe-se que a variável de otimização que tem mais influência sobre o resultado é  $x_2$  (curva de rigidez da mola dianteira) e o resultado é otimizado (métrica de conforto maximizada) quando  $x_2 = +1$  (mola mais rígida neste exemplo). Utilizando-se o mesmo conjunto de resultados já disponíveis, porém selecionando-se somente os resultados onde  $x_2 = +1$ , chega-se a um novo modelo de resposta empírico com os coeficientes de regressão mais significativos calculados através do método de inclusão posterior (“*forward inclusion*”) limitado a 6 parâmetros:

$$\hat{y}(x, z) = +6,196 - 0,813z - 0,362x_4 - 0,021x_5 - 0,067x_6 - 0,042x_8 + 0,131z x_4 \quad (5.48)$$

Para este modelo, que é válido somente quando  $x_2 = +1$ , é calculado um valor de  $F_0 = 10088$  (ou seja, melhora muito o valor de  $F_0$  em relação ao modelo anterior).

Percebe-se também que, para  $x_2 = +1$  (mola mais rígida),  $x_5$  (curva do amortecedor traseiro) passa a ter importância para o resultado da métrica de conforto. Este tipo de conhecimento proporcionado no processo iterativo de aplicação da RSM é muito interessante para o engenheiro que está aplicando esta ferramenta. Outro ponto interessante na aplicação da RSM é que os modelos obtidos são equações analíticas lineares simples, o que facilita a aplicação de outras técnicas e/ou enfoques na análise dos resultados.

Neste exemplo, o engenheiro pode desejar, além de maximizar a métrica de conforto, diminuir a variabilidade devida à condição de carregamento, que é considerada

parâmetro de ruído justamente pelo fato do usuário final poder carregar o veículo em qualquer condição entre vazio e o limite de carga deste mesmo veículo. Considerando-se que o carregamento do veículo  $z$  pode ser considerado uma variável de média nula e variância  $\sigma_z^2$ , o modelo da equação (5.48) pode ser dividido em:

$$\bar{y}(x) = +6,196 - 0,362x_4 - 0,021x_5 - 0,067x_6 - 0,042x_8 \quad (5.49)$$

$$g(x, z) = -0,813z + 0,131z x_4 \quad (5.50)$$

O valor da métrica na carga intermediária do veículo é então  $\bar{y}$  e a variabilidade deste valor em relação à carga  $z$  pode ser expressa como:

$$Var[y(x, z)] = \sigma_z^2 \left[ \frac{\partial g(x, z)}{\partial z} \right]^2 + \hat{\sigma}^2 \quad (5.51)$$

onde  $\hat{\sigma}^2$  é a estimativa do erro quadrático do modelo ajustado conforme a equação (5.37).

Como as equações obtidas são lineares simples, pode-se aplicar as equações (5.49) e (5.51) em um código de programação linear quadrática comum, como os disponíveis nos pacotes MatLab<sup>®</sup> e SciLab<sup>®</sup>, obedecendo às seguintes condições de contorno:

$$\min_x \text{Var}[y(x, z)], \text{ com } \bar{y}(x) > y_{\min} \text{ e } -1 \leq x_i \leq +1 \quad (5.52)$$

Desta forma, variando-se o valor de  $y_{\min}$ , o engenheiro tem uma maneira de saber como a métrica de conforto média atingível varia em função da variabilidade com a carga e de como a configuração ótima das variáveis de otimização varia também em função da variabilidade que se deseja atingir. Considerando-se  $\sigma_z^2 = 1$ , obtém-se então os resultados mostrados na tabela 5.8.

Tabela 5.8 – Resultados do Estudo de Variabilidade em Função da Carga

Fator	Mínima Variabilidade	Máximo Valor da Métrica	Exemplo Intermediário
	Métrica = 5,83 Var = 0,47	Métrica = 6,89 Var = 0,89	Métrica = 6,40 Var = 0,71
$x_2$ – curva de rigidez da mola dianteira	+1	+1	+1
$x_4$ – curva do amortecedor dianteiro	+1	-1	-0,2
$x_5$ – curva do amortecedor traseiro	+1	-1	-1
$x_6$ – curva de rigidez do batente dianteiro	+1	-1	-1
$x_8$ – pressão de enchimento do pneu traseiro	+1	-1	-1

# Capítulo 6 – Modelo, Simulação, Resultados e Análise

## 6.1. Modelo Estudado

O modelo utilizado para estudo representa um veículo de passageiros com suspensão dianteira do tipo *Mc Pherson* e suspensão traseira semi-independente com barra de torção (*twist beam*).

O modelo é analisado com relação ao conforto e dirigibilidade em duas condições distintas de carga, que são consideradas condições de ruído do sistema, tendo-se em vista que não é possível determinar-se a priori qual a condição de carga utilizada pelo usuário final. Assim, foi estudada uma condição mínima de carga, que equivale ao peso do carro vazio somado ao peso do motorista e será denominada condição “vazio” neste trabalho e uma condição de carregamento máximo do veículo, que será denominada “carregado” neste trabalho. A tabela 6.1 mostra estes dados e mais alguns dados gerais do veículo estudado.

Tabela 6.1 – Dados Gerais do Veículo Modelado

Peso dianteiro na condição vazio (kg)	800.0
Peso traseiro na condição vazio (kg)	500.0
Momento de inércia no eixo longitudinal (X) na condição vazio (kg.m <sup>2</sup> )	500.0
Momento de inércia no eixo lateral (Y) na condição vazio (kg.m <sup>2</sup> )	1900.0
Momento de inércia no eixo vertical (Z) na condição vazio (kg.m <sup>2</sup> )	2000.0
Altura do CG em relação ao solo na condição vazio (mm)	600.0
Peso dianteiro na condição carregado (kg)	900.0
Peso traseiro na condição carregado (kg)	900.0
Inércia de rolagem no eixo longitudinal (X) na condição carregado (kg.m <sup>2</sup> )	692.3
Inércia de rolagem no eixo lateral (Y) na condição carregado (kg.m <sup>2</sup> )	2630.8
Inércia de rolagem no eixo vertical (Z) na condição carregado (kg.m <sup>2</sup> )	2769.2
Altura do CG em relação ao solo na condição carregado (mm)	580.0
Entre-eixos (mm)	2700.0
Bitola dianteira/traseira (mm)	1450.0
Massa não-suspensa dianteira (kg)	90.0
Massa não suspensa traseira (kg)	77.0

O modelo de conforto vibracional considera a dinâmica vertical devida à excitação de pista no conjunto motor/transmissão montado sobre coxins sobre a carroçaria do veículo. Os dados deste conjunto estão descritos na tabela 6.2.

Tabela 6.2 – Dados do Conjunto Motor/Transmissão

Peso do motor (kg)	200.0
Inércia de rolagem do motor no eixo longitudinal (X) do veículo (kg.m <sup>2</sup> )	18.0
Inércia de rolagem do motor no eixo lateral (Y) do veículo (kg.m <sup>2</sup> )	7.0
Rigidez vertical do coxim direito (N/mm)	180.0
Rigidez vertical do coxim esquerdo (N/mm)	180.0
Rigidez vertical do coxim traseiro (N/mm)	50.0

A dinâmica da suspensão dianteira (tipo *Mc Pherson*) é calculada como um sistema multicorpos através dos sistemas de ligação (cuja teoria foi apresentada no capítulo 3), e o modelo tem como base os pontos de articulação e aplicação de forças da suspensão, sendo que estes pontos de articulação e aplicação de forças são obtidos através dos desenhos de conjunto da suspensão. Modelam-se também os componentes dinâmicos atuantes (molas, amortecedores, batentes e barras estabilizadoras), baseando-se nas suas curvas não-lineares de força x deflexão (no caso de molas, batentes e barras) e força x velocidade (amortecedores). A figura 6.1 mostra como é o esquema geral de uma suspensão dianteira do tipo *Mc Pherson*.

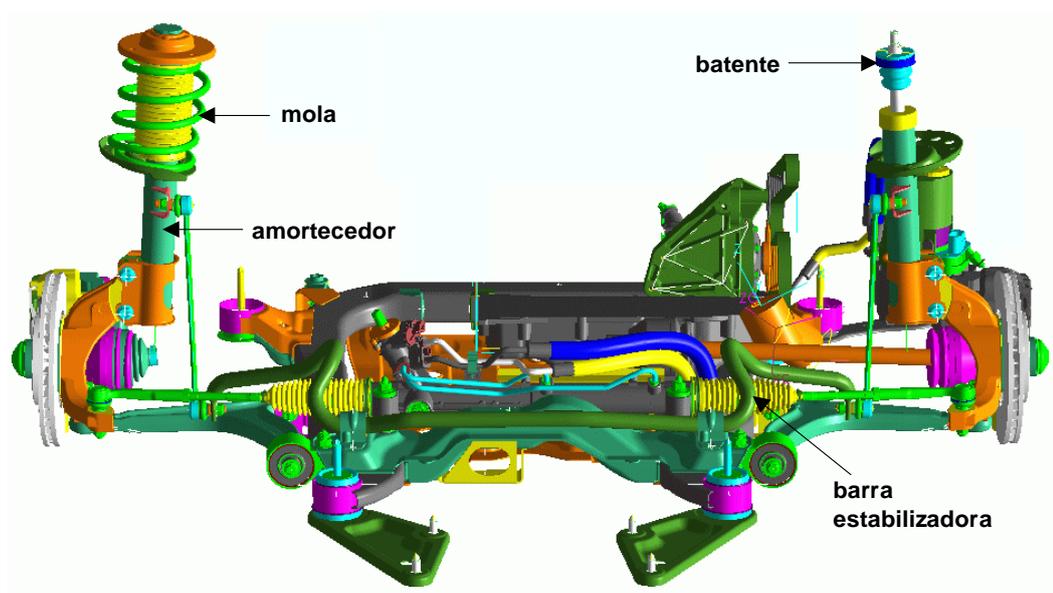


Figura 6.1 – Suspensão Dianteira do Tipo *Mc Pherson* com Componentes Dinâmicos Modelados

As figuras 6.2 até 6.5 mostram os pontos de articulação definidos para a suspensão dianteira.

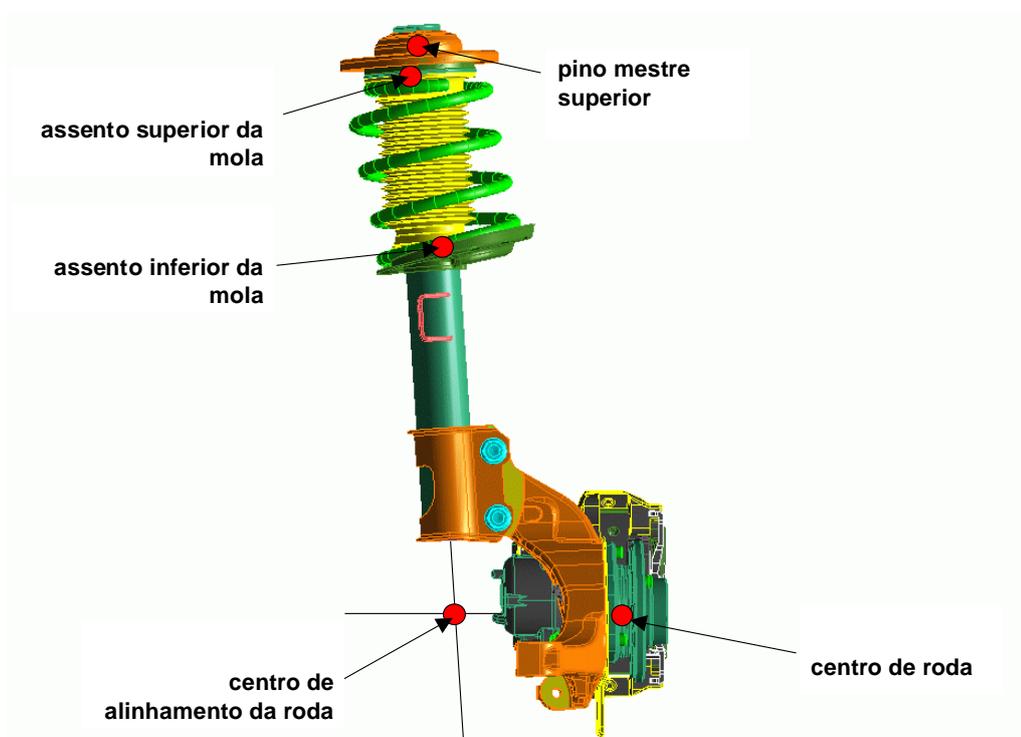


Figura 6.2 – Perna da Suspensão Dianteira do Tipo *Mc Pherson* com Pontos de Articulação e Aplicação de Forças Modelados

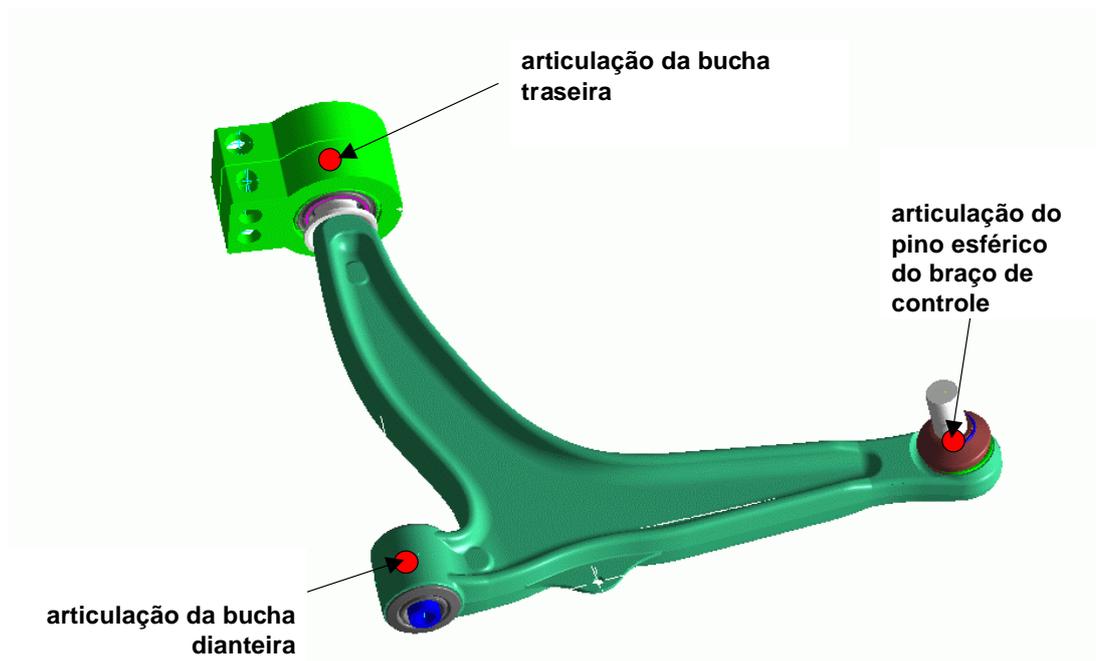


Figura 6.3 – Braço de Controle da Suspensão Dianteira do Tipo *Mc Pherson* com Pontos de Articulação e Aplicação de Forças Modelados

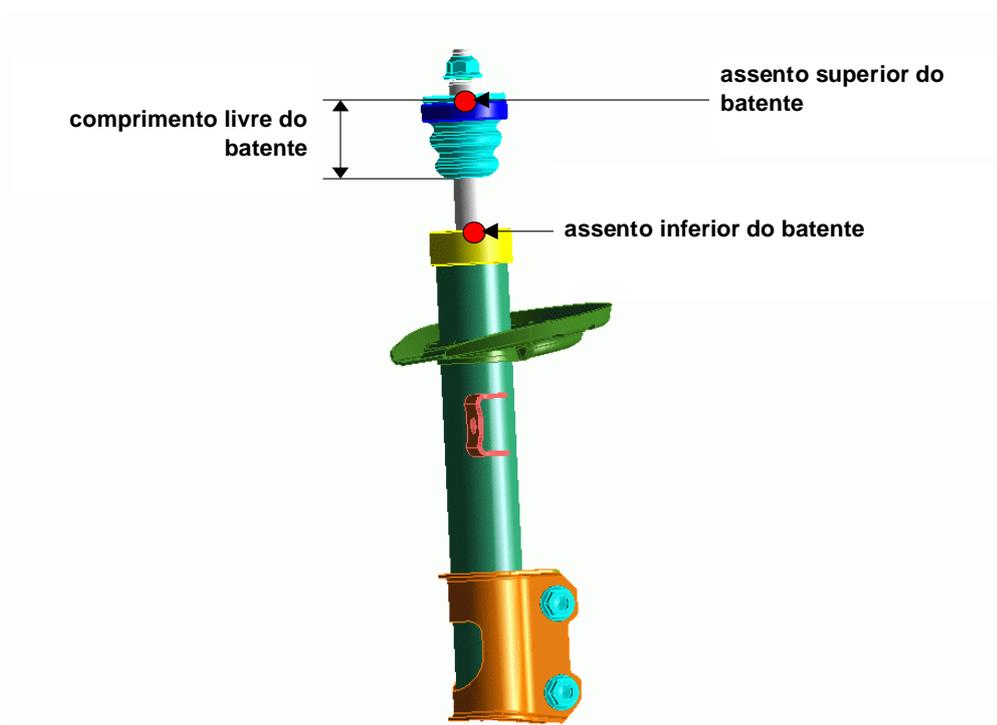


Figura 6.4 – Batente da Suspensão Dianteira do Tipo *Mc Pherson* com Pontos de Articulação e Aplicação de Forças Modelados

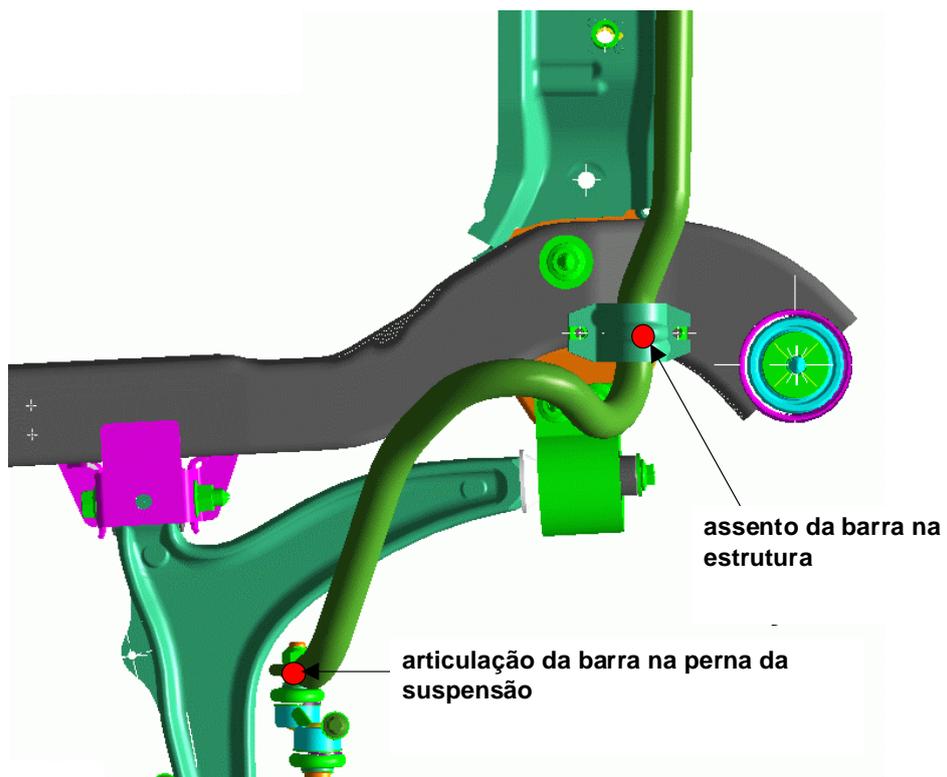


Figura 6.5 – Barra Estabilizadora da Suspensão Dianteira do Tipo *Mc Pherson* com Pontos de Articulação e Aplicação de Forças Modelados

A tabela 6.3 mostra como são modelados os pontos mostrados nas figuras 6.2 até 6.7.

Tabela 6.3 – Modelagem dos Pontos Geométricos da Suspensão Dianteira do Tipo *Mc Pherson*

Juntas Esféricas	Pino Mestre Superior
	Centro de Alinhamento da Roda (Pino Mestre Inferior Virtual)
	Articulação do Pino Esférico do Braço de Controle
Juntas Rotativas	Articulação da Bucha Dianteira do Braço de Controle
	Articulação da Bucha Traseira do Braço de Controle
	Articulação da Barra Estabilizadora na Perna da Suspensão
	Articulação da Barra Estabilizadora na Estrutura
Pontos de Aplicação de Força	Centro de Roda
	Assento Superior da Mola
	Assento Inferior da Mola
	Pino Mestre Superior (força do amortecedor)
	Centro de Alinhamento da Roda (Pino Mestre Inferior Virtual - força do amortecedor)
	Assento Superior do Batente
	Assento Inferior do Batente

As figuras 6.6 até 6.8 mostram as curvas dos componentes base modelados para a suspensão dianteira. A barra estabilizadora dianteira de 20 mm de diâmetro é modelada com sua rigidez vertical linear na extremidade da mesma igual a 29,6 N/mm.

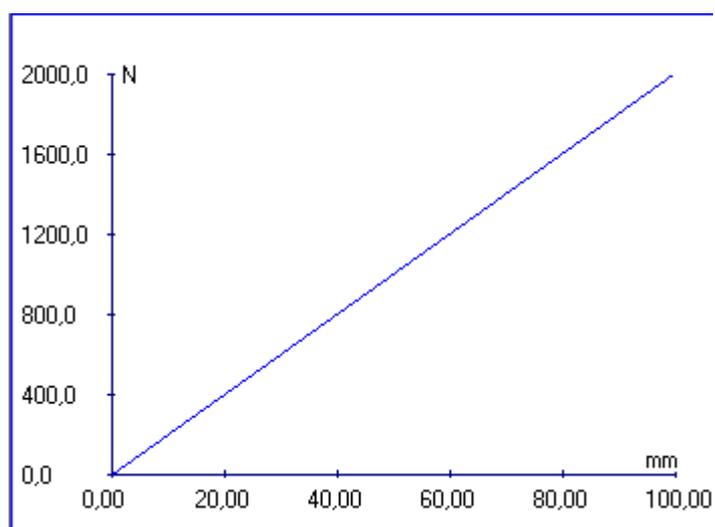


Figura 6.6 – Gráfico de Força (N) x Deflexão (mm) da Mola Dianteira Base do Estudo

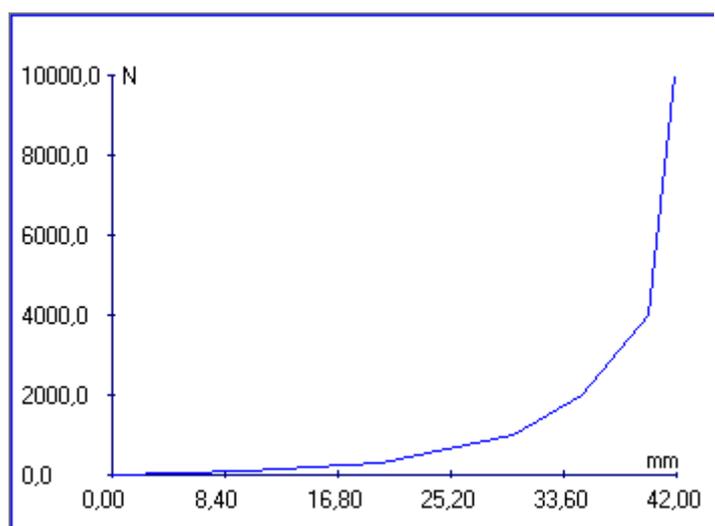


Figura 6.7 – Gráfico de Força (N) x Deflexão (mm) do Batente Dianteiro Base do Estudo

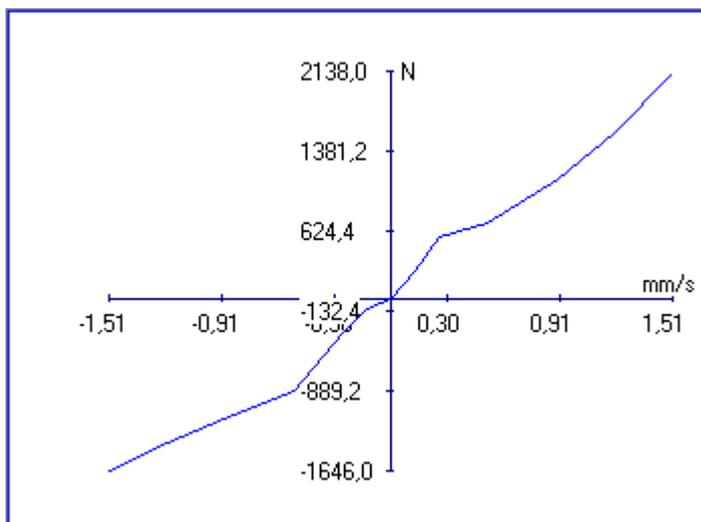


Figura 6.8 – Gráfico de Força (N) x Velocidade (m/s) do Amortecedor Dianteiro Base do Estudo

A dinâmica da suspensão traseira (tipo semi-independente com barra de torção – *twist beam*) é calculada da mesma forma que a dianteira. A figura 6.9 mostra como é o esquema geral de uma suspensão traseira do tipo semi-independente com barra de torção.

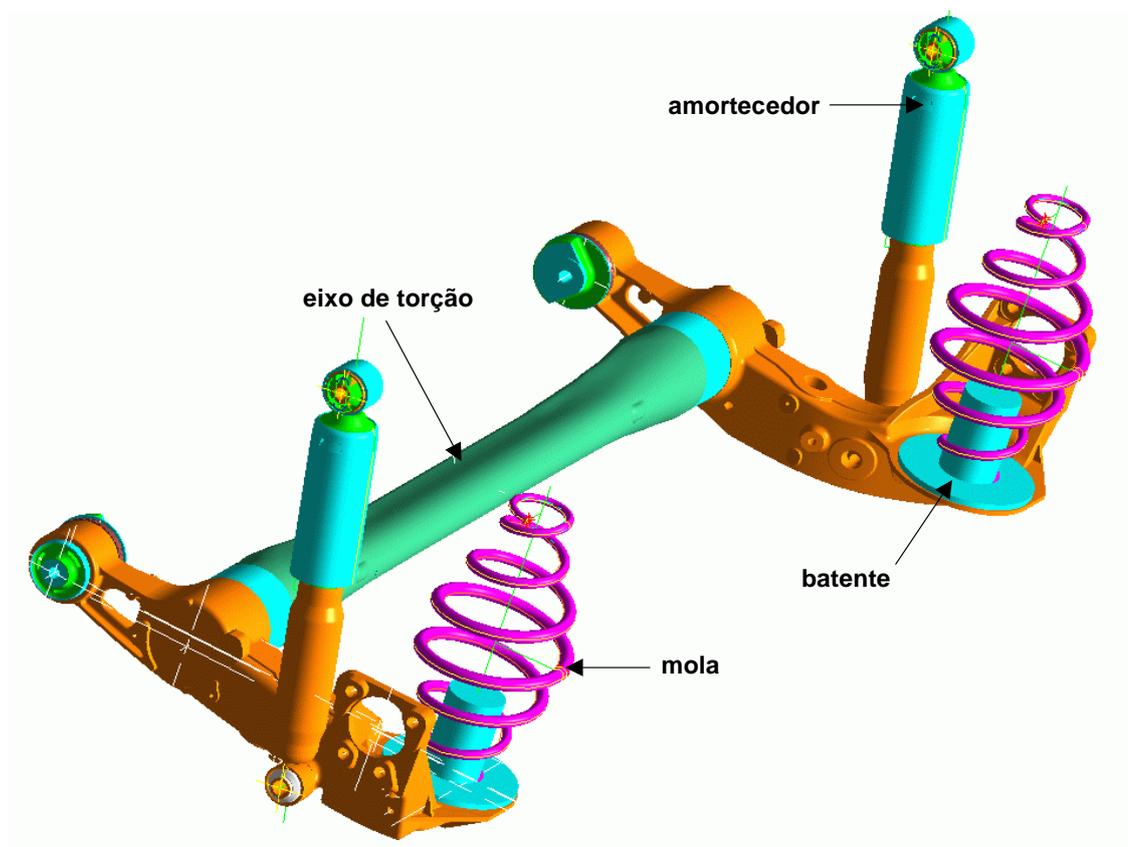


Figura 6.9 – Suspensão Traseira do Tipo Semi-Independente com Barra de Torção com Componentes Dinâmicos Modelados

As figuras 6.10 e 6.11 mostram os pontos de articulação definidos para a suspensão traseira.

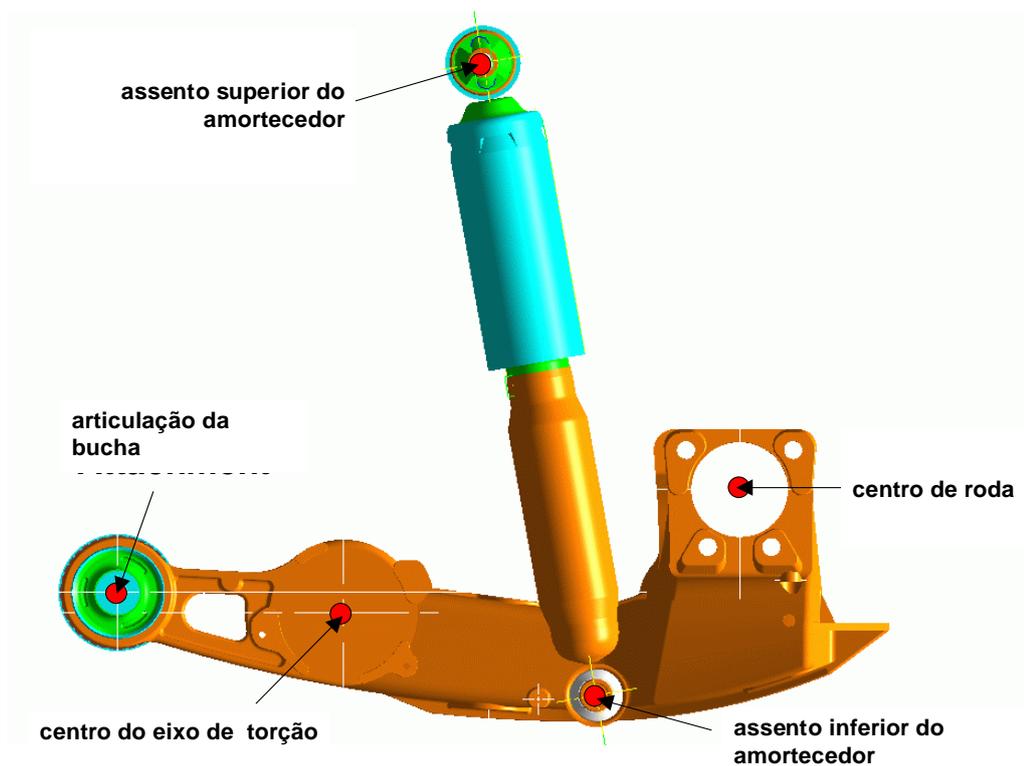


Figura 6.10 – Vista Lateral da Suspensão Traseira do Tipo Semi-Independente com Barra de Torção com Pontos de Articulação e Aplicação de Forças Modelados

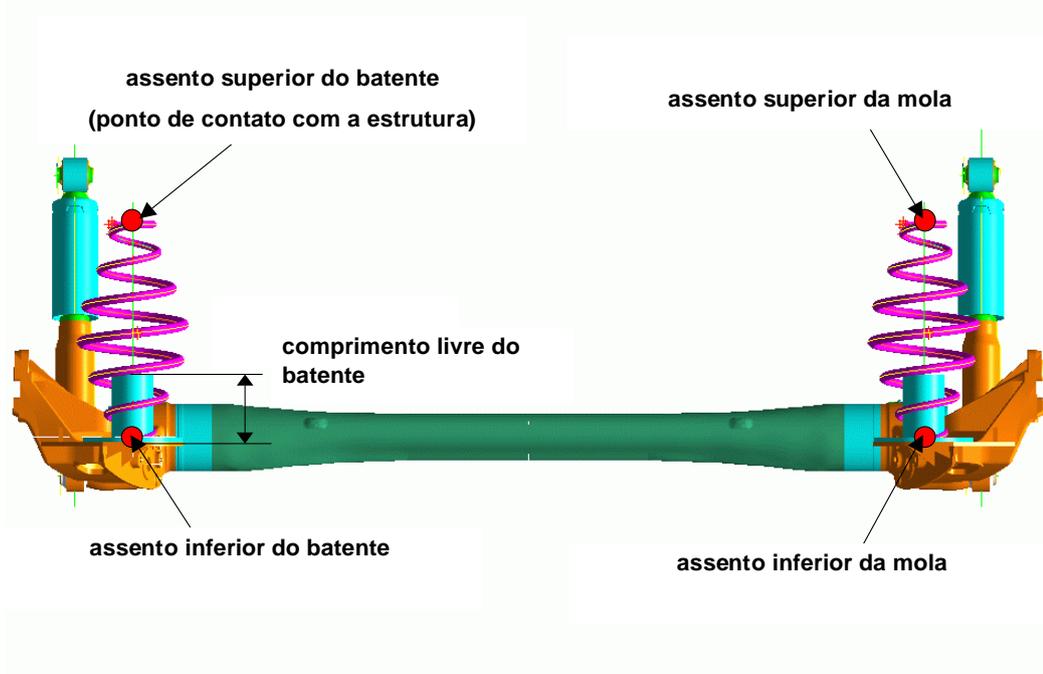


Figura 6.11 – Vista Longitudinal da Suspensão Traseira do Tipo Semi-Independente com Barra de Torção com Pontos de Articulação e Aplicação de Forças Modelados

A tabela 6.4 mostra como são modelados os pontos mostrados nas figuras 6.10 e 6.11.

Tabela 6.4 – Modelagem dos Pontos Geométricos da Suspensão Traseira do Tipo Semi-Independente com Barra de Torção

Juntas Rotativas	Articulação da Bucha
	Assento Superior do Amortecedor
	Assento Inferior do Amortecedor
Pontos de Aplicação de Força	Centro de Roda
	Assento Superior da Mola
	Assento Inferior da Mola
	Assento Superior do Batente
	Assento Inferior do Batente
	Centro do Eixo de Torção

As figuras 6.12 até 6.14 mostram as curvas dos componentes base modelados para a suspensão traseira. A barra de torção traseira é modelada através da sua rigidez vertical linear na posição do centro de rodas igual a 10.0 N/mm.

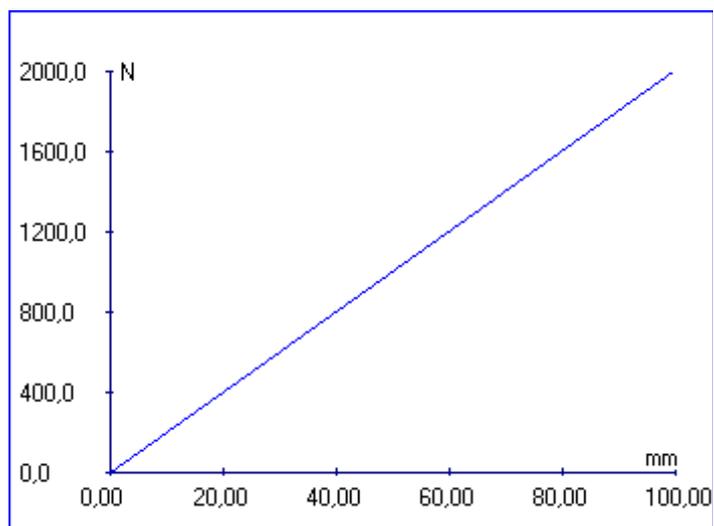


Figura 6.12 – Gráfico de Força (N) x Deflexão (mm) da Mola Traseira Base do Estudo

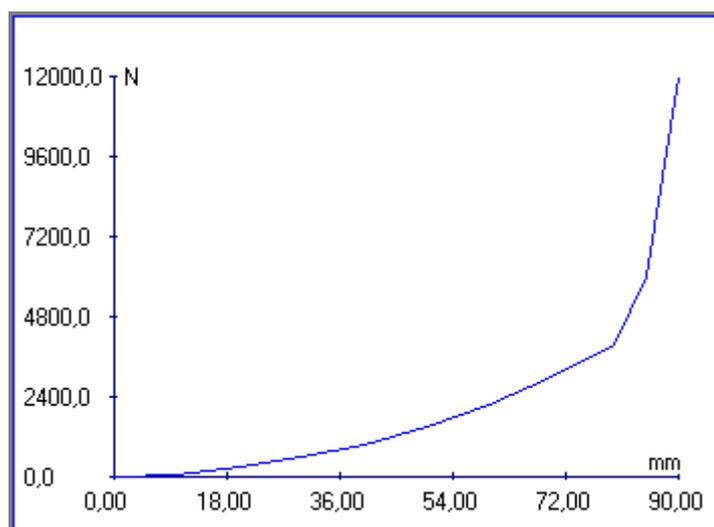


Figura 6.13 – Gráfico de Força (N) x Deflexão (mm) do Batente Traseiro Base do Estudo

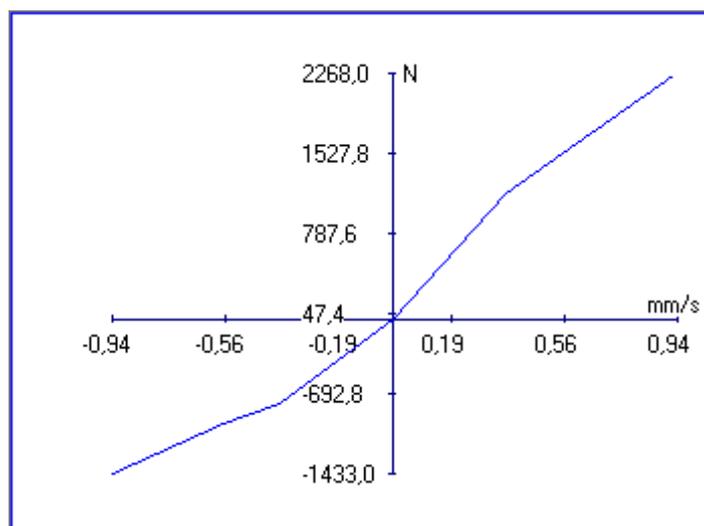


Figura 6.14 – Gráfico de Força (N) x Velocidade (m/s) do Amortecedor Traseiro Base do Estudo

No veículo modelado como base para o estudo, os pneus têm medida P195/60 R15 e a pressão de enchimento dos pneus é de 30 psi e igual nos pneus dianteiros e traseiros. Para o modelo de conforto, os pneus são modelados através de suas curvas de força versus deflexão radial – neste estudo, apesar do modelo utilizado comportar curvas não-lineares para os pneus, foi considerada rigidez radial linear para efeito de simplificação, hipótese esta válida para os eventos de conforto estudados, que não chegam a levar um pneu desta medida a trabalhar na região não-linear do mesmo. Para os modelos de dirigibilidade, foram aplicadas as propriedades de rigidez lateral, rigidez auto-alinhante e braço pneumático do pneu. Estas propriedades são função da carga vertical atuante no pneu (além da pressão de enchimento como é o caso da rigidez radial), portanto variam para os pneus dianteiros e traseiros e para a condição de carregamento do veículo. A tabela 6.5 mostra estas propriedades no modelo básico.

Tabela 6.5 – Propriedades do Pneu P195/60 R15 com Pressão de Enchimento igual a 30 psi (Pneu Base do Estudo)

	<b>Dianteiro Vazio</b>	<b>Traseiro Vazio</b>	<b>Diant. Carregado</b>	<b>Tras. Carregado</b>
<b>Carga Vertical (N)</b>	3924.0	2452.5	4414.5	4414.5
<b>Rigidez Radial (N/mm)</b>	169.8	169.8	169.8	169.8
<b>Rigidez Lateral (N/rad)</b>	69143	55621	70381	70381
<b>Rigidez Auto-Alinhante (Nm/rad)</b>	1117	569	1281	1281
<b>Braço Pneumático (m)</b>	0.016	0.010	0.018	0.018

O modelo ainda trata a carroçaria como sendo um corpo rígido e, no caso do modelo de conforto, através do método de sistemas de ligação (capítulo 3), calcula a transmissão das forças entre as suspensões dianteira, traseira, sistema coxinzado de motor/transmissão e o resto da carroçaria.

Para efeitos de comparação, o estudo dos resultados de todos os métodos de otimização aplicados foi realizado com o mesmo modelo base aqui mostrado e os mesmos parâmetros de otimização, assim como os limites adotados para os mesmos durante a otimização, estão mostrados na tabela 6.6.

Tabela 6.6 – Parâmetros de Otimização Estudados e Limites Empregados

	<b>Mínimo</b>	<b>Máximo</b>	<b>Unidade</b>
<b>Barra Estabilizadora Eixo Traseiro</b>	<b>0 (sem barra)</b>	<b>10</b>	<b>N/mm</b>
<b>Rigidez Mola Dianteira</b>	<b>18</b>	<b>22</b>	<b>N/mm</b>
<b>Rigidez Mola Traseira</b>	<b>18</b>	<b>22</b>	<b>N/mm</b>
<b>Diâmetro/Rigidez Barra Dianteira</b>	<b>18 / 19.4</b>	<b>22 / 43.3</b>	<b>mm / N/mm</b>
<b>Pressão Pneu Dianteiro</b>	<b>26</b>	<b>34</b>	<b>psi</b>
<b>Pressão Pneu Traseiro</b>	<b>26</b>	<b>34</b>	<b>psi</b>
<b>Curva Amortecedor Dianteiro</b>	<b>-20% sobre nominal</b>	<b>+20% sobre nominal</b>	<b>N/(m/s)</b>
<b>Curva Amortecedor Traseiro</b>	<b>-20% sobre nominal</b>	<b>+20% sobre nominal</b>	<b>N/(m/s)</b>

As tabelas 6.7 a 6.10 mostram como variam as propriedades do pneu em função da pressão de enchimento.

Tabela 6.7 – Variação da Rigidez Radial do Pneu P195/60 R15 Estudado em Função da Pressão de Enchimento

<b>Pressão (psi)</b>	<b>Rigidez Radial (N/mm)</b>
26.0	154.4
30.0	169.8
34.0	185.2

Tabela 6.8 – Variação da Rigidez Lateral do Pneu P195/60 R15 Estudado em Função da Pressão de Enchimento

<b>Pressão (psi)</b>	<b>Rigidez Lateral (N/rad) vs Carga Vertical (N)</b>			
	<b>Dianteiro Vazio</b>	<b>Traseiro Vazio</b>	<b>Diant. Carregado</b>	<b>Tras. Carregado</b>
	<b>3924.0</b>	<b>2452.5</b>	<b>4414.5</b>	<b>4414.5</b>
26.0	69179	58998	69071	69071
30.0	69143	55621	70381	70381
34.0	69107	52243	71692	71692

Tabela 6.9 – Variação da Rigidez Auto-Alinhante do Pneu P195/60 R15 Estudado em Função da Pressão de Enchimento

<b>Pressão (psi)</b>	<b>Rigidez Auto-Alinhante (Nm/rad) vs Carga Vertical (N)</b>			
	<b>Dianteiro Vazio</b>	<b>Traseiro Vazio</b>	<b>Diant. Carregado</b>	<b>Tras. Carregado</b>
	<b>3924.0</b>	<b>2452.5</b>	<b>4414.5</b>	<b>4414.5</b>
26.0	1117	602	1255	1255
30.0	1117	569	1281	1281
34.0	1117	537	1308	1308

Tabela 6.10 – Variação do Braço Pneumático do Pneu P195/60 R15 Estudado em Função da Pressão de Enchimento

<b>Pressão (psi)</b>	<b>Braço Pneumático (m) vs Carga Vertical (N)</b>			
	<b>Dianteiro Vazio</b>	<b>Traseiro Vazio</b>	<b>Diant. Carregado</b>	<b>Tras. Carregado</b>
	<b>3924.0</b>	<b>2452.5</b>	<b>4414.5</b>	<b>4414.5</b>
26.0	0.0161	0.0100	0.0182	0.0182
30.0	0.0161	0.0100	0.0182	0.0182
34.0	0.0161	0.0100	0.0182	0.0182

Conforme mencionado anteriormente, o parâmetro de ruído adotado para o estudo foi o carregamento do veículo, considerando os resultados de conforto e dirigibilidade em duas condições distintas:

- Veículo vazio + motorista (“vazio”);
- Veículo na capacidade máxima de carga (“carregado”).

Os critérios ou objetivos a serem perseguidos para as métricas objetivas de dirigibilidade adotados neste estudo estão mostrados na tabela 6.11.

Tabela 6.11 – Critérios (Objetivos) a serem perseguidos para Métricas Objetivas de Dirigibilidade

<b>Métrica</b>	<b>Unidade</b>	<b>Critério (Objetivo)</b>
Gradiente de Rolagem	graus/g	5.0
Gradiente de Esterçamento	graus/g	2.5
Sensibilidade de Esterçamento	g/100 graus vol.	1.5
Razão Pico/Estático de Gradiente de Rolagem em Frequência	-	1.5
Limite de Resposta Plana de Aceleração Lateral em Frequência	Hz	1.2

Os fatores de ponderação (descritos no item 5.1) adotados para este estudo são todos iguais e unitários. Cabe aqui esclarecer que o engenheiro ou analista tem a liberdade de mudar esta ponderação caso um projeto no qual se esteja trabalhando necessite priorizar uma das métricas específicas que compõem as métricas globais de conforto e dirigibilidade em detrimento das demais, ou então priorizar o conforto em detrimento da dirigibilidade ou vice-versa.

## **6.2. Simulação, Resultados e Análise**

### **6.2.1. Método Simplex Descendente**

O método simplex descendente foi aplicado a um problema com 8 dimensões (8 parâmetros de otimização), para que os resultados fossem diretamente comparáveis aos obtidos com os outros métodos estudados. Em 8 dimensões não é mais possível realizar a associação gráfica do simplex mostrada no capítulo 5.2, mas ainda é possível analisar como o resultado evolui com as iterações. A figura 6.15 mostra o valor obtido da métrica de otimização definida pela equação (5.7) por iteração do método simplex descendente. A métrica de otimização considera neste caso a média dos resultados da métrica na condição vazio e carregado como definidas no capítulo 6.1, sendo que a iteração 0 representa o resultado do veículo antes da aplicação do processo de otimização (veículo sem barra estabilizadora traseira e com demais parâmetros iguais à média dos extremos de otimização considerados na tabela 6.6).

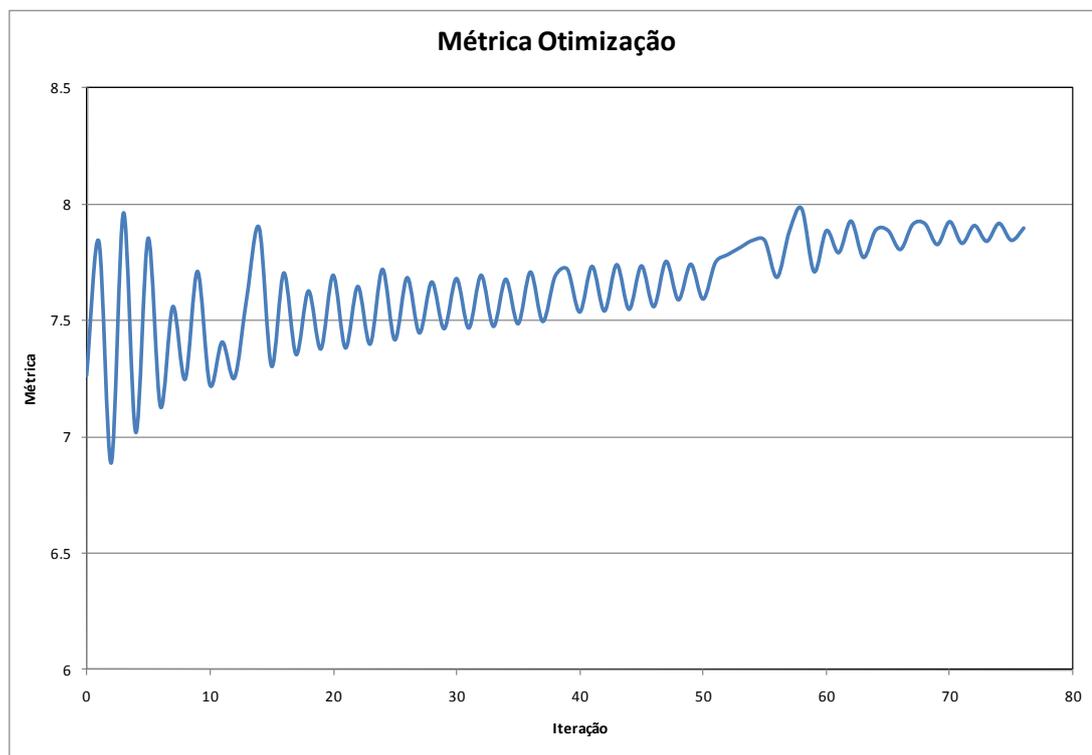


Figura 6.15 – Evolução da Métrica de Otimização no Método Simplex Descendente

Uma análise interessante de ser feita nos resultados do simplex descendente é avaliar como as métricas de conforto e dirigibilidade para cada condição de carregamento do veículo estudada variam durante as iterações do processo. A figura 6.16 mostra esta variação das métricas individualmente e a figura 6.17 mostra os mesmos resultados normalizados com relação à iteração 0 (resultado do veículo antes da aplicação do processo de otimização), de forma a facilitar a visualização comparativa dos resultados.

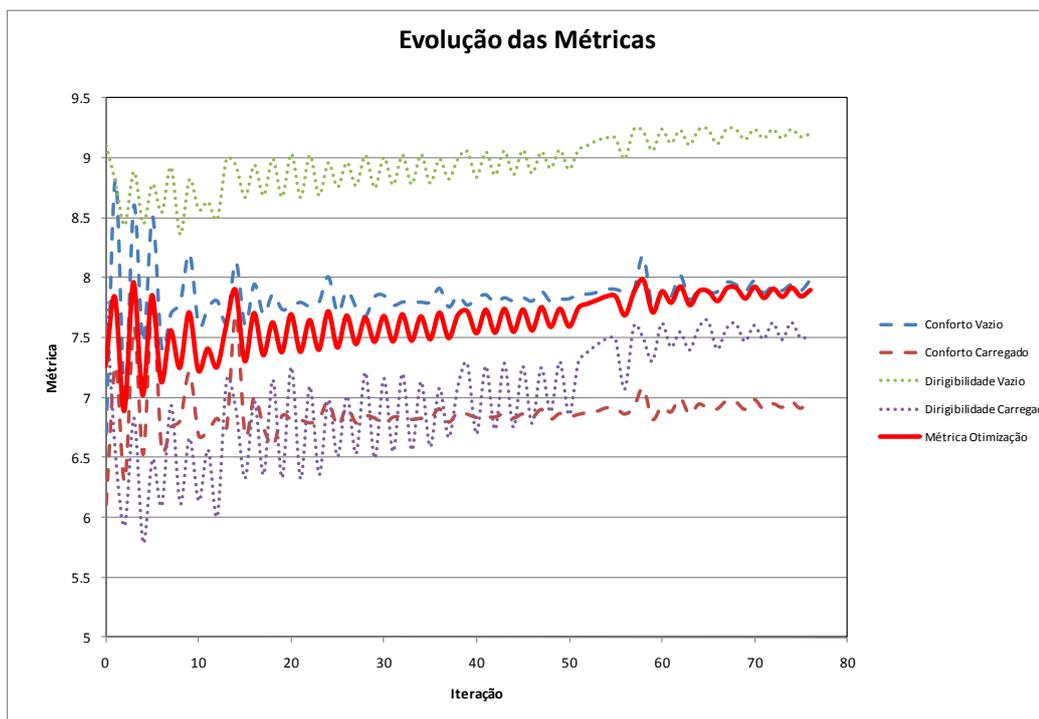


Figura 6.16 – Evolução das Métricas de Conforto e Dirigibilidade por Carregamento no Método Simplex Descendente

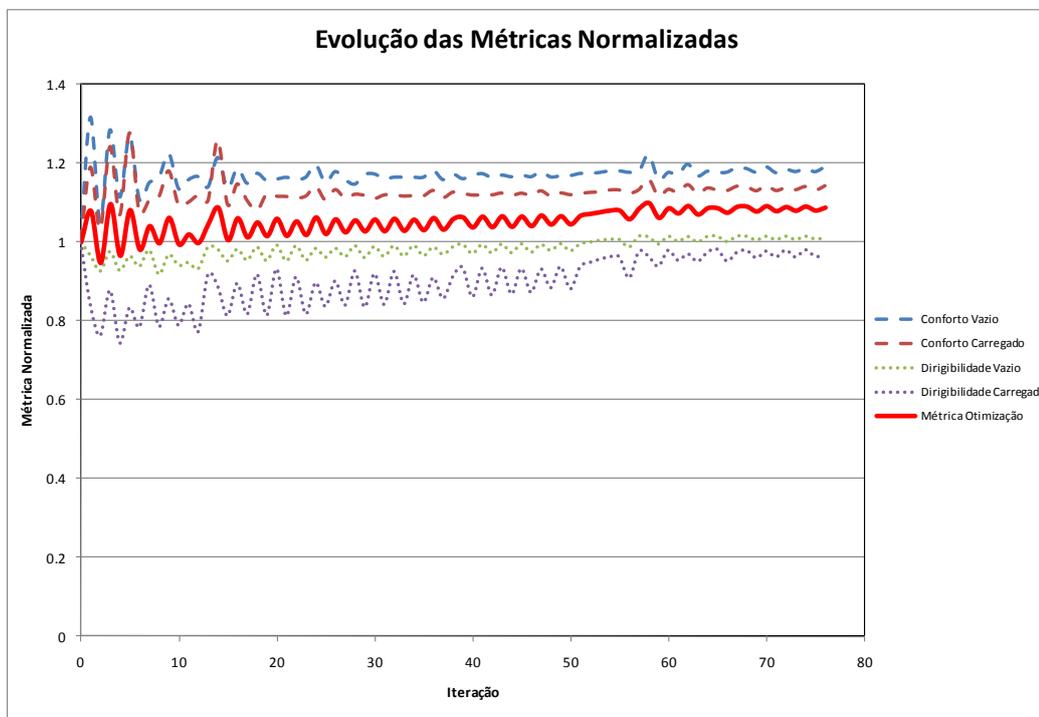


Figura 6.17 – Evolução das Métricas de Conforto e Dirigibilidade por Carregamento no Método Simplex Descendente Normalizada

Pode-se observar neste caso que a métrica de otimização evoluiu através de um aumento substancial dos resultados das métricas de conforto (19% e 14% para as condições de veículo vazio e carregado respectivamente) em detrimento aos resultados da métrica de dirigibilidade, que apresentou uma melhoria de apenas 1% na condição de veículo vazio e chegou a se deteriorar em 3% na condição de veículo carregado.

Em posse destes resultados, fica a critério do engenheiro e/ou analista aceitar os resultados apresentados pela ferramenta de otimização ou iniciar novamente o processo de otimização com pesos diferentes para cada métrica: neste exemplo aqui trabalhado, caso a deterioração observada na métrica de dirigibilidade na condição de veículo carregado não seja aceitável mesmo promovendo uma melhoria da métrica global conjunta de dirigibilidade e conforto como observado, o processo de otimização pode ser disparado novamente dando um peso maior a esta condição no cálculo da métrica global, o que levará a resultados finais distintos. No caso deste trabalho, será optado manter estes resultados originais para efeitos de comparação com os demais métodos de otimização adiante.

### **6.2.2. Método da Engenharia Robusta (Taguchi)**

Apesar da metodologia da Engenharia Robusta suportar curvas totalmente diferentes para os componentes de otimização, foram utilizados multiplicadores lineares para que fosse possível a comparação com os resultados dos demais métodos estudados.

Como o método de Taguchi necessita trabalhar com valores discretos, foram adotados sempre os valores nominais e os extremos da variação para a análise. Foi adotada uma matriz de experimentos ortogonal do tipo L18, que trabalha com 7 parâmetros em 3 níveis discretos e 1 parâmetro em 2 níveis discretos, com um total de 18 experimentos, no caso simulações, para cada nível de ruído. A tabela 6.12 mostra os níveis adotados para os parâmetros de otimização e a tabela 6.13 mostra como foram organizados os experimentos.

Tabela 6.12 – Níveis Adotados para os Parâmetros de Otimização para Estudo de Engenharia Robusta (Taguchi)

	1º nível (-1)	2º nível (0)	3º nível (+1)
<b>Eixo Traseiro</b>	<b>sem barra</b>		<b>com barra</b>
<b>Rigidez Mola Dianteira</b>	<b>18</b>	<b>20</b>	<b>22</b>
<b>Rigidez Mola Traseira</b>	<b>18</b>	<b>20</b>	<b>22</b>
<b>Diâmetro Barra Dianteira</b>	<b>18</b>	<b>20</b>	<b>22</b>
<b>Pressão Pneu Dianteiro</b>	<b>26</b>	<b>30</b>	<b>34</b>
<b>Pressão Pneu Traseiro</b>	<b>26</b>	<b>30</b>	<b>34</b>
<b>Curva Amortecedor Dianteiro</b>	<b>-20%</b>	<b>nominal</b>	<b>+20%</b>
<b>Curva Amortecedor Traseiro</b>	<b>-20%</b>	<b>nominal</b>	<b>+20%</b>

Tabela 6.13 – Matriz Ortogonal para Estudo de Engenharia Robusta (Taguchi)

	Eixo Traseiro	Rigidez Mola Dianteira	Rigidez Mola Traseira	Diâmetro Barra Dianteira	Pressão Pneu Dianteiro	Pressão Pneu Traseiro	Curva Amortecedor Dianteiro	Curva Amortecedor Traseiro
Rodada 1	sem barra	18	18.0	18	26	26	-20%	-20%
Rodada 2	sem barra	18	20.0	20	30	30	nominal	nominal
Rodada 3	sem barra	18	22.0	22	34	34	+20%	+20%
Rodada 4	sem barra	20	18.0	18	30	30	+20%	+20%
Rodada 5	sem barra	20	20.0	20	34	34	-20%	-20%
Rodada 6	sem barra	20	22.0	22	26	26	nominal	nominal
Rodada 7	sem barra	22	18.0	20	26	34	nominal	+20%
Rodada 8	sem barra	22	20.0	22	30	26	+20%	-20%
Rodada 9	sem barra	22	22.0	18	34	30	-20%	nominal
Rodada 10	com barra	18	18.0	22	34	30	nominal	-20%
Rodada 11	com barra	18	20.0	18	26	34	+20%	nominal
Rodada 12	com barra	18	22.0	20	30	26	-20%	+20%
Rodada 13	com barra	20	18.0	20	34	26	+20%	nominal
Rodada 14	com barra	20	20.0	22	26	30	-20%	+20%
Rodada 15	com barra	20	22.0	18	30	34	nominal	-20%
Rodada 16	com barra	22	18.0	22	30	34	-20%	nominal
Rodada 17	com barra	22	20.0	18	34	26	nominal	+20%
Rodada 18	com barra	22	22.0	20	26	30	+20%	-20%

A tabela 6.14 mostra os resultados para os dois níveis de ruído estudados (condições de carregamento do veículo vazio e carregado), além do resultado médio e da relação S/R (como definida no método da engenharia robusta).

Tabela 6.14 – Resultados dos Experimentos de Engenharia Robusta (Taguchi)

Rodada	Métrica de Otimização			
	Vazio	Carregado	Média	S / R
1	7.97	6.09	7.03	16.71
2	7.66	6.46	7.06	16.88
3	7.00	6.35	6.67	16.45
4	6.95	5.74	6.35	15.93
5	7.77	6.69	7.23	17.11
6	7.93	6.97	7.45	17.39
7	7.48	6.74	7.11	17.00
8	7.28	6.36	6.82	16.61
9	7.85	6.42	7.14	16.94
10	7.70	6.64	7.17	17.04
11	7.17	6.45	6.81	16.62
12	8.19	6.99	7.59	17.52
13	7.19	6.16	6.68	16.42
14	8.25	7.53	7.89	17.91
15	7.48	6.76	7.12	17.01
16	7.96	7.36	7.66	17.66
17	7.55	6.39	6.97	16.77
18	7.37	6.67	7.02	16.90

As figuras 6.18 e 6.19 mostram os gráficos dos resultados dos cálculos da relação S/R dos parâmetros de otimização estudados, onde o nível que apresenta a maior relação S/R para cada caso é aquele escolhido para montar a configuração ótima.

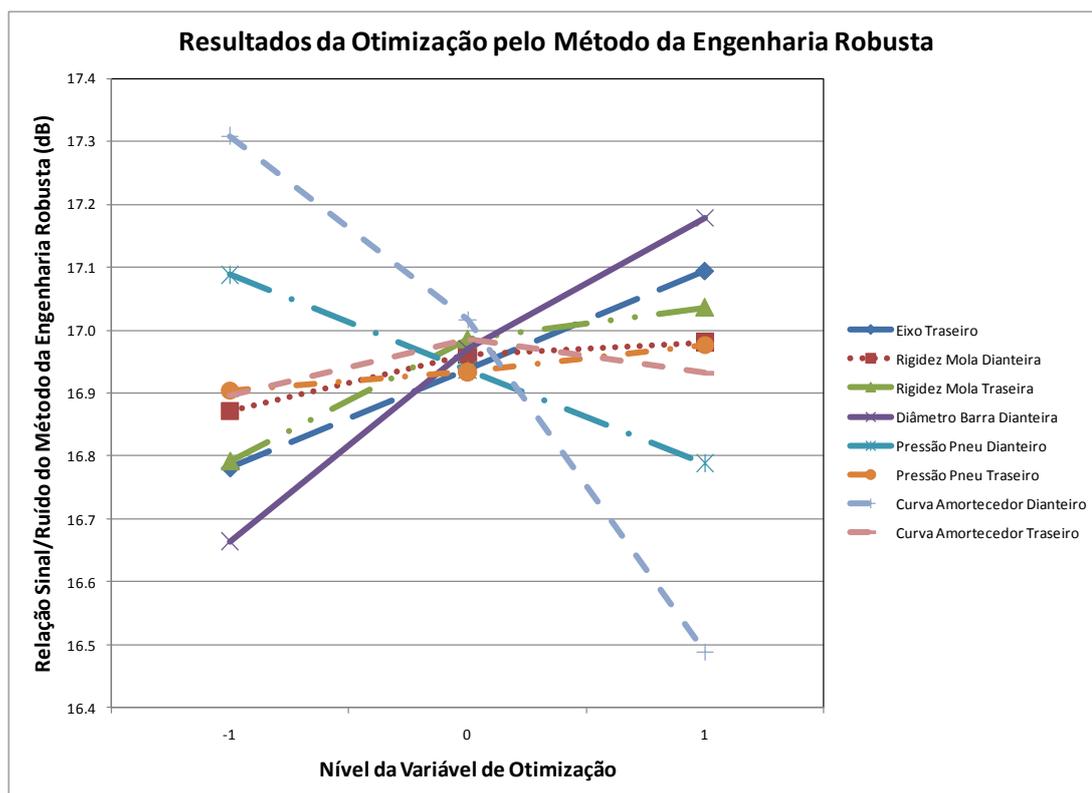


Figura 6.18 – Resultados em Termos de Relação S/R da Engenharia Robusta para os Parâmetros de Otimização

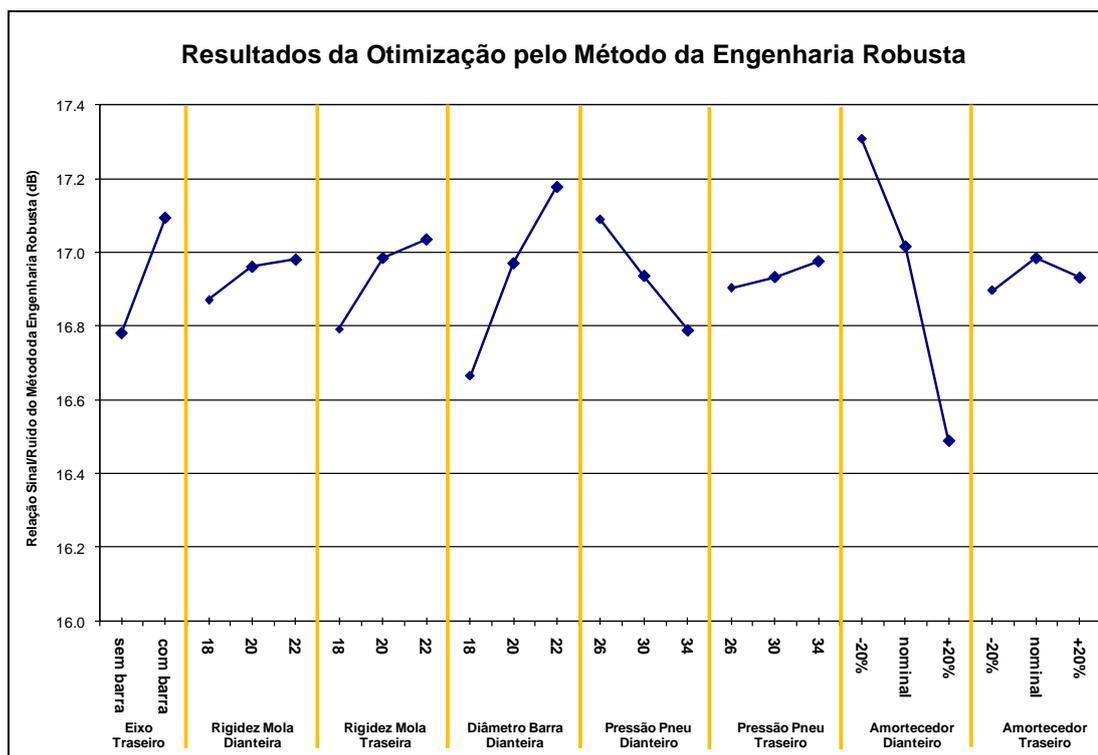


Figura 6.19 – Resultados Individuais de Relação S/R da Engenharia Robusta para os Parâmetros de Otimização

Através destes gráficos é possível determinar-se quais parâmetros de otimização têm maior influência no resultado: nos resultados aqui mostrados, por levar a variações maiores na relação S/R, percebe-se que a curva do amortecedor dianteiro tem mais influência nos resultados, enquanto a pressão de enchimento do pneu traseiro tem relativamente a menor influência entre as variáveis estudadas.

Finalmente, as tabelas 6.15 e 6.16 mostram como os resultados variaram entre a configuração inicial (resultado do veículo antes da aplicação do processo de otimização: veículo sem barra estabilizadora traseira e com demais parâmetros iguais à média dos extremos de otimização considerados na tabela 6.6) e a configuração otimizada pelo método da Engenharia Robusta.

Tabela 6.15 – Resultados de Otimização por Engenharia Robusta (Taguchi)

Rodada	Métrica de Otimização			
	Vazio	Carregado	Média	S / R
<b>Inicial</b>	<b>7.73</b>	<b>6.80</b>	<b>7.26</b>	<b>17.17</b>
<b>Otimizado</b>	<b>8.06</b>	<b>7.58</b>	<b>7.82</b>	<b>17.85</b>

Tabela 6.16 – Resultados de Conforto e Dirigibilidade por Carregamento na Engenharia Robusta (Taguchi)

Rodada	Métrica de Dirigibilidade		Métrica de Conforto	
	Vazio	Carregado	Vazio	Carregado
<b>Inicial</b>	<b>9.10</b>	<b>7.79</b>	<b>6.70</b>	<b>6.11</b>
<b>Otimizado</b>	<b>8.60</b>	<b>8.57</b>	<b>7.56</b>	<b>6.80</b>

Percebe-se que, ligeiramente diferente dos resultados obtidos com a aplicação do método Simplex Descendente, o método da Engenharia Robusta chegou a deteriorar um pouco a métrica de dirigibilidade em vazio (o Simplex Descendente deteriorava esta métrica na condição do veículo carregado) para otimizar a métrica de otimização global conjunta de dirigibilidade e conforto. Estes resultados, assim como a comparação da variabilidade das métricas entre as distintas condições de carregamento observadas, serão analisados em mais detalhes posteriormente no capítulo 6.3.

### 6.2.3. Metodologia da Superfície de Resposta (RSM)

Para possibilitar a comparação com os demais métodos, a metodologia da superfície de resposta considerou 8 variáveis de otimização e 1 parâmetro de ruído como segue:

$x_1$  – rigidez torcional do eixo traseiro;

$x_2$  – curva de rigidez da mola dianteira;

$x_3$  – curva de rigidez da mola traseira;

$x_4$  – rigidez torcional da barra estabilizadora dianteira;

$x_5$  – pressão de enchimento do pneu dianteiro;

$x_6$  – pressão de enchimento do pneu traseiro;

$x_7$  – curva de força vs velocidade do amortecedor dianteiro;

$x_8$  – curva de força vs velocidade do amortecedor traseiro;

$z$  – carregamento do veículo (parâmetro de ruído).

Os limites adotados para estas variáveis são os mesmos empregados anteriormente para a otimização pelo simplex descendente e pela engenharia robusta, sendo que a tabela 6.13 mostra estes limites e como eles se correlacionam com a normalização adotada para a RSM (-1 limite inferior da variável, +1 limite superior da variável).

Da mesma maneira como foi trabalhado o exemplo no item 5.4.3, foram considerados 2 níveis para cada variável e para o parâmetro de ruído, demandando assim  $2^9 = 512$  simulações para uma matriz de experimentos fatorial completa.

Novamente se optou por aplicar uma matriz fatorial fracionada do tipo  $2_{VI}^{9-2}$  com

geradores  $H = ACDFG$  e  $J = BCEFG$  conforme mostrado na equação (5.30), permitindo a redução do número de simulações para um total de 128. Utilizando-se o método de eliminação anterior (“*backward elimination*”) descrito anteriormente, chega-se então à lista de variáveis regressoras mais significativas mostrada na tabela 6.17.

Tabela 6.17 – Variáveis Regressoras Mais Significativas do Modelo Inicial

Fator	Coefficiente de Regressão Parcial
Interseção	+7,068
$z$ – carregamento do veículo (parâmetro de ruído)	-0,501
$x_7$ – curva de força vs velocidade do amortecedor dianteiro	-0,365
$x_4$ – rigidez torcional da barra estabilizadora dianteira	+0,171
$x_5$ – pressão de enchimento do pneu dianteiro	-0,152
$z x_6$ – interação entre carregamento do veículo e pressão de enchimento do pneu traseiro	+0,107
$x_1$ – rigidez torcional do eixo traseiro	+0,094
$z x_4$ – interação entre carregamento do veículo e rigidez torcional da barra estabilizadora dianteira	+0,085
$x_1 x_4$ – interação entre rigidez torcional da barra estabilizadora dianteira e rigidez do eixo traseiro	-0,076
$z x_7$ – interação entre carregamento do veículo e curva de força vs velocidade do amortecedor dianteiro	+0,066
$z x_1$ – interação entre carregamento do veículo e rigidez torcional do eixo traseiro	+0,046
$x_3$ – curva de rigidez da mola traseira	+0,041
$x_3 x_4$ – interação entre curva de rigidez da mola traseira e rigidez torcional da barra estabilizadora dianteira	-0,040

Aplicando-se as equações (5.33) a (5.41), chega-se a um valor de  $F_0 = 552$ , que é muito superior ao valor da distribuição Fisher-Snedecor correspondente para uma

confiança  $\alpha = 0,99$  ( $F_{0,99, 45, 128} \approx 1,7$ ). Desta forma, se conclui que o modelo é adequado, ou seja, o valor da função da depende de ao menos uma das variáveis regressoras adotadas.

Seguindo a natureza sequencial da aplicação da RSM, percebe-se neste caso que a variável de otimização que tem mais influência sobre o resultado é  $x_7$  (curva de força vs velocidade do amortecedor dianteiro) e o resultado é otimizado (métrica geral conjunta de dirigibilidade e conforto maximizada) quando  $x_7 = -1$  (curva original do amortecedor reduzida em 20% neste exemplo). Utilizando-se o mesmo conjunto de resultados já disponíveis, porém selecionando-se somente os resultados onde  $x_7 = -1$ , chega-se a um novo modelo de resposta empírico com os coeficientes de regressão mais significativos calculados através do método de inclusão posterior (“*forward inclusion*”) limitado a 6 parâmetros, conforme mostrado na equação (6.1) e tabela 6.18.

$$\hat{y}(x, z) = +7,433 - 0,566z + 0,104x_1 + 0,203x_4 - 0,163x_5 + 0,097z x_4 + 0,120z x_6 \quad (6.1)$$

Tabela 6.18 – Variáveis Regressoras Mais Significativas do Modelo com  $x_7 = -1$ 

Fator	Coefficiente de Regressão Parcial
Interseção	+7,433
$z$ – carregamento do veículo (parâmetro de ruído)	-0,566
$x_4$ – rigidez torcional da barra estabilizadora dianteira	+0,203
$x_5$ – pressão de enchimento do pneu dianteiro	-0,163
$z$ $x_6$ – interação entre carregamento do veículo e pressão de enchimento do pneu traseiro	+0,120
$x_1$ – rigidez torcional do eixo traseiro	+0,104
$z$ $x_4$ – interação entre carregamento do veículo e rigidez torcional da barra estabilizadora dianteira	+0,097

Para este modelo, que é válido somente quando  $x_7 = -1$ , o valor calculado de  $F_0$  fica em 149, que ainda é quase duas ordens de grandeza superior ao valor da distribuição Fisher-Snedecor correspondente para uma confiança  $\alpha = 0,99$  ( $F_{0,99, 45, 128} \approx 1,7$ ), mostrando que este modelo ainda é bastante adequado para utilização. Uma forma complementar de quantificar a precisão dos modelos obtidos pela RSM é comparar diretamente os resultados dos mesmos com os resultados da matriz fatorial fracionada utilizada para gerar os mesmos – a tabela 6.19 sumariza estes resultados.

Tabela 6.19 – Comparativo de Precisão dos Modelos Analíticos da RSM

	Regressão Inicial	Modelo com $x_7 = -1$
Diferença média entre resultado original (matriz fatorial) e modelo da RSM	0,08	0,12
Máxima diferença positiva (modelo da RSM > resultado original)	+0,37	+0,53
Máxima diferença negativa (modelo da RSM < resultado original)	-0,24	-0,43

Neste ponto, torna-se interessante explorar uma das características que mais diferenciam a RSM dos outros métodos de otimização estudados, que é a disponibilidade de informação sobre o problema estudado. Pelos coeficientes de regressão parcial da tabela 6.18, pode-se concluir por exemplo o seguinte:

- Dentro da faixa estudada para as variáveis da RSM, o carregamento do veículo é a variável que tem o maior coeficiente de regressão parcial. Isto significa que, apesar de todas variáveis de suspensão disponíveis (mola, amortecedor, pneus, etc), o parâmetro que mais afeta o conjunto do conforto e dirigibilidade do veículo ainda é o carregamento do mesmo neste caso. O fato de o coeficiente ser negativo mostra que a métrica global de avaliação diminui quando  $z \rightarrow +1$ , ou seja, a métrica conjunta de conforto e dirigibilidade é degradada quando se carrega mais o veículo, o que é uma condição usual de carros de passageiro;
- A iteração entre o carregamento do veículo  $z$  e a pressão de enchimento do pneu traseiro  $x_6$  é positiva: isto significa que para o veículo mais carregado ( $z$  positivo), é interessante ter uma maior pressão de enchimento no pneu traseiro ( $x_6$  também positivo) para otimizar a métrica global conjunta e vice-versa, ou seja, para o veículo menos carregado ( $z$  negativo), é interessante ter uma menor pressão de enchimento no pneu traseiro ( $x_6$  também negativo). Isto está alinhado com a prática usual de se determinar diferentes pressões de enchimento para o veículo vazio e carregado, em especial para os pneus

traseiros, que podem ter uma faixa de variação de pressão especialmente grande dependendo das características dos pneus e do veículo;

- A iteração entre o carregamento do veículo  $z$  e a rigidez torcional da barra estabilizadora dianteira  $x_4$  também é positiva: isto significa que para o veículo mais carregado ( $z$  positivo), é interessante ter uma maior rigidez torcional na barra estabilizadora dianteira ( $x_4$  também positivo) para otimizar a métrica global conjunta. Este tipo de informação pode ajudar o engenheiro que analisa os resultados a propor soluções diferenciadas para melhorar o desempenho do veículo. Neste exemplo, pode-se tentar imaginar uma barra estabilizadora com rigidez variável em função do carregamento do veículo, o que não se trata de algo com idealização muito simples, ou alternativamente poderia ser pensada uma mola dianteira com rigidez progressiva, que atuaria efetivamente para aumentar a rigidez de rolagem do eixo dianteiro como um todo apenas em cargas mais altas (carregamento mais elevado do veículo), mantendo a condição do veículo vazio inalterada.

Além deste tipo de análise dos resultados, a magnitude dos coeficientes de regressão parcial é um guia importante para quantificar como cada um dos efeitos das variáveis isoladas ou iterações entre as mesmas afeta o desempenho global, ajudando o time de projeto a priorizar os pontos que têm maior efeito no resultado final no veículo.

Trabalhando de forma similar ao exemplo do item 5.4.3, pode-se fazer um estudo para que, além de maximizar a métrica global conjunta de dirigibilidade e conforto,

se possa diminuir a variabilidade devida à condição de carregamento, que é considerada parâmetro de ruído justamente pelo fato do usuário final poder carregar o veículo em qualquer condição entre vazio e o limite de carga deste mesmo veículo.

Como a RSM obtém equações lineares simples, é possível aplicar as equações (5.49) até (5.52) em um código de programação linear quadrática comum, como os disponíveis nos pacotes MatLab® e SciLab®, possibilitando ao engenheiro entender como a métrica global conjunta de dirigibilidade e conforto média atingível varia em função da variabilidade com a carga e como a configuração ótima das variáveis de otimização varia também em função da variabilidade que se deseja atingir. Adotando-se as mesmas considerações utilizadas no item 5.4.3, obtém-se então os resultados mostrados na tabela 6.20.

Tabela 6.20 – Resultados do Estudo de Variabilidade em Função da Carga para Modelo com  $x_7 = -1$

Fator	Mínima Variabilidade	Máximo Valor da Métrica
	Métrica = 7,81 Var = 0,15	Métrica = 7,88 Var = 0,29
$x_1$ – rigidez torcional do eixo traseiro	+1,00	+1,00
$x_4$ – rigidez torcional da barra estabilizadora dianteira	+1,00	+1,00
$x_5$ – pressão de enchimento do pneu dianteiro	-1,00	-1,00
$x_6$ – pressão de enchimento do pneu traseiro	+1,00	-0,35

### 6.3. Análise Comparativa Entre Métodos de Otimização

O comparativo entre os métodos de otimização numérica estudados neste trabalho (simplex descendente, engenharia robusta e RSM) pode ser feito com base em alguns pontos chave que diferenciam os mesmos, como segue:

- **Disponibilidade de informação:** quanto à disponibilidade de informação, os métodos podem ser classificados de acordo com o nível/quantidade de dados que o engenheiro ou analista pode extrair ao utilizar cada um dos métodos. Neste sentido, levam vantagem os métodos que trazem mais informações durante o processo de otimização. Entre os métodos estudados, a RSM leva claramente uma vantagem sobre os demais por apresentar detalhadamente a influência de cada variável de otimização e a interação entre as mesmas, conforme visto no item 6.2.3. Além disto, o fato da RSM levar à obtenção de um modelo analítico simples permite a extensão do uso deste modelo para as mais diversas abordagens disponíveis na literatura, o que não é possível com o simplex descendente e a engenharia robusta num primeiro momento. A engenharia robusta está numa posição intermediária neste quesito, pois além da combinação ótima das variáveis de otimização estudadas, nos passa a relação sinal/ruído, que é uma medida de quão influente cada variável estudada é para o resultado final da métrica global conjunta de dirigibilidade e conforto. Por último, o método simplex descendente traz somente a combinação ótima das variáveis, não dando indicação alguma de como se relacionam entre si e/ou de quão influente é cada uma delas isoladamente;

- **Facilidade de Uso:** este ponto trata de quão fácil é a utilização/aplicação de cada um dos métodos, assumindo-se que as rotinas computacionais básicas já estejam implementadas e que o engenheiro ou analista terá como foco a aplicação do método no projeto veicular e não o desenvolvimento do método numérico de otimização em si. Aqui, a situação se inverte com o que foi comentado anteriormente a respeito da disponibilidade de informação: o método simplex descendente é o mais facilmente aplicável, pois tendo-se as rotinas computacionais implementadas, o engenheiro ou analista tem somente de definir as variáveis de otimização e respectivas faixas a serem estudadas no processo de otimização, obtendo diretamente um resultado otimizado com os valores ótimos de cada variável de otimização. A engenharia robusta traz um pouco mais de informação a respeito da relação sinal/ruído das variáveis, o que geralmente demanda a intervenção do engenheiro neste momento – de toda forma, é de simples implementação uma rotina computacional que permita obter os resultados da otimização sem intervenção alguma por parte do engenheiro ou analista que a esteja utilizando. Finalmente, a RSM é o método com menor facilidade de uso, já que demanda a interpretação do usuário com relação aos coeficientes de regressão parcial e os modelos analíticos gerados, por serem específicos, de maneira geral acabam por demandar um tratamento individual por parte do engenheiro ou analista que esteja aplicando o método. Apesar de ser possível imaginar um cenário onde a rotina de análise destes resultados da RSM seja automatizada, isto acabaria inevitavelmente por tirar parte da vantagem deste método que é justamente relacionada à quantidade de informação que se obtém da análise destes resultados durante o processo. Percebe-se claramente neste caso

o compromisso existente entre a quantidade de informação obtida pela utilização do método e a facilidade de uso do mesmo;

- **Eficiência Computacional:** de maneira geral, todos os métodos estudados têm eficiência computacional satisfatória na aplicação em conjunto com os modelos desenvolvidos para avaliação de conforto e dirigibilidade, fator este que se deve mais à eficiência dos modelos matemáticos desenvolvidos do que aos métodos individuais em si. Comparando os métodos de otimização somente, tem-se que a engenharia robusta tem o melhor desempenho, por utilizar um número limitado e pequeno de simulações para se obter os resultados: nos exemplos aqui trabalhados são 18 simulações de cada métrica observada por condição de carga. Já o simplex descendente não tem um número definido de iterações a priori – no exemplo aqui trabalhado, o método convergiu com 76 iterações, ou seja, 76 simulações de cada métrica observada por condição de carga. Finalmente, a RSM não é muito eficiente neste ponto caso se deseje trabalhar uma matriz fatorial que não seja muito fracionada – no exemplo aqui trabalhado, foram utilizadas 128 simulações de cada métrica por condição de carga, que se somam aos cálculos posteriores para obtenção dos coeficientes de regressão parcial e otimização das funções lineares obtidas. A RSM permite ao engenheiro que esteja aplicando decidir-se por uma matriz mais fracionada (por exemplo, pode-se omitir as iterações entre as variáveis de otimização umas com as outras), mas deve-se levar em consideração que isto vai reduzir a quantidade de informação obtida pela aplicação deste método;

- **Resultado da Otimização:** não menos importante que as características anteriormente discutidas é o resultado da otimização em si: isto é, se os métodos estudados são efetivos em otimizar a métrica global conjunta de dirigibilidade e conforto proposta, garantindo que foi atingido o máximo local desta métrica conjunta dentro do espaço de variáveis estudadas. O método simplex descendente, como descrito no item 5.2, tem uma estratégia de expansão e contração para garantir que se atinja o mínimo (ou máximo no caso estudado) local da função. Já a engenharia robusta trabalha somente as variáveis nos níveis discretos definidos na matriz ortogonal utilizada, não sendo capaz de encontrar outro ponto ótimo da função objetivo fora destes valores discretos, tornando especialmente importante então a definição desta discretização adotada para cada estudo. Já a RSM depende basicamente da discretização da superfície de resposta adotada, sendo que superfícies mais refinadas (com maior discretização em função das variáveis de otimização) têm teoricamente melhores condições de atingir o ponto ótimo da função objetivo, ao custo de uma maior demanda computacional para tal. Ainda no que diz respeito à discretização dos pontos de avaliação das variáveis de otimização, é importante levar em consideração as tolerâncias de fabricação dos componentes mecânicos envolvidos, já que não faz muito sentido definir um nível de discretização que não seja compatível com as tolerâncias de fabricação dos componentes. Levando-se em conta estes pontos mais o espaço de variáveis e níveis de discretização adotados para este estudo, os métodos se mostraram equivalentes, já que os resultados obtidos com a otimização através de cada um dos mesmos estão dentro de uma faixa estreita, que dificilmente seria perceptível para o usuário final do veículo. A figura 6.20

mostra a comparação entre os resultados da métrica global conjunta de dirigibilidade e conforto para cada método:

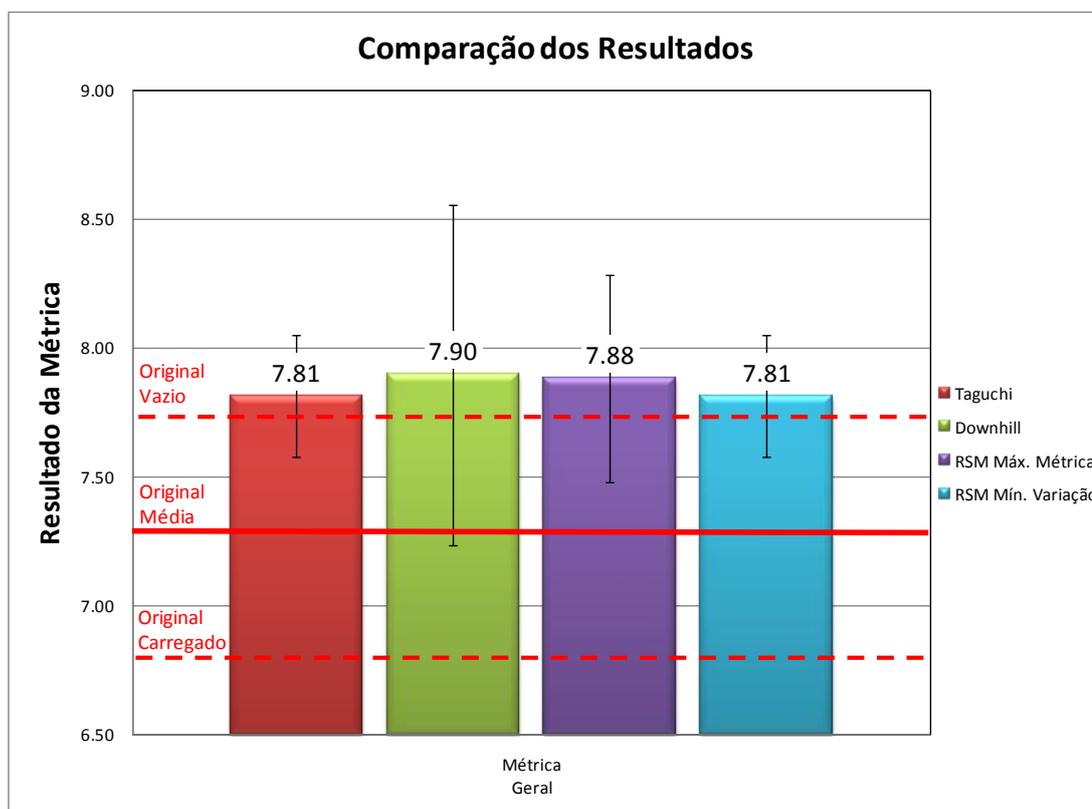


Figura 6.20 – Resultados da Métrica Global Conjunta de Dirigibilidade e Conforto para Cada Método de Otimização Estudado

Os resultados mostrados na figura 6.20 refletem a média da métrica global nas condições de carregamento vazio e carregado. Neste caso, percebe-se que a variação obtida entre os métodos é menor que 0,10, justificando a conclusão de que os métodos de otimização numérica estudados são equivalentes entre si neste sentido.

Tabela 6.21 – Variação dos Resultados de Cada Método de Otimização Empregado em Função do Carregamento do Veículo

Método de Otimização	Métrica Geral Vazio	Métrica Geral Carregado	Métrica Geral Média
Original	7.73	6.80	7.26
Taguchi	8.05	7.57	7.81
Downhill	8.56	7.24	7.90
RSM Máx. Métrica	8.28	7.48	7.88
RSM Mín. Variação	8.05	7.57	7.81

Outra informação que é ilustrada na figura 6.20 e detalhada na tabela 6.21 é a variação da métrica global entre a condição vazio (limite superior da barra de variação mostrada) e condição carregado (limite inferior da barra de variação mostrada). Aqui percebe-se uma diferenciação maior entre os resultados de cada método: enquanto o simplex descendente otimizou a métrica em detrimento da variação em função da condição de carregamento do veículo, a engenharia robusta faz uma otimização que busca também a redução da variação em função do carregamento, que foi definido como ruído para a aplicação do método. No caso da RSM, ela permite uma flexibilidade maior para o engenheiro ou analista que o esteja aplicando – percebe-se claramente que o resultado da RSM converge completamente para o resultado da engenharia robusta quando se busca diminuir a variação em função do carregamento e converge para o resultado do simplex descendente para quando se busca otimizar a métrica global média em detrimento da variação, sendo que pequenas diferenças neste último caso podem ser atribuídas às simplificações adotadas durante a aplicação da RSM. A tabela 6.22 mostra quais são os valores ótimos para cada variável de otimização obtidos através de cada um dos métodos,

confirmando esta relação entre os mesmos e a convergência da RSM em cada um dos casos trabalhados com este método.

Tabela 6.22 – Valores Ótimos das Variáveis de Otimização Estudadas

		Parâmetro Otimizado				
		Downhill	Taguchi	RSM Máxima Métrica	RSM Mínima Variação	
x1	Eixo Traseiro	sem barra	XXX			
		com barra		XXX	XXX	
x2	Rigidez Mola Dianteira	18	XXX		BAIXA INFLUÊNCIA	
		20				
		22		XXX		
x3	Rigidez Mola Traseira	18	XXX		BAIXA INFLUÊNCIA	
		20				
		22		XXX		
x4	Diâmetro Barra Dianteira	18				
		20				
		22	XXX	XXX	XXX	XXX
x5	Pressão Pneu Dianteiro	26	XXX	XXX	XXX	XXX
		30				
		34				
x6	Pressão Pneu Traseiro	26	XXX		XXX	
		30				
		34		XXX		XXX
x7	Curva Amortecedor Dianteiro	-20%	XXX	XXX	XXX	XXX
		nominal				
		+20%				
x8	Curva Amortecedor Traseiro	-20%	XXX		BAIXA INFLUÊNCIA	BAIXA INFLUÊNCIA
		nominal		XXX		
		+20%				

Entre os métodos da engenharia robusta e RSM, é possível comparar também a influência de cada variável de otimização isoladamente. A tabela 6.23 mostra os valores da relação sinal/ruído da engenharia robusta comparados com os coeficientes de regressão parcial obtidos pela RSM para o modelo inicial e o modelo onde a curva do amortecedor dianteiro –  $x_7$  é fixada no seu valor ótimo. Percebe-se uma boa correspondência entre as quatro variáveis indicadas como mais influentes no

resultado através de cada método: as variáveis mais influentes de acordo com a engenharia robusta são as mesmas apontadas pela RSM (destacadas na tabela).

Tabela 6.23 – Comparação entre os Valores de Sinal/Ruído da Engenharia Robusta e Coeficientes de Regressão Parcial da RSM

		Relação Sinal/Ruído Taguchi	Coef. de Regressão Parcial RSM	
			Modelo Inicial	x7=-1
x1	<b>Eixo Traseiro</b>	0.313	0.094	0.104
x2	<b>Rigidez Mola Dianteira</b>	0.110	eliminado por baixa influência	eliminado por baixa influência
x3	<b>Rigidez Mola Traseira</b>	0.243	0.041	0.039
x4	<b>Diâmetro Barra Dianteira</b>	0.514	0.171	0.203
x5	<b>Pressão Pneu Dianteiro</b>	-0.300	-0.152	-0.163
x6	<b>Pressão Pneu Traseiro</b>	0.073	eliminado por baixa influência	eliminado por baixa influência
x7	<b>Curva Amortecedor Dianteiro</b>	-0.819	-0.365	removido do modelo
x8	<b>Curva Amortecedor Traseiro</b>	0.035	eliminado por baixa influência	eliminado por baixa influência

Um ponto que merece atenção para desenvolvimentos futuros na aplicação destes métodos numéricos aqui trabalhados para otimização conjunta de dirigibilidade e conforto é no que se refere à visualização do comportamento das métricas isoladamente. A figura 6.21 mostra como as métricas médias entre as condições carregado e vazio variam em função do método de otimização empregado.

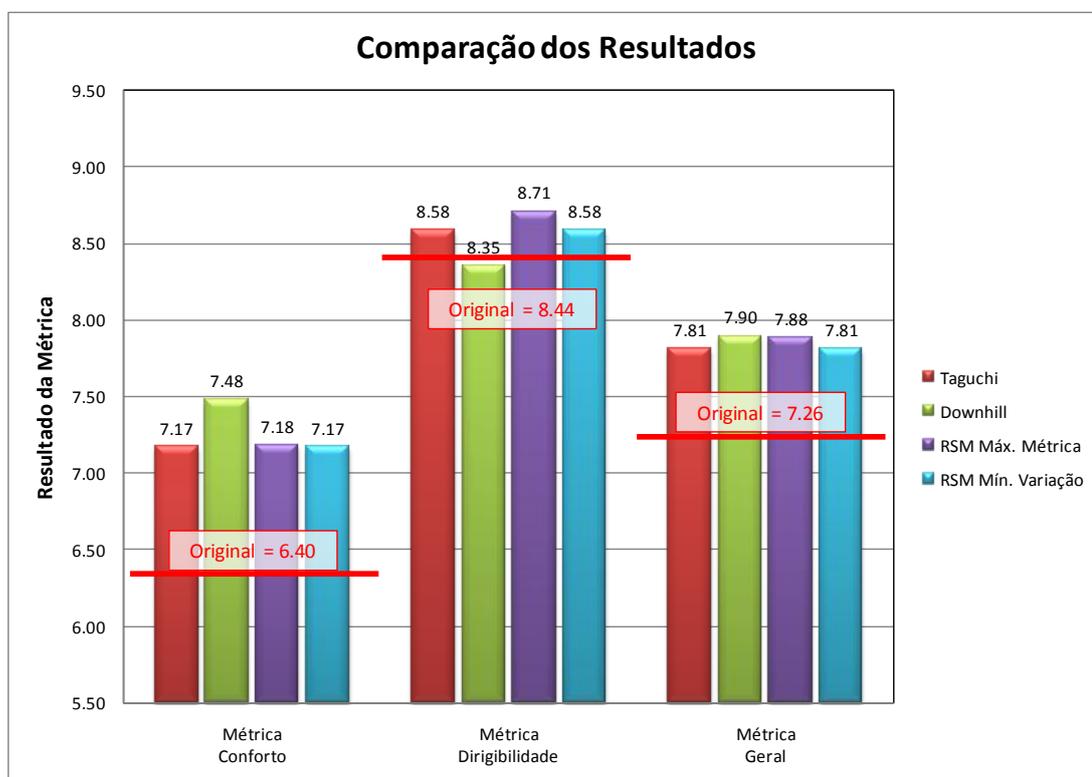


Figura 6.21 – Resultados Individuais das Métricas de Dirigibilidade e Conforto para Cada Método de Otimização Estudado

Finalmente, tendo em vista os pontos expostos neste capítulo com relação a como se comparam os diferentes métodos de otimização numérica estudados, pode-se fazer uma comparação qualitativa dos mesmos como colocado na figura 6.22.

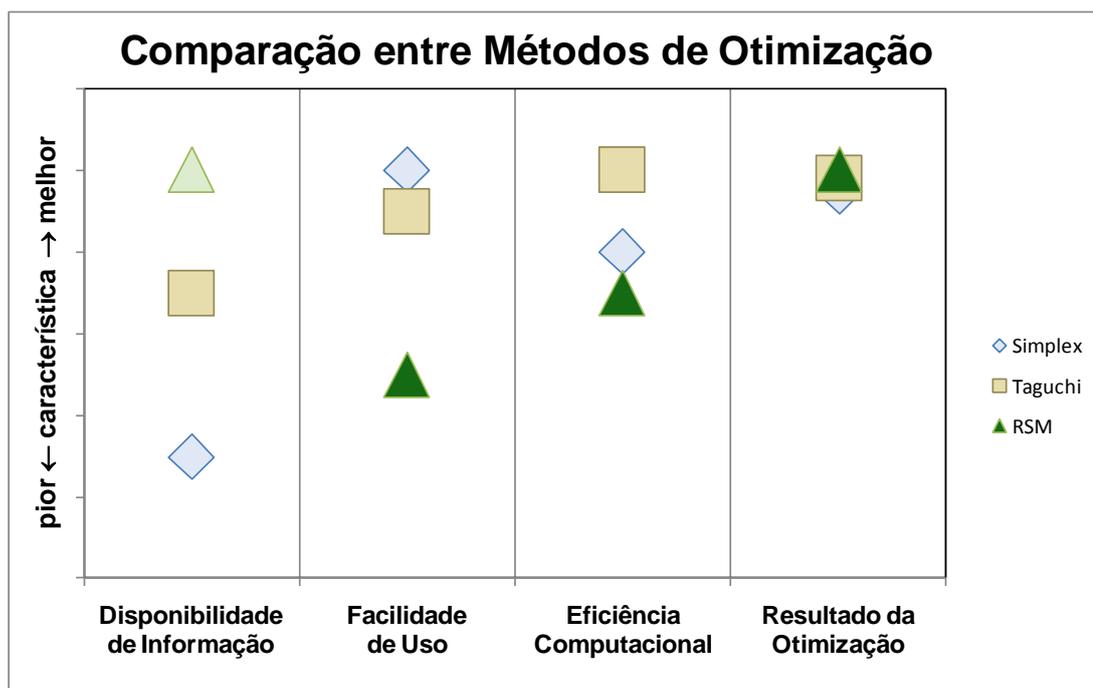


Figura 6.22 – Comparação Qualitativa entre os Métodos de Otimização Estudados

## Capítulo 7 - Conclusões

O presente trabalho apresenta modelos analíticos para a avaliação da resposta de dirigibilidade do veículo. Os modelos são simples em sua estrutura, contendo porém os aspectos relevantes para representar os fenômenos que se deseja estudar com os mesmos. A representatividade dos resultados destes modelos analíticos propostos foi verificada por comparação direta com resultados experimentais e resultados de modelos multicorpos mais complexos equivalentes.

Em especial, o modelo analítico de resposta de aceleração lateral do veículo para excitação periódica no volante proposto neste trabalho é algo inovador, não sendo encontrada na literatura uma solução analítica para este problema com resultados comparáveis aos do modelo aqui proposto.

A utilização de modelos analíticos simples como proposta neste trabalho é especialmente útil ao engenheiro que usa a simulação como ferramenta de projeto, tornando mais claro quais são as variáveis que realmente influenciam um dado fenômeno, possibilitando assim dedicar uma atenção mais focada nestas variáveis e aumentando o conhecimento sobre o produto que está sendo desenvolvido. Além disto, os modelos analíticos propostos são extremamente eficientes do ponto de vista computacional, o que facilita bastante a integração dos mesmos com rotinas numéricas de otimização como proposto neste trabalho.

Na sequência da apresentação das métricas de avaliação do conforto vibracional e métricas de avaliação da dirigibilidade, é proposta a utilização conjunta das mesmas para a construção de uma métrica global conjunta de dirigibilidade e conforto para o veículo. Apesar de que várias destas métricas de dirigibilidade e conforto apresentadas já haviam sido descritas anteriormente na literatura, entende-se que a concatenação das mesmas nesta métrica global conjunta de dirigibilidade e conforto como proposta é também uma contribuição inovadora deste trabalho.

Finalmente, o trabalho aplica rotinas de otimização numérica (simplex descendente, engenharia robusta e RSM) para o problema conjunto da dirigibilidade e conforto veicular utilizando-se dos modelos previamente desenvolvidos e das métricas de avaliação conjunta propostas. Todas as rotinas de otimização empregadas mostraram resultados gerais semelhantes e satisfatórios: no exemplo aqui trabalhado, foi selecionado um veículo com avaliação global média inicial num patamar já razoável de 7,26 numa escala que vai de 0 a 10, sendo que todas as rotinas de otimização empregadas conseguiram elevar esta métrica de avaliação global em torno de 0,60 pontos, o que certamente é um ganho sensível pelo usuário final do veículo.

Apesar dos resultados gerais serem semelhantes, algumas diferenças foram notadas entre as rotinas de otimização numérica empregadas. A primeira diz respeito ao compromisso existente entre a quantidade de informação que se pode obter no processo de otimização versus a facilidade de uso e desempenho computacional de cada método – neste ponto, a RSM é o que mais disponibiliza informações ao

usuário, à custa de uma maior demanda computacional e de uma maior intervenção do engenheiro ou analista, refletindo uma menor facilidade de uso neste caso.

Outra diferença importante é com relação a como cada rotina trata a variabilidade do resultado da métrica global em função do carregamento do veículo, que foi tratado como uma condição de ruído neste estudo: enquanto o método da engenharia robusta busca otimizar o resultado global médio e minimizar a variação em função do carregamento simultaneamente, o simplex descendente como implementado busca a melhor avaliação média independentemente desta variação. A RSM, justamente por sua característica mais aberta, permitiu estudar os dois casos separadamente, confirmando a convergência para o resultado da engenharia robusta quando se desejava minimizar a variação em função do carregamento e a convergência para o resultado do simplex descendente quando se desejava maximizar a métrica global média em detrimento desta variabilidade.

Entende-se que a aplicação de métodos de otimização numérica em conjunto com as métricas e modelos aqui propostos é de extrema valia para as empresas que fazem o desenvolvimento de veículos. No exemplo trabalhado foi obtida uma melhoria de cerca de 8% (0,60 pontos sobre 7,26 iniciais) apenas aplicando o processo de otimização numérica sobre componentes normais de calibração de suspensão (molas, pneus, amortecedores e barras estabilizadoras), ou seja, não foi adicionado nenhum custo ao produto para se obter esta melhoria. Torna-se interesse das empresas aplicarem esta metodologia também para eliminar fases iniciais de desenvolvimento em protótipos físicos e por consequência reduzir custos de desenvolvimento,

permitindo que o trabalho nos veículos físicos seja focado mais no refinamento de soluções desenvolvidas virtualmente e pontos onde os modelos matemáticos ainda não sejam suficientemente representativos (um exemplo relacionado seria referente a ruídos de suspensão). Uma estimativa conservadora de redução de custos num dado projeto seria a substituição de um único protótipo físico que, numa fase mais inicial do projeto, pode custar facilmente algo em torno de 150,000 dólares. Considerando que o tempo para o ciclo de construção de um veículo protótipo, construção de peças protótipos para os componentes de suspensão com fornecedores e posterior avaliação em campo de provas dificilmente seria inferior a 6 meses, este é outro ganho que se obtém com a aplicação do desenvolvimento por simulação computacional.

Sobre desenvolvimentos futuros no tema, pode-se sugerir a inclusão de métricas que não foram desenvolvidas neste trabalho, como o “*head toss*” mencionado na revisão da literatura e outros que se mostrem necessários no futuro. A adaptação dos modelos analíticos de dirigibilidade para se obter métricas de resposta transiente como tempo de resposta é também um caminho interessante, já que os mesmos foram desenvolvidos com base em teoremas gerais da física, de forma a permitir este tipo de expansão da sua aplicação. Finalmente, sobre as rotinas de otimização numérica, como estas ferramentas acabam trabalhando somente a otimização da métrica global adotada, seria de bastante valia o desenvolvimento de aplicativos que facilitem a visualização das métricas de desempenho individuais de dirigibilidade e conforto e como elas se interagem durante o processo de otimização, permitindo desta forma um melhor entendimento dos compromissos de desempenho que se impõe a um dado projeto.

## Referências

AMÓDIO, L. **Análise do Conforto Veicular Através da Simulação Dinâmica.** 1993. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 1993.

ARVIDSSON, I.; LENNARTSSON, B.; SCHMECHTIG, K. A Simple and Efficient Description of Car Body Movements for Use in Virtual Prototyping and Ride Comfort Evaluation. In: SAE AUTOMOTIVE DYNAMICS & STABILITY CONFERENCE, Troy, MI (EUA), 2000. **SAE Paper 2000-01-1629**, 2000.

BUNDORF, R.T.; LEFFERT, R.L. The Cornering Compliance Concept for Description of Vehicle Directional Control Properties. In: SAE AUTOMOBILE ENGINEERING MEETING, Dearborn, MI (EUA), 1974. **SAE Paper 760713**, 1974.

CHERIAN, T.; FARHAD, M.; WONG, J.; WU, X. Combining DFSS and Multi-body Dynamics for Vehicle Ride Tuning. In: SAE World Congress & Exhibition, Detroit, MI, USA, 2007. **SAE Paper 2007-01-0586**, 2007.

COSTA NETO, A. **Application of Multibody System (MBS) Techniques to Automotive Vehicle Chassis Simulation for Motion Control Studies.** 1991. Dissertação (Doutorado) – Universidade de Warwick, Inglaterra. Inglaterra, 1991.

CROLLA, D.A.; CHEN, D.C.; WHITEHEAD, J.P.; ALSTEAD, C.J. Vehicle Handling Assessment Using a Combined Subjective-Objective Approach. In: SAE INTERNATIONAL CONGRESS & EXPOSITION, Detroit, MI (EUA), 1998.2. **SAE Paper 980226**, 1998.2.

DATA, S.C.; FRIGERIO, F. Objective Evaluation of Handling Quality. In: **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part D, Journal of Automobile Engineering**, vol. 216, no 4, pp. 297-305, 2002.

DATA, S.C.; PASCALI, L.; SANTI, C. Handling Objective Evaluation Using a Parametric Driver Model for ISO Lane Change Simulation. In: SAE 2002 AUTOMOTIVE DYNAMICS & STABILITY CONFERENCE AND EXHIBITION, Detroit, MI (EUA), 2002. **SAE Paper 2002-01-1569**, 2002.

FERNANDES, C.G.; OKANO, F.J. Vehicle Dynamics Objective Metrics. In: SAE BRAZIL 2003 CONGRESS AND EXHIBIT, São Paulo, 2005. **SAE Paper 2003-01-3631**, 2005.

FRANÇA, L.N.F.; MATSUMURA, A.Z. **Mecânica Geral**. São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda., 2001.

FRANCESCHINI, F.H., VILELA, D., MESQUITA JR., V. Automotive Suspension Calibration. In: SAE BRAZIL 2002 CONGRESS AND EXHIBIT, São Paulo, 2002. **SAE Paper 2002-01-3393**, 2002.

GILLESPIE, T.D. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. Warrendale (EUA): SAE, 1992.

GRECO JR., P.C.; BARCELLOS, C.S.; ROSA NETO, A. A Numerical Model for Passenger Car Ride Comfort Studies. In: SAE 2001 WORLD CONGRESS, Detroit, MI (EUA), 2001. **SAE Paper 2001-01-0039**, 2001.

GUELER, G.F. **Suspensão de Veículos: Projeto e Análise – Vol. 1: Conceitos Básicos**. São Paulo, 1992. 2<sup>a</sup> edição.

GUELER, G.F. **Suspensão de Veículos: Projeto e Análise – Vol. 2: Conceitos Avançados**. São Paulo, 1992. 2<sup>a</sup> edição.

HANADA, K. A New Measurement Method for Quantifying the Ride Comfort. In: SAE 2002 WORLD CONGRESS, Detroit, MI (EUA), 2002. **SAE Paper 2002-01-1236**, 2002.

KATO, K.; KITAZAKI, S.; SONODA, T. Effects of Driver's Head Motion and Visual Information on Perception of Ride Comfort. In: SAE World Congress & Exhibition, Detroit, MI, USA, 2009. **SAE Paper 2009-01-1223**, 2009.

KOULOCHERIS, D.; VRAZOPOULOS, H.; DERTIMANIS, V. Optimization Algorithms for Tuning Suspension Systems Used in Ground Vehicles. In: INTERNATIONAL BODY ENGINEERING CONFERENCE & EXHIBITION AND AUTOMOTIVE & TRANSPORTATION TECHNOLOGY CONFERENCE, Prais, 2002. **SAE Paper 2002-01-2214**, 2002.

KOUMURA, S.; OHKITA, T. Ride Comfort Evaluation through Analysis of Roll and Lateral Vehicle Behaviors Due to Road Input. In: SAE World Congress & Exhibition, Detroit, MI, USA, 2008. **SAE Paper 2008-01-0581**, 2008.

KUDRITZKI, D.K. Ridemeter – Calculated Ride Comfort. In: SAE 2007 Noise and Vibration Conference and Exhibition, St. Charles, IL, USA, 2007. **SAE Paper 2007-01-2388**, 2007.

KUNKEL, D.T.; LEFFERT, R.L. Objective Directional Response Testing. In: 22<sup>ND</sup> FISITA CONGRESS, Dearborn, MI (EUA), 1988.2. **SAE Paper 885008**, 1988.2.

MIANO, C.; GOBBI, M.; GIAMPIERO, M. Multi-Objective Optimization of the Handling Performances of a Road Vehicle: A Fundamental Study on Tire Selection. **Journal of Mechanical Design**, Transactions of the ASME, vol. 126, n.4, pp. 687-702, 2006.

MILLIKEN, W.F.; MILLIKEN, D.L. **Race Car Vehicle Dynamics**. Warrendale (EUA): SAE, 1993.

MONTGOMERY, D.C. **Design and analysis of Experiments**. New York: John Wiley & Sons, 1994. – 4<sup>a</sup> edição.

MYERS, R.H.; MONTGOMERY, D.C. **Response Surface Methodology – Process and Product Optimization Using Designed Experiments**. New York: John Wiley & Sons, 2002. – 2<sup>a</sup> edição.

NASSER, M.; JAWAD, B.A. Developing a Transfer Function for Vehicle Ride Performance. In: SAE World Congress & Exhibition, Detroit, MI, USA, 2008. **SAE Paper 2008-01-1280**, 2008.

ÖZCAN, D.; SÖNMEZ, U.; GUVENÇ, L.; ERSOLMATZ, S.S.; EYOL, I.E. Optimization of Nonlinear Spring and Damper Characteristics for Vehicle Ride and Handling Improvement. In: Commercial Vehicle Engineering Congress & Exhibition, Chicago, IL, USA, 2008. **SAE Paper 2008-01-2669**, 2008.

PACEJKA, H.B. **Tire and Vehicle Dynamics**. Warrendale (EUA): SAE, 2002.

PADKE, M.S. **Quality Engineering Using Robust Design**. Englewood Cliffs, NJ (EUA): Prentice-Hall, 1989.1.

PARK, S.J.; CHEUNG, W.S.; CHO, Y.G.; YOON, Y.S. Dynamic Ride Quality Investigation for Passenger Car. In: SAE INTERNATIONAL CONGRESS AND EXPOSITION, Detroit, MI (EUA), 1998.2. **SAE Paper 980660**, 1998.2.

PARK, S.J.; KIM, T.; CHO, Y.G.; YOON, Y.S. Dynamic Ride Quality Investigation and DB of Ride Values for Passenger and RV Cars. In: SAE 2001 WORLD CONGRESS, Detroit, MI (EUA), 2001. **SAE Paper 2001-01-0384**, 2001.

PARK, S.J.; MIN, B.C.; LEE, J.K.; KANG, E.S. Development of the Evaluating System for Ride Comfort and Fatigue in Vehicle. In: SAE 2001 WORLD CONGRESS, Detroit, MI (EUA), 2001. **SAE Paper 2001-01-0388**, 2001.

PERSEGUIM, O.T. **Dinâmica Veicular Relativa ao Ride de Veículos e Métricas para sua Avaliação**. 2005. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2005.

PRADKO-LEE. Vibration Comfort Criteria. 1964. **SAE Paper 6660139**, 1964.

PRADO, M.; CUNHA, R.H.; COSTA NETO, A.; COSTA, A.; MANCOSU, F.; SAVI, C.; DÉLBOUX, J.E. Bus Handling Analysis and Experimental Validation Using the Multibody System Technique. In: SAE BRAZIL 2001 CONGRESS AND EXHIBIT, São Paulo, 2001. **SAE Paper 2001-01-3966**, 2001.

PRADO, M. **Estudo da Dinâmica Lateral de um Ônibus com Suspensão a Ar Utilizando Modelos de Três Graus de Liberdade e em Sistema Multicorpos.** 2005. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2005.

PRESS, W.H. **Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing.** New York: Cambridge University Press, 1992. – 2ª edição.

RODI, P.A. **Síntese da Curva de Amortecedor Segundo Critério de Desempenho Ótimo para Suspensão Veicular.** 1991. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 1991.

RÖMER, M.M.; HIEMENZ, R. Automatic Numerical Optimization of Suspension Characteristics. In: NUMERICAL ANALYSIS AND SIMULATION IN VEHICLE ENGINEERING, Warzburg (Alemanha), 2000. **SAE Paper 2000-07-0029**, 2000.

ROSS, P.J. **Taguchi Techniques for Quality Engineering.** New York: McGraw-Hill, 1988.2.

SHARP, R.S. Some Contemporary Problems in Road Vehicle Dynamics. In: **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part C, Journal of Mechanical Engineering Science**, vol. 214, issue 1, pp. 137-148, 2000.

SOLIMAN, A.M.A.; MOUSTAFA, S.M.; SHOGAE, A.O.M. Parameters Affecting Vehicle Ride Comfort using Half Vehicle Model. In: SAE World Congress & Exhibition, Detroit, MI, USA, 2008. **SAE Paper 2008-01-1146**, 2008.

SOUSA, R.S. **Estudos em Otimização Linear**. 2000. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2000.

VILELA, D. Vehicle Dynamics Simulation Correlation with Field Maneuvers. In: SAE BRAZIL 2001 CONGRESS AND EXHIBIT, São Paulo, 2001. **SAE Paper 2001-01-3799**, 2001.

VILELA, D. **Estudo Comparativo Entre Métodos Computacionais de Otimização Aplicados ao Problema do Conforto Veicular**. 2005. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2005.

VILELA, D., GUELER, G.F. Durability Prediction Using VPG (Virtual Proving Ground). In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON DYNAMIC PROBLEMS DINAME, 2003, Ubatuba, SP. **Proceedings of The International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics. São Paulo : ABCM**, 2005.

VILELA, D., GUELER, G.F. Simulation Applied to Ride Comfort Suspension Optimization. In: SAE BRAZIL 2005 CONGRESS AND EXHIBIT, São Paulo, 2003. **SAE Paper 2000-01-4021**, 2003.

VILELA, D.; TAMAI, E.H. Ride Comfort Suspension Optimization with Simulation Tools. In: IASTED INTERNATIONAL CONFERENCE ON MODELING, IDENTIFICATION AND CONTROL, Innsbruck (Áustria), 2005. **Proceedings, Anaheim: Acta Press, 2005.**

VILELA, D.; TAMAI, E. H. Simulation Applied To Ride Comfort Suspension Optimization. In: 17th INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING, 2003, São Paulo. **Proceedings of the 17th International Congress of Mechanical Engineering. São Paulo : ABCM, 2005.**

VILELA, D.; TAMAI, E.H. Simulação Aplicada à Otimização de Suspensões Veiculares Voltada à Melhoria de Conforto. In: **BOLETIM TÉCNICO DA ESCOLA POLITÉCNICA DA USP, São Paulo, v. BT/PME, n. 408, 2006.**

VILELA, D., TAMAI, E. H. Optimization of Vehicle Suspension Using Robust Engineering Method and Response Surface Methodology. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON DYNAMIC PROBLEMS DINAME, 2005, Ouro Preto, MG. **Proceedings of The International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics. São Paulo : ABCM, 2005.**

WONG, J.Y. **Theory of Ground Vehicles.** New York (EUA): John Wiley & Sons Inc., 2001.

WU, S.; HOU, Y.; LI, L.; ZHANG, Y.; CHEN, L. Special Analytical Target Cascading for Handling Performance and Ride Quality Based on Conceptual Suspension Model and Multi-body Model. In: SAE World Congress & Exhibition, Detroit, MI, USA, 2009. **SAE Paper 2009-01-1455**, 2009.

ZHANG, Y.; TANG, C.; CHEN, W.; CHEN, L.; YANG, J. Robust Optimal Design for Enhancing Vehicle Handling Performance. In: SAE World Congress & Exhibition, Detroit, MI, USA, 2008. **SAE Paper 2008-01-0600**, 2008.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)